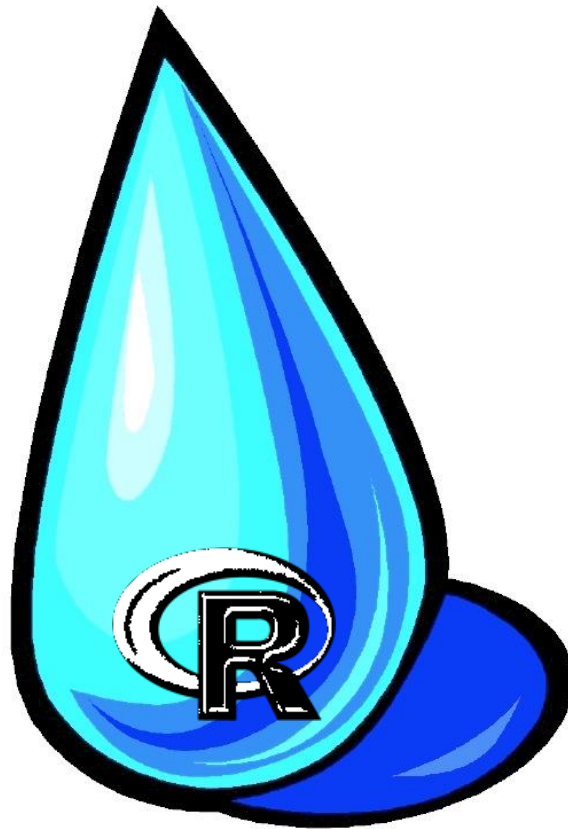




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ
ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΟ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ ΣΕ ΩΡΙΑΙΕΣ**



Παναγιώτης Κοσσιέρης
Αθήνα, Οκτώβριος 2011
Επιβλέπων: Δημήτρης Κουτσογιάννης, Καθηγητής ΕΜΠ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Φθάνοντας στην ολοκλήρωση αυτής της τόσο δύσκολης και επίπονης προσπάθειας νοιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω κάποια πρόσωπα που μου πρόσφεραν απλόχερα και ανιδιοτελώς βοήθεια και συμβουλές.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω από τα βάθη της καρδιάς μου τον Καθηγητή και Δάσκαλο Δημήτρη Κουτσογιάννη για την αμέριστη συμπαράσταση και βοήθεια που μου πρόσφερε. Οι συμβουλές και παρατηρήσεις του αποδείχτηκαν καταλυτικές για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας. Αποτέλεσε, αποτελεί και θα αποτελεί αστείρευτη πηγή έμπνευσης για ότι και αν κάνω από εδώ και στο εξής. Θα ήθελα επίσης να τον ευχαριστήσω γιατί κατάφερε να μου μεταδώσει ένα πολύ ιδιαίτερο τρόπο σκέψης, που στηρίζεται στην απλότητα μα πάνω από όλα στην ανθρωπιά.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά το φίλο μου Χρήστο Τύραλη, ο οποίος με βοήθησε στα πρώτα μου βήματα στη γλώσσα προγραμματισμού R. Η συμβολή του Χρήστου για την ολοκλήρωση του πακέτου HYETOS-R, αποδείχτηκε καθοριστική. Ακόμη, ευχαριστώ το θερμά τους Νίκο Μαμάση και Αντρέα Ευστρατιάδη για τις συμβολές και τις κατευθύνσεις που μου έδωσαν πάνω σε πολύ σημαντικά υδρολογικά ζητήματα.

Ευχαριστώ το φίλο μου Γιώργο για τις πάσης φύσεως ενδιαφέρουσες και χρήσιμες συζητήσεις, μέσω των οποίων κατανόησα και διαλεύκανα πολλά λεπτά σημεία της διπλωματικής μου. Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τη Γωγώ για τις παρατηρήσεις και διορθώσεις της στο κείμενο που ακολουθεί.

Τέλος, θα ήθελα να σταθώ στα πρόσωπα που μου πρόσφεραν και μου προσφέρουν αμέριστη ψυχολογική και ηθική υποστήριξη όλα αυτά τα χρόνια. Ευχαριστώ από καρδιάς το Γιώργο και τη Χαρά για τις σημαντικές συμβουλές που δίνουν όλα αυτά τα χρόνια.

Η διπλωματική μου εργασία αφιερώνεται στη μητέρα μου Ζωή και στον αδερφό μου Στέλιο, στους οποίους οφείλω ένα μεγάλο κομμάτι της πορείας μου μέχρι εδώ.

Κοσσιέρης Παναγιώτης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Αντικείμενο της εργασίας	1
1.2 Διάρθρωση της εργασίας	1
2 Θεμελιώδεις έννοιες στατιστικής και υδρολογίας	2
2.1 Βασικά στοιχεία στατιστικής και πιθανοτήτων	2
2.1.1 Θεμελιώδεις ορισμοί	2
2.1.2 Αναμενόμενες τιμές και παράμετροι κατανομών	4
2.1.3 Από κοινού και περιθώριες συναρτήσεις κατανομής	7
2.1.4 Τυπικές συναρτήσεις κατανομής στην τεχνική υδρολογία.....	9
2.1.4.1 Εκθετική κατανομή	9
2.1.4.2 Κατανομή γάμα δύο παραμέτρων	12
2.1.4.3 Κατανομή Poisson.....	13
2.1.5 Πιθανοτική προσέγγιση υδρολογικών διεργασιών	14
2.1.5.1 Η έννοια της στοχαστικής ανέλιξης.....	15
2.1.5.2 Δομή και ιδιότητες υδρολογικών χρονοσειρών	15
2.1.6 Δειγματικά στατιστικά μεγέθη	18
2.1.7 Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής.....	20
2.2 Στοχαστική προσομοίωση και πρόγνωση	21
2.2.1 Ορισμός.....	21
2.2.2 Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών.....	22
2.2.3 Η επίδραση της χρονικής κλίμακας στη μελέτη του φαινομένου της βροχής 23	
3 Δομή και μοντέλα βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες και σε συνεχή χρόνο.....	26
3.1 Η δομή της βροχής στην ημερήσια και ωριαία χρονική κλίμακα.....	26
3.1.1 Το επεισόδιο βροχής και η εσωτερική δομή του	27
3.2 Μοντέλα σημειακών ανελίζεων	30
3.2.1 Εισαγωγικές έννοιες για τις σημειακές ανελίζεις	31
3.2.2 Η ανέλιξη Poisson	32
3.2.3 Μοντέλα ανέλιξης Poisson.....	34
3.2.3.1 Μοντέλο λευκού θορύβου Poisson	37

5.1.1 Τι είναι η R.....	101
5.1.2 Πλεονεκτήματα της γλώσσας R.....	102
5.1.3 Μια σύντομη γνωριμία με το περιβάλλον R.....	103
5.2 Το πακέτο HYETOS-R.....	104
5.2.1 Η συνάρτηση disag.test.mode.....	105
5.2.2 Η συνάρτηση operat.mode.....	106
5.2.3 Η συνάρτηση BLts.....	108
5.2.4 Λεπτομέρειες για τα στοιχεία των τριών συναρτήσεων.....	109
6 Εφαρμογή υπολογιστικού συστήματος HYETOS-R.....	113
6.1 Δεδομένα και παράμετροι εφαρμογής.....	113
6.2 Αποτελέσματα εφαρμογής.....	114
Αναφορές.....	132
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	134
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....	198
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	205
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ.....	210

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η μελέτη και ανάλυση της συμπεριφοράς των υδρολογικών μεταβλητών επιβάλλει την ανάπτυξη και χρήση διαφόρων μοντέλων προσομοίωσης. Τα μοντέλα αυτά αποτελούν ένα ισχυρό εργαλείο για τη στοχαστική προσομοίωση και πρόγνωση των υδρομετεωρολογικών διεργασιών που λαμβάνουν μέρος σε ένα υδροσύστημα. Η σημαντικότερη υδρολογική διεργασία, και ταυτόχρονα γενεσιουργός αιτία όλων των υπολοίπων, είναι η βροχή. Η δομική ασυνέχεια του φαινομένου της βροχής επιβάλλει τη χρήση ειδικών τύπων μοντέλων, όσον αφορά στην ανάλυση χρονοσειρών μικρής χρονικής κλίμακας. Τέτοιου είδους μοντέλα είναι τα μοντέλα σημειακών ανελιξέων. Τα μοντέλα αυτά προσομοιώνουν τη βροχή σε συνεχή χρόνο και καταφέρνουν να αναπαράγουν επιτυχώς τα χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες που εμφανίζει η βροχόπτωση. Όπως αποδείχτηκε, η αποτελεσματικότητα των σημειακών μοντέλων προσομοίωσης βελτιώνεται, αν συνδυαστούν με ένα κατάλληλο μοντέλο επιμερισμού. Έναν τέτοιο συνδυασμό πρότειναν οι Κουτσογιάννης και Ονοφ, βασιζόμενοι στο σημειακό μοντέλο Bartlett – Lewis και σε κάποιες διαδικασίες συνόρθωσης. Η μέθοδος επιμερισμού που πρότειναν οι δυο ερευνητές, υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του ελεύθερου λογισμικού R, υπό την ονομασία HYETOS-R. Το πακέτο HYETOS-R σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε με σκοπό να παρέχει ένα ολοκληρωμένο εργαλείο επιμερισμού και παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών υψών βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Η βασική λειτουργία του προγράμματος είναι ο επιμερισμός ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία. Ωστόσο, το πακέτο HYETOS-R περιλαμβάνει πληθώρα δυνατοτήτων και επιλογών. Για παράδειγμα, έχει τη δυνατότητα να δέχεται ιστορικά ημερήσια και ωριαία δεδομένα, να υπολογίζει και να εξάγει τα κύρια στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών και ιστορικών υψών βροχής, να παράγει συνθετικές χρονοσειρές σε διάφορες στάθμες συνάθροισης. Για την υλοποίηση των παραπάνω λειτουργιών ως η πλέον κατάλληλη γλώσσα προγραμματισμού κρίνεται η R, καθώς παρέχει ένα τεράστιο πλήθος στατιστικών και γραφικών πακέτων συναρτήσεων και εργαλείων.

SUMMARY

The study and analysis of hydrological variables require the development and use of special types of stochastic simulation models. These models are a powerful tools for the stochastic simulation and forecast of hydro-meteorological processes. The rain is the most important of hydrological processes. The intermittent character of rainfall time series on fine time scales justify the use of special simulation models. Among the successful model types are the point process models. This type of model has the important feature of representing rainfall in continuous time. According to these models, the rainfall events are simulated through the generation of clustered point or rectangular pulses. The Bartlett - Lewis model has the ability to reproduce important features of the rainfall field from hourly to daily scale and above. A combination of the Bartlett - Lewis rainfall model with proven disaggregation methodology, has proposed by Koutsoyiannis and Onof. This combination improve the ability of the Bartlett - Lewis model to simulate the rainfall on fine time scales. In the framework of my thesis, the model is implemented in a computer program under the name HYETOS-R, on the R environment. The package HYETOS-R is developing in order to provide a complete tool for the simulation of rainfall process on fine time scales. The main purpose of the package is the disaggregation of daily rainfall depth to hourly rainfall depth. The package can work in several modes appropriate for operational use and model testing. Additionally, the user can produce synthetic time series by the Bartlett - Lewis model.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο της εργασίας

Η παρούσα εργασία περιγράφει το μαθηματικό υπόβαθρο για την ανάπτυξη ενός μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης του πολύπλοκου φαινομένου της βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες μελέτης. Το μοντέλο αυτό υλοποιήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του ελεύθερου λογισμικού R, υπό το όνομα HYETOS-R.

Το HYETOS-R αποτελεί ένα πλήρες πακέτο προσομοίωσης της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες μελέτης και παρέχει στο χρήστη πληθώρα γραφικών δυνατοτήτων και καταστάσεων λειτουργίας. Σκοπός του γράφοντος ήταν εξ αρχής η ανάπτυξη ενός προγράμματος εύχρηστου, γρήγορου, αξιόπιστου και αποτελεσματικού.

1.2 Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα εργασία περιλαμβάνει, εκτός από την εισαγωγή, τέσσερα ακόμα κεφάλαια και τέσσερα παραρτήματα. Στο Κεφάλαιο 2 δίνονται ορισμένες θεμελιώδεις έννοιες της στατιστικής και της υδρολογίας, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των θεμάτων που θίγονται στα κεφάλαια που ακολουθούν. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του φαινομένου της βροχής στις λεπτές χρονικές κλίμακες μελέτης, καθώς και τα στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσής του. Στο Κεφάλαιο 4 γίνεται μια σύντομη αναφορά στα βασικά μοντέλα επιμερισμού υδρολογικών μεταβλητών και παρουσιάζεται αναλυτικά το θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου προσομοίωσης που αναπτύχθηκε. Στο Κεφάλαιο 5 επιχειρείται μια σύντομη γνωριμία με το προγραμματιστικό περιβάλλον R και παρουσιάζονται οι καταστάσεις λειτουργίας του υπολογιστικού πακέτου HYETOS-R. Στο Κεφάλαιο 6 παρατίθενται από τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος HYETOS-R. Στο Παράρτημα Α παρατίθεται ο πηγαίος κώδικας του πακέτου HYETOS-R γραμμένος στη γλώσσα προγραμματισμού R. Στο παράρτημα Β παρουσιάζονται τα βασικά γραφήματα που παράγει το πακέτο HYETOS-R. Στο Παράρτημα Γ παρατίθενται οι βασικές καταστάσεις λειτουργίας του υπολογιστικού συστήματος HYETOS των Κουτσογιάννη και Ονοφ, ενώ στο Παράρτημα Δ δίνονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

Το κεφάλαιο που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (βασική πηγή: Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004 έπειτα από προσθήκες)

2 ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑΣ

2.1 Βασικά στοιχεία στατιστικής και πιθανοτήτων

Οι διάφορες υδρολογικές μεταβλητές παρουσιάζονται και αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές. Για την ανάλυση των υδρολογικών μεταβλητών, η επιστήμη της υδρολογίας κάνει χρήση διαφόρων εργαλείων της στατιστικής και της θεωρίας πιθανοτήτων. Σκοπός μας εδώ δεν είναι να αναλύσουμε πλήρως τη θεωρία πιθανοτήτων, αλλά μόνο να περιγράψουμε τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στα επόμενα κεφάλαια και βοηθούν στην κατανόηση των διαφόρων υδρολογικών διεργασιών.

2.1.1 Θεμελιώδεις ορισμοί

Τρεις θεμελιώδεις έννοιες:

1. Ως *δειγματικός χώρος* Ω ορίζεται το σύνολο, του οποίου τα στοιχεία ω αντιστοιχούν στις δυνατές εκβάσεις (γεγονότα) ενός πειράματος ή μιας διεργασίας. Ειδικότερα, στις υδρολογικές ανελίξεις ο δειγματικός χώρος είναι συνεχής και ταυτίζεται με το σύνολο $[0, +\infty)$.
2. Ως *οικογένεια γεγονότων* ορίζεται μια συλλογή Φ υποσυνόλων (γεγονότων) A του δειγματικού χώρου Ω .
3. Ως *μέτρο πιθανότητας* ορίζουμε μια συνάρτηση P επί του Φ , μέσω της οποίας σε κάθε γεγονός A αντιστοιχίζεται ένας αριθμός $P(A)$ που λέγεται *πιθανότητα του γεγονότος* A .

Τα αξιώματα που οφείλει να ικανοποιεί η συνάρτηση P είναι τα ακόλουθα:

- Για κάθε γεγονός A , $P(A) \geq 0$
- $P(\Omega) = 1$
- Για κάθε άπειρη ακολουθία ασυμβίβαστων ανά δύο γεγονότων A_1, A_2, \dots (δηλαδή $A_i \cap A_j = \emptyset$ οποτεδήποτε $i \neq j$), ισχύει:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \quad (1.1)$$

Ως *τυχαία μεταβλητή* (τ.μ.) ορίζεται μια συνάρτηση, με πεδίο ορισμού τον δειγματικό χώρο Ω και πεδίο τιμών ένα σύνολο πραγματικών αριθμών (απεικόνιση του δειγματικού χώρου στο σύνολο των πραγματικών αριθμών), μέσω της οποίας σε κάθε δυνατή έκβαση ω του δειγματικού χώρου, Ω , αντιστοιχίζουμε ένα και μόνο πραγματικό αριθμό $X(\omega) = x$. Συμβατικά η τυχαία μεταβλητή συμβολίζεται με κεφαλαία γράμματα X , ενώ οι ιδιαίτερες τιμές της συμβολίζονται με μικρό, x . Η παράσταση $\{X \leq x\}$ υποδηλώνει το γεγονός εκείνο (υποσύνολο του δειγματικού χώρου) που αποτελείται από όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου, τέτοια ώστε οι τιμές της τ.μ. X να είναι μικρότερες ή ίσες της ποσότητας x . Η πιθανότητα αυτού του γεγονότος συμβολίζεται με $P(X \leq x)$.

Συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής, X , ονομάζεται μία συνάρτηση της πραγματικής μεταβλητής x που δίνεται από την εξίσωση:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (1.2)$$

Πρακτικά, η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X παίρνει τιμή ίση με την αθροιστική πιθανότητα να παρατηρήσουμε μια τιμή της τυχαίας μεταβλητής X μικρότερη ή ίση του x . Η συνάρτηση κατανομής ορίζεται για κάθε πραγματικό αριθμό x , από $-\infty$ μέχρι $+\infty$ και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0,1]$. Είναι πάντα μη φθίνουσα συνάρτηση και συνεχής από δεξιά. Επιπλέον η συνάρτηση κατανομής συχνά αποκαλείται και *αθροιστική συνάρτηση κατανομής* ή *πιθανότητα μη υπέρβασης*.

Ως *συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* (σ.π.π.) ορίζεται η παράγωγος της συνάρτησης κατανομής:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (1.3)$$

Η σ.π.π. έχει πεδίο ορισμού το σύνολο των πραγματικών αριθμών και πεδίο τιμών ένα υποσύνολό του. Είναι προφανές ότι η σ.π.π. δεν παριστάνει πιθανότητα αφού μπορεί να λάβει

τιμές μεγαλύτερες της μονάδας. Οι βασικές ιδιότητες που προκύπτουν άμεσα από τον ορισμό είναι:

$$f_X(x) \geq 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1 \quad (1.4)$$

Η δεύτερη ιδιότητα εκφράζει το γεγονός ότι η πιθανότητα να βρεθεί η τιμή της τυχαίας μεταβλητής X μεταξύ $-\infty$ και $+\infty$ είναι ίση με τη μονάδα (βεβαιότητα). Ενώ, για κάθε διάστημα $[a, b]$ πραγματικών αριθμών θα ισχύει:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (1.5)$$

Η σχέση (2.5) εκφράζει την πιθανότητα να παρατηρήσουμε μια τιμή της τυχαίας μεταβλητής X στο διάστημα $[a, b]$, και η πιθανότητα αυτή ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη $f(x)$ μεταξύ των σημείων a και b . Εύλογα συμπεραίνουμε ότι η πιθανότητα να παρατηρήσουμε οποιαδήποτε συγκεκριμένη τιμή a για την τυχαία μεταβλητή X είναι μηδενική, δεδομένου ότι:

$$P(X = a) = \int_a^a f(x) dx = 0 \quad (1.6)$$

Η συνάρτηση κατανομής υπολογίζεται από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση, αντίστροφη της σχέσης (2.3):

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (1.7)$$

2.1.2 Αναμενόμενες τιμές και παράμετροι κατανομών

Η κατανομή μιας τυχαίας μεταβλητής X περιγράφεται πλήρως από τις συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας και κατανομής. Συχνά όμως, ενδιαφερόμαστε για ορισμένες σταθερές οι οποίες περιγράφουν με απλό τρόπο τα βασικά χαρακτηριστικά κάποιας κατανομής και μας επιτρέπουν να έχουμε μια γρήγορη και συνοπτική εικόνα της πιθανοτικής συμπεριφοράς της τυχαίας μεταβλητής X . Οι σταθερές αυτές καλούνται παράμετροι της

κατανομής και οι πιο σημαντικές είναι η μέση τιμή, η διασπορά, η ασυμμετρία και η κύρτωση.

Ορίζεται ως *αναμενόμενη τιμή* ή *προσδοκία* της $g(X)$ το μέγεθος:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (1.8)$$

όπου X είναι μια συνεχής τυχαία μεταβλητή και $g(X)$ μια πραγματική συνάρτηση της X . Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως *νόμος του αφηρημένου στατιστικού* και πρακτικά σημαίνει ότι για να βρούμε τη μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής $Y = g(X)$, δεν είναι ανάγκη να βρούμε τη σ.π.π της τ.μ. Y , αρκεί να γνωρίζουμε τη σ.π.π της τ.μ. X και τον τύπο της συνάρτησης $g(X)$.

Για $g(X) = X^r$, όπου $r = 0, 1, 2, \dots$, το μέγεθος:

$$m_X^{(r)} = E[X^r] \quad (1.9)$$

ονομάζεται *ροπή* περί την αρχή (ή απλώς *ροπή*) τάξης r της τ.μ. X .

Ειδικότερα, για $r = 1$ που σημαίνει $g(X) = X$, το μέγεθος:

$$m_X = E[X] \quad (1.10)$$

ονομάζεται *αναμενόμενη τιμή* ή *μέση τιμή* της τ.μ. X . Η μέση τιμή αποτελεί παράμετρο θέσης της τυχαίας μεταβλητής X και περιγράφει τη θέση του κέντρου βάρους του σχήματος που ορίζει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας με τον οριζόντιο άξονα. Άλλοι παράμετροι θέσης είναι η *πιθανότερη τιμή* ή *κορυφή*, συμβολικά x_p , που ορίζεται ως η τιμή της μεταβλητής x για την οποία η σ.π.π. $f_X(x)$ γίνεται μέγιστη, και η *διάμεσος*, $x_{0.5}$, που ορίζεται ως εκείνη η τιμή της μεταβλητής για την οποία ισχύει $P(X \leq x_{0.5}) = P(X \geq x_{0.5}) = 0.5$. Στην περίπτωση όπου η κατανομή είναι συμμετρική και μονοκόρυφη τότε η μέση τιμή, η διάμεσος και η πιθανότερη τιμή ταυτίζονται.

Για $g(X) = (X - m_X)^r$, όπου $r = 0, 1, 2, \dots$, το μέγεθος:

$$\mu_x^{(r)} = E\left[(X - m_x)^r\right] \quad (1.11)$$

ονομάζεται κεντρική ροπή, τάξης r , της τ.μ. X .

Για $r = 2$, και άρα $g(X) = (X - m_x)^2$, το μέγεθος:

$$\sigma_x^2 = \mu_x^{(2)} = E\left[(X - m_x)^2\right] \quad (1.12)$$

ονομάζεται *διασπορά* της τυχαίας μεταβλητής X και συμβολίζεται με $\text{Var}[X]$. Η διασπορά μιας τυχαίας μεταβλητής αποτελεί μέτρο μεταβλητότητας της κατανομής της και δείχνει το μέγεθος της συγκέντρωσης της πυκνότητας πιθανότητας γύρω από τη μέση τιμή. Έτσι μικρή τιμή διασποράς δείχνει συγκεντρωμένη κατανομή γύρω από τη μέση τιμή ενώ μεγάλη τιμή διασποράς υποδηλώνει μια πιο «απλωμένη» κατανομή.

Μέτρο μεταβλητότητας της κατανομής είναι επίσης, η τετραγωνική ρίζα της διασποράς, που ονομάζεται τυπική απόκλιση, συμβολικά σ_x . Η τυπική απόκλιση έχει ίδιες διαστάσεις με τη τυχαία μεταβλητή και δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}[X]} \quad (1.13)$$

Η αδιάστατη παράμετρος:

$$C_{vx} = \frac{\sigma_x}{m_x} \quad (1.14)$$

ονομάζεται *συντελεστής μεταβλητότητας* και αποτελεί μέτρο αβεβαιότητας ως προς την εκτίμηση της τυχαίας μεταβλητής X . Μεγάλη τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας, σημαίνει μεγάλη διασπορά σε σχέση με τη μέση τιμή και συνεπάγεται μεγάλη αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση της μ_x .

Η κεντρική ροπή τρίτης τάξης είναι το μέγεθος:

$$\mu_x^{(3)} = E\left[(X - m_x)^3\right] \quad (1.15)$$

και σχετίζεται με την ασυμμετρία της τυχαίας μεταβλητής X . Μηδενική τιμή της τρίτης κεντρικής ροπής δείχνει συμμετρική κατανομή. Αν η τρίτη κεντρική ροπή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη του μηδενός σημαίνει ότι η κατανομή είναι θετικά ή αρνητικά ασύμμετρη,

αντίστοιχα. Οι υδρολογικές μεταβλητές, στην πλειονότητά τους, είναι θετικά ασύμμετρες, καθώς οι εξαιρετικά υψηλές τιμές εμφανίζονται με χαμηλή συχνότητα. Στην περίπτωση θετικά ασύμμετρης κατανομής, η μέση τιμή της μεταβλητής είναι μεγαλύτερη από τη διάμεσο.

Αποτελεσματικότερο μέτρο της ασυμμετρίας της κατανομής είναι ο αδιάστατος *συντελεστής ασυμμετρίας* που ορίζεται από τη σχέση:

$$C_{S_X} = \frac{\mu_X^{(3)}}{\sigma_X^3} \quad (1.16)$$

Τέλος, μέσω της τέταρτης κεντρικής ροπής υπολογίζεται η *κύρτωση* της σ.π.π κάποιας κατανομής. Ορίζουμε τον *αδιάστατο συντελεστή κύρτωσης* ως εξής:

$$C_{K_X} = \frac{\mu_X^{(4)}}{\sigma_X^4} \quad (1.17)$$

Ο όρος *κύρτωση* περιγράφει το πόσο «αιχμηρή» είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας κατανομής γύρω από τη κορυφή της. Ως μέση κατάσταση κύρτωσης λαμβάνεται η τιμή 3 που αντιστοιχεί στη κανονική κατανομή. Για τιμές του συντελεστή κύρτωσης μεγαλύτερες του 3, η κατανομή χαρακτηρίζεται ως *λεπτόκυρτη* (αιχμηρή), ενώ για τιμές μικρότερες του 3 χαρακτηρίζεται ως *πλατύκυρτη* (επίπεδη).

2.1.3 Από κοινού και περιθώριες συναρτήσεις κατανομής

Στην υδρολογία, πολύ συχνά, μας ενδιαφέρει η ταυτόχρονη μελέτη δυο τυχαίων μεταβλητών. Έστω ζεύγος τυχαίων μεταβλητών (X, Y) που, σύμφωνα με τα παραπάνω, είναι συναρτήσεις των δειγματικών χώρων (Ω_X, Ω_Y) , αντίστοιχα. Η *από κοινού συνάρτηση κατανομής* ζεύγους μεταβλητών (X, Y) ορίζεται ως:

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \quad (1.18)$$

Σημειώνεται ότι οι συναρτήσεις $F_X(x) = P(X \leq x)$ και $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ ονομάζονται *περιθώριες συναρτήσεις κατανομής* των X και Y , αντίστοιχα.

Υπό την προϋπόθεση ότι η F_{XY} είναι παραγωγίσιμη, η *από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* των μεταβλητών (X, Y) ορίζεται ως:

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (1.19)$$

Προφανώς ισχύει:

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) = \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^x f_{XY}(u, v) du dv \quad (1.20)$$

Κατά παρόμοιο τρόπο, όπως προηγουμένως, μπορούμε να ορίσουμε τις από κοινού κεντρικές ροπές των μεταβλητών.

Η αναμενόμενη τιμή ή προσδοκία της συνάρτησης $g(X, Y)$ ορίζεται ως:

$$E[g(X, Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f_{XY}(x, y) dy dx \quad (1.21)$$

Το μέγεθος $E[X^p Y^q]$ ονομάζεται από κοινού ροπή τάξης $p+q$ των μεταβλητών X και Y . Αντίστοιχα, το μέγεθος $E[(X-m_X)^p (Y-m_Y)^q]$ ονομάζεται από κοινού κεντρική ροπή τάξης $p+q$ των μεταβλητών X και Y . Από τις από κοινού κεντρικές ροπές συχνότερα χρησιμοποιείται η:

$$\sigma_{XY} = E[(X - m_X)(Y - m_Y)] = E[XY] - m_X m_Y \quad (1.22)$$

η οποία και ονομάζεται συνδιασπορά των μεταβλητών X και Y . Εναλλακτικά η συνδιασπορά συμβολίζεται ως $Cov[X, Y]$. Διαιρώντας τη συνδιασπορά με τις τυπικές αποκλίσεις σ_X και σ_Y λαμβάνουμε ένα αδιάστατο μέγεθος που ονομάζεται συντελεστής συσχέτισης:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov[X, Y]}{\sqrt{Var[X]Var[Y]}} \equiv \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (1.23)$$

Ο συντελεστής συσχέτισης λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$ και αποτελεί σημαντική παράμετρο για τη μελέτη της γραμμικής συσχέτισης δύο μεταβλητών. Αν η τιμή του συντελεστή ρ_{XY} είναι κοντά στο 1, τότε οι μεταβλητές παρουσιάζουν ισχυρή θετική συσχέτιση. Αν η τιμή του συντελεστή ρ_{XY} είναι κοντά στο -1, τότε οι μεταβλητές παρουσιάζουν ισχυρή αρνητική συσχέτιση. Και τέλος, αν η τιμή του συντελεστή ρ_{XY} είναι κοντά στο μηδέν, τότε οι μεταβλητές ονομάζονται ασυσχέτιστες και δεν παρουσιάζουν καμιά γραμμική συσχέτιση.

Θα πρέπει να τονίσουμε πως ασυσχέτιστες μεταβλητές δεν σημαίνει ανεξάρτητες μεταβλητές. Μηδενική τιμή συντελεστή αυτοσυσχέτισης σημαίνει πως ο βαθμός της γραμμικής σχέσης μεταξύ των μεταβλητών X και Y είναι μηδέν (μπορεί να υπάρχει κάποια άλλη μη γραμμική σχέση που να συνδέει τις μεταβλητές). Οι μεταβλητές X και Y λέγονται *ανεξάρτητες*, αν για κάθε ζεύγος τιμών (x, y) ισχύει:

$$F_{XY}(x, y) = F_X(x)F_Y(y) \quad (1.24)$$

Σε αυτή τη περίπτωση ισχύει επίσης η σχέση:

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y) \quad (1.25)$$

2.1.4 Τυπικές συναρτήσεις κατανομής στην τεχνική υδρολογία

Στην παρούσα ενότητα θα περιγραφούν κάποιες από τις πιο βασικές κατανομές με ευρεία εφαρμογή στην επιστήμη της τεχνικής υδρολογίας. Δεδομένου ότι η επιστήμη της τεχνικής υδρολογίας δανείζεται πλήθος κατανομών από τη στατιστική για τη περιγραφή των υδρολογικών διεργασιών (όπως την κανονική κατανομή, τη λογαριθμική κατανομή, την εκθετική κατανομή, την κατανομή γάμα δυο ή τριών παραμέτρων, την κατανομή Log-Pearson III, την κατανομή ελαχίστων και μεγίστων Gumbel κ.α.), εμείς θα περιοριστούμε στην παρουσίαση μόνο εκείνων, για τις οποίες γίνεται λόγος στα επόμενα κεφάλαια. Αυτές είναι η εκθετική κατανομή, η κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, καθώς και η Poisson κατανομή. Και οι τρεις παραπάνω κατανομές συνδέονται στενά με την Poisson στοχαστική διαδικασία, την οποία και θα μελετήσουμε αναλυτικά στα επόμενα κεφάλαια.

2.1.4.1 Εκθετική κατανομή

Η εκθετική κατανομή είναι μια από τις απλούστερες, αλλά πιο χρήσιμες συνεχείς κατανομές της στατιστικής. Στην τεχνική υδρολογία η εκθετική κατανομή χρησιμοποιείται συχνά για την περιγραφή υδρολογικών μεταβλητών σε μικρή χρονική κλίμακα (ωριαία και ημερήσια χρονική κλίμακα). Για παράδειγμα, τυχαίες μεταβλητές που αντιστοιχούν στα ημερήσια ή ωριαία ύψη βροχής, στις χρονικές αποστάσεις μεταξύ διαδοχικών επεισοδίων βροχής, καθώς και στις διάρκειες των επεισοδίων βροχής, συχνά θεωρούμε ότι ακολουθούν την εκθετική κατανομή.

Λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την εκθετική κατανομή, με παράμετρο κλίμακας λ ($\lambda > 0$) και παράμετρο θέσης c , όταν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X είναι:

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda(x-c)} \quad (1.26)$$

Η καμπύλη της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας, $f_X(x)$, της εκθετικής κατανομής είναι παντού φθίνουσα και έχει σχήμα ανεστραμμένου J . Ενώ η συνάρτηση κατανομής δίνεται από τον τύπο:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda(x-c)} \quad (1.27)$$

για τιμές x της τυχαίας μεταβλητής X στο διάστημα (c, ∞) .

Η μέση τιμή, η διασπορά, καθώς και η διάμεσος των τυχαίων μεταβλητών X , που ακολουθούν την εκθετική κατανομή, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\mu_X = c + \frac{1}{\lambda} \quad (1.28)$$

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{\lambda^2} \quad (1.29)$$

$$x_{0.5} = c - \frac{\ln 0.5}{\lambda} \quad (1.30)$$

Η τρίτη και τέταρτη κεντρική ροπή, καθώς και οι συντελεστές μεταβλητότητας, ασυμμετρίας και κύρτωσης αντίστοιχα, δίνονται από τις σχέσεις:

$$\mu_X^{(3)} = \frac{2}{\lambda^3} \quad (1.31)$$

$$\mu_X^{(4)} = \frac{9}{\lambda^4} \quad (1.32)$$

$$C_{v_X} = \frac{1}{c\lambda + 1} \quad (1.33)$$

$$C_{s_X} = 2 \quad (1.34)$$

$$C_{k_X} = 9 \quad (1.35)$$

Όπως παρατηρούμε, οι συντελεστές ασυμμετρίας (σχ. 2.31) και κύρτωσης (σχ. 2.32) έχουν σταθερές τιμές και είναι ανεξάρτητοι της τιμής που θα λάβει η παράμετρος λ . Αντίθετα, η μέση τιμή, η διάμεσος τιμή και η διασπορά, για σταθερή τιμή της παραμέτρου θέσης c , μεταβάλλονται με αλλαγή της παραμέτρου λ , ως εξής:

$$\lambda_1 < \lambda_2 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mu_{X_1} > \mu_{X_2} \\ x_{0.5}^1 > x_{0.5}^2 \\ \sigma_{X_1}^2 > \sigma_{X_2}^2 \end{array} \right\} \quad (1.36)$$

Για πολύ μεγάλη τιμή της παραμέτρου κλίμακας λ θα ισχύει:

$$\lambda \rightarrow \infty \Leftrightarrow \{\mu_X, x_{0.5}, \sigma_X^2\} \rightarrow 0 \quad (1.37)$$

Η σημαντικότερη και πιο χαρακτηριστική ιδιότητα της εκθετικής κατανομής είναι γνωστή ως «ιδιότητα της απουσίας μνήμης» ή «ιδιότητα της μη γήρανσης». Η ιδιότητα αυτή ισχύει κατά αποκλειστικότητα για την εκθετική κατανομή και εκφράζεται μαθηματικά από την κάτωθι σχέση:

$$P(X > x+t | X > x) = P(X > t), \quad \forall x, t \geq 0 \quad (1.38)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση (2.38), η δεσμευμένη πιθανότητα $P(X > x+t | X > x)$ είναι ανεξάρτητη του x , πράγμα που σημαίνει πως, αν η τυχαία μεταβλητή X αντιστοιχεί στο χρόνο άφιξης ενός γεγονότος, τότε δεν μπορεί να εξαχθεί κανένα συμπέρασμα για το χρόνο άφιξης του γεγονότος αυτού, $x+t$, από τη χρονική καθυστέρηση της εμφάνισής του, x .

Για την απόδειξη της ιδιότητας «απουσίας μνήμης» ορίζεται η συνάρτηση αξιοπιστίας $R_X(x) = P(X > x)$ μιας τυχαίας μεταβλητής X , που ακολουθεί την εκθετική κατανομή, κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$R_X(x) = 1 - F_X(x) = P(X > x) = e^{-\lambda(x-c)} \quad (1.39)$$

Από την σχέση (2.39), για $R_X(x+t) = P(X > x+t)$ και απλούς υπολογισμούς λαμβάνουμε:

$$R_X(x+t) = R_X(x)R_X(t), \quad \forall x, t \geq 0 \quad (1.40)$$

Η εξίσωση (2.40) είναι γνωστή ως «νόμος των εκθετών» και παραπέμπει στον ορισμό της στοχαστικής ανεξαρτησίας δυο γεγονότων, A_i και A_j . Ο «νόμος των εκθετών» παραπέμπει στο τρίτο αξίωμα της θεωρίας πιθανοτήτων, όπως ορίστηκε παραπάνω (σχ. 2.1) και αναφέρεται σε ασυμβίβαστα μεταξύ τους γεγονότα $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Όπως θα δούμε στη συνέχεια, η εκθετική κατανομή συνδέεται άρρηκτα με την στοχαστική ανέλιξη Poisson, η οποία χρησιμοποιείται για την προσομοίωση των χρόνων εμφάνισης βροχερών επεισοδίων.

2.1.4.2 Κατανομή γάμα δύο παραμέτρων

Όπως και η εκθετική, έτσι και η κατανομή γάμα αποτελεί μια από τις πιο χρήσιμες και ευρέως διαδεδομένες κατανομές της τεχνικής υδρολογίας. Το γεγονός ότι είναι θετικά ασύμμετρη και ότι ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής, την καθιστούν συμβατή με πολλές υδρολογικές μεταβλητές, όπως οι μηνιαίες και ετήσιες παροχές ή βροχές.

Λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την διπαραμετρική γάμα κατανομή με παράμετρο κλίμακας λ ($\lambda > 0$) και παράμετρο σχήματος κ ($\kappa > 0$), όταν η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X είναι:

$$f_X(x) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} e^{-\lambda x} \quad (1.41)$$

όπου $\Gamma(\cdot)$ είναι η γνωστή, από τα μαθηματικά, γάμμα συνάρτηση:

$$\Gamma(\kappa) = \int_0^{\infty} y^{\kappa-1} e^{-y} dy \quad (1.42)$$

Το σχήμα και, κατ' επέκταση, οι ιδιότητες της γάμα κατανομής διαφέρουν ανάλογα με την τιμή που λαμβάνει η παράμετρος σχήματος κ . Για παράμετρο σχήματος $\kappa = 1$, η κατανομή γάμα ταυτίζεται με την εκθετική. Για $\kappa > 1$, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής εμφανίζει κωδωνοειδές σχήμα, ενώ για $\kappa < 1$ το σχήμα γίνεται ανεστραμμένο J .

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής, $F_X(x)$, της γάμα κατανομής δεν μπορεί να βρεθεί σε κλειστή μορφή, παρά μόνο όταν η παράμετρος σχήματος κ έχει ακέραια τιμή. Το γεγονός αυτό δημιουργεί δυσκολίες στους υπολογισμούς, και η απλούστερη λύση για μη ακέραιες τιμές της παραμέτρου κ στηρίζεται στην πινακοποίηση των τιμών της τυποποιημένης μεταβλητής $k = (x - \mu_X) / \sigma_X$, όπου μ_X και σ_X η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της X αντίστοιχα.

Η μέση τιμή (σχ. 2.43) και η διασπορά (σχ. 2.44) των τυχαίων μεταβλητών X , που ακολουθούν την εκθετική κατανομή, είναι:

$$\mu_X = \frac{\kappa}{\lambda} \quad (1.43)$$

$$\sigma_X^2 = \frac{\kappa}{\lambda^2} \quad (1.44)$$

Αντίστοιχα, η τρίτη και τέταρτη κεντρική ροπή καθώς και οι συντελεστές μεταβλητότητας, ασυμμετρίας και κύρτωσης δίνονται από τις σχέσεις:

$$\mu_X^{(3)} = \frac{2\kappa}{\lambda^3} \quad (1.45)$$

$$\mu_X^{(4)} = \frac{3\kappa(\kappa+2)}{\lambda^4} \quad (1.46)$$

$$C_{v_x} = \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \quad (1.47)$$

$$C_{s_x} = \frac{2}{\sqrt{\kappa}} = 2C_{v_x} \quad (1.48)$$

$$C_{k_x} = 3 + \frac{6}{\kappa} = 3 + 6C_{v_x}^2 \quad (1.49)$$

Επομένως, η γάμα κατανομή είναι λοξή προς τα δεξιά και λεπτόκυρτη. Καθώς, όμως, αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου σχήματος κ , η κατανομή γίνεται πιο συμμετρική και ο συντελεστής κύρτωσης C_{k_x} πλησιάζει στην τιμή 3, που αντιστοιχεί στην κύρτωση της κανονικής κατανομής. Μπορεί να αποδειχτεί, δε, πως για μεγάλες τιμές της παραμέτρου σχήματος κ (πάνω από 15-30) η κατανομή γάμα πλησιάζει την κανονική κατανομή.

Με την προσθήκη μιας επιπλέον παραμέτρου θέσης, c , στην κατανομή γάμα δυο παραμέτρων, παίρνουμε την κατανομή γάμα τριών παραμέτρων, πιο γνωστή ως κατανομή Pearson τύπου III. Η παράμετρος θέσης c βελτιώνει την προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα μας. Δεδομένου ότι η κατανομή αυτή δεν θα μας απασχολήσει παρακάτω, δεν θα επεκταθούμε περεταίρω.

2.1.4.3 Κατανομή Poisson

Ένα σημαντικό πρότυπο διακριτής κατανομής, με πάρα πολλές πρακτικές εφαρμογές, είναι η Poisson κατανομή. Η Poisson, όπως και η εκθετική αλλά και η γάμα, κατανομή συνδέονται στενά με την Poisson στοχαστική διαδικασία.

Λέμε ότι η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί την Poisson κατανομή με παράμετρο λ ($\lambda > 0$), όταν η συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της X είναι:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} & , x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & , \text{αλλού} \end{cases} \quad (1.50)$$

Η παράμετρος λ συμπίπτει με τη μέση τιμή και τη διασπορά της X :

$$E(X) = \lambda, \quad Var(X) = \lambda \quad (1.51)$$

Η Poisson κατανομή είναι ένα από τα πιο χρήσιμα πιθανοτικά πρότυπα, που περιγράφουν τον αριθμό των εμφανίσεων διαφόρων περιστατικών (π.χ. καταιγίδων) σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα ή σε μια καθορισμένη περιοχή του χώρου.

2.1.5 Πιθανοτική προσέγγιση υδρολογικών διεργασιών

Όπως τονίστηκε εξ αρχής, οι υδρολογικές μεταβλητές εξετάζονται και αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές. Μια ντετερμινιστική προσέγγιση των υδρολογικών διεργασιών είναι εκ φύσεως καταδικασμένη να αποτύχει, δεδομένης της τυχειότητας και της πολυπλοκότητας που παρουσιάζει ο μηχανισμός γένεσης της κατακρήμνισης. Αυτή η τυχειότητα (στοχαστικότητα) της κατακρήμνισης μεταφέρεται και στις άλλες μεταβλητές του υδρολογικού κύκλου, δηλαδή στην απορροή, στην εξάτμιση, στη διήθηση κ.α., εξ αιτίας της συγγένειας αιτίου-αιτιατού που έχουν μεταξύ τους. Κρίνεται, λοιπόν, επιβεβλημένη η χρήση στατιστικών και πιθανοτικών μεθόδων, ώστε να λάβουμε υπόψη μας την τυχαία συνιστώσα των υδρολογικών μεταβλητών κατά τον υδρολογικό σχεδιασμό.

Δεδομένης της χωρικής μεταβολής των υδρολογικών διεργασιών, κρίνεται σκόπιμη η εισαγωγή μιας ακόμα διάστασης, αυτής του χρόνου t . Η προσθήκη του χρόνου t ως μίας επιπλέον διάστασης, γίνεται με μοναδικό σκοπό να περιγράψουμε, να αναλύσουμε και να προβλέψουμε τη δυναμική των υδρολογικών φαινομένων. Από τους διάφορους κλάδους της επιστήμης της Υδρολογίας, μόνο η Στοχαστική και Πιθανολογική Υδρολογία χρησιμοποιεί το χρόνο ως τέταρτη διάσταση, ώστε οι διάφορες υδρολογικές διεργασίες να αντιμετωπίζονται ως δυναμικά και όχι ως στάσιμα φαινόμενα. Στον κλάδο της Πιθανολογικής Υδρολογίας οι διάφορες τιμές των μεταβλητών αναλύονται διατεταγμένες κατά τάξη μεγέθους, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η χρονική τους ακολουθία. Αντίθετα στη Στοχαστική Υδρολογία, οι τιμές των υδρολογικών μεταβλητών μελετώνται διατεταγμένες σε αυστηρή χρονική ακολουθία,

ανεξαρτήτως μεγέθους. Η χρονική ακολουθία των τιμών της μεταβλητής μας επιτρέπει να μελετήσουμε την επίδραση των παλαιότερων γεγονότων πάνω στις τιμές των τωρινών και των μελλοντικών. Από την οπτική γωνία της θεωρίας πιθανοτήτων, οι υδρολογικές διεργασίες αντιμετωπίζονται ως στοχαστικές ανελίξεις. Για παράδειγμα, η βροχόπτωση ή η παροχή ενός ποταμού σε κάποια συγκεκριμένη θέση, κάθε χρονική στιγμή t , μέσα σε συνεχή χρόνο, είναι μια τυχαία μεταβλητή $X(t)$, με την έννοια ότι δεν υπάρχει προσδιοριστική μέθοδος καθορισμού της τιμής της με πλήρη βεβαιότητα.

2.1.5.1 Η έννοια της στοχαστικής ανέλιξης

Στοχαστική ανέλιξη ονομάζεται μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών X_t (ή $X(t)$), όπου t είναι μια παράμετρος που παίρνει τιμές από ένα κατάλληλο δεικτοσύνολο T , και το οποίο συχνότατα παριστάνει χρόνο. Μια υλοποίηση της στοχαστικής ανέλιξης, δηλαδή ένα σύνολο παρατηρήσεων x_t της X_t , διατεταγμένο σε αυστηρή χρονική ακολουθία, καλείται *χρονοσειρά*. Οι υδρολογικές μεταβλητές X_t μπορεί να είναι συνεχείς ή διακριτές, ανάλογα με το πεδίο τιμών τους. Κατ' επέκταση, οι συναρτήσεις κατανομής τους διακρίνονται σε συνεχείς ή κλιμακωτές, ενώ οι στοχαστικές τους ανελίξεις χαρακτηρίζονται ως συνεχείς ή διακριτές, αντιστοίχως.

Στην περίπτωση που το δεικτοσύνολο T αναφέρεται σε συνεχείς μονάδες χρόνου, δηλαδή $T = [0, \infty)$, μιλάμε για *ανέλιξη σε συνεχή χρόνο*. Ενώ αν το δεικτοσύνολο T αντιστοιχεί σε διακριτές μονάδες χρόνου, δηλαδή $T = \{1, 2, \dots\}$, έχουμε μία *ανέλιξη σε διακριτό χρόνο*.

Ως *στάσιμη* καλείται η ανέλιξη, τα στατιστικά χαρακτηριστικά της οποίας δεν μεταβάλλονται με τη πάροδο του χρόνου. Ενώ *στάσιμη με την αυστηρή έννοια* ονομάζεται μια στοχαστική ανέλιξη όταν η συνάρτηση κατανομής της δεν επηρεάζεται από την μετατόπιση στη διάσταση του χρόνου t . Τέλος, *στάσιμη με την ευρεία έννοια* θα ονομάζεται η ανέλιξη, αν η μέση τιμή της είναι σταθερή και η αυτοσυνδιασπορά της εξαρτάται μόνο από τη διαφορά του χρόνου.

Μια ανέλιξη θα ονομάζεται *εργοδική*, όταν κάθε παράμετρος της κατανομής της μπορεί να προσδιοριστεί από μια απλή δειγματοσυνάρτηση της ανέλιξης (οι αναμενόμενες τιμές είναι ίσες με τους χρονικούς μέσους). Πρακτικά, η έννοια της *εργοδικότητας* έχει σχέση με το αν μπορούμε να προσδιορίσουμε την κατανομή μιας στοχαστικής ανέλιξης από μια απλή σειρά παρατηρήσεών της.

2.1.5.2 Δομή και ιδιότητες υδρολογικών χρονοσειρών

Αρχικά, θα πρέπει να τονίσουμε πως το γεγονός ότι μια φυσική διεργασία, όπως η βροχόπτωση ή η παροχή, περιγράφεται από μια στοχαστική ανέλιξη, δεν σημαίνει ότι η πρώτη δεν υπακούει σε κανενός είδους αιτιοκρατία. Μην ξεχνάμε ότι οι περιοδική ετήσια κίνηση της γης γύρω από τον ήλιο, και τα μετεωρολογικά φαινόμενα, που αυτή επισύρει, προκαλούν τις *περιοδικές διακυμάνσεις* που εμφανίζουν τα υδρολογικά μεγέθη μέσα στη διάρκεια ενός έτους. Οι περιοδικές διακυμάνσεις αποτελούν την προσδιοριστική συνιστώσα των διεργασιών. Η στοχαστική ανέλιξη X_t μπορεί να συμπεριλάβει και να περιγράψει μαθηματικά τις περιοδικές αυτές διακυμάνσεις, υπό την προϋπόθεση ότι η ανέλιξη δεν είναι στάσιμη, καθώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά της μεταβάλλονται περιοδικά, ανάλογα με την εποχή του έτους. Εξ αιτίας του ετήσιου αστρικού κύκλου, βασική περιοδικότητα είναι συνήθως η ετήσια και φυσικά και άλλες με πολλαπλάσια συχνότητα π.χ. εποχιακές, μηνιαίες, ημερήσιες, κ.α. (Μιμίκου, 2006).

Ένα ακόμα χαρακτηριστικό των στοχαστικών ανελιξεων, των υδρολογικών μεταβλητών, είναι η συστηματική και συνεχής αλλαγή μιας παραμέτρου για όλο το δείγμα, εκτός φυσικά από τις περιοδικές ή σχεδόν περιοδικές αλλαγές. Το φαινόμενο αυτό καλείται *τάση* της ανελιξης. Τάσεις μπορούν να υπάρχουν σε κάθε παράμετρο της σειράς, π.χ. στη μέση τιμή, στη διασπορά, στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης και σε ανώτερου βαθμού ροπές και παραμέτρους. Συνήθως, όμως, κάνουμε την παραδοχή ότι οι τάσεις υπάρχουν μόνο στους μέσους όρους. Απότομες αλλαγές στα στατιστικά μεγέθη μιας ανελιξης, οι οποίες εν συνεχεία διατηρούνται για μεγάλο χρονικό διάστημα, είναι γνωστές ως *άλματα*. Συχνά οι τάσεις και τα άλματα συγκαταλέγονται στην προσδιοριστική συνιστώσα της ανελιξης. Ωστόσο, οι μηχανισμοί που προκαλούν αυτά τα φαινόμενα δεν είναι γνωστοί, και κατά συνέπεια δεν είναι προβλέψιμος ο τρόπος με τον οποίο θα εξελιχθούν. Από αυτήν την οπτική γωνία, οι τάσεις και τα άλματα θα πρέπει να θεωρούνται ως τυχαίες διακυμάνσεις, παρά ως προσδιοριστικές, οι οποίες, όμως, συντελούνται σε πολύ μεγαλύτερη χρονική κλίμακα (π.χ. δεκαετιών, αιώνων κοκ.) από αυτήν των συνήθων τυχαίων διακυμάνσεων (Κουτσογιάννης, 1996).

Επιπλέον, η στοχαστική ανέλιξη έχει *στοχαστική δομή* ή αλλιώς *μνήμη*, καθώς οι τιμές της για κοντινές χρονικές στιγμές είναι, έντονα, στατιστικά εξαρτημένες. Η *μνήμη* είναι θεμελιώδες χαρακτηριστικό όλων των υδρομετεωρολογικών διεργασιών και οφείλεται στη φυσική επίδραση των προηγούμενων πραγματοποιήσεων των ίδιων ή άλλων διεργασιών, με τις οποίες συνδέονται με σχέσεις αιτίου και αποτελέσματος. Η *μνήμη*, φυσικά, αγνοείται πλήρως ως ιδιότητα, αλλά και ως σημαντική ιστορική πληροφορία, από την κλασσική συμβατική

ανάλυση, όπου γίνεται τοποθέτηση των γεγονότων κατά μέγεθος, και όχι κατά χρονική ακολουθία.

Ο Hurst (1951), στα πλαίσια μελέτης του φράγματος του Ασουάν, αναλύοντας τις χρονοσειρές του ποταμού Νείλου, καθώς και άλλες γεωφυσικές χρονοσειρές μήκους εκατοντάδων ετών, διαπίστωσε την ιδιότητα των υγρών και ξηρών ετών να εμφανίζονται κατά ομάδες, σχηματίζοντας μακρές περιόδους υψηλής και χαμηλής υδροφορίας, αντίστοιχα. Το φαινόμενο αυτό υποδηλώνει τη *μακροπρόθεσμη εμμονή* που παρουσιάζουν οι υδρολογικές χρονοσειρές και έκτοτε είναι γνωστό ως *φαινόμενο Hurst*. Η μακροπρόθεσμη εμμονή των χρονοσειρών που περιγράφουν φυσικές διεργασίες, εμφανίζεται με τη μορφή υψηλών θετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για μεγάλη χρονική υστέρηση, της τάξης των δεκάδων ή εκατοντάδων ετών. Το γεγονός αυτό σχετίζεται με τη τάση που εμφανίζουν διάφορες υδρολογικές μεταβλητές, όπως η παροχή ενός ποταμού, να λαμβάνουν τιμές μακριά από τη μέση τιμή τους για μεγάλα χρονικά διαστήματα (Koutsoyiannis, 2005). Ωστόσο, θα πρέπει να επισημανθεί πως η εμπειρική τεκμηρίωση του φαινομένου της εμμονής μέσω του αυτοσυσχετογράμματος μιας χρονοσειράς είναι εξαιρετικά δύσκολη, δεδομένου ότι απαιτείται δείγμα μετρήσεων εκατοντάδων ετών, ώστε να είναι δυνατή η αμερόληπτη εκτίμηση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μεγάλη χρονική υστέρηση.

Σχετικά με τους μηχανισμούς γέννησης του φαινομένου της μακροπρόθεσμης εμμονής, μπορεί να ειπωθεί πως οφείλει την ύπαρξή του στην ταυτόχρονη εμφάνιση πολλών τυχαίων διαταραχών στα μέσα στατιστικά χαρακτηριστικά των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών, σε διάφορες χρονικές κλίμακες (Koutsoyiannis, 2002, 2003). Η αναπαραγωγή της εμμονής θεωρείται κρίσιμος παράγοντας όσον αφορά τον ορθολογικό σχεδιασμό και τη διαχείριση συστημάτων υδραυλικών έργων (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993). Τόσο η φυσική σημασία του φαινομένου, όσο και η μαθηματική περιγραφή του έχουν αποτελέσει αντικείμενο ιδιαίτερου ερευνητικού ενδιαφέροντος.

Οι ιδιότητες, ή καλύτερα οι ιδιαιτερότητες, των υδρολογικών χρονοσειρών, που παρουσιάσαμε μέχρι τώρα χαρακτηρίζουν, κυρίως, χρονοσειρές μεγάλης χρονικής κλίμακας. Πρακτικά, μια χρονοσειρά βροχομετρικών δεδομένων θεωρείται μεγάλης κλίμακας, όταν το χρονικό βήμα υλοποίησής της, Δt , είναι μεγαλύτερο της μιας μέρας. Ενώ μια χρονοσειρά χαρακτηρίζεται ως μικρής ή λεπτής χρονικής κλίμακας, όταν το χρονικό βήμα υλοποίησής της είναι μικρότερο της μιας μέρας. Από εδώ και στο εξής, στην παρούσα εργασία, ως μικρής κλίμακας θα χαρακτηρίζονται οι ωριαίες και οι ημερήσιες χρονοσειρές.

Στις λεπτές χρονικές κλίμακες οι υδρολογικές διεργασίες, όπως η βροχόπτωση, εμφανίζονται ως διαλείποντα φαινόμενα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση αρκετών μηδενικών τιμών, οι οποίες προκαλούν ένα «κενό» στη δομή της στοχαστικής ανέλιξης. Η διαλείπουσα φύση του φαινομένου της βροχής προσδίδει στις χρονοσειρές μικρής χρονικής κλίμακας ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, τα οποία θα αναλυθούν διεξοδικά στο κεφάλαιο 3.

Μια ακόμα ιδιότητα των υδρολογικών διεργασιών είναι η έντονη ασυμμετρία που παρουσιάζουν οι κατανομές των υδρολογικών μεταβλητών. Η ασυμμετρία οφείλεται, αφενός στο ότι οι υψηλές τιμές των μεταβλητών έχουν μικρή συχνότητα εμφάνισης και αφετέρου στη διαλείπουσα φύση του υπό εξέταση υδρολογικού φαινομένου.

2.1.6 Δειγματικά στατιστικά μεγέθη

Τα στατιστικά μεγέθη, που ορίστηκαν στην ενότητα (2.1.2), είναι θεωρητικά μεγέθη που αναφέρονται στο πληθυσμό μιας τυχαίας μεταβλητής, δηλαδή στο σύνολο όλων των δυνατών εκβάσεων μιας τυχαίας μεταβλητής X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_X(x)$. Στην πράξη όμως, αυτό που είναι γνωστό είναι ένα δείγμα n χρονικά διατεταγμένων παρατηρήσεων της X , δηλαδή μια χρονοσειρά, η οποία συμβολίζεται με (x_1, x_2, \dots, x_n) . Οι ιδιότητες του δείγματος (χρονοσειράς) περιγράφονται πλήρως από ένα σύνολο αριθμητικών δεικτών, οι οποίοι αποτελούν τα *δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά του*. Τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά αποτελούν εκτιμήτριες των στατιστικών παραμέτρων του πληθυσμού μιας τυχαίας μεταβλητής X .

Ορίζουμε ως *στατιστική συνάρτηση* κάθε συνάρτηση των τυχαίων μεταβλητών του δείγματος, που έχει τη μορφή $\Theta = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Από τις παρατηρήσεις του δείγματος μπορούμε να υπολογίσουμε άμεσα την αριθμητική τιμή $\theta = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ της στατιστικής συνάρτησης. Προφανώς η στατιστική συνάρτηση δεν ταυτίζεται με την αριθμητική της τιμή, αφού ως συνάρτηση τυχαίων μεταβλητών είναι και η ίδια τυχαία μεταβλητή, με συγκεκριμένη συνάρτηση κατανομής.

Για κάθε παράμετρο η του πληθυσμού μπορούν να βρεθούν μια ή περισσότερες στατιστικές συναρτήσεις της μορφής $\Theta = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$, κατάλληλες για την εκτίμηση αυτής της παραμέτρου. Η $\Theta = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ονομάζεται *εκτιμήτρια* της παραμέτρου η και η αριθμητική τιμή της $\theta = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ αποτελεί *εκτίμηση* της η .

Η $\Theta = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ θα ονομάζεται *αμερόληπτη εκτιμήτρια* της παραμέτρου η , αν $E[\Theta] = \eta$. Αυτό σημαίνει πως, αν ληφθούν άπειρα δείγματα, για κάθε ένα από τα οποία υπολογίζεται η

τιμή της εκτιμήτριας Θ , τότε η μέση τιμή των θ ταυτίζεται με τη τιμή της παραμέτρου θ_0 του πληθυσμού. Διαφορετικά είναι μεροληπτική εκτιμήτρια και η διαφορά $(E[\Theta] - \eta)$ ονομάζεται μεροληψία.

Η πιο κοινή στατιστική συνάρτηση είναι η δειγματική μέση τιμή, η οποία αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής μέσης τιμής μ_X του πληθυσμού και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1.52)$$

Η δειγματική διασπορά, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής διασποράς σ_X^2 , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$s_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 \quad (1.53)$$

Η δειγματική τυπική απόκλιση s_X υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διασποράς.

Η δειγματική τρίτη κεντρική ροπή αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της τρίτης πραγματικής ροπής $\mu_X^{(3)}$ και δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{\mu}_X^{(3)} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^3 \quad (1.54)$$

Αντίστοιχα, η δειγματική, μη αμερόληπτη, εκτιμήτρια του συντελεστή ασυμμετρίας είναι η:

$$\xi_X = \frac{\hat{\mu}_X^{(3)}}{s_X^3} \quad (1.55)$$

Οι αυτοσυνδιασπορές και ετεροσυνδιασπορές αποτελούν δειγματικά χαρακτηριστικά των από κοινού συναρτήσεων κατανομής και παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην υδρολογία.

Η δειγματική αυτοσυνδιασπορά μιας χρονοσειράς, για χρονική υστέρηση (lag) j , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-j} (x_{t+j} - \mu_X)(x_t - \mu_X) \quad (1.56)$$

Αν διαιρέσουμε τη δειγματική αυτοσυνδιασπορά με τη δειγματική διασπορά θα προκύψει ο αδιάστατος *συντελεστής αυτοσυσχέτισης* για υστέρηση j , που συμβολίζεται με ρ_j και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Η γραφική απεικόνιση των αυτοσυσχετίσεων ρ_j συναρτήσει της υστέρησης j ονομάζεται αυτοσυσχετόγραμμα.

Το πλέον χαρακτηριστικό στοιχείο της ακολουθίας ρ_j είναι ο πρώτος όρος της, δηλαδή ο *συντελεστής αυτοσυσχέτισης* για υστέρηση 1, που υπολογίζεται ως εξής:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (x_{t+1} - \mu_X)(x_t - \mu_X)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} \quad (1.57)$$

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 αποτελεί μέτρο βραχυπρόθεσμης μνήμης μιας υδρολογικής διεργασίας και εκφράζει το πόσο καλά εκτιμάται η τιμή x_{t+1} , αν θεωρηθεί γραμμική συνάρτηση της τιμής x_t . Το τετράγωνο του συντελεστή αυτοσυσχέτισης ισούται με το γνωστό *συντελεστή προσδιορισμού* (r^2) της γραμμικής παλινδρόμησης.

Αντίστοιχα με τον δειγματικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης ορίζεται ο δειγματικός *συντελεστής ετεροσυσχέτισης*, για υστέρηση j δυο χρονοσειρών X και Y . Ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης αποτελεί μέτρο αλληλεξάρτησης δυο υδρολογικών διεργασιών που συνδέονται με σχέση αίτιου-αιτιατού (π.χ. βροχή-απορροή).

Πιο πολύ ενδιαφέρον παρουσιάζει ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης μηδενικής υστέρησης, που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)(y_t - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)^2}} \quad (1.58)$$

2.1.7 Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής

Εφόσον μια χρονοσειρά προέρχεται από μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη, δηλαδή η συνάρτηση κατανομής της παραμένει σταθερή στο χρόνο, έχει νόημα ο προσδιορισμός της μιας και μοναδικής περιθώριας συνάρτησης κατανομής της υπόψη μεταβλητής. Μέσω της

συνάρτησης κατανομής είναι δυνατή η ποσοτικοποίηση της υδρολογικής αβεβαιότητας και η πραγματοποίηση προγνώσεων, καθώς, με βάση τον ορισμό που δόθηκε στην ενότητα (2.1.1), κάθε τιμή της τυχαίας μεταβλητής συνδέεται με μια πιθανότητα υπέρβασης.

Στη βιβλιογραφία διατίθεται ένα πολύ μεγάλο φάσμα μοντέλων κατανομών πιθανοτήτων, όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στην ενότητα (2.1.4). Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από την φύση της στοχαστικής ανέλιξης και τα χαρακτηριστικά της. Ωστόσο, πολλές φορές, υπάρχουν θεωρητικοί λόγοι για τους οποίους μια υδρολογική μεταβλητή αναμένεται να ακολουθεί συγκεκριμένο τύπο κατανομής, ενώ άλλες φορές ο τύπος κατανομής επιλέγεται με βάση την υδρολογική εμπειρία ή ακόμη τα ιδιαίτερα στατιστικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου δείγματος. Συχνά οι ετήσιες υδρολογικές μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή, ως αποτέλεσμα του *κεντρικού οριακού θεωρήματος*, βάσει του οποίου ένα άθροισμα ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών οποιασδήποτε κατανομής είναι επίσης τυχαία μεταβλητή, η οποία προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Αντίθετα, οι μηνιαίες και οι ημερήσιες υδρολογικές μεταβλητές που έχουν έντονη ασυμμετρία, προσεγγίζονται καλύτερα από την κατανομή γάμα (βλέπε ενότητα 2.1.4.2). Τέλος, στην ημερήσια και ωριαία χρονική κλίμακα γίνεται συχνά χρήση της εκθετικής κατανομής για την προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών.

2.2 Στοχαστική προσομοίωση και πρόγνωση

2.2.1 Ορισμός

Ο όρος *στοχαστική προσομοίωση* είναι πολύ γενικός, και αναφέρεται σε υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούν γεννήτριες τυχαίων αριθμών τόσο για την ανάλυση τυχαίων πολύπλοκων συστημάτων, όσο και για την επίλυση δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων, τα οποία δεν έχουν αναλυτική λύση, ενώ η αριθμητική τους επίλυση είναι εξαιρετικά δυσχερής και χρονοβόρα. Στη βιβλιογραφία η στοχαστική προσομοίωση απαντά και ως *μέθοδος Monte Carlo* (Koutsoyiannis, 2005).

Η μελέτη πολύπλοκων συστημάτων που διέπονται από αβεβαιότητες αποτελεί τυπικό πεδίο εφαρμογής της μεθόδου της στοχαστικής προσομοίωσης. Σε ένα πολύπλοκο σύστημα δεν είναι απόλυτα γνωστοί οι μηχανισμοί λειτουργίας του, ούτε και τα δεδομένα εισόδου (στατιστικά ή δυναμικά).

Ένα τέτοιο σύστημα μελετάται για διάφορα σενάρια παραμέτρων ή δεδομένων εισόδου, τα οποία παράγονται με κάποιον συστηματικό τρόπο (π.χ. παράγονται τυχαίες διαταραχές γύρω

από μια μέση τιμή). Με τον τρόπο αυτό καταφέρνουμε να παράγουμε ένα φάσμα δυνατών αποκρίσεων του συστήματος, το οποίο είναι τόσο πιο περιεκτικό σε πληροφορία όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σεναρίων που διερευνάται. Συνεπώς, η στοχαστική προσομοίωση μπορεί να θεωρηθεί και ως ένα «μαθηματικό πείραμα» που εκτελείται στον υπολογιστή (Ripley, 1987, σελ.2).

2.2.2 Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών

Από την πληθώρα των πηγών αβεβαιότητας που διέπει τη λειτουργία ενός συστήματος υδατικών πόρων, σημαντικότερη ασφαλώς είναι η υδρολογική. Αυτή συναρτάται με την αδυναμία πρόβλεψης της εξέλιξης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, η χαοτική συμπεριφορά των οποίων καθιστά ανέφικτη την εξαγωγή ασφαλών προβλέψεων για χρονικό ορίζοντα πέρα των λίγων ημερών. Ωστόσο, η χρονική κλίμακα ημερών είναι απολύτως ανεπαρκής για τη διαχείριση υδροσυστημάτων, δεδομένου ότι η ανάγκη υπερετήσιας ρύθμισης ενός τέτοιου συστήματος προϋποθέτει την προσομοίωση της λειτουργίας του για χρονικό ορίζοντα πολλών ετών.

Η αδυναμία πρόγνωσης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών με χρήση προσδιοριστικών μοντέλων οδήγησε στην εναλλακτική προσέγγισή τους με τη θεωρία των στοχαστικών ανεξίτητων. Στις αρχές της εν λόγω θεωρίας βασίζονται τα *στοχαστικά υδρολογικά μοντέλα*, δηλαδή ένα σύνολο εξισώσεων που περιγράφουν στατιστικά τις συσχετίσεις των υδρολογικών διεργασιών ποσοτικοποιώντας την αβεβαιότητα γύρω από την εξέλιξή τους. Τα μοντέλα αυτά εφαρμόζονται για τη γέννηση *συνθετικών χρονοσειρών*, που είναι συνεπείς με τις ιστορικές, δηλαδή αναπαράγουν τη στατιστική δομή και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων υδρολογικών διεργασιών. Ωστόσο, δεν θα πρέπει να γίνεται η παρανόηση πως οι συνθετικές χρονοσειρές (π.χ. μήκους 100 χρόνων) αποτελούν υδρολογική πρόγνωση, ότι δηλαδή προβλέπει ο μελετητής το μέλλον. Σε μοντέλα στοχαστικής προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων ως είσοδος δεν χρησιμοποιούνται πλέον ιστορικές χρονοσειρές, οι οποίες είναι μοναδικές και περιορισμένου μήκους, αλλά συνθετικές, που προσομοιώνουν τις ήδη παρατηρημένες ιστορικές.

Η χρήση συνθετικών χρονοσειρών, και μάλιστα μεγάλου μήκους, κρίνεται ακόμα πιο αναγκαία στην περίπτωση όπου απαιτείται υιοθέτηση υψηλών τιμών *αξιοπιστίας*, τόσο κατά τη φάση σχεδιασμού, όσο και κατά τη φάση διαχείρισης των συστημάτων υδατικών πόρων. Ως *αξιοπιστία* ενός συστήματος ορίζεται η πιθανότητα επίτευξης μιας συγκεκριμένης

επίδοσης, για καθορισμένο χρονικό διάστημα και κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες (Chow et al., 1988, σελ. 434). Συμπληρωματική της έννοιας της αξιοπιστίας είναι η πιθανότητα αστοχίας. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος υδατικών πόρων είναι δυνατόν να γίνει αναλυτικά με τη προσαρμογή κατάλληλων στατιστικών μοντέλων (π.χ. εκτίμηση της περιόδου επαναφοράς μιας καταιγίδας ή της πιθανότητας υπέρβασης μιας συγκεκριμένης τιμής παροχής). Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό εφόσον αναφερόμαστε σε πολύπλοκα τεχνητά υδροσυστήματα, που διαταράσσουν το φυσικό καθεστώς υδρολογικής λειτουργίας, ρυθμίζοντας την απορροή των λεκανών τόσο χρονικά (αποθήκευση νερού και απόδοσή του μεταγενέστερα), όσο και χωρικά (μεταφορά νερού μεταξύ ταμιευτήρων). Από την άλλη πλευρά, ένα τέτοιο σύστημα απαιτείται να λειτουργεί με εξαιρετικά υψηλή αξιοπιστία, δεδομένου ότι τυχόν αστοχία στην ικανοποίηση της υδρευτικής ζήτησης αναμένεται να έχει δραματικές κοινωνικές και οικονομικές επιπτώσεις. Συνεπώς, η ασφαλής εκτίμηση της αξιοπιστίας του προϋποθέτει την ύπαρξη προσομοιωμένων χρονοσειρών απολήψεων για χρονικό ορίζοντα που υπερβαίνει κατά πολύ το σύνηθες μήκος των ιστορικών δειγμάτων.

2.2.3 Η επίδραση της χρονικής κλίμακας στη μελέτη του φαινομένου της βροχής

Από τα προαναφερθέντα γίνεται σαφές πως η επιτυχία της προσομοίωσης ενός συστήματος υδατικών πόρων βασίζεται, ως ένα μεγάλο βαθμό, στην ικανότητα που έχει το μοντέλο παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών να διατηρεί τα επιθυμητά βασικά στατιστικά μεγέθη της ιστορικής χρονοσειράς. Στην πλειονότητα των περιπτώσεων ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιούνται συνθετικές χρονοσειρές υψών βροχής. Αν ανατρέξουμε στη βιβλιογραφία θα παρατηρήσουμε πως η μαθηματική περιγραφή και μοντελοποίηση του πολύπλοκου φαινομένου της βροχόπτωσης είναι ένα ζήτημα που έχει μελετηθεί εκτενώς.

Ωστόσο, οι μελετητές στην προσπάθειά τους να αναπτύξουν ένα μοντέλο προσομοίωσης καθολικής χρήσης έχουν να αντιμετωπίσουν δυο πολύ σημαντικές δυσκολίες, οι οποίες οφείλονται στην πολύπλοκη στοχαστική δομή της βροχής. Η έντονη μεταβλητότητα που παρουσιάζει η δομή της βροχής από τόπο σε τόπο, αποτελεί σημαντική πηγή δυσκολιών. Όπως χαρακτηριστικά επισημαίνουν οι Waymire και Gupta (1981a, σελ.1262) «η δομή της βροχής σε διαφορετικά μέρη του πλανήτη, ή ακόμα και σε διαφορετικές περιοχές μιας χώρας, εμφανίζει αξιοσημείωτη μεταβλητότητα. Συνεπώς, η ανάπτυξη και εφαρμογή ενός μαθηματικού μοντέλου καθολικής χρήσης, που θα ενσωματώνει όλες τις μεταβλητότητες του φαινομένου της βροχόπτωσης, είναι μια δουλειά χωρίς ελπίδα επιτυχίας».

Επιπλέον δυσκολίες στη μελέτη αυτού του τόσο πολύπλοκου φαινομένου προσθέτει η επίδραση της χρονικής κλίμακας μελέτης, καθώς έχει αποδειχτεί ότι το ίδιο μοντέλο μπορεί να είναι καλή αντιπροσώπευση της πραγματικότητας σε μια χρονική κλίμακα, αλλά φτωχή αντιπροσώπευση σε μια άλλη χρονική κλίμακα. Όπως είναι λογικό άλλο μοντέλο θα χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της βροχόπτωσης σε μεγάλες χρονικές κλίμακες (υπερετήσια, ετήσια, μηνιαία), όπου μελετώνται φαινόμενα όπως η περιοδικότητα, η τάση και η μακροπρόθεσμη εμμονή, και άλλο για μικρές χρονικές κλίμακες (ημερήσια, ωριαία), όπου εξετάζονται ζητήματα, όπως η ακολουθία βροχερών-στεγνών περιόδων (διαλείπον χαρακτήρας της βροχής) ή η συσχέτιση των διαδοχικών υψών βροχής (Κουτσογιάννης, 1988, σελ. 93).

Κατά τη διαδικασία προσομοίωσης ενός υδροσυστήματος, ο μελετητής θα πρέπει να γνωρίζει εξ αρχής την ικανότητα του κάθε μοντέλου να αναπαράγει τα επιθυμητά ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά στην υπό μελέτη χρονική κλίμακα. Συνεπώς, για την αξιολόγηση των υδατικών αποθεμάτων, η χρήση ομοιωμάτων, τα οποία είναι κατάλληλα για την παραγωγή μηνιαίων χρονοσειρών, κρίνεται ικανοποιητική. Αντίθετα, για τη μελέτη πλημμυρικών αιχμών σε αστικές λεκάνες απορροής, απαιτείται η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών στην ωριαία ή μικρότερη χρονική κλίμακα.

Για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών σε μεγάλες χρονικές κλίμακες, έχουν κατά καιρούς διατυπωθεί και εφαρμοστεί διάφορα στοχαστικά μοντέλα, ικανά να αναπαραγάγουν συγκεκριμένα στατιστικά χαρακτηριστικά. Πλήρη παρουσίαση και ανάλυση των μοντέλων αυτών μπορεί να βρει κανείς στο κλασικό βιβλίο *Random Functions and Hydrology* (Bras και Rodriguez-Iturbe, 1985). Χαρακτηριστικά μοντέλα στάσιμων χρονοσειρών είναι τα ομοιώματα αυτοπαλινδρόμησης, τάξης p , $AR(p)$, τα ομοιώματα κυλιόμενων μέσων όρων, τάξης q , $MA(q)$, το σύνθετο ομοίωμα αυτοπαλινδρόμησης τάξης 1 – κινούμενου μέσου 1, $ARMA(1, 1)$. Για μη στάσιμες χρονοσειρές χρησιμοποιούνται συχνά τα μοντέλα $ARIMA(p, d, q)$, που περιέχουν μηχανισμό μονιμοποίησης της σειράς, και τα μοντέλα FGN (fractional gaussian noises), που διατηρούν και την εμμονή μιας χρονοσειράς. Όσον αφορά στην παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών με εμμονή (φαινόμενο Hurst), ο Κουτσογιάννης (2002) έχει προτείνει ένα απλό και άμεσο μοντέλο.

Ωστόσο, τα μοντέλα που μόλις αναφέρθηκαν αδυνατούν να αναπαραγάγουν τη δομική ασυνέχεια που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές υψών βροχής στις μικρές χρονικές κλίμακες. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί επιχειρείται μια εκτενής παρουσίαση της δομής της βροχής σε

λεπτές χρονικές κλίμακες μελέτης και των μοντέλων που έχουν προταθεί για την προσομοίωσή της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

3 ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΑ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ ΚΑΙ ΣΕ ΣΥΝΕΧΗ ΧΡΟΝΟ

3.1 Η δομή της βροχής στην ημερήσια και ωριαία χρονική κλίμακα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η μελέτη και η προσομοίωση της βροχόπτωσης είναι μια πολύ ενδιαφέρουσα, αλλά παράλληλα δύσκολη εργασία, ιδιαίτερα όταν αυτή αναφέρεται σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Στην ωριαία και ημερήσια χρονική κλίμακα μελέτης το φαινόμενο της βροχής εμφανίζεται ως διαλείπον. Η σποραδικής φύσεως εμφάνιση μεμονωμένων ή ομαδοποιημένων μηδενικών και μη μηδενικών τιμών του ύψους βροχής προσδίδει στις χρονοσειρές χαρακτήρα δομικής ασυνέχειας. Η μοντελοποίηση της ασυνέχειας δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί μέσω κλασικών γραμμικών στοχαστικών μοντέλων, όπως αυτά που αναφέρθηκαν στην ενότητα (2.2.3), τα οποία εφαρμόζονται για την παραγωγή δομικά συνεχών χρονοσειρών, όπως είναι οι ετήσιες και οι μηνιαίες. Όπως τονίζουν οι Waymire και Gupta (1981a, σελ.1262) «τα σχετικά γραμμικά, στοχαστικά, μοντέλα δεύτερης τάξεως (AR, ARMA κ.τ.λ.), επικεντρώνονται στην προσομοίωση της δομής αυτοσυνδιασποράς κάποιας στοχαστικής διαδικασίας, αδυνατώντας να συλλάβουν τη συνολική δομή εξάρτησης που η τελευταία παρουσιάζει. Συνεπώς, όσον αφορά στη διαδικασία βροχόπτωσης, χαρακτηριστικά όπως το μέγιστο ύψος βροχής ανά καταιγίδα ή η ακολουθία στεγνών-βροχερών ημερών, δεν γίνεται να διερευνηθούν από μοντέλα δευτέρας τάξης».

Για την μελέτη και προσομοίωση της δομής της βροχής στις λεπτές χρονικές κλίμακες απαιτείται η εισαγωγή ενός συνόλου στοχαστικών μεταβλητών, οι οποίες αγνοούνται εντελώς στις μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες. Εκτός του ύψους βροχής (το οποίο προσομοιώνεται σε «χοντρές» χρονικές κλίμακες) κρίνεται επιτακτική η μελέτη μεταβλητών, όπως είναι η χρονική διάρκεια επεισοδίου βροχής, το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαδοχικών επεισοδίων, η ένταση του βροχερού επεισοδίου, το μέγιστο ύψος βροχής ανά καταιγίδα. Σε ένα δεύτερο στάδιο θα πρέπει να διερευνηθεί ο βαθμός στοχαστικής εξάρτησης, που πιθανόν να υπάρχει μεταξύ των παραπάνω μεταβλητών, καθώς και η στοχαστική εξάρτηση διαδοχικών τιμών των μεταβλητών. Σύμφωνα με τον Κουτσογιάννη

(1988, σελ.101) στις λεπτές χρονικές κλίμακες (ιδιαίτερα στην ωριαία) υπάρχει έντονη εξάρτηση μεταξύ διαδοχικών μεταβλητών και μεγάλη διακύμανση στις τιμές τους. Η έντονη δομή εξάρτησης που παρουσιάζουν οι υδρολογικές μεταβλητές στις λεπτές χρονικές κλίμακες, σε συνδυασμό με τη διαλείπουσα φύση της βροχής, δυσκολεύει ακόμη περισσότερο τη μελέτη του πολύπλοκου φαινομένου της βροχής.

3.1.1 Το επεισόδιο βροχής και η εσωτερική δομή του

Ωστόσο, πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση των μαθηματικών εργαλείων και μοντέλων που μπορούμε να εφαρμόσουμε για να αναπαράγουμε τη δομή της βροχόπτωσης, θα πρέπει να δώσουμε την έννοια, ή καλύτερα, την ερμηνεία του βασικότερου «θεωρητικού» δομικού στοιχείου της βροχής. Το στοιχείο αυτό είναι το *επεισόδιο* ή *γεγονός βροχής* και εισάγεται με σκοπό να οριοθετήσουμε χρονικά μια συγκεκριμένη βροχερή περίοδο. Μέσω του επεισοδίου βροχής μπορούμε να ορίσουμε έννοιες – κλειδιά για τη μελέτη της δομής της βροχής σε συνεχή χρόνο. Έννοιες όπως, «διάρκεια καταιγίδας», «χρόνοι εμφάνισης καταιγίδων», «χρόνος διακοπής βροχόπτωσης», «ένταση βροχής», αποκτούν κατά την μαθηματική προσομοίωση του φαινομένου χαρακτήρα τυχαίων μεταβλητών με συγκεκριμένη στατιστική δομή.

Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Κουτσογιάννης (1988, σελ.102), η εισαγωγή της έννοιας του επεισοδίου βροχής μπορεί να οδηγήσει στην απλοποίηση της μαθηματικής περιγραφής του φαινομένου. Ωστόσο, όπως τονίζεται από τον ίδιο, «δεν υπάρχει μονοσήμαντος ορισμός, ούτε καν ενιαίος τύπος ορισμού». Την ίδια δυσκολία ως προς τη διατύπωση ενός μοναδικού ορισμού του επεισοδίου βροχής, όταν περνάμε από διακριτό σε συνεχή χρόνο μελέτης και η καταιγίδα πλέον δεν είναι στιγμιαία οντότητα, αλλά έχει διάρκεια, επισημαίνουν και οι Waymire και Gupta (1981a, σελ.1263). Η αλήθεια της τελευταίας διαπίστωσης επιβεβαιώνεται από το γεγονός πως ένα επεισόδιο βροχής μπορεί να αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ακολουθία μη μηδενικών, ή υπό προϋποθέσεις, και μηδενικών υψών βροχόπτωσης. Ως προς τον ορισμό του επεισοδίου βροχής καταγράφονται δυο γενικές τάσεις. Η βασική διαφοροποίησή τους έγκειται στην αποδοχή ή απόρριψη της αλληλοεπικάλυψης δυο διαδοχικών επεισοδίων βροχής.

Στη περίπτωση όπου θεωρούμε αδύνατη την αλληλοεπικάλυψη δυο διαδοχικών επεισοδίων βροχής, κάθε επεισόδιο έχει σαφή χρονικά όρια, που μπορούν να διαπιστωθούν σε ένα ιστορικό δείγμα. Αν, επιπλέον, αποκλείσουμε την ύπαρξη στεγνών περιόδων μέσα σε ένα επεισόδιο, τότε το χρονικό σημείο έναρξης κάθε επεισοδίου ταυτίζεται με το χρονικό σημείο

λήξης της στεγνής περιόδου που προηγείται. Δηλαδή σε κάθε μεμονωμένη περίοδο μη μηδενικής βροχόπτωσης αντιστοιχεί ένα επεισόδιο βροχής.

Στην αντίθετη περίπτωση, όπου είναι αποδεκτή η εύρεση μεμονωμένων ή ομαδοποιημένων μηδενικών υψών βροχής σε ένα βροχερό επεισόδιο, ο άμεσος εντοπισμός των επεισοδίων βροχής σε ένα ιστορικό δείγμα είναι αδύνατος. Για να κρίνουμε αν μια περίοδος που εμφανίζει μηδενικά ύψη βροχής, είναι στεγνή περίοδος ή μέρος ενός βροχερού επεισοδίου, εισάγεται η έννοια του *χρόνου διαχωρισμού* (Κουτσογιάννης, 1988, σελ.103). Δυο διαδοχικές χρονικές περιόδους μη μηδενικής βροχόπτωσης θα ανήκουν σε διαφορετικά επεισόδια, αν διαχωρίζονται από μια στεγνή περίοδο μεγαλύτερη ή ίση από μια κρίσιμη χρονική διάρκεια, που την ονομάζουμε *χρόνο διαχωρισμού* (Κουτσογιάννης, 1988, σελ.133). Ο χρόνος διαχωρισμού, σταθερός ή μεταβλητός, ουσιαστικά εκφράζει τη χρονική απόσταση που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαδοχικών ανεξάρτητων επεισοδίων βροχής. Μια τέτοια ερμηνεία φαντάζει ιδιαίτερα ρεαλιστική, αφού όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών επεισοδίων βροχής, τόσο πιο πιθανή είναι η στοχαστική τους ανεξαρτησία. Σύμφωνα με το Κουτσογιάννη (1988, σελ.103), μια τέτοια θεώρηση υπερτερεί τόσο από μαθηματικής άποψης, όσο και από φυσικής ερμηνείας.

Σύμφωνα με μια άλλη προσέγγιση της έννοιας του επεισοδίου βροχής, η αλληλοεπικάλυψη των διαδοχικών επεισοδίων είναι αποδεκτή, και έτσι δεν καθίσταται δυνατή η οριοθέτηση των επεισοδίων σε ένα ιστορικό δείγμα. Σε μια τέτοια περίπτωση δεν έχει νόημα η εισαγωγή της έννοιας του χρόνου διαχωρισμού, όπως ορίστηκε παραπάνω. Την αλληλοεπικάλυψη διαδοχικών βροχερών επεισοδίων επιτρέπουν, σύμφωνα με τη διατύπωση τους, τα μοντέλα σημειακής ανέλιξης, αντιλαμβανόμενα την έννοια του επεισοδίου βροχής ως ενός υποθετικού στιγμιαίου γεγονότος, στο οποίο αντιστοιχεί ένας χρόνος εμφάνισης, μια διάρκεια και ένα ύψος βροχής (Waymire και Gupta, 1981a, σελ.1263). Στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, για τον ορισμό του επεισοδίου βροχής και της διάρκειάς του, εισάγονται οι έννοιες *ενεργός* και *ζωντανή καταιγίδα* (οι δύο αυτές έννοιες θα εξηγηθούν στην ενότητα 3.3.3). Τόσο στα μοντέλα σημειακών ανελίξεων, όσο και στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών το επεισόδιο βροχής αποκτά έναν πιο μαθηματικό, παρά φυσικό χαρακτήρα.

Για τη μοντελοποίηση της βροχής σε συνεχή χρονική κλίμακα, απαιτείται ο προσδιορισμός των συναρτήσεων κατανομής δυο βασικών τυχαίων μεταβλητών, που αντιστοιχούν στη χρονική διάρκεια των επεισοδίων βροχής και τις χρονικές τους αποστάσεις αντίστοιχα. Όσον αφορά στη στοχαστική εξάρτηση των δυο παραπάνω μεταβλητών, ο Κουτσογιάννη (1988,

σελ. 106) επισημαίνει ότι, όπως στις περισσότερες των περιπτώσεων, έτσι και στη περίπτωση των μοντέλων σημειακών ανερίξεων, υιοθετείται στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ της διάρκειας του εκάστοτε επεισοδίου και του προηγούμενου και επόμενου χρόνου διακοπής. Ύπαρξη στοχαστικής ανεξαρτησίας θεωρείται ότι υπάρχει τόσο μεταξύ των διαδοχικών χρόνων εμφάνισης των επεισοδίων, όσο και μεταξύ των διαρκειών διαδοχικών επεισοδίων. Τέλος, η ίδια ανεξαρτησία υιοθετείται και για τις διάρκειες δυο διαδοχικών στεγνών περιόδων.

Για την πλήρη περιγραφή του φαινομένου της βροχής, εκτός από τις χρονικές μεταβλητές που χαρακτηρίζουν ένα επεισόδιο βροχής, απαιτείται η διερεύνηση της εσωτερικής δομής του. Η διερεύνηση αυτή αφορά, αφενός την κατανομή των υψών βροχής που παρατηρούνται κατά τη διάρκεια ενός επεισοδίου και αφετέρου την πιθανή στοχαστική εξάρτηση διαδοχικών τιμών τους. Σε ένα δεύτερο επίπεδο ανάλυσης, θα πρέπει να μελετηθεί η πιθανή στοχαστική εξάρτηση μεταξύ της τυχαίας μεταβλητής που αντιστοιχεί στα ύψη βροχής και της τυχαίας μεταβλητής που αντιστοιχεί στη διάρκεια του επεισοδίου. Πολλές υποθέσεις και εργασίες έχουν γίνει πάνω στο ζήτημα της κατανομής του ύψους βροχής και της εξάρτησής του από τη διάρκεια του επεισοδίου, ωστόσο η λεπτομερής παρουσίαση τους είναι εκτός των στόχων της παρούσας εργασίας. Μια λεπτομερή επισκόπηση των κυριότερων από αυτές μπορεί να βρει κανείς στην εργασία του Κουτσογιάννη (1988, σελ.101-106), όσο και στην εργασία των Waymire και Gupta (1981a, σελ. 1266-1267). Ο Κουτσογιάννης (1988, σελ.101) αναφέρει πως η Shaw προτείνει μια συνάρτηση κατανομής γάμα για την τυχαία μεταβλητή του ημερήσιου ύψους βροχής, ενώ έχουν χρησιμοποιηθεί και η λογαριθμική, καθώς και ο γραμμικός συνδυασμός δυο εκθετικών. Η Shaw (1994, σελ.389), αναλύοντας ημερήσιες χρονοσειρές υψών βροχής από βροχομετρικούς σταθμούς της βορειοδυτικής Ευρώπης, συμπέρανε την ύπαρξη στοχαστικής εξάρτησης μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής που ανήκουν σε βροχερές περιόδους για τους χειμερινούς μήνες, με τις τιμές των συντελεστών αυτοσυσχέτισης να κυμαίνονται στο διάστημα 0,10 έως 0,15. Αντίθετα, τα ύψη βροχής κατά τους θερινούς μήνες βρέθηκαν στοχαστικά ανεξάρτητα.

Για την περίπτωση όπου παρατηρείται στοχαστική εξάρτηση μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής, ο Κουτσογιάννης (1988, σελ.101) αναφέρει τις εργασίες των Rodda et al. (1976), καθώς και των Shaake et al. (1972), στις οποίες χρησιμοποιήθηκε η γραμμική ανέλιξη Μαρκόφ 1^{ης} τάξης για την αναπαραγωγή της δομής αυτοσυσχέτισης.

Αντίθετα, στην περίπτωση που διαδοχικά ύψη βροχής θεωρηθούν στοχαστικά ανεξάρτητα, η χρήση ενός Μαρκοβιανού μοντέλου κρίνεται ακατάλληλη. Όπως θα δούμε στο κεφάλαιο που ακολουθεί, στα περισσότερα μοντέλα σημειακών ανελίξεων δε λαμβάνεται καμία πιθανή επίδραση (εξάρτηση) της διάρκειας του επεισοδίου στην εσωτερική δομή του, πράγμα που σημαίνει στοχαστική ανεξαρτησία τόσο μεταξύ των διαδοχικών υψών βροχής, όσο και μεταξύ της διάρκειας του επεισοδίου βροχής και έντασής (ύψους) του.

Τα μαθηματικά εργαλεία που έχουν χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή και προσομοίωση του φαινομένου της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες, περιλαμβάνουν κυρίως τις αλυσίδες Μαρκόφ, τις εναλλασσόμενες ανανεωτικές ανελίξεις, τις ανελίξεις Poisson και τη γενικότερη κατηγορία των σημειακών ανελίξεων. Η εργασία των Waymire & Gupta (1981a) αναλύει διεξοδικά κάθε ένα από τα παραπάνω εργαλεία, καθώς και την εφαρμογή τους στο τομέα της υδρολογίας. Στις ενότητες που ακολουθούν, επιχειρείται μια πιο εκτενής ανάλυση στα μοντέλα σημειακών ανελίξεων, γύρω από τα οποία έχει επικεντρωθεί η έρευνα της δομής της βροχής.

3.2 Μοντέλα σημειακών ανελίξεων

Οι *σημειακές ανελίξεις* είναι πιθανοτικά πρότυπα, που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της εμφάνισης τυχαίων γεγονότων σε συνεχή χρόνο ή χώρο. Στην επιστήμη της στοχαστικής υδρολογίας τα πιθανοτικά αυτά πρότυπα χρησιμοποιούνται για τη μαθηματική περιγραφή των εμφανίσεων των γεγονότων βροχής σε συνεχή χρόνο. Συνεπώς, όσον αφορά στην τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στο χρόνο έναρξης των επεισοδίων βροχής, η κύρια μεθοδολογία βασίζεται στις αρχές των σημειακών ανελίξεων. Από την τελευταία παρατήρηση εξηγείται ο όρος «μοντέλα σημειακών ανελίξεων». Προκειμένου να περιγραφεί το φαινόμενο στο σύνολό του, είναι απαραίτητη η χρήση δυο ακόμα στοχαστικών ανελίξεων, για την προσομοίωση της διάρκειας του επεισοδίου βροχής και του ύψους βροχής. Προς αποφυγή παρερμηνειών, που ενδεχομένως θα προκαλέσει η εκτεταμένη χρήση του όρου «επεισόδιο βροχής», θα πρέπει να τονίσουμε πως τα μοντέλα σημειακών ανελίξεων για το επεισόδιο βροχής αποφεύγουν τη χρήση κάποιου ορισμού από αυτούς που δόθηκαν νωρίτερα. Αντιλαμβάνονται το επεισόδιο βροχής ως μια στιγμιαία οντότητα, στην οποία αποδίδεται ένας χρόνος εμφάνισης, μια διάρκεια και ένα ύψος βροχής (Waymire και Gupta, 1981a, σελ.1263). Επιπλέον, στην πλειονότητα των μοντέλων σημειακών ανελίξεων, οι τυχαίες μεταβλητές που αντιστοιχούν στο χρόνο εμφάνισης, στη διάρκεια και στο ύψος ενός

επεισοδίου βροχής, θεωρούνται στοχαστικά ανεξάρτητες. Η ύπαρξη στοχαστικής ανεξαρτησίας υιοθετείται και για διαδοχικές τιμές των παραπάνω τυχαίων μεταβλητών.

Στις ενότητες που ακολουθούν, παρατίθενται οι βασικοί μαθηματικοί ορισμοί και οι βασικές ιδιότητες των σημειακών ανελίξεων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η Poisson ανέλιξη, ως μια από τις πιο σημαντικές και ευρέως διαδεδομένες στη μελέτη του φαινομένου της βροχής.

3.2.1 Εισαγωγικές έννοιες για τις σημειακές ανελίξεις

Ως *σημειακή ανέλιξη* (ή *διαδικασία*) ορίζεται ένα σύνολο από τυχαία σημεία t_n στον άξονα του χρόνου, όπου το μέγεθος t_n αντιστοιχεί στο χρόνο έλευσης t του σημείου n σε σχέση με τη χρονική αφετηρία $t_0 = 0$ (Papoulis, 2007, σελ.563).

Το χρονικό διάστημα $\Delta t_{n-1,n} = t_n - t_{n-1}$, που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων (γεγονότων) n και $n-1$ ονομάζεται *χρόνος διαδοχής* (Κουτσογιάννης, 1988, σελ.109). Η ακολουθία των τυχαίων μεταβλητών $\Delta t_1 = t_1, \Delta t_2 = t_2 - t_1, \Delta t_3 = t_3 - t_2, \dots, \Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ ονομάζεται *ανανεωτική* (ή *αναγεννητική*) *ανέλιξη* και περιγράφει πλήρως τη σημειακή ανέλιξη (Papoulis, 2007, σελ.563).

Επιπλέον, σε κάθε σημειακή ανέλιξη μπορούμε να αντιστοιχίσουμε μια στοχαστική *απαριθμητική ανέλιξη* $N(t)$, με $t \geq 0$, διακριτών τιμών, η οποία περιγράφει το πλήθος των γεγονότων που πραγματοποιούνται στο χρονικό διάστημα $(0,t]$. Άμεση συνέπεια του ορισμού της απαριθμητικής ανελίξης είναι η σχέση (Κουτσογιάννης, 1988, σελ. 109):

$$N(t) \geq n \Leftrightarrow T(n) \leq t \quad (3.1)$$

Έχουμε, λοιπόν, πετύχει τη σύνδεση τριών βασικών στατιστικών εννοιών, μιας σημειακής ανελίξης t_n , μιας στοχαστικής απαριθμητικής ανελίξης διακριτών τιμών $N(t)$ και μιας ανανεωτικής ανελίξης των τυχαίων μεταβλητών, Δt_n (Papoulis, 2007, σελ. 563).

Με τον όρο *ένταση* σημειακής ανελίξης εννοούμε το ρυθμό εμφάνισης των γεγονότων, που είναι ίσος με τον αριθμό γεγονότων που εμφανίζονται στη μονάδα του χρόνου, και εκφράζεται από τη σχέση (Κουτσογιάννης, 1988, σελ.109):

$$m(t) = \frac{d}{dt} M(t) \quad (3.2)$$

όπου $M(t) = E[N(t)]$ είναι ο μέσος αριθμός γεγονότων στο διάστημα $(0,t]$.

Ενώ με τον όρο *δείκτης διασποράς* σημειακής ανέλιξης εννοούμε τη συνάρτηση:

$$I(t) = \frac{S(t)}{M(t)} \quad (3.3)$$

όπου $S(t) = \text{Var}[N(t)]$ είναι η διασπορά του πλήθους των γεγονότων στο διάστημα $(0,t]$. Τόσο η ένταση όσο και ο δείκτης διασποράς αποτελούν παραμέτρους της σημειακής ανέλιξης (Κουτσογιάννης, 1988, σελ. 110).

Τέλος, *μόνιμη ανανεωτική* ονομάζεται η σημειακή ανέλιξη, όταν οι χρόνοι διαδοχής Δt_n για $n=2,3,\dots$ είναι στοχαστικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, με ενιαία συνάρτηση κατανομής F , και ο χρόνος πραγματοποίησης του πρώτου επεισοδίου t_1 είναι ανεξάρτητος από τους χρόνους διαδοχής Δt_n και έχει συνάρτηση κατανομής:

$$G(t) = \frac{\int_0^t (1-F(s)) ds}{\int_0^\infty (1-F(s)) ds} \quad (3.4)$$

Περισσότερα θεωρητικά στοιχεία για τις σημειακές ανελίξεις και την εφαρμογή τους στην υδρολογία μπορεί να βρει κανείς στις εργασίες των Waymire και Gupta (1981a,b,c) και Rodriguez-Iturbe et al (1984).

3.2.2 Η ανέλιξη Poisson

Η πιο απλή, αλλά συγχρόνως πιο διαδεδομένη στις εφαρμογές, σημειακή ανέλιξη είναι η *μονοπαραμετρική* (ή *μονοδιάστατη*) *χρονική ανέλιξη Poisson*. Η ανέλιξη Poisson με παράμετρο λ , αποτελεί μια ακολουθία τυχαίων σημείων t_n στο χρόνο, με την ιδιαιτερότητα ότι οι χρόνοι διαδοχής Δt_n είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν την εκθετική συνάρτηση κατανομής με παράμετρο λ και συνεπώς ισχύει η σχέση:

$$F(t) = P[\Delta t \leq t] = 1 - e^{-\lambda t}, \quad \forall t \geq 0 \quad (3.5)$$

Η υιοθέτηση της εκθετική κατανομής για τους χρόνους διαδοχής αποτελεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για το χαρακτηρισμό μιας σημειακής ανέλιξης ως ανέλιξη Poisson. Άμεση συνέπεια της ιδιότητας αυτής είναι ότι η ανέλιξη Poisson είναι *μόνιμη ανανεωτική*, αφού οι χρόνοι διαδοχής Δt_n είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές και η $G(t)$ (σχ. 3.4) έχει πάλι την εκθετική κατανομή με παράμετρο λ (Κουτσογιάννης, 1988, σελ.113).

Η τιμή που θα λάβει η παράμετρος λ επηρεάζει πλήρως τα στατιστικά χαρακτηριστικά της εκθετικής κατανομής και κατ' επέκταση της ανέλιξης Poisson. Μεγάλη τιμή της παραμέτρου λ συνεπάγεται μικρή μέση τιμή και διασπορά της εκθετικής κατανομής, που έχει ως αποτέλεσμα την πύκνωση των σημείων εμφάνισης των γεγονότων και τη μεγαλύτερη ομοιογένεια όσον αφορά στις αποστάσεις μεταξύ των τυχαίων σημείων (βλ. ενότητα 2.1.4.1). Από τις ιδιότητες της εκθετικής κατανομής προκύπτει άμεσα ότι κατά μέσο όρο παρατηρούνται $E[\Delta t] = 1/\lambda$ χρονικές μονάδες μεταξύ των διαδοχικών αφίξεων. Ενώ η ένταση της ανέλιξης Poisson, δηλαδή ο μέσος αριθμός αφίξεων γεγονότων στη μονάδα του χρόνου $E[N(t)]$, ισούται με την παράμετρο λ .

Για την εύρεση του χρόνου άφιξης του τυχαίου σημείου t_n αρκεί να προσθέσουμε τους χρόνους διαδοχής Δt_i , που έχουν προηγηθεί:

$$t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \quad (3.6)$$

Αποδεικνύεται πως ο χρόνος άφιξης t_n μεταξύ n γεγονότων ακολουθεί τη (διπαραμετρική) γάμα κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f_{t_n}(t) = \lambda (\lambda t)^{n-1} \frac{e^{-\lambda t}}{(n-1)!}, \quad t \geq 0 \quad (3.7)$$

Επιπλέον, ο αριθμός γεγονότων x σε ξένα μεταξύ τους χρονικά διαστήματα είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν την Poisson κατανομή με παράμετρο λt , όπου t το μήκος του χρονικού διαστήματος μελέτης με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (3.8)$$

Συνοψίζοντας, οι τρεις βασικές κατανομές που χαρακτηρίζουν τη σημειακή ανέλιξη Poisson είναι:

1. Η κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, για τους χρόνους άφιξης t_n .
2. Η εκθετική κατανομή, με παράμετρο λ , για τους χρόνους διαδοχής Δt_n .
3. Η κατανομή Poisson, με παράμετρο λt , για το συνολικό αριθμό των αφίξεων $N(t)$ στο χρονικό διάστημα $(0, t]$.

Η μαθηματική προσομοίωση της ανέλιξης Poisson γίνεται μέσω της εκθετικής κατανομής, με προσδιορισμό των χρονικών διαστημάτων Δt_n που μεσολαβούν μεταξύ των αφίξεων δύο

διαδοχικών τυχαίων σημείων t_{n-1} και t_n . Η ευκολία αυτής της μεθόδου για την παραγωγή τυχαίων σημείων δικαιολογείται, αφενός από τον μονοπαραμετρικό χαρακτήρα της εκθετικής κατανομής και αφετέρου από την αναλυτική έκφραση της αντίστροφης συνάρτησής της. Έτσι, ο χρόνος άφιξης του τυχαίου σημείου t_n προκύπτει ως άθροισμα των υπολογισθέντων χρονικών διαστημάτων που προηγήθηκαν:

$$t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \quad (3.9)$$

Όπως επισημαίνει ο Κουτσογιάννης (1988, σελ.111), η χρήση της ανέλιξης Poisson για την προσομοίωση των χρόνων άφιξης βροχερών επεισοδίων, παρουσιάζει κάποια αδυναμία, δεδομένου ότι έχει σταθερό δείκτη διασποράς ίσο με 1, ενώ οι ιστορικές χρονοσειρές επεισοδίων βροχής εμφανίζουν δείκτες διασποράς μεγαλύτερους από 1. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως *υπερδιασπορά* ή *συσσώρευση* των επεισοδίων βροχής σε σχέση με την ανέλιξη Poisson.

Όπως πληροφορούμαστε από το Κουτσογιάννη (1988, σελ.113), η ανέλιξη Poisson έχει χρησιμοποιηθεί πολλές φορές για την προσομοίωση των εμφανίσεων της βροχής στη διάσταση του χρόνου και για τη μοντελοποίηση των χρόνων διαδοχής. Πρώτοι οι Todorovic και Venjevich, το 1969, παρατηρούν ότι οι εμφανίσεις των επεισοδίων βροχής μπορούν να περιγραφούν από αυτήν την ανέλιξη.

Ο κύριος λόγος που υιοθετείται η ανέλιξη Poisson για τη μαθηματική προσομοίωση της εμφάνισης βροχερών επεισοδίων, είναι η στοχαστική ανεξαρτησία των χρόνων διαδοχής Δt_n . Οι χρόνοι διαδοχής ακολουθούν την εκθετική συνάρτηση κατανομής, η οποία χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα «απουσίας μνήμης» (βλ. ενότητα 2.1.4.1). Η ιδιότητα απουσίας μνήμης, όσον αφορά στους χρόνους εμφάνισης επεισοδίων βροχής, ερμηνεύεται ως εξής: αν υποθεθεί πως σε κάποιο μέρος δεν έχει εκδηλωθεί κανένα επεισόδιο βροχής για χρονικό διάστημα x ημερών, τότε η πιθανότητα να συνεχιστεί η ανομβρία για ένα επιπλέον διάστημα y θεωρείται ανεξάρτητη του γεγονότος, να μην έχει παρατηρηθεί καμία κατακρήμνιση για το καταγεγραμμένο διάστημα των πρώτων x ημερών. Με τέτοια προσέγγιση του χρόνου εμφάνισης βροχερών επεισοδίων φαντάζει ιδιαίτερα ρεαλιστική.

3.2.3 Μοντέλα ανέλιξης Poisson

Στην παρούσα ενότητα επιχειρείται μια εισαγωγή στα μοντέλα σημειακών ανελίξεων, όπως αυτά παρουσιάζονται και αναλύονται στην εργασία των Rodriguez-Iturbe et al. (1984). Τα μοντέλα αυτά είναι τα εξής:

- το Μοντέλο Λευκού Θορύβου Poisson
- το Μαρκοβιανό Μοντέλο Ορθογωνικών Παλμών
- το Μοντέλο Λευκού Θορύβου Neyman - Scott

Κάθε ένα από τα παραπάνω μοντέλα ενσωματώνει και τελικά αναπαράγει μια δομή αυτοσυσχέτισης για την ανέλιξη έντασης της βροχής, θεωρούμενη σε συνεχή χρόνο, διαφορετική από τα άλλα δυο. Το εύρος των δομών εξάρτησης (από τη πλήρη ανεξαρτησία και τη Μαρκοβιανή δομή έως και τη μη Μαρκοβιανή δομή ομαδοποιημένων επεισοδίων) που καλύπτουν τα τρία προαναφερόμενα μοντέλα, μας επιτρέπει να μελετήσουμε και να συγκρίνουμε την ικανότητα τους να αναπαράγουν τη δομή της βροχής σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες (Rodriguez-Iturbe et al., 1984, σελ.1612).

Εισηγητές των μοντέλων αυτών είναι οι Waymire και Gupta (1981a) και οι Cordova και Gras (1979). Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984), κάνοντας γενικευμένη χρήση της εκθετικής κατανομής, προσπάθησαν να προσομοιώνουν και να αναπαράγουν τη δομή της βροχής στην ημερήσια και ωριαία χρονική κλίμακα. Βασιζόμενοι σε ημερήσια και ωριαία βροχομετρικά δεδομένα δυο σταθμών (Denver, Colorado και Agua Fria, Venezuela) απέδειξαν την έντονη επίδραση της χρονικής κλίμακας των ιστορικών δεδομένων στις τιμές των παραμέτρων των τριών αυτών θεωρητικών μοντέλων. Στην εργασία τους (1984) σχολιάζουν, επίσης, το βαθμό πολυπλοκότητας του κάθε μοντέλου (αριθμό παραμέτρων) συναρτήσει της ικανότητάς του να αναπαράγει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής.

Στα μοντέλα σημειακών ανελίξεων, οι πραγματικές μετρήσιμες κατακρημνίσεις (ύψη βροχής) προσομοιώνονται μέσω παλμών είτε σημειακών, είτε ορθογωνικών. Οι σημειακοί παλμοί έχουν μηδενική θεωρητική διάρκεια και συνεπώς το μέγεθος της έντασης δεν υφίσταται (θεωρητικά τείνει στο άπειρο). Ουσιαστικά για τη περιγραφή τους απαιτείται μια τυχαία μεταβλητή, και άρα μια συνάρτηση κατανομής που αντιστοιχεί σε ένα ακαριαίο – σημειακό ύψος βροχής. Κατά συνέπεια το θεωρητικό μέγεθος «ένταση» της βροχόπτωσης $\zeta(t)$ προκύπτει από την εξίσωση:

$$\xi(t)dt = U(t)dN(t) \quad (3.10)$$

όπου $U(t)$ το μέγεθος του σημειακού παλμού (ύψος) και $dN(t)$ μια μεταβλητή με τιμή 1, εάν ο παλμός βρίσκεται στο διάστημα $(t, t+dt)$, αλλιώς 0 (Rodriguez-Iturbe et al., 1984, σελ. 1612).

Αντίθετα, για την περιγραφή των ορθογωνικών παλμών απαιτούνται δύο τυχαίες μεταβλητές, και άρα ισάριθμες συναρτήσεις κατανομής: μία για την ένταση του παλμού και μία για τη διάρκειά του. Θα πρέπει να τονίσουμε πως το μέγεθος έντασης ή ύψους του ορθογωνικού παλμού είναι ένα θεωρητικό μέγεθος, ουδέποτε μετρήσιμο στην πραγματικότητα, αφού αντιστοιχεί στην ένταση και όχι στο ύψος της βροχόπτωσης.

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε πως η χρήση σημειακών παλμών υπερέχει της χρήσης ορθογωνικών ως προς τον αριθμό ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών, που εισάγονται στο μοντέλο προσομοίωσης. Σε κάθε περίπτωση, ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου εξαρτάται από τη συνάρτηση κατανομής που υιοθετείται για την κάθε τυχαία μεταβλητή. Έτσι, αν υποθέσουμε πως οι τυχαίες μεταβλητές που περιγράφουν τους παλμούς ακολουθούν εκθετική συνάρτηση κατανομής, τότε κάθε μεταβλητή εισάγει μία και μοναδική παράμετρο: την παράμετρο λ της εκθετικής κατανομής. Στην περίπτωση σημειακών παλμών εισάγεται μία παράμετρος, δηλαδή η παράμετρος της εκθετικής συνάρτησης κατανομής των παλμικών υψών. Αναλόγως, στην περίπτωση ορθογωνικών παλμών εισάγονται δύο παράμετροι εκθετικής κατανομής, μία για τη διάρκεια και μία για την ένταση του παλμού.

Για την τοποθέτηση των παλμών, είτε σημειακών, είτε ορθογωνικών, στον ορίζοντα του χρόνου απαιτείται η χρήση μιας σημειακής στοχαστικής ανέλιξης. Η ανέλιξη που χρησιμοποιείται είναι η ανέλιξη Poisson, για τους λόγους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα (3.2.2). Έτσι, στο συνολικό μαθηματικό μοντέλο προστίθεται μία ακόμα παράμετρος, που σχετίζεται με τους χρόνους άφιξης t_n των παλμών (βροχερών επεισοδίων).

Τέλος, όσον αφορά στις τυχαίες μεταβλητές της διάρκειας και έντασης των παλμών, η χρήση της εκθετικής κατανομής στηρίζεται κυρίως στην απλότητά της, λόγω του μονοπαραμετρικού της χαρακτήρα. Έτσι ο αριθμός των ανεξάρτητων άγνωστων παραμέτρων του μοντέλου περιορίζεται στον ελάχιστο δυνατό, αφού σε κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί μόνο μία παράμετρος. Επιπλέον, η απλή, αναλυτική έκφραση που εμφανίζει η αντίστροφη συνάρτηση της εκθετικής κατανομής, μας επιτρέπει την άμεση παραγωγή εκθετικών τυχαίων μεταβλητών.

3.2.3.1 Μοντέλο λευκού θορύβου Poisson

Το απλούστερο από τα τρία μοντέλα Poisson είναι το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson, λόγω της μαθηματικής του διατύπωσης και του αριθμού των παραμέτρων που εισάγονται για τη περιγραφή του. Τα επεισόδια βροχής θεωρούνται στιγμιαία και συνεπώς προσομοιώνονται μέσω σημειακών παλμών. Η κύρια ανέλιξη που προσομοιώνει τις αφίξεις των παλμών είναι η ομογενής ανέλιξη Poisson, με παράμετρο λ . Σε κάθε σημειακό παλμό - επεισόδιο n αντιστοιχεί ένα ύψος βροχής $U(n)$. Όλα τα $U(n)$ είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κοινή κατανομή, την εκθετική, με παράμετρο μ . Η ανέλιξη του ύψους βροχής είναι ανεξάρτητη από τη σημειακή ανέλιξη Poisson αφίξης των παλμών. Η υπόθεση στοχαστικής ανεξαρτησίας μεταξύ των δύο προαναφερθέντων μεταβλητών και η υιοθέτηση της εκθετικής ως συνάρτησης κατανομής τους, μειώνουν τον αριθμό των ανεξάρτητων αγνώστων παραμέτρων του μοντέλου σε δύο, ο οποίος είναι και ο ελάχιστος δυνατός.

Για την εύρεση των δυο παραμέτρων του μοντέλου, απαιτείται η σύνδεση των παραμέτρων αυτών με τα στατιστικά μεγέθη των ιστορικών χρονοσειρών. Η σύνδεση αυτή γίνεται μέσω των αναλυτικών εξισώσεων του μοντέλου (Rodriguez-Iturbe et al., 1984, σελ. 1612). Απώτερος στόχος είναι η κατάστρωση ενός ορισμένου μαθηματικού συστήματος ισάριθμων με τις παραμέτρους εξισώσεων. Στη περίπτωση του δυο-παραμετρικού μοντέλου λευκού θορύβου Poisson απαιτείται η χρήση δύο εξισώσεων και συνεπώς αρκεί η συσχέτιση των δύο αγνώστων παραμέτρων με τη μέση τιμή και τη διασπορά των βροχομετρικών δεδομένων. Άλλωστε, από τη φύση του, το μοντέλο προϋποθέτει πλήρη ανεξαρτησία μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής, Y :

$$\text{Cov}[Y_i, Y_j] = 0, \quad i \neq j \quad (3.11)$$

Η παραδοχή πλήρους ανεξαρτησίας μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής καθιστά το μοντέλο ακατάλληλο για τη προσομοίωση βροχομετρικών χρονοσειρών με μη μηδενική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

3.2.3.2 Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών

Όπως στο μοντέλο λευκού θορύβου Poisson, έτσι και στο Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών, η ανέλιξη που περιγράφει τους χρόνους εμφάνισης βροχερών επεισοδίων t_n είναι η ανέλιξη Poisson με παράμετρο λ . Ωστόσο, στο Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών τα επεισόδια βροχής έχουν διάρκεια, και άρα προσομοιώνονται μέσω ορθογωνικών παλμών.

Έτσι σε κάθε επεισόδιο n αντιστοιχεί μία διάρκεια βροχής, d_n , και μία ομοιόμορφη ένταση βροχής, i_n . Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984, σελ.1613) υποθέτουν πως οι διάρκειες d_n είναι τυχαίες μεταβλητές στοχαστικά ανεξάρτητες, με κοινή συνάρτηση κατανομής την εκθετική, παραμέτρου η . Ομοίως και οι εντάσεις i_n είναι στοχαστικά ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κοινή εκθετική συνάρτηση κατανομής, παραμέτρου μ . Έτσι, η μέση ένταση και η μέση διάρκεια των επεισοδίων βροχής είναι $E[d_n] = 1/\eta$ και $E[i_n] = 1/\mu$ αντίστοιχα. Υποθέτουν, ακόμα, πως οι διάρκειες είναι στοχαστικά ανεξάρτητες από τις εντάσεις. Βάσει των παραπάνω υποθέσεων, αποδεικνύεται πως στο μοντέλο αυτό η ανέλιξη έντασης βροχής $\xi(t)$, θεωρούμενη σε συνεχή χρόνο, ακολουθεί Μαρκοβιανή δομή αυτοσυσχέτισης, δηλαδή (Rodriguez-Iturbe et al., 1984, σελ. 1614):

$$\text{Corr}[\xi(t_1), \xi(t_2)] = R(\tau) = e^{-\eta\tau}, \quad \tau = t_2 - t_1 \geq 0 \quad (3.12)$$

Στο Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών επιτρέπεται η αλληλοεπικάλυψη διαδοχικών παλμών - επεισοδίων. Συνεπώς η συνολική ένταση, κάποια δεδομένη στιγμή t , θα δίνεται από το άθροισμα των εντάσεων των παλμών, που είναι ενεργοί τη αυτή στιγμή t . Ενώ, για να λάβουμε μια διακριτή χρονοσειρά υψών βροχής, Y_i , απαιτείται η χρονική ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών σε διακριτά, σταθερά χρονικά διαστήματα T :

$$Y_i = \int_{(i-1)T}^{iT} \xi(s) ds, \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.13)$$

Η εκτεταμένη χρήση της εκθετικής κατανομής και η στοχαστική ανεξαρτησία μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, οδηγεί σε μείωση των ανεξάρτητων παραμέτρων του μοντέλου στον ελάχιστο δυνατό αριθμό. Οι τρεις ανεξάρτητες άγνωστες παράμετροι του μοντέλου (λ , μ , η) συνδέονται με τα διαθέσιμα στατιστικά μεγέθη των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων: τη μέση τιμή, τη διασπορά και το συντελεστή αυτοσυσχέτισης (1^{ης} τάξης συνήθως). Το σχετικό μαθηματικό μοντέλο, όπως παρουσιάζεται από τους Rodriguez-Iturbe et al. (1984, σελ.1614), αποτελείται από τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις, που συνιστούν ένα ορισμένο σύστημα, από την επίλυση του οποίου προκύπτουν οι τιμές των τριών παραμέτρων.

3.2.3.3 Μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott

Το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott στηρίζεται στην ανέλιξη Neyman - Scott, η οποία χρησιμοποιείται για την περιγραφή γεγονότων που έχουν τη τάση να συμβαίνουν σε ομάδες ή σωρούς. Έτσι και οι παλμοί - γεγονότα βροχής ομαδοποιούνται και σχηματίζουν συστάδες παλμών. Όπως και στα δυο άλλα μοντέλα ανέλιξης Poisson, έτσι και στο μοντέλο

λευκού θορύβου Neyman - Scott η ανέλιξη Poisson με παράμετρο λ , υιοθετείται για την περιγραφή των χρόνων άφιξης των συστάδων. Οι εντάσεις (ύψη) των σημειακών παλμών είναι στοχαστικά ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με κοινή συνάρτηση κατανομής, την εκθετική, με παράμετρο μ . Επιπλέον, τα ύψη βροχής είναι στοχαστικά ανεξάρτητα από οποιαδήποτε χρονική μεταβλητή του μοντέλου. Ωστόσο, η ομαδοποίηση των παλμών μας αναγκάζει να εισάγουμε στο μοντέλο δύο ακόμα τυχαίες μεταβλητές με τις αντίστοιχες συναρτήσεις κατανομής τους. Η μία αντιστοιχεί στον αριθμό σημειακών παλμών ανά ομάδα και η άλλη στα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν μεταξύ διαδοχικών παλμών της ίδιας ομάδας.

Για την ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, που αντιστοιχεί στα χρονικά διαστήματα μεταξύ διαδοχικών παλμών, υιοθετείται η εκθετική κατανομή με παράμετρο β . Ενώ η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στον αριθμό παλμών ανά καταιγίδα, θεωρούμε ότι είναι η κατανομή Poisson με παράμετρο N . Στην περίπτωση στοχαστικής ανεξαρτησίας των δυο μεταβλητών που μόλις αναφέρθηκαν, ενδέχεται κάποιοι από τους σημειακούς παλμούς μιας ομάδας να υπεισέλθουν στο χρονικό ορίζοντα της επόμενης ομάδας. Αποδεικνύεται, δε, ότι στο μοντέλο αυτό η ανέλιξη έντασης βροχής σε συνεχή χρόνο δεν έχει Μαρκοβιανή δομή.

Οι παραπάνω υποθέσεις και παραδοχές διαμορφώνουν τον αριθμό των ανεξάρτητων αγνώστων παραμέτρων του μοντέλου σε τέσσερις (λ, μ, β, N). Η εύρεση των τεσσάρων αυτών αγνώστων παραμέτρων γίνεται μέσω των αναλυτικών εξισώσεων του μοντέλου (Rodríguez-Iturbe et al., 1984, σελ.1616), οι οποίες συνδέουν τα ιστορικά στατιστικά μεγέθη με τις παραμέτρους. Όπως και στα άλλα δυο μοντέλα σημειακών ανελιξέων, έτσι και στο μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott, οι αναλυτικές εξισώσεις είναι τρεις και δίνουν τη θεωρητική μέση τιμή, τη διασπορά και το συντελεστή αυτοσυσχέτισης για μια δεδομένη υστέρηση και χρονική κλίμακα. Δεδομένου ότι το πλήθος των αγνώστων μεταβλητών είναι μεγαλύτερο από αυτό των εξισώσεων, το σύστημα παρουσιάζει αοριστία, με βαθμό ελευθερίας 1, για δεδομένη υστέρηση k και κλίμακα συνάθροισης h . Για να αποκτήσει το αόριστο σύστημα χαρακτήρα ορισμένου, απαιτείται η προσθήκη μιας τέταρτης εξίσωσης που θα αναφέρεται είτε σε κάποιο στατιστικό μέγεθος άλλης χρονικής κλίμακας, είτε σε κάποιο συντελεστή αυτοσυσχέτισης μεγαλύτερης υστέρησης. Γενικώς, για την επίλυση αυτού του προβλήματος μπορούν να ακολουθηθούν διάφορες τακτικές. Οι Rodríguez-Iturbe et al. (1984, σελ.1616) ακολούθησαν την τακτική δοκιμής και σφάλματος. Έδιναν διαφορετικές τιμές

στην ανεξάρτητη μεταβλητή β και, λύνοντας το ορισμένο σύστημα 3×3 , έβρισκαν τις τιμές των τριών εναπομεινασών παραμέτρων.

Στην επόμενη ενότητα παρατίθενται τα συμπεράσματα, στα οποία κατέληξαν οι Rodriguez-Iturbe et al. από την εφαρμογή των τριών παραπάνω μοντέλων στις ιστορικές χρονοσειρές του Denver και του Agua Fria.

3.2.3.4 Συμπεράσματα από την εφαρμογή των σημειακών μοντέλων

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1984), βασιζόμενοι στα ωριαία βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού του Denver και στα ημερήσια του σταθμού της Agua Fria, μελέτησαν και συνέκριναν την δυνατότητα του κάθε μοντέλου να διατηρεί συγκεκριμένα στατιστικά χαρακτηριστικά στην ωριαία και ημερήσια χρονική κλίμακα, για ένα αμετάβλητο σύνολο παραμέτρων. Θα πρέπει να επισημάνουμε, δε, πως, για να καταλήξουν σε κάποιο αντικειμενικό αποτέλεσμα, τα βροχομετρικά δεδομένα που χρησιμοποίησαν προέρχονται από υδρολογικά ομογενείς περιόδους. Κατέληξαν, λοιπόν, στα παρακάτω πολύ σημαντικά συμπεράσματα:

1. Τόσο το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson, όσο και το Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών, διατηρούν τη μέση τιμή και διασπορά των ιστορικών ωριαίων και ημερησίων χρονοσειρών. Το ίδιο επιτυγχάνει και το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman-Scott.
2. Όσον αφορά στη διατήρηση της δομής αυτοσυσχέτισης, το μοντέλο λευκού θορύβου Poisson αποτυγχάνει πλήρως, δεδομένου ότι τόσο στην ωριαία, όσο και στην ημερησία κλίμακα τα ιστορικά δεδομένα του Denver και της Agua Fria εμφανίζουν μη μηδενική δομή αυτοσυσχέτισης. Συνεπώς, το μοντέλο αυτό, το οποίο και υποθέτει μηδενική αυτοσυσχέτιση μεταξύ διαδοχικών υψών βροχής, κρίνεται ακατάλληλο για προσομοίωση χρονοσειρών με συντελεστές αυτοσυσχέτισης διάφορους του μηδενός. Το Μαρκοβιανό μοντέλο ορθογωνικών παλμών προσομοιώνει ικανοποιητικά τη δομή αυτοσυσχέτισης των ημερησίων χρονοσειρών, αλλά αποτυγχάνει πλήρως στην αναπαραγωγή της δομής αυτοσυσχέτισης στην ωριαία κλίμακα. Τέλος, το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott αναπαράγει με επιτυχία τη δομή αυτοσυσχέτισης των ιστορικών χρονοσειρών και στις δύο χρονικές κλίμακες μελέτης.
3. Ωστόσο, το μεγάλο μειονέκτημα και των τριών μοντέλων σημειακών ανελίξεων είναι η αδυναμία τους να αναπαράγουν τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά των δυο

χρονικών κλιμάκων για ένα και μοναδικό σύνολο παραμέτρων. Αυτό αποδεικνύει την έντονη εξάρτηση των τιμών των παραμέτρων και των τριών υπό εξέταση μοντέλων από τη χρονική κλίμακα των ιστορικών δεδομένων. Έτσι διαφορετικές παράμετροι αντιστοιχούν σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες. Πάντως η διαφοροποίηση των παραμέτρων είναι μειωμένη στην περίπτωση του μοντέλου λευκού θορύβου Neyman - Scott. Υπ' αυτήν την έννοια το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott θεωρείται περισσότερο επιτυχές σε σχέση με τα άλλα δύο. Αν οι παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου καταφέρουν να ανεξαρτητοποιηθούν από την εκάστοτε χρονική κλίμακα των ιστορικών δεδομένων, τότε οι παράμετροι αυτές θα μπορούν να εκφράζουν αμφιμονοσήμαντα συγκεκριμένο τόπο και υδρολογική περίοδο. Θα αποτελούν, δηλαδή, τη «ταυτότητα» του εκάστοτε βροχομετρικού σταθμού.

3.3 Μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών

Η επιτυχία του μοντέλου λευκού θορύβου Neyman - Scott να προσομοιώνει, σχετικά ικανοποιητικά, τη δομή της βροχής και να αναπαράγει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών χρονοσειρών σε διάφορες χρονικές κλίμακες, οδήγησε τους Rodriguez-Iturbe et al. (1987a) στη διατύπωση δύο μοντέλων, όπου οι παλμοί εμφανίζονται ομαδοποιημένοι σχηματίζοντας συστάδες ή σωρούς. Έτσι, με χρήση πλέον ορθογωνικών παλμών, αντί σημειακών, το μοντέλο λευκού θορύβου Neyman - Scott μετεξελίσσεται στο μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman - Scott (NSRPM). Αντίστοιχα, αν εφαρμοστεί η ίδια διαδικασία ομαδοποίησης για τους ορθογωνικούς παλμούς του Μαρκοβιανού μοντέλου, λαμβάνουμε το μοντέλο Bartlett - Lewis (BLRPM).

Και για τα δύο νέα μοντέλα οι Rodriguez-Iturbe et al. παρέχουν ένα πλήρες μαθηματικό μοντέλο εξισώσεων, οι οποίες συνδέουν τις παραμέτρους του μοντέλου με τα βασικά ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά της εκάστοτε χρονικής κλίμακας συνάθροισης. Η βασική διαφοροποίηση των δύο μοντέλων, NSRPM και BLRPM, έγκειται στον τρόπο που κατανέμονται οι παλμοί στη διάσταση του χρόνου. Στο NSRPM ως σημείο αναφοράς για το χρόνο εμφάνισης κάθε παλμού λαμβάνεται ο χρόνος έναρξης της καταιγίδας στην οποία ανήκει ο παλμός. Ενώ στο μοντέλο Bartlett - Lewis ως σημείο αναφοράς για τη χρονική αφετηρία κάθε παλμού λαμβάνεται το σημείο έναρξης του προηγούμενου παλμού. Όπως γίνεται φανερό από τα παραπάνω, τα δυο μοντέλα επιτρέπουν τόσο τις αλληλοεπικαλύψεις μεταξύ διαδοχικών παλμών, όσο και τις αλληλοεπικαλύψεις μεταξύ διαδοχικών επεισοδίων

(καταιγίδων). Άλλωστε, όπως έχουμε ήδη τονίσει, στα μοντέλα σημειακών ανερίξεων η έννοια του επεισοδίου βροχής αποκτά ένα περισσότερο μαθηματικό παρά φυσικό χαρακτήρα.

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a, σελ. 276), χρησιμοποιώντας τα ωριαία βροχομετρικά δεδομένα του Denver, συνέκριναν τα δυο μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών (NSRPM και BLRPM) με ένα απλό μοντέλο ορθογωνικών παλμών Poisson (με εκθετική αλλά και με Pareto κατανομή για την τυχαία μεταβλητή που αντιστοιχεί στις διάρκειες των παλμών), ως προς την ικανότητά τους να διατηρήσουν τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά από την ωριαία έως την ημερήσια χρονική κλίμακα για ένα μοναδικό σύνολο παραμέτρων. Συγκεκριμένα, εξέτασαν τη μέση τιμή, τη διασπορά, την ασυμμετρία, τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1^{ης}, 2^{ης} και 3^{ης} τάξης, καθώς και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης για κλίμακες συνάθροισης 1, 6, 12 και 24 ωρών. Σε κάθε περίπτωση αποδείχτηκε ξεκάθαρα η αδυναμία του απλού μοντέλου ορθογωνικών παλμών να αποδώσει πιστά τα ιστορικά στατιστικά χαρακτηριστικά σε όλες τις κλίμακες συνάθροισης για ένα μοναδικό σύνολο τιμών των παραμέτρων. Ιδιαίτερη αδυναμία έδειξε στη διατήρηση της δομής αυτοσυσχέτισης των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων. Τα δύο μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, NSRPM και BLRPM, αποδείχτηκαν ικανά να διατηρήσουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά όλων των κλιμάκων συνάθροισης (από την ωριαία μέχρι την ημερήσια) για ένα και μοναδικό σύνολο τιμών των παραμέτρων. Έτσι και τα δύο μοντέλα φαίνονται, εκ πρώτης όψεως, το ίδιο αποτελεσματικά. Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a, σελ. 277) επισημαίνουν πως η επιλογή ενός εκ των δυο μοντέλων ως πιο κατάλληλου, είναι μάλλον δύσκολο να στηριχθεί στα ιστορικά δεδομένα. Ωστόσο, οι μελετητές θεωρούν το μοντέλο Bartlett-Lewis καταλληλότερο, λόγω της μεγαλύτερης ευκολίας που παρουσιάζει ως προς τη μαθηματική του επεξεργασία.

Ακολουθεί μια ενδελεχής ανάλυση των δύο μοντέλων, NSRPM και BLRPM, καθώς και οι τροποποιημένες εκδόσεις τους, που έχουν προκύψει με σκοπό την ακόμα καλύτερη και πιστότερη μοντελοποίηση της δομής του φαινομένου της βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες.

3.3.1 Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman - Scott (NSRPM)

Τα βασικά χαρακτηριστικά του NSRPM, όπως αυτά διατυπώθηκαν από τους Rodriguez-Iturbe et al. (1987a, σελ. 278), είναι τα εξής:

1. Μια αρχική ανέλιξη Poisson, με παράμετρο λ , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων (γεγονότων).
2. Ένας τυχαίος αριθμός ορθογωνικών παλμών, C , με $C \geq 1$, για κάθε μία καταιγίδα που έχει παραχθεί.
3. Τα σημεία έναρξης των ορθογωνικών παλμών κάθε καταιγίδας προσδιορίζονται πλήρως από μια ομάδα τυχαίων και ανεξάρτητων μεταβλητών, το μέγεθος των οποίων αντιστοιχεί στη χρονική απόσταση από την χρονική αφετηρία των καταιγίδων. Οι τυχαίες μεταβλητές αυτές ακολουθούν εκθετική κατανομή με παράμετρο β . Στο σημείο αυτό έγκειται και η βασική διαφοροποίηση του NSRPM και του συναφούς μοντέλου Bartlett – Lewis. Στο μοντέλο Bartlett – Lewis η χρονική αφετηρία του κάθε ορθογωνικού παλμού προσδιορίζεται σε σχέση με το σημείο έναρξης του αμέσως προηγούμενου.
4. Οι διάρκειες των παλμών είναι τυχαίες μεταβλητές και ακολουθούν εκθετική κατανομή με παράμετρο η .
5. Τέλος, για κάθε ορθογωνικό παλμό απαιτείται μια εκτίμηση του εντατικού μεγέθους (ένταση, ύψος), X .

Στο αρχικό μαθηματικό μοντέλο (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ.279) εμπεριέχονται τα εξής επτά άγνωστα μεγέθη:

$$\lambda, \eta, \beta, E[C], E[C^2 - C], E[X], E[X^2]$$

Με σκοπό την απλοποίηση του μαθηματικού μοντέλου και τη μείωση των ανεξάρτητων παραμέτρων του στον ελάχιστο δυνατό αριθμό οι ερευνητές προχώρησαν στις εξής παραδοχές :

- Όσον αφορά στην τυχαία μεταβλητή X (ένταση του παλμού), προτείνουν τη χρήση της εκθετικής κατανομής. Συνεπώς θα ισχύει η σχέση:

$$E[X^2] = 2E^2[X] \quad (3.14)$$

- Για την παραγωγή του αριθμού των ορθογωνικών παλμών ανά καταιγίδα, C , προτείνουν τη χρήση της γεωμετρικής κατανομής ή, εναλλακτικά, της κατανομής Poisson. Αναλόγως με το ποια από τις δύο παραπάνω κατανομές

υιοθετείται, το μοντέλο NSRPM αποκαλείται γεωμετρικό ή Poisson αντίστοιχα. Η τελική επιλογή αποτελεί καθαρά θέμα παραδοχής και έχει να κάνει με το αν το χρονικό σημείο έναρξης του πρώτου ορθογωνικού παλμού κάθε καταγίδας ταυτίζεται με το σημείο έναρξης της καταγίδας, και δεν επηρεάζει τη γενική μορφή της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς. Αυτό έχει ως συνέπεια την ισχύ των παρακάτω εξισώσεων:

$$\begin{aligned} E[C^2 - C] &= 2E[C]\{E[C]-1\} - \text{Γεωμετρική Κατανομή} \\ E[C^2 - C] &= E[C]\{E[C]+2\} - \text{Κατανομή Poisson} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Οι δύο παραπάνω παραδοχές οδηγούν στη μείωση του αριθμού των ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης του μοντέλου σε πέντε:

$$\lambda, \eta, \beta, E[C], E[X]$$

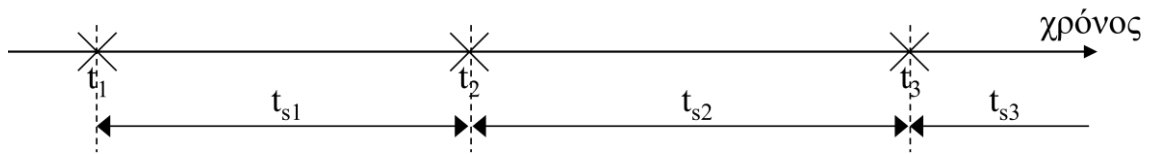
Οι παραπάνω μεταβλητές επίλυσης του μοντέλου συνδέονται με τα στατιστικά μεγέθη της υπό εξέταση χρονοσειράς, Y_i μέσω των τριών αναλυτικών μαθηματικών εξισώσεων, οι οποίες δίνουν τη θεωρητική μέση τιμή $E[Y_i^{(h)}]$, τη διασπορά $\text{Var}[Y_i^{(h)}]$, τη συνδιασπορά $\text{Cov}[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$, για δεδομένη χρονική κλίμακα h , και δεδομένη υστέρηση k .

Για μια δεδομένη στάθμη συνάθροισης, h , και υστέρηση, k , των ιστορικών δεδομένων, το σχετικό σύστημα είναι αόριστο, αφού ο αριθμός των διαθέσιμων εξισώσεων περιορίζεται σε τρεις, ενώ ο αριθμός των ανεξάρτητων αγνώστων παραμέτρων είναι πέντε. Η εύρεση των πέντε παραμέτρων του μοντέλου NSRPM γίνεται είτε μέσω της επίλυσης ενός μη γραμμικού (ορισμένου) συστήματος 5×5 για δύο διαφορετικές στάθμες συνάθροισης, h_1 και h_2 , είτε μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης με χρήση περισσότερων στατιστικών μεγεθών, με απώτερο στόχο τη βέλτιστη προσέγγιση των πέντε παραμέτρων. Θα πρέπει να τονίσουμε, δε, πως σε ένα μεγάλο βαθμό η επιτυχία του μοντέλου να αναπαράγει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής για κάθε στάθμη συνάθροισης, στηρίζεται στην όσο το δυνατόν καλύτερη εκτίμηση των παραμέτρων του. Εκτενέστερος σχολιασμός για την τακτική που ακολούθησαν οι Rodriguez-Iturbe et al. για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου και την επιτυχία του να διατηρήσει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής, θα γίνει στην επόμενη ενότητα, αφού τα μοντέλα NSRPM και Bartlett-Lewis επιδέχονται την ίδια μαθηματική επεξεργασία.

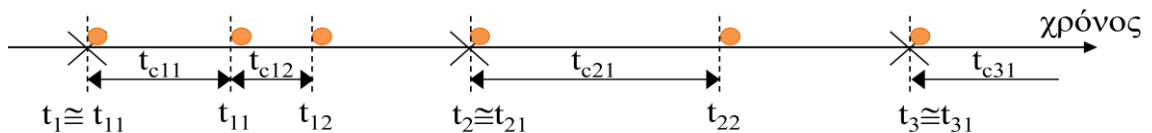
3.3.2 Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Bartlett – Lewis (BLRPM)

Τα βασικά χαρακτηριστικά του BLRPM είναι τα εξής (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ. 279):

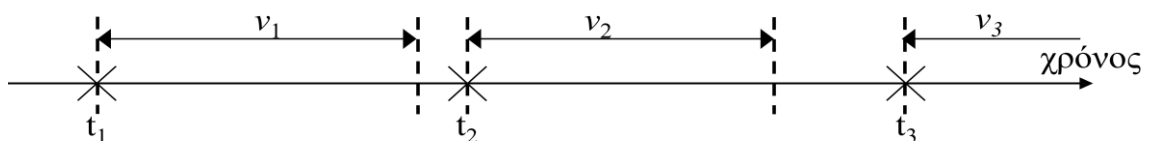
1. Μια αρχική ανέλιξη Poisson με παράμετρο λ , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων, t_i . Εξ ορισμού τα χρονικά διαστήματα t_s είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την εκθετική συνάρτηση κατανομής με παράμετρο λ .



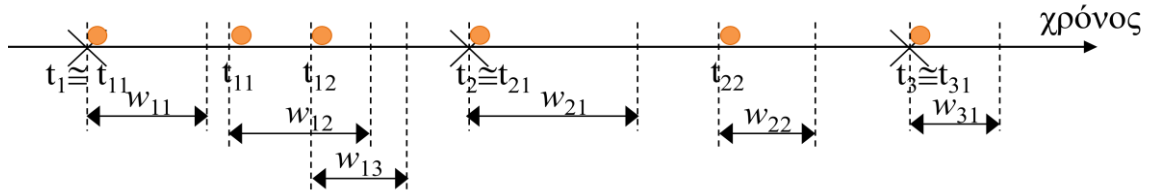
2. Μια δεύτερη ανέλιξη Poisson, ανεξάρτητη της πρώτης, με παράμετρο β , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των ορθογωνικών παλμών, t_{ij} , κατά τη διάρκεια κάθε καταιγίδας, i . Όπως προκύπτει από τον ορισμό της Poisson ανέλιξης, στο BLRPM ως χρονικό σημείο αναφοράς για την έναρξη κάθε παλμού λαμβάνεται το σημείο έναρξης του αμέσως προηγούμενου του. Τα χρονικά διαστήματα, t_{cij} , που μεσολαβούν μεταξύ των αφίξεων των παλμών ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο β .



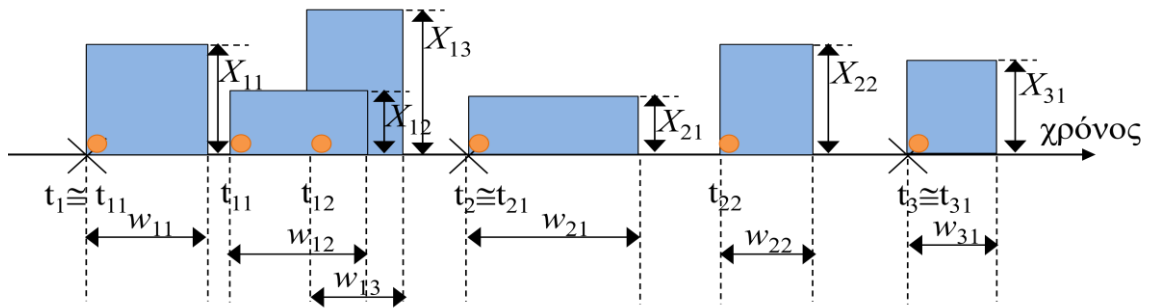
3. Ο συνολικός χρόνος παραγωγής ορθογωνικών παλμών σε κάθε καταιγίδα, v_i , δηλαδή το χρονικό «παράθυρο» μέσα στο οποίο βρίσκονται οι χρονικές αφετηρίες των παλμών κάθε καταιγίδας, i , αποτελεί ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, που ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο γ .



4. Οι διάρκειες των παλμών, w_{ij} , είναι τυχαίες μεταβλητές, και ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο η .



5. Τέλος, για κάθε ορθογωνικό παλμό απαιτείται μια εκτίμηση του εντατικού μεγέθους (ένταση, ύψος), X_{ij} .



Στο αρχικό μαθηματικό μοντέλο (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ.285) εμπεριέχονται τα εξής επτά άγνωστα μεγέθη:

$$\lambda, \eta, \beta, \gamma, E[X], E[X^2], \mu_c$$

Ακολουθώντας την ίδια τακτική με αυτήν του NSRPM, οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a) υποθέτουν την εκθετική ως συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής, X_{ij} , που αντιστοιχεί στην ένταση των παλμών. Συνεπώς, θα ισχύει η σχέση:

$$E[X^2] = 2E^2[X] \quad (3.16)$$

Αποδεικνύεται πως η τυχαία μεταβλητή, που αντιστοιχεί στον αριθμό παλμών ανά καταιγίδα, C , με $C \geq 1$, ακολουθεί τη γεωμετρική κατανομή, με μέση τιμή:

$$\mu_c = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi} = 1 + \frac{\beta}{\gamma} \quad (3.17)$$

όπου $\kappa = \beta / \eta$ και $\varphi = \gamma / \eta$. Οι αδιάστατες αυτές παράμετροι εισάγονται για να διευκολυνθεί η μαθηματική διατύπωση του μοντέλου.

Από την εξίσωση (3.17) συμπεραίνουμε πως το μέγεθος μ_c είναι εξαρτημένο από τις παραμέτρους β και γ . Η γεωμετρική, ως συνάρτηση κατανομής του αριθμού παλμών ανά καταιγίδα, προκύπτει από την παραδοχή πως ο χρόνος άφιξης του πρώτου παλμού κάθε καταιγίδας ταυτίζεται πάντα με τον χρόνο άφιξης της καταιγίδας. Η υπόθεση αυτή δεν γίνεται εις βάρος της γενικότητας του μοντέλου.

Οι παραπάνω παραδοχές έχουν ως αποτέλεσμα τη μείωση του αριθμού των αγνώστων παραμέτρων του μοντέλου σε πέντε:

$$\lambda, \eta, \beta, \gamma, E[X]$$

Το πλήθος των παραπάνω παραμέτρων είναι το ελάχιστο δυνατό, δεδομένου ότι από τη διατύπωση του θεωρητικού μοντέλου εισάγονται πέντε ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με τις αντίστοιχες συναρτήσεις κατανομής τους.

Για να λάβουμε μια διακριτή χρονοσειρά υψών βροχής, $Y_i^{(h)}$, απαιτείται η χρονική ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών σε διακριτά, σταθερά χρονικά διαστήματα, h :

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(s) ds, \quad i=1,2,\dots \quad (3.18)$$

Οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου BLRPM δίνουν τις ροπές 1^{ης} και 2^{ης} τάξης της διακριτής χρονοσειράς υψών βροχής, $Y_i^{(h)}$, για μια δεδομένη χρονική κλίμακα h , και μια δεδομένη υστέρηση k (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ.285):

$$E\left[Y_i^{(h)}\right] = h\rho\mu_c\mu_x \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}\left[Y_i^{(h)}\right] = & 2\rho\mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta}{\gamma} \mu_x^2 \right\} \frac{h}{\eta} + 2\rho\mu_c \mu_x^2 \frac{\beta\eta}{(\gamma^2 - \eta^2)\gamma^2} (1 - e^{-\gamma h}) \\ & - 2\rho\mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta\gamma\mu_x^2}{\gamma^2 - \eta^2} \right\} \frac{(1 - e^{-\eta h})}{\eta^2} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = \rho \mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta \gamma \mu_x^2}{\gamma^2 - \eta^2} \right\} (1 - e^{-\eta h})^2 \frac{e^{-\eta(k-1)h}}{\eta^2} \\ - \rho \mu_c \mu_x^2 \frac{\beta \eta}{\gamma^2 (\gamma^2 - \eta^2)} (1 - e^{-\gamma h})^2 (e^{-\gamma(k-1)h}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$E[X^2] = 2E^2[X], \quad \mu_c = 1 + \frac{\beta}{\gamma}, \quad \rho = \frac{\lambda}{\eta} \quad (3.22)$$

Οι εξισώσεις (3.19-3.21) συνιστούν το γενικό μαθηματικό μοντέλο Bartlett-Lewis, ενώ οι υπόλοιπες εκφράζουν μαθηματικά τις παραδοχές που έγιναν νωρίτερα για την τυχαία μεταβλητή, X , και το μέγεθος, μ_c . Επίσης, η αδιάστατη παράμετρος, ρ , εισάγεται για την απλούστευση της μαθηματικής διατύπωσης του μοντέλου.

Το μέγεθος $Y_i^{(h)}$ συμβολίζει ύψος βροχής (mm). Το μέγεθος h έχει μονάδες χρόνου και εκφράζει τη λεπτότητα της χρονικής κλίμακας, ενώ το αδιάστατο μέγεθος k αποτελεί ακέραιο θετικό δείκτη της υστέρησης των υπό εξέταση δεδομένων. Τα μεγέθη που περιέχονται στις εξισώσεις (3.19-3.22) του μοντέλου, καθώς και οι αντίστοιχες μονάδες μέτρησής τους, παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα που ακολουθεί (3.1):

ΜΕΓΕΘΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΕΓΕΘΩΝ
λ	h^{-1}	Ανεξάρτητες παράμετροι μοντέλου
β	h^{-1}	
γ	h^{-1}	
η	h^{-1}	
$\mu_x = E[X]$	mm/h	
$E[X^2]$	mm ²	-
$\mu_c = E[C]$	N ^o	Αναμενόμενη τιμή αριθμού παλμών ανά καταιγίδα
$\rho = \lambda / \eta$	-	Βοηθητική σταθερά
h	h	Χρονική κλίμακα μετρήσεων
k	N ^o	Υστέρηση δεδομένων
Y_i	mm	Μετρήσεις
$E[Y_i^{(h)}]$	mm	Μέση τιμή μετρήσεων
$Var[Y_i^{(h)}]$	mm ²	Διασπορά μετρήσεων
$Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$	-	Αυτοσυνδιασπορά μετρήσεων

Πίνακας 3.1: Μεταβλητές και παράμετροι του μοντέλου BLRPM

Όπως και στη περίπτωση του μοντέλου NSRPM, έτσι και εδώ, για μια δεδομένη στάθμη συνάθροισης h και υστέρηση k , των υπό εξέταση μετρήσεων, $Y_i^{(h)}$, το σύστημα εξισώσεων είναι αόριστο, με βαθμό ελευθερίας 2, αφού οι διαθέσιμες εξισώσεις περιορίζονται σε τρεις, με τις ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσης να ανέρχονται σε πέντε ($\lambda, \eta, \gamma, \beta, E[X]$). Για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου απαιτείται η προσθήκη, τουλάχιστον, δύο ακόμα εξισώσεων, ώστε το γραμμικό σύστημα να αποκτήσει χαρακτήρα ορισμένου. Τα στατιστικά μεγέθη, και άρα οι εξισώσεις που θα χρησιμοποιηθούν, για την κατάστρωση του τελικού μαθηματικού συστήματος άπτονται της κρίσης του μελετητή. Ως στόχος, πάντως, παραμένει η εύρεση ενός και μοναδικού συνόλου τιμών των πέντε παραμέτρων, οι οποίες θα αποδίδουν με ικανοποιητικό τρόπο τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη δομή αυτοσυσχέτισης σε όλες τις στάθμες συνάθροισης.

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987b) για την αξιολόγηση των μοντέλων NSRPM και BLRPM, χρησιμοποίησαν την ωριαία ιστορική χρονοσειρά του Denver, βάσει της οποίας προέκυψαν οι συναθροισμένες χρονοσειρές των 6, 12 και 24 h. Για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου NSRPM βασίστηκαν στη χρήση πέντε εξισώσεων - στατιστικών μεγεθών (Rodriguez-Iturbe et al., 1987b, σελ.9651). Προτείνουν τη χρήση των εξισώσεων της μέσης τιμής, μ_1 , της διασποράς, σ_1^2 , και της αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης, $\rho_1(1)$, για μια στάθμη συνάθροισης h_1 , σε συνδυασμό με τη διασπορά, σ_2^2 , και την αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης, $\rho_2(1)$, μιας μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας h_2 ($h_2 > h_1$). Συνοπτικά, οι τακτικές που ακολούθησαν για την επίλυση του μαθηματικού συστήματος, παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα (3.2):

Στάθμες συνάθροισης h (ώρες)				
	$h=1$	$h=6$	$h=12$	$h=24$
1	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$		
2	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$		$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$	
3	$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$			$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$
4		$\mu_1, \sigma_1^2, \rho_1(1)$	$\mu_2, \sigma_2^2, \rho_2(1)$	

Πίνακας 3.2: Εναλλακτικές τακτικές εύρεσης παραμέτρων NSRPM και BLRPM

Τους ίδιους ακριβώς συνδυασμούς στατιστικών μεγεθών χρησιμοποιούν και για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett – Lewis (1987b, σελ.9653). Για κάθε έναν από τους προαναφερθέντες συνδυασμούς προέκυψαν διαφορετικές μεν, αλλά παραπλήσιες τιμές των πέντε ανεξάρτητων παραμέτρων. Η παρατήρηση αυτή αποδεικνύει πως στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, οι παράμετροι τείνουν να ανεξαρτητοποιηθούν από την

χρονική κλίμακα των υδρολογικών δεδομένων. Η επίτευξη της πλήρους ανεξαρτητοποίησης θα έχει σαν αποτέλεσμα οι παράμετροι να εκφράζουν συγκεκριμένο τόπο και υδρολογική περίοδο.

Ωστόσο, η μεγάλη επιτυχία των μοντέλων NSRPM και BLRPM έγκειται στο ότι καταφέρνουν να διατηρήσουν και να αναπαράγουν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής (συμπεριλαμβανομένης και της δομής αυτοσυσχέτισης), για κάθε ένα από τα παραπάνω σύνολα παραμέτρων σε όλες τις χρονικές κλίμακες συνάθροισης.

3.3.3 Το τυχαίο μοντέλο Bartlett – Lewis (RBLRPM)

Οι Rodriguez-Iturbe et al. διαπίστωσαν, βασιζόμενοι στην ωριαία ιστορική χρονοσειρά του βροχομετρικού σταθμού του Denver για την περίοδο 15 Μαΐου - 16 Ιουνίου και για τα έτη 1945 - 1976, πως το κλασικό μοντέλο Bartlett-Lewis και NSRPM προσομοιώνει σε ικανοποιητικό βαθμό τα επιθυμητά στατιστικά μεγέθη (μέση τιμή, διασπορά, συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης), για όλες τις κλίμακες συνάθροισης. Ωστόσο, αποδείχτηκε η αδυναμία του μοντέλου να προσομοιώσει ικανοποιητικά την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης (ανομβρίας) για μια δεδομένη χρονική περίοδο. Συγκεκριμένα, οι χρονικές περίοδοι ανομβρίας προέκυψαν υπερεκτιμημένες (Rodriguez-Iturbe et al., 1987b, σελ.9652). Η αδυναμία σωστής πρόγνωσης της διάρκειας των υγρών και ξηρών περιόδων από κάποιο μοντέλο το καθιστά ακατάλληλο, ειδικά στην περίπτωση όπου αυτό χρησιμοποιείται για να παράγει χρονοσειρές, που θα χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα εισόδου σε κάποιο υδρολογικό μοντέλο βροχής – απορροής (βλ. ενότητα 3.3.5).

Το γεγονός αυτό οδήγησε στην ανάγκη βελτίωσης του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis. Το νέο μοντέλο ονομάστηκε «τυχαίο μοντέλο Bartlett –Lewis» και η διαφοροποίησή του από το κλασικό έγκειται στη φύση της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στη διάρκεια των ορθογωνικών παλμών. Στο κλασικό μοντέλο Bartlett-Lewis η μεταβλητή αυτή ακολουθεί την εκθετική συνάρτηση κατανομής, με κοινή παράμετρο η για όλες τις καταιγίδες – γεγονότα του μοντέλου, ενώ στο τυχαίο μοντέλο Bartlett-Lewis ακολουθεί πάλι την εκθετική συνάρτηση κατανομής, αλλά με διαφορετική παράμετρο, $\eta^{(i)}$, για κάθε καταιγίδα, i .

Συνεπώς, η παράμετρος της εκθετικής κατανομής, $\eta^{(i)}$, αποκτά χαρακτήρα ανεξάρτητης τυχαίας μεταβλητής και η προτεινόμενη συνάρτηση κατανομής της είναι η διπαραμετρική κατανομή γάμα με παράμετρο σχήματος α και παράμετρο κλίμακας ν , έτσι ώστε (Rodriguez-Iturbe et al., 1988, σελ.284):

$$E[\eta] = \frac{\alpha}{\nu}, \quad \text{Var}[\eta] = \frac{\alpha}{\nu^2}, \quad \alpha > 1 \quad (3.23)$$

Η επιλογή της γάμα ως συνάρτησης κατανομής της παραμέτρου $\eta^{(i)}$, στηρίζεται στην ευελιξία που έχει να προσεγγίζει ικανοποιητικά ένα μεγάλο πλήθος άλλων κατανομών, ανάλογα με την τιμή που θα λάβει η παράμετρος σχήματός της, α . Ενώ ο περιορισμός, που υπαγορεύει παράμετρο σχήματος της γάμα κατανομής πάντα μεγαλύτερη της μονάδος, $\alpha > 1$, στην περίπτωση του RBLRPM, τίθεται για να εξασφαλίσει πεπερασμένες τιμές στο χρονικό εύρος των παλμών.

Έτσι οι παράμετροι σχήματος, α , και κλίμακας, ν , αποκτούν χαρακτήρα μεταβλητών επίλυσης στο μαθηματικό μοντέλο RBLRPM και οι τιμές τους προκύπτουν από την επίλυση του σχετικού μαθηματικού συστήματος, όπως αυτό ορίζεται παρακάτω.

Σύμφωνα με την αυστηρώς θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου, ως ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσης θα έπρεπε να επιλεγούν και οι παράμετροι των εκθετικών κατανομών β και γ , όπως αυτές ορίστηκαν στο κλασικό μοντέλο Bartlett-Lewis. Σε αυτή τη περίπτωση, τα πηλίκια $1/\beta$ και $1/\gamma$, που αντιστοιχούν στη μέση διάρκεια της καταιγίδας και στη μέση χρονική απόσταση των σημείων άφιξης των ορθογωνικών παλμών αντίστοιχα, θα παρέμεναν ανεξάρτητα από τη μεταβαλλόμενη μέση χρονική διάρκεια των παλμών, $1/\eta_i$, ανά καταιγίδα. Όμως, η φυσική ερμηνεία μιας τέτοιας θεώρησης θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως μη ρεαλιστική, αφού μεγάλης διάρκειας καταιγίδες είναι λογικό να αποτελούνται από παλμούς, οι οποίοι έχουν μεγάλη διάρκεια και οι χρονικές τους αφετηρίες απέχουν περισσότερο (Rodriguez-Iturbe et al., 1988, σελ. 285). Προς αποκατάσταση της παραπάνω ανακολουθίας, οι Rodriguez-Iturbe et al. εισάγουν τις αδιαστατοποιημένες παραμέτρους:

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i} \quad (3.24)$$

σύμφωνα με τις οποίες, οι παράμετροι των δύο εκθετικών κατανομών β_i και γ_i , μεταβάλλονται σε κάθε καταιγίδα, i , εξαρτώμενες από την εκάστοτε τιμή της παραμέτρου η_i . Έτσι, στο RBLRPM οι παράμετροι κ και φ εισάγονται στη μαθηματική έκφραση του μοντέλου ως παράμετροι επίλυσης.

Παρόμοια επεξεργασία μπορεί να δεχτεί και το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman – Scott, το οποίο και εξελίσσεται στο τροποποιημένο μοντέλο Neyman – Scott (RNSRPM).

Όπως και στο κλασικό μοντέλο Bartlett-Lewis, έτσι και στο τυχαίο, υποθέτουμε πως η τυχαία μεταβλητή που περιγράφει το εντατικό μέγεθος (ύψος, ένταση), X , κάθε παλμού ακολουθεί την εκθετική συνάρτηση κατανομής, με μέση τιμή μ_X . Ενώ, για τη τυχαία μεταβλητή, C , που περιγράφει τον αριθμό παλμών ανά καταιγίδα υιοθετείται η γεωμετρική κατανομή με μέση τιμή :

$$\mu_C = 1 + \frac{\kappa}{\varphi} \quad (3.25)$$

Συνεπώς, η παράμετρος μ_C είναι εξαρτημένο μέγεθος και αποτελεί συνάρτηση των αδιάστατων μεγεθών κ και φ .

Με τις παραδοχές που προηγήθηκαν, όσον αφορά στις συναρτήσεις κατανομής που επιλέγονται για την περιγραφή των βασικών στατιστικών παραμέτρων του μοντέλου, καταφέρνουμε να περιορίσουμε το πλήθος των ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης στο ελάχιστο δυνατό. Οι έξι μεταβλητές επίλυσης είναι οι εξής:

$$\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, \mu_X$$

Για να λάβουμε μια διακριτή χρονοσειρά υψών βροχής, $Y_i^{(h)}$, απαιτείται η χρονική ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών σε διακριτά, σταθερά χρονικά διαστήματα, h :

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(s) ds, \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.26)$$

Οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου BLRPM δίνουν τις ροπές 1^{ης} και 2^{ης} τάξης, καθώς και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, $P(Y_i^{(h)} = 0)$, της διακριτής χρονοσειράς υψών βροχής, $Y_i^{(h)}$, για μια δεδομένη χρονική κλίμακα h , και μια δεδομένη υστέρηση k (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ. 285):

$$E\left[Y_i^{(h)}\right] = \lambda h \mu_X \nu \frac{1 + (\kappa / \varphi)}{\alpha - 1} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y_i^{(h)}] &= 2A_1 \left\{ (a-3)hv^{2-\alpha} - v^{3-\alpha} + (v+h)^{3-a} \right\} \\ &\quad - 2A_2 \left\{ \varphi(\alpha-3)hv^{2-\alpha} - v^{3-\alpha} + (v+\varphi h)^{3-a} \right\} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] &= A_1 \left\{ [v+(k+1)h]^{3-\alpha} - 2(v+kh)^{3-a} + [v+(k-1)h]^{3-a} \right\} \\ &\quad - A_2 \left\{ [v+(k+1)\varphi h]^{3-\alpha} - 2(v+hk\varphi)^{3-a} + [v+(k-1)h\varphi]^{3-a} \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

όπου A_1 και A_2 οι ισότητες:

$$A_1 = \frac{\lambda\mu_c v^\alpha}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \left[E(X^2) + \frac{\kappa\varphi\mu_x^2}{\varphi^2-1} \right] \quad (3.30)$$

$$A_2 = \frac{\lambda\mu_c \kappa\mu_x^2 v^\alpha}{\varphi^2(\varphi^2-1)(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \quad (3.31)$$

Η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης για περίοδο h δίνεται από τη σχέση:

$$P(Y_i^{(h)} = 0) = \exp \left\{ -\lambda h - \lambda\mu_\tau + \lambda G_p^*(0,0) \left[\frac{\varphi + \kappa \left(\frac{v}{v + (\kappa + \varphi)h} \right)^{a-1}}{\varphi + \kappa} \right] \right\} \quad (3.32)$$

όπου μ_τ και $G_p^*(0,0)$ οι εξισώσεις:

$$\mu_\tau \cong E \left[\frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 + \varphi(\kappa + \varphi) - \frac{1}{4} \varphi(\kappa + \varphi)(\kappa + 4\varphi) + \frac{1}{72} \varphi(\kappa + \varphi)(4\kappa^2 + 27\kappa\varphi + 72\varphi^2) \right\} \quad (3.33)$$

$$G_p^*(0,0) \cong E \left[\frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 - \kappa - \varphi + \frac{3}{2} \kappa\varphi + \varphi^2 + \frac{1}{2} \kappa^2 \right\} \quad (3.34)$$

Από τις παραδοχές που έγιναν νωρίτερα λαμβάνουμε τις εξής ισότητες:

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i}, \quad \mu_c = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}, \quad E[X^2] = 2E[X] = 2\mu_x^2 \quad (3.35)$$

Όπως παρατηρούμε, στις μαθηματικές εξισώσεις του μοντέλου, που δίνουν τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης (σχ. 3.27-3.29), προστέθηκε μία ακόμα, που αντιστοιχεί στη θεωρητική

πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης (σχ. 3.32) σε κάποιο χρονικό διάστημα h . Οι εξισώσεις (3.30-3.31) εισήχθησαν για να διευκολύνουν τη γραφή των μαθηματικών εξισώσεων. Ενώ οι εξισώσεις (3.35) εκφράζουν μαθηματικά τις υποθέσεις που γίνανε νωρίτερα για τις κατανομές των τυχαίων μεταβλητών του μοντέλου.

Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στην εξίσωση (3.33), η οποία δίνει τη μέση διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας, μ_τ , και λαμβάνει την παραπάνω αναλυτική μορφή για μικρές τιμές των παραμέτρων κ και φ (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ. 281). Η μέση διάρκεια «ζωντανής καταιγίδας», $1 / \gamma_i$, εκφράζει το χρονικό ορίζοντα μέσα στον οποίο γίνεται η παραγωγή των ορθογωνικών παλμών σε κάθε καταιγίδα i και προσδιορίζει το θεωρητικά ορισμένο τέλος της. Ωστόσο, λόγω του τελευταίου ή των τελευταίων ορθογωνικών παλμών μπορεί να παρατηρηθεί μια παράταση στη θεωρητική διάρκεια της καταιγίδας. Δηλαδή, οι παλμοί αυτοί ενδέχεται να υπερβαίνουν το θεωρητικά ορισμένο τέλος της καταιγίδας, στην οποία ανήκουν. Σε αυτήν την περίπτωση η συνολική διάρκεια της καταιγίδας εκφράζεται μέσα από τον όρο διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας.

Για μια δεδομένη κλίμακα συνάθροισης, h , και μια δεδομένη υστέρηση, k , ο αριθμός των διαθέσιμων εξισώσεων ανέρχεται σε τέσσερις, ενώ ο αριθμός των ανεξάρτητων παραμέτρων επίλυσης του μοντέλου, όπως αποδείξαμε, είναι έξι. Όπως και στην περίπτωση του κλασικού Bartlett-Lewis μοντέλου, το μη γραμμικό μαθηματικό σύστημα είναι αόριστο και για να αποκτήσει χαρακτήρα ορισμένου συστήματος (6x6) απαιτείται η προσθήκη δύο, τουλάχιστον, επιπλέον εξισώσεων.

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1988, σελ.288) για τη διαμόρφωση του ορισμένου συστήματος χρησιμοποιούν τις εξισώσεις της μέσης τιμής, $E[Y_i^{(h=1)}]$, της διασποράς, $\text{Var}[Y_i^{(h=1)}]$, της αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης, $\text{Cov}[Y_i^{(h=1)}, Y_{i+k}^{(h=1)}]$, και της πιθανότητας ανομβρίας, $P[Y_i^{(h=1)} = 0]$, για την ωριαία χρονική κλίμακα, $h=1$, και προτείνουν δυο εναλλακτικές λύσεις για τις δύο απομείναντες εξισώσεις: η πρώτη αφορά στην προσθήκη των εξισώσεων της διασποράς, $\text{Var}[Y_i^{(h=24)}]$, και της πιθανότητας απουσίας βροχόπτωσης, $P[Y_i^{(h=24)} = 0]$ για την ημερήσια χρονική κλίμακα, $h=24$. Στη δεύτερη περίπτωση χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις της πιθανότητας ανομβρίας, $P[Y_i^{(h=24)} = 0]$, και αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης, $\text{Cov}[Y_i^{(h=24)}, Y_{i+k}^{(h=24)}]$, πάλι για την ημερήσια χρονική κλίμακα, $h=24$. Η εφαρμογή των δυο σχημάτων στην ωριαία χρονοσειρά του Denver (Rodriguez-Iturbe et al., 1988, σελ.288), απέδωσε παραπλήσιες μεν, αλλά διαφορετικές τιμές των έξι ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης του μοντέλου. Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1988, σελ.288) επισημαίνουν την εξίσου καλή ποιότητα και των δυο

λύσεων, χωρίς ωστόσο να ποσοτικοποιούν την ποιότητα αυτή. Όπως σχολιάζεται στην εργασία τους, το μοντέλο πετυχαίνει τους στόχους του, αφού προσομοιώνει ικανοποιητικά όλα τα βασικά στατιστικά μεγέθη των ιστορικών χρονοσειρών, συμπεριλαμβανομένης και της πιθανότητας απουσίας βροχόπτωσης, σε όλες τις χρονικές κλίμακες συνάθροισης, με ένα μοναδικό σύνολο τιμών των παραμέτρων. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι το γεγονός ότι το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει τα στατιστικά χαρακτηριστικά των κλιμάκων συνάθροισης των 6 και 12 ωρών, χωρίς αυτά να έχουν λάβει μέρος στον υπολογισμό των ανεξάρτητων παραμέτρων του μοντέλου.

Η προσομοίωση και η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών απαιτεί αρχικά την εύρεση των έξι ανεξάρτητων παραμέτρων του μοντέλου μέσω κάποιας μεθόδου βελτιστοποίησης. Για τις μεθόδους και τις τεχνικές βελτιστοποίησης, τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης και την επιλογή των κατάλληλων στατιστικών μεγεθών έχουν γίνει πολλές μελέτες, χωρίς, ωστόσο, οι ερευνητές να έχουν καταλήξει σε μια κοινώς αποδεκτή λύση, δεδομένης της πολυπλοκότητας και της πολύ-διαστατικότητας που παρουσιάζει το πρόβλημα. Οι Rodriguez-Iturbe (1987b, σελ. 9651), για την περίπτωση της χρονοσειράς του Denver, κάνουν χρήση του αλγορίθμου Davidson-Fletcher-Powell, χωρίς να διευκρινίζουν την ακριβή μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης. Το πρόβλημα της εύρεσης των βέλτιστων παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον, αλλά είναι εκτός των στόχων της παρούσας εργασίας και δε θα επεκταθούμε περαιτέρω.

Από τις παραμέτρους του μοντέλου προκύπτουν οι στατιστικές παράμετροι λ , β_i , η_i , γ_i , λ_x . Η παράμετρος λ χαρακτηρίζει τη στοχαστική διαδικασία Bartlett-Lewis στο σύνολό της, αφού αντιστοιχεί στους χρόνους άφιξης των καταιγίδων. Αντίθετα οι παράμετροι λ , β_i , η_i , γ_i , λ_x , λαμβάνουν διαφορετικές τιμές για κάθε καταιγίδα i , όπου:

- λ : η παράμετρος της αρχικής ανέλιξης Poisson, μέσω της οποίας παράγονται τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων, t_i .
- β_i : η παράμετρος της δεύτερης ανέλιξης Poisson, μέσω της οποίας παράγονται τα χρονικά σημεία έναρξης των παλμών, t_{ij} , για κάθε καταιγίδα, i . Θα πρέπει να τονίζουμε πως η μαθηματική διατύπωση του μοντέλου, που δίνεται παραπάνω, αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου ο χρόνος άφιξης του πρώτου παλμού ταυτίζεται πάντα με το χρόνο άφιξης της καταιγίδας στην οποία ανήκει.

- γ_i : η παράμετρος της εκθετικής κατανομής, η οποία υιοθετείται για την περιγραφή της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στο χρονικό παράθυρο, v_i , μέσα στο οποίο ανήκουν τα χρονικά σημεία έναρξης των παλμών για κάθε καταγίδα i .
- η_i : η παράμετρος της εκθετικής κατανομής, η οποία υιοθετείται για τη περιγραφή της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στη χρονική διάρκεια των ορθογωνικών παλμών, w_{ij} , που αποτελούν την καταγίδα i .
- λ_x : η παράμετρος της εκθετικής κατανομής, η οποία υιοθετείται για την περιγραφή της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στην ένταση (ύψος) των ορθογωνικών παλμών, X_{ij} , που αποτελούν την καταγίδα i .

Η σχηματική αναπαράσταση της πορείας που ακολουθείται για την εύρεση των πέντε ανεξάρτητων στατιστικών παραμέτρων της κάθε καταγίδας, δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

$$\kappa, \varphi, \alpha, \nu, \lambda, \mu_x \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\alpha, \nu) \Rightarrow \eta_i \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta_i = \kappa \eta_i \\ \gamma_i = \varphi \eta_i \end{array} \right\} \\ \lambda \\ \mu_x \Rightarrow \lambda_x = \frac{1}{\mu_x} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda, \beta_i, \gamma_i, \eta_i, \lambda_x$$

Πίνακας 3.3: Σχηματική αναπαράσταση εύρεσης των παραμέτρων των κατανομών για κάθε καταγίδα i

Η «φυσική» ερμηνεία και οι μονάδες μέτρησης των μεγεθών που χαρακτηρίζουν μια καταγίδα, i , δίνονται στον ακόλουθο πίνακα (3.4):

ΜΕΓΕΘΟΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ
λ	N°/h	Μέση τιμή αριθμού αφίξεων καταιγίδων ανά ώρα
$1/\lambda$	h	Μέση χρονική απόσταση άφιξης καταιγίδων
β_i	N°/h	Μέση τιμή αριθμού αφίξεων παλμών ανά ώρα
$1/\beta_i$	h	Μέση χρονική απόσταση άφιξης παλμών
$1/\gamma_i$	h	Μέση διάρκεια «ζωντανής» καταιγίδας
$1/\eta_i$	h	Μέση διάρκεια παλμού
$\mu_x = 1/\lambda_x$	mm/h	Μέση τιμή έντασης παλμών
μ_τ	h	Μέση διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας
$\mu_c = 1 + \frac{\beta_i}{\gamma_i} = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}$	N°	Μέση τιμή αριθμού παλμών ανά καταιγίδα
$\sum Y^{storm} = \left(1 + \frac{\beta_i}{\gamma_i}\right) \left(\frac{1}{\eta_i}\right) (\mu_x)$	mm	Μέσο ύψος βροχόπτωσης, ΣΥ, ανά καταιγίδα
$\frac{\sum Y^{storm}}{\mu_\tau}$	mm/h	Μέση ένταση καταιγίδας

Πίνακας 3.4: Χαρακτηριστικά μεγέθη του μοντέλου RBLRPM

3.3.4 Το τυχαίο μοντέλο γάμα Bartlett – Lewis (RPBLGM)

Εκτεταμένη έρευνα πάνω στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, με σκοπό την περαιτέρω βελτίωσή τους, έχει γίνει από τους Onof και Wheater. Οι μελετητές εξέτασαν την καταλληλότητα τόσο του κλασικού, όσο και του τυχαίου μοντέλου Bartlett - Lewis (Onof και Wheater et al., 1993) να αναπαράγουν τα βασικά χαρακτηριστικά της βροχής από την ωριαία έως την ημερήσια κλίμακα, βασιζόμενοι στην ωριαία χρονοσειρά, μήκους 38.5 ετών, του σταθμού Elmdon (Birmingham, Αγγλία). Οι Onof et al. χρησιμοποίησαν για κάθε μήνα ξεχωριστά, δυο διαφορετικά σύνολα βελτιστοποιημένων παραμέτρων. Για όλους τους μήνες παρατήρησαν πως το μοντέλο RBLRPM προσομοιώνει ικανοποιητικά τόσο τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, όσο και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, από την ωριαία έως και την ημερήσια χρονική κλίμακα. Ωστόσο, τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν πως σε κάποιους μήνες, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης στις χρονικές κλίμακες των 12 και 24 ωρών,

προκύπτουν υπερεκτιμημένοι σε σχέση με αυτούς των πραγματικών βροχομετρικών δεδομένων. Επιπλέον, παρατήρησαν πως η κατανομή των ακραίων τιμών των συνθετικών υψών βροχής, όπως προέκυψαν από το μοντέλο RBLRPM, απέχει αρκετά από αυτήν των πραγματικών τόσο στην ωριαία, όσο και στην ημερήσια χρονική κλίμακα (Onof and Wheeler et al. 1993, σελ.81).

Με σκοπό την αντιμετώπιση των παραπάνω αδυναμιών και τη βελτίωση του μοντέλου Bartlett-Lewis, οι Onof και Wheeler προτείνουν τη χρήση κάποιας άλλης συνάρτησης κατανομής, εκτός της εκθετικής, για την τυχαία μεταβλητή X_{ij} που αντιστοιχεί στο εντατικό μέγεθος (ένταση, ύψος) των ορθογωνικών παλμών. Ως η πλέον κατάλληλη να παρέχει μεγαλύτερη ευελιξία, όσον αφορά στην παραγωγή ακραίων τιμών, κρίνεται η διπαραμετρική κατανομή γάμα (Onof and Wheeler et al. 1994, σελ. 188).

Η επιλογή της γάμα ως συνάρτησης κατανομής της τυχαίας μεταβλητής, που αντιστοιχεί στην ένταση των παλμών, στηρίζεται στην ευελιξία που έχει, να προσεγγίζει ικανοποιητικά ένα μεγάλο πλήθος άλλων κατανομών, ανάλογα με την τιμή που θα λάβει η παράμετρος σχήματός της. Το γεγονός αυτό την καθιστά ικανή να προσομοιώσει ύψη βροχής σε διάφορες χρονικές κλίμακες και σε διάφορους τύπους κλίματος.

Η υιοθέτηση της γάμα κατανομής με παράμετρο σχήματος, p , και παράμετρο κλίμακας, δ , έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του αριθμού των ανεξάρτητων παραμέτρων επίλυσης από έξι σε επτά:

$$\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, p, \delta$$

Όπως ήταν αναμενόμενο, η αλλαγή αυτή αφήνει αμετάβλητες τις χρονικές μεταβλητές, και κατ' επέκταση τις ιδιότητες των χρονικών κατανομών του μοντέλου Bartlett – Lewis. Οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου RPBLGM, που δίνουν τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, καθώς και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, $P(Y_i^{(h)} = 0)$, της διακριτής ανέλιξης, $Y_i^{(h)}$, είναι όμοιες με αυτές δόθηκαν στο μοντέλο RBLRPM (σχ. 3.27, 3.28, 3.29 και 3.32), με (Onof and Wheeler et al. 1994, σελ. 189):

$$A_1 = \frac{\lambda \mu_c v^\alpha}{\delta^2 (\alpha - 1)(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left[p(p + 1) + \frac{\kappa \varphi p^2}{\varphi^2 - 1} \right] \quad (3.36)$$

$$A_2 = \frac{\lambda \mu_c \kappa \mu_x^2 v^\alpha}{\varphi^2 (\varphi^2 - 1)(\alpha - 1)(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \quad (3.37)$$

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i}, \quad \mu_c = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}, \quad \mu_x = \frac{p}{\delta}, \quad \sigma_x^2 = \frac{p}{\delta^2} \quad (3.38)$$

Για την παραγωγή θεωρητικών γεγονότων βροχής ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφηκε στο μοντέλο RBLRPM, με τη διαφορά ότι οι εντάσεις των ορθογωνικών παλμών παράγονται από μια γάμα κατανομή με μέση τιμή $\mu_x = p/\delta$ και διασπορά $\sigma_x = p/\delta^2$.

Όπως και στις περιπτώσεις των δυο άλλων μοντέλων Bartlett - Lewis, έτσι και εδώ, για μια δεδομένη κλίμακα συνάθροισης, h , και υστέρηση, k , το μαθηματικό σύστημα είναι αόριστο με 3 βαθμούς ελευθερίας, αφού οι μαθηματικές εξισώσεις παρέμειναν πέντε, ενώ οι ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσης έγιναν επτά. Η αύξηση του αριθμού των παραμέτρων από έξι σε επτά, δυσκολεύει ακόμα περισσότερο την επίλυση του αόριστου συστήματος, με σκοπό την εύρεση ενός μοναδικού συνόλου βέλτιστων παραμέτρων. Για να αποκτήσει το σύστημα μορφή ορισμένου συστήματος απαιτείται η προσθήκη τριών επιπλέον στατιστικών μεγεθών από διαφορετική χρονική κλίμακα. Η τακτική που ακολουθούν οι Onof και Wheeler για επίλυση του πολύπλοκου συστήματος επτά αγνώστων παραμέτρων, είναι εκτός των στόχων της συγκεκριμένης εργασίας και δεν θα αναλυθεί (Onof and Wheeler et al. 1994, σελ.188).

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του μοντέλου RPBLGM στα βροχομετρικά δεδομένα του Elmdon, επιβεβαίωσαν την ανάγκη αντικατάστασης της εκθετικής από τη γάμα κατανομή για την περιγραφή της έντασης των ορθογωνικών παλμών. Το μοντέλο RPBLGM αναπαράγει με μεγάλη επιτυχία τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, αλλά και την κατανομή των ακραίων τιμών για την ωριαία και ημερήσια κλίμακα.

3.3.5 Συμπεράσματα από την εφαρμογή του μοντέλου Bartlett - Lewis

Η επιτυχία ενός θεωρητικού μοντέλου προσομοίωσης βροχομετρικών δεδομένων έγκειται στη διατήρηση των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών της ιστορικής χρονοσειράς. Ωστόσο, για την αξιολόγηση ενός μοντέλου, εκτός από την ικανότητά του να αναπαράγει τη δομή της βροχής, θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη και ο βαθμός πολυπλοκότητάς του.

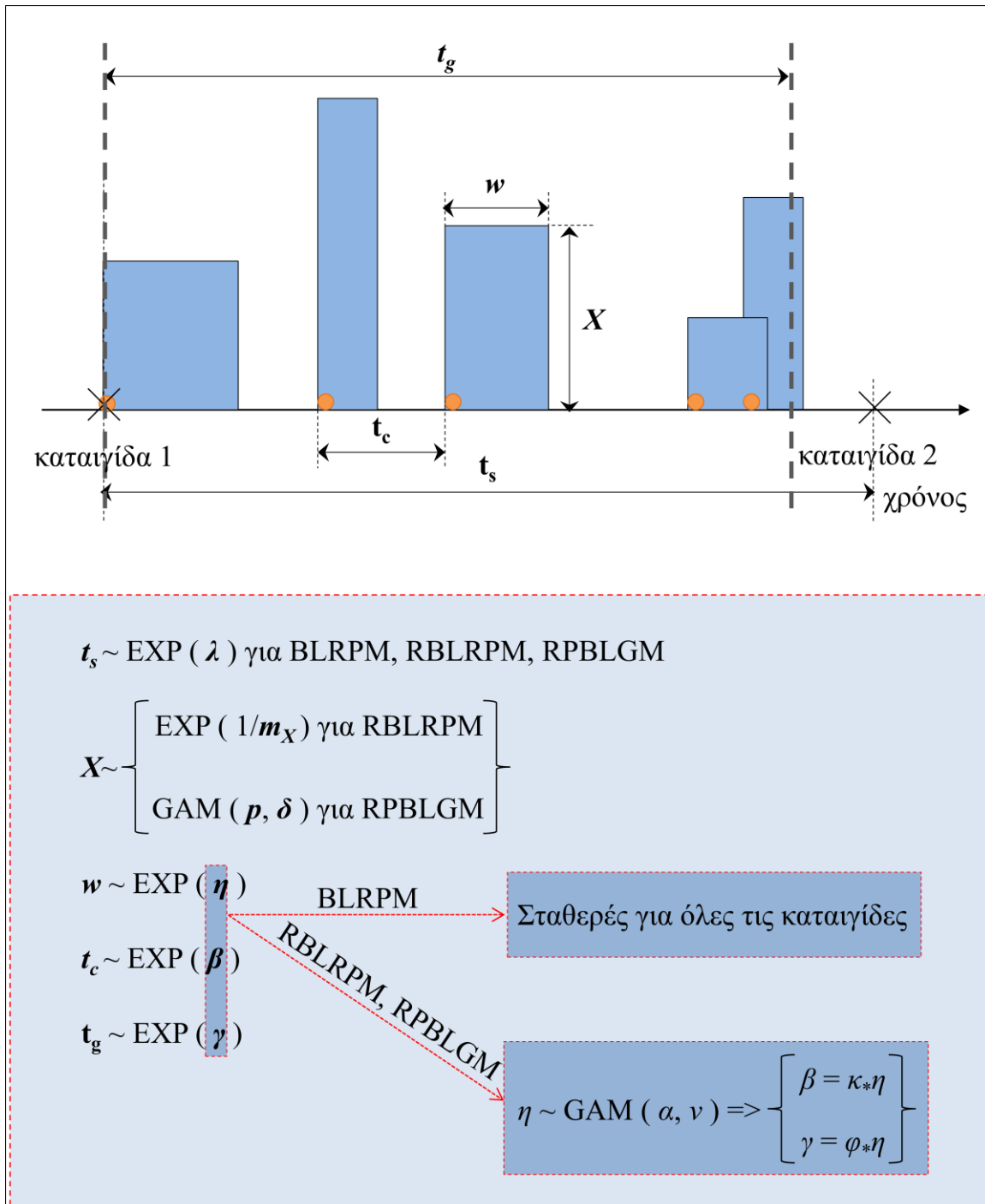
Φυσικά, ο επιθυμητός βαθμός ακρίβειας ενός μαθηματικού μοντέλου προσομοίωσης είναι άρρηκτα συνδεδεμένος με το βαθμό πολυπλοκότητάς του, δηλαδή τον αριθμό των παραμέτρων που το χαρακτηρίζουν. Θέτοντας, λοιπόν, ως κριτήρια την ικανότητα και την πολυπλοκότητα, τα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, δηλαδή τα μοντέλα που βασίζονται στις ανεξίτητες Bartlett – Lewis και Neyman - Scott, κρίνονται ως απόλυτα επιτυχή, δεδομένου ότι μπορούν να διατηρήσουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες ταυτόχρονα, με τη χρήση σχετικά λίγων παραμέτρων (από πέντε έως επτά).

Το μοντέλο Bartlett – Lewis χρησιμοποιείται συχνότερα από το Neyman – Scott, λόγω της πιο εύκολης μαθηματικής του διατύπωσης και επεξεργασίας. Ωστόσο, και τα δυο μοντέλα καταφέρνουν να αναπαράγουν με μεγάλη επιτυχία το διαλείποντα χαρακτήρα που εμφανίζει η βροχόπτωση στις λεπτές χρονικές κλίμακες. Συγκεκριμένα, εκτός από τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, τα δύο μοντέλα διατηρούν τόσο τις ιδιότητες στεγνών – βροχερών περιόδων (πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης), όσο και τη δομή αυτοσυσχέτισης των υψών βροχής των ιστορικών χρονοσειρών. Το γεγονός αυτό καθιστά τις «δομικά διαλείπουσες» συνθετικές χρονοσειρές, που παράγονται από τα παραπάνω μοντέλα, κατάλληλες, ώστε να χρησιμοποιηθούν ως δεδομένα εισόδου σε μοντέλα βροχής – απορροής. Οι βασικές παράμετροι σχηματισμού της επιφανειακής απορροής σχετίζονται, αφενός με τα χαρακτηριστικά της λεκάνης απορροής (ρυθμός διήθησης για τις φυσικές λεκάνες, ρυθμός διήθησης και αποχετευτική ικανότητα για τις αστικές λεκάνες) και αφετέρου με το μέγεθος και τη χρονική κατανομή της έντασης της βροχής. Συνεπώς, η εξέλιξη του πλημμυρικού φαινομένου εξαρτάται από τη διακύμανση των εντατικών μεγεθών της βροχόπτωσης και από την ύπαρξη και τις ιδιότητες των σύντομων χρονικών περιόδων ανομβρίας. Το μοντέλο RPBLGM ενδείκνυται για τέτοιου είδους εφαρμογές (π.χ. διαστασιολόγηση δικτύου όμβριων υδάτων), αφού, όπως αποδείχτηκε, διατηρεί τόσο την ακολουθία βροχερών – στεγνών περιόδων, όσο και την κατανομή μεγίστων υψών βροχής, από την ωριαία έως την ημερήσια χρονική κλίμακα.

Όπως έχουμε, επανειλημμένως, τονίσει η επιτυχία των παραπάνω μοντέλων εξαρτάται, σε ένα μεγάλο βαθμό, από τις παραμέτρους που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διαδικασία της προσομοίωσης. Για την εύρεση ενός και μόνο συνόλου τιμών των παραμέτρων έχουν προταθεί και εφαρμοστεί αρκετοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και πολλές τακτικές, όσον αφορά στα στατιστικά μεγέθη που θα χρησιμοποιηθούν κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Για μια δεδομένη ιστορική χρονοσειρά, διαφορετικές επιλύσεις του μαθηματικού συστήματος

αποδίδουν διαφορετικές μεν, αλλά παραπλήσιες τιμές των παραμέτρων. Ωστόσο, όλες οι ομάδες παραμέτρων διατηρούν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά κατά παρόμοιο τρόπο. Το γεγονός αυτό αποδεικνύει πως οι παράμετροι τείνουν να ανεξαρτητοποιηθούν από την χρονική κλίμακα των ιστορικών χρονοσειρών. Αυτό σημαίνει πως για υδρολογικά ομογενείς περιόδους, οι παράμετροι θα μπορούσαν να αποτελούν «ιδιότητες» των βροχομετρικών σταθμών. Κάτι τέτοιο, πάντως, δεν έχει ακόμα επιβεβαιωθεί.

Μην ξεχνάμε, επίσης, ότι τα παραπάνω μοντέλα προσομοιώνουν τη βροχή σε συνεχή χρόνο μελέτης. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με την ανεξαρτητοποίηση των παραμέτρων από τη χρονική κλίμακα μελέτης, καθιστά τα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών κατάλληλα να χρησιμοποιηθούν σε ένα σχήμα επιμερισμού υψών βροχής. Ένα τέτοιο σχήμα επιμερισμού, βασιζόμενο στο μοντέλο Bartlett – Lewis, περιγράφεται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.



Πίνακας 3.5: Συνοπτικός πίνακας για τα μεγέθη μιας καταιγίδας, η οποία έχει παραχθεί από το μοντέλο Bartlett – Lewis. Το EXP συμβολίζει την εκθετική κατανομή και το GAM τη γάμα κατανομή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Οι ενότητες (4.1) και (4.2) έχουν παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (βασική πηγή: Κουτσογιάννης, 1988, 2003 έπειτα από προσθήκες). Η ενότητα (4.3) βασίζεται στην εργασία των Κουτσογιάννη και Ονοφ (2001).

4 ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ ΒΡΟΧΗΣ ΣΕ ΛΕΠΤΕΣ ΧΡΟΝΙΚΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ

4.1 Το πρόβλημα του επιμερισμού

Η μελέτη και προσομοίωση των έντονα στοχαστικών υδρολογικών μεταβλητών (π.χ. βροχή, απορροή) στηρίζεται, αφενός στην ανάλυση των διαθέσιμων ιστορικών χρονοσειρών, από τις οποίες λαμβάνεται όλη η απαιτούμενη στατιστική πληροφορία και αφετέρου στην ανάπτυξη και εφαρμογή διαφόρων μαθηματικών μοντέλων. Τα στοχαστικά σειριακά μοντέλα προσομοίωσης, όπως αυτά που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3, παράγουν τιμές $h(t_1)$ μιας χρονοσειράς $h(t)$ τη μια μετά την άλλη, για διαδοχικούς χρόνους t_1 , που συνήθως ισαπέχουν κατά ένα διάστημα Δt . Η επιλογή του μοντέλου, που θα χρησιμοποιηθεί για τη παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών, γίνεται με βάση τις στατιστικές ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά που εμφανίζει η υπό εξέταση υδρολογική μεταβλητή σε κάποια υπό εξέταση κλίμακα μελέτης.

Μια ειδική κατηγορία των τεχνικών προσομοίωσης αποτελούν τα μοντέλα επιμερισμού (disaggregation models). Τα μοντέλα αυτά, σε αντίθεση με τα κλασικά σειριακά μοντέλα, επιδιώκουν την πύκνωση των σημείων μιας ήδη υπάρχουσας χρονοσειράς, είτε ιστορικής είτε συνθετικής, παράγοντας ένα σύνολο από ενδιάμεσα σημεία. Τα νέα ενδιάμεσα σημεία συνιστούν μια νέα χρονοσειρά μικρότερης χρονικής κλίμακας και παράγονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι σε συμφωνία με τις γνωστές τιμές των μεταβλητών της μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας. Επομένως, τα μοντέλα επιμερισμού προσομοιώνουν μία τακτική, μέσω της οποίας μπορούμε να λάβουμε μια χρονοσειρά κάποιας μεταβλητής μικρότερης χρονικής κλίμακας, όταν γνωρίζουμε τη χρονοσειρά της μεταβλητής αυτής στη μεγαλύτερη χρονική κλίμακα. Για παράδειγμα, μπορούμε να λάβουμε μία μηνιαία χρονοσειρά υψών βροχής, καθώς και τις στατιστικές ιδιότητες που την διέπουν, αν έχουμε ως δεδομένη μία χρονοσειρά ετήσιων υψών βροχής. Συνεπώς, τα μοντέλα επιμερισμού επιδιώκουν τη σύνδεση

χρονοσειρών, οι οποίες ανήκουν σε διαφορετικά χρονικά επίπεδα και χαρακτηρίζονται από διαφορετικές ιδιότητες και χαρακτηριστικά.

Οι τεχνικές επιμερισμού έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πάρα πολλές εφαρμογές της υδρολογίας, όπου απαιτείται η χρήση συνθετικών χρονοσειρών, που πρέπει να είναι συνεπείς ως προς κάποιες άλλες, μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών αποτελούν η προσομοίωση υδροσυστημάτων (π.χ. συστημάτων ταμιευτήρων) τόσο κατά τη φάση σχεδιασμού όσο και κατά τη φάση λειτουργίας, η μελέτη καταγίδων και πλημμυρών (μέσω της σύνθεσης λεπτομερών υετογραφημάτων), ο εμπλουτισμός και η επέκταση ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων, τα οποία και παρουσιάζουν μεγάλη έλλειψη σε μικρές κλίμακες καταγραφής. Τα τελευταία χρόνια, το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας για θέματα που αφορούν τη κλιματική αλλαγή, έχει διευρύνει ακόμα περισσότερο το πεδίο εφαρμογής των μοντέλων επιμερισμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως αρκετά σενάρια κλιματικής αλλαγής, που αναπτύσσονται σε μεγάλες χρονική κλίμακες, πρέπει να αναχθούν σε μικρότερες.

Στο σημείο αυτό κρίνεται σκόπιμο να τονίσουμε πως η διαδικασία επιμερισμού (disaggregation) δεν είναι ίδια με τη διαδικασία κατάπτωσης κλίμακας (downscaling). Τα μοντέλα κατάπτωσης κλίμακα παράγουν συνθετικές χρονοσειρές σε μικρότερες χρονικές κλίμακες, οι οποίες διατηρούν μεν τα απαραίτητα στατιστικά χαρακτηριστικά, χωρίς ωστόσο να απαιτείται η συμφωνία τους με κάποια χρονοσειρά υψηλότερης κλίμακας. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται συχνά για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών σε μικρές χρονικές κλίμακες, έχοντας ως δεδομένες χρονοσειρές σε υψηλότερες χρονικές κλίμακες, που έχουν παραχθεί από κάποιο παγκόσμιο μοντέλο κλίματος (General Circulation Models).

Στις ενότητες που ακολουθούν παρατίθενται οι βασικές έννοιες και ορισμοί του προβλήματος επιμερισμού, καθώς και η διατύπωσή του. Επιχειρείται, επίσης, μία σύντομη επισκόπηση των μοντέλων που έχουν κατά καιρούς αναπτυχθεί και εφαρμοστεί, καθώς και μία λεπτομερή ανάλυση των μοντέλων επιμερισμού που αναφέρονται σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Τέλος, θα παρουσιαστεί και εν συνεχεία θα εφαρμοστεί αναλυτικά ένα μονοδιάστατο μοντέλο στοχαστικού επιμερισμού ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία, το οποίο συνδυάζει τη χρήση του μοντέλου Bartlett – Lewis (όπως αυτό παρουσιάστηκε λεπτομερώς στο προηγούμενο κεφάλαιο) για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών σε δυο διαφορετικά χρονικά επίπεδα και κάποιες διαδικασίες συνόρθωσης.

4.1.1 Διατύπωση του προβλήματος

Τα μοντέλα επιμερισμού διακρίνονται σε μονοδιάστατα και πολυδιάστατα. Στο μονοδιάστατο επιμερισμό θεωρούμε ότι το υπό εξέταση υδρολογικό φαινόμενο εξελίσσεται μόνο στο χρόνο και συνεπώς η стоχαστική ανέλιξη που το περιγράφει περιλαμβάνει μόνο τη χρονική διάσταση. Στην παρούσα εργασία δεν θα επεκταθούμε σε θέματα που αφορούν τον πολυδιάστατο επιμερισμό και θα περιοριστούμε μόνο στην αναφορά των πιο σημαντικών σημείων.

Έστω ότι γνωρίζουμε τη χρονοσειρά Z_i κάποιας υδρολογικής μεταβλητής (π.χ. ύψος βροχής ή απορροή) σε ένα υψηλότερο χρονικό επίπεδο, με διακριτό χρονικό βήμα - διάστημα υλοποίησης i (π.χ. έτος). Έστω ότι με X_s συμβολίζουμε μία άλλη διακριτή ανέλιξη της ίδιας υδρολογικής μεταβλητής, αλλά σε κάποιο χαμηλότερο χρονικό επίπεδο, με χρονικό βήμα υλοποίησης s (π.χ. μήνας) μικρότερο του i . Τα χρονικά διαστήματα i , του υψηλότερου επιπέδου θα ονομάζονται περίοδοι, ενώ τα χρονικά διαστήματα s του χαμηλότερου επιπέδου θα ονομάζονται υποπερίοδοι. Τότε οι δυο χρονοσειρές θα είναι σε συμφωνία (ή θα είναι συνεπείς μεταξύ τους), αν ισχύει η επόμενη σχέση:

$$\sum_{s=(i-1)k+1}^{i k} X_s = Z_i \quad \text{με } Z_i \geq 0 \quad \text{και } X_s \geq 0 \quad (4.1)$$

όπου k ο αριθμός των υποπεριόδων μιας περιόδου. Για παράδειγμα, αν η χρονική κλίμακα του υψηλότερου επιπέδου είναι η ετήσια και η χρονική κλίμακα του χαμηλότερου επιπέδου είναι η μηνιαία, ο αριθμός των υποπεριόδων, k , είναι δώδεκα.

Η εξίσωση (4.1) αποτελεί τη βασική σχέση του προβλήματος επιμερισμού και ονομάζεται αθροιστική ιδιότητα. Είναι, δε, προφανές ότι, αν η γέννηση της χρονοσειράς X_s του χαμηλότερου επιπέδου είναι ανεξάρτητη από τη γέννηση της χρονοσειράς Z_i του υψηλότερου επιπέδου, η συνθήκη (4.1) δεν είναι δυνατόν να ικανοποιείται. Για το σκοπό αυτό, έχουν αναπτυχθεί τα μοντέλα επιμερισμού, μέσω των οποίων μπορούμε να παράγουμε τιμές των τμηματικών μεταβλητών X , αν γνωρίζουμε τις τιμές των αθροιστικών μεταβλητών Z , με τέτοιο τρόπο ώστε να ισχύει η αθροιστική ιδιότητα (σχ. 4.1).

Ωστόσο, η ισχύς της βασικής σχέσης του προβλήματος για κάθε περίοδο i δεν προεξοφλεί και την επιτυχία ενός μοντέλου επιμερισμού. Μην ξεχνάμε πως τα μοντέλα επιμερισμού είναι και αυτά μοντέλα μαθηματικής προσομοίωσης των διαφόρων υδρολογικών μεταβλητών. Από αυτήν την άποψη οι συνθετικές χρονοσειρές που παράγονται θα πρέπει να διατηρούν τα

στατιστικά χαρακτηριστικά και τη δομή που παρουσιάζει η εκάστοτε υδρολογική μεταβλητή, όπως αυτά έχουν προκύψει από την ανάλυση των ιστορικών δεδομένων.

Συνεπώς, για κάθε περίοδο i θα πρέπει να διατηρούνται:

1. Η βασική σχέση επιμερισμού (4.1).
2. Οι μέσες τιμές, οι διασπορές και περιθώριες ροπές μεγαλύτερων τάξεων (συνήθως φτάνουμε έως τη ροπή τρίτης τάξης) των τμηματικών μεταβλητών X της περιόδου.
3. Οι συνδιασπορές ή και μεγαλύτερης τάξης από κοινού ροπές των τμηματικών μεταβλητών X της περιόδου μεταξύ τους, με την αθροιστική μεταβλητή Z της περιόδου, καθώς και με τις τμηματικές και αθροιστικές μεταβλητές h προηγούμενων περιόδων. Ο αριθμός h δείχνει πόσες προς τα πίσω περίοδοι επηρεάζουν τις μεταβλητές της υπό εξέταση περιόδου και ονομάζεται *αθροιστική μνήμη*. Μηδενική αθροιστική μνήμη σημαίνει πως δεν παίρνουμε υπόψη καμία συσχέτιση με μεταβλητές των προηγούμενων περιόδων, οπότε η κάθε περίοδος i είναι ανεξάρτητη από τις προηγούμενες ($i-1, i-2, \dots$).
4. Τυχόν ειδικά χαρακτηριστικά των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής, όπως ασυνέχειες των συναρτήσεων.

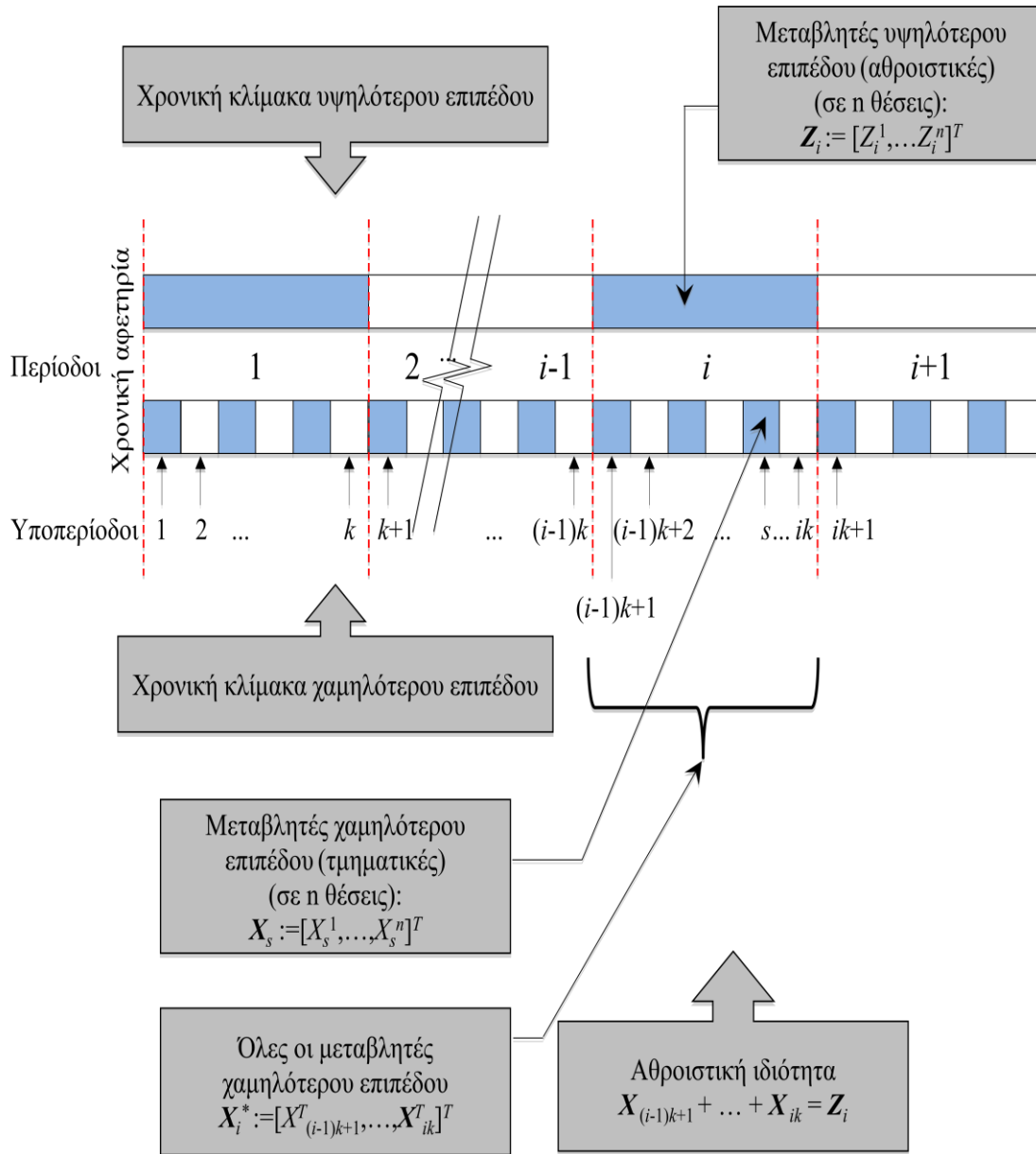
Σε αντίθεση με τον μονοδιάστατο, ο πολυδιάστατος επιμερισμός εξετάζει ένα υδρολογικό φαινόμενο που εξελίσσεται στο χώρο και το χρόνο, δηλαδή, οι στοχαστικές ανελίξεις που περιγράφουν το φαινόμενο παρουσιάζουν χρονική και χωρική διάσταση. Επιδίωξη του πολυδιάστατου επιμερισμού είναι, αφενός η διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών και κατανομών σε κάθε θέση και αφετέρου η διατήρηση των ετεροσυσχετίσεων των μεταβλητών διαφορετικών θέσεων.

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται κατά αντιστοιχία το διάνυσμα $X_s := [X_s^1, \dots, X_s^n]^T$, το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση μεταβλητών του χαμηλότερου επιπέδου (π.χ. μηνιαίων), σε n διαφορετικές θέσεις, κατά την υποπερίοδο s μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου i , και $Z_i := [Z_i^1, \dots, Z_i^n]^T$ το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβλητών υψηλού επιπέδου (π.χ. ετήσιων), οι οποίες αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο i . Τα σύμβολα με έντονη γραφή παριστάνουν διανύσματα ή πίνακες, ενώ ο εκθέτης T συμβολίζει τον ανάστροφο ενός πίνακα. Οι δείκτες i και s έχουν κοινή χρονική αφετηρία μέτρησης, δηλαδή για $i = 0$ και $s = 0$. Για να βρίσκονται οι δύο στοχαστικές διαδικασίες X_s και Z_i σε συμφωνία θα πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$\sum_{s=(i-1)k+1}^{ik} \mathbf{X}_s = \mathbf{Z}_i \quad \text{με } \mathbf{Z}_i \geq 0 \quad \text{και } \mathbf{X}_s \geq 0 \quad (4.2)$$

όπου k ο αριθμός των υποπεριόδων μιας περιόδου.

Το πρόβλημα του επιμερισμού δίνεται σχηματικά στο πίνακα (4.1) που ακολουθεί:



Σχήμα 4.1: Σχηματική περιγραφή του προβλήματος του επιμερισμού (Κουτσογιάννης, 2003)

4.1.2 Πλεονεκτήματα των μοντέλων επιμερισμού

Τα μοντέλα επιμερισμού, συγκρινόμενα με τα κλασικά σειριακά μοντέλα προσομοίωσης, παρουσιάζουν μερικά σαφή πλεονεκτήματα. Το πρώτο πλεονέκτημα προκύπτει άμεσα από τον ορισμό τους. Όπως είδαμε, τα μοντέλα επιμερισμού καταφέρνουν να πυκνώσουν τα σημεία μιας ήδη υπάρχουσας χρονοσειράς, παράγοντας ένα σύνολο από νέα ενδιάμεσα σημεία. Τα σημεία αυτά συνιστούν μια νέα συνθετική χρονοσειρά, η οποία αναφέρεται σε μία μικρότερη, σε σχέση με αυτήν που ξεκινήσαμε, χρονική κλίμακα υλοποίησης. Το γεγονός αυτό πρακτικά σημαίνει πως, όσο προχωράει ο επιμερισμός σε όλο και μικρότερες χρονικές κλίμακες, και άρα αυξάνεται η πυκνωση των σημείων, καταφέρνουμε να αναπαραστήσουμε με μεγαλύτερη πιστότητα και ακρίβεια την πραγματική δομή μίας υδρολογικής διεργασίας. Όπως εύκολα γίνεται αντιληπτό, η χρονική κλίμακα, μέχρι την οποία μπορεί να φτάσει επιτυχώς η πυκνωση των σημείων, εξαρτάται από την ικανότητα του μοντέλου επιμερισμού να αναπαράγει την πραγματική στοχαστική δομή της ανέλιξης στην κλίμακα αυτή.

Από τον τρόπο που έχει περιγραφεί μέχρι στιγμής το πρόβλημα του επιμερισμού, προκύπτει εύλογα η εξής απορία: γιατί να ακολουθήσουμε μια τέτοια πολύπλοκη διαδικασία, για να λάβουμε δυο χρονοσειρές που ανήκουν σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες και είναι σύμφωνες μεταξύ τους, και δεν κάνουμε το αντίστροφο. Δηλαδή, να παράγουμε πρώτα μία χρονοσειρά σε μικρότερη χρονική κλίμακα και μέσω μιας απλής συνάθροισης (πρόσθεσης ή ολοκλήρωσης) να λάβουμε μια χρονοσειρά, μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας, που θα είναι σίγουρα συνεπής ως προς αυτήν της μικρότερης. Σε μια τέτοια περίπτωση, η απευθείας χρησιμοποίηση ενός κλασικού στοχαστικού μοντέλου στη λεπτότερη χρονική κλίμακα θα έδινε χρονοσειρές, οι οποίες θα διατηρούσαν, μεν, τη στοχαστική δομή της μεταβλητής στη λεπτή κλίμακα (μικροδομή), αλλά θα αδυνατούσαν να αναπαράγουν την πραγματική δομή της μεταβλητής στη μεγαλύτερη χρονική κλίμακα (μακροδομή). Το πρόβλημα είναι ακόμα πιο έντονο στην περίπτωση που οι στοχαστικές δομές των δυο χρονικών κλιμάκων παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές. Αντίθετα, η χρήση ενός σειριακού μοντέλου στην υψηλότερη χρονική κλίμακα, σε συνδυασμό με ένα μοντέλο επιμερισμού, θα δώσει συνθετικές χρονοσειρές που διατηρούν και τη μακροδομή και μικροδομή. Το γεγονός ότι τα μοντέλα επιμερισμού καταφέρνουν να παράγουν χρονοσειρές, που διατηρούν τη στατιστική δομή διαφορετικών χρονικών κλιμάκων ταυτόχρονα, είναι ίσως το μεγαλύτερο πλεονέκτημά τους.

Όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η στατιστική δομή και οι ιδιότητες κάποιας υδρολογικής μεταβλητής, είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με τη χρονική κλίμακα μελέτης της και παρουσιάζουν μεγάλη διακύμανση. Έτσι, στην υδρολογία συναντάμε ανεξίτητες με πολύ απλή μακροδομή (π.χ. μόνιμες χρονοσειρές με κανονική ή εκθετική κατανομή) αλλά σύνθετη μικροδομή (π.χ. χωρίς μονιμότητα, με περιοδικότητες, πολύπλοκες εσωτερικές συσχετίσεις, ασυνέχειες). Συχνά, όμως, συναντάμε και το αντίστροφο, δηλαδή ανεξίτητες με απλή μικροδομή και πολύπλοκη μακροδομή. Τέτοιο χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το φαινόμενο της μακροπρόθεσμης εμμονής, ή Hurst, που χαρακτηρίζει τους όγκους απορροής και αποδίδεται στην ταυτόχρονη εμφάνιση πολλών τυχαίων διαταραχών στα μέσα στατιστικά χαρακτηριστικά των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών σε διάφορες χρονικές κλίμακες.

Το τρίτο πλεονέκτημα των μοντέλων επιμερισμού είναι η δυνατότητά τους να συνδυαστούν και με ιστορικά δεδομένα. Η έλλειψη επαρκούς αριθμού ιστορικών χρονοσειρών, που αναφέρονται σε πολύ λεπτές χρονικές κλίμακες (ωριαία και μικρότερες αυτής χρονικές κλίμακες), καθιστά απαραίτητη τη χρήση μεθόδων επιμερισμού, ώστε να γίνει πύκνωση των ήδη υπαρχόντων ιστορικών χρονοσειρών, που αναφέρονται σε μεγαλύτερες κλίμακες καταγραφής. Η μελέτη καταιγίδων και πλημμυρών απαιτεί τη χρήση χρονοσειρών πολύ μικρών χρονικών κλιμάκων, όπως είναι η ωριαία και οι μικρότερές τις, και μάλιστα αρκετά μεγάλου μήκους, ώστε τα επίπεδα αξιοπιστίας των υδροσυστημάτων να διατηρούνται σε υψηλά επίπεδα. Ωστόσο, οι ιστορικές χρονοσειρές, που καταγράφονται σε αυτές τις κλίμακες, είναι πολύ λίγες και μάλιστα πολύ περιορισμένου μήκους. Όσον αφορά στην παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μικρών χρονικών κλιμάκων, εφαρμόζονται ειδικά μοντέλα επιμερισμού, τα οποία θα αναλυθούν διεξοδικά στη συνέχεια.

Το βασικό μειονέκτημα των μοντέλων επιμερισμού είναι η πολυπλοκότητα της μαθηματικής δομής τους. Επιπλέον, η εύρεση των παραμέτρων τους δεν μπορεί να γίνει με αναλυτικό τρόπο και γι' αυτό επιστρατεύονται πολύπλοκες αριθμητικές τεχνικές. Ωστόσο, την τελευταία δεκαετία έχουν αναπτυχθεί μοντέλα επιμερισμού, τα οποία χαρακτηρίζονται από πολύ μικρότερο αριθμό παραμέτρων, χωρίς αυτό να είναι εις βάρος της ικανότητάς τους να αναπαράγουν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των διαφόρων υδρολογικών μεταβλητών.

4.2 Μοντέλα επιμερισμού

Συνοψίζοντας, το πρόβλημα του επιμερισμού τίθεται ως εξής: πώς είναι δυνατόν να παράγουμε συνθετικές χρονοσειρές σε κάποια μικρότερη χρονική κλίμακα, οι οποίες να είναι

σύμφωνες με κάποιες άλλες γνωστές χρονοσειρές μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας και οι οποίες θα αναπαράγουν όλα τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά και τις δομές που παρουσιάζει η εκάστοτε υδρολογική μεταβλητή στις δύο υπό εξέταση χρονικές κλίμακες.

Για το σκοπό αυτό έχουν κατά καιρούς διατυπωθεί, αναπτυχθεί και εφαρμοστεί πολλά διαφορετικά μοντέλα επιμερισμού. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, ορισμένα από αυτά χαρακτηρίζονται από κάποια γενικότητα (general-purpose models), ενώ άλλα αποτελούν συγκεκριμένες τεχνικές, που έχουν αναπτυχθεί για να επιτελέσουν συγκεκριμένους σκοπούς (ad-hoc techniques). Στην παρούσα ενότητα επιχειρείται μια σύντομη επισκόπηση των μοντέλων αυτών. Στη συνέχεια η έρευνα επικεντρώνεται σε μοντέλα επιμερισμού που έχουν εφαρμοστεί σε λεπτότερες χρονικές κλίμακες.

Τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν ένα μοντέλο επιμερισμού είναι τα ακόλουθα:

1. Η δυνατότητά του να λειτουργεί με σταθερή ή μεταβλητή αθροιστική και χρονική κλίμακα σε κάθε στάδιο επιμερισμού. Συνέπεια αυτής είναι η δυνατότητα του να επιδέχεται σταθερό ή μεταβλητό πλήθος τμηματικών μεταβλητών σε κάθε στάδιο επιμερισμού.
2. Η αθροιστική μνήμη του.
3. Η μέγιστη τάξη των περιθωρίων και από κοινού ροπών των μεταβλητών που παίρνει υπόψη και διατηρεί.
4. Η δυνατότητά του να επεξεργάζεται μεταβλητές με ασυνεχείς περιθώριες συναρτήσεις κατανομής διατηρώντας τις ασυνέχειες αυτές.
5. Η ασυμπτωτική ή οριακή συμπεριφορά του, που εκφράζεται με τη μορφή των συναρτήσεων κατανομής που μπορεί να διατηρηθούν από το μοντέλο σε πλήρη μορφή κάτω από ειδικές οριακές συνθήκες.

4.2.1 Μοντέλα επιμερισμού γενικής χρήσης

Τα μοντέλα επιμερισμού εισήχθησαν στην υδρολογία από την πρωτοποριακή εργασία των Valencia και Schaake (1972, 1973) στην πολυδιάστατη εκδοχή τους. Σύμφωνα με αυτούς, οι συνθετικές χρονοσειρές του χαμηλότερου επιπέδου X_s μπορούν να παραχθούν από την ακόλουθη γραμμική σχέση:

$$\mathbf{X}_i^* := \mathbf{a} \mathbf{Z}_i + \mathbf{b} \mathbf{V}_i \quad (4.3)$$

όπου \mathbf{X}_i^* είναι ένα διάνυσμα που περιέχει όλες τις χαμηλότερου επιπέδου kn ποσότητες της περιόδου i :

$$\mathbf{X}_i^* := [X_{(i-1)k+1}^T, \dots, X_{ik}^T]^T \quad (4.4)$$

Υπενθυμίζουμε πως k είναι ο αριθμός των υποπεριόδων μιας περιόδου και n ο αριθμός των χωρικών διαστάσεων του προβλήματος, δηλαδή των τοποθεσιών. Με \mathbf{V}_i συμβολίζουμε ένα διάνυσμα όμοιων τυχαίων μεταβλητών, μεγέθους kn , οι οποίες είναι στοχαστικά ανεξάρτητες και από το διάνυσμα \mathbf{Z}_i και μεταξύ τους. Οι πίνακες \mathbf{a} και \mathbf{b} περιέχουν τις παραμέτρους του μοντέλου, και έχουν διαστάσεις $kn \times n$ και $kn \times kn$ αντίστοιχα.

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων απαιτείται η χρήση ιστορικών χρονοσειρών δύο διαφορετικών χρονικών κλιμάκων. Για παράδειγμα, αν το μοντέλο επιμερισμού χρησιμοποιείται για τον επιμερισμό ετήσιων υψών βροχής σε μηνιαία, τότε για την εύρεση των δυο μητρώων απαιτούνται οι ετήσιες και οι αντίστοιχες μηνιαίες ιστορικές χρονοσειρές. Οι τιμές των παραμέτρων εξαρτώνται από τις τιμές των μητρώων διασπορών και συνδιασπορών μεταξύ των μεταβλητών των δυο χρονικών επιπέδων \mathbf{X} και \mathbf{Z} . Η εύρεση των στοιχείων των δυο μητρώων από ιστορικά δεδομένα εξασφαλίζει, αφενός τη διατήρηση της αθροιστικής ιδιότητας (σχ. 4.2) και αφετέρου τη διατήρηση της δομής συνδιασπορών, όπως αυτή εισάγεται από τα ιστορικά δεδομένα.

Παρά το γεγονός, ότι το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, δεν διατηρεί, και για την ακρίβεια δεν προβλέπει, την εξάρτηση μεταξύ τμηματικών μεταβλητών που ανήκουν σε διαδοχικές περιόδους. Η απουσία αθροιστικής μνήμης είναι και το μεγαλύτερο μειονέκτημα του μοντέλου αυτού.

Την ανικανότητα του μοντέλου να διατηρεί τις δομές αυτοσυσχέτισης τμηματικών μεταβλητών διαφορετικών περιόδων διαπίστωσαν οι ίδιοι οι ερευνητές Valencia και Schaake, οι οποίοι και πρότειναν μια βελτιωμένη παραλλαγή του μοντέλου τους. Ωστόσο, και το νέο μοντέλο αγνοεί τις συσχετίσεις μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών διαδοχικών περιόδων και λαμβάνει υπόψη του τις συσχετίσεις των τμηματικών μεταβλητών της i περιόδου με τις αθροιστικές μεταβλητές της $i-1$ περιόδου. Στην πραγματικότητα το πρόβλημα της αθροιστικής μνήμης δεν λύνεται με αυτόν τον τρόπο. Λύση στο πρόβλημα προσπάθησαν να δώσουν οι Mejia και Rouselle (1976), Hoshi και Burges (1979) και Stedinger και Vogel (1984), προτείνοντας βελτιωμένες παραλλαγές του αρχικού γραμμικού μοντέλου. Ωστόσο, οι

Stedinger και Vogel (1984) έδειξαν πως το μοντέλο τύπου Valencia - Schaake, σε οποιαδήποτε παραλλαγή του, είναι πολύ δύσκολο να διατηρήσει την ακριβή δομή συσχέτισης των μεταβλητών του χαμηλότερου χρονικού επιπέδου λόγω θεμελιωδών περιορισμών που επιβάλλονται από τη δομή του μοντέλου.

Όπως αποδεικνύεται μέσω του κεντρικού οριακού θεωρήματος, η ασυμπτωτική ή οριακή συμπεριφορά του παραπάνω μοντέλου είναι κανονική (Gauss). Αυτό σημαίνει πως, αν οι μεταβλητές X ακολουθούν την κανονική κατανομή, το γραμμικό μοντέλο των Valencia - Schaake εξασφαλίζει τη διατήρηση όλων των ροπών ανώτερης τάξης, καθώς και τις συναρτήσεις κατανομής. Στην περίπτωση, όμως, που οι μεταβλητές ακολουθούν άλλη κατανομή, το μοντέλο αδυνατεί να διατηρήσει τις στατιστικές τους ιδιότητες. Το γεγονός αυτό καθιστά το μοντέλο ακατάλληλο για εφαρμογή σε μικρές χρονικές κλίμακες, όπου οι κατανομές των υδρολογικών μεταβλητών παρουσιάζουν μεγάλη απόκλιση από την κανονική. Για να αποκτήσει το μοντέλο την ικανότητα να διατηρεί τις στατιστικές ιδιότητες μεταβλητών που ακολουθούν μη κανονικές κατανομές, έχουν προταθεί δυο κατηγορίες μεθόδων τροποποίησής του.

Στις μεθόδους της πρώτης κατηγορίας, επιδιώκεται η διατήρηση των συντελεστών ασυμμετρίας των μεταβλητών του χαμηλότερου επιπέδου X_i μέσω της χρήσης ασύμμετρων κατανομών για την παραγωγή των μεταβλητών V_i (Tao και Delleur, 1976; Todini, 1980). Δηλαδή, η διατήρηση των συντελεστών ασυμμετρίας των τμηματικών μεταβλητών στηρίζεται στην εύρεση, μέσω ιστορικών χρονοσειρών, των κατάλληλων συντελεστών ασυμμετρίας για τις κατανομές των μεταβλητών V_i . Από την εφαρμογή των μεθόδων αυτών αποδείχτηκε πως, όταν οι τιμές των συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών χρονοσειρών είναι μεγάλες (μεγαλύτερες του 1), το μοντέλο αποτυγχάνει να παράξει συνθετικές χρονοσειρές με συντελεστές ασυμμετρίας όμοιους με αυτούς των ιστορικών χρονοσειρών. Επιπλέον, όπως επισημαίνει ο Todini (1980), «ακολουθώντας μια τέτοια προσέγγιση του προβλήματος είναι μάλλον αδύνατο να διατηρήσουμε την ασυμμετρία των μεταβλητών X_i δεδομένου ότι οι συντελεστές ασυμμετρίας των μεταβλητών V_i πιθανόν να απαιτούν πολύ μεγάλες τιμές, οι οποίες είναι αδύνατο να προκύψουν από ένα, πεπερασμένου πλήθους, ιστορικό δείγμα». Φυσικά, η διατήρηση της ασυμμετρίας δεν σημαίνει και την εξ ολοκλήρου διατήρηση της κατανομής των μεταβλητών X_i .

Τα προβλήματα αυτά αποφεύγονται με τις μεθόδους της δεύτερης κατηγορίας, που βασίζονται σε ένα μη γραμμικό μετασχηματισμό των αθροιστικών, Z , και τμηματικών, X ,

μεταβλητών, έτσι ώστε οι προκύπτουσες μετασχηματισμένες μεταβλητές να ακολουθούν την κανονική κατανομή (Valencia και Schaake, 1972; Hoshi και Burges, 1979; Stedinger και Vogel, 1984). Έτσι, πριν εφαρμοστεί το μοντέλο επιμερισμού, γίνεται κανονικοποίηση των κατανομών των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών και προκύπτουν οι μετασχηματισμένες χρονοσειρές, βάσει των οποίων υπολογίζονται οι παράμετροι του μοντέλου επιμερισμού. Στη συνέχεια, το γραμμικό μοντέλο εφαρμόζεται με τις μεταβλητές V να παράγονται από την κανονική κατανομή. Ωστόσο, θα πρέπει να τονίσουμε πως μια τέτοια θεώρηση έχει, μεν, ως αποτέλεσμα την προσέγγιση των πραγματικών (μη κανονικών) κατανομών των φυσικών διεργασιών, αλλά στην ουσία αναιρεί τη βασική ιδέα του επιμερισμού, αφού πλέον δεν ισχύει η βασική αθροιστική ιδιότητα (σχ. 4.1). Για την αποκατάσταση αυτής της ασυνέπειας, οι τιμές των τμηματικών μεταβλητών, που παράγονται από το μοντέλο, θα πρέπει να διορθωθούν κατάλληλα, μέσω μιας διαδικασίας συνόρθωσης (Stedinger και Vogel, 1984; Lane και Frevert, 1990; Grygier και Stedinger, 1988, 1990). Ωστόσο, η εφαρμογή μιας τέτοιας διαδικασίας συνόρθωσης εισάγει μεροληψία στα στατιστικά χαρακτηριστικά που πρόκειται να διατηρηθούν (Κουτσογιάννης και Μανέτας, 1996). Εκτενής ανάλυση αυτού του φαινομένου γίνεται σε επόμενη ενότητα (4.3.2)

Επιπλέον, το εν λόγω μοντέλο δεν είναι κατάλληλο για μεταβλητές που παρουσιάζουν ασυνεχείς κατανομές, αφού η βασική γραμμική σχέση (4.3) δεν είναι δυνατόν να παράγει συγκεκριμένες τιμές (στην προκειμένη περίπτωση μηδενικές) των μεταβλητών με πεπερασμένη πιθανότητα.

Το γραμμικό μοντέλο επιμερισμού Valencia και Schaake, στην αρχική και στις τροποποιημένες εκδόσεις του, έχει χρησιμοποιηθεί σε παρά πολλές υδρολογικές εφαρμογές. Αυτές αφορούν στον επιμερισμό απορροών σε διαφορετικές θέσεις της λεκάνης απορροής από ετήσια βάση σε εποχιακή, μηνιαία, και ημερήσια. Επίσης, έχει χρησιμοποιηθεί και για τον επιμερισμό υψών βροχής από ετήσια βάση σε μηνιαία ή εποχιακή, αλλά όχι σε μικρότερες χρονικές κλίμακες. Στις μικρότερες χρονικές κλίμακες οι χρονοσειρές των βροχοπτώσεων παρουσιάζουν, αφενός δομική ασυνέχεια και αφετέρου μεγάλες αποκλίσεις από την κανονική κατανομή. Συνεπώς, το γραμμικό μοντέλο επιμερισμού δεν μπορεί να εφαρμοστεί στις κλίμακες αυτές.

Ένα ακόμα πολύ βασικό μειονέκτημα των μοντέλων, που μόλις αναπτύξαμε, είναι η πολυπλοκότητα της μαθηματικής δομής τους και της υπολογιστικής διαδικασίας, η οποία απαιτείται για την εύρεση των παραμέτρων τους. Η πολυπλοκότητα αυτή αντικατοπτρίζεται

στο μεγάλο αριθμό των παραμέτρων τους, που οφείλεται στην προσπάθεια του μοντέλου επιμερισμού να διατηρήσει όλες τις συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών. Για παράδειγμα, σε ένα πολυδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού ετήσιων βροχοπτώσεων σε μηνιαίες ($k=12$), όπου συμμετέχουν 10 βροχομετρικοί σταθμοί, ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου ανέρχεται σε 15.600, τη στιγμή που οι ιστορικές μηνιαίες χρονοσειρές που απαιτούνται για τους υπολογισμούς των παραμέτρων αυτών έχουν μήκος 3.600 για δεδομένα 30 χρόνων.

Για αντιμετωπιστεί το πρόβλημα του τεράστιου αριθμού των παραμέτρων και του τεράστιου υπολογιστικού φόρτου που απαιτεί η εύρεσή τους, έχουν κατά καιρούς αναπτυχθεί και εφαρμοστεί αρκετές τεχνικές. Τα μοντέλα σταδιακού επιμερισμού (Staged Disaggregation Models), είτε πολυδιάστατα, είτε μονοδιάστατα, επιμερίζουν τις μεταβλητές του υψηλότερου επιπέδου Z_i σε μεταβλητές του χαμηλότερου X_i σε ένα ή περισσότερα βήματα (Lane, 1979, 1982; Salas et al., 1980; Stedinger και Vogel, 1984; Grygier και Stedinger, 1988; Lane και Frevert; 1990). Για παράδειγμα, αν πρόκειται να παραχθούν μηνιαίες τιμές ενός μεγέθους, είναι προτιμότερο να παραχθούν πρώτα εποχιακές τιμές και στη συνέχεια να επιμεριστούν σε μηνιαίες. Μια άλλη κατηγορία μοντέλων επιμερισμού, που αναπτύχθηκε για να αποφεύγεται ο μεγάλος όγκος παραμέτρων του γραμμικού μοντέλου των Valencia και Schaake, είναι τα μοντέλα επιμερισμού συμπύκνωσης (Condensed Disaggregation Models). Τα μοντέλα αυτά αποφεύγουν τον τεράστιο αριθμό παραμέτρων, αφού λαμβάνουν υπόψη τους, και τελικά διατηρούν, λιγότερες συσχετίσεις μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών X_i (Lane, 1979, 1982; Pereira et al., 1984; Oliveira et al., 1988; Stedinger και Vogel, 1984; Stedinger et al., 1985; Grygier και Stedinger, 1988). Αρκετές φορές οι δυο τεχνικές επιμερισμού συνδυάζονται με σκοπό την ελάφρυνση του υπολογιστικού φόρτου.

Το δυναμικό μοντέλο επιμερισμού (Dynamic Disaggregation Model) αναπτύχθηκε και διατυπώθηκε αρχικά σε σημειακή βάση (Κουτσογιάννης, 1988; Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1990), ενώ ύστερα από κατάλληλη γενίκευση, διατυπώθηκε και για το πολυδιάστατο πρόβλημα (Κουτσογιάννης, 1992). Το μοντέλο αυτό διατυπώθηκε ως μία γενικευμένη, βήμα προς βήμα, προσέγγιση των προβλημάτων του επιμερισμού και είναι γενικά πολύ ευέλικτο.

Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, ο επιμερισμός μιας αθροιστικής μεταβλητής Z στις k συνιστώσες της (τμηματικές μεταβλητές X_i , $i = 1, 2, \dots, k$), διασπάται σε $k-1$ διαδοχικά βήματα. Δηλαδή, στο πρώτο βήμα παράγεται η τιμή της X_1 , στο δεύτερο η τιμή της X_2 κ.ο.κ. Ως προς αυτό το σημείο, το δυναμικό μοντέλο επιμερισμού είναι εντελώς διαφορετικό από το

γραμμικό μοντέλο, όπου οι τιμές των τμηματικών μεταβλητών παράγονται ταυτόχρονα. Σε κάθε βήμα πραγματοποιούνται δυο στοιχειώδεις διαδικασίες. Μια διαδικασία διχασμού, που παράγει την ποσότητα X_i , έχοντας ως δεδομένη την αδιάθετη ποσότητα S_i , και μεταφέρει τη νέα διαφορά S_{i+1} στο επόμενο βήμα. Της διαδικασίας διχασμού προηγείται η διαδικασία υπολογισμού των ροπών. Κατά τη διαδικασία αυτή υπολογίζονται, μέσω εξισώσεων, οι τιμές των παραμέτρων του βήματος, έτσι ώστε να διατηρούνται οι δεσμευμένες ροπές της συνάρτησης κατανομής των (X_i, S_i) , έχοντας ως δεδομένη την αδιάθετη ποσότητα S_i , καθώς και τις ποσότητες X που έχουν παραχθεί στα προηγούμενα βήματα.

Το δυναμικό μοντέλο επιμερισμού, σε αντίθεση με τα μοντέλα που αναφέρθηκαν νωρίτερα, έχει την ικανότητα να διατηρεί μη κανονικές κατανομές, καθώς και σε μια από τις εκδοχές του (Κουτσογιάννης, 1992), τις δομές συνδιασποράς μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών διαδοχικών περιόδων (αθροιστική μνήμη).

Επιπλέον, το DDS έχει την ικανότητα να επεξεργάζεται μεταβλητές με ασυνεχείς κατανομές, όπως το ωριαίο και ημερήσιο ύψος βροχής. Έτσι, οι Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος (1990), βασιζόμενοι στο γενικό σχήμα του DDS, ανέπτυξαν ένα μαθηματικό μοντέλο για τον επιμερισμό μηνιαίων βροχοπτώσεων σε ωριαίες. Συγκεκριμένα, εκμεταλλεύτηκαν την ευελιξία του μοντέλου DDS να λειτουργεί με μεταβλητό αριθμό τμηματικών μεταβλητών, που συνεπάγεται αυθαίρετο και μεταβλητό αριθμό υποπεριόδων k για κάθε περίοδο. Το γεγονός αυτό καθιστά το μοντέλο DDS κατάλληλο για την προσομοίωση της διαλείπουσας φύσης που παρουσιάζει η βροχή στις μικρές χρονικές κλίμακες. Για τον επιμερισμό μηνιαίων υψών βροχής σε ωριαία, εφάρμοσαν τη διαδικασία που περιγράφεται παραπάνω, τέσσερις φορές διαδοχικά. (α) Αρχικά προσδιορίζονται τα χρονικά σημεία έναρξης των βροχερών επεισοδίων μέσα στο μήνα, (β) επιμερίζεται η συνολική μηνιαία διάρκεια βροχόπτωσης σε βροχερά επεισόδια, (γ) επιμερίζεται το συνολικό μηνιαίο ύψος βροχής στα βροχερά επεισόδια, (δ) επιμερίζεται το συνολικό ύψος βροχής του κάθε βροχερού επεισοδίου σε μικρότερες χρονικές κλίμακες (π.χ. ωριαία). Ωστόσο, αυτή η τακτική δεν μπορεί να ακολουθηθεί για τον απευθείας επιμερισμό ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία.

4.2.2 Μοντέλα επιμερισμού βροχοπτώσεων σε μικρές χρονικές κλίμακες

Στις λεπτές χρονικές κλίμακες, όπως είναι η ημερήσια και η ωριαία, η βροχή εμφανίζεται ως διαλείπον φαινόμενο με έντονη μεταβλητότητα των χαρακτηριστικών της (κεφάλαιο 3). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, οι κατανομές των υψών βροχής να είναι έντονα ασύμμετρες και να παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις από την κανονική κατανομή. Το γεγονός αυτό καθιστά τα

μοντέλα που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα ακατάλληλα για τον επιμερισμό της βροχής σε κλίμακες μικρότερες της μηνιαίας.

Μια γενική μεθοδολογία για τον επιμερισμό υψών βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες, που στηρίζεται στη γενική μέθοδο του δυναμικού επιμερισμού (DDM), παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα. Ωστόσο, όπως προαναφέρθηκε, το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να εφαρμοστεί για τον απευθείας επιμερισμό υψών βροχής από την ημερήσια στην ωριαία κλίμακα. Στην παρούσα ενότητα γίνεται μια επισκόπηση των μοντέλων που έχουν κατά καιρούς αναπτυχθεί για τον επιμερισμό υψών βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Ωστόσο, τα μοντέλα που παρουσιάζονται εδώ, αποτελούν περισσότερο τεχνικές που αναπτύχθηκαν για συγκεκριμένους σκοπούς, παρά μεθοδολογίες γενικής χρήσης. Θα πρέπει να τονίσουμε, επίσης, πως κανένα από τα παρακάτω μοντέλα δεν παρουσιάζει τη γενική και συστηματική μορφή του γραμμικού μοντέλου των Valencia και Schaake.

Οι Grace και Eagleson (1966) ήταν οι πρώτοι που πρότειναν και ανέπτυξαν ένα μοντέλο για το χρονικό επιμερισμό ενός επεισοδίου βροχής σε μικρή χρονική κλίμακα. Ωστόσο, ο Κουτσογιάννης (1988, σελ. 29) επισημαίνει πως το μοντέλο αυτό δεν βασίζεται σε τεκμηριωμένη θεωρία διατήρησης ροπών ή άλλων παραμέτρων και πως απαιτείται αρκετά μεγάλη υπολογιστική διαδικασία. Όπως έχει τονιστεί επανειλημμένως, το γενικό γραμμικό μοντέλο δεν μπορεί να επιμερίσει ύψη βροχής σε χρονικές κλίμακες μικρότερες από τη μηνιαία. Οι Valencia et al. (1972) είχαν διαπιστώσει εξ αρχής αυτήν την αδυναμία του μοντέλου τους και ανέπτυξαν μια νέα τεχνική για τον επιμερισμό μηνιαίων υψών βροχής σε ημερήσια, που βασίζεται σε μια αλυσίδα Μαρκόφ για την εμφάνιση των βροχερών επεισοδίων. Το πρόβλημα του επιμερισμού ημερήσιου ύψους βροχής σε επί μέρους ύψη βροχερών επεισοδίων μιας μέρας, μελετήθηκε από τους Hershendorff και Woolhiser (1987). Ενώ οι Woolhiser και Osborn (1985) παρουσίασαν ένα σχήμα για τον επιμερισμό του ύψους βροχής μιας καταιγίδας. Το μοντέλο τους επιμερίζει το ύψος βροχής μιας καταιγίδας σε 10 επί μέρους τμήματα ίσης διάρκειας (δηλαδή το πλήθος των τμηματικών μεταβλητών και η τμηματική χρονική κλίμακα παραμένουν σταθερά για κάθε καταιγίδα, αλλά η τμηματική κλίμακα μεταβάλλεται από καταιγίδα σε καταιγίδα) και στηρίζεται σε μια αδιαστατοποιημένη διαδικασία Μαρκόφ, που προκύπτει ύστερα από το μετασχηματισμό αδιαστατοποίησης της διάρκειας και του ύψους βροχής κάθε καταιγίδας. Με το πρόβλημα της προσομοίωσης της κατανομής που ακολουθεί η εσωτερική διάρκεια του κάθε βροχερού επεισοδίου ασχολήθηκαν οι Marien και Vandewiele (1986). Οι δύο ερευνητές μελέτησαν το πρόβλημα του επιμερισμού της συνολικής διάρκειας μιας καταιγίδας (προτείνουν αυτόν τον όρο αντί

του όρου «επεισόδιο βροχής») και του ύψους βροχής της σε επί μέρους τμήματα. Ως συνέπεια των υποθέσεων, που διατύπωσαν για την εσωτερική δομή του επεισοδίου βροχής, οι επιμέρους διάρκειες ακολουθούν μια ενιαία κατανομή γάμα. Το μοντέλο τους, με την ονομασία «μοντέλο εσωτερικής δομής των Marien και Vandewiele», εφαρμόζεται, αν οι τμηματικές μεταβλητές οριστούν κατάλληλα και θεωρηθεί ότι ακολουθούν κατανομή γάμα. Παρόμοιες τεχνικές, χρησιμοποιώντας ωστόσο αδιαστατοποιημένες κατανομές για το ύψος και τη διάρκεια της βροχόπτωσης, εφαρμόστηκαν από τους Econopouly et al. (1990), και Garcia-Guzman και Aranda-Oliver (1993).

Τα μοντέλα επιμερισμού που αναφέρθηκαν εμφανίζουν στην πλειονότητά τους αρκετά πολύπλοκη δομή, που συνεπάγεται μεγάλο αριθμό παραμέτρων. Ένα απλό αλλά ταυτόχρονα ακριβές μοντέλο για τον επιμερισμό ενός συγκεκριμένου βροχερού επεισοδίου σε λεπτότερες χρονικές κλίμακες ανέπτυξε ο Κουτσογιάννης (1994). Στο μοντέλο αυτό επιμερίζεται το συνολικό ύψος βροχής, H , μιας καταιγίδας, με διάρκεια D , σε μια ακολουθία μερικών υψών βροχής (π.χ. ωριαία) $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$, όπου απέχουν χρονικό διάστημα Δ μεταξύ τους (το Δ ονομάζεται ευκρίνεια και επιλέγεται ανάλογα με το δείγμα και την επιθυμητή προσομοίωση). Όπου $k = D / \Delta$. Το μοντέλο βασίζεται, αφενός στην υπόθεση πως τα τμηματικά ύψη βροχής X_i σε μικρές χρονικές κλίμακες προσεγγίζουν τη γάμα κατανομή και αφετέρου στο γεγονός πως η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης (βλ. ενότητα 4.3.2.1) που επιβάλλεται στα συνθετικά ύψη βροχής X_i^* , ώστε να έρθουν σε συμφωνία με το συνολικό ύψος βροχής της καταιγίδας, δεν επηρεάζει την κατανομή γάμα των υψών βροχής. Το μοντέλο αυτό έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς για την παραγωγή καταιγίδων και την πλημμυρική μελέτη. Ωστόσο, ο σκοπός της ανάπτυξης της παραπάνω τεχνικής επιμερισμού δεν είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου βροχής συνεχούς προσομοίωσης, αλλά η προσομοίωση σε επίπεδο βροχερού επεισοδίου (Zarris et al., 1998). Οι Κουτσογιάννης και Παχάκης (1996) κατάφεραν να αναπτύξουν ένα μοντέλο συνεχούς προσομοίωσης της βροχής, βασιζόμενοι στην παραπάνω τεχνική επιμερισμού, σε συνδυασμό με μια εναλλασσόμενη ανανεωτική ανέλιξη για την προσομοίωση των εμφανίσεων της βροχής στην κλίμακα του χρόνου και μια υπόθεση ομοιοθεσίας (Κουτσογιάννης και Φούφουλα-Γεωργίου, 1993) για την ανέλιξη της έντασης.

Για τον απευθείας επιμερισμό ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία προτάθηκε και εφαρμόστηκε ένα μοντέλο συνεχούς προσομοίωσης από τους Glasbey et al (1995). Οι ερευνητές αυτοί ήταν οι πρώτοι που συνδύασαν μια τεχνική επιμερισμού με ένα συνεχές μοντέλο προσομοίωσης της βροχής. Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησαν το τυχαίο μοντέλο Bartlett – Lewis (βλ. ενότητα 3.3) για να παράγουν μεγάλου μήκους (1000 χρόνων)

συνθετικές χρονοσειρές υψών βροχής στην ωριαία χρονική κλίμακα. Στη συνέχεια εντόπισαν στο συνθετικό αυτό δείγμα τις ομάδες βροχερών ημερών που έπονται και προηγούνται τουλάχιστον μιας στεγνής μέρας. Οι ομάδες αυτές, θεωρούμενες ως ανεξάρτητες, κατατάχθηκαν με βάση το μήκος τους και λειτούργησαν ως πρότυπα, τα οποία συγκρίθηκαν με τις ομάδες βροχερών ημερών της ιστορικής χρονοσειράς. Παραδείγματος χάρη, κάθε ομάδα 5 συνεχόμενων βροχερών ημερών της ιστορικής χρονοσειράς συγκρίθηκε με τις συνθετικές ομάδες ισάριθμου πλήθους ημερών, ως προς τη μέση τετραγωνική απόκλιση των ημερήσιων υψών βροχής. Σε κάθε ιστορική ομάδα αντιστοιχήθηκε εκείνη η συνθετική ομάδα, για την οποία ελαχιστοποιείται η μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ ιστορικών και συνθετικών ημερήσιων υψών βροχής. Τελικά, για να αποκατασταθεί η συνέπεια μεταξύ της ιστορικής ημερήσιας και της συνθετικής ωριαίας χρονοσειράς, απαιτείται η τροποποίηση των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής. Η ίδια τακτική επαναλαμβάνεται για κάθε ομάδα βροχερών ημερών της ιστορικής χρονοσειράς. Η εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου έδειξε πως η διασπορά των συνθετικών χρονοσειρών είναι αισθητά μεγαλύτερη από αυτή των ιστορικών, ενώ η δομή αυτοσυσχέτισής τους «πέφτει» γρηγορότερα σε σχέση με αυτή των ιστορικών. Οι ερευνητές διαπιστώνοντας την αδυναμία του μοντέλου τους, πρότειναν μια πιο «αυθαίρετη» τακτική επιμερισμού. Σε αυτήν την περίπτωση κάθε ομάδα βροχερών ημερών της ιστορικής χρονοσειράς, ανεξαρτήτως διάρκειας, συγκρίθηκε με συνθετικές ομάδες, διάρκειας τριών ημερών σταδιακά. Η τακτική αυτή αποδείχτηκε πιο αποτελεσματική ως προς τη διατήρηση των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών των ωριαίων ιστορικών χρονοσειρών. Ωστόσο, και σε αυτή τη περίπτωση η δομή αυτοσυσχέτισης των συνθετικών χρονοσειρών «πέφτει» με πιο γοργούς ρυθμούς απ' ό,τι αυτή των ιστορικών. Επιπλέον, κατά την εφαρμογή του μοντέλου δεν μελετήθηκαν καθόλου οι ακραίες τιμές. Πάντως, όπως τονίζουν οι ίδιοι οι ερευνητές, στη δεύτερη περίπτωση η τακτική που ακολουθείται δεν είναι θεωρητικά τεκμηριωμένη (αυθαίρετη), καθώς η ακολουθία των τριών βροχερών ημερών που χρησιμοποιείται κάθε φορά δεν είναι ανεξάρτητη.

Οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) ακολούθησαν μια πιο συστηματική διαδικασία για τον επιμερισμό ημερήσιων βροχοπτώσεων σε ωριαίες, βασιζόμενοι στο συνδυασμό του μοντέλου Bartlett – Lewis για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών και σε μια διαδικασία συνόρθωσης για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών. Η μέθοδος αυτή θα αναλυθεί διεξοδικά σε επόμενη ενότητα (4.3).

Μια μέθοδος για τον επιμερισμό ωριαίων βροχοπτώσεων σε μικρότερα χρονικά διαστήματα πρότειναν οι Cowpertwait et al. (1996), μέσω της κατανομής παλμών με συγκεκριμένο μικρό

ύψος βροχής σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Ο Bardossy (1997), βασιζόμενος σε μια κατανομή Polya και σε μια δομή αυτοσυσχέτισης αλυσίδας Μαρκόφ, που διατηρείται μέσω μιας τεχνικής Monte Carlo, ανέπτυξε μια μέθοδο επιμερισμού ημερήσιας βροχόπτωσης σε πολλές μικρότερες βροχερές υποπεριόδους. Τέλος, οι Collony et al. (1998) πρότειναν μια τεχνική επιμερισμού ημερήσιων υψών βροχής σε μια σειρά από βροχερά γεγονότα χρησιμοποιώντας μια ανέλιξη Poisson.

Όλα τα παραπάνω μοντέλα στηρίζονται στην κλασική θεωρία πιθανοτήτων και στη θεωρία στοχαστικών ανεξίτητων. Τα τελευταία χρόνια πολλοί ερευνητές έχουν προσεγγίσει το πρόβλημα του επιμερισμού, βασιζόμενοι σε άλλες μαθηματικές θεωρίες, όπως είναι η πολυκλασματική προσομοίωση, τα νευρωνικά δίκτυα και η θεωρία του χάους. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε τις εργασίες των Olsson (1996), Olson και Berndtsson (1997), Tang (1999), Marshak et al. (1994), Menable et al. (1997), Burian et al. (2000, 2001) και Sivakumar et al. (2001), στις οποίες μελετάται ο επιμερισμός βροχοπτώσεων σε λεπτές χρονικές κλίμακες.

Τα μοντέλα που παρουσιάζονται παραπάνω αναφέρονται στο μονοδιάστατο (σημειακό) πρόβλημα του επιμερισμού της βροχής. Στον πολυδιάστατο επιμερισμό εξετάζεται η εξέλιξη του φαινομένου της βροχής τόσο στο χρόνο, όσο και στο χώρο, με αποτέλεσμα η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος, και άρα του εκάστοτε μοντέλου, να γίνεται ακόμα πιο πολύπλοκη. Με τον πολυδιάστατο επιμερισμό βροχοπτώσεων σε λεπτές χρονικές κλίμακες ασχολήθηκαν οι Socolofsky και Adams (2001) και οι Kattegoda et al. (2003).

4.2.3 Μια σύγχρονη προσέγγιση του προβλήματος επιμερισμού

Τα περισσότερα από τα μοντέλα επιμερισμού που παρουσιάστηκαν στις προηγούμενες δυο ενότητες και αναφέρονται είτε στο μονοδιάστατο, είτε στο πολυδιάστατο πρόβλημα, αποτελούν περισσότερο τεχνικές που έχουν αναπτυχθεί για να επιτελέσουν συγκεκριμένους σκοπούς, χωρίς να υιοθετούν κάποια συστηματική και γενική μεθοδολογία προσέγγισης του προβλήματος. Συγκεκριμένα, επιδιώκουν τη γέννηση κάποιας συνθετικής χρονοσειράς μικρότερης χρονικής κλίμακας μέσω ενός υβριδικού μαθηματικού σχήματος, στο οποίο ενσωματώνονται οι χρονοσειρές και των δύο χρονικών κλιμάκων ταυτόχρονα. Επιπλέον, κάποια από τα παραπάνω μοντέλα αδυνατούν να διατηρήσουν και να αναπαράξουν συγκεκριμένες δομές και ιδιότητες της υδρολογικής μεταβλητής, ενώ άλλα δεν είναι ικανά να διατηρήσουν τη βασική σχέση του επιμερισμού (σχ. 4.1), που είναι και η κύρια απαίτηση του προβλήματος. Σε αυτήν την περίπτωση, η συνθετική χρονοσειρά της μικρότερης χρονικής

κλίμακας θα πρέπει να τροποποιηθεί, ώστε να αποκατασταθεί η συνέπεια μεταξύ των χρονοσειρών των δυο διαφορετικών επιπέδων (Grygier και Stedinger, 1988, 1990; Lane και Frevert, 1990).

Από τα παραπάνω, εύλογα, προκύπτει πως η ανάγκη εύρεσης μιας πιο γενικής, αλλά ταυτόχρονα και αποτελεσματικής μεθόδου επιμερισμού είναι επιτακτική. Μια απλή, αλλά ταυτόχρονα ακριβής μέθοδος επιμερισμού αναπτύχθηκε από τους Κουτσογιάννη και Μανέτα (1996). Η μέθοδος αυτή, σε αντίθεση με τις κλασικές συμβατικές μεθόδους επιμερισμού, δεν απαιτεί τη χρήση ενός υβριδικού μαθηματικού σχήματος, στο οποίο θα ενσωματώνονται και οι δυο χρονικές κλίμακες ταυτόχρονα. Αντίθετα, οι μεταβλητές της μικρότερης χρονικής κλίμακας μπορούν να παραχθούν μέσω ενός απλού σειριακού μοντέλου προσομοίωσης, χωρίς να γίνεται κάποια αναφορά στη διαδικασία της μεγαλύτερης κλίμακας. Στη συνέχεια, το μόνο που απαιτείται είναι η τροποποίηση της συνθετικής χρονοσειράς του μικρότερου χρονικού επιπέδου, έτσι ώστε να αποκατασταθεί η συνέπεια και να ισχύει η βασική αθροιστική ιδιότητα του επιμερισμού. Ωστόσο, η τροποποίηση των χρονοσειρών της μικρότερης κλίμακας θα πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην επηρεάζεται η στοχαστική τους δομή.

Συνοπτικά, η μεθοδολογία που ακολούθησαν οι δύο μελετητές είναι η εξής:

1. Έστω ότι γνωρίζουμε τη χρονοσειρά του υψηλότερου χρονικού επιπέδου Z_i ($i = 1, 2, \dots$). Η χρονοσειρά αυτή μπορεί να είναι είτε ιστορική, είτε συνθετική, που έχει παραχθεί από κάποιο κατάλληλο στοχαστικό μοντέλο προσομοίωσης. Στο χαμηλότερο χρονικό επίπεδο, μέσω ενός στοχαστικού μοντέλου, παράγεται μια συνθετική χρονοσειρά X_s ($s = 1, 2, \dots$), ανεξάρτητα της χρονοσειράς Z_i .
2. Μέσω μιας απλής διαδικασίας συνάθροισης υπολογίζεται η συνθετική χρονοσειρά της μεγαλύτερης κλίμακας, $Z_i = \sum_{s=(i-1)k+1}^{ik} X_s$, και στη συνέχεια συγκρίνεται με την δεδομένη χρονοσειρά Z_i .
3. Τα βήματα 1 και 2 επαναλαμβάνονται μέχρι η απόκλιση μεταξύ των χρονοσειρών Z_i και Z_i να γίνει μικρότερη από κάποιο όριο που έχουμε θέσει.

4. Τελικά η συνθετική χρονοσειρά X_s , που επιλέγεται, τροποποιείται μέσω μιας διαδικασίας συνόρθωσης, ώστε να έρθει σε συμφωνία με την χρονοσειρά Z_i της μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας.

Συνεπώς, τα «δομικά στοιχεία» της παραπάνω τεχνικής επιμερισμού είναι τρία: (α) Ένα κατάλληλο στοχαστικό μοντέλο προσομοίωσης για την παραγωγή των μεταβλητών της μικρότερης κλίμακας, (β) Μια διαδικασία συνόρθωσης για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των χρονοσειρών των δυο χρονικών κλιμάκων και (γ) Μια επαναληπτική διαδικασία. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, το κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία επιτελεί τους δικούς του σκοπούς. Ωστόσο, ο συνδυασμός τους αποτελεί τη βασική γενική συλλογιστική, πάνω στην οποία μπορούν να βασιστούν πολλά διαφορετικά μοντέλα επιμερισμού είτε μονοδιάστατα, είτε πολυδιάστατα.

Όσον αφορά στο στοχαστικό μοντέλο προσομοίωσης για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών, οι Κουτσογιάννης και Μανέτας (1996) επιλέγουν τη χρήση ενός πολυμεταβλητού περιοδικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης 1^{ης} τάξης (PAR(1)), λόγω της φειδωλής χρήσης παραμέτρων (parsimony of parameters). Ωστόσο, η επιλογή του στοχαστικού μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί είναι στη κρίση του εκάστοτε μελετητή και εξαρτάται, αφενός από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που εμφανίζει η κάθε υδρολογική μεταβλητή στην εκάστοτε κλίμακα μελέτης και αφετέρου από τις στατιστικές ιδιότητες που είναι επιθυμητό να διατηρεί το μοντέλο μας. Για παράδειγμα, το μοντέλο PAR(1) θα μπορούσε να αντικατασταθεί από ένα πιο πολύπλοκο μοντέλο, όπως είναι το γραμμικό μοντέλο PARMA(p, q). Στις ενότητες που ακολουθούν θα δούμε πως για τον επιμερισμό σε λεπτές χρονικές κλίμακες, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμα και ένα μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών, όπως είναι το Bartlett – Lewis (βλ. ενότητα 3.3.2).

Για να αποκατασταθεί η συνέπεια μεταξύ των χρονοσειρών των δυο διαφορετικών χρονικών κλιμάκων απαιτείται η τροποποίηση των μεταβλητών της μικρότερης χρονικής κλίμακας. Η τροποποίηση αυτή πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να μην επηρεάζεται η στοχαστική δομή που εισάγει το μοντέλο προσομοίωσης στην μικρότερη χρονική κλίμακα. Οι Κουτσογιάννης και Μανέτας (1996) μελέτησαν και συνέκριναν τρεις διαφορετικές ακριβείς διαδικασίες συνόρθωσης (αναλογική, γραμμική και δύναμης) ως προς την ικανότητά τους να διατηρούν από ορισμένα στατιστικά χαρακτηριστικά έως και ολόκληρη την κατανομή της στοχαστικής διαδικασίας του χαμηλότερου επιπέδου. Οι τρεις διαδικασίες συνόρθωσης περιγράφονται αναλυτικά στην ενότητα (4.3.2).

Οι Κουτσογιάννης και Μανέτας (1996) διατύπωσαν την παραπάνω μεθοδολογία σε μια πιο γενική πολυδιάστατη βάση, η οποία μπορεί εύκολα να τροποποιηθεί για την εφαρμογή σε μονοδιάστατα προβλήματα. Στη μεθοδολογία αυτή εμπεριέχεται και μια επαναληπτική διαδικασία, σύμφωνα με την οποία για κάθε περίοδο (π.χ. έτος) παράγονται περισσότερες από μια συνθετικές χρονοσειρές μικρότερης κλίμακας X_s (π.χ. μηνιαίες). Από τις χρονοσειρές αυτές, τελικά, επιλέγεται να τροποποιηθεί εκείνη που βρίσκεται σε μεγαλύτερη συμφωνία με τη γνωστή χρονοσειρά της μεγαλύτερης κλίμακας Z_i . Με την τεχνική αυτή καταφέρνουμε να προσεγγίσουμε ικανοποιητικά τα στατιστικά χαρακτηριστικά της στοχαστικής διαδικασίας του μικρότερου χρονικού επιπέδου, τα οποία δεν διατηρούνται ρητά μέσω της διαδικασίας συνόρθωσης (π.χ. ασυμμετρία). Δηλαδή, μειώνουμε τη μεροληψία που εισάγεται από την διαδικασία συνόρθωσης.

Στην εν λόγω εργασία (Κουτσογιάννης και Μανέτας, 1996) το μοντέλο που περιγράφηκε νωρίτερα, εφαρμόζεται με μεγάλη επιτυχία τόσο σε ένα πολυδιάστατο, όσο και σε ένα μονοδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού. Αναφορικά με το μονοδιάστατο πρόβλημα, μελετάται ο επιμερισμός των ετήσιων απορροών του ποταμού Νείλου (στο φράγμα του Ασουάν) σε μηνιαίες, με τη χρήση μιας ετήσιας συνθετικής χρονοσειράς μήκους 1000 ετών (η ετήσια χρονοσειρά έχει παραχθεί μέσω του πολυμεταβλητού AR(1) μοντέλου). Συγκεκριμένα, συγκρίνονται τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά κάθε μήνα, που έχουν προκύψει με τρεις διαφορετικούς τρόπους: (α) Μέσω επιμερισμού χωρίς επαναληπτική διαδικασία, (β) Μέσω επιμερισμού με επαναληπτική διαδικασία και (γ) μέσω της απευθείας εφαρμογής του PAR(1) χωρίς επιμερισμό. Για τις δυο περιπτώσεις που οι συνθετικές μηνιαίες χρονοσειρές προκύπτουν μέσω επιμερισμού, θεωρούμε πως οι μηνιαίες απορροές ακολουθούν τη γάμα κατανομή και εφαρμόζεται γραμμική διαδικασία συνόρθωσης (η επιλογή της συγκεκριμένης διαδικασίας δικαιολογείται στην ενότητα 4.3.2). Και στις τρεις περιπτώσεις τα συνθετικά στατιστικά χαρακτηριστικά όλων των μηνών είναι σε συμφωνία με αυτά των ιστορικών. Ωστόσο, η μέθοδος επιμερισμού με επαναληπτική διαδικασία δείχνει μεγάλη ικανότητα ως προς τη διατήρηση της ασυμμετρίας όλων των μηνών (μείωση της μεροληψίας).

Οι ίδιες τρεις περιπτώσεις παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών συγκρίνονται και στην περίπτωση του πολυμεταβλητού επιμερισμού ετήσιων βροχοπτώσεων σε μηνιαίες. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούνται ιστορικά δεδομένα από τους βροχομετρικούς σταθμούς της Αλιάρτου, της Καλλιθέας και του Μουρικίου (λίμνη Υλίκη, Αθήνα). Η ετήσια συνθετική χρονοσειρά, μήκους 1000 χρόνων, έχει προκύψει από ένα απλό πολυμεταβλητό AR(1) μοντέλο. Ενώ, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, για τις μηνιαίες χρονοσειρές

εφαρμόστηκε ένα πολυμεταβλητό PAR(1) μοντέλο και μια γραμμική διαδικασία συνόρθωσης. Και στις τρεις περιπτώσεις τα συνθετικά στατιστικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν είναι σε συμφωνία με αυτά των ιστορικών, ενώ όπως αποδείχτηκε η εφαρμογή της επαναληπτικής διαδικασίας βελτιώνει την ασυμμετρία και το συντελεστή ετεροσυσχετίσεων μεταξύ μεταβλητών διαφορετικής θέσης για μηδενική υστέρηση.

Σε μεταγενέστερη εργασία του, ο Κουτσογιάννης (2001), βασιζόμενος στην τακτική που παρουσιάστηκε νωρίτερα, παρέχει το θεωρητικό υπόβαθρο για τη σύζευξη δυο στοχαστικών διαδικασιών που αναφέρονται σε δυο διαφορετικές χρονικές κλίμακες τόσο σε μονοδιάστατο, όσο και πολυδιάστατο επίπεδο. Η σύζευξη των δυο χρονικών κλιμάκων γίνεται μέσω ενός γραμμικού μετασχηματισμού, που χρησιμοποιείται για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των χρονοσειρών των δυο διαφορετικών χρονικών κλιμάκων. Ο γραμμικός αυτός μετασχηματισμός εξασφαλίζει τη διατήρηση και αναπαραγωγή των στατιστικών ιδιοτήτων δευτέρας τάξης των τμηματικών μεταβλητών κάθε περιόδου, καθώς και των συνδιασπορών με υστέρηση μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών μιας περιόδου και των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών προηγούμενων και επόμενων περιόδων. Με τον τρόπο αυτό, λύνεται ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα του επιμερισμού, που είναι η διατήρηση των συνδιασπορών με υστέρηση μεταξύ των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών. Η πλήρης περιγραφή της διαδικασίας που προτείνει ο Κουτσογιάννης (2001) είναι εκτός των στόχων της παρούσας εργασίας και για αυτό το λόγο δεν θα επεκταθούμε περαιτέρω.

Συμπερασματικά, κρίνεται σκόπιμο να τονίσουμε πως η γενική μεθοδολογία σύζευξης στοχαστικών διαδικασιών που παρουσιάστηκε στην ενότητα αυτή, αποτελεί μια σύγχρονη, απλή, γενική και αποτελεσματική μέθοδο επιμερισμού. Σε αντίθεση με τις κλασικές μεθόδους, η παραπάνω τεχνική μπορεί, υπό προϋποθέσεις, να χρησιμοποιηθεί για τον επιμερισμό μεταξύ διαφόρων χρονικών κλιμάκων. Επιπλέον, μεγάλο πλεονέκτημα της παραπάνω μεθόδου είναι η φειδωλή χρήση παραμέτρων που γίνεται, καθώς ο αριθμός των παραμέτρων που εισάγονται στο μοντέλο του επιμερισμού ταυτίζεται με τον αριθμό των παραμέτρων του στοχαστικού σειριακού μοντέλου που χρησιμοποιείται για την παραγωγή της στοχαστικής διαδικασίας του χαμηλότερου επιπέδου. Όπως θα δούμε στην ενότητα που ακολουθεί, η ίδια τακτική σύζευξης διαφορετικών στοχαστικών διαδικασιών εφαρμόζεται και στην περίπτωση του προβλήματος του επιμερισμού μεταξύ λεπτών χρονικών κλιμάκων (Κουτσογιάννης και Onof, 2001).

4.3 Επιμερισμός της βροχόπτωσης χρησιμοποιώντας διαδικασίες συνόρθωσης σε ένα μοντέλο συστοιχίας Poisson

Οι Κουτσογιάννης και Onof (2000, 2001), βασιζόμενοι στη γενική μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην ενότητα (4.2.3), ανέπτυξαν και εφάρμοσαν μία μέθοδο επιμερισμού που αναφέρεται στις λεπτές χρονικές κλίμακες. Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει τη χρήση ενός σημειακού στοχαστικού μοντέλου συστάδων ορθογωνικών παλμών για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών στην ωριαία χρονική κλίμακα, σε συνδυασμό με μια ακριβή διαδικασία συνόρθωσης, ώστε οι χρονοσειρές των δυο χρονικών κλιμάκων να έρθουν σε συμφωνία. Επιπλέον, προέβησαν σε κάποιες υποθέσεις για τη μείωση του υπολογιστικού φόρτου της μεθόδου.

4.3.1 Το μοντέλο παραγωγής βροχοπτώσεων

Στο 3^ο κεφάλαιο περιγράφηκε αναλυτικά η πολύπλοκη δομή που παρουσιάζει το φαινόμενο της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες μελέτης. Σε κλίμακες μελέτης, όπως είναι η ημερήσια και η ωριαία, το φαινόμενο της βροχής εμφανίζεται ως διαλείπων. Η σποραδικής φύσεως εμφάνιση μεμονωμένων ή ομαδοποιημένων, μηδενικών και μη μηδενικών τιμών του ύψους βροχής προσδίδει στις χρονοσειρές ένα χαρακτήρα δομικής ασυνέχειας. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τη μεγάλη στοχαστική εξάρτηση και την έντονη διακύμανση που παρουσιάζουν οι διαδοχικές μεταβλητές, καθιστά τα κλασικά γραμμικά μοντέλα προσομοίωσης ακατάλληλα για την περιγραφή της δομής της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες.

Ως το πλέον κατάλληλο μοντέλο για την προσομοίωση της βροχόπτωσης στην ωριαία και ημερήσια χρονική κλίμακα, κρίνεται το μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών Bartlett – Lewis. Τρεις διαφορετικές εκδοχές του μοντέλου αυτού παρουσιάστηκαν αναλυτικά στην ενότητα (3.3). Το μοντέλο αυτό, από την πιο απλή έκδοσή του (5 παράμετροι) έως και τη πιο βελτιωμένη (7 παράμετροι), δείχνει μεγάλη ικανότητα στο να διατηρεί τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά και τη στοχαστική δομή εξάρτησης που παρουσιάζει η βροχή στις λεπτές χρονικές κλίμακες μελέτης. Ωστόσο, το μεγαλύτερο πλεονέκτημά του είναι το ότι μπορεί να αναπαράγει τα στατιστικά χαρακτηριστικά διαφορετικών χρονικών κλιμάκων (από την ημερήσια έως την ωριαία χρονική κλίμακα) για ένα μοναδικό σύνολο τιμών των παραμέτρων του. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με το ότι είναι ένα μοντέλο προσομοίωσης της βροχής σε συνεχή χρόνο, το καθιστά ως το πλέον κατάλληλο για να χρησιμοποιηθεί σε ένα μοντέλο

επιμερισμού. Επιπλέον, το μοντέλο Bartlett – Lewis έχει εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία σε πολλούς διαφορετικούς τύπους κλιμάτων.

Οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) χρησιμοποιούν το μοντέλο Bartlett – Lewis για την παραγωγή των ωριαίων συνθετικών χρονοσειρών και για έναν ακόμη πολύ σημαντικό λόγο. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει (ενότητα 3.2.2), στο μοντέλο Bartlett – Lewis οι χρόνοι εμφάνισης των καταιγίδων ακολουθούν την Poisson στοχαστική διαδικασία, που σημαίνει πως χρόνοι διαδοχής των καταιγίδων ακολουθούν μια κοινή εκθετική συνάρτηση κατανομής. Η θεώρηση αυτή είναι σύμφωνη με την εμπειρική παρατήρηση ότι οι ομάδες μη μηδενικών υψών βροχής που έπονται και προηγούνται μίας τουλάχιστον στεγνής ημέρας μπορούν να αντιμετωπιστούν ως ανεξάρτητες. Η υπόθεση αυτή, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, έχει ως αποτέλεσμα τη ραγδαία μείωση του υπολογιστικού φόρτου και χρόνου.

Για την πληρότητα της ενότητας θα επαναλάβουμε συνοπτικά τα κύρια χαρακτηριστικά του μοντέλου Bartlett - Lewis: (α) οι χρόνοι άφιξης t_i των καταιγίδων περιγράφονται από την Poisson στοχαστική ανέλιξη με παράμετρο λ , (β) οι χρόνοι άφιξης των παλμών t_{ij} κάθε καταιγίδας i περιγράφονται και αυτοί από την Poisson στοχαστική διαδικασία με παράμετρο β , (γ) οι χρόνοι άφιξης των παλμών κάθε καταιγίδας i βρίσκονται μέσα σε ένα «χρονικό παράθυρο», το οποίο ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο γ , (δ) η διάρκεια του κάθε παλμού ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο η , (ε) οι εντάσεις των παλμών είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και ακολουθούν κοινή κατανομή.

Στην αρχική διατύπωση του μοντέλου Bartlett - Lewis (ενότητα 3.3.2) οι πέντε παράμετροι είναι σταθερές και κοινές για όλες τις καταιγίδες i . Στο τυχαίο μοντέλο Bartlett – Lewis (RBLRPM) η παράμετρος η έχει το χαρακτήρα τυχαίας μεταβλητής, λαμβάνοντας διαφορετικές τιμές για κάθε καταιγίδα i , και ακολουθεί τη γάμα κατανομή με παράμετρο σχήματος α και παράμετρο κλίμακας ν . Οι παράμετροι β και γ είναι και αυτές τυχαίες μεταβλητές και μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι ποσότητες $\kappa = \beta/\eta$ και $\varphi = \gamma/\eta$ να παραμένουν σταθερές για όλες τις καταιγίδες. Η κατανομή της έντασης των παλμών μπορεί να είναι είτε η εκθετική με παράμετρο $1/\mu_X$, όπου μ_X η μέση ένταση των παλμών, είτε η γάμα με μέση τιμή μ_X και τυπική απόκλιση σ_X .

Έτσι, στην πιο απλή του έκδοση το μοντέλο χαρακτηρίζεται από πέντε παραμέτρους ($\lambda, \beta, \gamma, \eta, \mu_X$), ενώ στην πιο εμπλουτισμένη από εφτά ($\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, \mu_X, \sigma_X$).

4.3.2 Οι διαδικασίες συνόρθωσης

Οι Κουτσογιάννης και Μανέτας (1996) μελέτησαν τρεις μεθόδους, σύμφωνα με τις οποίες μπορεί να τροποποιηθεί η συνθετική χρονοσειρά της μικρότερης χρονικής κλίμακας, έτσι ώστε να έρθουν σε συμφωνία οι χρονοσειρές των δυο διαφορετικών χρονικών επιπέδων. Οι μέθοδοι αυτές ονομάζονται ακριβείς διαδικασίες συνόρθωσης. Το επίθετο «ακριβείς» χρησιμοποιείται για να καταστήσει σαφές πως η τροποποίηση που υφίστανται οι χρονοσειρές, υπό κάποιες συγκεκριμένες προϋποθέσεις, δεν επηρεάζει τη στοχαστική τους δομή. Οι διαδικασίες συνόρθωσης που μελέτησαν είναι η αναλογική (proportional), η γραμμική (linear) και αυτή της δύναμης (power). Η κάθε μία από αυτές διατηρεί διαφορετικά στατιστικά μεγέθη και κατανομές.

Έστω ότι γνωρίζουμε μια χρονοσειρά στην ημερήσια χρονική κλίμακα, Z_p ($p = 0,1,2, \dots$), που είναι η χρονική κλίμακα του υψηλότερου επιπέδου. Η χρονοσειρά αυτή μπορεί είτε να προέρχεται από ημερήσια ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, είτε να έχει παραχθεί από κάποιο στοχαστικό μοντέλο προσομοίωσης (π.χ. μοντέλο Bartlett – Lewis ή μοντέλο Neyman – Scott). Οι συνθετικές χρονοσειρές, X_s ($s = 1, 2, \dots$), του χαμηλότερου χρονικού επιπέδου (ωριαίες), παράγονται μέσω του μοντέλου Bartlett – Lewis. Για να ολοκληρωθεί η διαδικασία του επιμερισμού, οι συνθετικές χρονοσειρές, X_s , θα πρέπει να τροποποιηθούν μέσω μιας ακριβούς διαδικασίας συνόρθωσης, ώστε να έρθουν σε συμφωνία με αυτές του μεγαλύτερου χρονικού επιπέδου, και άρα να ισχύει η βασική σχέση του επιμερισμού (σχ. 4.1).

Μέσω της διαδικασίας συνόρθωσης, ουσιαστικά, κατανέμεται στις τμηματικές μεταβλητές της κάθε περιόδου η απόκλιση που παρουσιάζει η αθροιστική ιδιότητα, πριν την τροποποίηση των χρονοσειρών.

Στις υποενότητες που ακολουθούν παρουσιάζονται οι τρεις αυτές ακριβείς διαδικασίες συνόρθωσης.

4.3.2.1 Αναλογική διαδικασία συνόρθωσης (proportional adjusting procedure)

Αυτή η διαδικασία συνόρθωσης τροποποιεί τις αρχικές τιμές X_s για να λάβουμε τις τροποποιημένες X_s , σύμφωνα με τη σχέση:

$$X_s = X_s \left(Z / \sum_{j=1}^k X_j \right) \quad (s = 1, \dots, k) \quad (4.5)$$

όπου Z οι μεταβλητές του υψηλότερου επιπέδου και k ο αριθμός των υποπεριόδων μιας περιόδου. Η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης είναι η απλούστερη σε σχέση με τις άλλες δύο. Είναι μία αρκετά γνωστή διαδικασία τροποποίησης, καθώς έχει χρησιμοποιηθεί και σε άλλα μοντέλα επιμερισμού (Grygier και Stedinger, 1988 ; Lane και Frevert, 1990 κ.α.). Όπως απέδειξε ο Κουτσογιάννης (1994), η εν λόγω διαδικασία συνόρθωσης είναι ακριβής, όσον αφορά στη διατήρηση της κατανομής, εάν η τυχαίες μεταβλητές X_s είναι ανεξάρτητες, με κοινή συνάρτηση κατανομής γάμα και κοινή παράμετρο κλίμακας, γεγονός που απαιτεί το πηλίκο $E[X_s] / \text{Var}[X_s]$ να είναι σταθερό για όλες τις υποπεριόδους s . Επιπλέον, παρέχει καλή προσέγγιση της κατανομής, ακόμα και στην περίπτωση που οι μεταβλητές προσεγγίζουν τη γάμα κατανομή και είναι εξαρτημένες, αλλά με μικρό συντελεστή αυτοσυσχέτισης ($\text{Corr}[X_{s-1}, X_s] \approx 0.60 - 0.70$). Μεγάλο πλεονέκτημα της διαδικασίας αυτής είναι το ότι δεν καταλήγει σε αρνητικές τιμές για τις μεταβλητές X_s .

4.3.2.2 Γραμμική διαδικασία συνόρθωσης (linear adjusting procedure)

Αυτή η διαδικασία συνόρθωσης τροποποιεί τις αρχικές τιμές X_s , για να λάβουμε τις τροποποιημένες X_s , σύμφωνα με τη σχέση:

$$X_s = X_s + \lambda_s \left(Z - \sum_{j=1}^k X_j \right) \quad (s = 1, \dots, k) \quad (4.6)$$

όπου λ_s είναι μοναδικοί συντελεστές που εξαρτώνται από τις συνδιασπορές μεταξύ των X_s και Z . Όπως αποδείχτηκε από τον Κουτσογιάννη (1996) η γραμμική διαδικασία συνόρθωσης είναι ακριβής όσον αφορά στη διατήρηση της κανονικής κατανομής, είτε ανεξάρτητων είτε εξαρτημένων μεταβλητών. Επιπλέον, διατηρεί επακριβώς τις ροπές δευτέρας τάξεως μεταβλητών που ακολουθούν οποιαδήποτε κατανομή, είτε αυτές είναι εξαρτημένες, είτε ανεξάρτητες. Το μεγάλο μειονέκτημα αυτής της διαδικασίας είναι το ότι μπορεί να δώσει αρνητικές τιμές για τις μεταβλητές X_s . Στην περίπτωση αυτή, οι αρνητικές τιμές διορθώνονται μέσω επαναλήψεων (τίθενται ίσες με μηδέν και εφαρμόζεται ξανά η διαδικασία συνόρθωσης).

4.3.2.3 Διαδικασία συνόρθωσης δύναμης (power adjusting procedure)

Η διαδικασία συνόρθωσης δύναμης τροποποιεί τις μεταβλητές X_s , ώστε να λάβουμε τις X_s , σύμφωνα με τη σχέση:

$$X_s = X_s \left(Z / \sum_{j=1}^k X_j \right)^{\lambda_s / \eta_s} \quad (s = 1, \dots, k) \quad (4.7)$$

όπου λ_s είναι συντελεστές που εξαρτώνται από τις συνδιασπορές μεταξύ των X_s και Z και η_s συντελεστές που εξαρτώνται από τη μέση τιμή των μεταβλητών X_s και Z . Η διαδικασία αυτή αποτελεί μια γενικευμένη προσέγγιση της αναλογικής διαδικασίας συνόρθωσης και η εφαρμογή της απαιτεί επαναλήψεις. Οι δυο διαδικασίες συνόρθωσης ταυτίζονται στην περίπτωση που έχουμε στάσιμες διαδικασίες. Έχει και αυτή το πλεονέκτημα ότι δεν καταλήγει σε αρνητικές τιμές.

4.3.3 Επιλογή της κατάλληλης διαδικασίας συνόρθωσης

Η επιλογή της κατάλληλης διαδικασίας συνόρθωσης, ώστε να αποκατασταθεί η συνέπεια μεταξύ των δυο χρονικών επιπέδων, εξαρτάται από την υπόθεση που θα κάνουμε για την κατανομή που ακολουθεί η υπό εξέταση υδρολογική μεταβλητή. Συνεπώς, η επιλογή εξαρτάται άμεσα από τη χρονική κλίμακα στην οποία αναφερόμαστε. Στις λεπτές χρονικές κλίμακες, οι ωριαίες χρονοσειρές υψών βροχής εμφανίζουν σε ένα μεγάλο ποσοστό μηδενικές τιμές (δομική ασυνέχεια). Το ποσοστό αυτό πολλές φορές ξεπερνά το 90%, ακόμη και σε βροχερές ημέρες. Αυτό προκαλεί ιδιαίτερες δυσκολίες κατά τη διαδικασία συνόρθωσης, καθώς υπάρχει περίπτωση να οδηγηθούμε σε αρνητικές τιμές (αν φυσικά η διαδικασία συνόρθωσης το επιτρέπει). Για παράδειγμα, αν εφαρμόσουμε τη γραμμική διαδικασία συνόρθωσης, όλες οι μηδενικές τιμές θα λάβουν αρνητικό πρόσημο. Για αυτό το λόγο, η γραμμική διαδικασία συνόρθωσης δεν είναι κατάλληλη σε αυτήν την περίπτωση.

Επιπλέον, για μια υδρολογικά ομοιογενή περίοδο (π.χ. μήνας) η βροχόπτωση μπορεί να θεωρηθεί ως στάσιμη ανέλιξη. Οπότε η διαδικασία συνόρθωσης τύπου δύναμης ταυτίζεται με την αναλογική διαδικασία. Αν θεωρήσουμε, δε, πως τα ύψη βροχής στα βροχερά χρονικά διαστήματα ακολουθούν προσεγγιστικά τη γάμα κατανομή, η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης κρίνεται ως η πλέον κατάλληλη.

Ωστόσο, όπως τονίστηκε και νωρίτερα, η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης είναι ακριβής μόνο στη περίπτωση που οι μεταβλητές θεωρηθούν ανεξάρτητες. Η θεώρηση της ανεξαρτησίας για τη διαδικασία της βροχόπτωσης στις μικρές χρονικές κλίμακες είναι εντελώς άστοχη και γι' αυτό η διαδικασία συνόρθωσης μπορεί να θεωρηθεί ως μια πολύ σοβαρή πηγή μεροληψίας για τα στατιστικά μεγέθη, ιδιαίτερα για την ασυμμετρία και τη δομή αυτοσυσχέτισης των μεταβλητών.

Ωστόσο, όπως είδαμε και στην ενότητα (4.2.3), οι Κουτσογιάννης και Μανέτας (1996) για να περιορίσουν τη μεροληψία στα στατιστικά μεγέθη, που δεν διατηρούνται ρητά από τη διαδικασία συνόρθωσης, προτείνουν ένα επαναληπτικό σχήμα. Έτσι για κάθε βροχερή περίοδο το μοντέλο προσομοίωσης (στη δικιά μας περίπτωση το μοντέλο Bartlett – Lewis) παράγει περισσότερες από μια συνθετικές χρονοσειρές X_s και τελικά επιλέγεται να τροποποιηθεί εκείνη που είναι σε μεγαλύτερη συμφωνία με τη χρονοσειρά της μεγαλύτερης χρονικής κλίμακας.

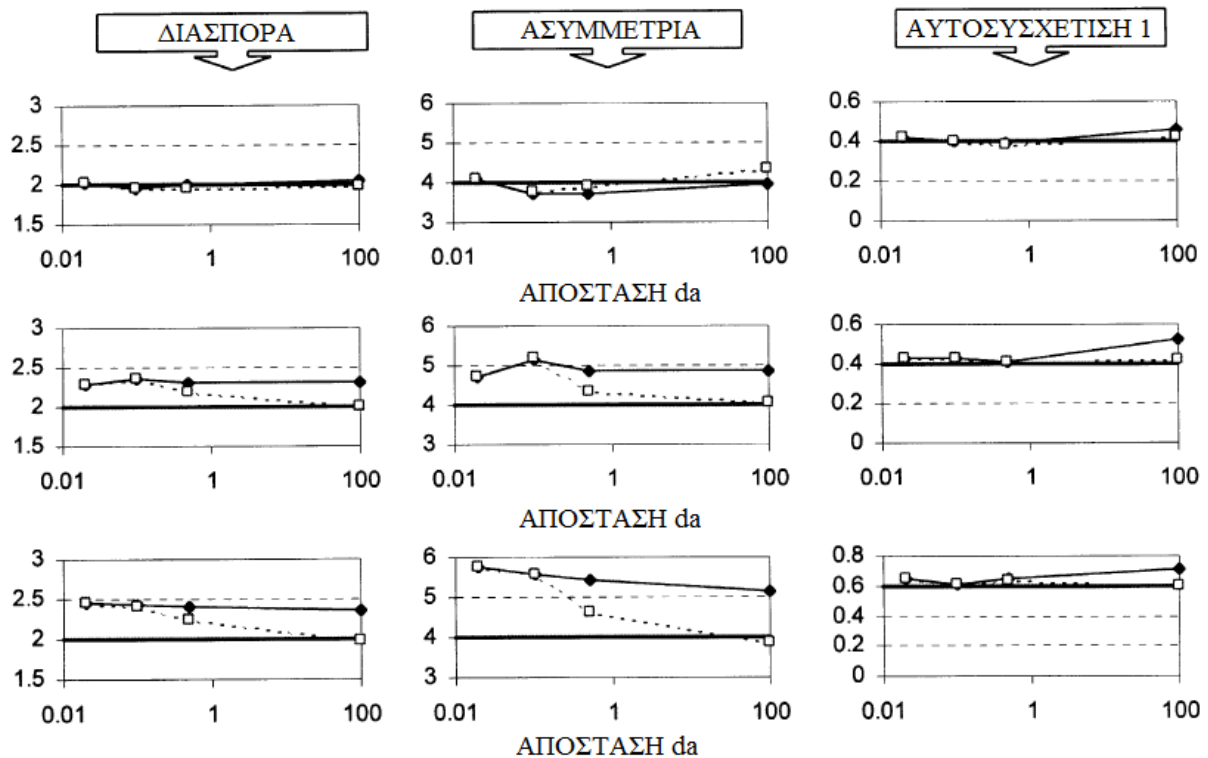
4.3.4 Πηγές μεροληψίας

Όπως είδαμε στη προηγούμενη ενότητα (4.3.3), η υπόθεση της γάμα κατανομής και της στοχαστικής ανεξαρτησίας για τα ύψη βροχής των βροχερών περιόδων, αποτελεί μια ισχυρή πηγή μεροληψίας. Ωστόσο, η μεροληψία αυτή μπορεί να εξαλειφθεί, μέχρι ενός βαθμού, μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας. Στο πρόβλημα του επιμερισμού σε λεπτές χρονικές κλίμακες, ερχόμαστε αντιμέτωποι με μια ακόμα πιο σημαντική πηγή μεροληψίας, η οποία πολύ πιθανόν να μην περιορίζεται μέσω επαναληπτικών σχημάτων. Η μεροληψία αυτή οφείλεται στην έντονη μεταβλητότητα που παρουσιάζει το ποσοστό των μηδενικών τιμών ύψους βροχής (στεγνές υποπερίοδοι) σε μια συγκεκριμένη περίοδο.

Για να μελετήσουν την μεροληψία αυτή οι Κουτσογιάννης και Onof (2001) προσομοιώνουν τον επιμερισμό ενός ημερήσιου ύψους βροχής σε 24 επιμέρους μεταβλητές (ωριαία ύψη), που το καθένα από αυτά έχει μέση τιμή $\mu_X = 1$, τυπική απόκλιση $\sigma_X = 2$ και συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1, $\rho_X \geq 0$. Η παραγωγή των ωριαίων υψών βροχής έγινε μέσω ενός μοντέλου προσομοίωσης αυτοπαλινδρόμησης γάμα (GAR) και όχι μέσω του μοντέλου Bartlett – Lewis. Η επιλογή αυτή έγινε, αφενός για λόγους απλότητας και αφετέρου για να υπάρξει συμφωνία με την υπόθεση της γάμα κατανομής, που διατυπώθηκε νωρίτερα για τα ωριαία ύψη βροχής. Επιπλέον, για τη παραγωγή τυχαίων μηδενικών ωριαίων τιμών ύψους βροχής υιοθετήθηκε η διωνυμική κατανομή, με πιθανότητα μη μηδενικών τιμών p .

Σε κάθε βήμα προσομοίωσης από το μοντέλο GAR, παράγονται 24 αρχικά ωριαία ύψη βροχής X_i και, μέσω μιας απλής συνάθροισης, υπολογίζεται το ημερήσιο ύψος βροχής Z . Στη συνέχεια, μέσω του ίδιου μοντέλου, παράγεται μια άλλη ακολουθία 24 ωριαίων υψών βροχής X_i και υπολογίζεται το άθροισμά τους Z_i . Στη συνέχεια, οι δύο τιμές των ημερήσιων υψών βροχής Z και Z_i συγκρίνονται μέσω της λογαριθμικής απόστασης $d = |\ln(Z/Z_i)|$. Η παραγωγή τιμών X_i συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί ακολουθία ωριαίων υψών βροχής τέτοια,

ώστε η λογαριθμική απόσταση d να είναι μικρότερη από μια τιμή d_a που έχουμε ορίσει. Τελικά, η ακολουθία X_i , που επιλέγεται, τροποποιείται μέσω της αναλογικής διαδικασίας συνόρθωσης (σχ. 4.5). Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την διαδικασία προσομοίωσης που μόλις περιγράψαμε δίνονται στους πίνακες που ακολουθούν (4.2 και 4.3).



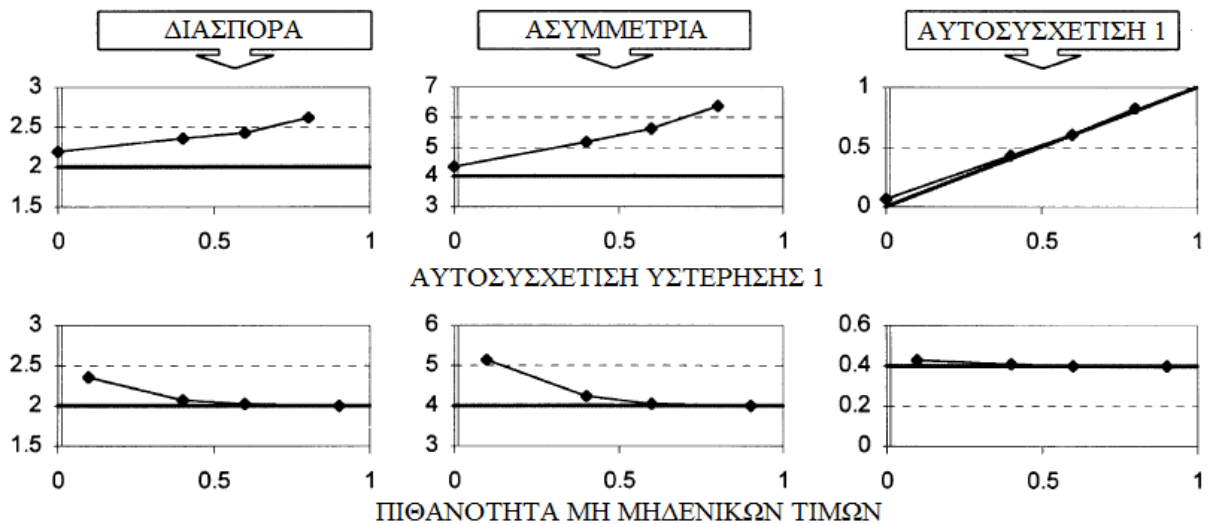
Πίνακας 4.1: Μεταβολή στατιστικών μεγεθών συναρτήσει της επιτρεπόμενης απόστασης d_a (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001). Οι έντονες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν στα θεωρητικά μεγέθη. Οι διακεκομμένες γραμμές με τα τετράγωνα αντιστοιχούν στην περίπτωση που δεν έχει εφαρμοστεί κάποια διαδικασία συνόρθωσης, ενώ οι γραμμές με τα διαμάντια δίνουν τα στατιστικά μεγέθη που έχουν προκύψει έπειτα από συνόρθωση.

Στον πίνακα 4.2 δίνονται τα στατιστικά μεγέθη που προέκυψαν από την προσομοίωση συναρτήσει της επιτρεπόμενης λογαριθμικής απόστασης d_a . Κάθε γραμμή του πίνακα περιγράφει και μια διαφορετική περίπτωση. Και για τις τρεις περιπτώσεις η θεωρητική μέση τιμή είναι ίση με 1, η θεωρητική τυπική απόκλιση ίση με 2 και η πιθανότητα μη μηδενικών τιμών μέσα σε μια περίοδο είναι ίση 0.1. Στην πρώτη γραμμή απεικονίζονται τα αποτελέσματα που πήραμε από τη προσομοίωση για θεωρητική αυτοσυσχέτιση ρ_X , υστέρησης 1, ίση με 0.4 και γνωστό αριθμό μη μηδενικών υψών βροχής (όπως αυτά προέκυψαν από τη γέννηση της Z). Στη προσομοίωση, που απεικονίζεται στη δεύτερη γραμμή, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης των τμηματικών μεταβλητών έχει και αυτός τιμή ίση

με 0.4, αλλά ο αριθμός των μη μηδενικών υψών βροχής είναι άγνωστος (δηλαδή τα ύψη βροχής παράγονται ως ανεξάρτητα). Στην τρίτη γραμμή απεικονίζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης όπου ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης είναι ίσος με 0.6 και ο αριθμός των μη μηδενικών υψών βροχής είναι άγνωστος.

Όπως παρατηρούμε, η διαδικασία συνόρθωσης δεν εισάγει καμία μεροληψία στην περίπτωση όπου ο αριθμός των μη μηδενικών τιμών είναι γνωστός (1^η γραμμή του πίνακα 4.2), ενώ στην περίπτωση όπου είναι άγνωστος, η ασυμμετρία και η διασπορά εμφανίζουν μεγάλη απόκλιση από τις θεωρητικές τιμές (2^η και 3^η γραμμή του πίνακα 4.2). Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, υστέρησης 1, στην περίπτωση άγνωστου πλήθους μη μηδενικών τιμών (2^η και 3^η γραμμή), εμφανίζεται υπερεκτιμημένος, αν η επιτρεπόμενη λογαριθμική απόσταση d_a είναι μεγάλη, ενώ δεν εισάγεται καμία μεροληψία για τιμές d_a μικρότερες της μονάδος. Αντίθετα, η διασπορά και η ασυμμετρία εισάγουν μεγάλη μεροληψία, ακόμα και στην περίπτωση όπου η λογαριθμική απόσταση είναι μικρότερη του 0.01. Μάλιστα, για μικρές τιμές της απόστασης d_a τα δυο μεγέθη παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη απόκλιση από τα θεωρητικά μεγέθη. Όπως αναφέρουν οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) για μικρές τιμές της d_a η μεροληψία εισάγεται περισσότερο από την επαναληπτική διαδικασία, παρά από τη διαδικασία συνόρθωσης.

Η Τρίτη γραμμή απεικονίζει τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για μεγαλύτερο συντελεστή αυτοσυσχέτισης, ίσο με 0.6, και άγνωστο πλήθος μη μηδενικών τιμών. Όπως εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε, η αύξηση της στοχαστικής εξάρτησης έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή ακόμα μεγαλύτερης μεροληψίας, όσον αφορά στα στατιστικά μεγέθη. Τα αποτελέσματα της αύξησης του συντελεστή αυτοσυσχέτισης φαίνονται πιο καθαρά στον επόμενο πίνακα (4.3).



Πίνακας 4.2: Μεταβολή των στατιστικών μεγεθών συναρτήσει του θεωρητικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης (1^η γραμμή), υστέρησης 1, και της πιθανότητας μη μηδενικών τιμών υψών βροχής (2^η γραμμή). Οι έντονες συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν στα θεωρητικά μεγέθη. Οι γραμμές με τα διαμάντια δίνουν τα στατιστικά μεγέθη που έχουν προκύψει έπειτα προσομοίωση και συνόρθωση (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001).

Στην πρώτη γραμμή του πίνακα (4.3) απεικονίζεται η μεταβολή των στατιστικών χαρακτηριστικών συναρτήσει του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, υστέρησης 1, για σταθερή λογαριθμική απόσταση d_a ίση με 0.1 και για πιθανότητα μη μηδενικών ωριαίων υψών βροχής p ίση με 0.1. Όπως φαίνεται ξεκάθαρα, η αύξηση της στοχαστικής εξάρτησης, όπως αυτή αποτυπώνεται μέσω του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της μεροληψίας.

Στα γραφήματα της δεύτερης γραμμής του πίνακα (4.3) απεικονίζεται η μεταβολή των στατιστικών χαρακτηριστικών συναρτήσει της πιθανότητας μη μηδενικών ωριαίων υψών βροχής p για σταθερή λογαριθμική απόσταση d_a ίση με 0.01 και σταθερό συντελεστή αυτοσυσχέτισης ρ_X με τιμή 0.4. Η μείωση της πιθανότητας μη μηδενικών τιμών σε μια περίοδο έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της μεροληψίας που εισάγεται στα στατιστικά μεγέθη.

Η παραπάνω διαδικασία προσομοίωση έδειξε πως για μικρές τιμές της επιτρεπόμενης λογαριθμικής απόστασης d_a η αναλογική διαδικασία συνόρθωσης σε συνδυασμό με το επαναληπτικό σχήμα, που εφαρμόστηκε, έχουν ως αποτέλεσμα την πολύ καλή προσέγγιση της δομής αυτοσυσχέτισης που εισάγεται από το μοντέλο. Αντίθετα, η διαδικασία συνόρθωσης, με ή χωρίς επαναλήψεις, εισάγει μεροληψία στη διασπορά και την ασυμμετρία,

εάν η στοχαστική εξάρτηση μεταξύ των μεταβλητών είναι μεγάλη. Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση όπου η πιθανότητα μη μηδενικών τιμών υψών βροχής είναι μικρή. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος ο Κουτσογιάννης (2001) προτείνει την εισαγωγή αρνητικής μεροληψίας στις θεωρητικές τιμές της διασποράς και της ασυμμετρίας, προτού γίνει η προσομοίωση. Ωστόσο, μια τέτοια προσέγγιση είναι περισσότερο θεωρητική και κατάλληλη για να προσεγγίσουμε την συμπεριφορά του μοντέλου σε πιο ακραίες περιπτώσεις. Στις πραγματικές εφαρμογές, η μεροληψία είναι πρακτικά αμελητέα και για αυτό δεν χρειάζεται να εφαρμοστούν επιπλέον τεχνικές, όπως η εισαγωγή αρνητικής μεροληψίας, για να την περιορίσουν.

4.3.5 Σύζευξη του μοντέλου Bartlett – Lewis και της αναλογικής διαδικασίας συνάρθρωσης

Το μοντέλο Bartlett – Lewis είναι ένα μοντέλο προσομοίωσης της βροχής σε συνεχή χρόνο. Συνεπώς, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα οι καταιγίδες και οι παλμοί που παράγονται από το μοντέλο αυτό, να εκτείνονται σε περισσότερες από μια χρονικές περιόδους του υψηλότερου (ημερήσιου) ή του χαμηλότερου (ωριαίου) χρονικού επιπέδου. Στην περίπτωση αυτή, η εφαρμογή της αναλογικής διαδικασίας συνόρθωσης για τις καταιγίδες και τους παλμούς θα πρέπει να επεκταθεί σε περισσότερες από μία ημέρες. Όπως εύκολα γίνεται αντιληπτό, η εφαρμογή της διαδικασίας συνόρθωσης σε συνδυασμό με ένα επαναληπτικό σχήμα, για τη βελτίωση της προσαρμογής των στατιστικών μεγεθών σε μια μακρά περίοδο προσομοίωσης μπορεί να οδηγήσει σε τεράστιο υπολογιστικό φόρτο και χρόνο. Για να αποφύγουμε το γεγονός αυτό θα πρέπει η περίοδος προσομοίωσης να χωριστεί σε όσες το δυνατόν μικρότερες υποπεριόδους.

Όπως τονίστηκε εξ αρχής (ενότητα 4.3.1), η εμπειρική διαπίστωση της ανεξαρτησίας μεταξύ διαφορετικών ομάδων βροχερών ημερών, σε συνδυασμό με τη ρεαλιστική υπόθεση ότι οι καταιγίδες εμφανίζονται ακολουθώντας την Poisson στοχαστική διαδικασία, μας επιτρέπει να διαχειριστούμε την κάθε ομάδα βροχερών ημερών ανεξάρτητα από τις άλλες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη ραγδαία μείωση του υπολογιστικού χρόνου.

Το μοντέλο Bartlett – Lewis τρέχει για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών του χαμηλότερου χρονικού επιπέδου (ωριαίου) για κάθε ομάδα βροχερών ημερών ξεχωριστά. Συγκεκριμένα, για κάθε ομάδα βροχερών ημερών εφαρμόζεται μια επαναληπτική διαδικασία, σύμφωνα με την οποία το μοντέλο Bartlett – Lewis παράγει πολλές ωριαίες συνθετικές χρονοσειρές, μέχρι η διαφορά των χρονοσειρών των δύο διαφορετικών χρονικών επιπέδων να

γίνει μικρότερη από κάποιο όριο που έχουμε θέσει. Τελικά, η ωριαία χρονοσειρά που επιλέγεται τροποποιείται μέσω της αναλογικής διαδικασίας συνόρθωσης και παράγονται τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής.

4.3.6 Ο αλγόριθμος της μεθόδου επιμερισμού

Οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) ανέπτυξαν και εφάρμοσαν έναν αλγόριθμο για τον επιμερισμό ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία, ο οποίος βελτιστοποιεί το χρόνο που απαιτείται για τους υπολογισμούς και ενσωματώνει τέσσερα επίπεδα επαναληπτικών διαδικασιών. Η σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας που ακολουθείται για τον επιμερισμό των ημερήσιων υψών βροχής μιας ομάδας βροχερών ημερών σε ωριαία ύψη βροχής δίνεται στο σχήμα (4.2).

Έστω ότι γνωρίζουμε μια χρονοσειρά ημερήσιων υψών βροχής Z . Η χρονοσειρά αυτή μπορεί να προέρχεται είτε από ημερήσια βροχομετρικά δεδομένα, είτε να έχει παραχθεί από κάποιο άλλο στοχαστικό μοντέλο προσομοίωσης (π.χ. Bartlett – Lewis). Αρχικά, εντοπίζονται στη χρονοσειρά αυτή οι ομάδες βροχερών ημερών που έπονται και προηγούνται μιας τουλάχιστον στεγνής ημέρας. Ο αλγόριθμος που δίνεται στη συνέχεια περιγράφει τον επιμερισμό των υψών βροχής κάθε ομάδας βροχερών ημερών.

Έστω ότι το μήκος της ομάδας των βροχερών ημερών, Z_i , που θέλουμε να επιμερίσουμε, είναι L . Αρχικά (Επίπεδο 0), το μοντέλο Bartlett – Lewis τρέχει αρκετές φορές μέχρι να παραχθεί μία ακολουθία ακριβώς L βροχερών ημερών. Στη συνέχεια (Επίπεδο 1), για τους παλμούς των καταιγίδων που έχουν παραχθεί, γεννιούνται οι εντάσεις και υπολογίζονται, μέσω διακριτοποίησης και συνάθροισης, τα συνθετικά ύψη βροχερών ημερών, Z_i . Τα συνθετικά ύψη, Z_i , συγκρίνονται με αυτά της ιστορικής ομάδας Z_i μέσω της λογαριθμικής απόστασης:

$$d = \left[\sum_{i=1}^L \ln^2 \left(\frac{Z_i + c}{Z_i} \right) \right]^{1/2} \quad (4.8)$$

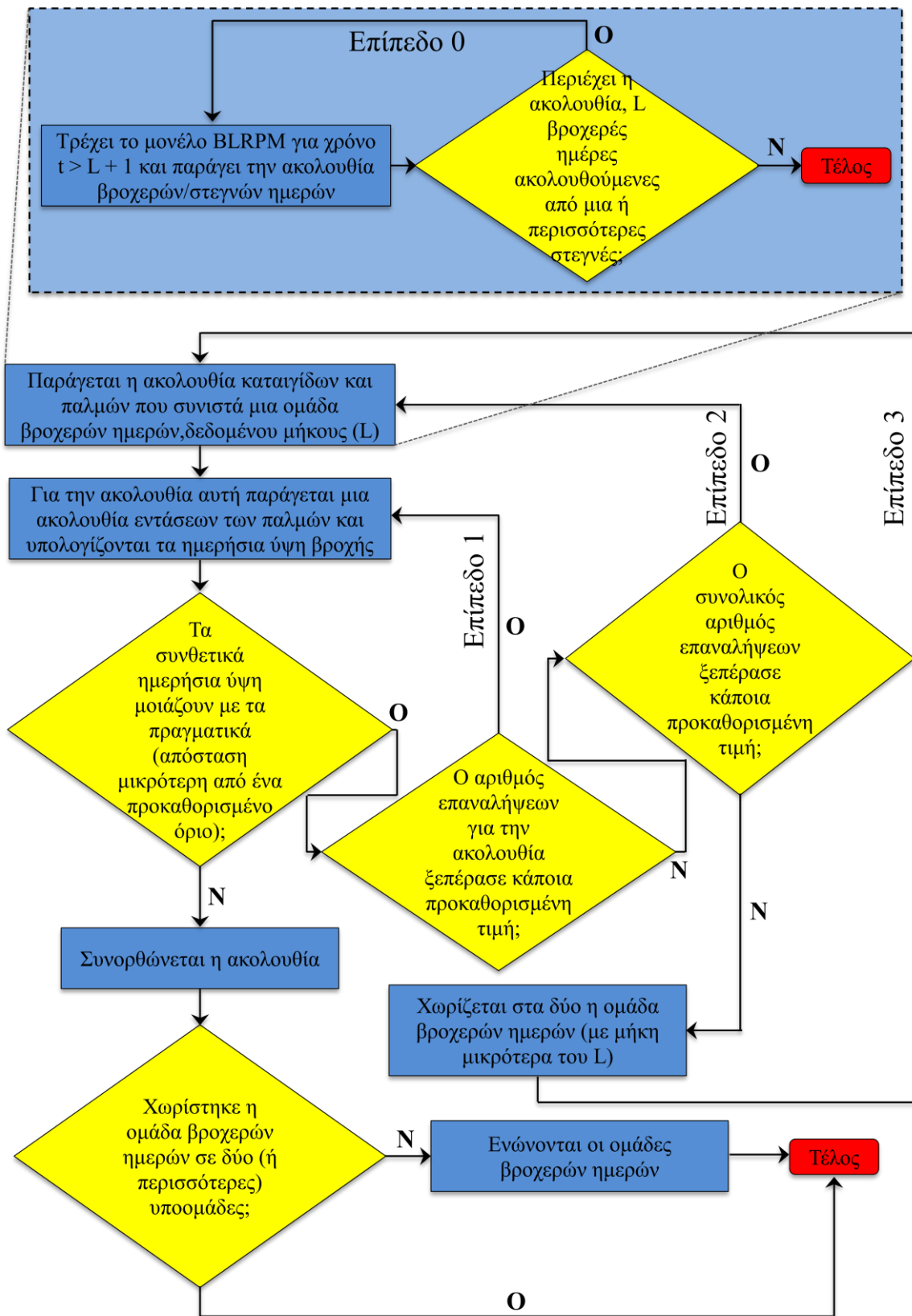
όπου i ο αριθμός των βροχερών ημερών της ομάδας και c σταθερά με μικρή τιμή ($c = 0.1$ mm). Ο παραπάνω λογαριθμικός μετασχηματισμός επιλέγεται, για να αποφευχθεί η κυριαρχία των πολύ υψηλών τιμών, ενώ η σταθερά c εισάγεται για να αποφευχθεί η κυριαρχία των πολύ μικρών τιμών. Εάν η λογαριθμική απόσταση d είναι μεγαλύτερη από κάποια τιμή d_a , που έχουμε ορίσει, τότε παράγονται νέες εντάσεις για τους παλμούς (Επίπεδο

1), χωρίς να χαλάσουμε τη χρονική τους διάταξη. Ωστόσο, εάν η τιμή της d παραμένει μεγαλύτερη της d_a , για ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων, σημαίνει πως η χρονική διάταξη των καταγίδων και των παλμών τους δεν είναι συνεπής με την απαιτούμενη. Σε αυτήν την περίπτωση απορρίπτουμε την ακολουθία που έχουμε σχηματίσει και παράγουμε μια καινούργια (περνάμε στο Επίπεδο 2).

Στην περίπτωση που η ομάδα βροχερών ημερών έχει πολύ μεγάλο μήκος, είναι πρακτικά αδύνατο να παράγουμε μια ακολουθία με λογαριθμική απόσταση d μικρότερη της d_a . Στην περίπτωση αυτή, η ομάδα των βροχερών ημερών χωρίζεται, με τυχαίο τρόπο, σε δυο υποομάδες μικρότερου μήκους (Επίπεδο 3). Στη συνέχεια, για κάθε μία από τις ομάδες αυτές εφαρμόζεται η παραπάνω διαδικασία από την αρχή.

Οι διαδικασία τερματίζεται, όταν βρεθεί ακολουθία βροχερών ημερών που να έχει λογαριθμική απόσταση d μικρότερη από κάποιο όριο d_a . Στην περίπτωση που η ακολουθία βροχερών ημερών έχει χωριστεί, ενώνεται. Τελικά, η συνθετική ακολουθία που έχει επιλεγεί τροποποιείται μέσω της αναλογικής διαδικασίας συνόρθωσης και παράγεται η ακολουθία των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής.

Η μέθοδος επιμερισμού, που μόλις περιγράφηκε, παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες με τη μέθοδο επιμερισμού που πρότειναν οι Glasbey et al. (1995). Η συγκεκριμένη μέθοδος παρουσιάστηκε στην ενότητα (4.2.2) και διαφέρει στη δομή της από αυτή που πρότειναν οι Κουτσογιάννης και Onof (2001). Στη μέθοδο επιμερισμού των Glasbey et al. (1995) παράγεται, μέσω του μοντέλου Bartlett - Lewis, μια μεγάλη συνθετική χρονοσειρά (μήκους 1000 χρόνων), η οποία λειτουργεί ως βάση δεδομένων. Από τη βάση αυτή, για κάθε μονάδα βροχερών ημερών του ιστορικού δείγματος, αναζητείται και τελικά επιλέγεται, για να επιμεριστεί, η συνθετική ομάδα βροχερών ημερών, που είναι σε μεγαλύτερη συμφωνία με την αντίστοιχη ιστορική. Ωστόσο, η τακτική αυτή απαιτεί μεγάλο υπολογιστικό χρόνο. Αντίθετα, στη μέθοδο επιμερισμού των Κουτσογιάννη και Onof (2001) το μοντέλο Bartlett – Lewis τρέχει ανεξάρτητα για κάθε ομάδα μη μηδενικών ημερήσιων υψών βροχής. Αυτή η τακτική καταφέρνει να μειώσει κατά πολύ τον υπολογιστικό φόρτο και χρόνο της όλης διαδικασίας.



Σχήμα 4.2 : Διάγραμμα ροής της επαναληπτικής διαδικασίας (πηγή: Κουτσογιάννης και Onof, 2001).

4.3.7 Το υπολογιστικό σύστημα HYETOS¹

Η μεθοδολογία που περιγράφηκε στην παρούσα ενότητα υλοποιήθηκε σε ένα υπολογιστικό σύστημα, με τη ονομασία HYETOS (Κουτσογιάννης και Onof, 2000). Ο HYETOS λειτουργεί σε περιβάλλον Windows και αποτελεί ένα πλήρες πακέτο για τον επιμερισμό ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία. Για την εφαρμογή του το μόνο που απαιτείται είναι εισαγωγή των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett – Lewis είτε στην κλασική (5 παράμετροι), είτε στην πιο αναβαθμισμένη του έκδοση (7 παράμετροι). Το λογισμικό HYETOS έχει 5 διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας (modes):

1. Disaggregation test mode (χωρίς την εισαγωγή ιστορικών ωριαίων χρονοσειρών). Η συνθετική χρονοσειρά του ανώτερου χρονικού επιπέδου (ημερήσιου) παράγεται από το μοντέλο Bartlett – Lewis για τις δοθείσες παραμέτρους. Στη συνέχεια εκτελείται το παραπάνω επαναληπτικό και παράγεται η συνθετική χρονοσειρά με τα ωριαία ύψη βροχής. Αυτή η κατάσταση λειτουργίας μας επιτρέπει να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα της μεθόδου επιμερισμού που αναπτύχθηκε νωρίτερα.
2. Full test mode (με την εισαγωγή ωριαίων ιστορικών δεδομένων). Στην περίπτωση αυτή, τα ωριαία δεδομένα διαβάζονται από κάποιο εξωτερικό αρχείο, και συναθροίζονται για να σχηματίσουν την ημερήσια ιστορική χρονοσειρά. Η χρονοσειρά αυτή επιμερίζεται και τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής συγκρίνονται με τα αντίστοιχα ιστορικά. Αυτή η κατάσταση λειτουργίας μας επιτρέπει να ελέγξουμε τη συνολική ικανότητα του μοντέλου, συμπεριλαμβανομένης της μεθόδου επιμερισμού και του μοντέλου Bartlett – Lewis.
3. Operational mode (με την εισαγωγή ημερήσιων ιστορικών χρονοσειρών). Σε αυτήν την κατάσταση λειτουργίας δεν εισάγονται ιστορικά ωριαία ύψη βροχής και γι' αυτό δε γίνεται κανενός είδους σύγκριση.
4. Rainfall model test mode (με την εισαγωγή ωριαίων ιστορικών χρονοσειρών). Τα ιστορικά δεδομένα που εισάγονται χρησιμοποιούνται μόνο για σύγκριση με τα συνθετικά που θα παραχθούν. Η ημερήσια συνθετική χρονοσειρά, παράγεται από το

¹ Η λέξη *hyetos* είναι «δάνειο» από την αρχαία ελληνική. Η λέξη *υετός* προέρχεται από το ρήμα < *υει* = βρέχει και σημαίνει βρέχει ραγδαία, η κανονική διαρκής βροχή λέγεται *όμβρος* και η κατά σταγόνες ψέκας (λεξικό Χαρ. Θ. Μηγιώτη, εκδ. Κασταλία 1992). Στο ορθογραφικό λεξικό του Γ. Ζηκίδου, εκδότης Ι.Ν.Σιδέρης (1^η έκδοση Αθήνα 1898), για τη λέξη *υετός* βρίσκουμε το λήμμα: «υετός (ο) βροχή (μάλιστα ραγδαία βροχή), λέγεται και όμβρος (διαρκής βροχή), η δε κατά μικράς σταγόνας πίπτουσα λέγεται ψεκάς ή ψακάς». Ο όμβρος (θύελλα μετά βροχής) διαφέρει του υετού διότι: «...ηπία μεν ούσα (η του νερού θλίψις) μαλακάς ψεκάδας διασπείρει, σφόδρας δε, αδροτέρας και τούτο καλούμεν υετόν, όμβρου δε μείζω και συνεχή συστρέμματα επί γης φερόμενα» (Αριστοτέλης, Περί Κόσμου 4,6).

μοντέλο Bartlett – Lewis και στη συνέχεια επιμερίζεται για να παραχθούν τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής.

5. Simple Rainfall generation mode (χωρίς την εισαγωγή ιστορικών χρονοσειρών και χωρίς επιμερισμό). Σε αυτήν την κατάσταση λειτουργίας το μοντέλο Bartlett – Lewis εφαρμόζεται για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, χωρίς να γίνεται επιμερισμός.

Το πρόγραμμα HYETOS παρέχει ένα πλήθος από γραφήματα για τη σύγκριση των στατιστικών μεγεθών των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών. Επιπλέον, δίνει στο χρήστη τη δυνατότητα να παρέμβει στην επαναληπτική διαδικασία του αλγορίθμου (εικ. Β.3, παράρτημα Β), μέσω της επιλογής διαφόρων παραμέτρων. Στα σχήματα που παρατίθενται στο παράρτημα Β δίνονται κάποιες από τις βασικές φόρμες (παράθυρα) του προγράμματος.

Το λογισμικό HYETOS είναι διαθέσιμο, ύστερα από συνεννόηση με τους συγγραφείς, στην ιστοσελίδα <http://itia.ntua.gr/el/software/>.

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί, περιγράφεται η υλοποίηση της παραπάνω μεθόδου επιμερισμού σε περιβάλλον R, που είναι και το ζητούμενο της εργασίας αυτής.

4.3.8 Εφαρμογή του μοντέλου επιμερισμού

Οι Κουτσογιάννης και Οποφ (2001) για τον έλεγχο της παραπάνω μεθόδου επιμερισμού, χρησιμοποίησαν τα βροχομετρικά δεδομένα δυο σταθμών, που βρίσκονται σε περιοχές που παρουσιάζουν εντελώς διαφορετικά κλιματικά χαρακτηριστικά.

Ο βροχομετρικός σταθμός του αεροδρομίου του Heathrow (Λονδίνο, Αγγλία) βρίσκεται σε μια ιδιαίτερα βροχερή περιοχή, με το μέσο ετήσιο ύψος βροχής να ξεπερνά τα 600 mm. Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του κλίματος της περιοχής του Heathrow είναι η σταθερότητα που παρουσιάζει κατά τη διάρκεια του έτους. Ο μήνας Ιανουάριος, με ποσοστό βροχερών ημερών ίσο με 53%, έχει το ίδιο μέσο μηνιαίο ύψος βροχής με το μήνα Ιούλιο, που έχει το μικρότερο ποσοστό βροχερών ημερών (27%).

Αντίθετα, ο βροχομετρικός σταθμός 13 του Walnut Gulch (Αριζόνα, ΗΠΑ) βρίσκεται σε μια περιοχή ημιάνυδρη, με το μέσο ετήσιο ύψος βροχής να κυμαίνεται κοντά στα 300 mm και κάποιες φορές να πέφτει κάτω από τα 200 mm. Τα κλιματικά χαρακτηριστικά κατά τη διάρκεια του έτους, παρουσιάζουν μεγάλη μεταβλητότητα. Ο Μάιος είναι ο πιο άνυδρος μήνας, με μέση ετήσια βροχόπτωση 4 mm και ποσοστό στεγνών ημερών κοντά στο 97%.

Αντίθετα, ο πιο υγρός μήνας, που είναι ο Ιούλιος, έχει μέσο ύψος βροχής 84 mm και ποσοστό βροχερών ημερών 64%.

Η εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου έγινε με τη μέθοδο των ροπών και στη διαδικασία βελτιστοποίησης έλαβαν μέρος η μέση τιμή, η διασπορά και η συνδιασπορά, υστέρησης 1, των ωριαίων δεδομένων, η συνδιασπορά, υστέρησης 1, της κλίμακας των έξι ωρών και η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης των ημερήσιων και ωριαίων δεδομένων.

Όσον αφορά στην τιμή της λογαριθμικής απόστασης d_a , επιλέχτηκε να είναι ίση με 0.1. Όπως είδαμε και στην υποενότητα (4.3.4), με την επιλογή κάποιας άλλης μικρότερης τιμής για τη λογαριθμική απόσταση, δεν θα πετυχαίναμε μείωση στη μεροληψία που εισάγεται. Επιπλέον, θα οδηγούμασταν σε μεγάλους υπολογιστικούς χρόνους, χωρίς να λαμβάνουμε κάποιο καλύτερο αποτέλεσμα. Αντίθετα, για μεγάλες τιμές λογαριθμικής απόστασης, ο υπολογιστικός χρόνος θα ήταν πολύ μικρότερος, αλλά τα συνθετικά στατιστικά μεγέθη θα εμφάνιζαν μεγάλες αποκλίσεις από τα αντίστοιχα ιστορικά (μεγάλη μεροληψία). Έτσι, η τιμή 0.1 κρίνεται ως η πλέον κατάλληλη για τη λογαριθμική απόσταση. Ο αριθμός των συνολικών επαναλήψεων για κάθε ακολουθία βροχερών ημερών έχει τεθεί ίσος με 5.000 (για όλα τα επίπεδα).

Στην εν λόγω εφαρμογή, οι δυο ερευνητές συνέκριναν τα ιστορικά ωριαία ύψη βροχής με τα συνθετικά, που παρήχθησαν με τρεις διαφορετικούς τρόπους: (α) Μέσω επιμερισμού των ιστορικών ημερήσιων υψών (operational mode), (β) από το μοντέλο Bartlett – Lewis, χωρίς επιμερισμό (simple rainfall generation), (γ) μέσω του επιμερισμού ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών, που έχουν προκύψει από το μοντέλο Bartlett – Lewis (Disaggregation Test Mode). Για την πληρότητα της εργασίας τους, συνέκριναν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ωριαίων υψών βροχής, που παρήχθησαν με τους τρεις παραπάνω τρόπους, με τα θεωρητικά στατιστικά μεγέθη, όπως προκύπτουν από τις εξισώσεις του μοντέλου Bartlett – Lewis.

Τα συνθετικά στατιστικά χαρακτηριστικά που προέκυψαν και με τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις, είναι σύμφωνα με τα θεωρητικά. Συγκεκριμένα, η διασπορά διατηρείται αρκετά καλά και στις τρεις περιπτώσεις. Εντούτοις, παρουσιάζει κάποια μικρή θετική μεροληψία, που οφείλεται στους λόγους που αναπτύχθηκαν στην ενότητα (4.3.4). Η μεροληψία αυτή είναι μικρότερη στην περίπτωση που τα συνθετικά ύψη βροχής έχουν προκύψει από επιμερισμό (πιν. Γ.3, παράρτημα Γ). Όπως γνωρίζουμε, το μοντέλο Bartlett - Lewis δε διατηρεί την ασυμμετρία των ωριαίων εντάσεων βροχής (δεν προβλέπει καν θεωρητική εξίσωση). Για αυτό το λόγο, το μοντέλο επιμερισμού δεν μπορεί να διατηρήσει ρητά τους

συντελεστές ασυμμετρίας. Ωστόσο, το μοντέλο προσεγγίζει ικανοποιητικά το εν λόγω συντελεστή. Τέλος, τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής διατηρούν, με μεγάλη πιστότητα, την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης (πιν. Γ.2, παράρτημα Γ).

Οι στοχαστική δομή εξάρτησης, όπως αυτή αποτυπώνεται στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης μέχρι υστέρηση 10, διατηρείται και στις τρεις περιπτώσεις (πιν. Γ.3, παράρτημα Γ). Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει πως δεν εισάγεται κάποια μεροληψία στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης. Κάποια μικρή απόκλιση παρουσιάζεται στο μήνα Μάιο των βροχομετρικών δεδομένων της περιοχής Walnut Gulch, η οποία αποδίδεται στο μικρό αριθμό βροχερών ημερών του δείγματος (43 βροχερές μέρες σε δείγμα 36 ετών).

Τέλος, οι Κουτσογιάννης και Onof (2001) μελετούν την ικανότητα του μοντέλου να διατηρεί την κατανομή των ακραίων τιμών του ωριαίου ύψους βροχής. Και στις τρεις περιπτώσεις, οι προσομοιωμένες σειρές μεγίστων υψών βρίσκονται σε μεγάλη συμφωνία με τις ιστορικές. Ειδικότερα, η σειρά μεγίστων που έχει προέλθει από τον απευθείας επιμερισμό των ιστορικών υψών βροχής είναι σε μεγαλύτερη συμφωνία, από ότι είναι αυτή που έχει προέλθει από την απευθείας χρήση του μοντέλου Bartlett – Lewis, με τη σειρά μεγίστων των ιστορικών υψών βροχής (πιν. Γ.4, παράρτημα Γ). Το γεγονός αυτό αποδεικνύει ξεκάθαρα πως η εφαρμογή του επιμερισμού βελτιώνει ακόμα περισσότερο την ικανότητα του μοντέλου Bartlett – Lewis να αναπαράγει τα βασικά στατιστικά της βροχής στις λεπτές χρονικές κλίμακες.

Επιπλέον, το μοντέλο επιμερισμού δείχνει μεγάλη ικανότητα ως προς το να διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά και άλλων χρονικών κλιμάκων, εκτός της ωριαίας. Τα στατιστικά χαρακτηριστικά των άλλων χρονικών κλιμάκων έχουν προέλθει από συνάθροιση των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτά παρήχθησαν από το μοντέλο επιμερισμού (πιν. Γ.5, παράρτημα Γ).

Οι πίνακες που απεικονίζουν τη σύγκριση των στατιστικών μεγεθών της συγκεκριμένης εφαρμογής, βρίσκονται στο παράρτημα Γ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

5 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ R

5.1 Εισαγωγή

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ζητήθηκε η υλοποίηση της μεθοδολογίας επιμερισμού, που περιγράφηκε στην ενότητα (4.3), σε περιβάλλον προγραμματισμού R. Στις ενότητες που ακολουθούν γίνεται παρουσίαση του υπολογιστικού συστήματος που αναπτύχθηκε, με στόχο την δημιουργία ενός ολοκληρωμένου πακέτου επιμερισμού και γέννησης χρονοσειρών υψών βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες.

5.1.1 Τι είναι η R

Η γλώσσα R είναι μια γλώσσα προγραμματισμού συνοδευόμενη από ένα περιβάλλον για επεξεργασία δεδομένων, υπολογισμών και γραφημάτων. Αν και χρησιμοποιείται κυρίως στην στατιστική οι δημιουργοί του προτιμούν να το αποκαλούν εργαλείο για ανάλυση δεδομένων τονίζοντας ότι περιλαμβάνει και μοντέρνες και παλιές στατιστικές μεθοδολογίες. Είναι μια γλώσσα ελεύθερου λογισμικού (GPL) με πολλά πακέτα διαθέσιμα στους χρήστες για την εκτέλεση πολλών στατιστικών (στατιστικά τεστ, γραμμική και μη γραμμική ανάλυση, κλασική στατιστική ανάλυση, ανάλυση χρονοσειρών, ταξινόμηση και ομαδοποίηση) και γραφικών τεχνικών.

Είναι παρόμοιο με τη γλώσσα και το περιβάλλον S που αναπτύχθηκε στα εργαστήρια της Bell (στο παρελθόν AT&T, τώρα Lucent Technologies) από τον John Chambers και τους συνεργάτες του. Η γλώσσα R μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαφορετική υλοποίηση του S. Υπάρχουν μερικές σημαντικές διαφορές, αλλά ο περισσότερος κώδικας που γράφεται για το S τρέχει αμετάβλητος και στην R (όμως το S και η R δεν είναι 100% συμβατά). Η R συγκρινόμενη με το εμπορικό πακέτο S-plus, που είναι βασισμένο και αυτό στην γλώσσα προγραμματισμού S, παρουσιάζει τη διαφορά ότι δεν έχει γραφικό περιβάλλον εργασίας.

Η R γλώσσα προγραμματισμού ξεκίνησε από τους Robert Gentleman και Ross Ihaka του “Statistics Department of the University of Auckland” το 1995. Πλέον, συντηρείται από το R-

core-development team που αποτελεί ένα διεθνές κύκλωμα εθελοντών για την ανάπτυξη και συντήρησή του. Στηρίζεται δε στην ανάπτυξη προγραμμάτων, μέσω πακέτων (packages), τα οποία διατίθενται πάλι ελεύθερα από χρήστες ανά τον κόσμο. Αξιοσημείωτο είναι ότι δεν υπάρχει εμπορική υποστήριξη οπότε αρωγός σε όλα είναι η διεθνής επιστημονική κοινότητα. Την R μπορεί κάποιος να την αποκτήσει στην ιστοσελίδα του: <http://www.r-project.org/> ή από ένα από τα πολλά πρότυπα (mirrors) του Cran (Comprehensive R Archive) <http://www.cran.r-project.org/> το οποίο είναι ένα δίκτυο διανομής του R σε πολλά μέρη του κόσμου μέσω διαδικτύου. Η R υποστηρίζει όλες τις πλατφόρμες Unix, Windows, Macintosh.

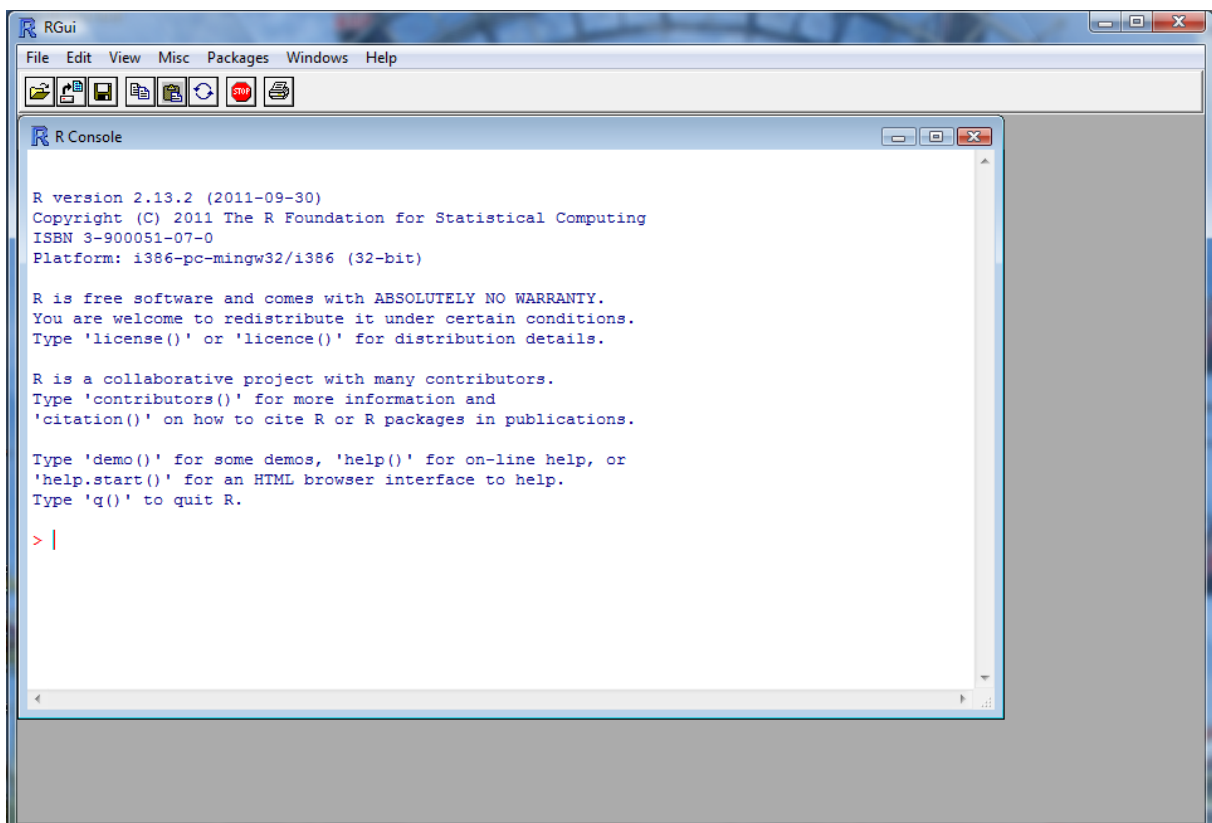
5.1.2 Πλεονεκτήματα της γλώσσας R

Η γλώσσα προγραμματισμού R παρέχει ένα πλήρες σύστημα βοήθειας ενσωματωμένο στο λογισμικό και πλήθος εντολών και στατιστικών συναρτήσεων. Ωστόσο, η δυνατότητα που παρέχει για τη συγγραφή νέων συναρτήσεων, την κάνει ένα πολύ ισχυρό εργαλείο προγραμματισμού. Τα τελευταία χρόνια η R έχει αναπτυχθεί ραγδαία σε όλες τις επιστήμες που ασχολούνται με την στατιστική έρευνα, συμπεριλαμβανομένης και της υδρολογίας. Το γεγονός αυτό δικαιολογείται από την ικανότητα που έχει, αφενός να διαχειρίζεται μεγάλο όγκο δεδομένων και αφετέρου να αναλύει και να επεξεργάζεται δεδομένα με μεγάλη ταχύτητα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε με απευθείας εντολές που υπάρχουν είτε με προγράμματα τα οποία ο χρήστης μπορεί να αναπτύξει για επίλυση πιο πολύπλοκων στατιστικών προβλημάτων. Επίσης, ο χρήστης μπορεί να δανειστεί και έτοιμα προγράμματα τα οποία είναι ενσωματωμένα μέσα σε πακέτα που διατίθενται ελεύθερα. Οι ποικιλία τέτοιων προγραμμάτων είναι τεράστια.

Για την ανάπτυξη ιδίων προγραμμάτων κατασκευάζονται ειδικές συναρτήσεις (functions). Οι συναρτήσεις αυτές μπορεί να αποτελούνται από άλλες υποσυναρτήσεις, οι οποίες είτε είναι ήδη διαθέσιμες από την R είτε τις κατασκευάζει ο χρήστης. Παραδείγματα τέτοιων συναρτήσεων υπάρχουν στο παράρτημα Α, όπου δίνεται ο πηγαίος κώδικας του προγράμματος (πακέτου) HYETOS-R. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί πως όλες οι συναρτήσεις και εντολές καλούνται, εκτελούνται και αποτυπώνονται στο περιβάλλον εργασίας της R (εικ. 5.1). Φυσικά, υπάρχει η δυνατότητα τα αποτελέσματα μιας διαδικασίας ή ανάλυσης να εξαχθούν σε κάποιο εξωτερικό αρχείο (π.χ. σημειωματάριο (wordpad) ή φύλλο εργασίας Excel). Η R φημίζεται για την ικανότητά της να διαχειρίζεται με μεγάλη ταχύτητα τεράστιους όγκους δεδομένων.

Ένα ακόμα σημαντικό πλεονέκτημα της R είναι η δυνατότητα που έχει να συνδέεται με άλλες, πολύ πιο γρήγορες γλώσσες προγραμματισμού, όπως είναι η C++ και η Fortran. Έτσι διαδικασίες και συναρτήσεις που απαιτούν μεγάλο πλήθος επαναλήψεων και υπολογιστικό φόρτο μπορούν να κωδικοποιηθούν σε άλλες γλώσσες προγραμματισμού και εν συνεχεία να κληθούν (interface) από το περιβάλλον της R, για εφαρμογή.

Όσον αφορά τις γραφικές παραστάσεις, τα γραφικά της R είναι πάρα πολύ εξελιγμένα. Οι γραφικές παραστάσεις της είναι σίγουρα οι καλύτερες όλων των λογισμικών ανοιχτού κώδικα και ίσως σε αυτό το τομέα η R ξεπερνά και τα ακριβά εμπορικά προγράμματα, όπως για παράδειγμα το στατιστικό πρόγραμμα SPSS. Τα γραφήματα που παράγονται είτε αποτυπώνονται απευθείας στο παράθυρο της R (εικ. 5.1) είτε αποθηκεύονται σε κάποιο εξωτερικό αρχείο στη μορφή που θα ορίσει ο χρήστης (π.χ. PDF, PNG, JPEG). Κατά την άποψη του γράφοντα η δεύτερη επιλογή κρίνεται προτιμότερη καθώς η R δείχνει κάποια αδυναμία ως προς το να παράγει και να διαχειριστεί μεγάλο πλήθος γραφημάτων ταυτόχρονα, όταν αυτά τυπώνονται στο παράθυρο εντολών της (εικ. 5.1).



Εικόνα 5.1: Η βασική οθόνη εντολών του προγράμματος R

5.1.3 Μια σύντομη γνωριμία με το περιβάλλον R

Στην παρούσα ενότητα, με βάση την παραπάνω εικόνα (5.1), επιχειρείται μια σύντομη αλλά απαραίτητη γνωριμία με το περιβάλλον της R.

Στη βασική οθόνη του προγράμματος υπάρχει το παράθυρο εντολών (R console). Ο κέρσορας που βρίσκεται μετά το σύμβολο “ > ” περιμένει τις εντολές του χρήστη. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι εντολές μπορεί να είναι είτε συναρτήσεις που υπάρχουν στο πρόγραμμα είτε συναρτήσεις που έχει κατασκευάσει ο ίδιος ο χρήστης.

Στο μενού "File", βρίσκονται βασικές εντολές, όπως είναι η εισαγωγή και αποθήκευση κάποιας επιφάνειας εργασίας, η εισαγωγή και αποθήκευση εντολών που ήδη έχουμε χρησιμοποιήσει, η αλλαγή του φακέλου εργασίας, η εισαγωγή κώδικα από προηγούμενες εφαρμογές, εκτύπωση κ.α.

Στο μενού "Edit", έχουμε τις γνωστές δυνατότητες αντιγραφής, επικόλλησης, καθαρισμού του παραθύρου εντολών, επιλογής όλων όσων έχουμε πληκτρολογήσει κ.α. Μέσω του μενού "View" μπορούμε να εμφανίσουμε ή να αποκρύψουμε τις γραμμές εργαλείων.

Το μενού "Misc", περιέχει εντολές για τον τερματισμό της τρέχουσας υπολογιστικής διαδικασίας ή του τυπώματος, για την εμφάνιση των αντικειμένων που χρησιμοποιούνται, για τη διαγραφή αντικειμένων κ.α.

Το βασικότερο από όλα τα μενού, είναι αυτό με την ονομασία "Packages". Μέσω των εντολών του μενού αυτού γίνεται η αναζήτηση, η εύρεση και η εγκατάσταση των διαθέσιμων πακέτων (βιβλιοθηκών) της R. Το κάθε πακέτο περιέχει μια ομάδα συναρτήσεων που είναι διαθέσιμες προς χρήση, αφού προηγηθεί η εγκατάστασή του. Το πλήθος και η ποικιλία των πακέτων της R είναι τεράστια. Τα πακέτα αυτά προέρχονται από χρήστες, οι οποίες συνεισφέρουν δυναμικά στην ενδυνάμωση της γλώσσας.

Μέσω του μενού "Windows", ο χρήστης μπορεί να μετακινηθεί μεταξύ των ανοιχτών παραθύρων και να τα διατάξει με τον τρόπο που επιθυμεί.

Τέλος, μέσω του μενού "Help" δίνεται στο χρήστη ένα εγχειρίδιο για όλες τις εντολές και ιδιότητες του πακέτου. Επιπλέον, δίνονται τα βασικά εγχειρίδια της R, σε μορφή pdf καθώς και πληροφορίες για τις εντολές της R που είναι ήδη φορτωμένες (από το βασικό πακέτο ή από τις φορτωμένες βιβλιοθήκες).

5.2 Το πακέτο HYETOS-R

Το πακέτο HYETOS-R σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε με σκοπό να παρέχει ένα ολοκληρωμένο εργαλείο επιμερισμού και παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών ύψους βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες, σε περιβάλλον R. Το πακέτο αυτό θα βρίσκεται στην βιβλιοθήκη του R και ευελπιστώ να αποδειχτεί ένα άρτιο, αξιόπιστο και ευρείας χρήσης πρόγραμμα.

Η λειτουργία του πακέτου HYETOS-R συνδέεται με τα πακέτα "moments", "gplots", "gtools" και "gdata". Δηλαδή πριν να γίνει χρήση του πακέτου HYETOS-R, θα πρέπει να εγκατασταθούν τα τρία προαναφερόμενα πακέτα.

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται οι τρεις από τις τέσσερις συναρτήσεις, που θα έχει το πακέτο HYETOS-R, στη πλήρη του έκδοση. Οι συναρτήσεις αυτές αντιστοιχούν στις 5 καταστάσεις λειτουργίας του προγράμματος HYETOS των Κουτσογιάννη και Onof (2000).

Οι συναρτήσεις του μοντέλου είναι οι εξής: **disag.test.mode()**, **operat.mode()**, **BLts()**. Οι συναρτήσεις αυτές εισάγονται στο παράθυρο εντολών της R (R console).

Για τις ενότητες που ακολουθούν, οι λέξεις που είναι σε απόχρωση του γκρι αποτελούν τις παραμέτρους του μοντέλου, οι οποίες και ορίζονται από το χρήστη.

5.2.1 Η συνάρτηση **disag.test.mode**

Περιγραφή

Μέσω της συνάρτησης **disag.test.mode** γίνεται επιμερισμός ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία και σύγκριση με τα «αυθεντικά» ωριαία δεδομένα. Τα «αυθεντικά» ωριαία ύψη βροχής μπορεί να προέρχονται είτε από βροχομετρικά δεδομένα είτε να έχουν παραχθεί από το μοντέλο Bartlett – Lewis. Η συνάρτηση αυτή μας επιτρέπει να ελέγξουμε την καταλληλότητα του μοντέλου επιμερισμού και του μοντέλου Bartlett – Lewis. Αντιστοιχεί δε, στις καταστάσεις λειτουργίας 1 και 2 του προγράμματος των Κουτσογιάννη και Onof (2000).

Μορφή

disag.test.mode (BLpar = list (), adj = list (), Num.Of.Clusters, stats = list (), exp.data = list (), inp.data = list (), plot.hyet)

Παράμετροι της συνάρτησης

BLpar	Λίστα με τις παραμέτρους του μοντέλου Bartlett – Lewis. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
adj	Λίστα με τις παραμέτρους της επαναληπτικής διαδικασίας. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
Num.Of.Clusters	Ακέραιος πραγματικός αριθμός που ορίζει το πλήθος των βροχερών ομάδων που θα επιμεριστούν.
stats	Λίστα που ελέγχει την εξαγωγή των στατιστικών μεγεθών. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
exp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εξόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
inp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εισόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
plot.hyet	Λογικός τελεστής που ελέγχει τα υετογραφήματα. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).

Τιμή

Σε κάθε περίπτωση, η συνάρτηση **disag.test.mode** τυπώνει στο παράθυρο εντολών (R console) τα συνθετικά ύψη βροχής, οργανωμένα σε ένα πλαίσιο δεδομένων (data frame). Αν η παράμετρος **stats** έχει τη λογική τιμή TRUE, η συνάρτηση τυπώνει και ένα πίνακα με τα βασικά στατιστικά μεγέθη των συνθετικών και «αυθεντικών» ωριαίων υψών βροχής. Αν η παράμετρος **exp.data** έχει τη τιμή TRUE, τα συνθετικά ύψη βροχής εξάγονται σε ένα αρχείο, τύπου “.txt”. Αν η παράμετρος **plot.hyet** έχει τη λογική τιμή TRUE, τα υετογραφήματα των ομάδων βροχερών ημερών εξάγονται σε εξωτερικό φάκελο, υπό τη μορφή αρχείου “.pdf”. Για περισσότερες λεπτομέρειες και επιλογές βλέπε ενότητα (5.2.4).

5.2.2 Η συνάρτηση `operat.mode`

Περιγραφή

Η συνάρτηση **operat.mode** απαιτεί σαν δεδομένα εισόδου ημερήσια ύψη βροχής και δεν προβλέπει κανένος είδους σύγκριση με “αυθεντικά” ωριαία ύψη βροχής. Χρησιμοποιείται για να παράγουμε ωριαία ύψη βροχής όταν γνωρίζουμε κάποια ιστορική χρονοσειρά ημερήσιων υψών βροχής. Αντιστοιχεί στην κατάσταση λειτουργίας 3, του προγράμματος των Κουτσογιάννη και Onof (2000).

Μορφή

operat.mode (BLpar = list (), adj = list (), Num.Of.Clusters, stats = list (), exp.data = list (), inp.data = list (), plot.hyet)

Παράμετροι της συνάρτησης

BLpar	Λίστα με τις παραμέτρους του μοντέλου Bartlett – Lewis. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
adj	Λίστα με τις παραμέτρους της επαναληπτικής διαδικασίας. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
Num.Of.Clusters	Ακέραιος πραγματικός αριθμός που ορίζει το πλήθος των βροχερών ομάδων που θα επιμεριστούν.
stats	Λίστα που ελέγχει την εξαγωγή των στατιστικών μεγεθών. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
exp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εξόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
inp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εισόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
plot.hyet	Λογικός τελεστής που ελέγχει τα υετογραφήματα. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).

Τιμή

Σε κάθε περίπτωση η συνάρτηση **operat.mode** τυπώνει στο παράθυρο εντολών (R console) τα συνθετικά ύψη βροχής, οργανωμένα σε ένα πλαίσιο δεδομένων (data frame). Αν η παράμετρος stats έχει τη λογική τιμή TRUE, η συνάρτηση τυπώνει ένα πίνακα με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών υψών βροχής. Αν η παράμετρος exp.data έχει τη τιμή TRUE, τα συνθετικά ύψη βροχής εξάγονται σε ένα αρχείο, τύπου “.txt”. Αν η παράμετρος plot.hyet έχει τη λογική τιμή TRUE, τα υετογραφήματα των ομάδων βροχερών ημερών εξάγονται σε εξωτερικό φάκελο, υπό τη μορφή αρχείου “.pdf”. Για περισσότερες λεπτομέρειες και επιλογές βλέπε ενότητα (5.2.4).

5.2.3 Η συνάρτηση BLts

Περιγραφή

Μέσω της συνάρτησης **BLts** παράγονται χρονοσειρές υψών βροχής μέσω του μοντέλου Bartlett – Lewis, χωρίς να γίνεται επιμερισμός κάποιων ημερήσιων. Η συνάρτηση **BLts** είναι έτσι δομημένη ώστε να παράγει συνθετικά ύψη βροχής στη χρονική κλίμακα που επιθυμεί ο χρήστης. Αντιστοιχεί δε, στις καταστάσεις λειτουργίας 4 και 5, του προγράμματος των Κουτσογιάννη και Onof (2001).

Μορφή

BLts (T, BLpar = list (), time.scale, exp.data = list (), inp.data = list (), plot.ts, stats = list())

Παράμετροι της συνάρτησης

T	Ακέραιος πραγματικός αριθμός που δηλώνει το μήκος της συνθετικής χρονοσειράς, σε ημέρες (d).
BLpar	Λίστα με τις παραμέτρους του μοντέλου Bartlett - Lewis. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
time.scale	Ακέραιος πραγματικός αριθμός, ο οποίος δηλώνει τη χρονική κλίμακα της συνθετικής χρονοσειράς υψών βροχής. Για παράδειγμα, αν έχει τη τιμή 1, η χρονική κλίμακα είναι η ωριαία, ενώ αν έχει τη τιμή 24 η χρονική κλίμακα είναι η ημερήσια.
stats	Λίστα που ελέγχει την εξαγωγή των στατιστικών μεγεθών. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
exp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εξόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
inp.data	Λίστα που ελέγχει τα δεδομένα εισόδου. Βλέπε λεπτομέρειες (εν. 5.2.4).
plot.ts	Λογικός τελεστής που ελέγχει το γράφημα της χρονοσειράς. Αν είναι TRUE τυπώνει τη χρονοσειρά, αν είναι FALSE όχι.

Τιμή

Σε κάθε περίπτωση η συνάρτηση **BLts** τυπώνει στο παράθυρο εντολών (R console) τη χρονοσειρά των συνθετικών υψών βροχής. Αν η παράμετρος stats έχει τη τιμή TRUE, η

συνάρτηση τυπώνει ένα πίνακα με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών υψών βροχής. Αν η παράμετρος `exp.data` έχει τη τιμή `TRUE`, τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής εξάγονται σε ένα αρχείο, τύπου “.txt”. Αν η παράμετρος `plot.ts` έχει τη τιμή `TRUE`, το γράφημα της χρονοσειράς εμφανίζεται στο παράθυρο εντολών της R. Για περισσότερες λεπτομέρειες και επιλογές βλέπε ενότητα (5.2.4).

5.2.4 Λεπτομέρειες για τα στοιχεία των τριών συναρτήσεων

Παράμετροι του μοντέλου Bartlett – Lewis

Και οι τρεις παραπάνω συναρτήσεις απαιτούν την εισαγωγή των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett – Lewis. Η εισαγωγή γίνεται από τη λίστα:

```
BLpar = list( l= , f= , k= , a= , v= , mx= , sx= )
```

Το πακέτο `HYETOS-R` δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη, να επιλέξει μια από τις τρεις διαφορετικές εκδόσεις του μοντέλου Bartlett – Lewis για τη παραγωγή των συνθετικών υψών βροχής. Οι συμβολισμοί των παραμέτρων του προγράμματος είναι σε αντιστοιχία με τους συμβολισμούς που χρησιμοποιήθηκαν στην ενότητας (3.3).

Για να επιλεγεί το τυχαίο μοντέλο Bartlett – Lewis με εκθετική κατανομή για τις εντάσεις των παλμών, θα πρέπει η τιμή της παραμέτρου `mx` να τεθεί ίση με τη τιμή της παραμέτρου `sx`. Αν οι δυο παράμετροι έχουν διαφορετικές τιμές, θα επιλεγεί το τυχαίο μοντέλο γάμα Bartlett – Lewis, με μέση τιμή και τυπική απόκλιση έντασης παλμών, `mx` και `sx`, αντίστοιχα.

Για να επιλεγεί το μη τυχαίο μοντέλο Bartlett – Lewis, αρκεί να θέσουμε στη παράμετρο `a` κάποια τιμή μεγαλύτερη του 100. Τότε στη θέση της παραμέτρου `v` τοποθετούμε τη τιμή της παραμέτρου `h`, που είναι παράμετρος του μη τυχαίου μοντέλου BL.

Για όλες τις παραμέτρους οι μονάδες μήκους πρέπει να είναι σε χιλιοστά (mm) και οι μονάδες χρόνου σε ημέρες (d).

Παράμετροι της επαναληπτικής διαδικασίας

Οι συναρτήσεις `disag.test.mode` και `operat.mode` για τον επιμερισμό των ημερήσιων υψών βροχής, κάνουν χρήση του επαναληπτικού σχήματος που περιγράφηκε στην ενότητα (4.3.6). Στο πακέτο `HYETOS-R` υπάρχει δυνατότητα ο χρήστης να παρέμβει στο εν λόγω επαναληπτικό σχήμα, μέσω της λίστας:

```
adj = list( da= , F= , MinNumLevel1Rep= ,TotalNumRep= )
```

Οι Κουτσογιάννης και Οποf (2001) για τη λογαριθμική απόσταση da προτείνουν τη τιμή 0.1. Η παράμετρος F , πολλαπλασιαζόμενη με τον αριθμό επαναλήψεων του Επιπέδου 0, μας δίνει τον επιτρεπτό αριθμό επαναλήψεων του επιπέδου 1. Έτσι όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός επαναλήψεων του Επιπέδου 0, τόσο μεγαλύτερος θα είναι ο αριθμός επαναλήψεων του επιπέδου 1 και αντίστοιχα μικρότερος του επιπέδου 2. Με αυτό τον τρόπο καταφέρνουμε να επιταχύνουμε τον αλγόριθμο. Η παράμετρος $MinNumLevel1Rep$ καθορίζει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό επαναλήψεων του επιπέδου 1. Ενώ, το σύνολο των επαναλήψεων των επιπέδων 1 και 2, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο της τιμής που ορίζει η παράμετρος $TotalNumRep$. Ο αριθμός επαναλήψεων του επιπέδου 0 καθορίζεται από το ίδιο το πρόγραμμα και δεν εισάγεται από το χρήστη.

Παράμετροι για την εξαγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών

Το πακέτο HYETOS-R παρέχει τη δυνατότητα υπολογισμού, τύπωσης και γραφικής αναπαράστασης των βασικών στατιστικών μεγεθών των υπό μελέτη ωριαίων υψών βροχής, μέσω της λίστας:

```
stats = list( print= , plot= )
```

Όσον αφορά τη συνάρτηση **disag.test.mode**, αν η παράμετρος $print$ πάρει τη τιμή TRUE, στο παράθυρο εντολών (R console) εμφανίζεται μια λίστα που περιλαμβάνει τα στατιστικά μεγέθη των «αυθεντικών» και συνθετικών ωριαίων υψών βροχής, οργανωμένα σε τρεις πίνακες. Ο πρώτος πίνακας περιλαμβάνει τα στατιστικά μεγέθη των βροχερών ωρών, ο δεύτερος των βροχερών ημερών και ο τρίτος όλων των ημερών. Επιπλέον, αν η παράμετρος $plot$ λάβει την λογική τιμή TRUE, τότε στο παράθυρο εντολών της R εμφανίζονται τα γραφήματα των στατιστικών μεγεθών.

Για τη συνάρτηση **operat.mode** ισχύουν τα παραπάνω, με τη διαφορά ότι τυπώνονται και απεικονίζονται μόνο τα στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής.

Η συνάρτηση **BLts** τυπώνει στο παράθυρο εντολών τα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής χρονοσειράς που έχει παραχθεί και τα στατιστικά μεγέθη όπως έχουν προκύψει από τις θεωρητικές εξισώσεις του μοντέλου Bartlett - Lewis.

Εξαγωγή υετογραφημάτων

Η επιλογή της σχεδίασης των υετογραφημάτων ελέγχεται από την παράμετρο `plot.hyet`. Αν η παράμετρος αυτή λάβει τη τιμή `TRUE`, τότε τα υετογραφήματα των ομάδων των βροχερών ημερών εξάγονται σε αρχείο της μορφής "pdf". Ο φάκελος στον οποίο θα αποθηκευτούν τα υετογραφήματα καθορίζεται από την εντολή "αλλαγή κατεύθυνσης" (`change dir...`), η οποία βρίσκεται στο μενού "File" του παραθύρου εντολών της R (R console). Το κάθε αρχείο του φακέλου περιλαμβάνει ένα υετογράφημα, με όνομα την ημερομηνία έναρξης της βροχερής ομάδας. Τα αρχεία που παράγονται από την συνάρτηση **`disag.test.mode`** περιλαμβάνουν τα υετογραφήματα τόσο των "αυθεντικών" όσο και των συνθετικών υψών βροχής. Αντίθετα, τα αρχεία που παράγονται από την συνάρτηση **`operat.mode`** περιλαμβάνουν μόνο το υετογράφημα των συνθετικών υψών βροχής.

Εισαγωγή και εξαγωγή αποτελεσμάτων

Και στις τρεις παραπάνω συναρτήσεις η εξαγωγή των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής ελέγχεται μέσω της λίστας:

```
exp.data = list( exp= , filecont= , file.to.exp= , days.per.season= )
```

Η παράμετρος `exp` λαμβάνει τη τιμή `TRUE` ή `FALSE` και ελέγχει αν θα γίνει τύπωση των συνθετικών δεδομένων σε κάποιο εξωτερικό αρχείο ή όχι. Μέσω της παραμέτρου `filecont` καθορίζεται αν στο εξωτερικό αρχείο θα καταγραφούν όλες οι μέρες ή μόνο οι βροχερές. Οι τιμές που μπορεί να πάρει, είναι "wet.days" ή "all.days" (η διπλή απόστροφος είναι απαραίτητη). Μέσω της παραμέτρου `file.to.exp` καθορίζεται η ονομασία του αρχείου στο οποίο θα εξαχθούν τα συνθετικά ύψη βροχής. Το αρχείο αυτό είναι της μορφής "txt" και το όνομά του θα πρέπει να έχει τη κατάληξη ".txt". Για παράδειγμα, αν το όνομα του αρχείου που θέλουμε να γίνει η εξαγωγή είναι BDA, η τιμή που θα δώσουμε στη παράμετρο θα είναι "BDA.txt". Η παράμετρος `days.per.season` υπάρχει μόνο στις συναρτήσεις **`disag.test.mode`** και **`BLts`** για να καθορίσει τις μέρες του μήνα ή της περιόδου, στην οποία αντιστοιχούν οι παράμετροι του μοντέλου Bartlett – Lewis που χρησιμοποιούνται.

Η εισαγωγή των ιστορικών δεδομένων ελέγχεται από τη λίστα:

```
inp.data = list( inp= , file= , mis.val= , filecont= , days.per.season= , daily= )
```

Για τις παραμέτρους `filecont`, `days.per.season` και `file` ισχύουν τα προαναφερθέντα. Η παράμετρος `inp` μπορεί να πάρει τιμή `TRUE` ή `FALSE`, ανάλογα με το αν επιθυμεί ή όχι ο

χρήστης να εισάγει ιστορικά δεδομένα. Μέσω της συνάρτησης `daily` προσδιορίζεται αν το αρχείο που πρόκειται να διαβαστεί περιέχει ημερήσια ύψη βροχής και λαμβάνει τιμή `TRUE` ή `FALSE`. Μέσω της παραμέτρου `mis.val` δίνεται το σύμβολο που παριστάνει άγνωστη τιμή στο αρχείο των δεδομένων εισόδου.

Επειδή η συνάρτηση `operat.mode` απαιτεί πάντα εξωτερικά δεδομένα για να εκτελεστεί, η παράμετρος `inp` δεν χρειάζεται να προσδιοριστεί και η παράμετρος `daily` έχει πάντα τη τιμή `TRUE`.

Τα αρχεία εισαγωγής δεδομένων δεν θα πρέπει να έχουν επικεφαλίδες.

Τα αρχεία ιστορικών δεδομένων θα πρέπει είναι διαμορφωμένα, όπως αυτό της εικόνας (5.2).

Day	Season	Year	Daily	hour1	hour2	hour3	hour4	hour5	hour6	hour7	hour8	hour9	hour10	hour11	hour12	hour
1	1	1949	11.70	1.29	1.11	1.11	0.00	0.00	0.06	0.67	3.84	1.00	1.69	0.94	0.00	0.0
2	1	1949	6.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
3	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
4	1	1949	6.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
5	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
6	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
7	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
8	1	1949	1.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.70	0.0
9	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
10	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
11	1	1949	0.30	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
12	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
13	1	1949	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
14	1	1949	1.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
15	1	1949	2.60	0.00	0.00	0.00	0.24	1.87	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0

Εικόνα 5.2: Αρχείο εισόδου – εξόδου ωριαίων βροχομετρικών δεδομένων

Στο παράρτημα Α δίνεται ο πηγαίος κώδικας του πακέτου `HYETOS-R`, ενώ στο παράρτημα Β δίνονται οι χαρακτηριστικές φόρμες (γραφήματα και αποτελέσματα), όπως αυτές παράγονται από το πακέτο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

6 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΗΥΕΤΟΣ-R

6.1 Δεδομένα και παράμετροι εφαρμογής

Η εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος ΗΥΕΤΟΣ-R θα βασιστεί στις ωριαίες βροχογραφικές μετρήσεις του σταθμού του Dane End (Hertfordshire, Αγγλία) για τους μήνες Ιανουάριο και Ιούνιο. Για τον μήνα Ιανουάριο χρησιμοποιήθηκε η ιστορική χρονοσειρά για την περίοδο 1-1 έως 31-1 και για τα έτη 1990 έως 2002. Ενώ, για τον μήνα Ιούνιο χρησιμοποιήθηκε η ιστορική χρονοσειρά για τη περίοδο 1-6 έως 30-6 για τα ίδια έτη. Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των βροχομετρικών δεδομένων των δυο μηνών δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (6.1):

		Ιανουάριος	Ιούνιος
Μήκος δεδομένων (χρόνια)		13	13
Πλήθος βροχερών ημερών		237	156
Πλήθος ομάδων βροχερών ημερών		74	62
Μηνιαία Βροχόπτωση	Μέση τιμή (mm)	55.677	50.200
	Τυπική Απόκλιση (mm)	24.576	32.274
Ημερήσια Βροχόπτωση	Μέση τιμή (mm)	1.796	1.673
	Τυπική Απόκλιση (mm)	3.094	3.833
Ωριαία Βροχόπτωση	Μέση τιμή (mm)	0.075	0.067
	Τυπική Απόκλιση (mm)	0.328	0.443

Πίνακας 6.1: Στατιστικά μεγέθη των βροχομετρικών δεδομένων του σταθμού του Dane End

Ο βροχομετρικός σταθμός του Dane End βρίσκεται σε μια ιδιαίτερα βροχερή περιοχή. Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του κλίματος της περιοχής αυτής είναι η σταθερότητα που παρουσιάζει κατά τη διάρκεια του χρόνου. Όπως εύκολα μπορούμε να παρατηρήσουμε από τον παραπάνω πίνακα (6.1), ο Ιανουάριος, που είναι ένας αντιπροσωπευτικός χειμερινός μήνας, έχει παρόμοιο μέσο μηνιαίο ύψος βροχής με τον μήνα Ιούνιο, που είναι ένας χαρακτηριστικός θερινός μήνας.

Στην παρούσα εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε το τυχαίο μοντέλο γάμα Bartlett – Lewis, 7 παραμέτρων, για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών. Οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου RPBLGM δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (6.2):

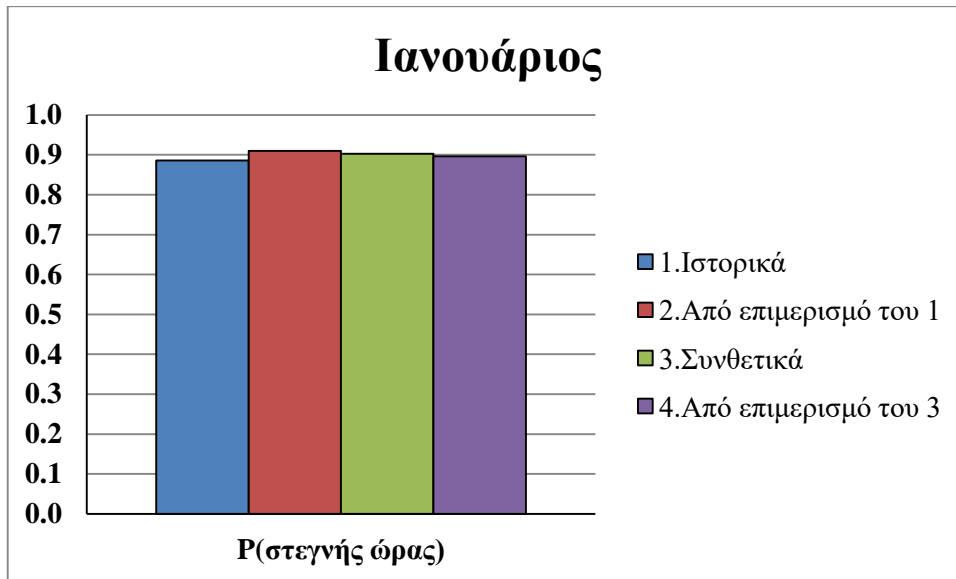
	Ιανουάριος	Ιούνιος
λ (d^{-1})	0.7631448	0.4596792
α (-)	6.455019	3.9529358
ν (d)	0.145415642	0.0141872
κ (-)	0.247635	0.1479426
φ (-)	0.1596294	0.0394698
μ_x ($mm d^{-1}$)	34.6752576	158.1091152
σ_x ($mm d^{-1}$)	15.9245688	55.6506624

Πίνακας 6.2: Παράμετροι του τυχαίου μοντέλου γάμα Bartlett – Lewis

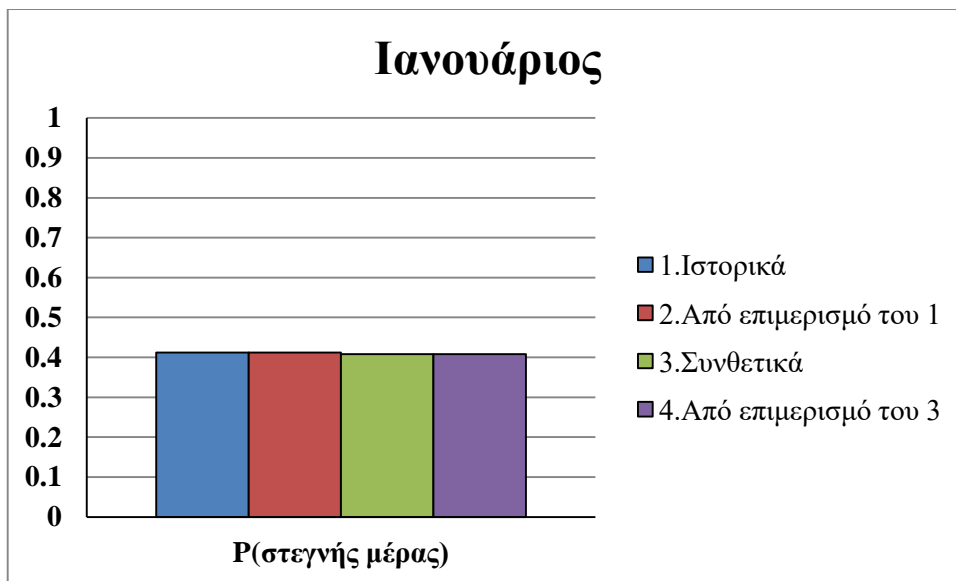
Όσον αφορά τη λογαριθμική απόσταση d_a , επιλέχθηκε να είναι ίση με 0.1. Επιπλέον, ο ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων για το επίπεδο 1 τέθηκε ίσος με 50 και η παράμετρος F ίση με 20. Ο μέγιστος συνολικός αριθμός επαναλήψεων για τα επίπεδα 1 και 2 τέθηκε ίσος με 5000 (για περισσότερες λεπτομέρειες πάνω στις παραμέτρους του μοντέλου βλέπε ενότητα 5.2.4).

6.2 Αποτελέσματα εφαρμογής

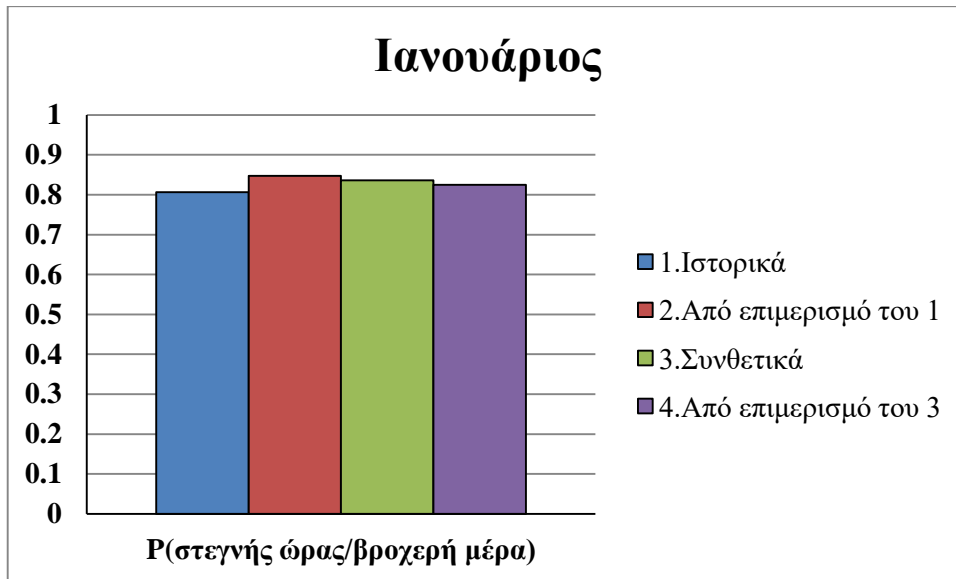
Έχοντας ως στόχο την ολοκληρωμένη αξιολόγηση του υπολογιστικού συστήματος HYETOS-R καθώς της μεθόδου επιμερισμού, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3, παρήχθησαν συνθετικά ωριαία ύψη βροχής με τους εξής τρεις διαφορετικούς τρόπους: 1) μέσω του επιμερισμού των ιστορικών ημερήσιων υψών βροχής; 2) μέσω του τυχαίου μοντέλου γάμα Bartlett – Lewis, χωρίς επιμερισμό; και 3) μέσω του επιμερισμού των συνθετικών ημερήσιων υψών βροχής. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν συγκρίνονται στη συνέχεια της ενότητας με τα ιστορικά ωριαία ύψη βροχής. Στη συνέχεια, παρατίθενται συγκριτικά διαγράμματα και πίνακες με τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτά προέκυψαν από τους τρεις παραπάνω διαφορετικούς τρόπους, για τους μήνες Ιούνιο και Ιούλιο.



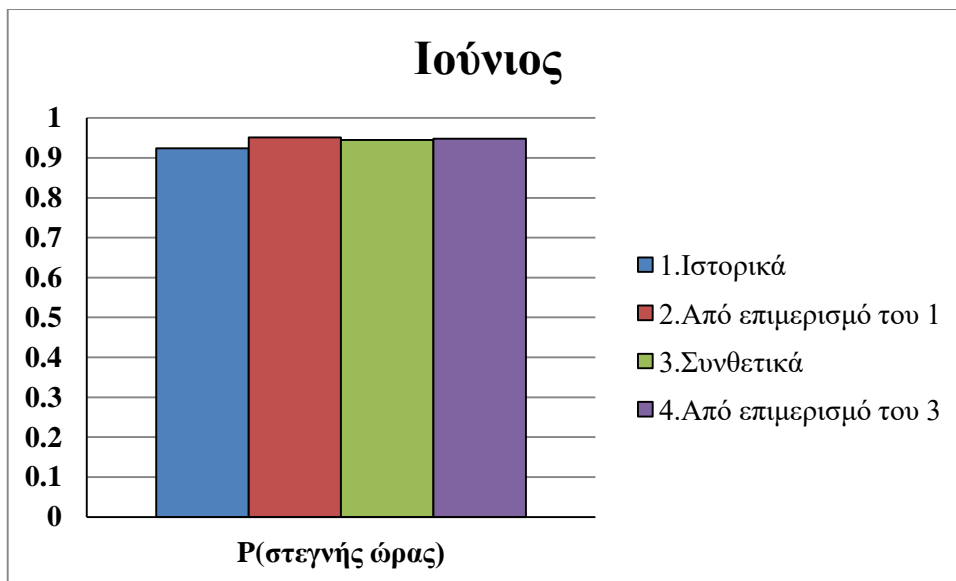
Γράφημα 6.1: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας ημερήσιας απουσίας βροχόπτωσης για το μήνα Ιανουάριο



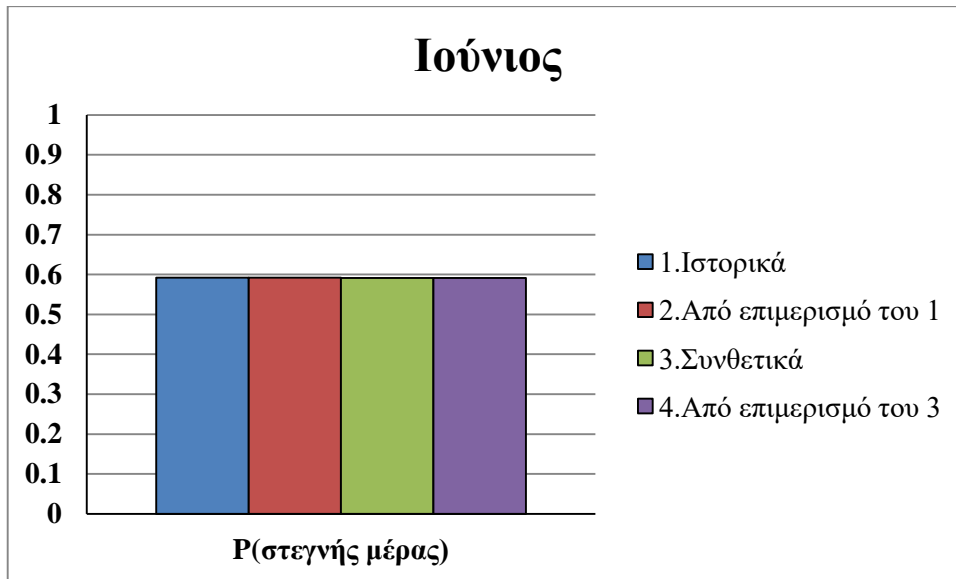
Γράφημα 6.2: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας ωριαίας απουσίας βροχόπτωσης για το μήνα Ιανουάριο



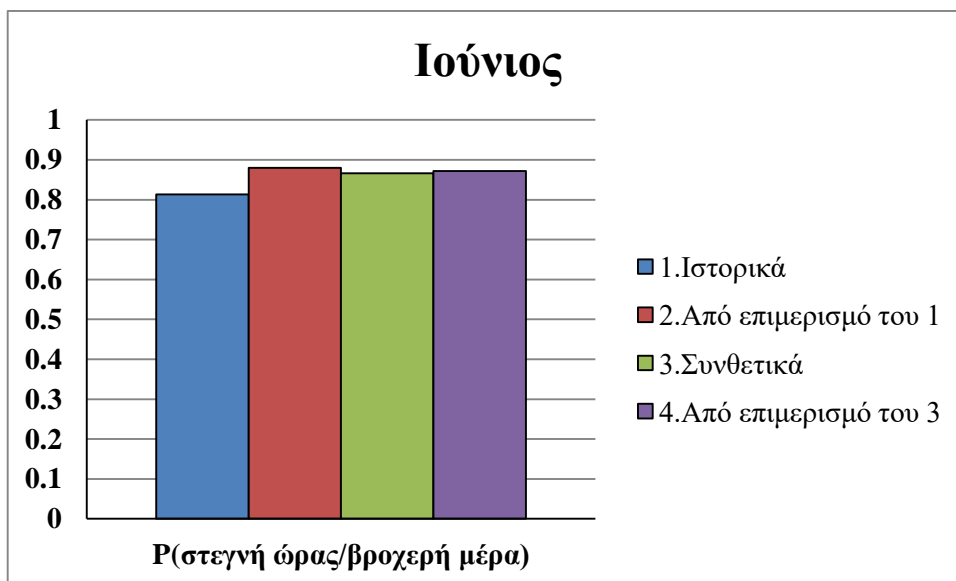
Γράφημα 6.3: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας στεγνής ώρας σε κάποια βροχερή μέρα για το μήνα Ιανουάριο



Γράφημα 6.4: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας ωριαίας απουσίας βροχόπτωσης για το μήνα Ιούνιο



Γράφημα 6.5: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας ημερήσιας απουσίας βροχόπτωσης για το μήνα Ιούνιο



Γράφημα 6.6: Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας στεγνής ώρας σε κάποια βροχερή μέρα για το μήνα Ιούνιο

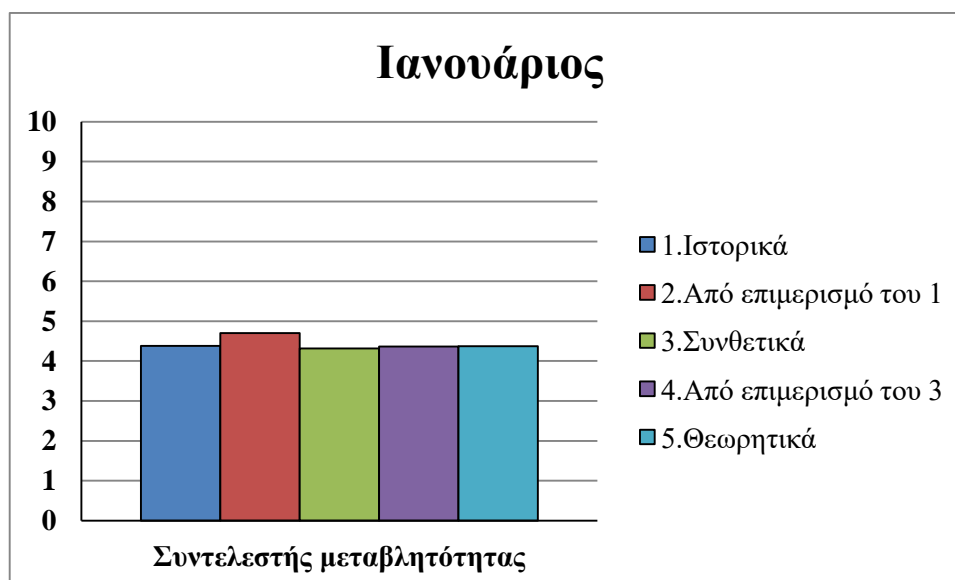
Τα έξι παραπάνω γραφήματα (γρ.6.1-6.6), παριστάνουν την αναλογία βροχερών ωρών και βροχερών ημερών για τη περίοδο προσομοίωσης καθώς και την αναλογία στεγνών ωρών που ανήκουν σε βροχερές ημέρες. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι πιθανότητες που προέκυψαν από τις τρεις συνθετικές χρονοσειρές βρίσκονται σε συμφωνία με αυτές των ιστορικών δεδομένων. Στους πίνακες που ακολουθούν (6.3-6.4), δίνονται οι τιμές των παραπάνω πιθανοτήτων για τους δυο υπό εξέταση μήνες, Ιανουάριο και Ιούνιο.

	Ιανουάριος		
	P(στεγνής ώρας)	P(στεγνής μέρας)	P(στεγνής ώρας / βροχερή μέρα)
1. Ιστορικά	0.886	0.412	0.806
2. Από επιμερισμό του 1	0.910	0.412	0.847
3. Συνθετικά	0.903	0.408	0.836
4. Από επιμερισμό του 3	0.896	0.408	0.825

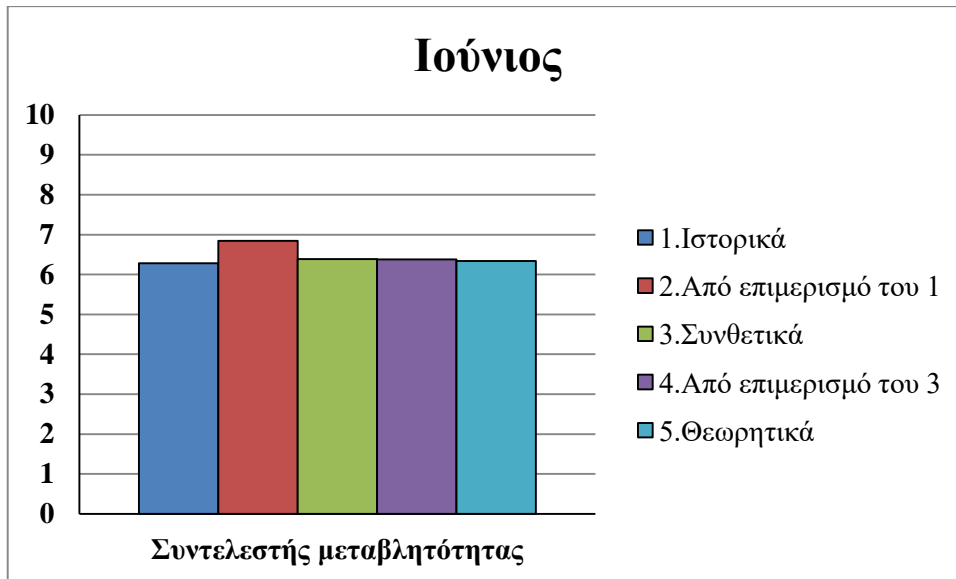
Πίνακας 6.3: Πιθανότητες βροχερών και στεγνών περιόδων για το μήνα Ιανουάριο

	Ιούνιος		
	P(στεγνής ώρας)	P(στεγνής μέρας)	P(στεγνής ώρας / βροχερή μέρα)
1. Ιστορικά	0.924	0.592	0.813
2. Από επιμερισμό του 1	0.951	0.592	0.880
3. Συνθετικά	0.945	0.591	0.866
4. Από επιμερισμό του 3	0.948	0.591	0.872

Πίνακας 6.4: Πιθανότητες βροχερών και στεγνών περιόδων για το μήνα Ιούνιο

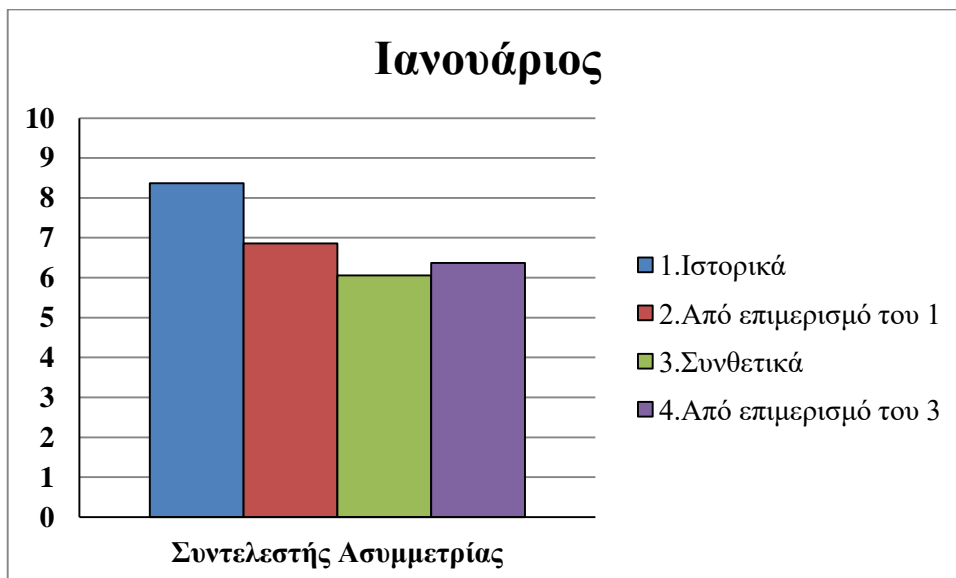


Γράφημα 6.7: Ραβδόγραμμα σύγκρισης των συντελεστών μεταβλητότητας των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών για τον μήνα Ιανουάριο

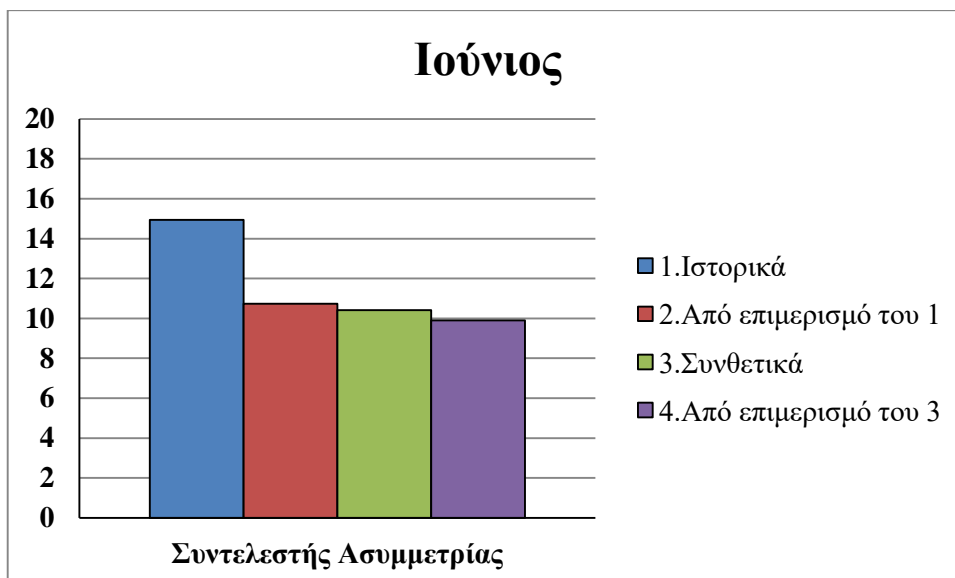


Γράφημα 6.8: Ραβδόγραμμα σύγκρισης των συντελεστών μεταβλητότητας των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών για τον μήνα Ιούνιο

Από τα δυο παραπάνω ραβδογράμματα (γρ.6.8 και σχ.6.9), παρατηρούμε πως οι συνθετικές χρονοσειρές που έχουν προκύψει από επιμερισμό καθώς και η χρονοσειρά που έχει προκύψει από το μοντέλο Bartlett – Lewis, διατηρούν αρκετά καλά τον συντελεστή μεταβλητότητας των ιστορικών δεδομένων, εισάγοντας, ωστόσο, κάποια θετική μεροληψία. Η μεροληψία αυτή αποδίδεται στους λόγους που αναλύθηκαν στην ενότητα (4.3.4) και είναι υπέρ της ασφαλείας.



Γράφημα 6.9: Ραβδόγραμμα σύγκρισης των συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών για τον μήνα Ιανουάριο



Γράφημα 6.10: Ραβδόγραμμα σύγκρισης των συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών για τον μήνα Ιούνιο

Όσον αφορά το συντελεστή ασυμμετρίας, θα πρέπει να τονίσουμε πως το μοντέλο Bartlett – Lewis δεν διατηρεί ρητά την ασυμμετρία των ωριαίων υψών βροχής και κατά συνέπεια ούτε το μοντέλο επιμερισμού μπορεί να διατηρήσει ρητά τον εν λόγω συντελεστή. Ωστόσο, οι συντελεστές ασυμμετρίας που προέκυψαν από το μοντέλο, προσεγγίζουν αρκετά ικανοποιητικά τους ιστορικούς συντελεστές, και των δυο μηνών.

Στους πίνακες (6.5-6.6) που ακολουθούν, δίνονται οι τιμές των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας των υψών βροχής για τους δυο υπό εξέταση μήνες.

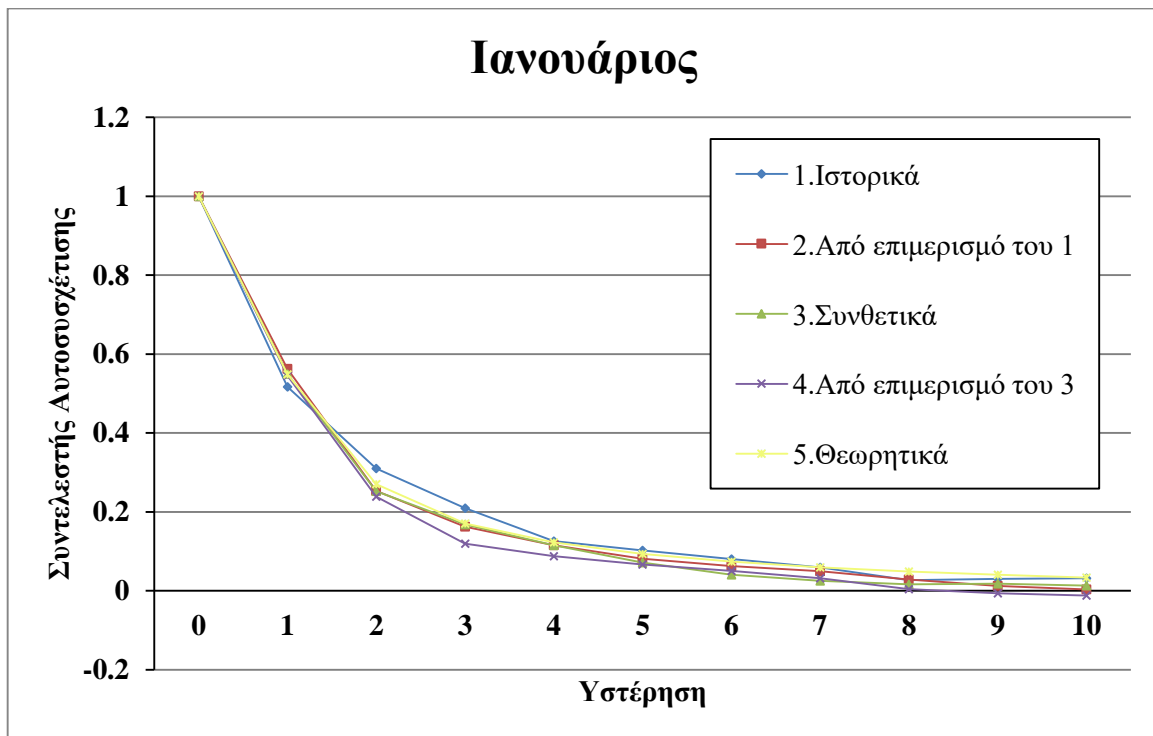
	Ιανουάριος	
	Μεταβλητότητα	Ασυμμετρία
1. Ιστορικά	4.383	8.366
2. Από επιμερισμό του 1	4.700	6.856
3. Συνθετικά	4.319	6.057
4. Από επιμερισμό του 3	4.368	6.371
5. Θεωρητικά	4.371	-

Πίνακας 6.5: Συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας για τον μήνα Ιανουάριος

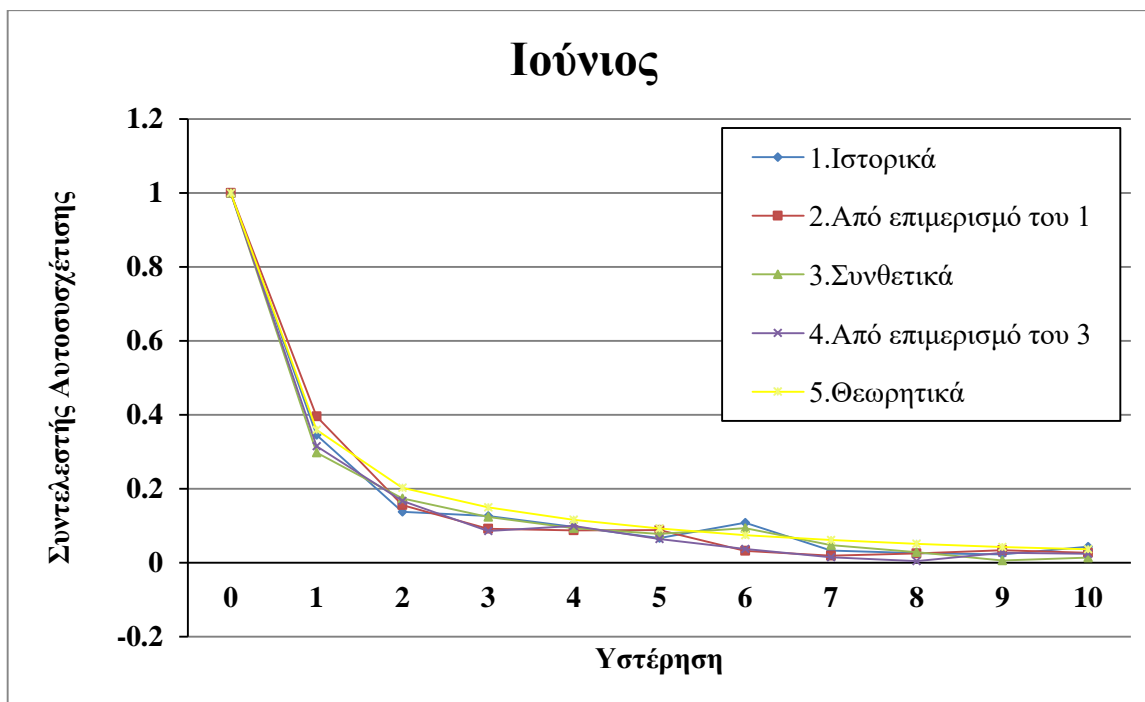
	Ιούνιος	
	Μεταβλητότητα	Ασυμμετρία
1. Ιστορικά	6.284	14.947
2. Από επιμερισμό του 1	6.847	10.732
3. Συνθετικά	6.390	10.422
4. Από επιμερισμό του 3	6.377	9.893
5. Θεωρητικά	6.338	-

Πίνακας 6.6: Συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας για τον μήνα Ιανουάριος

Τα δυο επόμενα γραφήματα (6.11-6.12) παριστάνουν τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 10, για τους μήνες Ιανουάριο και Ιούνιο, αντίστοιχα.



Γράφημα 6.11: Αυτοσυσχετόγραμμα ωριαίων υψών βροχής για τον μήνα Ιανουάριο



Γράφημα 6.12: Αυτοσυσχετόγραμμα ωριαίων υψών βροχής για το μήνα Ιούνιο

Όπως παρατηρούμε, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών που έχουν προκύψει από επιμερισμό (περίπτωση 2 και 4), είναι σε μεγάλη συμφωνία με αυτούς των συνθετικών χρονοσειρών που έχουν προκύψει από το μοντέλο Bartlett – Lewis (περίπτωση 3). Και στις τρεις περιπτώσεις, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης προσεγγίζουν αρκετά ικανοποιητικά τους συντελεστές των ιστορικών σειρών. Το γεγονός αυτό αποδεικνύει έμπρακτα, πως η μέθοδος επιμερισμού δεν εισάγει καμία μεροληψία στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης. Ειδικά για το μήνα Ιούνιο, φαίνεται πως ο επιμερισμός βελτιώνει ακόμα περισσότερο τη συμφωνία μεταξύ συνθετικών και ιστορικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης.

Στους πίνακες που ακολουθούν (6.7-6.8) δίνονται οι τιμές των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για τους δύο μήνες.

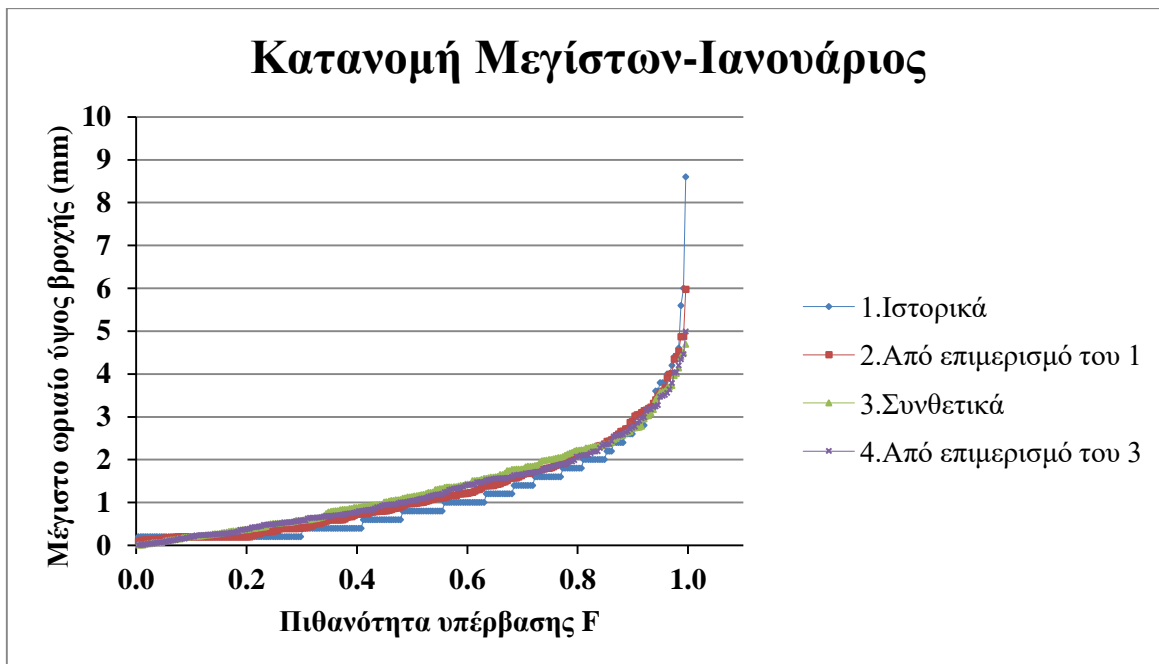
Ιανουάριος					
	1.Ιστορικά	2.Από επιμερισμό του 1	3.Συνθετικά	4.Από επιμερισμό του 3	5.Θεωρητικά
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.5170	0.5626	0.5494	0.5457	0.5490
2	0.3102	0.2535	0.2526	0.2388	0.2700
3	0.2096	0.1625	0.1678	0.1195	0.1707
4	0.1259	0.1155	0.1154	0.0874	0.1223
5	0.1022	0.0814	0.0718	0.0665	0.0933
6	0.0803	0.0625	0.0411	0.0504	0.0737
7	0.0597	0.0497	0.0252	0.0318	0.0595
8	0.0267	0.0281	0.0166	0.0045	0.0487
9	0.0302	0.0124	0.0182	-0.0061	0.0403
10	0.032	0.0035	0.0131	-0.0123	0.0337

Πίνακας 6.7: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, έως υστέρηση 10, για το μήνα Ιανουάριο

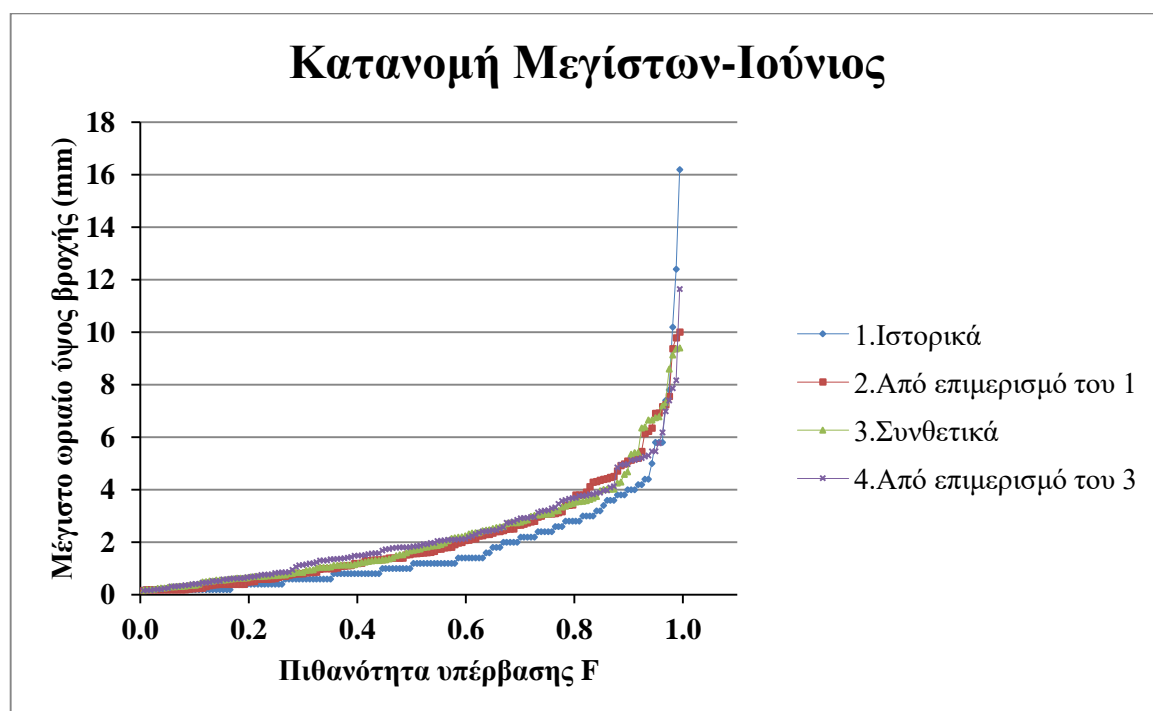
Ιούνιος					
	1.Ιστορικά	2.Από επιμερισμό του 1	3.Συνθετικά	4.Από επιμερισμό του 3	5.Θεωρητικά
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	0.3454	0.3959	0.2976	0.3157	0.3592
2	0.1375	0.1561	0.1741	0.1675	0.2025
3	0.1267	0.0920	0.1240	0.0862	0.1502
4	0.0970	0.0876	0.0936	0.0993	0.1164
5	0.0669	0.0887	0.0786	0.0642	0.0925
6	0.1081	0.0325	0.0934	0.0377	0.0748
7	0.0332	0.0190	0.0483	0.0150	0.0614
8	0.0259	0.0255	0.0284	0.0045	0.0511
9	0.0223	0.0342	0.0065	0.0269	0.0429
10	0.0433	0.0272	0.0137	0.0248	0.0364

Πίνακας 6.8: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, έως υστέρηση 10, για το μήνα Ιούνιο

Στα γραφήματα που ακολουθούν (6.12-6.13) απεικονίζονται οι εμπειρικές συναρτήσεις κατανομής των μέγιστων ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτές προέκυψαν από κατάταξη κατά Weibull. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε οι κατανομές μέγιστων των συνθετικών σειρών προσεγγίζουν πολύ καλά τις κατανομές μέγιστων των ιστορικών. Συγκεκριμένα, οι κατανομές που προέκυψαν από επιμερισμό προσεγγίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια την κατανομή των ιστορικών υψών βροχής. Αυτό αποδεικνύει πως το μοντέλο επιμερισμού καταφέρνει να βελτιώσει την επίδοση του μοντέλου Bartlett-Lewis όσον αφορά την διατήρηση των κατανομών των ακραίων τιμών υψών βροχής.



Γράφημα 6.13: Κατανομή μέγιστων ωριαίων υψών βροχής για το μήνα Ιανουάριο



Γράφημα 6.14: Κατανομή μέγιστων ωριαίων υψών βροχής για το μήνα Ιούνιο

Τέλος, μελετήθηκε η ικανότητα του μοντέλου να διατηρεί τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά και των υπολοίπων κλιμάκων συνάθροισης, εκτός της ωριαίας. Για το σκοπό αυτό υπολογίστηκαν και συγκρίθηκαν οι συντελεστές μεταβλητότητας και ασυμμετρίας καθώς και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης και η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, στις κλίμακες συνάθροισης των 6, 12 και 24 ωρών. Τα αποτελέσματα αυτής της σύγκρισης, δίνονται και στους πίνακες (6.9-6.12 και 6.13-6.16) και στα γραφήματα (6.15-6.18 και 6.19-6.22) που ακολουθούν.

Ιανουάριος - Ιστορικά				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	4.3835	8.3658	0.5170	0.8858
6 h	2.8622	4.5240	0.2161	0.7506
12 h	2.2258	4.2786	0.2042	0.6086
24 h	1.8361	3.7640	0.1158	0.4450

Πίνακας 6.9: Στατιστικά μεγέθη των βροχομετρικών δεδομένων για τον μήνα Ιανουάριο

Ιανουάριος – Από επιμερισμό ιστορικών				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	4.700	6.8548	0.5626	0.9108
6 h	3.0702	4.6972	0.2055	0.7686
12 h	2.3315	3.3795	0.1538	0.6390
24 h	1.7229	2.3640	0.2426	0.4119

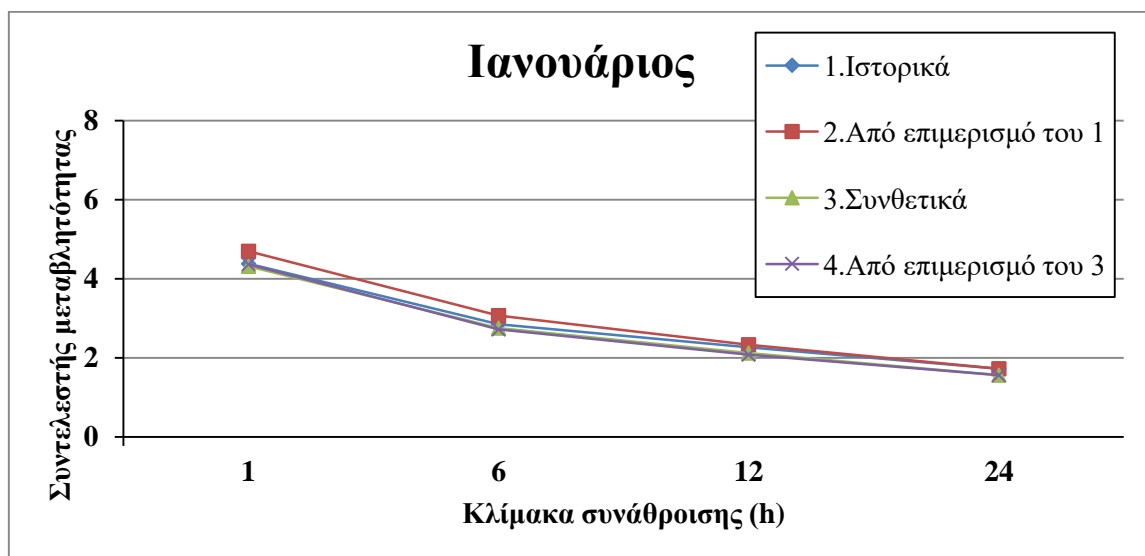
Πίνακας 6.10: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από επιμερισμό των ιστορικών, για το μήνα Ιανουάριο

Ιανουάριος – Συνθετικά				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	4.3189	6.0576	0.5494	0.9019
6 h	2.7515	3.9712	0.2185	0.7581
12 h	2.1270	3.0189	0.1107	0.6213
24 h	1.5659	2.0638	0.0705	0.4075

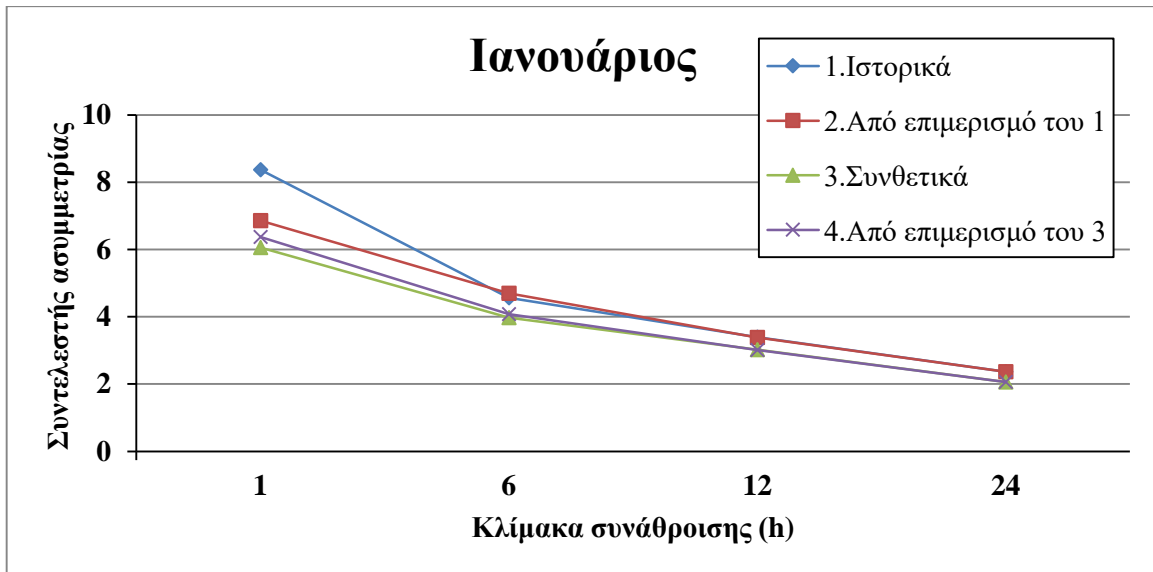
Πίνακας 6.11: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από το μοντέλο Bartlett-Lewis

Ιανουάριος – Από επιμερισμό συνθετικών				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	4.3675	6.3708	0.5457	0.8970
6 h	2.7188	4.0762	0.1956	0.7438
12 h	2.0803	3.0115	0.1166	0.6038
24 h	1.5657	2.0628	0.0704	0.4075

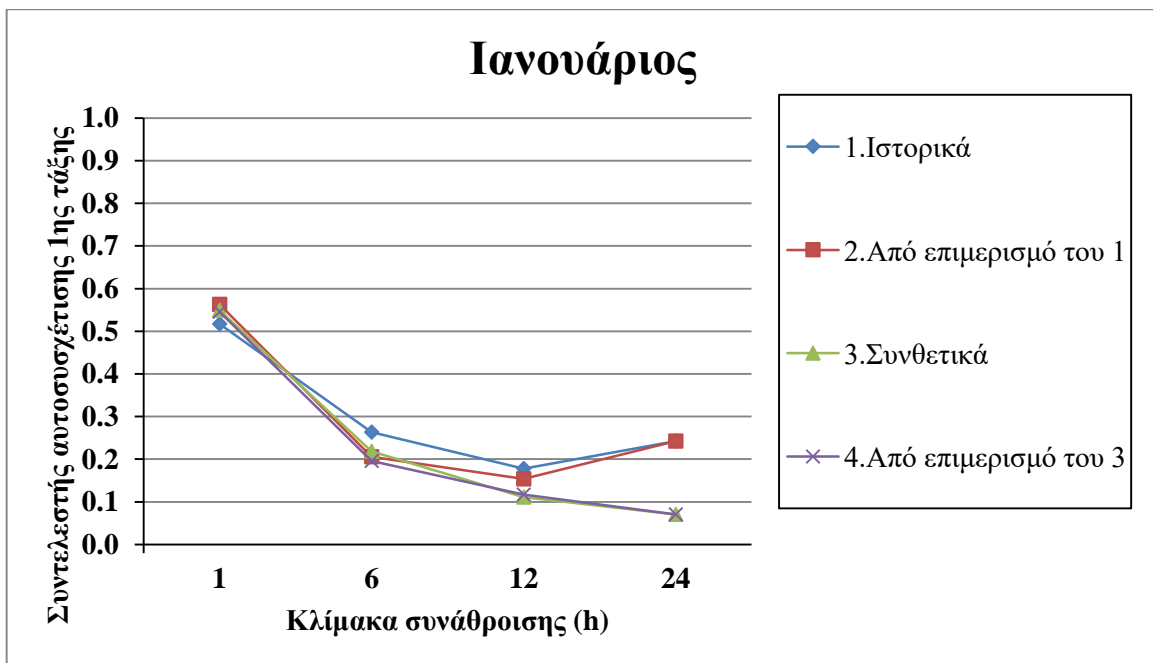
Πίνακας 6.12: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από επιμερισμό των συνθετικών, για το μήνα Ιανουάριο



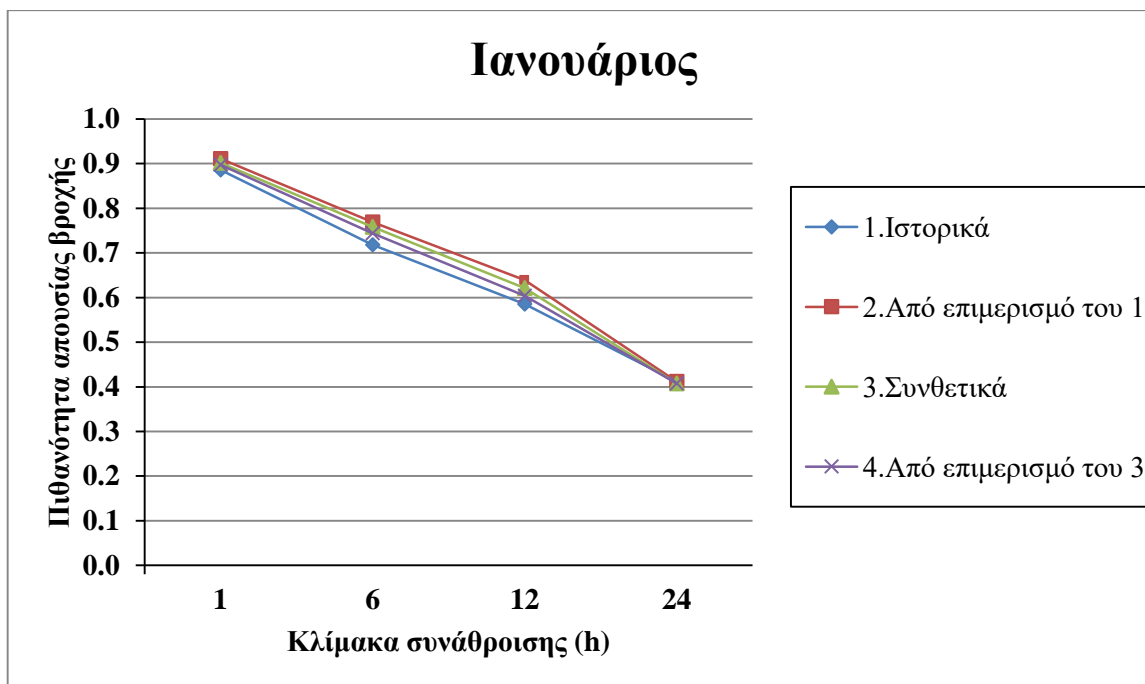
Γράφημα 6.15: Σύγκριση του ιστορικού και των συνθετικών συντελεστών μεταβλητότητας για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.16: Σύγκριση του ιστορικού και των συνθετικών συντελεστών ασυμμετρίας για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.17: Σύγκριση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.18: Σύγκριση της πιθανότητας απουσίας βροχής για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών

Ιούνιος - Ιστορικά				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	6.3512	15.1010	0.3457	0.9252
6 h	3.6899	6.1704	0.2195	0.8038
12 h	2.9401	4.9973	0.1833	0.7013
24 h	2.2906	3.4246	0.1250	0.6000

Πίνακας 6.13: Στατιστικά μεγέθη των βροχομετρικών δεδομένων για τον μήνα Ιούνιο

Ιούνιος – Από επιμερισμό ιστορικών				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	6.8467	10.7320	0.3959	0.9512
6 h	4.0421	6.3444	0.1922	0.8678
12 h	3.0572	4.5357	0.1516	0.7670
24 h	2.2623	3.3836	0.1217	0.5916

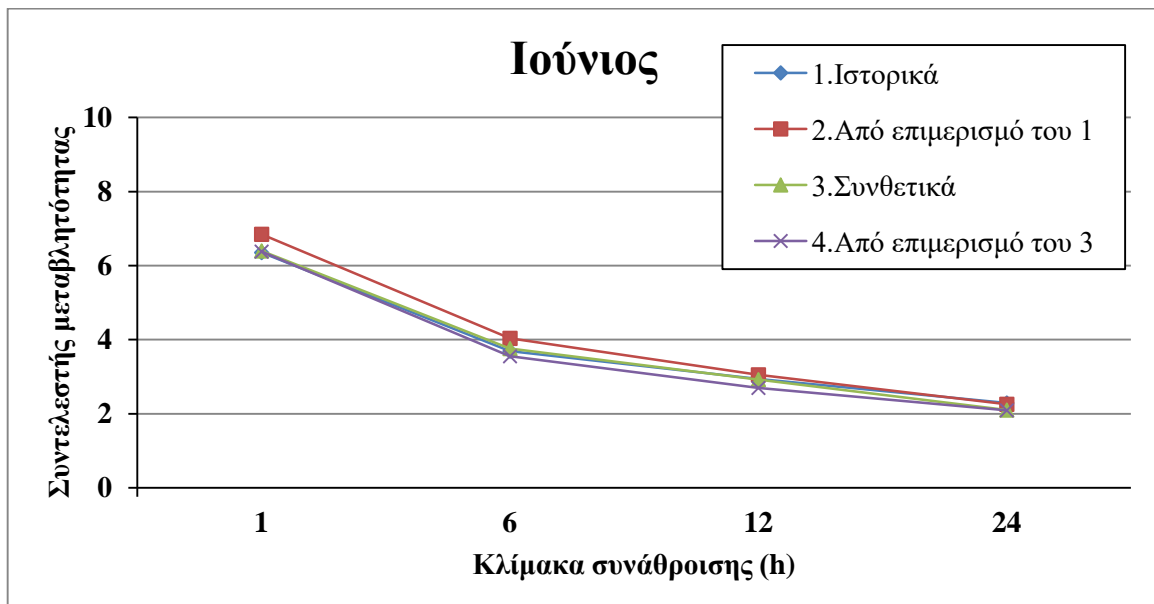
Πίνακας 6.14: : Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από επιμερισμό των ιστορικών, για τον μήνα Ιούνιο

Ιούνιος – Συνθετικά				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	6.3987	10.4352	0.2976	0.9451
6 h	3.7577	5.7443	0.2118	0.8481
12 h	2.9252	4.2569	0.0764	0.7650
24 h	2.0987	3.0793	0.0517	0.5925

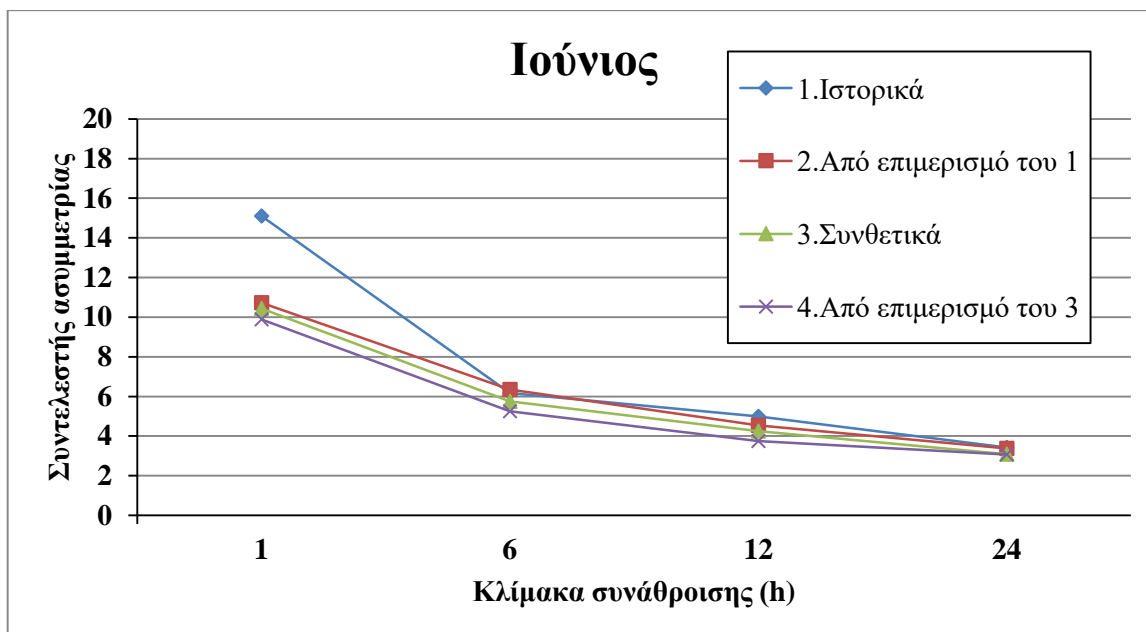
Πίνακας 6.15: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από το μοντέλο Bartlett-Lewis

Ιούνιος – Από επιμερισμό συνθετικών				
Στάθμη Συνάθροισης	Διακύμανση	Ασυμμετρία	Αυτοσυσχέτιση (1)	PDR
1 h	6.3772	9.8929	0.3157	0.9478
6 h	3.5506	5.2510	0.2055	0.8503
12 h	2.6998	3.7550	0.1644	0.7531
24 h	2.0954	3.0745	0.0528	0.5915

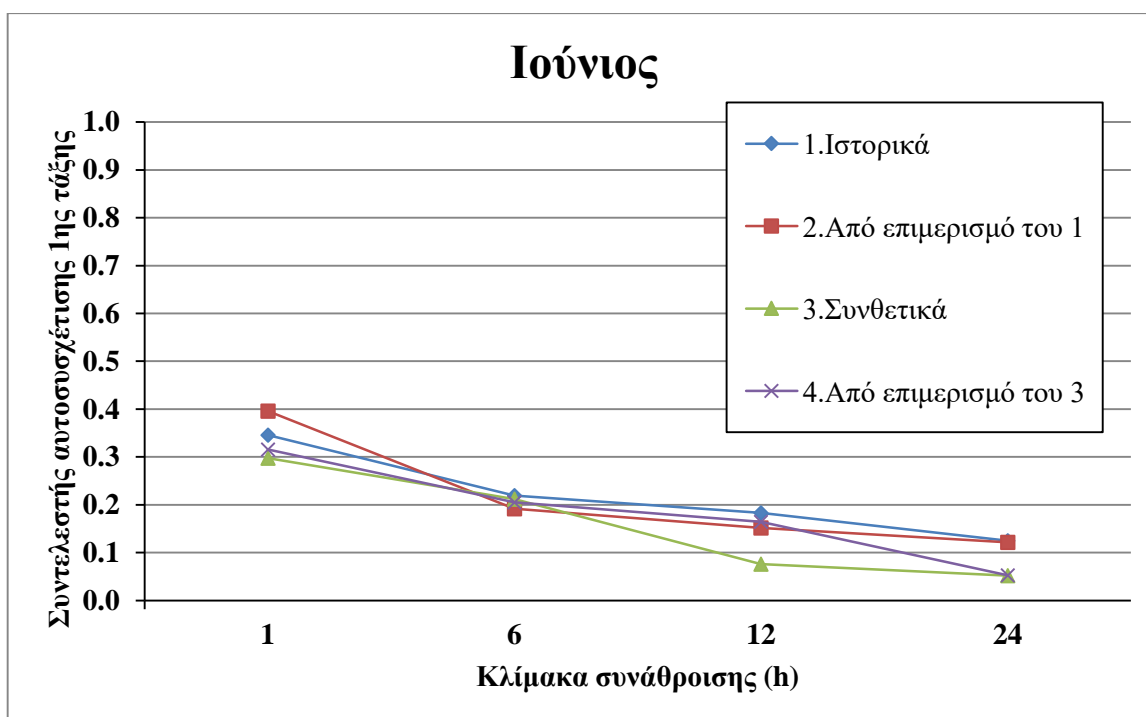
Πίνακας 6.16: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών υψών βροχής που έχουν προκύψει από επιμερισμό των συνθετικών, για τον μήνα Ιούνιο



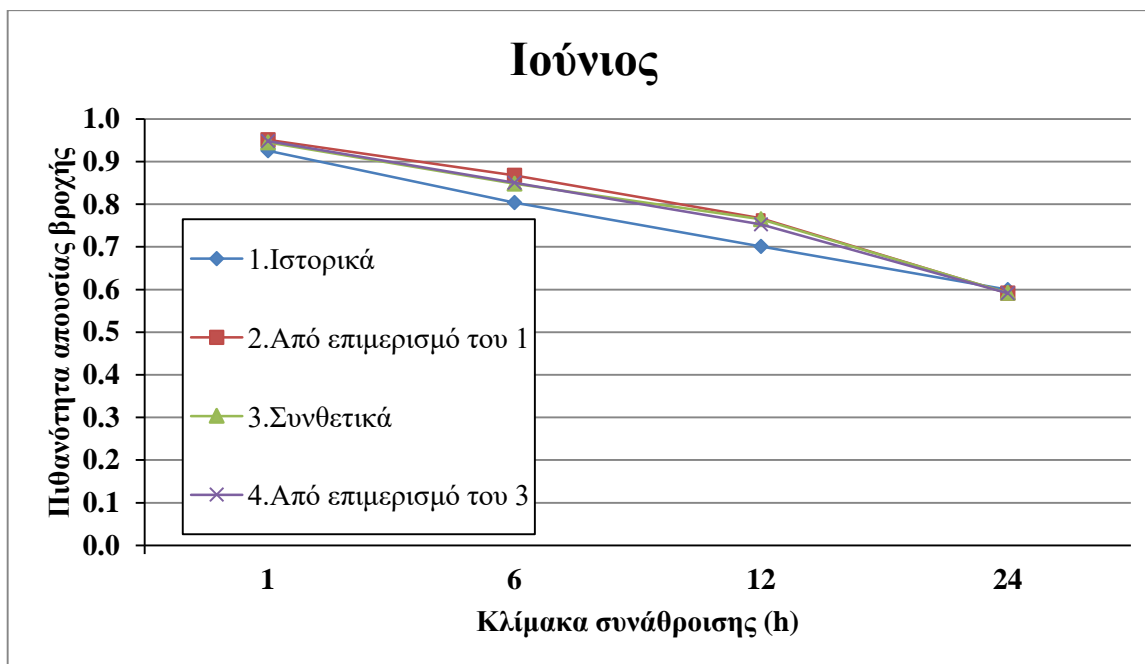
Γράφημα 6.19: Σύγκριση του ιστορικού και των συνθετικών συντελεστών μεταβλητότητας για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.20: Σύγκριση του ιστορικού και των συνθετικών συντελεστών ασυμμετρίας για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.21: Σύγκριση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών



Γράφημα 6.22: Σύγκριση της πιθανότητας απουσίας βροχής για τις στάθμες συνάθροισης των 1, 6, 12 και 24 ωρών

Όπως παρατηρούμε στα παραπάνω γραφήματα, το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά, διαφορετικών χρονικών κλιμάκων συνάθροισης και για τους δυο μήνες. Οι συντελεστές μεταβλητότητας των συνθετικών υψών βροχής, είναι σε μεγάλη συμφωνία με τη διακύμανση των ιστορικών, για όλες τις στάθμες συνάθροισης. Κάποια απόκλιση εμφανίζει ο συντελεστής ασυμμετρίας, ωστόσο αυτό είναι αναμενόμενο αφού το μοντέλο επιμερισμού δεν διατηρεί ρητά τον εν λόγω συντελεστή. Επίσης, το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει εντυπωσιακά καλά τόσο το συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης, όσο και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, για μια δεδομένη χρονική περίοδο.

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του πακέτου HYETOS-R στα βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού του Dane End παρατίθενται στο παράρτημα Β.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Brash R. L. and I. Rodríguez-Iturbe, Random functions and hydrology, Dover Publications Inc, New York, 1993.

Glasbey, C. A., Cooper, G., McGehan, M. B., Disaggregation of daily rainfall by conditional simulation from a point-process model, *Journal of Hydrology*, 165, 1 – 9, 1995.

Koutsoyiannis, D., Manetas, A., Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research*, 32 (7), 2105 – 2117, 1996.

Koutsoyiannis, D., Onof, C., A computer program for temporal rainfall disaggregation using adjusting procedures. XXV General Assembly of European Geophysical Society, Nice, Geophysical Research Abstracts, 2, 2000.

Koutsoyiannis, D., Coupling stochastic models of different time scales, *Water Resources Research*, 37 (2), 379 - 391, 2001.

Koutsoyiannis, D., Onof, C., Rainfall disaggregation using adjusting procedures on a Poisson cluster model, *Journal of Hydrology*, 246, 109 – 122, 2001.

Koutsoyiannis D., Rainfall Disaggregation Methods: Theory and Applications, Workshop on Statistical and Mathematical Methods for Hydrological Analysis, Rome, 2003.

Onof, C., Wheater, H. S., Modeling of British rainfall using a random parameter Bartlett-Lewis rectangular pulse model, *Journal of Hydrology*, 149, 67-95, 1993.

Onof, C., Wheater, H. S., Improvements to the modeling of British rainfall using a modified Random Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model, *Journal of Hydrology*, 157, 177-195, 1994.

Papoulis A. and S. Unnikrishna Pillai, Πιθανότητες, τυχαίες μεταβλητές & στοχαστικές διαδικασίες, *Εκδόσεις Τζιόλα*, Θεσσαλονίκη, 2007.

Rodríguez - Iturbe I., V. K. Gupta and E. Waymire, Scale Considerations in the Modeling of Temporal Rainfall, *Water Resources Research*, 20, 1611-1619, 1984.

Rodríguez - Iturbe I., D. R. Cox, F.R.S. and V. Isham, Some models for rainfall based on stochastic point processes, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 269 – 288, 1987 α.

Rodríguez - Iturbe I., B. Febres De Power and J. B. Valdes, Rectangular pulses point process models for rainfall: analysis of empirical data, *Journal of Geophysical Research*, 92, 9645 – 9656, 1987 β.

Rodríguez - Iturbe I., D. R. Cox, F.R.S. and V. Isham, A point process model for rainfall: further developments, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 283 – 298, 1988.

Shaw E. M., Hydrology in practice, 3rd edition, Chapman & Hall, London, 1994.

Waymire E. and V. K. Gupta, The Mathematical Structure of Rainfall Representations: 1. A review of the Stochastic Rainfall Models, *Water Resources Research*, 17, 1261-1272, 1981 α.

Waymire E. and V. K. Gupta, The Mathematical Structure of Rainfall Representations: 2. A review of the Theory of Point Processes, *Water Resources Research*, 17, 1273-1285, 1981 β.

Κουτρουβέλης Ι. Α., Εφαρμοσμένες πιθανότητες, Εκδόσεις Συμμετρία, Πάτρα, 1999.

Κουτσογιάννης, Δ., *Μοντέλο Επιμερισμού Σημειακής Βροχόπτωσης*, Διδακτορική διατριβή, 310 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1988.

Κουτσογιάννης Δ., Στατιστική υδρολογία, Έκδοση 3, Τυπογραφείο Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, Αθήνα, 1996.

Μιμίκου Μ. Α., Τεχνολογία Υδατικών Πόρων, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2006.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στο συγκεκριμένο παράρτημα παρατίθεται ο πηγαίος κώδικας του πακέτου HYETOS-R, δομημένος σε επί μέρους συναρτήσεις. Οι συναρτήσεις 1 έως 37 συνιστούν τις υπορουτίνες των τριών βασικών συναρτήσεων **operat.mode**, **disag.test.mode** και **BLts**.

```
{*****}

{      Package HYETOS-R, National Technical University of Athens      }

{*****}
```

Παραγωγή Συνθετικών Χρονοσειρών από το μοντέλο Bartlett – Lewis

Συνάρτηση 1: Παραγωγή καταιγίδων

```
storm.origin<-function(T,l) {

n<-max(1,rpois(1,lambda=l*T))

ts<-sort(runif(n,max=T))

return(list(Num.storms=n,ts=ts))

}
```

Συνάρτηση 2: Παραγωγή αριθμού παλμών ανά καταιγίδα

```
num.cell<-function(n,a,v,k,f) {

if( a > 100 ) {

h<-rep(v,times=n)

} else {
```



```

h<-rgamma(n,shape=a,scale=1/v)
    }

b<-k*h

g<-f*h

tg<-rexp(n,rate=g)

N<-rpois(n,lambda=b*tg)+1

return(list(Num.cells=N,time.window=tg,hta=h))
    }

```

Συνάρτηση 3: Παραγωγή χρονικών αφετηριών των παλμών

```

cells.origin<-function(ts,N,tg) {

i<-ts+tg

k<-N-1

A<-runif(sum(k),min=rep(ts,times=k),max=rep(i,times=k))

tc<-c(ts,A)

return(tc)

    }

```

Συνάρτηση 4: Παραγωγή των διαρκειών των παλμών

```

cell.dur<-function(n,N,h) {

dur<-c()

dur<-c(rexp(n,rate=h),rexp(sum(N)-n,rate=rep(h,times=N-1)))

return(dur)

    }

```

Συνάρτηση 5: Παραγωγή των χρόνων τερματισμού των παλμών

```
cell.end<-function(cellorigin,dur)  {  
  
cell.end<-c()  
  
cell.end<-cellorigin+dur  
  
return(cell.end)  
  
}
```

Συνάρτηση 6: Παραγωγή εντάσεων των παλμών

```
cell.int<-function(N,mx,sx) {  
  
int<-c()  
  
if(mx==sx) {  
  
int<-rexp(sum(N),rate=1/mx)  
  
} else {  
  
a<-(mx/sx)^2  
  
b<-mx/a  
  
int<-rgamma(sum(N),shape=a,scale=b)  
  
}  
  
return(int)  
  
}
```

Συνάρτηση 7: Εύρεση ακολουθίας βροχερών – στεγνών ημερών

```
wdseq<-function(T,cellorigin,cell.end) {  
  
x<-table(cut(c(cellorigin,cell.end),breaks=seq(0,T,by=1)))
```

```
x[x==0]<-"D"
```

```
x[x!="D"]<-"W"
```

```
return(x)
```

```
}
```

```
## Συνάρτηση 8: Συγκεντρωτική συνάρτηση των στοιχείων του Bartlett - Lewis ##
```

```
total.function<-function(T,l,f,k,a,v) {
```

```
stormorigin<-storm.origin(T=T,l=l) # Συνάρτηση 1
```

```
n<-stormorigin[["Num.storms"]]
```

```
ts<-stormorigin[["ts"]]
```

```
s<-num.cell(n=n,a=a,v=v,k=k,f=f) # Συνάρτηση 2
```

```
N<-s[["Num.cells"]]
```

```
tg<-s[["time.window"]]
```

```
h<-s[["hta"]]
```

```
cellorig<-cells.origin(ts=ts,N=N,tg=tg) # Συνάρτηση 3
```

```
celldur<-cell.dur(n=n,N=N,h=h) #function 4
```

```
cellend<-cell.end(cellorig=cellorig,dur=celldur) # Συνάρτηση 5
```

```
cellorigind<-order(cellorig)
```

```
cellorig<-cellorig[cellorigind]
```

```
celldur<-celldur[cellorigind]
```

```
cellend<-cellend[cellorigind]
```

```
WDseq<-wdseq(T=T,cellorig=cellorig,cell.end=cellend) # Συνάρτηση 7
```

```
return(list(WetDrySequence=WDseq,
```

```

STORMS=data.frame(storms=paste("storm",1:n,sep=""),
storm.origin=ts,time.window=tg,number.cells=N),
CELLS=data.frame(cells=paste("cell",1:sum(N),sep=""),
cellorigin=cellorig,cell.duration=celldur,cell.end=cellend)))
}

```

Συνάρτηση 9: Διακριτοποίηση συνεχούς διαδικασίας σε ημερήσια χρονική κλίμακα

```

discr<-function(cellorigin,cellend,cellint,L) {
if(ceiling(cellorigin[length(cellorigin)])>L || ceiling(cellend[length(cellend)])>L) {
L<-max(ceiling(cellorigin[length(cellorigin)]),ceiling(cellend[length(cellend)]))
} else { L<-L }

x<-cut(cellorigin,breaks=seq(0,L,by=1))
y<-cut(cellend,breaks=seq(0,L,by=1))

if(all(x==y)) {
a<-cellorigin
b<-cellend
c<-cellint
d<-(b-a)*c
df <- data.frame(cellorigin,cellend,cellint,d,x)
Y<-tapply(df$d,df$x,sum)
return(Y)
} else {
m<-cbind(cellorigin,cellend,cellint,ceiling(cellorigin),ceiling(cellend))
w<-apply(m,1,function(x) { if(x[4]==x[5]) {

```

```

Y<-c()

Y<-c(x[1],x[2],x[3],0,0,0)

                                } else {

Y<-c()

Y<-c(x[1],x[4],x[3],x[4],x[2],x[3]) } } )

w<-w[w!=0]

w<-matrix(w,ncol=3,byrow=T)

a<-as.vector(w[,1])

b<-as.vector(w[,2])

c<-as.vector(w[,3])

d<-(b-a)*c

e<-cut(b,breaks=seq(0,L,by=1))

df <- data.frame(a,b,c,d,e)

Y<-tapply(df$d,df$e,sum)

return(Y)

                                }

                                }

```

Συνάρτηση 10: Παραγωγή ημερήσιων υψών βροχής (για συναρτήσεις `disag.test.mode` και `operat.mode`)

```

daily.depth<-function(q,mx,sx,L) {

cellorigin<-q[["Sequence"]][["CELLS"]]$cellorigin

cellend<-q[["Sequence"]][["CELLS"]]$cell.end

cellint<-cell.int(N=length(q[["Sequence"]][["CELLS"]]$cellorigin),mx=mx,sx=sx)

```

```
Y<-discr(cellorigin=cellorigin,cellend=cellend,cellint=cellint,L=L) # Συνάρτηση 9
```

```
return(list(DailyDepth=Y,CellIntensities=cellint))
```

```
}
```

Συνάρτηση 11: Παραγωγή ημερήσιων υψών βροχής (για συνάρτηση BLts)

```
daily.depth1<-function(q,mx,sx,L) {
```

```
cellorigin<-q[["CELLS"]]$cellorigin
```

```
cellend<-q[["CELLS"]]$cell.end
```

```
cellint<-cell.int(N=length(q[["CELLS"]]$cellorigin),mx=mx,sx=sx)
```

```
Y<-discr(cellorigin=cellorigin,cellend=cellend,cellint=cellint,L=L) # Συνάρτηση 9
```

```
Y[is.na(Y)]<-0
```

```
return(list(Daily.Depth=Y,CellIntensities=cellint))
```

```
}
```

Συνάρτηση 12: Διακριτοποίηση συνεχούς διαδικασίας σε ωριαία χρονική κλίμακα (για συναρτήσεις disag.test.mode και operat.mode)

```
hourly.depth<-function(q,cellint,L) {
```

```
cellorigin<-q[["Sequence"]][["CELLS"]]$cellorigin
```

```
cellend<-q[["Sequence"]][["CELLS"]]$cell.end
```

```
cellorigin<-cellorigin*24
```

```
cellend<-cellend*24
```

```
x<-cut(cellorigin,breaks=seq(0,L*24,by=1))
```

```
y<-cut(cellend,breaks=seq(0,L*24,by=1))
```

```
a<-ceiling(cellend)-ceiling(cellorigin)
```

```
cellint<-cellint/24
```

```
m<-cbind(cellorigin,cellend,cellint,ceiling(cellorigin),ceiling(cellend),a)
```

```
w<-apply( m,1,function(x) {
```

```
Y<-c()
```

```
Y<-c(x[1],rep(seq(from=x[4],length=x[6]),times=rep(2,x[6])),x[2],
```

```
rep(0,times=2*max(a)-2*x[6]))
```

```
})
```

```
w<-w[w!=0]
```

```
w<-matrix(w,ncol=2,byrow=T)
```

```
u<-as.vector(w[,1])
```

```
b<-as.vector(w[,2])
```

```
c<-rep(cellint,times=a+1)
```

```
d<-(b-u)*c
```

```
e<-cut(b,breaks=seq(0,L*24,by=1))
```

```
df <- data.frame(u,b,c,d,e)
```

```
Y<-tapply(df$d,df$e,sum)
```

```
Y[is.na(Y)]<-0
```

```
return(Y)
```

```
}
```

Συνάρτηση 13: Διακριτοποίηση συνεχούς διαδικασίας σε ωριαία χρονική κλίμακα (για συνάρτηση BLts)

```
hourly.depth1<-function(q,cellint,L) {
```

```
cellorigin<-q[["CELLS"]]$cellorigin
```

```
cellend<-q[["CELLS"]]$cell.end
```

```
if(ceiling(cellorigin[length(cellorigin)])>L || ceiling(cellend[length(cellend)])>L) {
```

```

L<-max(ceiling(cellorigin[length(cellorigin)]),ceiling(cellend[length(cellend)])) } else { L<-L }

cellorigin<-cellorigin*24

cellend<-cellend*24

x<-cut(cellorigin,breaks=seq(0,L*24,by=1))

y<-cut(cellend,breaks=seq(0,L*24,by=1))

a<-ceiling(cellend)-ceiling(cellorigin)

cellint<-cellint/24

m<-cbind(cellorigin,cellend,cellint,ceiling(cellorigin),ceiling(cellend),a)

w<-apply(m,1,function(x) {
Y<-c()
Y<-c(x[1],rep(seq(from=x[4],length=x[6]),times=rep(2,x[6])),x[2],rep(0,times=2*max(a)-
2*x[6]))
})

w<-w[w!=0]

w<-matrix(w,ncol=2,byrow=T)

u<-as.vector(w[,1])

b<-as.vector(w[,2])

c<-rep(cellint,times=a+1)

d<-(b-u)*c

e<-cut(b,breaks=seq(0,L*24,by=1))

df <- data.frame(u,b,c,d,e)

Y[is.na(Y)]<-0

return(Y)

```



```
}
```

Συνάρτηση 14: Παραγωγή ωριαίας και ημερήσιας χρονοσειράς υψών βροχής

```
BLDaily<-function(T,l,f,k,a,v,mx,sx) {  
  
q<-total.function(T=T,l=l,f=f,k=k,a=a,v=v) # Συνάρτηση 8  
  
a<-daily.depth1(q=q,mx=mx,sx=sx,L=T) # Συνάρτηση 11  
  
cellint<-a$CellIntensities  
  
Daily.Depth<-a$Daily.Depth  
  
Daily.Depth<-as.vector(Daily.Depth)  
  
Hourly.Depth<-hourly.depth1(q=q,cellint=cellint,L=T) # Συνάρτηση 13  
  
return(list(Daily_Depth=Daily.Depth,Hourly_Depth=Hourly.Depth))  
  
}
```

Επαναληπτική διαδικασία της μεθόδου επιμερισμού

Συνάρτηση 15: Εύρεση ομάδων βροχερών ημερών

```
find.clusters<-function(q) {  
  
if(q[length(q)]==0 && q[1]==0) {  
  
q<-q  
  
} else {  
  
if(q[length(q)]!=0 && q[1]!=0) {  
  
q<-c(0,q,0)  
  
} else {  
  
if(q[length(q)]==0 && q[1]!=0) {  
  
q<-c(0,q)
```

```

        } else {

if(q[length(q)]!=0 && q[1]==0) {

q<-c(q,0)

        }

        }

        }

a<-which(q==0)

if(length(a)==2) {

h<-list(q[(a[1]+1):(a[2]-1)])

        } else {

b<-c(a[1],rep(a[2:(length(a)-1)],each=2),a[length(a)])

c<-matrix(b,ncol=2,byrow=T)

d<-cbind(c,c[c[,2]-c[,1]])

e<-which(d[,3]!=1)

f<-d[e,]

if(is.vector(f)) {

g<-c(f[1]+1,f[2]-1)

h<-q[g[1]:g[2]]

h<-list(h)

        } else {

g<-cbind(f[,1]+1,f[,2]-1)

```

```

h<-apply(g,1,function(g) q[g[1]:g[2]])
    }
    }

if(is.vector(h)) {h<-as.list(h)}

if(is.matrix(h)) {h<-t(h);h<-apply(h,1,list);h<-lapply(h,unlist)}

return(h)
    }

```

Συνάρτηση 16: Επαναληπτική διαδικασία Επιπέδου 0

```

level0<-function(L,l,f,k,a,v) {

B<-rep(c("W","D"),times=c(L,1))

i<-1

A<-total.function(T=L+1,l=l,f=f,k=k,a=a,v=v) # Συνάρτηση 8

repeat {

if ( all(A[["WetDrySequence"]]==B) ) {

break

                    } else {

A<-total.function(T=L+1,l=l,f=f,k=k,a=a,v=v) # Συνάρτηση 8

i<-i+1

                    }

}

return(list(Sequence=A,NumOfRepeatLevel0=i))

}

```

Συνάρτηση 17: Λογαριθμική απόσταση d_a

```
log.dist<-function(Zhist,Z) {  
  
  sqrt(sum((log((Zhist+0.1)/(Z+0.1)))^2))  
  
  }
```

Συνάρτηση 18: Επαναληπτική διαδικασία Επιπέδου 1

```
level1<-function(Zhist,q,mx,sx,L,da,F,MinNumLevel1Rep,TotalNumRep) {  
  
  q<-q  
  
  Z<-daily.depth(q=q,mx=mx,sx=sx,L=L) # Συνάρτηση 10  
  
  i<-1  
  
  NumOfRepeatLevel0<-q[["NumOfRepeatLevel0"]]  
  
  dist<-log.dist(Zhist=Zhist,Z=Z[["DailyDepth"]]) # Συνάρτηση 17  
  
  repeat {  
  
    if( dist<=da || i>=min(max(MinNumLevel1Rep,F*NumOfRepeatLevel0),TotalNumRep)) {  
  
      break  
  
      } else {  
  
        Z<-daily.depth(q=q,mx=mx,sx=sx,L=L) # Συνάρτηση 10  
  
        dist<-log.dist(Zhist=Zhist,Z=Z[["DailyDepth"]]) # Συνάρτηση 17  
  
        i<-i+1  
  
        }  
  
    }  
  
  }  
  
  return(list(NumOfRepeatLevel0=NumOfRepeatLevel0,Logarithmic.Distance=dist,
```

```
DailyDepth=Z[["DailyDepth"]],CellIntensities=Z[["CellIntensities"]],NumOfRepeatLevel1=i,
TotalNumOfRepeatLevel0Level1=i+NumOfRepeatLevel0))
}
```

Συνάρτηση 19: Αναλογική διαδικασία συνόρθωσης

```
adjust<-function(Zhist,X,Z) {
Z<-rep(Z,each=24)
Zhist<-rep(Zhist,each=24)
Xs<-X*(Zhist/Z)
return(Xs)
}
```

Συνάρτηση 20: Συνδυασμός των επαναληπτικών διαδικασιών των επιπέδων 1 και 2, και είσοδος στην επαναληπτική διαδικασία του επιπέδου 3

```
attemp<-function(L,l,f,k,a,v,mx,sx,Zhist,da,F,MinNumLevel1Rep,TotalNumRep) {
TotalNumOfRepeat<-0
repeat {
q<-level0(L=L,l=l,f=f,k=k,a=a,v=v) # Συνάρτηση 16
b<-level1(Zhist=Zhist,q=q,mx=mx,sx=sx,da=da,L=L,F=F,
MinNumLevel1Rep=MinNumLevel1Rep,TotalNumRep=TotalNumRep) #Συνάρτηση 18
e<-b$NumOfRepeatLevel1
TotalNumOfRepeat<-TotalNumOfRepeat+e
if(b$Logarithmic.Distance<=da) {
Hourly.Depth<-hourly.depth(q=q,cellint=b$CellIntensities,L=L) #Συνάρτηση 12
AdjustedHourlyDepth<-list(adjust(Zhist=Zhist,X=Hourly.Depth,Z=b$DailyDepth))
```

```

return(AdjustedHourlyDepth)

break

    }

if(TotalNumOfRepeat>=TotalNumRep) {

if(L==1) { next } else {

x<-1:(L-1)

i<-sample(x,size=1)

L1<-i

L2<-L-i

Zhist1<-Zhist[1:i]

Zhist2<-Zhist[-(1:i)]

r<-list(c(L1,Zhist1),c(L2,Zhist2))

return(r)

break

    }

    } else {

next

    }

}

## Συνάρτηση 21: Πλήρες επαναληπτικό σχήμα του πακέτου HYETOS-R ##

final<-function(L,l,f,k,a,v,mx,sx,Zhist,da,F,MinNumLevel1Rep,TotalNumRep) {

```

```

i<-attemp(L=L,l=l,f=f,k=k,a=a,v=v,Zhist=Zhist,mx=mx,sx=sx,
da=da,F=F,MinNumLevel1Rep=MinNumLevel1Rep,
TotalNumRep=TotalNumRep) # Συνάρτηση 20

if(length(i)==1) {

i

} else {

z<-i

i<-lapply(z,function(r) attemp(L=r[1],l=l,f=f,k=k,a=a,v=v,Zhist=r[2:(r[1]+1)],mx=mx,sx=sx,
da=da,F=F,MinNumLevel1Rep=MinNumLevel1Rep,
TotalNumRep=TotalNumRep)) # Συνάρτηση 20

x<-c(i[[1]],i[[2]])

if(length(unlist(x))==L*24) {

i

} else {

repeat {

i<-lapply(x,function(r) if(length(r)>=24) {

list(r)

} else {

attemp(L=r[1],l=l,f=f,k=k,a=a,v=v,Zhist=r[2:(r[1]+1)],mx=mx,sx=sx,da=da,F=F,
MinNumLevel1Rep=MinNumLevel1Rep,TotalNumRep=TotalNumRep)

} )

if(length(unlist(i))==L*24) {

i

break

```

```

        } else {

x<-fool(i)

next

        }

        }

    }

}

i<-as.vector(unlist(i))

u<-cbind(Zhist,matrix(i,ncol=24,byrow=T))

dimnames(u)<-list(Days=paste("day",1:length(Zhist),sep="_"),
"Hourly Depth"=c("Daily Depth",paste("hour",1:24,sep="_")))

return(u)

}

```

Εξιιώσεις των μοντέλων Bartlett – Lewis

Συνάρτηση 22: Θεωρητικές εξισώσεις τυχαίου μοντέλου Bartlett-Lewis

Συνάρτηση 22a: Μέση τιμή

```

g1 <- function(a,l,v,k,f,mx,h=1) {

(h*l*mx*v*(1+k/f))/(a-1)

}

```

Συνάρτηση 22b: Διασπορά

```

g2 <- function(a,l,v,k,f,mx,h=1) {

A = (2*l*(1+k/f)*(mx^2)*(v^a))/((f^2)*((f^2)-1)*(a-1)*(a-2)*(a-3))

```


$$B = (2*(f^2)-2+k*f)*(f^2)*((a-3)*h*(v^(2-a))-(v^(3-a))+((v+h)^(3-a)))$$

$$C = k*(f*(a-3)*h*(v^(2-a))-(v^(3-a))+((v+f*h)^(3-a)))$$

$$A*(B-C)$$

}

Συνάρτηση 22c: Συνδιασπορά

```
g3 <- function(a,l,v,k,f,mx,h=1,lag=1) {
```

$$A = (l*(1+k/f)*(mx^2)*(v^a))/((f^2)*((f^2)-1)*(a-1)*(a-2)*(a-3))$$

$$B = (2*(f^2)-2+k*f)*(f^2)*(((v+(lag+1)*h)^(3-a))-2*((v+lag*h)^(3-a))+((v+(lag-1)*h)^(3-a)))$$

$$C = k*(((v+(lag+1)*h*f)^(3-a))-2*((v+h*lag*f)^(3-a))+((v+(lag-1)*h*f)^(3-a)))$$

$$A*(B-C)$$

}

Συνάρτηση 22d: Πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης

```
g4 <- function(a,l,v,k,f,h=1) {
```

$$mt = ((1+(f*(k+f))-(0.25*f*(k+f)*(k+4*f))+((f/72)*(k+f)*(4*(k^2)+27*k*f+72*(f^2))))*v)/(f*(a-1))$$

$$G00 = ((1-k-f+1.5*k*f+(f^2)+0.5*(k^2))*v)/(f*(a-1))$$

$$A = (f+(k*(v/(v+(k+f)*h))^(a-1)))/(f+k)$$

$$\exp(l*(-h-mt+G00*A))$$

}

Συνάρτηση 23: Θεωρητικές εξισώσεις του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis

Συνάρτηση 23a: Μέση τιμή

```
v1<-function(l,g,b,n,mx,h=1) {
```

$h \cdot (l/n) \cdot (1 + (b/g)) \cdot mx$

}

Συνάρτηση 23b: Διασπορά

v2 <- function(l,g,b,n,mx,h=1) {

A = ((2 * mx^2) + (b/g) * (mx^2)) * (h/n)

B = (2 * mx^2 + (b * g * (mx^2)) / ((g^2) - (n^2))) * (1 - exp(-n * h)) / (n^2)

C = (mx^2) * b * (1 - exp(-g * h)) * n / (g^2) / ((g^2) - (n^2))

(A - B + C) * 2 * (l/n) * (1 + (b/g))

}

Συνάρτηση 23c: Συνδιασπορά

v3 <- function(l,g,b,n,mx,h=1,lag=1) {

A = (2 * mx^2 + (b * g * (mx^2)) / ((g^2) - (n^2))) * ((1 - exp(-n * h))^2) * exp(-n * (lag - 1) * h) / (n^2)

B = (mx^2) * b / ((g^2) - (n^2)) * ((1 - exp(-g * h))^2) * exp(-g * h * (lag - 1)) * n / (g^2)

(A - B) * (l/n) * (1 + (b/g))

}

Συνάρτηση 24: Θεωρητικές εξισώσεις του τυχαίου μοντέλου γάμα Bartlett-Lewis

Συνάρτηση 24a: Μέση τιμή

b1 <- function(a,l,v,k,f,mx,h=1) {

A <- (h * l * mx * v * (1 + k/f)) / (a - 1)

return(A)

}

Συνάρτηση 24b: Διασπορά

```

b2 <- function(a,l,v,k,f,mx,sx,h=1) {

p<-(mx/sx)^2

d<-p/mx

A= ((l*(1+k/f)*(v^a))/((d^2)*(a-1)*(a-2)*(a-3)))*((p*(p+1))+((k*f*(p^2))/((f^2)-1)))

B=(l*(1+k/f)*k*(mx^2)*(v^a))/((f^2)*((f^2)-1)*(a-1)*(a-2)*(a-3))

C=2*A*((a-3)*h*(v^(2-a))-v^(3-a))+((v+h)^(3-a)) - 2*B* (f*(a-3)*h*(v^(2-a))-v^(3-
a))+((v+(f*h))^(3-a))

return(C)

}

```

Συνάρτηση 24c: Συνδιασπορά

```

b3 <- function(a,l,v,k,f,mx,sx,h=1,lag=1) {

p<-(mx/sx)^2

d<-p/mx

A= ((l*(1+k/f)*(v^a))/((d^2)*(a-1)*(a-2)*(a-3)))*((p*(p+1))+((k*f*(p^2))/((f^2)-1)))

B=(l*(1+k/f)*k*(mx^2)*(v^a))/((f^2)*((f^2)-1)*(a-1)*(a-2)*(a-3))

C=A*(((v+(lag+1)*h)^(3-a) )-(2*((v+lag*h)^(3-a))) + ((v+(lag-1)*h)^(3-a))) -B* (
((v+(lag+1)*h*f)^(3-a) )-(2*((v+lag*h*f)^(3-a))) + ((v+(lag-1)*h*f)^(3-a)))

return(C)

}

```

Συνάρτηση 24d: Πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης

```

b4 <- function(a,l,v,k,f,h=1) {

mt = ((1+(f*(k+f))-(0.25*f*(k+f)*(k+4*f))+((f/72)*(k+f)*(4*(k^2)+27*k*f+72*(f^2))))*v)/(f*(a-
1))

G00 = ((1-k-f+1.5*k*f+(f^2)+0.5*(k^2))*v)/(f*(a-1))

```

```
A = (f+(k*(v/(v+(k+f)*h))^(a-1)))/(f+k)
```

```
exp(l*(-h-mt+G00*A))
```

```
}
```

```
##### Υπολογισμός Συνθετικών Στατιστικών μεγεθών #####
```

```
## Συνάρτηση 25: Συνάθροιση σε άλλη χρονική κλίμακα ##
```

```
fun<-function(x,h=1){
```

```
Y<-c()
```

```
if(h==1) { Y<-x } else {
```

```
for(i in 1:ceiling((length(x)/h))) {
```

```
Y[i]<-sum(x[((i-1)*h+1):(i*h)],na.rm=TRUE)
```

```
}
```

```
}
```

```
Y
```

```
}
```

```
## συναρτήσεις 26: Στατιστικά μεγέθη συνθετικών χρονοσειρών ##
```

```
## Συνάρτηση 26a: Μέση τιμή ##
```

```
meanbartlett<-function(x,h=1) {
```

```
mean(fun(x,h))
```

```
}
```

```
## Συνάρτηση 26b: Διασπορά ##
```

```
varbartlett<-function(x,h=1) {
```

```
var(fun(x,h))
```

```
}
```

Συνάρτηση 26c: Συνδιασπορά

```
covbartlett<-function(x,h=1,lag=1) {  
  
q<-acf(fun(x,h),lag.max=lag,type="covariance",plot=FALSE)  
  
q[[1]][lag+1]  
  
}
```

Συνάρτηση 26d: Πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης

```
pdrbartlett<-function(x,h=1) {  
  
Y<-length(fun(x,h)[fun(x,h)==0])/length(fun(x,h))  
  
return(Y)  
  
}
```

Συνάρτηση 27: Πίνακας με τα στατιστικά μεγέθη των βροχερών ημερών

```
WetDaysStatistics<-function(d,k) {  
  
ai<-lapply(k,function(x) x[,1])  
  
a<-unlist(ai)  
  
b<-lapply(k,function(x) x[,2:25])  
  
c<-unlist(lapply(b,function(x) t(x)))  
  
ll<-1:length(d[d!=0])  
  
bb<-d  
  
bb[bb!=0]<-ll  
  
ww<-find.clusters(bb)  
  
ww<-ww[1:length(ai)]
```

```

www<-ww[[length(ww)]]

ert<-which(bb==www[length(www)])

CountWetDays<-length(a)*24

TotalDays<-ert*24

FreqInTotalDays<-CountWetDays/TotalDays

Mean<-mean(c)

StDev<-sd(c)

Variation<-StDev/Mean

Skewness<-skewness(c)

Autocorrelation<-acf(c,lag.max=10,type="correlation",plot=FALSE)

x<-as.vector(Autocorrelation[[1]])

Y<-c(CountWetDays,FreqInTotalDays,Mean,StDev,Variation,Skewness,x)

Y<-format(Y,scientific=FALSE)

Y<-as.numeric(Y)

names(Y)<-c("Count Wet Days","Frequency In Total
Days","Mean","StandarDeviation","Variation","Skewness",
paste("Autocorrelation",0:10,sep="_"))

return(Y)

}

```

Συνάρτηση 28: Πίνακας με τα στατιστικά μεγέθη των βροχερών ωρών

```

WetHoursStatistics<-function(d,k) {

ai<-lapply(k,function(x) x[,1])

a<-unlist(ai)

```

```

b<-lapply(k,function(x) x[,2:25])

c<-unlist(lapply(b,function(x) t(x)))

c<-c[c!=0]

ll<-1:length(d[d!=0])

bb<-d

bb[bb!=0]<-ll

ww<-find.clusters(bb)

ww<-ww[1:length(ai)]

www<-ww[[length(ww)]]

ert<-which(bb==www[length(www)])

CountWetDays<-length(a)*24

CountWetHours<-length(c)

TotalDays<-ert*24

FreqInTotalDays<-CountWetHours/TotalDays

FreqInWetDays<-CountWetHours/CountWetDays

Mean<-mean(c)

if(length(c)!=1) { StDev<-sd(c) } else { StDev<-0 }

Variation<-StDev/Mean

if(length(c)!=1) { Skewness<-skewness(c) } else {Skewness<-0}

Autocorrelation<-acf(c,lag.max=10,type="correlation",plot=FALSE)

tt<-as.vector(Autocorrelation[[1]])

x<-c(tt,rep(0,times=11-length(tt)))

```

```
Y<-c(CountWetHours,FreqInWetDays,FreqInTotalDays,Mean,StDev,Variation,Skewness,x)
```

```
Y<-format(Y,scientific=FALSE)
```

```
Y<-as.numeric(Y)
```

```
names(Y)<-c("Count Wet Hours","Frequency In Wet Days",  
"Frequency In Total Days","Mean","StandarDeviation","Variation","Skewness",  
paste("Autocorrelation",0:10,sep="_"))
```

```
return(Y)
```

```
}
```

Συνάρτηση 29: Πίνακας με τα στατιστικά μεγέθη όλων των ημερών##

```
AllDataStatistics<-function(mode,d,w,e,j) {
```

```
if(mode=="original") {
```

```
ll<-1:length(d[d!=0])
```

```
bb<-d
```

```
bb[bb!=0]<-ll
```

```
ww<-find.clusters(bb)
```

```
ww<-ww[1:length(w)]
```

```
www<-ww[[length(ww)]]
```

```
ert<-which(bb==www[length(www)])
```

```
c<-e[1:(ert*24)]
```

```
TotalDays<-length(c)
```

```
Mean<-mean(c)
```

```
StDev<-sd(c)
```

```
Variation<-StDev/Mean
```



```

Skewness<-skewness(c)

Autocorrelation<-acf(c,lag.max=10,type="correlation",plot=FALSE)

x<-as.vector(Autocorrelation[[1]])

Y<-c(TotalDays,Mean,StDev,Variation,Skewness,x)

Y<-format(Y,scientific=FALSE)

Y<-as.numeric(Y)

names(Y)<-c("Count Days","Mean","StandarDeviation","Variation","Skewness",
paste("Autocorrelation",0:10,sep="_"))

return(Y)

        }

if(mode=="disaggregated") {

ll<-1:length(d[d!=0])

bb<-d

bb[bb!=0]<-ll

ww<-find.clusters(bb)

ww<-ww[1:length(w)]

www<-ww[[length(ww)]]

ert<-which(bb==www[length(www)])

g<-d[1:ert]

c<-e[1:(ert*24)]

t<-matrix(c,nrow=24)

h<-which(g!=0)

```

```

i<-lapply(j,function(x) x[,2:25])

k<-unlist(lapply(i,function(x) t(x)))

t[,h]<-k

c<-as.vector(t)

TotalDays<-ert*24

Mean<-mean(c)

StDev<-sd(c)

Variation<-StDev/Mean

Skewness<-skewness(c)

Autocorrelation<-acf(c,lag.max=10,type="correlation",plot=FALSE)

x<-as.vector(Autocorrelation[[1]])

Y<-c(TotalDays,Mean,StDev,Variation,Skewness,x)

Y<-format(Y,scientific=FALSE)

Y<-as.numeric(Y)

names(Y)<-c("Count Days","Mean","StandarDeviation","Variation","Skewness",
paste("Autocorrelation",0:10,sep="_"))

return(Y)

    }

}

```

Συνάρτηση 30: Συγκεντρωτικός πίνακας όλων των παραπάνω στατιστικών μεγεθών

```

statistics<-function(mode,d,histhourly,w,e,j) {

if(mode=="hourly") {

```

```

a<-cbind("ORIGINAL"=AllDataStatistics(mode="original",d=d,w=w,e=e,j=1),
"DISAGGREGATED"=AllDataStatistics(mode="disaggregated",d=d,w=w,e=e,j=j))

b<-cbind("ORIGINAL"=WetDaysStatistics(d=d,k=histhourly),
"DISAGGREGATED"=WetDaysStatistics(d=d,k=j))

c<-cbind("ORIGINAL"=WetHoursStatistics(d=d,k=histhourly),
"DISAGGREGATED"=WetHoursStatistics(d=d,k=j))

Y<-list(All_Data=a,Wet_Days=b,Wet_Hours=c)

return(Y)

    }

if(mode=="daily") {

a<-cbind("DISAGGREGATED"=AllDataStatistics(mode="original",d=d,w=w,e=e,j=1))

b<-cbind("DISAGGREGATED"=WetDaysStatistics(d=d,k=j))

c<-cbind("DISAGGREGATED"=WetHoursStatistics(d=d,k=j))

Y<-list(All_Data=a,Wet_Days=b,Wet_Hours=c)

return(Y)

    }

}

```

Συνάρτηση 31: Στατιστικά μεγέθη των συνθετικών χρονοσειρών για τη συνάρτηση BLts
##

```

stats.synthetic<-function(Y,a) {

Mean<-mean(Y)

StDev<-sd(Y)

Variation<-StDev/Mean

Pdr<-pdrbartlett(Y,h=1)

```

```

Skewness<-skewness(Y)

Autocorrelation<-acf(Y,lag.max=10,type="correlation",plot=FALSE)

x<-as.vector(Autocorrelation[[1]])

names(x)<-paste("Autocorrelation",0:10,sep="_")

t<-as.matrix(c("Mean"=Mean,"StandarDeviation"=StDev,
"Variation"=Variation,"PDR"=Pdr,"Skewness"=Skewness,x),ncol=1)

colnames(t)<-c(a)

return(t)

}

```

Συνάρτηση 32: Θεωρητικά στατιστικά μεγέθη του μοντέλου Bartlett – Lewis για τη συνάρτηση BLts

```

stats.BLequations<-function(a,l,v,k,f,mx,sx,h) {

if( a > 100 ) {

n<-v/24/24

b<-k*n

g<-f*n

Mean<-v1(l=l,g=g,b=b,n=n,mx=mx,h=h)

Var<-v2(l=l,g=g,b=b,n=n,mx=mx,h=h)

Pdr<-NA

Autocovariance<-c(Var,apply(matrix(c(1:10),ncol=1),1,function(x)
v3(l=l,g=g,b=b,n=n,mx=mx,h=h,lag=x) ) )

} else {

if(mx==sx) {

```

```

Mean<-g1(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,h=h)

Var<-g2(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,h=h)

Pdr<-g4(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,h=h)

Autocovariance<-c(Var,apply(matrix(c(1:10),ncol=1),1,function(x)
g3(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,h=h,lag=x) ))

      } else {

Mean<-b1(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,h=h)

Var<-b2(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,sx=sx,h=h)

Pdr<-b4(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,h=h)

Autocovariance<-c(Var,apply(matrix(c(1:10),ncol=1),1,function(x)
b3(a=a,l=l,v=v,k=k,f=f,mx=mx,sx=sx,h=h,lag=x) ))

      }

    }

StDev<-Var^(1/2)

Variation<-StDev/Mean

Skewness<-NA

Autocorrelation<-Autocovariance/Var

names(Autocorrelation)<-paste("Autocorrelation",0:10,sep="_")

t<-as.matrix(c("Mean"=Mean,"StandarDeviation"=StDev,
"Variation"=Variation,"PDR"=Pdr,"Skewness"=Skewness,Autocorrelation),ncol=1)

colnames(t)<-c("Theoretical-BL")

return(t)

}

```

Συναρτήσεις 33: Γραφήματα στατιστικών μεγεθών

```
plotStats<-function(mode,x) {

if(mode=="hourly") {

a<-x$All_Data

b<-x$Wet_Days

c<-x$Wet_Hours

d<-rbind(b,c)

t<-t(a[4:5,1:2])

t<-round(t,digit=3)

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(t,ylim=c(0,max(round(t,digits=1))+1),col=c("red3","forestgreen"),
main="Marginal Statistics:All Data",beside=T,cex.names=1,
ylab="Variation-Skewness",col.main="blue",
axes=FALSE,plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(t),x=seq(1.5, 5, by=1)+sort(rep(c(0,1), 2)),
y=as.vector(t),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(t),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("red3","forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",
inset=c(3,-0.35),text.col=c("red3","forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

u<-t(b[5:6,1:2])
```

```

u<-round(u,digit=3)

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(u,ylim=c(0,max(round(u,digits=1))+1),col=c("red3","forestgreen"),
main="Marginal Statistics:Wet Days",beside=T,cex.names=1,
ylab="Variation-Skewness",col.main="blue",axes=FALSE,
plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(u), x=seq(1.5, 5, by=1)+sort(rep(c(0,1), 2)),
y=as.vector(u),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(u),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("red3","forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",
inset=c(3,-0.35),text.col=c("red3","forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2)

axis(2,las=2,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

v<-t(c[6:7,1:2])

v<-round(v,digit=3)

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(v,ylim=c(0,max(round(v,digits=1))+1),col=c("red3","forestgreen"),
main="Marginal Statistics:Wet Hours",beside=T,cex.names=1,
ylab="Variation-Skewness",col.main="blue",axes=FALSE,
plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(v), x=seq(1.5, 5, by=1)+sort(rep(c(0,1), 2)),

```

```

y=as.vector(v),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(v),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("red3","forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("red3","forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

w<-t(d[c(20,2,19),1:2])

w<-1-w

w<-round(w,digit=3)

colnames(w)<-c("P(dry hour)","P(dry day)","P(dry hour|wet day)")

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(w,ylim=c(0,1),col=c("red3","forestgreen"),
main="Probabilities of Dry Spells",beside=T,cex.names=1,
ylab="Probability(P)",col.main="blue",axes=FALSE,
plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=w, x=seq(1.5, 7, by=1)+sort(rep(c(0,1,2), 2)),
y=as.vector(w),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(w),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("red3","forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("red3","forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,at=0:8,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

x<-a[6:16,]

```



```

x1<-as.vector(x[,1])

x2<-as.vector(x[,2])

r<-0:10

windows()

par(bg="gray94")

plot(r,x1,type="o",pch=6,xlim=c(0,10),ylim=c(-1,1),col="red3",lwd=2,xlab="Lag(h)",
ylab="Autocorrelation",axes=FALSE,font.lab=2,font.lab=2)

axis(1,at=0:10,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

axis(2,at=seq(-1,1,by=0.25),las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

title(main="Autocorrelation:All Days",col.main="blue")

abline(h=seq(-1,1,by=0.25),v=0:10,lty=2)

lines(r,x2,type="o",pch=0,col="forestgreen",lwd=2)

legend(6,1,c("ORIGINAL","DISAGGREGATED"),col=c("red3","forestgreen"),
text.col=c("red3","forestgreen"),pch=c(6,0),bg="gray80",pt.cex=1.5,cex=1,pt.lwd=1.5)

y<-b[7:17,]

y1<-as.vector(y[,1])

y2<-as.vector(y[,2])

r<-0:10

windows()

par(bg="gray94")

plot(r,y1,type="o",pch=6,xlim=c(0,10),ylim=c(-1,1),col="red3",lwd=2,
xlab="Lag(h)",ylab="Autocorrelation",axes=FALSE,,font.lab=2)

axis(1,at=0:10,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

```

```

axis(2,at=seq(-1,1,by=0.25),las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

title(main="Autocorrelation:Wet Days",col.main="blue")

abline(h=seq(-1,1,by=0.25),v=0:10,lty=2)

lines(r,y2,type="o",pch=0,col="forestgreen",lwd=2)

legend(6,1,c("ORIGINAL","DISAGGREGATED"),col=c("red3","forestgreen"),
text.col=c("red3","forestgreen"),pch=c(6,0),bg="gray80",pt.cex=1.5,cex=1,pt.lwd=1.5)

        }

if(mode=="daily") {

a<-x$All_Data

b<-x$Wet_Days

c<-x$Wet_Hours

d<-rbind(b,c)

t<-t(a[4:5,1])

rownames(t)<-"DISAGGREGATED"

t<-round(t,digit=3)

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(t,ylim=c(0,max(round(t,digits=1))+1),col=c("forestgreen"),
main="Marginal Statistics:All Data",cex.names=1,ylab="Variation-Skewness",
col.main="blue",axes=FALSE,plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(t),x=c(0.75,1.85),y=as.vector(t),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(t),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,

```

```

col=c("forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2,tick=FALSE)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

u<-t(b[5:6,1])

rownames(u)<-"DISAGGREGATED"

u<-round(u,digit=3)

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(u,ylim=c(0,max(round(u,digits=1))+1),col=c("forestgreen"),
main="Marginal Statistics:Wet Days",cex.names=1,
ylab="Variation-Skewness",col.main="blue",axes=FALSE,plot.grid=TRUE,
font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(u),x=c(0.75,1.85), y=as.vector(u),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(u),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2,tick=FALSE)

axis(2,las=2,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

v<-t(c[6:7,1])

rownames(v)<-"DISAGGREGATED"

v<-round(v,digit=3)

windows()

```

```

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(v,ylim=c(0,max(round(v,digits=1))+1),col=c("forestgreen"),
main="Marginal Statistics:Wet Hours",cex.names=1,ylab="Variation-Skewness",
col.main="blue",axes=FALSE,plot.grid=TRUE,font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=as.vector(v),x=c(0.75,1.85), y=as.vector(v),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(v),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,
col=c("forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2,tick=FALSE)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

w<-t(d[c(20,2,19),1])

w<-1-w

rownames(w)<-"DISAGGREGATED"

w<-round(w,digit=3)

colnames(w)<-c("P(dry hour)","P(dry day)","P(dry hour|wet day)")

windows()

par(bg="gray94")

par(mar=c(10.1, 4.1, 4.1, 2.1))

barplot2(w,ylim=c(0,1),col=c("forestgreen"),main="Probabilities of Dry Spells",
cex.names=1,ylab="Probability(P)",col.main="blue",axes=FALSE,plot.grid=TRUE,
font.lab=2,font.axis=2)

text(labels=w, x=c(0.75,1.9,3.1), y=as.vector(w),cex=1.2,adj=c(0.5,-0.2),xpd=TRUE)

legend("bottom",legend=row.names(w),cex=1,bty="o",pch=15,pt.cex=1.9,

```

```

col=c("forestgreen"),ncol=1,bg="gray80",inset=c(3,-0.35),
text.col=c("forestgreen"),xpd=TRUE)

axis(1,at=0:8,labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=2,tick=FALSE)

axis(2,las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

x1<-a[6:16,1]

r<-0:10

windows()

par(bg="gray94")

plot(r,x1,type="o",pch=6,xlim=c(0,10),ylim=c(-1,1),col="forestgreen",lwd=2,xlab="Lag(h)",
ylab="Autocorrelation",axes=FALSE,font.lab=2,font.lab=2)

axis(1,at=0:10,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

axis(2,at=seq(-1,1,by=0.25),las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

title(main="Autocorrelation:All Days",col.main="blue")

abline(h=seq(-1,1,by=0.25),v=0:10,lty=2)

legend(6,1,c("DISAGGREGATED"),col=c("forestgreen"),text.col=c("forestgreen"),
pch=c(6,0),bg="gray80",pt.cex=1.5,cex=1,pt.lwd=1.5)

y1<-b[7:17,1]

r<-0:10

windows()

par(bg="gray94")

plot(r,y1,type="o",pch=6,xlim=c(0,10),ylim=c(-1,1),col="forestgreen",lwd=2,xlab="Lag(h)",
ylab="Autocorrelation",axes=FALSE,,font.lab=2)

axis(1,at=0:10,lwd=2,lwd.ticks=2,font=2)

```

```

axis(2,at=seq(-1,1,by=0.25),las=2,lwd.ticks=2,font=2,lwd=2)

title(main="Autocorrelation:Wet Days",col.main="blue")

abline(h=seq(-1,1,by=0.25),v=0:10,lty=2)

legend(6,1,c("DISAGGREGATED"),col=c("forestgreen"),text.col=c("forestgreen"),
pch=c(6,0),bg="gray80",pt.cex=1.5,cex=1,pt.lwd=1.5)

    }

}

```

Συνάρτηση 34: Υετογραφήματα

```

plotHyetograph<-function(mode,x,y,date,curs) {

if(mode=="hourly") {

b<-lapply(x,function(x) x[(ncol(x)-23):ncol(x)])

d<-lapply(y,function(x) x[(ncol(x)-23):ncol(x)])

ncoldate<-ncol(date)

for(i in 1:length(b)) {

c<-as.vector(t(b[[i]]))

e<-as.vector(t(d[[i]]))

if( ncoldate==3 ) { zz<-paste(date[curs[i],1],date[curs[i],2],date[curs[i],3],sep=".") }

if( ncoldate==2 ) { zz<-paste(date[curs[i],1],date[curs[i],2],sep=".") }

filename<-paste(zz, ".pdf", sep="")

pdf(filename)

par(mfrow=c(2,1))

par(bg="gray94")

```

```

barplot2(c,space=0,ylim=c(0,max(c)+0.2*max(c)),col="red3",
main=paste("Hyetograph:Original Data Cluster",i,sep="_"),cex.names=2,cex.axis=2,
ylab="Intensity (mm/h)",xlab="Time(days)",col.main="red3",
axes=FALSE,plot.grid=TRUE,font.lab=2)

axis(1,at=0:length(c),labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=1.5,
tck=-((0.03/3.5)*(max(c)+0.2*max(c))))

axis(2,las=2,lwd=2,lwd.ticks=1.5,font=2)

text(labels=0:(length(c)/24),x=seq(0,length(c),by=24),
y=-(max(c)+0.2*max(c))*0.1/1.5,cex=1,font=2,xpd=TRUE)

abline(v=seq(0,length(c),by=24),lty=3)

par(bg="gray94")

barplot2(e,space=0,ylim=c(0,max(e)+0.2*max(e)),col="forestgreen",
main="Hyetograph:Disaggregated Data",cex.names=2,cex.axis=2,
ylab="Intensity (mm/h)",xlab="Time(days)",col.main="forestgreen",axes=FALSE,
plot.grid=TRUE,font.lab=2)

axis(1,at=0:length(e),labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=1.5,
tck=-((0.03/3.5)*(max(c)+0.2*max(c))))

axis(2,las=2,lwd=2,lwd.ticks=1.5,font=2)

text(labels=0:(length(e)/24),x=seq(0,length(e),by=24),
y=-(max(e)+0.2*max(e))*0.1/1.5,cex=1,xpd=TRUE,font=2)

abline(v=seq(0,length(c),by=24),lty=3)

dev.off()

}

}

if(mode=="daily") {

```

```

d<-lapply(y,function(y) y[, (ncol(y)-23):ncol(y)])

for(i in 1:length(d)) {

e<-as.vector(t(d[[i]]))

zz<-paste(date[curs[i],1],date[curs[i],2],date[curs[i],3],sep=".")

filename<-paste(zz,".pdf",sep="")

pdf(filename)

par(bg="gray94")

barplot2(e,space=0,ylim=c(0,max(e)+0.2*max(e)),col="forestgreen",
main=paste("Hyetograph:Disaggregated Data Cluster",i,sep="_"),cex.names=2,cex.axis=2,
ylab="Intensity (mm/h)",xlab="Time(days)",col.main="forestgreen",
axes=FALSE,plot.grid=TRUE,font.lab=2)

axis(1,at=0:length(e),labels=FALSE,lwd=2,lwd.ticks=1.5)

axis(2,las=2,lwd=2,lwd.ticks=1.5,font=2)

text(labels=0:(length(e)/24),x=seq(0,length(e),by=24),
y=-((max(e)+0.2*max(e))*0.1/1.5,cex=1,xpd=TRUE,font=2)

abline(v=seq(0,length(e),by=24),lty=3)

dev.off()

}

}

}

```

Εισαγωγή και εξαγωγή δεδομένων

Συνάρτηση 35: Εισαγωγή δεδομένων για τις συναρτήσεις `operat.mode` και `digag.test.mode`

```
inport.data<-function(mode,x,y,z,w,s) {
```



```

meg<-read.table(x,header=FALSE,fill=TRUE,na.string=y)

if(mode=="daily") {

if(z=="all.days") {

dd<-meg[,1:3]

d<-meg[,ncol(meg)]

Y<-list(date=dd,daily=d)

return(Y)

        }

if(z=="wet.days") {

years<-meg[,3]

maxy<-max(years)

miny<-min(years)

lyears<-maxy-miny+1

yearfact<-factor(years)

a<-as.integer(levels(yearfact))

er<-unlist(lapply(a,function(i) length(years[years==i])))

rt<-rep(seq(0,(length(a)-1)*s,by=s),times=er)

days<-meg[,1]

rs<-days+rt

ddd<-rep(1:s,times=length(a))

mmm<-rep(meg[1,2],times=length(a)*s)

yyy<-rep(a,each=s)

```

```

dddd<-rep(0,times=s*length(a))

new<-cbind(ddd,mmm,yyy,dddd)

dimnames(new)<-NULL

x<-cbind(meg[,1:3],meg[,ncol(meg)])

x<-as.matrix(x)

dimnames(x)<-NULL

new[rs,]<-x

meg<-new

dd<-meg[,1:3]

d<-meg[,ncol(meg)]

Y<-list(date=dd,daily=d)

return(Y)
    }
}

if(mode=="hourly") {
    if(z=="all.days") {
        if(ncol(meg)>=24) {

dd<-meg[,1:3]

if(w==TRUE) { d<-meg[,ncol(meg)-24] } else { d<-fun(h,h=24) }

h<-meg[, (ncol(meg)-23):ncol(meg)]

Y<-list(date=dd,daily=d,hourly=h)

return(Y)

```

```

    } else {
a<-ncol(meg)
meg<-t(meg)
meg<-as.vector(meg)
meg<-matrix(meg,byrow=TRUE,ncol=2*a)
meg<-meg[-((ncol(meg)-(a-13)):ncol(meg))]
h<-meg[(ncol(meg)-23):ncol(meg)]
if(w==TRUE) {d<-meg[,ncol(meg)-24]} else {d<-fun(h,h=24)}
dd<-meg[,1:3]
Y<-list(date=dd,daily=d,hourly=h)
return(Y)
    }
}

if(z=="wet.days") {
if(ncol(meg)>=24) {
years<-meg[,3]
maxy<-max(years)
miny<-min(years)
lyears<-maxy-miny+1
yearfact<-factor(years)
a<-as.integer(levels(yearfact))
er<-unlist(lapply(a,function(i) length(years[years==i])))

```

```

rt<-rep(seq(0,(length(a)-1)*s,by=s),times=er)

days<-meg[,1]

rs<-days+rt

ddd<-rep(1:s,times=length(a)) #days

mmm<-rep(meg[1,2],times=length(a)*s)

yyy<-rep(a,each=s)

dddd<-rep(0,times=s*length(a))

hhh<-matrix(0,ncol=24,nrow=s*length(a))

new<-cbind(ddd,mmm,yyy,dddd,hhh)

dimnames(new)<-NULL

if(w==TRUE) {d<-meg[,ncol(meg)-24]} else {d<-fun(h,h=24)}

h<-meg[, (ncol(meg)-23):ncol(meg)]

x<-cbind(meg[,1:3],d,h)

x<-as.matrix(x)

dimnames(x)<-NULL

new[rs,]<-x

meg<-new

dd<-meg[,1:3]

d<-meg[,ncol(meg)-24]

h<-meg[, (ncol(meg)-23):ncol(meg)]

Y<-list(date=dd,daily=d,hourly=h)

return(Y)

```

```

    } else {

a<-ncol(meg)

meg<-t(meg)

meg<-as.vector(meg)

meg<-matrix(meg,byrow=TRUE,ncol=2*a)

meg<-meg[-((ncol(meg)-(a-13)):ncol(meg))]

years<-meg[,3]

maxy<-max(years)

miny<-min(years)

years<-maxy-miny+1

yearfact<-factor(years)

a<-as.integer(levels(yearfact))

er<-unlist(lapply(a,function(i) length(years[years==i])))

rt<-rep(seq(0,(length(a)-1)*s,by=s),times=er)

days<-meg[,1]

rs<-days+rt

ddd<-rep(1:s,times=length(a))

mmm<-rep(meg[1,2],times=length(a)*s)

yyy<-rep(a,each=s)

dddd<-rep(0,times=s*length(a))

hhh<-matrix(0,ncol=24,nrow=s*length(a))

new<-cbind(ddd,mmm,yyy,dddd,hhh)

```

```

dimnames(new)<-NULL

if(w==TRUE) {d<-meg[,ncol(meg)-24]} else {d<-fun(h,h=24)}

h<-meg[, (ncol(meg)-23):ncol(meg)]

x<-cbind(meg[,1:3],d,h)

x<-as.matrix(x)

dimnames(x)<-NULL

new[rs,]<-x

meg<-new

dd<-meg[,1:3]

d<-meg[,ncol(meg)-24]

h<-meg[, (ncol(meg)-23):ncol(meg)]

Y<-list(date=dd,daily=d,hourly=h)

return(Y)

}

}

}

}

```

Συνάρτηση 36: Εξαγωγή δεδομένων για τη συνάρτηση BLts

```

exp.data.5m<-function(q,filecont,days.per.season=31,file.to.exp) {

d<-q$Daily_Depth

e<-q$Hourly_Depth

e<-as.vector(e)

```

```

a<-matrix(e,ncol=24,byrow=T)

b<-cbind(d,a)

dimnames(b)<-NULL

g<-rep(1:days.per.season,times=floor(length(d)/days.per.season))

if(length(g)==nrow(b)) {

h<-g

                                } else {

if(length(g)==0){

h<-1:length(d)

                                } else {

h<-c(g,1:(length(d)-length(g)))

                                }

                                }

if((ceiling(length(h)/days.per.season))==1) {

z<-rep(1,times=length(d))

                                } else {

if ( length(h)/days.per.season==floor(length(h)/days.per.season) ){

z<-rep(1:(length(h)/days.per.season),times=rep(days.per.season,

times=length(h)/days.per.season))

                                } else {

w<-floor(length(h)/days.per.season)

z<-rep(1:(ceiling(length(h)/days.per.season)),times=c(rep(days.per.season,times=w),

length(d)-days.per.season*w))

```

```

}

}

i<-cbind(h,z,b)

dimnames(i)<-NULL

if(filecont=="wet.days") {

o<-which(i[,3]!=0)

f<-i[o,3:27]

x<-round(f,digit=2)

x<-format(x,digits=2,nsml=2,scientific=FALSE)

x<-cbind(h[o],z[o],x)

dimnames(x)<-NULL

write.table(x,file=file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,
col.names=c("Day","Season","Daily",paste("hour",1:24,sep="")))

}

if(filecont=="all.days") {

i<-i[,3:27]

x<-round(i,digit=2)

x<-format(x,digits=2,nsml=2,scientific=FALSE)

z<-as.character(z)

h<-as.character(h)

x<-cbind(h,z,x)

dimnames(x)<-NULL

```



```
write.table(x,file=file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,
col.names=c("Day","Season","Daily",paste("hour",1:24,sep="")))

```

```
    }
```

```
  }
```

Συνάρτηση 37: Βασική υπορουτίνα της συνάρτησης Blts

```
Anthrax<-function(Y,l,f,k,a,v,mx,sx,time.step,plot.ts,
inp.data=list(inp,file,mis.val,filecont,daily,days.per.season),stats=list(print,plot)) {

if(inp.data$inp==TRUE) {

meg<-inport.data(mode="hourly",x=inp.data$file,y=inp.data$mis.val,z=inp.data$filecont,
w=inp.data$daily,s=inp.data$days.per.season)

meg<-meg$hourly

meg<-t(meg)

meg<-as.vector(meg)

if(time.step==1) {

histor<-meg

    } else {

histor<-fun(meg,h=time.step)

    }

    } else {

histor<-1

    }

if(stats$print==FALSE) {

if(plot.ts==FALSE) {
```

```

return(as.ts(Y))

      } else {

par(bg="gray94")

plot.ts(as.ts(Y),main="Synthetic-BL Time Series",font.main=2,col.main="blue",
ylab="Rainfall depth(mm)",xlab=paste("Time Step(h)",time.step,sep=":"),axes=FALSE,
cex.main=2,col="red")

axis(1,at=1:length(Y),font.axis=2,font.lab=2,cex.lab=1.5)

axis(2,at=min(Y):max(Y),las=2,font.axis=2,font.lab=2,cex.lab=1.5)

grid()

box()

return(as.ts(Y))

      }

    } else {

JP<-stats.synthetic(Y,a="Synthetic-BL")

ME<-stats.BLequations(a=a,l=l/24,v=v*24,k=k,f=f,mx=mx/24,sx=sx/24,h=time.step)

if( inp.data$inp==TRUE ) { SL<-stats.synthetic(histor,a="Historical") } else{ SL<-1 }

if( inp.data$inp==TRUE ) { Statistics<-cbind(JP,ME,SL) } else { Statistics<-cbind(JP,ME) }

Y<-as.ts(Y)

Z<-list(Time_Series=Y,Statistics=Statistics)

if(plot.ts==FALSE) {

if ( stats$plot==TRUE ) {

plot.stats.5m(x=JP,y=ME,inp.data=list(inp=inp.data$inp,z=SL)) }

return(Z)

```

```

} else {

par(bg="gray94")

plot.ts(as.ts(Y),main="Synthetic-BL Time Series",font.main=2,col.main="blue",
ylab="Rainfall depth(mm)",xlab=paste("TimeStep(h)",time.step,sep=":"),
axes=FALSE,cex.main=2,col="red")

axis(1,at=1:length(Y),font.axis=2,font.lab=2,cex.lab=1.5)

axis(2,at=min(Y):max(Y),las=2,font.axis=2,font.lab=2,cex.lab=1.5)

grid()

box()

if ( stats$plot==TRUE ){

plot.stats.5m(x=JP,y=ME,inp.data=list(inp=inp.data$inp,z=SL)) }

return(Z)

        }

    }

}

```

Οι τρεις βασικές συναρτήσεις operat.mode, disag.test.mode, BLts

Η συνάρτηση BLts

```

BLts<-function(T,BLpar=list(l,f,k,a,v,mx,sx),time.scale=1,plot.ts=FALSE,
exp.data=list(exp=FALSE,filecont="wet.days",days.per.season=31,file.to.exp="BLts.txt"),
inp.data=list(inp=FALSE,file="histdata.txt",mis.val="NA",filecont="wet.days",daily=TRUE,
days.per.season=31),stats=list(print=FALSE,plot=FALSE)) {

q<-BLDaily(T=T,l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,
mx=BLpar$mx,sx=BLpar$sx)

d<-q$Daily_Depth

```

```

e<-q$Hourly_Depth

e<-as.vector(e)

if( time.scale==1 ) { Y<-e } else { Y<-fun(e,h=time.scale) }

if( exp.data$exp==FALSE ) {

Anthrax(Y=Y,l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,mx=BLpar$mx,
sx=BLpar$sx,time.step=time.scale,plot.ts=plot.ts,
inp.data=list(inp=inp.data$inp,file=inp.data$file,mis.val=inp.data$mis.val,
filecont=inp.data$filecont,daily=inp.data$daily,days.per.season=inp.data$days.per.season),
stats=list(print=stats$print,plot=stats$plot))

        } else {

exp.data.5m(q=q,filecont=exp.data$filecont,days.per.season=exp.data$days.per.season,
file.to.exp=exp.data$file.to.exp)

Anthrax(Y=Y,l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,mx=BLpar$mx,
sx=BLpar$sx,time.step=time.scale,plot.ts=plot.ts,
inp.data=list(inp=inp.data$inp,file=inp.data$file,mis.val=inp.data$mis.val,
filecont=inp.data$filecont,daily=inp.data$daily,days.per.season=inp.data$days.per.season),
stats=list(print=stats$print,plot=stats$plot))

        }

}

}

```

Η συνάρτηση operat. mode

```

operat.mode<-function(BLpar=list(l,f,k,a,v,mx,sx),adj=list(da,F,MinNumLevel1Rep,
TotalNumRep),Num.Of.Clusters,stats=list(print=FALSE,plot=FALSE),
exp.data=list(exp=TRUE,filecont="wet.days",file.to.exp="operatmode.txt"),
inp.data=list(file="histdata.txt",mis.val="NA",filecont="all.days",days.per.season=31),
plot.hyet=FALSE) {

```

```

q<-inport.data(mode="daily",x=inp.data$file,y=inp.data$mis.val,z=inp.data$filecont,
w=TRUE,s=inp.data$days.per.season)

d<-q$daily

dd<-q$date

w<-find.clusters(d)

N<-Num.Of.Clusters

if( N>length(w) ) {

N<-length(w)

                } else {

N<-N

                }

w<-w[1:N]

j<-lapply(w,function(w)

final(L=length(w),l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,mx=BLpar$mx,
sx=BLpar$sx,Zhist=w,da=adj$da,F=adj$F,MinNumLevel1Rep=adj$MinNumLevel1Rep,
TotalNumRep=adj$TotalNumRep))

p<-lapply(j,function(j) t(j) )

p<-matrix(unlist(p),ncol=25,byrow=T)

tyu<-1:length(d[d!=0])

b<-d

b[b!=0]<-tyu

ww<-find.clusters(b)

ww<-ww[1:N]

```

```

www<-ww[[length(ww)]]

ert<-which(b==www[length(www)])

daily<-d[1:ert]

net<-which(daily!=0)

dd<-as.matrix(dd)

date<-dd[1:ert,]

if( exp.data$exp==TRUE ) {

    if( exp.data$filecont=="all.days" ) {

pp<-date

pp<-format(pp,scientific=FALSE)

ppp<-matrix(0,ncol=25,nrow=nrow(date))

ppp[net,]<-p

ppp<-round(ppp,digits=2)

ppp<-format(ppp,digits=2,nsmall=2,scientific=FALSE)

aa<-cbind(pp,ppp)

dimnames(aa)<-NULL

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

write.table(aa,file=exp.data$file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,col.names=ii)

    }

    if( exp.data$filecont=="wet.days" ) {

pi<-round(p,digits=2)

pi<-format(pi,digits=2,nsmall=2,scientific=FALSE)

```

```

ppi<-date[net,]

ppi<-format(ppi,scientific=FALSE)

aa<-cbind(ppi,pi)

dimnames(aa)<-NULL

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))
write.table(aa,file=exp.data$file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,col.names=ii)

        }

    }

if( stats$print==FALSE ) {

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

disag.matrix.wet<-cbind(date[net,],p)

colnames(disag.matrix.wet)<-ii

Y<-as.data.frame(disag.matrix.wet)

if(plot.hyet==TRUE) {

ntua<-lapply(w,length);ntua<-unlist(ntua)

ntua<-c(1,ntua);ntua<-cumsum(ntua)

curs<-ntua[-length(ntua)]

plotHyetograph(mode="daily",x=1,y=j,date=date[net,],curs=curs)

        }

return(list(DISAGGREGATED_WET_DAYS=Y))

    }

if(stats$print==TRUE) {

```

```

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

disag.matrix.wet<-cbind(date[net,],p)

colnames(disag.matrix.wet)<-ii

Y<-as.data.frame(disag.matrix.wet)

e<-matrix(0,ncol=24,nrow=nrow(date))

e[net,]<-p[,2:25]

e<-t(e)

e<-as.vector(e)

A<-statistics(mode="daily",d=d,w=w,e=e,j=j,histhourly=1)

if( stats$plot==TRUE ) { plotStats(mode="daily",x=A) }

if( plot.hyet==TRUE ) { ntua<-lapply(w,length)

ntua<-unlist(ntua)

ntua<-c(1,ntua)

ntua<-cumsum(ntua)

curs<-ntua[-length(ntua)]

plotHyetograph(mode="daily",x=1,y=j,date=date[net,],curs=curs)

}

return(list(DISAGGREGATED_WET_DAYS=Y,STATISTICS=A))

}

}

```

Η συνάρτηση disag.test.mode

```

disag.test.mode<-function(BLpar=list(l,f,k,a,v,mx,sx),adj=list(da,F,MinNumLevel1Rep,

```



```

TotalNumRep),Num.Of.Clusters,stats=list(print=FALSE,plot=FALSE),
exp.data=list(exp=TRUE,filecont="wet.days",file.to.exp="BLts.txt",days.per.season=31),
inp.data=list(inp=FALSE,file="histdata.txt",mis.val="NA",filecont="all.days",daily=TRUE,da
ys.per.season=31),plot.hyet=FALSE) {

if(inp.data$inp==FALSE) {

q<-BLDaily(T=800,l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,
mx=BLpar$mx,sx=BLpar$sx)

d<-q$Daily_Depth

e<-q$Hourly_Depth

        } else {

q<-inport.data(mode="hourly",x=inp.data$file,y=inp.data$mis.val,z=inp.data$filecont,
w=inp.data$daily,s=inp.data$days.per.season)

d<-q$daily

e<-q$hourly

e<-t(e)

e<-as.vector(e)

dd<-q$date

        }

w<-find.clusters(d)

N<-Num.Of.Clusters

if( N>length(w) ) {

N<-length(w)

        } else {

N<-N

```

```

    }

w<-w[1:N]

tyu<-1:length(d[d!=0])

b<-d

b[b!=0]<-tyu

ww<-find.clusters(b)

ww<-ww[1:N]

hsthourly<-lapply( ww,function(ww) { cbind("Daily
Depth"=d[which(b==ww[1]):which(b==ww[length(ww)])],
matrix(as.vector(e[(((which(b==ww[1])-1)*24)+1):(24*which(b==ww[length(ww)]))]),
ncol=24,byrow=T,dimnames=list(Days=paste("day",1:length(ww),sep="_"),
"Hourly Depth"=c(paste("hour",1:24,sep="_"))))) } )

j<-lapply( w,function(w)
final(L=length(w),l=BLpar$l,f=BLpar$f,k=BLpar$k,a=BLpar$a,v=BLpar$v,mx=BLpar$mx,
sx=BLpar$sx,Zhist=w,da=adj$da,F=adj$F,MinNumLevel1Rep=adj$MinNumLevel1Rep,
TotalNumRep=adj$TotalNumRep) )

p<-lapply(j,function(j) t(j) )

p<-matrix(unlist(p),ncol=25,byrow=T)

aaA<-ww[[length(ww)]]

oo<-which(b==aaA[length(aaA)])

daily<-d[1:oo]

hourly<-e[1:(oo*24)]

if(inp.data$inp==FALSE) {

a<-matrix(hourly,ncol=24,byrow=T)

```

```

b<-cbind(daily,a)

dimnames(b)<-NULL

g<-rep(1:exp.data$days.per.season,times=floor(length(daily)/exp.data$days.per.season))

if(length(g)==nrow(b)) {

  h<-g

                                } else {

if( length(g)==0 ){ h<-1:length(daily)} else { h<-c(g,1:(length(daily)-length(g))) }

if( (ceiling(length(h)/exp.data$days.per.season) )==1) {

z<-rep(1,times=length(daily))

                                } else {

if ( length(h)/exp.data$days.per.season==floor(length(h)/exp.data$days.per.season) ){

z<-rep(1:(length(h)/exp.data$days.per.season),

times=rep(exp.data$days.per.season,times=length(h)/exp.data$days.per.season))

} else {

GAM<-floor(length(h)/exp.data$days.per.season)

z<-rep(1:(ceiling(length(h)/exp.data$days.per.season)),

times=c(rep(exp.data$days.per.season,times=GAM),length(daily)-

exp.data$days.per.season*GAM))

    }

                                }

date<-cbind(h,z)

dimnames(date)<-NULL

} else { date<-dd[1:oo,] }

```

```

histor.matrix<-cbind(date,daily,matrix(hourly,ncol=24,byrow=TRUE))

kk<-which(histor.matrix[, (ncol(histor.matrix)-24)]!=0)

histor.matrix.wet<-histor.matrix[kk,]

disag.matrix<-histor.matrix

disag.matrix[kk,(ncol(disag.matrix)-24):ncol(disag.matrix)]<-p

disag.matrix.wet<-disag.matrix[kk,]

if(exp.data$exp==TRUE) {

    if(exp.data$filecont=="all.days") {

pp<-disag.matrix[, (ncol(disag.matrix)-24):ncol(disag.matrix)]

pp<-round(pp,digits=2)

pp<-format(pp,digits=2,nsmall=2,scientific=FALSE)

ppp<-format(disag.matrix[, -c((ncol(disag.matrix)-24):ncol(disag.matrix))],
nsmall=0,scientific=FALSE)

aa<-cbind(ppp,pp)

if(inp.data$inp==FALSE) { ii<-c("Day", "Season", "Daily", paste("hour",1:24,sep=""))

} else {

ii<-c("Day", "Season", "Year", "Daily", paste("hour",1:24,sep=""))

}

write.table(aa,file=exp.data$file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,col.names=ii)

}

if(exp.data$filecont=="wet.days") {

pp<-disag.matrix.wet[, (ncol(disag.matrix.wet)-24):ncol(disag.matrix.wet)]

pp<-round(pp,digits=2)

```

```

pp<-format(pp,digits=2,nsmall=2,scientific=FALSE)

ppp<-format(disag.matrix.wet[,-c((ncol(disag.matrix.wet)-24):ncol(disag.matrix.wet))],
nsmall=0,scientific=FALSE)

aa<-cbind(ppp,pp)

if(inp.data$inp==FALSE) {

ii<-c("Day","Season","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

} else {

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

}

write.table(aa,file=exp.data$file.to.exp,sep="\t",quote=F,row.names=F,col.names=ii)

}

}

if(stats$print==FALSE) {

if(inp.data$inp==FALSE) { ii<-c("Day","Season","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

} else {

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

}

colnames(disag.matrix.wet)<-ii

Y<-as.data.frame(disag.matrix.wet)

if(plot.hyet==TRUE) {

ntua<-lapply(w,length)

ntua<-unlist(ntua)

ntua<-c(1,ntua)

```

```

ntua<-cumsum(ntua)

curs<-ntua[-length(ntua)]

plotHyetograph(mode="hourly",x=histhourly,y=j,date=date[kk,],curs=curs)

        }

return(list(DISAGGREGATED_WET_DAYS=Y))

        }

if(stats$print==TRUE) {

if(inp.data$inp==FALSE) {

ii<-c("Day","Season","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

        } else {

ii<-c("Day","Season","Year","Daily",paste("hour",1:24,sep=""))

        }

colnames(disag.matrix.wet)<-ii

Y<-as.data.frame(disag.matrix.wet)

A<-statistics(mode="hourly",d=d,histhourly=histhourly,w=w,e=e,j=j)

if(stats$plot==TRUE) { plotStats(mode="hourly",x=A) }

if(plot.hyet==TRUE) { ntua<-lapply(w,length)

ntua<-unlist(ntua)

ntua<-c(1,ntua)

ntua<-cumsum(ntua)

curs<-ntua[-length(ntua)]

plotHyetograph(mode="hourly",x=histhourly,y=j,date=date[kk,],curs=curs)

```

```
}
```

```
return(list(DISAGGREGATED_WET_DAYS=Y,STATISTICS=A))
```

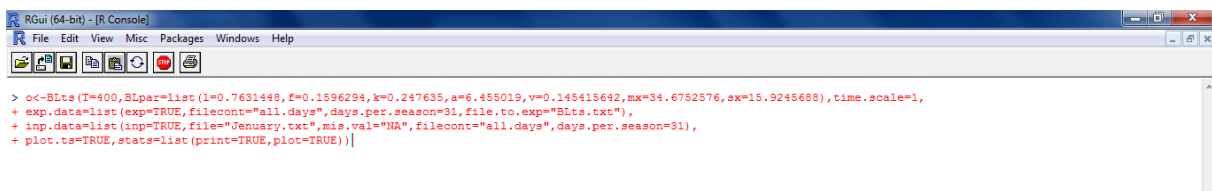
```
}
```

```
}
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

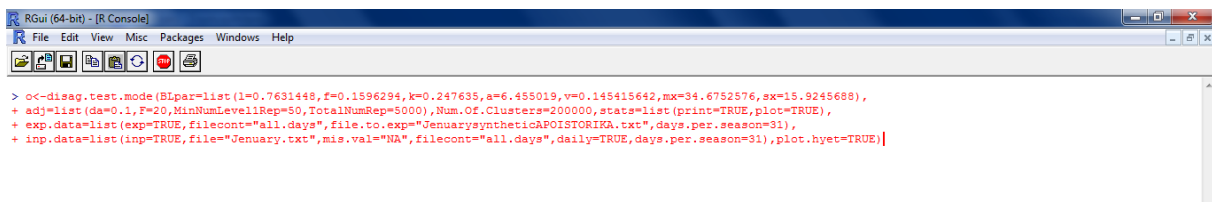
Στο συγκεκριμένο παράρτημα παρατίθενται οι βασικές φόρμες (γραφήματα και αποτελέσματα), όπως αυτές προέκυψαν από την εφαρμογή του πακέτου HYETOS-R στα βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού του Dane End για το μήνα Ιανουάριο. Αντίστοιχες φόρμες παράγονται και για το μήνα Ιούνιο. Συνοπτικά τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 6 με στόχο την άμεση και εποπτική αξιολόγηση του πακέτου, της μεθόδου επιμερισμού και του μοντέλου Bartlett - Lewis. Οι εικόνες και τα γραφήματα που ακολουθούν είναι ενδεικτικές και έχουν προκύψει από τις συναρτήσεις `disag.test.mode` και `BLts`.

Οι εικόνες (B.1-B.2) αποτυπώνουν τις εντολές (συναρτήσεις) που πρέπει να δοθούν στο βασικό παράθυρο της R (R console) για να λειτουργήσει το πρόγραμμα HYETOS-R. Οι εικόνες (B.3-B.4) αποτελούν τα αρχεία εισόδου και εξόδου, αντίστοιχα. Οι εικόνες (B.5-B.11) δίνουν τα γραφήματα που μπορούν να παραχθούν από τη συνάρτηση `disag.test.mode` και `operat.mode`, ενώ οι εικόνες (B.12-B.14) δίνουν τα γραφήματα που μπορούν να παραχθούν από τη συνάρτηση `BLts`.



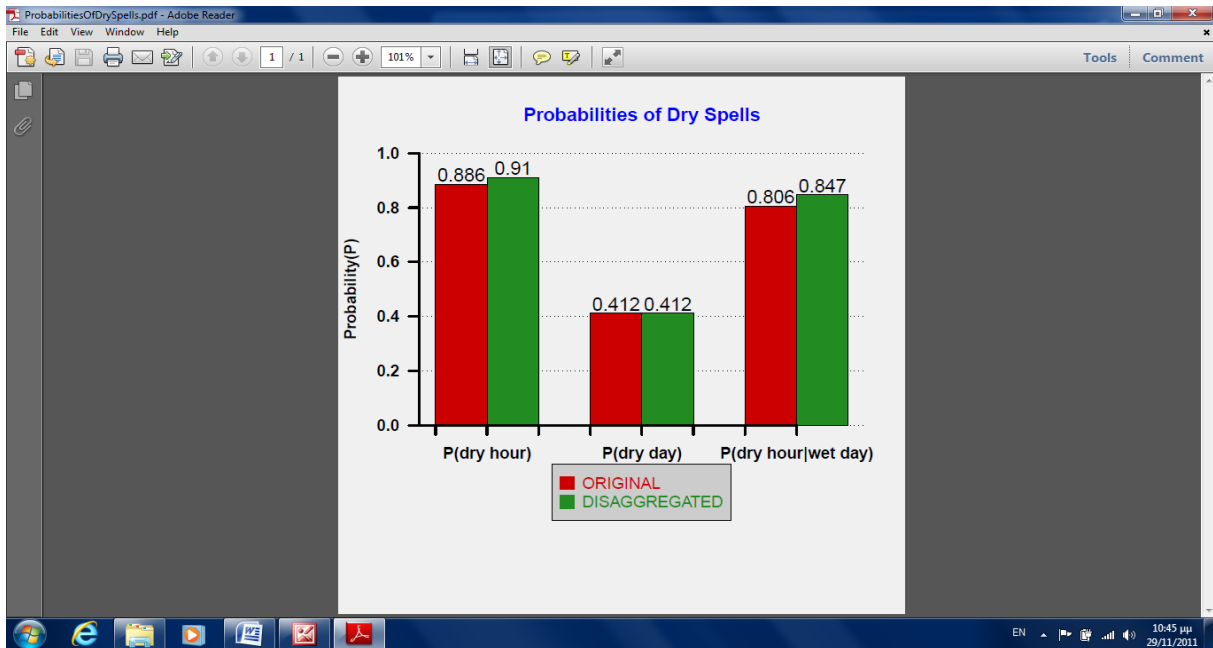
```
> ok-BLts(T=400,BLpar=list(l=0.7631448,f=0.1596294,k=0.247635,a=6.455019,v=0.145415642,mx=34.6752576,sx=15.9245688),time.scale=1,
+ exp.data=list(exp=TRUE,filecont="all.days",days.per.season=31,file.to.exp="BLts.txt"),
+ inp.data=list(inp=TRUE,file="January.txt",mis.val="NA",filecont="all.days",days.per.season=31),
+ plot.ts=TRUE,stats=list(print=TRUE,plot=TRUE))
```

Εικόνα B.1: Η συνάρτηση `BLts` για την παραγωγή των συνθετικών ωριαίων υψών βροχής.

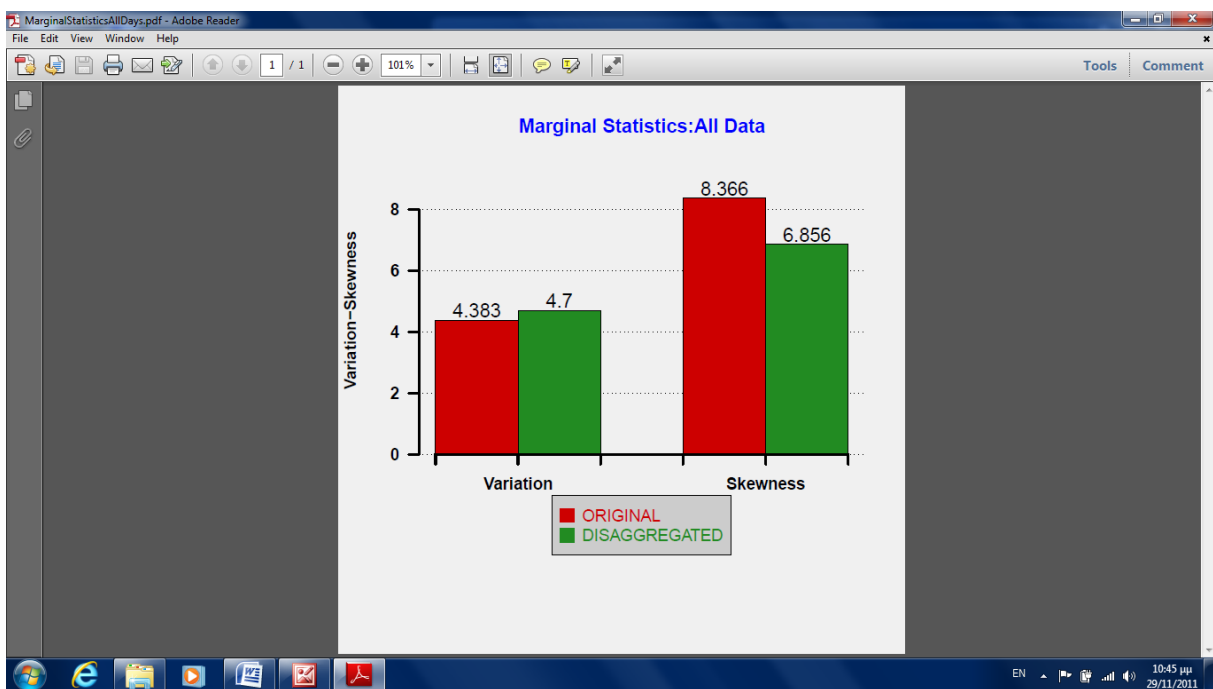


```
> ok-disag.test.mode(BLpar=list(l=0.7631448,f=0.1596294,k=0.247635,a=6.455019,v=0.145415642,mx=34.6752576,sx=15.9245688),
+ adj=list(da=0.1,F=20,MinNumLevelRep=50,TotalNumRep=5000),Num.Of.Clusters=200000,stats=list(print=TRUE,plot=TRUE),
+ exp.data=list(exp=TRUE,filecont="all.days",file.to.exp="JanuarysyntheticAPOISTORIKA.txt",days.per.season=31),
+ inp.data=list(inp=TRUE,file="January.txt",mis.val="NA",filecont="all.days",daily=TRUE,days.per.season=31),plot.hyet=TRUE)
```

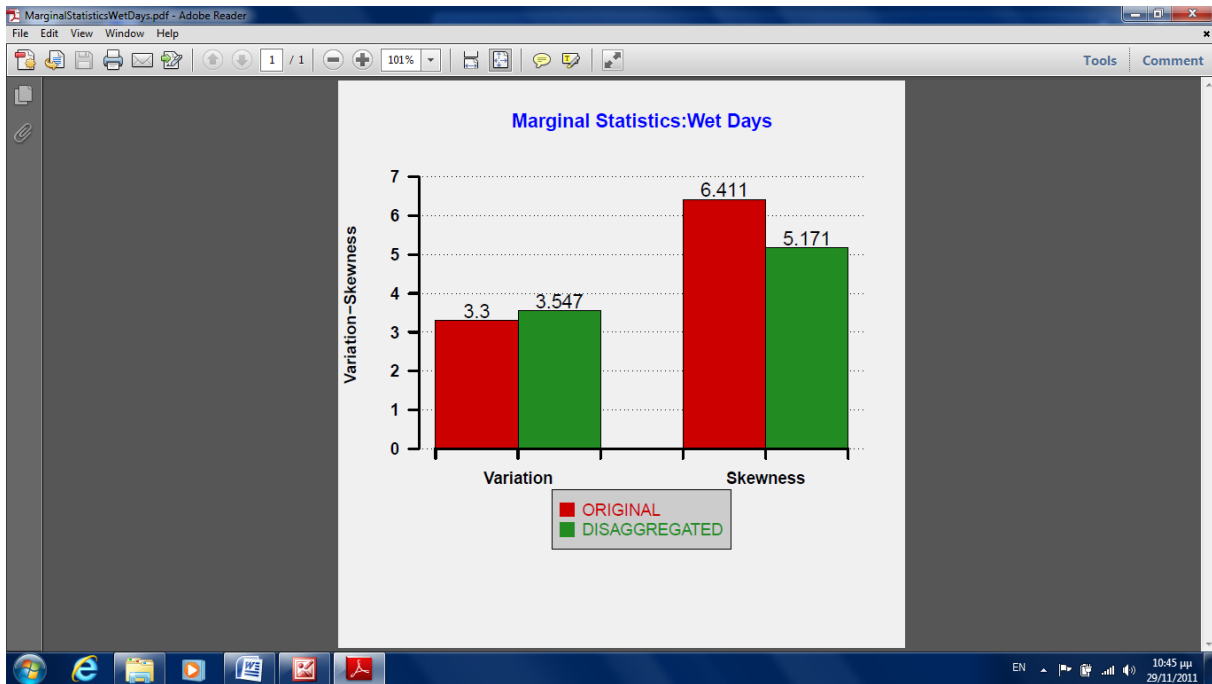
Εικόνα B.2: Η συνάρτηση `disag.test.mode` για τον επιμερισμό των συνθετικών και ιστορικών ημερήσιων υψών βροχής.



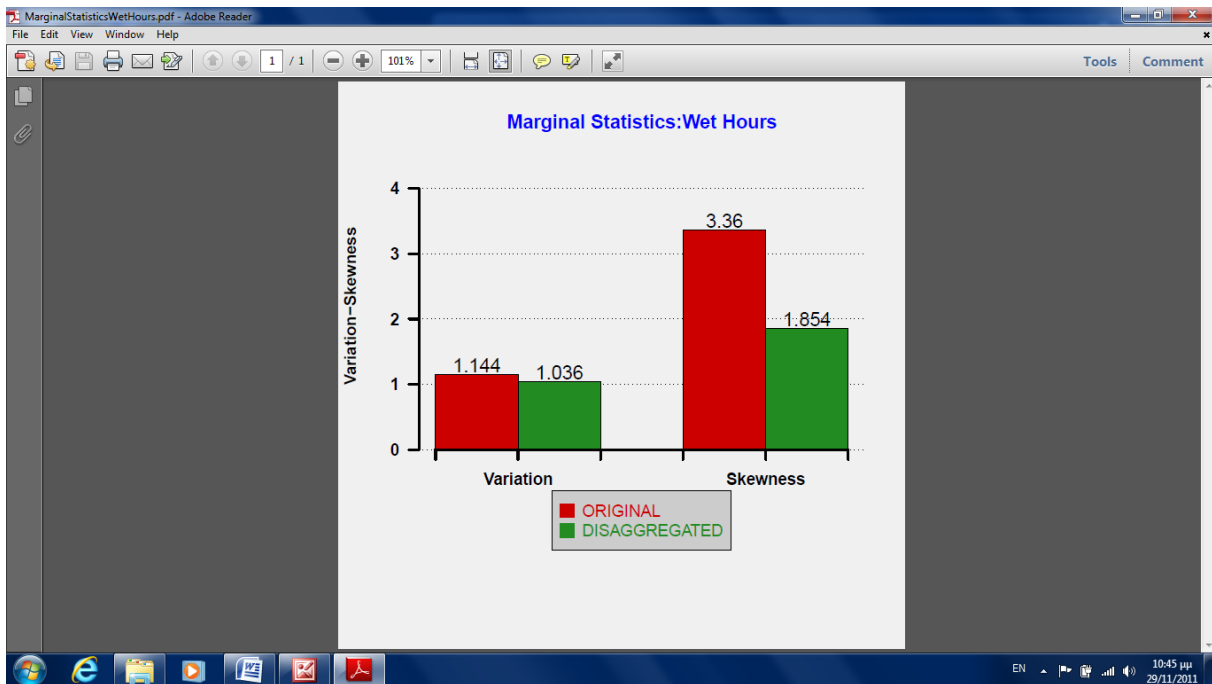
Εικόνα Β.5: Ραβδογράμματα σύγκρισης με τις πιθανότητες στεγνών περιόδων. Οι κόκκινες ράβδοι αντιστοιχούν στα ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, ενώ οι πράσινες στα συνθετικά από επιμερισμό.



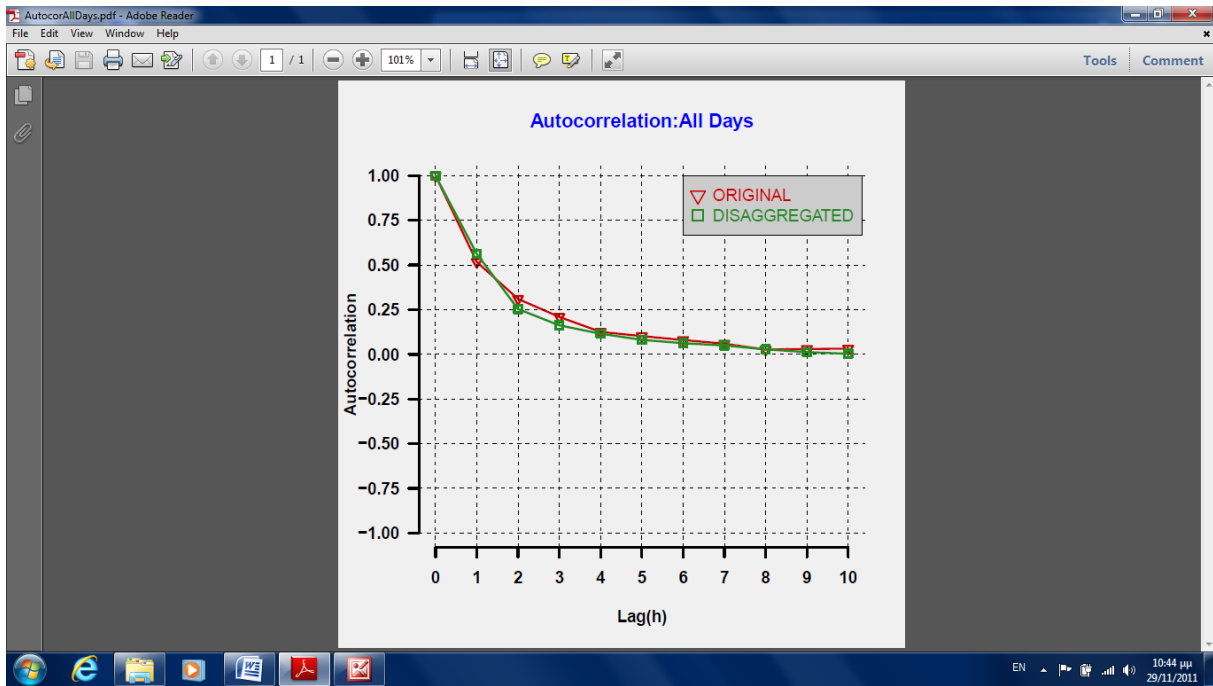
Εικόνα Β.6: Ραβδογράμματα σύγκρισης των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας των ωριαίων υψών βροχής, όλων των ημερών. Οι κόκκινες ράβδοι αντιστοιχούν στα ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, ενώ οι πράσινες στα συνθετικά από επιμερισμό.



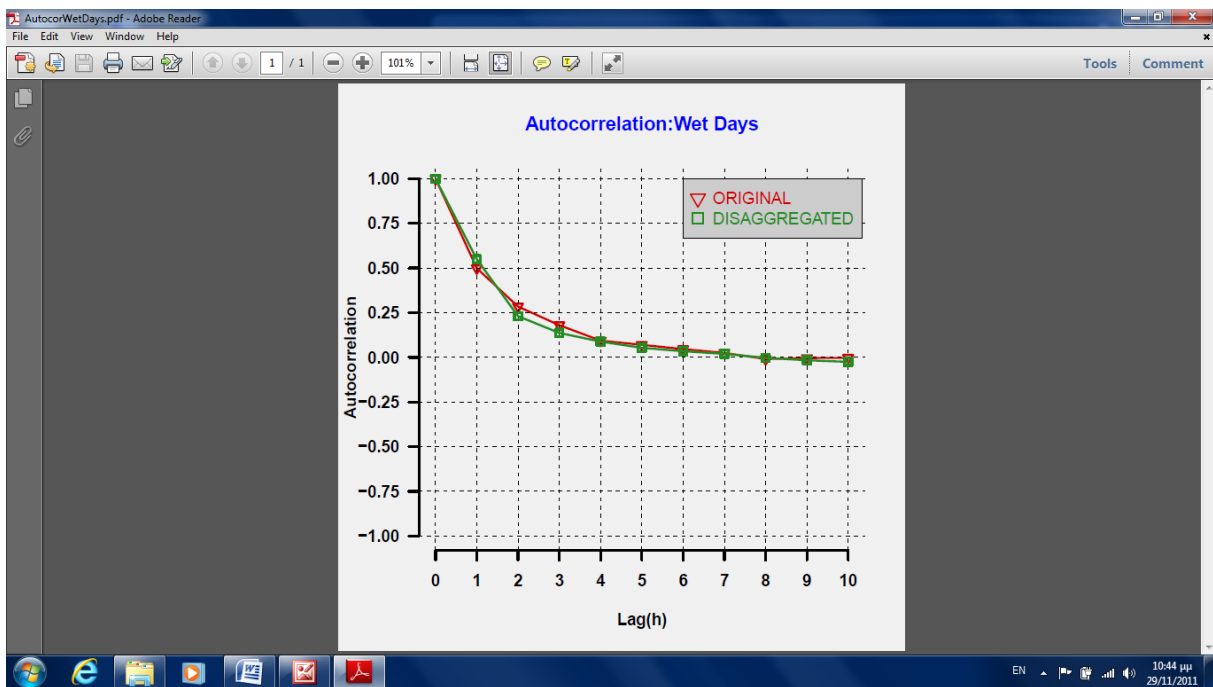
Εικόνα Β.7: Ραβδογράμματα σύγκρισης των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας των ωριαίων υψών βροχής που ανήκουν σε βροχερές ημέρες. Οι κόκκινες ράβδοι αντιστοιχούν στα ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, ενώ οι πράσινες στα συνθετικά από επιμερισμό.



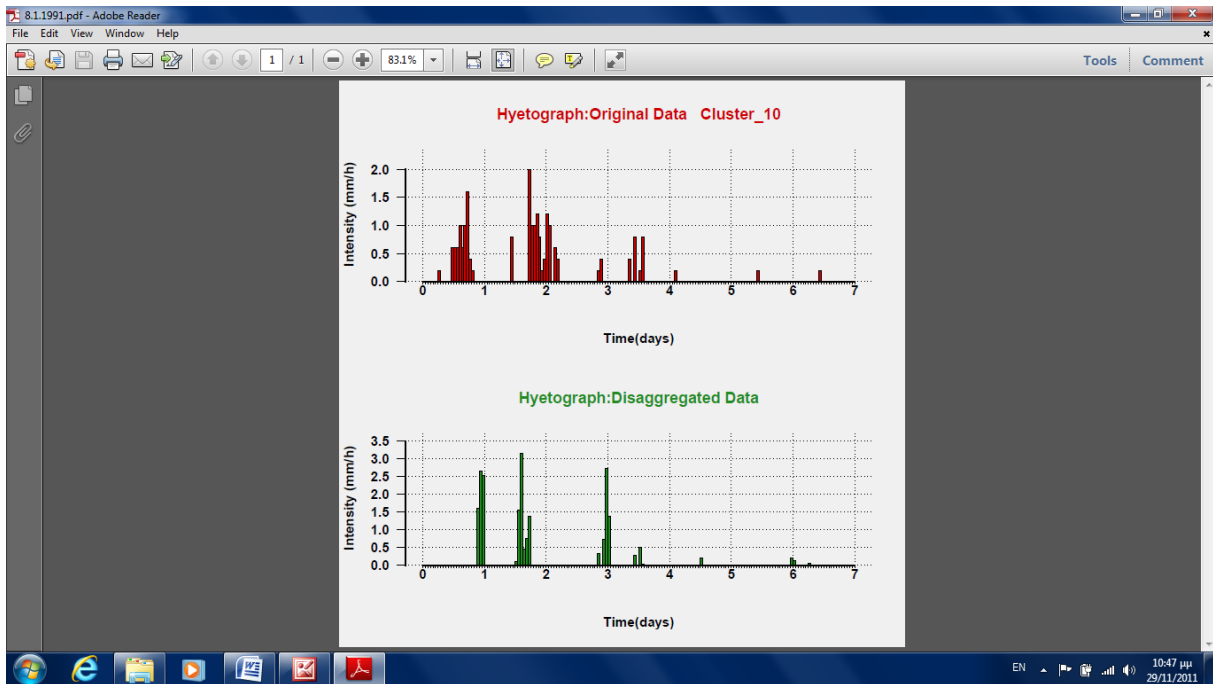
Εικόνα Β.8: Ραβδογράμματα σύγκρισης των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας των βροχερών ωρών. Οι κόκκινες ράβδοι αντιστοιχούν στα ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, ενώ οι πράσινες στα συνθετικά από επιμερισμό.



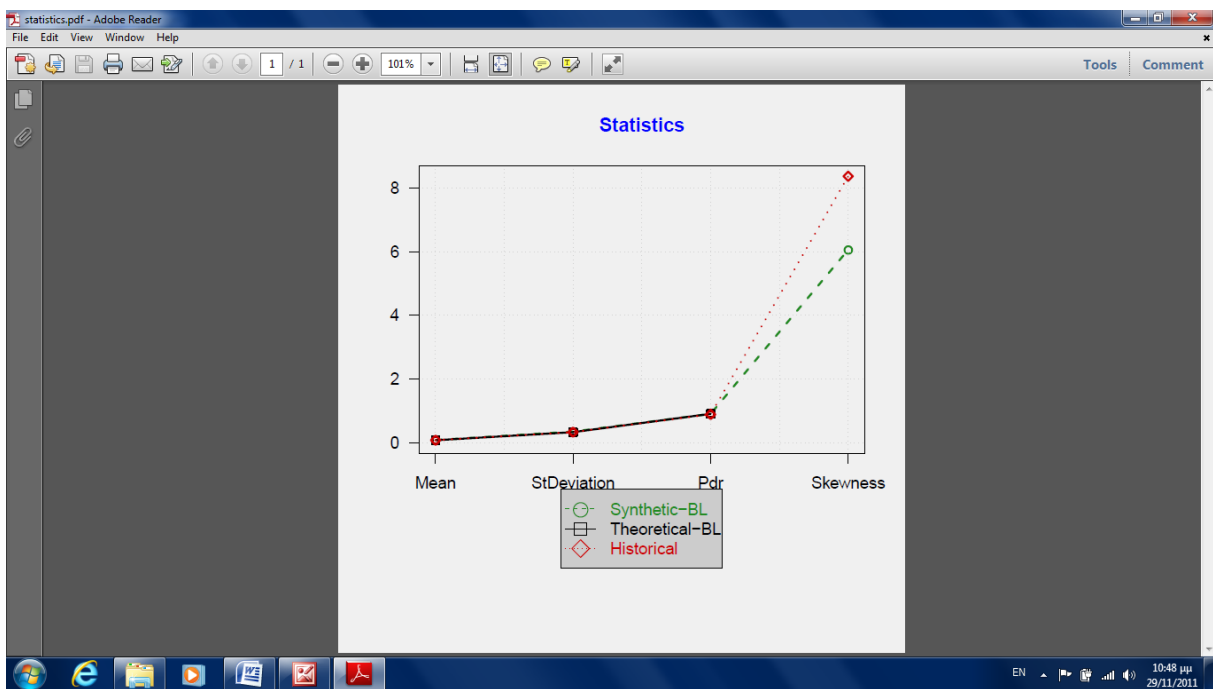
Εικόνα Β.9: Αυτοσυσχετόγραμμα των ωριαίων υψών βροχής, όλων των ημερών. Η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων, ενώ η πράσινη σε αυτούς των συνθετικών από επιμερισμό.



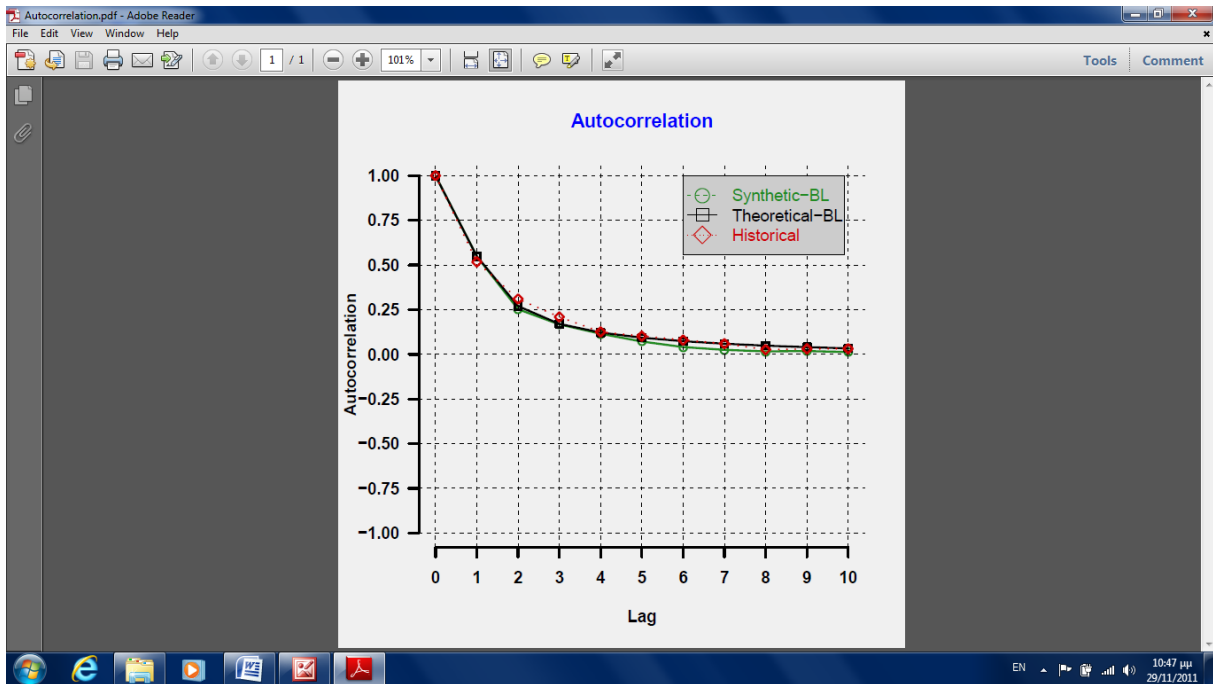
Εικόνα Β.10: Αυτοσυσχετόγραμμα των ωριαίων υψών βροχής, που ανήκουν σε βροχερές ημέρες. Η κόκκινη γραμμή αντιστοιχεί στους συντελεστές αυτοσυσχέτισης των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων, ενώ η πράσινη σε αυτούς των συνθετικών, από επιμερισμό.



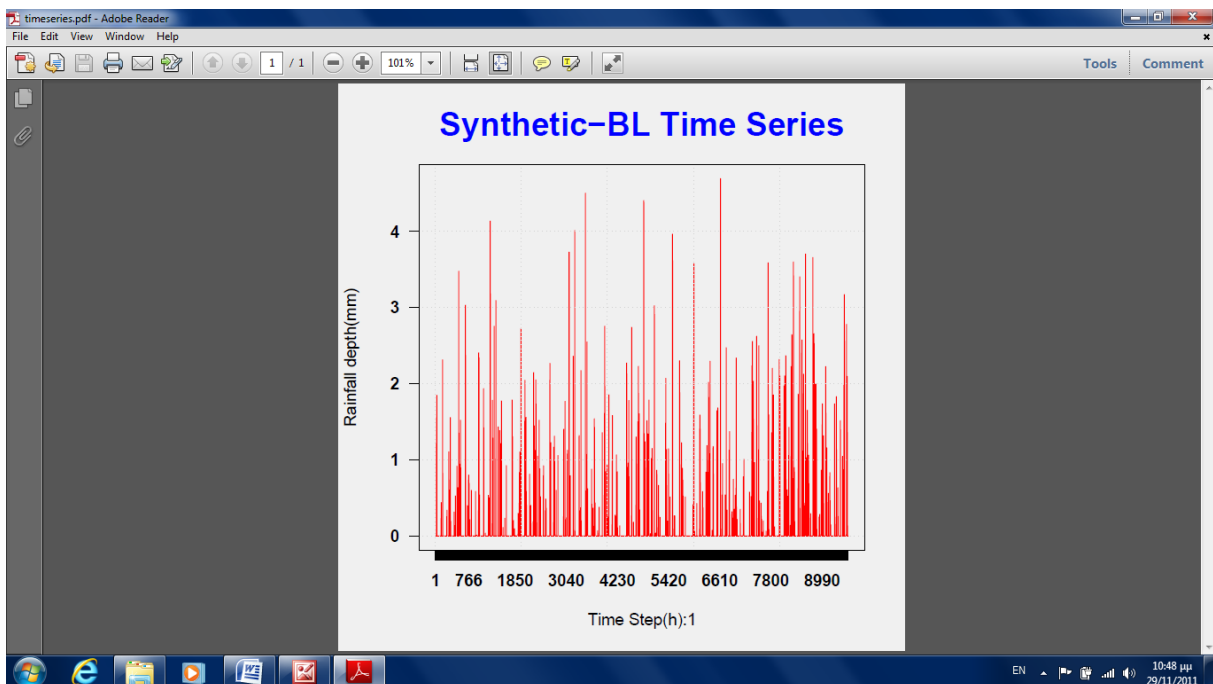
Εικόνα Β.11: Υετογράφημα ομάδας βροχερών ημερών. Το επάνω υετογράφημα (κόκκινο) αντιστοιχεί στα ιστορικά δεδομένα, ενώ το κάτω (πράσινο) στα συνθετικά.



Εικόνα Β.12: Βασικά στατιστικά μεγέθη ιστορικών και συνθετικών ωρικών υψών βροχής, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett - Lewis. Με μαύρο χρώμα δίνονται τα θεωρητικά στατιστικά μεγέθη, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett - Lewis.



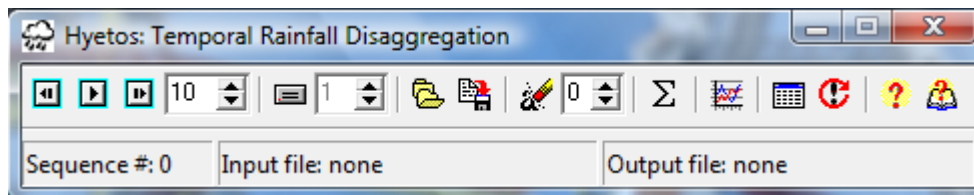
Εικόνα Β.13: Αυτοσυσχετόγραμμα ιστορικών και συνθετικών ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett - Lewis. Με μαύρο χρώμα δίνονται οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης όπως αυτοί έχουν προκύψει από την εξίσωση του μοντέλου Bartlett - Lewis.



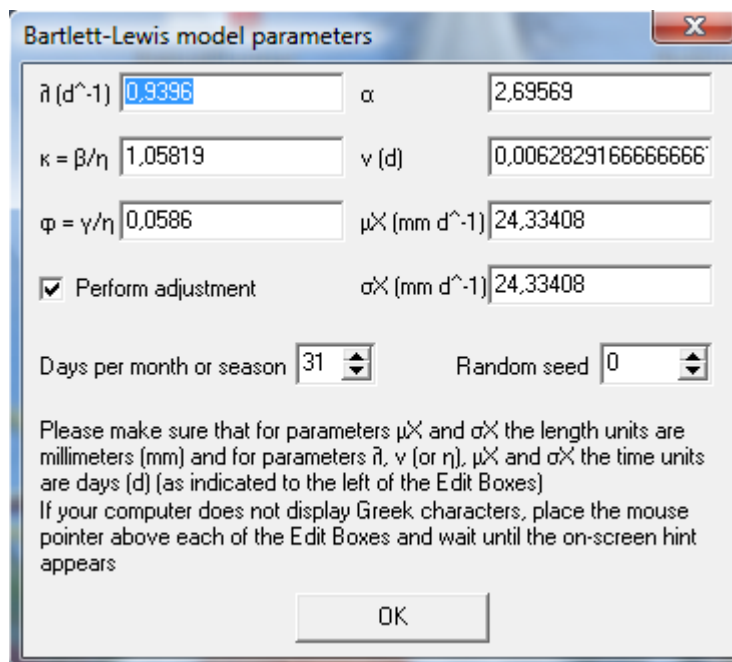
Εικόνα Β.14: Γράφημα της συνθετικής χρονοσειράς ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτή έχει παραχθεί από το μοντέλο Bartlett - Lewis.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Σε αυτό το παράρτημα παρατίθενται κάποιες βασικές φόρμες (παράθυρα) του λογισμικού HYETOS, όπως αυτό αναπτύχθηκε από τους Κουτσογιάννη και Ονοφ (2000, 2001). Τα παρακάτω σχήματα είναι ενδεικτικά.



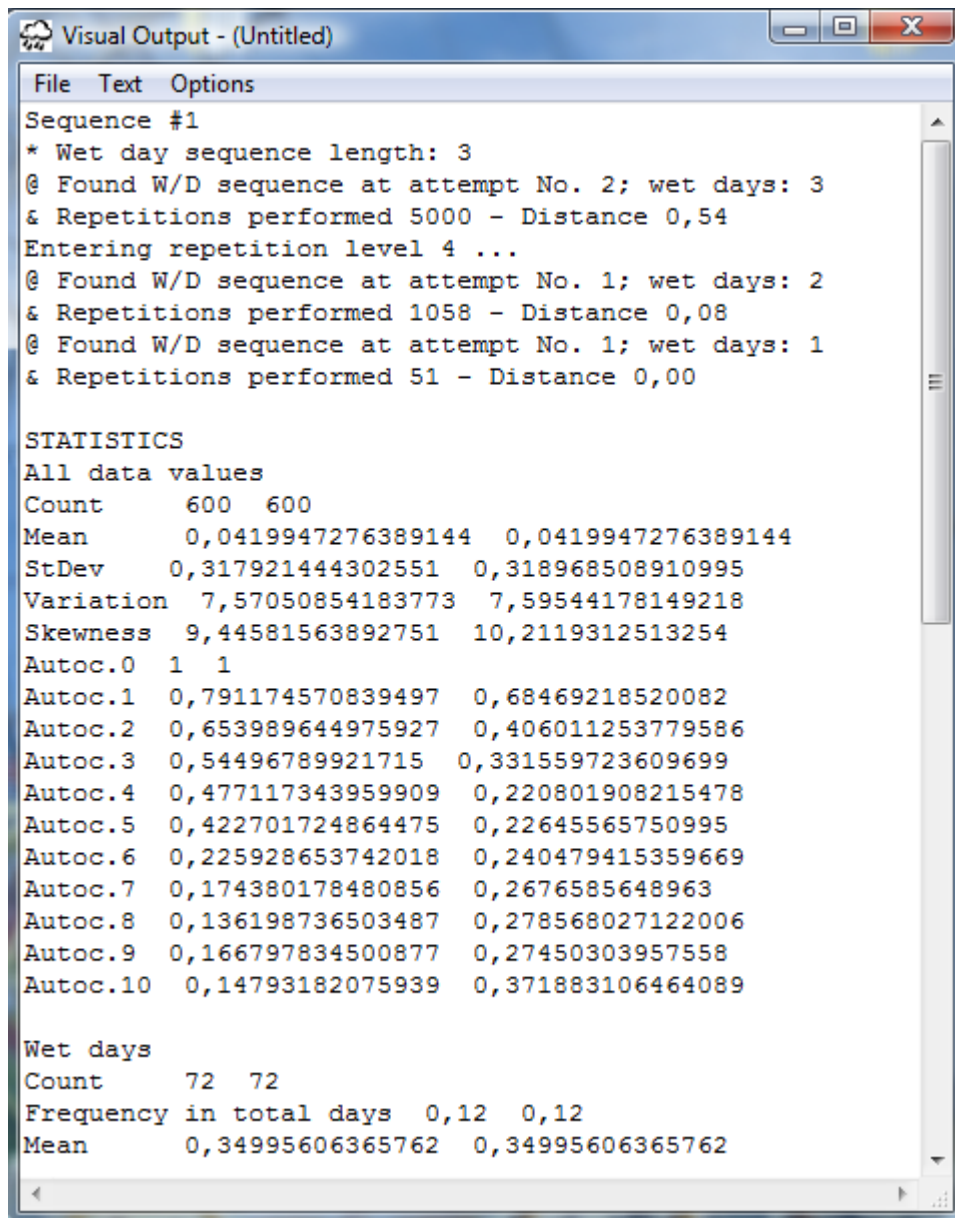
Εικόνα Γ.1: Το κύριο παράθυρο διαλόγου του προγράμματος.



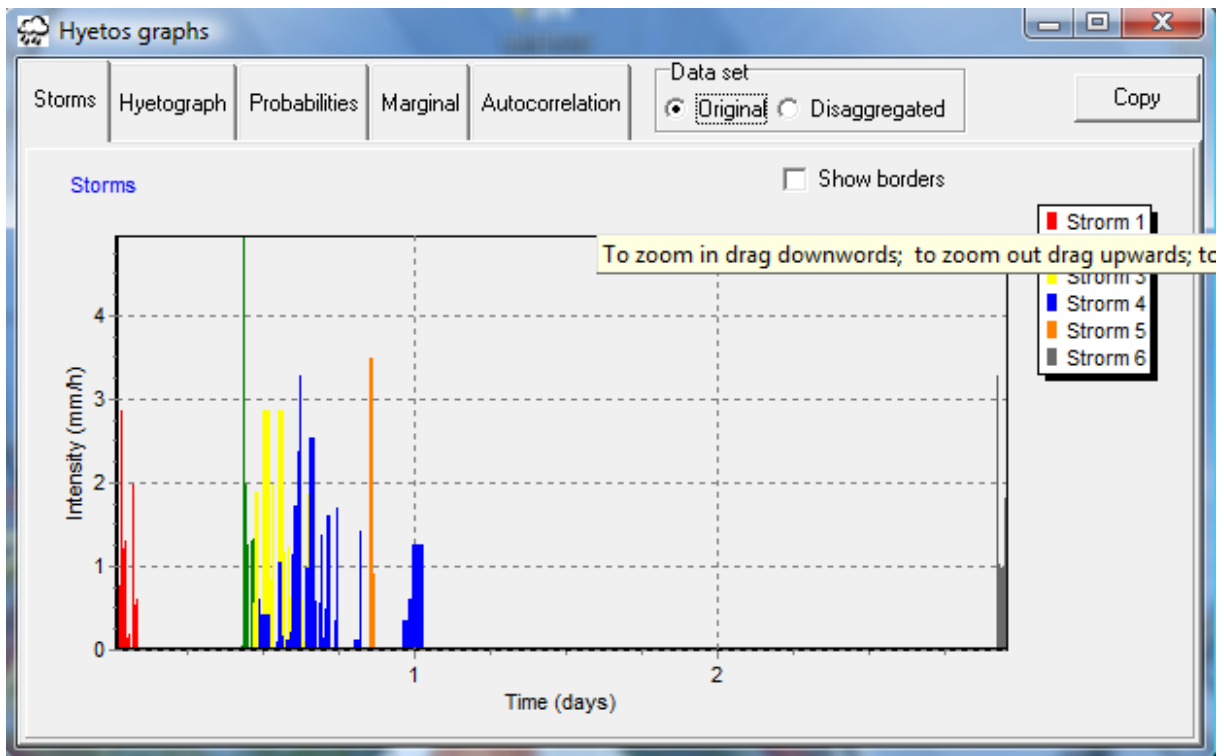
Εικόνα Γ.2: Παράθυρο επιλογής των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett – Lewis. Επίσης, μέσω αυτού προσδιορίζεται ο αριθμός των ημερών κάθε περιόδου καθώς και αν θα γίνει επιμερισμός ή απλά γέννηση συνθετικών χρονοσειρών.



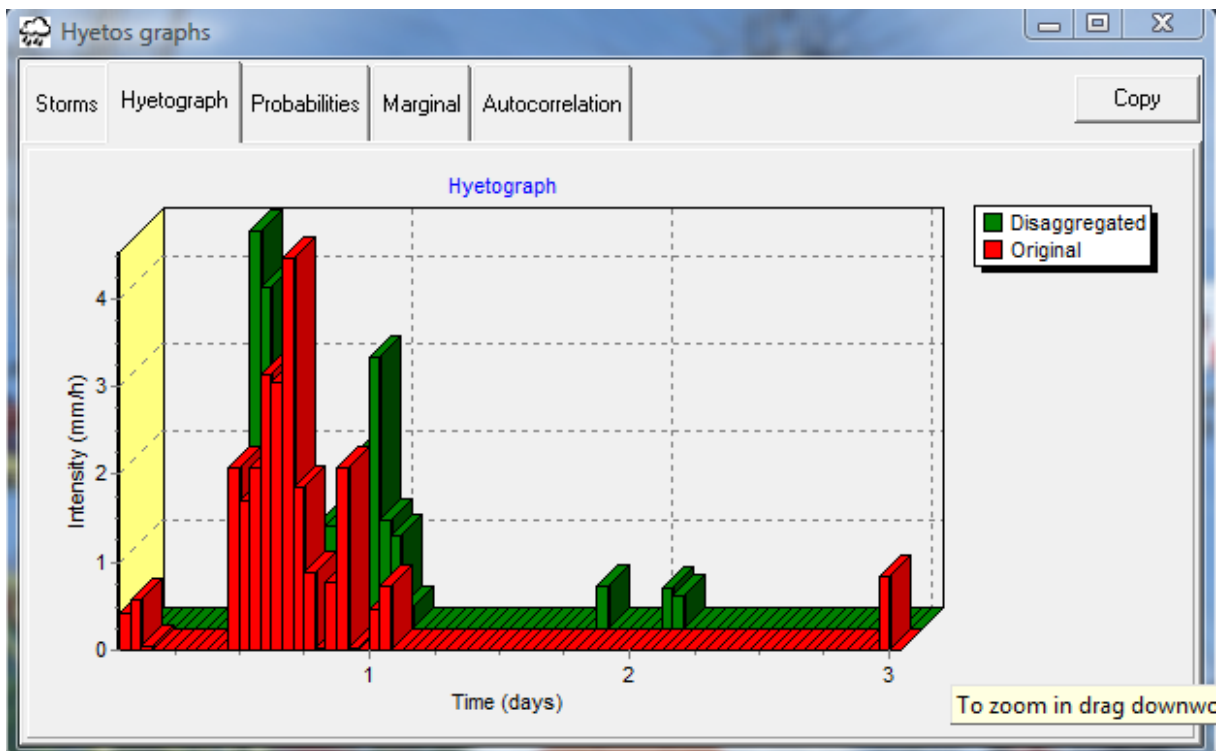
Εικόνα Γ.3: Παράθυρο για την επιλογή των παραμέτρων της επαναληπτική διαδικασία.



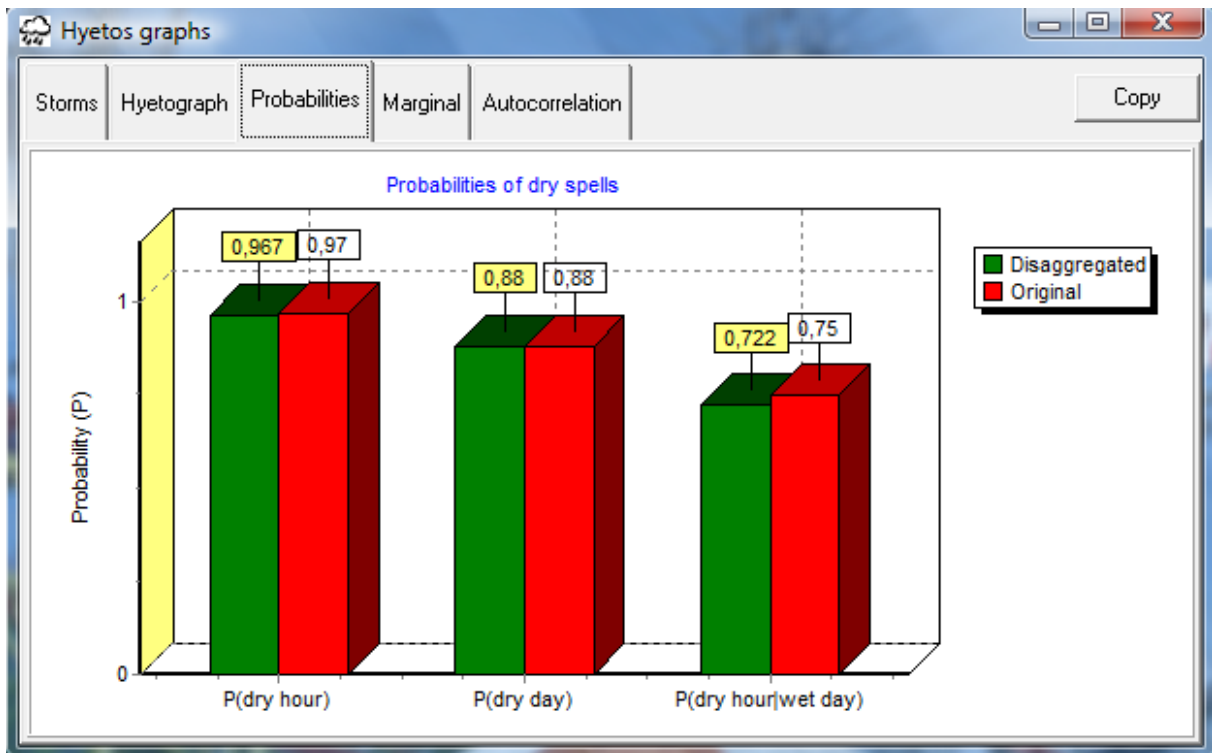
Εικόνα Γ.4: Παράθυρο εξαγωγής των παραγόμενων καταγίδων και παλμών, και των στατιστικών μεγεθών των ωριαίων υψών βροχής.



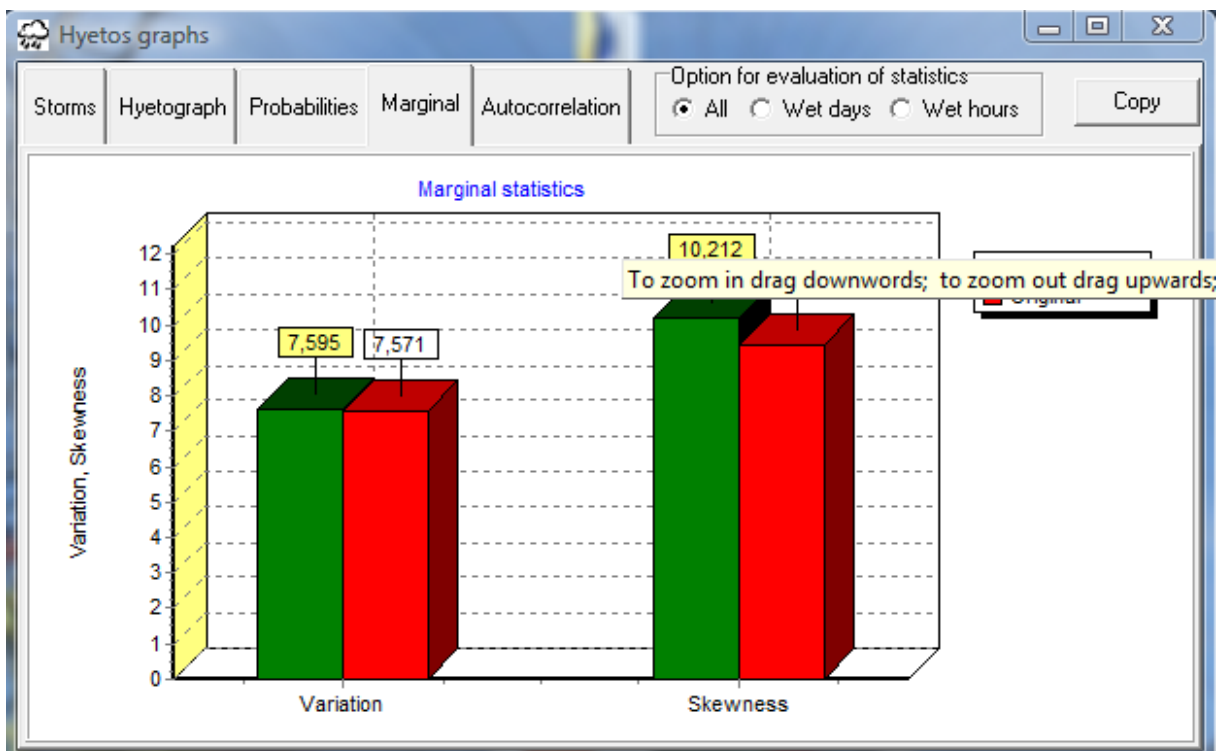
Εικόνα Γ.5: Γραφική απεικόνιση των καταιγίδων, που παράγει το μοντέλο Bartlett – Lewis.



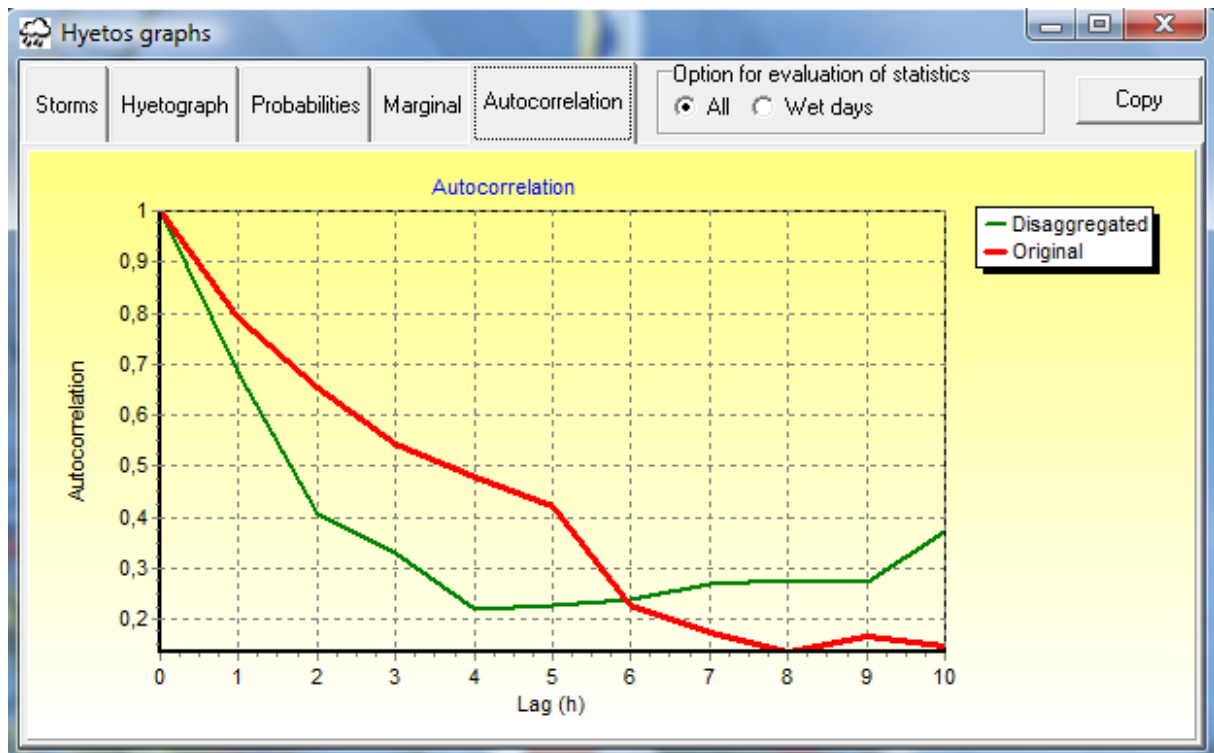
Εικόνα Γ.6: Υετογράφημα των ιστορικών και συνθετικών υψών βροχής, κάποιας ακολουθίας βροχερών ημερών.



Εικόνα Γ.7: Γραφική απεικόνιση της σύγκρισης, της πιθανότητας μη μηδενικών υψών βροχής, των συνθετικών και ιστορικών χρονοσειρών.



Εικόνα Γ.8: Γραφική απεικόνιση της σύγκρισης των ιστορικών και συνθετικών διασπορών και συντελεστών ασυμμετρίας.



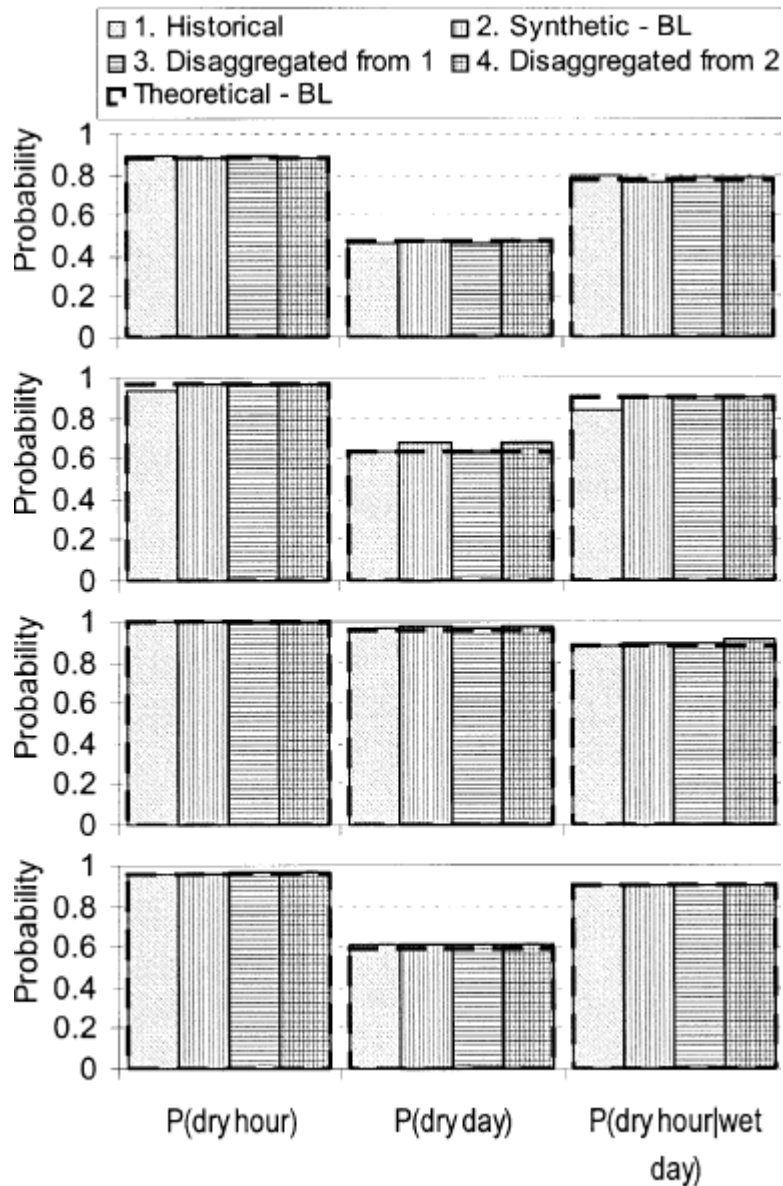
Εικόνα Γ.9: Γραφική απεικόνιση της σύγκρισης των ιστορικών και συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ

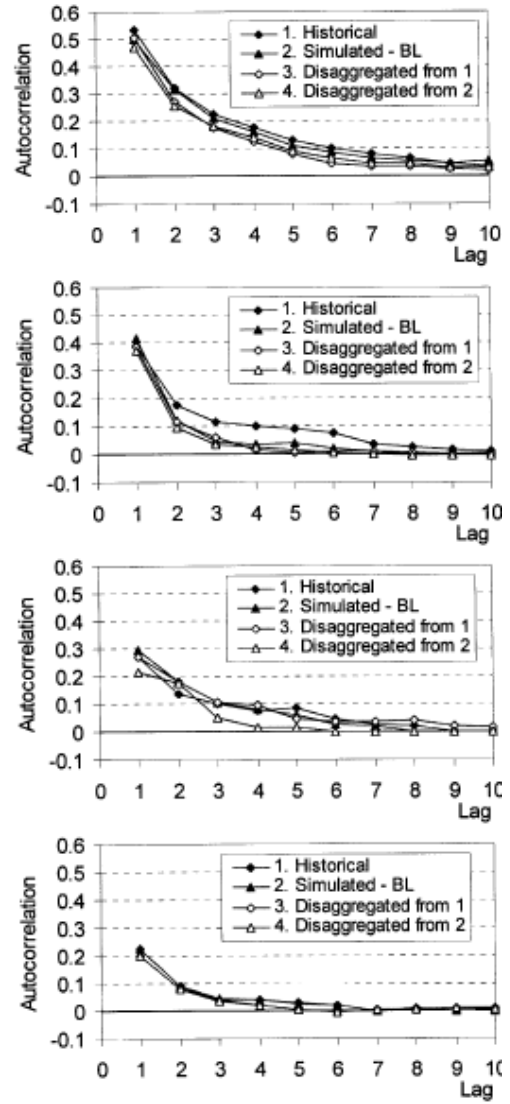
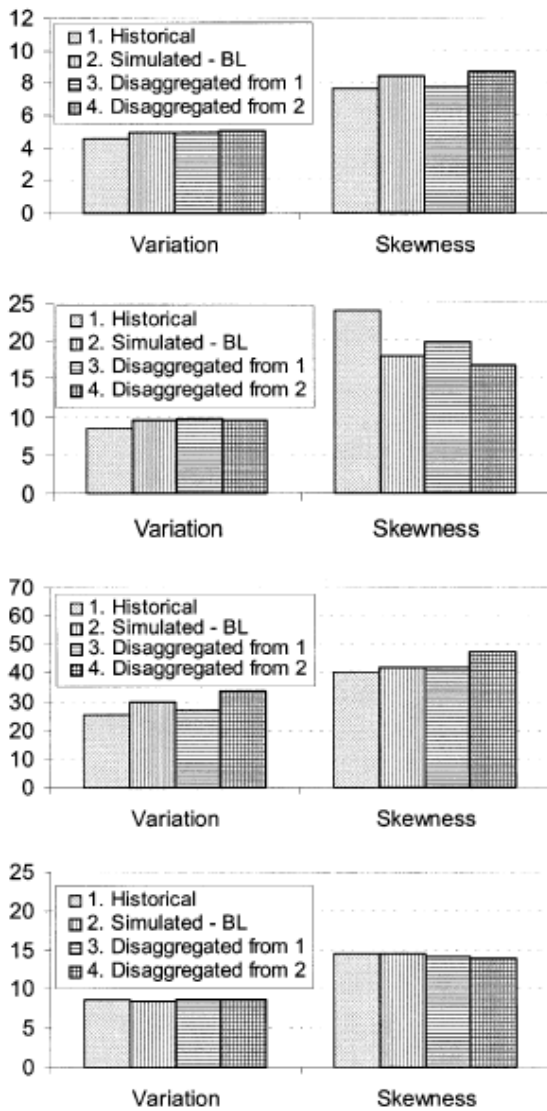
Στο παράρτημα αυτό, για λόγους πληρότητας της εργασίας, παρατίθενται τα γραφήματα που απεικονίζουν τη σύγκριση μεταξύ των ιστορικών και συνθετικών στατιστικών μεγεθών, όπως αυτά προέκυψαν από την εφαρμογή του λογισμικού HYETOS, για τις ωριαίες χρονοσειρές του Heathrow και του Walnut Gulch (Koutsoyiannis and Onof, 2001). Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν οι δυο μελετητές, από την εφαρμογή αυτή, παρουσιάζονται στην (ενότητα 4.3.8).

Rain gauge		Heathrow airport		Walnut Gulch Gauge 13	
		January	July	May	July
Month					
Record length (yr)		39 (1949–87)	39 (1949–87)	36 (1955–90)	36 (1955–90)
Total number wet days		641	447	43	1116
Number of clusters of wet days		232	201	34	219
Monthly rainfall	Mean (mm)	50.04	50.96	3.62	84.22
	Standard deviation (mm)	23.09	28.39	5.31	39.85
Daily rainfall	Mean (mm)	1.61	1.64	0.12	2.72
	Standard deviation (mm)	3.05	4.79	0.92	6.21
Hourly rainfall	Mean (mm)	0.067	0.068	0.005	0.113
	Standard deviation (mm)	0.305	0.580	0.124	0.956
Proportion dry	Daily	0.466	0.630	0.966	0.613
	Hourly	0.891	0.939	0.966	0.961
Parameters of BL model	α	5.675	3.038	17.624	96.612
	κ	0.5551	0.5509	0.0726	0.1983
	ϕ	0.1011	0.1037	0.0120	0.1261
	λ (d^{-1})	0.6386	0.4405	0.0352	0.4977
	μ_{λ} (mm d^{-1})	20.33	118.56	357.21	270.34
	ν (d)	0.0896	0.0102	0.0220	0.7506

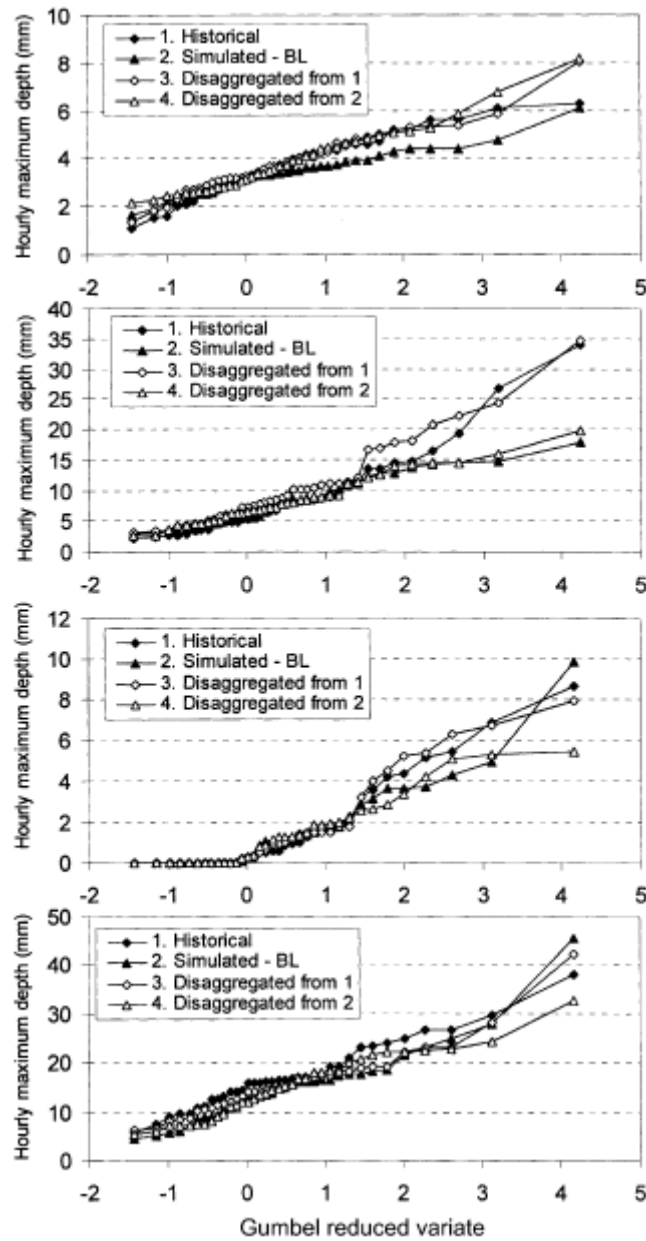
Πίνακας Δ.1: Στατιστικά χαρακτηριστικά των βροχομετρικών δεδομένων και παράμετροι του τυχαίου μοντέλου Bartlett - Lewis (πηγή: Κουτσογιάννης και Onof, 2001).



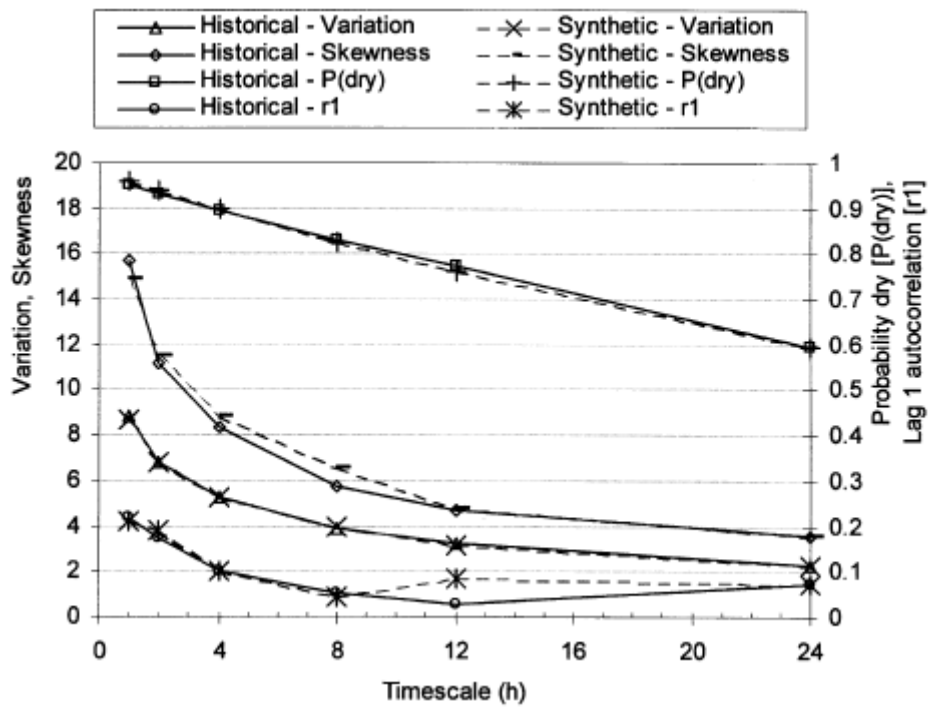
Πίνακας Δ.2: Σύγκριση πιθανοτήτων βροχερών/στεγνών περιόδων. Οι δύο πρώτες γραμμές αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του Heathrow για τους μήνες Ιανουάριο και Ιούλιο, αντίστοιχα. Η τρίτη και τέταρτη γραμμή αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού Walnut Gulch 13, για τους μήνες Μάιο και Ιούλιο, αντίστοιχα (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001).



Πίνακας Δ.3: Στα γραφήματα της αριστερή στήλη απεικονίζεται η σύγκριση των συντελεστών μεταβλητότητας και ασυμμετρίας, ενώ στα γραφήματα της δεξιάς στήλης απεικονίζεται η σύγκριση της δομής αυτοσυσχέτισης. Οι δύο πρώτες γραμμές αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του Heathrow για τους μήνες Ιανουάριο και Ιούλιο, αντίστοιχα. Η τρίτη και τέταρτη γραμμή αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού Walnut Gulch 13, για τους μήνες Μάιο και Ιούλιο, αντίστοιχα (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001).



Πίνακας Δ.4: Ιστορικές και συνθετικές συναρτήσεις κατανομής της μέγιστης ωριαίας βροχής. Οι δύο πρώτες γραμμές αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του Heathrow για τους μήνες Ιανουάριο και Ιούλιο, αντίστοιχα. Η τρίτη και τέταρτη γραμμή αντιστοιχούν στα βροχομετρικά δεδομένα του σταθμού Walnut Gulch 13, για τους μήνες Μάιο και Ιούλιο, αντίστοιχα (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001).



Πίνακας Δ.5: Σύγκριση του συντελεστή μεταβλητότητας και ασυμετρίας, της πιθανότητας ανομβρίας και του συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης μεταξύ συνθετικών και ιστορικών υψών βροχής για διάφορες χρονικές κλίμακες (επίπεδα συνάθροισης). Τα αποτελέσματα που απεικονίζονται αφορούν τα βροχομετρικά δεδομένα του μήνα Ιουλίου, του σταθμού Walnut Gulch 13 (πηγή: Κουτσογιάννης και Ονοφ, 2001).