

# ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΚΑΙ ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ

Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια  
Μέρος 3<sup>ο</sup>

Α. Νάνου-Γιάνναρου

Νοέμβριος 2018

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-GIANNAROY

1

# ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΑΛΜΑ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-GIANNAROY

2

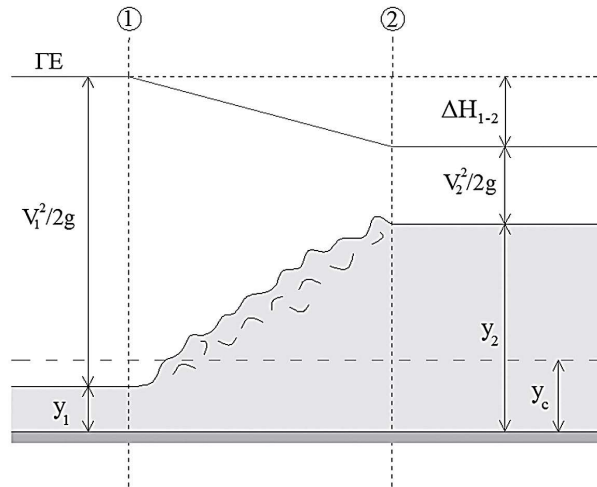
## Υδραυλικό άλμα

- Η μετάβαση από υπερκρίσιμη ροή σε υποκρίσιμη ροή πραγματοποιείται απότομα, σε μικρό μήκος κατά την κατεύθυνση της κύριας ροής.
- Το τοπικό αυτό φαινόμενο ονομάζεται υδραυλικό άλμα

## Πότε παρατηρείται υδραυλικό άλμα

- Όταν μειώσουμε απότομα την κλίση του πυθμένα του αγωγού από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη, οπότε και η ροή μεταβαίνει από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη.
- Όταν σε ένα αγωγό με υποκρίσιμη ροή τοποθετήσουμε θυρόφραγμα μικρού ανοίγματος ( $\gamma_2 < \gamma_1$ ), τότε αναγκάζουμε τη ροή να γίνει πρώτα υπερκρίσιμη αμέσως κατάντη του θυροφράγματος ( $\gamma_2 > \gamma_1$ ) και στη συνέχεια υποκρίσιμη ( $\gamma_2 < \gamma_1$ ).
- Όταν σε ένα αγωγό με υπερκρίσιμη ροή αναγκάσουμε τη ροή να ανέλθει σε σχετικά μεγάλο ύψος αποκτώντας μεγάλο βάθος ροής ( $\gamma_2 > \gamma_1$ ). Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε τοποθετώντας στη ροή υψηλό υπερχειλιστή ή εμπόδιο ή όταν η ροή πρέπει να καταλήξει σε υψηλό υψόμετρο, π.χ. της επιφάνειας του νερού ενός ταμιευτήρα.

## Όγκος ελέγχου για την ανάλυση του υδραυλικού άλματος

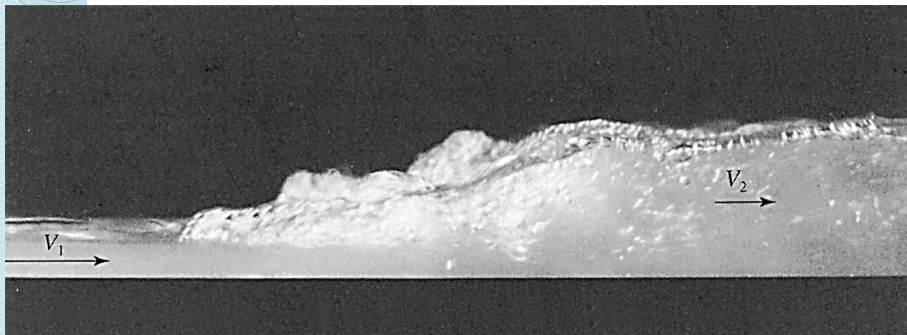


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

5

## Υδραυλικό άλμα

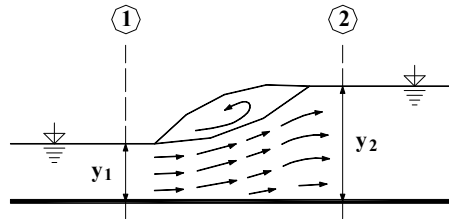


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

6

## Υδραυλικό άλμα



Εξίσωση ποσότητας κίνησης:  $\frac{F_{rx} + F_{gx}}{\gamma} = M_2 - M_1$

Για οριζόντιο πυθμένα:  $F_{gx} = 0$ ,  $F_{rx} = 0 \Rightarrow M_2 = M_1$

$$\Rightarrow \frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{y}_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{y}_2$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

7

## Ορθογωνικός αγωγός

Εξίσ. ποσότητας κίνησης:  $M_1 = M_2$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2 b y_1}{g} + \frac{y_1}{2} b y_1 = \frac{V_2^2 b y_2}{g} + \frac{y_2}{2} b y_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2 y_1}{g} + \frac{y_1^2}{2} = \frac{V_2^2 y_2}{g y_2} + \frac{y_2^2}{2} \Rightarrow \frac{V_1^2}{g y_1} + \frac{1}{2} = \frac{V_1^2}{g y_1 \left(\frac{y_2}{y_1}\right)} + \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2$$

Είναι:  $F_1^2 = \frac{V_1^2}{g y_1} \Rightarrow 2F_1^2 - \left(\frac{y_2}{y_1}\right) - \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 = 0$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right], \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right]$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

8

## Ορθογωνικός αγωγός

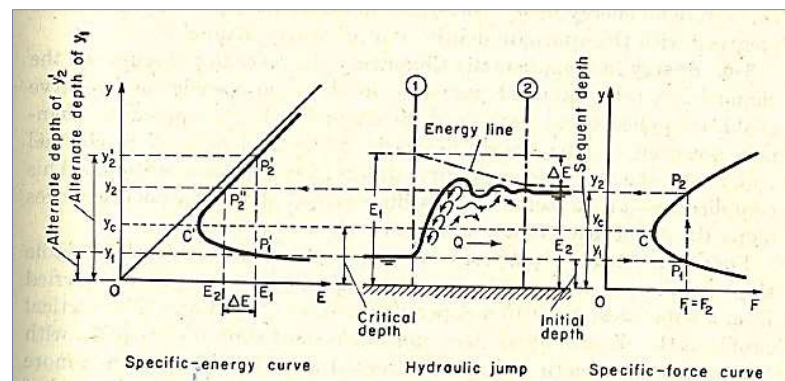
Για μεγάλους αριθμούς Froude:

$$F_1 > 2 \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \sqrt{2} \cdot F_1 - \frac{1}{2}$$

Απώλειες ενέργειας υδραυλικού άλματος για οριζόντιο πυθμένα:

$$\Delta H_{1-2} = y_1 - y_2 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2}$$

## Υδραυλικό άλμα και διαγράμματα ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης



## Θέση υδραυλικού άλματος (YA)

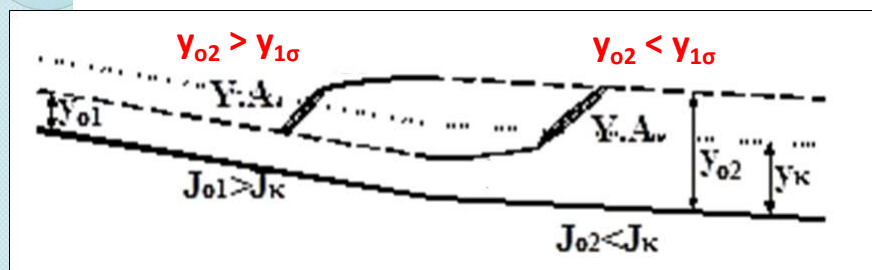
- Στην περίπτωση αγωγών μεγάλου μήκους και αλλαγής της κλίσης του πυθμένα από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη, παρατηρείται YA.
  - $y_{o1}$  = Ομοιόμορφο βάθος της ανάντη υπερκρίσιμης ροής
  - $y_{o2}$  = Ομοιόμορφο βάθος της ανάντη υπερκρίσιμης ροής
  - $y_{1σ}$  = Συζυγές βάθος του  $y_{o1}$
- Όταν  $y_{o2} \equiv y_{1σ}$ , το υδραυλικό άλμα πραγματοποιείται ακριβώς στη θέση της αλλαγής κλίσης.
- Όταν  $y_{o2} > y_{1σ}$ , τότε το άλμα «ωθείται» προς τα ανάντη της θέσης αλλαγής κλίσης.
- Όταν  $y_{o2} < y_{1σ}$ , τότε το άλμα «ωθείται» προς τα κατάντη της θέσης αλλαγής κλίσης.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

11

## Θέση υδραυλικού άλματος (YA)



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

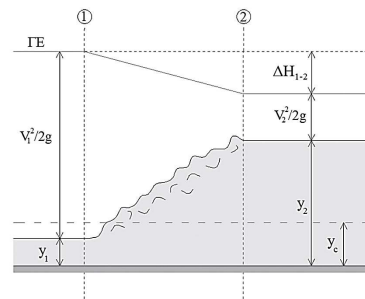
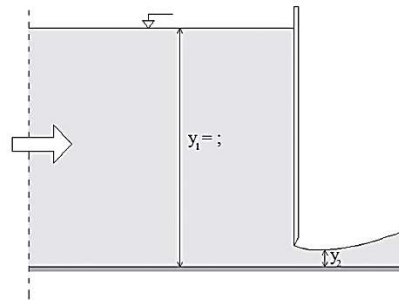
Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

12

## Παράδειγμα 8.4-4

Κατάντη του θυροφράγματος του παραδείγματος 8.4-1, δημιουργείται υδραυλικό άλμα.

- Ορθογωνικός αγωγός πλάτους  **$b=0.50 \text{ m}$** .
- Στον αγωγό υπάρχει θυροφράγμα που δημιουργεί κατάντη, στη διατομή πλήρους συστολής, βάθος ροής περίπου ίσο με  **$0.25 \text{ m}$** .
- Παροχή ίση με  **$Q=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$** .

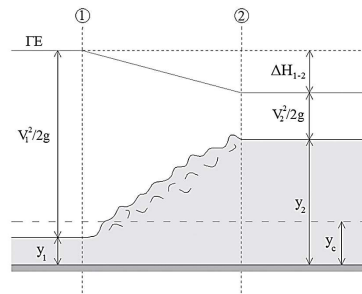


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

13

## Παράδειγμα 8.4-4



- Ζητούνται:
  - Η ταχύτητα ροής πριν το άλμα  $V_1$
  - Το βάθος ροής  $y_2$  και η ταχύτητα ροής  $V_2$  μετά το άλμα
  - Οι απώλειες ενέργειας στο άλμα και
  - Το εναλλακτό βάθος ροής  $y_2$  του  $y_1$ .
- Δείξτε γραφικά τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τα διαγράμματα ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

14

## Λύση -1

- Ταχύτητα ροής και αριθμός Froude στη θέση 1

$$V_1 = \frac{Q}{by_1} = \frac{1.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{(0.5\text{m})(0.25\text{m})} = 8.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και } F_1 = \frac{8.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.25\text{m})}} = 5.108$$

- Βάθος ροής (συζυγές βάθος) στη θέση 2

$$y_2 = \frac{1}{2} y_1 \left( \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} (0.25\text{m}) \left( \sqrt{1 + 8(5.108)^2} - 1 \right) = 1.685\text{m}$$

## Λύση -2

- Ταχύτητα ροής και αριθμός Froude στη θέση 2

$$V_2 = \frac{Q}{by_2} = \frac{1.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{(0.5\text{m})(1.685\text{m})} = 1.187 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ και}$$

$$F_2 = \frac{1.187 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1.685\text{m})}} = 0.292$$



## Λύση - Ειδική ενέργεια και απώλειες ενέργειας

$$H_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.25\text{m} + \frac{\left(8.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 3.512\text{m}$$

$$H_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 1.685\text{m} + \frac{\left(1.187 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 1.757\text{m}$$

$$\Delta H_{1-2} = H_1 - H_2 = 3.512\text{m} - 1.757\text{m} = 1.755\text{m} \text{ δηλ. } 1.755\text{m} / 3.512\text{m} \approx 50\%$$

$$\Delta H_{1-2} = \frac{(1.68\text{m} - 0.25\text{m})^3}{4(1.68\text{m})(0.25\text{m})} = 1.755\text{m}$$

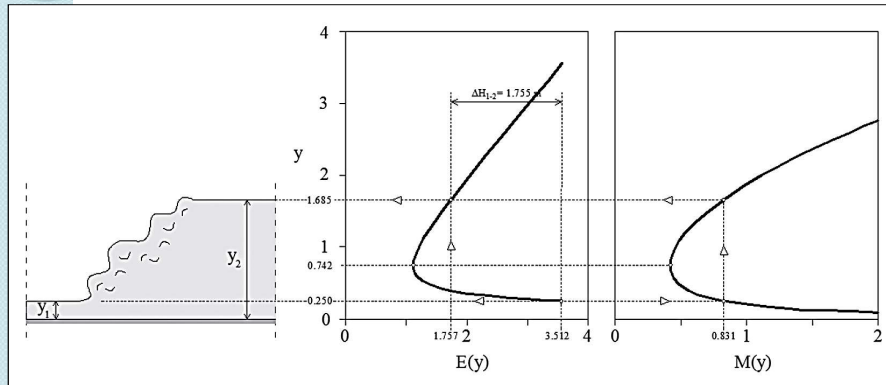
(Έλεγχος)

## Λύση – Ειδική δύναμη (βλ. διαγράμματα)

$$M_1 = \frac{Q^2}{gby_1} + \frac{1}{2}by_1^2 = \frac{\left(1.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.5\text{m})(0.25\text{m})} + \frac{1}{2}(0.5\text{m})(0.25\text{m})^2 = 0.831\text{m}$$

$$M_2 = \frac{Q^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2 = \frac{\left(1.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0.5\text{m})(1.685\text{m})} + \frac{1}{2}(0.5\text{m})(1.685\text{m})^2 = 0.831\text{m}$$

## Διαγράμματα ειδικής ενέργειας και δύναμης του παραδείγματος 8.4-4



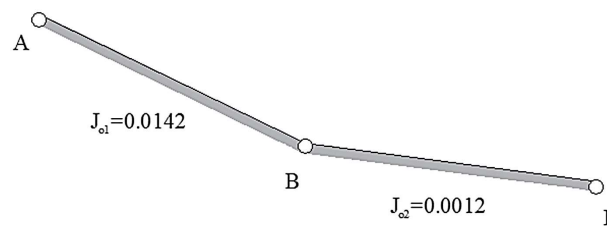
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

19

## Παράδειγμα 8.4-5

- Θεωρείστε **ορθογωνικό** αγωγό από σκυρόδεμα ( $n=0.015$ ) με πλάτος  $b=2.50\text{ m}$  που μεταφέρει παροχή ίση με  $Q=5.0\text{ m}^3/\text{s}$  και αποτελείται από δυο τμήματα.
- Το πρώτο-ανάντη τμήμα έχει μεγάλη κλίση πυθμένα ίση με  $J_{o1}=0.0142$  και το δεύτερο-κατάντη τμήμα έχει μικρή κλίση ίση με  $J_{o2}=0.0012$ .



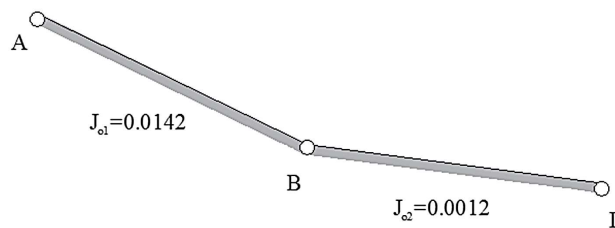
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

20

## Παράδειγμα 8.4-5 – Ζητείται:

- Προσδιορίστε το **είδος ροής** στα δυο τμήματα και εξετάστε αν δημιουργείται **υδραυλικό άλμα**.
  - Εκτιμήστε προσεγγιστικά τη **θέση του άλματος** (ανάντη ή κατάντη της θέσης αλλαγής κλίσης) και
  - Προσδιορίστε την τιμή της κλίσης του κατάντη τμήματος του αγωγού, ώστε να πραγματοποιείται το άλμα ακριβώς στη θέση αλλαγής της κλίσης.



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

21

## Λύση – Είδος της ροής – Υ.Α.

- Ομοιόμορφο βάθος της ροής στο ανάντη και κατάντη τμήμα του αγωγού (βλ. Πίν. 1):
  - $y_{o1} = 0.500 \text{ m}$  και  $y_{o2} = 1.200 \text{ m}$  (από Manning)
- Υπολογίζουμε το κρίσιμο βάθος:

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left( \frac{(5.0 / 2.50)^2 \text{ m}^4 / \text{s}^2}{9.81 \text{ m} / \text{s}^2} \right)^{1/3} = 0.742 \text{ m}$$

- Εφόσον  $F1 = 1.806 > 1$  και  $F2 = 0.486$  ή  $y_{o1} = 0.500 \text{ m} < 0.742 \text{ m}$  και  $y_{o2} = 1.200 \text{ m} > 0.742 \text{ m}$ , **θα πραγματοποιηθεί υδραυλικό άλμα.**

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

22

**ΠΙΝΑΚΑΣ 1.** Υπολογισμός του ομοιόμορφου βάθους στα δύο τμήματα του αγωγού του παραδείγματος 7.3-1

Παράμετρος	Μονάδες	Ανάτη	Κατάτη	Κατάτη με άλμα στη θέση αλλαγής κλίσης
$J_o$	-	0.0142	0.0012	0.00172
$y_o$	m	0.500	1.200	1.051
A	m <sup>2</sup>	1.250	3.000	2.628
Π	m	3.500	4.900	4.602
R	m	0.357	0.612	0.571
$C_o = \frac{nQ}{J_o^{1/2}}$	m <sup>8/3</sup>	0.629	2.165	1.808
$AR^{2/3}$	m <sup>8/3</sup>	0.629	2.163	1.808
Σφάλμα	-	0%	0%	0%
V	m/s	4.000	1.667	1.903
D	m	0.500	1.200	1.051
F	-	1.806	0.486	0.593
M	m <sup>3</sup>	2.351	2.649	2.351

NOΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

23

## Λύση – Ειδική δύναμη -1

$$M_1 = \frac{Q^2}{gby_1} + \frac{1}{2}by_1^2 = \frac{\left(5.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(2.5\text{m})(0.50\text{m})} + \frac{1}{2}(2.5\text{m})(0.50\text{m})^2 = 2.351\text{m}^3$$

$$M_2 = \frac{Q^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2 = \frac{\left(5.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(2.5\text{m})(1.20\text{m})} + \frac{1}{2}(2.5\text{m})(1.20\text{m})^2 = 2.649\text{m}^3$$

$$M_1 < M_2 \Rightarrow y_{o1\sigma} < y_{o2} \Rightarrow \text{Άλμα προς τα ανάτη}$$

NOΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

24

## Λύση – Ειδική δύναμη -2

$M_1 < M_2 \Rightarrow y_{o1\sigma} < y_{o2} \Rightarrow$  Άλμα προς τα ανάντη

Υπολογίζουμε:  $y_{o1\sigma} = 1.051 \text{ m} < y_{o2} = 1.200 \text{ m}$

Ελέγχουμε το  $M_{2\sigma}$  για το συζυγές βάθος και βλέπουμε ότι  $M_{2\sigma} = M_1$ .

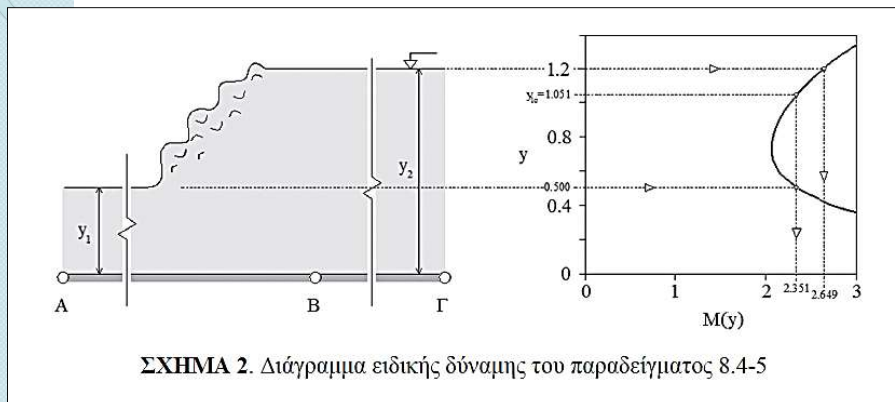
$$M_{2\sigma} = \frac{Q^2}{gby_2} + \frac{1}{2}by_2^2 = \frac{\left(5.0 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(2.5\text{m})(1.051\text{m})} + \frac{1}{2}(2.5\text{m})(1.051\text{m})^2 = 2.351\text{m}^3$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

25

## Διάγραμμα ειδικής δύναμης



ΣΧΗΜΑ 2. Διάγραμμα ειδικής δύναμης του παραδείγματος 8.4-5

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

26

Κλίση κατάντη τμήματος, ώστε το ΥΑ να γίνεται ακριβώς στη θέση αλλαγής κλίσης

- Για να πραγματοποιείται το άλμα ακριβώς στη θέση αλλαγής της κλίσης θα πρέπει:

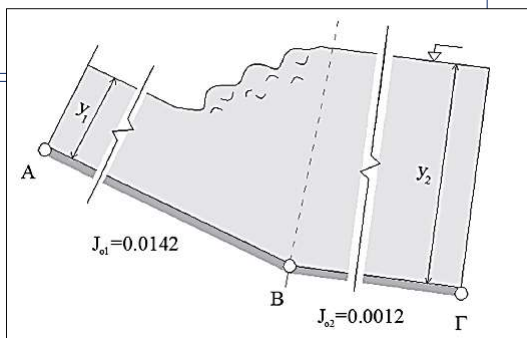
- $y_{o2}=y_{o1o}=1.051 \text{ m}$

- $y_{o2}=y_{o1o}=1.051 \text{ m}$

- Με δοκιμές προσδιορίζουμε:

- $J_{o2}=0.00172$ .

(βλ. πέμπτη στήλη του Πίν. 1)



## ΧΡΗΣΙΜΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

## Παρατήρηση

- Αγωγός με στένωση ή διεύρυνση, είτε με ανύψωση ή ταπείνωση πυθμένα: Η ροή διατηρεί τον από ανάντη χαρακτηρισμό της, δηλαδή, αν ανάντη η ροή είναι υποκρίσιμη, παραμένει υποκρίσιμη και κατάντη. Αντίστοιχα για την υπερκρίσιμη ροή.
- Ρυθμιστικό θυρόφραγμα: Εάν το άνοιγμά του είναι μικρότερο από το  $\gamma_c$ , τότε υποχρεωτικά η ροή από υποκρίσιμη θα γίνει υπερκρίσιμη.
- Όταν έχουμε μετάβαση από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη ροή, τότε γίνεται υδραυλικό άλμα.

## Διατομές ελέγχου

- Στα προβλήματα ροής με ΕΕ είναι πολύ σημαντικό να μπορούμε να προσδιορίσουμε χαρακτηριστικές διατομές της ροής, στις οποίες γνωρίζουμε ή μπορούμε να υπολογίσουμε το βάθος ροής.
- Διατομές ελέγχου = Θέσεις στις οποίες είναι γνωστό το βάθος ροής ( $\gamma_c$ ,  $\gamma_o$ , ή οποιοδήποτε άλλο βάθος). Παραδείγματα: κεφαλή διώρυγας, τέλος διώρυγας, θυροφράγματα, υπερχειλιστές κλπ.
- Στις διατομές ελέγχου είναι δυνατόν να υπολογιστεί η παροχή.

## Πρώτα βήματα κατά την επίλυση προβλημάτων ροής με ΕΕ

- Υπολογίζουμε το κρίσιμο βάθος. Εξαρτάται μόνο από τη διατομή και την παροχή.
- Υπολογίζουμε το ομοιόμορφο βάθος. Εξαρτάται από τη διατομή, την παροχή, την κλίση του πυθμένα και την τραχύτητα του αγωγού.
- Ελέγχουμε σε ποιες περιοχές η ροή είναι υποκρίσιμη και σε ποιες υπερκρίσιμη (αριθμός Froude). Βρίσκουμε τις θέσεις των υδραυλικών αλμάτων.
- Προσδιορίζουμε τις διατομές ελέγχου.
- Η υποκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα κατάντη.
- Η υπερκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα ανάντη.

## ° ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΩΡΥΓΩΝ ΚΑΙ ΤΑΦΡΩΝ



## Επίλυση πρακτικών προβλημάτων

- Σχεδιασμός ενός ανεπένδυτου ή επενδεδυμένου αγωγού με σχετικά απλή γεωμετρία διατομής υπολογίζοντας το ομοιόμορφο βάθος ροής και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της ροής.
- Σχεδιασμός ενός επενδεδυμένου αγωγού με την υδραυλικά βέλτιστη ορθογωνική, τριγωνική, τραπεζοειδή ή κυκλική διατομή.

## Προσέγγιση του σχεδιασμού ενός αγωγού ομοιόμορφης ροής

1. Η παροχή είναι σταθερή και ίση με  $Q$ , οπότε η ροή είναι μόνιμη.
2. Ο αγωγός είναι πρισματικός.

## Επίδραση των χαρακτηριστικών του εδάφους

- Ανεπένδυτοι αγωγοί μεταφοράς νερού
  - Εκσκαφή του φυσικού εδάφους
- Σχεδιασμός τους επηρεάζεται από τα τοπογραφικά και γεωλογικά-γεωτεχνικά χαρακτηριστικά του εδάφους.
- Τα κύρια χαρακτηριστικά του αγωγού που επηρεάζονται άμεσα είναι:
  - Η κατά μήκος κλίση
  - Η κλίση των πρανών
  - Η τραχύτητα του πυθμένα και των πρανών

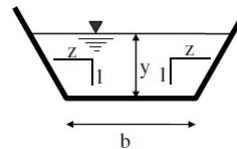
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

35

## Κύρια χαρακτηριστικά του αγωγού

- Κλίση του εδάφους
  - Αποφεύγουμε τις μεγάλες εκσκαφές και επιχώσεις.
  - ✓ Πρακτικά, η κλίση του αγωγού πρέπει να είναι περίπου ίδια με την κλίση του εδάφους.
- Κλίση των πρανών του αγωγού  $1/Z$ 
  - Καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους
- Συντελεστής τραχύτητας  $n$ 
  - Καθορίζεται από το είδος του εδάφους



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

36

## Τιμές Z για διάφορα είδη εδάφους (από Chow)

Είδος εδάφους	Τιμές Z
Βραχώδες	≈0
Από στιφρή άργιλο ή γαιώδη με επένδυση σκυροδέματος	0.5 μέχρι 1.0
Γαιώδες με επένδυση λίθων	1.0
Από μέτρια στιφρή άργιλο	1.5
Γαιώδες- χαλαρά αμμώδες	2.0
Αμμώδες-πυλώδες	3.0

## Διάβρωση αγωγού

- Παράδειγμα:
  - Στην περίπτωση **εδάφους με μεγάλη κλίση**.
  - Ο αγωγός που μεταφέρει την επιθυμητή παροχή νερού έχει μικρότερη επιφάνεια διατομής σε σύγκριση με ένα έδαφος με μικρή κλίση.
- Στον αγωγό αυτό η **ταχύτητα ροής** και η **διατμητική τάση** στα τοιχώματα θα είναι μεγάλες.
  - Κίνδυνος **διάβρωσης** του εδάφους και **μεταφορά των φερτών υλικών** προς τα κατάντη.
- Η ταχύτητα ροής ή/και η διατμητική τάση να μην υπερβαίνουν κάποιες **μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές**.

## Μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές

- Η εκτίμηση των τιμών αυτών
  - Απαιτεί εμπειρία.
  - Έχει σημαντική βαθμό αβεβαιότητας.
- Ενδεικτικά (Chow, 1959)
  - $V_{\max} = 0.50-1.20 \text{ m/s}$
  - $\tau_{\max} = 1.0-20.0 \text{ Pa}$
- Η παρουσία βλάστησης στον αγωγό περιορίζει τη διάβρωση και επιτρέπει τη χρησιμοποίηση μεγαλύτερων τιμών από τις παραπάνω.

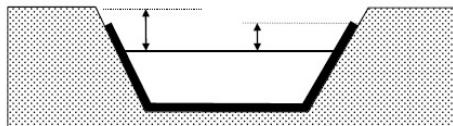
## Επίδραση της επένδυσης αγωγού

- Για να αποφύγουμε τη διάβρωση του αγωγού **επενδύουμε** τον αγωγό με κατάλληλο υλικό που είναι ανθεκτικό στη διάβρωση.
  - **Μειώνουμε το συντελεστή Manning** περιορίζοντας έτσι την απαιτούμενη επιφάνεια διατομής και το κόστος εκσκαφών.
  - Προσθέτουμε το **κόστος** της επένδυσής του.
- Οι μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές ταχυτήτων ροής είναι κατά πολύ μεγαλύτερες από εκείνες των ανεπένδυτων.
  - $V_{\max} = 4.50-6.00 \text{ m/s}$
- Η παρουσία της επένδυσης περιορίζει τις διαρροές των νερών του αγωγού προς τα υπόγεια νερά και τις εισροές των υπόγειων νερών στον αγωγό.

## Γεωμετρική μορφή της διατομής

- Ανεπένδυτος αγωγός:
  - Η διατομή του είναι συνήθως τραπεζοειδής, σπάνια τριγωνική και πολύ σπάνια (π.χ. σε βραχώδη εδάφη) ορθογωνική.
- Επενδεδυμένος αγωγός:
  - Η διατομή του είναι συνήθως ορθογωνική ή τραπεζοειδής και σπανιότερα τριγωνική.
- Τεχνητός αγωγός:
  - Η διατομή του είναι συνήθως κυκλική (δηλ. σωλήνας) και σπανιότερα ορθογωνική.

## Παρατήρηση -1



- Για να είναι «ασφαλής» ο σχεδιασμός ενός αγωγού, «αφήνουμε» πάνω από την υπολογιζόμενη επιφάνεια νερού ένα ελεύθερο ύψος, έστω 0.40-0.80 m.
- Όταν ο αγωγός είναι επενδεδυμένος εφαρμόζουμε ένα πρόσθετο ύψος επένδυσης, έστω 0.10-0.20 m.

## Ύψος διατομής και ύψος επένδυσης πάνω από την ΕΕ

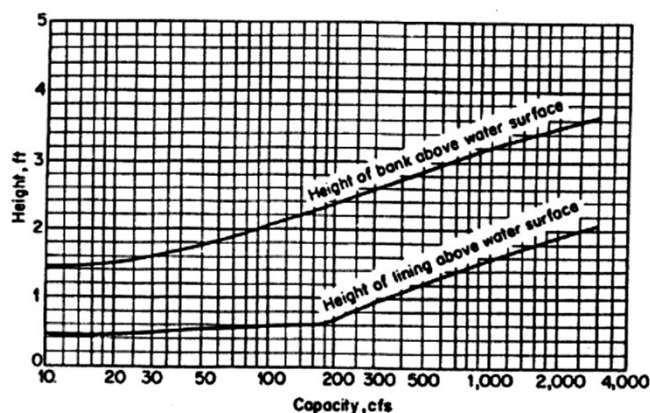


FIG. 7-1. Recommended freeboard and height of bank of lined channels. (U.S. Bureau of Reclamation.)

## Παρατήρηση -2

- Κατά το σχεδιασμό ενός επενδεδυμένου αγωγού επιδιώκουμε να εξασφαλίσουμε μια ελάχιστη ταχύτητα ροής  $V_{min}$  μεγαλύτερη από 0.60 m/s ώστε να μην καθιζάνουν τα φερτά υλικά που μεταφέρει η ροή.

## Παράδειγμα 9.2-1

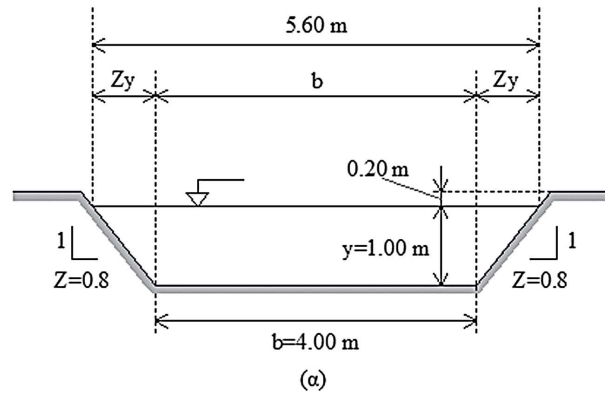
- Σχεδιάστε έναν (ανεπένδυτο) αγωγό **τραπεζοειδούς διατομής** πλάτους  **$b=4.00$  m** για τη μεταφορά παροχής  **$Q=12.32$  m<sup>3</sup>/s** σε μια περιοχή με **γαιώδες έδαφος** και **κλίση εδάφους** περίπου **0.004**.
- Αν διαπιστώσετε ότι υπάρχει κίνδυνος διάβρωσης, τότε σχεδιάστε τον αγωγό από **σκυρόδεμα** και **επενδεδυμένο με τσιμεντοκονία** διατηρώντας το βάθος ροής που υπολογίσατε για τον ανεπένδυτο αγωγό.

## Παράδειγμα 9.2-1 – Ερώτημα (α)

1. Επιλέγουμε
  - Κατά μήκος **κλίση του αγωγού** ίση με την κλίση του εδάφους →  $J_0=0.004$
  - **κλίση πρανών** →  $Z=0.8$  (Πίν. 9.2-1)
  - Συντελεστή **Manning** →  $n=0.020$  s/m<sup>1/3</sup> (Πίν. 7.2-1)
2. Υπολογίζουμε με δοκιμές το (ομοιόμορφο) **βάθος ροής** του ανεπένδυτου αγωγού ίσο με  $\gamma=1.00$  m.
3. Σκαρίφημα διατομής και υπολογισμοί: Βλ. επόμενες διαφάνειες
4. **Ταχύτητα ροής** είναι ίση με  $V=2.57$  m/s > 1.2 m/s ⇒
  - Υπάρχει **κίνδυνος διάβρωσης** της διατομής και πρέπει να επενδύσουμε τον αγωγό.



### Σκαρίφημα της διατομής του αγωγού του παραδείγματος 9.2-1: (α) χωρίς επένδυση



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

47

### Υπολογισμοί των χαρακτηριστικών του αγωγού του παραδείγματος 9.2-1

**y=1.00 m**

Παράμετρος	Μονάδες	Τιμές αγωγού χωρίς επένδυση	Τιμές αγωγού με επένδυση
$A = (b + Zy)y$	$m^2$	$A = [4.0 + (0.8)(1.00)](1.00) = 4.80$	3.355
$\Pi = b + 2y(\sqrt{Z^2 + 1})$	m	$\Pi = 4.00 + 2(1.00)(\sqrt{(0.80)^2 + 1}) = 6.56$	5.12
$R = \frac{A}{\Pi}$	m	$R = \frac{4.80}{6.56} = 0.73$	0.66
$AR^{2/3}$		$AR^{2/3} = (4.80)(0.73)^{2/3} = 3.897$	2.532
n	$s/m^{1/3}$	0.02	0.013
$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J_o^{1/2}$	m/s	$V = \frac{1}{0.02} (0.73)^{2/3} (0.004)^{1/2} = 2.57$	3.67
$Q = VA$	m/s	$Q = (4.80)(2.57) = 12.32$	12.32
$\gamma$	$kg/m^3$	9810	9810
$\tau = \gamma R J_o$	Pa	28.71	25.73

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

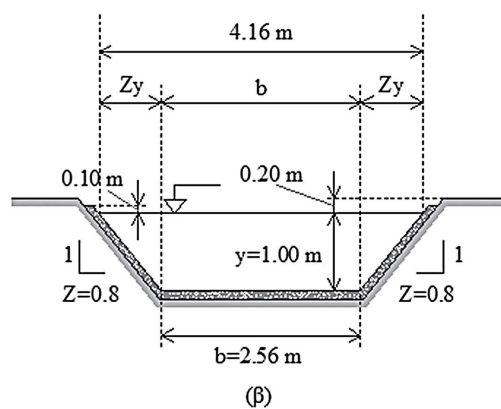
48



## Παράδειγμα 9.2-1 – Ερώτημα (β)

1. Συντελεστής **Manning** για αγωγό επενδεδυμένο με τσιμεντοκονία  $n=0.013 \text{ s/m}^{1/3}$
2. Υπολογίζουμε με δοκιμές το **πλάτος** του επενδεδυμένου αγωγού ίσο με  $b=2.555 \text{ m}$
3. Σκαρίφημα διατομής και υπολογισμοί: Βλ. επόμενες διαφάνειες
4. **Ταχύτητα ροής** →
  - $V = 3.67 \text{ m/s} < 4.5 \text{ m/s}$  → Δεν υπάρχει κίνδυνος διάβρωσης
  - $V=3.67 \text{ m/s} > 0.60 \text{ m/s}$  → Δεν υπάρχει κίνδυνος καθίζησης των φερτών υλικών
5. Ελεύθερο ύψος πάνω από την ΕΕ ίσο με  $0.20 \text{ m}$
6. Πρόσθετο ύψος επένδυσης ίσο με  $0.10 \text{ m}$

## Σκαρίφημα της διατομής του αγωγού του παραδείγματος 9.2-1: (β) με επένδυση



## Υπολογισμοί των χαρακτηριστικών του αγωγού του παραδείγματος 9.2-1

**y=1.00 m**

Παράμετρος	Μονάδες	Τιμές αγωγού χωρίς επένδυση	Τιμές αγωγού με επένδυση
$A = (b + Zy)y$	m <sup>2</sup>	$A = [4.0 + (0.8)(1.00)](1.00) = 4.80$	3.355
$\Pi = b + 2y\sqrt{Z^2 + 1}$	m	$P = 4.00 + 2(1.00)\sqrt{(0.80)^2 + 1} = 6.56$	5.12
$R = A/\Pi$	m	$R = 4.80/6.56 = 0.73$	0.66
$AR^{2/3}$		$AR^{2/3} = (4.80)(0.73)^{2/3} = 3.897$	2.532
n	s/m <sup>1/3</sup>	0.02	0.013
$V = \frac{1}{n}R^{2/3}J_o^{1/2}$	m/s	$V = \frac{1}{0.02}(0.73)^{2/3}(0.004)^{1/2} = 2.57$	3.67
$Q = VA$	m <sup>3</sup> /s	$Q = (4.80)(2.57) = 12.32$	12.32
$\gamma$	kg/m <sup>3</sup>	9810	9810
$\tau = \gamma RJ_o$	Pa	28.71	25.73

NOΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

51

## Σχεδιασμός υδραυλικά βέλτιστης διατομής -1

- Θεωρούμε ότι έχουμε επιλέξει τη γεωμετρική μορφή της διατομής και το εμβαδόν της.
- Έστω ότι η διατομή είναι **ορθογωνική** και το εμβαδόν της είναι ίσο με  $A_o$
- Η εξίσωση **Manning** γράφεται:

$$R^{2/3} = \frac{nQ}{A_o J^{1/2}} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{A_o}{\Pi}\right)^{2/3} = \frac{nQ}{A_o J^{1/2}} \quad \text{ή} \quad \left(\frac{A_o}{b + 2y}\right)^{2/3} = \frac{nQ}{A_o J^{1/2}}$$

- $\Pi =$  βρεχόμενη περίμετρος  $\rightarrow \Pi = b + 2y$

NOΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

52

## Σχεδιασμός υδραυλικά βέλτιστης διατομής -2

- Επιλογή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διατομής, δηλ. του πλάτους  $b$  και του βάθους ροής  $y$ .
  - Θεωρητικά, υπάρχουν άπειρα ζεύγη τιμών  $b$  και  $y$
- Υπάρχει όμως μόνο ένα ζεύγος τιμών που εξασφαλίζει τη βέλτιστη υδραυλική συμπεριφορά →
  - Όταν ελαχιστοποιούνται οι απώλειες ενέργειας λόγω τριβών με την ελαχιστοποίηση της επιφάνειας επαφής του αγωγού →
    - Όταν ελαχιστοποιείται η βρεχόμενη περίμετρος  $\Pi$
- Το ζεύγος των τιμών αυτών  $b$  και  $y$  αντιστοιχεί στην υδραυλικά βέλτιστη διατομή.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

53

## Υπολογισμός βέλτιστης διατομής – Ορθογωνική διατομή

- Το ζεύγος των τιμών της υδραυλικά βέλτιστης διατομής προσδιορίζεται μηδενίζοντας την πρώτη παράγωγο της ως προς  $b$  ή  $y$ .
- Αποδεικνύεται: Η υδραυλικά βέλτιστη ορθογωνική διατομή είναι μισό τετράγωνο.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial b} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial (b + 2y)}{\partial b} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial \left( b + 2 \frac{A_o}{b} \right)}{\partial b} = 0$$

$$\text{ή} \quad 1 - 2A_o b^{-2} = 0 \quad \text{ή} \quad 1 - 2(by)b^{-2} = 0$$

$$b = 2y \quad \text{ή} \quad b/y = 2$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

54

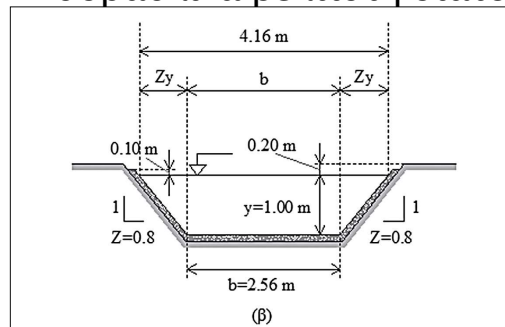
## Υπολογισμός βέλτιστης διατομής – Άλλες διατομές

Αποδεικνύεται αντίστοιχα:

1. Η υδραυλικά βέλτιστη διατομή της τραπεζοειδούς διατομής είναι μισό εξάγωνο, δηλ.  $Z = \tan(30^\circ) = 1/\sqrt{3}$  και  $b/y = 2/\sqrt{3}$ .
2. Η υδραυλικά βέλτιστη διατομή της τριγωνικής διατομής είναι μισό τετράγωνο, δηλ.  $Z = \tan(45^\circ) = 1.0$  και  $b = 0$ .
3. Η υδραυλικά βέλτιστη διατομή της κυκλικής διατομής είναι μισός κύκλος.

## Παράδειγμα 9.2-2

Σχεδιάστε τον αγωγό τραπεζοειδούς διατομής του παραδείγματος 9.2-1 με υδραυλικά βέλτιστη διατομή.



Δεδομένα από  
παράδειγμα 9.2-1

$$Q = 12.32 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$J_o = 0.004$$

$$n = 0.013 \text{ s}/\text{m}^{1/3}$$

## Λύση

1. Για να είναι βέλτιστη η διατομή η κλίση πρανών πρέπει να είναι ίση με  $Z = 1/\sqrt{3} = 0.5774$  και το πλάτος του αγωγού ίσο με  $b = 2\gamma/\sqrt{3} = 1.1547\gamma$ .
2. Υπολογίζουμε με δοκιμές το βάθος ροής του επενδεδυμένου αγωγού ώστε να μεταφέρει την παροχή  $Q=12.32 \text{ m}^3/\text{s}$  ίσο με  $\gamma=1.371 \text{ m}$  και το πλάτος του ίσο με  $b=1.58 \text{ m}$ .

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

57

## Υπολογισμοί των χαρακτηριστικών του αγωγού του παραδείγματος 9.2-2

Παράμετρος	Μονάδες	Τιμές αγωγού με επένδυση	Τιμές αγωγού με επένδυση και υδραυλικά βέλτιστη διατομή
$y$	m	1.00	1.371
$Z$	m	0.80	0.57735
$b$	m	2.555	$b = 1.1547(1.371) = 1.58$
$A = (b + Zy)y$	$\text{m}^2$	3.355	3.257
$\Pi = b + 2y(\sqrt{Z^2 + 1})$	m	5.12	4.75
$R = \frac{A}{\Pi}$	m	0.66	0.69
$AR^{2/3}$		2.532	2.532
$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J_o^{1/2}$	m/s	3.67	3.78
$Q = VA$	$\text{m}^3/\text{s}$	12.32	12.32
$\gamma$	$\text{kg}/\text{m}^3$	9810	9810
$\tau = \gamma R J_o$	Pa	25.73	26.90

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

58

## ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΒΑΘΜΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΡΟΗ

### Επίλυση προβλημάτων ροής με ΕΕ – Τι ξέρουμε ως τώρα

- Υπολογίζουμε το κρίσιμο βάθος. Εξαρτάται μόνο από τη διατομή και την παροχή.
- Υπολογίζουμε το ομοιόμορφο βάθος. Εξαρτάται από τη διατομή, την παροχή, την κλίση του πυθμένα και την τραχύτητα του αγωγού.
- Αν οι αγωγοί είναι πρισματικοί μεγάλου μήκους, σε κάποια περιοχή αυτών θα υπάρχει εν γένει ομοιόμορφη ροή.
- Στις ενδιάμεσες περιοχές, η ροή είναι μεταβαλλόμενη.
- Κατά τη μετάβαση από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη ροή παρατηρείται υδραυλικό άλμα (ταχέως μεταβαλλόμενη ροή).

## Επίλυση προβλημάτων ροής με ΕΕ – Τι θα δούμε στη BMP

- Τυπικές μορφές καμπυλών ελεύθερης επιφάνειας και οι διατομές υδραυλικού ελέγχου της ροής.
  - Διαφορική μορφή της εξίσωσης ΕΕ
- Προσεγγιστικός σχεδιασμός της μορφής της ΕΕ σε αγωγούς που αποτελούνται από πολλά τμήματα με διαφορετικά χαρακτηριστικά σε σειρά.

## Βασικές παραδοχές BMP

- Η καμπύλωση της ΕΕ ( $dy/dx$ ) είναι μικρή.
  - Η ροή μπορεί να θεωρηθεί παράλληλη.
  - Η κατανομή της πίεσης θεωρείται υδροστατική.
  - Μπορεί να εφαρμοστεί η μεθοδολογία της μονοδιάστατης ανάλυσης.
- Η κλίση της ΓΕ σε κάθε διατομή μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση ισορροπίας δυνάμεων της ομοιόμορφης ροής.
  - Εξίσωση Manning.



## Δευτερεύουσες παραδοχές BMP

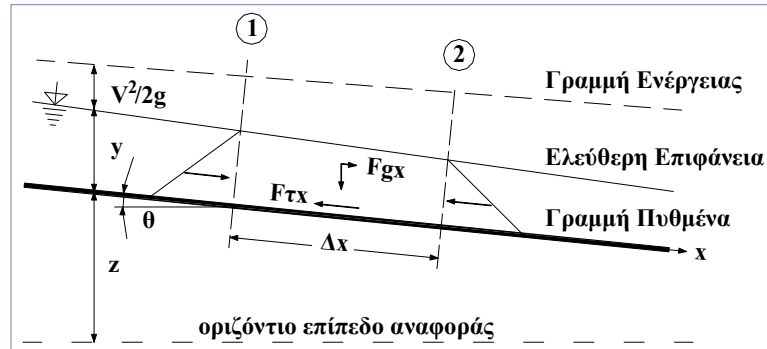
- Η κατά μήκος κλίση του πυθμένα του αγωγού είναι μικρή ( $\cos\theta \approx 1$ ).
- Η διανομή ταχυτήτων είναι όμοια σε κάθε διατομή.
  - Ο συντελεστής συνόρθωσης κινητικής ενέργειας  $\alpha$  μπορεί να θεωρηθεί σταθερός κατά μήκος του αγωγού και ανεξάρτητος της θέσης της διατομής.
- Ο συντελεστής τραχύτητας (συντελεστής Manning) είναι ανεξάρτητος του βάθους ροής και σταθερός σε όλο το μήκος του αγωγού.
- Δεν υπάρχει αέρας εγκλωβισμένος στη ροή.

## Βασικά χαρακτηριστικά BMP

- Μικρή μεταβολή του βάθους ροής
- Μικρή καμπύλωση της επιφάνειας του νερού
- Μικρή κλίση της ΕΕ
- Η ταχύτητα μεταβάλλεται από θέση σε θέση
- Κλίσεις ΓΕ και ΕΕ νερού διαφέρουν μεταξύ τους



## Τυπική μηκοτομή

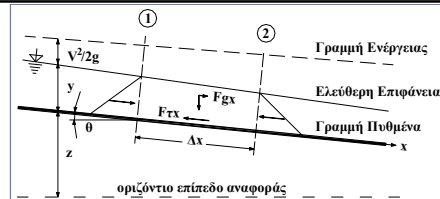


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

65

## Υπολογισμός ανομοιόμορφης ροής



- Χωρίζουμε τον μακρύ αγωγό σε επί μέρους τμήματα σε σειρά με ίδια χαρακτηριστικά.
- Προσδιορίζουμε τα χαρακτηριστικά της ομοιόμορφης ροής.
- Εκτιμούμε τη μορφή της ΕΕ στα επιμέρους τμήματα και τη σύνδεση των καμπυλών ΕΕ των επιμέρους τμημάτων μεταξύ τους.



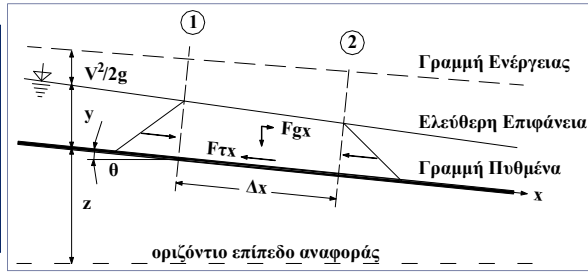
**Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή (BMP)**

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

66

Εξίσωση  
ενέργειας –  
Βασική διαφορική  
εξίσωση BMP



$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} = z + E \Rightarrow \frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{d}{dx} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

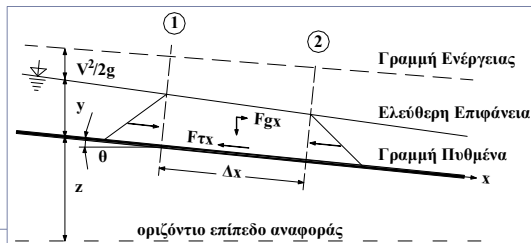
$$\left. \begin{aligned} dH/dx &= -J_E \\ dz/dx &= -J_o \\ dy/dx &= -J_v \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = J_o - J_E \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (J_o - J_E) - \frac{d}{dx} \left( \frac{V^2}{2g} \right)$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

67

Εξίσωση  
ενέργειας –  
Βασική διαφορική  
εξίσωση BMP



$$\frac{d}{dx} \left( \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right) \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(J_o - J_E)}{1 + \frac{d}{dy} \left( \frac{V^2}{2g} \right)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(J_o - J_E)}{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}}$$

$$F = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{Q}{A\sqrt{g\frac{A}{T}}} \Rightarrow F^2 = \frac{Q^2 T}{gA^3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(J_o - J_E)}{1 - F^2}$$

Για  
ορθογωνική  
διατομή:

$$\frac{Q^2 T}{gA^3} = \left( \frac{y_c}{y} \right)^3 \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(J_o - J_E)}{1 - \left( \frac{y_c}{y} \right)^3}$$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

68

## Τοπικές απώλειες

- Στην ανάλυση της BMP χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση ενέργειας αγνοώντας τις τοπικές απώλειες.
- Στις διάφορες μεθόδους υπολογισμού οι απώλειες αυτές μπορεί να λαμβάνονται υπόψη με τρόπο όμοιο με αυτό που εφαρμόσαμε στη ροή σε σωλήνες, δηλ. με ένα συντελεστή τοπικών απωλειών που λαμβάνει υπόψη το μέγεθος των δημιουργούμενων στροβίλων.
- Εναλλακτικά, μπορούμε να αυξήσουμε την τιμή του συντελεστή τραχύτητας Manning θεωρώντας ότι η αυξημένη τιμή λαμβάνει έμμεσα υπ' όψιν και τις τοπικές απώλειες ενέργειας.

## Διερεύνηση - Ορισμοί

- Για  $dy/dx = 0$  → βάθος ροής σταθερό κατά μήκος του αγωγού →  $J_o = J_E$  → ροή ομοιόμορφη →  $J_o = J_u = J_E$ .
- Για  $dy/dx > 0$  → αύξηση του βάθους ροής κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής → οι μορφές της ΕΕ ονομάζονται καμπύλες υπερύψωσης.
- Για  $dy/dx < 0$  → μείωση του βάθους ροής κατά την κύρια κατεύθυνση της ροής → οι μορφές της ΕΕ ονομάζονται καμπύλες κατάπτωσης.

## Τελικές εξισώσεις υπολογισμού BMP

$$\text{Εξίσωση ενέργειας} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(J_o - J_E)}{1 - F^2}$$

$$\text{Manning} \rightarrow J_E = \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} = n^2 \frac{Q^2}{A^2} \frac{\Pi^{4/3}}{A^{4/3}} = n^2 \frac{Q^2 \Pi^{4/3}}{A^{10/3}}$$

$$\text{Αριθμός Froude} \rightarrow F^2 = \frac{Q^2 \Gamma}{gA^3}$$

- ✓ Οι παραπάνω σχέσεις επιλύονται αριθμητικά και ευρίσκεται η μορφή της BMP.
- ✓ Είναι όμως ιδιαίτερα σημαντικό, πριν την επίλυση, να μπορούμε να χαράξουμε ποιοτικά τη μορφή της ΕΕ.

## Ταξινόμηση καμπυλών ΕΕ - Συμβολισμοί

- Ονομασία και συμβολισμός: Γίνεται με βάση την κλίση του πυθμένα  $J_o$
- Κλίση  $J_o$  θετική: το υψόμετρο μειώνεται προς τα κατόντη
- Ονομάζουμε: κρίσιμη κλίση  $J_k$  την κλίση για την οποία  $\gamma_o = \gamma_k$
- Η κρίσιμη κλίση υπολογίζεται από την εξ. Manning

	Κλίση Πυθμένα	Σύμβολο Καμπύλης	Χαρακτηριστική Συνθήκη
1	Υποκρίσιμη	<b>M</b> mild	$\gamma_o > \gamma_k$ , $0 < J_o < J_k$
2	Κρίσιμη	<b>C</b> critical	$\gamma_o = \gamma_k$ , $J_o = J_k > 0$
3	Υπερκρίσιμη	<b>S</b> steep	$\gamma_o < \gamma_k$ , $J_o > J_k > 0$
4	Οριζόντια	<b>H</b> horizontal	$\gamma_o = \infty$ , $J_o = 0$ Πρακτικά δεν μπορεί να εμφανισθεί ομοιόμορφη ροή.
5	Ανάστροφη	<b>A</b> adverse	$J_o < 0$ Δεν έχει νόημα η έννοια της ομοιόμορφης ροής.

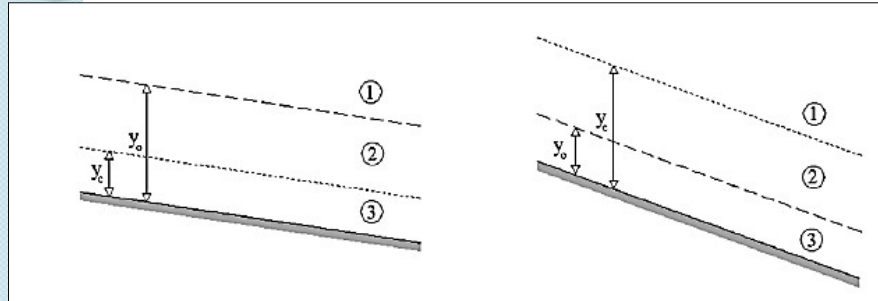
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018 Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ 73

## ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

- Υποκρίσιμη κλίση δεν σημαίνει πάντα υποκρίσιμη ροή.
  - Μπορεί να εμφανιστεί υπερκρίσιμη ροή σε υποκρίσιμη κλίση πυθμένα.
- Υπερκρίσιμη κλίση δεν σημαίνει πάντα υπερκρίσιμη ροή.
  - Μπορεί να εμφανιστεί υποκρίσιμη ροή σε υπερκρίσιμη κλίση πυθμένα.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018 Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ 74

## Ταξινόμηση καμπυλών ΕΕ - Υποχώροι

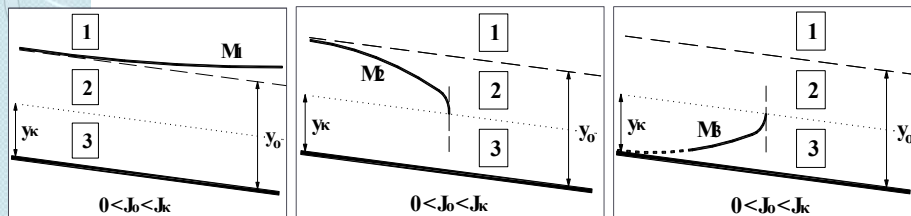


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-GIANNAROY

75

## Αγωγός υποκρίσιμης κλίσης



Καμπύλες τύπου  $M_1$  εμφανίζονται  
 ➤ πίσω από φράγματα.

Καμπύλες  $M_2$  εμφανίζονται όταν  
 ➤ αγωγοί υποκρίσιμης κλίσης περατούνται σε πτώση, ή  
 ➤ κατά τη μετάβαση από υποκρίσιμη ροή σε υπερκρίσιμη ροή (διατομή κρίσιμου βάθους).

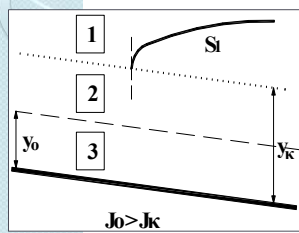
Η  $M_3$  μπορεί να εμφανισθεί όταν  
 ➤ δημιουργείται υπερκρίσιμη ροή π.χ. κατάντη θυροφράγματος.  
 ➤ Καταλήγει ή σε διατομή κρίσιμου βάθους ή γίνεται υδραυλικό άλμα.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

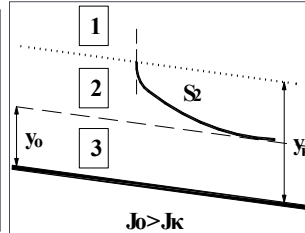
A. NANOY-GIANNAROY

76

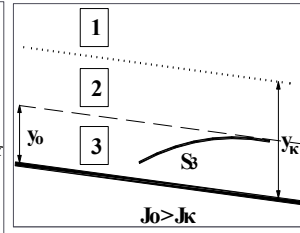
## Αγωγός υπερκρίσιμης κλίσης



Η καμπύλη  $S_1$  εμφανίζεται  
 > πίσω από φράγμα και  
 συνήθως συνδέεται με  
 υπερκρίσιμη ανάντη ροή  
 μέσω υδραυλικού  
 άλματος.

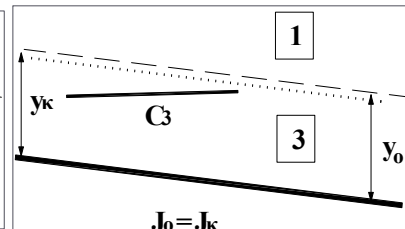
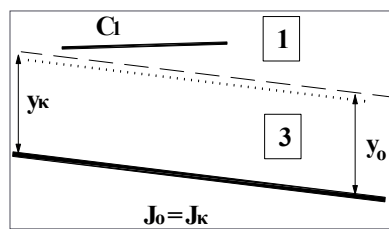


Η καμπύλη  $S_2$  μπορεί να  
 είναι καμπύλη μετάβασης  
 > από υπερκρίσιμη ροή σε  
 άλλη ακόμη πιο  
 υπερκρίσιμη, ή,  
 > από υποκρίσιμη ή  
 κρίσιμη σε υπερκρίσιμη  
 με αρχικό βάθος το  $y_κ$ .

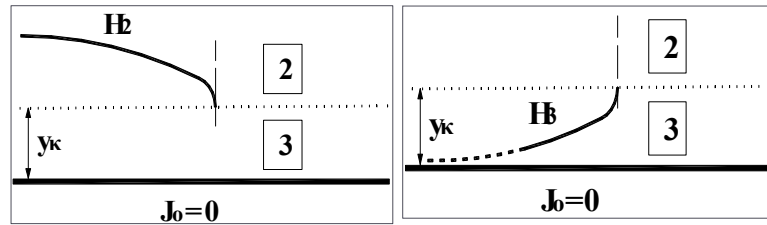


Η  $S_3$  μπορεί να  
 δημιουργηθεί  
 > κάτω από θυρόφραγμα  
 σε υπερκρίσιμο αγωγό, ή  
 > μπορεί να είναι καμπύλη  
 μετάβασης από  
 υπερκρίσιμη ροή σε άλλη  
 λιγότερο υπερκρίσιμη.

## Αγωγός κρίσιμης κλίσης



## Αγωγός μηδενικής κλίσης (οριζόντιος)

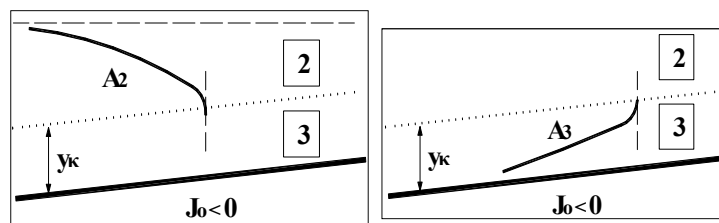


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

79

## Αγωγός αρνητικής κλίσης



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

80



	Υποχώρος 1: $y > y_0, y > y_k$	Υποχώρος 2: $y_0 \geq y_k, y_k \geq y_0$	Υποχώρος 3: $y < y_0, y < y_k$
Μηδενική κλίση $J_0 = 0, y_0 = \infty > y_k$	(δεν υπάρχει)  $J_0 = 0$	$H_2$  $J_0 = 0$	$H_3$  $J_0 = 0$
Υποκρίσιμη κλίση $0 < J_0 < J_c, y_0 > y_k$	$M_1$  $0 < J_0 < J_c$	$M_2$  $0 < J_0 < J_c$	$M_3$  $0 < J_0 < J_c$
Κρίσιμη κλίση $J_0 = J_c > 0, y_0 = y_k$	$C_1$  $J_0 = J_c$	$C_2$  $J_0 = J_c$	$C_3$  $J_0 = J_c$
Υπερκρίσιμη κλίση $J_0 > J_c > 0, y_0 < y_k$	$S_1$  $J_0 > J_c$	$S_2$  $J_0 > J_c$	$S_3$  $J_0 > J_c$
Αρνητική κλίση $J_0 < 0$	(δεν υπάρχει)  $J_0 < 0$	$A_2$  $J_0 < 0$	$A_3$  $J_0 < 0$

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-GIANNAROY

81

## ΠΡΟΣΟΧΗ: Ερωτήσεις «δύσκολες»

- Αναφέρατε καμπύλες υπερκρίσιμης κλίσης που αντιστοιχούν σε υποκρίσιμη ροή.
- Απάντηση:  $S_1$
- Αναφέρατε καμπύλες υποκρίσιμης κλίσης που αντιστοιχούν σε υπερκρίσιμη ροή.
- Απάντηση:  $M_3$
- Καμπύλες  $H_1, A_1, C_2$ : Δεν υπάρχουν (δεν υπάρχουν οι αντίστοιχοι υποχώροι).

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-GIANNAROY

82

## Διατομές (υδραυλικού) ελέγχου

- Διατομή (υδραυλικού) ελέγχου της ροής: Το βάθος ροής ή η στάθμη του νερού σε αυτό υπολογίζεται αποκλειστικά και μόνο από την παροχή, δηλ. υπάρχει μια μονοσήμαντη σχέση βάθους ροής (ή στάθμης νερού)-παροχής.
  - Για δεδομένη παροχή το βάθος ροής σε μια διατομή ελέγχου είναι δεδομένο.
- Χαρακτηριστικές διατομές υδραυλικού ελέγχου
  - Κρίσιμο βάθος.
  - Ομοιόμορφο βάθος.
  - Γνωστές στάθμες.

## Διατομές ελέγχου – Κρίσιμο βάθος

1. Αλλαγή κλίσης αγωγού από υποκρίσιμη σε υπερκρίσιμη.
  - Ελεύθερη πτώση υποκρίσιμης ροής που αποτελεί ακραία περίπτωση της προηγούμενης περίπτωσης.
2. Ροή σε στένωση, μέσα στην οποία το βάθος ροής είναι ίσο με το κρίσιμο.
3. Ροή σε αναβαθμό, στον οποίο το βάθος ροής είναι ίσο με το κρίσιμο.
4. Ροή που διέρχεται πάνω από στέψη φράγματος ή υπερχειλιστή.

## Διατομές ελέγχου – Ομοιόμορφο βάθος – Γνωστές στάθμες

1. Σε μια διατομή ελέγχου το βάθος ροής μπορεί να είναι ίσο με το ομοιόμορφο, όπως π.χ. στην περίπτωση που το μήκος του αγωγού είναι πολύ μεγάλο και η ροή αποκτά βάθος ίσο με το ομοιόμορφο.
2. Διατομές υδραυλικού ελέγχου αποτελούν και οι στάθμες ταμιευτήρων ή λιμνών στις οποίες καταλήγει η ροή.

## Φορά ελέγχου της ροής

- Μια διατομή ελέγχου της ροής ελέγχει-καθορίζει με συγκεκριμένη φορά (προς τα ανάντη ή τα κατόντη) τη μορφή της ΕΕ για ένα τμήμα της ροής μέχρι να συναντήσει μια άλλη διατομή ελέγχου.
- Στην **υποκρίσιμη ροή** οι μικρές ταχύτητες ροής δεν εμποδίζουν τη διάδοση της επίδρασης της διατομής ελέγχου προς τα ανάντη της ροής,
  - **Η υποκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα κατόντη.**
- Στην **υπερκρίσιμη ροή** οι πολύ μεγάλες ταχύτητας ροής «πνίγουν» την προς τα ανάντη διάδοση της επίδρασης της διατομής ελέγχου με αποτέλεσμα η διάδοση της επίδρασης να γίνεται προς τα κατόντη,
  - **Η υπερκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα ανάντη.**

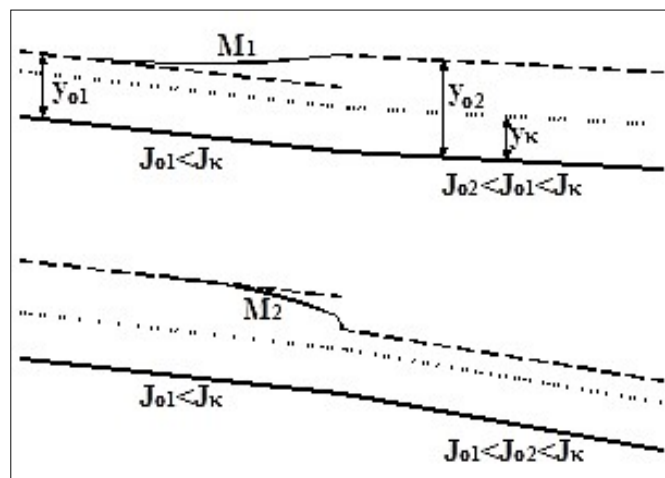
## ΔΙΑΦΟΡΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΤΗΣ ΕΕ ΣΕ ΒΜΡ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

87

### Ανάντη κλίση υποκρίσιμη (1)

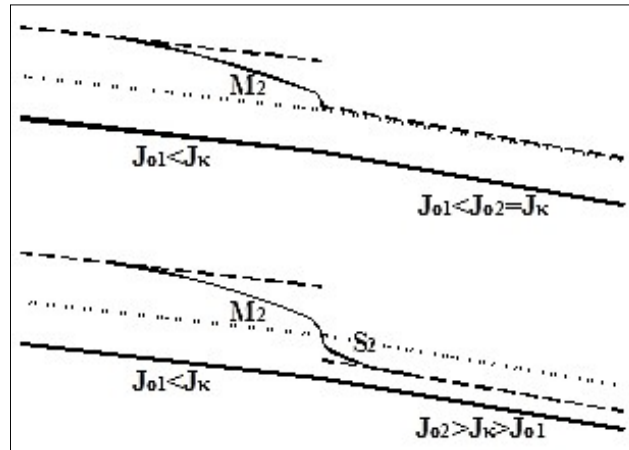


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

88

## Ανάντη κλίση υποκρίσιμη (2)

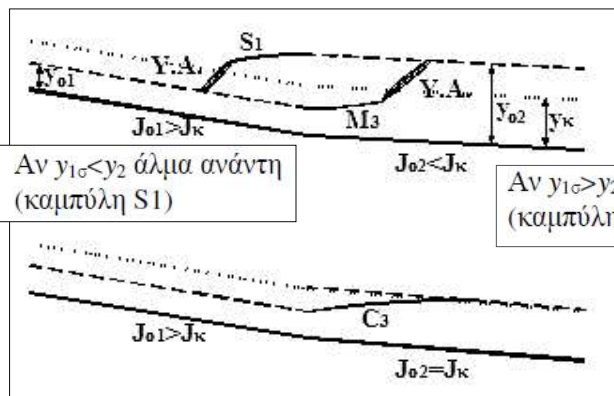


ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

89

## Ανάντη κλίση υπερκρίσιμη (1)



Αν  $y_{1\sigma} < y_2$  άλμα ανάντη (καμπύλη  $S_1$ )

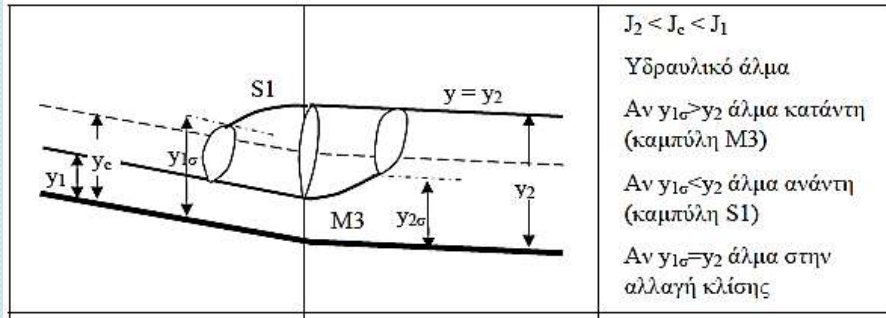
Αν  $y_{1\sigma} > y_2$  άλμα κατάντη (καμπύλη  $M_3$ )

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

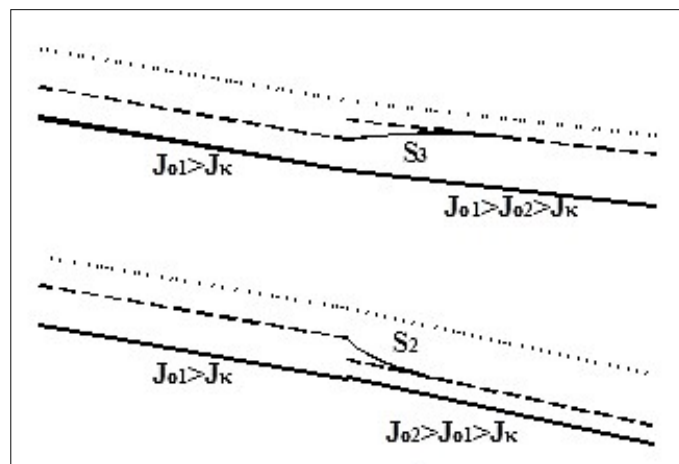
90

## Θέση υδραυλικού άλματος για αλλαγή κλίσης από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη



$J_2 < J_c < J_1$   
 Υδραυλικό άλμα  
 Αν  $y_{1\sigma} > y_2$  άλμα κατόντη (καμπύλη M3)  
 Αν  $y_{1\sigma} < y_2$  άλμα ανάντη (καμπύλη S1)  
 Αν  $y_{1\sigma} = y_2$  άλμα στην αλλαγή κλίσης

## Ανάντη κλίση υπερκρίσιμη (2)



## Ελεύθερη πτώση

	$H \geq y_0$ $H > y_c$ $H < y_c$	<p>Πτώση <math>J_0 &lt; J_c</math></p> <p>Εάν <math>H &gt; y_0</math> τότε M1</p> <p>Εάν <math>H \leq y_0</math> τότε M2</p>
	$H > y_c$ $H < y_c$ $H < y_0$	<p>Πτώση <math>J &gt; J_c</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Εάν <math>H &gt; y_c</math> τότε S1</li> <li>• Εάν <math>y_0 &lt; H &lt; y_c</math> τότε εμφανίζεται ατελές υδραυλικό άλμα</li> <li>• Εάν <math>H &lt; y_0</math> τότε εμφανίζεται πτώση</li> </ul>

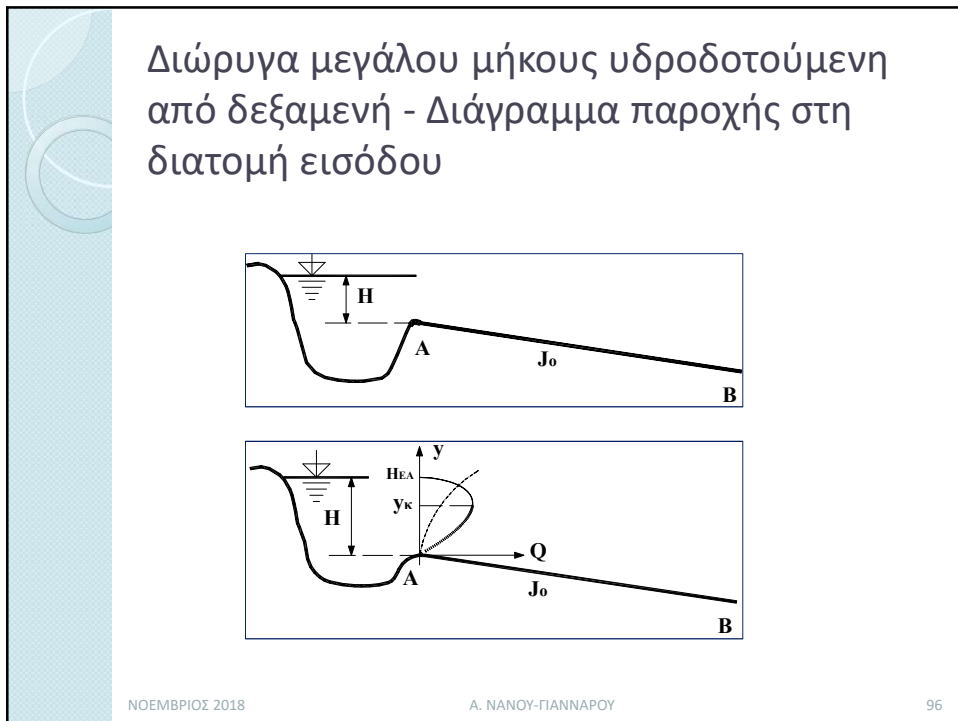
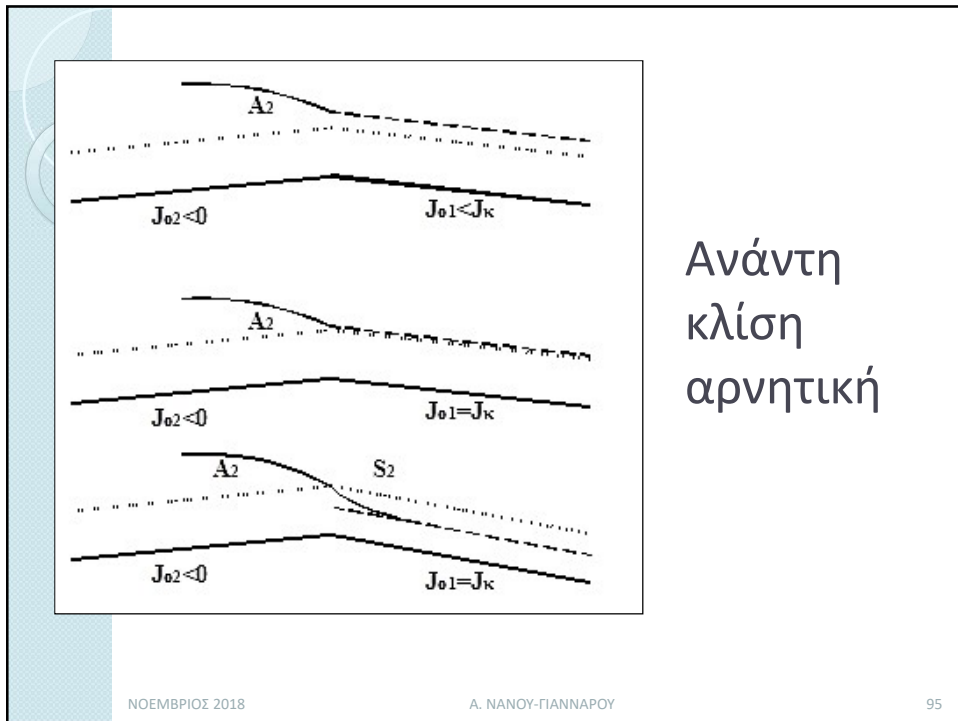
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018
A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ
93

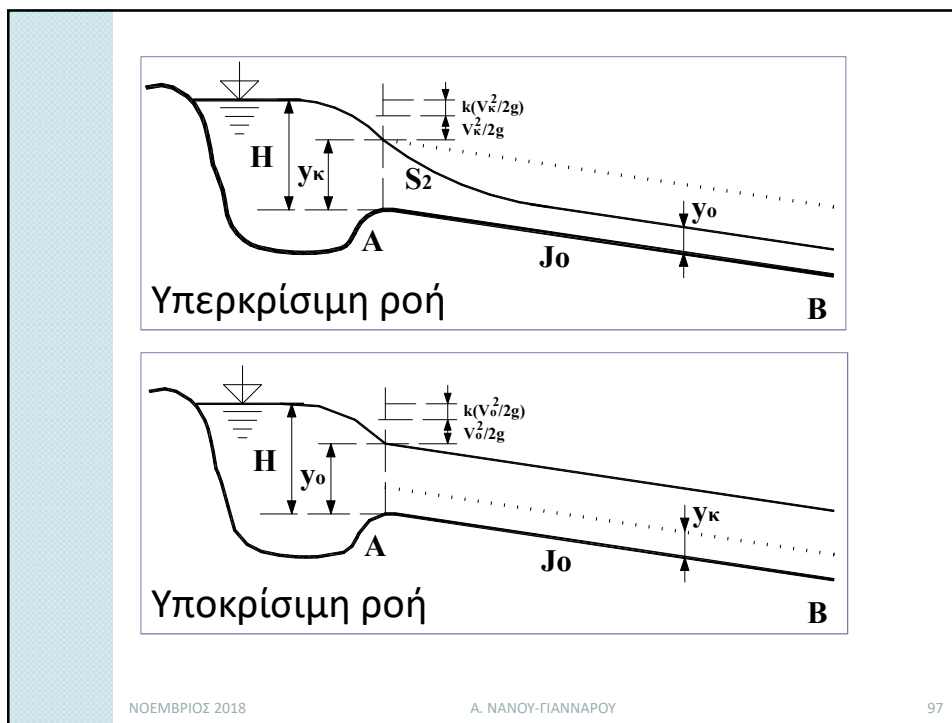
### Ανάντη κλίση κρίσιμη

ανάλογα με κατάντη συνθήκη

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018
A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ
94







ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

97

## Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων ροής με ΕΕ

- Υπολογίζουμε το **κρίσιμο** βάθος και το **ομοιόμορφο** βάθος.
- Ελέγχουμε σε ποιες περιοχές η ομοιόμορφη ροή, εφ' όσον εμφανιστεί, είναι υποκρίσιμη και σε ποιες υπερκρίσιμη (αριθμός Froude). Βρίσκουμε τις **θέσεις των υδραυλικών αλμάτων**.
- Έχοντας υπολογίσει τα ομοιόμορφα βάθη και το κρίσιμο βάθος, μπορούμε να χαράξουμε ποιοτικά τις καμπύλες BMP.
  - Προσδιορίζουμε τις **διατομές ελέγχου**. Η υποκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα **κατάντη**. Η υπερκρίσιμη ροή ελέγχεται από τα **ανάντη**.
  - Ανάλογα με την κλίση, **ονομάζουμε τις καμπύλες** M, S, C, H, A.
  - Ανάλογα με τον υποχώρο, **αριθμούμε τις καμπύλες**.

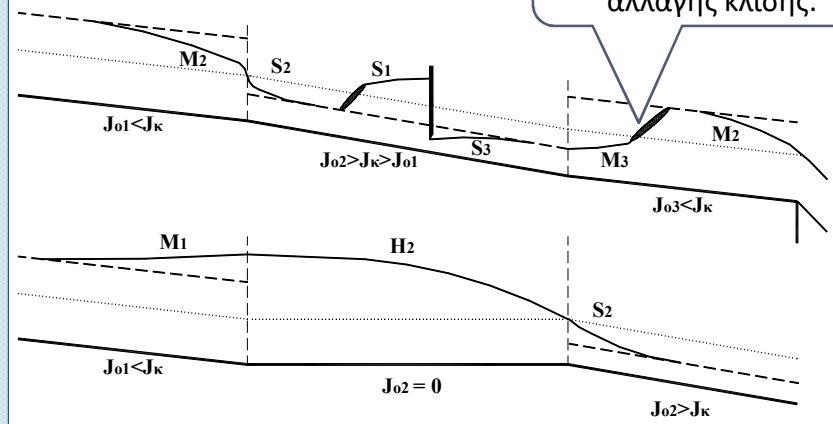
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

98

## Παραδείγματα αγωγού μεγάλου μήκους με πολλές αλλαγές της κλίσης

Το άλμα μπορεί να γίνει ανάντη ή κατάντη της αλλαγής κλίσης.



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

99

## Παράδειγμα 9.3-1 - Εκφώνηση

Να εκτιμηθεί η μορφή της ΕΕ στα τμήματα του αγωγού ΠΡ, ΡΣ, ΣΤ και ΤΥ του σχήματος, θεωρώντας:

1. Τα μήκη των τμημάτων του αγωγού είναι πολύ μεγάλα.
2. Για τις στάθμες του νερού στους ταμιευτήρες ισχύουν:  $\gamma_A > \gamma_{01}$  και  $\gamma_B > \gamma_{04}$ .
3. Το θυρόφραγμα έχει άνοιγμα μικρότερο του κρίσιμου βάθους ( $w < \gamma_c$ ).
4. Ο υπερχειλιστής έχει ύψος μεγαλύτερο του ανάντη ομοιόμορφου βάθους ( $w > \gamma_{02}$ ).

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

100

## Παράδειγμα 9.3-1 - Συμβολισμοί

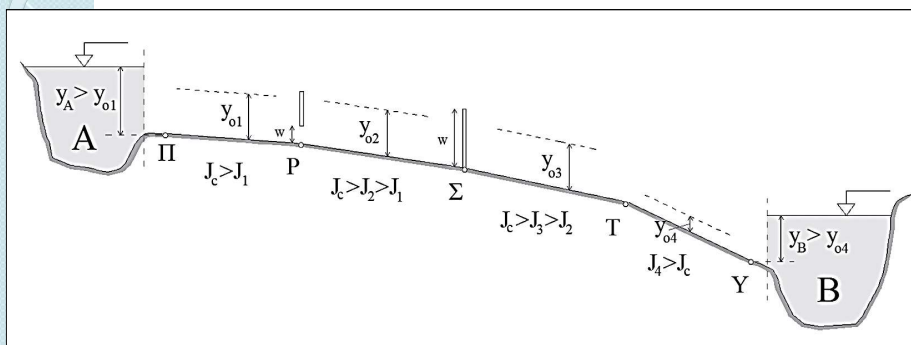
1. Επειδή τα μήκη των τμημάτων του αγωγού είναι πολύ μεγάλα, η ροή μακριά από τις διατομές ελέγχου είναι ομοιόμορφη με βάθη ροής στα ΠΡ, ΡΣ, ΣΤ και ΤΥ ίσα με το ομοιόμορφο βάθος που συμβολίζουμε με  $y_{o1}$ ,  $y_{o2}$ ,  $y_{o3}$  και  $y_{o4}$ , αντίστοιχα.
2. Το κρίσιμο βάθος συμβολίζουμε με  $y_c$  και είναι ίδιο και στα τέσσερα τμήματα, επειδή έχουν την ίδια διατομή.
3. Τις κλίσεις των τμημάτων ΠΡ, ΡΣ, ΣΤ και ΤΥ συμβολίζουμε με  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  και  $J_4$ , αντίστοιχα, ισχύει:  $J_1 < J_2 < J_3 < J_4$ , όπου  $J_c$  είναι η κρίσιμη κλίση.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

101

## Παράδειγμα 9.3-1



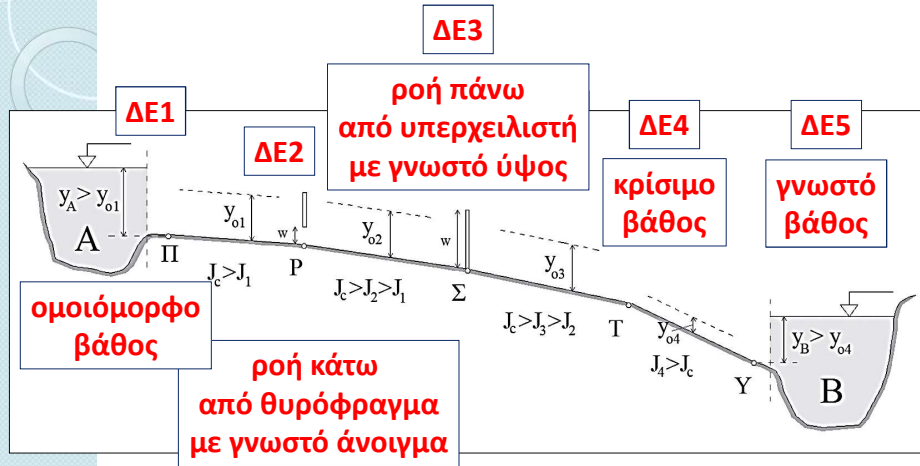
Οι διατομές υδραυλικού ελέγχου της ροής είναι πέντε και σημειώνονται στο σχήμα με ΔΕ1, ΔΕ2, ΔΕ3, ΔΕ4 και ΔΕ5.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

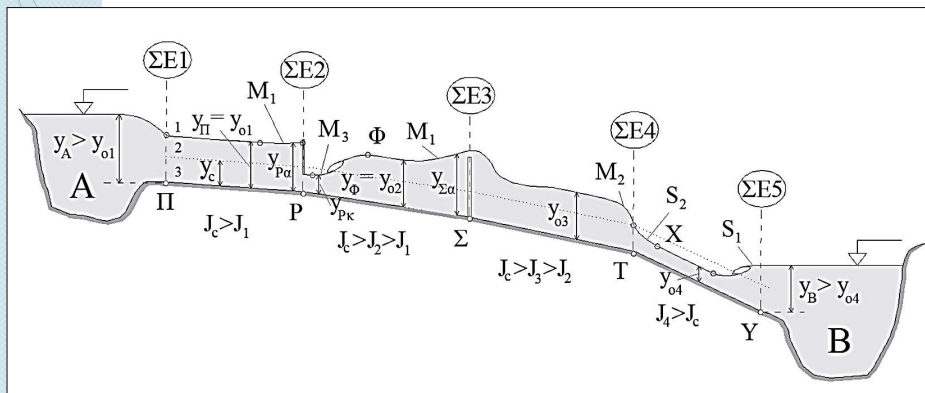
102

### Παράδειγμα 9.3-1 – Διατομές ελέγχου



Οι διατομές υδραυλικού ελέγχου της ροής είναι πέντε και σημειώνονται στο σχήμα με ΔΕ1, ΔΕ2, ΔΕ3, ΔΕ4 και ΔΕ5.

### Παράδειγμα 9.3-1 - Μορφή της ΕΕ



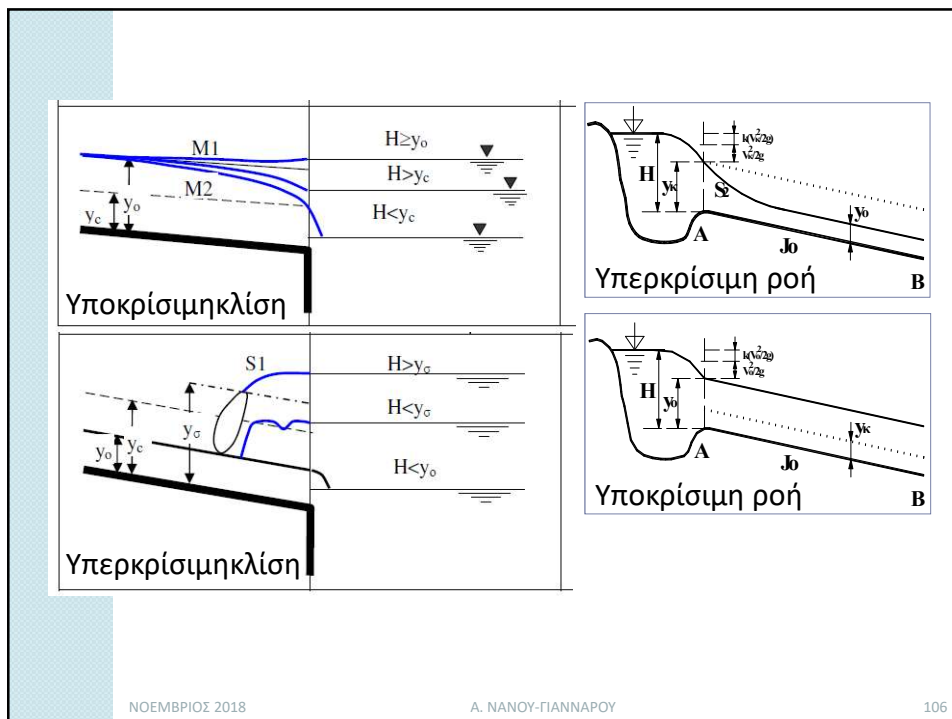
## Άλλες παραλλαγές του παραδείγματος

- Η στάθμη του ταμιευτήρα Β βρίσκεται χαμηλότερα από τη στάθμη της ροής στο τμήμα 4-5.
- Στο πρώτο τμήμα (ΠΡ) του αγωγού η κλίση είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη κλίση.
- Στο δεύτερο τμήμα (ΡΣ) του αγωγού η κλίση είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη.
- Στο τέταρτο τμήμα (ΤΥ) του αγωγού η κλίση είναι υποκρίσιμη και μεγαλύτερη αυτής του ανάντη τμήματος (ΣΤ).
- Στον ταμιευτήρα Β η στάθμη του νερού βρίσκεται χαμηλά και ισχύει  $y_B < y_0$ .

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

105



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

106

## Παράδειγμα 9.3.-2

Εκτιμείστε τη μορφή της ΕΕ στον αγωγό του σχήματος:

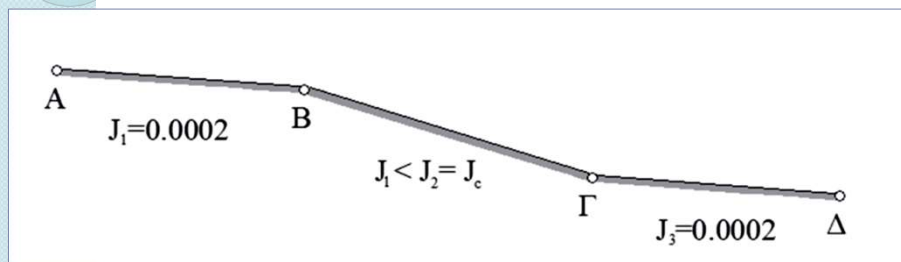
1. Τα τμήματα του αγωγού ΑΒ, ΒΓ και ΓΔ έχουν την ίδια **τραπεζοειδή** διατομή με πλάτος ίσο με  $b=2.50\text{ m}$ , κλίση πρανών ίση με  $Z=1.0$  και μεταφέρουν την ίδια παροχή  $Q=5.0\text{ m}^3/\text{s}$ .
2. Τα μήκη των τμημάτων των αγωγών είναι πολύ μεγάλα.
3. Για τις κλίσεις των τμημάτων ΑΒ, ΒΓ και ΓΔ που συμβολίζουμε με  $J_1$ ,  $J_2$  και  $J_3$ , αντίστοιχα, ισχύουν:  $J_1 = J_3 = 0.0002 < J_2 = J_c$ , όπου με  $J_c$  συμβολίζουμε την κρίσιμη κλίση.

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

107

## Αγωγός του παραδείγματος 9.3-2



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

A. NANOY-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

108

## Λύση

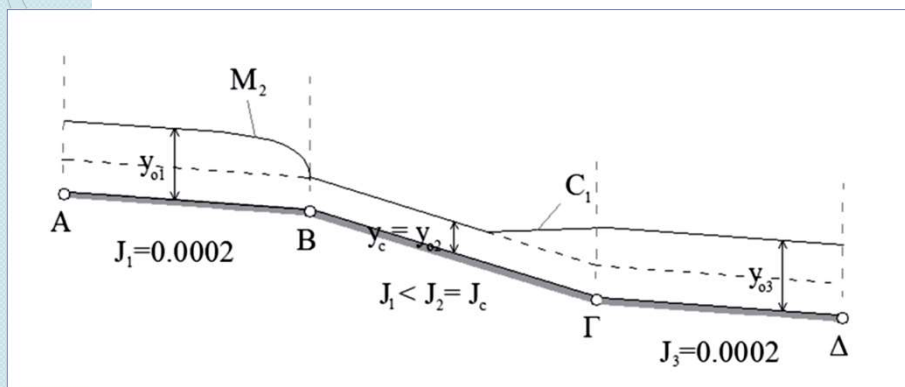
- Η διατομή του αγωγού δεν αλλάζει, οπότε το κρίσιμο βάθος είναι το ίδιο και στα τρία τμήματα:  $y_c=0.674 \text{ m}$
- Το ομοιόμορφο βάθος σε κάθε τμήμα του αγωγού είναι:
  - Στα τμήματα AB και ΓΔ  $\rightarrow y_{o1} = y_{o3} = 1.464 \text{ m}$
  - Στο τμήμα ΒΓ  $\rightarrow y_{o2} = y_c = 0.674 \text{ m}$ .
- Χαρακτηρίζουμε τα τρία τμήματα του αγωγού AB, ΒΓ και ΓΔ ως M, C και M, αντίστοιχα.
- Οι διατομές υδραυλικού ελέγχου της ροής είναι στις θέσεις:
  - A, Γ, Δ  $\rightarrow$  ομοιόμορφο βάθος
  - B  $\rightarrow$  ομοιόμορφο βάθος = κρίσιμο βάθος

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

109

## Καμπύλη ελεύθερης επιφάνειας στον αγωγό του παραδείγματος 9.3-2



ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2018

Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ

110



## Παρατηρήσεις

1. Η τιμή της κρίσιμης κλίσης  $J_2$  δεν ήταν υποχρεωτικό να δοθεί. Θα μπορούσε να υπολογιστεί.
2. Η καμπύλη C1 δεν είναι υδραυλικό άλμα.
  - Για να πραγματοποιηθεί υδραυλικό άλμα στην περιοχή των τμημάτων ΒΓ και ΓΔ πρέπει η κλίση του τμήματος ΒΓ να είναι υπερκρίσιμη και η κλίση του τμήματος ΓΔ να είναι υποκρίσιμη.
    - Τότε, η περιοχή της θέσης Β αποτελεί διατομή ελέγχου προς τα κατάντη.