Οἱ ἀπώλειες φορτίου καὶ οἱ παροχὲς σχεδιασμοῦ σὲ κλειστὰ κυκλοφοριακὰ (βροχωτὰ) ὑπὸ πίεση ἀρδευτικὰ δίκτυα μὲ ἐλεύθερη ζήτηση

Τοῦ **Λάζαρου Λαζαρίδη***, Πολιτικοῦ Μηχ/κοῦ

Περίληψη

Ἡ λειτουργία τῶν κλειστῶν κυκλοφοριακῶν ὑπὸ πίεση δικτύων ἀρδεύσεως μὲ ἐλεύθερη ζήτηση ἔχει πιθανοθεωρητικὸ χαρακτήρα. Ἔτσι οἱ ἀντίστοιχες ἀπώλειες φορτίου ἔχουν καὶ αὐτὲς πιθανοθεωρητικὸ χαρακτήρα καὶ ἡ ἔρευνα στὴν παροῦσα ἐργασία ἔχει σκοπὸ νὰ προσδιορίσει καταρχὴ αὐτὲς τὶς ἀπώλειες σὲ ἕνα βρόχο σωληνωτοῦ δικτύου ποὺ λειτουργεῖ μὲ ἐλεύθερη ζήτηση.

Ἡ ἀναζήτηση τῆς λύσεως ἔγινε μὲ βάση τὴν κατανομὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου σὲ ὅμοια ἀλλὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα. Βρέθηκαν ἔτσι καὶ ἐδῶ ἀντίστοιχες «ἰδεατὲς παροχὲς» ποὺ ἂν ἐφαρμοσθοῦν στὰ διάφορα τμήματα τοῦ βρόχου μᾶς δίνουν ἐκεῖνες ἀκριβῶς τὶς ἀπώλειες φορτίου ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὴν ἐπιθυμητὴ στάθμη πιθανότητας ἢ ποιότητας λειτουργίας ὅπως ὀνομάζεται.

Ὅπως καὶ στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα ἔτσι καὶ ἐδῶ θεωρήθηκε ἡ ἀπώλεια φορτίου $h=m+u.s$ σὰν τυχαία μεταβλητή, ὅπου m καὶ s εἶναι ἀντίστοιχα ἡ μέση τιμὴ καὶ ἡ τυπικὴ ἀπόκλισή της, ἐνῶ ἡ τυποποιημένη τιμὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου ἀποδείχτηκε ὅτι μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ γιὰ τὸ πεδίο ἐφαρμογῆς ἴση μὲ τὴν ε ποὺ εἶναι ἡ τυποποιημένη τιμὴ κανονικῆς κατανομῆς ($\mu=0$, $\sigma=1{,}0$).

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἔρευνας εἶναι καὶ ἐδῶ ἀρκετὰ ἁπλὰ καὶ παρόμοια μὲ τὰ ἀποτελέσματα ποὺ βρήκαμε γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα καὶ ἔχουν ἐπαληθευτεῖ μὲ τὴ μέθοδο τῆς ἐξομοιώσεως σὲ ἕνα κλειστὸ κυκλοφοριακὸ βρόχο.

1. Εἰσαγωγή

Σὲ μιὰ σχετικὴ ἔρευνα [4] τῶν ἀπωλειῶν φορτίου καὶ τῶν παροχῶν σχεδιασμοῦ σὲ ἀκτινωτὰ ὑπὸ πίεση δίκτυα ἀρδεύσεως ποὺ λειτουργοῦν μὲ ἐλεύθερη ζήτηση, ἔχουν δοθεῖ ὅλα τὰ γενικὰ στοιχεῖα ὅπως ἐπίσης καὶ οἱ σχετικὲς ἐργασίες ποὺ ἀφοροῦν τέτοια δίκτυα. Πολλὰ στοιχεῖα ἀπὸ αὐτὰ εἶναι γενικοῦ χαρακτήρα καὶ ἀφοροῦν ὄχι μόνο τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα ἀλλὰ καὶ τὰ κλειστὰ κυκλοφοριακά. Σὰν τέτοια εἶναι, π.χ. ὁ τύπος τοῦ R. Clement, ὁ καθορισμὸς τῆς ποιότητας λειτουργίας κλπ.

Ἐδῶ δὲ θεωροῦμε σκόπιμο νὰ ἐπαναλάβουμε τὴν περιγραφὴ τῶν ἐργασιῶν αὐτῶν καὶ τῶν ἐνδιαφερόντων στοιχείων, ἀφοῦ δόθηκαν στὴν πιὸ πάνω [4] σχετικὴ ἐργασία μας. Θὰ ἀναφέρουμε μόνο γιὰ ὑπενθύμιση ὅτι ἡ παροχὴ σὲ μιὰ θέση τοῦ δικτύου ἀκολουθεῖ τὴ διωνυμικὴ κατανομὴ (Bernouilli) ἢ μὲ ἄλλα λόγια ἡ πιθανότητα φ νὰ ζητιέται παροχὴ $Q \leqq N.q_0$ θὰ εἶναι:

$$\varphi = \sum_{0}^{N} \cdot \binom{R}{N} p^{N} \cdot (1-p)^{R-N}$$

ὅπου φ = ἡ πιθανότητα νὰ ζητιέται παροχὴ $Q \leqq R.q_0$

N = Μέγιστο πλῆθος ἀνοιχτῶν στομίων ὑδροληψιῶν γιὰ στάθμη πιθανότητας $\varphi (N \leqq R)$

R = Συνολικὸ πλῆθος στομίων ὑδροληψίας τοῦ δικτύου ποὺ ἐξυπηρετεῖται ἀπὸ τὴν ἐξεταζόμενη θέση

p = Πιθανότητα λειτουργίας κάθε στομίου ποὺ θεωρεῖται σταθερή.

Ἡ προσέγγιση τῆς διωνυμικῆς κατανομῆς ὅπως εἶναι γνωστὸ πραγματοποιεῖται ἱκανοποιητικὰ μὲ κατανομὲς πιὸ εὔχρηστες ὅπως π.χ. ἡ κατανομὴ Poisson καὶ ἡ κανονικὴ κατανομή.

Ὁ πιὸ πάνω τύπος τοῦ R. Clement ποὺ εἶναι γνωστὸς σὰν «πρῶτος τύπος», ἐφαρμόζεται γιὰ τὸν προσδιορισμὸ τῆς παροχῆς σὲ μιὰ θέση τοῦ δικτύου καὶ φαίνεται ὅτι ἀποτελεῖ ἀρκετὰ βάσιμη παραδοχὴ γιὰ τὸν τρόπο λειτουργίας δικτύων μὲ ἐλεύθερη ζήτηση. Βέβαια ὁ R. Clement τὸ 1966 πρότεινε καὶ τὸ «δεύτερο τύπο», ποὺ βασίζεται στὴ στοχαστικὴ ἐξέταση τῆς λειτουργίας τοῦ δικτύου τὴν ὁποία δέχεται ὅτι ἀκολουθεῖ ἀνέλιξη γεννήσεως καὶ θανάτου. Γι' αὐτὴ τὴν παραδοχὴ ἔχουν ἐκφραστεῖ διάφορες ἀπόψεις καὶ κυρίως ἐπιφυλάξεις γιὰ τὴ σκοπιμότητα ἐφαρμογῆς τέτοιων στοχαστικοῦ μοντέλου σὲ ἀρδευτικὰ δίκτυα.

Ὁ πρῶτος τύπος τοῦ R. Clement δεχόμαστε ὅτι μᾶς δίνει ἀρκετὰ ἱκανοποιητικὲς πληροφορίες γιὰ τὶς ζητούμενες παροχὲς σὲ μιὰ θέση τοῦ δικτύου. Μὲ βάση λοιπὸν αὐτὴ τὴ σχέση ἐρευνήθηκε στὴν πιὸ πάνω [4] ἐργασία μας, ἡ κατανομὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου σὲ τυχαία διαδρομὴ τοῦ νεροῦ —ἡ ὁποία ὀνομάζεται «γραμμὴ μεταφορᾶς —σὲ ἕνα ἀκτινωτὸ σωληνωτὸ— ὑπὸ πίεση δίκτυο. Μὲ τὴν ἔρευνα προσδιορίστηκαν κατάλληλα μεγέθη μὲ διαστάσεις παροχῆς τὰ ὁποῖα πολὺ ἁπλὰ καὶ εὔκολα ὑπολογίζονται σὲ κάθε θέση ἑνὸς ἀκτινωτοῦ δικτύου καὶ τὰ ὁποῖα ὀνομάστηκαν «ἰδεατὲς παροχές». Οἱ ἰδεατὲς αὐτὲς παροχὲς ἐφαρμοζόμενες γιὰ μιὰ ὁρισμένη ἀπαίτηση σὲ ποιότητα λειτουργίας φ, δίνουν μὲ μεγάλη προσέγγιση ἐκεῖνες τὶς ἀπώλειες φορτίου κατὰ μῆκος τῆς ἐξεταζόμενης γραμμῆς μεταφορᾶς, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν στὴν ἐπιθυμητὴ τιμὴ τῆς φ.

Οἱ σχέσεις ποὺ δίνουν τὶς τιμὲς τῶν ἀπωλειῶν φορτίου καὶ τῶν ἰδεατῶν παροχῶν εἶναι οἱ ἑξῆς :

$$h = \Sigma K_i Q_i^{\alpha}$$

ὅπου h = Ἡ ἀπώλεια κατὰ μῆκος μιᾶς γραμμῆς μεταφορᾶς ἢ διαδρομῆς τοῦ νεροῦ.

K_i = Συντελεστὴς ποὺ ἐξαρτιέται ἀπὸ τὴ διάμετρο, τὸ μῆκος καὶ τὸ συντελεστὴ τραχύτητας τοῦ σωλήνα.

α = Ἀριθμητικὸς ἐκθέτης ποὺ συνήθως βρίσκεται ἀνάμεσα στὶς τιμὲς περίπου 1,76 ἕως 2,00

Q_i = Ἰδεατὴ παροχὴ στὴ θέση (ἢ τμῆμα) i τῆς γραμμῆς μεταφορᾶς τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ βρέθηκε.

$$Q_i = \left[\mu_i^{\alpha} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \mu_i^{\alpha-2} \sigma_i^2 + \alpha \cdot \varepsilon \cdot \mu_i^{\alpha-1} \cdot \sigma_i \right]^{1/\alpha}$$

* Διπλωματοῦχος Πολιτικὸς Μηχανικὸς Ε.Μ.Π. 1955. Ἐργάστηκε στὴ σεισμόπληκτη περιοχὴ Μαγνησίας, σὲ στρατιωτικὰ ἔργα, στὴ μηχανικὴ καλλιέργεια τοῦ Ὑπουργείου Γεωργίας καὶ τὴν Τ.Υ.Δ.Κ. Καρδίτσας. Ἀπὸ τὸ 1961 εἶναι μελετητὴς ὑδραυλικῶν ἔργων.

καὶ ε = τυποποιημένη τυχαία μεταβλητὴ κανονικῆς κατανομῆς (0,1).

Γιὰ τὶς ἐφαρμογὲς βέβαια ἀποδείχθηκε [4] ὅτι ἀρκεῖ ἡ ἐφαρμογὴ τῶν ἑξῆς ἰδεατῶν παροχῶν, ὁποιαδήποτε σχέση γραμμικῶν ἀπωλειῶν καὶ ἂν ἐφαρμόζουμε :

$$Q_i = (\mu_i^2+\sigma_i^2+2\cdot\varepsilon\cdot\mu_i\cdot\sigma_i)^{1/2} = \mu_i(1+C_{vi}^2+2\cdot\varepsilon\cdot C_{vi})^{1/2}$$

ὅπου C_{vi} ὁ συντελεστὴς μεταβολῆς τῶν παροχῶν = σ_i/μ_i.

Ὁ ὅρος C_{vi}^2 μπορεῖ νὰ παραλείπεται μάλιστα στὶς ἐφαρμογὲς γιατὶ ἡ παράλειψή του ὑποτιμᾶ πολὺ λίγο τὶς ἀπώλειες.

Μὲ τὶς πιὸ πάνω σχέσεις τὸ πρόβλημα τῶν ἀκτινωτῶν ὑπὸ πίεση δικτύων μὲ ἐλεύθερη ζήτηση λύθηκε σὲ ὅτι ἀφορᾶ τὴν εὕρεση τῶν ἀπωλειῶν φορτίου μὲ ὁρισμένη στάθμη ποιότητας λειτουργίας. Βέβαια οἱ τιμὲς τῶν ἰδεατῶν παροχῶν ποὺ βρέθηκαν γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα δὲν ἐφαρμόζονται σὲ κλειστὰ κυκλοφοριακὰ τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν ἰδιομορφία στὸν τρόπο λειτουργίας τους.

Τὸ πρόβλημα τῶν κλειστῶν ὑπὸ πίεση κυκλοφοριακῶν δικτύων ἀρδεύσεως ποὺ λειτουργοῦν μὲ ἐλεύθερη ζήτηση δὲν ἔχει λυθεῖ μέχρι τώρα μὲ κάποιο αἰτιοκρατικὸ ἢ γενικὸ τρόπο, παρὰ μόνο στὶς περιπτώσεις ποὺ ἡ ποιότητα λειτουργίας λαμβάνεται φ = 100% δηλαδὴ ὅλα τὰ στόμια εἶναι ἀνοιχτά, μὲ τὴ γνωστὴ μέθοδο τοῦ H. Cross [1,5]. Ἡ λύση τέτοιων προβλημάτων εἶναι δυνατὴ καὶ πραγματοποιεῖται μόνο μὲ κατάλληλη ἐξομοίωση τῆς λειτουργίας κάθε συγκεκριμένης περιπτώσεως κλειστοῦ δικτύου. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἀπ' ὅτι ἔχουμε ὑπόψη μας λαμβάνεται σὰν κριτήριο καθορισμοῦ τῆς ποιότητας λειτουργίας τὸ κριτήριο τῆς ἀπώλειας φορτίου, ποὺ θεωρήθηκε καὶ γενικότερα σὰν σωστὸ στὴν ἔρευνα [4] ποὺ ἔγινε γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα.

Εἶναι φανερὸ πάντως ὅτι σὲ περιπτώσεις περισσοτέρων τοῦ ἑνὸς βρόχου ὁ ὄγκος τῶν ὑπολογισμῶν μὲ ἠλεκτρονικὸ ὑπολογιστὴ εἶναι πάρα πολὺ μεγάλος ἰδίως ὅταν πρέπει νὰ γίνει ἔρευνα καὶ γιὰ τὴ βελτιστοποίηση τοῦ δικτύου.

Στὴν παροῦσα ἐργασία ἀντιμετωπίζεται καταρχὴ ἡ περίπτωση ἑνὸς βρόχου καὶ λύνεται τὸ πρόβλημά του. Ἡ λύση τοῦ προβλήματος βασίζεται στὴν ἔρευνα [4] ποὺ ἔγινε γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα καὶ σὲ ὁρισμένες συμπληρωματικὲς σκέψεις καὶ ὑπολογισμούς. Ἔτσι μὲ τὸν ἴδιο τρόπο καθορίζονται πάλι «ἰδεατὲς παροχὲς σχεδιασμοῦ» καὶ ὑποδεικνύεται ἕνας κατάλληλος τρόπος γιὰ τὴν ἐφαρμογή τους. Τὰ ἀποτελέσματα ποὺ δίνει ἡ προτεινόμενη μέθοδος ἐλέγχονται σὲ ἕνα συγκεκριμένο παράδειγμα μὲ τὴ μέθοδο τῆς ἐξομοιώσεως καὶ ἀποδεικνύονται πλήρως ἱκανοποιητικά.

Ἡ ἐφαρμογὴ τῶν «ἰδεατῶν παροχῶν» εἶναι ἁπλούστατη καὶ ἀπαλλάσσει τὸ μηχανικὸ ἀπὸ τὴν ἐκτέλεση ἑνὸς προγράμματος ὑπολογισμῶν γιὰ νὰ βρεῖ τὴ λύση μὲ τὴ μέθοδο τῆς ἐξομοιώσεως.

Τὸ θέμα ὅμως δὲν εἶναι μόνο ἡ μείωση τοῦ ὄγκου τῶν ὑπολογισμῶν ἀλλὰ καὶ ἡ ὀρθὴ ἀντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων. Πράγματι μὲ τὶς προτεινόμενες «ἰδεατὲς παροχὲς» μετατρέπεται καὶ ἐδῶ, ὅπως καὶ στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα, ἕνα πιθανοθεωρητικὸ πρόβλημα σὲ αἰτιοκρατικὸ καὶ ἀποφεύγεται ὁ ὑπερσχεδιασμὸς ἢ ἀκόμα καὶ ὁ ὑποσχεδιασμὸς τῶν δικτύων, ποὺ ὅπως εἶναι γνωστὸ εἶναι ἀναπόφευκτος ὅταν ἐφαρμοσθοῦν παροχὲς σχεδιασμοῦ κατὰ ὁποιαδήποτε ἐμπειρικὴ διαδικασία. Μάλιστα πρέπει σχετικὰ νὰ τονισθεῖ ὅτι ἴσως πολλὲς φορὲς σχεδιάζοντας σωστὰ νὰ προκύπτει ὅτι ἕνα κλειστὸ δίκτυο τεχνητῆς βροχῆς μὲ ἐλεύθερη ζήτηση εἶναι οἰκονομικότερο ἀπὸ ἕνα ἀντίστοιχο κλειστὸ δίκτυο ποὺ λειτουργεῖ μὲ πρόγραμμα, ἐνῶ θεωρώντας τὶς ἐφαρμοζόμενες ἐμπειρικὲς παροχὲς σχεδιασμοῦ νὰ προκύπτει ἀντίθετο συμπέρασμα.

Γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς προτεινόμενης μεθόδου μὲ «ἰδεατὲς παροχὲς σχεδιασμοῦ» τελικὰ προσδιορίζεται σὲ κάθε βρόχο καὶ ἕνα σημεῖο ἰσορροπίας τῶν ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ του πιεζομετρικῶν γραμμῶν ποὺ τὸ ὀνομάζουμε «ἰδεατὸ σημεῖο διακοπῆς».

Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς προτεινόμενης μεθόδου σὲ περισσότερους βρόχους εἶναι δυνατὴ ἀλλὰ ὁπωσδήποτε μὲ σημαντικὴ αὔξηση τῶν δυσκολιῶν ἀπὸ πλευρᾶς ὄγκου ὑπολογισμῶν.

Πρέπει πάντως νὰ ἀναφερθεῖ ὅτι μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τέτοιων ἰδεατῶν παροχῶν διευκολύνεται πάρα πολὺ καὶ ἡ διαδικασία τῆς βελτιστοποιήσεως τῶν κλειστῶν δικτύων. Στὰ κεφάλαια 3 καὶ 4 ὑποδεικνύονται ἀκροθιγῶς μερικοὶ τρόποι ποὺ μποροῦν νὰ χρησιμοποιηθοῦν γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου σὲ περισσότερους βρόχους, τόσο γιὰ τὸν ἔλεγχο βροχωτοῦ δικτύου μὲ γνωστὲς διαμέτρους, ὅσο καὶ γιὰ τὸν καθορισμὸ βέλτιστου συνδυασμοῦ διαμέτρων. Αὐτὸ ὅμως εἶναι θέμα ποὺ δὲν ἐντάσσεται στοὺς στόχους τῆς παρούσας ἐργασίας ἀφοῦ ἐξάλλου ἀποτελεῖ ἕνα πρόβλημα σὲ ὅλες τὶς περιπτώσεις ποὺ ζητιέται ἡ βελτιστοποίηση κλειστῶν κυκλοφοριακῶν δικτύων στὰ ὁποῖα εἶναι καθορισμένες κατὰ αἰτιοκρατικὸ τρόπο οἱ παροχές.

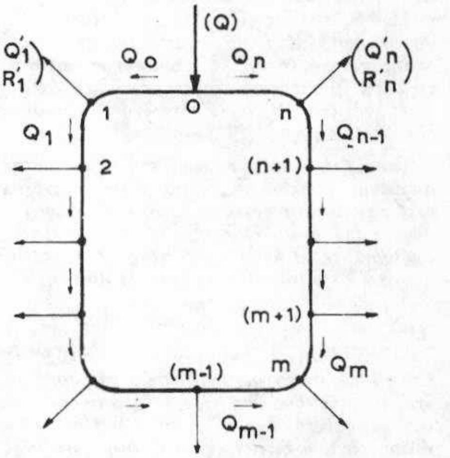
2. Ἡ κατανομὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου σὲ ἕνα κυκλοφοριακὸ βρόχο

2.1. Τροφοδοσία τοῦ βρόχου σὲ ἕνα σημεῖο

Θεωρεῖται τὸ σωληνωτὸ κλειστὸ δίκτυο τοῦ σχήματος 2.1. Στὸ δίκτυο αὐτὸ θεωροῦνται γνωστὰ οἱ διάμετροι καὶ τὰ μήκη τῶν τμημάτων (0—1), (1—2)...(n—0) ποὺ χαρακτηρίζονται σὰν D_0, D_1,..., D_{m-1},...D_n καὶ l_0,l_1...,...l_n ὅπως ἐπίσης ὁ βαθμὸς ἐλευθερίας τοῦ δικτύου.

Ἐπίσης εἶναι γνωστὸς ὁ ἀριθμὸς τῶν στομίων ὑδροληψίας ποὺ ἐξυπηρετεῖ κάθε πλευρικὴ παροχὴ στοὺς κόμβους 1,2,..., m, ...n.

Σχ. 2.1.



Ἑπομένως εἶναι γνωστὲς καὶ οἱ μέγιστες πλευρικὲς παροχὲς ποὺ ἀντιστοιχοῦν σὲ κάποια δεδομένη ποιότητα λειτουργίας φ. Τὸν ἀριθμὸ τῶν πλευρικῶν ὑδροληψιῶν τὸν ὀνομάζουμε R'_1, R'_2, ..., R'_m, ..., R'_n καὶ τὶς πλευρικὲς παροχὲς Q'_1, Q'_2, ..., Q'_m..., Q'_n. Τὰ ἀντίστοιχα μεγέθη R καὶ Q ἐπὶ τῶν τμημάτων τοῦ βρόχου παίρνουν σὰν δείκτη τὸν ἀριθμὸ τοῦ κόμβου ποὺ βρίσκεται στὴν ἀρχὴ δηλαδὴ R_0, R_1, ..., R_{m-1}, ..., R_n καὶ ἀντίστοιχα Q_0, Q_1, ..., Q_{m-1}, Q_m, ..., Q_n. Ὁ συνολικὸς ἀριθμὸς τῶν ὑδροληψιῶν χαρακτηρίζεται μὲ τὸ R καὶ σὲ κάποιο σημεῖο τοῦ βρόχου ὅπου πραγματοποιεῖται διαχωρισμὸς ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ τῶν ὑδροληψιῶν αὐτῶν ὁ χαρακτηρισμὸς γίνεται ἀντίστοιχα μὲ R_α καὶ R_δ. Τέλος οἱ ἀνοιχτὲς ὑδροληψίες χαρακτηρίζονται μὲ τὸ N τὸ ὁποῖο παίρνει ἀντίστοιχο δείκτη μὲ τὸ R. Ἡ ἐπιδίωξη καὶ ἐδῶ εἶναι νὰ βρεθεῖ ἡ ἀπώλεια φορτίου ποὺ ἀντιστοιχεῖ σὲ κάθε στάθμη πιθανότητας φ (ποιότητας λειτουργίας) καὶ εἰδικότερα στὴν περιοχὴ ποὺ ἐνδιαφέρει τὰ ἀρδευτικὰ δίκτυα (φ = 0,90 ἕως 0,95 συνήθως) δηλαδὴ οὐσιαστικὰ νὰ βρεθεῖ ἡ κατανομή της.

Παρατηρεῖται σχετικὰ ὅτι γιὰ κάθε συνδυασμὸ ἀνοιχτῶν ὑδροληψιῶν στὸ βρόχο ὑπάρχει πάντοτε ἕνα σημεῖο (π.χ. στὸ m ἰσορροπίας τῶν πιεζομετρικῶν γραμμῶν, δηλαδὴ ἕνα σημεῖο τὸ ὁποῖο χωρίζει τὸ σύνολο τῶν ὑδροληψιῶν R καὶ N σὲ R_α, N_α καὶ R_δ, N_δ ἀντίστοιχα ἀριστερὰ καὶ δεξιά του καὶ ὅπου οἱ ἀπώλειες φορτίου $h_{\alpha\rho\iota\sigma\tau\epsilon\rho\grave{\alpha}} = h_\alpha$ καὶ $h_{\delta\epsilon\xi\iota\grave{\alpha}} = h_\delta$ εἶναι ἴσες.

Ἡ ἀπώλεια στὸ βρόχο $h_{\beta\rho} = h$ θὰ εἶναι $h = h_\alpha = h_\delta$ πάντοτε καὶ ἐπειδὴ θὰ ἔχει πιθανοθεωρητικὸ χαρακτήρα μποροῦμε νὰ τὴν ἐκφράσουμε σάν :

$$h = m + u.S \qquad (1)$$

ὅπου m = μέση τιμὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου
S = τυπικὴ ἀπόκλιση ἀπώλειας φορτίου
u = τυποποιημένη τιμὴ ἀπώλειας φορτίου

'Εννοεῖται βέβαια ὅτι γιὰ κάθε συγκεκριμένο συνδυασμὸ ἀνοιχτῶν ὑδροληψιῶν ὑπάρχει μιὰ ἀπώλειας $h = h\varphi$ ποὺ ἀντιστοιχεῖ σὲ κάποια τιμὴ τῆς $u = u_{(\varphi)}$. 'Ο ἀντίστοιχος διαχωρισμὸς τῶν N σὲ $R_\alpha + R_\delta = R$ καὶ $N_\alpha + N_\delta = N$ δηλαδὴ σὲ ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ ὑδροληψίες ὥστε νὰ ἰσχύει ἡ σχέση :

$$h = h_\alpha = h_\delta \tag{2}$$

Καθορίζει ἕνα «ἰδεατὸ σημεῖο διακοπῆς» δηλαδὴ ἕνα σημεῖο ὅπου στὸ συγκεκριμένο μόνο συνδυασμὸ μποροῦμε ἰδεατὰ νὰ διακόψουμε τὸ δίκτυο σὲ δύο ἀκτινωτὰ ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ χωρὶς νὰ ἀλλάξουν τὰ ὑδραυλικὰ χαρακτηριστικά του (ποὺ θὰ εἶναι τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ κλειστοῦ κυκλοφοριακοῦ γιὰ τὸν ἴδιο βέβαια συνδυασμὸ ἀνοιχτῶν ὑδροληψιῶν). 'Εξυπακούεται ὅτι στὸ ἰδεατὸ αὐτὸ σημεῖο ἀλλάζουν φορὰ οἱ παροχὲς καὶ κλίση οἱ πιεζομετρικὲς γραμμές. Οἱ ἀριθμοὶ R καὶ N δὲν εἶναι ἀναγκαῖο νὰ εἶναι ἀκέραιοι γιατὶ μιὰ ὑδροληψία μπορεῖ νὰ τροφοδοτεῖται καὶ ἀπὸ τὶς δύο κατευθύνσεις δηλαδὴ ἀπὸ ἀριστερὰ καὶ ἀπὸ δεξιά.

"Οπως εἶναι φανερὸ τὸ ἰδεατὸ αὐτὸ σημεῖο διακοπῆς ἀλλάζει συνεχῶς θέση καθὼς ὁ ἀριθμὸς R_α ἢ R_δ καὶ ἀντίστοιχα N_α ἢ N_σ τῶν ἀνοιχτῶν ὑδροληψιῶν συνεχῶς μεταβάλλεται στοὺς διάφορους δυνατοὺς συνδυασμοὺς ποὺ πραγματοποιοῦνται κατὰ τὴ λειτουργία τέτοιων δικτύων τεχνητῆς βροχῆς. Πάντοτε ὅμως ἰσχύει ἡ πιὸ πάνω σχέση (2) καθὼς καὶ οἱ σχέσεις (2α) ποὺ ἀναγράφονται στὴν εἰσαγωγὴ τοῦ Α' μέρους, δηλαδή :

$$\begin{aligned} Q &= \mu + \varepsilon\sigma \\ \mu &= R.p.q_o \\ \sigma &= [R.p(1-p)]^{1/2} q_o \\ \varepsilon &= (\mu = 0, \sigma = 1) \end{aligned} \tag{2α}$$

'Επανερχόμενοι στὴν ἔκφραση τῆ ἀπώλειας φορτίου στὸ βρόχο μὲ τὴ σχέση (1) παρατηροῦμε ὅτι οἱ ἀπώλειες φορτίου ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ σὲ κάθε συνδυασμὸ μπορεῖ νὰ ἴσες κάθε φορά, ἀλλὰ ἡ ἔκφρασή τους μὲ σχέσεις ἀντίστοιχες πρὸς τὴ σχέση (1) θὰ εἶναι διαφορετικὲς δηλαδή :

$$h_\alpha = m_\alpha + u_\alpha.S_\alpha \tag{3}$$

καὶ
$$h_\delta = m_\delta + u_\delta.S_\delta \tag{3α}$$

Θὰ πρέπει ἐδῶ νὰ ἀναφερθεῖ ὅτι οἱ ἀντίστοιχες ἐκφράσεις τῶν h_α καὶ h_δ λαμβάνοντας ὑπόψη τὶς παροχὲς θὰ εἶναι :

$$h_\alpha = \Sigma K_i (\mu_i + \varepsilon_\alpha \sigma_i)^\alpha \tag{4}$$

καὶ
$$h_\delta = \Sigma K_j (\mu_j + \varepsilon_\delta \sigma_j)^\alpha \tag{4α}$$

ὅπου ὁ δείκτης i δηλώνει τὰ ἀριστερὰ τοῦ ἰδεατοῦ σημείου διακοπῆς τμήματα τοῦ βρόχου, π.χ. 0,1...(m—1) καὶ ὁ δείκτης j τὰ δεξιὰ τμήματα m,...,n

Οἱ τυχαῖες μεταβλητὲς ε_α καὶ ε_δ εἶναι τυποποιημένης κανονικῆς κατανομῆς μιὰ καὶ δεχόμαστε ὅτι ὅλες οἱ πλευρικὲς παροχὲς εἶναι κανονικῆς κατανομῆς ($R' \geq 10$). Τὰ μεγέθη βέβαια μ καὶ σ εἶναι μεταβλητὰ καὶ ἐξαρτιοῦνται ἀπὸ τοὺς μεταβλητοὺς ἀριθμοὺς R_α καὶ R_δ. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι οἱ σχέσεις (2α) θὰ πρέπει νὰ ἰσχύουν μὲ μεταβλητὸ πλῆθος στομίων R. Πράγματι γιὰ κάθε συγκεκριμένη τιμὴ τοῦ R ὑπάρχει ἕνα ὑποσύνολο τιμῶν τῆς Q ποὺ ἀκολουθεῖ τὴν κανονικὴ κατανομή, ἐνῶ γιὰ μεταβαλλομένη τιμὴ τοῦ R σ' ἕνα συγκεκριμένο διάστημα τιμῶν, ὑπάρχουν πολλὰ τέτοια ὑποσύνολα τιμῶν τῆς Q κανονικῆς κατανομῆς. Πάντως τελικὰ ἡ ἔκφραση αὐτῆς τῆς παροχῆς θὰ ἔχει πάντοτε τὴ μορφὴ τῆς σχέσεως (2α) καὶ ἐπομένως οἱ ἀπώλειες μποροῦν νὰ ἐκφρασθοῦν μὲ τὶς σχέσεις (4) καὶ (4α) ὅπου ὅμως τὰ μεγέθη μ καὶ σ μεταβάλλονται σὲ συνάρτηση μὲ τὸ R.

Γιὰ νὰ δοῦμε καλύτερα τὴν ἐφαρμογὴ τῶν σχέσεων (2α) στὸ βρόχο διατυπώνουμε τὶς σχέσεις :

Στὴν κεφαλὴ τοῦ βρόχου $Q = \mu + \varepsilon\sigma$ (R = σταθερὸ)
Στὸ ἀριστερὰ τμῆμα τῆς κεφαλῆς $Q_\alpha = \mu_\alpha + \varepsilon_\alpha\sigma_\alpha$ (R_α = μεταβλητὸ)
Στὸ δεξιὰ τμῆμα τῆς κεφαλῆς $Q_\delta = \mu_\delta + \varepsilon_\delta\sigma_\delta$ ($R_\delta = R - R_\alpha$ = μεταβλητὸ)
ὅπου $\mu_\alpha = R_\alpha.p.q_o$, $\mu_\delta = (R - R_\alpha)pq_o$

$$\sigma_\alpha = [R_\alpha p(1-p)]^{1/2} q_o, \quad \sigma_\delta = [(R - R_\alpha)p(1-p)]^{1/2} q_o$$

"Ετσι προκύπτει ὅτι [2,3] :

$$\begin{aligned} Q_\alpha + Q_\delta &= (\mu_\alpha + \mu_\delta) + \varepsilon.(\sigma_\alpha^2 + \sigma_\delta^2)^{\frac{1}{2}} = (Rpq_o) + \\ &+ [Rp(1-p)]^{1/2} q_o = \mu + \varepsilon.\sigma = Q \end{aligned}$$

Βλέπουμε δηλαδὴ ὅτι πάντοτε οἱ παροχὲς Q_α καὶ Q_δ ἀθροιζόμενες δίνουν τὴν παροχὴ Q ποὺ ἀντιστοιχεῖ σὲ ὅλο τὸ βρόχο καὶ ἡ ὁποία ἀκολουθεῖ τὴν κανονικὴ κατανομή. Στὴ συνέχεια δεχόμαστε ὁρισμένα ἀποτελέσματα τῆς ἔρευνας ποὺ ἔγινε στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα [4] ὅπως π.χ. τῆς ἐκφράσεως τῶν ἀπολειῶν φορτίου κατὰ μῆκος μιᾶς γραμμῆς μεταφορᾶς. 'Η μόνη δυσκολία εἶναι ὅτι γιὰ κάθε ὁρισμένη τιμὴ τοῦ R ὑπάρχει ἕνα ὑποσύνολο τιμῶν τῆς h καὶ ἐπομένως γιὰ τὶς διάφορες τιμὲς τῆς R ὑπάρχουν πολλὰ τέτοια ὑποσύνολα τῆς h ποὺ τὸ καθένα τους ἀκολουθεῖ τὴν κανονικὴ κατανομή. "Ετσι, τὸ πρόβλημα γίνεται δυσχερέστερο, γιαυτὸ πιὸ κάτω μὲ τὶς ὁριακὲς συνθῆκες ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἰσότητα τῶν ἀπωλειῶν στὴν ἀριστερὴ καὶ δεξιὰ διαδρομή, βρίσκουμε ἐκεῖνες τὶς τιμὲς τῶν R, φ, Q καὶ h ποὺ ἱκανοποιοῦν τὶς δεσμεύσεις τοῦ προβλήματος.

Αὐτὴ ἐξάλλου εἶναι καὶ ἡ δυσχέρεια στὴν ἐπίλυση τέτοιων προβλημάτων ποὺ ἀναφέρονται σὲ κλειστοὺς βρόχους καὶ ὁ στόχος αὐτῆς τῆς ἐργασίας εἶναι νὰ βρεῖ ἕνα κατάλληλο τρόπο γιὰ τὴν ἁπλὴ καὶ γρήγορη λύση τους.

'Ανατρέχοντας ἑπομένως στὰ κεφάλαια 3,4,5 τῆς ἔρευνας ποὺ ἔγινε γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα [4] μποροῦμε νὰ δεχθοῦμε ὅτι οἱ σχέσεις (4) καὶ (4α) μὲ ἱκανοποιητικὴ προσέγγιση μετατρέπονται στὶς σχέσεις :

$$h_\alpha = \sum_{i=0}^{i=(m-1)} K_i (\mu_i^2 + \sigma_i^2) + \varepsilon_\alpha \left(2 \sum_{i=1}^{(m-1)} K_i \mu_i \sigma_i\right) \tag{5}$$

$$h_\delta = \sum_{j=m}^{j=n} K_j (\mu_j^2 + \sigma_j^2) + \varepsilon_\delta \left(2 \sum_{j=m}^{n} K_j \mu_j \sigma_j\right) \tag{5α}$$

ἢ γενικότερα

$$h_\alpha = \Sigma K_i \left(\mu_i^\alpha + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \mu_i^{\alpha-2} \sigma_i^2\right) + \varepsilon_\alpha (\Sigma K_i \mu_i^{\alpha-1} \sigma_i) \tag{5β}$$

καὶ
$$h_\delta = \Sigma K_j \left(\mu_j^\alpha + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \mu_j^{\alpha-2} \sigma_j^2\right) + \varepsilon_\delta (\Sigma K_j \mu_j^{\alpha-1} \sigma_j) \tag{5γ}$$

Οἱ σχέσεις βέβαια (5β) καὶ (5γ) μὲ πολὺ ἱκανοποιητικὴ προσέγγιση μποροῦν νὰ ἀντικατασταθοῦν ἀπὸ τὶς σχέσεις (5) καὶ (5α) ὅπως ἀποδείχτηκε [4], γιαυτὸ ἀπὸ ἐδῶ καὶ πέρα θὰ χρησιμοποιοῦμε αὐτὲς σὰν ἁπλούστερες. "Αν βέβαια θέλουμε μεγαλύτερη ἀκρίβεια μποροῦμε νὰ ἀνατρέξουμε ξανὰ τὶς σχέσεις (5β) καὶ (5γ).

Οἱ σχέσεις (5) καὶ (5α) εἶναι οὐσιαστικὰ ἡ ἔκφραση τῶν (3) καὶ (3α) μετὰ τὸν καθορισμὸ τῶν παραμέτρων m, S καὶ u.

Παρατηρεῖται ὅτι ἡ πρόσθεση τῶν (5) καὶ (5α) μᾶς δίνει τὴν ἔκφραση τῆς ἀπώλειας φορτίου στὸ βρόχο δηλαδή :

$$\begin{aligned} h = \tfrac{1}{2} [\Sigma K_i (\mu_i^2 + \sigma_i^2) + \Sigma K_j (\mu_j^2 + \sigma_j^2)] + \varepsilon_\alpha (\Sigma K_i \mu_i \sigma_i) + \\ + \varepsilon_\delta (\sigma K_j \mu_j \sigma_j) \end{aligned} \tag{6}$$

'Απὸ τὴν (6) βρίσκουμε τὴ μέση τιμὴ m καὶ τὴν ἀπόκλιση S τῆς ἀπώλειας φορτίου.

$$\begin{aligned} m = E(h) = \tfrac{1}{2} [\Sigma K_i (\mu_j^2 + \sigma_j^2) + \Sigma K_j (\mu_j^2 + \sigma_j^2) + \\ + (\Sigma K_i \mu_i \sigma_i) E(\varepsilon_\alpha) + (\Sigma K_j \mu_j \sigma_j) \cdot E(\varepsilon_\delta) \end{aligned}$$

καὶ ἐπειδὴ $E(\varepsilon_\alpha) = E(\varepsilon_\delta) = 0$ ἔχουμε

$$m = \tfrac{1}{2} \left[\Sigma K_i (\mu_i^2 + \sigma_i^2) + \Sigma K_j (\mu_j + \sigma_j^2)\right] \tag{7}$$

Γιὰ τὴ διακύμανση τῆς ἀπώλειας φορτίου θὰ ἔχουμε :

$$\mathrm{Var}h = S^2 = \Sigma \mathrm{Var}h_\varkappa + 2 \sum_{\varkappa' > \varkappa} \mathrm{cov}(h_\varkappa, h_{\varkappa'})$$

τὸ κ διατρέχει ὅλες τὶς τιμὲς τῶν i καὶ j δηλαδὴ ἀπὸ 0 ἕως n.

"Οπως ἀποδείχτηκε καὶ στὸ κεφάλαιο 3 τῆς ἔρευνας [4] γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα.

$$\text{Varh} = S^2 = (\Sigma K_i \mu_i \sigma_i)^2 \text{Var}\cdot(\varepsilon_\alpha) + (\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)^2 \text{Var}(\varepsilon_\delta) + $$
$$+ 2\Sigma \text{Cov}(h_\varkappa, h_{\varkappa'},).$$

Ὁ ὅρος ὅμως $\Sigma\text{Cov}(h_\varkappa, h_{\varkappa'})$ ὅπου τὰ $\varkappa, \varkappa'$ ἀνήκουν σὲ ἀντίθετη φορὰ ροῆς τοῦ νεροῦ (δηλαδὴ ἂν $\varkappa = i$ καὶ $\varkappa' = j$) εἶναι μηδὲν ἐπειδὴ τὰ $h_\varkappa$ καὶ $h_{\varkappa'}$ εἶναι ἀνεξάρτητες μεταβλητές, ἐνῶ στὶς ἄλλες περιπτώσεις πάλι εἶναι μηδὲν ὅπως ἀναλυτικὰ ἀποδείχτηκε στὸ κεφάλαιο 3[4] τῆς σχετικῆς ἔρευνας γιὰ τὰ ἀκτινωτὰ καὶ ἔτσι :

$$\text{Varh} = S^2 = (\Sigma K_i \mu_i \sigma_i)^2 + (\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)^2$$

ἢ $$S = \tfrac{1}{2}\left[(2\Sigma K_i \mu_i \sigma_i)^2 + (2\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (8)$$

Βέβαια στὶς ἴδιες σχέσεις (7) καὶ (8) θὰ μπορούσαμε νὰ καταλήξουμε ἀμέσως ἂν λαμβάναμε ὑπόψη ὅτι [2,3] ὅταν οἱ $X_i (i = 1,2, \ldots n)$ εἶναι ἀνεξάρτητες τυχαῖες μεταβλητὲς ποὺ ἔχουν κανονικὲς κατανομὲς τότε ὁ γραμμικὸς συνδυασμὸς

$y = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i$ ἔχει πάλι κανονικὴ κατανομὴ μὲ μέση τιμὴ

$\mu = E(y) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i E(X_i)$ καὶ διακύμανση $S^2 = \text{Var}y =$
$= \alpha^2 \text{Var}(X_i)$.

Αὐτὸ ὅμως σημαίνει ὅτι στὴ σχέση (1) ἡ τιμὴ

$$u = \varepsilon \qquad (9)$$

δηλαδὴ μποροῦμε νὰ δεχθοῦμε μὲ τὶς παραδοχὲς ποὺ ἔχουμε κάνει στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα ὅτι ἡ ἀπώλεια φορτίου ἔχει τὴν κανονικὴ κατανομή. Φυσικὰ ἰσχύουν ὅσα γράφτηκαν [4] στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα γιὰ τὸ βαθμὸ προσεγγίσεως.

Ἡ (8) μπορεῖ νὰ γραφτεῖ ὡς ἑξῆς :

$$S = \tfrac{1}{2}\cdot\rho\cdot[(2\Sigma K_i \mu_i \sigma_i) + (\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)] \qquad (10)$$

ὅπου $$\rho = \left[\frac{(SK_i \mu_i \sigma_i)^2 + (\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)^2}{(\Sigma K_i \mu_i \sigma_i + \Sigma K_j \mu_j \sigma_j)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (11)$$

Τὸ $0{,}707 \leqq \rho < 1$, καὶ συνήθως μπορεῖ νὰ λαμβάνεται μία τιμὴ περὶ τὸ 0,75 περίπου. Ἐφόσον ληφθεῖ μεγαλύτερη τιμὴ θὰ προκύψει βέβαια μιὰ αὔξηση τῆς ἀπώλειας h ποὺ ὅπως ἀποδείχτηκε στὰ ἀκτινωτὰ [4] εἶναι μικρή. Πράγματι ὁ ὅρος $(2\Sigma K_i \mu_i \sigma_i)$ εἶναι πάντοτε μικρότερος τοῦ $\frac{1}{2}\,\Sigma K_i(\mu_i^2 + \sigma_i^2)$ καὶ ἐπομένως ἡ ἐπαύξηση τοῦ ὅρου S κατὰ ἕνα ὁρισμένο ποσοστὸ αὐξάνει τὸ συνολικὸ h κατὰ ποσοστὸ μικρότερο τοῦ $\frac{1}{3}$ τῆς αὐξήσεως. Ἔτσι ὑπολογίζεται ὅτι καὶ στὴ δυσμενέστερη περίπτωση αὐτὴ ἡ αὔξηση δὲν μπορεῖ νὰ περάσει τὸ 8 ἕως 10% τῆς συνολικῆς ἀπώλειας h. Πάντως ἂν θέλουμε μποροῦμε μὲ τὴ σχέση (11) νὰ ὑπολογίζουμε μετὰ τὴν ἐξαγωγὴ τῶν ἀποτελεσμάτων τὸ ρ καὶ νὰ τὸ συγκρίνουμε μὲ τὴν τιμὴ ποὺ πήραμε προκαταβολικὰ στὴ σχέση (10), ὥστε ἂν ὑπάρχει μεγάλη διαφορὰ καὶ θέλουμε μεγαλύτερη ἀκρίβεια νὰ ἐπαναλάβουμε τοὺς ὑπολογισμοὺς ὅπως θὰ δοῦμε στὸ σχετικὸ παράδειγμα πιὸ κάτω.

Τελικὰ καταλήγουμε σὲ μιὰ ἔκφραση τῆς ἀπώλειας στὸ βρόχο.

$$h = \tfrac{1}{2}\left[\Sigma K_i(\mu_i^2 + \sigma_i^2) + \Sigma K_j(\mu_j^2 + \sigma_j^2)\right] + \varepsilon\big[\rho[(\Sigma K_i \mu_i \sigma_i) +$$
$$(\Sigma K_j \mu_j \sigma_j)]\big] \qquad (12)$$

ὅπου $i = 0,1 \ldots (m-1), \quad j = m, \ldots n,$

καὶ οἱ τιμὲς τῶν R_α, R_δ ὅπως καὶ οἱ ἀντίστοιχες τιμὲς N_α, N_δ εἶναι μεταβλητές.

$0{,}707 \leqq \rho < 1$ καὶ συνήθως περὶ τὴν τιμὴ 0,75

Παραμένει ὅμως ἡ δυσκολία καθορισμοῦ συγκεκριμένων τιμῶν μ_i, σ_i καὶ μ_j, σ_j μιὰ καὶ τὸ πλῆθος R_α R_δ δὲν εἶναι καθορισμένο.

Ἡ λύση στὸ σημεῖο αὐτὸ μπορεῖ νὰ δοθεῖ ὡς ἑξῆς :

Ἡ σχέση (12) γράφεται :

$$2h = \Sigma K_i\,[\mu_i^2 + \sigma_i^2 + \varepsilon.(2\rho\mu_i\sigma_i)] + \Sigma K_j\,[\mu_j^2 + \sigma_j^2 +$$
$$+ \varepsilon.(2.\rho.\mu_j\sigma_j)] \qquad (13)$$

Ἀπὸ τὴ σχέση ὅμως (13) γίνεται ἀντιληπτὸ ὅτι ἂν βροῦμε κάποιο ἰδεατὸ σημεῖο διαχωρισμοῦ τῶν ὑδροληψιῶν R_α ἀριστερὰ καὶ R_δ δεξιὰ τέτοιο ὥστε βάζοντας ἰδεατὲς παροχὲς στὰ ἀριστερὰ τμήματα :

$$Q_j = [\mu_i^2 + \sigma_i^2 + \varepsilon(2\rho.\mu_i\sigma_i)]^{\frac{1}{2}} \qquad (14)$$

καὶ στὰ δεξιὰ $Q_j = [\mu_j^2 + \sigma_j^2 + \varepsilon(2\rho\mu_j\sigma_j)]^{\frac{1}{2}}$ $\qquad (14\alpha)$

ποὺ προκύπτουν ὅμως γιὰ τὴν ἴδια στάθμη πιθανότητας φ (δηλαδὴ $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\delta = \varepsilon$) νὰ εἶναι οἱ ἀπώλειες φορτίου ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ ἴσες δηλαδή :

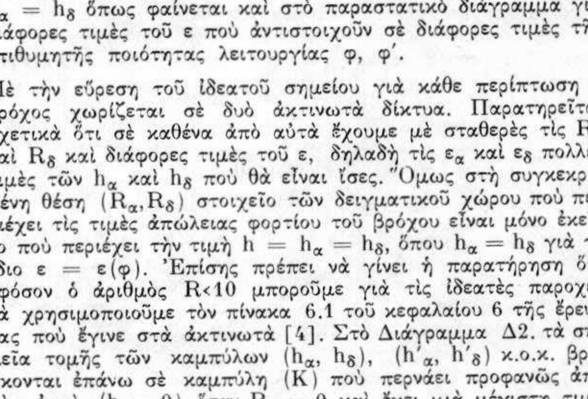
ἢ $$\Sigma K_i[\mu_i^2 + \sigma_i^2 + \varepsilon(2\rho\mu_i\sigma_i)]h_\alpha = h_\delta =$$
$$= \Sigma K_j\,[\mu_j^2 + \sigma_j^2 + \varepsilon(2\rho\mu_j\sigma_j)] \qquad (15)$$

Ἔτσι ὅταν ἐπιτύχουμε νὰ ἰσχύει ἡ σχέση (15) ἔχουμε λύσει τὸ πρόβλημα ἀφοῦ πλέον ἀπὸ αὐτὴ τὴ σχέση μποροῦμε ἀντίστροφα νὰ πάρουμε τὴ σχέση (12).

Ἀπὸ τὴ σχέση ὅμως (15) εἶναι εὔκολο νὰ προσδιορίζουμε κάθε φορὰ γιὰ τὴν ἐπιθυμητὴ ποιότητα λειτουργίας εἴτε γραφικὰ εἴτε ὑλολογιστικὰ ἕνα ἰδεατὸ σημεῖο τέτοιο ὥστε $h = h_\alpha = h_\delta$ ὅπως φαίνεται καὶ στὸ παραστατικὸ διάγραμμα γιὰ διάφορες τιμὲς τοῦ ε ποὺ ἀντιστοιχοῦν σὲ διάφορες τιμὲς τῆς ἐπιθυμητῆς ποιότητας λειτουργίας φ, φ'.

Μὲ τὴν εὕρεση τοῦ ἰδεατοῦ σημείου γιὰ κάθε περίπτωση ὁ βρόχος χωρίζεται σὲ δυὸ ἀκτινωτὰ δίκτυα. Παρατηρεῖται σχετικὰ ὅτι σὲ καθένα ἀπὸ αὐτὰ ἔχουμε μὲ σταθερὲς τὶς R_α καὶ R_δ καὶ διάφορες τιμὲς τοῦ ε, δηλαδὴ τὶς ε_α καὶ ε_δ πολλὲς τιμὲς τῶν h_α καὶ h_δ ποὺ θὰ εἶναι ἴσες. Ὅμως στὴ συγκεκριμένη θέση (R_α, R_δ) στοιχεῖο τῶν δειγματικοῦ χώρου ποὺ περιέχει τὶς τιμὲς ἀπώλειας φορτίου τοῦ βρόχου εἶναι μόνο ἐκεῖνο ποὺ περιέχει τὴν τιμὴ $h = h_\alpha = h_\delta$, ὅπου $h_\alpha = h_\delta$ γιὰ τὸ ἴδιο $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$. Ἐπίσης πρέπει νὰ γίνει ἡ παρατήρηση ὅτι ἐφόσον ὁ ἀριθμὸς $R < 10$ μποροῦμε γιὰ τὶς ἰδεατὲς παροχὲς νὰ χρησιμοποιοῦμε τὸν πίνακα 6.1 τοῦ κεφαλαίου 6 τῆς ἔρευνας ποὺ ἔγινε στὰ ἀκτινωτὰ [4]. Στὸ Διάγραμμα Δ2. τὰ σημεῖα τομῆς τῶν καμπύλων (h_α, h_δ), (h'_α, h'_δ) κ.ο.κ. βρίσκονται ἐπάνω σὲ καμπύλη (Κ) ποὺ περνάει προφανῶς ἀπὸ τὴν ἀρχὴ $(h = 0)$ ὅταν $R_\alpha = 0$ καὶ ἔχει μιὰ μέγιστη τιμὴ hmax γιὰ κάποια τιμὴ τοῦ R_α ποὺ ἀντιστοιχεῖ σὲ $\varphi = 100\%$ (δηλαδὴ ὅταν ὅλα τὰ στόμια εἶναι ἀνοιχτὰ) καὶ φυσικὰ εἶναι πολὺ εὔκολο νὰ βρεθεῖ μὲ τὴν μέθοδο τοῦ H. Cross.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Δ2.



2.2. Ἡ ἐξομοίωση τῆς λειτουργίας ἑνὸς κλειστοῦ βρόχου μὲ μιὰ τροφοδοσία

Γιὰ νὰ ἐπαληθεύσουμε τὰ συμπεράσματα τοῦ προηγούμενου κεφάλαιου 2 καὶ τὰ ἀποτελέσματα ποὺ δίνουν οἱ ἐξισώσεις (12) καὶ (15) δίδουμε τὸ πιὸ κάτω παράδειγμα.

Στὸ παράδειγμα αὐτὸ θεωροῦμε ἕνα κλειστὸ κυκλοφοριακὸ δίκτυο ποὺ ἐξυπηρετεῖ 100 συνολικὰ στόμια ὑδροληψίας στὶς θέσεις 1 ἕως 7 καὶ τροφοδοτεῖται ἀπὸ μία ὑδροληψία στὴ θέση 0.

Τὰ δεδομένα εἶναι :

$$p = \tfrac{1}{3},\ q_o = 6{,}0\ \lambda/\delta\lambda,\ R = R_1 + \ldots + R_7 = 100,$$

$$K = 10{,}3n^2 D^{-16/3}.1\,(n = 0{,}0115) \quad \text{καὶ} \quad h = KQ^2.$$

Τὰ ὑπόλοιπα στοιχεῖα, π.χ. μήκη l σὲ μέτρα, διάμετροι D σὲ χιλιοστά, συντελεστὲς $K(m^{-5} \cdot sec)$ τῶν τμημάτων τοῦ βρόχου, ἀναγράφονται ἐπάνω στὸ σχῆμα 2.2.

Τὰ ἀποτελέσματα γιὰ τὴν ἀπώλεια φορτίου ἀπὸ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν ἐξισώσεων (12) καὶ (15) γιὰ διάφορες τιμὲς τοῦ ε καὶ R_α δίδονται στὸ διάγραμμα Δ2.2.

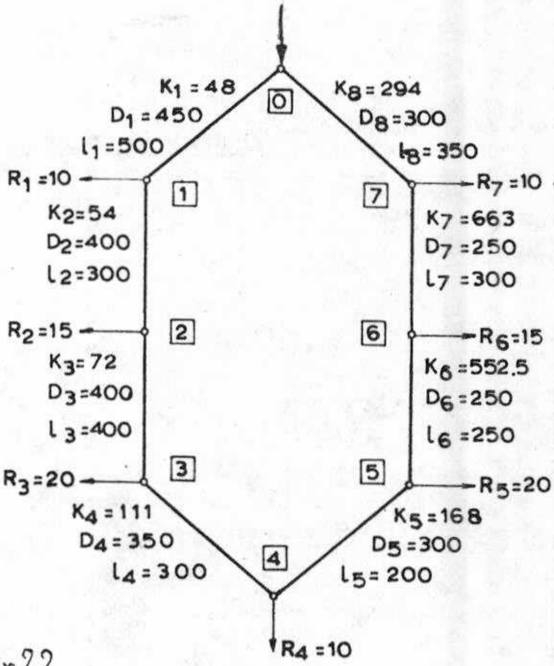
Γιὰ τὸν ἴδιο βρόχο μάλιστα ἔγινε καὶ μιὰ ἐξομοίωση τῆς λειτουργίας του γιὰ τριακόσιες (300) περιπτώσεις συνδυασμῶν ἀνοιχτῶν στομίων. Οἱ περιπτώσεις αὐτὲς προέκυψαν ἀπὸ τὴν ἐκτέλεση ἑνὸς πειράματος ποὺ ἔγινε μὲ τρεῖς σφαῖρες ποὺ οἱ δυὸ ἦταν ἐρυθρὲς (ἀποτυχία = κλειστὴ ὑδροληψία) καὶ ἡ μία λευκὴ (ἐπιτυχία = ἀνοιχτὴ ὑδροληψία). Βέβαια θὰ μποροῦσε γιὰ κάθε πλευρικὴ παροχὴ στὶς θέσεις 1,2,...,7, μιὰ καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ὑδροληψιῶν $R_1, \ldots R_7 \geq 10$ νὰ ἐφαρμοσθοῦν σὲ κάθε θέση παροχὲς ποὺ θὰ προέκυπταν ἀπὸ ἕνα πίνακα τυχαίων ἀριθμῶν τυποποιημένης κανονικῆς κατανομῆς. Προτιμήθηκε ὅμως τελικὰ ὁ τρόπος ποὺ προαναφέρθηκε τῆς ἐφαρμογῆς μιᾶς διωνυμικῆς κατανομῆς ὥστε νὰ μὴν ὑπάρχουν ἀποκλίσεις στὶς περιπτώσεις ὅπου R<10. Πράγματι τέτοιες περιπτώσεις ὑπάρχουν ἀρκετὲς στοὺς διάφορους συνδυασμοὺς ἀπὸ τὸ λόγο τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν ὑδροληψιῶν σὲ R_α καὶ R_δ ἀριστερά, καὶ δεξιά, δηλαδὴ παρουσιάζονται στὰ τελευταῖα τμήματα τῶν ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ διαδρομῶν.

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἐξομοιώσεως εἶναι :

$$m = 2{,}52 \qquad S = 0{,}78$$

Ἐπίσης συγκριτικὰ στοιχεῖα ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὸ διάγραμμα καὶ τὴν ἐξομοίωση εἶναι τὰ ἑξῆς :

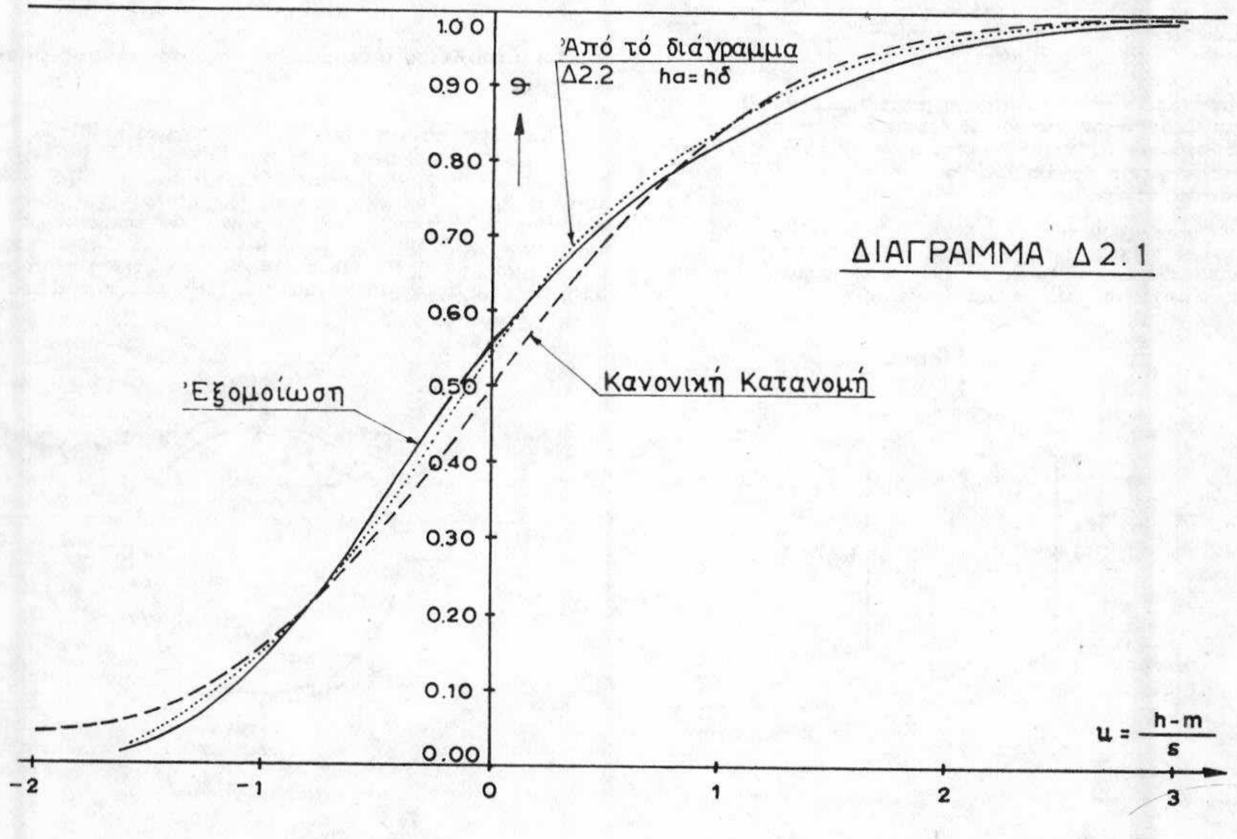
			Ἀπὸ τὸ διάγραμμα	Ἀπὸ τὴν ἐξομοίωση
Γιὰ	φ = 0,90 καὶ	R = 69,2,	h = 3,85 μ.,	h = 3,75 μ.
»	φ = 0,95 »	R = 69,5,	h = 4,10 μ.,	h = 4,02 μ.
»	φ = 0,99 »	R = 69,9,	h = 4,75 μ.,	h = 4,62 μ.

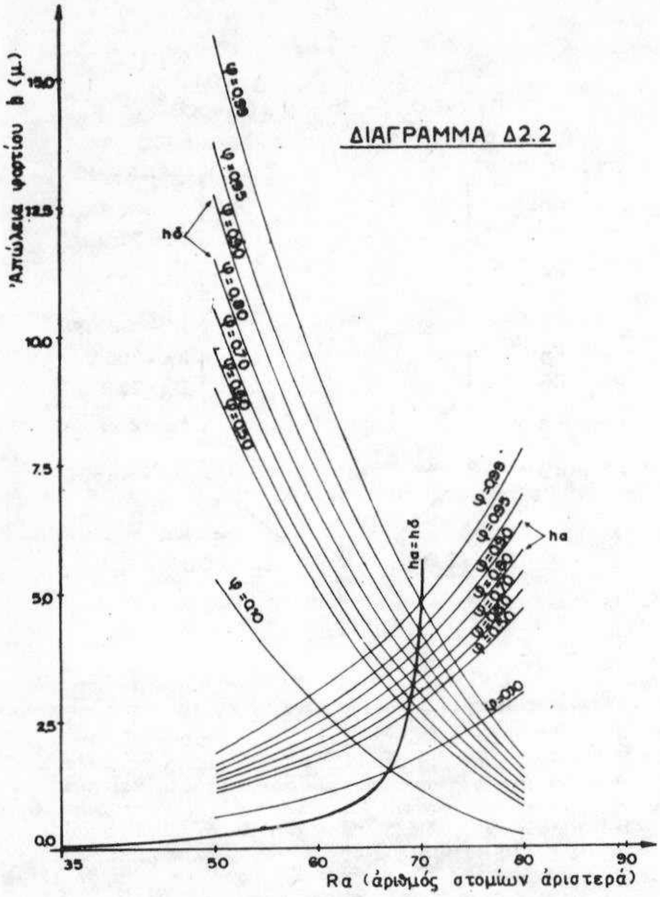


Σχ. 2.2

Δηλαδὴ παρατηροῦμε ὅτι ἡ προσέγγιση εἶναι πολὺ ἱκανοποιητική.

Στὴ συνέχεια στὸ διάγραμμα Δ.2.1 δίδουμε τὰ ἀποτελέσματα ποὺ προκύπτουν τόσο ἀπὸ τὴν ἐξομοίωση ὅσο καὶ ἀπὸ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν σχέσεων (12) καὶ (15) (δηλαδὴ τῶν τιμῶν τοῦ διαγράμματος Δ2.2) καὶ γιὰ σύγκριση δίδουμε καὶ τὴν καμπύλη τῆς τυποποιημένης κανονικῆς κατανομῆς. Ἐπίσης ἔγινε ἕνας ἔλεγχος τῆς τιμῆς τοῦ ρ ποὺ δίδει ἡ σχέση (11) καὶ βρέθηκε στὴν περίπτωση ποὺ φ = 0,95 καὶ R = 69,5, ρ = 0,71. Ἔτσι βλέπουμε ὅτι μὲ τὴ λήψη τοῦ ρ = 0,75 ἔγινε ἕνας μικρὸς ὑπερσχεδιασμὸς ποὺ ἀνῆλθε σὲ 1,0 ἕως 1,5% τῆς συνολικῆς ἀπώλειας φορτίου h. Ἀπὸ τὸ διάγραμμα Δ.2.1





παρατηροῦμε ὅτι στὴν περιοχὴ ποὺ πρακτικὰ ἐνδιαφέρει τὸ μηχανικὸ (μεταξὺ τῶν τιμῶν φ = 0,90 ἕως 0,95 ἢ ἀκόμα καὶ ἀπὸ φ = 0,80 ἕως 0,99) ἡ καμπύλη K δίδει πολὺ μικρὴ διακύμανση τοῦ ἀριθμοῦ R_α. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι μποροῦμε γιὰ μιὰ πρώτη ἐκτίμηση τοῦ ἀριθμοῦ R_α νὰ παίρνουμε μιὰ τιμή του ποὺ ἀντιστοιχεῖ σ' ἕνα φ κοντινὸ στὸ διάστημα, π.χ. φ = 0,80 ἕως 0,99. Σὰν τέτοια τιμὴ πάντως μποροῦμε νὰ δεχθοῦμε τὴν τιμὴ ποὺ προκύπτει γιὰ φ = 1,00 δηλαδὴ γιὰ ὅλα τὰ στόμια ἀνοιχτά.

Πράγματι ἐδῶ στὸ συγκεκριμένο παράδειγμα ἂν δεχθοῦμε R = N = 100 προκύπτει γιὰ νὰ ἔχουμε $h_\alpha = h_\delta$ ὅτι θὰ πρέπει νὰ δεχθοῦμε $R_\alpha = 68{,}3$ ὁπότε h = 22,75 μ. ποὺ εἶναι καὶ ἡ μέγιστη τιμὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου ποὺ μπορεῖ νὰ πραγματοποιηθεῖ στὸ βρόχο.

Ἂν λοιπὸν δεχθοῦμε μιὰ κατ' ἀρχὴ τιμή, π.χ. $R'_\alpha = N'_\alpha = 68$ ἢ καὶ 69 ἢ ἀκόμη καὶ 70 ἀλλὰ πάντως κοντὰ στὴν τιμὴ ποὺ βρήκαμε, δεχόμενοι R = N = 100, τότε, ἐφαρμόζοντας τὶς ἰδεατὲς παροχές, θὰ βροῦμε μιὰ διόρθωση

$$\Delta = (-\tfrac{1}{2})\cdot\frac{\Sigma K_\alpha Q^\alpha - \Sigma K_\delta \cdot Q_\delta^\alpha}{\Sigma K_\alpha Q^{(\alpha-1)} + \Sigma K_\delta Q_\delta{}^{(\alpha-1)}} = (-\tfrac{1}{2})\cdot\frac{(\Delta h)}{\Sigma K Q^{(\alpha-1)}} \quad (16)$$

Λαμβάνοντας ὅμως ὑπόψη ὅτι γιὰ φ≠1,00

$N_\alpha = R_\alpha p + \varepsilon\cdot[R_\alpha p(1-p)]^{\frac{1}{2}}$ προκύπτει ὅτι

$$R_\alpha = \left[\frac{-\varepsilon[p(1-p)]^{1/2} + [\varepsilon^2 p\cdot(1-p) + 4pN_\alpha]^{1/2}}{2p}\right]^2 \quad (16\alpha)$$

ὅπου $$N_\alpha = N'_\alpha + \Delta/q_o \quad (16\beta)$$

Ἔτσι μποροῦμε γρήγορα νὰ βρεθοῦμε κοντὰ στὶς τιμὲς τοῦ R_α ποὺ ἱκανοποιοῦν τὴ σχέση (15).

Στὸ πιὸ πάνω παράδειγμα ἂν λάβουμε γιὰ τὴν ἐξέταση τῆς τιμῆς στὴ θέση φ = 0,95 κατ' ἀρχὴ τιμὴ τοῦ $R_\alpha = 70$ θὰ βροῦμε :

$$\Delta = (-\tfrac{1}{2})\cdot\frac{(4{,}22-3{,}98)}{(108{,}3)} = -0{,}0011 \ \mu^3/\delta\lambda$$

καὶ $N_\alpha = 70 - 0{,}0011/0{,}006 = 29{,}8$ ὁπότε ἀπὸ τὴν (16α) βρίσκουμε $R_\alpha = 69{,}5$ ὅσο δηλαδὴ καὶ ἀπὸ διάγραμμα Δ.2.2.

2.3. Τροφοδοσία ἑνὸς βρόχου σὲ περισσότερα σημεῖα

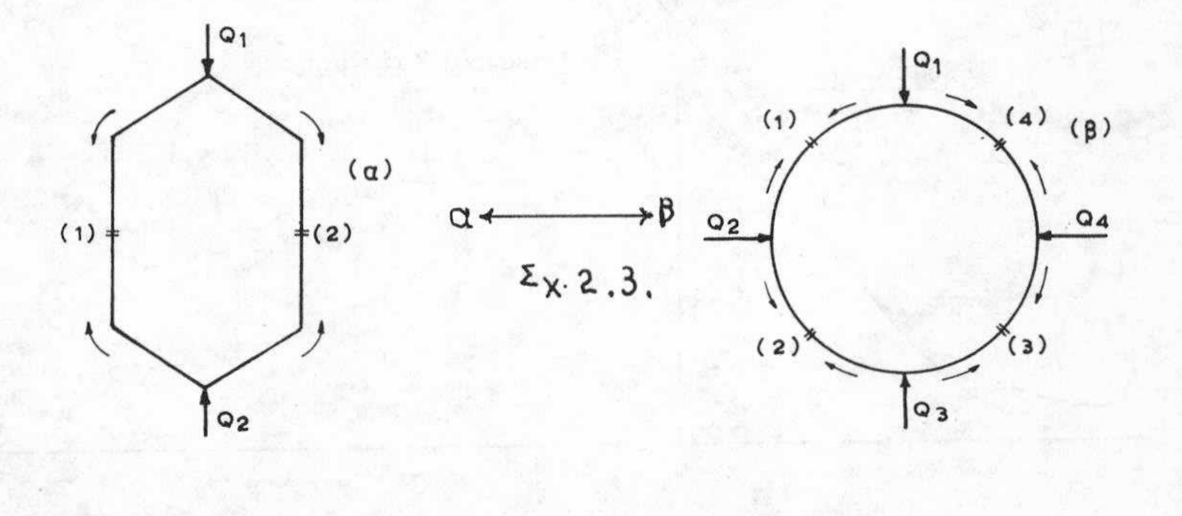
Στὰ σχήματα 2.3 (α) καὶ (β) ἀπεικονίζονται οἱ περιπτώσεις δύο βρόχων ποὺ τροφοδοτοῦνται σὲ διάφορα σημεῖα ἀπὸ παροχές. Στὴν περίπτωση αὐτὴ γιὰ νὰ βροῦμε τὰ ἰδεατὰ σημεῖα διακοπῆς θὰ ἐφαρμόσουμε τὶς ἐξισώσεις (15) μεταξὺ δύο διαδοχικῶν τροφοδοτήσεων κατὰ κυκλικὸ τρόπο, ὥστε νὰ ἀποκτήσουμε γιὰ δύο τροφοδοσίες (σχ. 2.3.α) τὰ δυὸ ἰδεατὰ σημεῖα (1) καὶ (2). Ἐπίσης στὸ σχῆμα (2.3.β) θὰ ἀποκτήσουμε τὰ τέσσερα ἰδεατὰ σημεῖα (1), (2), (3) καὶ (4) γιὰ τὶς τέσσερες τροφοδοσίες Q_1, Q_2, Q_3, Q_4.

Γιὰ παράδειγμα μποροῦμε νὰ πάρουμε τὸ δίκτυο τοῦ σχήματος 2.2 καὶ νὰ δεχθοῦμε καὶ δεύτερη τροφοδότηση στὸ σημεῖο (4) τὸ ὁποῖο τὸ ὀνομάζουμε (0') (βλ. σχ. 2.4) ὁπότε βρίσκουμε τὰ ἰδεατὰ σημεῖα διακοπῆς στὸν κόμβο (2) καὶ (6) μὲ τὰ ἑξῆς στοιχεῖα περίπου :

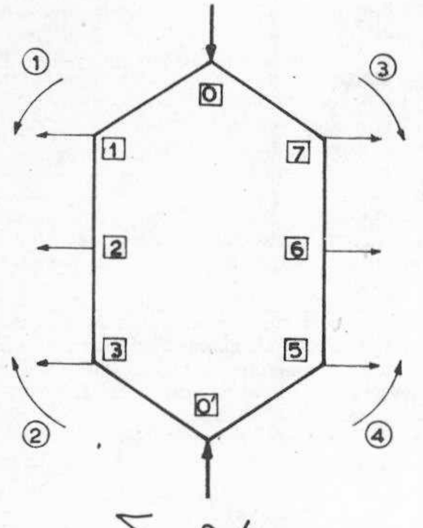
$R_1 = 24{,}5$	$R_2 = 20{,}5$	$h_1 = h_2 = 0{,}35$ μ.
$R_3 = 19$	$R_4 = 27$	$h_3 = h_4 = 1{,}15$ μ.

3. Οἱ ἀπώλειες φορτίου σὲ περισσότερους βρόχους

Στὸ θέμα αὐτὸ παρατηροῦμε ὅτι οὐσιαστικὰ τὸ πρόβλημα δὲν παίρνει ἄλλη μορφὴ παρὰ αὐτὴ ποὺ ἔχει καὶ ἕνα ἀντίστοιχο πρόβλημα ὅπου φ = 1,00 δηλαδὴ ὅταν ὅλες οἱ ὑδροληψίες εἶναι ἀνοιχτές. Πράγματι μὲ τὶς «ἰδεατὲς παροχὲς» δίνουμε αἰτιοκρατικὸ χαρακτῆρα στὸ πρόβλημα καὶ ἑπομένως μποροῦμε νὰ ἐργασθοῦμε, π.χ. μὲ τὴ μέθοδο τοῦ H. Cross προσδιορίζοντας τὰ σημεῖα ἰδεατῆς διακοπῆς. Στὴν περίπτωση αὐτὴ μὲ τὶς σχέσεις (16), (16α) καὶ (16β) καὶ συνεχεῖς δια-



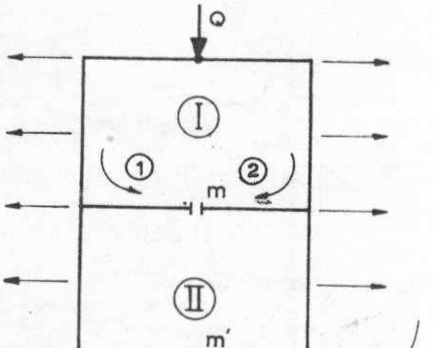
Σχ. 2.3.



Σχ. 2.4.

δοχικὲς προσεγγίσεις εἶναι δυνατὸ νὰ βροῦμε τὰ σημεῖα ἐκεῖνα ἰδεατῆς διακοπῆς στὰ ὁποῖα θὰ ἔχουμε ἰσορροπία πιεζομετρικῶν γραμμῶν, λαμβάνοντας βέβαια κάθε φορὰ ὑπόψη σὰν παροχὲς τὶς «ἰδεατὲς» ποὺ μᾶς δίδουν οἱ σχέσεις (14) καὶ (14α).

'Επίσης μποροῦμε —ἂν βέβαια μᾶς συμφέρει γραφικὰ ἢ ἀναλυτικὰ— π.χ. στοὺς δυὸ βρόχους τοῦ σχ. 3.1 νὰ ἐκλέξουμε μιὰ σταθερὴ θέση τοῦ ἰδεατοῦ σημείου m καὶ στὴ συνέχεια νὰ μετακινήσουμε τὸ m' ὥστε $h_3 = h_4$ γιὰ δεδομένη τιμὴ τῆς φ. Μετὰ κρατᾶμε τὸ m' σταθερὸ καὶ μετακινοῦμε τὸ m ἔτσι ὥστε $h_1 = h_2$ γιὰ τὴν ἴδια τιμὴ τῆς φ. Αὐτὸ ἐπαναλαμβάνεται μέχρι νὰ βροῦμε μὲ ἱκανοποιητικὴ προσέγγιση τέτοια σημεῖα m καὶ m' ὥστε $h_1 = h_2$ καὶ $h_3 = h_4$ γιὰ τὴν ἴδια τιμὴ τῆς φ.



Σχ. 3.1.

"Οταν ἔχουμε περισσότερες τροφοδοσίες μποροῦμε νὰ ἀκολουθήσουμε πάλι τὴν ἴδια διαδικασία μόνο ποὺ ἡ ὑπολογιστικὴ ἐργασία αὐξάνεται πολύ. Πάντως δὲν πρέπει νὰ ξεχνᾶμε ὅτι, γιὰ μιὰ ἐκκίνηση ἱκανοποιητικὴ θὰ πρέπει νὰ βρίσκουμε στὴν ἀρχὴ τὰ ἰδεατὰ σημεῖα διακοπῶν θεωρώντας ὅλες τὶς ὑδροληψίες ἀνοιχτές.

4. 'Η βελτιστοποίηση τῶν κλειστῶν κυκλοφοριακῶν δικτύων

Τὸ πρόβλημα αὐτὸ δὲ θὰ μᾶς ἀπασχολήσει ἰδιαίτερα μιὰ καὶ δὲν ἀποτελεῖ ἀντικείμενο τῆς παρούσας ἐργασίας. 'Εξάλλου τὸ πρόβλημα μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν «ἰδεατῶν παροχῶν» μεταπίπτει σὲ πρόβλημα βελτιστοποιήσεως βροχωτῶν δικτύων τὰ ὁποῖα δέχονται σταθερὲς παροχὲς γιὰ τὸ σχεδιασμό τους.

'Απλῶς καὶ μόνο γιὰ νὰ καθοδηγήσουμε τοὺς μελετητὲς μικρῶν καὶ ἁπλῶν δικτύων ὥστε νὰ μποροῦν νὰ ἐπιλύσουν τέτοια προβλήματα δίδουμε στὸ σχῆμα 4.1. ἕνα βρόχο μὲ μία σταθερὴ ὑψομετρικὰ τροφοδοσία στὸ (0).

"Αν δεχθοῦμε τρία σημεῖα ἰδεατῆς διακοπῆς m', m, m'' καὶ κάθε φορὰ ἐφαρμόζοντας τὶς ἰδεατὲς παροχὲς ὑπολογίζουμε τὶς βέλτιστες διαμέτρους καὶ τὸ κόστος γιὰ κάθε σημεῖο m, θὰ προκύψει μιὰ χαρακτηριστικὴ καμπύλη κόστους σὲ συνάρτηση μὲ τὸ πλῆθος τῶν ὑδροληψιῶν, π.χ. R_α. Βέβαια ἂν πετύχουμε μὲ τὰ τρία μόνο σημεῖα νὰ βροῦμε τὸ ἐλάχιστο κόστος τότε ἔχουμε μειώσει τοὺς ὑπολογισμοὺς στὸ ἐλάχιστο, ἀλλοιῶς θὰ πρέπει νὰ πάρουμε καὶ ἄλλο σημεῖο m''' κ.ο.κ.

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο θὰ μπορούσαμε νὰ ἀντιμετωπίσουμε καὶ τὴ βελτιστοποίηση ἑνὸς βρόχου ποὺ δέχεται n τροφοδοσίες σταθερὲς ὑψομετρικά. Τότε ὅμως θὰ πρέπει νὰ ἐξετάσουμε περισσότερους συνδυασμούς, π.χ. ἂν γιὰ κάθε τμῆμα (i) μεταξὺ δύο τροφοδοτήσεων Q_1 καὶ Q_{i+1} ἐξετάσουμε μ_i ἰδεατὰ σημεῖα τότε τὸ πλῆθος τῶν συνδυασμῶν γιὰ ὅλα τὰ τμήματα θὰ εἶναι $(\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_n)$ δηλαδὴ ἀρκετὰ μεγάλο.

Μὲ ἀνάλογες σκέψεις θὰ μπορούσαμε νὰ προχωρήσουμε σὲ περισσότερους βρόχους μὲ σταθερὲς ὑψομετρικὰ τροφοδοσίες.

Τὸ πρόβλημα ὅταν οἱ τροφοδοσίες δὲν εἶναι σταθερὲς ὑψομετρικὰ γίνεται ἀκόμα πιὸ πολύπλοκο γιατὶ τότε προφανῶς θὰ πρέπει πέρα ἀπὸ τὰ δοκιμαστικὰ σημεῖα ἰδεατῆς διακοπῆς νὰ ἐξετασθοῦν καὶ διάφορες ὑψομετρικὲς θέσεις τῶν τροφοδοσιῶν.

5. Συμπεράσματα

(α) Οἱ παραδοχὲς καὶ τὰ ἀποτελέσματα στὰ ὁποῖα κατέληξε ἡ ἔρευνα [4] ὅπου ἐξετάσθηκαν τὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα, μποροῦν νὰ ἐφαρμοσθοῦν καὶ στὰ κλειστὰ κυκλοφοριακὰ δίκτυα μὲ ὁρισμένες τροποποιήσεις σὲ ὅτι ἀφορᾶ τὶς παροχὲς σχεδιασμοῦ.

(β) "Ετσι, ἡ μέθοδος ποὺ προτείνεται γιὰ τὴ λύση τοῦ προβλήματος ἑνὸς βρόχου ποὺ λειτουργεῖ μὲ ἐλεύθερη ζήτηση ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν ἐφαρμογὴ «ἰδεατῶν παροχῶν» ποὺ δίδουν οἱ σχέσεις (14) ἢ (14α).

$$Q_i = [\mu_i^2 + \sigma_i^2 + 2\rho.\varepsilon.\mu_i\sigma_i]^{\frac{1}{2}}$$

ἢ ἀκόμα καὶ $Q_i = [\mu_i^\alpha + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}\mu_i^{(\alpha-2)}\sigma^2 + \alpha.\rho.\varepsilon\mu_i^{\alpha-1}\sigma_i]^{1/\alpha}$

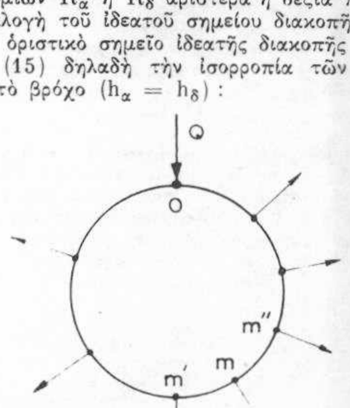
ὅταν $\alpha \neq 2{,}0$ $(\alpha = 1{,}76$ ἕως $2{,}00)$

$0{,}707 \leq \rho < 1$ καὶ συνήθως μπορεῖ νὰ λαμβάνεται ἴσος μὲ 0,75 περίπου.

μ_i σ_i = μέση τιμὴ καὶ τυπικὴ ἀπόκλιση τῆς παροχῆς στὸν κλάδο i ποὺ δίδονται ἀπὸ τὶς σχέσεις (2α)

ε = τυποποιημένη τυχαία μεταβλητὴ κανονικῆς κατανομῆς.

Οἱ παράμετροι βέβαια μ_i καὶ σ_i ὑπολογίζονται κάθε φορὰ γιὰ πλῆθος στομίων R_α ἢ R_δ ἀριστερὰ ἢ δεξιὰ ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἐκλογὴ τοῦ ἰδεατοῦ σημείου διακοπῆς (δοκιμαστικὰ ἢ ὄχι). Τὸ ὁριστικὸ σημεῖο ἰδεατῆς διακοπῆς προκύπτει ἀπὸ τὴ σχέση (15) δηλαδὴ τὴν ἰσορροπία τῶν πιεζομετρικῶν γραμμῶν στὸ βρόχο $(h_\alpha = h_\delta)$:



Σχ. 4.1.

$$\Sigma K_i\,[\mu_i^2+\sigma_i^2+\varepsilon(2\rho\mu_i\sigma_i)] = \Sigma K_j\,[\mu_i^2+\sigma_i^2+\varepsilon(2\rho\mu_j\sigma_j]$$

ὅπου οἱ δεῖκτες i καὶ j παριστάνουν τὴν ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ διαδρομή, τὸ $\rho = 0{,}75$ καὶ τὸ ε ἀντιστοιχεῖ στὴν ἐπιθυμητὴ ποιότητα λειτουργίες φ.

Ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν στομίων R_α ἢ R_δ εἶναι μικρότερος τῶν 10 ἐφαρμόζονται σὰν ἰδεατὲς παροχὲς οἱ τιμὲς τοῦ πίνακα 6.1 τῆς ἔρευνας ποὺ ἔγινε στὰ ἀκτινωτὰ [4] ἢ ἀκόμα καὶ μὲ μιὰ προσέγγιση ποὺ μπορεῖ νὰ γίνει ἀνεκτὴ οἱ τιμὲς ποὺ δίδουν οἱ σχέσεις 2α.

Ἡ ἀπώλεια φορτίου τέλος στὸ βρόχο θὰ εἶναι

$$h = h_\alpha = h_\delta$$

ἢ $$h = \tfrac{1}{2}(h_\alpha+h_\delta) = m+u.S. \quad (u = \varepsilon)$$

ποὺ ἐκφράζονται ἀναλυτικὰ ἀπὸ τὴ σχέση (12) δηλαδὴ

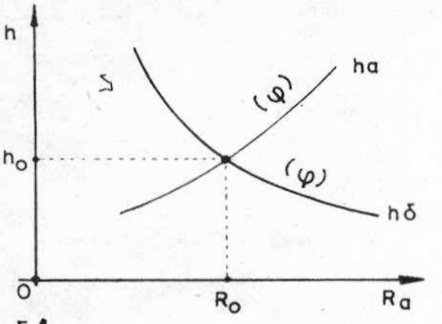
$$h = \tfrac{1}{2}\,[\Sigma K_i(\mu_i^2+\sigma_i^2) + \Sigma K_j(\mu_j^2+\sigma_j^2)] + \varepsilon\{[\rho[(\Sigma K_i\mu_i\sigma_i) + (\Sigma K_j\mu_j\sigma_i)]\}$$

ἢ τὶς σχέσεις $h_\alpha = \Sigma K_i(\mu_i^2+\sigma_i^2)+\varepsilon.\,[\rho(2\Sigma K_i\mu_i\sigma_i)]$

$$h_\delta = \Sigma K_j(\mu_j^2+\sigma_j^2)+\varepsilon.\,[\rho(2\Sigma K_j\mu_j\sigma_j)]$$

(Ἀφοῦ μὲ τὴν (15) βρίσκουμε τέτοιο ἰδεατὸ σημεῖο διακοπῆς ὥστε $h_\alpha = h_\delta$ γιὰ τὸ ε).

Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς προτεινόμενης μεθόδου μπορεῖ νὰ γίνεται καὶ γραφικὰ μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς σχέσεως (14) σὲ τρεῖς τουλάχιστο θέσεις τῆς τιμῆς R_α γιὰ τὴ δεδομένη φ (σχ. 5.1).



Σχ. 5.1.

Ἐπίσης μποροῦμε νὰ ἐφαρμόζουμε τὴ μέθοδο τοῦ H. Cross ἀλλὰ μὲ ἰδεατὲς παροχὲς ξεκινώντας ἀπὸ κάποιο δοκιμαστικὸ σημεῖο ἰδεατῆς διακοπῆς ποὺ προκύπτει θεωρώντας ὅλες τὶς ὑδροληψίες ἀνοιχτές. (παράγρ. 2.1 καὶ σχέσεις 16, 16α).

(γ) Ἔτσι βλέπουμε ὅτι οὐσιαστικὰ ἡ μέθοδος εἶναι ἡ ἴδια μὲ τὴ μέθοδο τοῦ H. Cross ἐλέγχου τῶν κλειστῶν κυκλοφοριακῶν δικτύων, μὲ μόνη τὴ διαφορὰ ὅτι ἐδῶ οἱ παροχὲς ἔχουν πιθανοθεωρητικὸ χαρακτῆρα.

(δ) Ἡ μέθοδος ἐφαρμόζεται ὅπως καὶ στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα ὁποιαδήποτε σχέση καὶ ἂν ἐφαρμόσουμε γιὰ τὶς γραμμικὲς ἀπώλειες. Ἐπίσης ὁ συντελεστὴς ρ τῆς σχέσεως (11) μπορεῖ νὰ ἐλέγχεται σὲ κάθε περίπτωση ὅταν ἐπιζητεῖται μεγαλύτερη ἀκρίβεια. Πάντως μιὰ τιμὴ $\rho = 0{,}75$ εἶναι πολὺ ἱκανοποιητικὴ γιὰ τὶς συνηθισμένες ἐφαρμογές.

(ε) Γιὰ τὴν ἐπαλήθευση τῆς προτεινόμενης μεθόδου ἔγινε ἡ ἐξομοίωση τοῦ βρόχου ποὺ ἀπεικονίζεται στὸ σχῆμα 2.2 καὶ τὰ ἀποτελέσματα ποὺ προέκυψαν συγκρίθηκαν μὲ τὰ ἀντίστοιχα ἀποτελέσματα ποὺ δίνουν οἱ σχέσεις (12) καὶ (15). Ἡ σχεδὸν σύμπτωση τῶν ἀποτελεσμάτων (ἀπόκλιση κατὰ 2% ἕως 3% μόνο στὴν ἀπώλεια φορτίου) καὶ ἡ προσέγγιση τῆς τυποποιημένης τιμῆς τῆς ἀπώλειας φορτίου πρὸς τὴν τυποποιημένη τυχαία μεταβλητὴ τῆς κανονικῆς κατανομῆς (Διάγραμμα Δ.2.2.) ἐπαληθεύει πλήρως τὴν προτεινόμενη μέθοδο.

(στ) Τελικὰ σημειώνεται ἰδιαίτερα τὸ γεγονὸς ὅτι ἐδῶ ὅπως καὶ στὰ ἀκτινωτὰ δίκτυα ἕνα πιθανοθεωρητικὸ πρόβλημα μετατρέπεται σὲ αἰτιοκρατικό. Ἔτσι μὲ τὴ μέθοδο αὐτὴ τῆς ἐφαρμογῆς «ἰδεατῶν παροχῶν» τὸ πρόβλημα μεταπίπτει στὰ γνωστὰ αἰτιοκρατικὰ προβλήματα ὑπολογισμοῦ ἀπωλειῶν ἢ βελτιστοποιήσεως βροχωτῶν δικτύων ποὺ ἐπιλύονται μὲ συγκεκριμένες παροχές. Μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο ἀποφεύγεται ἕνας μεγάλος ὄγκος ὑπολογισμῶν ποὺ θὰ ἀπαιτοῦσε, π.χ. τὴν ἐκτέλεση ἐξομοιώσεως γιὰ κάθε ἐξεταζόμενη περίπτωση κλειστοῦ κυκλοφοριακοῦ δικτύου. Ἐπίσης εἶναι δυνατὸ τὰ προβλήματα ἁπλῶν βροχωτῶν δικτύων ποὺ λειτουργοῦν μὲ ἐλεύθερη ζήτηση νὰ ἐπιλύονται καὶ σὲ μικρὰ μελετητικὰ γραφεῖα μὲ τὴ χρήση μόνο μικρῶν ὑπολογιστικῶν μηχανῶν.

Τέλος ἐπισημαίνεται τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ ἐφαρμογὴ τῶν «ἰδεατῶν παροχῶν» τοποθετεῖ τὸ πρόβλημα στὴ σωστὴ του βάση καὶ ἀποκλείει ὑπερσχεδιασμοὺς ἢ ὑποσχεδιασμοὺς τοῦ δικτύου, καὶ ἑπομένως ὑποβοηθεῖ τὸ μελετητὴ μηχανικὸ στὴ λήψη σωστῶν ἀποφάσεων σὲ ὅτι ἀφορᾶ τὴ μορφὴ τοῦ δικτύου, τὸ μέγεθος τῶν σωληνωτῶν ἀγωγῶν, τὴν ἰσχὺ ἐνδεχομένως τῶν ἀντλητικῶν συγκροτημάτων μὲ τὸν σωστὸ ὑπολογισμὸ τῆς ἀπώλειας φορτίου κλπ.

6. Βασικὰ Σύμβολα

Q, q, q_o	= παροχή, μέση παροχὴ ἀρδεύσεως ἀγροτεμαχίου ἐντὸς ἀρδευτικῆς ἡμέρας, ὀνομαστικὴ παροχὴ στομίου ὑδροληψίας.
B	= βαθμὸς ἐλευθερίας = q_o/q
φ	= ποιότητα λειτουργίας = 1/B
N	= πλῆθος ἀνοιχτῶν στομίων ὑδροληψίας
R	= συνολικὸ πλῆθος στομίων ὑδροληψίας ποὺ ἐξυπηρετεῖται ἀπὸ μιὰ ἐξεταζόμενη θέση - Ὑδραυλικὴ ἀκτίνα
p	= πιθανότητα λειτουργίας στομίου ὑδροληψίας
μ	= μέση τιμὴ παροχῆς
σ	= τυπικὴ ἀπόκλιση τῆς παροχῆς
ε	= τυποποιημένη μεταβλητὴ κανονικῆς κατανομῆς
h	= ἀπώλειες ἐνέργειας σὲ κλειστοὺς σωληνωτοὺς ἀγωγούς
ρ	= συντελεστὴς
u	= μέση ταχύτητα μέσα στοὺς σωληνωτοὺς ἀγωγούς
K	= συντελεστὴς ἀπωλειῶν
D	= ἐσωτερικὴ διάμετρος σωληνωτοῦ ἀγωγοῦ
L, l	= μήκη ἀγωγῶν
n	= συντελεστὴς τραχύτητας
α;	= ἀριθμητικὸς ἐκθέτης
$P(X \leqq x)$	= πιθανότητα ὅπως $X \leqq x$
$P(X=x) = p(x)$	= πιθανότητα ὅπως $X = x$
C_v	= συντελεστὴς μεταβολῆς παροχῶν
u, u(φ)	= τυποποιημένη τιμὴ τῆς ἀπώλειας φορτίου = h—m/S, — τιμὴ τυποποιημένης κατανομῆς ποὺ ἀντιστοιχεῖ σὲ μιὰ τιμὴ φ.
m	= μέση τιμὴ ἀπώλειας φορτίου
s	= τυπικὴ ἀπόκλιση ἀπώλειας φορτίου
H	= ὑψόμετρο

7. Βιβλιογραφία

1. Davis and Sorensen: «Handbook of applied Hydraulics» Mc, Graw Hill, third edit., 1969.
2. Κακοῦλος Θ.: «Θεωρία πιθανοτήτων καὶ στοχαστικῶν ἀνελίξεων» Ἀθῆναι, 1970.
3. Λαμπράκης Δ.: «Μαθηματικὴ Στατιστικὴ 1» Ἰωάννινα, 1972.
4. Λαζαρίδης Λ.: «Οἱ ἀπώλειες φορτίου καὶ οἱ παροχὲς σχεδιασμοῦ σὲ ἀκτινωτὰ ὑπὸ πίεση ἀρδευτικὰ δίκτυα μὲ ἐλεύθερη ζήτηση», Τεχνικὰ Χρονικά, τεῦχ. 1/79 Π-Μ.
5. Ξανθόπουλος Θ.: «Ἑνοποιημένα μαθηματικὰ ὁμοιώματα διὰ τὰς μὴ μονίμους ροὰς ὑπὸ πίεσιν καὶ ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν — Ἄρδευσις διὰ καταιωνισμοῦ», Ἔκδοσις Τ.Ε.Ε., Ἀθῆναι 1974.

Hydraulic Head Losses and Discharges Determination for Closed Circulation (looping) Irrigation Networks under Pressure with Fluctuating Demand

By L. Lazaridis*

Summary

The function of closed circulation (looping) irrigation networks under pressure with fluctuating demand follows a probabilistic trend. Thus the corresponding hydraulic haed losses follow a probabilistic trend and the main objective of this work was to define these losses in a loop of the network, which functions under fluctuating demand.

The search of the solution based on the distribution of the head losses, as calculated for radial networks. Ideal discharges' were estimated, whose application on the different branches of the loop produces those head losses, which correspond to the desirable probability level (function quality level).

The same equation, as for the radial networks, has been considered and in this problem to present the random variable

$$h = m + u.s$$

where m and s are the average value and the standard deviation of the head loss respectively, while the standardized value of the head loss was proven to be equal in the application field to ε which is the standardized value of the normal distribution.

Theresults of this research are similar to those which were achieved from the analysis of the radial networks and these results have been come true by simulation technique applied in a closed circulation loop.

Conclusively, the «ideal discharges» Q_k were defined, as the following expression presents,

$$Q_k = [\mu_k^2 + \sigma_k^2 + \varepsilon.(2.\rho.\mu_k.\sigma_k)]^{1/2}$$

where μ_k and σ_k are the average value and the standard deviation of the discharge in the branch i or j of the loop (i or j is considered respoctively for the anticlochwise or clockwise direction in the loop).

The coefficient ρ is taken approximately 0.75.

* Civil engineer of National Technical University of Athens 1955. He was engaged in the veconstruction of the Magnesia region which suffered severe earthquake activity, in the military works, in land Reclamation servise of ministry of Agriculture and in technical department of municipalities and communities of Karditsa. Since 1961 as a consulting engineer in the hydraulics works field.