



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

**Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού  
βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων**

**Ανδρέας Ευστρατιάδης**

Επιβλέπων: Δ. Κουτσογιάννης, Επίκουρος Καθηγητής

**ΑΘΗΝΑ, ΜΑΙΟΣ 2001**

# Διάρθρωση παρουσίασης

1. Διατύπωση προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης
2. Μέθοδοι αναζήτησης τοπικών ακροτάτων
3. Επισκόπηση τεχνικών αναζήτησης ολικού βελτίστου
4. Εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου
5. Αξιολόγηση μεθόδων βελτιστοποίησης σε προβλήματα μαθηματικών συναρτήσεων
6. Εφαρμογές σε προβλήματα υδατικών πόρων
7. Συμπεράσματα

# Συμβολή της εργασίας

1. Ολοκληρωμένη βιβλιογραφική επισκόπηση των μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου, με έμφαση στις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση προβλημάτων από τον χώρο των υδατικών πόρων.
2. Ανάπτυξη μιας νέας τεχνικής ολικής βελτιστοποίησης, βάσει υφιστάμενων μεθοδολογιών οι οποίες συνδυάζονται σε ένα πρωτότυπο αλγοριθμικό σχήμα.
3. Υλοποίηση τεσσάρων αντιπροσωπευτικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης και συστηματική αξιολόγησή τους, βάσει θεωρητικών και πραγματικών προβλημάτων.

# Το πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης

## Ορισμός του προβλήματος

Ζητείται ένα διάνυσμα  $\mathbf{x}^*$  τέτοιο ώστε να ελαχιστοποιείται η μη γραμμική συνάρτηση  $f$  στον συνεχή χώρο  $D = [\mathbf{a}, \mathbf{b}] \subset \mathbb{R}^n$ , δηλαδή:

$$f(\mathbf{x}^*) = \min f(\mathbf{x}), \mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}$$

## Παραδοχές

- Οι εξωτερικοί περιορισμοί του προβλήματος, αντιμετωπίζονται είτε με θεώρηση συναρτήσεων ποινής είτε μέσω προσομοίωσης.
- Δεν απαιτείται η ύπαρξη αναλυτικής έκφρασης της συνάρτησης, ούτε η γνώση των μερικών παραγώγων της.

## Τυπική δυσκολία

Αν η συνάρτηση είναι μη κυρτή, μπορεί να υπάρχουν περισσότερα από ένα ακρότατα.

Σε πραγματικές εφαρμογές, η εύρεση ακριβούς λύσης δεν είναι ούτε δυνατή, λόγω σφαλμάτων στο μαθηματικό μοντέλο και τα δεδομένα του, ούτε εφικτή, εξαιτίας του απαιτούμενου υπολογιστικού φόρτου.

# Μέθοδοι αναζήτησης τοπικών ακροτάτων

## Ορισμός

Πρόκειται για επαναληπτικές μεθόδους, οι οποίες βελτιώνουν σταδιακά την τιμή της συνάρτησης, μεταβαίνοντας στο επόμενο σημείο βάσει του γενικού κανόνα:

$$\mathbf{x}^{[k]} = \mathbf{x}^{[k-1]} + \beta^{[k]} \mathbf{d}^{[k]}$$

όπου  $\beta^{[k]}$  βαθμωτή παράμετρος κλίμακας και  $\mathbf{d}^{[k]}$  μια διεύθυνση στο  $\mathbb{R}^n$ .

## Κατάταξη μεθόδων

Ανάλογα με τον τρόπο ορισμού των  $\beta^{[k]}$ ,  $\mathbf{d}^{[k]}$  οι μέθοδοι διακρίνονται σε:

- Μεθόδους κλίσης
- Τεχνικές άμεσης αναζήτησης

Οι μέθοδοι κλίσης βασίζονται στον διαφορικό λογισμό και απαιτούν τη γνώση (αναλυτική ή αριθμητική) των παραγώγων της συνάρτησης. Οι τεχνικές άμεσης αναζήτησης δεν χρησιμοποιούν ούτε προσεγγίζουν παραγώγους, αλλά καθορίζουν την πορεία αναζήτησης βάσει μονάχα της σχετικής διάταξης των τιμών της συνάρτησης σε διαδοχικά σημεία.

# Μέθοδος κατερχόμενου απλόκου

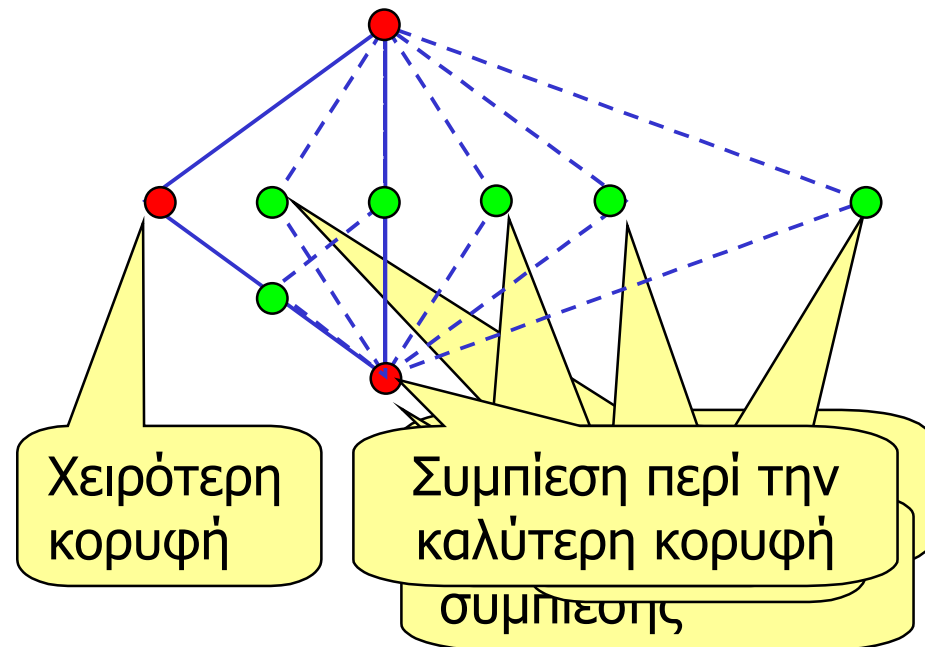
## Ορισμός:

Άπλοκο (simplex) ονομάζεται το γεωμετρικό σχήμα που ορίζεται από ένα σύνολο  $n + 1$  γραμμικά ανεξάρτητων σημείων (κορυφών) στο  $R^n$ .

## Αλγόριθμος Nelder-Mead:

Ορίζεται ένα άπλοκο που διερευνά τον εφικτό χώρο προσαρμοζόμενο στο ανάγλυφο της συνάρτησης πραγματοποιώντας 4 ειδών κινήσεις:

- Ανάκλαση της τρέχουσας χειρότερης κορυφής ως προς το κεντροειδές του απλόκου.
- Επέκταση κατά μήκος της διεύθυνσης ανάκλασης.
- Συμπίεση αντίθετα προς τη φορά ανάκλασης.
- Συρρίκνωση γύρω από την καλύτερη κορυφή.



# Τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (1)

## Συστηματική αναζήτηση σε πλέγμα

### Μέθοδος απλού πλέγματος

Ορίζεται ένα πλέγμα σημείων, στους κόμβους του οποίου υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης, και το καλύτερο σημείο θεωρείται εκτιμήτρια του ολικού βελτίστου.

### Μέθοδος επάλληλων πλεγμάτων

Διαμορφώνεται ένα πλέγμα με αδρή αρχικά διακριτοποίηση, το οποίο σταδιακά πυκνώνει γύρω από την περιοχή του εκάστοτε βελτίστου.

Η μέθοδος συστηματικής αναζήτησης σε πλέγμα είναι καθαρά προσδιοριστική, ενώ το πλήθος των κόμβων του πλέγματος (και κατά συνέπεια ο υπολογιστικός φόρτος) αυξάνει εκθετικά με τη διάσταση του προβλήματος (NP-τύπου πρόβλημα).

# Τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (2)

## Στοχαστικές (Monte Carlo) μέθοδοι

### Μέθοδοι τυχαίας δειγματοληψίας

Γεννάται ένα προκαθορισμένο πλήθος σημείων μέσα στον εφικτό χώρο και το καλύτερο από αυτό θεωρείται εκτιμήτρια του ολικού βελτίστου.

### Μέθοδοι προσαρμοστικής δειγματοληψίας

Κάθε νέο σημείο γεννάται ως μια τυχαία διαταραχή γύρω από το προηγούμενο και γίνεται αποδεκτό εφόσον βελτιώνει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

### Τεχνική πολλαπλών εκκινήσεων

Ένας αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης εφαρμόζεται πολλές φορές στο ίδιο πρόβλημα, ξεκινώντας από διαφορετικές αρχικές συνθήκες.

Οι μέθοδοι Monte Carlo συγκλίνουν ασυμπτωτικά στο ολικό ακρότατο της συνάρτησης, ενώ ο θεωρητικός χρόνος σύγκλισης είναι ανεξάρτητος της διάστασης του προβλήματος.



# Τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (3)

## Γενετικοί αλγόριθμοι

- Ακολουθούν το πρότυπο των φυσικών εξελικτικών διαδικασιών.
- Αναπαριστούν τις μεταβλητές ελέγχου με κωδικοποιημένο τρόπο, συνήθως με τη μορφή δυαδικών συμβολοσειρών.
- Η εξέλιξη του πληθυσμού πραγματοποιείται σε στάδια τα οποία αποκαλούνται γενιές, με εφαρμογή τριών γενετικών τελεστών (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη).
- Ο τελεστής επιλογής αποσκοπεί στη βελτίωση της μέσης ποιότητας του πληθυσμού, παρέχοντας σε άτομα υψηλότερης ποιότητας μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης.
- Μέσω του τελεστή διασταύρωσης, δύο γονείς ανταλλάσσουν μέρος της γενετικής τους πληροφορίας, με σκοπό την παραγωγή ισχυρότερων απογόνων.
- Στόχος της μετάλλαξης είναι η είσοδος νέων χαρακτηριστικών στον πληθυσμό, με συνέπεια την αύξηση της ποικιλίας του.

# Τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (4)

## Προσομοιωμένη ανόπτηση

- Θερμοδυναμικά συστήματα (π.χ. μέταλλα) τα οποία ψύχονται με αργό ρυθμό φτάνουν στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας σχηματίζοντας τέλειους κρυστάλλους, ενώ αν ψυχθούν γρήγορα μπορεί να καταλήξουν σε μια άμορφη δομή, μεγαλύτερης ενέργειας.
- Η στρατηγική της ανόπτησης έγκειται στην αποδοχή ορισμένων βημάτων μετάβασης σε μεγαλύτερο ενεργειακό επίπεδο, έτσι ώστε να παρέχεται η ευκαιρία διαφυγής από τοπικά ενεργειακά ακρότατα.
- Η κατάσταση ενέργειας  $E$  ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται από τη θερμοκρασία  $T$  και ακολουθεί κατανομή Boltzmann:

$$P(E) \sim \exp(-E / k T)$$

- Οι αρχές της ανόπτησης μεταφέρθηκαν στη θεωρία βελτιστοποίησης, αντιστοιχώντας την προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση στην ενέργεια του συστήματος και ορίζοντας μια παράμετρο ελέγχου ανάλογη της θερμοκρασίας καθώς και ένα χρονοδιάγραμμα ανόπτησης, το οποίο περιγράφει τη στρατηγική μείωσης της θερμοκρασίας.

# Τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (5)

## Ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη

- Πρόκειται για μια πρόσφατη ευρετική μέθοδο, η οποία αναπτύχθηκε από υδρολόγους στο Πανεπιστήμιο της Αριζόνα, και έχει βρει ευρεία εφαρμογή στη ρύθμιση μοντέλων βροχής-απορροής.
- Στον αλγόριθμο χρησιμοποιείται η έννοια του πληθυσμού σημείων, ο οποίος διαχωρίζεται σε ομάδες που εξελίσσονται παράλληλα.
- Η εξέλιξη κάθε ομάδας σημείων γίνεται βάσει μιας σύνθετης διαδικασίας, η οποία βασίζεται στις αρχές της μεθόδου Nelder-Mead.
- Σε περιοδικά στάδια της διαδικασίας εξέλιξης του πληθυσμού, το σύνολο των σημείων αναμιγνύεται και σχηματίζονται νέες ομάδες, επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο τη διάχυση των πληροφοριών που συλλέγονται κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης.

Οι ερευνητές που ανέπτυξαν τη μέθοδο συγκρίνουν τη στρατηγική που εφαρμόζουν με την επίλυση ενός δύσκολου προβλήματος από μια ομάδα επιστημόνων, οι οποίοι αν και εργάζονται μεμονωμένα, ανά τακτά διαστήματα συναντώνται και ανταλλάσσουν εμπειρίες και ιδέες.

# Εξελικτικό σχήμα ανόπτωσης-απλόκου (1)

## Γενική στρατηγική

### Προσομοιωμένη ανόπτωση

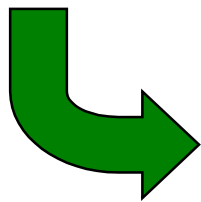
**Πλεονέκτημα:** Δυνατότητα απεγκλωβισμού από τοπικά ακρότατα, με την αποδοχή μη βέλτιστων βημάτων βάσει πιθανοτικών κριτηρίων.

**Μειονέκτημα:** Πολύ αργή σύγκλιση (όσο πιο αργή, τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα εύρεσης του ολικού βελτίστου).

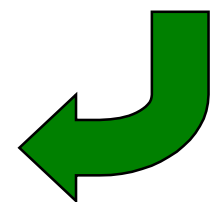
### Μέθοδος κατερχόμενου απλόκου

**Πλεονέκτημα:** Γρήγορος και εύκολος εντοπισμός του τοπικού ακροτάτου, στην περιοχή έλξης του οποίου βρίσκεται το σημείο εκκίνησης του αλγορίθμου.

**Μειονέκτημα:** Πλήρης αδυναμία διαφυγής του αλγορίθμου από το τοπικό ακρότατο.



Προσαρμογή της στρατηγικής προσομοιωμένης ανόπτωσης σε σχήματα κατερχόμενου απλόκου



## Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (2)

### Περιγραφή του αλγορίθμου

- Γεννάται ο αρχικός πληθυσμός στο εσωτερικό του εφικτού χώρου.
- Σε κάθε επαναληπτικό κύκλο διαμορφώνεται ένα άπλοκο, με τυχαία επιλογή  $n + 1$  σημείων του πληθυσμού.
- Το άπλοκο ανακλάται ως προς μια τυχαία κορυφή του, η οποία θεωρείται ως συμβατικά χειρότερη.
- Ελέγχεται αν το σημείο ανάκλασης βελτιώνει την τιμή της συνάρτησης (περίπτωση Α). Αν όχι, είτε απορρίπτεται (περίπτωση Β) είτε γίνεται αποδεκτό (περίπτωση Γ), βάσει πιθανοτικού κριτηρίου.
- Εφόσον ισχύει μία από τις περιπτώσεις Α ή Β, το άπλοκο εξελίσσεται βάσει μιας γενικευμένης στοχαστικής διαδικασίας Nelder-Mead, εκτελώντας τυχαίες κινήσεις επέκτασης, συμπίεσης και συρρίκνωσης.
- Αν ισχύει η περίπτωση Γ, δοκιμάζονται ορισμένα βήματα αναρρίχησης, με στόχο τον εντοπισμό γειτονικών περιοχών έλξης. Αν η αναρρίχηση αποτύχει, γεννάται ένα νέο σημείο μέσω μετάλλαξης, το οποίο κείται πάνω στην ελάχιστη υπερσφαίρα που περικλείει τον πληθυσμό.

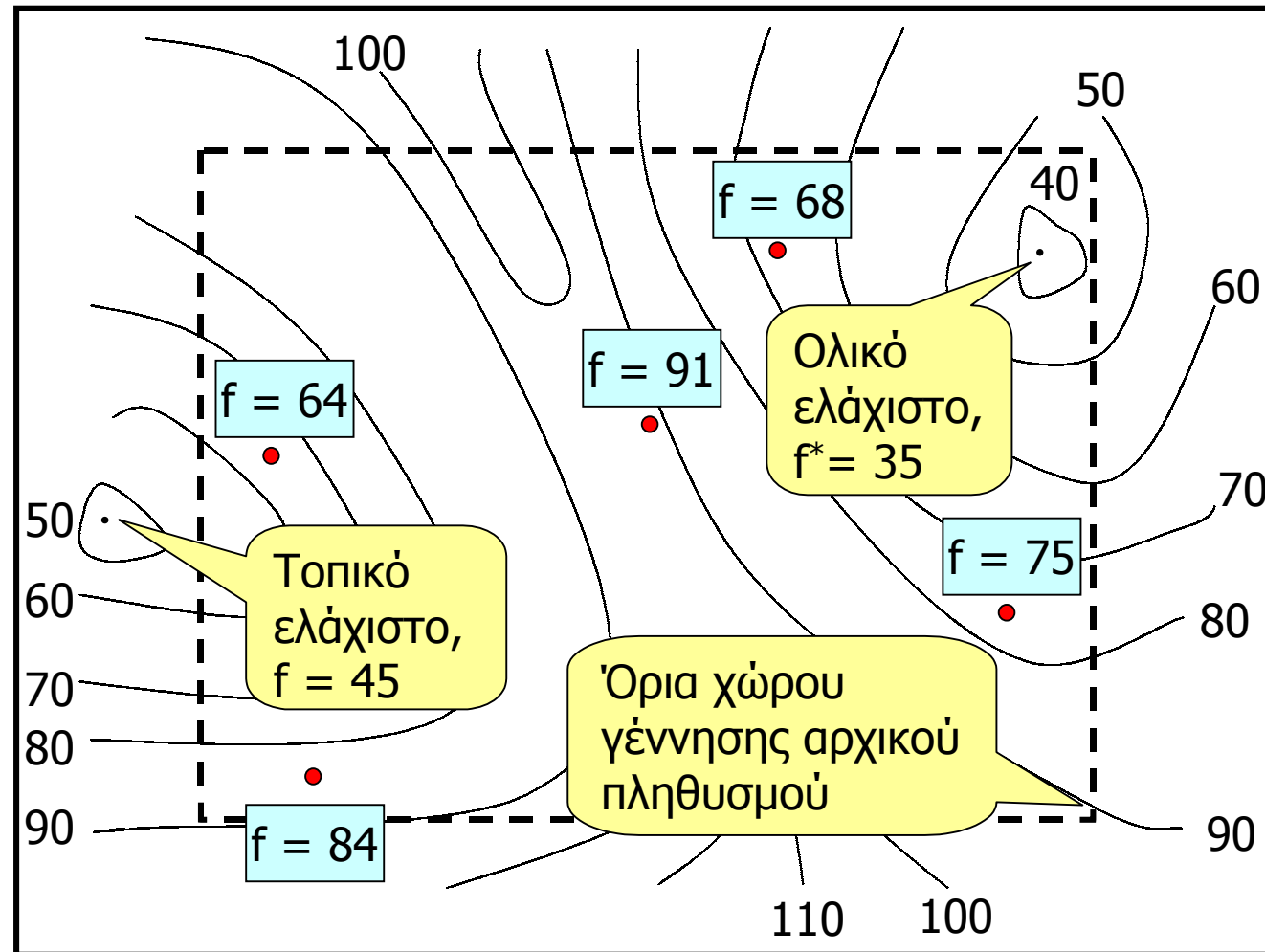
## Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (3)

### Πρωτότυπα σημεία

1. Χρήση ειδικής γεννήτριας συνάρτησης του αρχικού πληθυσμού, με στόχο την αποφυγή εγκλωβισμού του απλόκου στα όρια του εφικτού χώρου.
2. Μερική αυτοματοποίηση χρονοδιαγράματος ανόπτησης.
3. Γενίκευση της στρατηγικής Nelder-Mead, με εισαγωγή όρων τυχειότητας στις κινήσεις του απλόκου.
4. Εφαρμογή μεθόδων μονοδιάστατης βελτιστοποίησης κατά μήκος της διεύθυνσης βελτίωσης της τιμής της συνάρτησης, με στόχο την επιτάχυνση του αλγορίθμου.
5. Εφαρμογή ευρετικών κανόνων απεγκλωβισμού από τοπικά ακρότατα.
6. Υλοποίηση ευρετικής διαδικασίας μετάλλαξης, η οποία παρουσιάζει ομοιότητες με την αντίστοιχη των γενετικών αλγορίθμων.
7. Δυνατότητα επανεκκίνησης του αλγορίθμου (επανανόπτησης) σε περίπτωση γρήγορης σύγκλισης.

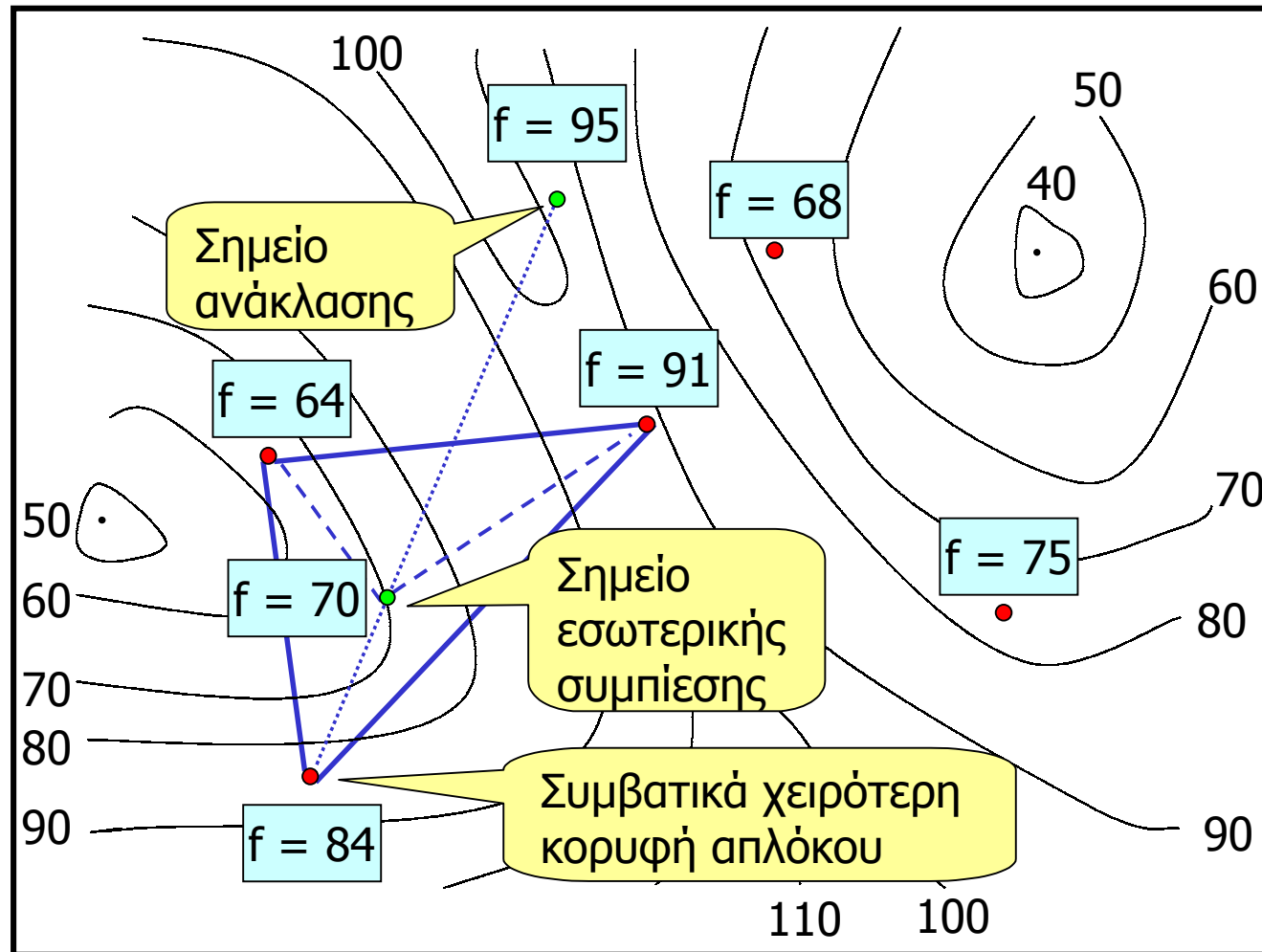
# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (4)

## Γραφικό παράδειγμα: Γέννηση αρχικού πληθυσμού



# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (5)

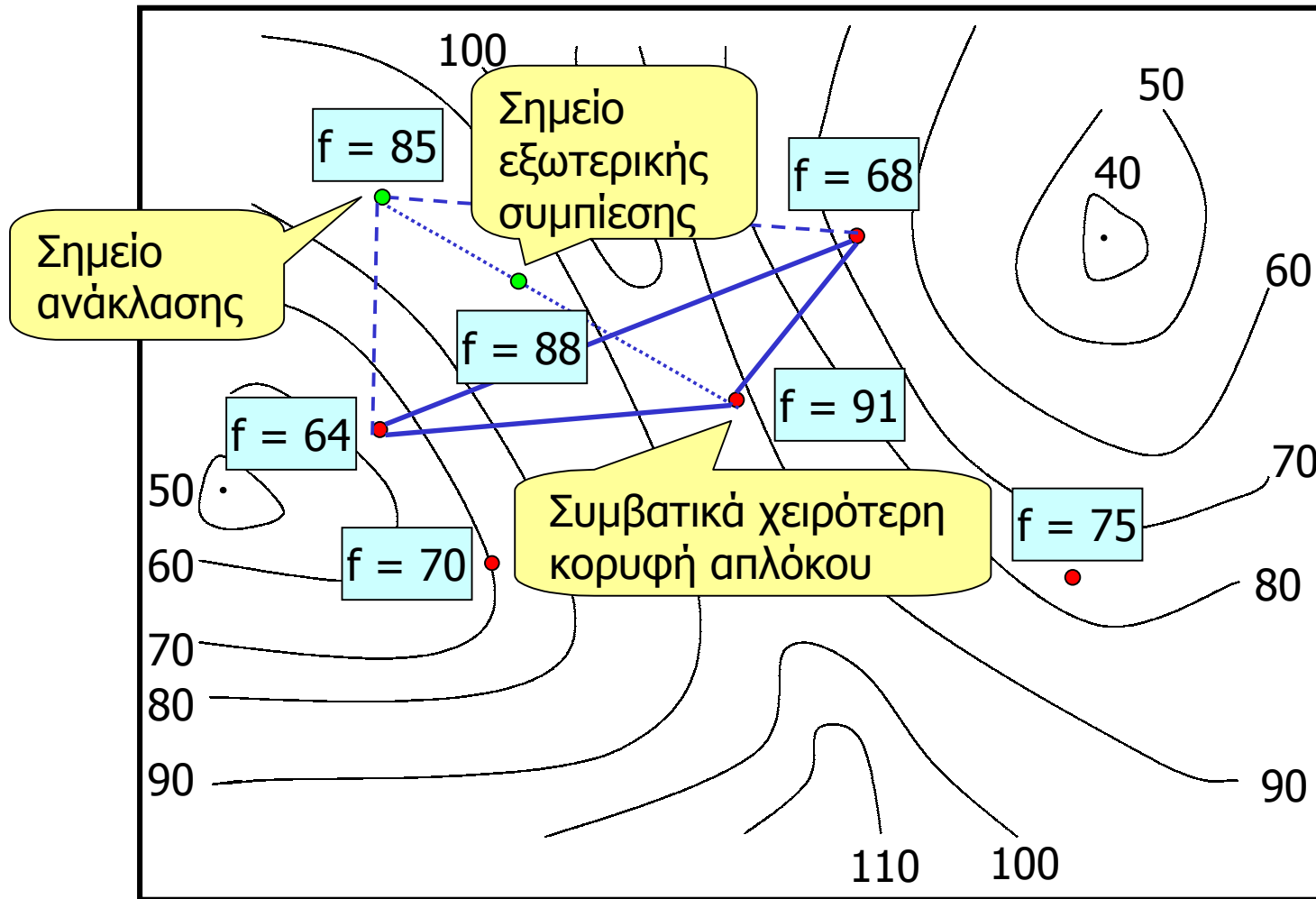
## Γραφικό παράδειγμα: Εσωτερική συμπίεση





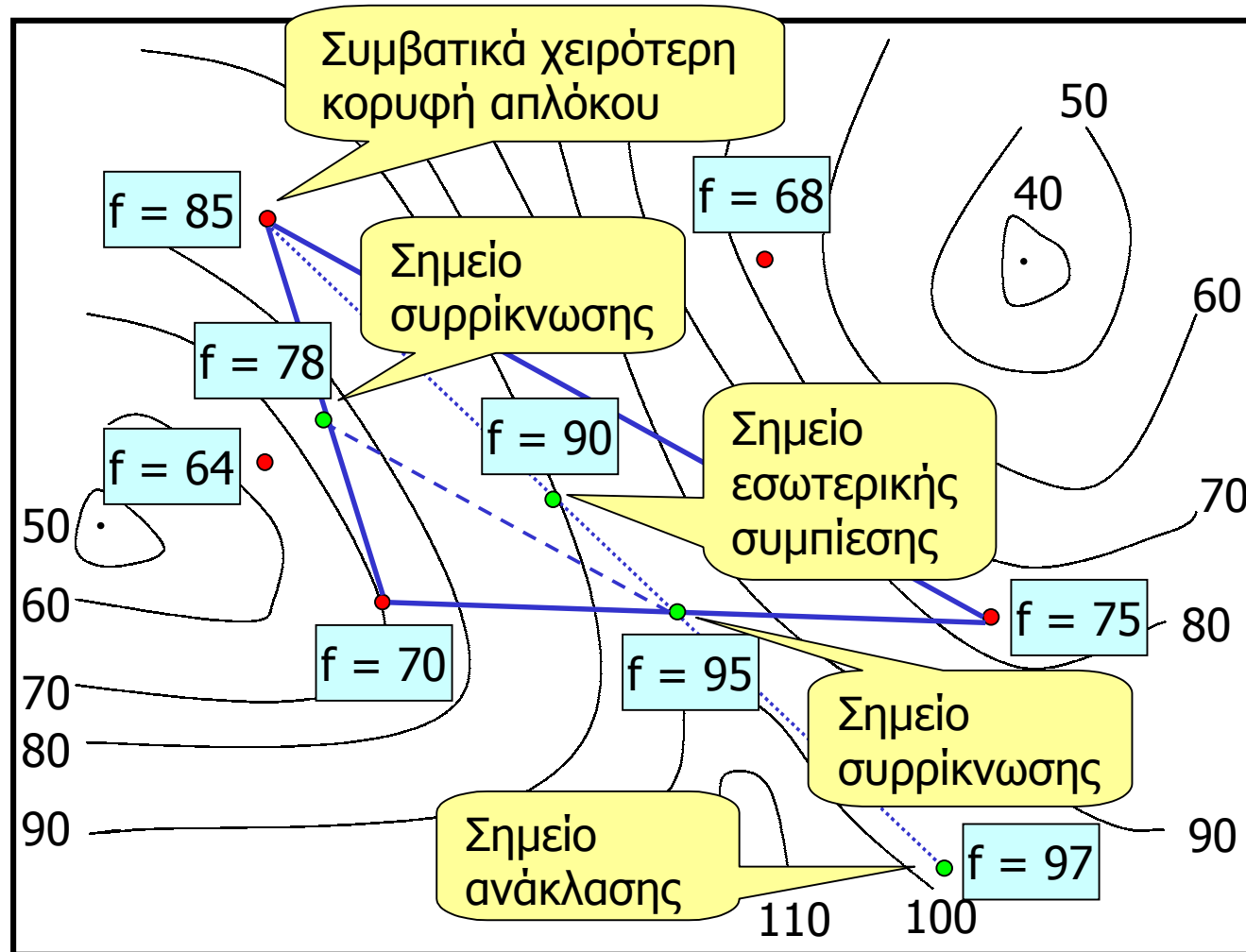
# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (6)

## Γραφικό παράδειγμα: Εξωτερική συμπίεση



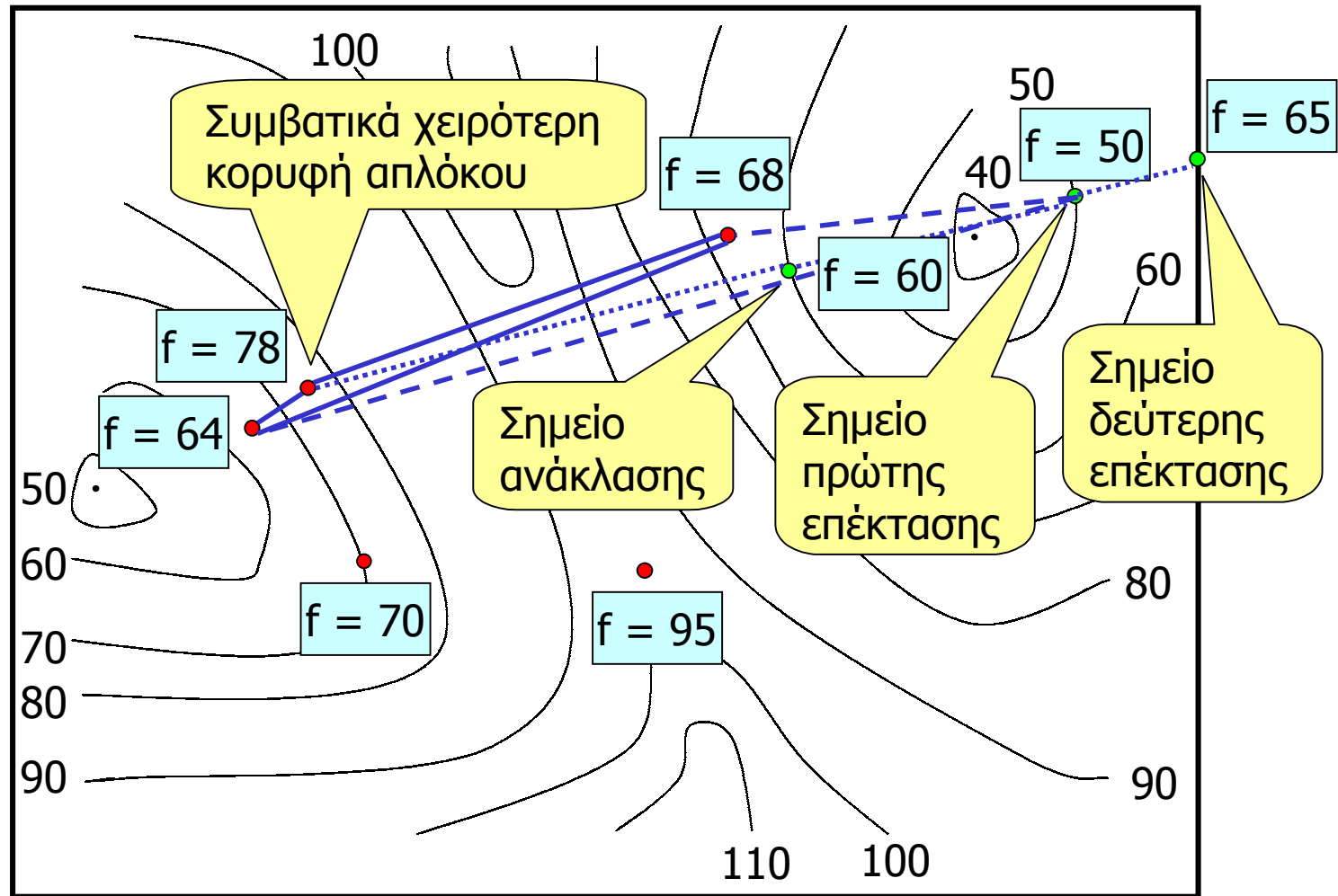
# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (7)

## Γραφικό παράδειγμα: Συρρίκνωση



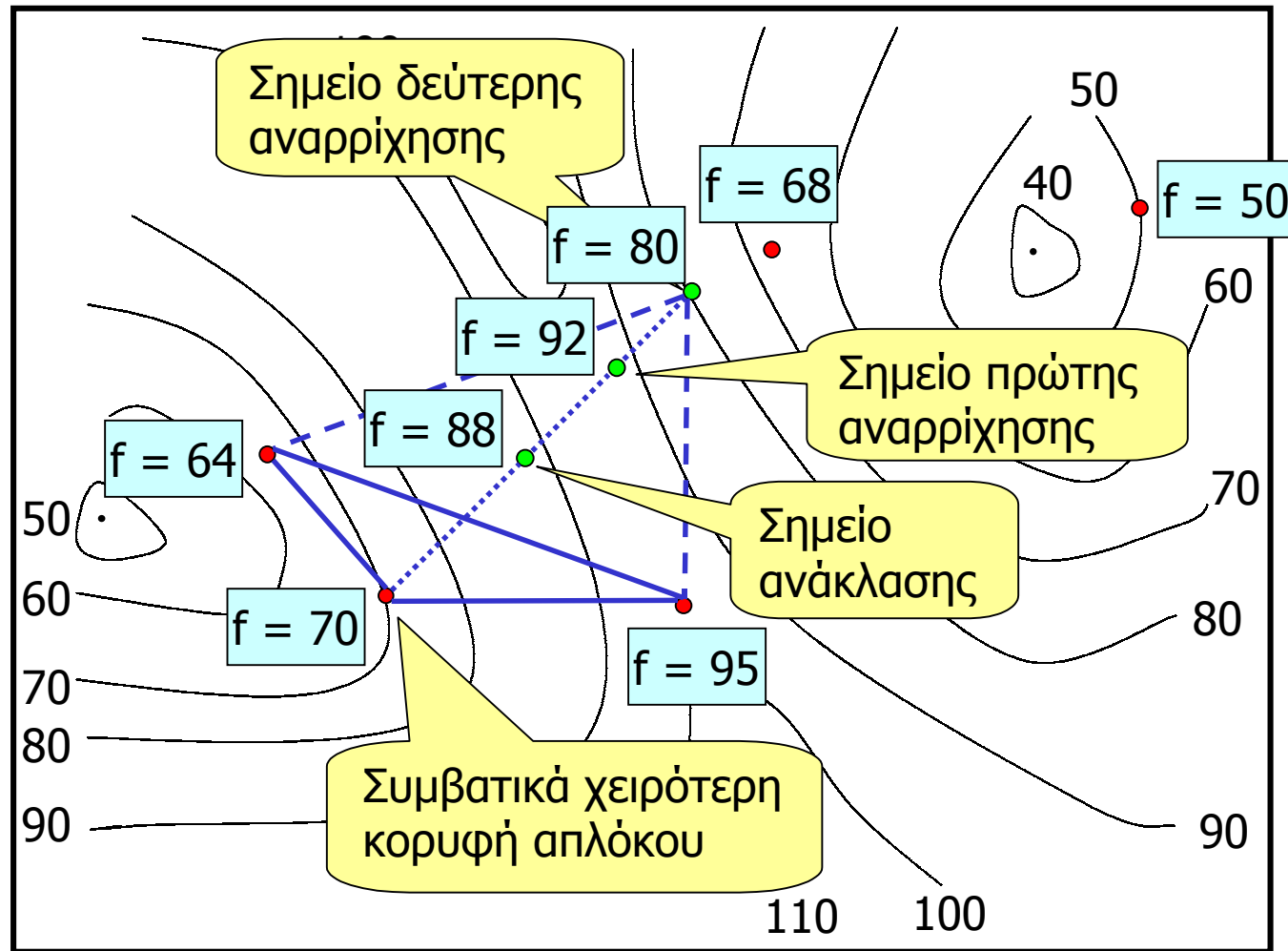
# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (8)

## Γραφικό παράδειγμα: Επέκταση



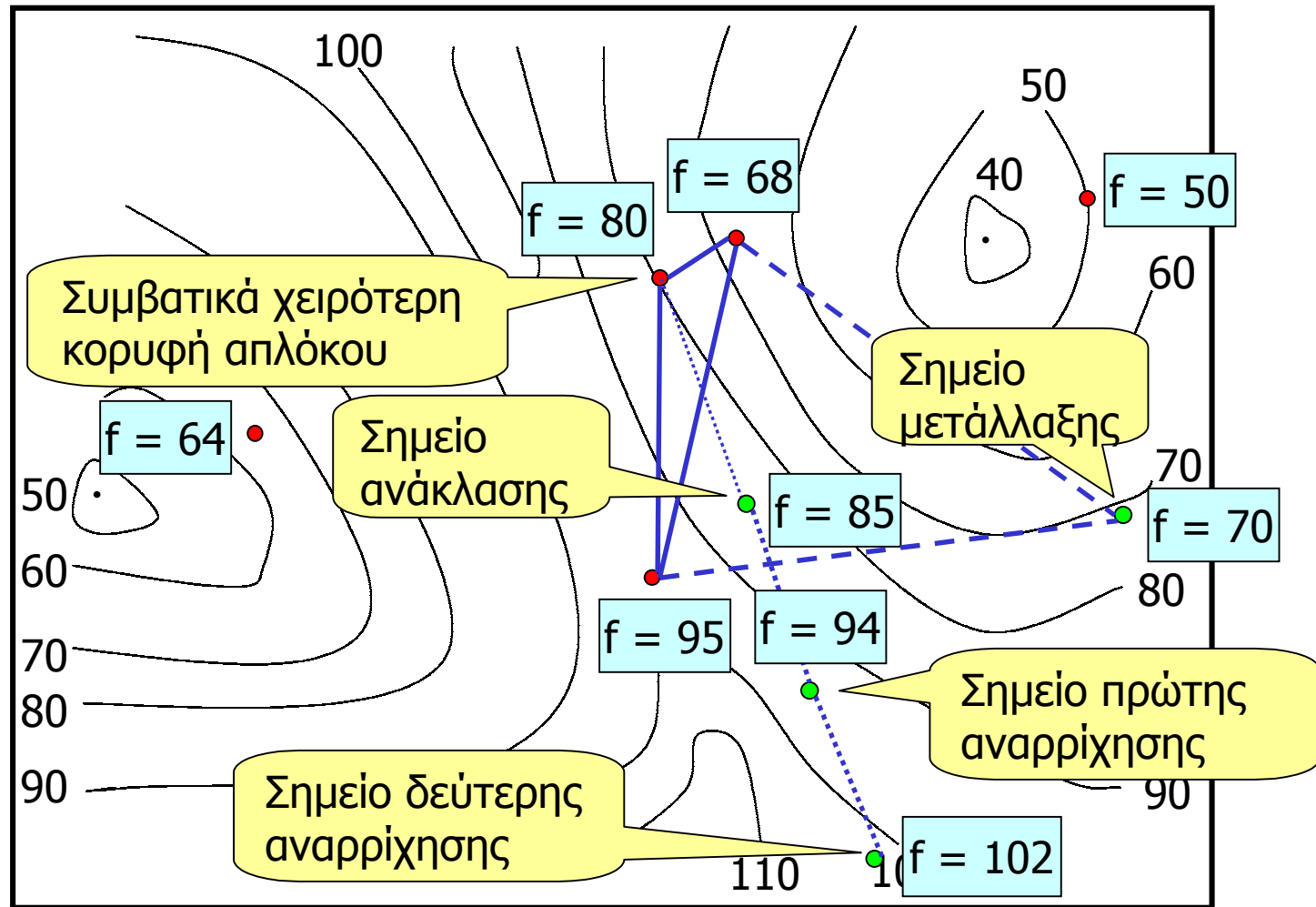
# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (9)

## Γραφικό παράδειγμα: Αναρρίχηση



# Εξελικτικό σχήμα ανόπτησης-απλόκου (10)

## Γραφικό παράδειγμα: Μετάλλαξη



# Αξιολόγηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης

## Αποτελεσματικότητα

**Ορισμός:** Ακρίβεια εντοπισμού του ολικού βελτίστου ή αλλιώς αξιοπιστία του αλγορίθμου.

**Δείκτης επίδοσης:** Συχνότητα εντοπισμού του ολικού ακροτάτου για ένα μεγάλο αριθμό εκτελέσεων του αλγορίθμου, με στοχαστικά ανεξάρτητες αρχικές συνθήκες.

## Αποδοτικότητα

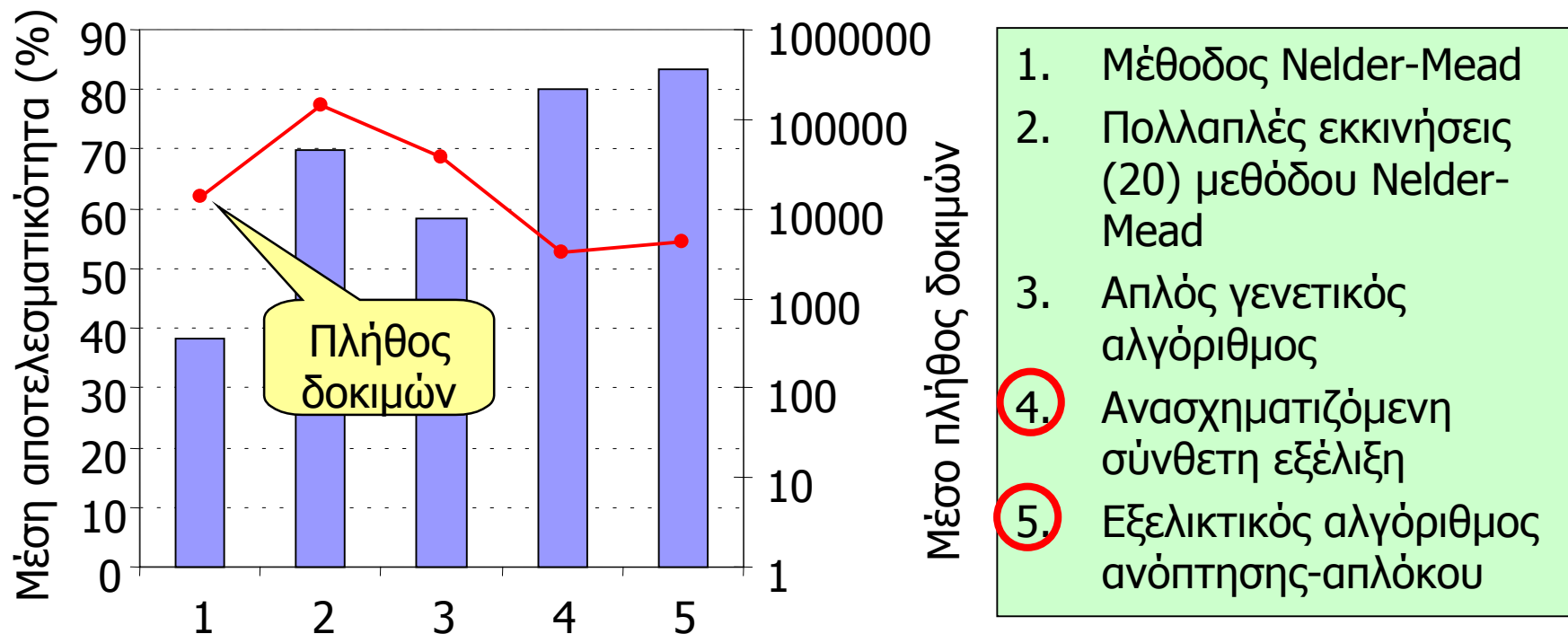
**Ορισμός:** Ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου στην ολικά βέλτιστη λύση.

**Δείκτης επίδοσης:** Μέσο πλήθος δοκιμών (σημείων δειγματοληψίας στα οποία υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης) που απαιτούνται για την εύρεση του βελτίστου.

Οι δύο παραπάνω παράγοντες είναι αντικρουόμενοι. Για παράδειγμα, η αναζήτηση πάνω σε πλέγμα πυκνής διακριτοποίησης εγγυάται τον εντοπισμό του ολικού βελτίστου αλλά απαιτεί υπερβολικά μεγάλο υπολογιστικό φόρτο, ενώ οι τεχνικές άμεσης αναζήτησης έχουν υψηλή αποδοτικότητα, αλλά καταλήγουν εύκολα σε τοπικά ακρότατα.

## Εφαρμογές σε θεωρητικά προβλήματα

- Υλοποιήθηκαν 4 αντιπροσωπευτικοί αλγόριθμοι ολικής βελτιστοποίησης σε γλώσσα Object Pascal.
- Επιλέχθηκαν 8 τυπικά προβλήματα από τη βιβλιογραφία, ενώ για κάθε πρόβλημα έγιναν 100 στοχαστικά ανεξάρτητες βελτιστοποιήσεις.
- Διερευνήθηκε η επίδοση των αλγορίθμων μεταβάλλοντας κρίσιμες παραμέτρους εισόδου, όπως το μέγεθος του πληθυσμού.

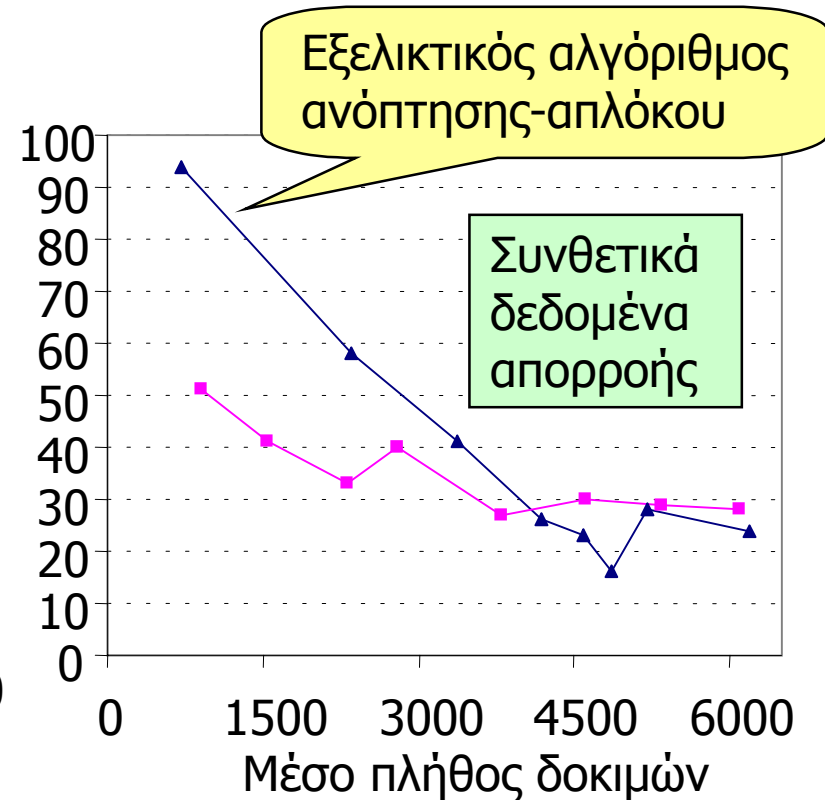
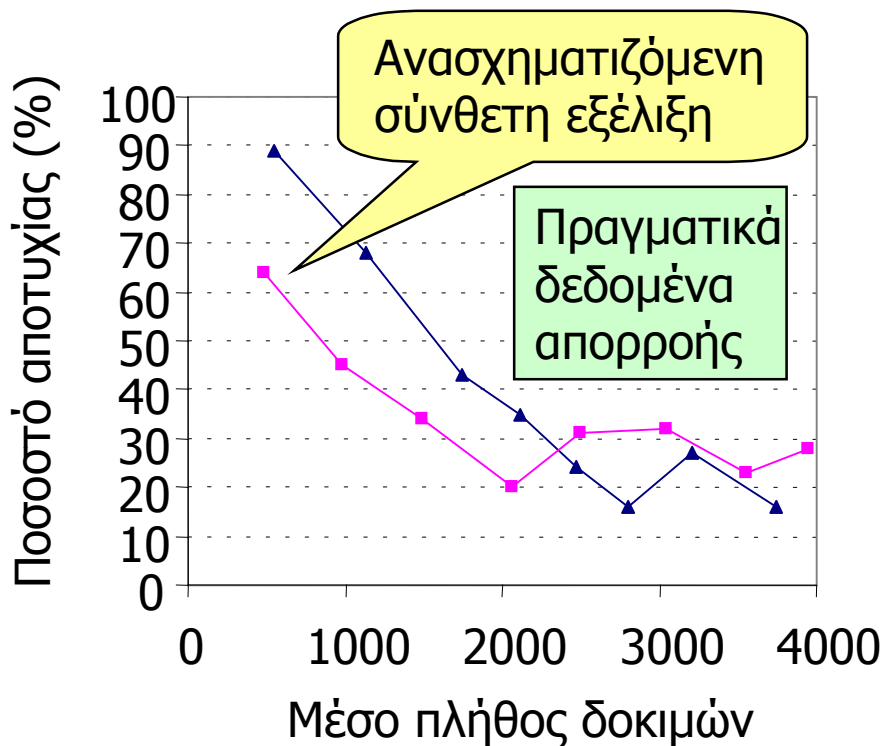


# Εφαρμογές σε πραγματικά προβλήματα (1)

## Βαθμονόμηση μοντέλου υδατικού ισοζυγίου

**Ζητούμενο:** Ελαχιστοποίηση μέσου τετραγωνικού σφάλματος μηνιαίας απορροής στη λεκάνη Κρεμαστών (Οκτώβριος 1980 – Ιούνιος 1988).

**Πλήθος μεταβλητών ελέγχου:** 6 (4 παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου και 2 αρχικές συνθήκες)



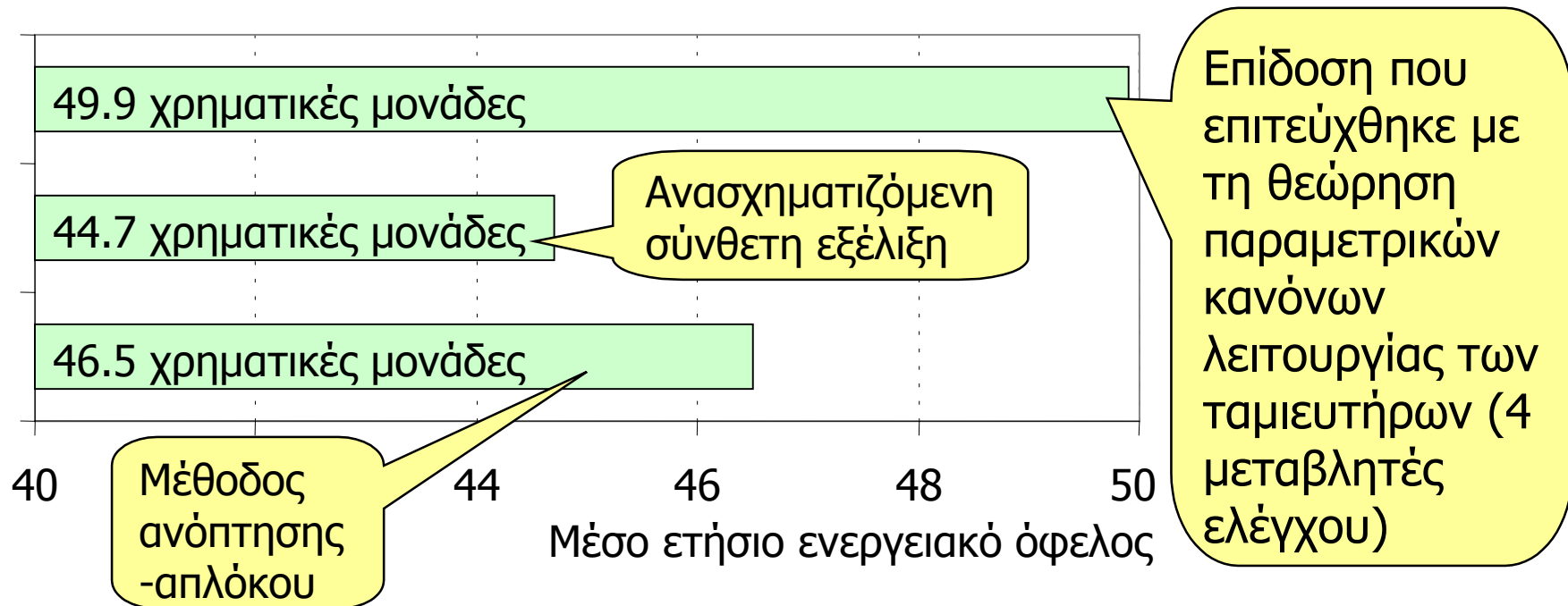


## Εφαρμογές σε πραγματικά προβλήματα (2)

### Μεγιστοποίηση ενεργειακού οφέλους

**Ζητούμενο:** Μεγιστοποίηση ενεργειακού οφέλους ενός υποθετικού συστήματος δύο παράλληλων υδροηλεκτρικών ταμιευτήρων, οι οποίοι καταλήγουν σε κοινό κόμβο κατάντη.

**Πλήθος μεταβλητών ελέγχου:**  $2 \times 192 = 384$  (επιθυμητές εκροές ταμιευτήρων, για μια περίοδο προσομοίωσης 16 ετών)

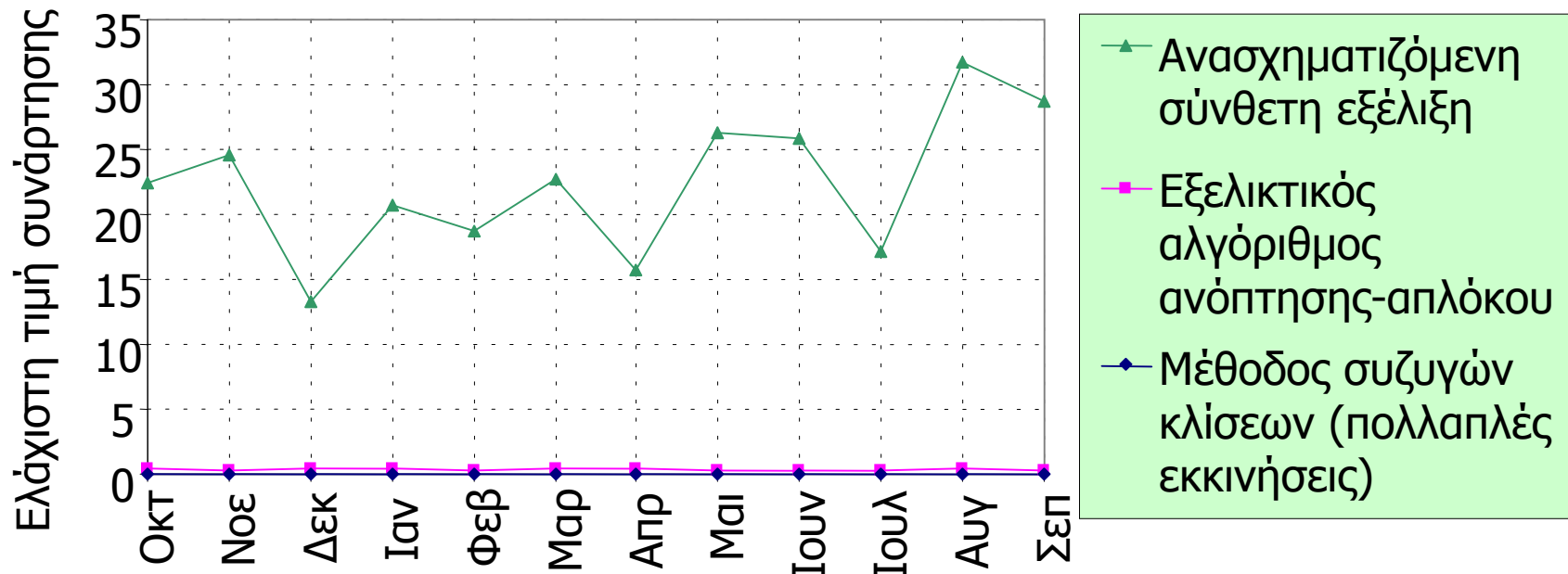


# Εφαρμογές σε πραγματικά προβλήματα (3)

## Εκτίμηση παραμέτρων στοχαστικού μοντέλου

**Ζητούμενο:** Υπολογισμός μηνιαίων μητρώων παραμέτρων, τα οποία προκύπτουν μέσω αποσύνθεσης των αντίστοιχων μητρώων συνδιασπορών, στα πλαίσια της πολυμεταβλητής στοχαστικής προσομοίωσης των εισορών των ταμιευτήρων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, με εφαρμογή του μοντέλου PAR(1).

**Πλήθος μεταβλητών ελέγχου:**  $8^2 = 64$  (12 ανεξάρτητα προβλήματα)



## Γενικά συμπεράσματα (1)

- Η σύγχρονη προσέγγιση του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης είναι η σύζευξη ιδεών και στρατηγικών προερχόμενων από διαφορετικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις, με στόχο την ανάπτυξη αποτελεσματικότερων και ταχύτερων αλγορίθμων.
- Ζητούμενο είναι η επιλογή της πλέον αξιόπιστης μεθόδου βελτιστοποίησης, με την οποία εξασφαλίζεται μια ικανοποιητική λύση του εκάστοτε προβλήματος, με λογικό υπολογιστικό φόρτο.
- Μεταξύ των τυπικών βιβλιογραφικών μεθόδων, η ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη αποδείχθηκε η πλέον κατάλληλη, ενώ ο απλός γενετικός αλγόριθμος αποδείχθηκε αργός και αναποτελεσματικός.
- Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου, ο οποίος αποτελεί μια νέα προσέγγιση του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, παρουσίασε σταθερά την καλύτερη επίδοση στο σύνολο σχεδόν των προβλημάτων που εξετάστηκαν.

## Γενικά συμπεράσματα (2)

- Δύο τύποι προβλημάτων παρουσίασαν το μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας, συναρτήσεις με σχεδόν επίπεδη επιφάνεια απόκρισης (πρόβλημα διαχείρισης ταμιευτήρων) και συναρτήσεις με μεγάλη ευαισθησία στις τιμές των παραμέτρων (πρόβλημα αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών).
- Η επίδοση όλων ανεξαρτήτως των μεθόδων βελτιστοποίησης εξαρτάται σημαντικά από ορισμένες κρίσιμες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, όπως το μέγεθος του πληθυσμού.
- Παρά την ανάπτυξη όλο και πιο αποτελεσματικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης και τη θεαματική αύξηση της ταχύτητας των υπολογιστών, το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου εξακολουθεί να αποτελεί τον κύριο περιοριστικό παράγοντα στη βελτιστοποίηση μη κυρτών συναρτήσεων.
- Το παραπάνω γεγονός καταδεικνύει το βασικό πλεονέκτημα της χρήσης μαθηματικών μοντέλων φειδωλών σε παραμέτρους.

## Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

- Παραλληλοποίηση του αλγορίθμου, με στόχο την εκμετάλλευση των σύγχρονων δυνατοτήτων της πληροφορικής.
- Ενσωμάτωση διαδικασιών ομαδοποίησης των μελών του πληθυσμού και περιοδικής μίξης τους, αντίστοιχων της μεθόδου ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης.
- Διερεύνηση δυνατοτήτων αυτόματης ρύθμισης των παραμέτρων εισόδου του αλγορίθμου.
- Ενσωμάτωση βελτιωμένων τεχνικών μονοδιάστατης βελτιστοποίησης στις κινήσεις επέκτασης και αναρρίχησης του απλόκου ή μεθόδων κλίσης, στην περίπτωση που διατίθεται η αναλυτική έκφραση των παραγώγων της συνάρτησης.
- Προσαρμογή του αλγορίθμου για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης σε μη κυρτούς χώρους.