

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ
ΕΠΟΠΤΗΣ : ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗΣ

Διπλωματική Εργασία

**ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΝΤΕΤΕΡΜΙΝΙΣΤΙΚΟΥ ΧΑΟΥΣ ΚΑΙ
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΔΟΜΗ ΤΗΣ
ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ**

Δημήτρης Παχάκης

Αθήνα Ιούνιος 1995

Σύνοψη

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να ερευνηθεί αν και κατά πόσο μπορεί κανείς να ξεχωρίσει ένα καλά δομημένο στοχαστικό μοντέλο από τα πραγματικά δεδομένα, χρησιμοποιώντας τυπικά στατιστικά εργαλεία που έχουν αναπτυχθεί για την ανίχνευση ντετερμινιστικής χαοτικής συμπεριφοράς .

Για το σκοπό αυτό μελετήθηκε μία χρονοσειρά έξι χρόνων από ένα βροχομετρικό σταθμό στη Florida των Η.Π.Α. .Στα δεδομένα έγινε προσαρμογή ενός προχωρημένου μη γραμμικού στοχαστικού μοντέλου και παρήχθη μία συνθετική χρονοσειρά ίδιας διάρκειας .

Για τις δύο αυτές σειρές υπολογίστηκε η διάσταση συσχέτισης (correlation dimension) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ενθέσεως των χρονικών υστερήσεων (time-delay embedding method).

Διαπιστώθηκε ότι τα συνθετικά δεδομένα δεν παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά από τα ιστορικά. Επίσης δεν υπήρξε ένδειξη ντετερμινισμού στις δύο σειρές που εξετάστηκαν.

Abstract

The objective of this dissertation is to investigate if there are distinguishing differences between a well structured stochastic model and the real data, using typical statistical tools devised for description and characterization of chaotic behavior.

In order to achieve this goal, a six year rainfall record from a rain gauge in Florida, USA is studied. An advanced non linear stochastic model is fitted to the data and a synthetic time series of equal length is generated. For both data sets the correlation dimension is calculated for various embedding dimensions by implementation of the time delay embedding method.

It is found out that there is no substantial difference in behavior between the synthetic and the historic data. Moreover, no evidence of determinism is found in the sets examined.

Ευχαριστίες

Θέλω να ευχαριστήσω:

- τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημήτρη Κουτσογιάννη για την αμέριστη ηθική, επιστημονική και υλική του συμπαράσταση χωρίς την οποία δεν θα ήταν δυνατό να ολοκληρωθεί αυτή η εργασία.
- τον Νίκο Μαμάση και τον Αλέξανδρο Μανέτα για την πολύ ουσιαστική βοήθειά τους.
- τον Udo Huebner για το πρόγραμμα που μου έστειλε μέσω του Internet και που χρησίμευσε στον έλεγχο του αντίστοιχου δικού μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή.....	4
1. The Scaling Model of a Storm Hyetograph (Μοντέλο Ομοιοθεσίας Υετογραφήματος Καταιγίδας)	8
1.1 Εισαγωγή.....	8
1.2 Βασικές έννοιες και ορολογία.....	10
1.3 Παράμετροι του Scaling Model και εκτίμησή τους.....	12
2. Προσαρμογή του Scaling Model στα πραγματικά δεδομένα.....	14
2.1. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν.....	14
2.2 Προσδιορισμός παραμέτρων.....	15
3. Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης με βάση το Scaling Model.....	21
3.1 Εισαγωγή.....	21
3.2 Παραγωγή ενός επεισοδίου βροχής με βάση το Scaling Model.....	22
3.2.1. Θεωρητική ανάπτυξη.....	22
3.2.2 Αλγόριθμος παραγωγής γεγονότος.....	27
3.2.3. Τα προγράμματα evgen.c και testevg4.c.....	28
3.2.4 Παρατηρήσεις - Συμπεράσματα.....	32
3.3 Χαρακτηριστικά των επεισοδίων βροχής κατά μήνα.....	33
3.4 Προσομοίωση της διάρκειας των επεισοδίων βροχόπτωσης.....	34
3.5 Προσομοίωση των χρόνων μηδενικής βροχόπτωσης μεταξύ των καταιγίδων.....	36
3.5.1 Προσδιορισμός των παραμέτρων για την "ξηρή" περίοδο.....	37
3.5.2 Προσδιορισμός των παραμέτρων για την "υγρή" περίοδο.....	38
3.5.3. Συνολικά αποτελέσματα της προσαρμογής των συναρτήσεων κατανομής των χρόνων μηδενικής βροχής μεταξύ των καταιγίδων.....	41
3.6 Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης από το πρόγραμμα genser.c.....	42
3.6.1. Στοιχεία εισόδου.....	42
3.6.2. Αλγόριθμος.....	43
3.6.3. Αρχείο Εξόδου.....	44
4. Μη Γραμμική Δυναμική - Αιτιοκρατικό Χάος	46
4.1 Εισαγωγή.....	46
4.2 Δυναμική των συστημάτων. Βασικές έννοιες.....	48
4.3 Διαστασιολογία.....	51
4.4 The time-delay embedding method (μέθοδος ενθέσεως των χρονικών υστερήσεων).....	55
4.5 Χαρακτηρισμός συστημάτων και ανίχνευση ντετερμινιστικού χάους με την time-delay embedding method.....	57
5. Εφαρμογή της μεθόδου ένθεσης των χρονικών υστερήσεων στα πραγματικά και στα συνθετικά δεδομένα.....	59
5.1 Εισαγωγή - Μεθοδολογία.....	59
5.2 Το πρόγραμμα correl.c.....	60
5.3 Αποτελέσματα.....	60
6. Συμπεράσματα.....	65
Βιβλιογραφία	66
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	68

Εισαγωγή

Στόχος της εργασίας - Μεθοδολογία

Τα τελευταία χρόνια, με τη βοήθεια της ισχυρής υπολογιστικής δύναμης που υπάρχει, εξετάζονται εφαρμογές της θεωρίας του χάους σε διάφορες επιστημονικές περιοχές με εντυπωσιακά πολλές φορές αποτελέσματα. Στον τομέα της υδρολογίας, μελέτες έχουν δείξει (*Rodriguez-Iturbe et al.*, 1989; *Sharifi et al.*, 1990; *Rodriguez-Iturbe*, 1991) ότι η χρονική εξέλιξη μιάς βροχόπτωσης μπορεί να χαρακτηριστεί ως χαοτική διαδικασία. Επίσης, ταυτόχρονη μελέτη πολλών επεισοδίων του ίδιου μετεωρολογικού χαρακτήρα δείχνει ότι η χρονική τους εξέλιξη ακολουθεί παρόμοια συμπεριφορά (*Tsonis*, 1992, p. 169; *Tsonis et al.*, 1993).

Παρ'όλα αυτά, δεν μπορεί κανείς να βγάλει ασφαλή συμπεράσματα για συνεχή αρχεία βροχόπτωσης τα οποία αποτελούνται τόσο από καταγραφές επεισοδίων βροχής όσο και από μηδενικές καταγραφές στα ενδιάμεσα διαστήματα. Οι *Rodriguez-Iturbe et al.* (1989) και *Rodriguez-Iturbe* (1992) δεν ανιχνεύουν χαοτική συμπεριφορά σε αρχεία εβδομαδιαίας βροχόπτωσης 148 χρόνων της Genova. Αντίθετα, οι *Jayawardena and Lai* (1993) ανιχνεύουν χαοτική δυναμική σε αρχεία ημερήσιας βροχόπτωσης 11 χρόνων στο Hong Kong και δείχνουν ότι αυτές οι χρονοσειρές μοντελοποιούνται καλύτερα με μεθόδους της θεωρίας του χάους από ότι με απλά στοχαστικά μοντέλα όπως το ARMA.

Ένα από τα βασικά πορίσματα της θεωρίας του χάους και της μη γραμμικής δυναμικής είναι ότι πίσω από δεδομένα που φαίνονται τυχαία και είναι αξεχώριστα μέσω της κλασικής στατιστικής από τον θόρυβο μπορεί να υπάρχουν απλοί ή και σύνθετοι ντετερμινιστικοί κανόνες. Έτσι, μερικά συστήματα που μέχρι τώρα περιγράφονταν

χωρίς ιδιαίτερη επιτυχία από στοχαστικά μοντέλα έγινε δυνατό να προσομοιωθούν με τις νέες μεθόδους που προέκυψαν από την θεωρία μη γραμμικών συστημάτων με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Η ανίχνευση χάους σε μεμονωμένα επεισόδια βροχόπτωσης οδηγεί πολλούς ερευνητές στην αναζήτηση ντετερμινιστικών μοντέλων έναντι των στοχαστικών που χρησιμοποιούνταν έως τώρα. Ωστόσο, δεν είναι πάντα ξεκάθαρη η διάκριση μεταξύ τους. Για παράδειγμα, οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών είναι σαφώς ντετερμινιστικές διαδικασίες. Επιπλέον πολλά στοχαστικά μοντέλα περιέχουν ντετερμινιστικά μέρη όπως και ντετερμινιστικά μοντέλα περικλείουν θόρυβο. Τέλος, στην υδρολογία λόγω της μειωμένης ακρίβειας και μικρής σχετικά ευκρίνειας που υπάρχει στα πιο πολλά αρχεία και δεδομένης της μεγάλης ευαισθησίας των μη γραμμικών δυναμικών συστημάτων στις αρχικές συνθήκες είναι συζητήσιμο το εφικτό της καλής προσομοίωσης χρονοσειρών βροχόπτωσης με τις καινούργιες μεθόδους.

Όπως γίνεται φανερό από τα παραπάνω, μέχρι τώρα έχει διαπιστωθεί η ύπαρξη χάους μέσα σε μεμονωμένα επεισόδια και η διαφορά των χρονοσειρών βροχόπτωσης από απλά στοχαστικά μοντέλα όπως ο λευκός θόρυβος και τα μοντέλα ARMA. Αυτό που δεν έχει διερευνηθεί και αποτελεί αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής, είναι το κατά πόσο διαφέρει ένα καλά δομημένο μη γραμμικό στοχαστικό μοντέλο το οποίο είναι ικανό να διατηρήσει σημαντικές ιδιότητες της δομής της βροχής, από την πραγματική συνεχή χρονοσειρά βροχόπτωσης. Για αυτή τη σύγκριση χρησιμοποιούνται τυπικά εργαλεία της μη γραμμικής δυναμικής για τη διάκριση στοχαστικών διαδικασιών από χαοτικές. Ένας ακόμη σκοπός της διπλωματικής αυτής είναι να ερευνηθεί κατά πόσο είναι κατάλληλα αυτά τα εργαλεία για την επεξεργασία δεδομένων βροχόπτωσης.

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η εξής :

- Επιλογή αρχείου ιστορικών δεδομένων. Επελέγησαν οι μετρήσεις 6 χρόνων (1984 - 1989) ενός βροχομετρικού σταθμού στη Florida των Η.Π.Α. (Σταθμός Ortona Lock 2, Florida, USA). Το αρχείο αποτελείται από μετρήσεις ανά τέταρτο της ώρας του ύψους βροχής που έχει πέσει σε αυτό το τέταρτο, μετρημένες σε χιλιοστόμετρα.
- Υιοθεσία και προσαρμογή στοχαστικού μοντέλου. Επελέγη το Μοντέλο Ομοιοθεσίας Υετογραφήματος Καταιγίδας (Scaling Model of Storm Hyetograph) (Koutsoyiannis and Foufoula-Georgiou, 1993), το οποίο εκμεταλλεύεται τις ιδιότητες κλίμακας που παρούσιάζουν τα δεδομένα βροχής για να προσομοιώσει ένα πληθυσμό επεισοδίων βροχόπτωσης. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι οι ιδιότητες κλίμακας όπως και η αυτοομοιότητα εμφανίζονται να παίζουν σημαντικό ρόλο σε χαοτικά φαινόμενα. Για την προσομοίωση της διάρκειας των διαστημάτων μηδενικής βροχόπτωσης υιοθετήθηκε η κατανομή Weibull και για την προσομοίωση της διάρκειας κάθε επεισοδίου η εκθετική κατανομή.
- Παραγωγή ενός αρχείου ίσου μήκους με το ιστορικό από συνθετικά δεδομένα με βάση το στοχαστικό μοντέλο.
- Υπολογισμός των διαφόρων δεικτών χαοτικής δυναμικής για τα δύο σύνολα δεδομένων (πραγματικά και συνθετικά) και σύγκριση των αποτελεσμάτων.
- Εφαρμογή των παραπάνω για ύψη βροχής κάθε 1/4 της ώρας, 1, 6 και 24 ώρες .

Λεπτομέρειες για την εφαρμογή των προαναφερθέντων αναπτύσσονται στο κυρίως θέμα της εργασίας.

Οι δυσκολίες που συναντήθηκαν ήταν κυρίως προγραμματιστικής φύσεως, δεν έλειψαν όμως και προβλήματα ακαταλληλότητας στην εφαρμογή ορισμένων αριθμητικών μεθόδων. Επίσης η μικρή ακρίβεια και το σημαντικό σφάλμα στρογγύλευσης που υπήρχε στα δεδομένα δυσχέραναν τους υπολογισμούς. Ένας άλλος παράγων δυσκολίας ήταν το μέγεθος των αρχείων και ο πολύ μεγάλος αριθμός απαιτούμενων πράξεων. Για κάποιους υπολογισμούς έπρεπε να τρέχουν τα προγράμματα για μέρες συνεχώς, πράγμα δύσκολο αφού κάθε τόσο κάποιος υπολογιστής "κρεμούσε".

Μια τελευταία αλλά όχι ασήμαντη δυσχέρεια στη συγγραφή αυτής της διπλωματικής ήταν η ανυπαρξία ελληνικής ή μεταφρασμένης βιβλιογραφίας με αποτέλεσμα η ελλιπής υπάρχουσα στα αγγλικά να περιέχει ορολογία αμετάφραστη ακόμα στα ελληνικά. Δεδομένης της αδυναμίας του γράφοντος για απόδοση ξένων όρων και προς αποφυγή γλωσσικών τεράτων, οι όροι αναφέρονται με την πρωτότυπη μορφή τους στα αγγλικά παράλληλα με μια απόπειρα απόδοσής τους στα ελληνικά μέσα σε παρενθέσεις.

Όσον αφορά την πρακτική χρησιμότητα της εργασίας δεν τρέφουμε αυταπάτες. Το αν η βροχόπτωση είναι ντετερμινιστική χαοτική διαδικασία ή όχι δεν έχει πρακτικά καμία αξία γιατί ακόμα κι αν ήταν, τόσο το πλήθος των παραμέτρων που την επηρεάζουν όσο και η τεράστια ευαισθησία των χαοτικών φαινομένων στην ακριβή γνώση των αρχικών συνθηκών αποκλείουν κάθε δυνατότητα αξιόπιστης επιχειρησιακής πρόγνωσης. Ωστόσο, υπάρχει κάποιο επιστημονικό ενδιαφέρον ως προς την κατεύθυνση προς την οποία πρέπει να στρέφεται η προσομοίωση τη στιγμή που ο ντετερμινισμός και η στοχαστικότητα είναι αντίπαλες έννοιες τόσο στο φυσικό κόσμο όσο και στις κοσμοθεωρίες αυτών που τον ερευνούν.

1. The Scaling Model of a Storm Hyetograph (Μοντέλο Ομοιοθεσίας Υετογραφήματος Καταιγίδας)

1.1 Εισαγωγή

Το Scaling Model (S.M.) (Koutsoyiannis and Foufoula-Georgiou, 1993) προσπαθεί να περιγράψει και να προσομοιώσει τη στοχαστική δομή της έντασης της βροχής στο χρόνο μέσα σε καταιγίδες μεταβλητής διάρκειας. Ως καταιγίδες ορίζονται επεισόδια βροχής ανεξάρτητα μεταξύ τους. Ως γεγονός βροχής ορίζεται μία ακολουθία μετρήσεων με μη μηδενική αρχή και τέλος που απέχει χρονική απόσταση από την επόμενη μη μηδενική μέτρηση μεγαλύτερη από ένα εκλεγμένο όριο που καλείται χρόνος διαχωρισμού (συνήθως 1.0 έως 2.0 φορές τη μέση διάρκεια των επεισοδίων βροχής). Το Scaling Model είναι ένα μοντέλο συνεχούς χρόνου (continuous time model), το οποίο όμως εύκολα μετασχηματίζεται σε μοντέλο διακριτού χρόνου (discrete time model). Στην τελευταία περίπτωση το γεγονός βροχής περιγράφεται ως μία ακολουθία μερικών υψών (incremental depths) που απέχουν χρονικό διάστημα Δ μεταξύ τους. Το Δ το ονομάζουμε ευκρίνεια (time resolution) και επιλέγεται ανάλογα με το δείγμα και την επιθυμητή προσομοίωση. Ανάμεσα στις διαφορές ιδιότητες του μοντέλου αυτού είναι η στοχαστική δομή του, η εκμετάλευση των ιδιοτήτων ομοιοθεσίας (scaling) και η διαλειπτικότητα (intermittency) που έχουν βρεθεί σε αρκετές ομάδες δεδομένων.

Η ανάγκη για μοντέλα συμβατά με την έννοια των αδιαστατοποιημένων αθροιστικών καμπυλών βροχής, καθώς και οι εμπειρικές παρατηρήσεις από διάφορες μελέτες ότι υπάρχει μια εξάρτηση των στατιστικών ιδιοτήτων της στιγμιαίας έντασης και του συνολικού ύψους βροχής από την διάρκεια της καταιγίδας οδήγησαν στην σύλληψη του παραπάνω μοντέλου. Ως αδιαστατοποιημένη αθροιστική καμπύλη

βροχής εννοείται η γραφική παράσταση του αδιαστατοποιημένου αθροιστικού ύψους βροχής από την αρχή του επεισοδίου ως προς τον αδιαστατοποιημένο χρόνο. Το αθροιστικό ύψος και ο χρόνος εκφράζονται ως ποσοστά επί τοις εκατό των συνολικών μεγεθών. Η χρησιμότητα των καμπυλών αυτών έγκειται στο ότι μπορούν να τυποποιηθούν για μια συγκεκριμένη περιοχή, εποχή και τύπο καιρού και να χρησιμοποιηθούν σαν μοντέλα υετογραφήματος εφόσον αποδειχθεί η ομοιότητά τους ανεξάρτητα από τη διάρκεια των καταιγίδων.

Η βασική σκέψη πίσω από το Scaling Model είναι ότι η στιγμιαία ένταση της βροχόπτωσης μέσα σε μια καταιγίδα μιάς ορισμένης διάρκειας είναι ως προς τη συνάρτηση κατανομής της "όμοια" με την αντίστοιχη στιγμιαία ένταση σε μια άλλη καταιγίδα διαφορετικής διάρκειας. Η λέξη αντίστοιχη αναφέρεται στο ίδιο κλάσμα της συνολικής διάρκειας π.χ. συγκρίνουμε τις στιγμιαίες εντάσεις στην μέση των δύο επεισοδίων ή στο ένα τρίτο των διαρκειών τους. Ο όρος όμοια δηλώνει ομοιοθεσία όπως χρησιμοποιείται π.χ. στην έκφραση "όμοια τρίγωνα". Αυτή η ομοιότητα συνεπάγεται ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά της έντασης ακολουθούν κάποιας μορφής εκθετικό νόμο σε συνάρτηση με την συνολική διάρκεια του επεισοδίου. Μία ακόμα βασική ιδιότητα του S.M. είναι η αναγκαιότητα στασιμότητας μόνο μέσα στην ίδια καταιγίδα πράγμα που το διαφοροποιεί από άλλα μοντέλα της ίδιας κατηγορίας. Εννοείται ότι αναφερόμαστε σε επεισόδια βροχόπτωσης που συμβαίνουν σε μια μετεωρολογικά ομογενή περιοχή και για μία ομογενή εποχή του χρόνου.

1.2 Βασικές έννοιες και ορολογία.

Έστω D η διάρκεια μιας καταιγίδας και $\xi(t, D)$, $0 \leq t \leq D$, η στιγμιαία ένταση την χρονική στιγμή t . Τότε το αθροιστικό ύψος βροχής $h(t, D)$ ορίζεται από τη σχέση :

$$h(t, D) = \int_0^t \xi(s, D) ds \quad , \quad 0 \leq t \leq D \quad (1.2.1)$$

Αντίστοιχα το μερικό ύψος που κατακρημνίζεται σε ένα χρονικό διάστημα Δ από την χρονική στιγμή $(i-1)\Delta$ έως τη χρονική στιγμή $i\Delta$ ορίζεται ως εξής :

$$X_{\Delta}(i, D) = \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \xi(t, D) dt \quad , \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.2.2)$$

Η βασική υπόθεση του μοντέλου είναι ότι η στιγμιαία ένταση $\xi(t, D)$, $0 \leq t \leq D$, είναι αυτοόμοια διαδικασία με εκθέτη κλίμακας H για καταιγίδες διαφορετικής διάρκειας D δηλαδή :

$$\xi(t, D) \stackrel{d}{=} \{ \lambda^{-H} \xi(\lambda t, \lambda D) \} \quad (1.2.3)$$

Εδώ η ισότητα έχει το νόημα ότι τα μέλη μέσα στις αγκύλες ακολουθούν την ίδια συνάρτηση κατανομής (με διαφορετικές παραμέτρους). Αν το H είναι μηδέν τότε η κατανομή της έντασης είναι η ίδια ανεξάρτητα από την διάρκεια δηλαδή η ένταση είναι στάσιμη διαδικασία. Σαν άμεση συνέπεια της παραπάνω υπόθεσης οι ροπές κτάξεως (μέση τιμή, διασπορά κτλ) είναι αυτοόμοιες (ακολουθούν νόμο ομοιοθεσίας) :

$$E[\xi(t, D)^k] = \lambda^{-Hk} E[\xi(\lambda t, \lambda D)^k] \quad (1.2.4)$$

Θέτοντας $\lambda = 1/D$ στην (1.2.3) παίρνουμε :

$$\xi(t, D) \stackrel{d}{=} \{ D^H \xi(t/D, 1) \} \quad (1.2.5)$$

όπου $\xi(t/D, 1)$ η ένταση ενός κανονικοποιημένου επεισοδίου με διάρκεια 1. Γίνεται φανερό ότι μπορούμε να αποκτήσουμε τις στατιστικές

ιδιότητες της έντασης για κάθε διάρκεια μετασχηματίζοντας το κανονικοποιημένο επεισόδιο στην κατάλληλη κλίμακα.

Η δεύτερη βασική παραδοχή του μοντέλου είναι ότι υπάρχει στασιμότητα (stationarity) μόνο μέσα στα επεισόδια μιας ορισμένης διάρκειας δηλαδή ότι η ένταση της βροχόπτωσης ακολουθεί την ίδια στατιστική κατανομή καθ'όλη την διάρκεια ενός επεισοδίου και μόνο μέσα σε όσα έχουν ίση διάρκεια με αυτό :

$$\xi(t, D) \stackrel{d}{=} \{\xi(t+\tau, D)\}, \quad 0 \leq t, t+\tau \leq D \quad (1.2.6)$$

Με άλλα λόγια, για κάθε χρονική στιγμή t μέσα σε μια καταιγίδα μιας ορισμένης διάρκειας η ένταση έχει τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά (ασθενής στασιμότητα).

Εκτός από τον εκθέτη κλίμακας H ορίζονται οι παρακάτω παράμετροι : Ο μέσος όρος της κανονικοποιημένης έντασης c_1 ως εξής :

$$c_1 \equiv E[\xi(t/D, 1)] \quad (1.2.7)$$

Η διασπορά του συνολικού ύψους βροχής c_2 :

$$c_2 \equiv Var[h(1, 1)] \quad (1.2.8)$$

Η ροπή δευτέρας τάξης γινομένου της κανονικοποιημένης έντασης $\phi(\tau/D)$:

$$\phi(\tau/D) \equiv E[\xi(t/D, 1)\xi((t+\tau)/D, 1)] \quad (1.2.9)$$

Για την συνάρτηση $\phi(\tau/D)$ υποθέτουμε ότι ακολουθεί τον εξής εκθετικό νόμο :

$$\phi(\tau/D) = k(\tau/D)^{-\beta} \quad (1.2.10)$$

όπου k μια παράμετρος που συνδέεται με τις υπόλοιπες με τη σχέση :

$$k = (c_2 - c_1^2)(1 - \beta)(2 - \beta) / 2 \quad (1.2.11)$$

και β παράμετρος που εκφράζει την μείωση της συσχέτισης με την πάροδο του χρόνου.

Από τους αναφερθέντες ορισμούς και την υπόθεση της ασθενούς στασιμότητας και μετά από πράξεις προκύπτουν οι ακόλουθοι τύποι για τα στατιστικά των χαρακτηριστικών μιας καταιγίδας διάρκειας D :

- **Στιγμαία ένταση.**

Μέση τιμή : $E[\xi(t, D)] = c_1 D^H$ (1.2.12)

Συνδιασπορά : $C_\xi(\tau, D) = Cov[\xi(t, D), \xi(t + \tau, D)] = (\phi(\tau/D) - c_1^2) D^{2H}$
(1.2.13)

- **Μερικά ύψη .**

Μέση τιμή : $E[X_\Delta(i, D)] = c_1 \delta D^{H+1}$ (1.2.14)

Διασπορά : $ar[X_\Delta(i, D)] = [(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} - c_1^2]\delta^2 D^{2(H+1)}$ (1.2.15)

Συνδιασπορά : $Cov[X_i, X_j] = [(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} f(|j-i|, \beta) - c_1^2]\delta^2 D^{2(H+1)}$ (1.2.16)

Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης :

$$\rho_{X_\Delta}(\tau, D) = \frac{(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} f(\tau, \beta) - c_1^2}{(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} - c_1^2} \quad (1.2.17)$$

- **Αθροιστικό συνολικό ύψος .**

Μέση τιμή : $E[h(D, D)] = c_1 D^{H+1}$ (1.2.18)

Διασπορά : $ar[h(D, D)] = c_2 D^{2(H+1)}$ (1.2.19)

όπου $\delta = \Delta / D$, $f(\tau, \beta) = \frac{1}{2}[(\tau-1)^{2-\beta} + (\tau+1)^{2-\beta}] - \tau^{2-\beta}$, (>0) : η χρονική διαφορά δύο στοιχειωδών υψών.

Για την απόδειξη των παραπάνω τύπων και πειραταίρω τεκμηρίωση, ο αναγνώστης παραπέμπεται στους Koutsoyiannis and Fofoula-Georgiou, 1993 (βλ. παράρτημα Γ).

1.3 Παράμετροι του *Scaling Model* και εκτίμησή τους.

Οι 4 παράμετροι του μοντέλου είναι : H, c_1, c_2, β και εκτιμώνται από τα δεδομένα ως εξής :

- Οι H, c_1 από τα συνολικά ύψη και τη σχέση (1.2.18) με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.
- Το c_2 από τη σχέση (1.2.19) με την ίδια μέθοδο.
- Το β εκτιμάται από την αυτοσυσχέτιση με βήμα 1 των στοιχειωδών

υψών με βάση τον τύπο : $\beta = 1 - \frac{\ln(E[X_i X_{i+1}] / E[X_i^2] + 1)}{\ln 2}$.

- Το c_2 από τη σχέση (1.2.19) με την ίδια μέθοδο.
- Το β εκτιμάται από την αυτοσυσχέτιση με βήμα 1 των στοιχειωδών υψών με βάση τον τύπο :
$$\beta = 1 - \frac{\ln(E[X_i X_{i+1}] / E[X_i^2] + 1)}{\ln 2}$$

2. Προσαρμογή του Scaling Model στα πραγματικά δεδομένα.

2.1. Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν.

Τα δεδομένα προέρχονται από τον σταθμό Ortona Lock 2 στη Florida των Η.Π.Α. και αποτελούνται από τις μη μηδενικές καταγραφές που μετρήθηκαν στο διάστημα από 1/1/1984 έως 31/12/1989. Στην Ελλάδα δεν υπάρχουν ως τώρα σε έτοιμη, αποθηκευμένη σε υπολογιστή, μορφή ανάλογα δεδομένα με ευκρίνεια 1/4 της ώρας, γι' αυτό και καταφύγαμε σε Αμερικάνικα δεδομένα. Τα δεδομένα ήταν μετρημένα σε ίντσες αρχικά και προσφέρονταν από τον προμηθευτή σε ίντσες και χιλιοστά. Επελέγη η επεξεργασία σε χιλιοστά. Η ακρίβεια των υψών βροχής που μετρήθηκαν είναι 0.1 της ίντσας. Πρέπει εδώ να σημειωθεί ότι κατά την μετατροπή των δεδομένων από ίντσες σε χιλιοστά έγιναν χονδροειδείς στρογγυλεύσεις με ακρίβεια 1mm από τον προμηθευτή οι οποίες έγιναν αντιληπτές εκ των υστέρων. Παρ'όλα αυτά, η διαφορά στις τιμές των διαφόρων παραμέτρων ήταν αμελητέα.

Τα κριτήρια με τα οποία έγινε η επιλογή των δεδομένων ήταν τα εξής :

1. Η καλυπτόμενη κάθε φορά χρονική περίοδος. Επειδή οι μέθοδοι ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκαν απαιτούν μεγάλο αριθμό επεισοδίων, η καλυπτόμενη περίοδος ήταν όσο δυνατόν μεγαλύτερη. Στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι 6 χρόνια.

2. Η ευκρίνεια μέτρησης των υψών βροχής. Για τον ίδιο λόγο με παραπάνω και επειδή σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση σε μικρές χρονικές κλίμακες, επελέγη η ευκρίνεια τετάρτου της ώρας ($\Delta = \frac{1}{4}h$).
3. Το ποσοστό ελαττωματικών μετρήσεων, το οποίο πρέπει να είναι όσο γίνεται μικρότερο.
4. Η γεωγραφική θέση του σταθμού. Το κλίμα της Florida είναι αρκετά υγρό ώστε να υπάρχουν πολλά επεισόδια και οι θερμοκρασίες να είναι παρόμοιες με την Ελλάδα στην οποία έχει μελετηθεί το Scaling Model.

Από τα δεδομένα αφαιρέθηκαν οι λίγες ελαττωματικές μετρήσεις μαζί με τα επεισόδια που τις περιείχαν. Ύστερα έγινε χωρισμός σε επεισόδια στα οποία περιλαμβάνονται και ενδιάμεσοι χρόνοι μηδενικής βροχόπτωσης μικρότεροι από 7 ώρες. Με άλλα λόγια ο χρόνος διαχωρισμού των επεισοδίων θεωρήθηκε 7 ώρες. Έτσι προέκυψαν 462 γεγονότα βροχής εκ των οποίων 425 έχουν διάρκεια μεγαλύτερη από Δ (=15 λεπτά) ενώ τα υπόλοιπα 37 μελετήθηκαν ξεχωριστά.

Τα δεδομένα χωρίς επεξεργασία όπως και μετά τον χωρισμό τους σε επεισόδια βρίσκονται στο παράρτημα Α.

2.2 Προσδιορισμός παραμέτρων.

Η διαδικασία προσαρμογής και υπολογισμού των παραμέτρων έγινε όπως περιγράφεται από τους *Koutsoyiannis and Foufoula-Georgiou* (1993) (βλ. παράρτημα Γ). Τα βήματα που ακολουθήθηκαν ήταν τα ακόλουθα :

1. Χωρισμός των επεισοδίων σε έξι κλάσεις ανάλογα με τη διάρκειά τους. Ο διαχωρισμός αυτός γίνεται έτσι ώστε σε κάθε κλάση να υπάρχει περίπου ίδιος αριθμός επεισοδίων.
2. Υπολογισμός των στατιστικών στοιχείων κάθε κλάσης. Συγκεκριμένα υπολογίζονται για κάθε κλάση η μέση τιμή και διασπορά της διάρκειας, του συνολικού ύψους και της έντασης (ύψος ανά δεκαπεντάλεπτο) της βροχής. Επίσης η αυτοσυσχέτιση με βήμα ένα.

3. Υπολογισμός των παραμέτρων του μοντέλου. Από την συσχέτιση της μέσης διάρκειας κάθε κλάσης με τα στατιστικά της αντίστοιχης βροχόπτωσης προσδιορίζονται οι παράμετροι H, c_1, c_2, β με τις μεθόδους που αναφέρθηκαν στο τμήμα 1.3 . Η διαδικασία αυτή έχει κωδικοποιηθεί σε ένα φύλλο εργασίας του *Excel* και γίνεται αυτόματα.

Στην αρχή τα επεισόδια χωρίστηκαν σε δυο περιόδους: ξηρή και υγρή. Η ξηρή περίοδος είναι για τη Florida από Οκτώβριο ως και Μάιο και η υγρή από Ιούνιο ως και Σεπτέμβριο. Τα βήματα που αναφέρθηκαν εφαρμόστηκαν στις δύο περιόδους όπως και στο σύνολο των επεισοδίων. Η καλύτερη προσαρμογή επετεύχθη για το ενιαίο αρχείο (και οι δύο περίοδοι μαζί). Έτσι υιοθετήθηκε ένα κοινό σύνολο παραμέτρων. Η ταυτότητα και τα στατιστικά χαρακτηριστικά της κάθε κλάσης φαίνονται στον πίνακα 2.2.1. Διευκρινίζεται ότι στον πίνακα οι κλάσεις ορίζονται από την ελάχιστη και μέγιστη διάρκεια των επεισοδίων σε τέταρτα της ώρας.

Πίνακας 2.2.1. Στατιστικά στοιχεία για κάθε κλάση επεισοδίων.

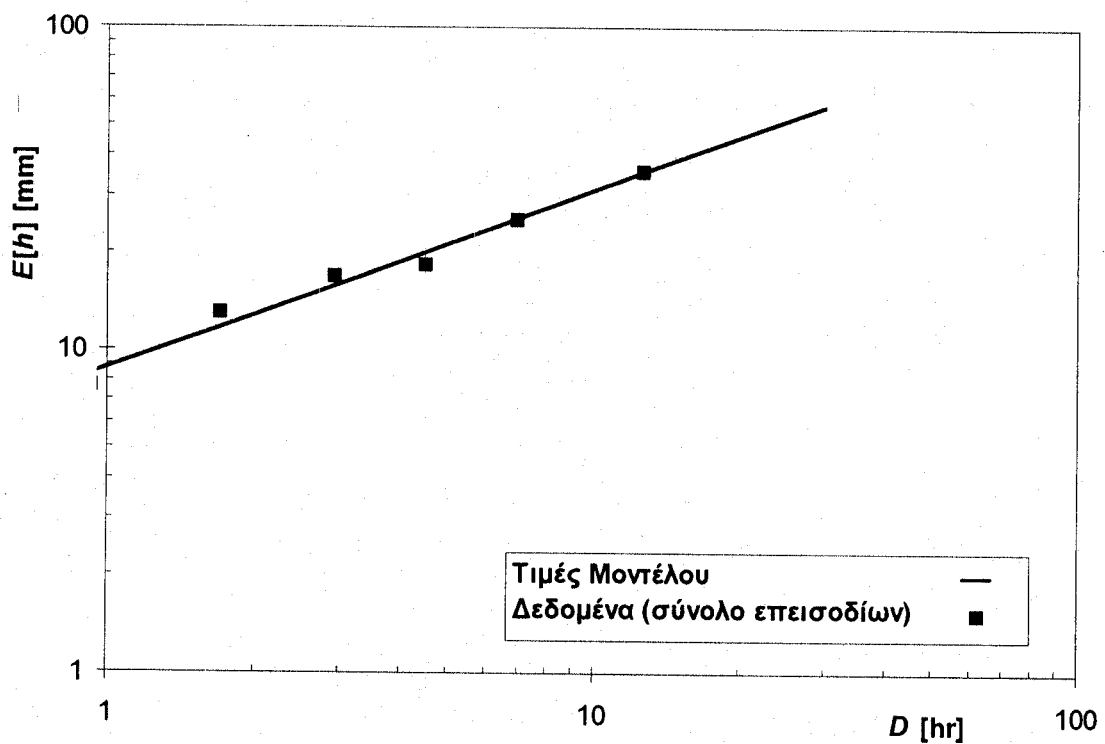
Κλάσεις	Αριθμός επεισοδίων	Διάρκεια (τέταρτα)		Συνολικό ύψος (χλστ)		Μερικό ύψος (χλστ)	
		Μέση Τιμή	Τυπ. Απόκλ.	Μέση Τιμή	Τυπ. Απόκλ.	Μέση Τιμή	Τυπ. Απόκλ.
2-5	90	3.7	1	7.7	8.9	2.1	3
6-8	63	6.8	0.8	13	15.9	1.9	3.5
9-14	65	11.7	1.9	17	16	1.5	2.5
15-22	71	18.1	2.2	18.4	15.6	1	2
23-35	62	27.9	3.7	25.4	22.7	0.9	2
36-140	74	50.9	14.8	35.6	28.1	0.7	1.5

Το σετ των παραμέτρων που υιοθετήθηκαν είναι το εξής :

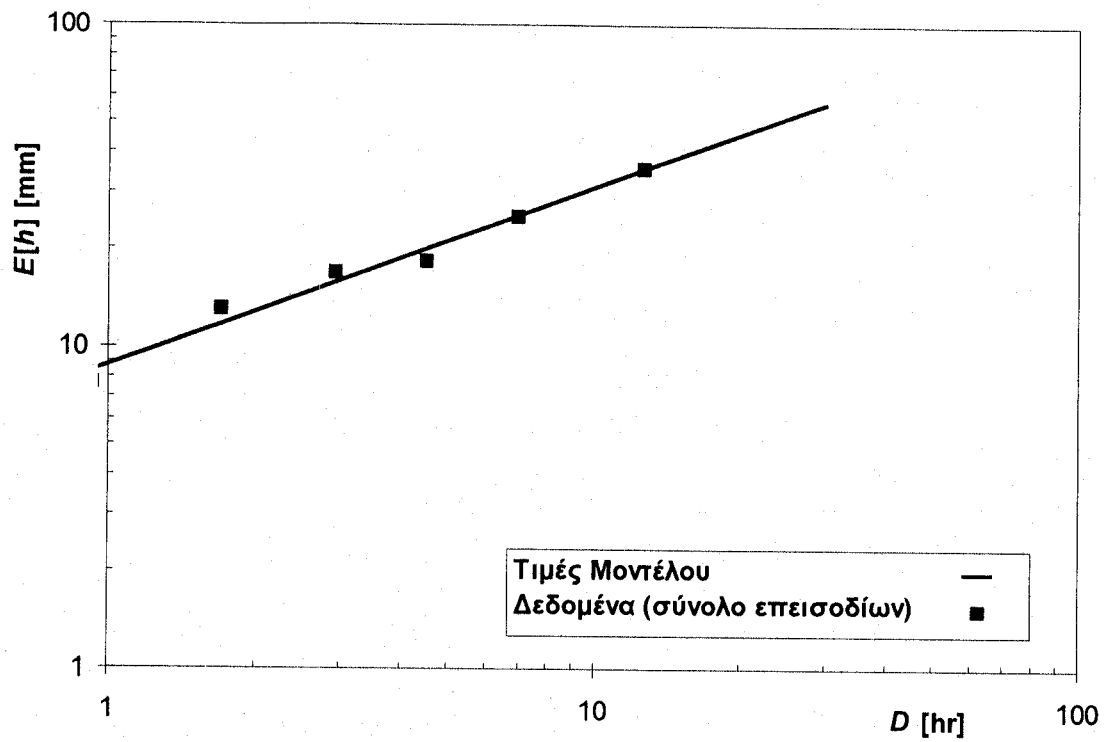
- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1. $H = -0.449$ | 3. $c_2 = 85.68$ |
| 2. $c_1 = 8.74$ | 4. $\beta = 0.246$ |

Παρατηρεί κανείς την διαφορά του H από το μηδέν, που δείχνει ότι η ανέλιξη των επεισοδίων βροχής δεν είναι στάσιμη, αλλά υπάρχει σαφής εξάρτηση από τη διάρκεια βροχής.

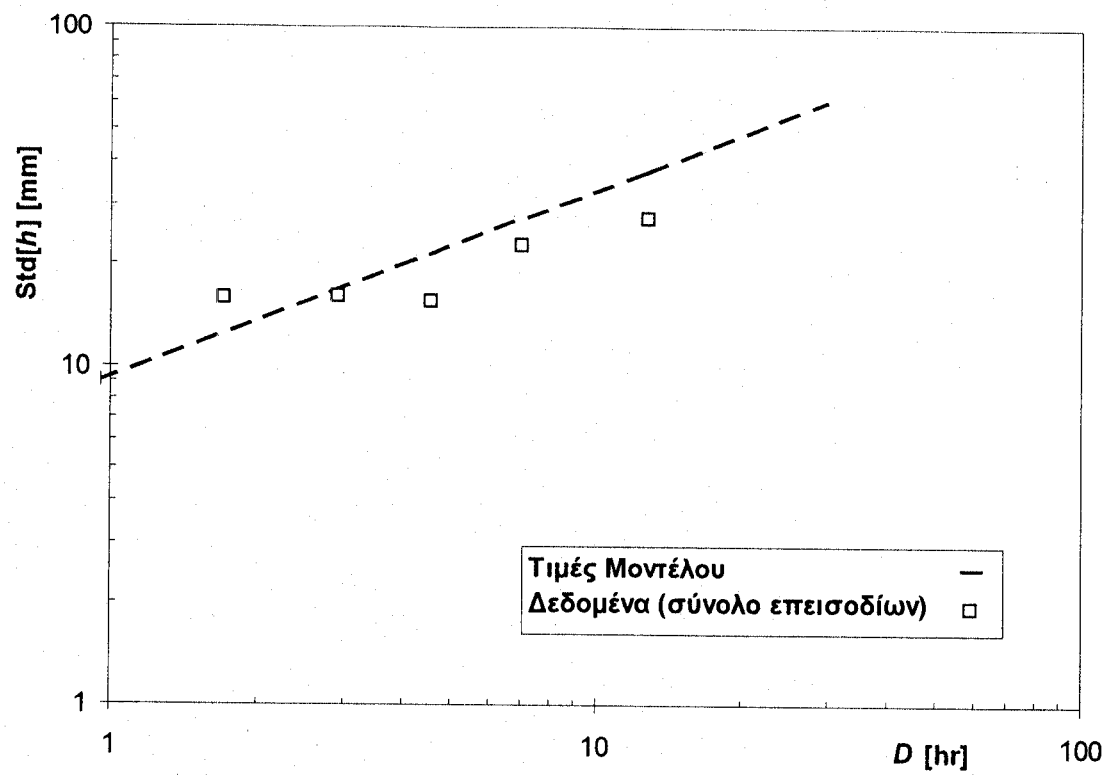
Για να επαληθευτεί η καλή εφαρμογή του μοντέλου έγιναν διαγράμματα της μέσης τιμής και τυπικής αποκλίσεως των συνολικών και μερικών υψών καθώς και της αυτοσυσχετίσεως με βήμα 1 των μερικών υψών, σε συνάρτηση με την μέση διάρκεια κάθε κλάσης. Τα διαγράμματα αυτά ακολουθούν.



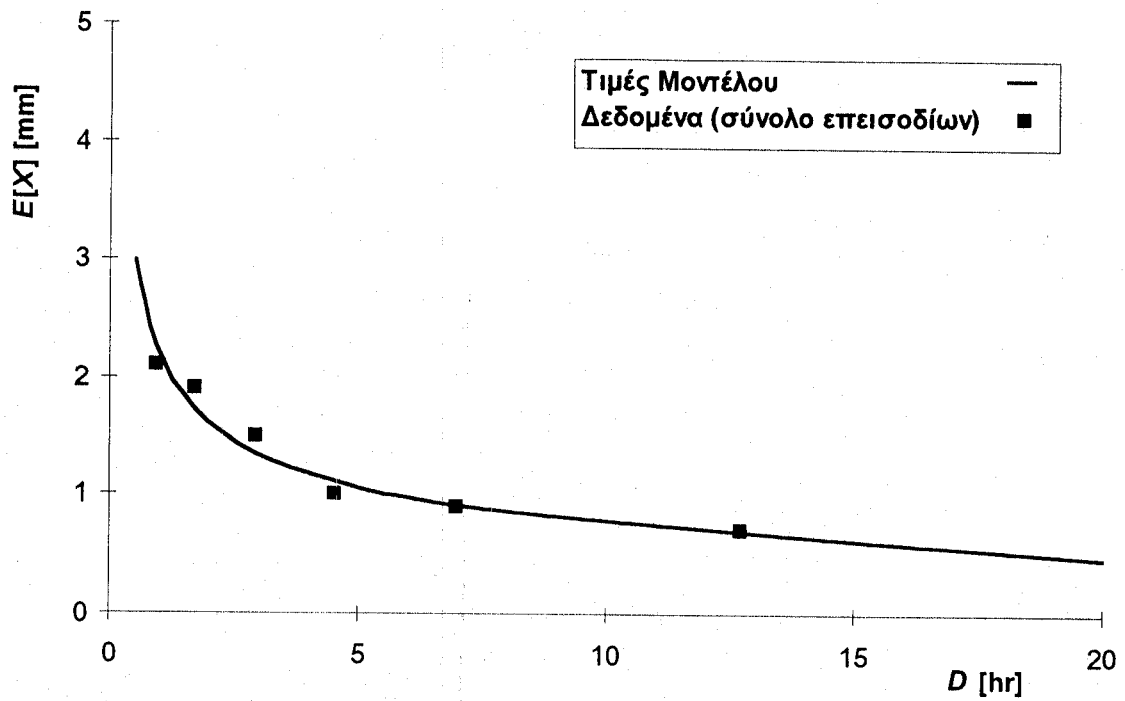
Σχήμα 2.2.1. Μέσες τιμές συνολικών ύψών βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και προσομοιωμένες τιμές μοντέλου.



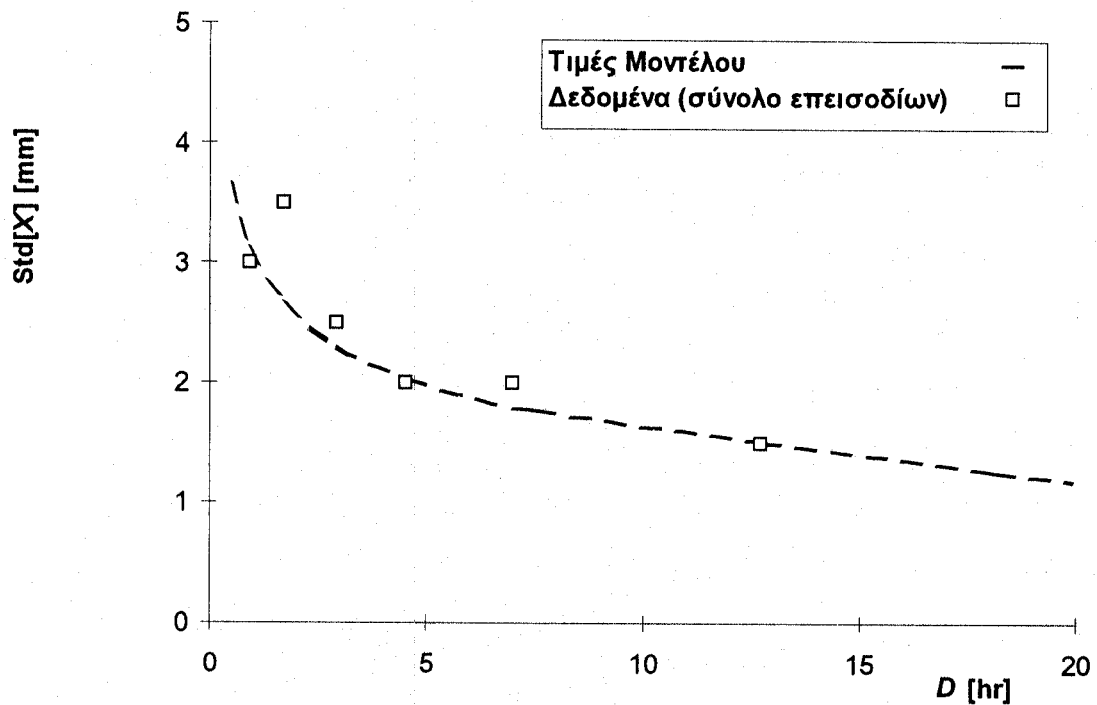
Σχήμα 2.2.1. Μέσες τιμές συνολικών ύψων βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και προσομοιωμένες τιμές μοντέλου.



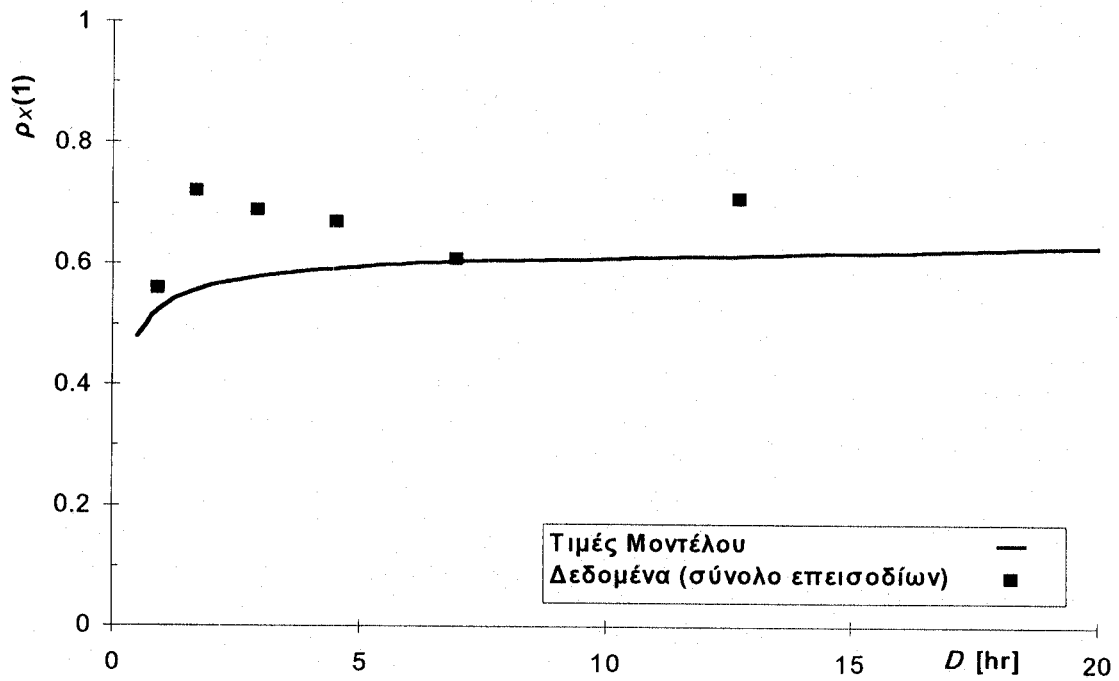
Σχήμα 2.2.2. Τυπική Απόκλιση των συνολικών υψών βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και προσομοιωμένες τιμές μοντέλου



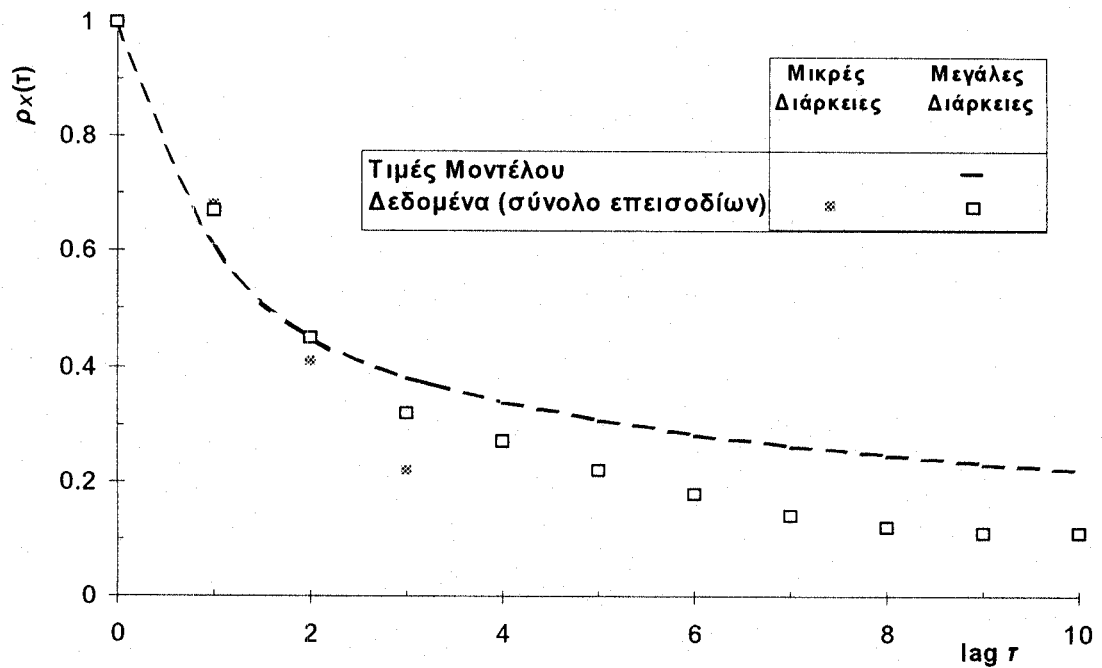
Σχήμα 2.2.3. Μέση τιμή των μερικών υψών βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και προσομοιωμένες τιμές μοντέλου



Σχήμα 2.2.4. Τυπική απόκλιση των μερικών υψών βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και προσομοιωμένες τιμές μοντέλου



Σχήμα 2.2.5. Αυτοσυσχέτιση με βήμα 1 των μερικών υψών βροχής για τις μέσες τιμές των διαρκειών κάθε κλάσης. Πραγματικά δεδομένα και τιμές μοντέλου.



Σχήμα 2.2.6. Αυτοσυσχέτιση των μερικών υψών βροχής για διάφορες τιμές χρονικής καθυστέρησης τ και δύο κατηγορίες επεισοδίων. Στην πρώτη είναι επεισόδια με διάρκειες τέσσερα έως δεκατέσσερα τέταρτα ενώ στη δεύτερη από δεκαπέντε έως εκατον σαράντα τέταρτα.

3. Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης με βάση το Scaling Model.

3.1 Εισαγωγή

Από την ανάλυση που προηγήθηκε έγινε φανερό ότι το Scaling Model προσομοιώνει τις στατιστικές ιδιότητες ενός πληθυσμού επεισοδίων βροχόπτωσης. Για να είναι δυνατή η παραγωγή συνεχούς χρονοσειράς πρέπει να υπάρχει ένα σχήμα που να παράγει εκτός από επεισόδια και τους ενδιάμεσους χρόνους μηδενικής βροχόπτωσης. Επίσης είναι αναγκαία η υιοθέτηση μιας κατανομής για τις διάρκειες των επεισοδίων. Τέλος, όλα αυτά πρέπει να κωδικοποιηθούν σε ένα πρόγραμμα το οποίο εισάγοντας τις παραμέτρους του μοντέλου, των κατανομών και τις ημερομηνίες αρχής και τέλους θα παράγει μια συνεχή χρονοσειρά.

Για να επιτευχθούν οι παραπάνω στόχοι ακολουθήθηκε η πιο κάτω διαδικασία :

1. Κωδικοποίηση της διαδικασίας παραγωγής ενός επεισοδίου βροχής με ορισμένη διάρκεια και για ορισμένη ευκρίνεια. Σημειώνεται ότι η κατανομή του συνολικού ύψους και οι παράμετροί της καθορίζονται από το μοντέλο. Για τον έλεγχο του προγράμματος αυτού έγινε ένα άλλο βοηθητικό, που για διάρκειες επεισοδίων από μία έως δέκα ώρες και ευκρίνεια τετάρτου της ώρας παρήγαγε 5000 επεισόδια και υπολόγισε τις τρεις πρώτες ροπές και τις ασυμμετρίες του συνολικού και των μερικών υψών. Στη συνέχεια συγκρίθηκαν αυτές οι τιμές με τις τιμές που δίνουν οι γεννήτριες τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιούνται και τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν από τους τύπους του μοντέλου.
2. Προσομοίωση του χρόνου μηδενικής βροχόπτωσης. Υιοθετήθηκε η κατανομή Weibull για την ξηρή περίοδο (Οκτώβριος - Μάιος) και μια κατανομή Weibull με δύο τμήματα για την υγρή περίοδο (Ιούνιος -

Σεπτέμβριος). Για κάθε μήνα χρησιμοποιήθηκε διαφορετικό σύνολο παραμέτρων.

3. Προσομοίωση των διαρκειών των επεισοδίων βροχόπτωσης. Εδώ υιοθετήθηκε η εκθετική κατανομή με διαφορετικές παραμέτρους για κάθε μήνα.
4. Συγκέντρωση όλων των επιμέρους στοιχείων σε ένα πρόγραμμα το οποίο κατά σειρά γεννά μια περίοδο μηδενικής βροχόπτωσης, μια διάρκεια καταιγίδας, τα μερικά ύψη του αντίστοιχου επεισοδίου και επαναλαμβάνει τα παραπάνω για δοσμένο χρονικό διάστημα. Για τον έλεγχο του εγχειρήματος υπολογίζονταν οι παράμετροι του Scaling Model για την συνθετική χρονοσειρά και συγκρίνονταν με τις αρχικές.

Τα προγράμματα που έγιναν γράφτηκαν σε γλώσσα ANSI C και οι προσαρμογές των κατανομών έγινε στο Excel.

3.2 Παραγωγή ενός επεισοδίου βροχής με βάση το Scaling Model.

3.2.1. Θεωρητική ανάπτυξη

Το Scaling Model μπορεί να χρησιμοποιηθεί για παραγωγή υετογραμμάτων με οποιαδήποτε ευκρίνεια Δ δοθείσης μιας διάρκειας. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους είτε παράγοντας τα μερικά ύψη ένα ένα οπότε παίρνουμε το συνολικό ύψος αθροίζοντας, είτε παράγοντας ένα συνολικό ύψος από κάποια κατανομή και επιμερίζοντάς το σε μερικά ύψη. Σε αυτή την εργασία εφαρμόστηκε η δεύτερη μέθοδος όπως περιγράφεται στις εργασίες των Koutsoyannis and Tsakalias 1992, Koutsoyannis 1994, Mamassis et al., 1994. Το μοντέλο χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των παραμέτρων των διαφόρων κατανομών στο σχήμα παραγωγής.

Έστω $\mathbf{X}=[X_{\Delta}(1,D), X_{\Delta}(2,D), \dots, X_{\Delta}(k,D)]^T$ όπου $k=D/\Delta$ (ακέραιος) το διάνυσμα των μερικών υψών. Υποθέτουμε ότι τα X_{Δ} ακολουθούν

κατανομή γάμα 2 παραμέτρων. Η υπόθεση αυτή δεν είναι απολύτως αληθής όμως βρίσκεται κοντά στην πραγματικότητα για τα δεδομένα που εξετάζουμε.

Η παραγωγή των μερικών υψών στηρίζεται στο ακόλουθο σχήμα :

$$\mathbf{X} = \mathbf{\Omega V} \quad (3.2.1)$$

όπου $\mathbf{\Omega} = [\omega_{ij}]$: πίνακας συντελεστών $k \times k$ και $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots, V_k]^T$

διάνυσμα αμοιβαία αναξάρτητων τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων με διασπορά 1. Ισχύουν τα εξής :

$$\mathbf{X} = \mathbf{\Omega V} \Rightarrow E[\mathbf{X}] = \mathbf{\Omega E[V]}, \quad \mathbf{X} = \mathbf{\Omega V} \Rightarrow \mathbf{X}^T = \mathbf{V}^T \mathbf{\Omega}^T$$

$$\mathbf{X} - E[\mathbf{X}] = \mathbf{\Omega}(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}]) \Rightarrow (\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T = \mathbf{\Omega}(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])^T \mathbf{\Omega}^T$$

$$E\{(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T\} = \mathbf{\Omega} E\{(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])^T\} \mathbf{\Omega}^T$$

Το στοιχείο i, j του πίνακα $E\{(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])(\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^T\}$ είναι της μορφής :

$$E\{(X_{\Delta}(i, D) - E[X_{\Delta}(i, D)])(X_{\Delta}(j, D) - E[X_{\Delta}(j, D)])\}$$

δηλαδή είναι η συνδιασπορά του $X_{\Delta}(i, D)$ με το $X_{\Delta}(j, D)$, ή συνδιασπορά με υστέρηση

$$(\text{lag}) |i-j|. \text{ Τα ίδια ισχύουν για τον πίνακα } E\{(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])(\mathbf{V} - E[\mathbf{V}])^T\}$$

όμως στα διαγώνια στοιχεία ($\text{lag} = 0$) έχουμε την διασπορά που είναι 1

και στα υπόλοιπα στοιχεία λόγω της στατιστικής ανεξαρτησίας των V_i

η συνδιασπορά είναι μηδέν. Έτσι έχουμε τον μοναδιαίο πίνακα. Τελικά

η σχέση (3.2.1) παίρνει την μορφή :

$$\mathbf{\Omega \Omega}^T = \text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}] \quad (3.2.2)$$

όπου $\text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ ο πίνακας των συνδιασπορών. Οι συνδιασπορές των

X_{Δ} υπολογίζονται από τη σχέση (1.2.16) και μετά το μητρώο $\text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$

διασπάται στον πίνακα $\mathbf{\Omega}$. Από τον πίνακα $\mathbf{\Omega}$ υπολογίζονται οι

παράματροι της κατανομής των V_i . Η λύση της διάσπασης δεν είναι μοναδική και διαφέρει ανάλογα με την μέθοδο που χρησιμοποιείται. Στην αρχή δοκιμάστηκε η λύση της διάσπασης με ιδιοτιμές (singular value decomposition) όμως είχε σαν συνέπεια υψηλές τιμές στις τρίτες ροπές των V_i . Έτσι ο Ω υποτέθηκε κάτω τριγωνικός και ο $Cov[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ διασπάστηκε ανάλογα. Μετά την διάσπαση, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των V_i προκύπτουν από τους παρακάτω τύπους :

$$E[\mathbf{X}] = \Omega E[\mathbf{V}] \Rightarrow E[X_{\Delta}(i, D)] = \sum_{j=1}^i \omega_{ij} E[V_j]$$

$$E[V_i] = \frac{1}{\omega_{ii}} \left\{ E[X_{\Delta}(i, D)] - \sum_{j=1}^{i-1} \omega_{ij} E[V_j] \right\} \quad (3.2.3)$$

$$X_{\Delta}(i, D) - E[X_{\Delta}(i, D)] = \sum_{j=1}^i \omega_{ij} (V_j - E[V_j])$$

$$(X_{\Delta}(i, D) - E[X_{\Delta}(i, D)])^3 = \left(\sum_{j=1}^i \omega_{ij} (V_j - E[V_j]) \right)^3$$

$$E\left[\underbrace{(X_{\Delta}(i, D) - E[X_{\Delta}(i, D)])^3}_{\mu_3[X_{\Delta}(i, D)]} \right] = E\left[\left(\sum_{j=1}^i \omega_{ij} (V_j - E[V_j]) \right)^3 \right] = \sum_{j=1}^i \omega_{ij}^3 E\left[\underbrace{(V_j - E[V_j])^3}_{\mu_3[V_j]} \right]$$

$$\mu_3[V_i] = \frac{1}{\omega_{ii}^3} \left(\mu_3[X_{\Delta}(i, D)] - \sum_{j=1}^{i-1} \omega_{ij}^3 \mu_3[V_j] \right) \quad (3.2.4)$$

όπου $\mu_3[V_i]$ και $\mu_3[X_{\Delta}(i, D)]$ οι τρίτες ροπές των V_i και $X_{\Delta}(i, D)$ αντίστοιχα. Οι τύποι (3.2.3) και (3.2.4) είναι επαναληπτικοί δηλ. ξεκινάμε για $i = 1$ και υπολογίζουμε έως $i = k$ χρησιμοποιώντας τα $E[V_i]$ και $\mu_3[V_i]$ που έχουν ήδη υπολογιστεί. Επίσης ισχύει ότι:

$$\mu_2[V_i] = Var[V_i] = 1 \quad (3.2.5).$$

Με την βοήθεια της κατανομής που έχει υποτεθεί για τα μερικά ύψη (γάμα δύο παραμέτρων) και το Scaling Model προσδιορίζουμε τα στατιστικά χαρακτηριστικά τους :

$$\text{Μέση τιμή : } E[X_{\Delta}(i, D)] = c_1 \delta D^{H+1} \quad (1.2.14)$$

$$\text{Διασπορά : } ar[X_{\Delta}(i, D)] = [(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} - c_1^2]\delta^2 D^{2(H+1)} \quad (1.2.15)$$

$$\text{Τρίτη κεντρική ροπή : } \mu_3[X_{\Delta}(i, D)] = 2Var^2[X_{\Delta}(i, D)] / E[X_{\Delta}(i, D)] \quad (3.2.6)$$

Έχοντας υπολογίσει τα χαρακτηριστικά των V_i μπορούμε να τα παράγουμε μέσω κάποιας γεννήτριας και να υπολογίσουμε τα μερικά ύψη.

Κατά τη διαδικασία του επιμερισμού, παράγεται ένα συνολικό ύψος βροχής και επιμερίζεται σε μερικά ύψη με βάση την ποσοστιαία συμμετοχή των τελευταίων στο συνολικό ύψος. Στην παρούσα εργασία υιοθετήθηκε κατανομή γάμα δύο παραμέτρων για το $h(D)$ οι οποίες προσδιορίζονται με τη βοήθεια των σχέσεων (1.2.18) και (1.2.19). Στη συνέχεια παράγεται μια ακολουθία μερικών υψών $X'_{\Delta}(i, D)$ από τον τύπο (3.2.1). Αν προκύψουν αρνητικά $X'_{\Delta}(i, D)$ αυτά μηδενίζονται και η ακολουθία κανονικοποιείται διαιρώντας με το άθροισμα των μερικών υψών $S' = \sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D)$. Έτσι προκύπτει η ποσοστιαία συμμετοχή κάθε μερικού ύψους στο επεισόδιο $X_{\Delta}^*(i, D) = X'_{\Delta}(i, D) / S'$ (3.2.7). Επειδή δεν υπάρχει πλήρης ανεξαρτησία του συνολικού ύψους από την κατανομή του μέσα στο επεισόδιο, για να αποφευχθούν μη ρεαλιστικοί επιμερισμοί συγκρίνεται το $h(D)$ με το S' . Αν ο λόγος $h(D)/S'$ είναι μεγαλύτερος από 2 ή μικρότερος από 0.5 η ακολουθία των $X'_{\Delta}(i, D)$ απορρίπτεται και παράγεται μια άλλη. Τέλος, τα τελικά $X_{\Delta}(i, D)$ υπολογίζονται από τη σχέση :

$$X_{\Delta}(i, D) = h(D)X_{\Delta}^*(i, D) \quad (3.2.8).$$

Έχει αποδειχθεί (Koutsoyiannis, 1994) ότι η σχέση (3.2.8) δεν εισάγει μεροληψία στα μερικά ύψη, υπό τις προϋποθέσεις ότι αυτά ακολουθούν κατανομές γάμα με κοινή παράμετρο κλίμακας και δεν έχουν έντονη αυτοσυσχέτιση, προϋποθέσεις οι οποίες ισχύουν για την εξεταζόμενη περίπτωση.

Από τον ορισμό του επεισοδίου βροχής και την μορφή των δεδομένων που έχουμε υπάρχουν κάποιες ιδιότητες που πρέπει να εξασφαλισθούν. Αυτές είναι :

- Το πρώτο και τελευταίο μερικό ύψος πρέπει να είναι διάφορα του μηδενός.
- Τα μερικά ύψη πρέπει να είναι μετρημένα σε χιλιοστά.
- Τα γεγονότα δεν πρέπει να περικλείουν διαστήματα μηδενικής βροχόπτωσης μεγαλύτερα από το χρόνο διαχωρισμού των επεισοδίων.

Για να διατηρηθούν αυτές οι ιδιότητες τα παραγόμενα $X_{\Delta}(i,D)$ πρώτα στρογγυλεύονται σε χιλιοστά σε αντιστοιχία με τη μορφή των ιστορικών δεδομένων. Ύστερα ελέγχονται η πρώτη και τελευταία τιμή αν είναι μηδέν, οπότε και τίθενται ίσες με 1mm. Επίσης ελέγχονται τα διαστήματα μηδενικής βροχής μέσα στο επεισόδιο και αν υπάρχει χρόνος μεγαλύτερος του χρόνου διαχωρισμού, τίθεται το κατάλληλο $X_{\Delta}(i,D)$ ίσο με ένα. Επειδή όλες αυτές οι μετατροπές αλλάζουν το συνολικό ύψος, ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία επιμερισμού και στρογγύλευσης ώστε το άθροισμα των μερικών υψών να συγκλίνει στο εκλεγμένο κάθε φορά συνολικό ύψος.

Η μεθοδολογία που ακολουθείται έχει διάφορες πηγές ανακρίβειας όπως η παραγωγή αρνητικών $X_{\Delta}(i,D)$, το γεγονός ότι τα μερικά ύψη σαν άθροισμα μεταβλητών που ακολουθούν κατανομή γάμα δεν ακολουθούν κι αυτά κατανομή γάμα, καθώς και οι στρογγυλεύσεις σε χιλιοστά.

3.2.2 Αλγόριθμος παραγωγής γεγονότος.

Συνοψίζοντας μέχρι εδώ, η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής :

1. Υπολογισμός του πίνακα $Cov[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ με βάση τον τύπο (1.2.16).
2. Διάσπαση του $Cov[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ σε $\Omega\Omega^T$ και σχηματισμός του Ω με την παραδοχή ότι αυτός είναι κάτω τριγωνικός.
3. Υπολογισμός των στατιστικών χαρακτηριστικών των $X_{\Delta}(i, D)$ με τους τύπους (1.2.14), (1.2.15) και (3.2.6).
4. Υπολογισμός των στατιστικών χαρακτηριστικών των V_k με τους τύπους (3.2.3), (3.2.4) και (3.2.5).
5. Μέσω γεννήτριας τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων παραγωγή $k=D/\Delta$ αριθμών, δηλαδή των συντεταγμένων του διανύσματος $\mathbf{V}=[V_1, V_2, L, V_k]^T$.
6. Μέσω γεννήτριας τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή γάμα δύο παραμέτρων παραγωγή του συνολικού ύψους $h(D)$ της καταιγίδας.
7. Υπολογισμός από τη σχέση $\mathbf{X} = \Omega\mathbf{V}$ (3.2.1) των συντεταγμένων του αρχικού διανύσματος \mathbf{X}' .
8. Έλεγχος αν το άθροισμα των μερικών υψών $\sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D)$ επαληθεύει την σχέση : $0.5 \leq h(D) / \sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D) \leq 2.0$.
9. Επιμερισμός του συνολικού ύψους σε μερικά ύψη με βάση τον τύπο
$$X_{\Delta}(i, D) = \left(X'_{\Delta}(i, D) / \sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D) \right) h(D) \quad (3.2.9).$$
10. Τα μερικά ύψη που παράγονται στρογγυλεύονται σε χιλιοστά και μετατρέπονται σε ακέραιους.
11. Αν το πρώτο ή το τελευταίο μερικό ύψος είναι μηδέν, τότε τίθεται 1.
12. Αν σε ένα επεισόδιο μεγάλης διάρκειας υπάρχουν μηδενικές τιμές για χρόνο μεγαλύτερο από το χρόνο διαχωρισμού των επεισοδίων,

τότε το μερικό ύψος που αντιστοιχεί στο τέλος του χρόνου διαχωρισμού τίθεται ίσο με ένα.

13. Επειδή μετά τις παραπάνω αλλαγές το συνολικό ύψος βροχής μπορεί να διαφέρει από το $h(D)$, ξαναγίνεται ο υπολογισμός των ποσοστών συμμετοχής των μερικών υψών και ο επιμερισμός του $h(D)$. Οι τιμές των $X_{\Delta}(i, D)$ στρογγυλεύονται εκ νέου και ελέγχεται αν το άθροισμα των μερικών υψών $\sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D)$ ισούται με το $h(D)$.

14. Εφόσον $\sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D) \neq h(D)$ το πρόγραμμα επιτρέπει να επαναλαμβάνονται τα βήματα 11 έως 13.

3.2.3. Τα προγράμματα *evgen.c* και *testevg4.c*.

Το πρόγραμμα *evgen.c* είναι η εφαρμογή σε κώδικα ANSI C του αλγόριθμου που μόλις περιγράφηκε. Παίρνει σαν δεδομένα τις παραμέτρους του Scaling Model H, c_1, c_2, β τις οποίες διαβάζει από το αρχείο *evgen.in* και την εκάστοτε διάρκεια επεισοδίου και ευκρίνεια σε ώρες από το πληκτρολόγιο. Στην έξοδο, το πρόγραμμα γράφει στο αρχείο *evgen.out* τα μερικά ύψη και τις παραμέτρους. Ακολουθείται ακριβώς η διαδικασία και οι μέθοδοι που αναφέρονται στο τμήμα 3.2.2. Σκοπός του *evgen.c* είναι αφού διαπιστωθεί ότι δουλεύει σωστά να αποτελέσει μέρος του μεγαλύτερου προγράμματος παραγωγής χρονοσειρών.

Για τον έλεγχο του *evgen.c* έγινε το *testevg4.c* το οποίο παράγει για διάρκειες επεισοδίων από μία ως δέκα ώρες πεντε χιλιάδες επεισόδια για κάθε διάρκεια. Στη συνέχεια υπολογίζει μεση τιμή, τυπική απόκλιση και ασυμμετρία για τα συνολικά και τα μερικά ύψη με βάση τις τιμές που προκύπτουν από τους θεωρητικούς τύπους του Scaling Model, από την γεννήτρια των $h(D)$ και από το σχήμα του τμήματος 3.2.2. Επίσης υπολογίστηκαν τα παραπάνω για τιμές των $X_{\Delta}(i, D)$ που προέρχονται κατευθείαν από τον τύπο $\mathbf{X} = \Omega \mathbf{V}$ χωρίς

	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας
Διάρκεια : 2 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	12.805	183.914	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	13.082	184.821	2.165
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	13.649	179.438	2.193
Θεωρητικές Τιμές, X	1.601	6.482	1.432
Συνθετικές Τιμές, X	1.706	7.170	3.524
Διάρκεια : 3 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	16.011	287.519	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	16.295	284.342	2.047
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	17.015	278.426	2.066
Θεωρητικές Τιμές, X	1.334	5.148	1.530
Συνθετικές Τιμές, X	1.418	1.418	4.031
Διάρκεια : 4 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	18.761	394.775	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	18.752	372.886	2.047
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	19.610	366.393	2.052
Θεωρητικές Τιμές, X	1.173	4.357	1.602
Συνθετικές Τιμές, X	1.226	4.785	4.154

	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας
Διάρκεια : 2 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	12.805	183.914	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	13.082	184.821	2.165
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	13.649	179.438	2.193
Θεωρητικές Τιμές, X	1.601	6.482	1.432
Συνθετικές Τιμές, X	1.706	7.170	3.524
Διάρκεια : 3 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	16.011	287.519	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	16.295	284.342	2.047
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	17.015	278.426	2.066
Θεωρητικές Τιμές, X	1.334	5.148	1.530
Συνθετικές Τιμές, X	1.418	1.418	4.031
Διάρκεια : 4 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	18.761	394.775	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	18.752	372.886	2.047
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	19.610	366.393	2.052
Θεωρητικές Τιμές, X	1.173	4.357	1.602
Συνθετικές Τιμές, X	1.226	4.785	4.154

	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας
Διάρκεια : 5 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	21.215	504.829	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	21.261	491.124	2.041
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	22.243	485.409	2.041
Θεωρητικές Τιμές, X	1.061	3.822	1.659
Συνθετικές Τιμές, X	1.112	4.253	4.472
Διάρκεια : 6 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	23.457	617.166	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	23.544	588.387	2.014
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	24.623	583.512	1.999
Θεωρητικές Τιμές, X	0.977	3.431	1.706
Συνθετικές Τιμές, X	1.026	3.802	4.441
Διάρκεια : 7 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	25.536	731.438	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	25.714	741.143	2.153
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	26.916	740.262	2.136
Θεωρητικές Τιμές, X	0.912	3.130	1.746
Συνθετικές Τιμές, X	0.961	3.580	4.654

	Μέση Τιμή	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας
Διάρκεια : 8 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	27.486	847.393	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	27.970	849.849	1.988
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	29.274	851.080	1.966
Θεωρητικές Τιμές, X	0.859	2.889	1.781
Συνθετικές Τιμές, X	0.915	3.336	4.807
Διάρκεια : 9 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	29.329	964.839	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	30.070	961.609	2.068
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	31.481	965.808	2.037
Θεωρητικές Τιμές, X	0.815	2.691	1.812
Συνθετικές Τιμές, X	0.874	3.106	4.810
Διάρκεια : 10 ώρες			
Θεωρητικές Τιμές, h	31.082	1083.626	2.118
Άμεσες Συνθ. Τιμές, h	31.148	1063.143	2.021
Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h	32.680	1069.547	1.994
Θεωρητικές Τιμές, X	0.777	2.525	1.841
Συνθετικές Τιμές, X	0.817	2.835	4.887

Υπόμνημα

Μέση Τιμή : Μέση τιμή των συνολικών υψών. Στις δύο τελευταίες σειρές κάθε διάρκειας αναφέρεται στα μερικά ύψη.

Τυπ. Απόκλιση : Διασπορά των συνολικών υψών. Στις δύο τελευταίες σειρές κάθε διάρκειας αναφέρεται στα μερικά ύψη.

Συντ. Ασυμμετρίας: Ασυμμετρία των συνολικών υψών. Στις δύο τελευταίες σειρές κάθε διάρκειας αναφέρεται στα μερικά ύψη.

Θεωρητικές Τιμές, h : Αναφέρεται στα στατιστικά των συνολικών υψών που υπολογίζονται από τους τύπους του Scaling Model.

Άμεσες Συνθ. Τιμές, h : Αναφέρεται στα στατιστικά των συνολικών υψών που προέρχονται από την γεννήτρια τυχαίων αριθμών που παράγει τα $h(D)$.

Έμμεσες Συνθ. Τιμές, h : Αναφέρεται στα στατιστικά των αθροισμάτων των μερικών υψών που υπολογίζονται από τα βήματα 7 ως 14 του τμήματος 3.2.2.

Θεωρητικές Τιμές, X : Αναφέρεται στα στατιστικά των μερικών υψών όπως υπολογίζονται από τους τύπους του Scaling Model.

Συνθετικές Τιμές, X : Αναφέρεται στα στατιστικά των μερικών υψών που υπολογίζονται από τα βήματα 7 ως 14 του τμήματος 3.2.2. Το δείγμα είναι όλα τα $X_{\Delta}(i, D)$ που παράγονται από τα 5000 επεισόδια για κάθε διάρκεια.

3.2.4 Παρατηρήσεις - Συμπεράσματα

- Παρατηρούμε ότι οι τιμές των $h(D)$ που προέρχονται από την γεννήτρια δεν συμφωνούν απόλυτα με τα $\sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D)$. Αυτό οφείλεται στην επαναληπτική διαδικασία στρογγύλευσης του βήματος 13 του 3.2.2. Αναμένεται ότι η απόκλιση δεν θα ήταν τόσο μεγάλη αν τα ύψη δεν στρογγυλεύονταν σε χιλιοστά.

- Υπάρχουν αποκλίσεις στη διασπορά και την ασυμμετρία των μερικών υψών. Και αυτές οφείλονται εν μέρει στους λόγους που αναφέρονται πιο πάνω. Παρατηρούμε ότι οι αποκλίσεις αυτές μειώνονται στα συνολικά ύψη. Μια εξήγηση γι'αυτό είναι ότι η άθροιση των μερικών υψών εξομαλύνει τα σφάλματα. Αν αυτό είναι αληθές, κατα την παραγωγή συνθετικών δεδομένων μιας ορισμένης ευκρίνειας είναι προτιμότερο να επιλέγεται υψηλότερη ευκρίνεια και στη συνέχεια να αθροίζονται οι παραγόμενες τιμές ανα τρείς ή τέσσερεις, ώστε να μην αλλοιώνεται η επιλεγθείσα κατανομή.
- Παρ'ότι υπάρχουν αποκλίσεις αυτές δεν είναι συστηματικές. Έτσι μπορεί να ειπωθεί ότι η διαδικασία παραγωγής είναι επιτυχημένη.

3.3 Χαρακτηριστικά των επεισοδίων βροχής κατά μήνα.

Για την μελέτη και προσομοίωση των διαρκειών και των ενδιάμεσων χρόνων μηδενικής βροχοπτώσης τα επεισόδια χωρίστηκαν σε μήνες και υπολογίστηκαν τα στατιστικά χαρακτηριστικά, εκτός των αναφερθέντων, του συνολικού ύψους βροχής και των ενδιάμεσων χρόνων αφίξεως. Τα αποτελέσματα καταρτίζουν τον πίνακα 3.3.1.

Ως ενδιάμεσος χρόνος μηδενικής βροχόπτωσης (time between events, B) ορίζεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από το τέλος ενός επεισοδίου έως την αρχή του επόμενου. Ο ενδιάμεσος χρόνος μηδενικής βροχόπτωσης είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο διαχωρισμού. Στην παρούσα εργασία είναι μεγαλύτερος από επτά ώρες.

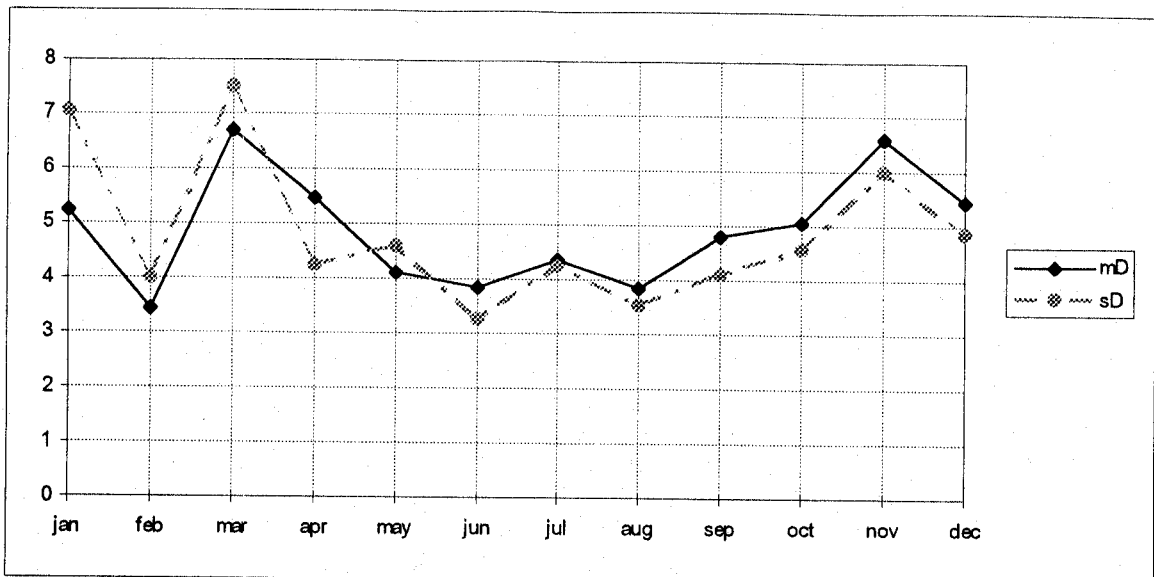
Ως ενδιάμεσος χρόνος αφίξεως (interarrival time, T) ορίζεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την αρχή ενός επεισοδίου ως την αρχή του επόμενου.

Πίνακας 3.3.1. Χαρακτηριστικά των επεισοδίων βροχόπτωσης κατά μήνα. Το γράμμα *m* αναφέρεται στη μέση τιμή και το γράμμα *s* στην τυπική απόκλιση.

Μήνας	Πλήθος Δείγματος	Ενδιάμεσος Χρόνος Αφίξεως				Διάρκειες Επεισοδίων		Συνολικά Ύψη Βροχής		Ενδιάμεσος Χρόνος Μηδενικής Βροχής	
		n	mT	sT	minT	maxT	mD	sD	mH	sH	mB
Ιανουάριος	20	196.075	157.5624	10.5	602.5	5.2375	7.074079	12.15	13.91431	190.8375	158.8879
Φεβρουάριος	21	217.63095	247.2179	10.75	1097.5	3.4285714	3.989159	12.80952	12.62782	214.2024	246.0308
Μάρτιος	27	162.40741	146.3959	12.75	577.75	6.712963	7.512075	28.88889	32.76294	155.6944	145.2595
Απρίλιος	23	182.29348	185.7115	18.25	64	5.4782609	4.261291	21.08696	15.12648	176.8152	186.2797
Μάιος	26	151.74038	127.5602	14.25	403.75	4.1153846	4.600125	20.11538	24.21789	147.625	127.9097
Ιούνιος	65	62.169231	71.08666	10.75	360.25	3.8307692	3.247628	12.58462	10.7149	58.33846	70.97861
Ιούλιος	84	56.520833	58.63764	9.25	258.75	4.3690476	4.253007	16.5	16.76018	52.15179	58.88862
Αύγουστος	76	52.059211	61.35348	8.25	433.75	3.8388158	3.527205	16.43421	16.86364	48.22039	61.3891
Σεπτέμβριος	56	93.526786	125.0734	13.75	630.75	4.8125	4.103837	17.21429	21.49564	88.71429	124.7181
Οκτώβριος	23	142.57609	150.5554	10.5	538	5.076087	4.577883	23.82609	32.47888	137.5	149.7142
Νοέμβριος	24	176.63542	199.8912	9.25	663.75	6.59375	5.998103	27.20833	31.73529	170.0417	200.3115
Δεκέμβριος	18	191.07353	207.9784	17.75	833.25	5.4444444	4.87834	17.11111	16.66235	185.6291	208.9395

3.4 Προσομοίωση της διάρκειας των επεισοδίων βροχόπτωσης.

Η προσομοίωση των διαρκειών των επεισοδίων έγινε προσαρμόζοντας την απλή εκθετική κατανομή στον πληθυσμό των διαρκειών για κάθε μήνα. Η εκθετική κατανομή επιλέχθηκε με βάση την προυπάρχουσα εμπειρία και μετά από παρατήρηση των δεδομένων. Για την προσαρμογή αυτή τα επεισόδια ομαδοποιήθηκαν κατά μήνες και υπολογίστηκαν η μέση τιμή και τυπική απόκλιση των διαρκειών κάθε μήνα. Μετά από παρατήρηση των στοιχείων αυτών που παρουσιάζονται στο σχήμα 3.4.1 αποφασίστηκε να επιλεχθούν διαφορετικές παράμετροι για κάθε μήνα.



Σχήμα 3.3.1. Μέση τιμή (mD) και τυπική απόκλιση (sD) των διαρκειών των επεισοδίων βροχόπτωσης για κάθε μήνα.

Η απλή εκθετική κατανομή έχει μία παράμετρο και η συνάρτηση της πιθανότητας μη υπέρβασής της $F_D(d)$ δίνεται από τον τύπο :

$$F_D(d) = 1 - e^{-d/\lambda} \quad (3.4.1)$$

όπου d η διάρκεια του επεισοδίου και λ η παράμετρος. Σύμφωνα με τη μέθοδο των ροπών, το λ εκτιμάται από τη σχέση (Κουτσογιάννης, 1995):

$$\lambda = E[d] = \frac{1}{n} \sum_i d_i \quad (3.4.2)$$

Γνωρίζοντας την μέση διάρκεια για κάθε μήνα (πίνακας 3.3.1) οι διάρκειες των καταιγίδων παράγονται από τον τύπο (3.3.1) λύνοντας ως προς d :

$$d = E[d](-\ln(1-R)) \quad (3.4.3)$$

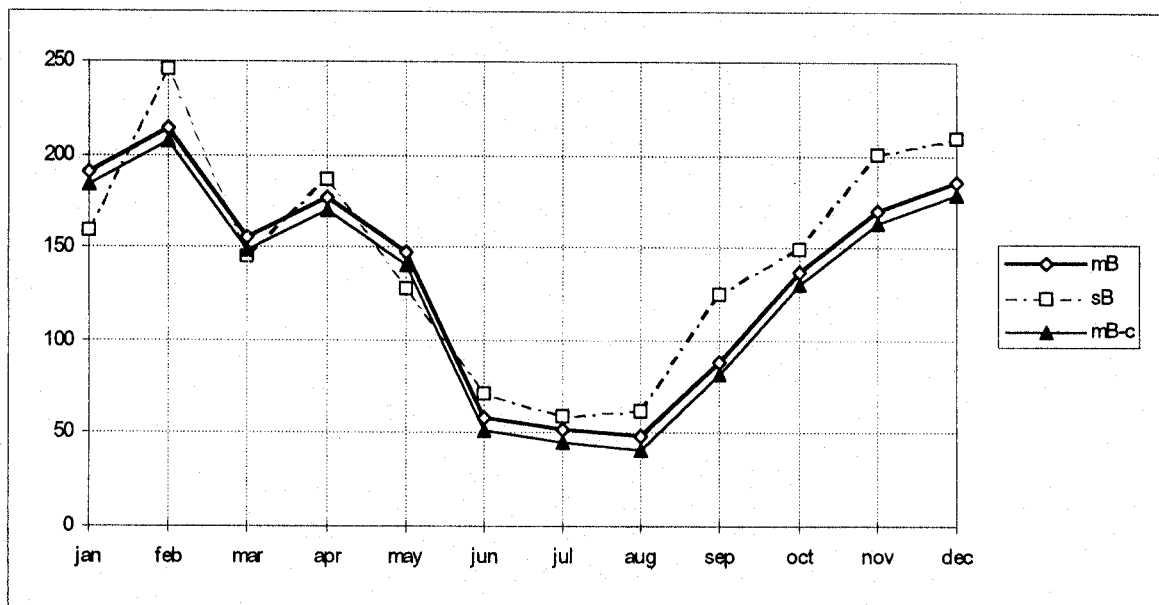
όπου στη θέση του F_D έχει τεθεί ο τυχαίος αριθμός R που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή από μηδέν ως ένα. Συνεπώς, χρησιμοποιώντας μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών με βάση ομοιόμορφη κατανομή και τον τύπο (3.4.3) με διαφορετική ανάλογα με το μήνα $E[d]$ παράγουμε τις ζητούμενες διάρκειες.

3.5 Προσομοίωση των χρόνων μηδενικής βροχόπτωσης μεταξύ των καταιγίδων.

Για την προσομοίωση των χρόνων μηδενικής βροχόπτωσης μεταξύ των καταιγίδων επιλέχτηκε η κατανομή Weibull. Εξετάζοντας το μέσο όρο των παραπάνω χρόνων (βλ. Σχήμα 3.5.1) παρατηρούμε σημαντικές διαφορές στους μήνες Ιούνιο ως Σεπτέμβριο από τους μήνες Οκτώβριο ως Μάιο. Έτσι το συνολικό δείγμα χωρίστηκε σε δύο περιόδους που συμβατικά αναφέρονται ως "ξηρή" : Ιουν.-Σεπτ. και "υγρή" : Οκτ.-Μάιο. Η συνάρτηση πιθανότητας μη υπέρβασης της κατανομής που χρησιμοποιήθηκε (Weibull) δίνεται από την σχέση :

$$F_B(b) = 1 - e^{-\kappa \left(\frac{b-c}{\mu-c} \right)^\lambda} \quad (3.5.1)$$

όπου b ο χρόνος μεταξύ των επεισοδίων (τυχαία μεταβλητή), κ, λ, c προσδιοριστέες παράμετροι κλίμακας, σχήματος και θέσης αντίστοιχα.. Η μεταβλητή b παίρνει τιμές από c έως άπειρο. Έτσι στη συγκεκριμένη περίπτωση η c ταυτίζεται με τον χρόνο διαχωρισμού των επεισοδίων, δηλαδή είναι $c = 7$ ώρες.



Σχήμα 3.5.1. Μέση τιμή και τυπική απόκλιση του χρόνου μεταξύ των επεισοδίων βροχόπτωσης. Μέση τιμή του ίδιου χρόνου χωρίς τον χρόνο διαχωρισμού των επεισοδίων που είναι επτά ώρες.

Για να διευκολυνθεί η προσαρμογή και για να ενοποιηθούν τα δείγματα των διαφόρων μηνών, το δείγμα μετασχηματίστηκε με βάση τον τύπο :

$$x = \frac{b-c}{\mu_b - c} \quad (3.5.2)$$

όπου μ_b η μέση τιμή της b κατά τη διάρκεια του υπ' όψιν μήνα.

Η μεταβλητή x είναι προφανές ότι έχει μέση τιμή ίση με ένα και κατανομή Weibull με παραμέτρους $\kappa = \kappa'(\mu_b - c)^{-\lambda}$, λ , c .

Η σχέση (3.5.1) γίνεται :

$$F_B(x) = 1 - e^{-\kappa x^\lambda} \Rightarrow \kappa x^\lambda = -\ln[1 - F_B(x)] \quad (3.5.3)$$

Τέλος, θέτοντας $y = -\ln[1 - F_B(x)]$ (3.5.4) παίρνουμε :

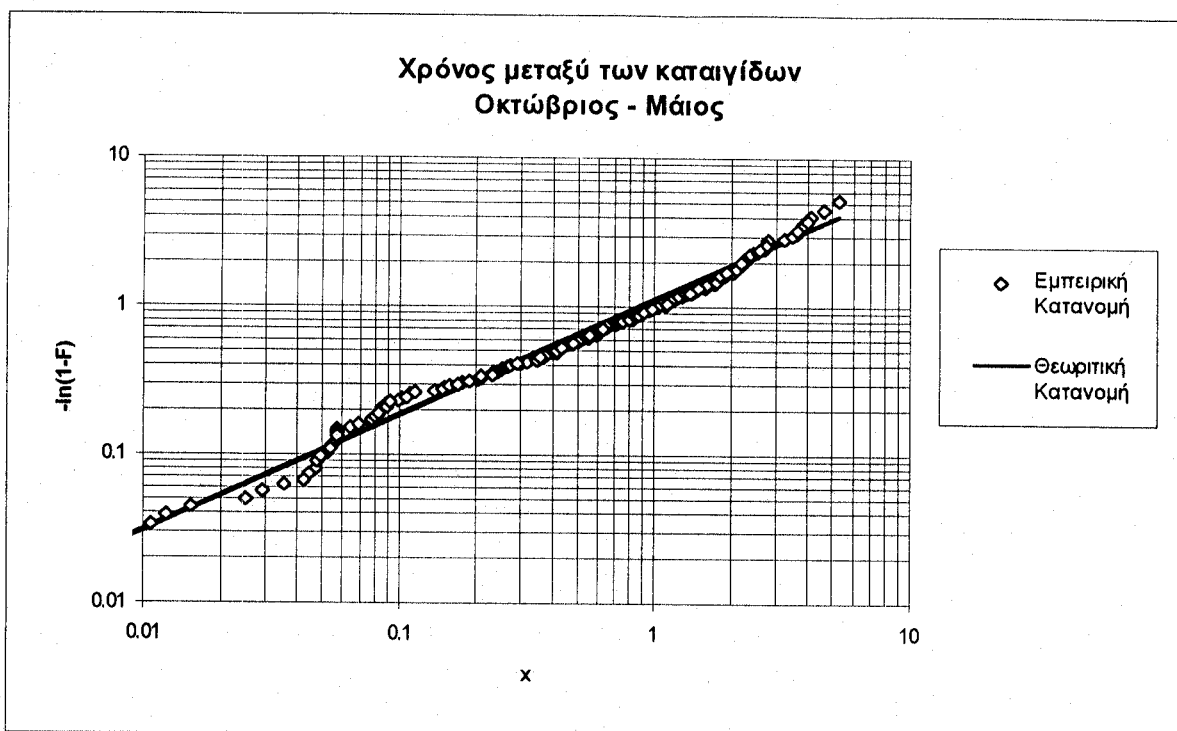
$$y = \kappa x^\lambda \quad (3.5.5)$$

3.5.1 Προσδιορισμός των παραμέτρων για την "ξηρή" περίοδο.

Η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε σαν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης όπου αναζητούνται οι τιμές εκείνες των κ, λ ώστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα $E[(y-y')^2]$ να γίνει ελάχιστο, λαμβάνοντας υπ' όψιν την δέσμευση $E[x]=1$ κατά την ελαχιστοποίηση.

Όπου y οι μετασχηματισμένες τιμές της εμπειρικής συνάρτησης κατανομής και y' οι μετασχηματισμένες τιμές της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής. Χρησιμοποιήθηκε το πακέτο Excel και προέκυψαν οι εξής τιμές : $\kappa=1.12$, $\lambda=0.78$.

Στο σχήμα 3.5.2 που ακολουθεί, παρουσιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα τα μεγέθη $y = -\ln[1 - F_B(x)]$ συναρτήσει των x για την θεωρητική και την εμπειρική συνάρτηση κατανομής.



Σχήμα 3.5.2. Μετασχηματισμένες τιμές της εμπειρικής και της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής των χρόνων μεταξύ των επεισοδίων για την ξηρή περίοδο.

3.5.2 Προσδιορισμός των παραμέτρων για την "υγρή" περίοδο.

Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιήθηκε κατανομή Weibull με δύο τμήματα. Κάθε τμήμα αναφέρεται σε διαφορετικό διάστημα του b και έχει διαφορετικό σύνολο παραμέτρων κ και λ . Κατά συνέπεια, εκτός από τις τέσσερις (δύο για κάθε τμήμα) παραμέτρους $\kappa_1, \lambda_1, \kappa_2, \lambda_2$ που πρέπει να βρεθούν, πρέπει να προσδιοριστεί η τιμή εκείνη του b στην οποία αλλάζει η έκφραση της $F_B(b)$, έστω b_0 . Για να υπάρχει συνέπεια θεωρητικής με εμπειρική κατανομή πρέπει να έχουν ίσες όλες τις ροπές τους και η $F_B(b)$ να είναι συνεχής στο b_0 . Από την ισότητα των τεσσάρων πρώτων ροπών και τη συνθήκη συνέχειας μπορεί να σχηματιστεί σύστημα 5×5 από την επίλυση του οποίου θα προκύψουν τα ζητούμενα μεγέθη.

Επειδή τόσο ο αναλυτικός υπολογισμός των 4 ροπών όσο και η επίλυση του συστήματος είναι δυσχερείς, ακολουθήθηκε η αριθμητική επίλυση σαν πρόβλημα βελτιστοποίησης. Έτσι αναζητούνται τα $\kappa_1, \lambda_1, \kappa_2, \lambda_2, b_0$ εκείνα για τα οποία ελαχιστοποιείται η μέση τετραγωνική διαφορά της θεωρητικής από την εμπειρική κατανομή με την συνθήκη οι δύο κατανομές να έχουν ίδια μέση τιμή και να είναι συνεχείς.

Μετά τον μετασχηματισμό (3.5.2), η συνάρτηση κατανομής που χρησιμοποιούμε γίνεται :

$$F_B(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\kappa_1 x^{\lambda_1}}, & x \leq x_0 \\ 1 - e^{-\kappa_2 x^{\lambda_2}}, & x > x_0 \end{cases} \quad (3.5.2.1)$$

$$\text{Συνθήκη συνέχειας : } \kappa_1 x_0^{\lambda_1} = \kappa_2 x_0^{\lambda_2} \quad (3.5.2.2)$$

Αντίστοιχα, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι :

$$f_B(x) = \frac{dF_B(x)}{dx} = \begin{cases} \lambda_1 \kappa_1 x^{\lambda_1-1} e^{-\kappa_1 x^{\lambda_1}}, & x \leq x_0 \\ \lambda_2 \kappa_2 x^{\lambda_2-1} e^{-\kappa_2 x^{\lambda_2}}, & x > x_0 \end{cases} \quad (3.5.2.3)$$

Η μέση τιμή της θεωρητικής κατανομής υπολογίζεται ως εξής :

$$E[x] = \int_0^{\infty} x f_B(x) dx = \int_0^{x_0} x f_B(x) dx + \int_{x_0}^{\infty} x f_B(x) dx = \int_0^{x_0} \lambda_1 \kappa_1 x^{\lambda_1} e^{-\kappa_1 x^{\lambda_1}} dx + \int_{x_0}^{\infty} \lambda_2 \kappa_2 x^{\lambda_2} e^{-\kappa_2 x^{\lambda_2}} dx$$

$$\text{Θέτοντας } z_i = \kappa_i x^{\lambda_i} \text{ έχουμε : } x = \left(\frac{z_i}{\kappa_i} \right)^{1/\lambda_i}, \quad dx = \frac{1}{\lambda_i} \cdot \frac{1}{\kappa_i^{1/\lambda_i}} z_i^{1/\lambda_i - 1} dz_i, \quad i=1,2.$$

Για $x=0 \Rightarrow z_i=0$, $x=\infty \Rightarrow z_i=\infty$ και από την (3.5.2.2) είναι

$$x = x_0 \Rightarrow z_0 = \kappa_1 x_0^{\lambda_1} = \kappa_2 x_0^{\lambda_2}$$

$$E[x] = \int_0^{z_0} \frac{1}{\kappa_1^{1/\lambda_1}} z_1^{1/\lambda_1} e^{-z_1} dz_1 + \int_{z_0}^{\infty} \frac{1}{\kappa_2^{1/\lambda_2}} z_2^{1/\lambda_2} e^{-z_2} dz_2$$

$$E[x] = \frac{\Gamma(1/\lambda_1 + 1)}{\kappa_1^{1/\lambda_1}} \int_0^{z_0} \frac{z_1^{1/\lambda_1} e^{-z_1}}{\Gamma(1/\lambda_1 + 1)} dz_1 + \frac{\Gamma(1/\lambda_2 + 1)}{\kappa_2^{1/\lambda_2}} \int_{z_0}^{\infty} \frac{z_2^{1/\lambda_2} e^{-z_2}}{\Gamma(1/\lambda_2 + 1)} dz_2 \quad (3.5.2.3)$$

Το ολοκλήρωμα $\int_0^{z_0} \frac{z^{1/\lambda} e^{-z}}{\Gamma(1/\lambda + 1)} dz$ τυχαίνει να είναι ίδιο με την έκφραση της κατανομής γάμα η οποία δίνεται από τη μη πλήρη συνάρτηση της Γ (incomplete gamma function) $G(z_0, (1/\lambda)+1)$. Έτσι είναι :

$$E[x] = \frac{\Gamma(1/\lambda_1 + 1)}{\kappa_1^{1/\lambda_1}} G\left(z_0, \frac{1}{\lambda_1} + 1\right) + \frac{\Gamma(1/\lambda_2 + 1)}{\kappa_2^{1/\lambda_2}} \left[1 - G\left(z_0, \frac{1}{\lambda_2} + 1\right)\right] \quad (3.5.2.4)$$

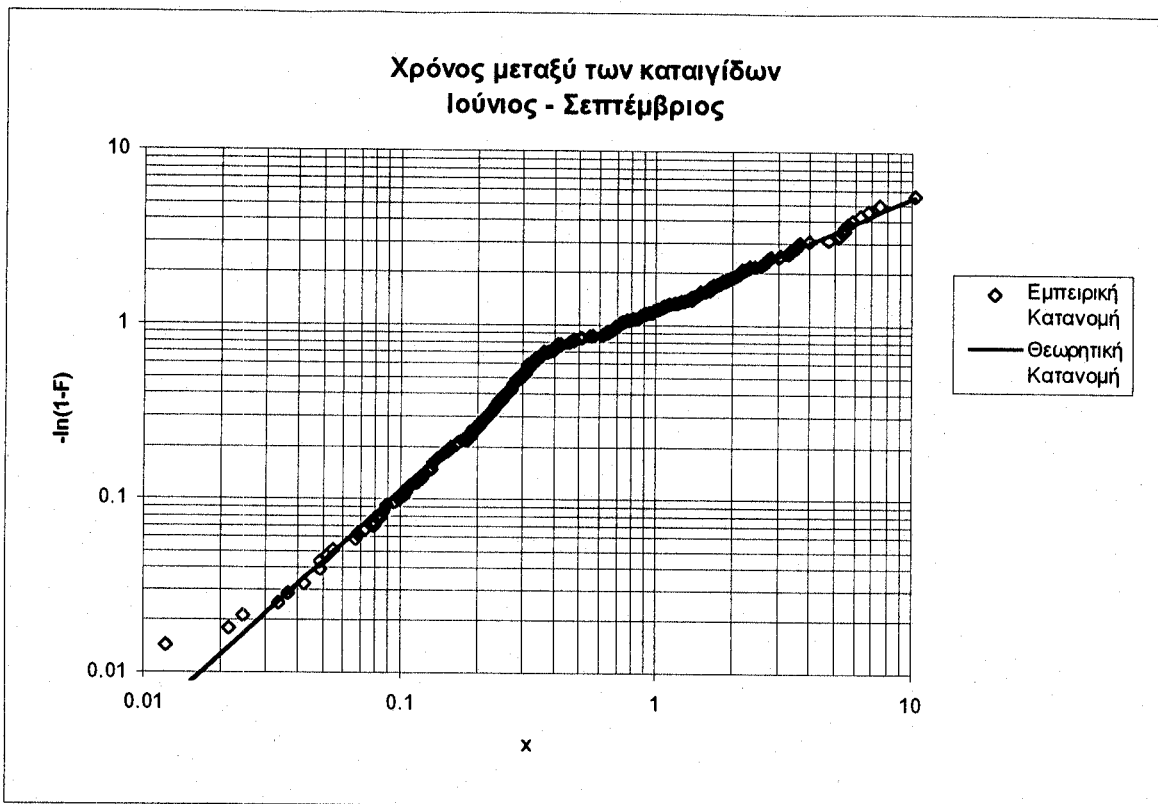
Λόγω του μετασχηματισμού (3.5.2) η μέση τιμή των x είναι 1. Άρα ισχύει :

$$\frac{\Gamma(1/\lambda_1 + 1)}{\kappa_1^{1/\lambda_1}} G\left(\kappa_1 x_0^{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_1} + 1\right) + \frac{\Gamma(1/\lambda_2 + 1)}{\kappa_2^{1/\lambda_2}} \left[1 - G\left(\kappa_2 x_0^{\lambda_2}, \frac{1}{\lambda_2} + 1\right)\right] = 1 \quad (3.5.2.5)$$

Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες (3.5.2.5) και (3.5.2.2) και κάνοντας τον μετασχηματισμό (3.5.4) όπως στο τμήμα 3.5.1 αναζητήσαμε τις τιμές των $\kappa_1, \lambda_1, \kappa_2, \lambda_2, x_0$ για τις οποίες το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των μετασχηματισμένων κατανομών γίνεται ελάχιστο. Οι τιμές αυτές είναι προσδιορίστηκαν με το πακέτο Excel και είναι:

$$\kappa_1=2.50, \quad \lambda_1=1.35, \quad \kappa_2=1.25, \quad \lambda_2=0.64, \quad x_0=0.40.$$

Στο Σχήμα 3.5.3 που ακολουθεί παρουσιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα τα μεγέθη $y = -\ln[1 - F_B(x)]$ συναρτήσεως των x για την θεωρητική και την εμπειρική συνάρτηση κατανομής.



Σχήμα 3.5.3. Μετασχηματισμένες τιμές της εμπειρικής και της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής των χρόνων μεταξύ των επεισοδίων για την υγρή περίοδο.

Λύνοντας τον τύπο (3.5.2.1) ως προς x και κάνοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό (3.5.2) παίρνουμε τη σχέση από την οποία παράγουμε τα b .

3.5.3. Συνολικά αποτελέσματα της προσαρμογής των συναρτήσεων κατανομής των χρόνων μηδενικής βροχής μεταξύ των καταιγίδων.

Οκτώβριος - Μάιος

- Συνάρτηση κατανομής : $F_B(b) = 1 - e^{-1.12 \left(\frac{b-7}{nB-7} \right)^{0.78}}$ (3.5.3.1)
- Παραγωγή χρόνων μεταξύ :

$$b = 7.0 + (mB - 7.0) \left(\frac{-\ln(1 - F_B)}{1.12} \right)^{1/0.78} \quad (3.5.3.2)$$

Ιούνιος - Σεπτέμβριος

- Συνάρτηση κατανομής : $F_B(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2.50 \left(\frac{b-7.0}{mB-7.0} \right)^{1.35}}, & \frac{b-7.0}{mB-7.0} \leq 0.4 \\ 1 - e^{-1.25 \left(\frac{b-7.0}{mB-7.0} \right)^{0.64}}, & \frac{b-7.0}{mB-7.0} > 0.4 \end{cases}$

(3.5.3.3)

- Παραγωγή χρόνων μεταξύ :

$$b = \begin{cases} 7.0 + (mB - 7.0) \left(\frac{-\ln(1 - F_B)}{2.50} \right)^{1/1.35}, & F_B \leq 0.51 \\ 7.0 + (mB - 7.0) \left(\frac{-\ln(1 - F_B)}{1.25} \right)^{1/0.64}, & F_B > 0.51 \end{cases} \quad (3.5.3.4)$$

Το mB είναι διαφορετικό για κάθε μήνα και βρίσκεται στον πίνακα 3.3.1. Το R ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή από μηδέν ως ένα.

3.6 Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης από το πρόγραμμα genser.c.

Το πρόγραμμα genser.c παράγει συνεχή αρχεία βροχής για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα. Στα αρχεία αυτά παρατίθενται κατά σειρά εμφανίσεως τα επεισόδια με την ημερομηνία ενάρξεως, τη διάρκεια, το συνολικό ύψος και τα μερικά ύψη τους. Ακολουθούν συνοπτικά τα χαρακτηριστικά του προγράμματος αφού τα πιο πολλά έχουν αναλυθεί παραπάνω.

3.6.1. Στοιχεία εισόδου.

Κατά την έναρξή του, το πρόγραμμα ζητά τα δεδομένα που είναι απαραίτητα για την παραγωγή των επεισοδίων. Σε αυτά περιλαμβάνονται οι παράμετροι του Scaling Model, των κατανομών, ο χρόνος μεταξύ των μερικών υψών (ευκρίνεια) και οι ημερομηνίες αρχής και τέλους της ζητούμενης χρονοσειράς. Η εισαγωγή γίνεται από αρχείο και από την οθόνη.

- 1) **Εισαγωγή από αρχείο.** Από το αρχείο που λέγεται param.in εισάγονται τα εξής :

- α. Οι παράμετροι του Scaling Model H, c_1, c_2, β .
- β. Η μέση τιμή και τυπική απόκλιση του συνολικού ύψους βροχής επεισοδίων με διάρκεια μικρότερη ή ίση από ένα τέταρτο της ώρας (ευκρίνεια των πραγματικών δεδομένων).
- γ. Ο χρόνος διαχωρισμού των επεισοδίων c .
- δ. Οι παράμετροι της κατανομής Weibull κ, λ για την ξηρή περίοδο.
- ε. Οι παράμετροι της κατανομής Weibull $\kappa_1, \lambda_1, \kappa_2, \lambda_2$ για την υγρή περίοδο, καθώς και η πιθανότητα F_B για την οποία αλλάζει η συνάρτηση κατανομής των χρόνων μεταξύ των καταιγίδων.
- στ. Οι μέσες τιμές των διάρκειών των επεισοδίων (παράμετροι εκθετικής κατανομής) και των χρόνων μεταξύ των καταιγίδων.

2) Εισαγωγή από την οθόνη.

- α. Ζητούμενη ευκρίνεια, δηλαδή χρόνος σε ώρες που μεσολαβεί μεταξύ των διαδοχικών μερικών υψών.
- β. Ημερομηνία αρχής της παραγωγής των επεισοδίων.
- γ. Ημερομηνία τέλους της παραγωγής των επεισοδίων.

3.6.2. Αλγόριθμος

Κατα τη διαδικασία παραγωγής ακολουθούνται τα εξής βήματα :

1. Εισαγωγή παραμέτρων.
2. Τίθεται η τρέχουσα ημερομηνία ίση με την ημερομηνία αρχής.
3. Εφ'όσον η τρέχουσα ημερομηνία προηγείται της τελικής το πρόγραμμα προχωρεί στην παραγωγή επεισοδίων. Αλλιώς τερματίζει.
4. Από γεννήτρια τυχαίων αριθμών που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή από μηδέν ως ένα και χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό του τύπου (3.5.3.4) παράγεται ένας ενδιάμεσος χρόνος μηδενικής βροχής. Η τρέχουσα ημερομηνία τίθεται στο τέλος αυτού του χρόνου.

5. Από γεννήτρια τυχαίων αριθμών που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή από μηδέν ως ένα και χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό του τύπου (3.4.3) παράγεται μια διάρκεια επεισοδίου.
6. Με βάση τον αλγόριθμο του τμήματος 3.2.2 παράγεται το συνολικό και τα μερικά ύψη του επεισοδίου. Αν η παραγωγή είναι επιτυχής, το παραχθέν επεισόδιο καταγράφεται στο αρχείο εξόδου `g_event.out` και η τρέχουσα ημερομηνία τίθεται στο τέλος του επεισοδίου. Αλλιώς και επιστρέφουμε στο βήμα 5.
7. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 3 έως 5 μέχρι η τρέχουσα ημερομηνία να την τελική.

3.6.3. Αρχείο Εξόδου

Στο αρχείο `g_event.out` καταγράφονται ο αύξων αριθμός, η ημερομηνία ενάρξεως, η διάρκεια, το συνολικό και τα μερικά ύψη κάθε επεισοδίου.



4. Μη Γραμμική Δυναμική - Αιτιοκρατικό Χάος

4.1 Εισαγωγή

Η μελέτη τα τελευταία χρόνια με τη βοήθεια πολύ ισχυρών υπολογιστών μη γραμμικών συστημάτων, δηλαδή συστημάτων για τα οποία δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας, έφερε στο φώς κάποια πολύ ενδιαφέροντα φαινόμενα. Ένα από αυτά είναι ότι υπάρχουν συστήματα που περιγράφονται από μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις και που λόγω αυτής ακριβώς της μη γραμμικότητας είναι πολύ ευαίσθητα στις αρχικές συνθήκες. Σαν συνέπεια, η πεπερασμένη ακρίβεια με την οποία γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες μειώνει δραματικά την ικανότητα πρόβλεψης της μελλοντικής κατάστασης του συστήματος. Αυτό οφείλεται στο ότι οι μη γραμμικοί όροι του συστήματος μπορεί να μεγενθύνουν μια μικρή απόκλιση που υπάρχει από τις πραγματικές αρχικές συνθήκες (που δεν μπορούμε να γνωρίζουμε με πλήρη μαθηματική ακρίβεια) με αποτέλεσμα το σύστημα να ακολουθεί πολύ διαφορετική τροχιά από την προβλεφθείσα. Επίσης ανακαλύφθηκαν συστήματα τα οποία παρόλο που η συμπεριφορά τους καθορίζεται από αυστηρά καθορισμένους νόμους (ντετερμινιστικά), παράγουν αποτελέσματα που δεν παρουσιάζουν καμία κανονικότητα, όπως τουλάχιστον την ξέραμε.

Η κατάσταση αυτή όπου ένα αιτιοκρατικό σύστημα συμπεριφέρεται μη προβλέψιμα και παράγει στοχαστικά αποτελέσματα ονομάστηκε Chaos, από την ελληνική λέξη που περιγράφει τα δρομολόγια των λεωφορείων στην Αθήνα. Παρατηρήσεις παρόμοιες με τις παραπάνω είχαν γίνει από μεγάλους μαθηματικούς όπως ο Henry Poincaré πολλά χρόνια πριν, όμως κανείς σχεδόν δεν τους είχε δώσει σημασία μέχρι την δεκαετία του '60. Από τότε, η δυναμική των μη γραμμικών συστημάτων μελετάται συστηματικότερα αλλά μόλις την

τελευταία δεκαετία μπόρεσαν να υπάρξουν κάποιες πρακτικά χρήσιμες εφαρμογές (κλιματιστικά με chaos logic).

Τα τυπικά στατιστικά εργαλεία που χρησιμοποιούνταν και έχουν νόημα κυρίως για γραμμικά συστήματα όπως ο μετασχηματισμός Fourier, η εμπειρική συνάρτηση κατανομής, τα μοντέλα αυτοσυσχέτισης (ARMA), κ.α. αποδείχθηκαν ανεπαρκή για τον χαρακτηρισμό και την προσομοίωση των χαοτικών συστημάτων. Έτσι επινοήθηκαν νέες μέθοδοι που προσάρμοσαν έννοιες από την θεωρία πληροφοριών του Shannon (1964), είτε εκμεταλέυθηκαν τις γεωμετρικές ιδιότητες κλίμακας που εμφανίζουν τα fractals (μορφοκλασματικά αντικείμενα), των οποίων η γεωμετρία μελετήθηκε πρώτα από τον Mandelbrot (1983). Περαιτέρω έρευνα έφερε στο φως νέα μαθηματικά αντικείμενα εξαιρετικής πολυπλοκότητας και ομορφιάς που μοιάζουν πολύ με μορφές που παρατηρούνται στη φύση. Άλλη μια συνέπεια ήταν η στροφή της έρευνας από την αναζήτηση νόμων αιτιότητας που διέπουν τα φαινόμενα στην διατύπωση γεωμετρικών κανόνων που περιγράφουν τη μορφή τους.

Το χάος, παρόλο που αρχικά αγνοήθηκε σαν μαθηματικό παράδοξο, έγινε στη συνέχεια αποδεκτό με πολύ ενθουσιασμό από τους επιστήμονες. Ίσως αυτό να οφείλεται στην ιδιότυπη ορολογία του (χάος, μορφοκλασματικές διαστάσεις, παράξενοι ελκυστές κ.α.), ίσως και στο ότι πίσω από μια κλάση φαινομένων που θεωρούσαμε τυχαία υπονοείται νόμος και τάξη (law and order) και δυνατότητα ελέγχου, έννοιες που τόσο ταιριάζουν στο δυτικό ορθολογισμό.

Όπως και να'χει, η απόδειξη ότι τα fractals και τα χαοτικά συστήματα υπάρχουν και στη φύση, έξω από τον υπολογιστή, είναι κάτι ζητούμενο και όχι δεδομένο για πολλά από αυτά.

4.2 Δυναμική των συστημάτων. Βασικές έννοιες.

Ένα σύστημα ή διαδικασία λέγεται προσδιοριστικό ή ντετερμινιστικό όταν υπάρχουν σαφείς και μονοσήμαντοι νόμοι (συνεχείς διαφορικές εξισώσεις ή διακριτές απεικονίσεις) που καθορίζουν την εξέλιξή του με την πάραδο του χρόνου συναρτήσει των μεταβλητών που δεχόμαστε ότι το επηρεάζουν. Το σύνολο των μεταβλητών που περιγράφουν το σύστημα κάποια χρονική στιγμή λέγεται κατάσταση (state) του συστήματος. Η ακολουθία των διαδοχικών καταστάσεων λέγεται τροχιά (trajectory).

Σε ένα ντετερμινιστικό σύστημα, αν γνωρίζουμε τις μεταβλητές που περιγράφουν την κατάστασή του κάποια χρονική στιγμή και τις διαφορικές του εξισώσεις, τότε η κατάστασή του σε μιά μελλοντική χρονική στιγμή είναι μονοσήμαντα ορισμένη και μοναδική. Ακόμη, λόγω του μονοσήμαντου των νόμων, οι τροχιές ποτέ δεν τέμνονται. Αν συνέβαινε αυτό, τότε θα είχαμε δύο διαφορετικές εξελίξεις από την ίδια αρχική κατάσταση, πράγμα αδύνατο. Για τις διαφορικές εξισώσεις ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή κάθε κατάσταση του συστήματος έχει μοναδική εικόνα στο παρελθόν. Για τις διακριτές απεικονίσεις αυτό δεν είναι απαραίτητο. Δεδομένου ότι στις προσομοιώσεις που γίνονται στον υπολογιστή χρησιμοποιούνται διακριτές απεικονίσεις για την αριθμητική προσέγγιση των διαφορικών εξισώσεων, υπάρχει η πιθανότητα φαλκύδευσης της δυναμικής του συστήματος από τις αριθμητικές επιλύσεις και ολοκληρώσεις. Πράγματι, ο Lorenz (1989) περιγράφει πως η διακριτοποίηση οδηγεί σε εξέλιξη του συστήματος που είναι αδύνατη από τις διαφορικές του εξισώσεις.

Ένα σύστημα ή διαδικασία λέγεται στοχαστικό αν η εξέλιξή του δεν καθορίζεται από κάποιο νόμο, είναι τυχαία τουλάχιστον κατά ένα μέρος. Εδώ δεν αποκλείεται η τομή των τροχιών.

Ένα ντετερμινιστικό σύστημα είναι γραμμικό όταν στις διαφορικές εξισώσεις που καθορίζουν την εξέλιξή του, οι μεταβλητές που το επηρεάζουν εμφανίζονται μόνο ως όροι πρώτης τάξεως και δεν υπάρχουν γινόμενα μεταξύ τους. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει ο νόμος της επαλληλίας. Σύμφωνα με αυτή, το συνολικό αποτέλεσμα της δράσης δύο ή περισσοτέρων παραγόντων ισούται με το άθροισμα των αποτελεσμάτων αν δρούσε κάθε παράγων χωριστά. Ακόμη, μικρές διακυμάνσεις μιάς μεταβλητής συνεπάγονται μικρές διακυμάνσεις στο αποτέλεσμα.

Στον αντίποδα, στα μη γραμμικά συστήματα μικρές διακυμάνσεις στην αρχική κατάσταση μπορεί να επιφέρουν τεράστιες αλλαγές στο σύστημα μετά από κάποιο χρόνο, ιδίως αν το σύστημα σε αυτή την κατάσταση είναι ασταθές.

Στην πραγματικότητα, τα πιο πολλά συστήματα είναι μη γραμμικά όμως πολλές φορές οι μη γραμμικοί όροι παραλείπονται "χαριν απλότητας" αλλοιώνοντας έτσι τη δυναμική του συστήματος.

Προκειμένου να περιγράψουμε ένα φαινόμενο που δεν ξέρουμε τους νόμους που το διέπουν, είναι καθοριστικής σημασίας να βρούμε τον ελάχιστο αριθμό ανεξάρτητων μεταβλητών που χρειάζεται για περιγραφεί επαρκώς η κατάστασή του. Ο ελάχιστος αριθμός μεταβλητών που είναι αναγκαίες για να συλληφθεί πλήρως η δυναμική του συστήματος λέγεται διάσταση του συστήματος.

Ένα σύστημα που διατηρεί την συνολική ενέργεια που περικλείεται σ' αυτό, όπως εκφράζεται από την Χαμιλτονιανή του, λέγεται διατηρητικό ή συντηρητικό (Tsonis, 1992). Στα μη διατηρητικά συστήματα, λόγω της απώλειας της συνολικής ενέργειας τους είναι δυνατό τροχιές από διαφορετικές αρχικές καταστάσεις να καταλήξουν σε κάποια περιοχή ευσταθούς ισορροπίας, από την οποία δεν έχουν την ενέργεια για να ξαναβγούν. Η περιοχή αυτή αποτελείται από ένα

σύνολο καταστάσεων, δηλαδή τιμών των μεταβλητών του συστήματος, και λέγεται ελκυστής.

Τέτοιες περιοχές μπορεί να είναι σταθερά σημεία, καμπύλες ή και επιφάνειες του Ευκλίδειου χώρου που ορίζουν οι μεταβλητές του συστήματος. Στην περίπτωση που κάποιος τέτοιος χώρος καταστάσεων είναι μορφοκλασματική οντότητα (fractal), λέγεται παράξενος ελκυστής.

Σαν παράδειγμα μπορούμε να θεωρήσουμε το απλό εκκρεμές με απόσβεση. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, θα καταλήξει στην κατώτατη θέση ισορροπίας του και η κατάστασή του δεν θα αλλάξει χωρίς εξωτερική επέμβαση. Εδώ ο ελκυστής είναι ένα σημείο ισορροπίας.

Στο φυσικό κόσμο, πολύ λίγες φορές οι μεταβλητές που καθορίζουν ένα σύστημα είναι γνωστές και άμεσα μετρήσιμες. Έτσι αντί για αυτές μετράμε κάποιες άλλες, οι οποίες σχετίζονται κατά κάποιο τρόπο με το ερευνούμενο σύστημα. Παραδείγματος χάριν, μετεωρολογικά φαινόμενα όπως η βροχόπτωση επηρεάζονται από τις συνθήκες πίεσης, θερμοκρασίας, σχετικής υγρασίας που επικρατούν σε κάποια μεγάλη περιοχή της ατμόσφαιρας και πλήθος άλλες παραμέτρους που δεν μπορούμε να γνωρίζουμε άμεσα. Προσπαθούμε λοιπόν να βγάλουμε συμπεράσματα γι' αυτήν από αρχεία μετρήσεων του ύψους βροχής και της στάθμης των ποταμών που έχουμε σε κάποια περιοχή. Γίνεται εύκολα αντιληπτή η σημασία της αντιπροσωπευτικότητας της επιλεγείσας μετρήσιμης μεταβλητής (observable) και της καταλληλότητάς της να περιγράψει επαρκώς την δυναμική του συστήματος. Ένα πολύ σημαντικό ερώτημα που τίθεται σε αυτές τις περιπτώσεις είναι πόσες και ποιές μεταβλητές πρέπει να επιλέξουμε και αν ο χώρος αυτών των μεταβλητών διατηρεί τις ιδιότητες του χώρου των κανονικών μεταβλητών του συστήματος ώστε να διατηρούνται τα δυναμικά χαρακτηριστικά του.

Σε τέτοιας υφής ερωτήματα προσπαθεί να δώσει απάντηση η μέθοδος της ένθεσης σε χρονικές υστερήσεις (time-delay embedding method), η οποία θα περιγραφεί σε επόμενο κεφάλαιο. Ακολουθεί μια σύντομη αναφορά σε μαθηματικές έννοιες που θα χρειαστούν.

4.3 Διαστασιολογία.

Υπάρχουν δύο δημοφιλείς διαστάσεις που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν την μορφή των αντικειμένων. Η πρώτη είναι η Ευκλείδεια διάσταση και η δεύτερη είναι η τοπολογική. Αποφεύγοντας αυτοαναφορικούς ορισμούς, θα δοθεί ένα παράδειγμα ώστε να γίνουν κατανοητές οι διαφορές τους. Ο αναγνώστης καλείται να φανταστεί μια πετσέτα κρεμασμένη στο μπάνιο του. Η Ευκλείδεια διάσταση της πετσέτας είναι η διάσταση του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκεται δηλαδή 3 εφόσον το μπάνιο είναι τρισδιάστατος χώρος. Η τοπολογική διάστασή της έχει να κάνει με τις τοπικές κατευθύνσεις προς τις οποίες μπορεί να κινηθεί κανείς παραμένοντας πάνω σε αυτή και επειδή αυτή είναι επιφάνεια, η τοπολογική διάστασή της είναι δύο. Γενικά οι τοπολογικές διαστάσεις των σημείων, των καμπυλών, των επιφανειών και των στερεών είναι 0,1,2,3 αντίστοιχα.

Διαπιστώθηκε ότι υπάρχουν αντικείμενα των οποίων το μήκος ή το εμβαδόν ή ο όγκος αλλάζουν ανάλογα με την ευκρίνεια με που τα μετράμε δηλ. το πόσο μικρό είναι το στοιχειώδες τμήμα που χρησιμοποιούμε για μέτρο. Αυτά τα αντικείμενα ονομάστηκαν fractals (μορφοκλασματικά) και επινοήθηκαν καινούργιοι τρόποι για να μετρούνται οι διαστάσεις τους οι οποίες σημειωτέον δεν είναι ακέραιες αλλά κλασματικές. Αργότερα αυτές οι διαστάσεις γενικεύθηκαν και συνδέθηκαν με στατιστικές έννοιες όπως η εντροπία και η πληροφορία. Αποτελούν ένα καλό τρόπο περιγραφής και χαρακτηρισμού πολύ σύνθετων οντοτήτων είτε αυτές είναι γεωμετρικά αντικείμενα όπως ένα σφουγγάρι, είτε σημειοσύνολα που περιγράφουν την ανέλιξη ενός

συστήματος στο n -διάστατο χώρο. Ας σημειωθεί εδώ ότι οι διαστάσεις αυτές είναι επεκτάσεις των τοπολογικών διαστάσεων.

Καλούμε γενικευμένη εντροπία $H_q(\varepsilon)$ (Rényi, 1970) ενός συνόλου (υποσυνόλου ενός n -διάστατου μετρικού χώρου) που έχει χωριστεί από $M(\varepsilon)$ τον αριθμό υπερκύβους μήκους ακμής ε το μέγεθος:

$$H_q(\varepsilon) = \frac{1}{1-q} \ln \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^q, \quad S_q(\varepsilon) = \exp[-H_q(\varepsilon)] = \left(\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^q \right)^{\frac{1}{q-1}}, \quad q \neq 1 \quad (4.3.1)$$

$$H_1(\varepsilon) = - \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i \ln p_i, \quad S_1(\varepsilon) = \exp[-H_1(\varepsilon)] = \exp \left[\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i \ln p_i \right], \quad q = 1 \quad (4.3.2)$$

όπου p_i είναι ένα μέτρο του μέρους του συνόλου που βρίσκεται στον

υπερκύβο i , έτσι ώστε $\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i = 1$. Στην περίπτωση που το σύνολο

αποτελείται από N n -διάστατα σημεία εκ των οποίων $v_{\varepsilon i}$ βρίσκονται

μέσα στον υπερκύβο i κατα τον διαχωρισμό κλίμακας ε είναι $p_i = \frac{v_{\varepsilon i}}{N}$. Με

άλλα λόγια το p_i εκφράζει την n -διάστατη πιθανοθεωρητική κατανομή

του συνόλου στον n -διάστατο μετρικό χώρο. Ο όρος $S_q(\varepsilon)$ είναι

βοηθητικός και εκφράζει την ροπή q τάξεως της κατανομής υψωμένη σε κάποια δύναμη.

Οι γενικευμένες διαστάσεις του εξεταζόμενου συνόλου ορίζονται (Grassberger, 1983) ως εξής:

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-H_q(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \cdot \frac{\ln \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^q}{\ln \varepsilon} \quad (4.3.3)$$

Για διάφορες τιμές του q παίρνουμε:

- $q=0: H_0(\varepsilon) = \ln M', \quad S_0(\varepsilon) = 1/M', \quad D_0 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\ln M'}{\ln \varepsilon} \quad (4.3.4)$

όπου M' ο αριθμός των μη κενών υπερκύβων. Η διάσταση D_0 λέγεται μορφοκλασματική διάσταση (fractal dimension) ή διάσταση Hausdorff. Δίνει ένα μέτρο του κατα πόσο μια fractal οντότητα είναι κοντά τοπολογικά σε ένα σημείο, συνεχή καμπύλη, επιφάνεια ή όγκο. Για τα παραπάνω, η διάσταση Hausdorff είναι ίση με την ακέραια τοπολογική τους διάσταση (0,1,2,3).

- $q=1: H_1(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i \ln p_i, \quad S_1(\varepsilon) = \exp\left[\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i \ln p_i\right], \quad D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i \ln p_i}{\ln \varepsilon} \quad (4.3.5).$

Η διάσταση D_1 λέγεται διάσταση πληροφορίας (information dimension) και το $H_1(\varepsilon)$ εντροπία της πληροφορίας. Η τελευταία εκφράζει κατα κάποιο τρόπο τον βαθμό προβλεψιμότητας της κατάστασης ενός συστήματος. Συστήματα με μεγάλη εντροπία έχουν πολλές πιθανές καταστάσεις και η πιθανότητα εμφάνισης της καθεμίας είναι μικρή. Έτσι είναι πολύ λίγο προβλέψιμα. Η διάσταση D_1 εκφράζει τον βαθμό προβλεψιμότητας για μιά δεδομένη ευκρίνεια ε .

- $q=2: H_2(\varepsilon) = -\ln \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^2, \quad S_2(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^2, \quad D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^2}{\ln \varepsilon} \quad (4.3.6).$

Η διάσταση D_2 λέγεται διάσταση συσχέτισης (correlation dimension) και εκφράζει το ποσοστό κατα μέσο όρο των σημείων που βρίσκονται μέσα σε έναν υπερκύβο ακμής ε ως προς τον συνολικό αριθμό των σημείων, για μιά δεδομένη ευκρίνεια ε . Με αυτή την διάσταση μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το πόσο 'πυκνό' είναι το σύνολο που εξετάζουμε και ποιά είναι η χωρική κατανομή του.

Για τον υπολογισμό της correlation dimension έχει προταθεί (Grassberger & Procaccia, 1983, Grassberger, 1983) να υπολογίζεται αντί για το ποσοστό κατα μέσο όρο των σημείων που βρίσκονται μέσα σε έναν υπερκύβο ακμής ε ως προς τον συνολικό αριθμό των σημείων, το ποσοστό κατα μέσο όρο των ζευγαριών σημείων που απέχουν μεταξύ τους απόσταση μικρότερη από ε . Πράγματι, αν σε ένα υπερκύβο (ή σφαίρα) που πρυκύπτει από ένα διαμερισμό (partition) του μετρικού χώρου υπάρχουν $v_{\varepsilon i}$ σημεία, τότε $p_i^2 = v_{\varepsilon i}^2 / N^2$. Αντίστοιχα, το ποσοστό των ζευγαριών σημείων που σχηματίζονται ως προς τον συνολικό αριθμό ζευγαριών είναι: $\frac{v_{\varepsilon i} \cdot (v_{\varepsilon i} - 1)}{N \cdot (N - 1)} \approx \frac{v_{\varepsilon i} \cdot (v_{\varepsilon i} - 1)}{N^2} \approx \frac{v_{\varepsilon i}^2}{N^2} - \frac{v_{\varepsilon i}}{N^2} \approx \frac{v_{\varepsilon i}^2}{N^2}$ για ε αρκετά μικρό και N αρκετά μεγάλο.

Ακολούθως ορίζεται το ολοκλήρωμα συσχέτισης (correlation integral) δευτέρας τάξης:

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H(\varepsilon - \|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|), \quad i \neq j \quad (4.3.6)$$

όπου H η συνάρτηση Heaviside με $H(u) = 1$ για $u > 0$ και $H(u) = 0$ για $u \leq 0$.

Για την μέτρηση της απόστασης $\|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|$ χρησιμοποιείται κάποια νόρμα συνήθως η νορμα του μεγίστου. Όπως φάνηκε πιο πάνω $C(\varepsilon) \approx S_2(\varepsilon)$ (4.3.7) και μάλιστα το ολοκλήρωμα συσχέτισης υπολογίζεται πιο εύκολα και ακριβέστερα από το $S_2(\varepsilon)$.

Αν το $S_2(\varepsilon)$ είναι εκθετική συνάρτηση του ε δηλ. $S_2(\varepsilon) \propto a\varepsilon^D$ (4.3.8), τότε για την εκτίμηση της διάστασης συσχέτισης από την έκφραση (4.3.6) ισχύει ο κανόνας του del' Hospital και είναι:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-H_2(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d(-H_2(\varepsilon))}{d(\ln \varepsilon)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{d(\ln C(\varepsilon))}{d(\ln \varepsilon)} \quad (4.3.9)$$

Έτσι για να βρεθεί η correlation dimension του δείγματος, υπολογίζεται το correlation integral και σχεδιάζεται σε διπλό λογαριθμικό χαρτί για να βρεθεί αν υπάρχει περιοχή για την οποία ισχύει η συνθήκη (4.3.8). Αν υπάρχει, ονομάζεται περιοχή που υπάρχουν νόμοι κλίμακας (scaling region) και η διάσταση συσχέτισης υπολογίζεται από την κλίση του διαγράμματος $\log C(\varepsilon) - \log \varepsilon$.

4.4 The time-delay embedding method (μέθοδος ενθέσεως των χρονικών υστερήσεων).

Θεωρούμε ένα ντετερμινιστικό δυναμικό σύστημα με n βαθμούς ελευθερίας, π.χ. ένα σύστημα n συνήθων διαφορικών εξισώσεων με n μεταβλητές. Όπως έχει γραφτεί παραπάνω η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τις τιμές των μεταβλητών του κάποια χρονική στιγμή. Ο Ευκλείδειος χώρος \mathfrak{R}^n των δυνατών καταστάσεων του συστήματος λέγεται χώρος καταστάσεων (state space) ή χώρος φάσεων (phase space) του συστήματος. Η Ευκλείδεια διάσταση n του χώρου καταστάσεων λέγεται διάσταση του συστήματος και εκφράζει τον ελάχιστο αριθμό μεταβλητών που είναι αναγκαίες για να συλληφθεί πλήρως η δυναμική του συστήματος.

Έστω μια βαθμωτή χρονοσειρά μετρήσεων $X(t)$ που σχετίζεται με ένα ντετερμινιστικό σύστημα. Σχηματίζουμε το διάνυσμα:
$$X = \{X(t), X(t-\tau), X(t-2\tau), \dots, X(t-(m-1)\tau)\} \quad (4.4.1)$$
 που αποτελείται από m τον αριθμό διαδοχικές μετρήσεις που έχουν χρονική υστέρηση (lag) μεταξύ τους. Από τα διανύσματα των χρονικών υστερήσεων (4.4.1) δημιουργείται ο χώρος \mathfrak{R}^m . Η Ευκλείδεια διάσταση m του χώρου αυτού λέγεται διάσταση ένθεσης (embedding dimension).

Αποδεικνύεται ότι (Takens, 1981) υπάρχει ένας ομαλός (παραγωγίσιμος) και αμφιμονοσήμαντος (ένα προς ένα και αντιστρέψιμος) μετασχηματισμός που απεικονίζει τις καταστάσεις του συστήματος από τον χώρο καταστάσεων \mathfrak{R}^n στα διανύσματα των χρονικών υστερήσεων του χώρου \mathfrak{R}^m .

Κατά συνέπεια, αφού τα διανύσματα των χρονικών υστερήσεων αποτελούν εικόνες των καταστάσεων του συστήματος, μπορούμε να αναδομήσουμε τον χώρο καταστάσεων από τον χώρο των χρονικών υστερήσεων. Λόγω της φύσης του μετασχηματισμού, από τις γεωμετρικές ιδιότητες της τροχιάς που ορίζουν τα διανύσματα των χρονικών υστερήσεων συνάγονται συμπεράσματα για τη γεωμετρία των τροχιών των καταστάσεων του εξεταζόμενου συστήματος.

Ακόμα παραπέρα, αποδुकνύεται (Sauer, York & Casdagli, 1991) ότι αν το σύστημα έχει κάποιο ελκυστή (σημείο ισορροπίας, περιοδική τροχιά ή παράξενο ελκυστή) διάστασης l , η τοπολογική του δομή διατηρείται εφ' όσον η διάσταση ένθεσης των χρονικών υστερήσεων είναι μεγαλύτερη από δύο φορές την διάσταση του ελκυστή. Έτσι, αν μια τροχιά στον χώρο καταστάσεων έχει διάσταση l , τότε αν $m \geq 2l + 1$ η τροχιά που καθορίζεται από τα διανύσματα των χρονικών υστερήσεων έχει την ίδια διάσταση.

Για την επιλογή των m και l δεν υπάρχει θεωρητικός κανόνας και η επιτυχία της επιλογής κρίνεται από το αποτέλεσμα. Ωστόσο, αφού χρησιμοποιούνται οι τιμές $X(l)$ σαν μετασχηματισμένες μεταβλητές του συστήματος πρέπει να επιλεγούν ώστε να είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό κατά την επιλογή του l χρησιμοποιείται η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του δείγματος. Το σωστό m προσδιορίζεται υπολογίζοντας τις διαστάσεις (κυρίως την correlation dimension) του δείγματος για αυξανόμενες τιμές του. Αν ένα σύστημα είναι ντετερμινιστικό, οι διαστάσεις αυτές είναι πεπερασμένες και σταθεροποιούνται μετά από κάποια τιμή του m που είναι και η κατάλληλη. Επιπλέον, οι διαστάσεις αυτές ισούνται με τις διαστάσεις του ελκυστή του συστήματος.

4.5 Χαρακτηρισμός συστημάτων και ανίχνευση ντετερμινιστικού χάους με την *time-delay embedding method*.

Η αναδόμηση του χώρου καταστάσεων με την μέθοδο ενθέσεως των χρονικών υστερήσεων παρέχει ένα τρόπο να ανιχνεύσει κανείς την ύπαρξη ντετερμινισμού (αιτιοκρατίας) σε ένα φαινόμενο και να αποκαλύψει, αν υπάρχει, την δυναμική του. Αυτός συνίσταται στην αναδόμηση του χώρου για διάφορες διαστάσεις ένθεσης m και τον υπολογισμό για κάθε m των διαστάσεων που περιγράφονται στο τμήμα 4.3. Αν οι τελευταίες σταθεροποιούνται αυξάνοντας το m υπάρχει απόδειξη ότι:

- Το σύστημα είναι ντετερμινιστικό μαλλον και όχι στοχαστικό. Αυτό συμβαίνει γιατί οι καταστάσεις ενός στοχαστικού συστήματος κατανέμονται ομοιόμορφα στον χώρο \mathbb{R}^m χωρίς να παρουσιάζουν κάποια δομή, η οποία φανερώνεται στα ντετερμινιστικά συστήματα μόλις αυτά εντεθούν σε χώρο κατάλληλης διάστασης.
- Το σύστημα έχει ελκυστή του οποίου οι διαστάσεις προσδιορίζονται από τις υπολογισθέντες. Έτσι καθορίζεται αριθμός των μεταβλητών που απαιτούνται για την επαρκή περιγραφή του συστήματος όσο και η μορφή της εξέλιξης των μεταβλητών αυτών στο χρόνο.

Ας επισημανθούν εδώ κάποιοι περιορισμοί και ιδιαιτερότητες της μεθόδου (Gershenfeld & Weigend, 1992):

- Παρέχει πληροφορίες για μεταβλητές άλλες από αυτές που μετρούνται.
- Στηρίζεται σε πιθανοθεωρητικές υποθέσεις και έτσι δεν μπορεί κανείς να εγγυηθεί ότι είναι κατάλληλη για όλα τα συστήματα.
- Μπορεί να παράσχει πληροφορίες μόνο για ποσότητες που παραμένουν αμετάβλητες κατά τον μετασχηματισμό από τον χώρο καταστάσεων στον χώρο των χρονικών υστερήσεων.

- Η επιτυχία με την οποία είναι δυνατόν να αποκαλυφθεί η δυναμική του συστήματος εξαρτάται πολύ από την ευκρίνεια και ακρίβεια των μετρήσεων σε σχέση με την χρονική κλίμακα που εξελίσσεται το σύστημα.

5. Εφαρμογή της μεθόδου ένθεσης των χρονικών υστερήσεων στα πραγματικά και στα συνθετικά δεδομένα.

5.1 Εισαγωγή - Μεθοδολογία

Μέσω του προγράμματος `correl.c` που γράφτηκε σε γλώσσα ANSI C υπολογίστηκε το ολοκλήρωμα συσχέτισης (correlation integral) για διάφορα διαστήματα ε και διαστάσεις ένθεσης (embedding dimensions) από 1 μέχρι και 32. Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόστηκε για τις πραγματικές και τα συνθετικές χρονοσειρές βροχόπτωσης για ευκρίνεια τετάρτου της ώρας, ώρας, 6 ωρών και μιας ημέρας. Η χρονική υστέρηση προσδιορίστηκε ως ο χρόνος για τον οποίο ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης γίνεται μηδέν για πρώτη φορά. Ύστερα με τη χρήση του πακέτου Excel έγιναν τα διαγράμματα $\log C(\varepsilon) - \log \varepsilon$ και όπου υπήρχαν περιοχές που ίσχυε νόμος κλίμακας $S_2(\varepsilon) \propto a\varepsilon^D$ (4.3.8) υπολογίστηκε η κλίση $\frac{\Delta(\log C(\varepsilon))}{\Delta(\log \varepsilon)}$, δηλαδή η διάσταση συσχέτισης, με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Τέλος, έγινε το διάγραμμα των διαστάσεων συσχέτισης για κάθε διάσταση ένθεσης. Σημειώνεται εδώ ότι για την ευκρίνεια των τετάρτων της ώρας δεν προέκυψε περιοχή που να ισχύει η σχέση (4.3.8). Τα μήκη των χρονοσειρών καθώς και το ε που χρησιμοποιήθηκε δίνονται στον πίνακα 5.1.1.

Πίνακας 5.1.1. Μήκη των χρονοσειρών καθώς και χρονική υστέρηση που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της διάστασης συσχέτισης (correlation dimension).

Ευκρίνεια (ώρες)	Μήκος ιστορικού αρχείου (αριθμός σημείων)	Μήκος συνθετικού αρχείου (αριθμός σημείων)	Χρονική υστέρηση τ (ώρες)
1/4	209 580	212 607	24
1	52 395	53 152	48
6	8 732	8 858	72
24	2 183	2 214	144

Για την ευκρίνεια του τετάρτου της ώρας χρησιμοποιήθηκαν 70000 σημεία για τους υπολογισμούς.

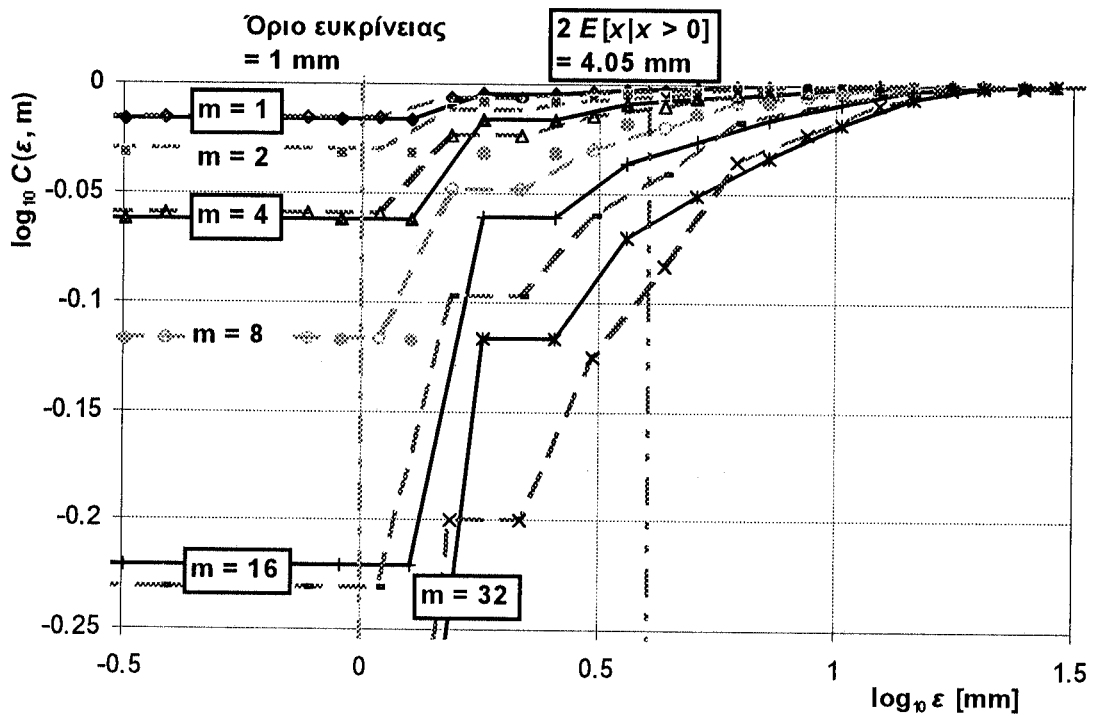
5.2 Το πρόγραμμα *correl.c*.

Το πρόγραμμα *correl.c* αφού διαβάσει τα δεδομένα από ένα ASCII αρχείο, τα κανονικοποιεί στο διάστημα από μηδέν έως ένα και ύστερα υπολογίζει το ολοκλήρωμα συσχέτισης για διαστάσεις ένθεσης m από 2 ως μια μεγιστη τιμή που καθορίζεται ως παράμετρος του προγράμματος. Ο αλγόριθμος που εφαρμόζεται δεν είναι κατευθείαν παράγωγος του τύπου (4.3.6) αλλά προέρχεται από την εργασία του P. Grassberger "An optimised box-assisted algorithm for fractal dimensions" (Grassberger, 1990) (βλ. παράρτημα Γ). Ο κώδικας που παρατίθεται στην εργασία μετατράπηκε από FORTRAN σε ANSI C και έγιναν μικροβελτιώσεις. Η λίστα του προγράμματος βρίσκεται στο παράρτημα Β. Για $m=1$ χρησιμοποιείται ο τύπος (4.3.6) που κωδικοποιήθηκε με την βοήθεια του Αλέξανδρου Μανέτα.

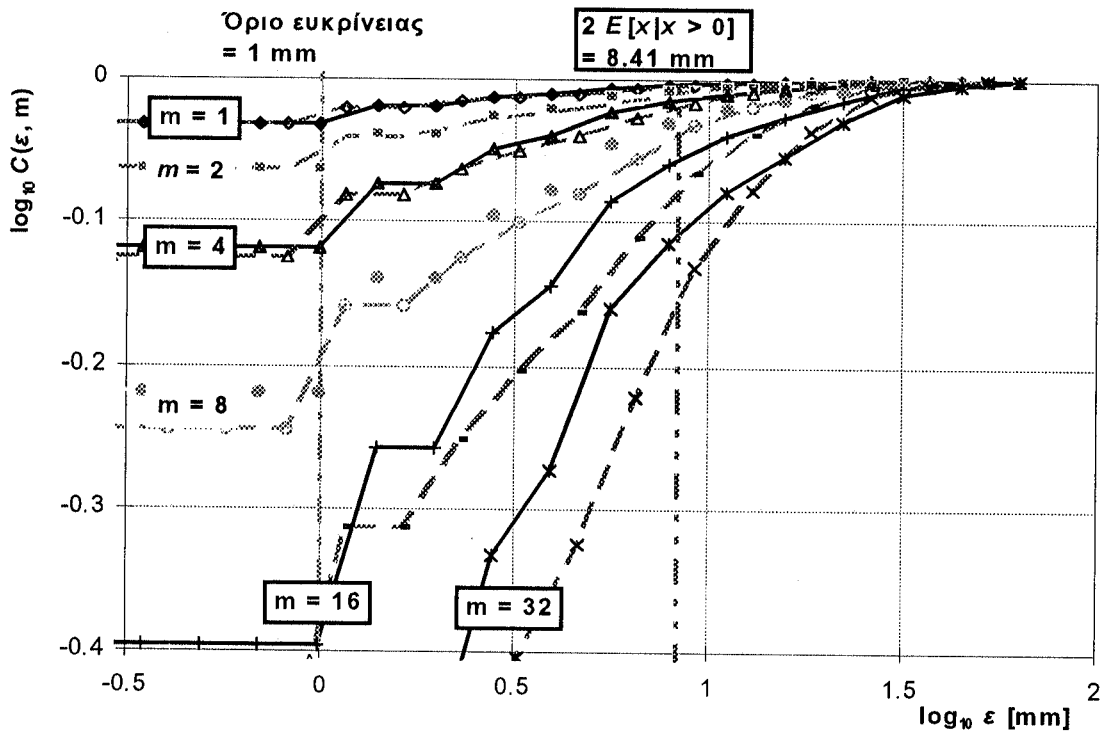
5.3 Αποτελέσματα.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα διαγράμματα $\log C(\varepsilon) - \log \varepsilon$ για διάφορες ευκρίνειες. Τα ιστορικά δεδομένα είναι σχεδιασμένα με συνεχή γραμμή ενώ τα συνθετικά με διακεκομμένη.

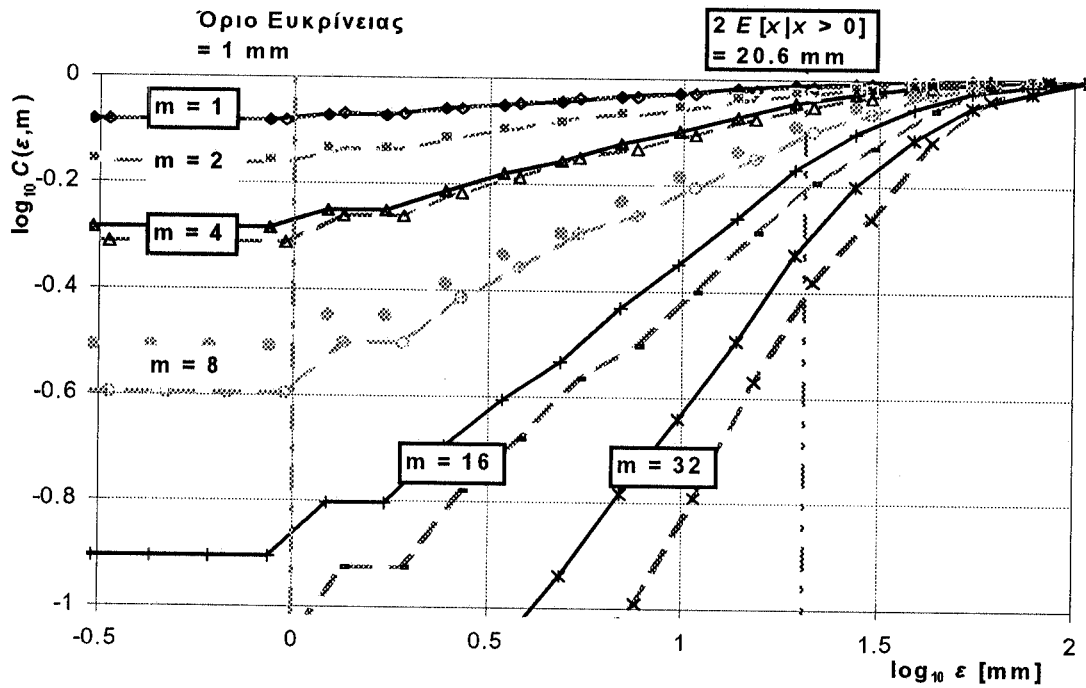
- Ιστορικά και συνθετικά ύψη βροχής κάθε τέταρτο της ώρας.



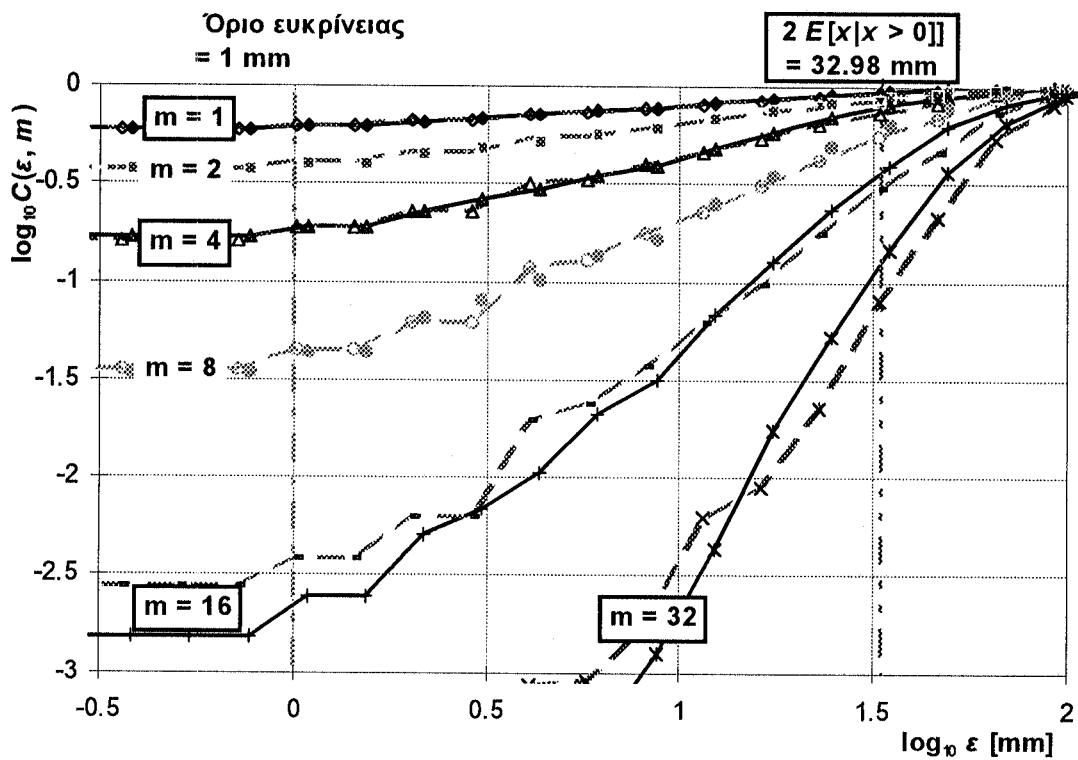
- Ωριαία ιστορικά και συνθετικά ύψη βροχής.



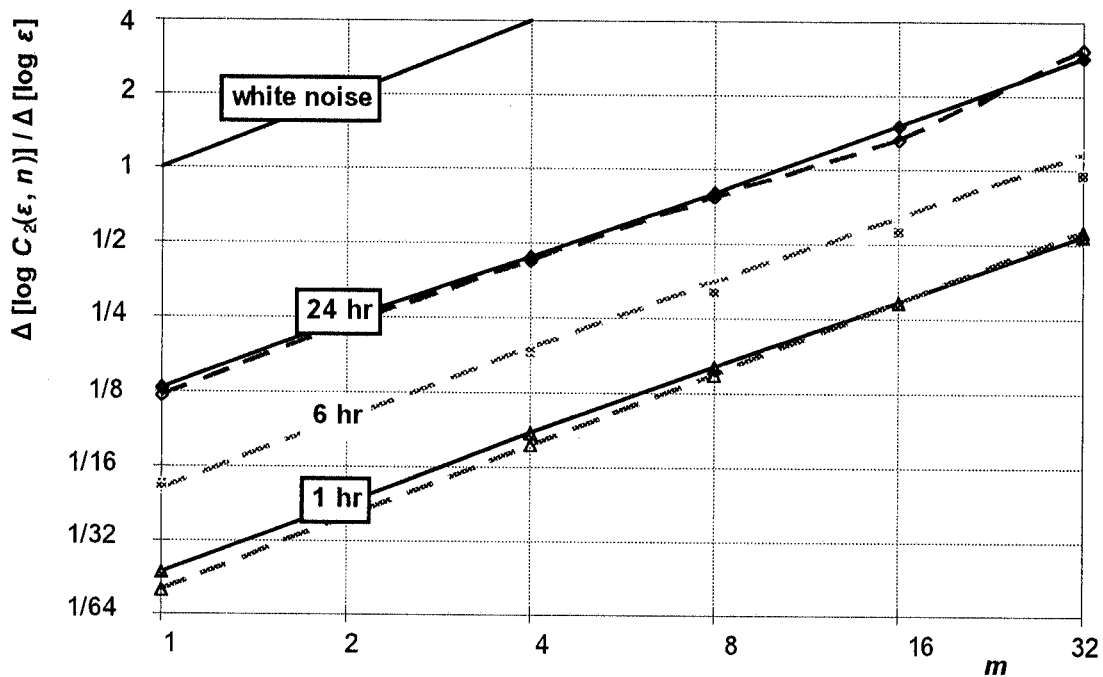
- Ιστορικά και συνθετικά ύψη βροχής κάθε 6 ώρες.



- Ημερήσια ιστορικά και συνθετικά ύψη βροχής.



- Correlation Dimension versus Embedding Dimension



Παρατηρήσεις στα αποτελέσματα.

- Η οριζόντια γραμμή στο κατώτερο μέρος των καμπυλών, δηλ. για πολύ μικρό ε δείχνει ότι η διάσταση συσχέτισης εκεί είναι μηδέν. Αυτό οφείλεται στο μεγάλο ποσοστό μηδενικής βροχόπτωσης που έχει σαν αποτέλεσμα πάρα πολλά διανύσματα να έχουν μόνο μηδενικές συνιστώσες. Έτσι σε μιά περιοχή του ε πολύ κοντα στο μηδέν υπάρχει ένα μεγάλο ποσοστό σημείων.
- Υπάρχει μία περιοχή κλίμακας (εκτός από την περίπτωση $\Delta=1/4h$) χονδρικά ανάμεσα στο όριο ακρίβειας των μετρήσεων (1mm) και το διπλάσιο του μέσου όρου των μη μηδενικών υψών.
- Η κλίση αυτής της περιοχής κλίμακας είναι αύξουσα συνάρτηση της διάστασης ένθεσης. Δεν υπάρχει σταθεροποίησή της καθώς το m αυξάνεται.
- Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των συνθετικών δεδομένων που προέρχονται από το στοχαστικό Scaling Model δεν διαφέρουν σημαντικά από τα αντίστοιχα των ιστορικών δεδομένων. Και τα δύο διαφέρουν απο τον λευκό θόρυβο.

6. Συμπεράσματα

- Δεν βρέθηκε ντετερμινισμός στην ιστορική χρονοσειρά για ευκρίνεια από 1/4 έως 24 ώρες και για embedding dimension από 1 έως 32.
- Δεν υπήρχαν ουσιαστικές διαφορές στη συμπεριφορά της correlation dimension μεταξύ της ιστορικής χρονοσειράς και της συνθετικής που παράγεται από ένα καλά δομημένο στοχαστικό μοντέλο.
- Υπάρχουν δυσκολίες στην εφαρμογή της time delay embedding method λόγω της φύσης των δεδομένων βροχόπτωσης που έχουν μεγάλη συχνότητα μηδενικών τιμών σε μικρές χρονικές κλίμακες. Επίσης, στη μέχρι τώρα βιβλιογραφία τα δεδομένα στα οποία η μέθοδος έχει εφαρμοστεί επιτυχώς έχουν μια σχετικά ομοιόμορφη εμπειρική κατανομή, ενώ στην περίπτωση της βροχής η εμπειρική κατανομή έχει υπερβολική μορφή.
- Αναμένεται ότι η μέθοδος θα μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς προβλήματα για κλίμακες αρκετά μεγαλύτερες του μέσου χρόνου μηδενικής βροχόπτωσης όπως π.χ. σε μηνιαία βάση. Τέτοια εφαρμογή όμως απαιτεί αρχεία εκατοντάδων χρόνων για εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων.
- Και οι δύο χρονοσειρές διαφέρουν καθαρά από τον λευκό θόρυβο. Είναι ευρέως αποδεκτό πλέον ότι η βροχόπτωση παρουσιάζει δομή σε αντίθεση με τον λευκό θόρυβο. Δεν υπάρχουν όμως ενδείξεις ότι αυτή η δομή είναι ολιγοδιάστατη (low dimensional) ώστε να μπορεί να περιγραφεί από ντετερμινιστικές σχέσεις.

Βιβλιογραφία

- Gershenfeld, N., A. and A. S. Weigend, The future of time series: Learning and understanding, *Time Series Prediction: Forecasting the Future and Understanding the Past*, Eds. A.S. Weigend and N.A. Gershenfeld, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Proc. Vol. XV, 1-70, Addison-Wesley, 1993.
- Grassberger, P., An optimised box-assisted algorithm for fractal dimensions, *Physical Letters A*, 148(1,2), 63-66, 1990.
- Grassberger, P., and Procaccia, Characterisation of strange attractors, *Physical review letters*, 50(5), 346-349, 1983.
- Grassberger, P., Generalised dimensions of strange attractors, *Physics letters*, 97A(6), 227-230, 1983.
- Jayawardena, A., W. and Lai, F., Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series, *Journal of Hydrology*, 153, 23-52, 1994.
- Koutsoyiannis, D. and Foufoula-Georgiou, E., A scaling model of storm hyetograph, *Water Resources Research*, 29(7), 2345-2361, 1993.
- Koutsoyiannis, D. and Tsakalias, G., A disaggregation model for storm hyetographs, Presentation at the 3rd meeting of the AFORISM project, Athens, 1992.
- Koutsoyiannis, D., A stochastic disaggregation method for design storm and flood synthesis, *Journal of Hydrology*, 156, 193-225, 1994.
- Lorenz, E.N., Computational chaos - Prelude to computational instability, *Physica D*, 35, 229-315, 1989.

- Mamasis, N., Koutsoyiannis, D. and Foufoula-Georgiou, E., Stochastic rainfall forecasting by conditional simulation using a scaling model, XIX EGS General Assembly, Grenoble, abstract in *Annales Geophysicae*, Vol. 12, Supplement II, Part II, 324, 1994.
- Rinyi, A., *Probability theory*, North-Holland, Amsterdam, 1970.
- Rodriguez-Iturbe, I., B. F. de Power, M.B. Sharifi, and K., Geogakakos, Chaos in Rainfall, *Water Resources Research*, 25(7), 1667-1675, 1989.
- Rodriguez-Iturbe, I., Exploring complexity in the structure of rainfall, *Advances in Water Resources*, 14(4), 162-167, 1991.
- Sauer, T., J.A. Yorke, and M. Casdagli, Embedology, *Journal of Statistical Physics*, 65(3/4), 579-616, 1991.
- Schroeder, M., *Fractals chaos and power laws*, Freeman & Co., New York, 1991.
- Sharifi, M.B., Geogakakos K., and Rodriguez-Iturbe, I., Evidence of deterministic chaos in the pulse of storm rainfall, *Journal of Atmospheric Sciences*, 45(7), 888-893, 1990.
- Takens, F., Detecting strange attractors in turbulence, in *Dynamical systems and turbulence*, edited by D.A. Rand and L.-S. Young, *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 336-381, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- Tsonis, A.,A., *Chaos: From theory to applications*, Plenum Press, New York, 1992.
- Tsonis, A.,A., J.,B. Elsner and K. Geogakakos, Estimating the dimension of weather and climate attractors: Important issues on the procedure and interpretation, *Journal of Atmospheric Sciences*, 50(15) 2249-2555, 1993.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Ιστορικά και Συνθετικά Δεδομένα

56	9.00	1	12	1984	2	4	2	2	-1										
57	2.25	4	1	1985	17	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	20.00	18	1	1985	6	5	1	1	1	1	1	1	-1						
59	18.00	28	1	1985	1	1	1	-1											
60	2.25	8	2	1985	17	8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0		
61	14.50	11	2	1985	13	10	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
62	1.25	12	2	1985	5	3	1	0	1	0	1	-1							
63	14.00	15	2	1985	17	4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
64	6.00	2	4	1985	56	19	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
65	16.25	7	4	1985	26	29	1	1	1	1	3	10	7	1	1	1	1	1	1
66	13.25	12	4	1985	39	11	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0			
67	8.50	15	4	1985	60	58	6	8	7	5	5	5	4	2	2	2	2	2	2
68	17.50	29	4	1985	22	38	4	7	8	8	1	1	1	1	2	1			
69	21.25	14	5	1985	3	3	1	1	1	-1									
70	12.75	20	5	1985	9	68	5	7	9	10	11	11	8	4	3	-1			
71	20.25	23	5	1985	4	15	3	6	5	1	-1								
72	18.25	24	5	1985	8	4	1	1	0	0	1	0	0	1	-1				
73	2.25	8	6	1985	11	3	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0			
74	16.25	8	6	1985	28	11	1	1	2	1	0	0	0	1	0	0			
75	15.25	10	6	1985	7	3	1	0	0	1	0	0	1	-1					
76	16.00	11	6	1985	40	7	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0			
77	17.50	13	6	1985	51	34	1	1	1	3	5	2	1	1	1	0			

						0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
						1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
						0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	1				
						-1										
95	21.00	20	7	1985	13	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	1	-1							
96	8.75	22	7	1985	37	14	2	0	0	0	1	0	1	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	1	-1					
97	0.75	23	7	1985	22	7	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
						1	-1									
98	3.75	24	7	1985	1	1	1	-1								
99	15.00	24	7	1985	12	10	4	2	0	1	0	1	0	0	1	0
						0	1	-1								
100	22.50	25	7	1985	1	1	1	-1								
101	17.50	26	7	1985	17	10	3	2	1	1	0	0	1	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	1	-1			
102	14.50	27	7	1985	54	25	4	4	3	0	0	2	2	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	1	0	2	1	0
						0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
						1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
						1										
103	19.00	1	8	1985	28	16	7	3	2	0	0	0	0	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
						1	0	0	0	0	0	1	-1			
104	7.00	4	8	1985	1	8	8	-1								
105	16.25	4	8	1985	48	26	3	6	11	2	0	0	0	1	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	1	-1					
106	16.25	14	8	1985	4	6	2	2	1	1	-1					
107	23.00	15	8	1985	15	5	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
						0	0	1	0	1	-1					
108	23.00	18	8	1985	16	6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
						0	0	1	1	1	1	-1				
109	16.25	19	8	1985	16	18	2	3	2	0	0	1	0	0	1	1
						1	1	2	2	1	1	-1				
110	22.75	21	8	1985	21	5	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
						1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
						1										
111	13.75	22	8	1985	55	19	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
						0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

						0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
						1	-1										
112	19.25	23	8	1985	31	7	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
						0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	-1	
113	16.75	24	8	1985	27	33	1	0	8	8	5	0	1	0	1	0	
						1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	
						0	1	0	1	0	1	-1					
114	20.00	26	8	1985	34	7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
						0	1	-1									
115	19.00	28	8	1985	1	1	1	-1									
116	3.25	29	8	1985	13	10	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
						1	1	1	-1								
117	14.25	31	8	1985	10	7	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	
						-1											
118	0.25	1	9	1985	37	56	1	0	1	0	0	1	2	6	6	6	
						3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	0	0	0	6	6	1	0	1	0	1	1
						1	1	1	0	1	-1						
119	1.25	2	9	1985	10	3	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	
						-1											
120	15.00	2	9	1985	45	9	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
						0	0	1	-1								
121	16.00	4	9	1985	14	74	13	14	14	14	15	0	0	1	0	1	
						0	1	0	1	-1							
122	18.25	5	9	1985	18	20	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	
						1	1	1	1	1	1	1	1	-1			
123	16.25	6	9	1985	10	23	2	2	2	2	4	4	4	2	0	1	
						-1											
124	1.00	12	9	1985	4	2	1	0	0	1	-1						
125	19.25	12	9	1985	25	4	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
						0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
						0	0	0	1	-1							
126	19.50	13	9	1985	27	5	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
						0	0	0	0	0	1	-1					
127	12.25	14	9	1985	59	55	3	3	3	3	1	1	1	2	2	2	
						2	3	5	5	5	4	1	1	1	1	1	
						1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	1	-1						
128	16.75	17	9	1985	53	97	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	
						1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	
						6	11	11	11	7	3	3	3	2	1	1	

						1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
						1	0	1	1	1	1	1	2	2	2	-1
129	14.75	18	9	1985	36	5	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
						0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
						1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	-1						
130	17.75	19	9	1985	18	16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	1	1	1	0	1	0	1	-1		
131	14.25	20	9	1985	49	24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
						0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
						0	0	0	0	0	1	-1				
132	16.00	3	10	1985	48	55	8	8	9	5	2	0	1	4	7	2
						2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	1	-1					
133	17.25	4	10	1985	11	32	8	8	8	3	1	1	1	0	1	0
						1	-1									
134	19.50	19	10	1985	24	15	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
						0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
						1	0	1	-1							
135	8.00	23	10	1985	1	2	2	-1								
136	12.75	28	10	1985	27	3	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	1	-1				
137	3.25	1	11	1985	3	3	1	1	1	-1						
138	19.50	3	11	1985	4	4	1	1	1	1	-1					
139	9.75	19	11	1985	62	22	4	2	1	1	1	1	0	1	0	1
						0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
						1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
						0	0	0	1	0	1	0	1	-1		
140	17.50	20	11	1985	3	3	1	1	1	-1						
141	18.75	21	11	1985	34	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
						0	1	-1								
142	18.50	30	11	1985	4	11	3	3	4	1	-1					
143	16.00	2	12	1985	1	1	1	-1								
144	15.00	5	12	1985	18	12	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						3	0	0	2	2	0	1	1	-1		
145	4.75	9	12	1985	1	2	2	-1								
146	4.50	14	12	1985	6	11	3	3	2	1	1	1	-1			
147	17.50	30	12	1985	8	2	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	
148	11.25	31	12	1985	6	8	2	2	2	1	0	1	-1			
149	11.75	8	1	1986	65	22	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

						1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
						0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
						0	0	1	1	2	0	1	1	0	1	0
						1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
						1										
150	22.75	9	1	1986	9	19	3	3	3	2	1	2	2	2	1	-1
151	22.25	10	1	1986	6	10	4	2	1	1	0	2	-1			
152	13.25	17	1	1986	2	2	1	1	-1							
153	15.75	11	2	1986	27	10	2	1	0	0	1	0	1	1	1	1
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	1	0	0	1	-1				
154	11.75	28	2	1986	14	48	11	13	5	1	2	3	4	4	3	0
						1	0	0	1	-1						
155	3.50	1	3	1986	8	5	1	1	0	1	0	1	0	1	-1	
156	6.00	10	3	1986	61	88	3	3	2	3	5	3	0	0	4	5
						13	3	3	3	2	1	1	1	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
						0	0	0	1	0	0	0	0	8	10	7
						1	1	1	0	0	0	1	-1			
157	14.50	11	3	1986	15	4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
						0	0	0	0	1	-1					
158	13.00	14	3	1986	5	15	8	2	2	2	1	-1				
159	3.50	16	3	1986	8	4	1	0	0	1	0	1	0	1	-1	
160	21.50	20	3	1986	20	14	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1
161	13.00	26	3	1986	32	30	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
						1	2	1	1	1	1	1	0	1	0	1
						1										
162	1.50	13	4	1986	3	6	2	2	2	-1						
163	18.50	9	5	1986	6	9	5	2	1	0	0	1	-1			
164	8.00	20	5	1986	15	15	2	1	1	1	1	1	1	1	1	0
						1	1	1	1	1	-1					
165	16.75	21	5	1986	11	9	2	1	1	1	0	0	1	1	1	0
						1	-1									
166	14.75	1	6	1986	7	7	1	1	1	1	2	0	1	-1		
167	17.25	5	6	1986	4	3	1	1	0	1	-1					
168	19.50	6	6	1986	1	1	1	-1								
169	14.50	8	6	1986	27	26	1	2	4	1	1	0	0	1	0	0
						0	0	1	1	1	1	2	2	0	1	1
						1	1	1	1	1	1	-1				
170	15.50	9	6	1986	7	8	2	3	2	0	0	0	1	-1		
171	14.75	13	6	1986	4	5	1	1	2	1	-1					
172	14.00	14	6	1986	21	38	3	6	6	5	3	2	1	1	1	2
						2	1	1	0	0	0	2	0	0	0	2
						1										
173	12.00	15	6	1986	5	2	1	0	0	0	1	-1				
174	17.00	17	6	1986	16	16	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1

175	13.50	18	6	1986	40	1	1	1	0	0	1	-1							
						21	3	3	4	3	0	0	1	0	1	0			
							1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
							0	0	1	1	1	1	0	1					
							-1												
176	13.50	19	6	1986	23	29	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2			
							1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1		
							1	1	-1										
177	15.25	21	6	1986	7	16	4	4	4	3	0	0	1	-1					
178	19.00	25	6	1986	21	7	1	0	0	0	1	0	0	0	2	0			
							0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	-	
							1												
179	15.25	28	6	1986	3	2	1	0	1	-1									
180	15.25	29	6	1986	15	15	2	2	2	2	0	0	0	0	1	1			
							1	1	1	1	1	-1							
181	14.75	1	7	1986	19	48	2	1	1	0	0	0	0	0	3	8			
							17	7	3	1	1	1	1	1	1	-1	182		
	15.00	2	7	1986	1	4	4	-1											
183	14.25	3	7	1986	3	25	11	9	5	-1									
184	17.25	7	7	1986	15	3	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0			
							0	0	0	0	1	-1							
185	19.00	11	7	1986	2	7	5	2	-1										
186	16.25	12	7	1986	3	3	1	1	1	-1									
187	20.25	21	7	1986	6	2	1	0	0	0	0	1	-1						
188	17.50	23	7	1986	5	4	1	0	1	1	1	-1							
189	20.00	24	7	1986	7	5	1	1	1	1	0	0	1	-1					
190	17.50	25	7	1986	14	10	3	0	1	0	0	0	1	1	1	1			
							1	0	0	1	-1								
191	15.00	26	7	1986	15	21	11	2	2	0	0	0	0	0	1	1			
							1	1	1	0	1	-1							
192	14.00	27	7	1986	17	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0			
							0	0	0	0	0	0	1	-1					
193	17.75	30	7	1986	4	3	1	1	0	1	-1								
194	12.25	31	7	1986	23	44	3	5	5	0	0	0	0	1	0	0			
							0	0	0	0	0	0	0	6	10	3	4		
							5	2	-1										
195	16.75	4	8	1986	7	59	29	17	9	2	1	0	1	-1					
196	17.75	6	8	1986	6	11	1	1	3	3	2	1	-1						
197	21.50	8	8	1986	3	7	2	4	1	-1									
198	18.00	9	8	1986	21	16	5	4	3	0	1	0	0	1	0	1			
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-	
							1												
199	20.00	10	8	1986	3	2	1	0	1	-1									
200	18.75	11	8	1986	5	10	1	7	1	0	1	-1							
201	19.50	12	8	1986	7	3	2	0	0	0	0	1	-1						
202	15.75	13	8	1986	4	4	1	1	1	1	-1								
203	19.50	14	8	1986	9	13	2	9	0	1	0	0	0	0	1	-1			
204	15.00	15	8	1986	19	25	4	14	2	1	0	0	0	1	0	0			

229	8.75	20	12	1986	24	9	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
						1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
						1	1	1	-1							
230	23.25	23	12	1986	27	21	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
						1	1	1	0	0	1	2	3	2	0	1
						0	1	0	1	0	1	-1				
231	16.75	26	12	1986	53	31	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
						1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
						1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
						0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
						1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	-1
232	13.50	27	12	1986	20	32	1	0	0	2	2	2	1	3	3	4
						3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	-1
233	15.00	31	12	1986	48	62	1	2	2	8	2	2	4	6	3	2
						2	2	3	6	3	3	2	2	2	1	1
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	2	1	-1					
234	11.75	4	1	1987	5	11	3	2	2	2	2	-1				
235	22.25	4	1	1987	4	5	2	1	1	1	-1					
236	10.75	22	1	1987	10	6	1	2	1	0	0	1	0	0	0	1
						-1										
237	8.00	5	2	1987	9	15	1	1	2	3	3	2	1	1	1	-1
238	8.00	19	2	1987	1	6	6	-1								
239	20.25	6	3	1987	45	68	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0
						1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	2
						1	2	1	1	2	1	2	2	3	3	3
						15	8	-1								
240	1.75	22	3	1987	1	1	1	-1								
241	18.25	25	3	1987	13	41	7	8	6	3	3	3	3	3	1	1
						1	1	1	-1							
242	17.25	26	3	1987	16	47	10	3	3	2	2	1	0	0	0	0
						0	2	10	8	4	2	-1				
243	12.00	27	3	1987	1	3	3	-1								
244	22.50	30	3	1987	30	23	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
						0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
						1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
						-1										
245	21.25	14	4	1987	7	44	4	4	6	14	10	5	1	-1		
246	17.50	10	5	1987	15	36	4	10	5	3	2	1	1	2	2	2
						1	0	1	1	1	-1					
247	13.75	15	5	1987	2	3	2	1	-1							
248	13.50	16	5	1987	19	24	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
						2	2	2	2	1	0	0	1	1	-1	249
	6.00	2	6	1987	1	4	4	-1								
250	15.00	9	6	1987	13	4	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
						0	0	1	-1							
251	14.50	10	6	1987	7	4	1	1	0	0	1	0	1	-1		
252	23.25	13	6	1987	9	11	1	0	1	0	2	2	2	2	1	-1

253	17.00	14	6	1987	1	1	1	-1											
254	21.50	15	6	1987	2	3	1	2	-1										
255	18.75	19	6	1987	4	12	2	6	3	1	-1								
256	15.75	24	6	1987	4	5	1	1	1	2	-1								
257	14.25	25	6	1987	9	4	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	-1	
258	16.25	28	6	1987	14	6	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0		
						0	0	0	1	-1									
259	15.75	4	7	1987	9	6	1	1	1	1	0	1	0	0	1	-1			
260	17.25	5	7	1987	1	1	1	-1											
261	11.00	13	7	1987	6	4	1	1	1	0	0	1	-1						
262	15.00	15	7	1987	25	30	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	
						0	0	0	1	2	11	7	1	1	1	0			
						1	0	0	1	-1									
263	15.00	19	7	1987	1	1	1	-1											
264	7.75	20	7	1987	44	33	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0			
						0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0			
						0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0			
						1	0	0	1	0	6	8	2	1	4	2			
						1	-1												
265	17.50	26	7	1987	3	7	1	3	3	-1									
266	19.00	27	7	1987	13	22	4	5	2	2	3	1	0	1	1	1			
						1	0	1	-1										
267	20.25	30	7	1987	4	5	1	2	1	1	-1								
268	16.25	31	7	1987	11	63	2	18	20	13	9	0	0	0	0	0			
						1	-1												
269	8.25	7	8	1987	1	1	1	-1											
270	17.50	7	8	1987	9	10	1	0	1	2	2	2	1	0	1	-1			
271	16.00	10	8	1987	10	30	1	2	17	5	0	1	1	1	1	1			
						-1													
272	14.50	11	8	1987	5	9	1	2	4	1	1	-1							
273	12.25	12	8	1987	6	6	1	1	1	1	1	1	-1						
274	15.25	14	8	1987	1	1	1	-1											
275	17.00	1	9	1987	14	25	1	4	6	4	1	1	1	1	1	1	1		
						1	1	1	1	-1									
276	18.75	3	9	1987	8	88	1	0	13	21	29	19	3	2	-1				
277	17.50	4	9	1987	5	4	1	1	1	0	1	-1							
278	15.00	23	9	1987	3	2	1	0	1	-1									
279	17.25	26	9	1987	3	4	1	2	1	-1									
280	11.50	30	9	1987	54	23	2	2	1	1	0	0	0	0	0	0			
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
						0	0	0	1	2	2	0	0	0	0	0			
						0	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0			
						0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	1			
						1	-1												
281	10.50	10	10	1987	14	11	2	1	1	1	1	1	1	0	1	0			
						0	1	0	1	-1									
282	3.25	12	10	1987	60	139	1	2	2	2	3	8	4	2	0	0			
						0	1	1	2	1	1	0	5	10	7	6			
						10	7	8	9	10	9	9	5	2	2	0			
						0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1			

						0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
						0	1	0	1	2	2						
						-1											
283	21.00	31	10	1987	6	5	1	1	1	1	0	1	-1				
284	7.50	1	11	1987	61	57	1	2	2	1	2	2	2	2	2	3	3
						3	3	3	3	4	4	1	1	1	1	0	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
						1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
						0	1	0	0	0	0	1	-1				
285	11.50	2	11	1987	62	25	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
						1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	0	
						0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
						0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	1	0	0	1	-1			
286	11.75	3	11	1987	32	116	2	2	0	1	0	1	0	3	4	9	
						6	4	14	11	9	3	3	3	0	0	2	
						2	3	4	9	7	7	3	2	1	0	1	-
						1											
287	17.25	4	11	1987	35	7	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
						0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
						0	0	1	-1								
288	13.75	5	11	1987	40	13	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
						0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
						1	1	1	1	0	1	0	1				
						-1											
289	16.75	9	11	1987	7	11	4	5	1	0	0	0	1	-1			
290	22.50	17	11	1987	77	77	1	3	4	2	0	1	1	2	2	2	2
						2	2	1	1	3	3	2	2	1	0	0	
						1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	
						0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
						0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	
						0	0	0	1	2	8	8	8	3	0	0	
						1	-1										
291	14.25	19	11	1987	26	76	13	7	6	2	4	6	4	4	4	5	3
						2	1	0	0	0	1	1	2	2	2	1	
						1	2	3	2	2	-1						
292	7.75	26	11	1987	58	45	1	4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
						1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
						1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	
						0	0	1	1	1	2	2	2	0	0	0	
						0	0	0	1	-1							
293	22.00	15	12	1987	28	13	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
						1	0	0	2	2	2	1	0	0	0	0	0
						0	1	0	1	0	0	1	-1				

294	16.50	4	1	1988	31	13	1	2	2	1	0	1	0	1	0	0
							0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
							0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
295	19.75	9	1	1988	18	9	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
							0	1	1	1	1	1	1	-1		
296	7.75	10	1	1988	42	49	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	1	0	0	1	17
							1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
							1	1	0	0	0	0	2	1	0	1
297	0.75	12	1	1988	1	1	1	-1								
298	18.75	21	1	1988	21	25	5	2	2	2	2	1	2	3	1	0
							1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
							1									
299	12.25	25	1	1988	37	9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
							0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
							0	1	0	0	1	-1				
300	11.75	6	2	1988	1	1	1	-1								
301	2.25	8	2	1988	18	33	1	2	2	2	1	0	0	0	2	2
							1	2	3	4	3	3	3	2	-1	
302	16.25	15	2	1988	14	19	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
							1	10	2	1	-1					
303	8.50	21	2	1988	15	11	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
							0	1	1	1	1	-1				
304	19.50	23	2	1988	3	13	7	5	1	-1						
305	23.25	4	3	1988	19	22	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
							0	0	3	2	2	2	3	1	1	-1
	10.75	6	3	1988	49	8	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
							0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
							0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
							0	0	0	1	0	1	-1			
307	6.00	9	3	1988	2	6	1	5	-1							
308	17.75	13	3	1988	47	12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
							0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
							0	0	0	1	0	1	-1			
309	22.50	18	3	1988	49	67	1	1	5	4	4	2	1	1	1	1
							1	0	0	1	5	12	6	2	0	1
							1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
							1	2	0	0	0	2	2	1	1	1
							1	0	0	1	1	1	-1			
310	18.50	26	3	1988	7	14	1	1	1	6	3	1	1	-1		
311	20.25	19	4	1988	8	18	1	6	3	1	0	1	5	1	-1	
312	14.50	30	4	1988	23	28	1	1	0	1	0	0	0	0	0	2
							2	2	1	2	5	3	2	2	2	1
							0	1	-1							
313	18.00	13	5	1988	7	8	2	2	1	1	0	1	1	-1		
314	19.00	16	5	1988	10	5	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1

															-1														
315	8.75	25	5	1988	5	4	2	1	0	0	1	-1																	
316	18.25	28	5	1988	5	35	1	15	14	4	1	-1																	
317	15.00	5	6	1988	29	10	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0													
															0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
															0	0	1	0	3	1	1	1	-1						
318	15.25	20	6	1988	18	38	2	16	8	4	3	1	1	1	0	0													
															0	0	0	0	0	1	0	1	-1						
319	13.25	22	6	1988	40	42	10	13	7	2	0	0	0	0	0	0													
															0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
															0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
															0	0	1	0	0	0	0	0	1						
															-1														
320	21.75	28	6	1988	4	5	1	2	1	1	-1																		
321	17.75	2	7	1988	6	16	1	5	7	2	0	1	-1																
322	22.75	6	7	1988	3	15	7	7	1	-1																			
323	12.75	7	7	1988	37	30	2	2	1	12	3	1	0	2	1	1													
															0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
															0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1					
324	5.00	8	7	1988	3	4	1	2	1	-1																			
325	11.50	9	7	1988	42	15	2	4	2	1	0	0	1	0	0	0													
															0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
															1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
															0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	-1	
326	17.50	10	7	1988	17	10	1	2	0	1	0	1	0	1	0	1													
															0	1	0	1	0	0	1	-1							
327	13.50	15	7	1988	2	12	10	2	-1																				
328	1.00	17	7	1988	21	17	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1													
															1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	-			
															1														
329	22.50	17	7	1988	3	3	1	1	1	-1																			
330	15.00	18	7	1988	11	7	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1													
															1	-1													
331	14.75	19	7	1988	11	10	1	3	1	1	1	1	1	0	0	0													
															1	-1													
332	18.50	20	7	1988	20	29	6	9	4	2	2	2	1	0	0	0													
															0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	
333	16.25	21	7	1988	8	7	2	1	0	0	1	1	1	1	-1														
334	1.50	22	7	1988	14	7	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1													
															1	1	1	1	-1										
335	17.50	22	7	1988	41	17	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0													
															0	0	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	1		
															0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
															0	0	0	0	1	0	0	1	1	-1					
336	20.50	23	7	1988	11	28	2	3	5	9	5	1	1	0	1	0													
															1	-1													
337	15.50	24	7	1988	4	12	5	5	1	1	-1																		
338	17.50	25	7	1988	5	23	1	3	7	10	2	-1																	
339	16.00	26	7	1988	5	54	6	5	6	19	18	-1																	

340	18.75	29	7	1988	4	3	1	0	1	1	-1							
341	19.25	5	8	1988	39	16	1	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	
							1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	
							1	0	1	0	1	0	1	-1				
342	14.50	7	8	1988	19	60	1	0	0	13	19	15	5	1	1	0		
							0	0	0	1	0	1	1	1	-1	343		
	16.00	8	8	1988	15	91	1	0	1	23	22	16	12	7	2	2		
							1	1	1	1	1	-1						
344	5.00	9	8	1988	3	2	1	0	1	-1								
345	15.50	9	8	1988	28	10	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	1	0	0	1	-1				
346	14.50	10	8	1988	31	37	1	3	4	9	10	1	1	0	1	0		
							1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	
							0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1	
347	13.00	11	8	1988	21	26	1	1	1	4	10	3	1	0	1	0		
							0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-
							1											
348	14.25	12	8	1988	14	20	2	2	2	2	1	1	3	3	2	0		
							1	0	0	1	-1							
349	19.50	18	8	1988	6	3	1	0	1	0	0	1	-1					
350	8.25	20	8	1988	12	25	1	1	1	1	0	1	0	1	5	10		
							3	1	-1									
351	13.75	25	8	1988	25	27	1	4	7	4	3	2	0	1	0	0		
							1	0	0	1	0	0	1	0	0	0		
							0	1	0	1	-1							
352	14.75	26	8	1988	41	10	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
							2	1	1	1	0	0	0	0	0	0		
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
							1											
353	17.75	27	8	1988	21	7	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
							0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	-
							1											
354	14.25	28	8	1988	18	33	7	4	1	0	1	0	0	0	0	0		
							1	0	0	8	7	2	1	1	-1			
355	14.25	31	8	1988	6	61	13	20	13	10	4	1	-1					
356	16.50	4	9	1988	7	7	1	0	0	0	1	3	2	-1				
357	17.75	5	9	1988	62	14	2	1	0	0	0	0	1	1	1	1		
							0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	
							0	0	0	1	1	0	0	0	0	0		
							0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
							0	0	0	0	0	0	0	1	-1			
358	19.00	6	9	1988	24	6	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1		
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
							0	0	1	-1								
359	14.50	7	9	1988	7	8	1	2	2	1	1	0	1	-1				
360	14.75	8	9	1988	7	13	1	0	0	0	0	11	1	-1				

361	18.00	13	9	1988	13	9	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
							1	0	1	-1						
362	1.25	15	9	1988	19	3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	1	-1	363
	20.50	20	9	1988	2	4	1	3	-1							
364	21.75	27	9	1988	1	3	3	-1								
365	15.75	3	11	1988	5	20	2	5	6	4	3	-1				
366	1.00	4	11	1988	24	81	1	0	0	2	1	1	1	1	1	5
							5	14	2	0	2	1	1	1	2	3
							18	2	2	-1						
367	17.75	5	11	1988	24	10	1	4	1	0	1	0	1	0	0	0
							1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	-1						
368	21.00	30	11	1988	8	39	1	2	5	19	7	2	1	2	-1	
369	16.25	21	1	1989	85	38	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1
							1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
							1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
							0	1	0	0	1	0	1	3	2	2
							1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	1	2	1	1	1	-1
370	19.25	4	2	1989	4	3	1	0	1	1	-1					
371	0.25	6	2	1989	7	3	1	0	0	0	1	0	1	-1		
372	18.75	6	2	1989	8	16	1	2	7	3	1	1	0	1	-1	
373	8.50	22	2	1989	7	4	1	1	0	0	0	1	1	-1		
374	21.00	27	2	1989	14	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	1	-1					
375	14.50	2	3	1989	22	10	2	2	1	0	0	0	0	0	2	0
							0	1	0	0	1	0	0	0	0	
							0	1	-1							
376	3.25	3	3	1989	11	41	1	1	1	7	12	9	3	3	2	1
							1	-1								
377	6.25	6	3	1989	2	2	1	1	-1							
378	2.00	7	3	1989	139	58	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
							0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							2	4	4	4	2	2	2	1	1	1
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	0	4	3	2	1	1
							1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
							0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
							0	1	0	1	0	0	1	0	1	-1
379	23.75	15	3	1989	6	4	1	1	0	1	0	1	-1			
380	19.25	29	3	1989	3	2	1	0	1	-1						

381	16.75	3	4	1989	6	5	2	1	0	1	0	1	-1			
382	20.00	11	4	1989	8	3	1	0	0	0	0	1	0	1	-1	
383	16.25	13	4	1989	35	25	5	3	2	2	1	0	0	1	0	0
							0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
							1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
							1	1	1	-1						
384	17.50	14	4	1989	49	33	1	0	1	1	2	1	2	1	1	1
							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
							1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
							1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
							0	0	0	1	0	1	-1			
385	19.00	16	4	1989	8	10	1	2	2	1	1	1	1	1	-1	
386	18.50	17	4	1989	7	6	1	0	1	1	1	1	1	-1		
387	21.75	19	4	1989	8	16	2	4	3	3	2	1	0	1	-1	
388	16.00	20	4	1989	28	27	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1
							1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	1	0	1	0	0	1	-1		
389	16.75	29	4	1989	17	12	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
							2	0	1	0	1	0	1	-1		
390	21.25	1	5	1989	3	6	4	1	1	-1						
391	17.00	14	5	1989	4	3	1	1	0	1	-1					
392	18.00	21	5	1989	13	14	2	4	4	2	1	0	0	0	0	0
							0	0	1	-1						
393	14.25	3	6	1989	10	4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1
							-1									
394	18.75	5	6	1989	2	2	1	1	-1							
395	14.50	6	6	1989	24	15	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	2	0	0	1
							5	4	1	-1						
396	21.50	9	6	1989	4	14	10	3	0	1	-1					
397	19.75	10	6	1989	6	17	8	4	2	2	0	1	-1			
398	18.00	12	6	1989	5	3	1	0	1	0	1	-1				
399	22.25	13	6	1989	4	34	13	13	6	2	-1					
400	19.50	14	6	1989	14	17	4	5	3	1	0	1	1	1	0	0
							0	0	0	1	-1					
401	19.25	15	6	1989	6	5	2	1	1	0	0	1	-1			
402	17.75	20	6	1989	17	14	2	3	3	1	1	0	0	1	0	0
							1	0	0	1	0	0	1	-1		
403	16.75	21	6	1989	13	11	1	1	1	2	2	1	1	0	0	1
							0	0	1	-1						
404	15.50	22	6	1989	7	11	1	4	2	1	1	1	1	-1		
405	17.25	23	6	1989	15	5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	1	-1				
406	14.50	24	6	1989	17	12	2	2	1	0	2	1	0	1	0	0
							1	0	0	1	0	0	1	-1		
407	13.25	26	6	1989	6	32	2	4	4	10	9	3	-1			
408	15.00	27	6	1989	28	10	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
							1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
							1	0	1	0	1	0	1	-1		
409	18.00	28	6	1989	15	14	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1

410	10.25	29	6	1989	16	22	2	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
411	14.50	30	6	1989	27	24	5	4	2	1	1	0	1	3	1	2			
412	15.50	1	7	1989	27	101	8	12	17	12	11	10	9	6	3	2			
413	18.25	2	7	1989	5	3	1	0	1	0	1	-1							
414	15.00	3	7	1989	35	53	10	17	5	2	2	1	1	0	0	1			
415	21.75	5	7	1989	6	6	4	1	0	0	0	1	-1						
416	16.00	7	7	1989	3	20	7	11	2	-1									
417	15.75	14	7	1989	44	29	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0			
418	16.50	16	7	1989	23	48	2	4	9	23	5	1	0	0	0	0			
419	16.75	17	7	1989	7	4	1	0	1	0	1	0	1	-1					
420	14.50	18	7	1989	24	27	12	8	1	1	0	0	1	0	0	0			
421	15.25	21	7	1989	35	32	2	7	14	3	0	1	0	1	0	1			
422	20.75	22	7	1989	9	5	1	1	0	1	0	1	0	0	1	-1			
423	14.75	24	7	1989	23	17	2	0	0	0	0	2	4	2	1	1			
424	17.00	29	7	1989	29	17	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0			
425	20.75	2	8	1989	8	27	1	11	5	1	3	3	2	1	-1				
426	19.75	7	8	1989	2	2	1	1	-1										
427	13.00	8	8	1989	38	16	3	1	3	2	1	1	0	0	0	0			
428	17.75	10	8	1989	4	5	1	2	1	1	-1								
429	18.00	12	8	1989	13	8	1	2	2	0	0	0	0	0	1	0			
430	17.50	16	8	1989	2	2	1	1	-1										
431	17.50	17	8	1989	6	35	18	11	2	2	1	1	-1						

432	16.50	18	8	1989	27	19	8	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
							0	0	1	0	0	1	-1					
433	12.75	19	8	1989	24	40	2	17	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	6	2	1	2	2	3	1	
							0	0	1	-1								
434	5.00	20	8	1989	21	4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
							1											
435	19.00	20	8	1989	12	8	1	1	2	0	0	1	1	1	1	0	0	
							0	1	-1									
436	18.00	21	8	1989	5	32	1	19	7	3	2	-1						
437	21.50	22	8	1989	4	2	1	0	0	1	-1							
438	18.50	23	8	1989	4	2	1	0	0	1	-1							
439	14.75	24	8	1989	6	5	1	1	1	0	1	1	-1					
440	18.00	27	8	1989	13	13	1	1	2	1	0	2	2	1	1	1		
							0	0	1	-1								
441	20.25	1	9	1989	16	16	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	0	
							0	1	0	1	1	1	-1					
442	0.25	2	9	1989	1	1	1	-1										
443	16.00	2	9	1989	33	25	1	1	8	4	1	1	1	1	1	1	1	
							1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
							0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
							1	-1										
444	17.25	3	9	1989	20	37	14	10	2	1	1	0	1	0	0	0		
							0	0	1	1	1	1	1	1	1	1		
							-1											
445	13.00	4	9	1989	12	13	1	8	2	0	1	0	0	0	0	0		
							0	1	-1									
446	13.75	5	9	1989	47	10	1	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
							0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
							1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
							0	0	0	1	-1							
447	17.00	18	9	1989	18	10	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
							1	2	0	1	1	1	0	1	-1			
448	20.50	22	9	1989	20	7	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
							0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	-1	
449	17.25	24	9	1989	41	16	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
							0	0	1	1	0	0	1	0	2	1	2	
							0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
							0	0	0	0	0	1	1	0	1	-1		
450	18.75	30	9	1989	20	24	1	1	2	2	7	4	1	0	1	1		
							1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	-1	
451	18.25	1	10	1989	6	4	1	1	1	0	0	1	-1					
452	20.50	6	10	1989	6	9	2	2	2	1	1	1	-1					
453	11.75	8	10	1989	9	6	1	0	1	0	1	0	1	1	1	-1		
454	14.25	10	10	1989	45	38	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0		
							0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	
							1	14	8	1	1	1	1	0	0	1	0	

							0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
							0	1	-1								
455	18.75	14	10	1989	11	13	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
							1	-1									
456	17.25	18	10	1989	7	8	1	2	2	1	1	0	1	-1			
457	8.25	19	10	1989	39	44	12	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							1	0	1	0	0	0	1	2	3		
							11	6	0	1	0	1	0	0	1	-1	458
	13.25	27	10	1989	6	3	1	0	1	0	0	1	-1				
459	22.00	29	10	1989	3	2	1	0	1	-1							
460	8.00	21	11	1989	4	4	1	1	1	-1							
461	20.50	8	12	1989	57	23	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
							0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
							1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
							0	0	1	-1							
462	23.50	12	12	1989	4	5	2	2	0	1	-1						
463	16.75	21	12	1989	4	8	1	1	3	3	-1						
464	17.25	22	12	1989	39	47	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
							1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
							1	1	1	1	2	3	3	3	2	1	1
							1	1	1	1	1	1	1	-1			

2. Αρχείο συνθετικών δεδομένων βροχοπτώσης.

Καταγράφονται κατά σειρά ο αύξων αριθμός του επεισοδίου, η ώρα ενάρξεως, η ημερομηνία, η διάρκεια σε τέταρτα, το συνολικό ύψος και τα μερικά ύψη.

```
#          RESULTS
#-----
#
# Scaling model parameters :
#
# H:    -0.449
# c1:   8.740
# c2:  85.680
# b0:   0.246
# b1:  -0.002
#
0.250 0.00 1 1 1984

#      GENERATED EVENTS
#-----
#

1 7.00 1 1 1984 1 1 1 -1
2 15.25 1 1 1984 76 16 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 2 1
0 1 2 1 -1
3 20.00 5 1 1984 12 4 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 -1
4 6.75 2 2 1984 5 2 1 0 0 0 0 1 -1
5 19.25 2 2 1984 4 3 1 1 0 1 -1
6 15.50 10 2 1984 10 18 1 4 2 3 2 1 0 2 2 1 -1
7 4.00 18 2 1984 3 13 1 1 11 -1
8 13.75 18 2 1984 4 2 1 0 0 0 1 -1
9 5.25 20 3 1984 10 5 1 0 2 0 1 0 0 0 0 1 -1
10 15.00 27 3 1984 26 22 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 8 2 0 0 0
0 0 2 1 0 2 0 0 1 -1
11 7.75 29 3 1984 7 4 1 0 0 1 1 0 1 -1
12 2.50 31 3 1984 7 24 5 2 2 1 1 1 12 -1
13 12.25 31 3 1984 16 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 -1
14 9.75 2 4 1984 27 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
15 16.50 17 4 1984 17 22 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 9 4 5 -1
16 21.25 20 4 1984 13 7 2 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
17 13.25 4 5 1984 14 18 1 2 1 1 1 1 0 0 1 4 1 2 1 2 -1
18 18.25 5 5 1984 17 37 3 5 2 6 3 1 3 1 1 1 1 1 0 1 5 2 1 -1
```



19 9.75 9 5 1984 5 16 1 2 5 5 3 -1
 20 10.50 11 5 1984 1 4 4 -1
 21 14.00 3 6 1984 5 22 12 3 4 2 1 -1
 22 19.00 13 6 1984 32 4 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 23 9.50 20 6 1984 5 2 1 0 0 0 1 -1
 24 23.50 21 6 1984 7 3 1 1 0 0 0 0 1 -1
 25 15.00 22 6 1984 4 3 2 0 0 1 -1
 26 8.50 23 6 1984 8 4 1 1 1 0 0 0 0 1 -1
 27 9.50 24 6 1984 8 7 1 1 0 0 2 1 1 1 -1
 28 21.00 25 6 1984 4 2 1 0 0 1 -1
 29 10.00 27 6 1984 1 1 1 -1
 30 2.25 28 6 1984 1 3 3 -1
 31 11.25 28 6 1984 1 3 3 -1
 32 23.75 28 6 1984 2 2 1 1 -1
 33 0.50 8 7 1984 14 5 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 -1
 34 9.00 9 7 1984 21 17 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2 2 1 1 1 1
 4 2 1 -1
 35 4.75 10 7 1984 24 29 1 0 0 0 4 3 1 1 0 1 0 1 2 2 2 1 1 1
 1 2 1 1 2 1 -1
 36 19.25 12 7 1984 54 129 2 0 0 1 1 0 0 0 0 9 5 6 2 1 1 1 0
 2 5 12 5 4 2 1 3 2 1 2 6 2 2 1 1 2 1 0 0 17 6 5 4 2 1 2
 4 1 1 1 0 0 0 1 0 1 -1
 37 1.25 14 7 1984 15 8 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 -1
 38 9.50 15 7 1984 10 4 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 -1
 39 19.75 17 7 1984 70 72 1 0 1 0 2 1 0 4 2 2 1 1 1 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 6 3 2 1 1 1 1 1 2 1 1 2
 2 2 1 1 1 1 1 4 3 2 1 1 1 0 0 0 0 0 2 2 2 1 1 1 1 -1
 40 6.50 20 7 1984 8 2 1 0 0 0 0 0 0 1 -1
 41 4.00 21 7 1984 18 4 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -
 1
 42 23.50 21 7 1984 8 6 1 0 0 0 0 3 1 1 -1
 43 11.25 30 7 1984 15 7 1 2 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 44 3.25 6 8 1984 39 11 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 1 4 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 45 9.75 7 8 1984 11 6 1 0 0 0 0 0 0 0 0 3 2 -1
 46 2.00 14 8 1984 11 31 5 3 5 5 4 2 1 0 1 0 5 -1
 47 20.00 14 8 1984 48 65 7 3 2 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 2 5 2
 1 3 5 10 5 4 3 2 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0
 1 0 0 1 -1
 48 22.00 16 8 1984 63 7 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 -1
 49 8.00 19 8 1984 6 2 1 0 0 0 0 1 -1
 50 2.75 20 8 1984 14 23 4 4 1 0 0 1 0 0 3 1 3 1 4 1 -1
 51 15.00 20 8 1984 5 3 1 0 0 0 2 -1
 52 11.00 21 8 1984 17 4 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 53 11.00 23 8 1984 7 34 1 7 9 2 1 5 9 -1
 54 8.25 25 8 1984 1 1 1 -1

55 23.00 25 8 1984 16 31 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 8 2 6 4 1 7-1
56 21.75 26 8 1984 15 35 1 15 6 3 2 2 1 1 1 0 0 0 0 2 1-1
57 5.25 29 8 1984 3 3 1 1 1-1
58 9.00 30 8 1984 8 4 1 0 0 0 0 0 2 1-1
59 1.75 1 9 1984 20 55 4 1 0 1 1 1 3 5 1 4 4 1 1 0 11 3 9 3
1 1-1
60 20.00 3 9 1984 12 30 8 3 2 3 5 3 1 1 1 1 1 1-1
61 6.25 10 9 1984 7 35 1 1 1 14 11 4 3-1
62 13.75 24 9 1984 6 11 1 3 4 1 1 1-1
63 15.25 30 9 1984 7 20 1 0 0 0 15 3 1-1
64 5.50 3 10 1984 9 3 1 0 0 0 0 0 0 1 1-1
65 22.25 18 10 1984 5 31 12 6 5 3 5-1
66 17.75 19 10 1984 5 3 1 0 0 1 1-1
67 22.25 26 10 1984 26 76 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 7 2 1 11 3
5 14 5 9 4 6 3 1 1-1
68 16.75 27 10 1984 2 2 1 1-1
69 1.00 13 11 1984 3 2 1 0 1-1
70 4.25 15 11 1984 87 46 1 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 2 5 2 1 1 0 1 0 1
0 2 1 3 2 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 2 1 1
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
71 14.75 20 11 1984 65 23 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 1 7 2 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 1 1 0 0 0 1-1
72 15.25 24 11 1984 5 7 4 1 0 1 1-1
73 12.00 29 11 1984 4 3 1 1 0 1-1
74 2.75 28 12 1984 18 15 1 1 1 1 4 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1
-1
75 3.75 12 1 1985 12 42 1 0 2 9 4 2 2 0 4 4 9 5-1
76 4.50 14 1 1985 18 56 1 1 11 6 2 6 4 3 4 4 2 1 0 0 1 1 5 4
-1
77 6.50 15 1 1985 18 43 4 3 1 1 1 1 1 1 1 4 10 5 4 2 1 1 1 1
-1
78 21.00 25 1 1985 5 6 1 2 1 1 1-1
79 0.75 27 1 1985 19 62 1 1 5 1 9 6 7 3 9 6 3 2 3 1 1 1 1 1
1-1
80 14.50 27 1 1985 138 65 4 2 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 2
1 0 1 1 1 0 1 2 1 1 0 0 1 0 3 1 1 0 0 2 1 0 0 1 1 4 2
1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0
1 0 0 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 1
0 2 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1-1
81 11.50 29 1 1985 5 8 1 1 1 2 3-1
82 10.00 30 1 1985 20 47 9 3 1 1 0 0 4 1 5 10 3 1 4 1 2 1 0
0 0 1-1
83 15.50 31 1 1985 4 2 1 0 0 1-1
84 12.00 27 2 1985 10 15 2 4 1 0 0 3 3 1 0 1-1
85 22.00 28 2 1985 23 19 1 0 0 0 0 2 0 0 3 1 1 1 2 1 0 0 1
3 1 1 0 0 1-1

86 18.25 10 3 1985 6 36 1 3 8 4 5 15 -1
 87 20.25 16 3 1985 23 53 1 0 0 1 1 0 0 0 2 2 1 8 5 2 1 0 8
 4 4 6 2 1 4 -1
 88 15.75 19 3 1985 3 3 1 1 1 -1
 89 20.75 22 3 1985 1 1 1 -1
 90 5.25 25 3 1985 13 20 1 0 0 0 1 0 0 5 1 5 1 3 3 -1
 91 18.00 25 3 1985 136 38 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 0 0 0 0 0
 0 0 1 1 3 1 2 1 0 0 0 0 0 3 1 1 1 1 1 0 0 2 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 1 3 1 2 1 0 1 -1
 92 16.75 31 3 1985 14 10 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 4 3 1 -1
 93 6.25 1 4 1985 11 6 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 2 -1
 94 2.25 4 4 1985 5 3 2 0 0 0 1 -1
 95 2.00 5 4 1985 1 4 4 -1
 96 12.00 22 4 1985 5 2 1 0 0 0 1 -1
 97 11.25 23 4 1985 55 7 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0
 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 -1
 98 12.25 4 5 1985 32 17 1 0 1 2 0 2 0 2 0 0 0 1 2 0 0 0 0 0
 0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 2 -1
 99 3.25 9 5 1985 9 16 4 2 2 2 1 0 0 3 2 -1
 100 5.75 2 6 1985 6 2 1 0 0 0 0 1 -1
 101 1.25 3 6 1985 10 15 1 2 1 1 0 1 1 2 3 3 -1
 102 13.75 5 6 1985 10 5 1 1 0 1 0 0 0 0 1 1 -1
 103 13.50 6 6 1985 9 24 4 8 4 1 1 1 1 1 3 -1
 104 9.25 8 6 1985 12 17 1 2 4 1 1 1 0 3 1 1 1 1 -1
 105 15.75 10 6 1985 33 9 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 106 15.75 11 6 1985 16 52 4 1 0 4 1 5 7 2 1 1 8 6 2 5 4 1 -1
 107 20.00 14 6 1985 1 3 3 -1
 108 4.00 15 6 1985 10 48 3 1 2 22 10 4 1 2 2 1 -1
 109 1.00 18 6 1985 4 3 1 0 1 1 -1
 110 4.50 23 6 1985 15 15 2 1 1 0 5 1 0 0 0 0 0 2 2 0 1 -1
 111 2.75 24 6 1985 7 3 1 0 1 0 0 0 1 -1
 112 13.50 27 6 1985 2 2 1 1 -1
 113 9.25 3 7 1985 50 21 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 4 1 1 1 1 0
 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
 0 0 0 0 1 -1
 114 9.25 8 7 1985 23 7 2 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 1 0 0 0 1 -1
 115 9.25 9 7 1985 23 56 1 3 1 2 3 3 3 1 1 0 0 3 10 5 2 1 1 0
 1 6 5 3 1 -1
 116 22.75 14 7 1985 18 7 1 0 0 1 1 2 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
 1 -1
 117 17.75 16 7 1985 1 1 1 -1
 118 7.00 17 7 1985 15 30 1 0 1 0 8 3 7 2 5 2 0 0 0 0 1 -1
 119 15.50 19 7 1985 5 5 1 2 1 0 1 -1

120 1.25 20 7 1985 14 6 2 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
121 3.00 23 7 1985 10 3 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1-1
122 7.25 26 7 1985 23 13 1 0 0 0 1 4 2 1 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1-1
123 5.50 27 7 1985 1 3 3-1
124 16.00 2 8 1985 4 2 1 0 0 1-1
125 0.75 3 8 1985 3 2 1 0 1-1
126 19.50 3 8 1985 3 2 1 0 1-1
127 22.25 4 8 1985 12 15 1 0 5 3 1 0 0 0 1 1 0 3-1
128 14.00 5 8 1985 11 23 1 0 1 9 3 1 1 0 1 5 1-1
129 19.00 7 8 1985 16 31 1 5 3 6 3 2 1 3 2 1 0 0 1 0 1 2-1
130 19.00 8 8 1985 6 18 1 1 0 3 10 3-1
131 19.25 9 8 1985 1 1 1-1
132 12.00 10 8 1985 2 2 1 1-1
133 1.00 11 8 1985 8 33 6 5 11 4 3 1 1 2-1
134 20.00 11 8 1985 14 19 1 1 0 6 2 1 0 0 2 1 0 3 1 1-1
135 13.00 4 9 1985 30 35 1 0 0 0 0 0 3 1 1 4 3 1 1 2 1 2 1
1 1 0 0 4 2 1 1 0 1 1 1 1-1
136 2.25 23 9 1985 7 51 1 13 6 4 2 19 6-1
137 5.50 24 9 1985 21 55 1 0 2 4 9 5 4 3 3 3 2 3 2 3 4 1 1 1
2 1 1-1
138 8.50 25 9 1985 20 22 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 1 9 3 1 0 1 1
1 1-1
139 1.50 26 9 1985 27 19 1 1 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0
0 0 0 2 1 0 4 1 1-1
140 19.75 26 9 1985 15 3 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
141 17.00 3 10 1985 27 21 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 9 6 2 1 2-1
142 16.00 4 10 1985 13 3 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1-1
143 9.50 5 10 1985 2 2 1 1-1
144 17.00 5 10 1985 35 25 2 2 1 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 8 3 1 1-1
145 17.00 13 10 1985 49 20 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 2 1 0 0 0 0 1 1 0 2 1 0 0 2 2 2 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 1-1
146 17.00 14 10 1985 18 19 2 0 0 1 0 2 3 2 3 1 3 1 0 0 0 0
1-1
147 7.25 18 10 1985 7 10 1 0 1 4 2 1 1-1
148 8.25 22 10 1985 45 92 1 2 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 3
2 1 0 0 0 0 3 2 1 0 1 1 31 11 7 4 3 4 2 2 1 1 1 1 0 0 2
1-1
149 2.00 28 10 1985 6 9 4 1 1 0 2 1-1
150 1.00 6 11 1985 3 2 1 0 1-1
151 18.00 6 11 1985 58 5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1-1
152 16.00 7 11 1985 18 5 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1-1
153 19.75 11 11 1985 1 2 2-1

154 19.25 13 11 1985 12 41 2 12 4 9 4 3 3 1 1 1 0 1-1
155 16.25 14 12 1985 31 26 3 2 1 0 3 4 4 2 1 1 1 1 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1-1
156 22.00 17 12 1985 16 14 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 7 2 1-1
157 14.75 21 12 1985 2 2 1 1-1
158 7.25 25 12 1985 27 3 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1-1
159 3.25 30 12 1985 32 60 1 1 0 1 1 1 1 1 3 8 6 3 2 5 3 1 1
1 1 4 2 1 2 1 1 1 1 1 1 1 2-1
160 13.25 20 2 1986 10 5 3 1 0 0 0 0 0 0 0 1-1
161 11.75 24 2 1986 21 13 1 1 0 0 0 0 1 3 1 1 0 0 0 0 0 1
0 1 2 1-1
162 2.50 25 2 1986 2 2 1 1-1
163 2.75 26 2 1986 2 2 1 1-1
164 13.00 26 2 1986 35 20 3 1 1 1 0 0 0 0 0 2 3 1 1 1 1 1
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
165 6.00 1 3 1986 1 1 1-1
166 23.50 16 3 1986 7 34 8 7 7 2 2 3 5-1
167 23.75 20 3 1986 1 7 7-1
168 11.00 21 3 1986 1 3 3-1
169 19.75 21 3 1986 33 17 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0
0 0 3 0 3 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1-1
170 9.75 24 3 1986 71 89 1 0 1 1 0 7 2 16 7 4 2 1 1 1 1 0
0 0 0 0 0 0 9 4 2 1 1 1 1 0 0 0 1 0 2 1 0 0 6 2 1
1 0 0 0 2 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1-
1
171 8.25 30 3 1986 16 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
172 4.75 1 4 1986 44 12 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 2 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 1-1
173 15.00 22 4 1986 69 24 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 3 1 1
1 0 1 0 2 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
174 16.50 24 4 1986 13 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
175 22.00 25 4 1986 3 2 1 0 1-1
176 9.50 26 4 1986 10 3 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1-1
177 15.50 10 5 1986 17 33 1 3 1 1 4 1 4 2 2 2 4 3 1 1 1 1-
1
178 19.75 12 5 1986 23 13 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 2 1 0 0 0
1 0 1 1 3 1-1
179 9.75 26 5 1986 14 27 1 0 1 4 1 0 0 1 6 2 0 3 0 8-1
180 23.50 27 5 1986 39 40 1 0 0 0 1 0 0 3 1 1 1 1 0 0 0 2
1 0 0 3 1 1 1 0 5 2 1 1 1 1 0 0 0 0 5 3 1 1-1
181 15.75 16 6 1986 9 4 1 0 2 0 0 0 0 0 1-1
182 7.00 17 6 1986 8 12 1 2 2 1 1 2 2 1-1
183 12.00 18 6 1986 17 7 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1-1
184 22.75 19 6 1986 8 8 3 0 1 2 0 1 0 1-1
185 10.75 27 6 1986 25 50 1 1 0 0 1 5 7 8 3 3 1 3 3 2 2 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1-1

186 0.75 28 6 1986 27 3 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 187 19.75 28 6 1986 76 50 5 4 2 2 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1
 0 0 0 0 0 2 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0
 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 3 1 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0
 2 1 0 0 1-1
 188 14.75 30 6 1986 5 32 2 4 4 9 13-1
 189 9.50 2 7 1986 9 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 190 0.75 3 7 1986 31 26 4 2 2 2 1 0 0 1 2 1 0 1 0 0 1 2 0 4
 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1-1
 191 22.25 4 7 1986 2 2 1 1-1
 192 0.25 9 7 1986 10 11 1 1 1 2 0 4 1 0 0 1-1
 193 15.25 9 7 1986 1 2 2-1
 194 9.25 10 7 1986 17 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1-1
 195 3.00 11 7 1986 20 34 1 0 4 10 4 3 1 2 1 0 4 1 1 0 0 0 1
 0 0 1-1
 196 4.75 14 7 1986 8 7 1 2 2 1 0 0 0 1-1
 197 1.25 15 7 1986 1 1 1-1
 198 2.00 16 7 1986 96 8 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 199 1.50 18 7 1986 8 12 1 3 2 3 1 0 1 1-1
 200 1.75 20 7 1986 5 10 3 1 0 3 3-1
 201 19.75 20 7 1986 7 6 1 0 2 1 1 0 1-1
 202 15.25 21 7 1986 4 2 1 0 0 1-1
 203 0.00 7 8 1986 26 3 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 1-1
 204 11.50 8 8 1986 36 11 2 1 1 0 2 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1-1
 205 4.50 9 8 1986 1 1 1-1
 206 20.25 9 8 1986 41 17 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 0
 0 1 0 0 0 0 4 1 1 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1-1
 207 18.75 10 8 1986 1 13 13-1
 208 14.50 12 8 1986 20 8 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1
 2 1 1-1
 209 12.25 13 8 1986 9 44 9 5 1 0 0 0 12 13 4-1
 210 19.25 25 8 1986 17 15 1 0 5 3 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1-
 1
 211 18.50 26 8 1986 84 6 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 0 1
 0
 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1-1
 212 5.25 28 8 1986 7 9 1 0 4 2 1 0 1-1
 213 17.25 30 8 1986 4 2 1 0 0 1-1
 214 16.75 31 8 1986 17 6 1 0 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 215 11.00 1 9 1986 12 19 3 1 0 0 0 3 3 1 3 1 1 3-1
 216 6.50 6 9 1986 33 20 1 0 6 2 1 0 1 0 0 0 0 2 0 0 4 1 0 0
 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1

217 15.75 7 9 1986 14 10 1 0 2 1 1 0 1 0 0 0 2 1 0 1-1
 218 13.50 11 9 1986 3 4 1 1 2-1
 219 16.75 12 9 1986 4 2 1 0 0 1-1
 220 23.50 13 9 1986 15 4 1 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 1-1
 221 12.25 1 10 1986 61 46 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 2 2 1 4 2 1 4 2 1 2 1 1 2 1 1
 1 1 0 1 0 0 2 1 1 2 1 1 1 1 0 1-1
 222 15.00 2 10 1986 10 4 2 1 0 0 0 0 0 0 1-1
 223 5.00 5 10 1986 3 2 1 0 1-1
 224 2.75 7 10 1986 49 56 2 1 1 2 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0
 0 0 6 2 2 1 0 0 0 0 0 0 0 12 4 2 1 1 1 1 5 2 2 1 1 1
 0 0 0 1-1
 225 0.00 13 11 1986 21 48 1 0 0 4 1 0 1 2 8 3 1 0 0 1 7 1 4
 3 6 4 1-1
 226 21.25 17 11 1986 10 9 3 2 1 1 1 0 0 0 0 1-1
 227 13.50 21 11 1986 45 7 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
 1-1
 228 9.25 26 11 1986 8 2 1 0 0 0 0 0 0 1-1
 229 5.00 27 11 1986 124 126 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 2 1 0 1 1
 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 4 1 1 1 5 3 1 2
 1 1 1 1 1 6 8 4 2 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1
 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 4 1 1 1
 4 2 1 2 1 1 1 1 1 6 8 4 2 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1-1
 230 1.75 9 12 1986 94 77 3 2 1 2 1 1 1 0 0 0 1 0 2 1 1 2 1 0
 3 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 3 1 1 1 1 0 1 0 0 0 3 4
 2 1 1 2 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 2 3 1 1 1 1 0 0 2 1 1 0 0
 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 3 1 1-1
 231 4.75 11 12 1986 1 1 1-1
 232 15.50 15 12 1986 7 21 1 0 0 0 0 0 16 4-1
 233 17.50 20 12 1986 61 24 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 1 0 0 0 0 1
 0 0 0 0 0 0 1 0 3 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 3 2 1 2 1 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 234 11.25 26 12 1986 8 24 5 5 3 2 1 1 5 2-1
 235 21.75 1 1 1987 39 5 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1-1
 236 0.00 13 1 1987 9 4 2 0 0 0 0 1 0 0 1-1
 237 9.50 16 1 1987 8 3 1 0 0 0 1 0 0 1-1
 238 16.25 23 1 1987 18 3 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 1-1
 239 17.00 24 1 1987 10 9 1 0 0 0 1 2 3 1 0 1-1
 240 21.25 13 3 1987 11 18 1 1 7 2 1 1 2 1 0 1 1-1
 241 15.25 9 4 1987 21 78 9 9 3 6 3 3 8 7 3 3 2 5 3 2 1 2 1
 1 1 1 5-1
 242 19.50 25 4 1987 13 9 1 0 0 1 0 2 3 1 0 0 0 0 1-1
 243 22.00 23 5 1987 27 14 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 4 3 1 1 0 1 0 1 0 1-1
 244 21.75 25 5 1987 83 66 2 3 2 1 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 1
 1 1 1 0 0 2 1 0 3 2 1 1 0 0 0 1 1 0 1 0 2 2 1 0 0 0 0

0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 2 1 0 0 0 0 6 3 1 5-1
245 10.75 9 6 1987 26 18 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 2 4 1
1 1 1 1 0 0 0 0 1-1
246 9.00 12 6 1987 8 22 7 5 2 1 3 2 1 1-1
247 9.50 13 6 1987 12 26 1 0 6 2 1 1 0 0 1 2 3 9-1
248 13.50 14 6 1987 5 3 1 1 0 0 1-1
249 8.75 15 6 1987 25 12 1 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1 0 1 0 4 2-1
250 23.00 17 6 1987 5 7 1 0 0 1 5-1
251 16.00 18 6 1987 28 17 1 0 2 2 2 1 0 0 1 0 0 0 2 1 1 1 0
0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 1-1
252 23.00 19 6 1987 11 29 2 6 1 2 1 0 2 9 4 1 1-1
253 1.50 24 6 1987 26 18 1 0 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 1
1 1 0 0 1 3 2 1-1
254 7.50 26 6 1987 27 5 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 0 0 1-1
255 10.50 27 6 1987 13 24 2 0 7 3 2 1 1 0 0 0 1 5 2-1
256 1.25 28 6 1987 35 13 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 2 1 1 0 0 0 0 2 1 0 0 1-1
257 11.00 8 7 1987 11 8 1 0 2 1 1 1 1 0 0 0 1-1
258 7.25 9 7 1987 10 26 3 1 7 3 1 1 0 3 1 6-1
259 4.00 10 7 1987 87 129 1 0 0 3 6 2 7 5 3 1 1 0 0 1 0 1 1
0 0 3 1 1 6 3 1 1 6 7 7 4 2 2 1 1 1 0 3 1 0 0 0 2 1 2
1 1 0 0 0 0 0 0 0 5 2 1 1 7 3 1 1 1 1 0 0 3 1 1 1 1
0 0 3 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1-1
260 0.25 12 7 1987 17 8 1 0 0 0 0 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 2-1
261 4.75 13 7 1987 1 1 1-1
262 19.00 13 7 1987 9 15 1 0 7 1 0 2 1 2 1-1
263 8.75 14 7 1987 11 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
264 20.00 14 7 1987 16 3 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1-1
265 5.75 16 7 1987 24 18 2 2 3 2 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1
0 1 0 1 0 1-1
266 1.50 18 7 1987 3 12 4 2 6-1
267 11.00 18 7 1987 2 2 1 1-1
268 18.25 19 7 1987 1 3 3-1
269 5.50 24 7 1987 8 6 1 0 0 0 3 1 0 1-1
270 1.75 25 7 1987 15 31 3 5 4 1 0 1 1 3 3 1 0 1 1 4 3-1
271 1.00 26 7 1987 14 4 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1-1
272 13.75 27 7 1987 23 29 1 2 0 0 0 2 0 0 6 1 10 3 2 1 0 0 0
0 0 0 0 0 1-1
273 17.25 31 7 1987 22 14 1 0 0 2 1 2 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0
3 1 1 0 1-1
274 7.00 1 8 1987 7 9 1 0 0 1 0 0 7-1
275 6.25 2 8 1987 12 37 1 0 2 11 9 4 2 2 2 1 2 1-1
276 2.75 3 8 1987 5 14 1 0 7 5 1-1
277 8.00 4 8 1987 1 12 12-1
278 7.00 5 8 1987 9 6 1 0 0 3 1 0 0 0 1-1

279 7.00 6 8 1987 55 29 1 1 0 0 2 1 0 2 1 0 0 0 1 0 0 2 1 0
 0 2 2 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 3
 2 1 0 0 0 1 0 0 0 1-1
 280 11.75 7 8 1987 12 5 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1-1
 281 21.00 13 8 1987 24 18 2 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 3 1
 1 1 0 1 0 0 1-1
 282 23.50 14 8 1987 13 11 1 0 0 0 0 0 0 0 7 2 0 1-1
 283 11.00 16 8 1987 26 86 5 4 3 2 1 3 2 2 6 2 3 13 7 3 2 1 1
 1 1 8 5 2 4 2 2 1-1
 284 19.25 24 8 1987 14 3 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 285 20.75 25 8 1987 2 13 1 12-1
 286 1.75 27 8 1987 20 11 2 1 1 0 2 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
 0 1-1
 287 11.75 29 8 1987 12 6 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1-1
 288 12.50 5 9 1987 22 17 3 1 0 0 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 3 3 1
 0 0 0 1 1-1
 289 19.75 8 9 1987 3 2 1 0 1-1
 290 7.00 12 9 1987 30 85 1 0 3 1 7 6 4 2 7 4 2 2 2 4 2 7 4 2
 2 4 2 1 1 4 4 2 1 1 1 2-1
 291 4.00 14 9 1987 31 32 2 1 0 0 1 0 4 1 2 2 1 2 2 4 2 1 1 1
 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 1 1-1
 292 1.00 15 9 1987 11 16 1 7 1 3 1 1 0 0 0 0 2-1
 293 14.50 16 9 1987 21 76 1 1 1 4 3 1 0 2 6 3 2 1 1 1 7 3 7
 2 19 7 4-1
 294 21.50 18 9 1987 43 5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 295 9.75 30 9 1987 8 10 1 7 1 0 0 0 0 1-1
 296 3.75 4 10 1987 2 2 1 1-1
 297 11.00 5 10 1987 1 1 1-1
 298 16.00 6 10 1987 30 10 1 0 2 1 1 2 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 299 11.25 7 10 1987 31 34 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 1 0 2 1
 0 1 3 1 9 4 1 1 3 1 1 0 0 1-1
 300 15.50 17 10 1987 5 4 1 1 1 0 1-1
 301 2.50 18 10 1987 1 1 1-1
 302 16.00 18 10 1987 3 3 1 1 1-1
 303 3.50 20 10 1987 24 19 1 0 5 5 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1
 0 0 2 0 0 0 1-1
 304 2.75 21 10 1987 30 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1-1
 305 4.75 30 10 1987 51 14 3 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
 0 1 0
 2 0 1 0 0 0 1-1
 306 7.25 31 10 1987 3 9 4 2 3-1
 307 17.00 31 10 1987 14 23 1 0 1 1 0 1 5 2 3 1 2 3 2 1-1
 308 22.75 5 11 1987 4 2 1 0 0 1-1
 309 21.25 7 12 1987 7 10 1 2 0 1 2 3 1-1
 310 5.75 10 12 1987 11 28 1 1 4 3 1 3 1 2 1 6 5-1
 311 4.75 11 12 1987 7 64 7 12 20 8 7 8 2-1

312 17.50 12 12 1987 1 3 3 -1
 313 13.00 17 12 1987 1 1 1 -1
 314 19.25 1 1 1988 10 17 9 3 2 1 1 0 0 0 0 1 -1
 315 18.50 31 1 1988 25 65 1 6 2 1 0 3 10 3 2 1 4 3 1 1 2 3 2
 1 5 4 3 3 1 1 2 -1
 316 9.25 1 2 1988 6 3 1 0 0 0 1 1 -1
 317 4.00 20 2 1988 16 17 1 5 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 3 4 -1
 318 12.25 21 2 1988 27 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 319 0.25 29 2 1988 10 4 1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 -1
 320 14.50 4 3 1988 15 19 1 6 3 1 1 1 0 0 0 0 0 0 3 2 1 -1
 321 1.00 10 3 1988 68 78 1 0 1 3 1 0 1 1 0 0 10 3 3 2 2 2 1
 0 0 0 0 0 0 0 0 9 3 2 2 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
 6 2 2 1 1 1 0 0 3 1 0 1 0 1 0 0 1 3 2 1 0 0 1 1 -1
 322 9.50 19 3 1988 13 15 3 0 0 0 1 0 0 0 0 3 1 5 2 -1
 323 15.25 11 4 1988 8 3 1 0 0 1 0 0 0 1 -1
 324 17.25 14 4 1988 2 5 4 1 -1
 325 20.50 26 4 1988 19 51 3 12 7 3 2 3 2 1 1 1 1 3 1 1 4 2 2
 1 1 -1
 326 18.75 28 4 1988 28 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 -1
 327 11.50 10 6 1988 9 56 14 5 3 1 14 11 5 1 2 -1
 328 6.75 13 6 1988 4 4 2 1 0 1 -1
 329 1.25 17 6 1988 9 17 4 0 0 8 1 0 2 1 1 -1
 330 10.00 18 6 1988 58 85 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 2 1 0 0 0 1 5 3 2 1 3 1 2 1 1 1 1 4 3 1 1 1 9 9
 5 3 3 2 2 1 1 3 1 1 2 1 1 1 -1
 331 23.50 19 6 1988 32 67 1 1 1 1 0 0 1 0 1 6 4 1 0 0 0 0 0
 1 0 0 6 4 7 7 6 2 3 7 3 2 1 1 -1
 332 7.50 22 6 1988 1 1 1 -1
 333 16.00 22 6 1988 39 10 1 0 0 2 1 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 334 13.00 24 6 1988 47 40 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 11 4 1 1 1 2 3 1 1 1 1 4
 2 1 1 -1
 335 6.25 26 6 1988 46 36 1 1 1 0 0 9 3 1 1 1 3 3 2 2 1 1 1 1
 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
 1 -1
 336 3.00 27 6 1988 1 4 4 -1
 337 11.75 28 6 1988 25 38 2 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 9 4 2 1
 1 1 5 3 1 1 1 1 -1
 338 19.75 2 7 1988 10 53 7 3 1 7 10 3 8 7 5 2 -1
 339 5.50 4 7 1988 5 7 1 1 0 1 4 -1
 340 3.50 5 7 1988 27 43 1 1 0 0 2 1 1 0 0 0 2 6 3 1 1 0 2 1
 1 0 1 9 3 1 1 0 5 -1
 341 2.50 12 7 1988 1 7 7 -1
 342 10.25 12 7 1988 13 15 1 0 0 1 1 0 1 4 1 3 1 1 1 -1
 343 7.00 17 7 1988 22 14 1 2 3 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 0 0 0 1 -1

344 22.50 17 7 1988 4 2 1 0 0 1 -1
 345 2.75 21 7 1988 8 70 4 2 0 5 8 35 12 4 -1
 346 15.25 24 7 1988 56 131 7 3 2 1 4 2 1 1 1 10 4 2 1 1 1 8 3
 2 2 4 6 4 3 2 2 1 2 1 1 1 0 1 1 1 7 4 1 2 1 1 1 0 1 1
 0 0 0 0 0 0 7 2 1 12 4 -1
 347 2.75 27 7 1988 29 13 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 3 0 0 0 0
 3 1 0 0 0 0 0 0 2 1 -1
 348 3.50 28 7 1988 24 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 1 -1
 349 1.25 2 8 1988 5 3 1 1 0 0 1 -1
 350 13.75 9 8 1988 7 4 1 0 1 0 0 1 1 -1
 351 7.75 13 8 1988 4 6 1 3 1 1 -1
 352 11.75 14 8 1988 11 44 3 2 2 4 1 0 0 4 18 6 4 -1
 353 13.25 15 8 1988 32 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 2 0
 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 354 12.25 17 8 1988 39 5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 355 16.75 18 8 1988 30 26 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 1
 4 1 0 0 0 2 7 2 1 0 1 0 1 -1
 356 13.75 19 8 1988 17 68 8 2 3 1 0 0 0 21 6 2 2 2 0 0 0 16 5
 -1
 357 17.00 23 8 1988 20 61 1 6 3 4 1 3 8 3 2 1 1 1 4 1 4 5 8
 3 1 1 -1
 358 23.00 25 8 1988 10 32 1 4 1 2 3 2 6 5 6 2 -1
 359 17.50 26 8 1988 1 16 16 -1
 360 3.75 27 8 1988 10 3 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 -1
 361 10.25 31 8 1988 42 68 3 2 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 10 3
 2 1 1 2 1 1 1 1 1 0 3 1 4 2 1 1 3 4 2 1 1 1 1 1 1 -1
 362 17.25 1 9 1988 23 8 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0
 0 0 0 1 4 -1
 363 16.00 8 9 1988 24 18 1 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1
 1 1 0 0 3 2 3 -1
 364 13.25 9 9 1988 4 3 1 0 1 1 -1
 365 13.50 10 9 1988 14 25 4 8 5 2 1 1 1 0 0 2 0 0 0 1 -1
 366 12.25 12 9 1988 18 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 1 -1
 367 19.75 13 9 1988 30 36 2 2 4 2 2 1 1 1 1 1 0 2 1 1 0 0 2
 1 2 1 1 2 1 0 1 1 1 1 0 1 -1
 368 13.75 17 9 1988 28 22 1 0 1 0 0 0 0 0 0 3 2 2 1 0 0 1 0
 0 0 0 0 4 2 1 0 2 0 2 -1
 369 17.75 18 9 1988 47 8 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0
 0 0 1 -1
 370 4.00 20 9 1988 36 14 3 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0
 0 0 0 0 0 0 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 -1
 371 14.50 23 9 1988 2 2 1 1 -1
 372 5.25 26 9 1988 7 49 1 0 6 17 4 14 7 -1
 373 18.25 30 9 1988 14 4 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1

374 0.50 2 10 1988 30 6 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 -1
 375 16.75 7 10 1988 4 2 1 0 0 1 -1
 376 14.50 10 10 1988 1 1 1 -1
 377 7.25 12 10 1988 1 3 3 -1
 378 1.25 15 10 1988 2 4 3 1 -1
 379 1.25 18 10 1988 19 17 2 1 0 2 0 0 0 0 0 0 1 0 0 2 2 2 2
 2 1 -1
 380 0.50 14 11 1988 14 3 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 381 13.50 15 11 1988 29 33 1 2 2 0 0 2 1 2 2 2 2 1 0 2 1 0
 2 1 1 0 0 0 2 1 1 2 1 -1
 382 2.50 10 12 1988 4 16 10 4 1 1 -1
 383 7.25 9 1 1989 63 94 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 7 1 0 0 1 0 0 0 4 4 3 1 1 0 0 0 5 11 4 2 5 2 1 3 6 2 2
 4 2 9 4 2 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 -1
 384 1.00 16 1 1989 5 48 15 6 14 5 8 -1
 385 1.25 1 2 1989 18 7 1 0 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 -
 1
 386 12.00 9 2 1989 35 20 2 2 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 2 0 0
 0 0 1 0 4 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 4 -1
 387 15.25 10 3 1989 14 101 1 0 0 8 19 18 7 4 3 3 4 8 8 18 -1
 388 16.00 11 3 1989 26 8 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0
 1 0 0 0 0 0 0 1 -1
 389 7.25 15 3 1989 21 39 1 5 1 3 1 1 1 1 5 7 3 3 3 1 1 0 0 1
 0 0 1 -1
 390 22.75 28 3 1989 13 4 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 -1
 391 16.25 30 3 1989 31 9 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 -1
 392 16.00 9 4 1989 27 61 3 1 1 0 4 4 2 2 1 1 0 0 0 5 1 2 4
 13 4 2 1 2 1 1 1 4 1 -1
 393 12.50 10 4 1989 54 5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0
 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 -1
 394 8.25 14 4 1989 3 3 1 1 1 -1
 395 3.75 15 4 1989 3 12 5 1 6 -1
 396 11.75 15 4 1989 1 6 6 -1
 397 19.75 23 4 1989 1 1 1 -1
 398 3.00 24 4 1989 22 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0
 0 0 0 1 -1
 399 0.75 15 5 1989 5 12 1 0 2 5 4 -1
 400 22.00 15 5 1989 6 18 8 2 1 4 2 1 -1
 401 8.00 16 5 1989 6 20 4 8 2 2 2 2 -1
 402 21.25 16 5 1989 1 4 4 -1
 403 18.75 19 5 1989 33 10 1 0 1 0 0 0 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 -1
 404 20.25 25 5 1989 35 43 1 0 0 0 1 0 0 2 1 0 4 1 1 1 1 2 1
 1 1 3 1 1 4 1 1 1 1 1 1 4 2 1 1 1 -1
 405 23.75 30 5 1989 18 29 1 14 4 2 4 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
 1 -1

406 19.75 4 6 1989 12 3 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1-1
 407 22.25 5 6 1989 21 40 1 0 0 0 0 1 0 0 0 5 1 1 0 0 9 3 6
 5 4 3 1-1
 408 23.50 6 6 1989 23 5 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
 0 0 0 0 1-1
 409 13.75 7 6 1989 8 9 1 2 1 0 2 1 1 1-1
 410 10.50 9 6 1989 29 12 1 2 1 2 1 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1-1
 411 4.50 10 6 1989 8 20 2 1 1 0 3 2 8 3-1
 412 10.75 14 6 1989 2 9 4 5-1
 413 20.00 18 6 1989 29 16 1 0 2 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 3 1 0 0
 0 1 1 0 0 0 0 1 0 2 1 1-1
 414 15.75 19 6 1989 19 9 1 0 0 0 0 1 0 1 0 2 2 1 0 0 0 0 0
 0 1-1
 415 0.25 26 6 1989 23 52 1 0 11 2 2 1 0 0 0 6 1 2 1 1 5 1 1
 1 1 9 3 2 1-1
 416 1.75 27 6 1989 51 7 1 0 0 2 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0
 0
 0 0 0 0 0 1-1
 417 14.00 30 6 1989 1 3 3-1
 418 9.75 1 7 1989 1 4 4-1
 419 17.50 2 7 1989 30 34 1 2 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 7 5 2 1 6 2 1 1 1 1 1-1
 420 14.75 3 7 1989 6 2 1 0 0 0 0 1-1
 421 20.00 4 7 1989 12 26 1 3 1 0 5 1 3 1 2 1 5 3-1
 422 15.25 5 7 1989 13 50 1 4 3 3 7 6 9 5 3 2 4 2 1-1
 423 11.25 10 7 1989 46 28 2 2 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 2 2
 1 4 2 1 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 1-1
 424 1.75 13 7 1989 26 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 425 15.25 15 7 1989 3 3 1 1 1-1
 426 14.00 20 7 1989 12 4 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1-1
 427 4.25 22 7 1989 6 48 4 10 2 3 7 22-1
 428 3.50 23 7 1989 8 67 11 7 17 5 6 9 9 3-1
 429 21.25 23 7 1989 5 2 1 0 0 0 1-1
 430 19.00 24 7 1989 10 3 1 0 0 0 0 1 0 0 0 1-1
 431 22.00 2 8 1989 11 4 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 1-1
 432 8.75 3 8 1989 5 9 1 1 4 2 1-1
 433 19.75 3 8 1989 28 3 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 1-1
 434 7.00 5 8 1989 17 12 3 1 2 0 0 0 1 0 2 0 1 0 0 0 0 1 1-1
 435 21.75 5 8 1989 49 14 1 1 0 3 2 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 1-1
 436 10.00 8 8 1989 2 2 1 1-1
 437 20.75 8 8 1989 8 11 1 1 4 1 2 1 0 1-1
 438 7.50 10 8 1989 13 12 4 1 1 0 0 0 0 0 0 2 2 2-1
 439 11.00 11 8 1989 5 58 1 20 14 17 6-1

440 10.75 13 8 1989 45 25 2 1 0 0 1 1 3 1 2 1 0 0 0 2 1 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 3 1 1 0 2 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
 1 -1
 441 12.25 16 8 1989 6 2 1 0 0 0 0 0 1 -1
 442 22.75 20 8 1989 12 8 1 1 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 -1
 443 19.00 23 8 1989 17 4 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 444 20.50 25 8 1989 31 25 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 4 1 1 1 1
 1 0 1 1 1 0 0 1 2 1 1 1 1 1 -1
 445 14.00 26 8 1989 2 2 1 1 -1
 446 8.00 28 8 1989 11 10 1 1 0 0 1 0 0 0 1 5 1 -1
 447 7.00 30 8 1989 12 29 1 1 0 0 0 5 0 13 6 2 0 1 -1
 448 16.75 1 9 1989 20 14 1 2 2 1 1 2 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 3 -1
 449 9.50 2 9 1989 8 3 1 0 1 0 0 0 0 0 1 -1
 450 6.50 5 9 1989 21 35 2 3 1 1 0 1 1 1 5 1 1 1 0 1 1 6 4 2
 1 1 1 -1
 451 9.25 6 9 1989 19 93 3 7 2 14 8 7 3 2 2 1 1 1 0 15 5 6 9
 3 4 -1
 452 9.25 7 9 1989 3 2 1 0 1 -1
 453 23.50 7 9 1989 7 26 1 3 1 2 9 2 8 -1
 454 14.75 9 9 1989 7 16 1 2 0 0 6 2 5 -1
 455 1.75 11 9 1989 35 25 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 4 1 2 1 1 1 0 0 0 1 4 1 1 1 1 -1
 456 5.50 12 9 1989 1 1 1 -1
 457 14.75 18 9 1989 3 3 1 0 2 -1
 458 5.25 19 9 1989 12 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 459 5.25 20 9 1989 1 1 1 -1
 460 20.00 27 9 1989 11 3 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1
 461 0.75 2 10 1989 13 38 2 1 1 0 0 0 4 14 4 4 3 3 2 -1
 462 20.00 5 10 1989 8 17 3 5 6 2 0 0 0 1 -1
 463 22.75 6 10 1989 10 20 4 0 1 2 2 0 1 0 0 10 -1
 464 23.00 7 10 1989 17 38 1 1 0 1 2 5 2 1 3 5 3 2 1 1 2 1 7 -
 1
 465 3.00 11 10 1989 23 5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
 1 1 0 0 1 -1
 466 7.75 16 10 1989 46 6 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
 1 -1
 467 1.75 22 10 1989 1 2 2 -1
 468 6.25 26 10 1989 42 50 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 5 1 1
 1 0 1 0 1 0 0 0 9 4 1 1 0 0 12 4 2 1 1 1 0 0 0 1 -1
 469 8.25 27 10 1989 5 2 1 0 0 0 1 -1
 470 23.50 28 10 1989 12 61 5 10 5 11 5 2 4 2 1 8 6 2 -1
 471 6.75 2 11 1989 71 132 1 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 2 1 0
 0 0 0 0 1 4 7 2 1 1 1 11 11 6 3 6 3 2 9 5 4 2 2 1 1 1
 1 1 2 2 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 1 1 2 1 4 9 4 2 1 1 1 1 -
 1
 472 8.50 19 11 1989 32 5 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 -1

473 21.00 29 11 1989 29 17 1 0 0 0 0 2 0 0 1 0 2 1 1 0 2 1 1
 0 0 0 1 2 1 0 0 0 0 0 1-1
 474 15.00 8 12 1989 2 2 1 1-1
 475 1.50 9 12 1989 20 5 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
 0 1-1
 476 2.00 10 12 1989 11 34 2 1 3 7 6 2 3 6 2 1 1-1
 477 13.50 10 12 1989 3 6 1 1 4-1
 478 15.00 23 12 1989 15 10 2 1 1 0 0 0 0 1 0 3 1 0 0 0 1-1
 479 17.50 24 12 1989 1 1 1-1
 480 2.50 25 12 1989 42 41 4 8 4 1 1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1
 0 0 0 3 3 1 1 0 0 0 2 1 1 2 0 0 0 0 0 0 0 1 0 3-1
 481 12.75 23 1 1990 12 19 7 1 0 1 1 0 0 6 2 0 0 1-1
 -10

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Λίστες προγραμμάτων

1. EVGEN.C	2
2. TESTEVG4.C	13
3. PARAM.IN	26
4. GENSER.C	27
5. CORREL.C	44

1.evgen.c

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <alloc.h>
#define M_PI 3.1415926

unsigned long seed;
double myrand(void);
double gamma_area(double, double, double);
double parag(int);
double gamma(double);

/* gamma generators */

#define MISSINGVAL -999

double myrand()
{
    unsigned long a, b, c;
    a = 1673;
    b = 596;
    c = 4294967295;
    seed = (a * seed + b) % c;
    return (double)seed / (double) c;
}

void gen_normal(double mean, double std_dev, double *result)
{
    double f, nrnd1, z;
    z = sqrt(-2.0 * log(myrand()));
    f=2.0 * 3.1415926 * myrand();
    nrnd1=z * cos(f);
    *result=std_dev * nrnd1 + mean;
}

double gamma_gen(double kapa, double lamda, double c, double n)
{
    double fx, y, ui;
label1:
    fx = myrand();
```




```

if(fx >= n/(n+1.0))
{
    y = n*kapa - log( (n+1.0)*(1.0-fx) );
    y = y / lamda;
    y = y + c;
}
else
{
    y = pow((n+1.0)/n*fx, 1.0/kapa);
    y = y*n*kapa/lamda;
    y = y+c;
}
ui = myrand();
if(y < c+n*kapa/lamda)
{
    if( ui < exp( -lamda*(y-c) ) )
        return y;
}
else
{
    if( ui < exp(-n*kapa)*pow( (y-c)/(n*kapa/lamda), kapa-1.0) )
        return y;
}
goto label1;
}

```

```

void gen_gamma(double kapa, double lamda, double c, double
*result)
{
    double acc = 1e-15;
    double GaussLimit = 30.0;
    int k, i;
    double n, rnd1, rnd2, s1, s2, s, product;

    if(kapa < 0.9)
    {
        *result = gamma_gen(kapa, lamda, c, 1.0);
        return;
    }

    s = -3.0;
    if(kapa <= 0.0)
        exit(1);
    if(kapa > GaussLimit)
        gen_normal(kapa / lamda + c, sqrt(kapa) / lamda, result);
    else

```

```

    {
        k = (int)floor(kapa);
        n = kapa-k;
        if (n >= 1-acc)
            {
                k = k+1;
                rnd1 = 0.0;
            }
        else
            {
                if(n <= acc)
                    rnd1 = 0.0;
                else
                    {
                        while((s>=1.0)||s<0.0)
                            {
                                s1 =
                                s2 =
                                s = s1 + s2;
                            }
                        rnd1=-((s1/s)*log(myrand()));
                    }
            }
        if(k == 0)
            rnd2=0.0;
        else
            {
                product = 1;
                for(i = 1;i <= k;i++)
                    product = product * myrand();
                rnd2 = -log(product);
            }
        *result = (rnd1+rnd2)/lamda + c;
    }
    return;
}

```

```

void graminv(double huge *input,double huge *result,int dim)
{
#define input(i,j) *(input + i*dim + j)
#define result(i,j) *(result + i*dim +j)

    int i,j,k;

```

```

/* upper triangle = 0 */
for(i=0; i<dim ; i++)
    {
        for(j=i+1; j<dim ; j++)
            result(i,j) = 0.0;
    }
for(i=0; i< dim ; i++)
    {
        for(j=0; j< i ; j++)
            {
                result(i,j) = input(i,j);
                for(k=0 ; k<j ; k++)
                    result(i,j) -= result(j,k)*result(i,k);
                result(i,j) = result(i,j)/result(j,j);
            }
        result(i,i) = input(i,i);
        for(k=0; k< i ;k++)
            result(i,i) -= result(i,k)*result(i,k);
        result(i,i) = pow(result(i,i),.5);
    }
#undef input
#undef result
}

```

```

/* multiplication of k*l matrices */

```

```

void matrix_mult(m1, m2, m1_m2, row1, col1, col2)
double *m1, *m2, *m1_m2;
int row1, col1, col2;
{
#define m1(i,j) *(m1 + i*col1 + j)
#define m2(i,j) *(m2 + i*col2 + j)
#define m1_m2(i,j) *(m1_m2 + i*col2 + j)
int i, j, k;
for(i=0; i<row1; i++)
    {
        for(j=0; j<col2; j++)
            {
                m1_m2(i,j)=0.0;
                for(k=0; k<col1; k++)
                    m1_m2(i,j)+=m1(i,k)*m2(k,j);
            }
    }
#undef m1
#undef m2
}

```

```

#undef m1_m2
}

#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define LOWERLIM .5
#define UPPERLIM 2.0
#define M3ACCURACY 0.01

#define cov(i,j) *(cov + i*num_of_heights + j)
#define omega(i,j) *(omega + i*num_of_heights + j)

double H, c1, c2, b0, b1, interval, Duration;
double inv_n_h, b;
int num_of_heights;
void data_input()
{
    FILE *in_file ;
    in_file = fopen("param1.in","r" ) ;
    if(in_file == NULL)
    {
        printf("Cannot find param.in\n");
        exit(1) ;
    }
    fscanf(in_file,"%lf\n%lf\n%lf\n%lf\n%lf",&H, &c1, &c2, &b0, &b1);
    printf( "Enter duration of event in hours (decimal) \n");
    printf( " e.g. for 2 1/2h enter 2.50 :");
    scanf("%lf" ,&Duration ) ;
    printf("\n Enter interval between succeeding incremental depths
in hours \n" );
    printf(" e.g. for 15min enter .25 :");
    scanf("%lf", &interval);
    num_of_heights = Duration/interval;
    inv_n_h = interval/Duration;
    b = b0 + b1*log(Duration);
    fclose(in_file);
}

double cxi(int ac_lag)
{
    double f, c, temp;
    if( ac_lag == 0)
        f=1.0 ;
    else
        {

```

```

    temp = (ac_lag-1 == 0) ? 0 : pow((double)(ac_lag-1),(2.0-b));
    temp = temp + pow((double)(ac_lag+1),(2.0-b));
    temp = temp / 2.0;
    temp = temp - pow((double)ac_lag, (2.0-b));
    f = temp ;
}
c = pow(Duration,(2.0*(H+1.0)));
c = c*inv_n_h*inv_n_h;
c = c*((c2+c1*c1)*pow(inv_n_h,-b)*f-c1*c1) ;
return(c);
}

```

/* calculation of matrix of autocovariances */

```

void covcalc(double huge *cov)
{
    int i, j;
    int ac_lag;
    for (i=0; i<num_of_heights; i++)
        {
            for (j=0; j<num_of_heights; j++)
                {
                    ac_lag = abs(j-i);
                    cov(i,j) = cxi(ac_lag);
                }
        }
}

```

/* calculation of mean V */

```

void fill_meanV(omega, Ex, meanV)
double Ex, *meanV, huge *omega;
{
    int i, j;
    double sum;
    meanV[0]=Ex/omega(0,0);
    for (i=1 ; i<num_of_heights ; i++)
        {
            sum = 0.0;
            for (j=0 ; j<i ; j++)
                sum += omega(i,j)*meanV[j];
            meanV[i] = (Ex - sum)/omega(i,i);
        }
}

```

```
/* calculation of m3V */
```

```
void fill_m3V(omega,m3_x, m3V)
double m3_x, *m3V;
double huge *omega;
{
  int i, j;
  double sum;
  m3V[0] = m3_x/(omega(0,0)*omega(0,0)*omega(0,0));
  for (i=1 ;i<num_of_heights ;i++)
  {
    sum = 0.0;
    for(j=0 ;j<i ;j++)
      sum += omega(i,j)*omega(i,j)*omega(i,j)*m3V[j];
    m3V[i] = (m3_x - sum)/(omega(i,i)*omega(i,i)*omega(i,i));
    if((m3V[i] >= -M3ACCURACY) && (m3V[i] <= M3ACCURACY))
      m3V[i] = 0.01 ;
  }
}
```

```
/* generation of h(Duration) */
```

```
void h_gener(double *result)
{
  double E_h, var_h ,kapa,lamda ;
  E_h = c1*pow(Duration,H+1.0) ;
  var_h = c2*pow(Duration,(2.0*H+2.0)) ;
  kapa = E_h*E_h/var_h;
  lamda = E_h/var_h;
  gen_gamma(kapa, lamda, 0.0, result) ;
}
```

```
void data_output( double *depths)
{
  FILE *out_file ;
  int i;
  out_file = fopen("g_event1.out","a") ;
  if(out_file == NULL)
  {
    printf("Cannot write g_event1.out\n") ;
    exit(1);
  }
  fprintf(out_file,"                RESULTS \n" );
  fprintf(out_file,"-----\n \n " );
  fprintf(out_file," Scaling model parameters : \n \n" );
```

```

fprintf(out_file," H : %10.3lf \n c1 : %10.3lf \n c2 : %10.3lf \n b0 :
%10.3lf \n b1 : %10.3lf \n \n",H,c1,c2,b0,b1 ) ;
fprintf(out_file,"          GENERATED EVENT \n" ) ;
fprintf(out_file,"-----\n\n" );
fprintf(out_file,"          X[i]          depth(mm) \n" );
for(i = 0 ;i < num_of_heights ;i++)
{
    fprintf(out_file,"          X[%2d]          %5.2lf ",(i+1),depths[i]) ;
    fprintf(out_file,"\n");
}
fclose(out_file);
}

```

```

void roundoff(double *input,int row)
{
    int i;
    for(i=0 ; i<row ; i++)
        input[i] = ((input[i]-(int)input[i])< 0.5) ? (int)input[i] :
((int)input[i]+1.0);
}

```

```

void evgen()
{
    double *meanV, *m3V, *V, *X, *XX;
    double huge *cov;
    double huge *omega;
    int i,j, counter=0 ;
    double Ex,var_x, m3_x, h, S, kappa, lamda, ce ;
    int done = TRUE ;
    seed=152;
    data_input();

```

/* calculation of matrix of autocovariances */

```

cov = (double huge *)farmalloc((unsigned
long)sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights);
if(cov == NULL)
{
    printf("\nCannot farmalloc cov\n");
    exit(1);
}
covcalc(cov);

```

/* deconvolution of cov ==>> omega[i][j] */


```

omega = (double huge *)farmalloc((unsigned
long)sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights);
if(omega == NULL)
{
    printf("\nCannot farmalloc omega\n");
    exit(1);
}

graminv(cov,omega,num_of_heights);
farfree(cov);
Ex = c1*pow(Duration,(H+1.0))*inv_n_h;
meanV = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
fill_meanV(omega, Ex, meanV);

/* calculation of m3V */

var_x= cxi(0);
m3_x = 2.0*var_x*var_x/Ex ;
m3V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
if(m3V == NULL)
{
    printf("Insufficient memory \n ");
    exit(1);
}

/* calculation of m3V      */

fill_m3V(omega,m3_x,m3V) ;

/* generation of V[i] and final depths XX[i] */

V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
X = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
XX = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
if((V || X || XX ) == NULL)
{
    printf("Insufficient memory \n ");
    exit(1);
}
h_gener(&h);
while(!done == FALSE)
{
    counter +=1;
    for(i=0; i<num_of_heights; i++)

```

```

    {
        kappa = 4/(m3V[i]*m3V[i]);
        lamda = fabs(2.0/m3V[i]) ;
        ce = meanV[i] - lamda ;
        gen_gamma(kappa,lamda, ce , &V[i]) ;
        if( m3V[i] < 0.0 )
            V[i] = 2*meanV[i] -V[i] ;
    }
for (i=0; i<num_of_heights; i++)
    X[i] = 0.0 ;
matrix_mult(omega, V, X, num_of_heights,num_of_heights,1);

/*   normalisation of X[i] and generation of final XX[i]   */

S = 0.0;
for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
    S += X[i] ;
if ((h/S) >= LOWERLIM && (h/S) <= UPPERLIM )
    {
        S = 0.0;
        for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
            {
                if(X[i] < 0.0)
                    X[i] = 0.0;
                S += X[i];
            }
        for(i=0 ; i<num_of_heights ; i++)
            XX[i] = (X[i]/S)*h ;

        roundoff(XX,num_of_heights);

        XX[0]=(XX[0] == 0.0) ? 1.0 : XX[0];
        XX[num_of_heights-1]=(XX[num_of_heights-1] == 0.0) ?
1.0 : XX[num_of_heights-1];

        for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
            {
                if(XX[i]!=0)
                    j=0;
                else
                {
                    j++;
                    if((double)j*interval > 6.0)
                        XX[i]=1.0;
                }
            }

```

```

        }
        done = FALSE;
    }
    else
    {
        if(counter > 10000)
        {
            printf("\nh/s not satisfied after 10000 repetitions");
            exit(1);
        }
        done = TRUE ;
    }
}
data_output(XX);
free(meanV);
free(m3V);
farfree(omega) ;
free(V) ;
free(X) ;
free(XX) ;
}

main()
{
    for(Duration=1.5; Duration<=1.5 ; Duration+=.25)
    {
        evgen();
        printf("\nDuration : %lf", Duration);
    }
    printf("\nProgram terminated");
    return(0);
}

```

2.testevg4.c

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <alloc.h>
#define M_PI 3.1415926
#define KSI 0.13
#define BALAM 1.25
#define M3BALAM 0.5
#define initseed 100

unsigned long seed;
double myrand(void);

/* gamma generators */
double myrand()
{
    unsigned long a, b, c;
    a = 1673;
    b = 596;
    c = 4294967295;
    seed = (a * seed + b) % c;
    return (double)seed / (double) c;
}

void gen_normal(double mean, double std_dev, double *result)
{
    double f, nrnd1, z;
    z = sqrt(-2.0 * log(myrand()));
    f=2.0 * 3.1415926 * myrand();
    nrnd1=z * cos(f);
```

```

        *result=std_dev * nrnd1 + mean;
    }

double gamma_gen(double kapa, double lamda, double c, double n)
{
    double fx, y, ui;
label1:
    fx = myrand();
    if(fx >= n/(n+1.0))
    {
        y = n*kapa - log( (n+1.0)*(1.0-fx) );
        y = y / lamda;
        y = y + c;
    }
    else
    {
        y = pow((n+1.0)/n*fx, 1.0/kapa);
        y = y*n*kapa/lamda;
        y = y+c;
    }
    ui = myrand();
    if(y < c+n*kapa/lamda)
    {
        if( ui < exp( -lamda*(y-c) ) )
            return y;
    }
    else
    {
        if( ui < exp(-n*kapa)*pow( (y-c)/(n*kapa/lamda), kapa-1.0))
            return y;
    }
    goto label1;
}

void gen_gamma(double kapa, double lamda, double c, double
*result)
{
    double acc = 1e-15;
    double GaussLimit = 30.0;
    int k, i;
    double n, rnd1, rnd2, s1, s2, s, product;

    if(kapa < 0.9)
    {
        *result = gamma_gen(kapa, lamda, c, 1.0);
        return;
    }
}

```

```

}

s = -3.0;
if(kapa <= 0.0)
    exit(1);
if(kapa > GaussLimit)
    gen_normal(kapa / lamda + c, sqrt(kapa) / lamda, result);
else
    {
        k = (int)floor(kapa);
        n = kapa-k;
        if (n >= 1-acc)
            {
                k = k+1;
                rnd1 = 0.0;
            }
        else
            {
                if(n <= acc)
                    rnd1 = 0.0;
                else
                    {
                        while((s>=1.0)||(s<0.0))
                            {
                                s1 =
                                s2 =
                                s = s1 + s2;
                            }
                        rnd1=-((s1/s)*log(myrand()));
                    }
            }
        if(k == 0)
            rnd2=0.0;
        else
            {
                product = 1;
                for(i = 1;i <= k;i++)
                    product = product * myrand();
                rnd2 = -log(product);
            }
        *result = (rnd1+rnd2)/lamda + c;
    }
return;

```

```

}
#define input(i,j) *(input + i*dim + j)
#define result(i,j) *(result + i*dim + j)
void graminv(double *input,double *result,int dim)
{
    int i,j,k;
    /* upper triangle = 0 */
    for(i=0; i<dim ; i++)
    {
        for(j=i+1; j<dim ; j++)
            result(i,j) = 0.0;
    }

    for(i=0; i< dim ; i++)
    {
        for(j=0; j< i ; j++)
        {
            result(i,j) = input(i,j);
            for(k=0 ; k<j ; k++)
                result(i,j) -= result(j,k)*result(i,k);
            result(i,j) = result(i,j)/result(j,j);
        }
        result(i,i) = input(i,i);
        for(k=0; k< i ;k++)
            result(i,i) -= result(i,k)*result(i,k);
        result(i,i) = pow(result(i,i),.5);
    }
}
#undef input
#undef result

```

```

/* multiplication of k*l matrices */
void matrix_mult(m1, m2, m1_m2, row1, col1, col2)
double *m1, *m2, *m1_m2;
int row1, col1, col2;
{
    #define m1(i,j) *(m1 + i*col1 + j)
    #define m2(i,j) *(m2 + i*col2 + j)
    #define m1_m2(i,j) *(m1_m2 + i*col2 + j)
    int i, j, k;
    for(i=0; i<row1; i++)
    {
        for(j=0; j<col2; j++)
        {
            m1_m2(i,j)=0.0;

```

```

        for(k=0; k<col1; k++)
            m1_m2(i,j)+=m1(i,k)*m2(k,j);
    }
}
#undef m1
#undef m2
#undef m1_m2
}
#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define LOWERLIM 0.5
#define UPPERLIM 2.0
#define M3ACCURACY 0.01
#define INTERVAL .25
#define NUMBER_OF_EVENTS 50
#define MAXDURATION 10
#define MINDURATION 1

#define cov(i,j) *(cov + i*num_of_heights + j)
#define omega(i,j) *(omega + i*num_of_heights + j)

double H, c1, c2, b0, b1, interval= INTERVAL, Duration;
double inv_n_h, b,h;
int num_of_heights;
void data_input()
{
    FILE *in_file ;
    in_file = fopen("param1.in","r" ) ;
    if(in_file == NULL)
    {
        printf("Cannot find param.in\n") ;
        exit(1) ;
    }
    fscanf(in_file,"%lf\n%lf\n%lf\n%lf\n%lf",&H, &c1, &c2, &b0, &b1);
    fclose(in_file);
}

double cxi( int ac_lag)

{
    double f, c, temp;
    if( ac_lag == 0)
        f=1.0 ;
    else

```



```

{
temp = (ac_lag-1 == 0) ? 0 : pow((double)(ac_lag-1),(2.0-b));
temp = temp + pow((double)(ac_lag+1),(2.0-b));
temp = temp / 2.0;
temp = temp - pow((double)ac_lag, (2.0-b));
f = temp ;
}
c = pow(Duration,(2.0*(H+1.0)));
c = c*inv_n_h*inv_n_h;
c = c*((c2+c1*c1)*pow(inv_n_h,-b)*f-c1*c1) ;
return(c);
}

```

/* calculation of matrix of autocovariances */

```

void covcalc(double *cov)
{
int i, j;
int ac_lag;
for (i=0; i<num_of_heights; i++)
{
for (j=0; j<num_of_heights; j++)
{
ac_lag = abs(i-j);
cov(i,j) = cxi(ac_lag);
}
}
}

```

void fill_meanV(omega, Ex, meanV) /* calculation of mean V */

```

double Ex, *meanV, *omega;
{
int i, j;
double sum;
meanV[0]=Ex/omega(0,0);
for (i=1 ; i<num_of_heights ; i++)
{
sum = 0.0;
for (j=0 ; j<i ; j++)
sum += omega(i,j)*meanV[j];
meanV[i] = (Ex - sum)/omega(i,i);
}
}

```

void fill_m3V(omega,m3_x, m3V) /* calculation of m3V */

```

double m3_x, *m3V;

```

```

double *omega;
{
  int i, j;
  double sum;
  m3V[0] = m3_x/(omega(0,0)*omega(0,0)*omega(0,0));
  for (i=1 ;i<num_of_heights ;i++)
  {
    sum = 0.0;
    for(j=0 ;j<i ;j++)
      sum += omega(i,j)*omega(i,j)*omega(i,j)*m3V[j];
    m3V[i] = (m3_x - sum)/(omega(i,i)*omega(i,i)*omega(i,i));
    if((m3V[i] >= -M3ACCURACY) && (m3V[i] <= M3ACCURACY))
      m3V[i] = 0.01 ;
  }
}
void h_gener(double *result) /* generation of h(Duration)
*/
{
  double E_h, var_h ,kapa,lamda ;
  E_h = c1*pow(Duration,H+1.0) ;
  var_h = c2*pow(Duration,(2.0*H+2.0)) ;
  kapa = E_h*E_h/var_h;
  lamda = E_h/var_h;
  gen_gamma(kapa, lamda, 0.0, result) ;
}
void data_output(FILE *out_file)
{
  fprintf(out_file,"          RESULTS \n" );
  fprintf(out_file,"-----\n \n " );
  fprintf(out_file," Scaling model parameters : \n \n" );
  fprintf(out_file," H : %10.3lf \n c1 : %10.3lf \n c2 : %10.3lf \n b0 :
%10.3lf \n b1 : %10.3lf \n \n",H,c1,c2,b0,b1 ) ;
  fprintf(out_file,"\nNumber of events : %d      Time step : %10.3lf
(h)\n",NUMBER_OF_EVENTS,INTERVAL);
  fprintf(out_file,"          E[ h ]          Var[ h ]
Csx[ h ]\n");
  fprintf(out_file,"-----
-----\n");
}
void
write(out_file,E_h,var_h,Csx_h,mean_hh,var_hh,Chh,mean_sx,var_sx,
Csx)
FILE *out_file;
double E_h,var_h,Csx_h,mean_hh,var_hh,Chh,mean_sx,var_sx,Csx;
{

```

```

fprintf(out_file," Duration : %2.0lf hours\n",Duration);
fprintf(out_file," Theoretical   :      %6.3lf      %6.3lf
%6.3lf\n",E_h,var_h,Csx_h);
fprintf(out_file," Estimated     :      %6.3lf      %6.3lf
%6.3lf\n",mean_hh,var_hh,Chh);
fprintf(out_file," Calculated    :      %6.3lf      %6.3lf
%6.3lf\n",mean_sx,var_sx,Csx);
}
void write2(out_file,mean,var,C)
FILE *out_file;
double mean,var,C;
{
fprintf(out_file," All the X     :      %6.3lf      %6.3lf
%6.3lf\n",mean,var,C);
}
void write4(out_file,mean,var,C)
FILE *out_file;
double mean,var,C;
{
fprintf(out_file,"theoretical X :      %6.3lf      %6.3lf
%6.3lf\n",mean,var,C);
}

void calculate(cov,omega,meanV,m3V)
double *cov, *omega, *meanV, *m3V;
{
double Ex,var_x, m3_x ;

/* calculation of matrix of autocovariances */
covcalc(cov);
/* deconvolution of cov ==>> omega[i][j] */
graminv(cov,omega,num_of_heights);

Ex = c1*pow(Duration,(H+1.0))*inv_n_h;
/* calculation of mean V */
fill_meanV(omega, Ex, meanV);
/* calculation of m3V */
var_x= cxi(0);
m3_x = M3BALAM * 2.0 * var_x*var_x/Ex ;
fill_m3V(omega,m3_x,m3V) ;/* calculation of m3V */
}
void roundoff1(double *input,int row)
{
int i, temp;
for(i=0 ; i<row ; i++)

```

```

{
    temp = (int)(pow(input[i],BALAM)+KSI+0.5);
    input[i] = (temp<0) ? 0.0 : (double)temp;
}
}

/* generation of V[i] and final depths XX[i] */
double gen_event(X,omega,meanV,m3V)
double *X,*omega,*meanV,*m3V;
{
double *V;
int i, hmin,k,j ;
double S, kappa, lamda, c ;
int done = TRUE, counter = 0 ;

V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;

if(V == NULL)
{
    printf("Insufficient memory \n ");
    exit(1);
}
hmin = (num_of_heights == 1) ? 1 : ((num_of_heights-2)/28 +2);
h_gener(&h);
h = ((int)(h+0.5) < hmin) ? (double)hmin : (double)((int)(h+0.5));
while(!done == FALSE)
{
    counter ++;
    for(i=0; i<num_of_heights; i++)
    {
        kappa = 4.0/(m3V[i]*m3V[i]);
        lamda = fabs(2.0/m3V[i]) ;
        c = meanV[i] - lamda ;
        gen_gamma(kappa,lamda, c , &V[i]) ;
    }
    /* generation of V[i] */
    if( m3V[i] < 0.0 )
        V[i] = 2*meanV[i] -V[i] ;
    }
    for (i=0; i<num_of_heights; i++)
    /* initialisation of X[i] */
        X[i] = 0.0 ;
        /* X[i]=omega[i][j]*V[i] */
matrix_mult(omega, V, X, num_of_heights,num_of_heights,1);
/* normalisation of X[i] and generation of final XX[i] */
S = 0.0;

```

```

        for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
    {
        X[i] =(X[i] < 0.0) ? 0.0 : X[i];
        S += X[i];
    }
    S = (S==0.0) ? 1.0 : S;
    if ((h/S) >= LOWERLIM && (h/S) <= UPPERLIM )
    {

        for(i=0 ; i<num_of_heights ; i++)
            X[i] = (X[i]/S)*h ;

        roundoff1(X,num_of_heights);
        k=0;
        while(k++<=100)
        {
            if (X[0] < 1.0)
                X[0] = 1.0;
            if (X[num_of_heights-1] < 1.0)
                X[num_of_heights-1] = 1.0;

            for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
            {
                if(X[i]!=0.0)
                    j=0;
                else
                {
                    j++;
                    if((double)j > 28)
                    {
                        X[i]=1.0;
                        j=0;
                    }
                }
            }
            S = 0.0;
            for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
                S += X[i];
            if ((S-h==0.0) || (k == 100)) goto endloop ;
            else
            {
                for(i=0 ; i<num_of_heights ; i++)
                {
                    X[i] = (X[i]/S)*h ;
                    X[i] = (double)((int)(X[i]+0.5));
                }
            }
        }
    }

```

```

        }
        S = 0.0;
        for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
            S += X[i];
    }
}
endloop :
    done = FALSE;

}
else
{
    if(counter > 10000)
    {
        printf(" h/S not satisfied after 10000 repetitions\n");
        exit(1);
    }
    done = TRUE ;
}
}
free(V) ;
return(S);
}
double my_mean(double *sample,int n)
{
    int i;
    double s = 0.0;
    for(i=0 ; i<n ; i++)
        s += sample[i];
    s = s/n;
    return(s);
}
double my_var(double *sample, double mean ,int n)
{
    int i;
    double s = 0.0;
    for(i=0 ; i<n ; i++)
        s += (sample[i]-mean)*(sample[i]-mean);
    s = s/(n-1);
    return(s);
}
double my_third_moment(double *sample, double mean, int n)
{
    int i;
    double s = 0.0;

```

```

for(i=0 ; i<n ; i++)
  s += (sample[i]-mean)*(sample[i]-mean)*(sample[i]-mean);
s = s/n;
return(s);
}

main()
{
  FILE *out_file;
  int i,j,k,ne;
  double *sx, *hh, *X, far *XX, E_h, var_h, Csx_h, Csx, mean_sx,
var_sx, m3_sx;
  double mean_hh, var_hh, m3_hh, Chh;
  double *cov, *omega, *meanV, *m3V;
  double meanX, varX, m3X, CX;
  unsigned long dim, count;

  seed=initseed;
  out_file = fopen("test2_re.out","a") ;
  if(out_file == NULL)
  {
    printf("Cannot write test2_re.out\n") ;
    exit(1);
  }

  data_input();
  data_output(out_file);
  ne = NUMBER_OF_EVENTS;
  for( i = MINDURATION ; i <=MAXDURATION ; i++)
  {
    Duration = i;
    num_of_heights = Duration/interval;
    inv_n_h = interval/Duration;
    b = b0 + b1*log(Duration);
    sx = (double *)malloc(sizeof(double)*ne);
    hh = (double *)malloc(sizeof(double)*ne);
    if((sx || hh) == NULL)
    {
      printf("malloc error in sx, hh\n ");
      exit(1);
    }
    cov = (double
*)malloc(sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights);
    omega = (double
*)malloc(sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights) ;

```

```

meanV = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
m3V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
if((cov || omega || meanV || m3V) == NULL)
{
    printf("malloc error in cov,omega,meanV,m3V \n ");
    exit(1);
}

calculate(cov,omega,meanV,m3V);
free(cov);
dim = (unsigned long)sizeof(double)*num_of_heights*ne;
X = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
XX = (double far *)farmalloc(dim) ;
if((XX || X) == NULL)
{
    printf("malloc error in X , XX \n ");
    exit(1);
}
count = 0;
for( j=0 ; j<ne ; j++)
{
    sx[j] = gen_event(X,omega,meanV,m3V);
    hh[j] = h ;
    for(k=0 ; k<num_of_heights ; k++)
    {
        XX[count] = X[k];
        count++;
    }
}
free(X);
free(meanV);
free(m3V);
free(omega) ;

/* Calculation of mean,var,C of estimated heights */
E_h = c1*pow(Duration,H+1.0) ;
var_h = c2*pow(Duration,(2.0*H+2.0)) ;
Csx_h = 2.0*pow(var_h,.5)/E_h;
/* Calculation of mean,var,C of generated h */
mean_hh = my_mean(hh,ne);
var_hh = my_var(hh, mean_hh,ne);
m3_hh = my_third_moment(hh, mean_hh, ne);
Chh = m3_hh*ne*ne/(pow(var_hh,1.5)*(ne-1)*(ne-2));
/* Calculation of mean,var,C of calculated sum of heights */
mean_sx = my_mean(sx,ne);

```



```

var_sx = my_var(sx, mean_sx, ne);
m3_sx = my_third_moment(sx, mean_sx, ne);
Csx = m3_sx*ne*ne/(pow(var_sx,1.5)*(ne-1)*(ne-2));

write(out_file,E_h,var_h,Csx_h,mean_hh,var_hh,Chh,mean_sx,var_sx,
Csx);
free(sx);
free(hh);
/*Calculation of mean,var,C of X theoretical*/
meanX= c1*pow(Duration,(H+1.0))*inv_n_h;
varX= cxi(0);
m3X = M3BALAM * 2.0 *varX*varX/meanX ;
CX = m3X/pow(varX,1.5);
write4(out_file,meanX,varX,CX);
/*Calculation of mean,var,C of X*/
meanX = my_mean(XX,count);
varX = my_var(XX,meanX,count);
m3X = my_third_moment(XX,meanX,count);
CX = m3X*ne*ne/(pow(varX,1.5)*(ne-1)*(ne-2));
write2(out_file,meanX,varX,CX);
/*printf(" Duration : %d hours\n",i);*/
farfree(XX);
}
fclose(out_file);
printf("\a\a\a\a\a" );
printf("\a\a\a\a\a" );
printf("\a\a\a\a\a" );
printf("\a\a\a\a\a" );
return(0) ;
}

```

3.param.in

```

H      -0.449
c1      8.74
c2      85.68
b0      0.246
b1     -0.0017
one_interval_m,s2  2.65  11.84
Time_to_separate_events(hours)_c      7
Weibull_Parameters
Winter_kw 1.12 lw      0.78

```

```

Summer_ks1    2.50 ls1  1.35
              ks2  1.25 ls2  0.64
              FDLIM  0.51
Mean_times_for_each_month
              rain_md          drytime_mb-c
jan   5.24                    183.8
feb   3.43                    207.2
mar   6.71                    148.7
apr   5.48                    169.8
may   4.12                    140.6
jun   3.83                    51.3
jul   4.37                    45.2
aug   3.84                    41.2
sep   4.81                    81.7
oct   5.08                   130.5
nov   6.59                   163.0
dec   5.44                   178.6

```

4.genser.c

```

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <alloc.h>
#define M_PI 3.1415926
#define MaxDur 40 /* 40 h max duration*/
#define MaxDry 1250 /* 1250 h max dry time*/
#define KSI -0.2
#define BALAM 1.4

unsigned long seed;
double myrand(void);
double gamma_area(double, double, double);
double parag(int);
double gamma(double);

```

```

/* gamma generators */
#define MISSINGVAL -999

double myrand()
{
    unsigned long a, b, c;
    a = 1673;
    b = 596;
    c = 4294967295;
    seed = (a * seed + b) % c;
    return (double)seed / (double) c;
}

void gen_normal(double mean, double std_dev, double *result)
{
    double f, nrnd1, z;
    z = sqrt(-2.0 * log(myrand()));
    f=2.0 * 3.1415926 * myrand();
    nrnd1=z * cos(f);
    *result=std_dev * nrnd1 + mean;
}

double gamma_gen(double kapa, double lamda, double c, double n)
{
    double fx, y, ui;
    label1:
    fx = myrand();
    if(fx >= n/(n+1.0))
    {
        y = n*kapa - log( (n+1.0)*(1.0-fx) );
        y = y / lamda;
        y = y + c;
    }
    else
    {
        y = pow((n+1.0)/n*fx, 1.0/kapa);
        y = y*n*kapa/lamda;
        y = y+c;
    }
    ui = myrand();
    if(y < c+n*kapa/lamda)
    {
        if( ui < exp( -lamda*(y-c) ) )
            return y;
    }
}

```

```

else
{
    if( ui < exp(-n*kapa)*pow( (y-c)/(n*kapa/lamda), kapa-1.0))
        return y;
}
goto label1;
}

```

```

void gen_gamma(double kapa, double lamda, double c, double
*result)
{
    double acc = 1e-15;
    double GaussLimit = 30.0;
    int k, i;
    double n, rnd1, rnd2, s1, s2, s, product;

    if(kapa < 0.9)
    {
        *result = gamma_gen(kapa, lamda, c, 1.0);
        return;
    }

    s = -3.0;
    if(kapa <= 0.0)
        exit(1);
    if(kapa > GaussLimit)
        gen_normal(kapa / lamda + c, sqrt(kapa) / lamda, result);
    else
    {
        k = (int)floor(kapa);
        n = kapa-k;
        if (n >= 1-acc)
        {
            k = k+1;
            rnd1 = 0.0;
        }
        else
        {
            if(n <= acc)
                rnd1 = 0.0;
            else
            {
                while((s>=1.0)||s<0.0)
                {

```

```

pow(myrand(), 1.0/n);
pow(myrand(), 1.0/(1.0-n));

s1 =
s2 =
s = s1 + s2;

}
rnd1=-((s1/s)*log(myrand()));
}
}
if(k == 0)
rnd2=0.0;
else
{
product = 1;
for(i = 1;i <= k;i++)
product = product * myrand();
rnd2 = -log(product);
}
*result = (rnd1+rnd2)/lamda + c;
}
return;
}

```

```

#define LEAP_YEAR(y) \
(((y) % 4 == 0) && (((y) % 400 == 0) || !((y) % 100 == 0)))

void HDate2Date(HDate, year, month, day, hour, minute)
long HDate;
int *year, *month, *day, *hour, *minute;
{
long TotalDays;
int DaysOfMonth, y = 0, m = 0;

TotalDays = HDate / 1440 + 1;
*hour = (HDate % 1440) / 60;
*minute = (HDate % 1440) % 60;
*year = y = TotalDays / 365;
if(--y)
TotalDays -= y * 365 + y / 4 - y / 100 + y / 400;
while(TotalDays <= 0){
TotalDays += 365 + LEAP_YEAR (y);
--y;
}
y++;
while(TotalDays > 365 + LEAP_YEAR(y)){

```

```

        TotalDays -= 365 + LEAP_YEAR(y);
                y++;
    }
    for(m = 1; TotalDays > (DaysOfMonth = GetDaysOfMonth(m, y));
m++)
        TotalDays -= DaysOfMonth;
    *year = y;
    *month = m;
    *day = TotalDays;
    return;
}

long Date2HDate(year, month, day, hour, minute)
int year, month, day, hour, minute;
{
    long TotalDays;

    year--;
    TotalDays = year * 365 + year / 4 - year / 100 + year / 400;
    for(--month; month > 0; --month)
        TotalDays += GetDaysOfMonth(month, year + 1);
    TotalDays += day - 1;
    return((long) (TotalDays * 1440 + hour * 60 + minute));
}

static int GetDaysOfMonth(month, year)
int month, year;
{
    while(month > 12)
        month -= 12;
    switch(month){
    case 1:
    case 3:
    case 5:
    case 7:
    case 8:
    case 10:
    case 12:
        return(31);
    case 4:
    case 6:
    case 9:
    case 11:
        return(30);
    case 2:

```

```

        return(28 + LEAP_YEAR(year));
    default:
        return(-1);
    }
}
#undef LEAP_YEAR(y)

void graminv(double huge *input,double huge *result,int dim)
{
#define input(i,j) *(input + i*dim + j)
#define result(i,j) *(result + i*dim +j)

    int i,j,k;
    /* upper triangle = 0 */
    for(i=0; i<dim ; i++)
    {
        for(j=i+1; j<dim ; j++)
            result(i,j) = 0.0;
    }

    for(i=0; i< dim ; i++)
    {
        for(j=0; j< i ; j++)
        {
            result(i,j) = input(i,j);
            for(k=0 ; k<j ; k++)
                result(i,j) -= result(j,k)*result(i,k);
            result(i,j) = result(i,j)/result(j,j);
        }
        result(i,i) = input(i,i);
        for(k=0; k< i ;k++)
            result(i,i) -= result(i,k)*result(i,k);
        if(result(i,i)<0.0)
            printf("\n%lf %d\n",result(i,i),dim);
        result(i,i) = pow(result(i,i),.5);
    }
#undef input
#undef result
}

/* multiplication of k*I matrices */
void matrix_mult(m1, m2, m1_m2, row1, col1, col2)
double *m1, *m2, *m1_m2;
int row1, col1, col2;
{

```

```

#define m1(i,j) *(m1 + i*col1 + j)
#define m2(i,j) *(m2 + i*col2 + j)
#define m1_m2(i,j) *(m1_m2 + i*col2 + j)
int i, j, k;
for(i=0; i<row1; i++)
{
    for(j=0; j<col2; j++)
    {
        m1_m2(i,j)=0.0;
        for(k=0; k<col1; k++)
            m1_m2(i,j)+=m1(i,k)*m2(k,j);
    }
}
#undef m1
#undef m2
#undef m1_m2
}

#define TRUE 1
#define FALSE 0
#define LOWERLIM .5
#define UPPERLIM 2.0
#define M3ACCURACY 0.01

#define cov(i,j) *(cov + i*num_of_heights + j)
#define omega(i,j) *(omega + i*num_of_heights + j)

int num_of_heights;
double H, c1, c2, b0, b1, c, interval, Duration, inv_n_h, b;
double EH1, VARH1;
double kw, lw, ks1, ls1, ks2, ls2, FDLIM;
double md[12], mbc[12];

void data_input(long *output1, long *output2)
{
    FILE *in_file ;
    int startyear,startmonth, startday;
    int finalyear,finalmonth, finalday;
    int i;
    in_file = fopen("param.in","r" ) ;
    if(in_file == NULL)
    {
        printf("Cannot find param.in\n") ;
        exit(1) ;
    }
}

```



```

}
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&H);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&c1);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&c2);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&b0);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&b1);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf%[\t]%lf",&EH1,&VARH1);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&c);
fscanf(in_file,"%s");
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf%[\t]%s%[\t]%lf",&kw,&lw);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf%[\t]%s%[\t]%lf",&ks1,&ls1);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf%[\t]%s%[\t]%lf",&ks2,&ls2);
fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf",&FDLIM);
fscanf(in_file,"%s");
fscanf(in_file,"%[\t]%s%[\t]%s");
for(i=0 ; i<12 ; i++)
    fscanf(in_file,"%s%[\t]%lf%[\t] %lf\n",&md[i],&mbc[i]);
printf("\n Enter interval between succeeding incremental depths
in hours \n" );
printf(" e.g. for 15min enter .25 :");
scanf("%lf", &interval);
printf("\nEnter starting date separated by blanks");
printf("\n[day(1-31)] [Month(1-12)] [Year(1-99)] : ");
scanf("%d%[\t]%d%[\t]%d",
&startday,&startmonth,&startyear);
*output1 = Date2HDate(startyear, startmonth, startday, 0, 0);
printf("\nEnter final date separated by blanks");
printf("\n[day(1-31)] [Month(1-12)] [Year(1-99)] : ");
scanf("%d%[\t]%d%[\t]%d",&finalday,&finalmonth,&finalyear);
*output2 = Date2HDate(finalyear,finalmonth, finalday, 0, 0);
fclose(in_file);
}

double weibull(double c,double mbc, double F, double ks, double ls)
{
double b,temp;
b = -log(1.0-F)/ks;
temp = 1.0/ls;
b = pow(b,temp);
b = b*mbc + c;
return(b);
}

long generate_Drytime(long date)
{

```

```

int year, month, day, hour, minute, value;
double F, Drytime=0.0, test;

F = myrand();
HDate2Date(date, &year, &month, &day, &hour, &minute);
if((month>=6) && (month<=9))
{
    if(F <= FDLIM)
        Drytime = weibull(c,mbc[month-1],F,ks1,ls1);
    else
        Drytime = weibull(c,mbc[month-1],F,ks2,ls2);
}
else
    Drytime = weibull(c,mbc[month-1],F,kw,lw);
if (Drytime > MaxDry) Drytime = MaxDry;
value = (int)(Drytime/interval);
test = (Drytime/interval) - value ;
value = (value==0 && test!=0.0)? 1 : value;
Drytime = (test<0.5) ? (double)value*interval :
((double)value+1.0)*interval ;
printf("\nDry Time : %5.2lf", Drytime);
value = (int)(Drytime/24.0);
day += value;
test = (Drytime/24.0 - value)*24.0;
hour += (int)test;
test -= (int)test;
minute += (int)(test*60.0);
return(Date2HDate(year, month, day, hour, minute));
}

long generate_Duration(long date, double *D)
{
int year, month, day, hour, minute, value;
double F, test;
HDate2Date(date, &year, &month, &day, &hour, &minute);
F = myrand();
*D = -md[month-1]*log(1.0-F);
if (*D > MaxDur) *D = MaxDur;
value = (int)(*D/interval);
test = (*D/interval) - value ;
value = (value==0)? 1 : value;
*D = (test<0.5) ? (double)value*interval : ((double)value+1.0)*interval
;
return(Date2HDate(year, month, day, hour, minute+(int)((*D)*60.0)));
}

```

```

double cxi( int ac_lag)
{
    double f, c, temp;
    if( ac_lag == 0)
        f=1.0 ;
    else
    {
        temp = (ac_lag-1 == 0) ? 0 : pow((double)(ac_lag-1),(2.0-b));
        temp = temp + pow((double)(ac_lag+1),(2.0-b));
        temp = temp / 2.0;
        temp = temp - pow((double)ac_lag, (2.0-b));
        f = temp ;
    }
    c = pow(Duration,(2.0*(H+1.0)));
    c = c*inv_n_h*inv_n_h;
    c = c*((c2+c1*c1)*pow(inv_n_h,-b)*f-c1*c1);
    return(c);
}

```

void covcalc(double huge *cov)/* calculation of matrix of autocovariances */

```

{
    int i, j;
    int ac_lag;
    for (i=0; i<num_of_heights; i++)
    {
        for (j=0; j<num_of_heights; j++)
        {
            ac_lag = abs(j-i);
            cov(i,j) = cxi(ac_lag);
        }
    }
}

```

void fill_meanV(omega, Ex, meanV) /* calculation of mean V */

```

double Ex, *meanV, huge *omega;
{
    int i, j;
    double sum;
    meanV[0]=Ex/omega(0,0);
    for (i=1 ; i<num_of_heights ; i++)
    {
        sum = 0.0;
        for (j=0 ; j<i ; j++)

```

```

        sum += omega(i,j)*meanV[j];
    meanV[i] = (Ex - sum)/omega(i,i);
}
}

void fill_m3V(omega,m3_x, m3V) /* calculation of m3V */
double m3_x, *m3V;
double huge *omega;
{
    int i, j;
    double sum;
    m3V[0] = m3_x/(omega(0,0)*omega(0,0)*omega(0,0));
    for (i=1 ;i<num_of_heights ;i++)
    {
        sum = 0.0;
        for(j=0 ;j<i ;j++)
            sum += omega(i,j)*omega(i,j)*omega(i,j)*m3V[j];
        m3V[i] = (m3_x - sum)/(omega(i,i)*omega(i,i)*omega(i,i));
        if((m3V[i] >= -M3ACCURACY) && (m3V[i] <= M3ACCURACY))
            m3V[i] = 0.01 ;
    }
}

void h_gener(double *result) /* generation of h(Duration) */
{
    double E_h, var_h ,kapa,lamda ;
    E_h = c1*pow(Duration,H+1.0) ;
    var_h = c2*pow(Duration,(2.0*H+2.0)) ;
    kapa = E_h*E_h/var_h;
    lamda = E_h/var_h;
    gen_gamma(kapa, lamda, 0.0, result) ;
}

void write_first(long date, FILE *OutFile)
{
    int year, month, day, hour, minute;
    HDate2Date(date, &year, &month, &day, &hour, &minute);
    fprintf(OutFile,"# RESULTS \n" );
    fprintf(OutFile,"#-----\n# " );
    fprintf(OutFile,"\n# Scaling model parameters : \n# " );
    fprintf(OutFile,"\n# H : %10.3lf \n# c1 : %10.3lf \n# c2 : %10.3lf \n#
b0 : %10.3lf \n# b1 : %10.3lf \n# "
, H,c1,c2,b0,b1 ) ;
    fprintf(OutFile,"\n%5.3lf 0.00 %d %d
%d\n",interval,day,month,year+1900);
}

```

```

fprintf(OutFile, "\n#          GENERATED EVENTS \n#");
fprintf(OutFile, "-----\n#\n" );
}

void data_output( double *depths, FILE *OutFile, int counter, long
date)
{
int i, j, year, month, day, hour, minute, sum;
double hour1=0.0;
HDate2Date(date, &year, &month, &day, &hour, &minute);
hour1 = (double)(hour + minute/60.0);
sum = 0;
for(i = 0 ;i < num_of_heights ;i++)
    sum += (int)depths[i];
i=0;
fprintf(OutFile, "\n%4d %4.2lf %2d %2d %4d %3d %3d "
,counter,hour1,day,month,1900+year,num_of_heights-i,sum);
for(j=i; j<num_of_heights ; j++)
{
    fprintf(OutFile, "%3.0lf ", depths[j]);
    if(j==num_of_heights-1)
        goto endprint;
    if(((j-i+1) % 10) == 0.0)
        fprintf(OutFile, "\n
");
}
endprint :
    fprintf(OutFile, "-1");
}

/*void data_output( double *depths, FILE *OutFile, int counter, long
date)
{
int i, j, year, month, day, hour, minute, sum;
double hour1=0.0;
HDate2Date(date, &year, &month, &day, &hour, &minute);
hour1 = (double)(hour + minute/60.0);
sum = 0;
for(i = 0 ;i < num_of_heights ;i++)
    sum += (int)depths[i];
i=0;
fprintf(OutFile, "\n%4d %4.2lf %2d %2d %4d %3d %3d "
,counter,hour1,day,month,1900+year,num_of_heights-i,sum);
for(j=i; j<num_of_heights ; j++)

```

```

        fprintf(OutFile,"%3.0lf ",depths[j]);
        fprintf(OutFile,"-1");
} */

void roundoff1(double *input,int row)
{
int i, temp;
for(i=0 ; i<row ; i++)
{
temp = (int)(pow(input[i],BALAM)-KSI+0.5);
input[i] = (temp<0) ? 0.0 : (double)temp;
}
}
int evgen(double *X)
{
double *meanV, *m3V, *V;
double huge *cov,huge *omega;
int i,j, done = TRUE, hmin;
double Ex,var_x, m3_x, h, S, kappa, lamda, ce;
unsigned long counter=0 ;

/* calculation of matrix of autocovariances */
cov = (double huge *)farmalloc((unsigned
long)sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights);
if(cov == NULL)
{
printf("Cannot malloc cov\n ");
exit(1);
}
covcalc(cov);

/* deconvolution of cov ==>> omega[i][j] */
omega = (double huge *)farmalloc((unsigned
long)sizeof(double)*num_of_heights*num_of_heights) ;
if(omega == NULL)
{
printf("Cannot malloc omega\n ");
exit(1);
}
graminv(cov,omega,num_of_heights);
farmfree(cov);

Ex = c1*pow(Duration,(H+1.0))*inv_n_h;

meanV = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;

```

```

if(meanV == NULL)
{
    printf("Cannot malloc invomega or meanV\n ");
    exit(1);
}
fill_meanV(omega, Ex, meanV);

/* calculation of m3V */
var_x= cxi(0);
m3_x = 2.0*var_x*var_x/Ex ;
m3V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
if(m3V == NULL)
{
    printf("Cannot malloc m3V \n ");
    exit(1);
}
fill_m3V(omega,m3_x,m3V) ;

/* generation of V[i] and final depths XX[i] */
V = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
if(V == NULL)
{
    printf("Insufficient memory for V or X \n ");
    exit(1);
}

/* generation of h(Duration) */
hmin = (num_of_heights == 1) ? 1 : ((num_of_heights-
2)/(int)(c/interval) +2);
h_gener(&h);
h = ((int)(h+0.5) < hmin) ? (double)hmin : (double)((int)(h+0.5));

while(!done == FALSE)
{
    counter++;
    for(i=0; i<num_of_heights; i++)
    {
        kappa = 4/(m3V[i]*m3V[i]);
        lamda = fabs(2.0/m3V[i]) ;
        ce = meanV[i] - lamda ;
        gen_gamma(kappa,lamda, ce , &V[i]) ;
/* generation of V[i] */
        if( m3V[i] < 0.0 )
            V[i] = 2*meanV[i] -V[i] ;
    }
}

```

```

for (i=0; i<num_of_heights; i++)
    X[i] = 0.0 ;

/* X[i]=omega[i][j]*V[i]      */
matrix_mult(omega, V, X, num_of_heights,num_of_heights,1);

/* normalisation of X[i] and generation of final XX[i] */
    S = 0.0;
for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
{
    X[i] =(X[i] < 0.0) ? 0.0 : X[i];
    S += X[i];
}
if (S == 0.0) S = 1.0;
if ((h/S) >= LOWERLIM && (h/S) <= UPPERLIM )
{
    for(i=0 ; i<num_of_heights ; i++)
        X[i] = (X[i]/S)*h ;

    roundoff1(X,num_of_heights);
    k=0;
    while(k++<=50)
    {
        if (X[0] < 1.0)
            X[0] = 1.0;
        if (X[num_of_heights-1] < 1.0)
            X[num_of_heights-1] = 1.0;

        for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
        {
            if(X[i]!=0.0)
                j=0;
            else
            {
                j++;
                if(((double)j)*interval > c)
                {
                    X[i]=1.0;
                    j=0;
                }
            }
        }
    }
    S = 0.0;
    for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)

```



```

        S += X[i];
    for(i=0 ; i<num_of_heights ; i++)
    {
        X[i] = (X[i]/S)*h ;
        X[i] = (double)((int)(X[i]+0.5));
    }
    S = 0.0;
    for(i=0 ; i<num_of_heights ;i++)
        S += X[i];
    if(S-h==0.0) goto endloop ;
}
endloop :
    done = FALSE;

}
else
{
    if(counter > 1000)
    {
        printf("\nh/s not satisfied after 1000 repetitions\n
Change of Duration\n");
        return(1);
    }
    done = TRUE ;
}
}
free(m3V);
free(omega) ;
free(V) ;
return(0);
}

main()
{
    FILE *out_file ;
    int eventcount=0, test;
    int evgen();
    long sdate, fdate, current_date, savedate;
    long generate_Drytime(),generate_Duration();
    double *X;

    data_input(&sdate, &fdate);
    seed=152;
    current_date = sdate;

```

```

out_file = fopen("g_event.out","a") ;
if(out_file == NULL)
{
    printf("Cannot write g_evnt.out\n") ;
    exit(1);
}
write_first(sdate,out_file);

while(current_date <= fdate)
{
    ++eventcount;
    printf ("%d \n", eventcount);
    current_date = generate_Drytime(current_date);
    savedate = current_date;
    do
    {
        current_date = generate_Duration(savedate, &Duration);
        printf("\nDuration : %lf\n",Duration);
        num_of_heights = (int)(Duration/interval);
        inv_n_h = interval/Duration;
        b = b0 + b1*log(Duration);
        X = (double *)malloc(sizeof(double)*num_of_heights) ;
        if(X == NULL)
        {
            printf("Cannot malloc X \n ");
            exit(1);
        }
        test = evgen(X);
        if(!test)
            data_output(X,out_file,eventcount, savedate);
        free(X) ;
    }
    while(test);
}
fprintf(out_file,"\n-10\n");
printf("\nProgram terminated");
fclose(out_file);
return(0);
}

```

5.correl.c

/* correl.c : Program to calculate the Correlation Integral $C(r)$ for various distances r and Embedding Dimensions m .
Writer : Demetris Pachakis May 1995.
This program is based on the algorithm introduced by Peter Grassberger in the paper "An optimised box-assisted algorithm for fractal dimensions" Physics Letters A Vol.148(1990), num.1,2 p. 63-68. The initial program was converted in standard C and some functional modifications were made.

Arguments

input : ASCII file with input.

long kmax : total number of data .

float eps : the largest distance up to which pairs of data are considered as

neighbours . eps must be between 1 and

$1/\text{int}(\text{sqrt}(\text{kmax}))$.

int min_delay : the minimal delay in units of delay time for which pairs are to

be included in the correlation sum .

int tau : time lag in units of delay time between successive coordinates in the

state vector.

output : ASCII file with output.

Parameter

M_EMBED : maximal embedding dimension up to which the correlation integral

is calculated.

Variables

double X(i) : ith data element .

int m : embedding dimension of the compared pairs of vectors .

long MM(m,i) : percentage of vectors of emb. dimension m and distance less than $2^{(-0.5*i)}$. Maximum norm is used.

Usage
correl input kmax eps min_delay tau output
*/

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define VERYBIG 100000.0
#define VERYSMALL -100000.0
#define M_EMBED 16
#define MM(i,j) *(MM + 64*(i-2) + j)
#define box(i,j) *(box +(logimax+1)*i + j)
#define llist(i) *(llist + i-1)
#define X(i) *(X+i-1)

unsigned long m_atol(char *s)
{
    int i;
    unsigned long n=0;
    for (i = 0; s[i] >= '0' && s[i] <= '9'; i++)
        n = 10*n + s[i] - '0';
    return(n);
}

void normalise(double *input, unsigned long num)
{
    unsigned long i;
    double max, min, range;
    max = VERYSMALL;
    min = VERYBIG;
    for(i=0 ; i<num ; i++)
    {
        max = (input[i] > max) ? input[i] : max;
        min = (input[i] < min) ? input[i] : min;
    }
    range = max-min;
    for(i = 0; i < num; i++)
```

```

    input[i] = (input[i]-min)/range;
}

void correl(X, kmax, eps, min_delay, tau, MM)
double *X;
unsigned long kmax;
float eps;
int min_delay, tau;
double *MM;
{
    int logimax = (int)sqrt(kmax);
    unsigned long k, kp, kpn, *l1list, *box, ii;
    int i, m, j, i1, i2, j1, l1, j2, l2, logdx ;
    double epsinv, x1, x2, dx, dx2, constant;

    box = (unsigned long *)malloc((long)(sizeof(unsigned
long)*(logimax+1)*(logimax+1)));
    l1list = (unsigned long *)malloc((long)(sizeof(unsigned long)*kmax));
    if ((box==NULL) || (l1list==NULL))
        {
            printf("not enough memory to open box or l1list\n");
            exit(1);
        }

    for(m = 2; m<= M_EMBED ; m += 2)
        for(i=0 ; i<=127 ; i++)
            MM(m,i) = 0;
    for(i = 0; i < logimax+1 ; i++)
        for(j = 0 ; j < logimax+1 ; j++)
            box(i,j) = 0;
    for(ii = 1 ; ii <= kmax ; ii++)
        l1list(ii) = 0;

    constant = -2.0/log10(2.0);
    epsinv = 0.9999999999/eps;

    for(k=1 ; k<=kmax-tau ; k++)
    {
        x1 = X(k);
        i1 = abs(x1*epsinv);
        x2 = X(k + tau);
        i2 = abs(x2*epsinv);
        for(j1=i1-1 ; j1<=i1+1 ; j1++)
        {
            l1=j1;

```

```

for(j2=i2-1 ; j2<=i2+1 ; j2++)
{
  l2 = j2;
  kp = ((l1<0) || (l2 < 0) ) ? 0 : box(l1,l2);
  if((kp>0) && (kp<(k-min_delay)))
  {
    definedx :
    dx = fabs(x1-X(kp));
    if(dx<=eps)
    {
      dx2 = fabs(x2-X(kp+tau));
      if(dx2<=eps)
      {
        m = 2;
        dx = (dx>dx2)? dx : dx2;
        conditional :
        if(dx<1.0e-19)
          logdx = 127;
        else
          logdx = (int)(constant*log10(dx));
        increaseMM :
        MM(m,logdx) += 1.0;
        if(m<M_EMBED)
        {
          m += 2;
          if( (k+(m-1)*tau)>kmax || (kp+(m-1)*tau)>kmax
          )
          dx2 = 50.0;
          else
          dx2 = fabs(X(k+(m-1)*tau)-X(kp+(m-
1)*tau));
          if(dx2<=eps)
          {
            if(dx2>dx)
            {
              dx = dx2;
              goto conditional;
            }
            else
              goto increaseMM ;
          }
        }
      }
    }
  }
  kp = llist(kp);
}

```

```

        if( (kp>0) && (kp<(k-min_delay)) )
            goto definedx;
    }
}
kpn = box(i1,i2);
if(kpn==0)
    box(i1,i2) = k;
else
{
    do
    {
        kp = kpn;
        kpn = llist(kp);
    }
    while(kpn > 0);
    llist(kp) = k;
}
}

for(m=2 ; m<=M_EMBED ; m += 2)
    for(i=126 ; i>=0 ; i--)
        MM(m,i) += MM(m,i+1);

free(box);
free(llist);
}

int main (int argc,char *argv[])
{
    FILE *f1,*f2,*fopen();
    int min_delay, tau, m;
    double *X;
    float eps;
    unsigned long kmax, i, size;
    double *MM;

    if (argc < 7)
    {
        printf("please specify kmax,0<eps<1, min_delay, tau>=1 as
arguments\n");
        printf("correct use correl input kmax eps min_delay tau output");
        exit(0);
    }
}

```

```

f1 = fopen(argv[1],"r");
if (f1 == NULL)
{
    printf("cannot open input file\n");
    exit(1);
}

kmax = m_atol(argv[2]);
eps = atof(argv[3]);
if((eps==0.0) || (eps>1.0) || (eps<1.0/(int)sqrt(kmax)))
{
    printf("eps must be <1 & >0 and >= %5.4f .Try
again\n",1.0/(int)sqrt(kmax) );
    exit(0);
}
min_delay = atoi(&argv[4]);
tau = atoi(argv[5]);
if(tau<=0)
{
    printf("tau must be >=1 .Try again\n");
    exit(0);
}
size = (unsigned long)sizeof(double)*kmax;
X = (double *)malloc(size);
if (X == NULL)
{
    printf("not enough memory to open X \n");
    exit(1);
}
for(i = 1 ; i <= kmax ; i++)
{
    if(feof(f1)!=0)
    {
        printf("Correct number of data kmax :%ld\n",i-1);
        printf("Try again with correct kmax\n");
        fclose(f1);
        exit(1);
    }
    fscanf(f1,"%*[ \t\n]%lf",&X(i));
}
fclose(f1);

normalise(X,kmax);

MM = (double *)malloc(sizeof(double)*(int)(M_EMBED*0.5)*128);

```



```

if (MM == NULL)
{
    printf("not enough memory to open MM\n");
    exit(1);
}

correl(X, kmax, eps, min_delay, tau, MM);
free(X);

f2 = fopen(argv[6],"w");
if (f2 == NULL)
{
    printf("cannot open correl.out\n");
    exit(1);
}
for(m = 2 ; m <= M_EMBED ; m += 2)
{
    fprintf(f2,"Embedding Dimension : %d\n", m);
    for(i = 0 ; i <= 127 ; i++)
    {
        if(MM(m,i)!=0.0)
            fprintf(f2,"%10.9le\t%10.9lf\n ",pow(2.0,-0.5*i)

,MM(m,i)/MM(m,0));
    }
}

fclose(f2);
free(MM);
return(0);
}

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Συμπληρωματικές Εργασίες

A Scaling Model of a Storm Hyetograph

DEMETRIS KOUTSOYIANNIS

Division of Water Resources, Department of Civil Engineering, National Technical University of Athens, Athens, Greece

EFI FOUFOULA-GEORGIU

St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, Department of Civil and Mineral Engineering, University of Minnesota, Minneapolis

Empirical evidence suggests that statistical properties of storm rainfall at a location and within a homogeneous season have a well-structured dependence on storm duration. To explain this dependence, a simple scaling model for rainfall intensity within a storm was hypothesized. It was shown both analytically and empirically that such a model can explain reasonably well the observed statistical structure in the interior of storms, thus providing an efficient parametrization of storms of varying durations and total depths. This simple scaling model is also consistent with, and provides a theoretical basis for, the concept of mass curves (normalized cumulative storm depth versus normalized cumulative time since the beginning of a storm) which are extensively used in hydrologic design. In contrast, popular stationary models of rainfall intensity are shown unable to capture the duration dependent statistical structure of storm depths and are also inconsistent with the concept of mass curves.

1. INTRODUCTION

This paper deals with the analysis and modeling of the stochastic structure of rainfall intensities within storms of varying duration. Storms are defined here as rainfall events which are independent of each other as based, for example, on Poisson storm arrivals. The need to parametrize the time distribution of storms which are "similar" apart from total storm depth and storm duration arose very early, and the concept of mass curves, i.e., nondimensional cumulative storm depth versus nondimensional cumulative time since the beginning of a storm, has been extensively used for hydrologic design [e.g., *Grace and Eagleson*, 1966, p. 90; *Huff*, 1967; *Eagleson*, 1970, p. 194; *Pilgrim and Cordery*, 1975]. The idea behind those efforts was the recognition that for a particular location or within a meteorologically homogeneous region and for a homogeneous season, storms are expected to exhibit similarities in their internal structure despite their different durations and total storm depths. In addition, the concept of normalized mass curves was adopted in some advanced rainfall models, such as those of *Bras and Rodriguez-Iturbe* [1976], *Hjelmfelt* [1981], and *Woolhiser and Osborn* [1985].

Empirical evidence from this and other studies (see sections 5 and 6) regarding the dependence of the statistical properties of incremental and total storm depths on storm duration led us to the hypothesis of a simple scaling model for the instantaneous rainfall intensity within a storm with storm duration as the scaling parameter. This model is thoroughly examined in this paper, and the properties of the total storm depth and incremental rainfall depths are analytically derived and are used for model fitting and model evaluation. Another motivation for examining the simple scaling model is that it is consistent with, and provides a good theoretical basis for, the concept of mass curves which

are very often used in hydrologic applications and rainfall modeling.

Most of the available continuous time rainfall models, e.g., the Neyman-Scott model [e.g., *Kavvas and Delleur*, 1981; *Rodriguez-Iturbe et al.*, 1984], used to describe rainfall intensities are stationary. In this paper we show that any stationary model is unable to capture the duration dependent statistical structure of rainfall intensities and is also inconsistent with the concept of mass curves.

This paper is structured as follows. Section 2 introduces notation. In section 3 the simple scaling model for instantaneous rainfall intensities within a storm is presented. The statistical properties of the total storm depth and incremental storm depths, e.g., hourly depths, are derived in section 4. In section 5 some important properties implied by the model structure are compared with features of rainfall documented in the literature. In section 6 the simple scaling model is fitted to hourly data from 89 storms in Chalará, Greece, and the performance of the model is evaluated in terms of its ability to capture statistical properties not explicitly used for model fitting. In section 7, two stationary models of instantaneous rainfall intensity are examined, and it is shown both analytically and empirically that these models are not able to reproduce some of the observed characteristics of storm rainfall that the simple scaling model is able to describe. In section 8 the connection of simple scaling models to mass curves is examined, and it is shown that mass curves are consistent with the hypothesis of simple scaling but are inconsistent with the assumption of any stationary model for instantaneous rainfall intensities. Finally, in section 9 the scaling model is applied to generating synthetic storm hyetographs and mass curves which are shown to compare well with the corresponding empirical ones. Some concluding remarks are given in section 10.

2. TERMINOLOGY AND PRELIMINARIES

Let D denote the duration of a storm and $\xi(t, D)$, $0 \leq t \leq D$, the rainfall intensity process within the storm duration.

Copyright 1993 by the American Geophysical Union.

Paper number 93WR00395.
0043-1397/93/93WR-00395\$05.00

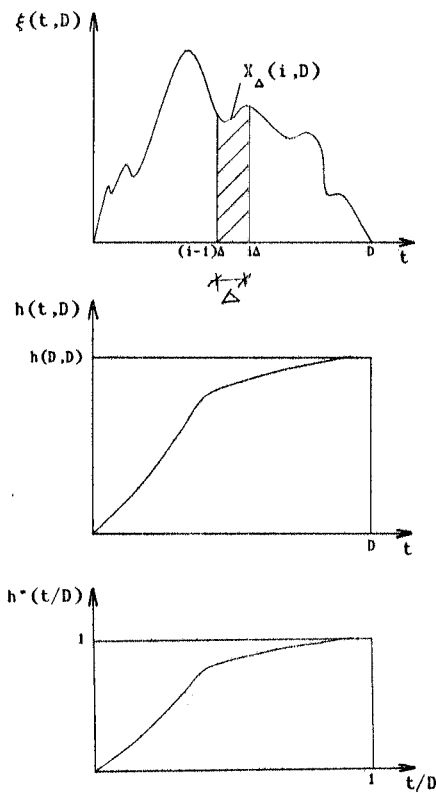


Fig. 1. Definition of terms.

Let $h(t, D)$ denote the cumulative rainfall depth process defined as

$$h(t, D) = \int_0^t \xi(s, D) ds, \quad 0 \leq t \leq D \quad (1)$$

and $X_{\Delta}(i, D)$ denote the incremental rainfall depth in the interval $((i - 1)\Delta, i\Delta)$ i.e.,

$$X_{\Delta}(i, D) = \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \xi(t, D) dt \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2)$$

where k is the integer part of D/Δ (see Figure 1). It is assumed that within a meteorologically homogeneous region and season every storm of duration D can be considered as a realization of an ensemble characterized by that duration. Note that the process $\xi(t, D)$ is a process of finite duration ($0 \leq t \leq D$), and thus its ensemble average is, in fact, a function of the duration D .

Let $\eta_{\xi}(t, D)$ denote the ensemble average of $\xi(t, D)$, i.e.,

$$\eta_{\xi}(t, D) = E[\xi(t, D)] \quad (3)$$

and $R_{\xi}(t_1, t_2; D)$ the second-order product moment of $\xi(t, D)$ in the interval of a storm event, i.e.,

$$R_{\xi}(t_1, t_2; D) = E[\xi(t_1, D)\xi(t_2, D)] \quad (4)$$

$$0 \leq t_1, t_2 \leq D$$

where again expectation refers to ensemble average. The covariance function of $\xi(t, D)$ is then given as

$$C_{\xi}(t_1, t_2; D) = \text{Cov} [\xi(t_1, D)\xi(t_2, D)] = R_{\xi}(t_1, t_2; D)$$

$$- \eta_{\xi}(t_1, D)\eta_{\xi}(t_2, D) \quad (5)$$

In a similar manner we define the statistical properties of the cumulative depth process $h(t, D)$, i.e., $\eta_h(t, D)$, $R_h(t_1, t_2; D)$, and $C_h(t_1, t_2; D)$, and those of the incremental depth process $X_{\Delta}(t, D)$ i.e., $\eta_{X_{\Delta}}(i, D)$, $R_{X_{\Delta}}(i, j; D)$, and $C_{X_{\Delta}}(i, j; D)$.

3. SCALING MODEL OF STORM INTENSITIES

The hypothesis is set forward that the process of instantaneous rainfall intensities within a storm, i.e., $\xi(t, D)$, $0 \leq t \leq D$ is a self-similar (simple scaling) process with scaling exponent H , i.e.,

$$\{\xi(t, D)\}^d = \{\lambda^{-H}\xi(\lambda t, \lambda D)\} \quad (6)$$

where the above equality is in terms of the finite-dimensional probability distribution, i.e.,

$$\begin{aligned} Pr[\xi(t_1, D) \leq x_1, \dots, \xi(t_n, D) \leq x_n] \\ = Pr[\lambda^{-H}\xi(\lambda t_1, \lambda D) \leq x_1, \dots, \\ \lambda^{-H}\xi(\lambda t_n, \lambda D) \leq x_n], \end{aligned} \quad (7)$$

$$0 \leq t_1, \dots, t_n \leq D$$

(see, for example, Lamperti [1962], where, however, infinite-duration stochastic processes are considered). Consequently, the k th moment of $\xi(t, D)$ is given as

$$E[\xi(t, D)^k] = \lambda^{-Hk} E[\xi(\lambda t, \lambda D)^k] \quad (8)$$

and the (k, l) second product moment as

$$\begin{aligned} E[\xi(t_1, D)^k \xi(t_2, D)^l] \\ = \lambda^{-H(k+l)} E[\xi(\lambda t_1, \lambda D)^k \xi(\lambda t_2, \lambda D)^l] \end{aligned} \quad (9)$$

An intuitive feeling of the notion of scaling in (6) can be obtained from Figure 2 where, for example, if $D_2 = \lambda D_1$ then under appropriate scaling of time, i.e., $t_2 = \lambda t_1$, the statistical (ensemble) properties of the rainfall intensity in storms of duration D_2 are related to the corresponding

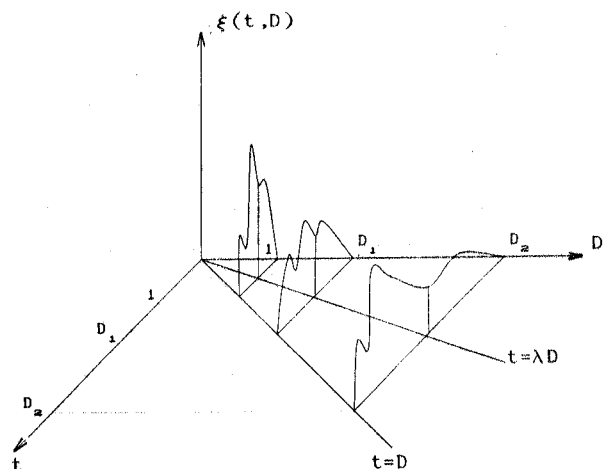


Fig. 2. Schematic for explanation of scaling.

statistical properties of the rainfall intensity in storms of duration D_1 according to (7).

It is noted that by setting $\lambda = 1/D$ in (6) we obtain

$$\{\xi(t, D)\}^d = \{D^H \xi(t/D, 1)\} \quad (10)$$

where $\xi(t/D, 1)$ represents the intensity process of a storm event normalized to unit duration. It is then realized from (10) that the hypothesis of scaling implies that the statistical properties of the rainfall intensity in storms of any duration can be obtained by appropriate scaling of the statistical properties of the rainfall intensity in a storm normalized to unit duration.

For reasons of simplicity we will assume that the process $\xi(t, D)$ is stationary within a storm event, i.e., the finite-dimensional distribution function is invariant to time translation within a storm,

$$\{\xi(t, D)\}^d = \{\xi(t + \tau, D)\} \quad 0 \leq t, t + \tau \leq D \quad (11)$$

Note that this is a weak stationarity condition in that it represents stationarity of $\xi(t, D)$ only within storm events of a fixed duration and not over any storm independent of duration (or over the whole time axis), which would imply

$$\{\xi(t)\}^d = \{\xi(t + \tau)\} \quad (12)$$

as most available rainfall intensity models, e.g., the Neyman-Scott model, assume.

The weak stationarity assumption (11) should not be considered as a structural constraint of the simple scaling model but rather as a convenient simplification. The data examined, as well as other data [e.g., Grace and Eagleson, 1966, p. 90], are not far from this assumption. Note that this assumption results in a "mean" mass curve which is a straight line. Apparently, however, any mass curve derived by the use of the model as a realization of a stochastic function characterizing the mass curves (see development in section 8 and application in section 9) will not be a straight line, but it will have a nonlinear shape in agreement with empirical evidence.

Under our assumption the ensemble statistical properties of the process $\xi(t, D)$ do not depend on t for a given duration D , and the ensemble statistical properties of $\xi(t/D, 1)$ are independent of t and D . Let us define as c_1 the ensemble mean of the process $\xi(t/D, 1)$, i.e.,

$$c_1 = E[\xi(t/D, 1)] \quad (13)$$

Since $\xi(t/D, 1)$ is stationary we also define

$$\phi(\tau/D) = E[\xi(t/D, 1)\xi((t + \tau)/D, 1)] \quad (14)$$

Based on the above relations and (6) the ensemble statistical properties of $\xi(t, D)$ can be written as

$$E[\xi(t, D)] = c_1 D^H \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_\xi(\tau; D) &= \text{Cov} [\xi(t, D), \xi(t + \tau, D)] \\ &= (\phi(\tau/D) - c_1^2) D^{2H} \end{aligned} \quad (16)$$

These equations imply that under the hypothesis of simple scaling (equation (6)) and the assumption of stationarity

within an event (equation (11)) the statistical properties of $\xi(t, D)$ can be obtained from the statistical properties of the normalized to unit duration process $\xi(t/D, 1)$ and a scale-changing transformation which is a power law of the storm duration. Note that the mean of the rainfall intensity process depends on the duration according to a power law with exponent H , while the covariance of the rainfall intensity process is also a power law of duration with exponent $2H$. Higher product moments follow similar relationships as implied by (10).

4. PROPERTIES OF TOTAL AND INCREMENTAL STORM DEPTHS

To be able to test the hypothesis of scaling for $\xi(t, D)$ using available rainfall data, the statistical properties of incremental and total storm depths need to be derived. In this section we show that both total storm depths $h(D, D)$ and incremental storm depths $X_\Delta(i, D)$ follow simple scaling laws, and expressions for their mean and covariance are derived.

4.1. Cumulative and Total Storm Depths

It can be shown (see Appendix A) that under some rather mild restrictions on the covariance of $\xi(t, D)$ the cumulative rainfall depth process $h(t, D)$ is also a simple scaling process with exponent $H + 1$, i.e.,

$$\{h(t, D)\}^d = \{\lambda^{-(H+1)} h(\lambda t, \lambda D)\} \quad (17)$$

Setting $t = D$ and $\lambda = 1/D$ in the above equation we obtain

$$\{h(D, D)\}^d = \{D^{H+1} h(1, 1)\} \quad (18)$$

Noting that $E[h(1, 1)] = c_1$ and defining

$$c_2 = \text{Var} [h(1, 1)] \quad (19)$$

we can write the ensemble mean and variance of the total storm depth as

$$E[h(D, D)] = c_1 D^{H+1} \quad (20)$$

$$\text{Var} [h(D, D)] = c_2 D^{2(H+1)} \quad (21)$$

Note that as a result of the simple scaling model for rainfall intensities, the coefficient of variation of the total storm depth is constant and equal to $(c_2)^{1/2}/c_1$.

4.2. Incremental Storm Depths

The incremental storm depth at discrete time $t = i$, i.e., $X_\Delta(i, D)$ defined in (2), can be written as the difference of cumulative storm depths as

$$X_\Delta(i, D) = h(i\Delta, D) - h((i-1)\Delta, D) \quad (22)$$

In view of the scaling of $h(t, D)$ (equation (17)) the discrete-time incremental depth process $X_\Delta(i, D)$ is also scaling, i.e.,

$$\{X_\Delta(i, D)\}^d = \{\lambda^{-(H+1)} X_{\lambda\Delta}(\lambda i, \lambda D)\} \quad (23)$$

It is easy to show that the ensemble mean of $X_\Delta(i, D)$ is

$$E[X_\Delta(i, D)] = c_1 \Delta D^H = c_1 \delta D^{H+1} \quad (24)$$

where $\delta = \Delta/D$. After some algebraic manipulations (see Appendix B), one can derive the variance of $X_\Delta(i, D)$ as

$$\text{Var} [X_\Delta(i, D)] = [\psi(0; \delta) - c_1^2 \delta^2] D^{2(H+1)} \quad (25)$$

where

$$\psi(0; \delta) = 2 \int_0^\delta \phi(y)(\delta - y) dy \quad (26)$$

Similarly (see Appendix B), the covariance can be derived as

$$\begin{aligned} C_{X_\Delta}(m; D) &= \text{Cov} [X_\Delta(i, D), X_\Delta(i+m, D)] \\ &= [\psi(m; \delta) - c_1^2 \delta^2] D^{2(H+1)} \end{aligned} \quad (27)$$

where

$$\begin{aligned} \psi(m; \delta) &= \int_{(m-1)\delta}^{m\delta} (y - (m-1)\delta) \phi(y) dy \\ &+ \int_{m\delta}^{(m+1)\delta} ((m+1)\delta - y) \phi(y) dy \quad m > 0 \end{aligned} \quad (28)$$

The autocorrelation function can then be written as

$$\rho_{X_\Delta}(m; D) = \frac{\psi(m; \delta) - c_1^2 \delta^2}{\psi(0; \delta) - c_1^2 \delta^2} \quad (29)$$

It is interesting to note that as a manifestation of the scaling hypothesis for $\xi(t, D)$ the autocorrelation function of the incremental depth process depends on $\delta = \Delta/D$, that is, on the integration interval normalized by storm duration, and it does not depend directly on the storm duration or the integration interval, nor on the scaling exponent H .

5. DISCUSSION OF MODEL PROPERTIES AND RAINFALL FEATURES REPORTED IN LITERATURE

Before we embark on the details of fitting the proposed model to a specific data set and evaluating its performance (section 6) as well as theoretically and empirically comparing it to stationary models (section 7) we prefer to provide a little more insight into some important properties implied by the model structure and compare these properties with features of rainfall documented in the literature. Particularly, we will focus on the average intensity of a storm, the coefficient of variation of the total storm depth or the average intensity, and the correlation structure of incremental depths. Later, in section 8, we will examine the model consequences regarding the normalized mass curves. In both sections we will illustrate that the proposed model, in spite of its novel mathematical formulation, describes adequately well-known features of rainfall and is in agreement with some models while in disagreement with others.

5.1. Average Intensity of Storm

As results from (20), the time average intensity of a storm $\bar{i}(D)$ is a function of the duration with expected value given by

$$E[\bar{i}(D)] = c_1 D^H \quad (30)$$

The model allows H to take either positive, zero, or negative (but greater than -1) values. In the first case we have a mean intensity which is an increasing function of duration, while in the second the mean intensity is constant and independent of duration. The third case seems to be the most frequent, that is, a negative correlation of duration and mean intensity is common as will be discussed below. Note in that case when $D \rightarrow 0$ it is easily shown that all the statistical moments of both the instantaneous and time-averaged intensity go to ∞ . However, this is not a problem since the total depth $h(D, D) \rightarrow 0$, as follows from (20) and (21). Thus with $D \rightarrow 0$ when $D = 0$ we have a rainfall impulse with an infinite intensity but zero total depth, which seems to be reasonable. Recall that other models (e.g., Poisson white noise or Neyman-Scott white noise model [see Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1984]) use the concept of rainfall impulses with duration.

The dependence of total storm depth or mean intensity on the duration of a storm has been investigated in several earlier studies. For example, *Grace and Eagleson* have studied summer storm data of Truro, Nova Scotia, St. Johnsbury, Vermont. After classifying the storms into three types (trace, moderate, and peaked storms) they established linear regression relationships between storm depth and duration of the form (keeping the notation of the present study)

$$E[h(D, D)] = aD + b$$

where a and b are parameters estimated by linear regression using all the data of each type. From this equation it follows that

$$E[\bar{i}(D)] = a + b/D$$

which is a hyperbolic form not practically different from a power law (as shown in their figures the power relationship may be used as well). Depending on the sign of b , the mean intensity can be a decreasing ($b > 0$) or increasing ($b < 0$) function of D . In five of the six cases studied by the authors (three stations times three types), b was positive, which corresponds to a negative scaling exponent H , and in one case b was negative, which corresponds to a positive H . Similar to the analysis of *Woolhiser and Osborn* (1987), closer to the present study is the approach and the results of *Hershenhorn and Woolhiser* [1987], who studied a data set of summer (July and August) storms from a rural area at Walnut Gulch Experimental Watershed, Arizona. In order to determine the conditional distribution of duration given the storm depth, they adopted a linear regression relationship between logarithms of depths (minus a lower threshold) and durations. This relationship is equivalent to a power law relationship of the untransformed quantities similar to (30). A conclusion on the correlation between mean intensity and duration does not result directly from their study. However, their regression made concerns duration versus depth; the inverse regression is not seen in their paper. However, it seems that there is a positive correlation between duration and intensity (intensity increasing with duration) which corresponds to a positive scaling exponent.

The above literature findings as well as the results of the scaling model are in disagreement with any stationary model, i.e., a model which does not assume any dependence of instantaneous or incremental rainfall intensity

duration (see also section 7). In the case of a stationary model the mean intensity is obviously a constant, independent of duration. This may seem at first view as a special case of the scaling model with zero scaling exponent. However, as will be shown later, the scaling model is structurally different from any stationary model.

5.2. Coefficient of Variation of Storm Depth or Average Intensity

As pointed out in section 4.1, a consequence of the scaling assumption is that the standard deviation of the total storm depth (or, equivalently, of the average intensity) is expressed as a power law of duration. This power law is exactly the same as the power law of the expected value of the depth (or average intensity) versus duration. Thus the coefficient of variation is constant and equal to $(c_2)^{1/2}/c_1$. As will be shown later, this property is strongly supported by the data used in this study (see Figure 4). In addition, this property is consistent with other data sets and models of the literature.

Grace and Eagleson [1966], in order to describe the residuals from the mean storm depth given the storm duration, adopted a relationship of the form

$$\frac{h(D, D) - E[h(D, D)]}{E[h(D, D)]} = cW - 1 \quad (33)$$

where c is a constant and W is a beta-distributed random variable, independent of D . Obviously, this form leads to a constant coefficient of variation of $h(D, D)$, independent of D .

Eagleson [1978], using a data set from Boston and assuming that the average intensity and duration are independent random variables with exponential distributions, determined the marginal distribution of the storm depth in terms of a modified Bessel function of the first order. A similar assumption was made by Bras and Rodriguez-Iturbe [1976] in order to construct a rainfall generation model. They assumed that the distribution of the total depth (averaged over an area) conditional on duration is given by an exponential function of the average intensity. This implies that the average intensity is independent of the duration and exponentially distributed. The assumption of an average intensity independent of the duration apparently results in a constant coefficient of variation of the total storm depth as is easily obtained from $h(D, D) = \bar{I}D$. In fact, this assumption can be considered as a special case of the scaling model with zero scaling exponent.

On the contrary, no stationary model can yield a constant coefficient of variation for total storm depth. Indeed, any model of this category would imply

$$E[h(D, D)] = \eta_1 D \quad (34)$$

where η_1 is the mean instantaneous intensity, and if a constant coefficient of variation is hypothesized then it is required that

$$E[h(D, D)^2] = \eta_2 D^2 \quad (35)$$

where η_2 is a constant. However, as is proved in Appendix C, the last equation is impossible for a stationary model, except for the case where the instantaneous intensity is

constant with zero variance, which has no interest or physical meaning.

5.3. Autocorrelation Structure of Incremental Depths

Another important consequence of the scaling model is that the autocorrelation coefficient for a certain lag is an increasing function of storm duration. Indeed, from (29) we obtain, for example, that $\rho_{X_\Delta}(1; D) = \rho_{X_{2\Delta}}(1; 2D)$, which means that the lag-one autocorrelation coefficient of hourly data in a storm of duration D is equal to the lag one autocorrelation coefficient of 2-hour data in a storm of duration $2D$. Since, normally, the autocorrelation increases with decreasing lag, it follows that the lag one autocorrelation coefficient of the hourly data in a storm of duration $2D$ is greater than the lag one autocorrelation coefficient of the hourly data in a storm of duration D . Thus the lag one autocorrelation coefficient is an increasing function of storm duration, and this is also true for coefficients of higher lags.

As will be seen in the next section the hourly data we analyzed support this property. To the authors' knowledge, this property has not been discussed elsewhere in the literature, though it is not associated with the scaling model only. This property can be considered simply as a consequence of the constant coefficient of variation of the total storm depth, which was discussed earlier. As a simplified example, consider the disaggregation of the total depth into incremental depths X_Δ for a time increment Δ and assume a Markovian dependence between X_Δ with lag one correlation coefficient equal to ρ . Also consider that the average intensity is independent of D . In this case we have

$$\sum_{1 \leq i, j \leq D/\Delta} \text{Cov} [X_\Delta(i)X_\Delta(j)] = (\eta_2 - \eta_1^2)D^2 \quad (36)$$

or

$$\left\{ D/\Delta + 2 \sum_{i=1}^{D/\Delta-1} \sum_{j=i+1}^{D/\Delta} \rho^{j-i} \right\} \text{Var} [X_\Delta] = (\eta_2 - \eta_1^2)D^2 \quad (37)$$

and after algebraic manipulations

$$\left\{ D/\Delta + \frac{2\rho[(D/\Delta)(1-\rho) - 1 + \rho^{D/\Delta}]}{(1-\rho)^2} \right\} \cdot \text{Var} [X_\Delta] = (\eta_2 - \eta_1^2)D^2 \quad (38)$$

In (38) we observe that the left-hand side depends linearly on D (considering that $\rho^{D/\Delta}$ is very small) while the right-hand side depends on D^2 . Thus we conclude that either ρ or $\text{Var} [X_\Delta]$ should be an increasing function of D .

Another interesting point to note is that the theoretical autocorrelation coefficient of the incremental process is allowed to take on negative values (see equation (29)), a property exhibited by rainfall data of this study and others [e.g., Grace and Eagleson, 1966, pp. 91-92] but not allowed by many stationary models as will be discussed in section 7.

6. MODEL FITTING AND PERFORMANCE EVALUATION

6.1. Model Fitting Procedure

In section 4 the covariance function of $X_\Delta(i, D)$ was derived in terms of the covariance function of $\xi(t, D)$. In

order to be able to fit the model to incremental rainfall depths a parametric form for the covariance function of $\xi(t, D)$ must be specified and the covariance of $X_\Delta(i, D)$ must be consequently derived. As is recalled from (16) the covariance function of $\xi(t, D)$ involves a power function of duration D and a function $\phi(\tau/D)$ of the normalized lag. Here we assume the following power law form for $\phi(y)$:

$$\phi(y) = ky^{-\beta} \tag{39}$$

which implies the following power law second product moment for $\xi(t, D)$:

$$R_\xi(\tau; D) = kD^{\beta+2H}\tau^{-\beta} \tag{40}$$

Note that this is in contrast to stationary rainfall intensity models for which the above product moment would be a function of lag τ only and not duration.

Based on this and after the computation of the integral in (26) it is shown that

$$C_{X_\Delta}(0; D) = \text{Var} [X_\Delta(i, D)] = D^{2(H+1)}\delta^2 \left\{ \frac{2k}{[(1-\beta)(2-\beta)]} \delta^{-\beta} - c_1^2 \right\} \tag{41}$$

By considering $C_{X_p}(0; D)$ from the above equation (by setting $\delta = 1$) and equating it to (21) one can see that the parameters k, β of the covariance function of $\xi(t, D)$ are related to c_1 and c_2 by

$$c_2 + c_1^2 = 2k/[(1-\beta)(2-\beta)] \tag{42}$$

By computing the integral in (28) the covariance function of the incremental storm depths is

$$C_{X_\Delta}(m; D) = D^{2(H+1)}\delta^2 [(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} f(m, \beta) - c_1^2] \tag{43}$$

$m \geq 0$

where

$$f(m, \beta) = [(m-1)^{2-\beta} + (m+1)^{2-\beta}]/2 - m^{2-\beta} \tag{44}$$

$m > 0$

$$f(0, \beta) = 1 \tag{45}$$

Consequently,

$$\rho_{X_\Delta}(m; D) = \frac{(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} f(m, \beta) - c_1^2}{(c_2 + c_1^2)\delta^{-\beta} - c_1^2} \tag{46}$$

The model thus has four independent parameters $H, c_1, c_2,$ and β (note that k is not an independent parameter, since it is related to the others by (42)) which in the empirical analysis that follows were estimated from the following relationships:

$$E[h(D, D)] = c_1 D^{H+1} \tag{47}$$

$$\text{Var} [h(D, D)] = c_2 D^{2(H+1)} \tag{48}$$

$$\rho_{X_\Delta}(1; D) = \frac{(1 + c_2/c_1^2)\delta^{-\beta}(2^{1-\beta} - 1) - 1}{(1 + c_2/c_1^2)\delta^{-\beta} - 1} \tag{49}$$

From the first relationship, c_1 and H can be estimated by least squares, and c_2 and β can be estimated from the second and third relationship, respectively (see also next subsection). Then using (42) the parameter k can be obtained. To further evaluate the model performance based on properties not explicitly used for model fitting, the mean, variance, and autocorrelation function of the hourly rainfall depths for storms of different durations were estimated and compared to the theoretical values for the fitted model (equations (24), (41), and (46), respectively).

6.2. Performance Evaluation

The data used to implement the scaling model for $\xi(t, D)$ consist of hourly rainfall depths for a total of 89 storm events of duration greater than or equal to 2 hours. All events occurred during April and during 13 years of record (1971-1983) at the Chalará station (latitude 40°39'N, longitude 21°14'E, elevation 880 meters above sea level) in the Aliakmon River basin, province of Macedonia, Greece. The rain recorder of this station is a weekly drum chart type with a rain depth resolution of tenths of millimeters. Due to absence of tabulated data, the charts were manually digitized under the authors' supervision. The set of one month (and not the complete annual sample) was used in order to avoid possible nonhomogeneity of the rainfall properties due to seasonal variability. The reason for the selection of April is that this month is characterized by a sufficiently high frequency of rainfall events leading to an adequate sample size, and, at the same time, the temperatures are greater than 0°C, thus preventing the rain recorder from freezing and leading to inaccurate data, which is not the case for previous (winter) months.

Events were identified based on the assumption of independence between events. This amounts to testing for a Poisson process of storm arrivals or exponential distribution for interarrival times. A Kolmogorov-Smirnov test was used for this purpose. Thus events were allowed to include periods of zero rainfall. Starting with a trial value of the maximum zero rainfall period allowed in an event (or, equivalently, the minimum period for separating an event from the preceding and succeeding ones), a record of interarrival times was constructed and tested for fitting an exponential distribution at a 50% significance level. With an iterative application of this method, the minimum zero rainfall period separating two events was found equal to 7 hours. This is very close to the arbitrary value adopted by Huff [1967], i.e., 6 hours. The 89 storm events had duration varying from 2 to 45 hours with a mean duration of 11.5 hours. General characteristics of the set of storms used are given in Table 1.

The meteorological conditions responsible for the generation of the 89 storms of April belong to several types. According to a classification of the weather types in Greece by Maheras [1982; also unpublished data and personal communication, 1992], 37% of the 89 events belong to SW type, i.e., passage of a depression possibly accompanied by a cold front (and rarely a warm front) having SW orbital. Twenty-four percent of the events are produced by SW weather type, i.e., passage of a depression originating from the Sahara desert. Thirteen percent are produced by special weather type (DOR) characterized by a cold upper air mass (determined at the 500-mbar level) producing d

TABLE 1. General Characteristics of the 89 Storms Used in the Analysis

	Minimum	Maximum	Mean	Standard Deviation
Duration, hours	2	45	11.8	8.9
Interarrival time, hours	10	470	101.3	106.2
Total depth, mm	0.3	38.9	7.5	7.7
Mean intensity, mm/h	0.1	2.55	0.69	0.48
Hourly depth, mm	0.0	8.2	0.64	0.93

dynamic instability. Also 11% and 6% of the total events are produced by NW1 and NW2 weather types, respectively, characterized by depressions and/or fronts with NW orbits. The remaining 9% of events are produced by the other four of the total 16 weather types of this specific classification. The orography of the region (North Pindos mountains) plays an important role in all regional rainfall phenomena. It was found that storm durations and depths of the examined data set are uniformly distributed in each of the above five most frequent weather types (SW1, SW2, DOR, NW1, and NW2), with the likely exception of the DOR type, which is characterized by slightly higher durations and depths. Thus no special treatment of the events classified by weather type was done, though one could consider application of the model to different types of storms with different parameter values (obviously, this would require a large set of data).

To be able to estimate ensemble statistics, the 89 storms were grouped in five classes (1-5) according to their duration as shown in Table 2. For example, class 1 includes all 14 storms with duration 2 and 3 hours, and class 5 all 17 events with duration between 19 and 45 hours. The basis for selecting this grouping was to have approximately the same number of events in each class. To each class a duration was assigned equal to the mean duration of all events in that class. The events were further grouped into two larger classes (A and B) where class A includes all 39 events of classes 2 and 3 and class B all 36 events of classes 4 and 5. Again the mean duration of each class was used as a representative duration of that class, and events in classes A and B were used to estimate the ensemble autocorrelation functions for two different storm durations. The enlarged size of classes A and B was necessary in order to achieve reliable estimates of the autocorrelation coefficients for large lags.

Because there is variability in the durations of the events

TABLE 2. Classification of Storms According to Their Duration

Class	D_{min}	D_{max}	\bar{D}	σ_D	Number of Events (N_1)	Total Number of Hourly Depths (N_2)
1	2	3	2.2	0.4	14	31
2	4	7	5.4	1.2	20	108
3	8	11	9.7	1.1	19	184
4	12	18	14.2	1.9	19	269
5	19	45	27.1	6.2	17	461
A*	4	11	7.4	2.4	39	292
B†	12	45	20.3	7.9	36	730
Total	2	45	11.8	8.9	89	1053

The storms in each class were used to estimate the ensemble statistics of that class.

*Class A consists of classes 2 and 3.

†Class B consists of classes 4 and 5.

of each class around the mean duration \bar{D} assigned to that class a correction procedure was applied (when necessary) in estimating the variance of the total depth in each class. This correction consisted of subtracting from the calculated variance the quantity $\sigma_D^2(k_1^2 + k_2^2)$ where σ_D^2 is the variance of the durations in that class and k_1, k_2 are constants obtained from the linearization of the mean and standard deviation of total depths, respectively, in the neighborhood of \bar{D} , i.e., $E[h(D, D)] \approx k_1 \bar{D}$ and $\{Var[h(D, D)]\}^{1/2} \approx k_2 \bar{D}$ (the proof for the appropriateness of the above correction is omitted). For the scaling process we have $c_1 \bar{D}^{H+1} \approx k_1 \bar{D}$ and $c_2 \bar{D}^{2(H+1)} \approx k_2^2 \bar{D}^2$, and thus the correction applied was

$$\sigma_D^2(c_1^2 + c_2) \bar{D}^{2H} \quad (50)$$

It was found that this correction was negligible for all classes except the class with the larger durations (class 5). The necessity of such a correction implies an iterative process for the estimation of c_2 (one iteration is usually sufficient).

Based on the parameter estimation procedure discussed in the previous section the following parameter estimates were obtained for this data set:

$$\hat{H} = -0.20 \quad \hat{c}_1 = 1.05 \quad \hat{c}_2 = 0.44 \quad \hat{\beta} = 0.32 \quad (51)$$

For these parameters the value of k is $k = 0.88$. The parameters H and c_1 were estimated by least squares on the power relationship of the mean total depth of each of the five classes versus the mean duration of the class (equation (47)). Then c_2 was estimated as the average over all classes of $Var[h(D, D)]/D^{2(H+1)}$ (equation (48)). Finally, β was estimated with an iterative procedure for best fit of the theoretical curve of $\rho_{X_A}(1; D)$ (equation (49)) to the empirical lag one correlation coefficients of all classes (see Figure 5).

The empirical mean and standard deviation of total storm depth as a function of duration as well as the theoretical curves from the fitted model are shown in Figure 3. Figure 4 shows the empirical coefficients of variation of the total storm depth, which is almost independent of duration, and the theoretical coefficient of variation, which is constant and equal to $(c_2)^{1/2}/c_1 = 0.63$. The empirical and theoretical lag one autocorrelation coefficients of hourly rainfall depths are shown in Figure 5 as a function of storm duration. Although deviations between the empirical and theoretical values are observed, the model captures the general behavior of the empirical data, and when 90% approximate confidence intervals (computed by using the Fisher-Z transformation for the autocorrelation coefficient) were positioned around the theoretical values only one of the five values was outside the confidence intervals as statistically expected. Note that the empirical autocorrelation coefficients were calculated independently of any other estimated or theoretically anticipated

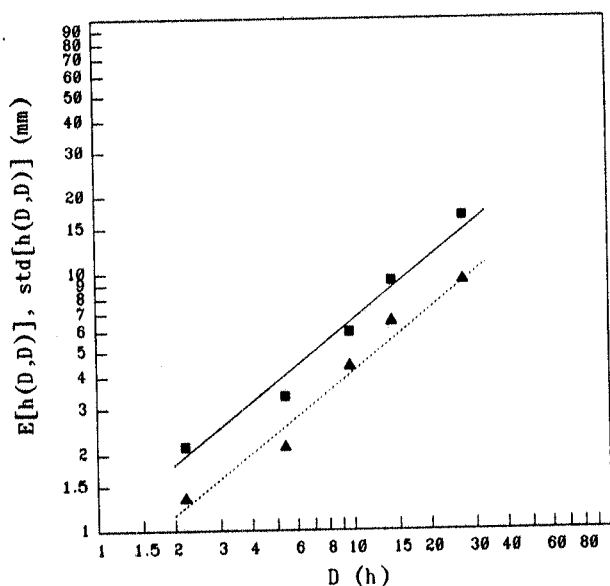


Fig. 3. Scaling model: empirical and theoretical means (squares and solid line, respectively) and standard deviations (triangles and dashed line, respectively) of total storm depths as a function of storm duration (log-log plot).

parameters, by considering all possible pairs (with a fixed lag) of hourly depths located in each of the events of a specific class.

To check the performance of the model we computed the empirical and theoretical mean and standard deviation of the hourly rainfall depths for different durations (shown in Figure 6) and the autocorrelation functions for classes A and B (shown in Figure 7). It is seen that the scaling model performs reasonably well in terms of capturing statistical properties of total and incremental storm depths in storms of different durations. The largest departure of the empirical statistics from the theoretical ones are found for the standard deviation of storms of duration 2–3 hours (see Figure 6).

Apparently, other interpretations of the examined data set are possible, and other models can be used to capture the statistical structure of the data. For example, motivated by Figure 6, one can consider that the data point from the smallest duration is anomalous and, for medium and long durations, rainfall intensity is independent of duration and rainfall depth does not scale with duration. However, the

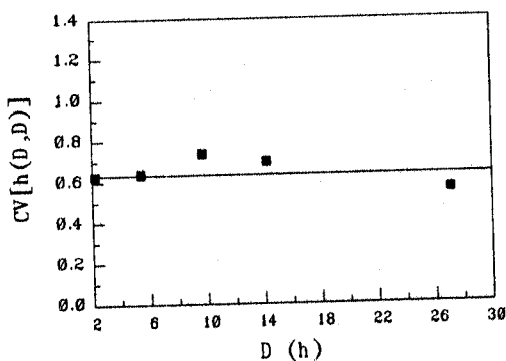


Fig. 4. Scaling model: empirical (squares) and theoretical (solid line) coefficient of variation of total storm depths as a function of duration.

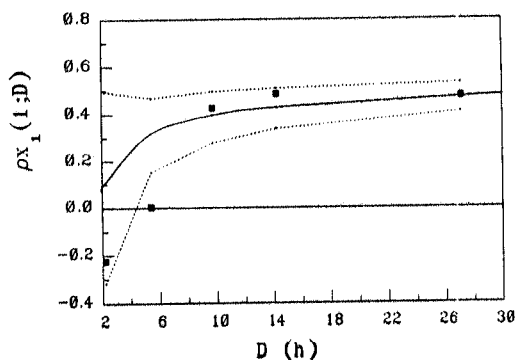


Fig. 5. Scaling model: empirical (squares) and theoretical (solid line) first autocorrelation coefficient of hourly rainfall depths as a function of duration. Dashed lines represent the 90% approximate confidence limits.

selection and fitting of the scaling model must be considered as a whole, i.e., with simultaneous regard to all properties of the total and incremental storm depths. In that respect, the model's ability to capture the power function of the variance of the total depth or the constant coefficient of variation (Figures 3 and 4) and the increase of the autocorrelation coefficients with duration (Figures 5 and 7), is worth noting. As will be seen in the next section, it is not easy to find an alternative simple model capable of capturing these second-order properties, although any model can perform well with first-order properties (i.e., expected values).

It should be noted that the above adopted parameter estimation procedure depends on the selection of classes, which raises a source of subjectivity and nonrobustness. Another weakness of the procedure may be the estimation of the two parameters H and c_1 from only the mean values of the total depth, while they also appear in the equations for variance of total and incremental depths, and autocorrelation coefficients of the incremental depths. A more robust parameter estimation procedure is a feasible future improvement of the model. Finally, it is worth noting that the developed model should not be considered a very detailed and general model that can explain perfectly all properties of the examined data set as well as of any other data set. The authors are well aware of the fact that the rainfall structure exhibits a wide variety of patterns in different regions of the world or even in the same region under different weather

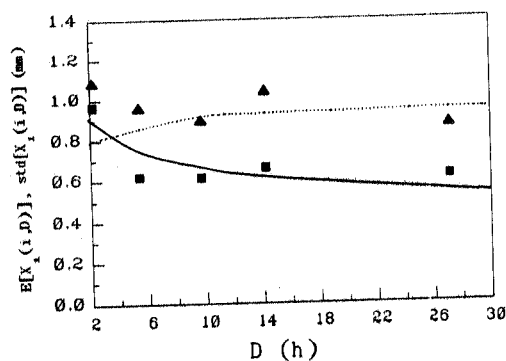


Fig. 6. Scaling model: empirical and theoretical mean (square and solid line, respectively) and standard deviation (triangles and dashed line, respectively) of hourly rainfall depths as a function of duration.

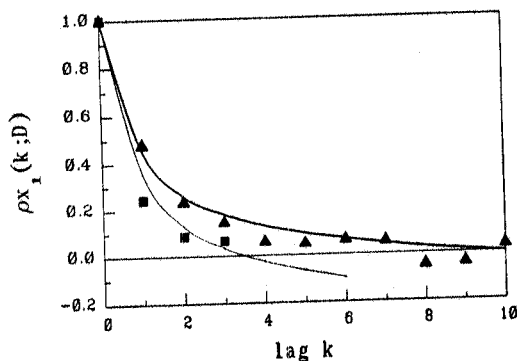


Fig. 7. Scaling model: empirical and theoretical autocorrelation function of hourly rainfall depths as a function of duration. Squares and thin line represent small durations (4 hours $\leq D \leq 11$ hours and $D = 7$ hours, respectively), while triangles and thick line represent large durations (12 hours $\leq D \leq 45$ hours and $D = 20$ hours, respectively).

conditions, thus making it impossible to develop a single model applying to all situations. The proposed model is better to be viewed as an improved alternative to the simple stationary models, itself still having a simple structure (in spite of the somewhat complicated mathematical derivations) and being characterized by parsimony of parameters. It is emphasized that the model has only four parameters while other detailed models can have even tens of parameters (e.g., the model of Woolhiser and Osborn [1985] which has a total of 26 parameters).

7. COMPARISON WITH STATIONARY MODELS

In this section we derive the statistical properties of total and incremental storm depths for two simple stationary models, i.e., models satisfying (12), and demonstrate both analytically and empirically that these models are not able to capture important statistical characteristics of storm rainfall that the simple scaling model is able to capture.

7.1. Derivation of Statistical Properties

It is easy to see that

$$E[h(D, D)] = E[h(D)] = \eta_1 D \quad (52)$$

$$E[X_{\Delta}(i, D)] = E[X_{\Delta}(i)] = \eta_1 \Delta \quad (53)$$

where $\eta_1 = E[\xi(t, D)] = E[\xi(t)]$. To derive the expressions for the variance and covariance of $h(D)$ and $X_{\Delta}(i)$ we need to specify functional forms for the autocorrelation function of $\xi(t)$. The following two common models (power law and Markovian) are examined:

Model 1

$$C_{\xi}(\tau, D) = C_{\xi}(\tau) = k_1 \tau^{-\beta_1} \quad (54)$$

Model 2

$$C_{\xi}(\tau, D) = C_{\xi}(\tau) = k_2 e^{-\beta_2 \tau} \quad (55)$$

After algebraic manipulations it can be shown that for model 1

$$\text{Var}[h(D)] = \frac{2k_1}{(1 - \beta_1)(2 - \beta_1)} D^{2 - \beta_1} \quad (56)$$

$$\text{Var}[X_{\Delta}(i)] = \frac{2k_1}{(1 - \beta_1)(2 - \beta_1)} \Delta^{2 - \beta_1} \quad (57)$$

$$\rho_{X_{\Delta}}(m) = \frac{1}{2} [(m - 1)^{2 - \beta_1} + (m + 1)^{2 - \beta_1}] - m^{2 - \beta_1} \quad (58)$$

where $0 < \beta_1 < 1$ if $k_1 > 0$ (or $1 < \beta_1 < 2$ if $k_1 < 0$), as becomes apparent from (56) and (54). Similarly, for model 2

$$\text{Var}[h(D)] = 2(k_2^2/\beta_2^2)(\beta_2 D - 1 + e^{-\beta_2 D}) \quad (59)$$

$$\text{Var}[X_{\Delta}(i)] = 2(k_2^2/\beta_2^2)(\beta_2 \Delta - 1 + e^{-\beta_2 \Delta}) \quad (60)$$

$$\rho_{X_{\Delta}}(m) = \frac{(1 - e^{-\beta_2 \Delta})^2}{2(\beta_2 \Delta - 1 + e^{-\beta_2 \Delta})} e^{-\beta_2(m-1)\Delta} \quad (61)$$

Note that in both of the above models the coefficient of variation of the total storm depth is not constant but is a function of the storm duration. For example, for model 1 the coefficient of variation is $\{[2k_1/((1 - \beta_1)(2 - \beta_1))]^{1/2}/\eta_1\} D^{-\beta_1/2}$. This property of the model is in disagreement with the empirical evidence (see section 5 and Figure 9) that the coefficient of variation of total storm depths is constant and independent of storm duration.

In the next section these two models are fitted to the data from the 89 storms described earlier.

7.2. Model Fitting and Performance Evaluation

Both models have three parameters. Equation (52) can be used to estimate η_1 using the sample of total depths. Equations (58) and (61), when setting $m = 1$, can be used to estimate β_1 and β_2 , respectively. The empirical lag one autocorrelation coefficient used in these equations can be calculated from the whole sample of hourly data. Finally, k_1 and k_2 are estimated from (57) and (60), respectively, by using the sample of total depths. The following parameters were estimated for the above two models:

Model 1

$$\hat{\eta}_1 = 0.65 \quad \hat{k}_1 = 0.61 \quad \hat{\beta}_1 = 0.51 \quad (62a)$$

Model 2

$$\hat{\eta}_1 = 0.65 \quad \hat{k}_2 = 1.25 \quad \hat{\beta}_2 = 1.58 \quad (62b)$$

Figure 8 shows the empirical and theoretical mean and standard deviation of the total storm depths. It is observed that both stationary models are not able to capture the duration dependent structure of these statistics. This is further verified by Figure 9, which shows the empirical and theoretical coefficient of variation of the total storm depths as a function of duration. The empirical and theoretical first autocorrelation coefficient of the hourly rainfall depths is shown in Figure 10 as a function of duration. As was analytically seen from (58) and (61), the autocorrelation of hourly rainfall depths is independent of the duration and cannot obtain negative values. As the lag increases, $\rho_{X_{\Delta}}(m; D)$ is always positive in (61), and if the ranges of β_1 and k_1 are as given in the previous subsection, this is also the case for $\rho_{X_{\Delta}}(m; D)$ in (58). This is in disagreement with the empirical observations (see, for example, Figure 10).

To further evaluate the model performance based on properties not explicitly used in model fitting we evaluated

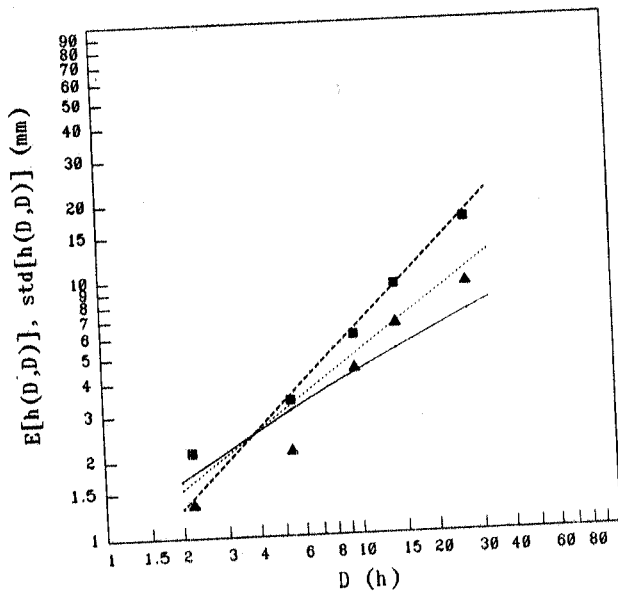


Fig. 8. Stationary models: empirical (squares and long-dashed line, respectively) and standard deviations (triangles and short-dashed line for model 1, solid line for model 2, respectively) of total storm depths as a function of storm duration (log-log plot).

the empirical and theoretical mean and standard deviation of the hourly rainfall depths (equations (53), (57), and (60); see Figure 11) and autocorrelation functions (equations (58) and (61); see Figure 12) for models 1 and 2, respectively. These figures together with Figures 8, 9, and 10 demonstrate the superiority of the scaling model and the inability of the stationary models to capture important statistical properties of storm rainfall.

8. MASS CURVES

In this section we examine the concept of normalized mass curves in reference to the scaling model and, also for comparison, in reference to the stationary models. We will see that the stationary models are incompatible with this concept, while a scaling model can be compatible and, thus, can provide a means for stochastically generating mass curves for storms with independently generated totals. In the next section we will see how the model can be practically

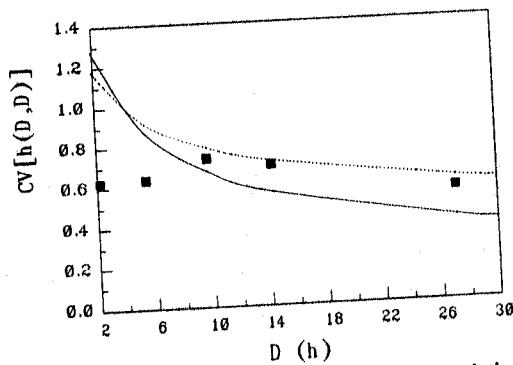


Fig. 9. Stationary models: empirical (squares) and theoretical (dashed line for model 1, solid line for model 2) coefficient of variation of total storm depths as a function of duration.

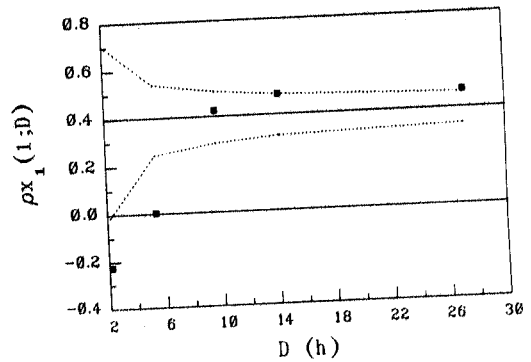


Fig. 10. Stationary models: empirical (squares) and theoretical (solid line) first autocorrelation coefficient of hourly rainfall depths as a function of duration. Dashed lines represent the 90% approximate confidence limits.

applied for the stochastic generation of storm hyetographs, and, as a result of this application, we will observe that the proposed model with only four parameters can be a relatively good representation of the traditional mass curves determined as a set of curves each corresponding to a specific probability level.

The use of dimensionless mass curves, i.e., normalized rainfall depth $h^*(t/D)$ versus normalized time t/D , implies that a stochastic function $h^*(\cdot)$ can be found such that

$$h(t, D) = h^*(t/D)h(D, D) \quad (63)$$

where $h(D, D)$ is a stochastic variable (the total storm depth) apparently independent of t , whereas $h^*(t/D)$ is a stochastic function independent of both D and $h(D, D)$ satisfying $h^*(0) = 0$ and $h^*(1) = 1$. A similar relationship holds for the instantaneous intensity, that is,

$$\xi(t, D) = \xi^*(t/D)\bar{i}(D) \quad (64)$$

where $\xi^*(\cdot)$ denotes the derivative of $h^*(\cdot)$ and $\bar{i}(D) = h(D, D)/D$. Taking k moments in (63) and (64), we obtain, respectively,

$$E[h(t, D)^k] = E[h^*(t/D)^k]E[h(D, D)^k] \quad (65)$$

$$E[\xi(t, D)^k] = E[\xi^*(t/D)^k]E[\bar{i}(D)^k] \quad (66)$$

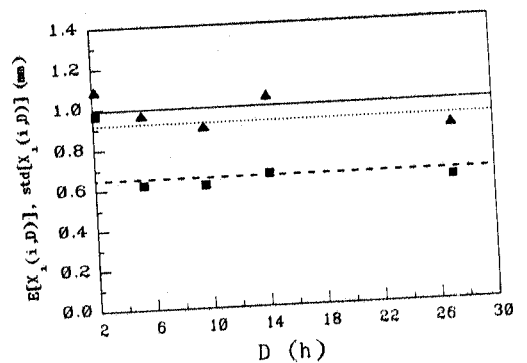


Fig. 11. Stationary models: empirical (squares and long-dashed line) and standard deviation (triangles and short-dashed line for model 1, solid line for model 2, respectively) of hourly rainfall depths as a function of duration.

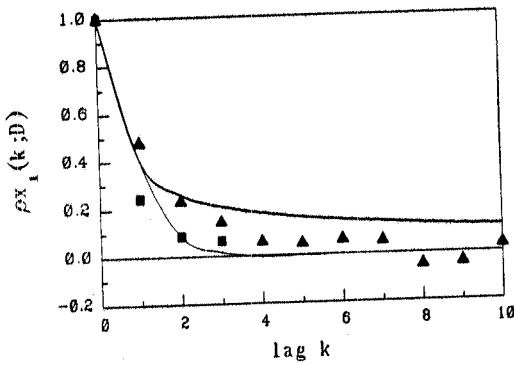


Fig. 12. Stationary models: empirical and theoretical autocorrelation function of hourly rainfall depths as a function of duration. Squares and triangles represent empirical values for small ($4 \text{ hours} \leq D \leq 11 \text{ hours}$) and large durations ($12 \text{ hours} \leq D \leq 45 \text{ hours}$), respectively, while thick and thin lines represent models 1 and 2, respectively (same for all durations).

Similar relationships hold for the (k, l) second product moments, i.e.,

$$E[h(t_1, D)^k h(t_2, D)^l] = E[h^*(t_1/D)^k h^*(t_2/D)^l] E[h(D, D)^{k+l}] \quad (67)$$

$$E[\xi(t_1, D)^k \xi(t_2, D)^l] = E[\xi^*(t_1/D)^k \xi^*(t_2/D)^l] E[\bar{i}(D)^{k+l}] \quad (68)$$

Under the assumption of stationarity over time none of the above relationships can hold. Consider, for example, model 1 for which

$$E[h(t, D)] = \eta_1 t = \eta_1 (t/D) D \quad (69)$$

$$E[h(t, D)^2] = \eta_1^2 t^2 + \{2k_1 / [(1 - \beta_1)(2 - \beta_1)]\} t^{2 - \beta_1} = \eta_1^2 (t/D)^2 D^2 + \{2k_1 / [(1 - \beta_1)(2 - \beta_1)]\} \cdot (t/D)^{2 - \beta_1} D^{2 - \beta_1} \quad (70)$$

It becomes apparent that for $k = 2$ no function $h^*(t/D)$ can be found to satisfy (70). A generalized proof of the incompatibility of any stationary model with the concept of mass curves is found in Appendix D.

On the contrary, the self-similar models are not incompatible with normalized mass curves. It is easy to show that if the process $\xi(t, D)$ is defined by (64) (or, equivalently, if $h(t, D)$ is defined by (63)) and at the same time the dependence between total depth and duration is of a power type, i.e.,

$$h(D, D) = D^H W \quad (71)$$

where W is a random variable independent of D (or, equivalently, the logarithm of the total depth is linearly dependent on duration), then $\xi(t, D)$ is a self-similar (simple scaling) process, as defined by (6). The proof is obvious and will be omitted. As we will see below, the reverse is not valid in all cases, i.e., not any scaling model can satisfy (63) or (64) in a strict and complete way. Nevertheless, (65) and (66) are satisfied for any simple scaling model. Indeed, for a scaling model

$$E[h(t, D)^k] = D^{k(H+1)} E[h(t/D, 1)^k] \quad (72)$$

while

$$E[h(D, D)^k] = D^{k(H+1)} E[h(1, 1)^k] \quad (73)$$

Hence

$$E[h(t, D)^k] = \frac{E[h(t/D, 1)^k]}{E[h(1, 1)^k]} E[h(D, D)^k] \quad (74)$$

which is consistent with (65) since it results in

$$E[h^*(t/D)^k] = \frac{E[h(t/D, 1)^k]}{E[h(1, 1)^k]} \quad (75)$$

which is a function of only t/D . Equation (75) defines completely the marginal distribution of $h^*(\cdot)$ at every dimensionless time position. Concerning the multivariate distribution and joint product moments the situation is more complicated. It can be shown that there exist simple scaling models that satisfy (67) and (68), but this is not true for any model. The problem originates from the constraint $h^*(1) = 1$ along with the requirement of full independence of $h^*(t/D)$ and $h(D, D)$. In Appendix E it is proved that the assumption of weak stationarity which was made for reasons of simplicity (equation (11)) is inconsistent with (68). The task of building a model fully consistent with the requirement of complete statistical independence of $h^*(t/D)$ and $h(D, D)$ is possible but implies mathematical complexity and inflexibility. So we preferred in this study to build a simple and easily applicable model by reducing the requirement of complete independence to that of orthogonality of $h^*(t/D)^k$ an $h(D, D)^k$ (for $k = 1, 2, \dots$). It is apparent that the condition of orthogonality is assured by (65) which is valid for any scaling model. As will be shown later (section 9 and Figures 13-14) this compromise is practically negligible.

9. GENERATING STORM HYETOGRAPHS

The scaling model can be applied for generating storm hyetographs at an incremental basis for any time step Δ . One can recognize that the correlation structure implied by the scaling model, even in the case of the weak stationarity, is somewhat complicated and differs from the structure of a typical linear model, i.e., an autoregressive moving average (ARMA (p, q)) model. However, the introduction of a nonlinear model for the generation is not necessary. Since the consecutive storms are isolated and the number of generation steps in each event is limited, a proper linear model can be established to carry out the generation. Two possible procedures are discussed below, both presuming a given storm duration D . The first is a typical sequential procedure where the incremental depths $X_{\Delta}(i, D)$ are generated one at a time and the total storm depth $h(D, D)$ is then obtained by summation. The second is a disaggregation procedure where a given total storm depth is disaggregated into incremental depths. In both cases the scaling model is utilized to determine the parameters of the generation model.

Denoting $\mathbf{X} = [X_{\Delta}(1, D), X_{\Delta}(2, D), \dots, X_{\Delta}(k, D)]^T$, where $k = D/\Delta$ (assumed to be an integer), the parameters required for the generation of \mathbf{X} are the first moments $E[\mathbf{X}]$ given by (24) and the second moments $\text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ given by (27) or more specifically by (43). Also required is an assumption about the marginal distribution. Here after examination

of the data set of this study and in light of other studies the two-parameter gamma distribution was adopted. The generation scheme for the sequential procedure can be based on

$$\mathbf{X} = \mathbf{\Omega}\mathbf{V} \quad (76)$$

where $\mathbf{\Omega} = [\omega_{ij}]$ is a $k \times k$ matrix of coefficients and $\mathbf{V} = [V_1, \dots, V_k]^T$ is a vector of mutually independent random variables with unit variance and a three-parameter gamma distribution function. The parameters of this scheme are determined by the following equations which are easily obtained:

$$\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^T = \text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}] \quad (77)$$

$$\omega_{ij}E[V_i] = E[X_{\Delta}(i, D)] - \sum_{l=1}^{i-1} \omega_{il}E[V_l] \quad (78)$$

$$\omega_{ij}^3\mu_3[V_i] = \mu_3[X_{\Delta}(i, D)] - \sum_{l=1}^{i-1} \omega_{il}^3\mu_3[V_l] \quad (79)$$

where $\mu_3[V_i]$ is the third moment of V_i and $\mu_3[X_{\Delta}(i, D)]$ is the third moment of $X_{\Delta}(i, D)$ determined analytically from the assumed marginal distribution. The $\mathbf{\Omega}$ matrix is considered as lower triangular and is computed by deconvolution of $\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^T$.

In the case of the disaggregation procedure, first one might have to generate $h(D, D)$ (if it is not already known). This can be done by using (20) and (21) after assuming a distribution function (a two-parameter gamma distribution was adopted here).

Motivated by the concept of normalized mass curves, the following procedure was adopted for the disaggregation: (1) apply the sequential procedure as described above to obtain an initial sequence $X'_{\Delta}(i, D)$, $i = 1, \dots, k$; (2) determine a normalized sequence $X^*_{\Delta}(i, D) = X'_{\Delta}(i, D)/S'$, where $S' = \sum_{i=1}^k X'_{\Delta}(i, D)$. This sequence determines a realization of a dimensionless mass curve; (3) calculate the final sequence $X_{\Delta}(i, D) = X^*_{\Delta}(i, D)h(D, D)$.

Both the above procedures have some sources of inaccuracy. The values of $X_{\Delta}(i, D)$ generated by the sequential procedure can be negative, a possibility arising either from the three-parameter gamma distribution of V_l or from possibly negative values ω_{ij} . To avoid this, when negative values $X_{\Delta}(i, D)$ are generated they can be set zero, a correction consistent with the definition of a storm which allows for zero incremental depths. Furthermore, the sum of three-parameter gamma variables implied by (76) theoretically is not gamma distributed, though a good approximation can be obtained by the introduction of third moments. Finally, a third source of inaccuracy is expected in the case of the disaggregation procedure due to the incomplete independence of the total depth and normalized mass curve discussed in section 8. To delimit such an effect during the execution of the generation we can reject sequences $X'_{\Delta}(i, D)$ leading to a ratio $h(D, D)/S'$ quite far from unity.

By using the parameter set of section 6 we applied both the above procedures for generating 10,000 synthetic hyetographs on an hourly basis for a storm of duration of 20 hours. A series of comparisons between theoretical values of several statistics with the corresponding values obtained by simulation were made. The examined statistics are first-

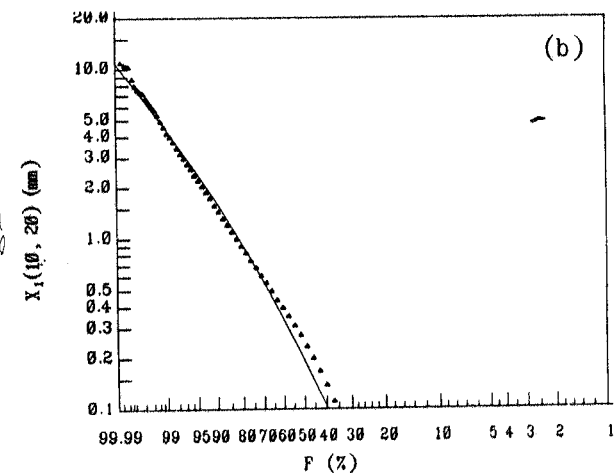
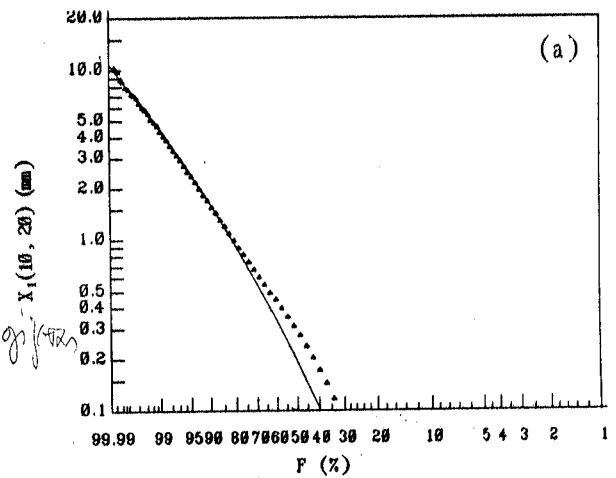


Fig. 13. Theoretical (solid line) and simulated (triangles) distribution function of the incremental depth $X_1(10, 20)$ (the tenth-hourly depth of a storm with duration 20 hours). The simulated distribution is obtained (a) by the sequential model and (b) by the disaggregation model.

second-, and third-order marginal moments, marginal distributions, and autocorrelation coefficients of hourly depths. All the comparisons (which are not presented here, except for the following three examples) had satisfactory results. Originating from this exercise, Figure 13 indicates the degree of inaccuracy due to the first two of the above discussed sources of inaccuracy in reproducing the distribution of the hourly depths. It is shown that the deviation of the simulated frequency curves from the theoretical ones is confined to values of $X_1(10, 20) \leq 0.5$ mm. The departures of the disaggregation model-simulated curves are remarkably smaller than those of the sequential model. Figure 14 shows that both (sequential and disaggregation) procedures perform well in reproducing the covariance structure of hourly depths as theoretically determined by the scaling method. Note that Figure 14b corresponding to the disaggregation procedure does not differ in performance from Figure 14a corresponding to the sequential procedure. This means that the potentially expected inaccuracy due to the previously discussed violation of the complete independence of $h^*(t/D)$ and $h(D, D)$ (we only satisfied orthogonality) is not substantial and, consequently, this weakness of the model in being

Handwritten notes in Greek:

- Top left: ω_{ij} matrix
- Top center: $\mathbf{\Omega}\mathbf{\Omega}^T = \text{Cov}[\mathbf{X}, \mathbf{X}]$ with $k \times k$ note
- Bottom left: $\omega_{ij}E[V_i]$ and $\omega_{ij}^3\mu_3[V_i]$ equations
- Bottom center: $X_1(10, 20)$ label
- Bottom right: $h(D, D)/S'$ ratio

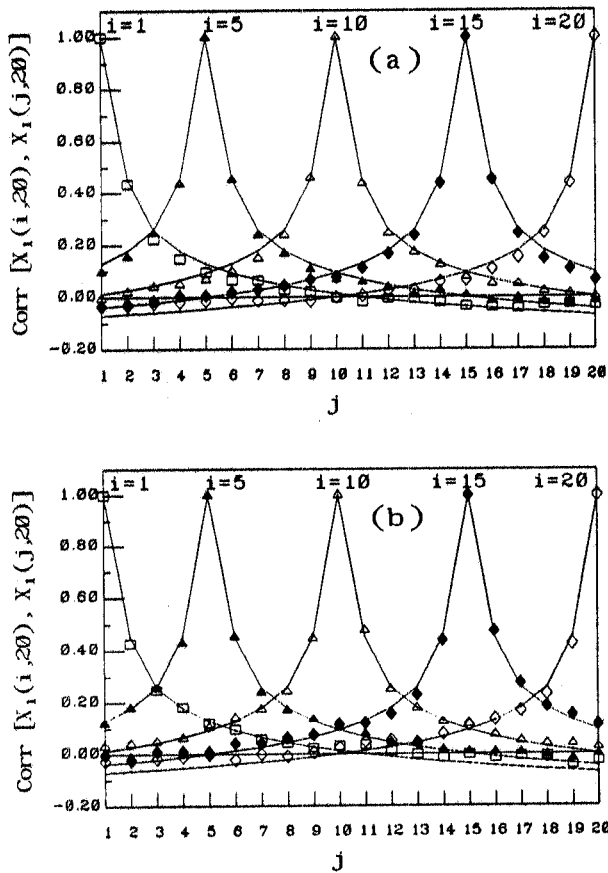


Fig. 14. Theoretical (solid lines) and simulated (symbols) correlation structure of the incremental (hourly) depths for a storm of duration 20 hours. The simulated structure is obtained (a) by the sequential model and (b) by the disaggregation model.

fully compatible with mass curves does not appear important for all practical purposes.

Finally, Figure 15 referring to the normalized mass curves was constructed from hyetographs of the so-called [after Huff, 1967] second-quartile group (i.e., hyetographs having their heaviest part in the second quarter of their duration). The curves presented are similar and were drawn with the same method as proposed by Huff [1967] and correspond to the 50% (median) as well as 10% and 90% probability levels. Three groups of curves appear in Figure 15. First are the synthetic curves computed at step 2 of the disaggregation procedure from that portion of the hyetographs that belongs to the second-quartile group. Second are the curves computed from the historical data of this study. Specifically, from the total historical sample, 19 storms of a total of 75 (about 1/4) were found to belong to the second-quartile type (note that the storms of class 1, i.e., those of duration less than 4 hours, were discarded since it was not possible to identify the quartile they belong to). Due to the lack of a sufficient sample size of historical data in April, we plotted also a third group of curves from historical data of 140 second-quartile storms recorded at the same station Chalara but for all months of the year. The third group of curves originates from another study [Stylianidou, 1985]. The comparison plot shows that all three synthetic and historical groups of curves are very close to each other without any remarkable deviation (perhaps, except for the lower part of

the 90% synthetic curve). Thus Figure 15 gives a good indication that the scaling model with as few as four parameters can represent or summarize effectively the statistical characteristics of a storm population otherwise given by a family of curves. Additionally, note that the curves of Figure 15 are based on the assumption of weak stationarity, i.e., a "mean" mass curve which is a straight line of uniform mean intensity. However, as observed in Figure 15, the synthetic curves (even the median curve) have nonlinear shape in accordance with the historical curves. To understand this, one must consider that the curves correspond to a portion of the totally generated hyetographs conditionally selected so as to have the main slope located at the second quarter of their duration.

It must be emphasized that the above model is not a complete rainfall generator but rather is a generator of hyetographs of individual storms. However, it can be easily extended to a complete generator by appending a component for the storm and interarrival time durations.

10. CONCLUDING REMARKS

The developed simple scaling model for the temporal structure of storm rainfall has a simple mathematical structure with only four parameters, but it explains reasonably well the statistical properties of the examined historical data, thus providing an efficient parametrization of storms of varying durations and total depths. In addition, it is consistent with, and provides a theoretical basis for, the concept of normalized mass curves.

It was found that the scaling model is superior to the examined stationary models, which were unable to capture important statistical properties of storm rainfall and were inconsistent with the concept of normalized mass curves. Furthermore, the scaling model provides a stochastic non-dimensionalization approach which is apparently superior to the popularly used mass curves, because of the contraction into a few parameters of all the information otherwise given

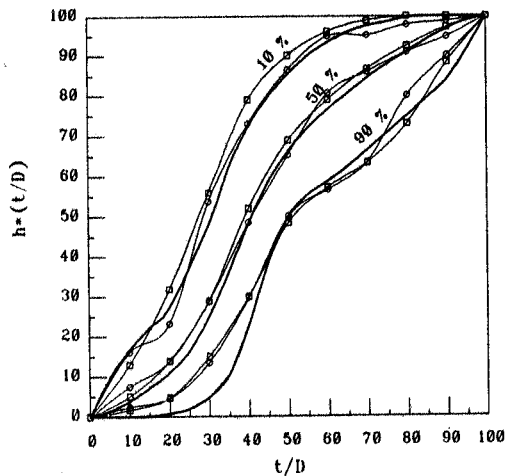


Fig. 15. Comparison of historical and synthetic normalized mass curves of second-quartile storms at Chalara station, province of Macedonia, Greece, for 10%, 50% (median), and 90% probability levels. Synthetic curves (thick solid lines) are obtained from a simulated sample by using the disaggregation procedure. The two groups of historical curves correspond to the records of April (circles) and all months of the year (squares), respectively.

by a family of curves and the implication of a stochastic approach to storm hyetograph generation, which is not possible by the traditional method of mass curves.

The proposed model, when combined with a stochastic process of the storm arrivals (e.g., a Poisson process) and a set of distribution functions for the rainfall duration and total storm depth can give a complete rainfall generator at a point or on an areal basis. Moreover, the scaling model alone can be useful in hydrologic applications, such as in evaluation of design storms, as an evolution of the concept of mass curves.

Different configurations of the model can be obtained by using, for example, different forms of the covariance function of the rainfall intensity. In addition, the weak stationarity condition (i.e., stationarity within each storm), used here as a convenient assumption, is not a necessary structural constraint, and it can be removed or substituted in cases where the historical data exhibit nonstationarities within each event. A more robust parameter estimation technique and model evaluation at time scales different than hourly are feasible future improvements of the model.

APPENDIX A: SELF-SIMILARITY OF $h(t, D)$

Let us consider the (k, l) second product moment of $h(t, D)$,

$$\begin{aligned}
 & E\{h(t_1, D)^k h(t_2, D)^l\} \\
 &= E\left\{\left[\int_0^{t_1} \xi(s, D) ds\right]^k \left[\int_0^{t_2} \xi(q, D) dq\right]^l\right\} \\
 &= \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_2} E\{\xi(s_1, D) \dots \xi(s_k, D) \xi(q_1, D) \dots \xi(q_l, D)\} \\
 &\quad \cdot ds_1 \dots ds_k dq_1 \dots dq_l \tag{80}
 \end{aligned}$$

Similarly,

$$\begin{aligned}
 & E\{h(\lambda t_1, \lambda D)^k h(\lambda t_2, \lambda D)^l\} \\
 &= \int_0^{\lambda t_1} \dots \int_0^{\lambda t_1} \int_0^{\lambda t_2} \dots \int_0^{\lambda t_2} E\{\xi(s_1, \lambda D) \dots \xi(s_k, \lambda D) \xi(q_1, \lambda D) \dots \xi(q_l, \lambda D)\} ds_1 \\
 &\quad \cdot \dots \cdot ds_k dq_1 \dots dq_l \\
 &= \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_2} E\{\xi(\lambda \sigma_1, \lambda D) \dots \xi(\lambda \sigma_k, \lambda D) \xi(\lambda \psi_1, \lambda D) \dots \xi(\lambda \psi_l, \lambda D)\} \lambda^{k+l} d\sigma_1 \dots d\sigma_k d\psi_1 \dots d\psi_l \tag{81}
 \end{aligned}$$

where the last equality has been obtained by setting $s_i = \lambda \sigma_i$ and $q_i = \lambda \psi_i$. Note that this last equality would not hold if any product moment contained Dirac delta terms. This can be seen by considering for simplicity one term only, say

$E[\xi(s, \lambda D)]$, and observing that if that term had the form $f(s)\delta(s - s_0)$ then $\int_0^{\lambda t} E[\xi(s, \lambda D)] ds = \int_0^{\lambda t} f(s)\delta(s - s_0) ds = f(s_0)$ while the term obtained by substituting $s = \lambda \sigma$ would give $\int_0^{\lambda t} E[\xi(\lambda \sigma, \lambda D)] \lambda d\sigma = \int_0^{\lambda t} f(\lambda \sigma)\delta(\lambda \sigma - s_0) \lambda d\sigma = \lambda f(s_0) \neq f(s_0)$.

In view of (9) the above equality can be further written as

$$\begin{aligned}
 & E\{h(\lambda t_1, \lambda D)^k h(\lambda t_2, \lambda D)^l\} \\
 &= \lambda^{k+l} H^{(k+l)} \int_0^{t_1} \dots \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \dots \int_0^{t_2} E\{\xi(\lambda \sigma_1, \lambda D) \dots \xi(\lambda \sigma_k, \lambda D) \xi(\lambda \psi_1, \lambda D) \dots \xi(\lambda \psi_l, \lambda D)\} \\
 &\quad \cdot d\sigma_1 \dots d\sigma_k d\psi_1 \dots d\psi_l \tag{82}
 \end{aligned}$$

By comparing (80) and (82) we obtain

$$\begin{aligned}
 & \lambda^{-(H+1)(k+l)} E\{h(\lambda t_1, \lambda D)^k h(\lambda t_2, \lambda D)^l\} \\
 &= E\{h(t_1, D)^k h(t_2, D)^l\} \tag{83}
 \end{aligned}$$

This result can be similarly extended to the product moments of any order and thus we conclude that

$$\{h(t, D)\}^d = \{\lambda^{-(H+1)} h(\lambda t, \lambda D)\} \tag{84}$$

APPENDIX B:

COVARIANCE FUNCTION OF INCREMENTAL DEPTHS

From the definition of $X_\Delta(i, D)$ in (2) we obtain

$$\begin{aligned}
 E\{[X_\Delta(i, D)]^2\} &= \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} E\{\xi(t_1, D) \xi(t_2, D)\} dt_1 dt_2 \\
 &= \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} \int_{(i-1)\Delta}^{i\Delta} R_\xi(t_1 - t_2; D) dt_1 dt_2 \\
 &= \int_{-\Delta}^{\Delta} R_\xi(\tau; D) |\Delta - \tau| d\tau \\
 &= 2 \int_0^{\Delta} R_\xi(\tau; D) (\Delta - \tau) d\tau \tag{85}
 \end{aligned}$$

where the next to last equality results from simplification of the double integral by setting $\tau = t_1 - t_2$ and observing that the integration area is equivalent to $|\Delta - \tau| d\tau$ with τ varying from $-\Delta$ to Δ , whereas the last equality comes from recognizing that $R_\xi(\tau, D)$ is an even function of τ containing no concentrated masses. Substituting $R_\xi(\tau; D)$ from (16) in the above expression we obtain

$$E\{[X_\Delta(i, D)]^2\} = D^{2(H+1)} \psi(0; \delta) \tag{86}$$

where $\delta = \Delta/D$ and $\psi(0; \delta)$ is as defined in (26). From the above the expression (25) can be easily obtained.

Similarly, the second product moment of $X_\Delta(i, D)$ is given as

$$\begin{aligned}
 R_{X_\Delta}(m; D) &= E[X_\Delta(m+1; D)X_\Delta(1; D)] \\
 &= \int_0^\Delta \int_{m\Delta}^{(m+1)\Delta} E[\xi(t_1, D)\xi(t_2, D)] dt_1 dt_2 \\
 &= \int_0^\Delta \int_{m\Delta}^{(m+1)\Delta} R_\xi(t_1 - t_2; D) dt_1 dt_2 \\
 &= \int_{(m-1)\Delta}^{m\Delta} R_\xi(\tau; D)(\tau - (m-1)\Delta) d\tau \\
 &\quad + \int_{m\Delta}^{(m+1)\Delta} R_\xi(\tau; D)((m+1)\Delta \\
 &\quad - \tau) d\tau \tag{87}
 \end{aligned}$$

Substituting $R_\xi(\tau, D)$ from (16) and setting $\delta = \Delta/D$ we obtain

$$R_{X_\Delta}(m; D) = D^{2(H+1)}\psi(m; \delta) \tag{88}$$

where $\psi(m; \delta)$ is defined in (28). Equation (27) for the covariance function of $X(i, \Delta)$ is then easily obtained from the above.

APPENDIX C: INCOMPATIBILITY OF STATIONARY MODELS WITH SCALING PROPERTIES

The expected value of the storm depth in any stationary model is given by

$$E[h(D, D)] = \eta_1 D \tag{89}$$

where η_1 is the mean instantaneous intensity. Let us examine the possibility that the second marginal moment is given by a power function of D , i.e.,

$$E[h(D, D)^2] = \eta_2 D^\theta \tag{90}$$

where η_2 and θ are constants. In the case of a stationary model we have

$$\begin{aligned}
 E[h(D, D)^2] &= \int_0^D \int_0^D E[\xi(t_1)\xi(t_2)] dt_1 dt_2 \\
 &= \int_0^D \int_0^D R_\xi(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 \tag{91}
 \end{aligned}$$

where $R_\xi(\cdot)$ is the second product moment for the instantaneous intensity $\xi(t)$ (which is not a function of D). The last double integral can be simplified [e.g., Papoulis, 1965, p. 325], and then equated to (90) to give

$$2 \int_0^D R_\xi(\tau)(D - \tau) d\tau = \eta_2 D^\theta \tag{92}$$

Taking the derivative of the above equation with respect to D we get

$$2 \int_0^D R_\xi(\tau) d\tau = \eta_2 \theta D^{\theta-1} \tag{93}$$

Taking derivatives once more and substituting D with τ , we obtain the form of $R_\xi(\tau)$, that is,

$$R_\xi(\tau) = \frac{\eta_2 \theta (\theta - 1)}{2} \tau^{\theta-2} \quad \tau > 0 \tag{94}$$

Besides, the variance of the storm depth is

$$\text{Var}[h(D, D)] = \eta_2 D^\theta - \eta_1^2 D^2 = \eta_1^2 D^2 [(\eta_2/\eta_1^2) D^{\theta-2} - 1] \tag{95}$$

Now we can observe that the case where $\theta > 2$ is impossible since it implies that $\text{Var}[h(D, D)]$ would be negative for some large D and, also, would yield a correlation function of the instantaneous intensity increasing with lag τ , which is unreasonable. Likewise, the case where $\theta < 2$ is also impossible since it implies a negative $\text{Var}[h(D, D)]$ for some small D (though in this case we do not have any problem with the autocorrelation function). Finally, the only possibility with mathematical meaning is the case where $\theta = 2$. But, as results from (94), in that case $R_\xi(\cdot)$ is constant and, consequently, the instantaneous intensity would be constant with zero variance, a case with no interest or physical meaning.

APPENDIX D: INCOMPATIBILITY OF STATIONARY MODELS WITH MASS CURVES

Here we examine the compatibility of stationary models with mass curves in the general case. From (65) for $k = 2$ we get

$$E[h(t, D)^2] = E[h^*(t/D)^2]E[h(D, D)^2] \tag{96}$$

Note that the left-hand side of (96), in the case of a stationary model, is in fact a function of only t . Thus denoting $\phi(t) = E[h(t, D)^2]$ and $\psi(\lambda) = E[h^*(\lambda)^2]$ we can rewrite (96) as

$$\phi(\lambda D) = \psi(\lambda)\phi(D) \tag{97}$$

and since

$$\phi(\lambda \mu D) = \psi(\lambda)\phi(\mu D) = \psi(\lambda)\psi(\mu)\phi(D) \tag{98}$$

while at the same time

$$\phi(\lambda \mu D) = \psi(\lambda \mu)\phi(D) \tag{99}$$

we conclude that

$$\psi(\lambda \mu) = \psi(\lambda)\psi(\mu) \tag{100}$$

Thus

$$\psi(\lambda) = \lambda^\theta \tag{101}$$

for some constant θ . Furthermore, with the substitution of (101) into (97) and after setting $\lambda = 1/D$ we get

$$\phi(D) = \eta_2 D^\theta \tag{102}$$

where the constant $\eta_2 = \phi(1)$. Equation (102) is equivalent to (90), and thus it cannot be valid with the exception of the case that $\theta = 2$, which was described in Appendix C. We conclude that any stationary model is incompatible with the

APPENDIX E: INCOMPATIBILITY OF INDEPENDENCE OF NORMALIZED AND TOTAL DEPTH WITH THE WEAK STATIONARITY CONDITION

Starting with the obvious relation

$$\int_0^1 \xi^*(u) du = 1 \tag{103}$$

written in the form

$$\int_0^\delta \xi^*(u) du + \int_\delta^1 \xi^*(u) du = 1 \tag{104}$$

where δ is an arbitrary number ($0 \leq \delta \leq 1$) we obtain that

$$\begin{aligned} & \int_0^\delta \int_0^\delta E[\xi^*(u)\xi^*(s)] du ds \\ & - \int_\delta^1 \int_\delta^1 E[\xi^*(u)\xi^*(s)] du ds \\ & = \int_0^\delta E[\xi^*(u)] du - \int_\delta^1 E[\xi^*(u)] du \end{aligned} \tag{105}$$

To prove (105), multiply (104) successively by the first and second integral terms of its left-hand side, then subtract the two obtained equations, and take expected values. It is easy to show that (105) is inconsistent with the following concurrent equations:

$$E[\xi^*(u)] = c_1^* \tag{106}$$

$$E[\xi^*(u)\xi^*(s)] = \phi^*(|u - s|) \tag{107}$$

where c_1^* is an arbitrary constant and $\phi^*()$ is an arbitrary function. Indeed, (107) implies that (see analogous cases in Appendices B and C)

$$\int_0^\delta \int_0^\delta E[\xi^*(u)\xi^*(s)] du ds = 2 \int_0^\delta \phi^*(\tau)(\delta - \tau) d\tau \tag{108}$$

$$\int_\delta^1 \int_\delta^1 E[\xi^*(u)\xi^*(s)] du ds = 2 \int_0^{1-\delta} \phi^*(\tau)(1 - \delta - \tau) d\tau \tag{109}$$

Thus (105) becomes

$$\begin{aligned} & \int_0^\delta \phi^*(\tau)(\delta - \tau) d\tau - \int_0^{1-\delta} \phi^*(\tau)(1 - \delta - \tau) d\tau \\ & = c_1^*(\delta - 1/2) \end{aligned} \tag{110}$$

and, after taking derivatives with respect to δ ,

$$\int_0^\delta \phi^*(\tau) d\tau - \int_0^{1-\delta} \phi^*(\tau) d\tau = c_1^* \tag{111}$$

or

$$\int_{1-\delta}^\delta \phi^*(\tau) d\tau = c_1^* \tag{112}$$

It is apparent that there is no function $\phi^*()$ consistent with the above equation (except for the case $\phi^*(\tau) = 0$). Thus the function $\xi^*(\tau)$ cannot have concurrently both properties (106) and (107). At the same time the assumption of weak stationarity (equations (13) and (14)) along with (64) implies that

$$\begin{aligned} E[\xi(t_1, D)\xi(t_2, D)] &= D^{2H} \phi(|t_1 - t_2|/D) \\ &= E[\xi^*(t_1/D)\xi^*(t_2/D)\bar{i}(D)^2] \end{aligned} \tag{113}$$

and, if $\xi^*(t/D)$ and $\bar{i}(D)$ are hypothesized independent, then

$$E[\xi^*(t_1/D)\xi^*(t_2/D)] = \phi(|t_1 - t_2|/D)/(c_2 + c_1^2) \tag{114}$$

which is equivalent to (107) with $\phi^*(u) = \phi(u)/(c_2 + c_1^2)$. We conclude that either $\xi^*(t/D)$ and $\bar{i}(D)$ should not be hypothesized independent (but only orthogonal) or the covariance function $C_\xi(t_1, t_2; D)$ should not be considered to be a function of $(|t_1 - t_2|/D)$. If one wants to keep the complete independence assumption, one has to adopt a complicated covariance function which adds considerable complexity to the model.

Acknowledgments. This research was supported in part by the European Communities DG XII in the framework of the project AFORISM (EPOC-CT90-0023), by National Science Foundation grants BSC-8957469 and EAR-9117866, and by NASA grant NAG 5-2108. Computational resources were provided in part by the Minnesota Supercomputer Institute and by NTUA. We thank Praveen Kumar for reviewing the manuscript and providing useful comments and suggestions and George Tsakalias and Nikos Mamas-sis for helping with the computer programming. E.F.-G. wishes to acknowledge the hospitality of the water resources group at the National Technical University of Athens during her visit in the winter quarter of 1992.

REFERENCES

Bras, R. L., and I. Rodriguez-Iturbe, Rainfall generation: A nonstationary time-varying multidimensional model, *Water Resour. Res.*, 12(1), 450-456, 1976.

Eagleson, P. S., *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1970.

Eagleson, P. S., Climate, soil and vegetation, 2, The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences, *Water Resour. Res.*, 14(5), 713-721, 1978.

Grace, R. A., and P. S. Eagleson, The synthesis of short-time-increment rainfall sequences, *Rep. 91*, Hydrodyn. Lab., Mass. Inst. of Technol., Cambridge, 1966.

Hershendorff, J., and D. A. Woolhiser, Disaggregation of daily rainfall, *J. Hydrol.*, 95(3/4), 299-322, 1987.

Hjelmfelt, A. T., Jr., Overland flow from time-distributed rainfall, *J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, 107(HY2), 227-238, 1981.

Huff, F. A., Time distribution of rainfall in heavy storms, *Water Resour. Res.*, 3(4), 1007-1019, 1967.

Kavvas, M. L., and J. W. Delleur, A stochastic cluster model of daily rainfall sequences, *Water Resour. Res.*, 17(4), 1151-1160, 1981.

Lamperti, J., Semi-stable stochastic processes, *Trans. Am. Math. Soc.*, 104, 62-78, 1962.

Maheras, P., Synoptic situations and multivariate analysis of weather in Thessaloniki (in Greek), report, Lab. of Climatol., Univ. of Athens, Athens, Greece, 1982.

, A., *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 1965.

D. H., and I. Cordery, Rainfall temporal patterns for design, *J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng.*, 101(HY1), 81-95,

ez-Iturbe, I., V. K. Gupta, and E. Waymire, Scale considerations in the modeling of temporal rainfall, *Water Resour. Res.*, 1611-1619, 1984.

ou, M., Assessment of hyetographs of Aliakmon river (in Greek), diploma thesis, Natl. Tech. Univ. of Athens, Greece, 1985.

er, D. A., and H. B. Osborn, A stochastic model of dimensionless thunderstorm rainfall, *Water Resour. Res.*, 21(4), 2, 1985.

E. Foufoula-Georgiou, St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, Department of Civil and Mineral Engineering, University of Minnesota, Mississippi River at Third Avenue Southeast, Minneapolis, MN 55414-2196.

D. Koutsoyiannis, Division of Water Resources, Department of Civil Engineering, National Technical University of Athens, 5 Iroon Polytechniou, GR-15700 Zografou, Greece.

(Received July 24, 1992;
revised January 11, 1993;
accepted February 11, 1993.)

An optimized box-assisted algorithm for fractal dimensions

Peter Grassberger

Physics Department, University of Wuppertal, Gauss-Strasse 20, D-5600 Wuppertal 1, FRG

Received 8 January 1990; revised manuscript received 4 June 1990; accepted for publication 5 June 1990
Communicated by A.P. Fordy

We present an optimized algorithm for estimating the correlation dimension of an attractor based on very long time sequences. The main idea is to use a mesh in order to count only near neighbours in the correlation sum. Using linked lists, this leads to an extremely fast and storage-efficient routine, with running time and storage both $\propto N$, for N data points and N actually computed distances.

In the most straightforward implementation, estimating the correlation dimension [1,2] of an attractor from a time sequence of length N needs a time of order N^2 . This time is further enhanced if the estimate is to be made not only for a single embedding dimension, but for an entire range. Thus, even on modern supercomputers, analysing time sequences of length $N > 10^5$ becomes non-trivial. On workstations or minicomputers, a practical limit is reached somewhere near $N \approx (1-5) \times 10^4$. This represents a serious limitation, for instance in electronic experiments, in EEG observations, or in seismic data – in particular since one would like to perform dimension estimates routinely on large numbers of time sequences.

As was pointed out by Theiler [3], the naive implementation alluded to above is highly non-optimal. In estimating a dimension, one is only interested in *close* pairs of points in the time series. The straightforward implementation does this by first computing *all* distances, and then simply discarding the information contained in pairs which are not close. In ref. [3] an algorithm is given which helps in finding pairs with distance $< \epsilon$ only, by using a mesh of boxes. The size of each box is just ϵ , and candidates for close pairs are sought only in neighbouring boxes.

The most straightforward implementation of this would consist in defining an array for each box, whose elements are just the coordinates of the points

in the box, and then scanning through these arrays. The drawback of this implementation which renders it practically useless is that the number of points per box is unknown a priori, and assigning a maximal number of N elements per box would need enormous storage. In view of this, compromises had to be made in ref. [3], leading to a slightly suboptimal algorithm. Nevertheless, with it the author of ref. [3] was able to analyse 64000 iterations of the Hénon map $(x, y) \rightarrow (1 + 0.3y - 1.4x^2, x)$ in 36 min on an IBM PC with 4.77 MHz. Compared to the naive algorithm, this represents a speed-up by a factor > 1000 .

An alternative to using boxes (or "radices", as they are called in ref. [4]) are trees. Among computer scientists, there exists a wide-spread opinion that balanced k -d trees are optimal for searching close neighbours in k -dimensional Euclidean space [5,6]. An algorithm using such k -d trees for estimating the correlation dimension was presented in ref. [7]. It seems that this algorithm is highly optimized, at least as far as the neighbour search is concerned, and within the class of algorithms using k -d trees.

It is the purpose of the present note to show that an optimized box-assisted algorithm can be faster than the algorithm of ref. [3], and much faster than that of ref. [7]. At the same time it is rather simple and compact. While we shall present numerical results for the Hénon map only, we have applied it also to lattices of coupled logistic maps [8]. In this case, we went up to embedding dimension 15, with no loss

```

SUBROUTINE CORREL(X, KMAX, EPS, LOGIMAX, M_EMBED, MIN_DELAY, MM)
REAL*4 X(KMAX)
INTEGER BOX(0:511, 0:511), LLIST(100000), MM(2:10, 0:127)
INTEGER*2 IDDX
EQUIVALENCE (DDX, IDDX)

IMAX1=2**LOGIMAX-1
EPSINV=1./EPS

DO 20 M=2, M_EMBED
DO 20 I=0, 127
MM(M, I)=0
20 CONTINUE
DO 22 I=0, IMAX1
DO 22 J=0, IMAX1
BOX(I, J)=0
22 CONTINUE
DO 24 I=1, KMAX
LLIST(I)=0
24 CONTINUE

X1=X(1)
I1=INT(X1*EPSINV).AND.IMAX1

DO 60 K=2, KMAX-M_EMBED+2
X2=X(K)+E
I2=INT(X2*EPSINV).AND.IMAX1
DO 52 J1=I1-1, I1+1
L1=J1.AND.IMAX1
DO 51 J2=I2-1, I2+1
L2=J2.AND.IMAX1
KP=BOX(L1, L2)
IF((KP.GT.0).AND.(KP.LT.(K-MIN_DELAY))) THEN
35 DX=ABS(X1-X(KP-1))
IF(DX.LT.EPS) THEN
DX2=ABS(X2-X(KP))
IF(DX2.LT.EPS) THEN
M=2
DX=MAX(DX, DX2)
40 IF(DX.LT.1.E-19) THEN
LOGDX=127
ELSE
c
c The following two lines, together with the EQUIVALENCE statement,
c do the same as LOGDX=INT(-2.*ALOG(DX)/ALOG(2.))
c
DDX=DX**2
LOGDX=127.AND.-ISHFT(IDDX, -7)
ENDIF
41 MM(M, LOGDX)=MM(M, LOGDX)+1
IF(M.LT.M_EMBED) THEN
M=M+1
DX2=ABS(X(K+M-2)-X(KP+M-2))
IF(DX2.LT.EPS) THEN
IF(DX2.GT.DX) THEN
DX=DX2
GOTO 40
ELSE
GOTO 41
ENDIF
ENDIF

```

Fig. 1. Listing of a FORTRAN subroutine computing the correlation sum, needed for estimating the correlation dimension.

```

                ENDIF
            ENDIF
        ENDIF
        ENDIF
        KP=LLIST(KP)
        IF ((KP.GT.0).AND.(KP.LT.(K-MIN_DELAY))) GOTO 35
    ENDIF
51    CONTINUE
52    CONTINUE
    KPN=BOX(I1,I2)
    IF (KPN.EQ.0) THEN
        BOX(I1,I2)=K
    ELSE
55    KP=KPN
        KPN=LLIST(KP)
        IF (KPN.GT.0) GOTO 55
        LLIST(KP)=K
    ENDIF
    X1=X2
    I1=I2
60 CONTINUE

    DO 70 M=2,M_EMBED
        DO 70 I=126,0,-1
            MM(M,I)=MM(M,I)+MM(M,I+1)
        70 CONTINUE

    RETURN
    END

```

Fig. 1. (continued).

of efficiency. Indeed, it took only ca 50 h CPU time on a VAXstation 2000 to analyse data which – if we had computed all pairs – would have led to 1.5×10^{13} pairs.

While we shall only discuss the correlation dimension in the present note, it is easy to modify the method so that it yields also other Renyi dimensions [9]. Very high statistics results of the latter in the case of the Hénon map ($\approx 10^{12}$ pairs in toto, using an ATARI MEGA ST home computer) were published in ref. [10].

A FORTRAN subroutine corresponding to our algorithm for a two-dimensional mesh is listed in fig. 1. It expects as inputs:

- the time sequence $\{x_k | k = 1, \dots, k_{\max}\}$, as an array $X(K)$;
- its length k_{\max} as KMAX;
- the largest distance ϵ up to which pairs are counted as EPS; the program expects $\epsilon \leq 1$;
- the binary logarithm $\log_2 L$ of the size L of a quadratic array of $L \times L$ boxes, as LOGIMAX;
- the largest embedding dimension m_{\max} for which a dimension is needed, as M.EMBED;

- the minimal delay Δk for which pairs are to be included in the correlation sum as MIN_DELAY.

It produces as output the histogram MM containing the numbers of pairs with given distances. More precisely, $MM(M,I)$ is the number of pairs (k, k') (with time distance $k - k' > \Delta k$, measured in units of the delay time) which, when embedded in an m -dimensional space of delay coordinates, have distances

$$|x_k - x_{k'}|^2 < 2^{-I}.$$

The main idea of the present algorithm is to associate to each box a linked list, and write all these linked lists into one big array called "LLIST". In addition to this big array, which needs exactly N elements of N data points, we need an array (called "BOX") of the size of the mesh, which provides the information where the individual lists start in LLIST. More precisely, each element of BOX contains a pointer to the head of the list for the box. It is empty if no such list exists yet. Schematically, this is illustrated in fig. 2.

Let us first discuss the filling of the boxes, deferring the readout of the near neighbours (which ac-

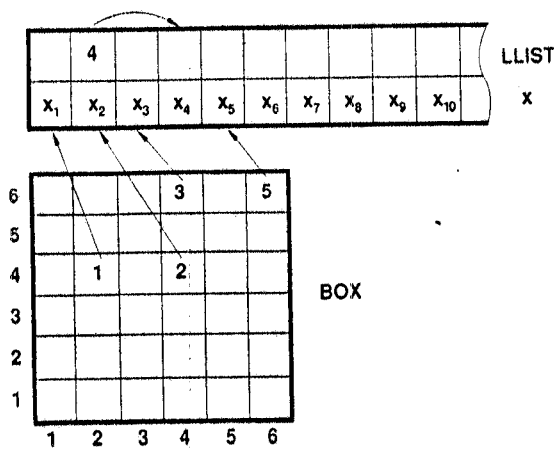


Fig. 2. In a mesh of 6x6 boxes, the first data point $x_1 = (x_1, x_2)$ has fallen into box (2, 4), points x_2 and x_4 have fallen into box (4, 4), x_3 into box (4, 6), and x_5 into box (6, 6). The figure shows the contents of the arrays LLIST(K), X(K), and BOX(I,J) after reading in the first five points (all empty elements are zero).

tually occurs first, in the DO-loops ending at labels 51 and 52) to the next paragraph. At the beginning, all elements of BOX and LLIST are set to zero. Then the data points are read in, one after the other. Assume that the k th data point falls into box (n, m) . If $\text{BOX}(N,M)$ is still zero at this time, then we set $\text{BOX}(N,M) = K$, and read in the next data point. If however $\text{BOX}(N,M)$ is equal to $l_1 \neq 0$, then we go to the l_1 th element of LLIST. If this is zero, then we set $\text{LLIST}(L1) = K$. Otherwise, if $\text{LLIST}(L1)$ is $l_2 \neq 0$, we go to $\text{LLIST}(L2)$. Thus we follow the list until we reach the first empty place, set this equal to k , and read in the next data point.

In order to find all near neighbours of the k th data point, we go in two nested DO-loops through the nine neighbouring boxes of box (n, m) (including this box itself!). Whenever the corresponding element of BOX is $l_1 \neq 0$, we first of all know that the l_1 th data point is a candidate for a near neighbour. In addition, if $\text{LLIST}(L1)$ is $l_2 \neq 0$, then $x(l_2)$ is also a candidate, and so on. Thus, by walking through the linked lists of the neighbouring boxes, we collect all candidates for near neighbours. The loop over the embedding dimension m is the innermost, and is implemented via a conditional GO TO.

We were careful to speak about "candidates" for near neighbours. One reason is that not all points in neighbouring boxes have distance $< \epsilon$, if the box index (n, n') of a point (x_k, x_{k+1}) is computed by a simple coarse graining,

$$n = \text{INT}(x_k/\epsilon), \quad n' = \text{INT}(x_{k+1}/\epsilon).$$

The other reason is that, in order to reduce the size of the array BOX, we do not use exactly this coarse graining. Instead, we use

$$n = \text{INT}(x_k/\epsilon) \text{ mod } L$$

and similarly for n' . Otherwise said, we give to the mesh the topology of a torus, and "wrap" phase space several times around this torus. This is technically done by masking (using bitwise logical AND) with $L-1$ (notice that L is chosen to be a power of 2). This "wrapping" is needed in particular whenever the range of values in the time sequence is not known *a priori*. In other circumstances it reduces memory space substantially for small values of the cut-off distance ϵ , at a modest reduction in speed. If the algorithm is to be applied to noisy data where a very small cut-off is not meaningful due to the noise, and where the range R_{max} of the distances is limited, one can set $\epsilon \geq R_{\text{max}}/L$ and delete the wrapping. In this case, the code not only gets simpler but also runs somewhat faster. We add some remarks.

(1) The program listed in fig. 1 uses mostly standard FORTRAN, with a few exceptions where VAX FORTRAN extensions are used. These are:

(a) The use of bitwise logical AND in order to get integers modulo powers of 2. Though not standard FORTRAN, this is implemented in most modern compilers;

(b) the use of masking and shifting in order to extract the binary logarithm of a floating point number. These operations can be done in practically all modern FORTRAN dialects, though the name of the shift routine might be different. An equivalent standard FORTRAN statement is given in a comment in the code. Notice that we bin the square of the distances, in order to get a finer binning. If this is still not fine enough, one could square a section time which still would be faster than using the ALOG function.

(2) The routine computes distances using the maximum norm, $\|x\| = \max_{1 \leq i \leq m} |x_i|$ for $x = (x_1, \dots,$

... This
 clude an
 trophy est
 tions if th
 (3) Wh
 nor from a
 there exist
 points. On
 to the geom
 time corr
 correlation
 range $< \Delta$
 time dista
 We urge th
 parameter (γ)
 between th
 we do not
 series uni
 lation tim
 are obsole
 subroutin
 (4) In
 embeddin
 higher-dim
 The neces
 the applic
 above, e.g.
 dimension
 three dire
 fifth octa
 more nat
 coordinat
 population
 (5) In
 it is advan
 in rep del
 respective
 near - cal
 linked list
 in the la
 through t
 hours of
 over the o
 We end
 ence of th
 {3,7}.
 Good
 exactly N

x_m). This is usually more interesting than the Euclidean norm, since it gives faster convergent entropy estimates, and it gives less systematic deviations if the data are oversampled.

(3) When estimating the dimension of an attractor from a time sequence, one has to make sure that there exist no dynamical correlations between data points. Otherwise said, all correlations should be due to the geometry of the attractor, and not due to short-time correlations. If one has suspicions that such correlations might be present in the sequence, with range $< \Delta k$, then the best is to eliminate pairs with time distance $< \Delta k$ from the correlation sum [11]. We urge the reader to be very generous with this parameter (which has nothing to do with the delay time between two successive points in the time sequence; we do *not* advocate the custom to thin out the time series until the delay time is larger than the correlation time!). Quite a number of published results are obsolete due to the neglect of this precaution. The subroutine expects Δk as an argument.

(4) In fig. 1, we assumed a 2-d mesh. If only embedding dimensions > 2 are needed, use of a higher-dimensional mesh might be advantageous. The necessary modifications are straightforward. In the application to coupled map lattices mentioned above, e.g., we were only interested in embedding dimensions ≥ 5 . Thus we used a 3-d mesh where the three directions corresponded to the first, third and fifth delay coordinate. (Compared to the seemingly more natural choice of first, second and third delay coordinate, this has the advantage of a more uniform population of the boxes.)

(5) In order to compute generalized dimensions, it is advantageous to use correlations between points in two different time sequences with N and N' points, respectively, with $N \ll N'$. [8]. The points in the former - called central points - are first organised in linked lists as described above. After that, the points in the latter sequence are read in, and by going through their neighbouring boxes the close neighbours of each central point are counted. Averaging over the central points is only done at the end [8,10].

We end by quoting some examples of the performance of the algorithm, and by comparing it with refs. [3,7].

Good results are obtained if one uses approximately N boxes, i.e. $L \approx \sqrt{N}$. In this case, one has to

store $2N$ integers in addition to the time sequence and the histogram themselves. The running time is $O(N) + O(D)$, where D is the number of pairs with distance $< \epsilon$.

To compare with ref. [3], we first analysed also 64000 iterations of the Hénon map. In order to fit into $< 640k$ of memory, we used $L = 128$. Using the same cut-off ϵ as in ref. [3] (which leads to 1.15×10^5 pairs with distance $< \epsilon$), we needed 54 s on a VAXstation 2000. Assuming this machine to be ≈ 10 -20 times faster than a PC with 4.77 MHz, we see that our algorithm is in this case ≈ 2 -4 times faster than that of ref. [3]. This would further improve for larger N , since the search algorithm used in ref. [3] for finding neighbouring points needs a time $O(N \log N)$. Also, the speed of the present algorithm is further increased by going to larger L . With $L = 256$, CPU time was reduced from 54 s to 31 s.

For comparison with ref. [7], we analysed various time sequences of the Hénon map of length N between 2^{12} and 2^{18} . As expected, CPU times increase for $L \approx \sqrt{N}$ linearly with N , for small values of ϵ . For small ϵ , these times hardly increase (by $< 10\%$) if one uses higher embedding dimensions. For intermediate values of ϵ , CPU times increase roughly as $\epsilon^{-1.2}$, reflecting the increase of the number of pairs $D \propto \epsilon^{-1.2}$.

For direct comparison, we ran also the routine of ref. [7], kindly provided by Dr. Kot, on our computer (a VAXstation 2000). For small ϵ , our algorithm was faster by a factor of 10 (for $N = 2^{14}$) to 11 (for $N = 2^{16}$). For larger ϵ , this factor decreased to ~ 5 . The latter shows that our algorithm is faster mainly due to the difference in the speed of the near-neighbour search, not in the speed of the actual distance computation and binning.

We might add that the total number of pairs checked in our algorithm was roughly $6D$, for $L \approx \sqrt{N}$ and for ϵ such that $D = N$. This holds true for a wide range in N , $10^4 < N < 2 \times 10^5$. If we had not used any wrapping, the number of checked pairs would be roughly $2D$. The addition factor of 3 is due to wrapping. It decreases fast with increasing ϵ .

Finally, we should remark that our algorithm is for $\epsilon \geq R_{\max}$ (where R_{\max} is the diameter of the attractor) only very little slower (by a factor ≈ 1.8) than the most straightforward algorithm. This shows that it needs only little overhead.

Summarising, we have presented what seems to be a highly optimized code for estimating correlation dimensions from time sequences. It is easily implemented, and easily generalized to estimates of other generalized dimensions. It is considerably faster than an algorithm based on a k -d tree, although the latter is commonly supposed to be preferable. It might be that k -d trees are more efficient if one wants to estimate dimensions not on the basis of the number of points falling into neighbourhoods of fixed size, but rather on the sizes of neighbourhoods containing fixed numbers of pairs [12].

I am indebted to Dr. M Kot for sending me his routine, and to T. Schreiber for running this routine and for very useful discussions.

References

- [1] F. Takens, Invariants related to dimension and entropy, in: Atas do 13^o Coloquio Brasileiro de Matematica (1983).
- [2] P. Grassberger and I. Procaccia, *Physica D* 9 (1983) 189.
- [3] J. Theiler, *Phys. Rev. A* 36 (1987) 4456.
- [4] D.E. Knuth, *The art of computer programming*, Vol. 3, Sorting and searching (Addison-Wesley, Reading, MA, 1973).
- [5] J.L. Bentley and J.H. Friedman, *ACM Comput. Surv.* 11 (1979) 397.
- [6] S.M. Omohundro, *Complex Syst.* 1 (1987) 273.
- [7] S. Bingham and M. Kot, *Phys. Lett. A* 140 (1989) 327.
- [8] P. Grassberger, *Phys. Lett. A* 97 (1983) 227.
- [9] P. Grassberger, to be published.
- [10] P. Grassberger, *Phys. Lett. A* 128 (1988) 369.
- [11] J. Theiler, *Phys. Rev. A* 34 (1986) 2427.
- [12] P. Grassberger, *Phys. Lett. A* 107 (1985) 101; R. Badii and A. Politi, *J. Stat. Phys.* 40 (1985) 725.