

Υδρολογική προσομοίωση της ροής σε υδροφορείς
υψηλής αβεβαιότητας

Ευάγγελος Ρόζος

12 Απριλίου 2010

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή - Επισκόπηση της διατριβής	9
1.1	Υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας	9
1.2	Ευέλικτη διακριτοποίηση	11
1.3	Μικτή εξίσωση καρστικών υδροφορέων	12
1.4	Αναπαράσταση ροής σε υδροφορείς με υδραυλικό ανάλογο . . .	13
1.5	Διάρθρωση της εργασίας	14
2	Υπόγειες υδρολογικές διεργασίες	17
2.1	Υδρολογικός κύκλος	17
2.2	Περιγραφή της υπόγειας κίνησης του νερού	17
2.3	Έννοιες - ορισμοί	19
2.4	Διαφορική εξίσωση υπόγειας ροής	21
2.5	Σύγκριση επιφανειακής και υπόγειας ροής	23
3	Μοντέλα υπόγειας ροής	27
3.1	Εισαγωγή	27
3.2	Μοντέλα μαύρου κουτιού	27
3.2.1	Η συνέλιξη	28
3.2.2	Τα νευρωνικά δίκτυα	29
3.3	Εννοιολογικά μοντέλα	31
3.4	Πολυκυτταρικά μοντέλα	35
3.5	Μοντέλα φυσικής βάσης	35
3.6	Επίλυση διαφορικής εξίσωσης ροής σε πορώδη υδροφορέα με πεπερασμένες διαφορές (MODFLOW)	36
3.6.1	Διακριτοποίηση διαφορικής εξίσωσης υπόγειας ροής . .	36
3.6.2	Αποθήκευση νερού στο κύτταρο.	38
3.6.3	Επικρεμάμενος υδροφορέας	39
3.6.4	Υπολογισμός όρων αγωγιμότητας	40
3.6.5	Υλοποίηση συνοριακών συνθηκών και φορτίσεων . . .	42
3.6.6	Επίλυση γραμμικού συστήματος	43
3.7	Επίλυση διαφορικής εξίσωσης ροής σε πορώδη υδροφορέα με πεπερασμένα στοιχεία	46
3.8	Μοντέλα διπλού πορώδους	50

3.9	Μοντέλα φυσικής βάσης με χρήση αναλυτικών στοιχείων (Analytic Elements Method)	51
3.9.1	Εισαγωγή	51
3.9.2	Συνάρτηση δυναμικού - ροϊκή συνάρτηση	52
3.9.3	Παραδείγματα συνάρτησης δυναμικού και ροϊκής συνάρτησης	53
3.9.4	Μιγαδικό δυναμικό	55
3.9.5	Αναλυτικά στοιχεία	55
4	Επιφανειακά μοντέλα	59
4.1	Κατηγορίες επιφανειακών μοντέλων	59
4.2	Μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης φυσικής βάσης	60
4.3	Εννοιολογικά μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης	61
5	Υποστηρικτικό επιφανειακό μοντέλο	63
5.1	Εισαγωγή	63
5.2	Επιφανειακό μοντέλο Thornthwaite	63
5.3	Τροποποίηση μοντέλου Thornthwaite	64
5.4	Επίλυση της διαφορικής εξίσωσης	66
6	Μοντέλο υπόγειων υδάτων	69
6.1	Εισαγωγή	69
6.2	Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων όγκων, πεπερασμένων στοιχείων	69
6.3	Μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση	71
6.4	Εκτίμηση σφάλματος μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση	73
6.5	Ισοδύναμη αγωγιμότητα	75
6.6	Η κατακόρυφη διάσταση	75
6.7	Αναπαράσταση εξίσωσης κίνησης υπογείων υδάτων με υδραυλικό ανάλογο	76
6.8	Ρητό σχήμα επίλυσης	80
6.9	Πεπλεγμένο σχήμα επίλυσης	82
6.10	Ευστάθεια-σύγκλιση	84
6.11	Σύγκριση εξισώσεων 3dkflow και MODFLOW	85
6.12	Εφαρμογές της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση	87
6.13	Επίλυση ετερογενούς συνθετικού υδροφορέα	94
6.13.1	Παραγωγή συνθετικού υδροφορέα	95
6.13.2	Προσομοίωση συνθετικού υδροφορέα με τέσσερις ορθογωνικούς καννάβους διαφορετικής διακριτότητας	98
6.13.3	Προσομοίωση συνθετικού υδροφορέα με 3dkflow	99
6.13.4	Σύγκριση αποτελεσμάτων MODFLOW και 3dkflow και συμπεράσματα	101

6.14	A posteriori εκτίμηση σφάλματος μοντέλου	102
6.15	Πεδίο εφαρμογής μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιη- μένη ολοκλήρωση	105
6.16	Μικτή εξίσωση ροής καρστικών	106
6.17	Ενσωμάτωση μικτής εξίσωσης ροής καρστικών στο 3dkflow . .	109
7	Αντίστροφο πρόβλημα	111
7.1	Εισαγωγή	111
7.2	Μέθοδοι χωρικής ολοκλήρωσης ιδιοτήτων (upscaling)	112
7.3	Παραμετροποίηση	115
7.3.1	Παραμετροποίηση με ντετερμινιστικές μεθόδους	115
7.3.2	Παραμετροποίηση με γεωστατιστικές μεθόδους	116
7.4	Στοχική συνάρτηση	119
7.5	Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης	120
7.5.1	Εισαγωγή	120
7.5.2	Μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης	121
8	Συνδυασμένη μοντελοποίηση επιφανειακών και υπόγειων υδά- των	125
8.1	Εισαγωγή	125
8.2	Η δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ	125
8.2.1	Εισαγωγή	125
8.2.2	Επιφανειακό μοντέλο	126
8.2.3	Υπολογισμός εισροών στο υδρογραφικό δίκτυο	127
8.2.4	Συνιστώσες φόρτισης υπόγειων δεξαμενών	128
8.2.5	Μοντέλο υδροσυστήματος-κατανομής της ζήτησης	129
8.2.6	Γεωγραφική πληροφορία	131
8.2.7	Εκτίμηση παραμέτρων	133
9	Εφαρμογή του 3dkflow	135
9.1	Εισαγωγή	135
9.2	Εφαρμογή στον Αλμυρό Αγίου Νικολάου	135
9.2.1	Περιγραφή περιοχής	135
9.2.2	Μοντελοποίηση υδροφορέα	138
9.2.3	Αποτελέσματα μοντέλου και συμπεράσματα	139
9.3	Υδροφορέας Λιλαίας	140
9.3.1	Περιγραφή περιοχής	140
9.3.2	Μοντελοποίηση	142
9.3.3	Αποτελέσματα μοντέλου Λιλαίας συμπεράσματα	143
9.4	Βρόχος υστέρησης μακροσκοπικής αγωγιμότητας σε καρστι- κούς υδροφορείς	145
9.5	Πηγή Bregava	148
9.5.1	Περιγραφή περιοχής	148
9.5.2	Μοντελοποίηση υδροφορέα	150

9.5.3	Αποτελέσματα μοντέλου και συμπεράσματα	151
10	Εφαρμογή δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ	157
10.1	Εισαγωγή	157
10.2	Εφαρμογή της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ στο Βοιωτικό Κηφισό	158
10.2.1	Περιγραφή περιοχής	158
10.2.2	Μοντελοποίηση επιφανειακής ροής υδάτων	162
10.2.3	Μοντελοποίηση υπόγειας ροής υδάτων	162
10.2.4	Μοντελοποίηση υδροσυστήματος	164
10.2.5	Βαθμονόμηση μοντέλου	164
10.2.6	Αποτελέσματα-συμπεράσματα	167
10.3	Εφαρμογή δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ στη δυτική Θεσσαλία	171
10.3.1	Περιγραφή περιοχής	171
10.3.2	Μοντελοποίηση επιφανειακής ροής υδάτων	173
10.3.3	Μοντελοποίηση υπόγειας ροής υδάτων	174
10.3.4	Μοντελοποίηση υδροσυστήματος	175
10.3.5	Βαθμονόμηση μοντέλου	176
10.3.6	Αποτελέσματα-συμπεράσματα	178
10.3.7	Έλεγχος 3dkflow με χρήση MODFLOW 2000	181
10.4	Κριτική σφάλματος 3dkflow	185
11	Προοπτικές	189
11.1	Τροποποίηση της διακριτοποίησης οδηγούμενη από τα αποτελέσματα της επίλυσης	189
11.2	Εξέταση και άλλων εξισώσεων ροής	190
11.3	Προσομοίωση ποιότητας	191
12	Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα	193
12.1	Υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας	193
12.2	Ευέλικτη διακριτοποίηση	194
12.3	Υδραυλικό ανάλογο	195
12.4	Εναλλακτική εξίσωση ροής	196
12.5	Σφάλματα μοντέλων υπόγειας ροής	197
12.6	Ολοκλήρωση του 3dkflow με μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας και διαχειριστικό μοντέλο	197
12.7	3dkflow και MODFLOW	199
12.8	Σύνοψη πρωτότυπων σημείων διατριβής	200
A		213
A.1	Σχηματική αναπαράσταση υδρολογικού κύκλου	213
A.2	Επιφανειακές διεργασίες και διεργασίες ακόρεστης ζώνης	213
A.2.1	Ακόρεστη ζώνη	213
A.2.2	Εξάτμιση	215

A.2.3	Επιφανειακή απορροή	218
A.3	Μέθοδος Penman-Monteith	221
A.4	Υδραυλική γεωτρήσεων	222
A.5	Μέτρηση παραμέτρων υδροφορέα	226
A.6	Γενική δομή του κώδικα του MODFLOW	227
A.7	Παράμετροι μοντέλου Sacramento	227
A.8	Ευστάθεια αριθμητικών σχημάτων (von Neumann)	229
A.8.1	Σειρές Fourier	229
A.8.2	Τριγωνομετρικές ταυτότητες	230
A.8.3	Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας αριθμητικού σχήματος εξίσωσης διάχυσης με εμπρόσθιες διαφορές	230
A.8.4	Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας ρητού αριθμητικού σχήματος επίλυσης της εξίσωση υπόγειας ροής	231
A.8.5	Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας αριθμητικού σχήματος εξίσωσης μεταφοράς με εμπρόσθιες διαφορές	232
A.9	Θεωρήματα ανάλυσης	233
A.9.1	Θεώρημα αποκλίσεως	233
A.9.2	Πρόβλημα συνοριακών συνθηκών	234
A.9.3	Γενικευμένοι τύποι Green	234
A.10	Extended Kalman Filter	235
A.11	Συνάρτηση ημιμεταβλητογράμματος σε στάσιμο πεδίο	236
A.12	Συντελεστής αποδοτικότητας	237
A.13	MIKE SHE	237
A.13.1	Εισαγωγή	237
A.13.2	Επιφανειακή απορροή	238
A.13.3	Ροή στο ποτάμι - Συνεργασία με MIKE 11	239
A.13.4	Εξατμοδιαπνοή	240
A.13.5	Μέθοδος Kristensen-Jensen	241
A.13.6	Μέθοδος Yan-Smith	243
A.13.7	Ακόρεστη ζώνη	245
A.13.8	Κορεσμένη ζώνη	246
A.13.9	Αλληλεπίδραση διεργασιών	247

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή - Επισκόπηση της διατριβής

1.1 Υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας

Η μελέτη της κίνησης του νερού σε υπόγειους υδροφορείς αποτελεί μια κατηγορία εφαρμογών της υδρολογίας που ταλανίζεται από έλλειψη δεδομένων και μετρήσεων. Επιπλέον, οι υδραυλικές και φυσικές ιδιότητες των υδροφορέων χαρακτηρίζονται από μεγάλη χωρική μεταβλητότητα η οποία δεν μπορεί να είναι πλήρως γνωστή. Εξάλλου οι συνθήκες στα σύνορα ενός υδροφορέα μπορεί να εξαρτώνται με πολύπλοκο τρόπο από την πιεζομετρία ενώ οι ιδιότητες του μπορεί να μεταβάλλονται χωρικά (ετερογένεια) πράγμα που δημιουργεί περαιτέρω δυσχέρειες. Στους υδροφορείς διπλού πορώδους μέσου, (καρστικοί, ρηγματωμένοι) υπάρχει πρόσθετος παράγοντας αβεβαιότητας που οφείλεται στο γεγονός ότι το δευτερογενές πορώδες αναπτύσσεται σε μακροσκοπική κλίμακα και οφείλεται σε ασυνέχειες που έχουν διακριτή γεωμετρία η οποία δεν μπορεί πάντα να περιγραφεί με στατιστικά ή ισοδύναμα μεγέθη (σε αντίθεση με το πρωτογενές).

Η ελάχιστη πληροφορία που πρέπει να είναι διαθέσιμη για το στήσιμο και του πιο στοιχειώδους μοντέλου υπόγειων υδάτων είναι η πληροφορία που απαιτείται για τη σύνταξη του υδατικού ισοζυγίου. Η πληροφορία αυτή περιλαμβάνει: την έκταση του υδροφορέα, τις φορτίσεις (κατείσδυση, αντλήσεις) και τον τρόπο που εκφορτίζεται ο υδροφορέας (πηγές, υπόγειες διαφυγές). Σφάλματα σε αυτή την πληροφορία θα έχουν επίπτωση στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων ανεξαρτήτως του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί.

Πέρα από αυτήν την εκ των ων ουκ άνευ πληροφορία, για την πλήρη μοντελοποίηση ενός υπόγειου υδροφορέα απαιτείται πληροφορία για τη γεωμετρία του, για το υδραυλικό φορτίο εντός του και για τις συνθήκες ροής που επικρατούν (η ροή είναι Νταρσιανή σε πορώδεις υδροφορείς αλλά εξαιρετικά πολύπλοκη σε υδροφορείς με διπλό πορώδες). Αν δεν υπάρχει κάποιο από αυτά τα τρία είδη πληροφορίας, η μοντελοποίηση παρουσιάζει προβλήματα,

όπως:

1. Άγνοια γεωμετρίας υδροφορέα. Αν η γεωμετρία του υδροφορέα δεν είναι γνωστή τότε η χρήση ενός μοντέλου που βασίζεται στην αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων δεν είναι εφικτή καθότι δεν μπορεί να οριστεί το πεδίο ορισμού της διαφορικής εξίσωσης. Σε αυτή την περίπτωση ένα εννοιολογικό μοντέλο που χρησιμοποιεί τη διαθέσιμη πληροφορία για την έκταση του υδροφορέα αλλά δεν απαιτεί την ακριβή αναπαράσταση της γεωμετρίας του μπορεί να υπερτερεί σαν επιλογή. Παράδειγμα εφαρμογής που αντιμετωπίζει αυτό το πρόβλημα είναι η εργασία του Cluer (1989). Ο Cluer προτείνει τη χρήση απλών εξισώσεων ισοζυγίου κατ' αρχήν για να εκτιμηθεί η άγνωστη έκταση του υδροφορέα και ακολούθως για να προσομοιωθεί η λειτουργία του. Για την εκτίμηση της έκτασης εφαρμόζεται η εξίσωση ισοζυγίου σε ιστορικά δεδομένα με μήκος τουλάχιστον εικοσαετίας έτσι ώστε να περιοριστεί η συμβολή της άγνωστης συνιστώσας της αποθήκευσης.
2. Έλλειψη μετρήσεων στάθμης. Αν δεν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις στάθμης τότε δεν μπορεί να ελεγχθεί η αξιοπιστία της προσομοίωσης της διακύμανσης της στάθμης του υδροφορέα. Συνεπώς σε αυτή την περίπτωση η προσομοιωμένη διακύμανση έχει μικρή χρησιμότητα. Ένα απλούστερο μοντέλο που επικεντρώνει μόνο στην προσομοίωση των παροχών (και άρα του ισοζυγίου) μπορεί να επιτύχει καλύτερη προσαρμογή και ταχύτερη επίλυση. Οι Dawes et al. (2001) αντιμετωπίζουν το πρόβλημα έλλειψης δεδομένων χρησιμοποιώντας ένα απλό εννοιολογικό μοντέλο που καταλήγει σε μονοδιάστατη εξίσωση διάχυσης. Στη διατύπωση της εξίσωσης αποφεύγεται η χρήση του υδραυλικού ύψους ως μεταβλητής. Αντ' αυτής χρησιμοποιείται με εννοιολογική σημασία η αποθηκευμένη ποσότητα στον υδροφορέα.
3. Μη Νταρσιανή ροή. Το βασικό χαρακτηριστικό της ροής σε υδροφορείς με δευτερογενές πορώδες είναι η κυριαρχία μη Νταρσιανής ροής εντός του δευτερογενούς πορώδους και Νταρσιανής εντός του πρωτογενούς πορώδους. Δηλαδή αυτοί οι υδροφορείς χαρακτηρίζονται από δύο μέσα κυκλοφορίας και αποθήκευσης του νερού εκ των οποίων το μη Νταρσιανό έχει πιο σύνθετη υδραυλική συμπεριφορά. Κατά συνέπεια σε αυτή την περίπτωση η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κίνηση νερού σε υδροφορείς πορώδους μέσου δεν μπορεί να εφαρμοστεί καθολικά στη μάζα του υδροφορέα. Ενδέχεται εναλλακτικές εξισώσεις να περιγράφουν καλύτερα τη δυναμική του φαινομένου. Βιβλιογραφική επισκόπηση της έρευνας όσον αφορά στους καρστικούς υδροφορείς δίνεται στο υποκεφάλαιο 3.3.

Οι υδροφορείς που παρουσιάζουν τουλάχιστον ένα από τα παραπάνω τρία χαρακτηριστικά ονομάζονται στην παρούσα μελέτη υδροφορείς υψηλής αβε-

βαιότητας. Η παρούσα εργασία επικέντρωσε στη μελέτη αυτών των υδροφορέων αναπτύσσοντας εξειδικευμένο μοντέλο και εφαρμόζοντάς το σε αντίστοιχες περιπτώσεις.

1.2 Ευέλικτη διακριτοποίηση

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία μοντελοποίησης η οποία προσφέρει ευέλικτη διακριτοποίηση που προσαρμόζεται στη διαθέσιμη πληροφορία και τις απαιτήσεις μοντελοποίησης. Στην ουσία ανάλογα με τη διακριτοποίηση που επιλέγεται το μοντέλο ορίζεται είτε ως εννοιολογικό είτε ως μοντέλο φυσικής βάσης. Έτσι σε υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας το μοντέλο εφαρμόζεται με εννοιολογική προσέγγιση ενώ σε εφαρμογές με επάρκεια δεδομένων το μοντέλο έχει χαρακτηριστικά μοντέλου φυσικής βάσης. Η διακριτοποίηση μπορεί να γίνει βάσει ενός από τα ακόλουθα:

1. Γεωμετρία υδροφορέα. Μια πολύ αδρομερής διακριτοποίηση μπορεί να βασιστεί σε στοιχειώδεις γνώσεις των συνόρων του υδροφορέα. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει εννοιολογικό μοντέλο με πολύ μικρό αριθμό κυττάρων που όμως λαμβάνει υπόψη του τη διαθέσιμη πληροφορία για τη γεωμετρία του υδροφορέα.
2. Ιδιότητες υδροφορέα. Με αυτή τη διακριτοποίηση, προκύπτει εννοιολογικό μοντέλο στο οποίο ο αριθμός των κυττάρων ισούται με τον αριθμό των ομογενών (ή των κατά προσέγγιση ομογενών) περιοχών του υδροφορέα. Οι ιδιότητες αυτές μπορεί να είναι υδραυλικές (π.χ. υδραυλική αγωγιμότητα) ή μπορεί να είναι γεωγραφικές (π.χ. υψόμετρο βάσης υδροφορέα).
3. Υδραυλικές συνθήκες του υδροφορέα. Σε περίπτωση που υπάρχει επαρκής πληροφορία για τις συνθήκες ροής στον υδροφορέα, η διακριτοποίηση μπορεί να γίνει βάσει των γραμμών ροής. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει μοντέλο φυσικής βάσης.

Οι δύο πρώτες διακριτοποιήσεις αντιστοιχούν στα πολυκυτταρικά μοντέλα. Αυτά αποτελούν επέκταση του μονοκυτταρικού μοντέλου-αντιδραστήρα πλήρους μίξης το οποίο χρησιμοποιείται σε περιβαλλοντικές εφαρμογές (Aris, 1994).

Η τελευταία διακριτοποίηση συγγενεύει με τη μέθοδο των δικτύων ροής η οποία προϋποθέτει μόνιμες συνθήκες ροής και έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για τον υπολογισμό των διαφυγών κάτω από φράγματα. Βασίζεται στην εργασία των *Narasimhan & Witherspoon* (1976) οι οποίοι χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων παρουσίασαν μια μορφή πολυκυτταρικών μοντέλων που είναι αντίστοιχη με τα δίκτυα ροής. Η παρούσα εργασία ερευνά το σφάλμα των πολυκυτταρικών μοντέλων αυτού του είδους σε μη μόνιμες

συνθήκες ροής. Η έρευνα βασίζεται σε αριθμητική (σύγκριση με μοντέλα πεπερασμένων διαφορών) αλλά και σε μαθηματική ανάλυση του σφάλματος.

Το μοντέλο ευέλικτης διακριτοποίησης που αναπτύχθηκε ονομάζεται 3dk-flow. Η εφαρμογή του μοντέλου έγινε χρησιμοποιώντας τα τρία πιο πάνω είδη διακριτοποίησης σε υδροφορείς με χαρακτηριστικά υδροφορέων υψηλής αβεβαιότητας. Στις διακριτοποιήσεις με 3dkflow βάσει των υδραυλικών συνθηκών του υδροφορέα (η τρίτη επιλογή διακριτοποίησης που περιγράφηκε πιο πάνω), ο αριθμός των κυττάρων ήταν πολύ μικρότερος από αυτόν που θα απαιτούνταν σε διακριτοποίηση με πεπερασμένες διαφορές. Ο μειωμένος αριθμός κυττάρων συνεπάγεται μείωση του χρόνου επίλυσης. Η ταχύτητα ενός μοντέλου, ειδικά στα σύγχρονα συστήματα, μπορεί να μην είναι πρώτη στη ανάγκη όταν πρόκειται για εκτέλεση μιας απλής προσομοίωσης. Η ταχύτητα όμως αναδεικνύεται σε πολύ σημαντική ιδιότητα του μοντέλου όταν απαιτούνται πολλαπλά τρεξίματα του, όπως συμβαίνει κατά τη διάρκεια της εκτίμησης των παραμέτρων ή σε εφαρμογές βέλτιστης διαχείρισης.

1.3 Μικτή εξίσωση καρστικών υδροφορέων

Οι καρστικοί υδροφορείς χαρακτηρίζονται από σύνθετη υδραυλική συμπεριφορά που συνδυάζει τη ροή εντός πορώδους μέσου με τη ροή εντός προνομιακών καρστικών αγωγών. Μια απλοποιητική παραδοχή για τη μοντελοποίηση αυτών των υδροφορέων είναι η χρήση του ισοδύναμου πορώδους μέσου και της εξίσωσης Darcy. Σύμφωνα με μια άλλη παραδοχή, η εξίσωση Darcy-Weisbach είναι πιο κατάλληλη για να περιγράψει την τυρβώδη ροή εντός των καρστικών αγωγών. Η εξίσωση αυτή χρησιμοποιείται στην υδραυλική για αγωγούς κυκλικής διατομής υπό πίεση. Οι καρστικοί αγωγοί όμως, εκτός του ότι κατά κανόνα δεν έχουν κυκλική διατομή, ενίοτε παροχετεύουν το νερό υπό συνθήκες ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Άρα μια υδραυλική εξίσωση κατάλληλη να περιγράψει ταυτόχρονα τη ροή υπό πίεση και τη ροή με ελεύθερη επιφάνεια καθώς και τη μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη, θα μπορούσε να αποδειχθεί σε πλεονεκτική για τη μοντελοποίηση ενός καρστικού υδροφορέα.

Με αυτό το σκεπτικό, επινοήθηκε κατά τη διάρκεια αυτής της εργασίας μικτή εξίσωση που είναι εφαρμόσιμη και στα δύο είδη ροής, δηλαδή με ελεύθερη επιφάνεια και υπό πίεση. Η ιδέα προέρχεται από την υδραυλική συμπεριφορά των σηράγγων που παροχετεύουν νερό από ταμειυτήρα (π.χ. στραγγιστικά έργα, προσαγωγός διώρυγα κ.α.). Όταν η στάθμη στον ταμειυτήρα είναι πάνω από την οροφή της σήραγγας στο σημείο υδροληψίας τότε αυτή λειτουργεί σαν αγωγός υπό πίεση. Όταν η στάθμη πέσει κάτω από την οροφή της σήραγγας τότε αυτή μεταβαίνει σε συνθήκες ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Οι δύο αυτές συνθήκες ροής αντιστοιχούν στις συνθήκες στον υδροφορέα κατά την υγρή και ξηρή περίοδο του υδρολογικού έτους, η δε σήραγγα αντιστοιχεί στους καρστικούς αγωγούς.

Μια κριτική θεώρηση της παραπάνω ιδέας όμως θα μπορούσε να υποδείξει

ότι η ύπαρξη της αβεβαιότητας θέτει υπό αμφισβήτηση τις σύνθετες προσεγγίσεις και πολλές φορές αναδεικνύει την απλούστερη προσέγγιση (εξίσωση Darcy και παραδοχή ισοδύναμου πορώδους μέσου) σαν την πιο πρόσφορη επιλογή (όχι γιατί αναπαριστά με πληρότητα και ακρίβεια τα σύνθετα φαινόμενα, αλλά γιατί η απλούστερη περιγραφή αρμόζει καλύτερα στις συνθήκες υψηλής αβεβαιότητας). Γι αυτό το λόγο η μικτή εξίσωση ροής εφαρμόστηκε σε τρεις διαφορετικούς υδροφορείς για να διερευνηθεί αν και υπό ποιες συνθήκες μπορεί να αυξήσει την ακρίβεια της μοντελοποίησης.

1.4 Αναπαράσταση ροής σε υδροφορείς με υδραυλικό ανάλογο

Η επιχειρησιακή εφαρμογή σύνθετων μαθηματικών μοντέλων στις υδρολογικές εφαρμογές έχει γίνει πλέον καθεστώς με την έλευση των σύγχρονων υπολογιστικών συστημάτων. Η τάση που επικρατεί στη φάση που ολοκληρώνεται αυτή η εργασία είναι η μετάβαση από τα μοντέλα που αντιμετωπίζουν μια μεμονωμένη υδρολογική διεργασία στα συνδυασμένα μοντέλα έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η ολιστική περιγραφή των υδρολογικών συστημάτων. Η τάση αυτή επιβάλλει πλέον στα μοντέλα να είναι κατά το δυνατόν ολιγαρχή ως προς τα δεδομένα εισόδου, για να είναι εύκολη η αλληλεπίδραση μεταξύ τους, και φειδωλά ως προς τις υπολογιστικές απαιτήσεις τους δεδομένου του αυξημένου υπολογιστικού φόρτου. Οι περιορισμοί αυτοί σε συνδυασμό με την ολοένα και αυξανόμενη ανάγκη για ακρίβεια, αποτελεί πολλές φορές κίνητρο να επινοηθούν νέα μοντέλα που να συμβιβάζουν καλύτερα τις αντικρουόμενες απαιτήσεις.

Τα μοντέλα υπόγειας ροής βασίζονται σε πεπλεγμένα αριθμητικά σχήματα τα οποία καταλήγουν σε συστήματα γραμμικών εξισώσεων. Η δομή των μοντέλων αυτών περιστρέφεται γύρω από την αντιστοίχιση της γεωμετρίας του υδροφορέα, των συνοριακών συνθηκών και των φορτίσεων του στους κατάλληλους συντελεστές αγνώστων και σταθερούς όρους του συστήματος. Αυτή η αφηρημένη μαθηματική προσέγγιση έδωσε την ώθηση στην παρούσα εργασία για την ανάπτυξη ενός πιο εύληπτου σχήματος. Η σχηματοποίηση των εξισώσεων κίνησης του νερού στο 3dkflow βασίζεται πάνω σε ένα υδραυλικό ανάλογο αποτελούμενο από δεξαμενές και αγωγούς. Η όλη υλοποίηση του μοντέλου έχει να κάνει με τις ιδιότητες και τις μεταβλητές κατάστασης αυτών των δύο νοητών στοιχείων. Αυτό βοηθάει στο να απλοποιηθεί η περιγραφή των συνοριακών συνθηκών και των φορτίσεων, βοηθάει στο στήσιμο μοντέλων για περιγραφή μη Νταρσιανών ροών και διευκολύνει και την επίτευξη της αλληλεπίδρασης του μοντέλου με άλλα υδρολογικά μοντέλα. Το πρόγραμμα 3dkflow συνδέθηκε εν προκειμένω με μοντέλα επιφανειακής υδρολογίας και διαχειριστικά μοντέλα, αποτελώντας έτσι ένα τμήμα ενός ολοκληρωμένου υπολογιστικού συστήματος υδρολογικής και διαχειριστικής προσομοίωσης λεκάνης απορροής. Το σύστημα αυτό φέρει το όνομα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ και

διαθέτει πέραν των πιο πάνω μοντέλων/αρθρωμάτων δυνατότητα βελτιστοποίησης παραμέτρων (συμπεριλαμβανομένων και των παραμέτρων του 3dkflow) και γεωγραφικής απεικόνισης (με χρήση ΣΓΠ) των υδρολογικών συνιστωσών (υδρογραφικό δίκτυο, υδροφορείς, τεχνητά έργα) και των αποτελεσμάτων.

1.5 Διάρθρωση της εργασίας

Το κεφάλαιο 2 που ακολουθεί αποτελεί υπενθύμιση των βασικών εννοιών που αφορούν στην υπόγεια υδρολογία. Η θεωρία διατυπώνεται στη γενική της μορφή έτσι ώστε να υπογραμμισθούν οι παραδοχές που συνήθως ακολουθούνται σιωπηρά στα υδρολογικά μοντέλα, πολλές φορές χωρίς τεκμηρίωση και αντιστοιχία με τη φυσική πραγματικότητα. Κλασικό παράδειγμα είναι η θεώρηση γνωστού και σταθερού κυρίου συστήματος αξόνων που χρησιμοποιείται από όλα τα μοντέλα υπόγειων υδάτων που είναι βασισμένα σε πεπερασμένες διαφορές.

Στο κεφάλαιο 3 δίνεται μια βιβλιογραφική επισκόπηση των μοντέλων υπόγειας ροής. Η επισκόπηση χωρίζει τα μοντέλα σε τρεις κατηγορίες. Τα μοντέλα μαύρου κουτιού (black box), τα εννοιολογικά μοντέλα και τα μοντέλα φυσικής βάσης. Η επισκόπηση καταγράφει τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των μοντέλων καθώς και το ιδανικό πεδίο εφαρμογής τους. Ιδιαίτερη μνεία γίνεται στο MODFLOW που αποτελεί το πλέον διαδεδομένο πρόγραμμα υπόγειων υδάτων.

Στο κεφάλαιο 4 δίνεται μια συνοπτική επισκόπηση των επιφανειακών μοντέλων. Τα επιφανειακά μοντέλα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, στα μοντέλα μοναδικού γεγονότος και στα μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης. Τα πρώτα χρησιμοποιούνται στις μελέτες αντιπλημμυρικής προστασίας ενώ τα δεύτερα χρησιμοποιούνται είτε αυτόνομα είτε σε συνδυασμό με τα μοντέλα υπόγειας κίνησης για την περιγραφή του ισοζυγίου μια υδρολογικής λεκάνης.

Στο κεφάλαιο 5 περιγράφεται το επιφανειακό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις εφαρμογές αυτής της διατριβής για τον υπολογισμό των κατεισδύσεων. Αρχικά δίνεται η περιγραφή του κλασικού μοντέλου Thornthwaite στο οποίο βασίστηκε και ακολούθως περιγράφονται οι τροποποιήσεις που έγιναν για να αντιμετωπιστούν οι επιπλέον απαιτήσεις.

Το κεφάλαιο 6 αποτελεί την περιγραφή και τεκμηρίωση του 3dkflow. Στην αρχή του κεφαλαίου περιγράφεται η μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση και η σύνδεση της με τα πολυκυτταρικά μοντέλα. Ακολούθως περιγράφεται η αναπαράσταση της ροής του νερού σε ένα υδροφορέα με το υδραυλικό ανάλογο και δίνονται παραδείγματα εφαρμογής σε ιδεατούς υδροφορείς. Το κεφάλαιο κλείνει με την παρουσίαση της μικτής υδραυλικής εξίσωσης ροής νερού στους καρστικούς υδροφορείς.

Το κεφάλαιο 7 αποτελεί εισαγωγή στο αντίστροφο πρόβλημα και τις διαδικασίες που αυτό περιλαμβάνει. Συγκεκριμένα γίνεται λόγος για τις μεθόδους χωρικής ολοκλήρωσης ιδιοτήτων υδροφορέα, για τις μεθόδους παραμετροποι-

ησης, για τη στοιχική συνάρτηση και για τους αλγόριθμους βελτιστοποίησης. Στους αλγόριθμους βελτιστοποίησης περιγράφεται η μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης που χρησιμοποιήθηκε σε όλες τις εφαρμογές του υπόγειου μοντέλου.

Στο κεφάλαιο 8 περιγράφεται το πρόγραμμα ολιστικής υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ που ενσωματώνει το 3dkflow σαν άρθρωμα. Δίνεται έμφαση στην περιγραφή του τρόπου με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα επιμέρους μοντέλα (άρθρωματα) καθώς και στη συμβολή των γεωγραφικών συστημάτων στην ολοκλήρωση αυτών. Για την καλύτερη περιγραφή του μοντέλου γίνεται συγκριτική παράθεση με ένα καθιερωμένο εμπορικό μοντέλο το γνωστό MIKE SHE.

Στο κεφάλαιο 9 εκτίθεται η εφαρμογή του 3dkflow σε τρεις διαφορετικούς καρστικούς υδροφορείς με σκοπό να ερευνηθεί αν η προτεινόμενη μικτή υδραυλική εξίσωση βοηθάει στο να βελτιωθεί η μοντελοποίηση. Αρχικά το 3dkflow εφαρμόστηκε στον υδροφορέα των πηγών Αλμυρού Αγίου Νικολάου Κρήτης με ελάχιστες διαθέσιμες μετρήσεις στάθμης υδροφόρου ορίζοντα, και μετρήσεις παροχής οι οποίες επηρεάζονται από την παλίρροια. Ο υδροφορέας προσομοιώθηκε με το 3dkflow χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μικτή εξίσωση και την εξίσωση Darcy και αποδείχθηκε ότι η πρώτη δεν βοήθησε στη βελτίωση της ποιότητας της προσομοίωσης. Ακολούθως το 3dkflow εφαρμόστηκε στον υδροφορέα των πηγών Λιλαίας στον άνω ρου του Βοιωτικού Κηφισού όπου υπήρχαν μηνιαίες μετρήσεις στάθμης υδροφόρου ορίζοντα και παροχής. Σε αυτή την περίπτωση η προτεινόμενη εξίσωση έδωσε οριακά καλύτερα αποτελέσματα από την εξίσωση Darcy. Η τελευταία εφαρμογή έγινε στον υδροφορέα των πηγών Bregava στη Βοσνία-Ερζεγοβίνη όπου υπήρχαν ημερήσιες μετρήσεις στάθμης (μετρημένη σε πόλγες) και παροχής. Σε αυτή την εφαρμογή η προτεινόμενη εξίσωση προσομοίωσε καλύτερα τις στάθμες στις πόλγες.

Στο κεφάλαιο 10 περιγράφεται η εφαρμογή του προγράμματος ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ σε δύο υδρολογικές λεκάνες. Η πρώτη εφαρμογή έγινε στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού όπου η διαθέσιμη υδρολογική πληροφορία είναι περιορισμένη. Για αυτό τον λόγο επιστρατεύτηκαν τεχνικές για να ληφθούν υπόψη όλες οι διαθέσιμες άμεσες και έμμεσες πληροφορίες. Η προσομοίωση υπήρξε ικανοποιητική παρόλο την έντονη ανθρωπογενή παρέμβαση στους αλληλεπιδρώντες επιφανειακούς και υπόγειους υδατικούς πόρους. Η δεύτερη εφαρμογή έγινε στη λεκάνη του δυτικού Θεσσαλικού κάμπου όπου υπάρχει έντονη γεωργική δραστηριότητα για την οποία όμως δεν υπάρχουν καταγραφές των ποσοτήτων νερού που χρησιμοποιούνται για να καλυφθούν οι αρδευτικές ανάγκες. Το πρόγραμμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ αντιμετώπισε επιτυχώς αυτό το κενό με το μοντέλο κατανομής ζήτησης που ενσωματώνει. Σε αυτή την περιοχή υπάρχει ένα σχετικά ανεπτυγμένο δίκτυο μετρήσεων στάθμης του υδροφορέα. Η προσομοίωση της διακύμανσης της στάθμης του υδροφορέα έγινε με το 3dkflow, σαν άρθρωμα της ΥΔΡΟΓΕΙΟΥ, χρησιμοποιώντας την εξίσωση Darcy. Σε όσα σημεία οι μετρήσεις δεν επηρεάζονταν από γειτονικές αντλητικές γε-

ωτρήσεις η προσομοιωμένη διακύμανση της στάθμης ήτανε πολύ κοντά στις μετρήσεις. Στα υπόλοιπα σημεία η προσομοίωση αναπαρήγαγε ικανοποιητικά μόνο την τάση της μετρημένης χρονοσειράς.

Στο κεφάλαιο 11 παρουσιάζονται ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω έρευνα. Συγκεκριμένα προτείνεται η διερεύνηση των πλεονεκτημάτων της συνεχούς προσαρμογής του καννάβου διακριτοποίησης κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Επίσης προτείνονται και άλλες εξισώσεις ροής για καρστικούς υδροφορείς και τέλος δίνεται ένα θεωρητικό πλαίσιο βάσει του οποίου θα μπορούσε να συμπεριληφθεί στο 3dkflow η προσομοίωση μεταφοράς-διάχυσης ρύπου στους υπόγειους υδροφορείς.

Τέλος στο κεφάλαιο 12 εκτίθενται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παρούσα εργασία.

Κεφάλαιο 2

Υπόγειες υδρολογικές διεργασίες

2.1 Υδρολογικός κύκλος

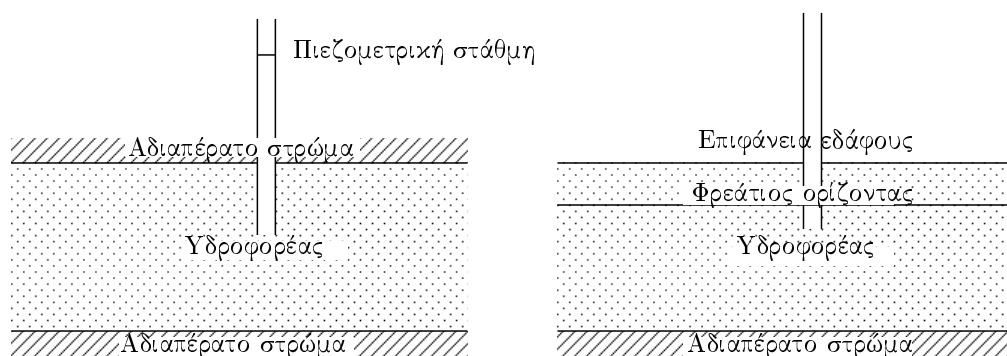
Μετά την πτώση του νερού της βροχής στο έδαφος, ένα μέρος του κατακρατείται από τη χλωρίδα (παρεμπόδιση) και τις μικροκοιλότητες του τοπογραφικού ανάγλυφου (επιφανειακή παγίδευση). Τα δύο αυτά φαινόμενα συνθέτουν την κατακράτηση η οποία σε ημερήσια κλίμακα λογίζεται ως υδρολογικό έλλειμμα ενώ σε μεγαλύτερη κλίμακα το νερό της κατακράτησης επιστρέφει στην ατμόσφαιρα διαμέσου της εξάτμισης.

Το μεγαλύτερο ποσοστό του νερού είτε απορρέει απευθείας επιφανειακά (επίγεια ροή) δίνοντας την πλημμυρική ροή του ποταμού ή εισχωρεί στο έδαφος, δηλαδή διηθείται. Ο ρυθμός της διήθησης εξαρτάται από τις ιδιότητες του εδάφους και του επιφανειακού καλύμματος. Μέρος του νερού που διηθείται κινείται προς τα βαθύτερα στρώματα και εμπλουτίζει τον υπόγειο υδροφόρα, ένα άλλο μέρος στραγγίζει στο υδρογραφικό δίκτυο (υποδερμική ροή) και ένα μέρος επιστρέφει στην ατμόσφαιρα μέσω της εξατμοδιαπνοής. Το ποσοστό της βροχής που δίνει την επίγεια και υποδερμική ροή ονομάζεται ενεργός βροχόπτωση.

Το νερό που κατεισδύει στον υπόγειο υδροφόρα κινείται με αργούς ρυθμούς προς τα σημεία εκφόρτισης του υδροφόρα που είτε είναι πηγές εντός της λεκάνης, οπότε τροφοδοτείται η βασική ροή του ποταμού, είτε προς πηγές εκτός της λεκάνης οπότε το νερό αυτό αποτελεί διαφυγή. Η σχηματική αναπαράσταση και οι επιφανειακές διεργασίες του υδρολογικού κύκλου περιγράφονται στο Παράρτημα Α.1.

2.2 Περιγραφή της υπόγειας κίνησης του νερού

Το νερό που διηθείται προς τα βαθύτερα στρώματα κινείται αρχικά κατακόρυφα μέσα από την ακόρεστη ζώνη (βλ. Παράρτημα Α.1 και Α.2.1) κάτω από



Σχήμα 2.1: Είδη υδροφορέων από υδραυλική άποψη, αριστερά περιορισμένους και δεξιά φρεάτιους υδροφόρους.

την επίδραση των βαρυτικών δυνάμεων και των δυνάμεων μύζησης. Το νερό αυτό, όταν φτάσει την κορεσμένη ζώνη, εμπλουτίζει τον υπόγειο υδροφόρο και συνεχίζει να κινείται σχεδόν οριζόντια μέσα σε αυτόν.

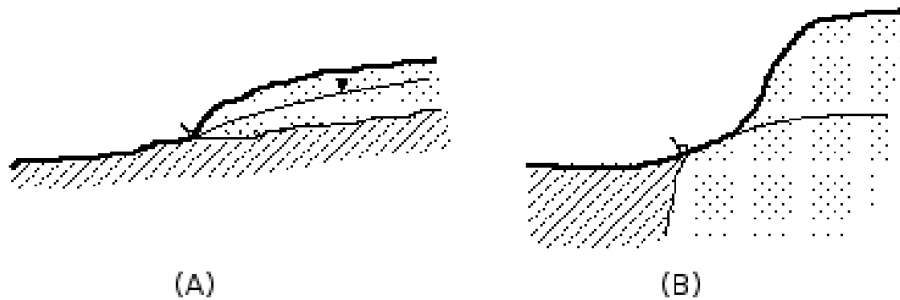
Από υδραυλική άποψη οι υδροφορείς χωρίζονται σε περιορισμένους (Σχήμα 2.1 αριστερά) και ελεύθερους (Σχήμα 2.1 δεξιά). Στον ελεύθερο υδροφόρο υπάρχει επιφάνεια στην οποία η πίεση του νερού είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Η επιφάνεια αυτή ονομάζεται φρεάτιος οριζόντας.

Από γεωλογική άποψη οι υδροφορείς χωρίζονται σε αυτούς στους οποίους η ροή γίνεται εντός του πρωτογενούς πορώδους (εδάφη) και σε αυτούς στους οποίους η ροή γίνεται κυρίως εντός του δευτερογενούς πορώδους (πετρώματα).

Έδαφος είναι το φυσικό συσσωμάτωμα ορυκτών κόκκων που μπορεί να διαχωριστεί με απλή μηχανική δράση. Τα εδάφη προέρχονται από αποσάθρωση των πετρωμάτων. Τα υλικά της αποσάθρωσης μεταφέρονται από το νερό της επιφανειακής απορροής και ταξινομούνται χωρικά ανάλογα με την κοκκομετρική διαβάθμισή τους (κοντά στις πλαγιές τα κορήματα ενώ στις εκβολές των ποταμών η άργιλος και η ιλύς). Στις λίμνες που μετατρέπονται σε πεδιάδες με την πάροδο των γεωλογικών ετών (π.χ. Θεσσαλία) αναπτύσσονται εδάφη πάνω στα πετρώματα του υποβάθρου τους που βρίσκεται πολλές φορές σε σημαντικό βάθος. Στα εδάφη η κίνηση του νερού γίνεται μέσα από τα διάκενα μεταξύ των πόρων.

Πέτρωμα σε αντιδιαστολή με το έδαφος ονομάζεται το συμπαγές φυσικό υλικό που δεν μπορεί να διαχωριστεί με απλή μηχανική δράση. Στα πετρώματα, όπου το πορώδες είναι συχνά ασήμαντο, η κίνηση γίνεται μέσα από τα κενά των ρηγματώσεων (διακλάσεις στους σχιστόλιθους) ή τα κενά λόγω αποσάθρωσης (αγωγοί στα καρστικά) του πετρώματος. Τα κενά αυτά αποτελούν το δευτερογενές πορώδες του πετρώματος. Η κίνηση του νερού μέσα στο δευτερογενές πορώδες γίνεται με μεγαλύτερες ταχύτητες εξαιτίας του εύρους των κενών.

Το νερό που κινείται μέσα στους υδροφορείς εκφορτίζεται διαμέσου πηγών. Οι πηγές διακρίνονται σε μόνιμες και παροδικές ανάλογα με το αν έχουν νερό κατά τη διάρκεια όλου του έτους ή μόνο τους υγρούς μήνες. Επίσης ανάλογα με τις τεκτονικές και γεωλογικές συνθήκες διακρίνονται σε πηγές υπερχείλισης και επαφής (Σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2: Πηγή επαφής (A) και πηγή υπερχείλισης (B) (προσαρμοσμένο από Κουμαντάκη, 1989). Με εστιασμένο συμβολίζεται το περατό πέτρωμα, με διαγραμμισμένο το αδιαπέρατο.

Η ροή των υπόγειων υδάτων σε πορώδη μέσα χαρακτηρίζεται από μεγάλη βραδύτητα έτσι ώστε να μπορούν να αμεληθούν οι αδρανειακοί όροι στις εξισώσεις Navier - Stokes (Χριστοδούλου, 1991). Η ροή αυτή ονομάζεται έρπουσα ροή. Πειραματικές μετρήσεις που διενήργησε ο Darcy (Darcy, 2008) έδειξαν ότι η μακροσκοπική παροχή που διέρχεται από τυχούσα διατομή είναι ανάλογη της πτώσης του πιεζομετρικού φορτίου:

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.2.1)$$

όπου q είναι η ειδική παροχή, K είναι η αγωγιμότητα του υδροφορέα (έχει διαστάσεις ταχύτητας και αποτελεί μέτρο της ικανότητας ενός ρευστού να μετακινείται μέσω των διακένων ενός πορώδους μέσου) και h το πιεζομετρικό φορτίο.

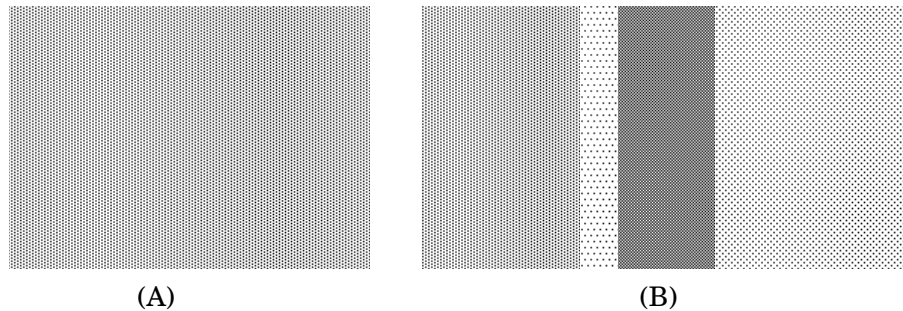
2.3 Έννοιες - ορισμοί

Αν ο υδροφορέας είναι ομογενής και ισότροπος τότε μια τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας είναι αντιπροσωπευτική για όλο τον υδροφορέα (περίπτωση (A) στο Σχήμα 2.3). Αν ο υδροφορέας είναι ετερογενής και ισότροπος τότε η υδραυλική αγωγιμότητα είναι βαθμωτό μέγεθος που μεταβάλλεται χωρικά (περίπτωση (B) στο Σχήμα 2.3). Στη γενική περίπτωση που ο υδροφορέας είναι ετερογενής και ανισότροπος η υδραυλική αγωγιμότητα εξαρτάται και από τη διεύθυνση κίνησης του ρευστού μέσα στον υδροφορέα. Σε αυτή την πε-

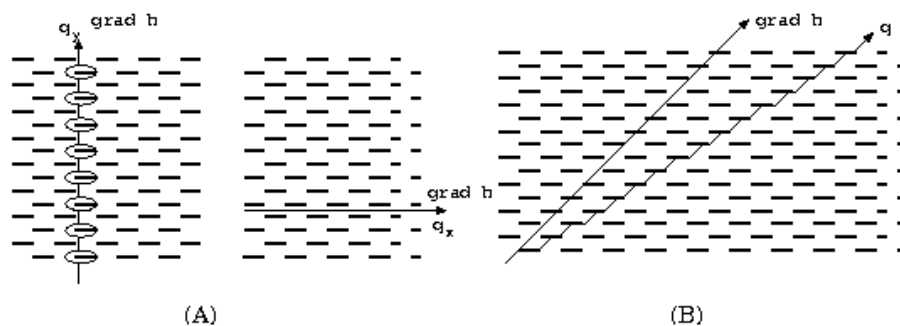
ρίπτωση η υδραυλική αγωγιμότητα είναι τανυστής και η εξίσωση Darcy στις δύο διαστάσεις γράφεται:

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \mathbf{q} = \mathbf{K} \text{grad}(h) \quad (2.3.1)$$

Στην περίπτωση των ανισότροπων υδροφορέων υπάρχει σύστημα αξόνων, το κύριο σύστημα αξόνων, για το οποίο οι εκτός διαγωνίου όροι του τανυστή της αγωγιμότητας μηδενίζονται. Δηλαδή αν η υδραυλική κλίση (ή κάποια συνιστώσα της) είναι παράλληλη με κάποιον από τους άξονες του κυρίου συστήματος τότε και η ροή που προκαλεί θα έχει την ίδια διεύθυνση. Αυτό συμβαίνει διότι τα μόρια του νερού παρακάμπτουν μεν τα εμπόδια (περίπτωση (A) Σχήμα 2.4) αλλά μακροσκοπικά η παροχή δεν εκτρέπεται. Αν η υδραυλική κλίση όμως δεν είναι παράλληλη με κάποιον άξονα του κυρίου συστήματος τότε η προκαλούμενη από αυτήν κίνηση νερού σχηματίζει γωνία με την υδραυλική κλίση. Αυτό συμβαίνει γιατί τα μόρια στα κενά ακολουθούν τη διεύθυνση της υδραυλικής κλίσης αλλά όταν συναντούν εμπόδια εκτρέπονται (περίπτωση (B) Σχήμα 2.4) με αποτέλεσμα μακροσκοπικά η παροχή να αποκλίνει από την κατεύθυνση της κλίσης.



Σχήμα 2.3: (A): Ομογενής. (B): Ετερογενής υδροφορέας.



Σχήμα 2.4: (A): Υδραυλική κλίση παράλληλη με ένα από τους δύο άξονες του κυρίου συστήματος αξόνων. (B): Υδραυλική κλίση με τυχαία διεύθυνση.

Η υδραυλική αγωγιμότητα είναι μια ιδιότητα του υδροφορέα που σχετίζεται με τη διέλευση του ρευστού μέσα από τη μάζα του. Η ειδική απόδοση S_y και η ειδική αποθήκευση S_s είναι ιδιότητες του υδροφορέα που συνδέονται με την αποθήκευση του ρευστού μέσα στη μάζα του.

Η ειδική απόδοση αναφέρεται σε ελεύθερους υδροφορείς είναι αδιάστατο μέγεθος και ταυτίζεται με το ενεργό πορώδες δηλαδή:

$$S_y = \frac{\Delta V}{F \Delta z} \quad (2.3.2)$$

όπου ΔV η μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου νερού για μείωση στάθμης του φρεάτιου ορίζοντα κατά Δz και F η οριζόντια επιφάνεια.

Η ειδική αποθήκευση [L^{-1}], αναφέρεται σε περιορισμένους υδροφορείς και ορίζεται ως:

$$S_s = \frac{\Delta V}{V \Delta h} \quad (2.3.3)$$

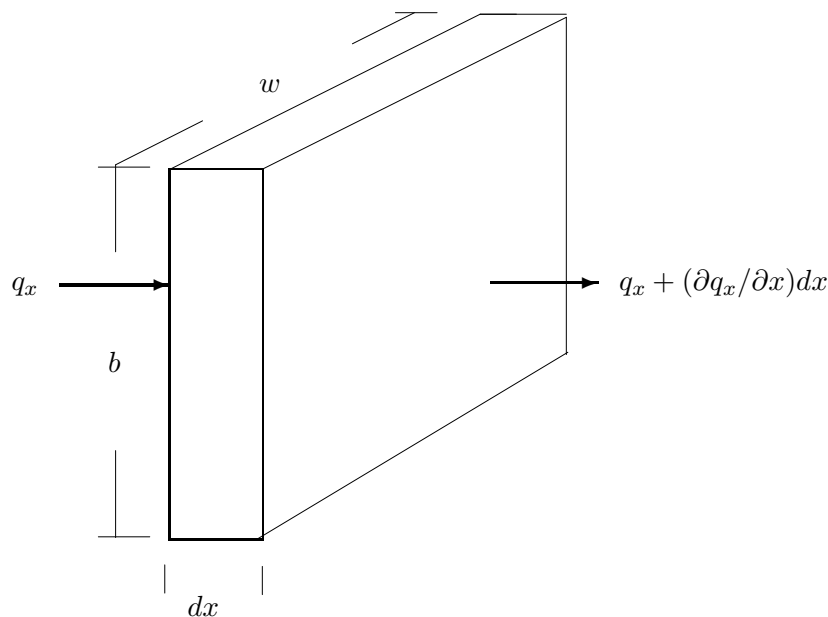
όπου ΔV ο όγκος του νερού που απομακρύνεται (λόγω ελαστικής διαστολής του νερού και συστολής του εδαφικού σκελετού) για μείωση Δh του υδραυλικού φορτίου σε όγκο υδροφορέα V .

Τέλος στους περιορισμένους υδροφορείς ορίζεται και η αποθηκευτικότητα S (αδιάστατη) ως $S = S_s b$ όπου b το πάχος του υδροφορέα.

2.4 Διαφορική εξίσωση υπόγειας ροής

Για λόγους απλότητας η διαφορική εξίσωση της υπόγειας ροής θα εξαχθεί για την περίπτωση της μονοδιάστατης ροής σε περιορισμένο υδροφορέα (βλ. Κουτσογιάννης & Ξανθόπουλος (1999)). Έστω ότι η ροή γίνεται κατά τη διεύθυνση x οπότε είναι $q_y = q_z = 0$ και $q_x \neq 0$. Στο Σχήμα 2.5 φαίνεται ένας στοιχειώδης όγκος ενός περιορισμένου υδροφορέα, μήκους dx , ύψους b και πλάτους w . Η ειδική παροχή που εισέρχεται από την αριστερή έδρα του όγκου είναι q_x ενώ η ειδική παροχή που εξέρχεται τη δεξιά έδρα είναι $q_x + (\partial q_x / \partial x) dx$. Ο όγκος του νερού (θεωρείται ότι δεν μεταβάλλεται η πυκνότητα του νερού άρα το ισοζύγιο της μάζας και του όγκου ταυτίζονται) που εισέρχεται και εξέρχεται από τον όγκο αναφοράς, σε χρόνο dt , θα είναι $V_1 = q_x b w dt$ και $V_2 = [q_x + (\partial q_x / \partial x) dx] b w dt$. Στον ίδιο χρόνο θα υπάρξει μεταβολή υδραυλικού φορτίου ίση με $(\partial h / \partial t) dt$. Από την εξίσωση (2.3.3) προκύπτει ότι η μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου νερού στον στοιχειώδη όγκο θα είναι $\Delta V = S_s (b w dx) (\partial h / \partial t) dt$. Η εξίσωση συνέχειας για τον πεπερασμένο όγκο γράφεται ως:

$$q_x b w dt - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) b w dt = S_s b w dx \frac{\partial h}{\partial t} dt \quad (2.4.1)$$



Σχήμα 2.5: Στοιχειώδης όγκος περιορισμένου υδροφορέα με μονοδιάστατη ροή.

μετά από απαλοιφές προκύπτει η μονοδιάστατη εξίσωση ροής σε περιορισμένο υπόγειο υδροφορέα χωρίς εξωτερικές φορτίσεις:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.4.2)$$

Με αντίστοιχες πράξεις προκύπτει η μονοδιάστατη εξίσωσή ροής για φρεάτιο υδροφορέα χωρίς εξωτερικές φορτίσεις:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} = \frac{S_y}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.4.3)$$

Οι παραπάνω σχέσεις εύκολα επεκτείνονται για τρισδιάστατη ροή. Για παράδειγμα στην περίπτωση περιορισμένου υδροφορέα με εξωτερική φόρτιση W [T^{-1}] και σύστημα αναφοράς που ταυτίζεται με το κύριο σύστημα αξόνων η εξίσωση ροής σε περιορισμένο υδροφορέα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (2.4.4)$$

Για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων υπόγειας ροής είναι απαραίτητο να είναι γνωστές οι αρχικές και οι συνοριακές συνθήκες του υδροφορέα. Αρχικές συνθήκες είναι η κατάσταση του πεδίου ροής (δηλαδή το υδραυλικό

φορτίο) σε όλα τα σημεία του την χρονική στιγμή $t = 0$. Οι συνοριακές συνθήκες αποτελούν τη μαθηματική έκφραση των ιδιοτήτων του πεδίου ροής στα σύνορα του και διακρίνονται σε:

1. αδιαπέρατα σύνορα (Neumann), στα οποία μηδενίζεται η κάθετη προς αυτά ειδική παροχή:
2. σύνορα με γνωστό υδραυλικό φορτίο (Dirichlet), δηλαδή διεπιφάνειες μεταξύ υπόγειου και επιφανειακού νερού του οποίου είναι γνωστές οι τιμές του υδραυλικού φορτίου:
3. σύνορα εξόδου στην επιφάνεια εδάφους (Seepage surface), από τα οποία το υπόγειο νερό εξέρχεται ως ελεύθερο νερό από το έδαφος, όπου το υδραυλικό φορτίο ισούται με το γεωμετρικό ύψος:
4. σύνορα ελεύθερης επιφάνειας (Unsteady Phreatic surface), μέσα στον υδροφορέα, για τα οποία ισχύει και πάλι η συνθήκη μηδενισμού της πίεσης αλλά δεν είναι γεωμετρικώς προκαθορισμένα ούτε σταθερά στο χρόνο.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται μόνο οι δύο πρώτοι τύποι συνοριακών συνθηκών. Η κλίμακα χωρικής αναπαράστασης που χρησιμοποιείται για τα προβλήματα που μελετώνται σε αυτήν τη διατριβή είναι πολύ αδρομερής για να αναπαρασταθεί η τρίτη συνοριακή συνθήκη (αποδίδεται απλά ως σημείο εκφόρτισης δηλαδή ως πηγή). Όσον αφορά στην τέταρτη συνοριακή συνθήκη, παρακάμπτεται η ανάγκη εφαρμογής της για την περιγραφή του πεδίου ροής με τη χρήση των παραδοχών Dupuit. Με αυτήν την τεχνική απλοποιείται σημαντικά η εξίσωση υπόγειας ροής η οποία γίνεται διδιάστατη.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η αντιμετώπιση των περιορισμένων υδροφορέων είναι απλούστερη γιατί είναι γεωμετρικώς καθορισμένα τα σύνορα ροής. Στους φρεάτιους υδροφορείς, το γεγονός ότι το άνω σύνορο της ροής (σύνορο ελεύθερης επιφάνειας) δεν είναι γεωμετρικώς καθορισμένο αλλά εξαρτάται από την πιεζομετρία εισάγει πρόσθετη δυσκολία και μη γραμμικότητα. Πολύ συχνά τα προβλήματα ροής σε φρεάτιους υδροφορείς απλοποιούνται με την υπόθεση Dupuit, σύμφωνα με την οποία η ροή μπορεί να θεωρηθεί πρακτικώς οριζόντια (εφόσον βέβαια η κλίση του φρεάτιου ορίζοντα είναι μικρή). Οι συνέπειες αυτής της υπόθεσης είναι ότι (α) η κατακόρυφη συνιστώσα της ειδικής παροχής είναι μηδενική (β) οι οριζόντιες συνιστώσες της ειδικής παροχής είναι σταθερές καθ' ύψος σε κάθε κατακόρυφη γραμμή και (γ) το υδραυλικό φορτίο σε κάθε κατακόρυφη γραμμή είναι σταθερό καθ' ύψος.

2.5 Σύγκριση επιφανειακής και υπόγειας ροής

I. Κατανομή στο χώρο - διαχειριστικά ζητήματα.

Ενώ τα επιφανειακά ύδατα εμφανίζονται είτε σημειακά (πηγές) είτε σαν γραμμικά υδάτινα στοιχεία στον χώρο μια λεκάνης (ποτάμια), τα υπόγεια ύδατα διακινούνται εντός υπόγειων στρωμάτων που καταλαμβάνουν μεγάλες εκτάσεις. Αυτό συνεπάγεται ότι για να καλυφθεί η ζήτηση από υπόγεια ύδατα αρκεί να διανοιχθεί μια σειρά γεωτρήσεων στις περιοχές ζήτησης ενώ για να καλυφθεί η ζήτηση από επιφανειακά ύδατα απαιτούνται δίκτυα μεταφοράς. Εδώ πρέπει να επισημανθεί το πλεονέκτημα που προσφέρουν τα υπόγεια ύδατα για σταδιακή αύξηση της απολήψιμης ποσότητας (φυσικά με άνω όριο τα ανανεώσιμα αποθέματα) με διάνοιξη νέων γεωτρήσεων. Αυτή η ευελιξία δεν υπάρχει στα έργα εκμετάλλευσης των επιφανειακών υδάτων τα οποία σχεδιάζονται και κατασκευάζονται για μια συγκεκριμένη μέγιστη ζήτηση (Λατινόπουλος, 1986).

II. Κατανομή στο χρόνο - διαχειριστικά ζητήματα.

Η χρονική μεταβλητότητα στην παροχή των επιφανειακών νερών είναι μεγάλη. Μάλιστα, από διαχειριστικής άποψης, τα επιφανειακά νερά έχουν το μειονέκτημα ότι εμφανίζουν τις ελάχιστες τιμές παροχών τη χρονική περίοδο που τα κατακρημνίσματα είναι μειωμένα, περίοδος που συμπίπτει με το χρονικό διάστημα της μέγιστης ζήτησης. Αντιθέτως οι υπόγειοι υδροφορείς ανταποκρίνονται με υστέρηση στις εποχιακές μεταβολές των κατακρημνισμάτων.

Αυτό το χαρακτηριστικό των επιφανειακών υδάτων εισάγει την ανάγκη κατασκευής μεγάλων υδραυλικών έργων για να μπορούν να αποθηκευτούν και να είναι διαθέσιμα τη στιγμή που χρειάζονται αλλά και για την προστασία από μεγάλες παροχές που ενδέχεται να εμφανιστούν μετά από έντονα καιρικά φαινόμενα. Για την εκμετάλλευση των υπόγειων υδάτων αρκεί η κατασκευή γεωτρήσεων άντλησης που έχουν αμελητέο κόστος κατασκευής (σε σχέση με ένα φράγμα) αλλά έχουν όμως αυξημένο λειτουργικό κόστος λόγω της απαιτούμενης ενέργειας για άντληση.

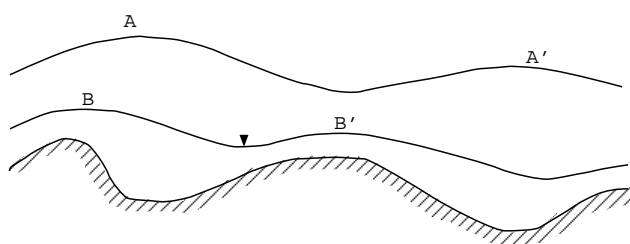
III. Μοντελοποίηση.

Η σημαντικότερη διαφορά, όσον αφορά στη μοντελοποίηση, μεταξύ επιφανειακής και υπόγειας ροής είναι η έλλειψη εποπτείας των υπόγειων διεργασιών (υποχθόνιες). Οι ιδιότητες της κίνησης του νερού μέσα σε έναν υδροφορέα είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με τις ιδιότητες του υδροφορέα. Όλες οι αδυναμίες που έχουμε στην κατανόηση και περιγραφή του υδροφορέα μεταβιβάζονται και στην κατανόηση της κίνησης του νερού μέσα από αυτόν. Όχι μόνο είναι δύσκολη η γνώση των ιδιοτήτων του υδροφορέα σε όλα τα σημεία του αλλά πολλές φορές δεν είναι καν γνωστή η γεωμετρία του.

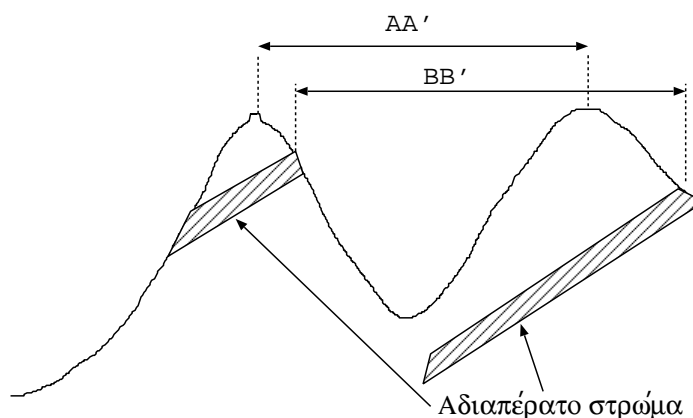
Η τρισδιάστατη ανάπτυξη των υπόγειων ροών σε συνδυασμό με το γεγονός ότι δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή η κατεύθυνση κίνησης ούτε καν το αρχικό και τελικό σημείο της διαδρομής δημιουργεί την απαίτηση για μοντελοποίηση τους με τρισδιάστατο ή (όταν χρησιμοποιείται κάποια προσέγγιση) δισδιάστατο μοντέλο. Αντιθέτως η μοντελοποίηση της διόδευσης επιφανειακών ροών γίνεται συνήθως με μονοδιάστατα μοντέλα (βλ. MIKE

11 σε Παράρτημα Α.13.3).

Τα σύνορα κίνησης των επιφανειακών υδάτων είναι γνωστά είτε από τοπογραφικούς χάρτες είτε από δορυφορικές φωτογραφίες. Αντιθέτως τα σύνορα του υπογείου υδροφορέα δεν μπορούν να εξακριβωθούν και ενίοτε δεν ταυτίζονται με τα σύνορα της λεκάνης απορροής (βλ. Σχήματα 2.6 και 2.7). Αυτό μεταφράζεται σε δυσκολία στην διατύπωση συνοριακών συνθηκών και τον υπολογισμό των εξωτερικών φορτίσεων.



Σχήμα 2.6: Επιφανειακός (AA') και υπόγειος (BB') υδροκρίτης (προσαρμοσμένο από Κουμαντάκη, 1989).



Σχήμα 2.7: Επιφανειακός (AA') και υπόγειος (BB') υδροκρίτης (προσαρμοσμένο από Αυτιά, 1992).

Η ροή των υπόγειων υδάτων είναι αργή και ομαλή, σε αντίθεση με την πλημμυρική των επιφανειακών, οπότε μπορούν να αγνοηθούν οι αδρανειακοί όροι των εξισώσεων Navier-Stokes. Γι' αυτό τον λόγο η διαφορική εξίσωση της κίνησης νερού σε υπόγειους υδροφορείς έχει σχετικά εύκολη αριθμητική επίλυση ενώ η επιφανειακή απορροή περιγράφεται από τις εξισώσεις Saint Venant για τις οποίες επιστρατεύονται συνήθως προσεγγιστικές σχέσεις.

Κεφάλαιο 3

Μοντέλα υπόγειας ροής

3.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται βιβλιογραφική επισκόπηση των μοντέλων υπόγειας ροής. Τα μοντέλα αυτά χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: τα μοντέλα μαύρου κουτιού (black box), τα εννοιολογικά μοντέλα (conceptual) και τα μοντέλα φυσικής βάσης (physically based). Τα μοντέλα μαύρου κουτιού χαρακτηρίζονται από έλλειψη αντιστοιχίας της δομής τους με το φυσικό σύστημα. Τα εννοιολογικά μοντέλα επιχειρούν να αποδώσουν μακροσκοπικά τα χαρακτηριστικά της κυκλοφορίας του νερού μέσα στον υδροφόρα. Τέλος τα μοντέλα φυσικής βάσης επιχειρούν να περιγράψουν όλες τις διεργασίες που λαμβάνουν χώρα στους υδροφόρους.

Στην κατηγορία φυσικής βάσης κατατάσσονται καταχρηστικά και μοντέλα που δεν αναπαριστούν πιστά τις φυσικές δομές και διεργασίες, για παράδειγμα μοντέλα που μοντελοποιούν ένα καρστικό υδροφόρα χρησιμοποιώντας την παραδοχή του ισοδύναμου πορώδους μέσου. Στην πραγματικότητα όλα τα μοντέλα βασίζονται σε κάποια παραδοχή λόγω περιορισμένης γνώσης των πραγματικών συνθηκών και γι' αυτό τον λόγο συνήθως η εμμονή στην πιστή αναπαράσταση επιμέρους διεργασιών δεν προάγει την ακρίβεια ενός μοντέλου.

Αρκετά από τα μοντέλα που παρουσιάζονται ακολούθως έχουν εφαρμοστεί από διάφορους ερευνητές σε ρηγματωμένους και καρστικούς υδροφόρους οι οποίοι σύμφωνα με τον ορισμό που δόθηκε στην εισαγωγή (πολύπλοκες συνθήκες ροής) θεωρούνται υδροφόροι υψηλής αβεβαιότητας.

3.2 Μοντέλα μαύρου κουτιού

Τα μοντέλα μαύρου κουτιού έχουν στόχο τον προσδιορισμό μιας συναρτησιακής μορφής που να εκφράζει τη σχέση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου και εξόδου ενός συστήματος. Αυτή η συναρτησιακή μορφή δεν βασίζεται στην αναπαράσταση φυσικών διεργασιών, δηλαδή δεν απαιτείται η κατανόηση του μηχανισμού που συνδέει την είσοδο με την έξοδο ενός συστήματος (εξ ου και

το όνομα αυτών των μοντέλων). Στόχος είναι η βαθμονόμηση ενός αδιαφανούς μηχανισμού που αναλαμβάνει να παράξει την παρατηρημένη έξοδο για μια γνωστή είσοδο. Αυτός είναι και ο λόγος του μεγάλου εύρους εφαρμογής αυτών των μοντέλων σε προβλήματα που διέπονται από διαφορετικούς φυσικούς νόμους. Τα μοντέλα αυτά είναι φειδωλά από άποψη παραμέτρων και επιτυγχάνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα όμως η πλήρης αποσύνδεση τους από τις πραγματικές φυσικές διεργασίες σημαίνει ότι δεν συνεισφέρουν στην κατανόηση των μηχανισμών ενός συστήματος, πράγμα απαραίτητο στις περιπτώσεις ανάπτυξης συνδυασμένων μοντέλων. Τα μοντέλα αυτά είναι ιδανικά στο στάδιο της προεργασίας για τον έλεγχο της συνέπειας των δεδομένων. Στην υπόγεια υδρολογία δύο είναι τα βασικά μοντέλα μαύρου κουτιού, η συνέλιξη και τα νευρωνικά δίκτυα. Επίσης χρησιμοποιούνται και μοντέλα state-space (*Berendrecht et al.*, 2006) όπως και ορισμένοι τύποι στοχαστικών μοντέλων (*Ahn*, 2000) αλλά δεν είναι τόσο διαδεδομένα όσο τα δύο προηγούμενα.

3.2.1 Η συνέλιξη

Η συνέλιξη είναι ένα γραμμικό, χρονικά αμετάβλητο μοντέλο. Η είσοδος σε ένα σύστημα $X(t)$ και η έξοδος $Y(t)$ συνδέονται μέσω της συνάρτησης απόκρισης $u(t)$ με τον ακόλουθο ολοκληρωτικό τύπο:

$$Y(t) = \int_0^t u(t-r)X(r)dr \quad (3.2.1)$$

Αφού διατυπωθεί το πρόβλημα στην παραπάνω μορφή, αρκεί να βρεθεί η κατάλληλη $u(t)$ που ταιριάζει καλύτερα στο εν λόγω σύστημα. Στην περίπτωση της υπόγειας υδρολογίας η συνάρτηση αυτή εκφράζει την απόκριση του υδροφορέα σε μοναδιαία είσοδο που έχει τη μορφή στιγμιαίου παλμού (πρβλ. μοναδιαίο υδρογράφημα). Δύο είναι οι επικρατέστερες μέθοδοι για να υπολογιστεί η $u(t)$ (*Koutsoyiannis & Xanthopoulos*, 1989). Σύμφωνα με την πρώτη η $u(t)$ εκφράζεται με τη μορφή παραμετρικής σχέσης και εκτιμώνται οι παράμετροι της έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί το σφάλμα. Σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο υπολογίζονται οι τεταγμένες της $u(t)$ σε ταχτά διαστήματα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Παράδειγμα εφαρμογής της μη παραμετρικής μεθόδου μπορούν να βρεθούν στην εργασία του *Dreiss* (1982) που εκτίμησε τη συνάρτηση απόκρισης σε καρστικές πηγές του Νοτιοανατολικού Μιζούρι (ΗΠΑ). Στην εργασία των *Vesna & Damir* (2003) παρουσιάζονται οι επιδόσεις μιας σύνθετης παραμετρικής συνάρτησης απόκρισης στην καρστική πηγή Jadro στη Νοτιοανατολική Κροατία. Το υδρογράφημα της πηγής επιμερίζεται σε τρεις συνιστώσες. Μια συνιστώσα λόγω απορροής του ήδη αποθηκευμένου όγκου, μια συνιστώσα λόγω της ταχείας ροής εντός των καρστικών αγωγών και μια συνιστώσα λόγω εκφόρτισης από το πρωτογενές πορώδες. Η πρώτη συνιστώσα μοντελοποιείται με μια καμπύλη στείρευσης, η δεύτερη μοντελοποιείται με μη παραμετρική συνάρτηση απόκρισης και η τρίτη με παραμετρική συνάρτηση απόκρισης.

3.2.2 Τα νευρωνικά δίκτυα

Η μοντελοποίηση με νευρωνικά δίκτυα βασίζεται στη δημιουργία μιας μη γραμμικής σχέσης μεταξύ των εισόδων και εξόδων ενός συστήματος. Η κατάστρωση αυτής της σχέσης καθοδηγείται από τα διαθέσιμα δεδομένα. Το γεγονός ότι τα νευρωνικά δίκτυα χρησιμοποιούν μεγάλο αριθμό παραμέτρων καθιστά επιτακτική τη χρήση προηγμένων μεθόδων βελτιστοποίησης για τη ρύθμιση αυτών. Μετά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, τα νευρωνικά δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να «προβλέψουν» εξόδους από γνωστές εισόδους (Koutsoyiannis, 2007).

Η θεωρητική βάση των νευρωνικών δικτύων είναι το θεώρημα της επαλληλίας του Kolmogorov (1957). Σύμφωνα με αυτό το θεώρημα κάθε πραγματική συνάρτηση $g_d(\mathbf{z})$, όπου \mathbf{z} ορίζεται στον m -διάστατο υπερκύβο $[0, 1]^m$, μπορεί να αναπαρασταθεί με επαλληλία και σύνθεση συνεχών συναρτήσεων μιας μεταβλητής. Δηλαδή για κάθε $g_d(\mathbf{z})$ υπάρχουν συνεχείς συναρτήσεις $h_{ij}(z)$ και $g_i(z)$ τέτοιες ώστε:

$$g_d(\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{2m+1} g_i \left(\sum_{j=1}^m h_{ij}(z_j) \right) \quad (3.2.2)$$

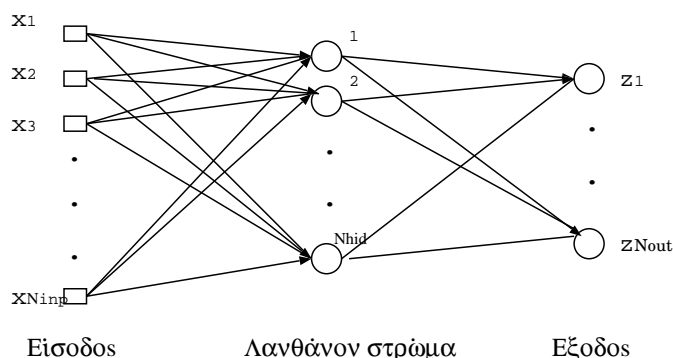
Η εξίσωση (3.2.2) υποδηλώνει την ύπαρξη ενός σταδίου σύνθεσης συναρτήσεων (συναρτήσεις που βρίσκονται στο λανθάνον στρώμα συντίθενται με συναρτήσεις στο στρώμα εξόδου). Η Kurkova (Kurkova, 1992) απέδειξε ότι δύο στάδια σύνθεσης στα οποία συντίθενται σιγμοειδείς συναρτήσεις μιας μεταβλητής αρκούν για να περιγραφεί οποιαδήποτε συνεχής συνάρτηση $g_d(\mathbf{z})$.

Η πλέον επικρατούσα μορφή νευρωνικών δικτύων στις γεωεπιστήμες είναι η τύπου MLP (multilayer perceptrons). Σε αυτή τη μορφή η επεξεργασία των μεταβλητών εισόδου γίνεται σε τρία στάδια. Το πρώτο στάδιο αποτελεί την είσοδο των μεταβλητών και ονομάζεται στρώμα εισόδου (input layer). Το τελευταίο στάδιο στο οποίο βγαίνουν τα αποτελέσματα ονομάζεται στρώμα εξόδου (output layer). Ενδιάμεσα σε αυτά τα στάδια (βλ. Σχήμα 3.1) υπάρχει ένα το οποίο στη θεωρία των νευρωνικών δικτύων ονομάζεται λανθάνον στρώμα (hidden layer). Επεξεργασίες λαμβάνουν χώρα στους κόμβους του λανθάνοντος στρώματος και του στρώματος εξόδου.

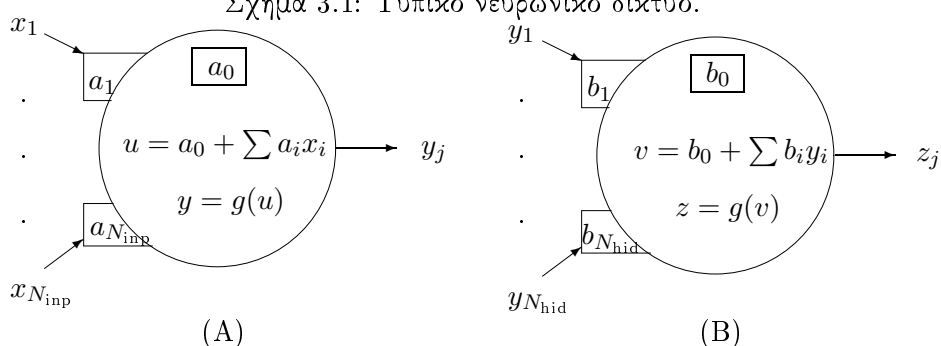
Έστω ότι N_{inp} οι μεταβλητές εισόδου $x_i, i = 1, \dots, N_{\text{inp}}$. Οι μεταβλητές αυτές συνδυάζονται στους N_{hid} κόμβους του λανθάνοντος στρώματος (Σχήμα 3.2(A)) από το οποίο προκύπτουν N_{hid} ενδιάμεσα αποτελέσματα.

$$y_j = g(a_{0j} + \sum_{i=1}^{N_{\text{inp}}} a_{ij}x_i), \quad j = 1, \dots, N_{\text{hid}} \quad (3.2.3)$$

Τα N_{hid} ενδιάμεσα αποτελέσματα συνδυάζονται στους N_{out} κόμβους του στρώματος εξόδου (Σχήμα 3.2(B)) δίνοντας σαν αποτέλεσμα του νευρωνικού δικτύου N_{out} μεταβλητές εξόδου.



Σχήμα 3.1: Τυπικό νευρωνικό δίκτυο.

Σχήμα 3.2: (A): Κόμβος j λανθάνοντος στρώματος. (B): Κόμβος j εξόδου.

$$z_j = g\left(b_{0j} + \sum_{i=1}^{N_{hid}} b_{ij} y_i\right), \quad j = 1, \dots, N_{out} \quad (3.2.4)$$

Η συνάρτηση g ονομάζεται συνάρτηση μεταφοράς (transfer function) και με αυτήν ελέγχεται η ένταση του σήματος εξόδου των κόμβων. Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες συναρτήσεων μεταφοράς. Η πρώτη κατηγορία είναι οι συνεχείς συναρτήσεις π.χ. η Γκαουσιανή (Gaussian), η υπερβολική-εφαπτομενική (hyperbolic tangent), η σιγμοειδής (sigmoid) και η hyperbolic secant μορφή. Η άλλη κατηγορία είναι οι συναρτήσεις κατωφλιού όπου η μετάβαση από την τιμή 0 στην τιμή 1 γίνεται απότομα με την υπέρβαση κάποιου ορίου.

Για να προσεγγίσει το νευρωνικό δίκτυο ένα φυσικό φαινόμενο δηλαδή να αναπαράξει συγκεκριμένα αποτελέσματα για δεδομένες εισόδους απαιτείται να εκτιμηθούν οι παράμετροι a_{ij} όπου $i = 0, \dots, N_{inp}$, $j = 0, \dots, N_{hid}$ και b_{ij} όπου $i = 0, \dots, N_{hid}$, $j = 0, \dots, N_{out}$ δηλαδή συνολικά $(N_{inp} + 1)N_{hid} + (N_{hid} + 1)N_{out}$ παράμετροι (στην πιο πολύπλοκη περίπτωση όπου οι κόμβοι σε κάθε στρώμα συνδέονται με όλους τους κόμβους του επόμενου στρώματος). Η διαδικασία αυτή στην ορολογία των νευρωνικών δικτύων λέγεται εκμάθηση

και απαιτεί να υπολογιστούν οι παράγωγοι του σφάλματος ως προς όλες τις παραμέτρους του δικτύου (EW).

Τα EW υπολογίζονται έμμεσα από την ποσότητα EA του κάθε κόμβου που είναι ο ρυθμός με τον οποίο αλλάζει το σφάλμα του δικτύου όταν αλλάζει η έξοδος του κόμβου. Για τους κόμβους εξόδου το EA είναι η διαφορά μεταξύ της παρατηρημένης και της προσομοιωμένης τιμής εξόδου. Το EA ενός κόμβου στο λανθάνον στρώμα ισούται με το άθροισμα του γινομένου των EA των κόμβων εξόδου με τους οποίους συνδέεται επί τα αντίστοιχα b_{ij} . Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται και το EA ενός κόμβου εισόδου δηλαδή είναι το άθροισμα του γινομένου των EA των κόμβων λανθάνοντος στρώματος με τους οποίους συνδέεται επί τα αντίστοιχα a_{ij} . Η κατεύθυνση υπολογισμού γίνεται από την έξοδο προς την είσοδο γιαυτό και ονομάζεται μέθοδος οπίσθιας μετάδοσης (back propagation: (Werbos, 1974)). Αφού υπολογιστούν τα EA όλων των κόμβων υπολογίζονται το EW της κάθε παραμέτρου από το γινόμενο EA του κόμβου στον οποίον ανήκει επί το εισερχόμενο σήμα στο οποίο αντιστοιχεί.

Η μέθοδος οπίσθιας μετάδοσης που περιγράφηκε εδώ ισχύει μόνο για τα νευρωνικά δίκτυα με γραμμικές συναρτήσεις μεταφοράς χωρίς σταθερό όρο (δηλαδή τα a_{0j} και b_{0j} είναι 0). Η γενική μέθοδος οπίσθιας μετάδοσης είναι ελαφρά πιο σύνθετη και περιλαμβάνει πριν την οπίσθια μετάδοση του EA την μετατροπή του σε EI δηλαδή τον ρυθμό με τον οποίο αλλάζει το σφάλμα του δικτύου όταν αλλάζει η συνολική είσοδος σε ένα κόμβο.

Πιο αναλυτική περιγραφή των νευρωνικών δικτύων μπορεί να βρεθεί στις εργασίες του *Solomatine* (1996) και των *Polk & Seifert* (2002). Μερικά παραδείγματα εφαρμογών μπορούν να βρεθούν στην εργασία των *Shreedhar et al.* (2000) όπου χρησιμοποιείται ένα νευρωνικό δίκτυο για να βελτιστοποιηθεί η στρατηγική άντλησης από γεωτρήσεις με σκοπό την απορρύπανση ενός υδροφορέα. Επίσης στην εργασία των *Lambrakis et al.* (2000) χρησιμοποιήθηκε ένα νευρωνικό δίκτυο για βραχυχρόνια πρόγνωση της παροχής της καρστικής πηγής του Αλμυρού Ηρακλείου της Κρήτης. Οι *Nikolos et al.* (2008) χρησιμοποιούν νευρωνικά δίκτυα συνδυασμένα με διαφορικό εξελικτικό αλγόριθμο για να προσδιορίσουν τη βέλτιστη στρατηγική άντλησης γεωτρήσεων στο βόρειο τμήμα της Ρόδου. Τέλος ο *Mantoglou* (2002b) χρησιμοποιεί τα νευρωνικά δίκτυα για την εκτίμηση των αγωγιμοτήτων ενός υδροφορέα.

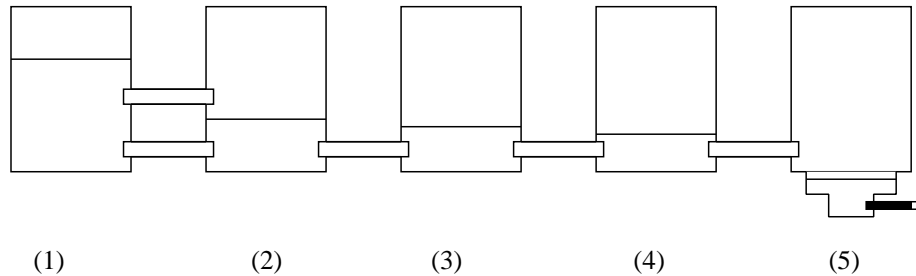
3.3 Εννοιολογικά μοντέλα

Τα εννοιολογικά μοντέλα βασίζονται σε σχέσεις που αποδίδουν την κύρια διεργασία ενός συστήματος χωρίς χωρική κατανομή. Συνέπεια αυτού είναι ότι επιστρατεύονται για την περιγραφή του συστήματος συνήθεις διαφορικές εξισώσεις οι οποίες επιλύονται αναλυτικά ή αριθμητικά (όταν δεν υπάρχει αναλυτική λύση). Τα εννοιολογικά μοντέλα είναι φειδωλά ως προς τον αριθμό των παραμέτρων το οποίο συνεπάγεται μειωμένες απαιτήσεις δεδομένων

και εύκολη βαθμονόμηση. Από την άλλη η έλλειψη χωρικής κατανομής είναι μειονέκτημα σε περίπτωση που υπάρχουν κατανεμημένες μετρήσεις πεδίου ή όταν απαιτείται να προσομοιωθούν μεταβλητές με χωρική κατανομή (υδραυλικό φορτίο).

Ο *Maillet* (1905) εισήγαγε το πρώτο εννοιολογικό μοντέλο στην υπόγεια υδρολογία χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό στοιχείο αποθήκευσης (δεξαμενή) με ένα άνοιγμα στην βάση του για να μοντελοποιήσει το υδρογράφημα μιας καρστικής πηγής. Ο ρυθμός εκροής είναι ανάλογος της στάθμης H του νερού μέσα στη δεξαμενή δηλαδή $Q = cH$ ενώ η εξίσωση συνέχειας είναι $Q dt = A dH$, όπου c είναι σταθερά και A η επιφάνεια της βάσης της δεξαμενής. Συνδυάζοντας αυτές τις εξισώσεις και λύνοντας τη διαφορική εξίσωση προκύπτει ότι $Q(t) = Q_0 \exp(-a(t - t_0))$, όπου $a := c/A$ (συντελεστής στείρευσης). Το μοντέλο αυτό μπορεί να επεκταθεί για να περιλάβει στείρευση από πολλαπλά στοιχεία (συνεχόμενες καμπύλες με διαφορετικούς συντελεστές a) που αντιστοιχούν στη στράγγιση του καρστικού συστήματος και του πρωτογενούς πορώδους.

Οι *Barrett et al.* (1997) ανέπτυξαν ένα μοντέλο με πέντε δεξαμενές για να προσομοιώσουν την εκροή από τις πηγές Barton στο Νότιο Τέξας των ΗΠΑ. Το μοντέλο χρησιμοποιεί την εξίσωση Darcy για να υπολογίσει τη μεταφορά νερού μεταξύ των δεξαμενών και εισάγει κατακόρυφη μεταβολή της μεταφορικότητας και της αποθηκευτικότητας (βλ. Σχήμα 3.3).



Σχήμα 3.3: Μοντέλο πέντε δεξαμενών με κατακόρυφη μεταβολή της μεταφορικότητας μεταξύ των κυττάρων 1 και 2 και της αποθηκευτικότητας στο κύτταρο 5.

Οι *Estrela & Sahuquillo* (1997) υποκινούμενοι από τις δυσκολίες (εύρεση συνάρτησης απόκρισης) και τα μειονεκτήματα (παράμετροι που δεν συσχετίζονται με τις φυσικές ιδιότητες του υδροφορέα) που συνοδεύουν τα μοντέλα της συνέλιξης κατέληξαν στην ακόλουθη σχέση η οποία μπορεί να θεωρηθεί ότι περιγράφει την εκροή $Q_{t+\Delta t}$ από ένα μοντέλο n δεξαμενών που φορτίζονται από σταθερή κατείσδυση R_t το χρονικό διάστημα t διάρκειας Δt :

$$Q_{i_{t+\Delta t}} = Q_{i_t} e^{-\alpha_i \Delta t} + b_i R_t (1 - e^{-\alpha_i \Delta t})$$

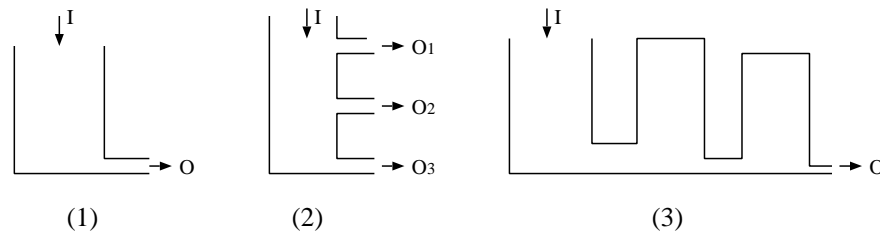
$$Q_{t+\Delta t} = \sum_{i=1}^n Q_{i_{t+\Delta t}} \quad (3.3.1)$$

όπου α_i είναι οι συντελεστές στείρευσης των δεξαμενών και b_i είναι οι λόγοι με τους οποίους μοιράζεται η φόρτιση R_t στις δεξαμενές. Οι συντελεστές α_i συνδέονται με τις ιδιότητες του υδροφορέα βάσει του ακόλουθου προβλήματος ιδιοτιμών:

$$\mathbf{T} \mathbf{A} = \mathbf{S} \mathbf{A} \boldsymbol{\alpha} \quad (3.3.2)$$

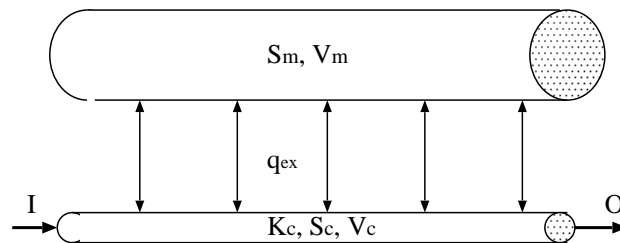
όπου: \mathbf{T} είναι ένας αραιός (sparse banded) συμμετρικός πίνακας και θετικά ορισμένος του οποίου τα στοιχεία εξαρτώνται από τη μεταφορικότητα του υδροφορέα, τα κύτταρα-δεξαμενές της διακριτοποίησης και τις συνοριακές συνθήκες. \mathbf{S} είναι ένας αραιός (sparse banded) συμμετρικός ορθογώνιος πίνακας ($\mathbf{A}^T \mathbf{S} \mathbf{A} = \mathbf{I}$) που εξαρτάται από την αποθηκευτικότητα του υδροφορέα και τη χωρική διακριτοποίηση. $\boldsymbol{\alpha}$ και \mathbf{A} είναι ο διαγώνιος πίνακας των ιδιοτιμών (α_i) και ο πίνακας ιδιοδιανυσμάτων αντιστοίχως.

Όσον αφορά τη ροή σε υδροφορείς διπλού πορώδους, η γρήγορη ροή εντός του δευτερογενούς πορώδους ώθησε μερικούς μελετητές να χρησιμοποιήσουν μη γραμμικές εξισώσεις για την περιγραφή της κίνησης του νερού. Συγκεκριμένα οι *Halihan & Wicks* (1998) προτείνουν ένα μοντέλο που δομικό του στοιχείο είναι μια δεξαμενή στην οποία καταλήγουν αγωγοί μέσω των οποίων το νερό κινείται από και προς αυτήν. Η κίνηση του νερού μέσα στους αγωγούς περιγράφεται από τυρβώδη ροή (στην εξίσωση ροής η δύναμη της υδραυλικής κλίσης είναι $4/7$). Χρησιμοποίησαν τρεις διατάξεις (Σχήμα 3.4), την απλή περίπτωση με μία δεξαμενή που εκφορτίζεται μέσω ενός αγωγού, μια διάταξη με μια δεξαμενή αλλά τρεις αγωγούς σε διαφορετικά ύψη και μια διάταξη με τρεις δεξαμενές που συνδέονται με διαφορετικής διαμέτρου αγωγούς. Φορτίζοντας την πρώτη διάταξη με Γκαουσιανό σήμα παρατήρησαν ότι όταν το σήμα είναι μακράς διάρκειας τότε δεν μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά του στην έξοδο του μοντέλου, ενώ όταν είναι αιφνίδιο τότε προκαλεί απότομη απόκριση με μακρά στείρευση (ασυμμετρία). Φορτίζοντας τη δεύτερη διάταξη παρατήρησαν ότι η έξοδος μέσω του ανώτερου αγωγού προσομοιάζει την είσοδο αλλά με υστέρηση, η έξοδος μέσω του μεσαίου αγωγού έχει 25% μεγαλύτερη αιχμή και μεγαλύτερη διάρκεια από την ανώτερη έξοδο και τέλος η χαμηλότερη έξοδος έχει 25% μεγαλύτερη αιχμή από την ενδιάμεση έξοδο και καμπύλη στείρευσης με σημεία καμψής εκεί που σταματούν τα υδρογραφήματα των δύο ανώτερων εξόδων. Φορτίζοντας την τρίτη διάταξη παρατήρησαν ότι ο αγωγός με τη μικρότερη διάμετρο ελέγχει τα χαρακτηριστικά του υδρογραφήματος.



Σχήμα 3.4: Διατάξεις υπολογιστικών πειραμάτων *Halihan & Wicks* (1998), με I συμβολίζονται οι είσοδοι και με O συμβολίζονται οι έξοδοι

Τέλος ορισμένοι μελετητές προσπάθησαν να αποδώσουν τον χαρακτήρα της συνδυασμένης ροής εντός του πρωτογενούς και του δευτερογενούς πορώδους χρησιμοποιώντας προσεγγίσεις διπλού πορώδους. Στην εργασία των *Cornaton & Perrochet* (2002) χρησιμοποιείται το στοιχείο που φαίνεται στο Σχήμα 3.5 για να μοντελοποιήσει την απόκριση ενός καρστικού συστήματος. Το στοιχείο αποτελείται από ένα αγωγό κυκλικής διατομής που αντιστοιχεί στους καρστικούς αγωγούς και ένα κύλινδρο σε ζεύξη με τον αγωγό που αντιστοιχεί στον όγκο του πρωτογενούς πορώδους. Η ανταλλαγή νερού ανά μονάδα όγκου μεταξύ των δύο υποστοιχείων γίνεται βάσει του τύπου $q_{ex} = \alpha(H_m - H_c)$ όπου H_m και H_c αντιστοιχούν στα μέσα υδραυλικά φορτία του νερού εντός του πρωτογενούς πορώδους και εντός των καρστικών αγωγών και α συντελεστής που εξαρτάται από την αγωγιμότητα του πρωτογενούς πορώδους και τον λόγο της συνολικής επιφάνειας των ανοιγμάτων του πορώδους προς την επιφάνεια των καρστικών αγωγών σε μια τυπική διατομή του υδροφορέα.



Σχήμα 3.5: Θεμελιώδες στοιχείο του μοντέλου των *Cornaton & Perrochet* (2002). S_m, V_m είναι η ειδική αποθήκευση και ο όγκος που αντιστοιχεί στο πρωτογενές πορώδες, K_c, S_c, V_c είναι η αγωγιμότητα, η ειδική αποθήκευση και ο όγκος που αντιστοιχεί στο καρστικό σύστημα. Με I συμβολίζεται η είσοδος και με O συμβολίζεται η έξοδος από το στοιχείο.

Αν $\phi = V_c / (V_c + V_m)$ τότε η σταθμισμένη κατά πορώδες διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη ροή του νερού μέσα στο στοιχείο του Σχήματος 3.5 είναι:

$$\phi K_c \frac{\partial^2 H_c}{\partial x^2} = \phi S_c \frac{\partial H_c}{\partial t} - (1 - \phi)\alpha(H_m - H_c) \quad (3.3.3)$$

Οι *Cornaton & Perrochet* (2002) χρησιμοποιώντας μετασχηματισμούς Laplace καταλήγουν σε αναλυτική λύση της παραπάνω εξίσωσης. Σαν παράδειγμα συγκρίνουν ένα συνδυασμό των παραπάνω μονοδιάστατων στοιχείων με το τρισδιάστατο μοντέλο πεπερασμένων στοιχείων FEM που είναι επέκταση του FEM301 (*Kiraly*, 1985) και αποδεικνύουν την επάρκεια του μοντέλου τους στο να αναπαράγει τα χαρακτηριστικά του υδρογραφήματος ενός σύνθετου καρστικού συστήματος.

Σημαντική προσπάθεια εφαρμογής εννοιολογικού μοντέλου σε καρστικό υδροφορέα στον Ελληνικό χώρο έχει γίνει στην πηγή του Αλμυρού του Ηρακλείου Κρήτης (*Μαραμαθάς*, 2002). Το μοντέλο που χρησιμοποιείται σε αυτή τη μελέτη βασίζεται σε ένα δίκτυο τριών δεξαμενών. Η πρώτη δεξαμενή αντιστοιχεί στο τμήμα του υδροφορέα που αποκρίνεται άμεσα στα γεγονότα βροχόπτωσης, η δεύτερη στο τμήμα του υδροφορέα που αποκρίνεται με υστέρηση και η τρίτη στη θάλασσα. Το μοντέλο υπολογίζει τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας στις τρεις δεξαμενές, χρησιμοποιώντας μακροσκοπικές εξισώσεις συνέχειας και διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για να εκτιμήσει την υφαλμύριση του νερού της πηγής. Τα αποτελέσματα του μοντέλου είναι πολύ ικανοποιητικά και ως προς την προσομοίωση της παροχής της πηγής και ως προς την προσομοίωση της περιεκτικότητας του νερού σε χλωριόντα.

3.4 Πολυκυτταρικά μοντέλα

Τα πολυκυτταρικά μοντέλα είναι μια κατηγορία μοντέλων που δανείζεται στοιχεία από τα μονοκυτταρικά μοντέλα και τις αριθμητικές μεθόδους επίλυσης διαφορικών εξισώσεων (πεπερασμένες διαφορές ή πεπερασμένοι όγκοι). Τα βασικά χαρακτηριστικά τους είναι η άμεση αναπαράσταση της εξίσωσης ισοζυγίου και η ευελιξία του καννάβου τους που επιτρέπει να διακριτοποιούνται με περιορισμένο αριθμό κυττάρων πεδία ροής με ακανόνιστες γεωμετρίες. Αυτά τα δύο πλεονεκτήματα σε συνδυασμό με τη θεώρηση μόνιμης ροής έχουν αναδείξει τα πολυκυτταρικά μοντέλα σε συχνή επιλογή για την επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν προσομοίωση της ποιότητας του επιφανειακού ή υπόγειου νερού. Παραδείγματα τέτοιων εφαρμογών μπορούν να βρεθούν στην εργασία των *Thomann & Mueller* (1987) αλλά και στο κλασικό βιβλίο του *Bear* (1979).

Αυτά τα μοντέλα στην ουσία αποτελούν επέκταση των μοντέλων αντιδραστήρα πλήρους μίξης (*Aris*, 1994) που χρησιμοποιούνται συνήθως στις εφαρμογές των χημικών μηχανικών αλλά και σε περιβαλλοντικές εφαρμογές. Για παράδειγμα οι *Heinz & Demetracopoulos* (1981) χρησιμοποίησαν σειρά κυττάρων για να προσομοιώσουν τη μονοδιάστατη εξίσωση μεταφοράς-διάχυσης. Αντιθέτως τα πολυκυτταρικά μοντέλα δεν είναι ιδιαίτερα δημοφιλή

σε εφαρμογές προσομοίωσης υπόγειων ροών και ο λόγος είναι η περιορισμένη ακρίβεια που παρέχουν σε σχέση με τις μεθόδους πεπερασμένων όγκων και πεπερασμένων διαφορών.

3.5 Μοντέλα φυσικής βάσης

Τα μοντέλα φυσικής βάσης (physically-based) είναι κατανοημένα, αναπαριστούν τις υδρολογικές διεργασίες μικρής κλίμακας, και βασίζονται στους φυσικούς νόμους που σχετίζονται με την κίνηση του νερού.

Πρέπει να σημειωθεί ότι είναι αδύνατον να υπάρξει πλήρης γνώση όλων των φυσικών διεργασιών και η έκφραση τους με μαθηματικές σχέσεις. Ως εκ τούτου οποιοδήποτε μοντέλο είναι μια αφαιρετική προσέγγιση του πραγματικού συστήματος που αναμένεται να εισάγει σφάλμα εξαιτίας των διεργασιών που αμελούνται/αγνοούνται. Αυτό το σφάλμα είναι και ο λόγος που τα μοντέλα φυσικής βάσης χρειάζονται βαθμονόμηση ακόμα και αν υπάρχουν πυκνές και αξιόπιστες μετρήσεις των ιδιοτήτων του υδροφόρου.

Τα μοντέλα φυσικής βάσης είναι κατάλληλα για εφαρμογές στις οποίες απαιτείται η περιγραφή της χωρικής κατανομής μιας ιδιότητας, φόρτισης ή μεταβλητής για να επιτευχθεί ικανοποιητική ακρίβεια αποτελεσμάτων. Παραδείγματα αποτελούν η μελέτη επιπτώσεων που επιφέρει σε μια λεκάνη η αλλαγή στο κλίμα, η αλλαγή της φυτοκάλυψης ή των χρήσεων γης, καθώς και η μελέτη μεταφοράς-διάχυσης ρύπων.

Ακολουθώς παρουσιάζονται τρία είδη μοντέλων φυσικής βάσης: (α) τα μοντέλα που βασίζονται στην αριθμητική επίλυση της διαφορικής εξίσωσης (2.4.4) (υπόγεια ροή σε πορώδεις υδροφορείς)· (β) τα μοντέλα που βασίζονται στην παραδοχή διπλού πορώδους μέσου· και (γ) τα μοντέλα φυσικής βάσης με χρήση αναλυτικών στοιχείων. Η περιγραφή των μοντέλων επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης (2.4.4) με πεπερασμένες διαφορές γίνεται μέσα από την περιγραφή του στησίματος και της ορολογίας του προγράμματος MODFLOW γιατί αποτελεί το πιο διαδεδομένο πρόγραμμα υπόγειων υδάτων και γιατί έχει εφαρμοστεί εκτενέστατα στην παρούσα εργασία.

3.6 Επίλυση διαφορικής εξίσωσης ροής σε πορώδη υδροφόρα με πεπερασμένες διαφορές (MODFLOW)

3.6.1 Διακριτοποίηση διαφορικής εξίσωσης υπόγειας ροής

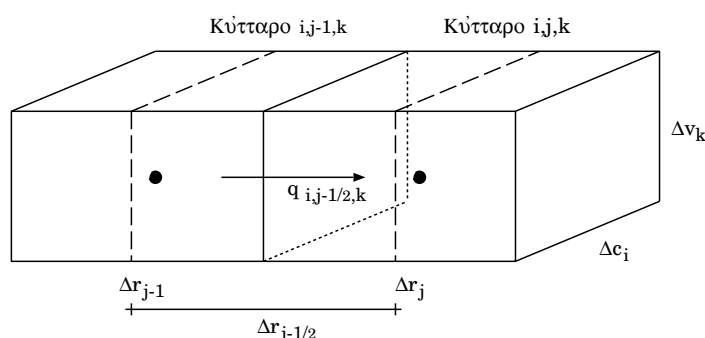
Στο κεφάλαιο 2 αναφέρθηκε η αναλυτική έκφραση της διαφορικής εξίσωσης κίνησης του υπόγειου νερού. Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξεταστεί πως μορφώνεται αυτή η εξίσωση στην αριθμητική της μορφή σύμφωνα με την τεχνική των πεπερασμένων διαφορών και πως επιλύεται. Όλοι οι συμβολισμοί είναι σύμφωνα με την τεκμηρίωση του MODFLOW όπως αυτή περιγράφεται στο εγχειρίδιο του MODFLOW των *McDonald & Harbaugh* (1988). Συνοπτική

περιγραφή για τη δομή του κώδικα και των αρθρωμάτων του προγράμματος δίνονται στο Παράρτημα Α.6.

Η μόρφωση της εξίσωσης ροής στους υπόγειους υδροφορείς βασίζεται στην εξίσωση συνέχειας (το άθροισμα των εισροών και των εκροών στο κύτταρο πρέπει να ισούται με τον ρυθμό της μεταβολής του αποθηκευμένου όγκου στο κύτταρο). Θεωρώντας ότι η πυκνότητα του νερού παραμένει σταθερή, η εξίσωση συνέχειας που εκφράζει το ισοζύγιο σε ένα κύτταρο που διακριτοποιεί ένα περιορισμένο υδροφορέα είναι:

$$\sum q_i = SS \frac{\Delta h}{\Delta t} \Delta V \quad (3.6.1)$$

όπου $\sum q_i$ το σύνολο της παροχής μεταξύ του κυττάρου i και των γειτονικών του, SS η ειδική αποθήκευση, ΔV ο όγκος του κυττάρου i και Δh η αλλαγή του υδραυλικού φορτίου στο χρονικό τμήμα Δt .



Σχήμα 3.6: Ανταλλαγή νερού μεταξύ κυττάρων $(i, j - 1, k)$ και (i, j, k)

Για τον υπολογισμό του αριστερού μέλους της (3.6.1) απαιτείται το άθροισμα των εξωτερικών φορτίσεων και των παροχών από τις πλευρές του κυττάρου. Στο Σχήμα 3.6 φαίνεται η παροχή $q_{i,j-1/2,k}$ από το κύτταρο $(i, j - 1, k)$ στο κύτταρο (i, j, k) . Σύμφωνα με τον νόμο του Darcy αυτή προσεγγίζεται με:

$$q_{i,j-1/2,k} = KR_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k \frac{h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}}{\Delta r_{j-1/2}} \quad (3.6.2)$$

όπου $h_{i,j,k}$ το υδραυλικό φορτίο στο κύτταρο (i, j, k) , $KR_{i,j-1/2,k}$ η υδραυλική αγωγιμότητα μεταξύ των κυττάρων $(i, j - 1, k)$ και (i, j, k) , $\Delta c_i \Delta v_k$ η επιφάνεια κάθετη στην ροή μεταξύ των κυττάρων $(i, j - 1, k)$ και (i, j, k) , $\Delta r_{j-1/2}$ η απόσταση μεταξύ των κέντρων των κυττάρων $(i, j - 1, k)$ και (i, j, k) .

Το γινόμενο των σταθερών όρων στην παραπάνω εξίσωση μπορεί να αντικατασταθεί με ένα σύμβολο (όρος αγωγιμότητας) για χάρη ευκολίας.

$$\text{CR}_{i,j-1/2,k} = \frac{\text{KR}_{i,j-1/2,k} \Delta c_i \Delta v_k}{\Delta r_{j-1/2}} \quad (3.6.3)$$

Τότε η προηγούμενη εξίσωση γίνεται:

$$q_{i,j-1/2,k} = \text{CR}_{i,j-1/2,k} (h_{i,j-1,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.4)$$

Κατά αντιστοιχία οι παροχές μεταξύ των υπόλοιπων γειτονικών κυττάρων του (i, j, k) θα είναι:

$$q_{i,j+1/2,k} = \text{CR}_{i,j+1/2,k} (h_{i,j+1,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.5)$$

$$q_{i-1/2,j,k} = \text{CC}_{i-1/2,j,k} (h_{i-1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.6)$$

$$q_{i+1/2,j,k} = \text{CC}_{i+1/2,j,k} (h_{i+1,j,k} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.7)$$

$$q_{i,j,k-1/2} = \text{CV}_{i,j,k-1/2} (h_{i,j,k-1} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.8)$$

$$q_{i,j,k+1/2} = \text{CV}_{i,j,k+1/2} (h_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.9)$$

Οι εξωτερικές φορτίσεις στο κύτταρο (i, j, k) μπορούν να γραφτούν με τη μορφή του αθροίσματος $P_{i,j,k} h_{i,j,k} + Q_{i,j,k}$ όπου $P_{i,j,k}$ ο όρος που σχετίζεται με τις φορτίσεις εξαρτώμενες από το υδραυλικό φορτίο $h_{i,j,k}$ και $Q_{i,j,k}$ ο όρος που σχετίζεται με τις φορτίσεις που δεν εξαρτώνται από το $h_{i,j,k}$. Αντικαθιστώντας τη χρονική παράγωγο με την προσεγγιστική σχέση οπίσθιων διαφορών, η εξίσωση (3.6.1) για το κύτταρο (i, j, k) γίνεται:

$$\begin{aligned} & \text{CR}_{i,j-1/2,k} (h_{i,j-1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \text{CR}_{i,j+1/2,k} (h_{i,j+1,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \\ & \text{CC}_{i-1/2,j,k} (h_{i-1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \text{CC}_{i+1/2,j,k} (h_{i+1,j,k}^m - h_{i,j,k}^m) + \\ & \text{CV}_{i,j,k-1/2} (h_{i,j,k-1}^m - h_{i,j,k}^m) + \text{CV}_{i,j,k+1/2} (h_{i,j,k+1}^m - h_{i,j,k}^m) + \\ & Q_{i,j,k} + P_{i,j,k} h_{i,j,k}^m = \text{SS}_{i,j,k} \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k \quad (3.6.10) \end{aligned}$$

Αν η εξίσωση αυτή γραφτεί για όλα τα κύτταρα του καννάβου προκύπτει σύστημα εξισώσεων της μορφής $\mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{q}$. Στο σύστημα αυτό ο πίνακας \mathbf{A} (με διαστάσεις $n \times n$ όπου n το πλήθος των κυττάρων) προκύπτει από τους όρους αγωγιμότητας, την ειδική αποθήκευση και τις εξαρτημένες από το υδραυλικό φορτίο φορτίσεις στα κύτταρα, το διάνυσμα \mathbf{h} περιέχει τα άγνωστα υδραυλικά φορτία στα κύτταρα τη χρονική στιγμή m , και το διάνυσμα \mathbf{q} προκύπτει από τις ανεξάρτητες από το υδραυλικό φορτίο φορτίσεις στα κύτταρα, τα υδραυλικά φορτία στα κύτταρα τη χρονική στιγμή $m - 1$ και την ειδική αποθήκευση. Σε κάθε χρονικό βήμα μορφώνεται ένα νέο σύστημα εξισώσεων βάσει των χαρακτηριστικών του καννάβου, των ιδιοτήτων του υδροφορέα και των υδραυλικών φορτίων του προηγούμενου χρονικού βήματος. Αυτό γίνεται

γιατί ο πίνακας \mathbf{A} μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα μαζί με τις εξαρτημένες εξωτερικές φορτίσεις και επίσης γιατί το διάνυσμα \mathbf{q} ανανεώνεται ώστε να προκύπτει κάθε φορά από τα υδραυλικά ύψη του προηγούμενου χρονικού βήματος. Τα υδραυλικά φορτία στα κύτταρα τη χρονική στιγμή m αποτελούν τη λύση του $m - 1$ κατά σειρά συστήματος γραμμικών εξισώσεων.

3.6.2 Αποθήκευση νερού στο κύτταρο.

Το δεξί μέλος της εξίσωσης (3.6.10) αναφέρεται στη μεταβολή της αποθηκευμένης ποσότητας νερού στο κύτταρο (i, j, k) :

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = SS_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i \Delta v_k) \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.6.11)$$

Προϋπόθεση για να ισχύει αυτή η σχέση είναι ο υδροφορέας να βρίσκεται μονίμως υπό πίεση. Αν ο υδροφορέας βρίσκεται μονίμως σε φρεάτιες συνθήκες η μεταβολή της αποθηκευμένης ποσότητας νερού στο κύτταρο (i, j, k) δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = SY_{i,j,k}(\Delta r_j \Delta c_i) \frac{h_{i,j,k}^m - h_{i,j,k}^{m-1}}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.6.12)$$

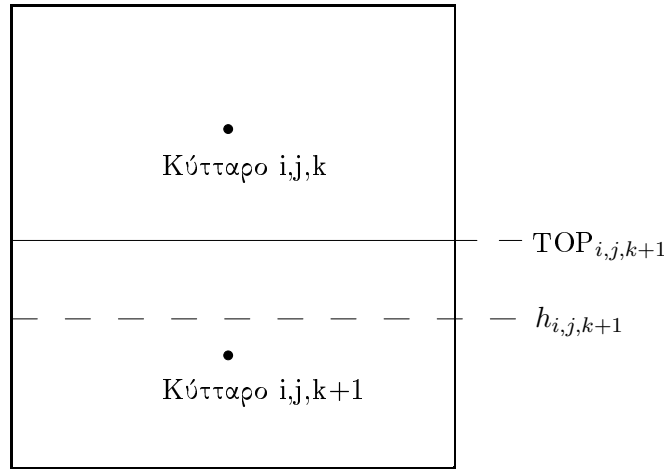
Αν το κύτταρο (i, j, k) μεταβεί μεταξύ χρονικού βήματος $m - 1$ και m από περιορισμένες (το υδραυλικό φορτίο είναι μεγαλύτερο από TOP δηλαδή το ύψος της οροφής του υδροφορέα) σε φρεάτιες συνθήκες τότε η μεταβολή της αποθηκευμένης ποσότητας νερού δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = (\Delta r_j \Delta c_i) \frac{SS_{i,j,k} \Delta v_k (\text{TOP} - h^{m-1}) + SY_{i,j,k} (h^m - \text{TOP})}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.6.13)$$

Αν το κύτταρο (i, j, k) μεταβεί μεταξύ χρονικού βήματος $m - 1$ και m από φρεάτιες σε περιορισμένες συνθήκες τότε η μεταβολή της αποθηκευμένης ποσότητας νερού δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = (\Delta r_j \Delta c_i) \frac{SY_{i,j,k} (\text{TOP} - h^{m-1}) + SS_{i,j,k} \Delta v_k (h^m - \text{TOP})}{t_m - t_{m-1}} \quad (3.6.14)$$

Κατά την ορολογία του MODFLOW ονομάζεται πρωτεύων συντελεστής αποθηκευτικότητας (primary storage coefficient) το γινόμενο ειδικής αποθήκευσης επί το πάχος του υδροφορέα ($SS \Delta v$) και δευτερεύων συντελεστής (secondary storage coefficient) η ειδική απόδοση (SY).



Σχήμα 3.7: Κατακόρυφη κίνηση σε ακόρεστο κύτταρο.

3.6.3 Επικρεμώμενος υδροφορέας

Η ύπαρξη ενός οριζόντιου στρώματος χαμηλής διαπερατότητας ανάμεσα σε δύο στρώματα υψηλής διαπερατότητας, μπορεί να οδηγήσει στο σχηματισμό δύο επάλληλων υδροφόρων οριζόντων. Ο ανώτερος υδροφορέας ονομάζεται επικρεμώμενος. Στο Σχήμα 3.7 φαίνεται μια αντίστοιχη περίπτωση όπου ο κάθε υδροφορέας διακριτοποιείται από ένα στρώμα κυττάρων. Ο κατώτερος υδροφορέας είναι φρεάτιος δηλαδή η στάθμη έχει πέσει κάτω από την οροφή του που αντιστοιχεί στο αδιαπέρατο ή ημιπερατό στρώμα. Η πίεση που υπάρχει στην βάση του κυττάρου (i, j, k) είναι μηδέν άρα το υδραυλικό φορτίο σε αυτό το σημείο ισούται με το υψόμετρο της βάσης του (i, j, k) ή της οροφής του $(i, j, k + 1)$. Δηλαδή η παροχή από το (i, j, k) στο $(i, j, k + 1)$ σύμφωνα με την εξίσωση Darcy θα είναι:

$$q_{i,j,k+1/2} = CV_{i,j,k+1/2}(TOP_{i,j,k+1} - h_{i,j,k}) \quad (3.6.15)$$

Η εξίσωση αυτή συμπεριλαμβάνεται σαν διόρθωση στο δεξί μέλος της (3.6.10) για να μην καταστραφεί η συμμετρία του πίνακα **A**.

3.6.4 Υπολογισμός όρων αγωγιμότητας

Στην εξίσωση (3.6.10) χρησιμοποιήθηκε στους δείκτες ο συμβολισμός $i + 1/2$ για να δηλώσει τον όρο αγωγιμότητας μεταξύ των κυττάρων i και $i + 1$. Οι όροι αγωγιμότητας υπολογίζονται από τις αγωγιμότητες των κυττάρων (παράμετροι του μοντέλου). Ο τρόπος που γίνεται αυτός ο υπολογισμός διαφέρει για τους όρους αγωγιμότητας που αντιστοιχούν στην οριζόντια και στην κατακόρυφη κίνηση.

Έστω ότι το υδραυλικό φορτίο στο κέντρο του κυττάρου $(i, j - 1, k)$ στο Σχήμα 3.6 είναι h_A και το υδραυλικό φορτίο στο κέντρο του κυττάρου (i, j, k) είναι h_B με $h_A > h_B$. Σύμφωνα με τη σχέση (3.6.4) η παροχή από το κύτταρο $(i, j - 1, k)$ στο (i, j, k) θα είναι $q = \text{CR}_{i,j-1/2,k}(h_A - h_B)$. Αν ληφθεί υπόψη ότι η διαφορά $h_A - h_B$ ισούται με το άθροισμα της πτώσης δυναμικού από το κέντρο του κυττάρου $(i, j - 1, k)$ στην κοινή έδρα και από την κοινή έδρα στο κέντρο του κυττάρου (i, j, k) τότε η παροχή δίνεται από τη σχέση:

$$q = \text{CR}_{i,j-1/2,k} \left(\frac{q}{\text{CR}_{i,j-1,k}} + \frac{q}{\text{CR}_{i,j,k}} \right) \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{\text{CR}_{i,j-1/2,k}} = \frac{1}{\text{CR}_{i,j-1,k}} + \frac{1}{\text{CR}_{i,j,k}} \quad (3.6.16)$$

Αν οι μεταφορικότητες των δυο διαδοχικών κυττάρων είναι $T_{i,j-1,k}$ και $T_{i,j,k}$ τότε θα είναι $\text{CR}_{i,j-1,k} = T_{i,j-1,k} \Delta c_i / (\Delta r_{j-1}/2)$ και $\text{CR}_{i,j,k} = T_{i,j,k} \Delta c_i / (\Delta r_j/2)$. Τότε η πιο πάνω σχέση γράφεται:

$$\text{CR}_{i,j-1/2,k} = 2\Delta c_i \frac{T_{i,j-1,k} T_{i,j,k}}{T_{i,j-1,k} \Delta r_j + T_{i,j,k} \Delta r_{j-1}} \quad (3.6.17)$$

Ο χρήστης παρέχει στα αρχεία εισόδου τις μεταφορικότητες των κυττάρων και το MODFLOW κάνει τις απαραίτητες πράξεις (Σχέση (3.6.17)) για να υπολογίσει τους οριζόντιους όρους αγωγιμότητας. Στους φρεάτιους υδροφορείς η μεταφορικότητα μεταβάλλεται συναρτήσει του υδραυλικού φορτίου στο κύτταρο. Σε αυτή την περίπτωση ο χρήστης παρέχει στα αρχεία εισόδου τις οριζόντιες υδραυλικές αγωγιμότητες των κυττάρων και το MODFLOW υπολογίζει τις μεταφορικότητες σε κάθε χρονικό βήμα από τη σχέση:

$$T_{i,j,k} = \begin{cases} (\text{TOP}_{i,j,k} - \text{BOT}_{i,j,k}) \text{HYR}_{i,j,k}, & h_{i,j,k} \geq \text{TOP}_{i,j,k} \\ (h_{i,j,k} - \text{BOT}_{i,j,k}) \text{HYR}_{i,j,k}, & \text{TOP}_{i,j,k} > h_{i,j,k} > \text{BOT}_{i,j,k} \end{cases} \quad (3.6.18)$$

όπου $\text{TOP}_{i,j,k}$ το ύψος της οροφής του κυττάρου (i, j, k) , $\text{BOT}_{i,j,k}$ το ύψος της βάσης του κυττάρου (i, j, k) , $\text{HYR}_{i,j,k}$ η υδραυλική αγωγιμότητα του κυττάρου (i, j, k) και $h_{i,j,k}$ το υδραυλικό φορτίο στο κύτταρο (i, j, k) .

Τα παραπάνω αφορούν στην κίνηση του νερού κατά μήκος των γραμμών του καννάβου αλλά εύκολα προκύπτουν οι σχέσεις για την κίνηση του νερού κατά μήκος των στηλών. Τα πράγματα διαφοροποιούνται στην κατακόρυφη κίνηση του νερού γιατί το MODFLOW απαιτεί στα αρχεία εισόδου έναν όρο που ενσωματώνει την κατακόρυφη αγωγιμότητα και το πάχος του κυττάρου σε ένα όρο. Με αυτό το τέχνασμα λαμβάνεται υπόψη η μεταβολή του πάχους του υδροφορέα. Έστω $\text{Cz}_{i,j,k+1/2}$ ο κατακόρυφος όρος αγωγιμότητας μεταξύ του κυττάρου (i, j, k) και του κατώτερου του $(i, j, k + 1)$. Σύμφωνα με τα προηγούμενα θα είναι:

$$\frac{1}{C_{z_{i,j,k+1/2}}} = \frac{1}{C_{z_{i,j,k}}} + \frac{1}{C_{z_{i,j,k+1}}} \quad (3.6.19)$$

Αν οι αγωγιμότητες των δύο κυττάρων είναι $K_{z_{i,j,k}}$, $K_{z_{i,j,k+1}}$ και ΔZ_k , ΔZ_{k+1} είναι τα πάχη των αντίστοιχων στρωμάτων θα είναι:

$$\begin{aligned} C_{z_{i,j,k}} &= \frac{K_{z_{i,j,k}} \Delta r_j \Delta c_i}{\Delta Z_k / 2} \\ C_{z_{i,j,k+1}} &= \frac{K_{z_{i,j,k+1}} \Delta r_j \Delta c_i}{\Delta Z_{k+1} / 2} \end{aligned} \quad (3.6.20)$$

Κατά συνέπεια η 3.6.19 γίνεται:

$$\frac{C_{z_{i,j,k+1/2}}}{\Delta r_j \Delta c_i} = \frac{1}{\frac{\Delta Z_k / 2}{K_{z_{i,j,k}}} + \frac{\Delta Z_{k+1} / 2}{K_{z_{i,j,k+1}}}} \quad (3.6.21)$$

Η ποσότητα $C_{z_{i,j,k+1/2}} / (\Delta r_j \Delta c_i)$ ονομάζεται κατακόρυφη ικανότητα διαρροής (vertical leakage), συμβολίζεται με $V_{cont_{i,j,k+1/2}}$ και παρέχεται από τον χρήστη στα αρχεία εισόδου. Το MODFLOW πολλαπλασιάζει αυτή την ποσότητα με την επιφάνεια του εκάστοτε κυττάρου για να υπολογίσει τον κατακόρυφο όρο αγωγιμότητας. Οι ποσότητες V_{cont} πρέπει να υπολογιστούν εξωτερικά από το MODFLOW χρησιμοποιώντας τη Σχέση (3.6.21).

3.6.5 Υλοποίηση συνοριακών συνθηκών και φορτίσεων

Οι τρεις βασικές συνοριακές συνθήκες της υπόγειας ροής είναι η συνοριακή συνθήκη Dirichlet, η συνοριακή συνθήκη Neumann και η συνοριακή συνθήκη Cauchy.

Η συνοριακή συνθήκη Dirichlet αναφέρεται σε σημεία του πεδίου στα οποία είναι γνωστό το υδραυλικό φορτίο. Για τα αντίστοιχα κύτταρα δεν συντάσσεται η εξίσωση (3.6.10) αλλά στις εξισώσεις των γειτονικών τους κυττάρων υπάρχει όρος που περιγράφει τη ροή από και προς αυτά τα κύτταρα.

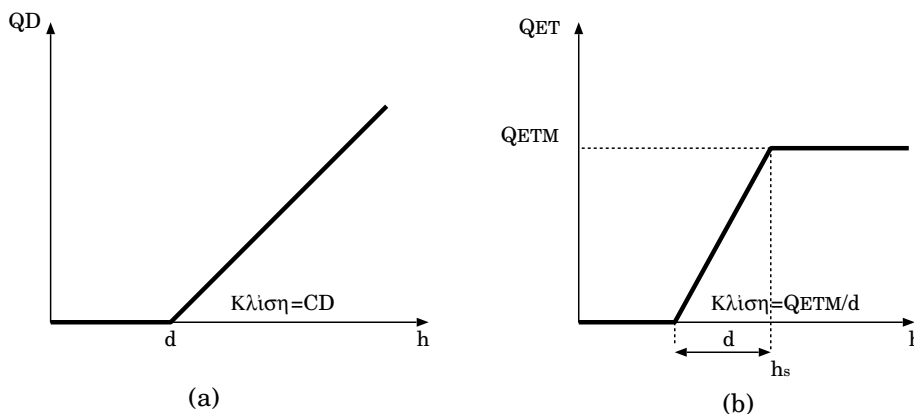
Η συνοριακή συνθήκη Neumann (ειδική περίπτωση των συνοριακών συνθηκών Cauchy) αναφέρεται σε σημεία του πεδίου με γνωστές παροχές. Αν σε ένα κύτταρο όλες οι διερχόμενες παροχές έχουν μηδενική τιμή τότε αυτό το κύτταρο είναι ανενεργό και δεν λαμβάνεται υπόψη καθόλου στη μόρφωση του συστήματος των γραμμικών εξισώσεων. Αν η παροχή κάθετα σε ένα μέτωπο έχει γνωστή τιμή, μοντελοποιείται με συνδυασμό μιας σειράς ανενεργών κυττάρων και μιας σειράς φρεατίων εισπίεσης ή άντλησης (ανάλογα με την φορά της παροχής).

Η συνοριακή συνθήκη Cauchy αναφέρεται σε σημεία του πεδίου από τα οποία οι διερχόμενες παροχές εξαρτώνται με μια γραμμική σχέση από τα υδραυλικά φορτία αυτών των σημείων. Αυτή η συνοριακή συνθήκη μοντελοποιείται με το «πακέτο» GHB (General Head Boundary). Η λειτουργία

αυτού του «πακέτου» είναι από μαθηματικής άποψης παρόμοια με τα «πακέτα» φόρτισης από ποτάμι (RIV), στράγγισης (DRN) και εξατμοδιαπνοής (ET).

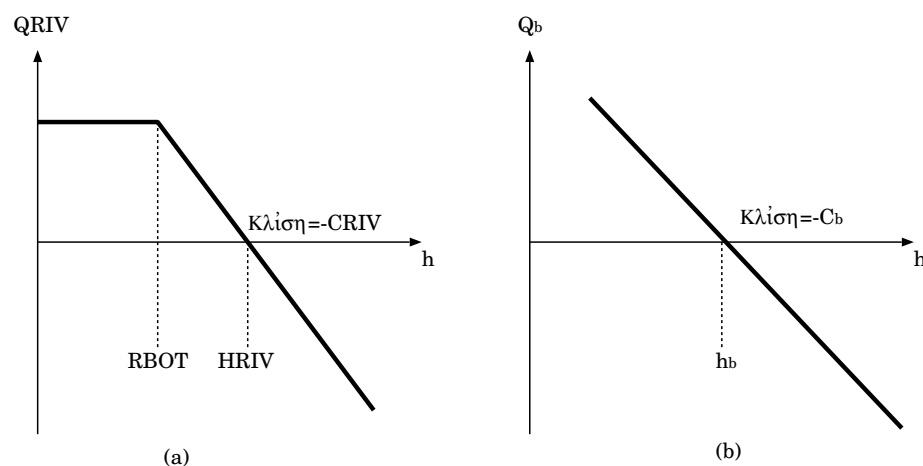
Οι φορτίσεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, αυτές που εξαρτώνται και αυτές που δεν εξαρτώνται από τις συνθήκες του υδροφορέα. Παραδείγματα φορτίσεων που εξαρτώνται από τις συνθήκες του υδροφορέα είναι η φόρτιση από ποτάμι (RIV), η στράγγιση (DRN) και η εξατμοδιαπνοή (ET). Παραδείγματα φορτίσεων που δεν εξαρτώνται είναι η κατείσδυση (RCH) και τα φρέατα (WEL).

Στο Σχήμα 3.8 αναφέρονται οι φορτίσεις που εξαρτώνται από τις τρέχουσες συνθήκες του υδροφορέα και που μόνο αφαιρούν νερό από αυτόν. Στο 3.8 (a) φαίνεται η παροχή QD από ένα κύτταρο με υδραυλικό φορτίο h προς το γειτονικό του στραγγιστήριο που είναι τοποθετημένο σε ύψος d και έχει όρο αγωγιμότητας CD. Στο Σχήμα 3.8 (b) φαίνονται οι απώλειες από ένα κύτταρο λόγω εξατμοδιαπνοής. Η εξατμοδιαπνοή μπορεί να συμβεί μέχρι το βάθος d κάτω από την επιφάνεια του εδάφους (υψόμετρο εδάφους h_s), έχει τιμή μηδέν όταν η στάθμη του νερού πέσει κάτω από αυτό το βάθος και τιμή Q_{ETM} όταν η στάθμη νερού φτάνει μέχρι την επιφάνεια του εδάφους.



Σχήμα 3.8: (a): Παροχή από στράγγιση σε γειτονικό κύτταρο συναρτήσει του υδραυλικού φορτίου του κυττάρου. (b): Εξατμοδιαπνοή κυττάρου συναρτήσει του υδραυλικού φορτίου του κυττάρου.

Στο Σχήμα 3.9(a) αναφέρονται οι φορτίσεις από ποτάμι με υψόμετρο πυθμένα RBOT, όρο αγωγιμότητας CRIV και υψόμετρο στάθμης (της ροής μέσα στο ποτάμι) HRIV. Αν το υδραυλικό φορτίο σε ένα γειτονικό κύτταρο είναι μεγαλύτερο από HRIV το νερό κινείται προς το ποτάμι. Διαφορετικά το νερό κινείται από το ποτάμι προς τον υδροφορέα. Στο Σχήμα 3.9 (b) φαίνεται η συνοριακή συνθήκη GHB με στατικό δυναμικό h_b και όρο αγωγιμότητα C_b . Όταν το υδραυλικό φορτίο σε ένα γειτονικό κύτταρο είναι μεγαλύτερο από h_b το νερό κινείται από τον υδροφορέα προς το σύνορο στο οποίο αναφέρεται η συνθήκη και αντιστρόφως.



Σχήμα 3.9: (a): Παροχή από ποτάμι σε γειτονικό κύτταρο συναρτήσει του υδραυλικού φορτίου του κυττάρου. (b): Παροχή από συνοριακή συνθήκη GHB σε γειτονικό κύτταρο συναρτήσει του υδραυλικού φορτίου του κυττάρου.

Στην ενότητα 3.6.1 αναφέρθηκε ότι όλες οι φορτίσεις σε ένα κύτταρο (i, j, k) μπορούν να γραφτούν στη μορφή $P_{i,j,k}h_{i,j,k} + Q_{i,j,k}$. Για παράδειγμα αν το κύτταρο (i, j, k) αντλείται με παροχή Q_W θα είναι $P_{i,j,k} = 0$ και $Q_{i,j,k} = Q_W$. Αν δίπλα στο (i, j, k) υπάρχει ποτάμι τότε το νερό που θα ανταλλάσσεται μεταξύ τους θα είναι $CRIV(HRIV - h_{i,j,k}) = -CRIV h_{i,j,k} + CRIV HRIV$ δηλαδή θα είναι $P_{i,j,k} = -CRIV$ και $Q_{i,j,k} = CRIV HRIV$. Φυσικά αν υπάρχουν περισσότερες από μια φορτίσεις στο ίδιο κύτταρο τα $P_{i,j,k}$ και $Q_{i,j,k}$ θα προκύπτουν από το κατάλληλο άθροισμα.

3.6.6 Επίλυση γραμμικού συστήματος

Για την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων $Ah = q$ το MODFLOW προσφέρει την κλασική μέθοδο απαλοιφής Gauss (DE4) και άλλες τέσσερις αριθμητικές μεθόδους. Οι αριθμητικές μέθοδοι είναι η Strongly Implicit Procedure (SIP), η Slice-Successive Overrelaxation (SOR), η Preconditioned Conjugate Gradient (PCG) και η Link-AMG Package (LMG). Οι κλασική μέθοδος και οι τρεις πρώτες αριθμητικές περιγράφονται στο εγχειρίδιο του MODFLOW 96 των *Harbaugh & McDonald* (1996) ενώ η τελευταία στο τεύχος των *Mehl & Hill* (2001) που αποτελεί τμήμα της τεκμηρίωσης του MODFLOW 2000.

Σύμφωνα με μελέτη των *Osiensky & Williams* (1996) οι επιλυτές SIP και SOR υστερούν ως προς την ακρίβεια της επίλυσης και σε σειρά δοκιμών που υποβλήθηκαν παρουσίασαν σφάλμα στο ισοζύγιο μέχρι και 200%. Ο επιλυτής PCG έδινε πάντα ικανοποιητικά αποτελέσματα επειδή το κριτήριο σύγκλισης που χρησιμοποιεί είναι βασισμένο στα σφάλματα του ισοζυγίου. Ο LMG

είναι εφάμιλλης ακρίβειας με τον PCG και 2 έως 25 φορές πιο γρήγορος αλλά απαιτεί πολύ περισσότερη μνήμη. Βασικό μειονέκτημά του είναι ότι ο κώδικας του δεν ελέγχεται από την USGS (US Geological Survey) αλλά διανέμεται από άλλη εμπορική εταιρεία. Ο επιλυτής DE4 εφαρμόζεται στις περιπτώσεις που δεν συγκλίνουν οι άλλοι αριθμητικοί επιλυτές αλλά και σε μικρών διαστάσεων προβλήματα. Συγκριτικοί χρόνοι επίλυσης δίνονται στην εργασία του *Richard* (2004).

Η μέθοδος PCG είναι μια αρκετά ευσταθής και συντηρητική αριθμητική μέθοδος από την άποψη των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων. Οι προϋποθέσεις για να εφαρμοστεί είναι ο πίνακας \mathbf{A} να είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος. Οι πίνακες συντελεστών που προκύπτουν από τα προβλήματα υπόγειας ροής ικανοποιούν πάντα αυτές τις συνθήκες.

Η βασική τεχνική που χρησιμοποιείται είναι η εύρεση ενός πίνακα \mathbf{M} που να είναι εύκολα αντιστρέψιμος και να μοιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο με το \mathbf{A} . Αυτά τα δύο κριτήρια είναι γενικά αδύνατο να καλυφθούν ταυτόχρονα γιαυτό και ο βέλτιστος προσδιορισμός του \mathbf{M} είναι αντικείμενο μελέτης. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιεί ο επιλυτής PCG του MODFLOW είναι η polynomial preconditioning (POLCG) και η modified incomplete Cholesky preconditioning (MICCG). Στην POLCG ο αντίστροφος πίνακας του \mathbf{M} ισούται με το άθροισμα $\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \dots$ (*Dubois et al.*, 1979). Στην MICCG το \mathbf{M} ισούται με το γινόμενο $\mathbf{U}^T \mathbf{D} \mathbf{U}$ όπου \mathbf{U} είναι ο άνω τριγωνικός πίνακας με τα εκτός διαγωνίου στοιχεία να είναι ίσα με τα αντίστοιχα στοιχεία του \mathbf{A} ($u_{ij} = a_{ij}$) και \mathbf{D} είναι ο διαγώνιος πίνακας όπου τα στοιχεία του είναι ίσα με το αντίστροφο των στοιχείων τις διαγωνίου του \mathbf{U} ($d_{ii} = 1/u_{ii}$) (*Dupont et al.*, 1968). Τα στοιχεία u_{ii} καθορίζονται έτσι ώστε το άθροισμα των στοιχείων κατά μήκος μιας γραμμής του πίνακα που προκύπτει από το γινόμενο $\mathbf{U}^T \mathbf{D} \mathbf{U}$ να ισούται με το άθροισμα των στοιχείων κατά μήκος της αντίστοιχης γραμμής του \mathbf{A} . Αν χρησιμοποιηθεί μονή ακρίβεια η POLCG πρέπει να αποφεύγεται. Η MICCG συγκλίνει ταχύτερα από την POLCG αλλά χρησιμοποιεί περισσότερη μνήμη (*Hill*, 1990).

Αφού υπολογιστεί το \mathbf{M} ορίζεται η ακόλουθη επαναληπτική εξίσωση που αν συγκλίνει οδηγεί στη λύση:

$$\mathbf{M}\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{M}\mathbf{x}_k + \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k \quad (3.6.22)$$

όπου \mathbf{x}_k και \mathbf{x}_{k+1} αναφέρονται στην εκτίμηση του διανύσματος με τους αγνώστους (υδραυλικά φορτία) στις επαναλήψεις k και $k+1$. Η ποσότητα $\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_k$ αποτελεί το σφάλμα της επανάληψης k και συμβολίζεται με \mathbf{r}_k . Αν τεθεί $\mathbf{s}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ η επαναληπτική εξίσωση γράφεται:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{r}_k \quad (3.6.23)$$

Αφού εφαρμοστεί αυτή η σχέση που δίνει το \mathbf{s}_k , υπολογίζονται τα νέα ύψη από τη σχέση $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{s}_k$ και το νέο σφάλμα από τη σχέση $\mathbf{r}_{k+1} =$

$\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1}$ και ο κύκλος συνεχίζεται με νέα εφαρμογή της (3.6.23).

Στον επιλυτή PCG του MODFLOW χρησιμοποιείται μια πιο εξελιγμένη επαναληπτική διαδικασία που συγκλίνει ταχύτερα. Αντί να προστεθεί το \mathbf{s}_k στις τιμές των αγνώστων του βήματος k , προστίθεται μια ποσότητα \mathbf{p}_k που προκύπτει από το \mathbf{p}_{k-1} και το \mathbf{s}_k . Η επαναληπτική διαδικασία αποτελείται από τα εξής βήματα:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}_k \quad (3.6.24)$$

$$\mathbf{p}_k = \begin{cases} \mathbf{s}_k, & k = 0 \\ \mathbf{s}_k + \frac{\mathbf{s}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{r}_{k-1}} \mathbf{p}_{k-1} \end{cases} \quad (3.6.25)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \frac{\mathbf{s}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k} \mathbf{p}_k \quad (3.6.26)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k - \frac{\mathbf{s}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k} \mathbf{A} \mathbf{p}_k \quad (3.6.27)$$

Παρατήρηση: Οι πράξεις πινάκων στους αριθμητές και παρανομαστές των παραπάνω εξισώσεων καταλήγουν σε πραγματικούς αριθμούς.

Η τεχνική αυτή βασίζεται στη μεθοδολογία conjugate-gradient κατά την οποία το ελάχιστο μιας συνάρτησης προσεγγίζεται διαδοχικά αν κάθε φορά στην τρέχουσα θέση προστίθεται το κατάλληλο διάνυσμα. Το διάνυσμα αυτό προκύπτει από την κλίση της συνάρτησης στο τρέχον σημείο επί ένα πραγματικό αριθμό.

3.7 Επίλυση διαφορικής εξίσωσης ροής σε πορώδη υδροφορέα με πεπερασμένα στοιχεία

Σε αυτό το κεφάλαιο γίνεται εισαγωγή στη θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων μέσω ενός παραδείγματος επίλυσης της εξίσωσης Poisson (η εξίσωση (2.4.4) στην περίπτωση μόνιμων συνθηκών) με συνοριακές συνθήκες Dirichlet (βλ. ενότητα 2.4 και για γενικευμένη μαθηματική διατύπωση Παράρτημα A.9.2).

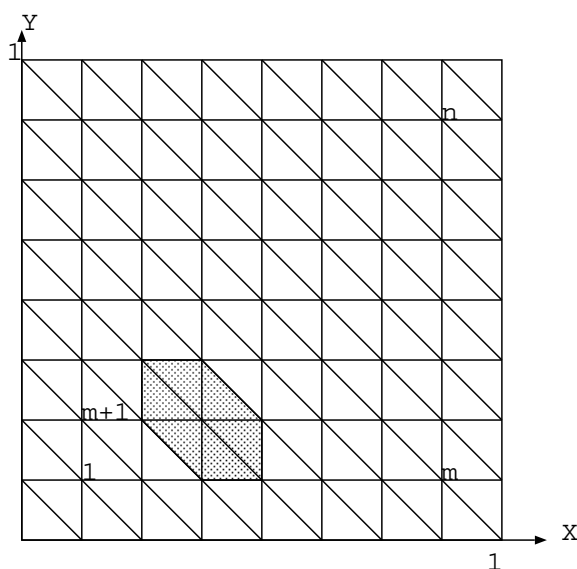
Έστω το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f && \text{στο } \Omega \\ u &= 0 && \text{στο } \Gamma \end{aligned} \quad (3.7.1)$$

όπου $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$ και Γ το όριο του Ω .

Σύμφωνα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων διαμερίζεται ο χώρος Ω σε τριγωνικά (ή άλλης γεωμετρίας στοιχεία) όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.10. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το πλήθος των κορυφών τριγώνου που βρίσκονται στο εσωτερικό του Ω (όχι πάνω στο Γ) είναι n .

Επιλέγονται n συναρτήσεις $\phi_j(x, y)$ που παίρνουν την τιμή 1 στην κορυφή j και η γραφική παράστασή τους έχει τη μορφή εξαγωνικής πυραμίδας. Στο Σχήμα 3.10 φαίνεται σκιασμένη η βάση της πυραμίδας που αντιστοιχεί στη συνάρτηση $\phi_{m+3}(x, y)$. Οι συναρτήσεις αυτές καλούνται συναρτήσεις βάσης. Εκτός από τις γραμμικές συναρτήσεις βάσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικά και μη γραμμικές που προσφέρουν μεγαλύτερη ακρίβεια στην περίπτωση ταχείας χωρικής μεταβολής της f .



Σχήμα 3.10: Διακριτοποίηση του πεδίου ορισμού της λύσης της διαφορικής εξίσωσης.

Η ακριβής λύση u της εξίσωσης (3.7.1) μπορεί να γραφτεί στην προσεγγιστική μορφή:

$$\bar{u} = \sum_{j=1}^n c_j \phi_j(x, y) \quad (3.7.2)$$

όπου c_j είναι προσδιοριστέοι συντελεστές. Είναι προφανές ότι μια αριθμητική λύση της (3.7.1) μπορεί να δοθεί αν υπολογιστούν κατάλληλα (με ελαχιστοποίηση του σφάλματος) οι συντελεστές c_j .

Ο υπολογισμός των συντελεστών c_j μπορεί να γίνει με διάφορες μεθόδους:

1. Με τη μέθοδο της ταξίθεσίας (Collocation) ρυθμίζονται τα c_j έτσι ώστε η \bar{u} να ικανοποιεί την (3.7.1) στους κόμβους της διακριτοποίησης. Αυτό

δίνει ισάριθμες γραμμικές εξισώσεις με το πλήθος των συναρτήσεων βάσης.

2. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τα c_j υπολογίζονται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται μια στοχαστική συνάρτηση που προκύπτει από την ολοκλήρωση του τετραγώνου της διαφοράς $((-\Delta\bar{u}) - f)$ στο χώρο Ω και την ολοκλήρωση του τετραγώνου της διαφοράς $(\bar{u} - 0)$ στο Γ .
3. Με τη μέθοδο Galerkin που είναι η ακριβέστερη (Χριστοδούλου, 1991) και αναπτύσσεται ακολούθως (Μπακόπουλος & Χρυσοβέργης, 1986).

Η εξίσωση (3.7.1) συνεπάγεται την ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση:

$$\iint_{\Omega} -\Delta u v \, dx dy = \iint_{\Omega} f v \, dx dy \quad \forall v \quad (3.7.3)$$

όπου v συνεχής και κατά τμήματα C^1 στο $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ και ίση με 0 στο Γ .

Χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο ολοκληρωτικό τύπο Green (βλ. Παράρτημα Α.9.3) μπορούν να υποβιβαστούν οι δεύτερες παράγωγοι του αριστερού σκέλους της προηγούμενης εξίσωσης σε πρώτες παραγώγους:

$$\iint_{\Omega} \Delta u v \, dx dy = - \iint_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx dy + \oint_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} v \, d\gamma \quad (3.7.4)$$

όπου $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = \nabla u \cdot \mathbf{n}$. Σημειώνεται ότι το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα στο όριο Γ της προηγούμενης εξίσωσης ισούται με 0 γιατί είναι $v = 0$ στο Γ . Αντικαθιστώντας αυτήν τη σχέση στην (3.7.3) προκύπτει η ασθενής μορφή της εξίσωσης (3.7.1).

$$\iint_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx dy = \iint_{\Omega} f v \, dx dy \quad \forall v \quad (3.7.5)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση την προσεγγιστική μορφή της λύσης προκύπτει:

$$\iint_{\Omega} \nabla \bar{u} \cdot \nabla \phi_i \, dx dy = \iint_{\Omega} f \phi_i \, dx dy \quad \forall i \quad (3.7.6)$$

ή

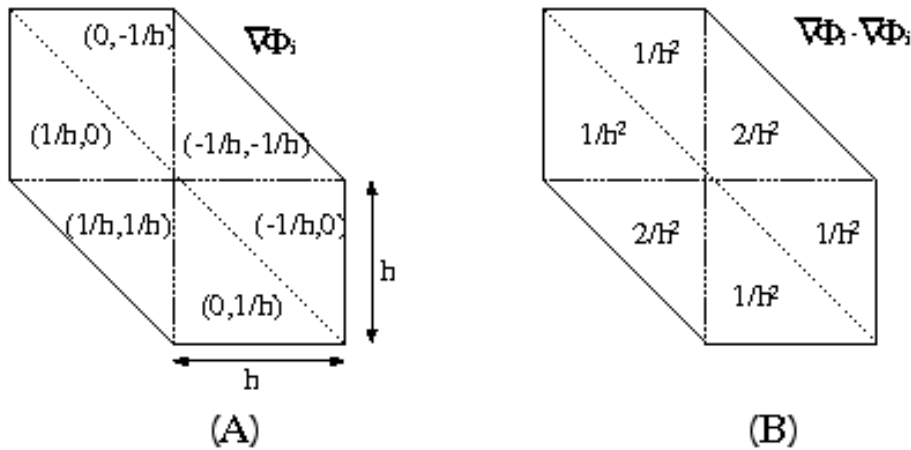
$$\iint_{\Omega} \nabla \left(\sum_{j=1}^n c_j \phi_j \right) \cdot \nabla \phi_i \, dx dy = \iint_{\Omega} f \phi_i \, dx dy \quad i = 1, \dots, n \quad (3.7.7)$$

ή

$$\sum_{j=1}^n c_j \iint_{\Omega} \nabla \phi_j \cdot \nabla \phi_i \, dx dy = \iint_{\Omega} f \phi_i \, dx dy \quad i = 1, \dots, n \quad (3.7.8)$$

Οι n εξισώσεις που παράγει η (3.7.8) αποτελούν ένα γραμμικό αλγεβρικό σύστημα $n \times n$ της μορφής $\mathbf{Ac} = \mathbf{b}$ όπου:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \iint_{\Omega} \nabla \phi_j \cdot \nabla \phi_i \, dx dy \\ b_i &= \iint_{\Omega} f \phi_i \, dx dy \end{aligned} \quad (3.7.9)$$



Σχήμα 3.11: Υπολογισμός εσωτερικού γινομένου $\nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_i$

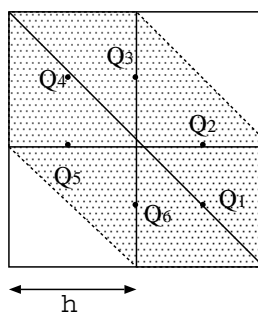
Στο Σχήμα 3.11(A) φαίνονται οι κλίσεις των 6 πλευρών της πυραμίδας i (η κορυφή της πυραμίδας έχει «ύψος» 1). Στο Σχήμα 3.11(B) φαίνονται οι τιμές του γινομένου $\nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_i$ στους 6 υποχώρους της βάσης της πυραμίδας i . Είναι προφανές ότι το ολοκλήρωμα που αντιστοιχεί στο a_{ii} είναι το άθροισμα $(1/h^2 + 1/h^2 + 2/h^2 + 1/h^2 + 1/h^2 + 2/h^2)h^2/2 = 4$ (το εμβαδόν του καθενός από τα 6 τρίγωνα στα οποία χωρίζεται η βάση της πυραμίδας είναι $h^2/2$).

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζεται ότι η τιμή του a_{ij} είναι 0 όταν τα i, j αντιστοιχούν σε πυραμίδες που οι βάσεις τους δεν τέμνονται και είναι -1 όταν τα i, j αντιστοιχούν σε γειτονικές πυραμίδες. Από όλα αυτά προκύπτει ότι ο πίνακας \mathbf{A} είναι θετικά ορισμένος ($\mathbf{c}^T \mathbf{Ac} > 0, \quad \forall \mathbf{c} \neq \mathbf{0}$) και με λίγα μη μηδενικά στοιχεία.

Τα b_i μπορούν να υπολογιστούν από τον τύπο αριθμητικής ολοκλήρωσης 2ης τάξης σύμφωνα με τον οποίο, το διπλό ολοκλήρωμα μιας συνάρτησης g στο χώρο του τριγώνου T ισούται προσεγγιστικά με τον μέσο όρο των τιμών της g στα μέσα των πλευρών του T επί το εμβαδόν του T . Με αναφορά το σχήμα 3.12 προκύπτει ότι πρέπει να εφαρμοστεί ο αριθμητικός τύπος σε 6 τρίγωνα δηλαδή:

$$\begin{aligned}
 b_i &= \frac{1}{3}((f(Q_1) + f(Q_2)) + (f(Q_2) + f(Q_3)) + (f(Q_3) + f(Q_4)) \\
 &\quad + (f(Q_4) + f(Q_5)) + (f(Q_5) + f(Q_6)) + (f(Q_6) + f(Q_1))) \cdot 1/2 \cdot h^2/2 \\
 &= \frac{h^2}{6} \sum_{l=1}^6 f(Q_l) \tag{3.7.10}
 \end{aligned}$$

Οι τιμές της ϕ_i στα μέσα των ακμών που συγκλίνουν στην κορυφή (σημεία Q_1 έως Q_6 στο Σχήμα 3.12) είναι $1/2$ ενώ είναι μηδέν στις ακμές της βάσης (δεν αναγράφονται στο παραπάνω άθροισμα οι τιμές της f στα σημεία που η αντίστοιχη ϕ_i είναι 0).



Σχήμα 3.12: Υπολογισμός b_i στην πυραμίδα i

Η εξίσωση (3.7.1) που χρησιμοποιήθηκε εδώ σαν παράδειγμα για να παρουσιαστεί η τεχνική των πεπερασμένων στοιχείων δεν περιέχει παράγωγο ως προς το χρόνο. Στις περιπτώσεις που η εξίσωση προς επίλυση περιλαμβάνει και χρονική παράγωγο συνήθως χρησιμοποιείται συνδυασμένο σχήμα πεπερασμένων στοιχείων (για την εύρεση των τιμών της u στο πέρας του χρονικού βήματος t με δεδομένες τις τιμές στην αρχή του χρονικού βήματος t) με πεπερασμένες διαφορές (για τον υπολογισμό των τιμών της u στην αρχή του χρονικού βήματος $t + 1$ βάσει των τιμών της u στο πέρας του χρονικού βήματος t).

3.8 Μοντέλα διπλού πορώδους

Το ROCKFLOW και το FEFLOW είναι τα πιο διαδεδομένα μοντέλα διπλού πορώδους μέσου. Τα μοντέλα αυτά μπορούν να προσομοιάσουν τρισδιάστατη ροή μεταβαλλόμενης πυκνότητας καθώς και μεταφορά-διάχυση ρύπων. Για την επίλυση της ροής στο πρωτογενές πορώδες χρησιμοποιούν πεπερασμένα στοιχεία με μέθοδο Galerkin. Διακριτοποιούν το χώρο είτε με τριγωνικά στοιχεία είτε με τετράπλευρα (quadrilateral) στοιχεία και μπορούν να χρησιμοποιήσουν γραμμικές (linear), διγραμμικές (bilinear) ή διτετραγωνικές

(biquadratic) συναρτήσεις βάσης. Η επίλυση μπορεί να γίνει είτε με επαναληπτικές μεθόδους (Preconditioned Conjugate Gradient) είτε με απαλοιφή Gauss. Η μόνη διαφορά μεταξύ των δύο μοντέλων είναι ότι η χρονική παράγωγος αντιμετωπίζεται με σχήμα Crank-Nicolson στο ROCKFLOW ενώ στο FEFLOW με σχήμα predictor-corrector. Επίσης το ROCKFLOW έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει εκτός από την εξίσωση Darcy και μη γραμμικές εξισώσεις.

Παραδείγματα εφαρμογής των μοντέλων αυτών μπορούν να βρεθούν στις εργασίες των *Kolditz et al.* (1998) όπου γίνεται μια σύγκριση των δύο αυτών μοντέλων πάνω σε προβλήματα που έχουν αναλυτική λύση όπως το πρόβλημα του Henry (υφαλμύριση περιορισμένου υδροφορέα) και το πρόβλημα του Elder (μεταγωγή ρύπου). Επίσης στην εργασία των *Diersch & Kolditz* (1998) εφαρμόζεται το FEFLOW για να προσομοιώσει το φαινόμενο της μεταγωγής (convection) σε τρισδιάστατα συστήματα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων σε μοντέλα διπλού πορώδους (*Kiraly*, 1985). Στα μοντέλα αυτά γίνεται διάκριση μεταξύ ροής στο πρωτογενές και στο δευτερογενές πορώδες. Ο *Kolditz* (1995) και οι *Fillion & Noyer* (1996) χρησιμοποιούν το ROCKFLOW για να επιλύσουν τη ροή σε ρηγματωμένους υδροφορείς. Οι ασυνέχειες του πετρώματος θεωρούνται ότι αντιπροσωπεύονται από συστήματα παράλληλων επιπέδων και αναπαρίστανται με δισδιάστατα στοιχεία. Η ροή εντός τους, θεωρείται ότι προσεγγίζεται από τη ροή Poiseuille (ροή ανάμεσα σε παράλληλες πλάκες) ενώ κατά μια παραλλαγή της μεθόδου που παρουσιάζουν οι *Mohrlok & Sauter* (1997), χρησιμοποιείται τυρβώδης ροή (Darcy-Weisbach). Το πρωτογενές πορώδες του υδροφορέα διακριτοποιείται με τρισδιάστατα στοιχεία και θεωρείται ότι η ροή εντός τους είναι τύπου Darcy. Η προσέγγιση του διπλού πορώδους με τη χρήση πεπερασμένων στοιχείων αποδίδει πιστότερα από κάθε άλλη μέθοδο τη ροή εντός των καρστικών υδροφορέων. Μειονέκτημα της είναι ο μεγάλος αριθμός παραμέτρων που χρησιμοποιεί και απαίτηση για αυξημένη γνώση του συστήματος που μοντελοποιείται (γεωμετρία δευτερογενούς πορώδους και τρόπος αλληλεπίδρασης των δύο μέσων).

3.9 Μοντέλα φυσικής βάσης με χρήση αναλυτικών στοιχείων (Analytic Elements Method)

3.9.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος αναλυτικών στοιχείων είναι μια αναλυτική μέθοδος περιγραφής της υπόγειας κίνησης του νερού (*Strack*, 1999). Εισάγει την έννοια του μιγαδικού δυναμικού το οποίο είναι μια μιγαδική συνάρτηση με πραγματικό μέρος τη συνάρτηση δυναμικού και φανταστικό μέρος τη ροϊκή συνάρτηση. Το μιγαδικό δυναμικό για σύνθετα προβλήματα προκύπτει με επαλληλία των αναλυτικών εκφράσεων του μιγαδικού δυναμικού απλών μορφών. Επίσης με χρήση

του θεωρήματος σύμμορφης απεικόνισης της μιγαδικής ανάλυσης (conformal mapping) επιτυγχάνεται ο μετασχηματισμός των διαφόρων προβλημάτων σε μορφές με γνωστή αναλυτική λύση. Για παράδειγμα το πρόβλημα αντλητικού φρέατος σε υδροφορέα με κυκλική λίμνη μετατρέπεται σε πρόβλημα αντλητικού φρέατος σε υδροφορέα με ποτάμι όπου επιλύεται με την τεχνική των κατοπτρικών αντλήσεων (βλ. Παράρτημα Α.4). Τα τρία βασικά στοιχεία της μεθόδου που βοηθούν στη σύνταξη της συνάρτησης μιγαδικού δυναμικού είναι η σειρά καταβοθρών (line-sink), η σειρά διπόλων (line-dipole) και η σειρά διπλοτύπων (line-douplet) με τα οποία μοντελοποιούνται οι διαταραχές που προκαλούν οι ετερογένειες του υδροφορέα (π.χ. αλλαγή αγωγιμότητας) ή οι ασυνέχειες (π.χ. ρήγματα).

Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα ότι δεν απαιτεί την κατασκευή καννάβου για την επίλυση του προβλήματος. Έτσι ροή του νερού μπορεί να περιγραφεί σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου με ακρίβεια. Η επικέντρωση της μελέτης στη γειτονιά κάπου σημείου (zoom) γίνεται χωρίς την ανάγκη τεχνασμάτων (πύκνωση καννάβου) ή επιπλέον δουλειάς (επανασχεδιασμός καννάβου). Επίσης η μέθοδος είναι απαλλαγμένη από τα προβλήματα ευστάθειας και σύγκλισης που ταλανίζουν τις αριθμητικές μεθόδους. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι είναι εφαρμόσιμη μόνο σε υδροφορείς άπειρης διάστασης.

3.9.2 Συνάρτηση δυναμικού - ροϊκή συνάρτηση

Συνάρτηση δυναμικού Φ είναι η συνάρτηση για την οποία σε κάθε σημείο του πεδίου ροής ισχύει:

$$\begin{aligned} Q_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ Q_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.9.1)$$

όπου Q_x, Q_y είναι οι συνιστώσες του διανύσματος της ανηγμένης παροχής ανά πλάτος ροής [L^2T^{-1}]. Στην περίπτωση περιορισμένου ισότροπου υδροφορέα οι συνιστώσες αυτές θα είναι:

$$\begin{aligned} Q_x &= b \left[-k \frac{\partial h}{\partial x} \right] = -\frac{\partial [kbh]}{\partial x} \\ Q_y &= b \left[-k \frac{\partial h}{\partial y} \right] = -\frac{\partial [kbh]}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.9.2)$$

όπου b το πάχος του περιορισμένου υδροφορέα, k η υδραυλική αγωγιμότητα και h το υδραυλικό φορτίο. Άρα από τον ορισμό της συνάρτησης δυναμικού προκύπτει ότι σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$\Phi = kbh + C_c \quad (3.9.3)$$

όπου C_c είναι αυθαίρετη σταθερά.

Σε περίπτωση αδιατάραχτου ελεύθερου ισότροπου υδροφορέα οι συνιστώσες του διανύσματος της παροχής θα είναι:

$$\begin{aligned} Q_x &= h \left[-k \frac{\partial h}{\partial x} \right] = -\frac{\partial [\frac{1}{2}kh^2]}{\partial x} \\ Q_y &= h \left[-k \frac{\partial h}{\partial y} \right] = -\frac{\partial [\frac{1}{2}kh^2]}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.9.4)$$

Άρα από τον ορισμό της συνάρτησης δυναμικού προκύπτει ότι σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$\Phi = \frac{1}{2}kh^2 + C_u \quad (3.9.5)$$

όπου C_u είναι αυθαίρετη σταθερά.

Άρα με τη χρήση της συνάρτησης δυναμικού μπορεί η εξίσωση Darcy να διατυπωθεί στη γενική μορφή της εξίσωσης (3.9.1) η οποία δεν εξαρτάται από το είδος του υδροφορέα.

Γραμμή ροής ονομάζεται η γραμμή που σε κάθε σημείο της το διάνυσμα της παροχής είναι εφαπτόμενο. Η συνάρτηση Ψ που έχει σταθερή τιμή κατά μήκος των γραμμών ροής ονομάζεται ροϊκή συνάρτηση. Από τη γεωμετρία των γραμμών ροής και από τον ορισμό της ροϊκής συνάρτησης προκύπτει ότι για ομογενή και ισότροπο υδροφορέα:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad \text{και} \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (3.9.6)$$

Οι συνθήκες αυτές ονομάζονται συνθήκες Cauchy-Riemann. Επίσης από τον ορισμό της συνάρτησης δυναμικού προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} Q_x &= -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \\ Q_y &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.9.7)$$

3.9.3 Παραδείγματα συνάρτησης δυναμικού και ροϊκής συνάρτησης

Το πρώτο παράδειγμα αναφέρεται σε ομοιόμορφη ροή σε υδροφορέα. Στην περίπτωση της ομοιόμορφης ροής οι συνιστώσες του διανύσματος της παροχής

Q_{x0}, Q_{y0} είναι σταθερές στον χρόνο. Η ολοκλήρωση του άνω μέρους της (3.9.1) δίνει $\Phi = -Q_{x0}x + f(y) + \Phi_0$. Αντικαθιστώντας αυτή την έκφραση του Φ στο κάτω μέρος της (3.9.1) και με ολοκλήρωση προκύπτει ότι $f(y) = -Q_{y0}y + \Phi_0''$ άρα:

$$\Phi = -Q_{x0}x - Q_{y0}y + \Phi_0 \quad (3.9.8)$$

όπου Φ_0 αυθαίρετη σταθερά. Με εφαρμογή των εξισώσεων Cauchy-Riemann και ολοκλήρωση προκύπτει η ροϊκή συνάρτηση:

$$\Psi = -Q_{x0}y + Q_{y0}x \quad (3.9.9)$$

Το δεύτερο παράδειγμα αναφέρεται σε φρέαρ άντλησης σε άπειρο υδροφορέα. Σε αυτή την περίπτωση διευκολύνει η χρήση κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων με θετική φορά από τη γεώτρηση προς το άπειρο. Αν Q η παροχή άντλησης τότε η ανοιγμένη παροχή Q_r σε απόσταση r από τον άξονα της γεώτρησης είναι $Q = 2\pi r(-Q_r)$. Η (3.9.1) σε κυλινδρικές συντεταγμένες γράφεται:

$$Q_r = -\frac{d\Phi}{dr} \quad (3.9.10)$$

Αντικαθιστώντας το Q_r από την προηγούμενη σχέση και με ολοκλήρωση ως προς r προκύπτει:

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi} \ln r + C \quad (3.9.11)$$

όπου C αυθαίρετη σταθερά.

Αν είναι γνωστό ότι το δυναμικό σε απόσταση R είναι Φ_0 τότε προκύπτει ότι $C = \Phi_0 - Q/(2\pi) \ln R$ και η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\Phi = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{r}{R} + \Phi_0 \quad (3.9.12)$$

Οι συνθήκες Cauchy-Riemann στις κυλινδρικές συντεταγμένες γράφονται:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial \Psi}{r \partial \theta} \quad (3.9.13)$$

όπου θ η γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα της ευθείας που ενώνει την γεώτρηση με το τυχαίο σημείο του χώρου. Αντικαθιστώντας την (3.9.12) στην προηγούμενη προκύπτει η ροϊκή συνάρτηση:

$$\Psi = \frac{Q}{2\pi} \theta \quad (3.9.14)$$

Το τρίτο παράδειγμα αναφέρεται σε μονοδιάστατη ροή σε υδροφορέα με φρέαρ άντλησης. Με επαλληλία των δύο παραπάνω περιπτώσεων προκύπτει ότι η συνάρτηση δυναμικού είναι:

$$\Phi = -Q_{x0}(x - L) + \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{r}{L} + \Phi_0 \quad (3.9.15)$$

και η ροϊκή συνάρτηση είναι:

$$\Psi = -Q_{x0}y + \frac{Q}{2\pi}\theta \quad (3.9.16)$$

3.9.4 Μιγαδικό δυναμικό

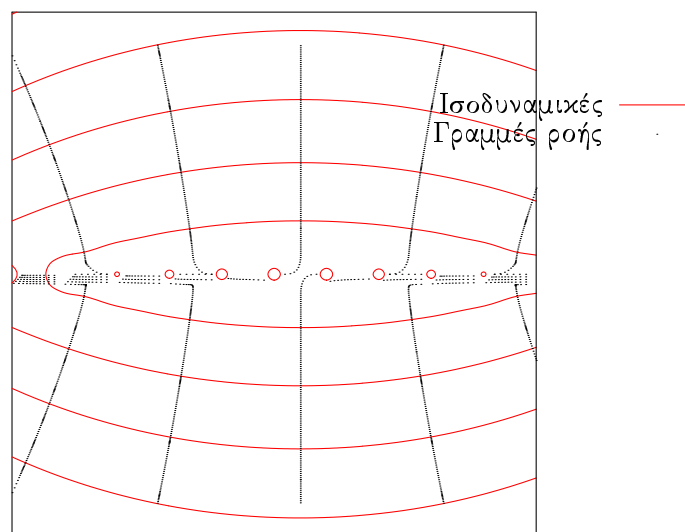
Μια μιγαδική συνάρτηση είναι αναλυτική στο σημείο z_0 αν είναι διαφορίσιμη στη γειτονιά του z_0 . Μια μιγαδική συνάρτηση που είναι αναλυτική σε όλα τα σημεία του D ονομάζεται αναλυτική στο D . Ικανή και αναγκαία συνθήκη για να ισχύει αυτό είναι να ικανοποιούνται οι συνθήκες Cauchy-Riemann. Οι αναλυτικές συναρτήσεις έχουν ορισμένες ιδιότητες που διευκολύνουν τη διαφορίση και την ολοκλήρωση τους.

Η συνάρτηση δυναμικού Φ και ροϊκή συνάρτηση Ψ ικανοποιούν τις συνθήκες Cauchy-Riemann. Άρα η μιγαδική συνάρτηση Z που έχει πραγματικό μέλος την Φ και φανταστικό μέλος την Ψ είναι αναλυτική συνάρτηση. Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται μιγαδικό δυναμικό. Με χρήση θεωρημάτων της μιγαδικής ανάλυσης (σύμμορφη απεικόνιση) και της μεθόδου της επαλληλίας μπορεί να βρεθεί αναλυτική έκφραση για την Z σε αρκετά πολύπλοκα προβλήματα κίνησης υπόγειων υδάτων. Επιπλέον τρία στοιχεία που προκύπτουν από την επαλληλία κατάλληλα τοποθετημένων και θεωρητικά άπειρων φρεάτων βοηθούν στην αντιμετώπιση των ετερογενειών, των ασυνεχειών και των ακανόνιστων ως προς τη χωρική ανάπτυξη φορτίσεων. Η συνάρτηση Z αυτών των στοιχείων προκύπτει με τη χρήση των ιδιοτήτων ολοκλήρωσης των αναλυτικών συναρτήσεων γι αυτό και αυτά τα στοιχεία ονομάζονται αναλυτικά στοιχεία.

3.9.5 Αναλυτικά στοιχεία

Το πρώτο αναλυτικό στοιχείο είναι η σειρά καταβοθρών (line sink). Αποτελείται από μια σειρά γεωτρήσεων οι οποίες εισπνέζουν ή αντλούν νερό από τον υδροφορέα. Οι γραμμές ροής όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.13 εκτείνονται μέχρι το άπειρο με φορά που εξαρτάται από το αν οι γεωτρήσεις αντλούν ή εισπνέζουν ενώ οι ισοδυναμικές γραμμές είναι ελλειψοειδείς. Χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει τον εμπλουτισμό ή τη στράγγιση που προκαλούν στον υδροφορέα ένα υδατόρευμα ανάλογα με τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα.

Το δεύτερο αναλυτικό στοιχείο είναι η σειρά διπόλων (line dipole). Αποτελείται από μια σειρά γεωτρήσεων με την ίδια παροχή εισπνέσης και άντλησης

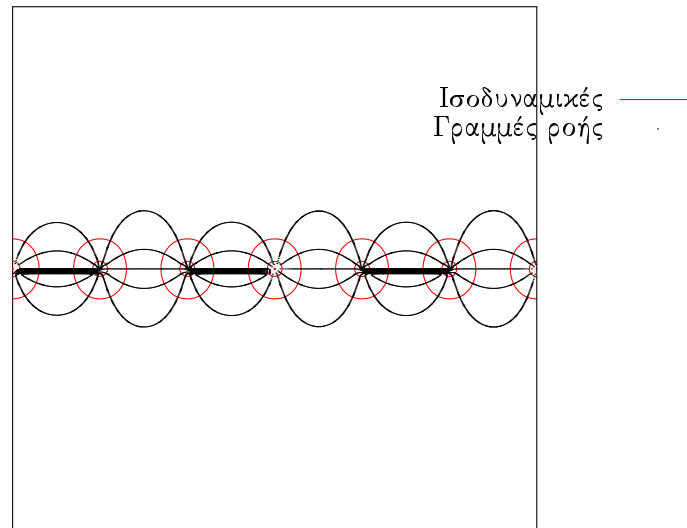


Σχήμα 3.13: Ισοδυναμικές γραμμές και γραμμές ροής του αναλυτικού στοιχείου σειρά καταβοθρών (line sink).

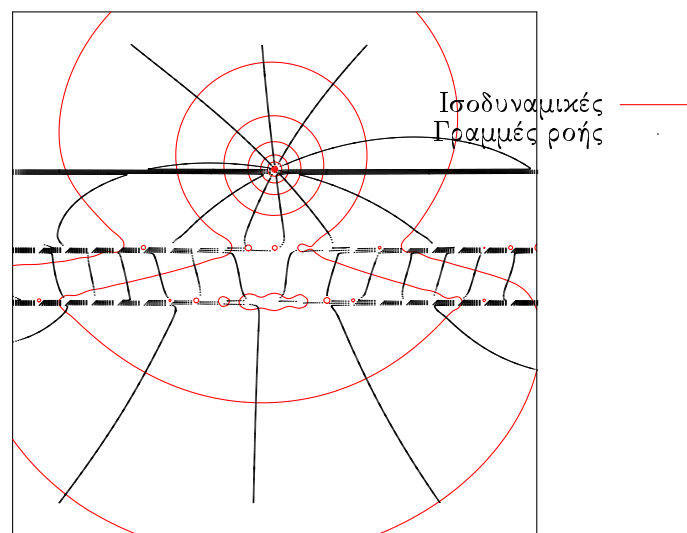
όπου οι γεωτρήσεις εισπίεσης εναλλάσσονται με τις γεωτρήσεις άντλησης. Οι γραμμές ροής όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.14 είναι κλειστές με άκρα τις γειτονικές γεωτρήσεις ενώ οι ισοδυναμικές γραμμές είναι κύκλοι με κέντρα τις γεωτρήσεις. Χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει την κίνηση του νερού μέσα από ασυνέχειες (π.χ. ρήγματα) του υδροφορέα.

Το τρίτο αναλυτικό στοιχείο είναι η σειρά διπλοτύπων (line doublet). Αποτελείται από μια σειρά ζευγών γεωτρήσεων εισπίεσης και άντλησης με την ίδια παροχή. Τα ζεύγη είναι τοποθετημένα συμμετρικά ως προς τη γραμμή που ορίζει το στοιχείο στο χώρο. Στο Σχήμα 3.15 φαίνονται οι γραμμές ροής και οι ισοδυναμικές γραμμές σε ένα υδροφορέα με μια σειρά διπλοτύπων και μια γεώτρηση άντλησης. Η σειρά διπλοτύπων προξενεί θλάση των ισοδυναμικών γραμμών και των γραμμών ροής. Το αναλυτικό αυτό στοιχείο χρησιμοποιείται για να μοντελοποιηθούν οι ετερογένειες (π.χ. αλλαγή υδραυλικής αγωγιμότητας) ενός υδροφορέα. Επίσης μια περιοχή διήθησης με πολυγωνικό όριο μπορεί να προσομοιωθεί από ένα συνδυασμό καταναμημένων ζευγών και διπόλων και μιας γεώτρησης εισπίεσης.

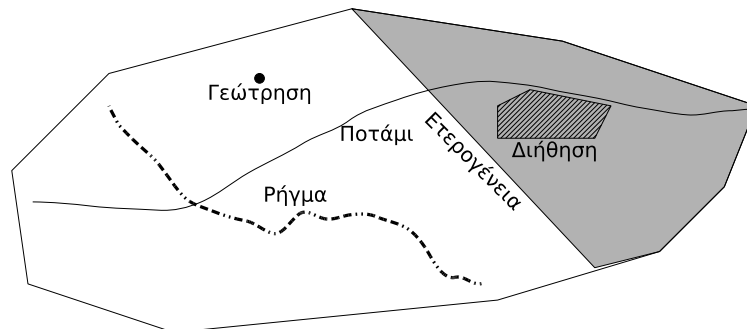
Στο Σχήμα 3.16 δίνεται ένα παράδειγμα ενός υδροφορέα του οποίου οι ιδιαιτερότητες και φορτίσεις μοντελοποιούνται από τον κατάλληλο συνδυασμό αναλυτικών στοιχείων.



Σχήμα 3.14: Ισοδυναμικές γραμμές και γραμμές ροής του αναλυτικού στοιχείου σειράς διπόλων (line dipole).



Σχήμα 3.15: Ισοδυναμικές γραμμές και γραμμές ροής μιας γεώτρησης άντλησης επηρεασμένες από το αναλυτικό στοιχείο σειράς διπλοτύπων (line doublet).



Σχήμα 3.16: Μοντελοποίηση ιδιαιτεροτήτων και φορτίσεων υδροφορέα με αναλυτικά στοιχεία (ρήγμα:σειρά διπόλων, ετερογένεια:σειρά διπλοτύπων, ποτάμι: σειρά καταβοθρών, διήθηση:καταναμημένη σειρά διπόλων και ζευγών συν γεώτρηση εισπίεσης, άντληση: απλή γεώτρηση άντλησης).

Κεφάλαιο 4

Επιφανειακά μοντέλα

4.1 Κατηγορίες επιφανειακών μοντέλων

Τα επιφανειακά μοντέλα ανάλογα με την προσέγγιση που χρησιμοποιούν, χωρίζονται, όπως και τα υπόγεια, σε φυσικής βάσης (physically based) και σε εννοιολογικά (conceptual). Τα φυσικής βάσης προσομοιώνουν το σύνολο των διεργασιών που συνθέτουν το φαινόμενο της επιφανειακής απορροής με σύνθετες και αλληλοεξαρτώμενες μαθηματικές σχέσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή των φυσικών νόμων. Τα εννοιολογικά μοντέλα προσομοιώνουν τις φυσικές διεργασίες με απλές και ρητές μαθηματικές σχέσεις. Αυτές οι μαθηματικές σχέσεις βασίζονται σε απλοποιητική σύλληψη (concept) της δομής των διεργασιών.

Τα επιφανειακά μοντέλα χωρίζονται ανάλογα με τον τρόπο που αναπαριστούν το πεδίο εφαρμογής τους σε κατανεμημένα (distributed), ημικατανεμημένα (semidistributed) και συγκεντρωτικά (lumped). Στα κατανεμημένα, το πεδίο εφαρμογής χωρίζεται σε στοιχειώδεις ομογενείς ψηφίδες οι οποίες αντιστοιχούν στα κύτταρα της διακριτοποίησης. Στα ημικατανεμημένα μοντέλα χρησιμοποιείται αδρομερής διακριτοποίηση δηλαδή χωρίζεται το πεδίο σε ολιγάριθμα υποτμήματα τα οποία αναπαριστώνται με κύτταρα στα οποία αποδίδονται ισοδύναμες ιδιότητες έτσι ώστε να προσομοιώνουν επιτυχώς το κομμάτι του πεδίου που αναπαριστούν. Στα συγκεντρωτικά μοντέλα όλο το πεδίο εφαρμογής προσομοιώνεται με ένα και μόνο στοιχείο.

Τα μοντέλα επιφανειακής απορροής χωρίζονται σε δύο ακόμα κατηγορίες. Τα μοντέλα μοναδικού γεγονότος όπως το HEC-1 (*USACE*, 1998) και τα μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης όπως το MIKE SHE (*DHI*, 2003), το WBUDG (*Mimikou*, 2000) και το Sacramento (*Burnash et al.*, 1973). Τα μοντέλα της πρώτης κατηγορίας χρησιμοποιούνται για την κατασκευή του πλημμυρικού υδρογραφήματος και έτσι δεν χρειάζεται να υπολογιστεί η εξατμοδιαπνοή, η μεταβολή της εδαφικής υγρασίας ή να περιγραφεί με ακρίβεια η βασική ροή. Τα μοντέλα της δεύτερης κατηγορίας ολοκληρώνονται με τα μοντέλα της υπόγειας ροής (ή την προσομοιώνουν στοιχειωδώς) και χρησιμο-

ποιούνται στη μοντελοποίηση του ισοζυγίου των αποθεμάτων μιας λεκάνης. Ο υπολογισμός του υδατικού ισοζυγίου περνάει από το σύνολο των υδρολογικών συνιστωσών (βλ. Σχήμα Α.1 στο Παράρτημα Α.1) δηλαδή της αποθήκευσης της εδαφικής υγρασίας, της εξατμοδιαπνοής, της ροής στην ακόρεστη ζώνη, της επιφανειακής απορροής καθώς και της υπόγειας ροής.

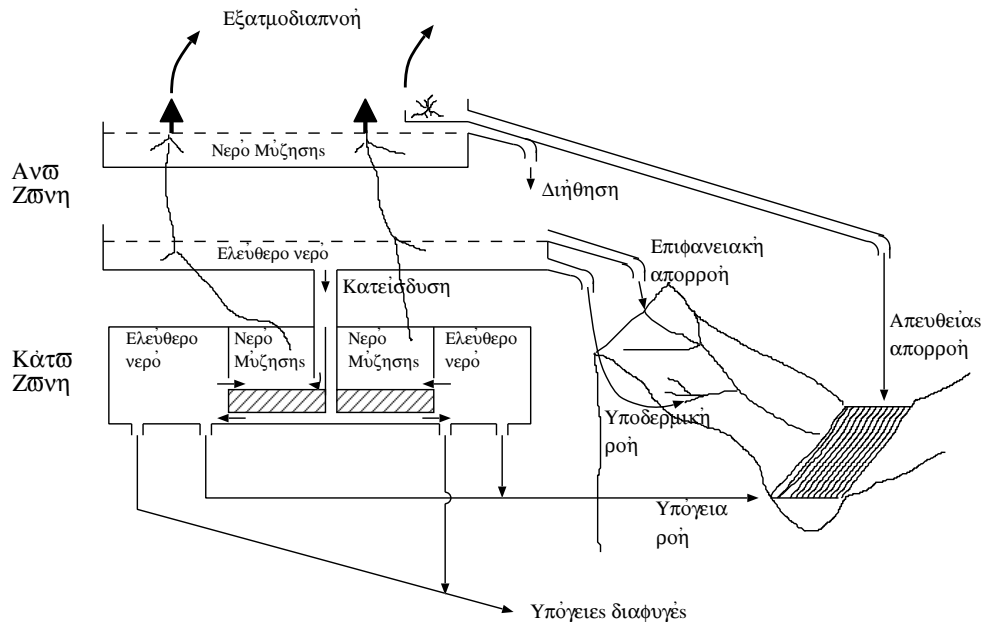
4.2 Μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης φυσικής βάσης

Τα μοντέλα αυτά είναι απαιτητικά όσον αφορά το χρονικό βήμα προσομοίωσης και τις μετρήσεις. Το βήμα προσομοίωσης πρέπει είναι να αρκετά μικρό (της τάξης της ώρας) για να είναι ευσταθή τα αριθμητικά σχήματα που επιλύουν τις διαφορικές εξισώσεις. Οι μετρήσεις παροχής πρέπει να είναι τουλάχιστον ημερήσιες για μεγάλες λεκάνες και ακόμα πιο συχνές για μικρότερες λεκάνες έτσι ώστε να μπορεί γίνει εκτίμηση των παραμέτρων διόδευσης της πλημμύρας. Οι μετρήσεις βροχής πρέπει να είναι ωριαίες για να λαμβάνεται υπόψη η μέγιστη ικανότητα διήθησης του εδάφους.

Το πιο γνωστό πρόγραμμα συνεχούς προσομοίωσης επιφανειακής απορροής βασισμένο σε μοντέλα φυσικής βάσης είναι το MIKE SHE (*DHI, 2000*). Το πρόγραμμα αυτό συνδυάζει ένα μοντέλο επιφανειακής διόδευσης, ένα μοντέλο εδαφικής υγρασίας, ένα μοντέλο κίνησης του νερού στην ακόρεστη ζώνη και ένα μοντέλο υπόγειας κίνησης νερού. Ο τρόπος που λειτουργούν και συνδυάζονται τα επιμέρους μοντέλα είναι ο εξής (βλ. επίσης Παράρτημα Α.13):

1. Αν η ένταση της βροχής υπερβεί την ικανότητα διήθησης του εδάφους τότε η ποσότητα που περισσεύει απορρέει επιφανειακά. Το νερό που απορρέει κινείται μέχρι το κοντινότερο ρέμα ή ποτάμι απ' όπου οδηγείται στην έξοδο της λεκάνης.
2. Στις ξηρές περιόδους η εδαφική υγρασία μειώνεται με την εξατμοδιαπνοή. Ο ρυθμός της εξατμοδιαπνοής εξαρτάται κυρίως από τον βαθμό κορεσμού του εδάφους, αλλά και από το είδος της φυτοκάλυψης και του εδάφους.
3. Η εδαφική υγρασία κινείται κατακόρυφα μέσα στο έδαφος υπό την επίδραση της βαρύτητας (προς τα κάτω) αλλά και της μύζησης (προς τα πάνω). Σε έντονες περιόδους ξηρασίας η μύζηση μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα το νερό να κινείται από τον φρεάτιο ορίζοντα (μηδενική πίεση) προς την επιφάνεια του εδάφους.
4. Το νερό από τον φρεάτιο ορίζοντα και κάτω, κινείται οριζόντια μέχρι κάποια πηγή εντός της λεκάνης, οπότε και αποτελεί τη βασική ροή, ή εξέρχεται του υδροφορέα και αποτελεί υπόγεια διαφυγή.

4.3 Εννοιολογικά μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης



Σχήμα 4.1: Υδρολογικές συνιστώσες στο Sacramento (*Fiedler, 2000*).

Ένα από τα πιο διαδεδομένα εννοιολογικά μοντέλα συνεχούς προσομοίωσης είναι το Sacramento το οποίο χρησιμοποιείται από πολλές υδρολογικές εφαρμογές. Τα χαρακτηριστικά του είναι η κατανομή της εδαφικής υγρασίας σε δύο ζώνες και η διάκριση σε ελεύθερο νερό και νερό μύζησης. Το μοντέλο χρησιμοποιεί σαν εισόδους τη βροχόπτωση και τη δυνητική εξατμοδιαπνοή και υπολογίζει την πραγματική εξάτμιση, την κατεΐσδυση και όλες τις συνιστώσες της επιφανειακής απορροής.

Στην άνω ζώνη υπάγονται το νερό μύζησης της άνω ζώνης, το ελεύθερο νερό της άνω ζώνης και το νερό που πέφτει στο αδιαπέρατο στρώμα. Το πρώτο αποτελεί την εδαφική υγρασία που τροφοδοτείται απευθείας από το νερό της βροχής ενώ το δεύτερο αποτελεί το νερό που κινείται είτε οριζόντια (απευθείας απορροή, επιφανειακή απορροή, υποδερμική ροή) είτε κατακόρυφα (κατεΐσδυση).

Στην κάτω ζώνη υπάρχουν το νερό μύζησης της κάτω ζώνης και το ελεύθερο νερό της κάτω ζώνης. Το πρώτο αποτελεί την εδαφική υγρασία που τροφοδοτείται από νερό εφόσον έχουν προηγηθεί οι διαδικασίες της διήθησης, της επιφανειακής απορροής, της υποδερμικής ροής και της κατεΐσδυσης. Το δεύτερο διαιρείται σε δύο υποπεριοχές και προσομοιώνει το νερό που κινείται στον υπόγειο υδροφόρα.

Η εξατμοδιαπνοή εξαντλεί το νερό που βρίσκεται στην αδιαπέρατη ζώνη, στην άνω ζώνη καθώς και το νερό μύζησης της κάτω ζώνης. Στο Σχήμα

4.1 οι καταλήξεις των ριζών των δέντρων υποδεικνύουν τα σημεία από όπου γίνεται η εξάτμιση. Το νερό της άνω ζώνης εξατμίζεται πλήρως μέχρι ικανοποίησης της δυνητικής εξατμοδιαπνοής. Αν η απαίτηση για νερό λόγω δυνητικής εξατμοδιαπνοής δεν καλυφθεί από την άνω ζώνη τότε εξατμίζεται νερό μύζησης και από την κάτω ζώνη με ρυθμό ανάλογο της απαίτησης και του λόγου:

$$\frac{\text{νερό μύζησης κάτω ζώνης}}{\text{χωρητικότητα σε νερό μύζησης άνω και κάτω ζώνης}}$$

Το νερό της βροχής που πέφτει στο αδιαπέρατο επιφανειακό στρώμα αποδίδεται απευθείας στο κυρίως ποτάμι της λεκάνης. Το υπόλοιπο νερό εμπλουτίζει την άνω ζώνη μύζησης. Όταν το νερό σε αυτή τη ζώνη φτάσει ένα άνω όριο τότε το πλεονάζον νερό διηθείται στην άνω ελεύθερη ζώνη.

Στην άνω ελεύθερη ζώνη το νερό μπορεί να κινηθεί οριζόντια και να δώσει επιφανειακή απορροή ή υποδερμική ροή αλλά και κατακόρυφα δηλαδή να κατεισδύσει στην κάτω ζώνη. Η επιφανειακή απορροή συμβαίνει με τη μορφή υπερχειλίσσης όταν το νερό της άνω ελεύθερης ζώνης υπερβεί τη χωρητικότητα της. Η υποδερμική ροή συνεχίζεται όσο υπάρχει νερό σε αυτήν τη ζώνη και είναι ανάλογη του όγκου που είναι αποθηκευμένος σε αυτήν. Η κατεισδυση εξαρτάται από τις απαιτήσεις της κάτω ζώνης μύζησης.

Αν η κάτω ζώνη μύζησης είναι κορεσμένη τότε η κατεισδυση περιορίζεται στο ρυθμό απομάκρυνσης νερού από την κάτω ζώνη ελεύθερου νερού. Ανάλογα με το βαθμό κορεσμού και ξεκινώντας από μια μέγιστη τιμή κατεισδυσης για μηδενικό κορεσμό, με φθίνουσα εκθετική σχέση λαμβάνονται οι τιμές κατεισδυσης για τις ενδιάμεσες τιμές κορεσμού. Το νερό που κατεισδύει μοιράζεται στην κάτω ζώνη μύζησης και στην κάτω ζώνη ελεύθερης κίνησης με προκαθορισμένα ποσοστά. Όταν η κάτω ζώνη μύζησης δεν είναι κορεσμένη τροφοδοτείται και από την κάτω ζώνη ελεύθερης κίνησης. Φραγή σε αυτή την τροφοδοσία αποτελεί ο κορεσμός της κάτω ζώνης μύζησης ή η μείωση του νερού στην κάτω ζώνη ελεύθερης κίνησης κάτω από ένα κατώφλι.

Από την κάτω ελεύθερη ζώνη απομακρύνεται νερό με ρυθμό ανάλογο του όγκου που περιέχει. Το νερό αυτό αποτελεί τη βασική απορροή της υδρολογικής λεκάνης και τις υπόγειες διαφυγές.

Το μοντέλο χρειάζεται 14 παραμέτρους και έχει 5 μεταβλητές κατάστασης οι οποίες δίνονται αναλυτικά μαζί με το υπολογιστικό διάγραμμα στο Παράρτημα Α.7. Στο ακόλουθο κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα απλούστερο μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας το οποίο απαιτεί μόνο 5 παραμέτρους για τη λειτουργία του.

Κεφάλαιο 5

Υποστηρικτικό επιφανειακό μοντέλο

5.1 Εισαγωγή

Για να υπολογιστεί η φόρτιση λόγω κατείδυσης στο υπόγειο μοντέλο που θα παρουσιαστεί στο επόμενο κεφάλαιο, αναπτύχθηκε ένα μοντέλο εδαφικής υγρασίας βασισμένο στο μοντέλο Thornthwaite και τροποποιημένο έτσι ώστε να υπολογίζεται και η κατείδυση. Επίσης με την τροποποίηση διευρύνθηκε το περιορισμένο πεδίο εφαρμογής του μοντέλου Thornthwaite που είναι μόνο οι απλές λεκάνες χειμαρρικής διαίτας χωρίς θερινή απορροή.

5.2 Επιφανειακό μοντέλο Thornthwaite

Σε μεγάλη χρονική κλίμακα, π.χ. ετήσια ή υπερετήσια, η εξάτμιση και η διαπνοή αποτελούν τη διαφορά ανάμεσα στην είσοδο (κατακρημνίσματα) και την έξοδο (απορροή συν διαφυγές) μιας υδρολογικής λεκάνης. Σε λεπτότερη ωστόσο χρονική κλίμακα, π.χ. ημερήσια, οι ποσοτικές διαφορές ανάμεσα στα ατμοσφαιρικά κατακρημνίσματα και την επιφανειακή απορροή περιλαμβάνουν και άλλες συνιστώσες, που στην εν λόγω κλίμακα θεωρούνται ως ελλείμματα, ενώ σε μεγαλύτερη κλίμακα μετατρέπονται εν μέρει σε εξάτμιση και διαπνοή, και εν μέρει σε επιφανειακή απορροή και υπόγεια ροή (*Κουτσογιάννης & Ξανθόπουλος, 1999*).

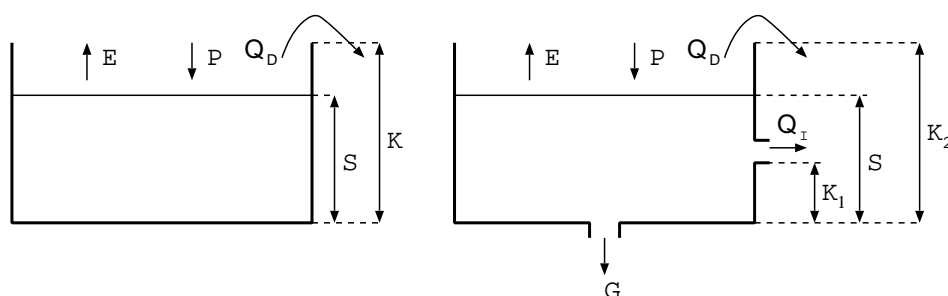
Συγκεκριμένα, μετά την πτώση στο έδαφος, ένα μέρος του νερού της βροχής κατακρατείται από τη χλωρίδα (παρεμπόδιση) και τις μικροκοιλότητες του τοπογραφικού ανάγλυφου (επιφανειακή παγίδευση), ενώ το μεγαλύτερο ποσοστό νερού είτε απορρέει επιφανειακά ή εισχωρεί στο έδαφος, δηλαδή διηθείται. Ο ρυθμός διήθησης εξαρτάται από τις ιδιότητες του εδάφους και του επιφανειακού καλύμματος. Συνεπώς, το ποσοστό της βροχής που διηθείται και απορρέει διαφέρει σημαντικά από περιοχή σε περιοχή μιας μεγάλης υδρολογικής λεκάνης. Τα ημικατανεμημένα επιφανειακά μοντέλα το αντιμετωπί-

ζουν αυτό με επιμερισμό της λεκάνης σε υποπεριοχές με παρόμοια υδρολογική απόκριση (Μονάδες Υδρολογικής Απόκρισης, ΜΥΑ).

Στις εφαρμογές της παρούσας εργασίας, η προσομοίωση των επιφανειακών διεργασιών της λεκάνης, η οποία αποσκοπεί στον επιμερισμό του όγκου της βροχόπτωσης σε απορροή, απώλειες εξάτμισης και διαπνοής, και κατείσδυση (βαθιά διήθηση), γίνεται μέσω ενός μοντέλου ισοζυγίου της εδαφικής υγρασίας που αποτελεί μια τροποποιημένη εκδοχή του μοντέλου Thornthwaite. Σύμφωνα με το αρχικό μοντέλο (βλ. Παράρτημα Α.2.2), η λειτουργία κάθε μονάδας υδρολογικής απόκρισης προσομοιώνεται με τη λειτουργία μιας εννοιολογικής δεξαμενής όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.1 (αριστερά). Στοιχεία εισόδου του μοντέλου είναι η βροχόπτωση P και η δυνητική εξατμοδιαπνοή E_P . Το απόθεμα της δεξαμενής αναπαριστά την αποθήκευση της εδαφικής υγρασίας S . Εφόσον η βροχόπτωση υπερβαίνει τη δυνητική εξατμοδιαπνοή ($P > E_P$), η πραγματική εξατμοδιαπνοή ταυτίζεται με τη δυνητική και το περίσσειμα $P - E_P$ αποθηκεύεται ως εδαφική υγρασία. Η δεξαμενή υπερχειλίζει όταν το απόθεμα υπερβεί τη χωρητικότητά της K . Συνεπώς, η υπερχειλίση αναπαριστά την επιφανειακή απορροή η οποία πραγματοποιείται μόνο εφόσον γεμίσει η δεξαμενή δηλαδή όταν κορεστεί το έδαφος. Στην περίπτωση που προκύπτει έλλειμμα εξατμοδιαπνοής ($P < E_P$), μέρος αυτού καλύπτεται μέσω της αποθηκευμένης εδαφικής υγρασίας. Συγκεκριμένα, γίνεται η παραδοχή ότι ο ρυθμός της επιπλέον εξατμοδιαπνοής είναι ανάλογος του ελλείμματος $E_P - P$ και του λόγου πλήρωσης της δεξαμενής S/K . Συμπερασματικά, το μοντέλο Thornthwaite (Dingman, 1994) δεχόμενο ως είσοδο την τρέχουσα αποθήκευση, τη βροχόπτωση και τη δυνητική εξατμοδιαπνοή, εκτιμά την απορροή και την πραγματική εξατμοδιαπνοή μιας λεκάνης χρησιμοποιώντας μία μόνο παράμετρο, τη χωρητικότητα K (Κουτσογιάννης & Ξανθόπουλος, 1999).

5.3 Τροποποίηση μοντέλου Thornthwaite

Μια δυσκολία που συναντάται στον υπολογισμό της επιφανειακής απορροής σε μηνιαίο χρονικό βήμα με το μοντέλο Thornthwaite είναι ότι η συνάθροιση της βροχόπτωσης εξομαλύνει τα ακραία γεγονότα που καταγράφονται σε κλίμακα ημέρας και τα οποία, κατά κανόνα, δίνουν τις πλημμυρικές απορροές (υπερχειλίση δεξαμενής). Επιπλέον, η απουσία μοντελοποίησης της υπόγειας κίνησης καθιστά το μοντέλο Thornthwaite ιδανικό μόνο για απλές λεκάνες χειμαρρικής διαίτας χωρίς θερινές απορροές, στις οποίες δεν αναπτύσσονται αξιόλογοι υδροφορείς. Για τους παραπάνω λόγους αναπτύχθηκε ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο παρόμοιο με τη δεξαμενή ελεύθερου νερού της άνω ζώνης του Sacramento (βλ. Σχήμα 4.1). Στο εξελιγμένο μοντέλο Thornthwaite (Σχήμα 5.1, δεξιά) έχουν εισαχθεί (α) μια οριζόντια οπή μέσω της οποίας πραγματοποιείται η υποδερμική ροή Q_I που προστιθέμενη στην όποια υπερχειλίση της δεξαμενής Q_D δίνουν τη συνολική απορροή της λεκάνης (πλην της



Σχήμα 5.1: Αρχικό και τροποποιημένο μοντέλο Thornthwaite

βασικής απορροής) και (β) μια κατακόρυφη οπή η οποία αναπαριστά τη φυσική διεργασία της κατείδυσης προς τον υπόγειο υδροφόρα G . Η υποδερμική ροή πραγματοποιείται εφόσον η εδαφική υγρασία υπερβεί κάποιο κατώφλι K_1 , με ρυθμό ανάλογο της υπέρβασης και ενός συντελεστή αναλογίας (στείρευσης) λ δηλαδή $dQ_I/dt = \lambda(S - K_1)$. Αντίστοιχα, η κατείδυση πραγματοποιείται με ρυθμό ανάλογο του S και συντελεστή αναλογίας μ δηλαδή $dG/dt = \mu S$. Οι συντελεστές λ και μ είναι παράμετροι του μοντέλου που η τιμή τους εξαρτάται από τις ιδιότητες της επιφανειακής κάλυψης και το χρονικό βήμα.

Ένα ακόμα αδύνατο σημείου του μοντέλου Thornthwaite είναι η υπόθεση ότι όταν $E_P > P$ τότε εξατμίζεται όλη η βροχή. Αυτό μπορεί να ισχύει σε υγρά κλίματα όπου η μηνιαία βροχόπτωση κατανέμεται ομοιόμορφα μέσα στον μήνα αλλά όχι στα ξηρά και ημίξηρα όπου η μηνιαία βροχόπτωση προκύπτει από ένα μικρό σχετικά αριθμό γεγονότων βροχής. Σε αυτή την περίπτωση η ομοιόμορφα κατανεμημένη μέσα στον μήνα δυνητική εξατμοδιαπνοή έχει μόνο λίγες μέρες (όσες και οι μέρες της βροχόπτωσης) τη δυνατότητα να εξατμίσει άμεσα νερό γιατί σε μηνιαία κλίμακα θεωρείται ότι εξατμίζει άμεσα μόνο ένα ποσοστό ϵ της βροχής.

Συνεπώς, το τροποποιημένο μοντέλο χρησιμοποιώντας τις ίδιες χρονοσειρές εισόδου με το κλασικό και τέσσερις επιπλέον παραμέτρους ($K_1, \lambda, \mu, \epsilon$), εκτιμά την απορροή, την πραγματική εξατμοδιαπνοή και την κατείδυση προς τον υποκείμενο υδροφόρα μιας λεκάνης σε υγρά ή ξηρά κλίματα.

Η χωρητικότητα της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας K_2 με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού, εξαρτάται, κυρίως, από τον τύπο του εδάφους και την κλίση. Ειδικότερα, η τιμή της μειώνεται όσο μεταβαίνουμε από αμμώδη σε αργιλικά εδάφη και όσο αυξάνει η κλίση. Σε τυπικά εδαφικά δοκίμια, η εν λόγω χωρητικότητα κυμαίνεται ανάμεσα στα 100-200 mm (Brutsaert, 1982). Ωστόσο, στα μηνιαία εννοιολογικά μοντέλα, η τιμή αυτή είναι συνήθως αρκετά μεγαλύτερη.

Το κατώφλι του αποθέματος της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για την παραγωγή υποδερμικής ροής K_1 με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού, εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους. Το εν λόγω κατώφλι οριοθετεί τις δύο ζώνες εδαφικής υγρασίας, και είναι προφανές ότι επηρεάζει σημαντικά όχι

μόνο τον μηχανισμό παραγωγής υποδερμικής ροής αλλά και τον μηχανισμό παραγωγής της εδαφικής εξατμοδιαπνοής.

Ο συντελεστής στείρευσης λ , που εκφράζει τον ρυθμό εκφόρτισης της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για παραγωγή πλευρικής (υποδερμικής) ροής, έχει μονάδες αντίστροφου χρόνου, και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους.

Ο συντελεστής στείρευσης μ , που εκφράζει τον ρυθμό εκφόρτισης της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για παραγωγή κατείδυσης, έχει επίσης μονάδες αντίστροφου χρόνου, και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά τόσο του εδάφους όσο και του υπεδάφους. Προφανώς, όσο μεγαλύτερη είναι η διαπερατότητα τόσο του εδαφικού υλικού όσο και των υποκείμενων γεωλογικών σχηματισμών, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της παραμέτρου.

Τέλος η παράμετρος ϵ εξαρτάται από τη χρονική κατανομή των γεγονότων βροχής μέσα στο μήνα. Όσο πιο ομοιόμορφη είναι αυτή τόσο το ϵ τείνει στο 1.

Η εξίσωση συνέχειας εφαρμοσμένη σε μια τροποποιημένη δεξαμενή Thornthwaite οδηγεί στην ακόλουθη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dP}{dt} - \frac{dE}{dt} - \frac{dG}{dt} - \frac{dQ_I}{dt} \quad (5.3.1)$$

όπου P, E, G, Q_I είναι οι αθροιστικές συναρτήσεις που δίνουν τη βροχόπτωση, εξάτμιση, κατείδυση και την υποδερμική ροή και S είναι η συνάρτηση της εδαφικής υγρασίας.

5.4 Επίλυση της διαφορικής εξίσωσης

Η εξίσωση (5.3.1) επιλύεται αριθμητικά με τη μέθοδο των οπίσθιων διαφορών επειδή το αριθμητικό σχήμα αυτό είναι ευσταθές για οποιοδήποτε χρονικό βήμα (Sureshkumar, 1998). Ο ορισμός των συμβόλων και των μονάδων που εμπλέκονται στο αριθμητικό σχήμα δίνονται στον Πίνακα 5.1.

Τα $\dot{P}^n, \dot{E}_p^n, \dot{E}^n, \dot{Q}_I^n, \dot{G}^n$, με τον τρόπο που ορίζονται στον Πίνακα 5.1 για το χρονικό βήμα n , είναι οι αριθμητικές εκφράσεις των χρονικών παραγώγων των P, E, G, Q_I . Η παράγωγος της κατείδυσης ως προς το χρόνο στην εξίσωση (5.3.1) αντικαθίσταται με μS^{n+1} ενώ παράγωγος της υποδερμικής ροής ως προς τον χρόνο αντικαθίσταται με $\lambda(S^{n+1} - K_1)$. Σε κάθε βήμα υπολογίζεται το S^{n+1} βάσει των \dot{E}_p^n, \dot{P}^n και του S^n . Ακολούθως υπολογίζονται τα \dot{E}^n, \dot{Q}_I^n και το \dot{G}^n .

Κατά την επίλυση ανάλογα με το ύψος της εδαφικής υγρασίας και τη σχέση βροχόπτωσης-δυναμικής εξατμοδιαπνοής η (5.3.1) μετασχηματίζεται σε μια από τις τέσσερις μορφές που αναφέρονται παρακάτω.

Όταν $\epsilon \dot{P}^n \geq \dot{E}_p^n$ και $S^n > K_1$ ή (5.3.1) γίνεται:

Πίνακας 5.1: Ορισμός συμβόλων επιφανειακού μοντέλου. Θεωρείται ότι η επίλυση γίνεται με μοναδιαίο χρονικό βήμα ίσο με ένα μήνα.

	S^n	Η εδαφική υγρασία στην αρχή του μήνα n (m)
	\dot{P}^n	Η βροχόπτωση που έπεσε στον μήνα n (m/month)
	\dot{E}_P^n	Η δυναμική εξατμοδιαπνοή στον μήνα n (m/month)
Μετα-	\dot{E}^n	Η πραγματική εξατμοδιαπνοή στον μήνα n (m/month)
βλητές	\dot{Q}_I^n	Η υποδερμική ροή στον μήνα n (m/month)
	\dot{G}^n	Η κατείσδυση στον μήνα n (m/month)
	K_1	Κατώφλι υποδερμικής ροής (m)
	K_2	Χωρητικότητα επιφανειακής δεξαμενής (m)
Παρά-	λ	Ο συντελεστής στείρευσης της οριζόντιας οπής (month ⁻¹)
μετροί	μ	Ο συντελεστής στείρευσης της κατακόρυφης οπής (month ⁻¹)
	ϵ	Μέγιστο εξατμίσιο ποσοστό βροχής

$$\frac{S^{n+1} - S^n}{\Delta t} = \dot{P}^n - \dot{E}_P^n - \mu S^{n+1} - \lambda(S^{n+1} - K_1) \quad (5.4.1)$$

Το οποίο καταλήγει:

$$S^{n+1} = \frac{S^n + \Delta t \dot{P}^n - \Delta t \dot{E}_P^n + \Delta t \lambda K_1}{1 + \Delta t \mu + \Delta t \lambda}$$

$$\dot{E}^n = \dot{E}_P^n$$

$$\dot{Q}_I^n = (S^{n+1} - K_1) \lambda$$

$$\dot{G}^n = S^{n+1} \mu$$

Ενώ όταν $\epsilon \dot{P}^n \geq \dot{E}_P^n$ και $S^n \leq K_1$ ή (5.3.1) γίνεται:

$$\frac{S^{n+1} - S^n}{\Delta t} = \dot{P}^n - \dot{E}_P^n - \mu S^{n+1} \quad (5.4.2)$$

Το οποίο καταλήγει:

$$S^{n+1} = \frac{S^n + \Delta t \dot{P}^n - \Delta t \dot{E}_P^n}{1 + \Delta t \mu}$$

$$\dot{E}^n = \dot{E}_P^n$$

$$\dot{Q}_I^n = 0$$

$$\dot{G}^n = S^{n+1} \mu$$

Όταν $\epsilon \dot{P}^n < \dot{E}_P^n$ και $S^n > K_1$ η (5.3.1) γίνεται:

$$\frac{S^{n+1} - S^n}{\Delta t} = (1 - \epsilon)\dot{P}^n - \frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2}S^{n+1} - \mu S^{n+1} - \lambda(S^{n+1} - K_1) \quad (5.4.3)$$

Το οποίο καταλήγει:

$$\begin{aligned} S^{n+1} &= \frac{S^n + \Delta t(1 - \epsilon)\dot{P}^n + \Delta t\lambda K_1}{1 + \Delta t\frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2} + \Delta t\mu + \Delta t\lambda} \\ \dot{E}^n &= \frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2}S^{n+1} + \epsilon\dot{P}^n \\ \dot{Q}_1^n &= (S^{n+1} - K_1)\lambda \\ \dot{G}^n &= S^{n+1}\mu \end{aligned}$$

Τέλος όταν $\epsilon\dot{P}^n < \dot{E}_P^n$ και $S^n \leq K_1$ η (5.3.1) γίνεται:

$$\frac{S^{n+1} - S^n}{\Delta t} = (1 - \epsilon)\dot{P}^n - \frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2}S^{n+1} - \mu S^{n+1} \quad (5.4.4)$$

Το οποίο καταλήγει:

$$\begin{aligned} S^{n+1} &= \frac{S^n + \Delta t(1 - \epsilon)\dot{P}^n}{1 + \Delta t\frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2} + \Delta t\mu} \\ \dot{E}^n &= \frac{\dot{E}_P^n - \epsilon\dot{P}^n}{K_2}S^{n+1} + \epsilon\dot{P}^n \\ \dot{Q}_1^n &= 0 \\ \dot{G}^n &= S^{n+1}\mu \end{aligned}$$

Σε κάθε περίπτωση αν γίνει $S^{n+1} > K_2$ τότε τίθεται $\dot{Q}_1^n = \dot{Q}_1^n + (S^{n+1} - K_2)$ και μετά $S^{n+1} = K_2$.

Μια ελαφρώς διαφοροποιημένη υβριδική αναλυτική-αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (5.3.1), η οποία χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ (βλ. κεφ. 8), δίνεται στην εργασία των *Ευστρατιάδη κ.α.* (2005).

Κεφάλαιο 6

Μοντέλο υπόγειων υδάτων

6.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται το μοντέλο υπόγειας ροής που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία, η θεωρητική του τεκμηρίωση, η αλγοριθμική του δομή όπως επίσης και η σύγκριση του με το πρόγραμμα MODFLOW. Στο τέλος του κεφαλαίου περιγράφεται η υδραυλική προσέγγιση της κίνησης του νερού στους καρστικούς υδροφορείς με μικτή εξίσωση ροής.

6.2 Μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων όγκων, πεπερασμένων στοιχείων

Σύμφωνα με Lal (2000) τα σφάλματα των αριθμητικών σχημάτων κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα σφάλματα που εισάγονται λόγω της διακριτοποιημένης απεικόνισης των αρχικών και συνοριακών συνθηκών. Το αποτέλεσμα αυτών των σφαλμάτων είναι ορισμένες φασματικές συνιστώσες της λύσης με συχνότητες μεγαλύτερες από κάποια τιμή να αποκόπτονται. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν τα σφάλματα που εισάγονται αν η εσωτερική διακριτοποίηση του μοντέλου δεν αρκεί για να αναπαραστήσει χρονικά και χωρικά τη λύση σε όλο το εύρος του πεδίου. Για παράδειγμα, απαιτείται μικρό χρονικό βήμα για να αποδοθεί σωστά η πηγή μιας διαταραχής αλλά επιπλέον απαιτείται και λεπτομερής χωρική διακριτοποίηση. Αν η χωρική διακριτοποίηση είναι αδρομερής θα εισαχθεί σφάλμα στον υπολογισμό της διάδοσης της διαταραχής. Το ελάχιστο μήκος κύματος διαταραχής διαδιδόμενης κατά x που μπορεί να αναπαρασταθεί σε κάρναβο με διακριτοποίηση Δx είναι $2\Delta x$.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι κάρναβοι με υψηλή διακριτοποίηση είναι απαραίτητοι για την επίτευξη ακρίβειας. Παρόλα αυτά, σε εφαρμογές που χρησιμοποιούν βελτιστοποίηση (π.χ. εκτίμηση παραμέτρων, βέλτιστη διαχείριση υδατικών πόρων) είναι πολύ σημαντικό να είναι μικρός ο υπολογιστικός χρόνος της προσομοίωσης. Γι αυτό τον λόγο η χάραξη ενός κάρναβου είναι

επιθυμητό να γίνεται με όσο το δυνατόν λιγότερα κύτταρα. Ο συμβιβασμός των παραπάνω γίνεται με την τεχνική της τοπικής πύκνωσης του καννάβου.

Οι ορθογωνικοί καννάβου που χρησιμοποιεί η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, έχουν το μειονέκτημα ότι η πύκνωση στα σημεία ενδιαφέροντος επιφέρει πύκνωση σε όλα τα κύτταρα που βρίσκονται στην ίδια γραμμή και στην ίδια στήλη. Επιπλέον για λόγους ευστάθειας του αριθμητικού σχήματος τίθενται δύο περιορισμοί. Πρώτον ο λόγος της μεγαλύτερης προς τη μικρότερη διάσταση των κυττάρων δεν πρέπει να υπερβαίνει το 4:1 και δεύτερον ο ρυθμός της αραιώσης του καννάβου (ο λόγος της διάστασης δυο γειτονικών κυττάρων είτε κατά γραμμές είτε κατά στήλες) κατά την απομάκρυνση από το σημείο της πύκνωσης δεν μπορεί να υπερβαίνει το 1.5 (*VMODFLOW*, 1999). Σε αυτούς τους δύο περιορισμούς οφείλεται το βασικό μειονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών δηλαδή η επιβολή πυκνής διακριτοποίησης σε περιοχές απομακρυσμένες από τα σημεία ενδιαφέροντος.

Η ανάγκη για βέλτιστο συμβιβασμό μεταξύ του πλήθους κυττάρων και ακρίβειας οδήγησε στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων όπου έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει καννάβους πολυγωνικών κυττάρων. Τα πολυγωνικά κύτταρα έχουν το πλεονέκτημα ότι περιορίζουν την τοπική πύκνωση στην περιοχή ενδιαφέροντος δίνοντας τη δυνατότητα να καλυφθεί ο χώρος μελέτης με το ελάχιστο δυνατό πλήθος στοιχείων (*Tyson & Weber (1964), Lyons (1976)*).

Νεότερη των δύο παραπάνω μεθόδων είναι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων (*Finite Volume Method*) η οποία θα μπορούσε να ταξινομηθεί ανάμεσα στις δύο παραπάνω από μαθηματικής αλλά και από χρηστικής άποψης. Σε καννάβο πολυγωνικών κυττάρων σύμφωνα με τους *Narasimhan & Witherspoon (1976)* όταν οι άξονες αναφοράς ταυτίζονται με τις κύριες διευθύνσεις του ανισότροπου μέσου και το υδραυλικό φορτίο δεν μεταβάλλεται ταχέως τότε η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων είναι ισοδύναμη μαθηματικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Επιπλέον σύμφωνα με *Gerhard et al. (1993)* σε ορθογωνικό καννάβο η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων είναι ισοδύναμη μαθηματικά με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

Τα προηγούμενα σκιαγραφούν τον τρόπο και το πεδίο εφαρμογών της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων. Συγκεκριμένα είναι άσκοπη η εφαρμογή αυτής της μεθόδου σε ορθογωνικούς καννάβους εφόσον σε αυτή την περίπτωση είναι ισοδύναμη με την πιο απλή μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Αντιθέτως η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων, όντας απλούστερη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εναλλακτική της δεύτερης στις περιπτώσεις που ισχύουν οι προϋποθέσεις ισοδυναμίας που αναφέρθηκαν παραπάνω. Σε αυτές τις περιπτώσεις τα επιπλέον πλεονεκτήματα που προσφέρει η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων, εκτός από την απλότητα, είναι ο μειωμένος υπολογιστικός φόρτος και η ευκολία εφαρμογής στις τρεις διαστάσεις.

Έχει όμως μειωμένη ακρίβεια στην περίπτωση που η μεταβολή του υδραυλικού φορτίου στο χώρο είναι ταχεία.

6.3 Μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μια απλοποίηση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων. Η διαφορική εξίσωση κίνησης υπόγειου νερού σε περιορισμένο ανισότροπο υδροφορέα είναι:

$$\operatorname{div}(\mathbf{K} \operatorname{grad} h) + G = SS \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.3.1)$$

Στην εξίσωση αυτή το υδραυλικό φορτίο h είναι το άγνωστο βαθμωτό μέγεθος. Το \mathbf{K} στη γενική περίπτωση είναι ο ταυυστής της υδραυλικής αγωγιμότητας (διαστάσεις $[L T^{-1}]$), G είναι η εξωτερική φόρτιση (διαστάσεις $[T^{-1}]$) και SS η ειδική αποθήκευση (διαστάσεις $[L^{-1}]$). Αν το σύστημα αναφοράς ταυτίζεται με τις κύριες διευθύνσεις του ανισότροπου μέσου τότε μηδενίζονται όλοι οι μη διαγώνιοι όροι του ταυυστή \mathbf{K} .

Αν στην εξίσωση (6.3.1) αντικατασταθούν οι μερικές παράγωγοι του υδραυλικού φορτίου h ως προς x και y με πεπερασμένες διαφορές, αυτομάτως δημιουργείται η απαίτηση για ορθογωνική διακριτοποίηση. Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων για να αποφευχθεί αυτός ο περιορισμός, ολοκληρώνεται η (6.3.1) ως προς τον όγκο V του κύτταρου διακριτοποίησης:

$$\int_V (\operatorname{div}(\mathbf{K} \operatorname{grad} h) + G) dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_V SS h dV \quad (6.3.2)$$

Αν θεωρηθεί ότι τα SS και h είναι σταθερά στο όγκο V και με τη χρήση του θεωρήματος αποκλίσεως (βλ. Παράρτημα A.9.1) η παραπάνω γράφεται (*Narasimhan & Witherspoon, 1976*):

$$\int_S \mathbf{K} \operatorname{grad} h \cdot \mathbf{n} dS + GV = SS V \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.3.3)$$

όπου \mathbf{n} είναι το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια S που περικλείει τον όγκο V .

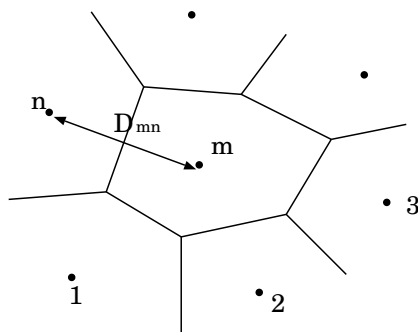
Το επιφανειακό ολοκλήρωμα στο αριστερό μέλος της εξίσωσης είναι το άθροισμα των παροχών που διέρχονται από την επιφάνεια S . Η εξίσωση αυτή είναι ισοδύναμη μαθηματικά με την (6.3.1). Με εφαρμογή της σε όλα τα κύτταρα της διακριτοποίησης συντάσσεται ένα σύστημα εξισώσεων του οποίου η λύση δίνει την τιμή του h στα κέντρα βάρους των κυττάρων.

Το επιφανειακό ολοκλήρωμα υπολογίζεται με κάποια προσεγγιστική αριθμητική μέθοδο (μέθοδος τραπεζίου, μέθοδος Gauss, κ.α.). Αυτό το στάδιο είναι το επίκεντρο του ενδιαφέροντος όσον αφορά τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων γιατί αποτελεί τον περιοριστικό παράγοντα της ακρίβειας της μεθόδου αλλά και γιατί εμπεριέχει μαθηματικά δύσκολα να υλοποιηθούν σε αλγορίθμους (*Moroney & Turner (2004), Wenneker et al. (2000)*). Στην παρούσα

εργασία προτείνεται μια προσέγγιση που απλοποιεί τη διαδικασία του υπολογισμού του επιφανειακού ολοκληρώματος (Rozos & Koutsoyiannis, 2005).

Έστω ότι το πεδίο ροής έχει διακριτοποιηθεί σε ένα πλήθος κυττάρων των οποίων οι ακμές είτε είναι επί των ισοδυναμικών γραμμών είτε είναι γραμμές μηδενικής ροής. Αν ο υδροφορέας είναι ισότροπος το \mathbf{K} εκφυλίζεται στο βαθμωτό μέγεθος K . Σε αυτή την περίπτωση το γινόμενο $K \text{grad } h \cdot \mathbf{n}$ πάνω στην περιφέρεια του κάθε κυττάρου θα ισούται με $\pm K |\text{grad } h|$ (το γινόμενο αυτό ισούται με 0 πάνω σε ακμή που κείται επί γραμμής μηδενικής ροής) και άρα ο υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος ανάγεται σε ένα απλό άθροισμα.

Έστω το κύτταρο m της διακριτοποίησης που περικλείεται από N γειτονικά κύτταρα (Σχήμα 6.1). Αντικαθιστώντας τη χρονική παράγωγο και το μέτρο του $\text{grad } h$ με πεπερασμένες διαφορές η εξίσωση (6.3.3) γράφεται στην ακόλουθη αριθμητική μορφή:



Σχήμα 6.1: Κύτταρο m περικλειόμενο από N γειτονικά κύτταρα.

$$G_m V_m + \sum_n K_{m,n} \frac{h_n - h_m}{D_{m,n}} A_{m,n} = SS_m V_m \frac{\Delta h_m}{\Delta t} \quad (6.3.4)$$

όπου: $D_{m,n}$ [L] η απόσταση των κέντρων βάρους των κυττάρων m και n , $A_{m,n}$ [L²] η παρειά μεταξύ των κυττάρων m και n , $K_{m,n}$ [L T⁻¹] η αγωγιμότητα μεταξύ των κυττάρων m και n , G_m [T⁻¹] ο όρος φόρτισης στο κύτταρο m , V_m [L³] ο όγκος του κυττάρου m και SS_m [L⁻¹] η ειδική αποθήκευση του κυττάρου m .

Υπενθυμίζεται ότι η ειδική αποθήκευση SS_m ισούται με την αποθηκευτικότητα δια του πάχους του υδροφορέα (S_m/B) και έχει νόημα μόνο σε υδροφορέα υπό πίεση. Στον ελεύθερο υδροφορέα το ισοδύναμο από φυσικής άποψης μέγεθος είναι SY_m/h_m όπου SY_m η ειδική απόδοση του κυττάρου m . Επίσης στον ελεύθερο υδροφορέα το V_m δεν είναι ο όγκος του κυττάρου m αλλά ο αποθηκευμένος όγκος του νερού στο κύτταρο m που είναι $V_m = E_m h_m$ όπου E_m [L²] η επιφάνεια του κυττάρου m . Τέλος υπενθυμίζεται ότι το $A_{m,n}$ σε αυτή την περίπτωση εξαρτάται από τα h_m, h_n . Άρα στην περίπτωση του

ελεύθερου υδροφορέα η εξίσωση (6.3.4) γράφεται:

$$G_m V_m + \sum_n K_{m,n} \frac{h_n - h_m}{D_{m,n}} A_{m,n} = SY_m E_m \frac{\Delta h_m}{\Delta t} \quad (6.3.5)$$

Στις δύο προηγούμενες εξισώσεις έχει γίνει η προσέγγιση ότι το $\pm |\text{grad } h|$ μεταξύ των κυττάρων m και n είναι $(h_n - h_m)/(D_{m,n})$. Η προσέγγιση αυτή είναι ακριβέστερη όταν η ευθεία που ενώνει τα κέντρα βάρους των κυττάρων m και n είναι μεσοκάθετη στην κοινή ακμή τους. Η απαίτηση αυτή είναι δεσμευτική μόνο για τα κοινά όρια που είναι παράλληλα στις ισοδυναμικές γραμμές και μαζί με την προαναφερθείσα τεχνική χάραξης των κυττάρων αποτελούν τις δύο προϋποθέσεις εφαρμογής της μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση.

Τα πλεονεκτήματα που διαφαίνονται στην προτεινόμενη μεθοδολογία είναι ότι ο υπολογισμός του επιφανειακού ολοκληρώματος της εξίσωσης (6.3.3) ανάγεται σε ένα απλό άθροισμα όρων τύπου Darcy άρα διευκολύνεται η υλοποίηση του αλγορίθμου αλλά και μειώνεται ο απαιτούμενος υπολογιστικός φόρτος. Σημαντικό μειονέκτημα της μεθοδολογίας είναι ότι απαιτείται η *a priori* γνώση των ισοδυναμικών γραμμών

Η μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση μπορεί να θεωρηθεί και ως τροποποίηση των πολυκυτταρικών μοντέλων στα οποία η ελεύθερη χάραξη των κυττάρων αντικαθίσταται από χάραξη συμβατή με τη γεωμετρία της ροής. Με αυτόν τον τρόπο διατηρείται το πλεονέκτημα της άμεσης και εύληπτης διατύπωσης της εξίσωσης ισοζυγίου αλλά παράλληλα η σύνδεση με το μαθηματικό υπόβαθρο των διαφορικών εξισώσεων αυξάνει την ακρίβεια του μοντέλου αλλά και παρέχει εργαλεία για την εκτίμηση του σφάλματος.

6.4 Εκτίμηση σφάλματος μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση

Ο υπολογισμός του σφάλματος του αριθμητικού σχήματος των πεπερασμένων όγκων στις μη μόνιμες συνθήκες ροής είναι εξαιρετικά πολύπλοκος. Το μαθηματικό υπόβαθρο της διαδικασίας μπορεί να βρεθεί στην εργασία των *Barth & Ohlberger* (2004). Στην παρούσα μελέτη ο έλεγχος του σφάλματος γίνεται σε μόνιμες συνθήκες και η μεθοδολογία που ακολουθείται βασίζεται στην εργασία του *Straalen* (1996) και των *Straalen et al.* (1995).

Έστω η γενική διαφορική εξίσωση διάχυσης στο χώρο Ω :

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla \Phi) = f \quad (6.4.1)$$

όπου Φ η άγνωστη βαθμωτή συνάρτηση, \mathbf{K} οι συντελεστές διάχυσης και f

η συνάρτηση που δίνει το ανηγμένο εξωτερικό φορτίο. Η εξίσωση (6.4.1) μπορεί να γραφεί στην πιο συμπαγή μορφή:

$$\mathcal{L}(\Phi) = f \quad (6.4.2)$$

όπου \mathcal{L} γραμμικός διαφορικός τελεστής.

Έστω ϕ_{approx} η προσεγγιστική λύση της (6.4.2) και $\mathcal{E} \equiv \Phi - \phi_{\text{approx}}$ το αντίστοιχο σφάλμα. Από τη θεωρία των γραμμικών τελεστών, θεωρώντας ότι η ϕ_{approx} ανήκει στο πεδίο ορισμού του \mathcal{L} , ορίζεται το ακριβές τελεστικό υπόλοιπο (exact operator residual) ως:

$$R(\phi_{\text{approx}}) = \mathcal{L}(\phi_{\text{approx}}) - f \quad (6.4.3)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η (6.4.2) είναι ισοδύναμη με

$$\mathcal{L}(\phi_{\text{approx}}) + \mathcal{L}(\mathcal{E}) = f \quad (6.4.4)$$

ή

$$\mathcal{L}(\mathcal{E}) = -R(\phi_{\text{approx}}) \quad (6.4.5)$$

Συγκρίνοντας την (6.4.2) με την (6.4.5) προκύπτει ότι ο όρος $-R(\phi_{\text{approx}})$ είναι μια συνάρτηση ανηγμένου φορτίου (ό,τι είναι f στην (6.4.2)), δηλαδή είναι σαν μια πηγή σφάλματος το οποίο μεταφέρεται στο πεδίο με τη διαδικασία της διάχυσης. Αν εκτιμηθεί η συνάρτηση $-R(\phi_{\text{approx}})$ ή ακόμα καλύτερα το ολοκλήρωμα της στην επιφάνεια του κυττάρου (αυτό χρησιμοποιείται στην πραγματικότητα από τις αριθμητικές μεθόδους μερικών διαφορικών εξισώσεων), η εκτίμηση της τιμής του σφάλματος στο πεδίο του προβλήματος θα είναι εφικτή.

Έστω ότι ο χώρος Ω διακριτοποιείται με N κύτταρα u_k με $k = 1 \dots N$. Τότε αν εφαρμοστεί η εξίσωση (6.4.3) σε κάθε ένα από τα u_k και σύμφωνα με το θεώρημα της αποκλίσεως (βλ. Παράρτημα A.9.1) ισχύει:

$$\int_{u_k} -R(\phi_{\text{approx}}) du = \int_{u_k} f du - \int_{\partial u_k} \mathcal{L}^*(\phi_{\text{approx}}) ds \quad (6.4.6)$$

όπου:

$$\mathcal{L}^*(\phi) \equiv (\mathbf{K}\nabla\phi) \cdot \mathbf{n} \quad (6.4.7)$$

Το ϕ_{approx} είναι η συνάρτηση χωρικής παρεμβολής που χρησιμοποιεί σαν γνωστές τιμές τις τιμές του υδραυλικού φορτίου ϕ_{FVM} στα κέντρα βάρους των κυττάρων. Τα ϕ_{FVM} έχουν προκύψει από την επίλυση της (6.4.1) με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση.

Αφού υπολογιστούν από την (6.4.6) τα $\int_{u_k} -R(\phi_{\text{approx}}) du$ για κάθε u_k της διακριτοποίησης τότε είναι διαθέσιμα τα απαιτούμενα δεδομένα για να επιλυθεί η (6.4.5). Η επίλυση αυτή δίνει την εκτίμηση του σφάλματος λόγω

μη τήρησης των προϋποθέσεων εφαρμογής της μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση.

Πρέπει να επισημανθεί εδώ ότι εκτός από το σφάλμα λόγω μη τήρησης αυτών των προϋποθέσεων, η μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση εισάγει σφάλμα και λόγω των προσεγγίσεων των χωρικών παραγώγων με πεπερασμένες διαφορές (σφάλμα αποκοπής). Αυτό το σφάλμα, για εμπρόσθιο και οπίσθιο σχήμα διαφορών, εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των κόμβων της διακριτοποίησης. Αν η απόσταση αυτή είναι Δx τότε το σφάλμα αποκοπής στο σημείο x_0 αναμένεται να είναι $O(\Delta x) = (\Delta x/2)h''(x_0) + (\Delta x^2/6)h'''(x_0) + \dots$ όπου $h''(x_0)$ και $h'''(x_0)$ οι τιμές της δεύτερης και τρίτης χωρικής παραγώγου της συνάρτησης του υδραυλικού φορτίου στο σημείο x_0 (Ozisik, 1994).

Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών εισάγει σφάλμα αποκοπής ενώ η μέθοδος πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση εισάγει σφάλμα αποκοπής συν σφάλμα λόγω απόκλισης από τις προϋποθέσεις εφαρμογής της. Το πλεονέκτημα όμως της δεύτερης είναι ότι χρησιμοποιεί ευέλικτη διακριτοποίηση του πεδίου ροής το οποίο βοηθάει στο να μειωθούν τα σφάλματα που οφείλονται στη διακριτοποιημένη απεικόνιση των αρχικών και συνοριακών συνθηκών (Lal, 2000).

6.5 Ισοδύναμη αγωγιμότητα

Σε κάθε κύτταρο ενός καννάβου διακριτοποίησης, αποδίδεται μία τιμή αγωγιμότητας η οποία θεωρείται αντιπροσωπευτική για όλο τον όγκο του κυττάρου. Η αγωγιμότητα $K_{m,n}$ που αναφέρεται στην εξίσωση (6.3.4) ή (6.3.5) ρυθμίζει την κίνηση του νερού μεταξύ των γειτονικών κυττάρων m και n , και προκύπτει από τη σχέση συνάθροισης (Journel et al., 1986):

$$K_{m,n} = \left(\frac{K_m^w + K_n^w}{2} \right)^{1/w} \quad (6.5.1)$$

Όταν $w=1$ η (6.5.1) υπολογίζει τον αριθμητικό μέσο, όταν $w=-1$ η (6.5.1) υπολογίζει τον αρμονικό, και όταν $w \rightarrow 0$ η (6.5.1) δίνει τον γεωμετρικό μέσο.

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε στις εφαρμογές της παρούσας εργασίας για τη συνάθροιση αγωγιμοτήτων είναι ο αρμονικός μέσος με στάθμιση που βασίζεται στα εμβαδά των κυττάρων. Δηλαδή:

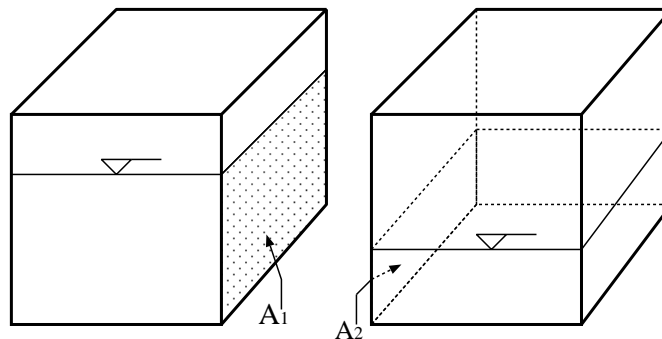
$$K_{m,n} = \frac{K_m K_n (E_m + E_n)}{E_n K_m + E_m K_n} \quad (6.5.2)$$

6.6 Η κατακόρυφη διάσταση

Οι κλίσεις των υπόγειων υδροφορέων είναι συνήθως μικρές και οι οριζόντιες εκτάσεις τους μεγάλες σε σχέση με το βάθος του νερού. Είναι τότε δυνατή

η απλοποίηση των γενικών τρισδιάστατων εξισώσεων με διατύπωση τους σε δισδιάστατη μορφή αγνοώντας την κατακόρυφη συνιστώσα. Αυτό γίνεται με τις παραδοχές Dupuit. Κατά τις παραδοχές αυτές θεωρείται πρώτον ότι οι γραμμές ροής είναι οριζόντιες και δεύτερον ότι η υδραυλική κλίση ισούται με την κλίση του υδροφόρου ορίζοντα. Οι παραδοχές Dupuit έχουν σαν συνέπεια ότι η επιφάνεια του υδροφόρου ορίζοντα, που είναι άγνωστη, δεν υπεισέρχεται στη λύση της διαφορικής εξίσωσης σαν συνοριακή συνθήκη. Πολλά μοντέλα υπόγειων υδάτων, όπως και το μοντέλο της παρούσας εργασίας, βασίζονται σε αυτή την παραδοχή. Οι παραδοχές Dupuit ισχύουν για κλίση του υδροφόρου ορίζοντα μέχρι 10° . Η τάξη μεγέθους του σφάλματος για κλίση υδροφόρου ορίζοντα θ , δίνεται σαν ποσοστό από τη διαφορά μεταξύ $\sin \theta$ και $\tan \theta$ (Smith & Wheatcraft, 1993).

Στην περίπτωση περιορισμένου υδροφορέα η διατομή μέσω της οποίας το νερό μεταβαίνει από ένα σημείο του υδροφορέα σε ένα άλλο εξαρτάται από το πάχος του υδροφορέα. Στην περίπτωση του ελεύθερου υδροφορέα η διατομή αυτή εξαρτάται από τις συνθήκες του πεδίου ροής, δηλαδή από τις εκάστοτε τιμές του υδραυλικού φορτίου. Έστω τα γειτονικά κύτταρα της διακριτοποίησης που φαίνονται στο Σχήμα 6.2. Η παραδοχή που χρησιμοποιήθηκε στις εφαρμογές της παρούσας εργασίας είναι ότι η επιφάνεια μέσω της οποίας πραγματοποιείται η ροή από το κύτταρο 1 στο κύτταρο 2 ισούται με το $(A_1 + A_2)/2$.



Σχήμα 6.2: Υδραυλική διατομή επικοινωνίας γειτονικών κυττάρων.

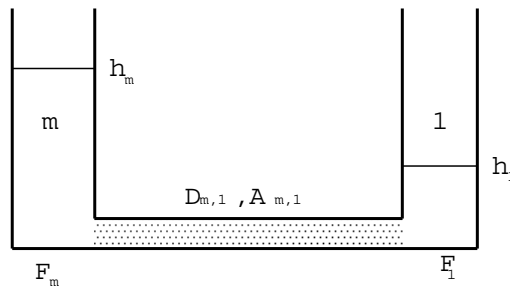
6.7 Αναπαράσταση εξίσωσης κίνησης υπογείων υδάτων με υδραυλικό ανάλογο

Η εξίσωση (6.3.5) (εξίσωση (6.3.4) για περιορισμένο υδροφορέα) προκύπτει από αριθμητική ολοκλήρωση της (6.3.3). Σε αυτή την ενότητα ερμηνεύεται και αναπαριστάται ο κάθε όρος αυτής της εξίσωσης με στοιχεία ενός υδραυλικού αναλόγου.

Οι όρος $K_{m,1}(h_1 - h_m)/(D_{m,1})A_{m,1}$ της εξίσωσης (6.3.5) μπορεί να θεωρηθεί ότι περιγράφει την κίνηση του νερού στην υποθετική διάταξη που φαίνεται στο Σχήμα 6.3. Πρόκειται για τις δεξαμενές m και 1 που συνδέονται με αγωγό μήκους $D_{m,1}$ και διατομής $A_{m,1}$ (εξαρτάται από τα h_1, h_m) πληρωμένο με πορώδες υλικό με αγωγιμότητα $K_{m,1}$.

Αν στον όρο $SY_m E_m \Delta h_m / \Delta t$ της εξίσωσης (6.3.5) αντικατασταθεί το $SY_m E_m$ με F_m όπου F_m η επιφάνεια της βάσης της δεξαμενής m τότε μπορεί να θεωρηθεί ότι ο εν λόγω όρος περιγράφει τη μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου στη δεξαμενή m που έγινε μεταξύ του χρόνου $t - \Delta t$ και t .

Ο όρος G_m δίνει τις εξωτερικές φορτίσεις στο κύτταρο m ανά μονάδα όγκου (διαστάσεις $[L^3 T^{-1} L^{-3}]$ άρα $[T^{-1}]$). Το γινόμενο $G_m V_m$ που δίνει την παροχή νερού από ή προς το κύτταρο m λόγω εξωτερικών φορτίσεων μπορεί να γραφτεί στη μορφή $G_m E_m h_m$ (σε περίπτωση ελεύθερου υδροφορέα) ή $G_m (F_m / SY_m) h_m$. Είναι προφανές ότι ο όρος $g_m = G_m h_m / SY_m$ με διαστάσεις $[L T^{-1}]$ μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι η επιφανειακή φόρτιση που ασκείται στη δεξαμενή m και επιφέρει τις ίδιες μεταβολές στον αποθηκευμένο όγκο νερού εντός της με αυτές που επιφέρει ο όρος G_m στο κύτταρο m .

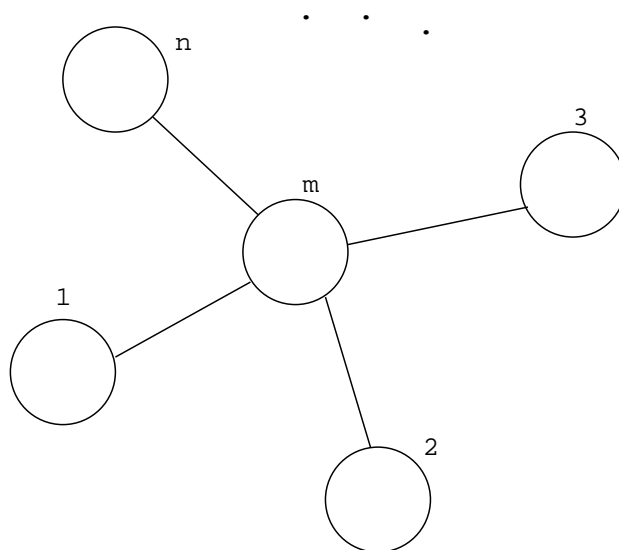


Σχήμα 6.3: Υποθετική διάταξη δύο δεξαμενών που ενώνονται με αγωγό πληρωμένο με πορώδες υλικό.

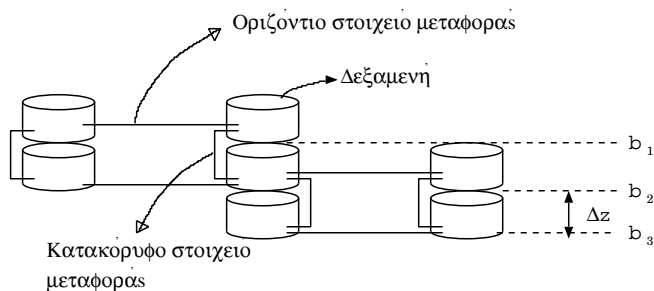
Τα παραπάνω οδηγούν στη σκέψη ότι η εξίσωση (6.3.5) που αποδίδει το ισοζύγιο του κυττάρου m μπορεί να θεωρηθεί ότι περιγράφει και το ισοζύγιο του νερού στη δεξαμενή m του υδραυλικού αναλόγου που φαίνεται στο Σχήμα 6.4. Άρα μια διακριτοποίηση ενός υδροφορέα σε N κύτταρα μπορεί να αντιστοιχιστεί σε ένα υδραυλικό ανάλογο N δεξαμενών. Σε κάθε κύτταρο αντιστοιχεί μια δεξαμενή που τοποθετείται νοητά στο κέντρο βάρους του με επιφάνεια ίση με την έκταση του κυττάρου επί την ειδική απόδοση. Σε κάθε κοινή ακμή δύο κυττάρων αντιστοιχεί ένας αγωγός μεταξύ των αντίστοιχων δεξαμενών. Το μήκος του αγωγού ισούται με τις αποστάσεις μεταξύ των κέντρων βάρους των δύο κυττάρων ενώ η διατομή του προκύπτει από το μήκος της κοινής ακμής επί το πάχος του υδροφορέα για περιορισμένο υδροφορέα ή επί το ημιάθροισμα των υδραυλικών φορτίων των δύο δεξαμενών στην περίπτωση του ελεύθερου υδροφορέα.

Οι δεξαμενές συγκεντρώνουν τις ιδιότητες του υδροφορέα που έχουν σχέ-

ση με την αποθήκευση δηλαδή την έκταση E_i του κυττάρου i και την ειδική αποθήκευση SY_i με i να παίρνει τις τιμές $1 \dots N$. Τα μεταφορικά στοιχεία συγκεντρώνουν τις ιδιότητες του υδροφορέα που έχουν σχέση με τη μεταφορά του νερού δηλαδή την υδραυλική αγωγιμότητα $K_{i,j}$, τις αποστάσεις $D_{i,j}$ που διανύει το νερό και τις επιφάνειες $A_{i,j}$ μέσω των οποίων κινείται με i και j να παίρνουν τις τιμές $1 \dots N$.



Σχήμα 6.4: Υδραυλικό ανάλογο της εξίσωσης (6.3.5).



Σχήμα 6.5: Διακριτοποίηση του υδροφορέα με πολλαπλά στρώματα δεξαμενών.

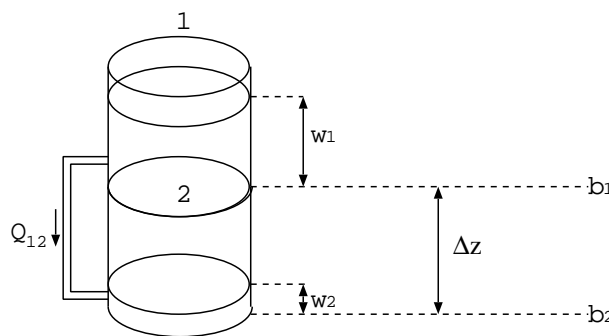
Η κατάσταση του υδραυλικού αναλόγου περιγράφεται πλήρως από τις στάθμες w_i εντός των δεξαμενών. Η μεταβλητή που υπεισέρχεται στις εξισώσεις ροής όμως είναι το υδραυλικό φορτίο h_i . Η σχέση που συνδέει τη μεταβλητή κατάστασης w_i με το υδραυλικό φορτίο h_i είναι:

$$h_i = \begin{cases} w_i + b & (w_i \leq \Delta z) \\ \Delta z + b + (w_i - \Delta z)\lambda & (w_i \geq \Delta z) \end{cases} \quad (6.7.1)$$

όπου: b είναι το υψόμετρο βάσης του στρώματος των δεξαμενών, Δz το πάχος του υδροφορέα και λ είναι ο λόγος της ειδικής απόδοσης προς την αποθηκευτικότητα περιορισμένου υδροφορέα (S_Y/S). Ο άνω κλάδος της εξίσωσης (6.7.1) αντιστοιχεί σε φρεάτιες συνθήκες ενώ ο κάτω κλάδος αντιστοιχεί σε περιορισμένες συνθήκες.

Για τη μοντελοποίηση ημιπερατών υδροφορέων, στην περίπτωση που υπάρχει μη αμελητέα κατακόρυφη κίνηση του νερού ή όποτε υπάρχει ανάγκη για κατακόρυφη διακριτοποίηση, αυτή επιτυγχάνεται με την εισαγωγή πολλαπλών οριζόντιων στρωμάτων. Σε κάθε κύτταρο αντιστοιχεί μία ή περισσότερες δεξαμενές ανάλογα με τα στρώματα της κατακόρυφης διακριτοποίησης (Σχήμα 6.5).

Αν οι δεξαμενές 1 και 2 είναι κατακόρυφα τοποθετημένες με την 1 πάνω από τη 2 σε ύψος b_1 τότε αν $w_2 \leq \Delta z$ για τον υπολογισμό της κατακόρυφης κίνησης του νερού θεωρείται ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ 1 και 2 ισούται με τη στάθμη του νερού στην 1 (εκκένωση δεξαμενής με οπή στη βάση). Στο Σχήμα 6.6 η διαφορά δυναμικού μεταξύ 1 και 2 ισούται με την w_1 . Επίσης στην περίπτωση αυτή η διατομή του αγωγού που συνδέει τις 1 και 2 ισούται με την επιφάνεια του κυττάρου στο οποίο αντιστοιχούν οι 1 και 2.



Σχήμα 6.6: Υπολογισμός ανταλλαγής νερού μεταξύ κατακόρυφων δεξαμενών.

Ο όγκος του νερού που περιέχει η δεξαμενή i είναι $V_i = F_i w_i$. Αν αντικατασταθεί στην (6.7.1) το w_i με V_i/F_i προκύπτει η σχέση μεταξύ υδραυλικού φορτίου και αποθηκευμένου νερού στη δεξαμενή. Αυτή η σχέση περιγράφει τη συμπεριφορά του κυττάρου σε περιορισμένες και φρεάτιες συνθήκες και μαζί με την εξίσωση συνέχειας και την εξίσωση Darcy αποτελούν τις τρεις βασικές σχέσεις των υπόγειων μοντέλων.

Οι συνοριακές συνθήκες υλοποιούνται με την επιλογή κατάλληλων χαρακτηριστικών των δεξαμενών. Συνθήκες σταθερού υδραυλικού φορτίου, για παράδειγμα, μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας δεξαμενή με πολύ μεγάλη

βάση. Λόγω της μεγάλης βάσης η στάθμη του νερού στη δεξαμενή παραμένει πρακτικά σταθερή. Μια πηγή μοντελοποιείται επίσης με μια δεξαμενή με μεγάλη βάση που μπορεί όμως μόνο να πάρει νερό από τις γειτονικές. Οι απειροελάχιστες μεταβολές στάθμης σε αυτή τη δεξαμενή μπορούν να μετασχηματιστούν στο υδρογράφημα της πηγής. Αυτό αποτελεί ένα ακόμα πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου διότι δεν χρειάζεται καμία επιπλέον καταγραφή δεδομένων παρά μόνο της στάθμης του νερού εντός των δεξαμενών. Αυτές αρκούν για να αποδοθεί η τρέχουσα κατάσταση του υδροφορέα, οι παροχές εντός του αλλά και οι παροχές από και προς τις συνοριακές συνθήκες.

Οι αντλήσεις και η κατείδυση από τη βροχή ενσωματώνονται στο μέγεθος g_m . Το g_m με διαστάσεις $[L T^{-1}]$ εκφράζει τη μεταβολή της στάθμης στην μονάδα του χρόνου που προκαλείται από την εξωτερική φόρτιση στη δεξαμενή. Οι φορτίσεις εφαρμόζονται σαν βαθμιαίες αλλαγές στη στάθμη των δεξαμενών κατά τη διάρκεια μιας περιόδου φόρτισης.

Συνοψίζοντας, η σύλληψη του υδραυλικού αναλόγου οργανώνει όλες τις ιδιότητες-παραμέτρους του υδροφορέα σε δύο τύπους στοιχείων, τις δεξαμενές και τους αγωγούς. Αυτή η σύλληψη βοηθάει στο να απλοποιηθεί σημαντικά η μόρφωση του προς επίλυση συστήματος. Μάλιστα στην περίπτωση περιορισμένου υδροφορέα ο πίνακας **A** υπολογίζεται άπαξ (πρβλ. με MODFLOW στο τέλος της ενότητας 3.6.1 που ο πίνακας ξαναυπολογίζεται σε κάθε χρονικό βήμα). Βοηθάει στην απλοποίηση της υλοποίησης των συνοριακών συνθηκών και των εξωτερικών φορτίσεων (πρβλ. με ενότητα 3.6.5 για τον πιο πολύπλοκο τρόπο που υλοποιούνται σε MODFLOW). Τέλος το υδραυλικό ανάλογο χρησιμοποιεί μόνο ένα είδος μεταβλητής κατάστασης για να περιγράψει πλήρως τις συνθήκες στον υδροφορέα. Όλα αυτά εισάγουν σημαντική διευκόλυνση τόσο από άποψη κατανόησης και σύνταξης του απαιτούμενου αλγορίθμου αλλά και από άποψη παρακολούθησης της εξέλιξης του φαινομένου.

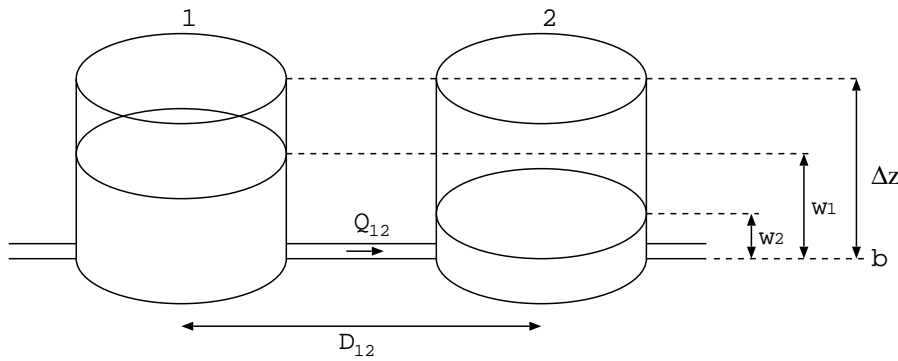
Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση, το υδραυλικό ανάλογο, καθώς δύο σχήματα επίλυσης συστημάτων εξισώσεων (ένα ρητό και ένα πεπλεγμένο) υλοποιήθηκαν στο πρόγραμμα 3dkflow.

6.8 Ρητό σχήμα επίλυσης

Στο ρητό σχήμα, υπολογίζονται οι ανταλλαγές νερού μεταξύ όλων των δεξαμενών σε κάθε χρονικό βήμα με την παραδοχή ότι το υδραυλικό φορτίο παραμένει πρακτικά σταθερό κατά τη διάρκεια του χρονικού βήματος.

Για να διευκολυνθεί η περιγραφή θα εξεταστεί σαν παράδειγμα η ανταλλαγή νερού μεταξύ των γειτονικών δεξαμενών 1 και 2 που φαίνονται στο Σχήμα 6.7 και θα επεκταθεί η περιγραφή σε περισσότερες δεξαμενές. Οι δεξαμενές 1 και 2 έχουν επιφάνειες βάσης F_1 και F_2 , η στάθμη του νερού σε αυτές είναι w_1, w_2 και τα υδραυλικά φορτία h_1 και h_2 αντίστοιχα. Το μήκος του αγωγού που τις συνδέει είναι D_{12} , η διατομή του A_{12} και η αντίστοιχη υδραυλική αγωγιμότητα K_{12} . Η παροχή Q_{12} από τη δεξαμενή 1 στη δεξαμενή 2 ισούται

με $Q_{12} = T_{12}(h_1 - h_2)$ όπου $T_{12} = K_{12}A_{12}/D_{12}$. Η μεταβολή της στάθμης μετά από χρόνο Δt στις δυο δεξαμενές που προκαλείται από την κίνηση νερού από τη μια στην άλλη θα είναι $\Delta w_1 = -Q_{12}\Delta t/F_1$ και $\Delta w_2 = Q_{12}\Delta t/F_2$ αντίστοιχα.



Σχήμα 6.7: Υπολογισμός ανταλλαγής νερού μεταξύ γειτονικών δεξαμενών.

Σε ένα δίκτυο με περισσότερες των δύο δεξαμενών πρέπει να επαναληφθούν οι προηγούμενες πράξεις μεταξύ όλων των δεξαμενών που επικοινωνούν μεταξύ τους. Στο Σχήμα 6.8 φαίνεται η διακριτοποίηση ενός υποθετικού ελεύθερου υδροφορέα με 4 κύτταρα. Το υδραυλικό ανάλογο θα αποτελείται από 4 δεξαμενές εκ των οποίων η 1 επικοινωνεί με τις 2,3,4, η 2 μόνο με την 1, η δεξαμενή 3 επικοινωνεί με τις 1,4 και η 4 με τις 3,1. Στον Πίνακα 6.1 φαίνονται όλες οι πράξεις που πρέπει να γίνουν για να υπολογιστεί η κίνηση του νερού που πραγματοποιείται στο υδραυλικό ανάλογο μεταξύ του χρόνου $t - \Delta t$ και t . Με Δw_{ij} συμβολίζεται η αλλαγή στάθμης που προκαλείται στη δεξαμενή i λόγω ανταλλαγής νερού με τη δεξαμενή j και με g_i η επιφανειακή φόρτιση που δέχεται η δεξαμενή i . Στις χρονικά μεταβαλλόμενες ποσότητες, δηλαδή στάθμες των δεξαμενών w_i , υδραυλικά φορτία h_i και φορτίσεις g_i όταν δεν αναγράφεται διαφορετικά θεωρείται ότι το χρονικό βήμα είναι το t .

Αφού ολοκληρωθεί ο υπολογισμός της τιμής της στάθμης σε όλες της δεξαμενές για το χρονικό βήμα t υπολογίζονται και τα αντίστοιχα υδραυλικά φορτία από την εξίσωση (6.7.1) και ξεκινάει από την αρχή ο κύκλος υπολογισμού των μεταβολών στάθμης.

Στον Πίνακα 6.1 είναι εμφανές ότι ενώ για τη δεξαμενή 1 πρέπει να υπολογιστούν οι ανταλλαγές νερού με τις 3 γειτονικές, για τη δεξαμενή 4 οι ανταλλαγές νερού με τις δεξαμενές 1 και 3 έχουν ήδη υπολογιστεί στα προηγούμενα βήματα. Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει 4 κοινές ακμές κυττάρων και 4 κύτταρα, και στο ρητό σχήμα υπολογίζονται 4 ισοζύγια και 4 ανταλλαγές νερού. Γενικά σε ένα μοντέλο με m δεξαμενές και n επικοινωνίες δεξαμενών, πρέπει σε κάθε χρονικό βήμα να υπολογίζονται m ισοζύγια και n ανταλλαγές νερού.

Αυτό το σχήμα επίλυσης μπορεί να εφαρμοστεί με οποιαδήποτε εξίσωση

Πίνακας 6.1: Υπολογισμοί που γίνονται σε κάθε χρονικό βήμα στο υδραυλικό ανάλογο που αναπαριστά τα κύτταρα του Σχήματος 6.8.

i	j	Υπολογισμός Δw_{ij} και w_i
1	2	$\Delta w_{12} = T_{12}(h_2^{t-1} - h_1^{t-1})\Delta t/F_1$ και $\Delta w_{21} = T_{21}(h_1^{t-1} - h_2^{t-1})\Delta t/F_2$
	3	$\Delta w_{13} = T_{13}(h_3^{t-1} - h_1^{t-1})\Delta t/F_1$ και $\Delta w_{31} = T_{31}(h_1^{t-1} - h_3^{t-1})\Delta t/F_3$
	4	$\Delta w_{14} = T_{14}(h_4^{t-1} - h_1^{t-1})\Delta t/F_1$ και $\Delta w_{41} = T_{41}(h_1^{t-1} - h_4^{t-1})\Delta t/F_4$
	$w_1 = w_1^{t-1} + \Delta w_{12} + \Delta w_{13} + \Delta w_{14} + g_1\Delta t$	
2	3	-
	4	-
	$w_2 = w_2^{t-1} + \Delta w_{21} + g_2\Delta t$	
3	4	$\Delta w_{34} = T_{34}(h_4^{t-1} - h_3^{t-1})\Delta t/F_3$ και $\Delta w_{43} = T_{43}(h_3^{t-1} - h_4^{t-1})\Delta t/F_4$
	$w_3 = w_3^{t-1} + \Delta w_{31} + \Delta w_{34} + g_3\Delta t$	
4	$w_4 = w_4^{t-1} + \Delta w_{41} + \Delta w_{43} + g_4\Delta t$	

ροής, μη γραμμική ή ακόμα και μη συνεχή.

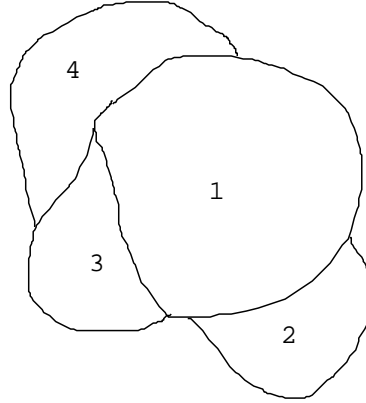
6.9 Πεπλεγμένο σχήμα επίλυσης

Στο πεπλεγμένο σχήμα υπολογίζονται όλα τα υδραυλικά φορτία του επόμενου χρονικού βήματος ταυτόχρονα. Η περιγραφή θα βασιστεί και πάλι στο Σχήμα 6.8 και θα γενικευτεί ακολούθως με τη διατύπωση του αλγορίθμου στη γενική του μορφή. Στις χρονικά μεταβαλλόμενες ποσότητες δηλαδή στάθμες των δεξαμενών w_i , υδραυλικά φορτία h_i και φορτίσεις g_i όταν δεν αναγράφεται διαφορετικά θεωρείται ότι το χρονικό βήμα είναι το t .

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας για τα 4 κύτταρα προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + g_1^{t-1}F_1 &= (w_1 - w_1^{t-1})\frac{F_1}{\Delta t} \\
 Q_{21} + g_2^{t-1}F_2 &= (w_2 - w_2^{t-1})\frac{F_2}{\Delta t} \\
 Q_{31} + Q_{34} + g_3^{t-1}F_3 &= (w_3 - w_3^{t-1})\frac{F_3}{\Delta t} \\
 Q_{41} + Q_{43} + g_4^{t-1}F_4 &= (w_4 - w_4^{t-1})\frac{F_4}{\Delta t} \quad (6.9.1)
 \end{aligned}$$

Επειδή ο υδροφορέας είναι ελεύθερος, από την (6.7.1) προκύπτει ότι $w_i - w_i^{t-1} = h_i - h_i^{t-1}$ ενώ στην περίπτωση που ήταν υπό πίεση θα προέκυπτε $w_i - w_i^{t-1} = (h_i - h_i^{t-1})/\lambda$. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Darcy για τον υπολογισμό των παροχών στις παραπάνω εξισώσεις και ομαδοποιώντας τους συντελεστές των αγνώστων προκύπτει σύστημα τεσσάρων γραμμικών εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους (δηλαδή τα h_1, h_2, h_3 και h_4).



Σχήμα 6.8: Υποθετική διακριτοποίηση υδροφορέα με 4 κύτταρα. Η γεωμετρία των κυττάρων δεν ικανοποιεί τις προϋποθέσεις χάραξης που αναφέρθηκαν σε προηγούμενη ενότητα αλλά είναι πιο πρόσφορη για την παρουσίαση των αλγορίθμων επίλυσης.

$$\begin{aligned}
 -\left(T_{12} + T_{13} + T_{14} + \frac{F_1}{\Delta t}\right) h_1 + T_{12}h_2 + T_{13}h_3 + T_{14}h_4 &= \left(-\frac{h_1^{t-1}}{\Delta t} - g_1^{t-1}\right) F_1 \\
 T_{12}h_1 - \left(T_{12} + \frac{F_2}{\Delta t}\right) h_2 &= \left(-\frac{h_2^{t-1}}{\Delta t} - g_2^{t-1}\right) F_2 \\
 T_{13}h_1 - \left(T_{13} + T_{34} + \frac{F_3}{\Delta t}\right) h_3 + T_{34}h_4 &= \left(-\frac{h_3^{t-1}}{\Delta t} - g_3^{t-1}\right) F_3 \\
 T_{14}h_1 + T_{34}h_3 - \left(T_{14} + T_{34} + \frac{F_4}{\Delta t}\right) h_4 &= \left(-\frac{h_4^{t-1}}{\Delta t} - g_4^{t-1}\right) F_4
 \end{aligned} \tag{6.9.2}$$

Στη γενική περίπτωση n κυττάρων όπου ο υδροφορέας μπορεί να μεταβεί από περιορισμένες συνθήκες ($h_i > \Delta z$) σε ελεύθερες συνθήκες ($h_i < \Delta z$) και αντιστρόφως, το σύστημα εξισώσεων που προκύπτει από την εφαρμογή του ισοζυγίου σε όλα τα κύτταρα έχει τη μορφή $\mathbf{A}\mathbf{b} = \mathbf{c}$ όπου \mathbf{b} είναι ο πίνακας με τα άγνωστα υδραυλικά φορτία h_i , \mathbf{A} ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων a_{ij} και \mathbf{c} ο πίνακας με τους σταθερούς όρους c_i όπου:

$$c_i = -h_i^{t-1}\text{FDTL}_i - g_i^{t-1}F_i, \quad \text{FDTL}_i = \begin{cases} \frac{F_i}{\lambda\Delta t}, & h_i^{t-1} > \Delta z \\ \frac{F_i}{\Delta t}, & h_i^{t-1} \leq \Delta z \end{cases} \tag{6.9.3}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} T_{ij} & i \neq j \\ -\left(\sum_{j=1}^{i-1} T_{ij} + \sum_{j=i+1}^n T_{ij} + \text{FDTL}_i\right), & i = j \end{cases} \tag{6.9.4}$$

όπου τα i, j παίρνουν τιμές από 1 έως n και $T_{ij} = 0$ όταν τα κύτταρα i, j δεν επικοινωνούν.

Η επίλυση του γραμμικού συστήματος μπορεί να γίνει με κάποιον από τους επιλυτές γραμμικών συστημάτων π.χ. μέθοδο Gauss. Πρέπει να επισημανθεί ότι όταν ο κώνναβος της διακριτοποίησης δεν είναι ορθογωνικός δεν προκύπτει τριδιαγώνιος πίνακας \mathbf{A} .

6.10 Ευστάθεια-σύγκλιση

Τα πεπλεγμένα σχήματα έχουν το μειονέκτημα της αυξημένης δυσκολίας στην κατάστρωση του αλγορίθμου επίλυσης αλλά είναι γενικά απαλλαγμένα από προβλήματα ευστάθειας (Χριστοδούλου, 1991). Τα ρητά αριθμητικά σχήματα από την άλλη πλευρά έχουν εύκολη κατάστρωση αλγορίθμου, είναι ενίοτε ταχύτερα από τα πεπλεγμένα και αποτελούν μοναδική επιλογή σε μη γραμμικά προβλήματα. Βασικό μειονέκτημα τους είναι ότι παρουσιάζουν προβλήματα ευστάθειας δηλαδή σταδιακή ενίσχυση και τελικά εκτίναξη των αριθμητικών σφαλμάτων.

Στα προβλήματα αρχικών συνθηκών η ανάλυση των προϋποθέσεων που εξασφαλίζουν την ευστάθεια σε ένα ρητό σχήμα γίνεται με τη μέθοδο von Neumann. Αν η διαφορική εξίσωση είναι γραμμική με σταθερούς συντελεστές η ανάλυση von Neumann αποτελεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για να είναι το σχήμα ευσταθές, διαφορετικά αποτελεί μόνο αναγκαία συνθήκη (Baker, 1998).

Κάθε συνάρτηση μπορεί να γραφτεί με τη μορφή σειράς Fourier (Παράρτημα Α.8.1). Σύμφωνα με την ανάλυση von Neumann αντικαθίσταται η άγνωστη συνάρτηση στο υπό εξέταση αριθμητικό σχήμα με την τυχούσα συνιστώσα της σειράς Fourier. Μετά από πράξεις η αριθμητική προσέγγιση της διαφορικής εξίσωσης με ρητό σχήμα, καταλήγει στη μορφή $\xi_m^{n+1} = |A|\xi_m^n$ όπου άνω δείκτης είναι το χρονικό βήμα και κάτω δείκτης η τάξη της συνιστώσας. Επειδή στα προβλήματα αρχικών συνθηκών η άγνωστη συνάρτηση είναι φθίνουσα ως προς τον χρόνο θα πρέπει να είναι $|A| \leq 1$ (το A ονομάζεται συντελεστής ενίσχυσης) για κάθε τυχούσα συνιστώσα της σειράς Fourier. Η επίλυση αυτής της ανίσωσης οδηγεί στον περιορισμό που τίθεται στο χρονικό βήμα για να είναι ευσταθές το αριθμητικό σχήμα. Παραδείγματα ανάλυσης ευστάθειας δίνονται στο Παράρτημα Α.8.

Για την περίπτωση της εξίσωσης Boussinesq με σταθερές υδραυλικές παραμέτρους μεταφορικότητας T και ειδικής απόδοση SY , σταθερή χωρική διακριτοποίηση και $\Delta x = \Delta y$ το κριτήριο von Neumann δίνει ότι το μέγιστο χρονικό βήμα για να είναι ευσταθές το ρητό σχήμα είναι:

$$\Delta t_{max} = \frac{SY\Delta x^2}{4T} \quad (6.10.1)$$

Στην περίπτωση όπου ο κάρναβος δεν είναι ορθογωνικός, το Δx^2 μπορεί να αντικατασταθεί με το εμβαδόν του μικρότερου κυττάρου του κάρναβου. Στις εφαρμογές που έγιναν προέκυψε αυτή η προσέγγιση οδηγεί σε υπερεκτίμηση κατά 30% του μέγιστου επιτρεπτού χρονικού βήματος.

6.11 Σύγκριση εξισώσεων 3dkflow και MODFLOW

Στην περίπτωση που το 3dkflow χρησιμοποιηθεί με ορθογώνια διακριτοποίηση γίνεται ισοδύναμο με το MODFLOW. Στον Πίνακα 6.2 φαίνεται η εξίσωση ροής (Darcy) σύμφωνα με τους συμβολισμούς που χρησιμοποιούνται σε 3dkflow και MODFLOW.

Πίνακας 6.2: Εξίσωση ροής μεταξύ των γειτονικών κυττάρων i, j .

Διεύθυνση	MODFLOW	3dkflow
$j \rightarrow j + 1$	$Q_{ij+1/2} = CR_{ij+1/2}(h_{ij} - h_{ij+1})$	$Q_{ij+1/2} = T_{ij+1/2}(h_{ij} - h_{ij+1})$
$i \rightarrow i + 1$	$Q_{i+1/2j} = CC_{i+1/2j}(h_{ij} - h_{i+1j})$	$Q_{i+1/2j} = T_{i+1/2j}(h_{ij} - h_{i+1j})$

Στον Πίνακα 6.3 φαίνονται οι σχέσεις $h - V$ που χρησιμοποιεί το MODFLOW. Οι σχέσεις αυτές δίνουν τη μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου του νερού στο κύτταρο από το χρονικό βήμα $t - 1$ στο χρονικό βήμα t συναρτήσει της αντίστοιχης μεταβολής του υδραυλικού φορτίου. Οι τέσσερις σχέσεις αντιστοιχούν στους τέσσερις συνδυασμούς των δύο δυνατών συνθηκών (ελεύθερες-περιορισμένες) στις οποίες μπορεί να περιέλθει το κύτταρο κατά τις χρονικές στάθμες t και $t - 1$. Στον Πίνακα 6.4 δίνονται οι σχέσεις $h - V$ που χρησιμοποιεί το 3dkflow. Για να απλοποιηθεί η διατύπωση αυτών των σχέσεων τα παρακάτω μεγέθη που αφορούν το κύτταρο ή τη δεξαμενή (i, j, k) αναγράφονται στην εξίσωση χωρίς χωρικούς δείκτες:

- ΔV Η μεταβολή του αποθηκευμένου όγκου του νερού στο κύτταρο (i, j, k) από το χρονικό βήμα $t - 1$ στο t .
- V_t Ο αποθηκευμένος όγκος του νερού στη δεξαμενή (i, j, k) το χρονικό βήμα t .
- SY Η ειδική απόδοση του τμήματος του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο (i, j, k) .
- S Η αποθηκευτικότητα του τμήματος του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο (i, j, k) .
- Δh Η μεταβολή του δυναμικού του νερού στο κύτταρο (i, j, k) από το χρονικό βήμα $t - 1$ στην t .
- h_t Το δυναμικό του νερού στη δεξαμενή (i, j, k) τη χρονικό βήμα t .
- F Η επιφάνεια της βάσης της δεξαμενής (i, j, k) .

Επίσης τα παρακάτω μεγέθη που μεταβάλλονται κατά το μήκος μιας μόνο διάστασης δίνονται και αυτά χωρίς δείκτες:

- Δx Το μήκος των κυττάρων στη στήλη j .
 Δy Το πλάτος των κυττάρων στη γραμμή i .
 TOP Η οροφή των κυττάρων του στρώματος k .
 b Η βάση των δεξαμενών στο στρώμα k (ίση με $(k-1)\Delta z$).

Τα μεγέθη Δz και λ που χρησιμοποιούνται από το 3dkflow θεωρείται ότι δεν μεταβάλλονται χωρικά.

Πίνακας 6.3: Σχέση $h - V$ του κυττάρου (i, j, k) του MODFLOW. Φ.: Φρεατίες συνθήκες, Π.: Περιορισμένες συνθήκες

t	$t-1$	Σχέση $h - V$
Φ.	Φ.	$\Delta V = SY(\Delta x \Delta y) \Delta h$
Φ.	Π.	$\Delta V = (SY(h_t - TOP) + S(TOP - h_{t-1})) \Delta x \Delta y$
Π.	Π.	$\Delta V = S(\Delta x \Delta y) \Delta h$
Π.	Φ.	$\Delta V = (S(h_t - TOP) + SY(TOP - h_{t-1})) \Delta x \Delta y$

Πίνακας 6.4: Σχέση $h - V$ της δεξαμενής (i, j, k) του 3dkflow.

Συνθήκες	Σχέση $h - V$
Φρεατίες	$h_t = \frac{V_t}{F} + b$
Περιορισμένες	$h_t = (\frac{V_t}{F} - \Delta z) \lambda + b + \Delta z$

Οι σχέσεις που δίνονται στους Πίνακες 6.3 και 6.4 είναι ισοδύναμες. Αυτό αποδεικνύεται εδώ για την περίπτωση που $h_t, h_{t-1} < TOP$ δηλαδή φρεατίες συνθήκες για τις χρονικές στάθμες $t, t-1$ και για την περίπτωση που $h_t < TOP, h_{t-1} > TOP$ δηλαδή περιορισμένες συνθήκες για το βήμα $t-1$ και φρεατίες για το βήμα t . Η απόδειξη για τις υπόλοιπες δύο περιπτώσεις είναι παρόμοια.

Στην περίπτωση που επικρατούν πλήρως φρεατίες συνθήκες δηλαδή $h_t, h_{t-1} < TOP$ και $w_t, w_{t-1} < \Delta z$ η σχέση $h - V$ για το 3dkflow σύμφωνα με τον Πίνακα 6.4 και για της χρονικές στάθμες t και $t-1$ γράφεται:

$$h_t = \frac{V_t}{F} + b \quad (6.11.1)$$

$$h_{t-1} = \frac{V_{t-1}}{F} + b \quad (6.11.2)$$

Αφαιρώντας αυτές τις σχέσεις κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $F = SY \Delta x \Delta y$ προκύπτει η αντίστοιχη σχέση του MODFLOW:

$$\Delta V = SY \Delta x \Delta y \Delta h \quad (6.11.3)$$

Στην περίπτωση που $h_t < \text{TOP}$, $h_{t-1} > \text{TOP}$ θα είναι επίσης $w_t < \Delta z$ και $w_{t-1} > \Delta z$. Σε αυτή την περίπτωση η σχέση $h - V$ για το 3dkflow για τη χρονικό βήμα t είναι:

$$h_t = \frac{V_t}{F} + b \quad \text{ή} \quad V_t = (h_t - b)F \quad (6.11.4)$$

και για τη χρονικό βήμα $t - 1$ είναι:

$$h_{t-1} = \left(\frac{V_{t-1}}{F} - \Delta z\right)\lambda + b + \Delta z \quad \text{ή} \quad V_{t-1} = \left(\frac{1}{\lambda}(h_{t-1} - b - \Delta z) + \Delta z\right)F \quad (6.11.5)$$

Αφαιρώντας αυτές τις σχέσεις κατά μέλη προκύπτει:

$$\Delta V = h_t F - bF - \frac{F}{\lambda}(h_{t-1} - b - \Delta z) - F\Delta z \quad (6.11.6)$$

Αντικαθιστώντας σε αυτή την εξίσωση τις σχέσεις $\Delta z + b = \text{TOP}$, $F = \Delta x \Delta y SY$ και $\lambda = SY/S$ προκύπτει η σχέση του MODFLOW (δεύτερη εξίσωση του Πίνακα 6.3):

$$\Delta V = (SY(h_t - \text{TOP}) + S(\text{TOP} - h_{t-1}))\Delta x \Delta y \quad (6.11.7)$$

6.12 Εφαρμογές της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση

Σε αυτό το κεφάλαιο διερευνάται η ακρίβεια της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση όταν χρησιμοποιούνται ολιγοκυτταρικοί μη ορθογωνικοί κάρναβοι.

Το πρώτο παράδειγμα είναι η περίπτωση του κώνου ανύψωσης που δημιουργεί μια γεώτρηση εισπίεσης. Το πρόβλημα αυτό ανάγεται σε μονοδιάστατο πρόβλημα αν εκφραστεί σε κυλινδρικές συντεταγμένες.

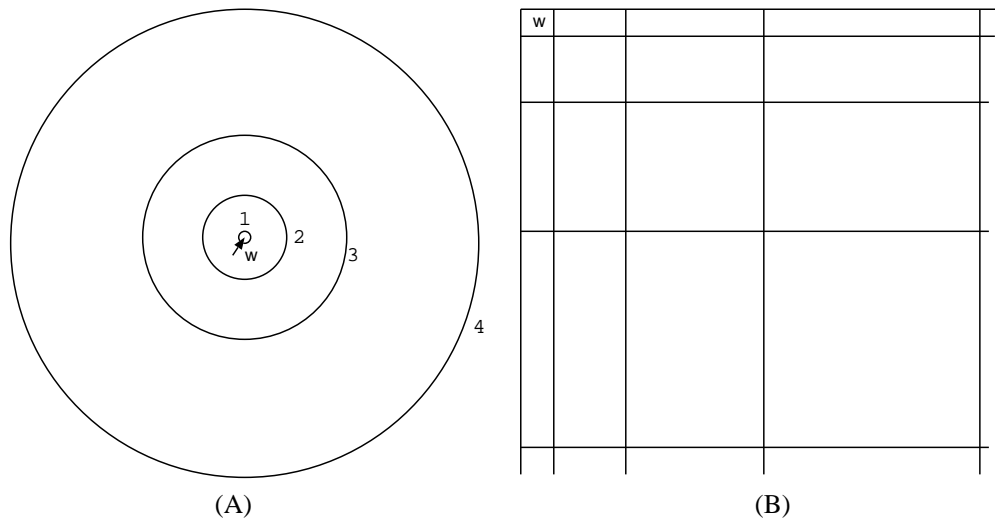
Η μόνιμη ροή γύρω από γεώτρηση εισπίεσης με παροχή $2 \text{ m}^3/\text{s}$ (έχει επιλεχθεί σκοπίμως μεγάλη παροχή για να μεγεθυνθούν τα σφάλματα των αριθμητικών μεθόδων) σε θεωρητικά άπειρο ομογενή και ισότροπο υδροφορέα με αγωγιμότητα ίση με $4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$ επιλύεται με την αναλυτική λύση (βλ. Παράρτημα Α.4), το MODFLOW και το 3dkflow.

Στην επίλυση με το 3dkflow χρησιμοποιούνται 10 ομόκεντρα δακτυλιοειδή στοιχεία πάχους 0.30, 0.50, 1.20, 3.00, 7.00, 18.00, 44.00, 126.00, 402.00 και 1135.00 m. Στο Σχήμα 6.9(A) φαίνονται τα τέσσερα πρώτα δακτυλίδια της διακριτοποίησης. Η γεώτρηση που συμβολίζεται με w είναι τοποθετημένη στο κέντρο των κύκλων.

Στις Καρτεσιανές συντεταγμένες (επίλυση με MODFLOW), αν τοποθετηθεί η αρχή των αξόνων στη γεώτρηση εξασφαλίζεται η συμμετρία του προβλήματος ως προς τους δύο άξονες και έτσι η παροχή μεταξύ των γειτονικών

τεταρτημορίων είναι μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση η επίλυση αρκεί να γίνει στο ένα τεταρτημόριο με παροχή γεώτρησης υποτετραπλάσια της πραγματικής.

Η διακριτοποίηση γίνεται με κάναβο 10×10 τετραγωνικών κυττάρων με διαστάσεις 0.3, 0.5, 1.20, 3.00, 7.00, 18.00, 44.00, 126.00, 402.00 και 1135.00 m. Στο Σχήμα 6.9(B) φαίνονται οι τέσσερις πρώτες γραμμές και στήλες του καννάβου καθώς και η γεώτρηση στο άνω αριστερά κύτταρο που συμβολίζεται με w.



Σχήμα 6.9: Μοντελοποίηση γεώτρησης σε απειροδιάστατο υδροφορέα με δακτυλιοειδή στοιχεία (A) και με ορθογωνικά στοιχεία στο ένα τεταρτημόριο του χώρου (B).

Το υπολογισμένο υδραυλικό φορτίο συναρτήσει της απόστασης από την αρχή των αξόνων σύμφωνα με τη θεωρητική μέθοδο (Thiem), το 3dkflow και το MODFLOW φαίνονται στον Πίνακα 6.5. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα. Τα σφάλματα της επίλυσης με MODFLOW οφείλονται στη μη τήρηση των περιορισμών πύκνωσης καννάβου πεπερασμένων διαφορών (βλ. ενότητα 6.2) και στο γεγονός ότι ο ορθογωνικός κάναβος δεν μπορεί να αποδώσει πιστά τη γεωμετρία του προβλήματος (κυκλικές ισοδυναμικές γραμμές).

Η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση προϋποθέτει ο υδροφορέας να είναι ισότροπος. Αν ο υδροφορέας είναι ανισότροπος τότε επιλύεται ο ισοδύναμος ισότροπος υδροφορέας ο οποίος προκύπτει από μετασχηματισμό του πεδίου ροής. Σύμφωνα με τον Strack (1999) αν K_1, K_2 είναι οι αγωγιμότητες ομογενούς ανισότροπου υδροφορέα παράλληλες με τις κύριες διευθύνσεις του ανισότροπου μέσου x^*, y^* και $\beta = \sqrt{K_1/K_2}$ τότε το μετασχηματισμένο πεδίο ροής με συντεταγμένες X, Y

Πίνακας 6.5: Υδραυλικό φορτίο (m) σε απειροδιάστατο ισότροπο υδροφορέα με γεώτρηση εισπίεσης.

Απόσταση από γεώτρηση (m)	Thiem	3dkflow	MODFLOW
0.15	125.6	125.0	125.4
0.55	121.5	121.6	122.9
1.40	118.5	118.6	120.0
3.50	115.6	115.7	117.2
8.50	112.8	112.8	114.4
21.0	109.9	109.9	111.3
52.00	107.0	107.0	108.2
137.00	104.0	104.0	104.8
401.00	101.1	101.1	101.2
1170.00	100.0	100.0	100.0

όπου:

$$\begin{aligned} X &= x^* \\ Y &= \beta y^* \end{aligned} \quad (6.12.1)$$

είναι ισότροπο και με αγωγιμότητα $K = \sqrt{K_1 K_2}$.

Η γεώτρηση εισπίεσης εφαρμόζεται στη συνέχεια σε ένα απειροδιάστατο ομογενή ανισότροπο υδροφορέα με συντελεστή ανισοτροπίας $K_1/K_2 = 6.25$. Η επίλυση με Thiem και 3dkflow γίνεται μέσω της τεχνικής του ισοδύναμου ισότροπου υδροφορέα. Αυτό δεν χρειάζεται να γίνει στο MODFLOW γιατί ενσωματώνει δυνατότητα χειρισμού της ανισοτροπίας με χρήση διαφορετικών συντελεστών αγωγιμότητας για την κίνηση του νερού στις δύο διευθύνσεις.

Το υπολογισμένο υδραυλικό φορτίο για διάφορες αποστάσεις κατά τις διευθύνσεις x^*, y^* από το κέντρο της γεώτρησης φαίνονται στον Πίνακα 6.6. Σε αυτή την περίπτωση το MODFLOW παρουσιάζει ακόμα μεγαλύτερα σφάλματα.

Και στις δύο πιο πάνω περιπτώσεις το 3dkflow έδωσε λύσεις πιο κοντά στις αναλυτικές, όμως η περίπτωση μοναδικής γεώτρησης σε απειροδιάστατο υδροφορέα παρουσιάζει κυρίως ακαδημαϊκό ενδιαφέρον. Στο παράδειγμα που ακολουθεί παρουσιάζεται μια πιο σύνθετη περίπτωση που είναι πιο κοντά στα προβλήματα που αντιμετωπίζονται στην πράξη. Επιλύεται ένας ιδεατός ομογενής υδροφορέας σε μη μόνιμη ροή που δεν παρουσιάζει συμμετρία. Σε αυτή την περίπτωση τηρούνται μόνο κατά προσέγγιση οι απαιτήσεις της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση που χρησιμοποιεί το 3dkflow. Κατά συνέπεια οι λύσεις του MODFLOW βρίσκονται πιο κοντά στις ακριβείς.

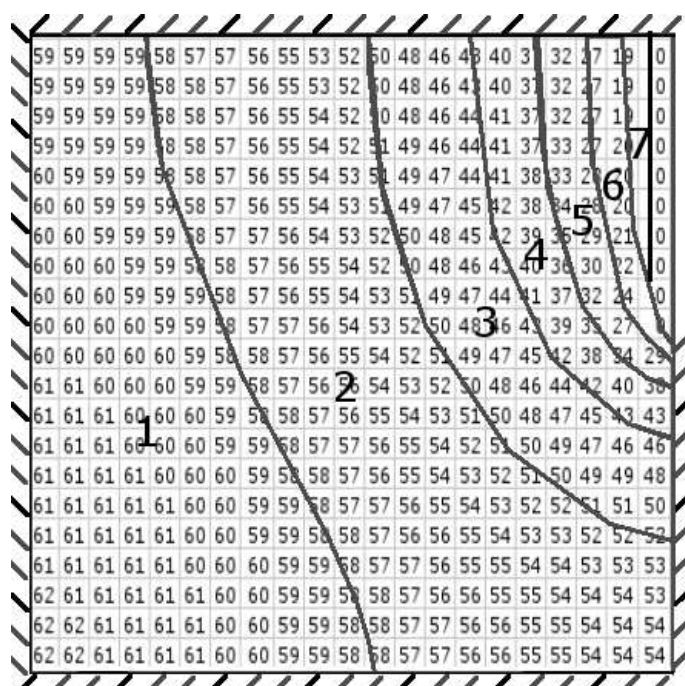
Πίνακας 6.6: Υδραυλικό φορτίο (m) σε απειροδιάστατο ανισότροπο υδροφορέα με γεώτρηση εισπίεσης.

Απόσταση από γεώτρηση (m)	x*			y*		
	Thiem	3dkflow	MODFLOW	Thiem	3dkflow	MODFLOW
0.15	162.8	161.3	158.1	160.5	159.4	158.1
0.55	158.7	157.9	154.5	150.1	150.9	149.5
1.40	150.1	150.8	149.1	142.7	143.5	141.7
3.50	142.7	143.5	142.5	135.4	136.1	134.6
8.50	135.8	136.5	135.5	128.4	128.9	127.6
21.00	128.5	129.0	127.9	121.2	121.6	119.9
52.00	121.3	121.7	120.2	113.9	114.3	112.1
137.00	113.7	114.1	111.7	106.8	107.0	104.2
401.00	106.3	106.5	103.0	100.9	100.9	100.2
1170.00	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Ο ιδεατός τετραγωνικός ελεύθερος υδροφορέας έχει μήκος πλευράς 30 km. Στο Σχήμα 6.10 φαίνονται τα 7 κύτταρα της διακριτοποίησης του 3dkflow και τα 21×21 κύτταρα της διακριτοποίησης του MODFLOW. Τα κύτταρα του MODFLOW είναι τετραγωνικά με πλευρά 1414 m ενώ τα κύτταρα του 3dkflow είναι πολύγωνα με πλευρές που ταυτίζονται (ακριβέστερα προσεγγίζουν) είτε με τις ισοδυναμικές γραμμές είτε με τις γραμμές μηδενικής ροής. Οι αριθμοί εντός των τετραγωνικών κυττάρων στο Σχήμα 6.10 είναι το υδραυλικό φορτίο σε μέτρα, σύμφωνα με την επίλυση με MODFLOW, στο μέσο του χρόνου της προσομοίωσης. Η επίλυση με MODFLOW προηγήθηκε για να εξασφαλιστεί το σχήμα των ισοδυναμικών γραμμών βάσει των οποίων έγινε η χάραξη των κυττάρων του 3dkflow.

Στο Σχήμα 6.10 φαίνονται οι συνοριακές συνθήκες του συγκεκριμένου προβλήματος. Η σειρά των κυττάρων με μηδενικό υδραυλικό φορτίο στο άνω μισό της δεξιάς πλευράς αποτελεί τις πηγές εκφόρτισης του υδροφορέα ενώ οι διαγώνιες σκιαγραφήσεις περιμετρικά δείχνουν τις συνοριακές συνθήκες μηδενικής ροής. Ο υδροφορέας φορτίζεται από εννεαετή μηνιαία χρονοσειρά κατείδυσης ($9 \times 12 = 108$ χρονικές περίοδοι φόρτισης με μέση ετήσια τιμή 1090 mm) που για να είναι ρεαλιστική, λήφθηκε από μια πραγματική εφαρμογή (υδροφορέας πηγών Λιλαίας του άνω ρου του Βοιωτικού Κηφισού). Σε πρώτη φάση, ο υδροφορέας θεωρείται ότι είναι ομογενής και ισότροπος, ενώ σε δεύτερη, θεωρείται ότι είναι ομογενής και ανισότροπος με λόγο ανισotropίας $K_1/K_2 = 1/3$. Και στις δύο περιπτώσεις η αγωγιμότητα K_1 είναι 0.024 m/s και η ειδική απόδοση σταθερή ίση με 0.01 σε όλο το εύρος του υδροφορέα.

Η προσομοιωμένη παροχή πηγών από τα δύο μοντέλα είναι απευθείας συγκρίσιμη. Δεν ισχύει το ίδιο όμως για τα υδραυλικά φορτία των κυττάρων.



Σχήμα 6.10: Διακριτοποίηση ιδεατού υδροφορέα για τα μοντέλα 3dkflow (7 κύτταρα) και MODFLOW (21×21 κύτταρα).

Τα 21×21 κύτταρα του MODFLOW πρέπει να αντιστοιχιστούν στα 7 του 3dkflow. Αυτό γίνεται με ομαδοποίηση των 21×21 κυττάρων σε 7 κατηγορίες (ανάλογα με το κύτταρο του 3dkflow στο οποίο αντιστοιχούν) και συνάθροιση (αριθμητικός μέσος) των τιμών του υδραυλικού φορτίου των κυττάρων της κάθε κατηγορίας. Μετά από αυτό οι επτά χρονοσειρές υδραυλικού φορτίου από τα κύτταρα του 3dkflow συγκρίνονται με τις επτά χρονοσειρές που έχουν προκύψει από τη συνάθροιση.

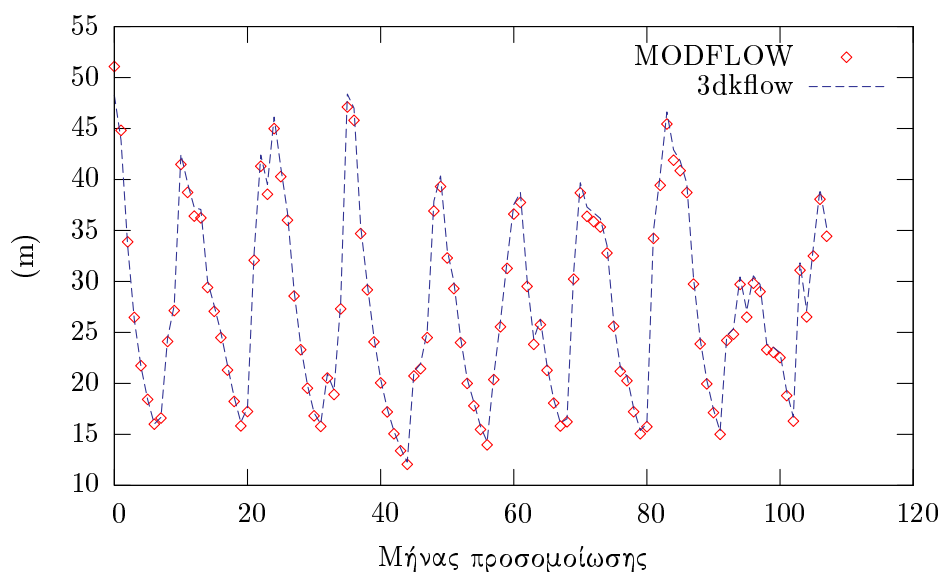
Στον Πίνακα 6.7 δίνονται οι τιμές του συντελεστή αποδοτικότητας που αντιστοιχεί στα 7 ζεύγη χρονοσειρών των υδραυλικών φορτίων. Η σύγκριση γίνεται μεταξύ της επίλυσης με MODFLOW (που δίνει τις τιμές αναφοράς) για ισότροπο και ανισότροπο υδροφορέα και της αντίστοιχης επίλυσης με 3dkflow.

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 6.7, η επίλυση του ανισότροπου υδροφορέα παρουσιάζει σημαντικά σφάλματα στον υπολογισμό του υδραυλικού φορτίου. Αυτό συμβαίνει επειδή ο μετασχηματισμός του πεδίου ροής (και άρα και του σχήματος των κυττάρων) που εισάγει η μέθοδος του ισοδύναμου υδροφορέα οδηγεί σε σημαντική απόκλιση από τις προϋποθέσεις χάραξης των κυττάρων. Αντιθέτως ο συντελεστής αποδοτικότητας της παροχής των πηγών είναι εξίσου ικανοποιητικός και στις δύο περιπτώσεις (0.92 στον ισότροπο και 0.93 στον ανισότροπο). Στο Σχήμα 6.11 φαίνεται η διακύμανση του υδραυ-

λικού φορτίου για το κύτταρο 4 όπως υπολογίστηκε από το 3dkflow και η διακύμανση της συνάθροισης των υδραυλικών φορτίων στα αντίστοιχα κύτταρα του MODFLOW. Στο Σχήμα 6.12 φαίνονται οι υπολογισμένες παροχές των πηγών από το 3dkflow και το MODFLOW.

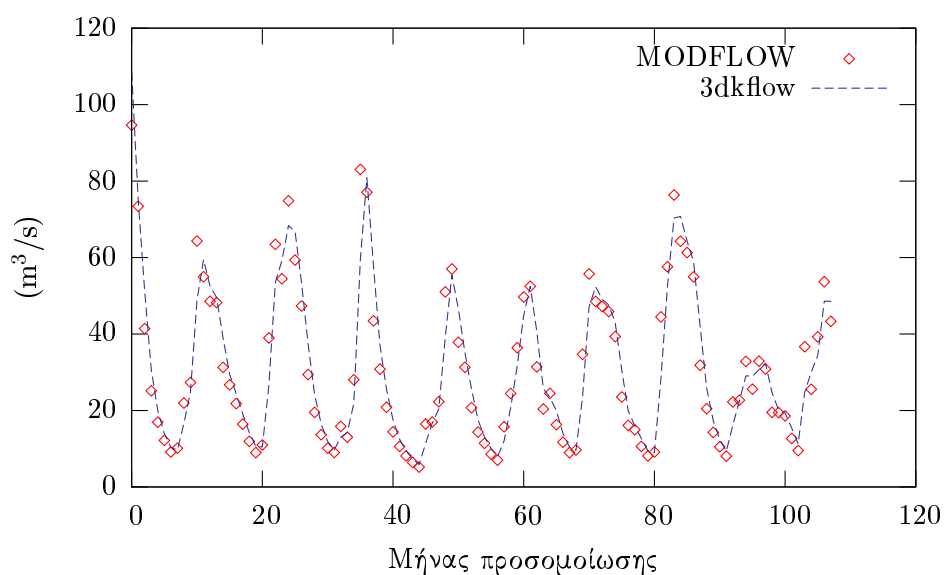
Πίνακας 6.7: Συντελεστής αποδοτικότητας υδραυλικού φορτίου των 7 κυττάρων του 3dkflow.

Κύτταρο	Ισότροπος	Ανισότροπος
1	1.00	0.71
2	1.00	0.74
3	0.99	0.75
4	0.99	0.76
5	0.99	0.77
6	0.96	0.75
7	0.85	0.60



Σχήμα 6.11: Υπολογισμένα υδραυλικά φορτία κατά MODFLOW και 3dkflow για ισότροπο υδροφόρα για το κύτταρο 4. Στον οριζόντιο άξονα ο χρόνος από την έναρξη της προσομοίωσης σε μήνες.

Πρέπει να σημειωθεί ότι παρόλο που το φαινόμενο είναι δυναμικό, οι ισοδυναμικές γραμμές διατηρούν τη γενική μορφή τους καθ' όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης. Στο Σχήμα 6.13 φαίνονται οι ισοδυναμικές γραμμές για περίοδο υψηλής και χαμηλής στάθμης του υδροφόρα. Είναι προφανές ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των ακραίων αυτών περιόδων όσον αφορά

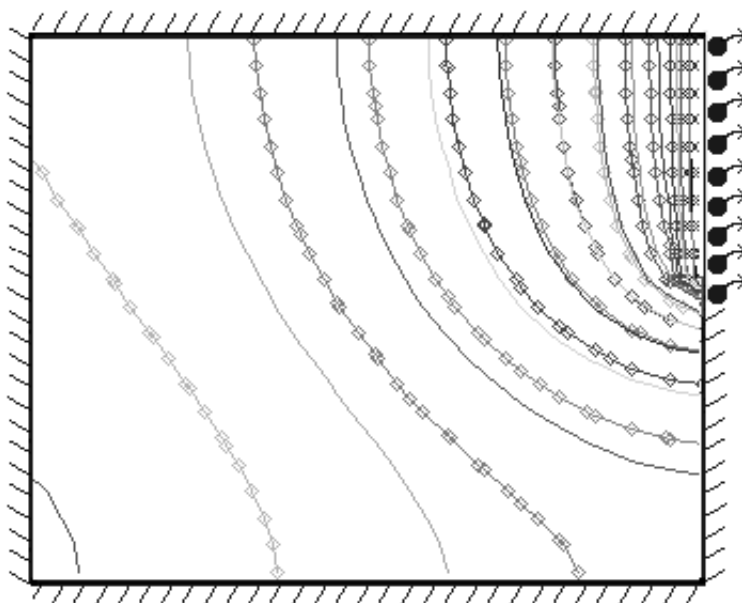


Σχήμα 6.12: Υπολογισμένες παροχές πηγών κατά MODFLOW και 3dkflow για ισότροπο υδροφορέα. Στον οριζόντιο άξονα ο χρόνος από την έναρξη της προσομοίωσης σε μήνες.

τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των επιφανειών που περικλείουν οι αντίστοιχες ισοδυναμικές γραμμές. Άρα τα κύτταρα της διακριτοποίησης ικανοποιούν τις προϋποθέσεις καλής χάραξης και για την περίπτωση υψηλής και για την περίπτωση χαμηλής στάθμης.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η μορφή των ισοδυναμικών γραμμών εξαρτάται κυρίως από τις συνοριακές συνθήκες. Για αυτό το λόγο σε περίπτωση που σε κάποια εφαρμογή δεν είναι διαθέσιμες οι ισοδυναμικές γραμμές του πεδίου ροής, λόγω έλλειψης μετρήσεων, αρκεί να είναι γνωστές οι συνοριακές συνθήκες του υδροφορέα. Τότε οι ισοδυναμικές γραμμές μπορούν να χαραχθούν εμπειρικά δηλαδή κάθετες στα όρια μηδενικής ροής, κάθετες στο διάνυσμα της παροχής και παράλληλες με τις συνοριακές συνθήκες σταθερού υδραυλικού φορτίου (Cedergren, 1997).

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου έντονα κυμαινόμενες συνοριακές συνθήκες μπορεί να αλλάζουν ριζικά τη μορφή των ισοδυναμικών γραμμών. Για παράδειγμα αν στα όρια ενός προσχωματικού υδροφορέα υπάρχει ορεινός καρστικός όγκος, τότε κατά την διάρκεια της υγρής περιόδου του υδρολογικού κύκλου θα κατεισδύουν μεγάλες ποσότητες υδάτων και θα εμπλουτίζεται ο υδροφορέας. Οι επιπτώσεις στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων που μπορεί να προκαλέσει ένα αντίστοιχο φαινόμενο, μελετάται με την εισαγωγή πέντε φρεατίων περιοδικής εισπίεσης στο μέσο της άνω πλευράς του ιδεατού ισότροπου υδροφορέα. Τα φρεάτια έχουν σταθερή συνολική παροχή $100 \text{ m}^3/\text{s}$ τους μήνες από τον Οκτώβριο μέχρι το Μάρτιο και μηδενική παροχή τους

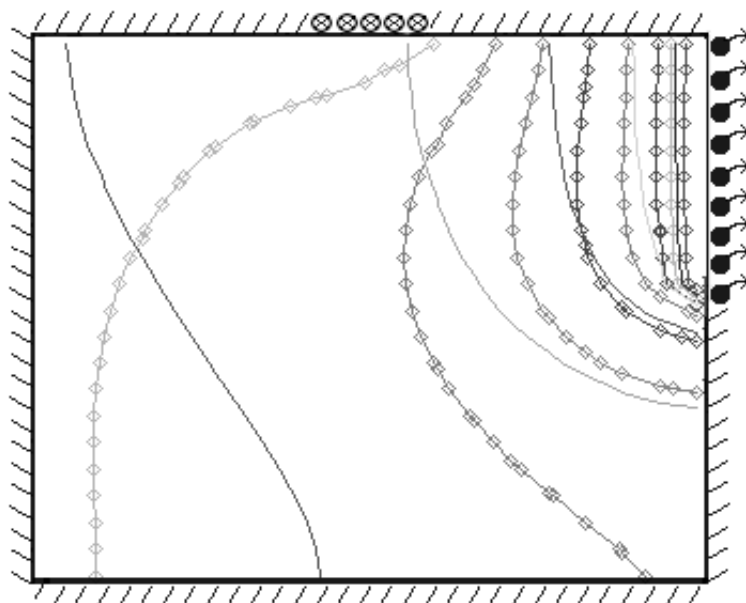


Σχήμα 6.13: Μορφή ισοδυναμικών γραμμών για περίοδο υψηλής (εστιγμένες ισοδυναμικές με ισοδιάσταση 5 και υψηλότερη ισοδυναμική 50 m) και χαμηλής (συνεχείς ισοδυναμικές με ισοδιάσταση 2.5 και υψηλότερη ισοδυναμική 25 m) φόρτισης.

υπόλοιπους μήνες. Ο υδροφορέας επιλύεται με MODFLOW με τον κάρναβο 21×21 και με 3dkflow με τα 7 κύτταρα (Σχήμα 6.14).

Στο Σχήμα 6.14 φαίνεται η κάμψη των ισοδυναμικών γραμμών που προκαλείται από την περιοδική φόρτιση των φρεατίων. Παρόλα αυτά η σύγκριση των αποτελεσμάτων του 3dkflow με του MODFLOW δίνει σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα με το προηγούμενο παράδειγμα όπου η γεωμετρία των ισοδυναμικών γραμμών δεν μεταβάλλονταν και η χάραξη των 7 κυττάρων ήταν συμβατή με τις προϋποθέσεις καλής χάραξης καθ' όλη τη διάρκεια του υδρολογικού κύκλου. Ο συντελεστής αποδοτικότητας της εκφόρτισης των πηγών, θεωρώντας τα αποτελέσματα του MODFLOW σαν παρατηρημένες τιμές και τα αποτελέσματα του 3dkflow σαν προσομοιωμένες, είναι 0.93. Οι συντελεστές αποδοτικότητας των υδραυλικών φορτίων των 7 κυττάρων του 3dkflow δίνονται στον Πίνακα 6.8 σε αντιπαράθεση με αυτούς του προηγούμενου παραδείγματος για να φανεί η μικρή επίδραση που έχει στην ακρίβεια ή κάμψη των ισοδυναμικών γραμμών.

Τα παραδείγματα υποδείξαν ότι η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση παρουσιάζει μειωμένη ακρίβεια στην περίπτωση ανισοτροπίας σε σχέση με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών. Όμως (έχοντας υπόψη ότι αντικείμενο της διατριβής είναι οι υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας) στην πράξη η μειωμένη ακρίβεια καλύπτεται από το γεγονός



Σχήμα 6.14: Μορφή ισοδυναμικών γραμμών για περίοδο υψηλής (εστιγμένες ισοδυναμικές με ισοδιάσταση 10 και υψηλότερη ισοδυναμική 80 m) και χαμηλής (συνεχείς ισοδυναμικές με ισοδιάσταση 5 και υψηλότερη ισοδυναμική 25 m) φόρτισης.

Πίνακας 6.8: Συντελεστής αποδοτικότητας υδραυλικού φορτίου των 7 κυττάρων του 3dkflow για τις φορτίσεις που φαίνονται στο Σχήμα 6.13 και στο Σχήμα 6.14.

Κύτταρο	Σχήμα 6.13	Σχήμα 6.14
1	1.00	0.99
2	1.00	0.98
3	0.99	0.99
4	0.99	0.99
5	0.99	0.99
6	0.96	0.94
7	0.85	0.78

της άγνοιας των ιδιοτήτων του υδροφορέα. Για παράδειγμα πολλές φορές όταν εφαρμόζονται οι πεπερασμένες διαφορές, οι άξονες της διακριτοποίησης τοποθετούνται με αυθαίρετο προσανατολισμό (οφείλουν να είναι παράλληλοι με τις κύριες διευθύνσεις του ανισότροπου μέσου) λόγω έλλειψης των απαραίτητων μετρήσεων (για μέτρηση υδραυλικών παραμέτρων ανισότροπου υδροφορέα βλ. Παράρτημα Α.5). Όμως ακόμα και στις περιπτώσεις που είναι διαθέσιμες αυτές οι μετρήσεις η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών δεν μπορεί να χει-

ριστεί χωρική μεταβολή της κύριας διεύθυνσης του ανισότροπου μέσου. Μόνο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έχει αυτή τη δυνατότητα και γενικά τηρεί όλες τις προϋποθέσεις για να χρησιμοποιηθεί σαν μοντέλο φυσικής βάσης υπογείων υδάτων. Παρόλα αυτά η πράξη έχει αποδείξει ότι συνήθως η απαιτούμενη ακρίβεια μοντελοποίησης δεν δικαιολογεί το κόστος μιας πολύ λεπτομερούς μελέτης που απαιτεί η ανάπτυξη ενός μοντέλου φυσικής βάσης και κυρίως η εκτέλεση λεπτομερούς προγράμματος μετρήσεων.

6.13 Επίλυση ετερογενούς συνθετικού υδροφορέα

Ακολούθως, το 3kdflow εφαρμόστηκε σε ένα συνθετικό μη ομογενή υδροφορέα με σκοπό να διερευνηθεί η αξιοπιστία της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση τόσο ως προς τα σφάλματα της προσομοίωσης όσο και ως προς την ικανότητα εκτίμησης των παραμέτρων ενός υδροφορέα.

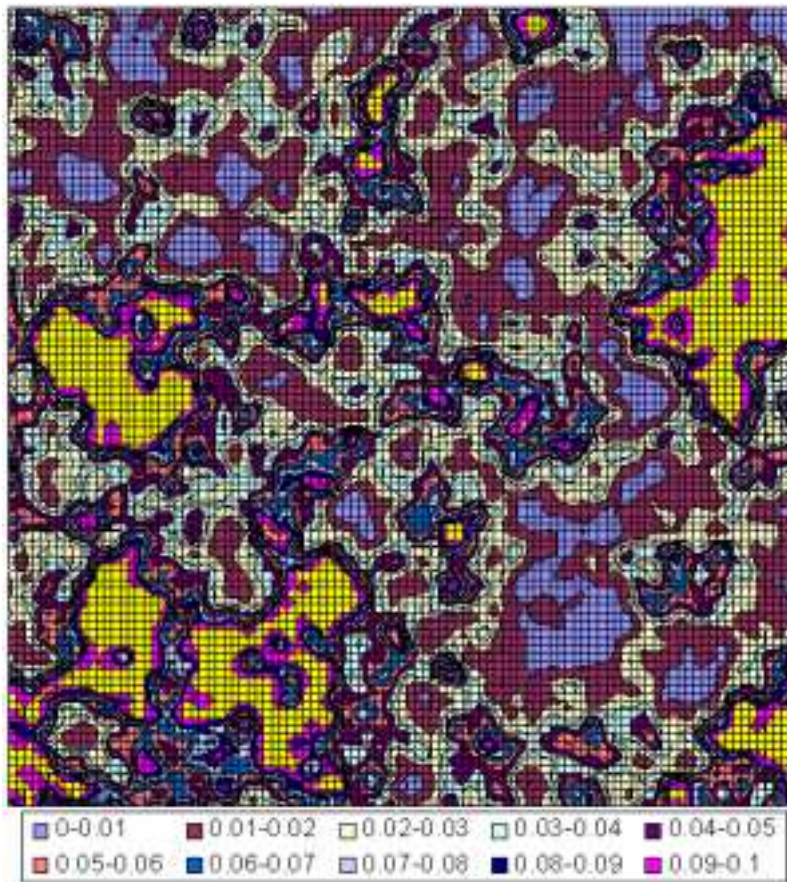
6.13.1 Παραγωγή συνθετικού υδροφορέα

Με τη χρήση δισδιάστατου στοχαστικού μοντέλου παρήχθη πεδίο 100×100 αγωγιμοτήτων το οποίο επιλύθηκε με MODFLOW για να αποκτηθούν 64 χρονοσειρές «παρατηρήσεων» υδραυλικού φορτίου κατανεμημένες ομοιόμορφα χωρικά μέσα στο πεδίο. Ακολούθως επιλύθηκε το αντίστροφο πρόβλημα χρησιμοποιώντας τέσσερις καννάβους σταθερής διακριτοποίησης ($100 \times 100, 50 \times 50, 20 \times 20, 12 \times 12$). Η εκτίμηση παραμέτρων έγινε με τον ενσωματωμένο αλγόριθμο του MODFLOW (έκδοση 2000) χρησιμοποιώντας τις 64 συνθετικές παρατηρήσεις. Τέλος ο ίδιος συνθετικός υδροφορέας διακριτοποιήθηκε και επιλύθηκε με 3kdflow χρησιμοποιώντας καννάβους 68 και 145 κυττάρων. Έχοντας τις επιλύσεις με τους τέσσερις καννάβους του MODFLOW και τις δύο του 3kdflow, διερευνήθηκε με ποια ορθογωνικού καννάβου διακριτοποίηση αντιστοιχούν η ακρίβειες που επιτυγχάνει το 3kdflow με τους καννάβους 68 και 145 κυττάρων.

Το μοντέλο παραγωγής του συνθετικού υδροφορέα είναι η επέκταση στις δύο διαστάσεις του μοντέλου SMA (σχήμα Συμμετρικού Κυλιόμενου Μέσου - Symmetric Moving Average) (Koutsoyiannis, 2000) και μπορεί να αναπαραγάγει ανεξίτηλες με οποιαδήποτε συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Η συνάρτηση που δίνει την ανέλιξη σε διακριτό χώρο δύο διαστάσεων είναι:

$$Z(i, j) = \sum_{m=-q}^q \sum_{n=-q}^q a(m, n) V(i - m, j - n) \quad (6.13.1)$$

όπου i, j οι συντεταγμένες του κυττάρου (i, j) , V η συνάρτηση λευκού θορύβου ($E[V] = 0, \text{Var}[V] = 1$) και $a(m, n)$ ο πίνακας με τα βάρη. Τα βάρη είναι υπολογισμένα έτσι ώστε να δώσουν στην ανέλιξη τα επιθυμητά στατι-



Σχήμα 6.15: Πεδίο αγωγιμοτήτων (m/s) συνθετικού υδροφορέα παραγμένο με δισδιάστατο στοχαστικό μοντέλο.

στικά χαρακτηριστικά (συντελεστή Hurst H και διασπορά γ_0) (Θεοδωράτος, 2004).

Η εφαρμογή του στοχαστικού μοντέλου με $q = 25$, $H = 0.9$, $\gamma_0 = 0.01$ σε πεδίο 100×100 διακριτών τιμών παρήγαγε τις αγωγιμότητες που φαίνονται στο Σχήμα 6.15. Στο πεδίο αυτό διαστάσεων 50×50 km εφαρμόστηκε ομοιόμορφη κατείδυση. Το υπερετήσιο μοτίβο της περιλαμβάνει έξι μήνες σταθερής κατείδυσης ίσης με 4.32 mm/d και έξι μήνες μηδενικής κατείδυσης. Κατά μήκος της κάτω πλευράς του υδροφορέα τοποθετείται σειρά αντλήσεων εισπίεσης. Κατά τους έξι πρώτους μήνες η συνολική παροχή των γεωτρήσεων είναι 50 m³/s ενώ κατά τους υπόλοιπους έξι μηδέν. Εκατέρωθεν του μέσου της άνω πλευράς και σε μήκος 25 km αναπτύσσονται στραγγίσεις σε υψόμετρο 100 m και με όρο αγωγιμότητας 1 m²/s, οι οποίες αποτελούν στην ουσία την έξοδο του νερού από τον υδροφορέα (Σχήμα 6.17). Ο υδροφορέας είναι περιορισμένος με πάχος 100 m και με ειδική αποθήκευση ίση με 0.001 m⁻¹.

Η προσομοίωση περιλαμβάνει 120 περιόδους φόρτισης διάρκειας ενός μήνα η κάθε μία. Από την επίλυση αυτού του υδροφορέα καταγράφηκαν οι διακυμάνσεις υδραυλικού φορτίου σε 64 σημεία. Η χωρική διάταξη αυτών των σημείων σχηματίζει δίκτυο καταγραφής 8×8 που αρχίζει από το κύτταρο (7,7) και καταλήγει στο κύτταρο (94,94) και καλύπτει όλο το εύρος του συνθετικού υδροφορέα. Η επίλυση έδειξε ότι εκτός από την ετήσια διακύμανση παρατηρείται και μια σταδιακή ταπείνωση της στάθμης του υδροφορέα σε όλο το εύρος του.

6.13.2 Προσομοίωση συνθετικού υδροφορέα με τέσσερις ορθογωνικούς καννάβους διαφορετικής διακριτότητας

Σε πρώτη φάση μελετήθηκε πως εξελίσσεται το σφάλμα του αριθμητικού σχήματος των πεπερασμένων διαφορών με κάρναβο ομοιόμορφης τετραγωνικής διακριτοποίησης σε σχέση με τη διακριτότητα.

Ο συνθετικός υδροφορέας που αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο παραμετροποιήθηκε με κατάτμηση του σε 6 ζώνες ανάλογα με το διάστημα τιμών στο οποίο ανήκει η αγωγιμότητα του κάθε κυττάρου. Η επιλογή του πλήθους και του εύρους αυτών των διαστημάτων καθορίστηκε έπειτα από προκαταρκτική διερεύνηση για να εξασφαλιστεί το ελάχιστο δυνατό πλήθος παραμέτρων σε συνδυασμό με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα. Το εύρος των αγωγιμοτήτων (m/s) των 6 κλάσεων είναι $[0, 0.007)$, $[0.007, 0.014)$, $[0.014, 0.03)$, $[0.03, 0.07)$, $[0.07, 0.14)$ και $[0.14, +\infty)$.

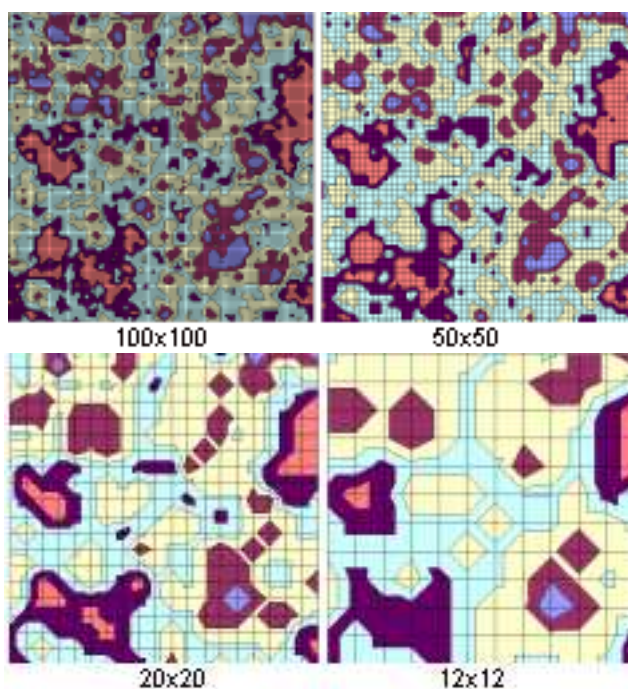
Με χωρική συνάθροιση (αρμονικός μέσος) του συνθετικού πεδίου, παρήχθησαν τρεις επιπλέον κάρναβοι (50×50 , 20×20 , 12×12) με πιο αδρή διακριτοποίηση. Τα κύτταρα αυτών των καννάβων παραμετροποιήθηκαν χρησιμοποιώντας τις ίδιες 6 κλάσεις όπως και πριν.

Στους τέσσερις παραμετροποιημένους καννάβους (βλ. Σχήμα 6.16) εφαρμόστηκε η ίδια φόρτιση και συνοριακές συνθήκες με τον συνθετικό υδροφορέα. Οι 64 χρονοσειρές υδραυλικού φορτίου που προέκυψαν από την επίλυση του συνθετικού υδροφορέα χρησιμοποιήθηκαν σαν παρατηρήσεις στους τέσσερις καννάβους για να εκτιμηθούν οι υδραυλικές αγωγιμότητες που αντιστοιχούν στις 6 ζώνες καθώς και η ειδική αποθήκευση που είναι ομογενής στην έκταση του υδροφορέα.

Στο Σχήμα 6.16 είναι εμφανές ότι όσο μειώνεται η πυκνότητα της διακριτοποίησης τόσο γίνεται και πιο χονδροειδής η παραμετροποίηση του υδροφορέα. Μάλιστα στον κάρναβο 12×12 έχει εξαλειφθεί λόγω αδρομέρειας η έκτη ζώνη αγωγιμοτήτων.

6.13.3 Προσομοίωση συνθετικού υδροφορέα με 3dkflow

Από την επίλυση του συνθετικού υδροφορέα παρήχθησαν οι ισοδυναμικές γραμμές σε διάφορες περιόδους φόρτισης. Η εικόνα που παρουσιάζουν οι

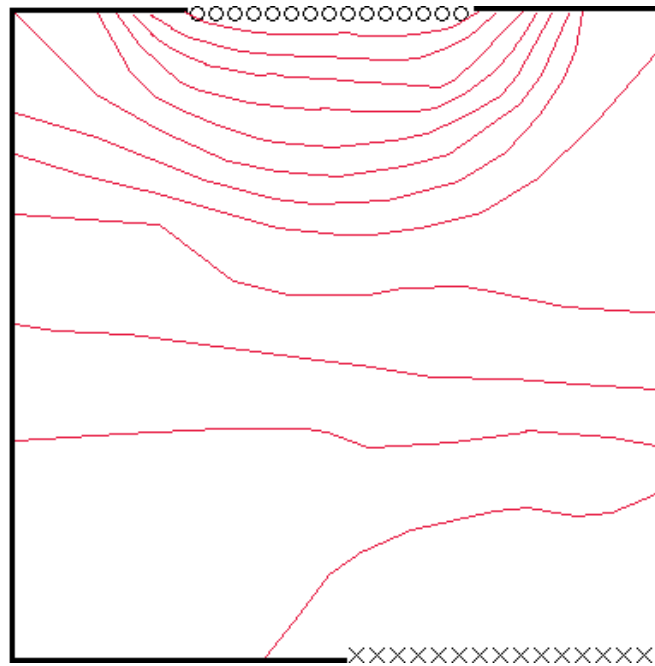


Σχήμα 6.16: Η παραμετροποίηση στους τέσσερις καννάβους ομοιόμορφης τετραγωνικής διακριτοποίησης.

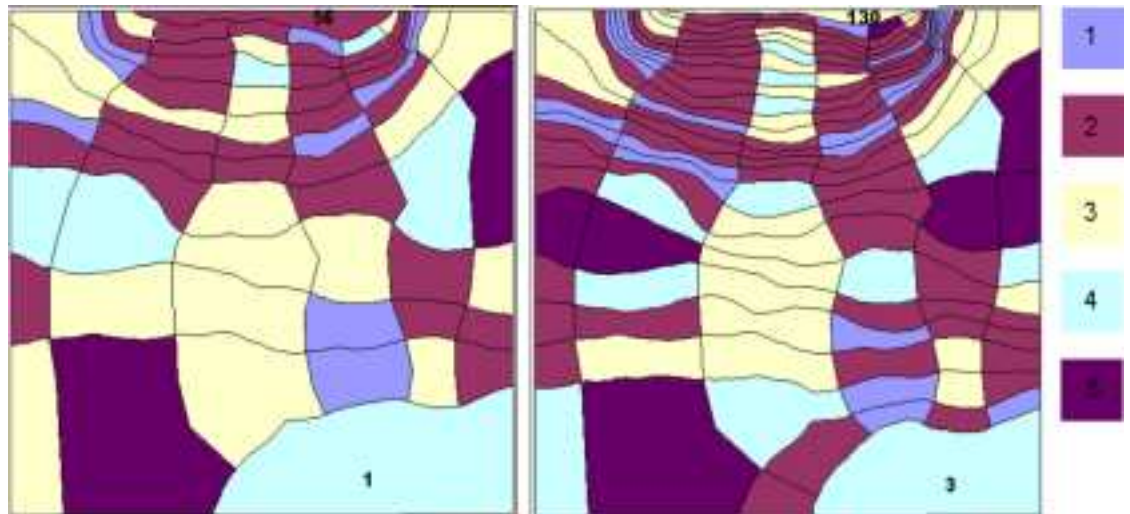
ισοδυναμικές στο μέσο του χρονικού διαστήματος της προσομοίωσης φαίνεται στο Σχήμα 6.17.

Στο Σχήμα 6.18 φαίνονται δύο διακριτοποιήσεις του υδροφορέα με 68 και 145 κύτταρα. Τα κύτταρα 1 και 3 των διακριτοποιήσεων με 68 και 145 κύτταρα εκτός από τη φόρτιση λόγω κατεισχύσεων, δέχονται και τη φόρτιση που αντιστοιχεί στο μέτωπο των γεωτρήσεων εισπίεσης. Τα κύτταρα 56 και 130 των διακριτοποιήσεων με 64 και 145 κύτταρα συνδέονται με κύτταρο τύπου πηγής.

Και στους δύο καννάβους του 3dkflow επιλέχθηκε παραμετροποίηση με πέντε παραμέτρους αγωγιμότητας και μία παράμετρο ειδικής αποθήκευσης. Η κατηγορία αγωγιμότητας στην οποία ανήκει το κάθε κύτταρο εξαρτάται από τον αρμονικό μέσο των αντίστοιχων κυττάρων του συνθετικού πεδίου αγωγιμοτήτων. Για τη βαθμονόμηση του 3dkflow (για τον αλγόριθμο βαθμονόμησης βλ. ενότητα 7.5.2) χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές υδραυλικού φορτίου από το δίκτυο καταγραφής 8×8 . Το υδραυλικό φορτίο του κάθε κυττάρου συγκρίνεται με αυτό του κοντινότερου σημείου καταγραφής.



Σχήμα 6.17: Συνοριακές συνθήκες συνθετικού υδροφορέα και ισοδυναμικές γραμμές στο μέσο του χρονικού διαστήματος της προσομοίωσης.



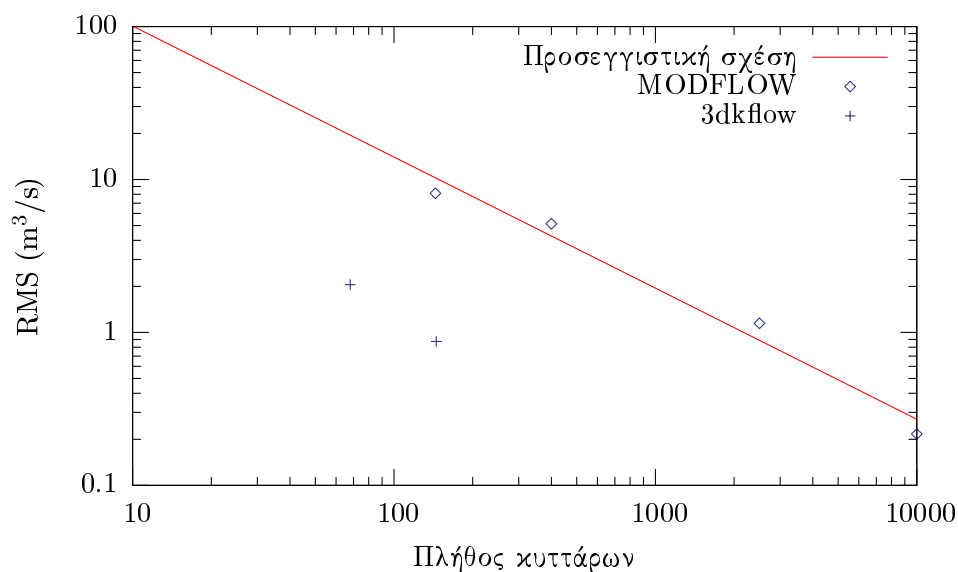
Σχήμα 6.18: Η διακριτοποίηση και παραμετροποίηση του συνθετικού υδροφορέα με 68 και 145 κύτταρα 3dkflow.

6.13.4 Σύγκριση αποτελεσμάτων MODFLOW και 3dkflow και συμπεράσματα

Αφού ρυθμίστηκαν τα μοντέλα συγκρίθηκαν οι αποκλίσεις των προσομοιωμένων χρονοσειρών ως προς τις συνθετικές «παρατηρήσεις». Το RMS (η τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος) για τις προσομοιωμένες παροχές με τους καννάβους 100×100 , 50×50 , 20×20 και 12×12 είναι 0.21, 1.15, 5.13 και 8.12 m^3/s αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 6.19). Στα τέσσερα αυτά ζεύγη προσαρμόστηκε η ακόλουθη εξίσωση:

$$\text{RMS} = 721.05n^{-0.857} \quad (6.13.2)$$

όπου n το πλήθος των κυττάρων. Η σχέση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για να εκτιμηθεί το σφάλμα κάποιου καννάβου γνωστής διακριτοποίησης είτε για να βρεθεί η απαιτούμενη διακριτοποίηση για κάποιο επιθυμητό σφάλμα, πάντα για το συγκεκριμένο πρόβλημα.



Σχήμα 6.19: RMS προσομοιωμένων παροχών για τους τέσσερις καννάβους MODFLOW και τους δύο του 3dkflow σε σχέση με τον αριθμό των κυττάρων της διακριτοποίησης. Με κόκκινη γραμμή η προσεγγιστική σχέση (6.13.2).

Το RMS των υδραυλικών φορτίων για τους καννάβους 100×100 , 50×50 , 20×20 και 12×12 είναι 0.35, 1.20, 3.61 και 8.06 m αντίστοιχα. Στα τέσσερα αυτά ζεύγη προσαρμόστηκε η ακόλουθη εξίσωση:

$$\text{RMS} = 283.61n^{-0.717} \quad (6.13.3)$$

Το RMS των παροχών του 3dkflow (αποκλίσεις των προσομοιωμένων χρονοσειρών ως προς τις συνθετικές χρονοσειρές) υπολογίστηκε ίσο με 2.05 και $0.87 \text{ m}^3/\text{s}$ για τις διακριτοποιήσεις με 68 και 145 κύτταρα αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας την (6.13.2) υπολογίζεται ότι αυτά τα σφάλματα αντιστοιχούν σε τετραγωνικό κάνναβο ομοιόμορφης διακριτοποίησης 936 και 2540 κυττάρων.

Το RMS των υδραυλικών φορτίων του 3dkflow υπολογίστηκε ίσο με 5.45 m και 2.13 m για τις διακριτοποιήσεις με 68 και 145 κύτταρα αντίστοιχα. Χρησιμοποιώντας την (6.13.3) υπολογίζεται ότι αυτά τα σφάλματα αντιστοιχούν σε τετραγωνικό κάνναβο ομοιόμορφης διακριτοποίησης 247 και 917 κυττάρων.

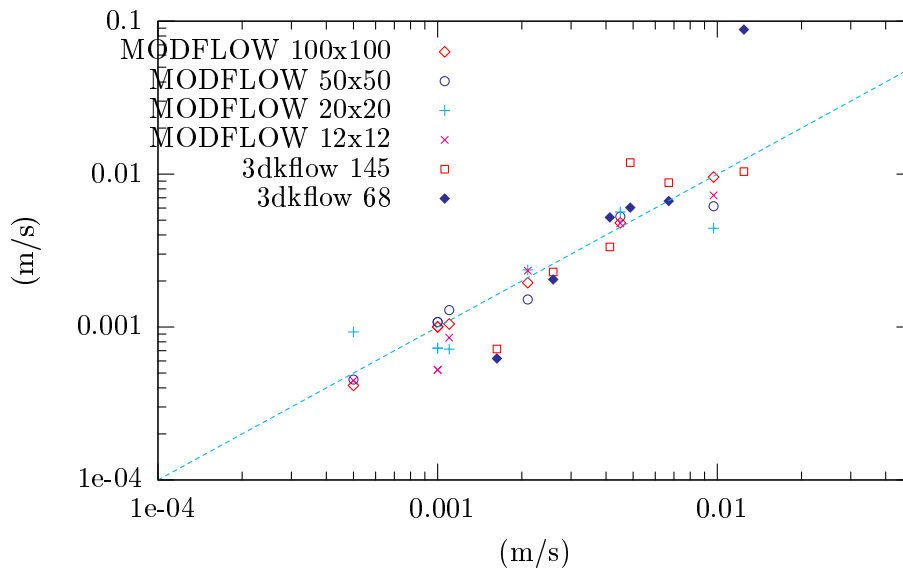
Για να να ελεγχθεί η αξιοπιστία των εκτιμημένων παραμέτρων από το MODFLOW, αποκτήθηκαν 6 τιμές αναφοράς με χωρική ολοκλήρωση των 100×100 συνθετικών τιμών των αγωγιμοτήτων σε κάθε μια από τις 6 ζώνες της παραμετροποίησης. Το MODFLOW με κάνναβο 100×100 έδωσε εκτιμημένες τιμές παραμέτρων πολύ κοντά στις τιμές αναφοράς όπως φαίνεται και από το Σχήμα 6.20. Οι κάνναβοι 50×50 και 20×20 δίνουν ικανοποιητικές εκτιμήσεις. Ο κάνναβος 12×12 απέτυχε να εκτιμήσει την παράμετρο K6 όπως ήταν και αναμενόμενο, εξαιτίας της ελλιπούς παραμετροποίησης λόγω της αδρομέρειας του καννάβου.

Για να να ελεγχθεί η αξιοπιστία των εκτιμημένων παραμέτρων από το 3dkflow έγινε χωρική ολοκλήρωση των 100×100 συνθετικών τιμών των αγωγιμοτήτων σε κάθε ένα από τα 68 ή 145 κύτταρα των δύο καννάβων του 3dkflow αντίστοιχα. Στο Σχήμα 6.20 φαίνεται ότι το 3dkflow με διακριτοποίηση 145 κυττάρων προσέγγισε τις τιμές των παραμέτρων αναφοράς το ίδιο ικανοποιητικά με τον κάνναβο 20×20 ($n = 400$) του MODFLOW ενώ το 3dkflow με διακριτοποίηση 68 κυττάρων πέτυχε εφάμιλλη εκτίμηση με τον κάνναβο 12×12 ($n = 144$) του MODFLOW.

Οι χρόνοι προσομοίωσης για το MODFLOW είναι από ενάμιση λεπτό μέχρι δύο δευτερόλεπτα για τους καννάβους 100×100 και 12×12 . Οι χρόνοι προσομοίωσης για το 3dkflow είναι μικρότεροι του ενός δευτερολέπτου.

6.14 A posteriori εκτίμηση σφάλματος μοντέλου

Σε αυτή την ενότητα εκτιμάται το σφάλμα του 3dkflow χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ενότητας 6.4. Για να εφαρμοστεί αυτή η μέθοδος απαιτούνται μόνιμες συνθήκες ροής. Γιαυτό τον λόγο σταθερές εξωτερικές φορτίσεις εφαρμόζονται στον συνθετικό υδροφορέα της προηγούμενης ενότητας. Οι γεωτρήσεις που επενεργούν στο κάτω δεξιό σύνορο έχουν σταθερή συνολική παροχή ίση με $25 \text{ m}^3/\text{s}$ ενώ στην έκταση του υδροφορέα εφαρμόζεται σταθερή ομοιόμορφη φόρτιση ίση με 2.62 mm/d (ο υπερετήσιος όγκος που εισέρχεται



Σχήμα 6.20: Διάγραμμα διασποράς αγωγιμοτήτων. Στον οριζόντιο άξονα οι τιμές αναφοράς, στον κατακόρυφο οι εκτιμημένες τιμές.

στον υδροφορέα παραμένει ίδιος με αυτόν των κυμαινόμενων φορτίσεων της προηγούμενης ενότητας).

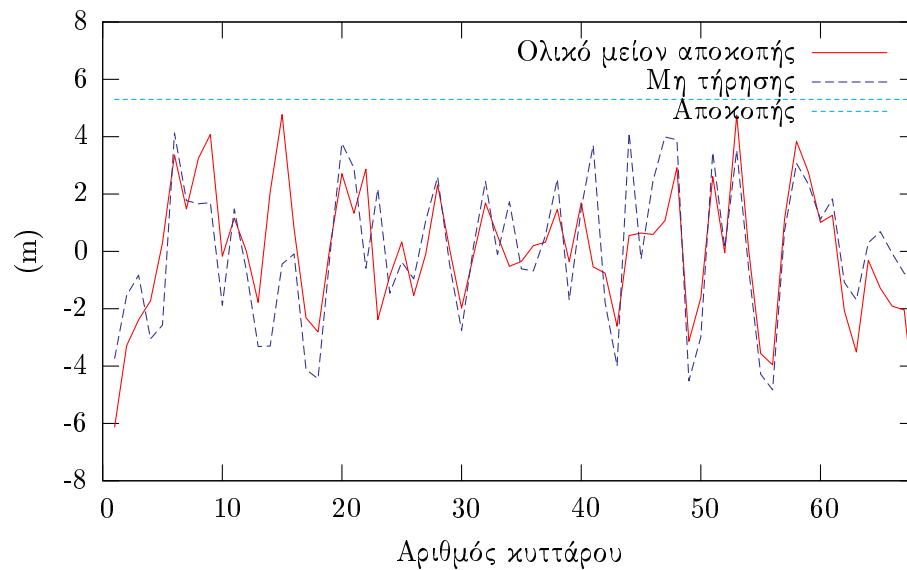
Ο υδροφορέας επιλύεται για τις νέες φορτίσεις με MODFLOW με κάναβρο 100×100 . Η απόκλιση αυτών των επιλύσεων από τις επιλύσεις του 3dkflow δίνει το «παρατηρημένο» ολικό σφάλμα (περιλαμβάνει το σφάλμα αποκοπής και το σφάλμα λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης).

Ακολούθως ο υδροφορέας επιλύεται με 3dkflow με κάναβρο 68 και 145 κυττάρων (χωρίς εκτίμηση παραμέτρων). Με τη βοήθεια GIS και χρήση αλγορίθμου Kriging γίνεται η χωρική παρεμβολή των 68 και 145 τιμών υδραυλικού φορτίου του 3dkflow σε δύο χάρτες μωσαϊκού τύπου (raster) που καλύπτουν την έκταση του υδροφορέα και έχουν διακριτικότητα 1000×1000 (οι χάρτες αυτοί αποτελούν στην ουσία το ϕ_{approx} της εξίσωσης (6.4.6)). Με χρήση αλγορίθμου αριθμητικής ολοκλήρωσης που έχει υλοποιηθεί σε Matlab και χρησιμοποιεί τις τιμές αυτών των χαρτών, υπολογίζεται το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα στο δεξί σκέλος της (6.4.6) για τους δύο καννάβους με 68 και 145 κύτταρα. Η (6.4.6) δίνει την εκτίμηση των πηγών σφάλματος ($-R(\phi_{\text{approx}})$) οι οποίες αν χρησιμοποιηθούν ως φορτία στο 3dkflow (δύο ρετροεφαρμογές) προκύπτουν οι 68 και 145 τιμές σφάλματος που οφείλονται στη μη τήρηση των προϋποθέσεων χάραξης.

Το σφάλμα αποκοπής υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης (6.13.3) θεωρώντας ότι η μέση απόσταση μεταξύ των κέντρων βάρους στους καννάβους με 68 και 145 κύτταρα είναι 3110 και 1960 m αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 6.21 και στο Σχήμα 6.22 φαίνονται τα σφάλματα λόγω απο-

κοπής και το σφάλμα λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης για τους καννάβους των 68 και 145 κυττάρων. Σε αυτά τα σχήματα οι εκτιμήσεις των σφαλμάτων που έδωσε η ρετροεφαρμογή του 3dkflow συγκρίνονται με το «παρατηρημένο» σφάλμα από το οποίο έχει αφαιρεθεί το σφάλμα αποκοπής. Επίσης στον Πίνακα 6.9 δίνονται τα RMS που αντιστοιχούν στο σφάλμα λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης, στο σφάλμα αποκοπής και στο ολικό σφάλμα.

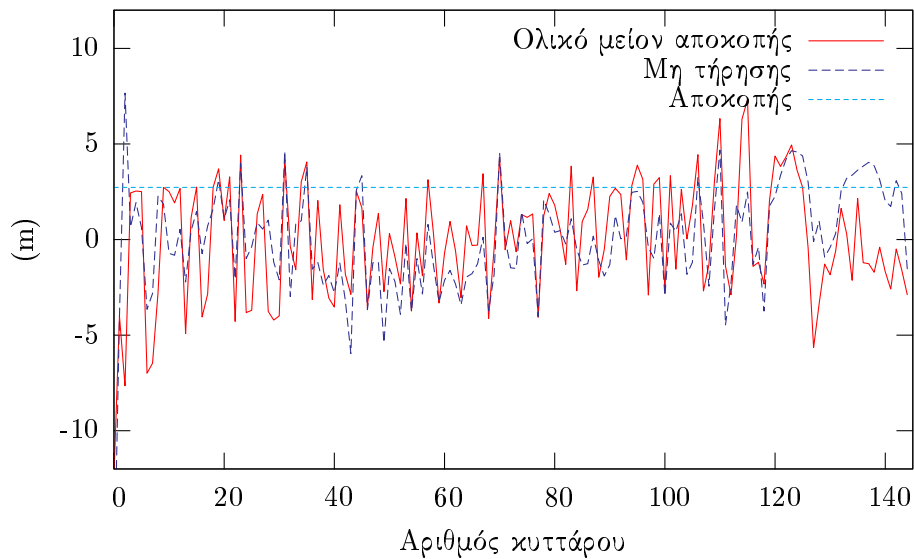


Σχήμα 6.21: Απόλυτα σφάλματα στα 68 κύτταρα του καννάβου λόγω αποκοπής και λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης.

Πίνακας 6.9: RMS (m) λόγω σφάλματος μη τήρηση των προϋποθέσεων χάραξης, λόγω σφάλματος αποκοπής και λόγω ολικού σφάλματος.

	RMS μη τήρησης	RMS αποκοπής	RMS ολικό
68 κύτταρα	2.43	5.30	5.76
145 κύτταρα	2.90	2.73	4.13

Σύμφωνα με τον Πίνακα 6.9 τα σφάλματα λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης έχουν την ίδια τάξη μεγέθους με τα σφάλματα αποκοπής. Η συνεισφορά αυτού του σφάλματος στο ολικό σφάλμα μικραίνει όσο αυξάνει το μέγεθος των κυττάρων.



Σχήμα 6.22: Απόλυτα σφάλματα στα 145 κύτταρα του καννάβου λόγω αποκοπής και λόγω μη τήρησης των προϋποθέσεων χάραξης.

6.15 Πεδίο εφαρμογής μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση

Από τις προηγούμενες εφαρμογές φάνηκε ότι το πλεονέκτημα του 3dkflow είναι η επίτευξη ικανοποιητικής ακρίβειας (ειδικά στον υπολογισμό των παροχών) με χαμηλό αριθμό κυττάρων της διακριτοποίησης. Το πλεονέκτημα του MODFLOW είναι ότι αποδίδει τη χωρική κατανομή των υδραυλικών ιδιοτήτων και ότι έχει προβλέψιμη σχέση ακρίβειας-διακριτοποίησης έτσι ώστε να μπορεί να επιλεγεί η χρυσή τομή μεταξύ αυτών.

Τα μειονεκτήματα του 3dkflow (όταν εφαρμόζεται με διακριτοποίηση βάσει της μεθόδου πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση) είναι η απαίτηση υδραυλικής πληροφορίας (ισοδυναμικές γραμμές) για τη χάραξη των κυττάρων, η χρονοβόρα χάραξη του καννάβου και το ότι δεν περιγράφεται με ακρίβεια η χωρική κατανομή των ιδιοτήτων του υδροφορέα. Τα μειονεκτήματα του MODFLOW είναι η απαίτηση γεωλογικής πληροφορίας για την παραμετροποίηση και η ανάγκη για διακριτοποίηση με πολλά κύτταρα προκειμένου να επιτευχθεί ικανοποιητική ακρίβεια. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη σύγκριση των δύο μοντέλων φαίνονται στον Πίνακα 6.10.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση είναι πλεονεκτική στις ακόλουθες περιπτώσεις:

1. Όταν δεν έχει νόημα η λεπτομερής χωρική απεικόνιση του υδραυλικού φορτίου.

Πίνακας 6.10: Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των MODFLOW και 3dkflow.

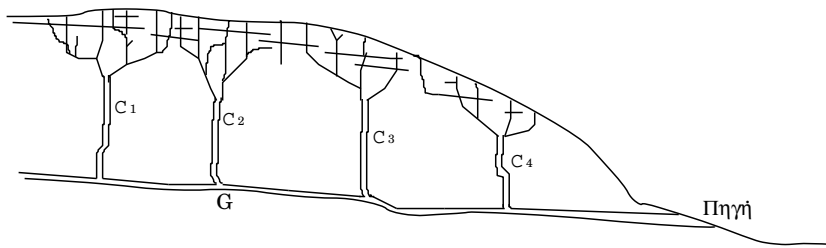
	MODFLOW	3dkflow
Απαιτούμενη πληροφορία	Χωρική μεταβολή γεωλογικών συνθηκών	Πιεζομετρία
Σχεδιασμός καννάβου	Εύκολος	Χρονοβόρος
Ακρίβεια προσομοίωσης	Υψηλή σε πυκνούς καννάβους	Ικανοποιητική με λίγα κύτταρα
Εκτίμηση παραμέτρων	Ακριβής σε πυκνούς καννάβους	Ικανοποιητική με λίγα κύτταρα
Χρόνος εκτέλεσης	Μεγάλος σε πυκνούς καννάβους	Μικρός
Εκτίμηση σφάλματος	A priori σε μόνιμες/μη μόνιμες συνθήκες ροής	A posteriori σε μόνιμες συνθήκες ροής

2. Στις περιπτώσεις που δεν υπάρχουν μετρήσεις για τις παραμέτρους του υδροφορέα οπότε επιβάλλεται να γίνει βαθμονόμηση του μοντέλου (με βελτιστοποίηση παραμέτρων-αντίστροφο πρόβλημα) που συνεπάγεται πολλά «τρεξίματα» και άρα μεγάλη ανάγκη για ταχύτητα υπολογισμών.
3. Στην περίπτωση που το υπόγειο μοντέλο υπεισέρχεται στην αναζήτηση της βέλτιστης στρατηγικής διαχείρισης των υδατικών πόρων μιας λεκάνης (μέσω τεχνικών προσομοίωσης-βελτιστοποίησης), άρα απαιτείται μεγάλη ταχύτητα και ακριβής υπολογισμός των παροχών.

6.16 Μικτή εξίσωση ροής καρστικών

Η κίνηση του νερού μέσα στους καρστικούς υδροφορείς λαμβάνει χώρα σε δύο διακριτά και αλληλεπιδρώντα συστήματα. Το σύστημα του πρωτογενούς πορώδους και το σύστημα των καρστικών αγωγών. Η ροή εντός των καρστικών αγωγών σύμφωνα με τους *Brown et al.* (1972) και τον *Cavaille* (1964) οργανώνεται σε τρεις ζώνες: τη ζώνη του αερισμού διαμέσου της οποίας το νερό της βροχής διηθείται (ρωγμές στο Σχήμα 6.23), τη ζώνη της κατακόρυφης υπόγειας ροής στην οποία το νερό ρέει κατακόρυφα (φρέατα C1-C4 στο Σχήμα 6.23) και τη ζώνη της οριζόντιας υπόγειας ροής (γαλαρία G στο Σχήμα 6.23).

Η συνήθης πρακτική που ακολουθείται στις μελέτες είναι η χρησιμοποίηση της εξίσωσης Darcy ή της εξίσωσης Darcy-Weisbach ή συνδυασμό αυτών για την περιγραφή της κίνησης του νερού στους καρστικούς υδροφορείς. Η εξίσωση Darcy είναι κατάλληλη για την περιγραφή της κίνησης στο πρωτογενές πορώδες αλλά είναι αμφίβολο κατά πόσο μπορεί να αποδώσει σωστά το υδρο-



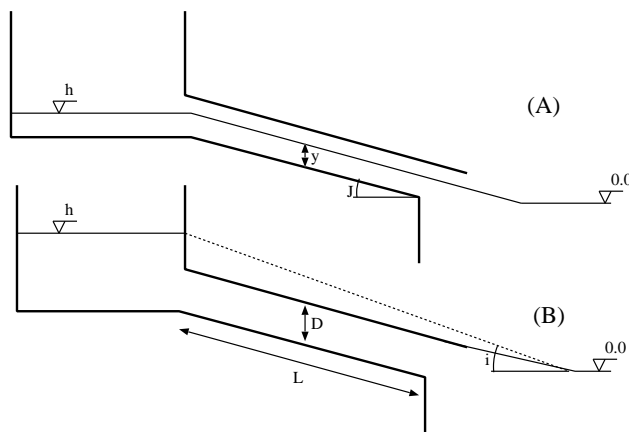
Σχήμα 6.23: Καρστικός υδροφόρας - καρστική πηγή.

γράφημα μιας καρστικής πηγής που συνήθως είναι η κατάληξη ενός αγωγού. Η εξίσωση Darcy-Weisbach περιγράφει τη ροή σε κυκλικούς αγωγούς υπό πίεση αλλά η κίνηση νερού σε ένα καρστικό αγωγό μπορεί να γίνεται και υπό συνθήκες ροής με ελεύθερη επιφάνεια.

Η παροχή Q της καρστικής πηγής στο Σχήμα 6.23 ισούται με την παροχή που διέρχεται από τη γαλαρία G η οποία λειτουργεί είτε σαν αγωγός με ελεύθερη επιφάνεια είτε σαν αγωγός υπό πίεση. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις η παροχή Q μπορεί να προσεγγιστεί από τον τύπο του Manning:

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} E \sqrt{i} \quad (6.16.1)$$

όπου n είναι ο συντελεστής τραχύτητας, R είναι η υδραυλική ακτίνα της ροής στη γαλαρία, E είναι η βρεχόμενη διατομή και i είναι η υδραυλική κλίση.

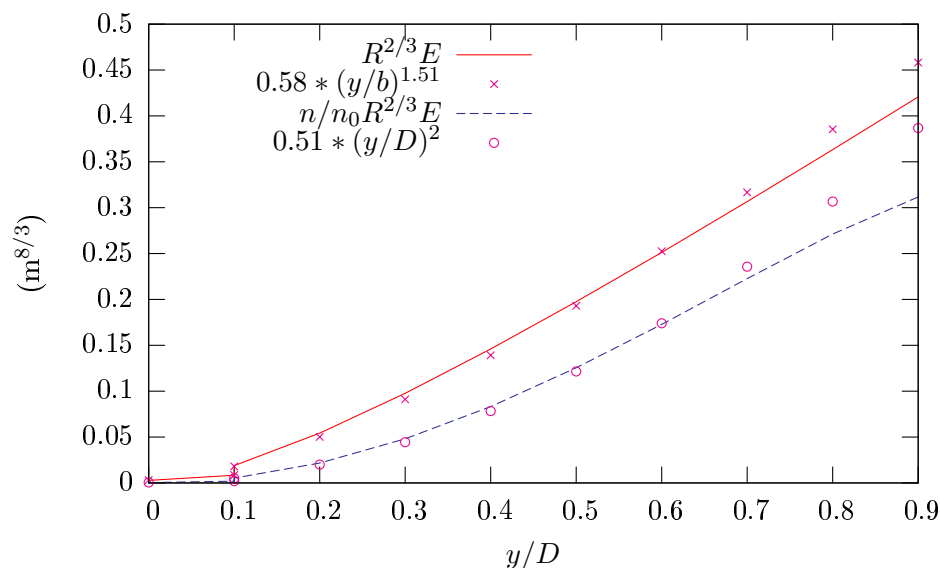


Σχήμα 6.24: Διάταξη με αγωγό που λειτουργεί είτε με ελεύθερη επιφάνεια (A) είτε υπό πίεση (B).

Η ροή στη γαλαρία G μπορεί να μελετηθεί με τη βοήθεια της απλοποιημένης ιδεατής κατασκευής που φαίνεται στο Σχήμα 6.24. Το νερό ρέει διαμέσου της γαλαρίας που έχει ύψος D . Στην περίπτωση της ροής υπό πίεση, τα R και E είναι σταθερά και η παροχή δίνεται από την εξίσωση:

$$Q = C\sqrt{i} \quad (6.16.2)$$

όπου το C ισούται με $R^{2/3}E/n$.



Σχήμα 6.25: Ακριβής σχέση γινομένου $R^{2/3}E$ για κυκλική με διάμετρο D (διακεκομμένη γραμμή) και τετραγωνική με πλάτος b (συνεχής γραμμή) διατομή σε σχέση με προσεγγιστική σχέση. Στον οριζόντιο άξονα είναι το ποσοστό πλήρωσης.

Στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια τα R και E εξαρτώνται από το βάθος ροής y μέσα στη γαλαρία. Σε αυτή την περίπτωση με αριθμητική διερεύνηση διαπιστώθηκε ότι το γινόμενο $R^{2/3}E$ μπορεί να προσεγγιστεί από την εξίσωση $\beta(y/D)^\alpha$ (βλ. Σχήμα 6.25), όπου β είναι σταθερά που εξαρτάται από το χαρακτηριστικό μέγεθος της διατομής (ακτίνα στην κυκλική και πλάτος στην ορθογωνική) και α είναι σταθερά που εξαρτάται κυρίως από τον τύπο της διατομής. Αποδεικνύεται ότι το α ισούται με 2 για κυκλικές διατομές και 1 έως 5/3 για ορθογωνικές διατομές με λόγο πλάτους προς βάθος ροής από 0 έως άπειρο. Αντικαθιστώντας στον τύπο του Manning και θεωρώντας ότι η υδραυλική κλίση ισούται με την κλίση πυθμένα J προκύπτει η σχέση $Q = \beta/n(y/D)^\alpha \sqrt{J}$. Όταν $y = D$ (το y παίρνει τιμές από 0 μέχρι D) τότε $y/D = 1$ και για να υπάρχει συνέχεια με την εξίσωση (6.16.2) θα πρέπει να είναι $C = \beta/n$. Από όλα αυτά συμπεραίνεται ότι και η ροή με ελεύθερη επιφάνεια και η ροή υπό πίεση περιγράφονται από την εξίσωση:

$$Q = C \left(\frac{y}{D} \right)^\alpha e^{0.5} \quad (6.16.3)$$

όπου $e = J$ όταν $y/D \leq 1$ και $e = i$ όταν ο αγωγός λειτουργεί υπό πίεση, οπότε $y/D = 1$.

Η εξίσωση (6.16.3) επαληθεύτηκε με εφαρμογή της στην κατασκευή του Σχήματος 6.24. Ο αγωγός θεωρήθηκε ότι έχει ορθογωνική διατομή πλάτους 2 m, D (απόσταση πυθμένα-οροφής) ίσο με 2.9 m, το n θεωρήθηκε $0.015 \text{ s/m}^{1/3}$, η κλίση πυθμένα J ίση με 0.001 και το μήκος L ίσο με 5000 m. Η επαλήθευση έγινε συγκρίνοντας τη διερχόμενη παροχή Q όπως προέκυψε από την προσεγγιστική σχέση (6.16.3) με την παροχή όπως προέκυψε από τις ακριβείς εξισώσεις.

Το βάθος ροής συνδέεται με το h μέσω της σχέσης $y = h - JL$ (για μικρές κλίσεις το L ταυτίζεται με την προβολή του στον οριζόντιο άξονα). Αν $h - JL > D$ τότε ο αγωγός είναι υπό πίεση.

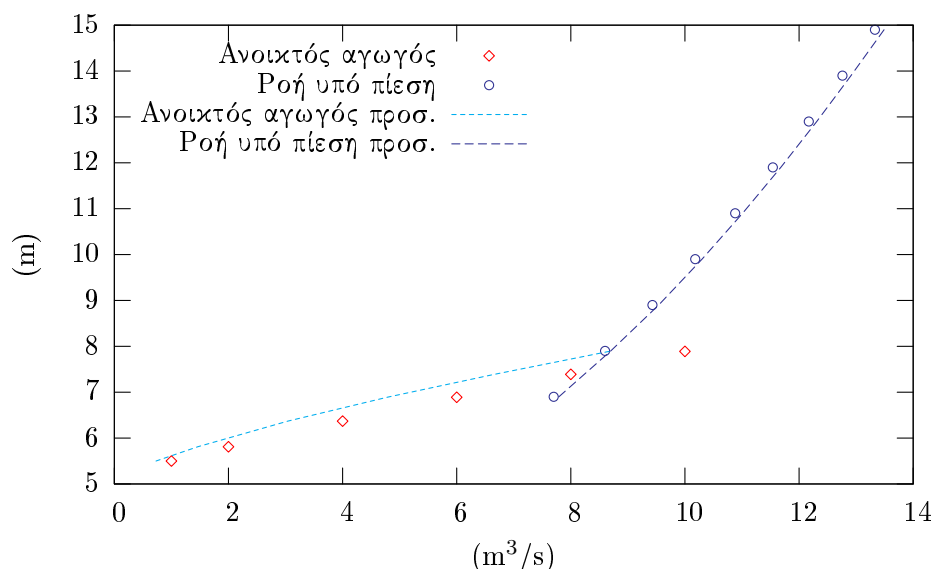
Η σχέση του Q με το h στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια καθορίζεται με την ακόλουθη μέθοδο. Θεωρείται ένα σύνολο παροχών με τιμές από 0 έως $10 \text{ m}^3/\text{s}$ με βήμα $2 \text{ m}^3/\text{s}$. Αντικαθιστώντας αυτές στην εξίσωση (6.16.1) υπολογίζονται τα αντίστοιχα βάρη ομοιόμορφης ροής y (τα μεγέθη R και E εξαρτώνται από το y) και ακολούθως από την σχέση $h = JL + y$ τα αντίστοιχα h .

Όταν η ροή είναι υπό πίεση ($h - JL \geq D$) τα μεγέθη R και E προκύπτουν εύκολα από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής. Η σχέση του Q με το h σε αυτή την περίπτωση καθορίζεται ως εξής. Δίνεται στην υδραυλική κλίση i μια σειρά διακριτών τιμών ξεκινώντας από την τιμή ίση με J και αυξάνοντας κάθε φορά κατά 0.0002. Η αντίστοιχη παροχή υπολογίζεται από την εξίσωση (6.16.2) ενώ το h ισούται με iL .

Οι παράμετροι C και α της εξίσωσης (6.16.3) εκτιμήθηκαν ώστε η σχέση του Q με το h , όπως προκύπτει από αυτή την εξίσωση, να αποκλίνει όσο το δυνατόν λιγότερο από τις τιμές που υπολογίστηκαν από τις (6.16.1) και (6.16.2). Η τιμή της αγωγιμότητας C εκτιμήθηκε ίση με $270 \text{ m}^3/\text{s}$ ενώ η παράμετρος α εκτιμήθηκε ίση με 1.4. Είναι εμφανές στο Σχήμα (6.26) ότι η εξίσωση (6.16.3) αποτελεί ικανοποιητική προσέγγιση των ακριβών εξισώσεων και άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγραφεί πλήρως η υδραυλική συμπεριφορά ενός αγωγού που μεταβαίνει από συνθήκες ροής υπό πίεση σε ροή με ελεύθερη επιφάνεια (Rozos & Koutsoyiannis, 2006).

6.17 Ενσωμάτωση μικτής εξίσωσης ροής καρστικών στο 3dkflow

Η εξίσωση (6.16.3) που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα ενσωματώθηκε στο 3dkflow σαν εναλλακτική της εξίσωσης Darcy. Επισημαίνεται ότι όταν η εξίσωση (6.16.3), ή οποιαδήποτε άλλη μη γραμμική εξίσωση, χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της μεταφοράς νερού μεταξύ των δεξαμενών, επιβάλλεται η χρήση ρητού επιλυτή καθ' όσον οι εξισώσεις ισοζυγίου των δεξαμενών που προκύπτουν συνθέτουν μη γραμμικό σύστημα εξισώσεων.



Σχήμα 6.26: Καμπύλες υδραυλικού φορτίου-παροχής με ακριβείς εξισώσεις και με προσεγγιστική εξίσωση (6.16.3) για ροή με ελεύθερη επιφάνεια και ροή υπό πίεση. Στον κατακόρυφο άξονα είναι το ύψος του νερού στη δεξαμενή του Σχήματος 6.24 και στον οριζόντιο η παροχή του αγωγού.

Είναι προτιμότερο η εφαρμογή της (6.16.3) να περιορίζεται μόνο στον υπολογισμό της ροής προς δεξαμενές που προσομοιώνουν πηγή ενώ ο υπολογισμός της κίνησης του νερού μεταξύ των υπολοίπων δεξαμενών να γίνεται με την εξίσωση Darcy. Ο λόγος είναι ότι δεν είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι ο αγωγός που εκβάλλει στην πηγή έχει σταθερή κλίση και γενικά δεν μπορεί να επεκταθεί αυτό το απλό υδραυλικό μοντέλο στο σύνολο του καρστικού δικτύου το οποίο είναι χαώδες.

Ένας ακόμα λόγος που συντείνει στη χρήση της απλούστερης γραμμικής εξίσωσης Darcy στις περιοχές του υδροφορέα που είναι απομακρυσμένες από την πηγή είναι ότι σε ένα καρστικό υδροφορέα το νερό κινείται από την περιοχή του Α κυττάρου στην περιοχή του Β κυττάρου μέσω δυο διαφορετικών υδραυλικών συστημάτων, των καρστικών αγωγών και του πρωτογενούς πορώδους. Αν χρησιμοποιηθεί η εξίσωση (6.16.3) μεταξύ των κυττάρων Α και Β τότε θα αμεληθεί η κίνηση μέσω του πρωτογενούς πορώδους. Καλύτερα είναι λοιπόν να χρησιμοποιηθεί μια απλή γραμμική σχέση που να ρυθμιστεί έτσι ώστε να προσαρμόζεται όσο το δυνατόν καλύτερα γίνεται στο σύνθετο φυσικό φαινόμενο. Αντιθέτως η πηγή σε ένα καρστικό υδροφορέα αποτελεί την εκφόρτιση ενός συλλεκτήριου αγωγού άρα στην περιοχή κοντά στην πηγή η κίνηση του νερού καθορίζεται από την υδραυλική συμπεριφορά του αγωγού και θα πρέπει να προτιμάται η εξίσωση (6.16.3).

Κεφάλαιο 7

Αντίστροφο πρόβλημα

7.1 Εισαγωγή

Αντίστροφο πρόβλημα ορίζεται η διαδικασία της εκτίμησης των παραμέτρων ενός μοντέλου που δεν μπορούν να προκύψουν άμεσα από μετρήσεις. Τυπικό παράδειγμα είναι η εκτίμηση της υδραυλικής αγωγιμότητας υδροφορέα από διασκορπισμένες μετρήσεις αγωγιμότητας ή/και υδραυλικού φορτίου. Η αλληλουχία των βημάτων που ακολουθείται κατά το αντίστροφο πρόβλημα χαρακτηρίζεται από (*McLaughlin & Townley, 1996*):

1. τον τρόπο που οι τοπικές πληροφορίες ανάγονται στη χωρική κλίμακα της μοντελοποίησης.
2. τον τρόπο που περιγράφεται η χωρική μεταβολή (παραμετροποίηση) της παραμέτρου.
3. τη στοιχική συνάρτηση που χρησιμοποιείται για να μετρηθεί η επίδοση του μοντέλου.
4. τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται για την εύρεση της καλύτερης τιμής της στοιχικής συνάρτησης.

Οι ιδιότητες του υδροφορέα και οι διεργασίες που συμβαίνουν εντός του χαρακτηρίζονται από χωρική και χρονική συνέχεια, όπως όλα τα φαινόμενα στη φύση. Η τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας, για παράδειγμα, αποτελεί βαθμωτό μέγεθος σε ένα ισότροπο υδροφορέα. Από την άλλη, η διακριτοποίηση του χώρου και του χρόνου που απαιτούν τα αριθμητικά σχήματα επιβάλλει τη χρήση ισοδύναμων ιδιοτήτων και αντιπροσωπευτικών μεταβλητών κατάστασης (υδραυλικό φορτίο) στα κύτταρα της διακριτοποίησης.

Οι μετρήσεις των παραμέτρων και των μεταβλητών κατάστασης που γίνονται σε ένα υδροφορέα θεωρείται ότι αντιπροσωπεύουν μικρή έκταση γύρω από τη γεώτρηση παρατήρησης. Άρα οι τιμές αυτών των μετρήσεων αναφέρονται σε μια τοπική κλίμακα και απαιτείται αναγωγή στην κλίμακα της διακριτοποίησης (δηλαδή στην κλίμακα του μοντέλου).

Για τους δύο προηγούμενους λόγους απαιτείται να γίνει χωρική ολοκλήρωση των μετρήσεων ή των ιδιοτήτων. Η ολοκλήρωση αυτή στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρεται ως *upscaling*.

Με την παραμετροποίηση επιχειρείται να μειωθεί η αοριστία του προβλήματος (*ill-posedness*) με το να αντικατασταθούν τα άγνωστα βαθμωτά μεγέθη που είναι οι ιδιότητες του υδροφορέα με συναρτήσεις λίγων παραμέτρων. Η παραμετροποίηση αποτελεί πολύ σημαντικό στάδιο στο αντίστροφο πρόβλημα γιατί καθορίζει το αν η λύση που θα δοθεί θα έχει φυσική συνέπεια (*McLaughlin & Townley, 1996*). Οι μέθοδοι παραμετροποίησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Σε αυτές που βασίζονται στη συναρτησιακή αναπαράσταση της χωρικής μεταβολής των ιδιοτήτων και στις γεωστατιστικές. Η πρώτη κατηγορία χρησιμοποιεί ντετερμινιστική παραμετροποίηση του υδροφορέα ενώ η δεύτερη κατηγορία αντιμετωπίζει τις ιδιότητες του υδροφορέα σαν στάσιμα (*stationary*) τυχαία πεδία.

Η στοχαστική συνάρτηση σύμφωνα με τους *McLaughlin & Townley (1996)* πρέπει να ελαχιστοποιεί τα αποτελέσματα του θορύβου των μετρήσεων ενώ να εκμεταλλεύεται την όποια γνώση της χωρικής δομής των ιδιοτήτων του υδροφορέα. Η εισαγωγή στη στοχαστική συνάρτηση των *a priori* (πριν το τρέξιμο του μοντέλου) εκτιμήσεων των παραμέτρων του υδροφορέα σε συνδυασμό με την επιβολή ποινής στην απόκλιση από τις μετρήσεις των υδραυλικών μεταβλητών βοηθάει στην ελάττωση της αοριστίας και της αστάθειας της επίλυσης.

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης πρέπει να κάνει ολική βελτιστοποίηση (να μην εγκλωβίζεται σε τοπικά ακρότατα) και επιπλέον πρέπει να μην απαιτεί τη γνώση της αναλυτικής μορφής της συνάρτησης που βελτιστοποιείται καθότι η διαφορική εξίσωση κίνησης υπόγειου νερού στην πλειονότητα των περιπτώσεων επιλύεται μόνο αριθμητικά.

7.2 Μέθοδοι χωρικής ολοκλήρωσης ιδιοτήτων (*upscaling*)

Δύο είναι οι κυρίαρχες μέθοδοι χωρικής ολοκλήρωσης ιδιοτήτων, η ντετερμινιστική και η στοχαστική. Στη ντετερμινιστική μέθοδο, το πεδίο των υδραυλικών παραμέτρων θεωρείται γνωστό στην τοπική κλίμακα και υπολογίζεται η ισοδύναμη αγωγιμότητα με κάποιο αναλυτικό τύπο. Οι ντετερμινιστικές μέθοδοι που αναφέρονται εδώ είναι η ευθεία αναλυτική, η μέθοδος της επανακανονικοποίησης και η αντίστροφη αριθμητική. Άλλες ντετερμινιστικές μέθοδοι είναι η μέθοδος της κατείσδυσης (*percolation*), η μέθοδος της εσωτερικής συνέπειας (*self-consistent*) και η μέθοδος της ομογενοποίησης (βλ. *Renard & de Marsily (1997)*).

Ισοδύναμη αγωγιμότητα ονομάζεται η αγωγιμότητα που επιφέρει ίδια παροχή με τις αγωγιμότητες που αντιπροσωπεύει για ίδια διαφορά δυναμικού. Σε κάποιες περιπτώσεις υπόγειας ροής, όπως η ροή σε στρωματωμένο υδροφορέα, η ισοδύναμη αγωγιμότητα μπορεί να υπολογιστεί απευθείας με αναλυτικό

τρόπο. Για παράδειγμα στην περίπτωση που η ροή είναι κάθετη σε ομογενείς και ισότροπες στρώσεις υδροφορέα, αποδεικνύεται ότι η ισοδύναμη αγωγιμότητα ισούται με τον αρμονικό μέσο ενώ όταν είναι παράλληλη στις στρώσεις ισούται με τον αριθμητικό μέσο.

Οι *Romeu & Noetinger* (1995) συνέκριναν τον αριθμητικό, αρμονικό και γεωμετρικό μέσο με σκοπό να βρουν ποιας μεθόδου η ισοδύναμη αγωγιμότητα διατηρεί την ενεργειακή συμπεριφορά του ετερογενούς υδροφορέα. Συγκεκριμένα το πείραμα τους περιλαμβάνει ένα τετραγωνικό ετερογενή υδροφορέα. Ο ετερογενής υδροφορέας διακριτοποιείται και επιλύεται αριθμητικά τρεις φορές κάθε φορά με διαφορετική μέθοδο συνάθροισης αγωγιμοτήτων των γειτονικών κυττάρων. Μετά από κάθε επίλυση αναζητείται η υπολογιστικά ισοδύναμη αγωγιμότητα όλου του υδροφορέα, δηλαδή η αγωγιμότητα του ομογενούς υδροφορέα που δίνει τις ίδιες παροχές με τον ετερογενή για κοινές φορτίσεις και συνοριακές συνθήκες. Πρόκειται δηλαδή για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με μία παράμετρο, την ισοδύναμη αγωγιμότητα. Τέλος υπολογίζεται μαθηματικά η ισοδύναμη αγωγιμότητα του υδροφορέα από τους αναλυτικούς τύπους της εργασίας του *Matheron* (1967) που βασίζεται στην απαίτηση να είναι ίση η εκλυόμενη θερμότητα στο ετερογενές με την αντίστοιχη εκλυόμενη θερμότητα στο ισοδύναμο ομογενές μέσο (ως εκλυόμενη θερμότητα ορίζεται το μέγεθος $-\text{grad}h \cdot \mathbf{u}$ όπου h το υδραυλικό φορτίο και \mathbf{u} η ειδική παροχή).

Η σύγκριση των υπολογιστικά ισοδύναμων αγωγιμοτήτων που αντιστοιχούν στον αριθμητικό, αρμονικό και το γεωμετρικό μέσο με τη μαθηματικά ισοδύναμη οδήγησε στα εξής συμπεράσματα. Ο αριθμητικός μέσος δίνει υπερεκτιμημένες τιμές υπολογιστικά ισοδύναμης ως προς τη μαθηματικά ισοδύναμη αγωγιμότητα ενώ ο αρμονικός μέσος δίνει υποεκτιμημένες τιμές. Η απόκλιση από τη μαθηματικά ισοδύναμη αγωγιμότητα σε αυτές τις μεθόδους μεγαλώνει όσο αραιώνει η διακριτοποίηση του αριθμητικού μοντέλου. Ο γεωμετρικός μέσος δίνει σχετικά υπερεκτιμημένες τιμές οι οποίες εξαρτώνται λιγότερο όμως από τη διακριτοποίηση του μοντέλου. Οι *Romeu & Noetinger* (1995) προτείνουν τη χρήση του αρμονικού μέσου με πυκνές διακριτοποιήσεις.

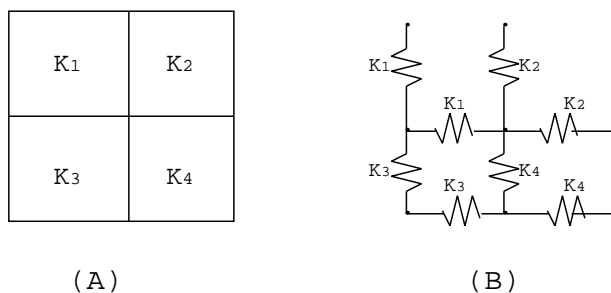
Στην περίπτωση που οι στρώσεις είναι ανισότροπες οι αγωγιμότητες είναι τανυστές. Οι *Quintard & Whitaker* (1987) έδειξαν ότι για στρωματωμένο μέσο δύο στρώσεων (ροή κάθετη στις στρώσεις) με αγωγιμότητες \mathbf{K}_0 και \mathbf{K}_1 , η ισοδύναμη αγωγιμότητα είναι:

$$\mathbf{K}_{\text{ef}} = f_0\mathbf{K}_0 + f_1\mathbf{K}_1 + \frac{f_0f_1(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} (\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_0)}{(1 \ 0) (f_0\mathbf{K}_0 + f_1\mathbf{K}_1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}} \quad (7.2.1)$$

όπου f_0 είναι το ποσοστό του μέσου (λόγοι όγκων) με αγωγιμότητα \mathbf{K}_0 και f_1 είναι το ποσοστό του μέσου με αγωγιμότητα \mathbf{K}_1 .

Μια μέθοδος διαδοχικών προσεγγίσεων για την εύρεση της ισοδύναμης

αγωγιμότητας είναι η μέθοδος της επανακανονικοποίησης. Η υπό μελέτη περιοχή διακριτοποιείται με κάναβο $2^n \times 2^n$ τετραγωνικών κυττάρων. Η μετάβαση από τον $2^n \times 2^n$ κάναβο στο μοναδικό κύτταρο γίνεται σταδιακά, δηλαδή ο $2^n \times 2^n$ παράγει έναν $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ κάναβο κοκ έως ότου $n - 1 = 0$. Σε κάθε μετάβαση στο επόμενο στάδιο, 4 κύτταρα συνενώνονται σε ένα μεγαλύτερο. Αυτό γίνεται βάσει του ηλεκτρικού αναλόγου που φαίνεται στο Σχήμα 7.1. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία των αντιστάσεων προκύπτει ο ταυιστής της ισοδύναμης αγωγιμότητας του μεγαλύτερου κυττάρου.



Σχήμα 7.1: Ηλεκτρικό ανάλογο που χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί η ισοδύναμη αγωγιμότητα ενός κυττάρου που αντικαθιστά τέσσερα γειτονικά.

Στην αντίστροφη αριθμητική μέθοδο η διαφορική εξίσωση κίνησης του νερού στον υπόγειο υδροφόρα επιλύεται αριθμητικά σε ένα πυκνό κάναβο και τα αποτελέσματα της λύσης (ειδικές παροχές και υδραυλικά φορτία) χρησιμοποιούνται για να ρυθμιστεί ένα μοντέλο με πιο αδρομερή κάναβο. Δηλαδή τα αποτελέσματα από τη λύση του πρώτου μοντέλου χρησιμοποιούνται σαν «μετρήσεις» του δεύτερου. Συγκεκριμένα τα υδραυλικά φορτία και οι παροχές του μοντέλου με πυκνό κάναβο ολοκληρώνονται σε κατάλληλη χωρική έκταση για να προκύψουν χρονοσειρές που να είναι συμβατές με την κλίμακα του αδρομερούς μοντέλου. Η ολοκλήρωση όσον αφορά τα υδραυλικά φορτία γίνεται με σταθμισμένη συνάθροιση όπου βάρη είναι οι αποθηκευτικότητες:

$$H(i, j) = \frac{\int_{V_{ij}} h(x, y) s(x, y) dV}{\int_{V_{ij}} s(x, y) dV} \quad (7.2.2)$$

όπου V_{ij} είναι ο όγκος του κυττάρου (i, j) του αδρομερούς μοντέλου, $H(i, j)$ είναι η «μέτρηση» υδραυλικού φορτίου που αντιστοιχεί στο κύτταρο (i, j) , $h(x, y)$ και $s(x, y)$ είναι το υδραυλικό φορτίο και η αποθηκευτικότητα που αντιστοιχεί στο μοντέλο με πυκνό κάναβο.

Με αντίστοιχο τρόπο συναθροίζονται οι τιμές των ειδικών παροχών που δίνει η λύση του λεπτομερούς μοντέλου. Οι αγωγιμότητες στα κύτταρα του αδρομερούς μοντέλου θεωρούνται παράμετροι προς εκτίμηση που προκύπτουν από βελτιστοποίηση.

Στη στοχαστική μέθοδο, οι αγωγιμότητες θεωρούνται ως τυχαίες μεταβλητές και η ισοδύναμη αγωγιμότητα ως η αναμενόμενη τιμή αυτών. Σε περίπτωση ισότροπου υδροφορέα στον οποίο η αγωγιμότητα k και το αντίστροφο της $1/k$, είναι τυχαίες μεταβλητές με ίδιες πιθανοτικές κατανομές αποδεικνύεται ότι (Matheron, 1967) η ισοδύναμη αγωγιμότητα δίνεται από τον τύπο:

$$K_{ef} = \mu_g = \exp[E(\ln k)] \quad (7.2.3)$$

όπου E η αναμενόμενη τιμή.

7.3 Παραμετροποίηση

7.3.1 Παραμετροποίηση με ντετερμινιστικές μεθόδους

Στις ντετερμινιστικές μεθόδους κατασκευάζεται μια απεικόνιση \mathbf{F} από ένα χώρο υψηλής διάστασης σε ένα χώρο χαμηλής διάστασης. Δηλαδή στην περίπτωση των υπόγειων υδάτων κατασκευάζεται μια εξίσωση της μορφής $\mathbf{T} = \mathbf{F}(\mathbf{p})$ όπου \mathbf{T} είναι το διάνυσμα με τις αγωγιμότητες των κυττάρων του καννάβου διακριτοποίησης και \mathbf{p} είναι το διάνυσμα των παραμέτρων.

Η μέθοδος ζωνοποίησης εισάγει κατάτμηση του υδροφορέα σε ομογενείς ζώνες. Ο μέγιστος αριθμός των παραμέτρων που απαιτείται ισούται με το πλήθος των παραμέτρων ανά ζώνη επί το πλήθος των ζωνών. Παράδειγμα εφαρμογής αυτής της μεθόδου μπορεί να βρεθεί στη δημοσίευση του Mantoglou (2002a). Σε αυτή τη δημοσίευση ένας υδροφορέας χωρίζεται σε 20 ομογενείς ζώνες με κατάτμηση 4×5 (παραμετροποίηση) ενώ η προσομοίωση γίνεται με κάναβρο 49×49 . Σε κάθε ζώνη αντιστοιχεί μια παράμετρος αγωγιμότητας που εκτιμάται κατά τη βαθμονόμηση. Με μεθόδους παρεμβολής υπολογίζονται οι αγωγιμότητες των 49×49 κυττάρων του καννάβου της προσομοίωσης. Η παρεμβολή γίνεται με τρεις μεθόδους, τη μέθοδο του εγγύτερου, τη γραμμική και την κυβική. Η γραμμική μέθοδος παρεμβολής αποδείχθηκε ότι συντείνει στην πιστότερη προσομοίωση του υδραυλικού φορτίου και της ειδικής παροχής αλλά και στην καλύτερη εκτίμηση των αγωγιμοτήτων του υδροφορέα.

Μια άλλη μέθοδος παραμετροποίησης που προτείνει ο Mantoglou (2002b) βασίζεται στην χρήση νευρωνικών δικτύων. Συγκεκριμένα το πεδίο αγωγιμοτήτων παράγεται από ένα νευρωνικό δίκτυο $2-n-1$ όπου είσοδος είναι οι συντεταγμένες του σημείου στον χώρο (δισδιάστατο πρόβλημα) και έξοδος είναι η αγωγιμότητα στο σημείο αυτό. Οι παράμετροι σε αυτή τη μέθοδο ισούνται με $4n + 1$ (όπου n το πλήθος των νευρώνων στο λανθάνον στρώμα). Σύμφωνα με τον Mantoglou (2002b) η παραμετροποίηση με νευρωνικά δίκτυα υπερτερεί της μεθόδου ζωνοποίησης ειδικά στις περιπτώσεις όπου υπάρχει ανισοτροπία ή γραμμικές ασυνέχειες του πεδίου αγωγιμοτήτων.

Οι *Eppstein & Dougherty* (1996) χρησιμοποιούν ένα συνδυασμό φίλτρου Κάλμαν (βλ. Παράρτημα Α.10) με σταδιακή μείωση του αριθμού των παραμέτρων, συγχωνεύοντας τμήματα με διαφορετικές αγωγιμότητες σε ζώνες ομοιόμορφης αγωγιμότητας. Το φίλτρο Κάλμαν παράγει σε κάθε χρονικό βήμα, νέες εκτιμήσεις για τις αγωγιμότητες των ζωνών, που είναι πιο συμβατές με τις πιο επίκαιρες μετρήσεις. Στην αρχή της προσομοίωσης κάθε κύτταρο της διακριτοποίησης έχει διαφορετική αγωγιμότητα και άρα ο αριθμός των παραμέτρων ισούται με τον αριθμό των κυττάρων. Σταδιακά οι ζώνες με διαφορετικές αγωγιμότητες συνενώνονται σε μεγαλύτερες ζώνες με βάση την εγγύτητα των τιμών αγωγιμότητας. Δηλαδή η παραμετροποίηση του υδροφορέα γίνεται αυτόματα οδηγούμενη από τα διαθέσιμα δεδομένα (data-driven zonation).

7.3.2 Παραμετροποίηση με γεωστατιστικές μεθόδους

Έστω ότι η χωρική κατανομή της αγωγιμότητας περιγράφεται από την άγνωστη συνάρτηση $z(\mathbf{x})$ όπου $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$. Επειδή η συνάρτηση είναι άγνωστη, μπορούμε να υποθέσουμε ότι στην θέση \mathbf{x} η τιμή της z είναι $z(\mathbf{x}; 1)$ με πιθανότητα P_1 ή $z(\mathbf{x}; 2)$ με πιθανότητα P_2 ή γενικά $z(\mathbf{x}; i)$ με πιθανότητα P_i . Άρα η $z(\mathbf{x}; i)$ είναι στην πραγματικότητα ένα τυχαίο πεδίο δηλαδή μια χωρική στοχαστική ανέλιξη της οποίας οι δύο πρώτες ροπές, η συνάρτηση μέσου και συνδιασποράς, είναι:

$$m(\mathbf{x}) = E[z(\mathbf{x})] \quad (7.3.1)$$

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = E[z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})][z(\mathbf{x}') - m(\mathbf{x}')] \quad (7.3.2)$$

Προφανώς όταν $\mathbf{x}' = \mathbf{x}$ τότε $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma^2(\mathbf{x})$ δηλαδή η διασπορά στο σημείο \mathbf{x} . Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ \mathbf{x}' και \mathbf{x} είναι:

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\sigma(\mathbf{x})\sigma(\mathbf{x}')} \quad (7.3.3)$$

Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές μεταξύ -1 και 1. Η σημαντικότητα του φαίνεται από το ακόλουθο παράδειγμα. Ελλείψει μετρήσεων η καλύτερη εκτίμηση του $z(\mathbf{x}')$ είναι $m(\mathbf{x}')$ με μέσο τετραγωνικό σφάλμα ίσο με $\sigma(\mathbf{x}')^2$. Αν όμως το $z(\mathbf{x})$ είναι γνωστό από μετρήσεις η εκτίμηση του $z(\mathbf{x}')$ μπορεί να διορθωθεί μεταβιβάζοντας πληροφορία από το $z(\mathbf{x})$ ως εξής (*Kitanidis, 1993*):

$$z(\mathbf{x}') = m(\mathbf{x}') + \rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \frac{\sigma(\mathbf{x}')}{\sigma(\mathbf{x})} [z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})] \quad (7.3.4)$$

και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μειώνεται σε $[1 - \rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}')]\sigma^2(\mathbf{x}')$. Είναι προφανές ότι η συνάρτηση συνδιασποράς του τυχαίου πεδίου (από την οποία

προκύπτει ο συντελεστής συσχέτισης) παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην εκτίμηση των τιμών του.

Το τυχαίο πεδίο της αγωγιμότητας είναι στάσιμο αν η αναμενόμενη τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής είναι σταθερές σε όλη την έκταση του πεδίου. Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση συνδιασποράς εξαρτάται μόνο από τη σχετική θέση των δύο σημείων $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = R(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$. Αν το πεδίο είναι και ισότροπο τότε η συνάρτηση συνδιασποράς εξαρτάται μόνο από την απόσταση των δύο σημείων δηλαδή $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = R(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)$. Αν το πεδίο δεν είναι ισότροπο τότε με παρόμοιο μετασχηματισμό με αυτόν που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 6 (βλ. σχέση (6.12.1)) μετατρέπεται εύκολα σε ισότροπο για αυτό από εδώ και πέρα όσα αναφέρονται ισχύουν με την προϋπόθεση της ισοτροπίας.

Ως ημιμεταβλητόγραμμα πεδίου ορίζεται η ακόλουθη συνάρτηση:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}E[(z(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}'))^2] \quad (7.3.5)$$

όπου $h = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$. Αν ένα πεδίο είναι στάσιμο το ημιμεταβλητόγραμμα συνδέεται με τη συνάρτηση συνδιασποράς ως εξής (βλέπε Παράρτημα A.11):

$$\gamma(h) = R(0) - R(h) \quad (7.3.6)$$

Είναι προφανές από την παραπάνω σχέση ότι $\gamma(\infty) = R(0) = \sigma^2$.

Η βιβλιογραφία γύρω από τις γεωστατιστικές μεθόδους προτείνει για συνάρτηση συνδιασποράς και ημιμεταβλητογράμματος της αγωγιμότητας (ή του λογαρίθμου της αγωγιμότητας) μια σειρά από εναλλακτικές παραμετρικές εξισώσεις για τα στάσιμα τυχαία πεδία όπως η Γκαουσιανή συνάρτηση (παραμέτροι σ, L):

$$\begin{aligned} R(h) &= \sigma^2 \exp\left(-\frac{h^2}{L^2}\right) \\ \gamma(h) &= \sigma^2 \left[1 - \exp\left(1 - \frac{h^2}{L^2}\right)\right] \end{aligned} \quad (7.3.7)$$

ή η συνάρτηση Nugget-effect (παράμετρος C_0):

$$\begin{aligned} R(h) &= C_0 \delta(h) \\ \gamma(h) &= C_0(1 - \delta(h)) \end{aligned} \quad (7.3.8)$$

Άλλες συναρτήσεις είναι η εκθετική, η σφαιρική, και η Hole-effect.

Αν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις σε n σημεία του πεδίου τότε με παρεμβολή μπορεί να εκτιμηθεί η τιμή σε ένα σημείο \mathbf{x}_0 χωρίς μετρήσεις ως εξής:

$$\hat{z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i z(\mathbf{x}_i) \quad (7.3.9)$$

όπου λ_i είναι τα n βάρη των μετρήσεων με άθροισμα ίσο με 1.

Η γεωστατιστική μεθοδολογία βασίζεται στην απαίτηση ότι η εκτίμηση $z(\hat{\mathbf{x}}_0)$ είναι αμερόληπτη και με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα δηλαδή $E[z(\hat{\mathbf{x}}_0) - z(\mathbf{x}_0)] = 0$ και $E\{[z(\hat{\mathbf{x}}_0) - z(\mathbf{x}_0)]^2\} \rightarrow 0$. Η απαίτηση αυτή οδηγεί στο ακόλουθο σύστημα $n + 1$ γραμμικών εξισώσεων (σύστημα Kriging) με $n + 1$ αγνώστους $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \nu)$:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \nu &= R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1 \end{aligned} \quad (7.3.10)$$

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της παραπάνω εκτίμησης είναι:

$$E\{[\hat{z}(\mathbf{x}_0) - z(\mathbf{x}_0)]^2\} = -\nu - \sum_{j=1}^n \lambda_j R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) + R(0) \quad (7.3.11)$$

Εκτός από σημειακή εκτίμηση μπορεί να εκτιμηθεί και ο χωρικός μέσος z_A μιας περιοχής A , παρακάμπτοντας με αυτόν τον τρόπο την ανάγκη για upscaling, αν αντί για $R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$ στην εξίσωση (7.3.10) χρησιμοποιηθεί η μέση διασπορά R_{A_i} του $z(\mathbf{x}_i)$ με όλα τα $z(\mathbf{u})$ μέσα στο A :

$$R_{A_i} = \frac{1}{|A|} \int_A R(\mathbf{x}_i - \mathbf{u}) \, d\mathbf{u} \quad (7.3.12)$$

Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εκτίμησης ($E[(\hat{z}_A - z_A)^2]$) προκύπτει αν στη εξίσωση (7.3.11) το $R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0)$ αντικατασταθεί με το R_{A_i} και το $R(0)$ με την μέση διασπορά R_{AA} όλων των ζευγών σημείων μέσα στο A :

$$R_{AA} = \frac{1}{|A|^2} \int_A \int_A R(\mathbf{u} - \mathbf{v}) \, d\mathbf{u} \, d\mathbf{v} \quad (7.3.13)$$

Οι εξισώσεις (7.3.10) και (7.3.11) μπορούν να διατυπωθούν ελαφρώς διαφορετικά χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ημιμεταβλητογράμματος αντί για τη συνάρτηση συνδιασποράς.

Οι *Kitanidis et al.* (1983) εισάγουν τη δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των υδραυλικών φορτίων δεδομένων των δομικών παραμέτρων (αγωγιμότητα) του υδροφορέα. Με αυτό τον τρόπο επεκτείνουν τη μέθοδο

Kriging έτσι ώστε να δίνει εκτίμηση της τιμής της αγωγιμότητας σε διάφορα σημεία του πεδίου βασισμένη όχι μόνο στα στατιστικά μεγέθη της αγωγιμότητας αλλά και του υδραυλικού φορτίου (μέσες τιμές αγωγιμότητας και υδραυλικού φορτίου, διασπορά αγωγιμότητας, διασπορά υδραυλικού ύψους, συνδιασπορά αγωγιμότητας με υδραυλικό φορτίο).

Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η διαφορά των γεωστατιστικών και ντετερμινιστικών μεθόδων είναι κυρίως φιλοσοφική μιας και αρκετές φορές οι δύο προσεγγίσεις χρησιμοποιούν τις ίδιες εξισώσεις (π.χ. η Γκαουσιανή συνάρτηση ημιμεταβλητογράμματος και συνδιασποράς αντιστοιχούν στις εξισώσεις radial basis της ντετερμινιστικής προσέγγισης).

7.4 Στοχαστική συνάρτηση

Οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με το αντίστροφο πρόβλημα ήταν οι *Bennett & Meyer* (1952) και *Stallman* (1956). Η έρευνα τους ανέδειξε από την πρώτη στιγμή τις δυσκολίες του αντίστροφου προβλήματος. Ο *Stallman* (1956) επισήμανε ότι οι λύσεις τείνουν να είναι ασταθείς (έντονη χωρική ταλάντωση των τιμών) και πρότεινε ζωνική παραμετροποίηση για να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα. Έκτοτε πολλοί ερευνητές πρότειναν είτε μεθόδους παραμετροποίησης των ιδιοτήτων του υδροφορέα (*Distefano & Rath*, 1975), είτε μεθόδους χωρικής παρεμβολής των παρατηρήσεων (*Nelson*, 1968) σαν ενδεδειγμένες μεθόδους για το πρόβλημα της αστάθειας.

Οι *Korganoff* (1970) και *Emsellem & de Marsily* (1971) ήταν οι πρώτοι που πρότειναν σαν μέθοδο μείωσης των ταλαντώσεων την κανονικοποίηση της επίλυσης. Η κανονικοποίηση συνίσταται στη χρήση νόρμας για την εκτίμηση του εύρους της ταλάντωσης των εκτιμημένων παραμέτρων, και την εισαγωγή αυτής της νόρμας στη στοχαστική συνάρτηση. Συνδυάζοντας την ιδέα της κανονικοποίησης με τις γεωστατιστικές μεθόδους οι *Gavalas et al.* (1976) και ο *Neuman* (1973) πρότειναν την επιβολή ποινής για την απόκλιση των εκτιμημένων παραμέτρων από τις παρατηρημένες και την μη προσαρμογή τους στην παρατηρημένη συνδιασπορά.

Οι *Carrera & Neuman* (1986) περιγράφουν μεθοδολογία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αναδείξει τη βέλτιστη παραμετροποίηση υδροφορέα μεταξύ εναλλακτικών (εξαρτάται από τα διαθέσιμα δεδομένα και τη δομή-γεωμετρία του υδροφορέα). Έστω $\mathbf{z}^* = (\mathbf{h}^*, \mathbf{p}^*)^T$ το διάνυσμα με τις μετρήσεις παραμέτρων \mathbf{p}^* και υδραυλικών φορτίων \mathbf{h}^* του υδροφορέα και έστω $\beta = (\mathbf{p}, \theta)^T$ το διάνυσμα με τις πραγματικές τιμές των παραμέτρων \mathbf{p} του υδροφορέα και τις ροπές των σφαλμάτων των μετρήσεων θ . Αν $f(\mathbf{z}^*|\beta)$ είναι η δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας να προκύψουν μετρήσεις \mathbf{z}^* δεδομένου του β τότε η εύρεση του ελαχίστου της συνάρτησης $S = -2\ln[f(\mathbf{z}^*|\beta)]$ όχι μόνο εξασφαλίζει ευστάθεια της λύσης αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για να αναδείξει τη βέλτιστη παραμετροποίηση (βέλτιστη παραμετροποίηση είναι αυτή που ελαχιστοποιεί δείκτη που προκύπτει από

την τιμή της S , το πλήθος της διαθέσιμης πληροφορίας και τις διαστάσεις του β).

Μια σχετικά απλή μορφή στοχαστικής συνάρτησης (δεν περιλαμβάνει όρο κανονικοποίησης) είναι η ακόλουθη:

$$J(\hat{\mathbf{p}}) = (\hat{\mathbf{h}}(\hat{\mathbf{p}}) - \mathbf{h}^*)^T \mathbf{W}_M (\hat{\mathbf{h}}(\hat{\mathbf{p}}) - \mathbf{h}^*) + (\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}^*)^T \mathbf{W}_P (\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}^*) \quad (7.4.1)$$

όπου $\hat{\mathbf{h}}(\hat{\mathbf{p}})$ είναι το διάνυσμα των υπολογισμένων υδραυλικών φορτίων στα σημεία μετρήσεων που προκύπτουν όταν το μοντέλο χρησιμοποιεί τις παραμέτρους $\hat{\mathbf{p}}$, \mathbf{W}_M είναι ο πίνακας με τα βάρη των μετρήσεων των υδραυλικών φορτίων και \mathbf{W}_P είναι ο πίνακας με τα βάρη των εκτιμήσεων αγωγιμότητας.

Σύμφωνα με τον Bentley (1997) ο πίνακας \mathbf{W}_P ισούται με τον αντίστροφο του πίνακα συνδιασποράς των εκτιμήσεων των αγωγιμοτήτων. Ο τελευταίος μπορεί να προκύψει από την εξίσωση (7.3.7) ή από κάποια εναλλακτική (π.χ. εκθετική). Αντιστοίχως ο πίνακας \mathbf{W}_M ισούται με τον αντίστροφο του πίνακα συνδιασποράς των μετρήσεων των υδραυλικών φορτίων. Αν οι μετρήσεις είναι ασυσχέτιστες με Γκαουσιανό θόρυβο ίδιας έντασης τότε ο \mathbf{W}_M είναι διαγώνιος με τα στοιχεία της διαγωνίου να δίνουν τα βάρη της σημαντικότητας των μετρημένων τιμών του υδραυλικού φορτίου.

Η σχέση (7.4.1) προϋποθέτει μετρήσεις των ιδιοτήτων και των υδραυλικών μεταβλητών του υδροφορέα. Επίσης η σχέση αυτή επικεντρώνεται μόνο στον υπόγειο υδροφορέα πράγμα που προϋποθέτει ότι οι εξωτερικές φορτίσεις του (κατείσδυση, διαφυγές, αντλήσεις) είναι γνωστές. Είναι προφανές ότι αυτές οι προϋποθέσεις δεν ικανοποιούνται στην τυπική περίπτωση του προβλήματος της εκτίμησης των παραμέτρων της υπόγειας ροής. Στις εφαρμογές που εκτίθενται σε επόμενο κεφάλαιο αντιμετωπίζονται πιο πολύπλοκες περιπτώσεις όπου απαιτείται συνδυασμένη εφαρμογή και βελτιστοποίηση παραμέτρων επιφανειακού και υπόγειου μοντέλου. Επίσης παρουσιάζονται εφαρμογές με ελλιπή δεδομένα που οδηγούν στην ανάγκη να διαμορφωθεί η στοχαστική συνάρτηση έτσι ώστε να λαμβάνει υπόψη ακόμα και τις έμμεσες πληροφορίες όπως η υπερετήσια τάση ενός υδραυλικού μεγέθους (π.χ. παροχή πηγής ή υδραυλικό φορτίο) ή η παρατηρημένη μετάβαση του από μια κατάσταση σε μία άλλη (π.χ. στείρευση πηγής).

7.5 Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης

7.5.1 Εισαγωγή

Σύμφωνα με την κλασική ανάλυση το σημείο \mathbf{x}^* είναι τοπικό ελάχιστο της συνάρτησης f ορισμένης στο \mathcal{R}^n αν και μόνο αν $\nabla f(\mathbf{x}_o) = \text{grad}f(\mathbf{x}_o) = \mathbf{0}$ και $\mathbf{x}_o^T \mathbf{H} \mathbf{x}_o > 0$ όπου \mathbf{H} ο Εσσιανός (Hessian) πίνακας της f .

Μια άλλη κατηγορία μεθόδων εύρεσης ελαχίστου (το πρόβλημα εύρεση μεγίστου ανάγεται σε πρόβλημα εύρεσης ελαχίστου της αντίθετης η αντίστροφης

συνάρτησης) είναι οι τεχνικές έμμεσης αναζήτησης. Η κατηγορία βασίζεται στις ιδιότητες του διαφορικού λογισμού (το διάνυσμα $\nabla f(\mathbf{x})$ σε ένα σημείο \mathbf{x}_0 δίνει την κατεύθυνση κατά την οποία η f έχει το μεγαλύτερο ρυθμό μείωσης στην περιοχή του \mathbf{x}_0) για να κατευθυνθεί ταχύτερα η αναζήτηση προς το ελάχιστο της συνάρτησης.

Αρκετά προβλήματα της υδρολογίας όμως δεν επιδέχονται αναλυτική επίλυση και προσεγγίζονται με αριθμητικές μεθόδους. Αυτά τα προβλήματα δεν μπορούν να βελτιστοποιηθούν με τις παραπάνω μεθόδους που απαιτούν την αναλυτική έκφραση της συνάρτησης προς βελτιστοποίηση (αν και η παραπάνω μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί αν υπάρχει εκτίμηση των μερικών παραγώγων). Επιπλέον, βασικό μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι ότι συνήθως συγκλίνουν σε κάποιο από τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης, τα οποία μπορεί να είναι άπειρα, και όχι στο ολικό ακρότατο.

Τα μειονεκτήματα των παραπάνω μεθόδων αντιπαρέχονται οι μέθοδοι εύρεσης ολικού ακροτάτου. Οι αλγόριθμοι αυτοί επιχειρούν την εύρεση του ολικού ακροτάτου με τη σύγκριση των τιμών της στοχαστικής συνάρτησης σε διάφορα σημεία του πεδίου ορισμού της (χώρος εφικτών λύσεων) και την επιλογή του σημείου στο οποίο αντιστοιχεί η καλύτερη τιμή. Η στρατηγική επιλογής των σημείων προς σύγκριση αποτελεί την ειδοποιό διαφορά μεταξύ αυτών των μεθόδων. Μετά από διαδοχικές συγκρίσεις ο αλγόριθμος συγκλίνει με μεγάλη πιθανότητα προς το ολικό ακρότατο. Το βασικότερο μειονέκτημα των μεθόδων εύρεσης ολικού ακροτάτου σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους, είναι ότι είναι πολύ χρονοβόρες καθότι απαιτούν μεγάλο πλήθος δοκιμών για να συγκλίνουν.

Σημαντικές μέθοδοι που υπάγονται σε αυτή την κατηγορία είναι οι προσδιοριστικές μέθοδοι συστηματικής αναζήτησης, οι στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι, η μέθοδος προσομοιωμένης απόκτησης και οι ευρετικές μέθοδοι. Περισσότερες πληροφορίες για τις διάφορες μεθόδους βελτιστοποίησης στην εργασία του *Ευστρατιάδη* (2001). Στην παρούσα εργασία έχει επιλεχθεί η μέθοδος της ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης (Shuffled Complex Evolution, SCE) η οποία έχει καθιερωθεί στα προβλήματα της υδρολογίας (*Duan et al.* (1994); *Gan & Biftu* (1996); *Cooper et al.* (1997); *Kuczera* (1997); *Yapo et al.* (1998); *Freedman et al.* (1998); *Thyer et al.* (1999)).

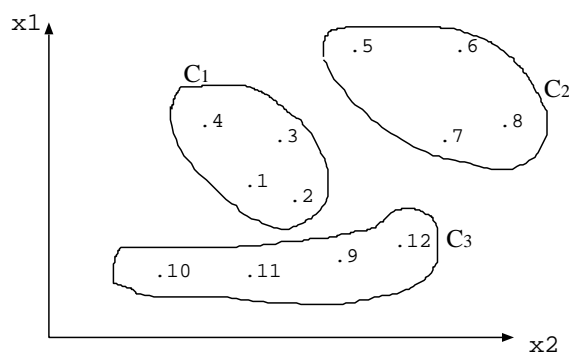
7.5.2 Μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης

Η μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης αναπτύχθηκε από μια ερευνητική ομάδα στο Πανεπιστήμιο της Αριζόνα (*Duan et al.*, 1992) και μέσα σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα καθιερώθηκε ως μία από τις πλέον αποτελεσματικές τεχνικές βελτιστοποίησης προβλημάτων στο χώρο της υδρολογίας.

Ο αλγόριθμος ξεκινάει με ένα αρχικό τυχαίο πληθυσμό σημείων στο n -διάστατο χώρο τα οποία ταξινομεί σε ομάδες ανάλογα με την τιμή της στοχαστικής συνάρτησης που τους αντιστοιχεί. Εξελίσσει τους πληθυσμούς της κάθε

ομάδας, καταργεί τις υπάρχουσες ομάδες, κάνει νέα ταξινόμηση των εξελιγμένων σημείων σε καινούργιες ομάδες και συνεχίζει αυτόν τον κύκλο μέχρι να ικανοποιηθούν ορισμένα κριτήρια σύγκλισης. Το σχηματικό παράδειγμα που ακολουθεί αναφέρεται στη βελτιστοποίηση μιας υποτιθέμενης στοχαστικής συνάρτησης με δύο παραμέτρους έτσι ώστε να μπορεί να απεικονισθεί η πορεία της μεθόδου στον διδιάστατο χώρο.

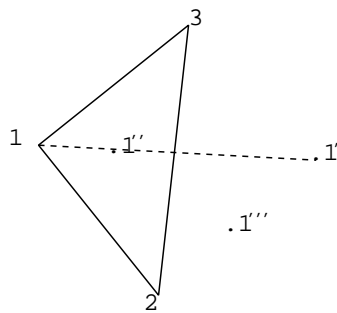
Στο Σχήμα 7.2 έχει επιλεγθεί να γίνει η κατανομή του αρχικού πληθυσμού σε τρεις ομάδες (σύμπλοκα). Το πλήθος των σημείων αποτελεί παράμετρο της βελτιστοποίησης και θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τη διάσταση του προβλήματος συν 1, επί τον αριθμό των συμπλόκων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχουν επιλεγθεί 12 σημεία.



Σχήμα 7.2: Ταξινόμηση πληθυσμού σε 3 σύμπλοκα. Δίπλα σε κάθε σημείο ο αριθμός κατάταξης του ως προς τη στοχαστική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση. Στο σύμπλοκο C1 περιλαμβάνονται τα σημεία με τις καλύτερες τιμές στοχαστικής συνάρτησης.

Τα σημεία του κάθε συμπλόκου εξελίσσονται με την ακόλουθη διαδικασία. Επιλέγεται τυχαία με τριγωνική συνάρτηση κατανομής (η μεγαλύτερη πιθανότητα αντιστοιχεί στο καλύτερο σημείο) πλήθος σημείων από το σύμπλοκο ίσο με τον αριθμό των παραμέτρων συν 1. Τα σημεία αυτά ορίζουν ένα άπλοκο. Από το άπλοκο αυτό θα προκύψει ένα νέο σημείο το οποίο θα αντικαταστήσει το χειρότερο σημείο του συμπλόκου. Η διαδικασία γέννησης νέου σημείου, περιλαμβάνει τις πράξεις της ανάκλασης, συρρίκνωσης και μετάλλαξης και επιλέγεται αυτή που δίνει το καλύτερο σημείο (καλύτερη στοχαστική συνάρτηση) εντός του εφικτού χώρου. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται αρκετές φορές μέχρις ότου να θεωρηθεί ότι τα σημεία του συμπλόκου έχουν βελτιστοποιηθεί αρκετά (στην πράξη $2 \times (\text{αριθμό παραμέτρων}) + 1$ φορές).

Ακολούθως λύνονται τα σύμπλοκα και γίνεται επαναταξινόμηση του πληθυσμού σε νέα σύμπλοκα και επαναλαμβάνεται η διαδικασία της εξέλιξης των σημείων των συμπλόκων. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν επιτευχθεί ικανοποιητική σύγκλιση ή όταν ολοκληρωθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων.



Σχήμα 7.3: Πράξεις εξέλιξης απλόκου σε δισδιάστατο χώρο: (1') ανάκλαση, (1'') συρρίκνωση, (1''') μετάλλαξη

Κεφάλαιο 8

Συνδυασμένη μοντελοποίηση επιφανειακών και υπόγειων υδάτων

8.1 Εισαγωγή

Η διαχείριση των συστημάτων υδατικών πόρων απαιτεί την ολοκληρωμένη αναπαράσταση των υδρολογικών διεργασιών που λαμβάνουν χώρα σε μια λεκάνη, ειδικά στην περίπτωση συνδυασμένης χρήσης των υπόγειων και επιφανειακών πόρων. Τα σύγχρονα υπολογιστικά συστήματα έδωσαν τη δυνατότητα να δημιουργηθούν υδρολογικά προγράμματα που ενσωματώνουν επί μέρους μοντέλα (διόδευσης, εδαφικής υγρασίας/εξάτμισης, υπόγειας ροής) τα οποία εφαρμόζονταν μέχρι πρότινος ξεχωριστά.

Το πιο διαδεδομένο πρόγραμμα αυτής της κατηγορίας είναι το MIKE SHE (βλ. Παράρτημα Α.13). Ακολούθως εκτίθεται η σύλληψη και η δομή ενός μοντέλου που επιχειρεί την ολοκληρωμένη μοντελοποίηση των υδρολογικών διεργασιών μιας λεκάνης, όπως το MIKE SHE, χρησιμοποιώντας όμως πολύ πιο απλά και φειδωλά επιμέρους μοντέλα (αρθρώματα).

8.2 Η δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ

8.2.1 Εισαγωγή

Η δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ προσομοιώνει τις υδρολογικές διεργασίες μιας λεκάνης συμπεριλαμβανομένης της ανθρωπογενούς παρέμβασης βάσει ενός επιλεγμένου διαχειριστικού σεναρίου. Περιλαμβάνει το μοντέλο εδαφικής υγρασίας (αντίστοιχο με αυτό που αναφέρεται στο κεφάλαιο 5), το μοντέλο υπόγειας κίνησης που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 6, το μοντέλο καταμερισμού της ζήτησης (περιγράφεται παρακάτω) και το μοντέλο διόδευσης που βασίζεται στη μέθοδο Muskingum-Cunge. Οι εκτίμηση των παραμέτρων

γίνεται βάσει αλγορίθμου ολικής βελτιστοποίησης αντίστοιχου με αυτόν που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 7.

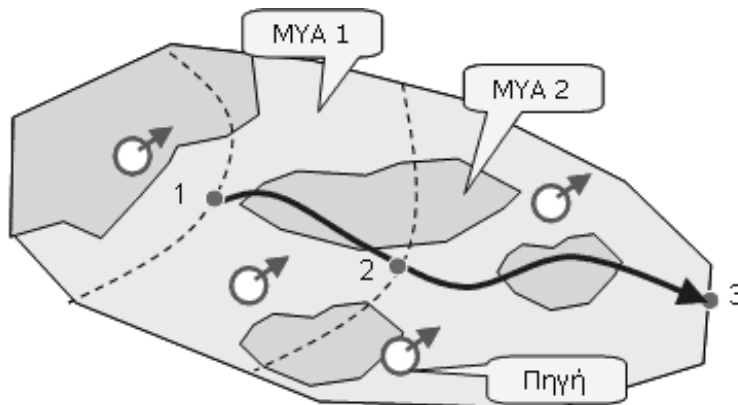
Στην ανάπτυξη του μοντέλου έγινε συστηματική προσπάθεια να διατηρηθεί το πλήθος των παραμέτρων χαμηλό και η ταχύτητα της προσομοίωσης υψηλή. Το πρώτο υπαγορεύεται από τις συνθήκες συνθήκες διεξαγωγής μελετών υπό ελλιπή στοιχεία. Το δεύτερο επιβάλλεται από τη χρονοβόρα διαδικασία της εκτίμησης παραμέτρων ή από τις χρονοβόρες εφαρμογές, όπως η στοχαστική πρόγνωση, που απαιτούν πολλαπλά τρεξίματα του μοντέλου

Ακολούθως εκτίθεται ο τρόπος που αλληλεπιδρούν τα επιμέρους μοντέλα της ΥΔΡΟΓΕΙΟΥ και πως αυτό καθορίζεται από τη γεωγραφική πληροφορία. Στο τέλος του κεφαλαίου αναπτύσσεται συνοπτικά το μοντέλο καταμερισμού της ζήτησης (υδατικών αναγκών) στους διαθέσιμους υδατικούς πόρους. Λεπτομέρειες για τη δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ μπορούν να αναζητηθούν στην εργασία των *Ευστρατιάδη κ.α.* (2005).

8.2.2 Επιφανειακό μοντέλο

Στην ενότητα 5.2 αναφέρθηκε ότι μια λεκάνη χωρίζεται σε Μονάδες Υδρολογικής Απόκρισης (ΜΥΑ) που αντιστοιχούν σε περιοχές με ομοιόμορφα γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά. Σε μικρές λεκάνες μπορεί να αποδοθεί η κάθε ΜΥΑ με μια δεξαμενή επιφανειακού μοντέλου. Όμως σε μια μεγάλη υδρολογική λεκάνη, η ετήσια επιφανειακή βροχόπτωση έχει σημαντική χωρική μεταβλητότητα. Γιαυτό τον λόγο είναι προτιμότερο η κάθε ΜΥΑ να αποδοθεί με διαφορετική δεξαμενή σε κάθε υδρολογική ενότητα της λεκάνης (καταμερισμός της λεκάνης ανάλογα με το ύψος βροχόπτωσης). Το καρτεσιανό γινόμενο του υδρολογικού καταμερισμού της λεκάνης με τις ΜΥΑ παράγει τις επιφάνειες οι οποίες θα αποδοθούν από δεξαμενές επιφανειακού μοντέλου. Η επιφάνεια που αντιστοιχεί σε μια δεξαμενή δεν είναι κατ' ανάγκη μια ενιαία έκταση αλλά μπορεί να είναι και ένα σύνολο από πολλά μικρά διάσπαρτα τεμάχια τυχαίας γεωμετρίας. Οι επιφανειακές δεξαμενές που ανήκουν στην ίδια ΜΥΑ (τόσες όσες και οι υδρολογικές ενότητες της λεκάνης στις οποίες εκτείνεται η εν λόγω ΜΥΑ), θεωρείται ότι χαρακτηρίζονται από ενιαίο μηχανισμό γέννησης απορροής. Αυτό σημαίνει στην πράξη ότι έχουν κοινές παραμέτρους. Με τον τρόπο αυτό, ακολουθείται μια εννοιολογική μοντελοποίηση στην οποία όμως οι παράμετροι συνδέονται με τα χαρακτηριστικά μεγέθη του φυσικού συστήματος που επηρεάζουν τις προσομοιωμένες υδρολογικές διεργασίες.

Στο Σχήμα 8.1 φαίνεται μια υδρολογική λεκάνη που χωρίζεται (διακεκομμένες γραμμές) ανάλογα με το ύψος βροχόπτωσης σε τρεις υδρολογικές ενότητες. Τα γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά της λεκάνης υποδεικνύουν τον καταμερισμό της σε δύο ΜΥΑ. Η ένωση των δύο αυτών θεματικών επιπέδων (ενότητες και ΜΥΑ) θα δώσει $2 \times 3 = 6$ εκτάσεις οι οποίες μοντελοποιούνται από αντίστοιχο αριθμό δεξαμενών. Επειδή η κάθε δεξαμενή επιφανειακού μοντέλου εισάγει πέντε παραμέτρους (βλ. κεφάλαιο 5), ο συνολικός αριθμός



Σχήμα 8.1: Παράδειγμα σχηματοποίησης υδροσυστήματος που αποτελείται από τρεις υδρολογικές ενότητες και δύο Μονάδες Υδρολογικής Απόκρισης.

των παραμέτρων είναι $2 \times 5 = 10$ (δύο είναι το πλήθος των ΜΥΑ).

8.2.3 Υπολογισμός εισροών στο υδρογραφικό δίκτυο

Υδρολογική ενότητα θεωρείται ένα τμήμα της υδρολογικής λεκάνης με ομοιόμορφο ύψος βροχόπτωσης P_i και δυνητική εξατμοδιαπνοή E_{p_i} (υδρολογικές εισοδοί). Οι υδρολογικές εισοδοί διαφοροποιούνται ανά υδρολογική ενότητα i ($i = 1, \dots, NB$) ενώ οι παράμετροι του μοντέλου εδαφικής υγρασίας διαφοροποιούνται ανά μονάδα υδρολογικής απόκρισης j ($j = 1, \dots, NH$). Σε κάθε χρονικό βήμα εφαρμόζεται το μοντέλο εδαφικής υγρασίας, το οποίο εκτιμά τον επιμερισμό του ύψους βροχόπτωσης P_i (που είναι κοινό για όλα τα τμήματα των ΜΥΑ που ανήκουν στην υδρολογική ενότητα i) σε ισodύναμα ύψη επιφανειακής απορροής Q_i , πραγματικής εξατμοδιαπνοής E_i , κατείσδυσης G_i , και αποθήκευσης υγρασίας S_i . Για να γίνει αυτό πρέπει να αθροιστούν με κατάλληλα βάρη οι έξοδοι των επιφανειακών δεξαμενών που ανήκουν στην ενότητα i . Αν F_{ij} είναι η κοινή επιφάνεια της υδρολογικής ενότητας i με την ΜΥΑ j , τότε ο όγκος απορροής της i προκύπτει ως το άθροισμα:

$$Q_i = \frac{1}{F_i} \sum_{j=1}^{NH} q_{ij} F_{ij} \quad (8.2.1)$$

όπου q_{ij} η επιφανειακή απορροή της δεξαμενής που αντιστοιχεί στη ΜΥΑ j όταν τροφοδοτείται με την υδρολογική είσοδο της ενότητας i και F_i η έκταση της i .

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται τα υπόλοιπα υδρολογικά μεγέθη δηλαδή η πραγματική εξατμοδιαπνοή E_i και η κατείσδυση G_i .

Στην επιφανειακή απορροή Q_i προστίθεται η εκροή όλων των πηγών της υδρολογικής ενότητας δηλαδή η βασική ροή Q_{b_i} . Στη συνέχεια αυτό το σύνολο

λο αποδίδεται στον κόμβο εξόδου της ενότητας i , αφού πρώτα αφαιρεθούν οι απώλειες προς τον υδροφορέα κατά τη διαδρομή του νερού στο υδρογραφικό δίκτυο. Οι απώλειες αυτές εκτιμώνται από την σχέση:

$$\delta_i = \lambda_i(Q_i + Qb_i) \quad (8.2.2)$$

όπου λ_i ο συντελεστής διήθησης του υδατορεύματος που διατρέχει την υδρολογική ενότητα i .

8.2.4 Συνιστώσες φόρτισης υπόγειων δεξαμενών

Οι δεξαμενές υπόγειου νερού δέχονται τριών ειδών φορτίσεις:

1. την κατανεμημένη κατείσδυση της εδαφικής υγρασίας·
2. τη γραμμική διήθηση νερού κατά μήκος του κύριου κλάδου του υδρογραφικού δικτύου·
3. τη σημειακή άντληση νερού από τις γεωτρήσεις του υδροσυστήματος.

Οι δύο πρώτες συνιστώσες αντιπροσωπεύουν εισροή νερού στο υπόγειο σύστημα, που οφείλεται σε φυσική τροφοδοσία του υδροφορέα από τη βροχόπτωση, ενώ η τρίτη συνιστώσα αντιπροσωπεύει εκροή (απόληψη) νερού, που οφείλεται στον ανθρώπινο παράγοντα. Για τον υπολογισμό των τριών τύπων φορτίσεων σε κάθε δεξαμενή, απαιτείται η διαμόρφωση αντίστοιχων επιπέδων γεωγραφικής πληροφορίας, και συγκεκριμένα:

1. το καρτεσιανό γινόμενο των τριών θεματικών επιπέδων: κύτταρα υδροφορέα-υδρολογικές ενότητες-MYA·
2. το καρτεσιανό γινόμενο των δύο θεματικών επιπέδων: κύτταρα υδροφορέα-κύριος κλάδος υδρογραφικού δικτύου·
3. το καρτεσιανό γινόμενο των δύο θεματικών επιπέδων: κύτταρα υδροφορέα-γεωτρήσεις.

Η κατανεμημένη κατείσδυση από κάθε συνδυασμό υδρολογικής ενότητας-MYA ολοκληρώνεται στην επιφάνεια των υπόγειων κυττάρων. Αν F_{ijk} είναι η κοινή επιφάνεια της υδρολογικής ενότητας i με τη MYA j και το κύτταρο k του υπόγειου μοντέλου, g_{ij} είναι το ύψος κατείσδυσης από τη δεξαμενή που ανήκει στη MYA j όταν φορτίζεται με την υδρολογική είσοδο της ενότητας i και F_k είναι η έκταση του κυττάρου k , τότε το ύψος κατείσδυσης στο εν λόγω κύτταρο υπολογίζεται από την σχέση:

$$G_k = \frac{1}{F_k} \sum_{i=1}^{NB} \sum_{j=1}^{NH} g_{ij} F_{ijk} \quad (8.2.3)$$

όπου NB και NH το πλήθος των υδρολογικών ενοτήτων και των ΜΥΑ αντίστοιχα.

Οι απώλειες λόγω διήθησης στα υδατορεύματα επιμερίζονται στα υποκείμενα κύτταρα αναλογικά με το μήκος ανάπτυξης κάθε κλάδου του υδρογραφικού δικτύου. Συγκεκριμένα, αν δ_i το ύψος απωλειών κατά μήκος του κλάδου i , L_{ik} το μήκος αυτού πάνω από το κύτταρο k , L_k το μήκος του υδατορεύματος που αναπτύσσεται πάνω το κύτταρο k τότε το ύψος διήθησης που φορτίζει το κύτταρο k δίνεται από τη σχέση:

$$\delta_k = \frac{1}{L_k} \sum_{i=1}^{NR} \delta_i L_{ik} \quad (8.2.4)$$

όπου NR το πλήθος των κλάδων.

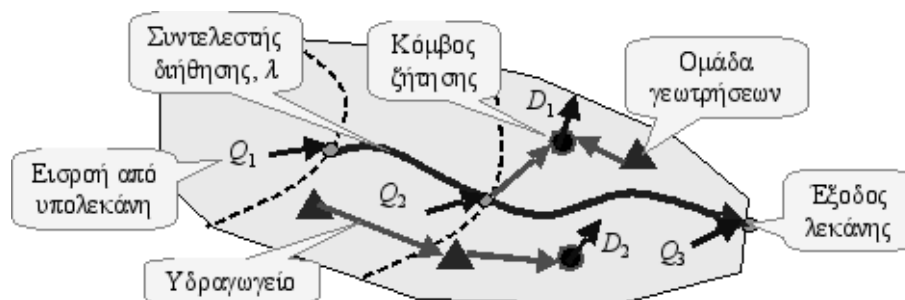
Οι υπόγειες απολήψεις εκτιμώνται από το μοντέλο κατανομής της ζήτησης. Η απόληψη που δίνεται σε μονάδες όγκου ανάγεται σε μονάδες ύψους, για να είναι συμβατή με τις υπόλοιπες φορτίσεις, διαιρώντας με την επιφάνεια του κυττάρου που αντλείται.

8.2.5 Μοντέλο υδροσυστήματος-κατανομής της ζήτησης

Σε διαταραγμένα συστήματα, είναι προφανές ότι η πραγματοποίηση απολήψεων από επιφανειακούς και υπόγειους υδατικούς πόρους επηρεάζει το υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης. Κατά κανόνα όμως, είναι δύσκολο να βρεθούν ιστορικά στοιχεία (μετρήσεις) όσον αφορά στις απολήψεις, ενώ αντίθετα είναι δυνατό να γίνουν εκτιμήσεις σχετικά με τις υδατικές ανάγκες (βλ. Παράρτημα Α.2.2). Επιπλέον, όταν μελετάται η μελλοντική κατάσταση της λεκάνης, κάτι που προϋποθέτει ότι το υδρολογικό μοντέλο έχει βαθμονομηθεί και λειτουργεί υπό μορφή πρόγνωσης, θεωρούνται δεδομένα τα χαρακτηριστικά του υδροσυστήματος και οι υδατικές ανάγκες και ζητείται η εκτίμηση των πραγματικών απολήψεων.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, υλοποιήθηκε στη δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟ-ΓΕΙΟΣ η δυνατότητα περιγραφής των έργων αξιοποίησης των υδατικών πόρων της λεκάνης. Στο μοντέλο προσομοίωσης ενσωματώθηκε ένα σχήμα κατανομής των υδατικών πόρων που, για δεδομένες σημειακές εισροές στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, δεδομένες ζήτησεις νερού και προτεραιότητες των εν λόγω αναγκών, δεδομένους περιορισμούς στη λειτουργία του υδροσυστήματος και δεδομένα χαρακτηριστικά των υδραυλικών έργων, υπολογίζει τις μεταβλητές του υδροσυστήματος (παροχές, απολήψεις) με τρόπο ώστε να ικανοποιούνται οι φυσικοί και λειτουργικοί περιορισμοί και να ελαχιστοποιείται το κόστος των απολήψεων. Σε ότι αφορά στον τελευταίο στόχο, η λογική είναι η ακόλουθη: Όταν το μοντέλο τρέχει για συνθήκες μελλοντικής προσομοίωσης-πρόγνωσης είναι λογικό να τεθεί ως στόχος της διαχείρισης η ελαχιστοποίηση του κόστους των απολήψεων. Όταν το μοντέλο τρέχει για

προσομοίωση ιστορικών συνθηκών υπάρχει αβεβαιότητα ως προς το πώς έγινε η διαχείριση των απολήψεων στο παρελθόν, αλλά είναι εύλογο και πάλι να θεωρηθεί (προσεγγιστικά) ότι οι ενδιαφερόμενοι χρήστες ενήργησαν με τρόπο που να ελαχιστοποιεί το κόστος.



Σχήμα 8.2: Σχηματική παράσταση ενός υποθετικού υδροσυστήματος

Στο Σχήμα 8.2 απεικονίζεται η διαμόρφωση ενός υποθετικού υδροσυστήματος που περιλαμβάνει τρεις υδρολογικές ενότητες, τρεις ομάδες γεωτρήσεων, τέσσερα υδραγωγεία και δύο κόμβους ζήτησης νερού. Ο πρώτος κόμβος μπορεί να ικανοποιηθεί είτε με απευθείας απόληψη επιφανειακών νερών από το ποτάμι (συνεπώς χωρίς κόστος), είτε με άντληση νερού από το παρακείμενο σύστημα γεωτρήσεων. Ο δεύτερος κόμβος μπορεί να ικανοποιηθεί με άντληση νερού μόνο από ομάδες γεωτρήσεων. Έστω ότι σε κάποιο χρονικό βήμα, είναι γνωστές από την επίλυση του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας, οι πλευρικές εισροές στους τρεις κόμβους του υδρογραφικού δικτύου Q_1 , Q_2 και Q_3 . Επιπλέον, είναι γνωστές οι τιμές ζήτησης D_1 και D_2 , οι παροχετευτικότητες και τα μοναδιαία κόστη των υδραγωγείων, καθώς και η αντλητική ικανότητα και τα μοναδιαία κόστη των ομάδων γεωτρήσεων. Τα άγνωστα μεγέθη του προβλήματος είναι οι μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου, δηλαδή:

1. οι παροχές στους κλάδους του υδρογραφικού δικτύου και στα υδραγωγεία.
2. οι απολήψεις από τους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου και τις ομάδες γεωτρήσεων.
3. οι απώλειες κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου λόγω διήθησης.

Ζητούμενο είναι η εύρεση των παραπάνω μεγεθών, με τρόπο ώστε:

1. να ικανοποιείται το σύνολο των φυσικών περιορισμών του συστήματος, δηλαδή οι εξισώσεις συνέχειας σε όλους τους κόμβους.
2. να ικανοποιούνται, εφόσον είναι εφικτό, οι στόχοι και λοιποί λειτουργικοί περιορισμοί του συστήματος, με την επιθυμητή σειρά προτεραιότητας.

3. να ελαχιστοποιείται το κόστος λειτουργίας του συστήματος, δηλαδή το κόστος άντλησης και μεταφοράς νερού.

Αποδεικνύεται ότι τα παραπάνω μπορούν να διατυπωθούν μαθηματικά ως ένα μοντέλο δικτυακού προγραμματισμού, μετασχηματίζοντας τις συνιστώσες του υδροσυστήματος σε συνιστώσες ενός διγράφου, δηλαδή ένα σύνολο από κόμβους και κλάδους. Οι κόμβοι είναι τα μοναδικά σημεία στα οποία πραγματοποιείται προσφορά ή κατανάλωση νερού, ενώ οι κλάδοι αντιπροσωπεύουν πραγματικές ή εικονικές διαδρομές νερού. Η κατανομή των διαθέσιμων υδατικών πόρων στις επιμέρους συνιστώσες του συστήματος διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα γραμμικής βελτιστοποίησης, που σε μορφή μητρώων γράφεται ως:

$$\begin{aligned} & \text{minimise } f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ & \text{έτσι ώστε } \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{y} \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (8.2.5)$$

όπου \mathbf{x} το διάνυσμα μεταβλητών ελέγχου, δηλαδή των μεταβλητών του υδατικού ισοζυγίου, \mathbf{c} το διάνυσμα των τιμών μοναδιαίου κόστους, \mathbf{A} ο λεγόμενος πίνακας πρόσπτωσης, που περιγράφει την τοπολογία του διγράφου, \mathbf{y} το διάνυσμα προσφοράς και ζήτησης νερού, $\mathbf{0}$ το μηδενικό διάνυσμα, και \mathbf{u} το διάνυσμα των τιμών μεταφορικής ικανότητας των κλάδων.

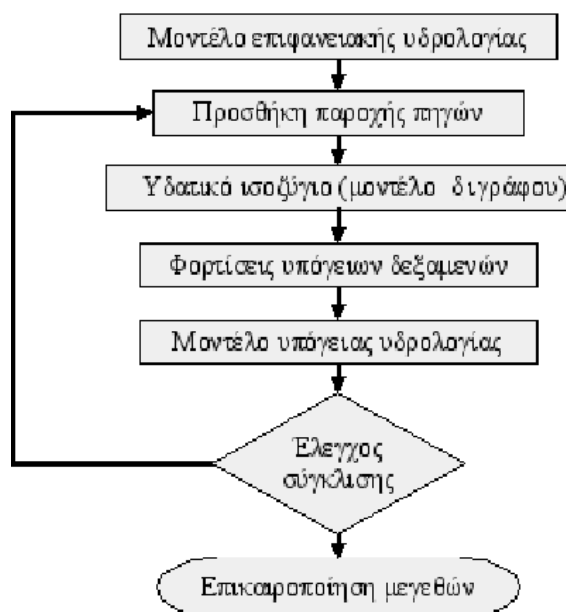
Η επίλυση του παραπάνω προβλήματος μπορεί να γίνει με τον αλγόριθμο simplex που χαρακτηρίζεται από ταχύτατη σύγκλιση.

Η διαδικασία μαθηματικής αναπαράστασης ενός συστήματος υδατικών πόρων σε μοντέλο διγράφου, σε ένα πλαίσιο βελτιστοποίησης της διαχείρισης, περιγράφεται αναλυτικά από τους Καραβοκυρός κ.α., (2005), *Efstratiadis et al.* (2004) και *Koutsoyiannis et al.* (2002).

Οι αντλούμενες ποσότητες νερού από τον υδροφορέα προκύπτουν από το μοντέλο κατανομής της ζήτησης. Το μοντέλο κατανομής όμως απαιτεί σαν δεδομένα τις εξόδους του υπόγειου μοντέλου το οποίο με τη σειρά του απαιτεί να είναι γνωστές όλες οι φορτίσεις του υδροφορέα μεταξύ των οποίων και οι αντλήσεις. Η αλληλεξάρτηση αυτή επιβάλλει την κυκλική εκτέλεση των μοντέλων μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Στην πράξη αποδεικνύεται ότι μικρός αριθμός κύκλων, δύο ή τρεις, είναι αρκετός για να συγκλίνουν τα αποτελέσματα. Η σειρά με την οποία εκτελούνται τα μοντέλα της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ καθώς και η κυκλική εκτέλεση αυτών φαίνεται στο Σχήμα 8.3.

8.2.6 Γεωγραφική πληροφορία

Για την περιγραφή του τρόπου που αλληλεπιδρούν τα επιμέρους μοντέλα της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ είναι αναγκαία τα ακόλουθα γεωγραφικά



Σχήμα 8.3: Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου προσομοίωσης της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ

θεματικά επίπεδα:

1. Το θεματικό επίπεδο με τα κύτταρα του μοντέλου υπόγειας ροής. Δημιουργείται από το χρήστη και απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά τη χάραξη του έτσι ώστε να ικανοποιούνται τα κριτήρια που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 6.
2. Το θεματικό επίπεδο που περιγράφει τη διαίρεση της υδρολογικής λεκάνης σε ενότητες ομογενών υδρολογικών χαρακτηριστικών (ετήσια βροχόπτωση, εξατμοδιαπνοή). Μπορεί να παραχθεί αυτόματα από το γεωγραφικό πρόγραμμα αν είναι διαθέσιμο το ψηφιδωτό υπόβαθρο της ετήσιας βροχόπτωσης. Εναλλακτικά μπορεί να παραχθεί και χειροκίνητα βάσει της εμπειρίας του χρήστη.
3. Το θεματικό επίπεδο με τις μονάδες υδρολογικής απόκρισης. Προκύπτει από γεωγραφικές πράξεις τομής μεταξύ θεματικών επιπέδων που περιγράφουν το ανάγλυφο του εδάφους (υψόμετρα) και τη γεωμορφολογία (γεωλογικοί σχηματισμοί, είδος εδαφικής κάλυψης, χρήσεις γης κ.α.).
4. Το θεματικό επίπεδο με τις αντλητικές γεωτρήσεις που έχουν διανοιχτεί στην περιοχή μελέτης. Παράγεται με ψηφιοποίηση.
5. Το θεματικό επίπεδο που περιγράφει το υδρογραφικό δίκτυο. Μπορεί

να παραχθεί είτε με ψηφιοποίηση είτε από το γεωγραφικό πρόγραμμα βάσει του ψηφιακού μοντέλου εδάφους.

8.2.7 Εκτίμηση παραμέτρων

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται στην ΥΔΡΟΓΕΙΟ είναι μια παραλλαγή της μεθόδου ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης (βλ. ενότητα 7.5.2). Τα επιπλέον χαρακτηριστικά του αλγορίθμου της ΥΔΡΟΓΕΙΟΥ είναι η χρήση δύο διαστημάτων τιμών παραμέτρων που ονομάζονται εσωτερικό και εξωτερικό διάστημα. Το εξωτερικό διάστημα αναπαριστά το πεδίο τιμών του προβλήματος (περιορισμοί της βελτιστοποίησης) ενώ το εσωτερικό διάστημα είναι στην ουσία οι αρχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων. Το εσωτερικό διάστημα χρησιμοποιείται για τη γέννηση του αρχικού πληθυσμού και δεν λαμβάνεται ως περιορισμός κατά τη βελτιστοποίηση (*Efstratiadis & Koutsoyiannis, 2002*).

Κεφάλαιο 9

Εφαρμογή του 3dkflow

9.1 Εισαγωγή

Το 3dkflow εφαρμόστηκε σε τρεις καρστικούς υδροφορείς προκειμένου να μελετηθούν εναλλακτικοί τρόποι μοντελοποίησης των πολύπλοκων συνθηκών ροής που επικρατούν στους υδροφορείς αυτού του είδους. Ειδικότερα χρησιμοποιήθηκε η μικτή εξίσωση κίνησης νερού για να διερευνηθεί κατά πόσο αυτή μπορεί να βελτιώσει τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Στον πρώτο υδροφορέα χρησιμοποιήθηκε ορθογωνική διακριτοποίηση όπως στα μοντέλα πεπερασμένων διαφορών ενώ στους άλλους δύο το 3dkflow εφαρμόστηκε σαν εννοιολογικό μοντέλο με χρήση περιορισμένου αριθμού κυττάρων.

Οι τρεις καρστικοί υδροφορείς ήταν ο υδροφορέας των πηγών Αλμυρού Αγίου Νικολάου όπου υπάρχουν διαθέσιμες εβδομαδιαίες μετρήσεις παροχής και ελάχιστες μετρήσεις στάθμης, ο υδροφορέας των πηγών Λιλαίας του άνω ρου του Βοιωτικού Κηφισού όπου είναι διαθέσιμες μηνιαίες μετρήσεις παροχής και στάθμης σε μία γεώτρηση και ο υδροφορέας της πηγής Bregana στη Βοσνία όπου υπάρχουν ημερήσιες μετρήσεις παροχής της πηγής και της στάθμης της πόλγης Dabarsko.

9.2 Εφαρμογή στον Αλμυρό Αγίου Νικολάου

9.2.1 Περιγραφή περιοχής

Η πηγή του Αλμυρού Αγίου Νικολάου εκβάλλει παραλιακά γύρω στα 2 km νοτίως του Αγίου Νικολάου. Το μέτωπο της πηγής εμφανίζεται 50 μέτρα από την ακτή σε υψόμετρο +0.70 m από τη στάθμη της θάλασσας. Η εξίσωση Darcy και η εξίσωση (6.16.3) χρησιμοποιήθηκαν εναλλακτικά σε δύο προσομοιώσεις των οποίων τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν για να εντοπιστούν οι διαφορές στην επίδοση.

Η πηγή αποφορτίζει ένα καρστικό-δολομιτικό υδροφορέα ο οποίος υπέρκειται σειρών φυλλίτη (IGME, 1977). Οι επιφανειακές εμφανίσεις των γεω-

λογικών σχηματισμών του υδροφορέα φαίνονται στο Σχήμα 9.1 ενώ οι γεωλογικές στρώσεις στο Σχήμα 9.2.

Οι αλλουβιακές προσχώσεις έχουν γενικά μικρή έκταση και δεν εμφανίζουν αξιόλογο υδατικό δυναμικό. Οι προσχώσεις που έχουν γεμίσει τα βυθίσματα των ποτών των Λακωνίων, συμμετέχουν ενεργά στη διαμόρφωση των συνθηκών της υπόγειας ροής. Συγκεκριμένα λόγω του μεγάλου πάχους τους και της αργιλώδους σύστασης τους αποτελούν μια ζώνη πολύ χαμηλής περατότητας.

Οι δολομιτικοί ασβεστόλιθοι ανήκουν στο ανθρακικό κάλυμμα της Τρίπολης και είναι επωθημένοι στην υποκείμενη σειρά φυλλιτών-χαλαζιτών. Στο σύνολο τους είναι κερματισμένοι, καρστικοποιημένοι και αποτελούν τον κύριο τροφοδότη της πηγής. Οι γεωτρήσεις των περιοχών Κρίτσας, Λακωνίων, Ξηροποτάμου και Δράσι έγιναν στα πετρώματα αυτά.

Οι φυλλίτες-χαλαζίτες και οι σχιστόλιθοι στις περιπτώσεις που υπόκεινται ανθρακικών πετρωμάτων προσδιορίζουν το επίπεδο αναφοράς στην ανάπτυξη υπόγειων υδροφοριών και τη διεύθυνση της υπόγειας κίνησης των νερών.

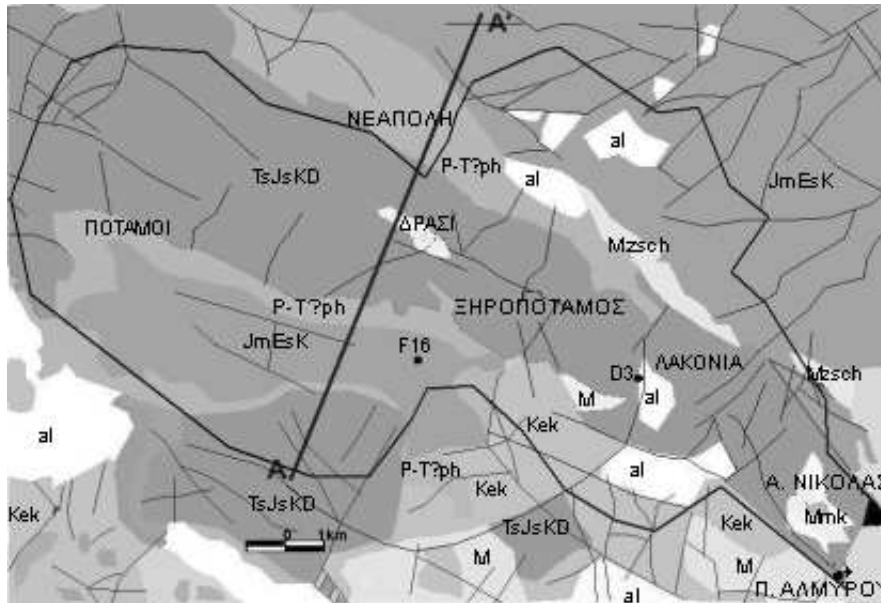
Οι πλακώδεις κρυσταλλικοί ασβεστόλιθοι εμφανίζονται σε διάφορα τμήματα του συστήματος Δίκτης-Αλμυρού και κατά κανόνα υπόκεινται των φυλλιτών-χαλαζιτών. Προς τα χαμηλά και προς την διεύθυνση του Αλμυρού έρχονται σε άμεση τεκτονική επαφή με τους ασβεστόλιθους της Τρίπολης. Έτσι τα νερά της κατεισδυσης στους πλακώδεις ασβεστόλιθους μεταγγίζονται πλευρικά στους ασβεστόλιθους της Τρίπολης και τροφοδοτούν την πηγή του Αλμυρού.

Στην περιοχή παρατηρούνται πολυάριθμα κανονικά ρήγματα τα οποία παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη και τη γεωμετρία των καρστικών δικτύων και άρα την κυκλοφορία των υπόγειων νερών.

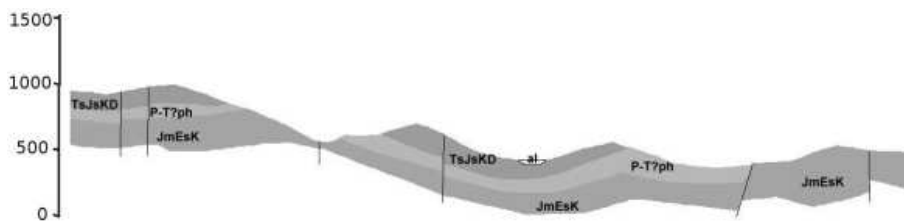
Η παροχή της πηγής μεταβάλλεται μεταξύ 1.8 και 3.4 m³/s ενώ ο μέσος ετήσιος όγκος που εκφορτίζεται από την πηγή είναι 64 hm³. Περίπου 11 hm³ αντλούνται από τον υδροφορέα κάθε χρόνο μεταξύ Απριλίου και Οκτωβρίου για άρδευση. Αυτό συνεπάγεται ότι η ολική εκροή από τον υδροφορέα είναι 75 hm³ ανά έτος. Η ετήσια βροχή στο μέσο υψόμετρο της λεκάνης (600 m) είναι 1185 mm ενώ οι Κνιθάκης κ.α. (1996) εκτιμούν ότι η ετήσια εξατμοδιαπνοή ανέρχεται στα 575 mm. Η ίδια μελέτη εκτιμάει ότι 491 mm κατεισδύουν κάθε χρόνο στον υδροφορέα. Από αυτά συμπεραίνεται ότι η έκταση του υδροφορέα που τροφοδοτεί την πηγή είναι 152 km². Στο Σχήμα 9.1 φαίνεται η εκτίμηση των συνόρων του υδροφορέα.

Στις περιοχές Δράσι, Ξηροπόταμος, βόρεια και νότια Λακώνια υπάρχουν καλλιέργειες που αρδεύονται με νερό που εξασφαλίζεται από αντλίες. Οι αντλούμενες ποσότητες σύμφωνα με τους Κνιθάκης κ.α. (1990) είναι 2.6 hm³ στην περιοχή Δράσι, 1.1 hm³ στην περιοχή Ξηροποτάμου, 1.1 hm³ στην περιοχή βορείων Λακωνίων και 1.7 hm³ στην περιοχή νοτίων Λακωνίων.

Η περίοδος με τις διαθέσιμες μετρήσεις παροχής ξεκινάει από τον Ιανουάριο του 1977 και σταματάει τον Σεπτέμβριο του 1985. Οι μετρήσεις διεξήχθησαν με μέση συχνότητα μια φορά την εβδομάδα. Χρονικά αραιές και ακανόνιστες μετρήσεις στάθμης υπάρχουν μόνο σε δύο σημεία της περιοχής,



Σχήμα 9.1: Εμφάνιση γεωλογικών σχηματισμών στην περιοχή του υδροφορέα της πηγής Αλμυρού Αγίου Νικολάου. TsJsKD: Δολομιτικοί ασβεστόλιθοι, P-T?ph: Φυλλίτες-Χαλαζίτες, al: Αλλουβιακές προσχώσεις, Kek: Ασβεστόλιθοι, M: Μαργαϊκές αποθέσεις, MzsSch: Χαλαζιτικοί σχιστόλιθοι, Mmk: Κλαστικοποιημένα πετρώματα, JmEsK: Πλακώδεις κρυσταλλικοί ασβεστόλιθοι.

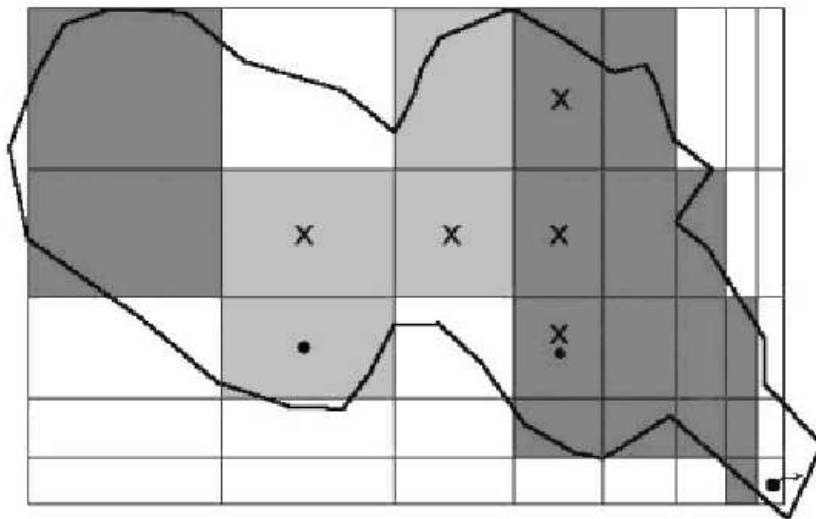


Σχήμα 9.2: Γεωλογική τομή ΑΑ' Σχήματος 9.1.

στις γεωτρήσεις F16 και D3 που φαίνονται στο Σχήμα 9.1. Η μέση στάθμη σε αυτές είναι 223.5 και 15.7 μέτρα από την στάθμη της θάλασσας.

9.2.2 Μοντελοποίηση υδροφορέα

Η διακριτοποίηση που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στο Σχήμα 9.3. Θεωρήθηκαν τρεις ζώνες αγωγιμότητας κατά την διεύθυνση X. Αυτό το μοτίβο επιλέχθηκε λόγω της έντονης υδραυλικής κλίσης που παρατηρείται στην περιοχή του Ξηροποτάμου και Λακωνίων, κατά πάσα πιθανότατη εξαιτίας μίας αλλουβιακής κουρτίνας (Κνιθάκης κ.α., 1990). Η πρώτη και η τρίτη ζώνη θεωρείται ότι έχουν ίσες αγωγιμότητες κατά τη διεύθυνση X (K_{x1} για Darcy και c_{x1} για την εξίσωση (6.16.3)) πολύ μεγαλύτερη από αυτήν της δεύτερης ζώνης (K_{x2} για Darcy και c_{x2} για την εξίσωση (6.16.3)). Η αγωγιμότητα κατά τη διεύθυνση Y (K_y για Darcy και c_y για την εξίσωση (6.16.3)) όπως και η ειδική απόδοση S_Y θεωρούνται σταθερές σε όλο τον υδροφορέα. Ο όρος αγωγιμότητας της πηγής Cd και η γενικευμένη αγωγιμότητα προς τη δεξαμενή της πηγής c, ρυθμίζουν την παροχή εκροής για την εξίσωση Darcy και την εξίσωση (6.16.3) αντίστοιχα. Η διακριτοποίηση έγινε με στρώμα με 5×8 κυττάρων. Ο κάνναβος είναι αδρομερής στις περιοχές μακριά από την πηγή και πυκνώνει στις περιοχές κοντά στην πηγή.



Σχήμα 9.3: Διακριτοποίηση υδροφορέα πηγής Αλμυρού Αγίου Νικολάου. Τα κύτταρα με φωτεινό γκρι χρώμα αντιστοιχούν στην δεύτερη ζώνη με χαμηλή αγωγιμότητα. Με μαύρους κύκλους σημειώνονται τα κύτταρα που αντιστοιχούν στα σημεία που μετρίεται η στάθμη (αριστερά F16, δεξιά D3). Με x σημειώνονται τα κύτταρα που αντλούνται για να καλυφθούν αρδευτικές ανάγκες.

Η μηνιαία επιφανειακή χρονοσειρά βροχόπτωσης, τροφοδότησε το επιφα-

Πίνακας 9.1: Εκτιμημένες παράμετροι του υπόγειου μοντέλου του υδροφορέα του Αλμυρού για την εξίσωση (6.16.3) με $\alpha = 1.5$, $D=3$ m, $J=0.001$.

c_{x1} (m ³ /s)	656
c_{x2} (m ³ /s)	3.4
c_y (m ³ /s)	97.5
c (m ³ /s)	550
S_Y	0.07

νειακό μοντέλο που περιγράφεται στο κεφάλαιο 5 για να υπολογιστεί το νερό που κατεισδύει στον υπόγειο υδροφορέα. Τα κύτταρα (2,2), (2,3), (2,4), (1,4) και (3,4) (βλ. σχήμα 9.3) αντιστοιχούν στις περιοχές που αντλείται ο υδροφορέας για να καλυφθούν οι αρδευτικές ανάγκες. Στα κύτταρα αυτά επιβάλλεται πρόγραμμα ομοιόμορφης άντλησης για τους μήνες από Απρίλη έως Οκτώβρη συμβατό με τις συνολικές αντλούμενες ποσότητες κατά Κνιθάκη.

Η εκτίμηση των παραμέτρων γίνεται ελαχιστοποιώντας τη στοχαστική συνάρτηση που προκύπτει από το σταθμισμένο άθροισμα των μέσων τετραγωνικών σφαλμάτων μεταξύ των μετρημένων και προσομοιωμένων χρονοσειρών. Οι μετρημένες χρονοσειρές προκύπτουν από τις γεωτρήσεις παρατήρησης F16 και D3 και από τις σταθμημετρήσεις στην εμφάνιση της πηγής του Αλμυρού Αγίου Νικολάου. Η επιλογή των βαρών αντανακλά την ποιότητα των αντίστοιχων μετρήσεων. Έτσι τα βάρη για τις αραιές μετρήσεις στάθμης στα σημεία F16 και D3 είναι 0.1 ενώ το βάρος για τις μετρήσεις παροχής της πηγής είναι 0.8.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την ελαχιστοποίηση της στοχαστικής συνάρτησης είναι η μέθοδος SCE που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 7. Για τη βελτιστοποίηση επιλέχθηκαν 3 άπλοκα και απαιτήθηκαν περίπου 1800 επαναλήψεις για να συγκλίνει ο αλγόριθμος. Η περίοδος βαθμονόμησης εκτείνεται από τον Οκτώβρη του 1977 μέχρι το Σεπτέμβρη του 1985. Το διάστημα από τον Ιανουάριο του 1977 έως τον Οκτώβρη του 1977 θεωρήθηκε σαν περίοδος εκκίνησης (warm up period) του μοντέλου.

Οι εκτιμημένες παράμετροι για την εξίσωση (6.16.3) φαίνονται στον Πίνακα 9.1 και για την εξίσωση Darcy στον Πίνακα 9.2. Η κλίση πυθμένα του αγωγού J , το ύψος του D και η παράμετρος α δεν βελτιστοποιήθηκαν αλλά τους αποδόθηκαν εύλογες τιμές. Οι εκτιμημένες αγωγιμότητες της δεύτερης ζώνης είναι και στις δύο περιπτώσεις μικρότερες από αυτήν της πρώτης και τρίτης ζώνης, όπως αναμένονταν και από την υδρογεωλογία του υδροφορέα. Μάλιστα ο λόγος c_{x1}/c_{x2} είναι πολύ κοντά στον λόγο K_{x1}/K_{x2} . Η εκτιμημένη ειδική απόδοση είναι περίπου ίδια και για της δύο εξισώσεις.

9.2.3 Αποτελέσματα μοντέλου και συμπεράσματα

Η προσομοίωση με τις δύο εξισώσεις πέτυχε εφάμιλλα αποτελέσματα. Οι αντίστοιχοι συντελεστές αποδοτικότητας φαίνονται στον Πίνακα 9.3. Οι χαμηλές τιμές τους αποδίδονται στη χρήση μηνιαίων χρονοσειρών βροχής σαν είσο-

Πίνακας 9.2: Εκτιμημένες παράμετροι του μοντέλου του υδροφορέα του Αλμυρού για την εξίσωση Darcy.

K_{x1} (m/s)	0.03
K_{x2} (m/s)	0.00019
K_y (m/s)	0.008
C_d (m ² /s)	2.79
S_Y	0.04

Πίνακας 9.3: Διαφορές μεταξύ των μέσων τιμών (μεροληψία) των προσομοιωμένων και παρατηρημένων χρονοσειρών στάθμης και συντελεστές αποδοτικότητας της παροχής της πηγής Αλμυρού.

	Μεροληψία F16 (m)	Μεροληψία D3 (m)	Συντελεστής αποδοτικότητας πηγής
Εξίσωση (6.16.3)	0.47	-0.50	0.63
Darcy	0.71	-0.42	0.63

δο καθώς και στην επιρροή των σταθμημετρήσεων από φαινόμενα παλίρροιας (Κνιθάκης κ.α., 1990). Επίσης στον Πίνακα 9.3 φαίνονται οι μεροληψίες των προσομοιωμένων υδραυλικών φορτίων προς τις αντίστοιχες μετρήσεις στάθμης στις γεωτρήσεις F16 και D3 (19 μετρήσεις για F16 και 10 για D3 σε διάστημα οκτώ ετών).

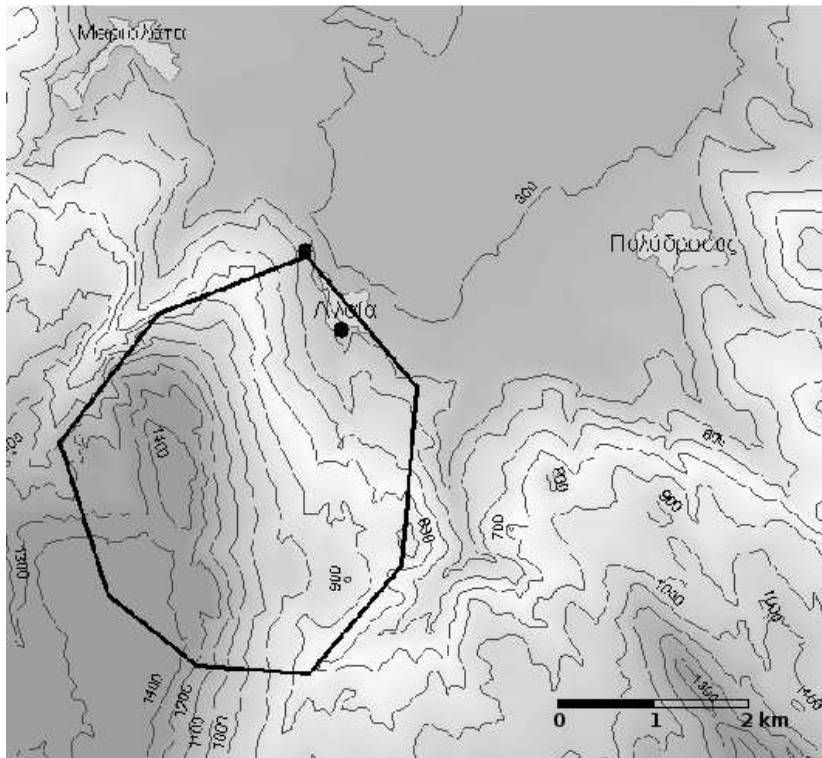
Η εφαρμογή του 3dkflow στον υδροφορέα του Αλμυρού έδειξε ότι στη συγκεκριμένη περίπτωση η εξίσωση (6.16.3) δεν προσφέρει βελτίωση στις επιδόσεις του μοντέλου έναντι της εξίσωσης Darcy.

9.3 Υδροφορέας Λιλαίας

9.3.1 Περιγραφή περιοχής

Η δεύτερη εφαρμογή του 3dkflow έγινε στον υδροφορέα των πηγών Λιλαίας. Οι πηγές βρίσκονται σε υψόμετρο 299 m (από την επιφάνεια της θάλασσας) στους πρόποδες του Παρνασσού βόρεια του οικισμού Λιλαία. Τα υψόμετρα στην περιοχή ξεκινάνε από τα 300 m και φτάνουν μέχρι και 1400 m περίπου (βλ. Σχήμα 9.4). Η εξίσωση Darcy και η εξίσωση (6.16.3) χρησιμοποιήθηκαν εναλλακτικά σε δύο προσομοιώσεις των οποίων τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν για να εντοπιστούν οι διαφορές στην επίδοση.

Οι πηγές Λιλαίας αναβλύζουν επί των βόρειων υπωρειών του Παρνασσού κατά μήκος της επαφής των ημιπερατών αποθέσεων της κοιλάδας του άνω ρου του Βοιωτικού Κηφισού και των καρστικοποιημένων ασβεστολίθων της ζώνης Παρνασσού-Γκιώνας (Μονοπώλης, 1971). Οι εμφανίσεις των πηγών συγκεντρώνονται σε πέντε βασικές συστάδες με τις επωνυμίες Αγίας Ελεούσας, Λιλαίας-Δυτικού Κεφαλόβρυσου, Αβίσου, Λιλαίας-Μαριολάτας και Γκατσί-

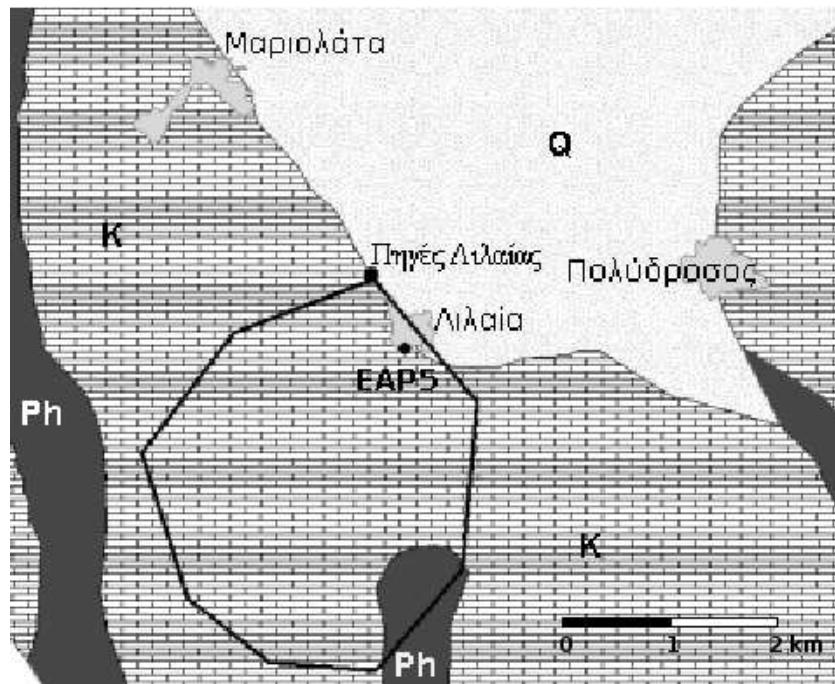


Σχήμα 9.4: Τοπογραφικός χάρτης περιοχής πηγών Λιλαίας και εκτιμώμενη έκταση υπόγειου υδροφορέα που εκφορτίζεται στις πηγές.

νου. Στο τρέχον κεφάλαιο θα εξεταστούν μόνο οι πηγές Λιλαίας-Δυτικού Κεφαλόβρυσου για τις οποίες υπάρχουν δεδομένα και οι οποίες για συντομία σε αυτό το κεφάλαιο θα ονομάζονται απλά πηγές Λιλαίας.

Η επιφανειακή εμφάνιση των γεωλογικών σχηματισμών που σχετίζονται με τις πηγές Λιλαίας φαίνονται στο Σχήμα 9.5. Η εκτιμώμενη έκταση του υδροφορέα που εκφορτίζεται στις πηγές Λιλαίας είναι περίπου 8 km^2 χωρίς όμως να είναι γνωστή η ακριβής γεωμετρία της. Τα σύνορα του υδροφορέα στα Σχήματα 9.4 και 9.5 έχουν χαραχθεί αυθαίρετα με την περικλειόμενη έκταση να ισούται με 8 km^2 . Ο μέσος ετήσιος όγκος που εκρέει από την πηγή είναι 9.3 hm^3 ενώ 0.5 hm^3 αντλούνται από τον υδροφορέα της πηγής από Ιούνιο έως Σεπτέμβριο για αρδεύσεις. Η μέση ετήσια βροχόπτωση στην περιοχή του υδροφορέα ανέρχεται στα 1582 mm .

Οι διαθέσιμες μετρήσεις της παροχής των πηγών και της στάθμης του υδροφόρου ορίζοντα εκτελούνται με συχνότητα δύο φορές τον μήνα και καλύπτουν δύο περιόδους, από τον Οκτώβριο του 1980 έως το Σεπτέμβρη του 1989 (Παγούνης κ.α., 1994) και από τον Οκτώβρη του 1993 έως το Σεπτέμβρη του 2000 (Η. Δάνδολος, προσωπική επικοινωνία). Μετρήσεις στάθμης είναι διαθέσιμες μόνο για τη δεύτερη περίοδο στη γεώτρηση παρατήρησης ΕΑΡ5



Σχήμα 9.5: Χάρτης εμφανίσεων γεωλογικών σχηματισμών της περιοχής των πηγών Λιλαίας (IGME, 1962) (Q: αλλουβιακές αποθέσεις, K: ασβεστόλιθοι, Ph: Φλύσχος).

(Σχήμα 9.5). Κάθε μία από τις δύο περιόδους χρησιμοποιήθηκε εναλλακτικά για βαθμονόμηση και επαλήθευση. Οι δύο περιόδοι βαθμονόμησης και επαλήθευσης εκτείνονται από το Μάρτιο του 1981 έως το Σεπτέμβριο του 1989 και από το Μάρτιο του 1994 έως το Σεπτέμβριο του 2000 (τα διαστήματα Οκτώβριος του 1980 έως Μάρτιος του 1981 και Οκτώβριος του 1993 έως Μάρτιος του 1994 χρησιμοποιήθηκαν ως περίοδοι εκκίνησης του μοντέλου).

9.3.2 Μοντελοποίηση

Για τη μοντελοποίηση του υδροφορέα της Λιλαίας επιλέχθηκε αδρομερής διακρίτοποίηση εξαιτίας της έλλειψης γνώσης των ακριβών συνόρων του υπόγειου υδροφορέα. Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε έχει τρεις δεξαμενές. Η πρώτη και η δεύτερη αντιστοιχούν στις μακρινές και κοντινές στην πηγή περιοχές του υδροφορέα ενώ η τελευταία δεξαμενή χρησιμοποιείται για να μοντελοποιήσει την πηγή. Οι παράμετροι του μοντέλου είναι η αγωγιμότητα μεταξύ της πρώτης και δεύτερης δεξαμενής (K_x για Darcy, c_x για εξίσωση (6.16.3)), ο όρος αγωγιμότητας Cd για Darcy ή η γενικευμένη αγωγιμότητα c για την εξίσωση (6.16.3) και η ειδική απόδοση S_y .

Σαν χρονικό βήμα φόρτισης επιλέχθηκε ο μήνας. Για τον υπολογισμό της κατείσδυσης χρησιμοποιήθηκε το επιφανειακό μοντέλο του κεφαλαίου 5

με ημερήσιες βροχοπτώσεις. Ακολούθως με συνάθροιση των αποτελεσμάτων προέκυψαν οι μηνιαίες τιμές κατείδυσης. Οι απολήψεις για άρδευση μοντελοποιήθηκαν με αντλήσεις από τη δεύτερη δεξαμενή.

Στην πρώτη βαθμονόμηση (βασισμένη στα δεδομένα της περιόδου 1981-1989) η στοχική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση ήταν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ των προσομοιωμένων και των παρατηρημένων χρονοσειρών της παροχής της πηγής. Στη δεύτερη βαθμονόμηση (βασισμένη στα δεδομένα της περιόδου 1993-2000) η στοχική συνάρτηση ήταν το άθροισμα των τετραγωνικών σφαλμάτων μεταξύ των προσομοιωμένων και παρατηρημένων χρονοσειρών παροχής πηγής και της στάθμης στη γεώτρηση ΕΑΡ5.

Στον Πίνακα 9.4 φαίνονται οι εκτιμημένες παράμετροι για την εξίσωση (6.16.3) για τις δύο περιόδους με τα διαθέσιμα δεδομένα. Η κλίση πυθμένα του αγωγού J , το ύψος του D και η παράμετρος α δεν βελτιστοποιήθηκαν αλλά τους αποδόθηκαν εύλογες τιμές. Οι εκτιμημένες παράμετροι της εξίσωσης Darcy φαίνονται στον Πίνακα 9.5. Η αγωγιμότητα είναι σχετικά μεγαλύτερη από την αναμενόμενη (σύμφωνα με τη βιβλιογραφία). Αυτό συμβαίνει γιατί η βαθμονόμηση δίνει την ενεργή αγωγιμότητα των κυττάρων της αδρομερούς διακριτοποίησης. Η εκτιμημένη ειδική απόδοση για την περίοδο 1994-2000 είναι διπλάσια από αυτήν της περιόδου 1981-1989 και για τις δύο εξισώσεις. Αυτό υποδεικνύει ότι ο συνδυασμός μετρήσεων υδραυλικού φορτίου και παροχής είναι απαραίτητοι για την αξιόπιστη εκτίμηση της ειδικής απόδοσης.

Πίνακας 9.4: Εκτιμημένες υδραυλικές παράμετροι του υδροφορέα της Λιλαίας για την εξίσωση (6.16.3) με $\alpha = 1.5$, $D = 3.0$ m και $J = 0.001$.

	1981-1988	1994-2000
c_x (m ³ /s)	184	137
c (m ³ /s)	27	45
S_Y	0.08	0.14

Πίνακας 9.5: Εκτιμημένες υδραυλικές παράμετροι του υδροφορέα της Λιλαίας για την εξίσωση Darcy.

	1981-1988	1994-2000
K_x (m/s)	0.017	0.017
Cd (m ² /s)	0.09	0.14
S_Y	0.04	0.10

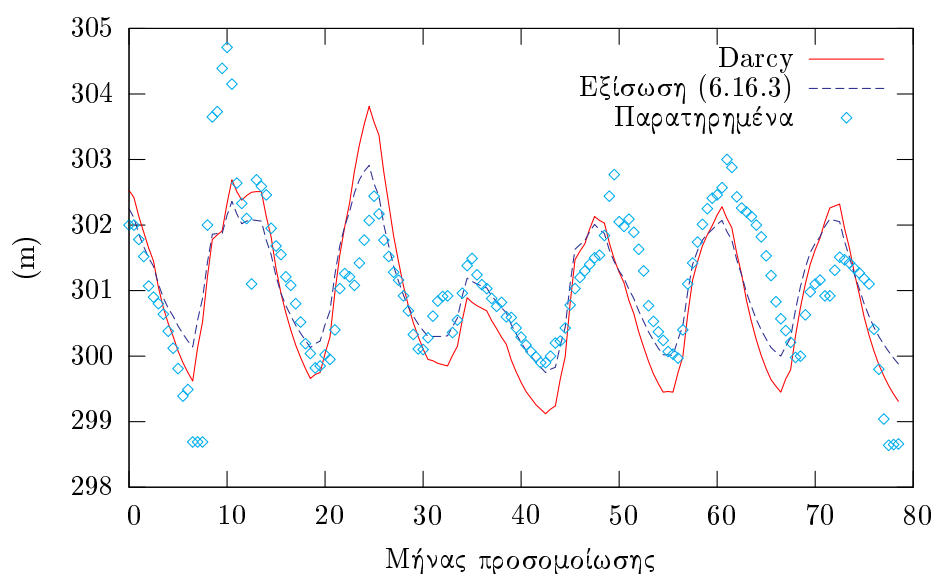
9.3.3 Αποτελέσματα μοντέλου Λιλαίας συμπεράσματα

Οι παράμετροι που προέκυψαν από τη βαθμονόμηση της περιόδου 1981-1989 χρησιμοποιήθηκαν στην επαλήθευση της περιόδου 1994-2000 και αντιστρόφως δηλαδή υπήρξαν δύο περίοδοι επαλήθευσης. Οι συντελεστές αποδοτικότητας

για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης των εξισώσεων Darcy και (6.16.3) φαίνονται στον Πίνακα 9.6. Η εξίσωση (6.16.3) πέτυχε ελαφρώς καλύτερα αποτελέσματα για την παροχή της πηγής και πολύ καλύτερα αποτελέσματα για την υδραυλική στάθμη κυρίως στην περίοδο επαλήθευσης 1994-2000 (Σχήμα 9.6). Η προσομοίωση της παροχής της πηγής για την εξίσωση (6.16.3) της περιόδου 1994-2000 φαίνεται στο Σχήμα 9.7. Η επίδοση του μοντέλου κρίνεται ικανοποιητική λαμβάνοντας υπόψη την αδρομερή διακριτοποίηση και το μηνιαίο χρονικό βήμα των περιόδων φόρτισης.

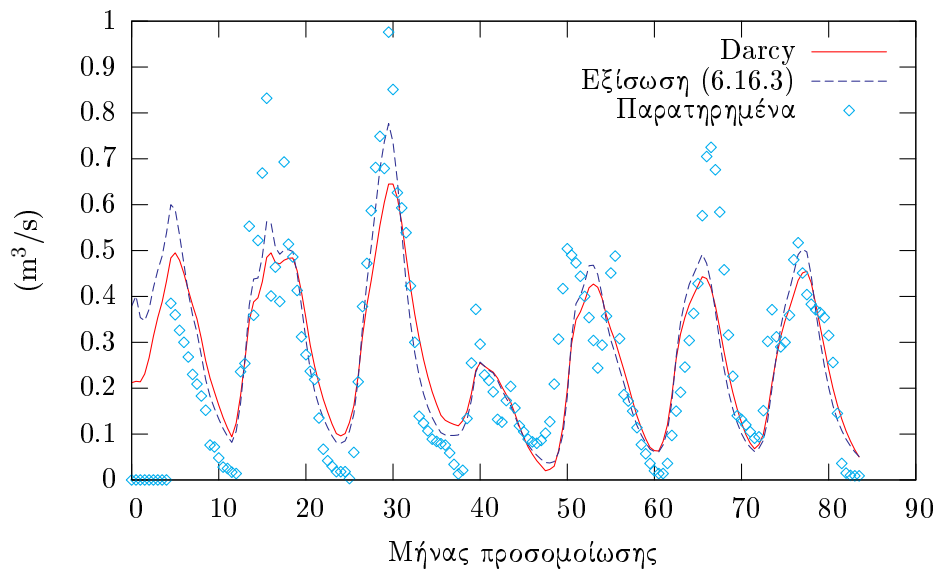
Πίνακας 9.6: Συντελεστές αποδοτικότητας για βαθμονόμηση και επαλήθευση του μοντέλου του υδροφορέα της Λιλαίας.

Περίοδος	Χρονοσειρά	Darcy	Εξίσωση (6.16.3)
Βαθμονόμηση 1981-1989	Παροχή πηγής	0.69	0.69
Επαλήθευση 1981-1989	Παροχή πηγής	0.42	0.45
Βαθμονόμηση 1994-2000	Στάθμη σε ΕΑΡ5	0.25	0.31
	Παροχή πηγής	0.62	0.62
Επαλήθευση 1994-2000	Στάθμη σε ΕΑΡ5	-0.48	-0.11
	Παροχή πηγής	0.39	0.37



Σχήμα 9.6: Παρατηρημένες και προσομοιωμένες χρονοσειρές στάθμης ύδατος στη γεώτρηση παρατήρησης ΕΑΡ5 από Μαρ-1994 έως Σεπ-2000 (επαλήθευση).

Όταν αυξάνεται η αγωγιμότητα και μειώνεται η ειδική απόδοση το αποτέλεσμα είναι ο υδροφορέας να αντιδρά άμεσα στις βροχές, δηλαδή το υδρογράφημα της πηγής ανέρχεται απότομα και φθίνει γρήγορα με την έναρξη και το πέρας ενός επεισοδίου. Αντιστρόφως όσο μειώνεται η αγωγιμότητα και αυξά-



Σχήμα 9.7: Παρατηρημένες και προσομοιωμένες χρονοσειρές παροχής πηγής από Μαρ-1994 έως Σεπ-2000 (βαθμονόμηση).

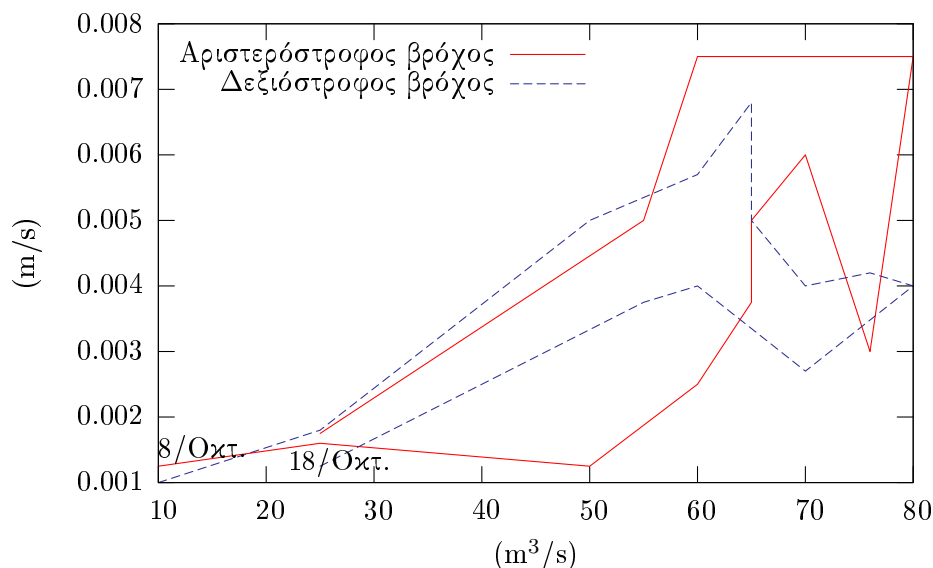
νεται η ειδική απόδοση, αυξάνεται ο χρόνος απόκρισης του υδροφορέα. Άρα ο λόγος της αγωγιμότητας προς την ειδική απόδοση είναι ένας δείκτης της αδράνειας που χαρακτηρίζει την υδραυλική συμπεριφορά του υδροφορέα (βλ. επίσης Παράρτημα Α.8.4 για αντιστοιχία αυτού του λόγου με τον συντελεστή διάχυσης).

Ο λόγος c/S_Y στην εξίσωση (6.16.3) για την περίοδο 1981-1989 είναι $337 \text{ m}^3/\text{s}$ ενώ για την περίοδο 1994-2000 είναι $321 \text{ m}^3/\text{s}$ δηλαδή οι δύο τιμές είναι πολύ κοντινές. Για την εξίσωση Darcy ο λόγος Cd/S_Y είναι $2.3 \text{ m}^2/\text{s}$ για την περίοδο 1981-1989 και $1.4 \text{ m}^2/\text{s}$ για την περίοδο 1994-2000. Αυτό εξηγεί την διαφορά των επιδόσεων των δύο εξισώσεων στην επαλήθευση.

9.4 Βρόχος υστέρησης μακροσκοπικής αγωγιμότητας σε καρστικούς υδροφορείς

Μια χαρακτηριστική συμπεριφορά των καρστικών υδροφορέων είναι η μεταβολή της μακροσκοπικής αγωγιμότητας ανάλογα με την παροχή της πηγής στην οποία εκφορτίζεται ο υδροφορέας. Ο Bonacci (2000) χρησιμοποίησε τις μετρήσεις υδραυλικού φορτίου σε γεωτρήσεις παρατήρησης στον καρστικό υδροφορέα της πηγής Όμπλα στην Κροατία, για να εκτιμήσει την υδραυλική κλίση. Αντικαθιστώντας αυτήν την κλίση και τη μετρημένη παροχή της πηγής Q στην εξίσωση Darcy εκτίμησε τη μακροσκοπική υδραυλική αγωγιμότητα του υδροφορέα K_M . Το διάγραμμα $K_M - Q$ σχηματίζει βρόχο υστέρησης που είναι το αποτέλεσμα της εξάρτησης των εσωτερικών διεργασιών παροχέτευσης

από το υδραυλικό φορτίο.



Σχήμα 9.8: Βρόχος υστέρησης αγωγιμότητας υδροφορέα πειράματος Bonacci (Bonacci, 2000). Στον οριζόντιο άξονα η παροχή της πηγής, στον κατακόρυφο άξονα η μετρημένη αγωγιμότητα.

Είναι αξιοσημείωτο ότι οι παρατηρήσεις σε ορισμένες ομάδες γεωτρήσεων οδήγησαν σε διάγραμμα $K_M - Q$ που είχε αριστερόστροφη φορά ενώ σε άλλες ομάδες δεξιόστροφη (στο Σχήμα 9.8 τα άκρα των δύο βρόχων με παροχές 10 και 25 m^3/s καταγράφηκαν στις 8/10/1989 και στις 18/10/1989). Η δεξιόστροφη φορά σημαίνει ότι η άνοδος του υδρογραφήματος της πηγής αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες τιμές αγωγιμότητας σε σχέση με το φθίνοντα κλάδο του υδρογραφήματος και η αριστερόστροφη το αντίστροφο. Μια πιθανή εξήγηση της διαφοροποίησης αυτής είναι ότι οι ομάδες με δεξιόστροφη φορά έχουν διανοιχτεί σε περιοχές από τις οποίες περνάει το κύριο καρστικό δίκτυο ενώ οι ομάδες με αριστερόστροφη φορά έχουν διανοιχτεί σε περιοχές απομακρυσμένες από αυτό (για μηχανισμό αποστράγγισης καρστικού ασβεστολίθου από κάποιο τυπικό αγωγό του καρστικού δικτύου βλ. σχετική δημοσίευση του Μαρίνου (1981)).

Οι μετρήσεις στάθμης επί του κυρίως καρστικού δικτύου καταγράφουν, λίγο μετά την έναρξη της βροχής, αύξηση της στάθμης λόγω του νερού που στραγγίζει από το πρωτογενές πορώδες του υδροφορέα και το δευτερογενές καρστικό δίκτυο στις απομακρυσμένες από την πηγή περιοχές. Το υδρογράφημα της πηγής (στην ουσία η εκροή στην απόληξη αυτού του δικτύου) αρχίζει να ανεβαίνει με ταχύ ρυθμό εξαιτίας της έλευσης του πλημμυρικού κύματος. Εξαιτίας αυτού του κύματος δημιουργούνται βρόχοι στέρευσης μεταξύ μακροσκοπικής αγωγιμότητας και παροχής πηγής με μεγαλύτερες αγωγιμότητες

να αντιστοιχούν στην άνοδο του υδρογραφήματος λόγω των μεγαλύτερων υδραυλικών κλίσεων κατά την έλευση του κύματος.

Στις περιοχές που είναι απομακρυσμένες από το καρστικό δίκτυο στο ξεκίνημα ενός επεισοδίου βροχής ανέρχεται η στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα λόγω των κατεισδύσεων του νερού στην κυρίως μάζα του υδροφορέα. Η πηγή όμως δεν έχει προλάβει να ανταποκριθεί (υστέρηση λόγω διόδευσης μέσα στον κύριο καρστικό αγωγό και λόγω στράγγισης μάζας πρωτογενούς πορώδους) με αποτέλεσμα οι μετρήσεις στάθμης που προέρχονται από αυτές τις περιοχές να οδηγούν σε μικρές τιμές μακροσκοπικής αγωγιμότητας. Στο πέρας του επεισοδίου οι περιοχές αυτές έχουν στραγγίσει στο κυρίως καρστικό δίκτυο αλλά η πηγή συνεχίζει να αποδίδει σημαντικές παροχές (υστέρηση λόγω διόδευσης μέσα στον κύριο καρστικό αγωγό). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η μακροσκοπική αγωγιμότητα να παρουσιάζεται αυξημένη.

Το πείραμα του *Bonacci* (2000) επαναλήφθηκε χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της προσομοίωσης που προέκυψαν στον υδροφορέα της Λιλαίας από την περίοδο βαθμονόμησης 1980-1989. Οι προσομοιωμένες στάθμες στο δεύτερο κύτταρο και η παροχή της πηγής Q χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της μακροσκοπικής υδραυλικής αγωγιμότητας K_M βάσει του τύπου που δίνει την ταπείνωση στάθμης από γεώτρηση σε ελεύθερο υδροφορέα (Παράρτημα Α.4 εξίσωση (Α.4.7)):

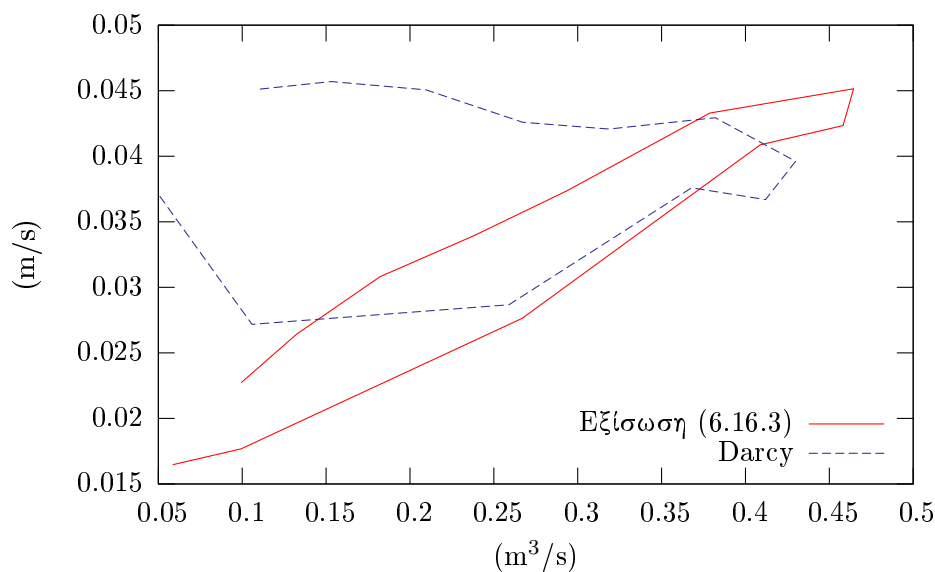
$$K_M = 2.3Q \frac{\log(R/r)}{\pi H^2} \quad (9.4.1)$$

Θεωρείται ότι η πηγή είναι γεώτρηση με ακτίνα $r=0.3$ m που αντλεί με παροχή Q ένα ελεύθερο υδροφορέα και η στάθμη εντός της είναι στο μηδέν. Το κέντρο βάρους του κυττάρου που είναι δίπλα στην πηγή βρίσκεται σε απόσταση $R=1238.8$ m από αυτήν και έχει στάθμη ύδατος εντός του ίση με H .

Στα Σχήμα 9.9 δίνονται τα διαγράμματα $K_M - Q$ που αντιστοιχούν στις χρονοσειρές που προέκυψαν από την εξίσωση Darcy και την εξίσωση (6.16.3). Οι τιμές μεταξύ των οποίων μεταβάλλεται το K_M στην εξίσωση Darcy είναι 0.0272 και 0.0457 m/s ενώ το αντίστοιχο εύρος διακύμανσης για την εξίσωση (6.16.3) είναι 0.0165 και 0.0451 m/s.

Και στους δύο βρόχους τα μεγαλύτερα K_M παρουσιάζονταν στο φθίνοντα κλάδο του υδρογραφήματος της πηγής (αριστερόστροφοι) αλλά η εξίσωση (6.16.3) μοιάζει να μιμείται καλύτερα τους αριστερόστροφους βρόχους του πειράματος *Bonacci* (2000).

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή το χρονικό βήμα φόρτισης ήταν μηνιαίο το οποίο επέβαλαν οι μηνιαίες μετρήσεις παροχής και στάθμης. Ένας καρστικός υδροφορέας όμως έχει πολύ μικρότερους χρόνους απόκρισης (της τάξης της ημέρας). Άρα η ιδιαιτερότητα του καρστικού υδροφορέα δεν μπορεί να αποτυπωθεί όταν οι μετρήσεις δεν είναι αρκετά πυκνές χρονικά. Αυτό συμβαίνει και στην προκειμένη περίπτωση όπου η εξίσωση Darcy υστερεί μόνο ελάχιστα της εξίσωσης (6.16.3). Η μικρή βελτίωση που πέτυχε η εξίσωση (6.16.3) δεν την



Σχήμα 9.9: Βρόχος υστέρησης μακροσκοπικής αγωγιμότητας ως προς παροχή πηγών Λιλαίας. Στον οριζόντιο άξονα η παροχή της πηγής, στον κατακόρυφο άξονα η μακροσκοπική αγωγιμότητα.

καθιστά ενδεδειγμένη επιλογή λαμβανομένου υπόψη της αύξησης του αριθμού των παραμέτρων αλλά και της αύξησης του χρόνου προσομοίωσης (ρητό σχήμα προσομοίωσης, εξαιτίας της μη γραμμικής σχέσης, το οποίο απαιτεί πολύ λεπτή χρονική διακριτοποίηση για να είναι ευσταθές).

9.5 Πηγή Bregava

9.5.1 Περιγραφή περιοχής

Η περιοχή μελέτης βρίσκεται στα Ανατολικά σύνορα της Ερζεγοβίνης και χαρακτηρίζεται από την κυριαρχία Δυναρικών καρστικών όγκων. Υπάρχουν δύο μεγάλοι ποταμοί στην περιοχή. Ο ποταμός Neretva και ο ποταμός Trebisnjica. Η καρστική πηγή που μελετάται αποτελεί τον κύριο τροφοδότη του ποταμού Bregava που είναι παραπόταμος του Neretva.

Έρευνες έχουν αποδείξει (*Maksimovic et al.*, 2004) ότι το νερό που κατεισδύει στις πόλγες Dabarsko και Fatnicko εκφορτίζεται στην πηγή του Bregava. Στο Σχήμα 9.10 φαίνονται οι εκτάσεις των καρστικών όγκων που εκφορτίζονται στους ποταμούς Bregava και Trebisnjica. Στο Σχήμα 9.10 υποδεικνύονται με βέλη οι πιθανές υπόγειες ροές του νερού μέσα από τους καρστικούς αγωγούς.

Οι μεγάλες πόλγες Dabarsko και Fatnicko που υπάρχουν στην περιοχή διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην κίνηση του νερού. Ο προσανατολι-

σμός τους είναι βορειοδυτικά-νοτιοανατολικά ακολουθώντας την διεύθυνση των επιπεύσεων. Η Dabarsko έχει έκταση 31.7 km² και η Fatnicko έχει έκταση 5.6 km².

Οι μετεωρολογικοί σταθμοί που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη είναι οι Berkovici, Cemerno και Bileca (στο Σχήμα 9.10 φαίνονται μέσα σε παρένθεση ο κωδικός τους και το υψόμετρο). Με ανεστραμμένο τρίγωνο σημειώνονται στο χάρτη οι σταθμημετρήσεις στις πόλγες Dabarsko και Fatnicko, και οι σταθμημετρήσεις στον ποταμό Bregava στη θέση Do που βρίσκεται πολύ κοντά στις πηγές.

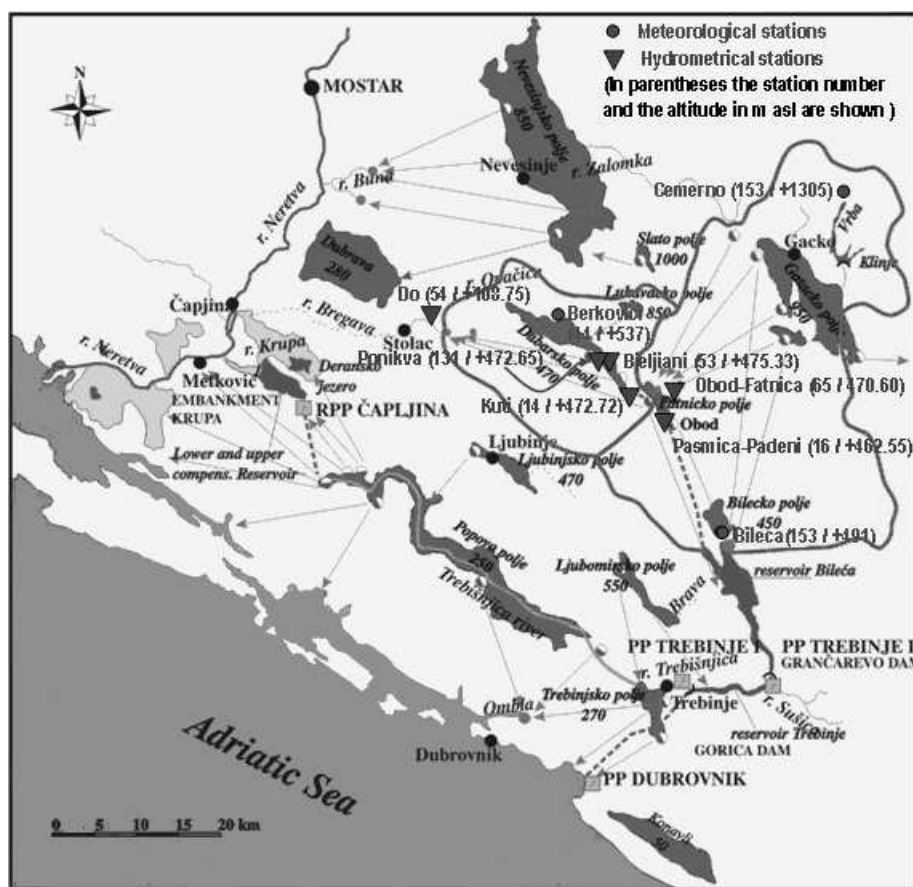
Η ελάχιστη, μέση και μέγιστη παροχή της πηγής, βάσει των μετρήσεων από 1/1/1961 έως 31/12/1980, είναι 0.45 m³/s, 17.5 m³/s και 59 m³/s αντίστοιχα. Οι τριγύρω ορεινοί καρστικοί όγκοι χαρακτηρίζονται από έλλειψη εδαφικής κάλυψης και περιορισμένο υδρογραφικό δίκτυο. Το νερό είτε κατεισδύει μέσα στην καρστικοποιημένη μάζα είτε απορρέει και συγκεντρώνεται στην κοντινότερη πόλγη. Η εκτιμώμενη επιφάνεια που αποφορτίζεται στις πηγές Bregava φαίνεται στο Σχήμα 9.10 και έχει έκταση 396 km².

9.5.2 Μοντελοποίηση υδροφορέα

Για τη μοντελοποίηση του υπόγειου υδροφορέα επιλέχθηκε αδρομερής διακριτοποίηση έξι κυττάρων (Σχήμα 9.11). Το κύτταρο 1 αντιστοιχεί στις πόλγες Dabarsko και Fatnicko. Τα κύτταρα 2 και 3 αντιστοιχούν στον όγκο του υδροφορέα που αποφορτίζεται στις πηγές Bregava. Στο Σχήμα 9.11 δίπλα στον κωδικό αριθμό κάθε κυττάρου αναγράφεται εντός παρενθέσεως το υψόμετρο της βάσης τους. Τα κύτταρα 4, 5 και 6 αντιστοιχούν σε κύτταρα που προσομοιώνουν πηγές. Το κύτταρο 1 (πόλγες) έχει ειδική απόδοση ίση με 1 που αντιστοιχεί σε κενό αποθηκευτικό χώρο, συνδέεται δε με τα κύτταρα 2 και 4 (πηγή). Το κύτταρο 2 συνδέεται με τα κύτταρα 3 και 1. Το 3 συνδέεται με το 2 και και το κύτταρο 5 (πηγή). Τέλος τα κύτταρα-πηγές 4 και 5 συνδέονται με το κύτταρο-πηγή 6 (με μεγάλο συντελεστή αγωγιμότητας) το οποίο αθροίζει τις παροχές τους. Το τέχνασμα αυτό χρησιμοποιήθηκε για να περιγραφεί με ξεχωριστή παράμετρο η σύνδεση των πολγών με την πηγή και η σύνδεση της πηγής με τον όγκο του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο 3.

Η γεωμετρία των κυττάρων και τα υψόμετρα βάσης τους είναι συμβατά με τις περιγραφόμενες (Maksimovic et al., 2004) διαδρομές κίνησης του νερού. Η αναπαράσταση των πολγών με το κύτταρο 1 έχει το μειονέκτημα ότι η σχέση στάθμης αποθηκευμένου όγκου είναι γραμμική (το υδραυλικό ανάλογο του 3dkflow χρησιμοποιεί κυλινδρικές δεξαμενές) πράγμα που δεν ισχύει στην πραγματικότητα. Το εμβαδόν αυτού του κυττάρου ελήφθη ίσο με 10 km² (με αυτή την επιφάνεια προσεγγίζεται καλύτερα η καμπύλη στάθμης-όγκου των δύο πολγών).

Το επιφανειακό μοντέλο έτρεξε σε ημερήσιο βήμα και υπολόγισε τις κατεισδύσεις και την απορροή. Οι παράμετροι του επιλέχθηκαν έτσι ώστε η

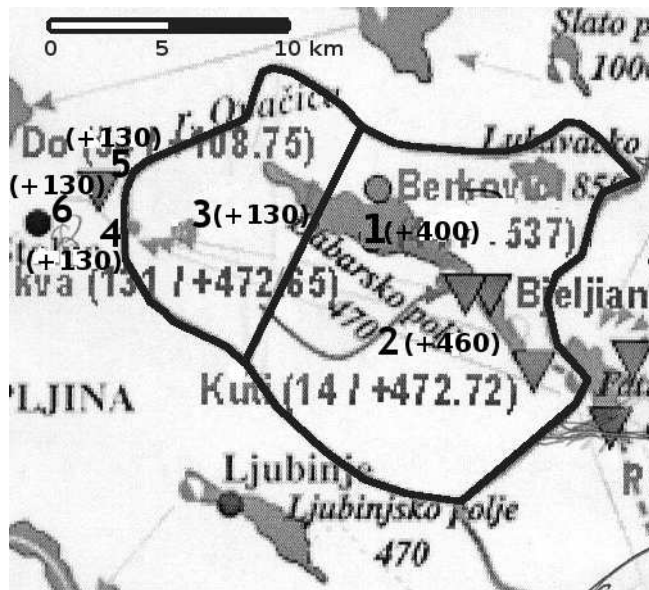


Σχήμα 9.10: Χάρτης υδροσυστήματος των ποταμών Bregava και Trebisnjica (Maksimovic et al., 2004).

προσομοιωμένη απορροή να είναι αμελητέα. Οι κατεισδύσεις που αντιστοιχούν στο υπόγειο κύτταρο 2 εφαρμόζονται σαν φόρτιση του κυττάρου 1 εφόσον σύμφωνα με Maksimovic et al. (2004) η πόλγες αποτελούν την περιοχή εκφόρτισης του τοπικού καρστικού δικτύου.

Το υπόγειο μοντέλο έτρεξε με ημερήσιο βήμα και ρυθμίστηκε στην περίοδο από 1/1/1963 έως 31/12/1970 ενώ η περίοδος 1/1/1961 έως 1/1/1963 ελήφθη ως περίοδος εκκίνησης του μοντέλου. Η χρονική περίοδος από 1/1/1971 έως 31/12/1980 χρησιμοποιήθηκε για την επαλήθευση του μοντέλου. Στο εν λόγω μοντέλο χρησιμοποιήθηκε εναλλακτικά της εξίσωσης Darcy η εξίσωση (6.16.3) μόνο για τον υπολογισμό παροχών προς πηγή (δηλαδή η ροή μεταξύ των κυττάρων 1,2 και 3 περιγράφεται και στις δύο περιπτώσεις με την εξίσωση Darcy).

Οι παράμετροι που βελτιστοποιήθηκαν είναι η αγωγιμότητα μεταξύ των κυττάρων (κοινή παράμετρος σε όλες τις επικοινωνίες μεταξύ κυττάρων), οι όροι αγωγιμότητας προς τις δύο πηγές και η ειδική απόδοση. Για τις παραμέ-



Σχήμα 9.11: Διακριτοποίηση υδροφορέα πηγών Bregava.

τρος α και D ελήφθησαν οι ίδιες τιμές με τις προηγούμενες εφαρμογές. Η τιμή της κλίσης J λήφθηκε ίση με την κλίση του επιπέδου καρστικοποίησης μεταξύ της πόλης Dabarsko και των πηγών Bregava (Milanovic, 1986).

9.5.3 Αποτελέσματα μοντέλου και συμπεράσματα

Οι τιμές των παραμέτρων μετά τη βαθμονόμηση του μοντέλου υπογείων για τις δύο εξισώσεις δίνονται στον Πίνακα 9.7. Η εκτίμηση της αγωγιμότητας μεταξύ κυττάρων και της ειδικής απόδοσης διαφέρει πολύ για τις δύο εξισώσεις. Πιο λογικοφανείς θεωρούνται οι τιμές που αντιστοιχούν στην εξίσωση (6.16.3).

Πίνακας 9.7: Εκτιμημένες υδραυλικές παράμετροι του υδροφορέα των πηγών Bregava για εξίσωση Darcy και εξίσωση (6.16.3) με $\alpha=1.5$, $D=3.00$ m και $J=0.0135$.

Παράμετρος	Darcy	Εξίσωση (6.16.3)
Αγωγιμότητα μεταξύ κυττάρων (m/s)	0.28	0.006
Αγωγιμότητα προς πηγή (1-4) (m^2/s)	0.055	-
Αγωγιμότητα προς πηγή (3-5) (m^2/s)	0.151	-
Αγωγιμότητα εξίσωσης (6.16.3) (1-4) (m^3/s)	-	164
Αγωγιμότητα εξίσωσης (6.16.3) (3-5) (m^3/s)	-	297
Ειδική απόδοση	0.002	0.009

Οι συντελεστές αποδοτικότητας της προσομοιωμένης χρονοσειράς πηγών

Bregava και της στάθμης στην πόλγη Dabarsko φαίνονται στον Πίνακα 9.8. Οι συντελεστές αποδοτικότητας της προσομοιωμένης χρονοσειράς παροχών είναι ικανοποιητικοί και εφάμιλλοι για τις δύο εξισώσεις και στις δύο περιόδους. Αντιθέτως η εξίσωση Darcy υστερεί σημαντικά ως προς την προσομοίωση της στάθμης σε σχέση με την εξίσωση (6.16.3) ειδικά στην περίοδο της επαλήθευσης.

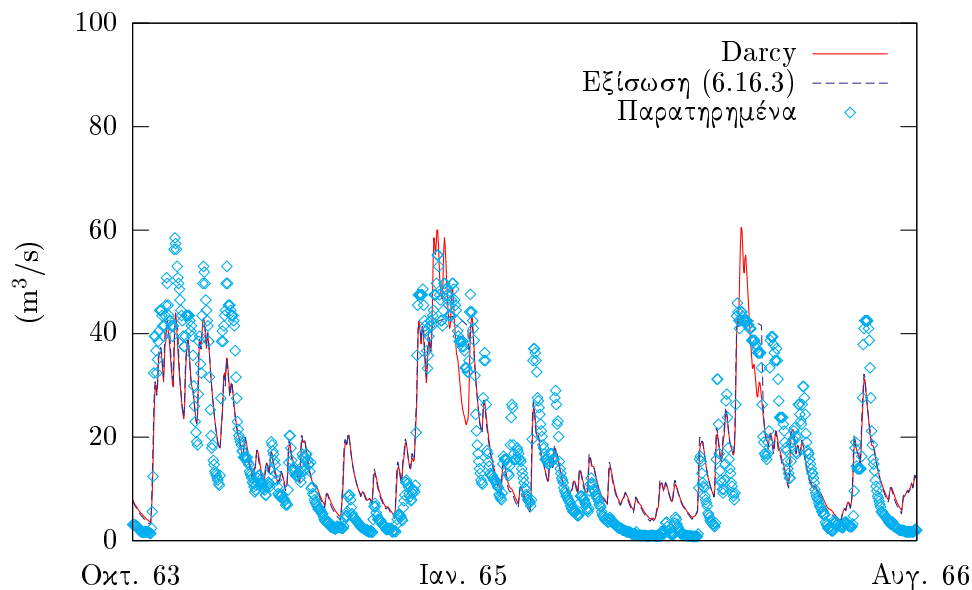
Σαν σύγκριση αναφέρεται ότι ο Κουτσογιάννης (*Maksimovic et al.*, 2004) πέτυχε συντελεστές αποδοτικότητας 0.80 και 0.79 στην προσομοίωση του υδρογραφήματος των πηγών Bregava και της στάθμης της πόλγης Dabarsko, χρησιμοποιώντας ένα εννοιολογικό μοντέλο. Στο μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται η εκτιμημένη από μετρήσεις καμπύλη στάθμης-όγκου της πόλγης καθώς και μια μη γραμμική (σιγμοειδής) εξίσωση για τον υπολογισμό της κίνησης του νερού στον υπόγειο υδροφόρα.

Πίνακας 9.8: Συντελεστές αποδοτικότητας για βαθμονόμηση και επαλήθευση του μοντέλου του υδροφορέα των πηγών Bregava.

Περίοδος	Χρονοσειρά	Darcy	Εξίσωση (6.16.3)
Βαθμονόμηση 1963-1970	Παροχή πηγών Bregava	0.81	0.84
	Στάθμη σε Dabarsko	0.70	0.78
Επαλήθευση 1971-1980	Παροχή πηγών Bregava	0.77	0.78
	Στάθμη σε Dabarsko	0.48	0.75

Οι προσομοιωμένες και παρατηρημένες χρονοσειρές παροχών από 16/10/1963 μέχρι 21/8/1966 για τις δύο εξισώσεις φαίνονται στο Σχήμα 9.12. Και οι δύο εξισώσεις αποτυγχάνουν να αναπαράξουν τις χαμηλές παροχές των πηγών γεγονός που αποτυπώνεται και στο Σχήμα 9.13 που δείχνει τις καμπύλες παροχής-διάρκειας (flow duration curve) των παρατηρημένων και προσομοιωμένων παροχών. Επίσης στο Σχήμα 9.13 φαίνεται ότι η εξίσωση (6.16.3) δεν αναπαράγει τις υψηλές παροχές της πηγής αλλά υπερτερεί της εξίσωσης Darcy στις μεσαίες παροχές. Από την άλλη πλευρά, η εξίσωση Darcy στις υψηλές παροχές δίνει, σε σχέση τα παρατηρημένα, για ίδιο ποσοστό διάρκειας μεγαλύτερη παροχή. Αυτό διακρίνεται και στο Σχήμα 9.12 όπου τα προσομοιωμένα υπερεκτιμούν ορισμένες αιχμές του υδρογραφήματος της πηγής. Τέλος στο Σχήμα 9.14 φαίνονται οι προσομοιωμένες στάθμες με την εξίσωση Darcy και την εξίσωση (6.16.3) όπως και οι παρατηρημένες για τέσσερις χρονιές εντός της περιόδου επαλήθευσης.

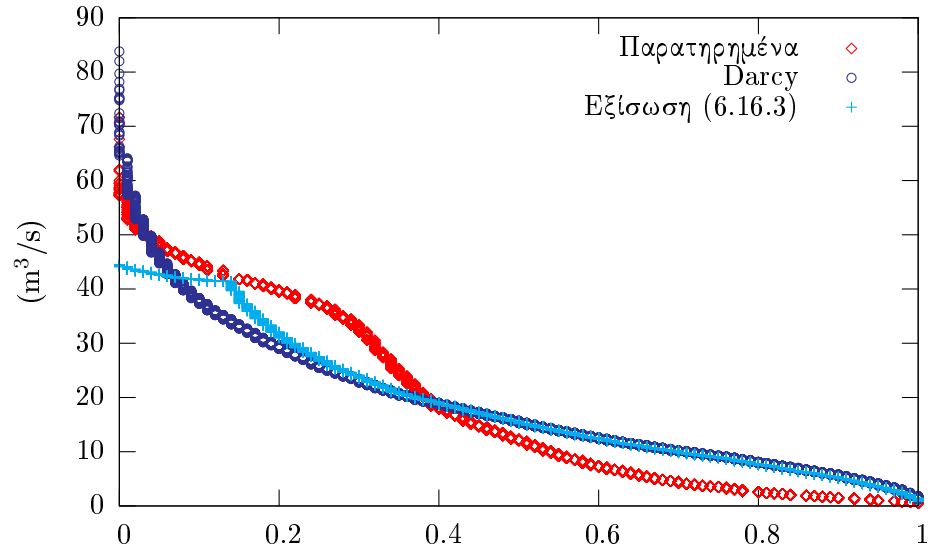
Χρησιμοποιώντας εξίσωση αντίστοιχη της (9.4.1) υπολογίστηκε η μακροσκοπική αγωγιμότητα K_M συναρτήσει των προσομοιωμένων παροχών της πηγής και της στάθμης του κυττάρου 3 στην περίοδο βαθμονόμησης, για τις δύο εξισώσεις. Το διάγραμμα $K_M - Q$ για τις δύο εξισώσεις φαίνεται στο Σχήμα 9.15. Τα σημεία που αντιστοιχούν στην εξίσωση Darcy σχηματίζουν νέφος γύρω από την ευθεία με τιμή 0.008 m/s. Αυτή η τιμή αντιστοιχεί στον όρο αγωγιμότητας που φαίνεται στον Πίνακα 9.7 για τη σύνδεση του κυτ-



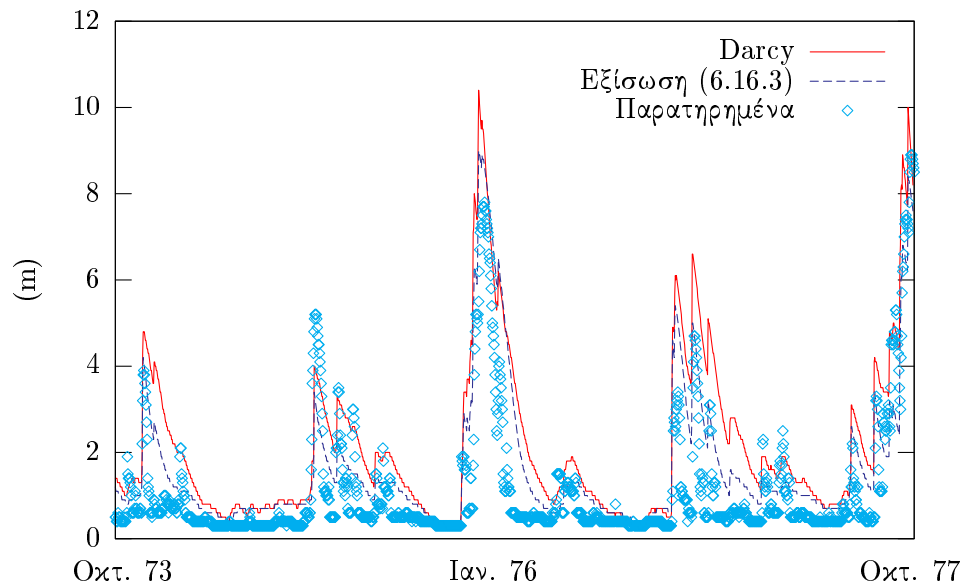
Σχήμα 9.12: Παρατηρημένη και προσομοιωμένη ημερήσια παροχή πηγών Bregava με εξίσωση (6.16.3) και εξίσωση Darcy από 16/10/1963 μέχρι 21/8/1966.

τάρου 3 με την πηγή δεδομένου ότι η απόσταση του κέντρου βάρους του 3 από την πηγή 5 είναι 4000 m, η κοινή ακμή του 3-5 είναι 1000 m και το μέσο υψόμετρο στάθμης στο 3 είναι 70 m. Τα σημεία που αντιστοιχούν στην εξίσωση (6.16.3) σχηματίζουν έναν στενό ανιόντα βρόχο. Αυτή η ανιούσα μορφή υποδηλώνει ότι η μακροσκοπική αγωγιμότητα έχει θετική συσχέτιση με την παροχή των πηγών, όπως εμφανίζεται στο πείραμα Bonacci (Σχήμα 9.8).

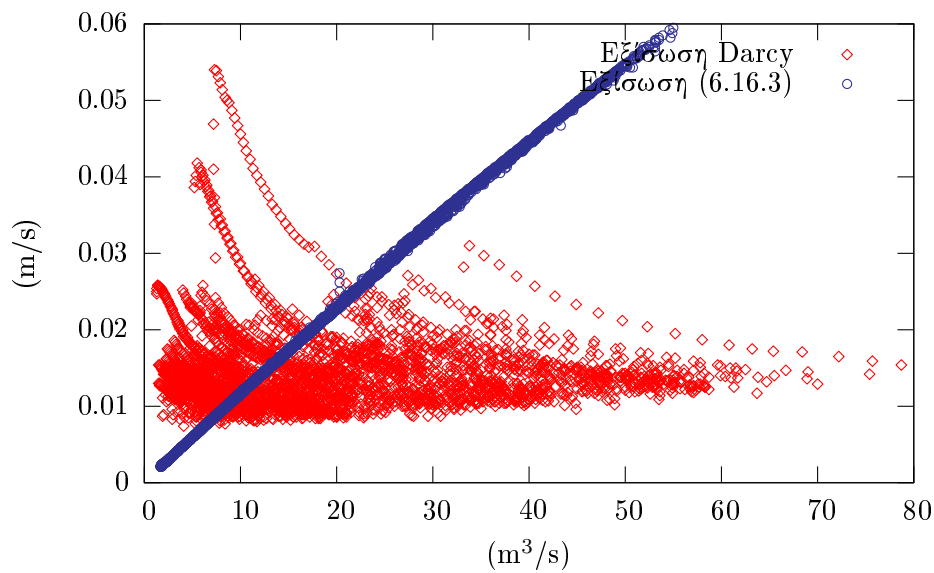
Συμπερασματικά η εξίσωση (6.16.3) πέτυχε καλύτερες επιδόσεις από την εξίσωση Darcy στην προσομοίωση της στάθμης και πιο λογικοφανείς εκτιμήσεις των παραμέτρων του μοντέλου. Η εξίσωση (6.16.3) έχει τάση να υποεκτιμάει τις υψηλές παροχές της πηγής, η εξίσωση Darcy έχει τάση να τις υπερεκτιμάει ενώ και οι δύο εξισώσεις έχουν τάση να υπερεκτιμούν τις χαμηλές παροχές της πηγής. Τέλος η εξίσωση (6.16.3) υπήρξε πιο συνεπής με τους βρόχους υστέρησης της μακροσκοπικής αγωγιμότητας του πειράματος του Bonacci (2000).



Σχήμα 9.13: Καμπύλη παροχής-διάρκειας πηγής Bregana και προσομοιωμένων παροχών με εξίσωση Darcy και εξίσωση (6.16.3). Στον κατακόρυφο άξονα η παροχή.



Σχήμα 9.14: Προσομοιωμένη ημερήσια στάθμη σε πόλγη Dabarsko με εξίσωση Darcy και εξίσωση (6.16.3) από 1/10/1973 έως 1/10/1977.



Σχήμα 9.15: Σχέση μακροσκοπικής αγωγιμότητας ως προς παροχή πηγής για εξίσωση Darcy και εξίσωση (6.16.3). Στον οριζόντιο άξονα η παροχή της πηγής, στον κατακόρυφο άξονα η μακροσκοπική αγωγιμότητα.

Κεφάλαιο 10

Εφαρμογή δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ

10.1 Εισαγωγή

Οι εφαρμογές του κεφαλαίου 9 αφορούν μικρούς υδροφορείς (ο μεγαλύτερος, αυτός του Αγίου Νικολάου, είναι 150 km^2). Στο παρόν κεφάλαιο θα εξεταστούν δύο από τις σημαντικότερες περιοχές αγροτικής παραγωγής στην Ελλάδα, ο δυτικός Θεσσαλικός κάμπος και ο Βοιωτικός Κηφισός. Στις περιοχές αυτές η ανθρωπογενής παρέμβαση στο υδροσύστημα είναι έντονη και γίνεται συνδυασμένη χρήση επιφανειακών και υπόγειων υδάτων.

Στον Βοιωτικό Κηφισό υπάρχει ανταγωνιστική ζήτηση νερού για άρδευση και για την ύδρευση της Αθήνας. Η άρδευση γίνεται από τους επιφανειακούς και υπόγειους πόρους πράγμα που επηρεάζει τη συνολική απορροή της λεκάνης. Η έξοδος της λεκάνης όμως συνδέεται με τη λίμνη Υλίκη και έτσι επηρεάζεται και το ισοζύγιο ενός από τους σημαντικότερους ταμειευτήρες του δικτύου ύδρευσης των Αθηνών.

Μια ακόμα δυσκολία που αντιμετωπίζεται σε αυτές τις εφαρμογές είναι η άγνοια των αντλούμενων ποσοτήτων νερού από τον υδροφορέα για άρδευση. Αυτό που είναι γνωστό είναι οι εκτάσεις και το είδος των καλλιεργειών και οι πόροι από τους οποίους καλύπτονται οι ανάγκες. Είναι λογικό να υποθέσει κανείς ότι οι ανάγκες θα καλυφθούν πρώτα από τα επιφανειακά ύδατα, εφόσον είναι λιγότερο δαπανηρά, και ύστερα με άντληση γεωτρήσεων. Τα διαθέσιμα επιφανειακά ύδατα όμως μεταβάλλονται ανάλογα με το αν το υδρολογικό έτος είναι πλούσιο ή φτωχό. Το μοντέλο υδροσυστήματος-καταμερισμού ζήτησης της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ αναλαμβάνει να καλύψει αυτό το κενό στα δεδομένα.

Και στις δύο εφαρμογές η ανεπάρκεια δεδομένων αποτέλεσε δυσκολία και πρόκληση στο στήσιμο του μοντέλου. Γιαυτό τον λόγο ελήφθη μέριμνα ώστε και η παραμικρή έμμεση πληροφορία (τάση ταπείνωσης ή ανύψωσης στάθμης υδροφορέα, χρόνος στέρωσης ή επανεμφάνισης πηγών) να ληφθεί υπόψη στη

στοχική συνάρτηση.

Οι στόχοι στους οποίους καλείται να ανταποκριθεί η δέσμη των μοντέλων είναι:

1. να αναπαράγεται επιτυχώς η επιφανειακή απορροή στην περίοδο βαθμονόμησης και στην περίοδο επαλήθευσης·
2. να αναπαράγεται επιτυχώς η διακύμανση του υδροφόρου ορίζοντα που δίνεται από το υπόγειο μοντέλο στην περίοδο βαθμονόμησης και στην περίοδο επαλήθευσης·
3. οι εκτιμημένες παράμετροι να είναι συμβατές με τις αναμενόμενες τιμές από τη βιβλιογραφία (ευλογοφάνεια) και να συνδέεται η χωρική μεταβολή των εκτιμημένων τιμών με τη γεωλογία και μορφολογία της περιοχής·
4. η καμπύλη παροχής-διάρκειας της προσομοιωμένης εξόδου της λεκάνης να προσεγγίζει ικανοποιητικά την αντίστοιχη καμπύλη της παρατηρημένης εξόδου (σωστή αναπαραγωγή και των υψηλών και των χαμηλών παροχών).

10.2 Εφαρμογή της δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ στο Βοιωτικό Κηφισό

10.2.1 Περιγραφή περιοχής

Η λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού (Σχήμα 10.1) βρίσκεται στην Ανατολική Στερεά Ελλάδα, βόρεια της Αθήνας, και έχει έκταση 1987 km². Το υδρογραφικό δίκτυο ξεκινάει από υψόμετρα των περίπου 2200 m από την επιφάνεια της θάλασσας και φτάνει στις πεδινές περιοχές στα περίπου 100 m ενώ το μέσο υψόμετρο της λεκάνης είναι 480 m. Οι υδρολογικές μελέτες του Βοιωτικού Κηφισού χρησιμοποιούν διαμερισμό της λεκάνης στις ζώνες του άνω, μέσου και κάτω ρου. Ο άνω ρους ξεκινάει από τις ανάντη παρυφές της λεκάνης και φτάνει μέχρι την κάτω Τιθορέα, ο μέσος ρους φτάνει μέχρι τις πηγές Μέλανα και το υπόλοιπο τμήμα, έως την έξοδο της λεκάνης, είναι ο κάτω ρους.

Οι γεωλογικοί σχηματισμοί που κυριαρχούν στην περιοχή (Σχήμα 10.1) είναι οι καρστικοποιημένοι ασβεστόλιθοι, που συναντώνται κυρίως στις ορεινές περιοχές, οι αλλουβιακές αποθέσεις που συναντώνται στις πεδινές περιοχές και ο φλύσχης που αποτελεί υπόβαθρο των ασβεστολιθών.

Τα ανθρακικά πετρώματα (ασβεστόλιθοι), που είναι χαρακτηριστικά για τις ζώνες του Παρνασσού - Γκιώνας, είναι κατά τόπους συμπαγή, μη στρωματωμένα ή σε στρώσεις διάφορου πάχους. Είναι μελανόχρωμα ως τεφρά, ανοικτότεφρα και λευκά. Καταλαμβάνουν τα ορεινά συγκροτήματα της περιοχής, καθώς και μεγάλα τμήματα της πεδινής περιοχής. Οι σχηματισμοί αυτοί παρουσιάζουν πλούσια υδροφορία που γίνεται φανερή από την ανάπτυξη

πολλών καρστικών πηγών στον άνω και μέσο ρου του Βοιωτικού Κηφισού. Επιπλέον ένα ποσοστό των υπόγειων υδάτων χάνεται μέσω διαφυγών στη θάλασσα από το βορειοανατολικό και το βορειοδυτικό όριο της λεκάνης (Παγούνης κ.α., 1994).

Στο Σχήμα 10.1 φαίνονται οι βασικές πηγές της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού οι οποίες ξεκινώντας από τα ανάντη είναι οι πηγές Λιλαίας και δυτικού Κεφαλόβρυσου, οι πηγές Αγίας Παρασκευής στα Βασιλικά, οι πηγές Μαυρονερίου, οι πηγές Μέλανα και Πολυγύρας και οι πηγές της Έρκυνας στην Λιβαδειά. Η εκροή αυτών των πηγών συνεισφέρει στην ετήσια απορροή της λεκάνης σε ποσοστό πάνω από 50%.

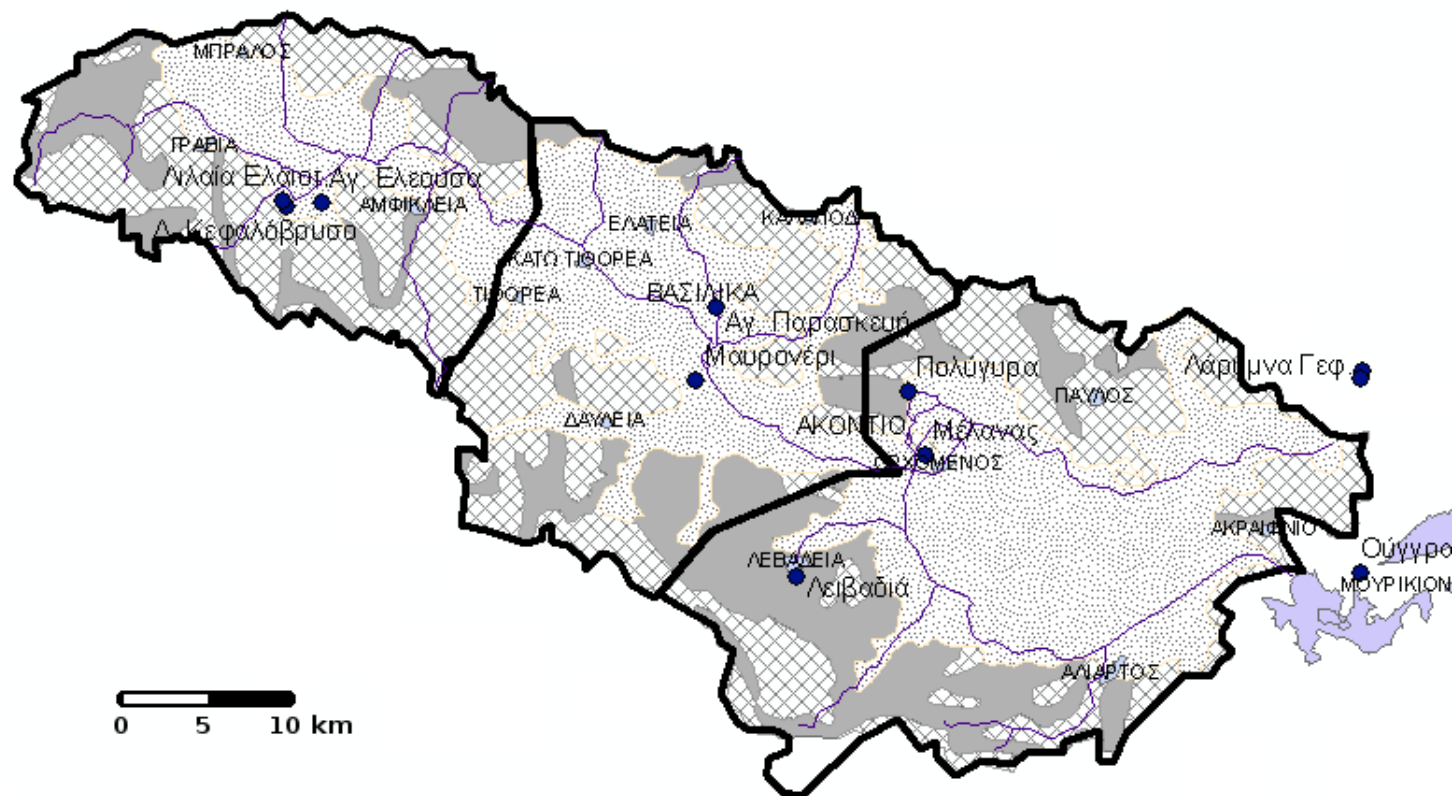
Από τις πηγές Μέλανα πηγάζει ο ποταμός Μέλανας που αποτελεί το βόρειο σύνορο του Κωπαϊδικού κάμπου. Ένας κλάδος του κατευθύνεται μέσω διευθετημένης κοίτης προς την έξοδο της λεκάνης ενώ ο άλλος, ακολουθώντας την παλιά κοίτη του ποταμού, κατευθύνεται προς το Κάστρο και καταλήγει στις καταβόθρες του Αγίου Ιωάννη στην περιοχή Τοπόλια (βορειοανατολικά του χωριού Κάστρο). Άλλος ποταμός με μόνιμη ροή είναι η Έρκυνα, η οποία πηγάζει από την Λιβαδειά, και καταλήγει στον Βοιωτικό Κηφισό.

Στην παλιά λίμνη της Κωπαΐδας παρατηρούνται αργιλοϊλυώδη υλικά, αμμούχοι άργιλοι και άμμοι, μέγιστου πάχους 100-150 m. Στις εξόδους των χειμάρρων στους βόρειους πρόποδες του Παρνασσού, στις περιοχές Τιθορέας, Αμφίκλειας, Λιλαίας, Γραβιάς καθώς και Δαύλειας και Ελάτειας παρατηρούνται αλλουβιακές αποθέσεις που αποτελούνται από κροκάλες μεγάλων διαστάσεων και άμμους. Τα υλικά τους είναι ασβεστολιθικής και οφιολιθικής-κερατολιθικής σύστασης. Το πάχος τους κυμαίνεται από 5-30 m.

Έως τα τέλη του 19ου αιώνα η Κωπαΐδα αποτελούσε μια αβαθή λίμνη έκτασης 150 km² που συγκέντρωνε τα νερά της απορροής της λεκάνης τα οποία διηθούνταν στις καταβόθρες που βρίσκονται στο Ανατολικό άκρο της. Στα πλούσια υδρολογικά έτη η λίμνη κατέκλυζε εκτάσεις 250 km². Στα τέλη του 19ου αιώνα με την κατασκευή αποστραγγιστικής σήραγγας (σήραγγα Καρδίτσας) η αβαθής λίμνη μετατράπηκε σε εύφορη πεδιάδα.

Η σήραγγα Καρδίτσας καταλήγει στη λίμνη Υλίκη που από το 1950 έως το 1980 αποτελούσε τον σημαντικότερο ταμιευτήρα για την υδροδότηση της Αθήνας. Σήμερα η Υλίκη αποτελεί μέρος ενός σύνθετου υδροσυστήματος που καλύπτει επιφάνεια της τάξης των 4000 km² και αποτελείται από τέσσερις ταμιευτήρες, 350 km υδραγωγείων, 15 αντλητικούς σταθμούς, τέσσερα διωλιστήρια και δεκάδες αντλητικές γεωτρήσεις. Μερικές από τις πιο σημαντικές αντλητικές γεωτρήσεις βρίσκονται εγκατεστημένες στην περιοχή των Βασιλικών-Παρορίου λίγο ανάντη των πηγών Μαυρονερίου. Οι γεωτρήσεις αυτές διανοίχθηκαν στις αρχές της δεκαετίας του 1990, στα πλαίσια των εκτάκτων μέτρων που ελήφθησαν κατά την διάρκεια της ξηρασίας της περιόδου 1989-1994 στο τέλος της οποίας όλοι οι ταμιευτήρες είχαν φτάσει στην κατώτατη στάθμη τους. Η εκμετάλλευση του υδροφορέα των πηγών σε συνδυασμό με τις μειωμένες κατεισχύσεις είχαν σαν αποτέλεσμα την παύση της απορροής των πηγών Μαυρονερίου από το 1990 έως το 1993.

Εκτός από την κάλυψη των υδατικών αναγκών της Αθήνας, οι επιφανειακοί και υπόγειοι πόροι αυτής της λεκάνης χρησιμοποιούνται για την κάλυψη αρδευτικών αναγκών. Η συνολικά αρδευόμενη έκταση ανέρχεται στα 325 km² και οι αντίστοιχες αρδευτικές ανάγκες εκτιμώνται ότι είναι 219 hm³/έτος. Στον άνω και μέσο ρου του Βοιωτικού Κηφισού οι ανάγκες καλύπτονται κυρίως μέσω αντλητικών γεωτρήσεων, ενώ στον κάτω ρου, οι ανάγκες καλύπτονται από επιφανειακά και υπόγεια ύδατα. Πιο συγκεκριμένα κατά τη διάρκεια της αρδευτικής περιόδου η ροή του Βοιωτικού Κηφισού ρυθμίζεται από μια σειρά προσωρινών φραγμάτων τα οποία εκτρέπουν το νερό σε αρδευτικές τάφρους. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τον μηδενισμό των εισροών στην Υλίχη αυτή την περίοδο. Αν δεν επαρκεί το νερό του Βοιωτικού Κηφισού για την κάλυψη των αναγκών του κάτω ρου τότε επιστρατεύονται γεωτρήσεις και άντληση νερού από την Υλίχη.



Σχήμα 10.1: Γεωλογία και υδροσύστημα Βοιωτικού Κηφισού (περιοχές με τετραγωνική διαγράμμιση: καρστικά, γκρι περιοχές: φλύσχη, εστιγμένες περιοχές: αλλουβιακές προσχώσεις) χωρισμένο σε άνω, μέσω και κάτω ρου.

10.2.2 Μοντελοποίηση επιφανειακής ροής υδάτων

Οι παράμετροι του επιφανειακού μοντέλου εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους όπως η κλίση, η περατότητα, η φυτοκάλυψη κ.α. Στην παρούσα εργασία η ταξινόμηση του εδάφους έγινε σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την κλίση της επιφάνειας του (Σχήμα 10.2). Οι δύο αυτές κατηγορίες έχουν συγκεκριμένη υδρολογική συμπεριφορά και αντιπροσωπεύονται από συγκεκριμένες παραμέτρους του εδαφικού μοντέλου.

Βασική είσοδος του εδαφικού μοντέλου είναι η βροχόπτωση. Η λεκάνη χωρίστηκε σε ορεινές και πεδινές περιοχές στις οποίες το ύψος βροχόπτωσης θεωρείται ομογενές (Ευστρατιάδης κ.α., 2004b). Δηλαδή σε αυτή την εφαρμογή οι ΜΥΑ ταυτίζονται με τις υδρολογικές ενότητες τις λεκάνης.



Σχήμα 10.2: Μονάδες υδρολογικής απόκρισης (ΜΥΑ) και υδρολογικές ενότητες Βοιωτικού Κηφισού (με σκούρο χρώμα οι ορεινές περιοχές, με λευκό χρώμα οι πεδινές).

10.2.3 Μοντελοποίηση υπόγειας ροής υδάτων

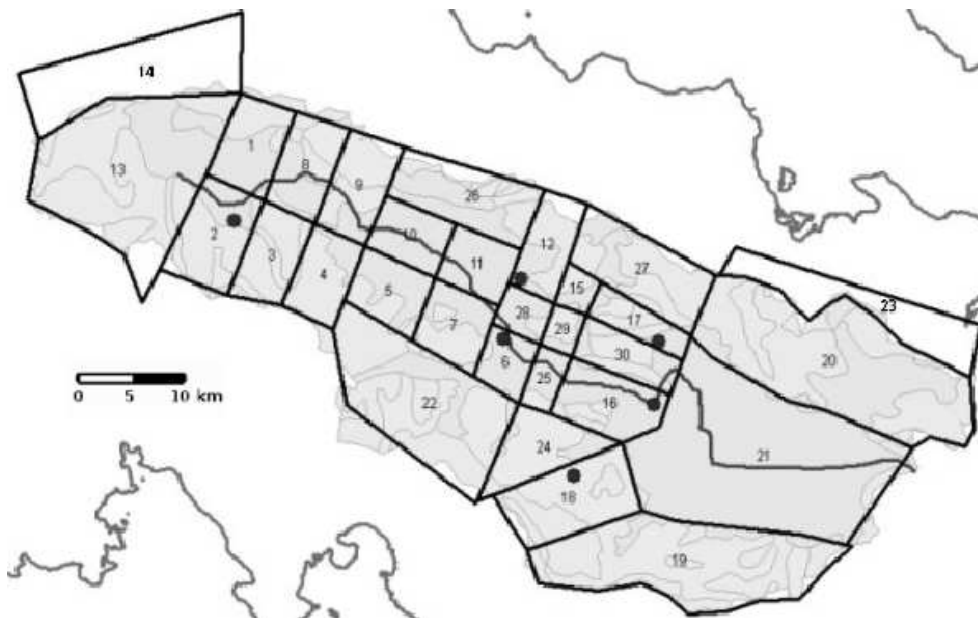
Στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού δεν υπάρχουν διαθέσιμες αρκετές μετρήσεις στάθμης για να προκύψει πιεζομετρικός χάρτης βάσει του οποίου να χαραχθούν τα κυττάρα κατά τα ειπωμένα στο κεφάλαιο 6. Υπάρχουν υδρογεωλογικοί χάρτες οι οποίοι δίνουν ενδείξεις για την υδραυλική κλίση, για την κατεύθυνση κίνησης του νερού και τα πιθανά μέτωπα διαφυγών. Για αυτό τον λόγο έγινε μια πιο ελεύθερη χάραξη των κυττάρων λαμβάνοντας υπόψη τις έντονες υδραυλικές κλίσεις στον άνω και μέσο ρου, τις ήπιες κλίσεις στον κάτω ρου, τη διάκριση ορεινών-πεδινών εκτάσεων και τη χωρική θέση των πηγών και των πιθανολογούμενων μετώπων διαφυγών. Οι οροφές και οι βάσεις των κυττάρων προκύπτουν από τους γεωλογικούς χάρτες και τις γεωλογικές

τομές.

Ο υδροφορέας της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού διακριτοποιήθηκε με 28 κύτταρα (Σχήμα 10.3). Δύο ειδικά κύτταρα (τα κύτταρα 14 και 23) μοντελοποιούν τις διαφυγές από βορειοδυτικό και βορειοανατολικό άκρο της λεκάνης προς τη θάλασσα (Ευβοϊκό Κόλπο) ενώ 6 ειδικά κύτταρα προσομοιώνουν ισάριθμες πηγές.

Στην προσπάθεια να μειωθούν οι παράμετροι, τα υπόγεια κύτταρα χωρίστηκαν σε δύο ομάδες αγωγιμότητας ανάλογα με το αν αντιστοιχούν σε πεδινούς ή ορεινούς όγκους. Το σκεπτικό είναι ότι τα συμπαγή πετρώματα των ορεινών όγκων θα έχουν γενικά μικρότερες αγωγιμότητες από τα χαλαρά εδάφη στις πεδινές περιοχές. Η υπόθεση αυτή ενισχύεται από τις υψηλές υδραυλικές κλίσεις που παρατηρούνται στις ορεινές περιοχές του άνω ρου. Οι τιμές αγωγιμότητας που έδωσε η εκτίμηση των παραμέτρων στις δύο ομάδες διαφέρουν δύο τάξεις μεγέθους, πράγμα που επιβεβαιώνει τον παραπάνω συλλογισμό.

Στην προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση Darcy γιατί δεν υπάρχουν μετρήσεις στάθμης υδροφόρου ορίζοντα αλλά και γιατί η συχνότητα των μετρήσεων είναι αραιή (μηνιαία). Τα κύτταρα 1, 2, 3 και 8 αντλούνται (οι ποσότητες υπολογίζονται από το μοντέλο κατανομής ζήτησης) για να προσομοιώσουν τις απολήψεις από τον υδροφορέα του άνω ρου. Τα κύτταρα 5, 7, 10, 11, 25, 16, 28 και 29 αντλούνται για να προσομοιώσουν τις απολήψεις από τον υδροφορέα του μέσου ρου. Τέλος το κύτταρο 21, αντλείται για να προσομοιώσει τις απολήψεις από τον υδροφορέα του κάτω ρου.



Σχήμα 10.3: Διακριτοποίηση υδροφορέα Βοιωτικού Κηφισού.

10.2.4 Μοντελοποίηση υδροσυστήματος

Στο Σχήμα 10.4 φαίνεται το ψηφιακό μοντέλο εδάφους της λεκάνης, οι καταγεγραμμένες γεωτρήσεις και οι εκτάσεις που υπάγονται σε οργανισμούς εγγείων βελτιώσεων. Εκτός από τις αρδευόμενες εκτάσεις που φαίνονται στο Σχήμα 10.4 (ΤΟΕΒ Χαιρώνειας, ΤΟΕΒ Ορχομενού, ΤΟΕΒ Λιβαδειάς και εκτάσεις οργανισμού Κωπαΐδας) υπάρχουν και σημαντικές καλλιεργήσιμες εκτάσεις που δεν εποπτεύονται ούτε οργανώνονται από κανένα οργανισμό. Αυτό καταμαρτυρείται από τις καταγεγραμμένες γεωτρήσεις που υπάρχουν σε όλες τις πεδινές εκτάσεις της λεκάνης.

Από στοιχεία που συγκεντρώθηκαν από επιτόπιες επισκέψεις αλλά και από παλαιότερες μελέτες (Ζαρρής κ.α., 1999) καταρτίστηκε ο Πίνακας 10.1 που ομαδοποιεί τις ανάγκες, τη θέση τους στο υδροσύστημα και τον τρόπο κάλυψης των αναγκών. Εκτός από τις αρδευόμενες εκτάσεις αναφέρεται σαν ζήτηση και η απόληψη της ΕΥΔΑΠ που γίνεται μέσω γεωτρήσεων στην περιοχή του Μαυρονερίου.

Οι ποσότητες που αντλούνται από τις γεωτρήσεις για άρδευση δεν είναι γνωστές αλλά εκτιμώνται από το μοντέλο κατανομής ζήτησης και θεωρούνται ίσες με το έλλειμμα που παραμένει μετά την κάλυψη των αναγκών από τους επιφανειακούς πόρους. Για παράδειγμα η άρδευση των εκτάσεων Κωπαΐδας, Ορχομενού και Λιβαδειάς γίνονται κατά σειρά προτίμησης από τον Βοιωτικό Κηφισό μέσω του αρδευτικού-στραγγιστικού δικτύου, από την Υλίκη μέσω αντλήσεων και σαν τελευταία επιλογή από γεωτρήσεις. Βέβαια στην περίπτωση των εκτάσεων από Γραβιά έως Αμφίκλεια και από Τιθορέα έως Μαυρονέρι όλες οι ανάγκες καλύπτονται υποχρεωτικά από γεωτρήσεις λόγω έλλειψης οποιασδήποτε άλλης υποδομής.

Στο Σχήμα 10.5 φαίνεται η σχηματική αναπαράσταση του υδροσυστήματος. Οι συμπαγείς σκιασμένοι κύκλοι συμβολίζουν τα σημεία ελέγχου στον Βοιωτικό Κηφισό. Με τετράγωνα συμβολίζονται οι αντλήσεις είτε από τον υδροφορέα είτε από λίμνες και γενικά οι πόροι που απαιτούν δαπάνη ενέργειας. Οι κύκλοι με νούμερα αντιστοιχούν στις ζητήσεις νερού που φαίνονται στον Πίνακα 10.1.

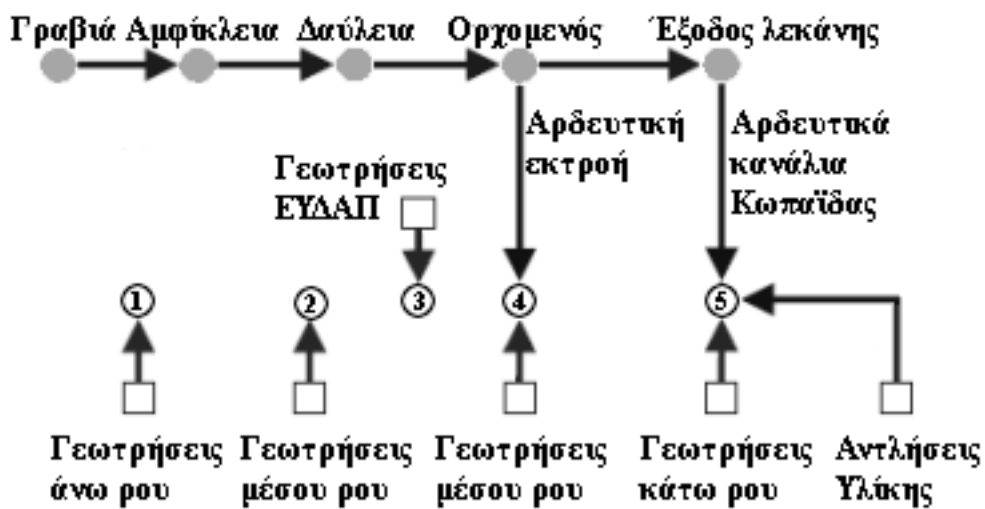
Το μοντέλο του υδροσυστήματος εκτιμάει τις αντλούμενες ποσότητες και προσομοιώνει τις ανθρωπογενείς παρεμβάσεις στο σύστημα όπως για παράδειγμα τις απολήψεις από το ποτάμι. Επίσης προσομοιώνει τις απώλειες νερού προς τον υδροφορέα κατά τη ροή του μέσα στο ποτάμι δηλαδή τη διήθηση που σύμφωνα με τις μελέτες (Μονοπώλης, 1971) είναι πολύ έντονη στον άνω ρου και αποτελεί τον βασικό τροφοδότη των πηγών Μαυρονερίου.

10.2.5 Βαθμονόμηση μοντέλου

Ο αριθμός των παραμέτρων που απαιτούν εκτίμηση (επιφανειακού και υπόγειου) είναι 22. Το επιφανειακό μοντέλο της πλατφόρμας ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ χρησιμοποιεί τις παραμέτρους του επιφανειακού μοντέλου που περιγράφηκε



Σχήμα 10.4: ΤΟΕΒ και καταγεγραμμένες αντλητικές γεωτρήσεις στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού.



Σχήμα 10.5: Υδροσύστημα, κόμβοι ζήτησης (βλ. Πίνακα 10.1) και ομάδες άντλησης Βοιωτικού Κηφισού.

στο κεφάλαιο 5 και ακόμα μια παράμετρο που αντιστοιχεί στο ποσοστό των αδιαπέρατων επιφανειακών σχηματισμών. Στην εν λόγω εφαρμογή το επιφανειακό μοντέλο χρησιμοποιεί συνολικά $2 \times 6 = 12$ παραμέτρους για τις δύο Μονάδες Υδρολογικής Απόκρισης (ΜΥΑ). Το υπόγειο μοντέλο απαιτεί 2 πα-

Πίνακας 10.1: Ζήτηση νερού και διαθέσιμοι πόροι για κάλυψη αναγκών.

Ζήτηση νερού για	Κάλυψη αναγκών από
1 Άρδευση εκτάσεων από Γραβιά έως Αμφίκλεια (22.0 hm ³)	1. γεωτρήσεις άνω ρου
2 Άρδευση εκτάσεων από Τιθορέα έως Μαυρονέρι (32.8 hm ³)	1. γεωτρήσεις μέσου ρου
3 Ύδρευση Αθήνας (44.3 hm ³)	1. γεωτρήσεις μέσου ρου
4 Άρδευση εκτάσεων από Μαυρονέρι έως Ακόντιο (18.3 hm ³)	1. πηγές Μαυρονερίου 2. γεωτρήσεις μέσου ρου
5 Άρδευση Κωπαΐδας, Ορχομενού, Λιβαδειάς (146.0 hm ³)	1. Βοιωτικός Κηφισός 2. Υλίκη 3. γεωτρήσεις κάτω ρου

ραμέτρους για τις δύο ομάδες αγωγιμότητας του υδροφορέα, 6 παραμέτρους αγωγιμότητας για τις ισάριθμες πηγές που μοντελοποιούνται, μια παράμετρο που ελέγχει τις διαφυγές και μια παράμετρο για την ειδική απόδοση του υδροφορέα.

Το χρονικό βήμα της φόρτισης του μοντέλου ήταν μηνιαίο. Οι χρονοσειρές ελέγχου ήταν η απορροή στην έξοδο του Βοιωτικού Κηφισού και η παροχή των πηγών Λιλαίας, Μαυρονερίου, Μέλανα και Πολυγύρας και Έρκυνας. Η περίοδος βαθμονόμησης εκτείνεται από τον Οκτώβριο του 1984 μέχρι το Σεπτέμβριο του 1990. Η επαλήθευση έγινε για μεν τις παροχές των πηγών την περίοδο από Οκτώβριο του 1990 μέχρι Σεπτέμβριο του 1994 (*Ευστρατιάδης κ.α.*, 2004a) και για δε την έξοδο της λεκάνης από τον Οκτώβριο του 1907 μέχρι το Σεπτέμβριο του 2003 (*Ευστρατιάδης*, 2005).

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή διαμορφώθηκε μια σύνθετη στοχική συνάρτηση η οποία περιλαμβάνει πολλαπλά κριτήρια καλής προσαρμογής (ο Ευστρατιάδης (2008) ξαναμελέτησε την περιοχή χρησιμοποιώντας πολυστοχικό προγραμματισμό και προχωρημένους αλγόριθμους βελτιστοποίησης). Το βασικό κριτήριο καλής προσαρμογής ήταν το σταθμισμένο άθροισμα των συντελεστών αποδοτικότητας μεταξύ των προσομοιωμένων και παρατηρημένων χρονοσειρών ελέγχου. Τα βάρη που χρησιμοποιήθηκαν στη στοχική συνάρτηση εξαρτώνται από τη σημαντικότητα της συνιστώσας στην οποία αντιστοιχούν και από την αξιοπιστία των μετρήσεων. Έτσι για παράδειγμα για τις πηγές Μέλανα, Πολύγυρα και Έρκυνας που οι μετρήσεις είναι αραιές η τιμή του βάρους τέθηκε ίση με 1. Για τις πηγές Μαυρονερίου και Λιλαίας που οι μετρήσεις είναι αρκετά τακτικές η τιμή του βάρους τέθηκε ίση με 1.5. Τέλος

Πίνακας 10.2: Συντελεστές αποδοτικότητας για την περίοδο βαθμονόμησης.

Απορροή Βοιωτικού Κηφισού	0.89
Εκροή πηγών Μαυρονερίου	0.80
Εκροή πηγών Μέλανα-Πολύγυρας	0.23
Εκροή πηγών Λιλαίας	0.70
Εκροή πηγών Έρκυνας	0.28

Πίνακας 10.3: Συντελεστές αποδοτικότητας για την περίοδο επαλήθευσης.

Απορροή Βοιωτικού Κηφισού	0.82
Εκροή πηγών Μαυρονερίου	0.46
Εκροή πηγών Μέλανα-Πολύγυρας	-0.08
Εκροή πηγών Λιλαίας	0.28
Εκροή πηγών Έρκυνας	0.16

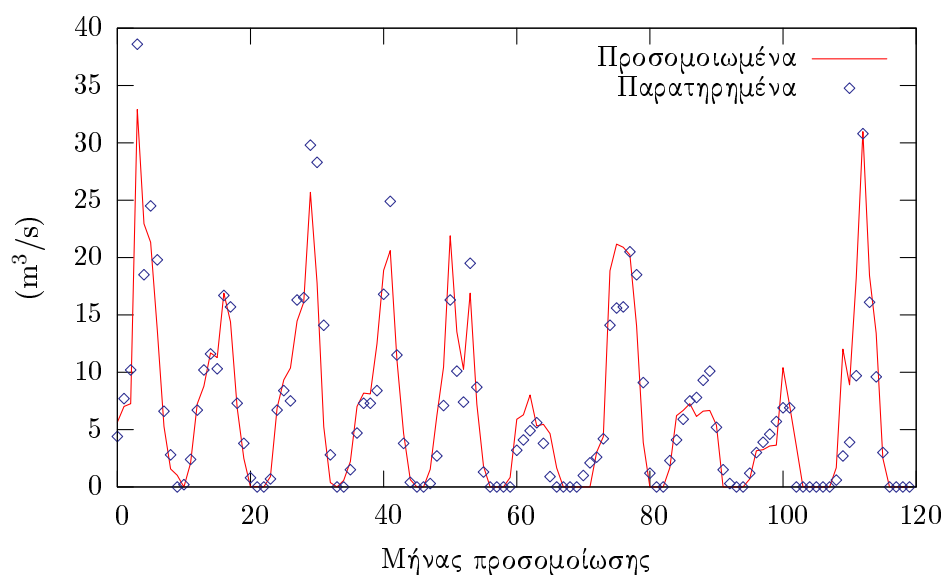
στην έξοδο της λεκάνης που διενεργούνται οι πλέον τακτικές και αξιόπιστες μετρήσεις αλλά και που αποτελεί την πιο σημαντική από διαχειριστικής άποψης συνιστώσα του ισοζυγίου, η τιμή του βάρους τέθηκε ίση με 6.

Οι μετρήσεις στάθμης του υδροφορέα είναι πολύ αραιές χρονικά και διάσπαρτες χωρικά για να μπορούν να συναθροιστούν στην έκταση των κυττάρων του μοντέλου και να χρησιμοποιηθούν σαν χρονοσειρές ελέγχου. Παρόλα αυτά οι μετρήσεις καταδεικνύουν ότι, κατά την εξαιτία της βαθμονόμησης, οι στάθμες των υδροφορέων του άνω και κάτω ρου και της Κωπαΐδας δεν παρουσίασαν υπερετήσια τάση μεταβολής. Η εν λόγω πληροφορία ελήφθη υπόψη στη βαθμονόμηση εισάγοντας στη στοιχική συνάρτηση ένα κριτήριο καλής προσαρμογής που επιβάλλει ποινή στην αυξητική ή μειωτική τάση των προσομοιωμένων χρονοσειρών.

Η βαθμονόμηση των παραμέτρων του μοντέλου έγινε με μεγάλη προσοχή για να αποφευχθούν τα τοπικά ακρότατα (Rozos *et al.*, 2004). Το αποτέλεσμα ήταν να επιτευχθεί καλή προσαρμογή για το σύνολο των κριτηρίων, παρά το σχετικά μεγάλο πλήθος παραμέτρων, την πολυπλοκότητα του μοντέλου, τις αβεβαιότητες που διέπουν τις φυσικές διεργασίες της συγκεκριμένης λεκάνης και τις χονδροειδείς προσεγγίσεις που έγιναν κατά την εκτίμηση ορισμένων τουλάχιστον εκ των δεδομένων εισόδου του μοντέλου (κυρίως όσων αφορούν την κατανομή των αρδευτικών αναγκών).

10.2.6 Αποτελέσματα-συμπεράσματα

Οι τιμές του συντελεστή αποδοτικότητας για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης του μοντέλου συνοψίζονται στους Πίνακες 10.2 και 10.3. Στα Σχήματα 10.6 και 10.7 φαίνονται οι προσομοιωμένες και παρατηρημένες χρονοσειρές παροχής στη σήραγγα Καρδίτσας και στην πηγή Μαυρονερίου από Οκτώβριο του 1984 μέχρι Σεπτέμβριο του 1994.

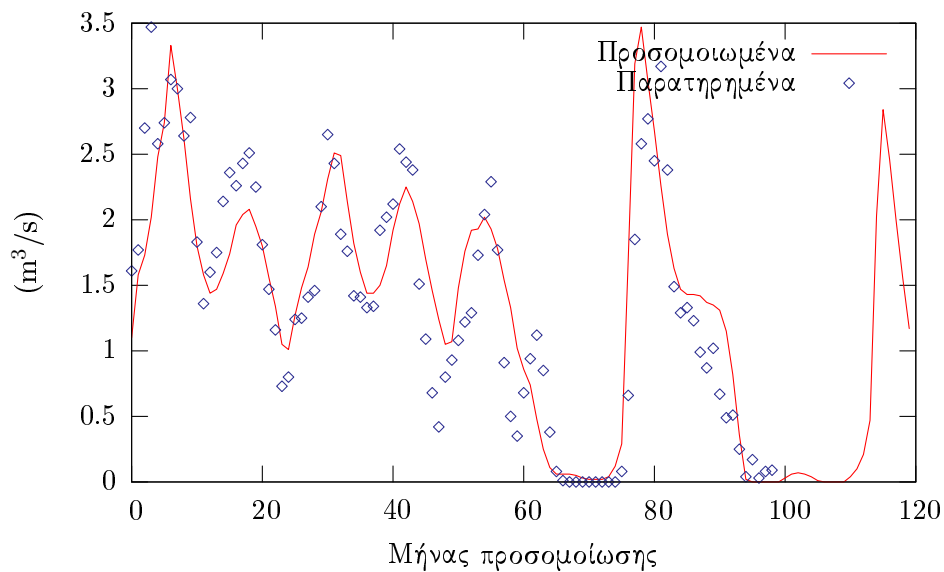


Σχήμα 10.6: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη μηνιαία χρονοσειρά παροχής στη σήραγγα Καρδίτσας από Οκτώβριο του 1984 μέχρι Σεπτέμβριο του 1994.

Η προσαρμογή του υδρογραφήματος του Βοιωτικού Κηφισού είναι εξαιρετική, τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης (συντελεστής αποδοτικότητας 89%) όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης (συντελεστής αποδοτικότητας 82%). Το μοντέλο αναπαριστά με ικανοποιητική ακρίβεια την επιφανειακή και πηγαία τροφοδοσία του ποταμού, που σε συνδυασμό με τις επιφανειακές αρδευτικές απολήψεις δίνει το υδρογράφημα στην έξοδο της λεκάνης. Όσον αφορά στην αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών της ιστορικής χρονοσειράς, παρατηρείται μικρή υπερεκτίμηση της μέσης τιμής κατά 6.1% (221.7 έναντι 209.0 hm³ σε ετήσια βάση), και μικρή υποεκτίμηση της τυπικής απόκλισης κατά 4.7% (19.3 έναντι 20.3 hm³ σε μηνιαία βάση).

Η προσαρμογή του υδρογραφήματος των πηγών Μαυρονερίου είναι πολύ ικανοποιητική κατά την περίοδο βαθμονόμησης (συντελεστής αποδοτικότητας 80%) και αρκετά ικανοποιητική κατά την περίοδο επαλήθευσης (συντελεστής αποδοτικότητας 47%) λαμβάνοντας μάλιστα υπόψη τις χονδροειδείς παραδοχές που αφορούν την κατανομή και λειτουργία των αντλήσεων στην περιοχή του μέσου ρου. Ιδιαίτερα θετική ως προς την προγνωστική ικανότητα του μοντέλου είναι η αναπαράσταση της θεαματικής ανάκαμψης των πηγών στις αρχές του 1991 μετά την προσωρινή τους στέρηση για διάστημα λίγων μηνών.

Η προσαρμογή του υδρογραφήματος των πηγών Μέλινα και Πολυγύρας είναι μέτρια κατά την περίοδο βαθμονόμησης (συντελεστής αποδοτικότητας 30%) και κακή κατά την περίοδο επαλήθευσης (ελαφρά αρνητικός συντελεστής αποδοτικότητας). Αυτό οφείλεται στο ότι οι ιστορικές χρονοσειρές παροχής



Σχήμα 10.7: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη μηνιαία χρονοσειρά παροχής πηγής Μαυρονερίου από 84 Οκτωβρίου μέχρι 94 Σεπτεμβρίου.

των πηγών παρουσιάζουν πρακτικά μηδενική συσχέτιση με τη βροχοπτώση (Ευστρατιάδης κ.α., 2004a).

Η προσαρμογή του υδρογραφήματος των πηγών Λιλαίας και Κεφαλόβρυσου είναι πολύ ικανοποιητική κατά την περίοδο βαθμονόμησης (συντελεστής αποδοτικότητας 73%) αλλά όχι τόσο καλή κατά την περίοδο επαλήθευσης (συντελεστής αποδοτικότητας 28%). Ωστόσο, η χαμηλή αυτή τιμή του συντελεστή αποδοτικότητας οφείλεται σχεδόν αποκλειστικά στους εαρινούς μήνες του έτους 1992 το οποίο χαρακτηρίστηκε από χαμηλές βροχοπτώσεις σε συνδυασμό με έντονες χιονοπτώσεις (Ευστρατιάδης, 2008). Εάν ήταν γνωστή η συνεισφορά της χιονόπτωσης, η προσαρμογή του μοντέλου θα ήταν πολύ καλύτερη.

Τέλος, η προσαρμογή του υδρογραφήματος των πηγών Έρκυνας είναι μέτρια τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης (συντελεστής αποδοτικότητας 28%) όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης (συντελεστής αποδοτικότητας 16%).

Στον Πίνακα 10.4 δίνεται το μέσο ετήσιο υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης (επιφανειακό και υπόγειο) το οποίο αναφέρεται στο σύνολο της δεκαετίας ελέγχου. Πρέπει να σημειωθεί ότι εξαιτίας της μεγάλης έκτασης καρστικοποιημένων πετρωμάτων που εμφανίζονται στη λεκάνη, σημαντικό ποσοστό των υδάτων διηθείται κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού και εμπλουτίζει τον υπόγειο υδροφόρα. Άρα κάποιο ποσοστό από τα νερά των ανάντη πηγών διηθείται και επανεμφανίζεται στις πιο κατάντη πηγές. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μην είναι αθροίσιμες (κάποια ποσότητα θα αθροιστεί δυο φορές) σε

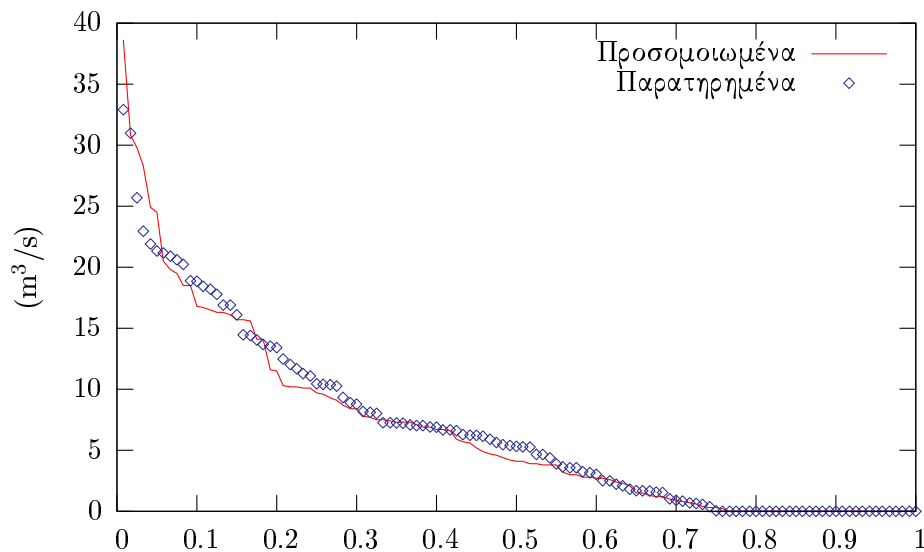
Πίνακας 10.4: Συνιστώσες του ετήσιου υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού για την περίοδο 1984-85 έως 1993-94.

Συνιστώσα ισοζυγίου	Μέση ετήσια τιμή (hm ³)	Ποσοστό
Επιφανειακά ύδατα		
Βροχόπτωση	1575.0	
Εξατμοδιαπνοή	796.5	0.506
Επιφανειακή απορροή	113.9	0.072
Κατείσδυση και διήθηση	668.4	0.424
Υπόγεια ύδατα		
Κατείσδυση	668.4	
Υπόγειες διαφυγές	411.4	0.615
Εκροή πηγών	189.8	0.284
Αντλήσεις	123.1	0.184
Μεταβολή αποθηκευμένου όγκου	-55.9	-0.084
Αρδευτικές απολήψεις		
Σύνολο απολήψεων	205.1	
Απολήψεις από επιφανειακά νερά	82.0	0.400
Αντλήσεις υπόγειων νερών	123.1	0.600

επίπεδο λεκάνης οι ποσότητες της επιφανειακής και πηγαίας απορροής.

Στο Σχήμα 10.8 φαίνεται ότι η καμπύλη παροχής-διάρκειας των προσομοιωμένων χρονοσειρών πλησιάζει ικανοποιητικά αυτή των παρατηρημένων που σημαίνει ότι αναπαράγονται με επιτυχία όλα τα στατιστικά χαρακτηριστικά της παρατηρημένης χρονοσειράς.

Τέλος αναφέρονται τα συμπεράσματα της εργασίας των *Nalbantis et al.* (2002) όπου έγινε σύγκριση των επιδόσεων (Πίνακας 10.5) και των χρόνων εκτέλεσης ενός ολιγοπαραμετρικού μοντέλου, του 3kdfLOW και του MODFLOW. Το ολιγοπαραμετρικό ρυθμίστηκε εύκολα και έδωσε καλά αποτελέσματα για τη μοναδική συνιστώσα που προσομοίωσε, την έξοδο της λεκάνης. Το MODFLOW ρυθμίστηκε δύσκολα και προσομοίωσε ικανοποιητικά τις παροχές των κυριότερων πηγών. Το 3kdfLOW που ανήκει στη δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, ρυθμίστηκε εύκολα και προσομοίωσε ικανοποιητικά τις παροχές των κυριότερων πηγών και την έξοδο της λεκάνης. Οι χρόνοι εκτέλεσης ήταν 1.5 ms, 0.5 s και 5 min (Pentium III 600 MHz) για το ολιγοπαραμετρικό μοντέλο, τη δέσμη μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ και το MODFLOW αντίστοιχα.



Σχήμα 10.8: Καμπύλη παροχής-διάρκειας των παρατηρημένων και προσομοιωμένων χρονοσειρών εξόδου της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Στον κατακόρυφο άξονα η παροχή.

Πίνακας 10.5: Συντελεστές αποδοτικότητας υδρολογικών συνιστωσών λεκάνης Κηφισού την περίοδο 1984-85 έως 1988-89 προσομοιωμένες με ολιγοπαραμετρικό μοντέλο, ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, και MODFLOW.

	Ολιγοπαραμετρικό	ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ	MODFLOW
Έξοδος λεκάνης	0.90	0.89	
Πηγές Μαυρονερίου		0.71	0.73
Πηγές Μέλανα		0.08	0.10
Πηγές Έρκυνας		0.40	

10.3 Εφαρμογή δέσμης μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ στη δυτική Θεσσαλία

10.3.1 Περιγραφή περιοχής

Η περιοχή μελέτης περιλαμβάνει το δυτικό τμήμα της Θεσσαλίας που ορίζεται γεωγραφικά ως εξής: ανατολικά από τα Χαλκοδόνια όρη, βορειοανατολικά από το Ζάρκο, βόρεια από τα Χάσια και τα Αντιχάσια όρη, δυτικά από το Κερκότιον όρος (Κόζιακας) και νότια από το Ναθράκιο και τους πρόποδες του όρους Τυμφρηστός. Η δυτική Θεσσαλία περιλαμβάνει δύο νομούς, των Τρικάλων και της Καρδίτσας, και ανήκει στη λεκάνη απορροής του Πηνειού ποταμού. Η συνολική έκταση της περιοχής μελέτης είναι 6087.5 km², το μέγιστο υψόμετρο της λεκάνης απορροής είναι 2203 m, ενώ το ελάχιστο 76 m.

Στα κεντρικά και ανατολικά της περιοχής μελέτης αναπτύσσονται οι αρδευόμενες πεδινές εκτάσεις των Νομών Καρδίτσας και Τρικάλων. Εκτός από τον Πηνειό, που είναι το κύριο υδατόρευμα της περιοχής μελέτης, υπάρχουν και σημαντικοί παραπόταμοι που συμβάλλουν σε αυτόν, και συγκεκριμένα ο Καλέτζης, ο Πάμισος, ο Ληθαίος, ο Φαρσαλιώτης και ο Ενιπέας.

Σήμερα, στο νομό Καρδίτσας της Θεσσαλίας υπάρχουν δύο ταμιευτήρες, του Πλαστήρα και του Σμοκόβου. Ο ταμιευτήρας του Πλαστήρα, νοτιοδυτικά του νομού Καρδίτσας, είναι ένα τεχνητό έργο με έντονες και ανταγωνιστικές χρήσεις νερού (αρδευτική, υδρευτική, ενεργειακή και τουριστική). Κατά την αρδευτική περίοδο, τα νερά του διατίθενται σε καλλιεργήσιμες εκτάσεις που είναι πολλαπλάσιες του αρχικού σχεδιασμού.

Ο ταμιευτήρας του Σμοκόβου βρίσκεται στα νοτιοανατολικά του νόμου Καρδίτσας. Το έργο αποπερατώθηκε καλοκαίρι του 2000 ενώ δεν έχει ολοκληρωθεί η κατασκευή του αρδευτικού δικτύου το οποίο, σύμφωνα με τη μελέτη του έργου, θα αρδεύει 150000 στρέμματα των νομών Καρδίτσας, Φθιώτιδας και Λάρισας. Σήμερα, ικανοποιούνται οι αρδευτικές ανάγκες των περιοχών που βρίσκονται κατάντη του φράγματος από την ενισχυμένη οικολογική παροχή του ενώ σε μικρότερο βαθμό αρδεύονται περιοχές από τη σήραγγα του Λεονταρίου (Τέγος, 2005).

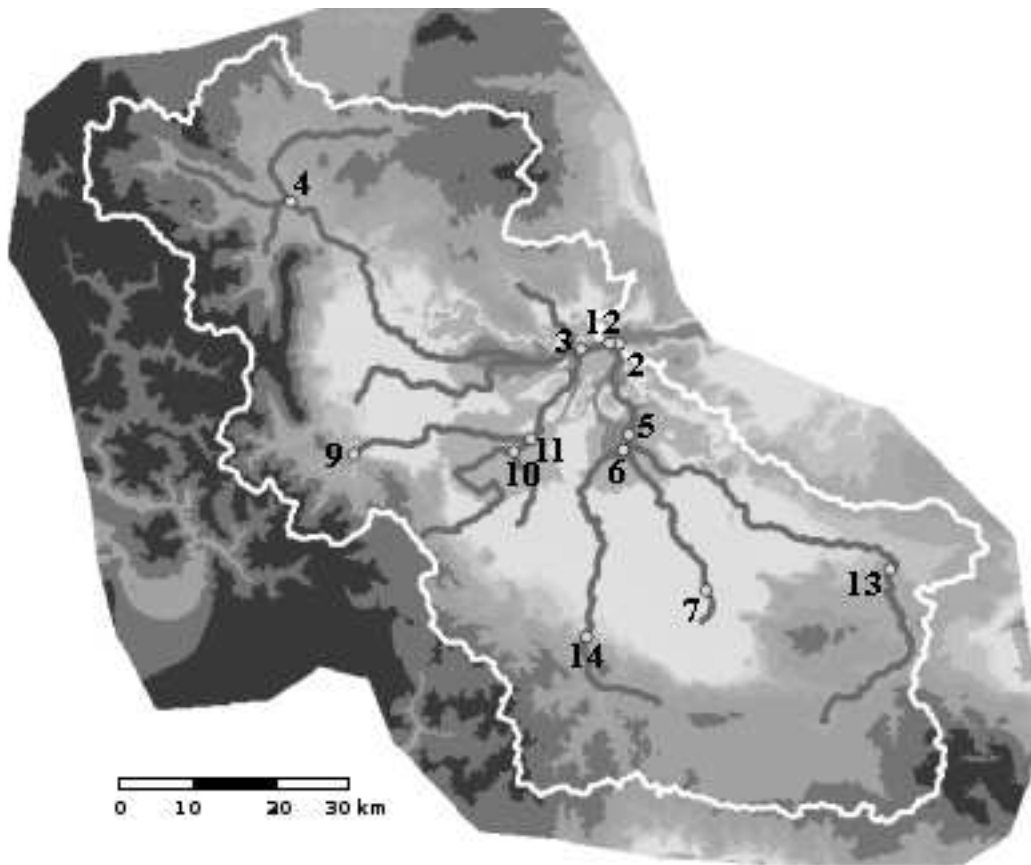
Ο υδροφορέας της πεδιάδας της δυτικής Θεσσαλίας αποτελείται από αποθέσεις ποταμοχειμαρρώδους προελεύσεως όπου εναλλάσσονται αδρομερή και λεπτομερή υλικά. Σε ορισμένες περιοχές η παρουσία αργιλικών ενστρώσεων φακοειδούς μορφής, έχει αποτέλεσμα να μεταπίπτει ο υδροφορέας σε συνθήκες πίεσης. Σε άλλες περιοχές πάλι (προς το κέντρο της λεκάνης) ο ελεύθερος υδροφορέας, μεταπίπτει σε επαλληλία υδροφορέων υπό πίεση (Μόρφης κ.α., 1996). Παρόλα αυτά η διάνοιξη μεγάλου αριθμού αντλητικών γεωτρήσεων έχει αποκαταστήσει σημαντική επικοινωνία μεταξύ των επάλληλων υδροφορέων, τέτοια που να μπορούν πλέον να μοντελοποιηθούν από έναν φρεάτιο υδροφορέα.

Σημαντικές πηγές αναπτύσσονται στα όρια των υπολεκανών Καλαμπάκας και Τρικάλων. Πρόκειται για τις πηγές του Μεγάλου και Μικρού Κεφαλόβρυσου, οι οποίες εμφανίζονται σε υψόμετρο περίπου 150 m. Σύμφωνα με μελέτη του ΙΓΜΕ (Μόρφης κ.α., 1996), η μέση μηνιαία παροχή των πηγών είναι της τάξεως των 2 m³/s. Λόγω της συνεχούς ταπείνωσης της στάθμης που παρατηρήθηκε στην περιοχή, η εκροή των πηγών διακόπηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1980.

Ένα δεύτερο σημαντικό σύστημα πηγών αναπτύσσεται στη βορειοδυτική πλευρά της περιοχής μελέτης, στους πρόποδες του Κόζιακα, και συγκεκριμένα στα χωριά Πρόδρομος και Γοργύρη, σε υψόμετρο της τάξεως των 400 m. Δεν υπάρχουν στοιχεία για την παροχή αυτών των πηγών αλλά παρόλα αυτά συμπεριλήφθηκαν στη μοντελοποίηση του υδροσυστήματος.

10.3.2 Μοντελοποίηση επιφανειακής ροής υδάτων

Η δυτική Θεσσαλία ανήκει στη λεκάνη απορροής του Πηνειού ποταμού ο οποίος είναι το κύριο υδατόρευμα του υδατικού διαμερίσματος της Θεσσαλίας. Ο Πηνειός πηγάζει από τα βόρεια του νομού Τρικάλων και διασχίζει τους νομούς Τρικάλων και Λάρισας, πριν καταλήξει στη θάλασσα. Οι παραπόταμοι Πάμισος, Καλέντζης, Σοφαδίτικος, Φαρσαλιώτης και Ενιπέας διασχίζουν την περιοχή της Καρδίτσας, πριν καταλήξουν στον Πηνειό (κοντά στο χωριό Κεραμίδι). Οι κόμβοι του υδρογραφικού δικτύου ορίστηκαν στις θέσεις συμβολής και στις θέσεις των υδρομετρικών σταθμών Αλή Εφέντη, Μουζακίου, Κέδρου, Σαρακίνας και Αμπελίας. Ανάντη κάθε κόμβου, χαράχθηκαν οι λεκάνες απορροής, με τη βοήθεια ΣΓΠ. Με τη διαδικασία αυτή, προέκυψαν 13 κόμβοι του υδρογραφικού δικτύου και 12 λεκάνες απορροής ανάντη κάθε κόμβου (βλ. Σχήμα 10.9 και Πίνακα 10.6).



Σχήμα 10.9: Μοντέλο εδάφους, υδρογραφικό δίκτυο δυτικής Θεσσαλίας και κόμβοι επιφανειακού μοντέλου. Η έξοδος της λεκάνης είναι στο σημείο 2 (Τέγος, 2005).

Πίνακας 10.6: Μήκη και ονομασίες υδατορευμάτων υδρογραφικού δικτύου.

ΚΟΜΒΟΣ ΑΡΧΗΣ	ΚΟΜΒΟΣ ΤΕΛΟΥΣ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ ΥΔΑΤΟΡΕΥΜΑΤΟΣ	ΜΗΚΟΣ (m)
12	2	Έξοδος Πηνειού	73
4	3	Πηνειός	57495
5	2	Ενιπέας	15098
11	3	Πάμισος	16608
6	5	Φαρσαλιώτης	2573
10	11	Καλέτζης	2911
9	11	Πάμισος	29230
14	6	Κέδρος	34394
7	6	Φαρσαλιώτης	27402
13	5	Ενιπέας	50122
3	12	Πηνειός	4663
12	2	Πηνειός	1324

Για τη χάραξη των ΜΥΑ στη Θεσσαλία χρησιμοποιήθηκαν τα θεματικά επίπεδα των εδαφικών αποθέσεων και των χρήσεων γης. Οι αποθέσεις ομαδοποιούνται σε τρεις κατηγορίες, περατές, ημιπερατές και αδιαπέρατες βάσει της εργασίας των Μόρφη κ.α. (1996). Ο καθορισμός των χρήσεων γης στην περιοχή μελέτης στηρίχθηκε σε εργασία της υπηρεσίας του εθνικού κτηματολογίου του ΥΠΕΧΩΔΕ (1993). Με βάση τη συγκεκριμένη χαρτογράφηση, ομαδοποιήθηκαν σε τρεις κατηγορίες οι χρήσεις γης που αναπτύσσονται στη δυτική Θεσσαλία. Η μεγαλύτερη κατηγορία που αναπτύσσεται είναι οι αρδευόμενες εκτάσεις η οποία περιλαμβάνει περιοχές μόνιμων αρδευόμενων εκτάσεων, λιβάδια κ.α. Η δεύτερη κατηγορία είναι οι περιοχές χαμηλής βλάστησης και περιλαμβάνει τους φυσικούς βοσκότοπους και τις εκτάσεις με αραιή βλάστηση. Τέλος η τρίτη κατηγορία περιλαμβάνει δασικές εκτάσεις, όπου αναπτύσσονται δάση πλατύφυλλων και κωνοφόρων.

Το γινόμενο των δύο θεματικών επιπέδων (χρήσεις γης, εδαφικές αποθέσεις) δίνει την κατανομή των ΜΥΑ στη λεκάνη. Η άθροιση των αποκρίσεων των ΜΥΑ μιας υπολεκάνης αποδίδεται στον κοντινότερο κατάντη κόμβο. Επίσης οι έξοδοι των πηγών του μοντέλου αποδίδονται στον κοντινότερο κατάντη κόμβο. Από τον ένα κόμβο στον άλλο τα νερά διοδεύονται με τη μέθοδο Muskingum-Cunge (βλ. Παράρτημα Α.2.3) σε λεπτή χρονική κλίμακα (ημερήσια) η μεταφέρονται χωρίς διόδευση σε αραιή κλίμακα (μηνιαία). Μεταξύ των κόμβων διηθείται μια ποσότητα του νερού ανάλογη της παροχής.

10.3.3 Μοντελοποίηση υπόγειας ροής υδάτων

Η διακριτοποίηση του υδροφορέα της δυτικής Θεσσαλίας στηρίχθηκε σε μελέτη της Γαλλικής μελετητικής εταιρίας SOGREAH (SOGREAH, 1979), η

οποία εκπονήθηκε τη περίοδο 1971-1978. Στα πλαίσια της μελέτης της SO-GREAH εγκαταστάθηκαν στη δυτική Θεσσαλία 40 γεωτρήσεις παρατήρησης στάθμης. Το πρόγραμμα των μετρήσεων συνέχισαν οι *Κωνσταντινίδης & Περγαλιώτης* (1986) οι οποίοι εφάρμοσαν το μοντέλο της SOGREAH με επικαιροποιημένες μετρήσεις. Από τις μελέτες αυτές χρησιμοποιήθηκαν οι πληροφορίες για την έκταση του πεδίου του υδροφορέα, τις πλευρικές εισροές και τα τμήματα του υδροφορέα με κοινή αγωγιμότητα.

Στο Σχήμα 10.10 φαίνεται ο πιεζομετρικός χάρτης του υδροφορέα για τη θερινή και τη χειμερινή περίοδο. Η εικόνα που παρουσιάζουν οι ισοδυναμικές γραμμές στις δύο αυτές περιόδους είναι παραπλήσια (παράλληλη μετακίνηση). Με βάση τη μεθοδολογία του κεφαλαίου 6, χαράχθηκαν τα κύτταρα του υπόγειου υδροφορέα, με τις ακμές τους παράλληλες προς τις ισοδυναμικές γραμμές του πιεζομετρικού χάρτη. Επίσης για καθένα κύτταρο έγινε εκτίμηση της αρχικής του στάθμης ίση με τη μέση τιμή των ισοδυναμικών που περικλείει (θερινής και χειμερινής περιόδου).

Στο Σχήμα 10.11 φαίνονται τα 50 κύτταρα της διακριτοποίησης. Τα κύτταρα 47, 48 και 49 είναι ειδικά κύτταρα που προσομοιώνουν πηγές. Το κύτταρο 46 προσομοιώνει τις υπόγειες διαφυγές προς τον υδροφορέα της ανατολικής Θεσσαλίας. Τα κύτταρα 43, 44 και 45 έχουν αυθαίρετο σχήμα αλλά συγκεντρωμένη επιφάνεια ώστε να συγκεντρώνουν ποσότητα νερού κατείσδυσης ίση με την αντίστοιχη πλευρική εισροή που εφαρμόζεται στο μοντέλο της SO-GREAH. Στο Σχήμα 10.11 φαίνονται επίσης οι γεωτρήσεις παρατήρησης D22, G402, G403, G501, G406, G506, PZ4, D31, D34 και D41 οι χρονοσειρές των οποίων χρησιμοποιήθηκαν στη βαθμονόμηση του μοντέλου.

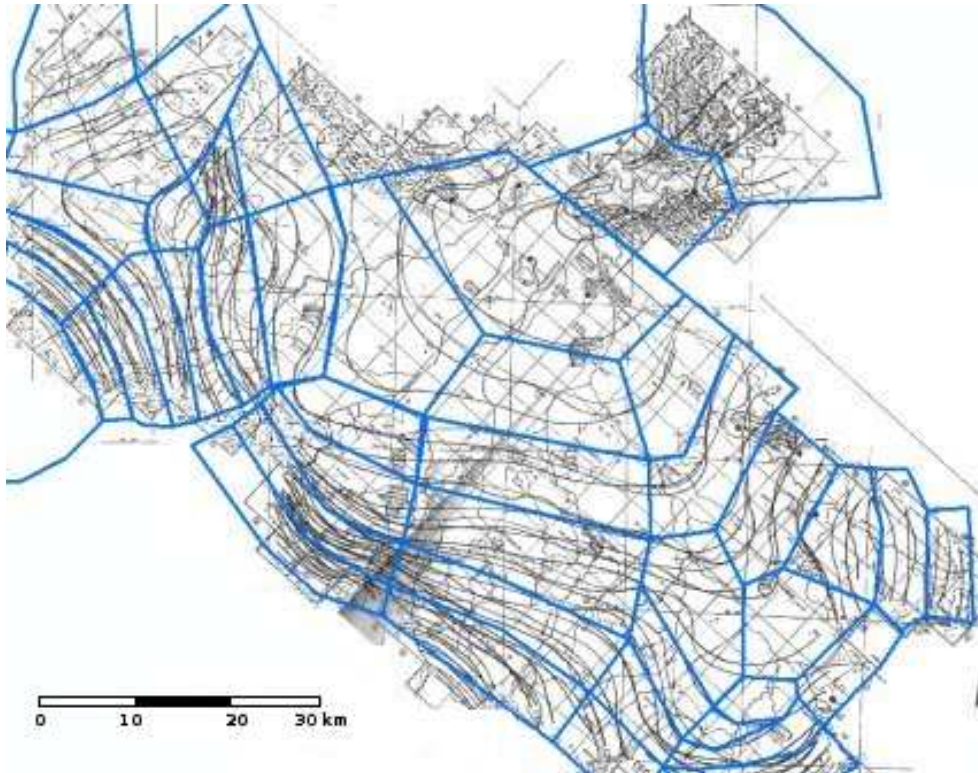
Σχεδόν όλα τα κύτταρα της διακριτοποίησης υπόκεινται σε αντλήσεις κατά την αρδευτική περίοδο. Στην προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση Darcy (πορώδης υδροφορέας) και το χρονικό βήμα φόρτισης είναι μηνιαίο.

10.3.4 Μοντελοποίηση υδροσυστήματος

Για την περιγραφή του υδροσυστήματος, τεχνητού και φυσικού, απαιτείται πληροφορία για τους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, τους κόμβους ζήτησης νερού και εικονικούς κόμβους που μεταφέρουν νερό από το υπόγειο στο επιφανειακό σύστημα (π.χ. γεωτρήσεις).

Οι ανάγκες του νομού Τρικάλων αποδόθηκαν σε ένα κόμβο ζήτησης που καλύπτεται από επιφανειακά νερά από εκτροπή στη θέση Αλή Εφέντη (κόμβος υδροσυστήματος 12 στο Σχήμα 10.9) καθώς και από τις γεωτρήσεις που είναι κατανεμημένες στο τμήμα της πεδιάδας εντός του νομού Τρικάλων.

Στο νομό Καρδίτσας πραγματοποιήθηκε περιγραφή του αρδευτικού δικτύου σε επίπεδο ΤΟΕΒ και δήμου. Το μεγαλύτερο ποσοστό των αρδευόμενων εκτάσεων αυτού του νομού εξυπηρετούνται από την τεχνητή λίμνη Πλαστήρα. Η εκροή από το υδροηλεκτρικό αποδίδεται στο υδροσύστημα στη θέση του κόμβου 11. Η αρδευόμενη περιοχή του ΤΟΕΒ Θεσσαλιώτιδος που περιλαμβάνει τους δήμους Σοφάδων, Ταμασίου και Μενελαΐδος εξυπηρετείται



Σχήμα 10.10: Διακριτοποίηση υδροφορέα δυτικής Θεσσαλίας σύμφωνα με τις προϋποθέσεις καλής χάραξης που περιγράφηκαν στο κεφάλαιο 6 και βάσει της θερινής και χειμερινής παρατηρημένης πιεζομετρίας.

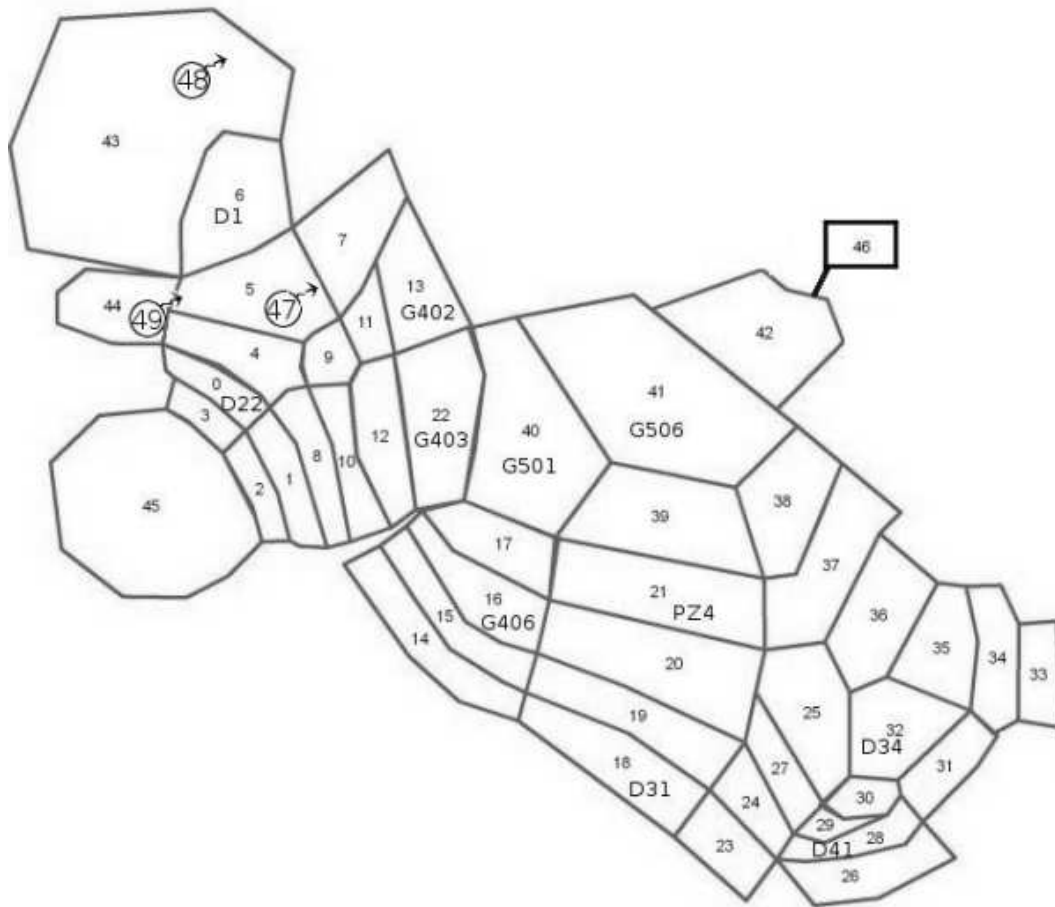
από κρατικές και ιδιωτικές γεωτρήσεις, καθώς και από τα επιφανειακά νερά του Σοφαδίτικου (κόμβος υδροσυστήματος 6), του Φαρσαλιώτη (κόμβος υδροσυστήματος 6) και του Ενιπέα (κόμβος υδροσυστήματος 5).

10.3.5 Βαθμονόμηση μοντέλου

Η περίοδος ελέγχου του μοντέλου περιλαμβάνει 20 υδρολογικά έτη, από τον Οκτώβριο του 1972 μέχρι το Σεπτέμβριο του 1993. Πρόκειται για αντιπροσωπευτικό ιστορικό δείγμα της λεκάνης καθώς περιλαμβάνει αλληλουχία υγρών και ξηρών υδρολογικών περιόδων. Επίσης στη συγκεκριμένη περίοδο αποτυπώνεται μια μεγάλη αυξητική τάση της αρδευτικής ζήτησης και των υπόγειων απολήψεων οπότε θεωρείται και από αυτή την πλευρά κατάλληλη περίοδος για την προσαρμογή του μοντέλου.

Η περίοδος ελέγχου χωρίστηκε σε δύο χρονικές ενότητες. Η πρώτη αφορά στην περίοδο 1972-1982, κατά την οποία έγινε η βαθμονόμηση του μοντέλου, ενώ η δεύτερη αφορά στην περίοδο 1982-1993, η οποία αντιστοιχεί στην περίοδο επαλήθευσης του μοντέλου.

Για τον έλεγχο της προσαρμογής του μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν οι μέ-



Σχήμα 10.11: Διακριτοποίηση υδροφορέα δυτικής Θεσσαλίας και θέσεις παρατήρησης στάθμης.

σες μηνιαίες παροχές των σταθμών Αλή Εφέντη, Κέδρου, Μουζακίου, Αμπελιάς και Σαρακίνας, καθώς και οι παρατηρήσεις στάθμης σε 11 γεωτρήσεις που εκτείνονται σε όλη την πεδινή περιοχή μελέτης (βλ. Σχήμα 10.11). Εκτός από τις χρονοσειρές, στον έλεγχο της προσαρμογής του μοντέλου ελήφθη υπόψη η εκτίμηση της μέσης μηνιαίας απορροής των πηγών του Κεφαλόβρυσου σύμφωνα με τη μελέτη των Μόρφη κ.α. (1996).

Η στοχαστική συνάρτηση είναι σύνθετη και περιλαμβάνει τις ακόλουθες συνιστώσες:

1. τους συντελεστές αποδοτικότητας των υδρογραφημάτων στις 5 θέσεις μέτρησης κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου (Αλή Εφέντη, Μουζάκι, Κέδρος, Αμπελιά, Σαρακίνα)·
2. τη μεροληψία όσον αφορά στην αναπαραγωγή της μέσης τιμής, στις παραπάνω θέσεις·

Πίνακας 10.7: Συντελεστές αποδοτικότητας (CE) στους υδρομετρικούς σταθμούς (τα κενά αντιστοιχούν σε περιόδους με έλλειψη μετρήσεων).

Θέση	Κόμβος	CE Βαθμονόμησης	CE Επαλήθευσης
Αλή Εφέντης	12	0.81	0.61
Μουζάκι	9		0.58
Κέδρος	14	0.69	
Σαρακίνα	4	0.37	0.84
Αμπελιά	13	0.39	0.24

3. τη μεροληψία όσον αφορά στην αναπαραγωγή της μέσης τιμής στις πηγές Κεφαλόβρυσου·
4. τους συντελεστές αποδοτικότητας των παρατηρήσεων στάθμης στις 11 γεωτρήσεις του πεδινού υδροφορέα·
5. ένα μέτρο αναπαραγωγής της φυσικής συμπεριφοράς των υπόγειων κύτταρων, για τα οποία δεν υπάρχουν μετρήσεις (επιβάλλει ποινή στις αφύσικες ταπεινώσεις ή ανυψώσεις του υδροφόρου ορίζοντα).

Η διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων ξεκίνησε με τις παραμέτρους του επιφανειακού μοντέλου (46 συνολικά). Στη συνέχεια, μετά την εκτίμηση των επιφανειακών παραμέτρων και αφού υπολογίστηκε η κατείδυση στον υπόγειο υδροφορέα ακολούθησε η εκτίμηση των παραμέτρων του δηλαδή των 50 παραμέτρων υδραυλικής αγωγιμότητας (ισάριθμες με τα κύτταρα του μοντέλου) και μίας παραμέτρου που αντιστοιχεί στο κατά παραδοχή ενιαίο πορώδες της περιοχής μελέτης.

10.3.6 Αποτελέσματα-συμπεράσματα

Ο συντελεστής αποδοτικότητας μεταξύ των προσομοιωμένων και παρατηρημένων χρονοσειρών για τους πέντε υδρομετρικούς σταθμούς φαίνεται στον Πίνακα 10.7. Στον ίδιο πίνακα δίνονται και οι κόμβοι του υδροσυστήματος που αντιστοιχούν σε κάθε θέση υδρομέτρησης.

Ο υδρομετρικός σταθμός του Αλή Εφέντη έχει το μεγαλύτερο και πιο αξιόπιστο δείγμα μετρημένων παροχών. Στην περίοδο της βαθμονόμησης ο συντελεστής αποδοτικότητας είναι ικανοποιητικός με τιμή CE=0.81 ενώ στην περίοδο της επαλήθευσης έχει τιμή CE=0.61. Το σημαντικότερο ποσοστό του σφάλματος την περίοδο της βαθμονόμησης οφείλεται σε μία μεγάλη τιμή παροχής (148 m³/s) που μετρήθηκε το Δεκέμβριο του 1976. Αυτή η τιμή, που δεν δικαιολογείται από τη βροχόπτωση στην ανάντη λεκάνη, «δυσκόλεψε» το μοντέλο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της βελτιστοποίησης.

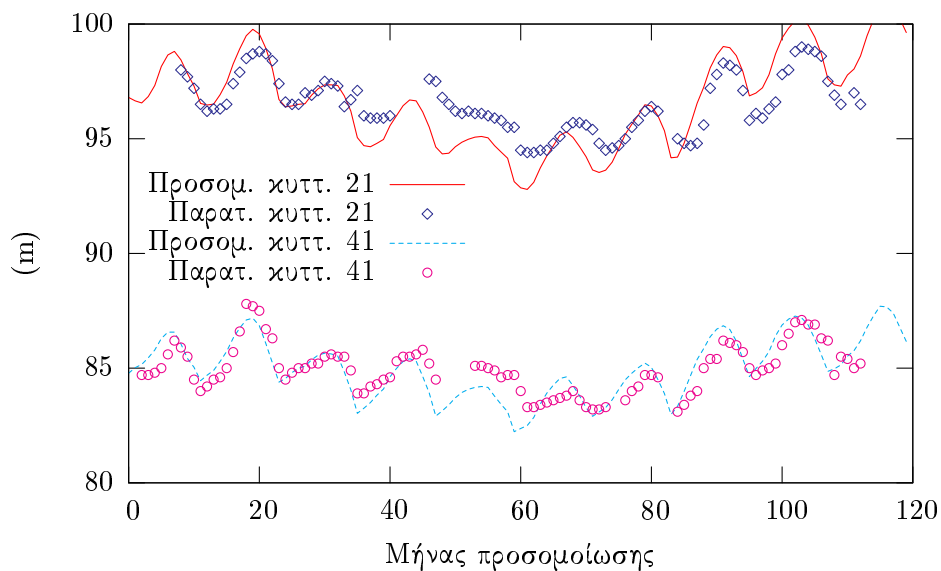
Στον υδρομετρικό σταθμό Μουζακίου ο συντελεστής αποδοτικότητας στην περίοδο επαλήθευσης, όπου υπάρχουν δεδομένα, είναι CE=0.58. Η τιμή αυτή

κρίνεται οριακά ικανοποιητική και οφείλεται στο χαμηλό συντελεστή γραμμικής συσχέτισης μεταξύ βροχής και απορροής που είναι $r=0.50$. Αυτό ίσως να οφείλεται στην τήξη του χιονιού (δεν έχει ληφθεί υπόψη στη μελέτη) καθώς παρατηρούνται σημαντικές αποκλίσεις την περίοδο της Άνοιξης.

Στη θέση Κέδρος το μοντέλο παρουσιάζει ικανοποιητική προσαρμογή με συντελεστή αποδοτικότητας για την περίοδο βαθμονόμησης, όπου υπάρχουν δεδομένα, $CE=0.69$.

Ο υδρομετρικός σταθμός στη γέφυρα της Σαρακίνας είναι ο πρώτος κατά μήκος του Πηνειού ποταμού και δέχεται την άνοιξη τις απορροές από την τήξη του χιονιού. Το αποτέλεσμα του συντελεστή αποδοτικότητας δεν είναι ικανοποιητικό για την περίοδο της βαθμονόμησης $CE=0.37$. Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης βροχής-απορροής είναι $r=0.38$ το οποίο δικαιολογεί την κακή επίδοση του μοντέλου. Αντίθετα, ο συντελεστής αποδοτικότητας για την περίοδο της επαλήθευσης έχει πολύ καλή τιμή 0.84 αλλά το μήκος της χρονοσειράς είναι σχετικά μικρό (Οκτώβριος 1982-Φεβρουάριος 1985).

Στη θέση Αμπελιά το μοντέλο παρουσιάζει τη χειρότερη προσαρμογή (0.38 στη βαθμονόμηση και 0.24 στην επαλήθευση). Αυτό οφείλεται στην κακή διαμόρφωση της κοίτης στη θέση του υδρομετρικού σταθμού που οδήγησε σε παρατεταμένα σφάλματα πρωτογενών δεδομένων παροχής. Σφάλματα υπάρχουν επίσης και στη μέτρηση της βροχής στο βροχομετρικό σταθμό που βρίσκεται κοντύτερα στην ανάντη υπολεκάνη της εν λόγω θέσης.



Σχήμα 10.12: Μετρημένη και προσομοιωμένη μηνιαία στάθμη στα κύτταρα 21 (Κυψέλη) και 41 (Βλοχός) από Οκτώβριο 1972 έως Σεπτέμβριο του 1983.

Όσον αφορά την προσομοίωση της στάθμης του υδροφορέα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι κανονικά οι σημειακές μετρήσεις υπόγειας στάθμης δεν

Πίνακας 10.8: Συνιστώσες του ετήσιου υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης δυτικής Θεσσαλίας για την περίοδο από Οκτ. 72 έως Σεπτ. 93.

Συνιστώσα ισοζυγίου	Μέση ετήσια τιμή (hm ³)
Επιφανειακά ύδατα	
Βροχόπτωση	5126.8
Εισροές από Πλαστήρα	151.5
Εξατμοδιαπνοή	2897.7
Επιφανειακή απορροή	1577.4
Κατείσδυση	1115.2
Διήθηση	121.7
Υπόγεια ύδατα	
Κατείσδυση και διήθηση	1236.9
Υπόγειες διαφυγές	538.7
Απορροή πηγών	99.6
Αντλήσεις	168.6
Μεταβολή αποθηκευμένου όγκου	-211.4
Αρδευτικές απολήψεις	
Σύνολο απολήψεων	365.5
Απολήψεις από επιφανειακά νερά	196.8
Αντλήσεις υπόγειων νερών	168.6

μπορούν να αντιστοιχηθούν απευθείας στις μεταβολές της στάθμης των υπόγειων κυττάρων. Κανονικά θα έπρεπε να εφαρμοστεί η εξίσωση (7.2.2) για να εξαχθούν οι μέσες τιμές υδραυλικού φορτίου στην επιφάνεια των κυττάρων διακριτοποίησης. Όμως το δίκτυο των γεωτρήσεων παρατήρησης είναι πολύ αραιό για να είναι αξιόπιστη η εν λόγω ολοκλήρωση. Γιαυτό προτιμήθηκε να χρησιμοποιηθούν απευθείας οι σημειακές μετρήσεις στη βαθμονόμηση ώστε το μοντέλο να αποδώσει τουλάχιστον σωστά την υπερετήσια τάση της διακύμανσης της στάθμης το οποίο είναι σημαντική συνιστώσα στη διαχείριση των υδατικών πόρων.

Στο Σχήμα 10.12 φαίνονται οι σημειακές μετρήσεις στάθμης του υδροφορέα στις θέσεις Κυψέλη και Βλοχός και οι αντίστοιχες προσομοιωμένες στάθμες των κυττάρων 21 και 41 όπου το μοντέλο αναπαράγει ικανοποιητικά την τάση της διακύμανσης και στις δύο γεωτρήσεις. Ο συντελεστής αποδοτικότητας για τη γεώτρηση στην περιοχή Κυψέλη για την περίοδο βαθμονόμησης, που υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα, είναι CE=0.37 ενώ συντελεστής αποδοτικότητας για τη γεώτρηση στην περιοχή Βλοχός για την ίδια περίοδο είναι 0.29.

Στον Πίνακα 10.8 φαίνονται οι συνιστώσες του ισοζυγίου της λεκάνης. Η υπερεκμετάλλευση του υπόγειου υδροφορέα υποδηλώνεται από το αρνητικό

μέσο ετήσιο ισοζύγιο του αποθηκευμένου όγκου (-211.4 hm³). Στις απολήψεις για άρδευση από τα επιφανειακά νερά περιλαμβάνεται και η προσφορά από λίμνη Πλαστήρα (118.6 hm³).

10.3.7 Έλεγχος 3dkflow με χρήση MODFLOW 2000

Για να εξαχθούν συμπεράσματα ως προς την αποτελεσματικότητα και ακρίβεια του 3dkflow, χρησιμοποιήθηκε το MODFLOW 2000 για να παράξει τιμές αναφοράς. Ο έλεγχος περιλάμβανε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο οι εκτιμηθείσες παράμετροι από την προηγούμενη εφαρμογή χρησιμοποιήθηκαν στις προσομοιώσεις του MODFLOW. Τα αποτελέσματα των δυο μοντέλων συγκρίθηκαν για να εντοπιστούν οι αποκλίσεις στις προσομοιωμένες στάθμες. Στο δεύτερο στάδιο εφαρμόστηκε το 3dkflow με νέο σχεδιασμό καννάβου βασισμένο στην προσομοίωση του MODFLOW, ρυθμίστηκε ώστε να εξαλειφθούν οι όποιες αποκλίσεις από το MODFLOW και συγκρίθηκαν οι εκτιμημένες παράμετροι με αυτές του MODFLOW για να εντοπιστούν οι διαφορές.

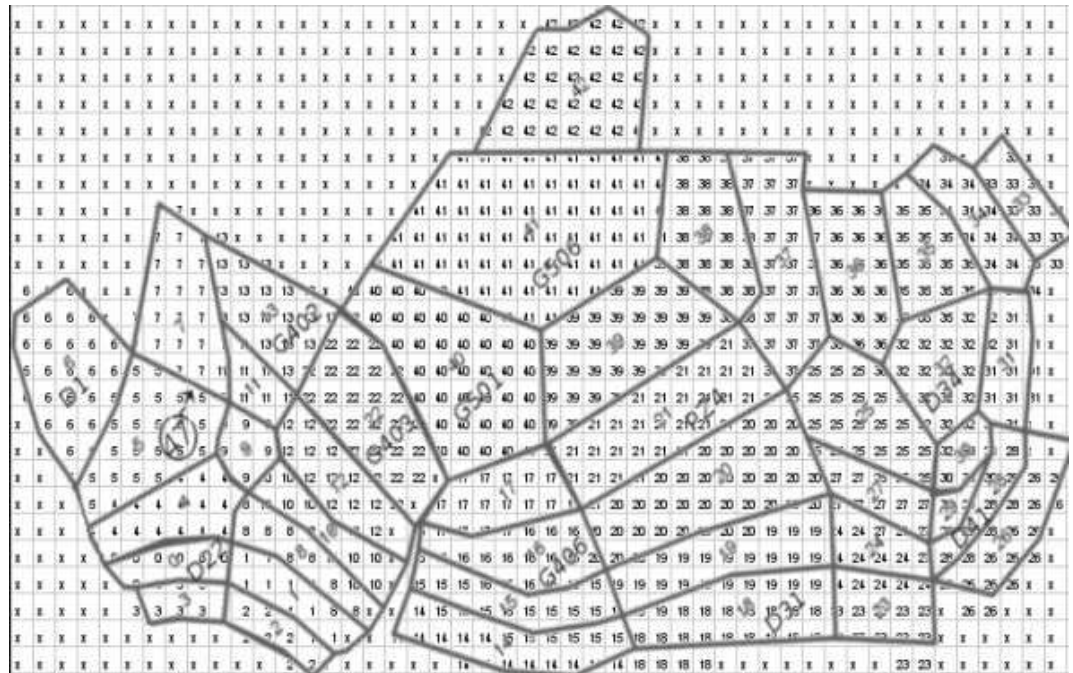
1. Πρώτο Στάδιο

Σε αυτό το στάδιο ελέγχεται η συμβατότητα των παραμέτρων του 3dkflow και του MODFLOW. Οι παράμετροι του 3dkflow από την προηγούμενη εφαρμογή εφαρμόζονται απευθείας στο MODFLOW και συγκρίνονται τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων.

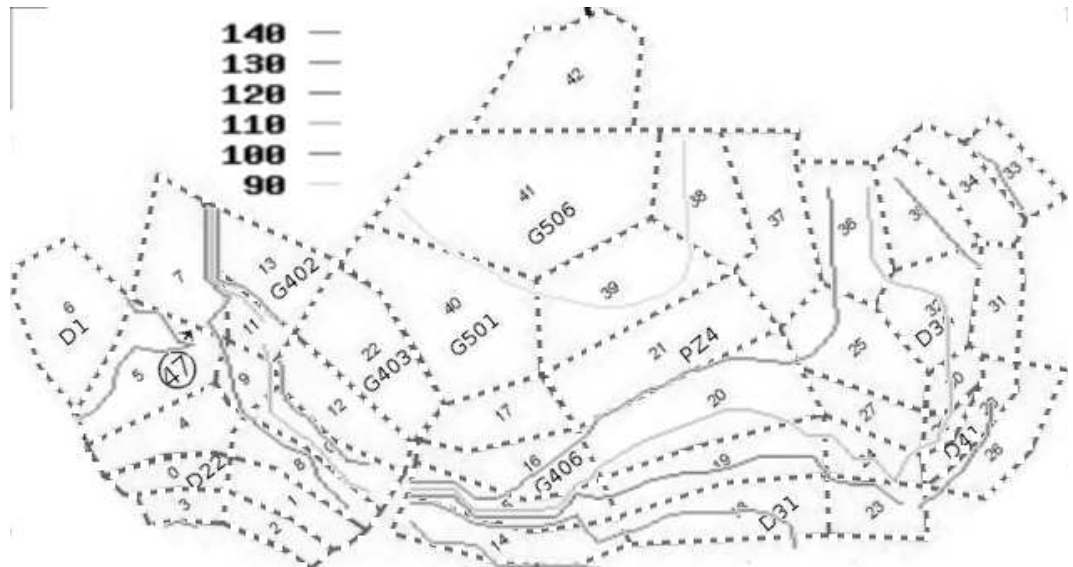
Ο υδροφορέας της δυτικής Θεσσαλίας διακριτοποιήθηκε με κάνναβο 25×48 κυττάρων. Τα κύτταρα αυτά εντάχθηκαν σε 43 ζώνες για λόγους παραμετροποίησης (ζώνες 0 έως 42, βλ. Σχήμα 10.13) ανάλογα σε ποιο κύτταρο του 3dkflow αντιστοιχούν. Χρησιμοποιήθηκαν 43 παράμετροι αγωγιμότητας και μία παράμετρος πορώδους για να περιγραφούν οι υδραυλικές ιδιότητες του υδροφορέα. Οι πλευρικές εισροές που στο 3dkflow μοντελοποιούνται από τα κύτταρα 43, 44 και 45, στο MODFLOW αποδόθηκαν με γεωτρήσεις εισπίεσης.

Για να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο μοντέλων χρησιμοποιήθηκαν στο MODFLOW οι τιμές των παραμέτρων που προέκυψαν από τη βαθμονόμηση του 3dkflow με τον αλγόριθμο SCE. Η σύγκριση μεταξύ των δύο μοντέλων έγινε για τα υδραυλικά φορτία στα έντεκα κύτταρα για τα οποία υπάρχουν διαθέσιμα στοιχεία από τις γεωτρήσεις παρατήρησης. Στο 3dkflow τα κύτταρα αυτά είναι τα 0, 6, 13, 16, 18, 21, 22, 28, 32, 40 και 41 ενώ στο MODFLOW τα αντίστοιχα κύτταρα είναι τα (21, 7), (14, 3), (12, 12), (21, 24), (24, 33), (16, 30), (16, 17), (20, 45), (15, 43), (14, 21) και (8, 25).

Στα εννέα από τα έντεκα κύτταρα οι προσομοιωμένες στάθμες από τα δύο μοντέλα ήταν πολύ κοντά όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.15. Στα κύτταρα 0 και 6 οι προσομοιωμένες στάθμες από τα δύο μοντέλα είχαν σημαντικές αποκλίσεις (Σχήμα 10.16). Οι αποκλίσεις αυτές αποδίδονται στα σφάλματα που εισάγονται από τη μη τήρηση των προϋποθέσεων καλής χάραξης που αναφέρονται στο κεφάλαιο 6 (βλ. Σχήμα 10.14). Ο συντελεστής αποδοτικότητας

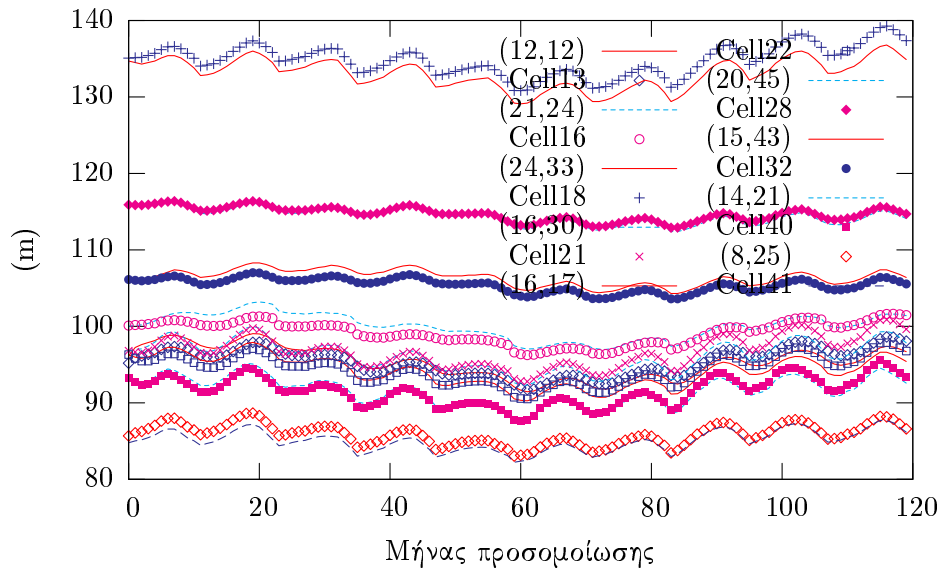


Σχήμα 10.13: Διακριτοποίηση υδροφορέα δυτικής Θεσσαλίας με 3dkflow και MODFLOW και ταξινόμηση κυττάρων MODFLOW σε 43 ζώνες.



Σχήμα 10.14: Πιεζομετρικός χάρτης τον Οκτώβριο του 1974 όπως προέκυψε από προσομοίωση του υδροφορέα της δυτικής Θεσσαλίας με MODFLOW προβαλλόμενος πάνω στα κύτταρα διακριτοποίησης του 3dkflow.

μεταξύ των χρονοσειρών της παροχής των προσομοιωμένων πηγών είναι 0.96.



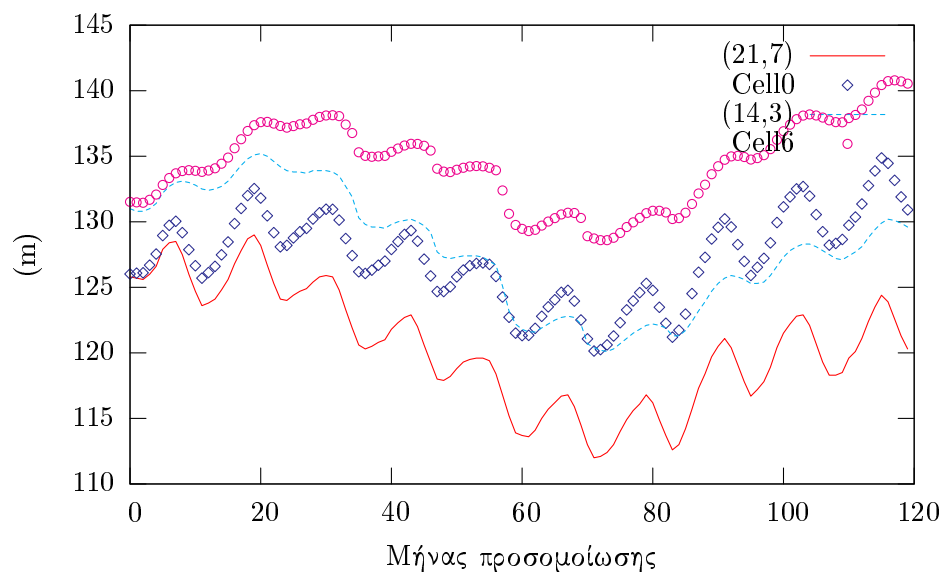
Σχήμα 10.15: Προσομοιωμένη μηνιαία στάθμη στα κύτταρα του 3dkflow και στα αντίστοιχα κύτταρα του MODFLOW για την περίοδο από Οκτώβριο του 1972 έως Σεπτέμβριο του 1982.

Το συμπέρασμα από αυτό το στάδιο είναι ότι τα 3dkflow και MODFLOW δεν είναι απολύτως συμβατά μεταξύ τους. Οι παράμετροι που έχουν προκύψει από βαθμονόμηση με 3dkflow μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο MODFLOW σαν τιμές εκκίνησης οι οποίες όμως χρήζουν περαιτέρω βαθμονόμησης.

II. Δεύτερο στάδιο

Σε αυτό το στάδιο ελέγχονται τα σφάλματα της προσομοίωσης με 3dkflow θεωρώντας ότι η προσομοίωση του MODFLOW περιγράφει χωρίς σφάλματα την απόκριση ενός υδροφορέα με παραμέτρους ίδιες με αυτές του MODFLOW όπως χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη εφαρμογή. Στην ουσία πρόκειται για τον ίδιο έλεγχο που έγινε στο κεφάλαιο 6.12 μόνο που ο προηγούμενος έλεγχος έγινε σε ένα συνθετικό υδροφορέα με απλή γεωμετρία ενώ ο έλεγχος σε αυτό το στάδιο βασίζεται σε πραγματικό υδροφορέα. Δίνεται δηλαδή μια ένδειξη για την τάξη μεγέθους του σφάλματος που εισάγει το 3dkflow σε μια πραγματική εφαρμογή. Η ένδειξη αυτή δίνεται ως προς τις προσομοιωμένες στάθμες, την προσομοιωμένη παροχή και της εκτιμηθείσες παραμέτρους.

Αρχικά χαράχθηκε νέος κάρναβος του 3dkflow (Σχήμα 10.17) χρησιμοποιώντας την πιεζομετρία από τις προσομοιώσεις με MODFLOW του προηγούμενου σταδίου (Σχήμα 10.14). Από τις προσομοιώσεις με MODFLOW εξήχθησαν επίσης οι συνθετικές μετρήσεις στάθμης (όσες και τα κύτταρα της νέας χάραξης του 3dkflow). Ακολούθως εκτιμήθηκαν οι παράμετροι του 3dk-

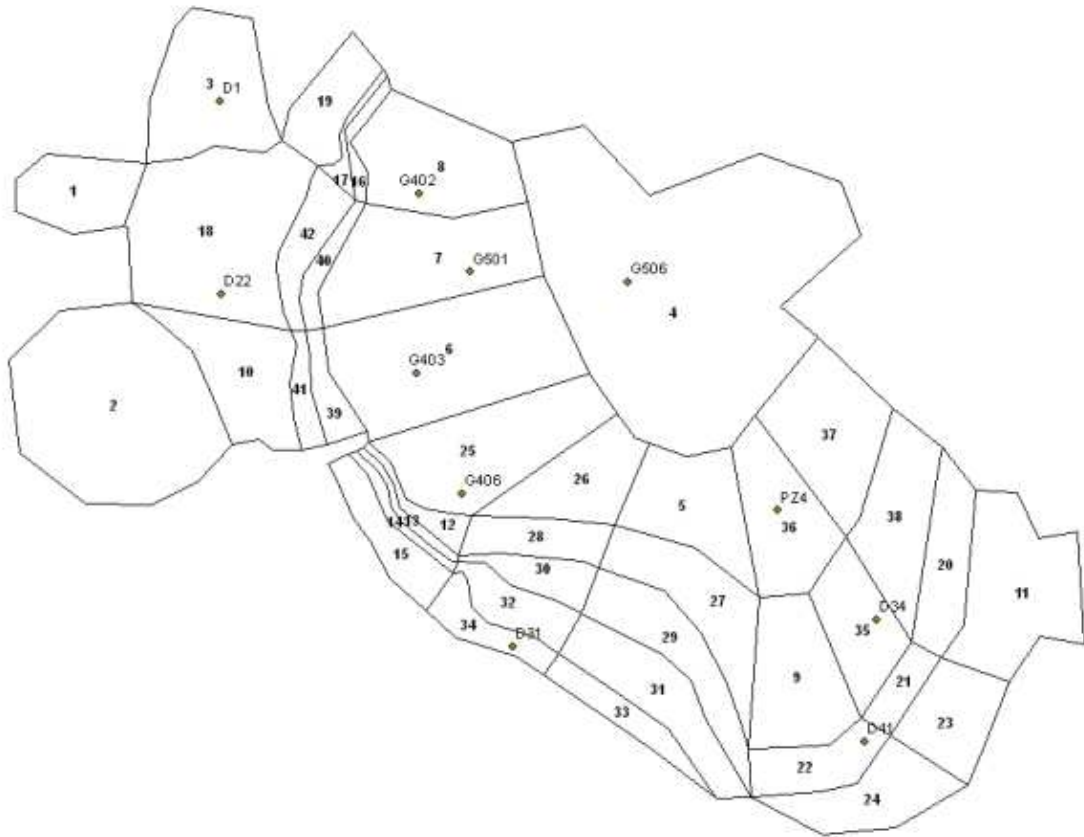


Σχήμα 10.16: Προσομοιωμένη μηνιαία στάθμη στα κύτταρα του 3dkflow και στα αντίστοιχα κύτταρα του MODFLOW για την περίοδο από Οκτώβριο του 1972 έως Σεπτέμβριο του 1982 (οι περιπτώσεις που τα αποτελέσματα αποκλίνουν).

flow.

Αφού εκτιμήθηκαν οι παράμετροι ελέγχθηκαν οι αποκλίσεις των μοντέλων χρησιμοποιώντας τριπλάσια περίοδο προσομοίωσης (δηλαδή 30 χρόνια) με επανάληψη του ίδιου δεκαετούς κύκλου φορτίσεων. Οι συντελεστές συσχέτισης και αποδοτικότητας των προσομοιωμένων τιμών στάθμης με 3dkflow φαίνονται στο Σχήμα 10.18 και στο Σχήμα 10.19. Ο χαμηλότερος συντελεστής συσχέτισης είναι 0.78 και αντιστοιχεί στο κύτταρο 20. Ο χαμηλότερος συντελεστής αποδοτικότητας είναι -3.43 και αντιστοιχεί στο κύτταρο 36. Στο Σχήμα 10.20 φαίνονται οι προσομοιωμένες στάθμες των κυττάρων 36 και 20 με 3dkflow καθώς και οι προσομοιωμένες στάθμες στα αντίστοιχα κύτταρα του MODFLOW. Ο πολύ χαμηλός συντελεστής αποδοτικότητας στο κύτταρο 36 υποδεικνύει την ύπαρξη συστηματικού σφάλματος, ταλαντούμενου όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.20. Τα υπόλοιπα κύτταρα που παρουσίασαν χαμηλό συντελεστή αποδοτικότητας, εκτός του κυττάρου 20, παρουσίαζαν σταθερό συστηματικό σφάλμα μικρότερο των 2 μέτρων. Τέλος το κύτταρο 20 παρουσιάζει συστηματικό σφάλμα που αποσβήνεται. Ο συντελεστής αποδοτικότητας της παροχής της πηγής ήταν 0.97. Στο Σχήμα 10.21 φαίνεται ο λόγος των εκτιμημένων παραμέτρων προς τις παραμέτρους του MODFLOW.

Το συμπέρασμα από αυτό το στάδιο ελέγχου είναι ότι το 3dkflow προσομοίωσε τη διακύμανση της στάθμης του υδροφορέα με ικανοποιητική ακρίβεια στην πλειονότητα των κυττάρων. Ορισμένα κύτταρα παρουσίασαν συστη-

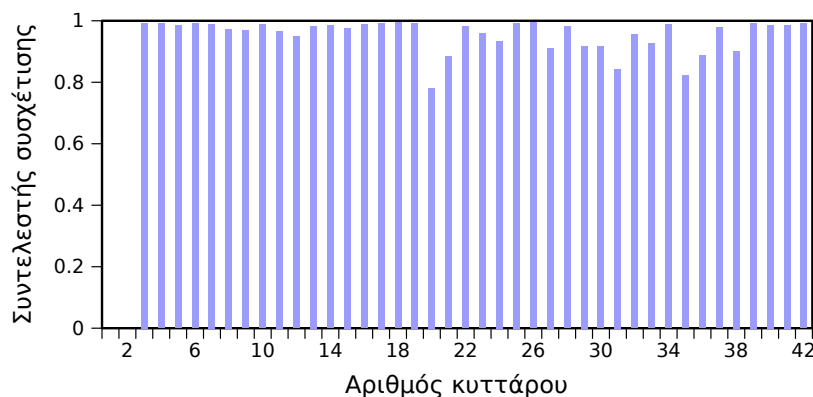


Σχήμα 10.17: Διακριτοποίηση υδροφορέα δυτικής Θεσσαλίας με 3dkflow βασισμένη στην επίλυση του MODFLOW.

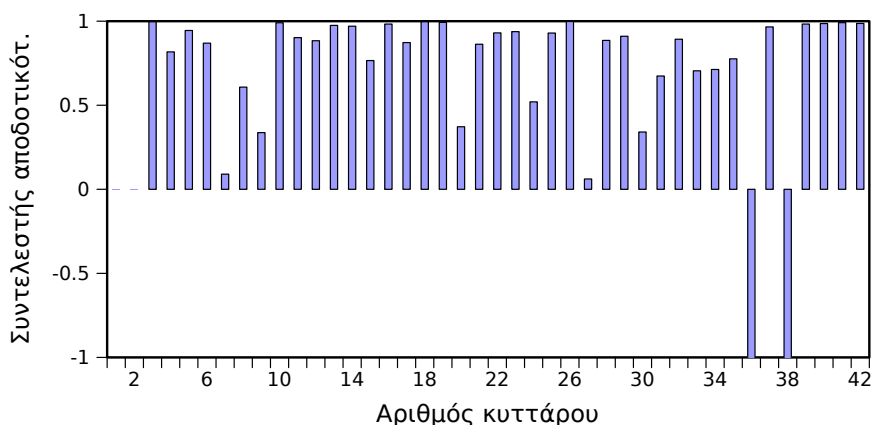
ματικό σφάλμα της τάξης των δύο μέτρων. Μόνο ένα κύτταρο παρουσίασε ταλαντούμενο συστηματικό σφάλμα από 2 μέχρι 6 μέτρα. Η παροχή της πηγής προσομοιώθηκε με εξαιρετική ακρίβεια. Τέλος η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε με ικανοποιητική ακρίβεια στα περισσότερα κύτταρα αλλά σε τρία κύτταρα το 3dkflow υπερεκτίμησε κατά μια τάξη μεγέθους την τιμή των αγωγιμοτήτων και σε τέσσερα την υποεκτίμησε κατά μια τάξη μεγέθους.

10.4 Κριτική σφάλματος 3dkflow

Για να εκτιμηθεί κατά πόσο το σφάλμα που εισήγαγε το 3dkflow στις προηγούμενες εφαρμογές είναι κρίσιμο για τη χρησιμότητά του, πρέπει να συγκριθεί με το σφάλμα που συνδέεται με την αβεβαιότητα των παραμέτρων και ιδιοτήτων του υδροφορέα. Σε αυτή την ενότητα γίνεται μνεία μόνο στην αβεβαιότητα που αφορά στο κύριο σύστημα αζόνων και την ταύτιση του με το σύστημα αναφοράς.



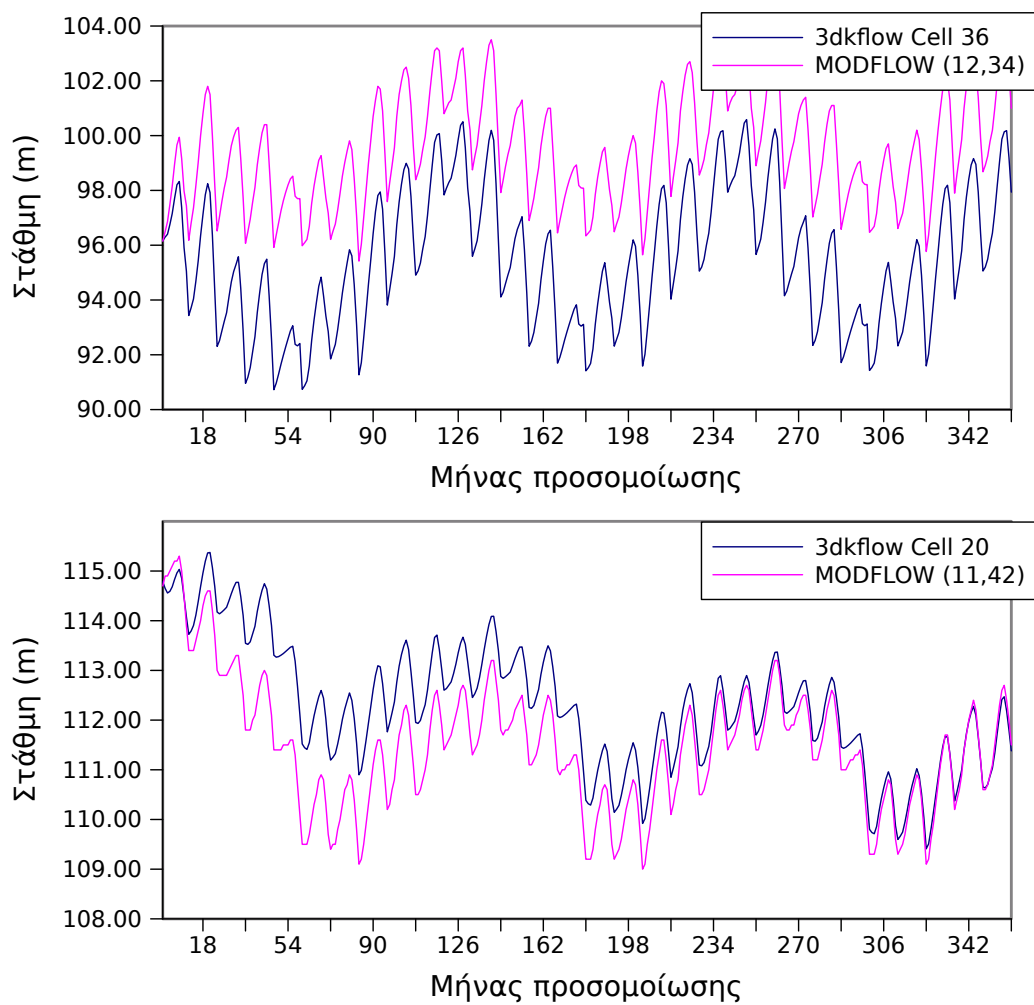
Σχήμα 10.18: Συντελεστές συσχέτισης προσομοιωμένων χρονοσειρών στάθμης με 3dkflow.



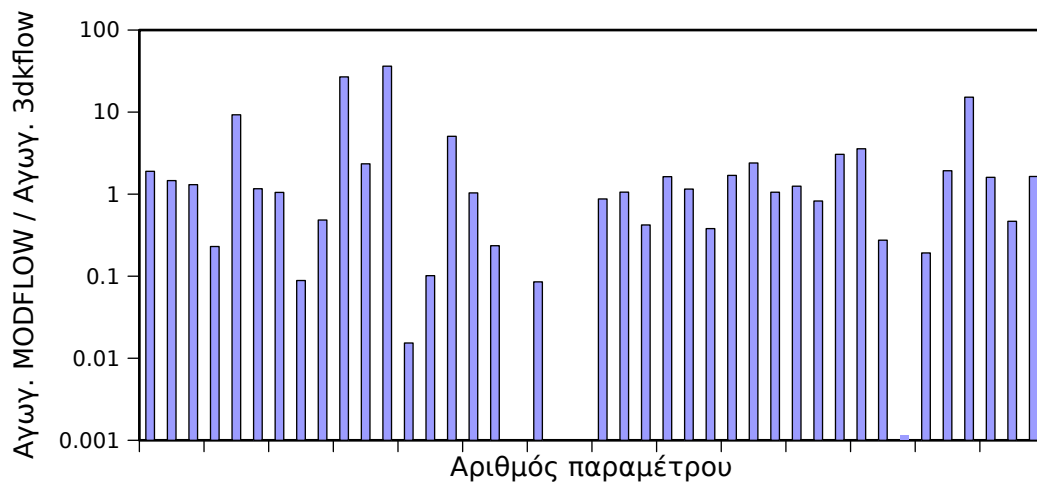
Σχήμα 10.19: Συντελεστές αποδοτικότητας προσομοιωμένων χρονοσειρών στάθμης με 3dkflow.

Στη μελέτη των *Wang & Allen* (1996) μελετήθηκε η διαφορά των προσομοιωμένων υδραυλικών φορτίων όταν το κύριο σύστημα αξόνων περιστρέφεται κατ' ελάχιστο ως προς το σύστημα αναφοράς (ευαισθησία ως προς τον άξονα ανισοτροπίας). Αρχικά προσομοίωσαν ένα υδροφορέα όταν τα δύο συστήματα ταυτίζονται και ακολούθως επανέλαβαν την προσομοίωση όταν το σύστημα αναφοράς δεν ταυτίζεται με το κύριο σύστημα αξόνων. Σαν μέτρο σύγκρισης χρησιμοποίησαν την εξίσωση $\omega = |h_{maxi} - h_{max}|/h_{max}$ όπου h_{maxi} και h_{max} το μέγιστο ύψος της πρώτης και δεύτερης προσομοίωσης αντίστοιχα. Το σχετικό σφάλμα που υπολόγισαν είναι 19% για περιστροφή μικρότερη της μιας μοίρας. Το αντίστοιχο σφάλμα του 3dkflow στην τελευταία εφαρμογή είναι 6% (το max σφάλμα στο κύτταρο 36 είναι 5.5 m ενώ αντίστοιχο μέγιστο ύψος 93 m).

Το σφάλμα του 3dkflow λοιπόν είναι μικρότερο του σφάλματος εξαιτίας της γενικότερης αβεβαιότητας της μοντελοποίησης των υπογείων και ως εκ τούτου δεν θεωρείται απαγορευτικό για τη χρηστικότητα του.



Σχήμα 10.20: Προσομοιωμένη στάθμη στα κύτταρα του 3dkflow με τη χειρότερη προσαρμογή (36 και 20) και στα αντίστοιχα κύτταρα του MODFLOW.



Σχήμα 10.21: Λόγος παραμέτρων αγωγιμότητας MODFLOW προς εκτιμηθείσες παράμετροι με 3dkflow.

Κεφάλαιο 11

Προοπτικές

11.1 Τροποποίηση της διακριτοποίησης οδηγούμενη από τα αποτελέσματα της επίλυσης

Στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είναι καθιερωμένη η τεχνική της τοπικής τροποποίησης του καννάβου κατά τη διάρκεια της επίλυσης (adaptive mesh generation) έτσι ώστε να προσαρμόζεται στις ιδιομορφίες του κάθε πεδίου. Στη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων με απλοποιημένη ολοκλήρωση, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 6, απαιτείται η χάραξη των κυττάρων της διακριτοποίησης βάσει των ισοδυναμικών γραμμών. Σε μη μόνιμες συνθήκες όμως οι ισοδυναμικές γραμμές μπορεί να αλλάξουν κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης έτσι ώστε η χάραξη των κυττάρων να μην ικανοποιεί τις δύο προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 6. Σε αντιστοιχία με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων θα μπορούσε και εδώ να εφαρμοστεί μια συνεχής τροποποίηση της διακριτοποίησης έτσι ώστε να είναι πάντα συμβατή με τις δύο προϋποθέσεις.

Η διαδικασία της τροποποίησης περιλαμβάνει την κατασκευή των ισοδυναμικών γραμμών από την τελευταία επίλυση και τη γεωμετρική σύγκριση με την υπάρχουσα διακριτοποίηση για να διαπιστωθεί αν τηρούνται οι δύο προϋποθέσεις. Η σύγκριση αυτή θα πρέπει να γίνεται με διανυσματικές πράξεις οι οποίες θα καταλήγουν στη μαθηματική περιγραφή των τροποποιήσεων που πρέπει να γίνουν. Είναι προφανές ότι η πολυπλοκότητα των πράξεων θα διευκολυνόταν αρκετά από ένα πρόγραμμα γεωγραφικής πληροφορίας. Αφού ολοκληρωθούν οι γεωγραφικές πράξεις θα πρέπει η τροποποιημένη διακριτοποίηση να αποδοθεί στην περιγραφική μορφή που απαιτείται από το μοντέλο δηλαδή εμβαδά κυττάρων, αποστάσεις κέντρων βάρους και μήκη κοινών ακμών. Εάν αυτοματοποιηθεί αυτή η διαδικασία αναμένεται σημαντική αύξηση της ακρίβειας των αποτελεσμάτων κυρίως όσον αφορά στα προσομοιωμένα υδραυλικά ύψη.

Επισημαίνεται εδώ ότι οι προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 6 για τη χάραξη των κυττάρων, αφορούν στην τεχνική της απλοποιημένης

ολοκλήρωσης. Αν αντί αυτής της απλοποιητικής τεχνικής υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα στην (6.3.3) με κάποια αριθμητική μέθοδο τότε ο κάναβος δεν χρειάζεται να είναι συμβατός με τη γεωμετρία της ροής (π.χ. διακριτοποίηση με Voronoi triangulation). Δύο ερωτήματα πρέπει λοιπόν να απαντηθούν εδώ: (α) είναι ο επιπλέον φόρτος/πολυπλοκότητα που επιφέρει η συνεχής τροποποίηση του καννάβου μικρότερος/μικρότερη της αριθμητικής ολοκλήρωσης που απαιτεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της (6.3.3); και (β) πως συγκρίνεται η ακρίβεια που επιτυγχάνεται με συνεχή τροποποίηση του καννάβου με την ακρίβεια που επιτυγχάνεται με την αριθμητική ολοκλήρωση.

11.2 Εξέταση και άλλων εξισώσεων ροής

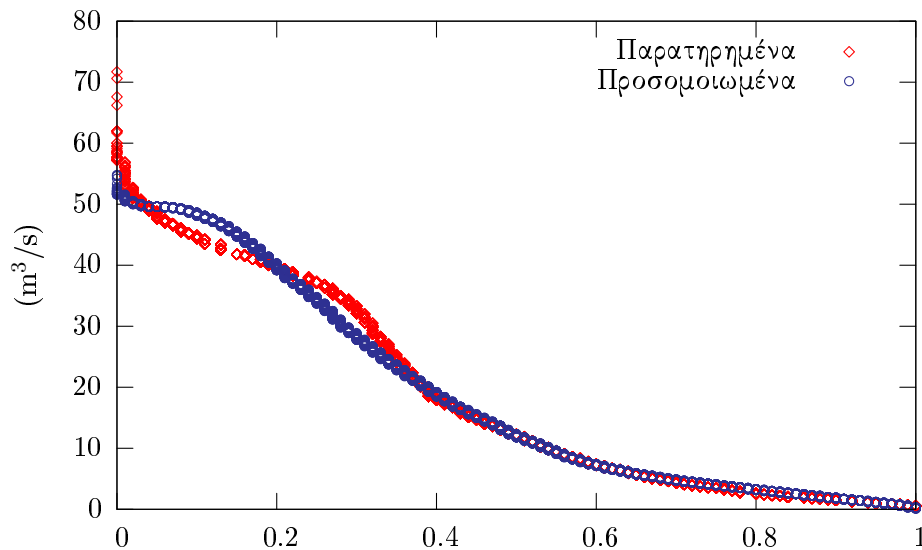
Το 3dkflow σχεδιάστηκε έτσι ώστε να μπορεί να συνδυαστεί με διαφορετικές εξισώσεις που συνδέουν την παροχή με τη διαφορά δυναμικού (βλ. υδραυλικό ανάλογο σε κεφάλαιο 6 και Σχήμα 6.24). Εκτός από την εξίσωση που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 6 μπορούν να χρησιμοποιηθούν και άλλες ημι-εμπειρικές σχέσεις. Για παράδειγμα στη μελέτη των *Makropoulos et al.* (2008) και *Maksimovic et al.* (2004) χρησιμοποιείται η ακόλουθη σιγμοειδή εξίσωση για να περιγράψει την υπόγεια ροή:

$$f(\Delta h) = \frac{p(1 - e^{-n\Delta h})}{1 + me^{-n\Delta h}} \quad (11.2.1)$$

όπου Δh η διαφορά δυναμικού [L], p είναι η παροχετευτικότητα [$L^3 T^{-1}$] (δηλαδή $f(\Delta h) \rightarrow p$ όταν $\Delta h \rightarrow \infty$) και m, n είναι παράμετροι (m αδιάστατη και n [L^{-1}]).

Η εξίσωση αυτή εφαρμόστηκε στην προσομοίωση του υδροφορέα των πηγών Bregava που αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 9. Στο Σχήμα 11.1 φαίνεται η καμπύλη παροχής-διάρκειας της παρατηρημένης και προσομοιωμένης χρονοσειράς παροχής των πηγών. Η καμπύλη που αντιστοιχεί στις προσομοιωμένες χρονοσειρές με την (11.2.1) προσεγγίζει πολύ ικανοποιητικά αυτή των παρατηρημένων και κυρίως στην περιοχή των χαμηλών παροχών. Η σωστή προσομοίωση των χαμηλών παροχών είναι πολύ σημαντική για διαχειριστικές μελέτες και για μελέτες περιβαλλοντικών επιπτώσεων. Από την άλλη, στο Σχήμα 11.1 φαίνεται ότι η (11.2.1) υποεκτιμάει τις υψηλές παροχές το οποίο την καθιστά ακατάλληλη για αντιπλημμυρικές μελέτες (στο συγκεκριμένο καρστικό σύστημα ο χρόνος απόκρισης της πηγής είναι της τάξης της μιας μέρας).

Θα ήταν χρήσιμο να ενσωματωθούν στο μοντέλο και άλλες εξισώσεις παροχής διαφοράς-δυναμικού οι οποίες να έχουν δοκιμαστεί σε πραγματικές εφαρμογές έτσι ώστε να υπάρχει ευρύ φάσμα επιλογών εξισώσεων που η κάθε μια να εξειδικεύεται σε ένα συγκεκριμένο τύπο εφαρμογών.



Σχήμα 11.1: Καμπύλη παροχής-διάρκειας της παρατηρημένης και προσομοιωμένης χρονοσειράς παροχής των πηγών Bregava. Στον κατακόρυφο άξονα η παροχή.

11.3 Προσομοίωση ποιότητας

Για να ενσωματώσει το 3dkflow τη δυνατότητα προσομοίωσης της κίνησης ρύπου απαιτείται η επίλυση της εξίσωσης συνέχειας της μάζας του ρύπου ταυτόχρονα με την εξίσωση κίνησης του νερού. Αν η μίξη του ρύπου είναι πλήρης και ακαριαία και η ροή γίνεται από την δεξαμενή $i - 1$ στην i και από την i στην $i + 1$ (μονοδιάστατο μοντέλο) η εξίσωση συνέχειας της μάζας ρύπου εντός της i είναι:

$$\frac{d(c_i V_i)}{dt} = c_{i-1}Q_{i-1/2} - c_i Q_{i+1/2} - k(c_i V_i) \quad (11.3.1)$$

όπου c_i η συγκέντρωση του ρύπου στην δεξαμενή i , $Q_{i-1/2}$ η παροχή μεταξύ των δεξαμενών $i-1$ και i , V_i ο όγκος του αποθηκευμένου νερού στην δεξαμενή i και k ο ρυθμός φθοράς του ρύπου [T^{-1}].

Ο αποθηκευμένος όγκος και οι παροχές είναι γνωστές από την υδραυλική επίλυση. Άρα σε κάθε χρονικό βήμα προηγείται η επίλυση των εξισώσεων κίνησης νερού και έπονται οι εξισώσεις κίνησης ρύπου.

Εάν δεν υιοθετηθεί η παραδοχή της πλήρους μίξης δεν υπάρχει ομοιόμορφη συγκέντρωση του ρύπου μέσα στην κάθε δεξαμενή αλλά η μεταβολή της πρέπει να περιγραφεί από μια διαφορική εξίσωση που περιλαμβάνει τους μηχανισμούς μεταφοράς και διάχυσης. Στην περίπτωση που έχουν αποκατασταθεί μόνιμες συνθήκες αυτή γράφεται:

$$U \frac{\partial c}{\partial x} = E_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - kc \quad (11.3.2)$$

όπου E_L είναι ο συντελεστής διάχυσης [$L^2 T^{-1}$] και U είναι η ταχύτητα κίνησης του νερού μέσα στη δεξαμενή η οποία μπορεί να θεωρηθεί ότι ισούται με τον λόγο $((Q_{i-1/2} + Q_{i+1/2})/(2A))$ όπου A η διατομή της φλέβας κίνησης του νερού που αντιστοιχεί στη δεξαμενή i .

Οι συνοριακές συνθήκες της παραπάνω διαφορικής εξίσωση δίνονται στην είσοδο της δεξαμενής i και είναι:

$$(Q_{i-1/2} c - A E_L \frac{dc}{dx})|_{x=0} = Q_{i-1/2} c_{i-1/2} \quad (11.3.3)$$

όπου $Q_{i-1/2}$, $c_{i-1/2}$ είναι οι παροχή και η συγκέντρωση που έρχονται από την ανάντη δεξαμενή και θεωρούνται σταθερά κατά τη διάρκεια της εσωτερικής προσομοίωσης σε κάθε δεξαμενή, και c είναι η συνάρτηση της συγκέντρωσης ως προς τη θέση στη δεξαμενή i .

Οι συνοριακές συνθήκες αυτές ισχύουν με την προϋπόθεση ότι η διάχυση του ρύπου στην είσοδο και την έξοδο είναι πολύ μικρή σε σχέση με την μεταφορά και ότι στην έξοδο η χωρική παράγωγος της συγκέντρωσης του ρύπου είναι μηδέν. Περισσότερες πληροφορίες για τις παραπάνω τεχνικές μπορούν να βρεθούν σε *Harleman & Adams* (2004).

Η ενσωμάτωση των παραπάνω εξισώσεων στο μοντέλο θα αύξανε σημαντικά το εύρος εφαρμογών του μια και οι μελέτες περιβαλλοντικών επιπτώσεων γίνονται ολοένα και πιο επιτακτικές.

Κεφάλαιο 12

Ανακεφαλαίωση και συμπεράσματα

12.1 Υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας

Η παρούσα εργασία επικεντρώθηκε σε υδροφορείς στους οποίους είναι μεν διαθέσιμη η πληροφορία για την κατάρτιση του υδατικού ισοζυγίου αλλά είτε η έλλειψη περαιτέρω πληροφορίας (π.χ. άγνοια της γεωμετρίας τους, ανυπαρξία μετρήσεων στάθμης) είτε οι ιδιαίτσουσες συνθήκες ροής (συνδυασμός στρωτής και τυρβώδους ροής) καθιστούν από μη αποδοτικά μέχρι μη ενδεδειγμένα τα μοντέλα λεπτομερούς διακριτοποίησης. Αυτοί οι υδροφορείς ονομάστηκαν υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας.

Για τη διεξαγωγή έρευνας σε αυτούς τους υδροφορείς αναπτύχθηκε το μοντέλο 3dkflow. Πρόκειται για ένα ευέλικτο μοντέλο που συνδυάζει τα χαρακτηριστικά ενός εννοιολογικού μοντέλου και ενός μοντέλου φυσικής βάσης. Ως προς την ταχύτητα επίλυσης υπερέχει των κλασικών μοντέλων, εφόσον χρησιμοποιεί τον ελάχιστο δυνατό αριθμό κυττάρων για να διακριτοποιήσει το πεδίο ροής, αλλά είναι υποδεέστερο ως προς την ακρίβεια στις μη μόνιμες ροές. Το μοντέλο αυτό έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί, εκτός από τη γραμμική εξίσωση Darcy, εναλλακτικές μη γραμμικές εξισώσεις ροής που είναι πιο συνεπείς με τα χαρακτηριστικά της κίνησης του νερού στις ασυνέχειες ενός υδροφορέα.

Οι υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία με το 3dkflow είναι οι ακόλουθοι:

1. Υδροφορέας πηγής Αγίου Νικολάου Κρήτης. Πρόκειται για καρστικό υδροφορέα στον οποίο δεν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις στάθμης. Μοντελοποιήθηκε χρησιμοποιώντας εναλλακτική εξίσωση ροής και ορθογωνικό κάρναβο διακριτοποίησης 5×8 .
2. Υδροφορέας πηγών Λιλαίας. Πρόκειται για καρστικό υδροφορέα του οποίου δεν έχει προσδιοριστεί η γεωμετρία του. Μοντελοποιήθηκε χρη-

σιμοποιώντας εναλλακτική εξίσωση ροής και διακριτοποίηση τριών κυττάρων.

3. Υδροφορέας πηγών Bregava. Πρόκειται για έντονα καρστικοποιημένο υδροφορέα. Μοντελοποιήθηκε χρησιμοποιώντας εναλλακτική εξίσωση ροής και διακριτοποίηση έξι κυττάρων.
4. Υδροφορέας Βοιωτικού Κηφισού. Πρόκειται για σύνθετο υδροφορέα στον οποίο τα καρστικά πετρώματα εναλλάσσονται με παραποτάμιες αποθέσεις. Δεν υπάρχουν διαθέσιμες μετρήσεις στάθμης και τα όρια του υδροφορέα δεν είναι επακριβώς καθορισμένα. Διακριτοποιήθηκε χρησιμοποιώντας εικοσιοκτώ κύτταρα.
5. Υδροφορέας δυτικής Θεσσαλίας. Πρόκειται για κοκκώδη υδροφορέα. Δεν υπάρχουν μετρήσεις παροχής και τα όρια του υδροφορέα δεν είναι επακριβώς καθορισμένα. Διακριτοποιήθηκε χρησιμοποιώντας πενήντα κύτταρα σχεδιασμένα βάσει του πεδίου ροής.

12.2 Ευέλικτη διακριτοποίηση

Το 3dkflow σχεδιάστηκε ώστε να μπορεί να εφαρμόζεται με διαφορετικά είδη διακριτοποίησης για να προσαρμόζεται στις διαφορετικές απαιτήσεις μοντελοποίησης που έχει κάθε ξεχωριστό πρόβλημα. Ανάλογα με τη μορφή της διακριτοποίησης το 3dkflow έχει χαρακτηριστικά είτε ολιγοκυτταρικού εννοιολογικού μοντέλου είτε μοντέλου φυσικής βάσης.

Το 3dkflow εφαρμόστηκε στον υδροφορέα της Λιλαίας με διακριτοποίηση τριών κυττάρων. Σε συνδυασμό με τη μικτή εξίσωση ροής το 3dkflow πέτυχε ικανοποιητική προσαρμογή στις μετρήσεις παροχής και υδραυλικού φορτίου παρόλη την άγνοια της γεωμετρίας του υδροφορέα.

Στον υδροφορέα των πηγών Bregava και του Βοιωτικού Κηφισού το 3dkflow εφαρμόστηκε με διακριτοποίηση που βασίζεται κυρίως στο υψόμετρο της βάσης του υδροφορέα. Η προσαρμογή του μοντέλου και στις δύο περιπτώσεις υπήρξε πολύ ικανοποιητική παρόλο τον μικρό αριθμό κυττάρων.

Η εφαρμογή του 3dkflow στον υδροφορέα της δυτικής Θεσσαλίας έγινε με διακριτοποίηση που βασίζεται στις ισοδυναμικές γραμμές που κατασκευάστηκαν με βάση μετρήσεις της πιεζομετρίας. Σε αυτή την περίπτωση το 3dkflow προσεγγίζει τα μοντέλα φυσικής βάσης παρότι χρησιμοποιεί μικρό αριθμό κυττάρων για τη διακριτοποίηση του πεδίου ροής. Το σφάλμα των προσομοιωμένων παροχών με 3dkflow υπερέβη ελάχιστα το σφάλμα των μοντέλων πεπερασμένων διαφορών. Το σφάλμα των προσομοιωμένων υδραυλικών φορτίων ήταν μικρότερο του σφάλματος που μπορεί να εισαγάγει η μη ορθή μοντελοποίηση της ανισοτροπίας του υδροφορέα.

12.3 Υδραυλικό ανάλογο

Η υλοποίηση του 3dkflow βασίζεται σε ένα υδραυλικό ανάλογο που αποτελείται από ένα δίκτυο δεξαμενών που συνδέονται με αγωγούς. Οι δεξαμενές προσομοιώνουν τις λειτουργίες που σχετίζονται με την αποθήκευση νερού και οι αγωγοί προσομοιώνουν τις λειτουργίες που σχετίζονται με την κίνηση του νερού. Η διακύμανση της στάθμης των δεξαμενών αντιστοιχεί στη διακύμανση της στάθμης του υδροφορέα στα αντίστοιχα κύτταρα της διακριτοποίησης. Τα πλεονεκτήματα αυτής της προσέγγισης είναι τα ακόλουθα.

1. Βοηθάει στο να μορφωθούν μοντέλα υπόγειας κίνησης νερού στα οποία η εξίσωση ροής δεν είναι γραμμική διότι αποφεύγεται η περιγραφή του φαινομένου με χρήση διαφορικής εξίσωσης (βλ. Σχήμα 6.24 σε ενότητα 6.16). Για παράδειγμα η μικτή εξίσωση ροής (6.16.3) δεν μπορεί να συμπεριληφθεί σε διαφορική εξίσωση (π.χ. δεν ορίζεται η παράγωγος της στο σημείο μετάβασης από ροή σε ελεύθερη επιφάνεια στη ροή υπό πίεση).
2. Απλουστεύει τη μόρφωση του πίνακα συντελεστών των αγνώστων του γραμμικού συστήματος στο οποίο καταλήγουν τα αριθμητικά σχήματα επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης της υπόγειας ροής (πρβλ. με MODFLOW, ενότητα 3.6.1). Μάλιστα για περιορισμένο υδροφορέα ο πίνακας αυτός μορφώνεται άπαξ. Αντιθέτως, στο MODFLOW ο αντίστοιχος πίνακας συμπεριλαμβάνει τους όρους των φορτίσεων που εξαρτώνται από τα υδραυλικά φορτία και ως εκ τούτου απαιτείται ο υπολογισμός του στην αρχή κάθε νέου χρονικού βήματος.
3. Απλουστεύει την υλοποίηση των φορτίσεων και των συνοριακών συνθηκών (πρβλ. με MODFLOW, ενότητα 3.6.5). Τα κλασικά μοντέλα υλοποιούν τις συνοριακές συνθήκες και φορτίσεις μέσω κατάλληλης διαμόρφωσης της επιλυόμενης διαφορικής εξίσωσης. Αντιθέτως, το 3dkflow υλοποιεί τις συνοριακές συνθήκες και φορτίσεις στο επίπεδο της μοντελοποίησης. Για παράδειγμα οι κατεισδύσεις και οι αντλήσεις υλοποιούνται με κατάλληλη μεταβολή της στάθμης μιας δεξαμενής. Η συνοριακή συνθήκη σταθερού υδραυλικού φορτίου υλοποιείται με μια δεξαμενή με πολύ μεγάλη βάση έτσι ώστε η μεταβολή στάθμης εντός της να είναι απειροελάχιστη σε σχέση με τη διακύμανση των γειτονικών κυττάρων. Η εκφόρτιση υδροφορέα σε μια πηγή υλοποιείται επίσης με μια δεξαμενή με πολύ μεγάλη βάση της οποίας η απειροελάχιστη διακύμανση καταγράφεται και μετατρέπεται σε παροχή.
4. Οι υδραυλικές συνθήκες στον υδροφορέα περιγράφονται πλήρως από τις μεταβλητές κατάστασης των δεξαμενών δηλαδή τις στάθμες. Αυτό εισάγει σημαντική διευκόλυνση από άποψη σύνταξης του απαιτούμενου αλγορίθμου και από άποψη παρακολούθησης της εξέλιξης του φαινομένου.

5. Μοναδική είσοδο του μοντέλου αποτελούν οι φορτίσεις στις δεξαμενές και μοναδική έξοδο του μοντέλου αποτελούν οι στάθμες των δεξαμενών. Αυτή η απλότητα διευκολύνει τη σύνδεση του 3dkflow με άλλα υδρολογικά μοντέλα.

Ο ορισμός της τοπολογίας και διασύνδεσης των στοιχείων του υδραυλικού αναλόγου γίνεται βάσει των ακόλουθων γεωμετρικών χαρακτηριστικών:

1. το εμβαδό των κυττάρων στα οποία αντιστοιχεί η κάθε δεξαμενή.
2. η απόσταση μεταξύ του κέντρου βάρους των κυττάρων.
3. η ακμή επαφής μεταξύ των γειτονικών κυττάρων.

12.4 Εναλλακτική εξίσωση ροής

Το 3dkflow εφαρμόστηκε σε καρστικούς υδροφορείς χρησιμοποιώντας μια εναλλακτική εξίσωση ροής. Η εξίσωση αυτή περιλαμβάνει δύο σκέλη τα οποία επιλέγονται ανάλογα με τις υδραυλικές συνθήκες του υδροφορέα. Οι συνθήκες αυτές αντιστοιχούν στις δύο φάσεις ροής εντός ενός καρστικού αγωγού, τη ροή με ελεύθερη επιφάνεια και τη ροή υπό πίεση.

Η εξίσωση αυτή χρησιμοποιεί τρεις επιπλέον παραμέτρους για να περιγράψει τις συνθήκες ροής εντός ενός καρστικού αγωγού. Η πρώτη παράμετρος είναι η κλίση του αγωγού, η δεύτερη παράμετρος είναι η απόσταση μεταξύ πυθμένα και οροφής και η τρίτη παράμετρος εξαρτάται από τον τύπο της διατομής που θεωρείται ότι προσεγγίζει καλύτερα τον αγωγό. Όταν το υδραυλικό φορτίο είναι μεταξύ βάσης και οροφής σε όλο το μήκος του αγωγού, η ροή εντός του περιγράφεται από την εξίσωση Manning για ελεύθερη επιφάνεια. Όταν το υδραυλικό φορτίο είναι πάνω από την οροφή του αγωγού τότε η ροή εντός του περιγράφεται από την αντίστοιχη εξίσωση για αγωγό υπό πίεση (ισοδύναμη με την εξίσωση Darcy-Weisbach).

Η εφαρμογή του υπόγειου μοντέλου σε καρστικούς υδροφορείς Λιλαίας και Bregava με τη χρήση της μικτής εξίσωσης ροής (εξίσωση (6.16.3)) πέτυχε μια σημαντική βελτίωση της μοντελοποίησης όσον αφορά την προσομοιωμένη στάθμη. Επιπλέον η εξίσωση (6.16.3) αναπαράγει τους βρόχους υστέρησης μεταξύ μακροσκοπικής αγωγιμότητας και παροχής πηγής (ή τουλάχιστο δίνει παρόμοιες μορφές) όπως αυτοί προέκυψαν από πειράματα του *Bonacci* (2000).

Παρόλα αυτά, και σύμφωνα με τα συμπεράσματα της εφαρμογής στον υδροφορέα των πηγών Αλμυρού Αγίου Νικολάου, όταν δεν υπάρχουν μετρήσεις στάθμης ή όταν η διακύμανση της στάθμης δεν είναι ζητούμενο από την προσομοίωση τότε η γραμμική εξίσωση Darcy πλεονεκτεί τόσο από άποψη αξιοπιστίας (λιγότερες παραδοχές) όσο και από λειτουργική άποψη (ταχύτερη επίλυση).

12.5 Σφάλματα μοντέλων υπόγειας ροής

Τα σφάλματα των αριθμητικών μοντέλων υπόγειας ροής είναι δύο ειδών. Στο πρώτο είδος ανήκουν τα σφάλματα που σχετίζονται με την αναπαράσταση των χαρακτηριστικών του υδροφορέα από το μοντέλο και επηρεάζονται από τους ακόλουθους παράγοντες:

1. Γεωμετρία του πεδίου ροής. Όσο πιο ασύμμετρο και ακανόνιστο είναι το πεδίο ροής τόσο δυσκολότερη γίνεται η διακριτοποίηση του.
2. Παραμετροποίηση. Το πλήθος των παραμέτρων πρέπει να αποτελεί τη χρυσή τομή μεταξύ της αύξησης της ακρίβειας στη βαθμονόμηση και της αύξησης της προγνωστικής ικανότητας. Η παραμετροποίηση πρέπει να αποδίδει όσο το δυνατόν πιο πιστά την πραγματική χωρική κατανομή των ιδιοτήτων του υδροφορέα.
3. Διαθέσιμα δεδομένα. Η ποιότητα των μετρήσεων (κατανομή, πλήθος, συνέπεια) αποτελεί τον ρυθμιστικό παράγοντα για την ορθή εκτίμηση των ιδιοτήτων του υδροφορέα.

Στο δεύτερο είδος ανήκουν τα αριθμητικά σφάλματα του μοντέλου και επηρεάζονται από τους ακόλουθους παράγοντες.

1. Συνοριακές συνθήκες. Οι συνοριακές συνθήκες σταθερού υδραυλικού φορτίου, για παράδειγμα, έχουν την τάση να μειώνουν το σφάλμα γιατί στην ουσία υπαγορεύουν τη σωστή και σταθερή λύση στα γειτονικά κύτταρα.
2. Υδραυλικές συνθήκες. Όσο πιο μεγάλη είναι η παροχή που διέρχεται μέσα από ένα υδροφορέα τόσο πιο δύσκολα συγκλίνει ο αλγόριθμος βαθμονόμησης γιατί αυξάνεται η ευαισθησία των παραμέτρων.
3. Ανάλυση της διακριτοποίησης (διακριτότητα). Όπως αποδεικνύεται από τη θεωρία της αριθμητικής ανάλυσης, το σφάλμα της επίλυσης αυξάνεται με τις διαστάσεις των κυττάρων της διακριτοποίησης.

12.6 Ολοκλήρωση του 3dkflow με μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας και διαχειριστικό μοντέλο

Το 3dkflow ολοκληρώθηκε σαν άρθρωμα στην πλατφόρμα μοντέλων ΥΔΡΟ-ΓΕΙΟΣ η οποία εφαρμόστηκε σε δύο διαφορετικούς υδροφορείς (Βοιωτικός Κηφισός και δυτική Θεσσαλία). Το χαρακτηριστικό αυτών των υδροφορέων ήταν η έντονη ανθρωπογενής παρέμβαση και η ύπαρξη πολύπλοκου τεχνητού υδροσυστήματος που αλληλεπιδρά με το φυσικό υδροσύστημα. Για το λόγο αυτό επιχειρήθηκε ολοκληρωμένη μοντελοποίηση αυτών των λεκανών με χρήση τριών αλληλεπιδρώντων μοντέλων-αρθρωμάτων:

1. Το επιφανειακό μοντέλο. Το επιφανειακό μοντέλο βασίζεται σε μια τροποποίηση του μοντέλου εδαφικής υγρασίας Thornthwaite. Η επιφάνεια της λεκάνης διακριτοποιείται σε μονάδες με ομογενή εδαφολογικά και τοπογραφικά χαρακτηριστικά. Οι μονάδες αυτές προσομοιώνονται από ξεχωριστά κύτταρα.
2. Το μοντέλο υδροσυστήματος-κατανομής ζήτησης. Το μοντέλο υδροσυστήματος προσομοιώνει την αλληλεπίδραση τεχνητού και φυσικού υδροσυστήματος και εκτιμάει τις απολήψεις από τους διαθέσιμους πόρους.
3. Το μοντέλο υπόγειων υδάτων. Το μοντέλο υπόγειων υδάτων (3dkflow) χρησιμοποιεί τις εκτιμηθείσες κατεισδύσεις από το επιφανειακό μοντέλο καθώς και τις εκτιμηθείσες αντλήσεις από το μοντέλο υδροσυστήματος για να προσομοιώσει τις παροχές των πηγών. Το μοντέλο υπόγειων υδάτων εκτιμάει τις επιπτώσεις των απολήψεων στη στάθμη του υδροφόρα και στις παροχές των πηγών.

Επισημαίνεται ότι τα τρία μοντέλα δεν λειτουργούν αυστηρά σειριακά αλλά σε βρόχο που επιτρέπει επαναλήψεις μέχρι να επιτευχθεί η σύγκλιση.

Η δομή του 3dkflow διευκολύνει σημαντικά αυτή την ολοκλήρωση για δύο λόγους:

1. Συμβατή χωρική κλίμακα των μοντέλων. Το 3dkflow χρησιμοποιεί μικρό αριθμό κυττάρων μεγάλης έκτασης για να διακριτοποιήσει τον υδροφόρα. Οι φορτίσεις αυτών των κυττάρων προκύπτουν από τον συνδυασμό των σημειακών και κατανεμημένων φορτίσεων εντός της περιοχής του κάθε κυττάρου. Το επιφανειακό μοντέλο και το μοντέλο υδροσυστήματος λειτουργούν σε αντίστοιχη χωρική κλίμακα με αυτή του 3dkflow, οπότε δεν χρειάζεται να γίνει ο επιμερισμός των φορτίσεων που θα απαιτούνταν αν χρησιμοποιούνταν ένα μοντέλο υπογείων με υψηλή διακριτοποίηση.
2. Ταχύτητα. Κατά τη μοντελοποίηση ενός υδροσυστήματος με την ΥΔΡΟΓΕΙΟ πάνω από το 90% του χρόνου προσομοίωσης χρησιμοποιείται από το μοντέλο υπόγειων υδάτων. Ως εκ τούτου η ταχύτητα του υπόγειου μοντέλου είναι ο καθοριστικός παράγοντας στην ταχύτητα του υπόλοιπου συστήματος. Η απαίτηση για γρήγορα μοντέλα απορρέει από την ανάγκη για πολλαπλές προσομοιώσεις που απαιτούνται είτε για την εκτίμηση των παραμέτρων είτε για την εύρεση της βέλτιστης διαχειριστικής πολιτικής.

Οι εφαρμογές της πλατφόρμας μοντέλων ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ σε Βοιωτικό Κη-φισό και δυτική Θεσσαλία πέτυχαν ικανοποιητική προσομοίωση όλων των υδρολογικών συνιστωσών αυτών των λεκανών. Η ολιστική προσέγγιση εξασφάλισε την προσομοίωση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των υδρολογικών υπο-

συστημάτων. Η αλληλεπίδραση αυτή στην περίπτωση εφαρμογής μεμονωμένων μοντέλων θα ήταν άγνωστη ή στην καλύτερη περίπτωση χονδροειδής εκτίμηση.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα αλληλεπίδρασης υποσυστημάτων είναι αρδευτικές αντλήσεις (προκύπτουν βάσει των υδατικών αναγκών και επηρεάζουν το υδατικό ισοζύγιο του υδροφορέα αλλά και την επιφανειακή απορροή). Ο συνδυασμός των τριών μοντέλων της πλατφόρμας ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ πέτυχε μέσα από λογικές παραδοχές να υπολογίσει τις άγνωστες αντλήσεις και στις δύο περιοχές εφαρμογής.

12.7 3dkflow και MODFLOW

Από τις εφαρμογές στον υδροφορέα της δυτικής Θεσσαλίας (όπου η διακριτοποίηση είναι τέτοια ώστε το 3dkflow να προσεγγίζει τα μοντέλα φυσικής βάσης) αναδείχτηκαν τα μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα του σε σχέση με το MODFLOW. Τα πλεονεκτήματα του 3dkflow είναι ότι έχει μεγάλη ακρίβεια σε σχέση με το πλήθος των κυττάρων της διακριτοποίησης. Τα πλεονεκτήματα του MODFLOW είναι ότι αποδίδει πιστότερα τη χωρική κατανομή των υδραυλικών ιδιοτήτων και ότι έχει προβλέψιμη σχέση ακρίβειας-διακριτοποίησης έτσι ώστε να μπορεί να επιλεγεί εκ των προτέρων η χρυσή τομή μεταξύ αυτών.

Τα μειονεκτήματα του 3dkflow είναι η απαίτηση υδραυλικής πληροφορίας (ισοδυναμικές γραμμές) για τη χάραξη των κυττάρων, το ότι δεν περιγράφονται με ακρίβεια η χωρική κατανομή των ιδιοτήτων του υδροφορέα και το ότι δεν μπορεί να εκτιμηθεί a priori το σφάλμα της προσομοίωσης. Τα μειονεκτήματα του MODFLOW είναι η ανάγκη για διακριτοποίηση με πολλά κύτταρα προκειμένου να επιτευχθεί ικανοποιητική ακρίβεια.

Τέλος μελετήθηκαν τα πιθανά πλεονεκτήματα από σειριακή εφαρμογή των δύο μοντέλων. Η σειριακή εφαρμογή των δύο μοντέλων αποδείχτηκε πλεονεκτική και στις περιπτώσεις που ενδείκνυται το 3dkflow και στις περιπτώσεις που ενδείκνυται το MODFLOW. Σε κάθε περίπτωση το μη ενδεδειγμένο μοντέλο χρησιμοποιείται στο προπαρασκευαστικό στάδιο ενώ οι προσομοιώσεις γίνονται με το ενδεδειγμένο μοντέλο.

1. Προπαρασκευή με MODFLOW - προσομοιώσεις με 3dkflow. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται εκτιμήσεις για τις παραμέτρους του υδροφορέα από τη βιβλιογραφία. Ο υδροφορέας μοντελοποιείται με MODFLOW σε μόνιμες συνθήκες ροής χρησιμοποιώντας σαν φορτίσεις τις μέσες ετήσιες τιμές. Από αυτή τη μοντελοποίηση προκύπτουν οι ισοδυναμικές γραμμές που αντιστοιχούν στη μέση υδραυλική εικόνα του υδροφορέα. Βάσει αυτών χαράσσονται τα κύτταρα του 3dkflow.
2. Προπαρασκευή με 3dkflow - προσομοιώσεις με MODFLOW. Σε αυτή την περίπτωση χαράσσονται τα κύτταρα του 3dkflow βάσει της διαθέσι-

μης γεωλογικής πληροφορίας. Ακολούθως ρυθμίζονται οι παράμετροι του 3dkflow και οι τιμές αυτές χρησιμοποιούνται σαν τιμές εκκίνησης στην εκτίμηση των παραμέτρων του MODFLOW.

12.8 Σύνοψη πρωτότυπων σημείων διατριβής

Οι πρωτότυπες συμβολές της διατριβής στη μελέτη των υδροφορέων υψηλής αβεβαιότητας συνοψίζονται στα παρακάτω σημεία:

1. Μοντέλο ευέλικτης διακριτοποίησης. Αναπτύχθηκε μοντέλο του οποίου ο κάναβος διακριτοποίησης μπορεί να είναι από μονοκυτταρικός μέχρι λεπτομερής πολυκυτταρικός με ακανόνιστη γεωμετρία κυττάρων.
2. Υδραυλικό ανάλογο. Η υλοποίηση που επιλέχθηκε για το μοντέλο βασίστηκε στη σύλληψη ενός υδραυλικού αναλόγου. Σύμφωνα με αυτήν, η ροή σε έναν υδροφορέα αναπαριστάται από τη ροή σε ένα δίκτυο δεξαμενών και αγωγών. Οι δεξαμενές προσομοιώνουν τις λειτουργίες που σχετίζονται με την αποθήκευση νερού και οι αγωγοί προσομοιώνουν τις λειτουργίες που σχετίζονται με την κίνηση του νερού. Η διακύμανση της στάθμης των δεξαμενών αντιστοιχεί στη διακύμανση της στάθμης του υδροφορέα στα αντίστοιχα κύτταρα της διακριτοποίησης.
3. Μελέτη σφάλματος πολυκυτταρικών μοντέλων. Τα πολυκυτταρικά μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί (άμεσα ή έμμεσα) εκτεταμένα σε περιβαλλοντικές και υδρολογικές εφαρμογές (π.χ. δίκτυα ροής για τον υπολογισμό των διαφυγών κάτω από φράγματα) στις οποίες επικρατούν μόνιμες συνθήκες ροής. Στην παρούσα διατριβή ερευνήθηκε το σφάλμα των πολυκυτταρικών μοντέλων όταν οι συνθήκες ροής είναι μη μόνιμες. Η έρευνα βασίζεται σε θεωρητική και σε αριθμητική ανάλυση του σφάλματος σε σύγκριση με μοντέλα πεπερασμένων διαφορών.
4. Μικτή εξίσωση ροής. Επινοήθηκε μικτή εξίσωση που είναι εφαρμόσιμη και στα δύο είδη ροής εντός ενός καρστικού αγωγού, δηλαδή με ελεύθερη επιφάνεια και υπό πίεση. Η ιδέα προέρχεται από την υδραυλική συμπεριφορά των σήραγγων που παροχετεύουν νερό από ταμιευτήρα (π.χ. εκκενωτής πυθμένα). Όταν η στάθμη στον ταμιευτήρα είναι πάνω από την οροφή της σήραγγας στο σημείο υδροληψίας τότε αυτή λειτουργεί ως αγωγός υπό πίεση. Όταν η στάθμη πέσει κάτω από την οροφή της σήραγγας τότε αυτή μεταβαίνει σε συνθήκες ροής με ελεύθερη επιφάνεια. Οι δύο αυτές συνθήκες ροής αντιστοιχούν στις συνθήκες στον υδροφορέα κατά την υγρή και ξηρή περίοδο του υδρολογικού έτους, η δε σήραγγα αντιστοιχεί στους καρστικούς αγωγούς.

Βιβλιογραφία

- Ahn, H., Modeling of groundwater heads based on second-order difference time series models, *Journal of Hydrology*, 234(1-2), 2000.
- Allen, R., L. Pereira, D. Raes, & M. Smith, Crop irrigation and drainage paper 56 evapotranspiration: guidelines for computing crop water requirements., *Tech. rep.*, FAO Rome, Italy, 1998.
- Aris, R., *Mathematical Modelling Techniques*, Dover, 1994.
- Baker, D. L., von Neumann stability analysis, 1998, <http://www.aquarien.com/sptutor/findifa8/index.htm>.
- Barrett, M., E. Randall, & J. Charbeneau, A parsimonious model for simulating flow in a karst aquifer., *Journal of Hydrology* 196 pp. 47-65, 1997.
- Barth, T., & M. Ohlberger, *Encyclopedia of Computational Mechanics*, John Wiley and Sons, Ltd., 2004.
- Bear, J., *Hydraulics of groundwater.*, McGraw-Hill New York, 1979.
- Bennett, R. R., & R. R. Meyer, Geology and groundwater resources of the Baltimore area, *Mines and Water Resour., Bull. 4*, 1952.
- Bentley, L. R., Influence of the regularization weighting matrix on parameter estimates., *Advances in Water Resources Vol. 20, No. 4*, pp. 231-247, 1997.
- Berendrecht, W. L., A. W. Heemink, F. C. Van Geer, & J. C. Gehrels, A non-linear state space approach to model groundwater fluctuations, *Advances in water resources*, 29(7), 2006.
- Blaney, H. F., & W. D. Criddle, Determining water requirements in irrigated areas from climatological and irrigated data., *SCS, TP-96, USDA*, 1950.
- Bonacci, O., Heterogeneity of hydrology and hydrologic parameters in karst: example from Dinaric karst, in *Proceedings of 6th International Symposium and Field Seminar*, pp. 79 Marmaris, Turkey, 17-26 September, 2000.

- Brown, R., H. Konoplyantsev, A. Ineson, & J. V. Kovalevsky, A contribution to the international hydrological decade., *Tech. rep.*, Unesco Paris, 1972.
- Brutsaert, W., *Evaporation into the Atmosphere*, Reidel, Dordrecht, 1982.
- Burnash, R., R. Ferral, & M. R.A., A generalized streamflow simulation system - conceptual modeling for digital computers, *Tech. rep.*, Technical Report, Joint Federal and State River Forecast Center, U.S. National Weather Service and California Department of Water Resources, Sacramento, 204pp, 1973.
- Carrera, J., & S. P. Neuman, Estimation of aquifer parameters under transient and steady state conditions: 1. maximum likelihood method incorporating prior information, *Water Resour. Res.*, 22(2), 1986.
- Cavaille, A., Observations sur l' evolution des grottes., *International Journal of Speleology vole. I, parts 1-2, p. 71-100*, 1964.
- Cedergren, H. R., *Seepage, Drainage, and Flow Nets*, Wiley professional paperback series, 1997.
- Cluer, B., Storage basin volume and drainage basin dynamics: Camas prairie, south-central idaho, *Ground Water*, 27(3), 323-332, 1989.
- Cooper, V. A., V. T. V. Nguyen, & J. A. Nicell, Evaluation of global optimisation methods for conceptual rainfall-runoff model calibration., *Water Science and Technology*, 36(5), pp. 53-60, 1997.
- Cornaton, F., & P. Perrochet, Analytical 1d dual-porosity equivalent solutions to 3d discrete single-continuum models. application to karstic spring hydrograph modelling., *Journal of Hydrology*, 262, pp.165-176, 2002.
- Darcy, H., *Determination of the laws of water flow through sand in: M. P. Anderson's (Ed.) Benchmark Papers in Hydrology, Groundwater*, IAHS, 2008.
- Dawes, W., G. Walker, & M. Stauffacher, Practical modelling for management in data-limited catchments, *Mathematical and Computer Modelling*, 33, 625-633, 2001.
- DHI, *MIKE SHE Flow Modules, Technical Reference*, DHI Water Environment, 2000.
- DHI, *Mike SHE Flow Models, Technical Reference*, DHI, 2003.
- Diersch, H.-J. G., & O. Kolditz, Coupled groundwater flow and transport: 2. thermohaline and 3d convection systems., *Advances in Water Resources, Vol. 21, pp. 401-425*, 1998.

- Dingman, S. L., *Physical Hydrology*, pp. 299,301., Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.
- Distefano, N., & A. Rath, An identification approach to subsurface hydrological systems, *Water Resour. Res.*, 11(6), 1975.
- Dreiss, S., Linear kernels for karst aquifers., *Water Resour. Res.* v. 18, no. 4, pp. 865-876, 1982.
- Duan, Q., S. Sorooshian, & V. Gupta, Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models., *Water Resources Research*, 28(4), 1015-1031, 1992.
- Duan, Q., S. Sorooshian, & V. Gupta, Optimal use of the sce-ua global optimization method for calibrating watershed models., *Journal of Hydrology*, 158, pp. 265-284, 1994.
- Dubois, P., A. Greenbaum, & G. Rodrigue, Approximating the inverse of a matrix for use in iterative algorithms on vector processors., *Computing*, vol. 22, p. 257-268, 1979.
- Dupont, T., R. Kendall, & H. J. Rachford, An approximate factorization procedure for solving self-adjoint elliptic difference equations., *SIAM Journal on Numerical Analysis*, v. 5, no. 3, p. 559-573, 1968.
- Efstratiadis, A., & D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, in *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics/*, Cardiff, UK, 1423-1428, International Water Association, 2002.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, & D. Xenos, Minimising water cost in the water resource management of athens., *Urban Water Journal*, 1(1), pp. 3-15, 2004.
- Emsellem, Y., & G. de Marsily, An automatic solution for the inverse problem, *Water Resour. Res.*, 7(5), 1971.
- Eppstein, M., & D. Dougherty, Simultaneous estimation of transmissivity values and zonation., *Water Resources Research* 32 (11), pp. 3321-3336, 1996.
- Estrela, T., & A. Sahuquillo, Modeling the response of a karstic spring at arteta aquifer in spain., *Ground Water*, 35(1), pp. 18-24, 1997.
- Fiedler, F., Sacramento soil moisture accounting model, 2000, <http://sacramento.notlong.com>.

- Fillion, E., & M.-L. Noyer, Flow modelling in a dual porosity domain with automatic mesh generation and parameter calibration: application to the aspo site., *Journal of Hydrology*, 180, pp. 1-19, 1996.
- Fread, D., *Flow Routing, Chapter 10 in: Maidment, D. R. (Ed.) Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, Inc., New York. 10.12, 1993.
- Freedman, V., V. Lopes, & M. Hernandez, Parameter identifiability for catchment-scale erosion modeling: a comparison of optimization algorithms., *Journal of Hydrology* 207, pp. 83-97, 1998.
- Gan, T., & G. Biftu, Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: optimization algorithms, catchment conditions, and model structure., *Water Resources Research* 32 12, pp. 3513-3524, 1996.
- Gavalas, G. R., P. C. Shah, & T. H. Seinfeld, Reservoir history matching by bayesian estimation, *Soc. Pet. Eng. J.*, 16, 1976.
- Gerhard, W. P., B. H. Gilding, & M. J. Peters, A comparison of different numerical methods for solving the forward problem in eeg and meg., *Physiol. meas.* 14 A1-A9, 1993.
- Halihan, T., & C. Wicks, Modeling of storm responses in conduit flow aquifer with reservoirs., *Journal of Hydrology*, 208, pp. 82-91, 1998.
- Harbaugh, A., & M. McDonald, *Programmer's Documentation for MODFLOW-96, an Update to the U.S. Geological Survey Modular Finite-Difference Ground-Water Flow Model.*, Open-File Report 96-486, USGS, 1996.
- Harleman, D., & E. Adams, *Reactor Vessels, Chapter 7 of course notes for Water Quality Control*, Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 2004.
- Heinz, S., & A. Demetracopoulos, Cells-in-series simulation of riverine transport, in *Journal of hydraulic divission, Proc. ASCE, vol. 107, NO. HY6*, pp:675-697, 1981.
- Hill, M., Solving groundwater-flow problems by conjugate gradient methods and the strongly implicit procedure., *Water Resources Research*, 26(9): 1961-1969, 1990.
- Journel, A. G., C. Deutsch, & A. J. Desbarats, Power averaging for block effective permeability, in *paper: SPE 15128, presented at the 56th California Regional Meeting of the SPE, Oakland, California, April 2-4*, 1986.
- Kiraly, L., Fem301, a three dimensional model for groundwater flow simulation., *Tech. rep.*, NAGRA Technical report, pp. 84-89, 96p., 1985.

- Kitanidis, P. K., *Geostatistics, Chapter 20 in: Maidment, D. R. (Ed.) Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, Inc., New York. 20.1-20.39, 1993.
- Kitanidis, P. K., & E. G. Vomvoris, A geostatistical approach to the inverse problem in groundwater modeling (steady state) and one-dimensional simulations., *WRR*, Vol. 19, No. 3, pp. 677-690, June, 1983.
- Kolditz, O., Modelling flow and heat transfer in fractured rocks: Conceptual model of a 3-d deterministic fracture network., *Geothermics*, Vol. 24, No. 3, pp. 451-470, 1995.
- Kolditz, O., R. Ratke, H.-J. G. Diersch, & W. Zielke, Coupled groundwater flow and transport: 1. verification of variable density flow and transport models., *Advances in Water Resources*, Vol. 21, pp. 27-46, 1998.
- Kolmogorov, A., On the representation of continuous functions of many variables by superposition of continuous functions of one variable and addition, *Dokl. Akad. Nauk USSR* 114, 953-956, 1957.
- Korganoff, A., Sur la resolution de problemes "inverses" en hydrogeologic, *Int. Assoc. Sci. Hydrol.*, 15(2), 1970.
- Koussis, A., Assessment and review of the hydraulics of storage flood routing 70 years after the presentation of the muskingum method, *Hydrological Sciences Journal*, 54(1), 43-61, 2009.
- Koutsoyiannis, D., A generalized mathematical framework for stochastic simulation and forecast of hydrologic time series, *Water Resources Research*, 36(6), 1519-1533, 2000.
- Koutsoyiannis, D., Discussion of "generalized regression neural networks for evapotranspiration modelling", *Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques*, 52(4), 832-835, 2007.
- Koutsoyiannis, D., & T. Xanthopoulos, On the parametric approach to unit hydrograph identification, *Water Resources Management*, 3(2), 1989.
- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, & G. Karavokiros, A decision support tool for the management of multi-reservoir systems., *Journal of the American Water Resources Association*, 38(4), pp. 945-958, 2002.
- Kristensen, K., & S. Jensen, A model for estimating actual evapotranspiration from potential evapotranspiration, *Nordic Hydrology* 6, pp. 170-188, 1975.
- Kuczera, G., Efficient subspace probabilistic parameter optimization for catchment models., *Water Resources Research*, 33(1), pp. 177-185, 1997.

- Kurkova, V., Kolmogorov's theorem and multilayer neural networks, *Neural Networks*, 5, 501 – 506, 1992.
- Lal, A. M. W., Numerical errors in groundwater and overland flow models., *WRR*, Vol. 36, No. 5, pp 1237-1247, May, 2000.
- Lambrakis, N., A. S. Andreou, P. Polydoropoulos, E. Georgopoulos, & T. Bountis, Nonlinear analysis and forecasting of a brackish karstic spring, *WRR*, Vol. 36, No. 4, pp. 875-884, April, 2000.
- Lyons, T., Groundwater basin water quality simulation to study alternative management plans., in *WRC Conference on Groundwater Quality, Measurement, Prediction and Protection*, 10 pp., Reading, England, 1976.
- Mahaffy, J., Von neumann stability analysis, 1994, <http://VNeumann2.notlong.com>.
- Maillet, E., *Essai d'hydraulique souterraine et fluviale*, Librairie scientifique Hermann, Paris, 1905.
- Makropoulos, C., D. Koutsoyiannis, M. Stanic, S. Djordevic, D. Prodanovic, T. Dasic, S. Prohaska, C. Maksimovic, & H. S. Wheeler, A multi-model approach to the simulation of large scale karst flows, *Journal of Hydrology*, 348 (3-4), 412-424, 2008.
- Maksimovic, C., et al., Analysis of the effects of water transfer through the tunnel fatnicko polje - bileca reservoir on the hydrologic regime of bregava river in bosnia and herzegovina, *Tech. rep.*, Energy Financing Team GmbH, 2004.
- Mantoglou, A., Inverse modeling of heterogeneous aquifers based on parameterization with spatial interpolation., in *ModelCare*, 2002a.
- Mantoglou, A., Parameter estimation of aquifer models using neural networks and comparison to spatial interpolation., in *ModelCare*, 2002b.
- Matheron, G., *Elements pur une Theory des Milieux Poreux.*, Masson, Paris, 1967.
- McDonald, M. G., & A. W. Harbaugh, *A Modular Three-Dimensional Finite-Difference GroundWater Flow Model.*, Washington, 1988.
- McLaughlin, D., & L. R. Townley, A reassessment of the groundwater inverse problem., *Water Resources Research*, Vol. 32, No. 5, pp. 1131-1161, May, 1996.
- Mehl, S., & M. Hill, Modflow-2000, the u.s. geological survey modular ground-water model - user guide to the link-amg (lmg) package for solving matrix equations using an algebraic multigrid solver., *Tech. rep.*, U.S. Geological Survey Open-File Report 01-177, 33 p., 2001.

- Milanovic, P., *Karst hydrogeology*, WRS, Colorado, 1986.
- Mimikou, M., Regional impacts of climate change on water resources quantity and quality indicators, *Journal of Hydrology*, 234, pp. 95-109, 2000.
- Mohrlok, U., & M. Sauter, Modelling groundwater flow in a karst terrane using discrete and double-continuum approaches; importance of spatial and temporal distribution of recharge., in *In: Proc. 6th Conference on Limestone Hydrology and Fissured Media.*, 1997.
- Moroney, T. J., & I. W. Turner, A new finite volume method incorporating radial basis functions for simulating diffusion., in *The 12th Biennial Computational Techniques and Applications Conference, Melbourne*, 2004.
- Nalbantis, I., E. Rozos, G. Tentes, A. Efstratiadis, & D. Koutsoyiannis, Integrating groundwater models within a decision support system, in *Proceedings of the 5th International Conference of European Water Resources by G. Tsakiris, Athens, 279-286, European Water Resources Association, Athens*, 2002.
- Narasimhan, T., & P. Witherspoon, An integrated finite difference method for analyzing fluid flow in porous media., *WRR*, 12(1), 57-64, 1976.
- Nelson, R. W., In-place determination of permeability distribution for heterogeneous porous media through analysis of energy dissipation, *Soc. Pet. Eng. J.*, 8, 1968.
- Neuman, S. P., Calibration of distributed parameter groundwater flow models viewed as a multiple-objective decision process under uncertainty, *Water Resour. Res.*, 9(4), 1973.
- Nikolos, I., M. Stergiadi, M. Papadopoulou, & G. Karatzas, Artificial neural networks as an alternative approach to groundwater numerical modelling and environmental design, *HYDROLOGICAL PROCESSES*, 22(17), 3337-3348, 2008.
- Osiensky, J., & R. Williams, Potential inaccuracies in modflow simulations involving the sip and ssor methods for matrix solution., *Ground Water*, 35(2): 229-232, 1996.
- Ozisik, N., *Finite Difference Methods in Heat Transfer*, CRC Press, 1994.
- Penman, H. L., Natural evaporation from open water, bare soil, and grass., in *Royal Society of London Proceedings, Series A*, 193, 120-145, 1938.
- Polk, T., & C. Seifert, *Cognitive Modeling*, MIT Press, 2002.

- Quintard, M., & S. Whitaker, Ecoulement monophasique en milieu poreux: effets des heterogeneites locales., *J. Mec. Theor. Appl.*, 6(5) 691-726., 1987.
- Rawls, W. J., L. R. Ahuja, D. L. Brakensiek, & A. Shirmohammadi, *Infiltration and soil water movement, Chapter 5 in: Maidment, D. R. (Ed.) Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, Inc., New York. 5.1-5.51, 1993.
- Renard, P., & G. de Marsily, Calculating equivalent permeability: a review., *Adv Water Resour* 20, pp. 253-278, 1997.
- Richard, B. W., Online guide to modflow-2000, 2004, <http://ModflowSolver.notlong.com>.
- Romeu, R., & B. Noetinger, Calculation of internodal transmissibilities in finite difference models of flow in heterogeneous media., *Water Resour. Res.* 31 4, pp. 943-959, 1995.
- Rozos, E., & D. Koutsoyiannis, Application of the integrated finite difference method in groundwater flow, in *2nd General Assembly of the European Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts, Vol. 7, Vienna, 00579, European Geosciences Union*, 2005.
- Rozos, E., & D. Koutsoyiannis, A multicell karstic aquifer model with alternative flow equations, *Journal of Hydrology, Volume 325, Issues 1-4, Pages 340-355*, 2006.
- Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, & D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819-842, 2004.
- Shreedhar, M., Y. B. Dibike, A. Jonoski, & S. Dimitri, *Groundwater Model Approximation with Artificial Neural Network for Selecting Optimum Pumping Strategy for Plume Removal*, In: AI methods in Civil Engineering Applications (O. Schleider, A. Zijderveld, eds), Cottbus, pp. 67-80, 2000.
- Shuttleworth, W. J., *Evaporation, Chapter 4 in: Maidment, D. R. (Ed.) Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, Inc., New York. 4.44, 1993.
- Smith, L., & S. W. Wheatcraft, *Groundwater flow, Chapter 6 in: Maidment, D. R. (Ed.) Handbook of Hydrology*, McGraw-Hill, Inc., New York. 6.1-6.58, 1993.
- SOGREAH, Έργο αναπτύξεως υπογείων υδάτων Θεσσαλίας, Μαθηματικά Ομοιώματα, *Tech. rep.*, Υπουργείο Γεωργίας, 1979.

- Solomatine, D. P., Neural network approximation of a hydrodynamic model in optimizing reservoir operation., in *International Conference on Hydroinformatics. Zurich, September, 1996*.
- Stallman, R. W., Numerical analysis of regional water levels to define aquifer hydrology, *EOS Trans. AGU*, 37(4), 1956.
- Straalen, B. V., A posteriori error estimation for finite volume simulations of fluid flows, Master's thesis, University of Waterloo, 1996.
- Straalen, B. V., R. Simpson, & G. Stubble, A posteriori error estimation for finite volume simulations of fluid flow transport, in *Proceedings of the Third Annual Conference of CFD Society Canada, Vol. 1, Baniff, Alberta, June, 1995*.
- Strack, O. D. L., *Groundwater Mechanics*, Prentice-Hall Minneapolis, 1999.
- Sureshkumar, R., Numerical solution of ordinary differential equations, 1998, <http://ForBackEuler.notlong.com>.
- Thomann, R. V., & J. A. Mueller, *Principles of surface water quality modeling and control*, Harper & Row, 1987.
- Thorntwaite, C. W., An approach toward a rational classification of climate., *Geogr. Rev.* 38(1), 55-94, 1948.
- Thyer, M., K. G., & B. B. C., Probabilistic optimization for conceptual rainfall-runoff models: A comparison of the shuffled complex evolution and simulated annealing algorithms., *Water Resources Research*, 35(3), pp. 767-773, 1999.
- Tyson, N., & E. Weber, Groundwater management for the nation's future-computer simulation of groundwater basins., in *Proc. Am. Soc. civ. Engrs*, 90 (HY4), 59-77, 1964.
- USACE, Hec-1: Flood hydrograph package, user manual, *Tech. rep.*, US Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center, Davis, California, 1998.
- Vesna, D.-J., & J. Damir, Composite transfer functions for karst aquifers., *JoH*, 274, pp. 80-94, 2003.
- VMODFLOW, *Visual MODFLOW User's Manual*, Waterloo Hydrogeologic Inc., pp. 87, 1999.
- Wang, Z., & B. Allen, Modeling full-tensor anisotropy in groundwater flow via an iterative scheme for mixed finite elements, *Transport in Porous Media*, 25(2), 1996.

- Wenneker, I., G. Segal, & P. Wesseling, Computation of compressible flows on unstructured staggered grids., in *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Barcelona, 2000.*
- Werbos, P., Beyond regression: New tools for prediction and analysis in the behavioral sciences, Master's thesis, PhD thesis, Harvard University, 1974.
- Yan, J., & K. Smith, Simulation of integrated surface and groundwater system. model formulation., *Water Resources Bull. 30(5), pp. 879-890, 1994.*
- Yapo, P. O., G. H. V., & S. S., Multi-objective global optimization for hydrologic models., *Journal of Hydrology, 204, pp. 83-97, 1998.*
- Αφτιάς, Μ., *Υδρεύσεις*, ΕΜΠ, Αθήνα, 1992.
- Ευστρατιάδης, Α., Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων., Master's thesis, MSc thesis, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Αθήνα, 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ: Μοντέλο γεω-υδρολογικής προσομοίωσης λεκάνης απορροής, in *15η συνάντηση Ελλήνων χρηστών του Γεωγραφικού Συστήματος Πληροφοριών (G.I.S.) ArcInfo - ArcView - ArcIMS, Marathon Data Systems, 2005.*
- Ευστρατιάδης, Α., Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, με έμφαση στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων, Διδακτορική διατριβή, Ph.D. thesis, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Φεβρουάριος, 2008.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, & Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού - Υλίκης, Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας, Τεύχος 21, *Tech. rep.*, ΕΜΠ, 2004a.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, & Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού - Υλίκης, *Tech. rep.*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων, 2004b.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Ε. Ρόζος, & Ι. Ναλμπάντης, Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ), *Tech. rep.*, Ανάδοχος: ΝΑΜΑ, Τεύχος 3, χ σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών

- και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο Αθήνα Σεπτέμβριος, 2005.
- Ζαρρής, Δ., Ε. Ρόζος, & Δ. Σακελλαριάδης, Περιγραφή των υδατικών συστημάτων, Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση 3, Τεύχος 36, 160 σελίδες, *Tech. rep.*, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 1999.
- Θεοδωράτος, Ν., Στοχαστική προσομοίωση δισδιάστατων τυχαίων πεδίων με διατήρηση της εμμονής, Master's thesis, Διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Τομέας υδατικών πόρων και περιβάλλοντος, 2004.
- ΓΓΜΕ, Γεωλογικός χάρτης Ελλάδας 1:50000, Φύλλο Αμφίκλεια, *Tech. rep.*, ΓΓΜΕ, 1962.
- ΓΓΜΕ, Γεωλογικός χάρτης Ελλάδας 1:50000, Φύλλο Αγίος Νικόλαος, *Tech. rep.*, ΓΓΜΕ, 1977.
- Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, & Δ. Κουτσογιάννης, Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου προσομοίωσης και βελτιστοποίησης της διαχείρισης υδατικών συστημάτων, Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ), *Tech. rep.*, Ανάδοχος: ΝΑΜΑ, Τεύχος 9, χ σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Σεπτέμβριος, 2005.
- Κνιθάκης, Μ., Μ. Καλογιαννάκης, & Γ. Ζαμπετάκης, Έκθεση της υδρογεωλογικής έρευνας της πηγησ Αλμυρού (Αγ. Νικολάου) και της ευρύτερης περιοχής, *Tech. rep.*, ΓΓΜΕ, 1990.
- Κνιθάκης, Μ., Κ. Παπαδόπουλος, Α. Mangin, Μ. Bakalowicz, D. D'Hulst, & C. Andrieux, Υδρογεωλογία των ανθρακικών υδροφορέων της περιοχής Αγίου Νικολάου (Κρήτη, Ελλάδα), *Tech. rep.*, ΓΓΜΕ, 1996.
- Κουμαντάκης, Ι., *Κεφάλαια Υδρογεωλογίας*, ΕΜΠ, Αθήνα, 1989.
- Κουτσογιάννης, Δ., Υδρολογικές Μέθοδοι Διόδευσης Πλημμυρών., Εντατικό πρόγραμμα επιμόρφωσης στις απορροές και διευθετήσεις υδατορευμάτων, Αθήνα, Οκτώβρης, 1988.
- Κουτσογιάννης, Δ., *Σχεδιασμός Αστικών Δικτύων Αποχέτευσης*, Έκδοση 3, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1993.
- Κουτσογιάννης, Δ., & Θ. Ξανθόπουλος, *Τεχνική Υδρολογία*, ΕΜΠ, Τομέας Υδατικών Πόρων, Αθήνα, 1999.

- Κωνσταντινίδης, Π., & Δ. Περγαλιώτης, Ανάπτυξη υπόγειων υδάτων Θεσσαλίας, Τελική μελέτη, *Tech. rep.*, Υπουργείο Γεωργίας, 1986.
- Λατινόπουλος, Π., *Υδραυλική των υπόγειων ροών*, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Υπηρεσία Δημοσιευμάτων, 1986.
- Μαρίνος, Γ. Π., Οι συνθήκες της υπόγειας καρστικής καταστάσεως των ασβεστολιθικών ορεινών μαζών στην Ελλάδα., in *1ο πανελλήνιο σπηλαιολογικό συμπόσιο, Αθήνα, 11-13 Δεκεμβρίου*, 1981.
- Μαραμαθάς, Α., Προσομοίωση υφάλμυρων καρστικών πηγών, Master's thesis, Διδακτορική διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Χημικών Μηχανικών, Εργαστήριο Σχεδιασμού και Ανάλυσης Διεργασιών, 2002.
- Μονοπώλης, Δ., Υδρογεωλογική μελέτη της καρστικής περιοχής του ορεινού συγκροτήματος Παρνασσού, *Tech. rep.*, ΙΓΜΕ, 1971.
- Μπακόπουλος, Ι., & Α. Χρυσοβέργης, *Αριθμητικές Μέθοδοι Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων, Πεπερασμένα στοιχεία και διαφορές*, ΕΜΠ, 1986.
- Μόρφης, Α., Μ. Παγούνης, & Γ. Γκιώνη, Εκτίμηση υπόγειου υδατικού δυναμικού, Ταξινόμηση ποσοτικών και ποιοτικών παραμέτρων των υδατικών πόρων με βάση τις αποδελτιωμένες μελέτες του ΥΒΕΤ, με χρήση συστημάτων γεωγραφικής πληροφορίας, *Tech. rep.*, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 327 σελίδες, Υπουργείο Ανάπτυξης, Αθήνα, 1996.
- Παγούνης, Μ., Θ. Γκέρτσος, & Α. Γκατζογιάννης, Υδρογεωλογική διερεύνηση της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού, *Tech. rep.*, ΙΓΜΕ, 1994.
- Παντελίδης, Γ., *Μαθηματική Ανάλυση, Τόμος ΙΙΙ*, Ζήτη, 1991.
- Τέγος, Α., Συνδυασμένη προσομοίωση υδρολογικών-υδρογεωλογικών διεργασιών και λειτουργίας υδροσυστήματος Δυτικής Θεσσαλίας., Master's thesis, Διπλωματική εργασία, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2005.
- Χριστοδούλου, *Εισαγωγή Στην Υπολογιστική Υδραυλική*, ΕΜΠ, 1991.

Παράρτημα Α

Α.1 Σχηματική αναπαράσταση υδρολογικού κύκλου

Στο Σχήμα Α.1 φαίνονται οι διεργασίες και οι συνιστώσες του υδρολογικού κύκλου. Τα πλαίσια με στρογγυλεμένα άκρα (βροχόπτωση, εξάτμιση, έξοδος λεκάνης, υπόγειες διαφυγές) είναι οι εισοδοί και έξοδοι του συστήματος, τα παραλληλόγραμμα πλαίσια είναι αποθηκεύσεις νερού στο σύστημα (εδαφική υγρασία, υπόγειος υδροφόρας) και τα βέλη είναι οι διεργασίες μεταφοράς νερού.

Α.2 Επιφανειακές διεργασίες και διεργασίες ακόρεστης ζώνης

Α.2.1 Ακόρεστη ζώνη

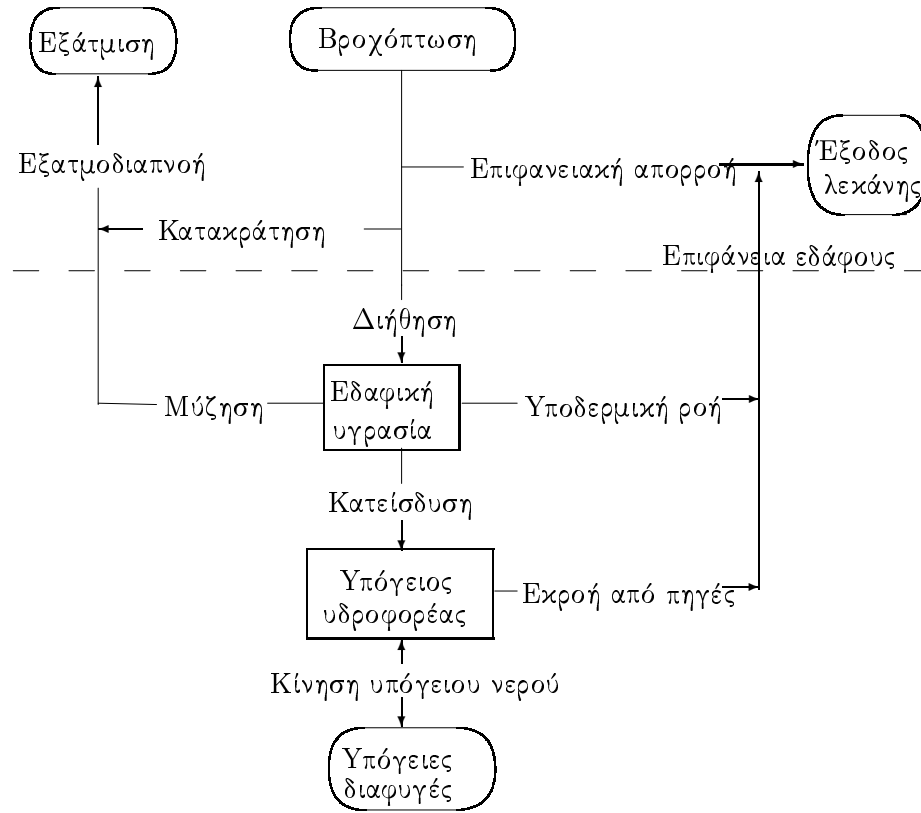
Ο υπολογισμός της διήθησης στην ακόρεστη ζώνη γίνεται είτε με ημιεμπειρικές σχέσεις, είτε με προσεγγιστικές θεωρητικές σχέσεις. Μια διαδεδομένη ημιεμπειρική σχέση είναι αυτή του Horton που δίνει την εξέλιξη της έντασης της διήθησης στον χρόνο. Το μοντέλο Horton ισχύει σε συνθήκες επιφανειακής κατάκλυσης του εδάφους και προβλέπει εκθετικά φθίνουσα μορφή της εξέλιξης της έντασης διήθησης $f(t)$ με ασυμπτωτική κατάληξη f_c :

$$f = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt} \quad (\text{A.2.1})$$

όπου f_0 η αρχική ένταση διήθησης (στο χρόνο 0) και k συντελεστής μείωσης με το χρόνο. Με ολοκλήρωση προκύπτει το αθροιστικό ύψος διήθησης στο χρόνο t :

$$F = f_c t + \frac{f_0 - f_c}{k} (1 - e^{-kt}) \quad (\text{A.2.2})$$

Οι τιμές f_c, f_0, k εξαρτώνται από τον τύπο του εδάφους και τη φυτοκάλυψη. Τυπικές τιμές μπορούν να βρεθούν στην βιβλιογραφία π.χ. Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος (1999).



Σχήμα Α.1: Συνιστώσες και διεργασίες υδρολογικού κύκλου.

Η πιο διαδεδομένη θεωρητική προσέγγιση είναι η εξίσωση Richards. Η εξίσωση αυτή προκύπτει από τον συνδυασμό της εξίσωσης Darcy και της εξίσωσης συνέχειας (όπως και η εξίσωση κίνησης νερού στην κορεσμένη ζώνη). Η εξίσωση Darcy για κατακόρυφη κίνηση σε ακόρεστη ζώνη γράφεται:

$$q = -K \frac{\partial(\psi + z)}{\partial z} \quad (\text{A.2.3})$$

όπου q η ειδική παροχή [$L T^{-1}$] στη στάθμη z [L], K ο συντελεστής αγωγιμότητας ο οποίος εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους και την εδαφική υγρασία [$L T^{-1}$] και ψ το ύψος μύζησης [L] το οποίο το εξαρτάται επίσης από την εδαφική υγρασία.

Η εξίσωση συνέχειας στην ακόρεστη ζώνη γράφεται:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.2.4})$$

όπου θ η εδαφική υγρασία (όγκος νερού προς συνολικό όγκο). Ο συνδυασμός αυτών των δύο εξισώσεων δίνει την εξίσωση Richards:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} + K \right) \quad (\text{A.2.5})$$

όπου $D = K \partial \psi / \partial \theta$ ονομάζεται διαχυτότητα εδαφικού νερού [$L^2 T^{-1}$] που, όπως και η αγωγιμότητα, εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους και την εδαφική υγρασία. Οι συνοριακές συνθήκες για την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης (A.2.5) εξαρτώνται από την ένταση της βροχόπτωσης. Για ένταση R μικρότερη ή ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα κορεσμένου εδάφους, όλη η βροχή θα διηθείται στο έδαφος χωρίς να δημιουργείται απορροή οπότε θα είναι:

$$-K \frac{\partial(\psi + z)}{\partial z} = R \quad \text{για } z = 0 \quad (\text{A.2.6})$$

Όταν η βροχή έχει ένταση μεγαλύτερη από την υδραυλική αγωγιμότητα κορεσμένου εδάφους, τότε στην αρχή θα διηθείται όλο το νερό (συνοριακή συνθήκη που περιγράφηκε πριν) αλλά τη στιγμή που θα κορεστεί το έδαφος, θα καλυφθεί από ένα υδάτινο φιλμ πάχους h_0 . Οι συνοριακές συνθήκες τότε θα είναι:

$$\psi = h_0, \quad \theta = \theta_s \quad \text{για } z = 0 \quad (\text{A.2.7})$$

όπου θ_s η υγρασία του κορεσμένου εδάφους. Συνοπτική περιγραφή των ημειπειρικών και θεωρητικών μεθόδων ροής σε ακόρεστη ζώνη μπορούν να βρεθούν στον *Rawls et al.* (1993).

A.2.2 Εξάτμιση

Το σύνολο των πραγματικών απωλειών νερού από την εξάτμιση εδαφών και από τη διαπνοή της χλωρίδας αποδίδεται με τον όρο εξατμοδιαπνοή. Είναι φανερό ότι η εξατμοδιαπνοή από εδαφικές επιφάνειες, φυτοκαλυμμένες ή όχι, εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα νερού στο έδαφος, ενώ δεν συμβαίνει το ίδιο με την εξάτμιση από υδάτινες επιφάνειες. Η ποσότητα της εξατμοδιαπνοής που πραγματοποιείται από εδαφικές επιφάνειες πλήρως και ομοιόμορφα καλυμμένες από αναπτυσσόμενη χλωρίδα κάτω από συνθήκες απεριόριστης διαθεσιμότητας νερού ονομάζεται δυναμική εξατμοδιαπνοή. Η δυναμική εξατμοδιαπνοή εκφράζει μια ζήτηση η οποία συνήθως δεν ικανοποιείται τις χρονικές περιόδους όπου τα υδατικά αποθέματα είναι περιορισμένα. Άρα κατά κανόνα στις ξηρές χρονικές περιόδους η πραγματική εξατμοδιαπνοή είναι μικρότερη από την δυναμική.

Το είδος της κάλυψης του εδάφους παίζει καθοριστικό ρόλο στην ποσότητα του νερού που εξατμίζεται (πραγματική εξατμοδιαπνοή). Αν η εξάτμιση συμβαίνει από υδάτινη επιφάνεια τότε η δυναμική εξάτμιση ταυτίζεται με την πραγματική. Η εξατμοδιαπνοή από καλλιεργούμενες εκτάσεις ταυτίζεται με τις υδατικές ανάγκες των φυτών (ανθρώπινη παρέμβαση που δεν αφήνει τα

φυτά να μαραθούν). Η εξατμοδιαπνοή από δασική έκταση ισούται με τις ανάγκες των δέντρων συν την ποσότητα του νερού της βροχής που κατακρατείται στα φυλλώματα τους. Τέλος η εξάτμιση από εδαφική επιφάνεια εξαρτάται από την εδαφική υγρασία.

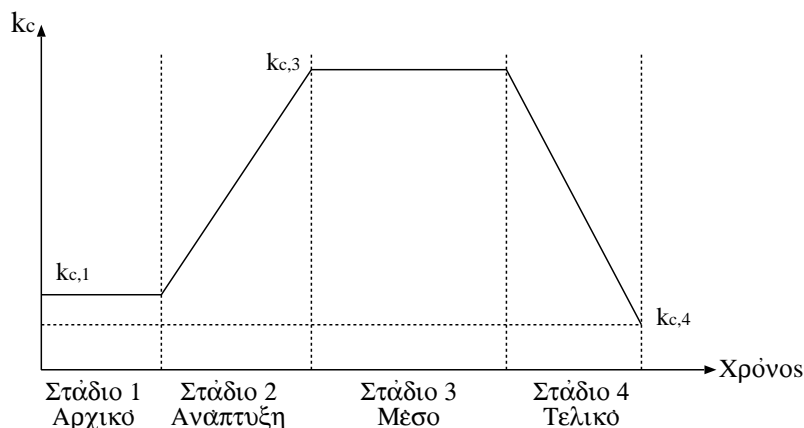
Ο μηχανισμός της εξάτμισης νερού από υδάτινη μάζα επιτελείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο, τα μόρια του νερού απορροφούν θερμότητα από το περιβάλλον για να αποσπαστούν από τους ημιπολικούς δεσμούς τους. Η ενέργεια που χρειάζονται τα μόρια για να μεταβούν σε αυτή την κατάσταση ονομάζεται λανθάνουσα θερμότητα. Στο δεύτερο στάδιο, τα ελεύθερα μόρια του νερού απομακρύνονται με τη ροή του αέρα δημιουργώντας το κατάλληλο κενό που θα καταλάβουν τα επόμενα μόρια νερού που θα αποσπαστούν. Ο Penman (1938) ήταν ο πρώτος που συνέταξε τύπο που υπολογίζει την εξάτμιση από υδάτινη επιφάνεια, βάσει και των δύο αυτών φαινομένων. Σε περίπτωση ανεπάρκειας δεδομένων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ημιεμπειρικές μέθοδοι όπως η μέθοδος *Blaney & Criddle* (1950) που έχει σαν απαιτούμενο δεδομένο μόνο τη θερμοκρασία. Σύμφωνα όμως με τους *Allen et al.* (1998) ακόμα και στις περιπτώσεις με ανεπάρκεια δεδομένων πρέπει να χρησιμοποιείται η μέθοδος Penman με σταθερές τυπικές τιμές στις θέσεις των μεταβλητών για τις οποίες δεν υπάρχουν δεδομένα.

Ο Monteith (βλ. Παράρτημα A.2.2) για να γενικεύσει τη μέθοδο Penman ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί και σε καλλιέργειες, εισήγαγε την επιφανειακή αντίσταση των στομάτων των φυλλωμάτων η οποία εκφράζει την ελεγχόμενη από τη χλωρίδα αντίσταση των φυλλωμάτων στην εξάτμιση. Η μέθοδος Penman-Monteith (στην πράξη διαφέρει από την Penman στον υπολογισμό του ψυχομετρικού συντελεστή και της συνάρτησης ανέμου) είναι δύσκολα εφαρμόσιμη σε πραγματικές συνθήκες. Η εφαρμογή της απλοποιείται κατά πολύ στην περίπτωση της ιδεατής καλλιέργειας αναφοράς. Αυτή ορίζεται ως μια υποθετική καλλιέργεια με ύψος 0.12 m που έχει επιφανειακή αντίσταση 70 s/m και λευκαύγεια 0.23, αναπαριστώντας πιστά ως προς την εξατμοδιαπνοή μια εκτεταμένη επιφάνεια χλόης ομοιόμορφου ύψους σε ενεργή ανάπτυξη και επαρκώς αρδευόμενη. Η εκτίμηση της δυνητικής υδατικής κατανάλωσης των φυτικών καλλιεργειών που αρδεύονται, η οποία ταυτίζεται με τη δυνητική εξατμοδιαπνοή τους, γίνεται μέσω της εμπειρικής εξίσωσης:

$$E_c = k_c E_{rc} \quad (\text{A.2.8})$$

όπου E_c η δυνητική εξατμοδιαπνοή της συγκεκριμένης καλλιέργειας που ενδιαφέρει, E_{rc} η εξατμοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς και k_c εμπειρικός συντελεστής, γνωστός ως φυτικός συντελεστής. Ο συντελεστής αυτός εξαρτάται από διάφορους παράγοντες (ύψος και διάπλαση των φυτών, επιφανειακή και αεροδυναμική αντίστασή τους, κλιματολογικές συνθήκες, κ.ά.). Μετά από συστηματικές πειραματικές μελέτες έχουν βρεθεί οι τιμές του συντελεστή k_c ανάλογα με το είδος της καλλιέργειας και με το στάδιο ανάπτυξης (βλ.

Σχήμα Α.2).



Σχήμα Α.2: Σχηματικό διάγραμμα της τυπικής εποχιακής μεταβολής του φυτικού συντελεστή k_c για μια αρδευόμενη ετήσια καλλιέργεια.

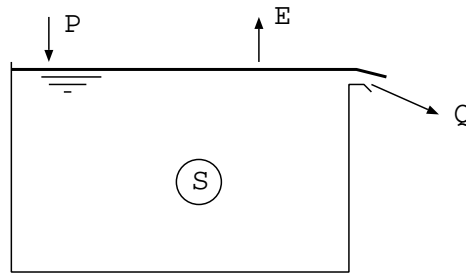
Η εξατμοδιαπνοή από δασικές εκτάσεις είναι πιο σύνθετο φαινόμενο εξαιτίας του έντονου αναγλύφου στο οποίο αναπτύσσονται τα δέντρα αλλά και της σύνθετης γεωμετρίας τους. Γι' αυτούς τους λόγους δεν μπορούν να αντιπροσωπευθούν μεγάλες δασικές εκτάσεις από ισοδύναμες τιμές συντελεστή επιφανειακής αντίστασης. Στην ατμόσφαιρα πάνω από τα δάση εμφανίζεται έντονη τύρβη που έχει σαν αποτέλεσμα την αυξημένη εξάτμιση σε σχέση με μια υδάτινη επιφάνεια. Από την άλλη όμως τα δάση παρουσιάζουν μεγαλύτερη επιφανειακή και αεροδυναμική αντίσταση με αποτέλεσμα τη μειωμένη διαπνοή σε σχέση με τις καλλιέργειες. Ένας εμπειρικός τύπος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της πραγματικής εξατμοδιαπνοής από δασικές εκτάσεις είναι (Shuttleworth, 1993):

$$E = \beta E_{rc} + \alpha P \quad (\text{A.2.9})$$

όπου β είναι μειωτικός συντελεστής λόγω της αυξημένης επιφανειακής αντίστασης (0.8 ± 0.1), E_{rc} είναι η δυνητική εξατμοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς υπολογισμένη με τη μέθοδο Penman-Monteith αλλά με τιμές λευκαύγειας, ικανότητας εκπομπής, αεροδυναμικής και επιφανειακής αντίστασης, και συνάρτησης ανέμου, κατάλληλες για δασική επιφάνεια, α είναι η ποσοστιαία υδρολογική απώλεια λόγω παρεμπόδισης (0.1 έως 0.3) και P είναι η βροχόπτωση.

Ο υπολογισμός της πραγματικής εξατμοδιαπνοής από έδαφος εξαρτάται εκτός από τη βροχόπτωση και τη δυνητική εξατμοδιαπνοή, και από τις τρέχουσες συνθήκες εδαφικής υγρασίας και τις ιδιότητες του εδάφους. Ένας τρόπος να προσεγγιστεί υπολογιστικά το φαινόμενο αυτό είναι το μοντέλο

του *Thornthwaite* (1948). Ο *Thornthwaite* εισήγαγε αυτή τη μέθοδο για τον υπολογισμό της πραγματικής εξατμοδιαπνοής από απλές (μικρές σε έκταση χωρίς έργα αξιοποίησης υδατικού δυναμικού) υδρολογικές λεκάνες. Οι υδρολογικές λειτουργίες της απλής λεκάνης προσομοιώνονται με τη λειτουργία μιας απλής δεξαμενής (βλ. Σχήμα A.3). Το απόθεμα της δεξαμενής αναπαριστά την αποθήκευση της εδαφικής υγρασίας S . Η δεξαμενή υπερχειλίζει όταν το απόθεμα υπερβεί τη χωρητικότητα της δεξαμενής K και η υπερχειλίση αναπαριστά την επιφανειακή απορροή. Σε περιόδους που η βροχόπτωση είναι μεγαλύτερη από τη δυνητική εξατμοδιαπνοή ($P_n > E_{P_n}$), η πραγματική εξατμοδιαπνοή ταυτίζεται με τη δυνητική. Το περίσσειμα ($P_n - E_{P_n}$) αποθηκεύεται ως εδαφική υγρασία, εφόσον δεν έχει κορεστεί το έδαφος. Σε περιόδους που η βροχόπτωση είναι μικρότερη από τη δυνητική εξατμοδιαπνοή θεωρείται ότι εξατμίζεται όλη η ποσότητα της βροχόπτωσης και εξατμίζεται ένα μέρος από την αποθηκευμένη εδαφική υγρασία με ρυθμό ανάλογο της διαφοράς ($E_{P_n} - P_n$) καθώς και του λόγου S/K . Δηλαδή το μοντέλο του *Thornthwaite* υπολογίζει την πραγματική εξατμοδιαπνοή και την επιφανειακή απορροή όταν είναι γνωστά η βροχόπτωση, η δυνητική εξατμοδιαπνοή και μία παράμετρος που αντιστοιχεί στην εδαφική χωρητικότητα.



Σχήμα A.3: Μοντέλο υπολογισμού πραγματικής εξάτμισης *Thornthwaite*.

A.2.3 Επιφανειακή απορροή

Η επιφανειακή απορροή (ανομοιόμορφη-μη μόνιμη ροή) στην πλειονότητα των περιπτώσεων περιγράφεται ικανοποιητικά από τις διαφορικές εξισώσεις μονοδιάστατης βαθμιαία μεταβαλλόμενης ροής σε ανοιχτούς αγωγούς (*Saint Venant*). Συγκεκριμένα οι εξισώσεις αυτές είναι:

A. Η εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (\text{A.2.10})$$

B. Η εξίσωση κίνησης

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = S_0 - S_f \quad (\text{A.2.11})$$

όπου x η θέση κατά μήκος της ροής, t ο χρόνος, y το βάθος ροής, V η μέση ταχύτητα, A η επιφάνεια της υγρής διατομής, Q η παροχή της υγρής διατομής, q πλευρικές εισροές (παροχή ανά μονάδα μήκους), $S_0 = -\partial z/\partial x$ η κλίση πυθμένα, $S_f = \tau_0 \gamma R$ η κλίση τριβών και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Γενικά οι παραπάνω εξισώσεις δεν έχουν αναλυτική λύση. Η διακριτοποίηση του χώρου και του χρόνου με κάνναβο επί των χαρακτηριστικών καμπυλών διευκολύνει την επίλυση τους. Οι καμπύλες αυτές έχουν την ιδιότητα ότι κατά μήκος τους οι μερικές διαφορικές εξισώσεις Saint Venant μετασχηματίζονται σε συνήθεις διαφορικές εξισώσεις.

Σε περιπτώσεις αγωγών με μεγάλη κλίση (όχι ανάντη μετάδοση της διαταραχής) όπου το υδρογράφημα αμβλύνεται ελάχιστα προς τα κατάντη, για τον υπολογισμό διόδευσης από εδαφική επιφάνεια μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ικανοποιητική ακρίβεια η μέθοδος του κινηματικού κύματος. Η παραδοχή που χαρακτηρίζει αυτή τη μέθοδο είναι ότι η κλίση των τριβών ισούται με την κλίση του πυθμένα. Κατά συνέπεια η ταχύτητα και η παροχή είναι μονοσήμαντες συναρτήσεις της στάθμης ή ισοδύναμα της επιφάνειας δηλαδή $\partial A/\partial Q = 1/c$. Σε αυτή την περίπτωση θα είναι $\partial A/\partial t = \partial A/\partial Q \cdot \partial Q/\partial t = 1/c \partial Q/\partial t$. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση συνέχειας των εξισώσεων Saint Venant προκύπτει:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} - cq = 0 \quad (\text{A.2.12})$$

Το μέγεθος c είναι η ταχύτητα του κινηματικού κύματος και εξαρτάται από το σχήμα της διατομής και τη σχέση απωλειών τριβής που χρησιμοποιείται. Για παράδειγμα, για ορθογωνικό αγωγό μεγάλου πλάτους και χρήση της σχέσης Manning προκύπτει ότι $c = \partial Q/\partial A = \partial(AV)/\partial A = V + A \partial V/\partial A = V + A \partial V/\partial y \cdot \partial y/\partial A = \dots = 5/3V$. Για περισσότερες πληροφορίες για τη μέθοδο βλ. Κουτσογιάννης (1993).

Οι παραπάνω υδραυλικές μέθοδοι (με χρήση παραδοχών η όχι) βασίζονται σε σχέσεις που περιγράφουν τους φυσικούς νόμους που διέπουν το φαινόμενο. Στην πράξη όμως εξαιτίας της πολυπλοκότητας του φαινομένου και των δυσκολιών που αυτή επιφέρει στην επίλυση των μαθηματικών σχέσεων, χρησιμοποιούνται ημιεμπειρικές μέθοδοι για τον υπολογισμό της διόδευσης οι οποίες έχει επικρατήσει να ονομάζονται υδρολογικές. Βασική εξίσωση σε αυτές τις υδρολογικές μεθόδους είναι η εξίσωση συνέχειας που για το τμήμα AB ενός υδραγωγείου ή ενός κλάδου του υδρογραφικού δικτύου γράφεται ως:

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) + q(t) \quad (\text{A.2.13})$$

όπου $I(t)$ η παροχή εισροής στο ανάντη όριο A, $Q(t)$ η παροχή εκροής στο

κατάντη όριο B, $S(t)$ ο συνολικός αποθηκευμένος όγκος νερού στο τμήμα AB και $q(t)$ η συνολική παροχή πλευρικής εισροής στο τμήμα AB.

Η κλασική μέθοδος Muskingum που προτάθηκε το 1939 από τον Mc-Carthy, θεωρεί ότι όλες οι πλευρικές εισροές του AB συμβαίνουν συγκεντρωμένα στο πέρας B και εισάγει την ακόλουθη γραμμική σχέση μεταξύ $S(t)$ και $I(t)$, $Q(t)$:

$$S(t) = K[xI(t) + (1 - x)Q(t)] \quad (\text{A.2.14})$$

όπου x αδιάστατη παράμετρος που παίρνει τιμές από 0 (σε περίπτωση γραμμικού ταμιευτήρα) μέχρι 1 με επικρατέστερη τιμή το 0.2, K παράμετρος με διαστάσεις χρόνου, που εκφράζει το μέσο χρόνο διαδρομής στο τμήμα του υδατορεύματος μεταξύ των διατομών A και B.

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (A.2.13) προκύπτει διαφορική εξίσωση που λύνεται χρησιμοποιώντας οπίσθιες διαφορές και τον κανόνα του τραπεζίου (Κουτσογιάννης, 1988). Για να υπάρχει ευστάθεια της μεθόδου πρέπει το βήμα Δt να επιλέγεται μικρότερο της τιμής $2K(1-x)$ (στην πράξη μεταξύ $K/4$ και $K/3$). Η μέθοδος είναι εύχρηστη και δίνει αποτελέσματα ικανοποιητικά για τις πρακτικές εφαρμογές, για πεδινούς κυρίως ποταμούς, και για αριθμούς Froude μικρότερους από 0.5 (για κριτική θεώρηση και σύγκριση της μεθόδου Muskingum με άλλες μεθόδους διόδευσης βλ. Koussis (2009)).

Στην περίπτωση γραμμικού ταμιευτήρα η αποθήκευση S εξαρτάται από τη στάθμη νερού στον ταμιευτήρα z η οποία συνδέεται μονοσήμαντα με την παροχή εκροής Q . Κατά συνέπεια η αποθήκευση είναι συνάρτηση μόνο της παροχής εκροής και όχι της παροχής εισροής. Η συνάρτηση αυτή καθορίζεται έμμεσα βάσει των καμπυλών στάθμης-όγκου ταμιευτήρα και στάθμης-παροχής υπερχειλιστή. Αντικαθιστώντας την στην εξίσωση (A.2.13) προκύπτει διαφορική εξίσωση που παράγει το υδρογράφημα εκροής $Q(t)$ όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα εισροής $I(t)$.

Επέκταση της Muskingum είναι Muskingum-Cunge η οποία περιλαμβάνει χωρική διακριτοποίηση και πλευρικές εισροές. Η επαναληπτική εξίσωση που εφαρμόζεται στο τμήμα Δx_i το χρονικό βήμα Δt^j είναι:

$$Q_{i+1}^{j+1} = C_1 Q_i^{j+1} + C_2 Q_i^j + C_3 Q_{i+1}^j + C_4 \quad (\text{A.2.15})$$

όπου Q_{i+1}^{j+1} η έξοδος από το τμήμα i την χρονική στιγμή $j+1$ ενώ Q_i^{j+1} είναι η είσοδος στο τμήμα i την χρονική στιγμή $j+1$. Οι συντελεστές C_1, C_2, C_3 είναι θετικοί αδιάστατοι αριθμοί όπου το άθροισμα τους ισούται με την μονάδα. Ο όρος C_4 εισάγει στην επαναληπτική εξίσωση τα αποτελέσματα της πλευρικής εισροής και ισούται με:

$$C_4 = \frac{\bar{q}_i \Delta x \Delta t}{2K(1 - X) + \Delta t} \quad (\text{A.2.16})$$

όπου το K είναι μια σταθερά αποθήκευσης με διαστάσεις χρόνου και X είναι συντελεστής βάρους που δίνει την επιρροή που έχει η εισροή και εκροή από το τμήμα στον αποθηκευμένο όγκο. Αποδεικνύεται ότι η (A.2.15) είναι ισοδύναμη με την διατύπωση της εξίσωσης κινηματικού κύματος με πεπερασμένες διαφορές (Fread, 1993).

A.3 Μέθοδος Penman-Monteith

Η δυνητική εξατμοδιαπνοή κατά Penman-Monteith απαιτεί μέσες τιμές για ελάχιστη και μέγιστη θερμοκρασία, σχετική υγρασία, σχετική ηλιοφάνεια και ταχύτητα ανέμου. Ο υπολογισμός της σύμφωνα με τους Allen *et al.* (1998), δίνεται από τον τύπο:

$$E_p = \frac{\Delta(S_n - L_n - G)/(\lambda\rho_w) + \gamma FuD/\rho_w}{\Delta + \gamma r_{sa}} \quad (\text{A.3.1})$$

Όπου (για ημερήσιο χρονικό βήμα):

E_p	δυνητική εξατμοδιαπνοή (mm/d)
Δ	κλίση της καμπύλης πίεσης ατμών - θερμοκρασίας (kPa /C°)
S_n	ακτινοβολία βραχέων κυμάτων που παραμένει στο έδαφος μετά την ανάκλαση (MJ m ⁻² d ⁻¹)
L_n	ακτινοβολία μακρών κυμάτων που διαφεύγει από το έδαφος (MJ m ⁻² d ⁻¹)
G	ροή ενέργειας από/προς το έδαφος (MJ m ⁻² d ⁻¹)
λ	λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης (MJ/kg)
ρ_w	πυκνότητα νερού =1 kg mm ⁻¹ m ⁻²
γ	ψυχομετρικός συντελεστής (kPa/C°)
Fu	συνάρτηση ανέμου (kg kPa ⁻¹ m ⁻² d ⁻¹)
D	έλλειμμα κορεσμού στην ατμόσφαιρα (kPa)
r_{sa}	τιμή που εξαρτάται από την αεροδυναμική αντίσταση και την αντίσταση επιφανείας

Στον πρώτο όρο της άθροισης στον αριθμητή του κλάσματος συγκεντρώνονται οι ενεργειακοί παράγοντες που επηρεάζουν την εξάτμιση ενώ στον δεύτερο όρο περιλαμβάνεται η επιρροή λόγω ανέμου και ελλείμματος κορεσμού. Τα παραπάνω μεγέθη προκύπτουν μέσω μιας πολύπλοκης διαδικασίας που περιλαμβάνει τον υπολογισμό των ιδιοτήτων και των χαρακτηριστικών του ατμοσφαιρικού αέρα και των υδρατμών, διαφόρων αστρονομικών μεγεθών και τέλος μεγεθών που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της ακτινοβολίας. Η διαδικασία αυτή έχει τυποποιηθεί σε αλγόριθμο τριών σταδίων όπως φαίνεται στο Σχήμα A.4. Ορισμένα πλαίσια στο σχήμα έχουν δύο σχέσεις. Η πρώτη σχέση είναι για τον υπολογισμό εξάτμισης από υδάτινη επιφάνεια και

Πίνακας A.1: Δεδομένα μεθόδου Penman-Monteith

z	υψόμετρο (m)
u	μέση μηνιαία ταχύτητα ανέμου (m/s)
T_x, T_n	θερμοκρασίες, μέγιστη και ελάχιστη για ημερήσιο βήμα ή μέση μεγίστων και ελαχίστων για μηνιαίο βήμα (C°)
U	μέση σχετική υγρασία
n/N	μέση σχετική ηλιοφάνεια
J	ημέρα του χρόνου (1-365)
ϕ	γεωγραφικό πλάτος (rad)

Πίνακας A.2: Υπολογισμένα μεγέθη κατά το πέρας του σταδίου 1 της μεθόδου Penman-Monteith

p	ατμοσφαιρική πίεση (kPa)
T	μέση θερμοκρασία (C°)
e^*	πίεση κορεσμού υδρατμών (kPa)
dr	εκκεντρότητα περιστροφής γης
$decl$	ηλιακή απόκλιση (rad)

η δεύτερη σχέση για τον υπολογισμό δυνητικής εξατμοδιαπνοής από καλλιέργεια αναφοράς. Τα δεδομένα της μεθόδου δίνονται στον Πίνακα A.1 ενώ τα μεγέθη που υπολογίζονται στα 3 στάδια δίνονται στους Πίνακες A.2, A.3 και A.4.

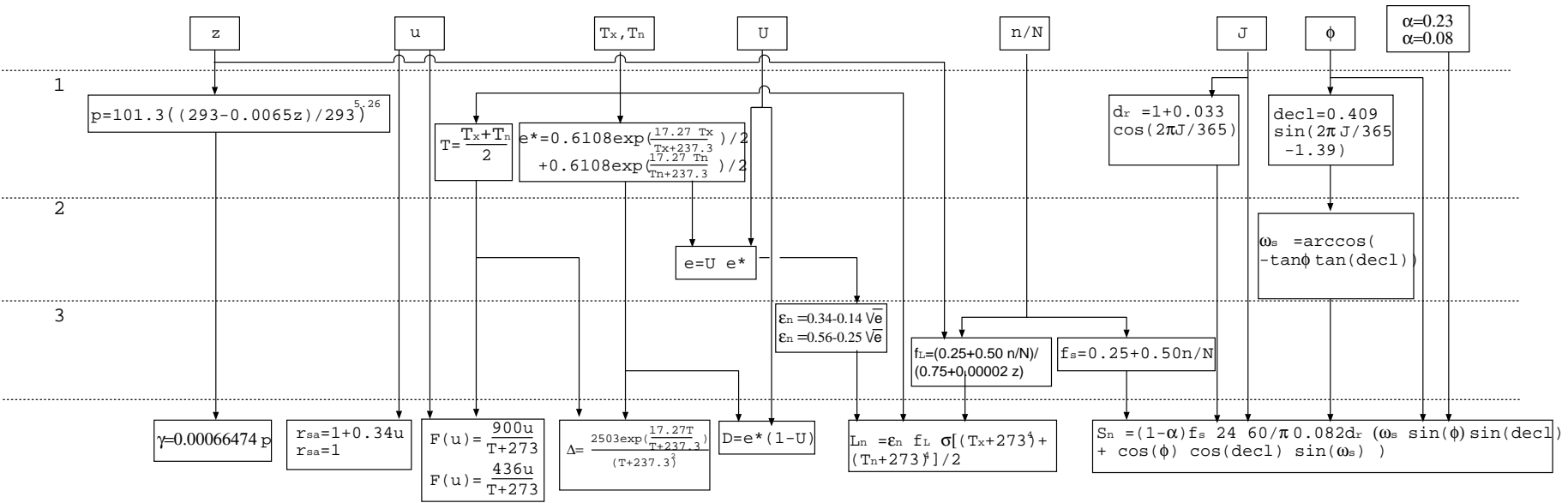
Σύμφωνα με τον *Shuttleworth* (1993) το G για ημερήσιο χρονικό βήμα μπορεί να εκτιμηθεί από τον τύπο $G = 0.38 \text{ MJ m}^{-2}\text{d}^{-1}/\text{C}^\circ(T_i - T_{i-1})$ ενώ για μηνιαίο χρονικό βήμα από τον τύπο $G = 0.14 \text{ MJ m}^{-2}\text{month}^{-1}/\text{C}^\circ(T_i - T_{i-1})$ όπου T_i και T_{i-1} οι μέσες θερμοκρασίες στα βήματα i και $i - 1$.

A.4 Υδραυλική γεωτρήσεων

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη ροή γύρω από γεώτρηση με παροχή Q σε απειροδιάστατο υδροφορέα επιδέχεται αναλυτική λύση. Ο οριζόντιος περιορισμένος υδροφορέας του Σχήματος A.5 έχει σταθερό πάχος b και άπειρη έκταση, αγωγιμότητα K , μεταφορικότητα $T = Kb$ και αποθηκευτικότητα S ενώ δεν υπάρχει φόρτιση ή διαρροή από και προς τα γειτονικά στρώματα. Αντικαθιστώντας το S_s/K με το ισοδύναμο S/T στην εξίσωση ροής (2.4.4) και γράφοντας την σε κυλινδρικές συντεταγμένες προκύπτει η μονοδιάστατη

Πίνακας A.3: Υπολογισμένα μεγέθη κατά το πέρας του σταδίου 2 της μεθόδου Penman-Monteith

e	Πραγματική πίεση υδρατμών (kPa)
ω_s	γωνία ώρας δύσης ηλίου (rad)

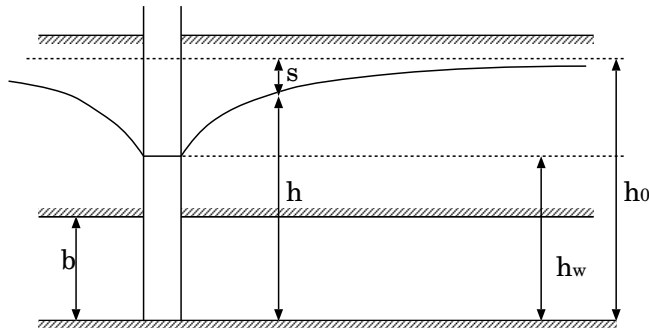


Πίνακας Α.4: Υπολογισμένα μεγέθη κατά το πέρας του σταδίου 3 της μεθόδου Penman-Monteith

ϵ_n	συντελεστής του νόμου θερμικής εκπομπής μη μελανού σώματος
f_L	συντελεστής μείωσης ακτινοβολίας μακρών λόγω νέφωσης
f_S	συντελεστής μείωσης ακτινοβολίας βραχέων λόγω νέφωσης

διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A.4.1})$$



Σχήμα Α.5: Ακτινική ροή σε απειροδιάστατο περιορισμένο υδροφορέα

Οι αρχικές συνθήκες δηλαδή το υδραυλικό φορτίο σε όλη την έκταση του αδιατάρακτου υδροφορέα το χρόνο $t = 0$ είναι h_0 . Η αναλυτική λύση στην πιο πάνω εξίσωση που δόθηκε από τον Theis είναι:

$$s(r, t) := h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} W[u(r, t)] \quad (\text{A.4.2})$$

όπου με $s(r, t)$ συμβολίζεται η πτώση του υδραυλικού φορτίου στο χρόνο t από την έναρξη της άντλησης και σε απόσταση r από την υδρογεώτρηση, $u(r, t) = Sr^2/(4Tt)$, ενώ

$$W[u(r, t)] := \int_{u(r, t)}^{\infty} \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi \quad (\text{A.4.3})$$

Η συνάρτηση W είναι γνωστή στη μαθηματική ορολογία ως εκθετικό ολοκλήρωμα και στην τεχνική ως συνάρτηση πηγαδιού. Το ολοκλήρωμα δεν μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά αλλά χρησιμοποιούνται πινακοποιημένες ακριβείς τιμές του που έχουν προκύψει από αριθμητική ολοκλήρωση. Επίσης για μικρές τιμές του u (δηλαδή για μεγάλα χρονικά διαστήματα μετά την έναρξη της άντλησης) ισχύει $W(u) \simeq -0.5772 - \ln u$ οπότε η (Α.4.2) μπορεί να γραφτεί στην ακόλουθη μορφή που είναι γνωστή ως εξίσωση του Jacob:

$$s(r, t) := h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} \quad (\text{A.4.4})$$

Σε περίπτωση που στον απειροδιάστατο υδροφορέα υπάρχουν περισσότερες της μία γεωτρήσεις, η πτώση του υδραυλικού φορτίου σε μια οποιαδήποτε θέση του υδροφορέα είναι ίση με το άθροισμα των πτώσεων του υδραυλικού φορτίου που θα προκαλούσε ξεχωριστά η κάθε μια γεώτρηση στη δεδομένη θέση.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (A.4.4) για δύο διαφορετικές αποστάσεις από τη γεώτρηση άντλησης r_1 και r_2 ($r_1 < r_2$) και συνδυάζοντας αυτές προκύπτει η ακόλουθη εξίσωση, στην οποία έχει απαλειφθεί ο χρόνος:

$$s(r_1, t) - s(r_2, t) := h(r_2, t) - h(r_1, t) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (\text{A.4.5})$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή σαν εξίσωση του Thiem. Αν θεωρηθεί ότι υπάρχει απόσταση R (ακτίνα επιρροής) από τη γεώτρηση στην οποία μηδενίζεται πρακτικά η πτώση στάθμης ($s(R) = 0$) τότε με την παραπάνω σχέση μπορεί να υπολογιστεί η πτώση στάθμης σε ένα σημείο με απόσταση r από τη γεώτρηση όταν αποκατασταθούν συνθήκες μόνιμης ροής.

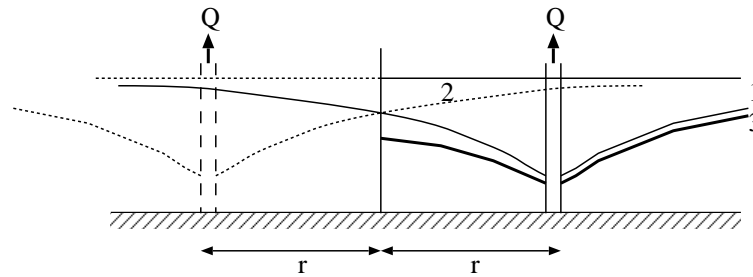
$$s(r) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{R}{r} \quad (\text{A.4.6})$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε ελεύθερο υδροφορέα με την προϋπόθεση ότι η μέση πτώση στάθμης είναι αρκετά μικρότερη (μικρότερη του 10%) της αρχικής στάθμης h_0 του υδροφορέα. Αν απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη σχέση που ισχύει για μόνιμη και μη μόνιμη ροή:

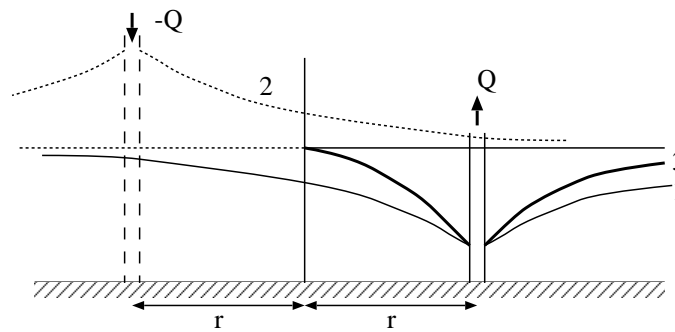
$$h_0^2 - h(r, t)^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{R}{r} \quad (\text{A.4.7})$$

όπου K είναι η υδραυλική αγωγιμότητα του υδροφορέα και R είναι η ακτίνα επιρροής που σε περίπτωση μη μόνιμης ροής μεταβάλλεται με τον χρόνο. Για περισσότερες λεπτομέρειες βλ. *Bear* (1979).

Αν ο υδροφορέας δεν είναι απειροδιάστατος προς όλες τις κατευθύνσεις αλλά είναι ημίχωρος φραγμένος από μια γραμμική συνοριακή συνθήκη αδιαπέρατου ορίου ή σταθερού υδραυλικού φορτίου (ποτάμι), χρησιμοποιείται η τεχνική των κατοπτρικών γεωτρήσεων. Σύμφωνα με την τεχνική αυτή, η επιρροή της συνοριακής συνθήκης στην ροή γύρω από την γεώτρηση μπορεί να μοντελοποιηθεί με μια εικονική γεώτρηση τοποθετημένη συμμετρικά της υπάρχουσας με άξονα συμμετρίας τη συνοριακή συνθήκη. Η παροχή της εικονικής γεώτρησης ισούται με αυτήν της πραγματικής στην περίπτωση αδιαπέρατου ορίου (βλ. Σχήμα A.6) και είναι αντίθετη στην περίπτωση σταθερού υδραυλικού φορτίου (βλ. Σχήμα A.7).



Σχήμα A.6: Η εικονική γεώτρηση (αριστερά) είναι συμμετρικά τοποθετημένη της πραγματικής ως προς το αδιαπέρατο όριο με παροχή άντλησης ίση με αυτήν της πραγματικής. Η καμπύλη 1 είναι ο κώνος ταπείνωσης της πραγματικής σε απειροδιάστατο υδροφορέα, η καμπύλη 2 είναι ο κώνος της εικονικής και η καμπύλη 3 που προκύπτει από επαλληλία της καμπύλης 1 με 2 είναι η πραγματική πτώση στάθμης.



Σχήμα A.7: Η εικονική γεώτρηση (αριστερά) είναι συμμετρικά τοποθετημένη της πραγματικής ως προς τη συνοριακή συνθήκη σταθερού υδραυλικού φορτίου με παροχή άντλησης αντίθετη από αυτήν της πραγματικής. Η καμπύλη 1 είναι ο κώνος ταπείνωσης της πραγματικής σε απειροδιάστατο υδροφορέα, η καμπύλη 2 είναι ο κώνος της εικονικής και η καμπύλη 3 που προκύπτει από επαλληλία της καμπύλης 1 με 2 είναι η πραγματική πτώση στάθμης.

A.5 Μέτρηση παραμέτρων υδροφορέα

Σε ομογενή και ισότροπο υδροφορέα, μια γεώτρηση άντλησης και μια γεώτρηση παρατήρησης της στάθμης αρκούν για να εκτιμηθούν οι παράμετροι T και S του υδροφορέα. Συγκεκριμένα η εξίσωση (A.4.4) μπορεί να γραφεί και στην μορφή

$$s(r, t) = \alpha + b \ln t \quad (\text{A.5.1})$$

όπου:

$$\alpha := \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25T}{r^2 S}, \quad b := \frac{Q}{4\pi T} \quad (\text{A.5.2})$$

Οι τιμές των α και b αποτελούν αντικείμενο εκτίμησης ώστε να επιτυγχάνεται η καλύτερη δυνατή προσαρμογή της γραφικής παράστασης της εξίσωσης (A.5.1) με τα παρατηρημένα ζεύγη (s, t) . Ακολούθως τα T και S μπορούν εύκολα να υπολογιστούν από τις σχέσεις (A.5.2).

Αν ο υδροφορέας δεν είναι ομογενής θα πρέπει να καλυφθεί η έκταση του με ικανό πλήθος δοκιμαστικών αντλήσεων έτσι ώστε να χαρτογραφηθεί η μεταβολή των ιδιοτήτων του υδροφορέα χωρικά. Στην περίπτωση που ο υδροφορέας είναι ανισότροπος πρέπει πρώτα να βρεθούν οι κύριοι άξονες. Με τη βοήθεια πλήθους γεωτρήσεων παρατήρησης γύρω από την αντλητική γεώτρηση, καθορίζεται η επιφάνεια του υδροφόρου ορίζοντα. Γύρω από την αντλητική γεώτρηση σχηματίζονται ελλειψοειδείς ισοδυναμικές γραμμές των οποίων οι ημιάξονες ταυτίζονται με τους κύριους άξονες ανισοτροπίας του υδροφορέα. Ο λόγος των ημιαξόνων δίνει και τον συντελεστή ανισοτροπίας. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (6.12.1) το πεδίο ροής μετασχηματίζεται στο αντίστοιχο ισότροπο πεδίο όπου η εκτίμηση της αγωγιμότητας γίνεται όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

Είναι προφανές ότι και μία μόνο μέτρηση παραμέτρων ανισότροπου υδροφορέα είναι εξαιρετικά πολύπλοκη. Αν σκεφτεί κανείς ότι η διεύθυνση ανισοτροπίας και οι τιμές μεταφορικότητας μεταβάλλονται σε ένα ετερογενή ανισότροπο υδροφορέα, είναι εύκολο να φανταστεί για ποίο λόγο είναι σπάνιες τέτοιες μετρήσεις σε πραγματικούς υδροφορείς.

A.6 Γενική δομή του κώδικα του MODFLOW

Ο σχεδιασμός του MODFLOW είναι τέτοιος ώστε η εισαγωγή νέων λειτουργιών να επιτυγχάνεται με την προσθήκη νέου κώδικα απαιτώντας τις ελάχιστες δυνατές μεταβολές στον υπάρχοντα. Αυτό εξασφαλίζεται με τον αρθρωτό προγραμματισμό. Το πρόγραμμα χωρίζεται στον κορμό και στα αρθρώματα. Κάθε άρθρωμα πρέπει να παρέχει ρουτίνες για την εκχώρηση μνήμης (το όνομα των ρουτινών τελειώνει σε AL = ALlocate), για ανάγνωση των δεδομένων που το αφορά (RP = Read and Prepare), για την μόρφωση των μητρώων επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων (FM = ForMulate) και για τον υπολογισμό του ισοζυγίου (BD = BuDget). Τα βασικά αρθρώματα του προγράμματος φαίνονται στον Πίνακα A.5. Τα δύο πρώτα και ένας επιλυτής πρέπει να υπάρχουν σε κάθε εργασία που γίνεται με το MODFLOW.

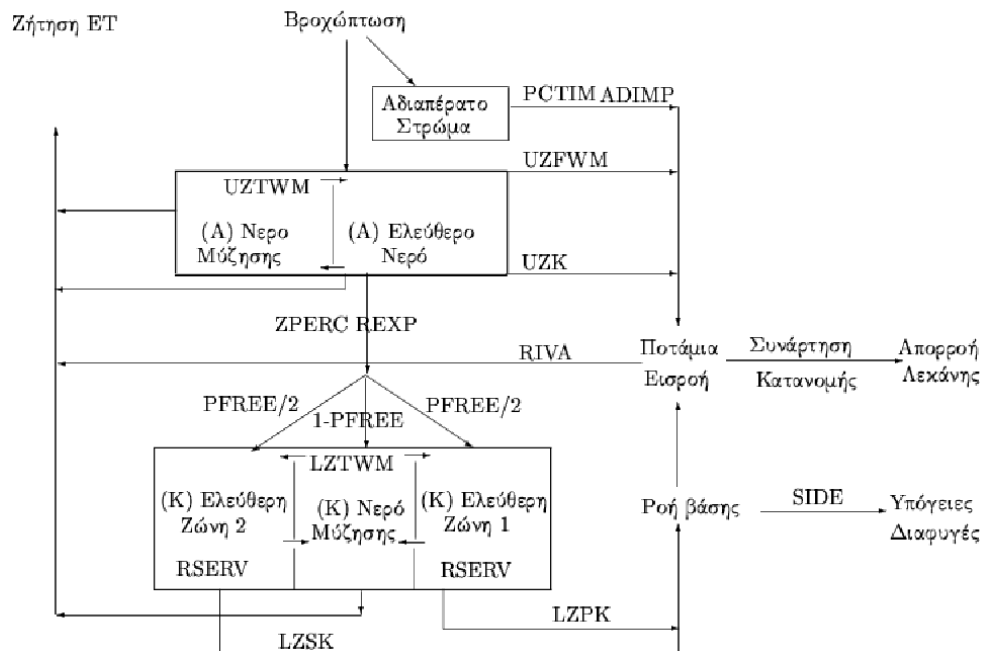
A.7 Παράμετροι μοντέλου Sacramento

Στον Πίνακα A.6 ορίζονται οι παράμετροι του μοντέλου Sacramento. Οι παράμετροι UZTWM, LZTWM έχουν άμεση επιρροή στον όγκο της απορ-

Πίνακας A.5: Αρθρώματα MODFLOW

BAS	Χωρική και χρονική διακριτοποίηση, συνοριακές συνθήκες
BCF	Γεωμετρία καννάβου, υδραυλικές ιδιότητες κυττάρων
WEL	Φρέατα άντλησης ή εισπίεσης
DRN	Στράγγιση του υδροφορέα μέσω πηγών ή καναλιών
RIV	Προσομοίωση αλληλεπίδρασης ποταμού με υδροφορέα
RCH	Κατεισδύον νερό της βροχής
EVT	Εξατμοδιαπνοή από υδροφορέα
PCG	Επιλυτής Preconditioned Conjugate Gradient
SOR	Επιλυτής Slice Successive Overrelaxation
SIP	Επιλυτής Strongly Implicit Procedure

ροής ενώ οι παράμετροι UZFWM, LZFPM, LZFSM, UZK, LZPK, LZSK, ZPERC, REXP ρυθμίζουν κυρίως τους χρόνους του πλημμυρογραφήματος. Οι παράμετροι PCTIM και ADIMP καθορίζουν το ποσό του νερού που απορρέει απευθείας και οι παράμετροι SIDE, RIVA και PFREE έχουν αντίκτυπο στην βασική ροή. Η παράμετρος RSERV έχει μικρή επίδραση στη συμπεριφορά του μοντέλου. Στον Πίνακα A.7 ορίζονται οι μεταβλητές του μοντέλου Sacramento. Στο Σχήμα A.8 δίνεται η σχηματική αναπαράσταση του αλγορίθμου του μοντέλου.



Σχήμα A.8: Σχηματοποίηση Sacramento και παράμετροι που χρησιμοποιεί.

Πίνακας A.6: Επεξήγηση παραμέτρων μοντέλου Sacramento

UZTWM	Χωρητικότητα A ζώνης μύζησης (mm)
UZFWM	Χωρητικότητα A ζώνης ελεύθερου νερού (mm)
UZK	Συντελεστής στείρευσης A ζώνης ελεύθερου νερού
PCTIM	Ποσοστιαία επιφάνεια αδιαπέρατου στρώματος
ADIMP	Επιπρόσθετη ποσοστιαία επιφάνεια αδιαπέρατου στρώματος
RIVA	Ποσοστιαία παρόχθια επιφάνεια με βλάστηση
ZPERC	Συντελεστής μέγιστου ρυθμού κατείσδυσης
REXP	Εκθέτης στην εξίσωση υπολογισμού κατείσδυσης
LZTWM	Χωρητικότητα K ζώνης μύζησης (mm)
LZFPM	Χωρητικότητα πρωτεύουσας K ζώνης ελεύθερου νερού (mm)
LZFSM	Χωρητικότητα δευτερεύουσας K ζώνης ελεύθερου νερού (mm)
LZPK	Συντελεστής στείρευσης πρωτεύουσας K ζώνης ελεύθερου νερού
LZSK	Συντελεστής στείρευσης δευτερεύουσας K ζώνης ελεύθερου νερού
PFREE	Ποσοστό κατεισδύοντος νερού που πάει στην K ζώνη ελεύθερου νερού
RSERV	Ποσοστιαία στάθμη αποκοπής K ζώνης ελεύθερου νερού από K ζώνης μύζησης
SIDE	Λόγος υπόγειων διαφυγών προς εκροή νερού σε πηγές εντός λεκάνης

Πίνακας A.7: Μεταβλητές μοντέλου Sacramento

ADIMC	Νερό στο αδιαπέρατο στρώμα (mm)
UZTWC	Νερό μύζησης στην A ζώνη (mm)
UZFWC	Ελεύθερο νερό στην A ζώνη (mm)
LZTWC	Νερό μύζησης στην K ζώνη (mm)
LZFPC	Ελεύθερο νερό στην K ζώνη (mm)

A.8 Ευστάθεια αριθμητικών σχημάτων (von Neumann)

A.8.1 Σειρές Fourier

Αν η συνάρτηση $f(x, t)$ γραφτεί στη διακριτή μορφή $f_j^n = f(j \Delta x, n \Delta t)$, τότε σύμφωνα με την ανάλυση Fourier μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα της σειράς κυματομορφών:

$$f_j^n = \sum_m \xi_m^n e^{ik_m j \Delta x} \quad (\text{A.8.1})$$

όπου $k_m = 2\pi/\Lambda_m$ είναι ο κυματικός αριθμός της κυματομορφής m με μήκος

κύματος Λ_m και ξ_m^n είναι το εύρος της κυματομορφής m τη χρονική στάθμη n .

Αντίστοιχα η συνάρτηση $f(x, y, t)$ γράφεται με την μορφή του ακόλουθου αθροίσματος:

$$f_{jh}^n = \sum_l \sum_m \xi_{ml}^n e^{i(k_m j \Delta x + k_l h \Delta y)} \quad (\text{A.8.2})$$

A.8.2 Τριγωνομετρικές ταυτότητες

Οι ακόλουθες τριγωνομετρικές ταυτότητες είναι χρήσιμες στην ανάλυση ευστάθειας.

$$e^{i\beta} = \cos(\beta) + i \sin(\beta) \quad (\text{A.8.3})$$

$$e^{-i\beta} = \cos(\beta) - i \sin(\beta) \quad (\text{A.8.4})$$

$$\sin^2(\beta) + \cos^2(\beta) = 1 \quad (\text{A.8.5})$$

A.8.3 Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας αριθμητικού σχήματος εξίσωσης διάχυσης με εμπρόσθιες διαφορές

Η εξίσωση διάχυσης στη μονοδιάστατη μορφή της με συντελεστή διάχυσης θ είναι:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \theta \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (\text{A.8.6})$$

Ένα συνηθισμένο ρητό σχήμα επίλυσης αυτής της διαφορικής εξίσωσης προκύπτει με την εφαρμογή εμπρόσθιων διαφορών για την έκφραση της χρονικής παραγώγου και κεντρικών διαφορών για την έκφραση της χωρικής παραγώγου (Χριστοδούλου, 1991):

$$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} = \theta \frac{f_{j+1}^n - 2f_j^n + f_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (\text{A.8.7})$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τη συνάρτηση f με την τυχούσα συνιστώσα της έκφρασης της σε σειρά Fourier προκύπτει:

$$(\xi_m^{n+1} - \xi_m^n) e^{ik_m j \Delta x} = \xi_m^n \frac{\theta \Delta t}{\Delta x^2} [e^{ik_m (j+1) \Delta x} - 2e^{ik_m j \Delta x} + e^{ik_m (j-1) \Delta x}] \quad (\text{A.8.8})$$

ή

$$(\xi_m^{n+1} - \xi_m^n) = \xi_m^n \frac{\theta \Delta t}{\Delta x^2} [e^{ik_m \Delta x} + e^{-ik_m \Delta x} - 2] \quad (\text{A.8.9})$$

λαμβάνοντας υπόψη τις τριγωνομετρικές σχέσεις στο Παράρτημα Α.8.2 προκύπτει ότι $\xi_m^{n+1} = A\xi_m^n$ όπου:

$$A = 1 - \frac{2\theta\Delta t}{\Delta x^2}(1 - \cos(k_m\Delta x)) \quad (\text{A.8.10})$$

Για να είναι ευσταθές το αριθμητικό σχήμα πρέπει $|A| \leq 1, \forall m$. Στη περίπτωση που $A \geq 0$ αυτό ισχύει πάντα (η ποσότητα $1 - \cos(k_m\Delta x)$ παίρνει τιμές από 0 μέχρι 2). Στην περίπτωση που $A < 0$ και για την δυσμενέστερη τιμή της ποσότητας $1 - \cos(k_m\Delta x)$ που είναι 2, ισχύει όταν:

$$\frac{\theta\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \quad (\text{A.8.11})$$

A.8.4 Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας ρητού αριθμητικού σχήματος επίλυσης της εξίσωση υπόγειας ροής

Αν η χρονική παράγωγος στην εξίσωση υπόγειας ροής γραφτεί με εμπρόσθιες διαφορές (οι οπίσθιες διαφορές οδηγούν σε πεπλεγμένο σχήμα), η διακριτοποίηση είναι σταθερή χωρικά με $\Delta x = \Delta y$ και ο υδροφορέας είναι υπό πίεση, ομογενής και ισότροπος, τότε προκύπτει το ακόλουθο ρητό σχήμα:

$$\frac{S_{ij}\Delta x^2(h_{ij}^{n+1} - h_{ij}^n)}{\Delta t} = T(h_{ij+1}^n - h_{ij}^n) + T(h_{ij-1}^n - h_{ij}^n) + T(h_{i+1j}^n - h_{ij}^n) + T(h_{i-1j}^n - h_{ij}^n) \quad (\text{A.8.12})$$

όπου T όρος αγωγιμότητας που περιλαμβάνει το πάχος του υδροφορέα, την απόσταση μεταξύ των κυττάρων και την αγωγιμότητα.

Αντικαθιστώντας τον δείκτη i με τον δείκτη g για να αποφευχθεί η σύγχυση με την φανταστική μονάδα. Η παραπάνω γίνεται:

$$h_{gj}^{n+1} - h_{gj}^n = \frac{T\Delta t}{S\Delta x^2}(h_{gj+1}^n + h_{gj-1}^n + h_{g+1j}^n + h_{g-1j}^n - 4h_{gj}^n) \quad (\text{A.8.13})$$

Αντικαθιστώντας το h_{gj}^n με την τυχούσα συνιστώσα της σειράς Fourier (βλ. Α.8.2) προκύπτει:

$$(\xi_{ml}^{n+1} - \xi_{ml}^n)e^{i\Delta x(k_m j + k_l g)} = \frac{2T\Delta t}{S\Delta x^2}\xi_{ml}^n \left[e^{i\Delta x(k_m(j+1) + k_l g)} + e^{i\Delta x(k_m(j-1) + k_l g)} + e^{i\Delta x(k_m j + k_l(g+1))} + e^{i\Delta x(k_m j + k_l(g-1))} - 4e^{i\Delta x(k_m j + k_l g)} \right] \quad (\text{A.8.14})$$

ή

$$\xi_{ml}^{n+1} = \xi_{ml}^n \left[1 + \frac{T\Delta t}{S\Delta x^2} (e^{ik_m\Delta x} + e^{-ik_m\Delta x} + e^{ik_l\Delta x} + e^{-ik_l\Delta x} + 4) \right] = A\xi_{ml}^n \quad (\text{A.8.15})$$

Το A μετά από πράξεις (βλ. Παράρτημα A.8.2) γίνεται:

$$\left| 1 - \frac{2T\Delta t}{S\Delta x^2} (2 - \cos(k_m\Delta x) - \cos(k_l\Delta x)) \right| \quad (\text{A.8.16})$$

Για να είναι ευσταθές το αριθμητικό σχήμα πρέπει $|A| \leq 1, \forall m, l$. Στην περίπτωση που $A \geq 0$ αυτό ισχύει πάντα (η ποσότητα $2 - \cos(k_m\Delta x) - \cos(k_l\Delta x)$ παίρνει τιμές από 0 μέχρι 2). Στην περίπτωση που $A < 0$ και για τη δυσμενέστερη τιμή της ποσότητας $2 - \cos(k_m\Delta x) - \cos(k_l\Delta x)$ που είναι 2, το $|A| < 1$ ισχύει όταν:

$$\frac{T\Delta t}{S\Delta x^2} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{A.8.17})$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι ισοδύναμη με αυτήν που προκύπτει από την ανάλυση ευστάθειας αριθμητικού σχήματος επίλυσης της εξίσωσης διάχυσης με εμπρόσθιες διαφορές. Συγκεκριμένα η δισδιάστατη εξίσωση υπόγειας ροής ταυτίζεται με την εξίσωση διάχυσης όπου $\theta = T/S$. Στις δύο διαστάσεις το δεξί μέλος της ανισότητας είναι $1/4$ ενώ στην μια διάσταση είναι $1/2$ (Παράρτημα A.8.3).

A.8.5 Παράδειγμα ανάλυσης ευστάθειας αριθμητικού σχήματος εξίσωσης μεταφοράς με εμπρόσθιες διαφορές

Η μονοδιάστατη διαφορική εξίσωση απλής μεταφοράς με ταχύτητα διάδοσης κύματος c είναι:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.8.18})$$

Με εφαρμογή εμπρόσθιων διαφορών για τη χρονική παράγωγο και οπίσθιων διαφορών για τη χωρική παράγωγο προκύπτει:

$$\frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + c \frac{f_j^n - f_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (\text{A.8.19})$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση τη συνάρτηση f με την τυχούσα συνιστώσα της έκφρασης της σε σειρά Fourier προκύπτει:

$$\xi_m^{n+1} = \xi_m^n \left[1 - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (1 - e^{-ik_m\Delta x}) \right] = A\xi_m^n \quad (\text{A.8.20})$$

Θα πρέπει να είναι $|A| \leq 1, \forall m$, αλλά επειδή το A είναι μιγαδικός αυτό ισοδυναμεί με $A\bar{A} \leq 1, \forall m$. Από τις σχέσεις στο Παράρτημα Α.8.2 εύκολα αποδεικνύεται ότι (Mahaffy, 1994):

$$\overline{(1 - e^{-ik_m \Delta x})} = (1 - e^{ik_m \Delta x}) \quad (\text{A.8.21})$$

$$(1 - e^{-ik_m \Delta x})\overline{(1 - e^{-ik_m \Delta x})} = 2 - 2 \cos(k_m \Delta x) \quad (\text{A.8.22})$$

$$(1 - e^{-ik_m \Delta x}) + \overline{(1 - e^{-ik_m \Delta x})} = 2 - 2 \cos(k_m \Delta x) \quad (\text{A.8.23})$$

Άρα $A\bar{A} \leq 1$ όταν:

$$\left[\left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2 - \frac{c\Delta t}{\Delta x} \right] [2 - 2 \cos(k_m \Delta x)] \leq 0 \quad (\text{A.8.24})$$

ή

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (\text{A.8.25})$$

Α.9 Θεωρήματα ανάλυσης

Α.9.1 Θεώρημα αποκλίσεως

Είναι γνωστό και ως θεώρημα Gauss-Ostrogradski. Δίνεται το συμπαγές σύνολο G που είναι η ένωση πεπερασμένου πλήθους απλών συνόλων του \mathbb{R}^3 και έχει θετικά προσανατολισμένο σύνορο ∂G . Αν το διανυσματικό πεδίο $\mathbf{F}(x, y, z) = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$ είναι συνεχώς διαφορίσιμο σε ένα ανοιχτό σύνολο που περιέχει το G , τότε ισχύει (Παντελίδης, 1991):

$$\iiint_G \operatorname{div} \mathbf{F} dV = \iint_{\partial G} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma \quad (\text{A.9.1})$$

ή

$$\iiint_G \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz = \iint_{\partial G} P dy dz + Q dz dx + R dx dy \quad (\text{A.9.2})$$

όπου \mathbf{n} το κάθετο διάνυσμα στο ∂G .

A.9.2 Πρόβλημα συνοριακών συνθηκών

Η γενική μορφή του προβλήματος συνοριακών τιμών με μικτές συνοριακές συνθήκες είναι:

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot (\Lambda \nabla u) + \lambda_0 u &= f & \text{στο } \Omega \\ u &= g & \text{στο } \Gamma_1 \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}_\Lambda} + \mu u &= p & \text{στο } \Gamma_2 \end{aligned} \quad (\text{A.9.3})$$

Όπου $\Omega \in \mathbb{R}^m$, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ σύνορο του Ω και \mathbf{n} το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στο Γ με κατεύθυνση προς τα έξω και $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$. Επίσης:

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}_\Lambda} = (\Lambda \nabla u) \cdot \mathbf{n} \quad (\text{A.9.4})$$

Η συνοριακή συνθήκη στο Γ_2 ονομάζεται Cauchy ενώ στην ειδική περίπτωση που είναι $\mu = 0$ ονομάζεται Neumann. Η συνοριακή συνθήκη στο Γ_1 ονομάζεται Dirichlet.

A.9.3 Γενικευμένοι τύποι Green

Αν u, v συναρτήσεις που έχουν πρώτης τάξεως παραγώγους προς οποιαδήποτε μεταβλητή τους στο ανοικτό $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ με σύνορο Γ (δηλαδή $u, v \in H^1(\Omega)$) και $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_m)$ το διάνυσμα κάθετο στο Γ τότε:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x_i} v \, d\mathbf{x} = - \int_{\Omega} u \frac{\partial v}{\partial x_i} \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} u v n_i \, d\gamma \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (\text{A.9.5})$$

Αν $u \in H^2(\Omega), v \in H^1(\Omega)$ τότε:

$$\int_{\Omega} \Delta u v \, d\mathbf{x} = - \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} v \, d\gamma \quad (\text{A.9.6})$$

όπου $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \dots$

Αν $u, v \in H^2(\Omega)$ τότε:

$$\int_{\Omega} (u \Delta v - v \Delta u) \, d\mathbf{x} = \int_{\Gamma} \left(u \frac{\partial v}{\partial \mathbf{n}} - v \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \right) \, d\gamma \quad (\text{A.9.7})$$

Αν $u, v \in H^4(\Omega)$ τότε:

$$\int_{\Omega} (\Delta^2 u)v \, d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \Delta u \Delta v \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} \frac{\partial \Delta u}{\partial \mathbf{n}} v \, d\gamma - \int_{\Gamma} \Delta u \frac{\partial v}{\partial \mathbf{n}} \, d\gamma \quad (\text{A.9.8})$$

όπου Δ^2 ο διαρμονικός τελεστής που στο \mathbb{R}^2 ορίζεται ως:

$$\Delta^2 u = \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} \quad (\text{A.9.9})$$

A.10 Extended Kalman Filter

Τα φίλτρα Kalman είναι μια επαναληπτική διαδικασία εκτίμησης των μεταβλητών κατάστασης ενός δυναμικού συστήματος από ελλιπείς μετρήσεις που περιέχουν θόρυβο. Χαρακτηρίζονται από τη συνάρτηση μετάβασης f και τη συνάρτηση παρατήρησης h . Η συνάρτηση μετάβασης δίνει τις μεταβλητές κατάστασης \mathbf{x}_k της τρέχουσας φάσης του συστήματος βάσει των μεταβλητών κατάστασης του προηγούμενου βήματος \mathbf{x}_{k-1} και των φορτίσεων \mathbf{u}_k . Η συνάρτηση αυτή εισάγει έναν όρο θορύβου \mathbf{w}_k για να προσομοιώσει τα διάφορα σφάλματα του μοντέλου. Η συνάρτηση παρατήρησης συνδέει τις μεταβλητές κατάστασης \mathbf{x}_k με τις πιθανές μετρήσεις \mathbf{z}_k θεωρώντας ότι τα σφάλματα των μετρήσεων είναι \mathbf{e}_k . Στο Extended Kalman Filter (EKF) η συνάρτηση μετάβασης f και η συνάρτηση παρατήρησης h είναι μη γραμμικές συναρτήσεις.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k) \\ \mathbf{z}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_k \end{aligned} \quad (\text{A.10.1})$$

Ο αλγόριθμος του EKF χωρίζεται σε δύο στάδια, την πρόγνωση και τη διόρθωση. Στην πρόγνωση υπολογίζονται οι μεταβλητές κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ και ο πίνακας συνδιασποράς τους $\mathbf{P}_{k|k-1}$ (αν οι μεταβλητές είναι n ο πίνακας θα είναι $n \times n$), βάσει των μεταβλητών κατάστασης του προηγούμενου βήματος και των φορτίσεων του τρέχοντος βήματος. Ο δείκτης $k|k-1$ σημαίνει τιμή που αντιστοιχεί στο βήμα k λαμβάνοντας υπόψη το $k-1$, δηλαδή πρόγνωση.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{0}) \\ \mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \end{aligned} \quad (\text{A.10.2})$$

όπου \mathbf{Q}_k ο πίνακας συνδιασποράς του \mathbf{w}_k και \mathbf{F}_k ο ακόλουθος Ιακωβιανός πίνακας:

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{w}_k} \quad (\text{A.10.3})$$

Ακολούθως βάσει του εκτιμημένου διανύσματος μεταβλητών κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ υπολογίζεται ο ακόλουθος Ιακωβιανός πίνακας που θα χρησιμοποιηθεί στις διορθώσεις:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{0}} \quad (\text{A.10.4})$$

Το βήμα της διόρθωσης ξεκινάει υπολογίζοντας την απόκλιση $\mathbf{z}\mathbf{x}$ των τιμών της συνάρτησης παρατήρησης από τις πραγματικές μετρήσεις \mathbf{z}_a και τον πίνακα συνδιασποράς \mathbf{S}_k των πιθανών μετρήσεων \mathbf{z}_k .

$$\begin{aligned} \mathbf{z}\mathbf{x}_k &= \mathbf{z}_a - h(\mathbf{x}_{k|k-1}) \\ \mathbf{S}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \end{aligned} \quad (\text{A.10.5})$$

όπου \mathbf{R}_k ο πίνακας συνδιασποράς των σφαλμάτων μέτρησης.

Ακολούθως υπολογίζεται ο πίνακας κέρδους \mathbf{K}_k^x των εκτιμημένων μεταβλητών κατάστασης βάσει του οποίου υπολογίζονται οι διορθωμένες μεταβλητές κατάστασης $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}$ και η διορθωμένη συνδιασπορά τους $\mathbf{P}_{k|k}$.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k^x &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^x \mathbf{z}\mathbf{x}_k \\ \mathbf{P}_{k|k} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^x \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \end{aligned} \quad (\text{A.10.6})$$

Για να εισαχθούν και οι παράμετροι του μοντέλου (στην ουσία της συνάρτησης μετάβασης) στο EKF, θα πρέπει στις προηγούμενες εξισώσεις να αντικατασταθεί το $\hat{\mathbf{x}}_k$ με $\hat{\mathbf{y}}_k = [\hat{\mathbf{x}}_k^T \hat{\theta}_k^T]^T$ όπου $\hat{\theta}_k^T$ το διάνυσμα των παραμέτρων. Σε αυτή την περίπτωση η διαδικασία εκτίμησης-διόρθωσης χωρίζεται σε δύο στάδια: στο πρώτο στάδιο γίνεται εκτίμηση και μετά διόρθωση των παραμέτρων, στο δεύτερο στάδιο γίνεται εκτίμηση και μετά διόρθωση των μεταβλητών κατάστασης.

A.11 Συνάρτηση ημιμεταβλητογράμματος σε στάσιμο πεδίο

Αν το πεδίο είναι στάσιμο τότε η συνδιασπορά της μεταβλητής z στα σημεία \mathbf{x} και \mathbf{x}' του τυχαίου πεδίου είναι $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = R(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$, $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = R(\mathbf{x}', \mathbf{x}')$ και $m(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}')$. Από αυτά, για ισότροπο πεδίο, προκύπτει ότι:

$$R(0) - R(h) = R(\mathbf{x}, \mathbf{x}) - R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (\text{A.11.1})$$

όπου $h = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$, το οποίο γίνεται:

$$R(0) - R(h) = E[z(\mathbf{x})^2 - 2z(\mathbf{x})m + m^2 - z(\mathbf{x})z(\mathbf{x}') + z(\mathbf{x})m + z(\mathbf{x}')m - m^2] \quad (\text{A.11.2})$$

Όμως θα είναι επίσης:

$$R(0) - R(h) = R(\mathbf{x}', \mathbf{x}') - R(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (\text{A.11.3})$$

το οποίο γίνεται

$$R(0) - R(h) = E[z(\mathbf{x}')^2 - 2z(\mathbf{x}')m + m^2 - z(\mathbf{x})z(\mathbf{x}') + z(\mathbf{x})m + z(\mathbf{x}')m - m^2] \quad (\text{A.11.4})$$

Προσθέτοντας τις εξισώσεις (A.11.2) και (A.11.4) προκύπτει:

$$2(R(0) - R(h)) = E[z(\mathbf{x})^2 - 2z(\mathbf{x})z(\mathbf{x}') + z(\mathbf{x}')^2] = E[(z(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}'))^2] \quad (\text{A.11.5})$$

A.12 Συντελεστής αποδοτικότητας

Αν x_i είναι οι παρατηρημένες τιμές, \bar{x} είναι η μέση τιμή τους, y_i είναι οι προσομοιωμένες τιμές και n είναι το πλήθος των τιμών τότε ο συντελεστής αποδοτικότητας δίνεται από:

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{A.12.1})$$

Οι τιμές του συντελεστή αποδοτικότητας κυμαίνονται από 1 έως $-\infty$. Το 1 αντιστοιχεί στην τέλεια ταύτιση των παρατηρημένων με τις προσομοιωμένες τιμές. Αν ο συντελεστής αποδοτικότητας πάρει την τιμή 0 αυτό σημαίνει ότι η προσομοιωμένη χρονοσειρά είναι τόσο καλή προσέγγιση όσο ο μέσος όρος της παρατηρημένης. Αρνητικές τιμές σημαίνει ότι υπάρχει μεροληψία στην προσομοιωμένη χρονοσειρά. Ο συντελεστής αποδοτικότητας αναφέρεται ορισμένες φορές στην βιβλιογραφία και ως συντελεστής Nash-Sutcliffe.

A.13 MIKE SHE

A.13.1 Εισαγωγή

Το MIKE SHE αποτελεί μια πλατφόρμα προσομοίωσης υδρολογικών διεργασιών. Προσομοιώνει την επιφανειακή κίνηση του νερού της βροχής μέχρι

το υδρογραφικό δίκτυο, την κίνηση εντός των κλάδων του υδρογραφικού δικτύου, τη ροή στην ακόρεστη ζώνη, την εξάτμιση και τέλος την κίνηση του νερού στον υπόγειο υδροφόρο. Ακολουθώντας δίνεται μια συνοπτική περιγραφή των αρθρωμάτων του MIKE SHE. Περισσότερες πληροφορίες μπορούν να αναζητηθούν στο αντίστοιχο εγχειρίδιο της *DHI* (2000).

A.13.2 Επιφανειακή απορροή

Όταν η καθαρή βροχόπτωση υπερβεί τη δυνατότητα διήθησης του εδάφους, το νερό λιμνάζει και αρχίζει να απορρέει προς το υδρογραφικό δίκτυο. Το MIKE SHE χρησιμοποιεί τις εξισώσεις Saint Venant με την προσέγγιση του κινηματικού κύματος για να προσομοιώσει την κίνηση αυτή. Οι εξισώσεις Saint Venant στην αυθεντική τους μορφή για διδιάστατη ροή προκύπτουν από τον συνδυασμό της εξίσωσης συνέχειας (εξίσωση (A.13.1)) και της εξίσωσης της ορμής για τις διευθύνσεις x και y (εξίσωση (A.13.2)).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = i \quad (\text{A.13.1})$$

$$\begin{aligned} S_{fx} &= S_{Ox} - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} \\ S_{fy} &= S_{Oy} - \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.13.2})$$

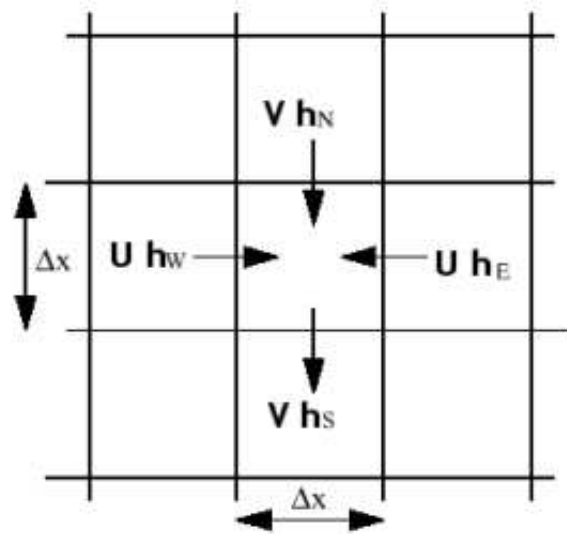
όπου: i η καθαρή βροχόπτωση μείον κατέισδυση [$L T^{-1}$], h το βάθος ροής (πάνω από την επιφάνεια εδάφους) [L], u η ταχύτητα ροής κατά x [$L T^{-1}$], v η ταχύτητα ροής κατά y [$L T^{-1}$], S_f η κλίση των τριβών, S_O η κλίση πυθμένα.

Αν αγνοηθούν οι τοπικές και μεταφορικές επιταχύνσεις (δύο τελευταίοι όροι της εξίσωσης (A.13.2)) προκύπτει η προσέγγιση του διαχεομένου κύματος. Αν επιπλέον θεωρηθεί ότι η κλίση των τριβών ταυτίζεται με την κλίση του πυθμένα ($S_f = S_O$) τότε οδηγούμαστε στην προσέγγιση του κινηματικού κύματος. Η σχέση $S_f = S_O$ υποδηλώνει ότι το βάθος ροής μεταβάλλεται αργά κατά μήκος της ροής. Αυτό ισχύει για υψηλές παροχές ή για μεγάλες κλίσεις του εδάφους.

Τα γινόμενα (uh) και (vh) στην εξίσωση (A.13.1) είναι η ανηγμένη ανά μονάδα πλάτους παροχή κατά μήκος των αξόνων της διακριτοποίησης. Για την επίλυση του προβλήματος, πέραν των παραπάνω εξισώσεων, χρησιμοποιείται και ο τύπος του Manning.

Αν ο κλάσματος της χωρικής διακριτοποίησης είναι τετραγωνικός τότε η εξίσωση (A.13.1) μπορεί να γραφεί σε διακριτή μορφή ως (βλ. Σχήμα A.9):

$$\Delta h = h(t + \Delta t) - h(t) = \frac{(I + \sum Q)\Delta t}{\Delta x^2} \quad (\text{A.13.3})$$



Σχήμα Α.9: Οριζόντια διακριτοποίηση αναγλύφου με κάνναβο τετραγωνικών κυττάρων για την επίλυση της εξίσωση κινηματικού κύματος σε δύο διαστάσεις.

όπου $I = i\Delta x^2$ και $\sum Q = (vh_N + vh_S + uh_E + uh_W)\Delta x$.

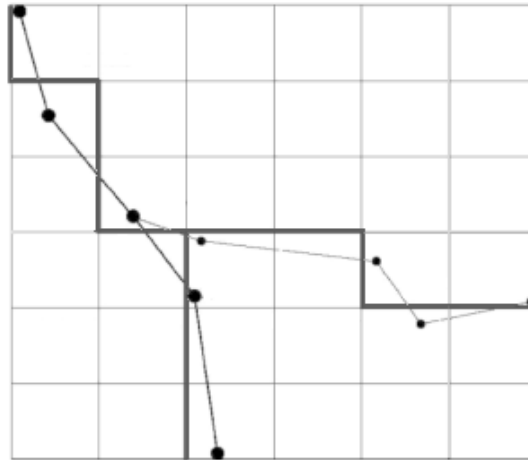
Γράφοντας την (Α.13.3) για όλα τα κύτταρα του χωρικού καννάβου προκύπτει σύστημα N γραμμικών εξισώσεων με N άγνωστα βάθη ροής στα N κύτταρα του καννάβου. Επίλυση του γραμμικού συστήματος γίνεται με την τροποποιημένη μέθοδο Gauss Seidel.

Στην αρχή κάθε χρονικού βήματος λαμβάνεται συγκεντρωτικά υπόψη στο ισοζύγιο του λιμνάζοντος νερού τυχόν ποσότητα που εκρέει από πηγή, ποσότητα που διηθείται και ποσότητα που εξατμίζεται.

Α.13.3 Ροή στο ποτάμι - Συνεργασία με MIKE 11

Η διόδευση του νερού εντός του υδρογραφικού δικτύου προσομοιώνεται με το μοντέλο MIKE 11. Το MIKE 11 προσομοιώνει τη λειτουργία του δικτύου επιλύοντας τις μονοδιάστατες εξισώσεις Saint Venant στην πλήρη τους μορφή. Η έξοδος του μοντέλου είναι οι παροχές και τα βάθη ροής σε όλους τους κλάδους. Το MIKE 11 μπορεί να λάβει υπόψη του μεγάλο εύρος από κατασκευές υδραυλικού ελέγχου όπως θυροφράγματα, υπερχειλιστές κ.α. Το MIKE SHE συνεργάζεται με το MIKE 11 για να προσομοιωθούν όλες οι διεργασίες που επηρεάζουν τη ροή εντός του υδρογραφικού δικτύου όπως η επιφανειακή απορροή και η ροή στον υδροφορέα.

Στο MIKE 11 η απεικόνιση του ποταμού είναι διανυσματική. Τα σημεία του ποταμού στα οποία είναι γνωστή η διατομή και οι συντελεστές τραχύτητας αποκαλούνται στην ορολογία του MIKE 11 σημεία Η. Δύο σημεία Η



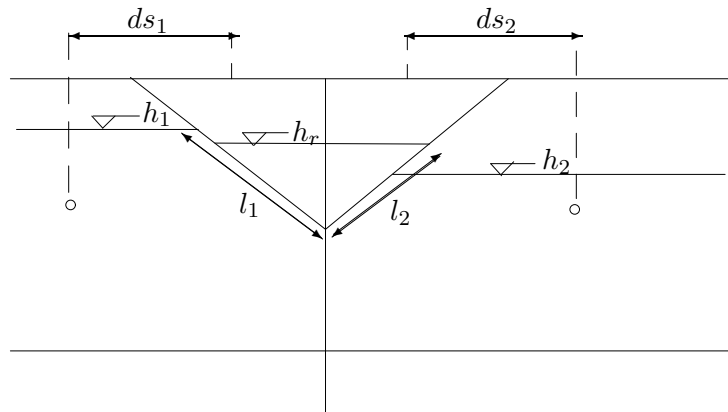
Σχήμα A.10: Απεικόνιση κλάδων υδρογραφικού δικτύου στο MIKE 11 (τεθλασμένη με κόμβους) και στο MIKE SHE (τεθλασμένη πάνω στις ακμές των κυττάρων του καννάβου).

ορίζουν ένα τμήμα αποθήκευσης Q . Το MIKE SHE που βασίζεται σε απεικόνιση μωσαϊκού τύπου (raster) αναπαριστά το ποτάμι με την πλησιέστερη τεθλασμένη που μπορεί να αποδώσει ο κάνναβος της διακριτοποίησης. Στο Σχήμα A.10 φαίνονται η απεικόνιση ενός ποταμού στο περιβάλλον του MIKE 11 (οι κόμβοι αντιστοιχούν στα σημεία H) και η προσεγγιστική απεικόνιση του ποταμού στο περιβάλλον του MIKE SHE (οι κλάδοι αποτελούν πάντα το όριο δυο γειτονικών κυττάρων). Αν η διατομή του ποταμού είναι μεγαλύτερη από το πλάτος ενός κυττάρου τότε θεωρείται ότι σε περιόδους μεγάλης παροχής το νερό κατακλύζει εκτάσεις (area-inundation).

Ο υπολογισμός ανταλλαγής νερού μεταξύ ποταμού και υδροφορέα εκτελείται στο MIKE SHE. Για τον λόγο αυτό τα βάθη ροής στα σημεία H, όπως υπολογίζονται από το MIKE 11, μεταφέρονται στην αναπαράσταση του ποταμού του MIKE SHE (river links) με γραμμική παρεμβολή. Στο Σχήμα A.11 φαίνεται η ισοδύναμη τριγωνική διατομή που χρησιμοποιεί το MIKE SHE. Το αριστερό κύτταρο συνεισφέρει ($h_1 > h_r$) νερό στο ισοζύγιο της διατομής με παροχή $Q_1 = l_1 C(h_1 - h_r)/ds_1$ ενώ η παροχή $Q_2 = l_2 C(h_r - h_2)/ds_2$ προς το δεξί κύτταρο αφαιρείται από το ισοζύγιο της διατομής. Στο ισοζύγιο της διατομής λαμβάνεται υπόψη και η απώλεια νερού λόγω εξατμοδιαπνοής.

A.13.4 Εξατμοδιαπνοή

Το άρθρωμα του υπολογισμού της εξατμοδιαπνοής χρησιμοποιεί μετεωρολογικά δεδομένα και πληροφορίες για τη βλάστηση και τον τύπο της εδαφικής κάλυψης για να εκτιμήσει τη συνολική εξατμοδιαπνοή και την καθαρή βροχόπτωση. Από τη στιγμή που το νερό της βροχής αγγίζει το έδαφος μέχρι να απομακρυνθεί είτε μέσω απορροής είτε μέσω κατείσδυσης, λαμβάνουν χώρα



Σχήμα Α.11: Υδραυλικά μεγέθη προσεγγιστικής διατομής ποταμού στο MIKE SHE.

οι ακόλουθες διαδικασίες:

1. Ένα ποσοστό της βροχής παρεμποδίζεται από τη βλάστηση και ένα ποσοστό από αυτό το νερό εξατμίζεται.
2. Το νερό που φτάνει στο έδαφος, είτε δημιουργεί εδαφική απορροή, είτε διηθείται προς την κορεσμένη ζώνη.
3. Μέρος του νερού που διηθείται εξατμίζεται από τη ζώνη των ριζών.
4. Το υπόλοιπο νερό εμπλουτίζει την κορεσμένη ζώνη των υπόγειων υδάτων.

Για τον υπολογισμό της εξατμοδιαπνοής το MIKE SHE προσφέρει δύο εναλλακτικούς τρόπους. Ο πρώτος βασίζεται στη μέθοδο των *Kristensen & Jensen* (1975) και ο δεύτερος βασίζεται στο εννοιολογικό μοντέλο των *Yan & Smith* (1994) που μοντελοποιεί ταυτόχρονα και τη ροή στην ακόρεστη ζώνη.

A.13.5 Μέθοδος Kristensen-Jensen

Η μέθοδος των Kristensen-Jensen περιγράφει όλες τις διεργασίες που ακολουθεί το νερό της βροχής ξεκινώντας από την παρεμπόδιση. Η διαδικασία της παρεμπόδισης μοντελοποιείται με ένα στοιχείο αποθήκευσης το οποίο πρέπει να πληρωθεί για να επιτρέψει ροή προς το έδαφος. Η χωρητικότητα του στοιχείου, I_{\max} [L], εξαρτάται από το είδος της καλλιέργειας και το στάδιο της ανάπτυξης το οποίο χαρακτηρίζεται από τον δείκτη επιφάνειας φυλλώματος LAI (Leaf Area Index) που παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 7. Η χωρητικότητα I_{\max} δίνεται από τον τύπο:

$$I_{\max} = C_{\text{int}} \text{LAI} \quad (\text{A.13.4})$$

όπου C_{int} [L] ο συντελεστής παρεμπόδισης (μια συνήθης τιμή είναι τα 0.05 mm).

Η εξάτμιση του νερού παρεμπόδισης δίνεται από τον τύπο

$$E_{\text{can}} = \min(I_{\max}, P\Delta t, E_P\Delta t) \quad (\text{A.13.5})$$

όπου P η βροχόπτωση [LT^{-1}], E_P η δυνητική εξατμοδιαπνοή [LT^{-1}] και Δt το χρονικό βήμα της προσομοίωσης [T].

Όταν η βροχόπτωση υπερβεί τη χωρητικότητα I_{\max} το νερό φτάνει στο έδαφος και εμπλουτίζει την εδαφική υγρασία. Από αυτήν την υγρασία ένα ποσοστό διαπνέεται μέσω των φυτών. Η ποσότητα που διαπνέεται δίνεται από τον τύπο:

$$E_{\text{at}} = f_1(\text{LAI})f_2(\theta)E_P \quad (\text{A.13.6})$$

όπου θ η εδαφική υγρασία και f_1 και f_2 συναρτήσεις που δίνονται από τους τύπους:

$$f_1(\text{LAI}) = C_2 + C_1\text{LAI} \quad (\text{A.13.7})$$

και

$$f_2(\theta) = 1 - \left(\frac{\theta_{\text{FC}} - \theta}{\theta_{\text{FC}} - \theta_{\text{WP}}} \right)^{\frac{C_3}{E_P}} \quad (\text{A.13.8})$$

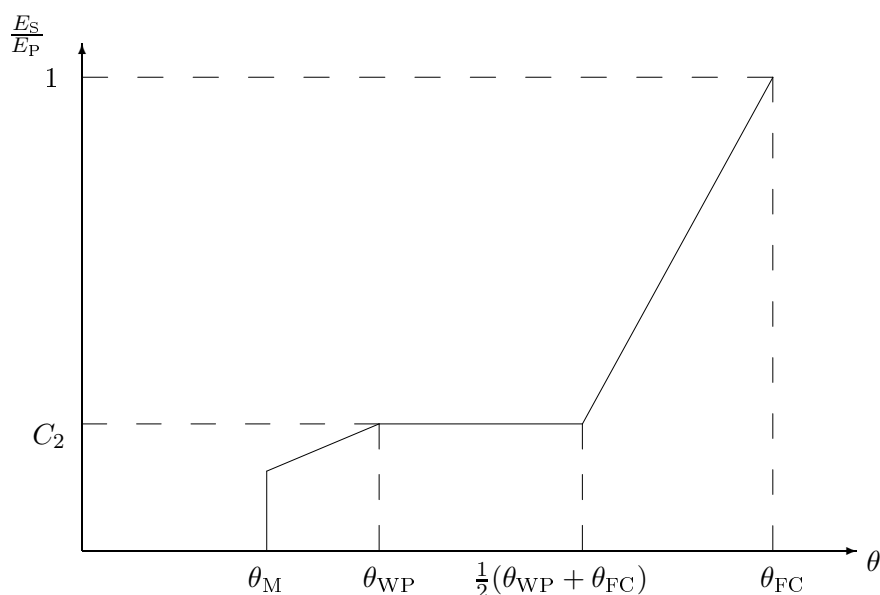
όπου θ_{FC} η εδαφική υγρασία που απομένει στο έδαφος μετά από πλήρη βαρυτική στράγγιση, θ_{WP} η ελάχιστη υγρασία από την οποία μπορεί να τραβήξει νερό το φυτό, C_1 και C_2 αδιάστατες εμπειρικές παράμετροι και C_3 εμπειρική παράμετρος [LT^{-1}].

Επίσης από το άνω στρώμα της ακόρεστης ζώνης (10 cm) εξατμίζεται εδαφική υγρασία που υπολογίζεται από τον τύπο:

$$E_S = E_P f_3(\theta) + (E_P - E_{\text{at}} - E_P f_3(\theta))f_4(\theta)(1 - f_1(\text{LAI})) \quad (\text{A.13.9})$$

όπου

$$f_3(\theta) = \begin{cases} C_2 & \text{για } \theta \geq \theta_{\text{WP}} \\ C_2 \frac{\theta}{\theta_{\text{WP}}} & \text{για } \theta_{\text{M}} < \theta < \theta_{\text{WP}} \\ 0 & \end{cases} \quad (\text{A.13.10})$$



Σχήμα A.12: Ο λόγος εξάτμισης από εδαφικό στρώμα προς δυνητική εξατμοδιαπνοή συναρτήσει της υγρασίας.

$$f_4(\theta) = \begin{cases} \frac{\theta - \frac{\theta_{WP} + \theta_{FC}}{2}}{\theta_{FC} - \frac{\theta_{WP} + \theta_{FC}}{2}} & \text{για } \theta \geq \frac{\theta_{WP} + \theta_{FC}}{2} \\ 0 & \text{για } \theta < \frac{\theta_{WP} + \theta_{FC}}{2} \end{cases} \quad (\text{A.13.11})$$

Εάν δεν υπάρχει φυτοκάλυψη τότε η συνάρτηση $f_1(\text{LAI})$ είναι μηδέν και η (A.13.9) απλοποιείται στην ακόλουθη εξίσωση η οποία φαίνεται σχεδιασμένη στο Σχήμα A.12.

$$\frac{E_s}{E_p} = f_3(\theta) + f_4(\theta) - f_3(\theta)f_4(\theta) \quad (\text{A.13.12})$$

Οι παράμετροι που πρέπει να γνωρίζει ο χρήστης για να υπολογίσει τη διαπνοή και την εξάτμιση από το ανώτερο εδαφικό στρώμα χρησιμοποιώντας τις πιο πάνω εξισώσεις φαίνονται στον Πίνακα A.8.

A.13.6 Μέθοδος Yan-Smith

Το μοντέλο Yan-Smith εκτιμάει ταυτόχρονα την εξατμοδιαπνοή, την κατείδυση, την παρεμπόδιση (περιγράφεται με τον ίδιο τρόπο όπως και στη μέθοδο Kristensen-Jensen) και τη λίμναση υδάτων. Βασική αρχή του μοντέλου είναι ότι η εδαφική υγρασία επιτρέπεται να πάρει τιμές μεταξύ δύο ακραίων ορίων που εξαρτώνται από τη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (βλ. Πίνακα A.9 και Πίνακα A.10).

Πίνακας A.8: Παράμετροι που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της εξατμοδιαπνοής με τη μέθοδο Kristensen-Jensen.

C_{int} [L]	Εξαρτάται από τη φυτοκάλυψη και χρειάζεται για τον υπολογισμό της παρεμπόδισης.
LAI	Εξαρτάται από τη φυτοκάλυψη και χρειάζεται για τον υπολογισμό της παρεμπόδισης, της διαπνοής και της εξάτμισης.
C_1	Εξαρτάται από τη φυτοκάλυψη και χρειάζεται για τον υπολογισμό της διαπνοής.
C_2	Εξαρτάται από τη φυτοκάλυψη και το έδαφος και χρειάζεται για τον υπολογισμό διαπνοής και της εξάτμισης.
C_3 [L T ⁻¹]	Εξαρτάται από το έδαφος και τη ριζική πυκνότητα και χρειάζεται για τον υπολογισμό της εξάτμισης.

Πίνακας A.9: Εύρος επιτρεπόμενης διακύμανσης εδαφικής υγρασίας ανάλογα με το ύψος του φρεάτιου ορίζοντα (ορισμοί παραμέτρων δίνονται στον Πίνακα A.10).

Ύψος ορίζοντα	Ελάχιστη εδαφ. υγρ.	Μέγιστη εδαφ. υγρ.
επιφάνεια εδάφους	0	θ_{sat}
Z_{srf} έως επιφάνειας εδαφ.	$\theta_{frn}(z)$	$\theta_{frn}(z)$
Z_{xtc} έως Z_{srf}	$\theta_{min}(z)$	$\theta_{max}(z)$
κάτω από Z_{xtc}	θ_{WP}	θ_{FC}

Ο υπολογισμός της πραγματικής εξατμοδιαπνοής γίνεται αθροίζοντας την κάλυψη της δυνητικής εξατμοδιαπνοής πρώτα από το νερό της παρεμπόδισης και το νερό που τυχόν έχει λιμνάσει, μετά από το διαθέσιμο νερό της εδαφικής υγρασίας και τέλος από το νερό της κορεσμένης ζώνης. Διαθέσιμη εδαφική υγρασία θεωρείται η διαφορά της τρέχουσας υγρασίας μείον την ελάχιστη επιτρεπτή υγρασία για την τρέχουσα στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (βλ. Πίνακα A.9). Αν η τρέχουσα υγρασία είναι ίση με την ελάχιστη επιτρεπτή υγρασία δεν εξατμίζεται καθόλου νερό από την ακόρεστη ζώνη. Ο υπολογισμός της εξάτμισης από την κορεσμένη ζώνη γίνεται από το πακέτο εξατμοδιαπνοής (ET) του MODFLOW.

Εάν σε κάποιο βήμα η εδαφική υγρασία φτάσει στο σημείο του κορεσμού τότε το επιπλέον νερό της βροχής θεωρείται ότι λιμνάζει. Εάν στο επόμενο βήμα μετά την κάλυψη της δυνητικής εξατμοδιαπνοής εξακολουθεί να υπάρχει λιμνάζον νερό τότε αυτό διηθείται με ρυθμό διήθησης K_{inf} [LT⁻¹] και για όσο υπάρχει έλλειμμα κορεσμού στο στρώμα εδαφικής υγρασίας.

Μετά τον υπολογισμό του νερού που εξατμίζεται, η ποσότητα της εδαφικής υγρασίας που υπερβαίνει τη μέγιστη επιτρεπτή υγρασία, όπως ορίζεται από την τρέχουσα στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα, κατεισδύει και εμπλουτί-

Πίνακας Α.10: Παράμετροι μοντέλου Yan-Smith. Οι συναρτήσεις, $\theta_{\text{frn}}(z)$, $\theta_{\text{min}}(z)$ και $\theta_{\text{max}}(z)$ είναι γραμμικές σχέσεις του βάθους του φρεάτιου ορίζονται.

Z_{srf}	Βάθος της ζώνης τριχοειδούς ανύψωσης
Z_{xtc}	Το μέγιστο βάθος εξατμοδιαπνοής από ακόρεστη ζώνη
θ_{sat}	Εδαφική υγρασία κορεσμού
θ_{FC}	Εδαφική υγρασία που απομένει μετά από πλήρη βαρυτική στράγγιση
θ_{WP}	Ελάχιστη υγρασία από την οποία μπορεί να τραβήξει νερό το φυτό
$\theta_{\text{frn}}(z)$	Υγρασία ζώνης τριχοειδούς ανύψωσης
$\theta_{\text{min}}(z)$	Ελάχιστη υγρασία μεταξύ Z_{srf} και Z_{xtc}
$\theta_{\text{max}}(z)$	Μέγιστη υγρασία μεταξύ Z_{srf} και Z_{xtc}

ζει τον υπόγειο υδροφόρο.

Παράμετροι του μοντέλου είναι το βάθος ριζών (υπολογισμός Z_{xtc}), ο συντελεστής παρεμπόδισης και ο δείκτης επιφάνειας φυλλώματος LAI (υπολογισμός παρεμπόδισης), ο συντελεστής κατεΐσδυσης K_{inf} , η εδαφικές υγρασίες θ_{WP} , θ_{FC} και θ_{sat} (υπολογισμός της χωρητικότητας εδαφικής υγρασίας).

A.13.7 Ακόρεστη ζώνη

Αν επιλεχθεί η μέθοδος Kristensen-Jensen, τότε απαιτείται να μοντελοποιηθεί η ροή στην ακόρεστη ζώνη. Το υδραυλικό φορτίο h [L] του νερού στην ακόρεστη ζώνη δίνεται από το άθροισμα της αρνητικής πίεσης ψ [L] που ονομάζεται μύζηση (εξαρτάται από την εδαφική υγρασία θ) και του γεωμετρικού ύψους z [L]:

$$h = z + \psi \quad (\text{A.13.13})$$

Η ειδική παροχή στην ακόρεστη ζώνη δίνεται από την εξίσωση Darcy με τη διαφορά ότι η υδραυλική αγωγιμότητα K [L T⁻¹] εξαρτάται από την εδαφική υγρασία θ .

$$q = -K(\theta) \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{A.13.14})$$

Στην ακόρεστη ζώνη η κίνηση του νερού γίνεται κατακόρυφα και έτσι η εξίσωση συνέχειας είναι μονοδιάστατη και γράφεται ως:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z} - S(z) \quad (\text{A.13.15})$$

όπου $S(z)$ [T⁻¹] η κατεΐσδυση ή η εξάντληση υγρασίας από τις ρίζες.

Συνδυάζοντας τα προηγούμενα προκύπτει:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} - S(z) \quad (\text{A.13.16})$$

αντικαθιστώντας την παράγωγο $\partial\theta/\partial t$ με το γινόμενο $C(\theta)\partial\psi/\partial t$ όπου $C(\theta)$ η κλίση της καμπύλης $\theta - \psi$ οδηγούμαστε στην εξίσωση Richards:

$$C(\theta)\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K(\theta)\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} - S(z) \quad (\text{A.13.17})$$

Το πεπλεγμένο αριθμητικό σχήμα που υιοθετείται για να επιλυθεί η παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιεί πρόσθιες διαφορές για τη χρονική και για τη χωρική (βάθος) παράγωγο της μύζησης ενώ τα $C(\theta)$ και $K(\theta)$ θεωρούνται σταθερά μεταξύ της χρονικής στάθμης n και $n+1$. Συγκεκριμένα το εδαφικό προφίλ του ψ που έδωσε η επίλυση της χρονικής στάθμης n μεταφράζεται σε προφίλ του θ το οποίο και χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των $C(\theta)$ και $K(\theta)$ για τα διάφορα βάθη z .

Αν στην εξίσωση Darcy αγνοηθεί η μύζηση τότε αυτή γίνεται $q = K(\theta)$. Αντικαθιστώντας την στην εξίσωση συνέχειας προκύπτει το βαρυτικό μοντέλο που λύνεται εύκολα με ρητό σχήμα.

Οι συνοριακές συνθήκες της διαφορικής εξίσωσης στην επιφάνεια του εδάφους περιγράφονται από σταθερή ροή ίση με τη βροχή ή σταθερό υδραυλικό φορτίο ίσο με το νερό που λιμνάζει. Στην επαφή της ακόρεστης ζώνης με τον υδροφόρο ορίζοντα οι συνοριακές συνθήκες είναι σταθερό υδραυλικό φορτίο ίσο με το βάθος του υδροφόρου ορίζοντα. Για αρχικές συνθήκες η μύζηση τίθεται $\psi = 0$ στον φρεάτιο υδροφόρο ορίζοντα και μειώνεται προς τα ανώτερα στρώματα γραμμικά μέχρι την τιμή $\psi = \psi_{FC}$ (αντιστοιχεί σε εδαφική υγρασία ίση με θ_{FC}). Από εκεί και πάνω η αρχική τιμή της μύζησης διατηρείται σταθερή. Οι φορτίσεις συμβαίνουν μόνο στα ανώτερα κύτταρα λόγω εδαφικής εξάτμισης και διαπνοής.

Αν υπάρχουν προνομιακοί αγωγοί κατακόρυφης κίνησης του νερού τότε μέρος της βροχής μπορεί να παροχετευτεί μέσω αυτών και να παρακάμψει την ακόρεστη ζώνη με παροχή:

$$Q_{\text{bypass}} = P_{\text{net}} P_{\text{frac}} \sqrt{\alpha_{10}\beta_{50}}/\Delta t \quad (\text{A.13.18})$$

όπου P_{net} η καθαρή βροχόπτωση, P_{frac} το ποσοστό της βροχόπτωσης που περνάει από τους προνομιακούς αγωγούς και α_{10} , β_{50} συντελεστές που εξαρτώνται από την εδαφική υγρασία στα 10 και 50 εκατοστά κάτω από την επιφάνεια. Όταν η εδαφική υγρασία πέσει κάτω από ένα κατώφλι τότε οι συντελεστές μηδενίζονται, όταν η εδαφική υγρασία περάσει ένα άνω κατώφλι τότε αυτοί ισούνται με 1 και όταν η εδαφική υγρασία έχει τιμές μεταξύ των δύο ορίων οι συντελεστές μεταβάλλονται γραμμικά μεταξύ 0 και 1.

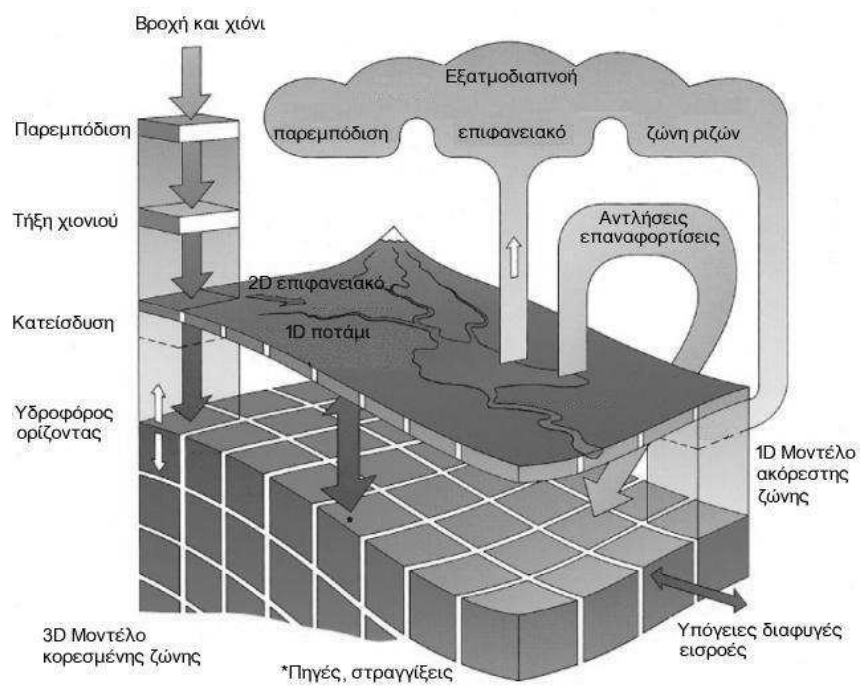
A.13.8 Κορεσμένη ζώνη

Η κορεσμένη ζώνη επιλύεται με μοντέλο αντίστοιχο του MODFLOW. Η αλληλεπίδραση με τα άλλα μοντέλα γίνεται χρησιμοποιώντας τις εξόδους αυτών

σαν φορτίσεις και σαν συνοριακές συνθήκες. Για παράδειγμα το μοντέλο ακόρεστης ζώνης δίνει τις κατεισδύσεις στον υπόγειο υδροφορέα αλλά και τις απώλειες λόγω εξατμοδιαπνοής. Επίσης το υδραυλικό προφίλ, όπως υπολογίζεται από το MIKE 11, χρησιμοποιείται από το πακέτο RIV του MODFLOW. Οι έξοδοι του MODFLOW μεταφέρονται στο επιφανειακό μοντέλο και αντιμετωπίζονται ανάλογα. Για παράδειγμα αν πρόκειται για μια πηγή ανάντη της εξόδου της λεκάνης τότε η παροχή της υπεισέρχεται στους υπολογισμούς του MIKE 11.

A.13.9 Αλληλεπίδραση διεργασιών

Στο Σχήμα A.13 φαίνονται οι υδρολογικές διεργασίες που προσομοιώνει το MIKE SHE καθώς και ο τρόπος που αυτές αλληλεπιδρούν. Ξεκινώντας από τη βροχή, ένα ποσοστό της θεωρείται ότι κατακρατείται από την επιφανειακή παρεμπόδιση. Σε περίπτωση χιονιού, το νερό αποδίδεται στο σύστημα όταν οι καιρικές συνθήκες επιτρέπουν την τήξη του. Ακολούθως, το ισοζύγιο στη ζώνη εδαφικής υγρασίας υπολογίζεται με μονοδιάστατο μοντέλο (είτε βασισμένο σε διαφορική εξίσωση είτε εννοιολογικό) και καθορίζεται η ποσότητα του νερού που θα κατεισδύσει προς την κορεσμένη ζώνη, την ποσότητα που θα εξατμιστεί (σε συνδυασμό με το μοντέλο υπολογισμού πραγματικής εξατμοδιαπνοής) και την ποσότητα που λιμνάζει και θα απορρεύσει επιφανειακά. Η επιφανειακή απορροή μέχρι το ποτάμι υπολογίζεται με δισδιάστατο κάβναβο ενώ η διόδευση εντός του υδρογραφικού δικτύου με μονοδιάστατο. Μέρος της ροής στο ποτάμι στραγγίζει προς τον υπόγειο υδροφορέα ή αντιστρόφως ο υπόγειος υδροφορέας συνεισφέρει στη ροή του ποταμού μέσω της εκροής πηγών. Ο υδροφορέας εκτός από τις πηγές εντός της λεκάνης μπορεί να αποφορτίζεται και σε πηγές εκτός λεκάνης (διαφυγές) είτε να τροφοδοτείται από εκτάσεις εκτός λεκάνης (εισροές). Η κίνηση του νερού στον υπόγειο υδροφορέα επιλύεται με τρισδιάστατο κάβναβο.



Σχήμα Α.13: Αλληλεπίδραση διεργασιών στο MIKE SHE