ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΗΝ ΥΠΟΓΕΙΑ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

Χαρακτηρισμός μετρήσεων

- Χωρική κατανομή. Πυκνότητα ώστε να αποδίδονται τα χαρακτηριστικά.
- Χρονική κατανομή. Συχνότητα - εξέλιξη του φαινομένου, μήκος – περιοδικά φαινόμενα.
- Ποιότητα. Τυχαία και συστηματικά σφάλματα.

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

Πληροφορία:

- Χωρική πυκνότητα. Γεωστατιστικές μέθοδοι (kriging).
- Συχνότητα. Δυναμικά στατιστικά φίλτρα (Kalman filter).
- Στατιστική δομή (στοχαστικά μοντέλα).
- Μακροσκοπική. Ολιγοπαραμετρικά /απλά μοντέλα (FVMSI).
- Τίποτα. Κλιματικά μοντέλα (GCM).

Kriging

Γεωστατιστική μέθοδος. Οι ιδιότητες και οι υδραυλικές συνθήκες θεωρούνται **τυχαία πεδία** με **γνωστή στατιστική δομή**.

Απαιτεί **στασιμότητα** και **ισοτροπία**.

Χρησιμοποιείται για χωρική παρεμβολή και ολοκλήρωση.

Kriging

Σκεπτικό

$$z(\mathbf{x}') = m(\mathbf{x}) + R(h)/\sigma(\mathbf{x})^2[z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})]$$

Μεταφορά πληροφορίας

x
Σημείο με μετρήσεις

x'
Σημείο χωρίς μετρήσεις

h

Γραμμική παλινδρόμηση

$$z(\mathbf{x}') = m(\mathbf{x}') + \frac{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\sigma(\mathbf{x})\sigma(\mathbf{x}')}[z(\mathbf{x}) - m(\mathbf{x})]$$

Kriging

Η μέθοδος Kriging προτείνει εξισώσεις διασποράς (π.χ. Gaussian, Nugget-effect, Hole-effect κλπ)

Gaussian

$$R(h) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{h}{L}\right)^2$$

Παράμετρος
(correlation length)

Kriging

Διαθέσιμες μετρήσεις σε *n* σημεία:

$$\hat{z}(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i z(\mathbf{x}_i)$$

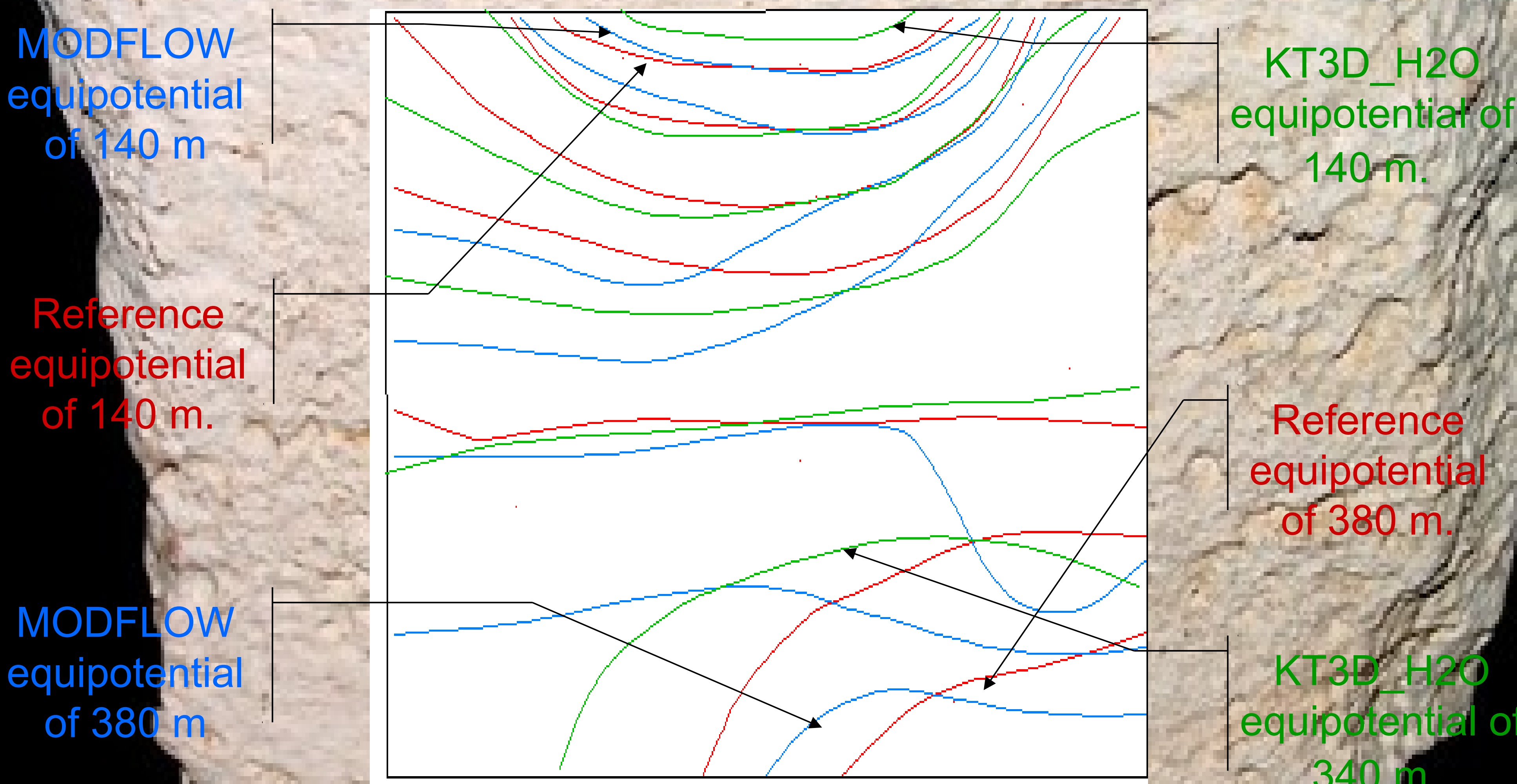
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_i R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) + \nu = R(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0) \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_i = 1$$

Co-kriging εισήγαγε τη δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των υδραυλικών φορτίων δεδομένων των δομικών παραμέτρων του υδροφορέα.

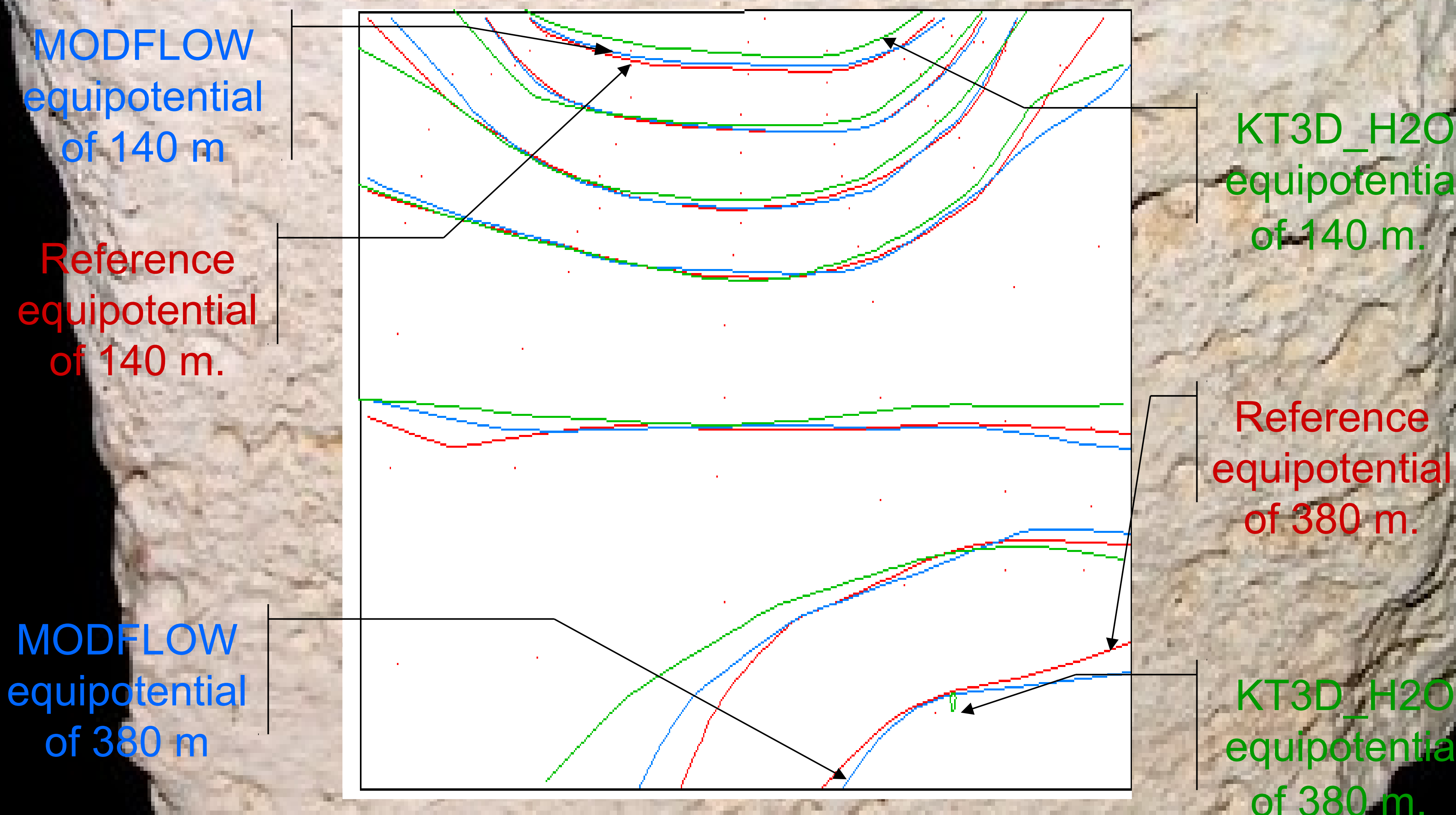
Kriging

10 διαθέσιμες μετρήσεις



Kriging

68 διαθέσιμες μετρήσεις



Kalman filter

Επαναληπτικός αλγόριθμος επεξεργασίας δεδομένων που λαμβάνει υπόψη:

- τη μοντελοποίηση του συστήματος.
- το σφάλμα των μετρήσεων/μοντέλου.

Ιδανικό για γραμμικά μοντέλα και μετρήσεις με λευκό Gaussian “θόρυβο”.

Kalman filter

Επαναλήψεις

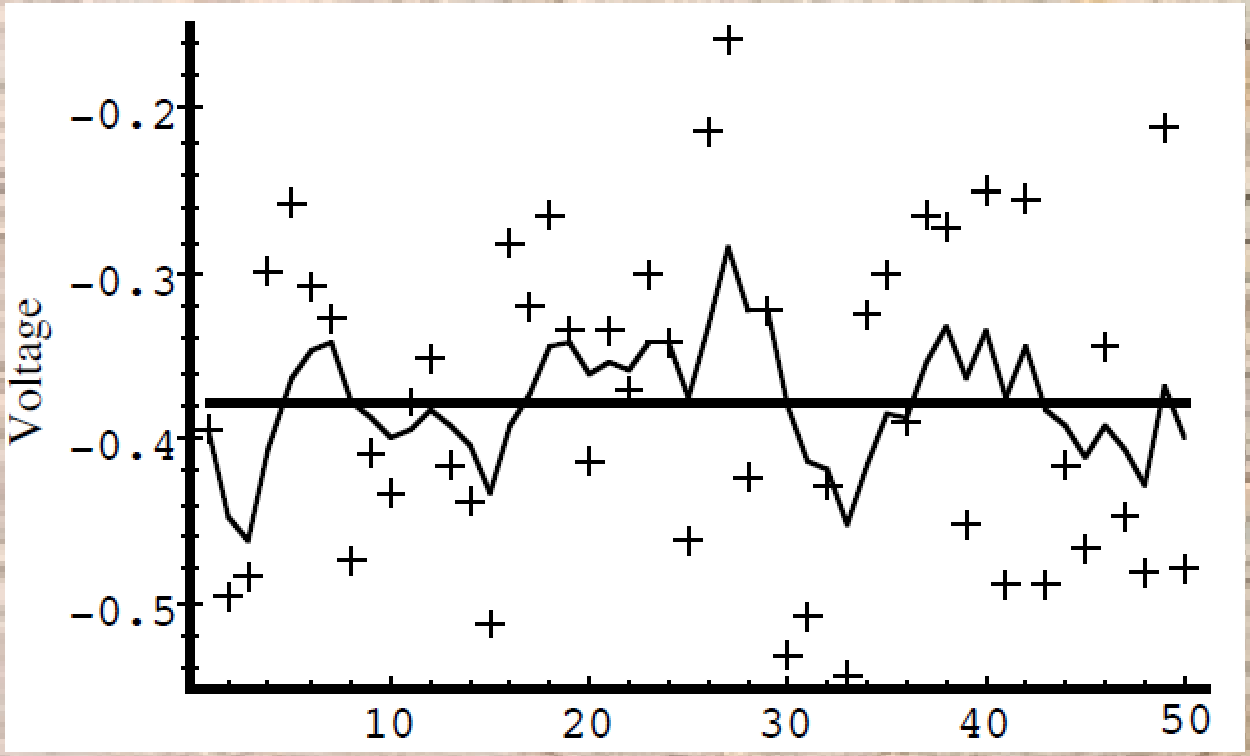
$$
\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &= f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k, \mathbf{0}) && \leftarrow \text{Μοντέλο} \\
\mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{\mathbf{k-1|k-1}} \mathbf{F}_k^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_k && \\
\mathbf{zx}_k &= \mathbf{z}_a - h(\mathbf{x}_{k|k-1}) && \leftarrow \text{Μετρήσεις} \\
\mathbf{S}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_k && \\
\mathbf{K}_k^x &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_k^{-1} && \leftarrow \text{Συγκερασμός} \\
\hat{\mathbf{x}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k^x \mathbf{zx}_k && \leftarrow \text{Διόρθωση} \\
\mathbf{P}_{k|k} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^x \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} &&
\end{aligned}
$$

Kalman filter

Εφαρμογή

Μέτρηση σταθερής τάσης

Έστω σφάλμα μετρήσεων σ^2=0.0001 V^2.



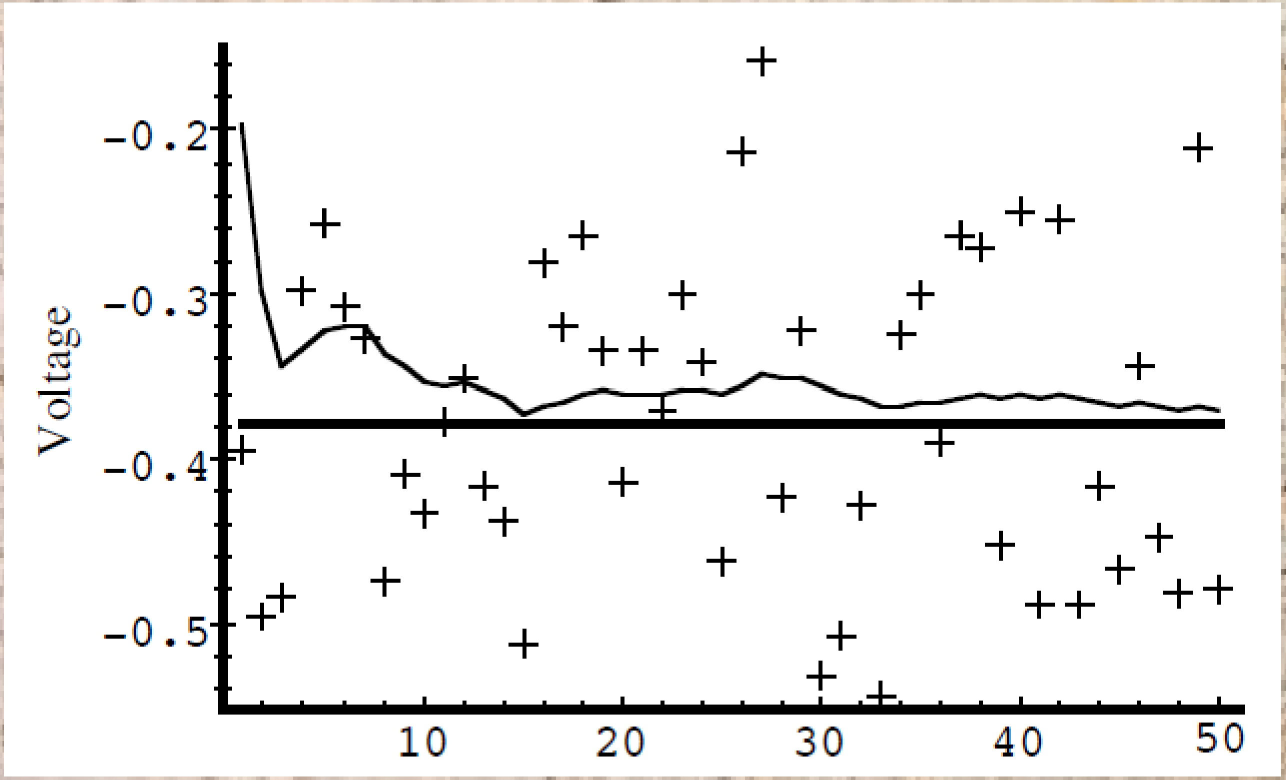
(ποιο είναι το μοντέλο;)

Kalman filter

Εφαρμογή

Μέτρηση σταθερής τάσης

Έστω σφάλμα μετρήσεων σ^2=1 V^2.

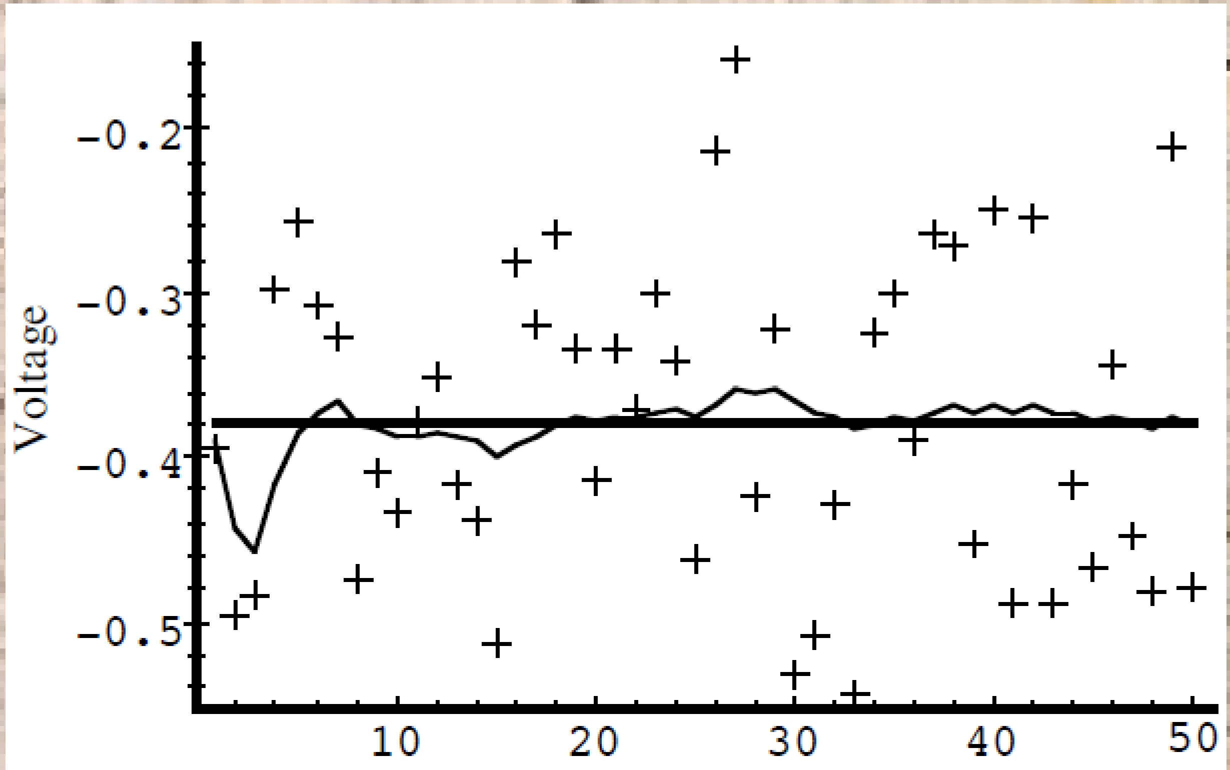


Kalman filter

Εφαρμογή

Μέτρηση σταθερής τάσης

Έστω σφάλμα μετρήσεων σ^2=0.01 V^2.



Στοχαστικά μοντέλα

Μοντέλο παραγωγής του συνθετικού υδροφορέα είναι η επέκταση στις δύο διαστάσεις του μοντέλου SMA (σχήμα Συμμετρικού Κυλιόμενου Μέσου)

$$Z(i,j) = \sum_{m=-q}^{q} \sum_{n=-q}^{q} a(m,n)\, V(i-m, j-n)$$

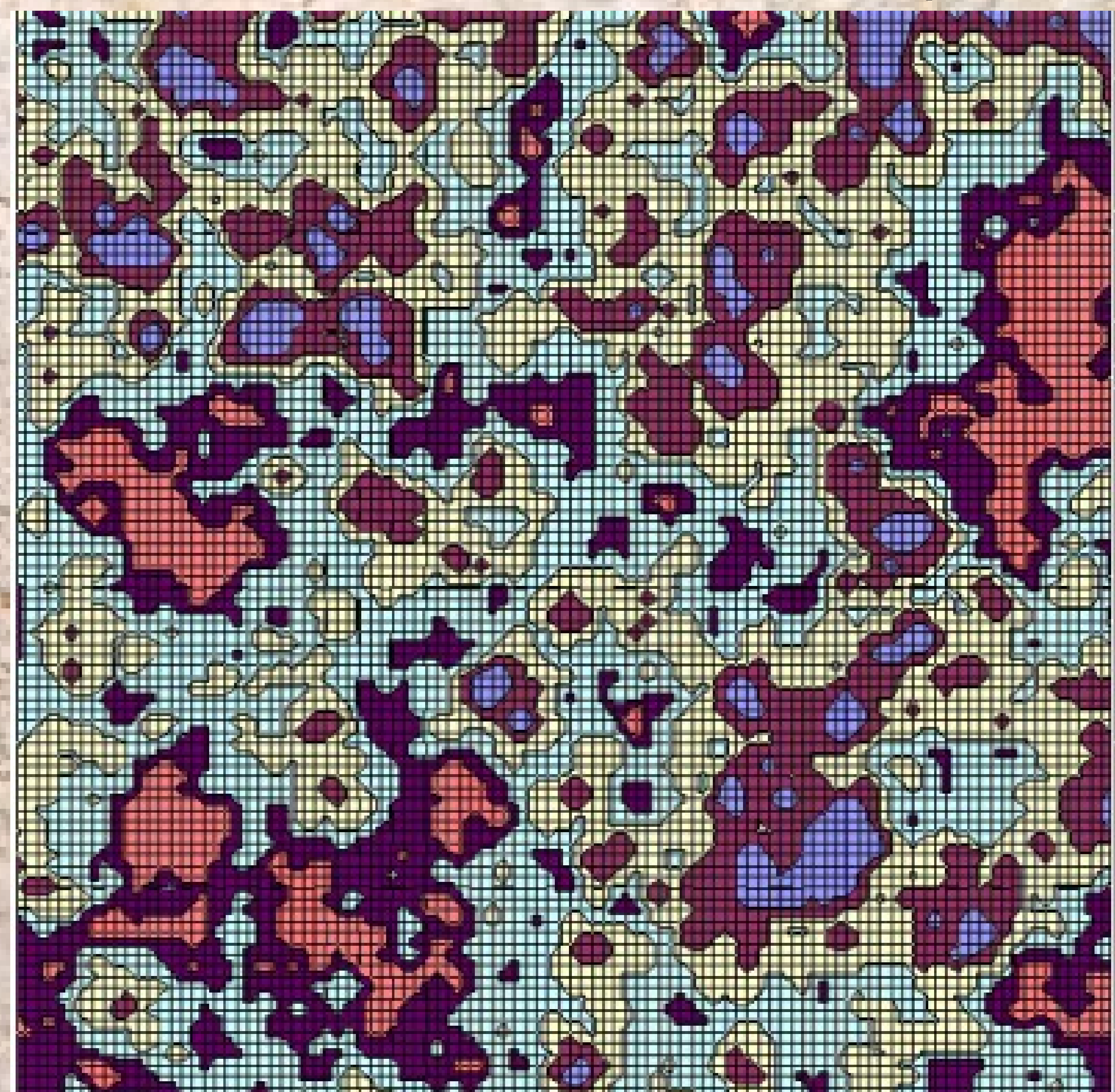
V: πίνακα με θόρυβο

α: πίνακας με βάρη

Βάρη προκύπτουν από *H* (συγγενεύει με το μήκος συσχέτισης) και σ^2.

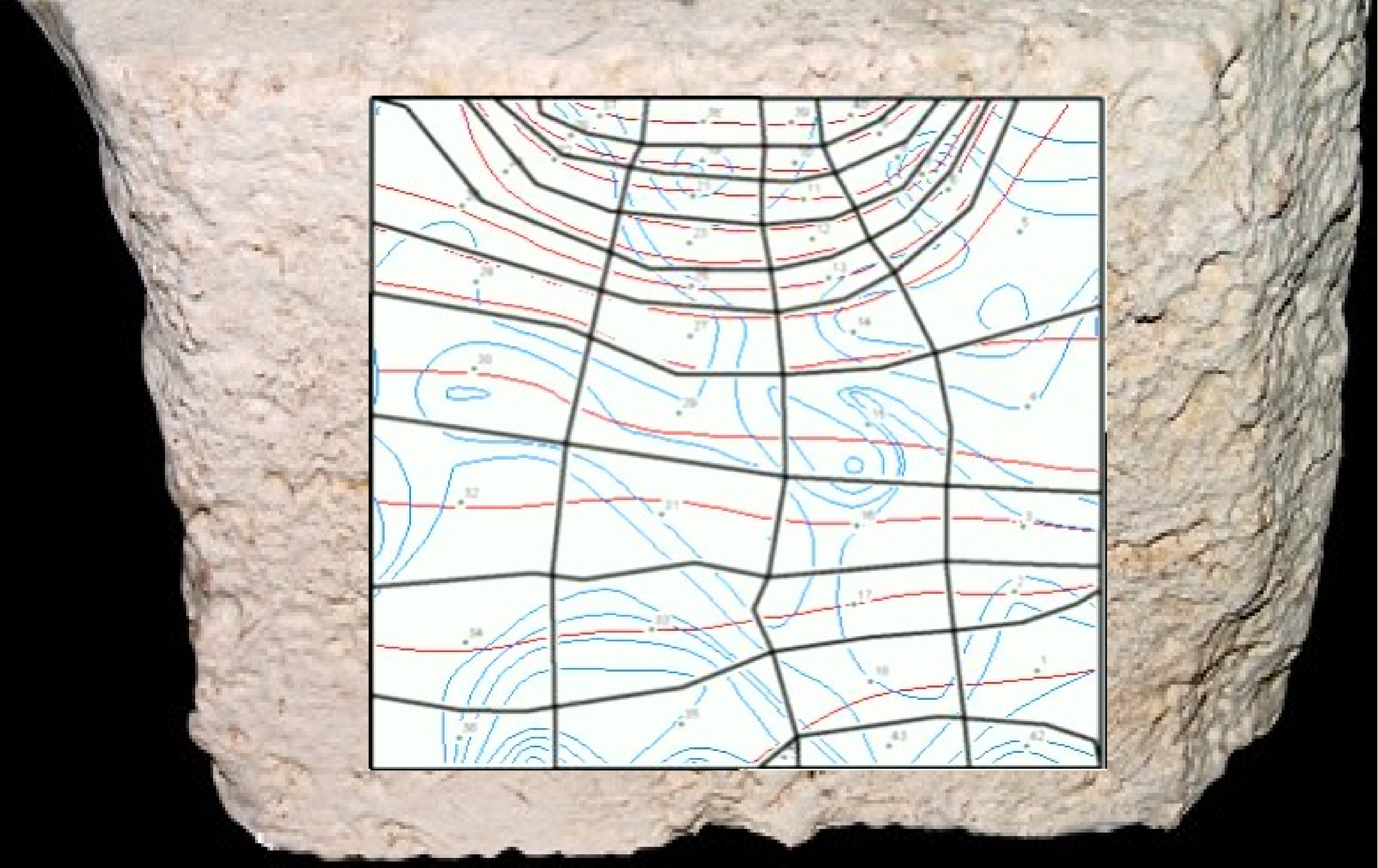
Στοχαστικά μοντέλα

Λογαριθμοκανονική κατανομή (0.01-0.1 m/s)

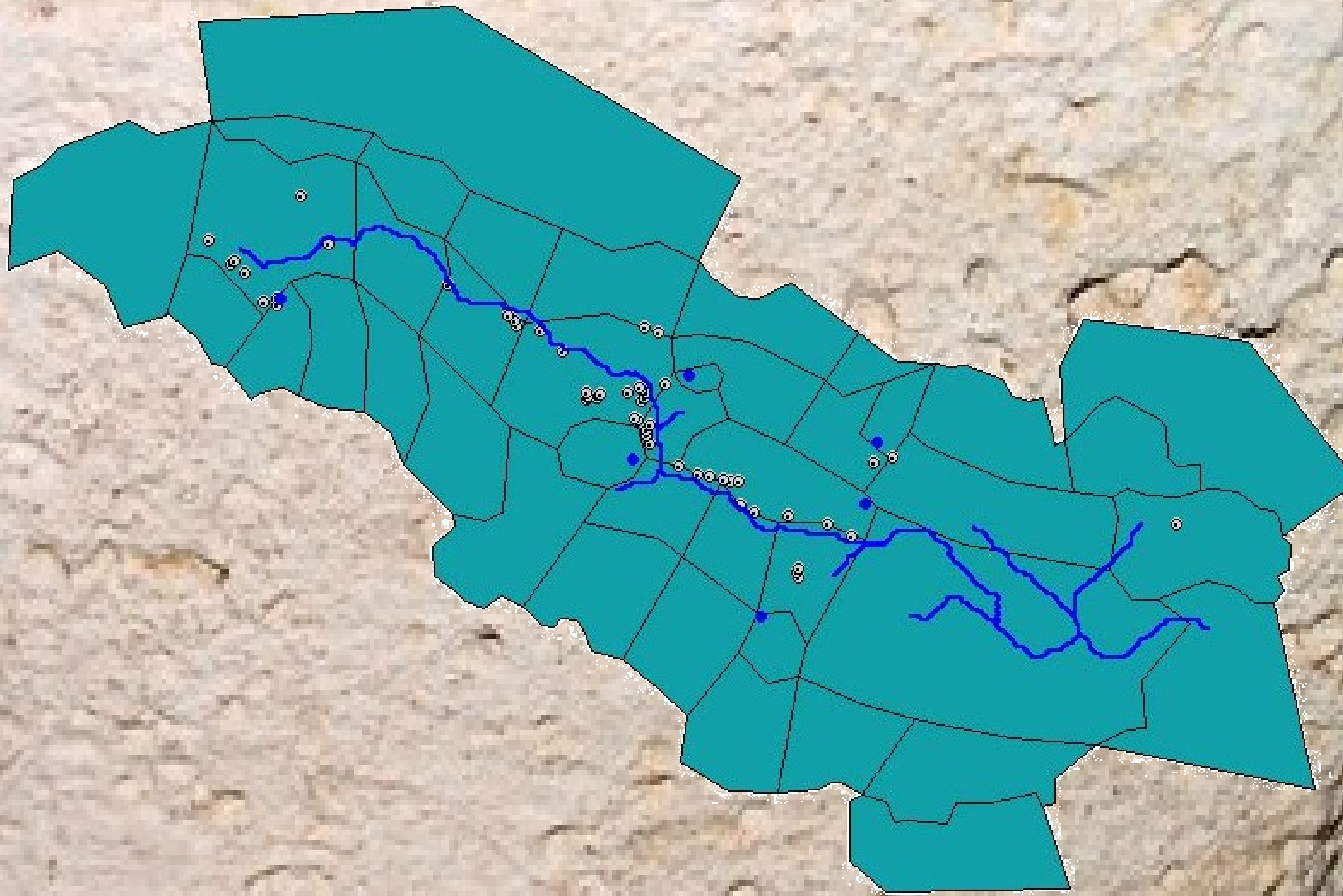


100×100
q=25
H=0.9
σ^2=0.01

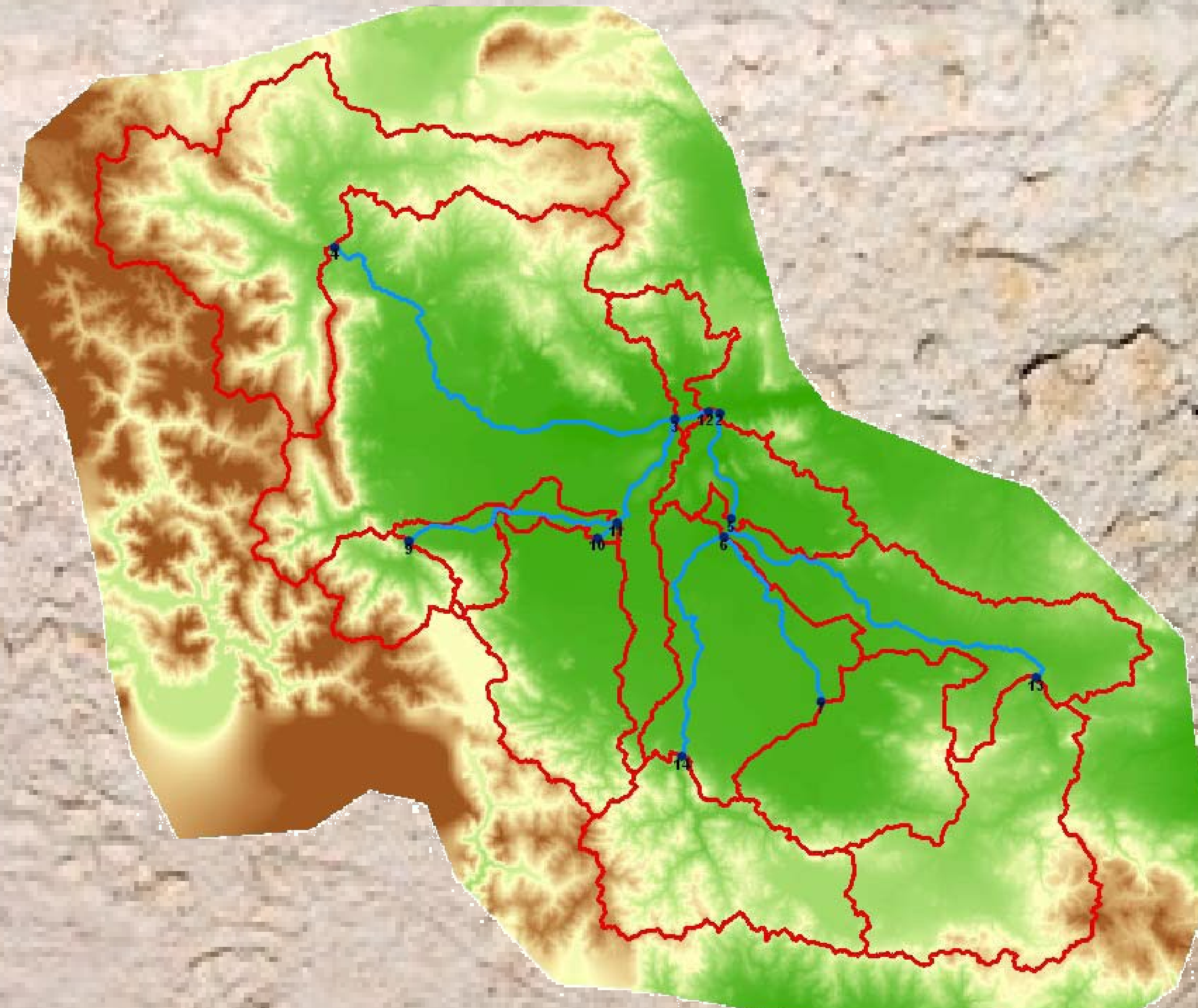
Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα



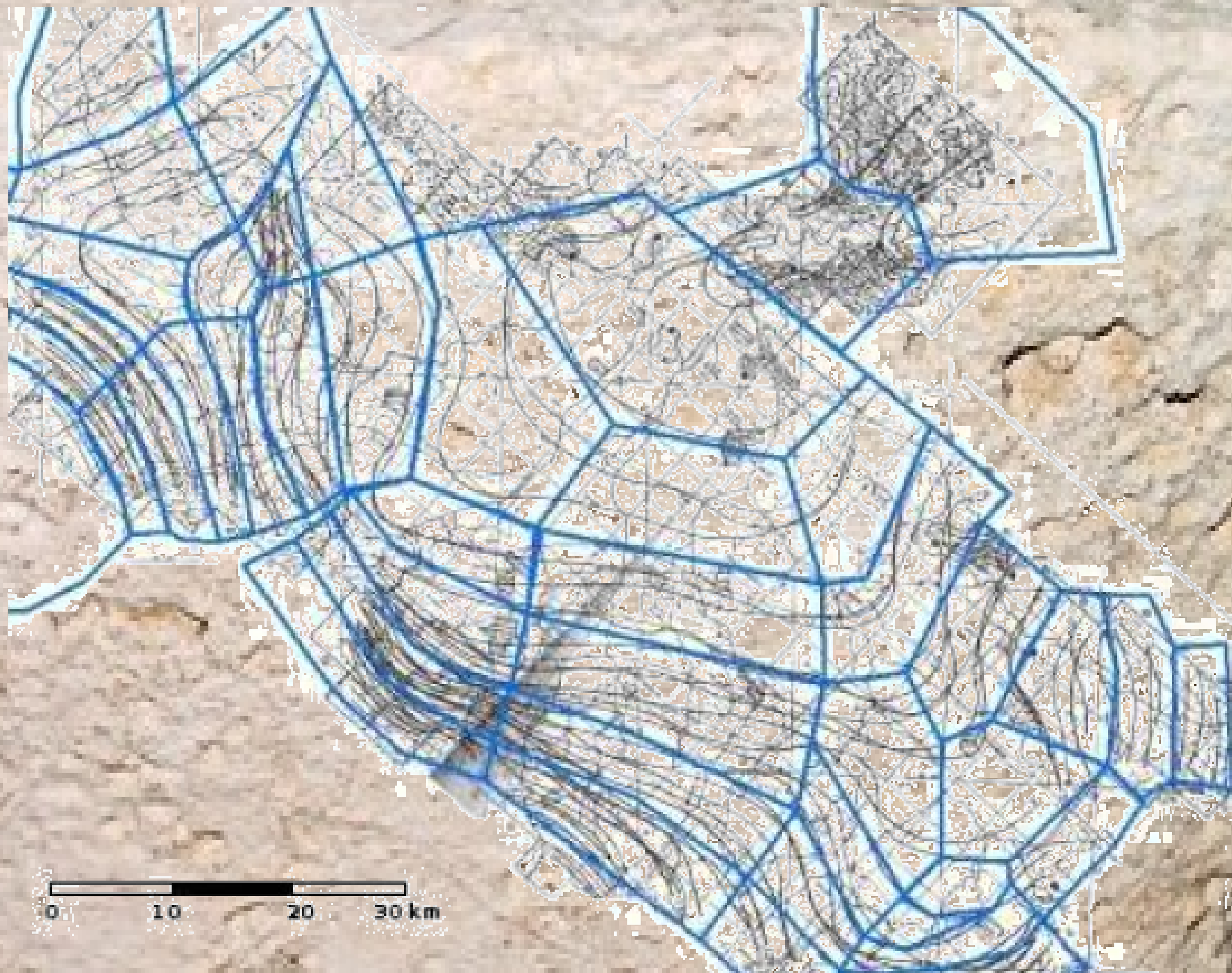
Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα



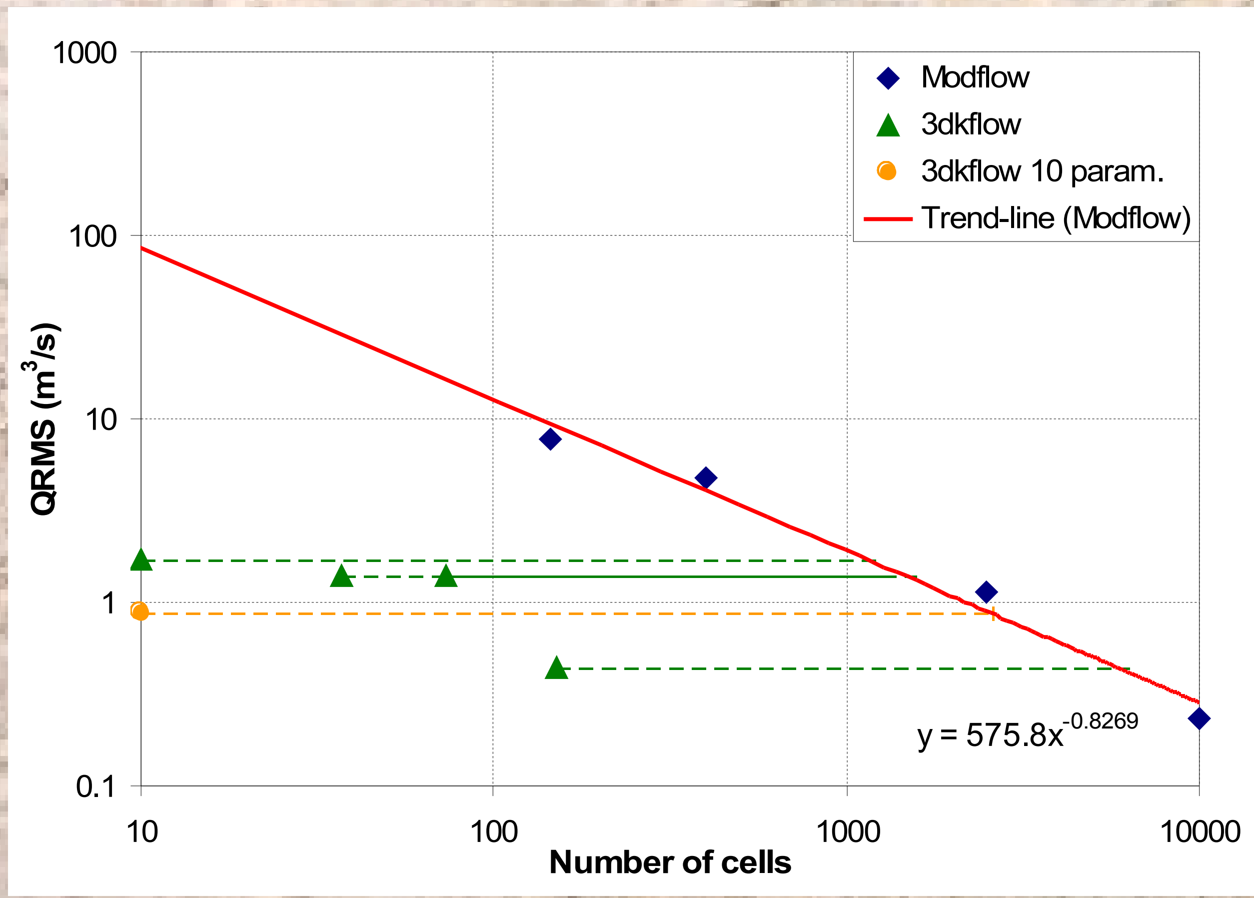
Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα



Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα



Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα



Ολιγοπαραμετρικά μοντέλα

Το σφάλμα λόγω απόκλισης του συστήματος αναφοράς από το κύριο σύστημα αξόνων κατά 1° είναι 19% (Wang and Allen, 1996)