

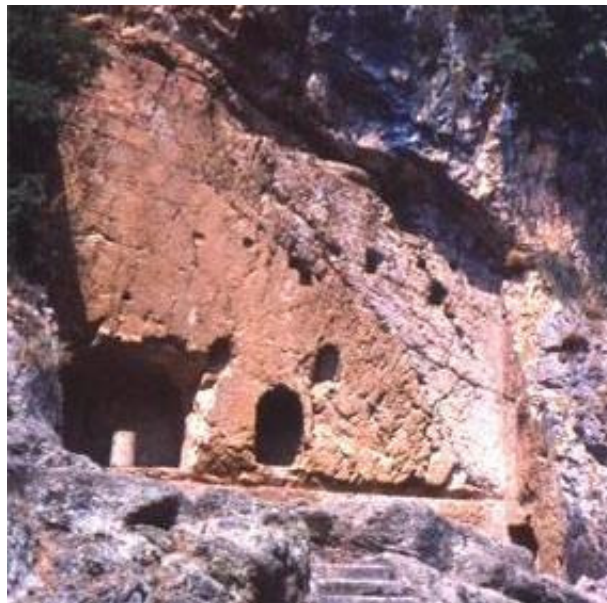
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ



**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ
ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟ
ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΣΕ ΗΜΕΡΗΣΙΕΣ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ
ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ**



Ιωάννης – Μηνάς Διαλυνάς

Αθήνα, Μάρτιος 2011

Επιβλέπων: Δημήτρης Κουτσογιάννης, Καθηγητής ΕΜΠ



Εξώφυλλο: Κασταλία κρήνη, Δελφοί

Ευχαριστίες

Φθάνοντας στην ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω κάποια πρόσωπα που με βοήθησαν σε αυτή την αρκετά δύσκολη προσπάθεια.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή Δημήτρη Κουτσογιάννη που μου ανέθεσε ένα τόσο σημαντικό και ενδιαφέρον θέμα, αναλαμβάνοντας την επίβλεψη αυτής της εργασίας. Θα ήθελα επίσης να τον ευχαριστήσω γιατί υπήρξε πολύ γενναιόδωρος στο χρόνο του και πάντα πρόθυμος να με βοηθήσει. Η επιρροή του και ο τρόπος σκέψης που μου μετάδωσε υπήρξαν πολύ βασικοί λόγοι που αποφάσισα να κατευθύνω τις μεταπτυχιακές σπουδές μου στο πεδίο των υδατικών πόρων.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά το φίλο μου Στέφανο Κοζάνη, ο οποίος πολύ υπομονετικά με βοήθησε στα πρώτα μου βήματα στη γλώσσα προγραμματισμού Delphi. Η υποστήριξη του Στέφανου υπήρξε πολύ σημαντική από την αρχή μέχρι το τέλος και συνεπώς συνέβαλε ουσιαστικά στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Ακόμη, ευχαριστώ θερμά το λέκτορα Νίκο Μαμάση για τις παρατηρήσεις του στο κείμενο που ακολουθεί, τον Δρ. Αντρέα Ευστρατιάδη για τις κατευθύνσεις του σχετικά με την *Κασταλία* και τους υποψήφιους διδάκτορες Σίμωνα, Γιάννη και Παναγιώτη για την συμπαράσταση και την ηθική υποστήριξη, την παρέα και τις πάσης φύσεως χρήσιμες και ενδιαφέρουσες συζητήσεις που είχαμε κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής μου με αυτή την εργασία.

Ιωάννης - Μηνάς Διαλυνάς

Μάρτιος 2011

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευχαριστίες	i
Περίληψη.....	v
Abstract	vi
1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Αντικείμενο της εργασίας – Ιστορικό.....	1
1.2 Διάρθρωση της εργασίας	1
2 Μαθηματικοί ορισμοί	2
2.1 Χαρακτηριστικά υδρολογικών ανελίξεων	2
2.1.1 Θεμελιώδεις στατιστικές έννοιες.....	2
2.1.2 Πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών.....	6
2.1.3 Υπολογισμός δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών	7
2.1.4 Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής.....	10
2.1.5 Το φαινόμενο της εμμονής.....	12
2.2 Η έννοια της στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης.....	15
2.2.1 Ορισμός.....	15
2.2.2 Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών.....	15
3 Σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών	17
3.1 Δομή του συστήματος «Κασταλία»	17
3.1.1 Απαιτήσεις μαθηματικού μοντέλου	17
3.1.2 Συνοπτική περιγραφή του σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών.....	19
3.2 Μεθοδολογία αναπαραγωγής της εμμονής	25
3.2.1 Γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς.....	25
3.2.2 Εκτίμηση παραμέτρων συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς	30
3.3 Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών.....	33
3.3.1 Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων (SMA)	33
3.3.2 Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλου κινούμενων μέσων (SMA).....	35
3.3.3 Γενίκευση του σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση	39
3.3.4 Διαδικασία γέννησης ετήσιων χρονοσειρών	40

3.4	Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών	41
3.4.1	Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR (1))	41
3.4.2	Διαδικασία γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών.....	44
3.5	Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών.....	46
3.5.1	Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής	46
3.5.2	Μοντέλο γραμμικής αναγωγής	48
3.5.3	Επαναληπτική διαδικασία τύπου Monte Carlo για το μηνιαίο PAR(1)	51
3.6	Γέννηση ημερήσιων χρονοσειρών.....	52
3.6.1	Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR (1))	52
3.6.2	Διατήρηση της ασυμμετρίας.....	55
3.6.3	Μετασχηματισμός ημερήσιων δεδομένων	56
3.6.4	Διατήρησης πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability dry).....	57
3.6.5	Διαδικασία γέννησης ημερήσιων χρονοσειρών.....	60
3.7	Αποκατάσταση συνέπειας ημερήσιων χρονοσειρών	61
3.7.1	Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής	61
3.7.2	Μοντέλο γραμμικής αναγωγής.....	63
3.7.3	Επαναληπτική διαδικασία τύπου Monte Carlo για το ημερήσιο PAR(1)	65
3.7.4	Σύνοψη πλήρους σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών	66
3.8	Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών.....	68
3.8.1	Συνήθεις μέθοδοι	68
3.8.2	Αλγόριθμος βελτιστοποίησης.....	69
3.9	Παραγωγή τυχαίων αριθμών.....	74
3.9.1	Κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III)	74
3.9.2	Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα.....	76
3.9.3	Προσαρμογή της κατανομής Pearson III για την παραγωγή αρνητικών ασυμμετριών	81
4	Σχεδιασμός υπολογιστικού συστήματος.....	82
4.1	Δομή και συνιστώσες του συστήματος.....	82
4.1.1	Υποσύστημα ανάκτησης και αποθήκευσης δεδομένων	83
4.1.2	Υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων	83
4.1.3	Υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών	84
4.1.4	Υποσύστημα γέννησης χρονοσειρών.....	84
4.1.5	Υποσύστημα παρουσίασης αποτελεσμάτων	85

5	Εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος	86
5.1	Δεδομένα και παράμετροι υδρολογικού σεναρίου	86
5.2	Αποτελέσματα εφαρμογής.....	101
5.2.1	Ημερήσιες συνθετικές χρονοσειρές	101
5.2.2	Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών ετήσιας κλίμακας.....	114
5.2.3	Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών μηνιαίας κλίμακας	120
5.2.4	Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών ημερήσιας κλίμακας	125
5.3	Συμπεράσματα	132
	Αναφορές	134
	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	140
A.1	Unit “Main”	141
A.2	Unit “cTypes”	177
A.3	Unit “Statistics”.....	220
A.4	Unit “PAR_Model”	281
A.5	Unit “AdjustingProcedures”	330

Περίληψη

Το υπολογιστικό σύστημα *Κασταλία* (Koutsoyiannis, D., and A. Efstratiadis, A stochastic hydrology framework for the management of multiple reservoir systems, Geophysical Research Abstracts, Vol. 3, European Geophysical Society, 2001) χρησιμοποιεί ένα πρωτότυπο σχήμα στοχαστικής ανάλυσης πολλών μεταβλητών και δύο χρονικών επιπέδων (από την ετήσια στη μηνιαία χρονική κλίμακα), κατάλληλο αφενός για την διατήρηση των ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών χρονοσειρών και αφετέρου για την αναπαραγωγή χαρακτηριστικών ιδιοτεροτήτων των υδρολογικών ανελίξεων, όπως της εμμονής, της περιοδικότητας και της ασυμμετρίας. Αναπτύχθηκε μια επέκταση (υποσύστημα) της *Κασταλίας*, όπου γίνεται εφαρμογή μιας μεθοδολογίας για την πολυμεταβλητή στοχαστική προσομοίωση και τον επιμερισμό μηνιαίων υδρολογικών χρονοσειρών σε ημερήσιες. Η αναβαθμισμένη έκδοση της *Κασταλίας* χρησιμοποιεί ένα πολυμεταβλητό σχήμα τριών επιπέδων, το οποίο διατηρεί τα παραπάνω χαρακτηριστικά ταυτόχρονα για την ετήσια, τη μηνιαία και την ημερήσια χρονική κλίμακα. Ακόμη, το σύστημα χειρίζεται αποτελεσματικά δυσκολίες που οφείλονται σε ιδιαιτερότητες των ημερήσιων υδρολογικών χρονοσειρών, όπως είναι οι μεγάλοι συντελεστές μεταβλητότητας, οι μεγάλες ασυμμετρίες και η διαλείπουσα συμπεριφορά της βροχόπτωσης (διατήρηση της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων). Έγινε χρήση του υπολογιστικού συστήματος για την παραγωγή συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών στα πλαίσια των μοντέλων προσομοίωσης που είναι συνιστώσες του συστήματος υποστήριξης αποφάσεων για τη διαχείριση υδροσυστημάτων.

Abstract

Castalia is a software package (Koutsoyiannis, D., and A. Efstratiadis, A stochastic hydrology framework for the management of multiple reservoir systems, Geophysical Research Abstracts, Vol. 3, European Geophysical Society, 2001) that uses an original two-level multivariate scheme (from annual to monthly time scale) appropriate for preserving the most important statistics of the historical time series and reproducing characteristic peculiarities of hydrological processes such as long-term persistence, periodicity and skewness. A module was developed as an expansion of Castalia, which implements a methodology for the multivariate stochastic simulation and disaggregation of monthly hydrological time series into daily series. This upgraded version of Castalia uses a three-level multivariate scheme that simultaneously preserves the above characteristics for the annual, monthly and daily time scale. Moreover, this module efficiently handles additional difficulties due to peculiarities which frequently appear in daily hydrological series, such as high variation coefficients, high values of skewness and intermittency (preservation of probability dry in rainfall). The computer system was applied for the generation of synthetic hydrological time series within simulation models that are components of a decision support system for hydrosystem management.

1 Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο της εργασίας – Ιστορικό

Η παρούσα εργασία περιγράφει το μαθηματικό υπόβαθρο για την ανάπτυξη ενός μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών που λαμβάνουν μέρος σε ένα υδροσύστημα, όπως των απορροών, βροχοπτώσεων και εξατμίσεων των ταμιευτήρων. Οι διαδικασίες αυτές έχουν ως απώτερο σκοπό την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών που διατηρούν τα χαρακτηριστικά των ιστορικών χρονοσειρών. Το υπολογιστικό σύστημα *Κασταλία* υλοποιείται ως τμήμα του λογισμικού διαχείρισης και επεξεργασίας υδρολογικών δεδομένων «Υδρογνώμων». Σε αυτή την εργασία αναπτύσσεται μια επέκταση (υποσύστημα) του συστήματος *Κασταλία* (Koutsoyiannis and Efstratiadis, 2001).

Πολλές από τις μεθοδολογίες που εφαρμόζονται στο σύστημα *Κασταλία* (Koutsoyiannis and Efstratiadis, 2001) βασίζονται σε πρωτότυπη ερευνητική εργασία της ομάδας του Ε.Μ.Π., κυρίως των Δ. Κουτσογιάννη, Α. Ευστρατιάδη, κ.α. Ιδιαίτερη δε συμβολή στην ανάπτυξη του συστήματος παρείχε ή ενασχόληση με το ερευνητικό έργο: «Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας» (1999-2003) στα πλαίσια του οποίου αναπτύχθηκε μία προγενέστερη έκδοση της *Κασταλίας*, προσανατολισμένη κυρίως στο σύστημα υδατικών πόρων της Αθήνας.

1.2 Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα εργασία περιλαμβάνει, εκτός από την εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), τρία ακόμα κεφάλαια και δύο παραρτήματα. Στο Κεφάλαιο 2 δίνονται ορισμένες θεμελιώδεις έννοιες, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση του στοχαστικού υδρολογικού μοντέλου που αναπτύχθηκε. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το μαθηματικό υπόβαθρο του μοντέλου. Στο Κεφάλαιο 4 αναφέρονται ορισμένα βασικά στοιχεία που σχετίζονται με τον σχεδιασμό του υπολογιστικού συστήματος. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται μια εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος και τα συμπεράσματα της εργασίας, ενώ στο Παράρτημα Α παρατίθεται τμήμα του πηγαίου κώδικα της αναβαθμισμένης έκδοσης της *Κασταλίας*.

2 Μαθηματικοί ορισμοί

Το κεφάλαιο που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) έπειτα από προσαρμογή).

2.1 Χαρακτηριστικά υδρολογικών ανελίξεων

2.1.1 Θεμελιώδεις στατιστικές έννοιες

Ως δειγματικός χώρος, Ω ορίζεται το σύνολο που τα στοιχεία του ω αντιστοιχούν στις δυνατές εκβάσεις ενός πειράματος ή μίας διεργασίας. Στις υδρολογικές διεργασίες ο δειγματικός χώρος ταυτίζεται με το σύνολο $[0, +\infty)$.

Τυχαία μεταβλητή (random variable) ονομάζεται μια συνάρτηση ορισμένη επί ενός δειγματικού χώρου (απεικόνιση του δειγματικού χώρου στο σύνολο των πραγματικών αριθμών), ενώ *οικογένεια γεγονότων* ονομάζεται μια συλλογή Φ υποσυνόλων του δειγματικού χώρου Ω .

Πιθανότητα P ονομάζεται η απεικόνιση μίας οικογένειας Φ υποσυνόλων του δειγματικού χώρου Ω στο διάστημα $[0,1]$. Συμβατικά, η τυχαία μεταβλητή συμβολίζεται με κεφαλαίο γράμμα X , ενώ η αριθμητική τιμή της συμβολίζεται με μικρό, x . Η παράσταση $\{X \leq x\}$ υποδηλώνει το γεγονός εκείνο που αποτελείται από όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου, τέτοια ώστε οι τιμές της X να είναι μικρότερες ή ίσες της ποσότητας x . Η πιθανότητα αυτού του γεγονότος συμβολίζεται με $P(X \leq x)$.

Συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X είναι μια συνάρτηση της πραγματικής μεταβλητής x που δίνεται από την εξίσωση:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (2.1.1)$$

Η συνάρτηση κατανομής αποκαλείται συχνά και αθροιστική συνάρτηση κατανομής ή πιθανότητα μη υπέρβασης και λαμβάνει τιμές από 0 έως 1.

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ονομάζεται η παράγωγος της συνάρτησης κατανομής:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.1.2)$$

Προφανώς ισχύει ότι:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (2.1.3)$$

Στην περίπτωση όπου F μη συνεχής τότε ορίζεται κατά αντιστοιχία ως συνάρτηση μάζας πιθανότητας:

$$p_k = F(x_k - x_{k-1}) \quad (2.1.4)$$

Αναμενόμενη τιμή ή προσδοκία της συνάρτησης $g(X)$ ορίζεται από τη σχέση:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (2.1.5)$$

όπου X : συνεχής τυχαία μεταβλητή και $g(X)$ είναι μια συνάρτηση της X .

Ειδικότερα:

Για $g(X) = X^r$, όπου $r = 0, 1, 2, \dots$, το μέγεθος:

$$m_X^{(r)} = E[X^r] \quad (2.1.6)$$

ονομάζεται *ροπή περί την αρχή τάξης r της X* .

Για $g(X) = X$, το μέγεθος:

$$m_X = E[X] \quad (2.1.7)$$

ονομάζεται *αναμενόμενη τιμή ή μέση τιμή* της τυχαίας μεταβλητής X . Η μέση τιμή περιγράφει τη θέση του κέντρου βάρους του σχήματος που ορίζει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής. Αν η εν λόγω κατανομή είναι συμμετρική, η μέση τιμή ταυτίζεται με την *πιθανότερη τιμή*, ήτοι την τιμή του X για την οποία μεγιστοποιείται η $f_X(x)$, καθώς και με την *διάμεσο* της κατανομής, ήτοι την τιμή του X για την οποία $P(X \leq x) = 0.5$.

Η μέση τιμή σε συνδυασμό με την *πιθανότερη τιμή* x_p ή *κορυφή* (η τιμή της μεταβλητής X για την οποία η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας γίνεται μέγιστη) και τη *διάμεσο* ($x_{0.5}$) (η τιμή της μεταβλητής για την οποία ισχύει $P(X \leq x_{0.5}) = P(X \geq x_{0.5}) = 1/2$) αποτελούν τις *παραμέτρους θέσης* της τυχαίας μεταβλητής.

Για $g(X) = (X - m_X)^r$, το μέγεθος:

$$\mu_X^{(r)} = E[(X - m)^r] \quad (2.1.8)$$

ονομάζεται *κεντρική ροπή τάξης r* της τυχαίας μεταβλητής X .

Κεντρική ροπή δεύτερης τάξης, δηλαδή το μέγεθος:

$$\sigma_X^2 = \mu_X^{(2)} = E[(X - m_X)^2] \quad (2.1.9)$$

ονομάζεται *διασπορά* της τυχαίας μεταβλητής X , και συμβολίζεται ακόμη και με $\text{Var}[X]$. Η διασπορά μιας τυχαίας μεταβλητής είναι μέτρο της συγκέντρωσης της πυκνότητας πιθανότητας γύρω από την μέση τιμή.

Τυπική απόκλιση (σ_X) ονομάζεται η τετραγωνική ρίζα της διασποράς, η οποία έχει ίδιες διαστάσεις με την τυχαία μεταβλητή.

Συντελεστής μεταβλητότητας ονομάζεται η αδιάστατη παράμετρος:

$$C_{V_X} = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.1.10)$$

και αποτελεί μέτρο της αβεβαιότητας ως προς την εκτίμηση της μεταβλητής X . Μεγάλη τιμή του συντελεστή C_{V_X} , ήτοι μεγάλη διασπορά σε σχέση με την μέση τιμή, συνεπάγεται μεγάλη αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση της μ_X . Ο συντελεστής C_{V_X} και η τυπική απόκλιση αποτελούν τις *παραμέτρους διασποράς* της τυχαίας μεταβλητής.

Η κεντρική ροπή τρίτης τάξης, ήτοι το μέγεθος:

$$\mu_X^{(3)} = E[(X - m_X)^3] \quad (2.1.11)$$

σχετίζεται με την ασυμμετρία της τυχαίας μεταβλητής X . Μηδενική τιμή της τρίτης κεντρικής ροπής δείχνει συμμετρική κατανομή. Αν η τρίτη ροπή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από το μηδέν, τότε η κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη ή αρνητικά

ασύμμετρη, αντίστοιχα. Στην περίπτωση των υδρολογικών μεταβλητών οι εξαιρετικά υψηλές τιμές εμφανίζονται με χαμηλή συχνότητα, επομένως η κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη και η μέση τιμή της μεταβλητής είναι μεγαλύτερη από την διάμεσο.

Αδιάστατο μέτρο της ασυμμετρίας είναι ο *συντελεστής ασυμμετρίας* που ορίζεται από την σχέση:

$$C_{sX} = \frac{\mu_X^{(3)}}{\sigma_X^{(3)}} \quad (2.1.12)$$

Η *κύρτωση* περιγράφει πόσο "αιχμηρή" είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας περί την κορυφή της και το σύνηθες μέτρο της είναι ο *συντελεστής κύρτωσης* που ορίζεται ως

$$C_{kX} = \frac{\mu_X^{(4)}}{\sigma_X^{(4)}} \quad (2.1.13)$$

Η *από κοινού συνάρτηση κατανομής* ζεύγους μεταβλητών (X, Y) ορίζεται ως εξής:

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \quad (2.1.14)$$

Σημειώνεται ότι οι συναρτήσεις $F_X(x) = P(X \leq x)$ και $F_Y(y) = P(Y \leq y)$ ονομάζονται *περιθώριες συναρτήσεις κατανομής* των X και Y , αντίστοιχα.

Με την προϋπόθεση ότι η F_{XY} είναι παραγωγίσιμη, η *από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* των μεταβλητών (X, Y) ορίζεται ως εξής:

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (2.1.15)$$

Προφανώς ισχύει ότι:

$$F_{XY}(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{XY}(x, y) dx dy \quad (2.1.16)$$

Η *αναμενόμενη τιμή* ή *προσδοκία* της συνάρτησης $g(X, Y)$ ορίζεται ως εξής:

$$E [g(X, Y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(X, Y) F_{XY}(x, y) dx dy \quad (2.1.17)$$

Το μέγεθος $E[X^p Y^q]$ ονομάζεται από κοινού ροπή τάξης $p + q$ των X και Y .

Αντίστοιχα, το μέγεθος: $E[(X - m_X)^p (Y - m_Y)^q]$ ονομάζεται από κοινού κεντρική ροπή τάξης $p + q$ των X και Y .

Από τις από κοινού κεντρικές ροπές η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη είναι η:

$$\sigma_{XY} = E[(X - m_X)(Y - m_Y)] = E[XY] - m_X m_Y \quad (2.1.18)$$

που ονομάζεται *συνδιασπορά* των τυχαίων μεταβλητών X και Y , και συμβολίζεται με $Cov[X, Y]$.

Διαιρώντας την συνδιασπορά με τις τυπικές αποκλίσεις σ_X και σ_Y των επιμέρους μεταβλητών, προκύπτει το αδιάστατο μέγεθος:

$$\rho_{XY} = \frac{Cov[XY]}{\sqrt{Var[X]Var[Y]}} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.1.19)$$

που ονομάζεται *συντελεστής συσχέτισης* και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Ο συντελεστής συσχέτισης αποτελεί σημαντική παράμετρο για την μελέτη της γραμμικής συσχέτισης δύο μεταβλητών. Αν η τιμή του r_{XY} είναι κοντά στο 1, τότε οι μεταβλητές X και Y παρουσιάζουν ισχυρή θετική συσχέτιση, ενώ αν η τιμή του r_{XY} είναι κοντά στο -1 , τότε οι μεταβλητές παρουσιάζουν ισχυρή αρνητική συσχέτιση. Αν η τιμή του r_{XY} είναι κοντά στο μηδέν, τότε οι μεταβλητές δεν παρουσιάζουν καμία συσχέτιση.

2.1.2 Πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών

Με τον όρο *στοχαστική ανέλιξη* (stochastic process) ονομάζουμε μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών X_t , όπου t η παράμετρος που λαμβάνει τιμές από ένα σύνολο T , και το οποίο συνήθως παριστάνει χρόνο (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 34). Μια υλοποίηση της στοχαστικής ανέλιξης, δηλαδή ένα σύνολο παρατηρήσεων x_t της X_t , διατεταγμένο σε αυστηρή χρονική ακολουθία, καλείται *χρονοσειρά* (time series). Στην περίπτωση που τα στατιστικά χαρακτηριστικά μιας ανέλιξης δεν μεταβάλλονται με το χρόνο, αυτή καλείται *στάσιμη* (stationary). Μια ανέλιξη ονομάζεται *στάσιμη* με την αυστηρή έννοια όταν η συνάρτηση κατανομής της δεν αλλάζει από την μετατόπιση στην διάσταση t , ενώ με την ευρεία έννοια εάν η μέση τιμή της είναι σταθερή και η αυτοσυνδιασπορά της εξαρτάται μόνο από την μετατόπιση στη διάσταση t . Μία ανέλιξη ονομάζεται *εργοδική* όταν κάθε

παράμετρος της κατανομής της μπορεί να προσδιοριστεί από μια απλή δειγματοσυνάρτηση της ανέλιξης (οι αναμενόμενες τιμές είναι ίσες με τους χρονικούς μέσους).

Από την οπτική γωνία της θεωρίας πιθανοτήτων, οι υδρολογικές διεργασίες αντιμετωπίζονται ως στοχαστικές ανελίξεις. Για παράδειγμα, η βροχόπτωση ή η παροχή ενός ποταμού σε μια συγκεκριμένη θέση κατά την χρονική στιγμή t είναι μια τυχαία μεταβλητή, δεδομένου ότι δεν υπάρχει προσδιοριστική μέθοδος καθορισμού της τιμής της με πλήρη βεβαιότητα. Κατά συνέπεια, η εν λόγω διεργασία είναι μια στοχαστική ανέλιξη σε συνεχή μάλιστα χρόνο, ενώ μια σειρά μετρήσεων της ανά τακτά χρονικά διαστήματα αποτελεί μια χρονοσειρά.

Τα υδρομετεωρολογικά μεγέθη εμφανίζουν *περιοδικές διακυμάνσεις* κατά την διάρκεια του έτους, οι οποίες προφανώς οφείλονται στην ετήσια κίνηση της γης και στα κλιματικά φαινόμενα που αυτή προκαλεί. Αυτές οι περιοδικές διακυμάνσεις προσδιορίζουν κατά κύριο λόγο τις υδρομετεωρολογικές διεργασίες. Η στοχαστική ανέλιξη X_t μπορεί να συμπεριλάβει και να περιγράψει μαθηματικά τις περιοδικές αυτές διακυμάνσεις, με την υπόθεση ότι η ανέλιξη δεν είναι στάσιμη, καθώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά της μεταβάλλονται περιοδικά, ανάλογα με την εποχή του έτους.

Εξάλλου, η τυχαία μεταβλητή X_t έχει *στοχαστική δομή* ή *αλλιώς μνήμη*, καθώς οι τιμές της για διάφορες τιμές του t είναι στατιστικά εξαρτημένες. Η μνήμη είναι θεμελιώδες χαρακτηριστικό όλων των υδρομετεωρολογικών διεργασιών και οφείλεται στην φυσική επίδραση των προηγούμενων πραγματοποιήσεων των ίδιων ή άλλων διεργασιών, με τις οποίες συνδέονται με σχέσεις αιτίου και αποτελέσματος. Για παράδειγμα, η μέση μηνιαία παροχή δύο διαδοχικών μηνών παρουσιάζει σημαντική εξάρτηση, εφόσον ένα αξιόλογο ποσοστό της απορροής του ποταμού προέρχεται από σχετικά σταθερή τροφοδοσία.

2.1.3 Υπολογισμός δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών

Οι παράμετροι που ορίστηκαν στην ενότητα 2.1.1 είναι θεωρητικά μεγέθη που αναφέρονται στον πληθυσμό, ήτοι το σύνολο όλων των δυνατών πραγματοποιήσεων της μεταβλητής X . Στην πράξη βεβαίως, αυτό που είναι γνωστό είναι ένα δείγμα n χρονικά διατεταγμένων παρατηρήσεων της X , δηλαδή μια χρονοσειρά, η οποία συμβολίζεται με (x_1, x_2, \dots, x_n) . Στα πλαίσια της ανάλυσης μιας χρονοσειράς υπολογίζονται τα λεγόμενα *δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά*, ήτοι ένα σύνολο αριθμητικών δεικτών που περιγράφουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του δείγματος και αποτελούν εκτιμήτριες των στατιστικών παραμέτρων του πληθυσμού.

Στο σημείο αυτό ας αναφέρουμε ότι μια στατιστική συνάρτηση της μορφής $\theta = \theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ονομάζεται *αμερόληπτη* (unbiased) εκτιμήτρια μιας παραμέτρου η του πληθυσμού εφόσον $E[\theta] = \eta$. Αυτό σημαίνει ότι αν ληφθούν άπειρα δείγματα, για κάθε ένα από τα οποία υπολογίζεται η εκτιμήτρια θ , τότε η μέση τιμή των θ ταυτίζεται με την τιμή της παραμέτρου θ_0 του πληθυσμού. Διαφορετικά είναι μεροληπτική εκτιμήτρια και η διαφορά ($E[\theta] - \eta$) ονομάζεται *μεροληψία*.

Συγκεκριμένα, η δειγματική μέση τιμή, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής μέσης τιμής m_X , υπολογίζεται από την σχέση:

$$\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1.20)$$

Η δειγματική διασπορά, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής διασποράς s_X^2 , υπολογίζεται από την σχέση:

$$s_X^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 \quad (2.1.21)$$

Η δειγματική τυπική απόκλιση, s_X , υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διασποράς.

Η δειγματική τρίτη κεντρική ροπή, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της αντίστοιχης πραγματικής ροπής $\mu_X^{(3)}$, υπολογίζεται από την σχέση:

$$\hat{\mu}_X^{(3)} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^3 \quad (2.1.22)$$

Αντίστοιχα, η δειγματική, μη αμερόληπτη ωστόσο, εκτιμήτρια του συντελεστή ασυμμετρίας είναι:

$$\xi_X = \frac{\hat{\mu}_X^{(3)}}{s_X^3} \quad (2.1.23)$$

Οι αυτοσυνδιασπορές και ετεροσυνδιασπορές αποτελούν δειγματικά χαρακτηριστικά των από κοινού συναρτήσεων κατανομής που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην υδρολογία.

Η δειγματική *αυτοσυνδιασπορά* (autocovariance) μιας χρονοσειράς για *χρονική υστέρηση* (lag) j υπολογίζεται από την σχέση:

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-1} (x_{t+j} - \mu_X)(x_t - \mu_X) \quad (2.1.24)$$

Αν διαιρέσουμε την αυτοσυνδιασπορά με την δειγματική διασπορά, προκύπτει ο αδιάστατος *συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση j*, που συμβολίζεται με ρ_j και λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Η γραφική απεικόνιση των ρ_j συναρτήσεων της χρονικής υστέρησης ονομάζεται *αυτοσυσχετόγραμμα*.

Χαρακτηριστικός είναι ο πρώτος όρος της ακολουθίας ρ_j , δηλαδή ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για χρονική υστέρηση ίση με 1, που υπολογίζεται ως:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (x_{t+1} - \mu_X)(x_t - \mu_X)}{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^2} \quad (2.1.25)$$

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 αποτελεί μέτρο της βραχυπρόθεσμης μνήμης μιας υδρολογικής διεργασίας. Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μιας χρονοσειράς εκφράζει το πόσο καλά εκτιμάται η τιμή x_{t+1} , αν θεωρηθεί γραμμική συνάρτηση της x_t . Το τετράγωνο του συντελεστή αυτοσυσχέτισης ισούται με τον γνωστό *συντελεστή προσδιορισμού* (r^2) της γραμμικής παλινδρόμησης.

Αντίστοιχα με τον δειγματικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης, ορίζεται ο δειγματικός *συντελεστής ετεροσυσχέτισης για υστέρηση j* δύο χρονοσειρών X και Y . Πιο πολύ ενδιαφέρον παρουσιάζει ο *συντελεστής ετεροσυσχέτισης μηδενικής υστέρησης*, που υπολογίζεται από την σχέση:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)(y_t - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^2 \sum_{t=1}^n (y_t - \mu_Y)^2}} \quad (2.1.26)$$

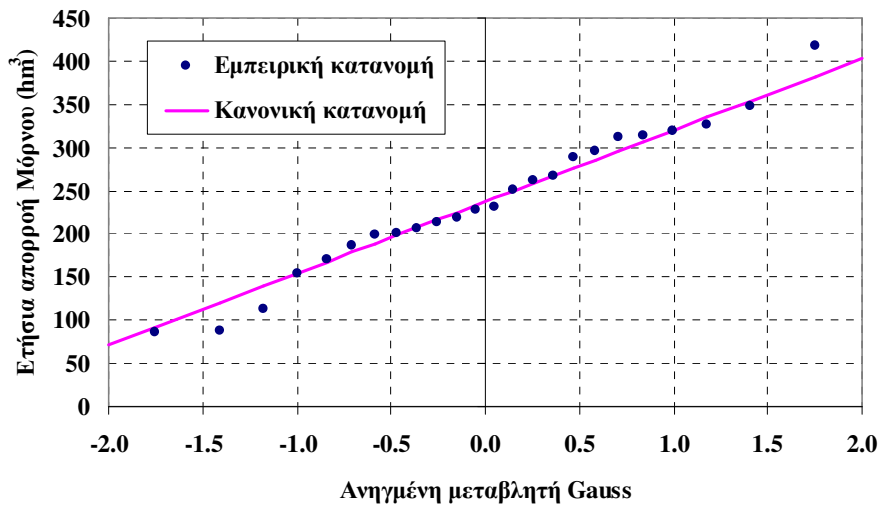
Ο *συντελεστής ετεροσυσχέτισης* αποτελεί μέτρο της αλληλεξάρτησης δυο υδρολογικών διεργασιών, που είτε συνδέονται με σχέση αιτίου-αποτελέσματος ή αναφέρονται σε λεκάνες με κοινή υδρολογική δίαυτα.

2.1.4 Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής

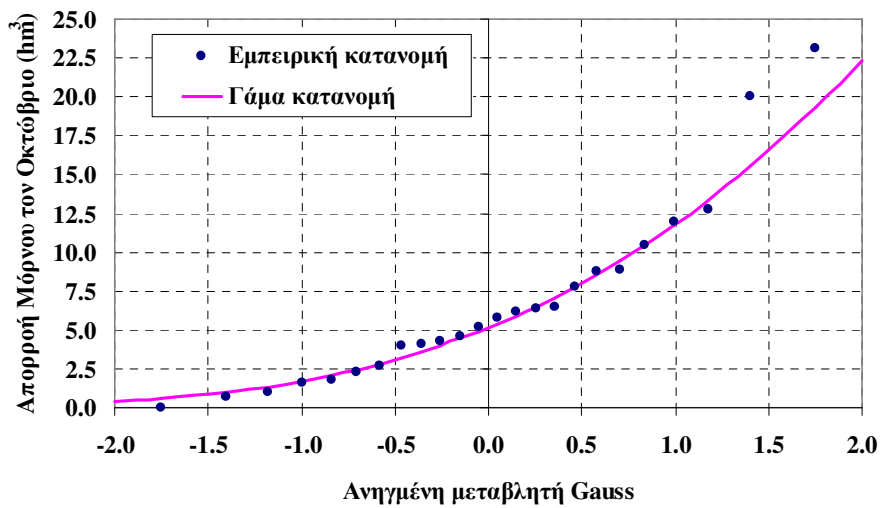
Εφόσον μια χρονοσειρά προέρχεται από μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη έχει νόημα ο προσδιορισμός της μίας και μοναδικής περιθώριας συνάρτησης κατανομής της υπόψη μεταβλητής, αφού η συνάρτηση κατανομής παραμένει σταθερή στο χρόνο. Μέσω της συνάρτησης κατανομής είναι δυνατή η ποσοτικοποίηση της υδρολογικής αβεβαιότητας και η πραγματοποίηση προγνώσεων, καθώς με βάση τον ορισμό που δόθηκε στην ενότητα 2.1.1 κάθε τιμή της μεταβλητής συνδέεται με μια πιθανότητα υπέρβασης.

Στην βιβλιογραφία διατίθεται ένα πολύ μεγάλο φάσμα μοντέλων κατανομών πιθανοτήτων, ορισμένα από τα οποία ενδείκνυνται για υδρολογικές εφαρμογές (Κουτσογιάννης, 1997, κεφ. 6). Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από την φύση της εξεταζόμενης ανέλιξης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, υπάρχουν θεωρητικοί λόγοι για τους οποίους μια υδρολογική μεταβλητή αναμένεται να ακολουθεί συγκεκριμένο τύπο κατανομής, ενώ άλλες φορές ο τύπος της κατανομής επιλέγεται με βάση την υδρολογική εμπειρία ή ακόμη τα ιδιαίτερα στατιστικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου δείγματος. Συχνά, οι ετήσιες υδρολογικές μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή, το οποίο είναι αποτέλεσμα του *κεντρικού οριακού θεωρήματος*, βάσει του οποίου ένα άθροισμα τυχαίων μεταβλητών οποιασδήποτε κατανομής είναι επίσης τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί κανονική κατανομή. Οι μηνιαίες και οι ημερήσιες υδρολογικές μεταβλητές συχνά ακολουθούν κατανομή γάμα, ειδική περίπτωση της οποίας είναι η κανονική κατανομή. Η κατανομή γάμα θεωρείται κατάλληλη για δείγματα με μη μηδενικό συντελεστή ασυμμετρίας. Στην ενότητα 3.9, περιγράφεται αναλυτικά η κατανομή γάμα και η μεθοδολογία προσαρμογής της.

Στα Σχήματα 2.1 και 2.2 (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) δίνονται δυο παραδείγματα προσαρμογής της κανονικής και γάμα κατανομής, στο δείγμα των ετήσιων τιμών και το δείγμα των μηνών του μήνα Οκτωβρίου, αντίστοιχα, τα οποία αναφέρονται στην απορροή της λεκάνης του Μόρνου. Το γεγονός ότι η ασυμμετρία του ετήσιου δείγματος είναι πρακτικά μηδενική αποτελεί ισχυρή ένδειξη της καταλληλότητας της κανονικής κατανομής, που σε χαρτί κανονικής κατανομής απεικονίζεται ως ευθεία. Από την άλλη πλευρά, ο συντελεστής ασυμμετρίας της χρονοσειράς απορροής του Οκτωβρίου είναι πολύ υψηλός (ίσως με 1.57), γεγονός που καθιστά αναγκαία την προσαρμογή ασύμμετρης κατανομής, όπως για παράδειγμα της κατανομής γάμα.



Σχήμα 2.1: Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής του ετήσιου όγκου απορροής του Μόρνου, σε χαρτί κανονικής κατανομής (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).



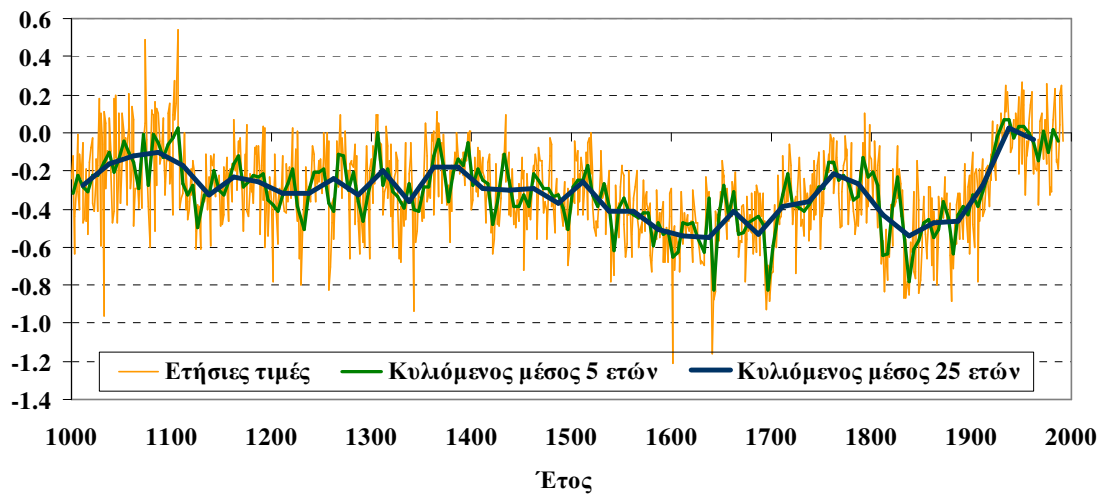
Σχήμα 2.2: Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής του όγκου απορροής του Μόρνου τον μήνα Οκτώβριο, σε χαρτί κανονικής κατανομής (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

2.1.5 Το φαινόμενο της εμμονής

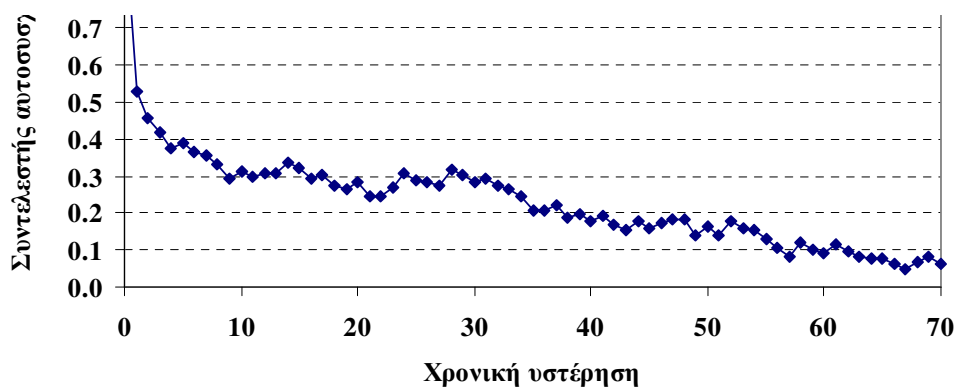
Η μακροπρόθεσμη *εμμονή* (persistence) των υδρολογικών χρονοσειρών ανακαλύφθηκε από τον *Hurst* (1951), στα πλαίσια μελέτης του φράγματος του Ασουάν (Aswan High Dam). Ο *Hurst*, αναλύοντας τις χρονοσειρές του ποταμού Νείλου καθώς και άλλες υδρολογικές και γεωφυσικές χρονοσειρές που ήταν διαθέσιμες για αρκετές εκατοντάδες έτη, διαπίστωσε την ιδιότητα των υγρών και ξηρών ετών να εμφανίζονται κατά ομάδες, σχηματίζοντας μακρές περιόδους υψηλής και χαμηλής υδροφορίας, αντίστοιχα. Έκτοτε, η μακροπρόθεσμη εμμονή των φυσικών χρονοσειρών έλαβε την ονομασία *φαινόμενο Hurst* (Hurst phenomenon), ενώ αργότερα εισήχθη από τον γνωστό μαθηματικό Mandelbrot η έκφραση *φαινόμενο Ιωσήφ* (όρος που προέρχεται από την γνωστή Βιβλική αφήγηση των επτά παχίων και επτά ισχνών αγελάδων, που αντιπροσωπεύουν επτά χρόνια υδροφορίας και επτά χρόνια ξηρασίας στην περιοχή της Αιγύπτου).

Εντούτοις, η μακροπρόθεσμη εμμονή δεν εμφανίζεται ως στατιστικό χαρακτηριστικό μόνο των υδρολογικών χρονοσειρών. Έχει πλέον αποδειχθεί ότι το φαινόμενο *Hurst* παρατηρείται σε ένα πλήθος κλιματολογικών και γεωφυσικών χρονοσειρών, όπως χρονοσειρών διακυμάνσεων εντάσεως ανέμων (Haslett & Raftery, 1989), χρονοσειρών διακυμάνσεως της μέσης παγκόσμιας θερμοκρασίας (Bloomfield, 1992), χρονοσειρών απορροών του ποταμού Νείλου (Eltahir, 1996), του ποταμού Βάρτα στην Πολωνία (Radziejewski & Kundzewicz, 1997), χρονοσειρών ημερήσιων και μηνιαίων εισροών στην λίμνη Ματζόρε στην Ιταλία (Montanari *et al.*, 1997), χρονοσειρών ετησίων απορροών ποταμών κατά μήκος της Ηπειρωτικής Αμερικής (Vogel *et al.*, 1998) και χρονοσειρών πάχους δακτυλίων δένδρων (Koutsoyiannis, 2002b).

Η μακροπρόθεσμη εμμονή των χρονοσειρών που περιγράφουν φυσικές διεργασίες εμφανίζεται με την μορφή υψηλών θετικών τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για μεγάλη χρονική υστέρηση, της τάξης των δεκάδων ή και εκατοντάδων ετών. Στο Σχήμα 2.3 (*Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004*) απεικονίζεται το διάγραμμα της ανακατασκευασμένης χρονοσειράς μέσης ετήσιας θερμοκρασίας του Βορείου Ημισφαιρίου, μήκους 992 ετών (*Jones et al.*, 1998). Στο διάγραμμα, είναι εμφανής η ύπαρξη διαταραχών κάθε κλίμακας, όπως προκύπτει από την μη ομαλή διακύμανση των κυλιόμενων μέσων όρων των 5 και 25 ετών. Στο Σχήμα 2.4 (*Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004*) απεικονίζεται το αυτοσυσχετόγραμμα της ίδιας χρονοσειράς για τα πρώτα 70 βήματα χρονικής υστέρησης, το οποίο παρουσιάζει την χαρακτηριστική μορφή πλατειάς «ουράς». Παρατηρείται δηλαδή ότι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης της χρονοσειράς παραμένουν εμφανώς μεγαλύτεροι του μηδενός, ακόμη και για μεγάλη χρονική υστέρηση. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει την ύπαρξη μακροπρόθεσμης εμμονής της χρονοσειράς.



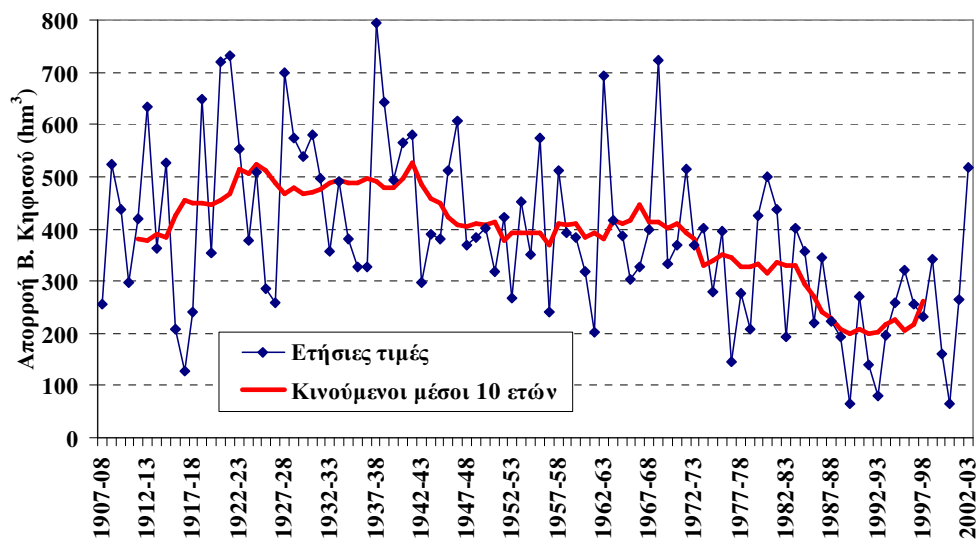
Σχήμα 2.3: Γραφική παράσταση χρονοσειράς μέσω ετήσιων θερμοκρασιών Βορείου Ημισφαιρίου και κυλιόμενων μέσων όρων 5 και 25 ετών (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).



Σχήμα 2.4: Αυτοσυσχετόγραμμα χρονοσειράς μέσω ετήσιων θερμοκρασιών Βορείου Ημισφαιρίου (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η εμπειρική τεκμηρίωση του φαινομένου της εμμονής μέσω του αυτοσυσχετογράμματος μιας χρονοσειράς είναι εξαιρετικά δύσκολη, δεδομένου ότι απαιτείται δείγμα μετρήσεων εκατοντάδων ετών ώστε να είναι δυνατή η αμερόληπτη εκτίμηση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μεγάλη χρονική υστέρηση. Ακόμη και παγκοσμίως, τα διαθέσιμα δεδομένα υδρομετεωρολογικών μετρήσεων σπανίως ξεπερνούν σε μήκος τα 100-150 έτη. Στον ελληνικό χώρο, το μεγαλύτερο δείγμα απορροής είναι αυτό του Βοιωτικού Κηφισού, που καλύπτει μια περίοδο 96 υδρολογικών ετών (1908-09 έως 2002-03). Στο Σχήμα 2.5 (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) απεικονίζεται η ετήσια απορροή του ποταμού, στην έξοδο της λεκάνης του, καθώς και το

διάγραμμα των κινούμενων μέσων όρων 10 ετών. Στο δείγμα είναι εμφανής η ύπαρξη του φαινομένου της εμμονής, το οποίο διαπιστώνεται από την ύπαρξη διακυμάνσεων στην μέση τιμή διαφόρων χρονικών περιόδων.



Σχήμα 2.5: Διακύμανση ετήσιας απορροής Βοιωτικού Κηφισού στην έξοδο της λεκάνης και κινούμενοι μέσοι όροι 10 ετών (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

Σχετικά με τους μηχανισμούς γέννησης του φαινομένου της μακροπρόθεσμης εμμονής, μπορεί να ειπωθεί ότι οφείλει την ύπαρξή του στην ταυτόχρονη εμφάνιση πολλών τυχαίων διαταραχών στα μέσα στατιστικά χαρακτηριστικά των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών, σε διάφορες χρονικές κλίμακες (Koutsoyiannis, 2002, 2003). Η αναπαραγωγή της εμμονής θεωρείται κρίσιμος παράγοντας όσον αφορά τον ορθολογικό σχεδιασμό και διαχείριση συστημάτων υδραυλικών έργων (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993). Πράγματι, το φαινόμενο της εμμονής φαίνεται ότι σχετίζεται άμεσα με την εμφάνιση παρατεταμένων ξηρασιών (όπως αυτή που έπληξε την Ελλάδα κατά την εξαετία 1988-94) καθώς και την εμφάνιση υδροκλιματικών αλλαγών (Evans, 1996· Koutsoyiannis, 2003). Τόσο η φυσική ερμηνεία του φαινομένου όσο και η μαθηματική περιγραφή του έχουν αποτελέσει αντικείμενο ιδιαίτερου ερευνητικού ενδιαφέροντος. Ολοκληρωμένη επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας κάνει ο Λαγγούσης (2003).

2.2 Η έννοια της στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης

2.2.1 Ορισμός

Ο όρος *στοχαστική προσομοίωση* (stochastic simulation) είναι πολύ γενικός, και αναφέρεται σε υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούν γεννήτριες τυχαίων αριθμών τόσο για την ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων όσο και για την επίλυση δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων, τα οποία δεν έχουν αναλυτική λύση, ενώ η αριθμητική τους επίλυση είναι εξαιρετικά χρονοβόρα. Στην βιβλιογραφία, η στοχαστική προσομοίωση απαντά και ως *μέθοδος Monte Carlo*.

Η μελέτη πολύπλοκων συστημάτων που διέπονται από αβεβαιότητες αποτελεί τυπικό πεδίο εφαρμογής της μεθόδου της στοχαστικής προσομοίωσης. Σε ένα πολύπλοκο σύστημα, δεν είναι απόλυτα γνωστοί οι μηχανισμοί λειτουργίας του ούτε και τα δεδομένα εισόδου (στατικά ή δυναμικά).

Ένα τέτοιο σύστημα μελετάται για διάφορα σενάρια παραμέτρων ή δεδομένων εισόδου, τα οποία παράγονται με κάποιον συστηματικό τρόπο (π.χ., παράγονται τυχαίες διαταραχές γύρω από μια μέση τιμή). Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ένα φάσμα δυνατών αποκρίσεων του συστήματος, το οποίο είναι τόσο πιο περιεκτικό σε πληροφορία όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σεναρίων που διερευνάται. Συνεπώς, η στοχαστική προσομοίωση μπορεί να θεωρηθεί και ως ένα «μαθηματικό πείραμα» που εκτελείται στον υπολογιστή (Ripley, 1987, σ. 2).

2.2.2 Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών

Από την πληθώρα των πηγών αβεβαιότητας που διέπει την λειτουργία ενός συστήματος υδατικών πόρων, σημαντικότερη ασφαλώς είναι η υδρολογική. Αυτή συναρτάται με την αδυναμία πρόβλεψης της εξέλιξης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, η χαοτική συμπεριφορά των οποίων καθιστά ανέφικτη την πραγματοποίηση ασφαλών προγνώσεων για χρονικό ορίζοντα πέραν των λίγων ημερών. Ωστόσο, η χρονική κλίμακα ημερών είναι απολύτως ανεπαρκής για την διαχείριση υδροσυστημάτων, δεδομένου ότι η ανάγκη υπερετήσιας ρύθμισης ενός τέτοιου συστήματος προϋποθέτει την προσομοίωση της λειτουργίας του για χρονικό ορίζοντα πολλών ετών.

Η αδυναμία πρόγνωσης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών με χρήση προσδιοριστικών μοντέλων οδήγησε στην εναλλακτική θεώρησή τους ως τυχαίων μεταβλητών και την αντιμετώπισή τους με τη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων (βλ.

2.1.1). Στις αρχές της εν λόγω θεωρίας βασίζονται τα *στοχαστικά υδρολογικά μοντέλα*, ήτοι ένα σύνολο εξισώσεων που περιγράφουν στατιστικά τις συσχετίσεις των υδρολογικών διεργασιών, ποσοτικοποιώντας την αβεβαιότητα γύρω από την εξέλιξή τους. Τα μοντέλα αυτά εφαρμόζονται για την γέννηση *συνθετικών χρονοσειρών* που είναι συνεπείς με τις ιστορικές, δηλαδή αναπαράγουν την στατιστική δομή και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων υδρολογικών διεργασιών. Οι συνθετικές υδρολογικές χρονοσειρές χρησιμοποιούνται ως είσοδος σε μοντέλα στοχαστικής προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων.

Ένας άλλος παράγοντας που καθιστά αναγκαία την χρήση συνθετικών χρονοσειρών, και μάλιστα μεγάλου μήκους, είναι η υιοθέτηση υψηλών επιπέδων *αξιοπιστίας*, τόσο κατά τη φάση σχεδιασμού όσο και λειτουργίας των συστημάτων υδατικών πόρων. Η αξιοπιστία ενός συστήματος ορίζεται ως η πιθανότητα επίτευξης μιας συγκεκριμένης επίδοσης, για καθορισμένο χρονικό διάστημα και καθορισμένες συνθήκες (*Chow et al.*, 1988, σ. 434). Συμπληρωματική της έννοιας της αξιοπιστίας είναι η πιθανότητα αστοχίας. Σε ορισμένες απλές περιπτώσεις, η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος υδατικών πόρων είναι δυνατόν να γίνει αναλυτικά, με την προσαρμογή κατάλληλων στατιστικών μοντέλων (π.χ. εκτίμηση της περιόδου επαναφοράς μιας καταιγίδας ή της πιθανότητας υπέρβασης μιας συγκεκριμένης τιμής παροχής). Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό εφόσον αναφερόμαστε σε πολύπλοκα τεχνητά υδροσυστήματα, που διαταράσσουν το φυσικό καθεστώς υδρολογικής λειτουργίας, ρυθμίζοντας την απορροή των λεκανών τόσο χρονικά (αποθήκευση νερού και απόδοσή του μεταγενέστερα) όσο και χωρικά (μεταφορά νερού μεταξύ ταμιευτήρων). Από την άλλη πλευρά, ένα τέτοιο σύστημα απαιτείται να λειτουργεί με εξαιρετικά υψηλή αξιοπιστία, δεδομένου ότι τυχόν αστοχία στην ικανοποίηση της υδρευτικής ζήτησης αναμένεται να έχει δραματικές κοινωνικές και οικονομικές επιπτώσεις. Συνεπώς, η ασφαλής εκτίμηση της αξιοπιστίας του προϋποθέτει την ύπαρξη προσομοιωμένων χρονοσειρών απολήψεων για χρονικό ορίζοντα που υπερβαίνει κατά πολύ το σύνηθες μήκος των ιστορικών δειγμάτων.

Συνοψίζοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι η στοχαστική προσομοίωση με χρήση συνθετικών χρονοσειρών κρίνεται απόλυτα αναγκαία για την ορθολογική διαχείριση πολύπλοκων υδροσυστημάτων, αφού δεν τίθενται περιορισμοί ως προς το χρονικό ορίζοντα μελέτης, καθώς δεν χρησιμοποιούνται τα ίδια ιστορικά δείγματα (που κατά κανόνα έχουν μικρό μήκος και πρακτικά μηδενική πιθανότητα επανάληψης στο μέλλον) αλλά τα στατιστικά τους χαρακτηριστικά, είναι εφικτή η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων ως προς την αξιοπιστία του συστήματος για ακραία αποδεκτά επίπεδα πιθανότητας (π.χ. 1%) και διερευνάται η επίδοση του συστήματος έναντι ενός μεγάλου φάσματος υδροκλιματικών σεναρίων.

3 Σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών

3.1 Δομή του συστήματος «Κασταλία»

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (προέλευση: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) έπειτα από προσαρμογή).

3.1.1 Απαιτήσεις μαθηματικού μοντέλου

Το σύστημα «Κασταλία» ικανοποιεί πλήρως όλες τις απαιτήσεις που πρέπει να έχει ένα σύστημα αναπαραγωγής χαρακτηριστικών ιστορικών χρονοσειρών διαφόρων μεταβλητών που αναφέρονται σε χωρικά κατανομημένα στοιχεία των υδροσυστημάτων, όπως για παράδειγμα σε ταμιευτήρες. Στη συνέχεια περιγράφεται η δομή και ο τρόπος λειτουργίας τους συστήματος «Κασταλία».

Μέσω του συστήματος «Κασταλία» πραγματοποιείται η στοχαστική ανάλυση πλήθους δειγμάτων μεταβλητών, οι οποίες αναφέρονται σε διάφορες υδρολογικές διεργασίες στην ίδια θέση, ή / και σε υδρολογικές διεργασίες σε πολλές θέσεις, οι οποίες όμως πρέπει να είναι συσχετισμένες μεταξύ τους ανήκοντας σε συστήματα με κοινή υδρολογική διαίτα, όπως για παράδειγμα σε μια λεκάνη απορροής. Η ανάλυση των δειγμάτων και η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω στοχαστικών μοντέλων πραγματοποιείται σε τρία χρονικά επίπεδα: στο πρώτο πραγματοποιείται η γέννηση συνθετικών χρονοσειρών ετήσιας χρονικής κλίμακας, στο δεύτερο η γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίας χρονικής κλίμακας, ενώ στο τρίτο επίπεδο γεννώνται συνθετικές χρονοσειρές ημερήσιας χρονικής κλίμακας. Η γέννηση χρονοσειρών σε ετήσια κλίμακα γίνεται μέσω στοχαστικών μοντέλων που αναπαράγουν τη μακροπρόθεσμη εμμόνη των υδρολογικών διεργασιών, ενώ στην περίπτωση της μηνιαίας και της ημερήσιας κλίμακας αναπαράγεται η περιοδικότητα που παρουσιάζουν οι διεργασίες.

Το μοντέλο διατηρεί τη στοχαστική χωρική και χρονική εξάρτηση των υδρολογικών μεταβλητών. Η χωρική εξάρτηση αναφέρεται στη συγγένεια της κοινής υδρολογικής διαίτας σε γειτονικές θέσεις ή λεκάνες και μπορεί να αναφέρεται σε διαφορετικά στοχαστικά εξαρτημένα υδρολογικά μεγέθη, όπως για παράδειγμα η βροχή και η απορροή. Αντίστοιχα, η χρονική εξάρτηση οφείλεται στη μνήμη (βραχυπρόθεσμη εμμόνη) των υδρολογικών μεγεθών (εξάρτηση ενός μεγέθους από τις τιμές των αμέσως προηγούμενων βημάτων). Κατά τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών διατηρείται η εξάρτηση των μεταβλητών στο χώρο και στο χρόνο, καθώς αναπαράγονται όλες οι

ουσιώδεις συνδιασπορές, δηλαδή τις ετεροσυσχετίσεις μηδενικής τάξης και αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης. Ακόμη, το στοχαστικό μοντέλο θα διατηρεί τη μακροπρόθεσμη εμμονή των ιστορικών δεδομένων: η αναπαραγωγή του φαινομένου της εμμονής, ήτοι του φαινομένου *Hurst* είναι ένα από τα κυριότερα χαρακτηριστικά του σχήματος «*Κασταλία*» και βασίζεται εξ' ολοκλήρου σε πρωτότυπη ερευνητική εργασία. Η διατήρηση της μακροπρόθεσμης εμμονής επιτυγχάνεται με την προσαρμογή ενός κατάλληλου θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος στις ετήσιες μεταβλητές και την σύζευξη αυτού με ένα σχήμα γέννησης κινούμενων μέσω όρων.

Σύμφωνα με την κυριαρχούσα άποψη της βιβλιογραφίας σε παγκόσμιο επίπεδο, κατά την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω στοχαστικών μοντέλων, πρέπει να διατηρούνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δεδομένων, δηλαδή οι μέσες τιμές, διασπορές, συντελεστές ασυμμετρίας, συντελεστές αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης. Με βάση το κλασικό εγχειρίδιο των *Matalas and Wallis* (1976), το ελάχιστο σύνολο των ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων που απαιτείται να αναπαράγονται κατά την στοχαστική προσομοίωση ενός συστήματος υδατικών πόρων ανεξαρτήτως από τη χρονική κλίμακα μελέτης είναι: (α) οι παράμετροι των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής, και συγκεκριμένα η μέση τιμή, η διασπορά και ο συντελεστής ασυμμετρίας, και (β) οι παράμετροι των από κοινού συναρτήσεων κατανομής των μεταβλητών, και συγκεκριμένα οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης και οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης. Το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος «*Κασταλία*» αναπαράγει το σύνολο των παραπάνω στατιστικών χαρακτηριστικών. Εντούτοις, στην πράξη είναι αναπόφευκτη η εμφάνιση μικρών αποκλίσεων ως προς ορισμένα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών και συγκεκριμένα στην περίπτωση που η εκτίμηση των παραμέτρων που σχετίζονται με τα εν λόγω χαρακτηριστικά δεν γίνεται αναλυτικά αλλά προκύπτει άμεσα από προσεγγιστικές μεθόδους βελτιστοποίησης.

Οι ιδιότητες της στατιστικής κατανομής που θα επιλεγεί πρέπει να είναι συμβατές με τα χαρακτηριστικά των υδρολογικών μεταβλητών. Στο μοντέλο γέννησης συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χρήση της κατανομής γάμα τριών παραμέτρων που θεωρείται κατάλληλη για υδρολογικές μεταβλητές στις χρονικές κλίμακες που εξετάζουμε (ετήσια, μηνιαία και ημερήσια χρονική κλίμακα), δεδομένου ότι ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής και μπορεί να αναπαράγει την ασυμμετρία των ιστορικών δειγμάτων, η οποία είναι μεγάλη ιδιαίτερα στην περίπτωση της ημερήσιας χρονικής κλίμακας.

Η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών σε τρεις διαφορετικές χρονικές κλίμακες πρέπει να λαμβάνει υπόψη τη συνέπεια μεταξύ των μεγεθών διαφορετικής κλίμακας. Συγκεκριμένα, οι μηνιαίες χρονοσειρές θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις ετήσιες και οι ημερήσιες χρονοσειρές θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις μηνιαίες. Στο μοντέλο, παρόλο

που σε πρώτη φάση οι μηνιαίες μεταβλητές παράγονται ανεξάρτητα από τις ετήσιες και μάλιστα με εφαρμογή διαφορετικών σχημάτων προσομοίωσης, στην συνέχεια ανάγονται μέσω μιας μεθοδολογίας επιμερισμού, έτσι ώστε για κάθε προσομοιωμένο έτος το άθροισμα των συνθετικών μηνιαίων τιμών να ισούται με την αντίστοιχη συνθετική ετήσια τιμή. Οι μελλοντικές τιμές των συνθετικών χρονοσειρών θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις επίκαιρες και τις ιστορικές τιμές. Αντίστοιχα, οι ημερήσιες συνθετικές χρονοσειρές αρχικά παράγονται χωρίς καμία αναφορά στις αντίστοιχες μηνιαίες, ενώ στη συνέχεια ανάγονται με μια μεθοδολογία επιμερισμού, ώστε για κάθε προσομοιωμένο μήνα το άθροισμα των συνθετικών ημερήσιων τιμών να ισούται με την αντίστοιχη συνθετική μηνιαία τιμή. Το μοντέλο γέννησης συνθετικών χρονοσειρών μπορεί να εφαρμοστεί με δύο τρόπους: (α) για την γέννηση χρονοσειρών μεγάλου μήκους, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές τύπου μόνιμης κατάστασης και, συνεπώς, δεν εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης, και (β) για την γέννηση πολλαπλών σεναρίων μικρού μήκους, τα οποία χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές τύπου καταληκτικής προσομοίωσης (ο συγκεκριμένος τύπος προσομοίωσης είναι διαθέσιμος προσωρινά μόνο για την περίπτωση επιμερισμού σε μηνιαία κλίμακα). Στην τελευταία περίπτωση, η βραχυπρόθεσμη εξέλιξη των υδρολογικών μεταβλητών εξαρτώνται από τις επίκαιρες και παρελθούσες τιμές τους, οι οποίες εισάγονται στο μοντέλο υπό μορφή στατιστικής δέσμευσης.

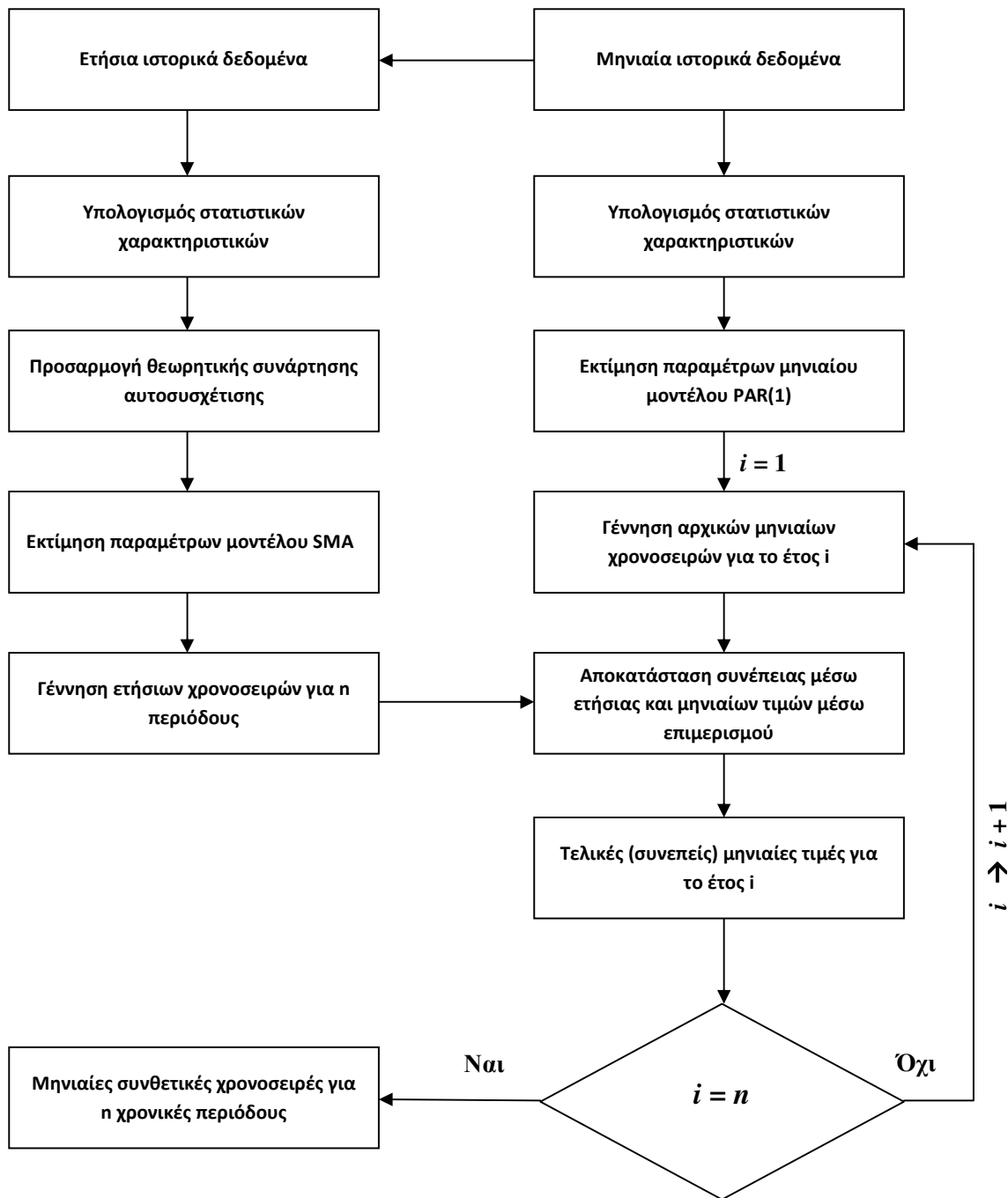
3.1.2 Συνοπτική περιγραφή του σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών

Το μοντέλο γέννησης συνθετικών χρονοσειρών υιοθετεί ένα στοχαστικό σχήμα πολλών μεταβλητών, το οποίο υλοποιείται σε τρία χρονικά επίπεδα. Κάθε μεταβλητή αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη υδρολογική διεργασία, που λαμβάνει χώρα σε συγκεκριμένη γεωγραφική θέση. Το πρώτο επίπεδο αναφέρεται σε χρονοσειρές ετήσιας κλίμακας, όπου οι στοχαστικές ανελίξεις θεωρούνται στάσιμες, το δεύτερο επίπεδο αναφέρεται σε χρονοσειρές μηνιαίας κλίμακας, ενώ το τρίτο επίπεδο σε χρονοσειρές ημερήσιας χρονικής κλίμακας (συνήθεις κλίμακες μελέτης υδρολογικών διεργασιών). Στη συνέχεια περιγράφεται το σχήμα προσομοίωσης δύο χρονικών επιπέδων (το οποίο χρησιμοποιείται από την τελευταία έκδοση της *Κασταλίας*) και το πλήρες σχήμα προσομοίωσης τριών επιπέδων.

Το διάγραμμα ροής της μεθοδολογίας γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για την απλούστερη περίπτωση επιμερισμού στη μηνιαία χρονική κλίμακα, απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1 (*Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004*). Στο μοντέλο εισάγονται τα μηνιαία ιστορικά δείγματα των μεταβλητών, βάσει των οποίων προκύπτουν τα αντίστοιχα ετήσια. Αρχικά υπολογίζονται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά, τόσο σε μηνιαία όσο και σε ετήσια βάση. Στην συνέχεια, για κάθε ετήσια μεταβλητή ορίζεται μια θεωρητική

συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία περιγράφει την μακροπρόθεσμη εμμονή της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας (βλ. 3.2). Η δομή της αυτοσυσχέτισης αναπαράγεται μέσω ενός στάσιμου μοντέλου συμμετρικά κινούμενων μέσων όρων (μοντέλο SMA), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ετήσιων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.3). Το σχήμα SMA χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών σε όλες τις θέσεις και για όλον τον χρονικό ορίζοντα της προσομοίωσης, μιας και έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση.

Για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίας κλίμακας χρησιμοποιείται το πολυμεταβλητό μοντέλο PAR(1), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των μηνιαίων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.4). Η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω της εξής διαδικασίας: αρχικά γεννώνται για κάθε έτος οι αντίστοιχες μηνιαίες συνθετικές χρονοσειρές, χωρίς αναφορά στις ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές, επομένως δεν υπάρχει συνέπεια μεταξύ των συνθετικών μηνιαίων και ετήσιων χρονοσειρών. Για την αποκατάσταση της συνέπειας εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής (μοντέλο επιμερισμού), μέσω της οποίας οι μηνιαίες συνθετικές τιμές διορθώνονται, προκειμένου το άθροισμα των διορθωμένων μηνιαίων τιμών να είναι ίσο με την αντίστοιχη ετήσια (βλ. 3.5). Η διαδικασία γέννησης μηνιαίων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε προκύπτει ένα τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι συνεπές με το ετήσιο, το οποίο έχει προκύψει με εφαρμογή του πολυμεταβλητού σχήματος SMA και έτσι αναπαράγεται η μακροπρόθεσμη εμμονή της ιστορικής χρονοσειράς.



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για την στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων σε μηνιαία χρονική κλίμακα, για n συνολικά έτη (Προέλευση: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) έπειτα από προσαρμογή).

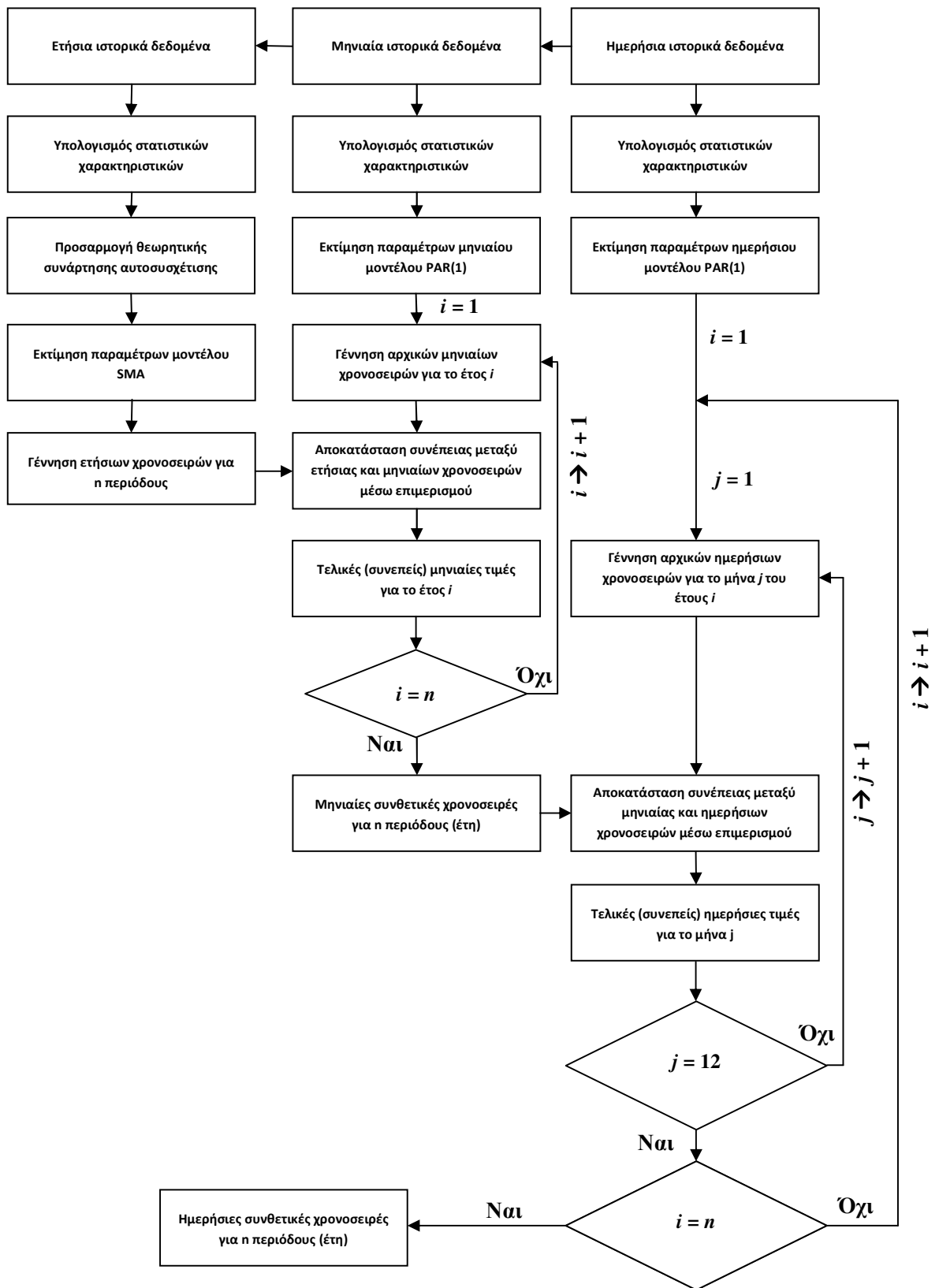
Στην γενικότερη περίπτωση στοχαστικού σχήματος τριών χρονικών επιπέδων (πλήρες σχήμα προσομοίωσης) το διάγραμμα ροής στο Σχήμα 3.2 απεικονίζει την αντίστοιχη

μεθοδολογία γέννησης συνθετικών χρονοσειρών. Στο μοντέλο εισάγονται ημερήσιες ιστορικές χρονοσειρές, βάσει των οποίων προκύπτουν οι μηνιαίες και οι ετήσιες ιστορικές χρονοσειρές. Αρχικά υπολογίζονται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά για την ετήσια, τη μηνιαία και την ημερήσια χρονική κλίμακα. Για κάθε ετήσια μεταβλητή ορίζεται μια θεωρητική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία περιγράφει την μακροπρόθεσμη εμμονή της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας (βλ. 3.2). Η δομή της αυτοσυσχέτισης αναπαράγεται μέσω του στάσιμου μοντέλου συμμετρικά κινούμενων μέσων όρων (μοντέλο SMA), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ετήσιων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.3). Το σχήμα SMA χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών σε όλες τις θέσεις και για όλον τον χρονικό ορίζοντα της προσομοίωσης, καθώς έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση.

Για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίας κλίμακας χρησιμοποιείται το πολυμεταβλητό μοντέλο PAR(1), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των μηνιαίων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.4). Η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών πραγματοποιείται ως εξής: αρχικά γεννώνται για κάθε έτος οι αντίστοιχες μηνιαίες συνθετικές χρονοσειρές, χωρίς αναφορά στις ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές, επομένως δεν υπάρχει συνέπεια μεταξύ των συνθετικών μηνιαίων και ετήσιων χρονοσειρών. Για την αποκατάσταση της συνέπειας εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής (μοντέλο επιμερισμού), μέσω της οποίας οι μηνιαίες συνθετικές τιμές διορθώνονται, προκειμένου το άθροισμα των διορθωμένων μηνιαίων τιμών να είναι ίσο με την αντίστοιχη ετήσια (βλ. 3.5). Η διαδικασία γέννησης μηνιαίων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε προκύπτει ένα τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι συνεπές με το ετήσιο, το οποίο έχει προκύψει με εφαρμογή του πολυμεταβλητού σχήματος SMA και έτσι αναπαράγεται η μακροπρόθεσμη εμμονή της ιστορικής χρονοσειράς.

Για τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιας κλίμακας ακολουθείται μια αντίστοιχη διαδικασία της παραγωγής μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών. Η γέννηση των ημερήσιων χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω του πολυμεταβλητού μοντέλου PAR(1) (ημερήσιας κλίμακας), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ημερήσιων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.6). Η γέννηση των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω της παρακάτω διαδικασίας: αρχικά γεννώνται για κάθε μήνα οι αντίστοιχες ημερήσιες συνθετικές χρονοσειρές, χωρίς καμία αναφορά στις μηνιαίες συνθετικές χρονοσειρές, επομένως δεν υπάρχει συνέπεια μεταξύ των συνθετικών ημερήσιων και μηνιαίων χρονοσειρών. Για την αποκατάσταση της συνέπειας εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής, μέσω της οποίας οι ημερήσιες συνθετικές τιμές διορθώνονται, προκειμένου το άθροισμα των διορθωμένων ημερήσιων τιμών να είναι ίσο με την αντίστοιχη μηνιαία τιμή (βλ. 3.7). Η διαδικασία γέννησης ημερήσιων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε

προκύπτει το τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι συνεπές με το μηνιαίο, το οποίο έχει προκύψει με εφαρμογή του μηνιαίου πολυμεταβλητού PAR(1). Αξίζει να σημειωθεί ότι με το σχήμα *Κασταλία* αντιμετωπίζονται ιδιαίτερα προβλήματα που οφείλονται λόγω ιδιαιτεροτήτων των ημερήσιων υδρολογικών διεργασιών, όπως ο μεγάλος συντελεστής ασυμμετρίας (βλ. 3.6.2) και η διαλείπουσα συμπεριφορά της βροχόπτωσης (βλ. 3.6.4).



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για την στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων σε ημερήσια χρονική κλίμακα, για n συνολικά έτη.

3.2 Μεθοδολογία αναπαραγωγής της εμμονής

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.2.1 Γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των υδρομετεωρολογικών διεργασιών αποτελεί το φαινόμενο της μακροπρόθεσμης εμμονής (φαινόμενο Hurst), όπως προαναφέρθηκε. Η αναπαραγωγή του φαινομένου της εμμονής είναι ιδιαίτερα κρίσιμη σε πολλές περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση εμφάνισης μακροχρόνιων ξηρασιών, οι οποίες επηρεάζουν άμεσα τον τρόπο λειτουργίας και διαχείρισης των υδροσυστημάτων. Για την αναπαραγωγή των ξηρασιών ακολουθούνται διεθνώς δύο ειδών προσεγγίσεις. Σύμφωνα με την απλούστερη προσέγγιση, η οποία είναι η εμπειρική και δεν απαιτεί ειδική μοντελοποίηση, εφαρμόζεται ένα σύννηθες σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών, όπως για παράδειγμα ένα μοντέλο τύπου ARMA, οι παράμετροι του οποίου δεν εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών του ιστορικού δείγματος αλλά βάσει τροποποιημένων τιμών αυτών. Η εν λόγω επέμβαση γίνεται συνήθως μόνο στις δύο πρώτες ροπές του δείγματος, δηλαδή στην μέση τιμή και στην διασπορά του δείγματος. Για παράδειγμα, με μείωση της τιμής της μέσης ετήσιας απορροής και αύξησης της διασποράς, μπορούν να παραχθούν συνθετικές χρονοσειρές εισροών που είναι σαφώς πιο δυσμενείς σε σχέση με τα ιστορικά δεδομένα. Οι τροποποιημένες τιμές δεν ορίζονται εντελώς αυθαίρετα αλλά προκύπτουν μετά από διερεύνηση υποθετικών σεναρίων κλιματικής αλλαγής, για τα οποία έχουν αναπτυχθεί μοντέλα προσομοίωσης που βασίζονται στις φυσικές διεργασίες του υδρολογικού κύκλου. Εντούτοις, η εμπειρική προσέγγιση δεν αποδεικνύεται αξιόπιστη διότι βασίζεται σε αυθαίρετες υποθέσεις και κυρίως, λόγω του χαμηλού βαθμού επαλήθευσης των κλιματικών μοντέλων.

Η δεύτερη προσέγγιση που εφαρμόζεται διεθνώς, περιλαμβάνει τη μαθηματική περιγραφή της εμμονής και την αναπαραγωγή της εμμονής μέσω εξειδικευμένων στοχαστικών σχημάτων, όπως τα μοντέλα *κλασματικού γκαουσιανού θορύβου* (fractional Gaussian noise ή FGN) (Mandelbrot, 1965), FFGN (Mandelbrot and Wallis, 1969) και broken line (Mejia et al., 1972). Στην προσέγγιση αυτή, εφαρμόζεται μια διαδικασία ποσοτικοποίησης της μακροπρόθεσμης εμμονής και εισαγωγής της ως παραμέτρου στα

στοχαστικά μοντέλα. Εντούτοις, ο ορισμός της εμμονής των υδρολογικών διεργασιών και ο τρόπος εκτίμησής της αποτελεί μια πολύπλοκη διαδικασία. Ακόμη, η αδυναμία διατύπωσης των μοντέλων ως πολυμεταβλητών αποτελεί ένα άλλο πρόβλημα, καθώς η πολυμεταβλητή προσομοίωση κρίνεται αναγκαία για τη στοχαστική προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών σύνθετων υδροσυστημάτων. Γι' αυτούς τους λόγους εφαρμόζεται μια γενικευμένη προσέγγιση, η οποία όμως είναι σχετικά απλή στην εφαρμογή της.

Έστω η στοχαστική ανέλιξη X_i σε διακριτό χρόνο i , με αυτοσυνδιασπορά:

$$\gamma_j = \text{Cov} [X_i, X_{i+j}] \quad (3.2.1)$$

Η ανέλιξη X_i θεωρείται στάσιμη, με μέση τιμή $\mu_x = E[X_i]$, διασπορά γ_0 και συντελεστή ασυμμετρίας $\zeta_x = E[(X_i - \mu_x)^3] / \gamma_0$. Τα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά της ανέλιξης, δηλαδή οι παράμετροι μ_x , γ_0 και ζ_x , μπορούν να εκτιμηθούν από ένα δείγμα της X_i μεγέθους n , ήτοι μια ακολουθία τιμών (x_1, \dots, x_n) , ενώ οι αυτοσυνδιασπορές, γ_j , μπορούν να εκτιμηθούν μέσω της εμπειρικής συνάρτησης (2.1.24). Ο λόγος $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$ είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης της ανέλιξης και η γραφική παράσταση των ρ_j συναρτήσει της χρονικής υστέρησης j είναι το αυτοσυσχετόγραμμα (βλ. 2.1.3).

Με βάση τα προηγούμενα η μακροπρόθεσμη εμμονή των υδρολογικών χρονοσειρών εμφανίζεται με την μορφή υψηλών θετικών τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για πολύ μεγάλες τιμές χρονικής υστέρησης (lag) j . Ένας εμπειρικός εντοπισμός της ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής σε μια χρονοσειρά μπορεί να γίνει μέσω της κατασκευής του δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος. Εφόσον η χρονοσειρά έχει μακροπρόθεσμη εμμονή το αυτοσυσχετόγραμμα παρουσιάζει την χαρακτηριστική μορφή πλατειάς ουράς, ενώ αν η χρονοσειρά δεν έχει εμμονή, το διάγραμμα φθίνει προς το μηδέν για μικρές τιμές της χρονικής υστέρησης j . Επομένως, η μορφή του αυτοσυσχετογράμματος μπορεί να προσδιορίσει την ύπαρξη ή όχι μακροπρόθεσμης εμμονής.

Εντούτοις, για το λόγο ότι το μήκος ενός υδρολογικού δείγματος είναι κατά κανόνα μικρό (π.χ. μερικές δεκάδες έτη), μόνο οι πρώτες τιμές των αυτοσυνδιασπορών μπορούν να εκτιμηθούν με αποδεκτή ακρίβεια μέσω της σχέσης (2.1.24). Ακόμη, οι δειγματικές εκτιμήσεις της αυτοσυνδιασποράς εισάγουν σημαντική αρνητική μεροληψία, με αποτέλεσμα να φθίνουν γρήγορα συναρτήσει του χρόνου (Koutsoyiannis, 2003). Το γεγονός αυτό μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι τα γ_j μηδενίζονται μετά από κάποιο χρονικό βήμα και συνεπώς, η μνήμη της ανέλιξης X_i είναι μικρή, ενώ κάτι τέτοιο μπορεί να μην ισχύει, στην περίπτωση που η ανέλιξη X_i έχει εμμονή.

Τα συνήθη στοχαστικά μοντέλα ανήκουν στην οικογένεια των μοντέλων τύπου ARMA(p, q), που είναι συνδυασμένα σχήματα αυτοπαλινδρόμησης τάξης p και κινούμενων μέσων όρων τάξης q (Box and Jenkins, 1970). Τα μοντέλα αυτά είναι βραχείας μνήμης και δεν αναπαράγουν τη μακροπρόθεσμη εμμονή, καθώς το αυτοσυσχετόγραμμα φθίνει εκθετικά με τον χρόνο. Πράγματι, για μεγάλες τιμές χρονικής υστέρησης j , η θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς μιας στοχαστικής ανέλιξης τύπου ARMA προσεγγίζεται από μια σχέση εκθετικής μείωσης τύπου:

$$\gamma_j = \alpha \varphi^j \quad (3.2.2)$$

όπου α, φ παράμετροι, με $0 \leq \varphi \leq 1$.

Κατά συνέπεια, τα μοντέλα τύπου ARMA δεν είναι κατάλληλα για την αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής, σε αντίθεση με άλλα σχήματα, όπως τα μοντέλα κλασματικού γκαουσιανού θορύβου (FGN), τα οποία προσομοιώνουν διεργασίες με μακροπρόθεσμη εμμονή, μέσω μιας συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς της μορφής:

$$\gamma_j = \gamma_0 [(j-1)^{2H} - 2j^{2H} + (j+1)^{2H}] \quad (3.2.3)$$

όπου H είναι μέτρο της μακροπρόθεσμης εμμονής, (συντελεστής Hurst) και λαμβάνει τιμές από 0.5 έως 1 (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993).

Με εξαίρεση τους πρώτους όρους της, η ακολουθία (3.2.3) προσεγγίζεται από την εξίσωση δύναμης:

$$\gamma_j = \gamma_0 (1 - 1/\beta) (1 - 1/2\beta) j^{-1/\beta} \quad (3.2.4)$$

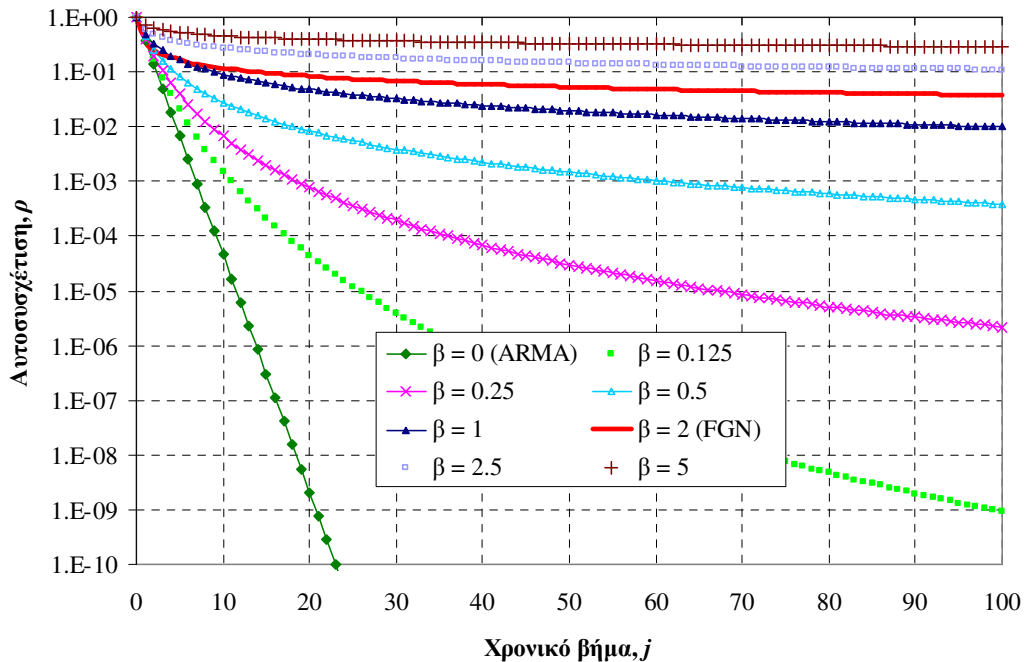
όπου:

$$\beta = \frac{1}{2(1-H)} \geq 1 \quad (3.2.5)$$

Στην περίπτωση που έχουμε μεγάλα χρονικά βήματα, οι θεωρητικές συναρτήσεις αυτοσυνδιασποράς τόσο των ARMA όσο και των FGN ανελίξεων μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις μιας γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (Koutsoyiannis, 2000):

$$\gamma_j = \gamma_0 [1 + \kappa \beta j]^{-1/\beta} \quad (3.2.6)$$

όπου κ , β είναι παράμετροι. Η παράμετρος κ περιγράφει το σχήμα της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς, ενώ η παράμετρος β σχετίζεται άμεσα με την εμμονή της στοχαστικής ανέλιξης.



Σχήμα 3.3: Παραδείγματα εφαρμογής της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς για παράμετρο σχήματος $\kappa = 1$ και διάφορες τιμές της παραμέτρου εμμονής, β (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

Για $\beta = 0$ και με εφαρμογή του κανόνα de l' Hospital, η (3.2.6) γίνεται:

$$\gamma_j = \gamma_0 \exp(-\kappa j) \quad (3.2.7)$$

που είναι ταυτόσημη με τη σχέση (3.2.2), αν τεθεί $\kappa = -\ln \rho$.

Για $\beta > 1$, η σχέση (3.2.6) προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια τη σχέση (3.2.4) αν τεθεί:

$$\kappa = \frac{1}{\beta(1-\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{2\beta})^\beta} := \kappa_0 \quad (3.2.8)$$

Ωστόσο, η γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς εξακολουθεί να αποτελεί μια εφικτή δομή συνδιασποράς για τη γενικότερη περίπτωση, όπου $\kappa \neq \kappa_0$ ή για τιμές της παραμέτρου εμμονής β στο διάστημα $(0, 1)$, οπότε και οι στοχαστικές ανελίξεις είναι διαφορετικού τύπου από τις ARMA και FGN. Στο Σχήμα 3.3 (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) απεικονίζεται η γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς για διάφορες τιμές της παραμέτρου β , θεωρώντας σταθερή τιμή $\kappa = 1$. Για την τιμή $\beta = 0$, η (3.2.6) ταυτίζεται με μια ανέλιξη τύπου ARMA, η αυτοσυνδιασπορά της οποίας φθίνει γρήγορα για μικρές τιμές χρονικής υστέρησης και σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα παρίσταται με μια ευθεία γραμμή. Στην ειδική περίπτωση όπου $\kappa = \kappa_0$ και $\beta = 2$ η ανέλιξη ταυτίζεται με μια ανέλιξη μακράς μνήμης τύπου FGN (απεικονίζεται με συμπαγή γραμμή στο Σχήμα 3.3). Είναι προφανές ότι όσο αυξάνει η τιμή της παραμέτρου β , τόσο αυξάνει η μνήμη της στοχαστικής ανέλιξης. Επομένως, η παράμετρος β είναι αντίστοιχη του συντελεστή Hurst της μεθόδου FGN.

Εάν υπάρχει απαίτηση της αναπαραγωγής των m πρώτων όρων της αυτοσυνδιασποράς του ιστορικού δείγματος, αυτοί θεωρούνται παράμετροι της στοχαστικής δομής της ανέλιξης, με την ακολουθία $\gamma_1, \dots, \gamma_m$ να ορίζεται αυθαίρετα ή να εκτιμάται μέσω της εμπειρικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (2.1.24). Στην περίπτωση αυτή, οι υπόλοιποι όροι της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς της στοχαστικής ανέλιξης υπολογίζονται μέσω της (3.2.6), θέτοντας:

$$\kappa = \begin{cases} \frac{1}{\beta m} \left[\left(\frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right) - 1 \right] & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{m} \ln \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right) & \beta = 0 \end{cases} \quad (3.2.9)$$

Έτσι, εξασφαλίζεται η συνέχεια της ακολουθίας στο χρονικό βήμα $j = m$.

Ωστόσο, μια οποιαδήποτε ακολουθία τιμών γ_j ($j = 0, \dots, s$) συνιστά μια εφικτή ακολουθία όρων αυτοσυνδιασποράς μόνο αν το $s \times s$ μητρώο \mathbf{h} με στοιχεία:

$$h_{ij} = \gamma_{|i-j|} \quad (3.2.10)$$

είναι θετικά ημιορισμένο, δηλαδή για κάθε διάνυσμα $\xi \in \mathbb{R}^s$, με $\xi \neq 0$ ισχύει:

$$\xi^T \mathbf{h} \xi \geq 0 \quad (3.2.11)$$

Ένας αντίστοιχος έλεγχος εφικτότητας μπορεί να γίνει μέσω του *φάσματος ισχύος* (power spectrum) της ακολουθίας γ_j , το οποίο πρέπει να είναι θετικό σε όλα τα σημεία ω . Αποδεικνύεται ότι το φάσμα ισχύος κάθε στοχαστικής ανέλιξης ισούται με τον *διακριτό μετασχηματισμό Fourier* (discrete Fourier transform) ή αλλιώς DFT της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών γ_j (Papoulis, 1991, σ. 293-294) ο οποίος υπολογίζεται ως εξής (Bloomfield, 1976, σ. 46-49):

$$s_\gamma(\omega) = 2\gamma_0 + 4 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(2\pi j\omega) \quad (3.2.12)$$

Επειδή υπάρχει συμμετρία ($\gamma_j = \gamma_{-j}$) ο αντίστροφος μετασχηματισμός του φάσματος υπολογίζεται ως εξής:

$$\gamma_j = \int_0^{1/2} s_\gamma(\omega) \cos(2\pi j\omega) d\omega \quad (3.2.13)$$

3.2.2 Εκτίμηση παραμέτρων συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς

Οι ουσιώδεις παράμετροι της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς είναι κατ' ελάχιστο τρεις, ήτοι η διασπορά γ_0 , η παράμετρος εμμονής β και η παράμετρος σχήματος κ . Εφόσον διατίθεται ένα δείγμα τιμών (x_1, \dots, x_n), η εκτίμηση της δειγματικής διασποράς $\hat{\gamma}_0$ γίνεται μέσω της (2.1.21), ενώ η εκτίμηση των παραμέτρων β και κ μπορεί να γίνει μέσω τεσσάρων εναλλακτικών μεθόδων: μέσω της βέλτιστης προσαρμογής του θεωρητικού στο εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα, μέσω της διατήρησης του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1, μέσω της διατήρησης του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 και 2 και μέσω της αυθαίρετης επιλογή της παραμέτρου εμμονής.

α) *Βέλτιστη προσαρμογή του θεωρητικού στο εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα*

Κατά τη μέθοδο της βέλτιστης προσαρμογής του θεωρητικού στο εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα ορίζεται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 \quad (3.2.14)$$

όπου $\hat{\rho}_j = \hat{\gamma}_j / \hat{\gamma}_0$ η ακολουθία των εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, όπως εκτιμώνται μέσω της σχέσης (2.1.24) για βήματα χρονικής υστέρησης έως $n_0 < n$, και $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$ η ακολουθία των θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, όπως εκτιμώνται μέσω της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς. Ο λόγος που επιλέγεται μικρότερο δείγμα εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης σε σχέση με το μήκος της διαθέσιμης χρονοσειράς έχει να κάνει με την αξιοπιστία προσδιορισμού των ρ_j καθώς, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όσο αυξάνει το βήμα υστέρησης τόσο αυξάνει η αρνητική μεροληψία της εκτιμήτριας (2.1.24). Στο πρόγραμμα *Κασταλία*, οι εμπειρικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης υπολογίζονται μέχρι βήματος $n_0 < n / 2$.

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.2.14) εκφράζει την μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ των δειγματικών και θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης. Σημειώνεται ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης που ορίζεται από την (3.2.14) είναι μη γραμμικό ως προς τις παραμέτρους β , κ και επιλύεται με ειδικές τεχνικές αναζήτησης ακρότατων σε μη κυρτούς χώρους (Ευστρατιάδης, 2001).

β) Διατήρηση του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης για χρονική υστέρηση ίση με 1

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται το ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης, με προσθήκη του περιορισμού:

$$\rho_1 = \hat{\rho}_1 \quad (3.2.15)$$

Η συνθήκη $\rho_1 = \hat{\rho}_1$ εισάγεται στη αντικειμενική συνάρτηση (3.2.14) ως όρος ποινής, δηλαδή:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 + M (\hat{\rho}_1 - \rho_1)^2 \quad (3.2.16)$$

όπου M ένας μεγάλος θετικός αριθμός.

γ) Διατήρηση των δειγματικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για χρονική υστέρηση 1 και 2

Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα δεν έχει βαθμούς ελευθερίας και οι παράμετροι β , κ προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος των μη γραμμικών εξισώσεων:

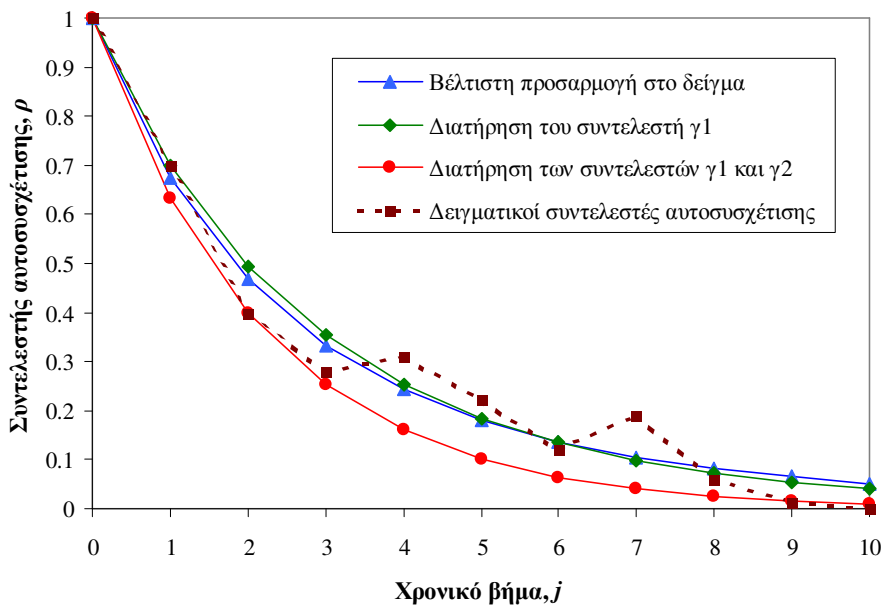
$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_1 &= \hat{\gamma}_0 [1 + \kappa\beta]^{-\frac{1}{\beta}} \\ \hat{\gamma}_2 &= \hat{\gamma}_0 [1 + 2\kappa\beta]^{-\frac{1}{\beta}}\end{aligned}\tag{3.2.17}$$

Αποδεικνύεται ότι το σύστημα (3.2.17) έχει ακριβή λύση για ορισμένο εύρος τιμών των $\hat{\gamma}_0$, $\hat{\gamma}_1$ και $\hat{\gamma}_2$ διαφορετικά η λύση του συστήματος προκύπτει με βελτιστοποίηση ως προς τις παραμέτρους β και κ , όμοια με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

δ) *Αυθαίρετη επιλογή παραμέτρου εμμονής*

Οι μέθοδοι (α), (β) και (γ) είναι κατάλληλες για την εκτίμηση των παραμέτρων της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς μόνο εφόσον το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα είναι σχετικά αξιόπιστο. Αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη μεγάλου μήκους ιστορικών δειγμάτων, κάτι που στην πράξη είναι εξαιρετικά σπάνιο. Για το λόγο αυτό είναι προτιμότερη η επιλογή της τιμής της παραμέτρου εμμονής με βάση τις ανάγκες του εκάστοτε προβλήματος που εξετάζεται. Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση (3.2.6) έχει έναν μόνο βαθμό ελευθερίας, ήτοι την παράμετρο σχήματος κ , που είτε μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά (θεωρώντας ότι διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1) είτε μέσω βελτιστοποίησης, ελαχιστοποιώντας δηλαδή την μέση απόκλιση του θεωρητικού από το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα.

Στο Σχήμα 3.4 (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004) απεικονίζονται οι περιπτώσεις (α), (β) και (γ) για ένα υποθετικό δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα. Το συγκεκριμένο αυτοσυσχετόγραμμα έχει ακανόνιστη μορφή, κάτι που είναι σύνηθες όταν το δείγμα από το οποίο υπολογίζεται έχει μικρό μήκος. Τα διαγράμματα που προκύπτουν για τις περιπτώσεις (α) και (β) σχεδόν ταυτίζονται, ενώ στην περίπτωση (γ) το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα φθίνει γρηγορότερα σε σχέση με τα άλλα δύο, καθώς η βελτιστοποιημένη τιμή της παραμέτρου β τείνει στο μηδέν. Σημειώνεται ότι στο παράδειγμα δεν υπάρχει ακριβής λύση για την περίπτωση (γ), δηλαδή δεν υπάρχουν κ και β τέτοια που να ικανοποιούν ακριβώς το σύστημα των εξισώσεων (3.2.17).



Σχήμα 3.4: Παραδείγματα εκτίμησης των παραμέτρων β και κ με βάση τις τιμές ενός υποθετικού δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.3 Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.3.1 Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων (SMA)

Οι *Box and Jenkins* το 1970 πρότειναν το σχήμα γέννησης κινούμενων προς τα πίσω μέσων όρων (backward moving average) ή αλλιώς BMA, σύμφωνα με το οποίο κάθε στοχαστική ανέλιξη X_i με γνωστή ακολουθία αυτοσυνδιασπορών γ_j μπορεί να γραφεί ως ένα σταθμισμένο άθροισμα άπειρων τυχαίων μεταβλητών:

$$X_i = \sum_{j=-\infty}^0 \alpha_{-j} V_{i+j} = \dots + \alpha_2 V_{i-2} + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i \quad (3.3.1)$$

όπου α_j οι συντελεστές στάθμισης που προσδιορίζονται από την ακολουθία των αυτοσυνδιασπορών γ_j , και V_i ο λευκός θόρυβος ή αλλιώς μεταβλητές ανανέωσης (innovations), που θεωρείται ότι είναι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους και έχουν διασπορά ίση με 1 (*Box and Jenkins*, 1970, σ. 46).

Συγκεκριμένα, οι συντελεστές στάθμισης a_j συνδέονται με τις αυτοσυνδιασπορές γ_j μέσω ενός συστήματος εξισώσεων που έχουν τη μορφή:

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{+\infty} a_j a_{i+j} \quad (3.3.2)$$

Κατά την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω του σχήματος BMA, ο αριθμός των μεταβλητών ανανέωσης V_i (λευκός θόρυβος) είναι πεπερασμένο, μιας και το μήκος της προσομοίωσης είναι προφανώς πεπερασμένο (άρα και το πλήθος των συνθετικών τιμών X_i) και οι συντελεστές a_j τείνουν να μηδενιστούν με την αύξηση του χρονικού βήματος j , επομένως όλοι οι όροι της ακολουθίας του σχήματος BMA θεωρούνται αμελητέοι μετά κάποιο πεπερασμένο όριο $j > -s$. Το όριο s της σχέσης (3.3.1) είναι πολύ μεγαλύτερο της τάξης p, q των στοχαστικών ανελιξων τύπου ARMA κατά τη συνήθη εφαρμογή του μοντέλου. Κατά συνέπεια, οι απειροσειρές που περιγράφουν οι σχέσεις (3.3.1) και (3.3.2) είναι δυνατό να προσεγγιστούν με βάση πεπερασμένες ακολουθίες:

$$X_i = \sum_{j=-s}^0 \alpha_{-j} V_{i+j} = \alpha_s V_{i-s} + \dots + \alpha_2 V_{i-2} + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i \quad (3.3.3)$$

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{s-i} a_j a_{i+j} \quad (3.3.4)$$

Ο *Koutsyiannis* (2000) πρότεινε μια εναλλακτική διατύπωση για την ευκολότερη εκτίμηση των συντελεστών του μοντέλου, βάσει της οποίας αρχικά, έγινε η υπόθεση ότι μια στοχαστική ανέλιξη X_i μπορεί να προκύψει ως σταθμισμένο άθροισμα άπειρων προηγούμενων και άπειρων χρονικά επόμενων μεταβλητών ανανέωσης. Το σχήμα αυτό λέγεται σχήμα γέννησης κινούμενων μέσων όρων διπλής κατεύθυνσης (backwardforward moving average) ή BFMA και αποτελεί την παρακάτω απειροσειρά:

$$X_i = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \alpha_j V_{i+j} = \dots + \alpha_{-1} V_{i-1} + \alpha_0 V_i + \alpha_1 V_{i+1} + \dots \quad (3.3.5)$$

Έπειτα, ο *Koutsyiannis* εισήγαγε μια ειδική περίπτωση του σχήματος κινούμενων μέσων όρων διπλής κατεύθυνσης, το οποίο είναι συμμετρικό στο χρόνο και ισχύει η σχέση των συντελεστών στάθμισης: $\alpha_j = \alpha_{-j}$. Αν προσεγγίσουμε το σχήμα γέννησης συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων με μια πεπερασμένη ακολουθία, σύμφωνα με τα προηγούμενα, προκύπτει:

$$X_i = \sum_{j=-s}^s \alpha_{|j|} V_{i+j} = \alpha_s V_{i-s} + \dots + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i + \alpha_1 V_{i+1} + \dots + \alpha_s V_{i+s} \quad (3.3.6)$$

Οι συντελεστές στάθμισης α_j συνδέονται με τις αυτοσυνδιασπορές γ_j μέσω ενός συστήματος $2s + 1$ εξισώσεων:

$$\gamma_i = \sum_{j=-s}^{s-i} a_{|j|} a_{|i+j|} \quad (3.3.7)$$

ή

$$\gamma_i = \begin{cases} \sum_{j=0}^i a_j a_{i-j} + 2 \sum_{j=i+1}^s a_j a_{j-i} & i = 0 \dots s \\ \sum_{j=i-s}^s a_j a_{i-j} & i = s+1 \dots 2s \end{cases} \quad (3.3.8)$$

Με βάση τα παραπάνω, το μοντέλο SMA περιέχει $s + 1$ συντελεστές α_j και αναπαράγει τους πρώτους $s + 1$ όρους της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών γ_j , οι οποίοι εκτιμώνται από τη θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς, ενώ και οι επόμενοι όροι (έως $j = 2s$) εξακολουθούν να είναι μη μηδενικοί.

Στη ετήσια χρονική κλίμακα οι υδρολογικές ανελίξεις θεωρούνται στάσιμες, καθώς δεν υπάρχουν ενδοετείς περιοδικότητες, όπως ισχύει για τη μηνιαία χρονική κλίμακα. Το μοντέλο SMA (σε συνδυασμό με τη γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς) έχει τη δυνατότητα να αναπαράγει τη μακροπρόθεσμη εμμογή στην ετήσια κλίμακα. Ειδικότερα, διατηρεί τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν την εμμογή της στοχαστικής ανέλιξης, ενώ αναπαράγει ταυτόχρονα θετικές τιμές των συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μήκος διπλάσιο του αντίστοιχου μήκους του θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος.

3.3.2 Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλου κινούμενων μέσων (SMA)

Οι παράμετροι του μοντέλου SMA είναι οι $s + 1$ συντελεστές στάθμισης α_j , και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μεταβλητών ανανέωσης V_i , ήτοι η μέση τιμή και η ασυμμετρία.

1) Εκτίμηση συντελεστών στάθμισης

Η ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων a_j επηρεάζει την ακρίβεια της αναπαραγωγής της στοχαστικής δομής της ανέλιξης. Η σχέση (3.3.7) ορίζει ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων ως προς τις άγνωστες παραμέτρους a_j , το οποίο μπορεί να εκτιμηθεί είτε αναλυτικά (υπό όρους) είτε αριθμητικά.

α) Αναλυτική επίλυση

Ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier $s_\alpha(\omega)$ της ακολουθίας των συντελεστών a_j συνδέεται με το φάσμα ισχύος $s_\gamma(\omega)$ της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών γ_j σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$s_\alpha(\omega) = \sqrt{2s_\gamma(\omega)} \quad (3.3.9)$$

Επομένως, η ακολουθία a_j είναι γνωστή εφόσον είναι γνωστή η αυτοσυνδιασπορά της στοχαστικής ανέλιξης και οι συντελεστές a_j μπορούν να υπολογιστούν με τον αντίστροφο μετασχηματισμό:

$$a_j = \int_0^{\frac{1}{2}} s_\alpha(\omega) \cos(2\pi j\omega) d\omega \quad (3.3.10)$$

Εφόσον το όριο s είναι δύναμη του δύο ($s = 2k$) η επίλυση του ολοκληρώματος (3.3.10) μπορεί να γίνει με τον *ταχύ μετασχηματισμό Fourier* (fast Fourier transform), ή FFT. Σε διαφορετική περίπτωση, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται αριθμητικά, βάσει του τύπου:

$$a_j = \left[\frac{s_\alpha(0)}{2} + \sum_{i=1}^s s_\alpha(\omega_i) \cos(2\pi j\omega_i) \right] \quad (3.3.11)$$

όπου:

$$\omega_j = \frac{j}{2s+1} \quad (3.3.12)$$

β) Αριθμητική εκτίμηση

Η σχέση (3.3.7) μπορεί να γραφεί σε μητρική μορφή:

$$p\zeta = \theta \quad (3.3.13)$$

όπου $\zeta = [\alpha_0, \dots, \alpha_s]$, $\theta = [\gamma_0, \dots, \gamma_s]^T$ και \mathbf{p} μητρώο διαστάσεων $(s+1) \times (s+1)$ με στοιχεία:

$$p_{ij} = \frac{1}{2} [+ \alpha_{j+i-2} U(j-2) U(s-i-j+1)] \quad (3.3.14)$$

όπου $U(x)$ η συνάρτηση Heaviside (συνάρτηση άλματος), για την οποία ισχύει:

$$U(x) = 1 \text{ για } x \geq 0$$

και

$$U(x) = 0 \text{ για } x < 0.$$

Κάθε μεμονωμένη εξίσωση της μητρικής σχέσης (3.3.13) περιέχει δεύτερης τάξης γινόμενα των άγνωστων συντελεστών α_j , επομένως το σύστημα έχει μία ή περισσότερες λύσεις εφόσον έχει οριστεί μια εφικτή ακολουθία αυτοσυνδιασπορών γ_j , δηλαδή για θετικά ορισμένο μητρώο \mathbf{h} . Διαφορετικά, το σύστημα δεν έχει ακριβή λύση και ζητείται μια προσεγγιστική λύση που να ικανοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα τη μητρική εξίσωση (3.3.13). Κατά συνέπεια, για την τελευταία περίπτωση η επίλυση του συστήματος διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης:

$$f(\zeta) = f(\alpha_0, \dots, \alpha_s) = \|\mathbf{p}\zeta - \theta\|^2 + \lambda(\mathbf{p}_1\zeta - \gamma_0)^2 \quad (3.3.15)$$

όπου \mathbf{p}_1 η πρώτη γραμμή του μητρώου \mathbf{p} , λ συντελεστής βάρους και $\|\cdot\|$ η ευκλείδεια νόρμα ενός διανύσματος. Ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης εκφράζει την τετραγωνική απόκλιση της εκτιμημένης από την δειγματική διασπορά γ_0 . Αν και η συνθήκη διατήρησης της διασποράς περιλαμβάνεται στον πρώτο όρο της συνάρτησης, είναι σκόπιμο να αντιμετωπίζεται και ξεχωριστά, με την εισαγωγή του συντελεστή βάρους λ , τάξης μεγέθους του 10^3 . Για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (3.3.15) εφαρμόζεται η αριθμητική μέθοδος των *συζυγών κλίσεων* (*Press et al.*, 1992, σ. 442), που προϋποθέτει την αναλυτική διατύπωση των μερικών παραγώγων της συνάρτησης $f(\zeta)$.

Είναι:

$$\frac{df(\zeta)}{d\zeta} = 4(\mathbf{p}\zeta - \theta)^T \mathbf{p} + 4\lambda(\mathbf{p}_1\zeta - \gamma_0)\mathbf{p}_1 \quad (3.3.16)$$

Για την επαναληπτική διαδικασία απαιτείται ο ορισμός μιας εφικτής τιμής εκκίνησης $\zeta^{[0]}$. Μια τέτοια αρχική λύση είναι το διάνυσμα $[\sqrt{\gamma_0}, 0, \dots, 0]^T$. Εάν στην k δοκιμή είναι γνωστό το μητρώο $\zeta^{[k]}$, τότε στην επόμενη προσδιορίζεται ένα εφικτό μητρώο $\zeta^{[k+1]}$, το οποίο βελτιώνει πάντα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η αναδρομική σχέση υπολογισμού του $\zeta^{[k+1]}$ είναι:

$$\zeta^{[k+1]} = \zeta^{[k]} - \left[\beta^{[k+1]} \left(\frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} + \gamma^{[k]} \left(\frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right] \quad (3.3.17)$$

όπου:

$$\gamma^{[k]} = \frac{\left| \left(\frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} \right|^2}{\left| \left(\frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right|^2} \quad (3.3.18)$$

και $\beta^{[k+1]}$ παράμετρος που εκτιμάται μέσω ενός σχήματος αναζήτησης ακρότατου σε μία διάσταση. Για το πρώτο βήμα, όπου ισχύει $k = 0$, (δεν ορίζεται η τιμή της παραγώγου $(df/d\zeta)^{[-1]}$) θέτουμε $\gamma^{[0]} = 0$.

2) Εκτίμηση στατιστικών χαρακτηριστικών μεταβλητών ανανέωσης

Για την εφαρμογή του μοντέλου, εκτός από την εκτίμηση των συντελεστών στάθμισης α_i που σχετίζονται την αυτοσυνδιασπορά της ανέλιξης, απαιτείται και ο προσδιορισμός δύο επιπλέον παραμέτρων του μοντέλου, ήτοι της μέσης τιμής $\mu_V = E[V_i]$ και του συντελεστή ασυμμετρίας $\xi_V = E[(V_i - \mu_V)^3]$ των τυχαίων μεταβλητών V_i , που εκτιμώνται ως εξής:

$$\left(a_0 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j \right) \mu_V = \mu_X \quad (3.3.19)$$

$$\left(a_0^3 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j^3 \right) \xi_V = \xi_X \gamma_0^{3/2} \quad (3.3.20)$$

Ακόμη, για το συγκεκριμένο μοντέλο προσομοίωσης λαμβάνονται οι διασπορές των V_i είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα:

$$\text{Var}[V_i] = 1 \quad (3.3.21)$$

3.3.3 Γενίκευση του σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση

Η γενίκευση του μοντέλου SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση έγινε από τον *Koutsoyiannis* (2000) προκειμένου να καταστεί δυνατή η ταυτόχρονη γέννηση πολλών στοχαστικά εξαρτημένων μεταβλητών, κάτι που επιτυγχάνεται με την παραγωγή συσχετισμένων μεταβλητών ανανέωσης.

Έστω $\mathbf{X}_i = (X_i^1, \dots, X_i^m)^T$ διάνυσμα m μεταβλητών κατά τη χρονική περίοδο i , σε κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί ο δείκτης l . Θεωρούμε το $m \times m$ μητρώο ετεροσυνδιασπορών \mathbf{g} με στοιχεία:

$$g^{lk} = \text{Cov}[X^l, X^k] \quad (3.3.22)$$

Οι μεταβλητές X_i^l διατυπώνονται ως σταθμισμένο άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών V_i^l , δηλαδή:

$$X_i^l = \sum_{r=-s}^s a_{|r|}^l V_{i+r}^l \quad (3.3.23)$$

Οι μεταβλητές ανανέωσης V_i^l μπορούν να θεωρηθούν χρονικά ασυσχέτιστες, δηλαδή για κάθε $i \neq j$:

$$\text{Cov}[V_i^l, V_j^k] = 0 \quad (3.3.24)$$

όμως χωρικά συσχετισμένες σε κάθε χρονικό βήμα i , δηλαδή για κάθε i :

$$c^{lk} = \text{Cov}[V_i^l, V_i^k] \neq 0 \quad (3.3.25)$$

Τα μητρώα ετεροσυνδιασπορών \mathbf{g} και \mathbf{c} συνδέονται με τη σχέση:

$$c^{lk} = \frac{g^{lk}}{\sum_{r=-s}^s a_{|r|}^l a_{|r|}^k} \quad (3.3.26)$$

Το μητρώο \mathbf{c} είναι γνωστό, επομένως κάθε διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{V}_i = (V_i^1, \dots, V_i^m)^T$ μπορεί να παραχθεί μέσω του απλού πολυμεταβλητού σχήματος:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{b}\mathbf{W}_i \quad (3.3.27)$$

όπου $\mathbf{W}_i = (W_i^1, \dots, W_i^m)^T$ διάνυσμα m στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών (οι οποίες έχουν μοναδιαία διασπορά) και \mathbf{b} μητρώο διαστάσεων $m \times m$, το οποίο υπολογίζεται με βάση τη μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών και για το οποίο ισχύει:

$$\mathbf{b}\mathbf{b}^T = \mathbf{c} \quad (3.3.28)$$

Εκτός από το μητρώο \mathbf{b} , μέσω του οποίου αναπαράγονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης των ετήσιων χρονοσειρών, απαιτείται ο προσδιορισμός των περιθώριων στατιστικών χαρακτηριστικών των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{W}_i , ήτοι των μέσων τιμών $\mu_{\mathbf{w}}$, και των συντελεστών ασυμμετρίας $\xi_{\mathbf{w}}$, που εκτιμώνται ως εξής:

$$\begin{aligned} \mu_{\mathbf{w}} &= \mathbf{b}^{-1} \mu_{\mathbf{v}} \\ \xi_{\mathbf{w}} &= (\mathbf{b}^{(3)})^{-1} \xi_{\mathbf{v}} \end{aligned} \quad (3.3.29)$$

όπου $\mathbf{b}^{(3)}$ μητρώο που περιέχει τους κύβους των στοιχείων του \mathbf{b} . Όπως προαναφέρθηκε, έχουμε ότι $\text{Cov}[\mathbf{W}_i, \mathbf{W}_i] = \mathbf{I}$, όπου \mathbf{I} το μοναδιαίο μητρώο.

Οι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταβλητές W_i^l παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III). Η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων είναι κατάλληλη για την αναπαραγωγή τυχαίων όρων με ασυμμετρία. Οι παράμετροι της κατανομής εκτιμώνται συναρτήσει των περιθώριων στατιστικών χαρακτηριστικών των \mathbf{W}_i .

3.3.4 Διαδικασία γέννησης ετήσιων χρονοσειρών

Η παραγωγή των ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω του πολυμεταβλητού SMA και της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς με βάση τα παρακάτω βήματα:

1) Εκτίμηση των δειγματικών χαρακτηριστικών κάθε μεταβλητής l ($l = 1, \dots, m$), ήτοι της μέσης τιμής μ_x , της διασποράς γ_0 , του συντελεστή ασυμμετρίας ξ_x και της ακολουθίας

των αυτοσυνδιασπορών $\hat{\gamma}_j$ και υπολογισμός του μητρώου δειγματικών ετεροσυνδιασπορών \mathbf{g} .

2) Εκτίμηση της παραμέτρου εμμονής β και της παραμέτρου σχήματος κ της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (βλ. 3.2.2) κάθε μεταβλητής l ($l = 1, \dots, m$).

3) Υπολογισμός των συντελεστών στάθμισης α_j του μοντέλου SMA (βλ. 3.3.2) για κάθε μεταβλητή l .

4) Από τις σχέσεις (3.3.19) και (3.3.20) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά μ_V και ξ_V των τυχαίων όρων V , και από την (3.3.26) υπολογίζονται τα στοιχεία του μητρώου ετεροσυνδιασπορών \mathbf{c} .

5) Προσδιορισμός του μητρώου παραμέτρων \mathbf{b} , με εφαρμογή της μεθοδολογίας αποσύνθεσης του μητρώου ετεροσυνδιασπορών \mathbf{c} (βλ. 3.8).

6) Με βάση τη σχέση (3.3.29) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων όρων W_i^l , και προσδιορίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης κατανομής τους, δηλαδή της κατανομής γάμα τριών παραμέτρων (βλ. 3.9.1).

7) Για κάθε έτος $i = 1, \dots, n$, όπου n το ζητούμενο μήκος της προσομοίωσης, παράγονται $n + 2s$ τυχαίες μεταβλητές W_i^l , μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 3.9.2).

3.4 Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.4.1 Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR (1))

Κάθε μηνιαία στοχαστική ανέλιξη θεωρείται *κυκλοστάσιμη*, που σημαίνει ότι διατηρεί σταθερά στατιστικά χαρακτηριστικά σε κάθε χρονική υποπερίοδο (μήνα). Στη μηνιαία χρονική κλίμακα δίνεται έμφαση στην αναπαραγωγή της περιοδικότητας, ενώ η μακροπρόθεσμη εμμονή των υδρολογικών διεργασιών αναπαράγεται μέσω της ετήσιας κλίμακας του σχήματος που περιγράφηκε στην ενότητα 3.3.

Το περιοδικό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, PAR(1), γενικευμένο για πολυμεταβλητή προσομοίωση, χρησιμοποιείται για την παραγωγή των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών.

Έστω το διάνυσμα $\mathbf{X}_\tau = (X_\tau^1, \dots, X_\tau^m)^T$, το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση m στοχαστικά εξαρτημένων ανεξίτητων κατά την υποπερίοδο τ . Το πολυμεταβλητό PAR(1) περιγράφει μαθηματικά την απλούστερη εξάρτηση των μεταβλητών X_τ^l ως προς τον χρόνο, με μια γραμμική αναδρομική σχέση της μορφής:

$$\mathbf{X}_\tau = \mathbf{a}_\tau \mathbf{X}_{\tau-1} + \mathbf{b}_\tau \mathbf{V}_\tau \quad (3.4.1)$$

όπου \mathbf{a}_τ , \mathbf{b}_τ μητρώα παραμέτρων διαστάσεων ($m \times m$), τα οποία εξαρτώνται με περιοδικό τρόπο από την υποπερίοδο και $\mathbf{V}_\tau = (V_\tau^1, \dots, V_\tau^m)^T$ το διάνυσμα του λευκού θορύβου (στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών, στο χώρο και στο χρόνο) μεγέθους m , ο οποίος έχει εξ' ορισμού μοναδιαία διασπορά.

Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται με βάση τα από κοινού στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος, δηλαδή από τις αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις, ως εξής:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{Cov}[\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_{\tau-1}] \{ \text{Cov}[\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \}^{-1} \quad (3.4.2)$$

$$\mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T = \text{Cov}[\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau \text{Cov}[\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \mathbf{a}_\tau^T \quad (3.4.3)$$

όπου $\text{Cov}[\mathbf{\Xi}, \mathbf{\Psi}]$ το μητρώο συνδιασπορών ενός ζεύγους τυχόντων διανυσμάτων τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{\Xi}$ και $\mathbf{\Psi}$, δηλαδή:

$$\text{Cov}[\mathbf{\Xi}, \mathbf{\Psi}] = E\{(\mathbf{\Xi} - E[\mathbf{\Xi}])(\mathbf{\Psi}^T - E[\mathbf{\Psi}^T])\} \quad (3.4.4)$$

Οι πρώτες ροπές (μέσες τιμές) των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V}_τ υπολογίζονται από την (3.4.1) αν λάβουμε αναμενόμενες τιμές, δηλαδή:

$$E[\mathbf{V}_\tau] = \mathbf{b}_\tau^{-1} \{ E[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau E[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.4.5)$$

Οι διασπορές των \mathbf{V}_τ είναι εξ' ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var}[\mathbf{V}_\tau] = [1, \dots, 1]^T \quad (3.4.6)$$

Οι τρίτες ροπές, οι οποίες σχετίζονται με την ασυμμετρία των τυχαίων όρων \mathbf{V}_τ , προκύπτουν από τη σχέση (3.4.1), αν υψώσουμε τα δύο μέλη στον κύβο (αφού προηγουμένως έχουμε αφαιρέσει τις μέσες τιμές) και λάβουμε τις αναμενόμενες τιμές, ως εξής:

$$\mu_3[\mathbf{V}_\tau] = (\mathbf{b}_\tau^{(3)})^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mu_3[\mathbf{a}_\tau \mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.4.7)$$

όπου: η παράσταση $\mu_3[\mathbf{\Xi}]$ υποδηλώνει την τρίτη κεντρική ροπή κάθε τυχόντος διανύσματος $\mathbf{\Xi}$, δηλαδή:

$$\mu_3[\mathbf{\Xi}] = E \left\{ (\mathbf{\Xi} - E[\mathbf{\Xi}])^3 \right\} \quad (3.4.8)$$

και $\mathbf{b}^{(k)}$ είναι το μητρώο τα στοιχεία του οποίου βρίσκονται υψωμένα στην k δύναμη.

Η εξίσωση (3.4.8) αποτελεί μια γενίκευση των σχέσεων που πρότειναν οι *Matalas and Wallis* (1976, p. 64), *Todini* (1980), και *Koutsoyiannis and Manetas* (1996). Ροπές μεγαλύτερης τάξης από αυτές της τρίτης τάξης δε χρησιμοποιούνται, ούτε μπορούν να εκτιμηθούν με παρόμοιο τρόπο.

Οι παράμετροι του μοντέλου καθορίζονται απόλυτα μέσω των παραπάνω σχέσεων, με την εξαίρεση της σχέσης (3.4.3), όπου δεν υπολογίζεται το μητρώο \mathbf{b}_τ , αλλά το γινόμενο: $\mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T$. Σε αυτή την περίπτωση, το μητρώο \mathbf{b}_τ προκύπτει από την αποσύνθεση του γινομένου $\mathbf{c}_\tau = \mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T$, με βάση τη μεθοδολογία αποσύνθεσης που περιγράφεται στην ενότητα 3.8.

Οι τυχαίες μεταβλητές \mathbf{V}_τ παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων. Οι εν λόγω παράμετροι εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των \mathbf{V}_τ , ήτοι των μέσων τιμών $E[\mathbf{V}_\tau]$, των διασπορών $\text{Var}[\mathbf{V}_\tau]$ και των ασυμμετριών $\mu_3[\mathbf{V}_\tau]$.

Γενικά, οι εξισώσεις βάσει των οποίων εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου PAR(1) περιέχουν μόνο τις ροπές των μεταβλητών \mathbf{X}^l , είτε των περιθώριων τάξης 1 ως 3 είτε των από κοινού τάξης 2. Εξαίρεση αποτελεί η εξίσωση (3.4.7), η οποία περιέχει τις τρίτες ροπές ενός γραμμικού συνδυασμού των \mathbf{X}^l , οι οποίες δεν μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, συναρτήσει των τρίτων ροπών των \mathbf{X}^l (στην πραγματικότητα εμφανίζονται ροπές από κοινού τρίτης τάξης, που δεν χρησιμοποιούνται γενικά). Εντούτοις, αν θεωρηθεί ότι το μητρώο \mathbf{a}_τ είναι διαγώνιο, τότε η (3.4.7) απλοποιείται και γράφεται:

$$\mu_3[\mathbf{V}_\tau] = (\mathbf{b}^{(3)})_\tau^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)} \mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.4.9)$$

Έτσι το μητρώο \mathbf{a}_τ δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{diag}(\text{Cov}[\mathbf{X}_\tau^1, \mathbf{X}_{\tau-1}^1] / \text{Var}[\mathbf{X}_{\tau-1}^1], \dots, \text{Cov}[\mathbf{X}_\tau^m, \mathbf{X}_{\tau-1}^m] / \text{Var}[\mathbf{X}_{\tau-1}^m]) \quad (3.4.10)$$

άρα το σχήμα γέννησης (3.4.1) γράφεται ως εξής:

$$X_\tau^l = a_\tau^l X_{\tau-1}^l + \sum_{k=1}^m b_\tau^{lk} V_\tau^k \quad (3.4.11)$$

Στο περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης αναπαράγεται το ελάχιστο σύνολο ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων (πραγματοποιείται φειδωλή χρήση παραμέτρων (parsimony of parameters)) που περιλαμβάνει τις *παραμέτρους των περιθωρίων συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής*, δηλαδή τις μέσες τιμές των μεταβλητών, τις διασπορές και τις ασυμμετρίες (τρίτες ροπές) και τις *παραμέτρους των από κοινού συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής*, δηλαδή τους συντελεστές ετεροσυσχέτισης για μηδενική χρονική υστέρηση μεταξύ μεταβλητών που βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις και συντελεστές αυτοσυσχέτισης για μοναδιαία χρονική υστέρηση μεταξύ μεταβλητών ίδιας θέσης (για διαγώνιο μητρώο \mathbf{a}_τ).

3.4.2 Διαδικασία γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών

Η γέννηση μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών μέσω του μοντέλου PAR(1) πραγματοποιείται με βάση τη διαδικασία που ακολουθεί:

- 1) Εκτιμώνται τα μηνιαία στατιστικά χαρακτηριστικά κάθε μεταβλητής l ($l = 1, \dots, m$), ήτοι οι μέσες τιμές $E[X_\tau^l]$, οι τρίτες κεντρικές ροπές $\mu_3[X_\tau^l]$ και οι αυτοσυνδιασπορές για μοναδιαία υστέρηση $\text{Cov}[X_\tau^l, X_{\tau-1}^l]$. Ακόμη, γίνεται υπολογισμός των μητρώων των μηνιαίων ετεροσυνδιασπορών $\text{Cov}[\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_\tau]$.
- 2) Προσδιορίζονται τα μητρώα \mathbf{a}_τ και \mathbf{b}_τ , για κάθε μήνα τ από τις σχέσεις (3.4.10) και (3.4.3).
- 3) Υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V}_τ από τις σχέσεις (3.4.5), (3.4.6) και (3.4.9), με βάση τα οποία γίνεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων της συνάρτησης κατανομής τους για κάθε μήνα τ .
- 4) Παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 3.9.2) οι τιμές του λευκού θορύβου που εισάγονται στο μοντέλο μέσω της αναδρομικής σχέσης

(3.4.11), και ακολουθεί ο υπολογισμός των συνθετικών τιμών των μηνιαίων μεταβλητών X_t^l . Συγκεκριμένα, αν n το μήκος της συνθετικής χρονοσειράς, τότε για κάθε χρονικό βήμα $\tau = 1, \dots, 12n$ παράγονται m τυχαίες μεταβλητές V_τ^l . Για τον πρώτο μήνα (Οκτώβριο) του πρώτου έτους που εφαρμόζεται το μοντέλο PAR(1) απαιτείται ο προσδιορισμός του διανύσματος των μηνιαίων τιμών των μεταβλητών για τον προηγούμενο μήνα, το οποίο θα υποθέσουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι είναι ίσο με το διάνυσμα της μέσης τιμής των μεταβλητών που αντιστοιχεί στο προηγούμενο χρονικό βήμα, δηλαδή στο μήνα Σεπτέμβριο.

Είναι προφανές ότι μέσω αυτής της μεθόδου η παραγωγή μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών είναι εντελώς ανεξάρτητη από την παραγωγή ετήσιων συνθετικών τιμών μέσω του σχήματος SMA (βλ. 3.3), κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την έλλειψη συνέπειας μεταξύ των δύο συνθετικών χρονοσειρών, καθώς το άθροισμα των μηνιαίων τιμών κάθε έτους για κάθε μεταβλητή δεν είναι ίσο με την αντίστοιχη ετήσια τιμή. Η αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των μηνιαίων και των ετήσιων χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω της διαδικασίας επιμερισμού που ακολουθεί.

3.5 Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.5.1 Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής

Αν $\mathbf{X}_\tau = (X_\tau^1, \dots, X_\tau^m)^T$ είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση m μεταβλητών χαμηλού επιπέδου (π.χ. μηνιαίων) κατά την υποπερίοδο τ μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, και $\mathbf{Z} = (Z^1, \dots, Z^m)^T$ το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβλητών υψηλού επιπέδου (π.χ. ετήσιων), οι οποίες αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο, τότε είναι προφανές ότι σε κάθε χρονική περίοδο, τα διανύσματα \mathbf{X}_τ και \mathbf{Z} πρέπει να ικανοποιούν την αθροιστική ιδιότητα:

$$\sum_{\tau=1}^s \mathbf{X}_\tau = \mathbf{Z} \quad (3.5.1)$$

όπου s το πλήθος των υποπεριοδών κάθε περιόδου (για λόγους απλούστευσης παραλείπουμε το δείκτη της χρονικής περιόδου στο συμβολισμό των διανυσμάτων \mathbf{X}_τ και \mathbf{Z}).

Η αθροιστική ιδιότητα (3.5.1) δεν είναι δυνατόν να ικανοποιείται εφόσον η γέννηση των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου (μηνιαίας κλίμακας) \mathbf{X}_s είναι ανεξάρτητη από τη γέννηση των μεταβλητών υψηλού επιπέδου (ετήσιας κλίμακας) \mathbf{Z} , δηλαδή η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χωρίς καμία αναφορά στις ετήσιες χρονοσειρές. Ακόμη, η αναπαραγωγή συνθετικών χρονοσειρών που αντιστοιχούν στις δύο χρονικές κλίμακες γίνεται μέσω διαφορετικών στοχαστικών μοντέλων, έτσι ώστε να αναπαράγονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε χρονικού επιπέδου, δηλαδή η μακροπρόθεσμη εμμονή των ετήσιων υδρολογικών διεργασιών και η περιοδικότητα των μηνιαίων.

Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν αναπτυχθεί τα λεγόμενα *μοντέλα επιμερισμού (disaggregation)*, τα οποία ενσωματώνουν τις μεταβλητές \mathbf{X}_s και \mathbf{Z} σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση που περιέχει όλες τις δυνατές συσχετίσεις τους (π.χ. Valencia and Schaake, 1973· Salas, 1993). Εντούτοις, το πλήθος των παραμέτρων τέτοιου τύπου μοντέλων επιμερισμού είναι πολύ μεγάλο και, κατά συνέπεια, η εκτίμησή τους είναι ιδιαίτερα δυσχερής. Για τον περιορισμό του πλήθους των παραμέτρων, έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, συνοπτική ανασκόπηση των οποίων κάνει ο Koutsoyiannis (2001).

Οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και αργότερα ο *Koutsoyiannis* (2001) ανέπτυξαν ένα πλήθος σχημάτων επιμερισμού, τα οποία επιτυγχάνουν την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων με χρήση μικρού πλήθους παραμέτρων. Στο σχήμα προσομοίωσης χρησιμοποιείται η λεγόμενη *διαδικασία γραμμικής αναγωγής* (linear adjusting procedure).

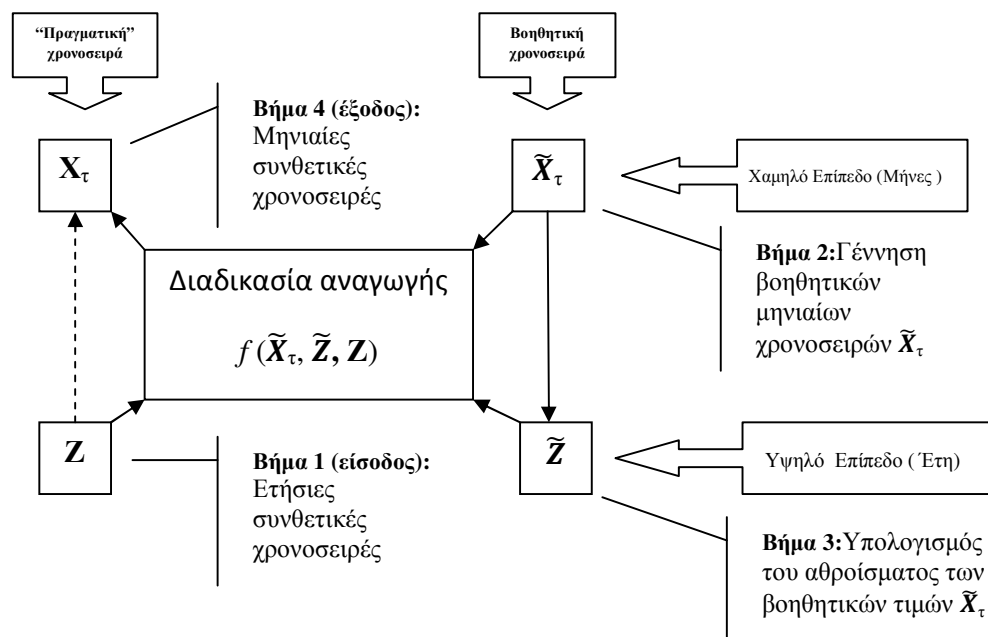
Για να πληρείται η σχέση (3.5.1) ορίζεται μια γενική μεθοδολογία επιμερισμού, που υλοποιείται μέσω αναγωγής. Η διαδικασία αναγωγής ουσιαστικά είναι ένας μετασχηματισμός της μορφής:

$$\mathbf{X}_\tau = f(\tilde{\mathbf{X}}_\tau, \tilde{\mathbf{Z}}, \mathbf{Z}) \quad (3.5.2)$$

όπου $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$ το διάνυσμα των μηνιαίων συνθετικών τιμών που έχουν προκύψει χωρίς αναφορά στην αντίστοιχη ετήσια συνθετική τιμή \mathbf{Z} , και $\tilde{\mathbf{Z}}$ το άθροισμα των μηνιαίων τιμών $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$ (γενικά ισχύει $\tilde{\mathbf{Z}} \neq \mathbf{Z}$).

Στο Σχήμα 3.5 (*Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004*) περιγράφεται ο τρόπος εφαρμογής του μοντέλου αναγωγής. Στο μοντέλο εισάγονται οι ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές, \mathbf{Z}_p και μέσω της εφαρμογής του μοντέλου γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών παράγεται μια ακολουθία βοηθητικών τιμών $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$, και υπολογίζεται το άθροισμά τους, ήτοι το διάνυσμα $\tilde{\mathbf{Z}}$. Αξίζει να αναφερθεί ότι για την πραγματοποίηση της γραμμικής αναγωγής δεν απαιτείται τα μοντέλα που παράγουν τις συνθετικές χρονοσειρές της ετήσιας και της μηνιαίας κλίμακας να είναι συμβατά μεταξύ τους (π.χ. δεν απαιτείται να έχουν ίδια δομή συνδιασπορών οι χρονοσειρές που παράγονται από τα δύο μοντέλα), κάτι που ισχύει στην περίπτωση της Κασταλίας, μιας και οι χρονοσειρές της ετήσιας κλίμακας παράγονται μέσω του σχήματος SMA, ενώ οι μηνιαίες χρονοσειρές παράγονται μέσω του μοντέλου PAR(1).

Τα διανύσματα $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$, $\tilde{\mathbf{Z}}$ και \mathbf{Z} εισάγονται στο μοντέλο αναγωγής και τελικά προκύπτει η τελική ακολουθία τιμών \mathbf{X}_τ που είναι συνεπής με την ετήσια τιμή \mathbf{Z} , καθώς ισχύει η αθροιστική ιδιότητα της σχέσης (3.5.1).



Σχήμα 3.5: Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας αναγωγής μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών για την αποκατάσταση της συνέπειάς τους με τις αντίστοιχες ετήσιες χρονοσειρές.

3.5.2 Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

Όπως αναφέρθηκε, οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και *Koutsoyiannis* (2001) ανέπτυξαν ένα πλήθος σχημάτων επιμερισμού, τα οποία επιτυγχάνουν την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων με χρήση μικρού πλήθους παραμέτρων. Για την περίπτωση της Κασταλίας επιλέχθηκε το μοντέλο γραμμικής αναγωγής, που είναι απλό στην εφαρμογή του και αναπαράγει τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

Έστω \tilde{X}_t ($t = 1, \dots, s$) τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $\mu_t = E[\tilde{X}_t]$ και μητρώο συνδιασπορών σ με στοιχεία $\sigma_{ij} = \text{Cov}[\tilde{X}_i, \tilde{X}_j]$ και Z τυχαία μεταβλητή, ανεξάρτητη της \tilde{X}_t , με μέση τιμή:

$$\mu_Z = E[Z] = \sum_{\tau=1}^s \mu_{\tau} \quad (3.5.3)$$

και διασπορά:

$$\sigma_{ZZ} = \text{Var}[Z] = \sum_{\tau=1}^s \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (3.5.4)$$

Αποδεικνύεται ότι οι μεταβλητές:

$$X_{\tau} = \tilde{X}_{\tau} + \lambda_{\tau} (Z - \sum_{\tau=1}^s \tilde{X}_{\tau}) \quad (3.5.5)$$

έχουν ίδιες μέσες τιμές και ίδιο μητρώο συνδιασπορών με τις μεταβλητές \tilde{X}_{τ} αν:

$$\lambda_{\tau} = \frac{\sigma_{zZ}}{\sigma_{ZZ}} \quad (3.5.6)$$

όπου:

$$\sigma_{zZ} = \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (3.5.7)$$

Η διαδικασία γραμμικής αναγωγής των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$X_{\tau} = \tilde{X}_{\tau} + \lambda_{\tau} (Z - \tilde{Z}) \quad (3.5.8)$$

όπου \tilde{Z} είναι το άθροισμα όλων των μεταβλητών \tilde{X}_{τ} .

Σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία, κάθε σταθερά λ_{τ} για μια συγκεκριμένη χρονική υποπερίοδο αντιπροσωπεύει το ποσοστό της συνδιασποράς κάθε μεταβλητής χαμηλού επιπέδου με τη μεταβλητή υψηλού επιπέδου στη συνδιασπορά της μεταβλητής υψηλού επιπέδου. Επομένως, πραγματοποιείται στην ουσία μια κατανομή της διαφοράς $(Z - \tilde{Z})$ της αθροιστικής ιδιότητας σε κάθε μεταβλητή χαμηλού επιπέδου, αναλογικά με τη συνδιασπορά της μεταβλητής χαμηλού επιπέδου με τη μεταβλητή υψηλού επιπέδου.

Η διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται και σε άλλα μοντέλα επιμερισμού (*Grygier and Stedinger, 1988· Lane and Flevert, 1990*), εντούτοις στα μοντέλα αυτά οι συντελεστές αναγωγής λ_{τ} δεν ορίζονται με βάση τις συνδιασπορές των μεταβλητών υψηλού επιπέδου αλλά είναι ανάλογοι των τυπικών αποκλίσεων των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου X_{τ} , δηλαδή:

$$\lambda_{\tau} = \frac{\sqrt{\sigma_{\tau\tau}}}{\sum_{j=1}^s \sqrt{\sigma_{jj}}} \quad (3.5.9)$$

Όμως, το μητρώο συνδιασπορών σ διατηρείται μόνο αν οι συντελεστές λ_τ προκύψουν από τη σχέση (3.5.6) και όχι από τη σχέση (3.5.9). Η διαφορά μεταξύ των δύο σχέσεων γίνεται περισσότερο εμφανής όταν οι μεταβλητές X_τ είναι ανεξάρτητες (η διεργασία X_τ είναι λευκός θόρυβος), οπότε η (3.5.6) γράφεται:

$$\lambda_\tau = \frac{\sigma_{\tau\tau}}{\sum_{j=1}^s \sigma_{jj}} \quad (3.5.10)$$

κάτι που έχει ως αποτέλεσμα οι συντελεστές αναγωγής να είναι ανάλογοι των διασπορών και όχι των τυπικών αποκλίσεων.

Οι συνδιασπορές $\sigma_{\tau Z}$ των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου με αυτές του υψηλού επιπέδου αποτελούν τις παραμέτρους του μοντέλου αναγωγής. Το άθροισμα των συνδιασπορών $\sigma_{\tau Z}$ για όλα τα χρονικά βήματα (χαμηλού επιπέδου) ισούται με τη διασπορά σ_{ZZ} της μεταβλητής υψηλού επιπέδου και έτσι οι σταθερές $\sigma_{\tau Z} / \sigma_{ZZ}$ για όλα τα χρονικά βήματα έχουν άθροισμα ίσο με 1 (όπως και όφειλαν εξάλλου).

Έτσι έχουμε:

$$\sum_{\tau=1}^s \lambda_\tau = 1 \quad (3.5.11)$$

Επομένως, το άθροισμα όλων των X_t είναι ίσο με τη Z ανεξαρτήτως των τιμών της \tilde{X}_t , δηλαδή εξασφαλίζεται η αθροιστική ιδιότητα σε κάθε περίπτωση.

Στο σχήμα γέννησης PAR(1) μόνο οι αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης είναι παράμετροι του μοντέλου, επομένως οι υπόλοιπες συνδιασπορές $\sigma_{\tau j}$, για $j > \tau + 1$, εκτιμώνται από την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma_{\tau j} = \frac{\sigma_{\tau\tau+1}\sigma_{\tau+1\tau+2}\cdots\sigma_{j-1j}}{\sigma_{\tau+1\tau+1}\cdots\sigma_{j-1j-1}} \quad (3.5.12)$$

η οποία προκύπτει από το μοντέλο PAR(1). Ακολουθεί η εκτίμηση των τιμών των $\sigma_{\tau Z}$ με βάση την εξίσωση (3.5.7). Παρόμοιες αλλά πιο πολύπλοκες σχέσεις μπορούν να εξαχθούν και για άλλα σειριακά μοντέλα.

Η παραπάνω μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί για οποιαδήποτε κατανομή των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου X_τ , διατηρώντας αναλλοίωτες τόσο τις μέσες τιμές όσο το μητρώο συνδιασπορών του ιστορικού δείγματος. Στην περίπτωση εμφάνισης αρνητικών τιμών λόγω της διαδικασίας αναγωγής (οι οποίες δεν είναι αποδεκτές, δεδομένου ότι πρόκειται

για υδρολογικές μεταβλητές) ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία οι αρνητικές μεταβλητές μηδενίζονται και εφαρμόζεται εκ νέου η γραμμική αναγωγή, μέχρις ότου να εξαλειφθούν οι αρνητικές τιμές ή να γίνουν τόσο μικρές ώστε να θεωρηθούν αμελητέες (κάτω από ένα αποδεκτό όριο).

3.5.3 Επαναληπτική διαδικασία τύπου Monte Carlo για το μηνιαίο PAR(1)

Μέσω της γραμμικής διαδικασίας αναγωγής εξασφαλίζεται τη συνέπεια μεταξύ των μεταβλητών υψηλού επιπέδου και αυτών του χαμηλού επιπέδου, αλλοιώνονται όμως και ορισμένα από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών. Γενικά μέσω της διαδικασίας αναγωγής υπεκτιμώνται οι ασυμμετρίες και οι ετεροσυσχετίσεις. Εξαιρέση αποτελούν ορισμένες εκφυλισμένες περιπτώσεις, και συγκεκριμένα η περίπτωση μηδενικών συντελεστών ασυμμετρίας καθώς και μηδενικών ή μοναδιαίων συντελεστών ετεροσυσχέτισης. Συγκεκριμένα, οι ετεροσυσχετίσεις υπεκτιμώνται για το λόγο ότι η γραμμική διαδικασία αναγωγής εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή X_t^l ($l = 1, \dots, n$).

Ένα άλλο πρόβλημα που συναντάται στα περισσότερα μοντέλα επιμερισμού, είναι η διατήρηση του συντελεστή συσχέτισης του πρώτου χρονικού βήματος μιας περιόδου με το τελευταίο της προηγούμενης. Όταν ξεκινά η γέννηση των συνθετικών μηνιαίων τιμών μιας περιόδου i με το μοντέλο PAR(1), είναι ήδη γνωστή η τιμή του τελευταίου μήνα της προηγούμενης περιόδου, η οποία εισάγεται στην αναδρομική σχέση (3.4.1). Με τον τρόπο αυτό διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, ο οποίος ωστόσο διαταράσσεται όταν εφαρμοστεί η διαδικασία γραμμικής αναγωγής (3.5.8). Η διαταραχή αυτή επηρεάζει και τις γειτονικές τιμές των αυτοσυσχετίσεων, σε μικρότερο βαθμό. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχει προταθεί μια γενικευμένη μεθοδολογία σύζευξης, η οποία μπορεί να λάβει υπόψη της περαιτέρω συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών (Koutsoyiannis, 2001).

Προκειμένου να επιτευχθεί κάποια εξομάλυνση των αποκλίσεων που παρατηρούνται μεταξύ των στατιστικών χαρακτηριστικών της αρχικής (βοηθητικής) και τελικής (ανηγμένης) μηνιαίας συνθετικής χρονοσειράς (Koutsoyiannis and Manetas, 1996), έγινε χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας τύπου Monte Carlo, πριν την εφαρμογή της διαδικασίας αναγωγής. Η εν λόγω διαδικασία συνίσταται στην εύρεση μιας στατιστικά ανεξάρτητης ακολουθίας μηνιαίων μεταβλητών, η οποία προσεγγίζει όσο το δυνατόν την ετήσια τιμή. Κατά συνέπεια, για κάθε χρονική περίοδο, παράγεται ένα πλήθος πραγματοποιήσεων των μηνιαίων μεταβλητών μέσω του μοντέλου PAR(1), ώσπου η απόσταση:

$$\Delta Z = \| \mathbf{Z} - \tilde{\mathbf{Z}} \| \quad (3.5.13)$$

να γίνει μικρότερη από κάποια αποδεκτή τιμή ΔZ_{\max} . Η απόσταση ΔZ ορίζεται αδιάστατα ως εξής:

$$\Delta Z = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{|Z^l - \tilde{Z}^l|}{\sqrt{\text{Var}[Z^l]}} \quad (3.5.14)$$

Επομένως, το όριο ΔZ_{\max} μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ποσοστό της μέσης τυπικής απόκλισης των ετήσιων μεταβλητών.

3.6 Γέννηση ημερήσιων χρονοσειρών

3.6.1 Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR (1))

Είδαμε ότι στην περίπτωση της μηνιαίας χρονικής κλίμακας, δίνεται έμφαση στην αναπαραγωγή της περιοδικότητας των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, ενώ η μακροπρόθεσμη εμμονή αναπαράγεται στην ετήσια κλίμακα, μέσω του σχήματος που περιγράφηκε στην ενότητα 3.3. Στην περίπτωση της ημερήσιας χρονικής κλίμακας χρησιμοποιείται ένα πολυμεταβλητό περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, το οποίο επαρκεί πλήρως για την διατήρηση των επιθυμητών ιδιοτήτων των παραγόμενων συνθετικών χρονοσειρών.

Για την γέννηση των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών χρησιμοποιείται το περιοδικό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης PAR(1), που έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση, αντίστοιχα με τη διαδικασία γέννησης μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών.

Έστω το διάνυσμα $\mathbf{Y}_{s,\tau} = (Y_{s,\tau}^1, \dots, Y_{s,\tau}^m)^T$, το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση m στοχαστικά εξαρτημένων ανεξίτηλων κατά την υποπερίοδο τ (ημέρα), την περίοδο s (μήνα). Το πολυμεταβλητό PAR(1) περιγράφει μαθηματικά την απλούστερη εξάρτηση των μεταβλητών $Y_{s,\tau}^l$ ως προς τον χρόνο, με μια γραμμική αναδρομική σχέση της μορφής:

$$\mathbf{Y}_{s,\tau} = \mathbf{a}_s \mathbf{Y}_{s,\tau-1} + \mathbf{b}_s \mathbf{V}_{s,\tau} \quad (3.6.1)$$

όπου $\mathbf{a}_s, \mathbf{b}_s$ μητρώα παραμέτρων διαστάσεων $(m \times m)$ για κάθε περίοδο (μήνα), τα οποία εξαρτώνται με περιοδικό τρόπο από την υποπερίοδο και $\mathbf{V}_{s,\tau} = (V_{s,\tau}^1, \dots, V_{s,\tau}^m)^T$ το διάνυσμα του λευκού θορύβου (στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών, στο χώρο και στο χρόνο) μεγέθους m , ο οποίος έχει εξ' ορισμού μοναδιαία διασπορά.

Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται με βάση τα από κοινού στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος, δηλαδή από τις αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις, ως εξής:

$$\mathbf{a}_s = \text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau}, \mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \{ \text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau-1}, \mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \}^{-1} \quad (3.6.2)$$

$$\mathbf{b}_s \mathbf{b}_s^T = \text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau}, \mathbf{Y}_{s,\tau}] - \mathbf{a}_s \text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau-1}, \mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \mathbf{a}_s^T \quad (3.6.3)$$

όπου $\text{Cov} [\mathbf{\Xi}, \mathbf{\Psi}]$ το μητρώο συνδιασπορών ενός ζεύγους τυχόντων διανυσμάτων τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{\Xi}$ και $\mathbf{\Psi}$, δηλαδή:

$$\text{Cov} [\mathbf{\Xi}, \mathbf{\Psi}] = E \{ (\mathbf{\Xi} - E[\mathbf{\Xi}]) (\mathbf{\Psi}^T - E[\mathbf{\Psi}^T]) \} \quad (3.6.4)$$

Οι πρώτες ροπές (μέσες τιμές) των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V}_τ υπολογίζονται από την (3.6.1) αν λάβουμε αναμενόμενες τιμές, δηλαδή:

$$E[\mathbf{V}_{s,\tau}] = \mathbf{b}_s^{-1} \{ E[\mathbf{Y}_{s,\tau}] - \mathbf{a}_s E[\mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \} \quad (3.6.5)$$

Οι διασπορές των $\mathbf{V}_{s,\tau}$ είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var}[\mathbf{V}_{s,\tau}] = [1, \dots, 1]^T \quad (3.6.6)$$

Οι τρίτες ροπές, οι οποίες σχετίζονται με την ασυμμετρία των τυχαίων όρων \mathbf{V}_τ , προκύπτουν από τη σχέση (3.6.1), αν υψώσουμε τα δύο μέλη στον κύβο (αφού προηγουμένως έχουμε αφαιρέσει τις μέσες τιμές) και λάβουμε τις αναμενόμενες τιμές, ως εξής:

$$\mu_3[\mathbf{V}_{s,\tau}] = (\mathbf{b}_s^{(3)})^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{Y}_{s,\tau}] - \mu_3[\mathbf{a}_s \mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \} \quad (3.6.7)$$

όπου: η παράσταση $\mu_3[\mathbf{\Xi}]$ υποδηλώνει την τρίτη κεντρική ροπή κάθε τυχόντος διανύσματος $\mathbf{\Xi}$, δηλαδή:

$$\mu_3[\Xi] = E\left\{\left(\Xi - E[\Xi]\right)^3\right\} \quad (3.6.8)$$

και $\mathbf{b}^{(k)}$ είναι το μητρώο τα στοιχεία του οποίου βρίσκονται υψωμένα στην k δύναμη.

Η εξίσωση (3.6.8) αποτελεί μια γενίκευση των σχέσεων που πρότειναν οι *Matalas and Wallis* (1976, p. 64), *Todini* (1980), και *Koutsoyiannis and Manetas* (1996). Ροπές μεγαλύτερης τάξης από αυτές της τρίτης τάξης δε χρησιμοποιούνται, ούτε μπορούν να εκτιμηθούν με παρόμοιο τρόπο.

Οι παράμετροι του μοντέλου καθορίζονται απόλυτα μέσω των παραπάνω σχέσεων, με την εξαίρεση της σχέσης (3.6.3), όπου δεν υπολογίζεται το μητρώο \mathbf{b}_s , αλλά το γινόμενο: $\mathbf{b}_s \mathbf{b}_s^T$. Σε αυτή την περίπτωση, το μητρώο \mathbf{b}_s προκύπτει από την αποσύνθεση του γινομένου $\mathbf{c}_s = \mathbf{b}_s \mathbf{b}_s^T$, με βάση τη μεθοδολογία αποσύνθεσης που περιγράφεται στην ενότητα 3.8.

Οι τυχαίες μεταβλητές $\mathbf{V}_{s,\tau}$ παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων. Οι εν λόγω παράμετροι εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των $\mathbf{V}_{s,\tau}$, ήτοι των μέσων τιμών $E[\mathbf{V}_{s,\tau}]$, των διασπορών $\text{Var}[\mathbf{V}_{s,\tau}]$ και των ασυμμετριών $\mu_3[\mathbf{V}_{s,\tau}]$.

Γενικά, οι εξισώσεις βάσει των οποίων εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου PAR(1) περιέχουν μόνο τις ροπές των μεταβλητών \mathbf{Y}_s^l , είτε των περιθώριων τάξης 1 ως 3 είτε των από κοινού τάξης 2. Εξαίρεση αποτελεί η εξίσωση (3.6.7), η οποία περιέχει τις τρίτες ροπές ενός γραμμικού συνδυασμού των \mathbf{Y}_s^l , οι οποίες δεν μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, συναρτήσει των τρίτων ροπών των \mathbf{Y}_s^l (στην πραγματικότητα εμφανίζονται ροπές από κοινού τρίτης τάξης, που δεν χρησιμοποιούνται γενικά). Εντούτοις, αν θεωρηθεί ότι το μητρώο \mathbf{a}_s είναι διαγώνιο, τότε η (3.6.7) απλοποιείται και γράφεται:

$$\mu_3[\mathbf{V}_{s,\tau}] = (\mathbf{b}^{(3)})_s^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{Y}_{s,\tau}] - \mathbf{a}_s^{(3)} \mu_3[\mathbf{Y}_{s,\tau-1}] \} \quad (3.6.9)$$

Έτσι το μητρώο \mathbf{a}_s δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{a}_s = \text{diag} (\text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau}^1, \mathbf{Y}_{s,\tau-1}^1] / \text{Var} [\mathbf{Y}_{s,\tau-1}^1], \dots, \text{Cov} [\mathbf{Y}_{s,\tau}^m, \mathbf{Y}_{s,\tau-1}^m] / \text{Var} [\mathbf{Y}_{s,\tau-1}^m]) \quad (3.6.10)$$

άρα το σχήμα γέννησης (3.6.1) γράφεται ως εξής:

$$\mathbf{Y}_{s,\tau}^l = \mathbf{a}_s^l \mathbf{Y}_{s,\tau-1}^l + \sum_{k=1}^m \mathbf{b}_s^{lk} \mathbf{V}_{s,\tau}^k \quad (3.6.11)$$

Στο περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης αναπαράγεται το ελάχιστο σύνολο ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων (πραγματοποιείται φειδωλή χρήση παραμέτρων) που περιλαμβάνει τις παραμέτρους των περιθωρίων συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής, δηλαδή τις μέσες τιμές των μεταβλητών, τις διασπορές και τις ασυμμετρίες (τρίτες ροπές) και τις παραμέτρους των από κοινού συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής, δηλαδή τους συντελεστές ετεροσυσχέτισης για μηδενική χρονική υστέρηση μεταξύ μεταβλητών που βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις και συντελεστές αυτοσυσχέτισης για μοναδιαία χρονική υστέρηση μεταξύ μεταβλητών ίδιας θέσης.

3.6.2 Διατήρηση της ασυμμετρίας

Η διατήρηση της ασυμμετρίας συχνά είναι πολύ σημαντική, καθώς οι υδρολογικές διεργασίες, ιδιαίτερα σε μικρές χρονικές κλίμακες (πχ. ημερήσια, ωριαία χρονική κλίμακα, κλπ.), ακολουθούν ασύμμετρες κατανομές.

Μέσω του σχήματος παραγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών (συμπεριλαμβανομένης και της διαδικασίας γραμμικής αναγωγής) αποδεικνύεται θεωρητικά η διατήρηση μέχρι και των ροπών δεύτερης τάξης (περιθωρίων και από κοινού) των ανεξίτητων. Εντούτοις, η διατήρηση των τρίτων ροπών (και συνεπώς και της ασυμμετρίας) είναι γενικά δύσκολο να χειρισθεί με αναλυτικό τρόπο. Κατά συνέπεια, δεν εξασφαλίζεται η διατήρηση των ροπών τρίτης τάξης και επομένως, η ασυμμετρία των συνθετικών χρονοσειρών αναμένεται να είναι μικρότερη από αυτή των ιστορικών δεδομένων.

Οι *Koutsoyiannis, Onof and Wheeler* (2003) μελέτησαν το πρόβλημα της υπεκτίμησης της ασυμμετρίας λόγω της ομοσκεδασιμότητας του λευκού θορύβου V_t . Εξ' ορισμού οι τιμές του λευκού θορύβου V_t στο γραμμικό πολυμεταβλητό μοντέλο βροχόπτωσης χαρακτηρίζονται από ομοσκεδασιμότητα, καθώς οι διασπορές του λευκού θορύβου είναι σταθερές και ανεξάρτητες των υψών βροχής, Y_t . Συγκεκριμένα, η διασπορά του λευκού θορύβου είναι εξ' ορισμού ίση με 1 στο μοντέλο PAR(1). Συνεπώς, αν παράγουμε μια συνθετική τιμή βροχόπτωσης στην τοποθεσία 2, δεδομένης της τιμής βροχόπτωσης στην τοποθεσία 1, θα συμπεράνουμε ότι η (εξαρτημένη) διασπορά είναι σταθερή και ανεξάρτητη της τιμής της τοποθεσίας 1. Εντούτοις, το συμπέρασμα αυτό δεν είναι ρεαλιστικό, διότι αν μελετήσουμε παράλληλα υετογράμματα σε δύο περιοχές προκύπτει ότι η διασπορά είναι μεγαλύτερη στις αιχμές και μικρότερη κατά τις περιόδους όπου το ύψος βροχής είναι μικρότερο (ετεροσκεδασιμότητα). Αποτέλεσμα αυτής της ασυνέπειας

είναι το γεγονός ότι τα συνθετικά υετογράμματα τείνουν να έχουν αρκετά όμοιες μεταξύ τους αιχμές, κάτι που δε συνάδει με την υδρολογική πραγματικότητα.

3.6.3 Μετασχηματισμός ημερήσιων δεδομένων

Για την αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος, οι *Koutsoyiannis, Onof and Wheeler* (2003) εξέτασαν μια σειρά από μη γραμμικούς μετασχηματισμούς για τις παραγόμενες συνθετικές τιμές βροχόπτωσης. Ένας μη γραμμικός μετασχηματισμός που εξετάστηκε είναι ο λογαριθμικός μετασχηματισμός:

$$\mathbf{Y}'_t := \ln(\mathbf{Y}_t + \zeta) \quad (3.6.12)$$

όπου το διάνυσμα $\zeta > 0$. Η υπόθεση της στασιμότητας μας επιτρέπει να θεωρήσουμε όλα τα στοιχεία του διανύσματος ζ ίσα με μια σταθερά ζ . Ο λογαριθμικός μετασχηματισμός θα ήταν ιδανικός στην εφαρμογή του, αν η τιμή της σταθεράς ζ είναι τέτοια ώστε οι μετασχηματισμένες χρονοσειρές των γνωστών υψών βροχόπτωσης να έχουν μηδενική ασυμμετρία, αν δηλαδή η μετασχηματισμένη μεταβλητή ακολουθεί κανονική κατανομή. Σε αυτή την περίπτωση, η διατήρηση των πρώτων και των δεύτερων ροπών των μετασχηματισμένων μεταβλητών είναι ισοδύναμη με τη διατήρηση των πρώτων και των δεύτερων ροπών των αρχικών μεταβλητών (πριν το λογαριθμικό μετασχηματισμό). Εντούτοις, αποτελέσματα από μελέτη ωριαίων δεδομένων βροχόπτωσης (τα οποία εμφανίζουν μεγάλη ασυμμετρία, όπως και τα ημερήσια δεδομένα) δείχνουν ότι η ασυμμετρία των μετασχηματισμένων δεδομένων αυξάνει με την αύξηση του ζ και εξακολουθεί να παραμένει θετική ακόμη και για πολύ μικρές τιμές του ζ , γεγονός που δεν καθιστά ιδανική την εφαρμογή του λογαριθμικού μετασχηματισμού.

Ο δεύτερος μετασχηματισμός που μελετήθηκε είναι ο μετασχηματισμός δύναμης της μορφής:

$$\mathbf{Y}'_t := \mathbf{Y}_t^{(m)} \quad (3.6.13)$$

όπου ο συμβολισμός (m) σημαίνει ότι όλα τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{Y}_t υψώνονται στη δύναμη m , όπου $0 < m < 1$. Η παραδοχή της στασιμότητας εξακολουθεί να ισχύει με την υπόθεση ότι η δύναμη m είναι ίδια για όλα τα στοιχεία του διανύσματος \mathbf{Y}_t . Η διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών των μεταβλητών πριν το μετασχηματισμό δεν έχει αναγκαστικά ως αποτέλεσμα τη διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών των μετασχηματισμένων μεταβλητών. Όμως αυτές οι ασυμφωνίες αναμένεται να είναι σχετικά μικρές αν ο εκθέτης m δεν έχει πολύ μικρή τιμή, π.χ. για $m \geq 0.5$. Ο

μετασχηματισμός δύναμης κρίθηκε κατάλληλος και χρησιμοποιείται σχήμα παραγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών του συστήματος *Κασταλία*.

Σύμφωνα με τον παραπάνω μετασχηματισμό (*Koutsoyiannis, Onof and Wheeler, 2003*), τα ημερήσια ιστορικά δεδομένα μετασχηματίζονται πριν εισαχθούν στο σχήμα προσομοίωσης. Έπειτα προκύπτουν οι μετασχηματισμένες συνθετικές χρονοσειρές ημερήσιας κλίμακας, οι οποίες τροποποιούνται μέσω της αντίστροφης διαδικασίας του μετασχηματισμού και τελικά λαμβάνουμε τις συνθετικές ημερήσιες χρονοσειρές.

Μία εναλλακτική προσέγγιση για τη διατήρηση της ασυμμετρίας και την αντιμετώπιση του προβλήματος που οφείλεται στην ετεροσκεδασιμότητα των υδρολογικών μεταβλητών (το οποίο περιγράφηκε προηγουμένως) θα μπορούσε να περιλαμβάνει την κατηγοριοποίηση των διαφορετικών υγρών ημερών σε κάθε μήνα, ορίζοντας έτσι διαφορετικές μέσες τιμές ύψους βροχόπτωσης, διακυμάνσεις, κλπ. για κάθε κατηγορία. Μια τέτοια κατηγοριοποίηση θα μπορούσε να βασιστεί στα ημερήσια ύψη βροχής, για παράδειγμα υψηλά, μέτρια και χαμηλά ύψη βροχής, η οποία όμως δεν ερευνήθηκε περαιτέρω (*Koutsoyiannis, Onof and Wheeler, 2003*).

3.6.4 Διατήρησης πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability dry)

Η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων αποτελεί πολύ σημαντική πληροφορία για τη μελέτη χρονοσειρών ύψους βροχόπτωσης σε μικρές χρονικές κλίμακες, όπως είναι η ημερήσια, επομένως η διατήρηση της πιθανότητας ξηρών περιόδων (probability dry) κρίνεται απαραίτητη κατά τη γέννηση ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών. Για την επίτευξη του στόχου αυτού, αναπτύσσεται μια σύνθετη μεθοδολογία που περιλαμβάνει διάφορες τεχνικές, μιας και η διατήρηση της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων αποτελεί ιδιαίτερο θέμα και δεν πραγματοποιείται με άμεσο τρόπο από τα γραμμικά στοχαστικά μοντέλα.

Το μοντέλο γέννησης χρονοσειρών βροχόπτωσης είναι φυσικό να φέρει πολύ μικρότερα ποσοστά ξηρών περιόδων σε σχέση με τη δεδομένη ιστορική χρονοσειρά ημερήσιας κλίμακας, παρόλο που διατηρεί μια σειρά από παραμέτρους των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής των μεταβλητών και παραμέτρους των από κοινού συναρτήσεων κατανομής των μεταβλητών. Αν και πραγματοποιείται η παραγωγή πολύ μικρών ημερήσιων τιμών, ιδιαίτερα τους καλοκαιρινούς μήνες όπου η μέση τιμή του ύψους βροχής είναι αρκετά μικρή, δεν είναι δυνατή η παραγωγή του ποσοστού των ημερήσιων τιμών βροχόπτωσης που είναι ακριβώς ίσες με μηδέν, δηλαδή του ποσοστού

των ξηρών περιόδων. Αυτό είναι άμεση συνέπεια του τρόπου λειτουργίας του μοντέλου PAR(1), καθώς δεν υπάρχει σαφής διάκριση των υγρών και των ξηρών ημερών.

Το πρόβλημα αυτό μελέτησαν οι *Koutsoyiannis, Onof and Wheeler* (2003) μέσω ανάλυσης μιας ωριαίας χρονοσειράς βροχόπτωσης μήκους 5 ετών (Brue, southwestern England). Τα συμπεράσματα της ανάλυσης αυτής, παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον για την περίπτωση των ημερήσιων δεδομένων, μιας και τόσο η ωριαία, όσο και η ημερήσια χρονική κλίμακα βροχόπτωσης έχουν έντονη θετική ασυμμετρία λόγω της μικρής συχνότητας εμφάνισης πολύ μεγάλων (ακραίων) τιμών.

Οι *Koutsoyiannis, Onof and Wheeler* (2003) παρατήρησαν ότι υπάρχει ένα σημαντικό ποσοστό μικρών τιμών ύψους βροχής στο διάστημα από 0 έως 0.1 mm, οι οποίες μετρώνται ως μηδενικές, παρά το γεγονός ότι είναι θετικές τιμές ύψους βροχής. Αυτό το φαινόμενο είναι πολύ γνωστό σε ερευνητές που ασχολούνται με την ανάλυση της δομής της βροχόπτωσης και σε όσους ασχολούνται με τη μέτρηση ύψους βροχής, οι οποίοι μάλιστα σε ορισμένες περιπτώσεις παρατηρούν βροχόπτωση ενώ οι μετρητές τους δείχνουν μηδενική ένδειξη. Ακόμη, αξίζει να σημειωθεί ότι τυπικά, η χαμηλότερη τιμή που μπορεί να μετρηθεί από συσκευές όπως ο βροχογράφος με ανατρεπόμενα σκαφίδια (tipping bucket pluviograph) είναι ίση με 0.2 mm. Συνεπώς, μια περίοδος που καταγράφεται ως ξηρή με βάση την ένδειξη του βροχογράφου, δεν είναι απαραίτητα ξηρή περίοδος από φυσικής απόψεως (*Koutsoyiannis, Onof and Wheeler, 2003*).

Ο διαχωρισμός των (ψευδο - ξηρών) περιόδων με θετικές τιμές ύψους βροχόπτωσης στο διάστημα (0 , 0.1 mm) από τις ξηρές περιόδους που έχουν ακριβώς μηδενικό ύψος βροχόπτωσης, δεν είναι εύκολη υπόθεση. Οι *Koutsoyiannis, Onof and Wheeler* (2003) έδειξαν ότι ο δεν είναι δυνατός ο ακριβής προσδιορισμός του αριθμού των πολύ μικρών τιμών βροχόπτωσης και συμπέραναν ότι δεν είναι απαραίτητη η προσομοίωση της βροχόπτωσης ως ανέλιξη διπλής κατάστασης (μέσω σαφούς διάκρισης των ξηρών από τις υγρές περιόδους), αλλά αρκεί να χειριστεί ως τυπική στοχαστική ανέλιξη, οι μικρότερες τιμές της οποίας (<0.1 mm) τίθενται ίσες με μηδέν. Στην πραγματικότητα, η προσέγγιση αυτή δεν είναι απόλυτα ρεαλιστική σε ότι αφορά τις ξηρές περιόδους, όμως ένα μοντέλο προσομοίωσης δεν είναι δυνατό να είναι απόλυτα συνεπές με την υδρολογική πραγματικότητα.

Επομένως, για τη διατήρηση της πιθανότητας εμφάνισης υγρών περιόδων, στην *Κασταλία* εφαρμόζεται μια τεχνική στρογγυλοποίησης των πολύ μικρών τιμών: ένα ποσοστό π_0 των πολύ μικρών τιμών επιλέγεται τυχαία μεταξύ των παραγόμενων συνθετικών τιμών που είναι μικρότερες από ένα όριο (threshold) l_0 (π.χ 0.1 – 0.3 mm) τίθενται μηδέν (*Koutsoyiannis, Onof and Wheeler, 2003*).

Ακόμη, μηδενίζονται οι αρνητικές τιμές, η παραγωγή των οποίων είναι αναπόφευκτη σε ένα γραμμικό στοχαστικό μοντέλο όταν είναι μεγάλος ο συντελεστής μεταβλητότητας. Η

αντικατάσταση των αρνητικών τιμών από μηδενικές τιμές έχει ευνοϊκό αποτέλεσμα στην αναπαραγωγή ποσοστών ξηρών περιόδων, αποτελεί όμως και πηγή μεροληψίας στα προς διατήρηση στατιστικά χαρακτηριστικά. Επίσης, υπερεκτιμάται η ετεροσυσχέτιση καθώς είναι πολύ πιθανό οι αρνητικές τιμές βροχόπτωσης (που τελικά μηδενίζονται) να εμφανίζονται σε πολλούς σταθμούς την ίδια χρονική περίοδο, ενώ παράλληλα υπεκτιμάται και η τυπική απόκλιση.

Για το λόγο ότι ο συνολικός αριθμός των υγρών περιόδων – ο οποίος είναι ίσος με το άθροισμα των μηδενικών τιμών της στρογγυλοποίησης και της αντικατάστασης των αρνητικών τιμών – δεν αρκεί τελικά για τη διατήρηση του Probability dry, δοκιμάζεται μια μέθοδος η οποία λαμβάνει υπόψη στη διάσταση του χώρου τις ημέρες που υπάρχει ηλιοφάνεια και επίσης λειτουργεί σε συμφωνία με το Μαρκωβιανό στοχαστικό μοντέλο.

Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, υπάρχει μια πιθανότητα σε κάποια τοποθεσία για κάποια χρονική στιγμή η τιμή της βροχόπτωσης να είναι ίση με μηδέν. Η επιλογή των μηδενικών ημερών γίνεται με τυχαίο τρόπο λαμβάνοντας υπόψη την ιδιότητα του μοντέλου Μαρκόφ. Σύμφωνα με αυτή την ιδιότητα, αν στο προηγούμενο χρονικό βήμα (Y'_{t-1}) έχουμε ξηρή περίοδο, τότε η πιθανότητα k_1 να έχουμε ξηρή περίοδο στο επόμενο χρονικό βήμα (Y'_t) είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την πιθανότητα k_2 να έχουμε ξηρή περίοδο (Y'_t) αν στο προηγούμενο χρονικό βήμα (Y'_{t-1}) είχαμε υγρή περίοδο.

Ακόμη, αν τουλάχιστον σε ένα σταθμό έχουμε ξηρή περίοδο με αυτή τη μέθοδο, τότε υπάρχει μια πιθανότητα (k_3) να έχουμε ξηρή περίοδο σε όλους τους υπόλοιπους σταθμούς για το ίδιο χρονικό βήμα (λαμβάνοντας έτσι, υπόψη τις ημέρες που υπάρχει ηλιοφάνεια). Αυτή η μέθοδος αναμένεται να έχει ως αποτέλεσμα την υπερεκτίμηση του συντελεστή ετεροσυσχέτισης για μηδενική χρονική υστέρηση, η οποία όμως σχετικά εξισορροπείται από την υπεκτίμηση του συντελεστή ετεροσυσχέτισης λόγω της μεθόδου της στρογγυλοποίησης.

Πιο συγκεκριμένα, οι πιθανότητες k_1 και k_2 ορίζονται ως ποσοστά της ιστορικής πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων, δηλαδή αν p η ημερήσια ιστορική πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων τότε για κάθε μήνα j είναι:

$$\begin{aligned} k_{1,j} &= \lambda_1 p_j \\ k_{2,j} &= \lambda_2 p_j \end{aligned} \quad (3.6.14)$$

όπου λ_1 και λ_2 ποσοστά που ορίζονται από το χρήστη ($\lambda_1 > \lambda_2$). Η πιθανότητα να έχουμε ξηρή περίοδο σε όλους τους υπόλοιπους σταθμούς για το ίδιο χρονικό βήμα (k_3) εισάγεται απευθείας από το χρήστη.

Ο τελικός αριθμός ξηρών περιόδων στη *Κασταλία* προκύπτει αν αθροίσουμε τις ξηρές περιόδους που προκύπτουν από τις τρεις παραπάνω μεθόδους. Το ποσοστό των ξηρών

περιόδων με αυτή τη μεθοδολογία είναι πολύ κοντά στο ποσοστό των ξηρών περιόδων της ιστορικής χρονοσειράς και μάλιστα μπορεί να επιτευχθεί αρκετά μεγάλη ακρίβεια μέσω μικρής τροποποίησης των παραμέτρων της παραπάνω μεθοδολογίας.

3.6.5 Διαδικασία γέννησης ημερήσιων χρονοσειρών

Η γέννηση ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών μέσω του μοντέλου PAR(1) πραγματοποιείται σύμφωνα με τα παρακάτω βήματα:

1) Εκτιμώνται για κάθε μήνα s τα ημερήσια στατιστικά χαρακτηριστικά κάθε μεταβλητής l ($l = 1, \dots, m$), ήτοι οι μέσες τιμές $E[X_{s, \tau}^l]$, οι τρίτες κεντρικές ροπές $\mu_3[X_{s, \tau}^l]$, οι αυτοσυνδιασπορές για μοναδιαία υστέρηση $\text{Cov}[X_{s, \tau}^l, X_{s, \tau-1}^l]$ και η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων. Ακόμη, γίνεται υπολογισμός των μητρώων των μηνιαίων ετεροσυνδιασπορών $\text{Cov}[\mathbf{X}_{s, \tau}, \mathbf{X}_{s, \tau}]$.

2) Μετασχηματίζονται οι ιστορικές ημερήσιες χρονοσειρές με βάση το μετασχηματισμό δύναμης (βλ. 3.6.3) και υπολογίζονται τα ημερήσια στατιστικά χαρακτηριστικά των μετασχηματισμένων δεδομένων.

3) Προσδιορίζονται για κάθε μήνα s τα μητρώα \mathbf{a}_s και \mathbf{b}_s , από τις σχέσεις (3.6.10) και (3.6.3).

4) Υπολογίζονται τα ημερήσια στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών $\mathbf{V}_{s, \tau}$ από τις σχέσεις (3.6.5), (3.6.6) και (3.6.9), με βάση τα οποία γίνεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων της συνάρτησης κατανομής τους για κάθε μήνα τ .

5) Παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 3.9.2) οι τιμές του λευκού θορύβου, ήτοι m τυχαίες μεταβλητές $V_{s, \tau}^l$ για κάθε χρονικό βήμα τ (ημέρα), που εισάγονται στο μοντέλο μέσω της αναδρομικής σχέσης (3.6.11), και ακολουθεί ο υπολογισμός των συνθετικών τιμών των ημερήσιων μεταβλητών $Y_{s, \tau}^l$. Για την πρώτη ημέρα του πρώτου μήνα (Οκτώβριος) του πρώτου έτους που εφαρμόζεται το μοντέλο PAR(1) απαιτείται ο προσδιορισμός του διανύσματος των ημερήσιων τιμών των μεταβλητών για την προηγούμενη ημέρα, το οποίο θα υποθέσουμε χωρίς βλάβη της γενικότητας ότι είναι ίσο με το διάνυσμα της ημερήσιας μέσης τιμής των μεταβλητών που αντιστοιχεί στον πρώτο μήνα του υδρολογικού έτους (ημερήσια μέση τιμή Οκτωβρίου). Κατά τη γέννηση ημερήσιων χρονοσειρών μέσω του PAR(1), εφαρμόζονται και μέθοδοι διατήρησης της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (probability dry), δηλαδή η στρογγυλοποίηση των πολύ μικρών τιμών, η μέθοδος που λαμβάνει υπόψη τις

ημέρες που υπάρχει ηλιοφάνεια και ο μηδενισμός των αρνητικών τιμών που παράγει το μοντέλο (βλ. 3.6.4).

7) Οι συνθετικές ημερήσιες χρονοσειρές τροποποιούνται μέσω της αντίστροφης διαδικασίας του μετασχηματισμού και προκύπτει η “απο-μετασχηματισμένη” συνθετική χρονοσειρά.

Όπως είναι φυσικό, μέσω αυτής της μεθόδου η παραγωγή ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών είναι εντελώς ανεξάρτητη από την παραγωγή μηνιαίων συνθετικών τιμών μέσω του μοντέλου PAR(1) για το μηνιαίο βήμα, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την έλλειψη συνέπειας μεταξύ των δύο συνθετικών χρονοσειρών, καθώς το άθροισμα των ημερήσιων τιμών κάθε μήνα για κάθε μεταβλητή δεν είναι ίσο με την αντίστοιχη μηνιαία τιμή. Η αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των ημερήσιων και των μηνιαίων χρονοσειρών πραγματοποιείται μέσω της διαδικασίας επιμερισμού που ακολουθεί.

3.7 Αποκατάσταση συνέπειας ημερήσιων χρονοσειρών

3.7.1 Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής

Αν $\mathbf{Y}_\tau = (Y_\tau^1, \dots, Y_\tau^m)^T$ είναι το διάνυσμα που αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση m μεταβλητών χαμηλού επιπέδου (π.χ. ημερήσιων) κατά την υποπερίοδο τ μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου (μήνα), και $\mathbf{X} = (X^1, \dots, X^m)^T$ το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβλητών υψηλού επιπέδου (π.χ. μηνιαίων), οι οποίες αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο, τότε είναι προφανές ότι σε κάθε χρονική περίοδο, τα διανύσματα \mathbf{Y}_τ και \mathbf{X} πρέπει να ικανοποιούν την αθροιστική ιδιότητα:

$$\sum_{\tau=1}^s \mathbf{Y}_\tau = \mathbf{X} \quad (3.7.1)$$

όπου s το πλήθος των υποπεριοδών (ημερών) κάθε περιόδου (για λόγους απλούστευσης παραλείπουμε το δείκτη της χρονικής περιόδου στο συμβολισμό των διανυσμάτων \mathbf{Y}_τ και \mathbf{X}).

Η αθροιστική ιδιότητα (3.7.1) δεν είναι δυνατόν να ικανοποιείται εφόσον η γέννηση των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου (ημερήσιας κλίμακας) \mathbf{Y}_s είναι ανεξάρτητη από τη γέννηση των μεταβλητών υψηλού επιπέδου (μηνιαίας κλίμακας) \mathbf{X} , δηλαδή η γέννηση

των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χωρίς καμία αναφορά στις μηνιαίες χρονοσειρές.

Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος έχουν αναπτυχθεί τα λεγόμενα *μοντέλα επιμερισμού (disaggregation)*, τα οποία ενσωματώνουν τις μεταβλητές Y_t και X σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση που περιέχει όλες τις δυνατές συσχετίσεις τους (π.χ. *Valencia and Schaake, 1973· Salas, 1993*). Εντούτοις, το πλήθος των παραμέτρων τέτοιου τύπου μοντέλων επιμερισμού είναι πολύ μεγάλο και, κατά συνέπεια, η εκτίμησή τους είναι ιδιαίτερα δυσχερής. Για τον περιορισμό του πλήθους των παραμέτρων, έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, συνοπτική ανασκόπηση των οποίων κάνει ο *Koutsoyiannis (2001)*.

Οι *Koutsoyiannis and Manetas (1996)* και αργότερα ο *Koutsoyiannis (2001)* ανέπτυξαν ένα πλήθος σχημάτων επιμερισμού, τα οποία επιτυγχάνουν την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων με χρήση μικρού πλήθους παραμέτρων. Στο σχήμα προσομοίωσης χρησιμοποιείται η λεγόμενη *διαδικασία γραμμικής αναγωγής (linear adjusting procedure)*.

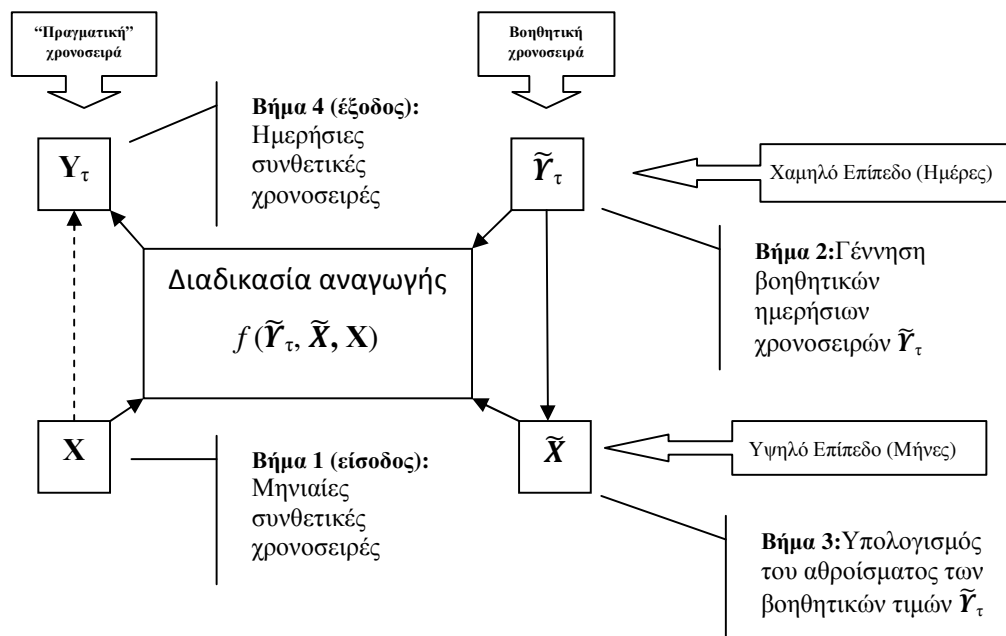
Για να πληρείται η της σχέσης (3.7.1) ορίζεται μια γενική μεθοδολογία επιμερισμού, που υλοποιείται μέσω αναγωγής. Η διαδικασία αναγωγής ουσιαστικά είναι ένας μετασχηματισμός της μορφής:

$$Y_t = f(\tilde{Y}_t, \tilde{X}, X) \quad (3.7.2)$$

όπου \tilde{Y}_t το διάνυσμα των ημερήσιων συνθετικών τιμών που έχουν προκύψει χωρίς αναφορά στην αντίστοιχη μηνιαία συνθετική τιμή X , και \tilde{X} το άθροισμα των ημερήσιων τιμών \tilde{Y}_t (γενικά ισχύει $\tilde{X} \neq X$).

Στο Σχήμα 3.6 περιγράφεται ο τρόπος εφαρμογής του μοντέλου αναγωγής. Στο μοντέλο εισάγονται οι μηνιαίες συνθετικές χρονοσειρές, X_p και μέσω της εφαρμογής του μοντέλου γέννησης ημερήσιων χρονοσειρών παράγεται μια ακολουθία βοηθητικών τιμών \tilde{Y}_t , και υπολογίζεται το άθροισμά τους, ήτοι το διάνυσμα \tilde{X} . Αξίζει να αναφερθεί ότι για την πραγματοποίηση της γραμμικής αναγωγής δεν απαιτείται τα μοντέλα που παράγουν τις συνθετικές χρονοσειρές της μηνιαίας και της ημερήσιας χρονικής κλίμακας να είναι συμβατά μεταξύ τους (π.χ. δεν απαιτείται να έχουν ίδια δομή συνδιασπορών οι χρονοσειρές που παράγονται από τα δύο μοντέλα).

Τα διανύσματα \tilde{Y}_t , \tilde{X} και X εισάγονται στο μοντέλο αναγωγής και τελικά προκύπτει η τελική ακολουθία τιμών Y_t που είναι συνεπής με τη μηνιαία τιμή X , καθώς ισχύει η αθροιστική ιδιότητα της σχέσης (3.7.1).



Σχήμα 3.6: Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας αναγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών για την αποκατάσταση της συνέπειάς τους με τις αντίστοιχες μηνιαίες χρονοσειρές.

3.7.2 Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

Όπως αναφέρθηκε, οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και *Koutsoyiannis* (2001) ανέπτυξαν ένα πλήθος σχημάτων επιμερισμού, τα οποία επιτυγχάνουν την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων με χρήση μικρού πλήθους παραμέτρων. Για την περίπτωση της *Κασταλίας* επιλέχθηκε το μοντέλο γραμμικής αναγωγής, που είναι απλό στην εφαρμογή του και αναπαράγει (με κάποια προσέγγιση) τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

Έστω \tilde{Y}_τ ($\tau = 1, \dots, s$) τυχαία μεταβλητή (χαμηλού επιπέδου) και X τυχαία μεταβλητή (υψηλού επιπέδου), ανεξάρτητη της \tilde{Y}_τ . Η διαδικασία γραμμικής αναγωγής των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Y_\tau = \tilde{Y}_\tau + \lambda_\tau (X - \tilde{X}) \quad (3.7.3)$$

όπου \tilde{X} είναι το άθροισμα όλων των μεταβλητών \tilde{Y}_τ :

$$\bar{X} = \sum_{\tau=1}^s \tilde{Y}_{\tau} \quad (3.7.4)$$

Στην περίπτωση των ημερήσιων μεταβλητών υπάρχει η απαίτηση της διατήρησης της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων, κάτι που δεν ισχύει για τις μεταβλητές μηνιαίας χρονικής κλίμακας. Για το λόγο αυτό, οι μηδενικές τιμές ύψους βροχόπτωσης που παράγονται από τη διαδικασία γέννησης ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών πρέπει να παραμένουν μηδενικές μετά τη διαδικασία αναγωγής, ενώ ταυτόχρονα πρέπει να ικανοποιείται και η σχέση (3.7.1).

Από τη σχέση (3.7.3) είναι προφανές ο αριθμός των μηδενικών περιόδων που παράγονται από τη μεθοδολογία διατήρησης του Probability dry (βλ. 3.6.4) μειώνεται, καθώς στις μηδενικές τιμές ύψους βροχής \tilde{Y}_{τ} , προστίθενται οι ποσότητες $\lambda_{\tau}(X - \bar{X})$. Επομένως, στην περίπτωση της αποκατάστασης συνέπειας των μεταβλητών ημερήσιας χρονικής κλίμακας οι συντελεστές λ_{τ} δεν ορίζονται με βάση τις συνδιασπορές των μεταβλητών υψηλού επιπέδου (βλ. 3.5.2), αλλά εφαρμόζεται η παρακάτω διαδικασία:

- 1) Για κάθε μήνα X μετράται ο αριθμός n των υγρών υποπεριόδων (ημερών).
- 2) Οι συντελεστές λ_{τ} για κάθε μήνα λαμβάνονται από τη σχέση:

$$\lambda_{\tau} = \frac{1}{n} \quad (3.7.5)$$

Με τον τρόπο αυτό, ουσιαστικά πραγματοποιείται μια κατανομή της διαφοράς $(X - \bar{X})$ της αθροιστικής ιδιότητας στις μεταβλητές χαμηλού επιπέδου που δεν έχουν μηδενικό ύψος βροχόπτωσης, δηλαδή στις υγρές ημέρες κάθε μήνα. Επομένως ο αριθμός των μηδενικών τιμών των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου για κάθε μήνα παραμένει σταθερός μετά τη διαδικασία αναγωγής, ικανοποιείται ταυτόχρονα και η αθροιστική ιδιότητα της σχέσης (3.7.1) και ισχύει:

$$\sum_{\tau=1}^s \lambda_{\tau} = 1 \quad (3.7.6)$$

Συνεπώς, το άθροισμα όλων των Y_{τ} για κάθε μήνα είναι ίσο με την τιμή X ανεξαρτήτως των τιμών της \tilde{Y}_{τ} , δηλαδή εξασφαλίζεται η αθροιστική ιδιότητα σε κάθε περίπτωση.

Η παραπάνω μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί για οποιαδήποτε κατανομή των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου Y_{τ} . Στην περίπτωση εμφάνισης αρνητικών τιμών λόγω της διαδικασίας αναγωγής (οι οποίες δεν είναι αποδεκτές στην περίπτωση των υδρολογικών μεταβλητών)

ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία κατά την οποία οι αρνητικές μεταβλητές μηδενίζονται και εφαρμόζεται εκ νέου η γραμμική αναγωγή, μέχρις ότου να εξαλειφθούν οι αρνητικές τιμές ή να γίνουν τόσο μικρές ώστε να θεωρηθούν αμελητέες.

3.7.3 Επαναληπτική διαδικασία τύπου Monte Carlo για το ημερήσιο PAR(1)

Μέσω της γραμμικής διαδικασίας αναγωγής εξασφαλίζεται τη συνέπεια μεταξύ των μεταβλητών υψηλού επιπέδου και αυτών του χαμηλού επιπέδου, αλλοιώνονται όμως και ορισμένα από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών. Γενικά μέσω της διαδικασίας αναγωγής υπεκτιμώνται οι ασυμμετρίες και οι ετεροσυσχετίσεις. Εξαιρέση αποτελούν ορισμένες εκφυλισμένες περιπτώσεις, και συγκεκριμένα η περίπτωση μηδενικών συντελεστών ασυμμετρίας καθώς και μηδενικών ή μοναδιαίων συντελεστών ετεροσυσχέτισης. Συγκεκριμένα, υπάρχει μια μικρή υπεκτίμηση των ετεροσυσχετίσεων για το λόγο ότι η γραμμική διαδικασία αναγωγής εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή Y_t^l ($l = 1, \dots, n$).

Ένα άλλο πρόβλημα που συναντάται στα περισσότερα μοντέλα επιμερισμού, είναι η διατήρηση του συντελεστή συσχέτισης του πρώτου χρονικού βήματος μιας περιόδου με το τελευταίο της προηγούμενης. Όταν ξεκινά η γέννηση των συνθετικών ημερήσιων τιμών μιας περιόδου i με το μοντέλο PAR(1), είναι ήδη γνωστή η τιμή του χρονικού βήματος που προηγείται του πρώτου (ίση με την ημερήσια μέση τιμή του Οκτωβρίου, σύμφωνα με τα προηγούμενα), η οποία εισάγεται στην αναδρομική σχέση (3.6.1). Με τον τρόπο αυτό διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, ο οποίος ωστόσο διαταράσσεται όταν εφαρμοστεί η διαδικασία γραμμικής αναγωγής (3.7.3). Η διαταραχή αυτή επηρεάζει και τις γειτονικές τιμές των αυτοσυσχετίσεων, σε μικρότερο βαθμό. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχει προταθεί μια γενικευμένη μεθοδολογία σύζευξης, η οποία μπορεί να λάβει υπόψη της περαιτέρω συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών (Koutsoyiannis, 2001).

Προκειμένου να επιτευχθεί κάποια εξομάλυνση των αποκλίσεων που παρατηρούνται μεταξύ των στατιστικών χαρακτηριστικών της αρχικής (βοηθητικής) και τελικής (ανηγμένης) ημερήσιας συνθετικής χρονοσειράς (Koutsoyiannis and Manetas, 1996), έγινε χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας τύπου Monte Carlo, πριν την εφαρμογή της διαδικασίας αναγωγής. Η εν λόγω διαδικασία συνίσταται στην εύρεση μιας στατιστικά ανεξάρτητης ακολουθίας ημερήσιων μεταβλητών, η οποία προσεγγίζει όσο το δυνατόν την αντίστοιχη μηνιαία τιμή. Κατά συνέπεια, για κάθε χρονική περίοδο, παράγεται ένα πλήθος πραγματοποιήσεων των ημερήσιων μεταβλητών μέσω του μοντέλου PAR(1), ώσπου η απόσταση:

$$\Delta X = \| \mathbf{X} - \tilde{\mathbf{X}} \| \quad (3.7.7)$$

να γίνει μικρότερη από κάποια αποδεκτή τιμή ΔX_{\max} . Η απόσταση ΔX ορίζεται αδιάστατα ως εξής:

$$\Delta X = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{|X^l - \tilde{X}^l|}{\sqrt{\text{Var}[X^l]}} \quad (3.7.8)$$

Συνεπώς, το όριο ΔX_{\max} μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ποσοστό της μέσης τυπικής απόκλισης των μηνιαίων μεταβλητών.

Στη συνέχεια γίνεται συνοπτική παράθεση των βημάτων του πλήρους σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών που χρησιμοποιεί η *Κασταλία*.

3.7.4 Σύνοψη πλήρους σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών

Το πλήρες σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

- 1) Παράγονται οι συνθετικές χρονοσειρές των ετήσιων μεταβλητών με το μοντέλο SMA σε κάθε θέση και για όλα τα έτη της προσομοίωσης (βλ. 3.3).
- 2) Για κάθε έτος παράγονται οι (βοηθητικές) μηνιαίες χρονοσειρές με εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) (βλ. 3.4). Στη συνέχεια υπολογίζεται για κάθε έτος το άθροισμα των μηνιαίων συνθετικών τιμών και υπολογίζεται η απόσταση ΔZ του αθροίσματος από την αντίστοιχη ετήσια τιμή που παράγεται μέσω του μοντέλου SMA μέσω της σχέσης (3.5.14).
- 3) Επαναλαμβάνεται το βήμα 2 εισάγοντας στην ακολουθία PAR(1) διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες, ώσπου η τιμή ΔZ να γίνει μικρότερη από ένα αποδεκτό όριο ΔZ_{\max} .
- 4) Πραγματοποιείται αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των συνθετικών μηνιαίων τιμών και της αντίστοιχης ετήσιας τιμής μέσω του μοντέλου γραμμικής αναγωγής.
- 5) Επαναλαμβάνεται η διαδικασία που περιγράφεται στα βήματα 2 έως 4 για όλα τα έτη της προσομοίωσης και προκύπτει η μηνιαία συνθετική χρονοσειρά, η οποία είναι συνεπής με την ετήσια συνθετική χρονοσειρά, μιας και ισχύει για κάθε έτος η αθροιστική ιδιότητα (3.5.1).

- 6)** Για κάθε μήνα παράγονται οι (βοηθητικές) ημερήσιες χρονοσειρές με εφαρμογή του ημερήσιου PAR(1) (βλ. 3.4). Στη συνέχεια υπολογίζεται για κάθε μήνα το άθροισμα των ημερήσιων συνθετικών τιμών και υπολογίζεται η απόσταση ΔX του αθροίσματος από την αντίστοιχη μηνιαία συνθετική τιμή που προκύπτει από τα βήματα 1 έως 5.
- 7)** Επαναλαμβάνεται το βήμα 6 εισάγοντας στην ακολουθία PAR(1) διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες, ώσπου η τιμή ΔX να γίνει μικρότερη από ένα αποδεκτό όριο ΔX_{\max} .
- 8)** Πραγματοποιείται αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των συνθετικών ημερήσιων τιμών και της συνθετικής μηνιαίας τιμής μέσω του αντίστοιχου μοντέλου γραμμικής αναγωγής
- 9)** Επαναλαμβάνεται η διαδικασία που περιγράφεται στα βήματα 6 έως 8 για όλα τα έτη της προσομοίωσης και προκύπτει η ημερήσια συνθετική χρονοσειρά, η οποία είναι συνεπής με τη μηνιαία συνθετική χρονοσειρά, καθώς ισχύει για κάθε μήνα η αθροιστική ιδιότητα (3.7.1).

3.8 Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.8.1 Συνήθεις μέθοδοι

Κατά την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω πολυμεταβλητών στοχαστικών μοντέλων (όπως είναι το πολυμεταβλητό PAR(1)), προκύπτει πάντοτε το πρόβλημα προσδιορισμού του μητρώου παραμέτρων \mathbf{b} το οποίο ικανοποιεί τη σχέση:

$$\mathbf{c} = \mathbf{b}\mathbf{b}^T \quad (3.8.1)$$

όπου \mathbf{c} ένα $m \times m$ μητρώο που περιέχει τις από κοινού στατιστικές παραμέτρους, δηλαδή τις συνδιασπορές (αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις) των μεταβλητών του μοντέλου. Συγκεκριμένα, στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των ετήσιων μεταβλητών το μητρώο \mathbf{c} υπολογίζεται από τη σχέση (3.3.26), στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των μηνιαίων μεταβλητών (μέσω του μηνιαίου PAR(1)) το μητρώο \mathbf{c} υπολογίζεται από την (3.4.3), και είναι διαφορετικό για κάθε υποπερίοδο (μήνα) τ , και στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των ημερήσιων μεταβλητών (μέσω του ημερήσιου PAR(1)) το μητρώο \mathbf{c} υπολογίζεται από την (3.6.3) και είναι διαφορετικό για κάθε περίοδο (μήνα) s . Η εξίσωση (3.8.1), που είναι γνωστή ως *γκραμιανή* και έχει άπειρες λύσεις αν το μητρώο συνδιασπορών \mathbf{c} είναι θετικά ορισμένο¹. Εφόσον το μητρώο συνδιασπορών \mathbf{c} είναι θετικά ορισμένο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δυο ευρέως γνωστές αριθμητικές μέθοδοι, που έχουν ως αποτέλεσμα δύο διαφορετικές λύσεις \mathbf{b} .

Η *τριγωνοποίηση Cholesky* είναι η απλούστερη εκ των δύο μεθόδων και συνίσταται στην αποσύνθεση του \mathbf{c} σε ένα κάτω τριγωνικό μητρώο \mathbf{b} με τα εξής στοιχεία:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= 0 & (i < j) \\ b_{ij} &= \sqrt{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk})^2} & (i = j) \\ b_{ij} &= \frac{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk} b_{ik}}{b_{jj}} & (i > j) \end{aligned} \quad (3.8.2)$$

¹Ένας τετραγωνικός πίνακας $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ είναι θετικά ορισμένος εάν για κάθε $x \in \mathbb{R}^n$, με $x \neq 0$ ισχύει: $x^T A x > 0$.

Η δεύτερη αριθμητική μέθοδος είναι σαφώς πιο δύσκολη αφού προϋποθέτει τον υπολογισμό των ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του μητρώου συνδιασπορών \mathbf{c} , και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή ενός πλήρους μητρώου \mathbf{b} (η τυπική μέθοδος υπολογισμού των ιδιοτιμών ενός πίνακα είναι η τεχνική *Jacobi* (*Press et al.*, 1992)).

Στην περίπτωση που το μητρώο συνδιασπορών \mathbf{c} δεν είναι θετικά ορισμένο, δεν είναι δυνατή η χρήση της μεθόδου *Cholesky* ή της μεθόδου *Jacobi*, καθώς προκύπτουν αρνητικές υπόρριζες ποσότητες στην αναδρομική σχέση (3.8.2) και αρνητικές ιδιοτιμές. Ακόμη, δεν ισχύει πάντα η υπόθεση θετικά ορισμένου μητρώου \mathbf{c} , καθώς συχνά γίνεται εκτίμηση των συνδιασπορών από ιστορικά δείγματα που αναφέρονται σε διαφορετικές περιόδους μέτρησης και συνεπώς δεν έχουν ίσο μήκος. Επίσης η απλοποίηση του μητρώου \mathbf{a}_T και η διατύπωσή του ως διαγώνιου (στο ημερήσιο και στο μηνιαίο PAR(1)) αποτελεί άλλη μια αιτία της εσφαλμένης υπόθεσης.

Άλλωστε, ο υπολογισμός του μητρώου \mathbf{b} με τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν έχει ως αποτέλεσμα τον υπολογισμό υπερβολικά μεγάλων συντελεστών ασυμμετρίας των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V} , δεδομένου ότι στις σχέσεις (3.3.29), (3.4.7) ή (3.4.9) και (3.6.7) ή (3.6.9) ο όρος $\mathbf{b}^{(3)}$ μπορεί να περιέχει πολύ μικρές τιμές. Εντούτοις, υπάρχει υπεκτίμηση της ασυμμετρίας, αφού κατά την εφαρμογή των μοντέλων στοχαστικής προσομοίωσης για τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών, δεν είναι δυνατή η παραγωγή τυχαίων όρων με τόσο υψηλές ασυμμετρίες. Για τον χειρισμό του προβλήματος των ασυμμετριών στα πολυμεταβλητά σχήματα έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, οι οποίες ωστόσο προϋποθέτουν αυθαίρετες επεμβάσεις στις παραμέτρους που εκτιμώνται βάσει των δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών (*Todini*, 1980· *Grygier and Stedinger*, 1990· *Bras and Rodriguez-Iturbe*, 1993· *Koutsoyiannis and Manetas*, 1996).

3.8.2 Αλγόριθμος βελτιστοποίησης

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η επίλυση της εξίσωσης (3.8.1) είναι ένα πολυσύνθετο πρόβλημα, αφού είτε δεν υφίσταται αναλυτική λύση είτε η λύση που προκύπτει με τις τυπικές μεθόδους υπολογισμού οδηγούν σε υπερβολικά υψηλές τιμές ασυμμετρίας των μεταβλητών \mathbf{V} . Ο *Koutsoyiannis* (1999) ανέπτυξε μια γενικευμένη μέθοδο η οποία καταλήγει πάντοτε στον υπολογισμό του μητρώου \mathbf{b} ανεξαρτήτως αν το μητρώο συνδιασπορών είναι ή όχι θετικά ορισμένο, έτσι ώστε να αναπαράγονται κατά τον βέλτιστο τρόπο τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος. Η μέθοδος αυτή είναι κοινή είτε πρόκειται για το στάσιμο μοντέλο SMA είτε για το κυκλοστάσιμο

PAR(1), επομένως αρμόζει απόλυτα στην περίπτωση παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών ετήσιας, μηνιαίας, ή ημερήσιας χρονικής κλίμακας με βάση τους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται. Προφανώς, στην περίπτωση των ετήσιων μεταβλητών υπολογίζεται μόνο ένα μητρώο \mathbf{b} , ενώ στην περίπτωση των μηνιαίων ή των ημερήσιων μεταβλητών υπολογίζονται 12 μητρώα \mathbf{b} , δηλαδή ένα για κάθε μήνα.

Στη συνέχεια περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία βελτιστοποίησης. Εφαρμόζεται μια διαδικασία κανονικοποίησης του μητρώου \mathbf{b} καθώς και των υπόλοιπων μητρώων και διανυσμάτων που σχετίζονται με αυτό. Το μητρώο συνδιασπορών \mathbf{c} κανονικοποιείται εισάγοντας το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{h} = \text{diag}(1/\sqrt{c_{11}}, \dots, 1/\sqrt{c_{mm}}) \quad (3.8.3)$$

ώστε:

$$\mathbf{c}' = \mathbf{h}\mathbf{c} \quad (3.8.4)$$

Έτσι, όλα τα διαγώνια στοιχεία του μητρώου \mathbf{c}' είναι μοναδιαία και τα μη διαγώνια στοιχεία λαμβάνουν τιμές μες στο διάστημα $[-1, 1]$. Σημειώνεται ότι η τελευταία υπόθεση μπορεί να παραβιάζεται οριακά εφόσον το μητρώο \mathbf{a}_τ έχει οριστεί μέσω των (3.4.10) και (3.6.10) (για τη μηνιαία και την ημερήσια κλίμακα αντίστοιχα). Αν θέσουμε:

$$\mathbf{b}' = \mathbf{h}\mathbf{b} \quad (3.8.5)$$

τότε η σχέση (3.8.1) γράφεται ως εξής:

$$\mathbf{b}'\mathbf{b}'^T = \mathbf{c}' \quad (3.8.6)$$

Ορίζουμε το διάνυσμα:

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\xi}\mathbf{V} \quad (3.8.7)$$

αν το μητρώο \mathbf{b} αναφέρεται στο μοντέλο SMA ή

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{h}^{(3)}\{\mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)}\mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}]\} \quad (3.8.8)$$

αν το \mathbf{b} αναφέρεται στο περιοδικό μοντέλο PAR(1). Τότε από τις σχέσεις (3.3.29) και (3.4.7) προκύπτει:

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{b}^{(3)})^{-1} \boldsymbol{\varphi} \quad (3.8.9)$$

Τα μητρώα \mathbf{h} και \mathbf{c}' καθώς και το διάνυσμα $\boldsymbol{\varphi}$ είναι γνωστά, ενώ τα $\boldsymbol{\xi}$ και \mathbf{b}' πρέπει να προσδιοριστούν. Ακόμη, λόγω του ότι η εξίσωση (3.8.6) δεν έχει πάντοτε λύση, εισάγεται το μητρώο:

$$\mathbf{d} = \mathbf{b} \mathbf{b}'^T - \mathbf{c}' \quad (3.8.10)$$

Τα στοιχεία του \mathbf{d} πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μηδέν, μιας και εκφράζουν τη διαφορά των μητρώων $\mathbf{b} \mathbf{b}'^T$ και \mathbf{c}' . Η απαίτηση εκφράζεται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης ως εξής:

$$\text{minimize } \|\mathbf{d}\|^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij}^2 \quad (3.8.11)$$

όπου ο τελεστής $\|\cdot\|$ εκφράζει τη νόρμα του μητρώου \mathbf{d} .

Επίσης, προστίθεται η απαίτηση όλα τα διαγώνια στοιχεία του \mathbf{d} να είναι ακριβώς μηδέν, κάτι που προσδίδει μεγαλύτερο βάρος στη διατήρηση των δειγματικών διασπορών έναντι των συνδιασπορών. Αν ορίσουμε το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{d}^* = \text{diag}(d_{11}, \dots, d_{mm}) \quad (3.8.12)$$

στη σχέση (3.8.11) εισάγεται ο επιπρόσθετος περιορισμός:

$$\|\mathbf{d}^*\|^2 = 0 \quad (3.8.13)$$

Επίσης, ένας ακόμη περιορισμός του προβλήματος σχετίζεται με τους συντελεστές ασυμμετρίας ξ των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V} , οι οποίοι υπολογίζονται από την (3.8.9). Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 3.8.1, οι συντελεστές ασυμμετρίας ξ θα πρέπει να διατηρούνται όσο το δυνατόν πιο χαμηλοί. Αποδεικνύεται ότι (Wallis *et al.*, 1974· Kirby, 1974) ο συντελεστής ασυμμετρίας ενός πεπερασμένου δείγματος μήκους k περιορίζεται στο εύρος $-\xi_{ub}$ και ξ_{ub} , όπου:

$$\xi_{ub} = \frac{k-2}{\sqrt{k-1}} \approx \sqrt{k} \quad (3.8.14)$$

Στην πραγματικότητα, μια ακολουθία συνθετικών τιμών έχει ασυμμετρία ίση με $\pm \xi_{ub}$ μόνο εφόσον όλοι οι όροι της πλην ενός είναι ίσοι. Είναι προφανές ότι μια τέτοια

ακολουθία δεν μπορεί να είναι αποδεκτή, οπότε πρέπει να τεθεί μια μέγιστη ασυμμετρία $\xi_{acc} < \xi_{ub}$. Εφόσον ο περιορισμός ισχύει για όλες τις μεταβλητές V^l ($l = 1, \dots, m$) τίθεται η απαίτηση:

$$\max\{|\xi^l|, l = 1, \dots, m\} \leq \xi_{acc} \quad (3.8.15)$$

Ο μαθηματικός χειρισμός του περιορισμού (3.8.15) σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερα δυσχερές. Για το λόγο αυτό ορίζεται η νόρμα:

$$\|\xi\|_p = \left(\sum_{l=1}^m |\xi^l|^p \right)^{1/p} \quad (3.8.16)$$

η οποία τείνει στο μέγιστο των $|\xi^l|$ όταν $p \rightarrow \infty$. Συνεπώς, η απαίτηση (3.8.15) αντικαθίσταται από τον εξής περιορισμό:

$$\|\xi\|_p^2 = \xi_{acc}^2 \quad (3.8.17)$$

όπου $\xi_{acc} = 0.5\xi_{ub}$. Η τιμή του p πρέπει να είναι ζυγός ακέραιος αριθμός, έτσι ώστε να μην απαιτείται η χρήση απόλυτων τιμών. Ο *Koutsoyiannis* (1999) έπειτα από διερεύνηση προτείνει την τιμή $p = 8$. Οι περιορισμοί (3.8.13) και (3.8.17) εισάγονται στην αντικειμενική συνάρτηση (3.8.11) ως όροι ποινής. Έτσι, η τελική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης έχει ως εξής:

$$\text{minimize } \theta^2(\mathbf{b}) = \frac{\lambda_1}{m^2} \|\mathbf{d}(\mathbf{b})\|^2 + \frac{\lambda_2}{m^2} \|\mathbf{d}^*(\mathbf{b})\|^2 + \lambda_3 \|\xi(\mathbf{b})\|_p^2 \quad (3.8.18)$$

όπου λ_1 , λ_2 και λ_3 συντελεστές βάρους, με τυπικές τιμές $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 10^3$ και $\lambda_3 = 10^{-3}$ ως 10^{-6} . Οι συντελεστές λ_1 και λ_2 διαιρούνται με το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων των μητρών \mathbf{d} και \mathbf{d}^* , τα οποία είναι m^2 και m , αντίστοιχα.

Η έντονη μη γραμμικότητα της συνάρτησης (3.8.18) καθιστά ιδιαίτερα δυσχερή τη διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης τιμής αυτής, αφού ο χώρος αναζήτησης είναι εξαιρετικά τραχύς και παρουσιάζει πολλά τοπικά ακρότατα. Η δυσχέρεια του προβλήματος εντείνεται όσο αυξάνει η διάσταση m του μητρώου, ήτοι το πλήθος των μεταβλητών των οποίων ζητείται η ταυτόχρονη στοχαστική προσομοίωση. Ο *Ευστρατιάδης* (2001), επιχειρώντας να επιλύσει το πρόβλημα (3.8.18) με τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης που θεωρούνται κατάλληλες για την αναζήτηση ακροτάτων συναρτήσεων σε μη ομαλούς χώρους, όπως ισχύει στο συγκεκριμένο πρόβλημα

ελαχιστοποίησης, διαπίστωσε ότι η εύρεση μιας αρκετά ικανοποιητικής προσέγγισης του μητρώου \mathbf{b} απαιτεί υπερβολικά μεγάλο πλήθος δοκιμών.

Επομένως εφαρμόστηκε μια διαφορετική προσέγγιση, η οποία μπορεί να εξασφαλίσει μια ικανοποιητική λύση (αν και δεν εγγυάται την εύρεση του ολικά βέλτιστου μητρώου \mathbf{b}) με πολύ μικρότερο υπολογιστικό φόρτο. Πρόκειται για την λεγόμενη μέθοδο *πολλαπλών εκκινήσεων* (multistart), βάσει της οποίας εφαρμόζεται μια τεχνική αναζήτησης τοπικών ακρότατων, που ξεκινώντας από διαφορετικά, τυχαία επιλεγμένα σημεία εκκίνησης μπορεί να εντοπίσει διάφορα τοπικά ακρότατα και να θεωρήσει ως προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης το καλύτερο εξ αυτών (Rubinstein, 1986).

Προκειμένου να έχουμε όσο το δυνατόν πιο γρήγορο εντοπισμό των τοπικών ακροτάτων, επιλέχθηκε η μέθοδος των συζυγών κλίσεων (η οποία έχει ήδη αναφερθεί στην ενότητα 3.3.2). Η μέθοδος των συζυγών κλίσεων είναι αρκετά γρήγορη λόγω της χρήσης των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και της εφαρμογής των θεμελιωδών αρχών του διαφορικού λογισμού. Κατά συνέπεια, για να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος στο πρόβλημα βελτιστοποίησης της σχέσης (3.8.18), απαιτείται η αναλυτική έκφραση της παραγώγου της συνάρτησης $\theta^2(\mathbf{b}')$, η οποία δίνεται από τον Koutsoyiannis (1999). Με επέκταση του συμβολισμού των παραγώγων διανυσματικών συναρτήσεων, στην περίπτωση που το \mathbf{x} είναι τετραγωνικό μητρώο διαστάσεων $m \times m$, έχουμε:

$$\frac{df}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_{11}} & \frac{\partial f}{\partial x_{12}} & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_{1m}} \\ \frac{\partial f}{\partial x_{21}} & \frac{\partial f}{\partial x_{22}} & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_{2m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_{m1}} & \frac{\partial f}{\partial x_{m2}} & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_{mm}} \end{bmatrix} \quad (3.8.19)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τον παραπάνω συμβολισμό, αποδεικνύεται ότι οι μερικές παράγωγοι της (3.8.18) μπορούν να υπολογισθούν από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{d \|\mathbf{d}\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{d}\mathbf{b}' \quad (3.8.20)$$

$$\frac{d \|\mathbf{d}^*\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{d}^*\mathbf{b}' \quad (3.8.21)$$

$$\frac{d \|\xi\|_p^2}{db'} = -6 \|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{w} \quad (3.8.22)$$

όπου \mathbf{w} μητρώο διαστάσεων $m \times m$ με στοιχεία:

$$w_{ij} = b'_{ij}{}^2 \xi_j \psi_i \quad (3.8.23)$$

και ψ διάνυσμα, το οποίο ορίζεται ως εξής:

$$\psi = \{(\mathbf{b}^{(3)})^{-1}\}^T \xi^{(p-1)} \quad (3.8.24)$$

Επομένως, το μητρώο των μερικών παραγώγων της θ^2 ως προς τις άγνωστες παραμέτρους b'_{ij} έχει ως εξής:

$$\frac{d\theta^2}{db'} = \frac{4\lambda_1}{m^2} \mathbf{d} \mathbf{b}' + \frac{4\lambda_2}{m^2} \mathbf{d}^* \mathbf{b}' - 6\lambda_3 \|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{w} \quad (3.8.25)$$

3.9 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

Η ενότητα που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

3.9.1 Κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III)

Τα στοχαστικά μοντέλα εξ' ορισμού έχουν περιλαμβάνουν τυχαίους αριθμούς. Οι τυχαίοι αριθμοί που χρησιμοποιούνται ακολουθούν μια κατανομή πιθανοτήτων, η οποία επιλέγεται με βάση τα δειγματικά περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά. Προκειμένου να παραχθούν συνθετικές χρονοσειρές μέσω των σχημάτων προσομοίωσης για την ετήσια, τη μηνιαία και την ημερήσια κλίμακα απαιτείται ο προσδιορισμός των τυχαίων όρων που χρησιμοποιούνται από τα στοχαστικά μοντέλα. Οι τυχαίοι όροι προσομοιώνονται μέσω της κατανομής γάμα τριών παραμέτρων ή *Pearson III*, η οποία είναι από τις πιο διαδεδομένες στατιστικές κατανομές της τεχνικής υδρολογίας. Η κατανομή *Pearson III* είναι θετικά ασύμμετρη και ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής, κάτι που την κάνει συμβατή με τις πιο χαρακτηριστικές υδρολογικές

διεργασίες, όπως είναι οι ετήσιες, οι μηνιαίες και οι ημερήσιες βροχοπτώσεις και απορροές.

Στη γενικότερη περίπτωση, η κατανομή γάμα ορίζεται από τρεις παραμέτρους: την παράμετρο θέσης c , την παράμετρο κλίμακας $\lambda > 0$ και την παράμετρο σχήματος $\kappa > 0$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής γάμα είναι (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 150):

$$f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} (x-c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(x-c)} \quad (3.9.1)$$

όπου $\Gamma()$ είναι η συνάρτηση γάμα, που ορίζεται ως το ολοκλήρωμα:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad \text{για } \alpha > 0 \quad (3.9.2)$$

και η συνάρτηση κατανομής:

$$F_x(x) = \int_c^x f_x(s) ds \quad (3.9.3)$$

Οι τρεις παράμετροι της κατανομής Pearson III εκτιμώμενες με την μέθοδο των ροπών, είναι:

$$\kappa = \frac{4}{\xi_X^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_X} \quad c = \mu_X - \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.9.4)$$

όπου μ_X η μέση τιμή, s_X η τυπική απόκλιση και ξ_X ο συντελεστής ασυμμετρίας του δείγματος.

Η παράμετρος θέσης c , η οποία αποτελεί το κάτω όριο της μεταβλητής x , επιτρέπει την καλύτερη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα (η προσθήκη της παραμέτρου θέσης c αποτελεί τη διαφορά της κατανομής γάμα δύο παραμέτρων και της κατανομής Pearson III). Αν χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των ροπών, η τρίτη παράμετρος επιτρέπει τη διατήρηση του συντελεστή ασυμμετρίας της μεταβλητής.

Η τιμή της παραμέτρου σχήματος κ καθορίζει το σχήμα της κατανομής. Για $\kappa = 1$ η κατανομή ταυτίζεται με την εκθετική, η οποία αποτελεί ειδική περίπτωση της κατανομής γάμα. Για $\kappa < 1$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής εμφανίζει ανεστραμμένο σχήμα J, ενώ για $\kappa > 1$ το σχήμα της γίνεται κωδωνοειδές και για πολύ

μεγάλες τιμές της παραμέτρου κ (πάνω από 15 - 30) η κατανομή γάμα προσεγγίζει την κανονική. Για ακέραιο κ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής (που είναι γνωστή και ως κατανομή Erlang) είναι:

$$f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{(\kappa - 1)!} (x - c)^{\kappa - 1} e^{-\lambda(x-c)} \quad (3.9.5)$$

Ακόμη, αποδεικνύεται ότι η τυχαία μεταβλητή x που ακολουθεί κατανομή Erlang προκύπτει ως άθροισμα κ τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν εκθετική κατανομή.

Η κατανομή γάμα είναι κλειστή ως προς την πρόσθεση, όπως και η κανονική κατανομή, αλλά μόνο όταν στοχαστική ανεξαρτησία και κοινή παράμετρος κλίμακας των προσθετέων. Επομένως, το άθροισμα δυο ανεξάρτητων μεταβλητών x_1, x_2 που ακολουθούν κατανομές γάμα με κοινή παράμετρο κλίμακας λ και παραμέτρους σχήματος κ_1 και κ_2 αντίστοιχα, ακολουθεί επίσης κατανομή γάμα, με παραμέτρους λ και $\kappa_1 + \kappa_2$.

3.9.2 Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα

Εάν x τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή γάμα, με παράμετρο σχήματος $\kappa > 0$, παράμετρο κλίμακας $\lambda > 0$ και παράμετρο θέσης c , τότε με βάση την προσθετική ιδιότητα της κατανομής γάμα θεωρούμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές x_1 και x_2 με κοινή παράμετρο κλίμακας λ και παραμέτρους σχήματος $\kappa_1 = \text{Int}(\kappa)$ και $\kappa_2 = \text{Trunc}(\kappa)$ αντίστοιχα, όπου ο τελεστής $\text{Int}()$ υποδηλώνει το ακέραιο μέρος του αριθμού, ενώ ο τελεστής $\text{Trunc}()$ το δεκαδικό του μέρος. Ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου σχήματος κ χρησιμοποιούνται διαφορετικοί αλγόριθμοι για την παραγωγή των τυχαίων αριθμών x_1 και x_2 , οι οποίοι περιγράφονται παρακάτω.

α) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα για ακέραια τιμή της παραμέτρου σχήματος κ

Η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή Erlang με ακέραια παράμετρο σχήματος κ_1 και παράμετρο κλίμακας $\lambda > 0$ γίνεται ως εξής:

$$x = -\lambda \ln \left(\prod_{i=1}^{\kappa_1} u_i \right) \quad (3.9.6)$$

όπου u_i τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(0, 1)$. Η απόδειξη βασίζεται στο θεώρημα ότι το άθροισμα κ τυχαίων μεταβλητών που

ακολουθούν εκθετική κατανομή είναι ίσο με μια τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Erlang. Συνεπώς, η σχέση (3.9.6) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$x = \sum_{i=1}^{k_1} x_i = \sum_{i=1}^{k_1} -\lambda \ln u_i \quad (3.9.7)$$

Η συνάρτηση της εκθετικής κατανομής:

$$F_x(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (3.9.8)$$

Αν αντιστρέψουμε ως προς x :

$$x = -\lambda \ln(1 - u) \quad (3.9.9)$$

Αφού η τυχαία μεταβλητή $u' = 1 - u$ ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, η μεταβλητή

$$X = -\lambda \ln u' \quad (3.9.10)$$

ακολουθεί εκθετική κατανομή.

β) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα για πραγματική τιμή της παραμέτρου σχήματος κ

Στην περίπτωση όπου η για την παράμετρος σχήματος ισχύει: $0 < \kappa < 1$, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο διαδικασίες γέννησης τυχαίων αριθμών κατανομής Pearson III. Η πρώτη και απλούστερη βασίζεται στην μέθοδο του *Whittaker* (1972):

1) Γέννηση τυχαίων αριθμών v και r που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(0, 1)$.

2) Υπολογισμός των ποσοτήτων: $a = v^{1/\kappa}$ και $b = r^{-1/\kappa}$.

3) Εάν δεν ισχύει η συνθήκη: $a + b \leq 1$ επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 και 2.

4) Τέλος, υπολογίζεται η ακόλουθη τιμή, η οποία ακολουθεί κατανομή Pearson III:

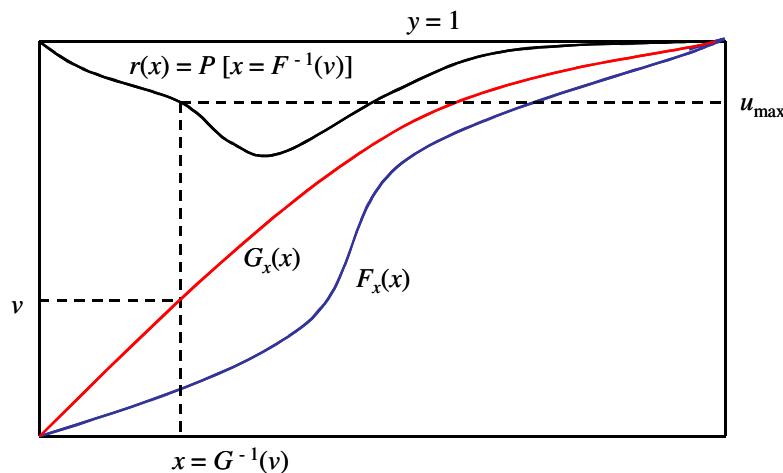
$$x = c - \frac{1}{\lambda} \frac{\alpha}{\alpha + b} \ln u \quad (3.9.11)$$

όπου u τυχαίος αριθμός που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή.

Η δεύτερη διαδικασία γέννησης τυχαίων αριθμών κατανομής Pearson III (Koutsoyiannis and Manetas, 1996) βασίζεται στην πιθανοτική μέθοδο της απόρριψης (Paroulis, 1991). Η εν λόγω μέθοδος είναι κατάλληλη για μη αντιστρέψιμες συναρτήσεις κατανομής $F_x(x)$. Η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου φαίνεται στο Σχήμα 3.7 (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004). Έστω ότι ορίζεται μια συνάρτηση κατανομής $G_x(x)$ που είναι αντιστρέψιμη και περιβάλλει την $F_x(x)$, δηλαδή $G_x(x) \geq F_x(x)$ για κάθε x . Επειδή η $G_x(x)$ είναι συνάρτηση κατανομής ισχύει $0 \leq G_x(x) \leq 1$. Ο λόγος:

$$r(x) = \frac{F_x(x)}{G_x(x)} \leq 1 \quad (3.9.12)$$

αποτελεί μέτρο του πόσο καλά προσεγγίζει η $G_x(x)$ την αρχική συνάρτηση $F_x(x)$.



Σχήμα 3.7: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου απόρριψης ως προσεγγιστικής γεννήτριας τυχαίων αριθμών από μια μη αντιστρέψιμη κατανομή, $F_x(x)$ (Πηγή: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

Η γέννηση ενός τυχαίου αριθμού x που ακολουθεί κατανομή $F_x(x)$ γίνεται ως εξής:

- 1) Παράγωγή δύο τυχαίων αριθμών v και u ομοιόμορφης κατανομής στο διάστημα $(0, 1)$.
- 2) Τίθεται $v = G_x(x)$ και υπολογίζεται η αντίστροφη τιμή της συνάρτησης, ήτοι

$$x = G_x^{-1}(v).$$

3) Υπολογισμός της τιμής $r(x)$ από τη σχέση (3.9.12), η οποία εκφράζει την πιθανότητα να ισχύει: $x \sim F_x(x)$.

4) Εάν ισχύει: $u \leq r(x)$, τότε η τιμή x γίνεται δεκτή, διαφορετικά επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 έως 3. Η εφαρμογή της μεθόδου για την παραγωγή τυχαίων αριθμών κατανομής Pearson III έχει ως εξής: Έστω $g(x)$ η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της $G_x(x)$, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$g(x) = \begin{cases} \beta (x-c)^{\kappa-1} & c \leq x \leq h \\ \beta \gamma e^{-\lambda(x-c)} & x > h \end{cases} \quad (3.9.13)$$

όπου β, γ σταθεροί συντελεστές και h αριθμός μεγαλύτερος της παραμέτρου θέσεως c . Από την απαίτηση συνέχειας της $g(x)$ για $x = h$ προκύπτει:

$$\gamma = (h-c)^{\kappa-1} e^{\lambda(h-c)} \quad (3.9.14)$$

Εφόσον η $g(x)$ είναι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$\int_c^{\infty} g(x) dx = 1 \quad (3.9.15)$$

και απ' όπου προκύπτει:

$$\beta = \frac{\kappa}{(h-c)^{\kappa-1} \left(h-c + \frac{\kappa}{\lambda}\right)} \quad (3.9.16)$$

Επομένως η συνάρτηση κατανομής της $g(x)$ είναι:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{h-c}{h-c + \frac{\kappa}{\lambda}} \left(\frac{x-c}{h-c}\right)^{\kappa} & c \leq x \leq h \\ 1 - \frac{\kappa/\lambda}{h-c + \frac{\kappa}{\lambda}} e^{-\lambda(x-c)} & x > h \end{cases} \quad (3.9.17)$$

και η αντίστροφη της $G(x)$ είναι:

$$x(G) = \begin{cases} \left[\frac{h-c+\kappa/\lambda}{h-c} G \right]^{\frac{1}{\kappa}} (h-c) + c & 0 \leq G \leq \frac{h-c}{h-c+\kappa/\lambda} \\ -\frac{1}{\lambda} \ln \left[(1-G) \frac{h-c+\kappa/\lambda}{\kappa/\lambda} \right] + h & G > \frac{h-c}{h-c+\kappa/\lambda} \end{cases} \quad (3.9.18)$$

Ορίζεται η συνάρτηση:

$$r(x) = \alpha \frac{f(x)}{g(x)} \quad (3.9.19)$$

όπου α μια σταθερή ποσότητα τέτοια ώστε να ισχύει: $\max[r(x)] = 1$. Επομένως προκύπτει:

$$r(x) = \begin{cases} e^{-\lambda(x-c)} & c \leq x \leq h \\ e^{-\lambda(x-c)} \left(\frac{x-c}{h-c} \right)^{\kappa-1} & x > h \end{cases} \quad (3.9.20)$$

Προκειμένου να απλουστευθεί η διαδικασία, η παράμετρος h εξισώνεται με τη μέση τιμή του x , δηλαδή:

$$h = c + \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.9.21)$$

γ) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα για τιμές της παραμέτρου σχήματος $\kappa > 30$

Για μεγάλες τιμές της παραμέτρου σχήματος κ η κατανομή προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή, με μέση τιμή $\mu = \kappa / \lambda$ και τυπική απόκλιση $\sigma = \sqrt{\kappa} / \lambda$. Στην περίπτωση αυτή, η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή (και κατά συνέπεια προσεγγίζουν την κατανομή Pearson III) γίνεται από τη σχέση:

$$x = \mu + \sigma 2 \pi u_1 \sqrt{-2 \ln u_2} \quad (3.9.22)$$

όπου u_1 και u_2 διαδοχικοί όροι ακολουθίας αριθμών ομοιόμορφης κατανομής.

3.9.3 Προσαρμογή της κατανομής Pearson III για την παραγωγή αρνητικών ασυμμετριών

Οι τυχαίες μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στα στοχαστικά μοντέλα εμφανίζουν πολύ συχνά αρνητικές ασυμμετρίες, παρά το γεγονός ότι οι μεταβλητές που αναφέρονται σε υδρολογικά φαινόμενα έχουν γενικά θετική ασυμμετρία. Η κατανομή γάμα, με παραμέτρους που ορίζονται με βάση τις σχέσεις (3.9.4), είναι πάντοτε θετικά ασύμμετρη. Στην περίπτωση που ο δειγματικός συντελεστής ασυμμετρίας ζ_x είναι αρνητικός, τότε οι παράμετροι της κατανομής υπολογίζονται ως εξής:

$$\kappa = \frac{4}{\zeta_x^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_x} \quad c = \mu_x + \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.9.23)$$

Για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν αρνητικά ασύμμετρη κατανομή γάμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ακριβώς οι ίδιες γεννήτριες κατά τα προηγούμενα, αφού όμως τεθεί $\kappa = |\kappa|$ και γίνει αλλαγή του πρόσημου του τελικού αποτελέσματος.

4 Σχεδιασμός υπολογιστικού συστήματος

Το κεφάλαιο που ακολουθεί έχει παρατεθεί για λόγους πληρότητας της εργασίας (προέλευση: (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004)).

4.1 Δομή και συνιστώσες του συστήματος

Η μεθοδολογία που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3 υλοποιήθηκε σε ενιαίο υπολογιστικό σύστημα, με την ονομασία *Κασταλία*. Η *Κασταλία* λειτουργεί σε περιβάλλον Windows, ενώ η ανάπτυξη του λογισμικού έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού Object Pascal/Delphi.

Το πρόγραμμα «*Κασταλία*» μπορεί να αποτελέσει υποσύστημα (module) του λογισμικού συστήματος «*Υδρογνώμων*» από το οποίο τροφοδοτείται με στοιχεία ιστορικών χρονοσειρών, είτε να αποτελέσει αυτόνομο λογισμικό σύστημα το οποίο μπορεί να λειτουργήσει με αυτόνομα αρχεία κειμένου (Text files) χρονοσειρών είτε σε συνεργασία με λογιστικά φύλλα τύπου Excel. Η *Κασταλία* επιτελεί μια σειρά από λειτουργίες, όπως είναι η ανάκτηση ιστορικών και η διαχείριση συνθετικών χρονοσειρών, ο υπολογισμός των στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων και η εκτίμηση των παραμέτρων των στοχαστικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για τη γέννηση των συνθετικών χρονοσειρών, η γέννηση ετήσιων, μηνιαίων και ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών σε μία ή περισσότερες θέσεις (πολυμεταβλητός επιμερισμός) και η παρουσίαση υπό μορφή πινάκων και γραφημάτων των χρονοσειρών, των στατιστικών μεγεθών τους και των παραμέτρων του μοντέλου.

Το σύνολο των δεδομένων και πληροφοριών που συνιστούν ένα πλήρες πρόβλημα σύνθεσης χρονοσειρών αποτελεί ένα υδρολογικό σενάριο. Κάθε σενάριο περιλαμβάνει μία τουλάχιστον μεταβλητή, η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένη υδρολογική διεργασία και σε συγκεκριμένη γεωγραφική οντότητα. Κάθε μεταβλητή μπορεί να αναφέρεται το πολύ σε μία ιστορική χρονοσειρά, ενώ αντίθετα μια χρονοσειρά μπορεί να αντιστοιχεί σε περισσότερες από μία μεταβλητές, υπό την προϋπόθεση ότι κάθε μία ανήκει σε διαφορετικό σενάριο. Τέλος, σε κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί μία ή περισσότερες συνθετικές χρονοσειρές. Το πρόγραμμα «*Κασταλία*» αποτελείται από πέντε υποσυστήματα, οι λειτουργίες των οποίων περιγράφονται στη συνέχεια.

Κατά την εκκίνηση της λειτουργίας του προγράμματος, σε μια τυπική σύνοδο ο χρήστης είτε επιλέγει ένα υφιστάμενο υδρολογικό σενάριο είτε δημιουργεί ένα νέο σενάριο και εισάγει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για την εκτέλεση μιας ολοκληρωμένης

εφαρμογής, ήτοι τις παράμετροι του υδρολογικού σεναρίου και τις αντίστοιχες ιστορικές χρονοσειρές. Οι παράμετροι του σεναρίου μπορούν να τροποποιηθούν μέσω του υποσυστήματος οργάνωσης δεδομένων. Μετά την ανάκτηση των δεδομένων και τις τροποποιήσεις τους, ακολουθεί η μαθηματική επεξεργασία της *Κασταλίας* για την εκτίμηση των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου. Στη συνέχεια ο χρήστης μπορεί να ζητήσει την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών και να οπτικοποιήσει τα δεδομένα και τα στατιστικά τους χαρακτηριστικά, μέσω του υποσυστήματος παρουσίασης αποτελεσμάτων. Μετά το πέρας της συνόδου, οι συνθετικές χρονοσειρές μπορούν να αποθηκευτούν. Στη συνέχεια περιγράφονται τα πέντε υποσυστήματα από τα οποία αποτελείται η *Κασταλία*.

4.1.1 Υποσύστημα ανάκτησης και αποθήκευσης δεδομένων

Το υποσύστημα ανάκτησης και αποθήκευσης δεδομένων εξασφαλίζει την επικοινωνία του προγράμματος με την κεντρική βάση δεδομένων. Όταν ξεκινήσει μία νέα σύνοδος, ανακτώνται όλες οι απαιτούμενες πληροφορίες από την βάση, δηλαδή οι παράμετροι του υδρολογικού σεναρίου και των μεταβλητών του καθώς και οι ιστορικές χρονοσειρές, οι οποίες μεταφέρονται στην εσωτερική μνήμη του προγράμματος. Σημειώνεται ότι επιλέξιμες χρονοσειρές του προγράμματος είναι όλα τα επεξεργασμένα ιστορικά δείγματα που υπάρχουν στην βάση, με μοναδική προϋπόθεση να είναι μηνιαίου χρονικού βήματος. Καθ' όλη τη διάρκεια εκτέλεσης της συνόδου, το σύνολο των υπολογιστικών διαδικασιών που αφορούν ανάγνωση και τροποποίηση δεδομένων πραγματοποιούνται στη μνήμη του προγράμματος, το οποίο καθίσταται ανεξάρτητο από τη βάση. Αφού ολοκληρωθεί η σύνοδος, μέσω μιας αντίστροφης διαδικασίας τα δεδομένα του υδρολογικού σεναρίου, ήτοι οι παράμετροι σεναρίου και οι συνθετικές χρονοσειρές, μπορούν να αποθηκευτούν.

4.1.2 Υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων

Το υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων αποτελεί το μέσο επικοινωνίας του προγράμματος με τον χρήστη. Μέσω του υποσυστήματος οργάνωσης δεδομένων πραγματοποιείται η επιλογή του υφιστάμενου υδρολογικού σεναρίου ή ο ορισμός νέου σεναρίου, ο ορισμός ή η τροποποίηση παραμέτρων ενός υδρολογικού σεναρίου, καθώς και ο ορισμός ή η τροποποίηση παραμέτρων των υδρολογικών μεταβλητών.

Επίσης, γίνεται έλεγχος των επεμβάσεων του χρήστη, προκειμένου να εμποδίζεται η εισαγωγή μη συμβατών δεδομένων και να εξασφαλίζεται η απρόσκοπτη λειτουργία του προγράμματος. Ο έλεγχος επεμβάσεων περιλαμβάνει τον έλεγχο συμβατότητας του

τύπου των εισαγόμενων στοιχείων (π.χ. απαγόρευση καταχώρησης πραγματικών τιμών σε ακέραιες μεταβλητές) και τον έλεγχο αριθμητικών ορίων (π.χ. απαγόρευση ορισμού μήκους χρονοσειράς μεγαλύτερου από 10000 έτη).

4.1.3 Υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών

Στο υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών πραγματοποιείται η στατιστική ανάλυση των ιστορικών χρονοσειρών, δηλαδή ο υπολογισμός των ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών των δειγματικών χρονοσειρών που εισάγονται στο σύστημα και η προσαρμογή στα δεδομένα στατιστικών κατανομών. Ακόμη, εκτιμώνται οι παράμετροι των στοχαστικών μοντέλων προσομοίωσης και υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παραγόμενων συνθετικών χρονοσειρών.

Καθώς εκτελούνται οι υπολογισμοί, οι επιλογές του προγράμματος παραμένουν ανενεργές. Κατά τη διάρκεια των υπολογισμών εμφανίζονται ενδείξεις στην κύρια φόρμα του προγράμματος, που ενημερώνουν το χρήστη για το είδος των υπολογισμών που πραγματοποιούνται. Οι χρόνοι υπολογισμού εξαρτώνται από τον υπολογιστικό φόρτο σε κάθε σύνοδο (session) και κυμαίνονται από μερικά δευτερόλεπτα μέχρι και αρκετά λεπτά της ώρας, ανάλογα με το πλήθος των μεταβλητών που εισάγει ο χρήστης, αλλά και την τιμή ορισμένων παραμέτρων που σχετίζονται με τους αλγόριθμους βελτιστοποίησης του προγράμματος.

4.1.4 Υποσύστημα γέννησης χρονοσειρών

Η κύρια λειτουργία του προγράμματος είναι η γέννηση συνθετικών χρονοσειρών ετήσιου, μηνιαίου και ημερήσιου χρονικού βήματος. Οι χρονοσειρές, οι οποίες αναφέρονται σε μία ή περισσότερες θέσεις, παράγονται ανά ομάδες ίσου μήκους. Κάθε ομάδα διαφοροποιείται ως προς τις τιμές της τυχαίας συνιστώσας του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιείται ανάλογα με την χρονική κλίμακα.

Στον πολυμεταβλητό επιμερισμό μηνιαίας κλίμακα μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε προσομοίωση μόνιμης κατάστασης, ή πρόγνωση με δεδομένες αρχικές συνθήκες. Η πρώτη περίπτωση συνίσταται στην παραγωγή χρονοσειρών μεγάλου, κατά κανόνα, μήκους, με τυχαίες αρχικές συνθήκες, που χρησιμοποιούνται για την μακροχρόνια προσομοίωση των συστημάτων υδατικών πόρων. Απεναντίας, η δεύτερη περίπτωση συνίσταται στη γέννηση πολλαπλών σειρών μικρού μήκους, μέσω ενός σχήματος στοχαστικής πρόγνωσης, που χρησιμοποιούνται για καταληκτική προσομοίωση. Για την περίπτωση πολυμεταβλητού επιμερισμού σε ημερήσια κλίμακα, μπορεί να πραγματοποιηθεί μονάχα προσομοίωση μόνιμης κατάστασης σε αυτή την έκδοση της *Κασταλίας*.

4.1.5 Υποσύστημα παρουσίασης αποτελεσμάτων

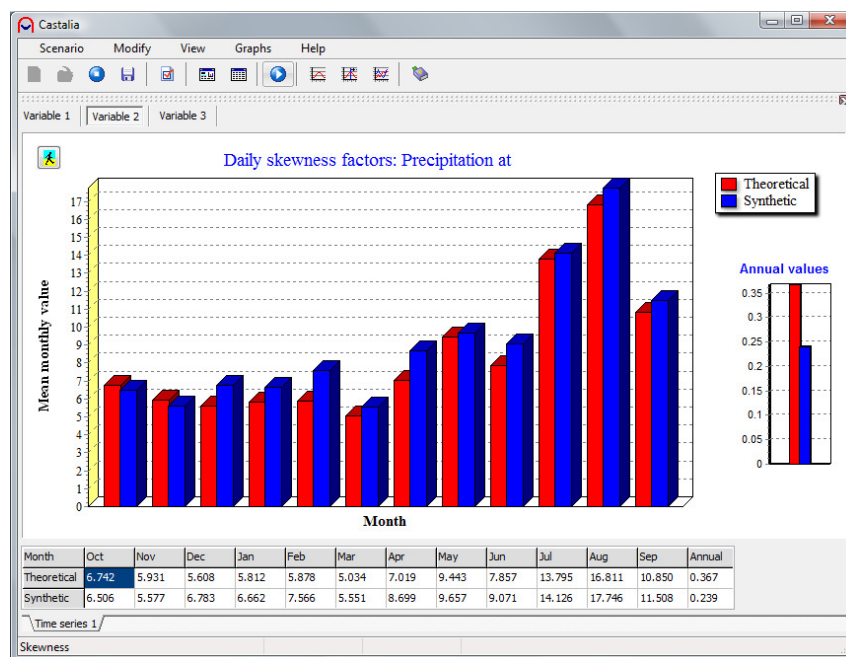
Μέσω του υποσυστήματος παρουσίασης αποτελεσμάτων, τα δεδομένα που εισάγονται στο σύστημα και τα αποτελέσματα των επεξεργασιών οπτικοποιούνται υπό μορφή πινάκων και γραφημάτων. Συγκεκριμένα, υπό μορφή πινάκων παρουσιάζονται: οι τιμές των ιστορικών και οι συνθετικών χρονοσειρών, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών, τα στατιστικά μεγέθη των τυχαίων όρων των ετήσιων, των μηνιαίων και των ημερήσιων μεταβλητών, καθώς και οι παράμετροι των στοχαστικών μοντέλων για τις ετήσιες, τις μηνιαίες και τις ημερήσιες μεταβλητές.

Επίσης, απεικονίζονται υπό μορφή γραφημάτων: τα ετήσια, τα μηνιαία και τα ημερήσια στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών, ήτοι οι μέσες τιμές, οι τυπικές αποκλίσεις, οι συντελεστές ασυμμετρίας, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης, η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων (για την ημερήσια χρονική κλίμακα), η προσαρμογή κατανομών (όπως η κανονική, η γάμα, κ.α.) στα ημερήσια, μηνιαία και ετήσια ιστορικά δείγματα, το πραγματικό αυτοσυσχετόγραμμα και το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα του ετήσιου ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών, το φάσμα ισχύος των ετήσιων ιστορικών δειγμάτων και οι ετήσιες, οι μηνιαίες και οι ημερήσιες χρονοσειρές του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών.

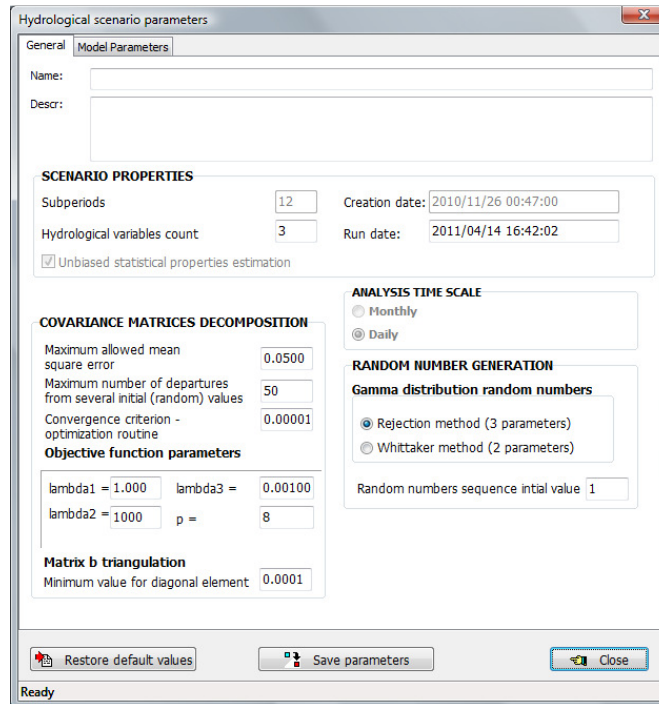
5 Εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος

5.1 Δεδομένα και παράμετροι υδρολογικού σεναρίου

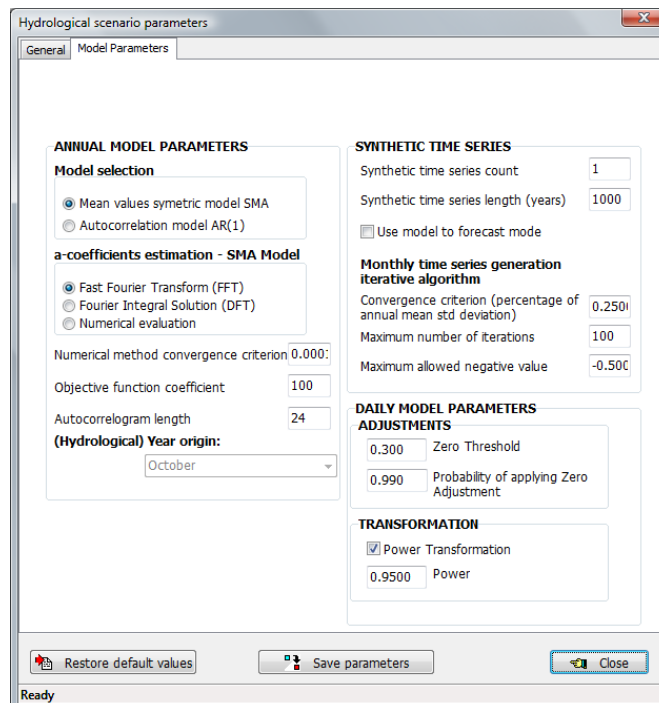
Η αναβαθμισμένη έκδοση του συστήματος *Κασταλία* χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης μήκους 1000 ετών μέσω πολυμεταβλητού επιμερισμού (σε τρία χρονικά επίπεδα) από ημερήσια δεδομένα τριών σταθμών: Τιθορέα, Παύλος και Δρυμαία. Οι ημερήσιες ιστορικές χρονοσειρές έχουν μήκος 43 έτη (από 01/01/1964 έως 31/12/2006). Στη συνέχεια παρατίθενται ενδεικτικά η κύρια φόρμα του προγράμματος και η φόρμα δημιουργίας νέου υδρολογικού σεναρίου, όπου φαίνεται το περιβάλλον εργασίας του συστήματος *Κασταλία*.



Σχήμα 5.1: Κύρια φόρμα προγράμματος.



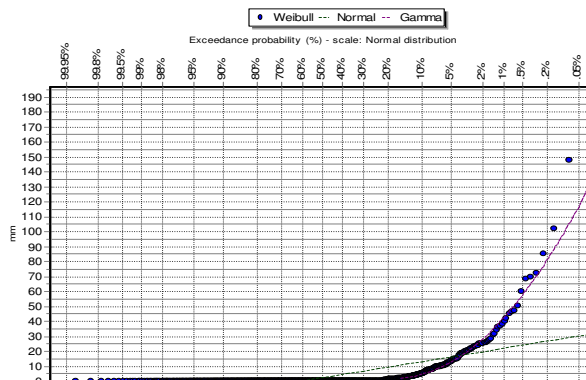
Σχήμα 5.2: Φόρμα δημιουργίας νέου υδρολογικού σεναρίου (γενικές παράμετροι).



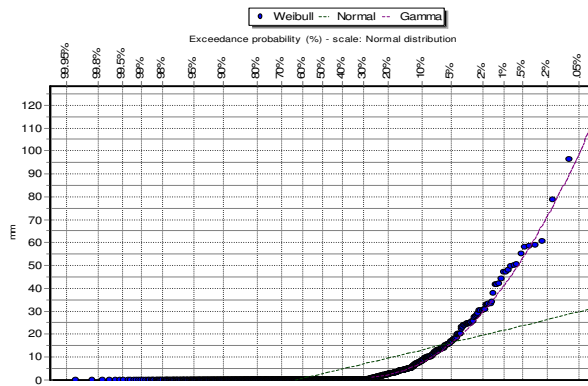
Σχήμα 5.3: Φόρμα δημιουργίας νέου υδρολογικού σεναρίου (παράμετροι μοντέλων).

Στο υδρολογικό σενάριο που εφαρμόστηκε υπάρχουν τρεις μεταβλητές, ήτοι το ύψος βροχής για καθένα από τους σταθμούς Τιθορέα, Παύλος και Δρυμαία. Χρησιμοποιήθηκε ο εκθέτης $m=0.95$ στο μετασχηματισμό δύναμης των ημερήσιων χρονοσειρών (βλ. 3.6.3), το ποσοστό $\pi_0=0.99$ και το όριο (*threshold*) $l_0=0.3\text{mm}$ για τη στρογγυλοποίηση των πολύ μικρών τιμών ύψους βροχόπτωσης (βλ. 3.6.4), τα ποσοστά $\lambda_1=0.28$ και $\lambda_2=0$ και η πιθανότητα $k_3=0.60$ (βλ. 3.6.4) για την εφαρμογή της μεθόδου Μαρκόφ για τη διατήρηση της Probability dry.

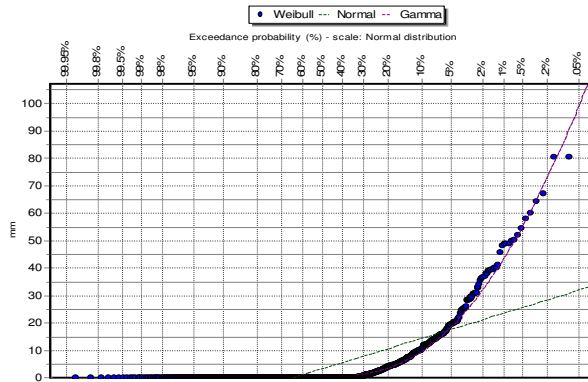
Στη συνέχεια παρατίθενται για κάθε μήνα οι εμπειρικές, οι θεωρητικές γάμα και οι θεωρητικές κανονικές συναρτήσεις κατανομής των ημερήσιων ιστορικών χρονοσειρών στους τρεις σταθμούς που χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή της *Κασταλίας*. Στα παρακάτω σχήματα φαίνεται η μεγάλη ασυμμετρία των ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.6.2) και η μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων (βλ. 3.6.4), χαρακτηριστικά τα οποία διατηρούνται στην ημερήσια κλίμακα (βλ. 5.2.4) μέσω του σχήματος προσομοίωσης που υλοποιεί η *Κασταλία*.



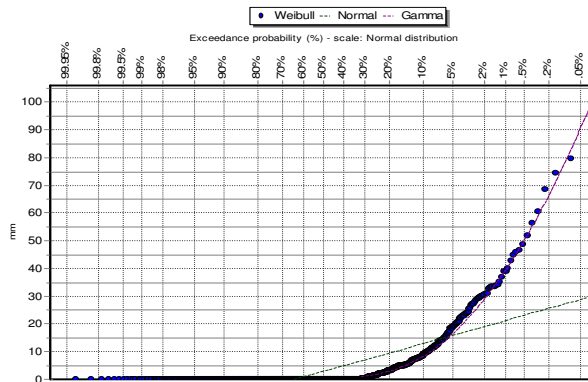
Σχήμα 5.4: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Οκτώβριο.



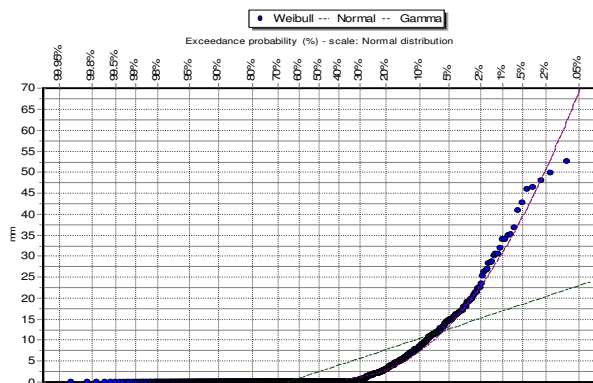
Σχήμα 5.5: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Νοέμβριο.



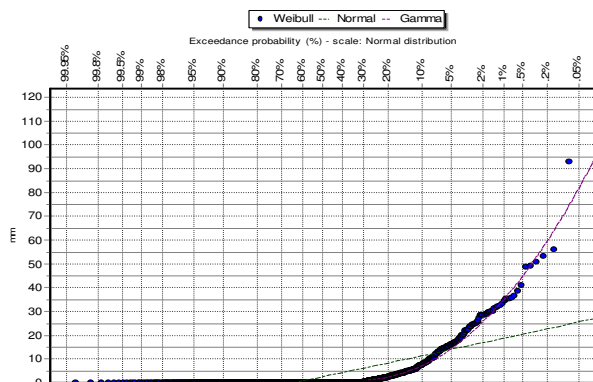
Σχήμα 5.6: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Δεκέμβριο.



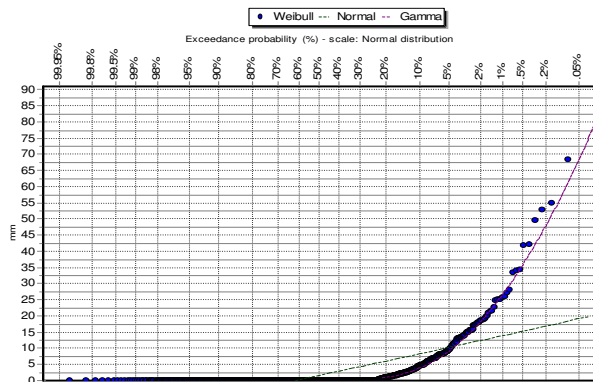
Σχήμα 5.7: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιανουάριο.



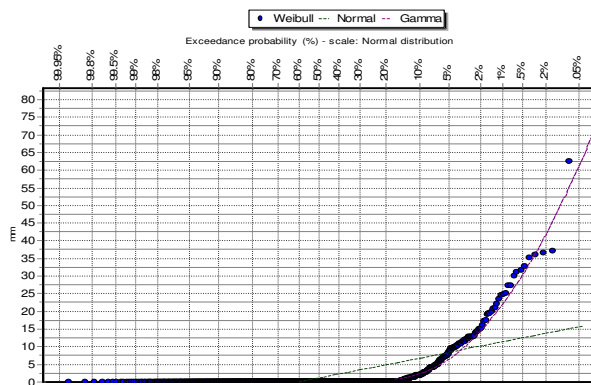
Σχήμα 5.8: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Φεβρουάριο.



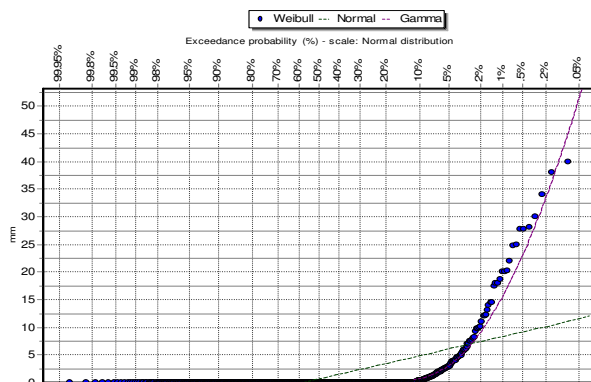
Σχήμα 5.9: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Μάρτιο.



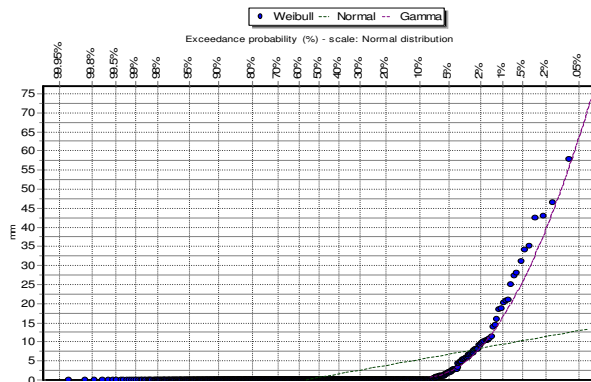
Σχήμα 5.10: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Απρίλιο.



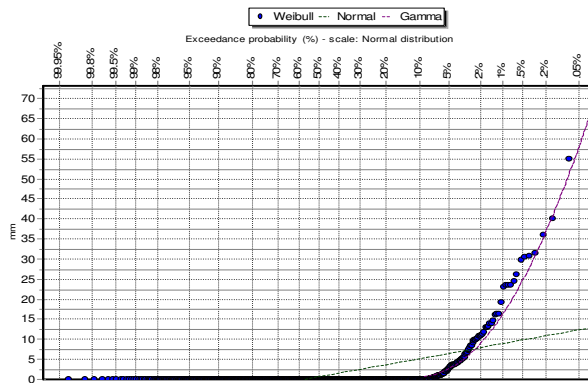
Σχήμα 5.11: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Μάιο.



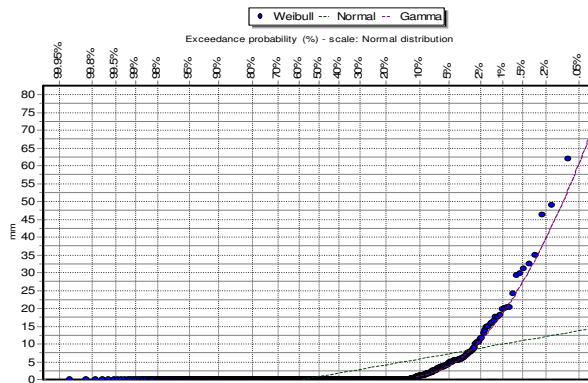
Σχήμα 5.12: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιούνιο.



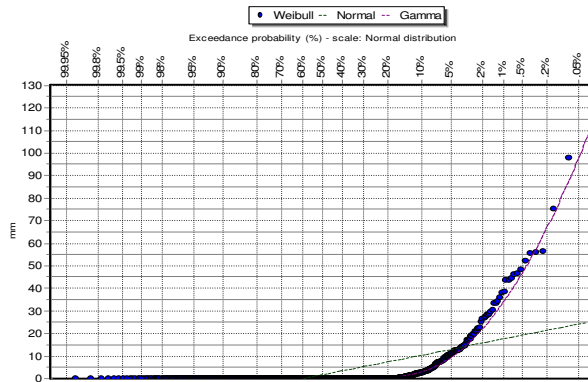
Σχήμα 5.13: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιούλιο.



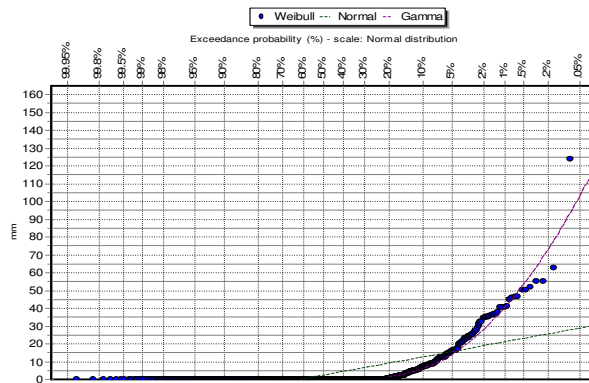
Σχήμα 5.14: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Αύγουστο.



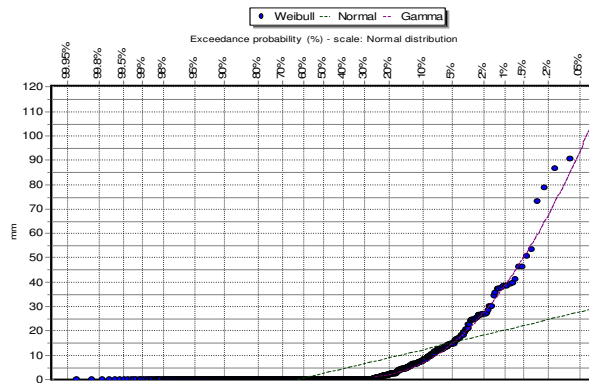
Σχήμα 5.15: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Σεπτέμβριο.



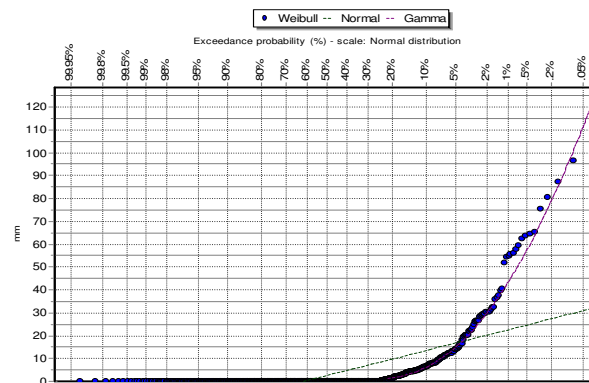
Σχήμα 5.16: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Οκτώβριο.



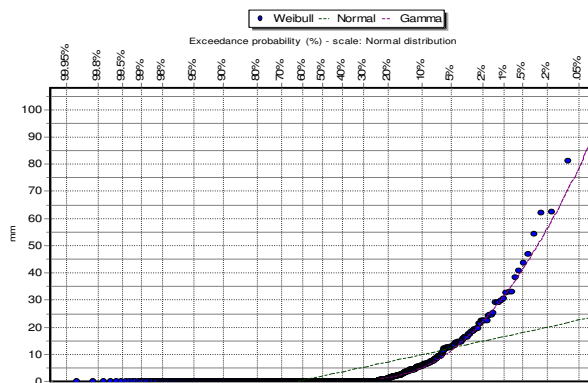
Σχήμα 5.17: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Νοέμβριο.



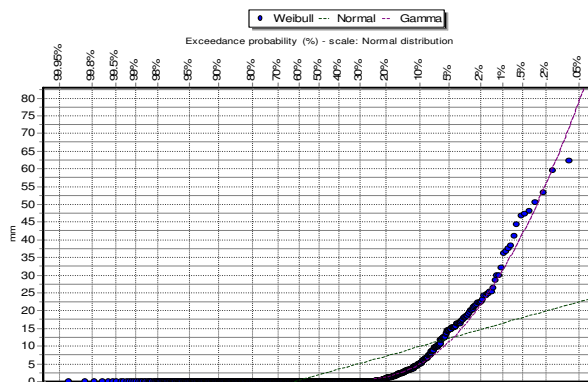
Σχήμα 5.18: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Δεκέμβριο



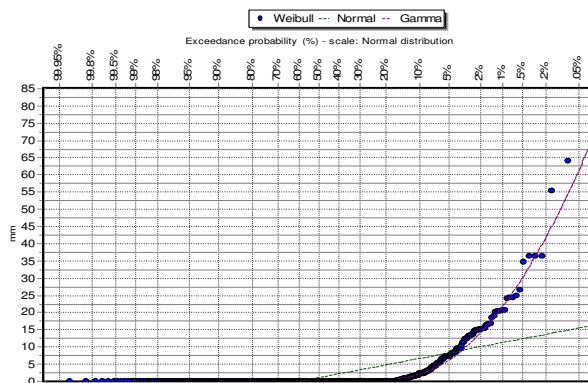
Σχήμα 5.19: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιανουάριο.



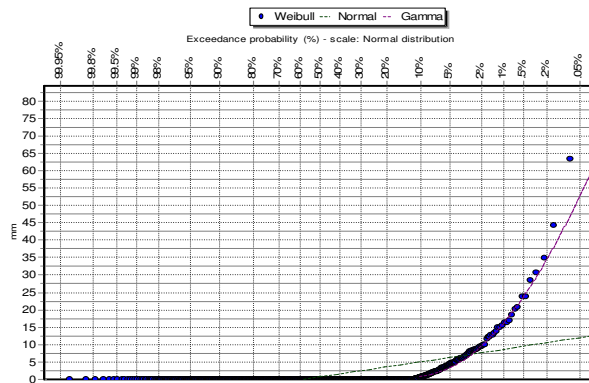
Σχήμα 5.20: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Φεβρουάριο.



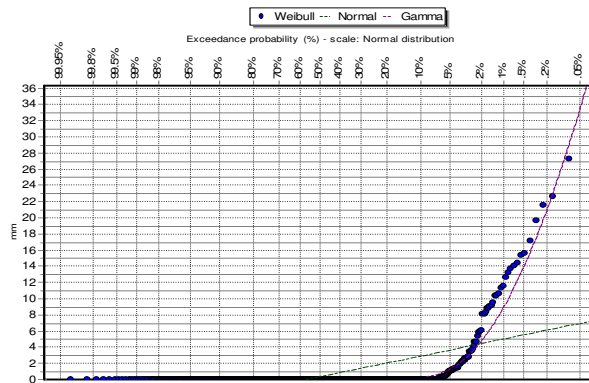
Σχήμα 5.21: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Μάρτιο.



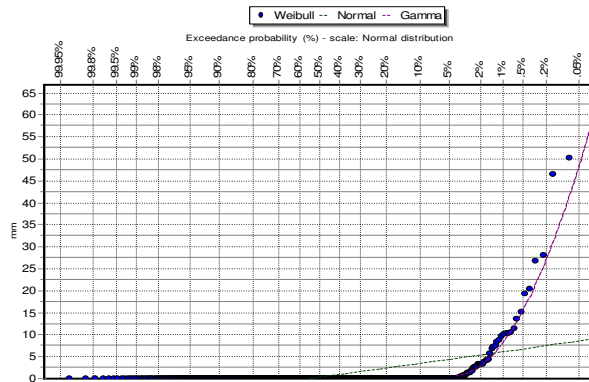
Σχήμα 5.22: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Απρίλιο.



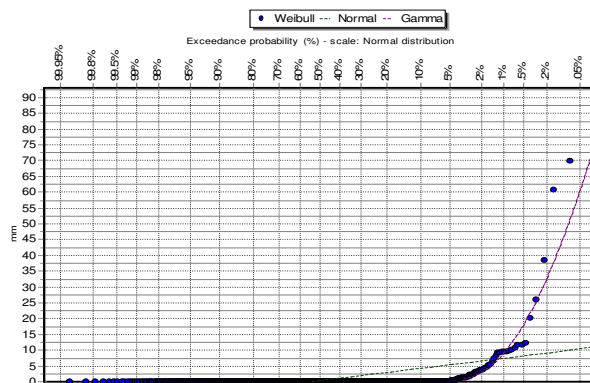
Σχήμα 5.23: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Μάιο.



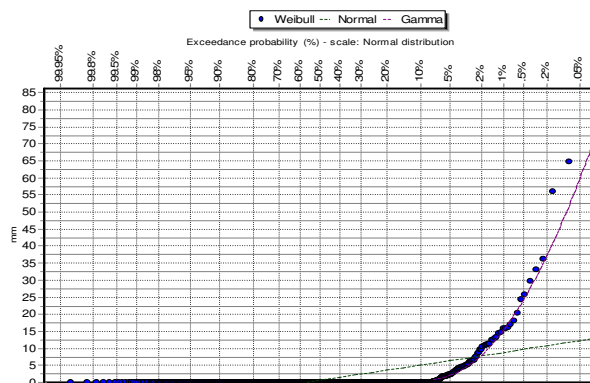
Σχήμα 5.24: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιούνιο.



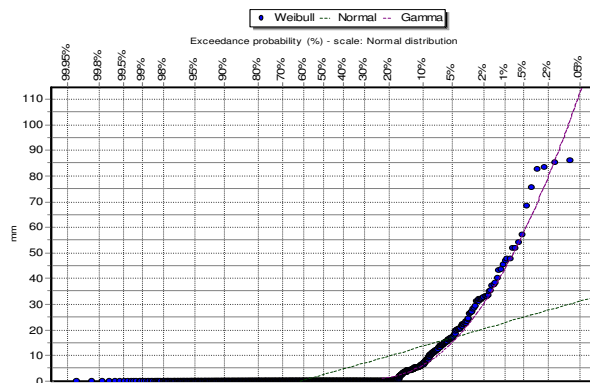
Σχήμα 5.25: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιούλιο.



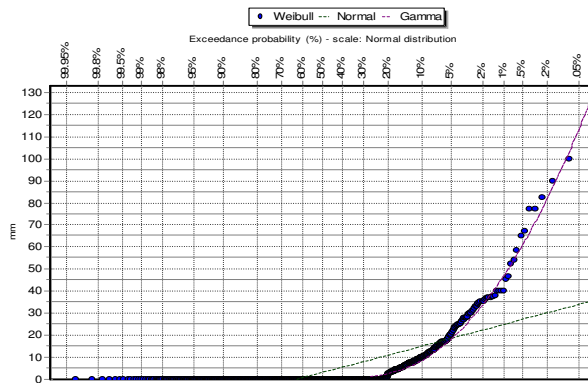
Σχήμα 5.26: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Αύγουστο.



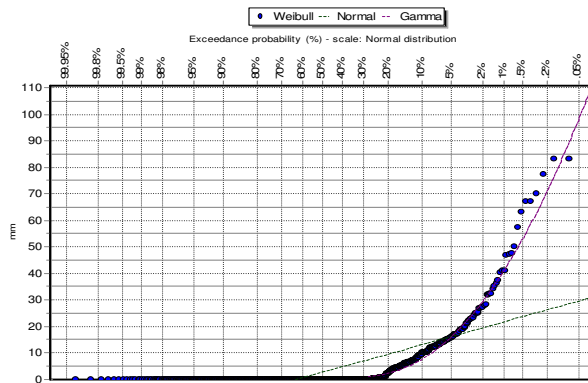
Σχήμα 5.27: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Σεπτέμβριο.



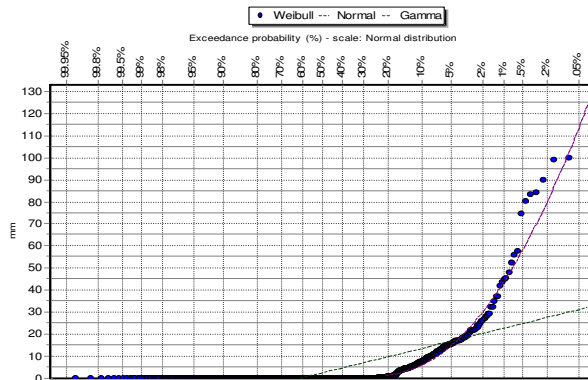
Σχήμα 5.28: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Οκτώβριο.



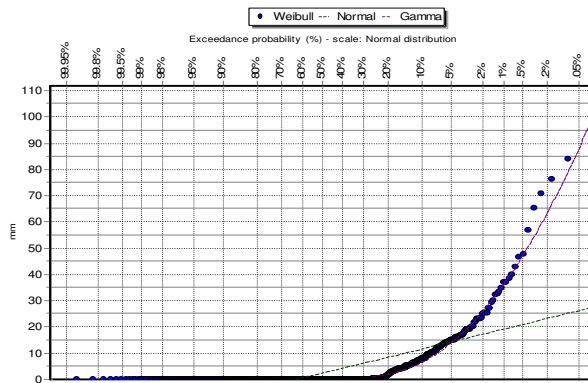
Σχήμα 5.29: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Νοέμβριο.



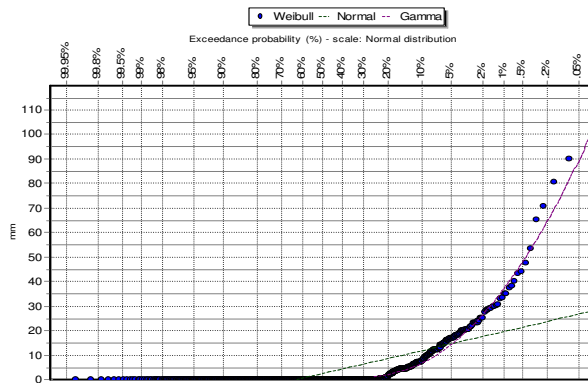
Σχήμα 5.30: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Δεκέμβριο.



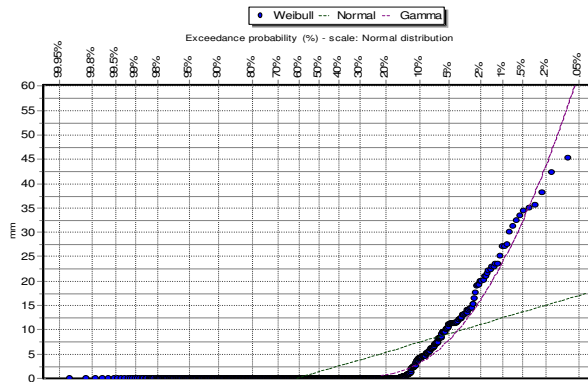
Σχήμα 5.31: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιανουάριο.



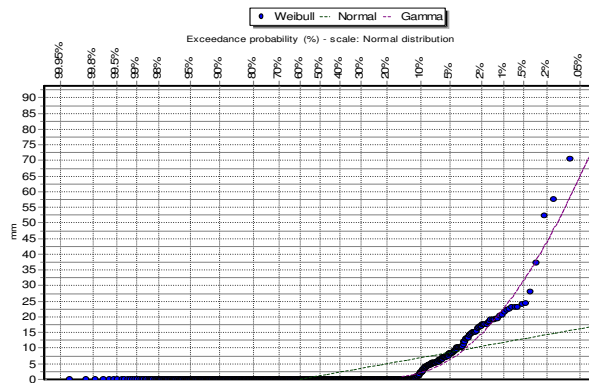
Σχήμα 5.32: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Φεβρουάριο.



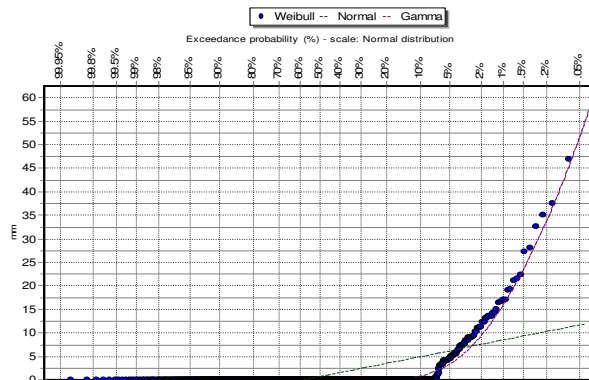
Σχήμα 5.33: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Μάρτιο.



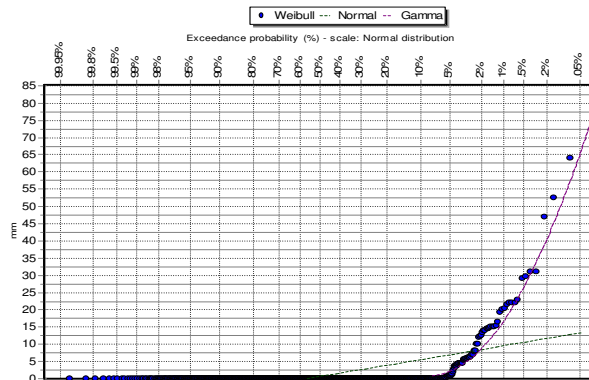
Σχήμα 5.34: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Απρίλιο.



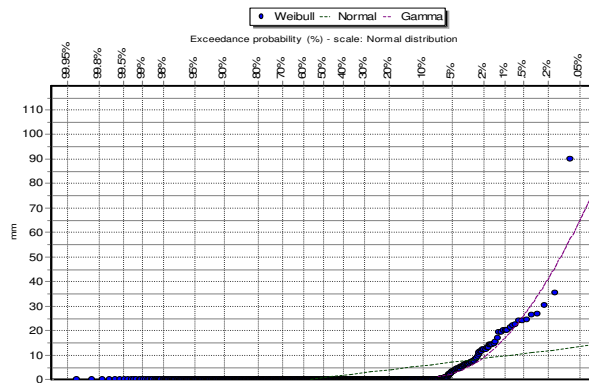
Σχήμα 5.35: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Μάιο.



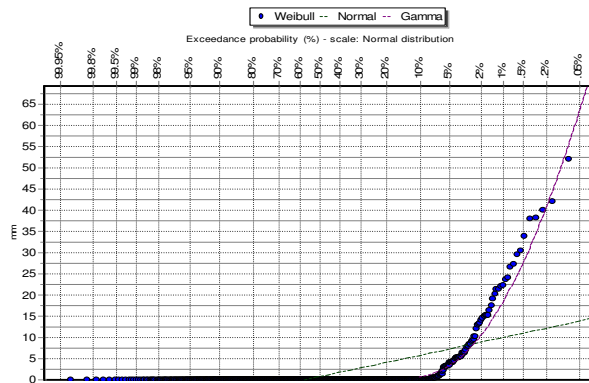
Σχήμα 5.36: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιούνιο.



Σχήμα 5.37: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιούλιο.



Σχήμα 5.38: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Αύγουστο.



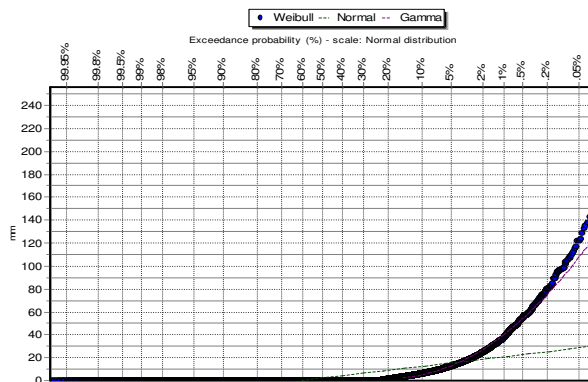
Σχήμα 5.39: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των ιστορικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Σεπτέμβριο.

5.2 Αποτελέσματα εφαρμογής

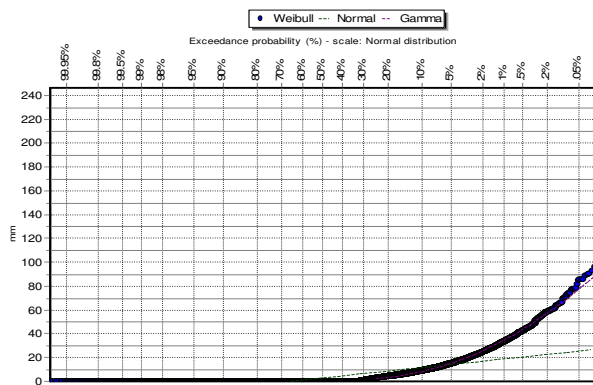
Στη συνέχεια παρατίθενται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι εμπειρικές και θεωρητικές συναρτήσεις κατανομής των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών και η σύγκριση των στατιστικών χαρακτηριστικών στην ετήσια, τη μηνιαία και την ημερήσια κλίμακα.

5.2.1 Ημερήσιες συνθετικές χρονοσειρές

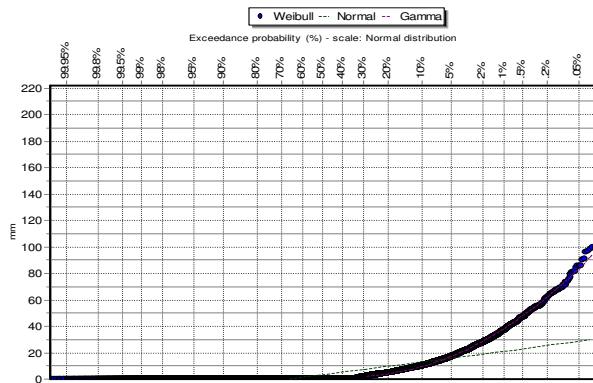
Στα παρακάτω γραφήματα παρουσιάζονται για κάθε μήνα οι εμπειρικές, οι θεωρητικές γάμα και οι θεωρητικές κανονικές συναρτήσεις κατανομής των ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών στους τρεις σταθμούς που χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή της *Κασταλίας*. Φαίνεται η μεγάλη ασυμμετρία των συνθετικών χρονοσειρών (βλ. 3.6.2) και η μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων (βλ. 3.6.4), χαρακτηριστικά τα οποία διατηρούνται στην ημερήσια κλίμακα (βλ. 5.2.4) μέσω του σχήματος προσομοίωσης που υλοποιεί η *Κασταλία*.



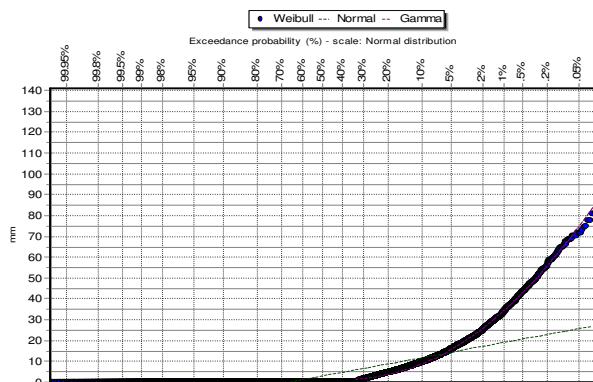
Σχήμα 5.40: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Οκτώβριο.



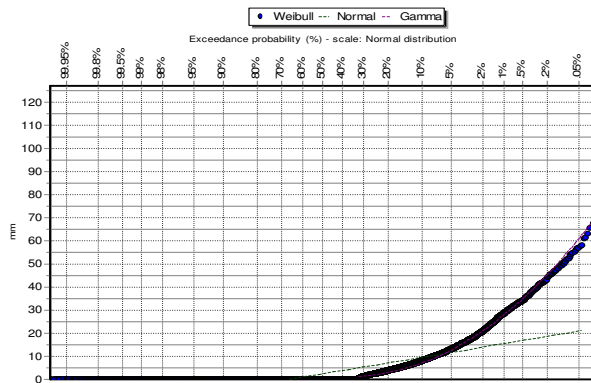
Σχήμα 5.41: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Νοέμβριο.



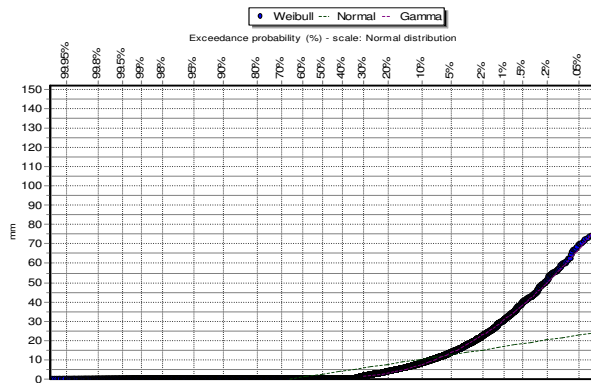
Σχήμα 5.42: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Δεκέμβριο.



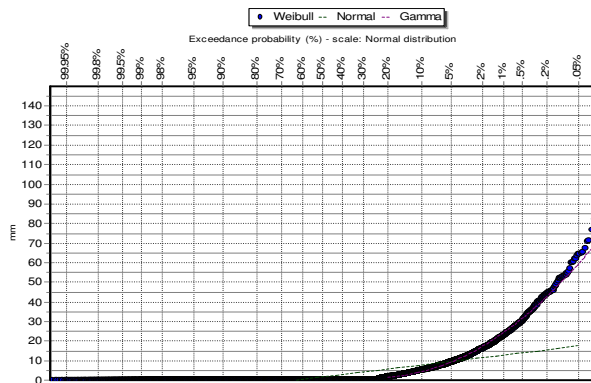
Σχήμα 5.43: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιανουάριο.



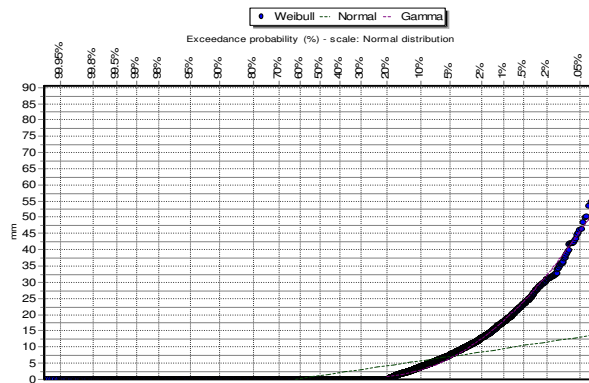
Σχήμα 5.44: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Φεβρουάριο.



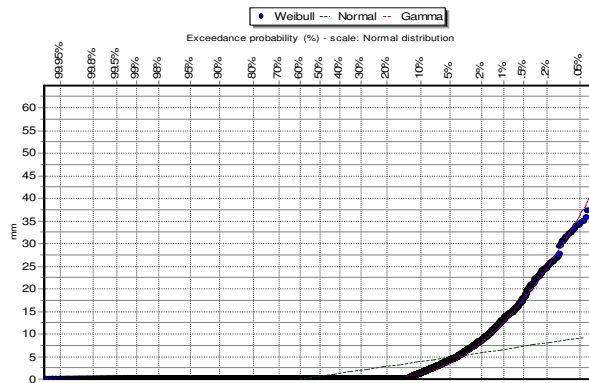
Σχήμα 5.45: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Μάρτιο.



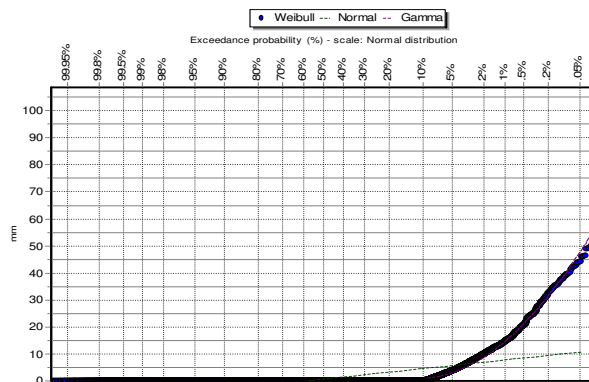
Σχήμα 5.46: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Απρίλιο.



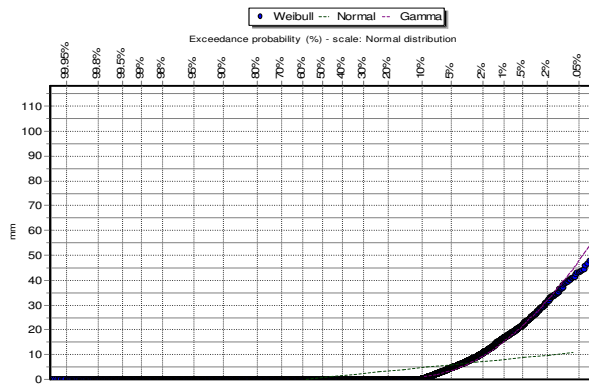
Σχήμα 5.47: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Μάιο.



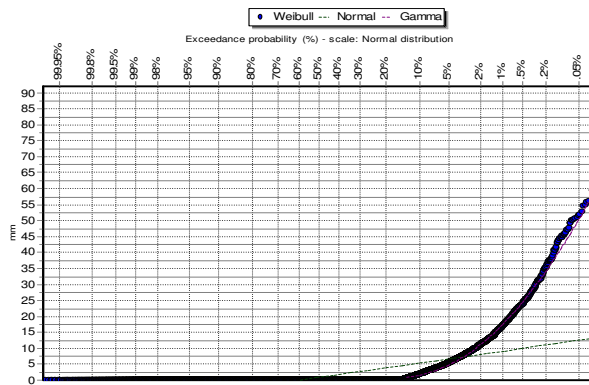
Σχήμα 5.48: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιούνιο.



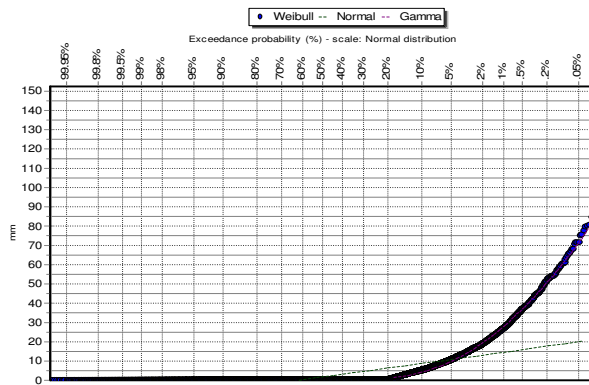
Σχήμα 5.49: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Ιούλιο.



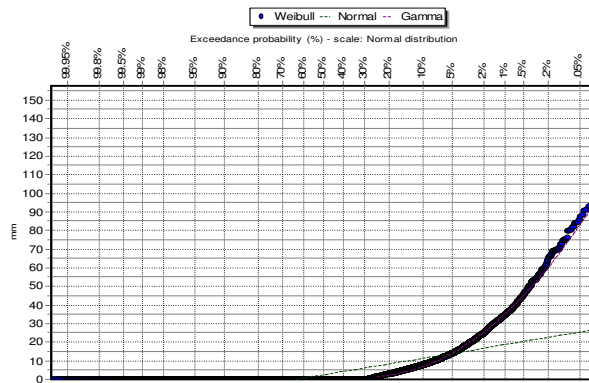
Σχήμα 5.50: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Αύγουστο.



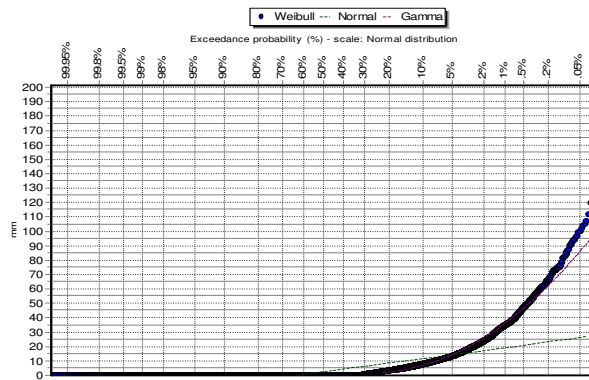
Σχήμα 5.51: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Τιθορέα για το μήνα Σεπτέμβριο.



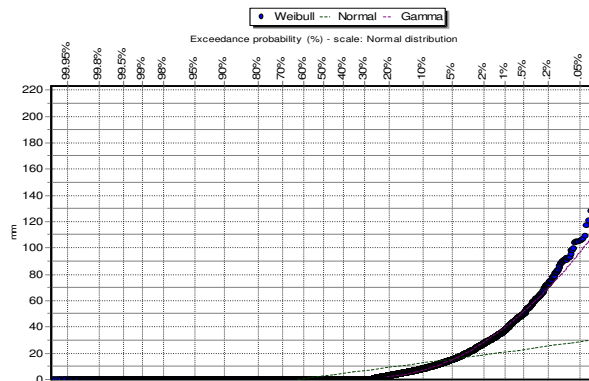
Σχήμα 5.52: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Οκτώβριο.



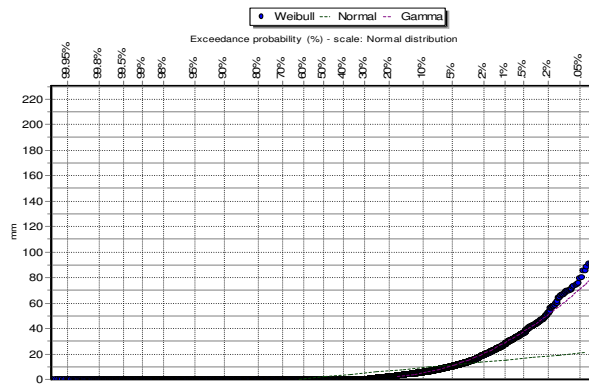
Σχήμα 5.53: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Νοέμβριο.



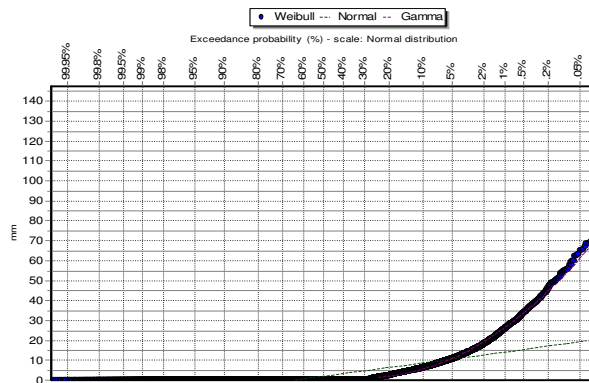
Σχήμα 5.54: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Δεκέμβριο.



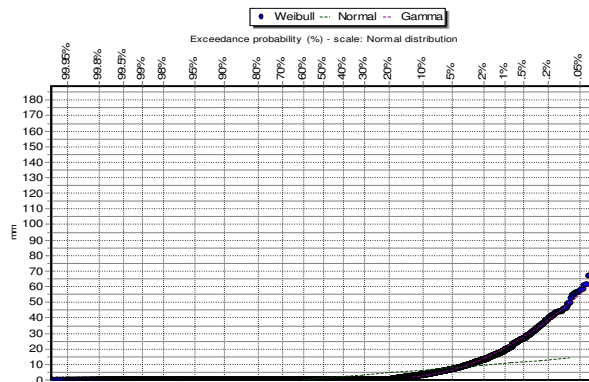
Σχήμα 5.55: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιανουάριο.



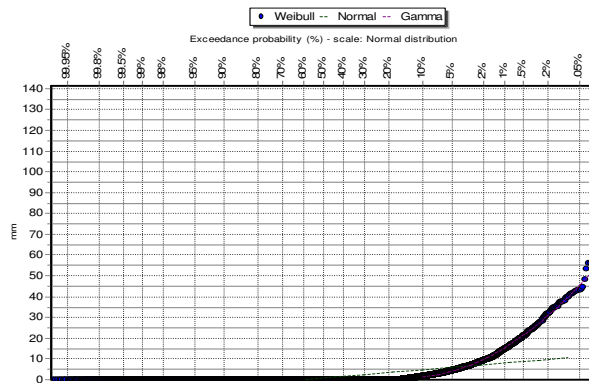
Σχήμα 5.56: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Φεβρουάριο.



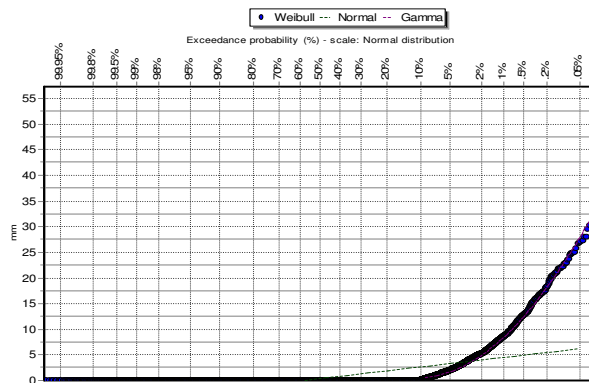
Σχήμα 5.57: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Μάρτιο.



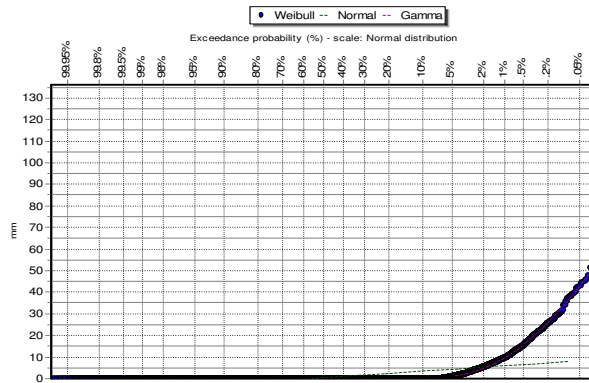
Σχήμα 5.58: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Απρίλιο.



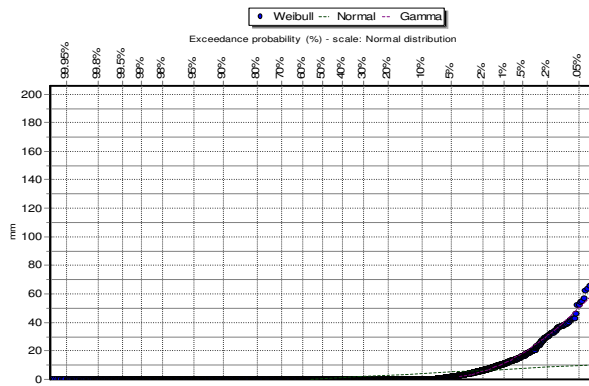
Σχήμα 5.59: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Μάιο.



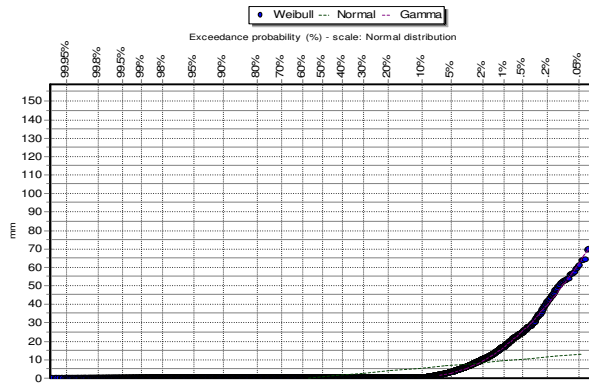
Σχήμα 5.60: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιούλιο.



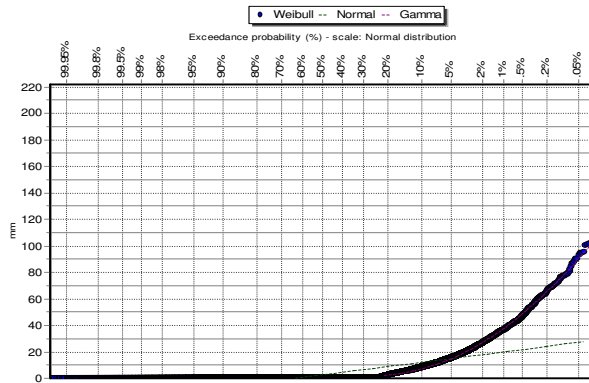
Σχήμα 5.61: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Ιούλιο.



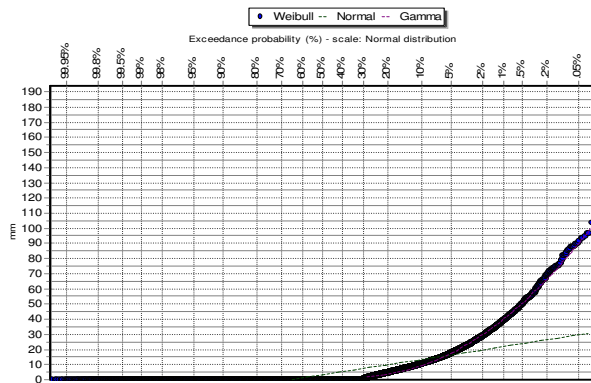
Σχήμα 5.62: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Αύγουστο.



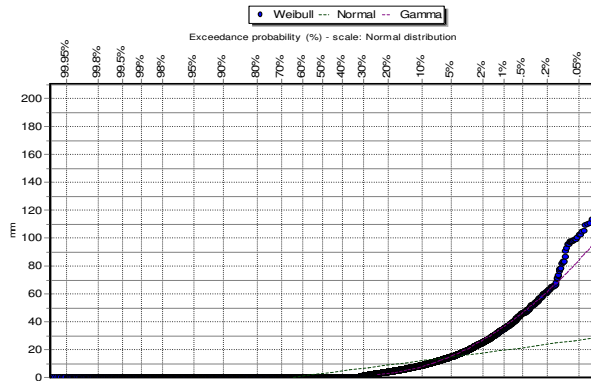
Σχήμα 5.63: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Παύλος για το μήνα Σεπτέμβριο.



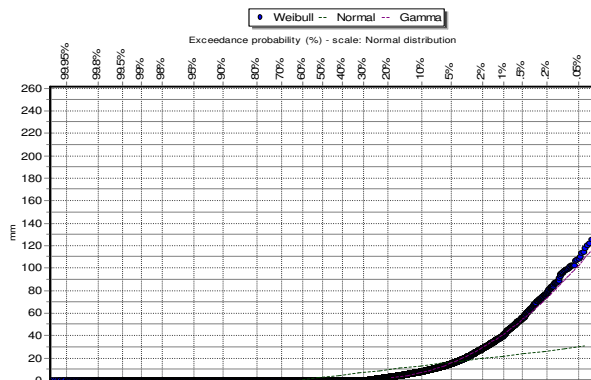
Σχήμα 5.64: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Οκτώβριο.



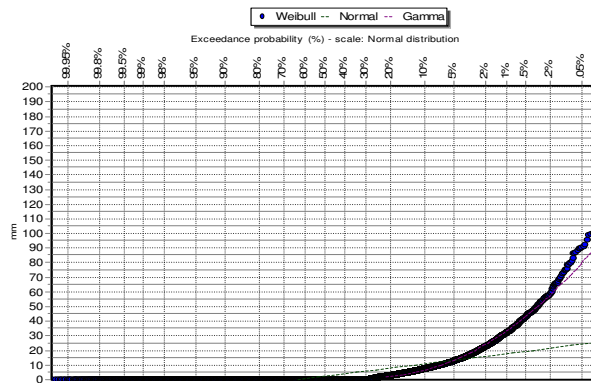
Σχήμα 5.65: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Νοέμβριο.



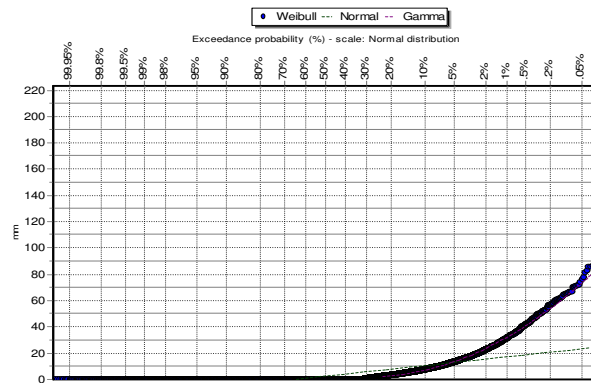
Σχήμα 5.66: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Δεκέμβριο.



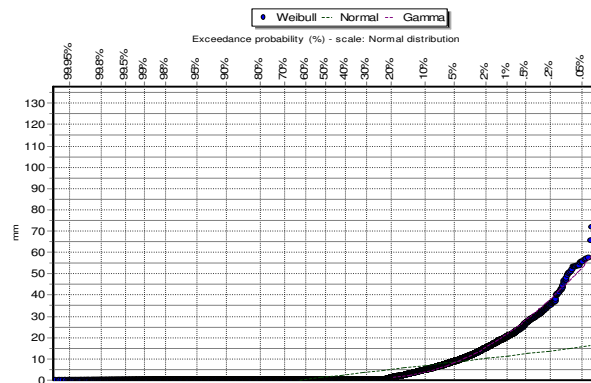
Σχήμα 5.67: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιανουάριο.



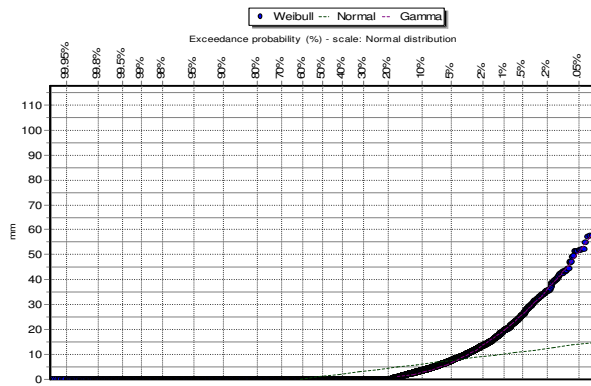
Σχήμα 5.68: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Φεβρουάριο.



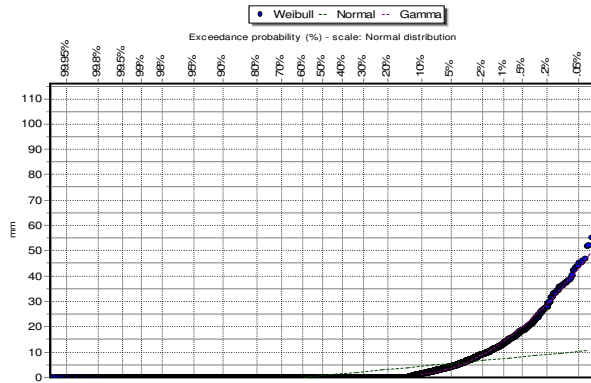
Σχήμα 5.69: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Μάρτιο.



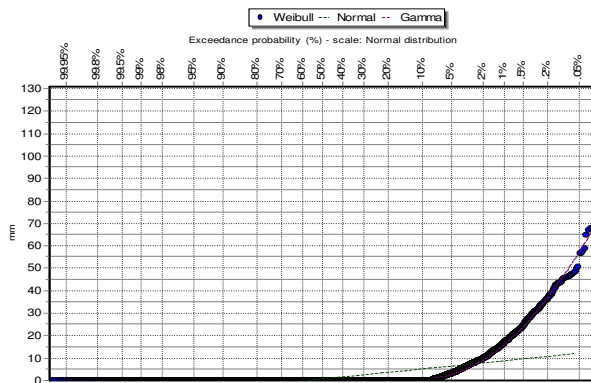
Σχήμα 5.70: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Απρίλιο.



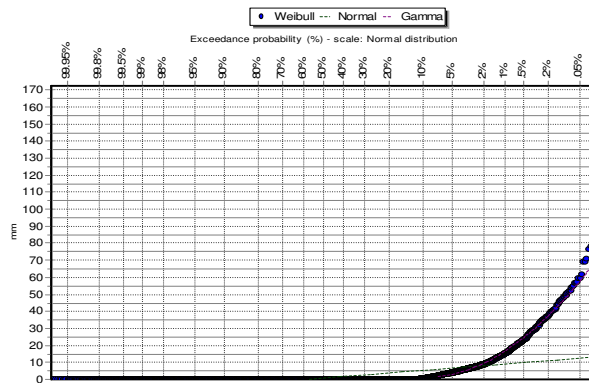
Σχήμα 5.71: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Μάιο.



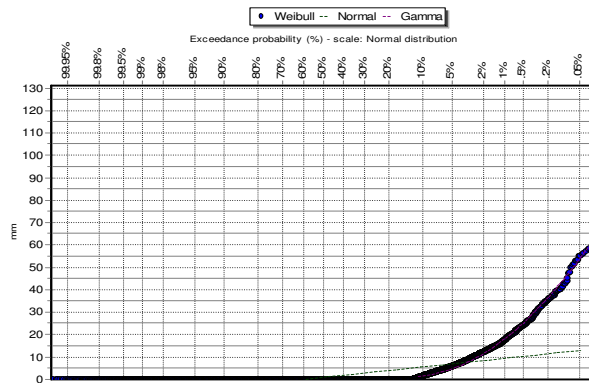
Σχήμα 5.72: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιούνιο.



Σχήμα 5.73: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Ιούλιο.

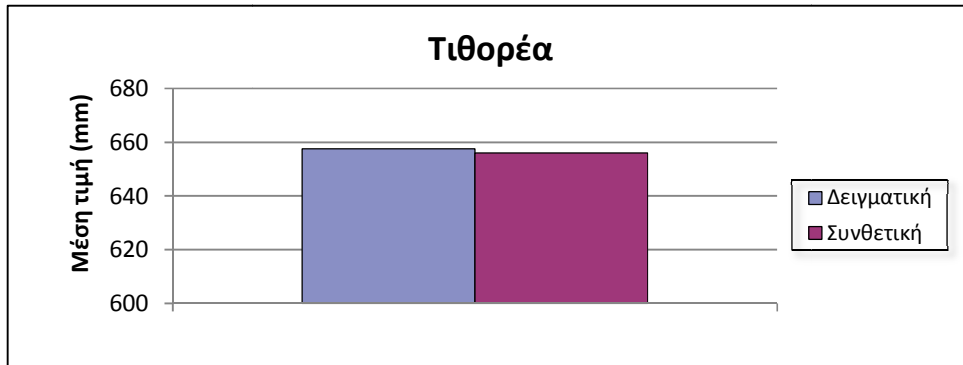


Σχήμα 5.74: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Αύγουστο.

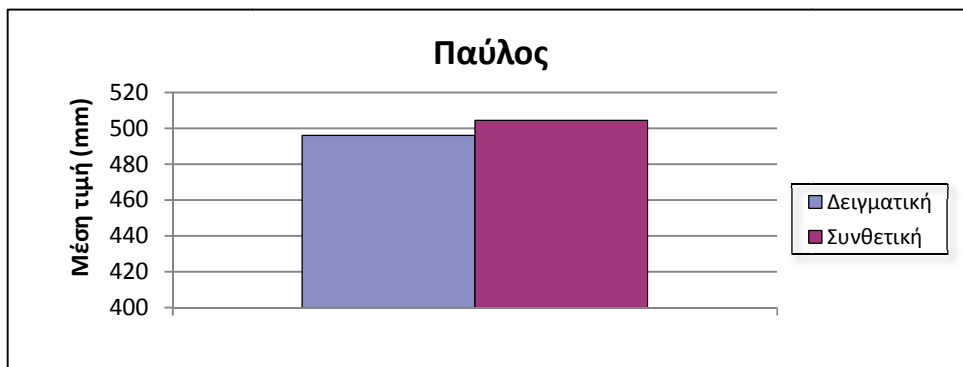


Σχήμα 5.75: Εμπειρική (μπλε), θεωρητική γάμα (μωβ) και θεωρητική κανονική (πράσινο) συνάρτηση κατανομής των συνθετικών ημερήσιων χρονοσειρών του σταθμού Δρυμαία για το μήνα Σεπτέβριο.

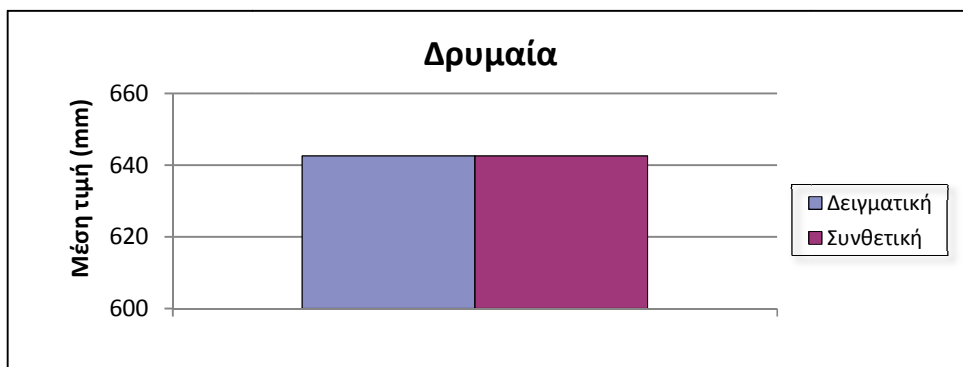
5.2.2 Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών ετήσιας κλίμακας



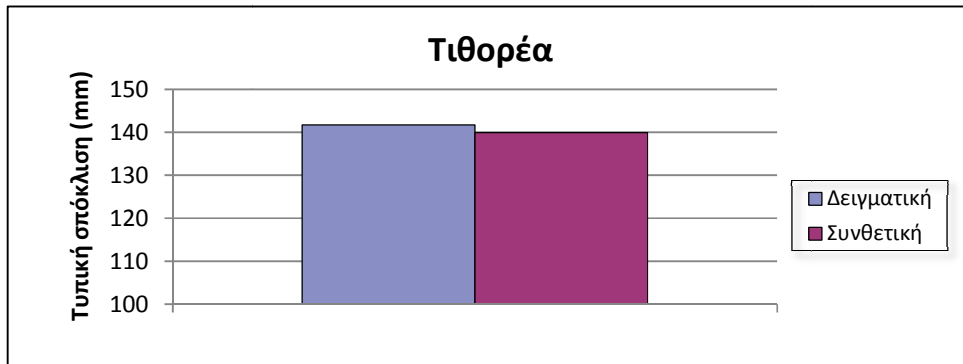
Σχήμα 5.76 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας μέσης τιμής του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



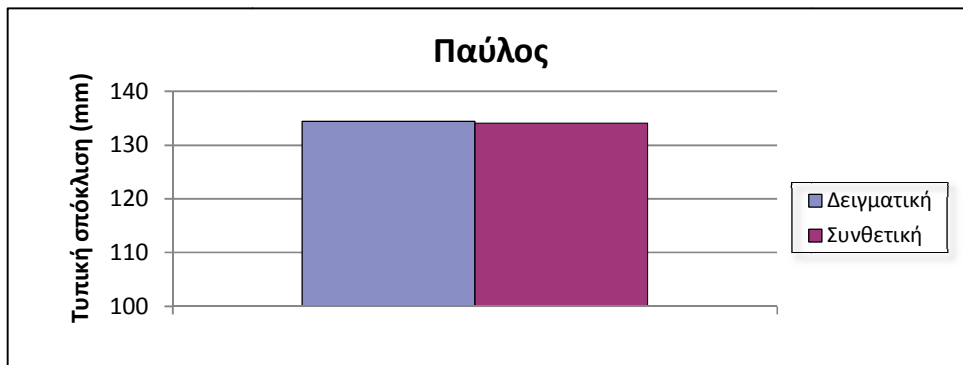
Σχήμα 5.77 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας μέσης τιμής του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



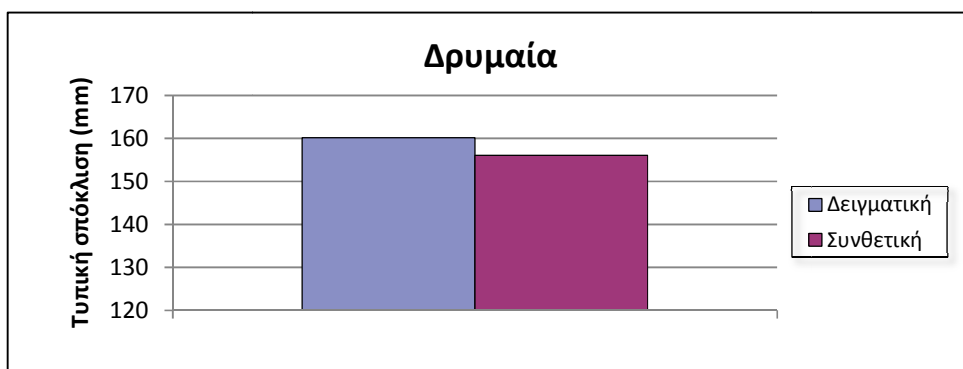
Σχήμα 5.78 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας μέσης τιμής του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



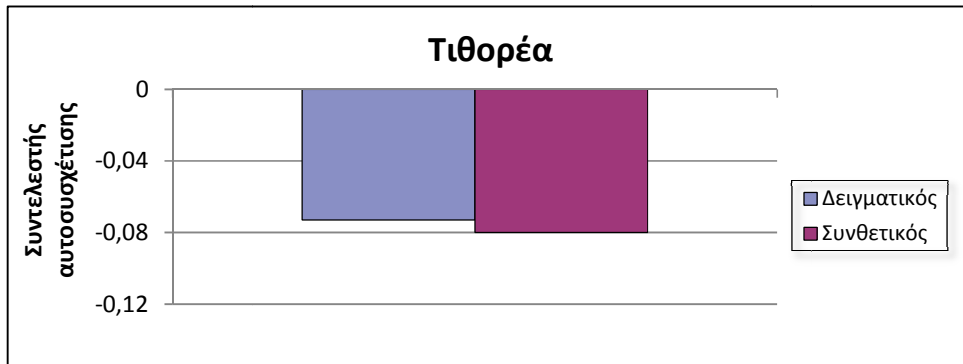
Σχήμα 5.79 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας τυπικής απόκλισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



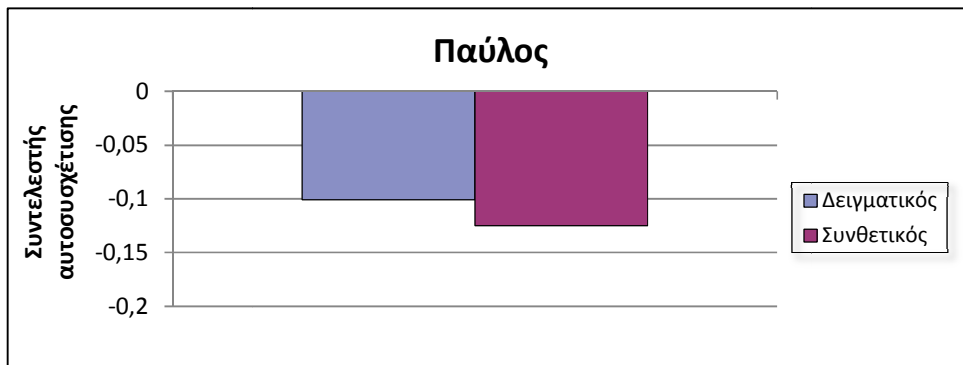
Σχήμα 5.80 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας τυπικής απόκλισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



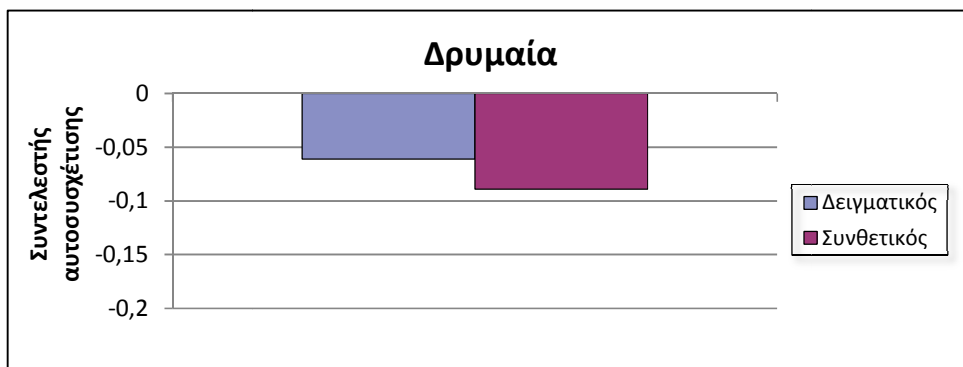
Σχήμα 5.81 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιας τυπικής απόκλισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



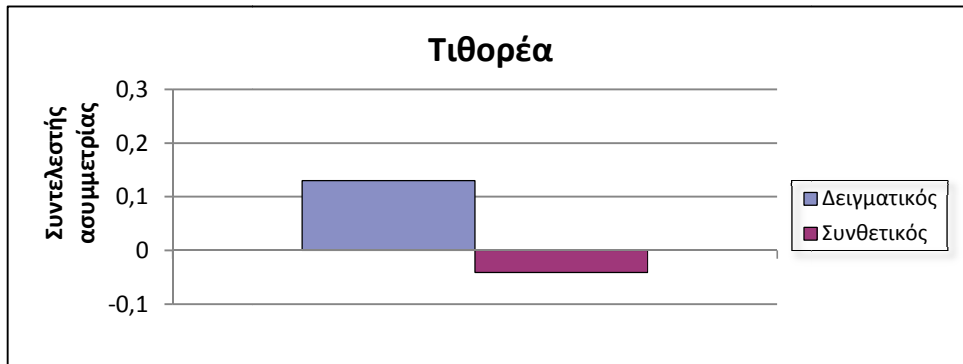
Σχήμα 5.82 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



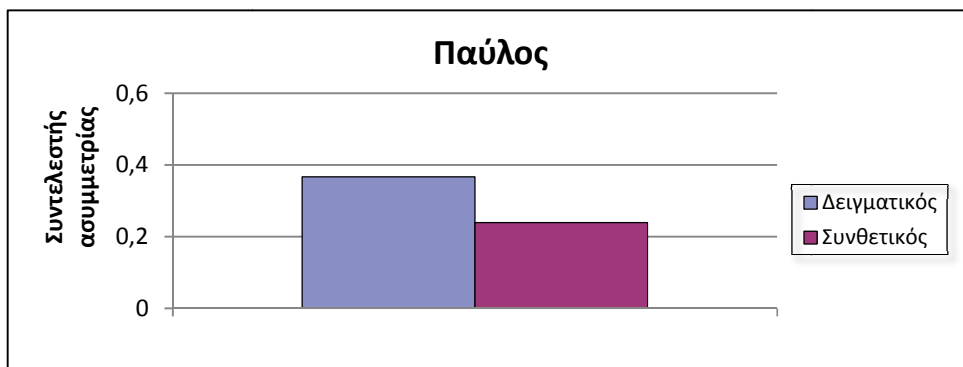
Σχήμα 5.83 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



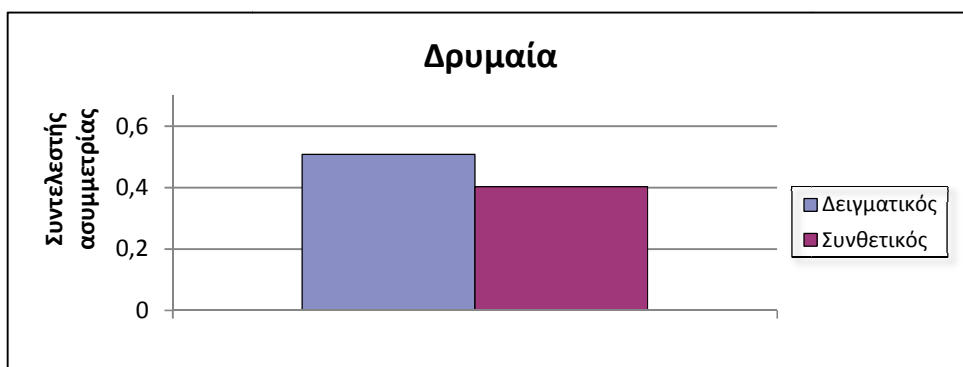
Σχήμα 5.83 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



Σχήμα 5.84 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



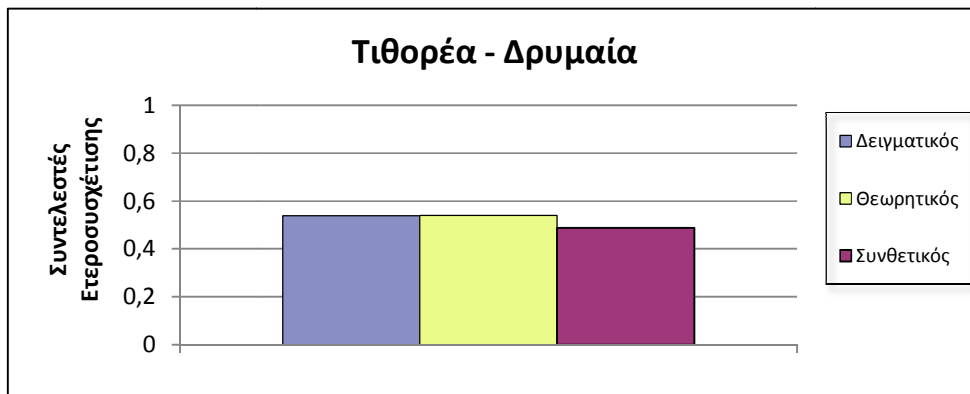
Σχήμα 5.85 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



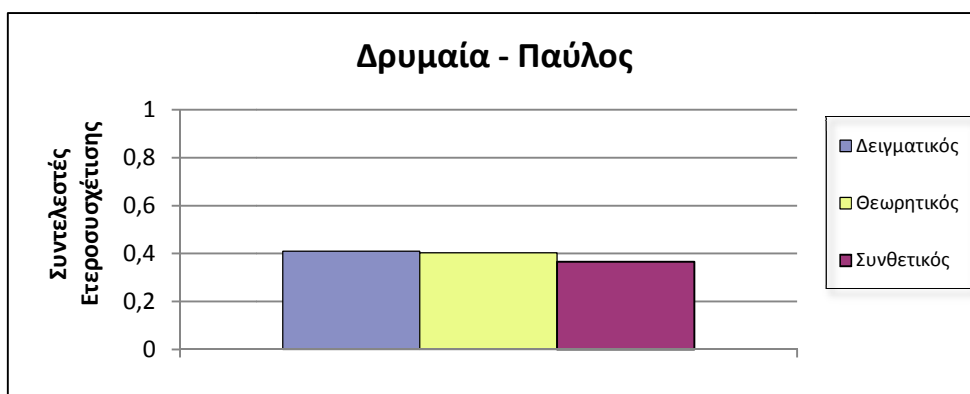
Σχήμα 5.86 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της ετήσιου συντελεστή ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



Σχήμα 5.87 Ραβδόγραμμα σύγκρισης του ετήσιου δειγματικού, θεωρητικού (βλ. 5.3) και συνθετικού συντελεστή ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Παύλος



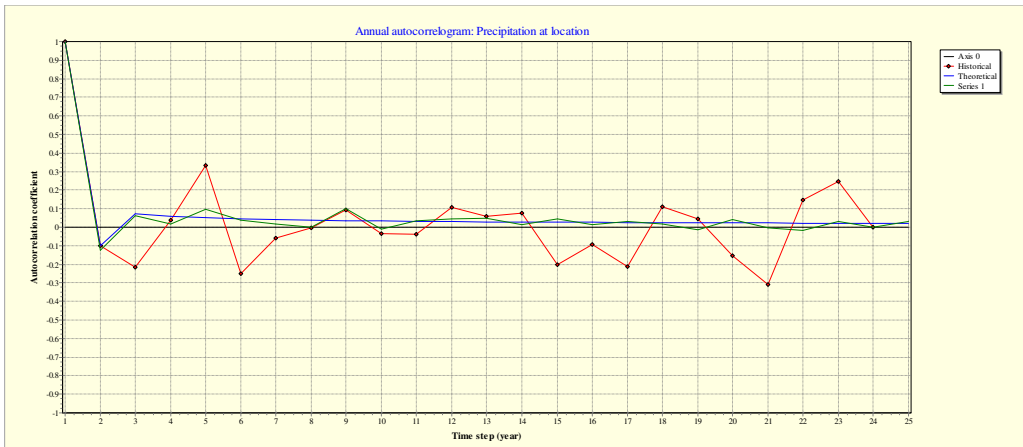
Σχήμα 5.88 Ραβδόγραμμα σύγκρισης του ετήσιου δειγματικού, θεωρητικού και συνθετικού συντελεστή ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Δρυμαία



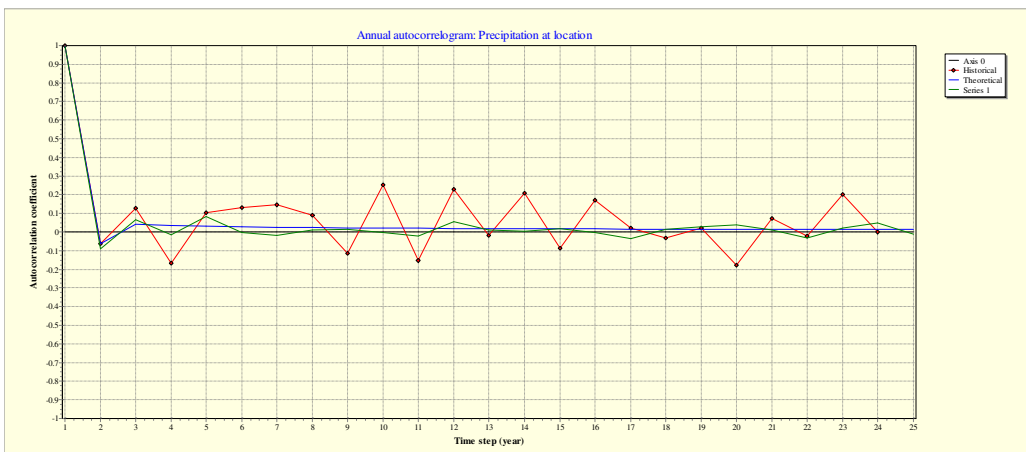
Σχήμα 5.89 Ραβδόγραμμα σύγκρισης του ετήσιου δειγματικού, θεωρητικού και συνθετικού συντελεστή ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Δρυμαία και Παύλος



Σχήμα 5.90 Αυτοσυσχετόγραμμα ετήσιας χρονοσειράς βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα

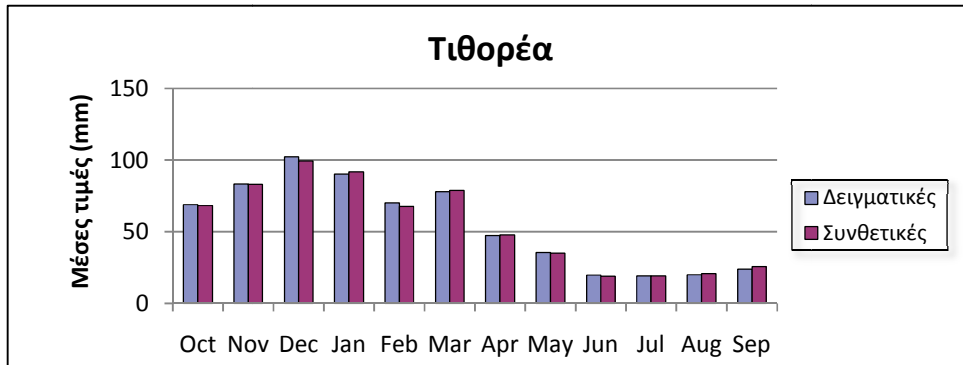


Σχήμα 5.91 Αυτοσυσχετόγραμμα ετήσιας χρονοσειράς βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος

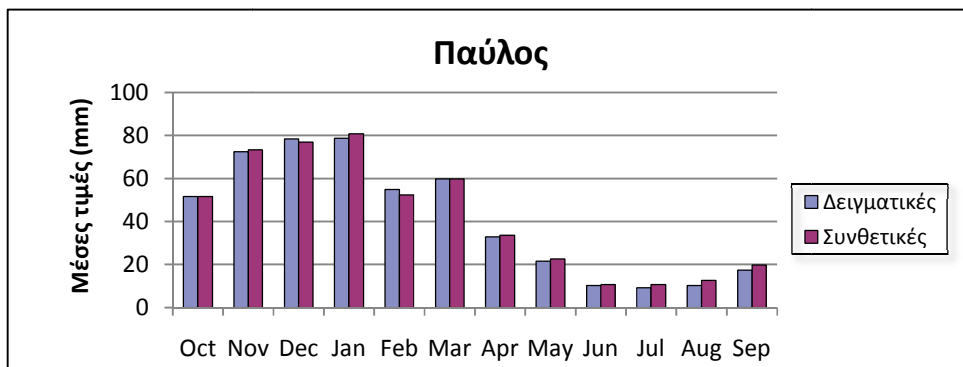


Σχήμα 5.92 Αυτοσυσχετόγραμμα ετήσιας χρονοσειράς βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία

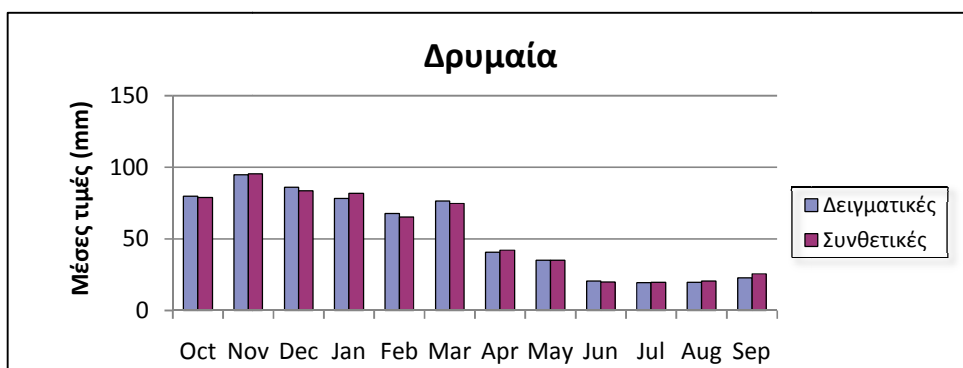
5.2.3 Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών μηνιαίας κλίμακας



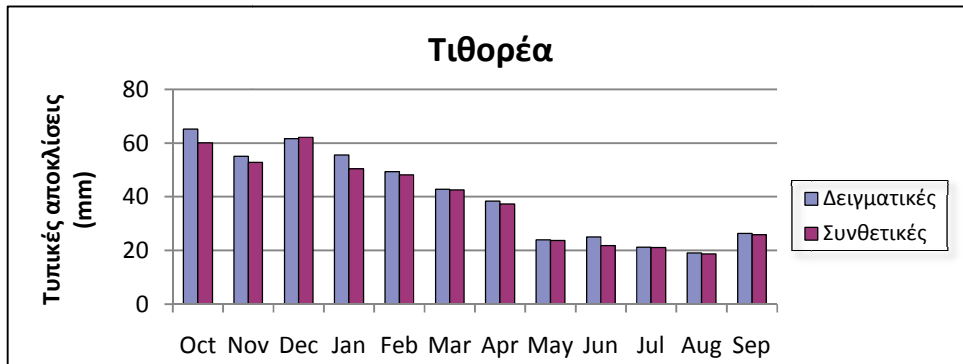
Σχήμα 5.93 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



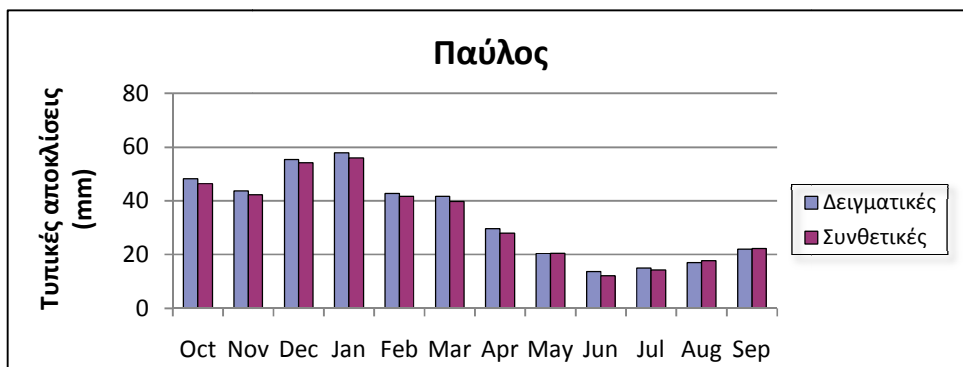
Σχήμα 5.94 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



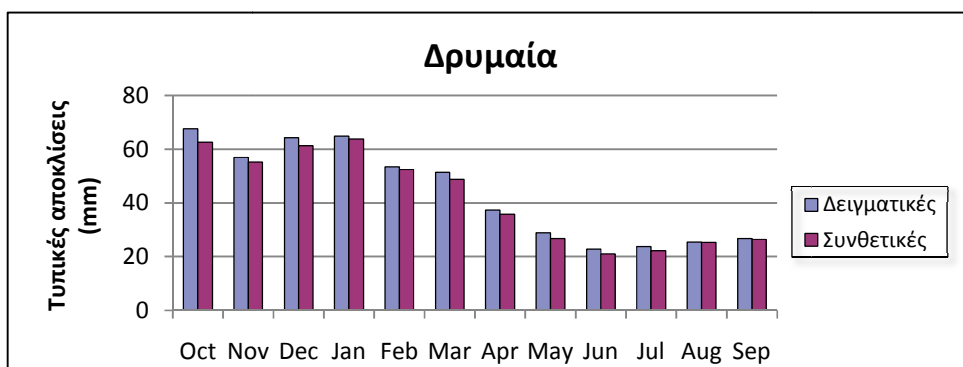
Σχήμα 5.95 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



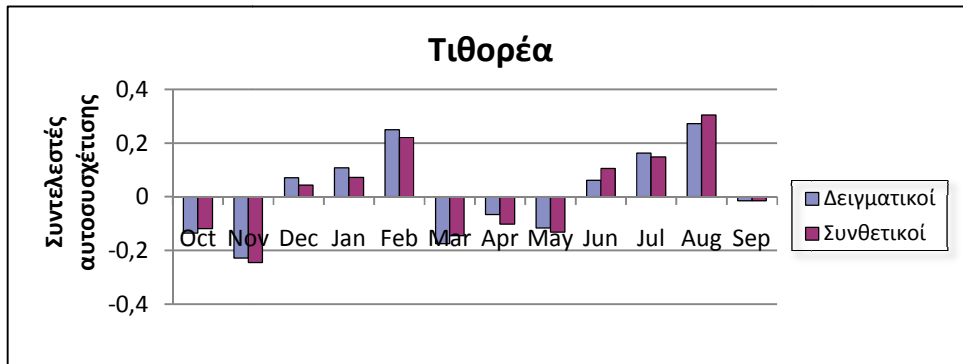
Σχήμα 5.96 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



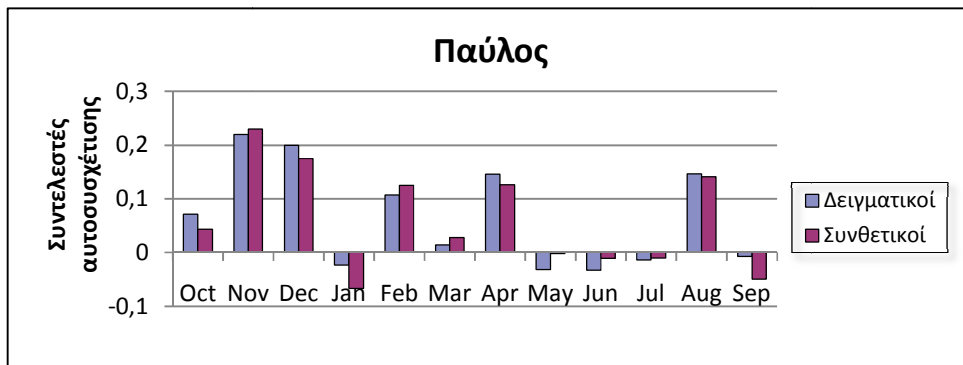
Σχήμα 5.97 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



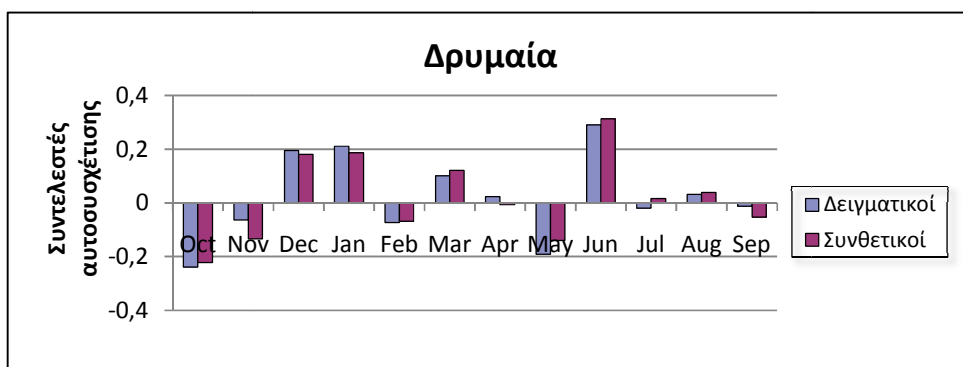
Σχήμα 5.98 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



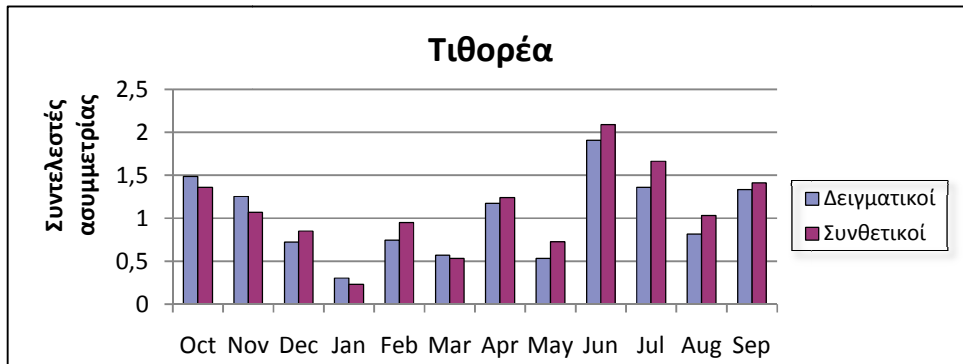
Σχήμα 5.99 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



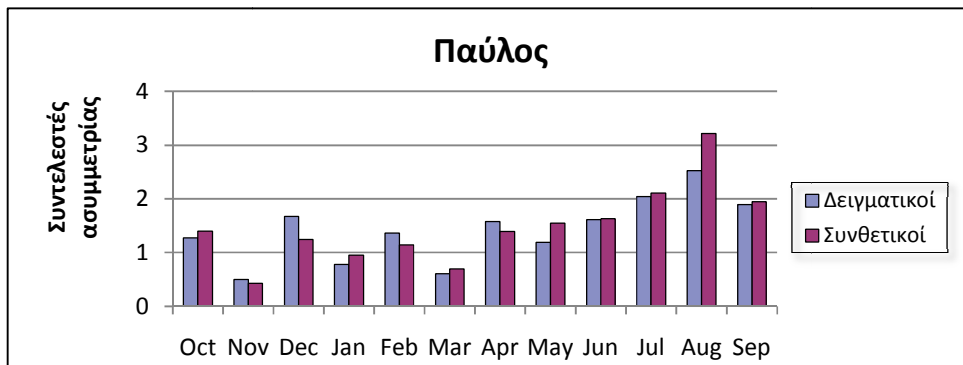
Σχήμα 5.100 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



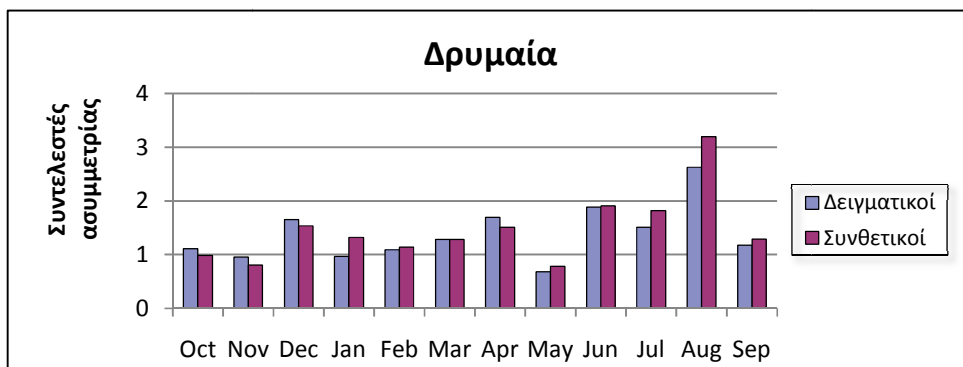
Σχήμα 5.101 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



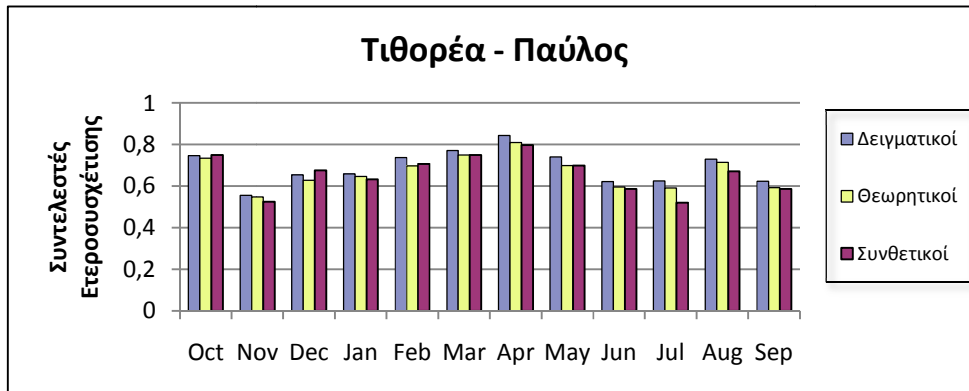
Σχήμα 5.102 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



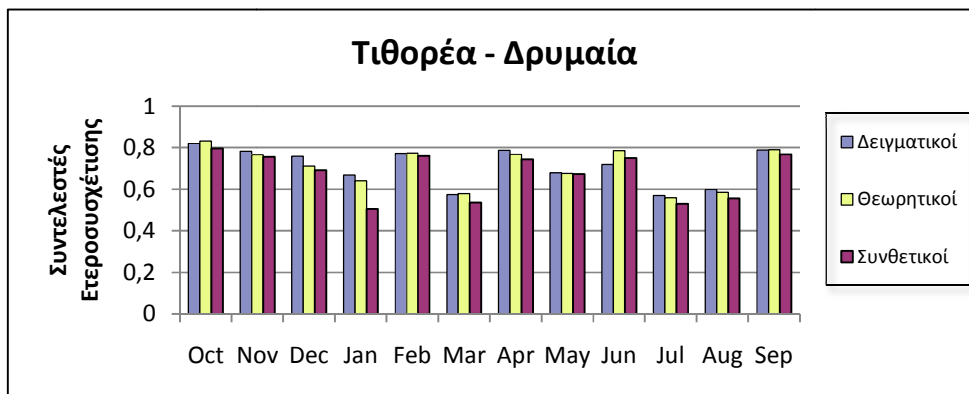
Σχήμα 5.103 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



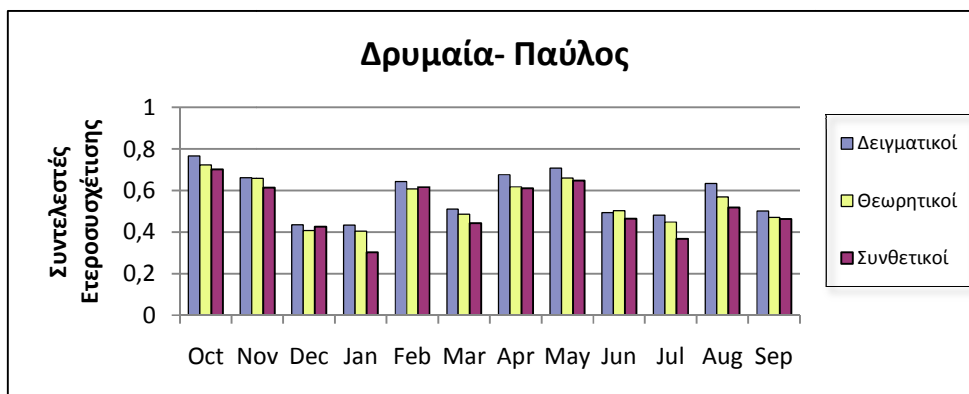
Σχήμα 5.104 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



Σχήμα 5.105 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων δειγματικών, θεωρητικών (βλ. 5.3) και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Παύλος

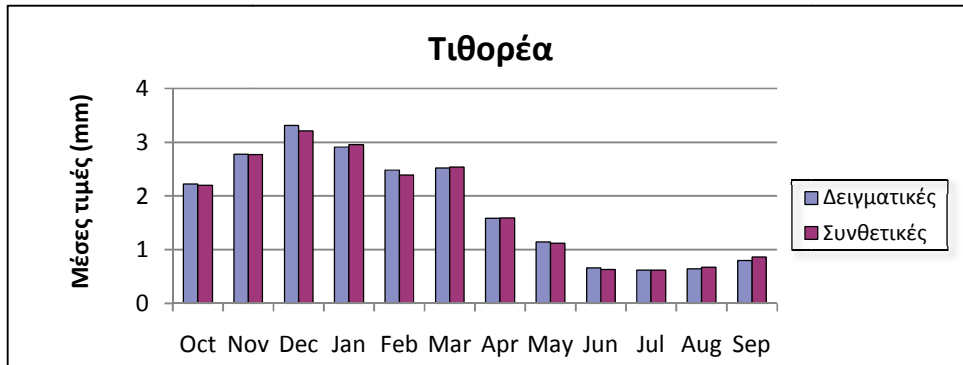


Σχήμα 5.106 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων δειγματικών, θεωρητικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Δρυμαία

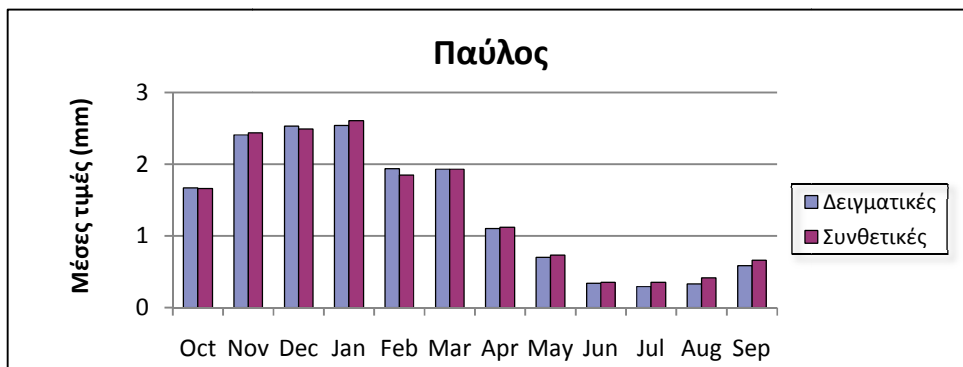


Σχήμα 5.107 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των μηνιαίων δειγματικών, θεωρητικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Δρυμαία και Παύλος

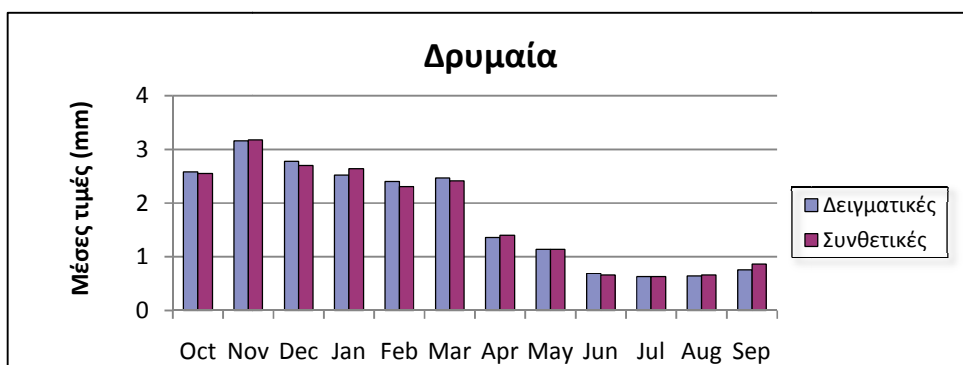
5.2.4 Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών ημερήσιας κλίμακας



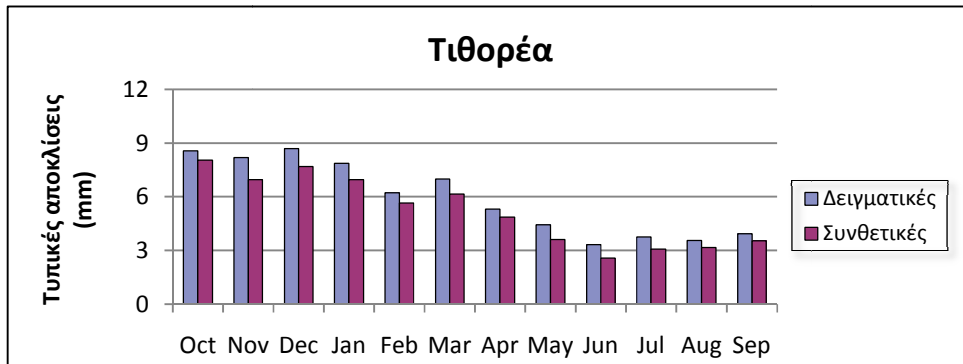
Σχήμα 5.108 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



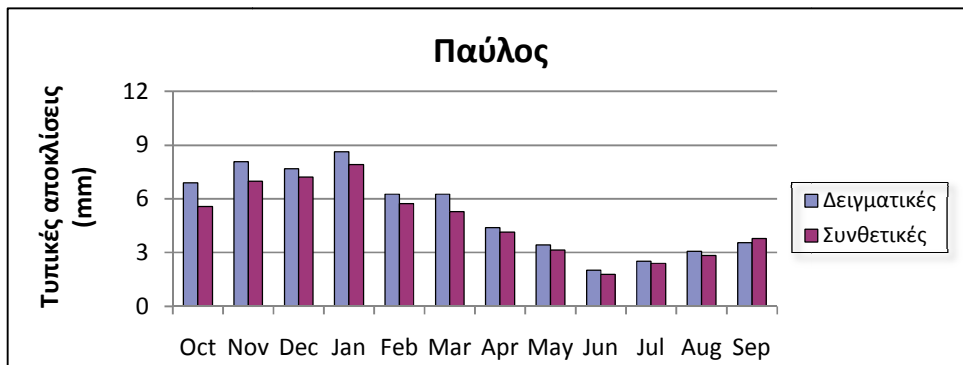
Σχήμα 5.109 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



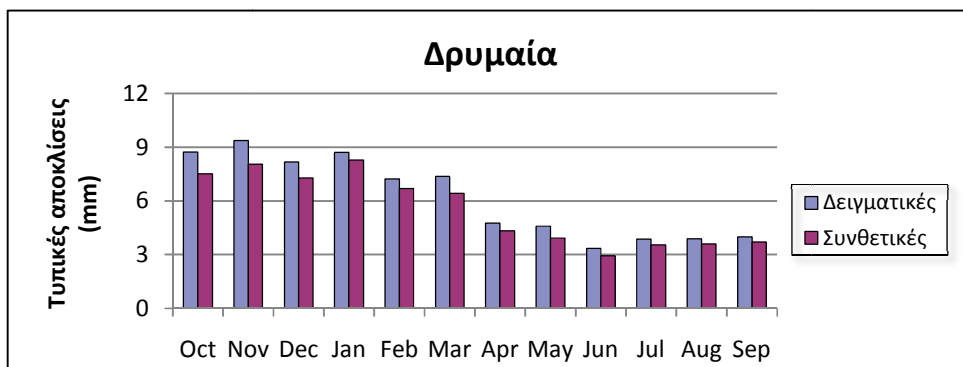
Σχήμα 5.110 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων μέσων τιμών του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



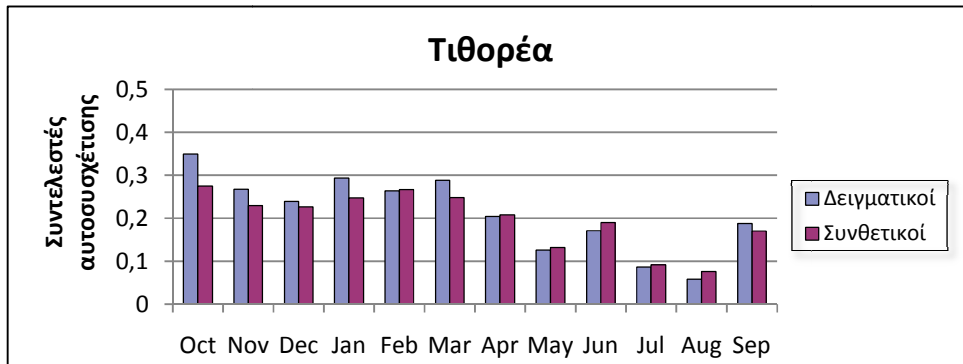
Σχήμα 5.111 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



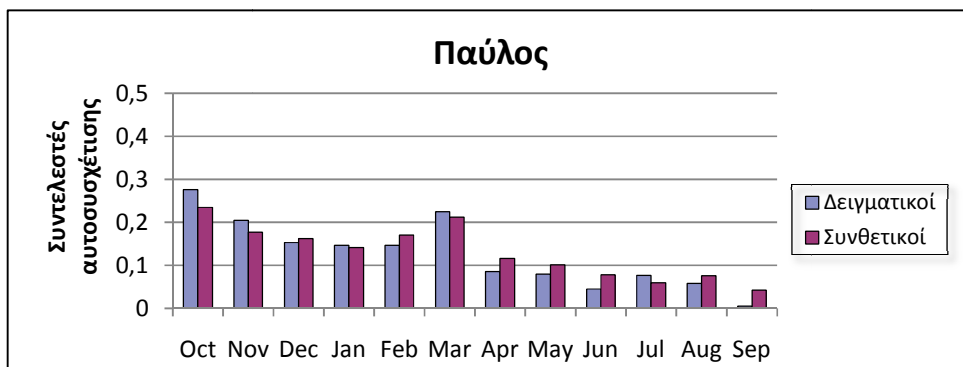
Σχήμα 5.112 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



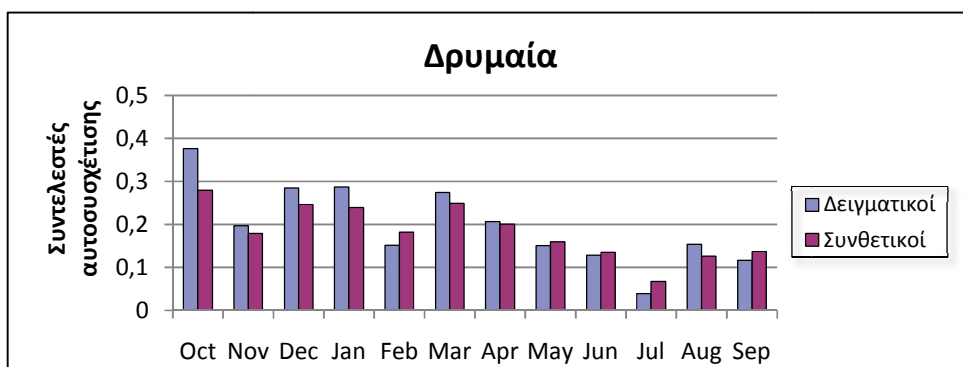
Σχήμα 5.113 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων τυπικών αποκλίσεων του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



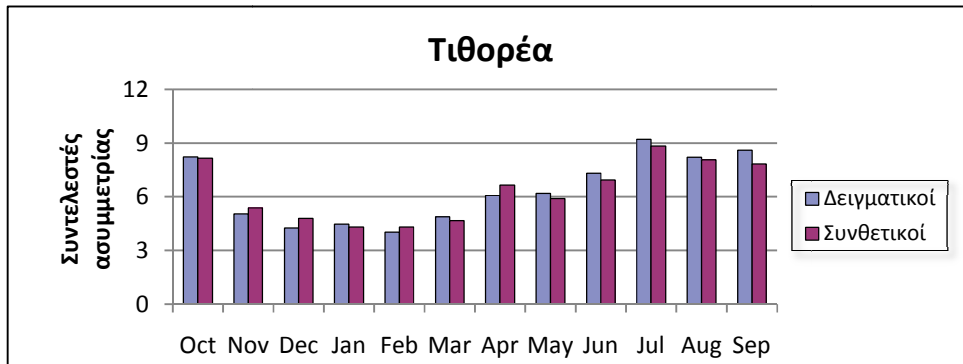
Σχήμα 5.114 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



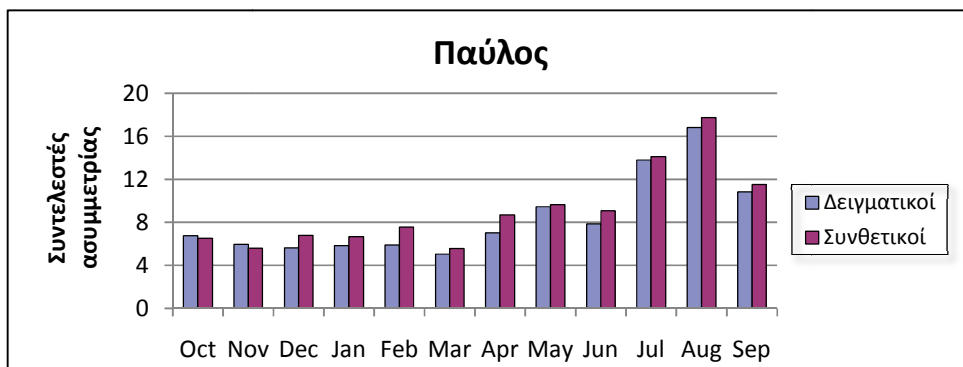
Σχήμα 5.115 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



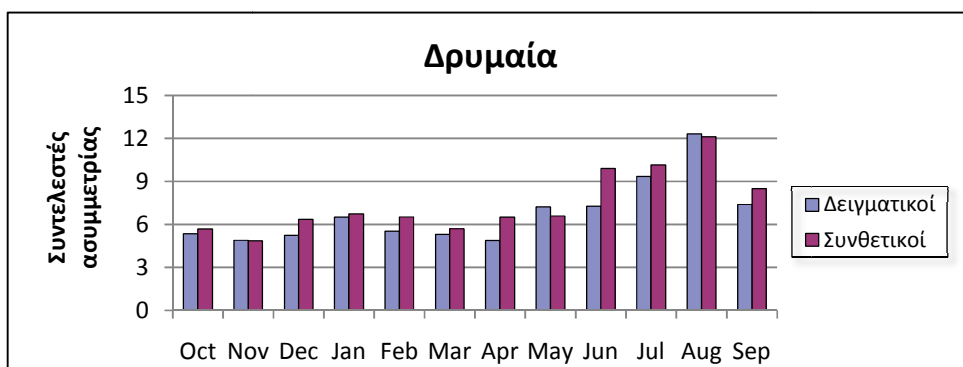
Σχήμα 5.116 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών αυτοσυσχέτισης του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



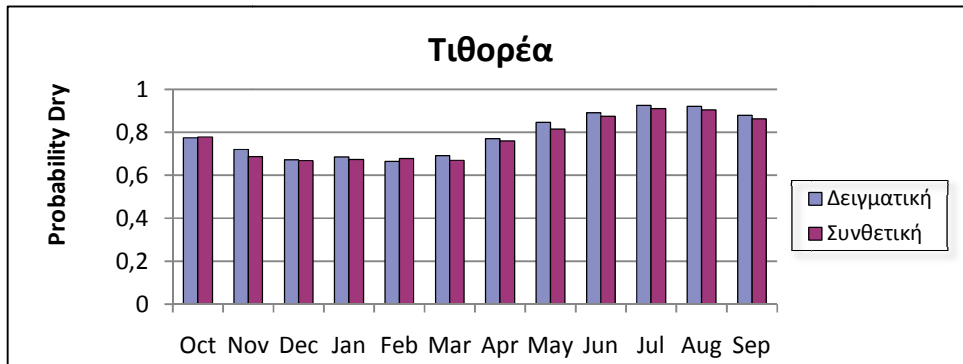
Σχήμα 5.117 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Τιθορέα



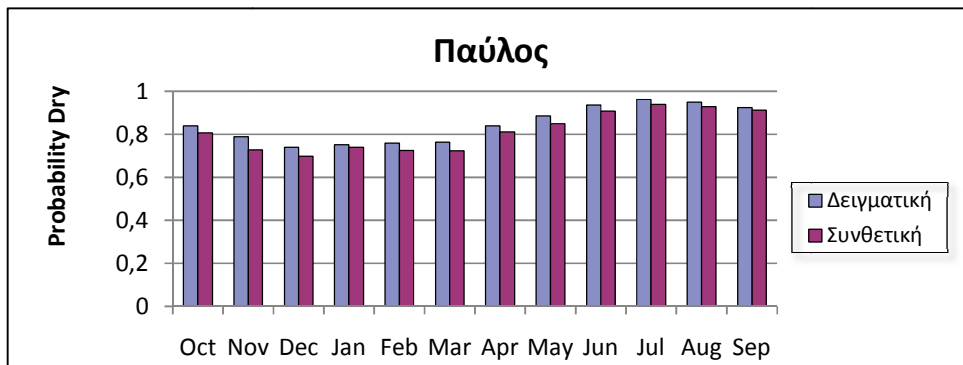
Σχήμα 5.118 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Παύλος



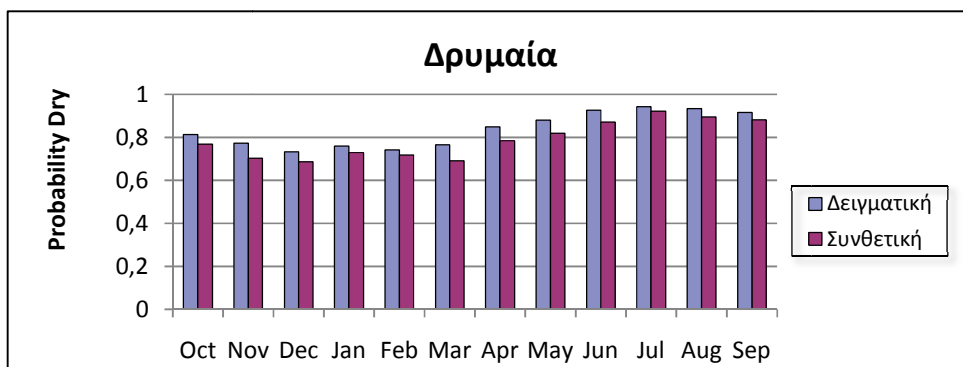
Σχήμα 5.119 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων συντελεστών ασυμμετρίας του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχόπτωσης για το σταθμό Δρυμαία



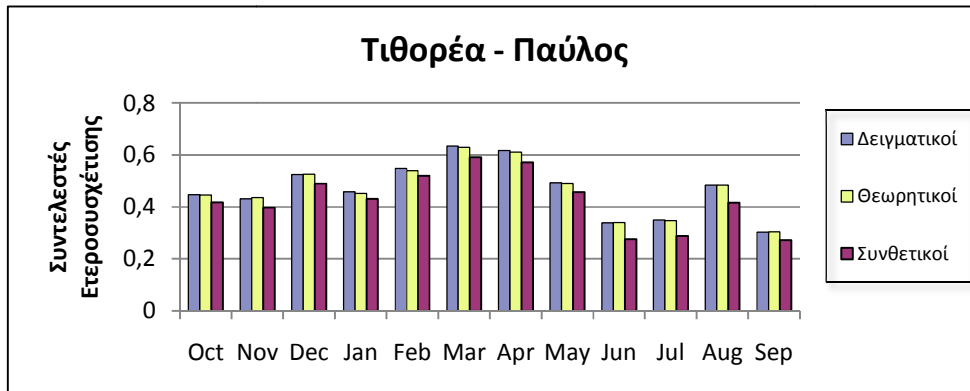
Σχήμα 5.120 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability dry) του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχοπτώσης για το σταθμό Τιθορέα



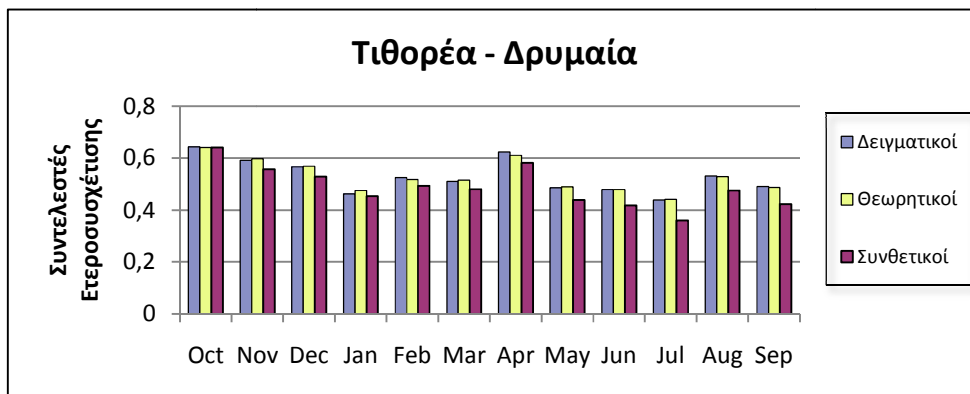
Σχήμα 5.121 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability dry) του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχοπτώσης για το σταθμό Παύλος



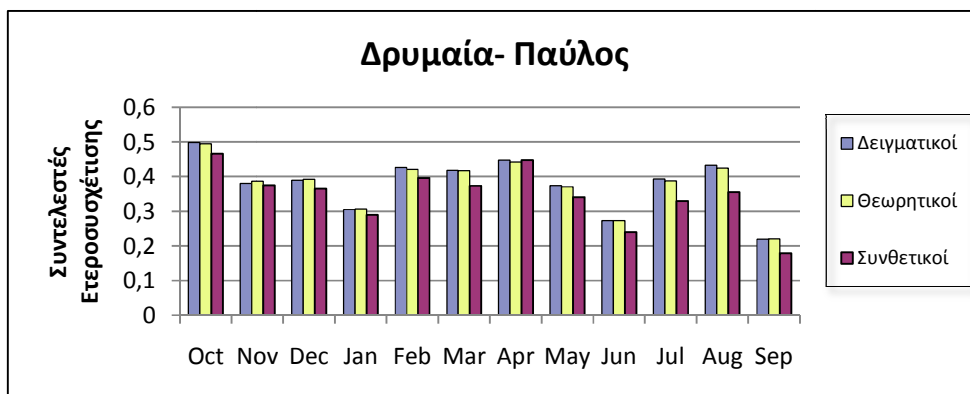
Σχήμα 5.122 Ραβδόγραμμα σύγκρισης της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability dry) του ιστορικού και του συνθετικού δείγματος βροχοπτώσης για το σταθμό Δρυμαία



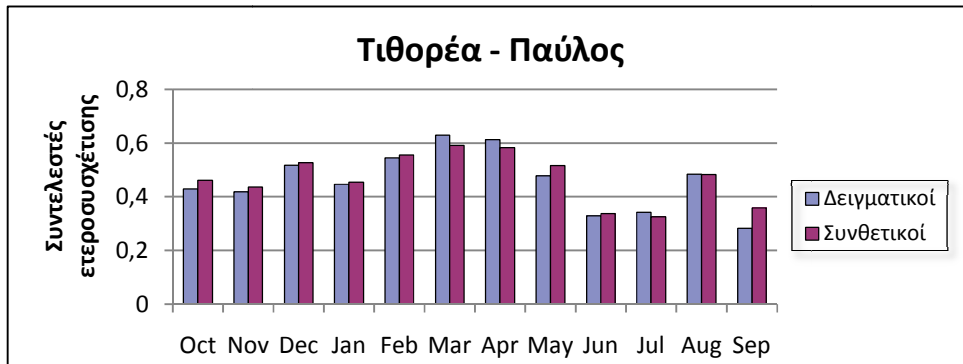
Σχήμα 5.123 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών, θεωρητικών (βλ. 5.3) και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Παύλος (για τα μετασχηματισμένα δεδομένα)



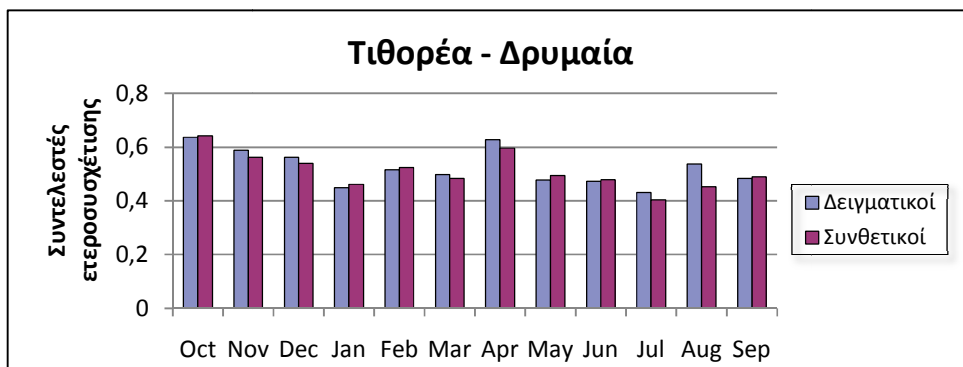
Σχήμα 5.124 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών, θεωρητικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Δρυμαία (για τα μετασχηματισμένα δεδομένα)



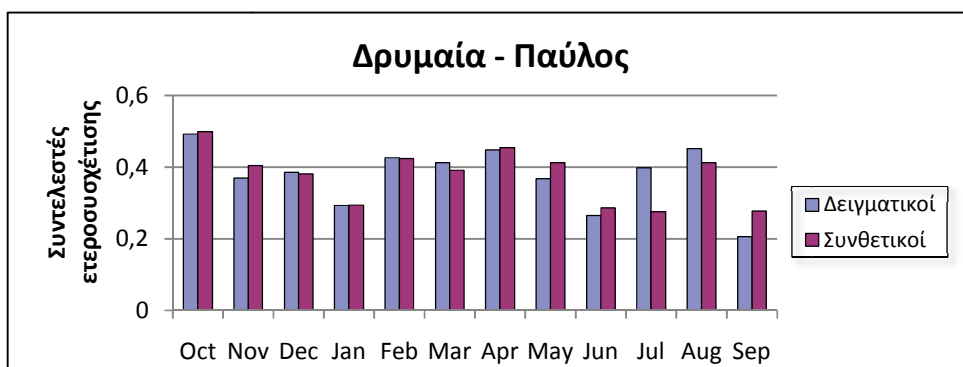
Σχήμα 5.125 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών, θεωρητικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Δρυμαία και Παύλος (για τα μετασχηματισμένα δεδομένα)



Σχήμα 5.126 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Παύλος



Σχήμα 5.127 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Τιθορέα και Δρυμαία



Σχήμα 5.128 Ραβδόγραμμα σύγκρισης των ημερήσιων δειγματικών και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών Δρυμαία και Παύλος

5.3 Συμπεράσματα

Με βάση τα αποτελέσματα της ετήσιας και της μηνιαίας κλίμακας (Σχήματα 5.76 έως 5.107) παρατηρούμε ότι είναι απόλυτα ικανοποιητική η διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών μέσω της τελευταίας έκδοσης της *Κασταλίας*. Στα παραπάνω ραβδογράμματα φαίνεται η σύγκριση των στατιστικών χαρακτηριστικών για τις ιστορικές και τις συνθετικές χρονοσειρές της ετήσιας και της μηνιαίας κλίμακα, ενώ παρατίθενται και τα αυτοσυσχετογράμματα για κάθε σταθμό τα οποία δείχνουν τη διατήρηση της δομής της αυτοσυσχέτισης μέσω του σχήματος γέννησης ετήσιων χρονοσειρών. Στα αυτοσυσχετογράμματα (Σχήματα 5.90, 5.91 και 5.92) φαίνεται το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα (μπλε γραμμή), το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα (κόκκινη γραμμή) και το συνθετικό αυτοσυσχετόγραμμα (πράσινη γραμμή). Ακόμη, παρατίθενται και οι θεωρητικές τιμές του συντελεστή ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών, στα αντίστοιχα ραβδογράμματα (Σχήματα 5.87, 5.88 και 5.89 για τα ετήσια και 5.105, 5.106 και 5.107 για τα μηνιαία).

Σημειώνεται ότι με τον όρο θεωρητικοί συντελεστές ετεροσυσχέτισης νοούνται οι συντελεστές που προκύπτουν με ανασύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, σε ημερήσια, μηνιαία και ετήσια βάση (στην ημερήσια κλίμακα αναφέρονται στα μετασχηματισμένα δεδομένα). Αν και τα εν λόγω μητρώα υπολογίζονται με βάση τις ιστορικές τιμές των συντελεστών, απαιτείται η αποσύνθεσή τους ώστε να χρησιμοποιηθούν στα σχήματα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών. Δεδομένου ότι η αποσύνθεση των μητρώων γίνεται προσεγγιστικά (βλ. 3.8), είναι αδύνατη η ακριβής αναπαραγωγή των δειγματικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης. Για τον λόγο αυτό, μετά την ολοκλήρωση των υπολογιστικών διαδικασιών γίνεται ανασύνθεση των μητρώων συνδιασπορών και υπολογίζονται οι θεωρητικές ετεροσυσχετίσεις που αναπαράγει τελικά το στοχαστικό σχήμα προσομοίωσης.

Από τα αποτελέσματα της εφαρμογή είναι φανερό ότι οι θεωρητικοί συντελεστές ετεροσυσχέτισης είναι πολύ κοντά στους ιστορικούς συντελεστές και στις τρεις χρονικές κλίμακες, κάτι που δείχνει ότι για κάθε μοντέλο η διαδικασία αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών έγινε με ικανοποιητική ακρίβεια.

Με βάση τα αποτελέσματα της ημερήσιας κλίμακας παρατηρούμε ότι όλα τα στατιστικά χαρακτηριστικά που εξετάζουμε διατηρούνται πολύ καλά. Φαίνεται η διατήρηση της ημερήσιας μέσης τιμής κάθε σταθμού για κάθε μήνα (Σχήματα 5.108, 5.109 και 5.110), της ημερήσιας τυπικής απόκλισης (Σχήματα 5.111, 5.112 και 5.113), του ημερήσιου συντελεστή αυτοσυσχέτισης για μοναδιαία χρονική υστέρηση (Σχήματα 5.114, 5.115 και 5.116), του ημερήσιου συντελεστή ασυμμετρίας (Σχήματα 5.117, 5.118 και 5.119), της πιθανότητας εμφάνισης ξηρών περιόδων (Σχήματα 5.120, 5.121 και 5.122) και των ημερήσιων συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ των σταθμών για τα

μετασχηματισμένα (Σχήματα 5.123, 5.124 και 5.125) και για τα απο-μετασχηματισμένα δεδομένα (Σχήματα 5.126, 5.127 και 5.128). Ας σημειωθεί ότι η μικρή υπεκτίμηση της τυπικής απόκλισης οφείλεται κυρίως στο μηδενισμό των αρνητικών τιμών του ημερήσιου PAR(1) και στη διαδικασία γραμμικής αναγωγής (βλ. 3.7), ενώ η μικρή υπεκτίμηση των συντελεστών ετεροσυσχέτισης για τα μετασχηματισμένα δεδομένα οφείλεται στο γεγονός ότι η διαδικασία επιμερισμού εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή (σε συμφωνία με την αντίστοιχη διαδικασία επιμερισμού των ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών σε μηνιαίες).

Με βάση τα προηγούμενα, το πολυμεταβλητό σύστημα προσομοίωσης διατηρεί τα παραπάνω στατιστικά χαρακτηριστικά για την ημερήσια, τη μηνιαία και την ετήσια χρονική κλίμακα, ενώ παράλληλα επιτυγχάνεται πολύ καλή αναπαραγωγή των χαρακτηριστικών ιδιαιτεροτήτων που εμφανίζονται σε υδρολογικές διεργασίες στην ημερήσια κλίμακα, όπως ο υψηλός συντελεστής μεταβλητότητας, η διαλείπουσα συμπεριφορά της βροχόπτωσης (διατήρηση του Probability dry, Σχήματα 5.120, 5.121 και 5.122) και η μεγάλη ασυμμετρία (Σχήματα 5.117, 5.118 και 5.119).

Αναφορές

Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βέλτιστου σε προβλήματα υδατικών Έργων* – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2001.

Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, και Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού - Υλίκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 21, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2004.

Ευστρατιάδης, Α., και Δ. Κουτσογιάννης, Κασταλία (έκδοση 2.0) – Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 23, 103 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004

Ευστρατιάδης, Α., και Δ. Κουτσογιάννης, Κασταλία: Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τεύχος 9, 70 σελίδες, Αθήνα, Δεκέμβριος 2000.

Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, Α. Κουκουβίνος, Ν. Μαμάσης, Ι. Ναλμπάντης, Ν. Δαμιανόγλου, Κ. Κωνσταντινίδου, Σ. Ναλπαντίδου, Α. Ξανθάκης, και Σ. Πολιτάκη, Ανάλυση απαιτήσεων του συστήματος, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 1, 74 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2000.

Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, και Δ. Κουτσογιάννης, Υδρονομέας (έκδοση 3.3) – Σύστημα υποστήριξης της διαχείρισης των υδατικών πόρων, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 24, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2004.

Κουτσογιάννης, Δ., Γ. Καραβοκυρός, Ι. Ναλμπάντης, Α. Κουκουβίνος, Α. Ευστρατιάδης, Ν. Μαμάσης, Β. Τσουκαλά, Ν. Δαμιανόγλου, Σ. Πολιτάκη, Δ. Γκριντζιά, και Α. Ξανθάκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 5, Σχέδιο διαχείρισης του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας-Έτος 2000-2001, ΕΜΠ-ΕΥΔΑΠ, Αθήνα, 2000.

Κουτσογιάννης, Δ., *Στατιστική Υδρολογία*, Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

Λαγγούσης, Α., *Ανάπτυξη κυκλοστάσιμων στοχαστικών υδρολογικών μοντέλων με διατήρηση της βραχυπρόθεσμης μνήμης και της μακροπρόθεσμης εμμονής*, Διπλωματική εργασία, 327 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιούλιος 2003.

Παπακώστας, Α., *Σχεδιασμός και υλοποίηση κεντρικής βάσης δεδομένων, Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 19, Σχεδιασμός και υλοποίηση κεντρικής βάσης δεδομένων, ΕΜΠ, ΤΥΠΥΘΕ, Αθήνα, 2004.

Bloomfield, P., *Fourier Analysis of Time Series*, Willey, New York, 1976.

Box, G. E., and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day, 1970.

- Bras, R. L., and I. Rodriguez-Iturbe, *Random Functions and Hydrology*, Dover Publications, 1993.
- Chow, V. T., Maidement, D. R., and Mays, L. W., *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1988.
- Evans, T. E., The effects of changes in the world hydrological cycle on availability of water resources, *Global climate Change and Agricultural Production: Direct and Indirect Effects of Changing Hydrological, Pedological and Plant Physiological Processes*, edited by F. Bazaaz and W. Sombroek, Chapter 2, FAO and John Wiley, Chichester, West Sussex, UK, 1996.
- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, Condensed disaggregation procedures and conservation corrections for stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 24(10), 1574-1584, 1988.
- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, *SPIGOT, A synthetic streamflow generation software package*, Technical description, Version 2.5, School of Civil and Environmental Engineering, Ithaca, New York, 1990.
- Hurst, H. E., Long-term storage capacity of reservoirs, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 116, pp. 776-808, 1951.
- Jones, P. D., Briffa K. R., Barnett T. P., and Tett S. F. B., High-resolution paleoclimatic records for the last millennium: interpretation, integration and comparison with General circulation Model control-run temperatures, *Holocene*, 8(4), 455-471, 1998.
- Kirby, W., Algebraic boundness of sample statistics, *Water Resources Research*, 10(2), 220-222, 1974.

- Kottegoda, N. T., *Stochastic Water Resources Technology*, Macmillan Press, London, 1980.
- Koutsoyiannis, D., A generalized mathematical framework for stochastic simulation and forecast of hydrologic time series, *Water Resources Research*, 36(6), 1519-1534, 2000.
- Koutsoyiannis, D., and A. Manetas, Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research*, 32(7), 2105-2117, 1996.
- Koutsoyiannis, D., Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics, *Hydrological Sciences Journal*, 48(1), 3-24, 2003.
- Koutsoyiannis, D., Coupling stochastic models of different time scales, *Water Resources Research*, 37(2), 379-392, 2001.
- Koutsoyiannis, D., Optimal decomposition of covariance matrices for multivariate stochastic models in hydrology, *Water Resources Research*, Vol. 35(4), pp. 1219-1229, 1999.
- Koutsoyiannis, D., Stochastic simulation of hydrosystems, *The Encyclopedia of Water*, edited by J. H. Lehr, New York, 2004.
- Koutsoyiannis, D., The Hurst phenomenon and fractional Gaussian noise made easy, *Hydrological Sciences Journal*, 47(4), 573-595, 2002.
- Koutsoyiannis, D., and A. Efstratiadis, A stochastic hydrology framework for the management of multiple reservoir systems, *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 3, European Geophysical Society, 2001.
- Koutsoyiannis, D., C. Onof, and H. S. Wheater, Multivariate rainfall disaggregation at a fine timescale, *Water Resources Research*, 39 (7), 1173, doi:10.1029/2002WR001600, 2003.

- Lane, W. L., and D. K. Flevert, Applied stochastic techniques, User's manual, personal computer version, Bureau of Reclamation, Eng. and Res. Cent., Denver, Colorado, 1990.
- Mandelbrot, B. B., Une classe de processus stochastiques homothetiques a soi: Application a la loi climatologique de H. E. Hurst, *Compte Rendus Academie Science*, 260, 3284-3277, 1965.
- Mandelbrot, B. B., and J. R. Wallis, Computer experiments with fractional Gaussian noises, Parts 1, 2 and 3, *Water Resources Research*, 5(1), 1969.
- Matalas, N. C., and J. R. Wallis, Generation of synthetic flow sequences, in *Systems Approach to Water Management*, edited by A. K. Biswas, McGraw-Hill, New York, 1976.
- Mejia, J. M., I. Rodriguez-Iturbe, and D. R. Dawdy, Streamflow simulation, 2, The broken line process as a potential model for hydrologic simulation, *Water Resources Research*, 8(4), 931-941, 1972.
- Papoulis, A., *Probability, Random Functions and Stochastic Processes*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
- Ripley, B. D., *Stochastic Simulation*, Wiley, New York, 1987.
- Rubinstein, R. Y., *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks*, John Willey, 1986.

- Salas, J. D., Analysis and modeling of hydrologic time series, Chapter 19, *Handbook of Hydrology*, edited by D. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1993.
- Salas, J. D., J. W. Delleur, V. Yevjevich, and W. L. Lane, *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado, 1988.
- Todini, E., The preservation of skewness in linear disaggregation schemes, *Journal of Hydrology*, 47, 199-214, 1980.
- Valencia, D., and J. C. Schaake, Disaggregation processes in stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 9(3), 211-219, 1973.
- Wallis, J. R., N. Matalas, and J. R. Slack, Just a moment!, *Water Resources Research*, 10(2), 211-219, 1974.
- Whittaker, J., A note on the generation of gamma random variables with non-integral shape parameter, *Floods and Droughts, Proceeding of the 2nd International Hydrology Symposium*, Colorado State University Press, Fort Collins, Colorado, 1972.
- Winston, W. L., *Operations Research, Applications and Algorithms*, 3rd edition, Duxbury, Belmont, 1994.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Σε αυτό το παράρτημα παρατίθενται μερικά τμήματα πηγαίου κώδικα (*units*) της *Κασταλίας*, τα οποία περιέχουν μερικές υπορουτίνες του υπολογιστικού συστήματος που αποτελούν τις πιο χαρακτηριστικές διαδικασίες κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου παραγωγής ημερήσιων χρονοσειρών. Οι υπορουτίνες που ακολουθούν αποτελούνται από τμήματα κώδικα της προηγούμενης έκδοσης του συστήματος *Κασταλία* και τμήματα κώδικα της αναβαθμισμένης έκδοσης της *Κασταλίας*. Το υπολογιστικό σύστημα αναπτύχθηκε στη γλώσσα Object Pascal/Delphi (CodeGear™ Delphi® 2009).

Το unit “Main” αποτελεί την κύρια φόρμα του συστήματος, στο unit “cTypes” περιέχονται κάποια γενικά στοιχεία για τις μεταβλητές του συστήματος, ενώ στο unit “Statistics” παρατίθενται οι στατιστικοί υπολογισμοί. Το unit “PAR_Model” περιλαμβάνει το ημερήσιο και το μηνιαίο μοντέλο PAR(1) και στο Unit “AdjustingProcedures” παρατίθενται οι διαδικασίες γραμμικής αναγωγής για την ημερήσια και τη μηνιαία κλίμακα.

A.1 Unit “Main”

```
{*****}  
{                               }  
{           Itia, Castalia, National Technical University of Athens           }  
{*****}
```

```
unit Main;
```

```
interface
```

```
uses
```

```
Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,  
Menus, cTypes, PAR_Model, SMA_Model, AdjustingProcedures, ComCtrls, Gauges,  
ExtCtrls, StdCtrls, optim_routines, Matrix, ActnList, ImgList, ToolWin,  
ShellApi, XPMAN, IComponent, Tsdialogs, OdAboutInfo, jpeg, gnugettext;
```

```
type
```

```
TMainForm = class(TForm)  
    MainMenu1: TMainMenu;  
    N1: TMenuItem;  
    N2: TMenuItem;  
    N3: TMenuItem;  
    N5: TMenuItem;  
    N7: TMenuItem;  
    N8: TMenuItem;  
    N6: TMenuItem;  
    N9: TMenuItem;  
    V1: TMenuItem;  
    N11: TMenuItem;  
    N13: TMenuItem;  
    N14: TMenuItem;
```

N27: TMenuItem;
N28: TMenuItem;
N21: TMenuItem;
N16: TMenuItem;
N22: TMenuItem;
N23: TMenuItem;
N29: TMenuItem;
N24: TMenuItem;
N25: TMenuItem;
N26: TMenuItem;
N30: TMenuItem;
N17: TMenuItem;
N18: TMenuItem;
N19: TMenuItem;
N20: TMenuItem;
N33: TMenuItem;
N111: TMenuItem;
N36: TMenuItem;
N37: TMenuItem;
N38: TMenuItem;
N39: TMenuItem;
N40: TMenuItem;
N41: TMenuItem;
N42: TMenuItem;
N43: TMenuItem;
N12: TMenuItem;
mnuTimeseriesHistoricalMonthly: TMenuItem;
mnuShowSyntheticTimeseriesMonthly: TMenuItem;
ToolBar1: TToolBar;
ToolButton1: TToolButton;

ToolButton2: TToolButton;
ToolButton5: TToolButton;
ToolButton6: TToolButton;
ToolButton7: TToolButton;
ToolButton8: TToolButton;
ToolButton12: TToolButton;
ToolButton13: TToolButton;
ToolButton14: TToolButton;
ToolButton16: TToolButton;
ToolButton18: TToolButton;
ToolButton19: TToolButton;
ToolButton23: TToolButton;
ToolButton25: TToolButton;
ToolButton26: TToolButton;
ToolButton3: TToolButton;
ToolButton4: TToolButton;
StatusBar1: TStatusBar;
ImageList1: TImageList;
N47: TMenuItem;
N48: TMenuItem;
N49: TMenuItem;
N10: TMenuItem;
N46: TMenuItem;
N50: TMenuItem;
N51: TMenuItem;
N52: TMenuItem;
MultiTimeseriesDialog: TMultiTimeseriesDialog;
AboutDialog: TAboutInfo;
pnlDockSite: TPanel;
mnuAnnualStatisticalProperties: TMenuItem;

mnuShowSyntheticTimeseriesAnnual: TMenuItem;
mnuTimeseriesHistoricalAnnual: TMenuItem;
N31: TMenuItem;
N32: TMenuItem;
SaveDialog: TSaveDialog;
OpenDialog: TOpenDialog;
N4: TMenuItem;
mnuSynthetictimeseriesviewer: TMenuItem;
mntExportsynthetictimeseries: TMenuItem;
SaveDialogSynth: TSaveDialog;
OpenDialogSynth: TOpenDialog;
mnuExportAnnualTimeseries: TMenuItem;
mnuExportMonthlyTimeseries: TMenuItem;
mnuExportDailyTimeseries: TMenuItem;
mnuTimeseriesHistoricalDaily: TMenuItem;
mnuShowSyntheticTimeseriesDaily: TMenuItem;
Dailymodelparameters1: TMenuItem;
Dailystatisticalproperties1: TMenuItem;
N35: TMenuItem;
DryProbability1: TMenuItem;
Daily1: TMenuItem;
Daily2: TMenuItem;
Daily3: TMenuItem;
Monthly4: TMenuItem;
Daily4: TMenuItem;
Monthly5: TMenuItem;
Daily5: TMenuItem;
N15: TMenuItem;

procedure FormCreate(Sender: TObject);
procedure FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
procedure N3Click(Sender: TObject);
procedure N33Click(Sender: TObject);
procedure N22Click(Sender: TObject);
procedure N28Click(Sender: TObject);
procedure N21Click(Sender: TObject);
procedure N24Click(Sender: TObject);
procedure N25Click(Sender: TObject);
procedure N26Click(Sender: TObject);
procedure N111Click(Sender: TObject);
procedure N34Click(Sender: TObject);
procedure N8Click(Sender: TObject);
procedure N27Click(Sender: TObject);
procedure N12Click(Sender: TObject);
procedure N23Click(Sender: TObject);
procedure N2Click(Sender: TObject);
procedure N20Click(Sender: TObject);
procedure N36Click(Sender: TObject);
procedure V1Click(Sender: TObject);
procedure N37Click(Sender: TObject);
procedure N38Click(Sender: TObject);
procedure N43Click(Sender: TObject);
procedure N39Click(Sender: TObject);
procedure N5Click(Sender: TObject);
procedure mnuTimeseriesHistoricalMonthlyClick(Sender: TObject);
procedure N18Click(Sender: TObject);
procedure N47Click(Sender: TObject);
procedure N48Click(Sender: TObject);

```

procedure N49Click(Sender: TObject);
procedure N51Click(Sender: TObject);
procedure N46Click(Sender: TObject);
procedure N10Click(Sender: TObject);
procedure mntExportsynthetictimeseriesClick(Sender: TObject);
procedure mnuSynthetictimeseriesviewerClick(Sender: TObject);
procedure FormCloseQuery(Sender: TObject; var CanClose: Boolean);
procedure N9Click(Sender: TObject);
procedure Dailymodelparameters1Click(Sender: TObject);
procedure N35click(Sender: TObject);
procedure Dryprobability1click(Sender: TObject);
procedure Daily1Click(Sender: TObject);
procedure Daily2Click(Sender: TObject);
procedure Daily3Click(Sender: TObject);
procedure Daily4Click(Sender: TObject);
procedure Daily5Click(Sender: TObject);
private

public
    procedure ProgressIndicator(s: string; APannel: Integer);
end;

var
    MainForm: TMainForm;

implementation

uses StatisticsView, SMAView, PAR1View, Correlogram, ScenarioParameters,
    StatisticsGraph, SyntheticView, CrossCovGraph, TimeSeriesGraph, Spectrum,
    VariablesParameters, TheoreticalStatistics,

```

```
SyntheticStatisticsView, ForecastOptions, ForecastGraph,  
StatisticAnalysis, ProbabilitySeries, ChangeSample, VariablesList,  
InsertVariable, ordb_newscenario, ts, frmsynthstart, fileops;
```

```
{$R *.DFM}
```

```
const
```

```
HelpFileFilename = 'Castalia4.chm';
```

```
resourcestring
```

```
rsExitCastaliaConfirmation = 'A scenario is open. Changes will be abandoned. '+  
'Are you sure to exit?';
```

```
procedure TMainForm.FormCloseQuery(Sender: TObject; var CanClose: Boolean);
```

```
begin
```

```
CanClose := True;
```

```
if not N39.Enabled then Exit;
```

```
if MessageDlg(rsExitCastaliaConfirmation, mtConfirmation, mbYesNo, 0,  
mbNo) = mrNo then CanClose := False;
```

```
end;
```

```
resourcestring
```

```
rsSelectScenario = 'Select scenario';
```

```
procedure TMainForm.FormCreate(Sender: TObject);
```

```
begin
```

```
TranslateComponent(self, 'castalia');
```

```
S:=TScenarioVariables.Create;
```

```

//
S.DLamda1 := 1.0; {1.0}
S.DLamda2 := 1000; {παντα}
S.Dlamda3 := 0.00001{0.001{palio_default};
S.DB_toler := 0.0001; {0.00001 στα μηνιαία}
S.DB_Convergence := 0.0001; {0.0001}
S.DParam_P := 8;
S.DB_limit := 0.1 {0.1};
S.DB_MaxIter :=50{350};
S.DNegativeLimit := S.NegativeLimit;

S.LamdaProbabilityDry2 := 0.28;
S.LamdaProbabilityDry3 := 0.00;

S.Omega1 := 2.0; {Skewness}
S.Omega2 := 10.0; {Probability dry}
S.Omega3 := 1.0; {Autocorrelation}
S.Limit_Compare:= 0.01;
// S.ProbabilityStationsZero := 0.6; {βελτιστοποίηση}

S.IncCovar := 1.0; {βελτιστοποίηση}

M:=TStochasticModel.Create;
G:=TGlobal.Create;
G.ProgressIndicator := ProgressIndicator;
NodeList:=TList.Create;

G.SyntheticGeneration := False;
G.ForecastGeneration := False;
G.HistoricSeriesChange := False;

```

G.UpdateMonthNames;

N14.Enabled:=False; {Τροποποιήσεις}

N6.Enabled:=False; {Επισκόπηση}

// N15.Enabled:=False; {Λειτουργίες}

N21.Enabled := False;

N47.Enabled := False;

mnuAnnualStatisticalProperties.Enabled := False;

N16.Enabled:=False; {Γραφήματα}

N39.Enabled:=False; {Κλείσιμο σεναρίου}

N5.Enabled:=False; {Αποθήκευση σεναρίου ως}

ToolButton3.Enabled := False;

ToolButton4.Enabled := False;

ToolButton6.Enabled := False;

ToolButton7.Enabled := False;

ToolButton12.Enabled := False;

ToolButton14.Enabled := False;

ToolButton18.Enabled := False;

ToolButton19.Enabled := False;

ToolButton23.Enabled := False;

StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsSelectScenario;

Application.HelpFile := ExtractFileDir(ParamStr(0))+'\'+HelpFileFilename;

end; {procedure TMainForm.FormCreate}

```
{*****}
{***** SCENARIO *****}
{*****}
```

```

procedure TMainForm.N2Click(Sender: TObject);
{*** Νέο σενάριο ***}
begin
    ORDB_NewScenarioForm.ShowModal;
    G.UpdateMonthNames;
end; {procedure TMainForm.N2Click}

resourcestring
    rsEstimationOfMonthly = 'Monthly variables parameters estimation';
    rsEstimationOfDaily = 'Daily variables parameters estimation';
    rsEstimationOfAnnual = 'Annual variables parameters estimation';
    rsDataImport = 'Data import';
    rsReady = 'Ready';

procedure TMainForm.N3Click(Sender: TObject);
var
    ACursor: TCursor;
    IsDaily: Boolean;
begin
    ACursor := Screen.Cursor;
    if not OpenFileDialog.Execute then Exit;
    try
        Screen.Cursor := crHourGlass;
        ReadScenarioFromFile(OpenDialog.FileName);
        LoadTimeSeries(ExtractFilePath(OpenDialog.FileName));
        StatusBar1.Panels.Items[0].Text := rsDataImport;
        StatusBar1.Update;
        IsDaily := (S.Timescale=otsDAILY);
        if S.Subperiods>1 then
            begin

```

```

if IsDaily then
begin   {Ημερήσια --> Μηνιαία}
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsEstimationOfDaily;
    StatusBar1.Update;
    PAR_Model.CalculateStatisticsY;
    PAR_Model.CreateYTran;
    PAR_Model.CalculateStatisticsTranY;
    PAR_Model.DV_PAR1;
end else
begin   {Μηνιαία --> Ετήσια}
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsEstimationOfMonthly;
    StatusBar1.Update;
    PAR_Model.CalculateStatisticsX;
    PAR_Model.LV_PAR1;
end;
end;
if IsDaily then
begin   {Ημερήσια --> Μηνιαία}
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsEstimationOfMonthly;
    StatusBar1.Update;
    PAR_Model.CalculateStatisticsX;
    PAR_Model.LV_PAR1;
    SMA_Model.CalculateStatisticsZ;
    if S.Annual_model=SMA then SMA_Model.HV_SMA else PAR_Model.HV_PAR1;
end else
begin   {Μηνιαία --> Ετήσια}
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsEstimationOfAnnual;
    StatusBar1.Update;
    SMA_Model.CalculateStatisticsZ;
    if S.Annual_model=SMA then SMA_Model.HV_SMA else PAR_Model.HV_PAR1;

```

```
end;

N2.Enabled := False; {Δημιουργία νέου σεναρίου}
N3.Enabled := False; {Εισαγωγή νέου σεναρίου}
N14.Enabled := True; {Τροποποιήσεις}
N6.Enabled := True; {Επισκόπηση}
// N15.Enabled := True; {Λειτουργίες}
N21.Enabled := True;
N47.Enabled := True;
mnuAnnualStatisticalProperties.Enabled := True;
N16.Enabled := True; {Γραφήματα}
N39.Enabled := True; {Κλείσιμο σεναρίου}
N5.Enabled := True; {Αποθήκευση σεναρίου ως}
mnuExportDailyTimeseries.Enabled := IsDaily;
mnuTimeseriesHistoricalDaily.Enabled := IsDaily;
mnuShowSyntheticTimeseriesDaily.Enabled := IsDaily;

ToolButton1.Enabled := False;
ToolButton2.Enabled := False;
ToolButton3.Enabled := True;
ToolButton4.Enabled := True;
ToolButton6.Enabled := True;
ToolButton7.Enabled := True;
ToolButton12.Enabled := True;
ToolButton14.Enabled := True;
ToolButton18.Enabled := True;
ToolButton19.Enabled := True;
ToolButton23.Enabled := True;
G.UpdateMonthNames;
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:= rsReady;
```



```

    StatusBar1.Update;
finally
    Screen.Cursor := ACursor;
end;
end; {procedure TMainForm.N3Click}

```

```

resourcestring

```

```

    rsProceedToClose = 'Are you sure to close the open scenario? '+
        'Changes will be abandoned!';

```

```

procedure TMainForm.N39Click(Sender: TObject);

```

```

{*** Κλείσιμο σεναρίου ***}

```

```

var

```

```

    N: TRandVar;

```

```

    k: Integer;

```

```

begin

```

```

    if MessageDlg(rsProceedToClose, mtConfirmation, mbYesNo, 0, mbNo) = mrNo then

```

```

        Exit;

```

```

    For k:=1 to S.VarCount do

```

```

        begin

```

```

            N:=NodeList[0];

```

```

            N.DestroyNodeMatrix;

```

```

            NodeList.Delete(0);

```

```

            N.Free;

```

```

        end;

```

```

    M.DestroyModelTMatrix;

```

```

    G.SyntheticGeneration := False;

```

```

    G.ForecastGeneration := False;

```

```

    G.HistoricSeriesChange := False;

```

```
N2.Enabled := True; {Δημιουργία νέου σεναρίου}
N3.Enabled := True; {Εισαγωγή νέου σεναρίου}
N14.Enabled := False; {Τροποποιήσεις}
N6.Enabled := False; {Επισκόπηση}
// N15.Enabled := False; {Λειτουργίες}
N21.Enabled := False;
N47.Enabled := False;
mnuAnnualStatisticalProperties.Enabled := False;
N16.Enabled := False; {Γραφήματα}
N39.Enabled := False; {Κλείσιμο σεναρίου}
N5.Enabled := False; {Αποθήκευση σεναρίου ως}

ToolButton1.Enabled := True;
ToolButton2.Enabled := True;
ToolButton3.Enabled := False;
ToolButton4.Enabled := False;
ToolButton6.Enabled := False;
ToolButton7.Enabled := False;
ToolButton12.Enabled := False;
ToolButton14.Enabled := False;
ToolButton18.Enabled := False;
ToolButton19.Enabled := False;
ToolButton23.Enabled := False;
// mntExportsynthetictimeseries.Enabled := False;
mnuTimeseriesHistoricalDaily.Enabled := False;
mnuShowSyntheticTimeseriesDaily.Enabled := False;
mnuExportDailyTimeseries.Enabled := False;

S.VarCount:=0;
```

```
for k := 0 to pnlDockSite.DockClientCount-1 do
  if pnlDockSite.DockClients[k] is TForm then
    with pnlDockSite.DockClients[k] as TForm do
      Close;
```

```
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:= rsSelectScenario;
StatusBar1.Panels.Items[1].Text:="";
StatusBar1.Panels.Items[2].Text:="";
StatusBar1.Panels.Items[3].Text:="";
StatusBar1.Update;
```

```
end; {procedure TMainForm.N39Click}
```

```
procedure TMainForm.N5Click(Sender: TObject);
```

```
var
```

```
  ACursor: TCursor;
```

```
begin
```

```
  ACursor := Screen.Cursor;
```

```
  try
```

```
    if not SaveDialog.Execute then Exit;
```

```
    Screen.Cursor := crHourGlass;
```

```
    WriteScenatioToFile(SaveDialog.FileName);
```

```
  finally
```

```
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:= rsReady;
```

```
    StatusBar1.Panels.Items[1].Text:="";
```

```
    StatusBar1.Panels.Items[2].Text:="";
```

```
    StatusBar1.Panels.Items[3].Text:="";
```

```
    StatusBar1.Update;
```

```

    Screen.Cursor := ACursor;

end;

end;

procedure TMainForm.N8Click(Sender: TObject);
{*** Έξοδος ***}
begin
    Close;
end; procedure TMainForm.N9Click(Sender: TObject);
begin

end;

```

```
{procedure TMainForm.N8Click}
```

```

{*****}
{***** MODIFY *****}
{*****}

```

```

procedure TMainForm.N10Click(Sender: TObject);
{*** Προσθήκη μεταβλητής ***}
begin
    InsertVariableForm.ShowModal;
end; {procedure TMainForm.N10Click}

```

```

procedure TMainForm.N46Click(Sender: TObject);
{*** Διαγραφή μεταβλητής ***}
begin
    VariablesListForm.Height:=380;
    VariablesListForm.ShowModal;

```

```

end; {procedure TMainForm.N46Click}

resourcestring
    rsHistoricalSample = 'Historical sample';

procedure TMainForm.N49Click(Sender: TObject);
{*** Αλλαγή μήκους ιστορικού δείγματος ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text := rsHistoricalSample;
    StatusBar1.Update;
    ChangeSampleForm.ShowModal;
end; {procedure TMainForm.N49Click}

resourcestring
    rsScenarioVariables = 'Scenario variables';

procedure TMainForm.N27Click(Sender: TObject);
{*** Μεταβλητές υδρολογικού σεναρίου ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsScenarioVariables;
    StatusBar1.Update;
    VariablesParametersForm.ShowModal;
end; {procedure TMainForm.N27Click}

resourcestring
    rsScenarioParameters = 'Scenario parameters';

procedure TMainForm.N28Click(Sender: TObject);
{*** Παράμετροι υδρολογικού σεναρίου ***}
begin

```

```

StatusBar1.Panels.Items[0].Text:= rsScenarioParameters;
StatusBar1.Update;
ScenarioParametersForm.ShowModal;
G.UpdateMonthNames;
end; {procedure TMainForm.N28Click}

```

```

{*****}
{***** INSPECT *****}
{*****}

```

```

procedure TMainForm.N51Click(Sender: TObject);
{*** Μεταβλητές σεναρίου ***}
begin
    VariablesListForm.Height:=340;
    VariablesListForm.ShowModal;
end; {procedure TMainForm.N51Click}

```

```

resourcestring
    rsHistoricalSampleStatistics = 'Historical statistical properties';

```

```

procedure TMainForm.N36Click(Sender: TObject);
{*** Στατιστικά ιστορικού δείγματος ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsHistoricalSampleStatistics;
    StatusBar1.Update;
    PagesDlg.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
    PagesDlg.Show;
end; {procedure TMainForm.N36Click}

```

resourcestring

```
rsTheoreticalStats = 'Theoretical statistical properties';  
rsSyntheticStats = 'Synthetic statistical properties';  
rsAnnualSMAPParams = 'SMA annual model parameters';  
rsMonthlyParParams = 'PAR(1) monthly model parameters';  
rsDailyParParams = 'PAR(1) daily model parameters';  
rsHistoricalTimeseries = 'Historical time series';
```

procedure TMainForm.N37Click(Sender: TObject);

{*** Θεωρητικά στατιστικά χαρακτηριστικά ***}

begin

```
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsTheoreticalStats;  
StatusBar1.Update;  
TheoreticalStatisticsForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
TheoreticalStatisticsForm.Show;
```

end; {procedure TMainForm.N37Click}

procedure TMainForm.N38Click(Sender: TObject);

{*** Συνθετικά στατιστικά χαρακτηριστικά ***}

begin

```
If G.SyntheticGeneration then  
begin  
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsSyntheticStats;  
    StatusBar1.Update;  
    PagesDlg4.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
    PagesDlg4.Show;
```

end;

end; {procedure TMainForm.N38Click}

```

procedure TMainForm.V1Click(Sender: TObject);
{*** Παράμετροι ετήσιου μοντέλου ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsAnnualSMAPParams;
    StatusBar1.Update;
    PagesDlg1.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
    PagesDlg1.Show;
    PagesDlg1.ShowAlhpaParameters;
    PagesDlg1.Refresh;
end; {procedure TMainForm.V1Click}

```

```

procedure TMainForm.N33Click(Sender: TObject);
{*** Παράμετροι μηνιαίου μοντέλου ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsMonthlyParParams;
    StatusBar1.Update;
    PagesDlg2.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
    PagesDlg2.Show;
    PagesDlg2.ShowMatrixA(1);
    PagesDlg2.Refresh;
end; {procedure TMainForm.N33Click}

```

```

procedure TMainForm.Dailymodelparameters1Click(Sender: TObject);
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsDailyParParams;
    StatusBar1.Update;
    PagesDlg2.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
    PagesDlg2.Show;
    PagesDlg2.DShowMatrixA(1);

```



```

PagesDlg2.Refresh;
end; {procedure TMainForm.Dailymodelparameters1Click}

resourcestring
rsSyntheticTimeseries = 'Synthetic time series';
rsNoSyntheticTimeseriesExist =
'Synthetic time series does not exist';

const
IsSynthArray: array[0..5] of Boolean = (False, False, False, True, True,
True);
TimescaleArray: array[0..5] of TOperationTimescale = (otsANNUAL, otsMONTHLY,
otsDAILY, otsANNUAL, otsMONTHLY, otsDAILY);

procedure TMainForm.mnuTimeseriesHistoricalMonthlyClick(Sender: TObject);
var
IsSynth: Boolean;
begin
IsSynth := IsSynthArray[(Sender as TMenuItem).Tag];
if IsSynth then
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsHistoricalTimeseries else
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsSyntheticTimeseries;
if IsSynth and not (G.SyntheticGeneration or G.ForecastGeneration) then
raise Exception.Create(rsNoSyntheticTimeseriesExist);
StatusBar1.Update;
SyntheticViewForm.IsSynthetic := IsSynth;
SyntheticViewForm.DisplayTimescale := TimescaleArray[(Sender as TMenuItem).Tag];
SyntheticViewForm.ShowModal;
end; {procedure TMainForm.N44Click}

```

```

{*****}
{***** ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ *****}
{*****}

resourcestring
    rsStatisticalAnalysisHistorical =
        'Statistical analysis of historical time series';

const
    statanalfortag: array[0..2] of TOperationTimescale =
        (otsANNUAL, otsMONTHLY, otsDAILY);

procedure TMainForm.N47Click(Sender: TObject);
{*** Στατιστική ανάλυση ***}
begin
    StatisticAnalysisForm.DisplayTimescale :=
        statanalfortag[TMenuItem(Sender).Tag];
    StatisticAnalysisForm.ShowModal;
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text := rsStatisticalAnalysisHistorical;
    StatusBar1.Update;
end; {procedure TMainForm.N47Click}

resourcestring
    rsStochasticForecast = 'Stochastic forecast';
    rsAnnualTimeseriesGen = 'Annual time series generation';
    rsTimeseries = 'Time series ';
    rsMonthlyTimeseriesGen = 'Monthly time series generation';
    rsDailyTimeseriesGen = 'Daily time series generation';

procedure TMainForm.N21Click(Sender: TObject);
{*** Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ***}

```

```

var
  i, iterations, k1, k2, j: Integer;
  BestTheta_Compare: Real;
  ACursor: TCursor;
  AForecastEndMonth: Integer;
begin
  ACursor := Screen.Cursor;
  try
    RandSeed:=S.SeedNumber;
    If S.ForecastMode then
      begin
        StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsStochasticForecast;
        StatusBar1.Update;
        Screen.Cursor := crHourGlass;
        ForecastOptionsForm.ShowModal;
      end
    else
      begin
        if FrmSyntheticStart.ShowModal = mrCancel then Exit;
        Screen.Cursor := crHourGlass;
        G.SyntheticGeneration:=True;
        S.Run_date := Now;
        S.ForecastStart:= EncodeDate(FrmSyntheticStart.StartingYear, S.HYearStartingMonth+1, 1);
        i:=FrmSyntheticStart.StartingYear+S.SyntheticPeriods;
        AForecastEndMonth := S.HYearStartingMonth;
        if AForecastEndMonth = 0 then AForecastEndMonth := 12;
        S.ForecastEnd:= EncodeDate(i, AForecastEndMonth, 1);
        FillDaysInY(S.ForecastDaysInY, FrmSyntheticStart.StartingYear, S.SyntheticPeriods);
        For i:=1 to S.Num_Timeseries do
          if S.Timescale=otsDAILY then

```

```

begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsAnnualTimeseriesGen;
  StatusBar1.Panels.Items[1].Text:=rsTimeseries+IntToStr(i);
  StatusBar1.Update;
  SMA_Model.GenerateZ(i-1);
  SMA_Model.CalculateSyntheticStatisticsZ(i-1);
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsMonthlyTimeseriesGen;
  StatusBar1.Panels.Items[2].Text:='';
  StatusBar1.Update;
  PAR_Model.GenerateX(i-1);
  PAR_Model.CalculateSyntheticStatisticsX(i-1);
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsDailyTimeseriesGen;
  StatusBar1.Update;

  iterations:=0;
  BestTheta_Compare:=100000000;

  Repeat
  Inc(Iterations);

  S.LamdaProbabilityDry2 := {(0.2+0.15*random) } 0.28;
  S.ProbabilityStationsZero := {(0.45+0.3*random) }0.6;
  // S.IncCovar:= (1+0.5*random);

  { for j:=1 to 12 do
    for k1:=1 to S.VarCount do
      for k2:=1 to S.VarCount do
        begin
          M.CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]:=S.IncCovar*M.CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2];
          // M.CrossCorelTranY[j-1].e[k1,k2]:=S.IncCovar*M.CrossCorelTranY[j-1].e[k1,k2];

```

```

    end;

    ModelParametersY;
    CalculateStatisticsVY;
    CalculateGammaParametersY;
    AdjustingProcedures.Calculate_LamdaY;

}   PAR_Model.GenerateY(i-1);
    PAR_Model.CalculateSyntheticStatisticsY(i-1);
    PAR_Model.CalculateSyntheticStatisticsTranY(i-1);

    PAR_Model.Compare(i-1, S.Result_Compare);

    if S.Result_Compare<BestTheta_Compare then BestTheta_Compare:=S.Result_Compare;

until (BestTheta_Compare<S.Limit_Compare) or (iterations=1);

end
else
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsAnnualTimeseriesGen;
    StatusBar1.Panels.Items[1].Text:=rsTimeseries+IntToStr(i);
    StatusBar1.Update;
    SMA_Model.GenerateZ(i-1);
    SMA_Model.CalculateSyntheticStatisticsZ(i-1);
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsMonthlyTimeseriesGen;
    StatusBar1.Panels.Items[2].Text:="";
    StatusBar1.Update;
    PAR_Model.GenerateX(i-1);

```

```

    PAR_Model.CalculateSyntheticStatisticsX(i-1);
end;
end;
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsReady;
For i:=1 to 3 do StatusBar1.Panels.Items[i].Text:='';
StatusBar1.Update;
finally
    Screen.Cursor := ACursor;
end;
end; {procedure TMainForm.N21Click}

{*****}
{***** ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ *****}
{*****}

resourcestring
    rsAutocorrelogramAnnual = 'Annual variables autocorrelogram';
    rsCoefficientAlphaSpectrum = 'Alpha-coefficients spectrum';

procedure TMainForm.N22Click(Sender: TObject);
{*** Αυτοσυσχετόγραμμα ετήσιων μεταβλητών ***}
begin
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsAutocorrelogramAnnual;
    StatusBar1.Update;
    CorrelogramForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
    CorrelogramForm.Show;
end; {procedure TMainForm.N22Click}

procedure TMainForm.N23Click(Sender: TObject);

```

```

{*** Φάσμα συντελεστών α ***}

begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsCoefficientAlphaSpectrum;
  StatusBar1.Update;
  SpectrumForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  SpectrumForm.Show;
end;

resourcestring
  rsMeanValues = 'Mean values';
  rsStandardDeviations = 'Standard deviations';
  rsSkewness = 'Skewness';
  rsDryProbability = 'Dry Probability';

procedure TMainForm.N24Click(Sender: TObject);
{*** Μέσες τιμές ***}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsMeanValues;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(1);
end; {procedure TMainForm.N24Click}

procedure TMainForm.Daily1Click(Sender: TObject);
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsMeanValues;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(6);
end;

```

```

procedure TMainForm.N25Click(Sender: TObject);
{*** Τυπικές αποκλίσεις ***}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsStandardDeviations;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(2);
end; {procedure TMainForm.N25Click}

```

```

procedure TMainForm.Daily2Click(Sender: TObject);
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsStandardDeviations;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(7);
end;

```

```

procedure TMainForm.N26Click(Sender: TObject);
{*** Συντελεστές ασυμμετρίας ***}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsSkewness;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(3);
end; {procedure TMainForm.N26Click}

```

```

procedure TMainForm.Daily3Click(Sender: TObject);
begin

```



```
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsSkewness;  
StatusBar1.Update;  
StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
StatisticsGraphForm.ShowStatistics(8);  
end;
```

```
resourcestring
```

```
rs1stOrderAutocorrel = 'First order autocorrelation factors';  
rsCrossCov = 'Cross corelations';  
rsTimeseriesDisplay = 'Time series display';
```

```
procedure TMainForm.N111Click(Sender: TObject);  
{*** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης ***}  
begin  
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rs1stOrderAutocorrel;  
    StatusBar1.Update;  
    StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
    StatisticsGraphForm.ShowStatistics(4);  
end; {procedure TMainForm.N111Click}
```

```
procedure TMainForm.Daily4Click(Sender: TObject);  
begin  
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rs1stOrderAutocorrel;  
    StatusBar1.Update;  
    StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
    StatisticsGraphForm.ShowStatistics(9);  
end;
```

```
procedure TMainForm.Dryprobability1click(Sender: TObject);
```

```
begin
StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsDryProbability;
  StatusBar1.Update;
  StatisticsGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  StatisticsGraphForm.ShowStatistics(5);
end;
```

```
procedure TMainForm.N34Click(Sender: TObject);
{*** Ετεροσυσχετίσεις***}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsCrossCov;
  StatusBar1.Update;
  CrossCovGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  CrossCovGraphForm.ShowStatistics(1);
end;
```

```
procedure TMainForm.N35click(Sender: TObject);
{*** Ετεροσυσχετίσεις ***} {transformed}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsCrossCov;
  StatusBar1.Update;
  CrossCovGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);
  CrossCovGraphForm.ShowStatistics(2);
end;
```

```
procedure TMainForm.Daily5Click(Sender: TObject);
{*** Ετεροσυσχετίσεις ***}
begin
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsCrossCov;
  StatusBar1.Update;
```

```
CrossCovGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
CrossCovGraphForm.ShowStatistics(3);  
end;
```

```
procedure TMainForm.N12Click(Sender: TObject);  
{*** Απεικόνιση χρονοσειρών ***}  
begin  
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsTimeseriesDisplay;  
    StatusBar1.Update;  
    TimeSeriesGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
    TimeSeriesGraphForm.Show;  
    TimeSeriesGraphForm.ShowHistoricTimeSeries(1);  
end; {procedure TMainForm.N12Click}
```

```
resourcestring  
    rsForecastScenariosDisplay = 'Forecast scenarios display';  
    rsNoForecastScenarios = 'No forecast scenarios exist';  
    rsEqualProbability = 'Equal-probability forecasting curves display';
```

```
procedure TMainForm.N43Click(Sender: TObject);  
{*** Σενάρια πρόγνωσης ***}  
begin  
    If S.ForecastMode and G.ForecastGeneration then  
        begin  
            StatusBar1.Panels.Items[0].Text:= rsForecastScenariosDisplay;  
            StatusBar1.Update;  
            ForecastGraphForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
            ForecastGraphForm.Show;
```

```
end  
else ShowMessage(rsNoForecastScenarios);  
end; {procedure TMainForm.N43Click}
```

```
procedure TMainForm.N48Click(Sender: TObject);  
{*** Ισοπίθανες καμπύλες πρόγνωσης ***}  
begin  
  If S.ForecastMode and G.ForecastGeneration then  
  begin  
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text:=rsEqualProbability;  
    StatusBar1.Update;  
    ProbabilitySeriesForm.ManualDock(pnlDockSite, nil, alClient);  
    ProbabilitySeriesForm.Show;  
  end  
  else ShowMessage(rsNoForecastScenarios);  
end; {procedure TMainForm.N48Click}
```

```
{*****}  
{***** ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ *****}  
{*****}
```

```
procedure TMainForm.N18Click(Sender: TObject);  
{*** Οδηγίες χρήσης ***}  
begin  
  Application.HelpContext(3030);  
end; {procedure TMainForm.N18Click}
```

```
procedure TMainForm.N20Click(Sender: TObject);
```

```
{*** Ομάδα ανάπτυξης ***}
```

```
begin
```

```
AboutDialog.execute;
```

```
end; {TMainForm.N20Click}
```

```
procedure TMainForm.FormClose(Sender: TObject; var Action: TCloseAction);
```

```
var
```

```
  N: TRandVar;
```

```
begin
```

```
  If S.VarCount>0 then
```

```
  begin
```

```
    while NodeList.Count>0 do
```

```
    begin
```

```
      N := NodeList[NodeList.Count-1];
```

```
      N.DestroyNodeMatrix;
```

```
      FreeAndNil(N);
```

```
      NodeList.Delete(NodeList.Count-1);
```

```
    end;
```

```
    M.DestroyModelTMatrix;
```

```
  end;
```

```
  FreeAndNil(NodeList);
```

```
  G.Free;
```

```
  M.Free;
```

```
  S.Free;
```

```
end; {procedure TMainForm.FormClose}
```

```
procedure TMainForm.ProgressIndicator(s: string; APannel: Integer);
```

```
begin
```

```

StatusBar1.Panels[APannel].Text := s;
StatusBar1.Update;
Update;
end;

resourcestring
rsSynthGenerationShouldBeRun =
    'No synthetic time series to export. You have to generate them first.';

type
TArrayOfTwoString = array[0..1] of string;

resourcestring
rsHtsStsFileFilter = 'Hydrognomon time series (*.hts)|*.hts|'+
    'Synthetic time series (*.sts)|*.sts|All files (*.*)|*.*';
rsStsFileFilter = 'Synthetic time series (*.sts)|*.sts|All files (*.*)|*.*';

const
AFilterArray: array[Boolean] of TArrayOfTwoString =
    ((rsHtsStsFileFilter, 'hts'), (rsStsFileFilter, 'sts'));

procedure TMainForm.mntExportsynthetictimeseriesClick(Sender: TObject);
var
    ACursor: TCursor;
begin
    if not (G.SyntheticGeneration or G.ForecastGeneration) then
        raise Exception.Create(rsSynthGenerationShouldBeRun);
    SaveDialogSynth.Filter := AFilterArray[S.Num_Timeseries>1][0];
    SaveDialogSynth.DefaultExt := AFilterArray[S.Num_Timeseries>1][1];
    if not SaveDialogSynth.Execute then Exit;

```

```

ACursor := Screen.Cursor;
try
  Screen.Cursor := crHourGlass;
  SaveSynthTimeseries(SaveDialogSynth.FileName,
    TOperationTimescale((Sender as TMenuItem).Tag));
finally
  Screen.Cursor := ACursor;
  StatusBar1.Panels.Items[0].Text := rsReady;
  StatusBar1.Panels.Items[1].Text := "";
  StatusBar1.Update;
end;
end;

procedure TMainForm.mnuSynthetictimeseriesviewerClick(Sender: TObject);
var
  AMultiTimeseries: TMultiTimeseries;
  ACursor: TCursor;
begin
  AMultiTimeseries := nil;
  if not OpenDialogSynth.Execute then Exit;
  ACursor := Screen.Cursor;
  try
    Screen.Cursor := crHourGlass;
    StatusBar1.Panels.Items[0].Text := 'Loading data...';
    StatusBar1.Update;
    AMultiTimeseries := TMultiTimeseries.Create;
    AMultiTimeseries.LoadFromFile(OpenDialogSynth.FileName);
    MultiTimeseriesDialog.MultiTimeseries := AMultiTimeseries;
    MultiTimeseriesDialog.Execute;
  finally

```

```
AMultiTimeseries.Free;  
Screen.Cursor := ACursor;  
StatusBar1.Panels.Items[0].Text := rsReady;  
StatusBar1.Update;  
end;  
end;  
  
end.
```


A.2 Unit “cTypes”

```
{*****}
{   Thelma library, Castalia, National Technical University of Athens   }
{*****}
```

```
unit cTypes;
```

```
interface
```

```
uses Matrix, Classes, SysUtils, ts;
```

```
type
```

```
ETypeInvalid = class(Exception);
```

```
TDaysInY = array of array[1..12] of Integer;
```

```
TMatrix2D = class
```

```
private
```

```
  FArray: array of TVector;
```

```
  FBaseOneRows: Boolean;
```

```
  function GetCount: Integer;
```

```
protected
```

```
  function getValue(AIndex: Integer): TVector;
```

```
  procedure putValue(AIndex: Integer; AValue: TVector);
```

```
public
```

```
  constructor Create(nrows, ncols: Integer); overload;
```

```
  constructor Create(nrows, ncols: Integer; BaseOneRows: Boolean); overload;
```

```
  destructor Destroy; override;
```

```
  property Items2D[AIndex: Integer]: TVector read getValue write putValue;
```

```
  default;
```

```
property IsBaseOneRows: Boolean read FBaseOneRows;
property Count: Integer read GetCount;
end;
```

```
TMatrix3D = class
```

```
private
```

```
  FArray: array of TMatrix;
```

```
  FBaseOneLevels: Boolean;
```

```
  function GetCount: Integer;
```

```
protected
```

```
  function getValue(AIndex: Integer): TMatrix;
```

```
  procedure putValue(AIndex: Integer; AValue: TMatrix);
```

```
public
```

```
  constructor Create(nlevels, nrows, ncols: Integer); overload;
```

```
  constructor Create(nlevels, nrows, ncols: Integer;
```

```
    BaseOneLevels: Boolean); overload;
```

```
  destructor Destroy; override;
```

```
  property Items3D[AIndex: Integer]: TMatrix read getValue write putValue;
```

```
  default;
```

```
  property IsBaseOneLevels: Boolean read FBaseOneLevels;
```

```
  property Count: Integer read GetCount;
```

```
end;
```

```
TMatrix4D = class
```

```
private
```

```
  FArray: array of TMatrix3D;
```

```
  FBaseOneLevels: Boolean;
```

```
  FBaseOneSuperlevels: Boolean;
```

```
  function GetCount: Integer;
```

```
protected
```

```

function getValue(AIndex: Integer): TMatrix3D;
procedure putValue(AIndex: Integer; AValue: TMatrix3D);
public
  constructor Create(nsuperlevels, nlevels, nrows, ncols: Integer); overload;
  constructor Create(nsuperlevels, nlevels, nrows, ncols: Integer;
    BaseOneSuperlevels, BaseOneLevels: Boolean); overload;
  destructor Destroy; override;
  property Items4D[AIndex: Integer]: TMatrix3D read getValue write
    putValue; default;
  property IsBaseOneLevels: Boolean read FBaseOneLevels;
  property IsBaseOneSuperlevels: Boolean read FBaseOneSuperlevels;
  property Count: Integer read GetCount;
end;

type
  TCastProgressIndicator = procedure(s: string; APannel: Integer) of object;

type
  TOperationTimescale = (otsANNUAL=1, otsMONTHLY=2, otsDAILY=3);

function TimestepFromTimescale(ATimeScale: TOperationTimescale): TTimestep;

type
  {*** Παράμετροι επίκαιρου σεναρίου ***}
  TScenarioVariables = class
  public
    ScenarioName      : string; {ονομασία υδρολογικού σεναρίου}
    Description       : string; {πληροφορίες υδρολογικού σεναρίου}
    Creation_Date     : TDateTime; {ημερομηνία δημιουργίας σεναρίου}
    Run_date          : TDateTime; {τελευταία αποθήκευση}

```

HYearStartingMonth : Integer; {η εκκίνηση του Υδρολογικού έτους}
 Timescale : TOperationTimescale;
 Subperiods : Integer; {πλήθος υποπεριόδων (μήνες)}
 VarCount : Integer; {πλήθος μεταβλητών}
 Annual_model : (BMA, SMA, AR1); {μοντέλο προσομοίωσης ετήσιων μεταβλητών}
 Monthly_model : (PAR1, LOGPAR1); {μοντέλο προσομοίωσης μηνιαίων μεταβλητών}
 Alpha_Solution : (numerical, analytical, fourier); {μέθοδος εκτίμησης συντελεστών α}
 Length_a : Integer; {πλήθος συντελεστών α}
 Lamda : Real; {συντελεστής βάρους της συνάρτησης εκτίμησης των συντελεστών α}
 alpha_toler : Real; {κριτήριο σύγκλισης μεθόδου Fletcher - Reeves στην εκτίμηση των συντελεστών α}
 B_limit : Real; {ελάχιστη τιμή διαγώνιου στοιχείου μητρώου b}
 Param_P : Integer; {δύναμη στην οποία υψώνεται η νόρμα του ξ}
 Lamda1, Lamda2, Lamda3 : Real; {συντελεστές βάρους της αντικ. συνάρτησης υπολογισμού του μητρώου b}
 DLamda1, DLamda2, DLamda3: Real;
 DB_toler : Real; {κριτήριο σύγκλισης μεθόδου Fletcher - Reeves στην εκτίμηση του μητρώου b}
 DB_Convergence : Real; {κριτήριο σύγκλισης βρόχου βελτιστοποίησης}
 DParam_P : Integer; {δύναμη στην οποία υψώνεται η νόρμα του ξ}
 DB_limit : Real; {ελάχιστη τιμή διαγώνιου στοιχείου μητρώου b}
 DB_MaxIter : Integer; {μέγιστος αριθμός επαναλήψεων της βελτιστοποίησης}
 DNegativeLimit : Real; {μέγιστη επιτρεπτή αρνητική συνθετική τιμή}
 B_toler : Real; {κριτήριο σύγκλισης μεθόδου Fletcher - Reeves στην εκτίμηση του μητρώου b}
 B_Convergence : Real; {κριτήριο σύγκλισης βρόχου βελτιστοποίησης}
 B_MaxIter : Integer; {μέγιστος αριθμός επαναλήψεων της βελτιστοποίησης}
 NegativeLimit : Real; {μέγιστη επιτρεπτή αρνητική συνθετική τιμή}
 SeedNumber : Integer; {αριθμός εκκίνησης γεννήτριας παραγωγής τυχαίων αριθμών}

RandomModel : (Rejection, Whittaker, Normal); {γεννήτρια παραγωγής τυχαίων αριθμών}

MaxIterDZ : Integer; {μέγιστος αριθμός επαναλήψεων}

MinNormDZ : Real; {κριτήριο σύγκλισης της νόρμας ΔZ}

SyntheticPeriods : Integer; {μήκος συνθετικής χρονοσειράς (έτη)}

Num_Timeseries : Integer; {αριθμός ομάδων συνθετικών χρονοσειρών}

ForecastStart : TDateTime; {έτος έναρξης της πρόγνωσης}

ForecastEnd : TDateTime; {έτος πέρατος της πρόγνωσης}

ForecastMode : Boolean; {αληθές αν οι χρονοσειρές γεννώνται υπό μορφή στοχαστικής πρόγνωσης}

ForecastDaysInY : TDaysInY;

PossDry : Real;

ThresholdDry : Real;

DailyHasPowerTransformation : Boolean;

DailyPowerTransformation : Real;

LamdaProbabilityDry2 : Real;

LamdaProbabilityDry3 : Real;

LamdaProbabilityDry4 : Real;

ProbabilityStationsZero : Real;

Omega1 : Real;

Omega2 : Real;

Omega3 : Real;

Limit_Compare : Real;

Result_Compare : Real;

IncCovar : Real;

ZeroIndex : TMatrix4D;

```

days      : TVector;

procedure AssignTo(Temp: TScenarioVariables);
function AnalysisTimestep: TTimeStep;
end; {ScenarioVariables}

type
TRandVar = class
public
  {Στοιχεία μεταβλητής}
  Name      : String; {ονομασία μεταβλητής}
  Location  : String; {γεωγραφική οντότητα}
  Historic_filename: string;
  SeriesType : String; {τύπος χρονοσειράς}
  Meas_unit  : String; {μονάδα μέτρησης}
  Info      : String; {πληροφορίες}
  Periods    : Integer; {αριθμός περιόδων (ετών) - μήκος ιστορικής χρονοσειράς}
  StartDate  : TDateTime;
  EndDate    : TDateTime;
  DaysInY    : TDaysInY;
  StartPeriod : Integer; {δείκτης πρώτης περιόδου}
  EndPeriod  : Integer; {δείκτης τελευταίας περιόδου}

  NoGapsPeriod : Integer; {μήκος ετήσιας χρονοσειράς χωρίς κενά, μετρώντας από το
τελευταίο πλήρες έτος}
  NoGapsStart  : Integer; {αρχή δείγματος χωρίς κενά}
  NoGapsEnd    : Integer; {πέρας δείγματος χωρίς κενά}

  SampleStatistics: Boolean; {αληθές αν τα στατιστικά εκτιμώνται από ιστορικές χρονοσειρές}

```

{Γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ετήσιων μεταβλητών}

UserDefinedBeta : Boolean; {αληθές αν η παράμετρος εμμονής β ορίζεται από το χρήστη}

GAS : (LeastSquareFited, LagOnePreserved, LagTwoPreserved); {μέθοδος εκτίμησης της GAS}

Lag : Integer; {δείκτης πέραν του οποίου οι συντελεστές γ προσεγγίζονται από μια εκθετική εξίσωση}

Beta : Real; {παράμετρος της συνάρτησης GAS}

Kappa : Real; {παράμετρος της συνάρτησης GAS}

{Μητρώα χρονοσειρών}

Y : TMatrix3D; {μητρώο ημερήσιων ιστορικών δεδομένων}

YTran : TMatrix3D; {μητρώο ημερήσιων ιστορικών δεδομένων}

X : TMatrix; {μητρώο μηνιαίων ιστορικών δεδομένων}

Z : TVector; {διάνυσμα ετήσιων ιστορικών δεδομένων}

Ysynthetic : TMatrix4D; {μητρώο ημερήσιων συνθετικών δεδομένων από προσομοίωση}

YTransynthetic : TMatrix4D; {μητρώο ημερήσιων συνθετικών δεδομένων από προσομοίωση}

Xsynthetic : TMatrix3D; {μητρώο μηνιαίων συνθετικών δεδομένων από προσομοίωση}

Zsynthetic : TMatrix2D; {μητρώο ετήσιων συνθετικών δεδομένων από προσομοίωση}

Yforecast : TMatrix4D; {μητρώο ημερήσιων συνθετικών δεδομένων από πρόγνωση}

Xforecast : TMatrix3D; {μητρώο μηνιαίων συνθετικών δεδομένων από πρόγνωση}

Zforecast : TMatrix2D; {μητρώο ετήσιων συνθετικών δεδομένων από πρόγνωση}

TempZ : TMatrix2D; {προσωρινό μητρώο αποθήκευσης ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών}

TempX : TMatrix3D; {προσωρινό μητρώο αποθήκευσης ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}

H_meany : TVector; {μητρώο μέσων τιμών}

H_vary : TVector; {μητρώο διασπορών (επαυξημένο)}

H_m3y : TVector; {μητρώο τρίτων κεντρικών ροπών}

H_skewy : TVector; {μητρώο συντελεστών ασυμμετρίας}

H_covy : TVector; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

H_dryposs: TVector; {μητρώο πιθανότητας ξηρής περιόδου}

miny : TVector; {μητρώο ελάχιστων τιμών}

maxy : TVector; {μητρώο μέγιστων τιμών}

H_meanTrany : TVector; {μητρώο μέσων τιμών}

H_varTrany : TVector; {μητρώο διασπορών - επαυξ}

H_m3Trany : TVector; {μητρώο τρίτων κεντρικών ροπών}

H_skewTrany : TVector; {μητρώο συντελεστών ασυμμετρίας}

H_covTrany : TVector; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι}

meany : TVector; {μητρώο μέσων τιμών}

vary : TVector; {μητρώο διασπορών}

m3y : TVector; {μητρώο τρίτων κεντρικών ροπών}

skewy : TVector; {μητρώο συντελεστών ασυμμετρίας}

covy : TVector; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

dryposs: TVector; {μητρώο πιθανότητας ξηρής περιόδου}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται από το μοντέλο (από μετασχηματισμένα δεδομένα)}

meanTrany : TVector; {μητρώο μέσων τιμών}

varTrany : TVector; {μητρώο διασπορών}

m3Trany : TVector; {μητρώο τρίτων κεντρικών ροπών}

skewTrany : TVector; {μητρώο συντελεστών ασυμμετρίας}

covTrany : TVector; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου AR(1)- μετασχηματισμένα δεδομένα}

meanVY : TVector; {μητρώο μέσων τιμών τυχαίων όρων, μητρώο ξ}

skewVY : TVector; {μητρώο συντελεστών ασυμμετρίας τυχαίων όρων}

CYparam : TVector; {μητρώο παραμέτρων c της γάμα κατανομής}

KYparam : TVector; {μητρώο παραμέτρων κ της γάμα κατανομής}

LYparam : TVector; {μητρώο παραμέτρων λ της γάμα κατανομής}

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}

H_meanx : TVector; {διάνυσμα μέσων τιμών}

H_varx : TVector; {διάνυσμα διασπορών}

H_m3x : TVector; {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}

H_skewx : TVector; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

H_covx : TVector; {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

minx : TVector; {διάνυσμα ελάχιστων τιμών}

maxx : TVector; {διάνυσμα μέγιστων τιμών}

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται από το μοντέλο}

meanx : TVector; {διάνυσμα μέσων τιμών}

varx : TVector; {διάνυσμα διασπορών}

m3x : TVector; {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}

skewx : TVector; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

covx : TVector; {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου PAR(1)}

meanV : TVector; {μητρώο μέσων τιμών τυχαίων όρων, μητρώο ξ}

skewV : TVector; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας τυχαίων όρων}

Cparam : TVector; {διάνυσμα παραμέτρων c της γάμα κατανομής}

Kparam : TVector; {διάνυσμα παραμέτρων κ της γάμα κατανομής}

Lparam : TVector; {διάνυσμα παραμέτρων λ της γάμα κατανομής}

{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}

H_meanz : Real; {μέση τιμή}

H_varz : Real; {διασπορά}

H_m3z : Real; {τρίτη κεντρική ροπή}

H_skewz : Real; {συντελεστής ασυμμετρίας}

H_covz : Real; {συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης}

H_corel1z : Real; {συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης}

minz : Real; {ελάχιστη τιμή}

maxz : Real; {μέγιστη τιμή}

Hurst : Real;

{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι}

meanz : Real; {μέση τιμή}

varz : Real; {διασπορά}

m3z : Real; {τρίτη κεντρική ροπή}

skewz : Real; {συντελεστής ασυμμετρίας}

covz : Real; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

corelz : TVector; {ιστορικό αυτοσυσχετόγραμμα μήκους Periods/2}

{Παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο SMA}

H_gamma : TVector; {διάνυσμα αυτοσυσχέτισης των Z, μόνο από ιστορικά δεδομένα}

H_spectrum : TVector; {διάνυσμα φάσματος των Z, μόνο από ιστορικά δεδομένα}

gamma : TVector; {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης των Z, εκτιμημένων}

spectrum : TVector; {διάνυσμα φάσματος συντελεστών αυτοσυσχέτισης των Z, εκτιμημένων}

alpha : TVector; {διάνυσμα συντελεστών συνθετικού μοντέλου κινητών μέσων όρων}

a_error : Real; {σφάλμα αντικειμενικής συνάρτησης εκτίμησης των συντελεστών α }

{Παράμετροι τυχαίων όρων V ετήσιου μοντέλου}

meanVZ : Real; {μέση τιμή τυχαίων όρων, μητρώο ξ }

skewVZ : Real; {συντελεστής ασυμμετρίας τυχαίων όρων}

{Παράμετροι τυχαίων όρων W ετήσιου μοντέλου}

meanW : Real; {μέση τιμή τυχαίων όρων, μητρώο ξ}

skewW : Real; {συντελεστής ασυμμετρίας τυχαίων όρων}

CZparam : Real; {παραμέτρος c της γάμα κατανομής}

KZparam : Real; {παραμέτρος κ της γάμα κατανομής}

LZparam : Real; {παραμέτρος λ της γάμα κατανομής}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

S_meany : TMatrix2D; {διάνυσμα μέσων τιμών}

S_vary : TMatrix2D; {διάνυσμα διασπορών}

S_m3y : TMatrix2D; {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}

S_skewy : TMatrix2D; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

S_covy : TMatrix2D; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

S_dryposs: TMatrix2D; {μητρώο πιθανότητας ξηρής περιόδου}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών - μετασχηματισμένα δεδομένα}

S_meanTrany : TMatrix2D; {διάνυσμα μέσων τιμών}

S_varTrany : TMatrix2D; {διάνυσμα διασπορών}

S_m3Trany : TMatrix2D; {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}

S_skewTrany : TMatrix2D; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

S_covTrany : TMatrix2D; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

S_meanx : TMatrix2D; {διάνυσμα μέσων τιμών}

S_varx : TMatrix2D; {διάνυσμα διασπορών}

S_m3x : TMatrix2D; {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}

S_skewx : TMatrix2D; {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

S_covx : TMatrix2D; {μητρώο συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

S_meanz : TVector; {μέση τιμή}

S_varz : TVector; {διασπορά}

S_skewz : TVector; {συντελεστής ασυμμετρίας}

S_covz : TVector; {συντελεστής αυτοσυσχέτισης}

S_minz : TVector; {ελάχιστη τιμή}

S_maxz : TVector; {μέγιστη τιμή}

S_Hurst : TVector; {Hurst}

S_Autocov : TMatrix2D; {αυτοσυσχετόγραμμα των Z}

Ls : TVector; {διάνυσμα συντελεστών αναγωγής του μοντέλου επιμερισμού: μηνιαία - ετήσια}

Sigma : TMatrix; {μητρώο συνδιασπορών σ }

LsY : TMatrix; {διάνυσμα συντελεστών αναγωγής του μοντέλου επιμερισμού: ημερήσια - μηνιαία}

SigmaY : TMatrix3D; {μητρώο συνδιασπορών σ }

ProbabilityDry2 : TVector; {Πιθανότητα στεγνής περιόδου}

ForecastAverage : TVector; {μέση ετήσια χρονοσειρά πρόγνωσης}

MonthlyForecastAverage : TMatrix; {μέση μηνιαία χρονοσειρά πρόγνωσης}

DailyForecastAverage : TMatrix; {μέση ημερήσια χρονοσειρά πρόγνωσης}

ForecastMax : TVector; {άνω περιβάλλουσα πρόγνωσης}

ForecastMin : TVector; {κάτω περιβάλλουσα πρόγνωσης}

StationsZero : TMatrix3D;

diafora : TMatrix3D;

procedure CreateNodeMatrix;

```

procedure DestroyNodeMatrix;

end; {Node}

type
  TStochasticModel = class
  public
    H_CrossCovY : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ιστορικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών
ημερήσιου βήματος}
    H_CrossCovTranY : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ιστορικών ετεροσυσχετίσεων
μεταβλητών ημερήσιου βήματος - Μετασηματισμένα Δεδομένα}
    H_CrossCovX : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ιστορικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών
μηνιαίου βήματος}
    H_CrossCovZ : TMatrix; {μητρώο δειγματικών ιστορικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών
ετήσιου βήματος}
    H_CrossCorelY : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ημερήσιου
βήματος}
    H_CrossCorelTranY : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ημερήσιου
βήματος - Μετασηματισμένα Δεδομένα}
    H_CrossCorelX : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών μηνιαίου
βήματος}
    H_CrossCorelZ : TMatrix; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ετήσιου βήματος}

    CrossCovY : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών ημερήσιου
βήματος}
    CrossCovTranY : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών
ημερήσιου βήματος - Μετασηματισμένα Δεδομένα}
    CrossCovX : TMatrix3D; {μητρώο δειγματικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών μηνιαίου
βήματος}
    CrossCovZ : TMatrix; {μητρώο δειγματικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών ετήσιου
βήματος}

```

CrossCorelY : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

CrossCorelTranY : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ημερήσιου βήματος - Μετασχηματισμένα Δεδομένα}

CrossCorelX : TMatrix3D; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

CrossCorelZ : TMatrix; {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ετήσιου βήματος}

S_CrossCovY : TMatrix4D; {ετεροσυσχετόγραμμα συνθετικών μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

S_CrossCovTranY : TMatrix4D; {ετεροσυσχετόγραμμα συνθετικών μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

S_CrossCovX : TMatrix4D; {ετεροσυσχετόγραμμα συνθετικών μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

S_CrossCovZ : TMatrix3D; {ετεροσυσχετόγραμμα συνθετικών μεταβλητών ετήσιου βήματος}

C_CrossCovY : TMatrix3D; {μητρώο θεωρητικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

C_CrossCovTranY : TMatrix3D; {μητρώο θεωρητικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

C_CrossCovX : TMatrix3D; {μητρώο θεωρητικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

C_CrossCovZ : TMatrix; {μητρώο θεωρητικών ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών ετήσιου βήματος}

C_CrossCorelX : TMatrix3D; {θεωρητικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

C_CrossCorelY : TMatrix3D; {θεωρητικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

C_CrossCorelTranY : TMatrix3D; {θεωρητικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

C_CrossCorelZ : TMatrix; {θεωρητικό ετεροσυσχετόγραμμα μεταβλητών ετήσιου βήματος}

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

aY : TMatrix; {μητρώο συντελεστών του t-1 βήματος, στο οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}

bY : TMatrix3D; {μητρώο b του μοντέλου PAR(1) - μετασχηματισμένων}

VY : TMatrix; {μητρώο τυχαίων όρων}

bVY : TMatrix; {b*V}

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

bbTY : TMatrix3D; {μητρώο c := Cov[Y,Y]-a*Cov[Z,Z]*a^T = b*b^T}

hY : TMatrix; {διαγώνιο μητρώο h := diag (1/sqrt(c11) , ..., 1/sqrt(cnn))}

c1Y : TMatrix3D; {μητρώο c' := h*c*h = b'*b'^T}

fY : TMatrix; {μητρώο φ := h^(3)*(μ3[Y]-μ3[aZ])}

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

a : TMatrix; {μητρώο συντελεστών του t-1 βήματος, στο οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}

b : TMatrix3D; {μητρώο b του μοντέλου PAR(1)}

V : TVector; {μητρώο τυχαίων όρων}

bV : TVector; {b*V}

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

bbT : TMatrix3D; {μητρώο c := Cov[Y,Y]-a*Cov[Z,Z]*a^T = b*b^T}

h : TMatrix; {διαγώνιο μητρώο h := diag (1/sqrt(c11) , ..., 1/sqrt(cnn))}

c1 : TMatrix3D; {μητρώο c' := h*c*h = b'*b'^T}

f : TMatrix; {μητρώο φ := h^(3)*(μ3[Y]-μ3[aZ])}

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

aZ : TVector; {διάνυσμα συντελεστών του t-1 βήματος, στο οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}

bZ : TMatrix; {μητρώο b του μοντέλου PAR(1)}

Decomposition_error: TVector; {Σφάλμα διάσπασης μητρώου συνδιασπορών}

DDecomposition_error: TVector;

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών υψηλού επιπέδου}

bbTZ : TMatrix; {μητρώο c := Cov[Y,Y]-a*Cov[Z,Z]*a^T = b*b^T}

hZ : TVector; {διάνυσμα $h := \text{diag}(1/\sqrt{c11}, \dots, 1/\sqrt{cnn})$ }
 $c1Z$: TMatrix; {μητρώο $c' := h * c * h = b' * b'^T$ }
 fZ : TVector; {διάνυσμα $\phi := h^{(3)} * (\mu3[Y] - \mu3[aZ])$ }

{Παράμετροι που χρησιμοποιούνται στην αριθμητική εκτίμηση των συντελεστών α του μοντέλου SMA}

ρ : TMatrix;
 $\rho1$: TVector; {η πρώτη σειρά του ρ , η οποία χρησιμοποιείται στην αντικειμενική συνάρτηση}
 $zeta$: TVector; {διάνυσμα παραμέτρων $\zeta = [a0, \dots, an]$ }
 $theta$: TVector; {διάνυσμα συντελεστών $\theta = [\gamma0, \dots, \gamma n]$ }
 q : TMatrix; {μητρώο μερικών παραγώγων $d(\rho\zeta)/d\zeta$ }
 $q1$: TVector; {η πρώτη σειρά του q , η οποία χρησιμοποιείται στην παράγωγο}
 $gamma0$: Real; {διασπορά δείγματος $\gamma0$ }

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών SMA}

W : TMatrix; {μητρώο τυχαίων όρων}
 VZ : TMatrix; $\{V = b * W\}$

procedure CreateModelTMatrix;
procedure DestroyModelTMatrix;

end; {StochasticModel}

type

TGlobal = class

public

month: array [1..13] of String;

Longmonth: array [1..12] of String;

SyntheticGeneration: Boolean;

ForecastGeneration: Boolean;


```

HistoricSeriesChange: Boolean;
ProgressIndicator: TCastProgressIndicator;

procedure UpdateMonthNames;
function FloatToStrDec(Number:Real; Digits:Integer):String;
function StrToIntRange(const S: string; Min, Max: Integer): Integer;
function StrToRealRange(const S: string; Min, Max: Real): Real;
function HydrologicYearStr(year: Integer): string;
constructor Create;

end; {Global}

var
  S: TScenarioVariables;
  M: TStochasticModel;
  G: TGlobal;
  NodeList: TList;

implementation

{TMatrix2D}

constructor TMatrix2D.Create(nrows, ncols: Integer);
begin
  Create(nrows, ncols, False);
end;

constructor TMatrix2D.Create(nrows, ncols: Integer; BaseOneRows: Boolean);
var
  i: Integer;

```

```

begin
  inherited Create;
  FBaseOneRows := FBaseOneRows;
  SetLength(FArray, nrows);
  for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i] := nil;
  try
    for i := 0 to Length(FArray)-1 do
      FArray[i] := TVector.Create(ncols);
    except
      for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;
      FArray := nil;
      raise;
    end;
  end;
end;

destructor TMatrix2D.Destroy;
var
  i: Integer;
begin
  for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;
  FArray := nil;
  inherited Destroy;
end;

function TMatrix2D.getValue(AIndex: Integer): TVector;
begin
  if FBaseOneRows then Dec(AIndex);
  if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then
    raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));
  Result := FArray[AIndex];
end;

```

```
end;
```

```
procedure TMatrix2D.putValue(AIndex: Integer; AValue: TVector);
```

```
begin
```

```
  if FBaseOneRows then Dec(AIndex);
```

```
  if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then
```

```
    raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));
```

```
  FArray[AIndex] := AValue;
```

```
end;
```

```
function TMatrix2D.GetCount: Integer;
```

```
begin
```

```
  Result := Length(FArray);
```

```
end;
```

```
{TMatrix3D}
```

```
constructor TMatrix3D.Create(nlevels, nrows, ncols: Integer);
```

```
begin
```

```
  Create(nlevels, nrows, ncols, False);
```

```
end;
```

```
constructor TMatrix3D.Create(nlevels, nrows, ncols: Integer;
```

```
  BaseOneLevels: Boolean);
```

```
var
```

```
  i: Integer;
```

```
begin
```

```
  inherited Create;
```

```
  FBaseOneLevels := BaseOneLevels;
```

```
  SetLength(FArray, nlevels);
```

```

for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i] := nil;
try
  for i := 0 to Length(FArray)-1 do
    FArray[i] := TMatrix.Create(nrows, ncols);
except
  for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;
  FArray := nil;
  raise;
end;
end;

```

```

destructor TMatrix3D.Destroy;

```

```

var

```

```

  i: Integer;

```

```

begin

```

```

  for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;

```

```

  FArray := nil;

```

```

  inherited Destroy;

```

```

end;

```

```

function TMatrix3D.getValue(AIndex: Integer): TMatrix;

```

```

begin

```

```

  if FBaseOneLevels then Dec(AIndex);

```

```

  if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then

```

```

    raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));

```

```

    Result := FArray[AIndex];

```

```

end;

```

```

procedure TMatrix3D.putValue(AIndex: Integer; AValue: TMatrix);

```

```

begin

```

```

if FBaseOneLevels then Dec(AIndex);
if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then
  raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));
FArray[AIndex] := AValue;
end;

function TMatrix3D.GetCount: Integer;
begin
  Result := Length(FArray);
end;

{TMatrix4D}

constructor TMatrix4D.Create(nsuperlevels, nlevels, nrows, ncols: Integer);
begin
  Create(nsuperlevels, nlevels, nrows, ncols, False, False);
end;

constructor TMatrix4D.Create(nsuperlevels, nlevels, nrows, ncols: Integer;
  BaseOneSuperlevels, BaseOneLevels: Boolean);
var
  i: Integer;
begin
  inherited Create;
  FBaseOneSuperlevels := BaseOneSuperlevels;
  FBaseOneLevels := BaseOneLevels;
  SetLength(FArray, nsuperlevels);
  for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i] := nil;
  try
    for i := 0 to Length(FArray)-1 do

```

```

    FArray[i] := TMatrix3D.Create(nlevels, nrows, ncols, FBaseOneLevels);
except
    for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;
    FArray := nil;
    raise;
end;
end;

destructor TMatrix4D.Destroy;
var
    i: Integer;
begin
    for i := 0 to Length(FArray)-1 do FArray[i].Free;
    FArray := nil;
    inherited Destroy;
end;

function TMatrix4D.getValue(AIndex: Integer): TMatrix3D;
begin
    if FBaseOneSuperlevels then Dec(AIndex);
    if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then
        raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));
    Result := FArray[AIndex];
end;

procedure TMatrix4D.putValue(AIndex: Integer; AValue: TMatrix3D);
begin
    if FBaseOneSuperLevels then Dec(AIndex);
    if (AIndex<0) or (AIndex>=Length(FArray)) then
        raise EListError.Create('List index out of bounds: '+IntToStr(AIndex));

```

```

    FArray[AIndex] := AValue;
end;

function TMatrix4D.GetCount: Integer;
begin
    Result := Length(FArray);
end;

{TScenarioVariables}

procedure TScenarioVariables.AssignTo(Temp:TScenarioVariables);
begin
    Temp.ScenarioName    := ScenarioName;
    Temp.Description     := Description;
    Temp.Creation_Date   := Creation_Date;
    Temp.Run_date        := Run_date;
    Temp.Subperiods      := Subperiods;
    Temp.VarCount        := VarCount;
    Temp.SyntheticPeriods := SyntheticPeriods;
    Temp.Num_Timeseries  := Num_Timeseries;
    Temp.SeedNumber      := SeedNumber;
    Temp.Annual_model    := Annual_model;
    Temp.RandomModel     := RandomModel;
    Temp.Alpha_Solution  := Alpha_Solution;
    Temp.Lamda           := Lamda;
    Temp.Alpha_toler     := Alpha_toler;
    Temp.B_limit         := B_limit;
    Temp.Param_P         := Param_P;
    Temp.Lamda1          := Lamda1;
    Temp.Lamda2          := Lamda2;

```

```

Temp.Lamda3      := Lamda3;
Temp.b_tolero    := b_tolero;
Temp.b_Convergence := b_Convergence;
Temp.b_MaxIter   := b_MaxIter;
Temp.SeedNumber  := SeedNumber;
Temp.NegativeLimit := NegativeLimit;
Temp.Length_a    := Length_a;
Temp.MinNormDZ   := MinNormDZ;
Temp.MaxIterDZ   := MaxIterDZ;
Temp.ForecastEnd := ForecastEnd;
Temp.ForecastMode := ForecastMode;
Temp.PossDry     := PossDry;
Temp.ThresholdDry := ThresholdDry;
Temp.DailyHasPowerTransformation := DailyHasPowerTransformation;
Temp.DailyPowerTransformation := DailyPowerTransformation;
Temp.LamdaProbabilityDry2 := LamdaProbabilityDry2;
Temp.LamdaProbabilityDry3 := LamdaProbabilityDry3;
Temp.LamdaProbabilityDry4 := LamdaProbabilityDry4;
Temp.ProbabilityStationsZero := ProbabilityStationsZero;

Temp.Omega1 := Omega1;
Temp.Omega2 := Omega2;
Temp.Omega3 := Omega3;
Temp.Limit_Compare := Limit_Compare;
Temp.Result_Compare := Result_Compare;
Temp.IncCovar := IncCovar;

```

```
end; {procedure TScenarioVariables.AssignTo}
```

```
function TScenarioVariables.AnalysisTimestep: TTimestep;
```



```
begin
```

```
    Result := TimestepFromTimescale(Timescale);
```

```
end;
```

```
{ TimestepFromTimescale, a helper for TScenarioVariables.AnalysisTimeStep }
```

```
function TimestepFromTimescale(ATimeScale: TOperationTimescale): TTimestep;
```

```
begin
```

```
    case ATimeScale of
```

```
        otsANNUAL: Result := tstAnnual;
```

```
        otsMONTHLY: Result := tstMonthly;
```

```
        otsDAILY: Result := tstDaily
```

```
    else
```

```
        Assert(False);
```

```
    end;
```

```
end;
```

```
{TRandVar}
```

```
procedure TRandVar.CreateNodeMatrix;
```

```
begin
```

```
    Y := nil;
```

```
    If Periods>0 then
```

```
        begin
```

```
            X:= TMatrix.Create(Periods, S.Subperiods); {μητρώο μηνιαίων ιστορικών δεδομένων}
```

```
            Z:= TVector.Create(Periods); {διάνυσμα ετήσιων ιστορικών δεδομένων}
```

```
            if S.Timescale=otsDAILY then
```

```
                begin
```

```
                    Y := TMatrix3D.Create(Periods, S.Subperiods, 31, True);
```

```
                    YTran := TMatrix3D.Create(Periods, S.Subperiods, 31, True);
```

```

    end;
end
else
begin
    X:= TMatrix.Create(1, S.Subperiods);
    Z:= TVector.Create(1);
    if S.Timescale=otsDAILY then
        begin
            Y := TMatrix3D.Create(1, S.Subperiods, 31, True);
            YTran := TMatrix3D.Create(1, S.Subperiods, 31, True);
        end;
    end;
    {Μητρώο ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής
προσομοίωσης}
    Ysynthetic := nil; YTransynthetic := nil;
    if S.Timescale=otsDAILY then
        begin
            YSynthetic := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods, S.Subperiods, 31,
False, True);
            YTranSynthetic := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods, S.Subperiods, 31,
False, True);
        end;
    {Μητρώο μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής
προσομοίωσης}
    Xsynthetic := TMatrix3D.Create(S.Num_Timeseries,S.SyntheticPeriods, S.Subperiods);

    diafora:= TMatrix3D.Create(S.Num_Timeseries,S.SyntheticPeriods, S.Subperiods);
    {Μητρώο ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής
προσομοίωσης}
    Zsynthetic := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods);
    {Μητρώο ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής
πρόγνωσης}

```

```

YForecast := nil;
if S.Timescale=otsDAILY then
begin
  YForecast := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods, S.Subperiods, 31, False,
True);
end;
{Μητρώο μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής πρόγνωσης}
XForecast := TMatrix3D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods, S.Subperiods);
{Μητρώο ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω στοχαστικής πρόγνωσης}
ZForecast := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.SyntheticPeriods);
{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}
if S.Timescale=otsDAILY then
begin
  H_meany:= TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών}
  H_vary := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών - επαυξημένο}
  H_m3y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}
  H_skewy := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}
  H_covy := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}
  H_dryposs:= TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα πιθανότητας ξηρής περιόδου}
  miny := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα ελάχιστων τιμών}
  maxy := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέγιστων τιμών}

  H_meanTrany:= TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών - Μετασηματισμένα
δεδομένα}
  H_varTrany := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών - Μετασηματισμένα
δεδομένα - επαυξ}
  H_m3Trany := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών -
Μετασηματισμένα δεδομένα}
  H_skewTrany := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας -
Μετασηματισμένα δεδομένα}
  H_covTrany := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης -
Μετασηματισμένα δεδομένα}

```

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι}

mean_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών}
var_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών - επαυξημένο}
m3_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}
skew_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}
cov_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}
dryposs:= TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα πιθανότητας ξηρής περιόδου}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται από το μοντέλο -
Μετασχηματισμένα δεδομένα}

meanTran_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών}
varTran_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών}
m3Tran_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}
skewTran_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}
covTran_y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}

{Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου PAR(1) ημερήσιου βήματος}

meanV_Y := TVector.Create(S.Subperiods); {μητρώο μέσων τιμών τυχαίων όρων, μητρώο
ξ}
skewV_Y := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας τυχαίων
όρων}
CYparam := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων c της γάμα κατανομής}
KYparam := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων κ της γάμα κατανομής}
LYparam := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων λ της γάμα κατανομής}
end;

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}

H_mean_x := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών}
H_var_x := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών}
H_m3_x := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}
H_skew_x := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}

```

H_covx := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}
minx   := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα ελάχιστων τιμών}
maxx   := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέγιστων τιμών}
{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται από το μοντέλο}
meanx  := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα μέσων τιμών}
varx   := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα διασπορών}
m3x    := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα τρίτων κεντρικών ροπών}
skewx  := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας}
covx   := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης}
{Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου PAR(1) μηνιαίου βήματος}
meanV      := TVector.Create(S.Subperiods); {μητρώο μέσων τιμών τυχαίων όρων, μητρώο
ξ}
skewV     := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών ασυμμετρίας τυχαίων όρων}
Cparam    := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων c της γάμα κατανομής}
Kparam    := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων κ της γάμα κατανομής}
Lparam    := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα παραμέτρων λ της γάμα κατανομής}
{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}
If Periods>0 then
begin
    corelz := TVector.Create(Periods div 2 + 1); {ιστορικό αυτοσυσχετόγραμμα μήκους
Periods/2}
    H_gamma := TVector.Create(Periods div 2 + 1); {διάνυσμα αυτοσυσχέτισης των Z, μόνο
από ιστορικά δεδομένα}
    H_spectrum := TVector.Create(Periods div 2 + 1); {διάνυσμα φάσματος των Z, μόνο από
ιστορικά δεδομένα}
end
else
begin
    corelz := TVector.Create(2);
    H_gamma := TVector.Create(2);
    H_spectrum := TVector.Create(2);

```

```

end;

gamma := TVector.Create(S.Length_a+1); {διάνυσμα συντελεστών αυτοσυσχέτισης των Z,
εκτιμημένων}

spectrum := TVector.Create(S.Length_a+1); {διάνυσμα φάσματος συντελεστών
αυτοσυσχέτισης των Z, εκτιμημένων}

alpha := TVector.Create(S.Length_a+1); {διάνυσμα συντελεστών συνθετικού μοντέλου
κινητών μέσων όρων}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}
S_meany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_vary := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_m3y := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_skewy := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_covy := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_dryposs:= TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods); {διάνυσμα πιθανότητας
ξηρής περιόδου}

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών - μετασχηματισμένα δεδομένα}
S_meanTrany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_varTrany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_m3Trany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_skewTrany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_covTrany := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}
S_meanx := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_varx := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_m3x := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_skewx := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);
S_covx := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods);

{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}
S_meanz := TVector.Create(S.Num_Timeseries); {μέση τιμή}
S_varz := TVector.Create(S.Num_Timeseries); {διασπορά}
S_skewz := TVector.Create(S.Num_Timeseries); {συντελεστής ασυμμετρίας}

```

```

S_covz := TVector.Create(S.Num_Timeseries);           {συντελεστής αυτοσυσχέτισης}
S_minz := TVector.Create(S.Num_Timeseries);           {ελάχιστη τιμή}
S_maxz := TVector.Create(S.Num_Timeseries);           {μέγιστη τιμή}
S_Hurst := TVector.Create(S.Num_Timeseries);
S_Autocov := TMatrix2D.Create(S.Num_Timeseries, S.Length_a+1);
Ls := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα συντελεστών αναγωγής του μοντέλου
επιμερισμού}
Sigma := TMatrix.Create(S.Subperiods, S.Subperiods); {μητρώο συνδιασπορών σ}
LsY := TMatrix.Create(S.Subperiods,31); {διάνυσμα συντελεστών αναγωγής του μοντέλου
επιμερισμού}
SigmaY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, 31, 31); {μητρώο συνδιασπορών σ}
ProbabilityDry2 := TVector.Create(S.Subperiods); {διάνυσμα πιθανότητας στεγνής περιόδου}
StationsZero:=TMatrix3D.Create(S.SyntheticPeriods, S.Subperiods, 31);
end; {procedure TRandVar.CreateNodeTMatrix}

```

```

procedure TRandVar.DestroyNodeMatrix;
begin
FreeAndNil(X);
FreeAndNil(Z);
if S.Timescale = otsDAILY then
begin
FreeAndNil(Y);
FreeAndNil(YTran);
FreeAndNil(YTransynthetic);
FreeAndNil(Ysynthetic);
FreeAndNil(YForecast);
end;
FreeAndNil(Xsynthetic); freeandnil(diafora);
FreeAndNil(Zsynthetic);
FreeAndNil(Xforecast);

```

FreeAndNil(Zforecast);
 FreeAndNil(TempZ);
 FreeAndNil(TempX);
 {Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}
 FreeAndNil(H_meany);
 FreeAndNil(H_vary);
 FreeAndNil(H_m3y);
 FreeAndNil(H_skewy);
 FreeAndNil(H_dryposs);
 FreeAndNil(H_covy);
 FreeAndNil(H_meanTrany);
 FreeAndNil(H_varTrany);
 FreeAndNil(H_m3Trany);
 FreeAndNil(H_skewTrany);
 FreeAndNil(H_covTrany);
 FreeAndNil(miny);
 FreeAndNil(maxy);
 FreeAndNil(meany);
 FreeAndNil(vary);
 FreeAndNil(m3y);
 FreeAndNil(skewy);
 FreeAndNil(covy);
 FreeAndNil(dryposs);
 FreeAndNil(meanTrany);
 FreeAndNil(varTrany);
 FreeAndNil(m3Trany);
 FreeAndNil(skewTrany);
 FreeAndNil(covTrany);
 {Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου PAR(1) ημερήσιου βήματος}
 FreeAndNil(meanVY);

FreeAndNil(skewVY);
FreeAndNil(CYparam);
FreeAndNil(KYparam);
FreeAndNil(LYparam);
{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}
FreeAndNil(H_meanx);
FreeAndNil(H_varx);
FreeAndNil(H_m3x);
FreeAndNil(H_skewx);
FreeAndNil(H_covx);
FreeAndNil(minx);
FreeAndNil(maxx);
FreeAndNil(meanx);
FreeAndNil(varx);
FreeAndNil(m3x);
FreeAndNil(skewx);
FreeAndNil(covx);
{Παράμετροι τυχαίων όρων V μοντέλου PAR(1) μηνιαίου βήματος}
FreeAndNil(meanV);
FreeAndNil(skewV);
FreeAndNil(Cparam);
FreeAndNil(Kparam);
FreeAndNil(Lparam);
{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι ιστορικής χρονοσειράς}
FreeAndNil(corelz);
FreeAndNil(H_gamma);
FreeAndNil(H_spectrum);
FreeAndNil(gamma);
FreeAndNil(spectrum);
FreeAndNil(alpha);

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

FreeAndNil(S_meany);

FreeAndNil(S_vary);

FreeAndNil(S_m3y);

FreeAndNil(S_skewy);

FreeAndNil(S_covy);

FreeAndNil(S_dryposs);

{Ημερήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών - μετασχηματισμένα δεδομένα}

FreeAndNil(S_meanTrany);

FreeAndNil(S_varTrany);

FreeAndNil(S_m3Trany);

FreeAndNil(S_skewTrany);

FreeAndNil(S_covTrany);

{Μηνιαίες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

FreeAndNil(S_meanx);

FreeAndNil(S_varx);

FreeAndNil(S_m3x);

FreeAndNil(S_skewx);

FreeAndNil(S_covx);

{Ετήσιες στατιστικές παράμετροι συνθετικών χρονοσειρών}

FreeAndNil(S_meanz);

FreeAndNil(S_varz);

FreeAndNil(S_skewz);

FreeAndNil(S_covz);

FreeAndNil(S_minz);

FreeAndNil(s_maxz);

FreeAndNil(S_Hurst);

FreeAndNil(S_Autocov);

FreeAndNil(Ls);

FreeAndNil(Sigma);

```

FreeAndNil(LsY);
FreeAndNil(SigmaY);
FreeAndNil(ForecastAverage);
FreeAndNil(ForecastMin);
FreeAndNil(ForecastMax);
FreeAndNil(MonthlyForecastAverage);
FreeAndNil(DailyForecastAverage);
FreeAndNil(ProbabilityDry2);
FreeAndNil(StationsZero);

end; {procedure TRandVar.DestroyNodeTMatrix}

{TStochasticModel}

procedure TStochasticModel.CreateModelTMatrix;
begin
  H_CrossCovY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  CrossCovY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  CrossCoreY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  H_CrossCoreY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  C_CrossCovY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  C_CrossCoreY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  C_CrossCovTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  C_CrossCoreTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  H_CrossCovTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  CrossCovTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  CrossCoreTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  H_CrossCoreTranY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  H_CrossCovX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
  CrossCovX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);

```

CrossCoreIX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 H_CrossCoreIX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 C_CrossCovX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 C_CrossCoreIX := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 H_CrossCovZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο δειγματικών
ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 H_CrossCoreIZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο δειγματικών
ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 CrossCovZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο ετεροσυσχετίσεων
μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 CrossCoreIZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {δειγματικό ετεροσυσχετόγραμμα
μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 C_CrossCovZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο θεωρητικών
ετεροσυσχετίσεων μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 C_CrossCoreIZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {θεωρητικό ετεροσυσχετόγραμμα
μεταβλητών υψηλού επιπέδου}
 S_CrossCovTranY := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods, S.VarCount,
S.VarCount);
 S_CrossCovY := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 S_CrossCovX := TMatrix4D.Create(S.Num_Timeseries, S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 S_CrossCovZ := TMatrix3D.Create(S.Num_Timeseries, S.VarCount, S.VarCount);
 {Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}
 aY := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {μητρώο συντελεστών του t-1 βήματος, στο
οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}
 VY := TMatrix.Create(S.VarCount, 31); {διάνυσμα τυχαίων όρων}
 bVY := TMatrix.Create(S.VarCount, 31); {διάνυσμα b*V}
 bY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 {Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών ημερήσιου βήματος}
 bbTY := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 c1Y := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);
 hY := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {διαγώνιο μητρώο h := diag (1/sqrt(c11) , ...,
1/sqrt(cnn))}
 fY := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {μητρώο $\phi := h^{(3)} * (\mu_3[Y] - \mu_3[aZ])$ }

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

a := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {μητρώο συντελεστών του t-1 βήματος, στο οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}

V := TVector.Create(S.VarCount); {διάνυσμα τυχαίων όρων}

bV := TVector.Create(S.VarCount); {διάνυσμα b*V}

b := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

bbT := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);

c1 := TMatrix3D.Create(S.Subperiods, S.VarCount, S.VarCount);

h := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {διαγώνιο μητρώο h := diag (1/sqrt(c11) , ..., 1/sqrt(cnn))}

f := TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods); {μητρώο $\phi := h^{(3)} * (\mu_3[Y] - \mu_3[aZ])$ }

{Σφάλμα διάσπασης μητρώου συνδιασπορών}

Decomposition_error:= TVector.Create(S.Subperiods+1);

DDecomposition_error:= TVector.Create(S.Subperiods+1);

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

aZ := TVector.Create(S.VarCount); {διάνυσμα συντελεστών του t-1 βήματος, στο οποίο φυλάμε μόνο τη διαγώνιο}

bZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο b του μοντέλου PAR(1)}

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών υψηλού επιπέδου}

bbTZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο c := Cov[Y,Y]-a*Cov[Z,Z]*a^T = b*b^T}

hZ := TVector.Create(S.VarCount); {διάνυσμα h := diag (1/sqrt(c11) , ..., 1/sqrt(cnn))}

c1Z := TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount); {μητρώο c' := h*c*h = b'*b'^T}

fZ := TVector.Create(S.VarCount); {διάνυσμα $\phi := h^{(3)} * (\mu_3[Y] - \mu_3[aZ])$ }

{Παράμετροι που χρησιμοποιούνται στην αριθμητική εκτίμηση των συντελεστών α του μοντέλου SMA}

p := TMatrix.Create(S.Length_a+1, S.Length_a+1);

p1 := TVector.Create(S.Length_a+1); {η πρώτη σειρά του p}

zeta := TVector.Create(S.Length_a+1); {διάνυσμα παραμέτρων $\zeta=[a_0, \dots, a_n]$ }

theta := TVector.Create(S.Length_a+1); {διάνυσμα συντελεστών $\theta=[\gamma_0, \dots, \gamma_n]$ }

```

q := TMatrix.Create(S.Length_a+1, S.Length_a+1); {μητρώο μερικών παραγώγων d(ρζ)/dζ}
q1 := TVector.Create(S.Length_a+1); {η πρώτη σειρά του q}
{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών SMA}
W := TMatrix.Create(S.VarCount, S.SyntheticPeriods+2*S.Length_a); {μητρώο τυχαίων όρων}
VZ := TMatrix.Create(S.VarCount, S.SyntheticPeriods+2*S.Length_a); {V = b*W}
end; {procedure TStochasticModel.CreateModelTMatrix}

```

```

procedure TStochasticModel.DestroyModelTMatrix;

```

```

begin

```

```

FreeAndNil(H_CrossCovY);
FreeAndNil(H_CrossCoreY);
FreeAndNil(H_CrossCovTranY);
FreeAndNil(H_CrossCoreTranY);
FreeAndNil(CrossCovY);
FreeAndNil(CrossCoreY);
FreeAndNil(C_CrossCovY);
FreeAndNil(C_CrossCoreY);

```

```

FreeAndNil(H_CrossCovTranY);
FreeAndNil(H_CrossCoreTranY);
FreeAndNil(CrossCovTranY);
FreeAndNil(CrossCoreTranY);

```

```

FreeAndNil(H_CrossCovX);
FreeAndNil(H_CrossCoreX);
FreeAndNil(CrossCovX);
FreeAndNil(CrossCoreX);
FreeAndNil(C_CrossCovX);
FreeAndNil(C_CrossCoreX);

```

FreeAndNil(H_CrossCovZ);
FreeAndNil(CrossCovZ);
FreeAndNil(CrossCorelZ);
FreeAndNil(H_CrossCorelZ);
FreeAndNil(C_CrossCovZ);
FreeAndNil(C_CrossCorelZ);

FreeAndNil(S_CrossCovY);
FreeAndNil(S_CrossCovTranY);
FreeAndNil(S_CrossCovX);
FreeAndNil(S_CrossCovZ);

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

FreeAndNil(aY);
FreeAndNil(VY);
FreeAndNil(bVY);

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

FreeAndNil(bY);
FreeAndNil(bbTY);
FreeAndNil(c1Y);

FreeAndNil(hY);
FreeAndNil(fY);

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

FreeAndNil(a);
FreeAndNil(V);
FreeAndNil(bV);

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

FreeAndNil(b);

FreeAndNil(bbT);

FreeAndNil(c1);

FreeAndNil(h);

FreeAndNil(f);

FreeAndNil(Decomposition_error);

FreeAndNil(DDecomposition_error);

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών PAR(1)}

FreeAndNil(aZ);

FreeAndNil(bZ);

{Παράμετροι υπολογισμού μητρώου b μεταβλητών υψηλού επιπέδου}

FreeAndNil(bbTZ);

FreeAndNil(hZ);

FreeAndNil(c1Z);

FreeAndNil(fZ);

{Παράμετροι που χρησιμοποιούνται στην αριθμητική εκτίμηση των συντελεστών α του μοντέλου SMA}

FreeAndNil(p);

FreeAndNil(p1);

FreeAndNil(zeta);

FreeAndNil(theta);

FreeAndNil(q);

FreeAndNil(q1);

{Παράμετροι μοντέλου παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών SMA}

FreeAndNil(W);

FreeAndNil(VZ);

end; {procedure TStochasticModel.DestroyModelTMatrix}

{TGlobal}

resourcestring

rsAnnualMonth = 'Annual';

procedure TGlobal.UpdateMonthNames;

var

i: Integer;

begin

for i := 1 to 12 do

if i<=S.HYearStartingMonth then

begin

G.month[i+(12-S.HYearStartingMonth)] := ShortMonthNames[i];

G.Longmonth[i+(12-S.HYearStartingMonth)] := LongMonthNames[i];

end else begin

G.Month[i-S.HYearStartingMonth] := ShortMonthNames[i];

G.Longmonth[i-S.HYearStartingMonth] := LongMonthNames[i];

end;

G.month[13]:=rsAnnualMonth;

end;

constructor TGlobal.Create;

begin

```

inherited Create;
ProgressIndicator := nil;
end;

function TGlobal.FloatToStrDec(Number:Real; Digits:Integer):String;
begin
    Result := FloatToStrF(Number, ffFixed, 15, Digits);
end; {function TGlobal.FloatToStrDec}

resourcestring
    rsStringNotInteger = '%s is not a valid integer number representation.';
    rsIntegerNumberOutOfRange = 'Integer number %d is out of range %d ... %d .';

function TGlobal.StrToIntRange(const S: string; Min, Max: Integer): Integer;
begin
    try
        Result := StrToInt(S);
    except
        raise ETypeInvalid.CreateFmt(rsStringNotInteger, [S]);
    end;
    if (Result <= Min) or (Result >= Max) then
        raise ERangeError.CreateFmt(rsIntegerNumberOutOfRange, [Result, Min, Max]);
    end;

resourcestring
    rsStringNotFloat = '%s is not a valid floating point number representation.';
    rsFloatNumberOutOfRange = 'Real number %f is out of range %f ... %f .';

function TGlobal.StrToRealRange(const S: string; Min, Max: Real): Real;
begin

```

```

try
  Result := StrToFloat(S);
  If (Result <= Min) or (Result >= Max) then
    raise ERangeError.CreateFmt(rsFloatNumberOutOfRange,[Result, Min, Max]);
except
  raise ETypeInvalid.CreateFmt(rsStringNotFloat, [S]);
end;
end;

```

```

function TGlobal.HydrologicYearStr(year: Integer): string;
var
  yy: Integer;
  str: String;
begin
  if S.HYearStartingMonth=0 then
    begin
      Result := IntToStr(year);
      Exit;
    end;
  yy:=year mod 100;
  str:=IntToStr(year)+'-';
  If yy=99 then str:=str+'00' else if yy<9 then str:=str+'0'+IntToStr(yy+1) else
  str:=str+IntToStr(yy+1);
  Result:=str;
end;

end.

```

A.3 Unit “Statistics”

```
{*****}  
{   Thelma library, Castalia, National Technical University of Athens   }  
{*****}
```

unit Statistics;

interface

uses cTypes, Matrix, DKMath, math;

procedure YMean(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);

procedure YExtreme(var Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; var Result1, Result2:TVector);

procedure YVariance(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; YMean:TVector; Biased:Boolean; Result:TVector);

procedure YThirdMoment(Data:TMatrix3D; YMean:TVector; Biased:Boolean; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);

procedure YSkewness(Moment3,YVariance:TVector; Result:TVector);

procedure YAutoCovariance1(Data:TMatrix3D; Biased:Boolean; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector); {Υπολογισμός αυτοσυνδιασποράς για lag1}

procedure YAutoCovariance2(Data:TMatrix3D; var YMean:TVector; Biased:Boolean; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);

procedure YCrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1, Result2:TMatrix3D);

procedure YTranCrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1, Result2:TMatrix3D);

procedure YSyntheticCrossCovariance(Subperiods, Locations, SeriesNumber:Integer; Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);

procedure YTranSyntheticCrossCovariance(Subperiods, Locations, SeriesNumber:Integer; Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);

procedure DryPossibility(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);

procedure SyntheticDryPossibility(Data:TMatrix3D; Result:TVector);

```

procedure PowerTransformation(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY;
DailyHasPowerTransformation:Boolean; DailyPowerTransformation:Real; Result:TMatrix3D);
procedure ProbabilityDry2Calculate(Lamdaprobabil:Real; dryposs:TVector; Result:TVector);

procedure Mean(Data:TMatrix; Result:TVector);
procedure Extreme(var Data:TMatrix; var Result1,Result2:TVector);
procedure Variance(var Data:TMatrix; var Mean:TVector; Biased:Boolean; var Result:TVector);
procedure ThirdMoment(Data:TMatrix; Mean:TVector; Biased:Boolean; Result:TVector);
procedure Skewness(Moment3,Variance:TVector; Result:TVector);
procedure AutoCovariance1(Data:TMatrix; Biased:Boolean; Result:TVector);
procedure AutoCovariance2(var Data:TMatrix; var Mean:TVector; Biased:Boolean; var
Result:TVector);
procedure CrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1,
Result2:TMatrix3D);
procedure SyntheticCrossCovariance(Subperiods,Locations,SeriesNumber:Integer;
Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);

procedure ZMean(Data:TVector; var Result:Real);
procedure ZExtreme(Data:TVector; var min,max:Real);
procedure ZVariance(var Data:TVector; Mean:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
procedure ZSkewness(Data:TVector; Mean, Variance:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
procedure ZAutoCovariance1(Data:TVector; Biased:Boolean; var Result:Real);
procedure ZAutoCovariance2(Data:TVector; Mean:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
procedure ZAutoCovariance(Data:TVector; Biased:Boolean; Result:TVector);
procedure ZCrossCovariance(Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1, Result2:TMatrix);
procedure SyntheticCrossCovarianceZ(Locations,SeriesNumber:Integer; Biased:Boolean;
Result:TMatrix);
procedure PowerSpectrum(var Data:TVector; var Result:TVector);

function Cholesky(var X:TMatrix):Boolean; {Η συνάρτηση ελέγχει αν ο πίνακας X είναι θετικά
ορισμένος}
function PowerOfTwo(number:Integer):Boolean;

```

```

procedure FFT(Inverse:Boolean; nn:Integer; var Data:TVector);
procedure RealFFT(Inverse:Boolean; n:Integer; var Data:TVector);

function nrnd(mi,sigma:Real):Real;
function grnd(kapa,lamda:Real):Real;
function GammaGenerator(kapa, lamda, c: Real):Real;

function Rippl(var Data: TVector):Real;
function Hurst(var Data:TVector; nsize:Integer):Real;
function Hurst1(Data: TVector; p, q: Real; var H1, S1, Weight: Real; RepNum: Integer): Boolean;

procedure Sort(n: Integer; var ra, index: TVector);
procedure QuickSort(var a: array of Real; lo, hi: Integer);

```

implementation

```

{*****}
{**** Στατιστικές συναρτήσεις μεταβλητών ημερήσιου βήματος ****}
{*****}

```

```

procedure YMean(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);
var
  i,j,d: Integer;
  Periods, PeriodsY: Integer;
  sum: Real;
begin
  Periods:= Data.Count;
  For j:= 1 to 12 do

```

```

begin
  sum:=0; PeriodsY:=0;
  For i:=1 to Periods do
    begin
      for d := 1 to DaysInY[i-1][j] do
        If Data[i].e[j,d]>-99 then
          begin
            sum:=sum + Data[i].e[j,d];
            Inc(PeriodsY);
          end;
        end;
      Result.e[j]:=sum/PeriodsY;
    end;
  end; {procedure YMean}

```

```

procedure YExtreme(var Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; var Result1, Result2:TVector);
var
  i,j,k: Integer;
  Subperiods: Integer;
  min, max: Real;
begin
  Subperiods:=12;
  For j:=1 to Subperiods do
    begin
      max:=0; min:=100000000;
      For i:=1 to Data.Count do
        begin
          for k := 1 to DaysInY[i-1][j] do
            begin

```

```

    If (Data[i].e[j,k]>-99) and (Data[i].e[j,k]<min) then min:=Data[i].e[j,k];
    If Data[i].e[j,k]>max then max:=Data[i].e[j,k];
end;
end;
Result1.e[j]:=min;
Result2.e[j]:=max;
end;
end; {procedure YExtreme}

```

```

procedure YVariance({var} Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; {var} YMean:TVector;
Biased:Boolean; {var} Result:TVector);
var
i,j,d: Integer;
PeriodsY, Subperiods: Integer;
sum: Real;
begin
Subperiods:=12;
For j:=1 to Subperiods do
begin
sum:=0; PeriodsY:=0;
For i:=1 to Data.Count do
begin
for d := 1 to DaysInY[i-1][j] do
If Data[i].e[j,d]>-99 then
begin
sum:=sum + SQR(Data[i].e[j,d]-YMean.e[j]);
Inc(PeriodsY);
end;
end;
end;
end;
end;

```



```

    If not Biased then Result.e[j]:=sum/(PeriodsY-1)
        else Result.e[j]:=sum/PeriodsY;
    end;
end; {procedure YVariance}

```

```

procedure YCrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1,
Result2:TMatrix3D);

```

```

var

```

```

    N1, N2: TRandVar;

```

```

    k1, k2: Integer;

```

```

    av1, av2: Real;

```

```

    first1, last1, first2: Integer;

```

```

    CommonPeriods, NotNilPeriods: Integer;

```

```

    i, j, k: Integer;

```

```

    sum1, sum2, sum3: Real;

```

```

begin

```

```

    {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια
    διαγώνιο και πάνω}

```

```

    For k1:=1 to Locations do

```

```

        For k2:=k1 to Locations do

```

```

            begin

```

```

                N1:=NodeList[k1-1];

```

```

                N2:=NodeList[k2-1];

```

```

                first1:=1; last1:=N1.Periods; first2:=1;

```

```

                If N1.StartPeriod<N2.StartPeriod then first1:= N2.StartPeriod-N1.StartPeriod+1

```

```

                    else first2:= N1.StartPeriod-N2.StartPeriod+1;

```

```

                If N1.EndPeriod>N2.EndPeriod then last1:= N1.Periods - (N1.EndPeriod - N2.EndPeriod);

```

```
CommonPeriods:= last1 - first1 + 1;
```

{Υπολογισμός ετεροσυσχετίσεων, με βάση μόνο το δείγμα των κοινών και μη κενών περιόδων}

```
For j:=1 to Subperiods do
```

```
begin
```

```
av1:=0; av2:=0; sum1:=0; sum2:=0; sum3:=0; NotNilPeriods:=0;
```

```
For i:=0 to CommonPeriods-1 do
```

```
begin
```

```
for k:=1 to N1.DaysInY[i][j] do
```

```
if (N1.Y[first1+i].e[j,k]>-99) and (N2.Y[first2+i].e[j,k]>-99) then
```

```
begin
```

```
NotNilPeriods:= NotNilPeriods + 1;
```

```
av1:= av1 + N1.Y[first1+i].e[j,k];
```

```
av2:= av2 + N2.Y[first2+i].e[j,k];
```

```
end;
```

```
end;
```

```
av1:=av1/NotNilPeriods;
```

```
av2:=av2/NotNilPeriods;
```

```
for i:=0 to CommonPeriods-1 do
```

```
begin
```

```
for k:=1 to N1.DaysInY[i][j] do
```

```
if (N1.Y[first1+i].e[j,k]>-99) and (N2.Y[first2+i].e[j,k]>-99) then
```

```
begin
```

```
sum1:= sum1 + (N1.Y[first1+i].e[j,k]-av1)*(N2.Y[first2+i].e[j,k]-av2);
```

```
sum2:= sum2 + SQR(N1.Y[first1+i].e[j,k]-av1);
```

```

    sum3:= sum3 + SQR(N2.Y[first2+i].e[j,k]-av2);
end;
end;

If not Biased then Result1[j-1].e[k1,k2]:=S.IncCovar*sum1/(NotNilPeriods-1)
    else Result1[j-1].e[k1,k2]:=S.IncCovar*sum1/NotNilPeriods;

Result2[j-1].e[k1,k2]:=S.IncCovar*sum1/SQRT(sum2*sum3)

end; {For j:=1 to Subperiods do}
end;

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της
συμμετρίας}
For k1:=2 to Locations do
    For k2:=1 to k1-1 do
        For j:=1 to Subperiods do
            begin
                Result1[j-1].e[k1,k2]:=Result1[j-1].e[k2,k1];
                Result2[j-1].e[k1,k2]:=Result2[j-1].e[k2,k1];
            end;
        end;
    end;
end;{procedure YCrossCovariance}

procedure YTranCrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1,
Result2:TMatrix3D);
var
    N1, N2: TRandVar;
    k1, k2: Integer;
    av1, av2: Real;
    first1, last1, first2: Integer;

```

```

CommonPeriods, NotNilPeriods: Integer;
i, j, k, days: Integer;
sum1, sum2, sum3: Real;
begin
  {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια
  διαγώνιο και πάνω}
  For k1:=1 to Locations do
    For k2:=k1 to Locations do
      begin
        N1:=NodeList[k1-1];
        N2:=NodeList[k2-1];

        first1:=1; last1:=N1.Periods; first2:=1;

        If N1.StartPeriod<N2.StartPeriod then first1:= N2.StartPeriod-N1.StartPeriod+1
          else first2:= N1.StartPeriod-N2.StartPeriod+1;
        If N1.EndPeriod>N2.EndPeriod then last1:= N1.Periods - (N1.EndPeriod - N2.EndPeriod);

        CommonPeriods:= last1 - first1 + 1;

        {Υπολογισμός ετεροσυσχετίσεων, με βάση μόνο το δείγμα των κοινών και μη κενών
        περιόδων}
        For j:=1 to Subperiods do
          begin

            av1:=0; av2:=0; sum1:=0; sum2:=0; sum3:=0; NotNilPeriods:=0;

            For i:=0 to CommonPeriods-1 do
              begin
                for k:=1 to N1.DaysInY[i][j] do
                  If (N1.YTran[first1+i].e[j,k]>-99) and (N2.YTran[first2+i].e[j,k]>-99) then

```

```

begin
  NotNilPeriods:= NotNilPeriods + 1;
  av1:= av1 + N1.YTran[first1+i].e[j,k];
  av2:= av2 + N2.YTran[first2+i].e[j,k];
end;
end;

av1:=av1/NotNilPeriods;
av2:=av2/NotNilPeriods;

for i:=0 to CommonPeriods-1 do
begin
  for k:=1 to N1.DaysInY[i][j] do
  if (N1.YTran[first1+i].e[j,k]>-99) and (N2.YTran[first2+i].e[j,k]>-99) then
  begin
    sum1:= sum1 + (N1.YTran[first1+i].e[j,k]-av1)*(N2.YTran[first2+i].e[j,k]-av2);
    sum2:= sum2 + SQR(N1.YTran[first1+i].e[j,k]-av1);
    sum3:= sum3 + SQR(N2.YTran[first2+i].e[j,k]-av2);
  end;
end;

If not Biased then Result1[j-1].e[k1,k2]:= S.IncCovar*sum1/(NotNilPeriods-1)
  else Result1[j-1].e[k1,k2]:= S.IncCovar*sum1/NotNilPeriods;

Result2[j-1].e[k1,k2]:= S.IncCovar*sum1/SQRT(sum2*sum3)

end; {For j:=1 to Subperiods do}
end;

```

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της συμμετρίας}

For k1:=2 to Locations do

For k2:=1 to k1-1 do

For j:=1 to Subperiods do

begin

Result1[j-1].e[k1,k2]:=Result1[j-1].e[k2,k1];

Result2[j-1].e[k1,k2]:=Result2[j-1].e[k2,k1];

end;

end;{procedure YTranCrossCovariance}

procedure YSyntheticCrossCovariance(Subperiods, Locations, SeriesNumber:Integer;
Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);

var

N1, N2: TRandVar;

k1, k2: Integer;

i, j, d, PeriodsY: Integer;

sum: Real;

begin

{Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια διαγώνιο και πάνω}

For j:=1 to Subperiods do

For k1:=1 to Locations do

For k2:=k1 to Locations do

begin

N1:=NodeList[k1-1];

N2:=NodeList[k2-1];

sum:=0; PeriodsY:=0;

```

For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
begin
for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
begin
sum:=sum + (N1.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]-
N1.S_meany[SeriesNumber].e[j])*(N2.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]-
N2.S_meany[SeriesNumber].e[j]);
Inc(PeriodsY);
end;
end;
If not Biased then Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/(PeriodsY-1)
else Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/PeriodsY;
end; {For j:=1 to Subperiods do}

```

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της συμμετρίας}

```

For k1:=2 to Locations do
For k2:=1 to k1-1 do
For j:=1 to Subperiods do Result[j-1].e[k1,k2]:=Result[j-1].e[k2,k1];

```

```

end; {procedure YSyntheticCrossCovariance}

```

```

procedure YTranSyntheticCrossCovariance(Subperiods, Locations, SeriesNumber:Integer;
Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);

```

```

var

```

```

N1, N2: TRandVar;

```

```

k1, k2: Integer;

```

```

i, j, d, PeriodsY: Integer;

```

```

sum: Real;

```

```

begin

```

{Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια διαγώνιο και πάνω}

```
For j:=1 to Subperiods do
For k1:=1 to Locations do
  For k2:=k1 to Locations do
    begin
      N1:=NodeList[k1-1];
      N2:=NodeList[k2-1];
      sum:=0; PeriodsY:=0;
      For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
        begin
          for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
            begin
              sum:=sum + (N1.YTranSynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]-
N1.S_meanTrany[SeriesNumber].e[j])*(N2.YTranSynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]-
N2.S_meanTrany[SeriesNumber].e[j]);
              Inc(PeriodsY);
            end;
          end;
        If not Biased then Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/(PeriodsY-1)
          else Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/PeriodsY;
        end; {For j:=1 to Subperiods do}
```

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της συμμετρίας}

```
For k1:=2 to Locations do
  For k2:=1 to k1-1 do
    For j:=1 to Subperiods do Result[j-1].e[k1,k2]:=Result[j-1].e[k2,k1];

end; {procedure YTranSyntheticCrossCovariance}
```



```

procedure YThirdMoment(Data:TMatrix3D; YMean:TVector; Biased:Boolean; var
DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);

var
  i,j,k: Integer;
  PeriodsY, Subperiods: Integer;
  sum: Real;
begin
  Subperiods:=12;
  For j:=1 to Subperiods do
    begin
      sum:=0; PeriodsY:=0;
      For i:=1 to Data.Count do
        begin
          for k := 1 to DaysInY[i-1][j] do
            If Data[i].e[j,k]>99 then
              begin
                sum:=sum + IntRaise(Data[i].e[j,k]-YMean.e[j], 3);
                PeriodsY:=PeriodsY+1;
              end;
            end;
          If not Biased then Result.e[j]:=sum*PeriodsY/((PeriodsY-1)*(PeriodsY-2))
            else Result.e[j]:=sum/PeriodsY;
          end;
        end;
      end; {procedure YThirdMoment}
end;

```

```

procedure YSkewness(Moment3,YVariance:TVector; Result:TVector);

var
  j: Integer;

```

```

Subperiods: Integer;
begin
  Subperiods:=Result.RowCount;
  For j:=1 to Subperiods do Result.e[j]:=RealRaise(S.IncCovar,
3/2)*Moment3.e[j]/RealRaise(YVariance.e[j], 3/2)
end; {procedure YSkewness}

procedure YAutoCovariance1(Data:TMatrix3D; Biased:Boolean; var DaysInY:TDaysInY;
Result:TVector);
var
  i,j,k: Integer;
  PeriodsY, Subperiods: Integer;
  sum: Real;
  av1,av2: Real;
begin
  Subperiods:=Data[1].RowCount;

  For j:=1 to Subperiods do
  begin
    av1:=0; av2:=0; sum:=0; PeriodsY:=0;

    For i:=1 to Data.Count do
    begin
      for k := 2 to DaysInY[i-1][j] do
      If (Data[i].e[j,k]>-99) and (Data[i].e[j,k-1]>-99) then
      begin
        av1:= av1 + Data[i].e[j,k];
        av2:= av2 + Data[i].e[j,k-1];
        Inc(PeriodsY);
      end;
    end;
  end;

```

```

end;

av1:=av1/PeriodsY;
av2:=av2/PeriodsY;

For i:=1 to Data.Count do
begin
for k := 2 to DaysInY[i-1][j] do
If (Data[i].e[j,k]>-99) and (Data[i].e[j,k-1]>-99) then
sum:=sum + (Data[i].e[j,k]-av1)*(Data[i].e[j,k-1]-av2);
end;

If not Biased then Result.e[j]:=(S.IncCovar*S.IncCovar)*sum/(PeriodsY-1) {Υπολογισμός
αυτοσυνδιασποράς για lag1}
else Result.e[j]:=(S.IncCovar*S.IncCovar)*sum/PeriodsY;
end; {j:=1 to Subperiods do}

end; {procedure YAutoCovariance1}

procedure YAutoCovariance2(Data:TMatrix3D; var YMean:TVector; Biased:Boolean; var
DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);
var
i,j,k: Integer;
PeriodsY, Subperiods: Integer;
sum: Real;
av1,av2: Real;
begin
Subperiods:=Data[0].Rowcount;

For j:=1 to Subperiods do

```

```

begin
  av1:=0; av2:=0; sum:=0; PeriodsY:=0;

  For i:=1 to Data.Count do
    begin
      for k := 3 to DaysInY[i-1][j] do
        If (Data[i].e[j,k]>-99) and (Data[i].e[j,k-2]>-99) then
          begin
            av1:= av1 + Data[i].e[j,k];
            av2:= av2 + Data[i].e[j,k-2];
            PeriodsY:=PeriodsY+1;
          end;
        end;
      end;

      av1:=av1/PeriodsY;
      av2:=av2/PeriodsY;

      For i:=1 to Data.Count do
        begin
          for k := 3 to DaysInY[i-1][j] do
            If (Data[i].e[j,k]>-99) and (Data[i].e[j,k-2]>-99) then
              sum:=sum + (Data[i].e[j,k]-av1)*(Data[i].e[j,k-2]-av2);
            end;

            If not Biased then Result.e[j]:=sum/(PeriodsY-2)
              else Result.e[j]:=sum/PeriodsY;
          end;
        end;
      end; {procedure YAutoCovariance2}

```

```
procedure DryPossibility(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY; Result:TVector);
```

```
var
```

```
  i,j,k, PeriodsY: Integer;
```

```
  Subperiods: Integer;
```

```
  Pdry: Integer;
```

```
begin
```

```
  Subperiods:=12;
```

```
  for j:=1 to Subperiods do
```

```
    begin
```

```
      Pdry:=0; PeriodsY:=0;
```

```
      for i:=1 to Data.Count do
```

```
        begin
```

```
          for k := 1 to DaysInY[i-1][j] do
```

```
            If Data[i].e[j,k]>-99 then
```

```
              begin
```

```
                Inc(PeriodsY);
```

```
                if Data[i].e[j,k]=0 then Inc(Pdry);
```

```
              end;
```

```
            end;
```

```
            if PeriodsY>0 then Result[j]:=Pdry/PeriodsY else Result[j] := 1;
```

```
          end;
```

```
        end;
```

```
procedure SyntheticDryPossibility(Data:TMatrix3D; Result:TVector);
```

```
var
```

```
  i,j,d, Yperiods: Integer;
```

```
  Pdry: Integer;
```

```
  Increase: boolean;
```

```
begin
```

```

For j:=1 to S.Subperiods do
begin
  Pdry:=0; YPeriods:=0;

  for i:=1 to S.SyntheticPeriods do
  begin
    for d := 1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
    begin
      increase:=false;
      Inc(Yperiods);
      if Data[i].e[j,d]>-99 then
      begin
        if (Data[i].e[j,d]>=0) and (Data[i].e[j,d]<=0.1) then increase:=true;
        if (Data[i].e[j,d]>0) and (Data[i].e[j,d]<=S.ThresholdDry) and (random<=S.PossDry) then
increase:=true;
          if increase then Inc(Pdry);
        end;
      end;
    end;
    Result[j]:=Pdry/Yperiods;
  end; {For j:=1 to Subperiods do}
end; {procedure SyntheticDryPossibility}

```

```

procedure PowerTransformation(Data:TMatrix3D; var DaysInY:TDaysInY;
DailyHasPowerTransformation:Boolean; DailyPowerTransformation:Real; Result:TMatrix3D);
{Μετασχηματισμός Δύναμης Ιστορικών Δεδομένων}
var
d, j, i: Integer;
begin
  if (DailyPowerTransformation<>0) and (DailyHasPowerTransformation) then

```

```

begin
  for j := 1 to 12 do
    for i := 1 to Data.Count do
      for d:=1 to DaysInY[i-1][j] do
        if Data[i].e[j,d]>-99 then Result[i].e[j,d]:= RealRaise(Data[i].e[j,d],
DailyPowerTransformation);
      end;
    end;
  end; {procedure PowerTransformation}

```

```

procedure ProbabilityDry2Calculate(Lamdaprobabil:Real; dryposs:TVector; Result:TVector);
{Υπολογισμός πιθανότητας ξηράς περιόδου}
var
  j: Integer;
begin
  for j := 1 to 12 do
    if (Lamdaprobabil<=0) then Result[j]:=0
  // else if (Lamdaprobabil>10) then Result[j]:=dryposs[j]
    else
      Result[j]:=(Lamdaprobabil)*(dryposs[j]);
    end; {procedure ProbabilityDry2Calculate}

```

```

{*****}
{***** Στατιστικές συναρτήσεις μεταβλητών μηνιαίου βήματος *****}
{*****}

```

```

procedure Mean(Data:TMatrix; Result:TVector);
var

```

```

i,j: Integer;
Periods, Subperiods: Integer;
sum: Real;
begin
  Subperiods:=Data.ColCount;
  For j:=1 to Subperiods do
    begin
      sum:=0; Periods:=0;
      For i:=1 to Data.RowCount do
        If Data.e[i,j]>-.99 then
          begin
            sum:=sum + Data.e[i,j];
            Periods:=Periods+1;
          end;
        Result.e[j]:=sum/Periods;
      end;
    end; {procedure Mean}

```

```

procedure Extreme(var Data:TMatrix; var Result1, Result2:TVector);
var
  i,j: Integer;
  Periods, Subperiods: Integer;
  min, max: Real;
begin
  Periods:=Data.RowCount;
  Subperiods:=Data.ColCount;
  For j:=1 to Subperiods do
    begin
      max:=0; min:=100000000;

```



```

For i:=1 to Periods do
begin
  If (Data.e[i,j]>-99) and (Data.e[i,j]<min) then min:=Data.e[i,j];
  If Data.e[i,j]>max then max:=Data.e[i,j];
end;
Result1.e[j]:=min;
Result2.e[j]:=max;
end;
end; {procedure Extreme}

```

```

procedure Variance(var Data:TMatrix; var Mean:TVector; Biased:Boolean; var Result:TVector);
var
  i,j: Integer;
  Periods, Subperiods: Integer;
  sum: Real;
begin
  Subperiods:=Data.ColCount;
  For j:=1 to Subperiods do
  begin
    sum:=0; Periods:=0;
    For i:=1 to Data.RowCount do
      If Data.e[i,j]>-99 then
      begin
        sum:=sum + SQR(Data.e[i,j]-Mean.e[j]);
        Periods:=Periods+1;
      end;
    If not Biased then Result.e[j]:=sum/(Periods-1)
      else Result.e[j]:=sum/Periods;
  end;
end;

```

```
end; {procedure Variance}
```

```
procedure CrossCovariance(Subperiods,Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1,  
Result2:TMatrix3D);
```

```
var
```

```
  N1, N2: TRandVar;
```

```
  k1, k2: Integer;
```

```
  av1, av2: Real;
```

```
  first1, last1, first2: Integer;
```

```
  CommonPeriods, NotNilPeriods: Integer;
```

```
  i, j: Integer;
```

```
  sum1, sum2, sum3: Real;
```

```
begin
```

```
  {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια  
  διαγώνιο και πάνω}
```

```
  For k1:=1 to Locations do
```

```
    For k2:=k1 to Locations do
```

```
      begin
```

```
        N1:=NodeList[k1-1];
```

```
        N2:=NodeList[k2-1];
```

```
        first1:=1; last1:=N1.Periods; first2:=1;
```

```
        If N1.StartPeriod<N2.StartPeriod then first1:= N2.StartPeriod-N1.StartPeriod+1
```

```
            else first2:= N1.StartPeriod-N2.StartPeriod+1;
```

```
        If N1.EndPeriod>N2.EndPeriod then last1:= N1.Periods - (N1.EndPeriod - N2.EndPeriod);
```

```
        CommonPeriods:= last1 - first1 + 1;
```

{Υπολογισμός ετεροσυσχετίσεων, με βάση μόνο το δείγμα των κοινών και μη κενών περιόδων}

For j:=1 to Subperiods do

begin

av1:=0; av2:=0; sum1:=0; sum2:=0; sum3:=0; NotNilPeriods:=0;

For i:=0 to CommonPeriods-1 do

If (N1.X.e[first1+i,j]>-99) and (N2.X.e[first2+i,j]>-99) then

begin

NotNilPeriods:= NotNilPeriods + 1;

av1:= av1 + N1.X.e[first1+i,j];

av2:= av2 + N2.X.e[first2+i,j];

end;

av1:=av1/NotNilPeriods;

av2:=av2/NotNilPeriods;

For i:=0 to CommonPeriods-1 do

If (N1.X.e[first1+i,j]>-99) and (N2.X.e[first2+i,j]>-99) then

begin

sum1:= sum1 + (N1.X.e[i+first1,j]-av1)*(N2.X.e[i+first2,j]-av2);

sum2:= sum2 + SQR(N1.X.e[i+first1,j]-av1);

sum3:= sum3 + SQR(N2.X.e[i+first2,j]-av2);

end;

If not Biased then Result1[j-1].e[k1,k2]:=sum1/(NotNilPeriods-1)

else Result1[j-1].e[k1,k2]:=sum1/NotNilPeriods;

Result2[j-1].e[k1,k2]:=sum1/SQRT(sum2*sum3)

```

    end; {For j:=1 to Subperiods do}
end;

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της
συμμετρίας}
For k1:=2 to Locations do
  For k2:=1 to k1-1 do
    For j:=1 to Subperiods do
      begin
        Result1[j-1].e[k1,k2]:=Result1[j-1].e[k2,k1];
        Result2[j-1].e[k1,k2]:=Result2[j-1].e[k2,k1];
      end;
    end;
  end;
end; {procedure CrossCovariance}

```

```

procedure SyntheticCrossCovariance(Subperiods, Locations, SeriesNumber:Integer;
Biased:Boolean; Result:TMatrix3D);
var
  N1, N2: TRandVar;
  k1, k2: Integer;
  i, j: Integer;
  sum: Real;
begin
  {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια
διαγώνιο και πάνω}
  For j:=1 to Subperiods do
    For k1:=1 to Locations do

```

```

For k2:=k1 to Locations do
begin
  N1:=NodeList[k1-1];
  N2:=NodeList[k2-1];
  sum:=0;
  For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
    sum:=sum + (N1.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j]-
N1.S_meanx[SeriesNumber].e[j])*(N2.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j]-
N2.S_meanx[SeriesNumber].e[j]);
    If not Biased then Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/(S.SyntheticPeriods-1)
      else Result[j-1].e[k1,k2]:=sum/S.SyntheticPeriods;
  end; {For j:=1 to Subperiods do}

  {Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της
  συμμετρίας}
  For k1:=2 to Locations do
    For k2:=1 to k1-1 do
      For j:=1 to Subperiods do Result[j-1].e[k1,k2]:=Result[j-1].e[k2,k1];

end; {procedure SyntheticCrossCovariance}

```

```

procedure ThirdMoment(Data:TMatrix; Mean:TVector; Biased:Boolean;
  Result:TVector);
var
  i,j: Integer;
  Periods, Subperiods: Integer;
  sum: Real;
begin
  Subperiods:=Data.Colcount;
  For j:=1 to Subperiods do

```

```

begin
  sum:=0; Periods:=0;
  For i:=1 to Data.RowCount do
    If Data.e[i,j]>-99 then
      begin
        sum:=sum + IntRaise(Data.e[i,j]-Mean.e[j], 3);
        Periods:=Periods+1;
      end;
    If not Biased then Result.e[j]:=sum*Periods/((Periods-1)*(Periods-2))
      else Result.e[j]:=sum/Periods;
  end;
end; {procedure ThirdMoment}

```

```

procedure Skewness(Moment3,Variance:TVector; Result:TVector);
var
  j: Integer;
  Subperiods: Integer;
begin
  Subperiods:=Result.RowCount;
  For j:=1 to Subperiods do
    Result.e[j]:=Moment3.e[j]/RealRaise(Variance.e[j], 3/2)
  end; {procedure Skewness}

```

```

procedure AutoCovariance1(Data:TMatrix; Biased:Boolean; Result:TVector);
var
  i,j: Integer;
  Periods, Subperiods: Integer;
  sum: Real;

```

```

av1,av2: Real;
begin
Subperiods:=Data.Colcount;

{Υπολογισμός της αυτοσυνδιασποράς 1ης τάξης για την πρώτη υποπερίοδο}
av1:=0; av2:=0; sum:=0; Periods:=0;

For i:=2 to Data.Rowcount do
If (Data.e[i,1]>-99) and (Data.e[i-1,Subperiods]>-99) then
begin
av1:= av1 + Data.e[i,1];
av2:= av2 + Data.e[i,Subperiods];
Periods:=Periods+1;
end;

av1:=av1/Periods;
av2:=av2/Periods;

For i:=2 to Data.Rowcount do
If (Data.e[i,1]>-99) and (Data.e[i-1,Subperiods]>-99) then
sum:=sum + (Data.e[i,1]-av1)*(Data.e[i-1,Subperiods]-av2);

If not Biased then Result.e[1]:=sum/(Periods-1)
else Result.e[1]:=sum/Periods;

{Υπολογισμός της αυτοσυνδιασποράς 1ης τάξης για τις υπόλοιπες υποπεριόδους}
For j:=2 to Subperiods do
begin
av1:=0; av2:=0; sum:=0; Periods:=0;

```

```

For i:=1 to Data.Rowcount do
  If (Data.e[i,j]>-99) and (Data.e[i,j-1]>-99) then
    begin
      av1:= av1 + Data.e[i,j];
      av2:= av2 + Data.e[i,j-1];
      Periods:=Periods+1;
    end;

  av1:=av1/Periods;
  av2:=av2/Periods;

  For i:=1 to Data.Rowcount do
    If (Data.e[i,j]>-99) and (Data.e[i,j-1]>-99) then
      sum:=sum + (Data.e[i,j]-av1)*(Data.e[i,j-1]-av2);

    If not Biased then Result.e[jj]:=sum/(Periods-1)
      else Result.e[jj]:=sum/Periods;
  end;

end; {procedure AutoCovariance1}

procedure AutoCovariance2(var Data:TMatrix; var Mean:TVector; Biased:Boolean; var
Result:TVector);
var
  i,j: Integer;
  Periods, Subperiods: Integer;
  sum: Real;
  av1,av2: Real;

```



```

begin
  Periods:=Data.RowCount;
  Subperiods:=Data.Colcount;

  {Υπολογισμός της αυτοσυσχέτισης 2ης τάξης για την πρώτη υποπερίοδο}
  sum:=0;
  av1:=(Periods*Mean.e[1]-Data.e[1,1])/(Periods-1);
  av2:=(Periods*Mean.e[Subperiods-1]-Data.e[Periods,Subperiods-1])/(Periods-1);
  For i:=2 to Periods do sum:= sum + (Data.e[i,1]-av1)*(Data.e[i-1,Subperiods-1]-av2);
  If not Biased then Result.e[1]:=sum/(Periods-3)
    else Result.e[1]:=sum/(Periods-1);

  {Υπολογισμός της αυτοσυσχέτισης 2ης τάξης για τη δεύτερη υποπερίοδο}
  sum:=0;
  av1:=(Periods*Mean.e[2]-Data.e[1,2])/(Periods-1);
  av2:=(Periods*Mean.e[Subperiods]-Data.e[Periods,Subperiods])/(Periods-1);
  For i:=2 to Periods do sum:= sum + (Data.e[i,2]-av1)*(Data.e[i-1,Subperiods]-av2);
  If not Biased then Result.e[2]:=sum/(Periods-3)
    else Result.e[2]:=sum/(Periods-1);

  {Υπολογισμός της αυτοσυσχέτισης 2ης τάξης για τις υπόλοιπες υποπεριόδους}
  For j:=3 to Subperiods do
  begin
    sum:=0;
    For i:=1 to Periods do sum:=sum + (Data.e[i,j]-Mean.e[j])*(Data.e[i,j-2]-Mean.e[j-2]);
    If not Biased then Result.e[j]:=sum/(Periods-2)
      else Result.e[j]:=sum/Periods;
  end;
end; {procedure AutoCovariance2}

```

```

{*****}
{***** Στατιστικές συναρτήσεις μεταβλητών ετήσιου βήματος *****}
{*****}

```

```

procedure ZMean(Data:TVector; var Result:Real);

```

```

var

```

```

  i: Integer;

```

```

  Periods: Integer;

```

```

  sum: Real;

```

```

begin

```

```

  Periods:=0;

```

```

  sum:=0;

```

```

  For i:=1 to Data.Rowcount do

```

```

    If Data.e[i]>-99 then

```

```

      begin

```

```

        sum:=sum + Data.e[i];

```

```

        Periods:=Periods+1;

```

```

      end;

```

```

  Result:=sum/Periods;

```

```

end; {procedure ZMean}

```

```

procedure ZExtreme(Data:TVector; var min,max:Real);

```

```

var

```

```

  i: Integer;

```

```

  Periods: Integer;

```

```

begin
  Periods:=Data.Rowcount;
  min:=100000000; max:=0;
  For i:=1 to Periods do
    begin
      If (Data.e[i]<min) and (Data.e[i]>-99) then min:=Data.e[i];
      If Data.e[i]>max then max:=Data.e[i];
    end;
  end; {procedure ZExtreme}

```

```

procedure ZVariance(var Data:TVector; Mean:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
var
  i: Integer;
  Periods: Integer;
  sum: Real;
begin
  Periods:=0; sum:=0;

  For i:=1 to Data.Rowcount do
    If Data.e[i]>-99 then
      begin
        sum:=sum + SQR(Data.e[i]-Mean);
        Periods:=Periods+1;
      end;

  If not Biased then Result:=sum/(Periods-1)
    else Result:=sum/Periods;

end; {procedure ZVariance}

```

```

procedure ZSkewness(Data:TVector; Mean,Variance:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
var
  i: Integer;
  Periods: Integer;
  sum: Real;
begin
  Periods:=0; sum:=0;

  For i:=1 to Data.RowCount do
  If Data.e[i]>-99 then
  begin
    sum:=sum + IntRaise(Data.e[i]-Mean, 3);
    Periods:=Periods+1;
  end;

  If not Biased then Result:=sum*Periods/((Periods-1)*(Periods-2)*RealRaise(Variance, 3/2))
    else Result:=sum/(Periods*RealRaise(Variance, 3/2));

end; {procedure ZSkewness}

```

```

procedure ZAutoCovariance1(Data:TVector; Biased:Boolean; var Result:Real);
var
  i: Integer;
  Periods: Integer;
  sum: Real;
  Mean1, Mean2: Real;
begin

```

```

Periods:=0; sum:=0; Mean1:=0; Mean2:=0;

For i:=2 to Data.Rowcount do
If (Data.e[i]>-99) and (Data.e[i-1]>-99) then
begin
    Mean1:= Mean1 + Data.e[i];
    Mean2:= Mean2 + Data.e[i-1];
    Periods:=Periods+1;
end;

Mean1:=Mean1/Periods;
Mean2:=Mean2/Periods;

For i:=2 to Data.Rowcount do
If (Data.e[i]>-99) and (Data.e[i-1]>-99) then
    sum:=sum + (Data.e[i]-Mean1)*(Data.e[i-1]-Mean2);

If not Biased then Result:=sum/(Periods-1)
    else Result:=sum/Periods;

end; {procedure ZAutoCovariance1}

procedure ZAutoCovariance2(Data:TVector; Mean:Real; Biased:Boolean; var Result:Real);
var
    i: Integer;
    Periods: Integer;
    sum: Real;
begin
    Periods:=Data.Rowcount;

```

```

sum:=0;
For i:=3 to Periods do sum:=sum + (Data.e[i]-Mean)*(Data.e[i-2]-Mean);
If not Biased then Result:=sum/(Periods-2)
    else Result:=sum/Periods;
end; {procedure ZAutoCovariance2}

```

```

procedure ZAutoCovariance(Data:TVector; Biased:Boolean; Result:TVector);
var
i, j, n: Integer;
Periods, MaxLag: Integer;
sum: Real;
Mean1, Mean2: Real;

begin
    MaxLag:=Result.Rowcount-1;
    n:=Data.Rowcount;
    For j:=1 to MaxLag-1 do Result.e[j]:=0;

    For j:=0 to MaxLag do
        begin
            sum:=0; Periods:=0; Mean1:=0; Mean2:=0;

            For i:=1 to (n-j) do
                If (Data.e[i+j]>.99) and (Data.e[i]>.99) then
                    begin
                        Mean1:= Mean1 + Data.e[i+j];
                        Mean2:= Mean2 + Data.e[i];
                        Periods:=Periods+1;
                    end;
            end;
        end;
    end;

```

```

If Periods>0 then
begin
  Mean1:=Mean1/Periods;
  Mean2:=Mean2/Periods;

  For i:=1 to (n-j) do
    If (Data.e[i+j]>-99) and (Data.e[i]>-99) then
      sum:= sum + (Data.e[i+j]-Mean1)*(Data.e[i]-Mean2);

    If Biased then Result.e[j+1]:=sum/Periods
      else Result.e[j+1]:=sum/(Periods-j);
  end
else Exit;

end; {For j:=0 to MaxLag do}

end; {procedure ZAutoCovariance}

procedure ZCrossCovariance(Locations:Integer; Biased:Boolean; var Result1, Result2: TMatrix);
var
  N1, N2: TRandVar;
  k1, k2: Integer;
  av1, av2: Real;
  first1, last1, first2: Integer;
  CommonPeriods, NotNilPeriods: Integer;
  i: Integer;
  sum1, sum2, sum3: Real;

```

```

begin
  {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια
  διαγώνιο και πάνω}
  For k1:=1 to Locations do
    For k2:=k1 to Locations do
      begin
        N1:=NodeList[k1-1];
        N2:=NodeList[k2-1];

        first1:=1; last1:=N1.Periods; first2:=1;

        If N1.StartPeriod<N2.StartPeriod then first1:= N2.StartPeriod-N1.StartPeriod+1
          else first2:= N1.StartPeriod-N2.StartPeriod+1;
        If N1.EndPeriod>N2.EndPeriod then last1:= N1.Periods - (N1.EndPeriod - N2.EndPeriod);

        CommonPeriods:= last1 - first1 + 1;

        {Υπολογισμός ετεροσυσχετίσεων, με βάση μόνο το δείγμα των κοινών και μη κενών
        περιόδων}
        av1:=0; av2:=0; sum1:=0; sum2:=0; sum3:=0; NotNilPeriods:=0;

        For i:=0 to CommonPeriods-1 do
          If (N1.Z.e[first1+i]>-.99) and (N2.Z.e[first2+i]>-.99) then
            begin
              NotNilPeriods:= NotNilPeriods + 1;
              av1:= av1 + N1.Z.e[first1+i];
              av2:= av2 + N2.Z.e[first2+i];
            end;

        av1:=av1/NotNilPeriods;
        av2:=av2/NotNilPeriods;

```



```

For i:=0 to CommonPeriods-1 do
  If (N1.Z.e[first1+i]>.99) and (N2.Z.e[first2+i]>.99) then
    begin
      sum1:= sum1 + (N1.Z.e[i+first1]-av1)*(N2.Z.e[i+first2]-av2);
      sum2:= sum2 + SQR(N1.Z.e[i+first1]-av1);
      sum3:= sum3 + SQR(N2.Z.e[i+first2]-av2);
    end;

  If not Biased then Result1.e[k1,k2]:=sum1/(NotNilPeriods-1)
    else Result1.e[k1,k2]:=sum1/NotNilPeriods;

  Result2.e[k1,k2]:=sum1/SQRT(sum2*sum3);

end;

{Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της
συμμετρίας}
For k1:=2 to Locations do
  For k2:=1 to k1-1 do
    begin
      Result1.e[k1,k2]:=Result1.e[k2,k1];
      Result2.e[k1,k2]:=Result2.e[k2,k1];
    end;

end; {procedure ZCrossCovariance}

procedure SyntheticCrossCovarianceZ(Locations,SeriesNumber:Integer; Biased:Boolean;
Result:TMatrix);
var

```

```

N1, N2: TRandVar;
k1, k2: Integer;
i: Integer;
sum: Real;
begin

  {Υπολογισμός στοιχείων του μητρώου ετεροσυσχέτισης τα οποία βρίσκονται από την κύρια
  διαγώνιο και πάνω}

  For k1:=1 to Locations do
    For k2:=k1 to Locations do
      begin
        N1:=NodeList[k1-1];
        N2:=NodeList[k2-1];
        sum:=0;

        For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
          sum:=sum + (N1.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]-
N1.S_meanz.e[SeriesNumber+1])*(N2.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]-
N2.S_meanz.e[SeriesNumber+1]);

          If not Biased then Result.e[k1,k2]:=sum/(S.SyntheticPeriods-1)
            else Result.e[k1,k2]:=sum/S.SyntheticPeriods;

        end;

      {Υπολογισμός στοιχείων τα οποία βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο, με χρήση της
      συμμετρίας}

      For k1:=2 to Locations do
        For k2:=1 to k1-1 do Result.e[k1,k2]:=Result.e[k2,k1];

      end; {procedure SyntheticCrossCovarianceZ}

```

```
procedure PowerSpectrum(var Data:TVector; var Result:TVector);
```

```
{Συνάρτηση υπολογισμού του φάσματος του διανύσματος Data}
```

```
var
```

```
  N,i,j: Integer;
```

```
  f, ps: Real;
```

```
begin
```

```
  N:=Data.RowCount;
```

```
  For j:=0 to N-1 do
```

```
    begin
```

```
      f:=0.5*j/(N-1);
```

```
      ps:=0.5*Data.e[1];
```

```
      For i:=1 to N-2 do ps:=ps + Data.e[i+1] * cos(2*πi*f);
```

```
      ps:=ps + 0.5*Data.e[N] * cos(2*πi*(N-1)*f);
```

```
      If ps>0 then Result.e[j+1]:=SQRT(8*ps)
```

```
        else Result.e[j+1]:=0;
```

```
    end;
```

```
end; {function PowerSpectrum}
```

```
{*****}
```

```
{***** Γενικής χρήσης συναρτήσεις στατιστικής και αριθμητικής ανάλυσης *****}
```

```
{*****}
```

```
function Cholesky(var X:TMatrix):Boolean;
```

```
{*** Η συνάρτηση ελέγχει αν ο πίνακας X είναι θετικά ορισμένος με τη μέθοδο Cholesky ***}
```

```
var
```

```
  N, i, j, k : Integer;
```

```
  temp: TMatrix;
```

```
begin
```

```
  Result:=True;
```

```

N:=X.RowCount;
temp:=TMatrix.Create(N,N);
try

For i := 1 to N do
begin
For j := 1 to i-1 do
begin
temp.e[i,j] := X.e[i,j];
For k := 1 to j-1 do temp.e[i,j] := temp.e[i,j] - temp.e[j,k] * temp.e[i,k];
temp.e[i,j] := temp.e[i,j] / temp.e[j,j];
end;

temp.e[i,i] := X.e[i,i];
For k := 1 to i-1 do temp.e[i,i] := temp.e[i,i] - sqr(temp.e[i,k]);
If temp.e[i, i] > 0 then temp.e[i,i] := sqrt(temp.e[i,i])
else
begin
Result:=False;
exit;
end;
end;
finally
temp.Free;
end;
end; {function Cholesky}

```

```

function PowerOfTwo(number:Integer):Boolean;
var

```

```

p,r: Integer;
begin
  Result:=True;
  p:=number;
  Repeat
    r:=p div 2;
    If (p mod 2)<>0 then Result:=False;
    p:=r;
  until (Result=False) or (p=1);
end; {function PowerOfTwo}

```

```

procedure FFT(Inverse:Boolean; nn:Integer; var Data:TVector);
var
  ii,mm,n,mmax,m,j,istep,i: Integer;
  wtemp,wr,wpr,wpi,wi,theta: Real;
  tempr,tempi: Real;
  isign: Integer;
begin
  If Inverse then isign:=-1 else isign:=1;

  n:=nn shl 1;
  j:=1;

  For ii:=1 to nn do
  begin
    i:=2*ii-1;
    If j>i then
    begin
      tempr    := Data.e[j];

```

```

Data.e[j] := Data.e[i];
Data.e[i] := tempr;
tempr := Data.e[j+1];
Data.e[j+1] := Data.e[i+1];
Data.e[i+1] := tempr;
end;
m:=n shr 1;
While ((m>=2) and (j>m)) do
begin
j:=j-m;
m:=m shr 1;
end;
j:=j+m;
end;

mmax:=2;
While (n>mmax) do
begin
istep := mmax shl 1;
theta := isign*2*Pi/mmax;
wpr := -2.0*SQR(sin(0.5*theta));
wpi := sin(theta);
wr := 1.0;
wi := 0.0;
For mm:=1 to (mmax div 2) do
begin
m:=2*mm-1;
For ii:=0 to ((n-m) div istep) do
begin
i:= m + ii*istep;

```

```

j:= i+mmax;
tempr := wr*Data.e[j] - wi*Data.e[j+1];
tempo := wr*Data.e[j+1] + wi*Data.e[j];
Data.e[j] := Data.e[i] - tempr;
Data.e[j+1] := Data.e[i+1] - tempo;
Data.e[i] := Data.e[i] + tempr;
Data.e[i+1] := Data.e[i+1] + tempo;
end;
wtemp := wr;
wr := wr*wpr-wi*wpi+wr;
wi := wi*wpr+wtemp*wpi+wi;
end;
mmax:=istep;
end;
end; {procedure FFT}

```

```

procedure RealFFT(Inverse:Boolean; n:Integer; var Data:TVector);
var
wr,wi,wpr,wpi,wtemp,theta: Real;
i,i1,i2,i3,i4,np3: Integer;
c1,c2,h1r,h1i,h2r,h2i: Real;
begin
theta := Pi/(n shr 1);
c1 := 0.5;

If not Inverse then
begin
c2 := -0.5;
FFT(False, (n shr 1), Data);

```

```

end
else
begin
  c2 := 0.5;
  theta := -theta;
end;

wpr := -2.0*sqr(sin(0.5*theta));
wpi := sin(theta);
wr := 1.0+wpr;
wi := wpi;
np3:= n+3;

For i := 2 to (n shr 2)+1 do
begin
  i1 := i+i-1;
  i2 := i1+1;
  i3 := np3-i2;
  i4 := i3+1;

  h1r := c1*(Data.e[i1]+Data.e[i3]);
  h1i := c1*(Data.e[i2]-Data.e[i4]);
  h2r := -c2*(Data.e[i2]+Data.e[i4]);
  h2i := c2*(Data.e[i1]-Data.e[i3]);
  Data.e[i1] := h1r+wr*h2r-wi*h2i;
  Data.e[i2] := h1i+wr*h2i+wi*h2r;
  Data.e[i3] := h1r-wr*h2r+wi*h2i;
  Data.e[i4] := -h1i+wr*h2i+wi*h2r;

  wtemp := wr;
  wr := wtemp*wpr-wi*wpi+wr;
  wi := wi*wpr+wtemp*wpi+wi

```



```
end;
```

```
If not Inverse then
```

```
begin
```

```
h1r := Data.e[1];
```

```
Data.e[1] := h1r+Data.e[2];
```

```
Data.e[2] := h1r-Data.e[2];
```

```
end
```

```
else
```

```
begin
```

```
h1r := Data.e[1];
```

```
Data.e[1] := c1*(h1r+Data.e[2]);
```

```
Data.e[2] := c1*(h1r-Data.e[2]);
```

```
FFT(True, (n shr 1), Data);
```

```
end;
```

```
end; {procedure RealFFT}
```

```
{*****}
```

```
{*** Γεννήτριες τυχαίων αριθμών ***}
```

```
{*****}
```

```
function nrnd(mi,sigma:Real):Real;
```

```
{Συνάρτηση παραγωγής τυχαίων αριθμών κανονικής κατανομής - normal distribution random generator}
```

```
{Η συνάρτηση βασίζεται σε μια μέθοδο που προτάθηκε από τους Box & Muller (1958)}
```

```
Βλέπε: Kottegoda, N.T., "Stochastic Water Resources Technology".
```

```
Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής είναι:
```

$$f(x) = [1 / (\sigma(2\pi)^{1/2})] * \text{EXP}[-(x-\mu)^2 / (2\sigma^2)]$$

όπου μ = μέση τιμή και σ = τυπική απόκλιση ($\sigma > 0$)}

var

z,f,nrnd1: Real;

begin

z := sqrt(-2*ln(random));

f := 2 * pi * random;

nrnd1 := z * cos(f);

nrnd := sigma * nrnd1 + mi;

end; {function nrnd}

function grnd(kapa,lamda:Real):Real;

{Συνάρτηση παραγωγής τυχαίων αριθμών κατανομής Γάμμα - Gamma distribution random generator}

{Η συνάρτηση βασίζεται σε μια μέθοδο που προτάθηκε από τον Whittaker (1973).

Βλέπε : Haan C.T., "Statistical Methods in Hydrology".

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής Γάμμα είναι:

$$f(x) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)} * x^{k-1} * \text{EXP}(-\lambda * x) / \Gamma(k)$$

όπου λ = παράμετρος κλίμακας και k = παράμετρος σχήματος ($k > 0$)}

const acc = 1e-5;

GaussLimit = 30;

var k, i :integer;

n, rnd1, rnd2, s1, s2, s, product : Real;

r1,r2:Real;

begin

If (kapa <= 0) then halt;

```

If kapa > GaussLimit then grnd := nrnd(kapa/lamda, sqrt(kapa)/lamda)
else
begin
// k := Trunc(kapa);
k := Round(kapa-0.5);
n := kapa-k;
if n >= 1 - acc then
begin
k := k + 1;
rnd1 := 0;
end
else if n <= acc then rnd1 := 0
else
begin {n>acc}
repeat
r1:=random;
r2:=random;
if r1>0 then s1 := exp((1/n)*ln(r1))
else s1:=0;
if r2>0 then s2 := exp((1/(1-n))*ln(r2))
else s2:=0;
s := s1+s2;
until (s<=1) and (s > 0);
r1:=random;
if r1>0 then rnd1 := -(s1/s) * ln(r1)
else rnd1:=0;
end;
if k = 0 then rnd2 := 0
else
begin

```

```

        product := 1;
        for i := 1 to k do product := product * random;
        if product>0 then rnd2 := -ln (product)
            else rnd2:=0;
        end;
        grnd := (rnd1 + rnd2) / lamda;
    end;

end; {function grnd}

function GammaGenerator(kapa, lamda, c: Real):Real;
{*** Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα 3 παραμέτρων, Κουτσογιάννης 1996 ***}
const
    limit = 10e-6;
var
    u1, u2, h, x1, x2, rx: Real;
    kapa1: Real;
    kapa2: Integer;
    product: Real;
    i: Integer;
    NegSkew: Boolean;

begin
    NegSkew:=(kapa<0);
    kapa:=ABS(kapa);

    If kapa>30 then Result:=c + nrnd(kapa/lamda, SQRT(kapa)/lamda) {η κατανομή γάμα ταυτίζεται
    με την κανονική}
    else

```

```

begin
  {Η παράμετρος κ διαχωρίζεται στο δεκαδικό μέρος, κ1 και στο ακέραιο, κ2}
  // κapa2:=Trunc(κapa);
  κapa2:=Round(κapa-0.5);
  κapa1:=κapa - κapa2;

  {Γεννήτρια για δεκαδικό κ}
  If κapa1<limit then x1:=c
  else
  begin
    h:=c + κapa1/lamda;
    Repeat
      u1:=random; u2:=random;
      If u1<=(h-c)/(h-c+κapa1/lamda) then x1:=Power((h-c+κapa1/lamda)*u1/(h-c), 1/κapa1)*(h-
c)+c
          else x1:=-1/lamda*ln((1-u1)*(h-c+κapa1/lamda)/(κapa1/lamda))+h;
      If (x1>=c) and (x1<=h) then rx:=exp(-lamda*(x1-c))
          else rx:=exp(-lamda*(h-c))*Power((x1-c)/(h-c), κapa1-1);
    until u2<=rx;
  end;

  {Γεννήτρια για ακέραιο κ -> γινόμενο κ εκθετικών κατανομών}
  If κapa2=0 then x2:=0
  else
  begin
    product:=1;
    For i:=1 to κapa2 do product:= product * random;
    If product>0 then x2:=-ln(product)/lamda
        else x2:=0;
  end;
end;

```

```

    Result:=x1+x2;
end;

If NegSkew then Result:=-Result;

end; {function GammaGenerator}

{*****}
{***** Μέθοδοι υπολογισμού της εμμονής - Φαινόμενο Hurst *****}
{*****}

function Rippl(var Data:TVector):Real;
{Adjusted sequence range calculation,  $r^* = [d(+)-d(-)]/s$ }
var
    i: Integer;
    rmax, rmin, sum: Real;
    mx, varx: Real;
begin
    rmax:=-100000000; rmin:=100000000; sum:=0;
    ZMean(Data, mx);
    ZVariance(Data, mx, False, varx);
    For i:=1 to Data.RowCount do
    begin
        sum := sum + Data.e[i] - mx;
        If (sum<=rmin) then rmin:=sum
        else if (sum>=rmax) then rmax:=sum;
    end;
    Result:=(rmax - rmin)/SQRT(varx);

```

```
end; {function Rippl}
```

```
function Hurst(var Data:TVector; nsize:Integer):Real;
```

```
{See Kottegoda, pp 184-191}
```

```
var
```

```
sum: Real;
```

```
start, i, j, count: Integer;
```

```
size, x, y, z: TVector;
```

```
fac: Real;
```

```
step, n: Integer;
```

```
my, mz, sum1, sum2: Real;
```

```
begin
```

```
n:=Data.RowCount; {record size}
```

```
y:=TVector.Create(nsize);
```

```
z:=TVector.Create(nsize);
```

```
size:=TVector.Create(nsize);
```

```
If nsize>n then nsize:=n;
```

```
If n<20 then size.e[1]:=n else size.e[1]:=20; {upper limit of the initial transient stage}
```

```
fac:=power(n/size.e[1],1/(nsize - 1));
```

```
For i:=2 to nsize do size.e[i]:=size.e[i-1]*fac; {subsample size TVector}
```

```
If size.e[nsize]>n then size.e[nsize]:=n;
```

```
For i:=1 to nsize do
```

```
begin
```

```
sum:=0; start:=0; count:=0;
```

```
step:=Round(size.e[i]);
```

```
While (start+size.e[i]<=n) do
```

```

begin
  count:=count+1;
  x:=TVector.Create(Round(size.e[i]));
  For j:=1 to Round(size.e[i]) do x.e[j]:=Data.e[start+j];
  sum:=sum + Rippl(x);
  start:=start+step;
  x.Free;
end;
y.e[i]:=ln(sum/count);
z.e[i]:=ln(size.e[i]);
end;

{Hurst coefficient estimation by calculating the slope on a log-log graph -> Mandelbrot & Wallis
1969}
ZMean(z, mz); ZMean(y, my);
sum1:=0; sum2:=0;
For i:=1 to nsize do sum1:=sum1 + (z.e[i]-mz)*(y.e[i]-my);
For i:=1 to nsize do sum2:=sum2 + SQR(z.e[i]-mz);
y.Free; z.Free; size.Free;
Result:=sum1/sum2;
end; {function Hurst}

function Hurst1(Data: TVector; p, q: Real; var H1, S1, Weight: Real; RepNum: Integer): Boolean;
{New routine for the estimation of Hurst coefficient, based on Koutsoyiannis, 2002}
const
  toler = 0.00005;
  RepMax = 50;
  MinWeight = 0.001;

```



```

var
  n, kmax, k: Integer;
  S0, Sk, Sc, Ss: Real;
  SS0, SSk, SSc, SSS: Real;
  Num1, Num2, Denom: Real;
  H0: Real;
  V0, Vk, Vc, Vs, Vln: TVector;

function AggrStDev(var a: TVector; sscale: Integer): Real;
var
  i, j, count: Integer;
  sum, sumsq: Real;
  aa: TVector;
begin
  count:=a.RowCount div sscale;
  aa:=TVector.Create(count);
  For i:=1 to count do
  begin
    sum:=0;
    For j:=(i-1)*sscale+1 to i*sscale do sum:=sum+a.e[j];
    aa.e[i]:=sum;
  end;
  sum:=0;
  For i:=1 to count do sum:=sum+aa.e[i];
  sum:=sum/count;
  sumsq:=0;
  For i:=1 to count do sumsq:=sumsq+SQR(aa.e[i]-sum);
  Result:=SQRT(sumsq/(count-1));
  aa.Free;
end; {function AggrStDev}

```

```

function SumArray(var a: TVector): Real;
var
  i, n: Integer;
  sum: Real;
begin
  n:=a.RowCount;
  sum:=0;
  For i:=1 to n do sum:=sum+a.e[i];
  Result:=sum;
end; {function SumArray}

```

```

function SumProduct(var a, b: TVector): Real;
var
  i, n: Integer;
  sum: Real;
begin
  n:=a.RowCount;
  sum:=0;
  For i:=1 to n do sum:=sum+a.e[i]*b.e[i];
  Result:=sum;
end; {function SumProduct}

```

```

function cc(n, k: Integer; H: Real): Real;
begin
  cc:=SQRT((n/k-Power(n/k, 2*H-1))/(n/k-0.5));
end; {function cc}

```

```

function dd(n, k: Integer; H: Real): Real;
begin

```

```

    dd:=Ln(n/k)/(1-Power(n/k, 2-2*H));
end; {function dd}

begin
    Result:=True;

    n:=Data.RowCount;
    kmax:=n div 10;

    V0 := TVector.Create(kmax);
    Vk := TVector.Create(kmax);
    Vc := TVector.Create(kmax);
    Vs := TVector.Create(kmax);
    Vln := TVector.Create(kmax);

    For k:=1 to kmax do
    begin
        V0.e[k]:=1/Power(k, p);
        Vk.e[k]:=Ln(k)/Power(k, p);
        Vs.e[k]:=Ln(AggrStDev(Data, k))/Power(k, p);
    end;
    S0:=SumArray(V0);
    Sk:=SumArray(Vk);
    Ss:=SumArray(Vs);

    RepNum:=0;
    Weight:=1;
    H1:=0.50;

    Repeat

```

```

RepNum:=RepNum+1;
H0:=H1;
For k:=1 to kmax do
begin
  Vc.e[k]:=Ln(cc(n, k, H0))/Power(k, p);
  Vln.e[k]:=Ln(k)+dd(n, k, H0);
end;
Sc:=SumArray(Vc);
SS0:=SumProduct(V0, Vln);
SSk:=SumProduct(Vk, Vln);
SSs:=SumProduct(Vs, Vln);
SSc:=SumProduct(Vc, Vln);
SSs:=SSs-Power(H0, q);
Num1:=SSs*S0-Ss*SS0;
Num2:=SSc*S0-Sc*SS0;
Denom:=SSk*S0-Sk*SS0;
H1:=(Num1/Denom-Num2/Denom)*Weight+H0*(1-Weight);
If H1>1 then H1:=1-(1-H0)*0.8;
If H1<0 then H1:=H0*0.8;
If RepNum=RepMax then
begin
  Weight:=Weight/2;
  RepNum:=0;
end;
until (ABS(H1-H0)<toler) or (Weight<MinWeight);

S1:=H1*Sk+Sc-Ss;
S1:=exp(-S1/S0);

If Weight<MinWeight then Result:=False;

```

```
V0.Free; Vk.Free; Vc.Free; Vs.Free; Vln.Free;
```

```
end; {function Hurst1}
```

```
{*****  
{***** Sorting routines *****  
{*****
```

```
procedure Sort(n: Integer; var ra, index: TVector);
```

```
{*****  
{***** Sorting subroutine adapted from "Numerical Recipes" *****  
{*****
```

```
var
```

```
  i, j, l, r : Integer;
```

```
  indxt      : Integer;
```

```
  q          : Real;
```

```
label 100;
```

```
begin
```

```
  {The Heapsort routine is used to sort the index array into ascending order}
```

```
  For j:=1 to n do Index.e[j]:=j;
```

```
  l:= n div 2 + 1;
```

```
  r:= n;
```

```
{The index l will be decremented from its initial value down to 1 during the  
"hiring" (heap creation) phase. Once it reaches 1, the index r will be  
decremented from its initial value down to 1 during the "retirement-and-  
promotion (heap selection) phase.}
```

```

While true do
begin
  If l>1 then {still in hiring phase}
  begin
    l:= l - 1;
    indxt:= Round(Index.e[l]);
    q:= ra.e[indxt];
  end
  else {in retirement-and-promotion phase}
  begin
    indxt:= Round(Index.e[r]);
    {Clear a space at end of array}
    q:= ra.e[indxt];
    {Retire the top of the heat into it}
    Index.e[r]:= Index.e[1];
    r:= r - 1;
    If r=1 then {done with the last promotion}
    begin
      {The least component worker of all}
      Index.e[1]:= indxt;
      goto 100;
    end;
  end;

  {Whether in the hiring phase or promotion phase, we here set up to sift down
  element ra to its proper level}
  i:= l;
  j:= 2*i;
  While j<=r do
  begin

```

```

    {Compare to the better underling}
    If (j < r) and (ra.e[Round(Index.e[j])] < ra.e[Round(Index.e[j + 1])])
    then j:= j + 1;
    If q < ra.e[Round(Index.e[j])] then
    begin
        Index.e[i]:= Index.e[j];
        i:= j;
        j:= 2*j;
    end
    else j:= r + 1; {This is indxt's level. Set j to terminate the sift-down}
end;

Index.e[i]:= indxt; {Put indxt into its sort}

end; {While true do}

100: {end of Heapsort routine}

end; {procedure Sort}

procedure QuickSort(var a: array of Real; lo, hi: Integer);

    procedure Sort(l, r: Integer);
    var
        i, j: Integer;
        x, y: Real;
    begin
        i :=l; j :=r; x :=a[(l+r) DIV 2];
        Repeat

```

```
While a[i]<x do i:=i+1;
While x<a[j] do j:=j-1;
If i<=j then
begin
  y :=a[i]; a[i] :=a[j]; a[j] :=y;
  i :=i+1; j :=j-1;
end;
until i>j;
If l<j then Sort(l, j);
If i<r then Sort(i, r);
end; {procedure Sort}

begin;
  Sort(lo, hi);

end; {procedure QuickSort}

end.
```


A.4 Unit “PAR_Model”

```
{*****}
{      Thelma library, Castalia, National Technical University of Athens      }
{*****}

unit PAR_Model;

interface

uses Matrix, dkMath, cTypes, Statistics, CalculateB, AdjustingProcedures, SysUtils;

procedure LV_PAR1;

procedure CalculateStatisticsX; {Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

procedure ModelParametersX; {Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του
μοντέλου PAR(1)}

procedure RecalculateCrossCovariancesX; {Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών
ετεροσυσχέτισης}

procedure CalculateStatisticsVX; {Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου
PAR(1)}

procedure CalculateGammaParametersX; {Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα}

procedure GenerateX(SeriesNumber:Integer); {Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών
μεταβλητών μηνιαίου βήματος (Ετήσια --> Μηνιαία)}

procedure CalculateSyntheticStatisticsX(SeriesNumber:Integer); {Υπολογισμοί στατιστικών
συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίου βήματος}

procedure DV_PAR1;

procedure CalculateStatisticsY; {Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών ημερήσιου βήματος}

procedure CalculateStatisticsTranY; {{Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών
μετασχηματισμένου ημερήσιου βήματος}

procedure ModelParametersY; {Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του
μοντέλου PAR(1)}
```

procedure RecalculateCrossCovariancesY; {Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης - μετασχηματισμένα}

procedure CalculateStatisticsVY; {Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου PAR(1)}

procedure CalculateGammaParametersY; {Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα}

procedure GenerateY(SeriesNumber:Integer); {Παραγωγή μετασχηματισμένων συνθετικών χρονοσειρών μεταβλητών μηνιαίου βήματος}

procedure CalculateSyntheticStatisticsY(SeriesNumber:Integer); {Υπολογισμοί στατιστικών συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιου βήματος}

procedure CalculateSyntheticStatisticsTranY(SeriesNumber:Integer); {Υπολογισμοί στατιστικών μετασχηματισμένων συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιου βήματος}

procedure CreateYTran; {Μετασχηματισμός Δύναμης ημερήσιων ιστορικών δεδομένων}

procedure HV_PAR1;

procedure CalculateStatisticsZ; {Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών ετήσιου βήματος}

procedure ModelParametersZ; {Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του μοντέλου PAR(1)}

procedure RecalculateCrossCovariancesZ; {Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης}

procedure CalculateStatisticsVZ; {Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου PAR(1)}

procedure CalculateGammaParametersZ; {Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα}

procedure GenerateZ(SeriesNumber:Integer); {Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μεταβλητών ετήσιου βήματος}

implementation

//uses Main;

{***** }

{Εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιου βήματος}

{***** }

```

procedure DV_PAR1;
begin
  ModelParametersY;
  RecalculateCrossCovariancesY;
  CalculateStatisticsVY;
  CalculateGammaParametersY;
  // AdjustingProcedures.Calculate_LamdaY;
end; {procedure DV_PAR1}

```

```

procedure CalculateStatisticsY;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών ημερήσιου βήματος ***}
var
  N: TRandVar;
  j, k, k1, k2: Integer;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    YMean(N.Y, N.DaysInY, N.meany);
    YExtreme(N.Y, N.DaysInY, N.miny, N.maxy);
    YThirdMoment(N.Y, N.meany, False, N.DaysInY, N.m3y);
    YAutoCovariance1(N.Y, False, N.DaysInY, N.covy); {Αυτοσυνδιασπορά}
    DryPossibility(N.Y, N.DaysInY, N.dryposs);
    ProbabilityDry2Calculate(S.LamdaProbabilityDry2, N.dryposs, N.ProbabilityDry2);
    {Υπολογισμός του ProbabilityDry από την ιστορική πιθανότητα στεγνής περιόδου}
    // YVariance(N.Y, N.DaysInY, N.meany, False, N.vary);
  end;

```

{Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}

YCrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, False, M.CrossCovY, M.CrossCorely);

{Υπολογισμός διασποράς}

For k:=1 to S.VarCount do

begin

N:=NodeList[k-1];

for j:=1 to S.Subperiods do N.vary.e[j]:=M.CrossCovY[j-1].e[k,k];

YSkewness(N.m3y, N.vary, N.skewy);

end;

{Αποθήκευση ως δειγματικά στατιστικά}

For k:=1 to S.VarCount do

begin

N:=NodeList[k-1];

For j:=1 to S.Subperiods do

begin

N.H_meany.e[j] := N.meany.e[j];

N.H_vary.e[j] := N.vary.e[j];

N.H_m3y.e[j] := N.m3y.e[j];

N.H_skewy.e[j] := N.skewy.e[j];

N.H_covy.e[j] := N.covy.e[j];

N.H_dryposs.e[j]:= N.dryposs.e[j];

end;

end;

For j:=2 to S.Subperiods do

For k1:=1 to S.VarCount do

For k2:=1 to S.VarCount do

begin

```

    M.H_CrossCovY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovY[j-1].e[k1,k2];
    M.H_CrossCorelY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCorelY[j-1].e[k1,k2];
end;

end; {procedure CalculateStatisticsY}

procedure CalculateStatisticsTranY;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών ημερήσιου βήματος ***}
var
    N: TRandVar;
    j, k, k1, k2: Integer;
begin
    if S.DailyHASPowerTransformation then
    begin
        For k:=1 to S.VarCount do
        begin
            N:=NodeList[k-1];
            YMean(N.YTran, N.DaysInY, N.meanTrany);
            YThirdMoment(N.YTran, N.meanTrany, False, N.DaysInY, N.m3Trany);
            YAutoCovariance1(N.YTran, False, N.DaysInY, N.covTrany); {Αυτοσυνδιασπορά}
            YVariance(N.YTran, N.DaysInY, N.meanTrany, False, N.varTrany);
        end;

        {Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}
        YTranCrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, False, M.CrossCovTranY, M.CrossCorelTranY);

        {Υπολογισμός διασποράς}
        For k:=1 to S.VarCount do
        begin
            N:=NodeList[k-1];

```

```

for j:=1 to S.Subperiods do N.varTrany.e[j]:=M.CrossCovTranY[j-1].e[k,k];
end;

```

```

For k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];
YSkewness(N.m3Trany, N.varTrany, N.skewTrany);
end;

```

{Αποθήκευση ως δειγματικά στατιστικά}

```

For k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
N.H_meanTrany.e[j] := N.meanTrany.e[j];
N.H_varTrany.e[j] := N.varTrany.e[j];
N.H_m3Trany.e[j] := N.m3Trany.e[j];
N.H_skewTrany.e[j] := N.skewTrany.e[j];
N.H_covTrany.e[j] := N.covTrany.e[j];
end;
end;

```

```

For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do
begin
M.H_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2];
M.H_CrossCorelTranY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCorelTranY[j-1].e[k1,k2];
end;

```

```

end;
end; {procedure CalculateStatisticsTranY}

procedure ModelParametersY;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του μοντέλου PAR(1) ***}
var
  N: TRandVar;
  j,k,k1,k2: Integer;
  hsub,fsub: TVector;
  error: Real;
begin
  {Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου a(l,s) = Cov[X(l,s),X(l,s-1)]/Var[X(l,s-1)] (μητρώο
  αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης) για κάθε μήνα}
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    For j:=1 to 12{S.Subperiods} do
    begin
      M.aY.e[k,j]:= N.covTrany.e[j]/(N.varTrany.e[j])
    end;
  end;

  {Υπολογισμός μητρώου c = bbT = σ(s,s)-a(s)*σ(s-1,s-1)*a(s), όπου σ(s,s):=Cov[Xs,Xs] (μητρώο
  ετεροσυσχέτισης)}
  For j:=1 to S.Subperiods do
  begin
    For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do
      M.bbTY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2] - M.aY.e[k1,j]*M.CrossCovTranY[j-
      1].e[k1,k2]*M.aY.e[k2,j];
    end;
  end;
end;

```

end;

{Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου h}

For k:=1 to S.VarCount do

begin

For j:=1 to S.Subperiods do M.hY.e[k,j]:=1/SQRT(M.bbTY[j-1].e[k,k])

end;

{Υπολογισμός μητρώου c' = h*c*h = h*bbT*h}

For j:=1 to S.Subperiods do

begin

For k1:=1 to S.VarCount do

For k2:=1 to S.VarCount do

M.c1Y[j-1].e[k1,k2]:=M.hY.e[k1,j]*M.bbTY[j-1].e[k1,k2]*M.hY.e[k2,j];

end;

{Έλεγχος αν τα στοιχεία του c' βρίσκονται στο διάστημα [-1, 1]}

For j:=1 to S.Subperiods do

begin

For k1:=1 to S.VarCount do

For k2:=1 to S.VarCount do

begin

If M.c1Y[j-1].e[k1,k2]<-1 then M.c1Y[j-1].e[k1,k2]:=-0.99;

If M.c1Y[j-1].e[k1,k2]>1 then M.c1Y[j-1].e[k1,k2]:=0.99;

end;

end;

{Υπολογισμός διανύσματος $\phi = h(3)*(\mu_3[Y]-\mu_3[aZ]) = h(3)*(\mu_3[Y]-a(3)*\mu_3[Z])$ }

For k:=1 to S.VarCount do

begin


```

N:=NodeList[k-1];
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
  M.fY.e[k,j]:=IntRaise(M.hY.e[k,j],3)*(N.m3Trany.e[j]-IntRaise(M.aY.e[k,j],3)*N.m3Trany.e[j]);
end;
end;

{Υπολογισμός μητρώου b}
hsub := TVector.Create(S.VarCount);
fsub := TVector.Create(S.VarCount);
G.ProgressIndicator('b Matrix', 1);
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
  G.ProgressIndicator(G.Longmonth[j],2);
  For k:=1 to S.VarCount do hsub.e[k]:=M.hY.e[k,j];
  For k:=1 to S.VarCount do fsub.e[k]:=M.fY.e[k,j];
  DOptimalDecompositionB(M.c1Y[j-1], hsub, fsub, M.bY[j-1], error);
  M.DDecomposition_error.e[j]:=error;
end;
hsub.Free; fsub.Free;
G.ProgressIndicator("", 1);
G.ProgressIndicator("", 2);

end; {procedure ModelParametersY}

procedure RecalculateCrossCovariancesY;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης –
μετασχηματισμένα δεδομένα ***}
var

```

```

j, k1, k2, k, sub: Integer;
Iter: Integer;
sum: Real;
bT : TMatrix;
sum1, sum2, convrg: Real;
begin
bT:=TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount);
try

{Αρχικές τιμές}
For j:=1 to S.Subperiods do
  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2];

{Μητρώο συνδιασποράς c = b*bT}
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
  bT.Assign(M.bY[j-1]);
  bT.Transpose;
  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do
      begin
        sum:=0;
        For k:=1 to S.VarCount do sum:=sum + M.bY[j-1].e[k1,k]*bT.e[k,k2];
        M.bbTY[j-1].e[k1,k2]:=sum;
      end;
    end;
  end;

Iter:=0;

```

```

Repeat
  Iter:=Iter+1;

  {Η προηγούμενη επανάληψη αποθηκεύεται στο μητρώο των συνθετικών ετεροσυσχετίσεων}
  For j:=1 to S.Subperiods do
    For k1:=1 to S.VarCount do
      For k2:=1 to S.VarCount do M.S_CrossCovTranY[0][j-1].e[k1,k2]:=M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2];

  For j:=1 to S.Subperiods do
  begin
    If j=1 then sub:=S.Subperiods
      else sub:=j-1;
    For k1:=1 to S.VarCount do
      For k2:=1 to S.VarCount do
        M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]:=M.bbTY[j-1].e[k1,k2] +
        M.aY.e[k1,j]*M.C_CrossCovTranY[sub-1].e[k1,k2]*M.aY.e[k2,j];
      end;

  {Κριτήριο σύγκλισης}
  sum1:=0; sum2:=0;
  For j:=1 to S.Subperiods do
    For k1:=1 to S.VarCount do
      For k2:=1 to S.VarCount do
        begin
          sum1:= sum1 + ABS(M.S_CrossCovTranY[0][j-1].e[k1,k2] - M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]);
          sum2:= sum2 + ABS(M.S_CrossCovTranY[0][j-1].e[k1,k2]);
        end;
      if sum2 <> 0 then convrg:=sum1/sum2
        else convrg:=0;

```

```
until (Iter=100) or (convr<0.001);
```

{Μηδενισμός των στοιχείων του μητρώου συνθετικών ετεροσυσχετίσεων, το οποίο χρησιμοποιήθηκε βοηθητικά}

```
For j:=1 to S.Subperiods do
```

```
  For k1:=1 to S.VarCount do
```

```
    For k2:=1 to S.VarCount do M.S_CrossCovTranY[0][j-1].e[k1,k2]:=0;
```

```
For j:=1 to S.Subperiods do
```

```
  For k1:=1 to S.VarCount do
```

```
    For k2:=1 to S.VarCount do
```

```
      begin
```

```
        M.C_CrossCorelTranY[j-1].e[k1,k2]:=M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k2]/SQRT(M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k1,k1]*M.C_CrossCovTranY[j-1].e[k2,k2])
```

```
      end;
```

```
    finally
```

```
      FreeAndNil(bT);
```

```
    end;
```

```
end; {procedure RecalculateCrossCovariancesY}
```

```
procedure CalculateStatisticsVY;
```

```
{*** Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου PAR(1) ***}
```

```
var
```

```
  N: TRandVar;
```

```
  i,j,k: Integer;
```

```
  b_1, b3_1: TMatrix;
```

```
  sum: Real;
```

```
begin
```

```

b_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);
b3_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);

For j:=1 to S.Subperiods do
begin
  {Υπολογισμός διανύσματος E[V] = b^-1*(E[Y]-aE[Z])}
  b_1.Assign(M.bY[j-1]);
  b_1.Invert;
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    sum:=0;
    For i:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[i-1];
      sum:= sum + b_1.e[k,i]*(N.meanTrany.e[j]-M.aY.e[i,j])*N.meanTrany.e[j]);
    end;
    N:=NodeList[k-1];
    N.meanVY.e[j]:=sum;
  end;

  {Υπολογισμός διανύσματος ξ = μ3[V] = b(3)^-1*(μ3[Y]-a(3)*μ3[Z])}
  b3_1.Assign(M.bY[j-1]);
  b3_1.ScalarIntPower(3);
  b3_1.Invert;
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    sum:=0;
    For i:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[i-1];

```

```

    sum:= sum + b3_1.e[k,i]*(N.m3Trany.e[j]-IntRaise(M.aY.e[i,j],3)*N.m3Trany.e[j]);
end;
N:=NodeList[k-1];
N.skewVY.e[j]:=sum;
end;

end; {For j:=1 to S.Subperiods do}

FreeAndNil(b_1); FreeAndNil(b3_1);

end; {procedure CalculateStatisticsVY}

procedure CalculateGammaParametersY;
{*** Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα ***}
var
j,k: Integer;
N: TRandVar;
begin
For j:=1 to S.Subperiods do
For k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];
N.KYparam.e[j]:=4/ABS(N.skewVY.e[j])/N.skewVY.e[j]; {διάνυσμα παράμετρου κ της
γάμα κατανομής}
N.LYparam.e[j]:=SQRT(ABS(N.KYparam.e[j])); {sv=1} {διάνυσμα παράμετρου λ της
γάμα κατανομής}
N.CYparam.e[j]:=N.meanVY.e[j]-N.KYparam.e[j]/N.LYparam.e[j]; {διάνυσμα παράμετρου c
της γάμα κατανομής}
N.CYparam.e[j]:=N.CYparam.e[j]*N.KYparam.e[j]/ABS(N.KYparam.e[j]);
end;
end;

```

```
end; {procedure CalculateGammaParametersY}
```

```
procedure GenerateY(SeriesNumber:Integer); {Παραγωγή μετασηματισμένων συνθετικών  
χρονοσειρών μεταβλητών μηνιαίου βήματος}
```

```
var
```

```
  i,j,k,l,d: Integer;
```

```
  PreviousDay, Period, Subperiod: Integer;
```

```
  N: TRandVar;
```

```
  sum, sumd: Real;
```

```
  Iterations: Integer;
```

```
  NormDZ, BestNorm: Real;
```

```
  BestSynthetic: TMatrix;
```

```
  AllStationsZero: TVector;
```

```
begin
```

```
  BestSynthetic:=TMatrix.Create(S.VarCount, 31);
```

```
  AllStationsZero:=TVector.Create(S.VarCount);
```

```
  try
```

```
    for i:=1 to S.SyntheticPeriods do
```

```
      begin
```

```
        for j:=1 to S.Subperiods do
```

```
          begin
```

```
            G.ProgressIndicator('Year '+IntToStr(i), 1);
```

```
            BestNorm:=1000000;
```

```
            Iterations:=0;
```

```
            {Επαναληπτική διαδικασία παραγωγής των ημερών μίας περιόδου, μέχρι η απόσταση ΔZ  
            γίνει ελάχιστη}
```

```
            Repeat
```

```

Inc(Iterations);

for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do {Παραγωγή τυχαίων αριθμών, διάνυσμα V}
begin
sumd:=0;

for k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];

If S.RandomModel=Whittaker then
M.VY[k,d]:=Statistics.grnd(N.KYparam.e[j],N.LYparam.e[j])+ N.CYparam.e[j]
else M.VY[k,d]:=Statistics.GammaGenerator(N.KYparam.e[j],N.LYparam.e[j],
N.CYparam.e[j]);
end;

{Εφαρμογή της σχέσης  $X' = a*X + b*V$ }

if d>1 then
begin
Period:=i;
Subperiod:=j;
PreviousDay:=d-1;
end else
begin
if j=1 then
begin
Period:=i-1;
Subperiod:=S.Subperiods;
if i=1 then PreviousDay:=0
else PreviousDay:=S.ForecastDaysInY[i-2][S.Subperiods];
end else

```



```

begin
  Period:=i;
  Subperiod:=j-1;
  PreviousDay:=S.ForecastDaysInY[i-1][j-1];
end;
end;

```

```

for k:=1 to S.VarCount do

```

```

  begin
    N:=NodeList[k-1]; {αρχικές συνθήκες}
    N.StationsZero[i-1].e[j,d]:=0;
    Allstationszero[k]:=0;
  end;

```

{Για να μηδενίζεται ένας σταθμός}

```

for k:=1 to S.VarCount do

```

```

  begin
    N:=NodeList[k-1];
    if (i=1) and (j=1) and (d=1) then
      begin
        {N.dryposs: ιστορικο probability dry}
        if (random<=S.LamdaProbabilityDry3*N.dryposs[j]) then
          begin
            Allstationszero[k]:=1;
            N.StationsZero[i-1].e[j,d]:=1;
          end;
        end else
          begin
            if N.YTransynthetic[SeriesNumber][Period].e[Subperiod,PreviousDay]=0 then
              begin

```

```

if (random<=S.LamdaProbabilityDry2*N.dryposs[j]) then
  begin
    Allstationszero[k]:=1;
    N.StationsZero[i-1].e[j,d]:=1;
  end;
end else
  begin
    if (random<=S.LamdaProbabilityDry3*N.dryposs[j]) then
      begin
        Allstationszero[k]:=1;
        N.StationsZero[i-1].e[j,d]:=1;
      end;
    end;
  end;
end; {for k:=1 to S.VarCount do}

```

```

for k:=1 to S.VarCount do

```

```

  begin
    sumd:=sumd+Allstationszero[k]; {cross correlation}
  end;

```

```

if (sumd>0) and (random<=S.ProbabilityStationsZero) then

```

```

  begin
    for k:=1 to S.VarCount do
      begin
        N:=NodeList[k-1];
        N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=0;
        N.StationsZero[i-1].e[j,d]:=1;
      end;
    end;
  end;

```

```

end else
begin

for k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];
sum:=0;
For l:=1 to S.VarCount do sum:= sum + M.bY[j-1].e[k,l]*M.VY.e[l,d];
M.bVY.e[k,d]:=sum;

if (i=1) and (j=1) and (d=1) then
    {Για την πρώτη μέρα της πρώτης περιόδου θεωρούμε προηγούμενη τιμή ίση με τη
μέση τιμή του τελευταίου μήνα}

N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=M.aY.e[k,j]*N.meanTrany.e[S.Subperiods]+M.bVY.e[k,
d]

else
begin
if N.StationsZero[i-1].e[j,d]=0 then
begin

N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=M.aY.e[k,j]*N.YTransynthetic[SeriesNumber][Period].
e[Subperiod,PreviousDay]+M.bVY.e[k,d];

end else

N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=0;

end;

end; {For k:=1 to S.VarCount do}
end;{end else}

```

```

for k:=1 to S.VarCount do {Μηδενισμός αρνητικών τιμών για μετασχηματισμό}
begin
  N:=NodeList[k-1];
  if N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]<=0 then
N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=0;
  end;

for k:=1 to S.VarCount do {Απο - Μετασχηματισμός}
begin
  N:=NodeList[k-1];
  if (S.DailyPowerTransformation<>0) and (S.DailyHASPowerTransformation) then
    N.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:= RealRaise(N.YTransynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d],
1/S.DailyPowerTransformation);

    if S.ForecastDaysInY[i-1][j]=29 then N.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[5,29]:=0;
  end;
end; {for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do}

NormDZ:=0;
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  sum:=0;
  for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
    begin
      sum:= sum + N.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d];
    end;
  NormDZ:= NormDZ + ABS(N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j] - sum) / SQRT(N.varx[j]);
end;
NormDZ:=NormDZ/S.VarCount;

```

```

if NormDZ<BestNorm then
begin
  BestNorm:=NormDZ;
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
      BestSynthetic.e[k,d]:=N.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d];
    end;
  end;
end;

until (Iterations=1{750}) or (NormDZ<0.001);

{Αποθήκευση της σειράς με την ελάχιστη νόρμα}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  for d:=1 to S.ForecastDaysInY[i-1][j] do
    N.Ysynthetic[SeriesNumber][i].e[j,d]:=BestSynthetic.e[k,d];
  end;

  {Διαδικασία γραμμικής αναγωγής ημερήσιων τιμών}
  AdjustingProcedures.AdjustingY(i, j, SeriesNumber);

end; {for j:=1 to S.Subperiods do}
end; {For i:=1 to S.SyntheticPeriods do}
finally
  FreeAndNil(BestSynthetic); FreeAndNil(AllStationsZero);
end;
end; {procedure GenerateY}

```

```

procedure CalculateSyntheticStatisticsY(SeriesNumber:Integer);
{*** Υπολογισμοί στατιστικών συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιου βήματος ***}
var
  N1,N2: TRandVar;
  j,k,k1,k2: Integer;
begin
  for k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N1:=NodeList[k-1];
    YMean(N1.Ysynthetic[SeriesNumber], S.ForecastDaysInY, N1.S_meany[SeriesNumber]);
    YThirdMoment(N1.Ysynthetic[SeriesNumber], N1.S_meany[SeriesNumber],
False,S.ForecastDaysInY, N1.S_m3y[SeriesNumber]);
    YAutoCovariance1(N1.Ysynthetic[SeriesNumber], False, S.ForecastDaysInY,
N1.S_covy[SeriesNumber]);
    SyntheticDryPossibility(N1.Ysynthetic[SeriesNumber], N1.S_dryposs[SeriesNumber]);
  end;

  {Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}
  YSyntheticCrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, SeriesNumber, False,
M.S_CrossCovY[SeriesNumber]);

  {Υπολογισμός διασποράς}
  for k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N1:=NodeList[k-1];
    For j:=1 to S.Subperiods do N1.S_vary[SeriesNumber].e[j]:=M.S_CrossCovY[SeriesNumber][j-
1].e[k,k];
    {το ίδιο κάνει}
  end;
end;

```

```
// YVariance(N1.Ysynthetic[SeriesNumber], S.ForecastDaysInY, N1.S_meany[SeriesNumber],  
False, N1.S_vary[SeriesNumber]); {εναλλακτικά}
```

```
for j:=1 to S.Subperiods do {Υπολογισμός αυτοσυσχέτισης για lag1 από αυτοσυνδιασπορά}  
begin
```

```
N1.S_covy[SeriesNumber].e[j]:=N1.S_covy[SeriesNumber].e[j]/(N1.S_vary[SeriesNumber].e[j]);  
end;
```

```
YSkewness(N1.S_m3y[SeriesNumber], N1.S_vary[SeriesNumber],  
N1.S_skewy[SeriesNumber]);  
end;
```

```
for j:=1 to S.Subperiods do  
for k1:=1 to S.VarCount do  
for k2:=1 to S.VarCount do  
begin  
N1:=NodeList[k1-1]; N2:=NodeList[k2-1];  
M.S_CrossCovY[SeriesNumber][j-1].e[k1,k2]:=M.S_CrossCovY[SeriesNumber][j-  
1].e[k1,k2]/SQRT(N1.S_vary[SeriesNumber].e[j]*N2.S_vary[SeriesNumber].e[j]);  
end;
```

```
end; {procedure CalculateSyntheticStatisticsY}
```

```
procedure CreateYTran;  
{Μετασχηματισμός Δύναμης ημερήσιων ιστορικών δεδομένων}  
var  
k: Integer;  
N: TRandVar;  
begin
```

```

for k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    PowerTransformation(N.Y, N.DaysInY, S.DailyHasPowerTransformation,
S.DailyPowerTransformation, N.YTran);
  end;
end; {procedure CreateYTran;}

```

```

procedure CalculateSyntheticStatisticsTranY(SeriesNumber:Integer);
{Υπολογισμοί στατιστικών μετασχηματισμένων συνθετικών χρονοσειρών ημερήσιου βήματος}
var
  N1,N2: TRandVar;
  j,k,k1,k2: Integer;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do
    begin
      N1:=NodeList[k-1];
      YMean(N1.YTransynthetic[SeriesNumber], S.ForecastDaysInY,
N1.S_meanTranY[SeriesNumber]);
      YAutoCovariance1(N1.YTransynthetic[SeriesNumber], False, S.ForecastDaysInY,
N1.S_covTranY[SeriesNumber]);
    end;
    {Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}
    YTranSyntheticCrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, SeriesNumber, False,
M.S_CrossCovTranY[SeriesNumber]);

    {Υπολογισμός διασποράς}
    For k:=1 to S.VarCount do
      begin
        N1:=NodeList[k-1];

```



```

// For j:=1 to S.Subperiods do
N1.S_varTrany[SeriesNumber].e[j]:=M.S_CrossCovTranY[SeriesNumber][j-1].e[k,k];
    {το ίδιο κάνει}
    YVariance(N1.YTransynthetic[SeriesNumber], S.ForecastDaysInY,
N1.S_meanTrany[SeriesNumber], False, N1.S_varTrany[SeriesNumber]);

for j:=1 to S.Subperiods do {Υπολογισμός αυτοσυσχέτισης για lag1 από αυτοσυνδιασπορά}

N1.S_covTrany[SeriesNumber].e[j]:=N1.S_covTrany[SeriesNumber].e[j]/(N1.S_varTrany[SeriesN
umber].e[j]);
end;
{Υπολογισμός ετεροσυσχέτισης}
For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do
begin
N1:=NodeList[k1-1]; N2:=NodeList[k2-1];
M.S_CrossCovTranY[SeriesNumber][j-1].e[k1,k2]:=M.S_CrossCovTranY[SeriesNumber][j-
1].e[k1,k2]/SQRT(N1.S_varTrany[SeriesNumber].e[j]*N2.S_varTrany[SeriesNumber].e[j]);
end;

end; {procedure CalculateSyntheticStatisticsTranY}

{*****}
{Εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίου
βήματος}
{*****}}

procedure LV_PAR1; {Μηνιαία Χρονική Κλίμακα}
begin

```

```

{ if S.Timescale=otsDAILY then
  begin
    ModelParametersX;
    CalculateStatisticsVX;
    CalculateGammaParametersX;
    AdjustingProcedures.Calculate_Lamda;
  end else
  begin
    ModelParametersX;
    RecalculateCrossCovariancesX;
    CalculateStatisticsVX;
    CalculateGammaParametersX;
    AdjustingProcedures.Calculate_Lamda;
  end;
}
ModelParametersX;
RecalculateCrossCovariancesX;
CalculateStatisticsVX;
CalculateGammaParametersX;
AdjustingProcedures.Calculate_Lamda;
end; {procedure LV_PAR1}

```

```

procedure CalculateStatisticsX;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών μηνιαίου βήματος ***}
var
  N: TRandVar;
  j, k, k1, k2: Integer;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do

```

```

begin
  N:=NodeList[k-1];
  Mean(N.X, N.meanx);
  Extreme(N.X, N.minx, N.maxx);
  ThirdMoment(N.X, N.meanx, False, N.m3x);
  AutoCovariance1(N.X, False, N.covx);
end;

{Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}
CrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, False, M.CrossCovX, M.CrossCorelX);

{Υπολογισμός διασποράς}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  for j:=1 to S.Subperiods do
    N.varx.e[j]:=M.CrossCovX[j-1].e[k,k];
  Skewness(N.m3x, N.varx, N.skewx);
end;

{Αποθήκευση ως δειγματικά στατιστικά}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  For j:=1 to S.Subperiods do
  begin
    N.H_meanx.e[j] := N.meanx.e[j];
    N.H_varx.e[j] := N.varx.e[j];
    N.H_m3x.e[j] := N.m3x.e[j];
    N.H_skewx.e[j] := N.skewx.e[j];
  end;
end;

```

```

    N.H_covx.e[j] := N.covx.e[j];
end;
end;

For j:=1 to S.Subperiods do
  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do
      begin
        M.H_CrossCovX[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovX[j-1].e[k1,k2];
        M.H_CrossCorelX[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCorelX[j-1].e[k1,k2];
      end;
    end;
  end;
end; {procedure CalculateStatisticsX}

procedure ModelParametersX;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του μοντέλου PAR(1) ***}
var
  N: TRandVar;
  j,k,k1,k2: Integer;
  sub: Integer;
  hsub,fsub: TVector;
  error: Real;
begin
  {Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου a(l,s) = Cov[X(l,s),X(l,s-1)]/Var[X(l,s-1)] (μητρώο
  αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης)}
  For k:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[k-1];
      For j:=1 to S.Subperiods do

```

```

    If j=1 then M.a.e[k,1]:=N.covx.e[1]/N.varx.e[S.Subperiods]
        else M.a.e[k,j]:=N.covx.e[j]/N.varx.e[j-1];
end;

{Υπολογισμός μητρώου c = bbT = σ(s,s)-a(s)*σ(s-1,s-1)*a(s), όπου σ(s,s):=Cov[Xs,Xs] (μητρώο
ετεροσυσχέτισης)}
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
    If j=1 then sub:=S.Subperiods
        else sub:=j-1;
    For k1:=1 to S.VarCount do
        For k2:=1 to S.VarCount do
            M.bbT[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovX[j-1].e[k1,k2]-M.a.e[k1,j]*M.CrossCovX[sub-
1].e[k1,k2]*M.a.e[k2,j];
        end;
    end;

{Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου h}
For k:=1 to S.VarCount do
    For j:=1 to S.Subperiods do M.h.e[k,j]:=1/SQRT(M.bbT[j-1].e[k,k]);

{Υπολογισμός μητρώου c' = h*c*h = h*bbT*h}
For j:=1 to S.Subperiods do
    For k1:=1 to S.VarCount do
        For k2:=1 to S.VarCount do
            M.c1[j-1].e[k1,k2]:=M.h.e[k1,j]*M.bbT[j-1].e[k1,k2]*M.h.e[k2,j];

{Έλεγχος αν τα στοιχεία του c' βρίσκονται στο διάστημα [-1, 1]}
For j:=1 to S.Subperiods do
    For k1:=1 to S.VarCount do
        For k2:=1 to S.VarCount do
            begin

```

```

If M.c1[j-1].e[k1,k2]<-1 then M.c1[j-1].e[k1,k2]:=-0.99;
If M.c1[j-1].e[k1,k2]>1 then M.c1[j-1].e[k1,k2]:=0.99;
end;

```

{Υπολογισμός διανύσματος $\phi = h(3) * (\mu_3[Y] - \mu_3[aZ]) = h(3) * (\mu_3[Y] - a(3) * \mu_3[Z])$ }

```

For k:=1 to S.VarCount do

```

```

begin

```

```

N:=NodeList[k-1];

```

```

For j:=1 to S.Subperiods do

```

```

begin

```

```

If j=1 then sub:=S.Subperiods

```

```

else sub:=j-1;

```

```

M.f.e[k,j]:=IntRaise(M.h.e[k,j],3)*(N.m3x.e[j]-IntRaise(M.a.e[k,j],3)*N.m3x.e[sub]);

```

```

end;

```

```

end;

```

{Υπολογισμός μητρώου b}

```

hsub := TVector.Create(S.VarCount);

```

```

fsub := TVector.Create(S.VarCount);

```

```

G.ProgressIndicator('b Matrix', 1);

```

```

For j:=1 to S.Subperiods do

```

```

begin

```

```

G.ProgressIndicator(G.Longmonth[j],2);

```

```

For k:=1 to S.VarCount do hsub.e[k]:=M.h.e[k,j];

```

```

For k:=1 to S.VarCount do fsub.e[k]:=M.f.e[k,j];

```

```

OptimalDecompositionB(M.c1[j-1], hsub, fsub, M.b[j-1], error);

```

```

M.Decomposition_error.e[j]:=error;

```

```

end;

```

```

hsub.Free; fsub.Free;

```

```

G.ProgressIndicator("", 1);
G.ProgressIndicator("", 2);

end; {procedure ModelParametersX}

procedure RecalculateCrossCovariancesX;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης ***}
var
j, k1, k2, k, sub: Integer;
lter: Integer;
sum: Real;
bT : TMatrix;
sum1, sum2, convrg: Real;
begin
bT:=TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount);

{Αρχικές τιμές}
For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k2]:=M.CrossCovX[j-1].e[k1,k2];

{Μητρώο συνδιασποράς c = b*bT}
For j:=1 to S.Subperiods do
begin
bT.Assign(M.b[j-1]);
bT.Transpose;
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do
begin

```

```

sum:=0;
For k:=1 to S.VarCount do sum:=sum + M.b[j-1].e[k1,k]*bT.e[k,k2];
M.bbT[j-1].e[k1,k2]:=sum;
end;
end;

Iter:=0;

Repeat
Iter:=Iter+1;

{Η προηγούμενη επανάληψη αποθηκεύεται στο μητρώο των συνθετικών ετεροσυσχετίσεων}
For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do M.S_CrossCovX[0][j-1].e[k1,k2]:=M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k2];

For j:=1 to S.Subperiods do
begin
If j=1 then sub:=S.Subperiods
else sub:=j-1;
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do
M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k2]:=M.bbT[j-1].e[k1,k2] + M.a.e[k1,j]*M.C_CrossCovX[sub-
1].e[k1,k2]*M.a.e[k2,j];
end;

{Κριτήριο σύγκλισης}
sum1:=0; sum2:=0;
For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do

```



```

For k2:=1 to S.VarCount do
begin
sum1:= sum1 + ABS(M.S_CrossCovX[0][j-1].e[k1,k2] - M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k2]);
sum2:= sum2 + ABS(M.S_CrossCovX[0][j-1].e[k1,k2]);
end;
convr:=sum1/sum2;

until (Iter=100) or (convr<0.001);

{Μηδενισμός των στοιχείων του μητρώου συνθετικών ετεροσυσχετίσεων, το οποίο
χρησιμοποιήθηκε βοηθητικά}
For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do M.S_CrossCovX[0][j-1].e[k1,k2]:=0;

For j:=1 to S.Subperiods do
For k1:=1 to S.VarCount do
For k2:=1 to S.VarCount do
M.C_CrossCoreIX[j-1].e[k1,k2]:=M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k2]/SQRT(M.C_CrossCovX[j-1].e[k1,k1]*M.C_CrossCovX[j-1].e[k2,k2]);

bT.Free;
end; {procedure RecalculateCrossCovariancesX}

procedure CalculateStatisticsVX;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου PAR(1) ***}
var
N: TRandVar;
i,j,k: Integer;
sub: Integer;

```

```

b_1, b3_1: TMatrix;
sum: Real;
begin
b_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);
b3_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);

For j:=1 to S.Subperiods do
begin
If j=1 then sub:=S.Subperiods
else sub:=j-1;

{Υπολογισμός διανύσματος E[V] = b^-1*(E[Y]-aE[Z])}
b_1.Assign(M.b[j-1]);
b_1.Invert;
For k:=1 to S.VarCount do
begin
sum:=0;
For i:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[i-1];
sum:= sum + b_1.e[k,i]*(N.meanx.e[j]-M.a.e[i,j]*N.meanx.e[sub]);
end;
N:=NodeList[k-1];
N.meanV.e[j]:=sum;
end;

{Υπολογισμός διανύσματος ξ = μ3[V] = b(3)^-1*(μ3[Y]-a(3)*μ3[Z])}
b3_1.Assign(M.b[j-1]);
b3_1.ScalarIntPower(3);
b3_1.Invert;

```

```

For k:=1 to S.VarCount do
begin
sum:=0;
For i:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[i-1];
sum:= sum + b3_1.e[k,i]*(N.m3x.e[j]-IntRaise(M.a.e[i,j],3)*N.m3x.e[sub]);
end;
N:=NodeList[k-1];
N.skewV.e[j]:=sum;
end;

end; {For j:=1 to S.Subperiods do}

b_1.Free; b3_1.Free;

end; {procedure CalculateStatisticsVX}

```

```

procedure CalculateGammaParametersX;
{*** Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα ***}
var
j,k: Integer;
N: TRandVar;
begin
For j:=1 to S.Subperiods do
For k:=1 to S.VarCount do
begin
N:=NodeList[k-1];

```

```

    N.Kparam.e[j]:=4/ABS(N.skewV.e[j])/N.skewV.e[j];    {διάνυσμα παράμετρου κ της γάμα
κατανομής}
    N.Lparam.e[j]:=SQRT(ABS(N.Kparam.e[j]));          {διάνυσμα παράμετρου λ της γάμα
κατανομής}
    N.Cparam.e[j]:=N.meanV.e[j]-N.Kparam.e[j]/N.Lparam.e[j]; {διάνυσμα παράμετρου c της
γάμα κατανομής}
    N.Cparam.e[j]:=N.Cparam.e[j]*N.Kparam.e[j]/ABS(N.Kparam.e[j]);
end;
end; {procedure CalculateGammaParametersX}

```

```

procedure GenerateX(SeriesNumber:Integer); {(Ετήσια --> Μηνιαία)}
var
i,j,k,l: Integer;
PreviousSub, Period: Integer;
N: TRandVar;
sum: Real;
Iterations: Integer;
NormDZ, BestNorm: Real;
BestSynthetic: TMatrix;
begin
BestSynthetic:=TMatrix.Create(S.VarCount, S.Subperiods);
try
For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
begin
G.ProgressIndicator('Year '+IntToStr(i), 1);

Iterations:=0;
BestNorm:=1000000;

```

{Επαναληπτική διαδικασία παραγωγής των μηνών μίας περιόδου, μέχρις ότου η απόσταση ΔZ γίνει ελάχιστη}

Repeat

Iterations:=Iterations+1;

For j:=1 to S.Subperiods do

begin

{Παραγωγή τυχαίων αριθμών, διάνυσμα V}

For k:=1 to S.VarCount do

begin

N:=NodeList[k-1];

If S.RandomModel=Whittaker then M.V.e[k]:=Statistics.grnd(N.Kparam.e[j],N.Lparam.e[j])+
N.Cparam.e[j]

else M.V.e[k]:=Statistics.GammaGenerator(N.Kparam.e[j],N.Lparam.e[j],
N.Cparam.e[j]);

end;

{Εφαρμογή της σχέσης $X' = a*X + b*V$ }

If j=1 then

begin

Period:=i-1;

PreviousSub:=S.Subperiods;

end

else

begin

Period:=i;

PreviousSub:=j-1;

end;

For k:=1 to S.VarCount do

begin

```

N:=NodeList[k-1];
sum:=0;
For l:=1 to S.VarCount do sum:= sum + M.b[j-1].e[k,l]*M.V.e[l];
M.bV.e[k]:=sum;

If (i=1) and (j=1) then
    {Για τον πρώτο μήνα της πρώτης περιόδου θεωρούμε προηγούμενη τιμή ίση με τη μέση
τιμή του τελευταίου μήνα}
    N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j]:=M.a.e[k,j]*N.meanx.e[S.Subperiods]+M.bV.e[k]
else

N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j]:=M.a.e[k,j]*N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Period,PreviousSub
]+M.bV.e[k];
    end; {For k:=1 to S.VarCount do}
end; {For j:=1 to S.Subperiods do}

NormDZ:=0;
For k:=1 to S.VarCount do
begin
    N:=NodeList[k-1];
    sum:=0;
    For j:=1 to S.Subperiods do sum:= sum + N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j];
    NormDZ:= NormDZ + ABS(sum - N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]) / SQRT(N.varz);
end;
NormDZ:=NormDZ/S.VarCount;

If NormDZ<BestNorm then
begin
    BestNorm:=NormDZ;
    For k:=1 to S.VarCount do
begin

```

```

    N:=NodeList[k-1];
    For j:=1 to S.Subperiods do BestSynthetic.e[k,j]:=N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j];
end;
end;

until (Iterations=50{50{S.MaxIterDZ}} or (NormDZ<S.MinNormDZ);

{Αποθήκευση της σειράς με την ελάχιστη νόρμα}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
    N:=NodeList[k-1];
    For j:=1 to S.Subperiods do N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[i,j]:=BestSynthetic.e[k,j];
end;

{Διαδικασία γραμμικής αναγωγής μηνιαίων τιμών}
AdjustingProcedures.Adjusting(i, SeriesNumber);

end; {For i:=1 to S.SyntheticPeriods do}
finally
    FreeAndNil(BestSynthetic)
end;

end; {procedure GenerateX}

procedure CalculateSyntheticStatisticsX(SeriesNumber:Integer);
{*** Υπολογισμοί στατιστικών συνθετικών χρονοσειρών χαμηλού επιπέδου ***}
var
    N1,N2: TRandVar;
    j,k,k1,k2: Integer;

```

```

begin
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N1:=NodeList[k-1];
    Mean(N1.Xsynthetic[SeriesNumber], N1.S_meanx[SeriesNumber]);
    ThirdMoment(N1.Xsynthetic[SeriesNumber], N1.S_meanx[SeriesNumber], False,
N1.S_m3x[SeriesNumber]);
    AutoCovariance1(N1.Xsynthetic[SeriesNumber], False, N1.S_covx[SeriesNumber]);
  end;

  {Υπολογισμός συνδιασποράς}
  SyntheticCrossCovariance(S.Subperiods, S.VarCount, SeriesNumber, False,
M.S_CrossCovX[SeriesNumber]);

  {Υπολογισμός διασποράς}
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N1:=NodeList[k-1];
    For j:=1 to S.Subperiods do N1.S_varx[SeriesNumber].e[j]:=M.S_CrossCovX[SeriesNumber][j-
1].e[k,k];

    {Υπολογισμός συντελεστών αυτοσυσχέτισης}
    For j:=1 to S.Subperiods do
      If j=1 then
N1.S_covx[SeriesNumber].e[1]:=N1.S_covx[SeriesNumber].e[1]/SQRT(N1.S_varx[SeriesNumber].
e[1]*N1.S_varx[SeriesNumber].e[S.Subperiods])
      else
N1.S_covx[SeriesNumber].e[j]:=N1.S_covx[SeriesNumber].e[j]/SQRT(N1.S_varx[SeriesNumber].e
[j]*N1.S_varx[SeriesNumber].e[j-1]);

      Skewness(N1.S_m3x[SeriesNumber], N1.S_varx[SeriesNumber], N1.S_skewx[SeriesNumber]);
    end;
  end;

```



```

{Υπολογισμός συντελεστή ετεροσυσχέτισης}
For j:=1 to S.Subperiods do
  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do
      begin
        N1:=NodeList[k1-1]; N2:=NodeList[k2-1];
        M.S_CrossCovX[SeriesNumber][j-1].e[k1,k2]:=M.S_CrossCovX[SeriesNumber][j-1].e[k1,k2]/SQRT(N1.S_varx[SeriesNumber].e[j]*N2.S_varx[SeriesNumber].e[j]);
      end;
    end;
  end;
end; {procedure CalculateSyntheticStatisticsX}

```

```

{*****}
{ Εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ετήσιου βήματος}
{*****}

```

```

procedure HV_PAR1;
begin
  CalculateStatisticsZ;
  ModelParametersZ;
  RecalculateCrossCovariancesZ;
  CalculateStatisticsVZ;
  CalculateGammaParametersZ;
end; {procedure HV_PAR1}

```

```

procedure CalculateStatisticsZ;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών μεταβλητών ετήσιου βήματος ***}

```

```

var
  N: TRandVar;
  i,k: Integer;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    if S.Timescale=otsDAILY then
      begin
        N:=NodeList[k-1];
        ZMean(N.Z, N.meanz);
      end else
      begin
        N:=NodeList[k-1];
        ZMean(N.Z, N.meanz);
        ZExtreme(N.Z, N.minz, N.maxz);
        ZAutoCovariance(N.Z, False, N.H_gamma);
        PowerSpectrum(N.H_gamma, N.H_spectrum);
        For i:=0 to N.Periods div 2 do N.corelz.e[i+1]:=N.H_gamma.e[i+1]/N.H_gamma.e[1];
        {αυτοσυσχετόγραμμα}
        end;
      end;
    end;

    {Υπολογισμός συντελεστών ετεροσυσχέτισης}
    ZCrossCovariance(S.VarCount, False, M.CrossCovZ, M.CrossCorelZ);

    { For k1:=1 to S.VarCount do
      For k2:=1 to S.VarCount do

M.CrossCorelZ.e[k1,k2]:=M.CrossCovZ.e[k1,k2]/SQRT(M.CrossCovZ.e[k1,k1]*M.CrossCovZ.e[k2,k
2]);}

```

```

{Υπολογισμός διασποράς και ασυμμετρίας}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  N.varz:=M.CrossCovZ.e[k,k];
  ZSkewness(N.Z, N.meanz, N.varz, False, N.skewz);
  N.m3z:=N.skewz*RealRaise(N.varz, 3/2);
end;

end; {procedure CalculateStatisticsZ}

procedure ModelParametersZ;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων a, c, h, c', φ, b του μοντέλου PAR(1) ***}
var
  N: TRandVar;
  k,k1,k2: Integer;
  error: Real;
begin
  {Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου a (μητρώο αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης)}
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    M.aZ.e[k]:=N.covz/N.varz;
  end;

  {Υπολογισμός μητρώου c = bbT (μητρώο ετεροσυσχέτισης)}
  For k1:=1 to S.VarCount do
  For k2:=1 to S.VarCount do
    M.bbTZ.e[k1,k2]:=M.CrossCovZ.e[k1,k2]-M.aZ.e[k1]*M.CrossCovZ.e[k1,k2]*M.aZ.e[k2];
  
```

```

{Υπολογισμός διαγώνιου μητρώου h}
For k:=1 to S.VarCount do
  M.hZ.e[k]:=1/SQRT(M.bbTZ.e[k,k]);

{Υπολογισμός μητρώου c' = h*c*h = h*bbT*h}
For k1:=1 to S.VarCount do
  For k2:=1 to S.VarCount do
    M.c1Z.e[k1,k2]:=M.hZ.e[k1]*M.bbTZ.e[k1,k2]*M.hZ.e[k2];

{Υπολογισμός διανύσματος φ}
For k:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[k-1];
  M.fZ.e[k]:=IntRaise(M.hZ.e[k],3)*N.m3z*(1-IntRaise(M.aZ.e[k],3));
end;

OptimalDecompositionB(M.c1Z, M.hZ, M.fZ, M.bZ, error); {Υπολογισμός μητρώου b}
M.Decomposition_error.e[S.Subperiods+1]:=error;

end; {procedure ModelParametersZ}

procedure RecalculateCrossCovariancesZ;
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των θεωρητικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης ***}
var
  k1, k2, k: Integer;
  sum: Real;
  bT: TMatrix;
begin

```

```

bT:=TMatrix.Create(S.VarCount, S.VarCount);

{Μητρώο συνδιασποράς c = b*bT}
bT.Assign(M.bZ);
bT.Transpose;
For k1:=1 to S.VarCount do
  For k2:=1 to S.VarCount do
    begin
      sum:=0;
      For k:=1 to S.VarCount do sum:=sum + M.bZ.e[k1,k]*bT.e[k,k2];
      M.bbTZ.e[k1,k2]:=sum;
    end;

  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do M.C_CrossCovZ.e[k1,k2]:=M.bbTZ.e[k1,k2]/(1-
M.aZ.e[k1]*M.aZ.e[k2]);

  For k1:=1 to S.VarCount do
    For k2:=1 to S.VarCount do

M.C_CrossCorelZ.e[k1,k2]:=M.C_CrossCovZ.e[k1,k2]/SQRT(M.C_CrossCovZ.e[k1,k1]*M.C_CrossCovZ.e[k2,k2]);

  bT.Free;

end; {procedure RecalculateCrossCovariancesZ}

procedure CalculateStatisticsVZ;
{*** Υπολογισμοί στατιστικών τυχαίων όρων V του μοντέλου PAR(1) ***}
var

```

```

N: TRandVar;
i,k: Integer;
b_1, b3_1: TMatrix;
sum: Real;
begin
  b_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);
  b3_1 := TMatrix.Create(S.VarCount,S.VarCount);

  {Υπολογισμός διανύσματος E[V]}
  b_1.Assign(M.bZ);
  b_1.Invert;
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    sum:=0;
    For i:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[i-1];
      sum:= sum + b_1.e[k,i]*N.meanz*(1-M.aZ.e[i]);
    end;
    N:=NodeList[k-1];
    N.meanVZ:=sum;
  end;

  {Υπολογισμός διανύσματος  $\xi = \mu_3[V] = b(3)^{-1} * (\mu_3[Y] - a(3) * \mu_3[Z])$ }
  b3_1.Assign(M.bZ);
  b3_1.ScalarIntPower(3);
  b3_1.Invert;
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    sum:=0;

```

```

For i:=1 to S.VarCount do
begin
  N:=NodeList[i-1];
  sum:= sum + b3_1.e[k,i]*N.m3z*(1-IntRaise(M.aZ.e[i],3));
end;
N:=NodeList[k-1];
N.skewVZ:=sum;
end;

b_1.Free; b3_1.Free;

end; {procedure CalculateStatisticsVZ}

procedure CalculateGammaParametersZ;
{*** Υπολογισμοί παραμέτρων κατανομής γάμα ***}
var
  k: Integer;
  N: TRandVar;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    N.KZparam:=4/SQR(N.skewVZ);      {διάνυσμα παράμετρου κ της γάμα κατανομής}
    N.LZparam:=SQRT(N.KZparam);     {διάνυσμα παράμετρου λ της γάμα κατανομής}
    N.CZparam:=N.meanVZ-N.KZparam/N.LZparam; {διάνυσμα παράμετρου c της γάμα
κατανομής}
  end;
end; {procedure CalculateGammaParametersZ}

```

```

procedure GenerateZ(SeriesNumber:Integer);
var
  i,k,l: Integer;
  N: TRandVar;
  sum: Real;
begin
  For i:=1 to S.SyntheticPeriods do
  begin
    {Παραγωγή τυχαίων αριθμών, διάνυσμα V}
    For k:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[k-1];
      If S.RandomModel=Whittaker then M.V.e[k]:=Statistics.grnd(N.KZparam, N.LZparam)+
N.CZparam
      else M.V.e[k]:=Statistics.GammaGenerator(N.KZparam, N.LZparam,
N.CZparam);
    end;

    For k:=1 to S.VarCount do
    begin
      N:=NodeList[k-1];
      sum:=0;
      For l:=1 to S.VarCount do sum:= sum + M.bZ.e[k,l]*M.V.e[l];
      M.bV.e[k]:=sum;

      If i=1 then N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]:=M.aZ.e[k]*N.meanz + M.bV.e[k] {Για το πρώτο
έτος θεωρούμε προηγούμενη τιμή ίση με τη μέση ετήσια τιμή}
      else N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]:=M.aZ.e[k]*N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i-1] +
M.bV.e[k];
      If N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]<0 then N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[i]:=0;
    end;
  end;
end;

```



```
end;  
AdjustingProcedures.Adjusting(i, SeriesNumber);  
  
end; {j:=1 to S.SyntheticPeriods do}  
end; {procedure GenerateZ}  
  
end.
```

A.5 Unit “AdjustingProcedures”

```
{*****}
{      Thelma library, Castalia, National Technical University of Athens      }
{*****}
```

```
unit AdjustingProcedures;
```

```
interface
```

```
uses Matrix, dkMath, cTypes, DateUtils ;
```

```
procedure Calculate_Ssj; {Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων σsj για τον επιμερισμό}
```

```
procedure Calculate_Lamda; {Υπολογισμός συντελεστών αναγωγής λ}
```

```
procedure Adjusting(Year, SeriesNumber:Integer);
```

```
procedure AdjustingY(Year, Month, SeriesNumber:Integer);
```

```
implementation
```

```
procedure Calculate_Ssj;
```

```
{*** Ρουτίνα υπολογισμού των μητρώων σsj για τον επιμερισμό ***}
```

```
var
```

```
  i,j,k,w: Integer;
```

```
  prod1,prod2: Real;
```

```
  N: TRandVar;
```

```
begin
```

```
  For k:=1 to S.VarCount do
```

```
    For i:=1 to S.Subperiods do
```

```
      begin
```

```
        N:=NodeList[k-1];
```

```

    N.Sigma.e[i,i]:=M.CrossCovX[i-1].e[k,k]; {σss = Var(Xs)}
end;

for k:=1 to S.VarCount do
begin
    N:=NodeList[k-1];
    For i:=1 to S.Subperiods-1 do N.Sigma.e[i,i+1]:=N.covx.e[i+1]; {σs,s+1 = Cov(Xs+1, Xs)}
end;

For k:=1 to S.VarCount do
begin
    N:=NodeList[k-1];
    For i:=1 to S.Subperiods-2 do
        For j:=i+2 to S.Subperiods do
            begin
                prod1:=1; prod2:=1;
                For w:=i+1 to j do prod1:=prod1*N.covx.e[w];
                For w:=i+1 to j-1 do prod2:=prod2*M.CrossCovX[w-1].e[k,k];
                N.Sigma.e[i,j]:=prod1/prod2;
            end;
        end;
    end;

For k:=1 to S.VarCount do
begin
    N:=NodeList[k-1];
    For i:=2 to S.Subperiods do
        For j:=1 to i-1 do N.Sigma.e[i,j]:=N.Sigma.e[j,i]; {σs,j = σj,s}
    end;

end; {procedure Calculate_Ssj;}

```

```

procedure Calculate_Lamda;
{*** Υπολογισμός συντελεστών αναγωγής λ ***}
var
  k,j,i: Integer;
  N: TRandVar;
  Ssz, Szz: Real;
begin
  Calculate_Ssj;

  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];

    Szz:=0;
    For i:=1 to S.Subperiods do
      For j:=1 to S.Subperiods do Szz:=Szz + N.Sigma.e[i,j]; {σZZ}

    For i:=1 to S.Subperiods do
    begin
      Ssz:=0;
      For j:=1 to S.Subperiods do Ssz:= Ssz + N.Sigma.e[i,j]; {σ(τZ)}
      N.Ls.e[i]:=Ssz/Szz; {λs = σs,z/σz,z}
    end;
  end;

end; {procedure Calculate_Lamda;}

```

```

procedure Adjusting(Year, SeriesNumber:Integer);
var
  N: TRandVar;
  sumX: Real;
  k,j: Integer;
  MaxNegative: Real;
  Iterations: Integer;
begin
  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    Iterations:=0;
    Repeat
      Iterations:=Iterations+1;
      sumX:=0; MaxNegative:=0;
      for j:=1 to S.Subperiods do
        begin
          sumX:=sumX + N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j];
        end;
      for j:=1 to S.Subperiods do
        begin
          N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j]:= N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j] +
          N.Ls.e[j]*(N.Zsynthetic[SeriesNumber].e[Year] - sumX);
          if N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j]<0 then
            begin
              if N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j]<MaxNegative then
                MaxNegative:=N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j];
              N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,j]:=0;
            end;
        end;
      until (MaxNegative>S.NegativeLimit{είναι 0.1}) or (Iterations=10);
  end;
end;

```

```

end;
end; {procedure Adjusting}

procedure AdjustingY(Year, Month, SeriesNumber:Integer);
var
  N: TRandVar;
  sumY: Real;
  k,d,days, j: Integer;
  MaxNegative: Real;
  Iterations: Integer;
  Wet: Integer;
  Alldaysdry: boolean;

begin

  For k:=1 to S.VarCount do
  begin
    N:=NodeList[k-1];
    Iterations:=0;

    Case month of
      1 : days:=31;
      2 : days:=30;
      3 : days:=31;
      4 : days:=31;
      5 : days:=28;
      6 : days:=31;
      7 : days:=30;
      8 : days:=31;
      9 : days:=30;

```

```
10 : days:=31;
11 : days:=31;
12 : days:=30;
end;
```

```
{if month<=S.HYearStartingMonth then j:=month+(12-S.HYearStartingMonth)
      else j:=month-S.HYearStartingMonth;
days := DaysInAMonth(1999, j); }
```

Repeat

```
Iterations:=Iterations+1;
sumY:=0; MaxNegative:=0; Wet:=0; Alldaysdry:=False;
```

```
for d:=1 to days do
```

```
begin
```

```
if (N.StationsZero[Year-1].e[Month,d]=1) then
N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]:=0;
```

```
end;
```

```
for d:=1 to 31 do
```

```
begin
```

```
sumY:=sumY + N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d];
```

```
end;
```

```
if sumY=0 then
```

```
begin
```

```
Alldaysdry:=True;
```

```
end;
```

```

for d:=1 to days do {μηδενισμός των λάμδα & μέτρηση υγρών ημερών}
begin
  N.LsY.e[Month,d]:=0;
  if N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]>0 then Inc(Wet);
end;

for d:=1 to days do
begin
  if not Alldaysdry then
  begin
    if N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]>0 then
    begin
      if Wet>0 then N.LsY.e[Month,d]:=1/(Wet) else N.LsY.e[Month,d]:=0
    end
    else N.LsY.e[Month,d]:=0;
  end
  else {if not Alldaysdry}
  begin
    if (d=1) or (d=3) or (d=10) or (d=15) then N.LsY.e[Month,d]:=1/4
    else N.LsY.e[Month,d]:=0;
  end;
end;

for d:=1 to days do
begin

  N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]:=
N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]
  + N.LsY.e[Month,d]*(N.Xsynthetic[SeriesNumber].e[Year,Month] - sumY);
end;

```



```

if N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]<0 then
  begin
    If N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]<MaxNegative then
MaxNegative:=N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d];
    N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[Month,d]:=0; {οι αρνητικές τιμές μηδενίζονται}
  end;

  if S.ForecastDaysInY[Year-1][Month]=29 then N.Ysynthetic[SeriesNumber][Year].e[5,29]:=0;
end; {for d:=1 to days do}

until (MaxNegative>-0.1{S.DNegativeLimit}) or(Iterations=10{10});

end; {For k:=1 to S.VarCount do}
end; {procedure AdjustingY}

end.

```