ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ, ΧΩΡΟΤΑΞΙΑΣ & ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ
ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ
Δ/ΝΣΗ ΕΡΓΩΝ ΥΔΡΕΥΣΗΣ & ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ - ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ
& ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ

MINISTRY OF ENVIRONMENT, REGIONAL PLANNING & PUBLIC WORKS
GENERAL SECRETARIAT OF PUBLIC WORKS
SECRETARIAT OF WATER SUPPLY & SEWAGE

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
DIVISION OF WATER RESOURCES - HYDRAULIC
& MARITIME ENGINEERING

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ

ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ

ΦΑΣΗ Β

ΤΕΥΧΟΣ 13

ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ - ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ ΧΡΗΣΗΣ

RESEARCH PROJECT

EVALUATION AND MANAGEMENT OF THE WATER RESOURCES OF STEREA HELLAS

PHASE B

VOLUME 13

COMPUTER SOFTWARE FOR THE CONSTRUCTION OF IDF CURVES - USER'S MANUAL

ΣΥΝΤΑΞΗ: Δ. ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗΣ, Α. ΜΑΝΕΤΑΣ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ: Θ. ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ
ΚΥΡΙΟΣ ΕΡΕΥΝΗΤΗΣ: Δ. ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗΣ

ΑΘΗΝΑ - ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1995

BY: D. KOUTSOYIANNIS, A. MANETAS
SCIENTIFIC DIRECTOR: TH. XANTHOPOULOS
PRINCIPAL INVESTIGATOR: D. KOUTSOYIANNIS

ATHENS - SEPTEMBER 1995

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό

Το τεύχος αυτό συνοδεύει το πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών στην περιοχή μελέτης. Συγκεκριμένα παρέχει οδηγίες χρήσης και πλήρη θεωρητική και τεχνική τεκμηρίωση του προγράμματος OMBRE. Το πρόγραμμα αυτό καταρτίστηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου *Εκτίμηση και διαχείριση των υδατικών πόρων της Στερεάς Ελλάδας* (φάση Β). Σημειώνεται ότι η θεωρητική βάση του προγράμματος δεν καλύπτεται από τη βιβλιογραφία αλλά σε μεγάλο μέρος οφείλεται σε πρωτότυπη θεωρητική εργασία.

Το εν λόγω ερευνητικό έργο ανατέθηκε και χρηματοδοτήθηκε από τη Διεύθυνση Ύδρευσης και Αποχέτευσης του ΥΠΕΧΩΔΕ (απόφαση Δ6/21609/21-7-1993) σε ερευνητική ομάδα του Τομέα Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων του ΕΜΠ με επιστημονικό υπεύθυνο τον καθηγητή Θ. Ξανθόπουλο και συντονιστή τον επίκουρο καθηγητή Δ. Κουτσογιάννη. Η συγκεκριμένη εργασία την οποία καλύπτει το τεύχος αυτό προδιαγράφεται στο Παράρτημα της απόφασης ανάθεσης (άρθρο 2.2.3, εδάφιο β και 2.3.3 εδάφιο β: Σύνταξη μεθοδολογίας και προγράμματος Η/Υ για κατάρτιση όμβριων καμπυλών με ή χωρίς διαθέσιμα δεδομένα εντάσεων βροχής από βροχογράφο στην περιοχή μελέτης.

Η εν λόγω εργασία εμπίπτει μόνον εμμέσως στο αντικείμενο της διαχείρισης των υδατικών πόρων της Στερεάς Ελλάδας και γι' αυτό δεν συνδέεται άμεσα με τα άλλα τμήματα του ερευνητικού έργου, αλλά αποτελεί αυτόνομο τμήμα. Η ένταξή της στις εργασίες της Β φάσης του ερευνητικού έργου έγινε μετά από πρόταση του ΥΠΕΧΩΔΕ/Δ6, προκειμένου να καλυφθούν γενικότερες ανάγκες σε μελέτες αποχέτευσης της Στερεάς Ελλάδας.

Το πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί εξ ολοκλήρου σε περιβάλλον Windows και έτσι είναι φιλικό προς το χρήστη.

1.2 Διάρθρωση του τεύχους

Το τεύχος αποτελείται από το κύριο μέρος και δύο παραρτήματα. Το κύριο μέρος απευθύνεται στον βασικό χρήστη των προγραμμάτων και παρέχει οδηγίες χρήσης και συνοπτικά στοιχεία της μεθοδολογίας στην οποία στηρίζονται τα προγράμματα. Το Παράρτημα 1 απευθύνεται στον εξειδικευμένο χρήστη και παρέχει αναλυτική θεωρητική και τεχνική τεκμηρίωση. Τέλος, το Παράρτημα 2 δίνει οδηγίες για την (προσεγγιστική) κατάρτιση όμβριων καμπυλών σε περιοχές που δεν λειτουργεί βροχογράφος (και έτσι δεν υπάρχουν δεδομένα εντάσεων για μικρές διάρκειας) χρησιμοποιώντας δεδομένα 24ωρων και 48ωρων υψών βροχής από βροχόμετρα.

2. Συνοπτικό θεωρητικό υπόβαθρο

2.1 Γενικά

Οι *καμπύλες έντασης-διάρκειας-περιόδου επαναφοράς* βροχόπτωσης, ή *όμβριες καμπύλες*, όπως απλούστερα έχει καθιερωθεί να αποκαλούνται στην ελληνική τεχνική ορολογία, αποτελούν ένα από τα βασικότερα εργαλεία του υδρολόγου μηχανικού για το σχεδιασμό αντιπλημμυρικών έργων. Πρόκειται για απλές αναλυτικές ή γραφικές εκφράσεις της μέγιστης έντασης βροχής i συναρτήσει της διάρκειας d και της περιόδου επαναφοράς T. Για την κατάρτιση των όμβριων καμπυλών πρέπει να είναι διαθέσιμες ιστορικές σειρές μέγιστων εντάσεων βροχής για ένα σύνολο k διαρκειών d_j, $j = 1, \ldots, k$, ξεκινώντας από ελάχιστη διάρκεια ίση με την ευκρίνεια Δ των παρατηρήσεων (πχ. 5-10 min για βροχογράφο ημερήσιας ταινίας και 1 h για βροχογράφο εβδομαδιαίας ταινίας) και φθάνοντας μέχρι τη μέγιστη διάρκεια βροχής που ενδιαφέρει στο υπό εξέταση πρόβλημα (πχ. 24 ή 48 h). Αναλυτικά, ο ορισμός των μεγεθών αυτών και ο τρόπος κατασκευής της σειράς τιμών της μεταβλητής i από τη διαθέσιμη πλήρη χρονοσειρά εντάσεων βροχής φαίνεται στο Παράρτημα 1. Στο σημείο αυτό θεωρούμε απαραίτητο να κάνουμε τις ακόλουθες διευκρινιστικές παρατηρήσεις που αφορούν στη φύση των μεταβλητών i και d:

1. Η διάρκεια d δεν είναι τυχαία μεταβλητή αλλά παράμετρος. Δεν έχει σχέση με την πραγματική διάρκεια των επεισοδίων βροχής, αλλά εκφράζει τη χρονική διάρκεια για την οποία εξάγεται η μέση ένταση βροχής.
2. Η ιστορικές σειρές μέγιστων εντάσεων $i(d)$, που αποτελούν τη βασική πληροφορία βάσει της οποίας καταρτίζονται οι όμβριες καμπύλες, δεν περιλαμβάνουν στιγμιαίες εντάσεις, αλλά μέσες εντάσεις για διάρκεια d. Οι σειρές αυτές θεωρείται ότι αποτελούν τυχαία δείγματα των τυχαίων μεταβλητών $i(d)$.

Η κατάρτιση όμβριων καμπυλών, είτε με το πρόγραμμα OMBRE, είτε με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, προϋποθέτει την ύπαρξη μετρήσεων της βροχής με υψηλή χρονική ευκρίνεια (π.χ. από μερικά λεπτά μέχρι μία ώρα). Τέτοια ευκρίνεια παρέχεται από τις ταινίες αυτογραφικών οργάνων (βροχογράφων) ή από τους πιο σύγχρονους ψηφιακούς αισθητήρες του ύψους βροχής. Τα δεδομένα από βροχόμετρο, που κανονικά έχουν ευκρίνεια μίας ημέρας δεν προσφέρονται για την εξαγωγή όμβριων καμπυλών. Ωστόσο, και στην περίπτωση του βροχομέτρου, αν συναξιολογηθούν και τα δεδομένα γειτονικών βροχογράφων, είναι δυνατή η εξαγωγή όμβριων καμπυλών με έμμεσο τρόπο. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκε σχετική μεθοδολογία, η οποία περιγράφεται στο Παράρτημα 2. Το πρόγραμμα OMBRE μπορεί και σε αυτή την περίπτωση να χρησιμοποιηθεί άμεσα. Είναι βεβαίως προφανές ότι σε αυτή την περίπτωση, όπου λείπουν τα άμεσα δεδομένα υψηλής ευκρίνειας στην υπό εξέταση θέση, η αξιοπιστία των όμβριων καμπυλών είναι περιορισμένη.

2.2 Εξισώσεις όμβριων καμπυλών

Το πρόγραμμα OMBRE χρησιμοποιεί τη γενική αναλυτική έκφραση όμβριων καμπυλών

$$i = \frac{a(T)}{b(d)}$$

όπου οι $a(T)$ και $b(d)$ είναι συναρτήσεις της περιόδου επαναφοράς T και της διάρκειας d, αντίστοιχα. Η συνάρτηση του παρονομαστή $b(d)$ παίρνει μια από τις ακόλουθες διαδεδομένες μορφές:

$$b(d) = (d + f)^n \qquad b(d) = d^n \qquad b(d) = d + f$$

όπου f και n παράμετροι προς προσδιορισμό. Η δεύτερη και τρίτη από τις πιο πάνω μορφές αποτελούν ειδικές περιπτώσεις της πρώτης (για $f = 0$ και $n = 1$, αντίστοιχα).

Η συνάρτηση του αριθμητή $a(T)$ εξαρτάται από τον τύπο της συνάρτησης κατανομής που υιοθετείται για τη μέγιστη ένταση βροχής $i\,(d)$. Στο πρόγραμμα μπορεί να γίνει επιλογή ανάμεσα σε τρεις τυπικές συναρτήσεις κατανομής, οπότε προκύπτουν οι ακόλουθες αντίστοιχες εκφράσεις:

- Κατανομή Gumbel

$$a(T) = \frac{1}{\lambda}\left\{c - \ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right]\right\}$$

- Κατανομή Log Pearson III

$$a(T) \approx \exp\left\{c + \frac{\mu}{\lambda\alpha}\left(1 - \frac{1}{T}\right)^{\alpha} + \frac{\nu}{\lambda\beta}\left[\xi - \left(\frac{1}{T}\right)^{\beta}\right]\right\}$$

- Κατανομή Pareto

$$a(T) = \lambda\, T^{\kappa}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις τα λ, c και κ συμβολίζουν παραμέτρους των αντίστοιχων συναρτήσεων κατανομής, ενώ τα μ, ν, α, β και ξ είναι συντελεστές εξαρτώμενοι από την παράμετρο κ της αντίστοιχης κατανομής. Διεξοδική ανάλυση για τις πιο πάνω συναρτήσεις κατανομής (αλλά και άλλες που δεν υποστηρίζονται από την τρέχουσα έκδοση του προγράμματος) καθώς και τις παραμέτρους και τον τρόπο εκτίμησής τους, δίνεται στο Παράρτημα 1.

2.3 Μέθοδοι εκτίμησης παραμέτρων

Η εκτίμηση των παραμέτρων της εξίσωσης όμβριων καμπυλών γίνεται αυτόματα από το πρόγραμμα OMBRE, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που περιγράφεται στο Παράρτημα 1. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μία από τις ακόλουθες τρεις μεθόδους εκτίμησης παραμέτρων, οι οποίες διατίθενται από το πρόγραμμα:

1. *Καθολική εκτίμηση*: Η μέθοδος αυτή εκτιμά ταυτόχρονα (σε ένα στάδιο) το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών ελαχιστοποιώντας το συνολικό σφάλμα των όμβριων καμπυλών σε σχέση με τα ιστορικά δεδομένα.
2. *Εκτίμηση με ενοποίηση διαρκειών*: Η μέθοδος αυτή υπολογίζει το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο υπολογίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης $b(d)$ και στο δεύτερο αυτές της $a(T)$.
3. *Εμπειρική εκτίμηση*: Η μέθοδος αυτή διαφοροποιείται από τις προηγούμενες κυρίως στο γεγονός ότι η παράσταση του αριθμητή δεν αντιμετωπίζεται ως αντίστροφη συνάρτηση κατανομής, αλλά ως καθαρώς εμπειρική έκφραση. Και αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται σε δύο ξεχωριστά στάδια. Το πρώτο στάδιο αντιστοιχεί στην προσαρμογή μιας συνάρτησης κατανομής ξεχωριστά για κάθε διάρκεια και το δεύτερο στην εκτίμηση των παραμέτρων της.

Αναλυτική τεκμηρίωση των τριών μεθόδων περιέχεται στο Παράρτημα 1. Σημειώνεται ότι οι δύο πρώτες μέθοδοι είναι πρωτότυπες, αφού αναπτύχθηκαν στα πλαίσια αυτού του ερευνητικού έργου, και συνιστώνται ως ακριβέστερες και συνεπέστερες προς την πιθανοτική θεώρηση των μέγιστων εντάσεων βροχής. Η μέθοδος της εμπειρικής εκτίμησης στηρίζεται σε παλιότερες τεχνικές τις οποίες έχει κωδικοποιήσει και συστηματοποιήσει κατάλληλα.

3. Οδηγίες χρήσης του προγράμματος

3.1 Γενική περιγραφή του προγράμματος

Το πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί σε περιβάλλον MS-Windows και λειτουργεί με διαδραστική (interactive) μορφή. Βάση της λειτουργίας του προγράμματος είναι ένα φύλλο εργασίας (worksheet) στο οποίο εισάγονται (είτε από το πληκτρολόγιο, είτε από άλλο πρόγραμμα με αντιγραφή) τα πρωτογενή δεδομένα. Στο ίδιο φύλλο εργασίας γίνονται οι υπολογισμοί των μετασχηματισμένων δεδομένων (πχ. εντάσεις βροχής από ύψη, ανηγμένα δεδομένα, κατάταξη δειγμάτων, κτλ.) καθώς και η εκτίμηση των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών. Το πρόγραμμα δίνει ακόμη τη δυνατότητα:

- Μεταφοράς των πινακοποιημένων δεδομένων σε άλλο πρόγραμμα (πχ. Excel)·
- Κατασκευής διαγραμμάτων όμβριων καμπυλών ή πιθανότητας, τα οποία επίσης μπορούν να μεταφερθούν σε άλλο πρόγραμμα·

- Σύνταξης αναφορών με τα πρωτογενή δεδομένα και τα αποτελέσματα, οι οποίες και πάλι μπορούν να μεταφερθούν σε άλλο πρόγραμμα (πχ. Word).

3.2 Επεξήγηση εντολών

Παρακάτω παρουσιάζεται μια συνοπτική επεξήγηση των εντολών του προγράμματος. Πιο αναλυτική παρουσίαση γίνεται στο εδάφιο 3.3.

➢ **Αρχείο-Νέο**

Δημιουργεί ένα καινούργιο παράθυρο για την εισαγωγή και επεξεργασία δεδομένων.

➢ **Αρχείο-Άνοιγμα**

Φορτώνει ένα υπάρχον αρχείο δεδομένων. Τα αρχεία που χρησιμοποιεί το πρόγραμμα έχουν κατάληξη .omb εκτός αν οριστεί αλλιώς.

➢ **Αρχείο-Κλείσιμο**

Κλείνει το ενεργό παράθυρο επεξεργασίας.

➢ **Αρχείο-Αποθήκευση**

Αποθηκεύει τα περιεχόμενα του ενεργού παράθυρου σε αρχείο.

➢ **Αρχείο-Έξοδος**

Τερματίζει τη λειτουργία του προγράμματος

➢ **Επιμέλεια-Κοπή**

Αντιγράφει στην προσωρινή μνήμη την περιοχή του φύλλου εργασίας που έχει επιλεγεί ενώ ταυτόχρονα σβήνει τα περιεχόμενα της περιοχής αυτής.

➢ **Επιμέλεια-Αντιγραφή**

Αντιγράφει στην προσωρινή μνήμη την περιοχή του φύλλου εργασίας που έχει επιλεγεί.

➢ **Επιμέλεια-Κόλληση**

Τοποθετεί στο φύλλο εργασίας τα περιεχόμενα της προσωρινής μνήμης.

➢ **Επιμέλεια-Προσθήκη**

Προσθέτει γραμμές και στήλες στο φύλλο εργασίας

➢ **Επιμέλεια-Τίτλοι**

Βάζει τίτλους στις επιλεγμένες στήλες του φύλλου εργασίας.

➢ **Επιμέλεια-Εκκαθάριση όλων**

Σβήνει τα περιεχόμενα όλων των κελιών του φύλλου εργασίας.

➢ **Δεδομένα-Κατάταξη**

Κατατάσσει τα δείγματα κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά. Τα δείγματα καθορίζονται από τις διαφορετικές στήλες. Για να εκτελεστεί η εντολή πρέπει να επιλεγούν κάποιες στήλες και γραμμές του φύλλου εργασίας που περιέχουν μόνο αριθμητικά δεδομένα.

➢ **Δεδομένα-Ένταση**

Υπολογίζει εντάσεις βροχής για δεδομένα ύψη και διάρκειες. Για να λειτουργήσει η εντολή πρέπει να επιλεγούν στήλες και γραμμές του φύλλου εργασίας που εκτός από τις τιμές των υψών βροχής πρέπει να περιέχουν και τις διάρκειες.

➢ **Δεδομένα-Αναγωγή σφάλματος διακριτοποίησης**

Η εντολή αυτή πολλαπλασιάζει τις επιλεγμένες τιμές του φύλλου εργασίας με το συντελεστή άρσης του σφάλματος διακριτοποίησης (βλ. Παράρτημα 1) ο οποίος εξαρτάται από το χρονικό βήμα διακριτοποίησης.

➢ **Δεδομένα-Προσαρμογή δείγματος LP III**

Σχεδιάζει σε χαρτί κατανομής Gumbel τις εμπειρικές πιθανότητες (κατά Gringorten) των δεδομένων του φύλλου εργασίας που έχουν επιλεγεί και ταυτόχρονα προσαρμόζει και σχεδιάζει τις αντίστοιχες θεωρητικές συναρτήσεις κατανομής Log Pearson III. Η εντολή αυτή (καθώς και η αμέσως επόμενη) είναι χρήσιμη για την απόκτηση μιας πρώτης εικόνας για την κατανομή που ακολουθούν τα δεδομένα, αλλά δεν υπολογίζει τις τελικές παραμέτρους των όμβριων καμπυλών. Για να εκτελεστεί πρέπει να επιλεγούν γραμμές και στήλες του φύλλου εργασίας που εκτός από τις τιμές των εντάσεων περιέχουν και τις διάρκειες.

➢ **Δεδομένα-Προσαρμογή δείγματος Gumbel**

Λειτουργεί με τον ίδιο τρόπο όπως η παραπάνω εντολή, αλλά αντί της κατανομής Log-Pearson III προσαρμόζει και σχεδιάζει την κατανομή Gumbel.

➢ **Υπολογισμός-Όμβριας εξίσωσης**

Η εντολή αυτή υπολογίζει την όμβρια εξίσωση για τις επιλεγμένες σειρές μεγίστων του φύλλου εργασίας.

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει τρεις διαφορετικές μεθόδους υπολογισμού. Για κάθε μια από τις μεθόδους υπάρχουν μέχρι τρεις διαφορετικές κατανομές και για κάθε κατανομή υπάρχουν μέχρι τρεις διαφορετικοί τύποι όμβριας εξίσωσης, όπως περιγράφεται στο εδάφιο 2.2. Αναλυτική περιγραφή του τρόπου εκτίμησης για κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις δίνεται στο Παράρτημα 1.

➢ **Υπολογισμός-Διάγραμμα πιθανότητας**

Αφού έχει υπολογιστεί η όμβρια εξίσωση για μια ομάδα εντάσεων, η εντολή αυτή σχεδιάζει, για λόγους σύγκρισης, τις θεωρητικές και εμπειρικές συναρτήσεις κατανομής των εντάσεων ή υψών βροχής, σε διάφορα είδη χαρτιών που επιλέγει ο χρήστης. Οι επιλογές που μπορούν να γίνουν είναι:

Διπλό λογαριθμικό χαρτί

Ο κατακόρυφος άξονας περιέχει τον λογάριθμο του ύψους ή της έντασης και ο οριζόντιος τον λογάριθμο της πιθανότητας εμφάνισης.

Γραμμικό χαρτί

Ο κατακόρυφος άξονας περιέχει τιμές υψών ή εντάσεων και ο οριζόντιος πιθανότητα εμφάνισης.

Χαρτί Gumbel

Ο κατακόρυφος περιέχει τιμές υψών ή εντάσεων και ο οριζόντιος περιέχει την ανηγμένη μεταβλητή Gumbel.

➢ **Υπολογισμός-Διάγραμμα Όμβριων**

Αφού έχει υπολογιστεί η όμβρια εξίσωση για μια ομάδα εντάσεων, η εντολή αυτή σχεδιάζει το διάγραμμα όμβριων καμπύλων για διάφορες διάρκειες και εντάσεις που επιλέγει ο χρήστης. Ο οριζόντιος άξονας του διαγράμματος δείχνει τις διάφορες διάρκειες ενώ ο κατακόρυφος τα ύψη ή τις εντάσεις.

➢ **Υπολογισμός-Τελικές εντάσεις**

Για να λειτουργήσει η εντολή αυτή πρέπει να έχει προηγηθεί ο υπολογισμός της όμβριας εξίσωσης. Στη συνέχεια πρέπει να δημιουργηθεί μια περιοχή στο φύλλο εργασίας με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

	Διάρκεια 1	Διάρκεια 2	Διάρκεια 3	...
Περίοδος επαναφοράς 1				
Περίοδος επαναφοράς 2				
Περίοδος επαναφοράς 3				
⋮				

Αφού επιλεγεί αυτή η περιοχή του φύλλου εργασίας η εκτέλεση της εντολής γεμίζει τα άδεια κελιά με τις εντάσεις που αντιστοιχούν στις διάρκειες και τις διάφορες περιόδους επαναφοράς.

➢ **Υπολογισμός-Αναφορά**

Για να τυπωθεί η αναφορά πρέπει να δοθούν τα παρακάτω στοιχεία στο πρόγραμμα:

Περιοχή του φύλλου εργασίας με τα ιστορικά δεδομένα.

Η περιοχή καθορίζεται από το πάνω αριστερά κελί και το κάτω δεξιά.

Περιοχή διορθωμένων δεδομένων.

Η περιοχή καθορίζεται με τον ίδιο τρόπο.

Περιοχή Διατεταγμένων δεδομένων

Ισχύει ότι και παραπάνω

Περιοχή Τελικών εντάσεων

Ισχύει ότι και παραπάνω

Αν δεν είναι επιθυμητή η εκτύπωση κάποιας από τις περιοχές τότε πρέπει το άνω αριστερά κελί να συμπίπτει με το κάτω δεξιά.

3.3 Παραδείγματα χρήσης

Στο παράδειγμα που ακολουθεί θα παρουσιαστεί αναλυτικά ο τρόπος με τον οποίο μπορεί το πρόγραμμα να υπολογίσει μια όμβρια εξίσωση, να σχεδιάσει τα απαραίτητα διαγράμματα και να εκτυπώσει την τελική αναφορά.

3.3.1 Προετοιμασία δεδομένων

Το πρόγραμμα υπολογίζει την όμβρια εξίσωση με την χρήση ιστορικών δεδομένων μέγιστων ετήσιων εντάσεων βροχής. Οι εντάσεις αυτές πρέπει να είναι καταταγμένες κατά φθίνουσα σειρά. Μπορεί ο χρήστης να εισαγάγει από την αρχή τα δεδομένα υπό αυτές τις προϋποθέσεις ή να εισαγάγει τα ύψη βροχής και στη συνέχεια να τα μετασχηματίσει με την βοήθεια των κατάλληλων εντολών.

Στο παράδειγμα θεωρείται ότι τα πρωτογενή δεδομένα είναι μέγιστα ετήσια ύψη βροχής. Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά τα βήματα της προετοιμασίας των δεδομένων.

1 hr	2 hr	6 hr	12 hr	24 hr
22.9	27.9	33.402	25.896	43.608
12.3	16.9	29.598	35.904	37.8
22.7	36.3	38.898	39.3	39.288
30	46.2	46.2	48.096	52.008
21.5	33.5	42.798	53.796	55.8
17.5	25	32.502	33.504	43.512
8.3	10	16.002	22.2	25.992
13.8	15	24.6	35.004	52.8
23	24.2	32.502	44.004	65.808
14	17.5	25.002	36.996	42.504
23.6	23.6	23.598	23.604	24.696
19	22.2	34.002	46.296	63.504
16	21.8	29.898	30.204	31.296
30	41	40.998	42.504	46.296
25	39	57.498	59.304	59.304
8	10.2	22.002	34.8	49.8
21.8	30.2	37.2	39.6	47.808
14.7	20.8	34.398	54.204	57.696
8.2	12.2	19.002	26.7	27.888

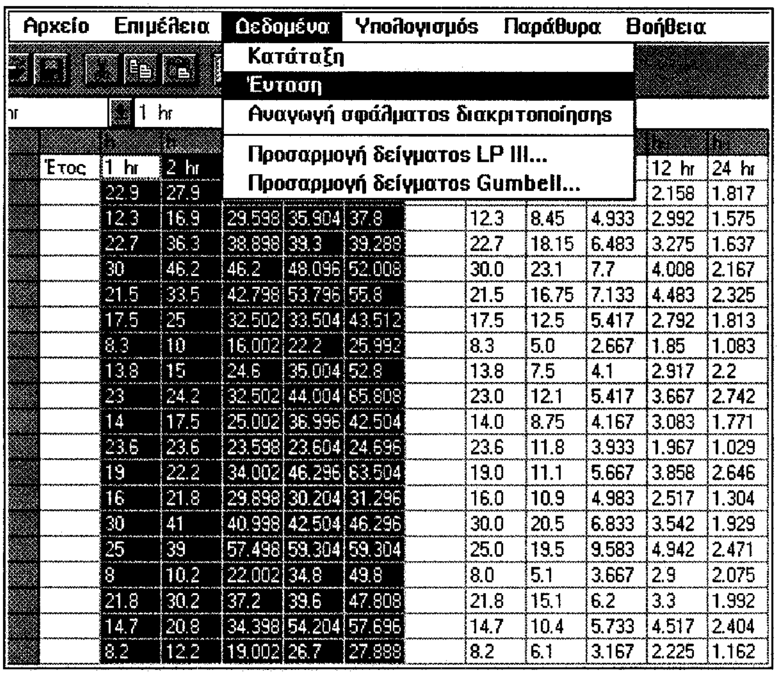
Εισαγωγή δεδομένων

Τα δεδομένα ομαδοποιούνται ανάλογα με τη διάρκεια βροχόπτωσης. Κάθε ομάδα δεδομένων καταλαμβάνει μια στήλη του φύλλου εργασίας. Ο καθορισμός της διάρκειας που αντιπροσωπεύει η στήλη γίνεται με την εισαγωγή της κατάλληλης σημαίας στην πρώτη γραμμή της στήλης. Στην διπλανή εικόνα τα δεδομένα είναι ύψη βροχής για διάρκειες 1, 2, 6, 12 και 24 ωρών. Άν για μια διάρκεια παρουσιάζονται ελλείψεις για κάποια χρόνια τότε στα σημεία αυτά εισάγεται η τιμή 0.

Μετατροπή υψών σε εντάσεις

Το επόμενο βήμα είναι η μετατροπή των υψών βροχής σε εντάσεις. Για να γίνει αυτό πρέπει να επιλεγεί η περιοχή του φύλλου εργασίας που περιέχει τα ύψη βροχής και τις αντίστοιχες εντάσεις. Αφού γίνει αυτό εκτελείται η εντολή *Δεδομένα-*

Ένταση. Οι εντάσεις τοποθετούνται στο φύλλο εργασίας μια στήλη πιο δεξιά από το τέλος της επιλεγμένης περιοχής.

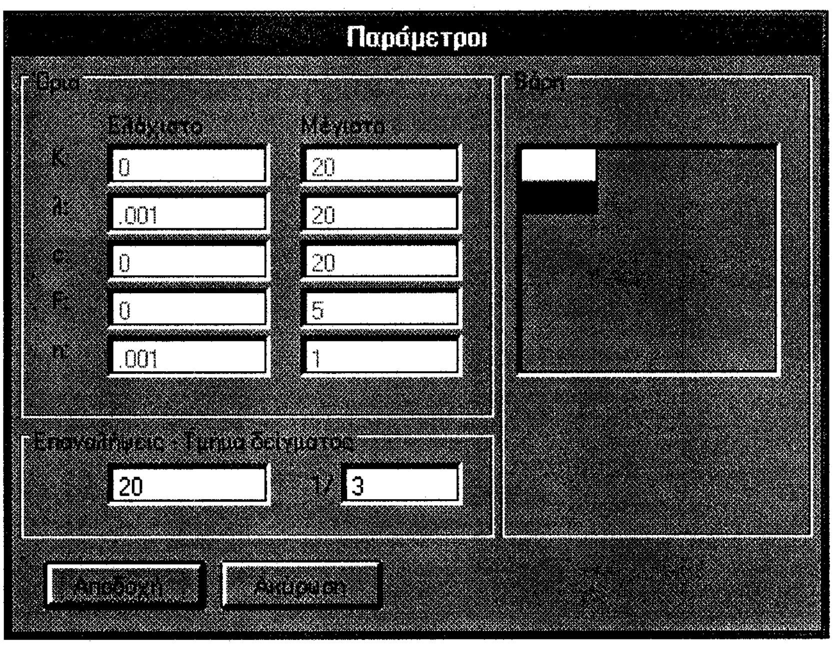


Κατάταξη εντάσεων

Η επόμενη και τελευταία διαδικασία πριν τον υπολογισμό της εξίσωσης της όμβριας καμπύλης είναι η κατάταξη των δεδομένων κατά φθίνουσα σειρά. Για να γίνει αυτό πρέπει να επιλεγεί η περιοχή του φύλλου εργασίας που περιέχει τα δεδομένα προς κατάταξη. Στην περιοχή αυτή πρέπει να περιέχονται μόνο αριθμοί. Αφού γίνει η επιλογή εκτελείται η εντολή *Δεδομένα-Κατάταξη*. Τα καταταγμένα δεδομένα τοποθετούνται αυτόματα στο φύλλο εργασίας μια στήλη πιο δεξιά από το τέλος της επιλεγμένης περιοχής.

3.3.2 Υπολογισμός όμβριας εξίσωσης

Για να γίνει ο υπολογισμός πρέπει να επιλεγούν οι καταταγμένες εντάσεις, μαζί με τις αντίστοιχες διάρκειες, και να εκτελεστεί η εντολή *Υπολογισμός-Όμβριας εξίσωσης*. Στο παράδειγμα επιλέχθηκε η μέθοδος με ενοποίηση διαρκειών, η κατανομή Gumbel και ο παρονομαστής $(d+f)$^n. Με την εντολή αυτή εμφανίζεται το διπλανό πλαίσιο διαλόγου. Στο πλαίσιο αυτό καθορίζονται οι παράμετροι με τις οποίες το πρόγραμμα θα προσαρμόσει την όμβρια καμπύλη στα ιστορικά δεδομένα. Η παράμετρος *Επαναλήψεις* καθορίζει το πλήθος των επαναλήψεων που θα κάνει το πρόγραμμα για τον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης. Η τιμή 20 είναι επαρκής για τις



περισσότερες περιπτώσεις. Η παράμετρος *Τμήμα δείγματος* καθορίζει το τμήμα του δείγματος των ιστορικών δεδομένων που θα χρησιμοποιηθεί για τον καθορισμό των παραμέτρων του παρονομαστή της όμβριας εξίσωσης (βλέπε και Παράρτημα 1). Στο παράδειγμα χρησιμοποιήθηκε το 1/3 του δείγματος. Πάντως καλό είναι το τμήμα να μην περιέχει λιγότερα από 8 σημεία για κάθε δείγμα. Τα υπόλοιπα πεδία του πλαισίου χρησιμεύουν για τον καθορισμό των παραμέτρων του υπολογισμού της όμβριας εξίσωσης με την Καθολική μέθοδο. Κάθε μία από τις παραμέτρους έχει ένα ελάχιστο και ένα μέγιστο όριο. Μέσα στα όρια αυτά θα είναι και οι παράμετροι της τελικής όμβριας εξίσωσης που θα υπολογίσει το πρόγραμμα. Ο αλγόριθμος της Καθολικής μεθόδου είναι γενετικός και απαιτεί πολλές επαναλήψεις για να βρει μια ικανοποιητική λύση. Οι επαναλήψεις δεν πρέπει σε καμία περίπτωση να είναι λιγότερες από 200. Πρέπει επίσης να επιλεγεί όλο το δείγμα και όχι ένα τμήμα του, για να προκύψουν ικανοποιητικά αποτελέσματα. Το φύλλο εργασίας με το όνομα *Βάρη* καθορίζει τη σημαντικότητα της κάθε διάρκειας κατά τη διαδικασία εύρεσης της όμβριας εξίσωσης. Η διάρκεια με το μεγαλύτερο βάρος θα προσεγγίζεται περισσότερο από την όμβρια εξίσωση.

Ο χρόνος εύρεσης της όμβριας εξίσωσης εξαρτάται από το μέγεθος του δείγματος και τη μέθοδο υπολογισμού. Αφού τελειώσει η διαδικασία υπολογισμού το πρόγραμμα ειδοποιεί το χρήστη.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

1. Εισαγωγή

Οι *καμπύλες έντασης-διάρκειας-περιόδου επαναφοράς* βροχόπτωσης, ή *όμβριες καμπύλες*, όπως απλούστερα έχει καθιερωθεί να αποκαλούνται στην ελληνική τεχνική ορολογία, αποτελούν ένα από τα βασικότερα εργαλεία του υδρολόγου μηχανικού για το σχεδιασμό αντιπλημμυρικών έργων. Πρόκειται για απλές αναλυτικές ή γραφικές εκφράσεις της μέγιστης έντασης βροχής i συναρτήσει της διάρκειας d και της περιόδου επαναφοράς T. Ο απλούστερος τρόπος για να διευκρινίσουμε την έννοια των παραπάνω μεταβλητών είναι να δώσουμε τον τρόπο κατασκευής της σειράς τιμών της μεταβλητής i από πλήρη χρονοσειρά εντάσεων βροχής $\zeta(t)$, βασισμένη στα βροχογραφήματα ενός συγκεκριμένου σταθμού. Η κατασκευή αυτή περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. Επιλέγουμε μια δεδομένη διάρκεια d (συνήθως από μερικά λεπτά της ώρας μέχρι μερικές ώρες), η οποία λειτουργεί ως "χρονικό παράθυρο" μέσα από το οποίο βλέπουμε τη συνεχή χρονοσειρά $\zeta(t)$.
2. Μετακινώντας το χρονικό παράθυρο μήκους d κατά τη διάρκεια του χρόνου κατά τον οποίο διατίθενται μετρήσεις της $\zeta(t)$, υπολογίζουμε την σειρά κινούμενων μέσων όρων $\zeta_d(t)$, ήτοι

$$\zeta_d(t) = \frac{1}{d} \int_{t-d/2}^{t+d/2} \zeta(s)\, ds \tag{1}$$

   Στην πραγματικότητα, επειδή ποτέ δεν έχουμε μετρήσεις της στιγμιαίας έντασης βροχής $\zeta(t)$ αλλά της μέσης έντασης $\zeta_\Delta(t)$ για μια δεδομένη ευκρίνεια Δ (συνήθως 5-10 min μέχρι 1 h), η παραπάνω σχέση τροποποιείται και γίνεται

$$\zeta_d(t) = \frac{\Delta}{d} \sum_{s=t^*}^{t^*+d-\Delta} \zeta_\Delta(s) \tag{2}$$

   όπου υποτίθεται ότι η διάρκεια d είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ευκρίνειας Δ, ενώ $t^* = t - [(d/\Delta - 1) / 2]\, \Delta$ (οι αγκύλες εδώ συμβολίζουν το ακέραιο μέρος).
3. Στη συνέχεια, επιλέγοντας τις αιχμές της χρονοσειράς κινούμενων μέσων όρων $\zeta_d(t)$ σχηματίζουμε μια σειρά μέγιστων εντάσεων $i_l(d)$ ($l = 1, \ldots, N$) η οποία περι-

λαμβάνει N τιμές όπου N είναι το πλήθος των υδρολογικών ετών για τα οποία διατίθενται μετρήσεις. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

3.1. Σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο σχηματίζουμε τη *σειρά ετήσιων μεγίστων*, παίρνοντας την αιχμή κάθε υδρολογικού έτους, δηλαδή

$$i_l(d) = \max_{l^- < t < l^+} \{\zeta_d(t)\} \tag{3}$$

όπου l^- και l^+ είναι ο χρόνος έναρξης και λήξης του l υδρολογικού έτους.

3.2. Σύμφωνα με το δεύτερο τρόπο σχηματίζουμε τη *σειρά υπεράνω κατωφλίου* (γνωστή και ως *σειρά μερικής διάρκειας*) παίρνοντας όσες τιμές υπερβαίνουν ένα δεδομένο κατώφλι φ. Για εξασφάλιση της στοχαστικής ανεξαρτησίας μεταξύ των διαδοχικών τιμών αυτής της σειράς θέτουμε και ένα όριο τ ελάχιστης χρονικής απόστασης για τις διαδοχικές τιμές (πχ. μία ημέρα ή περισσότερο). Τέλος, επιλέγουμε (μετά από δοκιμές) το κατώφλι φ έτσι ώστε η σειρά $\{i_l(d)\}$ να περιλαμβάνει ακριβώς N τιμές (όσα είναι τα υδρολογικά έτη). Συμβολικά, η σειρά υπεράνω κατωφλίου είναι

$$\{i_l(d), l = 1, \dots, N\} = \left\{\zeta_d(t_l) \mid \zeta_d(t_l) > \varphi,\ t_l > t_{l-1} + \tau,\ \zeta_d(t_l) = \max_{t_l - \tau < t < t_l + \tau} \{\zeta_d(t)\}\right\} \tag{4}$$

όπου οι τρεις συνθήκες του δεξιού μέλους πρέπει να ικανοποιούνται ταυτόχρονα, διαφορετικά δεν επιλέγεται το σημείο t_l και η αντίστοιχη ένταση $\zeta_d(t_l)$.

Στην πραγματικότητα οι παραπάνω εργασίες γίνονται ταυτόχρονα για ένα σύνολο k διαρκειών d_j, $j = 1, \dots, k$, ξεκινώντας από ελάχιστη διάρκεια ίση με την ευκρίνεια Δ των παρατηρήσεων (πχ. 5-10 min για βροχογράφο ημερήσιας ταινίας και 1 h για βροχογράφο εβδομαδιαίας ταινίας) και φθάνοντας μέχρι τη μέγιστη διάρκεια βροχής που ενδιαφέρει στο υπό εξέταση πρόβλημα (πχ. 24 ή 48 h). Κανονικά όλες οι k σειρές θα πρέπει να έχουν τον ίδιο αριθμό δεδομένων N, αλλά, λόγω των ελλείψεων που συχνά υπάρχουν στα πρωτογενή δεδομένα, είναι δυνατό ο αριθμός αυτός (N_j) να διαφέρει από διάρκεια σε διάρκεια.

Ο πιο πάνω τρόπος κατασκευής των σειρών μέγιστων εντάσεων μας επιτρέπει να κάνουμε τις ακόλουθες διευκρινιστικές παρατηρήσεις:

1. Η διάρκεια d δεν είναι τυχαία μεταβλητή αλλά παράμετρος. Δεν έχει σχέση με την πραγματική διάρκεια των επεισοδίων βροχής, αλλά εκφράζει τη χρονική διάρκεια για την οποία εξάγεται η μέση ένταση βροχής.
2. Η σειρά μέγιστων εντάσεων $i(d)$ που κατασκευάστηκε με έναν από τους δύο παραπάνω τρόπους δεν περιλαμβάνει στιγμιαίες εντάσεις, αλλά μέσες εντάσεις για διάρκεια d. Η σειρά αυτή θεωρείται ότι αποτελεί τυχαίο δείγμα της τυχαίας

μεταβλητής ***i***(d). Παρακάτω, όταν θέλουμε να αναφερθούμε στην μέγιστη ένταση ως τυχαία μεταβλητή χρησιμοποιούμε το συμβολισμό ***i*** (με έντονα στοιχεία), ενώ όταν αναφερόμαστε σε αριθμητικές τιμές της χρησιμοποιούμε το συμβολισμό i (χωρίς έντονα στοιχεία).

Μετά την κατασκευή των σειρών μέγιστων εντάσεων ακολουθεί η επεξεργασία τους με στόχο την κατάρτιση των όμβριων καμπυλών. Στην απλούστερη περίπτωση, για μια δεδομένη περίοδο επαναφοράς T, οι όμβριες καμπύλες εκφράζονται ως υπερβολικές συναρτήσεις της διάρκειας, σε μια από τις ακόλουθες διαδεδομένες μορφές

$$i = \frac{a}{(d+f)^n} \qquad i = \frac{a}{d^n} \qquad i = \frac{a}{d+f} \tag{5}$$

όπου a, f και n παράμετροι που οι τιμές τους εξαρτώνται από την περίοδο επαναφοράς. Είναι προφανές ότι η δεύτερη και τρίτη από τις παραπάνω εκφράσεις αποτελούν ειδικές περιπτώσεις της πρώτης (για f = 0 και n = 1, αντίστοιχα). Στη βιβλιογραφία συναντάται επίσης και η εξίσωση

$$i = \frac{a}{d^n + f} \tag{6}$$

η οποία αν και στην αναλυτική της έκφραση διαφέρει από τις (5), αριθμητικά περιγράφεται με αμελητέο σφάλμα από την πρώτη απ' αυτές, και γι' αυτό δεν μελετάται ξεχωριστά στην παρούσα εργασία.

Η εξάρτηση των παραμέτρων της (5) από την περίοδο επαναφοράς εισάγει έμμεσα την περίοδο επαναφοράς στον υπολογισμό της έντασης i. Είναι προφανές ότι στη δεύτερη από τις παραπάνω εκφράσεις η παράμετρος n θα πρέπει να είναι ανεξάρτητη της περιόδου επαναφοράς (διαφορετικά θα ήταν δυνατό για δεδομένη διάρκεια d και για δύο διαφορετικές περιόδους επαναφοράς να προκύψει η ίδια τιμή της έντασης βροχής i, οπότε δεν υπάρχει αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία έντασης και περιόδου επαναφοράς). Στις άλλες δύο εκφράσεις δεν είναι κατ' αρχήν απαραίτητο οι παράμετροι f και n να έχουν σταθερές τιμές, ανεξάρτητες της περιόδου επαναφοράς (δεν προκύπτει για κάθε συνδυασμό παραμέτρων η παραπάνω άτοπη συνέπεια). Ωστόσο, και πάλι η υιοθέτηση σταθερών τιμών (ανεξάρτητων από την περίοδο επαναφοράς) των παραμέτρων αυτών διευκολύνει την ανάλυση και αποκλείει την πιθανότητα υιοθέτησης εσφαλμένου συνδυασμού παραμέτρων (δηλαδή, τέτοιου που να καταργεί την αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία έντασης και περιόδου επαναφοράς).

2. Γενική έκφραση όμβριων καμπυλών

Με βάση την απλουστευτική παραδοχή που συζητήθηκε παραπάνω, σύμφωνα με την οποία μόνο ο αριθμητής a στις εκφράσεις (5) επιτρέπεται να εξαρτάται από την περίοδο επαναφοράς T, οδηγούμαστε στην παρακάτω έκφραση όμβριων καμπυλών (βλ. και Koutsoyiannis, 1994)

$$i = \frac{a(T)}{b(d)} \tag{7}$$

όπου οι $a(T)$ και $b(d)$ είναι συναρτήσεις της περιόδου επαναφοράς και διάρκειας, αντίστοιχα. Σε αντιστοιχία με την (5) η $b(d)$ παίρνει μια από τις ακόλουθες μορφές:

$$b(d) = (d + f)^n \qquad b(d) = d^n \qquad b(d) = d + f \tag{8}$$

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση $a(T)$ είναι η αντίστροφη της συνάρτησης κατανομής της τυχαίας μεταβλητής $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{i}\, b(d)$, δηλαδή $a(T) \equiv y_T$, όπου y_T είναι το ποσοστημόριο της κατανομής της $\boldsymbol{y}$ που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς T. Κατά συνέπεια η $a(T)$ εξαρτάται άμεσα από τον τύπο της συνάρτησης κατανομής που υιοθετείται για την ένταση βροχής $\boldsymbol{i}$. Αφού η διάρκεια d στην ανάλυσή μας δεν αποτελεί τυχαία μεταβλητή, αλλά παράμετρο, το μέγεθος $b(d)$ δεν επηρεάζει τον τύπο της συνάρτησης κατανομής, παρά μόνο την παράμετρο κλίμακας της συνάρτησης κατανομής. Στην επόμενη ενότητα εξετάζονται οι συνηθέστεροι τύποι συνάρτησης κατανομής που είναι κατάλληλες για την πιθανοτική περιγραφή της έντασης $\boldsymbol{i}$ και υπολογίζεται για κάθε τύπο η αντίστοιχη έκφραση της συνάρτησης $a(T)$.

3. Εναλλακτικοί τύποι συνάρτησης κατανομής

3.1 Κατανομή Gumbel

Από τη φύση της η κατανομή μεγίστων τύπου Ι (Gumbel) είναι κατάλληλη για την περιγραφή μέγιστων μεγεθών, γι' αυτό και είναι η πιο διαδεδομένη κατανομή για τη μοντελοποίηση των μέγιστων εντάσεων βροχής. Η μαθηματική της έκφραση είναι

$$F_x(x) = \mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{-\lambda x + c}} \tag{9}$$

όπου λ και c είναι οι παράμετροι κλίμακας και θέσης, αντίστοιχα. Ας σημειωθεί ότι η εξίσωση (9) έχει γραφεί ελαφρώς διαφοροποιημένη από την καθιερωμένη της μορφή και συγκεκριμένα στον ανώτερο εκθέτη αντί της παράστασης $-\lambda(x - x_0)$ έχει γραφεί $-\lambda x + c$, όπου $c = \lambda x_0$. Η μεταβλητή $\boldsymbol{x}$ συμβολίζει είτε την ένταση βροχής $\boldsymbol{i}$ είτε το γινόμενο $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{i}\, b(d)$ (το μόνο που αλλάζει είναι η τιμή της παραμέτρου κλίμακας). Στην τελευταία περίπτωση, παίρνοντας υπόψη ότι

$$F_y(y) = F_i(i) = 1 - \frac{1}{T} \tag{10}$$

και επιλύοντας την (9) ως προς y, παίρνουμε

$$y_T \equiv a(T) = \frac{1}{\lambda}\left\{c - \ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right]\right\} \tag{11}$$

όπου οι παράμετροι λ και c αναφέρονται στη μεταβλητή y.

Για την εκτίμηση των παραμέτρων λ και c από οποιοδήποτε δείγμα μπορεί κατ' αρχήν να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των ροπών, οπότε έχουμε

$$\lambda = \frac{\pi}{\sqrt{6}\, s_x} = \frac{1}{0.78\, s_x} \qquad c = \lambda\bar{x} - \gamma = \lambda\bar{x} - 0.577 \tag{12}$$

όπου $\bar{x}$ και s_x είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του υπό εξέταση δείγματος, ενώ γ είναι η σταθερά του Euler ($\gamma = 0.5772156649...$).

Ανάλογες εξισώσεις προκύπτουν και από μια άλλη μέθοδο (Gumbel, 1958, σ. 227), η οποία βασίζεται στην προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής προς την εμπειρική κατανομή, όπως η τελευταία δίνεται από τη σχέση Weibull. Στις εξισώσεις αυτής της μεθόδου υπεισέρχονται ορισμένες εκφράσεις του μεγέθους του δείγματος N, πινακοποίηση των οποίων έχει δοθεί από τον Gumbel (1958, σ. 228). Αντί των αυθεντικών αυτών εξισώσεων δίνουμε τις ακόλουθες τροποποιημένες προσεγγιστικές εξισώσεις που έχουν αναπτυχθεί από τον Κουτσογιάννη (1995, σ. 161), με τις οποίες αποφεύγεται η χρήση πινάκων:

$$\lambda = \frac{\dfrac{1}{0.78} - \dfrac{1.57}{(N+1)^{0.65}}}{s_x} \qquad c = \lambda\bar{x} - 0.577 + \frac{0.53}{(N+2.5)^{0.74}} \tag{13}$$

Το σφάλμα προσέγγισης, σε σχέση με τις αυθεντικές εξισώσεις, είναι μικρότερο του 0.25% για την πρώτη εξίσωση και του 0.10% για τη δεύτερη (για $N \geq 10$).

Για μεγάλες περιόδους επαναφοράς, η δεύτερη αυτή μέθοδος (εξισώσεις (13)) δίνει δυσμενέστερες προβλέψεις σε σχέση με αυτές της μεθόδου των ροπών (εξισώσεις (12)) και γι' αυτό έχει τελικά υιοθετηθεί σε αυτή την ανάλυση. Άλλες μέθοδοι εκτίμησης, στις οποίες περιλαμβάνεται και η αρκετά πολυπλοκότερη μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας, επισκοπούνται από τον Kite (1988, σ. 96).

3.2 Κατανομή γάμα

Μια άλλη κατανομή που έχει χρησιμοποιηθεί, αν και όχι τόσο συχνά, για την περιγραφή μέγιστων εντάσεων βροχής είναι η κατανομή γάμα (Pearson III) δύο παραμέτρων, η οποία περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$F_x(x) = \int_0^x f_x(s) ds \text{, όπου } f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} \mathrm{e}^{-\lambda x}, \quad x \geq 0 \tag{14}$$

όπου κ και λ είναι οι παράμετροι σχήματος και κλίμακας, αντίστοιχα, της κατανομής. Λόγω της πολύπλοκης αναλυτικής έκφρασης (14) δεν είναι κατ' αρχήν δυνατή η ρητή έκφραση της συνάρτησης $a(T)$ για τη συγκεκριμένη κατανομή. Ωστόσο, χρησιμοποιώντας την προσέγγιση που έχει αναπτυχθεί από τον Κουτσογιάννη (1995, σσ. 149-151) μπορούμε να γράψουμε

$$a(T) \approx \frac{\mu}{\lambda \alpha}\left(1 - \frac{1}{T}\right)^\alpha + \frac{\nu}{\lambda \beta}\left[\xi - \left(\frac{1}{T}\right)^\beta\right] \quad \kappa \neq 1 \tag{15}$$

Για την περίπτωση που κ = 1, η κατανομή μεταπίπτει στην απλούστερη εκθετική κατανομή (βλ. εδάφιο 3.5). Στην παραπάνω εξίσωση, τα μ, ν, α, β και ξ είναι σταθεροί συντελεστές, οι τιμές των οποίων εξαρτώνται από την παράμετρο σχήματος κ της κατανομής, και δίνονται από τις ακόλουθες εξισώσεις

$$\mu = 0.6\left(\sqrt{\kappa} - 1\right) - \left(1/\sqrt{\kappa} - 1\right) \tag{16}$$

$$\nu = 0.6\left(\sqrt{\kappa} - 1\right) + 0.01(\kappa - 1) + 1 \tag{17}$$

$$\alpha = 0.6/\sqrt{\kappa} + 0.08 \tag{18}$$

$$\beta = 0.0234 \ln \kappa \tag{19}$$

$$\xi = \begin{cases} 1 & \kappa < 1 \\ 31 \mathrm{e}^{-11.6(\kappa-1)^{-0.25}} & \kappa > 1 \end{cases} \tag{20}$$

Η παραπάνω προσέγγιση είναι ικανοποιητική για 0.2 ≤ κ ≤ 100 (0.2 ≤ C_s ≤ 4.5) και 1.0001 ≤ T ≤ 10 000. Το σφάλμα που προκύπτει από την εφαρμογή της (14), οριζόμενο ως $e = |x_u - \hat{x}_u| / \sigma_X$, δεν υπερβαίνει την τιμή 0.11 σε κανένα σημείο του πεδίου εφαρμογής της προσέγγισης (δηλαδή του χώρου που ορίζεται από τις πιο πάνω ανισώσεις). Το σφάλμα αυτό είναι μικρότερο από τα αντίστοιχα σφάλματα των προσεγγίσεων Wilson-Hilferty για $\kappa \leq 4$ ($C_s \geq 1$).

Η απλούστερη μέθοδος εκτίμησης των παραμέτρων κ και λ της κατανομής γάμα από το δείγμα είναι η μέθοδος των ροπών, η οποία δίνει άμεσα τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\kappa = \frac{\overline{x}^2}{s_X^2} \qquad \lambda = \frac{\overline{x}}{s_X^2} \tag{21}$$

Οι εκτιμήσεις της μεθόδου της μέγιστης πιθανοφάνειας είναι πολυπλοκότερες. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται σε διάφορα συγγράμματα στατιστικής υδρολογίας, π.χ. στους Bobée and Ashkar, 1991.

3.3 Κατανομή Log Pearson III

Μια άλλη κατανομή που έχει χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή μέγιστων εντάσεων βροχής, ιδίως όταν εμφανίζονται πολύ υψηλές εντάσεις για μεγάλες περιόδους επαναφοράς, είναι η κατανομή Log Pearson III, η οποία αποτελεί εκθετικό μετασχηματισμό της κατανομής γάμα, με την προσθήκη μιας ακόμη παραμέτρου, και περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$F_x(x) = \int_c^x f_x(s)ds, \text{ όπου } f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{x\Gamma(\kappa)}(\ln x - c)^{\kappa-1}\, \mathrm{e}^{-\lambda(\ln x - c)}, \quad x \ge \mathrm{e}^c \tag{22}$$

όπου c είναι παράμετρος κλίμακας, ενώ κ και λ είναι παράμετροι σχήματος της κατανομής. Λόγω της πολύπλοκης αναλυτικής έκφρασης (22) δεν είναι κατ' αρχήν δυνατή η ρητή έκφραση της συνάρτησης $a(T)$ για τη συγκεκριμένη κατανομή. Ωστόσο, χρησιμοποιώντας την ίδια προσέγγιση όπως στην κατανομή γάμα μπορούμε να γράψουμε

$$a(T) = \exp\left\{c + \frac{\mu}{\lambda\alpha}\left(1 - \frac{1}{T}\right)^\alpha + \frac{\nu}{\lambda\beta}\left[\xi - \left(\frac{1}{T}\right)^\beta\right]\right\} \quad \kappa \ne 1 \tag{23}$$

Για την περίπτωση που $\kappa = 1$, η κατανομή μεταπίπτει στην απλούστερη κατανομή Pareto (βλ. εδάφιο 3.4). Στην παραπάνω εξίσωση, τα μ, ν, α, β και ξ είναι σταθεροί συντελεστές, οι τιμές των οποίων εξαρτώνται από την παράμετρο σχήματος κ και δίνονται και πάλι από τις εξισώσεις (16)-(20).

Η εκτίμηση των παραμέτρων κ, λ και c της κατανομής log Pearson III είτε με τη μέθοδο των ροπών, είτε με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας απαιτεί μια αρκετά πολύπλοκη διαδικασία (Bobée and Ashkar, 1991, σ. 85· Kite, 1988, σ. 138). Εδώ θα περιοριστούμε στην αναφορά της απλούστερης *έμμεσης μεθόδου των ροπών*: Σύμφωνα με αυτή από το διαθέσιμο δείγμα υπολογίζονται οι τιμές $z_i = \ln x_i$, στη συνέχεια υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των z_i και τέλος εφαρμόζονται οι εξισώσεις της μεθόδου των ροπών για τη μεταβλητή z, δηλαδή

$$\kappa = \frac{4}{\hat{C}_{s_z}^2} \qquad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_z} \qquad c = \bar{z} - \frac{\kappa}{\lambda} \tag{24}$$

όπου $\bar{z}$, s_z και $\hat{C}_{s_z}^2$ είναι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής ασυμμετρίας του υπό εξέταση δείγματος, αντίστοιχα.

3.4 Κατανομή Pareto

Η συνάρτηση κατανομής Pareto δύο παραμέτρων δίνεται από την εξίσωση

$$F_x(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{1/\kappa} \qquad x \geq \kappa \tag{25}$$

όπου κ και λ είναι οι παράμετροι σχήματος και κλίμακας, αντίστοιχα, της κατανομής. Άμεσα προκύπτει από την (25) ότι

$$a(T) = \lambda \, T^{\kappa} \tag{26}$$

Η μέθοδος ροπών δίνει τις ακόλουθες εκτιμήτριες των παραμέτρων κ και λ της κατανομής:

$$\kappa = \sqrt{\hat{C}^2_{v_x}\left(1 + \hat{C}^2_{v_x}\right)} - \hat{C}^2_{v_x} \qquad \lambda = \bar{x}\,(1 - \kappa) \tag{27}$$

όπου $\bar{x}$ και $\hat{C}^2_{v_x}$ η δειγματική μέση τιμή και ο δειγματικός συντελεστής μεταβλητότητας, αντίστοιχα.

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση (26) είναι η πλέον συνηθισμένη για την έκφραση όμβριων καμπυλών. Ωστόσο, αυτό οφείλεται αποκλειστικά στην απλή μαθηματική έκφραση της (26) και όχι στην καταλληλότητα της κατανομής Pareto για την περιγραφή των μέγιστων εντάσεων βροχής. Αντίθετα, στις εφαρμογές που πραγματοποιήσαμε με πραγματικά δεδομένα μέγιστων εντάσεων βροχής φάνηκε να μην είναι κατάλληλη η εν λόγω κατανομή. Έτσι δεν συνιστούμε την κατανομή Pareto για άμεση χρήση, παρά μόνο μετά από προσεκτική εξέταση. Παρόλα αυτά η εξίσωση (26) μπορεί να χρησιμοποιείται ως προσέγγιση άλλων συνθετότερων εκφράσεων για ένα ορισμένο διάστημα μεταβολής της περιόδου επαναφοράς T. Σε αυτή όμως την περίπτωση δεν είναι σκόπιμη η χρήση των εξισώσεων (27) για την εκτίμηση των παραμέτρων κ και λ, αλλά προτείνουμε να χρησιμοποιείται μια έμμεση μέθοδος. Συγκεκριμένα, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται αρχικά μια καταλληλότερη συνάρτηση κατανομής (π.χ. Gumbel) και στη συνέχεια να υπολογίζονται αριθμητικά οι τιμές της $a(T)$ από αυτή την κατανομή για το διάστημα μεταβολής της περιόδου επαναφοράς που ενδιαφέρει. Στις τιμές αυτές μπορεί να προσαρμοστεί η εξίσωση (26), π.χ. με τη μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων, και να εκτιμηθούν έτσι οι παράμετροι κ και λ (βλ. και παρακάτω, εδάφιο 4.3).

3.5 Εκθετική κατανομή

Η εκθετική συνάρτηση κατανομής δύο παραμέτρων δίνεται από την εξίσωση

$$F_x(x) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x + c} \qquad x \geq c \,/\, \lambda \tag{28}$$

όπου c και λ είναι οι παράμετροι θέσης και κλίμακας, αντίστοιχα, της κατανομής. Άμεσα προκύπτει από την (25) ότι

$$a(T) = \frac{1}{\lambda}(\mathrm{c} + \ln T) \tag{29}$$

Η μέθοδος ροπών δίνει τις ακόλουθες εκτιμήτριες των παραμέτρων c και λ της κατανομής:

$$\lambda = \frac{1}{s_x} \qquad c = \lambda\,\bar{x} - 1 \tag{30}$$

Όπως συμβαίνει και με την αντίστοιχη έκφραση της κατανομής Pareto, η λογαριθμική έκφραση (29) είναι επίσης πολύ συνηθισμένη για την έκφραση όμβριων καμπυλών. Αυτό οφείλεται σε δύο λόγους: (α) στην απλή μαθηματική έκφραση της (29) και (β) στην καταλληλότητα της εκθετικής κατανομής για την περιγραφή των σειρών υπεράνω κατωφλίου (βλ. και εδάφιο 5.2).

Για την περίπτωση των σειρών ετήσιων μεγίστων ισχύουν και για την εκθετική κατανομή όσες παρατηρήσεις γράφονται για την κατανομή Pareto ως προς τις επιφυλάξεις άμεσης χρήσης της και ως προς τη σύσταση του έμμεσου τρόπου υπολογισμού των παραμέτρων της c και λ αντί της χρήσης των εξισώσεων (30). Ωστόσο, στην περίπτωση που οι μέγιστες εντάσεις βροχής ακολουθούν κατανομή Gumbel, μπορεί άμεσα να χρησιμοποιηθεί η έκφραση (29) ως προσέγγιση της (11) για μεγάλες τιμές της περιόδου επαναφοράς T, με παραμέτρους c και λ, όπως υπολογίζονται από την (12) ή την (13). Πράγματι, για μεγάλες τιμές του T (π.χ. $T \geq 50$) ισχύει $\ln[1 - (1/T)] = -(1/T) - (1/T)^2 - \ldots \approx -(1/T)$, οπότε η (11) μεταπίπτει στην (29).

4. Εκτίμηση παραμέτρων

Το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών περιλαμβάνει αφενός τις παραμέτρους f και n της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$, και αφετέρου τις παραμέτρους τις κατανομής που χρησιμοποιείται, οι οποίες ταυτίζονται με τις παραμέτρους της συνάρτησης $a(T)$. Οι τελευταίες εξαρτώνται από τη συγκεκριμένη κατανομή που κάθε φορά υιοθετείται. Στην ενότητα αυτή δίνουμε τρεις διαφορετικές μεθόδους για την εκτίμηση του συνόλου των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών. Σε κάθε περίπτωση υποτίθεται ότι διατίθενται k δείγματα εντάσεων βροχής που το καθένα αναφέρεται σε ξεχωριστή διάρκεια βροχής. Συμβολίζουμε με $d_1, \ldots, d_k$ τις διάρκειες βροχής των δειγμάτων αυτών και με $N_1, \ldots, N_k$ τα αντίστοιχα μεγέθη τους. Τα δείγματα μπορεί να αποτελούνται από εντάσεις βροχής που προέρχονται από ένα βροχομετρικό σταθμό ή από περισσότερους, εφόσον υπάρχουν οι προϋποθέσεις ενοποίησης δειγμάτων με τη μέθοδο των σταθμών-ετών.

4.1 Καθολική εκτίμηση

Η μέθοδος αυτή εκτιμά ταυτόχρονα το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών ελαχιστοποιώντας το συνολικό σφάλμα των όμβριων καμπυλών σε σχέση με τα ιστορικά δεδομένα.

Προϋπόθεση για τη χρήση αυτής της μεθόδου είναι να αντιστοιχηθεί σε κάθε στοιχείο κάθε δείγματος μια συγκεκριμένη περίοδος επαναφοράς. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε την εμπειρική συνάρτηση κατανομής κατά Gringorten, οπότε για το στοιχείο (ένταση βροχής) l του δείγματος j, διατεταγμένου σε φθίνουσα σειρά (συμβολικά i_{lj}), η περίοδος επαναφοράς είναι

$$T_{lj} = \frac{N_j + 0.12}{l - 0.44} \tag{31}$$

Κατά συνέπεια, κάθε στοιχείο δείγματος περιγράφεται από μια τριάδα αριθμών (i_{lj}, T_{lj}, d_j). Αν υποθέσουμε ότι είναι γνωστό το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών, τότε από την (7) για δεδομένα T_{lj} και d_j υπολογίζεται η αντίστοιχη θεωρητική (μοντελοποιημένη) ένταση

$$\hat{i}_{lj} = \frac{a(T_{lj})}{b(d_j)} \tag{32}$$

και το αντίστοιχο σφάλμα

$$e_{lj} = i_{lj} - \hat{i}_{lj} \tag{33}$$

Το καθολικό σφάλμα υπολογίζεται από την ακόλουθη εξίσωση

$$E = \sum_{j=1}^{k} \left(w_j \sum_{l=1}^{N_j} |e_{lj}| \right) \tag{34}$$

στην οποία είναι w_j είναι το βάρος που αποδίδεται στο δείγμα της διάρκειας d_j. Η εισαγωγή αυτού του βάρους έχει γίνει για να υπάρχει η δυνατότητα διαφοροποίησης της σημαντικότητας της κάθε διάρκειας κατά τη διαδικασία εύρεσης των όμβριων καμπυλών. Η διάρκεια με το μεγαλύτερο βάρος θα προσεγγίζεται περισσότερο από τις όμβριες καμπύλες.

Η ελαχιστοποίηση του παραπάνω καθολικού σφάλματος αποτελεί το στόχο της διαδικασίας εκτίμησης παραμέτρων. Λόγω των πολύπλοκων εκφράσεων των όμβριων καμπυλών, ιδιαίτερα της συνάρτησης $a(T)$, δεν μπορεί να κατασκευαστεί γενική αναλυτική λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης. Για το λόγο αυτό πρέπει να καταφύγουμε σε αριθμητικές λύσεις. Η μέθοδος που αναπτύξαμε στηρίζεται σε ένα γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος γεννά με μια ορισμένη τεχνική τυχαία σύνολα παραμέτρων, μέσα σε προκαθορισμένα όρια, τα οποία και αξιολογεί με βάση το προκύπτον καθολικό σφάλμα. Με χρήση του γενετικού αλγορίθμου γίνεται δυνατόν να βρεθούν σχεδόν βέλτιστες τιμές των παραμέτρων με βάση την παρακάτω διαδικασία:

1. Καθορίζονται από το χρήστη άνω και κάτω όρια για όλες τις παραμέτρους.
2. Καθορίζεται ο αριθμός των γενεών (επαναλήψεων) που θα εκτελέσει ο γενετικός αλγόριθμος.
3. Ο γενετικός αλγόριθμος δημιουργεί ένα αρχικό σύνολο 40 λύσεων. Κάθε λύση αποτελείται από ένα διαφορετικό σύνολο παραμέτρων. Το σύνολο των 40 λύσεων λέγεται και πληθυσμός της τρέχουσας γενεάς.
4. Ο αλγόριθμος ανασυνδυάζει τις λύσεις του πληθυσμού. Ο ανασυνδυασμός γίνεται με δύο τρόπους: (α) παραλλάσσονται οι παράμετροι μίας λύσης με βάση μία στοχαστική διαδικασία και (β) συνδυάζονται δύο λύσεις (δύο γονείς) με βάση επίσης κάποια στοχαστική διαδικασία και με σκοπό την παραγωγή ενός απογόνου (μιας καινούργιας λύσης).
5. Ο αλγόριθμος αξιολογεί την κάθε παραλλαγμένη λύση με βάση τον τύπο (34).
6. Από τις παραλλαγμένες λύσεις ο αλγόριθμος επιλέγει με βάση μία στοχαστική διαδικασία τις λύσεις που θα αποτελέσουν τον πληθυσμό τις επόμενης γενεάς. Οι λύσεις που έχουν αξιολογηθεί σαν καλύτερες (με βάση τον τύπο (34)) έχουν περισσότερες πιθανότητες να επιλεγούν, και έτσι αποκτούν μεγαλύτερο αριθμό αντιγράφων στην επόμενη γενεά.

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τα βήματα 4 έως 6 για τον προκαθορισμένο αριθμό γενεών. Όσο περισσότερες είναι οι γενεές τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια του αλγορίθμου. Τελικά ο αλγόριθμος επιστρέφει στο χρήστη την καλύτερη λύση του τελικού πληθυσμού. Λεπτομέρειες για τον τρόπο λειτουργίας των γενετικών αλγορίθμων μπορούν να βρεθούν στον Michalewicz (1992).

4.2 Εκτίμηση με ενοποίηση διαρκειών

Η μέθοδος εκτίμησης με ενοποίηση διαρκειών υπολογίζει το σύνολο των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο υπολογίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης $b(d)$ και στο δεύτερο αυτές της $a(T)$. Σε αντίθεση με την καθολική μέθοδο, η παρούσα μέθοδος δεν χρησιμοποιεί τις εμπειρικές συναρτήσεις κατανομής των δειγμάτων.

Από την (7) προκύπτει άμεσα ότι η τυχαία μεταβλητή $y = i\, b(d)$ έχει συνάρτηση κατανομής ανεξάρτητη της διάρκειας d, η οποία καθορίζεται πλήρως από τη συνάρτηση $a(T)$. Πρέπει λοιπόν οι παράμετροι f και n να υπολογιστούν έτσι ώστε να ικανοποιούν αυτή τη συνθήκη.

Αν υποθέσουμε ότι είναι γνωστές οι τιμές των παραμέτρων f και n, τότε μπορούν να υπολογιστούν οι τιμές $y_{ij} = i_{ij}\, b(d_j)$. Ενοποιώντας όλα τα δείγματα που περιέχουν τις τιμές y_{ij} αποκτούμε ένα συνολικό δείγμα μεγέθους

$$M = \sum_{j=1}^{k} N_j \tag{35}$$

Με βάση το δείγμα αυτό, καταταγμένο σε φθίνουσα σειρά, μπορούμε να αντιστοιχήσουμε αύξοντες αριθμούς ή *βαθμούς* (ranks) R_{ij} σε όλες τις M τιμές y_{ij} (Για την περίπτωση που έχουμε ταυτόσημες τιμές y_{ij} χρησιμοποιούμε το μέσο όρο των αντίστοιχων βαθμών). Επανερχόμενοι στα αρχικά επιμέρους δείγματα των ξεχωριστών διαρκειών υπολογίζουμε για κάθε τιμή το μέσο βαθμό

$$\bar{R}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{k} R_{ij} \tag{36}$$

Αν όλα τα επιμέρους δείγματα έχουν την ίδια κατανομή τότε κάθε $\bar{R}_j$ θα πρέπει να βρίσκεται πολύ κοντά στην τιμή $(M + 1) / 2$, διαφορετικά οι τιμές $\bar{R}_j$ θα διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Αυτό μας οδηγεί στη χρήση της στατιστικής δοκιμής Kruskal-Wallis, η οποία χρησιμοποιεί την ακόλουθη στατιστική συνάρτηση που συνδυάζει τους μέσους βαθμούς από όλα τα επιμέρους δείγματα:

$$H = \frac{12}{M\,(M+1)} \sum_{j=1}^{k} N_j \left(\bar{R}_j - \frac{M+1}{2}\right)^2 \tag{37}$$

Η στατιστική συνάρτηση H ακολουθεί κατανομή χ^2 με $k - 1$ βαθμούς ελευθερίας.

Κατά συνέπεια το πρόβλημα του προσδιορισμού των παραμέτρων f και n μπορεί να αναχθεί στην ελαχιστοποίηση της στατιστικής παραμέτρου H, με παράλληλο στατιστικό έλεγχο της υπόθεσης $H = 0$. Και πάλι δεν είναι δυνατή η αναλυτική ελαχιστοποίηση, αλλά θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί αριθμητική μέθοδος, η οποία ελέγχει με συστηματικό τρόπο δοκιμαστικές τιμές των παραμέτρων. Στο πρόγραμμα έχει υιοθετηθεί για τη βελτιστοποίηση η τυπική μέθοδος διχοτόμησης.

Η παραπάνω μέθοδος εκτίμησης είναι *μη παραμετρική* με την έννοια ότι δεν κάνει καμιά υπόθεση σχετικά με την κατανομή που ακολουθεί η μεταβλητή y. Μια εναλλακτική μέθοδος, η οποία όμως είναι παραμετρική, στηρίζεται στην *Ανάλυση Διασποράς* (Analysis of Variance, γνωστή και ως ANOVA) και χρησιμοποιεί τη στατιστική συνάρτηση

$$Q = \frac{M-k}{k-1} \frac{\sum_{j=1}^{k} n_j (\bar{y}_j - \bar{y})^2}{\sum_{j=1}^{k} \sum_{l=1}^{n_j} (y_{lj} - \bar{y}_j)^2} \tag{38}$$

όπου $\bar{y}_j$ είναι η μέση τιμή του δείγματος j και $\bar{y}$ είναι η καθολική μέση τιμή του ενοποιημένου δείγματος με τις M παρατηρήσεις. Είναι προφανές ότι αν όλα τα δείγματα των y προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό, τότε η τιμή της Q θα είναι μικρή. Κατά συνέπεια στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα προσδιορισμού των παραμέτρων f και n ανάγεται στην ελαχιστοποίηση της Q. Η στατιστική συνάρτηση Q ακολουθεί κατανομή F με (k − 1, M − k) βαθμούς ελευθερίας, πράγμα που επιτρέπει το στατιστικό έλεγχο της υπόθεσης $Q = 0$. Βεβαίως, αυτό γίνεται υπό την προϋπόθεση ότι η y ακολουθεί κανονική κατανομή, γεγονός που καθιστά τη μέθοδο παραμετρική. Η προϋπόθεση αυτή, ως γνωστόν, δεν ισχύει για πραγματικά ή μετασχηματισμένα δεδομένα εντάσεων βροχής, πράγμα που οδηγεί σε απώλεια ισχύος του στατιστικού ελέγχου, χωρίς, πάντως, να θέτει σε αμφιβολία το στόχο της ελαχιστοποίησης της Q. Για τον λόγο αυτό η πρώτη εναλλακτική λύση που στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση της H φαίνεται να υπερέχει της δεύτερης και έτσι η δεύτερη λύση δεν περιέχεται στο τελικό πρόγραμμα.

Για λόγους καλύτερης προσαρμογής της συνάρτησης $b(d)$ στην περιοχή των υψηλότερων εντάσεων, είναι σκόπιμο να μη χρησιμοποιείται σε αυτό το πρώτο στάδιο υπολογισμού το σύνολο των δεδομένων κάθε επιμέρους δείγματος, αλλά ένα μέρος αυτών των δεδομένων και συγκεκριμένα αυτά που ο βαθμός τους, ανηγμένος ως προς το μέγεθος του επιμέρους δείγματος, υπερβαίνει ένα δεδομένο κατώφλι. Για παράδειγμα, αν το κατώφλι αυτό θεωρηθεί ίσο με 0.5 τότε χρησιμοποιείται μόνο το ήμισυ των δεδομένων. Το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει ποιο τμήμα του δείγματος θα χρησιμοποιήσει στην εκτίμηση κατά το πρώτο στάδιο.

Αφού προσδιοριστούν οι παράμετροι f και n, είναι απλή υπόθεση η εκτίμηση των παραμέτρων της συνάρτησης $a(T)$, η οποία γίνεται στο δεύτερο στάδιο υπολογισμού. Συγκεκριμένα, οι τελευταίες παράμετροι εκτιμώνται με τις τυπικές μεθόδους της στατιστικής (π.χ. με τη μέθοδο ροπών), όπως αυτές περιγράφονται στην ενότητα 3, χρησιμοποιώντας το ενοποιημένο δείγμα που περιέχει όλα τα M δεδομένα y_{ij}. Είναι βέβαια αυτονόητο ότι σε αυτό το δεύτερο στάδιο υπολογισμού πρέπει να χρησιμοποιείται το σύνολο των δεδομένων, και όχι ένα τμήμα τους.

4.3 Εμπειρική εκτίμηση

Οι προηγούμενες δύο μέθοδοι είναι πρωτότυπες, αφού αναπτύχθηκαν στα πλαίσια αυτού του ερευνητικού έργου, και συνιστώνται ως ακριβέστερες και συνεπέστερες προς την πιθανοτική θεώρηση των μέγιστων εντάσεων βροχής. Η μέθοδος της εμπειρικής εκτίμησης που αναπτύσσεται σε αυτό το εδάφιο στηρίζεται σε παλιότερες τεχνικές τις οποίες έχει κωδικοποιήσει και συστηματοποιήσει κατάλληλα. Η μέθοδος αυτή διαφοροποιείται από τις προηγούμενες στα ακόλουθα:

1. Δεν χρησιμοποιεί στην τελική της έκφραση οποιαδήποτε μαθηματική μορφή, συνεπή προς την αντίστοιχη συνάρτηση κατανομής, αλλά αποκλειστικά βασίζεται στην έκφραση

$$i = \frac{\lambda T^{\kappa}}{(d+f)^{n}} \tag{39}$$

2. Αν και η πιο πάνω έκφραση αντιστοιχεί πλήρως στην έκφραση Pareto (26), η παράσταση του αριθμητή δεν αντιμετωπίζεται ως αντίστροφη συνάρτηση κατανομής, αλλά ως καθαρώς εμπειρική έκφραση. Εξ άλλου η μέθοδος δεν προϋποθέτει τη χρήση της κατανομής Pareto για τη μοντελοποίηση των εντάσεων βροχής, αλλά επιτρέπει τη χρήση οποιασδήποτε κατάλληλης συνάρτησης κατανομής.
3. Λόγω του εμπειρικού χαρακτήρα της, η έκφραση του αριθμητή δεν μπορεί να θεωρηθεί μονοσήμαντη, δηλαδή οι παράμετροι κ και λ δεν μπορεί να θεωρηθούν μοναδικές, αλλά εξαρτώνται από το διάστημα μεταβολής της περιόδου επαναφοράς T.

Η μέθοδος εφαρμόζεται σε δύο ξεχωριστά στάδια. Το πρώτο στάδιο αντιστοιχεί στην προσαρμογή μιας συνάρτησης κατανομής και το δεύτερο στην εκτίμηση των παραμέτρων της (39).

Αναλυτικότερα, στο πρώτο στάδιο επιλέγεται, προσαρμόζεται και ελέγχεται με βάση τις γνωστές μεθόδους της στατιστικής, μια κατάλληλη συνάρτηση κατανομής, (πχ. Gumbel ή Log Pearson III) ξεχωριστά για κάθε δείγμα δεδομένης διάρκειας. Στο στάδιο αυτό δεν γίνεται συσχετισμός με τη διάρκεια βροχής ούτε προσπάθεια ενοποιημένης αντιμετώπισης των επιμέρους δειγμάτων. Κατά συνέπεια στο στάδιο αυτό ακολουθούμε την τυπική μεθοδολογία στατιστικής ανάλυσης μιας μεταβλητής.

Στο δεύτερο στάδιο εφαρμόζουμε τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για την εκτίμηση των παραμέτρων της, χρησιμοποιώντας όχι τις αρχικές μετρημένες εντάσεις βροχής, αλλά αυτές που προκύπτουν από τις συναρτήσεις κατανομής του πρώτου σταδίου για ένα καθορισμένο διάστημα μεταβολής της περιόδου επαναφοράς. Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων είναι εύκολο να εφαρμοστεί δεδομένου ότι η (39) γραμμικοποιείται με λογαρίθμηση και γίνεται

$$\ln i = \ln \lambda + \kappa \ln T - n \ln(d+f) \tag{40}$$

πράγμα που επιτρέπει τον άμεσο υπολογισμό των παραμέτρων λ, κ και n, ενώ προϋποθέτει επαναλήψεις ως προς την παράμετρο f.

Συγκεκριμένα η εφαρμογή του δεύτερου σταδίου περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. Επιλέγουμε κάποιες περιόδους επαναφοράς μέσα στο επιθυμητό εύρος μεταβολής.
2. Υποθέτουμε μια δοκιμαστική τιμή της παραμέτρου f.
3. Από τις συναρτήσεις κατανομής του πρώτου σταδίου υπολογίζουμε για κάθε δεδομένη διάρκεια d_j και για κάθε τιμή της περιόδου επαναφοράς T (του βήματος 1) τη θεωρητική τιμή της έντασης βροχής i.
4. Προσαρμόζουμε τη σχέση (40) στις θεωρητικές εντάσεις βροχής που προέκυψαν από το βήμα 3, υπολογίζοντας έτσι τις τιμές των παραμέτρων λ, κ και n.
5. Υπολογίζουμε το γενικευμένο συντελεστή συσχέτισης που αντιστοιχεί στην (40).
6. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 έως 5 με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου f μέχρι να επιτύχουμε τη μέγιστη τιμή του γενικευμένου συντελεστή συσχέτισης.

5. Τελικά σχόλια

5.1 Επίδραση της χρονικής ευκρίνειας

Η χρονική ευκρίνεια των πρωτογενών δεδομένων (βροχογραφημάτων ή ψηφιακών μετρήσεων) είναι προφανές ότι επηρεάζει τη σειρά των μέγιστων εντάσεων βροχής. Εκ των πραγμάτων κατά την εξαγωγή της σειράς μέγιστων εντάσεων, αντί της ακριβούς εξίσωσης (1) χρησιμοποιείται η προσεγγιστική εξίσωση (2), στην οποία υπεισέρχεται και η χρονική ευκρίνεια των παρατηρήσεων. Αυτό έχει συνέπεια την υπεκτίμηση των μέγιστων εντάσεων. Είναι προφανές ότι το μέγεθος του σφάλματος εξαρτάται από το λόγο διάρκειας προς ευκρίνεια (d/Δ) και αν ο λόγος αυτός είναι αρκετά μεγάλος τότε το σφάλμα γίνεται αμελητέο. Για την άρση του σφάλματος για μικρές τιμές του λόγου d/Δ συνήθως γίνεται αναγωγή των τιμών $i(d)$, με πολλαπλασιασμό επί ένα συντελεστή που εξαρτάται από το λόγο d/Δ. Τιμές αυτού του συντελεστή έχουν βρεθεί από έρευνες στην Αμερική και δίνονται στη βιβλιογραφία (πχ. Linsley et al., 1975, σ. 357), απ' όπου προέρχεται και ο Πίν. 1 που δίνεται παρακάτω. Το πρόγραμμα OMBRE έχει ενσωματωμένες τις τιμές του Πίν. 1 και με την κατάλληλη εντολή εφαρμόζει την αντίστοιχη αναγωγή στις πρωτογενείς σειρές δεδομένων.

Πίν. 1 Τιμές του συντελεστή άρσης του σφάλματος διακριτοποίησης

Λόγος διάρκειας προς ευκρίνεια (d/Δ)	Συντελεστής άρσης του σφάλματος διακριτοποίησης
1	1.13
2	1.04
3-4	1.03
5-8	1.02
9-24	1.01

5.2 Σχέση σειρών ετήσιων μεγίστων και σειρών υπεράνω κατωφλίου

Είναι προφανές ότι ο τρόπος κατάρτισης της σειράς μέγιστων εντάσεων βροχής επηρεάζει τις τελικές εξισώσεις των όμβριων καμπυλών. Συγκεκριμένα, για την ίδια περίοδο επαναφοράς, η σειρά των ετήσιων μεγίστων θα δώσει, μετά από τη στατιστική επεξεργασία της, χαμηλότερη τιμή της έντασης βροχής από την αντίστοιχη τιμή που θα προκύψει από την επεξεργασία της σειράς υπεράνω κατωφλίου. Πάντως, η διαφορά αυτή γίνεται αμελητέα για μεγάλες τιμές της περιόδου επαναφοράς ($T > 10$).

Πιο αντιπροσωπευτικές για τη μελέτη έργων με μικρή περίοδο επαναφοράς σχεδιασμού είναι οι όμβριες καμπύλες που προκύπτουν από τις σειρές υπεράνω κατωφλίου. Ωστόσο, στην πράξη χρησιμοποιούνται περισσότερο οι σειρές ετήσιων μεγίστων, λόγω του ευκολότερου τρόπου κατασκευής τους. Μπορεί πάντως και εκ των υστέρων να γίνει αναγωγή των αποτελεσμάτων που προέρχονται από επεξεργασία σειρών ετήσιων μεγίστων σε τρόπο ώστε να αντιστοιχούν προσεγγιστικά σε αυτά που προέρχονται από επεξεργασία σειρών υπεράνω κατωφλίου. Η απλούστερη μέθοδος για το σκοπό αυτό αφορά στην αναγωγή της περιόδου επαναφοράς σύμφωνα με τον τύπο (Raudkivi, 1979, σ. 411)

$$T = \frac{1}{1 - \exp(-1 / T')} \Leftrightarrow T' = \frac{1}{-\ln(1 - 1 / T)} \qquad (41)$$

όπου T' η περίοδος επαναφοράς για δεδομένη ένταση βροχής όπως προκύπτει από τη σειρά μεγίστων υπεράνω κατωφλίου και T η αντίστοιχη περίοδος επαναφοράς για τη σειρά ετησίων μεγίστων. Η πιο πάνω σχέση προσεγγίζεται με ακρίβεια δεύτερου δεκαδικού ψηφίου από την απλούστερη σχέση

$$T = T' + 0.5 \qquad (42)$$

Πρακτικώς η αναγωγή δεν είναι απαραίτητη για $T > 10$.

Σε μερικά εγχειρίδια υδρολογίας δίνεται σε πινακοποιημένη μορφή η αντιστοιχία των μεγεθών T' και T (πχ. Linsley et al., 1975, σ. 356· Haan, 1977, σ. 134· Viessman et al., 1989, σ. 742). Οι τιμές των πινάκων συμφωνούν με την εξίσωση (41). Σε άλλα εγχειρίδια δίνονται συντελεστές αναγωγής των εντάσεων αντί των περιόδων επαναφοράς οι οποίοι κυμαίνονται από 0.88 για T = 2 μέχρι 0.99 για T = 10 (Haan, 1977, σ. 155· Chow et al., 1988, σ. 456). Ωστόσο η μέθοδος που στηρίζεται στην αναγωγή των περιόδων επαναφοράς (εξίσωση (41)) θεωρείται από τους συγγραφείς του παρόντος ως πλέον ορθολογιστική.

Ας σημειωθεί ότι η (41) επιτρέπει την άμεση αναγωγή των εξισώσεων των όμβριων καμπυλών σε τρόπο ώστε να εκφράζονται συναρτήσει της T' αντί της T, παρόλο που στην όλη ανάλυση χρησιμοποιείται η σειρά των ετήσιων μεγίστων. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της κατανομής Gumbel, η εξίσωση (11) μετασχηματίζεται σε

$$a(T) = \frac{1}{\lambda}(c + \ln T') \tag{43}$$

όπου οι παράμετροι λ και c εκτιμώνται από τη σειρά ετησίων μεγίστων.

5.3 Όρια εμπιστοσύνης όμβριων καμπυλών

Το πρόγραμμα OMBRE δεν καλύπτει τον αυτόματο υπολογισμό ορίων (και κατ' επέκταση καμπυλών) εμπιστοσύνης των όμβριων καμπυλών. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στις μεθοδολογίες και στους αντίστοιχους τύπους της στατιστικής που υπάρχουν στη στατιστική βιβλιογραφία αλλά και σε εγχειρίδια στατιστικής υδρολογίας (πχ. Kite, 1988, Κουτσογιάννης, 1995).

Η γενικευμένη έκφραση των όμβριων καμπυλών με ενσωμάτωση της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής σε αυτή, διευκολύνει την εκτίμηση των διαστημάτων εμπιστοσύνης. Η μέθοδος εκτίμησης με ενοποίηση διαρκειών προσφέρει την μαθηματικά συνεπέστερη βάση για την εκτίμηση ορίων εμπιστοσύνης, για το λόγο ότι σε αυτή τη μέθοδο οι παράμετροι της συνάρτησης $a(T)$ εκτιμώνται με βάση καθιερωμένες στατιστικές μεθόδους (όπως πχ. η μέθοδος ροπών) για τις οποίες υπάρχει γνωστή μεθοδολογία εκτίμησης ορίων εμπιστοσύνης. Ωστόσο υπάρχει ένα σημείο που χρειάζεται προσοχή, το οποίο έχει σχέση με την τιμή του μεγέθους δείγματος που θα χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των ορίων εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, θα είναι λάθος να θεωρήσει κανείς ότι το μέγεθος του δείγματος είναι ίσο με το πλήθος των τιμών του ενοποιημένου δείγματος M, δεδομένου ότι τα δείγματα των επιμέρους διαρκειών που ενοποιούνται δεν είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα, αλλά αντίθετα έχουν ισχυρή στατιστική εξάρτηση. Αλλά ούτε και μπορεί να θεωρηθεί ίσο με το μέγεθος του κάθε επιμέρους δείγματος N, δεδομένου ότι η ενοποίηση των δειγμάτων αυξάνει την αξιοπιστία της εκτίμησης, πράγμα που ισοδυναμεί με αύξηση του μεγέθους δείγματος. Πρακτικά, περιμένει κανείς ότι το μέγεθος δείγματος που πρέπει να χρησιμοποιηθεί στην εκτίμηση ορίων εμπιστοσύνης βρίσκεται κάπου ανάμεσα στις τιμές N και M. Ο ακριβής προσδιορισμός χρειάζεται εκτεταμένη θεωρητική και εμπειρική ανάλυση, η οποία ξεφεύγει από τα όρια αυτού του ερευνητικού προγράμματος. Μέχρι να υπάρξει η κατάλληλη μελέτη για το θέμα αυτό συνιστάται η χρήση της τιμής N, η οποία δίνει εκτιμήσεις προς την πλευρά της ασφάλειας.

6. Αναφορές

Κουτσογιάννης, Δ., *Σημειώσεις στατιστικής υδρολογίας*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1995.

Bobée, B. and F. Ashkar, *The Gamma family and derived distributions applied in hydrology*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado, 1991

Chow, V. T., D. R. Maidment and L. W. Mays, *Applied hydrology*, McGraw-Hill, 1988.

Gumbel, E. J., *Statistics of extremes*, Columbia University Press, New York, 1958.

Haan, C. T., *Statistical methods in hydrology*, The Iowa State University Press, USA, 1977.

Kite, G. F., *Frequency and risk analyses in hydrology*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado, 1988.

Koutsoyiannis, D., A stochastic disaggregation model for design storm and flood synthesis, *J. of Hydrol.*, 156, 193-225, 1994.

Linsley, R. K. Jr., M. A. Kohler and J. L. H. Paulus, *Hydrology for engineers*, McGraw-Hill, Tokyo, 2nd edition, 1975.

Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1992.

Raudkivi, A. J., Hydrology, *An advanced introduction to hydrological processes and modelling*, Pergamon Press, Oxford, 1979.

Viessman, W. Jr., G. L. Lewis and J. W. Knapp, *Introduction to hydrology*, 3rd edition, Happer & Row, New York, 1989.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2: ΕΞΑΓΩΓΗ ΟΜΒΡΙΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΑΠΟ ΒΡΟΧΟΜΕΤΡΑ

1. Εισαγωγή

Στην Ελλάδα αλλά και σε άλλες χώρες η γενική κατάσταση των βροχομετρικών δικτύων χαρακτηρίζεται από (α) ένα σχετικά αραιό δίκτυο σταθμών εξοπλισμένων με βροχογράφο και (β) ένα πολύ πυκνότερο δίκτυο σταθμών με βροχόμετρο, στο οποίο τυπικά η μέτρηση γίνεται μία φορά ημερησίως (συνήθως στις 08:00, αν και υπάρχουν ορισμένοι σταθμοί της ΕΜΥ με δύο μετρήσεις ημερησίως, στις 08:00 και 20:00). Οι ταινίες των βροχογράφων, μετά από ψηφιοποίησή τους, παρέχουν επαρκή βάση για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών, ιδίως στην περίπτωση που είναι ημερήσιες, οπότε μπορεί να έχουν ευκρίνεια 5-10 min. Οι μετρήσεις των βροχομέτρων δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα για κατάρτιση όμβριων καμπυλών.

Πολλές φορές οι μελετητές, προκειμένου να αποκτήσουν μια εικόνα των εντάσεων για διάρκειες βροχής μικρότερες από 24 h, χρησιμοποιούν τις συμπληρωματικές ενδείξεις των παρατηρητών των βροχομέτρων, οι οποίες αναφέρονται στις ώρες έναρξης και λήξης της βροχής. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δεν είναι ικανοποιητική για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών, για δύο λόγους: Πρώτον, γιατί οι ενδείξεις που αναγράφονται στα φύλλα παρατηρήσεων είναι συχνά εσφαλμένες, ιδίως στις περιπτώσεις που οι βροχοπτώσεις πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια της νύχτας. Δεύτερο και κυριότερο, η συνολική διάρκεια της βροχής, έστω και αν είναι ακριβής, δεν μπορεί να δώσει πληροφορία για τις μέγιστες εντάσεις βροχής που εμφανίστηκαν σε μικρές διάρκειες κατά τη διάρκεια του επεισοδίου βροχής, οι οποίες μπορεί να είναι πολλαπλάσιες της μέσης έντασης. Έτσι, οι καταγραφές των χρόνων έναρξης και λήξης της βροχής δεν προσφέρουν επαρκή βάση για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών.

Μια άλλη μέθοδος που έχει τύχει ευρείας εφαρμογής στην Ελλάδα είναι αυτή του U. S. Army Corps of Engineers (1965· βλ. και Ξανθόπουλος, 1975). Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί ως βάση τη μέση τιμή του ύψους των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων 24ώρου, όπως αυτή προκύπτει από τις καταγραφές των βροχομέτρων, και ορισμένα βοηθητικά στοιχεία, όπως το μέσο ετήσιο ύψος βροχής, το μέσο ετήσιο αριθμό ημερών καταιγίδας και το μέσο ετήσιο αριθμό ημερών με ύψος βροχής μεγαλύτερο του 1 mm ή των 0.25 mm. Η εφαρμογή της μεθόδου γίνεται με βάση ένα νομογράφημα, το οποίο δίνει ως εξαγόμενο τη μέγιστη βροχόπτωση περιόδου επαναφοράς $T = 2$ για διάρκεια βροχής 1 h, στην οποία μπορεί στη συνέχεια να θεμελιωθεί η κατάρτιση των όμβριων καμπυλών. Αν και σε ορισμένες περιπτώσεις η εν λόγω μέθοδος έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα στον Ελλαδικό χώρο, σε άλλες περιπτώσεις έχει δώσει τελείως απαράδεκτες όμβριες καμπύλες. Για το λόγο αυτό δεν συνιστάται για εφαρμογή στην Ελλάδα.

Μια τρίτη μέθοδος προτάθηκε και εφαρμόστηκε στην περιοχή της Θεσσαλίας από τους Ρώτη και Κουτσογιάννη (1988). Η μέθοδος αυτή στηρίζεται (α) στα δείγματα μέγιστων ετήσιων υψών βροχής διάρκειας 24 και 48 h του υπό μελέτη σταθμού, (β) στα αντίστοιχα δείγματα μέγιστων ετήσιων υψών βροχής διάρκειας 24 και 48 h ενός γειτονικού σταθμού, ο οποίος περιλαμβάνει και βροχογράφο επαρκούς αξιοπιστίας και περιόδου λειτουργίας, και (γ) στις όμβριες καμπύλες του ίδιου γειτονικού βροχογραφικού σταθμού, καταρτισμένες με τα δεδομένα του βροχογράφου. Η μέθοδος κάνει αναγωγή των όμβριων καμπυλών του γειτονικού σταθμού για τη θέση του υπό μελέτη σταθμού χρησιμοποιώντας τους λόγους των μέγιστων ετήσιων υψών βροχής διάρκειας 24 και 48 h του υπό μελέτη σταθμού προς τα αντίστοιχα μεγέθη του γειτονικού σταθμού. Η μετέπειτα εφαρμογή της μεθόδου αυτής σε άλλες περιοχές μας οδήγησε στην έκφραση επιφυλάξεων σχετικά με την αξιοπιστία των όμβριων καμπυλών που παράγει, οι οποίες πάντως σαφώς και εγγενώς υπερτερούν από καμπύλες που παράγονται με τις δύο προηγούμενες μεθόδους.

Στα πλαίσια του παρόντος ερευνητικού έργου αναπτύξαμε μια νέα μεθοδολογία, η οποία μοιάζει με την παραπάνω μέθοδο των Ρώτη και Κουτσογιάννη (1988), αλλά φαίνεται να είναι πιο αξιόπιστη. Η μεθοδολογία, η οποία περιγράφεται στην ενότητα 2, είναι απλή σε σύλληψη, αλλά η εφαρμογή της είναι πιο πολύπλοκη σε σχέση με τις προηγούμενες. Εκτεταμένη εφαρμογή της μεθοδολογίας στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας έγινε από τον Κοζώνη (1995), της οποίας τα αποτελέσματα δίνονται συνοπτικά στην ενότητα 3.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειώσουμε ότι σε προηγμένες χώρες το θέμα της κατάρτισης όμβριων καμπυλών έχει αντιμετωπιστεί μαζικά για εκτεταμένες γεωγραφικές περιοχές και κατασκευάστηκαν έτσι χάρτες που δίνουν έτοιμα στοιχεία για κάθε περιοχή, βάσει των οποίων μπορεί να καταρτιστούν εύκολα όμβριες καμπύλες σε οποιοδήποτε σημείο, χωρίς να απαιτείται να ανατρέξει κανείς στα πρωτογενή γεωγραφικά δεδομένα. Για παράδειγμα, στις ΗΠΑ έχουν κατασκευαστεί τέτοιοι χάρτες από to U. S. Weather Bureau που χρονολογούνται από το 1961 (Hershfield, 1961) οι οποίοι έχουν αναπαραχθεί σε πολλά υδρολογικά συγγράμματα (πχ. Linsley et al., 1975, σ. 358· Viessman et al., 1989, σ. 337· Wanielista, 1990, σ. 59). Οι χάρτες αυτοί απεικονίζουν ισοϋέτιες καμπύλες μέγιστων υψών βροχής για διάφορες διάρκειες βροχής (30 min - 24 h) και διάφορες περιόδους επαναφοράς (1 - 100). Νεότεροι χάρτες για τις ΗΠΑ έχουν κατασκευαστεί από τη NOAA (Miller et al., 1973 για τις δυτικές ΗΠΑ· Frederick et al., 1977, για τις ανατολικές και κεντρικές ΗΠΑ) και έχουν αναδημοσιευτεί από τον Smith (1993). Για τη Μεγάλη Βρετανία και την Ιρλανδία ανάλογοι χάρτες έχουν κατασκευαστεί από το Institute of Hydrology

(NERC, 1975) και έχουν αναδημοσιευτεί και σε διάφορα υδρολογικά συγγράμματα (πχ. Wilson, 1990, σσ. 278-338). Σε αυτή την περίπτωση οι χάρτες δίνουν αφενός τη βροχόπτωση 2 ημερών περιόδου επαναφοράς 5 ετών και αφετέρου το ποσοστό της βροχόπτωσης 1 ώρας περιόδου επαναφοράς 5 ετών προς την αντίστοιχη των 2 ημερών. Αλλά και σε άλλες χώρες, όπως για παράδειγμα για τις Ινδίες, έχουν κατασκευαστεί ανάλογοι χάρτες που δίνουν τη μέγιστη βροχόπτωση 1 ώρας για δεδομένη περίοδο επαναφοράς, πχ. 50 ετών (UNESCO, 1974· βλ. και Subramanya, 1984, σ. 40).

Από την εφαρμογή της προτεινόμενης μεθόδου (ενότητα 2) στη Στερεά Ελλάδα προέκυψαν ενθαρρυντικά αποτελέσματα και φάνηκε ότι είναι δυνατή η κατασκευή χαρτών ανάλογων με τους παραπάνω, βάσει των οποίων μπορούν να εξαχθούν όμβριες καμπύλες στην περιοχή μελέτης χωρίς αναφορά στα πρωτογενή δεδομένα, όπως αναλύεται στην ενότητα 3.

2. Προτεινόμενη μέθοδος

Η μεθοδολογία που αναπτύσσουμε εδώ αναφέρεται στον τρόπο εξαγωγής όμβριων καμπυλών σε περιοχή που καλύπτεται από βροχόμετρο, αλλά όχι από βροχογράφο. Τα δεδομένα που απαιτεί είναι:

- Μέγιστα ύψη βροχής 24ωρης ή και 48ωρης διάρκειας από το βροχομετρικό σταθμό της περιοχής μελέτης, ο οποίος παρακάτω θα αναφέρεται ως σταθμός μελέτης.
- Μέγιστα ύψη (ή αντίστοιχες εντάσεις) για μεγάλο φάσμα διαρκειών (πχ. με κατώτερη διάρκεια από μερικά λεπτά μέχρι 1 h και ανώτερη διάρκεια 24 ή 48 h) από τους πλησιέστερους 2-3 βροχομετρικούς σταθμούς οι οποίοι διαθέτουν και βροχογράφο επαρκούς αξιοπιστίας και περιόδου λειτουργίας.

Διευκρινίζεται ότι η μεθοδολογία αναφέρεται σε σημειακές και όχι επιφανειακές όμβριες καμπύλες (η αναγωγή των σημειακών υψών σε επιφανειακά μπορεί να γίνει με τις γνωστές μεθόδους της βιβλιογραφίας). Αν και η μεθοδολογία δεν μπορεί να τυποποιηθεί πλήρως, σε μορφή μονοσήμαντης πορείας υπολογισμών, σε γενικές γραμμές μπορούμε να θεωρήσουμε ότι περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

1. *Κατάρτιση των όμβριων καμπυλών από τα δεδομένα των βροχογράφων*
   Με βάση τα δεδομένα των 2-3 κοντινών σταθμών καταρτίζονται όμβριες καμπύλες με τη μορφή (5) του Παραρτήματος 1, ξεχωριστά για καθένα από αυτούς. Αυτό γίνεται με το πρόγραμμα OMBRE επιλέγοντας την κατάλληλη κατανομή και μέθοδο εκτίμησης παραμέτρων. Η έκφραση που υιοθετείται για τις όμβριες καμπύλες πρέπει να είναι κοινή για όλους τους σταθμούς. Γίνεται προσπάθεια να περιοριστεί ο αριθμός των παραμέτρων της σχέσης όμβριων καμπυλών, πχ.

επιλέγοντας $f = 0$ ή $n = 1$ στην έκφραση της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$ και υιοθετώντας διπαραμετρική και όχι τριπαραμετρική συνάρτηση κατανομής.

2. *Συγκριτική μελέτη των παραμέτρων των παραπάνω καμπυλών και επιλογή παραμέτρων του σταθμού μελέτης.*

   Εξετάζονται συγκριτικά οι παράμετροι των παραπάνω καμπυλών των βροχογράφων και κατά περίπτωση υιοθετούνται ορισμένες από αυτές για τον βροχομετρικό σταθμό μελέτης, ενώ άλλες υπολογίζονται στο επόμενο βήμα 3. Οι παράμετροι του σταθμού μελέτης που υιοθετούνται στο βήμα αυτό περιλαμβάνουν όλες τις παραμέτρους της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$ και ενδεχομένως κάποιες από τις παραμέτρους της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$. Πιο συγκεκριμένα:

   2.1. Σε περίπτωση που το σύνολο των παραμέτρων δεν διαφέρει αισθητά από σταθμό σε σταθμό επαναλαμβάνεται ο υπολογισμός των παραμέτρων με στόχο την εκτίμηση ενός μοναδικού συνόλου παραμέτρων για όλους τους γειτονικούς σταθμούς. Αυτό γίνεται με ενοποίηση των δειγμάτων όλων των σταθμών σύμφωνα με τη μέθοδο σταθμών-ετών. Από το τελικό σύνολο παραμέτρων υιοθετούνται για τον βροχομετρικό σταθμό μελέτης οι παράμετροι της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$. Επίσης μπορεί να υιοθετηθούν και παράμετροι της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$, αφήνοντας όμως τουλάχιστον μία ελεύθερη, η οποία θα προσδιοριστεί από τα δεδομένα του σταθμού μελέτης.

   2.2. Αν οι παράμετροι της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$ δεν διαφέρουν αισθητά από σταθμό σε σταθμό, αλλά υπάρχουν διαφορές σε κάποιες από τις παραμέτρους της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$, τότε εξάγεται ο μέσος όρος των τιμών των (αντίστοιχων) παραμέτρων που δεν έχουν μεγάλες διαφορές, ο οποίος και υιοθετείται ως αντιπροσωπευτική τιμή για την αντίστοιχη παράμετρο του σταθμού μελέτης. Και πάλι θα πρέπει να αφεθεί τουλάχιστον μία ελεύθερη παράμετρος της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$, η οποία θα προσδιοριστεί από τα δεδομένα του σταθμού μελέτης.

   2.3. Αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές από σταθμό σε σταθμό στις παραμέτρους της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$ τότε υιοθετείται για το σταθμό μελέτης ένα από τα σύνολα παραμέτρων της $b(d)$ και συγκεκριμένα αυτό που δίνει δυσμενέστερες εντάσεις βροχής (για λόγους ασφάλειας). Για παράδειγμα, αν η $b(d)$ είναι της μορφής d^n τότε υιοθετείται για το σταθμό μελέτης η μεγαλύτερη από τις τιμές n των γειτονικών βροχομετρικών σταθμών.

3. Εκτιμώνται κατά περίπτωση οι υπόλοιπες παράμετροι της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$ που δεν έχουν καθοριστεί στο βήμα 2. Για το σκοπό αυτό:

3.1. Αν πρόκειται να εκτιμηθεί σε αυτό το βήμα το σύνολο των παραμέτρων της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$, τότε χρησιμοποιείται το πρόγραμμα OMBRE με την καθολική μέθοδο εκτίμησης, περιορίζοντας τις παραμέτρους της συνάρτησης διάρκειας $b(d)$ στις τιμές που έχουν ήδη καθοριστεί από το προηγούμενο βήμα.

3.2. Αν ορισμένες παράμετροι της συνάρτησης περιόδου επαναφοράς $a(T)$ έχουν ήδη καθοριστεί στο βήμα 2, τότε αναπροσαρμόζονται κατάλληλα οι εξισώσεις εκτίμησης παραμέτρων και χρησιμοποιείται η μέθοδος με ενοποίηση διαρκειών για την εκτίμηση των παραμέτρων που απομένουν. Η περίπτωση αυτή δεν καλύπτεται άμεσα από την τρέχουσα έκδοση του προγράμματος OMBRE αλλά είναι εύκολο να γίνει η εκτίμηση με οποιοδήποτε λογιστικό πακέτο (πχ. EXCEL, με το οποίο το πρόγραμμα OMBRE έχει άμεση επικοινωνία).

Ως παράδειγμα αναπροσαρμογής των εξισώσεων εκτίμησης παραμέτρων για το βήμα 3.2 αναφέρουμε τη συνηθέστερη περίπτωση που χρησιμοποιείται η κατανομή Gumbel για την περιγραφή των μέγιστων εντάσεων βροχής. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται η εξίσωση (11) του Παραρτήματος 1 για την έκφραση της $a(T)$. Αν υποθέσουμε ότι η αδιάστατη παράμετρος c έχει καθοριστεί στο βήμα 2 (υποπερίπτωση 2.1 ή 2.2) τότε η παράμετρος λ που απομένει εκτιμάται από τη δεύτερη από τις εξισώσεις (12), η οποία οδηγεί στη διατήρηση της μέσης τιμής των ανηγμένων εντάσεων $y = i\, b(d)$. Επιλύοντας ως προς λ παίρνουμε

$$\lambda = \frac{c + 0.577}{\bar{y}} \tag{1}$$

όπου $\bar{y}$ είναι η μέση τιμή των ανηγμένων εντάσεων του ενοποιημένου δείγματος του σταθμού μελέτης. Η αντίστοιχη εξίσωση της μεθόδου Gumbel προκύπτει από την εξίσωση (13) του Παραρτήματος 1 και είναι

$$\lambda = \frac{c + 0.577 - \dfrac{0.53}{(N + 2.5)^{0.74}}}{\bar{y}} \tag{2}$$

όπου N το μέγεθος του ενοποιημένου δείγματος.

3. Εφαρμογή στη Στερεά Ελλάδα

Εκτεταμένη εφαρμογή της μεθοδολογίας στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας έγινε από τον Κοζώνη (1995). Η εφαρμογή αυτή αποσκοπούσε περισσότερο στον έλεγχο της προτεινόμενης μεθοδολογίας και λιγότερο στην κατασκευή τελικών χαρτών που θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιχειρησιακά για την έμμεση κατάρτιση όμβριων καμπυλών σε οποιαδήποτε θέση της Στερεάς Ελλάδας. Πάντως, τα αποτελέσματα της εφαρμογής έδειξαν ότι (α) η προτεινόμενη μέθοδος είναι ικανοποιητική, (β) οι περισσότερες από τις παραμέτρους των όμβριων καμπυλών μπορούν να θεωρηθούν σταθερές σε μεγάλες γεωγραφικές περιοχές και να εκτιμηθούν από το σχετικώς αραιό δίκτυο βροχογράφων, (γ) οι υπόλοιπες παράμετροι μπορούν να εξαχθούν με βάση δεδομένα από το πυκνότερο δίκτυο βροχομέτρων, και (δ) η προτεινόμενη μέθοδος βοηθά στην κατασκευή χαρτών για την έμμεση κατάρτιση όμβριων καμπυλών χωρίς αναδρομή στα πρωτογενή δεδομένα.

Οι χάρτες που αναδημοσιεύονται από την εργασία του Κοζώνη (1995) (Σχ. 1 και Σχ. 2) δεν μπορούν να θεωρηθούν ως τελικοί επιχειρησιακά αξιοποιήσιμοι αλλά ως ένα πρώτο βήμα προς την κατεύθυνση της κατασκευής ενός άτλαντα της χώρας. Κάτι τέτοιο βέβαια προϋποθέτει τη συστηματική ψηφιοποίηση των ταινιών των βροχογράφων της χώρας, πράγμα που αναμένεται να υλοποιηθεί στα πλαίσια του Σταδίου 2 του Προγράμματος ΥΔΡΟΣΚΟΠΙΟ, αν τελικά χρηματοδοτηθεί και ολοκληρωθεί το στάδιο αυτό.

Στην εν λόγω πιλοτική εργασία χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα 13 σταθμών με βροχογράφο, σχεδόν ομοιόμορφα κατανεμημένων στα υδατικά διαμερίσματα της Στερεάς Ελλάδας, και 66 σταθμών με βροχόμετρο, τα δεδομένα των οποίων έχουν αρχειοθετηθεί στα πλαίσια του παρόντος ερευνητικού έργου. Οι διάρκειες που επιλέχθηκαν για τα δείγματα των βροχογράφων είναι 1, 2, 6, 12, 24 και 48 h και για τα δείγματα των βροχομέτρων 24 και 48 h. Στα μέγιστα ύψη βροχής των βροχομέτρων εφαρμόστηκε η διόρθωση του σφάλματος διακριτοποίησης, όπως περιγράφεται στο εδάφιο 5.1 του Παραρτήματος 1.

Για την έκφραση των όμβριων καμπυλών χρησιμοποιήθηκε η κατανομή Gumbel, η οποία έδειξε να προσαρμόζεται ικανοποιητικά στο σύνολο των δειγμάτων. Η τελική έκφραση όμβριας καμπύλης είναι

$$i = \frac{a(T)}{b(d)} = \frac{\frac{1}{\lambda}\left\{c - \ln\left[-\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right]\right\}}{d^n} \tag{3}$$

που διαθέτει τρεις μόνο παραμέτρους, τις n, c και λ.

Στο βήμα 2 της παραπάνω μεθοδολογίας (υποπερίπτωση 2.2) φάνηκε ότι οι παράμετροι n και c μπορούν να θεωρηθούν σταθερές ανά ζώνη (υδατικό διαμέρισμα), με τιμές που φαίνονται στο Σχ. 1. Προχωρώντας στο βήμα 3 της πιο πάνω μεθοδολογίας (υποπερίπτωση 3.2) υπολογίστηκε για καθένα από τους βροχομετρικούς σταθμούς η παράμετρος λ (εξίσωση (1)) και στη συνέχεια ελέγχθηκε η προσαρμογή της εξίσωσης (3) στα δεδομένα, είτε γραφικά είτε με στατιστικές δοκιμές (χ^2). Τα αποτελέσματα του ελέγχου προσαρμογής ήταν γενικώς ικανοποιητικά.

Εναλλακτικά εξετάστηκε και η περίπτωση καθορισμού μιας σταθερής παραμέτρου, της n, από το βήμα 2 (υποπερίπτωση 2.2) και εκτίμησης των άλλων δύο παραμέτρων c και λ στο βήμα 3 (υποπερίπτωση 3.1). Τα αποτελέσματα σε αυτή την περίπτωση δεν είχαν ουσιαστικές διαφορές από αυτά της προηγούμενης, γι' αυτό και τελικά υιοθετήθηκε η πρώτη απλούστερη εκδοχή των δύο σταθερών παραμέτρων ανά ζώνη (υδατικό διαμέρισμα).

Αφού τελικά σε κάθε υδατικό διαμέρισμα υπάρχει μόνο μία παράμετρος, η λ, που μεταβάλλεται από θέση σε θέση αρκεί ένας μόνος χάρτης για την απεικόνιση της γεωγραφικής μεταβολής των όμβριων καμπυλών. Ο χάρτης αυτός αποφασίστηκε να δοθεί με τη μορφή των ισοϋετίων για διάρκεια βροχής 24 h και περίοδο επαναφοράς 5 (Σχ. 2). Για να κατασκευαστούν οι ισοϋέτιες υπολογίστηκε προηγουμένως σε κάθε θέση βροχομετρικού σταθμού το ύψος της μέγιστης 24ωρης βροχόπτωσης για T = 5, με βάση την (3) και στη συνέχεια χαράχτηκαν οι ισοϋέτιες με τη βοήθεια Συστήματος Γεωγραφικών Πληροφοριών.

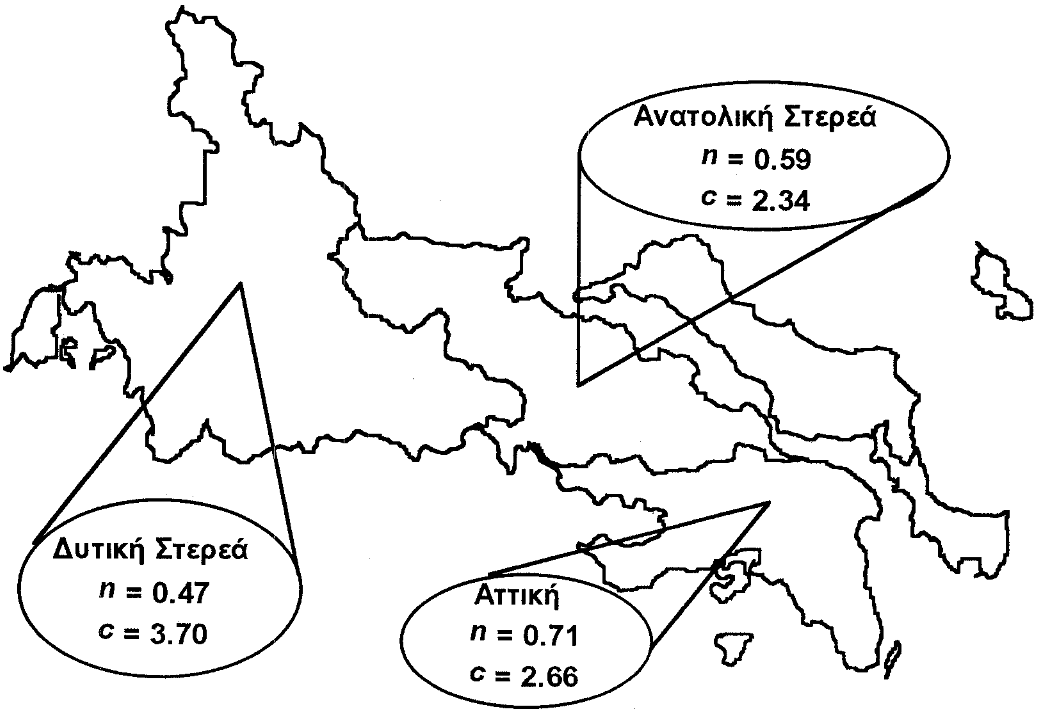
Χρησιμοποιώντας το χάρτη του Σχ. 2 μπορούμε να εφαρμόσουμε την αντίστροφη διαδικασία και να εκτιμήσουμε την όμβρια καμπύλη σε οποιοδήποτε σημείο της Στερεάς Ελλάδας. Συγκεκριμένα, εντάσσουμε το σημείο σε μία από τις τρεις ζώνες του Σχ. 1 και αποκτούμε έτσι τις τιμές των παραμέτρων n και c. Στη συνέχεια εντοπίζουμε το σημείο στο χάρτη του Σχ. 2 και βρίσκουμε την τιμή $h_5(24)$ του μέγιστου 24ωρου ύψους βροχής για περίοδο επαναφοράς $T = 5$. Τέλος, υπολογίζουμε την παράμετρο λ από την ακόλουθη σχέση, η οποία είναι συνέπεια της (3):

$$\lambda = \frac{d^{1-n}}{h_5(24)} [c - \ln(-\ln 0.8)] \tag{4}$$

Η τελική έκφραση της όμβριας καμπύλης για το υπόψη σημείο προκύπτει με αντικατάσταση στην (3) των τιμών των παραμέτρων που καθορίστηκαν με τον παραπάνω τρόπο. Στην έκφραση αυτή η περίοδος επαναφοράς T αντιστοιχεί στη σειρά ετήσιων μεγίστων. Η αντίστοιχη εξίσωση για την περίοδο επαναφοράς T' της σειράς υπεράνω κατωφλίου προκύπτει άμεσα, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο εδάφιο 5.2, και είναι

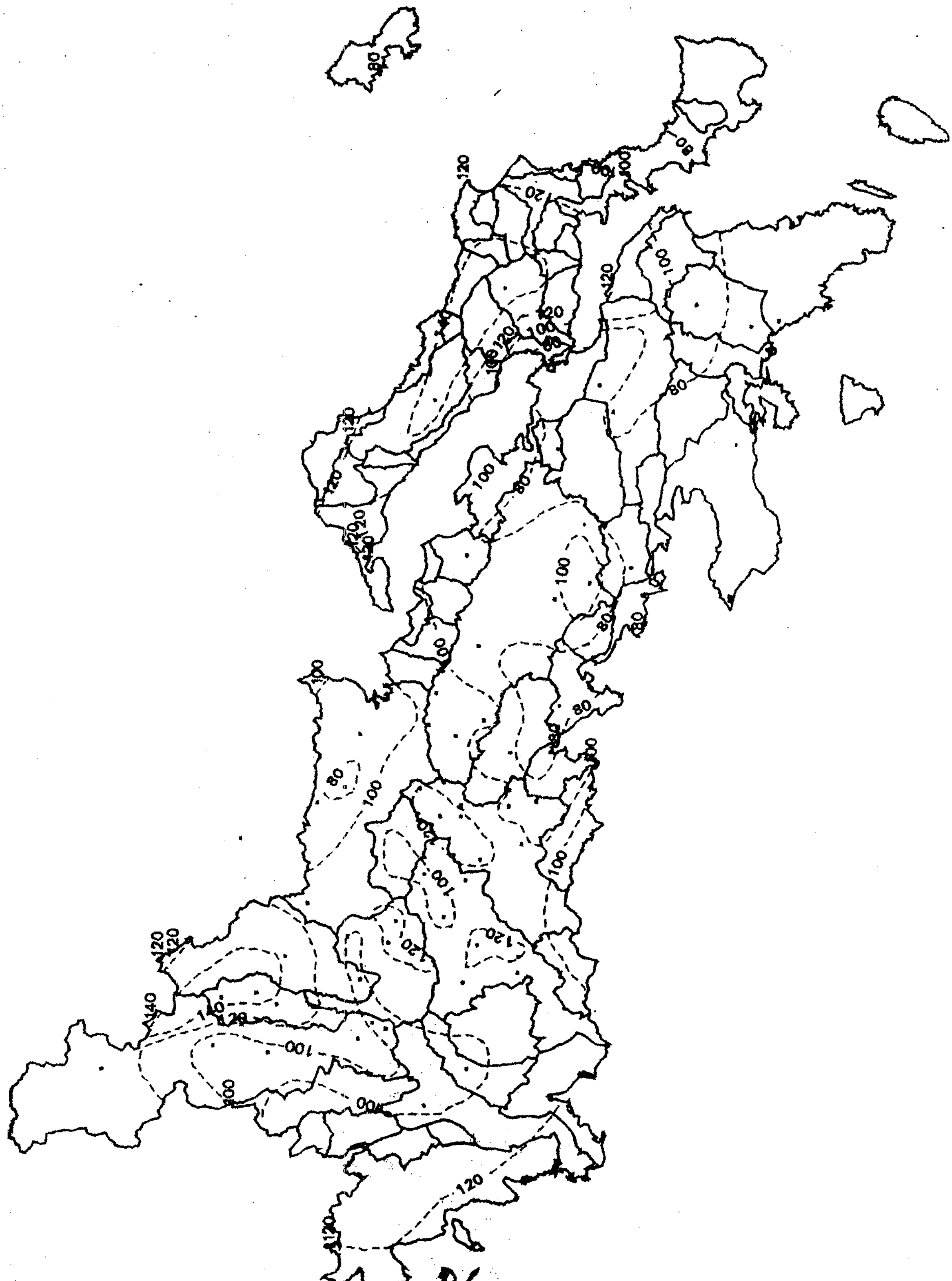
$$i = \frac{\frac{1}{\lambda}(c + \ln T')}{d^n} \tag{5}$$

όπου οι παράμετροι n, c και λ έχουν τις ίδιες τιμές όπως στην (3).



Σχ. 1 Τιμές των σταθερών παραμέτρων ανά ζώνη

Σχ. 2 (Επόμενη σελίδα) Ισοϋέτιες μέγιστης 24ωρης βροχόπτωσης για περίοδο επαναφοράς $T = 5$.



4. Αναφορές

Κοζώνης, Δ., *Κατάρτιση όμβριων καμπυλών με ελλιπή δεδομένα, Εφαρμογή στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας*, Διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1995.

Ρώτη, Σ. και Δ. Κουτσογιάννης, Όμβριες καμπύλες, *Υδρολογική διερεύνηση του υδατικού διαμερίσματος Θεσσαλίας*, Τεύχος 3, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τομέας ΥΠΥΘΕ, Αθήνα, 1988.

Ξανθόπουλος, Θ. Σ., *Μαθήματα στατιστικής υδρολογίας*, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, 1975

Frederick, R. H., V. A. Meyers and E. P. Auciello, *Five- to 60-minute precipitation frequency for the eastern and central United States*, NOAA Tech. Mem. NWS HYDRO-35, Washington, DC, 1977.

Linsley, R. K. Jr., M. A. Kohler and J. L. H. Paulus, *Hydrology for engineers*, McGraw-Hill, Tokyo, 2nd edition, 1975.

Miller, J. F., R. H. Frederick and R. J. Tracey, Precipitation frequency analysis of the western United States, NOAA Atlas 2, National Weather Service, NOAA, U. S. Department of Commerce, Silver Spring, Md. 1973.

NERC (National Environmental Research Council), *Flood studies report*, Institute of Hydrology, Wallingford, 1975.

Smith, J. A., Precipitation, Ch. 4 in *Handbook of hydrology*, edited by D. R. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1993.

Subramaya, K., *Engineering hydrology*, Tata McGraw-Hill, New Delhi, 1984.

UNESCO, *National resources of humid tropical Asia - National resources research XII*, UNESCO, 1974.

U. S. Army Corps of Engineers, *Drainage and Erosion Control*, EM-1110-345-281, 1965.

Hershfield, D. M. , *Rainfall frequency atlas of the United States for durations from 30 minutes to 24 hours and return periods from 1 to 100 years*, U. S. Weather Bureau Technical Paper 40, Washington, DC, 1961.

Viessman, W. Jr., G. L. Lewis and J. W. Knapp, *Introduction to hydrology*, 3rd edition, Happer & Row, New York, 1989.

Wanielista, M., *Hydrology and water quality control*, John Wiley & Sons, New York, 1990.

Wilson, E. M., *Engineering hydrology*, 4th edition, Macmillan, London, 1990.