



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ – Εκτίμηση πλημμυρικών ροών στην Ελλάδα σε συνθήκες υδροκλιματικής μεταβλητότητας: Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένου εννοιολογικού-πιθανοτικού πλαισίου και υπολογιστικών εργαλείων

Συνεργαζόμενοι φορείς:



ΕΤΜΕ: Πέππας & Συνεργάτες Ε.Ε.



Γραφείο Μαχάιρα Α.Ε.



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος



Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών – Ινστιτούτο Ερευνών Περιβάλλοντος και Βιώσιμης Ανάπτυξης

Ενότητα Εργασίας 3

Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων εργαλείων υδρολογίας πλημμυρών

Παραδοτέο Π3.5

Τεχνική έκθεση θεωρητικής τεκμηρίωσης μοντέλου υδρολογικής-υδραυλικής προσομοίωσης

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Παρουσιάζεται η θεωρητική τεκμηρίωση του μοντέλου υδρολογικής-υδραυλικής προσομοίωσης που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της νέας έκδοσης του υπολογιστικού συστήματος Υδρόγειος. Το μοντέλο εμπλουτίστηκε ώστε να αναπαριστά τις υδρολογικές διεργασίες σε ωριαία χρονική κλίμακα, και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για υδρολογικό σχεδιασμό όσο και ως εργαλείο πρόγνωσης πλημμυρών. Στην έκθεση περιγράφεται λεπτομερώς το πλήρες θεωρητικό του υπόβαθρο, που βασίζεται στη σύζευξη μοντέλων προσομοίωσης των επιφανειακών και υπόγειων υδρολογικών διεργασιών, μοντέλων διαχείρισης υδατικών πόρων και εναλλακτικών αριθμητικών σχημάτων διόδευσης των ροών κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου. Ακόμη, εξηγούνται η διαδικασία προετοιμασίας των δεδομένων εισόδου και κατασκευής των αναγκαίων θεματικών επιπέδων, καθώς και η διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου με χρήση εξελιγμένων εργαλείων βαθμονόμησης.

ABSTRACT

We present the theoretical documentation of the hydrological-hydraulic simulation model that has been developed within the new version of computer system Hydrogeios. The model has been enhanced in order to represent the hydrological processes at the hourly time scale, which allows to be used for both hydrological design and flood forecasting. In the report are described in detail the whole theoretical background, based on the integration of simulation models for surface- and groundwater processes, water resources management models, and alternative numerical schemes for flow routing along the river network. Moreover, we explain the procedure for preparation of input data and construction of all essential thematic layers, as well as the procedure for estimating model parameters through advanced calibration tools.

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

1	Εισαγωγή	7
1.1	Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό	7
1.2	Διάρθρωση του τεύχους.....	8
2	Το υπολογιστικό σύστημα Υδρόγειος	9
2.1	Γενικά χαρακτηριστικά του μοντέλου	9
2.2	Ιστορικό	10
2.2.1	Πρόδρομες εκδοχές του μοντέλου	10
2.2.2	Πρώτη έκδοση (2007).....	11
2.2.3	Δεύτερη έκδοση (2010)	11
2.2.4	Τρίτη έκδοση (2014).....	11
2.3	Ανάπτυξη λογισμικού	12
2.3.1	Αρχιτεκτονική λογισμικού και υποσυστήματα	12
2.3.2	Διαχείριση έργων και σεναρίων	13
2.4	Εφαρμογές του μοντέλου.....	14
3	Συνιστώσες και δεδομένα εισόδου	15
3.1	Θεματικά επίπεδα	15
3.2	Περιοχή μελέτης	15
3.3	Υδρογραφικό δίκτυο	16
3.4	Υπολεκάνες.....	17
3.5	Μονάδες υδρολογικής απόκρισης	18
3.5.1	Ορισμός	18
3.5.2	Γενική διαδικασία διαμόρφωσης ΜΥΑ.....	19
3.5.3	Διαμόρφωση ΜΥΑ με βάση τον αριθμό καμπύλης απορροής	20
3.6	Υπόγειο υδρολογικό σύστημα	22
3.6.1	Χάραξη κυττάρων.....	22
3.6.2	Υπόγειες δεξαμενές	25
3.6.3	Επιφανειακές και υπόγειες εκφορτίσεις	26
3.6.4	Γεωτρήσεις	27
3.7	Σύστημα διαχείρισης υδατικών πόρων	27
4	Προσομοίωση επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών	29
4.1	Γενικό πλαίσιο προσομοίωσης	29
4.2	Μοντέλο μηνιαίας προσομοίωσης.....	29
4.2.1	Μαθηματική δομή μοντέλου	29
4.2.2	Υπολογιστική διαδικασία	31
4.2.3	Εννοιολογία και φυσική ερμηνεία παραμέτρων.....	33

4.3	Διατύπωση μοντέλου ημερήσιας και ωριαίας προσομοίωσης.....	34
4.3.1	Συνιστώσες μοντέλου	34
4.3.2	Υπολογιστική διαδικασία	35
4.4	Υπολογισμός εισροών στο υδρογραφικό δίκτυο	38
4.4.1	Γενική διαδικασία.....	38
4.4.2	Διόδευση επιφανειακής απορροής υπολεκανών.....	38
4.5	Εκτίμηση συνθηκών αρχικής υγρασίας.....	40
5	Προσομοίωση υπόγειων υδρολογικών διεργασιών	42
5.1	Φορτίσεις μοντέλου υπόγειας υδρολογίας.....	42
5.2	Λειτουργία δεξαμενών.....	43
5.3	Σχήμα επίλυσης	45
5.3.1	Χρονικό βήμα υπολογισμών.....	45
5.3.2	Ρητό σχήμα επίλυσης.....	45
5.3.3	Πεπλεγμένο σχήμα επίλυσης.....	47
5.4	Εκτίμηση αρχικής στάθμης υπόγειων δεξαμενών	48
6	Μοντέλο κατανομής ροών υδροσυστήματος	49
6.1	Η κατανομή των ροών ως πρόβλημα βελτιστοποίησης.....	49
6.2	Θεμελιώδεις έννοιες θεωρίας γράφων - Το πρόβλημα μεταφόρτωσης.....	51
6.3	Σχηματοποίηση μοντέλου διγράφου.....	53
6.4	Προσομοίωση διαρροών και διηθήσεων	58
6.5	Προσομοίωση επιστροφών νερού.....	59
6.6	Αναδρομικός υπολογισμός μοναδιαίου κόστους.....	60
6.7	Επικαιροποίηση ιδιοτήτων διγράφου	62
6.8	Επίλυση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.....	63
7	Διόδευση παροχών στο υδρογραφικό δίκτυο	65
7.1	Τοποθέτηση του προβλήματος	65
7.2	Υλοποίηση μοντέλων διόδευσης στα πλαίσια της προσομοίωσης.....	67
7.2.1	Εναλλακτικές προσεγγίσεις.....	67
7.2.2	Μοντέλο κύματος διάχυσης με επίλυση κατά Muskingum.....	68
7.2.3	Μοντέλο κινηματικού κύματος	71
7.2.4	Μονοδιάστατο μοντέλο διόδευσης σε συνθήκες μη μόνιμης ροής.....	71
7.3	Επιμερισμός μέσων ημερήσιων παροχών.....	75
8	Υπολογιστικό σύστημα υδρολογικής-υδραυλικής προσομοίωσης	78
8.1	Ορισμοί - Δεδομένα εισόδου	78
8.2	Αρχικοποίηση	79

8.3	Προσομοίωση χωρίς διόδευση	80
8.4	Προσομοίωση με διόδευση.....	82
9	Βαθμονόμηση παραμέτρων	85
9.1	Τοποθέτηση του προβλήματος	85
9.2	Κριτήρια καλής προσαρμογής.....	86
9.2.1	Αποτελεσματικότητα.....	86
9.2.2	Αποτελεσματικότητα υψηλών παροχών.....	88
9.2.3	Μεροληψία	88
9.2.4	Σφάλμα μηδενικών παροχών.....	89
9.2.5	Σφάλμα τάσεων	89
9.3	Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης.....	91
9.3.1	Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης.....	91
9.3.2	Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου.....	92
9.3.3	Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου	97
9.4	Κατευθυντήριες αρχές εκτίμησης των παραμέτρων μέσω βαθμονόμησης	98
9.4.1	Καθορισμός ορίων παραμέτρων.....	98
9.4.2	Η έννοια της ημιαυτόματης βαθμονόμησης.....	99
9.4.3	Πολυκριτηριακή ανάλυση	100
	Αναφορές	103

1 Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό

Στα πλαίσια της Δράσης «Συνεργασία» του ΕΣΠΑ 2007-2013, η Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας ανέθεσε στη σύμπραξη τεσσάρων φορέων (ΕΤΜΕ: Πέππας & Συνεργάτες, Γραφείο Μαχαίρα, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, και Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών) το ερευνητικό έργο “*ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ – Εκτίμηση πλημμυρικών ροών στην Ελλάδα σε συνθήκες υδροκλιματικής μεταβλητότητας: Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένου εννοιολογικού-πιθανοτικού πλαισίου και υπολογιστικών εργαλείων*”. Το έργο αποσκοπεί στην ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων μεθοδολογιών μοντελοποίησης και πρόγνωσης των ισχυρών καταιγίδων και των επαγόμενων πλημμυρικών φαινομένων, προσαρμοσμένων στις ιδιαιτερότητες των ελληνικών υδροκλιματικών και γεωμορφολογικών συνθηκών. Στα πλαίσια του έργου προβλέπεται η ανάπτυξη ενός δικτύου ερευνητικών λεκανών, υφιστάμενων και νέων, στην Ελλάδα και την Κύπρο. Από την ανάλυση των δεδομένων πεδίου (υδρολογικών, μετεωρολογικών, γεωγραφικών) των εν λόγω λεκανών θα εξαχθούν φυσικά τεκμηριωμένες περιοχικές σχέσεις για την εκτίμηση χαρακτηριστικών υδρολογικών μεγεθών σχεδιασμού. Ακόμη, θα αναπτυχθούν υδρολογικά-υδραυλικά μοντέλα που θα ολοκληρωθούν σε ένα επιχειρησιακό σύστημα υδρομετεωρολογικής πρόγνωσης. Τέλος, προβλέπεται ακόμη η προετοιμασία (υπό μορφή προσχεδίου για επιστημονική συζήτηση) ενός πλαισίου κριτηρίων σχεδιασμού και μεθοδολογιών εκπόνησης μελετών υδρολογίας αντιπλημμυρικών έργων.

Σκοπός της Ενότητας Εργασίας 3 με τίτλο “*Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων εργαλείων υδρολογίας πλημμυρών*” είναι η αξιοποίηση των ιστορικών πληροφοριών και των δεδομένων πεδίου που θα συλλεχθούν από το νέο μετρητικό δίκτυο, για την διατύπωση ενός φυσικά εδραιωμένου μεθοδολογικού πλαισίου, το οποίο αφορά στη μοντελοποίηση των πλημμυρών, προσαρμοσμένου στις ελληνικές συνθήκες. Το πλαίσιο αυτό περιλαμβάνει ένα φάσμα μεθοδολογικών προσεγγίσεων, από στοιχειώδεις εμπειρικές σχέσεις έως προχωρημένα μοντέλα προσομοίωσης, τα οποία θα ελεγχθούν στις πιλοτικές περιοχές του έργου και θα συγκριθούν με κοινές πρακτικές των μελετητών και καταξιωμένα υπολογιστικά εργαλεία της βιβλιογραφίας.

Στην παρούσα τεχνική έκθεση περιγράφεται η θεωρητική τεκμηρίωση του υπολογιστικού συστήματος υδρολογικής-υδραυλικής προσομοίωσης, που αποτελεί επέκταση του μοντέλου Υδρόγειος. Το μοντέλο εμπλουτίστηκε ώστε να αναπαριστά τις υδρολογικές διεργασίες σε ωριαία χρονική κλίμακα, και να μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για υδρολογικό σχεδιασμό όσο και ως εργαλείο πρόγνωσης πλημμυρών. Η πιλοτική λειτουργία του μοντέλου στα πλαίσια του συστήματος υδρομετεωρολογικής πρόγνωσης που αναπτύχθηκε περιγράφεται στις σχετικές εκθέσεις της σχετικής ενότητας εργασίας 4.

Η ομάδα εκπόνησης του παρόντος τεύχους είναι:

- Ανδρέας Ευστρατιάδης, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, MSc
- Αντώνης Κουκουβίνος, Τοπογράφος Μηχανικός, DEA Γεωγραφίας
- Παναγιώτης Δημητριάδης, Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Υποψ. Δρ.

- Ευάγγελος Ρόζος, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, MSc
- Αντώνης Κούσης, Διευθυντής Ερευνών ΕΑΑ

Συντονιστής του συνόλου των εργασιών της Ενότητας Εργασίας 3 είναι ο Δ. Κουτσογιάννης, Καθηγητής ΕΜΠ.

1.2 Διάρθρωση του τεύχους

Το τεύχος περιλαμβάνει, εκτός από την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), δέκα ακόμη κεφάλαια.

Στο **Κεφάλαιο 2** περιγράφονται, συνοπτικά, οι θεμελιώδεις αρχές και λειτουργίες του υπολογιστικού συστήματος Υδρόγειος, καθώς και το ιστορικό εξέλιξής τους.

Στο **Κεφάλαιο 3** περιγράφονται οι συνιστώσες (θεματικά επίπεδα) και τα δεδομένα εισόδου του μοντέλου προσομοίωσης (γεωγραφικά, υδρολογικά, διαχειριστικά).

Στο **Κεφάλαιο 4** περιγράφονται τα μοντέλα προσομοίωσης των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών, που εφαρμόζονται στη μηνιαία και την ημερήσια/ωριαία χρονική κλίμακα.

Στο **Κεφάλαιο 5** περιγράφεται η διαδικασία προσομοίωσης των υπόγειων υδρολογικών διεργασιών και το σχετικό αριθμητικό σχήμα.

Στο **Κεφάλαιο 6** περιγράφεται το μοντέλο αναπαράστασης των ροών του υδροσυστήματος και ο χειρισμός του σχετικού προβλήματος, μέσω γραμμικής βελτιστοποίησης.

Στο **Κεφάλαιο 7** περιγράφονται τα αριθμητικά σχήματα που εφαρμόζονται για την διόδευση των υδρογραφημάτων κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου.

Στο **Κεφάλαιο 8** περιγράφεται η ολοκληρωμένη διαδικασία υδρολογικής και υδραυλικής προσομοίωσης, με την οποία υλοποιείται η σύζευξη των παραπάνω μοντέλων.

Στο **Κεφάλαιο 9** περιγράφεται η μεθοδολογία εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου, με χρήση εξελιγμένων αλγορίθμων ολικής και πολυκριτηριακής βαθμονόμησης.

2 Το υπολογιστικό σύστημα Υδρόγειος

2.1 Γενικά χαρακτηριστικά του μοντέλου

Η Υδρόγειος είναι ένα ολοκληρωμένο υπολογιστικό σύστημα προσομοίωσης, το οποίο υλοποιεί ένα συνδυαστικό (επιφανειακό και υπόγειο) υδρολογικό μοντέλο που αναπαριστά τις διεργασίες στο έδαφος, την ακόρεστη ζώνη και τον υδροφορέα, σε συνδυασμό με ένα σχήμα διαχείρισης υδατικών πόρων, σε κλίμακα λεκάνης απορροής. Το σχήμα αυτό εκτιμά τις ροές κατά μήκος του φυσικού (υδρογραφικού) και τεχνητού (έργα μεταφοράς) δικτύου και τις απολήψεις από επιφανειακά και υπόγεια νερά (γεωτρήσεις), λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά και περιορισμούς των τεχνικών έργων αξιοποίησης των υδατικών πόρων.

Η χωρική κλίμακα αναπαράστασης των διεργασιών βασίζεται σε μια ημικατανεμημένη σχηματοποίηση της λεκάνης απορροής, με την οποία εκτιμάται το ισοζύγιο των υδατικών πόρων σε χαρακτηριστικά σημεία της (κόμβοι). Οι κόμβοι τοποθετούνται κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου (στις συμβολές των κλάδων ή σε άλλα σημεία ελέγχου) και σε θέσεις όπου πραγματοποιούνται επιφανειακές και υπόγειες απολήψεις. Η περιγραφή του πεδίου υπόγειας ροής βασίζεται σε μια πολυκυτταρική χάραξη, δημιουργώντας ένα εννοιολογικό δίκτυο διασυνδεδεμένων δεξαμενών, η στάθμη των οποίων αντιστοιχεί σε μια μέση κατάσταση του αντίστοιχου τμήματος του υδροφορέα. Τέλος, το σύστημα διαχείρισης των υδατικών πόρων (υδροσύστημα) βασίζεται σε μια εννοιολογική-δικτυακή απεικόνιση των θέσεων προσφοράς και ζήτησης νερού, των κύριων έργων αξιοποίησης των υδατικών πόρων της λεκάνης (υδραγωγεία, έργα εκτροπής, γεωτρήσεις και ομάδες γεωτρήσεων) και των χρήσεων νερού.

Ως προς τη χρονική κλίμακα, η Υδρόγειος υποστηρίζει μηνιαίο, ημερήσιο και ωριαίο βήμα προσομοίωσης, το οποίο επιλέγεται ανάλογα με τον σκοπό της μελέτης. Το μηνιαίο χρονικό βήμα ενδείκνυται για μελέτες διαχειριστικού ενδιαφέροντος, στις οποίες ενδιαφέρει η αναπαράσταση του υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης (εισροές, εκροές, απώλειες). Στις μελέτες πλημμυρών ενδείκνυται η εφαρμογή του ωριαίου χρονικού βήματος, που προϋποθέτει την προσομοίωση όχι μόνο των υδρολογικών αλλά και των υδραυλικών διεργασιών, δηλαδή την αναπαράσταση της διόδευσης των πλημμυρικών παροχών κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου. Για τον σκοπό αυτό, εκτός από το συνδυαστικό σχήμα των τριών προαναφερθέντων μοντέλων, υλοποιούνται και σχήματα διόδευσης, είτε στη μορφή απλών εννοιολογικών μοντέλων (κινηματικό κύμα, μέθοδος Muskingum) είτε μοντέλων μονοδιάστατης ανάλυσης. Τέλος, το ημερήσιο χρονικό βήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε διαχειριστικές μελέτες όσο και για την περιγραφή πλημμυρικών φαινομένων σε μεγάλες λεκάνες, για τη συνήθη περίπτωση δεν διατίθενται επαρκή χωρικά δεδομένα βροχόπτωσης σε λεπτές χρονικές κλίμακες. Στην τελευταία περίπτωση, εφαρμόζεται ένα εμπειρικό σχήμα επιμερισμού των ημερήσιων απορροών κάθε υπολεκάνης σε υδρογραφήματα ωριαίας χρονικής κλίμακας.

Ως προς τη μοντελοποίηση των υδρολογικών διεργασιών στην επιφάνεια, την ακόρεστη και την κορεσμένη ζώνη του εδάφους, υιοθετείται μια προσέγγιση φυσικής βάσης, η οποία είναι όσο το δυνατό φειδωλή ως προς τον αριθμό των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται. Οι παράμετροι αντιστοιχούν σε χωρικές ενότητες της λεκάνης (μονάδες υδρολογικής απόκρισης) και του υδροφορέα (κύτταρα τυχαίας γεωμετρίας) με κοινά γεωμορφολογικά και υδρολογικά

χαρακτηριστικά, το οποίο επιτρέπει την αποσύνδεση της παραμετροποίησης από τη χωρική λεπτομέρεια της σχηματοποίησης. Η εκτίμηση των παραμέτρων γίνεται μέσω βαθμονόμησης, δηλαδή με προσαρμογή του μοντέλου στις παρατηρημένες συνθήκες του παρελθόντος. Για το σκοπό αυτό, στο λογισμικό έχουν ενσωματωθεί αυτοματοποιημένες διαδικασίες, οι οποίες βασίζονται σε πολλαπλά μέτρα επίδοσης (στατιστικά και εμπειρικά) και εξελιγμένες τεχνικές βελτιστοποίησης, ολικής και πολυκριτηριακής.

Η Υδρόγειος υλοποιεί τρεις τύπους προσομοίωσης. Ο πρώτος τύπος, που θα αναφέρεται στο εξής ως *ιστορική προσομοίωση*, αφορά στην αναπαράσταση της παρελθούσας κατάστασης της λεκάνης, για την οποία διατίθενται μετρήσεις παροχών ή άλλων μεταβλητών εξόδου ή μεταβλητών κατάστασης του συστήματος, που επιτρέπουν τη βαθμονόμηση του μοντέλου, όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Ο δεύτερος τύπος, που καλείται *στοχαστική προσομοίωση*, αναφέρεται στην αναπαράσταση υποθετικών μελλοντικών καταστάσεων της λεκάνης, με χρήση συνθετικών χρονοσειρών εισόδου (βροχόπτωση, δυνητική εξατμοδιαπνοή) μεγάλου, κατά κανόνα, μήκους. Η στοχαστική προσομοίωση επιτρέπει την εκτίμηση στατιστικών μεγεθών, όπως η αξιοπιστία και η πλημμυρική διακινδύνευση, που αποτελούν βασικά μεγέθη των μελετών διαχείρισης υδατικών πόρων και πλημμυρών, αντίστοιχα. Τέλος, ο τρίτος τύπος, που καλείται *στοχαστική πρόγνωση*, αναφέρεται στην εκτίμηση των επόμενων καταστάσεων της λεκάνης, με χρήση χρονοσειρών εισόδου που παράγονται από κάποιο μοντέλο βραχυπρόθεσμης μετεωρολογικής πρόγνωσης. Στην περίπτωση αυτή, για κάθε μεταβλητή εισόδου δίνεται ένα πλήθος τροχιών εξέλιξης της (*ensembles*), με τη μορφή σεναρίων που έχουν ίση πιθανότητα πραγματοποίησης. Συνεπώς, σε αντίθεση με τους άλλους δύο τύπους προσομοίωσης, από τους οποίους παράγεται μία χρονοσειρά εξόδου για κάθε μεταβλητή απόκρισης της λεκάνης, στην περίπτωση της πρόγνωσης παράγονται τόσες χρονοσειρές όσες και τα σενάρια εισόδου. Κατά συνέπεια, σε κάθε χρονικό βήμα είναι δυνατή η εκτίμηση του εύρους αβεβαιότητας των εν λόγω μεταβλητών και η εκτίμηση των αντίστοιχων εμπειρικών πιθανοτήτων υπέρβασης.

2.2 Ιστορικό

2.2.1 Πρόδρομες εκδοχές του μοντέλου

Τόσο το μαθηματικό υπόβαθρο του μοντέλου Υδρόγειος όσο και το υπολογιστικό σύστημα αποτελούν προϊόν μακρόχρονης εμπειρίας των μελών της ερευνητικής ομάδας ΙΤΙΑ σε προβλήματα προσομοίωσης σύνθετων συστημάτων υδατικών πόρων και την ανάπτυξη συναφών εφαρμογών υδροπληροφορικής.

Πρόδρομες απόπειρες αναπαράστασης των υδρολογικών διεργασιών σε διάφορες λεκάνες του ελληνικού χώρου εμφανίζονται ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 (Ναλμπάντης, 1992). Ειδικότερα, στα πλαίσια ερευνητικών συνεργασιών του ΕΜΠ και της ΕΥΔΑΠ, η απαίτηση μοντελοποίησης του καρστικού υδροσυστήματος του Βοιωτικού Κηφισού, ενός από τα πολυπλοκότερα του ελληνικού χώρου, συνέβαλε στην ανάπτυξη όλο και πιο βελτιωμένων προσεγγίσεων (Ναλμπάντης και Ρόζος, 2000· Nalbantis *et al.*, 2002). Το σχήμα που περιγράφεται από τους Ευστρατιάδη κ.ά. (2004· βλ. και Efstratiadis *et al.*, 2003· Rozos *et al.*, 2004) αποτελεί μια πρωτόλεια εκδοχή του μοντέλου Υδρόγειος. Σε αυτό επιχειρήθηκε η συνδυαστική προσομοίωση της επιφανειακής και υπόγειας απορροής της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού, με στόχο την εκτίμηση των επιπτώσεων των απολήψεων στις εν λόγω διεργασίες (με έμφαση στις αντλήσεις του μέσου ρου της λεκάνης). Για τη βελτιστοποίηση

των παραμέτρων του μοντέλου, χρησιμοποιήθηκε ένας πρωτότυπος εξελικτικός αλγόριθμος (Ευστρατιάδης, 2001· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2002).

2.2.2 Πρώτη έκδοση (2007)

Η πρώτη έκδοση του μοντέλου Υδρόγειος και του αντίστοιχου λογισμικού αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου «*Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*», στο οποίο συμμετείχε το ΕΜΠ μαζί με ιδιωτικούς φορείς και συγχρηματοδοτήθηκε από την ΓΓΕΤ και την ΕΕ (Ευστρατιάδης κ.ά., 2006· Efstratiadis *et al.*, 2008). Η υλοποίηση του λογισμικού έγινε σε περιβάλλον Delphi, ενώ η οργάνωση των δεδομένων εισόδου του μοντέλου γινόταν σε περιβάλλον MS-Access. Η Υδρόγειος αναπτύχθηκε για μηνιαία προσομοίωση, με σύζευξη τριών επιμέρους μοντέλων (επιφανειακής υδρολογίας, υπόγειας υδρολογίας, διαχείρισης υδατικών πόρων) σε ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο, ημικατανεμημένης δομής. Βασική καινοτομία του μοντέλου ήταν η θεώρηση της έννοιας της μονάδας υδρολογικής απόκρισης, που επιτρέπει τον διαχωρισμό της παραμετροποίησης των διεργασιών από τη σχηματοποίηση του υδροσυστήματος (Efstratiadis *et al.*, 2005, 2006). Όσον αφορά στο μοντέλο υπόγειας υδρολογίας, αυτό βασίστηκε στο εννοιολογικό σχήμα πεπερασμένων όγκων που ανέπτυξαν οι Rozos and Koutsoyiannis (2006a, b· βλ. και Ρόζος, 2010· Rozos and Koutsoyiannis, 2010).

2.2.3 Δεύτερη έκδοση (2010)

Η δεύτερη έκδοση του λογισμικού αναπτύχθηκε κυρίως στα πλαίσια του έργου «*Ανάπτυξη βάσης δεδομένων και εφαρμογών λογισμικού σε διαδικτυακό περιβάλλον για την Εθνική Τράπεζα Υδρολογικής και Μετεωρολογικής Πληροφορίας*» (Ευστρατιάδης κ.ά., 2009). Η έκδοση αυτή υλοποιήθηκε σε περιβάλλον ΣΓΠ, και περιείχε σημαντικές βελτιώσεις τόσο του μαθηματικού υποβάθρου όσο και του περιβάλλοντος εργασίας. Ειδικότερα, για τη διαμόρφωση των χωρικών δεδομένων εισόδου του μοντέλου αναπτύχθηκε κατάλληλη εφαρμογή στο σύστημα γεωγραφικής πληροφορίας MapWindow. Ακόμη, βελτιώθηκε το μεθοδολογικό πλαίσιο βαθμονόμησης, ώστε να εξασφαλίζει τη βέλτιστη προσαρμογή στο σύνολο της διαθέσιμης πληροφορίας μέσω πολυκριτηριακών προσεγγίσεων. Οι σχετικές διερευνήσεις έγιναν στα πλαίσια του έργου «*Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων*», το οποίο χρηματοδοτήθηκε από Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων στα πλαίσια του προγράμματος υποτροφιών Ηράκλειτος (Ευστρατιάδης, 2008· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2008, 2009, 2010). Επιπλέον, αναπτύχθηκε μια συνιστώσα που αφορά στη μοντελοποίηση των διεργασιών σε ημερήσια χρονική κλίμακα, στα πλαίσια του ευρωπαϊκού προγράμματος «*FLASH: Observations, Analysis and Modeling of Lightning Activity in Thunderstorms, for use in Short Term Forecasting of Flash Floods*», στο οποίο συμμετείχε, μεταξύ άλλων, το Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών (Efstratiadis *et al.*, 2009). Στις νέες λειτουργίες της δεύτερης έκδοσης αναφέρεται και η δυνατότητα στοχαστικής προσομοίωσης, με τη χρήση συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης (Efstratiadis and Papalexiou, 2010· Efstratiadis, 2011· Nalbantis *et al.*, 2011).

2.2.4 Τρίτη έκδοση (2014)

Η παρούσα τρίτη έκδοση του λογισμικού Υδρόγειος, η οποία υλοποιήθηκε στα πλαίσια του έργου ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ, επέκτεινε τις λειτουργικότητές του, έτσι ώστε να μετατραπεί από ένα μοντέλο διαχειριστικού, κυρίως, προσανατολισμού, σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα συνεχούς υδρολογικής προσομοίωσης, κατάλληλο για εξειδικευμένες μελέτες υδρολογίας πλημμυρών

αλλά και για χρήση του ως συνιστώσα του συστήματος υδρομετεωρολογικής πρόγνωσης (στα πλαίσια της ενότητας εργασίας 4).

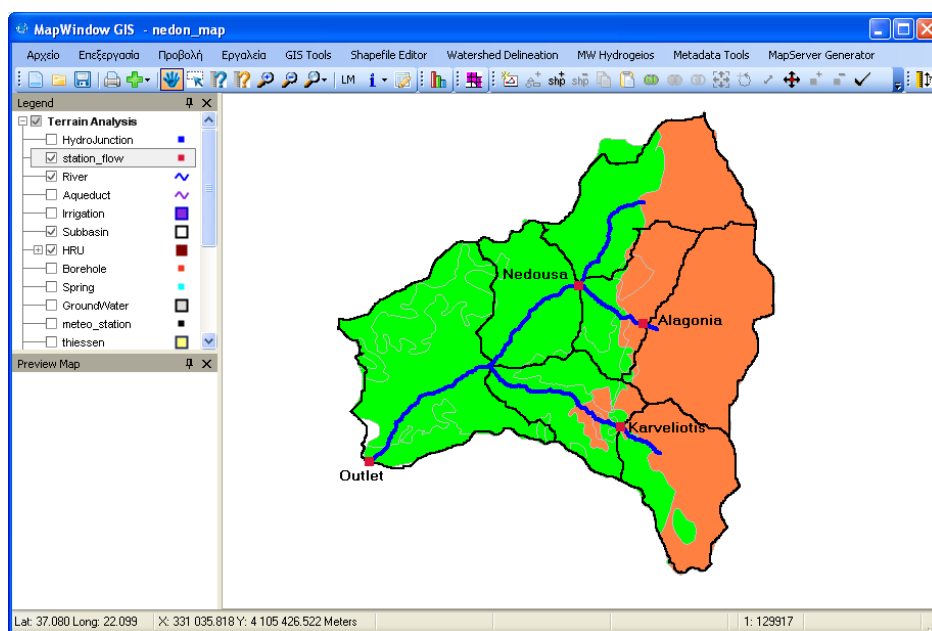
Στην κατεύθυνση αυτή, απαιτήθηκαν βασικές τροποποιήσεις του μαθηματικού μοντέλου, που αφορούν στην εφαρμογή ωριαίου χρονικού βήματος (με επανασχεδιασμό όλου του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας) και την ενσωμάτωση μοντέλων μονοδιάστατης υδραυλικής ανάλυσης (πέραν των υφιστάμενων εννοιολογικών σχημάτων διόδευσης), για την περιγραφή της διαίτας των πλημμυρικών παροχών στο υδρογραφικό δίκτυο. Όσον αφορά στα γεωγραφικά δεδομένα εισόδου, αναπτύχθηκε μια καινοτόμος μεθοδολογία κατάρτισης μονάδων υδρολογικής απόκρισης, με βάση το νέο πλαίσιο εκτίμησης του αριθμού καμπύλης απορροής που αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου (Ευστρατιάδης κ.ά., 2014). Ακόμη, αναβαθμίστηκε το πλαίσιο βαθμονόμησης, ώστε να εστιάζει στην αναπαραγωγή των παρατηρημένων πλημμυρικών υδρογραφημάτων, ενώ έγιναν και βελτιώσεις του αλγορίθμου ολικής βελτιστοποίησης, με βάση τη διερεύνηση του Κοσιέρη (2013). Τέλος, απαιτήθηκε η αναβάθμιση αρκετών από τις υφιστάμενες δομές του υπολογιστικού συστήματος, καθώς και η ανάπτυξη νέων λειτουργικοτήτων.

2.3 Ανάπτυξη λογισμικού

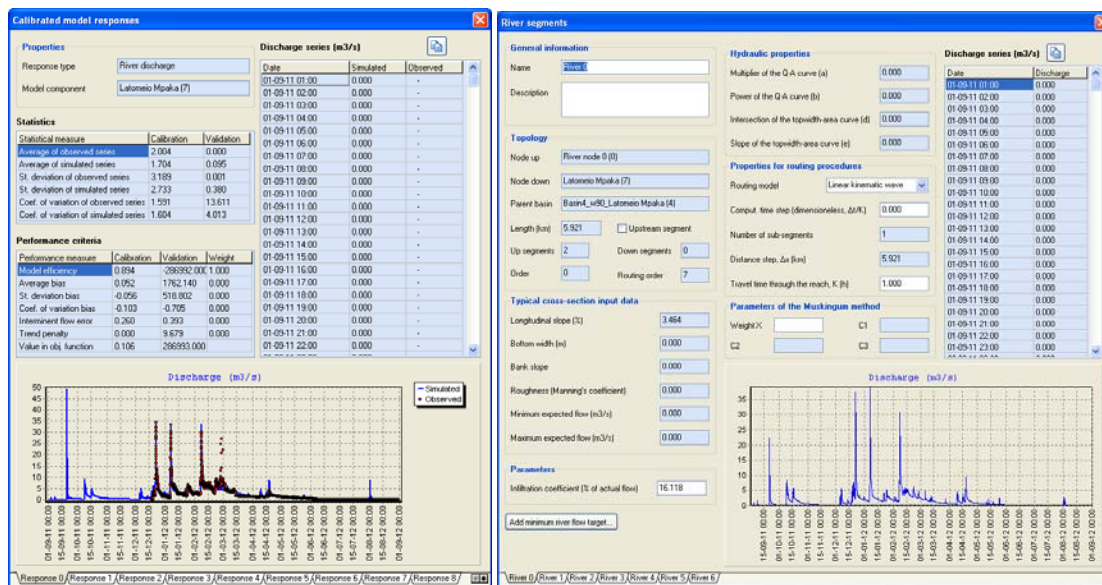
2.3.1 Αρχιτεκτονική λογισμικού και υποσυστήματα

Το λογισμικό Υδρογείος περιλαμβάνει δύο υπολογιστικές συνιστώσες, που υλοποιούν τις γεωγραφικές επεξεργασίες και το μοντέλο προσομοίωσης, αντίστοιχα.

Ειδικότερα, για την κατασκευή, επεξεργασία και οπτικοποίηση των χωρικών δεδομένων ενός έργου, που αφορά στην υδρολογική μοντελοποίηση μιας λεκάνης απορροής, χρησιμοποιείται το σύστημα γεωγραφικής πληροφορίας MapWindow, στο οποίο έχει αναπτυχθεί η ειδική εφαρμογή (άρθρωμα, plug-in) MW-Hydrogeios (Σχήμα 2.1). Το MapWindow είναι ελεύθερο λογισμικό, για την διαχείριση και οπτικοποίηση των χωρικών δεδομένων.



Σχήμα 2.1: Γραφικό περιβάλλον εφαρμογής MW-Hydrogeios στο σύστημα γεωγραφικής πληροφορίας MapWindow.



Σχήμα 2.2: Χαρακτηριστικές φόρμες κύριας εφαρμογής (αριστερά: σύγκριση παρατηρημένων και προσομοιωμένων υδρογραφημάτων, δεξιά: διαχείριση δεδομένων υδατορεύματος).

Η διαχείριση των σεναρίων που αφορούν στα υδρολογικά δεδομένα του έργου (χρονοσειρές, χρήσεις νερού και περιορισμοί, παράμετροι, αρχικές συνθήκες, κριτήρια προσαρμογής) και οι υπολογιστικές διαδικασίες (προσομοίωση, βαθμονόμηση) εκτελούνται μέσω της κύριας εφαρμογής (Hydrogeios engine). Η εφαρμογή, χαρακτηριστικές φόρμες της οποίας φαίνονται στο Σχήμα 2.2, έχει αναπτυχθεί σε περιβάλλον Borland Delphi.

Η επικοινωνία των δύο μονάδων γίνεται μέσω της βάσης δεδομένων που είναι υλοποιημένη με τη χρήση αρχείων τύπου *.dbf. Συγκεκριμένα τα γεωγραφικά δεδομένα αποθηκεύονται σε μορφή shaperefile, η οποία υποστηρίζεται από όλα τα ΣΓΠ. Ο πίνακας χαρακτηριστικών τιμών (attribute table) κάθε shaperefile αποθηκεύεται σε μορφή *.dbf. Η κεντρική εφαρμογή (engine) διαβάζει αυτούς του πίνακες, μαζί με όλους όσους δεν σχετίζονται με γεωγραφική πληροφορία, για να ανακτήσει τη γεωγραφική περιγραφή του υδροσυστήματος.

2.3.2 Διαχείριση έργων και σεναρίων

Η διαχείριση των δεδομένων του μοντέλου μιας λεκάνης απορροής, η οποία οριοθετεί την περιοχή μελέτης, βασίζεται στην οργάνωσή τους σε δύο κατηγορίες πληροφοριών.

Η πρώτη κατηγορία αφορά στα δεδομένα του έργου (project), στα οποία περιλαμβάνονται όλα τα επίπεδα χωρικής πληροφορίας, πρωτογενή και δευτερογενή (τομές, ενώσεις), σε μορφή shaperefile, δηλαδή το υδρογραφικό δίκτυο, οι υπολεκάνες, οι μονάδες υδρολογικής απόκρισης, τα υπόγεια κύτταρα, οι γεωτρήσεις, τα υδραγωγεία, κτλ., η διαμόρφωση και επεξεργασία των οποίων γίνεται στο περιβάλλον του MapWindow. Η τοπολογία και τα γεωμετρικά μεγέθη των γεωγραφικών δεδομένων, καθώς και τα λοιπά χαρακτηριστικά τους μεγέθη, περιγραφικά (π.χ. ονομασία), υδραυλικά (π.χ. παροχετευτικότητα) και διαχειριστικά (π.χ. κόστος), διατηρούνται σταθερά στα πλαίσια του συγκεκριμένου έργου. Επισημαίνεται ότι η διαχείριση των μη γεωμετρικών μεγεθών μπορεί να γίνει τόσο μέσω του MapWindow όσο και μέσω της κύριας εφαρμογής.

Το δεύτερο επίπεδο πληροφορίας αφορά στα σεναρία (scenarios) που διαμορφώνονται στα πλαίσια ενός έργου. Στις πληροφορίες ενός σεναρίου περιλαμβάνονται:

- οι γενικές ρυθμίσεις που αφορούν στο χρονικό βήμα, την περίοδο προσομοίωσης, τις αλγοριθμικές παραμέτρους, κτλ.
- οι διαχειριστικοί στόχοι και περιορισμοί
- οι χρονοσειρές εισόδου και ελέγχου
- οι αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης
- τα δεδομένα του προβλήματος βαθμονόμησης (κριτήρια καλής προσαρμογής, συντελεστές βάρους)
- οι παράμετροι του μοντέλου

Ο χρήστης μπορεί να διαμορφώνει απεριόριστο αριθμό σεναρίων, μεταβάλλοντας κάποια από τα παραπάνω δεδομένα, ανάλογα με το σκοπό της μελέτης. Με τον τρόπο αυτό μπορεί, στα πλαίσια μιας μελέτης, να διατυπώσει διαφορετικές εκδοχές του προβλήματος προσομοίωσης, π.χ. να εκτιμήσει τις παραμέτρους του μοντέλου με βάση τα υδρολογικά δεδομένα του παρελθόντος και να εξετάσει εναλλακτικά διαχειριστικά σενάρια, χρησιμοποιώντας τις ίδιες ή άλλες (π.χ. συνθετικές) χρονοσειρές.

Οι πληροφορίες του έργου και των σεναρίων του, πλην των χρονοσειρών, αποθηκεύονται σε μορφή πινάκων (αρχεία τύπου dbf). Οι χρονοσειρές αποθηκεύονται σε αρχεία τύπου *.hts (πρόκειται για ειδική δομή αρχείων, που είναι συμβατή με άλλες εφαρμογές λογισμικού που έχουν αναπτυχθεί από την ερευνητική ομάδα του ΕΜΠ). Το σύνολο των δεδομένων του έργου είναι συγκεντρωμένα σε συγκεκριμένο φάκελο (folder), ενώ η διαχείρισή τους γίνεται μέσω των εφαρμογών, χωρίς να απαιτείται επέμβαση του χρήστη.

2.4 Εφαρμογές του μοντέλου

Η Υδρόγειος, στις διάφορες εκδοχές της, έχει εφαρμοστεί σε αρκετές λεκάνες απορροής του ελληνικού χώρου (Βοιωτικός Κηφισός, Δυτική Θεσσαλία, Σπερχειός, Γαδουράς, Ασωπός, Νέδοντας, Σαρανταπόταμος) και στη λεκάνη Liri-Garigliano στην Ιταλία. Οι λεκάνες αυτές, και τα αντίστοιχα υποσυστήματα, χαρακτηρίζονται, από υψηλή γενικά, πολυπλοκότητα. Οι σχετικές αναλύσεις έχουν γίνει στα πλαίσια ακαδημαϊκών εργασιών (Τέγος, 2005· Κοψιαύτη, 2009· Παπαδημητράκη, 2012· Ζωγάκης, 2013· Ζαρκαδούλας, 2014) και διδακτορικών διατριβών (Ευστρατιάδης, 2008· Ρόζος, 2009), ερευνητικών έργων (Ευστρατιάδης κ.ά., 2006· Κουτσογιάννης κ.ά., 2008· Παπαλεξίου και Ευστρατιάδης, 2009) και μελετών (Μαμάσης κ.ά., 2006· Ευστρατιάδης και Ρόζος, 2010· Κουτσογιάννης κ.ά., 2011).

Ακόμη, οι μεθοδολογίες του μοντέλου – τμηματικά ή συνολικά – έχουν παρουσιαστεί σε έγκριτα διεθνή περιοδικά, κεφάλαια βιβλίων και συνέδρια (Efstratiadis *et al.*, 2005· Rozos and Koutsoyiannis, 2006, 2007, 2010· Nalbantis *et al.*, 2007· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2008· Efstratiadis *et al.*, 2008· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009· Efstratiadis *et al.*, 2009· Efstratiadis and Papalexίου, 2010· Nalbantis *et al.*, 2011· Efstratiadis, 2011· Rianna *et al.*, 2011· Efstratiadis *et al.*, 2013).

3 Συνιστώσες και δεδομένα εισόδου

3.1 Θεματικά επίπεδα

Το εννοιολογικό μοντέλο υλοποιεί μια δικτυακή σχηματοποίηση των φυσικών και τεχνητών συνιστωσών της περιοχής μελέτης (λεκάνη απορροής), τα οποία αναπαρίστανται με τη μορφή θεματικών επιπέδων, ήτοι:

- το *υδρογραφικό δίκτυο*, που αποτελείται από κόμβους, στους οποίους συγκεντρώνεται (από τις υπολεκάνες), εισέρχεται ή εκτρέπεται η απορροή, και κλάδους (υδατορεύματα) που μεταφέρουν την απορροή στην έξοδο της λεκάνης·
- το *επιφανειακό υδρολογικό σύστημα*, που περιλαμβάνει τις υπολεκάνες ανάντη κάθε κόμβου του υδρογραφικού δικτύου και τις πηγές (αποτελούν διεπιφάνεια με το υπόγειο υδρολογικό σύστημα), που παράγουν την επιφανειακή και υπόγεια απορροή, αντίστοιχα·
- τις *μονάδες υδρολογικής απόκρισης*, που υποδηλώνουν χωρικά στοιχεία ή τύπους εδαφών με κοινά γεωμορφολογικά και υδρολογικά χαρακτηριστικά, τα οποία περιγράφονται στο μαθηματικό μοντέλο με κοινές τιμές παραμέτρων·
- το *υπόγειο υδρολογικό σύστημα* (υδροφορέας) που αναπαρίσταται (σε κάτοψη) ως σύνολο κυττάρων πολυγωνικού σχήματος, στα οποία αντιστοιχούν δεξαμενές αποθήκευσης του υπόγειου νερού που συνδέονται μεταξύ τους και εκφορτίζονται είτε επιφανειακά, μέσω των πηγών, ή υπόγεια, προς γειτονικές λεκάνες και τη θάλασσα·
- το *σύστημα διαχείρισης υδατικών πόρων* (υδροσύστημα), που αναπαρίσταται ως μια δικτυακή απεικόνιση των θέσεων προσφοράς και ζήτησης νερού, των βασικών τεχνικών έργων αξιοποίησης (υδραγωγεία, έργα εκτροπής, γεωτρήσεις και ομάδες γεωτρήσεων) και των χρήσεων νερού της λεκάνης.

Τα επιμέρους θεματικά επίπεδα συνδέονται μέσω των κόμβων (επιφανειακό σύστημα → υδρογραφικό δίκτυο), των υδατορευμάτων (υδρογραφικό δίκτυο → υπόγειο σύστημα), των πηγών (υπόγειο σύστημα → επιφανειακό σύστημα), των γεωτρήσεων (υπόγειο σύστημα → υδροσύστημα) και των υδραγωγείων (υδρογραφικό δίκτυο → υδροσύστημα). Μεταξύ των παραπάνω συνιστωσών πραγματοποιούνται οι αντίστοιχες ροές νερού. Όλες οι συνιστώσες με γεωαναφορά, καθώς και τα δευτερογενή γεωγραφικά επίπεδα (ενώσεις και τομές) παράγονται σε περιβάλλον ΣΓΠ. Η διαμόρφωση των επιπέδων και τα απαιτούμενα δεδομένα εισόδου (γεωγραφικά και υδρολογικά) εξηγούνται στη συνέχεια του κεφαλαίου.

3.2 Περιοχή μελέτης

Η κλίμακα εφαρμογής του μοντέλου είναι η λεκάνη απορροής, η οποία αναφέρεται και ως *περιοχή μελέτης*. Η σχηματοποίηση των μηχανισμών γέννησης και μεταφοράς της απορροής υποθέτει μια ημικατανομημένη διακριτοποίηση της λεκάνης, που απαιτεί τη διαμόρφωση του υδρογραφικού δικτύου, τον ορισμό των σημείων ελέγχου πάνω στο δίκτυο (κόμβοι) και τη χάραξη των υπολεκανών ανάντη κάθε κόμβου. Τα όρια της περιοχής μελέτης είτε δίνονται με τη μορφή ενός πολυγώνου είτε χαράσσονται αυτόματα, ορίζοντας έναν μοναδικό κόμβο εξόδου πάνω σε ένα ψηφιακό μοντέλο εδάφους (ΨΜΕ). Πρόκειται για το πρωτογενές επίπεδο

πληροφορίας που απαιτεί το μοντέλο, ενώ τα άλλα επίπεδα που παράγονται στα πλαίσια της σχηματοποίησης του επιφανειακού συστήματος είναι οι κόμβοι και κλάδοι του δικτύου (υδατορεύματα) και οι υπολεκάνες (Σχήμα 3.1).

3.3 Υδρογραφικό δίκτυο

Ως υδρογραφικό δίκτυο νοείται το κύριο υδατόρευμα της λεκάνης καθώς και συμβάλλοντες κλάδοι σε αυτό.

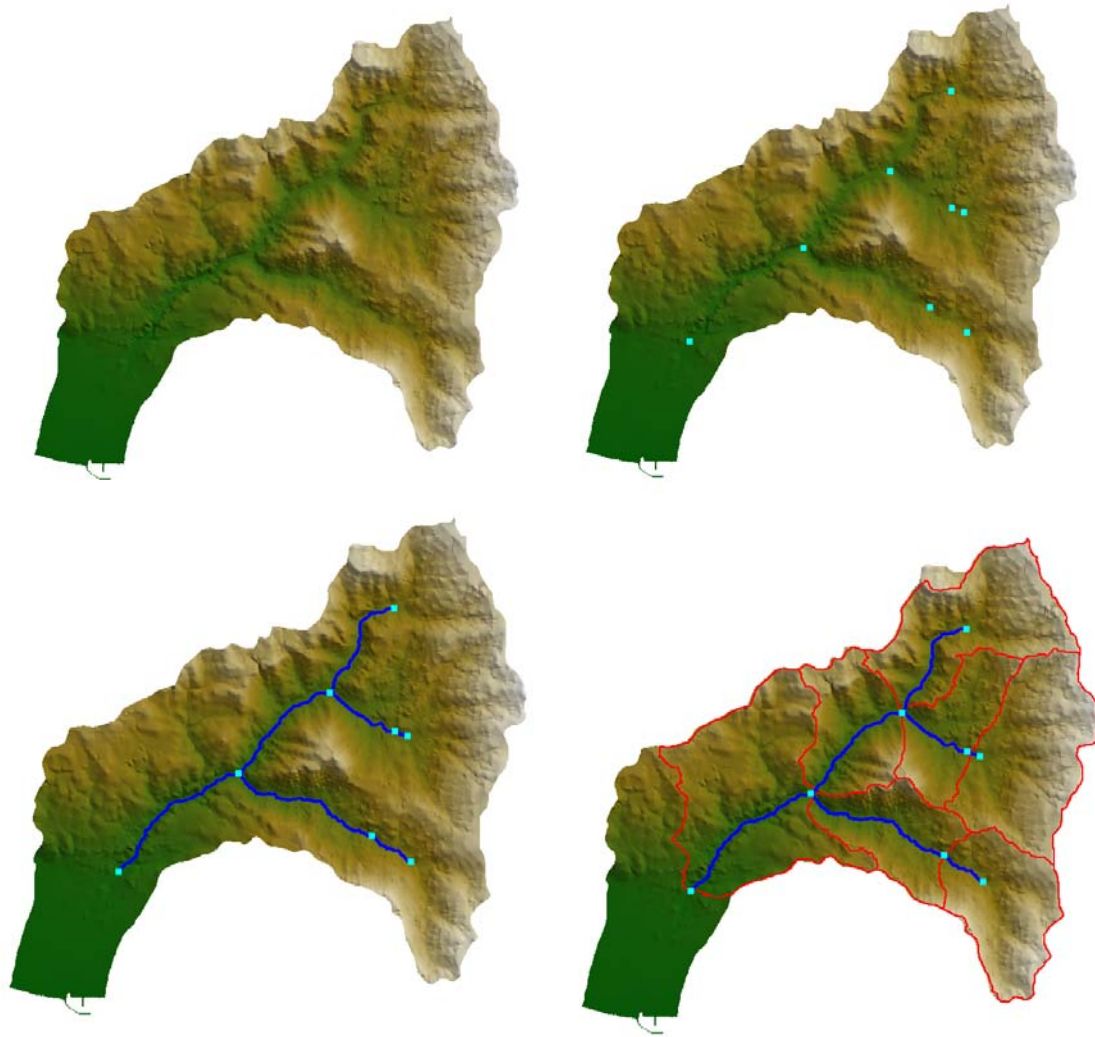
Η διαμόρφωση του δικτύου γίνεται με την υποστήριξη του ΣΓΠ, χρησιμοποιώντας ως υπόβαθρο το ψηφιακό μοντέλων υψομέτρων (ΨΜΕ) της λεκάνης και ορίζοντας κατάλληλο όριο στη συνάρτηση συγκέντρωσης της απορροής. Όσο μικρότερο είναι το όριο αυτό, τόσο πυκνότερο είναι το δίκτυο που διαμορφώνεται. Συνήθως απαιτείται μια επαναληπτική διαδικασία, μέχρι να σχηματιστεί το επιθυμητό δίκτυο. Ειδικότερα, το ΣΓΠ παράγει κόμβους μόνο στην έξοδο της λεκάνης (όπου συγκεντρώνεται το σύνολο της απορροής) και στις θέσεις συμβολής, ενώ ο χρήστης τοποθετεί επιπλέον κόμβους σε ενδιάμεσες θέσεις, όπου ζητείται ο υπολογισμός της παροχής. Τέτοιες μπορεί να είναι θέσεις υδρομετρικών σταθμών (όπου ελέγχεται, στα πλαίσια της βαθμονόμησης, η προσαρμογή των προσομοιωμένων παροχών στις αντίστοιχες μετρημένες), θέσεις πραγματοποίησης απολήψεων, θέσεις ελέγχου της παροχής (π.χ. για τον σχεδιασμό αντιπλημμυρικών έργων), καθώς και θέσεις εισροής νερού στη λεκάνη (π.χ. από εκροές ταμιευτήρων). Στη τελευταία περίπτωση, οι χρονοσειρές εισροών θεωρούνται γνωστές και αποτελούν είσοδο του μοντέλου προσομοίωσης.

Δεδομένα εισόδου των κόμβων είναι οι συντεταγμένες (x, y) , το υψόμετρο z , η χρονοσειρά εισροών (εφόσον υπάρχει) και η χρονοσειρά παρατηρημένων παροχών (εφόσον υπάρχει).

Η διαδρομή μεταξύ δύο κόμβων καλείται κλάδος ή τμήμα υδατορεύματος ή απλούστερα υδατόρευμα. Η τοπολογία του δικτύου ορίζεται πλήρως από τον ανάντη και κατάντη κόμβο κάθε υδατορεύματος. Ανάντη κάθε κόμβου μπορούν να συμβάλλουν ένας ή περισσότεροι κλάδοι του υδρογραφικού δικτύου, ενώ κατάντη επιτρέπεται να ξεκινά ένας και μόνο κλάδος. Επιπλέον, οι κόμβοι του υδρογραφικού δικτύου μπορούν να συνδέονται με απεριόριστο αριθμό υδραγωγείων. Το τελικό δίκτυο, που στη γενική περίπτωση είναι δενδροειδούς τύπου, καταλήγει απαραίτητα σε ένα τελικό σημείο, δηλαδή την έξοδο της λεκάνης.

Δεδομένα εισόδου των υδατορευμάτων είναι το μήκος, L , και ο συντελεστής διήθησης, δ . Ο συντελεστής αυτός είναι αδιάστατη παράμετρος του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας, που εκφράζει το ποσοστό της διερχόμενης παροχής που κατεισδύει προς τον υπόγειο υδροφορέα από τον πυθμένα και τα πρανή της διατομής. Κατά μήκος ενός υδατορεύματος θεωρείται σταθερή παροχή. Είσοδοι και έξοδοι νερού (με εξαίρεση τις διηθήσεις) πραγματοποιούνται μόνο στους κόμβους.

Επιπλέον χαρακτηριστικά μεγέθη και παράμετροι εισάγονται εφόσον το βήμα προσομοίωσης είναι ημερήσιο ή ωριαίο, οπότε απαιτείται η εφαρμογή σχημάτων διόδευσης. Εφόσον εφαρμόζεται η μέθοδος του κινηματικού κύματος, ορίζεται ο χρόνος διαδρομής, K , ενώ αν εφαρμόζεται το εννοιολογικό μοντέλο Muskingum, ορίζεται, επιπλέον του χρόνου διαδρομής, και μια παράμετρος βάρους, X . Περισσότερα δεδομένα απαιτούνται εφόσον επιλέγεται η εφαρμογή του μοντέλου μονοδιάστατης υδραυλικής ανάλυσης, συγκεκριμένα η γεωμετρία της διατομής (που λαμβάνεται τραπεζοειδής), οι σχέσεις στάθμης-επιφάνειας και στάθμης-παροχής, η κατά μήκος κλίση, ο συντελεστής Manning, κτλ.



Σχήμα 3.1: Επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας που χρησιμοποιούνται στη σχηματοποίηση του επιφανειακού συστήματος: ψηφιακό μοντέλο υψομέτρων (πάνω αριστερά), κόμβοι υδρογραφικού δικτύου (πάνω δεξιά), κλάδοι δικτύου (κάτω αριστερά), υπολεκάνες (κάτω δεξιά). Παράδειγμα από εφαρμογή του μοντέλου στη λεκάνη του Νέδοντα (Ζωγάκης, 2012).

3.4 Υπολεκάνες

Ανάντη των κόμβων χαράσσονται οι υδροκρίτες, με τρόπο ώστε σε κάθε κλάδο του υδρογραφικού δικτύου να αντιστοιχεί μία και μόνο υπολεκάνη. Ανάντη των ακραίων κόμβων του δικτύου ορίζεται επίσης μία και μοναδική υπολεκάνη, η απορροή της οποίας θεωρείται ότι συγκεντρώνεται ακαριαία στον αντίστοιχο κόμβο, μέσω μικρών χειμάρρων που καταλήγουν σε αυτόν, χωρίς να σχηματίζουν κάποιο εμφανές κύριο υδατόρευμα. Επιπλέον, κάθε σημείο επιφανειακής εκφόρτισης του υδροφορέα (πηγή) θεωρείται ότι ανήκει σε συγκεκριμένη υπολεκάνη και εκφορτίζεται στον κατάντη κόμβο της.

Οι χρονοσειρές εισόδου κάθε υπολεκάνης είναι η επιφανειακή βροχόπτωση και η δυνητική εξατμοδιαπνοή. Στην κλίμακα της υπολεκάνης συναθροίζονται οι μεταβλητές εξόδου του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας, ήτοι η πραγματική εξατμοδιαπνοή, η κατείδυση προς την κορεσμένη ζώνη (υπόγειο σύστημα) και η επιφανειακή απορροή. Η συνολική απορροή προκύπτει προσθέτοντας στην επιφανειακή συνιστώσα την εκφόρτιση όλων των πηγών που

ανήκουν στη συγκεκριμένη υπολεκάνη (βασική ή υπόγεια απορροή). Τα δύο μεγέθη θεωρείται ότι μεταφέρονται ακαριαία στον κατάντη κόμβο της υπολεκάνης, μέσω του οποίου εισάγονται στο υδρογραφικό δίκτυο ως σημειακή φόρτιση. Εφόσον διατίθενται δείγματα παρατηρημένης απορροής στην έξοδο της υπολεκάνης, εισάγονται στο σύστημα ως χρονοσειρές ελέγχου, στα πλαίσια της διαδικασίας βαθμονόμησης.

Τα χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη των υπολεκανών είναι η επιφάνεια, A , το μέσο υψόμετρο H , το μήκος της κύριας μισγάγγειας L , και η μέση κλίση, S . Με βάση τα παραπάνω μεγέθη εκτιμάται, από την εμπειρική σχέση του Giandotti, ο χρόνος συγκέντρωσης της υπολεκάνης, t_c . Ο χρόνος συγκέντρωσης, καθώς και η αδιάστατη παράμετρος στέρησης του γραμμικού ταμειυτήρα, θ , χρησιμοποιούνται για τον μετασχηματισμό της επιφανειακής απορροής που παράγεται από την υπολεκάνη σε υδρογράφημα εξόδου.

3.5 Μονάδες υδρολογικής απόκρισης

3.5.1 Ορισμός

Η έννοια της μονάδας υδρολογικής απόκρισης (hydrological response unit· MYA) είναι από τις πλέον θεμελιώδεις του μοντέλου Υδρόγειος, δεδομένου ότι επιτρέπει χωριστό χειρισμό της λεπτομέρειας της χωρικής ανάλυσης από την παραμετροποίηση, ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζει συνέπεια με τη φυσική του συστήματος. Ο όρος εισήχθη από τον Flügel (1995) και υποδηλώνει, γενικά, συμπαγείς χωρικές ενότητες της λεκάνης που περιλαμβάνουν κυρίαρχους τύπους εδάφους με κοινά υδρολογικά και γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά. Χρησιμοποιείται σε φυσικής βάσης μοντέλα, με γνωστότερο το SWAT, όπου η λεκάνη θεωρείται ότι αποτελείται από ένα σύνολο διακριτών στοιχείων με διαφορετικές ιδιότητες, που συνεισφέρουν διαφορετικά στις αποκρίσεις του μοντέλου (Srinivasan *et al.*, 2000). Στην προσέγγιση αυτή, οι MYA ορίζονται με βάση την κατανεμημένη σχηματοποίηση της λεκάνης (αντιστοιχεί μία μονάδα σε κάθε κυψέλη του κανάβου) και με βάση προκαθορισμένες ιδιότητες του εδάφους (περατότητα, κλίση, χρήσεις γης). Αυτό μειώνει σημαντικά την ευελιξία του μοντέλου, ενώ δημιουργεί την ανάγκη αναζήτησης (ή εκτίμησης) ενός πολύ μεγάλου αριθμού άγνωστων ιδιοτήτων, που είναι συχνά δύο ή τρεις τάξεις μεγέθους μεγαλύτερο σε σχέση με τις παραμέτρους ενός αδιαμέριστου μοντέλου (Refsgaard, 1997).

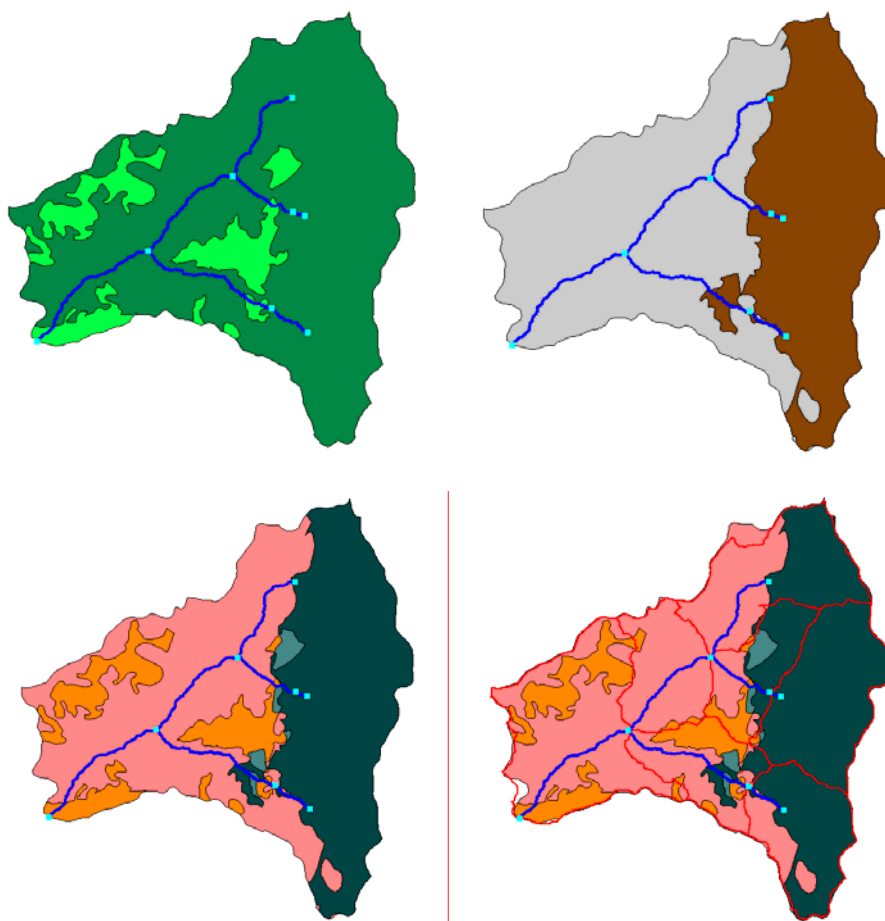
Στο μοντέλο Υδρόγειος, η έννοια της MYA είναι αρκετά διαφορετική, καθώς υποδηλώνει εδαφικούς τύπους με κοινά γεωμορφολογικά και φυσιογραφικά χαρακτηριστικά, οι οποίοι παράγονται από την ένωση (union) σχετικών γεωγραφικών επιπέδων, όπως η περατότητα, η κάλυψη γης, η κλίση εδάφους, κτλ. Κατά συνέπεια, δεν πρόκειται για αυστηρά οριοθετημένες συμπαγείς γεωγραφικές ενότητες, αλλά για ένα σύνολο από ανεξάρτητα χωρία, τυχαίας γεωμετρίας, που εκτείνονται ακανόνιστα σε όλη τη λεκάνη¹. Σε κάθε MYA, ο μηχανισμός γέννησης της απορροής (καθώς και των υπόλοιπων διεργασιών, όπως η εξατμοδιαπνοή και η κατείσδυση) θεωρείται ενιαίος, οπότε θεωρούνται κοινές παράμετροι σε όλη την έκταση που καλύπτει η συγκεκριμένη μονάδα. Με τον τρόπο αυτό, η παραμετροποίηση των υδρολογικών διεργασιών, αντί να γίνεται με βάση τις υπολεκάνες, όπως συνηθίζεται στα περισσότερα ημικατανεμημένα υδρολογικά μοντέλα, γίνεται με αναφορά στις MYA. Έτσι, αντί μιας προσέγγισης περισσότερο τύπου «μαύρου κουτιού», που θα προέκυπτε εφόσον οι παράμετροι

¹ Ο αυστηρός μαθηματικός όρος είναι κοινή εκλέπτυνση (common refinement) των μερών (partitions) που απαρτίζουν κάθε επίπεδο γεωγραφικής πληροφορίας, και το αποτέλεσμα του το γινόμενο των εν λόγω μερών. Ο όρος ένωση (union) χρησιμοποιείται απλουστευτικά, καθώς αποτελεί τυπική χωρική συνάρτηση των ΣΓΠ.

ορίζονταν με βάση γεωγραφικά όρια, ακολουθείται μια μοντελοποίηση φυσικής βάσης, στην οποία οι παράμετροι σχετίζονται, έστω και αδρομερώς, με χαρακτηριστικά μεγέθη του φυσικού συστήματος που είναι προφανές ότι επηρεάζουν τις υδρολογικές διεργασίες. Οι παράμετροι των ΜΥΑ και η φυσική τους ερμηνεία εξηγούνται στο Κεφάλαιο 4.

3.5.2 Γενική διαδικασία διαμόρφωσης ΜΥΑ

Η διαμόρφωση των ΜΥΑ γίνεται με την υποστήριξη ΣΓΠ. Οι ΜΥΑ ορίζονται ως ενώσεις μεταξύ των διαθέσιμων θεματικών επιπέδων που απεικονίζουν κατανομημένη πληροφορία ταξινομημένη στις αντίστοιχες κατηγορίες. Για παράδειγμα, αν διατίθεται ψηφιακά υπόβαθρα με n_A τύπους από το χαρακτηριστικό Α και n_B τύπους από το χαρακτηριστικό Β, τότε με την ένωση των δύο υποβάθρων προκύπτουν $n_A \times n_B$ συνδυασμοί των δύο χαρακτηριστικών, σε κάθε έναν από τους οποίους αντιστοιχεί διαφορετική ΜΥΑ. Ακολουθώντας, παράγεται η ένωση των ΜΥΑ με τις υπολεκάνες, μέσω της οποίας προκύπτει το ελάχιστο χωρικό στοιχείο αναφοράς του επιφανειακού συστήματος που καλείται *διαμέριση υπολεκάνης* (subbasin partition). Το στοιχείο αυτό δέχεται κοινές φορτίσεις (βροχόπτωση, δυναμική εξατμοδιαπνοή) και η δυναμική του περιγράφεται από εξισώσεις που περιέχουν κοινές παραμέτρους. Για κάθε διαμέριση ο χρήστης ορίζει το ύψος νερού στην αρχή της προσομοίωσης, που αποτελεί αρχική συνθήκη του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας. Παράδειγμα διαμόρφωσης των ΜΥΑ και της ένωσής τους με τις υπολεκάνες απεικονίζεται στο Σχήμα 3.2.



Σχήμα 3.2: Επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της παραμετροποίησης των επιφανειακών διεργασιών της λεκάνης του Νέδοντα: φυτοκάλυψη (πάνω αριστερά), υδατοπερατότητα (πάνω δεξιά), μονάδες υδρολογικής απόκρισης (κάτω αριστερά), ένωση υπολεκανών-ΜΥΑ (κάτω δεξιά).

Επισημαίνεται ότι, ανεξάρτητα από το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση των διεργασιών, το πλήθος των παραμέτρων είναι εξ ορισμού ευθέως ανάλογο του αριθμού των ΜΥΑ. Κατά συνέπεια, η διαμόρφωσή τους πρέπει να γίνεται με φειδώ, λαμβάνοντας υπόψη όχι μόνο την περιγραφική/γεωγραφική αλλά και την υδρολογική πληροφορία που διατίθεται για την υποστήριξη της παραμετροποίησης (μετρήσεις παροχής). Διαφορετικά, υπάρχει ο κίνδυνος διαμόρφωσης υπερ-παραμετροποιημένων σχημάτων, τα οποία είναι ευαίσθητα στις μεταβολές των παραμέτρων, βαθμονομούνται εξαιρετικά δύσκολα και διαθέτουν περιορισμένη προγνωστική ικανότητα. Για τον λόγο αυτό, σε αντίθεση με άλλα καταναμημένα μοντέλα, δεν υπάρχει μια προκαθορισμένη επιλογή των απαιτούμενων επιπέδων πληροφορίας ή την ταξινόμηση των αντίστοιχων κατηγοριών, γεγονός που ενισχύει την ευελιξία του προτεινόμενου μαθηματικού πλαισίου.

3.5.3 Διαμόρφωση ΜΥΑ με βάση τον αριθμό καμπύλης απορροής

Μια τυποποίηση της γενικής διαδικασίας που περιγράφηκε παραπάνω βασίζεται στη χρήση του αριθμού καμπύλης απορροής (runoff curve number, CN), ως αριθμητικού μέτρου (πaráμετρος) που συμπυκνώνει σε μία αντιπροσωπευτική τιμή τα κυρίαρχα χαρακτηριστικά του εδάφους που σχετίζονται με την παραγωγή επιφανειακής απορροής (Soil Conservation Service, 1972). Για την εφαρμογή της μεθόδου απαιτείται η διαμόρφωση τριών επιπέδων καταναμημένης χωρικής πληροφορίας:

- ένα επίπεδο κλάσεων υδατοπερατότητας·
- ένα επίπεδο κλάσεων φυτοκάλυψης·
- ένα επίπεδο κλάσεων αποστραγγιστικής ικανότητας εδάφους.

Το πρώτο επίπεδο παράγεται με βάση υδρολιθολογικό ή εδαφολογικό χάρτη της λεκάνης, ανάλογα με τον κυρίαρχο τύπο εδαφών, των υποκείμενων γεωλογικών σχηματισμών και των χαρακτηριστικών δόμησης (για αστικές ή ημιαστικές λεκάνες). Για το δεύτερο επίπεδο μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλος χάρτης κάλυψης γης (π.χ., CORINE), ενώ για το τρίτο επίπεδο λαμβάνονται υπόψη η κλίση του εδάφους, σε συνδυασμό με πληροφορίες σχετικά με την ανάπτυξη του υδρογραφικού δικτύου και την ύπαρξη τεχνικών έργων ανάσχεσης και αποστράγγισης. Για κάθε ένα από τα παραπάνω χαρακτηριστικά, σε κάθε στοιχειώδη επιφάνεια (κύτταρο) δίνεται μία τιμή από 1 έως 5, σύμφωνα με τον Πίνακα 3.1 (μπορούν να δοθούν και ενδιάμεσες, μη ακέραιες τιμές, αν κριθεί αναγκαίο). Η αντιστοίχιση των τιμών κάθε κλάσης είτε γίνεται εμπειρικά είτε βασίζεται στους πίνακες αναφοράς (look-up tables) που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια του ερευνητικού έργου. Αναλυτικές πληροφορίες δίνονται στη σχετική τεχνική έκθεση (Ευστρατιάδης κ.ά., 2014).

Πίνακας 3.1: Κωδικοποίηση φυσιογραφικών χαρακτηριστικών λεκάνης για την εκτίμηση της τιμής της παραμέτρου CN.

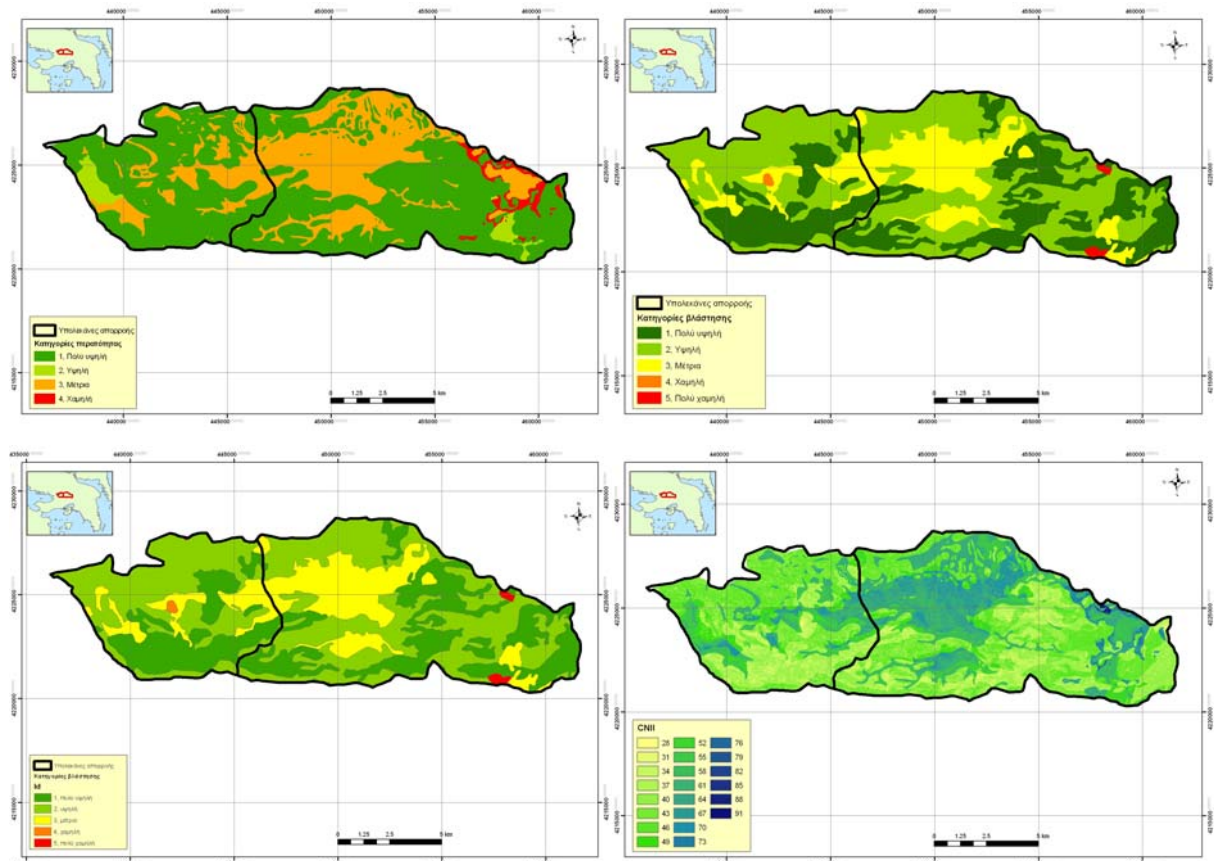
Κλάση περατότητας	i_{PERM}	Κλάση βλάστησης	i_{VEG}	Κλάση αποστραγγιστικής ικανότητας	i_{SLOPE}
Πολύ υψηλή	1	Πυκνή	1	Αμελητέα	1
Υψηλή	2	Μεσαία	2	Χαμηλή	2
Μέτρια	3	Χαμηλή	3	Μέτρια	3
Χαμηλή	4	Αραιή	4	Υψηλή	4
Πολύ χαμηλή	5	Μηδενική	5	Πολύ υψηλή	5

Αντί της ένωσης των τριών επιπέδων υδατοπερατότητας, βλάστησης και αποστραγγιστικής ικανότητας, διαμορφώνεται ένας νέος χάρτης, σε κάθε κύτταρο του οποίου η τιμή της παραμέτρου CN υπολογίζεται αναλυτικά, μέσω της σχέσης:

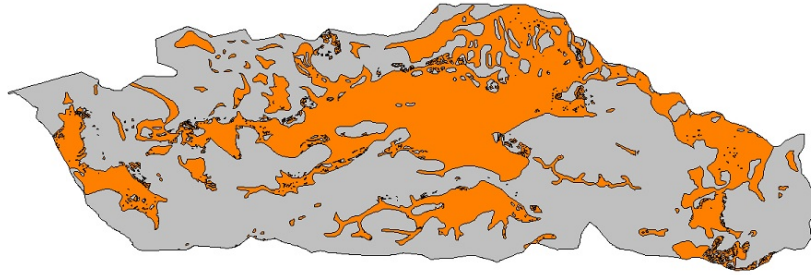
$$CN = 10 + 9 \times i_{PERM} + 6 \times i_{VEG} + 3 \times i_{SLOPE} \quad (3.1)$$

όπου i_{PERM} , i_{VEG} και i_{SLOPE} κωδικοί που λαμβάνουν τιμές [1...5] και υποδηλώνουν με βάση τις κυρίαρχες κλάσεις της λεκάνης για κάθε μία από τις παραπάνω κλάσεις. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, η ελάχιστη τιμή του CN είναι 28, ενώ η μέγιστη 100. Η ελάχιστη τιμή λαμβάνεται στην περίπτωση τύπων εδαφών πολύ υψηλής περατότητας, πυκνής βλάστησης και αμελητέας αποστραγγιστικής ικανότητας.

Με την παραπάνω διαδικασία προκύπτει ένας μεγάλος αριθμός κλάσεων της παραμέτρου CN (αν θεωρηθούν ακέραιες μόνο τιμές των i_{PERM} , i_{VEG} και i_{SLOPE} , το πλήθος των διαφορετικών κλάσεων είναι 25), που αποτελεί την πλέον λεπτομερή παραμετροποίηση της λεκάνης (σε όρους διαμόρφωσης ΜΥΑ). Στο Σχήμα 3.3 απεικονίζεται η διαδικασία διαμόρφωσης των κλάσεων του CN στη λεκάνη απορροής του Σαρανταπόταμου.



Σχήμα 3.3: Επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας που χρησιμοποιούνται στα πλαίσια της παραμετροποίησης των επιφανειακών διεργασιών της λεκάνης του Σαρανταπόταμου: κλάσεις περατότητας (πάνω αριστερά), κλάσεις φυτοκάλυψης (πάνω δεξιά), κλάσεις αποστραγγιστικής ικανότητας (κάτω αριστερά), και κλάσεις παραμέτρου CN (κάτω δεξιά).



Σχήμα 3.4: Διαμόρφωση μονάδων υδρολογικής απόκρισης λεκάνης Σαρανταπόταμου, με όριο την τιμή CN = 50 (Ζαρκαδούλας, 2014).

Ωστόσο, μια τέτοια λεπτομερής παραμετροποίηση δεν έχει νόημα, καθώς δεν μπορεί να υποστηριχθεί από μετρήσεις παροχών για την εκτίμηση των παραμέτρων των επιμέρους ΜΥΑ. Όπως εξηγείται στο Κεφάλαιο 4, οι παράμετροι κάθε ΜΥΑ είναι 6 ή 7, ανάλογα με το αν υιοθετείται μηνιαίο ή ημερήσιο/ωριαίο βήμα προσομοίωσης. Προκειμένου να υπάρξει συνέπεια με τη διαθέσιμη υδρομετρική πληροφορία στη λεκάνη, ο αριθμός των ΜΥΑ πρέπει να μειωθεί δραστικά. Ως γενική αρχή προτείνεται η διαμόρφωση τόσων ΜΥΑ όσα και τα δείγματα παρατηρημένων παροχών στη λεκάνη. Αν διατίθενται N δείγματα, μπορούν να διαμορφωθούν N κλάσεις του CN και σχηματιστούν οι αντίστοιχες ΜΥΑ, όπως φαίνεται στο παράδειγμα της λεκάνης του Σαρανταπόταμου, για την οποία διαμορφώθηκαν δύο ΜΥΑ, με όριο την τιμή CN = 50 (Σχήμα 3.3).

3.6 Υπόγειο υδρολογικό σύστημα

Οι υδρολογικές διεργασίες της κορεσμένης ζώνης (υπόγειος υδροφορέας) αναπαρίστανται από εννοιολογικές δεξαμενές συγκέντρωσης του υπόγειου νερού και εικονικά στοιχεία μεταφοράς που συνδέουν τις δεξαμενές μεταξύ τους. Η σχηματοποίηση του δικτύου, δηλαδή η τοποθέτηση των δεξαμενών σε κάτοψη βασίζεται σε μια πολυκυτταρική προσέγγιση, που απαιτεί τη διακριτοποίηση του υδροφορέα σε πολύγωνα τυχαίας γεωμετρίας, σύμφωνα με τις απαιτήσεις του εδαφίου 3.6.1. Το υπόγειο σύστημα περιλαμβάνει τρεις συνιστώσες, ήτοι τις υπόγειες δεξαμενές, τις εκφορτίσεις, επιφανειακές (πηγές) και υπόγειες, και τις γεωτρήσεις.

3.6.1 Χάραξη κυττάρων

Το δίκτυο υπόγειας ροής μπορεί να θεωρηθεί ως το υδραυλικό ανάλογο μιας διακριτής αναπαράστασης του υδροφορέα, που βασίζεται στην τεχνική των πολυκυτταρικών μοντέλων. Όταν η μελέτη εστιάζει στην αναπαράσταση του υδατικού ισοζυγίου του υδροφορέα (π.χ. για την αποτίμηση του υδατικού δυναμικού του) παρά στην περιγραφή της πιεζομετρίας, και σε κάθε περίπτωση όταν υπάρχει ανεπάρκεια υδρογεωλογικών δεδομένων, η πολυκυτταρική προσέγγιση προτιμάται σε σχέση με λεπτομερέστερα αριθμητικά σχήματα ορθογωνικού κανάβου (π.χ., πεπερασμένες διαφορές, πεπερασμένα στοιχεία), ενώ υπερτερεί σημαντικά ως προς τις απαιτήσεις σε υπολογιστικό φόρτο.

Σύμφωνα με τους Rozos and Koutsoyiannis (2006· βλ. και Rozos and Koutsoyiannis, 2007), τα πολυκυτταρικά μοντέλα είναι ισοδύναμα με την θεωρία των πεπερασμένων όγκων (finite volume), εφόσον στη χάραξη των κυττάρων ικανοποιούνται οι ακόλουθοι δύο περιορισμοί:

- η χάραξη των κυττάρων γίνεται με τρόπο ώστε οι ακμές τους να είναι παράλληλες προς τις ισοδυναμικές γραμμές·
- τα κέντρα βάρους των γειτονικών κυττάρων ορίζουν ευθεία κάθετη στην κοινή ακμή.

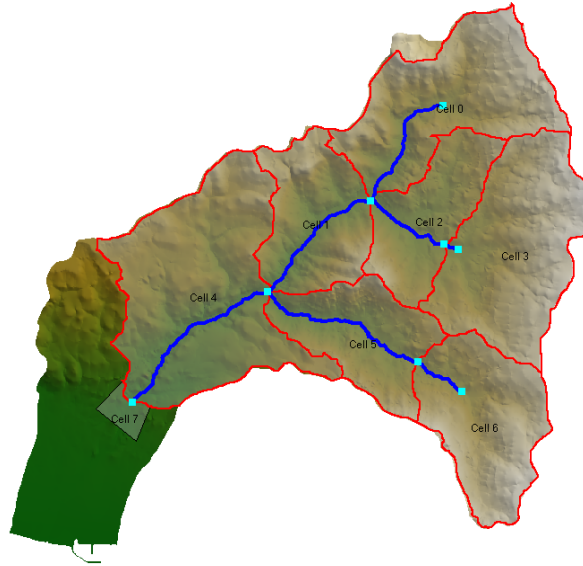
Μια σημαντική ιδιότητα που ορίζεται κατά τη χάραξη είναι η ύπαρξη αδιαπέρατου ορίου μεταξύ κάθε ζεύγους γειτονικών κυττάρων. Με τον τρόπο αυτό, και σε συνδυασμό με τα υψόμετρα τοποθέτησης του πυθμένα των δεξαμενών (βλ. 3.6.2), προσδιορίζονται οι εφικτές διαδρομές νερού διαμέσου του υδροφορέα. Επιπλέον, στο μοντέλο επιτρέπεται η εφαρμογή κοινών παραμέτρων σε ομάδες κυττάρων, με στόχο τη διατύπωση ενός κατά το δυνατόν πιο φειδωλού προβλήματος βαθμονόμησης.

Γενικά, η χάραξη των κυττάρων και των αδιαπέρατων ορίων, καθώς και η ομαδοποίηση των παραμέτρων τους, μπορεί να γίνει με βάση τα ακόλουθα κριτήρια (βλ. και Κοψιαύτη, 2009):

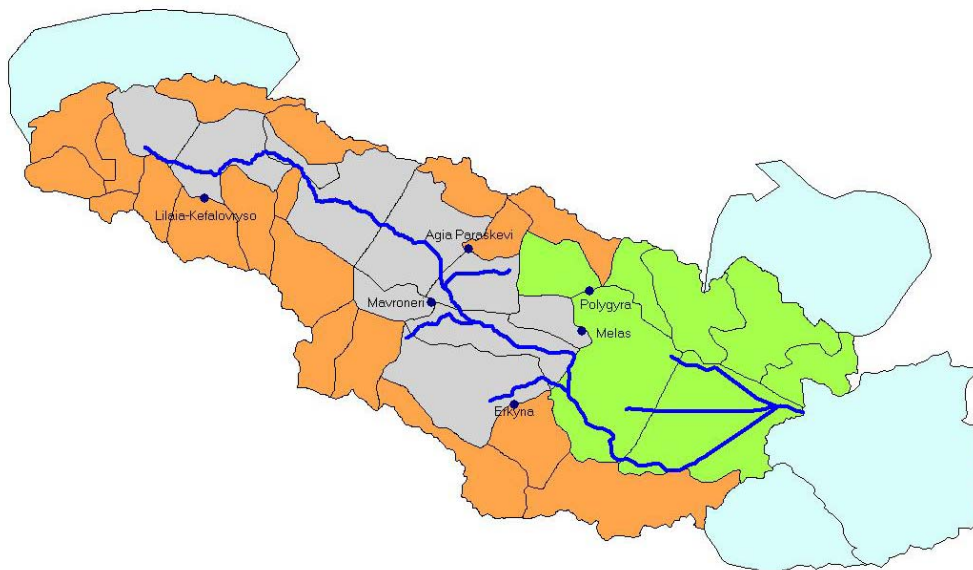
- *Γεωμετρία υπολεκανών*: Ελλείψει άλλης πληροφορίας, η απλούστερη διακριτοποίηση υποθέτει ταύτιση των υπόγειων κυττάρων με τα όρια των υπολεκανών. Στην περίπτωση αυτή, κάθε κύτταρο συγκεντρώνει την κατείσδυση της αντίστοιχης υπολεκάνης, την οποίας εκφορτίζει είτε στην έξοδο αυτής, μέσω μιας εικονικής πηγής που τοποθετείται στην ίδια την υπολεκάνη (όταν η υπολεκάνη και ο υποκείμενος υδροφορέας θεωρούνται κλειστό σύστημα) είτε κατάντη, εφόσον θεωρείται διαπερατό όριο με τα κατάντη κύτταρα.
- *Γεωμετρία υδροφορέα*: Μια φυσικά συνεπής αν και αδρομερής διακριτοποίηση μπορεί να βασιστεί σε στοιχειώδεις γνώσεις των συνόρων του υδροφορέα. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει ένα εννοιολογικό μοντέλο με πολύ μικρό αριθμό κυττάρων, το οποίο ωστόσο λαμβάνει υπόψη του τη διαθέσιμη πληροφορία για τη γεωμετρία του υδροφορέα.
- *Ιδιότητες υδροφορέα*: Με αυτή τη διακριτοποίηση προκύπτει ένα εννοιολογικό μοντέλο, στο οποίο ο αριθμός των κυττάρων ισούται με τον αριθμό των ομοιογενών (ή των κατά προσέγγιση ομοιογενών) περιοχών του υδροφορέα. Οι ιδιότητες αυτές μπορεί να είναι υδραυλικές (π.χ. υδραυλική αγωγιμότητα) ή/και γεωγραφικές (π.χ. υψόμετρο πηγών, υψόμετρο βάσης υδροφορέα).
- *Υδραυλικές συνθήκες υδροφορέα*: Εφόσον υπάρχει επαρκής πληροφορία για τις συνθήκες ροής στον υδροφορέα, η διακριτοποίηση μπορεί να γίνει βάσει των γραμμών ροής, όπως φαίνεται. Στην περίπτωση αυτή, το μοντέλο που προκύπτει έχει φυσική υπόσταση και οι παράμετροί του μπορούν να βαθμονομηθούν με βάση πιεζομετρικές παρατηρήσεις (π.χ., χρονοσειρές στάθμης), εφόσον αυτές κρίνονται αντιπροσωπευτικές της μέσης κατάστασης της περιοχής του υδροφορέα που αναπαριστά το εκάστοτε κύτταρο.

Η παραπάνω διαδικασία αποσκοπεί στη βέλτιστη εκμετάλλευση της διαθέσιμης πληροφορίας στην περιοχή μελέτης. Ειδικότερα, το πολυγωνικό σχήμα των κυττάρων παρέχει ιδιαίτερη ευελιξία, καθώς επιτρέπει την περιγραφή υδροφορέων τυχαίας γεωμετρίας, με φειδωλό μάλιστα αριθμό κυττάρων. Αυτό περιορίζει σημαντικά τον υπολογιστικό φόρτο αλλά και συμβάλλει στην καλύτερη εποπτεία του συστήματος, αφού η χάραξη των κυττάρων, και συνακόλουθα η παραμετροποίηση του συστήματος, μπορεί να γίνει με βάση τα μείζονα χαρακτηριστικά του υπόγειου συστήματος, που είναι προφανές ότι επηρεάζουν τις σχετικές υδρογεωλογικές διεργασίες.

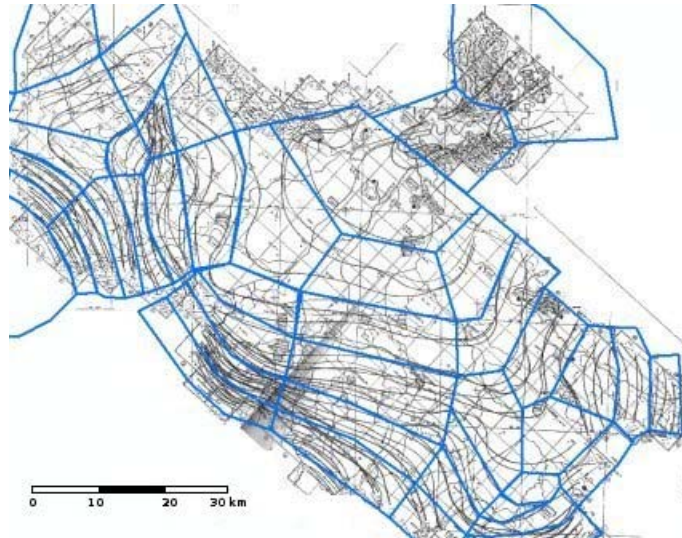
Στα Σχήματα 3.5 ως 3.7 απεικονίζονται παραδείγματα διακριτοποίησης τριών υδροφορέων, με εφαρμογή διαφορετικών κριτηρίων, ανάλογα με τη διαθέσιμη υδρογεωλογική πληροφορία στην περιοχή μελέτης.



Σχήμα 3.5: Διακριτοποίηση υδροφορέα Νέδοντα, όπου η χάραξη των κυττάρων ακολουθεί τη χάραξη των υπολεκανών. Κατάντη έχει προστεθεί ένα εικονικό κύτταρο που συγκεντρώνει τις υπόγειες εκφορτίσεις της λεκάνης (Ζωγάκης, 2012).



Σχήμα 3.6: Διακριτοποίηση υδροφορέα Βοιωτικού Κηφισού, με βάση τις ιδιότητες του υδροφορέα. Στο σχήμα φαίνονται ακόμη οι θέσεις των κύριων καρστικών πηγών της λεκάνης και τα κύτταρα που συγκεντρώνουν τις υπόγειες διαφυγές προς γειτονικές λεκάνες και τη θάλασσα. Τα κύτταρα έχουν ομαδοποιηθεί, για την επίτευξη πιο φειδωλής παραμετροποίησης (Κοψιαύτη, 2009· Nalbantis *et al.*, 2011).



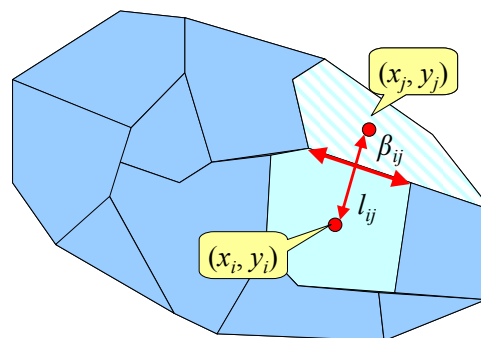
Σχήμα 3.7: Διακριτοποίηση υδροφορέα Δυτικής Θεσσαλίας, με βάση τις υδραυλικές συνθήκες του υδροφορέα. Διακρίνονται οι ισοδυναμικές γραμμές και η χάραξη των κυττάρων σύμφωνα με αυτές (Τέγος, 2005).

3.6.2 Υπόγειες δεξαμενές

Η τοπολογία του δικτύου των υπόγειων δεξαμενών ορίζεται από τις συντεταγμένες του κέντρου βάρους των αντίστοιχων κυττάρων, x_i και y_i , το μέσο μήκος που διανύει η ροή μεταξύ δύο γειτονικών κυττάρων, l_{ij} , και το μήκος της κοινής τους ακμής, β_{ij} (Σχήμα 3.8). Τα γεωμετρικά αυτά χαρακτηριστικά υπολογίζονται αυτόματα από το ΣΓΠ, εφόσον έχει δοθεί το πολυγωνικό επίπεδο με τη χάραξη των κυττάρων.

Στη συνέχεια, παράγονται τρία επίπεδα δευτερογενούς γεωγραφικής πληροφορίας, ήτοι:

- η ένωση υπόγειων κυττάρων – υπολεκανών – μονάδων υδρολογικής απόκρισης, με βάση την οποία υπολογίζεται η κατανομημένη κατεισδυση που δέχεται κάθε δεξαμενή από το αντίστοιχο εδαφικό στοιχείο·
- η τομή υπόγειων κυττάρων – υδατορευμάτων, με βάση την οποία υπολογίζεται η διήθηση που δέχεται κάθε δεξαμενή από τον αντίστοιχο κλάδο του υδρογραφικού δικτύου·
- η τομή υπόγειων κυττάρων – γεωτρήσεων, με βάση την οποία υπολογίζεται η αντλούμενη ποσότητα νερού από κάθε δεξαμενή, μέσω του αντίστοιχου αντλητικού συγκροτήματος (ομάδα γεωτρήσεων) του συστήματος διαχείρισης υδατικών πόρων.



Σχήμα 3.8: Χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη κυττάρων.

Τα γεωμετρικά μεγέθη κάθε δεξαμενής είναι το εμβαδόν της βάσης, F_i , το οποίο υπολογίζεται από το ΣΓΠ, καθώς και τρεις χαρακτηριστικές στάθμες, ήτοι το υψόμετρο του πυθμένα, w_i^{\min} , το υψόμετρο της οροφής, w_i^{\max} , και η αρχική στάθμη, $w_i(0)$, οι οποίες ορίζονται από τον χρήστη. Η υδραυλική λειτουργία τους περιγράφεται από δύο παραμέτρους, ήτοι την ειδική απόδοση και την υδραυλική αγωγιμότητα. Ο ορισμός των υψομέτρων πυθμένα και οροφής καθώς και της αρχικής στάθμης είναι εξαιρετικά σημαντικός, καθώς απαιτεί σημαντική εμπειρία ώστε όχι μόνο να καθοριστεί συνεπής φορά ροής του υπόγειου νερού, σύμφωνα με τις υδρογεωλογικές συνθήκες, αλλά και να εξασφαλιστεί ομαλή διαχρονική μεταβολή της στάθμης των δεξαμενών. Διαφορετικά, σε συνδυασμό με τις τιμές παραμέτρων που έχουν δοθεί, ενδέχεται να προκύψουν μη ομαλές συμπεριφορές, όπως συστηματική συγκράτηση νερού σε ορισμένες δεξαμενές ή απότομη εκκένωση άλλων δεξαμενών. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος θα πρέπει να αξιοποιείται πλήρως η υδρογεωλογική πληροφορία της περιοχής (π.χ., χάρτες μέσης πιεζομετρίας, υψόμετρα πηγών), και να εισάγονται κατάλληλα κριτήρια στο πρόβλημα βαθμονόμησης.

Οι δεξαμενές φορτίζονται από τις κατακόρυφες διεργασίες των υπερκείμενων στρωμάτων (κατείσδυση, διήθηση, άντληση), ενώ η μεταβολή της στάθμης τους απεικονίζει τη μεταβολή της πιεζομετρίας στον υδροφορέα. Η ροή του νερού πραγματοποιείται από τις δεξαμενές υψηλότερης προς τις δεξαμενές χαμηλότερης στάθμης, όπως εξηγείται στο Κεφάλαιο 5.

Ακόμη, αν διατίθενται πιεζομετρικές παρατηρήσεις που είναι αντιπροσωπευτικές της διάταξης της στάθμης μιας δεξαμενής, αυτές μπορούν να εισαχθούν ως χρονοσειρές ελέγχου, στα πλαίσια του μοντέλου βαθμονόμησης, με την επιφύλαξη της διαφορετικής κλίμακας αναφοράς των δύο μεγεθών. Συγκεκριμένα, η προσομοιωμένη στάθμη αναφέρεται σε όλη την έκταση του κυττάρου, ενώ η παρατηρημένη στάθμη, ως προς την οποία γίνεται η προσαρμογή του μοντέλου, αποτελεί σημειακό μέγεθος, που είναι αντιπροσωπευτικό μιας πολύ μικρότερης χωρικής κλίμακας.

3.6.3 Επιφανειακές και υπόγειες εκφορτίσεις

Η εκφόρτιση του υδροφορέα αναπαρίσταται με ειδικούς τύπους δεξαμενών, που υποδηλώνουν είτε σημειακές εξόδους νερού στην επιφάνεια του εδάφους (πηγές) ή ευρύτερες περιοχές συγκέντρωσης των υπόγειων διαφυγών της περιοχής μελέτης (π.χ., υποθαλάσσιες εκφορτίσεις ή εκφορτίσεις προς γειτονικές λεκάνες που ανήκουν στο ίδιο υδρογεωλογικό σύστημα). Και στις δύο περιπτώσεις, στο μοντέλο προσομοίωσης, οι εκροές υπόγειου νερού συγκεντρώνονται σε εικονικές δεξαμενές πολύ μεγάλης (θεωρητικά άπειρης) βάσης, ώστε η στάθμη τους να διατηρείται πρακτικά σταθερή. Οι δεξαμενές αυτές είναι κλειστές, δηλαδή δεν δέχονται κατακόρυφες φορτίσεις ούτε τροφοδοτούν γειτονικές τους δεξαμενές.

Ειδικότερα, οι πηγές δίνονται από το χρήστη ως σημειακό επίπεδο πληροφορίας και αποτελούν τη διεπιφάνεια μεταξύ του επιφανειακού και υπόγειου υδρολογικού συστήματος. Κάθε πηγή συνδέεται μονοσήμαντα με την πλησιέστερη δεξαμενή. Χαρακτηριστικά μεγέθη των πηγών είναι το υψόμετρο εκφόρτισης, που αποτελεί σημείο με γνωστό πιεζομετρικό φορτίο, και η υδραυλική αγωγιμότητα, που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας. Στο μοντέλο αυτό, η πηγή μπορεί να αντιπροσωπεύει είτε σημειακή εκφόρτιση είτε σύστημα επιφανειακών εκφορτίσεων, το υψόμετρο της οποίας ταυτίζεται με το μέσο υψόμετρο του εν λόγω συστήματος. Εφόσον διατίθενται δείγματα μετρήσεων παροχής αμέσως κατάντη της πηγής (ή του συγκροτήματος πηγών), εισάγονται ως χρονοσειρές ελέγχου, στα πλαίσια του μοντέλου βαθμονόμησης. Η αθροιστική απορροή των πηγών μιας υπολεκάνης μεταφέρεται ακαριαία στον κατάντη κόμβο και προστίθεται στην παραγόμενη επιφανειακή απορροή.

3.6.4 Γεωτρήσεις

Στο υπόγειο σύστημα θεωρείται ότι εντάσσονται και οι γεωτρήσεις, που αντιπροσωπεύουν σημειακές απολήψεις για την ικανοποίηση των υδατικών αναγκών της λεκάνης. Οι αντλούμενες ποσότητες από κάθε γεώτρηση δεν δίνονται απευθείας από το χρήστη, αλλά εκτιμώνται μέσω του διαχειριστικού μοντέλου, λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των υδατικών αναγκών, τα χαρακτηριστικά των τεχνικών έργων και τους διαχειριστικούς περιορισμούς της περιοχής μελέτης. Σε κάθε χρονικό βήμα, οι εν λόγω ποσότητες αφαιρούνται από τον αποθηκευμένο όγκο της υποκείμενης δεξαμενής.

Οι γεωτρήσεις δίνονται από τον χρήστη ως σημειακό επίπεδο πληροφορίας και αποτελούν τη διεπιφάνεια μεταξύ του υπόγειου υδρολογικού συστήματος και του συστήματος διαχείρισης των υδατικών πόρων. Χαρακτηριστικό μέγεθος κάθε γεώτρησης είναι η αντλητική ικανότητα, που αποτελεί φυσικό περιορισμό του διαχειριστικού μοντέλου, και το ποσοστό συμμετοχής της στη συνολική αντλούμενη ποσότητα από κάθε ομάδα γεωτρήσεων. Όπως εξηγείται στο υποκεφάλαιο 3.7, οι ομάδες αυτές αποτελούν ένα εννοιολογικό επίπεδο πληροφορίας, που ορίζεται στα πλαίσια του διαχειριστικού μοντέλου.

3.7 Σύστημα διαχείρισης υδατικών πόρων

Η ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ παρέχει τη δυνατότητα αναπαράστασης των ανθρωπογενών επεμβάσεων σε μια λεκάνη, υιοθετώντας μια σχηματική διάταξη δικτυακής μορφής, η οποία περιλαμβάνει τις ακόλουθες συνιστώσες:

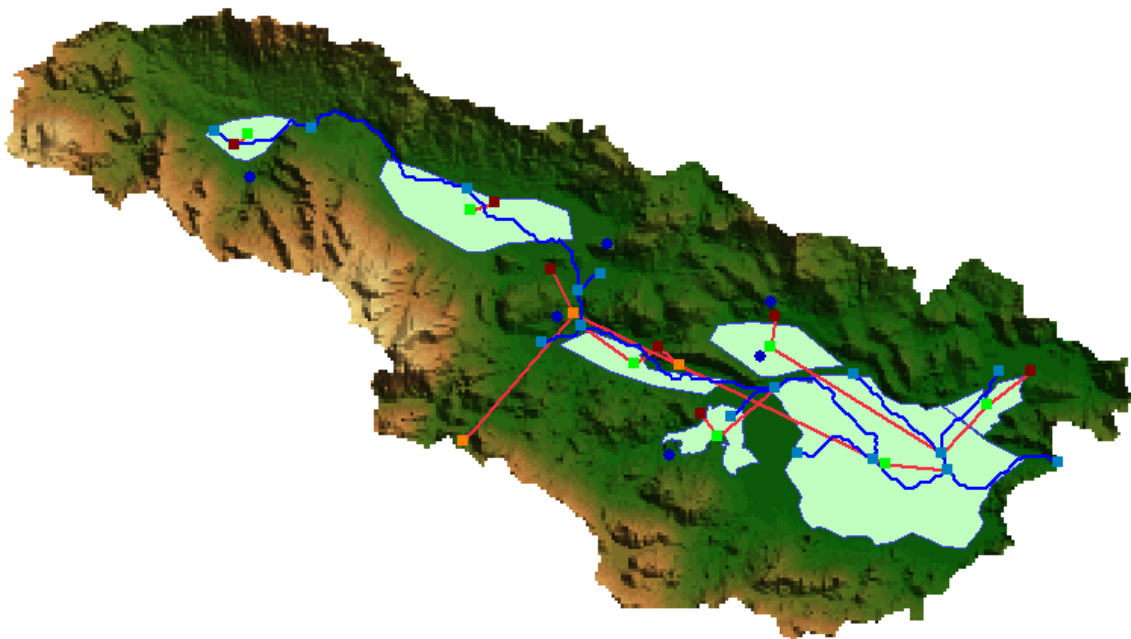
- *κόμβους*, δηλαδή θέσεις προσφοράς ή ζήτησης νερού ή σημεία αλλαγής της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών μεγεθών του δικτύου.
- *αρδευόμενες περιοχές*, που αναπαρίστανται ως κόμβοι όπου συγκεντρώνεται η απόληψη για την ικανοποίηση των αρδευτικών αναγκών, σταθερό ποσοστό της οποίας θεωρείται ότι επιστρέφει στο δίκτυο μέσω του αποστραγγιστικού δικτύου.
- *ομάδες γεωτρήσεων*, δηλαδή ευρύτερα συστήματα έργων υδροληψίας από υπόγειους υδατικούς πόρους, η αντλητική ικανότητα των οποίων εκτιμάται ως το άθροισμα των επιμέρους αντλητικών ικανοτήτων των γεωτρήσεων που απαρτίζουν τη συγκεκριμένη ομάδα.
- *υδραγωγεία*, δηλαδή έργα μεταφοράς νερού που συνδέουν ζεύγη κόμβων και αναφέρονται σε ανοιχτούς ή κλειστούς αγωγούς, δεδομένης παροχτευτικότητας.

Οι παραπάνω συνιστώσες συνδέονται με το υδρογραφικό δίκτυο και τον υδροφορέα, διαμορφώνοντας έτσι ένα ενιαίο φυσικό και τεχνητό (εννοιολογικό) δίκτυο που καλείται *υδροσύστημα*. Στο Σχήμα 3.9 απεικονίζεται το εννοιολογικό μοντέλο του υδροσυστήματος του Βοιωτικού Κηφισού.

Οι (απλοί) κόμβοι, οι αρδευόμενες περιοχές και οι ομάδες γεωτρήσεων είναι εννοιολογικές οντότητες, οι διεργασίες των οποίων αναπαρίστανται σημειακά, στη λογική της αδρής σχηματοποίησης ενός διαχειριστικού μοντέλου. Μέσω των υδραγωγείων, υλοποιείται η σύνδεση του τεχνητού με το φυσικό σύστημα, τόσο με τη μορφή απόληψης από επιφανειακά και υπόγεια νερά όσο και με τη μορφή τεχνητής τροφοδοσίας των επιφανειακών αποδεκτών. Συνεπώς, τα υδραγωγεία συνδέουν όχι μόνο τις προαναφερθείσες κατηγορίες κόμβων αλλά και τους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου. Δεν υπάρχει περιορισμός ως προς τη διάταξη των υδραγωγείων, με την προϋπόθεση ότι το συνολικό δίκτυο που διαμορφώνεται (στο οποίο περιλαμβάνεται και το υδρογραφικό) διατηρείται ακτινωτό, ήτοι δεν σχηματίζει πουθενά

κλειστές διαδρομές (βρόχους). Τόσο στα υδραγωγεία όσο και στις ομάδες γεωτρήσεων εισάγεται ένα μοναδιαίο κόστος (χρηματικές μονάδες ανά μονάδα διερχόμενου όγκου), που λαμβάνεται υπόψη στη διαδικασία υπολογισμού των απολήψεων.

Εκτός από τα χαρακτηριστικά των τεχνικών έργων, ο χρήστης ορίζει *στόχους*, οι οποίοι ιεραρχούνται σε σειρά προτεραιότητας. Οι στόχοι αντιπροσωπεύουν καταναλωτικές χρήσεις νερού ή περιορισμούς, και αντιστοιχούν σε συγκεκριμένη συνιστώσα του συστήματος. Οι πρώτοι αναφέρονται στη ζήτηση νερού για ύδρευση ή άρδευση, ενώ οι δεύτεροι αναφέρονται στη διατήρηση της παροχής στα υδραγωγεία ή τα υδατορεύματα¹ μεταξύ ενός επιθυμητού εύρους, καθώς και στη θέσπιση ελάχιστης και μέγιστης παροχής άντλησης στις ομάδες γεωτρήσεων. Για κάθε στόχο, εισάγεται η αντίστοιχη χρονοσειρά ζήτησης και το επίπεδο προτεραιότητας στην ικανοποίηση του συγκεκριμένου στόχου. Δύο ή περισσότεροι στόχοι μπορούν να ενταχθούν σε κοινό επίπεδο προτεραιότητας, εφόσον δεν είναι ανταγωνιστικοί.



Σχήμα 3.9: Σχηματοποίηση υδροσυστήματος Βοιωτικού Κηφισού. Στο σχήμα απεικονίζονται το υδρογραφικό δίκτυο και οι κόμβοι του, τα υδραγωγεία, οι αρδευόμενες περιοχές, οι ομάδες γεωτρήσεων και οι λοιποί κόμβοι της λεκάνης (Ευστρατιάδης, 2008).

¹ Στα υδατορεύματα δεν έχει νόημα η εισαγωγή λειτουργικού περιορισμού μέγιστης ροής, σε αντιστοιχία με τη θέσπιση φυσικού ορίου παροχεταιυτικότητας.

4 Προσομοίωση επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών

4.1 Γενικό πλαίσιο προσομοίωσης

Η προσομοίωση των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών αναφέρεται στα εδαφικά στοιχεία που προκύπτουν από την ένωση των υπολεκανών και των ΜΥΑ. Τα στοιχεία αυτά δέχονται κοινές φορτίσεις (επιφανειακή βροχόπτωση, δυνητική εξατμοδιαπνοή), που αναφέρονται στη χωρική κλίμακα της υπολεκάνης, ενώ για τη μαθηματική τους περιγραφή εφαρμόζονται κοινές παράμετροι ανά ΜΥΑ.

Το γενικό μαθηματικό υπόβαθρο της προσομοίωσης βασίζεται σε ένα εννοιολογικό σχήμα, που αναπαριστά τον μετασχηματισμό της βροχόπτωσης σε απορροή, εξατμοδιαπνοή και κατείσδυση προς τον υπόγειο υδροφόρο. Το σχήμα αυτό εντάσσεται στην κατηγορία των αδιαμέριστων μοντέλων υδατικού ισοζυγίου, που έχουν τύχει ευρείας εφαρμογής διεθνώς, καθώς χρησιμοποιώντας απλές υποθέσεις σχετικά με τους υδρολογικούς μηχανισμούς της λεκάνης και μικρό πλήθος παραμέτρων, επιτυγχάνουν καλή προσαρμογή ακόμη και στην περίπτωση πολύπλοκων υδρολογικών συστημάτων. Επισημαίνεται ότι οι παράμετροι των εννοιολογικών μοντέλων, αν και δεν έχουν πλήρη φυσική ερμηνεία, μπορούν να θεωρηθούν αντιπροσωπευτικές των μακροσκοπικών χαρακτηριστικών του εδάφους, καθώς εξαρτώνται από παράγοντες όπως η κλίση, η διαπερατότητα των πετρωμάτων, η φυτοκάλυψη, κλπ.

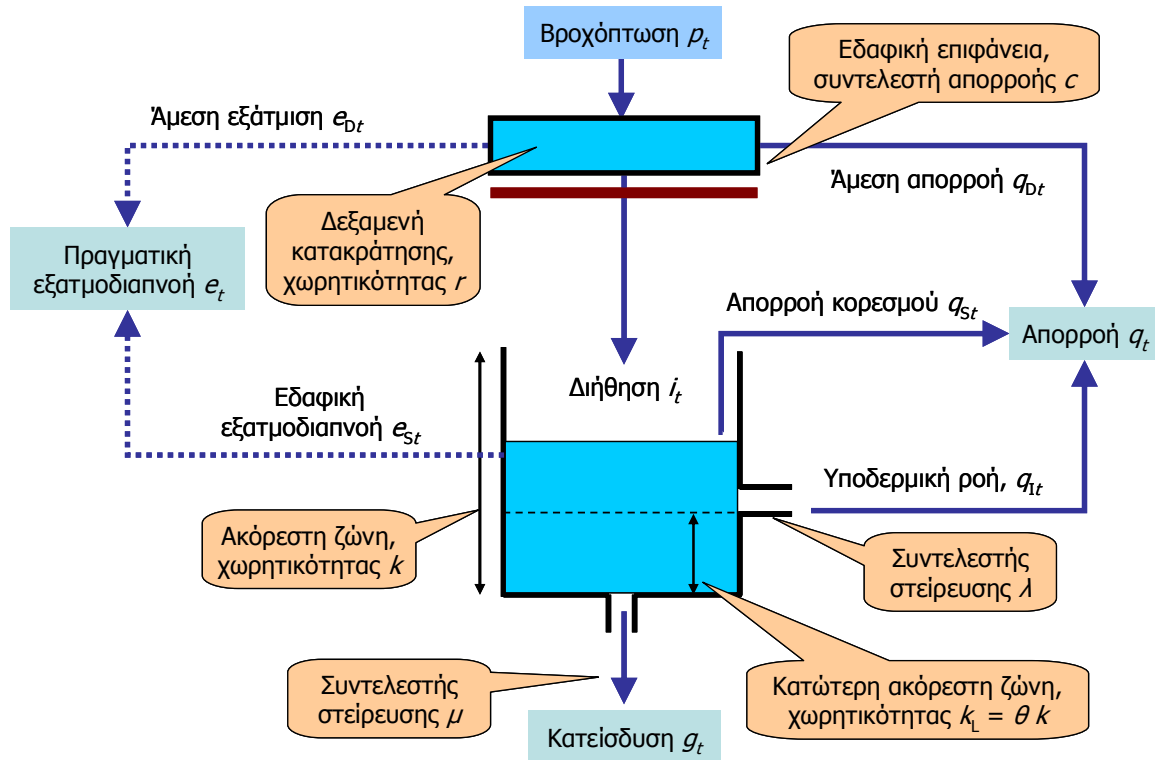
Στην Υδρόγειο, η παραμετροποίηση και μαθηματική περιγραφή των υδρολογικών διεργασιών διαφοροποιείται ανάλογα με το χρονικό βήμα προσομοίωσης. Στη μηνιαία κλίμακα εφαρμόζεται ένα σχήμα έξι παραμέτρων, ενώ για την ημερήσια και ωριαία προσομοίωση χρησιμοποιούνται επτά παράμετροι. Επιπλέον, στην ωριαία κλίμακα εισάγεται μία ακόμα παράμετρος ανά υπολεκάνη, η οποία υλοποιεί τη διόδευση της επιφανειακής απορροής μέχρι τον κόμβο εξόδου. Το σχήμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε αυτόνομα, υποθέτοντας δηλαδή μια αδιαμέριστη σχηματοποίηση της λεκάνης, είτε ενταγμένο στο ολοκληρωμένο σχήμα προσομοίωσης των επιφανειακών και υπόγειων διεργασιών, εφόσον θεωρείται η ημικατανεμημένη δομή που υποστηρίζει το μοντέλο Υδρόγειος.

4.2 Μοντέλο μηνιαίας προσομοίωσης

4.2.1 Μαθηματική δομή μοντέλου

Στο Σχήμα 4.1 απεικονίζεται η υδρολογική λειτουργία ενός εδαφικού στοιχείου μοναδιαίας επιφάνειας, μέσω ενός υδραυλικού αναλόγου που περιλαμβάνει δύο διασυνδεδεμένες δεξαμενές. Η ανώτερη δεξαμενή, χωρητικότητας r , αναπαριστά τις διεργασίες πάνω στην επιφάνεια του εδάφους και συγκεκριμένα την κατακράτηση της βροχής, την επιφανειακή εξάτμιση και τη διήθηση, στη μηνιαία χρονική κλίμακα. Η διήθηση τροφοδοτεί την ακόρεστη ζώνη (υπέδαφος), οι διεργασίες της οποίας αναπαρίστανται από μια δεξαμενή συγκέντρωσης υγρασίας, χωρητικότητας k . Η δεξαμενή παρέχει τη δυνατότητα εκροής προς την ατμόσφαιρα, εκροής προς το έδαφος λόγω υπερχειλίσης, πλευρικής εκροής διαμέσου του

υπεδάφους και κατακόρυφης εκροής. Η πλευρική εκροή πραγματοποιείται από την οπή που βρίσκεται στο όριο μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης ζώνης, ενώ η κατακόρυφη από την οπή που βρίσκεται στον πυθμένα. Ο ρυθμός πραγματοποίησης της πλευρικής και κατακόρυφης εκροής ελέγχεται μέσω των συντελεστών στείρευσης λ και μ , αντίστοιχα. Οι παραπάνω ροές αναπαριστούν, αντίστοιχα, την εδαφική εξατμοδιαπνοή, την απορροή λόγω κορεσμού του εδάφους σε υγρασία, την υποδερμική απορροή και την κατείδυση προς τα βαθύτερα στρώματα (κορεσμένη ζώνη – υδροφορέας). Η δεξαμενή υγρασίας χωρίζεται σε δύο περιοχές, το όριο των οποίων βρίσκεται σε στάθμη $k_L = \theta k$, που αντιπροσωπεύει το μέσο βάθος του ριζοστρώματος και οριοθετεί τη διαφοροποίηση του μηχανισμού εξατμοδιαπνοής.



Σχήμα 4.1: Σχηματική παράσταση της δομής του μοντέλου μηνιαίου υδατικού ισοζυγίου για την αναπαράσταση των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών.

Έστω t δείκτης που αναφέρεται στο χρονικό διάστημα $[t, t + \Delta t]$, όπου Δt το χρονικό βήμα της προσομοίωσης (στην προκειμένη περίπτωση, μήνας). Στο διάστημα αυτό είναι γνωστά η συνολική κατακρήμνιση, p_t , η δυνητική εξατμοδιαπνοή, PET_t , και η αποθήκευση εδαφικής υγρασίας στην αρχή του χρονικού διαστήματος, s_t . Επειδή η επιφάνεια αναφοράς είναι μοναδιαία, τα υδρολογικά μεγέθη που εκφράζουν αποθήκευση διατυπώνονται σε μονάδες ισοδύναμου ύψους νερού, ενώ τα μεγέθη που εκφράζουν ροές νερού ανάγονται σε ισοδύναμα ύψη πολλαπλασιάζοντας με το χρονικό βήμα. Ζητούμενο της προσομοίωσης είναι η εκτίμηση της απορροής q_t , της πραγματικής εξατμοδιαπνοής e_t , της κατείδυσης g_t , και της εδαφικής υγρασίας s_{t+1} στο πέρας του χρονικού βήματος. Η εξίσωση υδατικού ισοζυγίου γράφεται:

$$s_{t+1} = s_t + (p_t - q_t - e_t - g_t) \Delta t \quad (4.1)$$

Όπως αναλύεται στη συνέχεια, η παραπάνω σχέση επιλύεται με βάση ορισμένες εύλογες παραδοχές ως προς τα άγνωστα μεγέθη q_t , e_t , και g_t . Η αποθήκευση εδαφικής υγρασίας, s_t , που είναι μεταβλητή κατάστασης του μοντέλου, προϋποθέτει γνώση της αρχικής συνθήκης, s_0 , στο χρόνο $t = 0$. Εφόσον η προσομοίωση ξεκινά στην αρχή του υδρολογικού έτους, η αρχική τιμή της εδαφικής υγρασίας μπορεί να θεωρηθεί ίση με μηδέν.

Η συνολική απορροή q_t επιμερίζεται σε τρεις συνιστώσες:

- την άμεση απορροή, q_{Dt} , που εκφράζει την ποσότητα της βροχής (μετά την αφαίρεση των απωλειών λόγω εξάτμισης) που μετασχηματίζεται σε απορροή εντός του χρονικού βήματος, χωρίς να τροφοδοτήσει τη δεξαμενή.
- τη ροή λόγω κορεσμού (ταχεία απορροή), q_{St} , που εκφράζει την απορροή που πραγματοποιείται λόγω κορεσμού του εδάφους σε υγρασία, και αναπαρίσταται ως υπερχειλίση της δεξαμενής.
- την υποδερμική ροή, q_{It} , που εκφράζει την πλευρική αποστράγγιση της ακόρεστης ζώνης, η οποία πραγματοποιείται με χρονική υστέρηση και αναπαρίσταται ως εκροή από την οριζόντια οπή της δεξαμενής.

Η πραγματική εξατμοδιαπνοή e_t , που είναι εξ ορισμού μικρότερη ή ίση με τη δυνητική και θεωρείται υδρολογική απώλεια, περιλαμβάνει δύο συνιστώσες:

- την άμεση εξάτμιση, e_{Dt} , που αναφέρεται στον ταχύ μετασχηματισμό μέρους της βροχής σε απώλειες λόγω εξάτμισης, από νερό που κατακρατείται επιφανειακά και δεν προλαβαίνει να διηθηθεί στο έδαφος.
- την εδαφική εξατμοδιαπνοή, e_{St} , που αναφέρεται στην ικανοποίηση του ελλείμματος της δυνητικής εξατμοδιαπνοής μέσω της διαθέσιμης εδαφικής υγρασίας στην ανώτερη και κατώτερη ακόρεστη εδαφική ζώνη.

Τέλος, η κατείσδυση, g_t , αναφέρεται στην κατακόρυφη μεταφορά νερού από τα ανώτερα (ακόρεστη ζώνη) προς τα κατώτερα (κορεσμένη ζώνη) στρώματα του εδάφους, που αναπαρίσταται ως εκροή από την οπή στον πυθμένα της δεξαμενής. Επισημαίνεται ότι η κατείσδυση είναι ταυτόχρονα μεταβλητή εξόδου του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας και μεταβλητή εισόδου (φόρτιση) του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας.

4.2.2 Υπολογιστική διαδικασία

Η λειτουργία του μοντέλου έχει ως εξής: Αρχικά, υπολογίζεται η εισροή λόγω διήθησης, η οποία προκύπτει αφαιρώντας από την βροχόπτωση την άμεση εξατμοδιαπνοή, e_{Dt} , και την άμεση απορροή, q_{Dt} . Υπενθυμίζεται ότι η πρώτη υποδηλώνει την ποσότητα βροχής που κατακρατείται επιφανειακά και εξατμίζεται, μην προλαβαίνοντας να διηθηθεί στο έδαφος. Η κατακράτηση οφείλεται στην παγίδευση μέρους νερού στις μικροκοιλότητες του εδάφους και τα φυλλώματα, και δεν μπορεί να ξεπεράσει την ποσότητα r , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου, με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού. Συνεπώς:

$$e_{Dt} = \min(p_t, r/\Delta t, PET_t) \quad (4.2)$$

Η άμεση απορροή εκφράζει το ποσοστό της περίσσειας βροχής που μετασχηματίζεται σε απορροή εντός του χρονικού βήματος, χωρίς να τροφοδοτήσει την ακόρεστη ζώνη, και δίνεται από τη σχέση:

$$q_{Dt} = c(p_t - e_{Dt}) \quad (4.3)$$

όπου c αδιάστατη παράμετρος που σχετίζεται με τη διαπερατότητα της εδαφικής επιφάνειας.

Η διήθηση στο διαμέσου της επιφάνειας του εδάφους, δηλαδή η τροφοδοσία της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας, υπολογίζεται από την σχέση:

$$i_t = p_t - e_{Dt} - q_{Dt} \quad (4.4)$$

Λόγω της διήθησης, το απόθεμα εδαφικής υγρασίας της δεξαμενής αυξάνει σε:

$$s_t = s_{t-1} + i_t \Delta t \quad (4.5)$$

όπου s_{t-1} η αποθήκευση υγρασίας στο πέρας του προηγούμενου χρονικού βήματος. Επισημαίνεται ότι το τρέχον απόθεμα s_t ενδέχεται να ξεπερνά τη χωρητικότητα της δεξαμενής, k . Πρακτικά, η περίσσεια εδαφικής υγρασίας πάνω από το όριο υπερχειλίσης αντιπροσωπεύει την ποσότητα νερού που δεν μπορεί να απορροφηθεί από το κορεσμένο έδαφος, οπότε αφήνεται να λιμνάσει και, ακολούθως, μέρος της να εξατμιστεί και μέρος της να κατεισδύσει. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει την παραγωγή πιο ρεαλιστικών αποκρίσεων, οι οποίες είναι συνεπείς με τη μεταβλητότητα της βροχόπτωσης. Το απόθεμα κατανέμεται στις δύο ζώνες της δεξαμενής ως εξής:

$$s_{U_t} = \min(0, s_t - k_L), s_{L_t} = s_t - s_{U_t} \quad (4.6)$$

όπου s_{U_t} το τρέχον απόθεμα της ανώτερης και s_{L_t} το απόθεμα της κατώτερης ζώνης.

Οι εκροές νερού οφείλονται στην εδαφική εξατμοδιαπνοή από την ανώτερη και την κατώτερη ζώνη, την πλευρική αποστράγγιση (υποδερμική ροή) και την κατείσδυση. Η εδαφική εξατμοδιαπνοή, e_{S_t} , αφορά στην ικανοποίηση του ελλείμματος της δυναμικής εξατμοδιαπνοής μέσω της διαθέσιμης εδαφικής υγρασίας, και πραγματοποιείται κατά προτεραιότητα από την ανώτερη ζώνη, με βάση τη σχέση:

$$e_{S_{U_t}} = \min(s_{U_t} / \Delta t, PET_t - e_{D_t}) \quad (4.7)$$

οπότε η αποθήκευση υγρασίας της εν λόγω ζώνης μειώνεται κατά την ποσότητα $e_{S_{U_t}}$.

Στη συνέχεια, ποσοστό λ της περίσσειας υγρασίας της ανώτερης ζώνης διαφεύγει πλευρικά μέσω της οριζόντιας οπής, παράγοντας υποδερμική ροή με βάση τη σχέση:

$$q_{L_t} = \lambda (s_{U_t} / \Delta t - e_{S_{U_t}}) \quad (4.8)$$

Εφόσον το απόθεμα της ανώτερης ζώνης είναι μηδενικό ή δεν επαρκεί για να καλύψει τη ζήτηση για εξατμοδιαπνοή, τότε μέρος του ελλείμματος που προκύπτει καλύπτεται από την αποθήκευση υγρασίας στην κατώτερη ζώνη. Ο σχετικός μηχανισμός βασίζεται στην υπόθεση του Thornthwaite (1948), σύμφωνα με την οποία ο ρυθμός εξάτμισης είναι ανάλογος του βαθμού κορεσμού του εδάφους. Στην προκειμένη περίπτωση, προκύπτει η ακόλουθη ημιεμπειρική σχέση υπολογισμού της εξατμοδιαπνοής από την κατώτερη ζώνη:

$$e_{S_{L_t}} = (PET_t - e_{D_t} - e_{S_{U_t}}) [1 - \exp(-s_{L_t} / k_H)] \quad (4.9)$$

Τέλος, η κατείσδυση προς τον υδροφόρα πραγματοποιείται μέσω της οπής στον πυθμένα, και είναι ανάλογη της συνολικής διαθέσιμης υγρασίας (μετά την αφαίρεση των εκροών λόγω εξατμοδιαπνοής και υποδερμικής ροής) και του συντελεστή στείρευσης μ , δηλαδή:

$$g_t = \mu (s_t / \Delta t - e_{S_{U_t}} - e_{S_{L_t}} - q_{L_t}) \quad (4.10)$$

Μετά την ολοκλήρωση των υπολογισμών, εκτιμάται η ροή λόγω κορεσμού του εδάφους σε υγρασία, εφόσον πραγματοποιείται υπερχειλίση της δεξαμενής, από τη σχέση:

$$q_{S_t} = \max(0, s_t / \Delta t - e_{S_{U_t}} - e_{S_{L_t}} - q_{L_t} - g_t - k / \Delta t) \quad (4.11)$$

Προφανώς, εφόσον πραγματοποιηθεί υπερχειλίση, το απόθεμα υγρασίας στο πέρας του χρονικού βήματος είναι ίσο με τη χωρητικότητα της δεξαμενής, k .

Τέλος, η συνολική εξατμοδιαπνοή και η συνολική απορροή προκύπτουν ως:

$$e_t = e_{D_t} + e_{S_t} \quad (4.12)$$

$$q_t = q_{D_t} + q_{L_t} + q_{S_t} \quad (4.13)$$

Για δεδομένες τιμές παραμέτρων, και με είσοδο τις μηνιαίες χρονοσειρές βροχόπτωσης και δυνητικής εξατμοδιαπνοής καθώς και γνωστή αποθήκευση υγρασίας στην αρχή της περιόδου προσομοίωσης, s_0 , είναι δυνατή η αναπαράσταση των υδρολογικών διεργασιών στο μοναδιαίο εδαφικό στοιχείο, με επίλυση του προβλήματος μήνα-προς-μήνα.

4.2.3 Εννοιολογία και φυσική ερμηνεία παραμέτρων

Το μοντέλο προσομοίωσης περιλαμβάνει έξι παραμέτρους, που φαίνονται στον Πίνακα 4.1. Οι τιμές των εν λόγω παραμέτρων συνδέονται έμμεσα με τα φυσικά χαρακτηριστικά του υδροσυστήματος, και συνεπώς διαφοροποιούνται για κάθε ΜΥΑ. Συγκεκριμένα:

- Η χωρητικότητα κατακράτησης της βροχής, r , έχει διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού. Η σχετική διεργασία περιλαμβάνει δύο συνιστώσες, την παρεμπόδιση τμήματος της βροχής από τη χλωρίδα και την επιφανειακή παγίδευση, δηλαδή την ανακοπή της προσπίπτουσας βροχής λόγω εγκλωβισμού του στο επιφανειακό εδαφικό στρώμα. Στην πράξη, η παράμετρος αυτή εξαρτάται σημαντικά από ανθρωπογενείς παράγοντες, όπως η ανάπτυξη έργων αντιπλημμυρικής προστασίας για συγκράτηση της απορροής, που είναι προφανές ότι επηρεάζουν την υδρολογική συμπεριφορά μιας λεκάνης, καθώς αποθηκεύουν νερό στην επιφάνεια, το οποίο στη συνέχεια εξατμίζεται, προτού να διηθηθεί στο έδαφος.
- Το ποσοστό της περίσσειας βροχόπτωσης που εμφανίζεται ως άμεση (εντός του χρονικού βήματος) απορροή, c , είναι ένα αδιάστατο μέγεθος, που εξαρτάται από την κλίση του εδάφους, τη φυτοκάλυψη και την έκταση των αδιαπέρατων σχηματισμών της λεκάνης.
- Η χωρητικότητα της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας, k , με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού, εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους και την κλίση. Ειδικότερα, η τιμή της αυξάνει όσο μεταβαίνουμε από αμμώδη σε αργιλικά εδάφη και όσο μειώνεται η κλίση. Για τυπικά εδαφικά δοκίμια δίνεται εύρος τιμών 100-200 mm (Brutsaert, 1982, σ. 243). Ωστόσο, στα μηνιαία εννοιολογικά μοντέλα, η τιμή αυτή είναι συνήθως αρκετά μεγαλύτερη.
- Το αδιάστατο κατώφλι του αποθέματος της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για την παραγωγή υποδερμικής ροής, θ , ορίζεται ως ποσοστό της χωρητικότητας k , και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους. Το εν λόγω κατώφλι οριοθετεί τις δύο ζώνες εδαφικής υγρασίας, και είναι προφανές ότι επηρεάζει σημαντικά όχι μόνο τον μηχανισμό παραγωγής υποδερμικής ροής και τον μηχανισμό παραγωγής εδαφικής εξατμοδιαπνοής.
- Ο συντελεστής στείρευσης λ , που εκφράζει τον ρυθμό εκφόρτισης της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για παραγωγή πλευρικής (υποδερμικής) ροής, έχει μονάδες αντίστροφου χρόνου, και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους (οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα).
- Τέλος, ο συντελεστής στείρευσης μ , που εκφράζει τον ρυθμό εκφόρτισης της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για παραγωγή κατείσδυσης, έχει επίσης μονάδες αντίστροφου χρόνου, και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους και του υπεδάφους (κατακόρυφη υδραυλική αγωγιμότητα).

Σημειώνεται ότι οι τιμές των παραμέτρων εξαρτώνται όχι μόνο από τα χαρακτηριστικά της λεκάνης αλλά και από το χρονικό βήμα προσομοίωσης, ανεξάρτητα αν έχουν ή όχι διαστάσεις χρόνου. Συνεπώς, οι τιμές του μοντέλου μηνιαίας προσομοίωσης, δεν μπορούν να εφαρμοστούν σε λεπτότερες χρονικές κλίμακες¹.

¹ Γενικά, στην μηνιαία μοντελοποίηση ο όρος «διεργασία» χρησιμοποιείται καταχρηστικά, καθώς αφορά σε πολύ μικρότερες χρονικές κλίμακες, και συγκεκριμένα του σημειακού (χρονικά) επεισοδίου βροχής. Προφανώς, η μηνιαία απόκριση του μοντέλου είναι το συναθροισμένο αποτέλεσμα διαφόρων επεισοδίων, το συνολικό ύψος βροχής των οποίων, μαζί με τη συνολική ζήτηση για εξατμοδιαπνοή, δίνονται ως φορτίσεις του μοντέλου.

Πίνακας 4.1: Παράμετροι μοντέλου μηνιαίας προσομοίωσης επιφανειακών διεργασιών.

Συμβολισμός	Περιγραφή	Διαστάσεις
r	Χωρητικότητα κατακράτησης της βροχής	[L]
c	Ποσοστό της περίσσειας της βροχόπτωσης που εμφανίζεται ως άμεση απορροή	Αδιάστατο
k	Χωρητικότητα δεξαμενής εδαφικής υγρασίας	[L]
θ	Κατώφλι αποθέματος δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για την παραγωγή υποδερμικής ροής	Αδιάστατο
λ	Ρυθμός εκφόρτισης δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για την παραγωγή υποδερμικής ροής	[T ⁻¹]
μ	Ρυθμός εκφόρτισης δεξαμενής εδαφικής υγρασίας για την παραγωγή κατείσδυσης	[T ⁻¹]

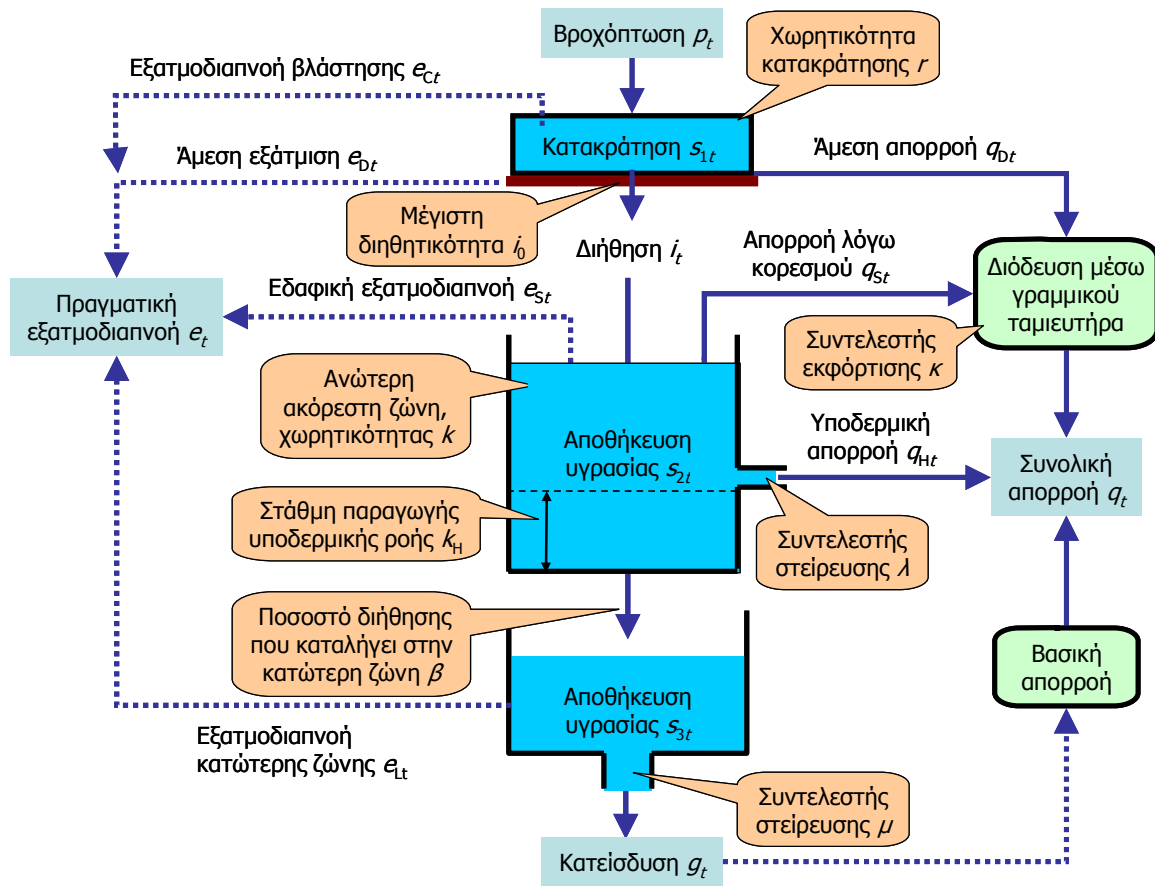
4.3 Διατύπωση μοντέλου ημερήσιας και ωριαίας προσομοίωσης

4.3.1 Συνιστώσες μοντέλου

Στην ημερήσια και ωριαία κλίμακα εφαρμόζεται μια διαφορετική δομή μοντέλου, ώστε να αποτυπώνονται πιο ρεαλιστικά οι υδρολογικές διεργασίες στην κλίμακα του επεισοδίου βροχής. Η δομή αυτή απεικονίζεται στο Σχήμα 4.2 και περιλαμβάνει τέσσερις συνιστώσες:

- την δεξαμενή κατακράτησης, χωρητικότητας r , που υποδηλώνει τη μέγιστη ποσότητα νερού της βροχόπτωσης που μπορεί να συγκρατήσει η βλάστηση, η οποία στη συνέχεια μετατρέπονται σε άμεση εξατμοδιαπνοή.
- η εδαφική επιφάνεια, μέγιστης διηθητικότητας i_0 , που τροφοδοτείται από την περίσσεια βροχής, την οποία επιμερίζει σε επιφανειακή απορροή και διήθηση, που με τη σειρά της επιμερίζεται στην ανώτερη και κατώτερη ζώνη εδαφικής υγρασίας, με βάση ένα σταθερό ποσοστό β .
- την ανώτερη ακόρεστη ζώνη, χωρητικότητας k , που τροφοδοτείται από ποσοστό $(1 - \beta)$ της διήθησης, η οποία παράγει υποδερμική απορροή, εφόσον η αποθήκευση υγρασίας υπερβεί τη στάθμη k_H , και απορροή λόγω κορεσμού, εφόσον η αποθήκευση υγρασίας υπερβεί τη χωρητικότητα k , και επιπλέον αναλώνει ένα μέρος της αποθηκευμένης υγρασίας σε εδαφική εξατμοδιαπνοή.
- την κατώτερη ακόρεστη ζώνη, απεριόριστης χωρητικότητας k , που τροφοδοτείται από ποσοστό β της διήθησης, η οποία παράγει κατείσδυση, και επιπλέον αναλώνει ένα μέρος της αποθηκευμένης υγρασίας σε βαθιά εξατμοδιαπνοή.

Όπως και προηγουμένως, η συνολική απορροή επιμερίζεται σε τρεις συνιστώσες, ήτοι την άμεση απορροή, την απορροή λόγω κορεσμού και την υποδερμική απορροή. Οι δύο πρώτες συνιστώσες αναφέρονται σε ροή πάνω στην επιφάνεια του εδάφους, και αποτελούν την επιφανειακή απορροή του εδαφικού στοιχείου, ενώ η υποδερμική ροή πραγματοποιείται στο ρηχό τμήμα του υπεδάφους, ήτοι την ανώτερη ακόρεστη ζώνη. Η επιφανειακή απορροή διοδεύεται μέχρι την έξοδο της λεκάνης μέσω ενός γραμμικού ταμιευτήρα, στην οποία καταλήγουν ακόμη η υποδερμική απορροή καθώς και η βασική απορροή. Η τελευταία προέρχεται από την επιφανειακή εκφόρτιση του υδροφορέα, που τροφοδοτείται από την κατείσδυση των ανώτερων στρωμάτων.



Σχήμα 4.2: Σχηματική παράσταση μοντέλου ημερήσιου/ωριαίου υδατικού ισοζυγίου.

4.3.2 Υπολογιστική διαδικασία

Έστω ότι στο χρονικό διάστημα $[\tau, \tau + \Delta\tau]$, όπου $\Delta\tau$ το βήμα της προσομοίωσης (στην προκειμένη περίπτωση, ημέρα ή ώρα) είναι γνωστά η συνολική κατακρήμνιση, p_t , η δυνητική εξατμοδιαπνοή, e_{pt} , η κατακράτηση νερού στη χλωρίδα, s_{1t} , και η αποθήκευση εδαφικής υγρασίας στην ανώτερη, s_{2t} , και κατώτερη, s_{3t} , ακόρεστη ζώνη. Για τις τρεις συνιστώσες αποθήκευσης, που αποτελούν τις μεταβλητές κατάστασης του μοντέλου, απαιτείται η γνώση των αρχικών τιμών τους στον χρόνο $t = 0$. Εφόσον η προσομοίωση ξεκινά στην αρχή του υδρολογικού έτους και δεν έχει πραγματοποιηθεί κάποιο σημαντικό επεισόδιο βροχής τις προηγούμενες μέρες, η αρχική τιμή των τριών μεταβλητών μπορεί να θεωρηθεί ίση με μηδέν. Η υλοποίηση των διεργασιών πραγματοποιείται κατά την κατακόρυφη έννοια, ως εξής:

Αρχικά, εκτιμάται η κατακράτηση μέρους (ή του συνόλου) της προσπίπτουσας βροχόπτωσης από τη χλωρίδα, ως εξής:

$$r_{0t} = \min(p_t, r - s_{1t}) \quad (4.14)$$

όπου r η χωρητικότητα κατακράτησης, που έχει διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού και αποτελεί παράμετρο του μοντέλου. Η παράμετρος αυτή θεωρείται εποχιακά μεταβαλλόμενη. Ειδικότερα, την περίοδο Νοεμβρίου-Μαρτίου η τιμή της μειώνεται στο μισό, ώστε να ληφθεί υπόψη η αντίστοιχη μείωση της επιφάνειας των φύλλων κατά τη χειμερινή περίοδο.

Μετά την προσθήκη της κατακρατούμενης ποσότητας r_{0t} , η συνολική υγρασία που έχει αποθηκευτεί στη βλάστηση επικαιροποιείται σε:

$$s_{1t} \rightarrow s_{1t} + r_{0t} \Delta t \quad (4.15)$$

Στη συνέχεια εκτιμώνται οι απώλειες λόγω της άμεσης εξατμοδιαπνοής από τη χλωρίδα. Η ποσότητα αυτή είναι το ελάχιστο μεταξύ της διαθέσιμης υγρασίας που έχει κατακρατηθεί στη χλωρίδα και της αντίστοιχης θεωρητικής ζήτησης, ήτοι:

$$e_{Ct} = \min [s_{1t}/\Delta t, \text{PET} (s_{1t}/r)^{2/3}] \quad (4.16)$$

Στην παραπάνω σχέση, ο όρος της θεωρητικής ζήτησης εκτιμάται από την ημιεμπειρική εξίσωση του Deardorff (1978).

Η τελική αποθήκευση υγρασίας στη δεξαμενή κατακράτησης υπολογίζεται από την εξίσωση ισοζυγίου, ήτοι:

$$s_{1,t+1} = s_{1t} + r_{0t} - e_{Ct} \Delta t \quad (4.17)$$

ενώ η περίσσεια της βροχής $\Delta p_t = p_t - r_{0t}$ πέφτει στο έδαφος. Από την ποσότητα αυτή, ένα μέρος (ή το σύνολο) διηθείται προς την ακόρεστη ζώνη, ενώ το υπόλοιπο τμήμα (ή καθόλου) απορρέει επιφανειακά, ως άμεση απορροή.

Η διηθητικότητα του εδάφους εκτιμάται από την ακόλουθη εμπειρική σχέση, συναρτήσει της μέγιστης δυνατικής διηθητικότητας, i_0 , και του ποσοστού πλήρωσης της ανώτερης ακόρεστης ζώνης σε υγρασία, s_{2t}/k , ήτοι:

$$i_{\max,t} = i_0 \exp(-s_{2t}/k) \quad (4.18)$$

Σύμφωνα με την παραπάνω έκφραση, αν η ανώτερη ζώνη είναι εντελώς ξηρή, ήτοι $s_2 = 0$, τότε το έδαφος μπορεί να απορροφήσει ποσότητα ίση με τη μέγιστη δυνατική διηθητικότητα, i_0 , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου και εξαρτάται από το εδαφικό υλικό. Αντίθετα, αν το ανώτερο στρώμα του εδάφους είναι κορεσμένο, ήτοι $s_2 = k$ (όπου k η χωρητικότητα της δεξαμενής εδαφικής υγρασίας), τότε το έδαφος μπορεί δυνατικά να απορροφήσει ποσότητα ίση με $0.367i_0$. Η παραπάνω σχέση εξασφαλίζει ότι κατά τη διάρκεια ισχυρών επεισοδίων βροχής, η διηθητικότητα του εδάφους μειώνεται, όπως προβλέπει η υδρολογική θεωρία.

Η πραγματική διήθηση θα είναι ίση με το ελάχιστο μεταξύ της δυνατικής διηθητικότητας και της περίσσειας βροχής, ήτοι:

$$i_t = \min(\Delta p_t, i_{\max,t}) \quad (4.19)$$

Η διηθούμενη ποσότητα νερού επιμερίζεται στην ανώτερη και κατώτερη ακόρεστη ζώνη, με βάση έναν συντελεστή β , που αποτελεί αδιάστατη παράμετρο του μοντέλου. Οι τιμές αποθήκευσης στις δύο ζώνες εδαφικής υγρασίας, οι οποίες στο μοντέλο αναπαρίστανται ως δεξαμενές, επικαιροποιούνται ως εξής:

$$s_{2t} \rightarrow s_{2t} + (1 - \beta) i_t \Delta t \quad (4.20)$$

$$s_{3t} \rightarrow s_{3t} + \beta i_t \Delta t \quad (4.21)$$

Η ποσότητα νερού που απομένει πάνω στο έδαφος αναλώνεται, καταρχήν, σε απώλειες λόγω άμεσης εξάτμισης, σύμφωνα με τη σχέση:

$$e_{Dt} = \min[\Delta p_t - i_t, \text{PET} - e_{Ct}] \quad (4.22)$$

Η υπολειπόμενη ποσότητα αποτελεί την άμεση απορροή, η οποία πραγματοποιείται στην επιφάνεια του εδάφους, χωρίς να έχει μεσολαβήσει διήθησή της στο έδαφος. Η απορροή αυτή υπολογίζεται ως εξής:

$$q_{Dt} = \Delta p_t - i_t - e_{Dt} \quad (4.23)$$

Οι διεργασίες της άνω δεξαμενής είναι η εδαφική εξατμοδιαπνοή, η υποδερμική απορροή και η απορροή λόγω κορεσμού. Για την εδαφική εξατμοδιαπνοή της ανώτερης ακόρεστης ζώνης

θεωρείται ότι μπορεί να ικανοποιηθεί το σύνολο της υπολειπόμενης θεωρητικής ζήτησης, εφόσον υπάρχει επάρκεια υγρασίας, ήτοι:

$$e_{S_t} = \min [s_{2t}/\Delta t, PET - e_{C_t} - e_{D_t}] \quad (4.24)$$

Μετά την αφαίρεση της εν λόγω ποσότητας, ήτοι $s_{2t} \rightarrow s_{2t} - e_{S_t}$, εξετάζεται αν η διαθέσιμη υγρασία υπερβαίνει το κατώφλι k_H , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού, οπότε παράγεται υποδερμική απορροή σύμφωνα με τη σχέση:

$$q_{H_t} = \max [0, \lambda (s_{2t} - k_H)] \quad (4.25)$$

όπου λ αδιάστατη παράμετρος (συντελεστής στέρησης), που σχετίζεται με την οριζόντια υδραυλική αγωγιμότητα του ρηχού εδαφικού στρώματος.

Αν μετά την αφαίρεση της υποδερμικής ροής, ήτοι $s_{2t} \rightarrow s_{2t} - q_{H_t}$, η τρέχουσα τιμή της εδαφικής υγρασίας ξεπερνά τη χωρητικότητα της δεξαμενής, k , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού, παράγεται απορροή λόγω κορεσμού του εδάφους από κάτω, με τη μορφή υπερχειλίσης της δεξαμενής, ήτοι:

$$q_{S_t} = \max [0, s_{2t} - k] \quad (4.26)$$

Συνεπώς, η τελική τιμή της εδαφικής υγρασίας στην ανώτερη ακόρεστη ζώνη δεν μπορεί να υπερβεί την χωρητικότητα k . Η απορροή λόγω κορεσμού, μαζί με την άμεση απορροή, αποτελούν τις δύο συνιστώσες της επιφανειακής απορροής.

Οι υδρολογικές διεργασίες της κάτω δεξαμενής, που αντιπροσωπεύει την κατώτερη ακόρεστη ζώνη, αυτές είναι η βαθιά εξατμοδιαπνοή και η κατείδδυση. Εφόσον δεν έχει ικανοποιηθεί πλήρως η θεωρητική ζήτηση εξατμοδιαπνοής, δηλαδή $PET - e_{C_t} - e_{D_t} - e_{S_t} > 0$, τότε μια ισόποση ποσότητα υγρασίας θεωρείται ότι ανυψώνεται προς την ανώτερη ζώνη, μέσω των δυνάμεων μύζησης. Η εν λόγω ποσότητα δίνεται από τη σχέση:

$$u_t = \min (s_{3t}/\Delta t, PET - e_{C_t} - e_{D_t} - e_{S_t}) \quad (4.27)$$

και προστίθεται στην αποθηκευμένη ποσότητα της άνω δεξαμενής, ήτοι $s_{2t} \rightarrow s_{2t} + u_t$, ενώ αφαιρείται από την αποθήκευση της κάτω δεξαμενής, ήτοι $s_{3t} \rightarrow s_{3t} - u_t$. Η παραγόμενη βαθιά εξατμοδιαπνοή εξαρτάται από το βαθμό κορεσμού της ανώτερης ζώνης, σύμφωνα με την εμπειρική σχέση:

$$e_{L_t} = (PET - e_{C_t} - e_{D_t} - e_{S_t}) (s_{2t} / k)^{2/3} \quad (4.28)$$

Τέλος, η κατείδδυση προς τα βαθύτερα στρώματα (κορεσμένη ζώνη) δίνεται από τη σχέση:

$$g_t = \mu s_{3t} \quad (4.29)$$

όπου μ αδιάστατη παράμετρος (συντελεστής στέρησης), που σχετίζεται με την κατακόρυφη υδραυλική αγωγιμότητα εδάφους.

Η τελική αποθήκευση υγρασίας στην άνω και κάτω ακόρεστη ζώνη υπολογίζεται από τις αντίστοιχες εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου, ήτοι:

$$s_{2,t+1} = s_{2t} + (1 - \beta) i_t \Delta t + u_t \Delta t - e_{S_t} \Delta t - e_{L_t} \Delta t - q_{H_t} \Delta t - q_{S_t} \Delta t \quad (4.30)$$

$$s_{3,t+1} = s_{3t} + \beta i_t \Delta t - u_t \Delta t - g_t \Delta t \quad (4.31)$$

Για τους λόγους που εξηγούνται στο εδάφιο 4.4.2, η υποδερμική ροή διαχωρίζεται από τις υπόλοιπες συνιστώσες της απορροής (άμεση και λόγω κορεσμού).

4.4 Υπολογισμός εισροών στο υδρογραφικό δίκτυο

4.4.1 Γενική διαδικασία

Επειδή οι υδρολογικές μεταβλητές εισόδου (φορτίσεις), δηλαδή τα ύψη βροχόπτωσης, p_i , και δυνητικής εξατμοδιαπνοής, e_{pi} , μεταβάλλονται ανά υπολεκάνη i ($i = 1, \dots, NB$), ενώ οι παράμετροι του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας μεταβάλλονται ανά μονάδα υδρολογικής απόκρισης j ($j = 1, \dots, NH$), η προσομοίωση διαφοροποιείται για κάθε συνδυασμό υπολεκάνης – μονάδας υδρολογικής απόκρισης (ΜΥΑ), που αποτελεί το ελάχιστο χωρικό στοιχείο του επιφανειακού συστήματος. Σε κάθε χρονικό βήμα, και για κάθε τέτοιο χωρικό στοιχείο, εφαρμόζεται το μοντέλο εδαφικής υγρασίας, το οποίο εκτιμά τον επιμερισμό του ύψους βροχόπτωσης p_i (που είναι κοινό για όλα τα τμήματα των ΜΥΑ που ανήκουν στην υπολεκάνη i) σε ισοδύναμα ύψη επιφανειακής απορροής, q_{ij} , πραγματικής εξατμοδιαπνοής, e_{ij} , κατείσδυσης, g_{ij} , και αποθήκευσης υγρασίας, s_{ij} .

Στη συνέχεια, τα παραπάνω μεγέθη ολοκληρώνονται στην επιφάνεια κάθε υπολεκάνης. Αν F_{ij} είναι η κοινή επιφάνεια (τομή) της υπολεκάνης i με την ΜΥΑ j , τότε ο όγκος απορροής προκύπτει ως το άθροισμα:

$$Q_i = \sum_{j=1}^{NH} q_{ij} F_{ij} \quad (4.32)$$

Με παρόμοιο τρόπο υπολογίζονται τα υπόλοιπα υδρολογικά μεγέθη, δηλαδή οι όγκοι πραγματικής εξατμοδιαπνοής, Q_i , και κατείσδυσης, G_i , ανά υπολεκάνη. Συγκεκριμένα:

$$E_i = \sum_{j=1}^{NH} e_{ij} F_{ij} \quad (4.33)$$

$$G_i = \sum_{j=1}^{NH} g_{ij} F_{ij} \quad (4.34)$$

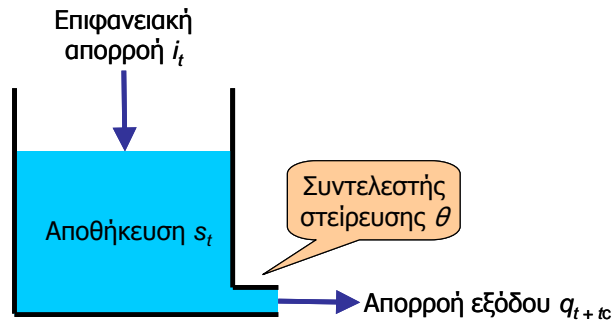
Στην επιφανειακή απορροή, Q_i , προστίθεται η εκροή όλων των πηγών της υπολεκάνης, δηλαδή η βασική ροή, Q_{Bi} . Στο σημείο αυτό, δεχόμαστε ότι η πηγαία απορροή είναι γνωστή από την επίλυση του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας, το οποίο προϋποθέτει την εφαρμογή μιας επαναληπτικής διαδικασίας, όπως εξηγείται στο Κεφάλαιο 8. Στη συνέχεια, το σύνολο της απορροής της υπολεκάνης μεταφέρεται ως συγκεντρωμένη εισροή στον κόμβο εξόδου της και θεωρείται – με δεδομένο ότι αναφερόμαστε σε μηνιαίο χρονικό βήμα – άμεσα (εντός του ίδιου μήνα) διαθέσιμη στο κατάντη υδρογραφικό δίκτυο. Διαφορετικά, πραγματοποιείται διόδευση των παροχών κατά μήκος του δικτύου (από τους ανάντη κλάδους στους κατάντη), με εφαρμογή των μεθοδολογιών που περιγράφονται στο Κεφάλαιο 7.

4.4.2 Διόδευση επιφανειακής απορροής υπολεκανών

Στην ωριαία προσομοίωση, η θεώρηση της ακαριαίας μεταφοράς της επιφανειακής απορροής κάθε υπολεκάνης στον κατάντη κόμβο δεν είναι ρεαλιστική. Στην πραγματικότητα, τόσο η άμεση απορροή, q_{Dt} , όσο και η απορροή λόγω κορεσμού, q_{St} , κινούνται πάνω στην εδαφική επιφάνεια, και μέσω των μισγαγγειών και μη διαμορφωμένων πλαγιών φτάνουν στην έξοδο της υπολεκάνης εξομαλυμένες και με χρονική υστέρηση. Αντίστοιχη είναι η διεργασία της υποδερμικής ροής, q_{Ht} , η οποία διοδεύεται μέσω του υπεδάφους, με ρυθμό που εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή στείρευσης λ (εξ. 4.25).

Προκειμένου να απεικονιστεί πιο ρεαλιστικά η διαδικασία διόδευσης της απορροής που παράγεται στο έδαφος, δηλαδή του αθροίσματος $q_{Dt} + q_{St}$, μέχρι την έξοδο της υπολεκάνης

(στο εξής εδαφική απορροή, i_t), εφαρμόζεται ένας μετασχηματισμός που βασίζεται στην εφαρμογή ενός μοντέλου γραμμικού ταμιευτήρα με χρονική μετατόπιση, η λειτουργία του οποίου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.3. Ο ταμιευτήρας, που έχει άπειρη χωρητικότητα, δέχεται ως εισροή την επιφανειακή απορροή της λεκάνης, i_t , ενώ η εκροή εκφράζει τον χωροχρονικό μετασχηματισμό της σε απορροή, q_t , στον κόμβο εξόδου (υδρογράφημα). Στο σχήμα αυτό, η αποθήκευση s_t εκφράζει την ανάσχεση της απορροής.



Σχήμα 4.3: Σχηματική παράσταση μοντέλου γραμμικού ταμιευτήρα για τη διόδευση της εδαφικής απορροής των υπολεκανών.

Το μοντέλο περιλαμβάνει δύο παραμέτρους, οι τιμές των οποίων διαφοροποιούνται ανά υπολεκάνη:

- τον συντελεστή στείρευσης της εδαφικής απορροής θ , που ορίζεται από τον χρήστη ή εκτιμάται μέσω βαθμονόμησης·
- τη χρονική υστέρηση, που θεωρείται ότι ταυτίζεται με τον χρόνο συγκέντρωσης, t_c .

Σε κάθε υπολεκάνη, ο χρόνος συγκέντρωσης εκτιμάται από την εμπειρική σχέση Giandotti:

$$t_c = \frac{4\sqrt{A} + 1.5L}{0.8\sqrt{\Delta z}} \quad (4.35)$$

όπου t_c ο χρόνος συγκέντρωσης (h), A η επιφάνεια της υπολεκάνης (km^2), L το μήκος της κύριας μισγάγκειας (km), η οποία ορίζεται από το πιο απομακρυσμένο σημείο της μέχρι τη διατομή εξόδου, και Δz η υψομετρική διαφορά του μέσου υψόμετρου της υπολεκάνης από το υψόμετρο της εξόδου της (m).

Η επίλυση του μοντέλου βασίζεται σε ένα ρητό (βήμα-προς-βήμα) αριθμητικό σχήμα. Έστω ότι στο χρονικό βήμα t είναι γνωστά η εισροή (εδαφική απορροή) i_t και η αποθήκευση s_{t-1} . Αρχικά, το απόθεμα του ταμιευτήρα αυξάνει σε:

$$s_t = s_{t-1} + i_t \Delta t \quad (4.36)$$

Η εκροή (δηλαδή η απορροή εξόδου) θεωρείται ότι παράγεται με υστέρηση t_c , και εκτιμάται από τη σχέση:

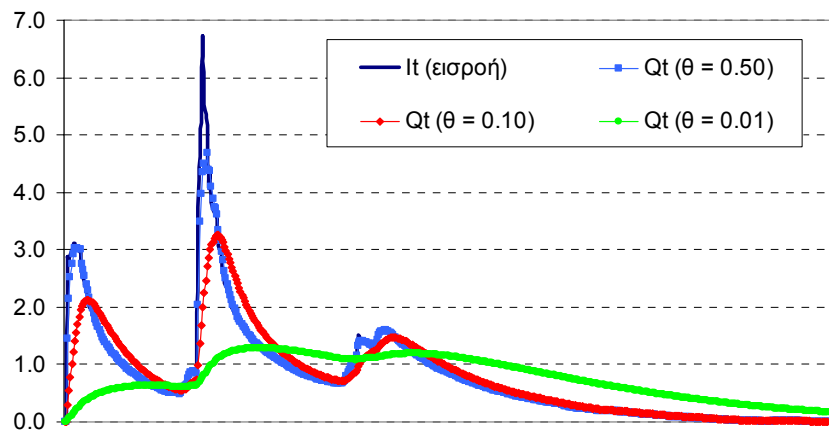
$$q_{t+tc} = \theta s_t \quad (4.37)$$

Στην παραπάνω τιμή προστίθεται η υποδερμική ροή που παράγεται στην υπολεκάνη, καθώς και η βασική ροή, συνθέτονται έτσι το πλήρες υδρογράφημα στον κόμβο εξόδου της. Αυτό εισέρχεται στο υδρογραφικό δίκτυο της λεκάνης, κατά μήκος του οποίου υφίσταται επιπλέον μετασχηματισμούς, μέσω των διεργασιών διόδευσης που πραγματοποιούνται στα επιμέρους τμήματα του δικτύου (βλ. Κεφάλαιο 7).

Σημειώνεται ότι για την εφαρμογή του αριθμητικού σχήματος ο χρόνος συγκέντρωσης πρέπει να στρογγυλευτεί στην εγγύτερη ακέραια τιμή. Επιπλέον, η αποθήκευση για τα πρώτα αυτά χρονικά βήματα θεωρείται μηδενική. Τελικά, η παραγόμενη εκροή αφαιρείται από το απόθεμα του ταμιευτήρα, το οποίο επικαιροποιείται σε:

$$s_t \rightarrow s_t - q_{t+tc} \Delta t \quad (4.38)$$

Η παράμετρος στείρευσης θ λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Για $\theta = 1$, πραγματοποιείται απλή χρονική μετατόπιση της επιφανειακής απορροής για χρονικό διάστημα ίσο με τον χρόνο συγκέντρωσης της υπολεκάνης (σε ακέραιες ώρες). Όσο η τιμή του θ πλησιάζει στο θεωρητικό κάτω όριο το σχήμα του υδρογραφήματος εξόδου εξομαλύνεται. Χαρακτηριστικά παραδείγματα δίνονται στο Σχήμα 4.4.



Σχήμα 4.4: Παραδείγματα υδρογραφημάτων εξόδου που παράγονται (χωρίς χρονική μετατόπιση) για δεδομένη χρονοσειρά εισροών από γραμμικό ταμιευτήρα για διαφορετικές τιμές του συντελεστή στείρευσης θ .

4.5 Εκτίμηση συνθηκών αρχικής υγρασίας

Η εφαρμογή του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας προϋποθέτει τον καθορισμό της αρχικής υγρασίας σε κάθε συνδυασμό υπολεκάνης – ΜΥΑ. Μάλιστα, στην περίπτωση ημερήσιου ή ωριαίου βήματος, αρχικές συνθήκες πρέπει να καθοριστούν στις δύο δεξαμενές, που αναπαριστούν τις διεργασίες στην ανώτερη και κατώτερη ακόρεστη ζώνη του εδάφους.

Στις τυπικές ελληνικές (γενικά Μεσογειακές) συνθήκες, εφόσον η προσομοίωση ξεκινά στην αρχή του υδρολογικού έτους, η εδαφική υγρασία που έχει παραμείνει στο έδαφος είναι πρακτικά μηδενική, καθώς έχει στο σύνολό της καταναλωθεί για εξατμοδιαπνοή στη διάρκεια του καλοκαιριού (εκτός και αν έχουν μεσολαβήσει έντονες βροχοπτώσεις τις προηγούμενες ημέρες). Συνεπώς, για όλες τις δεξαμενές που αναπαριστούν την αναρρύθμιση της εδαφικής υγρασίας, το αρχικό ύψος νερού μπορεί να υποτεθεί μηδενικό. Στη συνέχεια, και μετά τη βαθμονόμηση του μοντέλου, η τιμή της αρχικής υγρασίας μπορεί να τεθεί ίση με την τελική (ή την μέση εκτίμηση των αντίστοιχων χρονικών περιόδων), εξασφαλίζοντας με τον τρόπο αυτό μόνιμες (steady state) συνθήκες προσομοίωσης. Βεβαίως, αν είναι γνωστό ότι η χρονική περίοδος που προηγήθηκε της προσομοίωσης είναι ιδιαίτερα υγρή, ο κανόνας αυτός δεν ισχύει και ο χρήστης οφείλει να αναζητήσει κατάλληλες τιμές των αρχικών συνθηκών του μοντέλου.

Αν η προσομοίωση ξεκινά σε ενδιάμεση εποχή του υδρολογικού έτους, τότε προτείνεται στο χρήστη να εκτελέσει την προσομοίωση με μηδενικές τιμές, και να λάβει ως εκτίμηση της αρχικής υγρασίας του μέσο ύψος νερού της εν λόγω περιόδου (στο οποίο δεν θα λάβει υπόψη το πρώτο υδρολογικό έτος). Σε κάθε περίπτωση, η αρχική αυτή συνθήκη έχει ελάχιστο σημασία, εκτός και αν έχει παρατηρηθεί ένα έντονο φαινόμενο στα πρώτα βήματα της προσομοίωσης, το οποίο πρέπει να αναπαραχθεί από το μοντέλο.

5 Προσομοίωση υπόγειων υδρολογικών διεργασιών

5.1 Φορτίσεις μοντέλου υπόγειας υδρολογίας

Για την προσομοίωση των υπόγειων υδρολογικών διεργασιών, η διακριτοποίηση του πεδίου ροής βασίζεται στη διαμόρφωση ενός συστήματος πολυγωνικών κυττάρων ευέλικτης γεωμετρίας, τα οποία αναπαριστούν, σε κάτοψη, δεξαμενές αποθήκευσης υπόγειου νερού. Οι δεξαμενές δέχονται τριών ειδών φορτίσεις, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.1:

- την κατανεμημένη κατείδυση της εδαφικής υγρασίας·
- την γραμμική διήθηση νερού κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου·
- την σημειακή άντληση νερού από τις γεωτρήσεις του υδροσυστήματος.

Οι δύο πρώτες συνιστώσες αντιπροσωπεύουν εισροή νερού στο υπόγειο σύστημα, που οφείλεται σε φυσική τροφοδοσία του υδροφορέα από τη βροχόπτωση, ενώ η τρίτη συνιστώσα αντιπροσωπεύει την εκροή (απόληψη) νερού που οφείλεται στον ανθρώπινο παράγοντα.

Η κατανεμημένη κατείδυση από κάθε συνδυασμό υπολεκάνης – ΜΥΑ ολοκληρώνεται στην επιφάνεια των κυττάρων. Αν F_{ijk} είναι η κοινή επιφάνεια της υπολεκάνης i με την ΜΥΑ j και το κύτταρο k , g_{ij} είναι το ύψος κατείδυσης από τον συνδυασμό της υπολεκάνης i με τη ΜΥΑ j (έξοδος του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας), και F_k είναι η έκταση του κυττάρου k , τότε το ύψος κατείδυσης στο εν λόγω κύτταρο υπολογίζεται από την σχέση:

$$g_k = \frac{1}{F_k} \sum_{i=1}^{NB} \sum_{j=1}^{NH} g_{ij} F_{ijk} \quad (5.1)$$

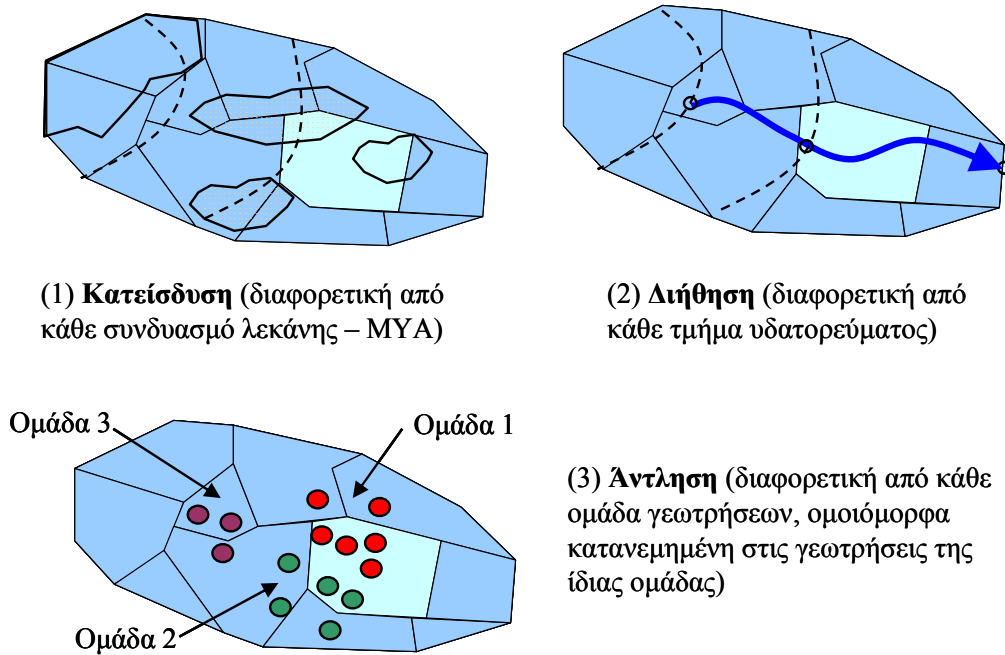
όπου NB και NH το πλήθος των υπολεκανών και ΜΥΑ, αντίστοιχα.

Οι απώλειες λόγω διήθησης στα υδατορεύματα επιμερίζονται στα υποκείμενα κύτταρα, αναλογικά με το μήκος ανάπτυξης κάθε κλάδου του υδρογραφικού δικτύου. Συγκεκριμένα, αν Δ_i ο όγκος απωλειών κατά μήκος του κλάδου i , L_{ik} το μήκος του κλάδου i που αναπτύσσεται πάνω το κύτταρο k , και L_i το συνολικό του μήκος, τότε το ύψος διήθησης που φορτίζει το κύτταρο k δίνεται από τη σχέση:

$$\delta_k = \frac{1}{F_k} \sum_{i=1}^{NR} \Delta_i L_{ik} / L_i \quad (5.2)$$

όπου NR το πλήθος των κλάδων (τμήματα υδατορευμάτων). Οι απώλειες λόγω διήθησης είναι μεταβλητές εξόδου του μοντέλου διαχείρισης, το οποίο υλοποιεί την κατανομή των ροών κατά μήκος του φυσικού (υδρογραφικού) και τεχνητού δικτύου (βλ. Κεφάλαιο 6).

Ομοίως, οι απολήψεις από τις γεωτρήσεις προκύπτουν από το διαχειριστικό μοντέλο, που εκτιμά τη βέλτιστη κατανομή των εκροών του υδροσυστήματος, ώστε να ικανοποιηθούν οι χρήσεις νερού και λειτουργικοί περιορισμοί. Συγκεκριμένα, το μοντέλο εκτιμά την απόληψη από κάθε ομάδα γεωτρήσεων, την οποία στη συνέχεια επιμερίζει στις επιμέρους γεωτρήσεις κάθε ομάδας. Για τον υπολογισμό του ύψους άντλησης ανά κύτταρο, w_k , αθροίζονται οι απολήψεις που πραγματοποιούνται από το σύνολο των γεωτρήσεων κάθε κυττάρου, οι οποίες ανάγονται στην επιφάνειά του, διαιρώντας με την αντίστοιχη έκταση, A_k .



Σχήμα 5.1: Συνιστώσες φόρτισης υδροφορέα και αντίστοιχα θεματικά επίπεδα.

5.2 Λειτουργία δεξαμενών

Στο διακριτό μοντέλο του υδροφορέα που διαμορφώνεται ισχύουν οι εξισώσεις συνέχειας σε κάθε δεξαμενή, καθώς και οι εξισώσεις ροής, που αναφέρονται στην ανταλλαγή νερού μεταξύ των γειτονικών δεξαμενών. Η στάθμη του νερού w_i στη δεξαμενή i αποτελεί τη μεταβλητή κατάσταση του συστήματος, και αντιπροσωπεύει το μέσο ύψος νερού της κορεσμένης ζώνης στην περιοχή του αντίστοιχου κυττάρου. Σε συνθήκες φρεάτιου υδροφορέα, η στάθμη κυμαίνεται μεταξύ μιας κατώτατης και μιας ανώτατης τιμής, οι οποίες καθορίζονται κατά την σχηματοποίηση του μοντέλου του υδροφορέα (βλ. 3.6.2). Εφόσον η στάθμη ξεπεράσει την οροφή της δεξαμενής, τότε ο υδροφορέας θεωρείται περιορισμένος. Συνεπώς, το υδραυλικό φορτίο h_i της δεξαμενής i υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h_i = \begin{cases} w_i^{\min} + w_i & \text{αν } w_i \leq w_i^{\max} \\ w_i^{\max} + (w_i - w_i^{\max}) \theta & \text{αν } w_i > w_i^{\max} \end{cases} \quad (5.3)$$

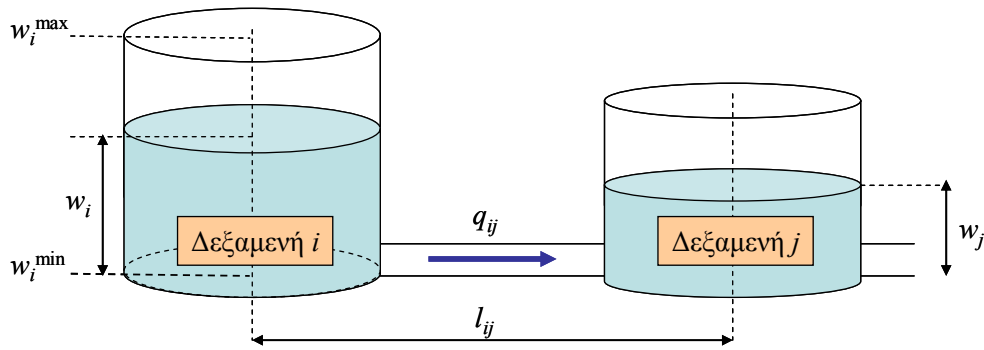
όπου $\theta \gg 1$ είναι ο λόγος της ειδικής απόδοσης προς την αποθηκευτικότητα υπό συνθήκες πίεσης (με τυπικό εύρος τιμών 10^3 - 10^6), w_i η επίκαιρη στάθμη, w_i^{\min} η βάση και w_i^{\max} η οροφή του υδροφορέα στην περιοχή του κυττάρου, αντίστοιχα. Ο άνω κλάδος στην σχέση (5.3) αντιστοιχεί σε φρεάτιες συνθήκες, ενώ ο κάτω κλάδος αντιστοιχεί σε συνθήκες περιορισμένου υδροφορέα.

Για δεδομένη στάθμη w_i , ο αποθηκευμένος όγκος νερού, V_i , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_i = w_i F_i \quad (5.4)$$

όπου F_i το εμβαδόν της βάσης της δεξαμενής i το οποίο ισούται με το εμβαδό του αντίστοιχου κυττάρου επί την ειδική απόδοση του υδροφορέα, ήτοι:

$$F_i = S_{yi} A_i \quad (5.5)$$



Σχήμα 5.2: Σχηματική παράσταση μοντέλου υπόγειων διεργασιών και χαρακτηριστικά μεγέθη.

Η μεταβλητότητα της στάθμης της δεξαμενής εξαρτάται από την τιμή της ειδικής απόδοσης, S_{yi} , που αποτελεί αδιάστατη παράμετρο του μοντέλου. Αν αυτή είναι μικρή, τότε η βάση της δεξαμενής είναι μικρή και συνεπώς απαιτείται μεγάλη αύξηση στάθμης για την αποθήκευση δεδομένου όγκου νερού, ενώ, αντίστροφα, αν η τιμή της ειδικής απόδοσης είναι μεγάλη, τότε η βάση της δεξαμενής είναι μεγάλη και απαιτείται μικρή αύξηση στάθμης για αποθήκευση του ίδιου όγκου. Άλλη χαρακτηριστική ιδιότητα της δεξαμενής, που επίσης αποτελεί παράμετρο του μοντέλου, είναι η υδραυλική αγωγιμότητα, K_i , με μονάδες ταχύτητας.

Στο Σχήμα 5.2 απεικονίζονται δύο γειτονικές δεξαμενές, με επίκαιρα υδραυλικά φορτία h_i και h_j , τα οποία υπολογίζονται από την εξίσωση (5.3). Αν $h_i > h_j$, η ροή πραγματοποιείται από τη δεξαμενή i προς τη δεξαμενή j , μέσω ενός εννοιολογικού αγωγού που υλοποιεί την κίνηση του νερού από την περιοχή του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο i στην περιοχή του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο j . Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του αγωγού είναι το μήκος, l_{ij} , το εμβαδόν της κορεσμένης διατομής, α_{ij} , και η υδραυλική αγωγιμότητα, k_{ij} . Τα εν λόγω μεγέθη υπολογίζονται ως εξής:

Το μήκος, l_{ij} , του αγωγού είναι σταθερό και ισούται με την απόσταση των κέντρων βάρους των δεξαμενών i και j , δηλαδή:

$$l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (5.6)$$

Εφόσον ο υδροφορέας είναι φρεάτιος, το εμβαδό της κορεσμένης διατομής, A_{ij} , εξαρτάται από τα υψόμετρα βάσης και την επίκαιρη στάθμη των δύο δεξαμενών, δηλαδή:

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} w_i \beta_{ij} & \text{αν } w_i \geq w_j^{\min} + w_j \\ (w_i^{\min} + w_i - w_j) \beta_{ij} & \text{αν } w_i < w_j^{\min} + w_j \end{cases} \quad (5.7)$$

όπου β_{ij} το μήκος της κοινής ακμής των δύο δεξαμενών, το οποίο αποτελεί χαρακτηριστικό γεωμετρικό μέγεθος που υπολογίζεται από το ΣΓΠ. Επισημαίνεται ότι εφόσον θεωρείται συνθήκη αδιαπέρατου ορίου, η ακμή αυτή λαμβάνεται μηδενική, οπότε δεν πραγματοποιείται ροή. Ο άνω κλάδος της εξίσωσης χρησιμοποιείται όταν ο πυθμένας της ανάντη δεξαμενής υπερβαίνει την κατάντη στάθμη, οπότε δεν μπορεί να υπολογιστεί μια κοινή διατομή. Κατά κανόνα, η συνθήκη αυτή αναφέρεται στην προσομοίωση της ροής μεταξύ δεξαμενών που έχουν μεγάλη υψομετρική διαφορά. Η τυπικότερη περίπτωση είναι η μεταφορά νερού από τις ορεινές προς τις πεδινές δεξαμενές, στην οποία το εμβαδόν της κορεσμένης διατομής θεωρείται ότι εξαρτάται μόνο από την ανάντη στάθμη. Επισημαίνεται ότι η λειτουργία των ορεινών δεξαμενών είναι εννοιολογική, και αποσκοπεί στην αναρρύθμιση των κατεισχύσεων που πραγματοποιούνται στους ορεινούς όγκους της λεκάνης.

Πίνακας 5.1: Αριθμητικοί συνδυασμοί για τον υπολογισμό της υδραυλικής αγωγιμότητας k_{ij} του στοιχείου μεταφοράς που συνδέει δεξαμενές με αγωγιμότητες K_i και K_j .

Τύπος	Αριθμητική έκφραση
Αριθμητικός μέσος	$k_{ij} = (K_i + K_j) / 2$
Αρμονικός μέσος	$k_{ij} = 2 K_i K_j / (K_i + K_j)$
Γεωμετρικός μέσος	$k_{ij} = (K_i K_j)^{1/2}$

Αν ο υδροφορέας είναι περιορισμένος, τότε το εμβαδό της διατομής δεν εξαρτάται από τη στάθμη αλλά από τη σχετική θέση των υψομέτρων πυθμένα και οροφής των δύο δεξαμενών. Για παράδειγμα, αν $w_i^{\min} > w_j^{\min}$, $w_i^{\max} > w_j^{\max}$ και $w_i^{\min} < w_j^{\max}$, τότε το εμβαδό ισούται με $(w_j^{\max} - w_i^{\min}) \beta_{ij}$.

Τέλος, η υδραυλική αγωγιμότητα k_{ij} του αγωγού, που εκφράζει τη μέση ταχύτητα ροής στον αγωγό και είναι σταθερή, προκύπτει με συνδυασμό των αγωγιμοτήτων των δεξαμενών, K_i και K_j . Για τον υπολογισμό της μπορούν να χρησιμοποιηθούν τρεις αριθμητικοί συνδυασμοί (αριθμητικός μέσος, αρμονικός μέσος, γεωμετρικός μέσος), όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.1.

Με γνωστά όλα τα μεγέθη των δεξαμενών και του αγωγού, η επίκαιρη παροχή q_{ij} μεταξύ των δύο δεξαμενών υπολογίζεται από την εξίσωση Darcy, δηλαδή:

$$q_{ij} = k_{ij} \alpha_{ij} \frac{h_i - h_j}{l_{ij}} \quad (5.8)$$

Εφόσον υπάρχει σύστημα δεξαμενών, διαμορφώνεται ένα δίκτυο αγωγών, ο υπολογισμός της ροής στο οποίο μπορεί να γίνει, εναλλακτικά, με ένα ρητό ή ένα πεπλεγμένο σχήμα επίλυσης. Τα δύο αυτά αριθμητικά σχήματα περιγράφονται στα εδάφια 5.3.2 και 5.3.3, αντίστοιχα.

5.3 Σχήμα επίλυσης

5.3.1 Χρονικό βήμα υπολογισμών

Η επίλυση του μοντέλου υπόγειων νερών γίνεται με χρονικό βήμα Δt , το οποίο είναι μικρότερο από την χρονική διακριτότητα της προσομοίωσης, $\Delta \tau$, που αντιστοιχεί στην περίοδο φόρτισης. Το βήμα επιλέγεται με κριτήριο την επίτευξη αριθμητικής ευστάθειας. Αυτό γίνεται εμπειρικά, ελέγχοντας αν η περαιτέρω μείωση του χρονικού βήματος οδηγεί σε σημαντικά διαφορετικά αποτελέσματα. Είναι προφανές ότι η θεώρηση πολύ μικρού Δt συνεπάγεται αντίστοιχα αυξημένο υπολογιστικό φόρτο, δεδομένου ότι η επίλυση του δικτύου ροής γίνεται $N_\delta = \Delta \tau / \Delta t$ φορές για κάθε περίοδο φόρτισης. Για την εξασφάλιση αριθμητικής ευστάθειας, οι φορτίσεις των δεξαμενών, που υπολογίζονται με βάση όσα αναφέρονται στο υποκεφάλαιο 5.1, θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες στο χρονικό βήμα Δt . Συνεπώς, τα ύψη κατείδυσης, διήθησης και άντλησης διαιρούνται με την ποσότητα N_δ .

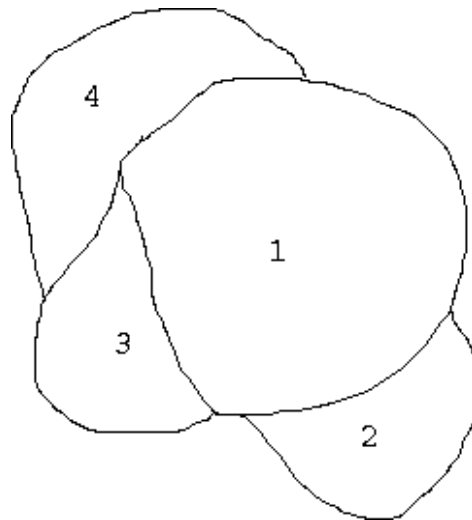
5.3.2 Ρητό σχήμα επίλυσης

Στο ρητό σχήμα υπολογίζονται οι μεταβολές στάθμης εντός όλων των δεξαμενών στο χρονικό βήμα Δt λόγω της ανταλλαγής νερού μεταξύ τους και με την παραδοχή ότι το υδραυλικό ύψος παραμένει πρακτικά σταθερό. Για να διευκολυνθεί η περιγραφή θα εξεταστεί ως παράδειγμα η ανταλλαγή νερού μεταξύ των δεξαμενών i και j που φαίνονται στο Σχήμα 5.2, και στη συνέχεια θα γενικευτεί η περιγραφή σε περισσότερες δεξαμενές. Οι δεξαμενές i και j έχουν επιφάνειες βάσης F_i και F_j , η στάθμη του νερού σε αυτές είναι w_i και w_j , και τα

υδραυλικά ύψη h_i και h_j , αντίστοιχα. Το μήκος του αγωγού που τις συνδέει είναι l_{ij} , η διατομή του A_{ij} και η αντίστοιχη υδραυλική αγωγιμότητα K_{ij} . Η παροχή Q_{ij} από την δεξαμενή i στην δεξαμενή j ισούται με $Q_{ij} = T_{ij} (h_i - h_j)$ όπου $T_{ij} = K_{ij} A_{ij} / l_{ij}$. Η μεταβολή της στάθμης μετά από χρόνο Δt στις δυο δεξαμενές που προκαλείται από την κίνηση νερού από την μια στην άλλη θα είναι $\Delta w_i = -Q_{ij} \Delta t / F_i$ και $\Delta w_j = Q_{ij} \Delta t / F_j$ αντίστοιχα.

Στη γενική περίπτωση, οι προηγούμενες πράξεις επαναλαμβάνονται μεταξύ όλων των δεξαμενών που επικοινωνούν μεταξύ τους. Στο Σχήμα 5.3 φαίνεται η διακριτοποίηση ενός υποθετικού ελεύθερου υδροφορέα με τέσσερα κύτταρα. Το υδραυλικό ανάλογο αποτελείται από τέσσερις δεξαμενές, στο οποίο η δεξαμενή 1 επικοινωνεί με τις 2, 3 και 4, η δεξαμενή 2 μόνο με την 1, η δεξαμενή 3 επικοινωνεί με τις 1 και 4 και η δεξαμενή 4 με τις 3 και 1. Στον Πίνακα 5.2 φαίνονται όλες οι πράξεις που πρέπει να γίνουν για να υπολογιστεί η κίνηση του νερού που πραγματοποιείται στο υδραυλικό ανάλογο μεταξύ του χρόνου $t - \Delta t$ και t . Με Δw_{ij} συμβολίζεται η αλλαγή στάθμης που προκαλείται στην δεξαμενή i λόγω ανταλλαγής νερού με την δεξαμενή j και με g_i η επιφανειακή φόρτιση που δέχεται η δεξαμενή i (με μονάδες ύψους). Στις χρονικά μεταβαλλόμενες ποσότητες, δηλαδή τις στάθμες των δεξαμενών w_i , τα υδραυλικά ύψη h_i και τις φορτίσεις g_i που δεν αναγράφεται η χρονική θέση, θεωρείται ότι είναι η t . Αφού ολοκληρωθεί ο υπολογισμός της τιμής της στάθμης σε όλες της δεξαμενές για την χρονική θέση t , υπολογίζονται τα αντίστοιχα υδραυλικά ύψη από την εξίσωση (5.3) και ξεκινάει από την αρχή ο κύκλος υπολογισμού των μεταβολών στάθμης.

Στον Πίνακα 5.2 είναι εμφανές ότι, ενώ για την δεξαμενή 1 πρέπει να υπολογιστούν οι ανταλλαγές νερού και με τις τρεις γειτονικές της, για την δεξαμενή 4 οι ανταλλαγές νερού με τις δεξαμενές 1 και 3 έχουν ήδη υπολογιστεί στα προηγούμενα βήματα. Το συγκεκριμένο μοντέλο έχει τέσσερις κοινές ακμές κυττάρων και τέσσερα κύτταρα. Συνεπώς, στο ρητό σχήμα υπολογίζονται τέσσερα υδατικά ισοζύγια και τέσσερις ανταλλαγές νερού. Γενικά, σε ένα μοντέλο με m δεξαμενές και n επικοινωνίες δεξαμενών, υπολογίζονται m ισοζύγια και n ανταλλαγές νερού σε κάθε χρονικό βήμα.



Σχήμα 5.3: Παράδειγμα μη ορθογωνικής διακριτοποίησης ελεύθερου υδροφορέα με τέσσερα κύτταρα. Η γεωμετρία των κυττάρων δεν ικανοποιεί τα κριτήρια καλής χάραξης, αλλά έχει ως στόχο την εύκολη κατανόηση των αλγορίθμων επίλυσης.

Πίνακας 5.2: Πορεία υπολογισμών (σε κάθε χρονικό βήμα) στο υδραυλικό ανάλογο του Σχήματος 5.3.

i	j	Υπολογισμός Δw_{ij} και w_i
1	2	$\Delta w_{12} = T_{12} (h_2^{t-1} - h_1^{t-1}) \Delta t / F_1$ και $\Delta w_{21} = T_{21} (h_1^{t-1} - h_2^{t-1}) \Delta t / F_2$
	3	$\Delta w_{13} = T_{13} (h_3^{t-1} - h_1^{t-1}) \Delta t / F_1$ και $\Delta w_{31} = T_{31} (h_1^{t-1} - h_3^{t-1}) \Delta t / F_3$
	4	$\Delta w_{14} = T_{14} (h_4^{t-1} - h_1^{t-1}) \Delta t / F_1$ και $\Delta w_{41} = T_{41} (h_1^{t-1} - h_4^{t-1}) \Delta t / F_4$
		$w_1 = w_1^{t-1} + \Delta w_{12} + \Delta w_{13} + \Delta w_{14} + g_1 \Delta t$
2		$w_2 = w_2^{t-1} + \Delta w_{21} + g_2 \Delta t$
3	4	$\Delta w_{34} = T_{34} (h_4^{t-1} - h_3^{t-1}) \Delta t / F_3$ και $\Delta w_{43} = T_{43} (h_3^{t-1} - h_4^{t-1}) \Delta t / F_4$
		$w_3 = w_3^{t-1} + \Delta w_{31} + \Delta w_{34} + g_3 \Delta t$
4		$w_4 = w_4^{t-1} + \Delta w_{41} + \Delta w_{43} + g_4 \Delta t$

5.3.3 Πεπλεγμένο σχήμα επίλυσης

Στο πεπλεγμένο σχήμα υπολογίζονται ταυτόχρονα όλα τα υδραυλικά ύψη του επόμενου χρονικού βήματος. Η περιγραφή του αλγορίθμου βασίζεται και πάλι στο υδραυλικό ανάλογο του Σχήματος 5.3, και στη συνέχεια διατυπώνεται στη γενική, μητρωική του μορφή. Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας για τα τέσσερα κύτταρα του Σχήματος 5.3 προκύπτει:

$$Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + g_1^{t-1} F_1 = (w_1 - w_1^{t-1}) \frac{F_1}{\Delta t} \quad (5.9)$$

$$Q_{21} + g_2^{t-1} F_2 = (w_2 - w_2^{t-1}) \frac{F_2}{\Delta t} \quad (5.10)$$

$$Q_{31} + Q_{34} + g_3^{t-1} F_3 = (w_3 - w_3^{t-1}) \frac{F_3}{\Delta t} \quad (5.11)$$

$$Q_{41} + Q_{43} + g_4^{t-1} F_4 = (w_4 - w_4^{t-1}) \frac{F_4}{\Delta t} \quad (5.12)$$

Επειδή ο υδροφορέας είναι ελεύθερος, από την (5.3) προκύπτει ότι $w_i - w_i^{t-1} = h_i - h_i^{t-1}$, ενώ στην περίπτωση που ήταν υπό πίεση θα προέκυπτε $w_i - w_i^{t-1} = (h_i - h_i^{t-1}) \theta$. Εισάγοντας στις παραπάνω εξισώσεις την εξίσωση Darcy για τον υπολογισμό των παροχών και ομαδοποιώντας τους συντελεστές των αγνώστων, προκύπτει ένα σύστημα τεσσάρων γραμμικών εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους:

$$- (T_{12} + T_{13} + T_{14} + \frac{F_1}{\Delta t}) h_1 + T_{12} h_2 + T_{13} h_3 + T_{14} h_4 = (-\frac{h_1^{t-1}}{\Delta t} - g_1^{t-1}) F_1 \quad (5.13)$$

$$T_{12} h_1 - (T_{12} + \frac{F_2}{\Delta t}) h_2 = (-\frac{h_2^{t-1}}{\Delta t} - g_2^{t-1}) F_2 \quad (5.14)$$

$$T_{13} h_1 - (T_{13} + T_{34} + \frac{F_3}{\Delta t}) h_3 + T_{34} h_4 = (-\frac{h_3^{t-1}}{\Delta t} - g_3^{t-1}) F_3 \quad (5.15)$$

$$T_{14} h_1 + T_{34} h_3 - (T_{14} + T_{34} + \frac{F_4}{\Delta t}) h_4 = (-\frac{h_4^{t-1}}{\Delta t} - g_4^{t-1}) F_4 \quad (5.16)$$

Στην γενική περίπτωση n κυττάρων, όπου ο υδροφορέας μπορεί να μεταβεί από περιορισμένες συνθήκες ($h_i > w_i^{\max}$) σε ελεύθερες συνθήκες ($h_i < w_i^{\max}$) και αντιστρόφως, το σύστημα εξισώσεων που προκύπτει από την εφαρμογή του υδατικού ισοζυγίου σε όλα τα κύτταρα έχει την μορφή $\mathbf{A} \mathbf{h} = \mathbf{c}$, όπου \mathbf{h} είναι ο πίνακας με τα άγνωστα υδραυλικά ύψη h_i , \mathbf{A}

ο πίνακας των συντελεστών των αγνώστων, και \mathbf{c} ο πίνακας με τους σταθερούς όρους. Τα στοιχεία των μητρώων υπολογίζονται ως:

$$c_i = -h_i^{t-1} \text{FDTL}_i - g_i^{t-1} F_i \quad (5.17)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} T_{ij} & \text{για } i \neq j \\ -\sum_{j=1}^{i-1} T_{ij} - \sum_{j=i+1}^n T_{ij} - \text{FDTL}_i & \text{για } i = j \end{cases} \quad (5.18)$$

όπου:

$$\text{FDTL}_i = \begin{cases} \frac{F_i}{\theta \Delta t} & \text{αν } h_i^{t-1} > w_i^{\max} \\ \frac{F_i}{\Delta t} & \text{αν } h_i^{t-1} \leq w_i^{\max} \end{cases} \quad (5.19)$$

Η επίλυση του παραπάνω συστήματος μπορεί να γίνει με κάποιον γραμμικό επιλυτή, που υλοποιεί μια αριθμητική τεχνική αντιστροφής μητρώων. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται είτε η κλασική μέθοδος Gauss είτε η μέθοδος Gauss σε συνδυασμό με το κριτήριο Markowitz (υπερτερεί σημαντικά ως προς την ταχύτητα σε αραιά μητρώα) έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η δημιουργία μη μηδενικών στοιχείων στον επαυξημένο πίνακα (Martin, 2004). Επισημαίνεται ότι αν ο κánaβος της διακριτοποίησης δεν είναι ορθογωνικός, δεν προκύπτει τρισδιαγώνιος πίνακας \mathbf{A} .

5.4 Εκτίμηση αρχικής στάθμης υπόγειων δεξαμενών

Στο μοντέλο υπόγειας υδρολογίας, ο καθορισμός της στάθμης των υπόγειων δεξαμενών στην αρχή της περιόδου προσομοίωσης είναι κομβικής σημασίας, καθώς προϋποθέτει αρκετή εμπειρία και τη διεξαγωγή αρκετών δοκιμών. Εφόσον η διακριτοποίηση του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας του προσδίδει εννοιολογικό χαρακτήρα, τότε οι αρχικές συνθήκες πρέπει να είναι συμβατές με τη σύλληψη του μοντέλου, δηλαδή να αποδίδουν σωστά την κατεύθυνση κίνησης του νερού, την εκφόρτιση στις πηγές (η στάθμη των οποίων θεωρείται ότι ταυτίζεται με το μέσο υψόμετρο ανάπτυξής τους) και τις τυχόν διαφυγές. Αν η διακριτοποίηση προσδίδει χαρακτήρα φυσικής βάσης, τότε οι αρχικές συνθήκες πρέπει να αποδίδουν τις μέσες υδρογεωλογικές συνθήκες του υδροφορέα, όπως αυτές αποτυπώνονται στη διαθέσιμη πιεζομετρική πληροφορία.

6 Μοντέλο κατανομής ροών υδροσυστήματος

6.1 Η κατανομή των ροών ως πρόβλημα βελτιστοποίησης

Στο μοντέλο υπόγειας υδρολογίας, η διακριτοποίηση του πεδίου ροής βασίζεται στη διαμόρφωση ενός συστήματος πολυγωνικών κυττάρων ευέλικτης γεωμετρίας, τα οποία αναπαριστούν, σε κάτοψη, δεξαμενές αποθήκευσης του υπόγειου νερού.

Σε κάθε χρονικό βήμα, θεωρούνται γνωστές οι πλευρικές εισροές στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, ως άθροισμα της επιφανειακής και υπόγειας (πηγαίας) απορροής των ανάντη υπολεκανών (σε έναν κόμβο μπορούν να συμβάλλουν μία ή περισσότερες υπολεκάνες). Δεδομένου ότι κατά μήκος των υδατορευμάτων πραγματοποιούνται απώλειες από φυσικά αίτια (διηθήσεις), απολήψεις αλλά και «εξωτερικές» εισροές λόγω π.χ. της λειτουργίας ενός έργου εκτροπής νερού από γειτονική λεκάνη, απαιτείται η διατύπωση και επίλυση των εξισώσεων υδατικού ισοζυγίου για τον υπολογισμό της κατανομής των παροχών στο υδρογραφικό δίκτυο. Επισημαίνεται ότι η προσέγγιση αυτή προϋποθέτει «συγχρονισμό» μεταξύ όλων των εισόδων και εξόδων νερού, ήτοι μηδενική ανάσχεση των παροχών κατά τη διαδρομή τους στο δίκτυο. Η υπόθεση αυτή ικανοποιείται εφόσον το μήκος του δικτύου είναι σχετικά μικρό και το χρονικό βήμα της προσομοίωσης είναι σχετικά μεγάλο (π.χ. μηνιαίο).

Όπως εξηγείται στο υποκεφάλαιο 3.7, στο υπολογιστικό σύστημα δίνεται η δυνατότητα περιγραφής, εκτός του φυσικού συστήματος, και των έργων αξιοποίησης των υδατικών πόρων της λεκάνης. Σε τέτοιου τύπου διαταραγμένα υδροσυστήματα, είναι προφανές ότι η πραγματοποίηση των απολήψεων από επιφανειακούς και υπόγειους υδατικούς πόρους επηρεάζει το υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης. Κατά κανόνα όμως, είναι δύσκολο να βρεθούν ιστορικά στοιχεία (μετρήσεις) όσον αφορά στις απολήψεις, ενώ αντίθετα είναι δυνατό να γίνουν εκτιμήσεις (έστω και προσεγγιστικές) σχετικά με τις σχετικές υδατικές ανάγκες. Επιπλέον, όταν μελετάται η μελλοντική κατάσταση της λεκάνης, κάτι που προϋποθέτει ότι το υδρολογικό μοντέλο έχει βαθμονομηθεί και λειτουργεί υπό μορφή πρόγνωσης, θεωρούνται δεδομένα τα χαρακτηριστικά του υδροσυστήματος και οι υδατικές ανάγκες και ζητείται η εκτίμηση των πραγματικών απολήψεων. Το πρόβλημα καθίσταται πιο σύνθετο, όταν, εκτός από τις καταναλωτικές χρήσεις, εισάγονται και διαχειριστικοί περιορισμοί, π.χ. επιθυμητά όρια παροχών.

Στον Πίνακα 6.1 συνοψίζονται οι τυπικές συνιστώσες του υδροσυστήματος – φυσικού και τεχνητού – τα χαρακτηριστικά τους μεγέθη, οι σχετικοί στόχοι και λειτουργικοί περιορισμοί και οι προς εκτίμηση μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου σε κάθε χρονικό βήμα. Ειδικότερα, τα γνωστά μεγέθη είναι η προσφορά και η ζήτηση νερού στους κόμβους. Η προσφορά νερού προέρχεται από:

- την απορροή των υπολεκανών, επιφανειακή και υπόγεια (εκροή πηγών).
- την αποθήκευση νερού στις υπόγειες δεξαμενές.
- τις εξωτερικές εισροές στο δίκτυο.

Πίνακας 6.1: Συνιστώσες υδροσυστήματος και χαρακτηριστικές ιδιότητες.

Συνιστώσα	Χαρακτηριστικά μεγέθη	Στόχοι ή περιορισμοί	Άγνωστη μεταβλητή
Κόμβος ποταμού ή λεκάνης	Εισροή (λόγω απορροής ή από εξωτερικές πηγές)	Ζήτηση νερού	Απόληψη
Αρδευτικός κόμβος	Εξωτερική εισροή (χρονοσειρά), ποσοστό νερού που επιστρέφει κατάντη	Αρδευτική ζήτηση	Απόληψη
Ομάδα γεωτρήσεων	Αντλητική ικανότητα, μοναδιαίο κόστος άντλησης	Ελάχιστη ή/και μέγιστη άντληση	Αντληση
Υδατόρευμα	Ποσοστό απωλειών λόγω διήθησης	Ελάχιστη ροή	Παροχή, απώλειες λόγω διήθησης
Υδραγωγείο	Παροχευτικότητα, μοναδιαίο κόστος μεταφοράς, ποσοστό απωλειών λόγω διαρροών	Ελάχιστη ή/και μέγιστη ροή	Παροχή, απώλειες λόγω διαρροών

Η ζήτηση νερού αναφέρεται σε στόχους κατανάλωσης νερού για ύδρευση και άρδευση, που ορίζονται σε επίπεδα προτεραιότητας. Εκτός των παραπάνω χρήσεων, στο υδροσύστημα μπορούν να οριστούν λειτουργικοί περιορισμοί ελάχιστης και μέγιστης άντλησης σε ομάδες γεωτρήσεων, περιορισμοί ελάχιστης και μέγιστης ροής σε υδραγωγεία και περιορισμοί ελάχιστης ροής σε κλάδους ποταμών, π.χ. για την τήρηση κάποιας περιβαλλοντικής απαίτησης. Συνεπώς, εκτός από τη φυσική μεταφορά του νερού κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου, επιβάλλεται και η τεχνητή μεταφορά των υδατικών πόρων, επιφανειακών (μέσω έργων εκτροπής) και υπόγειων (μέσω των ομάδων γεωτρήσεων), για την ικανοποίηση των στόχων και περιορισμών που θέτει ο χρήστης.

Τα άγνωστα μεγέθη του συστήματος είναι οι μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου, δηλαδή:

- οι απολήψεις από τους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, της λεκάνης και τους αρδευτικούς κόμβους για την ικανοποίηση των καταναλωτικών χρήσεων νερού·
- οι αντλήσεις νερού από τις ομάδες γεωτρήσεων·
- οι παροχές στους κλάδους του υδρογραφικού δικτύου (υδατορεύματα) και τα υδραγωγεία·
- οι απώλειες νερού στα υδατορεύματα και στα υδραγωγεία λόγω των διηθήσεων και διαρροών, αντίστοιχα.

Γενικά, το πρόβλημα περιλαμβάνει πολλούς βαθμούς ελευθερίας, ήτοι δεν υπάρχει μονοσήμαντος τρόπος κατανομής των ροών. Αυτό συμβαίνει αν ισχύει μία τουλάχιστον από τις ακόλουθες συνθήκες:

- ο τρόπος μεταφοράς των απολήψεων από τις πηγές στην κατανάλωση δεν είναι μονοσήμαντος, αλλά διατίθενται εναλλακτικές διαδρομές νερού και, μάλιστα, με διαφορετικό κόστος·
- πολλαπλοί και αντικρουόμενοι στόχοι πρέπει να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα·
- η συνολική ζήτηση νερού είναι μεγαλύτερη από την συνολική προσφορά του συστήματος.

Συνεπώς, εφόσον προκύπτουν αντικρουόμενες ανάγκες σε συνθήκες περιορισμένης διαθεσιμότητας νερού, καθώς και εναλλακτικοί τρόποι ικανοποίησης των αναγκών, με διαφοροποίηση μάλιστα του σχετικού κόστους, τότε το πρόβλημα γενικεύεται καθώς αφορά στον εντοπισμό της προσφορότερης πολιτικής διαχείρισης των διαθέσιμων υδατικών πόρων της περιοχής μελέτης – αφορά δηλαδή σε ένα πρόβλημα *βελτιστοποίησης*. Ζητούμενο του προβλήματος είναι η εύρεση μιας βέλτιστης κατανομής των μεταβλητών του ισοζυγίου σε κάθε χρονικό βήμα, έτσι ώστε να τηρούνται με αυστηρή ιεραρχία οι ακόλουθες απαιτήσεις:

- να ικανοποιείται το σύνολο των φυσικών περιορισμών του συστήματος, δηλαδή οι εξισώσεις συνέχειας σε όλους τους κόμβους και οι περιορισμοί παροχετευτικότητας των υδραγωγείων και αντλητικής ικανότητας των ομάδων γεωτρήσεων·
- να ικανοποιούνται, εφόσον είναι εφικτό, οι στόχοι και λειτουργικοί περιορισμοί του συστήματος, με την επιθυμητή σειρά προτεραιότητας·
- να ελαχιστοποιείται το κόστος άντλησης και μεταφοράς του νερού.

Αποδεικνύεται ότι τα παραπάνω ανάγονται σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, μετασχηματίζοντας τις συνιστώσες του υδροσυστήματος σε συνιστώσες ενός μοντέλου διγράφου, στο οποίο ζητείται η ελαχιστοποίηση του κόστους κατανομής των ροών κατά μήκος ενός εννοιολογικού δικτύου (Koutsoyiannis *et al.*, 2002· Efstratiadis *et al.*, 2004). Στη συνέχεια περιγράφεται το μοντέλο βελτιστοποίησης που, για δεδομένες εισροές στους κόμβους, δεδομένες (και ιεραρχημένες) χρήσεις νερού και περιορισμούς στη λειτουργία του υδροσυστήματος, και δεδομένα χαρακτηριστικά των υδραυλικών έργων, υπολογίζει τις άγνωστες μεταβλητές, με τρόπο ώστε να ικανοποιούνται οι τρεις απαιτήσεις που περιγράφονται παραπάνω. Το υπόβαθρο του μοντέλου κατανομής βασίζεται στο συναφές μαθηματικό πλαίσιο του συστήματος υποστήριξης αποφάσεων ΥΔΡΟΝΟΜΕΑΣ, στο οποίο, εκτός των λοιπών συνιστωσών, λαμβάνεται υπόψη και η λειτουργία ταμιευτήρων (Καραβοκυρός *κ.ά.*, 2004· Ευστρατιάδης *κ.ά.*, 2007). Το πρόβλημα γραμμικής βελτιστοποίησης επιλύεται ρητά σε κάθε χρονικό βήμα, ενώ τα αποτελέσματα του εκάστοτε βήματος χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισόδου για το επόμενο. Το πλεονέκτημα μιας τέτοιας διατύπωσης είναι η ύπαρξη αναλυτικών αλγορίθμων επίλυσης, που εγγυώνται πλήρη ακρίβεια, με σχετικά μικρό υπολογιστικό φόρτο.

6.2 Θεμελιώδεις έννοιες θεωρίας γράφων - Το πρόβλημα μεταφόρτωσης

Υπό ορισμένες προϋποθέσεις (μηδενικές απώλειες λόγω διηθήσεων και διαρροών, μη επιστροφή του καταναλισκόμενου νερού στο σύστημα), η βελτιστοποίηση της κατανομής των ροών του δικτύου διατυπώνεται σε μια ειδική μορφή, γνωστή ως *πρόβλημα μεταφόρτωσης* (transshipment problem), η οποία προέρχεται από την θεωρία γράφων (Deo, 1974· Smith, 1982). Ο *γράφος* (graph) είναι μια μαθηματική οντότητα, που ορίζεται ως ένα σύνολο που αποτελείται από διατεταγμένα ζεύγη σημείων. Κάθε γράφος μπορεί να παρασταθεί με τη μορφή $(\mathcal{N}, \mathcal{A})$, όπου \mathcal{N} ένα σύνολο σημείων που ονομάζονται *κόμβοι*, και \mathcal{A} ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών που ονομάζονται *τόξα* ή *ακμές*. *Διγράφος* (digraph) καλείται ο γράφος του οποίου τα τόξα έχουν προσανατολισμένη φορά, ενώ *δίκτυο* (network) είναι ένας γράφος, στα στοιχεία του οποίου (κόμβοι και τόξα) δίνονται κάποιες ιδιότητες.

Η τοπολογία ενός γράφου που αποτελείται από n κόμβους και m τόξα περιγράφεται μαθηματικά μέσω του $n \times m$ *μητρώου πρόσπτωσης* (incidence matrix), με τιμές $a_{ij} = 1$ αν η φορά είναι από τον κόμβο i προς το τόξο j , $a_{ij} = -1$ αν η φορά είναι ανάστροφη και $a_{ij} = 0$ αν δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ του κόμβου i και του τόξου k .

Το πρόβλημα μεταφόρτωσης έγκειται στην ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς μιας ποσότητας που εισάγεται σε κάποιους κόμβους που καλούνται πηγές (sources) προς τους κόμβους κατανάλωσης (sinks), μέσω ενός δικτύου αποτελούμενου από n κόμβους και m τόξα. Κόμβοι στους οποίους δεν υπάρχει ούτε προσφορά ούτε ζήτηση καλούνται ενδιάμεσοι (intermediate).

Στο πρόβλημα μεταφόρτωσης γίνονται οι ακόλουθες υποθέσεις:

- η συνολική προσφορά ισούται με την συνολική ζήτηση.
- σε κάθε κόμβο, η συνολική εισερχόμενη ποσότητα ισούται με την συνολική εξερχόμενη μείον την καταναλισκόμενη (εξίσωση συνέχειας).
- σε κάθε τόξο j , η μεταφερόμενη ποσότητα x_j είναι θετική και δεν μπορεί να ξεπεράσει την μεταφορική ικανότητα, u_j .
- δεν υπάρχουν απώλειες του μεταφερόμενου φορτίου κατά μήκος μιας διαδρομής.

Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται η πρώτη απαίτηση, θεωρείται ένας εικονικός κόμβος, που απορροφά το πλεόνασμα της προσφοράς. Με τον τρόπο αυτό, ισχύει πάντοτε η συνθήκη:

$$\sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (6.1)$$

όπου y_i η τιμή της ζήτησης ή προσφοράς στον κόμβο i , με θετικό ή αρνητικό πρόσημο, αντίστοιχα.

Η εξίσωση συνέχειας διατυπώνεται στη μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

όπου a_{ij} το στοιχείο (i, j) του μητρώου πρόσπτωσης, όπου i ο δείκτης του κόμβου και j ο δείκτης του διασυνδεδεμένου τόξου.

Τέλος, οι περιορισμοί παροχτετευτικότητας γράφονται στη μητρική μορφή:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_m \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Θεωρώντας σε κάθε τόξο j ένα μοναδιαίο κόστος μεταφοράς, c_j , η κατανομή της προσφοράς y_i στα m τόξα του δικτύου, δηλαδή ο υπολογισμός των μεταφερόμενων ποσοτήτων x_j , διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, με στοχική συνάρτηση:

$$f(x_1, \dots, x_m) = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (6.4)$$

Η μητρική διατύπωση του προβλήματος είναι:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ & \text{έτσι ώστε } \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{y} \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \tag{6.5}$$

όπου \mathbf{x} το διάνυσμα μεταβλητών ελέγχου, δηλαδή των μεταφερόμενων ποσοτήτων, \mathbf{c} το διάνυσμα τιμών μοναδιαίου κόστους, \mathbf{A} το μητρώο πρόσπτωσης, \mathbf{y} το διάνυσμα προσφοράς και ζήτησης, $\mathbf{0}$ το μηδενικό διάνυσμα, και \mathbf{u} το διάνυσμα χωρητικοτήτων.

Το παραπάνω σύστημα ορίζει ένα πρόβλημα δικτυακού προγραμματισμού (network optimization), το οποίο μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά είτε με τον τυπικό αλγόριθμο simplex είτε με μια εξειδικευμένη παραλλαγή αυτού, τη λεγόμενη δικτυακή simplex (Chvátal, 1983, σ. 291-319). Η δικτυακή simplex επιλύει μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού, στα οποία οι συντελεστές των περιορισμών ισότητας λαμβάνουν τιμές 1, -1 ή 0. Ο αλγόριθμος πλεονεκτεί σημαντικά ως προς την ταχύτητα επίλυσης, που μπορεί να είναι έως και δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη σε σχέση με την τυπική μέθοδο simplex.

6.3 Σχηματοποίηση μοντέλου διγράφου

Έστω υδροσύστημα που αποτελείται από τις συνιστώσες του Πίνακα 6.1. Ζητούμενο είναι η αναπαράσταση του συνόλου των μεταβλητών του υδατικού ισοζυγίου μέσω ενός ιδεατού διγράφου, με τρόπο ώστε όλες να αντιστοιχούν στις μεταβλητές ελέγχου ενός προβλήματος μεταφόρτωσης. Δεδομένου ότι ο διγράφος διατηρεί την τοπολογία του πραγματικού δικτύου, επιδιώκεται μια διατύπωση του προβλήματος που να εγγυάται την ικανοποίηση των τριών απαιτήσεων που τέθηκαν στο υποκεφάλαιο 6.1, και συνεπώς να εξασφαλίζει τη βέλτιστη κατανομή των διαθέσιμων υδατικών πόρων στις επιμέρους συνιστώσες του υδροσυστήματος. Αυτό γίνεται με τον ορισμό κατάλληλων τιμών προσφοράς και ζήτησης στους κόμβους, και κατάλληλων τιμών παροχευτικότητας και μοναδιαίου κόστους στους κλάδους. Το μοναδιαίο κόστος πρέπει να είναι θετικό, δηλαδή να εκφράζει ποινή, όταν επιδιώκεται απαγόρευση μιας συγκεκριμένης μεταφοράς νερού (π.χ. διατήρηση παροχής υδραγωγείου κάτω από τον σχετικό περιορισμό μέγιστης ροής) και αρνητικό όταν επιβάλλεται μια συγκεκριμένη μεταφορά νερού (π.χ. απόληψη για την ικανοποίηση καταναλωτικού στόχου).

Στο μοντέλο εισάγεται και ένας εικονικός σωρευτικός κόμβος, στον οποίο καταλήγουν όλες οι «εκροές» του συστήματος, δηλαδή:

- η παροχή στην έξοδο του υδρογραφικού δικτύου (κατάντη κόμβος λεκάνης).
- οι απολήψεις νερού για την ικανοποίηση καταναλωτικών χρήσεων.
- οι απώλειες νερού λόγω διηθήσεων (υδατορεύματα) και διαρροών (υδραγωγεία).
- η πλεονάζουσα προσφορά υπόγειου νερού που δεν αντλείται από τις ομάδες γεωτρήσεων.

Ο σωρευτικός κόμβος εισάγεται ώστε να ισχύουν οι θεμελιώδεις υποθέσεις του προβλήματος μεταφόρτωσης, συγκεκριμένα η υπόθεση συνολικής προσφοράς ίσης με τη συνολική ζήτηση.

Το μοντέλο διγράφου περιλαμβάνει 5 τύπους κόμβων και 13 τύπους κλάδων, ο ορισμός των οποίων δίνεται στους Πίνακες 6.2 και 6.3, αντίστοιχα. Η σχηματοποίηση του μοντέλου, δηλαδή η δημιουργία των οντοτήτων και η περιγραφή της τοπολογίας τους, γίνεται πριν την έναρξη της προσομοίωσης. Όσον αφορά στις ιδιότητες των συνιστωσών του διγράφου (εισροές κόμβων, παροχευτικότητες και μοναδιαία κόστη κλάδων), ορισμένες είναι σταθερές, οπότε αποτιμώνται άπαξ, ενώ άλλες είναι χρονικά μεταβαλλόμενες, και συνεπώς

επικαιροποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα. Η υπολογιστική διαδικασία για κάθε συνιστώσα του υδροσυστήματος έχει ως εξής:

Οι *κόμβοι* του υδρογραφικού δικτύου και του υδροσυστήματος (κόμβοι υδραγωγείων ή απλοί κόμβοι) αντιμετωπίζονται ως χωριστές οντότητες (κόμβοι τύπου 0 και 1), καθώς στους πρώτους υπάρχει η δυνατότητα φυσικής προσφοράς νερού λόγω απορροής, ενώ στους δεύτερους η προσφορά νερού γίνεται αποκλειστικά μέσω εξωτερικών πηγών. Ο κατάντη κόμβος του υδροσυστήματος, δηλαδή ο κόμβος εξόδου της λεκάνης, συνδέεται με τον σωρευτικό κόμβο μέσω του εικονικού κλάδου τύπου 2, που αναπαριστά την εκροή του πλεονάζοντος νερού από το υδροσύστημα.

Τα *υδατορεύματα* και *υδραγωγεία* αναπαρίστανται από τους κλάδους που συνδέουν τους αντίστοιχους ανάντη και κατάντη κόμβους (κλάδοι τύπου 0 και 3, αντίστοιχα). Τα χαρακτηριστικά μεγέθη των κλάδων που αναπαριστούν διαδρομές μέσω του δικτύου υδραγωγείων (παροχетеυτικότητα, μοναδιαίο κόστος) ταυτίζονται με τα πραγματικά. Στους κλάδους που αντιστοιχούν σε τμήματα υδατορευμάτων, για τα οποία δεν έχει νόημα η θέσπιση φυσικού άνω ορίου παροχής, θεωρείται μια συμβατική τιμή παροχетеυτικότητας που είναι μαθηματικά ισοδύναμη της άπειρης. Επιπλέον, το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς λαμβάνει μια πολύ μικρή αρνητική τιμή, ώστε οι επιφανειακές απορροές να διοχετεύονται κατά προτεραιότητα στο υδρογραφικό δίκτυο παρά στο δίκτυο των υδραγωγείων.

Στη γενικότερη περίπτωση ύπαρξης απωλειών λόγω διηθήσεων ή διαρροών, καθώς και περιορισμών ελάχιστης και μέγιστης ροής, δημιουργούνται όχι ένας αλλά τέσσερις κλάδοι. Συγκεκριμένα:

- οι κλάδοι τύπου 1 συνδέουν τον ανάντη κόμβο με τον σωρευτικό, και αναπαριστούν τη μεταφορά των διηθήσεων και διαρροών από υδατορεύματα και υδραγωγεία, αντίστοιχα.
- οι κλάδοι τύπου 0 και 3 αναπαριστούν την πραγματική διαδρομή κατά μήκος ενός υδατορεύματος ή υδραγωγείου, αντίστοιχα, και μεταφέρουν την επιτρεπόμενη παροχή μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που επιβάλλουν οι περιορισμοί ελέγχου της ροής.
- οι κλάδοι τύπου 8 και 9 δημιουργούνται παράλληλα στην πραγματική διαδρομή του αντίστοιχου υδατορεύματος ή υδραγωγείου, αντίστοιχα, και μεταφέρουν την επιθυμητή παροχή μέχρι την τιμή που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός ελάχιστης ροής.
- οι κλάδοι τύπου 10 δημιουργούνται παράλληλα στην πραγματική διαδρομή και μεταφέρουν την πλεονάζουσα παροχή του σχετικού υδραγωγείου μεταξύ της τιμής που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός μέγιστης ροής και της παροχетеυτικότητας (δεν ορίζονται αντίστοιχοι περιορισμοί σε υδατορεύματα).

Η ύπαρξη διηθήσεων και διαφυγών εισάγει επιπλέον περιορισμούς που αναιρούν τη δικτυακή διατύπωση του μοντέλου βελτιστοποίησης, ήτοι τη δομή του προβλήματος μεταφόρτωσης (βλ. 6.4). Το μοναδιαίο κόστος των σχετικών κλάδων (τύπου 1) είναι ίδιο με αυτό των πραγματικών διαδρομών (κλάδοι τύπου 0 και 3). Όσον αφορά στις εικονικές διαδρομές που δημιουργούνται για την τήρηση των περιορισμών ελάχιστης και μέγιστης ροής, για τους κλάδους τύπου 8 και 9 είναι αρνητικό, ώστε να επιβάλλεται η μεταφορά της επιθυμητής παροχής, ενώ για τους κλάδους τύπου 10 θετικό, ώστε να εμποδίζεται η υπέρβαση του εν λόγω περιορισμού.

Οι *ομάδες γεωτρήσεων* αναπαρίστανται ως κόμβοι προσφοράς νερού, η «εισροή» των οποίων αντιπροσωπεύει τη δυναμικότητα του υδροφορέα. Κάθε ομάδα συνδέεται, μέσω δύο εικονικών κλάδων, με τον αντίστοιχο κόμβο του δικτύου που τροφοδοτεί (κόμβος ποταμού ή απλός κόμβος) και τον σωρευτικό κόμβο. Η παροχетеυτικότητα του πρώτου κλάδου (κλάδος

τύπου 4) ταυτίζεται με την αντλητική ικανότητα της ομάδας, ήτοι την αθροιστική ικανότητα των μεμονωμένων γεωτρήσεων που την απαρτίζουν, ενώ η παροχетеυτικότητα του δεύτερου κλάδου (κλάδος τύπου 5) εξισώνεται με την εισροή. Η παροχή του κλάδου τύπου 4 αντιστοιχεί στην αντλούμενη ποσότητα νερού, ενώ η παροχή του κλάδου τύπου 5 αντιπροσωπεύει την περίσσεια νερού που διατηρείται αποθηκεύεται στον υδροφορέα. Το μοναδιαίο κόστος του κλάδου άντλησης υποδηλώνει ένα πραγματικό οικονομικό μέγεθος (ήτοι μια χαρακτηριστική ιδιότητα της ομάδας γεωτρήσεων) που δίνεται από τον χρήση, ενώ το κόστος του κλάδου υπόγειας αποθήκευσης είναι μηδενικό, καθώς θεωρείται αδιάφορο αν οι διαθέσιμοι υπόγειοι πόροι παραμείνουν ή όχι στον υδροφορέα. Μετά το πέρας των υπολογισμών, η αντλούμενη ποσότητα από κάθε ομάδα γεωτρήσεων επιμερίζεται στις επιμέρους συνιστώσες της ομάδας, με βάση τα ποσοστά συμμετοχής που ορίζει ο χρήσης (στην απλούστερη περίπτωση, η αντλούμενη παροχή ισομοιράζεται στις εν λόγω γεωτρήσεις). Στην περίπτωση ύπαρξης περιορισμών ελάχιστης και μέγιστης άντλησης, δημιουργούνται δύο επιπλέον κλάδοι, ήτοι:

- οι κλάδοι τύπου 11 δημιουργούνται παράλληλα στον κλάδο τύπου 5 και μεταφέρουν την επιθυμητή παροχή μέχρι την τιμή που επιβάλλει ο περιορισμός ελάχιστης άντλησης.
- οι κλάδοι τύπου 12 δημιουργούνται παράλληλα στον κλάδο τύπου 5 και μεταφέρουν την πλεονάζουσα παροχή μεταξύ της τιμής που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός μέγιστης άντλησης και της αντλητικής ικανότητας της ομάδας.

Τέλος, σε κόμβους στους οποίους ορίζονται *στόχοι κατανάλωσης* δημιουργούνται εικονικοί κλάδοι (κλάδοι τύπου 6) που συνδέουν τις θέσεις ζήτησης με τον σωρευτικό κόμβο. Η παροχетеυτικότητα κάθε τέτοιου κλάδου είναι ίση με την επίκαιρη ζήτηση, ενώ το μοναδιαίο κόστος του είναι αρνητικό, ώστε να επιβάλει την πραγματοποίηση απολήψεων για την ικανοποίηση του εν λόγω στόχου. Στην περίπτωση που ποσοστό της κατανάλωσης επιστρέφει στο δίκτυο, τότε δημιουργείται μία ακόμη διαδρομή (κλάδος τύπου 7), που συνδέει τη θέση ζήτησης με τον κόμβο επιστροφής. Οι επιστροφές νερού εισάγουν επιπλέον περιορισμούς στο μαθηματικό μοντέλο του διγράφου, που αναιρούν τη δικτυακή διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης (βλ. 6.5).

Πίνακας 6.2: Τύποι κόμβων του μοντέλου διγράφου.

Τύπος	Περιγραφή	Εισροή/εκροή
0	Κόμβος υδρογραφικού δικτύου	Απορροή ανάντη υπολεκανών – Εξωτερική εισροή
1	Κόμβος υδροσυστήματος	Εξωτερική εισροή
2	Αρδευτικός κόμβος	Εξωτερική εισροή
3	Ομάδα γεωτρήσεων	Δυναμικότητα υδροφορέα
4	Σωρευτικός κόμβος	Εκροή ίση με το άθροισμα των εισροών

Πίνακας 6.3: Τύποι κλάδων του μοντέλου διγράφου.

Τύπος	Μεταβλητή μοντέλου υδροσυστήματος	Συνιστώσα δικτύου
0	Παροχή πέραν της τιμής που επιβάλλει ο περιορισμός ελάχιστης ροής (αν υπάρχει)	Υδατόρευμα
1	Απώλειες νερού λόγω διήθησης ή διαρροών	Υδατόρευμα ή υδραγωγείο
2	Μεταφορά νερού κατάντη του υδροσυστήματος	Έξοδος λεκάνης
3	Παροχή μεταξύ των τιμών που επιβάλλουν οι περιορισμοί ελάχιστης και μέγιστης ροής (αν υπάρχουν)	Υδραγωγείο
4	Άντληση υπόγειων νερών μεταξύ των τιμών που επιβάλλουν οι περιορισμοί ελάχιστης και μέγιστης ροής (αν υπάρχουν)	Ομάδα γεωτρήσεων
5	Αποθήκευση πλεονάζουσας προσφοράς υπόγειων νερών	Ομάδα γεωτρήσεων
6	Κατανάλωση νερού	Κόμβος (απλός ή αρδευτικός)
7	Επιστροφή αρδευτικού νερού (αποστράγγιση)	Αρδευτικός κόμβος
8	Ελάχιστη επιθυμητή παροχή για κάλυψη του σχετικού περιορισμού (αν υπάρχει)	Υδατόρευμα
9	Ελάχιστη επιθυμητή παροχή για κάλυψη του σχετικού περιορισμού (αν υπάρχει)	Υδραγωγείο
10	Πλεονασματική παροχή, πέραν του σχετικού περιορισμού μεγίστου (αν υπάρχει)	Υδραγωγείο
11	Ελάχιστη επιθυμητή άντληση για κάλυψη του σχετικού περιορισμού (αν υπάρχει)	Ομάδα γεωτρήσεων
12	Πλεονασματική άντληση, πέραν του σχετικού περιορισμού μεγίστου (αν υπάρχει)	Ομάδα γεωτρήσεων

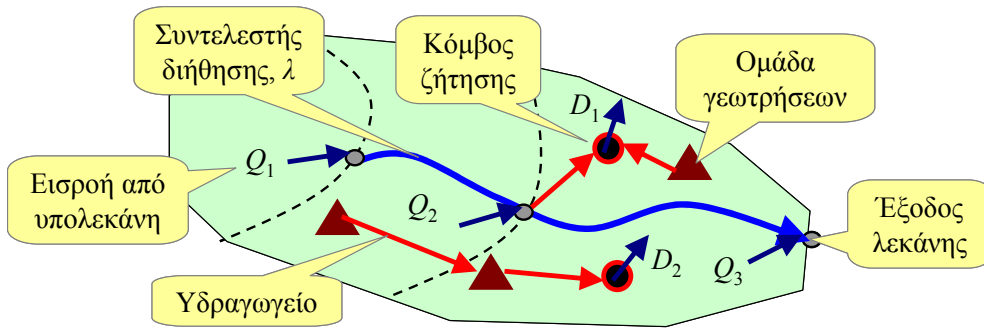
Στον Πίνακα 6.4 συνοψίζονται ο απαιτούμενος αριθμός των κόμβων και κλάδων που εισάγονται στο μοντέλο διγράφου για κάθε συνιστώσα του υδροσυστήματος. Ειδικότερα, για κάθε στόχο και λειτουργικό περιορισμό του συστήματος εισάγεται ένας εικονικός κλάδος, το μοναδιαίο κόστος του οποίου εξαρτάται από το επίπεδο προτεραιότητας του αντίστοιχου στόχου/περιορισμού. Ειδικότερα, στην περίπτωση στόχων κατανάλωσης και περιορισμών ελάχιστης επιθυμητής παροχής ή άντλησης, το κόστος είναι αρνητικό, ώστε να υποχρεώσει τη μεταφορά νερού. Στην αντίστροφη περίπτωση περιορισμών μέγιστης επιδιωκόμενης παροχής ή άντλησης, το κόστος είναι θετικό ώστε να επιβάλλει ποινή στην παραβίαση του εν λόγω περιορισμού. Τα κόστη αυτά είναι, κατ' απόλυτη τιμή, μια τάξη μεγέθους μικρότερα την ποινής που σχετίζεται με την ικανοποίηση των φυσικών περιορισμών. Λεπτομέρειες σχετικά με τον τρόπο καθορισμού τους δίνονται στο υποκεφάλαιο 6.5.

Πίνακας 6.4: Απαιτούμενος αριθμός κόμβων και κλάδων που εισάγονται στο μοντέλο διγράφου για κάθε συνιστώσα του υδροσυστήματος.

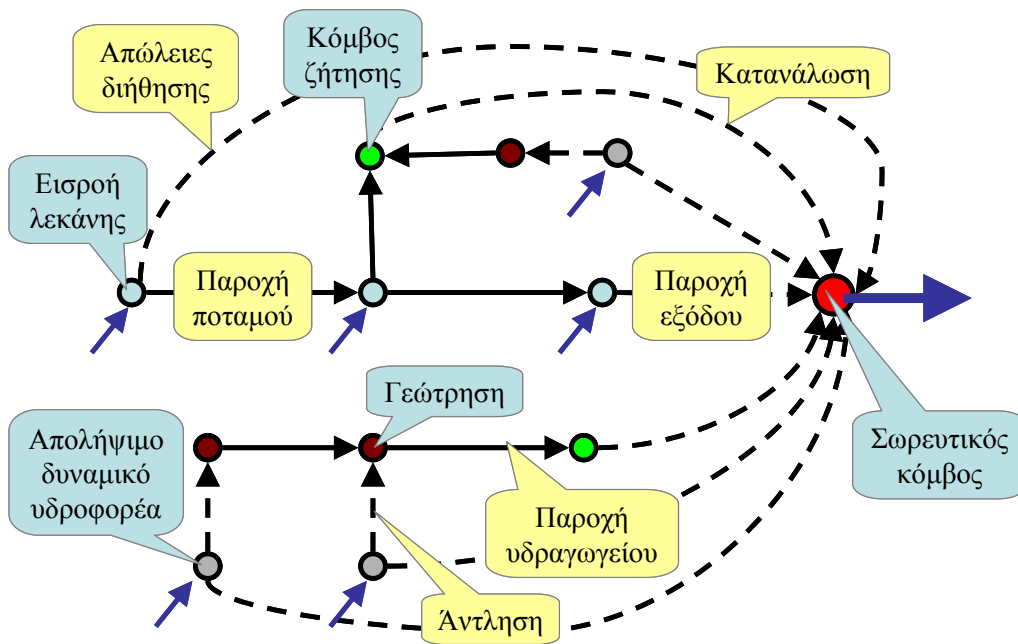
Συνιστώσα υδροσυστήματος	Κόμβοι	Κλάδοι
Ενδιάμεσος κόμβος υδατορεύματος ή υδραγωγείου	1	0
Έξοδος λεκάνης	1	1
Ομάδα γεωτρήσεων	1	2
Υδατόρευμα ή υδραγωγείο χωρίς απώλειες	2	1
Υδατόρευμα ή υδραγωγείο με απώλειες	2	2
Στόχος κατανάλωσης, χωρίς δυνατότητα επιστροφής νερού	1	1
Στόχος κατανάλωσης, με δυνατότητα επιστροφής νερού	1	2
Περιορισμός ελάχιστης ή μέγιστης παροχής	0	1
Περιορισμός ελάχιστης ή μέγιστης άντλησης	0	1

Στο Σχήμα 6.1 απεικονίζεται η διαμόρφωση ενός υποθετικού υδροσυστήματος, που περιλαμβάνει τρεις υπολεκάνες, τρεις ομάδες γεωτρήσεων και τέσσερα υδραγωγεία, στο οποίο εισάγονται δύο στόχοι ζήτησης νερού. Ο πρώτος σε προτεραιότητα στόχος μπορεί να ικανοποιηθεί είτε με απευθείας απόληψη επιφανειακών νερών από τον ποταμό (συνεπώς χωρίς κόστος), είτε με άντληση νερού από το παρακείμενο σύστημα γεωτρήσεων. Ο δεύτερος στόχος μπορεί να ικανοποιηθεί με άντληση νερού, από τις υπόλοιπες ομάδες γεωτρήσεων. Έστω ότι σε κάποιο χρονικό βήμα, είναι γνωστές οι επίκαιρες εισροές λόγω απορροής στους τρεις κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, Q_1 , Q_2 και Q_3 , αντίστοιχα. Στο ανάντη κλάδο υδατορεύματος, είναι επίσης γνωστός ο συντελεστής διήθησης λ , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου. Επιπλέον, είναι γνωστή η επίκαιρη ζήτηση για δύο καταναλωτικές χρήσεις D_1 και D_2 , αντίστοιχα, οι παροχετευτικότητες και τα μοναδιαία κόστη των υδραγωγείων, καθώς και η αντλητική ικανότητα και τα μοναδιαία κόστη των ομάδων γεωτρήσεων.

Στο Σχήμα 6.2 απεικονίζεται ο μετασχηματισμός του υποθετικού υδροσυστήματος του παραδείγματος σε μοντέλο διγράφου. Με συνεχή γραμμή απεικονίζονται οι κλάδοι που εκφράζουν πραγματικές διαδρομές νερού (υδατορεύματα και υδραγωγεία), οι οποίοι διατηρούν την τοπολογία και τις χαρακτηριστικές τους ιδιότητες (παροχετευτικότητες και κόστη). Επιπλέον, εισάγονται εικονικοί κλάδοι που «μεταφέρουν» την παροχή που καταλήγει στην έξοδο της λεκάνης, τις απολήψεις, τις απώλειες λόγω διήθησης και το υπολειπόμενο (μετά την πραγματοποίηση των αντλήσεων) απολήψιμο δυναμικό του υδροφορέα, στο σωρευτικό κόμβο, η εκροή του οποίου ισούται με το σύνολο της προσφοράς νερού στο συγκεκριμένο χρονικό βήμα. Η φυσική μεταφορά νερού κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου γίνεται χωρίς κόστος (στην πραγματικότητα με οριακό αρνητικό κόστος), ενώ οι εκροές μέσω των υδραγωγείων και γεωτρήσεων γίνονται με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το πραγματικό κόστος μεταφοράς και άντλησης, αντίστοιχα. Αν θεωρηθεί ότι η χρήση νερού που αντιστοιχεί στη ζήτηση D_1 είναι σε υψηλότερο επίπεδο προτεραιότητας σε σχέση με τη D_2 , τότε στον αντίστοιχο εικονικό κλάδο που μεταφέρει την κατανάλωση νερού τίθεται μεγαλύτερο μοναδιαίο αρνητικό κόστος, ώστε να πραγματοποιηθεί πρώτα η εκροή για το στόχο 1 και μετά για το στόχο 2.



Σχήμα 6.1: Σχηματική παράσταση υποθετικού υδροσυστήματος.



Σχήμα 6.2: Παράδειγμα μετασχηματισμού των συνιστωσών του υποθετικού υδροσυστήματος σε συνιστώσες του μοντέλου διγράφου.

6.4 Προσομοίωση διαρροών και διηθήσεων

Στην περίπτωση που το υδροσύστημα περιλαμβάνει στοιχεία μεταφοράς με γραμμικές απώλειες, δηλαδή υδατορεύματα με διηθήσεις ή υδραγωγεία με διαρροές, τότε στο πρόβλημα βελτιστοποίησης εισάγονται επιπλέον περιορισμοί. Έστω στοιχείο μεταφοράς με συντελεστή διαρροών, λ , στο οποίο εισέρχεται ποσότητα νερού x , όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.3.

Αν x_1 η ποσότητα νερού που καταλήγει στον κατάντη κόμβο και x_2 οι κατά μήκος απώλειες, ισχύουν οι ακόλουθες προφανείς σχέσεις:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x \\ x_1 &= (1 - \lambda) x \\ x_2 &= \lambda x \end{aligned} \tag{6.6}$$

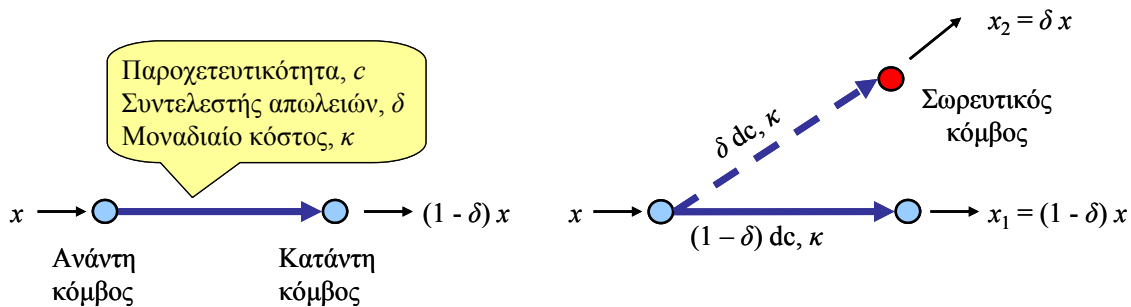
Με συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων, προκύπτει ο φυσικός περιορισμός:

$$x_2 - \frac{\lambda}{1 - \lambda} x_1 = 0 \quad (6.7)$$

που σε μητρική μορφή γράφεται:

$$\mathbf{\Lambda} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (6.8)$$

όπου $\mathbf{\Lambda}$ μητρώο με στοιχεία από το σύνολο $\{-1, \lambda_i / 1 - \lambda_i, 0\}$ και i ο δείκτης του στοιχείου μεταφοράς. Συνεπώς, αν και η σχέση (6.7), η οποία τίθεται επιπρόσθετα των εξισώσεων συνέχειας στους κόμβους, εξακολουθεί να είναι γραμμική, οι συντελεστές της δεν λαμβάνουν πλέον τιμές από το σύνολο $\{-1, 1, 0\}$, όπως συμβαίνει με τα στοιχεία του μητρώου πρόσπτωσης \mathbf{A} . Αυτό σημαίνει ότι δεν ισχύουν οι μαθηματικές υποθέσεις του μοντέλου μεταφόρτωσης, και συνεπώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η δικτυακή μέθοδος simplex για την επίλυση του προβλήματος.



Σχήμα 6.3: Μετασχηματισμός στοιχείου μεταφοράς με απώλειες σε συνιστώσες διγράφου.

6.5 Προσομοίωση επιστροφών νερού

Η αναπαράσταση των επιστροφών νερού διαμέσου των αρδευτικών κόμβων παρουσιάζει ομοιότητες με την περίπτωση των απωλειών σε υδατορεύματα και υδραγωγεία. Έστω d η επίκαιρη ζήτηση σε έναν αρδευτικό κόμβο και μ το ποσοστό της κατανάλωσης που επιστρέφει σε έναν άλλο κόμβο του υδροσυστήματος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.4.

Αν x είναι η ολική απόληψη, x_1 η καθαρή ποσότητα που καταναλώνεται και x_2 η ποσότητα που επιστρέφει, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x \\ x_1 &= (1 - \mu)x \\ x_2 &= \mu x \end{aligned} \quad (6.9)$$

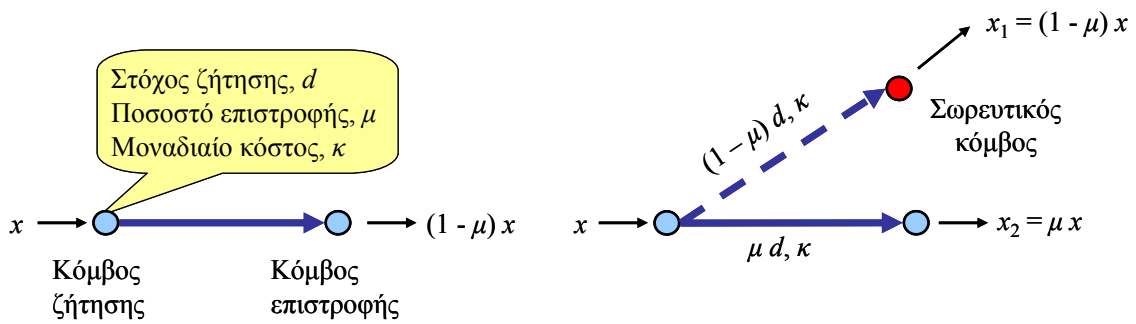
Με συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων, προκύπτει ο φυσικός περιορισμός:

$$x_2 - \frac{\mu}{1 - \mu} x_1 = 0 \quad (6.10)$$

που σε μητρική μορφή γράφεται:

$$\mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (6.11)$$

όπου \mathbf{M} μητρώο με στοιχεία από το σύνολο $\{-1, \mu_i / 1 - \mu_i, 0\}$ και i ο δείκτης του κόμβου. Κατά συνέπεια, και σε αυτή την περίπτωση δεν ισχύουν οι μαθηματικές υποθέσεις του μοντέλου μεταφόρτωσης, καθώς εκτός των εξισώσεων συνέχειας τίθενται επιπλέον περιορισμοί, με συντελεστές εκτός του συνόλου $\{-1, 1, 0\}$.



Σχήμα 6.4: Μετασηματισμός κόμβου ζήτησης με επιστροφή σε συνιστώσες διγράφου.

6.6 Αναδρομικός υπολογισμός μοναδιαίου κόστους

Ο τρόπος καθορισμού των τιμών μοναδιαίου κόστους συνιστά ένα εξαιρετικά σημαντικό στοιχείο του μαθηματικού πλαισίου, καθώς εξασφαλίζει την ικανοποίηση των τριών απαιτήσεων που τέθηκαν στο υποκεφάλαιο 6.1. Ως γνωστό, για κάθε λειτουργικό περιορισμό εισάγεται ένας εικονικός κλάδος, το μοναδιαίο κόστος του οποίου εξαρτάται από τη σειρά προτεραιότητας του αντίστοιχου στόχου. Ειδικότερα, στην περίπτωση στόχων απόληψης και περιορισμών ελάχιστης παροχής ή άντλησης, το κόστος οφείλει να είναι αρνητικό, ώστε να υποχρεώσει την μεταφορά νερού. Αντίθετα, στην περίπτωση περιορισμών μέγιστης παροχής ή άντλησης, το κόστος οφείλει να είναι θετικό, ώστε να επιβάλει ποινή στην παραβίαση του εν λόγω περιορισμού. Τα ιδεατά αυτά κόστη είναι, κατ' απόλυτη τιμή, μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερα από τα πραγματικά, ώστε να εξασφαλίζεται κατά προτεραιότητα η ικανοποίηση των στόχων και περιορισμών έναντι της ελαχιστοποίησης του κόστους άντλησης και μεταφοράς των υδατικών πόρων της λεκάνης.

Οι μεταβλητές του μοντέλου, όπως έχουν αντιστοιχιστεί στους κλάδους του δικτύου, ομαδοποιούνται σε τέσσερα επίπεδα σημαντικότητας, έτσι ώστε το μοναδιαίο κόστος (κατ' απόλυτη τιμή) κάθε κλάδου που ανήκει στο επίπεδο k να ξεπερνά το αθροιστικό κόστος των κλάδων όλων των προηγούμενων κατηγοριών, δηλαδή:

$$|c|^{[k]} = \sum_{j=1}^{n(k)} |c_j| + \varepsilon \quad (6.12)$$

όπου c_j το μοναδιαίο κόστος του κλάδου j , $n(k)$ το πλήθος των κλάδων που κατατάσσονται έως το k επίπεδο σημαντικότητας ($k = 0, 1, 2, 3$) και ε μια μικρή θετική τιμή. Άμεση συνέπεια της (6.12) είναι αφενός η ανεξάρτητη ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους κάθε κατηγορίας και αφετέρου η κατά προτεραιότητα ελαχιστοποίηση των τιμών κόστους που ανήκουν σε υψηλότερες κατηγορίες.

Υπενθυμίζεται ότι κάθε κλάδος αναπαριστά μια συγκεκριμένη διεργασία με αρνητικό, μηδενικό ή θετικό μοναδιαίο κόστος, ανάλογα με το αν η πραγματοποίησή της είναι επιθυμητή, αδιάφορη ή ανεπιθύμητη, αντίστοιχα. Ο υπολογισμός των επιμέρους τιμών κόστους γίνεται με μια αναδρομική διαδικασία, που ξεκινά από τα χαμηλότερα επίπεδα. Συγκεκριμένα, χωρίς κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες, που εντάσσονται στο **μηδενικό επίπεδο** σημαντικότητας:

- η μεταφορά της επιθυμητής παροχής στα υδατορεύματα, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 0).
- η πραγματοποίηση διηθήσεων στα υδατορεύματα (κλάδοι τύπου 1).

- η αποθήκευση του πλεονασματικής διαθεσιμότητας υπόγειων νερών (κλάδοι τύπου 5).
- η μεταφορά νερού κατάντη του υδροσυστήματος (κλάδος τύπου 2).

Κάθε άλλη διεργασία ή, ισοδύναμα, κάθε άλλος τύπος κλάδου, κατατάσσεται σε μη μηδενικό επίπεδο σημαντικότητας. Συγκεκριμένα:

Στο **επίπεδο 1** εντάσσονται οι διεργασίες με πραγματικό κόστους, δηλαδή:

- η μεταφορά παροχής μέσω των υδραγωγείων, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 3).
- η πραγματοποίηση διαρροών στα υδραγωγεία (κλάδοι τύπου 1).
- η άντληση μέσω των ομάδων γεωτρήσεων, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 4).

Τα κόστη όλων των κλάδων υπολογίζονται άμεσα, με βάση το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς (κλάδοι τύπου 1 και 3) ή άντλησης (κλάδοι τύπου 4). Στο αρχικό κόστος προστίθεται η ελάχιστη τιμή ε , ώστε ακόμα και αν μια ροή πραγματοποιείται χωρίς κόστος, να διαφοροποιείται σε σχέση με τις ροές του μηδενικού επιπέδου. Αυτό εξασφαλίζει ότι οι πλεονάζουσες επιφανειακές εισροές μεταφέρονται με φυσικό τρόπο, μέσω του υδρογραφικού δικτύου, και όχι μέσω του δικτύου των υδραγωγείων, ενώ τα πλεονάζοντα υπόγεια νερά διατηρούνται αποθηκευμένα, και δεν αντλούνται μέσω των ομάδων γεωτρήσεων.

Το **επίπεδο 2** αναφέρεται στην ικανοποίηση των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, με βάση τη σειρά προτεραιότητας που ορίζει ο χρήστης. Αν επιδιώκεται η μεταφορά, άντληση ή απόληψη νερού, τότε το κόστος είναι αρνητικό, διαφορετικά, είναι θετικό. Με αρνητικό κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες:

- η κατανάλωση νερού για την ικανοποίηση του σχετικού στόχου ζήτησης (κλάδοι τύπου 6).
- η μεταφορά παροχής μέσω υδατορευμάτων και υδραγωγείων για την ικανοποίηση των σχετικών περιορισμών ελάχιστης ροής (κλάδοι τύπου 8 και 9).
- η απόληψη υπόγειων νερών μέσω των ομάδων γεωτρήσεων για την ικανοποίηση των σχετικών περιορισμών ελάχιστης άντλησης (κλάδοι τύπου 11).

Ομοίως, με θετικό κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες:

- η μεταφορά πλεονάζουσας παροχής μέσω των υδραγωγείων, καθ' υπέρβαση του σχετικού περιορισμού μέγιστης ροής (κλάδοι τύπου 10).
- η άντληση πλεονάζουσας παροχής μέσω των ομάδων γεωτρήσεων, καθ' υπέρβαση του σχετικού περιορισμού μέγιστης άντλησης (κλάδοι τύπου 12).

Οι επιμέρους τιμές κόστους, κατ' απόλυτη τιμή, εξαρτώνται από τη σειρά προτεραιότητας (ιεραρχία), $\pi(k)$, κάθε στόχου ή λειτουργικού περιορισμού, k . Δύο ή περισσότεροι στόχοι μπορούν να ενταχθούν στην ίδια ιεραρχία. Έστω $N^{[\pi]}$ το πλήθος των στόχων που ανήκουν στην ιεραρχία π και $K(\pi)$ το αθροιστικό κόστος όλων των κλάδων μέχρι την τρέχουσα ιεραρχία (στους οποίους, προφανώς, περιλαμβάνονται και όλοι οι κλάδοι που εντάσσονται στα προηγούμενα επίπεδα σημαντικότητας). Τότε, το κόστος (σε απόλυτη τιμή) του κλάδου που αντιστοιχεί στο στόχο k με ιεραρχία $\pi(k)$ ισούται με το τρέχον αθροιστικό κόστος, το οποίο δίνεται από τη σχέση:

$$K(\pi) = K(\pi - 1) + N^{[\pi-1]} [K(\pi - 1) + \varepsilon] \quad (6.13)$$

όπου $K(0)$ το αθροιστικό κόστος των κλάδων που ανήκουν στα επίπεδα σημαντικότητας 0 και 1. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι μεταξύ δύο στόχων που εντάσσονται σε διαφορετική

ιεραρχία, ικανοποιείται πρώτα αυτός που βρίσκεται στην υψηλότερη. Επιπλέον, εξασφαλίζεται ότι όλες οι διεργασίες του επιπέδου 2 υλοποιούνται κατά προτεραιότητα σε σχέση με όλες τις προηγούμενες. Συνεπώς, το μοντέλο πρώτα επιδιώκει την ικανοποίηση των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, και ακολούθως τον εντοπισμό της οικονομικότερης κατανομής των διαθέσιμων υδατικών πόρων στο υδροσύστημα.

Τέλος στο **επίπεδο 3** εντάσσονται οι κλάδοι τύπου 7, που μεταφέρουν τις αποστραγγίσεις, ήτοι τις επιστροφές ποσοστού του αρδευτικού νερού που καταναλώθηκε. Πρόκειται για φυσικό περιορισμό, με μοναδιαίο κόστος ίσο με το άθροισμα (κατ' απόλυτη τιμή) όλων των επιμέρους τιμών κόστους.

6.7 Επικαιροποίηση ιδιοτήτων διγράφου

Η διατύπωση του μαθηματικού μοντέλου του διγράφου προϋποθέτει τη διαμόρφωση ενός πλήθους μητρώων, συγκεκριμένα:

- του μητρώου πρόσπτωσης **A**, με στοιχεία από το σύνολο $\{-1, 1, 0\}$, που περιγράφει τις εξισώσεις συνέχειας των κόμβων με βάση την τοπολογία του μοντέλου, δηλαδή τον τρόπο σύνδεσης των κόμβων και κλάδων·
- του μητρώου απωλειών **A**, με στοιχεία από το σύνολο $\{-1, \lambda_i / 1 - \lambda_i, 0\}$, που περιγράφει τις εξισώσεις μεταφοράς ενός σταθερού ποσοστού λ_i της διερχόμενης παροχής των υδατορευμάτων και υδραγωγείων στον σωρευτικό κόμβο·
- του μητρώου επιστροφών **M**, με στοιχεία από το σύνολο $\{-1, \mu_i / 1 - \mu_i, 0\}$, που περιγράφει τις εξισώσεις μεταφοράς ενός σταθερού ποσοστού μ_i της καταναλισκόμενης ποσότητας κάθε κόμβου σε κάποιον άλλο κόμβο του υδροσυστήματος·
- του διανύσματος προσφοράς **y**, που περιγράφει τις εισροές επιφανειακών και υπόγειων υδατικών πόρων στους κόμβους του δικτύου και τις ομάδες γεωτρήσεων, και την αρνητική προσφορά (ζήτηση) στον σωρευτικό κόμβο του διγράφου·
- του διανύσματος χωρητικότητας **u**, που περιγράφει την πραγματική ή εικονική μεταφορική ικανότητα των κλάδων του διγράφου·
- του διανύσματος μοναδιαίου κόστους **c**, που περιγράφει το πραγματικό ή εικονικό κόστος μεταφοράς νερού, θετικό ή αρνητικό, διαμέσου των κλάδων του διγράφου.

Τα στοιχεία των μητρώων πρόσπτωσης **A**, απωλειών **A** και επιστροφών **M** ορίζονται άπαξ (ήτοι στην αρχή της προσομοίωσης), καθώς πρόκειται για σταθερά μεγέθη του υδροσυστήματος. Ομοίως, άπαξ ορίζονται τα στοιχεία του διανύσματος μοναδιαίου κόστους **c**. Από την άλλη, τα στοιχεία του διανύσματος προσφοράς **y** είναι μεταβλητά και προκύπτουν ως εξής:

$$y_i = \begin{cases} Q_i + I_i & \text{στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου} \\ I_i & \text{στους λοιπούς κόμβους του υδροσυστήματος} \\ PC_i & \text{στις ομάδες γεωτρήσεων} \end{cases} \quad (6.14)$$

όπου Q_i η εισροή λόγω επιφανειακής και υπόγειας απορροής, I_i η εισροή από εξωτερικές πηγές και PC_i η αντλητική ικανότητα της αντίστοιχης ομάδας γεωτρήσεων. Προφανώς, τα παραπάνω μεγέθη (πλην της αντλητικής ικανότητας) επικαιροποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα. Στο σωρευτικό κόμβο τίθεται ως ζήτηση (με αρνητικό πρόσημο) το σύνολο της προσφοράς νερού στο υδροσύστημα, Y , έτσι ώστε να ικανοποιείται η αναγκαία συνθήκη (6.1). Η τιμή αυτή χρησιμοποιείται ως μαθηματικά ισοδύναμη της άπειρης χωρητικότητας

στους κλάδους τύπου 0 (κλάδοι υδατορευμάτων) και 2 (κλάδος που μεταφέρει την απορροή εξόδου της λεκάνης), οπότε:

$$u^{[0]} = u^{[2]} = Y \quad (6.15)$$

Τα λοιπά στοιχεία του διανύσματος \mathbf{u} , δηλαδή οι πεπερασμένες χωρητικότητες των κλάδων, του διγράφου αντιστοιχούν είτε σε πραγματικά είτε σε εικονικά μεγέθη. Τα πρώτα αναφέρονται στους φυσικούς περιορισμούς του δικτύου, ήτοι την παροχετευτικότητα των υδραγωγείων και την αντλητική ικανότητα των ομάδων γεωτρήσεων. Τα υπόλοιπα εκφράζουν επιθυμητά μεγέθη, όπως η ζήτηση νερού, καθώς και όρια που προκύπτουν από τους περιορισμούς ελάχιστων και μέγιστων παροχών και αντλήσεων. Συγκεκριμένα:

Στην περίπτωση κόμβου με επίκαιρη αρδευτική ζήτηση D και ποσοστό επιστροφής μ (όπου $\mu > 0$ μόνο για αρδευτικούς κόμβους), η χωρητικότητα του εικονικού κλάδου που συνδέει τον εν λόγω κόμβο με το σωρευτικό (κλάδος τύπου 6) δίνεται από τη σχέση:

$$u^{[6]} = D(1 - \mu) \quad (6.16)$$

Στην περίπτωση υδραγωγείου παροχετευτικότητας DC, με επίκαιρους περιορισμούς ελάχιστης και μέγιστης ροής Q_{\min} και Q_{\max} , αντίστοιχα, και συντελεστή διαρροών λ , οι χωρητικότητες των σχετικών κλάδων τύπου 1 (απώλειες λόγω διαρροών), 3 (παροχή μεταξύ του ελάχιστου και μέγιστου ορίου), 9 (παροχή έως την ελάχιστη επιθυμητή) και 10 (παροχή πέραν της επιτρεπόμενης) δίνονται από τις σχέσεις:

$$u^{[1]} = \lambda DC \quad (6.17)$$

$$u^{[3]} = [\min(DC, Q_{\max}) - \min(DC, Q_{\min})](1 - \lambda) \quad (6.18)$$

$$u^{[9]} = \min(DC, Q_{\min})(1 - \lambda) \quad (6.19)$$

$$u^{[10]} = \max[(0 - \min(DC, Q_{\max}))](1 - \lambda) \quad (6.20)$$

Στα υδατορεύματα όπου δεν υπάρχουν περιορισμοί παροχετευτικότητας και μέγιστης ροής, εφόσον υπάρχει περιορισμός ελάχιστης επιθυμητής παροχής, τότε η χωρητικότητα του κλάδου τύπου 8, ο οποίος μεταφέρει την παροχή έως την ελάχιστη επιθυμητή, ισούται με:

$$u^{[8]} = Q_{\min} \quad (6.21)$$

Τέλος, στην περίπτωση ομάδας γεωτρήσεων αντλητικής ικανότητας PC, με επίκαιρους περιορισμούς ελάχιστης και μέγιστης άντλησης P_{\min} και P_{\max} , αντίστοιχα, οι χωρητικότητες των κλάδων τύπου 4 (άντληση μεταξύ του ελάχιστου και μέγιστου ορίου), 11 (άντληση έως την ελάχιστη επιθυμητή) και 12 (άντληση πέραν της επιτρεπόμενης) δίνονται από τις σχέσεις:

$$u^{[4]} = \min(PC, P_{\max}) - \min(PC, P_{\min}) \quad (6.22)$$

$$u^{[11]} = \min(PC, P_{\min}) \quad (6.23)$$

$$u^{[12]} = \max[0 - \min(PC, P_{\max})] \quad (6.24)$$

6.8 Επίλυση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Εφόσον είναι γνωστά τα στοιχεία των μητρώων \mathbf{A} , $\mathbf{\Lambda}$ και \mathbf{M} , και των διανυσμάτων \mathbf{c} και \mathbf{u} , διαμορφώνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\begin{aligned}
& \text{minimize } f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
& \text{έτσι ώστε } \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{y} \\
& \quad \mathbf{\Lambda} \mathbf{x} = \mathbf{0} \\
& \quad \mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{0} \\
& \quad \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Το παραπάνω είναι ελαφρά τροποποιημένο σε σχέση με το τυπικό πρόβλημα μεταφόρτωσης, διατηρεί ωστόσο ένα εξαιρετικά ισχυρό πλεονέκτημα, που είναι η *αραιή* (sparse) δομή των μητρώων περιορισμών, δηλαδή η ύπαρξη πολλών μηδενικών στοιχείων. Επιπλέον, μέσω μιας ειδικής διαδικασίας, επιδιώκεται η τοποθέτηση των μη μηδενικών στοιχείων όσο το δυνατό πιο κοντά στη διαγώνιο. Η δομή αυτή επιτρέπει την εφαρμογή ειδικών παραλλαγών της μεθόδου simplex (όχι ωστόσο της δικτυακής simplex), που εγγυώνται πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα επίλυσης σε σχέση με τον συμβατικό αλγόριθμο.

7 Διόδευση παροχών στο υδρογραφικό δίκτυο

7.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Είναι γνωστό ότι εφόσον κατά μήκος ενός υδατορεύματος δεν πραγματοποιούνται πλευρικές εισροές, ένα υδρογράφημα (πλημμυρικό κύμα) που εισάγεται ανάντη θα εμφανιστεί στα κατάντη με χρονική υστέρηση, μειωμένη αιχμή και αυξημένη χρονική διασπορά (Σχήμα 7.1). Το φαινόμενο είναι γνωστό ως *διόδευση* (routing), ενώ το σχετικό πρόβλημα, δηλαδή η μαθηματική αναπαράσταση της χωρικής και χρονικής εξέλιξης της στάθμης $y(x, t)$ και της παροχής $q(x, t)$ του υδατορεύματος, κατά κανόνα περιγράφεται ικανοποιητικά από τις διαφορικές εξισώσεις μονοδιάστατης μη μόνιμης ροής βαθμιαίας μεταβολής σε αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια (Κουτσογιάννης, 2011). Οι κύριες παραδοχές που διέπουν την εν λόγω προσέγγιση είναι οι ακόλουθες:

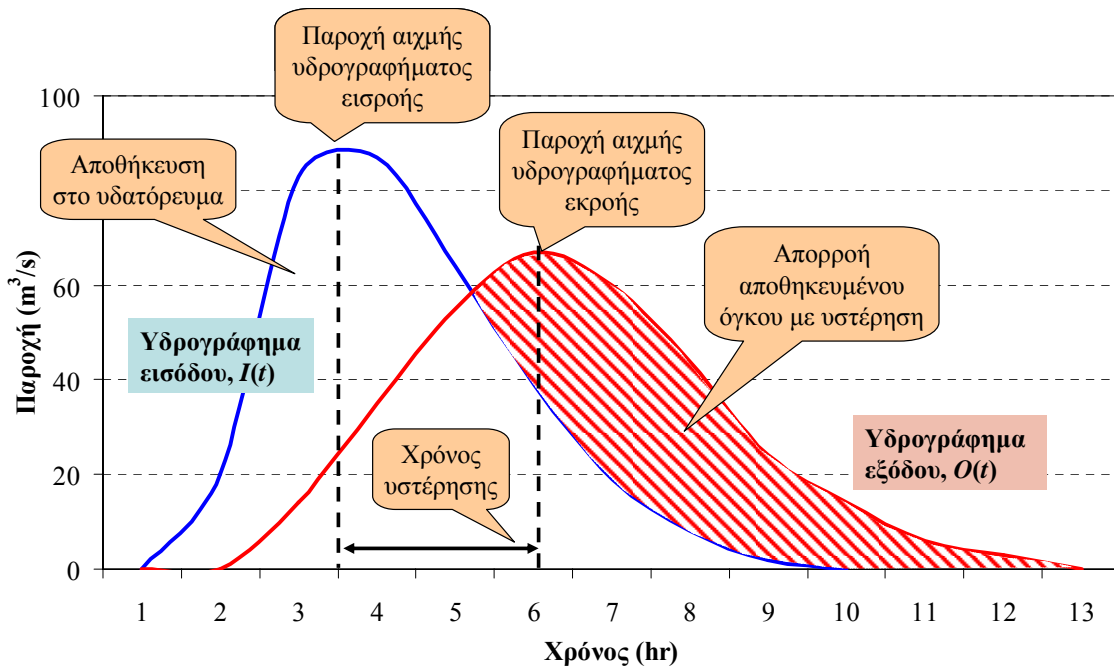
- ισχύουν οι εξισώσεις συνέχειας και διατήρησης της ποσότητας κίνησης (γνωστές ως εξισώσεις St. Venant).
- η κατά μήκος κλίση του αγωγού είναι σχετικά ήπια, ώστε η ροή να μην είναι υπερκρίσιμη.
- τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών του είναι σταθερά (δεν λαμβάνονται υπόψη μεταφορές φερτών, επικαθήσεις, κτλ.).
- τα υδραυλικά χαρακτηριστικά του αγωγού είναι χρονικά αμετάβλητα, και συνεπώς μπορούν να εφαρμοστούν οι συντελεστές τριβών (π.χ. συντελεστές Manning) της μόνιμης ομοιόμορφης ροής.
- η ροή είναι σχεδόν ευθύγραμμη, οπότε αγνοείται η συμβολή των μαιανδρισμών.
- αγνοούνται οι απώλειες λόγω διαστολής και συστολής των διατομών του υδατορεύματος.
- αγνοούνται οι πρόσθετες απώλειες τριβών που σχετίζονται με την εσωτερική απώλεια ιξώδους σε μη Νευτώνεια ρευστά.
- ο αγωγός έχει αρχική μη μηδενική παροχή νερού (δεν επιτρέπεται να είναι ξηρός).

Σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές, η εξίσωση συνέχειας γράφεται:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = q_L \quad (7.1)$$

όπου A είναι η επιφάνεια της υγρής διατομής, q η παροχή κατά μήκος του του κύριου άξονα ροής x , q_L η πλευρική παροχή ανά μονάδα μήκους, και t ο χρόνος. Επισημαίνεται ότι η επιφάνεια είναι συνάρτηση του βάθους ροής y , ενώ η παροχή είναι επίσης συνάρτηση του βάθους ροής καθώς και της μέσης ταχύτητας v κατά τη διεύθυνση x (καθώς $q = v A$). Αν το πλάτος της διατομής B θεωρηθεί σταθερό, τότε $A(x, t) = B y(x, t)$ και $q(x, t) = B v(x, t) y(x, t)$ και συνεπώς η (7.1) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{q_L}{B} \quad (7.2)$$



Σχήμα 7.1: Τυπική μορφή μεταβολής ενός υδρογραφήματος μεταξύ δύο διατομών.

Η εξίσωση διατήρησης της ποσότητας κίνησης ή εξίσωση ορμής, γνωστή και ως *δυναμικό μοντέλο*, γράφεται στη γενική μορφή:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} - v_{LX} \frac{q_L}{gA} \quad (7.3)$$

όπου S_f είναι η κλίση της γραμμής ενέργειας, S_0 η κλίση του πυθμένα της κοίτης του υδατορεύματος, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και v_{LX} η συνιστώσα της ταχύτητας του πλευρικού κύματος που είναι παράλληλη στον άξονα της ροής. Η παραπάνω σχέση, η οποία είναι απλοποιημένη σε σχέση με την πληρέστερη μορφή των αρχικών εξισώσεων St. Venant, εκφράζει την ισορροπία των ακόλουθων μεγεθών, εκφρασμένων ανά μονάδα βάρους:

- των δυνάμεων βαρύτητας, S_0 .
- των δυνάμεων τριβής, S_f .
- της διαφοράς των δυνάμεων πίεσης, $\partial y / \partial x$.
- της μεταθετικής επιτάχυνσης, $(v / g) (\partial v / \partial x)$.
- της τοπικής επιτάχυνσης, $(1 / g) (\partial v / \partial t)$.
- της συμβολής της πλευρικής παροχής, $(v_{LX} q_L) / (g A)$.

Οι θεμελιώδεις σχέσεις (7.1) ή (7.1) και (7.3) χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με μια εξίσωση τριβών (δηλαδή μια σχέση στάθμης-παροχής, π.χ. εξίσωση Manning) καθώς και με σχέσεις που συνδέουν μεταξύ τους τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγωγού. Τελικά, προκύπτει ένα σύστημα μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων που δεν είναι δυνατό να επιλυθούν αναλυτικά. Οι τεχνικές επίλυσης που εφαρμόζονται περιγράφονται με τον όρο *υδραυλικές μέθοδοι*, οι οποίες βασίζονται είτε σε σχήματα πεπερασμένων διαφορών είτε σε απλοποιήσεις των εξισώσεων, ώστε αυτές να επιδέχονται αναλυτική επίλυση. Στην εν λόγω προσέγγιση, είναι αναγκαίος ο καθορισμός των αρχικών και των οριακών συνθηκών. Οι πρώτες εκφράζονται με τη συνθήκη μόνιμης ροής σε όλο το μήκος του αγωγού στο χρόνο $t = 0$, ενώ οι δεύτερες, για το ανάντη πέρας του μήκους ολοκλήρωσης διατυπώνονται με τη

μορφή ενός γνωστού υδρογραφήματος εισροής, $q(x = 0, t)$, ενώ για το κατάντη πέρας κατά κανόνα διατυπώνονται μέσω μιας γνωστής σχέσης στάθμης-παροχής $q = f(y)$.

Η απλούστερη και πλέον εύχρηστη κατηγορία αριθμητικών τεχνικών είναι οι *υδρολογικές μέθοδοι*, οι οποίες δεν αντιμετωπίζουν την πλήρη χωροχρονική εξέλιξη του φαινομένου αλλά ελέγχουν την στάθμη και την παροχή σε δύο σημεία, ανάντη και κατάντη (είσοδος και έξοδος υδατορεύματος). Το ενδιάμεσο τμήμα του αγωγού θεωρείται ως κλειστό υδρολογικό σύστημα, όπου η εξίσωση ποσότητας κίνησης αντικαθίσταται από μια συνάρτηση απόκρισης κλειστού τύπου ή από μια εννοιολογική σχέση (Κουτσογιάννης, 2011). Ειδικότερα, αντί της εξίσωσης ορμής χρησιμοποιείται (ή υπονοείται) μια σχέση έκφρασης του αποθηκευμένου όγκου συναρτήσει των άλλων μεταβλητών που υπεισέρχονται στην εξίσωση συνέχειας, ήτοι:

$$S(t) = \varphi[I(t), I_L(t), O(t)] \quad (7.4)$$

όπου $I(t)$ η εισροή στην ανάντη διατομή, $I_L(t)$ η πλευρική εισροή κατά μήκος του αγωγού και $O(t)$ η εκροή στην κατάντη διατομή.

Συστηματική και κριτική επισκόπηση των βιβλιογραφικών προσεγγίσεων του προβλήματος γίνεται από τον Koussis (2009).

7.2 Υλοποίηση μοντέλων διόδευσης στα πλαίσια της προσομοίωσης

7.2.1 Εναλλακτικές προσεγγίσεις

Στο μοντέλο Υδρόγειος, η διόδευση των ωριαίων υδρογραφημάτων υλοποιείται με μία από τις ακόλουθες εναλλακτικές μεθόδους:

- τη μέθοδο Muskingum, που ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων διάχυσης κύματος και δημιουργεί ένα εξομαλυμένο και χρονικά μετατοπισμένο υδρογράφημα εξόδου·
- τη μέθοδο του κινηματικού κύματος, η οποία επιβάλλει μια απλή χρονική μετάθεση της απορροής, χωρίς να μεταβάλει το σχήμα του υδρογραφήματος·
- μια απλουστευμένη υδραυλική μέθοδο μονοδιάστατης ανάλυσης.

Οι δύο πρώτες προσεγγίσεις είναι υδρολογικές, και αποσκοπούν στην απλοποίηση της αρχής διατήρησης της ποσότητας κίνησης (εξ. 7.3), θεωρώντας ότι δεν υπάρχει πλευρική τροφοδοσία του υδατορεύματος (υπενθυμίζεται ότι οι εισροές και εκροές πραγματοποιούνται μόνο στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου), και αγνοώντας κάποιους όρους με αμελητέα επίδραση στη μεταβολή της ποσότητας κίνησης. Ανάλογα με τους όρους που αγνοούνται, διαμορφώνονται οι δύο αυτές κατηγορίες μοντέλων διόδευσης, που επιλύονται με αντίστοιχα αριθμητικά σχήματα. Η τρίτη προσέγγιση εντάσσεται στην κατηγορία των υδραυλικών μεθόδων, και υλοποιήθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου Δευκαλίων.

Η μέθοδος που εφαρμόζεται σε κάθε κλάδο του υδρογραφικού δικτύου διαφοροποιείται κατά περίπτωση, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του υδατορεύματος (γεωμετρία, κατά μήκος κλίση). Όπως αναφέρθηκε, η υπολογιστική διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί μόνο στην περίπτωση ωριαίου χρονικού βήματος. Ωστόσο, είναι κατά προσέγγιση εφαρμόσιμη και στην ημερήσια προσομοίωση, στην οποία έχει υλοποιηθεί μια εμπειρική διαδικασία επιμερισμού των ημερήσιων παροχών σε ωριαίες (βλ. 7.3). Όσον αφορά στο μηνιαίο βήμα, η εν λόγω διαδικασία στερείται νοήματος, εκτός και αν αναφερόμαστε σε πολύ μεγάλης κλίμακας λεκάνες, με χρόνο συγκέντρωσης τάξης μεγέθους αρκετών ημερών.

7.2.2 Μοντέλο κύματος διάχυσης με επίλυση κατά Muskingum

Όταν η κατά μήκος κλίση S_0 του αγωγού είναι πολύ ήπια (της τάξης του 0.002 ή μικρότερη), τότε η επιτάχυνση του νερού, δηλαδή η ποσότητα:

$$\frac{Dv(x, t)}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \quad (7.5)$$

γίνεται εξαιρετικά μικρή. Συγκεκριμένα, οι όροι της τοπικής και της μεταθετικής επιτάχυνσης της εξίσωσης ποσότητας κίνησης (7.3) είναι μικρότεροι των S_f και S_0 κατά δύο τάξεις μεγέθους, οπότε με απαλοιφή τους η εν λόγω εξίσωση γράφεται:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (7.6)$$

Συνεπώς, η μεταβολή της γραμμής ενέργειας οφείλεται στις δυνάμεις βαρύτητας και στη διαφορά των δυνάμεων πίεσης εξαιτίας της μεταβολής της στάθμης από ανάντη προς κατάντη. Η παραπάνω σχέση σε συνδυασμό με την εξίσωση συνέχειας (7.1), στην οποία ο όρος της πλευρικής παροχής q_L είναι μηδενικός (δεν υπάρχει εισροή ή εκροή νερού κατά μήκος του αγωγού), αποτελούν ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων που είναι πολύ πιο απλό σε σχέση με τις πλήρεις εξισώσεις St. Venant. Το μοντέλο που προκύπτει είναι γνωστό ως *κύμα διάχυσης* (diffusion wave) ή *κύμα μηδενικής αδράνειας* (noninertia wave), και ενδείκνυται για προβλήματα διόδευσης πλημμυρών σε πεδινά υδατορεύματα.

Το μοντέλο κύματος διάχυσης συνιστά το εννοιολογικό υπόβαθρο του γνωστού σχήματος επίλυσης Muskingum. Η φερόνυμη μέθοδος, που εντάσσεται στις υδρολογικές προσεγγίσεις, προτάθηκε από τον McCarthy (1938), και υπό ορισμένες προϋποθέσεις αποτελεί μια προσεγγιστική λύση τόσο των εξισώσεων του κύματος διάχυσης όσο και αυτών του κινηματικού κύματος, οι οποίες περιγράφονται στο εδάφιο 7.2.3 (Cunge, 1969).

Για την εφαρμογή της μεθόδου, η εξίσωση συνέχειας διατυπώνεται ως εξίσωση διαφορών:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = I(t) - O(t) \quad (7.7)$$

όπου $S(t)$ ο όγκος νερού που είναι αποθηκευμένος μεταξύ της ανάντη και κατάντη διατομής, $I(t)$ το γνωστό υδρογράφημα εισροής και $O(t)$ το ζητούμενο υδρογράφημα εκροής. Η αριθμητική προσέγγιση της παραπάνω σχέσης στο χρονικό διάστημα $\Delta t = [t, t - 1]$ μέσω ενός απλού σχήματος οπίσθιων διαφορών γράφεται:

$$\frac{S_t - S_{t-1}}{\Delta t} = \frac{I_t + I_{t-1}}{2} - \frac{O_t + O_{t-1}}{2} \quad (7.8)$$

Μεταφέροντας τα άγνωστα μεγέθη S_t , O_t στο αριστερό μέλος λαμβάνεται η σχέση:

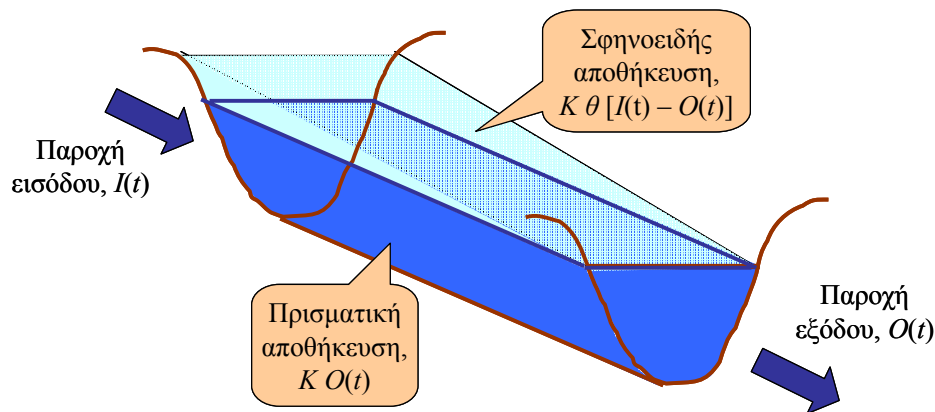
$$\left(\frac{S_t}{\Delta t} + \frac{O_t}{2} \right) = \left(\frac{I_t + I_{t-1}}{2} \right) + \left(\frac{S_{t-1}}{\Delta t} - \frac{O_{t-1}}{2} \right) \quad (7.9)$$

Για την επίλυση της (7.9) απαιτείται ο προσδιορισμός μιας ακόμη σχέσης της μορφής (7.4) που συνδέει την εκροή $O(t)$ με την αποθήκευση $S(t)$. Η κλασική μέθοδος Muskingum χρησιμοποιεί την εμπειρική γραμμική σχέση:

$$S(t) = K [\theta I(t) + (1 - \theta)O(t)] \quad (7.10)$$

όπου θ αδιάστατη παράμετρος και K χρονική παράμετρος, η οποία εκφράζει το μέσο χρόνο διαδρομής από την είσοδο μέχρι την έξοδο του υδατορεύματος (ακριβέστερα, τη χρονική απόσταση μεταξύ των κέντρων βάρους των υδρογραφημάτων εισροής και εκροής). Όπως

φαίνεται στο σκαρίφημα του Σχήματος 7.2, η εμπειρική σχέση απόκρισης (7.10) περιλαμβάνει δύο συνιστώσες αποθήκευσης, την *πρισματική* (prism storage) και τη *σφηνοειδή* (wedge storage). Η πρισματική συνιστώσα, $K O(t)$, υποδηλώνει τον όγκο που αποθηκεύεται μεταξύ των διατομών σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής, στις οποίες το βάθος ροής είναι σταθερό, ενώ η σφηνοειδής αποθήκευση, $K \theta [I(t) - O(t)]$, σχετίζεται με τη μεταβολή της στάθμης κατά μήκος του αγωγού. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.1, στα αρχικά στάδια της χρονικής εξέλιξης του φαινομένου, η στάθμη μειώνεται από τα ανάντη προς τα κατόντη, καθώς αποθηκεύεται νερό στο ποτάμι λόγω ανάσχεσης της πλημμύρας, ενώ στη συνέχεια η στάθμη αυξάνει από τα ανάντη προς τα κατόντη, καθώς ο αποθηκευμένος όγκος απορρέει με υστέρηση. Η παράμετρος θ ορίζεται στο διάστημα $[0, 0.50]$, με τυπική τιμή $\theta = 0.20$ για φυσικούς αγωγούς. Η οριακή τιμή $\theta = 0$ αντιστοιχεί στο μοντέλο γραμμικού ταμιευτήρα (όπου η τρέχουσα εκροή εξαρτάται μόνο από την εκροή του προηγούμενου βήματος), ενώ τιμή $\theta = 0.50$ αντιστοιχεί σε πλήρη σφήνα. Τιμές εκτός των παραπάνω ορίων δεν έχουν φυσικό νόημα, καθώς για $\theta > 0.50$ η αιχμή του υδρογραφήματος αυξάνει καθώς μεταβαίνουμε στα κατόντη, ενώ για $\theta < 0$ η αποθήκευση μειώνεται με την αύξηση της παροχής εισροής (Brutsaert, 2005, σ. 230).



Σχήμα 7.2: Οι έννοιες της πρισματικής και σφηνοειδούς αποθήκευσης της συνάρτησης απόκρισης του μοντέλου Muskingum (εξ. 7.10).

Συνδυάζοντας τις (7.9) και (7.10) προκύπτει η ακόλουθη αναδρομική εξίσωση:

$$O_t = c_0 I_t + c_1 I_{t-1} + c_2 O_{t-1} \quad (7.11)$$

όπου c_0, c_1, c_2 συντελεστές βάρους που εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$c_0 = \frac{-2K\theta + \Delta t}{2K(1-\theta) + \Delta t} \quad (7.12)$$

$$c_1 = \frac{2K\theta + \Delta t}{2K(1-\theta) + \Delta t} \quad (7.13)$$

$$c_2 = \frac{2K(1-\theta) - \Delta t}{2K(1-\theta) + \Delta t} \quad (7.14)$$

Οι συντελεστές βάρους είναι συνάρτηση των K, θ και Δt και ικανοποιούν την προφανή σχέση $c_0 + c_1 + c_2 = 1$. Με δεδομένο το υδρογράφημα εισόδου, και συνεπώς γνωστές την τρέχουσα και προηγούμενη τιμή της εισροής I_t και I_{t-1} , αντίστοιχα, και με γνωστή την εκροή του προηγούμενου βήματος O_{t-1} , είναι δυνατός ο βήμα-προς-βήμα υπολογισμός της επίκαιρης εκροής O_t . Για την εφαρμογή της αναδρομικής σχέσης απαιτείται ο προσδιορισμός των ακόλουθων μεγεθών:

- του υπολογιστικού βήματος, Δt .
- των παραμέτρων K και θ .
- της εισροής, I_0 , και εκροής, O_0 , στην έναρξη της προσομοίωσης (αρχικές συνθήκες).

Συγκεκριμένα, το υπολογιστικό βήμα Δt ταυτίζεται με το χρονικό βήμα της προσομοίωσης, οπότε $\Delta t = 3600$ s. Η παράμετροι K και θ δίνονται από το χρήστη, και εκτιμώνται με βάση τα χαρακτηριστικά του υδατορεύματος (διατομή, μήκος, κλίση, συντελεστής απωλειών). Προφανώς, οι δύο παράμετροι μπορούν να εκτιμηθούν με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια εφόσον διατίθενται πραγματικά υδρογραφήματα εισροής και εκροής. Γενικά, για δεδομένο μήκος L του αγωγού, όσο μειώνεται η κλίση ο χρόνος K αυξάνει, ενώ, αντίθετα, η τιμή της παραμέτρου θ μειώνεται. Η εν λόγω τιμή λαμβάνεται πρακτικά μηδενική για υδατορεύματα εξαιρετικά ήπιας κλίσης και με πλευρική υπερχειλίση, οπότε η ροή προσομοιάζει τη λειτουργία γραμμικού ταμιευτήρα. Αντίθετα, για σχετικά απότομες κλίσεις και καλά διαμορφωμένες διατομές, η παράμετρος θ προσεγγίζει την ανώτερη οριακή τιμή 0.50.

Στον προσδιορισμό των μεγεθών Δt , K και θ , είναι αναγκαίο να εξασφαλίζεται ότι οι εκτιμώμενες εκροές θα είναι μη αρνητικές. Στην ιδανική περίπτωση, θα πρέπει $K = \Delta t$, που σημαίνει ότι το υπολογιστικό βήμα ταυτίζεται με το μέσο χρόνο διαδρομής του κύματος στο υδατόρευμα. Αν αυτό δεν είναι εφικτό, τότε για την αποφυγή αρνητικών παροχών, το υπολογιστικό βήμα Δt θα πρέπει να επιλέγεται στο διάστημα (Hjelmfelt Jr., 1985):

$$2 K \theta \leq \Delta t \leq 2 K(1 - \theta) \quad (7.15)$$

Πρακτικά, για να υπάρχει ακρίβεια στους υπολογισμούς, το χρονικό βήμα θα πρέπει να λαμβάνεται μεταξύ των τιμών $K/3$ και $K/4$ (Κουτσογιάννης, 2011).

Στην υλοποίηση της διαδικασίας διόδευσης, με δεδομένο ότι το χρονικό βήμα Δt είναι σταθερό για όλους τους κλάδους του υδρογραφικού δικτύου (αφού ταυτίζεται με τη χρονική διακριτότητα των υδρογραφημάτων), η αριθμητική ευστάθεια εξασφαλίζεται με χωρική διακριτοποίηση κάθε κλάδου j σε N_j επιμέρους τμήματα (υπο-κλάδους), ίσου μήκους, $L_j' = L_j / N_j$, έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής στα εν λόγω τμήματα να ικανοποιεί της συνθήκες ευστάθειας. Για την εφαρμογή της μεθόδου, ο χρήστης ορίζει, για κάθε κλάδο j , την αδιάστατη παράμετρο θ_j , τον συνολικό χρόνο διαδρομής K_j , και έναν αδιάστατο συντελεστή δ_j , που εκφράζει το επιθυμητό χρονικό βήμα υπολογισμών ως ποσοστό του K_j . Συνεπώς, το (ακέραιο) πλήθος των υπο-κλάδων του υδατορεύματος προκύπτει από τη σχέση:

$$N_j = \text{Round} (\delta_j K_j / \Delta t) \quad (7.16)$$

Έχοντας προσδιορίσει το πλήθος N_j , η αναδρομική σχέση (7.11) εφαρμόζεται διαδοχικά στους υπο-κλάδους, θεωρώντας κοινό χρόνο διαδρομής $K_j' = K_j / N_j$ και υπολογίζοντας τους συντελεστές βάρους c_{j0} , c_{j1} , και c_{j2} συναρτήσεως των K_j' , θ_j και Δt . Στη συνέχεια, με γνωστό το υδρογράφημα εισροής του πρώτου υπο-κλάδου, παράγεται το υδρογράφημα εκροής, το οποίο ταυτίζεται με το υδρογράφημα εισροής του δεύτερου υπο-κλάδου. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι την έξοδο του τελευταίου υπο-κλάδου, όπου παράγεται το υδρογράφημα εκροής του κατάντη κόμβου του υπόψη υδατορεύματος. Επισημαίνεται ότι μεταξύ των υπο-κλάδων δεν πραγματοποιούνται εισροές ή εκροές νερού. Οι διεργασίες αυτές αναφέρονται αποκλειστικά στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου και όχι στους ενδιάμεσους (υπολογιστικούς) κόμβους του αριθμητικού σχήματος επίλυσης.

Τέλος, όσον αφορά στις αρχικές συνθήκες, σε όλους τους κλάδους θεωρείται μια ελάχιστη τιμή ροής, q_{\min} , η οποία διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης (αλλά αφαιρείται από το τελικό ισοζύγιο), ώστε να εξασφαλίζεται η συνθήκη μη μηδενικής παροχής.

7.2.3 Μοντέλο κινηματικού κύματος

Στο μοντέλο κινηματικού κύματος η εξίσωση ποσότητας κίνησης (7.3) απλοποιείται περαιτέρω, καθώς αγνοείται και ο όρος $\partial y / \partial x$, οπότε λαμβάνει τη στοιχειώδη μορφή $S_f = S_0$. Κατά συνέπεια, η ταχύτητα και η παροχή είναι μονοσήμαντες συναρτήσεις της στάθμης ή, ισοδύναμα, της επιφάνειας, δηλαδή:

$$q(x, t) = f[A(x, t)] \quad (7.17)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial x} = c(A) \frac{\partial A}{\partial x} \quad (7.18)$$

όπου το μέγεθος $c(A)$ έχει διαστάσεις ταχύτητας και εξαρτάται από τη γεωμετρία της διατομής και τη σχέση απωλειών τριβής που χρησιμοποιείται. Συνεπώς, αν θεωρηθεί μηδενική πλευρική παροχή, η εξίσωση συνέχειας (7.1) γράφεται:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -c(A) \frac{\partial A}{\partial x} \quad (7.19)$$

η οποία έχει γενική λύση:

$$A(x, t) = \varphi(t - x / c) \quad (7.20)$$

Η συνάρτηση φ καθορίζεται από τη οριακή συνθήκη για $x = 0$, ενώ για δεδομένη χωροχρονική εξέλιξη της επιφάνειας $A(x, t)$, η εξέλιξη της παροχής προκύπτει άμεσα από την (7.17). Το μέγεθος c στην εξίσωση (7.20) εκφράζει την ταχύτητα του κινηματικού κύματος, δεδομένου ότι για έναν παρατηρητή που κινείται προς τα κατάντη με ταχύτητα c , η μορφή του κύματος (A, q, y) παραμένει αμετάβλητη. Αν η τιμή του c θεωρηθεί σταθερή, τότε προκύπτει το λεγόμενο γραμμικό κινηματικό κύμα, το οποίο μετακινείται προς τα κατάντη με ταχύτητα c , χωρίς καμία μεταβολή του σχήματός του, και συνεπώς χωρίς εξομάλυνση της παροχής αιχμής (Κουτσογιάννης, 2011).

Η υλοποίηση του παραπάνω μοντέλου είναι εξαιρετικά απλή, καθώς το υδρογράφημα εξόδου προκύπτει με απλή χρονική μετατόπιση των τεταγμένων του υδρογραφήματος εισόδου:

$$O_t = I_{t-K} \quad (7.21)$$

όπου K ο χρόνος υστέρησης του συγκεκριμένου κλάδου του υδρογραφικού δικτύου, που αποτελεί τη μοναδική παράμετρο του μοντέλου και ορίζεται από τον χρήστη. Αν L το μήκος του υδατορεύματος, τότε προφανώς ισχύει $c = L / K$. Το μοντέλο του κινηματικού κύματος εφαρμόζεται σε τμήματα του δικτύου με σχετικά μεγάλη κλίση S_0 , τέτοια ώστε η μεταβολή της στάθμης να είναι πολύ μικρή σε σχέση με την κλίση του πυθμένα, και συνεπώς να μπορεί να αγνοηθεί από την εξίσωση ποσότητας κίνησης ο όρος $\partial y / \partial x$ που οφείλεται στη διαφορά πίεσης. Εφόσον η κλίση είναι σημαντική (κατά κανόνα αυτό αφορά σε ορεινά τμήματα του υδρογραφικού δικτύου), η ταχύτητα του κύματος c είναι μεγάλη, με συνέπεια να μειώνεται ο χρόνος υστέρησης K . Εφόσον $K < \Delta t$, θεωρείται ότι στον κλάδο δεν πραγματοποιείται διόδευση, δηλαδή το υδρογράφημα που εισέρχεται στον ανάντη κόμβο του υδατορεύματος μεταφέρεται κατάντη χωρίς χρονική υστέρηση και, προφανώς, χωρίς μεταβολή των χαρακτηριστικών του (χρόνος βάσης, χρόνος ανόδου, παροχή αιχμής).

7.2.4 Μονοδιάστατο μοντέλο διόδευσης σε συνθήκες μη μόνιμης ροής

Το μοντέλο μονοδιάστατης υδραυλικής προσομοίωσης ενδείκνυται για την αναπαράσταση της ροής στα πεδινά, ήπιας κλίσης τμήματα του υδρογραφικού δικτύου, για τα οποία ζητείται

μια πιο ακριβής προσέγγιση σε σχέση με το απλουστευμένο υδρολογικό μοντέλο κύματος διάχυσης που υλοποιεί η μέθοδος Muskingum. Η υδραυλική προσέγγιση εφαρμόζεται σε μεμονωμένα τμήματα του υδρογραφικού δικτύου, για τα οποία θεωρούνται γνωστά η ωριαία χρονοσειρά εισροών στον ανάντη κόμβο και τα χαρακτηριστικά γεωμετρικά και υδραυλικά μεγέθη της ανάντη και κατάντη διατομής.

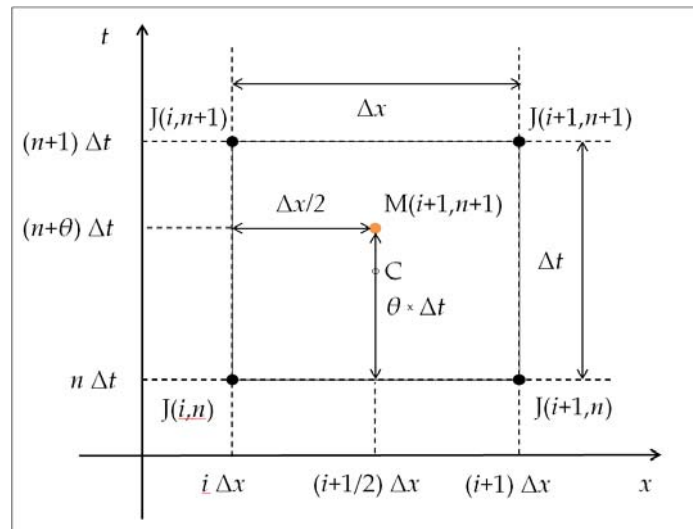
Για την μονοδιάστατη διόδευση του πλημμυρικού κύματος σε συνθήκες μη μόνιμης ροής κατά μήκος ενός συγκεκριμένου κλάδου υδατορεύματος εφαρμόζεται το άρρητο (implicit) αριθμητικό σχήμα του Preissmann (1960). Στο Σχήμα 7.3 απεικονίζεται ένας τυπικός κόμβος του σχήματος, χρησιμοποιώντας τον συμβολισμό των Mahmood and Yenjevich (pp. 142-163, 1975). Σύμφωνα με αυτό, η τιμή μιας συνάρτησης $f(x, t)$ στο σημείο $M(i+1, n+1)$, καθώς και οι μερικές της παράγωγοι $\partial f_M / \partial x$ και $\partial f_M / \partial t$ στο ίδιο σημείο, μπορούν να προσεγγιστούν συναρτήσει των τιμών της συνάρτησης $f_i^n := f(i \Delta x, n \Delta t)$, $f_{i+1}^n := f[(i+1)\Delta x, n \Delta t]$, $f_i^{n+1} := f[i \Delta x, (n+1) \Delta t]$ και $f_{i+1}^{n+1} := f[(i+1) \Delta x, (n+1) \Delta t]$ στους τέσσερις συνοριακούς κόμβους $J(i, n)$, $J(i+1, n)$, $J(i, n+1)$ και $J(i+1, n+1)$, αντίστοιχα, ως εξής:

$$f_M \approx \frac{\theta}{2} (f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1}) + \frac{1-\theta}{2} (f_{i+1}^n + f_i^n) \quad (7.22)$$

$$\frac{\partial f_M}{\partial x} \approx \frac{\theta}{\Delta x} (f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}) + \frac{1-\theta}{\Delta x} (f_{i+1}^n - f_i^n) \quad (7.23)$$

$$\frac{\partial f_M}{\partial t} \approx \frac{1}{2\Delta t} (f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n + f_i^{n+1} - f_i^n) \quad (7.24)$$

όπου θ συντελεστής κέντρου βάρους του κελιού κατά τον άξονα του χρόνου t , με Δx και Δt οι διαστάσεις του κελιού κατά τους άξονες x και t .



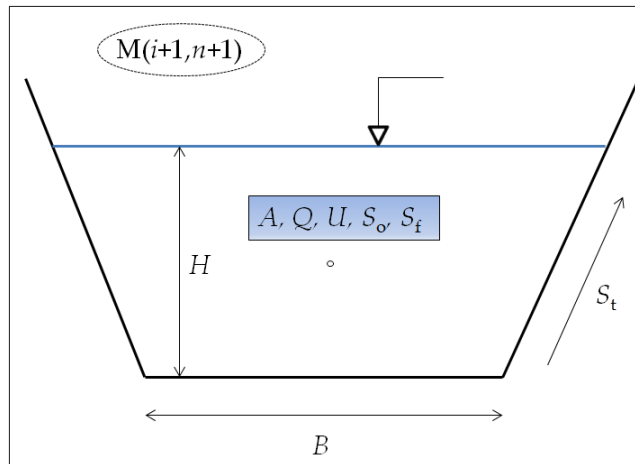
Σχήμα 7.3: Απεικόνιση τυχαίου κελιού αριθμητικού σχήματος Preissmann, με τους τέσσερις συνοριακούς κόμβους από το πλέγμα του πεδίου και τον ενδιάμεσο κόμβο M.

Ανάντη και κατάντη του υδατορεύματος θεωρούνται διατομές της τυπικής τραπεζοειδούς μορφής του Σχήματος 7.4, με χαρακτηριστικά μεγέθη την κατά μήκος κλίση, S_0 , το πλάτος πυθμένα, B , την κλίση πρανών, S_t , και τον συντελεστή απωλειών κατά Manning, n . Οι εξισώσεις συνέχειας και ορμής (μετά τις απαραίτητες πράξεις) που περιγράφουν την διόδευση του μονοδιάστατου πλημμυρικού κύματος, χωρίς πλευρικές εισροές, μέσω της διατομής, είναι αντίστοιχα (Mahmood and Yenjevich, pp. 36, 1975):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (7.25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial t} = g (S_0 - S_f) \quad (7.26)$$

όπου q η διερχόμενη παροχή από την εγκάρσια διατομή, A η υγρή επιφάνεια της διατομής, u η ταχύτητα κατά μήκος της διεύθυνσης x , g η επιτάχυνση της βαρύτητας (9.81 m/s^2), S_0 η τοπική κατά μήκος κλίση της διατομής, και S_f η τοπική κλίση τριβών. Η τελευταία εκτιμάται, κατά προσέγγιση, από την εξίσωση Manning, που όπως είναι γνωστό περιγράφει συνθήκες ομοιόμορφης ροής σε πρισματικό αγωγό.



Σχήμα 7.4: Τυπική τραπεζοειδής διατομή που αντιστοιχεί στον κόμβο M του Σχήματος 7.3.

Στο Σχήμα 7.5 απεικονίζεται η διακριτοποίηση του μονοδιάστατου χωροχρονικού πεδίου, μήκους L και διάρκειας προσομοίωσης T . Αναδιατυπώνοντας τις εξισώσεις (7.25) και (7.26) με τη βοήθεια των (7.22), (7.23) και (7.24) για κάθε κόμβο M του πεδίου, προκύπτουν $2I - 2$ εξισώσεις σε κάθε χρονικό βήμα Δt , όπου $I = L / (\Delta x + 1)$. Κατά συνέπεια, για κάθε χρονικό βήμα διατυπώνεται ένα μη γραμμικό σύστημα $2I - 2$ εξισώσεων με $2I$ άγνωστες μεταβλητές, το οποίο μπορεί να λυθεί με επαναληπτικούς αλγόριθμους, π.χ. τύπου Newton-Raphson. Για την επίλυση απαιτείται ο προσδιορισμός δύο κατάλληλων οριακών συνθηκών, τέτοιων ώστε να μειωθεί ο αριθμός των άγνωστων μεταβλητών σε $2I - 2$.

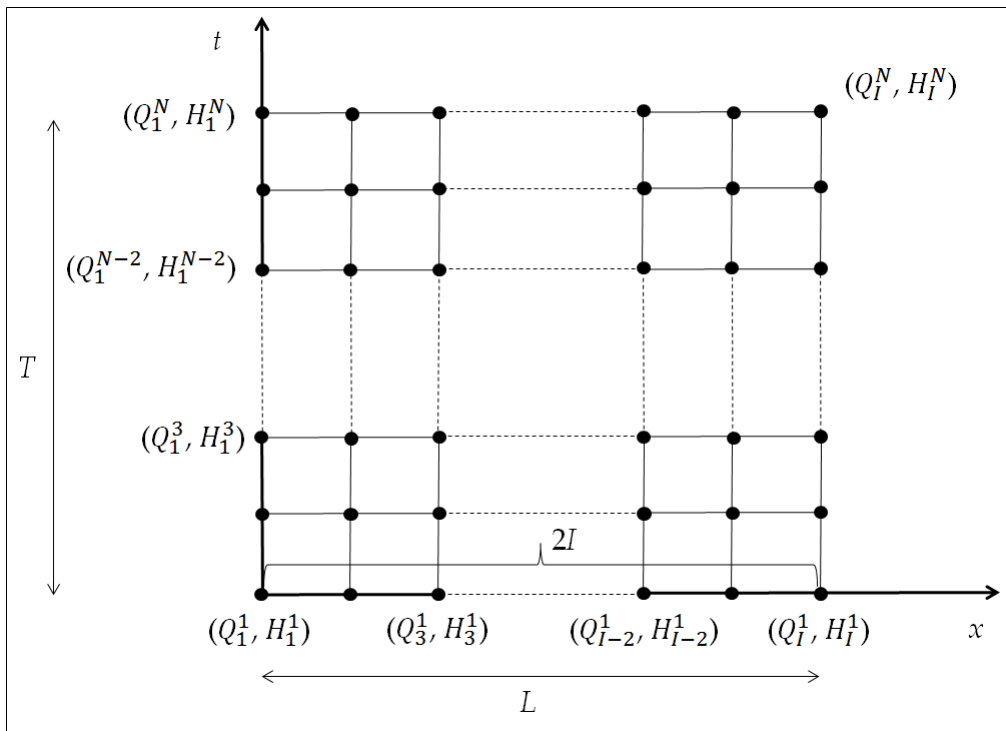
Η ευστάθεια της αριθμητικής επίλυσης ελέγχεται από τον αριθμό Courant, όπου σε κάθε χρονικό βήμα θα πρέπει τηρεί την οριακή συνθήκη:

$$Cr = \Delta t / \Delta t_c \leq 1 \quad (7.27)$$

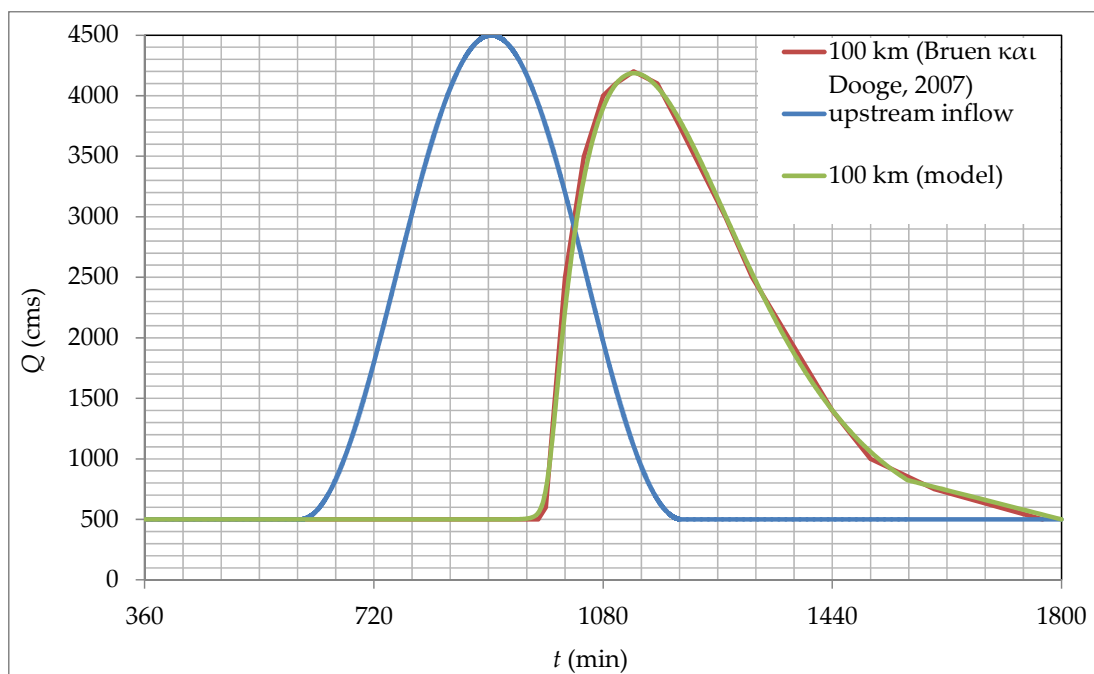
όπου $\Delta t_c = \Delta x / \sqrt{g y}$ το χαρακτηριστικό χρονικό βήμα που αναφέρεται στην ταχύτητα του κινηματικού κύματος.

Ο έλεγχος του μοντέλου έγινε με βάση αντίστοιχη εφαρμογή των Bruen and Dooge (2007) για διάδοση πλημμυρικού κύματος (με το ίδιο αριθμητικό σχήμα που ακολουθήθηκε και εδώ) κατά μήκος ορθογωνικού αγωγού 100 m πλάτους, συντελεστή τραχύτητας Manning 0.025, μήκους 200 km, σταθερής κατά μήκος κλίσης 0.000971, ανάντης οριακής συνθήκης το πλημμυρογράφημα του Σχήματος 7.6, και κατάντη οριακής συνθήκης ομοιόμορφου βάθους (κατάλληλη για υποκρίσιμες συνθήκες ροής). Η σύγκριση των δύο μοντέλων έγινε στη μέση του αγωγού (συγκεκριμένα, σε απόσταση 100 km από ανάντη), ώστε να περιοριστούν κάπως οι επιδράσεις των οριακών συνθηκών. Για τη χωρική διακριτοποίηση επιλέχθηκε βήμα ίσο με

1 km (με το οποίο προέκυψαν 200 διατομές και 201 χωρικοί κόμβοι), το χρονικό βήμα τέθηκε ίσο με 100 s (καταλήγοντας σε 721 χρονικούς κόμβους), ενώ η παράμετρος θ τέθηκε ίση με 0.60, σύμφωνα και με την υπόδειξη των Mahmood and Yenjevich (p. 163, 1975). Τα αποτελέσματα της σύγκρισης φαίνονται στο Σχήμα 7.6.



Σχήμα 7.5: Διακριτοποίηση μονοδιάστατου χωροχρονικού πεδίου.



Σχήμα 7.6: Ανάντη πλημμυρογράφημα (μπλε γραμμή) και διόδευσης του σε απόσταση 100 km κατάντη, με κόκκινη και πράσινη γραμμή, σύμφωνα με την ανάλυση των Bruen and Dooge (2007) και του παρόντος μοντέλου, αντίστοιχα.

7.3 Επιμερισμός μέσων ημερήσιων παροχών

Οι μεθοδολογίες διόδευσης που περιγράφηκαν στην προηγούμενη ενότητα προϋποθέτουν ωριαία χρονική διακριτότητα των υδρογραφημάτων εισόδου, καθώς σε μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες οι παροχές μπορεί να μεταβάλλονται απότομα, δημιουργώντας προβλήματα ευστάθειας των αριθμητικών σχημάτων. Από την άλλη πλευρά, στην ημερήσια κλίμακα είναι συχνή η ύπαρξη σημαντικών αποκλίσεων μεταξύ των παρατηρημένων και προσομοιωμένων παροχών, λόγω του διαφορετικού χρονισμού του γενεσιουργού φαινομένου (βροχόπτωση, που πραγματοποιείται την προηγούμενη ημέρα ή μοιράζεται μεταξύ δύο διαδοχικών ημερών) και του αποτελέσματος (απορροή, που εμφανίζεται την επόμενη ημέρα). Στα πλαίσια αυτά, επιχειρήθηκε η υλοποίηση μιας διαδικασίας εμπειρικού επιμερισμού των ημερήσιων παροχών σε ψευδο-ωριαίες, που επιτρέπει την άμεση εφαρμογή των τριών εναλλακτικών σχημάτων διόδευσης που υποστηρίζει το μοντέλο Υδρόγειος.

Έστω V_t ο όγκος απορροής που παράγεται από μια υπολεκάνη την ημέρα t και εισάγεται ως σημειακή εισροή στον κατάντη κόμβο της. Αν n η διάρκεια της ημέρας ($n = 86\,400$ s), ζητείται η διαμόρφωση ενός συνεπούς και ρεαλιστικού υδρογραφήματος στο χρονικό διάστημα $[0, n]$, που περιγράφεται από μια συνεχή συνάρτηση παροχής $q_t(\tau)$, τέτοια ώστε:

$$\int_{\tau=0}^n q_t(\tau) d\tau = V_t \quad (7.28)$$

$$q_t(0) = q_{t-1}(n) \quad (7.29)$$

Η πρώτη συνθήκη εξασφαλίζει ότι ο ημερήσιος όγκος του υδρογραφήματος στο αντίστοιχο διάστημα $[0, n]$ ισούται με τον δεδομένο όγκο απορροής V_t (διατήρηση ημερήσιου όγκου), ενώ η δεύτερη συνθήκη εγγυάται ότι η τιμή της παροχής στην αρχή της ημέρας t ισούται με την παροχή στο πέρας της προηγούμενης ημέρας $t - 1$ (συνέχεια μεταξύ διαδοχικών ημερών). Για κάθε ημέρα της περιόδου προσομοίωσης και για κάθε υπολεκάνη, διαμορφώνεται μια συνάρτηση παροχής $q_t(\tau)$, μέσω μιας διαδικασίας επιμερισμού, και στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές της ανά ώρα, ήτοι για $\tau = 3\,600, 7\,200, \dots, 86\,400$ s. Η υπολογιστική διαδικασία οδηγεί σε μονοσήμαντες (προσδιοριστικές) λύσεις του προβλήματος, ενώ προϋποθέτει ορισμένες παραδοχές που εξηγούνται στη συνέχεια.

Αρχικά, εκτιμώνται η αρχική και τελική τιμή της συνάρτησης παροχής που αντιστοιχεί στην ημέρα t , με βάση τις σχέσεις:

$$q_t(0) = \frac{V_{t-1} + V_t}{2n} \quad (7.30)$$

$$q_t(n) = \frac{V_t + V_{t+1}}{2n} \quad (7.31)$$

Συνεπώς, θεωρείται ότι η στιγμιαία παροχή στην αρχή της ημέρας ($\tau = 0$) ισούται με τη μέση παροχή της τρέχουσας (t) και της προηγούμενης ($t - 1$) ημέρας, ενώ η στιγμιαία παροχή στο πέρας της ημέρας ($\tau = n$) ισούται με τη μέση παροχή της τρέχουσας (t) και της επόμενης ($t + 1$) ημέρας. Με τον τρόπο αυτό, ικανοποιείται η συνθήκη (7.29). Τονίζεται ότι ο χρονοσειρές όγκων απορροής V_t (ή, ισοδύναμα, μέσω ημερήσιων παροχών $Q_t = V_t / n$) θεωρούνται γνωστές για όλη την περίοδο προσομοίωσης, από τη συνδυασμένη εφαρμογή των τριών μοντέλων, χωρίς τη θεώρηση των διεργασιών διόδευσης.

Συγκρίνοντας τις τιμές των $q_t(0)$, $q_t(n)$ και Q_t προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις:

- Αν $q_t(0) = q_t(n)$, η παροχή στη διάρκεια της ημέρας θεωρείται ότι διατηρείται αμετάβλητη, οπότε $q_t(\tau) = q_t(0)$.
- Αν $q_t(0) < Q_t < q_t(n)$ ή $q_t(0) > Q_t > q_t(n)$, δηλαδή η μέση ημερήσια παροχή περικλείεται από τις χρονικά ακραίες στιγμιαίες τιμές της, διαμορφώνεται μια συνάρτηση παροχής που περιγράφει τον αντίστοιχο ανοδικό ή καθοδικό κλάδο του υδρογραφήματος, μέσω της σχέσης δύναμης:

$$q_t(\tau) = q_t(0) + a k^b \quad (7.32)$$

όπου a, b συντελεστές που υπολογίζονται ρητά με βάση την αρχή διατήρησης του ημερήσιου όγκου (εξ. 7.28) και τη γνωστή τιμή στο πέρας του χρονικού διαστήματος, $q_t(n)$. Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις προκύπτει:

$$b = \frac{q_t(n) - q_t(0)}{Q_t - q_t(0)} - 1 \quad (7.33)$$

$$a = \frac{q_t(n) - q_t(0)}{n^b} \quad (7.34)$$

Για μεγάλες τιμές του b (>10), ο συντελεστής a γίνεται πολύ μικρός, οπότε, για λόγους αριθμητικής ευστάθειας, αντί της (7.32) χρησιμοποιείται η προσέγγιση $q_t(\tau) = q_t(0)$.

- Αν $q_t(0) < Q_t$ και $q_t(n) < Q_t$, δηλαδή η μέση ημερήσια παροχή είναι μεγαλύτερη από τις χρονικά ακραίες τιμές στιγμιαίες της, τότε διαμορφώνεται ένα τριγωνικό υδρογράφημα που δίνεται από την εξίσωση:

$$q_t(\tau) = \begin{cases} q_t(0) + \frac{q_p - q_t(0)}{n_p} \tau & 0 \leq \tau \leq n_p \\ q_t(n) + \frac{q_p - q_t(n)}{n - n_p} (n - \tau) & n_p < \tau \leq n \end{cases} \quad (7.35)$$

όπου q_p η παροχή αιχμής του υδρογραφήματος και n_p ο χρόνος πραγματοποίησης της αιχμής. Με την παραδοχή ότι $n_p = n / 3$ (θεωρώντας δηλαδή ότι η παροχή αυξάνει έως την 8^η ώρα της ημέρας και εν συνεχεία μειώνεται), και με βάση την αρχή διατήρησης του ημερήσιου όγκου (εξ. 7.28), η αιχμή υπολογίζεται από τη σχέση:

$$q_p = 2Q_t - \frac{q_t(0) n_p + q_t(n) (n - n_p)}{n} \quad (7.36)$$

- Αν $q_t(0) > Q_t$ και $q_t(n) > Q_t$, δηλαδή η μέση ημερήσια παροχή είναι μικρότερη από τις χρονικά ακραίες στιγμιαίες τιμές της, τότε διαμορφώνεται ένα αντίστροφο τριγωνικό υδρογράφημα το οποίο, εκτός από την αρχή διατήρησης του ημερήσιου όγκου, θα πρέπει να εξασφαλίζει μη αρνητικές τιμές σε όλο το διάστημα $[0, n]$. Στην περίπτωση αυτή, ο χρόνος πραγματοποίησης της ελάχιστης τιμής του υδρογραφήματος n_L δεν θεωρείται δεδομένος, αλλά εκτιμάται μέσω δοκιμών. Συγκεκριμένα, εντοπίζεται ο χρόνος n_L κατά τον οποίο μεγιστοποιείται η συνάρτηση:

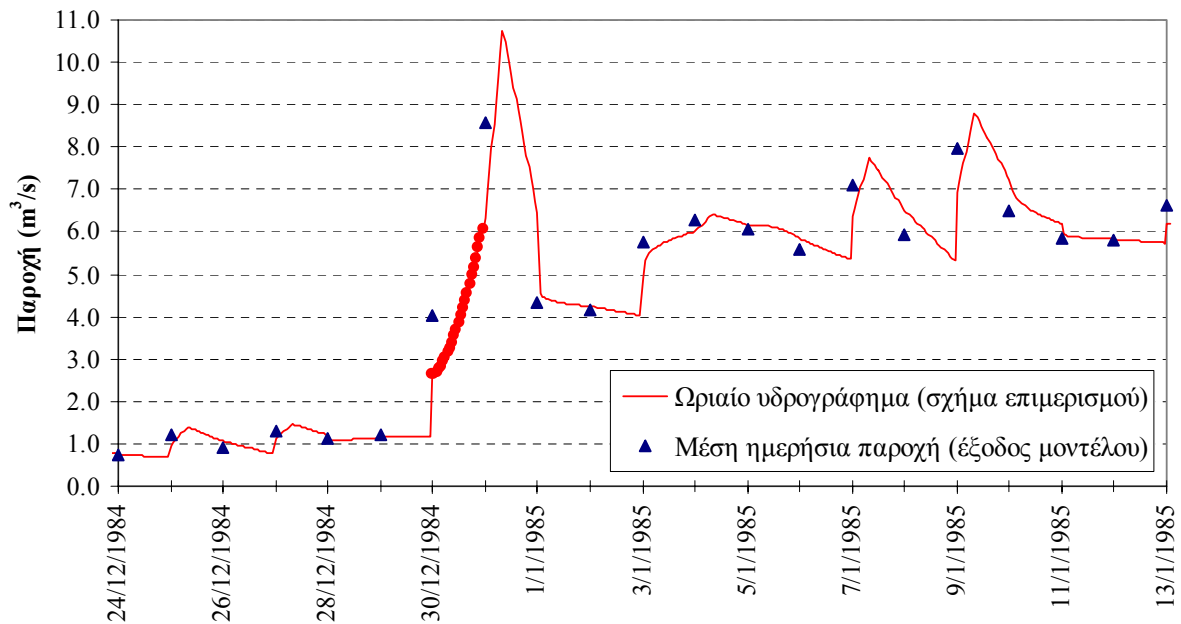
$$q_L = 2Q_t - \frac{q_t(0) n_L + q_t(n) (n - n_L)}{n} \quad (7.37)$$

Η διαδικασία αναζήτησης γίνεται με δοκιμές, θεωρώντας ωριαίο χρονικό βήμα, ήτοι $\Delta t = 3600$ s. Εφόσον ζητείται το μέγιστο μεταξύ των ελάχιστων παροχών q_L (όπου η τιμή q_L αντιστοιχεί στην κορυφή του αντίστροφου τριγωνικού υδρογραφήματος), και το εν λόγω

μέγιστο είναι προφανώς μη αρνητικό (αφού $Q_t \geq 0$). Με δεδομένα, πλέον τα q_L και n_L , οι τεταγμένες του υδρογραφήματος δίνονται από τη σχέση:

$$q_t(\tau) = \begin{cases} q_t(0) + \frac{q_L - q_t(0)}{n_L} \tau & 0 \leq \tau \leq n_L \\ q_t(n) + \frac{q_L - q_t(n)}{n - n_L} (n - \tau) & n_L < \tau \leq n \end{cases} \quad (7.38)$$

Στο Σχήμα 7.7 δίνεται ένα παράδειγμα επιμερισμού των μέσων ημερήσιων παροχών που παράγονται από το ημερήσιο μοντέλο σε υδρογραφήματα ωριαίας χρονικής ανάλυσης.



Σχήμα 7.7: Παράδειγμα επιμερισμού μέσων ημερήσιων παροχών λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού σε υποθετικά υδρογραφήματα ωριαίας ανάλυσης. Με έντονο χρώμα απεικονίζεται ο ανοδικός κλάδος στη διάρκεια της 30/12/1984.

8 Υπολογιστικό σύστημα υδρολογικής-υδραυλικής προσομοίωσης

8.1 Ορισμοί - Δεδομένα εισόδου

Ως προσομοίωση νοείται η υπολογιστική διαδικασία της βήμα-προς-βήμα αναπαράστασης των επιφανειακών, υπόγειων και ανθρωπογενών διεργασιών (αντλήσεις, απολήψεις), με ζητούμενο την εκτίμηση όλων των μεταβλητών του υδατικού ισοζυγίου του υδροσυστήματος για συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Το χρονικό βήμα της προσομοίωσης είναι μηνιαίο ή ημερήσιο· στη δεύτερη περίπτωση παρέχεται η δυνατότητα κατ' επιλογήν ενεργοποίησης του μοντέλου διόδευσης των ωριαίων παροχών που παράγονται από το σχήμα επιμερισμού στο υδρογραφικό δίκτυο.

Τα δεδομένα εισόδου της προσομοίωσης είναι:

- η τοπολογία του δικτύου και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των γεωγραφικών οντοτήτων (π.χ. εκτάσεις υπολεκανών, μήκη υδατορευμάτων, ακμές κυττάρων, ενώσεις και τομές γεωγραφικών επιπέδων, κτλ.), τα οποία παράγονται από το ΣΓΠ και δεν μπορούν να τροποποιηθούν από τον χρήστη·
- τα χαρακτηριστικά μεγέθη του υδροσυστήματος που δεν έχουν γεωγραφική αναφορά και μπορούν να τροποποιηθούν από τον χρήστη (π.χ. παροχεταιυτικότητα και μοναδιαία κόστη υδραγωγείων)·
- οι παράμετροι των μοντέλων επιφανειακής και υπόγειας υδρολογίας, οι οποίες είτε ορίζονται από τον χρήστη είτε υπολογίζονται (στο σύνολό τους ή τμηματικά) από το μοντέλο βελτιστοποίησης·
- οι υδρολογικές και διαχειριστικές χρονοσειρές εισόδου (επιφανειακή βροχόπτωση και δυναμική εξατμοδιαπνοή υπολεκανών, χρονοσειρές ζήτησης, εξωτερικές εισροές)·
- οι αρχικές και οριακές συνθήκες των μοντέλων επιφανειακής και υπόγειας υδρολογίας (βλ. 4.5 και 5.4, αντίστοιχα)·
- τα υπολογιστικά μεγέθη της διαδικασίας διόδευσης (αριθμητικό σχήμα επίλυσης και σχετικές παράμετροι)·
- διάφορες γενικές επιλογές που αφορούν σε χρονικά μεγέθη (π.χ. έναρξη και λήξη προσομοίωσης), αλγοριθμικές παραμέτρους (π.χ. κριτήρια σύγκλισης και τερματισμού αριθμητικών μεθόδων) και μαθηματικές εκφράσεις (π.χ. για τον υπολογισμό της υδραυλικής αγωγιμότητας των αγωγών που συνδέουν υπόγειες δεξαμενές)·
- οι χρονοσειρές ελέγχου (παροχές υπολεκανών, υδατορευμάτων ή πηγών, στάθμες υδροφορέα), τα κριτήρια καλής προσαρμογής και οι συντελεστές βάρους των κριτηρίων.

Οι χρονοσειρές ελέγχου, τα κριτήρια προσαρμογής και οι συντελεστές στάθμισης χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό του καθολικού μέτρου επίδοσης, ήτοι της στοχικής συνάρτησης της βαθμονόμησης, με βάση την οποία αξιολογείται η καταλληλότητα του μοντέλου ως προς την αναπαραγωγή των παρατηρημένων αποκρίσεων του υδροσυστήματος. Οι συνιστώσες της διαδικασίας βαθμονόμησης εξηγούνται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 9.

8.2 Αρχικοποίηση

Η *αρχικοποίηση* (initialization) της προσομοίωσης περιλαμβάνει μια σειρά εργασιών που γίνονται άπαξ, και αφορούν στον υπολογισμό όλων των χρονικά αμετάβλητων μεγεθών και μητρώων που χρησιμοποιούνται στα επιμέρους μοντέλα. Σε αυτές περιλαμβάνονται:

- ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών μεγεθών του μοντέλου διόδευσης·
- η κατασκευή των μητρώων του σχήματος επίλυσης της υπόγειας ροής·
- η κατασκευή των μητρώων και διανυσμάτων του μοντέλου διγράφου·
- η επαναφορά των αρχικών τιμών των μεταβλητών κατάστασης (αποθέματα δεξαμενών)·

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του μοντέλου διόδευσης είναι η τάξη των κλάδων και οι παράμετροι των σχημάτων επίλυσης (πλήθος υπο-κλάδων, χρόνοι υστέρησης, συντελεστές Muskingum).

Τα μητρώα του σχήματος επίλυσης της υπόγειας ροής αφορούν στα σταθερά γεωμετρικά μεγέθη του υπόγειου συστήματος και τις δύο παραμέτρους των δεξαμενών (υδραυλική αγωγιμότητα, ειδική απόδοση). Στα σταθερά γεωμετρικά μεγέθη περιλαμβάνονται οι επιφάνειες των κυττάρων, τα υψόμετρα πυθμένα και οροφής, οι αποστάσεις μεταξύ των κέντρων βάρους τους (μήκη αγωγών) και τα μήκη των κοινών ακμών τους. Εφόσον έχει οριστεί συνθήκη αδιαπέρατου ορίου μεταξύ δύο δεξαμενών, τότε το μήκος της κοινής τους ακμής τους λαμβάνεται μηδενικό. Η περίπτωση αυτή αποτελεί και τη μοναδική οριακή συνθήκη του μοντέλου.

Τα σταθερά μεγέθη του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, από την επίλυση του οποίου προκύπτει η βέλτιστη κατανομή των ροών του υδροσυστήματος σε κάθε χρονικό βήμα, είναι το μητρώο πρόσπτωσης (όπου περιγράφεται η τοπολογία του διγράφου), τα μητρώα απωλειών και επιστροφών, καθώς και το διάνυσμα μοναδιαίου κόστους. Τα εν λόγω κόστη υπολογίζονται με βάση την αναδρομική διαδικασία του υποκεφαλαίου 6.6. Η τοποθέτηση των στοιχείων των μητρώων γίνεται με τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται μια διάταξη με ισχυρή διαγώνιο.

Οι αρχικές συνθήκες αφορούν στις τιμές όλων των μεταβλητών κατάστασης του μοντέλου στην έναρξη της προσομοίωσης, καθώς και στις παροχές των πηγών. Ως μεταβλητές κατάστασης νοούνται οι στάθμες (ή, ισοδύναμα, τα αποθέματα) των εννοιολογικών δεξαμενών του επιφανειακού και υπόγειου συστήματος. Εφόσον το χρονικό βήμα της προσομοίωσης είναι μηνιαίο, τότε για κάθε συνδυασμό υπολεκάνης και μονάδας υδρολογικής απόκρισης αντιστοιχεί μία δεξαμενή που αντιπροσωπεύει την ακόρεστη ζώνη, ενώ στο ημερήσιο χρονικό βήμα διαμορφώνονται ξεχωριστές δεξαμενές για την ανώτατη και κατώτατη ακόρεστη ζώνη. Συνεπώς, αν NB το πλήθος των υπολεκανών και NH το πλήθος των ΜΥΑ, στην πρώτη περίπτωση ορίζονται NB × NH αρχικές συνθήκες, ενώ στη δεύτερη 2 × NB × NH. Επειδή οι υπολογισμοί στο μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας αναφέρονται σε μοναδιαίες επιφάνειες (όλες οι μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου διατυπώνονται ως ισοδύναμα ύψη νερού), ως αρχικές συνθήκες λαμβάνονται οι στάθμες και όχι τα αποθέματα.

Όσον αφορά στο υπόγειο σύστημα, με γνωστή την αρχική στάθμη $w_{i,0}$ κάθε δεξαμενής, υπολογίζεται το αντίστοιχο αρχικό απόθεμα από τη σχέση:

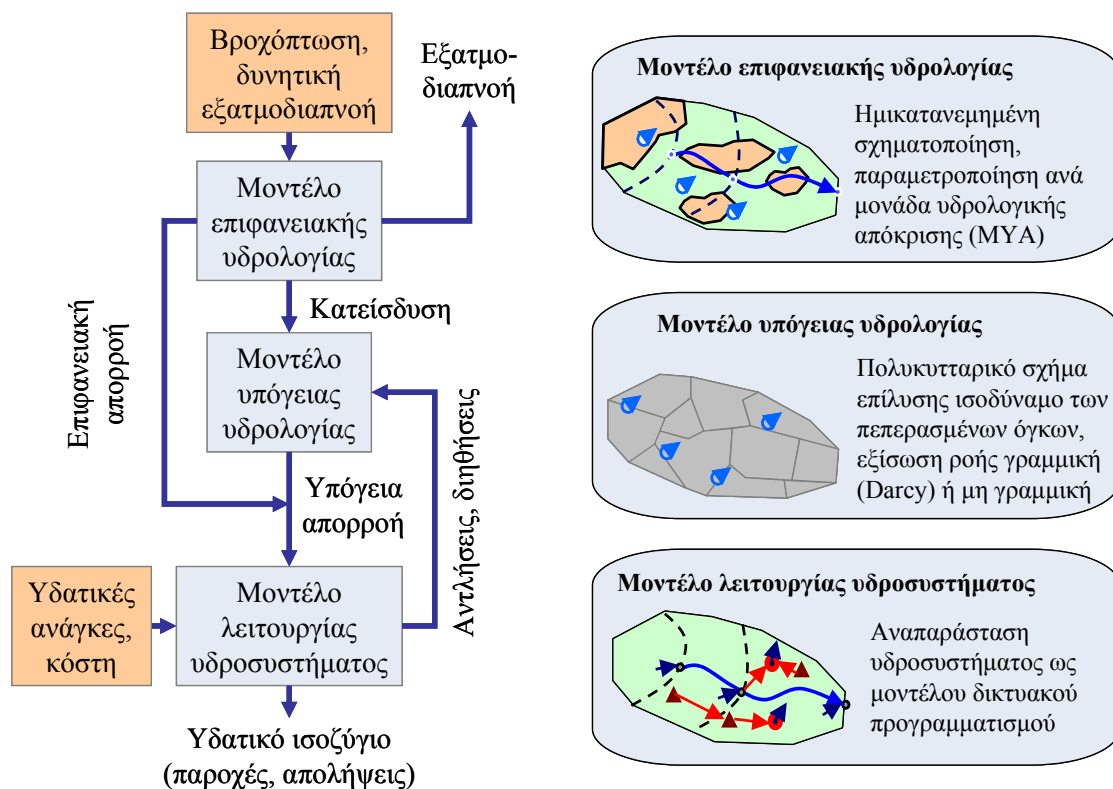
$$V_{i,0} = S_{yi} A_i w_{i,0} \quad (8.1)$$

όπου S_{yi} η ειδική απόδοση της περιοχής του υδροφορέα που καταλαμβάνει το κύτταρο i και A_i το εμβαδόν του.

Τέλος, οι αρχικές παροχές των πηγών είναι αναγκαίες για την εφαρμογή του πρώτου κύκλου της επαναληπτικής διαδικασίας στο πρώτο χρονικό βήμα, προκειμένου να δοθεί μια αρχική εκτίμηση της υπόγειας απορροής των υπολεκανών (βλ. 8.3).

8.3 Προσομοίωση χωρίς διόδευση

Στο Σχήμα 8.1 απεικονίζεται το διάγραμμα ροής της απλής διαδικασίας προσομοίωσης σε ένα χρονικό βήμα (μηνιαίο ή ημερήσιο, χωρίς διόδευση), με συνδυασμένη εφαρμογή των μοντέλων επιφανειακής υδρολογίας, υπόγειας υδρολογίας και κατανομής των υδατικών πόρων. Στο διάγραμμα δίνεται σχηματικά ο τρόπος ανταλλαγής των δεδομένων εισόδου και εξόδου των επιμέρους μοντέλων, με τελικό ζητούμενο τον υπολογισμό όλων των μεταβλητών του επιφανειακού και υπόγειου υδατικού ισοζυγίου του υδροσυστήματος.



Σχήμα 8.1: Διάγραμμα ροής και συνοπτική περιγραφή των επιμέρους μοντέλων του λογισμικού ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ (Ευστρατιάδης, 2008).

Αρχικά, εφαρμόζεται το μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας, με διαφορετικές παραμέτρους για κάθε ΜΥΑ. Στο μοντέλο εισάγονται η επιφανειακή βροχόπτωση και η δυνητική εξατμοδιαπνοή κάθε υπολεκάνης, καθώς και η τρέχουσα αποθήκευση υγρασίας στην ακόρεστη ζώνη (ή επιμερισμένη στην άνω και κάτω ζώνη, εφόσον το χρονικό βήμα είναι ημερήσιο) για κάθε συνδυασμό υπολεκάνης-ΜΥΑ. Για δεδομένες τιμές παραμέτρων ανά ΜΥΑ (6 ή 7, για μηνιαία και ημερήσια προσομοίωση, αντίστοιχα), το μοντέλο εκτιμά την πραγματική εξατμοδιαπνοή, την επιφανειακή απορροή, την κατείσδυση και την αποθήκευση υγρασίας στο πέρας του χρονικού βήματος. Η κατανομημένη απορροή από κάθε συνδυασμό υπολεκάνης-ΜΥΑ ολοκληρώνεται στην επιφάνεια των υπολεκανών, ενώ η κατείσδυση από κάθε συνδυασμό υπολεκάνης-ΜΥΑ ολοκληρώνεται στην επιφάνεια των υποκείμενων υπόγειων κυττάρων, αποτελώντας μία από τις τρεις συνιστώσες φόρτισής τους (βλ. 5.1). Οι

λοιπές φορτίσεις προέρχονται από τις απώλειες διήθησης κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου και τις αντλήσεις μέσω των γεωτρήσεων, που είναι προς το παρόν άγνωστες.

Τόσο οι διηθήσεις όσο και οι αντλήσεις εκτιμώνται από το μοντέλο κατανομής των υδατικών πόρων, είσοδος του οποίου είναι η προσφορά νερού στους κόμβους του υδροσυστήματος. Ειδικότερα, στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, η προσφορά νερού περιλαμβάνει την επιφανειακή και υπόγεια απορροή των ανάντη υπολεκανών, καθώς και πιθανές εξωτερικές πηγές (π.χ. εκτροπή νερού από άλλη λεκάνη). Ωστόσο, από τα παραπάνω μεγέθη, δεν είναι γνωστή η τρέχουσα υπόγεια απορροή, ήτοι η εκφόρτιση των πηγών, η οποία υπολογίζεται από το μοντέλο υπόγειας υδρολογίας. Στο σημείο αυτό προκύπτει η ανάγκη επαναληπτικών κύκλων, καθώς η παροχή των πηγών εξαρτάται από την τρέχουσα κατείσδυση (η οποία είναι γνωστή) καθώς και τις άγνωστες απώλειες λόγω διήθησης στο ανάντη υδρογραφικό δίκτυο. Επιπλέον, η εν λόγω παροχή επηρεάζεται από τις ανάντη αντλήσεις, οι οποίες είναι επίσης άγνωστες. Τέλος, αν στη λεκάνη πραγματοποιούνται συνδυασμένες απολήψεις επιφανειακών και υπόγειων νερών, ώστε να ικανοποιηθούν υδατικές χρήσεις που μπορεί να είναι ανταγωνιστικές, η κατανομή τους εξαρτάται και πάλι από τις άγνωστες εκροές των πηγών.

Ο χειρισμός του προβλήματος γίνεται με την εφαρμογή ενός υπολογιστικού βρόχου, ως εξής:

Έστω t το επίκαιρο χρονικό βήμα και k δείκτης που υποδηλώνει τον τρέχοντα επαναληπτικό κύκλο. Στο αρχικό στάδιο (εκτός του κύκλου) υπολογίζονται όλες οι μεταβλητές του επιφανειακού υδατικού ισοζυγίου, μεταξύ των οποίων η επιφανειακή απορροή των υπολεκανών $Q_{i,t}^{[0]}$ (η οποία μεταφέρεται ως σημειακή εισροή στον αντίστοιχο κόμβου εξόδου i) και η φόρτιση των υπόγειων δεξαμενών j λόγω κατείσδυσης, $G_{j,t}^{[0]}$ (ο μηδενικός δείκτης υποδηλώνει ότι οι υπολογισμοί γίνονται εκτός του βρόχου). Ο επαναληπτικός κύκλος περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1: Δίνεται μια αρχική εκτίμηση της υπόγειας απορροής των υπολεκανών, $B_{i,t}^{[k]}$ (στην οποία αθροίζονται οι παροχές όλων των πηγών της υπολεκάνης, οι οποίες μεταφέρονται, μαζί με την επιφανειακή απορροή, ως σημειακές εισροές στον αντίστοιχο κόμβου εξόδου i), υποθέτοντας στον πρώτο κύκλο την παροχή των πηγών του προηγούμενου χρονικού βήματος, και στους υπόλοιπους κύκλους την παροχή που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου υπόγειων νερών του αμέσως προηγούμενου κύκλου, ήτοι:

$$B_{i,t}^{[k]} = \begin{cases} B_{i,t-1}^* & k = 1 \\ B_{i,t}^{[k-1]} & k > 1 \end{cases} \quad (8.2)$$

όπου $B_{i,t-1}^*$ υποδηλώνει τη βέλτιστη εκτίμηση της υπόγειας απορροής του προηγούμενου βήματος, μετά την ολοκλήρωση της επαναληπτικής διαδικασίας.

Βήμα 2: Υπολογίζονται οι εισροές σε όλους τους κόμβους του μοντέλου διγράφου και διαμορφώνεται το διάνυσμα προσφοράς-ζήτησης $y^{[k]}$, σύμφωνα με τη σχέση (6.14).

Βήμα 3: Επιλύεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, από το οποίο προκύπτει η βέλτιστη κατανομή των ροών του υδροσυστήματος, ήτοι οι παροχές των υδατορευμάτων και υδραγωγείων, οι απώλειες λόγω διηθήσεων στα υδατορεύματα και διαρροών στα υδραγωγεία, οι απολήψεις νερού από τους κόμβους του υδροσυστήματος και οι αντλήσεις από τις ομάδες γεωτρήσεων. Οι τελευταίες επιμερίζονται στις γεωτρήσεις κάθε ομάδας, με βάση τους συντελεστές βάρους που έχουν οριστεί (στην απλούστερη περίπτωση, η αντλούμενη ποσότητα ισομοιράζεται στις γεωτρήσεις κάθε ομάδας).

Βήμα 4: Υπολογίζονται οι φορτίσεις των υπόγειων δεξαμενών j , ανηγμένες στις επιφάνειες των κυττάρων (ήτοι διατυπωμένες ως ισοδύναμα ύψη νερού). Σε αυτές περιλαμβάνονται η

κατείσδυση $g_{j,t}^{[0]}$ από τα υπερκείμενα επιφανειακά στοιχεία (συνδυασμός υπολεκανών και ΜΥΑ), η διήθηση $\delta_{j,t}^{[k]}$ από το υπερκείμενο υδρογραφικό δίκτυο, και η άντληση $w_{j,t}^{[k]}$.

Βήμα 5: Με δεδομένες τις φορτίσεις, επιλύεται το μοντέλο υπόγειας ροής, έξοδοι του οποίου είναι οι στάθμες των υπόγειων δεξαμενών, οι παροχές των πηγών και οι υπόγειες εκφορτίσεις εκτός λεκάνης (π.χ. απώλειες προς τη θάλασσα ή προς γειτονικές λεκάνες).

Βήμα 6: Για όλες τις πηγές της λεκάνης υπολογίζεται η απόκλιση μεταξύ της τρέχουσας και προηγούμενης εκτίμησης της παροχής εκφόρτισης. Αν η μέγιστη απόκλιση είναι μικρότερη από κάποια τιμή ανοχής που ορίζει ο χρήστης (κριτήριο σύγκλισης) ή ο αριθμός των επαναλήψεων υπερβεί κάποιο ανώτατο όριο που επίσης ορίζει ο χρήστης (κριτήριο τερματισμού), τότε η διαδικασία τερματίζεται, διαφορετικά επανέρχεται στο πρώτο βήμα.

Συνήθως, για τη σταθεροποίηση της παροχής των πηγών, επαρκεί ένας μόνο κύκλος επαναλήψεων, κάτι που καθιστά το παραπάνω σχήμα επίλυσης πολύ αποδοτικό, από πλευράς υπολογιστικού φόρτου. Αν στο υδροσύστημα δεν υπάρχουν πηγές, τότε προφανώς δεν προκύπτει η ανάγκη επαναλήψεων.

8.4 Προσομοίωση με διόδευση

Εφόσον ζητείται η αναπαράσταση των φαινομένων διόδευσης στην ημερήσια ή ωριαία χρονική κλίμακα, τότε η διαδικασία της προσομοίωσης εκτελείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο εφαρμόζεται το τυπικό σχήμα σύζευξης των μοντέλων επιφανειακής και υπόγειας υδρολογίας και κατανομής των υδατικών πόρων του υδροσυστήματος που εξηγήθηκε προηγουμένως, θεωρώντας μηδενική ανάσχεση στο υδρογραφικό δίκτυο. Στο δεύτερο στάδιο, θεωρώντας γνωστές τις παροχές των πηγών και τις απολήψεις από τους κόμβους του δικτύου, εφαρμόζεται η υπολογιστική διαδικασία που περιγράφεται στη συνέχεια, για την αναπαράσταση των υδροδυναμικών διεργασιών του δικτύου, ήτοι τη διόδευση της απορροής.

Η επίλυση του προβλήματος για το σύνολο του δικτύου γίνεται σειριακά, από τους πλέον ανάντη κόμβους του δικτύου (κόμβους κεφαλής) προς τα κατόντη. Η διόδευση υλοποιείται για κάθε κλάδο υδατορεύματος χωριστά, εφαρμόζοντας το σχήμα επίλυσης που προβλέπεται για τον συγκεκριμένο κλάδο (γραμμικό κινηματικό κύμα, κύμα διάχυσης Muskingum ή σχήμα μονοδιάστατης υδραυλικής προσομοίωσης). Στους κόμβους συμβολής, πρώτα ολοκληρώνονται οι υπολογισμοί σε όλα τα συμβάλλοντα υδατορεύματα και, στη συνέχεια, η διαδικασία προχωρά προς τα κατόντη. Για το σκοπό αυτό, σε κάθε κλάδο ορίζεται μια τάξη (routing order), με την οποία ελέγχεται η διαδοχή των υπολογισμών. Ο πλέον κατόντη κλάδος που καταλήγει στην έξοδο της λεκάνης λαμβάνει τη μεγαλύτερη τάξη, ενώ ο πλέον ανάντη τη μικρότερη. Σε δίκτυα δένδροειδούς μορφής (όπου σε έναν τουλάχιστον κόμβο πραγματοποιείται συμβολή κλάδων), δύο ή περισσότεροι κλάδοι μπορούν να ανήκουν στην ίδια τάξη· στην περίπτωση αυτή δεν έχει σημασία η σειρά των υπολογισμών.

Η γενική διαδικασία περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

Βήμα 1: Υπολογίζονται τα ωριαία υδρογραφήματα όλων των υπολεκανών, μέσω του σχήματος επιμερισμού των χρονοσειρών μέσης ημερήσιας παροχής (βλ. 7.3).

Βήμα 2: Ακολουθώντας την ιεραρχία των κλάδων του δικτύου (τάξη διόδευσης), παράγεται το ωριαίο υδρογράφημα εισόδου, ήτοι η καθαρή (μετά την αφαίρεση των απολήψεων και των απωλειών λόγω διήθησης) παροχή εισροής στον ανάντη κόμβο.

Βήμα 3: Με εφαρμογή του σχήματος επίλυσης, υπολογίζεται το ωριαίο υδρογράφημα εξόδου που καταλήγει στον κατόντη κόμβο του υδατορεύματος.

Βήμα 4: Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία για όλους τους κλάδους του δικτύου, όλα τα ωριαία μεγέθη των κόμβων και κλάδων του δικτύου συναθροίζονται σε μέση ημερήσια κλίμακα. Ο έλεγχος της προσαρμογής του μοντέλου γίνεται με βάση τις εν λόγω χρονοσειρές παροχής, και όχι τις αρχικές εκτιμήσεις που προκύπτουν από το πρώτο στάδιο της προσομοίωσης (πριν την πραγματοποίηση της διόδευσης).

Το πιο κρίσιμο σημείο της μεθοδολογίας αφορά στην παραγωγή των υδρογραφημάτων εισόδου, η οποία υλοποιείται ως εξής: Έστω ο κλάδος (i, j) , όπου i ο δείκτης του ανάντη και j ο δείκτης του κατάντη κόμβου του¹. Εφόσον έχουν ολοκληρωθεί οι υπολογισμοί για το ανάντη υδρογραφικό δίκτυο, οι οποίοι αφορούν στους κλάδους μικρότερης τάξης, τότε στον κόμβο i είναι γνωστά τα ακόλουθα μεγέθη του υδατικού ισοζυγίου (εκφρασμένα σε μονάδες μέσης ωριαίας ή μέσης ημερήσιας παροχής):

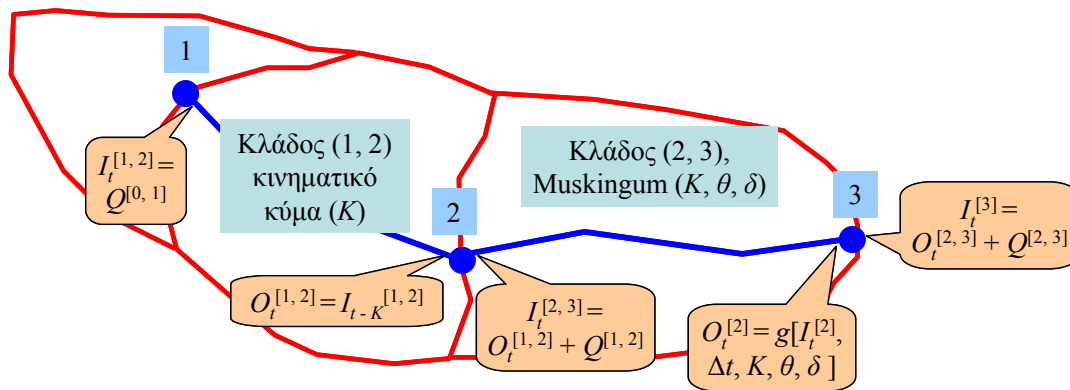
- τα ωριαία υδρογραφήματα εξόδου, $O_t^{[k, i]}$, όλων των κλάδων (k, i) που συμβάλλουν στον κόμβο i , τα οποία έχουν υπολογιστεί από το μοντέλο διόδευσης·
- τα ωριαία υδρογραφήματα, $Q_t^{[m, i]}$, όλων των υπολεκανών m με έξοδο στον κόμβο i , τα οποία παράγονται από το σχήμα επιμερισμού των μέσων ημερήσιων παροχών, οι οποίες εκτιμώνται στο πρώτο στάδιο της προσομοίωσης· τα εν λόγω υδρογραφήματα θεωρείται ότι μεταφέρονται στην έξοδο κάθε υπολεκάνης με χρονική υστέρηση $\Delta\tau_m$, όπου η ποσότητα $\Delta\tau_m$ εκφράζει το πλήθος των χρονικών βημάτων που απαιτούνται για τη «μεταφορά» της απορροής από το κέντρο βάρους της υπολεκάνης στον κόμβο εξόδου και αποτελεί παράμετρο του μοντέλου·
- οι λοιπές σημειακές διεργασίες που πραγματοποιούνται στον κόμβο i (εισροές από εξωτερικές πηγές, υδραγωγεία και ομάδες γεωτρήσεων, εκροές προς υδραγωγεία, απολήψεις), σε ημερήσια κλίμακα, οι οποίες έχουν υπολογιστεί από το μοντέλο κατανομής των ροών του υδροσυστήματος.

Ειδικότερα, αν $PI_t^{[i]}$, $PO_t^{[i]}$ είναι οι σημειακές εισροές και εκροές, αντίστοιχα, που αναφέρονται στον κόμβο i , τότε το υδρογράφημα εισόδου του κλάδου (i, j) προκύπτει από την εξίσωση συνέχειας:

$$I_t^{[i, j]} = (1 - \lambda_{ij}) \max \left[0, \sum_{k=1}^{NR(i)} O_t^{[k, i]} + \sum_{m=1}^{NB(i)} Q_{t-\Delta\tau}^{[m, i]} + PI_t^{[i]} - PO_t^{[i]} \right] \quad (8.3)$$

όπου λ_{ij} ο συντελεστής απωλειών λόγω διηθήσεων κατά μήκος του κλάδου (i, j) , $NR(i)$ το πλήθος των κλάδων που συμβάλλουν στον κόμβο i , και $NB(i)$ το πλήθος των υπολεκανών που έχουν έξοδο στον κόμβο i . Στην παραπάνω σχέση, οι απώλειες αφαιρούνται πριν τη διόδευση (ώστε να απλουστευτούν οι υπολογισμοί του μοντέλου διόδευσης, δηλαδή να μην υπάρχει κατανεμημένη παροχή εκροής κατά μήκος του κλάδου), ενώ δεν επιτρέπεται η παραγωγή αρνητικής παροχής, η οποία οφείλεται στο γεγονός ότι οι σημειακές εκροές $PO_t^{[i]}$ έχουν εκτιμηθεί στο προγενέστερο στάδιο, κατά το οποίο το σύνολο της εισερχόμενης απορροής ανάντη είχε θεωρηθεί πλήρως διαθέσιμη για την πραγματοποίηση απολήψεων εντός του χρονικού βήματος. Επισημαίνεται ακόμη ότι ενώ τα μεγέθη $O_t^{[k, i]}$ και $Q_t^{[m, i]}$ παρουσιάζουν χρονική διακύμανση εντός της ημέρας, τα μεγέθη $PI_t^{[i]}$ και $PO_t^{[i]}$ θεωρούνται σταθερά στη διάρκεια του 24ώρου, ήτοι ίσα με την αντίστοιχη μέση ημερήσια παροχή που έχει εκτιμηθεί από το μοντέλο βελτιστοποίησης των ροών του υδροσυστήματος.

¹ Υπενθυμίζεται ότι στο μοντέλο θεωρείται ότι κατάντη κάθε κόμβου ορίζεται ένας και μόνο ένας κλάδος υδατορεύματος και, επιπλέον, κάθε υπολεκάνη διατρέχεται από έναν και μόνο ένα υδατόρευμα, με εξαίρεση τις ανάντη υπολεκάνες που απορρέουν στους κόμβους κεφαλής του υδρογραφικού δικτύου.



Σχήμα 8.2: Παράδειγμα επίλυσης του μοντέλου διόδευσης στο υδρογραφικό δίκτυο (I_t : υδρογράφημα εισόδου, O_t : υδρογράφημα εξόδου, Q_t : υδρογράφημα υπολεκάνης).

Μετά το πέρας των υπολογισμών για το σύνολο του υδρογραφικού δικτύου, επαναπροσδιορίζονται οι μέσες ημερήσιες παροχές των κλάδων, με ανακατασκευή του υδατικού ισοζυγίου των κόμβων και προσθήκη των απωλειών λόγω διηθήσεων. Το εν λόγω ισοζύγιο είναι προσεγγιστικό, καθώς ενδέχεται να υπάρχουν «λογιστικές» αποκλίσεις λόγω των διαφορετικών μοντέλων εκτίμησης των παροχών των υδατορευμάτων και των απολήψεων του υδροσυστήματος. Συγκεκριμένα, λόγω του μη συγχρονισμού των απορροών (τόσο κατά τη διαδρομή τους στις υπολεκάνες όσο και στο υδρογραφικό δίκτυο), είναι δυνατό να εμφανιστούν αρνητικές παροχές στην εξίσωση (8.3), που σημαίνει ότι οι απολήψεις (για την ακρίβεια η διαθέσιμη παροχή του δικτύου) έχουν υπερεκτιμηθεί. Πάντως, με δεδομένο ότι οι ανασχέσεις που πραγματοποιούνται κατά μήκος του δικτύου είναι σημαντικές μόνο κατά τη διάρκεια ισχυρών πλημμυρικών φαινομένων, στη διάρκεια των οποίων η προσφορά νερού λόγω απορροής υπερβαίνει, προφανώς, κατά πολύ τη ζήτηση, το σφάλμα της διαδικασίας αναμένεται να είναι από αμελητέο έως πολύ μικρό.

Στο παράδειγμα του Σχήματος 8.2 περιγράφεται η πορεία επίλυσης κατά μήκος ενός υποθετικού δικτύου που περιλαμβάνει δύο κλάδους, τρεις κόμβους και τρεις υπολεκάνες. Στο δίκτυο θεωρείται ότι δεν υπάρχουν άλλες εισροές εκτός από την απορροή των υπολεκανών, ενώ δεν πραγματοποιούνται εκροές. Αρχικά υπολογίζεται το υδρογράφημα εισόδου, $I_t^{[1,2]}$, του πλέον ανάντη κλάδου (1, 2), το οποίο ισούται με την παροχή εξόδου $Q_t^{[0,1]}$ της υπολεκάνης που τροφοδοτεί τον κόμβο 1, η οποία μεταφέρεται με χρονική υστέρηση (ο δείκτης του ανάντη κόμβου της υπολεκάνης είναι μηδενικός, που υποδηλώνει ότι η τελευταία δεν διατρέχεται από υδατόρευμα). Αν υποθεθεί ότι για τη διόδευση των υδρογραφημάτων κατά μήκος του κλάδου (1, 2) επιλέγεται το μοντέλο κινηματικού κύματος, με παράμετρο χρονικής υστέρησης K , τότε το υδρογράφημα εξόδου, $O_t^{[1,2]}$, ισούται με το $I_t^{[1,2]}$ μετατοπισμένο κατά K ώρες. Στη συνέχεια, υπολογίζεται το υδρογράφημα εισόδου $I_t^{[2,3]}$ του αμέσως κατάντη κλάδου (2, 3). Στο εν λόγω υδρογράφημα αθροίζονται το διοδευμένο υδρογράφημα $O_t^{[1,2]}$ και η χρονικά μετατοπισμένη παροχή εξόδου $Q_t^{[1,2]}$ της υπολεκάνης που τροφοδοτεί τον κόμβο 2. Αν υποθεθεί ότι για τη διόδευση κατά μήκος του κλάδου (2, 3) επιλέγεται το μοντέλο κύματος διάχυσης Muskingum με παραμέτρους K , θ και δ , τότε αφού προσδιοριστεί το απαιτούμενο πλήθος υπο-τμημάτων στα οποία πρέπει να χωριστεί ο εν λόγω κλάδος και υπολογιστούν οι τρεις συντελεστές στάθμισης, παράγεται το υδρογράφημα εξόδου, $O_t^{[2,3]}$, ως γραμμικός συνδυασμός των $I_t^{[2,3]}$, $I_{t-1}^{[2,3]}$ και $O_{t-1}^{[2,3]}$. Τέλος, το υδρογράφημα κατάντη του κόμβου εξόδου της λεκάνης (κόμβος 3) προκύπτει προσθέτοντας στο διοδευμένο υδρογράφημα $O_t^{[2,3]}$ την παροχή εξόδου $Q_t^{[2,3]}$ της υπολεκάνης που τροφοδοτεί τον εν λόγω κόμβο, μετατοπισμένη κατά την αντίστοιχη χρονική υστέρηση.

9 Βαθμονόμηση παραμέτρων

9.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Το μοντέλο προσομοίωσης περιλαμβάνει τις εξής κατηγορίες παραμέτρων:

- έξι ή επτά παραμέτρους για κάθε μονάδα υδρολογικής απόκρισης (MYA), ανάλογα με αν εφαρμόζεται μηνιαίο ή ημερήσιο/ωριαίο χρονικό βήμα, αντίστοιχα·
- μία παράμετρο ανά υπολεκάνη, για τη διόδευση της εδαφικής απορροής (μόνο για ωριαία προσομοίωση)
- δύο παραμέτρους (υδραυλική αγωγιμότητα, πορώδες) για κάθε υπόγεια δεξαμενή·
- μία παράμετρο (υδραυλική αγωγιμότητα) για κάθε πηγή και για κάθε εικονική δεξαμενή που υλοποιεί υπόγειες διαφυγές εκτός λεκάνης·
- μία παράμετρο (συντελεστής διήθησης) για κάθε κλάδο υδατορεύματος.

Αν και οι εν λόγω παράμετροι έχουν κάποιο αδρομερές φυσικό υπόβαθρο, είναι εξαιρετικά αβέβαιη η απευθείας εκτίμησή τους, με βάση π.χ. τυπικές τιμές ανάλογα με τον τύπο του εδάφους. Πρακτικά, ο μόνος τρόπος ασφαλούς προσδιορισμού τους είναι η έμμεση προσαρμογή τους με σύγκριση των ιστορικών παρατηρήσεων με τις προσομοιωμένες αποκρίσεις του μοντέλου που αναφέρονται στις ίδιες συνιστώσες του συστήματος, διαδικασία που είναι γνωστή ως βαθμονόμηση. Η διαδικασία αυτή μπορεί να αυτοματοποιηθεί, κάτι που προϋποθέτει:

- την επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος παρατηρήσεων, βάσει του οποίου ελέγχονται οι αντίστοιχες μεταβλητές απόκρισης του μοντέλου·
- τη διατύπωση ενός ή περισσότερων αριθμητικών κριτηρίων καλής προσαρμογής των μεταβλητών του μοντέλου στις παρατηρήσεις·
- τον προσδιορισμό ενός εύρους διακύμανσης των παραμέτρων·
- τον εντοπισμό της καλύτερης τιμής του μέτρου προσαρμογής ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, με εφαρμογή μιας συστηματικής διαδικασίας αναζήτησης ακροτάτων σε μη γραμμικούς χώρους (βελτιστοποίηση).

Στη βαθμονόμηση τίθενται δύο θεμελιώδεις στόχοι που αφορούν αφενός στην εξασφάλιση επαρκούς προγνωστικής ικανότητας και αφετέρου στη διατήρηση συνέπειας με τον εννοιολογικό ορισμό των παραμέτρων (Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2010· Nalbantis *et al.*, 2011). Ο πρώτος στόχος υποδηλώνει ότι το μοντέλο, αφού βαθμονομηθεί, αναπαράγει με ικανοποιητική ακρίβεια τις πραγματικές αποκρίσεις του συστήματος για δεδομένες φορτίσεις, ενώ ο δεύτερος στόχος εξασφαλίζει ότι οι παράμετροι που εντοπίζονται πράγματι εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος, και δεν είναι αποτέλεσμα μιας μαθηματικής διαδικασίας τύπου «μαύρου κουτιού», χωρίς δηλαδή φυσικό υπόβαθρο.

Αναμφίβολα, η επίτευξη των παραπάνω στόχων αποτελεί ένα δύσκολο εγχείρημα, δεδομένου ότι το μοντέλο αποσκοπεί στην αναπαράσταση σύνθετων υδροσυστημάτων μεγάλης, σχετικά, κλίμακας, με συνδυαστική μοντελοποίηση των επιφανειακών και υπόγειων υδρολογικών διεργασιών αλλά και των ανθρωπογενών αλληλεπιδράσεων. Αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός των

παραμέτρων είναι, αναγκαστικά, μεγάλος, που σε συνδυασμό με την πολυπλοκότητα αλλά και την αβεβαιότητα των διεργασιών δυσχεραίνουν σημαντικά τη διαδικασία βαθμονόμησης.

Το μεθοδολογικό πλαίσιο εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου μέσω βαθμονόμησης αποσκοπεί στη χρήση πολλαπλών μέτρων προσαρμογής, ώστε να είναι εφικτή η αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των μεταβλητών απόκρισης του μοντέλου, καθώς και στη χρήση κατάλληλων υπολογιστικών εργαλείων, που εξασφαλίζουν κατά το δυνατό πιο αποτελεσματική αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Εφαρμόζονται μεθοδολογίες αιχμής, κατάλληλες για ολική και πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, όπου στην πρώτη περίπτωση παράγεται μια μεμονωμένη βέλτιστη λύση, ενώ στη δεύτερη παράγεται ένα σύνολο λύσεων, που περιγράφουν βέλτιστους συμβιβασμούς μεταξύ των αντικρουόμενων κριτηρίων. Στα υποκεφάλαια 9.2 και 9.3 εξηγείται το μαθηματικό υπόβαθρο των μέτρων προσαρμογής και των αλγορίθμων, αντίστοιχα. Ακόμη, στην ενότητα 9.4 δίνονται ορισμένες κατευθυντήριες αρχές, για την πλέον συνδυασμένη αξιοποίηση των υπολογιστικών εργαλείων και της εμπειρίας του χρήστη, με σκοπό την παραγωγή εύρωστων λύσεων που εξασφαλίζουν επαρκή προγνωστική ικανότητα.

9.2 Κριτήρια καλής προσαρμογής

Για τον έλεγχο της προσαρμογής του μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μεταξύ ενός πλήθους αριθμητικών κριτηρίων, που αναφέρονται σε μία ή περισσότερες μεταβλητές απόκρισης. Ο έλεγχος γίνεται ως προς τις ακόλουθες χρονοσειρές:

- χρονοσειρές παροχής κατάντη κόμβων του υδρογραφικού δικτύου.
- χρονοσειρές παροχής στην έξοδο υπολεκανών.
- χρονοσειρές παροχής πηγών.
- χρονοσειρές στάθμης υπόγειων δεξαμενών.

Οι ιστορικές χρονοσειρές μπορεί να μην είναι πλήρεις. Στην περίπτωση αυτή, η σύγκριση μεταξύ μετρημένων και προσομοιωμένων χρονοσειρών γίνεται μόνο για το κοινό δείγμα τιμών τους. Για κάθε κριτήριο που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη μεταβλητή, f_i , εισάγεται ένας μη αρνητικός συντελεστής βάρους, w_i . Με συνάθροιση των m επιμέρους κριτηρίων, προκύπτει ένα καθολικό μέτρο σφάλματος, $F(\boldsymbol{\theta})$, ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, που αποτελεί τη στοχική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης, ήτοι:

$$F(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(\boldsymbol{\theta}) \quad (9.1)$$

Συμβατικά, όλα τα μέτρα ορίζονται κατά τρόπο ώστε η λύση του προβλήματος, η οποία αντιστοιχεί στις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων, $\boldsymbol{\theta}^* = (\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*)$, να βρίσκεται στην κατεύθυνση ελαχιστοποίησης της στοχικής συνάρτησης. Είναι προφανές ότι με την εφαρμογή διαφορετικών συντελεστών βάρους, προκύπτει διαφορετική, κάθε φορά, βέλτιστη λύση.

Στη συνέχεια εξηγούνται στα κριτήρια προσαρμογής που χρησιμοποιεί το υποσύστημα βαθμονόμησης του μοντέλου Υδρόγειος.

9.2.1 Αποτελεσματικότητα

Συμβολίζοντας με y_t την παρατηρημένη και με $y_t'(\boldsymbol{\theta})$ την προσομοιωμένη τιμή της μεταβλητής y στο χρονικό βήμα t , με την τελευταία να είναι προφανώς συνάρτηση του

διανύσματος παραμέτρων θ^1 , τότε η συνάρτηση προσαρμογής μπορεί να διατυπωθεί ως ένα μέτρο «απόστασης» μεταξύ των y_t και y_t' , για όλο τον χρονικό ορίζοντα της περιόδου ελέγχου, που συμβολίζεται με T .

Ένα από τα πλέον συνηθισμένα μέτρα, που τυγχάνει ευρείας χρήσης σε προβλήματα προσαρμογής όχι μόνο υδρολογικών αλλά γενικά μη γραμμικών μοντέλων, είναι η *αποτελεσματικότητα* (efficiency), η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$EFF = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t')^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (9.2)$$

όπου \bar{y} η μέση τιμή της παρατηρημένης χρονοσειράς². Στις υδρολογικές επιστήμες, αναφέρεται συχνά και ως *δείκτης Nash-Sutcliffe*, από τα ονόματα των δύο γνωστών υδρολόγων που τεκμηρίωσαν την καταλληλότητα του συγκεκριμένου μέτρου σε προβλήματα βαθμονόμησης εννοιολογικών μοντέλων (Nash and Sutcliffe, 1970).

Από τον ορισμό της προκύπτει ότι η αποτελεσματικότητα είναι αδιάστατο μέτρο προσαρμογής, που συγκρίνει την διασπορά των σφαλμάτων με τη διασπορά των παρατηρήσεων, εκφράζοντας έτσι το ποσοστό της στατιστικής αβεβαιότητας που «εξηγείται» από το μοντέλο. Στην πράξη, ο εν λόγω δείκτης ελέγχει κατά πόσο η προσομοιωμένη χρονοσειρά είναι καλύτερη εκτιμήτρια σε σχέση με την μέση τιμή των παρατηρήσεων. Η θεωρητικά μέγιστη τιμή του είναι μονάδα, που υποδηλώνει τέλεια προσαρμογή του μοντέλου, ενώ δεν υπάρχει κάτω όριο ως προς την ελάχιστη τιμή. Για την αναπαράσταση της απορροής εξόδου μιας λεκάνης, τιμές της τάξης του 0.80-0.90 θεωρούνται πολύ ικανοποιητικές, ενώ τιμές της τάξης του 0.30 θεωρούνται οριακές για την αποδοχή ενός μοντέλου ως αντιπροσωπευτικού του φυσικού συστήματος (Fteer *at al.*, 1996). Η μηδενική τιμή υποδηλώνει ότι το μοντέλο αποτελεί ισοδύναμη εκτιμήτρια με την παρατηρημένη μέση τιμή, οπότε η αβεβαιότητα του μοντέλου ταυτίζεται με την υδρολογική αβεβαιότητα, όπως αυτή εκφράζεται από την δειγματική τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων. Τέλος, σε περίπτωση αρνητικής τιμής το μοντέλο θεωρείται εντελώς αναξιόπιστο για προγνώσεις.

Η αποτελεσματικότητα εντάσσεται στην κατηγορία των τετραγωνικών μέτρων σφάλματος. Αυτό προϋποθέτει ότι τα υπόλοιπα του μοντέλου, που δίνονται από τη σχέση $e_t = y_t - y_t'$, είναι τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν κανονική κατανομή με μηδενική μέση τιμή, διατηρούν σταθερή διασπορά και είναι μεταξύ τους ασυσχέτιστα. Εφόσον πληρούνται οι παραπάνω υποθέσεις, τότε η μεγιστοποίηση του συγκεκριμένου μέτρου οδηγεί στη θεωρητικά βέλτιστη προσαρμογή των προσομοιωμένων αποκρίσεων y_t' στις αντίστοιχες παρατηρήσεις y_t . Πάντως, ακόμα και υψηλές τιμές της αποτελεσματικότητας δεν εγγυώνται απαραίτητα μια καλή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, με δεδομένο ότι το εν λόγω μέτρο είναι ευαίσθητο σε παράγοντες όπως το μέγεθος και η χρονική διακριτότητα του δείγματος³, η ύπαρξη εξωκείμενων τιμών και η μεροληψία (McCuen *et al.*, 2006).

¹ Για λόγους απλούστευσης, θα απαλείφεται στη συνέχεια η διατύπωση ως προς τις παραμέτρους θ .

² Τονίζεται ότι, σε περίπτωση που το δείγμα των παρατηρήσεων είναι μικρότερο από το δείγμα των μετρήσεων, η μέση τιμή των τελευταίων πρέπει να υπολογιστεί για την κοινή χρονική περίοδο.

³ Όσο πιο πυκνές είναι οι παρατηρήσεις σε ένα υδρολογικό γεγονός (π.χ. το υδρογράφημα μια πλημμύρας), τόσο μειώνεται η τιμή της αποτελεσματικότητας του μοντέλου που το περιγράφει.

9.2.2 Αποτελεσματικότητα υψηλών παροχών

Προκειμένου να εξασφαλιστεί πιστότερη αναπαραγωγή των υψηλών τιμών παροχών, κάτι το οποίο έχει ιδιαίτερη σημασία στις ωριαίες προσομοιώσεις όπου ζητούμενο είναι η αναπαραγωγή των παρατηρημένων πλημμυρών (και ιδιαίτερα τω πλημμυρικών αιχμών), διατυπώθηκε μια παραλλαγή του μέτρου αποτελεσματικότητας, σύμφωνα με την οποία διαχωρίζονται οι τιμές παροχής που υπερβαίνουν τη μέση τιμή των παρατηρήσεων. Με τον τρόπο αυτό, διαμορφώνεται ένα νέο δείγμα που περιέχει μόνο τις υψηλές τιμές, για τις οποίες υπολογίζεται το μέτρο αποτελεσματικότητας με βάση την σχέση (9.2). Επισημαίνεται ότι εφόσον αναφερόμαστε στην ωριαία προσομοίωση λεκανών εφήμερης ροής, το δείγμα αυτό αναμένεται να περιέχει μικρό ποσοστό των συνολικών παρατηρημένων τιμών, δεδομένου ότι η χρονοσειρά των ωριαίων παροχών εμφανίζει έντονη αρνητική ασυμμετρία.

9.2.3 Μεροληψία

Μια στοιχειώδης απαίτηση, που συχνά τίθεται στα υδρολογικά μοντέλα, είναι η αναπαραγωγή του υπερετήσιου υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης, που σημαίνει ότι η μέση τιμή της προσομοιωμένης απόκρισης πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στην αντίστοιχη μέση παρατηρημένη τιμή. Ωστόσο, εξαιτίας της μη γραμμικότητας των μοντέλων, η υπόθεση αυτή δεν εξασφαλίζεται από την ελαχιστοποίηση μέτρων τύπου τετραγωνικού σφάλματος, όπως η αποτελεσματικότητα. Συνεπώς, για τον έλεγχο της αναπαραγωγής της παρατηρημένης μέσης τιμής εισάγεται ένα μέτρο *μεροληψίας* (bias), που ορίζεται ως:

$$\text{AVERBIAS} = \frac{\bar{y}' - \bar{y}}{\bar{y}} \quad (9.3)$$

όπου \bar{y}' η μέση τιμή της προσομοιωμένης χρονοσειράς και \bar{y} της παρατηρημένης για το ίδιο μήκος δείγματος. Στο προτεινόμενο πλαίσιο βαθμονόμησης, το μέτρο μεροληψίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί συνδυαστικά με την αποτελεσματικότητα ή μεμονωμένα, εφόσον υπάρχουν χονδρικές εκτιμήσεις σχετικά με τη μέση τιμή μιας μεταβλητής, χωρίς να υπάρχει επαρκές δείγμα μετρήσεων ώστε να μπορεί να γίνει βήμα-προς-βήμα σύγκριση των επιμέρους τιμών. Είναι προφανές ότι αν $\text{EFF} = 1$, τότε $\text{BIAS} = 0$, χωρίς ωστόσο να ισχύει το αντίστροφο. Συνεπώς, ένα μοντέλο ενδέχεται να αναπαράγει με εξαιρετικά μεγάλη ακρίβεια τη μέση τιμή της παρατηρημένης απόκρισης, χωρίς αυτό απαραίτητα να συνεπάγεται καλή προσαρμογή του. Ως χαρακτηριστικό παράδειγμα αναφέρεται το στοιχειώδες μοντέλο $y_i' = \bar{y}$, για το οποίο ισχύουν $\text{AVERBIAS} = 0$ (δηλαδή αναπαράγεται ακριβώς η παρατηρημένη μέση τιμή της χρονοσειράς) αλλά $\text{EFF} = 0$. Δηλαδή, η αβεβαιότητα του μοντέλου «μέσης τιμής» ταυτίζεται με την υδρολογική αβεβαιότητα, όπως αυτή εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης.

Εκτός της μέσης τιμής, ορίζονται μέτρα μεροληψίας ως προς δύο ακόμη τυπικούς στατιστικούς δείκτες, την τυπική απόκλιση, σ_y , τον συντελεστή μεταβλητότητας, δηλαδή τον λόγο της τυπικής απόκλισης προς τη μέση τιμή. Τα αντίστοιχα μέτρα διατυπώνονται ως:

$$\text{SDEVBIAS} = \frac{\sigma_{y'} - \sigma_y}{\sigma_y} \quad (9.4)$$

$$\text{CVARBIAS} = \frac{\sigma_{y'} / \bar{y}' - \sigma_y / \bar{y}}{\sigma_y / \bar{y}} \quad (9.5)$$

Θετική τιμή της μεροληψίας υποδηλώνει υπερεκτίμησή του αντίστοιχου δείκτη, ενώ αρνητική υποδηλώνει υποεκτίμηση του. Επισημαίνεται ότι στη διατύπωση του προβλήματος

βελτιστοποίησης, επειδή στόχος είναι ο μηδενισμός της μεροληψίας, όλα τα σχετικά μέτρα εκφράζονται ως απόλυτες τιμές.

9.2.4 Σφάλμα μηδενικών παροχών

Το σφάλμα των μηδενικών παροχών είναι ένα εμπειρικό μέτρο, με το οποίο ελέγχεται αν το μοντέλο αναπαράγει φαινόμενα διακοπής της ροής ή, αντίστροφα, μηδενίζει αδικαιολόγητα την απορροή ενός ποταμού ή μιας πηγής. Πρόκειται για μια σημαντική πληροφορία, που μάλιστα δεν υπόκειται σε κανενός είδους σφάλμα μέτρησης, όπως συμβαίνει με την παροχή, ειδικά όταν η τελευταία εκτιμάται με βάση αραιές υδρομετρήσεις.

Για την μαθηματική διατύπωση του μέτρου μηδενικών τιμών εισάγεται η μεταβλητή:

$$z_t = \begin{cases} y_t & \text{αν } y_t' = 0 \\ y_t' & \text{αν } y_t = 0 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (9.6)$$

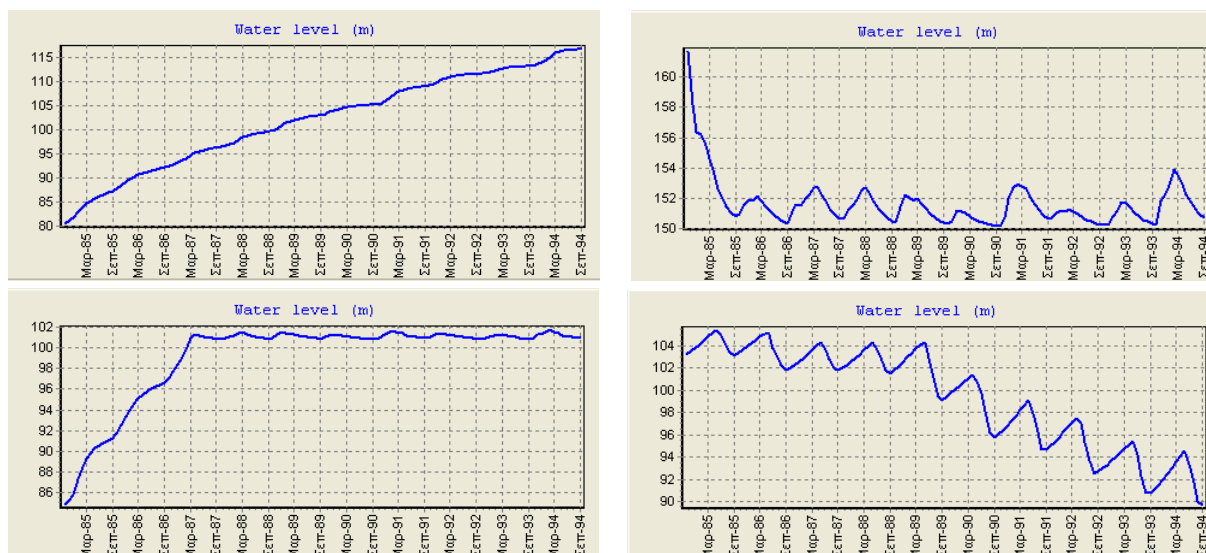
Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής των μηδενικών τιμών υπολογίζεται ως:

$$e_0 = \sqrt{\frac{1}{T_0} \sum_{t=1}^T z_t^2} \quad (9.7)$$

όπου T_0 ο αριθμός των χρονικών βημάτων κατά τα οποία το μοντέλο είτε δεν αναπαράγει την παρατηρημένη μηδενική τιμή ($y_t' > 0, y_t = 0$) είτε μηδενίζει την παροχή, ενώ κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα ($y_t' = 0, y_t > 0$).

9.2.5 Σφάλμα τάσεων

Στο μοντέλο υπόγειας υδρολογίας, επειδή η χωρική κλίμακα των κυττάρων είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την τοπική κλίμακα των πιεζομέτρων, είναι σχετικά επισφαλής η προσαρμογή των παραμέτρων του μοντέλου με βάση παρατηρήσεις στάθμης· πρόκειται για μια γνωστή δυσχέρεια του αντίστροφου προβλήματος της υδρογεωλογίας. Ακόμα περισσότερο, όταν δεν υπάρχουν καθόλου μετρήσεις στάθμης ή όταν αυτές περιορίζονται σε μικρή έκταση του υδροφορέα, είναι πιθανό να δημιουργηθούν συνθήκες μη ρεαλιστικής αναδιανομής του αποθηκευμένου υπόγειου νερού. Αυτό αληθεύει ιδιαίτερα για τα συνδυαστικά μοντέλα, που βαθμονομούνται αποκλειστικά με βάση μετρήσεις επιφανειακών νερών. Στην περίπτωση αυτή, οι παράμετροι που σχετίζονται με τις υπόγειες δεξαμενές, ιδιαίτερα τις περιμετρικές που αναρρυθμίζουν την κατεύθυνση των ορεινών περιοχών, είναι, στην πράξη, μη ελεγχόμενες. Έτσι, προκειμένου να αναπαραχθούν οι χρονοσειρές παροχής, πραγματοποιούνται μη ρεαλιστικές μεταφορές υπόγειου νερού, με αποτέλεσμα κάποιες δεξαμενές να ταπεινώνονται και άλλες να γεμίζουν συστηματικά. Κατά συνέπεια, ορισμένες χρονοσειρές αποθήκευσης (ή ισοδύναμα στάθμης) εμφανίζουν θετική ή αρνητική τάση, η οποία είναι ασυνεπής με τη φυσική του συστήματος, δεδομένου ότι πρόκειται για υδρολογικές μεταβλητές που οφείλουν να ακολουθούν τη γενική υδρολογική διαίτα της περιοχής μελέτης, που προφανώς εξαρτάται από την εποχιακή κατανομή των βροχοπτώσεων. Μια άλλη περίπτωση μη ρεαλιστικής απεικόνισης της διαίτας των υπόγειων νερών αφορά σε απότομη άνοδο ή πτώση της στάθμης ορισμένων δεξαμενών κατά τα αρχικά χρονικά βήματα της προσομοίωσης, γεγονός που κατά κανόνα αποδίδεται σε λανθασμένο ορισμό των αρχικών συνθηκών του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας.



Σχήμα 9.1: Χαρακτηριστικές περιπτώσεις μη συνεπών διακυμάνσεων της στάθμης των δεξαμενών υπόγειου νερού (προσαρμογή από: Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009).

Χαρακτηριστικές περιπτώσεις μη συνεπών διακυμάνσεων της στάθμης απεικονίζονται στα τέσσερα διαγράμματα του Σχήματος 9.1. Στο διάγραμμα πάνω αριστερά παρατηρείται συστηματική άνοδος της στάθμης σε διάστημα μιας δεκαετίας, χωρίς μάλιστα εποχιακές διακυμάνσεις. Συνεπώς, η προσομοιωμένη στάθμη της υπόγειας δεξαμενής προσεγγίζεται από μια σχεδόν τέλεια γραμμική τάση, η οποία προφανώς δεν μπορεί να αντιπροσωπεύει την υδρολογική δίαιτα ενός υδροφορέα. Προφανώς, η παράμετρος υδραυλικής αγωγιμότητας που έχει τεθεί για το συγκεκριμένο κύτταρο είναι πολύ χαμηλή, με αποτέλεσμα να συσσωρεύεται νερό διαχρονικά. Στο διάγραμμα πάνω δεξιά παρατηρείται απότομη πτώση της στάθμης στο διάστημα των πρώτων μηνών της προσομοίωσης, ενώ στη συνέχεια η διακύμανση είναι λογική, καθώς ακολουθεί την εποχιακή διακύμανση των βροχοπτώσεων. Στην περίπτωση αυτή, η αρχική στάθμη που έχει τεθεί είναι υπερβολικά υψηλή, και η δεξαμενή αδειάζει γρήγορα μέχρι να επιτευχθεί ισορροπία του πεδίου ροής στη γειτονιά της. Στο διάγραμμα κάτω αριστερά παρατηρείται μια μικτή εικόνα που επίσης κρίνεται μη συνεπής – τα πρώτα χρόνια της προσομοίωσης εμφανίζεται γραμμική αύξηση της στάθμης και στη συνέχεια η στάθμη ισορροπεί με ανεπαίσθητες εποχιακές διακυμάνσεις. Τέλος, στο διάγραμμα κάτω δεξιά παρατηρείται συστηματική πτώση της στάθμης, αν και εμφανίζονται εποχιακές διακυμάνσεις. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε στον ορισμό υπερβολικά υψηλής υδραυλικής αγωγιμότητας, με συνέπεια τη συστηματική εκκένωση της δεξαμενής, ή σε εντατικές αντλήσεις, εξαιτίας των οποίων εξαντλούνται τα ρυθμιστικά αποθέματα της περιοχής. Εφόσον ισχύει το δεύτερο, τότε η αναπαραγωγή της στάθμης μπορεί να είναι ρεαλιστική – για το λόγο αυτό απαιτείται ενδελεχής διερεύνηση των συνθηκών εκμετάλλευσης των υδατικών πόρων της περιοχής. Βεβαίως, εφόσον περιοριστούν ή ακόμα και διακοπούν οι αντλήσεις, ο υδροφορέας πρέπει να επανέλθει σε κατάσταση ισορροπίας.

Για την αντιμετώπιση του προβλήματος εισάγεται ένα εμπειρικό μέτρο ποιότητας, με το οποίο ελέγχεται η υπερετήσια τάση ανύψωσης ή ταπείνωσης της στάθμης των υπόγειων δεξαμενών, ώστε να είναι συνεπής με τις πιεζομετρικές παρατηρήσεις στη λεκάνη. Η ύπαρξη τάσης ανιχνεύεται μέσω της δοκιμής *Mann-Kendall* (rank correlation test, Kottegoda, 1980, p. 32-34). Η δοκιμή υλοποιείται ως εξής: Για μια δεδομένη χρονοσειρά $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, υπολογίζεται η τυποποιημένη κανονική μεταβλητή:

$$T = r / \sqrt{\sigma_r^2} \quad (9.8)$$

όπου:

$$r = 4P / [N(N-1)]$$

$$\sigma_r^2 = 2(2N+5) / [9N(N-1)] \quad (9.9)$$

και P ο αριθμός όλων των ζευγών $\{x_i, x_j, j > i\}$ με $x_i < x_j$. Θεωρώντας αμφίπλευρο έλεγχο (δηλαδή τόσο για θετική όσο και για αρνητική τάση) και επίπεδο σημαντικότητας α , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση μη ύπαρξης τάσης εφόσον $|T| < z_{\alpha/2}$. Με βάση τον παραπάνω έλεγχο, και με θεώρηση επιπέδου σημαντικότητας $\alpha = 95\%$, οπότε $z_{\alpha/2} = 1.96$, εισάγεται ένα εμπειρικό μέτρο, για την εισαγωγή ποινης στα κύτταρα εκείνα των οποίων η μηνιαία στάθμη εμφανίζει στατιστικά σημαντική τάση. Το μέτρο αυτό δίνεται από τη σχέση:

$$e_T = \max(0, |T| - 1.96) \quad (9.10)$$

Επισημαίνεται ότι το παραπάνω σφάλμα δεν έχει νόημα να χρησιμοποιείται για τα εικονικά κύτταρα που αντιπροσωπεύουν συγκέντρωση των υπόγειων διαφυγών προς τη θάλασσα, τα οποία εξ ορισμού παρουσιάζουν θετική τάση, όπως και για τα κύτταρα που αντιπροσωπεύουν τη λειτουργία πηγών. Ομοίως, δεν έχει νόημα η χρήση του σε κύτταρα που επικοινωνούν με τα τελευταία, η διαίτα των οποίων μπορεί να ελεγχθεί με πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία από παρατηρημένα υδρογραφήματα.

9.3 Αλγόριθμοι βελτιστοποίησης

9.3.1 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης

Το πρόβλημα εκτίμησης των παραμέτρων ενός υδρολογικού μοντέλου μπορεί να τυποποιηθεί και να αντιμετωπιστεί με αυτόματες υπολογιστικές τεχνικές, που υλοποιούν μια συστηματική αναζήτηση του πλέον κατάλληλου συνδυασμού παραμέτρων, που βελτιστοποιεί το επιμέρους κριτήρια προσαρμογής. Η γενική μαθηματική διατύπωση του προβλήματος είναι η ακόλουθη:

$$\min \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{g}[w_1 f_1(\boldsymbol{\theta}), w_2 f_2(\boldsymbol{\theta}), \dots, w_m f_m(\boldsymbol{\theta})], \boldsymbol{\theta} \in \Theta \quad (9.11)$$

όπου $\mathbf{g}(\cdot)$ η στοχική συνάρτηση του προβλήματος, η οποία περιλαμβάνει m το πλήθος αριθμητικά κριτήρια $f_j(\boldsymbol{\theta})$, w_j συντελεστές βάρους των κριτηρίων, $\boldsymbol{\theta}$ το n -διάστατο διάνυσμα παραμέτρων του μοντέλου και $\Theta \subset \mathcal{R}^n$ ο εφικτός χώρος, εντός του οποίου πραγματοποιείται η αναζήτηση των τιμών των παραμέτρων. Συνήθως, ο εφικτός χώρος ορίζεται από δύο διανύσματα ακραίων τιμών $\boldsymbol{\theta}_{\min}$ και $\boldsymbol{\theta}_{\max}$, που εκφράζουν τα επιτρεπόμενα όρια διακύμανσης των τιμών των παραμέτρων. Το εύρος αυτό προσδιορίζεται από τον χρήστη, ακολουθώντας τις αρχές που αναπτύσσονται στο εδάφιο 9.4.1.

Το παραπάνω πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με δύο τρόπους, ανάλογα με τη διατύπωση της στοχικής συνάρτησης. Εφόσον όλα τα κριτήρια συναθροιστούν σε μια ενιαία έκφραση, που σημαίνει ότι η στοχική συνάρτηση λαμβάνει τη μορφή:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^m w_j f_j(\boldsymbol{\theta}) \quad (9.12)$$

τότε ζητούμενο είναι ο εντοπισμός της ελάχιστης τιμής του βαθμωτής ποσότητας $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$ ως προς τις παραμέτρους $\boldsymbol{\theta}$. Πρόκειται για ένα τυπικό πρόβλημα *ολικής βελτιστοποίησης* (global optimization), για την επίλυση του οποίου χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος που περιγράφεται στο εδάφιο 9.3.2. Από την επίλυση προκύπτει ένα βέλτιστο σύνολο παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}^*$, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για χρήση του μοντέλου ως προγνωστικού εργαλείου.

Εναλλακτικά, η στοχική συνάρτηση μπορεί να είναι διανυσματική, δηλαδή αποτελείται από επιμέρους συνιστώσες που περιλαμβάνουν σταθμισμένα κριτήρια. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα βελτιστοποίησης θεωρείται *πολυκριτηριακό* (multiobjective optimization), και ο χειρισμός του γίνεται με τη μεθοδολογία που περιγράφεται στο εδάφιο 9.3.3, και αποτελεί γενίκευση του προηγούμενου αλγορίθμου. Αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης είναι όχι μία μεμονωμένη αλλά ένα σύνολο λύσεων, οι οποίες ονομάζονται *μη κυριαρχούμενες* (non-dominated) ή *Pareto βέλτιστες*, και περιγράφουν πρόσφορους συμβιβασμούς των κριτηρίων, όπως εξηγείται στο εδάφιο 9.4.3. Μια τέτοια προσέγγιση παρέχει καλύτερη εποπτεία του χώρου αναζήτησης, επιτρέποντας στον χρήστη να διερευνήσει την αλληλεπίδραση των κριτηρίων και να εντοπίσει τυχόν σφάλματα στη δομή του μοντέλου ή τα δεδομένα του (Ευστρατιάδης, 2008· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009).

9.3.2 Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου

Ο *εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου* (Ευστρατιάδης, 2001· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2002· Rozos *et al.*, 2004· Ευστρατιάδης, 2008· Κοσσιέρης, 2013) χειρίζεται προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης που παρουσιάζουν σημαντικές δυσχέρειες που οφείλονται στις ιδιαιτερότητες των μη κυρτών χώρων αναζήτησης (ύπαρξη τοπικών ακροτάτων σε πολλαπλές κλίμακες, ασυνέχειες, γεωμετρικές ανωμαλίες, κλπ.). Πρόκειται για μια ευρετική τεχνική, στην οποία γίνεται σύζευξη διαφορετικών μεθόδων και ορισμένων πρωτότυπων στοιχείων. Ενσωματώνοντας στρατηγικές τοπικής και ολικής αναζήτησης σε ένα ενιαίο αλγοριθμικό σχήμα, εξασφαλίζεται ευελιξία κινήσεων σε μη κυρτές επιφάνειες απόκρισης, ταυτόχρονα με τη δυνατότητα ταχείας διερεύνησης των κυρτών τμημάτων τους.

Η διαδικασία αναζήτησης ακολουθεί το γενικό πρότυπο των *εξελικτικών αλγορίθμων* (evolutionary algorithms)¹. Η εξέλιξη των λύσεων γίνεται σε στάδια, γνωστά και ως *γενιές* (generations). Σε κάθε γενιά, ένα ή παραπάνω μέλη αντικαθίσταται από νέα σημεία (απογόνους), διατηρώντας σταθερό μέγεθος πληθυσμού. Οι απόγονοι παράγονται είτε μέσω διασταύρωσης πολλαπλών γονέων, στη βάση ενός τροποποιημένου σχήματος *κατερχόμενου απλόκου* (downhill simplex)², είτε μέσω *μετάλλαξης*³ (mutation). Ο αλγόριθμος αναζητά βελτιωμένες λύσεις, αν όμως δεν μπορεί να βρει τέτοιες επιδιώκει να διερευνήσει νέες περιοχές του εφικτού χώρου, αποδεχόμενος λύσεις που μπορεί να είναι χειρότερες από τις προηγούμενες. Η πιθανότητα αποδοχής τέτοιων λύσεων ρυθμίζεται αυτόματα, μέσω μιας προσαρμοστικής στρατηγικής *προσομοιωμένης ανόπτωσης* (simulated annealing)⁴.

¹ Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (Goldberg, 1989· Michalewich, 1996) ακολουθούν το πρότυπο των φυσικών εξελικτικών διεργασιών, χρησιμοποιώντας πληθυσμούς λύσεων που βελτιώνουν τα χαρακτηριστικά τους καθώς εξελίσσονται, με εφαρμογή των λεγόμενων γενετικών τελεστών (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη).

² Πρόκειται για μια κλασική τεχνική αναζήτησης τοπικών ακροτάτων (Nelder and Mead, 1965), που βασίζεται σε διαδοχικούς γεωμετρικούς μετασχηματισμούς ενός συνόλου $n + 1$ εφικτών σημείων, που αντιπροσωπεύουν τις κορυφές ενός απλόκου στο n -διάστατο χώρο. Το απλόκο διερευνά το πεδίο αναζήτησης, πραγματοποιώντας τυποποιημένες προσδιοριστικές κινήσεις που εξασφαλίζουν σύγκλιση στο εγγύτερο τοπικό ακρότατο (ανάκλαση ως προς τη χειρότερη κορυφή, επέκταση στην κατεύθυνση της ανάκλασης, συμπίεση προς το κεντροειδές του, συρρίκνωση γύρω από τη καλύτερη κορυφή).

³ Ο όρος προέρχεται από τους γενετικούς αλγορίθμους και υποδηλώνει τυχαίες μεταβολές που λαμβάνουν χώρα σε πολύ μικρό ποσοστό του πληθυσμού, επιτρέποντας τη μετάβαση σε απομακρυσμένες, σε σύγκριση με τον τρέχοντα πληθυσμό, περιοχές του πεδίου αναζήτησης.

⁴ *Ανόπτωση* (annealing) είναι η φυσική διεργασία ψύξης των μετάλλων, που υποθέτει ελαχιστοποίηση της κινητικής ενέργειας των μορίων τους. Κατά την ψύξη, επιτρέπεται η μετάβαση του συστήματος σε καταστάσεις

Συμβατικά θεωρείται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας βαθμωτής συνάρτησης n μεταβλητών (παραμέτρων). Ο αλγόριθμος απαιτεί τον ορισμό τεσσάρων στοιχείων εισόδου:

- του μεγέθους του πληθυσμού, p , όπου $p \geq n + 1$.
- δύο παραμέτρων του χρονοδιαγράμματος ανόπτωσης, λ και β .
- της πιθανότητας μετάλλαξης, p_m .

Ο χώρος αναζήτησης οριοθετείται από δύο ζεύγη διανυσμάτων, $[\mathbf{x}^{\text{low}}, \mathbf{x}^{\text{up}}]$ και $[\mathbf{x}^{\text{min}}, \mathbf{x}^{\text{max}}]$, τα οποία περιγράφουν τα «εξωτερικά» και «εσωτερικά» όρια μεταβολής των παραμέτρων, αντίστοιχα. Τα εσωτερικά όρια δεν είναι δεσμευτικά, και μπορούν να παραβιαστούν κατά τη διαδικασία αναζήτησης, ενώ, αντίθετα, δεν επιτρέπεται ποτέ η υπέρβαση των αντίστοιχων εξωτερικών, τα οποία υποδηλώνουν φυσικά ή μαθηματικά όρια των παραμέτρων του μοντέλου. Στο εδάφιο 9.4.1 εξηγείται το σκεπτικό των διπλών ορίων των παραμέτρων και δίνονται ορισμένες κατευθυντήριες αρχές για τον προσδιορισμό τους.

Ο αρχικός πληθυσμός $\mathcal{P}^{[0]}$ αποτελείται από p τυχαία σημεία (διανύσματα), ομοιόμορφα κατανομημένα στο εσωτερικό πεδίο $[\mathbf{x}^{\text{min}}, \mathbf{x}^{\text{max}}]$. Οι συντεταγμένες κάθε σημείου γεννώνται ως τυχαίοι αριθμοί από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[x_i^{\text{min}}, x_i^{\text{max}}]$. Σε κάθε σημείο, υπολογίζεται η τιμή της στοχικής συνάρτησης και, στη συνέχεια, ορίζεται η αρχική τιμή της θερμοκρασίας, ίση με τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και ελάχιστης τιμής, δηλαδή:

$$T^{[0]} = \max \{f_1^{[0]}, \dots, f_p^{[0]}\} - \min \{f_1^{[0]}, \dots, f_p^{[0]}\} \quad (9.1)$$

Έστω $\mathcal{P}^{[k]}$ ο πληθυσμός της k γενιάς, που αποτελείται από το σύνολο $\{\mathbf{x}_1^{[k]}, \dots, \mathbf{x}_p^{[k]}\}$. Η υπολογιστική διαδικασία έχει ως εξής (για απλούστευση παραλείπεται ο δείκτης της γενιάς):

Βήμα 1: Υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά του πληθυσμού, δηλαδή η μέση τιμή, μ_x , και η τυπική απόκλιση, σ_x , των συντεταγμένων.

Βήμα 2: Διαμορφώνεται ένα άπλοκο $S = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{n+1}\}$ με τυχαία επιλογή των κορυφών του από τον πληθυσμό, όπου η κορυφή \mathbf{s}_1 αντιστοιχεί στην καλύτερη (μικρότερη) και \mathbf{s}_{n+1} στην χειρότερη (υψηλότερη) τιμή της στοχικής συνάρτησης. Το σημείο \mathbf{s}_1 διατηρείται εξ ορισμού στον πληθυσμό, ενώ κάθε άλλο σημείο μπορεί να αντικατασταθεί, όπως περιγράφεται στο επόμενο βήμα. Με τον τρόπο αυτό, προφυλάσσεται η βέλτιστη λύση που έχει έως τότε εντοπιστεί, από τον κίνδυνο αφανισμού της που οφείλεται στους τυχαίους μηχανισμούς επιλογής των εξελικτικών διαδικασιών.

Βήμα 3: Από το υποσύνολο $\{\mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{n+1}\}$, που περιλαμβάνει όλες τις κορυφές του απλόκου πλην της καλύτερης, επιλέγεται μια κορυφή \mathbf{w} ως υποψήφια για να αντικατασταθεί. Πρόκειται για το σημείο που μεγιστοποιεί την τροποποιημένη συνάρτηση:

$$g(\mathbf{s}) = f(\mathbf{s}) + u T \quad (9.2)$$

όπου u τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 1]$. Με βάση τη σχέση (9.2), η τροποποιημένη συνάρτηση περιλαμβάνει δύο συνιστώσες, την

υψηλότερης ενέργειας, ακολουθώντας έναν πιθανοτικό κριτήριο, που στη στατιστική μηχανική αναφέρεται ως νόμος του Boltzman. Όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία του συστήματος, τόσο μεγαλύτερη είναι και η πιθανότητα αποδοχής τέτοιων καταστάσεων. Με τον τρόπο αυτό, είναι δυνατή η υπερπήδηση των τοπικών ενεργειακών ακροτάτων, προς όφελος της απόκτησης μιας τέλει κρυσταλλικής δομής. Αναγκαία προϋπόθεση είναι ο αργός ρυθμός ψύξης, διαφορετικά η διαδικασία καταλήγει σε μια άμορφη μάζα, που αντιστοιχεί σε τοπικό ενεργειακό ακρότατο. Στις αρχές της παραπάνω διεργασίας βασίζεται η τεχνική της προσομοιωμένης ανόπτωσης, που εισήγαγαν στη βελτιστοποίηση μη γραμμικών συναρτήσεων οι Kirkpatrick *et al.* (1983).

τιμή της στοχικής συνάρτησης $f(\mathbf{s})$ και τον τυχαίο όρο u T , που εξαρτάται από την τιμή της επίκαιρης θερμοκρασίας. Στα αρχικά στάδια της διαδικασίας αναζήτησης, ο βαθμός τυχαιότητας κατά την επιλογή του σημείου που αντικαθίσταται είναι σημαντικός, καθώς η θερμοκρασία είναι υψηλή. Σταδιακά, η θερμοκρασία μειώνεται, οπότε μειώνεται και η επίδραση του τυχαίου όρου. Στην οριακή περίπτωση όπου $T \rightarrow 0$, η κορυφή που αντικαθίσταται είναι εξ ορισμού η χειρότερη, που σημαίνει ότι η διαδικασία ακολουθεί τη λογική του αλγορίθμου Nelder-Mead, υιοθετώντας μια πορεία τοπικής βελτιστοποίησης.

Βήμα 4: Γεννάται ένα νέο σημείο \mathbf{r}_0 αναστρέφοντας το άπλοκο ως προς την κορυφή \mathbf{w} , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{g} + (0.5 + u)(\mathbf{g} - \mathbf{w}) \quad (9.3)$$

όπου u τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα $[0, 1]$ και:

$$\mathbf{g} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{s}_i - \mathbf{w} \right) \quad (9.4)$$

Για $u = 0.5$, ο γεωμετρικός μετασχηματισμός ταυτίζεται με την ανάκλαση της διαδικασίας Nelder-Mead, διαφορετικά περιγράφει μια διαταραχή γύρω από το σημείο ανάκλασης.

Βήμα 5: Εφόσον $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{w})$, που υποδηλώνει ότι η κίνηση προς την κατεύθυνση της ανάκλασης οδηγεί σε βελτίωση της τιμής της συνάρτησης, το σημείο \mathbf{r}_0 αντικαθιστά την κορυφή \mathbf{w} στον πληθυσμό και η διαδικασία προχωρά στο βήμα 6α, διαφορετικά προχωρά στο βήμα 6β.

Βήμα 6α: Με δεδομένο ότι η ανάκλαση είναι επιτυχής, εξετάζεται αν μπορεί να βρεθεί μια ακόμα καλύτερη λύση, είτε μέσω επέκτασης του απλόκου στην κατεύθυνση που ορίζει το διάνυσμα $\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}$, είτε μέσω εξωτερικής συμπίεσής του, προς την αντίθετη κατεύθυνση. Το σχετικό κριτήριο ελέγχει αν $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{s}_1)$, δηλαδή αν η λύση που εντοπίστηκε στο προηγούμενο βήμα υπερτερεί σε σχέση με την καλύτερη κορυφή του απλόκου.

Αν $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{s}_1)$, η διαφορά $\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}$ υποδηλώνει την διεύθυνση της κλίσης, ή ισοδύναμα την κατεύθυνση ελαχιστοποίησης της συνάρτησης. Το γεγονός αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό, δεδομένου ότι ο εντοπισμός της κλίσης σε μια μη ομαλή επιφάνεια απόκρισης, που εξασφαλίζει μια ταχεία μετάβαση προς κάποιο τοπικό ακρότατο, είναι δύσκολος, ειδικά όταν το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου είναι μεγάλο. Στην περίπτωση αυτή, πραγματοποιείται μια σειρά βημάτων επέκτασης στην κατεύθυνσή της ανάκλασης, σύμφωνα με την αναδρομική σχέση:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{g} + \eta_s (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (9.5)$$

όπου $\eta_s = \eta_{s-1} + u$, με $\eta_0 = 1$. Η επέκταση του απλόκου συνεχίζεται όσο εντοπίζονται εφικτές λύσεις που βελτιώνουν την τιμή της συνάρτησης, επιταχύνοντας σημαντικά την διαδικασία.

Αντίθετα, αν $f(\mathbf{r}_0) > f(\mathbf{s}_1)$, το άπλοκο συμπιέζεται εξωτερικά σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{g} + (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (9.6)$$

Εφόσον επιτευχθεί βελτίωση της συνάρτησης, το σημείο \mathbf{r}_1 αντικαθιστά το \mathbf{r}_0 .

Μετά την ολοκλήρωση των διαδικασιών του βήματος 6α, ο όγκος του απλόκου, και συνακόλουθα η διασπορά του πληθυσμού, έχει αυξηθεί σε σύγκριση με τον αρχικό όγκο, καθώς ο απόγονος που παράγεται βρίσκεται εκτός των ορίων που διαμορφώνονται από τις συντεταγμένες των γονέων του, δηλαδή τις κορυφές του απλόκου S . Στη συνέχεια, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9.

Βήμα 6β: Με δεδομένο ότι η ανάκλαση είναι ανεπιτυχής, δηλαδή $f(\mathbf{r}_0) > f(\mathbf{w})$, δοκιμάζεται μια άλλη πορεία, είτε εντός είτε εκτός των ορίων του απλόκου, στην προσπάθεια εντοπισμού ενός τοπικού ακρότατου. Το σχετικό κριτήριο ελέγχει αν $g(\mathbf{r}_0) > g(\mathbf{w})$, δηλαδή αν η τιμή της τροποποιημένης συνάρτησης στο σημείο ανάκλασης είναι χειρότερη σε σχέση με τη συμβατικά χειρότερη κορυφή. Αν το κριτήριο είναι αληθές, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 7α, διαφορετικά μεταβαίνει στο βήμα 7β.

Βήμα 7α: Έχοντας απορρίψει το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 , πραγματοποιείται εσωτερική συμπίεση του απλόκου, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{g} - (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{g} - \mathbf{r}_0) \quad (9.7)$$

Εφόσον $\mathbf{r}_1 < \mathbf{r}_0$, το σημείο εσωτερικής συμπίεσης αντικαθιστά το σημείο ανάκλασης στον πληθυσμό.

Αν $f(\mathbf{r}_1) > f(\mathbf{s}_{n+1})$, δηλαδή το σημείο εσωτερικής συμπίεσης είναι χειρότερο και από την χειρότερη κορυφή του απλόκου, το τελευταίο συρρικνώνεται γύρω από την καλύτερη κορυφή \mathbf{s}_1 , ώστε $\mathbf{s}_i' = 0.5 (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_i)$ για κάθε $i = 2, \dots, n + 1$. Πρόκειται για τον μοναδικό γεωμετρικό μετασχηματισμό στον οποίο αντικαθίστανται περισσότερα του ενός μέλη του πληθυσμού.

Η μείωση του όγκου του απλόκου, τόσο μέσω εσωτερικής συμπίεσης όσο και, πολύ περισσότερο, μέσω συρρίκνωσης, υποδηλώνει τη σύγκλιση του πληθυσμού γύρω από κάποιο τοπικό ακρότατο. Αυτό ενεργοποιεί τον μηχανισμό μείωσης της θερμοκρασίας κατά έναν συντελεστή λ , που είναι παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτωσης. Η τυπική τιμή της εν λόγω παραμέτρου είναι 0.99, που εξασφαλίζει αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας, και συνακόλουθα του βαθμού τυχειότητας στη διαδικασία αναζήτησης. Διαφορετικά, ελλοχεύει ο κίνδυνος να μηδενιστεί, πρακτικά, η θερμοκρασία του συστήματος από τα πρώτα ήδη στάδια αναζήτησης, με κίνδυνο τον εγκλωβισμό του αλγορίθμου σε κάποιο μη αποδεκτό τοπικό ακρότατο, που απέχει σημαντικά από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση.

Μετά την ολοκλήρωση των παραπάνω, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9.

Βήμα 7β: Αν $g(\mathbf{r}_0) < g(\mathbf{w})$, το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 γίνεται αποδεκτό παρόλο που χειροτερεύει την τιμή της συνάρτησης. Στην περίπτωση αυτή, εξετάζεται αν είναι δυνατή η διαφυγή από το τρέχον τοπικό ακρότατο και ο εντοπισμός μιας νέας περιοχής έλξης. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιείται ένα δεδομένο πλήθος βημάτων επέκτασης (τα τάξης των τριών έως πέντε) σύμφωνα με την (9.5), με τη διαφορά ότι τώρα η αναζήτηση γίνεται προς την κατεύθυνση μεγιστοποίησης της συνάρτησης. Η διαφορά των τιμών της συνάρτησης σε δύο διαδοχικά σημεία αποτελεί μέτρο της κλίσης της. Εφόσον η κλίση γίνει αρνητική, γεγονός που υποδηλώνει ότι το νέο σημείο υπερπηδά την περιοχή έλξης όπου έχει εγκλωβιστεί το άπλοκο, το σημείο που προκύπτει αντικαθιστά το \mathbf{r} . Η παραπάνω στρατηγική, η οποία βασίζεται σε μια ελαφρά τροποποίηση του σχήματος ανόπτωσης-απλόκου που προτείνουν οι Pan and Wu (1998), επιτρέπει στο άπλοκο να ξεφεύγει από τα ήδη εντοπισμένα τοπικά ακρότατα και να διερευνά περιοχές γειτονικών ακροτάτων, μέσω μιας τεχνικής αναρρίχησης.

Εφόσον η αναρρίχηση είναι επιτυχής, δηλαδή έχει εντοπιστεί μια λύση καλύτερη από το σημείο ανάκλασης, τότε το τελευταίο αντικαθίσταται στον πληθυσμό και η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9, διαφορετικά μεταβαίνει στο βήμα 8, γεννώντας ένα τυχαίο σημείο μέσω μετάλλαξης.

Βήμα 8: Ο τελεστής μετάλλαξης, ο οποίος ενεργοποιείται όταν με κανέναν από τους προηγούμενους μηχανισμούς δεν έχει καταστεί δυνατός ο εντοπισμός μιας βελτιωμένης λύσης σε σχέση με την \mathbf{w} , βασίζεται στη γέννηση ενός τυχαίου σημείου εκτός του εύρους

μιας τυπικής απόκλισης γύρω από τη μέση τιμή του τρέχοντος δείγματος, δηλαδή εκτός του διαστήματος $[\mu_x - \sigma_x, \mu_x + \sigma_x]$. Η παραγωγή των συντεταγμένων γίνεται ως εξής:

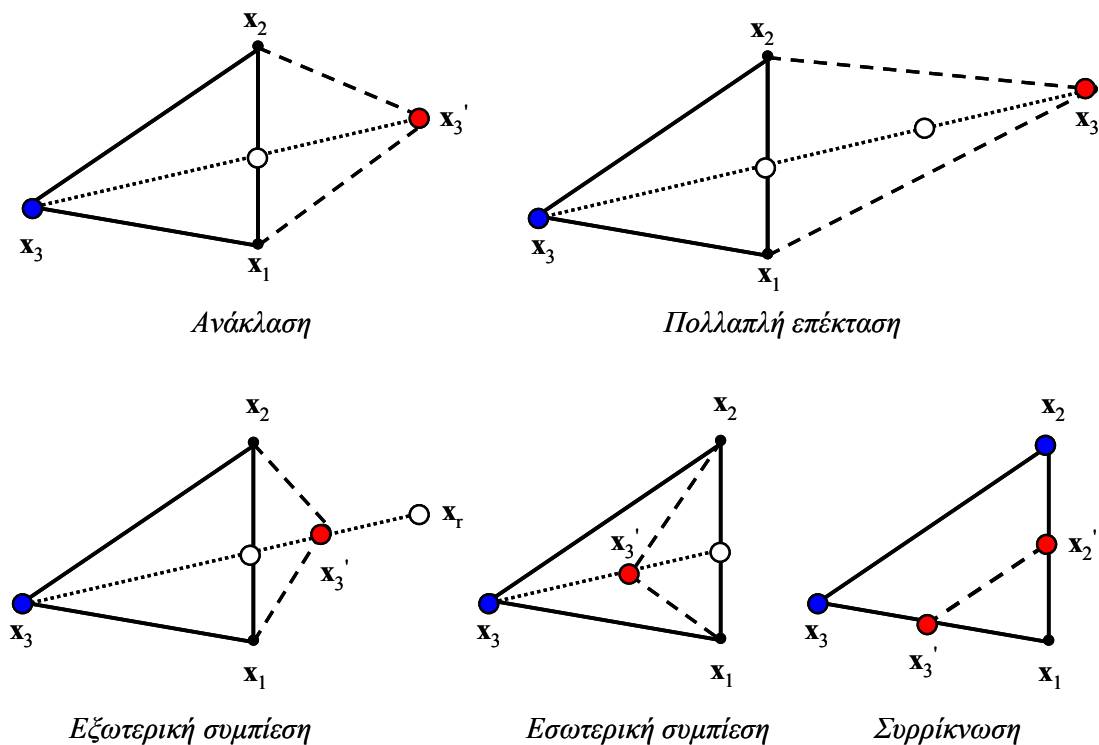
$$x_i = \mu_i \pm (\sigma_i + u d_i) \quad (9.8)$$

όπου μ_i η μέση τιμή του πληθυσμού για τη συντεταγμένη i , σ_i η αντίστοιχη τυπική απόκλιση, u τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή $[0, 1]$ και d_i η απόσταση που υπολείπεται μέχρι τα όρια του εφικτού χώρου (για $u = 1$, η συντεταγμένη γεννάται ακριβώς πάνω στο όριο). Το πρόσημο επιλέγεται τυχαία, με ίση πιθανότητα. Αν είναι θετικό, τότε η συντεταγμένη γεννάται από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[\mu_i + \sigma_i, x_i^{\max}]$, διαφορετικά γεννάται στο διάστημα $[x_i^{\min}, \mu_i - \sigma_i]$. Η μετάλλαξη αποσκοπεί στη γέννηση απομακρυσμένων, σε σχέση με το μέσο όρο του πληθυσμού, σημείων, εξασφαλίζοντας έτσι μεγαλύτερη διασπορά λύσεων, η οποία είναι επιθυμητή για την αποτελεσματικότερη διερεύνηση του εφικτού χώρου.

Ο απόγονος που παράγεται μέσω μετάλλαξης γίνεται εκ κατασκευής αποδεκτός εφόσον υπερτερεί ως προς το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 , αλλιώς γίνεται αποδεκτός με πιθανότητα p_m .

Βήμα 9: Εντοπίζεται η καλύτερη, f_{\min} , και χειρότερη, f_{\max} , τιμή της συνάρτησης στον πληθυσμό, και ελέγχεται αν η τρέχουσα θερμοκρασία ξεπερνά την τιμή $\beta (f_{\max} - f_{\min})$, όπου $\beta \geq 1$ παράμετρος του χρονοδιαγράμματος απόψησης. Με τον τρόπο αυτό, η θερμοκρασία εμποδίζεται να λάβει υπερβολικά υψηλές τιμές, κάτι που θα επιβράδυνε σημαντικά τον αλγόριθμο, αφού η διαδικασία αναζήτησης θα γινόταν υπερβολικά τυχαία.

Οι μετασχηματισμοί του απλόκου, που περιγράφηκαν προηγουμένως, απεικονίζονται στο γραφικό παράδειγμα του Σχήματος 9.2.



Σχήμα 9.2: Δυνατοί μετασχηματισμοί ενός απλόκου στον χώρο των δύο διαστάσεων. Με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται τα νέα σημεία που γεννώνται (απόγονοι), ενώ με μπλε τα σημεία που αντικαθίστανται. Το σημείο x_1 αντιστοιχεί στην αντικειμενικά καλύτερη κορυφή, ενώ το x_3 στη συμβατικά χειρότερη.

Η εξελικτική διαδικασία ολοκληρώνεται με δύο τρόπους:

- όταν η σχετική βελτίωση της τιμής της στοχικής συνάρτησης από γενιά σε γενιά γίνει μικρότερη από κάποια ανοχή (κριτήριο σύγκλισης)·
- όταν ξεπεραστεί ένας προβλεπόμενος αριθμός δοκιμών (κριτήριο τερματισμού).

Η ανοχή (εκφρασμένη ως ποσοστό) και ο μέγιστος αριθμός δοκιμών αποτελούν επίσης μεταβλητές εισόδου του αλγορίθμου. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, το δεύτερο κριτήριο είναι αυτό που οδηγεί στον τερματισμό της διαδικασίας, καθώς η πολυπλοκότητα του προβλήματος και το κατά κανόνα μεγάλο πλήθος των παραμέτρων δεν επιτρέπουν την επίτευξη σύγκλισης, παρά μόνο μετά από εξαιρετικά μεγάλο αριθμό δοκιμών.

9.3.3 Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου

Η θεμελιώδης έννοια της κυριαρχίας στα προβλήματα βελτιστοποίησης διανυσματικών στοχικών συναρτήσεων διαφοροποιεί σε σημαντικό βαθμό τη γενική στρατηγική των εξελικτικών αλγορίθμων, σε σχέση με τις μεθόδους αναζήτησης του ολικού ακροτάτου βαθμωτών συναρτήσεων. Πράγματι, αντί να επιδιώκεται η σύγκλιση του πληθυσμού σε ένα μεμονωμένο σημείο, όπου ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης, ζητείται η προσέγγιση του μετώπου Pareto και η όσο το δυνατό πιο ομοιόμορφη διασπορά του πληθυσμού σε αυτό. Επιπλέον, κάθε φορά που παράγεται μια νέα λύση, η επίδοσή της αποτιμάται με βάση τη θέση του εν λόγω σημείου στο πεδίο τιμών και τη σχέση κυριαρχίας του ως προς τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού.

Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου (Efstratiadis and Koutsoyiannis 2008· Ευστρατιάδης, 2008) αποτελεί ένα καινοτόμο σχήμα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που αποσκοπεί στην παραγωγή αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων από το συνολικό μέτωπο Pareto ή τμήμα αυτού, που προσδιορίζει ο χρήστης. Για την εφαρμογή του απαιτείται ο καθορισμός των κριτηρίων, τα οποία προκύπτουν με συνάθροιση επιμέρους μέτρων προσαρμογής, και ο προσδιορισμός του επιθυμητού εύρους τιμών τους. Επειδή όλα τα μέτρα προσαρμογής διατυπώνονται ως συναρτήσεις ποινής, ο χρήστης καλείται να ορίσει άνω όρια των εν λόγω ποινών, που υποδηλώνουν αν ένα σύνολο παραμέτρων είναι αποδεκτό ή όχι (ανεξάρτητα αν είναι Pareto βέλτιστο). Στην περίπτωση που δεν θεσπίζονται τέτοια όρια, ο αλγόριθμος αναζητά συνδυασμούς παραμέτρων που εκτείνονται σε όλο το μήκος του μετώπου.

Η υπολογιστική διαδικασία περιλαμβάνει δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση ή *φάση αποτίμησης*, ορίζεται ένα βαθμωτό μέτρο ποινής, που εξαρτάται από την θέση κάθε σημείου στο πεδίο τιμών, αλλά και την θέση όλων των υπόλοιπων μελών του πληθυσμού σε σχέση με το εν λόγω σημείο. Δηλαδή, για την αποτίμηση της καταλληλότητας συγκρίνεται η επίδοση όλων των σημείων μεταξύ τους και σε σχέση με όλα τα κριτήρια. Η συνάρτηση ποινής περιλαμβάνει δύο όρους. Ο πρώτος χρησιμοποιεί την έννοια της κυριαρχίας, λαμβάνοντας υπόψη τις κυρίαρχες, κυριαρχούμενες και αδιάφορες λύσεις ως προς το εκάστοτε σημείο αναφοράς. Από την άλλη πλευρά, ο δεύτερος όρος της υποδηλώνει την αποδοχή ή όχι της συγκεκριμένης λύσης, με βάση τα εξωτερικά άνω όρια που θέτει ο χρήστης. Στόχος είναι η απόρριψη συνόλων παραμέτρων με ακραία επίδοση, δηλαδή εξαιρετικά καλή ως προς ορισμένα κριτήρια προσαρμογής αλλά πολύ κακή ως προς τα υπόλοιπα.

Η διαδικασία αποτίμησης αποσκοπεί στη δημιουργία μιας υβριδικής επιφάνειας απόκρισης, πάνω στην οποία πραγματοποιείται η αναζήτηση νέων λύσεων για την τρέχουσα γενιά, δηλαδή η παραγωγή των απογόνων. Η επιφάνεια αυτή αναδιαμορφώνεται σε κάθε γενιά, αφού με την αντικατάσταση έστω και ενός μέλους της προηγούμενης γενιάς αλλάζει η

ταξινόμηση των σημείων στο πεδίο τιμών, με βάση την έννοια της κυριαρχίας. Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει ένα συνεχές πεδίο, επί του οποίου υλοποιείται η διαδικασία αναζήτησης, δηλαδή η παραγωγή απογόνων, που αποτελεί ζητούμενο της δεύτερης φάσης του αλγορίθμου, η οποία καλείται *φάση εξέλιξης*. Οι υπολογιστικές διαδικασίες χρησιμοποιούν αρκετά από τα στοιχεία του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου, αλλά επιφέρουν και κάποιες τροποποιήσεις, ώστε να εμποδιστεί η σύγκλιση των σημείων γύρω από ένα ακρότατο. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται η διατήρηση μιας επιθυμητής διασποράς σημείων, ώστε ο τελικός πληθυσμός να περιλαμβάνει ομοιόμορφα κατανομημένες λύσεις, που είναι ταυτόχρονα Pareto βέλτιστες και εφικτές, με βάση τα επιθυμητά όρια αποδοχής που έχει ορίσει ο χρήστης.

9.4 Κατευθυντήριες αρχές εκτίμησης των παραμέτρων μέσω βαθμονόμησης

9.4.1 Καθορισμός ορίων παραμέτρων

Η αναζήτηση ακροτάτων σε μη γραμμικούς χώρους γίνεται σημαντικά πιο δυσχερής όσο αυξάνει η διάσταση του προβλήματος, δηλαδή το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου. Για τον λόγο αυτό, στις δύο εξελικτικές τεχνικές βελτιστοποίησης τίθενται όρια αναζήτησης των μεταβλητών, που εκφράζουν μια *εκ των προτέρων* γνώση (ή, πιο ρεαλιστικά, υποψία) σχετικά με την περιοχή στην οποία κείται η μεμονωμένη ολικά βέλτιστη λύση ή το σύνολο των Pareto βέλτιστων λύσεων, εφόσον αναφερόμαστε σε πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση. Μέσα στα όρια αυτά γίνεται τόσο η γέννηση του αρχικού πληθυσμού, όσο και η παραγωγή των απογόνων. Αν από την εφαρμογή κάποιου γενετικού τελεστή προκύψει ένα σημείο εκτός του εφικτού χώρου, τότε το σημείο αυτό είτε δεν γίνεται αποδεκτό είτε μετατοπίζεται, αναγκαστικά, στο εν λόγω όριο.

Η διαδικασία αυτή εισάγει μια επιπλέον δυσκολία στη βελτιστοποίηση, αφού απαγορεύει την κίνηση προς υποσχόμενες περιοχές του \mathcal{R}^n , οι οποίες βρίσκονται εκτός των ορίων που έχει θέσει αυθαίρετα ο χρήστης. Πράγματι, ενώ ο χρήστης μπορεί να θέσει εύλογα όρια για κάθε μεμονωμένη μεταβλητή, είναι εξαιρετικά δύσκολο να υποψιαστεί ένα εύλογο εύρος ορίων όταν οι μεταβλητές αλληλεπιδρούν. Σε μια τέτοια περίπτωση, λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας της επιφάνειας απόκρισης, ενδέχεται να προκύψουν περιοχές έλξης ακροτάτων εκτός των εν λόγω ορίων. Από την άλλη πλευρά, η θέσπιση εξαιρετικά χαλαρών ορίων, δηλαδή ενός πολύ μεγάλου εύρους αναζήτησης, έχει ως συνέπεια τη σημαντική επιβράδυνση της διαδικασίας σύγκλισης, αφού ο χώρος που πρέπει να διερευνηθεί είναι πολύ μεγαλύτερος. Με βάση το σκεπτικό αυτό, προκύπτουν δύο αντικρουόμενες απαιτήσεις, αφού για λόγους «ασφαλείας» είναι επιθυμητή η θέσπιση ενός μεγάλου πεδίου ορισμού των τιμών των μεταβλητών, ενώ για λόγους ταχύτητας είναι επιθυμητό το ακριβώς αντίθετο.

Τα δύο αυτά αντίρροπα κριτήρια επιχειρεί να συμβιβάσει το σχήμα αναζήτησης που υλοποιούν οι δύο αλγόριθμοι (με κοινή εφαρμογή για μονοκριτηριακά και πολυκριτηριακά προβλήματα), εισάγοντας την έννοια του «διπλού» πεδίου ορισμού, με εσωτερικά και εξωτερικά όρια. Τα εσωτερικά όρια εκφράζουν την *εκ των προτέρων* προσέγγιση σχετικά με την υποσχόμενη περιοχή του \mathcal{R}^n , όπου είναι πιο πιθανός ο εντοπισμός της πλέον πρόσφορης λύσης (ή συνόλου λύσεων), ενώ τα εξωτερικά όρια εκφράζουν μια πιο χαλαρή-συντηρητική εκτίμηση. Μάλιστα, σε πραγματικά προβλήματα, στα οποία οι μεταβλητές ελέγχου εκφράζουν φυσικά μεγέθη με γνωστά ανώτατα ή κατώτατα όρια, το εξωτερικό πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζεται με τα εν λόγω φυσικά όρια των μεταβλητών. Συνεπώς, ενώ ο

αρχικός πληθυσμός (αλλά και κάθε σημείο που παράγεται μέσω της πλήρως τυχαίας μετάλλαξης) γεννάται εντός του εσωτερικού πεδίου, όπου και επικεντρώνεται το ενδιαφέρον της αναζήτησης, δεν αποκλείεται η «διεύρυνση» του χώρου-στόχου της εξελικτικής διαδικασίας πέρα από τα όρια του εσωτερικού πεδίου, εφόσον εντοπιστεί μια πορεία βελτίωσης της επίδοσης του πληθυσμού.

Κατά τη διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης, ο χρήστης καλείται να ορίσει τη γεωμετρία του πεδίου αναζήτησης, που δίνεται με τη μορφή ενός επιθυμητού εύρους διακύμανσης των παραμέτρων. Τα τελευταία εκφράζουν είτε μαθηματικά όρια τιμών (π.χ. 0 έως 1, για τους αδιάστατους συντελεστές στείρευσης) είτε εύλογα όρια, που προκύπτουν με βάση την εννοιολογική ερμηνεία των παραμέτρων, σε σχέση με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος. Για παράδειγμα, σε μια μονάδα υδρολογικής απόκρισης που αναπτύσσεται πάνω σε έντονα διαπερατό υπόβαθρο, είναι εύλογο να τεθεί αρκετά υψηλότερο άνω όριο για τον συντελεστή στείρευσης της κατεΐσδυσης (π.χ. της τάξης του 40-60%) σε σχέση με μια μονάδα που αναπτύσσεται πάνω από αδιαπέρατους σχηματισμούς, οπότε η εν λόγω παράμετρος δύσκολα μπορεί να ξεπερνά την τιμή 10%.

Επισημαίνεται ότι ο ορθολογικός χειρισμός των ορίων αποτελεί έναν από τους κρισιμότερους παράγοντες επιτυχίας της βαθμονόμησης, αφού όχι μόνο εξασφαλίζει συμβατότητα των παραμέτρων με τη φυσική τους ερμηνεία αλλά μπορεί να επιτύχει δραστικό περιορισμό του πεδίου αναζήτησης, κάτι ιδιαίτερα σημαντικό για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλών διαστάσεων. Συνήθως, κατά τη διάρκεια της βαθμονόμησης ο χρήστης διαφοροποιεί τα όρια του πεδίου των παραμέτρων, ώστε να «κατευθύνει» την αναζήτηση προς την επιθυμητή πορεία, διευκολύνοντας έτσι τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Βεβαίως, κάτι τέτοιο προϋποθέτει σημαντική εμπειρία από την πλευρά του χρήστη.

9.4.2 Η έννοια της ημιαυτόματης βαθμονόμησης

Η ημιαυτόματη βαθμονόμηση υποδηλώνει μια διαδραστική προσέγγιση που επιδιώκει την επέμβαση του χρήστη στη διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων, ώστε να «κατευθύνει» την αναζήτηση προς τις πλέον πρόσφορες περιοχές του πεδίου ορισμού τους. Πρόκειται για έναν συνδυασμό της παραδοσιακής χειρωνακτικής βαθμονόμησης και της πλήρως αυτοματοποιημένης προσέγγισης, με τη χρήση αλγορίθμων ολικής βελτιστοποίησης (Boyle *et al.*, 2000). Δύο είναι οι βασικοί λόγοι που προτιμάται μια τέτοια στρατηγική βαθμονόμησης αντί μιας πλήρως αυτοματοποιημένης μεθόδου:

- εξαιτίας των πολλαπλών πηγών αβεβαιότητας (δομικά σφάλματα μοντέλου, άγνοια διεργασιών, σφάλματα δεδομένων, αρχικών συνθηκών, κλπ.), μια αυτοματοποιημένη διαδικασία δεν εγγυάται τον εντοπισμό μιας λύσης που να εξασφαλίζει επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, σε συνδυασμό με ρεαλιστικές τιμές παραμέτρων ·
- εξαιτίας της πολυπλοκότητας του μαθηματικού προβλήματος βελτιστοποίησης (μεγάλος αριθμός παραμέτρων και κριτηρίων), είναι εξαιρετικά δυσχερής η προσέγγιση μιας ικανοποιητικής λύσης.

Παρόλο που το λογισμικό παρέχει εξελιγμένα εργαλεία βελτιστοποίησης, δεν είναι λογικό να αναμένει κανείς ότι αρκεί μία μεμονωμένη αναζήτηση, έστω και με την εκτέλεση μεγάλου αριθμού δοκιμών, για τον αυτόματο υπολογισμό των κατάλληλων τιμών των παραμέτρων. Αντίθετα, προτείνεται μια υβριδική διαδικασία διαδοχικών βημάτων, με βάση τις εξής αρχές:

- σε πρώτο στάδιο, επιδιώκεται μια τμηματική αντιμετώπιση του προβλήματος, με βελτιστοποίηση μικρού, σχετικά, αριθμού παραμέτρων, που επηρεάζουν συγκεκριμένες

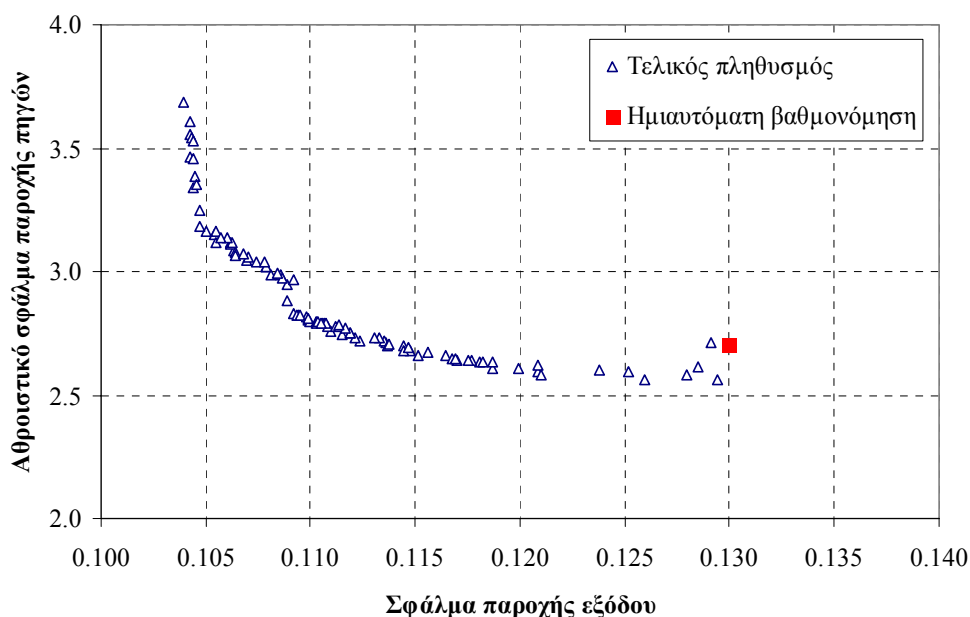
και όσο το δυνατόν πιο ελεγχόμενες υδρολογικές διεργασίες (κατά προτεραιότητα τις επιφανειακές, σε σχέση με τις υπόγειες).

- στα αρχικά στάδια δίνεται έμφαση στα χονδροειδή σφάλματα, εξασφαλίζοντας έτσι μια γενικά καλή εικόνα όλων των πτυχών του μοντέλου.
- όσο μικρότερη είναι η συνεισφορά της βασικής απορροής (εκροές πηγών) στο υδατικό ισοζύγιο, τόσο πιο «ανεξάρτητες» καθίστανται οι παράμετροι του επιφανειακού μοντέλου σε σχέση με αυτές του υπόγειου, οπότε μπορούν να βαθμονομηθούν σχετικά αυτόνομα.
- επειδή οι ποινές που αναφέρονται στην τάση των χρονοσειρών στάθμης των υπόγειων νερών επηρεάζουν δραστικά τη συνολική διαίτα του υδροφορέα, είναι προτιμητέο να ελεγχθούν κατά προτεραιότητα, σε σχέση με τις παρατηρήσεις παροχής πηγών ή στάθμης.
- όταν η βελτιστοποίηση αδυνατεί να αναπαράξει τις παρατηρημένες παροχές μεμονωμένων πηγών, ο χρήστης πρέπει να επαναπροσδιορίσει τις αρχικές στάθμες των γειτονικών κυττάρων, ώστε να διαφοροποιήσει την τοπική χωρική κατανομή των υπόγειων νερών.
- όταν οι τιμές των παραμέτρων δεν είναι συμβατές με την εννοιολογική τους ερμηνεία, και εφόσον έχει αποκλειστεί η περίπτωση σφαλμάτων στα δεδομένα εισόδου, απορρίπτεται η τρέχουσα λύση και δοκιμάζεται μια άλλη διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης, με αλλαγή π.χ. των ορίων των παραμέτρων ή των συντελεστών βάρους των κριτηρίων.
- όταν οι βελτιστοποιημένες τιμές των παραμέτρων είναι πολύ κοντά ή πάνω στα όρια του πεδίου αναζήτησης, τα εν λόγω όρια διευρύνονται και επαναλαμβάνεται η επίλυση του προβλήματος, καθώς υπάρχει το ενδεχόμενο να βρεθεί μια καλύτερη λύση εκτός του τρέχοντος εφικτού χώρου.
- λύσεις που παρουσιάζουν ακραία συμπεριφορά όσον αφορά στην ανταγωνιστικότητα των κριτηρίων, δηλαδή παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση ως προς ορισμένα μέτρα προσαρμογής και πολύ κακή ως προς τα υπόλοιπα απορρίπτονται, ανεξάρτητα αν το σταθμισμένο αποτέλεσμα της στοχαστικής συνάρτησης φαίνεται ικανοποιητικό.

Αναμφίβολα, η παραπάνω στρατηγική απαιτεί σημαντικό φόρτο εργασίας και προϋποθέτει την πολύπλευρη αξιοποίηση της κρίσης και εμπειρίας του μηχανικού.

9.4.3 Πολυκριτηριακή ανάλυση

Η πολυκριτηριακή ανάλυση σε προβλήματα εκτίμησης των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων έχει βρει πρόσφορο έδαφος τα τελευταία χρόνια, χωρίς ωστόσο να έχει πλήρως αποσαφηνιστεί η πρακτική της χρησιμότητα (Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009, 2010). Γενικά, η θεώρηση πολλαπλών κριτηρίων κατά τη βαθμονόμηση είναι αναγκαία ώστε να «εξηγήσει» τον μεγάλο αριθμό παραμέτρων που αναγκαστικά χρησιμοποιούνται για την περιγραφή πολύπλοκων συστημάτων με έντονη ετερογένεια, και επιπλέον εξασφαλίζει καλύτερη εποπτεία του προβλήματος, καθώς επιτρέπει τον ταυτόχρονο έλεγχο διαφορετικών αποκρίσεων ενός μοντέλου ή και διαφορετικών πτυχών κάθε απόκρισης. Η στρατηγική αυτή προσομοιάζει στην παραδοσιακή χειροκίνητη βαθμονόμηση, στα πλαίσια της οποίας ένας έμπειρος υδρολόγος εξετάζει όλο το φάσμα των αποτελεσμάτων του μοντέλου (μεταβλητές εξόδου, μεταβλητές κατάστασης, υδατικά ισοζύγια), σε συνδυασμό με τη φυσική ερμηνεία των παραμέτρων, προκειμένου να αξιολογήσει την καταλληλότητα μιας λύσης.



Σχήμα 9.3: Απεικόνιση του πεδίου τιμών των κριτηρίων (μέτωπο Pareto) στο πρόβλημα βελτιστοποίησης του τυπικού σφάλματος αναπαραγωγής της μέσης μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού και του συνολικού σφάλματος αναπαραγωγής των παροχών των έξι κύριων καρστικών πηγών της. Στο διάγραμμα φαίνεται και η θέση της ολικά βέλτιστης λύσης που έχει εντοπιστεί με τη θεώρηση σταθμισμένων κριτηρίων (Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009).

Η χρήση του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου για την παραγωγή πολλαπλών μη κατωτέρων λύσεων παρέχει περαιτέρω προοπτικές, καθώς συμβάλλουν στην αποσαφήνιση ειδικών πτυχών του προβλήματος. Για παράδειγμα, με την κατασκευή των μετώπων Pareto οπτικοποιείται η σχέση ανταγωνιστικότητας μεταξύ των κριτηρίων και μπορούν να ανιχνευτούν τυχόν σφάλματα, που οφείλονται είτε σε δομική ακαταλληλότητα του μοντέλου (ανεπαρκής ή λανθασμένη περιγραφή των διεργασιών) είτε σε εγγενή σφάλματα δεδομένων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν μέτωπα με γεωμετρικές ιδιαιτερότητες, όπως τύπου «ορθής γωνίας» ή «μπαστουνιού». Το πρώτο υποδηλώνει κριτήρια με πολύ έντονη ανταγωνιστικότητα, ενώ το δεύτερο υποδηλώνει μεγάλη διαφορά στο εύρος διακύμανσης των τιμών των κριτηρίων, όπως στο παράδειγμα του Σχήματος 9.3, όπου η διασπορά του σφάλματος αναπαραγωγής της παροχής των πηγών είναι κατά πολύ μεγαλύτερη της διασποράς του σφάλματος που αφορά στην απορροή της λεκάνης. Επιπλέον, με την εισαγωγή περιορισμών εφικτότητας των κριτηρίων, η αναζήτηση μπορεί να εστιαστεί στις πλέον πρόσφορες περιοχές του μετώπου Pareto, διευκολύνοντας τον εντοπισμό συμβιβαστικών λύσεων. Η τελική επιλογή μεταξύ των μαθηματικά ισοδύναμων λύσεων Pareto μπορεί να γίνει ελέγχοντας την προγνωστική τους ικανότητα κατά την περίοδο επαλήθευσης. Έχει διαπιστωθεί εμπειρικά ότι από την πληθώρα των εν λόγω λύσεων, πολύ μικρό δείγμα αναμένεται να παρουσιάζει ικανοποιητική επίδοση σε ανεξάρτητες χρονικές περιόδους (Ευστρατιάδης 2008· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2009).

Ένα ακόμη χαρακτηριστικό που μπορεί να διερευνηθεί μέσω των πολυκριτηριακών προσεγγίσεων είναι η αβεβαιότητα τόσο των παραμέτρων όσο και των κριτηρίων. Πράγματι, για κάθε παράμετρο ή κριτήριο εντοπίζεται ένα δείγμα βέλτιστων Pareto τιμών, από τη στατιστική ανάλυση του οποίου προκύπτουν σημαντικές πληροφορίες. Οι πληροφορίες αυτές μπορούν να αξιοποιηθούν προκειμένου να εντοπιστούν τα κατάλληλα όρια διακύμανσης των

παραμέτρων, διευκολύνοντας έτσι δραστικά τη διαδικασία αναζήτησης της συμβιβαστικής λύσης. Ειδικότερα, με τη θέσπιση ορίων εφικτότητας των κριτηρίων, είναι δυνατό να εντοπιστούν οι πλέον υποσχόμενες περιοχές, που εξασφαλίζουν αποδεκτή επίδοση για το σύνολο των κριτηρίων. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατή η παγίδευση της βέλτιστης λύσης με εξαιρετικά μικρό, σε σχέση με μια τυπική διαδικασία ολικής βελτιστοποίησης, υπολογιστικό φόρτο. Ωστόσο, αυτό πρέπει να γίνεται με προσοχή, δεδομένου ότι ακόμα και οι πλέον εξελιγμένοι πολυκριτηριακοί αλγόριθμοι δεν εγγυώνται τον εντοπισμό ενός πλήρους αντιπροσωπευτικού δείγματος βέλτιστων Pareto λύσεων. Επιπλέον, σε προβλήματα με σχετικά μεγάλο αριθμό κριτηρίων, η έννοια της κυριαρχίας οδηγεί στην αποδοχή εξαιρετικά μεγάλου ποσοστού λύσεων ως βέλτιστων Pareto, παρέχοντας έτσι ιδιαίτερα επισφαλή συμπεράσματα. Για το λόγο αυτό, κατά την εκτίμηση των παραμέτρων, ο πολυκριτηριακός αλγόριθμος θα πρέπει να χρησιμοποιείται κυρίως επικουρικά (σε συνδυασμό με την υβριδική στρατηγική που εξηγείται στο υποκεφάλαιο 9.4.2) και όχι αποκλειστικά.

Αναφορές

- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Α. Δ. Κούσης, Δ. Κουτσογιάννης, Ν. Μαμάσης, Ε. Γαλιούνα, Κ. Τζούκα, και Ε.-Μ. Μιχαηλίδη, Τεχνική έκθεση περιγραφής περιοχικών σχέσεων εκτίμησης χαρακτηριστικών υδρολογικών μεγεθών, *ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ – Εκτίμηση πλημμυρικών ροών στην Ελλάδα σε συνθήκες υδροκλιματικής μεταβλητότητας: Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένου εννοιολογικού-πιθανοτικού πλαισίου και υπολογιστικών εργαλείων*, Ανάδοχοι: ΕΤΜΕ: Πέππας & Συν/τες Ε.Ε., Γραφείο Μαχαίρα, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών, Σεπτέμβριος 2014.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Ν. Μαμάσης, και Δ. Κουτσογιάννης, Εναλλακτικά σενάρια διαχείρισης και βέλτιστης λειτουργίας ταμιευτήρα Σμοκόβου και συναφών έργων, *Διερεύνηση σεναρίων διαχείρισης του ταμιευτήρα Σμοκόβου*, Τεύχος 3, 104 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούλιος 2008.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Τέγος, Γ. Καραβοκυρός, Ι. Κυριαζοπούλου, και Ι. Βαζίμας, Σχέδιο διαχείρισης των υδατικών πόρων περιοχής Καρδίτσας, *Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*, Ανάδοχος: ΝΑΜΑ Σύμβουλοι Μηχανικοί και Μελετητές Α.Ε., Τεύχος 16, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2006.
- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., Ε. Ρόζος, και Α. Κουκουβίνος, Υδρόγειος: Μοντέλο υδρολογικής και υδρογεωλογικής προσομοίωσης – Θεωρητική τεκμηρίωση, *Ανάπτυξη βάσης δεδομένων και εφαρμογών λογισμικού σε διαδικτυακό περιβάλλον για την «Εθνική Τράπεζα Υδρολογικής και Μετεωρολογικής Πληροφορίας»*, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Νοέμβριος 2009.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, και Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού – Υλίκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 21, 196 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Ευστρατιάδης, Α., και Ε. Ρόζος, Υδρολογική διερεύνηση, *Έργα Ύδρευσης Ρόδου από το φράγμα Γαδουρά - Β φάση: Προμελέτες, οριστικές μελέτες κλπ. μελέτες έργων Υδραγωγείων και ΕΕΝ – Τεύχη Δημοπράτησης*, Εργοδότης: Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας και Δημόσιων Έργων, Ανάδοχος: Υδροεξυγιαντική, 57 σελίδες, Ιούλιος 2010.
- Ευστρατιάδης, Α., *Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, με έμφαση στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων*, Διδακτορική διατριβή, 391 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Φεβρουάριος 2008.

- Ζαρκαδούλας, Α., *Ανάπτυξη μοντέλου υδρομετεωρολογικής πρόγνωσης στη χειμαρρική λεκάνη του Σαρανταπόταμου*, Διπλωματική εργασία, 210 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιούλιος 2014.
- Ζωγάκης, Χ., *Σύγκριση μοντέλων γεγονότος και συνεχούς προσομοίωσης για την εκτίμηση πλημμυρικών μεγεθών - Εφαρμογή στη λεκάνη του Νέδοντα*, Μεταπτυχιακή εργασία, 190 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Μάρτιος 2013.
- Κοσσιέρης, Π., *Προσαρμογή εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου για βελτιστοποίηση στοχαστικών στοιχικών συναρτήσεων σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία, 209 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Δεκέμβριος 2013.
- Κουτσογιάννης, Δ., Α. Ευστρατιάδης, Α. Κουκουβίνος, και Ν. Μαμάσης, *Εκτίμηση επιφανειακού υδατικού δυναμικού στην περιοχή της Ασωπίας*, Δεκέμβριος 2011.
- Κουτσογιάννης, Δ., *Σχεδιασμός Αστικών Δικτύων Αποχέτευσης*, Έκδοση 4, 180 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2011.
- Κοψιάτη, Μ., *Διερεύνηση στρατηγικών παραμετροποίησης υδρογεωλογικού υπομοντέλου του λογισμικού Υδρόγειος – Εφαρμογή στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού*, Μεταπτυχιακή εργασία, 133 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Μάρτιος 2009.
- Μαμάσης, Ν., Α. Κουκουβίνος, και Α. Ευστρατιάδης, *Υδρολογική μελέτη, Μελέτες Διερεύνησης Προβλημάτων Αρδευσης και Δυνατότητας Κατασκευής Ταμιευτήρων Νομού Βοιωτίας*, Εργοδότης: Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων, Ανάδοχος: Γραφείο Μελετών ΕΤΜΕ: Αντωνίου - Πέππας και Συνεργάτες, Αθήνα, 2006.
- Ναλμπάντης, Ι., και Ε. Ρόζος, *Σύστημα προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Β. Κηφισού, Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 10, 72 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2000.
- Ναλμπάντης, Ι., *Προγράμματα προσομοίωσης της σχέσης βροχής-απορροής, Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση Ι*, Τεύχος 8, 106 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Οκτώβριος 1992.
- Παπαδημητράκη, Α., *Η επίδραση της χωρικής μεταβλητότητας της βροχόπτωσης στην προσαρμογή υδρολογικών μοντέλων - Εφαρμογή στη λεκάνη του Σπερχειού*, Διπλωματική εργασία, 130 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιούλιος 2012.
- Ρόζος, Ε., *Υδρολογική προσομοίωση της ροής σε υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας*, Διδακτορική διατριβή, 250 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Απρίλιος 2010.
- Τέγος, Α., *Συνδυασμένη προσομοίωση υδρολογικών-υδρογεωλογικών διεργασιών και λειτουργίας υδροσυστήματος Δυτικής Θεσσαλίας*, Διπλωματική εργασία, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005.

- Boyle, D. P., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Toward improved calibration of hydrologic models: Combining the strengths of manual and automatic methods, *Water Resources Research*, 36(12), 3663-3674, 2000.
- Bruen, M., and J.C.L. Dooge, Harmonic analysis of the stability of reverse routing in channels, *Hydrology and Earth System Sciences*, 11(1), 559-568, 2007.
- Brutsaert, W., *Hydrology: An Introduction*, 605 p., Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005.
- Cunge, J. A., On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method), *Journal of Hydraulic Research*, 7(2), 205-230, 1969.
- Deardorff, J. W., Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation, *Journal of Geophysical Research*, 83, 1889, doi:10.1029/JC083iC04p01889, 1978.
- Efstratiadis, A., A. D. Koussis, S. Lykoudis, A. Koukouvinos, A. Christofides, G. Karavokiros, N. Kappos, N. Mamassis, and D. Koutsoyiannis, Hydrometeorological network for flood monitoring and modeling, *Proceedings of First International Conference on Remote Sensing and Geoinformation of Environment*, Paphos, Cyprus, 8795, 10-1–10-10, doi:10.1117/12.2028621, 2013.
- Efstratiadis, A., A. Koukouvinos, E. Rozos, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Control of uncertainty in complex hydrological models via appropriate schematization, parameterization and calibration, *European Geosciences Union General Assembly 2006, Geophysical Research Abstracts, Vol. 8*, Vienna, 02181, European Geosciences Union, 2006.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1423–1428, International Water Association, 2002.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, Fitting hydrological models on multiple responses using the multiobjective evolutionary annealing simplex approach, *Practical hydroinformatics: Computational intelligence and technological developments in water applications*, edited by R.J. Abrahart, L. M. See, and D. P. Solomatine, 259–273, Springer, 2008.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, On the practical use of multiobjective optimisation in hydrological model calibration, *European Geosciences Union General Assembly 2009, Geophysical Research Abstracts, Vol. 11*, Vienna, 2326, European Geosciences Union, 2009.
- Efstratiadis, A., and S.M. Papalexiou, The quest for consistent representation of rainfall and realistic simulation of process interactions in flood risk assessment, *European Geosciences Union General Assembly 2010, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12*, Vienna, 11101, European Geosciences Union, 2010.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, and D. Xenos, Minimising water cost in the water resource management of Athens, *Urban Water Journal*, 1(1), 3–15, 2004.

- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, E. Rozos, and I. Nalbantis, Calibration of a conjunctive surface-groundwater simulation model using multiple responses, *EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Geophysical Research Abstracts, Vol. 5*, Nice, European Geophysical Society, 2003.
- Efstratiadis, A., E. Rozos, A. Koukouvinos, I. Nalbantis, G. Karavokiros, and D. Koutsoyiannis, An integrated model for conjunctive simulation of hydrological processes and water resources management in river basins, *European Geosciences Union General Assembly 2005, Geophysical Research Abstracts, Vol. 7*, Vienna, 03560, European Geosciences Union, 2005.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, A. Koukouvinos, E. Rozos, and D. Koutsoyiannis, HYDROGEIOS: A semi-distributed GIS-based hydrological model for modified river basins, *Hydrology and Earth System Sciences*, 12, 989–1006, 2008.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, E. Rozos, and D. Koutsoyiannis, Accounting for water management issues within hydrological simulation: Alternative modelling options and a network optimization approach, *European Geosciences Union General Assembly 2010, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12*, Vienna, 10085, European Geosciences Union, 2010.
- Efstratiadis, A., K. Mazi, A. D. Koussis, and D. Koutsoyiannis, Flood modelling in complex hydrologic systems with sparsely resolved data, *European Geosciences Union General Assembly 2009, Geophysical Research Abstracts, Vol. 11*, Vienna, 4157, European Geosciences Union, 2009.
- Efstratiadis, A., New insights on model evaluation inspired by the stochastic simulation paradigm, *European Geosciences Union General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, Vol. 13*, Vienna, 1852, European Geosciences Union, 2011.
- Flügel, W.-A., Delineating Hydrological Response Units (HRU's) by GIS analysis for regional hydrological modelling using PRMS/MMS in the drainage basin of the River Bröl, Germany, *Hydrological Processes*, 9, 423-436, 1995.
- Freer, J., K. J. Beven, and B. Ambrose, Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: an application of the GLUE approach, *Water Resources Research*, 32(7), 2161-2173, 1996.
- Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- Hjelmfelt Jr., A.T., Negative outflows from Muskingum flood routing, *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(6), 1010–1014, 1985.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- Kottegoda, N. T., *Stochastic water resources technology*, Wiley, New York, 1980.
- Koussis, A. D., Assessment and review of the hydraulics of storage flood routing 70 years after the presentation of the Muskingum method, *Hydrological Sciences Journal*, 54(1), 43-61, 2009.
- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, and K. Georgakakos, Uncertainty assessment of future hydroclimatic predictions: A comparison of probabilistic and scenario-based approaches, *Journal of Hydrometeorology*, 8(3), 261–281, 2007.

- Mahmood, K., and V. Yevjevich, *Unsteady flow in open channels*, Water Re. Publ., Fort Collins, Col., 1975.
- Martin R. K., *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*, Vol. 57, Kluwer Academic Publishers, p. 446, 2004.
- McCarthy, G.-T., *The Unit Hydrograph and Flood Routing*, Conference North Atlantic Division, US Army Corporation of Engineers, 1938.
- McCuen, R. H., Z. Knight, and A. G. Cutter, Evaluation of the Nash-Sutcliffe efficiency index, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 11(6), 597-602, 2006.
- Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- Nalbantis, I., A. Efstratiadis, E. Rozos, M. Kopsiafti, and D. Koutsoyiannis, Holistic versus monomeric strategies for hydrological modelling of human-modified hydrosystems, *Hydrology and Earth System Sciences*, 15, 743–758, doi:10.5194/hess-15-743-2011, 2011.
- Nash, J. E., and J. V. Sutcliffe, River flow forecasting through conceptual models: (I) A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, 10(3), 282-290, 1970.
- Nelder, J. A., and R. Mead, A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, 7(4), 308-313, 1965.
- Pan, L., and L. Wu, A hybrid global optimization method for inverse estimation of hydraulic parameters: annealing-simplex method, *Water Resources Research*, 34(9), 2261-2269, 1998.
- Preissmann, A., Propagation des intumescences dans les canaux et rivières, *Proc. 1st Cong. of the Association Française de Calcul*, 433-442, Grenoble, 1960.
- Refsgaard, J. C., Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 198, 69-97, 1997.
- Rianna, M., E. Rozos, A. Efstratiadis, and F. Napolitano, Assessing different levels of model complexity for the Liri-Garigliano catchment simulation, *European Geosciences Union General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, Vol. 13*, Vienna, 4067, European Geosciences Union, 2011.
- Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819–842, 2004.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, A multicell karstic aquifer model with alternative flow equations, *Journal of Hydrology*, 325(1-4), 340–355, 2006a.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Error analysis of a multi-cell groundwater model, *Journal of Hydrology*, 392(1-2), 22–30, 2010.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Simulation error in groundwater models with rectangular and non rectangular discretization, *XXIV General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics*, Perugia, International Union of Geodesy and Geophysics, International Association of Hydrological Sciences, 2007.

- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Subsurface flow simulation with model coupling, *European Geosciences Union General Assembly 2006, Geophysical Research Abstracts, Vol. 8*, Vienna, 02551, European Geosciences Union, 2006b.
- Soil Conservation Service, *National Engineering Handbook*, section 4, Hydrology, U.S. Dept. of Agriculture, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1972.
- Srinivasan, R., R. S. Muttiah, P. T. Dyke, C. Walker, and J. Arnold, *Hydrologic unit model for the United States (HUMUS)*, Texas Agricultural Experiment Station, Blackland Research Center, Temple, TX, 2000.