

Υδραυλική & Υδραυλικά Έργα

5^ο εξάμηνο Σχολής Πολιτικών Μηχανικών



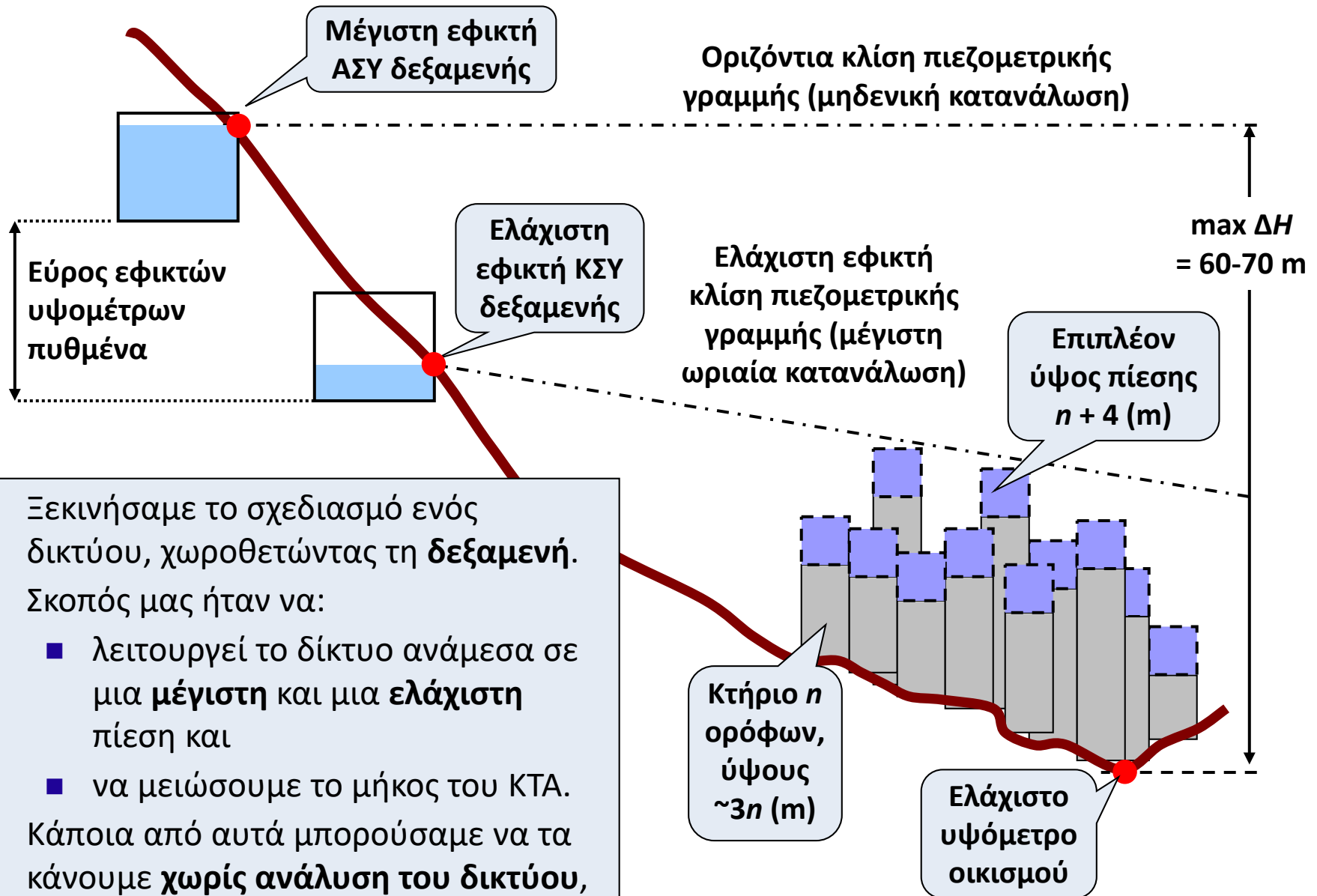
Ανάλυση δικτύων διανομής

**Χρήστος Μακρόπουλος, Ανδρέας Ευστρατιάδης &
Παναγιώτης Κοτσιέρης**

Τομέας Υδατικών Πόρων & Περιβάλλοντος, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

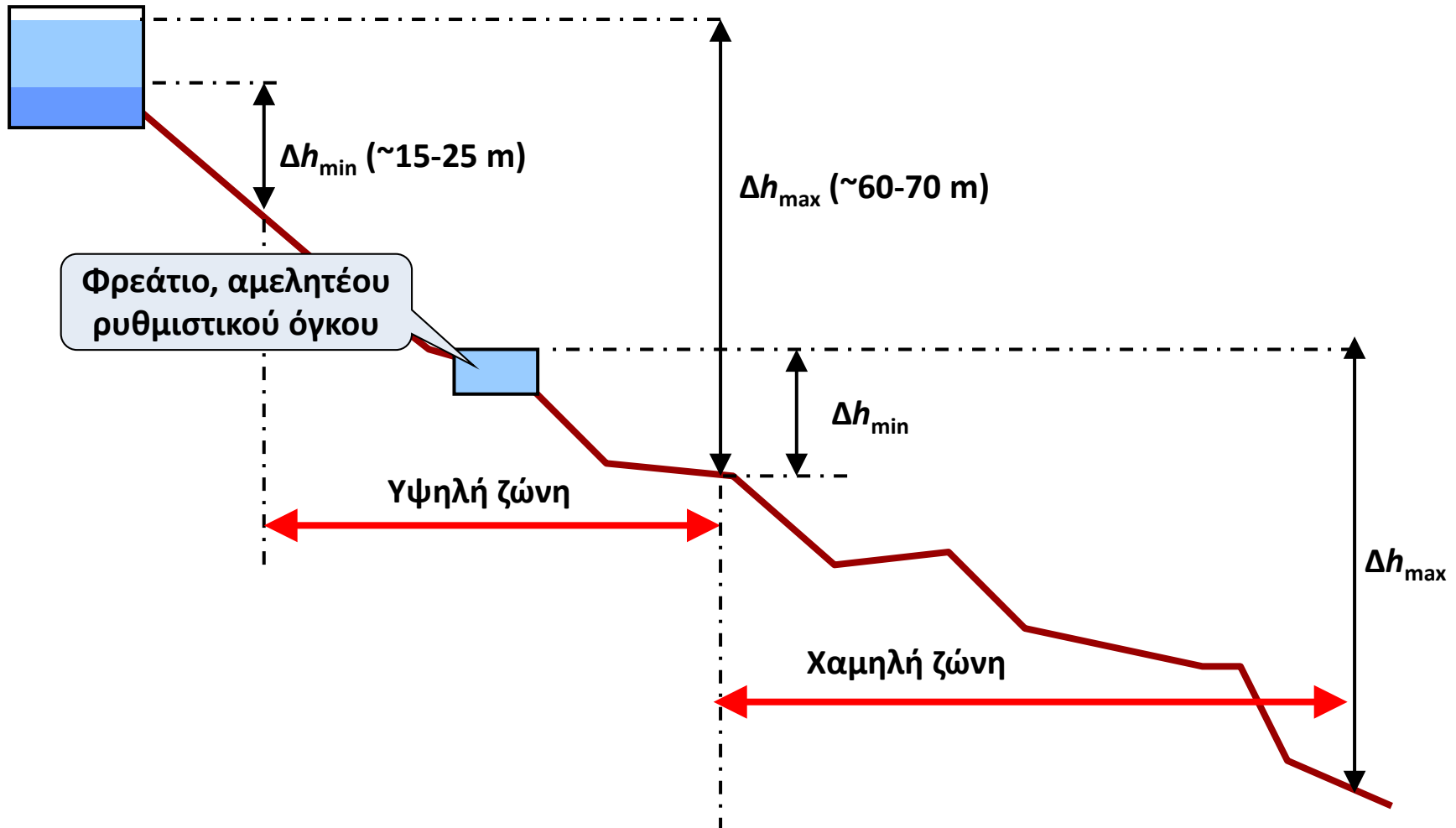
Αθήνα, 2019

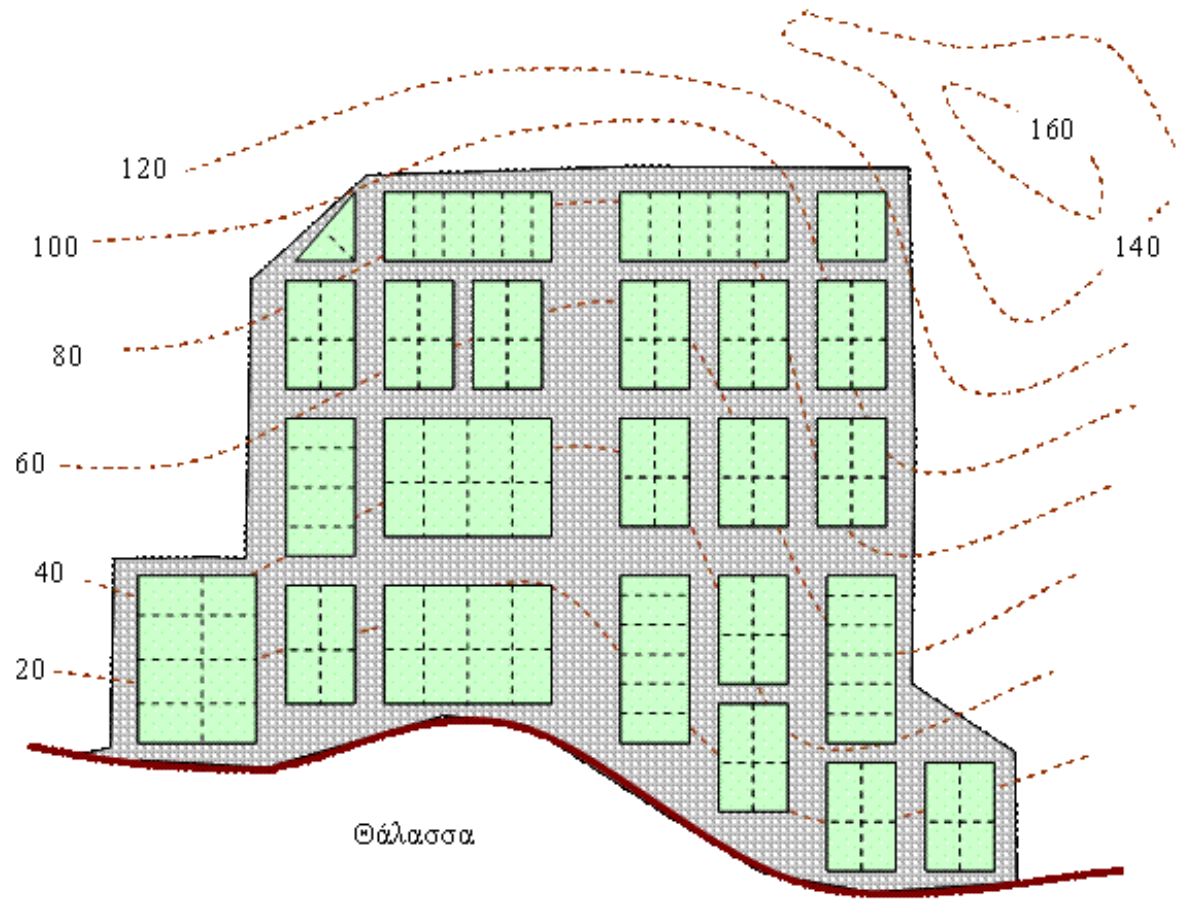
Στο προηγούμενο μάθημα...

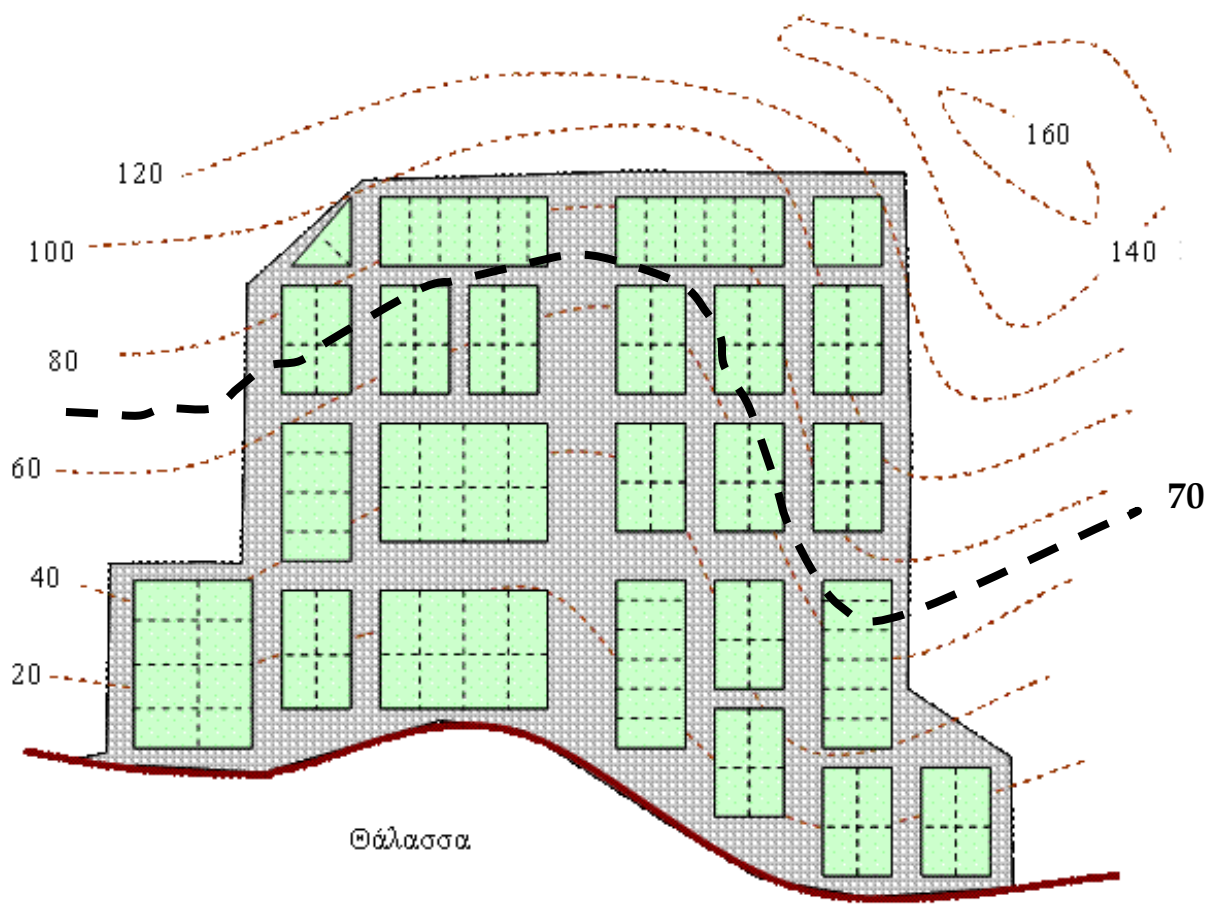


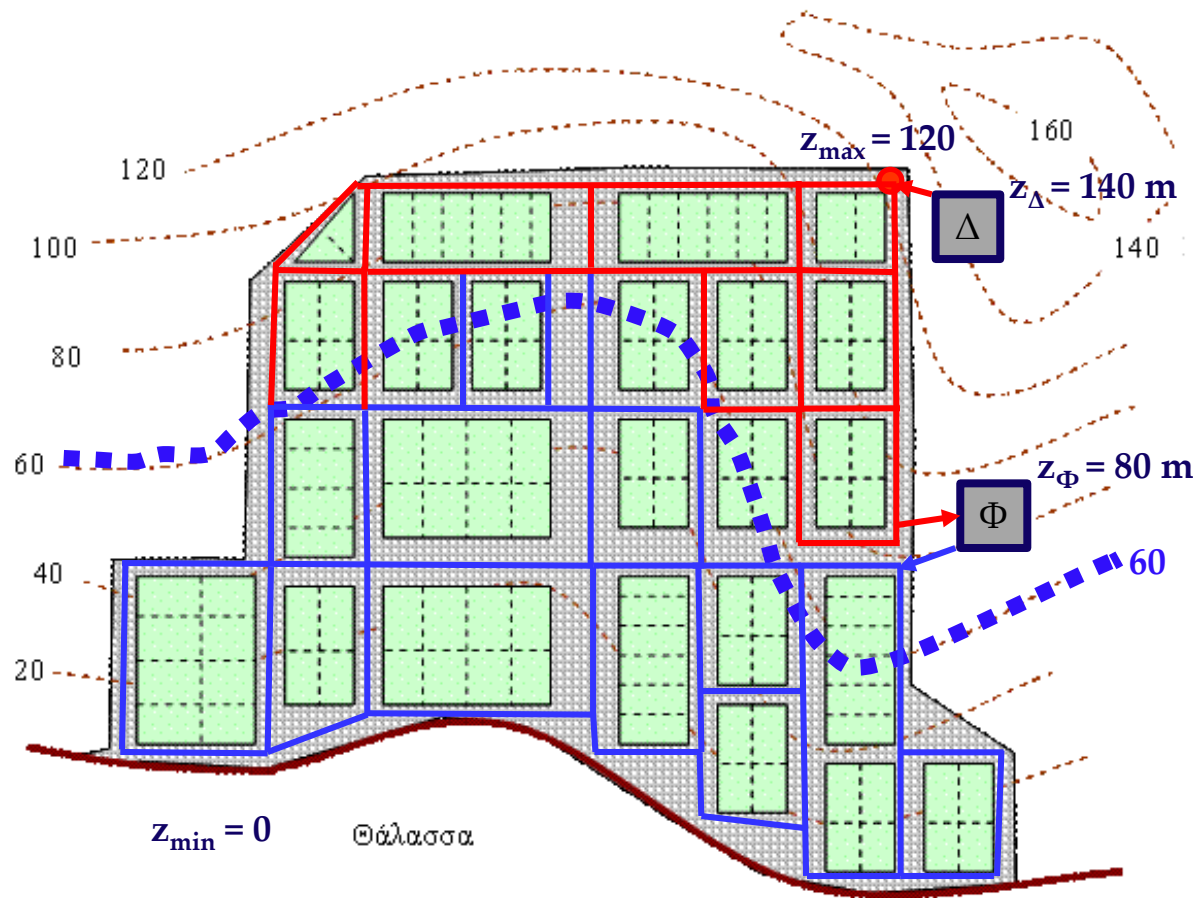
- Ξεκινήσαμε το σχεδιασμό ενός δικτύου, χωροθετώντας τη δεξαμενή.
- Σκοπός μας ήταν να:
 - λειτουργεί το δίκτυο ανάμεσα σε μια **μέγιστη** και μια **ελάχιστη** πίεση και
 - να μειώσουμε το μήκος του ΚΤΑ.
- Κάποια από αυτά μπορούσαμε να τα κάνουμε **χωρίς ανάλυση του δικτύου**, και κάποια όχι..

Είπαμε επίσης ότι αν δεν μπορούμε να ικανοποιήσουμε τη μέγιστη πίεση λόγω τοπογραφίας, ορίζουμε πιεζομετρικές ζώνες



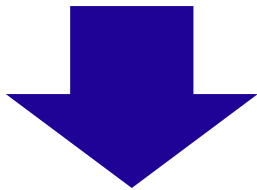






Ανάλυση δικτύων διανομής

- Το πρόβλημα διαστασιολόγησης αγωγών δικτύου διανομής μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:
 - Για τη δεδομένη κάτοψη δικτύου (που προκύπτει από την ικανοποίηση του περιορισμού *μέγιστης πίεσης* και το πολεοδομικό σχέδιο)
 - Βρείτε τις **μικρότερες διαμέτρους** αγωγών δικτύου που ικανοποιούν τον περιορισμό της *ελάχιστης πίεσης*
- Τόσο για το πρόβλημα διαστασιολόγησης όσο και για το πρόβλημα **ελέγχου λειτουργίας μελλοντικού ή υφιστάμενου δικτύου** (Βελτιστοποίηση πιέσεων, μείωση διαρροών, μείωση ενέργειας)



Χρειάζεται να κάνουμε **υδραυλική επίλυση** του δικτύου

Διαστασιολόγηση: τι ξέρουμε/τι ψάχνουμε

- Στο πρόβλημα υδραυλικής ανάλυσης δικτύου διανομής υπό σχεδιασμό:
 - τα **σενάρια ζήτησης** διαμορφώνονται με βάση υποθέσεις των μελλοντικών καταναλώσεων, στο χρονικό ορίζοντα της οικονομικής ζωής του δικτύου.
 - Τα **μήκη** είναι δεδομένα από το τοπογραφικό.
 - Οι **διάμετροι** των αγωγών είναι **άγνωστες**
- Βασικό ζητούμενο της υδραυλικής ανάλυσης είναι ο έλεγχος της καλής υδραυλικής λειτουργίας του δικτύου διανομής, που αφορά στην τήρηση των περιορισμών που σχετίζονται με τα υδραυλικά χαρακτηριστικά του δικτύου.
- Στα αστικά υδρευτικά δίκτυα διανομής, **ο κύριος περιορισμός αφορά στις ελάχιστες πιέσεις που εξασφαλίζονται στους κόμβους, σε συνθήκες αιχμής της κατανάλωσης.**
- Σε κάθε κόμβο, στην περιοχή του οποίου αναπτύσσονται κτήρια έως n ορόφων, θα πρέπει να εξασφαλίζεται ελάχιστο ύψος πίεσης $(p/\gamma)_{\min} = 4(n + 1)$ ή, ισοδύναμα, ελάχιστο ενεργειακό υψόμετρο $h_{\min} = z + 4(n + 1)$, όπου z το υψόμετρο εδάφους.
- Ο έλεγχος πιέσεων αφορά τόσο στον σχεδιασμό ενός **νέου δικτύου** (πρόβλημα διαστασιολόγησης) όσο και στη διαχείριση ενός **υφιστάμενου δικτύου** (πρόβλημα λειτουργίας)

Βήματα:

- Για την υδραυλική ανάλυση και τον έλεγχο πιέσεων απαιτούνται τα εξής βήματα:
 1. η σχηματική **αναπαράσταση** του μοντέλου του δικτύου (ορισμός κόμβων, κλάδων και σημείων γνωστού ενεργειακού υψομέτρου).
 2. η διαμόρφωση του σεναρίου **φόρτισης** του δικτύου.
 3. ο **επιμερισμός** της συνολικής ζήτησης στους κόμβους (παροχές εξόδου).
 4. ο ορισμός των **γεωμετρικών χαρακτηριστικών** του μοντέλου δικτύου (υψόμετρα κόμβων, στάθμες δεξαμενών, μήκη, **διάμετροι** και **ισοδύναμη τραχύτητα αγωγών**).
 5. η **επίλυση** του προβλήματος με χρήση κάποιου μαθηματικού μοντέλου.

Που βρίσκουμε τις διαμέτρους;

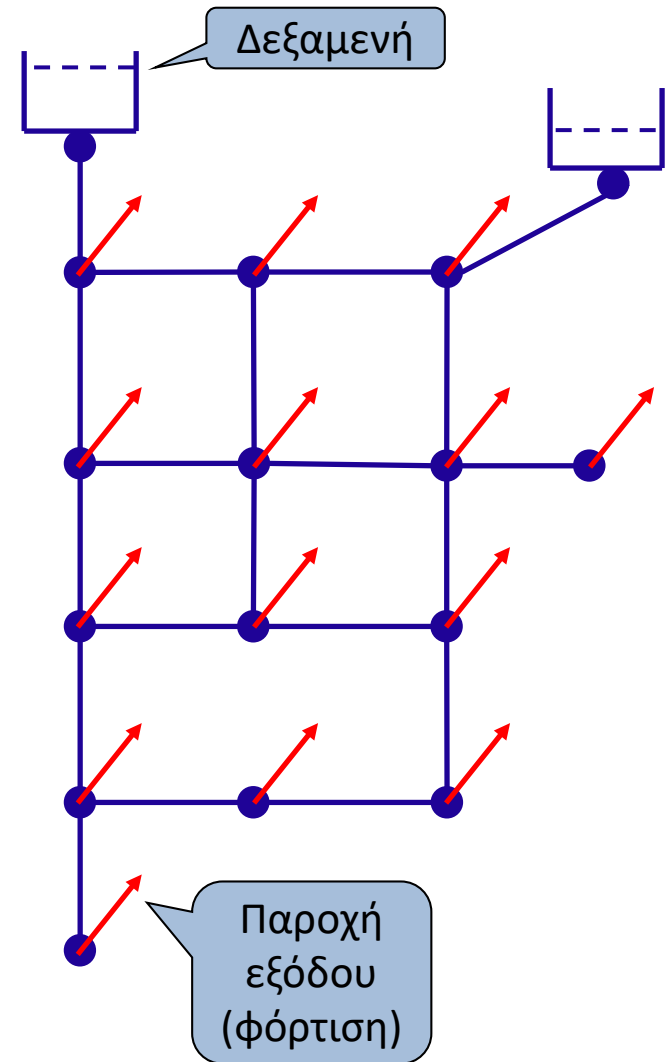
- ❑ Ξεκινάμε υποθέτοντας **ένα εύλογο αρχικό σύνολο διαμέτρων**, με βάση την εμπειρία του μελετητή (προφανώς, θα πρέπει να έχει ήδη γίνει επιλογή του υλικού και της κλάσης των αγωγών).
- ❑ Η διαστασιολόγηση των αγωγών του δικτύου βασίζεται σε μια **επαναληπτική διαδικασία**, σύμφωνα με την οποία ελέγχεται η υδραυλική λειτουργία του δικτύου **εφαρμόζοντας διάφορες τιμές διαμέτρων**, ώσπου να εντοπιστεί η οικονομικότερη διάταξη που ικανοποιεί τους περιορισμούς ελάχιστων πιέσεων.
- ❑ Γενικές αρχές **επιλογής αρχικού συνόλου** διαμέτρων:
 1. Αν η τροφοδοσία του δικτύου γίνεται από μια κεντρική δεξαμενή, η επιλογή της διαμέτρου του **κύριου τροφοδοτικού αγωγού** (ΚΤΑ) γίνεται υποθέτοντας μια εύλογη κλίση ενέργειας (π.χ. 1.0%) ή μια εύλογη ταχύτητα ροής (π.χ. 1.0 m/s).
 2. Διαμορφώνεται ένα **πρωτεύον δίκτυο** από αγωγούς μεγάλης διαμέτρου (αλλά μικρότερης του ΚΤΑ), που διατρέχει τους μεγάλους οδικούς άξονες και συνδέει μεταξύ τους τους πυροσβεστικούς κρουούς και τους μεγάλους καταναλωτές.
 3. Για το **δευτερεύον δίκτυο** αγωγών μπορεί καταρχήν να εφαρμοστεί η ελάχιστη επιτρεπόμενη διάμετρος (90 mm).

Τι αλλάζει αν έχω υφιστάμενο δίκτυο;

- ❑ Σκοπός είναι ο έλεγχος λειτουργίας υφιστάμενου δικτύου ή/και ο σχεδιασμός μελλοντικών επεκτάσεών του.
- ❑ Απαιτεί **απογραφή των στοιχείων του δικτύου** και συλλογή των αρχείων των υδρομετρητών όλων των καταναλωτών, διαδικασία που είναι εξαιρετικά επίπονη και χρονοβόρα, εφόσον δεν υπάρχει κατάλληλη υποδομή.
- ❑ Ειδικότερα, για την **αποτύπωση των αγωγών** μπορούν να χρησιμοποιηθούν ειδικές συσκευές ανίχνευσης (π.χ. ραντάρ).
- ❑ Ακολουθείται η τυπική διαδικασία σχηματοποίησης του μοντέλου, με τη διαφορά ότι η ζήτηση νερού και ο επιμερισμός της στους κόμβους προκύπτει **λαμβάνοντας υπόψη τις πραγματικές καταναλώσεις**.
- ❑ Το μοντέλο που διαμορφώνεται πρέπει να προσαρμοστεί στις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας του δικτύου (ρύθμιση ή **βαθμονόμηση** μοντέλου).
- ❑ Η ρύθμιση γίνεται με δοκιμές, ώσπου η **απόκλιση των αποτελεσμάτων του μοντέλου** σε σχέση με τις πραγματικές (μετρούμενες) τιμές να είναι αποδεκτή. Αποκλίσεις αναμένονται, μεταξύ άλλων, για τους εξής λόγους:
 - ασυνέπεια μεταξύ των αρχικών σχεδίων και της υλοποίησής τους (αβεβαιότητα στον καθορισμό των μηκών και διαμέτρων)·
 - θραύσεις αγωγών και παράνομες συνδέσεις (σφάλματα εκτίμησης της ζήτησης)·
 - αβεβαιότητα στον προσδιορισμό των συντελεστών τραχύτητας.

Εννοιολογική αναπαράσταση δίκτυων διανομής

- ❑ **Σχηματοποίηση:** δικτυακή απεικόνιση των συνιστωσών του φυσικού συστήματος ως συνιστώσες ενός εννοιολογικού μοντέλου γράφου (**κόμβοι**, **κλάδοι**)
- ❑ **Περιγραφικά-γεωμετρικά δεδομένα:** τοπολογία δικτύου, υψόμετρα κόμβων, χαρακτηριστικά αγωγών, δεξαμενών και ειδικών διατάξεων
- ❑ **Μαθηματική περιγραφή:** διατύπωση εξισώσεων που αναφέρονται στην υδραυλική λειτουργία των συνιστωσών του δικτύου
- ❑ **Αρχικές συνθήκες:** στάθμες δεξαμενών
- ❑ **Φόρτιση δικτύου:** κατανάλωση νερού (σταθερή ή χρονικά μεταβαλλόμενη), **επιμερισμένη στους κόμβους** του δικτύου (= παροχές εξόδου)
- ❑ **Επίλυση δικτύου:** υπολογισμός υδραυλικών χαρακτηριστικών ροής σε συνθήκες σταθερής (στιγμιαίας) κατανάλωσης (δηλ. **βρίσκω τις παροχές σε όλους στους κλάδους**)
- ❑ **Προσομοίωση δικτύου:** διαδοχικές επιλύσεις δικτύου σε συνθήκες μεταβαλλόμενης κατανάλωσης



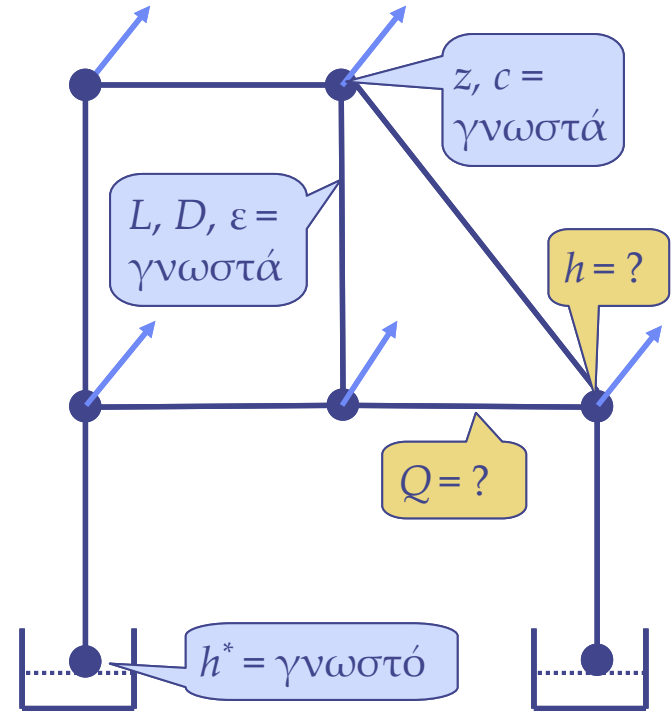
Διατύπωση του προβλήματος υδραυλικής ανάλυσης

Δεδομένου ενός δικτύου αγωγών υπό πίεση με:

- γνωστά γεωμετρικά χαρακτηριστικά αγωγών (μήκος L , εσωτερική διάμετρος D , τραχύτητα ε).
- γνωστά τοπογραφικά υψόμετρα z και γνωστές παροχές εξόδου c κόμβων.
- γνωστά ενεργειακά υψόμετρα h^* των σημείων ελέγχου της πιεζομετρικής γραμμής (δεξαμενές, φρεάτια).

ζητείται ο υπολογισμός:

- των **διερχόμενων παροχών Q** (ισοδύναμα, των ταχυτήτων V) σε όλους τους **κλάδους**.
- των **ενεργειακών υψομέτρων h** (ισοδύναμα, των πιέσεων p/γ) σε όλους τους **κόμβους**.



Θεμελιώδης παραδοχή: Οι κατανεμημένες καταναλώσεις του δικτύου (συνολική ζήτηση νερού για κάθε χρήση) ανάγονται σε σημειακές παροχές εξόδου κόμβων.

Ζητούμενο: Ο έλεγχος των περιορισμών που αναφέρονται στις συνιστώσες του δικτύου (ύψη πίεσης κόμβων, ταχύτητες ροής αγωγών)

Δεν θέλω πολύ χαμηλές πιέσεις ούτε πολύ χαμηλές ταχύτητας – γιατί;

Πως 'επιλύω' ένα δίκτυο; Θεμελιώδεις σχέσεις τοπολογίας

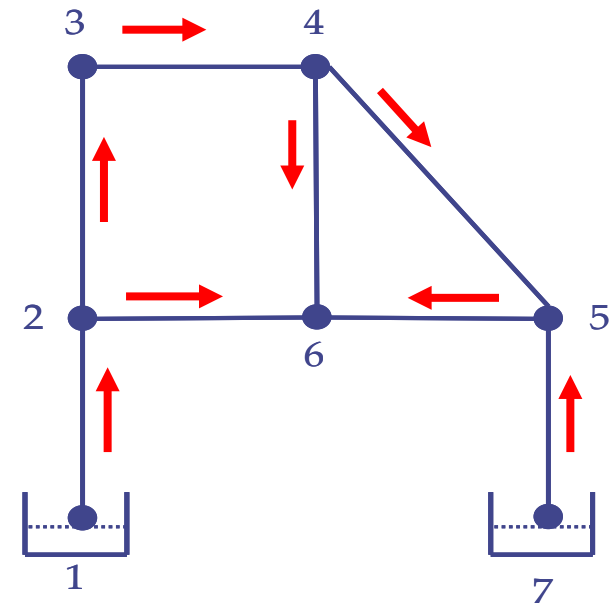
- Σε ένα δίκτυο n κόμβων, m κλάδων και r βρόχων ισχύει η θεμελιώδης σχέση:

$$m = n + r - 1$$

- Αν το δίκτυο είναι ακτινωτό (χωρίς βρόχους), η σχέση απλοποιείται σε $m = n - 1$.
- Αν στο δίκτυο υπάρχουν $n_0 > 1$ σημεία γνωστού ενεργειακού υψομέτρου, θεωρούνται $n_0 - 1$ επιπλέον ιδεατοί βρόχοι, τοποθετώντας εικονικούς κλάδους μηδενικής παροχής που συνδέουν τα σημεία αυτά ανά δύο, οπότε ισχύει (αφαιρώντας τους εικονικούς κλάδους):

$$m = n + r - n_0$$

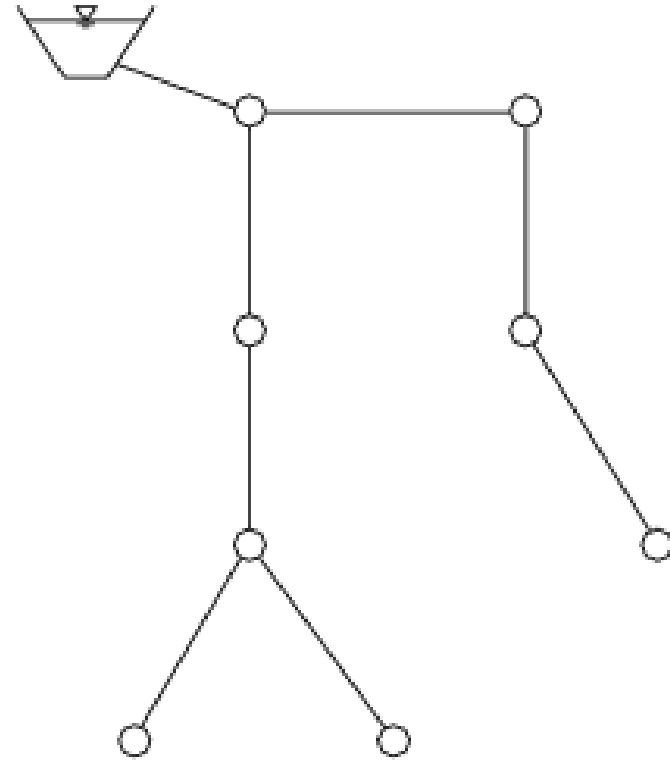
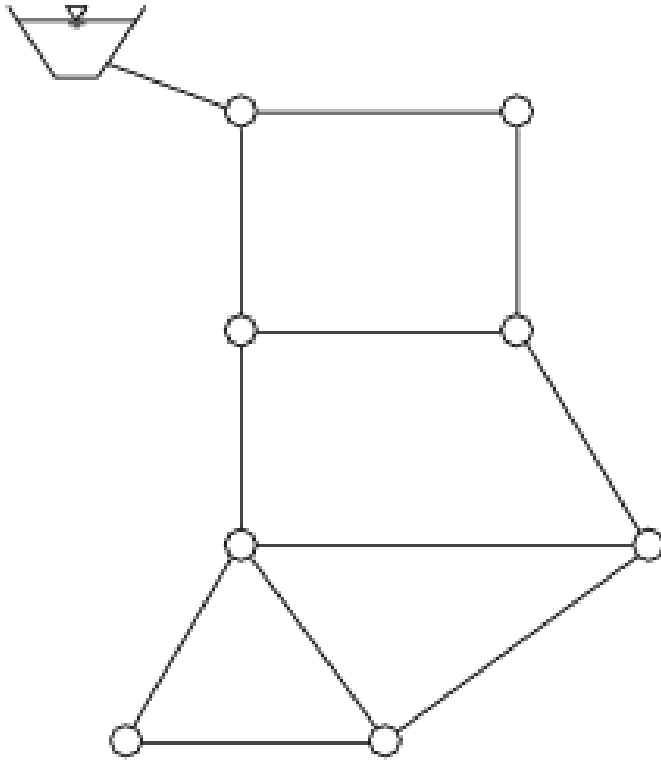
- Η τοπολογία του δικτύου (γράφου) περιγράφεται από το $n \times m$ **μητρώο πρόσπτωσης** (incidence matrix), με στοιχεία $a_{ik} = -1$ αν ο κλάδος k ξεκινά από τον κόμβο i , $a_{ik} = 1$ αν ο κλάδος καταλήγει στον κόμβο i , και $a_{ik} = 0$ διαφορετικά (η φορά της ροής ορίζεται αυθαίρετα).



	1-2	2-3	2-6	3-4	4-5	4-6	5-6	7-5
1	-1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	-1	-1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	-1	0	0	0	0
4	0	0	0	1	-1	-1	0	0
5	0	0	0	0	1	0	-1	1
6	0	0	1	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	-1

Βροχωτά: $m = n + r - 1$

Ακτινωτά: $m = n - 1$



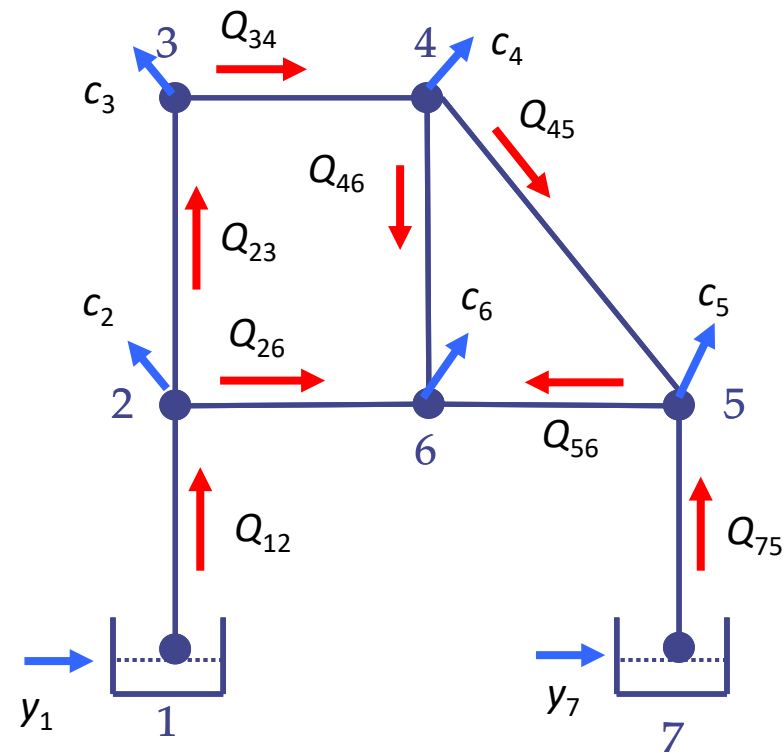
Εξισώσεις συνέχειας κόμβων

- Με την υπόθεση ότι κατά μήκος των κλάδων δεν υπάρχουν εισροές ή εκροές νερού, σε κάθε κόμβο i ισχύει η **εξίσωση συνέχειας** (αρχή διατήρησης μάζας):

$$\sum a_{ij} Q_{ij} + y_i - c_i = 0$$

όπου a_{ij} το στοιχείο του μητρώου πρόσπτωσης, y_i η παροχή εισόδου (άγνωστη), c_i η παροχή εξόδου και Q_{ij} η παροχή (άγνωστη) από ή προς τον κόμβο i .

- Σε ένα δίκτυο n κόμβων και n_0 σημείων γνωστού ενεργειακού υψομέτρου (δεξαμενές), μπορούν να διατυπωθούν $n - n_0$ ανεξάρτητες γραμμικές εξισώσεις συνέχειας ως προς τις m άγνωστες παροχές (γιατί πρέπει να χρησιμοποιήσω n_0 εξισώσεις για να υπολογίσω τα y)
- Συνεπώς, για τον προσδιορισμό των παροχών απαιτούνται $m - (n - n_0)$ επιπλέον εξισώσεις.
- Αν το δίκτυο είναι ακτινωτό, δεν απαιτούνται επιπλέον εξισώσεις. Το πρόβλημα είναι πλήρως ορισμένο μόνο από τις εξισώσεις συνέχειας των κόμβων (ξεκινάτε από τις άκρες του δικτύου και λύνετε προς τις δεξαμενές!)



Εξισώσεις διατήρησης ενέργειας βρόχων

- Οι επιπλέον εξισώσεις προκύπτουν με εφαρμογή της **αρχής διατήρησης ενέργειας κατά μήκος των βρόχων του δικτύου**, που διατυπώνεται στη γενικευμένη μορφή:

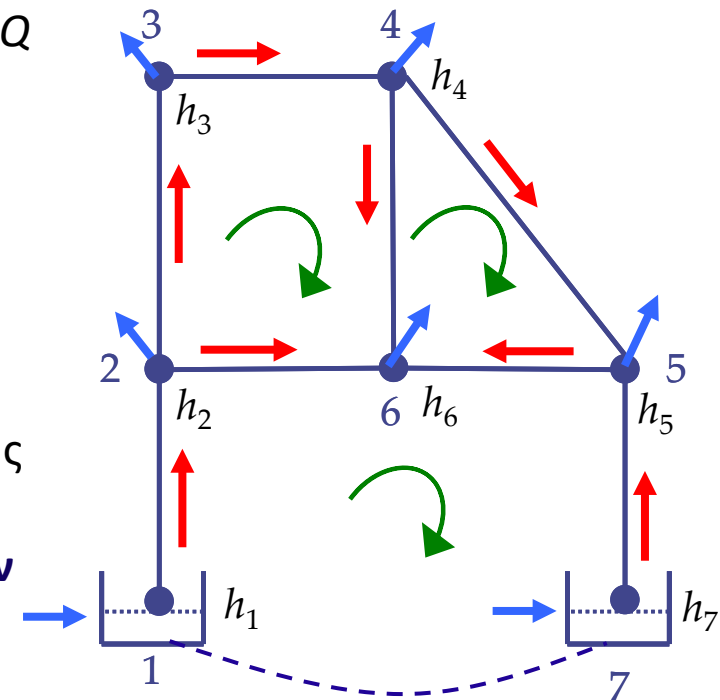
$$\sum \kappa_{ij} Q_{ij} |Q_{ij}|^\lambda = \sum \Delta h_{ij}$$

όπου κ, λ συντελεστές που διαφοροποιούνται ανάλογα με τη σχέση ενεργειακών απωλειών που εφαμόζεται.

- Θεωρώντας τη γενικευμένη σχέση Manning, οι τιμές των συντελεστών είναι:

$$\kappa_{ij} = L_{ij} [4^{3+\theta} N^2 / (\pi^2 D_{ij}^{5+\theta})]^{1/(1+\gamma)} \text{ και } \lambda = (1-\gamma) / (1+\gamma)$$

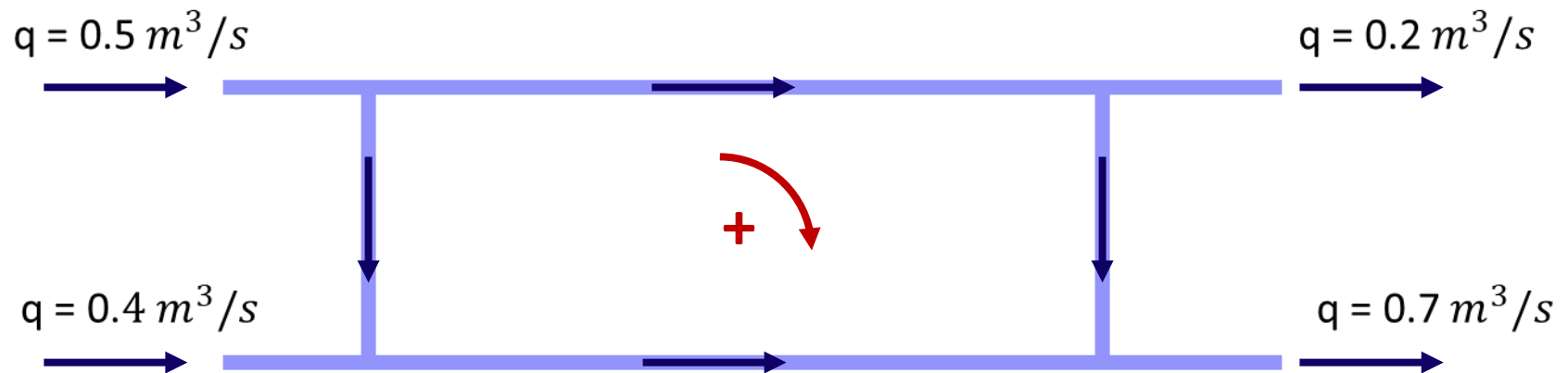
- Συμβατικά θεωρείται ότι το **πρόσημο** της παροχής Q είναι **θετικό** αν η φορά της συμπίπτει με τη φορά διαγραφής του βρόχου, αλλιώς είναι αρνητικό.
- Κατά μήκος των ιδεατών βρόχων**, οι απώλειες ενέργειας είναι ίσες με τη **γνωστή διαφορά στάθμης μεταξύ των δεξαμενών**.
- Κατά μήκος των υπόλοιπων βρόχων**, αν δεν παρεμβάλλεται διάταξη προσφοράς ή καταστροφής της ενέργειας (αντλία, μειωτής πίεσης, δικλείδα, στρόβιλος), το **αλγεβρικό άθροισμα των απωλειών ενέργειας είναι μηδενικό** (η πιεζομετρική γραμμή αρχίζει και καταλήγει στην ίδια στάθμη).



Τεχνικές επίλυσης του προβλήματος

- Σε ένα δίκτυο n κόμβων, n_0 σημείων γνωστού ενεργειακού υψομέτρου και r βρόχων προκύπτει ένα μικτό σύστημα από $n - n_0$ γραμμικές εξισώσεις συνέχειας και r μη γραμμικές εξισώσεις διατήρησης ενέργειας, ως προς τις $m = n + r - n_0$ παροχές.
- Εξαιτίας του μεγάλου πλήθους των μεταβλητών (που μπορεί να είναι εκατοντάδες ή χιλιάδες, σε πραγματικά προβλήματα υδραυλικής ανάλυσης δικτύων υπό πίεση), για την επίλυση του συστήματος χρησιμοποιούνται **αριθμητικές μέθοδοι** που βασίζονται στις ακόλουθες εναλλακτικές τεχνικές:
 - **τεχνικές διόρθωσης του σφάλματος ανά εξίσωση (μέθοδος Cross)**
 - **τεχνικές επίλυσης μη γραμμικών συστημάτων (μέθοδος Newton-Raphson)**
 - **τεχνικές επίλυσης γραμμικοποιημένων συστημάτων, με χαλάρωση του σφάλματος**
- Οι παραπάνω **τεχνικές επίλυσης είναι επαναληπτικές**, δηλαδή ξεκινούν από κάποιες αυθαίρετες αρχικές τιμές των μεταβλητών του προβλήματος και επιδιώκουν την σταδιακή μείωση του σφάλματος, μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση (δηλαδή το αριθμητικό σφάλμα να γίνει μικρότερο από κάποια επιθυμητή ανοχή).
- Υπάρχουν δύο τρόποι διατύπωσης του προβλήματος:
 - **Μέθοδος βρόχων:** δίνονται αρχικές τιμές στις **παροχές** των κλάδων και διορθώνονται οι εξισώσεις διατήρησης ενέργειας στους βρόχους
 - **Μέθοδος κόμβων:** δίνονται αρχικές τιμές στα **ενεργειακά υψόμετρα** των κόμβων και διορθώνονται οι εξισώσεις συνέχειας στους κόμβους.

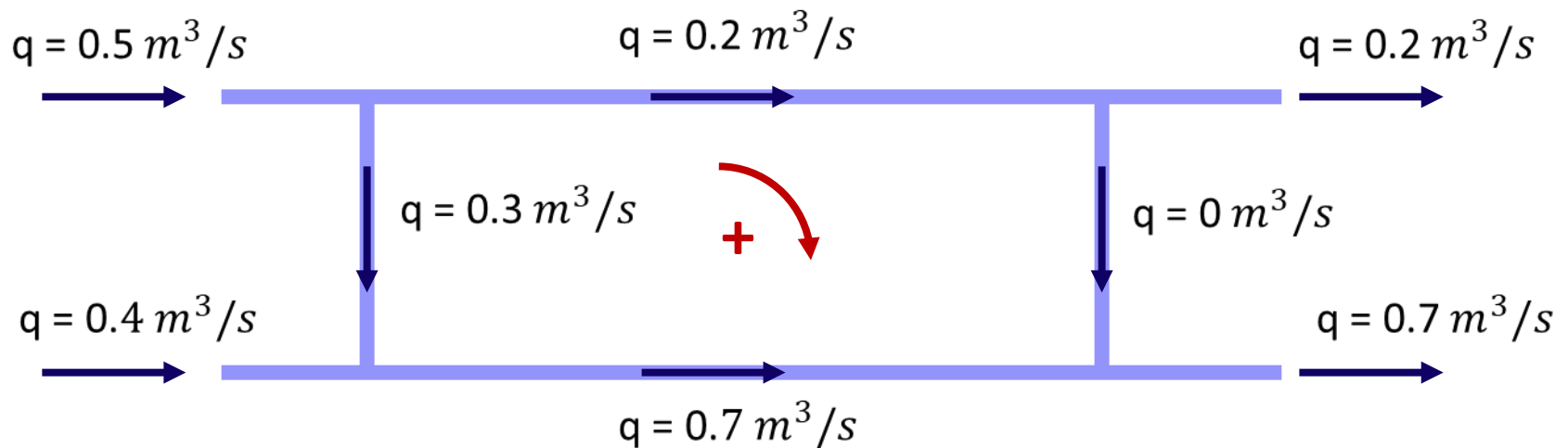
Παράδειγμα: η λογική των υπολογισμών σε ένα βρόχο



- **Δίνονται:** είσοδοι, έξοδοι, διάμετροι, μήκη και τραχύτητες
- **Ζητούνται:** παροχές σε όλους τους κλάδους

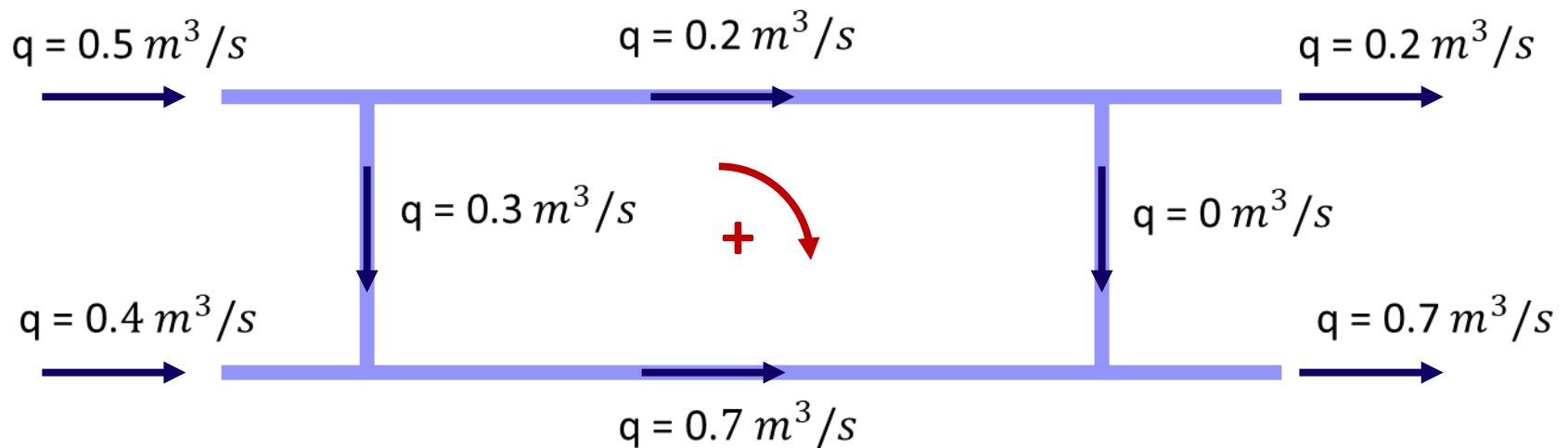
- **Βήμα 1:** ορίζω (αυθαίρετα) φορές για τις παροχές
- **Βήμα 2:** ορίζω (δεξιόστροφα) τη φορά του βρόχου

Παράδειγμα: η λογική των υπολογισμών σε ένα βρόχο



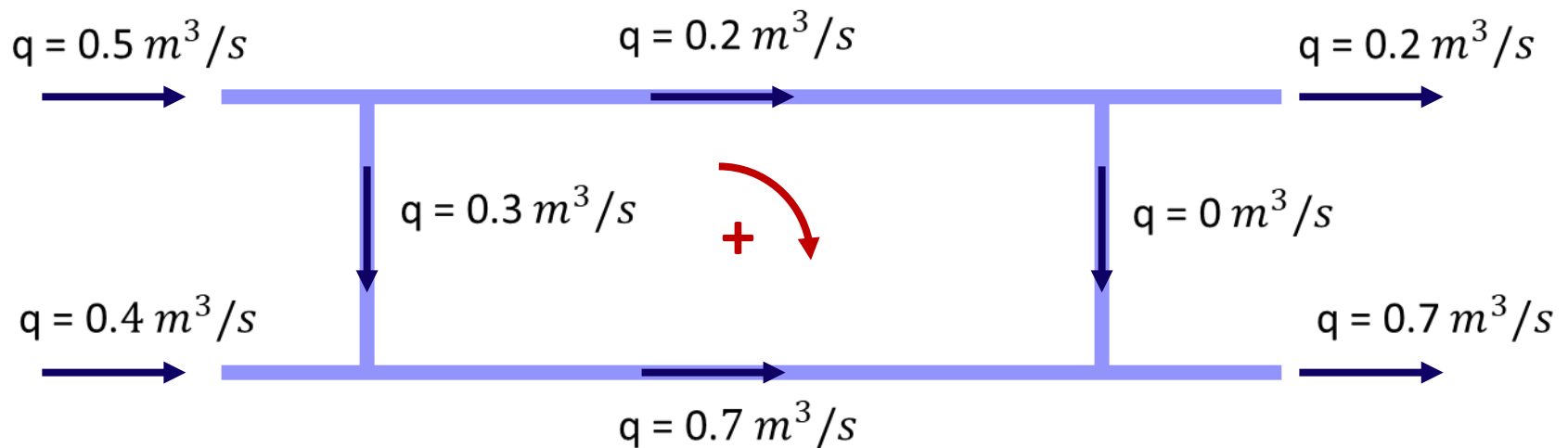
- **Βήμα 3:** προσδιορίζω (μια πρώτη) κατανομή παροχών με την **αρχή διατήρησης μάζας να ισχύει**. Προφανώς δεν είναι σωστή, αλλά (ακόμα) δε μας πειράζει. Καλό θα ήταν πάντως να μοιάζει λογική (στο παραπάνω παράδειγμα πχ, έχουμε μεγάλη εισροή στον πάνω αριστερά κόμβο και μεγάλη εκροή στον κάτω δεξιά. Άρα στους κατακόρυφους κλάδους το νερό μάλλον κινείται προς τα κάτω..)

Παράδειγμα: η λογική των υπολογισμών σε ένα βρόχο



- **Βήμα 4:** με δεδομένες τις παροχές (και τα υπόλοιπα) εφαρμόζω την **αρχή διατήρησης ενέργειας** στον βρόχο. Θέλω $\sum \Delta h_{ij} = 0$.
- Γνωρίζω ότι αν χρησιμοποιήσω τη γενικευμένη εξίσωση Manning ισχύει:
 - $\sum \kappa_{ij} Q_{ij} |Q_{ij}|^\lambda = \sum \Delta h_{ij}$ (προφανώς μπορώ να χρησιμοποιήσω και κάποια από τις άλλες εξισώσεις της υδραυλικής για να κάνω τον υπολογισμό).
 - Το **πρόσημο** των q είναι θετικό αν η φορά συμπίπτει με τη φορά του βρόχου, αλλιώς είναι αρνητικό.

Παράδειγμα: η λογική των υπολογισμών σε ένα βρόχο



- **Βήμα 5:** Αν το $\sum \Delta h_{ij} \neq 0$ (σίγουρα δηλαδή!) τότε πρέπει να διορθώσω τις παροχές κατά ένα ΔQ (βλέπε Hardy Cross). Αλλά προς ποιά κατεύθυνση; Ποιές να αυξήσω και ποιές να μειώσω;
- Πχ. αν το $\sum \Delta h_{ij} > 0$ τι κάνω;