INTENSIVE COURSE
ON RIVER ENGINEERING AND MANAGEMENT

ATHENS 3-9 OCTOBER 1988

HYDROLOGICAL METHODS OF FLOOD ROUTING

by

Demetris Koutsoyiannis
Dr. Engineer
Department of Civil Engineering
Division of Water Resources, Hydraulic & Maritime Engineering
Heroon Polytechneiou 5, 157 73 Zographou

ΕΝΤΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗΣ
ΣΤΙΣ ΑΠΟΡΡΟΕΣ ΚΑΙ ΔΙΕΥΘΕΤΗΣΕΙΣ
ΥΔΑΤΟΡΕΥΜΑΤΩΝ

ΑΘΗΝΑ 3-9 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 1988

ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΟΔΕΥΣΗΣ ΠΛΗΜΜΥΡΩΝ

από τον

Δημήτρη Κουτσογιάννη
Δρ. Πολιτικό Μηχανικό
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων
Ηρώων Πολυτεχνείου 5, 157 73 Ζωγράφου

ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΟΔΕΥΣΗΣ ΠΛΗΜΜΥΡΩΝ

1. Γενικές εξισώσεις

Το πρόβλημα της διόδευσης μιας πλημμύρας, δηλαδή το πρόβλημα της μαθηματικής αναπαράστασης της εξέλιξης ενός πλημμυρικού φαινομένου στο χώρο και το χρόνο, στην πλειονότητα των περιπτώσεων περιγράφεται ικανοποιητικά από τις διαφορικές εξισώσεις μονοδιάστατης βαθμιαία μεταβαλλόμενης ροής σε ανοιχτούς αγωγούς (Saint Venant). Συγκεκριμένα οι εξισώσεις αυτές είναι:

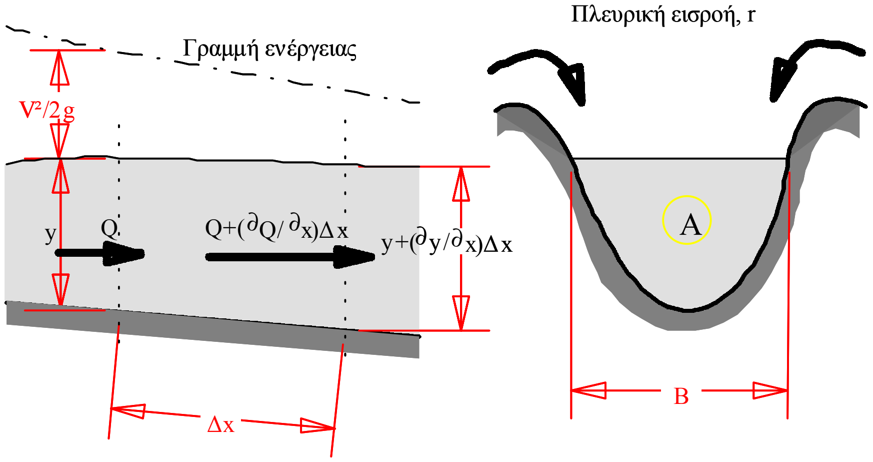
Α. Η εξίσωση συνέχειας (Continuity equation)

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=r \qquad (1.1)$$

Β. Η εξίσωση κίνησης

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial x}=S_0-S_f \qquad (1.2)$$

όπου (βλ. και Σχήμα 1):



Σχήμα 1 Επεξηγηματικό σκαρίφημα για τα μεγέθη της μη μόνιμης ροής σε ανοιχτούς αγωγούς

x:	ο παράλληλος με την κύρια διεύθυνση της ροής άξονας συντεταγμένων,
t:	ο χρόνος,
$y(x,t)$:	το βάθος ροής,
$u(x,t)$:	η μέση ταχύτητα,
$A(x,t)$:	η επιφάνεια της υγρής διατομής,
$Q(x,t)$:	η παροχή της υγρής διατομής,
$r(x,t)$:	η πλευρική εισροή (παροχή ανά μονάδα μήκους), που θεωρείται ότι εισέρχεται στον αγωγό με κατεύθυνση κάθετη στην κύρια διεύθυνση ροής, και έτσι δεν επηρεάζει την ορμή κατά x,
$S_0= -\partial z/\partial x$:	η κλίση του πυθμένα,
$S_f= \tau_0/\gamma R$:	η κλίση τριβών, και
g:	η επιτάχυνση βαρύτητας.

Οι παραπάνω βασικές εξισώσεις, που συνιστούν ένα σύστημα μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων δεν είναι δυνατό να επιλυθούν αναλυτικά στην αρχική τους μορφή. Οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση τους, που γενικά περιγράφονται με τον όρο υδραυλικές μέθοδοι, βασίζονται σε είτε αριθμητικά σχήματα πεπερασμένων διαφορών (π.χ. μέθοδος χαρακτηριστικών), είτε σε απλοποιήσεις των εξισώσεων, σε τρόπο ώστε να επιδέχονται αναλυτική επίλυση (π.χ. γραμμικοποίηση), είτε σε συνδυασμούς των δύο παραπάνω μεθόδων (π.χ. μέθοδος του αναλόγου διαχύσεως).

2. Η φύση των υδρολογικών μεθόδων

Μια ορισμένη κατηγορία μεθόδων, οι οποίες περιγράφονται με τον όρο υδρολογικές μέθοδοι διόδευσης πλημμυρών, περιλαμβάνει σαφώς απλούστερα και πιο εύχρηστα αριθμητικά σχήματα επίλυσης. Τα γενικά χαρακτηριστικά των μεθόδων αυτής της κατηγορίας είναι τα ακόλουθα:

- Δεν αντιμετωπίζουν την πλήρη χωροχρονική εξέλιξη της πλημμύρας, αλλά μελετούν το πλημμυρικό φαινόμενο ως προς τη χρονική του εξέλιξη σε δύο μόνο σημεία, που αποτελούν το ανάντη και το κατάντη όριο (είσοδο και έξοδο) ενός τμήματος υδατορεύματος.
- Το τμήμα του υδατορεύματος το αντιμετωπίζουν ως ένα κλειστό υδρολογικό σύστημα, το οποίο μετασχηματίζει την παροχή εισροής (είσοδος) στην παροχή εκροής (έξοδος).
- Δεν χρησιμοποιούν την εξίσωση κίνησης, αλλά την αντικαθιστούν είτε με μια συνάρτηση απόκρισης (response function) κλειστού τύπου ("μαύρου κουτιού" - black box), είτε με μια απλή μαθηματική αντιπροσώπευση προσδιοριστικού τύπου.

Οι μέθοδοι αυτού του τύπου κατά κανόνα απαιτούν, για τη ρύθμιση τους, δεδομένα από καταγραμμένα πλημμυρικά επεισόδια, στις θέσεις του ανάντη και κατάντη ορίου του τμήματος του υδατορεύματος. Αντίθετα από τις υδραυλικές μεθόδους δεν προϋποθέτουν τη γνώση της τοπογραφίας (μηκοτομή, διατομές) και της τραχύτητας του υδατορεύματος.

Η εξίσωση συνέχειας που χρησιμοποιείται από τις μεθόδους αυτού του τύπου προκύπτει από ολοκλήρωση ως προς x της γενικής διαφορικής εξίσωσης συνέχειας (1.1), και έχει τη μορφή:

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) + R(t) \tag{2.1}$$

όπου:

$I(t)$: η παροχή εισροής, δηλαδή η παροχή στο ανάντη όριο A,

$Q(t)$: η παροχή εκροής, δηλαδή η παροχή στο κατάντη όριο B,

$S(t)$: ο συνολικός αποθηκευμένος όγκος νερού στο τμήμα AB, και

$R(t)$: η συνολική παροχή πλευρικής εισροής στο τμήμα AB.

Τα δύο τελευταία μεγέθη ορίζονται από τις σχέσεις

$$S(t) = \int_{x_1}^{x_2} A(x,t)\, dx$$

$$R(t) = \int_{x_1}^{x_2} r(x,t)\, dx$$

Στη θέση της εξίσωσης κίνησης οι υδρολογικές μέθοδοι χρησιμοποιούν (ή υπονοούν) μια σχέση έκφρασης του αποθηκευμένου όγκου *S* συναρτήσει των άλλων μεταβλητών που υπεισέρχονται στην εξίσωση συνέχειας, ήτοι:

$$S(t) = f[I(t), Q(t), R(t)] \tag{2.2}$$

Η αντικατάσταση της $S(t)$ από την παραπάνω στην (2.1) δίνει μια γενική συναρτησιακή σχέση της μορφής:

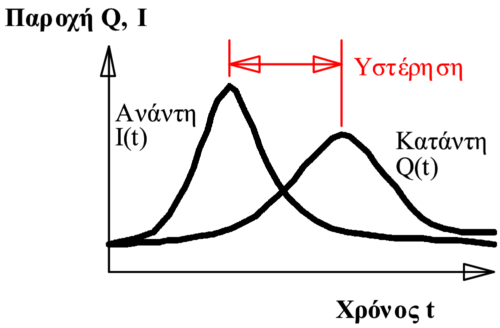
$$\varphi_1[Q(t)] = \varphi_2[I(t), R(t)] \tag{2.3}$$

Από την τελευταία θεωρητικά μπορεί να υπολογιστεί το υδρογράφημα της παροχής εκροής $Q(t)$, αν είναι γνωστά τα υδρογραφήματα εισροής $I(t)$ και $R(t)$. Στην πράξη η μαθηματική μορφή της (2.3) είναι αρκετά περίπλοκη, ώστε μόνο αριθμητικά μπορεί να επιλυθεί.

Όπως προαναφέρθηκε υπάρχουν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις στο θέμα της "απόκρισης" του υδρολογικού συστήματος (στις εισροές $I(t)$ και $R(t)$). Η πρώτη προσέγγιση, τύπου μαύρου κουτιού, ουσιαστικά δεν ενδιαφέρεται για τη μορφή της συνάρτησης $f[\,]$, γι’ αυτό και δεν κάνει καμιά σχετική υπόθεση, παρά μόνο υποθέτει μια συγκεκριμένη μαθηματική μορφή των συναρτήσεων $\varphi_1[\,]$ και $\varphi_2[\,]$ της σχέσης (2.3) (συνήθως γραμμικού τύπου, όπως στο μοναδιαίο υδρογράφημα) και προσδιορίζει τις παραμέτρους ή σταθερές που υπεισέρχονται στις συναρτήσεις αυτές με βάση τα διαθέσιμα ιστορικά πλημμυρογραφήματα. Αντίθετα η δεύτερη προσέγγιση, προσδιοριστικού τύπου, με την οποία θα ασχοληθούμε παρακάτω περισσότερο, καταστρώνει μια εννοιολογικά θεμελιωμένη έκφραση για τη συνάρτηση $f[\,]$. Βεβαίως και σε αυτή την περίπτωση απαιτείται να υπάρχουν καταγραμμένα πλημμυρογραφήματα, για τον υπολογισμό των παραμέτρων της συνάρτησης, με τη διαφορά ότι εδώ οι παράμετροι έχουν κάποιο σαφές νόημα, και γι' αυτό είναι ευκολότερος ο προσδιορισμός τους (καμιά φορά, ακόμα και χωρίς διαθέσιμα πλημμυρογραφήματα).

Στα παρακάτω θα αγνοήσουμε τελείως την πλευρική εισροή, θεωρώντας (1) είτε ότι δεν υπάρχει ή είναι αμελητέα, (2) είτε ότι μπορεί να αντιμετωπιστεί ξεχωριστά, σε τρόπο ώστε να παραχθούν δύο διαφορετικά υδρογραφήματα εκροής, ένα για την κύρια εισροή $I(t)$ και ένα για την πλευρική εισροή $R(t)$ (με διαφορετικές εν γένει μεθοδολογίες το καθένα), τα οποία στη συνέχεια θα πρέπει να προστεθούν (περίπτωση γραμμικών μοντέλων) (3) είτε τέλος ότι μπορεί να προστεθεί στην κύρια εισροή (περίπτωση ταμιευτήρων).

Στην περίπτωση λοιπόν της μηδενικής πλευρικής εισροής το βασικό χαρακτηριστικό της κίνησης του πλημμυρικού κύματος είναι η εμφάνιση του στα κατάντη με χρονική καθυστέρηση και μειωμένη αιχμή, συνοδευόμενη και από μια μεγαλύτερη διασπορά του κύματος, όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο σχήμα 2. Βεβαίως ο λόγος που δημιουργεί αυτή την εικόνα είναι η μεταβαλλόμενη αποθήκευση νερού στο συγκεκριμένο τμήμα του υδατορεύματος.



Σχήμα 2 Τυπική εικόνα μεταβολής της μορφής ενός πλημμυρικού κύματος κατά την πορεία του προς τα κατάντη.

3. Γραμμικά προσδιοριστικά μοντέλα - Η μέθοδος Muskingum

Η απλούστερη μορφή της συνάρτησης *f*[ ] είναι βέβαια η γραμμική, της μορφής

$$S(t) = a\,I(t) + b\,Q(t) \tag{3.1}$$

όπου a και b είναι παράμετροι με σταθερή τιμή, ενώ προφανώς δεν υπάρχει σταθερός όρος στην παραπάνω σχέση (αφού για $I(t) = Q(t) = 0$ θα είναι και $S(t) = 0$).

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.1) και (2.1) παίρνουμε την ακόλουθη γραμμική διαφορική εξίσωση α΄ τάξης για την παροχή εκροής, στην περίπτωση που η πλευρική εισροή είναι μηδενική:

$$Q(t) + b\frac{dQ(t)}{dt} = I(t) - a\frac{dI(t)}{dt} \tag{3.2}$$

Η παραπάνω εξίσωση μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά, αν η συνάρτηση $I(t)$ έχει αναλυτική έκφραση. Για παράδειγμα, αν η παροχή εισροής είναι ένας στιγμιαίος παλμός $I(t) = \delta(t)$, παίρνουμε την ακόλουθη μαθηματική έκφραση της παροχής εκροής, που αποτελεί και τη λεγόμενη γραμμική απόκριση του υδατορεύματος:

$$h(t) = Q(t) = (1 + a/b)\exp(-t/b) / b - (a/b)\,\delta(t) \tag{3.3}$$

Στην πράξη βέβαια η εισροή $I(t)$ δεν έχει απλή αναλυτική έκφραση και γι' αυτό η ολοκλήρωση της (3.2) γίνεται αριθμητικά.

Η κλασική μέθοδος Muskingum που προτάθηκε το 1939 από τον McCarthy, στηρίζεται ακριβώς στο παραπάνω γραμμικό μοντέλο. Η βασική της σχέση είναι μια παραλλαγή της (3.1), που έχει τη μορφή:

$$S(t) = K\,[x\,I(t) + (1 - x)\,Q(t)] \tag{3.4}$$

όπου

x: αδιάστατη παράμετρος με τιμές από 0 μέχρι 1, αλλά στην πραγματικότητα ποτέ δεν υπερβαίνει την τιμή 0.5, έχοντας επικρατέστερη τιμή 0.2 (η οριακή τιμή 0 αντιστοιχεί στην περίπτωση του (γραμμικού) ταμιευτήρα), και

K : παράμετρος με διαστάσεις χρόνου, που εκφράζει το μέσο χρόνο διαδρομής στο τμήμα του υδατορεύματος μεταξύ των διατομών Α και Β.

Για την αριθμητική εφαρμογή της μεθόδου μετατρέπεται η διαφορική εξίσωση (3.1) σε εξίσωση διαφορών με τον κανόνα του τραπεζίου. Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ θα έχουμε:

$$\frac{S_j - S_{j-1}}{\Delta t} = \frac{I_j + I_{j-1}}{2} + \frac{Q_j + Q_{j-1}}{2} \tag{3.5}$$

Εκφράζοντας τα S_j και S_{j-1} συναρτήσει των αντίστοιχων I και Q από την (3.4) παίρνουμε την ακόλουθη τελική εξίσωση εφαρμογής:

$$Q_j = c_0 Q_{j-1} + b_0 I_{j-1} + b_1 I_j \tag{3.6}$$

όπου

$$c_0 = \frac{2K(1-x) - \Delta t}{2K(1-x) + \Delta t} \tag{3.7}$$

$$b_0 = \frac{2Kx + \Delta t}{2K(1-x) + \Delta t} \tag{3.8}$$

$$b_1 = \frac{-2Kx + \Delta t}{2K(1-x) + \Delta t} \tag{3.9}$$

Οι παραπάνω συντελεστές ικανοποιούν την προφανή σχέση

$$c_0 + b_0 + b_1 = 1$$

Με βήμα προς βήμα εφαρμογή της εξίσωσης (3.6) παράγεται το υδρογράφημα εκροής $Q(t)$ όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα εισροής $I(t)$. Για να υπάρχει ευστάθεια της μεθόδου πρέπει το βήμα Δt να επιλέγεται μικρότερο της τιμής $2K(1-x)$, και πρακτικά για να υπάρχει ακρίβεια στους υπολογισμούς λαμβάνεται μεταξύ των τιμών $K/4$ και $K/3$.

Η μέθοδος είναι εύχρηστη και δίνει αποτελέσματα ικανοποιητικά για τις πρακτικές εφαρμογές, για πεδινούς κυρίως ποταμούς, και για αριθμούς Froude μικρότερους από 0.5.

Για την εκτίμηση των παραμέτρων K και x της μεθόδου από καταγραμμένα πλημμυρογραφήματα έχουν αναπτυχθεί δύο μέθοδοι από τις οποίες η πρώτη είναι ημιεμπειρική και περιλαμβάνει δοκιμαστικές επαναλήψεις με επιλογή τιμών του x, και γραφική εκτίμηση της τιμής του

K (βλ. Shaw 1983), ενώ η δεύτερη στηρίζεται στη θεωρία ανάλυσης χρονοσειρών (βλ. Kraijenhoff και Moll 1986).

4. Μη γραμμικά προσδιοριστικά μοντέλα – Διόδευση πλημμύρας από ταμιευτήρα

Τα μη γραμμικά προσδιοριστικά μοντέλα αποτελούν γενίκευση των γραμμικών, και βασικά υπακούουν στην ίδια λογική με τα γραμμικά, με τη διαφορά ότι η σχέση προσδιορισμού του αποθηκευμένου όγκου είναι μη γραμμική συνάρτηση των παροχών εισροής και εκροής.

Η μέθοδος Muskingum επιδέχεται μια τέτοια μη γραμμική γενίκευση, πράγμα που μπορεί να γίνει αν ο αποθηκευμένος όγκος S εκφραστεί κατ' αρχήν ως γραμμική συνάρτηση των επιφανειών των διατομών εισόδου (A_A) και εξόδου (A_B):

$$S(t) = xA_A(t) + (1-x)A_B(t) \tag{4.1}$$

Στη συνέχεια, αν ληφθούν υπόψη οι καμπύλες στάθμης-επιφάνειας και στάθμης-παροχής των διατομών Α και Β, προκύπτει η τελική σχέση της μορφής:

$$S(t) = K\left[x\big(I(t)\big)^c + (1-x)\big(Q(t)\big)^c\right] \tag{4.2}$$

Οι παράμετροι K, x και c της γενικευμένης μεθόδου υπολογίζονται και πάλι από καταγραμμένα πλημμυρικά επεισόδια.

Βεβαίως τα μη γραμμικά μοντέλα αναπαριστούν την διάδοση της πλημμύρας με μεγαλύτερη αξιοπιστία, και προσαρμόζονται καλύτερα στα πραγματικά δεδομένα. Όμως είναι λιγότερο εύχρηστα από τα γραμμικά, και γι' αυτό χρησιμοποιούνται πιο σπάνια. Στον κανόνα αυτό υπάρχει μια εξαίρεση, που αφορά τη διόδευση πλημμύρας από ταμιευτήρα, όπου τα μη γραμμικά μοντέλα χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά.

Στην περίπτωση του ταμιευτήρα η αποθήκευση S εξαρτάται από τη στάθμη νερού στον ταμιευτήρα, z, η οποία συνδέεται μονοσήμαντα με την παροχή εκροής Q. Κατά συνέπεια η αποθήκευση είναι συνάρτηση μόνο της παροχής εκροής, και όχι της παροχής εισροής. Η συνάρτηση αυτή έχει τη μορφή:

$$S(t) = K\left[Q(t)\right]^c \tag{4.3}$$

Στην πράξη η παραπάνω συνάρτηση καθορίζεται έμμεσα, και συνήθως σε πινακοποιημένη και όχι αναλυτική μορφή, βάσει των καμπυλών:

1. στάθμης-όγκου ταμιευτήρα,

$$S = f(z) \tag{4.4}$$

2. στάθμης-παροχής υπερχειλιστή ή αγωγού εκτροπής κλπ.

$$Q = g(z) \tag{4.5}$$

Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικά δύο αριθμητικές μέθοδοι για τη διόδευση της πλημμύρας από ταμιευτήρα, οι οποίες παράγουν το υδρογράφημα εκροής $Q(t)$ όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα εισροής $I(t)$. Και οι δύο μέθοδοι στηρίζονται στην εξίσωση συνέχειας, γραμμένη με τη μορφή εξίσωσης διαφορών για το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_j - t_{j-1}$:

$$\frac{S_j - S_{j-1}}{\Delta t} = \frac{I_j + I_{j-1}}{2} + \frac{Q_j + Q_{j-1}}{2} \tag{4.6}$$

και αξιοποιούν τις σχέσεις (4.4) και (4.5). Και οι δύο μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί και δοκιμαστεί με επιτυχία σε πολλές μελέτες φραγμάτων στον ελληνικό χώρο.

Α. Συντηρητική μέθοδος επαναληπτικής αριθμητικής ολοκλήρωσης

Η σχέση (4.6) γράφεται με τη μορφή:

$$S_j + \frac{\Delta t}{2} Q_j = S_{j-1} + \frac{\Delta t}{2}\left(I_j + I_{j-1} - Q_{j-1}\right) \tag{4.7}$$

Το δεύτερο μέλος της (4.7) είναι γνωστό σε κάθε βήμα ολοκλήρωσης. Η υπολογιστική διαδικασία στοχεύει στον προσδιορισμό των δύο όρων του πρώτου μέλους, και περιλαμβάνει τα ακόλουθα:

Α1. Επιλέγονται ως πρώτες προσεγγίσεις οι $z_j = z_{j-1}$, $Q_j = Q_{j-1}$ και $S_j = S_{j-1}$.

Α2. Υπολογίζεται η νέα τιμή της S_j με επίλυση της εξίσωσης (4.7). Η αριθμητική μέθοδος συγκλίνει ταχύτερα αν χρησιμοποιηθεί ως νέα τιμή της S_j το ημιάθροισμα της προηγούμενης τιμής και αυτής που προκύπτει από την επίλυση της (4.7).

Α3. Από την (4.4) υπολογίζεται η νέα τιμή της στάθμης z_j.

Α4. Από την (4.5) υπολογίζεται η νέα τιμή της παροχής Q_j.

Α5. Επαναλαμβάνονται τα βήματα Α2 μέχρι Α4, μέχρι που η νέα τιμή της S_j (ή ισοδύναμα της z_j ή της Q_j) να μη διαφέρει πολύ από την αμέσως προηγούμενη τιμή.

Η εφαρμογή της μεθόδου προϋποθέτει τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, επειδή σε κάθε βήμα χρειάζονται αρκετές επαναλήψεις για ικανοποιητική σύγκλιση (συνήθως 4-8). Το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ιδιότητά της να διατηρεί τη μάζα (τον όγκο) του νερού, δίνοντας ακριβή ισοζύγια εισροής-εκροής, σε κάθε βήμα υπολογισμού (και για το λόγο αυτό ονομάστηκε συντηρητική).

Β. Μέθοδος άμεσης αριθμητικής ολοκλήρωσης

Οι άγνωστες τιμές των S_j και Q_j μπορούν να εκφραστούν συναρτήσει των S_{j-1}, Q_{j-1} και της διαφοράς στάθμης $\Delta z = z_j - z_{j-1}$ με τις σχέσεις:

$$S_j = S_{j-1} + \left(dS/dz\right)_{j-1} \Delta z = S_{j-1} + F_{j-1} \Delta z \tag{4.8}$$

$$Q_j = Q_{j-1} + \left(dQ/dz\right)_{j-1} \Delta z = Q_{j-1} + g'\left(z_{j-1}\right) \Delta z \tag{4.9}$$

όπου

$(dS/dz)_{j-1}$: η τιμή της παραγώγου της συνάρτησης $S = f(z)$ (σχέση (4.4)), στο σημείο $z = z_{j-1}$, που προφανώς είναι ίση με την επιφάνεια του νερού στον ταμιευτήρα F_{j-1},

$(dQ/dz)_{j-1}$: η τιμή της παραγώγου της συνάρτησης $Q = g(z)$ (σχέση (4.5)), στο σημείο $z = z_{j-1}$, η οποία μπορεί να υπολογιστεί είτε άμεσα, αν υπάρχει αναλυτική έκφραση της καμπύλης στάθμης-παροχής, είτε αριθμητικά, αν η συνάρτηση $g(z)$ καθορίζεται γραφικά ή από πίνακα τιμών.

Συνδυάζοντας τις (4.8) και (4.9) με την (4.6) και λύνοντας ως προς Δz, παίρνουμε την ακόλουθη σχέση εφαρμογής:

$$\Delta z = \frac{I_{j-1} + I_j - 2Q_{j-1}}{(2/\Delta t)F_{j-1} + g'(z_{j-1})} \tag{4.10}$$

Η τελευταία σχέση επιτρέπει την άμεση και χωρίς επαναλήψεις αριθμητική ολοκλήρωση, με πορεία βήμα προς βήμα. Σε κάθε βήμα υπολογίζονται κατ' αρχήν τα Q_{j-1}, $g'(z_{j-1})$ και F_{j-1} από τις σχέσεις στάθμης-παροχής και στάθμης-επιφάνειας, για τη γνωστή από το προηγούμενο βήμα τιμή της στάθμης, και στη συνέχεια υπολογίζεται το Δz από τη σχέση (4.10) και η νέα στάθμη $z_j = z_{j-1} + \Delta z$.

Η μέθοδος αυτή είναι απλή και μπορεί να εφαρμοστεί είτε με ηλεκτρονικό υπολογιστή, είτε με προγραμματιζόμενη αριθμομηχανή, είτε ακόμα και με το χέρι. Χρειάζεται όμως κάποια προσοχή στη επιλογή του Δt, το οποίο μάλιστα μπορεί να αλλάζει από βήμα σε βήμα. Αν επιλεγεί μεγάλο χρονικό βήμα είναι δυνατό να μην εξασφαλιστεί το ισοζύγιο του όγκου νερού (η μέθοδος δεν είναι συντηρητική). Η επιλογή του Δt γίνεται δοκιμαστικά, ξεκινώντας από μια αυθαίρετη τιμή και ελέγχοντας το ισοζύγιο. Ο έλεγχος αυτός πρέπει κανονικά να γίνεται σε κάθε βήμα.

Αναφορές

Ξανθόπουλος, Θ.Σ. [1984]: Εισαγωγή στην Τεχνική Υδρολογία, Αθήνα.

Kraijenhoff, D.A. and Moll, J.R. (editors) [1986]: River Flow Modelling and Forecasting, D. Reidel Publishing Company, Holland.

Shaw, E.M. [1983]: Hydrology in Practice, Van Nostrand Reinhold, Britain.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α - Το πρόγραμμα Η/Υ RESFLDRT

Το πρόγραμμα Η/Υ RESFLDRT, που δίνεται σε εκτελέσιμη μορφή ως συνοδευτικό αυτής της διάλεξης, επιλύει το πρόβλημα της διόδευσης πλημμύρας από ταμιευτήρα, στη γενική του περίπτωση. Ουσιαστικά το πρόγραμμα αυτό είναι η κωδικοποιημένη μορφή της επαναληπτικής μεθόδου αριθμητικής ολοκλήρωσης, που περιγράφεται πιο πάνω. Το πρόγραμμα έχει αναπτυχθεί σε γλώσσα Pascal, και η παρούσα εκτελέσιμη μορφή του λειτουργεί σε μικροϋπολογιστές με λειτουργικό σύστημα DOS.

Η λειτουργία του προγράμματος είναι κατ' αρχήν διαλογική (interactive), μπορεί όμως, όπως περιγράφεται παρακάτω, να γίνει και με υποβολή (batch).

Στην πρώτη περίπτωση το ξεκίνημα του προγράμματος γίνεται με την εντολή:

RESFLDRT

και για την περαιτέρω λειτουργία του χρειάζεται να εισαχθούν με πληκτρολόγηση τα δεδομένα που απαιτούνται. Για το σκοπό αυτό δίνονται από το πρόγραμμα τα κατάλληλα μηνύματα.

Το πρόγραμμα διαβάζει τα δεδομένα από την τυπική είσοδο (standard input) και γράφει τις απαντήσεις στην τυπική έξοδο (standard output). Τα μηνύματα και οι τυχόν προειδοποιήσεις του προγράμματος προς τον χρήστη (π.χ. σε περίπτωση που τα δεδομένα δεν καλύπτουν πλήρως το πεδίο μεταβολής της στάθμης στον ταμιευτήρα, οπότε γίνεται αυτόματα επέκταση) γράφονται απευθείας στην οθόνη. Αν το ξεκίνημα του προγράμματος γίνει με την παραπάνω εντολή τότε η τυπική είσοδος είναι το πληκτρολόγιο, και η τυπική έξοδος είναι η οθόνη.

Το DOS όμως επιτρέπει τον επανακαθορισμό της τυπικής εισόδου και εξόδου, μέσω της εντολής εκκίνησης. Έτσι είναι δυνατό να διαβαστούν τα δεδομένα από ένα αρχείο, όπως στο ακόλουθο παράδειγμα:

RESFLDRT < EXAMPLE.DAT

όπου τα δεδομένα διαβάζονται από το αρχείο EXAMPLE.DAT, ή να γραφούν τα αποτελέσματα κάπου αλλού, όπως στο παράδειγμα:

RESFLDRT > PRN

όπου τα αποτελέσματα γράφονται στον εκτυπωτή. Ο επανακαθορισμός της τυπικής εισόδου μας διευκολύνει ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που χρειαζόμαστε πολλές δοκιμαστικές εφαρμογές του προγράμματος, π.χ. όταν δοκιμάζονται διάφοροι τύποι υπερχειλιστών, οπότε τα δεδομένα φυλάσσονται σε ένα αρχείο κειμένου (text), το οποίο τροποποιείται κατάλληλα κάθε φορά, και έτσι αποφεύγεται η πολλαπλή πληκτρολόγηση όλων των δεδομένων σε κάθε τρέξιμο. Ένα τέτοιο αρχείο είναι και το EXAMPLE.DAT που περιέχεται στη δισκέτα του προγράμματος, το οποίο φαίνεται και παρακάτω. Στο αρχείο αυτό υπάρχουν και σχόλια στις γραμμές που ξεκινούν με το σύμβολο '#'. Τα σχόλια αυτά, βεβαίως, δεν θα πρέπει να περάσουν στο πρόγραμμα. Για το λόγο αυτό περνάμε πρώτα το αρχείο δεδομένων από ένα κατάλληλο πρόγραμμα-"φίλτρο", το οποίο απομακρύνει τα σχόλια, χωρίς να τροποποιεί το ίδιο το αρχείο δεδομένων. Ένα τέτοιο κατάλληλο πρόγραμμα είναι το

MOVEREM, που υπάρχει επίσης στη δισκέτα που δίνεται. Τονίζεται ότι το πρόγραμμα αυτό θεωρεί ως σχόλια μόνο τις γραμμές που ξεκινούν με το σύμβολο '#', και αυτές και μόνο απομακρύνει. Ένα τελικό παράδειγμα, στο οποίο περιέχεται και η εκτέλεση του MOVEREM είναι το εξής:

MOVEREM < EXAMPLE.DAT | RESFLDRT > EXAMPLE.OUT

Η παραπάνω εντολή θα υλοποιηθεί από τον υπολογιστή ως εξής: Θα εκτελεστεί πρώτα το πρόγραμμα MOVEREM, το οποίο θα πάρει την τυπική του είσοδο από το αρχείο EXAMPLE.DAT και, αφού αφαιρέσει τα σχόλια, θα δώσει τις υπόλοιπες γραμμές, που αποτελούν την τυπική του έξοδο, απευθείας στο πρόγραμμα RESFLDRT, ως είσοδο. Το τελευταίο θα δώσει την τυπική του έξοδο στο αρχείο EXAMPLE.OUT, το οποίο θα δημιουργηθεί αυτόματα.

```
+-------------------------------------------------------------+
¦# ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ                                             ¦
¦ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΑΣ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΗ ΦΡΑΓΜ. ΧΑΛΑΒΡΙΑΝΟΥ ¦
¦# ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ 1: 1000 (ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕ CN = 90)                   ¦
¦# ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ - ΜΑΙΟΣ 1988                              ¦
¦#                                                             ¦
¦# Σύνταξη προγράμματος και μελέτη : Δ. Κουτσογιάννης          ¦
¦#                                  Πολ. Μηχανικός             ¦
¦#                                                             ¦
¦# ΠΥΘΜΕΝΑΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ (m)                                     ¦
¦                          224.00                              ¦
¦# ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ  ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΗ : ΣΤΕΨΗ  (m) :                 ¦
¦                                                247.50        ¦
¦#                             : ΠΛΑΤΟΣ  : 15.00 m             ¦
¦#                                                             ¦
¦#                                                             ¦
¦# 1.ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ                                       ¦
¦#   Αριθμός σημείων :                                         ¦
¦                     3                                        ¦
¦#  ΣΤΑΘΜΗ [m.a.s.l.]     ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ [km2]    ΟΓΚΟΣ [m3 X 10^6] ¦
¦      244.00              0.06050               0.3310        ¦
¦      248.00              0.09800               0.6480        ¦
¦      252.00              0.14480               1.1336        ¦
¦#                                                             ¦
¦#                                                             ¦
¦# 2.ΚΑΜΠΥΛΗ ΣΤΑΘΜΗΣ-ΠΑΡΟΧΗΣ ΥΠΕΡΧΕΙΛΙΣΤΗ                       ¦
¦#  Αριθμός σημείων : #                                        ¦
¦                       8                                      ¦
¦#  ΣΤΑΘΜΗ [m.a.s.l.]     ΠΑΡΟΧΗ [m3/sec]                      ¦
¦     247.5                 0.00                               ¦
¦     247.6                 0.95                               ¦
¦     248.0                10.61                               ¦
¦     248.5                30.00                               ¦
¦     249.0                55.11                               ¦
¦     249.5                84.85                               ¦
¦     250.0               118.59                               ¦
¦     250.5               155.88                               ¦
+-------------------------Παράδειγμα : Αρχείο EXAMPLE.DAT------+
```

```
+-----------------------------------------------------------------+
¦# 3.ΥΔΡΟΓΡΑΦΗΜΑ ΕΙΣΡΟΗΣ                                          ¦
¦#  ΓΙΑ CN=90, ΟΛΙΚΟ ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ 143.2 mm,                         ¦
¦#  ΩΦΕΛ. ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ 114.1 mm                                     ¦
¦#  Αριθμός σημείων :                                              ¦
¦             30                                                  ¦
¦#  ΧΡΟΝΟΣ [h]            ΠΑΡΟΧΗ [m3/sec]                         ¦
¦    0.50                     2.0                                 ¦
¦    1.00                     2.0                                 ¦
¦    1.50                     2.2                                 ¦
¦    2.00                     2.7                                 ¦
¦    2.50                     3.9                                 ¦
¦    3.00                     5.6                                 ¦
¦    3.50                     7.5                                 ¦
¦    4.00                     9.4                                 ¦
¦    4.50                    11.2                                 ¦
¦    5.00                    12.8                                 ¦
¦    5.50                    14.2                                 ¦
¦    6.00                    15.6                                 ¦
¦    6.50                    16.9                                 ¦
¦    7.00                    18.3                                 ¦
¦    7.50                    19.6                                 ¦
¦    8.00                    21.0                                 ¦
¦    8.50                    22.6                                 ¦
¦    9.00                    24.3                                 ¦
¦    9.50                    26.3                                 ¦
¦   10.00                    29.2                                 ¦
¦   10.50                    34.8                                 ¦
¦   11.00                    52.6                                 ¦
¦   11.50                    70.2                                 ¦
¦   12.00                    82.5                                 ¦
¦   12.50                    69.4                                 ¦
¦   13.00                    50.4                                 ¦
¦   13.50                    28.3                                 ¦
¦   14.00                    10.5                                 ¦
¦   14.50                     4.5                                 ¦
¦   15.00                     2.0                                 ¦
+-----------------Παράδειγμα : Αρχείο EXAMPLE.DAT (συνέχεια)---+
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β - Άσκηση στις διοδεύσεις πλημμυρών

Β1. Αντικείμενο

Προκειμένου να μελετηθεί η διευθέτηση του πεδινού τμήματος ενός χειμάρρου (διαστασιολόγηση αναχωμάτων κλπ.) **ενδιαφέρει η εκτίμηση της παροχής αιχμής κοντά στην έξοδο Β του χειμάρρου** που προκαλείται από τρίωρη βροχόπτωση, ομοιόμορφα κατανεμημένη στο χώρο και το χρόνο, με συνολικό ύψος βροχής 100 mm.

Β2. Γενική περιγραφή

Στη θέση Α του χειμάρρου έχει κατασκευαστεί αρδευτικό φράγμα, το οποίο χωρίζει τη συνολική λεκάνη απορροής σε δύο υπολεκάνες με εμβαδά S_A = 50 km^2 (ανάντη) και S_B = 40 km^2 (κατάντη). Τα κύρια χαρακτηριστικά του φράγματος και των συναφών έργων είναι τα ακόλουθα:

Πυθμένας χειμάρρου:	+ 140 m.a.s.l.
Καμπύλες στάθμης-όγκου και στάθμης επιφάνειας ταμιευτήρα:	όπως στον πίνακα 1
Τύπος φράγματος:	χωμάτινο
Στέψη φράγματος:	+ 182 m.a.s.l.
Τύπος υπερχειλιστή:	μετωπικός, χωρίς θυροφράγματα.
Στέψη υπερχειλιστή:	+ 178 m.a.s.l.
Πλάτος υπερχειλιστή:	L = 30 m
Καμπύλη στάθμης (H) – παροχής (Q) υπερχειλιστή:	$Q = 2\, L\, H^{1.5}$ (Q σε m^3/sec, L, H σε m)

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. - ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ

ΣΤΑΘΜΗ [m.a.s.l.]	ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ [km^2]	ΟΓΚΟΣ [m^3 X 10^6]
176.00	1.4785	17.1563
180.00	1.8495	23.7988
184.00	2.3028	32.0869

Β3. Παραδοχές

Τα μοναδιαία υδρογραφήματα των υπολεκανών S_A και S_B, για διάρκεια βροχής 1 ώρας μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση τριγωνικά, με χρόνο ανόδου 2 ώρες και συνολική διάρκεια 5 ώρες. Οι συντελεστές Muskingum για το τμήμα ΑΒ λαμβάνονται K = 2 ώρες και x = 0.2. Η ροή βάσης θεωρείται ίση με 3 m^3/sec για την υπολεκάνη S_A και 2 m^3/s για την υπολεκάνη S_B. Το ποσοστό ολικών απωλειών βροχής λαμβάνεται ίσο με 40%. Τέλος θα θεωρηθεί ότι ο ταμιευτήρας είναι τελείως γεμάτος κατά την έναρξη του πλημμυρικού επεισοδίου

Β4. Πορεία επίλυσης

1. Καταρτίζεται το καθαρό υετογράφημα.
2. Καταρτίζονται τα μοναδιαία υδρογραφήματα των υπολεκανών S_A και S_B.
3. Υπολογίζονται τα υδρογραφήματα άμεσης απορροής των δύο υπολεκανών $I_\mathrm{A}(t)$ και $I_\mathrm{B}(t)$.
4. Διοδεύεται το υδρογράφημα $I_\mathrm{A}(t)$ από τον υπερχειλιστή και παράγεται το υδρογράφημα εκροής από τον υπερχειλιστή $Q_\mathrm{A}(t)$ (με το πρόγραμμα RESFLDRT).
5. Διοδεύεται το υδρογράφημα $Q_\mathrm{A}(t)$ στο τμήμα ΑΒ του χειμάρρου και παράγεται το υδρογράφημα εκροής $Q_\mathrm{B}(t)$ (με τη μέθοδο Muskingum).
6. Γίνεται επαλληλία των υδρογραφημάτων $I_\mathrm{B}(t)$ και $Q_\mathrm{B}(t)$, και υπολογίζεται το τελικό υδρογράφημα στην έξοδο Β. Έτσι προσδιορίζεται η ζητούμενη παροχή αιχμής.