



# ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΑΝΕΜΟΥ ΣΕ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ Κ-ΡΟΠΩΝ



## ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Φαίδων Διακομόπουλος

**Επιβλέπων:** Δημήτρης Κουτσογιάννης, Καθηγητής ΕΜΠ

**Συνεπιβλέπων:** Παναγιώτης Δημητριάδης, Δρ Πολιτικός Μηχανικός  
ΕΜΠ





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος

---

Διπλωματική Εργασία

---

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΑΚΡΑΙΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ  
ΤΟΥ ΑΝΕΜΟΥ ΣΕ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕ ΧΡΗΣΗ Κ-  
ΡΟΠΩΝ

---

Diploma Thesis

---

INVESTIGATION OF THE STOCHASTIC BEHAVIOUR OF  
EXTREME-ORIENTED WIND SPEED ON GLOBAL SCALE  
USING K-MOMENTS

Φαίδων Διακομόπουλος

**Επιβλέπων:** Δημήτρης Κουτσογιάννης, Καθηγητής ΕΜΠ

**Συνεπιβλέπων:** Παναγιώτης Δημητριάδης, Δρ Πολιτικός Μηχανικός  
ΕΜΠ



Copyright © Φαίδων Διακομόπουλος, 2020

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση σε αρχείο πληροφοριών, διανομή, αναπαραγωγή, μετάφραση ή μετάδοση της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό, υπό οποιαδήποτε μορφή και με οποιοδήποτε μέσο επικοινωνίας, ηλεκτρονικό ή μηχανικό, χωρίς την προηγούμενη έγγραφη άδεια του Φαίδωνα Διακομόπουλου. Επιτρέπεται η αναπαραγωγή, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από τη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του (Ν. 5343/1932, Άρθρο 202).

Copyright © Faidon Diakomopoulos, 2020

All Rights Reserved

Neither the whole nor any part of this diploma thesis may be copied, stored in a retrieval system, distributed, reproduced, translated, or transmitted for commercial purposes, in any form or by any means now or hereafter known, electronic or mechanical, without the written permission from the author. Reproducing, storing and distributing this thesis for non-profitable, educational or research purposes is allowed, without prejudice to reference to its source and to inclusion of the present text. Any queries in relation to the use of the present thesis for commercial purposes must be addressed to its author.

Approval of this diploma thesis by the School of Civil Engineering of the National Technical University of Athens (NTUA) does not constitute in any way an acceptance of the views of the author contained herein by the said academic organisation (L. 5343/1932, art. 202).



*Statistics is the grammar of science*

*Karl Pearson (1857-1936)*

*Ο θαλασσινός άνεμος και η δροσιά της αυγής υπάρχουν*

*χωρίς να το ζητήσει κανείς*

*Γεώργιος Σεφέρης (1900-1971)*





# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

---

Η ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας σηματοδοτεί το τέλος της πενταετούς μου φοίτησης στη σχολή πολιτικών μηχανικών. Ένα ταξίδι που μου προσέφερε πολλές χαρές, γνώσεις γύρω από το αντικείμενο του πολιτικού μηχανικού, το οποίο γνώρισα και αγάπησα βαθιά διαφοροποιώντας σε μεγάλο βαθμό την εικόνα που είχα για τις προοπτικές εργασίας και έρευνας, κατά την εισαγωγή μου στη σχολή. Γνώρισα και συνεργάστηκα με λαμπρούς καθηγητές, που συνδυάζουν τη διττή φύση τόσο του διακεκριμένου επιστήμονα-ερευνητή, που με ζήλο πρωτοπορεί στην έρευνα αιχμής, όσο και του δασκάλου που επιθυμεί να είναι πάντα δίπλα στο φοιτητή, να του μεταδώσει γνώση, αξίες αλλά και την επιθυμία για περαιτέρω έρευνα και εμβάθυνση στο εκάστοτε αντικείμενο.

Ένας καθηγητής που σαφέστατα συγκεντρώνει τις παραπάνω αρετές και αποτελεί πηγή έμπνευσης και πρότυπο για τους φοιτητές είναι ο επιβλέπων της διπλωματικής μου κ. Δημήτρης Κουτσογιάννης, τον οποίο ευχαριστώ από καρδιάς, που με εμπιστεύθηκε και με τις γνώσεις του, τις αρχές του και την ευφυΐα του, μου έδινε έμπνευση να βάζω τα δυνατά μου και να θέλω να γίνομαι καλύτερος.

Ένα πολύ μεγάλο ευχαριστώ οφείλω και στον κ. Παναγιώτη Δημητριάδη, Διδάκτορα της σχολής μας, που χωρίς την πολύτιμη βοήθεια του θα ήταν αδύνατη η περάτωση της παρούσας εργασίας, με τις παρατηρήσεις, τις υποδείξεις και τις διορθώσεις του να είναι καθοριστικές.

Παράλληλα, δεν θα μπορούσα να παραλείψω να ευχαριστήσω τα μέλη της ΙΤΙΑΣ κ. Νίκο Μαμάση, κ. Ανδρέα Ευστρατιάδη, κ. Φοίβο Σαργέντη και κα. Θεανώ Ηλιοπούλου, με τα οποία ο κοροναϊός μας έφερε ακόμη πιο κοντά, που με την αμεσότητα και την ευγένειά τους, μου μετέδωσαν γνώσεις και αξίες.

Ακόμη είμαι ευγνώμων στους φίλους μου που ήταν δίπλα μου, και γέμισαν τα φοιτητικά μου χρόνια με όμορφες αναμνήσεις, εξισορροπώντας πολλές φορές την πίεση της σχολής.

Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στην οικογένειά μου, που μου δίδαξε τη χαρά της προσπάθειας, του κόπου και της ευθύνης.

Φαίδων Διακομόπουλος

Αθήνα, Ιούλιος 2020

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εποχή μας όλος ο πλανήτης στρέφεται προς τις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας αποφασίζοντας τη δραστική μείωση παραγωγής ενέργειας από ορυκτά καύσιμα. Στην ιεραρχία αυτών, η αιολική ενέργεια κατέχει μία εξέχουσα θέση, ως μία από τις αποδοτικότερες και πλέον αξιοποιήσιμες πηγές ενέργειας, καλύπτοντας τις ανάγκες της κοινωνίας στους τομείς των μεταφορών και της κατανάλωσης.

Από την άλλη, οι ακραίες τιμές της ταχύτητας του ανέμου μπορεί να οδηγήσουν σε επικίνδυνα φαινόμενα, από ανεμοστρόβιλους μέχρι και τροπικούς κυκλώνες, απειλητικά τόσο για τα κτίσματα όσο και για την ίδια την ανθρώπινη ζωή. Άλλωστε η μελέτη των ακραίων τιμών είναι κρίσιμη σε όλες τις μελέτες των υδρολογικών φαινομένων (ακραίες βροχοπτώσεις, πλημμύρες), αλλά και εν γένει στον σχεδιασμό όλων των έργων του πολιτικού μηχανικού λαμβάνοντας υπόψη τις κατάλληλες περιόδους επαναφοράς.

Συνεπώς, καθίσταται επιτακτική ανάγκη η όσο το δυνατόν ακριβέστερη προσομοίωση της συμπεριφοράς της ταχύτητας του ανέμου, επιλέγοντας την κατάλληλη κατανομή για το σκοπό αυτό, δίνοντας έμφαση και στις ακραίες τιμές που εμφανίζονται σε μεγάλες περιόδους επαναφοράς. Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκε ένα πλήθος κατανομών, όπως προτείνεται από τη βιβλιογραφία, και με τη χρήση ποικίλων εξισώσεων σφάλματος φαίνεται πως η κατανομή Pareto-Burr-Feller (PBF) παρουσιάζει το καλύτερο ταίριασμα με τα δεδομένα. Επιπλέον, η χρήση των K-ροπών, που εστιάζουν στη συμπεριφορά των ακραίων τιμών, μας επέτρεψε να εκτιμήσουμε τις τιμές των παραμέτρων της κατανομής που προσεγγίζουν καλύτερα και τις ακραίες τιμές της ταχύτητας του ανέμου.

Η μελέτη πραγματοποιήθηκε για ένα μεγάλο αριθμό σταθμών σε παγκόσμια κλίμακα και επιλέγοντας δεδομένα από εκείνους με χρονοσειρές μετρήσεων μεγαλύτερες των 30 ετών, και από όπου προέκυψαν σχέσεις συσχετίσεων ανάμεσα στις παραμέτρους της PBF, που παράχθηκαν από τις K-ροπές. Έτσι δημιουργήθηκε η PBF με 1 ελεύθερη παράμετρο, την οποία στη συνέχεια συγκρίναμε με τις κατανομές Weibull και Rayleigh, που προτείνονται από τη νομοθεσία.

Τέλος, όλες οι παραπάνω κατανομές χρησιμοποιήθηκαν για την εκτίμηση της παραγωγής ενέργειας σε 3 τύπους ανεμογεννητριών για διαφορετικές ανεμολογικές κλάσεις (εύρωστη λειτουργία σε μικρές, μεσαίες και μεγάλες ταχύτητες ανέμου, αντίστοιχα).

## ABSTRACT

Currently, more countries make a swift in the renewable energy sources to reduce the environmental impact of the use of fossil fuels. The wind energy has a significant position in this hierarchy, as is one of the most efficient to be converted to electric energy, covering the society's needs in the fields of transportation, trade, and consumption.

From the other hand, extreme-oriented wind speed could be the cause of life-threatening phenomena, such as tornados and typhoons. Assessment of extremes in hydrological processes is crucial (extreme rainfalls, floods) as well as in engineering design when choosing the appropriate return periods.

As a result, the critical importance when choosing the most suitable distribution to imitate the behaviour of wind speed is crucial, when focusing on extremes which also correspond to high return periods. A variety of distributions, from the literature is used, and by the estimations of the goodness of fit, it seems that the Pareto-Burr-Feller (PBF) distribution fits better to data. Additionally, the usage of K-moments "which are particularly strong for an extreme-oriented modelling" (Koutsoyiannis 2019) is used to evaluate the parameters that focus on the extreme wind speed values of the dataset.

The analysis for all available stations on global scale and especially those of which the number of data is more than 30 years of observations, is coupled with the parameters from K-moments, to help us to transform it into PBF with 2 constraint parameters. The proposed distribution with only 1 free parameter is compared with the Weibull and the Rayleigh distributions, that are proposed in the IEC 61400-1.

Finally, all the above distributions are compared, in terms of the energy production estimate, among three wind turbines of different wind classes (more efficient in high, medium, and low wind speed, respectively).



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	ix
ABSTRACT.....	x
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ .....	xiv
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....	xviii
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	1
1.1 Γενικά στοιχεία .....	1
1.2 Διάρθρωση κεφαλαίων.....	4
2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ .....	5
2.1 Μυθολογικά στοιχεία .....	5
2.2 Η εξέλιξη των ανεμόμυλων.....	6
2.3 Κινούμενα γλυπτά ( <i>strandbeest</i> ).....	7
3 ΒΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ .....	9
3.1 Γενικά Στοιχεία .....	9
3.2 Σταθμοί μετά από έλεγχο .....	11
3.3 Σταθμοί με μετρήσεις 30 ετών .....	12
4 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ .....	13
4.1 Κατανομές βαριάς και ελαφριάς ουράς .....	13
4.1.1 Κατανομή Pareto Burr Feller .....	14
4.1.2 Κατανομή Γενικευμένη Pareto .....	16
4.1.3 Κατανομή Lognormal .....	17
4.1.4 Κατανομή Generalized Gamma.....	18
4.1.5 Κατανομή Gamma .....	19
4.1.6 Κατανομή Nakagami.....	20
4.1.7 Κατανομή Weibull .....	21
4.1.8 Κατανομή Rayleigh .....	22
4.2 Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας .....	23
4.3 Διατεταγμένο δείγμα ( Order statistics) .....	24
4.4 Περίοδος Επαναφοράς .....	25
4.5 Κ-ροπές .....	26
4.5.1 Ορισμός Κ-ροπών .....	26
4.5.2 Θεωρητικοί υπολογισμοί των Κ-ροπών .....	27

4.5.3	Αμερόληπτες εκτιμήτριες των Κ-ροπών.....	28
4.5.4	Σχέσεις Κ-ροπών με κλασσικές και L-ροπές.....	30
4.5.5	Περίοδοι επαναφοράς Κ-ροπών.....	31
4.5.6	Μεθοδολογία εκτίμησης παραμέτρων.....	35
4.5.7	Κ-ροπές και διπλή κυκλοστασιμότητα.....	36
5	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	38
5.1	Κανονιστικό πλαίσιο.....	38
5.2	Κατανομή PBF με 1 ελεύθερη παράμετρο.....	38
5.3	Παράμετροι Goodness-of-fit.....	42
5.3.1	Nash Sutcliffe Efficiency (NSE).....	42
5.3.2	Mean Square Error (MSE).....	43
5.3.3	Root Mean Square Error (RMSE).....	43
5.3.4	Normalized Root Mean Square Error (NRMSE).....	44
5.4	Σταθμός MIT.....	44
5.5	Παγκόσμια κλίμακα.....	58
5.5.1	Low order.....	59
5.5.2	Ακραίες τιμές.....	61
5.5.3	Σταθμοί περισσότερων μετρήσεων.....	69
6	ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ.....	72
6.1	Εκτίμηση Ενέργειας.....	73
6.1.1	Υψομετρική μεταβολή ταχύτητας ανέμου.....	73
6.1.2	Υπολογισμός Ισχύος.....	74
6.1.3	Ανεμογεννήτρια χαμηλών ταχυτήτων.....	75
6.1.4	Ανεμογεννήτρια μεσαίων ταχυτήτων.....	77
6.1.5	Ανεμογεννήτρια υψηλών ταχυτήτων.....	79
6.2	Μέγιστη ταχύτητα αντοχής.....	80
7	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	84
8	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	86
8.1	Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία.....	86
8.2	Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία.....	88
8.3	Ιστοσελίδες.....	89

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1 Διάγραμμα θανάτων από ατυχήματα και εκπομπών CO <sub>2</sub> σε συνδυασμό με παραγωγή αερίων θερμοκηπίου για τις μορφές ενέργειας (Πηγή: ourworldindata.org/energy) .	1
Σχήμα 1.2 Παγκόσμια αθροιστική εγκατεστημένη αιολική ισχύς 2001-2017.	2
Σχήμα 1.3 Κατανομή φυσικών καταστροφών σε παγκόσμια κλίμακα (Πηγή: OCHA).	2
Σχήμα 1.5 Ετήσιος αριθμός τροπικών κυκλώνων στους ωκεανούς του πλανήτη, την περίοδο 1910-1960 (Πηγή: Emanuel, 2010).	3
Σχήμα 2.1 Η θυσία της Ιφιγένειας ( Πηγή: Wikipedia).	5
Σχήμα 2.2 Ανεμόμυλοι «κατακόρυφου τύπου» Περσία (Πηγή: amusingplanet.com) .	6
Σχήμα 2.3 Ανεμόμυλος P. La Cour, Δανία (Πηγή: researchgate.net).	7
Σχήμα 2.4 Το strandbeest “mulus” (Πηγή: strandbeest.com).	8
Σχήμα 3.1 Σύνολο αρχικών σταθμών.	9
Σχήμα 3.2 Ιστόγραμμα κατανομής ετών αρχικών σταθμών.	10
Σχήμα 3.3 Θερμικός χάρτης αρχικών σταθμών.	10
Σχήμα 3.4 Σταθμοί μετά τον έλεγχο.	11
Σχήμα 3.5 Σταθμοί με 30 έτη μετρήσεων.	12
Σχήμα 4.1 Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (CDF) της κατανομής PBF για διάφορες τιμές των παραμέτρων $a, c, k$ .	15
Σχήμα 4.2 CDF (αριστερά) και PDF(δεξιά) της κατανομής PBF για διάφορες τιμές της παραμέτρου alpha και σταθερές τις παραμέτρους $c=4, k=3$ .	15
Σχήμα 4.3 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Γενικευμένης Pareto για διάφορες τιμές των παραμέτρων $\sigma, \xi$ .	16
Σχήμα 4.4 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Log-normal για διάφορες τιμές των παραμέτρων $\mu, \sigma$ .	17
Σχήμα 4.5 PDF (αριστερά) και CDF (δεξιά) της κατανομής Generalized Gamma για σταθερές τιμές των παραμέτρων $b, k$ ( $b=1, k=1$ για CDF, $b=4, k=2$ για PDF) και διάφορες τιμές της παραμέτρου $a$ .	19
Σχήμα 4.6 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Gamma για διάφορες τιμές των παραμέτρων $k, \theta$ .	20
Σχήμα 4.7 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Nakagami για διάφορες τιμές των παραμέτρων $m, \Omega$ .	21
Σχήμα 4.8 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Weibull για διάφορες τιμές των παραμέτρων $a = k, b = \lambda$ .	22
Σχήμα 4.9 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Rayleigh για διάφορες τιμές της παραμέτρου $\sigma$ .	23
Σχήμα 4.10 Περίοδος επαναφοράς για την απεικόνιση των order statistics σε δείγμα 100 τιμών.	25
Σχήμα 4.11 Διάγραμμα μη κεντρικών K-ροπών, $K_{\alpha} q'$ για το σύνολο των σταθμών σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα.	29
Σχήμα 4.12 Διάγραμμα standardized μη κεντρικών K-ροπών, $K_{\alpha} q'$ για το σύνολο των σταθμών σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα.	29

Σχήμα 4.13 Συντελεστής $\Delta\rho$ για τις κατανομές PBF, Gamma, και Weibull.....	33
Σχήμα 4.14 Τιμές των Εμπειρικών Περιόδων Επαναφοράς, όπως έχουν εξαχθεί από τη σχέση (4.48) για τις τρεις (3) υπό μελέτη κατανομές (PBF, Gamma, Weibull).....	34
Σχήμα 4.15 Τιμές των Εμπειρικών Περιόδων Επαναφοράς, όπως έχουν εξαχθεί από τη σχέση (4.57) για τις τρεις (3) υπό μελέτη κατανομές (PBF, Gamma, Weibull).....	35
Σχήμα 4.16 Διαγράμματα K-ροπών 16 χρονικών υποπεριόδων.....	36
Σχήμα 5.1 Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων $c, a$ της κατανομής PBF.....	39
Σχήμα 5.2 Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων $k, a$ της κατανομής PBF. ....	40
Σχήμα 5.3 Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων $k, c$ της κατανομής PBF.....	40
Σχήμα 5.4 CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής PBF μίας παραμέτρου για διάφορες τιμές της παραμέτρου $a$ . ....	41
Σχήμα 5.5 Θέση του σταθμού MIT (Πηγή: Google Earth). ....	45
Σχήμα 5.6 Σύγκριση των PDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών για το σταθμό του MIT.....	46
Σχήμα 5.7 Σύγκριση των CDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών για το σταθμό του MIT.....	46
Σχήμα 5.8 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, παραμέτρων από mle. ....	47
Σχήμα 5.9 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Gamma.....	47
Σχήμα 5.10 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Weibull.....	48
Σχήμα 5.11 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Rayleigh.....	48
Σχήμα 5.12 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Lognormal.....	49
Σχήμα 5.13 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Γενικευμένη Pareto. ....	49
Σχήμα 5.14 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Nakagami. ....	50
Σχήμα 5.15 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Generalized Gamma.....	50
Σχήμα 5.16 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, παραμέτρων από K-ροπές.....	51
Σχήμα 5.17 Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, με μία ελεύθερη παράμετρο.....	51
Σχήμα 5.18 Σύγκριση των 1-CDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών, για έμφαση στην ουρά των κατανομών, για το σταθμό του MIT. ....	52
Σχήμα 5.19 Διάγραμμα (Ταχυτήτων ανέμου-Περιοδών επαναφοράς) για σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης παραμέτρων με τα εμπειρικά δεδομένα, σε order statistics, για την PBF. ....	53
Σχήμα 5.20 Διάγραμμα (Ταχυτήτων ανέμου-Περιοδών επαναφοράς) για σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης παραμέτρων με τα εμπειρικά δεδομένα, σε order statistics, για την Gamma (αριστερά) και Weibull (δεξιά). ....	54
Σχήμα 5.21 RMSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT. ....	55
Σχήμα 5.22 MSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT.....	55



Σχήμα 5.23 1-NRMSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT. ....	55
Σχήμα 5.24 NSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT. ....	55
Σχήμα 5.25 1-NRMSE για την ουρά της κατανομής, για το σταθμό MIT. ....	56
Σχήμα 5.26 NSE για την ουρά της κατανομής, για το σταθμό MIT. ....	56
Σχήμα 5.27 Σύγκριση K-ροπών για τις κατανομές PBF, Generalized Gamma, PBF μίας παραμέτρου. ....	58
Σχήμα 5.28 MSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	59
Σχήμα 5.29 RMSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	60
Σχήμα 5.30 1-NRMSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	60
Σχήμα 5.31 NSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	61
Σχήμα 5.32 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-Kροπές, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	62
Σχήμα 5.33 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-mle, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	62
Σχήμα 5.34 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Generalized Gamma, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	63
Σχήμα 5.35 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Weibull, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	63
Σχήμα 5.36 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Rayleigh, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	64
Σχήμα 5.37 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-με μία ελεύθερη παράμετρο, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	64
Σχήμα 5.38 Αθροιστικές καμπύλες του δείκτη 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ), για το σύνολο των κατανομών, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	65
Σχήμα 5.39 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-Kροπές, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	66
Σχήμα 5.40 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-mle, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	66
Σχήμα 5.41 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Generalized Gamma, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	66
Σχήμα 5.42 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Weibull, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	67
Σχήμα 5.43 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Rayleigh, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	67
Σχήμα 5.44 NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-με μία ελεύθερη παράμετρο, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	67
Σχήμα 5.45 Αθροιστικές καμπύλες του δείκτη NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ), για το σύνολο των κατανομών, σε παγκόσμια κλίμακα. ....	68
Σχήμα 5.46 Απεικόνιση των θεωρητικών K-ροπών για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων. ....	69
Σχήμα 5.47 Απεικόνιση των K-ροπών από την κατανομή PBF για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων. ....	70
Σχήμα 5.48 Απεικόνιση των K-ροπών από την κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων. ....	70

Σχήμα 5.49 Σύγκριση των θεωρητικών και εμπειρικών K-ροπών για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων.....	71
Σχήμα 6.1 Συνολική ετήσια κατανάλωση ενέργειας από όλες τις πηγές (Πηγή: ourworldindata.org/energy) .	72
Σχήμα 6.2 Τυπικό διάγραμμα λειτουργίας ανεμογεννήτριας (Πηγή: Luo et al, 2019).	75
Σχήμα 6.3 Συντελεστής απόδοσης συναρτήσει της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια χαμηλών ταχυτήτων (Πηγή: <a href="https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/windblatt/pdf/Windblatt_03_17_GB_Final_Web.pdf">https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/windblatt/pdf/Windblatt_03_17_GB_Final_Web.pdf</a> ).	76
Σχήμα 6.4 Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας χαμηλών ταχυτήτων. ....	77
Σχήμα 6.5 Συντελεστής απόδοσης συναρτήσει της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια μεσαίων ταχυτήτων (Πηγή: <a href="https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produkt_en_06_2015.pdf">https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produkt_en_06_2015.pdf</a> ).	78
Σχήμα 6.6 Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας μεσαίων ταχυτήτων. ....	78
Σχήμα 6.7 Συντελεστής απόδοσης συναρτήσει της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια υψηλών ταχυτήτων (Πηγή: <a href="https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produkt_en_06_2015.pdf">https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produkt_en_06_2015.pdf</a> ).	79
Σχήμα 6.8 Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας υψηλών ταχυτήτων. ....	80
Σχήμα 6.9 Εκτίμηση μέγιστης ταχύτητας αντοχής για κάθε κατανομή. ....	81
Σχήμα 6.10 Μέση τιμή σφαλμάτων κατανομών για την εκτίμηση της survival speed.	82
Σχήμα 6.11 Σύγκριση συνολικών σφαλμάτων των κατανομών PBF-1par, Weibull και Rayleigh. ....	83

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

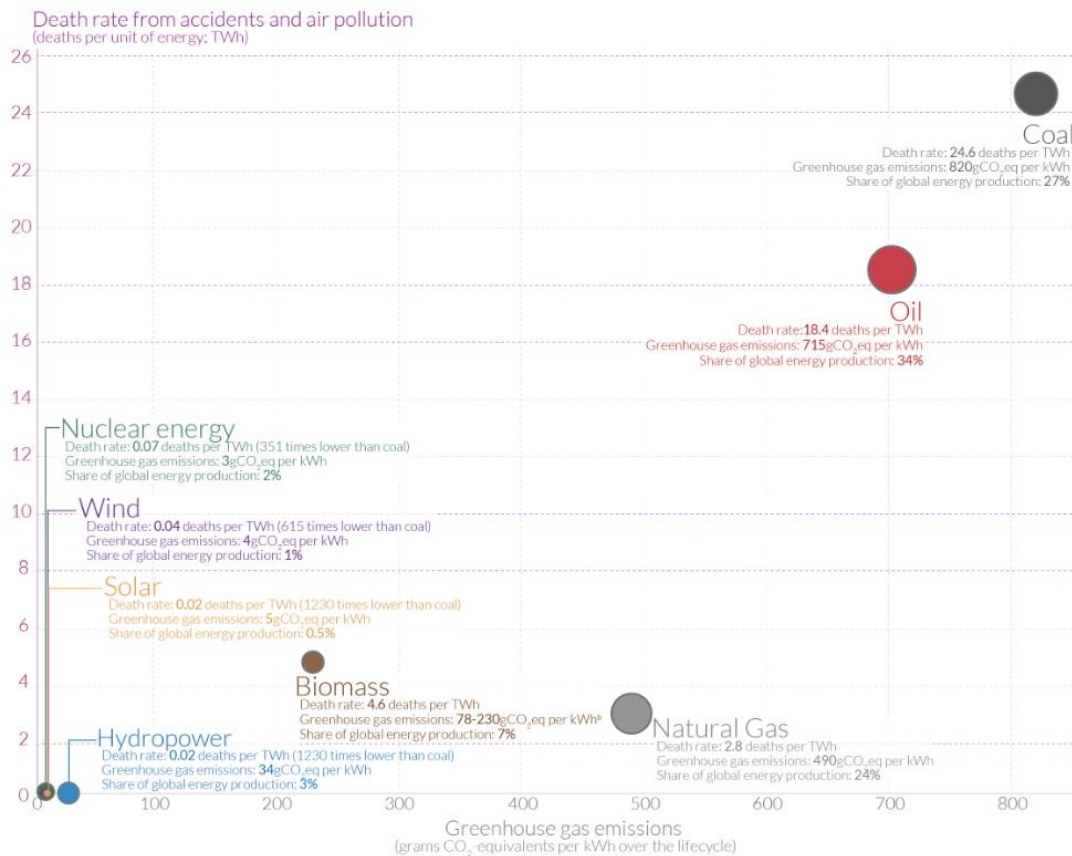
Πίνακας 4-1 Ειδικές τιμές της παραμέτρου $\text{binp}$ .....	30
Πίνακας 4-2 Σχέση K-ροπών με κλασσικές ροπές .....	30
Πίνακας 4-3 Σχέση K-ροπών με L-ροπές .....	31
Πίνακας 4-4 Συγκεντρωτικός πίνακας συντελεστών $\Lambda$ .....	34
Πίνακας 5-1 Τιμές του δείκτη NSE .....	42
Πίνακας 5-2 Στατιστικά χαρακτηριστικά σταθμού MIT. ....	45
Πίνακας 6-1 Τιμές παραμέτρου τραχύτητας $z_0$ .....	73

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

## 1.1 Γενικά στοιχεία

Σε μια εποχή που η περιβαλλοντική συνείδηση που έχει αναπτυχθεί, είναι πολύ ισχυρότερη σε σχέση με τους προηγούμενους αιώνες, και οι άνθρωποι έχουν κατανοήσει πλήρως πως η επιβίωσή τους είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη διασφάλιση της προστασίας του περιβάλλοντος, η μεταστροφή της προτίμησης για παραγωγή ενέργειας μέσω των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας σε σχέση με τη χρήση ορυκτών καυσίμων, είναι πλέον επιβεβλημένη και εμφανής.

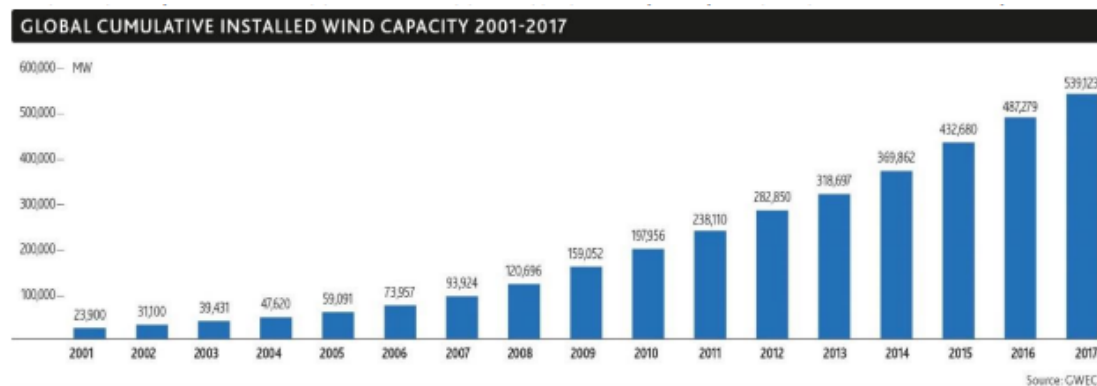
Στο διάγραμμα που ακολουθεί είναι πρόδηλο το πόσο ακίνδυνες για την ανθρώπινη ζωή είναι οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, στο σύνολό τους, τόσο ως προς τα ατυχήματα από αυτές, όσο και ως προς τις εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα (CO<sub>2</sub>) σε σχέση με τα ορυκτά καύσιμα και την πυρηνική ενέργεια.



**Σχήμα 1.1** Διάγραμμα θανάτων από ατυχήματα και εκπομπών CO<sub>2</sub> σε συνδυασμό με παραγωγή αερίων θερμοκηπίου για τις μορφές ενέργειας (Πηγή: ourworldindata.org/energy) .

Παρατηρούμε πως η φύσκα της αιολικής ενέργειας βρίσκεται περίπου στην αρχή των αξόνων, και συνεκτιμώντας τις τιμές της, αποτελεί τον πιο ακίνδυνο τρόπο παραγωγής ενέργειας από τις υπάρχουσες.

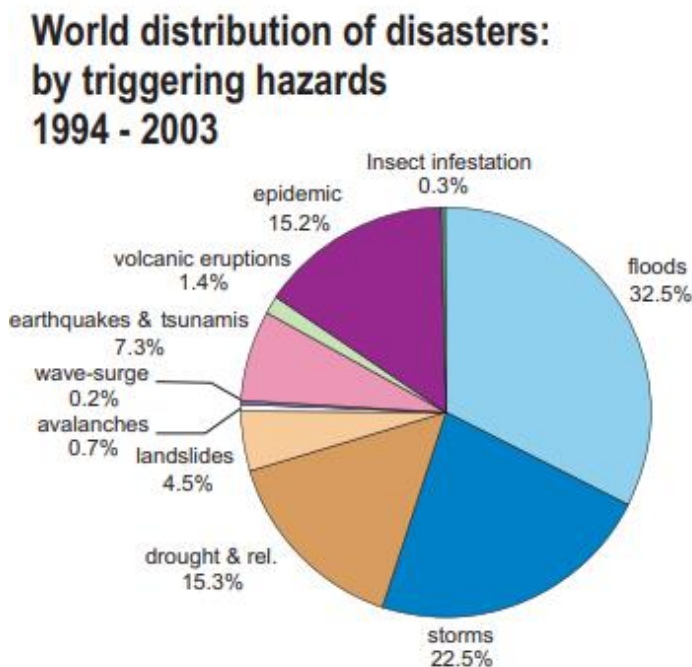
Όσον αφορά τη στροφή προς την αιολική ενέργεια, είναι ενδεικτικό το επόμενο διάγραμμα που απεικονίζει την αύξηση στην αιολική ισχύ σε περίοδο 17 ετών.



**Σχήμα 1.2** Παγκόσμια αθροιστική εγκατεστημένη αιολική ισχύς 2001-2017.

Αναφορικά με τις ακραίες τιμές της ταχύτητας του ανέμου, στις οποίες δίνεται έμφαση στην παρούσα μελέτη με τη χρήση Κ-ροπών, η σημασία τους είναι κρίσιμη αφού αποτελούν τιμές του ανέμου που έχουν καταγραφεί σε φαινόμενα θύελλας.

Οι θύελλες κατά τη διάρκεια των οποίων αναπτύσσονται ταχύτητες ανέμου της τάξης των 25-29 m/s, αποτελούν το δεύτερο καταστροφικότερο φυσικό φαινόμενο από άποψη συχνότητας στον πλανήτη.



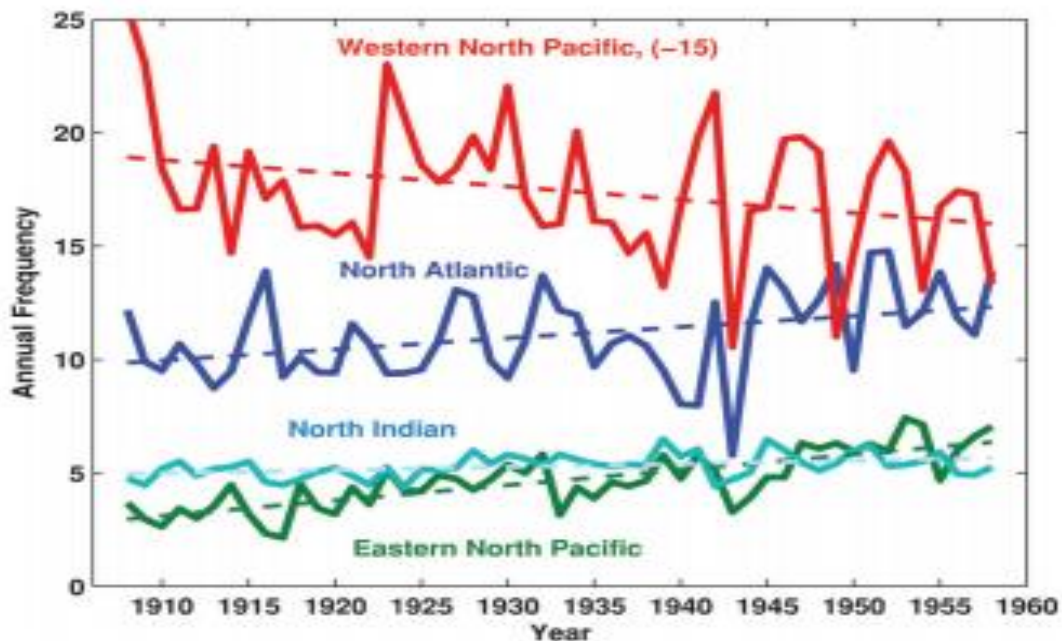
**Σχήμα 1.3** Κατανομή φυσικών καταστροφών σε παγκόσμια κλίμακα (Πηγή: OCHA. <https://reliefweb.int/map/world/world-regional-distribution-disasters-triggering-hazards-1994-2003>).

Ένα φαινόμενο σαφώς καταστροφικότερο από τις θύελλες, αποτελούν οι τροπικοί κυκλώνες που είναι μεγάλα περιστρεφόμενα συστήματα ανέμου που κινούνται στα περισσότερα μέρη της γης εκτός της ισημερινής ζώνης. Το κέντρο τους χαρακτηρίζεται από συνθήκες χαμηλής πίεσης και χαμηλού βαρομετρικού και δημιουργούνται πολύ ισχυροί άνεμοι (της τάξεως των 33-69 m/s σύμφωνα με την κλίμακα Saffir-Simpson) σε συνδυασμό με ισχυρότατες βροχοπτώσεις. Τέτοια φαινόμενα είναι μεγάλης έντασης και επικινδυνότητας, ενώ είναι δύσκολη η πρόβλεψή τους.

Επομένως, γίνεται εύκολα αντιληπτή η αξία της όσο το δυνατόν ακριβέστερης περιγραφής της συμπεριφοράς της ταχύτητας του ανέμου, εκτιμώντας τις κατάλληλες εκείνες παραμέτρους που δεν θα οδηγήσουν σε υποεκτίμηση των ακραίων τιμών, που αντιστοιχούν σε μεγάλες περιόδους επαναφοράς, τόσο για τον καλύτερο σχεδιασμό των έργων πολιτικού μηχανικού, όσο και για τη δημιουργία συστημάτων έγκαιρης προειδοποίησης, μέσω μοντέλων έγκυρης και αποτελεσματικής πρόγνωσης των ακραίων τιμών του ανέμου.

Μία ακόμη σημαντική παράμετρος είναι και η δυσκολία ως προς την πρόβλεψη των ακραίων τιμών. Στη μελέτη του Emanuel (2010) φαίνεται πως δεν είναι καθορισμένη η συμπεριφορά των ακραίων φαινομένων, καθώς αυτά διαφέρουν από περιοχή σε περιοχή.

Σύμφωνα με τη μελέτη του, από στοιχεία του NOAA, η συχνότητα των φαινομένων τροπικών κυκλώνων διαφέρει από ωκεανό σε ωκεανό.



**Σχήμα 1.4** Ετήσιος αριθμός τροπικών κυκλώνων στους ωκεανούς του πλανήτη, την περίοδο 1910-1960 (Πηγή: Emanuel, 2010).

Συνεπώς, η αξία της εκτίμησης των ακραίων τιμών της ταχύτητας του ανέμου πρέπει ασφαλώς να λαμβάνει υπόψη και τη σημασία της υπερεκτίμησης και υποεκτίμησης των ακραίων ανεμολογικών τιμών, εφόσον παρατηρούμε πως δεν υπάρχει μία σταθερή

τάση στον πλανήτη για αύξηση ή μείωση της συχνότητας ακραίων φαινομένων, όπως οι τροπικοί κυκλώνες.

## 1.2 Διάρθρωση κεφαλαίων

Η παρούσα εργασία διαρθρώνεται σε 8 κεφάλαια τα οποία περιγράφουν όλο το θεωρητικό υπόβαθρο και την ανάλυση των ανεμολογικών δεδομένων με χρήση μιας πληθώρας κατανομών καθώς και των K-ροπών για τον υπολογισμό των παραμέτρων.

Πιο συγκεκριμένα:

Στο **πρώτο κεφάλαιο** γίνεται ανάλυση της κρισιμότητας της μελέτης της ταχύτητας του ανέμου τόσο για την πρόβλεψη της παραγωγής αιολικής ενέργειας μέσω των ανεμογεννητριών, όσο και για την μελέτη των ακραίων τιμών της ταχύτητας του ανέμου που είναι ταυτόσημες με την ύπαρξη ακραίων φαινομένων, των θυελλών και τυφώνων, απειλητικών για τα έργα του μηχανικού όσο και την ίδια την ανθρώπινη ζωή.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** πραγματοποιείται μία ιστορική αναδρομή από την αρχαιότητα και την κατασκευή των πρώτων ανεμόμυλων μέχρι τις μέρες μας και τις εντυπωσιακές ανεμογεννήτριες.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** περιγράφεται η παγκόσμια βάση δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη, καθώς και οι κατάλληλοι έλεγχοι που πραγματοποιήθηκαν για την τελική επιλογή σταθμών, για περαιτέρω μελέτη.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** γίνεται παρουσίαση των κατανομών που χρησιμοποιούνται στη μελέτη, καθώς και αναλυτική περιγραφή των μεθόδων, μέσω των οποίων εκτιμώνται οι παράμετροι αυτών των κατανομών. Γίνεται εκτενής περιγραφή στη μέθοδο των K-ροπών, στη στενή της σχέση με τις ακραίες τιμές του δείγματος και αναλύεται η μέθοδος που ακολουθείται κατά την εφαρμογή της.

Στο **πέμπτο κεφάλαιο** περιγράφονται τα αποτελέσματα της μελέτης. Από τη δημιουργία της κατανομής PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, που προέκυψε από τις K-ροπές, μέχρι την προσαρμογή όλων των κατανομών στα δεδομένα, τόσο για το σώμα όσο και για την ουρά της κατανομής στην οποία δίνεται και η έμφαση.

Στο **έκτο κεφάλαιο** πραγματοποιείται εφαρμογή των κατανομών σε μία αιολική εγκατάσταση για την ενεργειακή μελέτη και την εκτίμηση της μέγιστης ταχύτητας αντοχής των ανεμογεννητριών.

Στο **έβδομο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της μελέτης.

Τέλος, στο **όγδοο κεφάλαιο** παρουσιάζονται οι βιβλιογραφικές αναφορές.

## 2 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

### 2.1 Μυθολογικά στοιχεία

Από την αρχαιότητα αποδιδόταν μεγάλη αξία στον άνεμο σαν φαινόμενο της φύσης. Ήδη από τα ομηρικά έπη γίνεται πασιφανής η σημασία του ανέμου για τους αρχαίους Έλληνες. Στην Οδύσσεια εμφανίζεται ο Αίολος ως Θεός και «ταμίας» των ανέμων. Επιπλέον, στην τραγωδία του Ευριπίδη «Ιφιγένεια εν Αυλίδι», παρουσιάζεται η θυσία της Ιφιγένειας στη Θεά Άρτεμη για να πνεύσει ούριος άνεμος.

Ο Αίολος ήταν γιος του Ιπποτάδη και βασιλιάς της μυθικής νήσου Αιολίας, τον οποίο ο Δίας διόρισε «ταμίας» των ανέμων. Είχε 12 παιδιά, από τη μία τα αγόρια προσωποποιούσαν τους ισχυρούς ανέμους και τα κορίτσια τους ασθενείς, δηλαδή τις αύρες. Ο Αίολος φύλαγε τους ανέμους σε σάκους ή σε ασκούς και κατά την επίσκεψη του Οδυσσέα στο νησί του του δώρισε ένα ασκί με ανέμους για να τον διευκολύνει στην επιστροφή του στην Ιθάκη. Οι άντρες του στο μέσο του πελάγους και ενώ ο Οδυσσέας κοιμόταν, άνοιξαν, κυριευμένοι από περιέργεια, το ασκί και έτσι μεταφέρθηκαν πίσω στην Αιολία, όπου δεν έλαβαν ξανά τη βοήθεια του Αιόλου. Δεν υπάρχουν ναοί προς τιμήν του, αφού για της Έλληνες δεν υπήρξε Θεός αλλά «ταμίας» εν αντιθέσει με τους Ρωμαίους που τον λάτρευαν ως Θεό, όπως αναφέρει και ο Βιργίλιος (Αινειάδα, Βιβλίο 1, στ. 52-54).

Η Ιφιγένεια, κόρη του Αγαμέμνονα και της Κλυταιμνήστρας, αναφέρεται αρχικά στην Ιλιάδα του Ομήρου ως Ιφιάνασσα. Σύμφωνα με το μύθο τα στρατεύματα των Αχαιών είχαν συγκεντρωθεί στην Αυλίδα και δεν μπορούσαν να αποπλεύσουν για την Τροία λόγω της άπνοιας που υπήρχε. Μία άπνοια που ήταν αποτέλεσμα της οργής της Άρτεμης προς τον Αγαμέμνονα, ο οποίος είχε σκοτώσει το ιερό της ελάφι. Έτσι οι Αχαιοί ζήτησαν το χρησμό του μάντη Κάλχα ο οποίος τους είπε πως έπρεπε να θυσιαστεί η Ιφιγένεια για να πνεύσει ούριος άνεμος. Η Ιφιγένεια μεταφέρθηκε στην Αυλίδα με τέχνασμα, ότι τάχα θέλουν να την παντρέψουν με τον Αχιλλέα. Όταν έφτασε στην Αυλίδα και πληροφορήθηκε τον πραγματικό λόγο που έφτασε εκεί, δέχτηκε να θυσιαστεί για την πατρίδα, και η ίδια η Άρτεμις, που τη συμπόνεσε, θυσίασε ένα ελάφι στη θέση της, στο βωμό.



Σχήμα 2.1 Η θυσία της Ιφιγένειας ( Πηγή: Wikipedia).



## 2.2 Η εξέλιξη των ανεμόμυλων

Οι πρώτοι ανεμόμυλοι εμφανίστηκαν στην αρχαιότητα και χρησιμοποιούνταν για άντληση νερού και άλεσμα δημητριακών. Ο εφευρέτης του πρώτου ανεμόμυλου, που ήταν οριζόντιου άξονα περιστροφής, θεωρείται ο Ήρωνας (10 μ.Χ- 75 μ.Χ ). Στην κατασκευή του υπήρχε ένας στρόβιλος που κινούνταν μέσω του ανέμου τροφοδοτώντας ένα έμβολο που υπήρχε στη συνέχεια, και αυτό με τη σειρά του ανάγκαζε τον αέρα να περνά μέσα από σωλήνες που παρέπεμπαν σε φλογέρα, δημιουργώντας ήχους και σφυρίγματα.

Οι πρώτοι ανεμόμυλοι κατασκευάστηκαν στην Περσία τον 6<sup>ο</sup> με 9<sup>ο</sup> αιώνα μ.Χ. Περίφημο ήταν το συγκρότημα ανεμόμυλων στο Ναστιφάν (Σχήμα 2.2) στα σύνορα Περσίας και Αφγανιστάν. Πρόκειται για ανεμόμυλους «κατακόρυφου τύπου», δηλαδή με αξονική τοποθέτηση φτερών σε κατακόρυφο άξονα.



**Σχήμα 2.2** Ανεμόμυλοι «κατακόρυφου τύπου» Περσία (Πηγή: [amusingplanet.com](http://amusingplanet.com)) .

Οι τεχνολογία των ανεμόμυλων μεταφέρθηκε στην Ευρώπη κατά την 1<sup>η</sup> σταυροφορία τον 11<sup>ο</sup> αιώνα από τους Άραβες. Η δομική διαφορά με τους ανεμόμυλους της μέσης Ανατολής έγκειτο στον άξονα περιστροφής που ήταν οριζόντιος, με επιρροή από τη μορφή των νερόμυλων.

Το 17<sup>ο</sup> αιώνα, η τεχνολογία των ανεμόμυλων φτάνει στην Αμερική, όπου χρησιμοποιούνται κυρίως για άντληση νερού, καθώς και για παραγωγή αλατιού και κοπή σιτηρών.

Στην Ελλάδα ο πιο διαδεδομένος ανεμόμυλος είναι ο ξετρογάρης που συναντάται σε νησιά του Αιγαίου και στην Κρήτη. Χαρακτηριστικότερο παράδειγμα είναι οι ανεμόμυλοι της Μυκόνου, που χρησιμοποιούνταν κυρίως για την παραγωγή σιτηρών.

Ο πρώτος ανεμόμυλος που χρησιμοποιήθηκε ως ανεμογεννήτρια ήταν ο ανεμόμυλος P. La Cour στη Δανία, το 1890 (Σχήμα 2.3), που αργότερα χρησιμοποιήθηκε ως τοπικός σταθμός ηλεκτροπαραγωγής του χωριού Askov.



**Σχήμα 2.3** Ανεμόμυλος P. La Cour, Δανία (Πηγή: researchgate.net).

Τα επόμενα χρόνια έγιναν προσπάθειες για τη δημιουργία αποδοτικότερων ανεμογεννητριών με δύο μόνο περύγια, στις ΗΠΑ, την Αγγλία και τη Γαλλία. Η μεγάλη στροφή προς τις ανεμογεννήτριες πραγματοποιήθηκε κατά την πετρελαϊκή κρίση του 1973, όπου αξιοποιήθηκαν οι γνώσεις από την αεροδιαστημική τεχνολογία. Οι πρώτες ανεμογεννήτριες στο εμπόριο εμφανίσθηκαν το 1980 με ισχύ μέχρι 4 MW.

### **2.3 Κινούμενα γλυπτά (*strandbeest*)**

Στις μέρες μας ο άνεμος δεν χρησιμοποιείται μόνο για την παραγωγή ενέργειας, αλλά αποτέλεσε πηγή έμπνευσης για τον Δανό καλλιτέχνη Theo Jansen, ώστε να δημιουργήσει εξαιρετικά ενδιαφέροντα και πρωτότυπα γλυπτά. Το όραμά του ήταν, μέσω της τέχνης του, να καταφέρει να ενώσει την τέχνη με τη μηχανική.

Τα τελευταία 20 χρόνια της ζωής του έχει αφοσιωθεί στη σύλληψη της ιδέας και τη δημιουργία των “*strandbeest*” που στην ολλανδική γλώσσα σημαίνει «ζώα της

θάλασσας». Πρόκειται για αυτοκινούμενα γλυπτά τα οποία κινούνται αξιοποιώντας τον άνεμο που πνέει, έχοντας τις ιδιότητες να αποφεύγουν τη θάλασσα, ή ακόμα και να παραμένουν ακίνητα σε περίπτωση ισχυρών ανέμων (αφού διαθέτουν και αισθητήρες για το σκοπό αυτό).

Η κίνηση των «ζώων» αυτών επιτυγχάνεται μέσω φτερών που διαθέτουν και κινούνται με την ταχύτητα του ανέμου. Τα φτερά αυτά συνδέονται, μέσω αντλιών, με φιάλες σε υψηλή πίεση. Η πίεση αυτή προκαλεί την κίνηση των μυών, που είναι σαν μπαστούνια του σκι, και επιτρέπουν την κίνησή τους στην άμμο. Τα υλικά κατασκευής τους είναι, κυρίως, ξύλο και πολυβινυλοχλωρίδιο (PVC). Έχουν εκτεθεί σε πολλές παραλίες του κόσμου και είναι πραγματικά εντυπωσιακά.



**Σχήμα 2.4** Το strandbeest “mulus” (Πηγή: strandbeest.com).

Στην παραπάνω εικόνα (Σχήμα 2.4) απεικονίζεται το strandbeest, mulus (μουλάρι στα λατινικά), το 1<sup>ο</sup> κινούμενο αποκλειστικά με την ταχύτητα του ανέμου, «ζώο της θάλασσας».

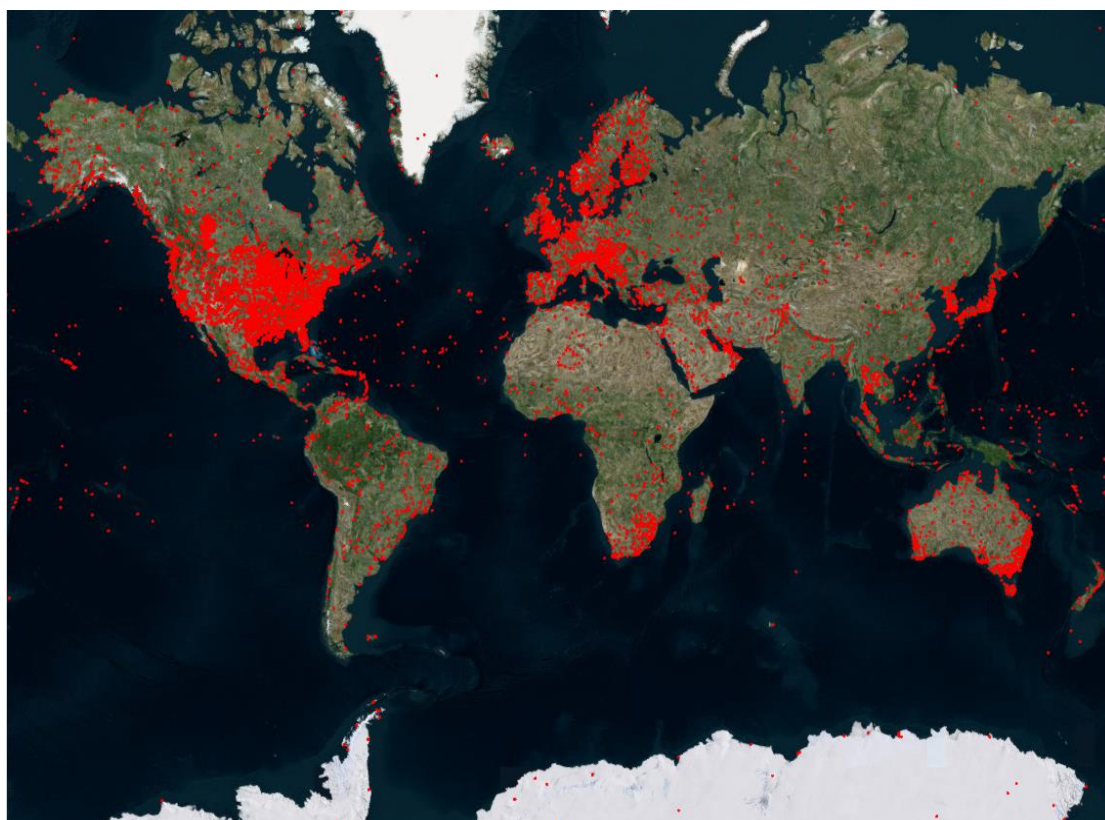
## 3 ΒΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

### 3.1 Γενικά Στοιχεία

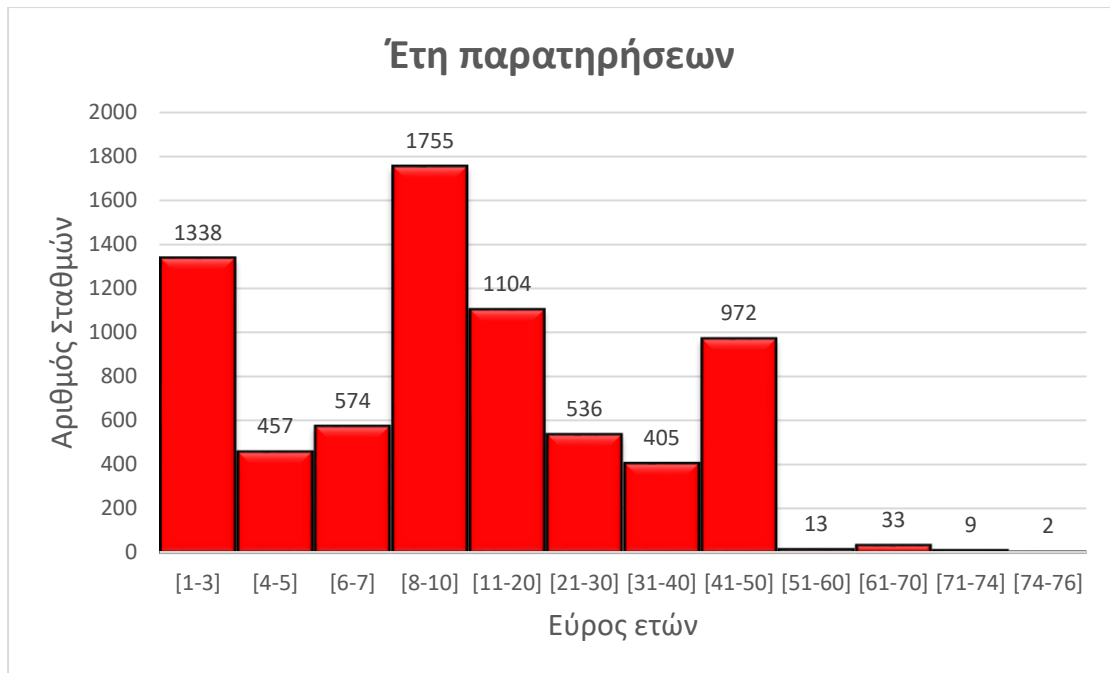
Για τη μελέτη των ανεμολογικών δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν χρονοσειρές μετρήσεων από National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA, (<https://www.ncdc.noaa.gov/cdo-web/>).

Ο συγκεκριμένος οργανισμός διαθέτει ιστορικά στοιχεία μετρήσεων για μία σειρά από υδρολογικά και κλιματικά φαινόμενα: χρονοσειρές θερμοκρασιών, βροχοπτώσεων, κυματικά φαινόμενα, χιονοπτώσεις και φυσικά ανεμολογικά δεδομένα, σε παγκόσμια κλίμακα.

Για τη μελέτη μας, η βάση δεδομένων περιείχε 15000 μετεωρολογικούς σταθμούς, παγκοσμίως εκ των οποίων οι 7198 λειτουργούσαν μέχρι και το 2014, που θεωρήθηκε έτος αναφοράς, για το τέλος των παρατηρούμενων τιμών. Η απεικόνιση των σταθμών στον παγκόσμιο χάρτη για τον καθορισμό των θέσεών τους φαίνεται στο Σχήμα 3.1 ενώ, στα επόμενα σχήματα παρουσιάζονται ένα ιστόγραμμα με την κατανομή των συνολικών ετών που περιέχουν μετρήσεις, ανά σταθμό (Σχήμα 3.2) καθώς και θερμικός χάρτης (Σχήμα 3.3) που καθορίζει τις θέσεις των σταθμών συναρτήσει των ετών με μετρήσεις.

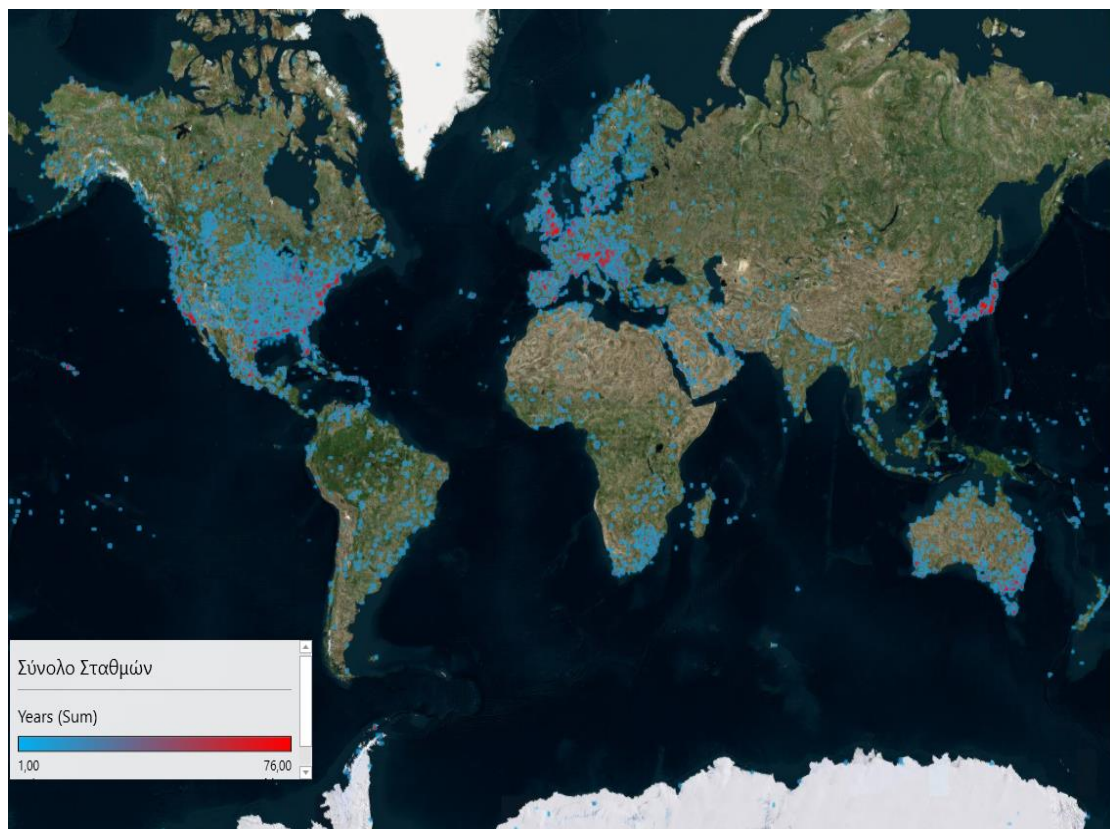


Σχήμα 3.1 Σύνολο αρχικών σταθμών.



**Σχήμα 3.2** Ιστόγραμμα κατανομής ετών αρχικών σταθμών.

Παρατηρούμε πως 2 μόνο σταθμοί είναι εκείνοι που παρουσιάζουν μετρήσεις σε όλο το εύρος των ετών 1939-2014. Από τους δύο σταθμούς, ο σταθμός του MIT έχει μεγαλύτερο πλήθος «σωστών» μετρήσεων, αφού εμπεριέχει λιγότερες μηδενικές τιμές. Εκτενέστερη αναφορά για το σταθμό αυτό θα γίνει σε επόμενο κεφάλαιο.



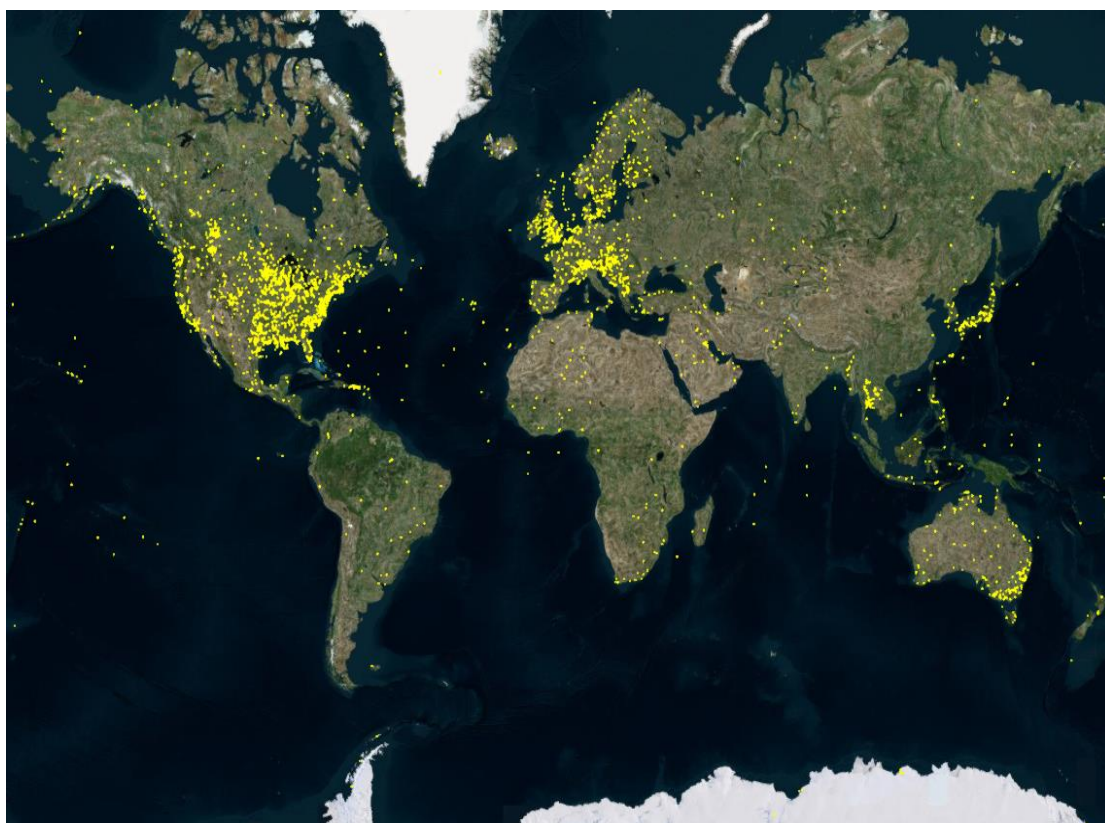
**Σχήμα 3.3** Θερμικός χάρτης αρχικών σταθμών.

### 3.2 Σταθμοί μετά από έλεγχο

Οι συνολικοί σταθμοί υπεβλήθησαν σε ποιοτικό και ποσοτικό έλεγχο, ώστε να επιλεγούν οι πιο αξιόπιστοι για περαιτέρω μελέτη και αξιοποίηση των παρατηρήσεών τους. Οι έλεγχοι είναι οι ακόλουθοι:

- Το πρώτο κριτήριο, που αφορά τον ποσοτικό έλεγχο, για την επιλογή σταθμών είναι να διαθέτουν, τουλάχιστον, 3 χρόνια ( $24h*365d*3y=26280$  τιμές) συνεχών μετρήσεων.
- Το δεύτερο κριτήριο που εξετάστηκε, και αφορά τον ποιοτικό έλεγχο των σταθμών, είναι το ποσοστό μηδενικών στοιχείων ανά σταθμό. Επιλέχθηκε πως το ποσοστό αυτό δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 15% των συνολικών μετρήσεων των σταθμών.

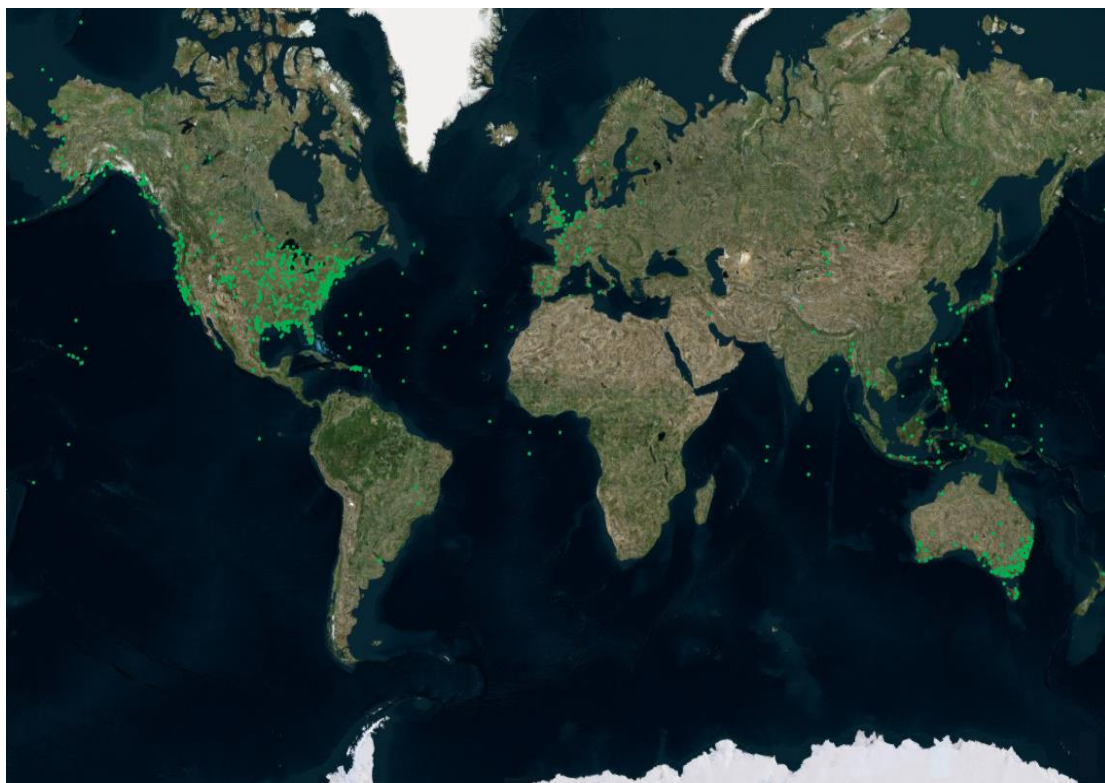
Από τους 7198 αρχικούς σταθμούς, οι σταθμοί που πέρασαν τους παραπάνω ελέγχους ήταν 2709 και παρατίθενται στην παρακάτω εικόνα (Σχήμα 3.4). Είναι εμφανές ότι η συντριπτική πλειοψηφία των σταθμών βρίσκεται στην Ευρώπη και την Αμερική.



Σχήμα 3.4 Σταθμοί μετά τον έλεγχο.

### 3.3 Σταθμοί με μετρήσεις 30 ετών

Για τη συνέχεια της μελέτης αναλύθηκαν δεδομένα σταθμών με μετρήσεις 10,20 και 30 ετών, αντίστοιχα. Από τα αποτελέσματα που εξήχθησαν, επιλέχθηκαν, ως οι πιο αξιόπιστοι, οι σταθμοί με 30 χρονιά μετρήσεων, οι θέσεις των οποίων παρατίθενται παρακάτω (Σχήμα 3.5), ενώ η ανάλυση που προέκυψε από τα δεδομένα τους παρουσιάζεται σε επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 3.5 Σταθμοί με 30 έτη μετρήσεων.

Οι περισσότεροι, με διαφορά, σταθμοί βρίσκονται στην Αμερική, ενώ λιγότεροι βρίσκονται στην Ευρώπη, την Αυστραλία και την Ιαπωνία, αντίστοιχα. Φαίνεται στη Νότια Αμερική και την Αφρική να είναι ελάχιστοι οι σταθμοί που πληρούν το εύρος μετρήσεων. Συνολικά οι σταθμοί είναι 251, συμπεριλαμβανομένου και του σταθμού του MIT που διαθέτει τις ποιοτικότερες μετρήσεις, σύμφωνα με τα κριτήρια που έχουμε θέσει.

## 4 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### 4.1 Κατανομές βαριάς και ελαφριάς ουράς

Σαν τρόπος διαφοροποίησης των κατανομών που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία, επιλέχθηκε η κατάταξή τους ανάλογα με τη συμπεριφορά της ουράς τους. Η ουρά της κατανομής είναι κρίσιμη στη μελέτη υδρολογικών φαινομένων, και κυρίως για τη μελέτη της που αφορά τις ακραίες τιμές της ταχύτητας του ανέμου, αφού περιέχει ακριβώς αυτές τις ακραίες τιμές.

Κατηγοριοποιούμε, λοιπόν, τις κατανομές σε 2 κλάσεις ανάλογα με τη συμπεριφορά της ουράς της, σε σχέση με την εκθετική:

- Βαριάς ουράς “Heavy tailed distributions” (υπο-εκθετικής κλάσης κατανομές) ονομάζονται οι κατανομές που η ουρά τους τείνει στο 0 πιο αργά από την αντίστοιχη ουρά της εκθετικής κατανομής.
- Ελαφριάς ουράς “Light tailed distributions” (υπερ-εκθετικής κλάσης κατανομές) ονομάζονται οι κατανομές που η ουρά τους τείνει στο 0 ταχύτερα από την αντίστοιχη εκθετική ουρά (Teugels, 1975).

Για θετικά δεδομένα, ο μαθηματικός ορισμός της παραπάνω διατύπωσης είναι ο ακόλουθος (Beirlant et al, 2001) :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(-\gamma x)}{1-F(x)} = 0, \text{ για κάθε } \gamma > 0 \quad (4.1)$$

Οι κατανομές που ανήκουν στην κατηγορία της βαριάς ουράς και χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία είναι οι: PBF, Generalized Pareto, Lognormal.

Οι κατανομές που ανήκουν στην κατηγορία της ελαφριάς ουράς και χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία είναι οι: Gamma, Generalized Gamma, Nakagami, Rayleigh.

Η κατανομή Weibull ανήκει και στις 2 κλάσεις ανάλογα με την παράμετρο σχήματος. Όταν ισχύει παράμετρος σχήματος  $<1$ , ανήκει στην κλάση της βαριάς ουράς και αντίστοιχα για παράμετρο σχήματος  $>1$  ανήκει στην κλάση της ελαφριάς ουράς (Papalexίου et al, 2013).

Η επιλογή των παραπάνω κατανομών έγινε με βάση τη βιβλιογραφία, καθώς υπάρχουν αναφορές για αυτές και έχουν χρησιμοποιηθεί σε προηγούμενες μελέτες. Όχι όμως μαζί συγκεντρωμένες και για δεδομένα σε παγκόσμια κλίμακα. Συνήθως χρησιμοποιούνται μερικές από αυτές και εξετάζονται σε τοπικά δεδομένα παρατηρήσεων της ταχύτητας του ανέμου.



### 4.1.1 Κατανομή Pareto Burr Feller

Η 1<sup>η</sup> κατανομή που εξετάζεται είναι η Pareto Burr Feller. Μελετήθηκε αρχικά από τον Burr, με 2 παραμέτρους (Burr, 1942). Χρησιμοποιήθηκε στην οικονομετρία σαν μια γενίκευση των κατανομών Pareto και Weibull (Singh and Maddala, 1976) και στη βιβλιογραφία παρουσιάζεται ως Pareto type IV, Burr type VII ή και Burr type XII. Ο Brouers (2015) μελέτησε την κατανομή με το όνομα Burr XII-Singh-Maddala σε ένα εύρος εφαρμογών.

Για να λυθεί το πρόβλημα των ονομασιών προτάθηκε, ως γενική, η ονομασία Pareto Burr Feller (Koutsoyiannis et al, 2018a) για αναγνώριση του Ιταλού πολιτικού μηχανικού, οικονομολόγου και κοινωνιολόγου V. Pareto, ο οποίος ανακάλυψε μία οικογένεια κατανομών δύναμης για τη διερεύνηση της κατανομής του μεγέθους των εισοδημάτων σε μια κοινωνία, του Burr, ο οποίος αναγνώρισε και ανέλυσε (αλλά χωρίς να την αιτιολογήσει) μια συνάρτηση που προτάθηκε αρχικά σε αλγεβρική μορφή από τον Bierens de Haan, και του Feller, ο οποίος τη συνέδεσε με τη συνάρτηση και κατανομή Beta.

Η συγκριμένη κατανομή είναι κατάλληλη για να περιγράψει τη συμπεριφορά της ταχύτητας του ανέμου, αφού συνδυάζει τις ιδιότητες της Weibull, για χαμηλές τιμές της ταχύτητας και της Pareto για τις υψηλές (Koutsoyiannis et al, 2018a).

Η κατανομή PBF είναι μια κατανομή τριών παραμέτρων και είναι ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ . Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; a, c, k) = 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^c\right)^k}, x > 0, a > 0, c > 0, k > 0 \quad (4.2)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

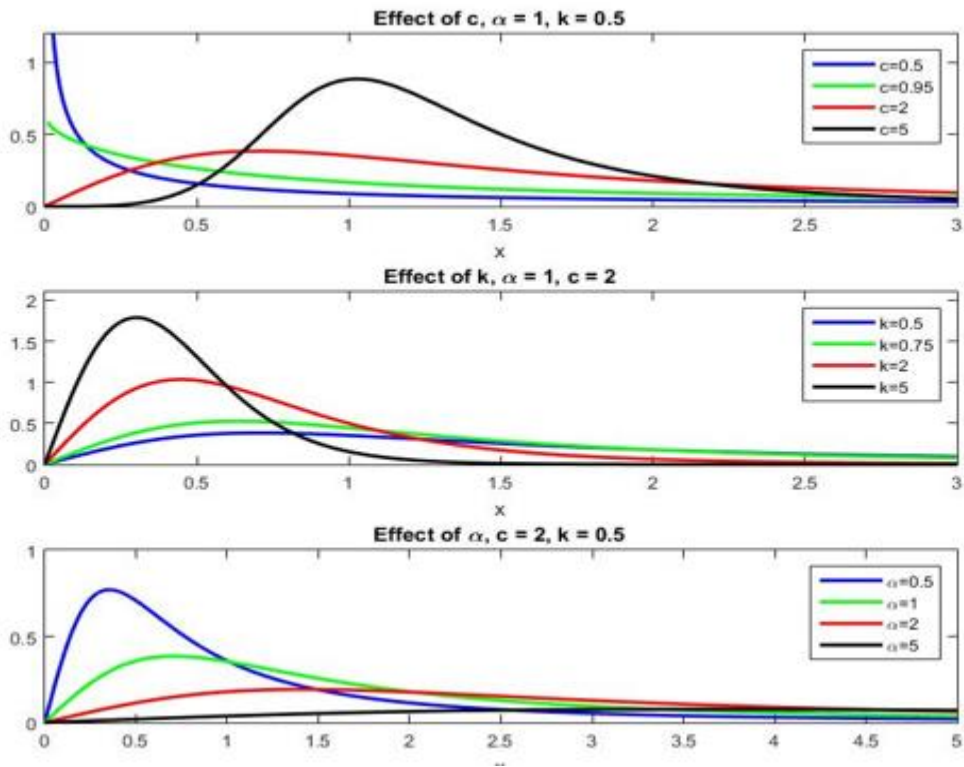
$$f(x; a, c, k) = \frac{\frac{kc}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{c-1}}{\left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^c\right)^{k+1}}, x > 0, a < 0, c > 0, k > 0 \quad (4.3)$$

όπου:

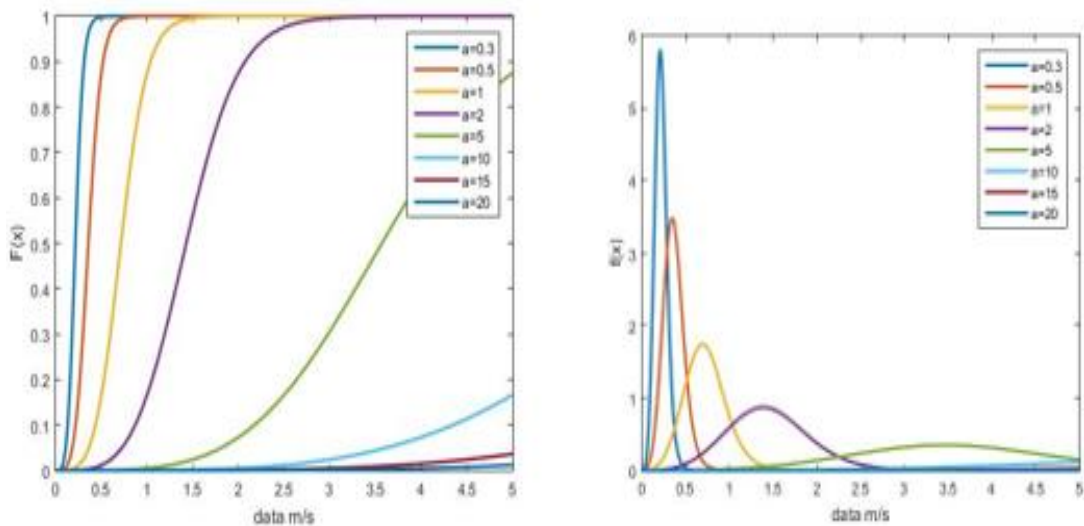
$a$ : παράμετρος κλίμακας.

$c, k$ : παράμετροι σχήματος.

Στα διαγράμματα που ακολουθούν φαίνονται οι μορφές της PDF και της CDF για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $a, c, k$ .



**Σχήμα 4.1** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (CDF) της κατανομής PBF για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $a, c, k$ .



**Σχήμα 4.2** CDF (αριστερά) και PDF(δεξιά) της κατανομής PBF για διάφορες τιμές της παραμέτρου alpha και σταθερές τις παραμέτρους  $c=4, k=3$ .

### 4.1.2 Κατανομή Γενικευμένη Pareto

Η Γενικευμένη Pareto (Generalized Pareto Distribution GPD) είναι μια κατανομή που χρησιμοποιείται αρκετά για την περιγραφή ακραίων φαινομένων, των πλημμυρών και των ακραίων βροχοπτώσεων λόγω της κοντινής σχέσης με τις ακραίες τιμές. Έχει χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη της ταχύτητας του ανέμου (Lechner et al, 1992), (Holmes et al, 1999) και ειδικότερα για ακραία φαινόμενα (Palutikof et al, 1999).

Η κατανομή Γενικευμένη Pareto είναι μια κατανομή δύο παραμέτρων και είναι ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ . Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF), (Hosking and Wallis, 1987).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; \sigma, \xi) = 1 - (1 - \xi x/\sigma)^{1/\xi} \quad (4.4)$$

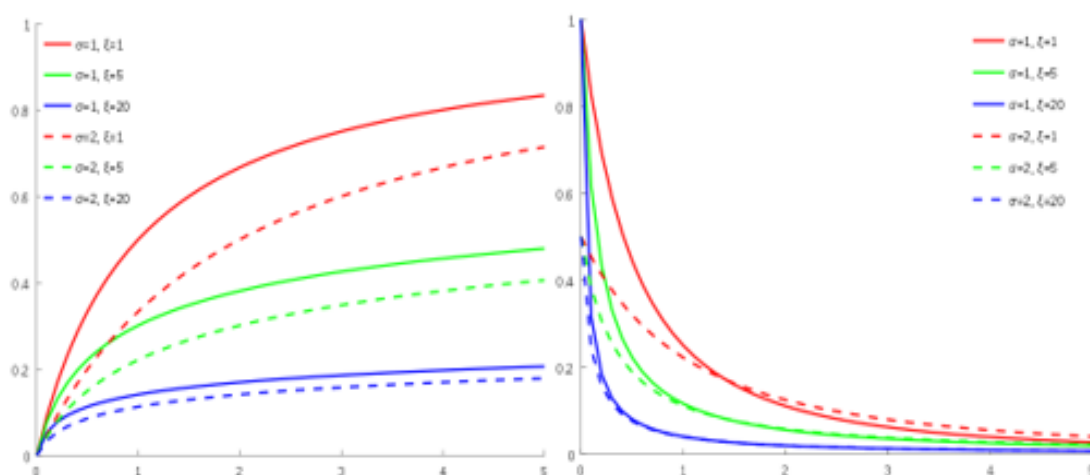
Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma} \left(1 - \frac{\xi x}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}-1} \quad (4.5)$$

όπου:

$\sigma$ : παράμετρος κλίμακας.

$\xi$ : παράμετρος σχήματος.



**Σχήμα 4.3** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Γενικευμένης Pareto για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $\sigma$ ,  $\xi$ .

### 4.1.3 Κατανομή Lognormal

Ακόμη μία κατανομή που ανήκει στην κατηγορία κατανομών βαριάς ουράς είναι η Lognormal.

Μια τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί τη Lognormal κατανομή, λαμβάνει μόνο θετικές πραγματικές τιμές, αφού είναι ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ .

Παρότι δεν προτείνεται σε αρκετά άρθρα που αφορούν μελέτη ανεμολογικών δεδομένων, αναφέρεται σε σύγχρονες μελέτες (Carta et al, 2009), (Alavi et al, 2016) και έχει συμπεριληφθεί στην παρούσα εργασία, όχι στην υβριδική της μορφή, αλλά στην κλασσική, χωρίς τις μηδενικές τιμές των δεδομένων.

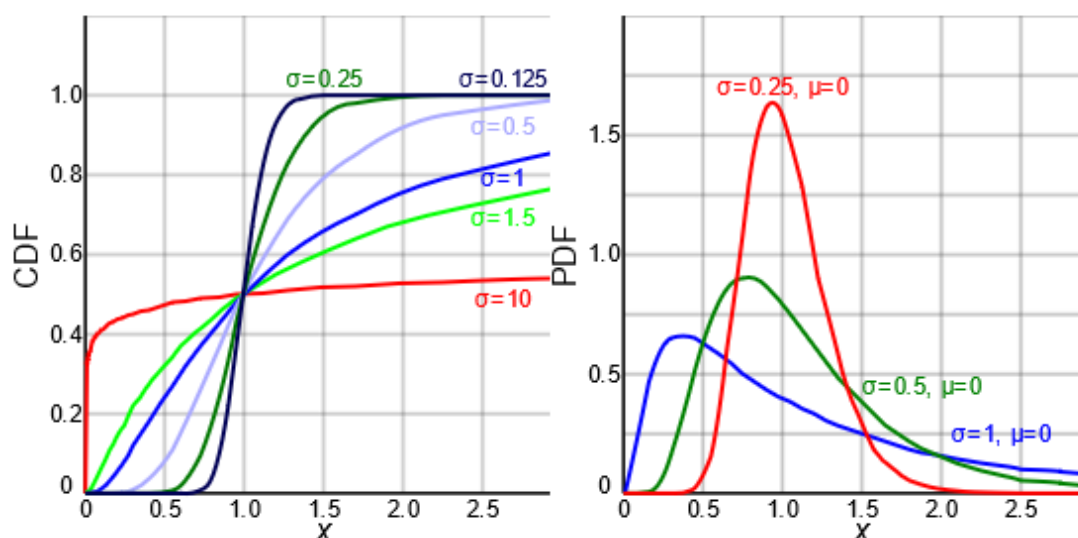
Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), x > 0, \sigma > 0, -\infty < \mu < +\infty \quad (4.6)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), x > 0, \sigma > 0, -\infty < \mu < +\infty \quad (4.7)$$



**Σχήμα 4.4** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Log-normal για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $\mu, \sigma$ .

Με δεδομένη μια τυχαία μεταβλητή  $\mathbf{X}$  που ακολουθεί την κατανομή Lognormal και δύο παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$  που είναι αντίστοιχα η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του φυσικού λογαρίθμου της μεταβλητής, τότε ο λογάριθμος του  $\mathbf{X}$  ακολουθεί κανονική

κατανομή και μπορούμε να γράψουμε το  $\mathbf{X}$  ως :  $\mathbf{X} = e^{\mu+\sigma Z}$  , με το  $Z$  μία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 1.

#### 4.1.4 Κατανομή Generalized Gamma

Η πρώτη από τις «ελαφριάς ουράς» κατανομές είναι η Generalized Gamma. Είναι μια κατανομή τριών παραμέτρων. Ένα πλήθος από γνωστές συναρτήσεις προκύπτουν από αυτή με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων της ( κατανομή Gamma, Weibull, Nakgami, half-normal και η εκθετική κατανομή). Έχει προταθεί σε μελέτες για ανεμολογικά δεδομένα (Mert and Karakus, 2014), (Campisi-Pinto et al, 2020), ως μια γενικευμένη μορφή της κατανομής Weibull με 3 παραμέτρους.

Η κατανομή Generalized Gamma είναι μια κατανομή ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ . Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF), (Mert and Karakus, 2014).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; a, b, k) = \gamma((x/b)^k) / \Gamma(a), x > 0, a > 0, b > 0, k > 0 \quad (4.8)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; a, b, k) = kx^{a-1} \exp(-(x/b)^k) / (b^{ka} \Gamma(a)), x > 0, a > 0, b > 0, k > 0 \quad (4.9)$$

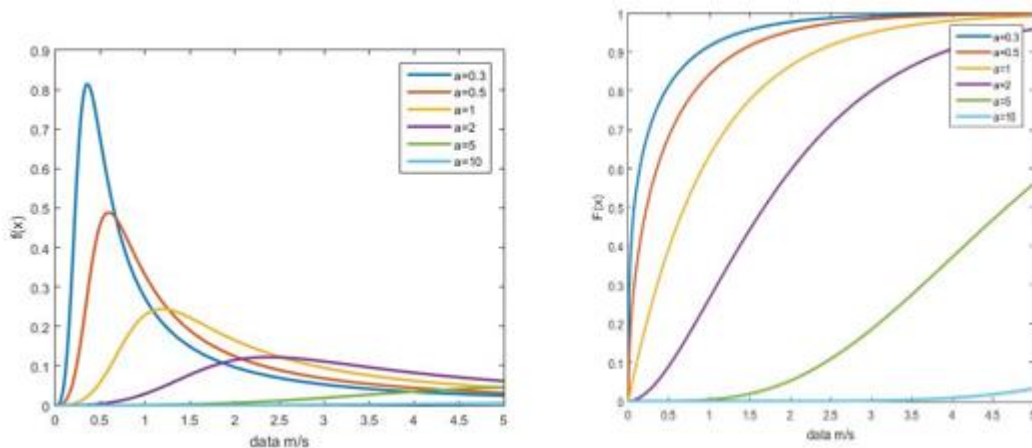
με

- $\Gamma(a)$ : η κατανομή Γάμμα (Gamma) στο σημείο  $a$
- $\gamma(\frac{x}{b})$ : η ατελής κατανομή Γάμμα (Gamma)

όπου:

$b$ : παράμετρος κλίμακας.

$a, k$ : παράμετροι σχήματος.



**Σχήμα 4.5** PDF (αριστερά) και CDF (δεξιά) της κατανομής Generalized Gamma για σταθερές τιμές των παραμέτρων  $b, k$  ( $b=1, k=1$  για CDF,  $b=4, k=2$  για PDF) και διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\alpha$ .

#### 4.1.5 Κατανομή Gamma

Η κατανομή Gamma, που προκύπτει από την Generalized Gamma, είναι μία διπαραμετρική κατανομή, η οποία με κατάλληλη ρύθμιση των μεταβλητών της, μετατρέπεται στις γνωστές κατανομές ( Chi squared, Erlang και εκθετική κατανομή). Υπάρχουν μελέτες στις οποίες έχει προταθεί για την προσομοίωση της ταχύτητας του ανέμου (Amaya-Martinez et al, 2014) and (Alavi et al, 2016).

Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; k, \theta) = \gamma(k, \theta, x) / \Gamma(k), x > 0, k > 0, \theta > 0 \quad (4.10)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; k, \theta) = \frac{\theta^k x^{k-1} e^{-\theta x}}{\Gamma(k)}, x > 0, k > 0, \theta > 0 \quad (4.11)$$

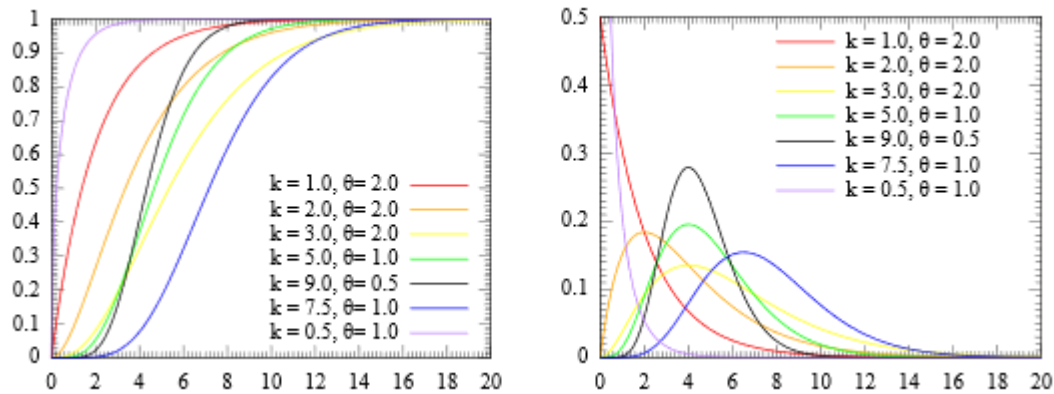
όπου:

$\Gamma(k)$ : η συνάρτηση Γάμμα στο σημείο  $k$

$\gamma(k, \theta, x)$ : η ατελής συνάρτηση Γάμμα

$k$ : η παράμετρος σχήματος

$\theta$ : η παράμετρος κλίμακας



**Σχήμα 4.6** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Gamma για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $k, \theta$ .

#### 4.1.6 Κατανομή Nakagami

Η κατανομή Nakagami είναι μια ειδική υποκατηγορία της Generalized Gamma με 2 παραμέτρους, έχει κοινά χαρακτηριστικά με την Weibull και παρουσιάζει την ίδια ευελιξία. Η κατανομή Nakagami είναι ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ . Είναι μία σχετικά νέα κατανομή που παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 1960. Δεν υπάρχει σε πολλές αναφορές για τη προσομοίωση της ταχύτητας του ανέμου (Alavi et al, 2016), παρ' όλα αυτά, λόγω της συμπεριφοράς της, αξίζει να μελετηθεί.

Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; m, \Omega) = 1 - \gamma(m, mx^2/\Omega)/\Gamma(m) \quad x > 0 \quad (4.12)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; m, \Omega) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)\Omega^m} x^{2m-1} e^{-\frac{m}{\Omega}x^2} \quad (4.13)$$

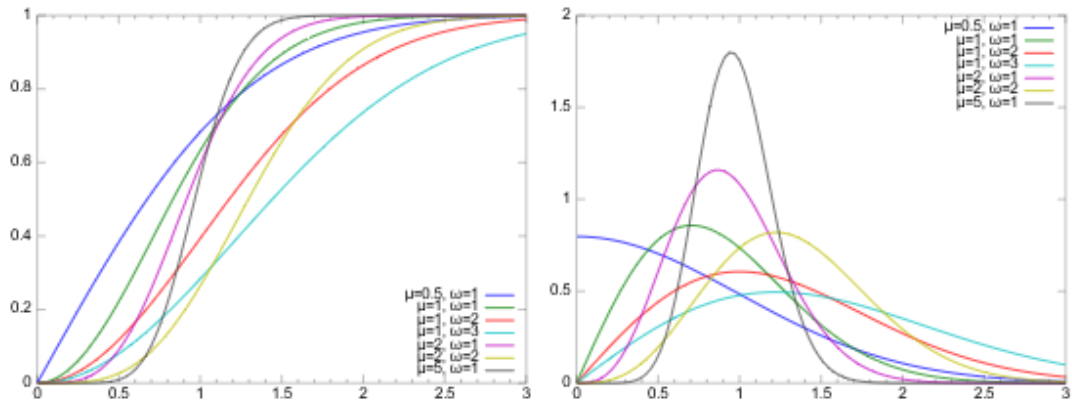
όπου:

$$m = E[x^2]^2 / (E[x]^2 - E[x^2])^2, \quad m \geq \frac{1}{2} \quad \text{παράμετρος σχήματος}$$

$$\Omega = E[x^2] \quad 2^{\text{η}} \text{ παράμετρος ελέγχου της «διαπλάτυνσης»}.$$

$\Gamma(m)$ : η συνάρτηση Γάμμα του  $m$

$\gamma\left(m, \frac{mx^2}{\Omega}\right)$ : η ατελής συνάρτηση Γάμμα



**Σχήμα 4.7** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Nakagami για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $m, \Omega$ .

#### 4.1.7 Κατανομή Weibull

Η κατανομή Weibull οφείλει το όνομά της στο Σουηδό μαθηματικό Waloddi Weibull, που την περιέγραψε λεπτομερώς το 1951. Ωστόσο είχε εισαχθεί σαν κατανομή από τον Fréchet το 1927. Ανήκει και στις δύο κλάσεις κατανομών, σε σχέση με την ουρά της, ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου σχήματος  $\alpha$ . Πιο συγκεκριμένα, για παράμετρο σχήματος  $<1$  η κατανομή χαρακτηρίζεται ως βαριάς ουράς κατανομή, για παράμετρο σχήματος  $>1$  η κατανομή έχει ελαφριά ουρά, ενώ για παράμετρο σχήματος  $=1$  η κατανομή Weibull μετατρέπεται σε εκθετική κατανομή.

Η κατανομή βρίσκει εφαρμογή σε ποικίλα πεδία της επιστήμης, όπως η ιατρική στατιστική, η οικονομετρία και η περιγραφή τω φυσικών φαινομένων. Μάλιστα αποτελεί την πιο κοινή κατανομή, στη βιβλιογραφία, για τη μελέτη της ταχύτητας του ανέμου (Akpinar et al, 2009), (Xu et al, 2015), (Carta et al, 2009), (Alavi et al, 2016), (Mert and Karakus, 2014), (Conradsen et al, 1984), Amaya-Martinez et al, 2014), (Lechner et al, 1992), (Campisi-Pinto et al, 2020).

Είναι μία κατανομή εκθετικής μορφής 2 παραμέτρων ορισμένη στο  $(0, +\infty)$ . Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF), (Conradsen et al, 1984).

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; \alpha, b) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^\alpha\right) \quad (4.14)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

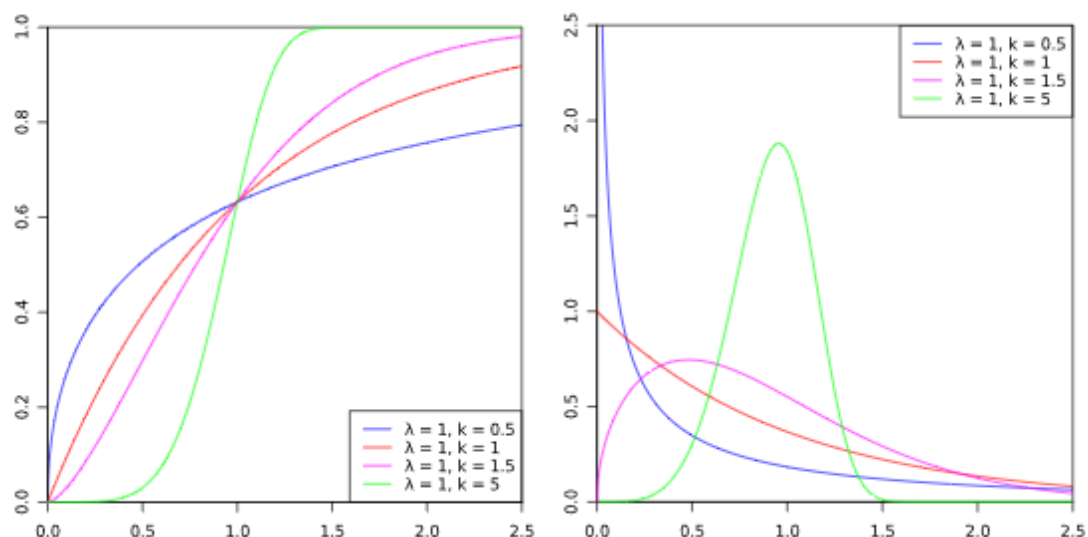
$$f(x; \alpha, b) = \frac{\alpha}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{b}\right)^\alpha\right) \quad (4.15)$$



όπου:

$a$ : παράμετρος σχήματος

$b$ : παράμετρος κλίμακας



**Σχήμα 4.8** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Weibull για διάφορες τιμές των παραμέτρων  $a = k$ ,  $b = \lambda$ .

#### 4.1.8 Κατανομή Rayleigh

Η κατανομή Rayleigh οφείλει το όνομα της, στο λόρδο Rayleigh (John William Strutt), θεωρητικό φυσικό του πανεπιστημίου του Cambridge. Πρόκειται για μία κατανομή μίας μόνο παραμέτρου που μπορεί να θεωρηθεί ως υποπερίπτωση της Weibull (Ganji et al, 2016) ρυθμίζοντας κατάλληλα τις παραμέτρους της, την παράμετρο κλίμακας  $b = 2$  και την παράμετρο σχήματος  $a = \sqrt{2}\sigma$ .

Όπως και η Weibull είναι ορισμένη στο  $[0, +\infty)$ . Στη συνέχεια παρατίθενται οι αναλυτικοί τύποι της συνάρτησης αθροιστικής πιθανότητας (Cumulative Distribution Function CDF) και της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function PDF).

Ο τύπος της CDF είναι:

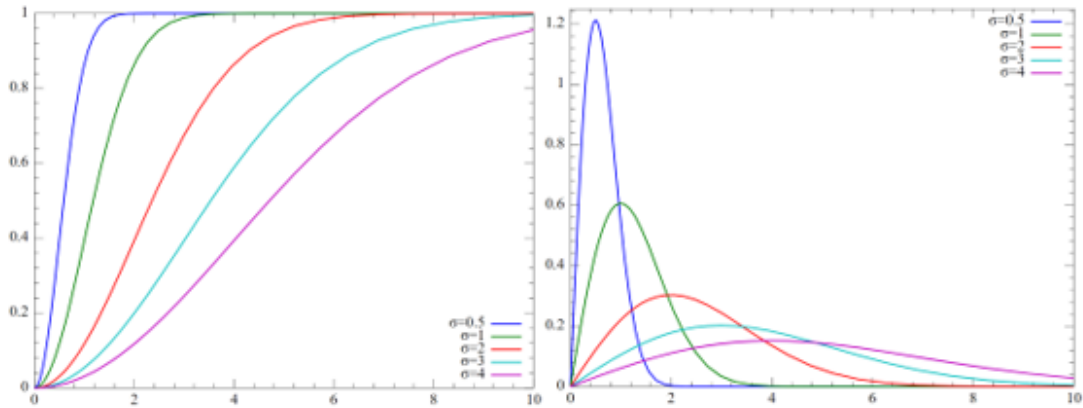
$$F(x; \sigma) = 1 - e^{-x^2/(2\sigma^2)} \quad x \geq 0, \sigma > 0 \quad (4.16)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/(2\sigma^2)} \quad x \geq 0, \sigma > 0 \quad (4.17)$$

όπου:

$\sigma$ : παράμετρος σχήματος



**Σχήμα 4.9** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής Rayleigh για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\sigma$ .

## 4.2 Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας

Η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας είναι μία από τις μεθόδους για την εκτίμηση των παραμέτρων των παραπάνω κατανομών, που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη μας. Προτάθηκε, ονομάστηκε και καθιερώθηκε από τον Fisher σε μια σειρά εργασιών του, μεταξύ 1912 και 1922. Η εκτίμηση που προκύπτει από τη μέθοδο αυτή, είναι γενικά αρκετά ακριβής, ειδικά για μεγάλο πλήθος δεδομένων.

Αποτελεί την πιο διαδεδομένη μέθοδο για την εκτίμηση παραμέτρων κατανομών, μαζί με τη μέθοδο των ροπών. Η μέθοδος των ροπών στηρίζεται στην επίλυση εξισώσεων και για το λόγο αυτό δεν θεωρείται αξιόπιστη για τον υπολογισμό των παραμέτρων, ειδικά σε μεγάλο εύρος δεδομένων, αυτό είναι ένα σημαντικό μειονέκτημά της εν αντιθέσει με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας που στηρίζεται σε μία αρκετά πιο λογική θεωρία, αυτή της βελτιστοποίησης (Koutsoyiannis 2020). Για το λόγο αυτό επιλέχθηκε η μία μέθοδος έναντι της άλλης για να συγκριθεί με τις K-ροπές που θα περιγραφούν στη συνέχεια.

Για την εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου πρέπει να οριστεί η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που θα ακολουθούν οι τιμές του δείγματος. Έστω τυχαία μεταβλητή  $X$  με δείγμα  $X_1, X_2, \dots, X_n$  από ανεξάρτητες μεταβλητές. Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας θα είναι:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1 | \theta) f(x_2 | \theta) \dots f(x_n | \theta) \quad (4.18)$$

Τώρα, παρατηρώντας αυτή τη λειτουργία από μια διαφορετική οπτική, λαμβάνοντας υπόψη τις παρατηρηθείσες τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , σαν να είναι σταθερές «παραμέτρου» της

λειτουργίας της, όπου  $\theta$  θα είναι η μεταβλητή της συνάρτησης και μπορεί να κυμαίνεται ελεύθερα, αυτή η λειτουργία θα ονομάζεται πιθανοφάνεια:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta) \quad (4.19)$$

Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας εκτιμά τις παραμέτρους  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_r$  ώστε η συνάρτηση πιθανοφάνειας να γίνει μέγιστη (Koutsoyiannis, 1996) :

$$\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n, \theta_1, \dots, \theta_r)}{\partial \theta_k} = 0 \quad k = 1, \dots, r \quad (4.20)$$

Επειδή η επίλυση αυτών των συναρτήσεων είναι αρκετά περίπλοκη, επιλέγουμε την επίλυση του λογαρίθμου της. Έτσι επιδιώκεται η μεγιστοποίηση του λογαρίθμου

$$\begin{aligned} L(x_1, \dots, x_n, \theta_1, \dots, \theta_r) &= \ln f(x_1, \dots, x_n, \theta_1, \dots, \theta_r) \\ &= \sum_{i=1}^n \ln f(x_i | \theta_1, \dots, \theta_r) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Η συνάρτηση  $L()$  λέγεται λογαριθμική συνάρτηση πιθανοφάνειας και για να μεγιστοποιηθεί απαιτείται:

$$\frac{\partial L(x_1, \dots, x_n, \theta_1, \dots, \theta_r)}{\partial \theta_k} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{f(x_i | \theta_1, \dots, \theta_r)} \frac{\partial f(x_i | \theta_1, \dots, \theta_r)}{\partial \theta_k} \quad (4.22)$$

### 4.3 Διατεταγμένο δείγμα ( Order statistics)

Αν  $X$  μία τυχαία μεταβλητή με δείγμα  $x_1, x_2, \dots, x_n$  από ανεξάρτητες μεταβλητές. Μπορούμε να αναδιατάξουμε αυτές, σε αύξουσα σειρά:

$$x_{(1:n)} \leq x_{(2:n)} \leq \dots \leq x_{(n:n)} \quad (4.23)$$

Έτσι η τυχαία μεταβλητή  $x_{(i:n)}$  μετατρέπεται στην  $i$ -οστή τιμή του διατεταγμένου ζεύγους. Όσον αφορά τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή του ζεύγους, ισχύει:

$$\min\{X\} = x_{(1:n)} \quad (4.24)$$

$$\max\{X\} = x_{(n:n)} \quad (4.25)$$

Η θεωρία των “order statistics” είναι πολύ σημαντική για τη μελέτη των ακραίων τιμών του φαινομένου που μελετάται αφού δεν έχουμε πλέον παρατηρήσεις με τυχαία σειρά, αλλά γνωρίζουμε τη διάταξή τους, με βάση την τιμή τους και επομένως μπορούμε να επικεντρωθούμε στις μεγαλύτερες τιμές του δείγματος, που είναι και αυτές που μας ενδιαφέρουν. Ταυτόχρονα αποτελούν και ένα χρήσιμο εργαλείο για τους ορισμούς της περιόδου επαναφοράς και των  $K$ -ροπών που αναλύονται στο επόμενο υποκεφάλαιο.

## 4.4 Περίοδος Επαναφοράς

Η περίοδος επαναφοράς είναι αντιστρόφως ανάλογη με την πιθανότητα  $P_1$  να εμφανιστεί ένα γεγονός  $A$  σε μία χρονική στιγμή  $D$ . Η σχέση που συνδέει τα μεγέθη είναι η ακόλουθη:

$$P_1 = \frac{D}{T} \quad (4.26)$$

Ένας αυστηρότερος ορισμός που θα μπορούσε να δοθεί και αφορά τις εφαρμογές στο πεδίο της μηχανικής (και συνεπώς και στη μελέτη των υδρολογικών δεδομένων) είναι ο ακόλουθος: για ένα συγκεκριμένο γεγονός  $A$ , το οποίο ανήκει σε ένα βασικό σύνολο  $\Omega$ , ορίζουμε ως περίοδο επαναφοράς το μέσο χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών εμφανίσεων του  $A$  (Koutsoyiannis, 2019a).

Στη μελέτη μας, με χρήση του διατεταγμένου δείγματος (order statistics) επιλέχθηκε ως περίοδος επαναφοράς για τις τιμές των order statistics η σχέση (Koutsoyiannis, 2020):

$$\frac{T(x_{(i:n)})}{D} = \frac{n+0.526}{n-i+0.561} \quad (4.27)$$



**Σχήμα 4.10** Περίοδος επαναφοράς για την απεικόνιση των order statistics σε δείγμα 100 τιμών.

Η σχέση (4.26) είναι μία αμερόληπτη εκτιμήτρια του λογαρίθμου της περιόδου επαναφοράς, χωρίς να εξαρτάται από το ποια συνάρτηση χρησιμοποιείται και αυτό είναι το πιο σημαντικό της πλεονέκτημα. Κατά τη μελέτη των K-ροπών γίνεται σαφής ορισμός της θεωρητικής και εμπειρικής περιόδου επαναφοράς, όπου για την αποτύπωση των τιμών των order statistics χρησιμοποιείται η παραπάνω σχέση.

## 4.5 K-ροπές

Η μέθοδος των κλασικών ροπών, καθώς και των L-ροπών είναι αρκετά διαδεδομένες για την εκτίμηση παραμέτρων, ωστόσο παρουσιάζουν μερικά σημαντικά μειονεκτήματα.

Από τη μία, οι κλασικές ροπές αν και είναι χρήσιμες σαν θεωρητικό εργαλείο, οι εκτιμήσεις που δίνουν δεν είναι αξιόπιστες για ροπές μεγαλύτερες από τάξης 2 ή 3 (Lombardo et al, 2014), για τον ίδιο λόγο χαρακτηρίζονται και από Koutsoyiannis (2019b) ως *unknowable* (άγνωστες). Σε αντίθεση με αυτές, οι K-ροπές δίνουν αξιόπιστες εκτιμήσεις ακόμα και για πολύ μεγάλες τιμές ροπών δείγματος  $p$ , εξ ου και το “K” στον ορισμό τους, από το “Knowable” («Εύγνωστες»).

Από την άλλη, οι L-ροπές (Hosking et al, 1985; Hosking et al, 1990) διαθέτουν, εν αντιθέσει με της κλασικές ροπές, αμερόληπτες εκτιμήτριες ακόμα και για υψηλής τάξης τιμές. Όπως προκύπτει και από τον ορισμό τους, λόγω της γραμμικότητάς τους δεν λαμβάνουν υπόψη την τάξη της τιμής των order statistics, αλλά μόνο την τιμή τους, χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τη συσχέτιση μεταξύ των τιμών, και άρα δεν είναι μία μέθοδος που εστιάζει στις ακραίες τιμές των φαινομένων.

### 4.5.1 Ορισμός K-ροπών

Έστω  $\underline{x}$  μία τυχαία μεταβλητή με  $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_p$  δείγμα από μεταβλητές. Η μέγιστη τιμή από τις μεταβλητές της, όπως δίνεται από τη θεωρία των order statistics, είναι:

$$\underline{x}_{(p)} := \max(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_p) \quad (4.28)$$

Επομένως, για το προσδοκώμενο μέγιστο τάξης  $p$  (*expected maximum of order p*) ισχύει ότι καθορίζει μία στατιστική ροπή η οποία καλείται *noncentral knowable moment of order p*:

$$K_{p'} := E[\underline{x}_{(p)}] := pE \left[ (F(\underline{x}))^{p-1} \underline{x} \right] \quad (4.29)$$

Με γενίκευση της σχέσης (4.28) προκύπτουν οι ορισμοί των K-ροπών (Koutsoyiannis, 2020) για  $p \geq q$ :

Οι *Μη Κεντρικές K-ροπές (Noncentral K-moments)* ορίζονται ως:

$$K'_{pq} := (p - q + 1)E \left[ (F(\underline{x}))^{p-q} \underline{x}^q \right] \quad (4.30)$$

Με τον ίδιο τρόπο ορίζονται οι *Κεντρικές Κ-ροπές (Central K-moments)*:

$$K_{\rho q} := (p - q + 1)E[F(\underline{x})^{p-q}(\underline{x} - \mu)^q] \quad (4.31)$$

Ο ορισμός των Μη Κεντρικών με έμφαση στην ουρά (Tail-based (noncentral)):

$$\bar{K}'_{\rho q} := (p - q + 1)E[(\bar{F}(x))^{p-q}x^q] \quad (4.32)$$

Τέλος, ο ορισμός των *υπερκεντρικών (hypercentral) Κ-ροπών* είναι:

$$K_{\rho q}^+ := (p - q + 1)E[(2F(\underline{x}) - 1)^{p-q}(\underline{x} - \mu)^q] \quad (4.33)$$

#### 4.5.2 Θεωρητικοί υπολογισμοί των Κ-ροπών

Από τον ορισμό των noncentral K-moments (μη κεντρικών Κ-ροπών), είναι φανερό πως μπορούν να περιγραφούν από τη σχέση:

$$K'_{pq} = (p - q + 1) \int_{-\infty}^{+\infty} (F(x))^{p-q} x^q f(x) dx \quad (4.34)$$

Η σχέση (4.33) με χρήση της αντίστροφης συνάρτησης  $x(F(x)) = F^{-1}(F(x))$  μετατρέπεται σε:

$$K'_{pq} = (p - q + 1) \int_0^1 x(F)^q F^{p-q} dF \quad (4.35)$$

ή ισοδύναμα,

$$K'_{pq} = \int_0^1 \left( x \left( F^{\frac{1}{p-q+1}} \right) \right)^q dF \quad (4.36)$$

Αντίστοιχα, για τις central K-moments (κεντρικές Κ-ροπές) ισχύει:

$$K_{pq} = (p - q + 1) \int_{-\infty}^{+\infty} (F(x))^{p-q} (x - \mu)^q f(x) dx \quad (4.37)$$

Και ισοδύναμα,

$$K_{pq} = (p - q + 1) \int_0^1 (x(F) - \mu)^q F^{p-q} dF = \int_0^1 \left( x \left( F^{\frac{1}{p-q+1}} \right) - \mu \right)^q dF \quad (4.38)$$

Επειδή συχνά οι αναλυτικοί υπολογισμοί είναι ανέφικτοι, χρησιμοποιούμε αριθμητικές μεθόδους για τον υπολογισμό των θεωρητικών ροπών. Το σημαντικό στοιχείο είναι πως, ανεξαρτήτως αν οι ροπές είναι Κ ή όχι, όσον αφορά τις εκτιμήτριες του δείγματος, οι θεωρητικές τους τιμές είναι πάντα γνωστές από την στιγμή που έχουν καθοριστεί οι παράμετροι της συνάρτησης που χρησιμοποιείται.

### 4.5.3 Αμερόληπτες εκτιμήτριες των K-ροπών

Ο λόγος που επιδιώκουμε να έχουμε αμερόληπτες (unbiased) εκτιμήτριες είναι πως η ιδιότητα της αμεροληψίας είναι ότι λαμβάνει υπόψη το μήκος των δεδομένων κατά τη μέτρηση οδηγώντας σε ακριβέστερες εκτιμήσεις από ότι οι μεροληπτικές εκτιμήτριες.

Η ποσότητα  $(F(\underline{x}))^{p-q} \underline{x}^q$ , της οποίας η προσδοκώμενη τιμή καθορίζει τις K-ροπές, από τη σχέση (4.29) μπορεί να εκτιμηθεί για δυνάμεις του  $\underline{x}$  μεγαλύτερες από το  $q$  (το οποίο μπορεί να θεωρηθεί 1 ή 2) καθιστώντας την εκτίμηση αξιόπιστη.

Η δημιουργία αμερόληπτων εκτιμητριών για τις K-ροπές είναι βασισμένη στην ανάλυση για την παραγωγή αμερόληπτων εκτιμητριών για τις L-ροπές (Landwehr et al, 1979).

Από το συνδυασμό των K-ροπών με τα order statistics και ειδικότερα, για την ποσότητα  $(F(\underline{x}))^{p-q}$  με τη διευθέτηση των τιμών του δείγματος, κατ' αύξουσα σειρά, σύμφωνα με τα order statistics, προκύπτουν οι εκτιμήτριες στην παρακάτω μορφή (Koutsoyiannis, 2020):

$$\hat{K}'_{pq} = \frac{p-q+1}{n} \sum_{i=1}^n (F(\underline{x}_{(i:n)}))^{p-q} \underline{x}_{(i:n)}^q \quad (4.39)$$

$$\hat{K}_{pq} = \frac{p-q+1}{n} \sum_{i=1}^n (F(\underline{x}_{(i:n)}))^{p-q} (\underline{x}_{(i:n)} - \hat{\mu})^q \quad (4.40)$$

$$\hat{K}^+_{pq} = \frac{p-q+1}{n} \sum_{i=1}^n (2F(\underline{x}_{(i:n)}) - 1)^{p-q} (\underline{x}_{(i:n)} - \hat{\mu})^q \quad (4.41)$$

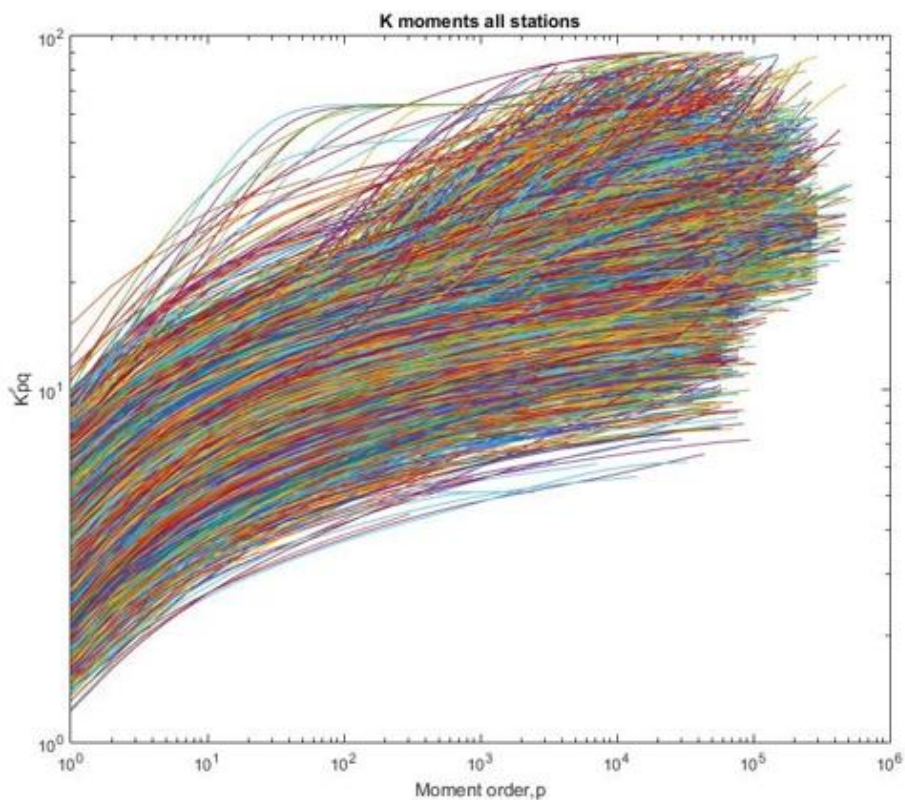
Στηριζόμενοι στις ιδιότητες των order statistics, για τη μελέτη μας, χρησιμοποιήσαμε μία μορφή της εκτιμήτριας των μη κεντρικών K-ροπών που είναι ανεξάρτητη του  $\underline{x}_{(i:n)}$  και εξαρτάται μόνο από το  $i$  και το  $n$ . Στην περίπτωση αυτή, η εκτιμήτρια του  $\frac{p}{n} (F(\underline{x}_{(i:n)}))^{p-1}$  δεν είναι πλέον ένα στοχαστικό μέγεθος, αλλά μία κανονική μεταβλητή που βασίζεται στα  $i, n, p$ . Αν εισάγουμε την παράμετρο  $b_{inp}$ , τότε η εκτιμήτρια των μη κεντρικών K-ροπών γίνεται:

$$\hat{K}'_{pq} = \sum_{i=1}^n b_{i,n,p-q+1} \underline{x}_{(i:n)}^q \quad (4.42)$$

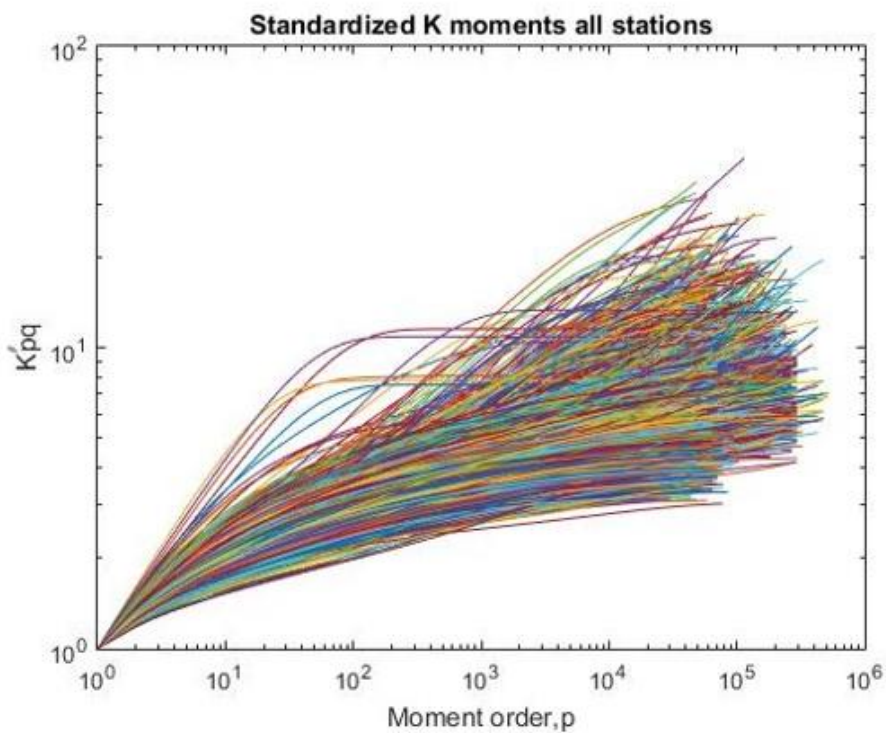
Και για την περίπτωση που  $q = 1$  ισχύει:

$$b_{inp} = \begin{cases} 0, & i < p \\ \frac{p}{n} \frac{\Gamma(n-p+1)}{\Gamma(n)} \frac{\Gamma(i)}{\Gamma(i-p+1)}, & i \geq p \geq 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

Με χρήση των σχέσεων (4.41),(4.42) υπολογίστηκαν οι μη κεντρικές K-ροπές για το σύνολο των 2709 σταθμών και παρατίθενται στην επόμενη εικόνα σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα. Ενώ στη συνέχεια παρατίθενται και οι “standardized” τιμές των K-ροπών, όπου για κάθε ένα σταθμό όλες οι K-ροπές έχουν διαιρεθεί με την πρώτη, ώστε όλες οι καμπύλες να ξεκινάνε με αφετηρία το σημείο(1,1).



**Σχήμα 4.11** Διάγραμμα μη κεντρικών K-ροπών,  $K'_{\rho q}$  για το σύνολο των σταθμών σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα.



**Σχήμα 4.12** Διάγραμμα standardized μη κεντρικών K-ροπών,  $K'_{\rho q}$  για το σύνολο των σταθμών σε διπλό λογαριθμικό διάγραμμα.



Στον παρακάτω πίνακα δίδονται ενδεικτικές τιμές της παραμέτρου  $b_{inp}$ , για τις πρώτες 5 τιμές του  $p$ , συμπεριλαμβανομένου και του 0. Οι 4 τιμές είναι για τιμές του  $p$  από 1-4, και για  $p=1$  ισχύει πως η μη κεντρική ροπή ισούται με τη μέση τιμή  $K'_{11} = \mu$ .

**Πίνακας 4-1** Ειδικές τιμές της παραμέτρου  $b_{inp}$

Περίπτωση	$b_{inp}$
$p = 0$	$b_{in0} = 0$
$p = 1$	$b_{in1} = \frac{1}{n}$
$p = 2$	$b_{in2} = \frac{2 i - 1}{n n - 1}$
$p = 3$	$b_{in3} = \frac{3 i - 1 i - 2}{n n - 1 n - 2}$
$p = 4$	$b_{in4} = \frac{4 i - 1 i - 2 i - 3}{n n - 1 n - 2 n - 3}$

#### 4.5.4 Σχέσεις K-ροπών με κλασσικές και L-ροπές

Στον επόμενο πίνακα (4-2) παρατίθενται οι σχέσεις των K-ροπών με τις κλασσικές ροπές (για τάξη του  $p$  από 1 μέχρι 4 ) καθώς επίσης και με τις L-ροπές (πίνακας 4-3) για τις ίδιες τιμές του  $p$ .

**Πίνακας 4-2** Σχέση K-ροπών με κλασσικές ροπές

Order(p)	Σχέση	Τιμή
1	$K'_{11} = \mu$	Μέση τιμή
2	$K_{22}^+ = K_{22} = \mu_2 = \sigma^2$	Τυπική απόκλιση
3	$\frac{K_{33}}{K_{22}^{3/2}} = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$	Συντελεστής ασυμμετρίας (αδιάστατη)
4	$\frac{K_{44}}{K_{22}^2} = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$	Κύρτωση (αδιάστατη)

**Πίνακας 4-3** Σχέση K-ροπών με L-ροπές

Order(p)	Σχέση	Τιμή
1	$K'_{11} = \lambda_1$	Μέση τιμή
2	$K_{21}^+ = 2K_{21} = 2(K'_{21} - \mu) = 2\lambda_2$	Τυπική απόκλιση
3	$\frac{K_{31}^+}{K_{21}^+} = 2 \frac{K_{31}}{K_{21}} - 3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}$	Συντελεστής ασυμμετρίας (αδιάστατη)
4	$\frac{K_{41}^+}{K_{21}^+} = 4 \frac{K_{41}}{K_{21}} - 8 \frac{K_{31}}{K_{21}} + 6 = \frac{4\lambda_4}{5\lambda_2} + \frac{6}{5}$	Κύρτωση (αδιάστατη)

#### 4.5.5 Περίοδοι επαναφοράς K-ροπών

Οι περίοδοι επαναφοράς έχουν άμεση σχέση με τη θεωρία των order statistics, καθώς μία τιμή του ενός μεγέθους αντιστοιχίζεται ακριβώς σε μία τιμή του άλλου. Με αυτή τη λογική και συνεκτιμώντας τη συσχέτιση που υπάρχει ανάμεσα στις K-ροπές και τα order statistics μπορούμε εύκολα να εξάγουμε, σχέσεις των περιόδων επαναφοράς για τις K-ροπές. Η γενική σχέση για την περίοδο επαναφοράς των μη κεντρικών K-ροπών για  $q=1$  είναι η ακόλουθη (Koutsoyiannis, 2018b):

$$\frac{T(K'_p)}{D} = \Lambda_p p \quad (4.44)$$

Όπου:

$D$ : η χρονική αναφορά για τη συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς

$\Lambda_p$ : συντελεστής που σχετίζεται με την τιμή της τάξης  $p$  και την κατανομή που χρησιμοποιείται

Εξ ορισμού, η τιμή του συντελεστή  $\Lambda_p$  είναι:

$$\Lambda_p := \frac{1}{p(1-F(K'_p))} \quad (4.45)$$

Έτσι με καθορισμένη τιμή του μεγέθους  $K'_p$  από τον ορισμό του, καθορίζεται και η τιμή του  $\Lambda_p$  από τον ορισμό του. Η μικρή απόκλιση που παρουσιάζει η τιμή του  $\Lambda_p$  σε σχέση με την τάξη  $p$ , καθιστά δυνατή μία πολύ καλή εκτίμηση, με μεγάλη ακρίβεια, των τιμών  $\Lambda_1, \Lambda_\infty$ .

- Για την PBF:

$$\Lambda_1 = \left( 1 + \left( \frac{B \left( k - \frac{1}{c} \right)}{c} \right)^c \right)^k \quad (4.46)$$

$$\Lambda_\infty = \Gamma \left( 1 - \frac{1}{ck} \right)^{-ck} \quad (4.47)$$

Επιπλέον για τον υπολογισμό του  $\Lambda_p$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσεγγιστική σχέση που ακολουθεί και είναι αρκετά ακριβής, χωρίς να λαμβάνεται άμεσα υπόψη ο τύπος της Cdf της κατανομής.

$$\Lambda_p = \Lambda_\infty + (\Lambda_1 - \Lambda_\infty) \frac{1}{p} \quad (4.48)$$

Επομένως, η σχέση (4.43) για τον υπολογισμό της εμπειρικής περιόδου επαναφοράς γίνεται:

$$\frac{T(K'_p)}{D} = \Lambda_p p \approx \Lambda_\infty p + (\Lambda_1 - \Lambda_\infty) \quad (4.49)$$

Για μία σειρά από άλλες κατανομές, όπως είναι οι κατανομές Weibull και Gamma που επίσης μελετήθηκαν η παραπάνω σχέση (4.47) έχει αργή σύγκλιση και συνεπώς χρειάζεται η χρήση ενός άλλου προσεγγιστικού τύπου:

$$\Lambda_p \approx \Lambda_\infty + \frac{A}{p} + B \ln \left( 1 + \frac{\beta}{(p+1)^{\beta-1}} \right) \quad (4.50)$$

Όπου:

$$A = \Lambda_1 - \Lambda_\infty - B \ln \left( 1 + \frac{\beta}{2^{\beta-1}} \right) \quad (4.51)$$

Στην περίπτωση, όμως των 2 κατανομών που αναφέρθηκαν πριν, λόγω της τιμής της παραμέτρου  $\beta = 0$ , οι σχέσεις μετατρέπονται σε:

$$\Lambda_p \approx \Lambda_\infty + \frac{A}{p} + B \ln \left( 1 + \frac{1}{\ln(p+1)} \right) \quad (4.52)$$

$$A = \Lambda_1 - \Lambda_\infty - B \ln \left( 1 + \frac{1}{\ln(2)} \right) \quad (4.53)$$

- Για τη Gamma:

$$\Lambda_1 = \frac{\Gamma(k)}{\Gamma_k(k)} \quad (4.54)$$

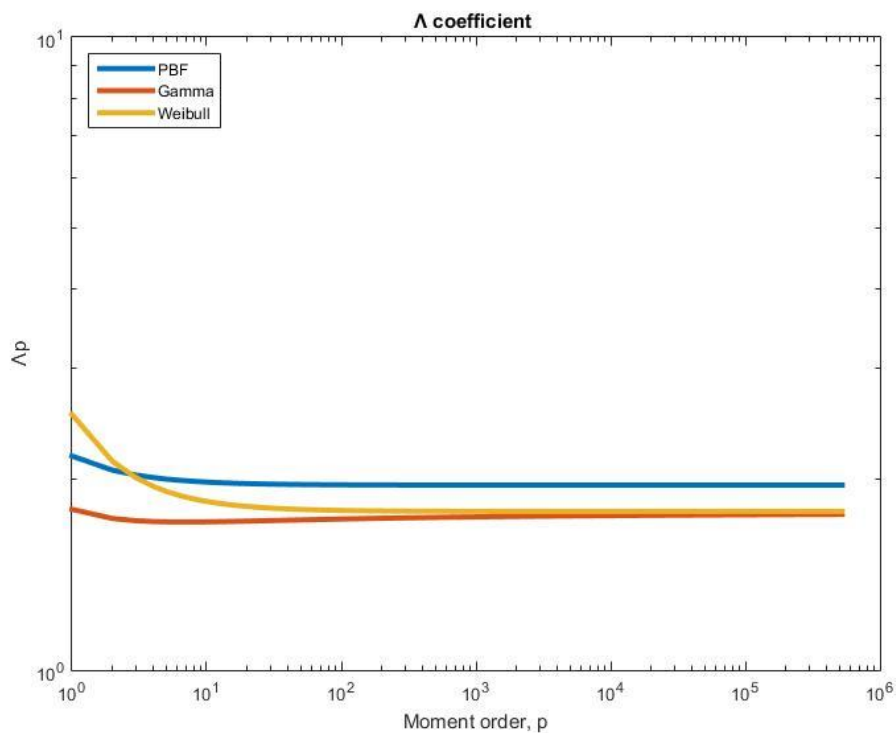
$$\Lambda_\infty = 1.781 \quad (4.55)$$

- Τέλος, για τη Weibull:

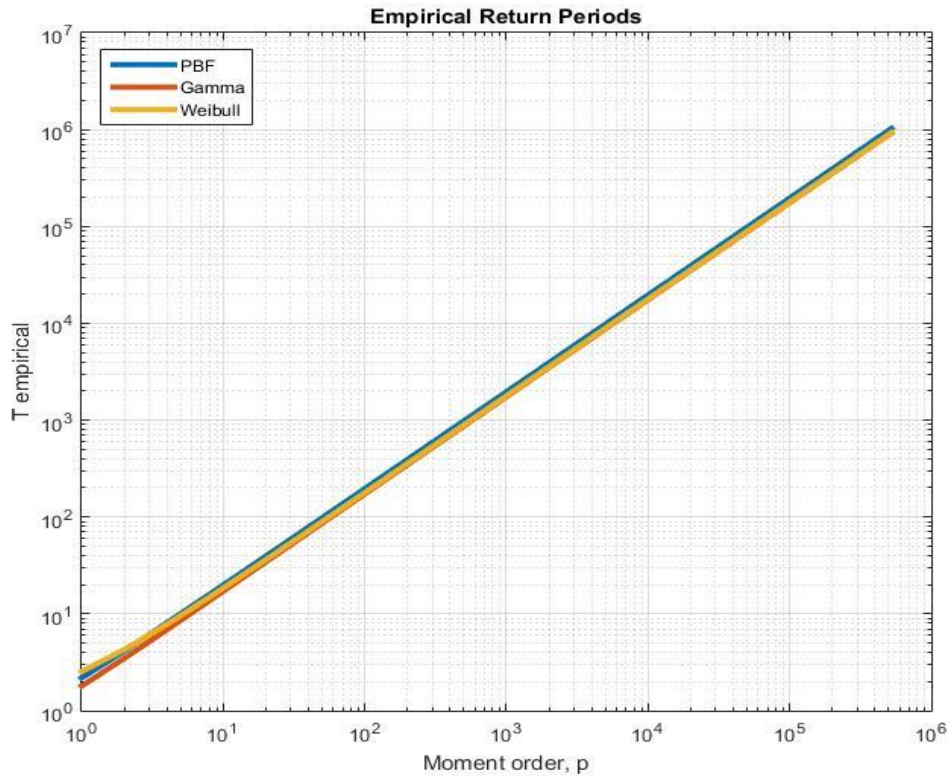
$$\Lambda_1 = e^{\left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right)^\alpha} \quad (4.56)$$

$$\Lambda_\infty = 1.781 \quad (4.57)$$

Στη συνέχεια, παρατίθενται τα διαγράμματα του συντελεστή  $\Lambda_p$  για τις τρεις (3) μελετημένες κατανομές, σε σχέση με την τάξη της ροπής,  $p$  όπου παρατηρούμε την πιο έντονη μείωση των τιμών για την κατανομή Weibull σε σχέση με τις τιμές των άλλων δύο (2) συναρτήσεων.



**Σχήμα 4.13** Συντελεστής  $\Lambda_p$  για τις κατανομές PBF, Gamma, και Weibull.



**Σχήμα 4.14** Τιμές των Εμπειρικών Περιόδων Επαναφοράς, όπως έχουν εξαχθεί από τη σχέση (4.48) για τις τρεις (3) υπό μελέτη κατανομές (PBF, Gamma, Weibull).

**Πίνακας 4-4** Συγκεντρωτικός πίνακας συντελεστών  $\Lambda$

FUNCTION	$\Lambda_1$	$\Lambda_\infty$	$\beta$	$B$
<b>PBF</b>	$\Lambda_1 = \left( 1 + \left( \frac{B \left( k - \frac{1}{c}, \frac{1}{c} \right)^c}{c} \right)^k \right)$	$\Lambda_\infty = \Gamma \left( 1 - \frac{1}{ck} \right)^{-ck}$	-	-
<b>Gamma</b>	$\Lambda_1 = \frac{\Gamma(k)}{\Gamma_k(k)}$	$\Lambda_\infty = 1.781$	0	$-0,154 \ln k$
<b>Weibull</b>	$\Lambda_1 = e^{\left( r(1+\frac{1}{\alpha}) \right)^\alpha}$	$\Lambda_\infty = 1.781$	0	$\frac{1 - e^\gamma}{\ln 2} - 0,07 + \frac{0,92}{a}$ $+ \frac{0,23}{a^2}$ $e^\gamma = 1.781$

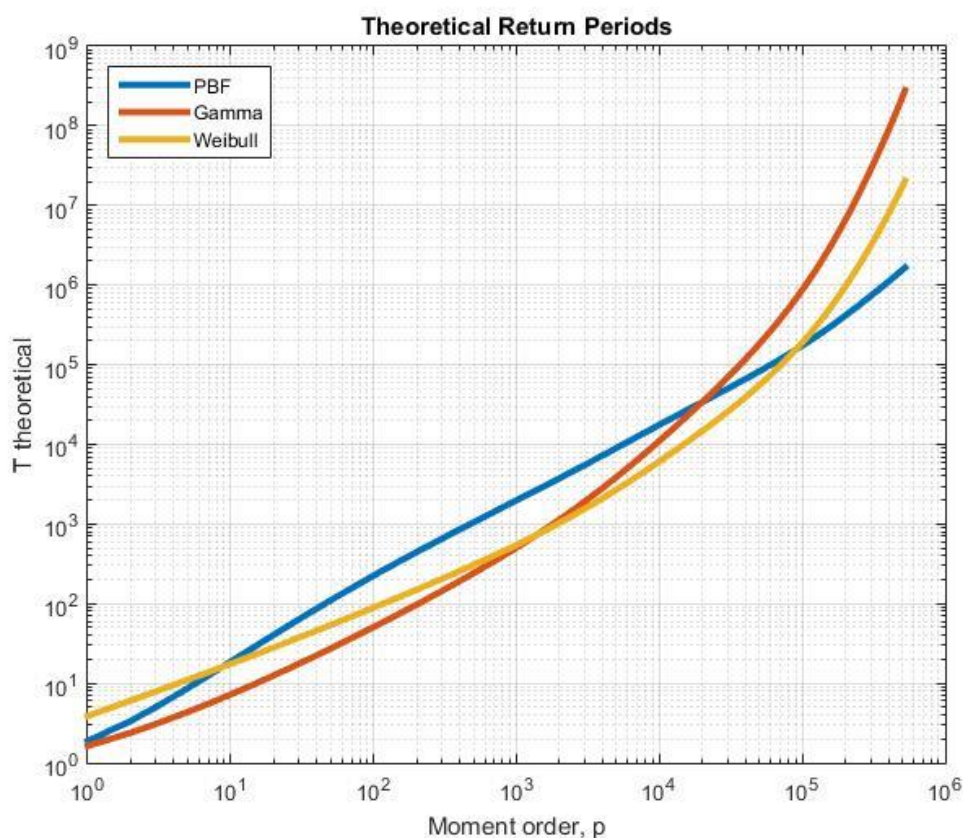
#### 4.5.6 Μεθοδολογία εκτίμησης παραμέτρων

Στην υποενότητα αυτή περιγράφονται τα βήματα της διαδικασίας επιλογής κατάλληλων παραμέτρων για την κατανομή, μέσω της χρήσης Κ-ροπών. Οι Κ-ροπές, εξ ορισμού, εστιάζουν στις ακραίες τιμές και η εύρεση των παραμέτρων στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση της διαφοράς των θεωρητικών και εμπειρικών περιόδων επαναφοράς. Αναλυτικότερα τα βήματα που περιγράφουν την παραπάνω διαδικασία είναι τα εξής:

1. Για ένα δείγμα παρατηρήσεων  $n$  τιμών, διατάσσουμε τις τιμές κατά αύξουσα σειρά σύμφωνα με τη θεωρία των order statistics.
2. Υπολογίζουμε τις εμπειρικές Κ-ροπές των στοιχείων, τάξεως 1 μέχρι  $n$ , μέσω των σχέσεων (4.41), (4.42).
3. Εύρεση των εμπειρικών περιόδων επαναφοράς των Κ-ροπών από τη σχέση (4.48).
4. Εύρεση των θεωρητικών περιόδων επαναφοράς μέσω της σχέσης:

$$\frac{T(x)}{D} = \frac{1}{1-F(x)} \quad (4.58)$$

Στη θέση του  $x$  θέτουμε το  $\hat{K}'_p$  και έτσι προκύπτουν οι θεωρητικές περιόδοι επαναφοράς των Κ-ροπών που απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα:



**Σχήμα 4.15** Τιμές των Εμπειρικών Περιόδων Επαναφοράς, όπως έχουν εξαχθεί από τη σχέση (4.57) για τις τρεις (3) υπό μελέτη κατανομές (PBF, Gamma, Weibull).

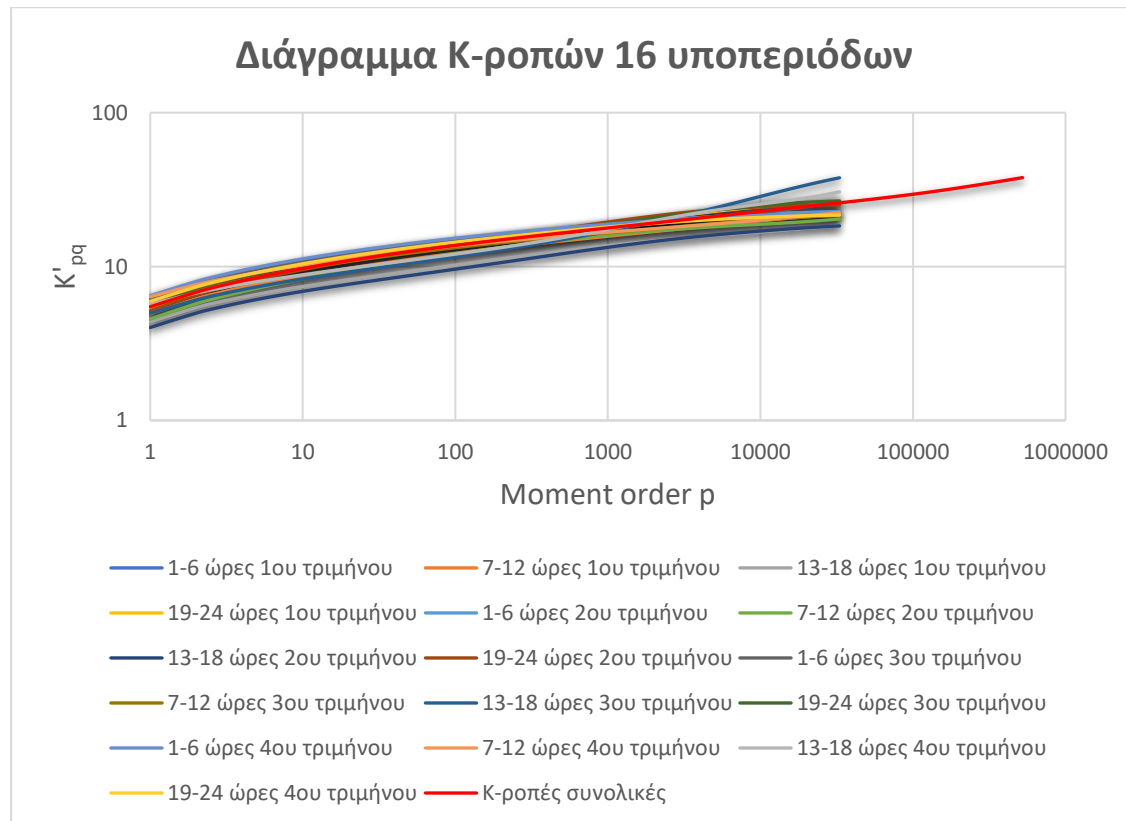
- Υπολογισμός των παραμέτρων της κάθε κατανομής, μέσω της ελαχιστοποίησης του Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (Mean Square Error M.S.E) των λογαρίθμων των εμπειρικών και θεωρητικών περιόδων επαναφοράς, δίνοντας έτσι έμφαση στις ακραίες τιμές του δείγματος μελέτης.

#### 4.5.7 Κ-ροπές και διπλή κυκλοστασιμότητα

Μία ανέλιξη λέγεται *στάσιμη* με την αυστηρή έννοια, ή απλώς *στάσιμη* όταν οι στατιστικές της παράμετροι δεν επηρεάζονται από το χρόνο. Αντίστοιχα μία ανέλιξη ονομάζεται *κυκλοστάσιμη* όταν οι στατιστικές της παράμετροι είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου (Κουτσογιάννης, 1996, 2013), (Dimitriadis and Koutsoyiannis, 2015).

Η ταχύτητα του ανέμου χαρακτηρίζεται από διπλή κυκλοστασιμότητα, τόσο μηνιαία όσο και ωραία. Αυτό σημαίνει πως για κάθε μήνα και ώρα παρατηρούνται διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά, όπως η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση και αυτό οδηγεί σε διαφορετικές καμπύλες Κ-ροπών.

Χαρακτηριστικό είναι το επόμενο σχήμα (4.16) που παρουσιάζει τις διαφορές στις Κ-ροπές για ένα σταθμό που έχουμε χωρίσει τις μετρήσεις σε 4 4-ωρα και 4 τρίμηνα, δηλαδή σε  $4 \cdot 4 = 16$  υποπεριόδους.



**Σχήμα 4.16** Διαγράμματα Κ-ροπών 16 χρονικών υποπεριοδών.

Παρατηρούμε πως υπάρχουν διαφορές στις καμπύλες των K-ροπών, αν και όχι μεγάλες, αλλά δεν λαμβάνεται υπόψη η κυκλοστατιστικότητα στη μελέτη μας, για 2 απλούς λόγους. Ο πρώτος είναι πως δεν επηρεάζονται οι εκτιμήτριες των K-ροπών από αυτή και παραμένουν αμερόληπτες, επομένως παραμένουν το ίδιο αξιόπιστα τα αποτελέσματά τους (Koutsoyiannis, 2020). Ο δεύτερος είναι πως η ανάλυσή μας δεν έγκειται στον υπολογισμό παραμέτρων των κατανομών για διαφορετικές χρονικές περιόδους. Στοχεύουμε στην εύρεση παραμέτρων με σκοπό το σχεδιασμό οπότε πρέπει να έχουμε μόνο μία κατανομή για κάθε σταθμό, για το σύνολο των μετρήσεων. Θα μπορούσε κάποιος να σκεφτεί ό,τι συμβαίνει με τις όμβριες καμπύλες στην υδρολογία, που είναι συνολικές και δεν υπολογίζονται ξεχωριστά για κάθε χρονική περίοδο.



## 5 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει ανάλυση των αποτελεσμάτων που εξήχθησαν από την εφαρμογή των K-ροπών. Αρχικά γίνεται αναφορά στο κανονιστικό πλαίσιο που σχετίζεται με τα διεθνή πρότυπα για την κατασκευή ανεμογεννητριών. Στη συνέχεια εξετάζονται όλες οι κατανομές που αναφέρθηκαν προηγουμένως, καθώς επίσης και η κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, που δημιουργήθηκε από την παρούσα μελέτη, ώστε να αποφασισθεί ποια είναι η καταλληλότερη για την περιγραφή της ταχύτητας του ανέμου. Γίνεται σύγκριση της μεθόδου των K-ροπών και της μέγιστης πιθανοφάνειας, συνολικά για την κάθε κατανομή, για το «σώμα» αλλά, κυρίως, και για την ουρά της, που περιέχει τις ακραίες τιμές, η μελέτη των οποίων είναι η κύρια στόχευση της εργασίας μας.

### 5.1 Κανονιστικό πλαίσιο

Σύμφωνα με το διεθνή κανονισμό “INTERNATIONAL STANDARD IEC 61400-1, 2005” οι προτεινόμενες, ως συνηθέστερα εφαρμοζόμενες, κατανομές για την προσομοίωση της ταχύτητας του ανέμου, κατά τη διαδικασία της επιλογής κατασκευής μιας ανεμογεννήτριας είναι οι κατανομές Weibull και Rayleigh. Στη σελ. 26 του κανονισμού τονίζεται πως σε κανονικές συνθήκες ανέμου, η συμπεριφορά της ταχύτητας μπορεί να περιγραφεί μέσω της κατανομής Rayleigh.

Όσον αφορά την ύπαρξη των ακραίων τιμών, ο κανονισμός (σελ. 81) αναφέρει πως πρέπει να υπάρχει ένας ικανοποιητικός αριθμός τιμών για να καθοριστεί ποια κατανομή περιγράφει ακριβέστερα την ύπαρξη τους, με παράδειγμα την κατανομή Weibull ή άλλες. Φαίνεται πως αν και δίνεται η επιλογή στο μελετητή να αποφασίσει αν κάποια άλλη κατανομή εφαρμόζει καλύτερα στις τιμές των δεδομένων του, εντούτοις η πιο διαδεδομένη κατανομή, που αναφέρεται και ξεχωριστά, είναι η Weibull.

### 5.2 Κατανομή PBF με 1 ελεύθερη παράμετρο

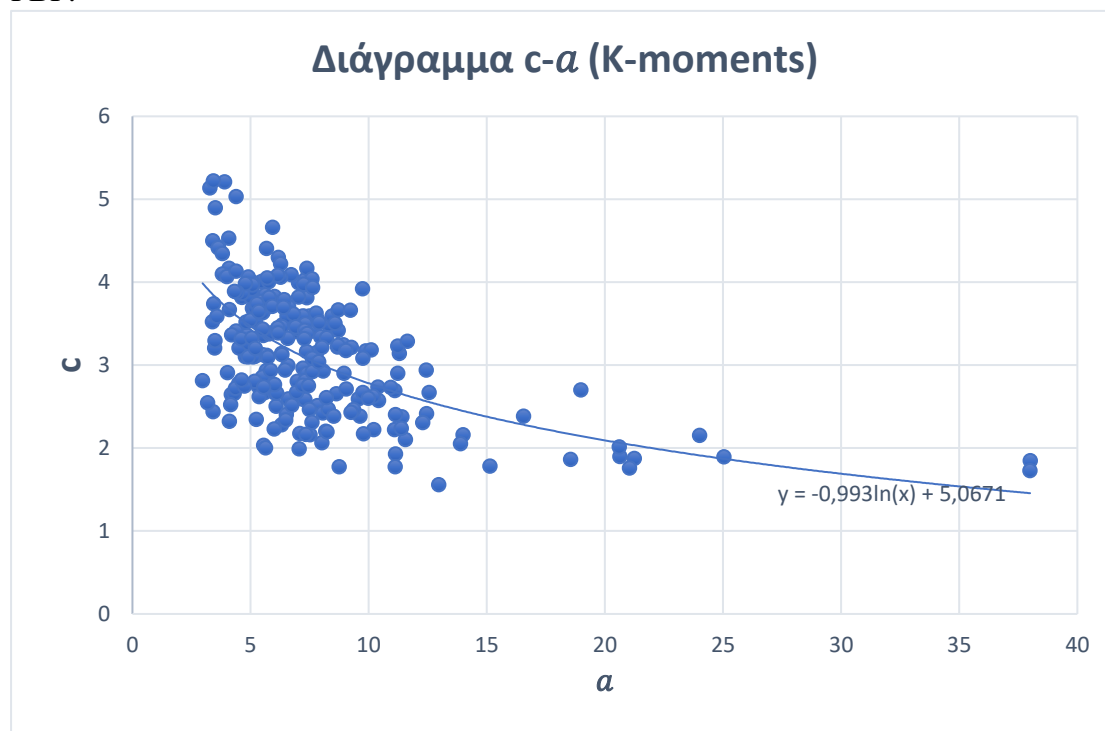
Με τη χρήση κατανομών, περισσότερων παραμέτρων, συχνά επιτυγχάνεται μία πιο ακριβής προσομοίωση του φαινομένου που μελετάται. Στη μελέτη μας, όπως θα φανεί στη συνέχεια, οι κατανομές τριών παραμέτρων, περιγράφουν καλύτερα τη συμπεριφορά της ταχύτητας του ανέμου.

Πολλές φορές, ωστόσο, θέλοντας να μειώσουμε το χρόνο που απαιτείται και τη δυσκολία κατά τον υπολογισμό (αφού πολλές φορές η εκτίμηση περισσότερων παραμέτρων μπορεί να είναι εξαιρετικά χρονοβόρα, υπολογιστικά πολύ δύσκολη ή ακόμα και μη εφικτή), μπορούμε «θυσιάζοντας» ένα μικρό κομμάτι αξιοπιστίας, να μειώσουμε τις παραμέτρους μιας κατανομής αποκομίζοντας αρκετά άλλα οφέλη σε συνδυασμό με μία αρκετά καλή και επαρκή αξιοπιστία.

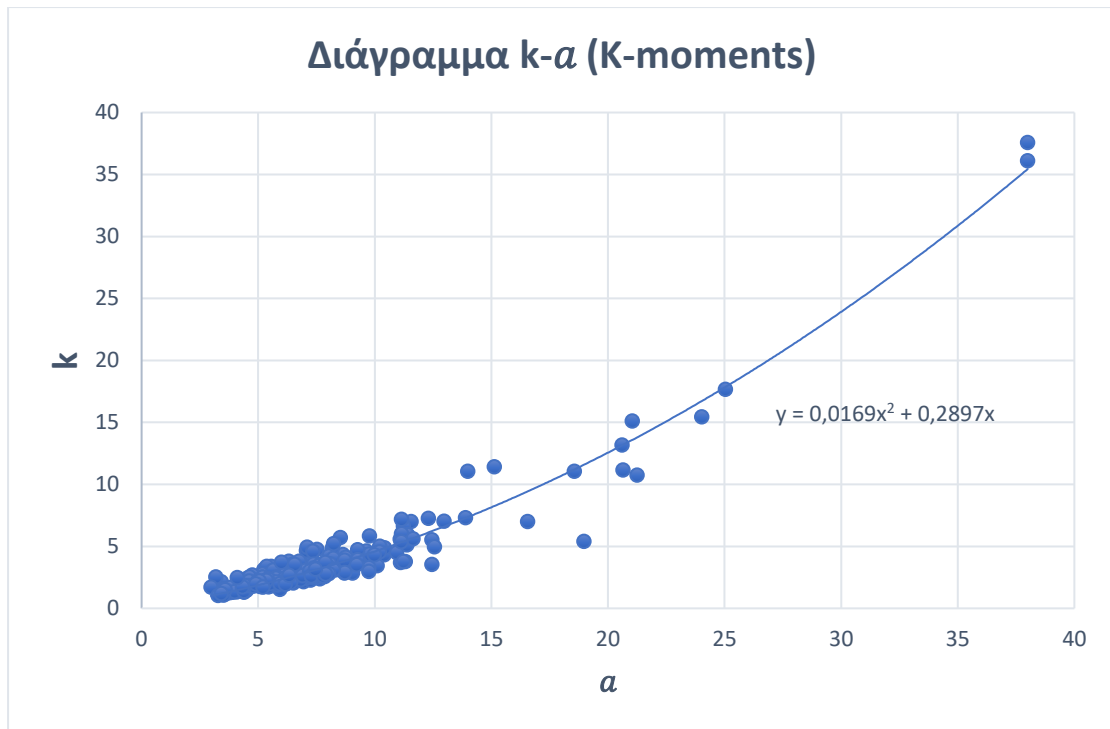
Η PBF, σαν κατανομή, ανήκει στην οικογένεια των “power distributions” εν αντιθέσει με άλλες κατανομές όπως η Generalized Gamma, η Gamma, η Weibull κ.α που ανήκουν στην κατηγορία των “exponential distributions”. Αυτό την καθιστά, σε συνδυασμό και με τις 3 παραμέτρους της, σαν κατανομή πιο «δύσχρηστη», και όχι τόσο διαδεδομένη παρά τη σημαντική ακρίβειά της. Για να μπορέσουμε να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα αποφασίσαμε μέσω της χρήσης των K-ροπών να συσχετίσουμε, εάν αυτό ήταν δυνατό, τις τιμές των παραμέτρων της κατανομής μεταξύ τους, και με τον τρόπο αυτό να μειώσουμε τις ελεύθερες παραμέτρους της.

Αρχικά, μελετήθηκαν οι K-ροπές των συνολικών σταθμών και οι τιμές των παραμέτρων για όλους αυτούς τους σταθμούς. Το αποτέλεσμα που προέκυψε είναι πως οι παράμετροι δεν φαίνεται να παρουσιάζουν κάποια σχέση μεταξύ τους. Έτσι αποφασίστηκε να αναζητήσουμε σταθμούς με συνεχείς μετρήσεις τουλάχιστον 10 ετών. Ήδη από το διάγραμμα των K-ροπών φάνηκε πως δεν υπάρχει τόσο μεγάλη απόκλιση των καμπυλών όπως για τα 3 έτη, αλλά και πάλι η σχέση μεταξύ των παραμέτρων της κατανομής δεν φαινόταν καθαρά. Τότε δοκιμάστηκαν τα 20 έτη συνεχών μετρήσεων όπου η απόκλιση μεταξύ των καμπυλών των K-ροπών μίκρυνε ακόμα περισσότερο και φάνηκαν να σχηματίζονται οι σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων της PBF αλλά ακόμα δεν ήταν απόλυτα σαφείς.

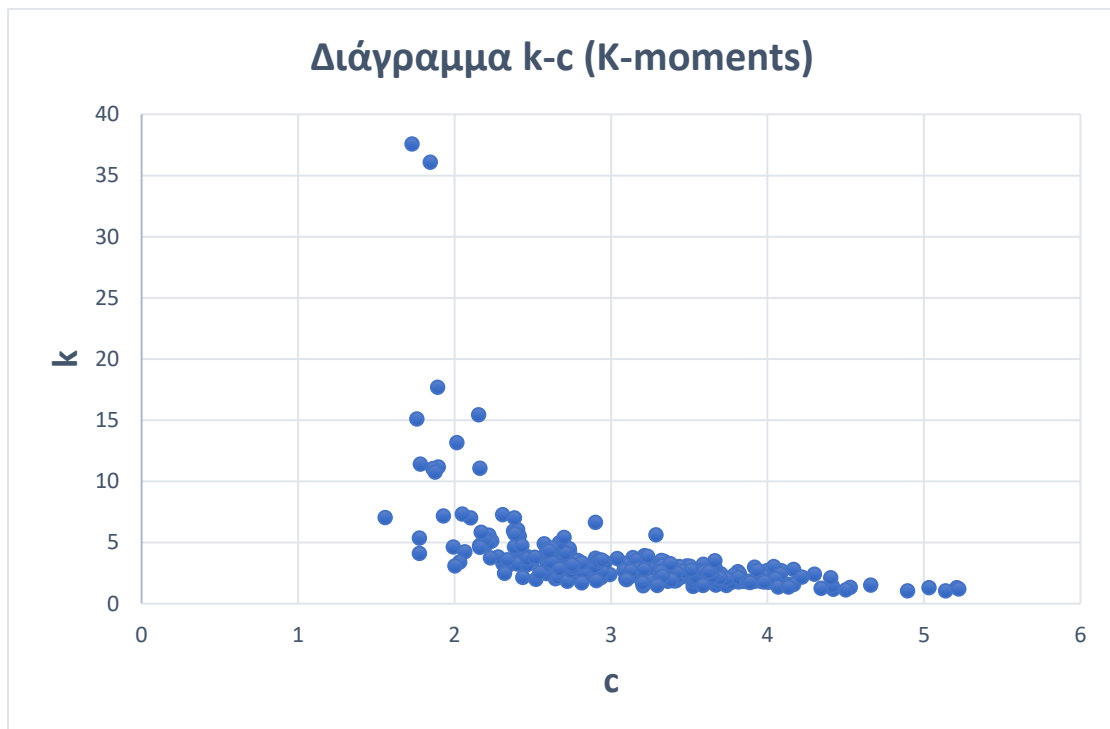
Τέλος, αποφασίστηκε για τον ακριβέστερο καθορισμό των σχέσεων μεταξύ των παραμέτρων να χρησιμοποιηθούν μόνο οι χρονοσειρές με παρατηρήσεις 30 συνεχόμενων ετών και πάνω. Έτσι τελικά απέμειναν 251 σταθμοί, οι ακριβέστεροι όσον αφορά το εύρος μετρήσεων από όλη τη βάση δεδομένων. Για αυτούς τους σταθμούς υπολογίστηκαν οι K-ροπές τους και στη συνέχεια με τη διαδικασία που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4.5.6 υπολογίστηκαν οι παράμετροι της κατανομής PBF.



**Σχήμα 5.1** Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων  $c$ ,  $a$  της κατανομής PBF.



**Σχήμα 5.2** Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων  $k$ ,  $a$  της κατανομής PBF.



**Σχήμα 5.3** Απεικόνιση της σχέσης των παραμέτρων  $k$ ,  $c$  της κατανομής PBF.

Στα προηγούμενα σχήματα φαίνεται η σχέση ανάμεσα στις παραμέτρους της κατανομής PBF. Παρατηρούμε πως τόσο η παράμετρος  $c$ , όσο και η παράμετρος  $k$  σχετίζονται με την παράμετρο  $a$ . Η πρώτη με μία λογαριθμική σχέση και η δεύτερη με μία πολυωνμική.

Όπως φαίνεται λοιπόν και από τα σχήματα οι σχέσεις αυτές είναι:

$$c = -0.993\ln(a) + 5.0671 \quad (5.1)$$

$$k = 0.0169a^2 + 0.2897a \quad (5.2)$$

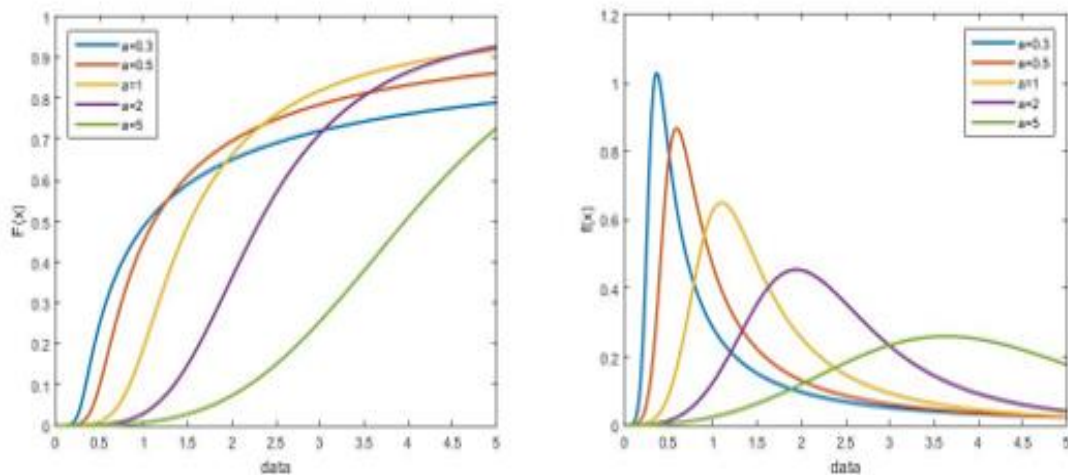
Επομένως, μπορούμε να ορίσουμε τις CDF και PDF της κατανομής PBF, για  $x > 0, a > 0$ , με μία ελεύθερη παράμετρο ως εξής:

Ο τύπος της CDF είναι:

$$F(x; a) = 1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^{-0.993\ln(a)+5.0671}\right)^{0.0169a^2+0.2897a}} \quad (5.3)$$

Ο τύπος της PDF είναι:

$$f(x; a) = \frac{(0.0169a^2+0.2897a)(-0.993\ln(a)+5.0671)\left(\frac{x}{a}\right)^{-0.993\ln(a)+4.0671}}{\left(1 + \left(\frac{x}{a}\right)^{-0.993\ln(a)+5.0671}\right)^{0.0169a^2+0.2897a+1}} \quad (5.4)$$



**Σχήμα 5.4** CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) της κατανομής PBF μίας παραμέτρου για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $a$ .

Παρατηρούμε πως το διάγραμμα της PDF της κατανομής προσομοιάζει με εκείνο της κατανομής PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, και σε επόμενα υποκεφάλαια δίνεται έμφαση στη συμπεριφορά της όσον αφορά τη μελέτη των ακραίων τιμών της κατανομής.

## 5.3 Παράμετροι Goodness-of-fit

Στο υποκεφάλαιο αυτό αναφέρονται οι μέθοδοι εκείνες που χρησιμοποιήθηκαν κατά την ανάλυση για την αξιολόγηση των κατανομών που χρησιμοποιούνται, και ανάλογα με τις τιμές τους να φανεί αν είναι κατάλληλες για να περιγράψουν την ταχύτητα του ανέμου. Χρησιμοποιούνται 4 παράμετροι για το σκοπό αυτό (NSE, MSE, RMSE, NRMSE) όπως έχουν ληφθεί από τη βιβλιογραφία, για υδρολογικές μελέτες ή μελέτες ανεμολογικών δεδομένων.

Η χρήση των παραμέτρων γίνεται για τις ακραίες τιμές των μετρήσεων, αλλά και για το σώμα της κατανομής.

### 5.3.1 Nash Sutcliffe Efficiency (NSE)

Αποτελεί έναν από τους πιο διαδεδομένους δείκτες για την προσαρμογή μίας κατανομής πάνω σε ένα σετ δεδομένων. Αποτελεί έναν κανονικοποιημένο στατιστικό συντελεστή που καθορίζει την ποιότητα ενός μοντέλου σε σχέση με τη διακύμανση των παρατηρούμενων τιμών. Χρησιμοποιείται για ένα πλήθος φαινομένων, όπως τα υδρολογικά φαινόμενα, καθώς και τα μοντέλα για την ταχύτητα του ανέμου (Caloiero, 2018). Εισήχθη από τους Nash and Sutcliffe (1970) και λαμβάνει τιμές από  $-\infty$  μέχρι 1, με την τιμή του 1 να δείχνει την απόλυτη αντιστοίχιση του μοντέλου με τις παρατηρούμενες τιμές (Krause et al, 2005).

Ο τύπος του είναι η ακόλουθος:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad (5.5)$$

όπου:

$O_i$ : η παρατηρούμενη τιμή

$P_i$ : η εκτιμώμενη τιμή

$\bar{O}_i$ : η μέση τιμή των παρατηρήσεων

Όταν  $NSE=0$  το μοντέλο έχει την ίδια ακρίβεια ως προς την εκτίμηση με τη μέση τιμή των παρατηρούμενων δεδομένων ενώ για  $NSE<0$  το μοντέλο μας είναι χειρότερος προγνωστικός δείκτης από τη μέση τιμή των παρατηρούμενων τιμών. Η κατάταξη της ποιότητας του μοντέλου για  $NSE>1$  φαίνεται στον πίνακα (Moriassi et al, 2007) :

**Πίνακας 5-1** Τιμές του δείκτη NSE

Αξιολόγηση Μοντέλου	ΤΙΜΗ NSE
Πολύ Καλό	$0.75 < NSE < 1$
Καλό	$0.65 < NSE < 0.75$
Ικανοποιητικό	$0.5 < NSE < 0.65$
Μη Ικανοποιητικό	$NSE < 0.5$

### 5.3.2 Mean Square Error (MSE)

Μία ακόμα ευρέως διαδεδομένη μέτρηση του σφάλματος, είναι το *Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα*. Είναι μία μέτρηση που υπολογίζει το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών, ανάμεσα στις τιμές των δεδομένων και του μοντέλου, προς το συνολικό αριθμό των μετρήσεων. Λαμβάνει τιμές  $>0$ , με την τιμή 0 να δείχνει την απόλυτη αντιστοίχιση του μοντέλου με τις παρατηρήσεις.

Ο τύπος του είναι ο ακόλουθος:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{\text{theor}} - X_{\text{obs}})^2}{n} \quad (5.6)$$

όπου:

$X_{\text{theor}}$ : η τιμή του μοντέλου

$X_{\text{obs}}$ : η παρατηρούμενη τιμή

$n$ : το πλήθος των παρατηρήσεων

### 5.3.3 Root Mean Square Error (RMSE)

Ένα ακόμα τεστ που χρησιμοποιείται κατά κόρον, στη βιβλιογραφία, σε μελέτες ανεμολογικών δεδομένων για να φανεί ποια κατανομή αντιστοιχεί καλύτερα στις φυσικές τιμές είναι το *Υπόριζο Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα* (*Root Mean Square Error RMSE*). Χρησιμοποιείται και αυτό στη μελέτη μας καθώς παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στις μικρές τιμές από το MSE, λόγω της ύπαρξης της τετραγωνικής ρίζας, βοηθώντας μας να ξεχωρίσουμε με έναν καλύτερο τρόπο, τις αρκετά μικρές τιμές σφαλμάτων, μεταξύ 2 κατανομών.

Ο τύπος του είναι ο ακόλουθος:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{\text{theor}} - X_{\text{obs}})^2}{n}} \quad (5.7)$$

όπου:

$X_{\text{theor}}$ : η τιμή του μοντέλου

$X_{\text{obs}}$ : η παρατηρούμενη τιμή

$n$ : το πλήθος των παρατηρήσεων

Λαμβάνει τιμές, όπως και το MSE, μεγαλύτερες του 0, με την τιμή 0 να δείχνει το απόλυτο ταίριασμα ανάμεσα στα δεδομένα και στις τιμές του μοντέλου μας. Το πρόβλημα αυτού του δείκτη είναι πως οι μεγάλες τιμές που μπορεί να δίνει ως σφάλματα δεν καθιστούν απαραίτητα το μοντέλο ως αναξιόπιστο, αλλά είναι ένα

πρόβλημα κλίμακας, για την επίλυση του οποίου επιλέγεται η κανονικοποίηση του συγκεκριμένου σφάλματος, εισάγοντας το NRMSE.

### 5.3.4 Normalized Root Mean Square Error (NRMSE)

Αποτελεί την κανονικοποιημένη μορφή του RMSE, αφού πρόκειται για το ίδιο σφάλμα διαιρεμένο με τη διαφορά της μέγιστης και ελάχιστης τιμής του δείγματος. Είναι αρκετό χρήσιμο στις περιπτώσεις που το RMSE λαμβάνει πολύ μικρές ή μεγάλες τιμές και δεν μας επιτρέπει να κάνουμε ακριβή εκτίμηση της αξιοπιστίας του μοντέλου μας.

Στη μελέτη μας χρησιμοποιείται με τη μορφή 1-NRMSE, δεχόμενο τιμές  $-\infty < 1 - NRMSE < 1$ , όπως και ο δείκτης Nash Sutcliffe, και η χρησιμότητά του έγκειται κυρίως στον υπολογισμό των σφαλμάτων για τις ακραίες τιμές των κατανομών που δεν μπορούμε να εξαγάγουμε ξεκάθαρο συμπέρασμα από τις τιμές των MSE, RMSE καθότι πολύ μικρές.

Ο τύπος του είναι ο ακόλουθος (Otto, 2019):

$$NRMSE = \frac{RMSE}{X_{obs,max} - X_{obs,min}} \quad (5.8)$$

όπου:

$X_{obs,max}$ : η μέγιστη τιμή των παρατηρήσεων

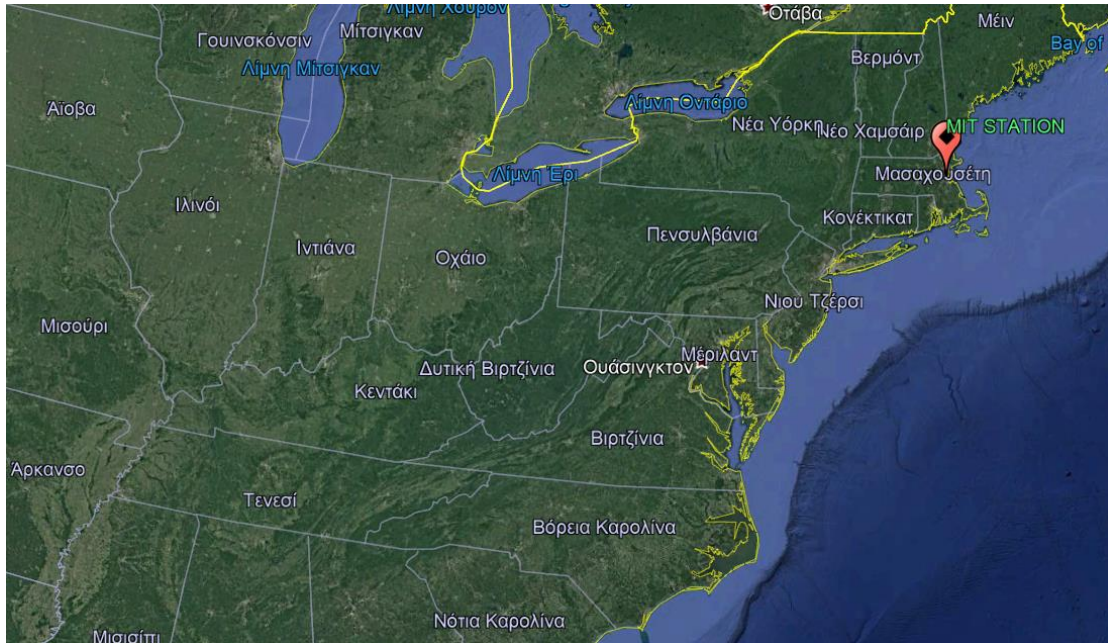
$X_{obs,min}$ : η ελάχιστη τιμή των παρατηρήσεων

## 5.4 Σταθμός MIT

Αρχικά μελετήθηκε ο σταθμός του MIT. Βρίσκεται στα βορειοανατολικά σύνορα των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, κοντά στο Βόρειο Ατλαντικό Ωκεανό, και το όνομα του σταθμού προέρχεται από το φημισμένο πανεπιστήμιο αφού βρίσκεται στις εγκαταστάσεις του (αποτελεί τμήμα του μετεωρολογικού του σταθμού), στην πολιτεία της Μασαχουσέτης που έχει πρωτεύουσα τη Βοστώνη.

Αναφορικά με τις συντεταγμένες του, το γεωγραφικό του πλάτος είναι 42.367, και το γεωγραφικό του μήκος, αντίστοιχα, -71.033.

Στη συνέχεια παρατίθεται σε εικόνα η ακριβής θέση του σταθμού καθώς και ο πίνακας με τα στατιστικά χαρακτηριστικά του σταθμού (συνολικός αριθμός μετρήσεων, ποσοστό μηδενικών του σταθμού, μέση τιμή, τυπική απόκλιση, σκέδαση, κύρτωση).



**Σχήμα 5.5** Θέση του σταθμού MIT (Πηγή: Google Earth).

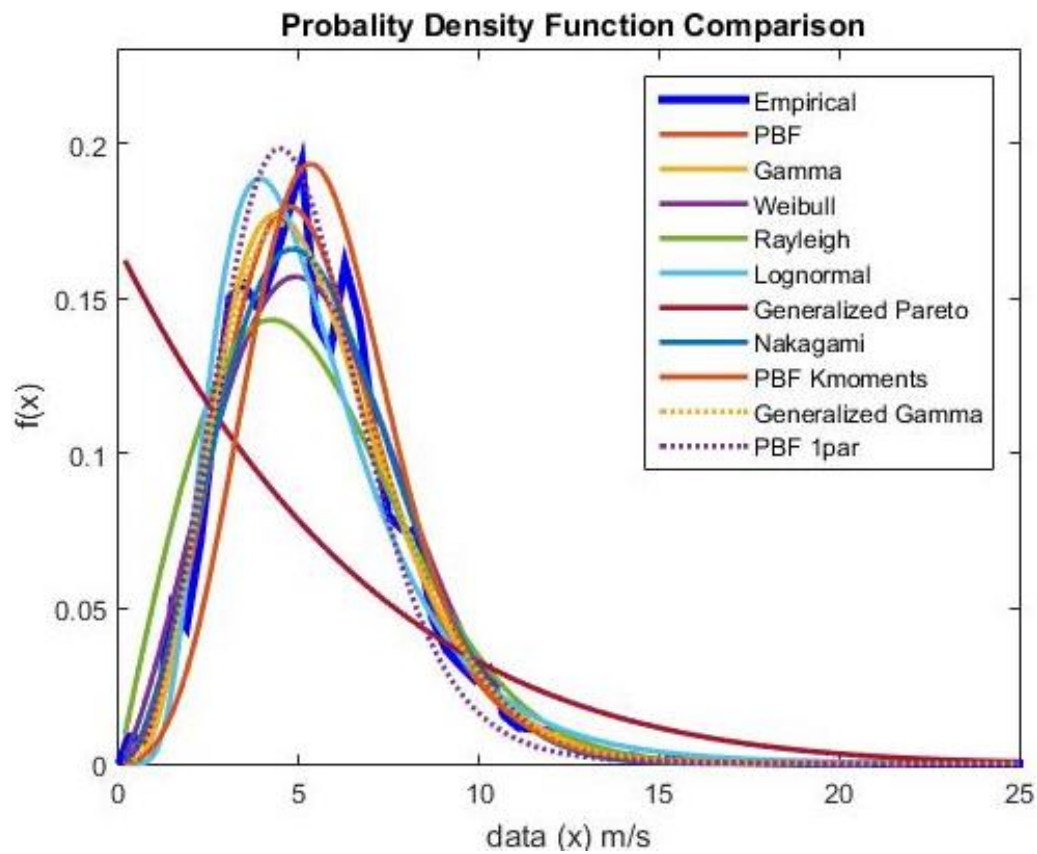
**Πίνακας 5-2** Στατιστικά χαρακτηριστικά σταθμού MIT.

MIT WIND SPEED STATION		
Αριθμός ετών παρατηρήσεων: 71 χρόνια (1943-2014)		
Ποσοστό Μηδενικών	1.03%	
Minimum	0.1667	m/s
Maximum	38.6	m/s
Μέση Τιμή	5.478	m/s
Τυπική Απόκλιση	2.4307	m/s
Συντελεστής ασυμμετρίας	0.8988	m/s
Συντελεστής κύρτωσης	4.7178	m/s

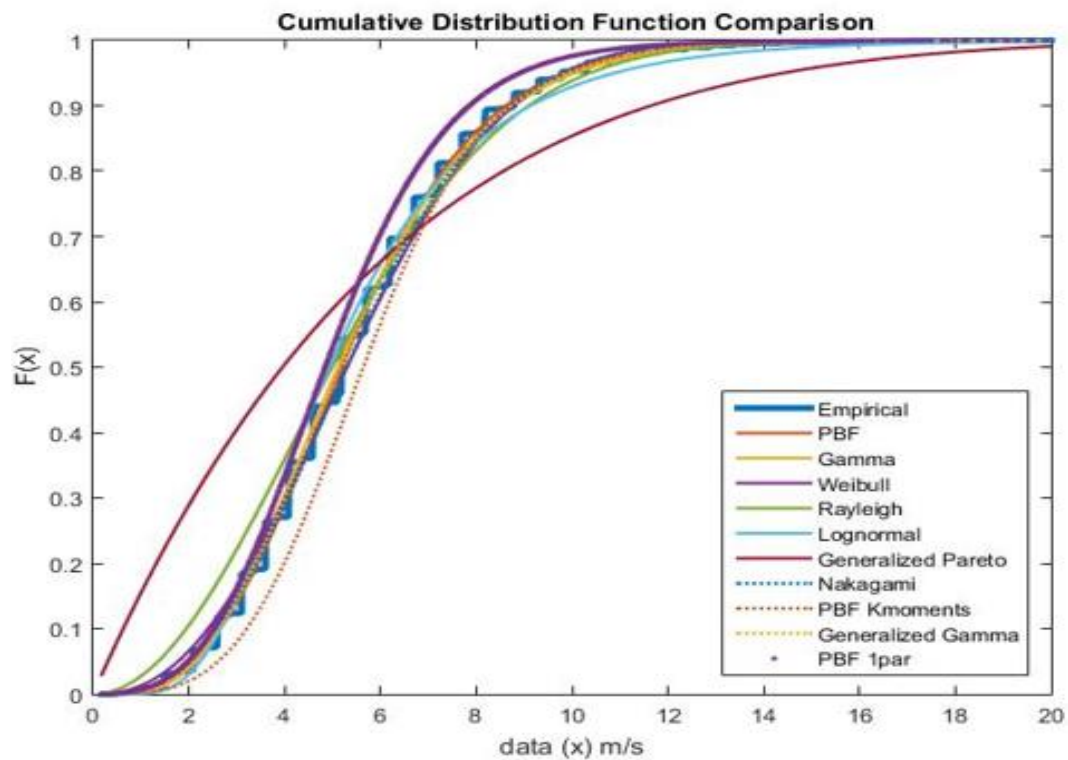
Οι συνολικές μετρήσεις του σταθμού είναι της τάξεως των 584.196 ωρών και συνεκτιμώντας και το πολύ μικρό ποσοστό μηδενικών τιμών από τις συνολικές μετρήσεις του, κρίνεται ως ο πλέον αξιόπιστος για να αποτελέσει την αφετηρία της μελέτης μας.

Κατόπιν, συγκρίνονται όλες οι κατανομές με τις CDF και τις PBF τους, που αναφέρθηκαν πριν, σε σχέση με την εμπειρική κατανομή από τα δεδομένα του σταθμού.

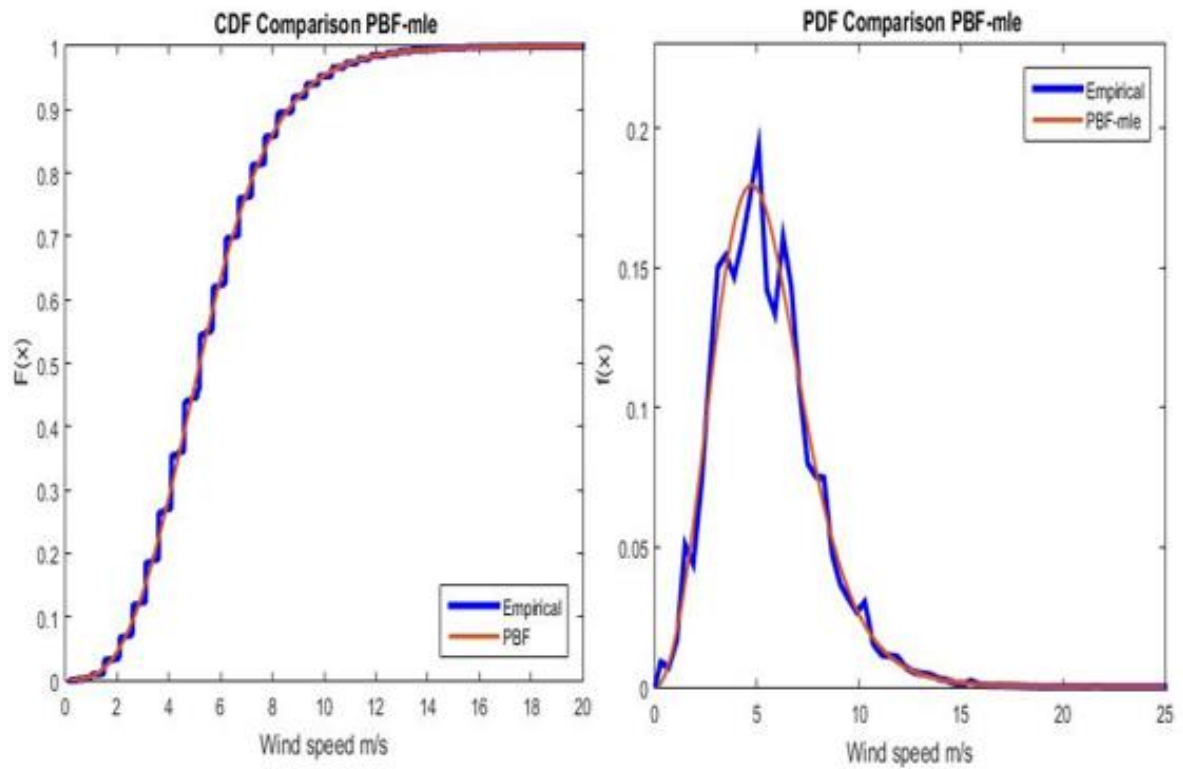




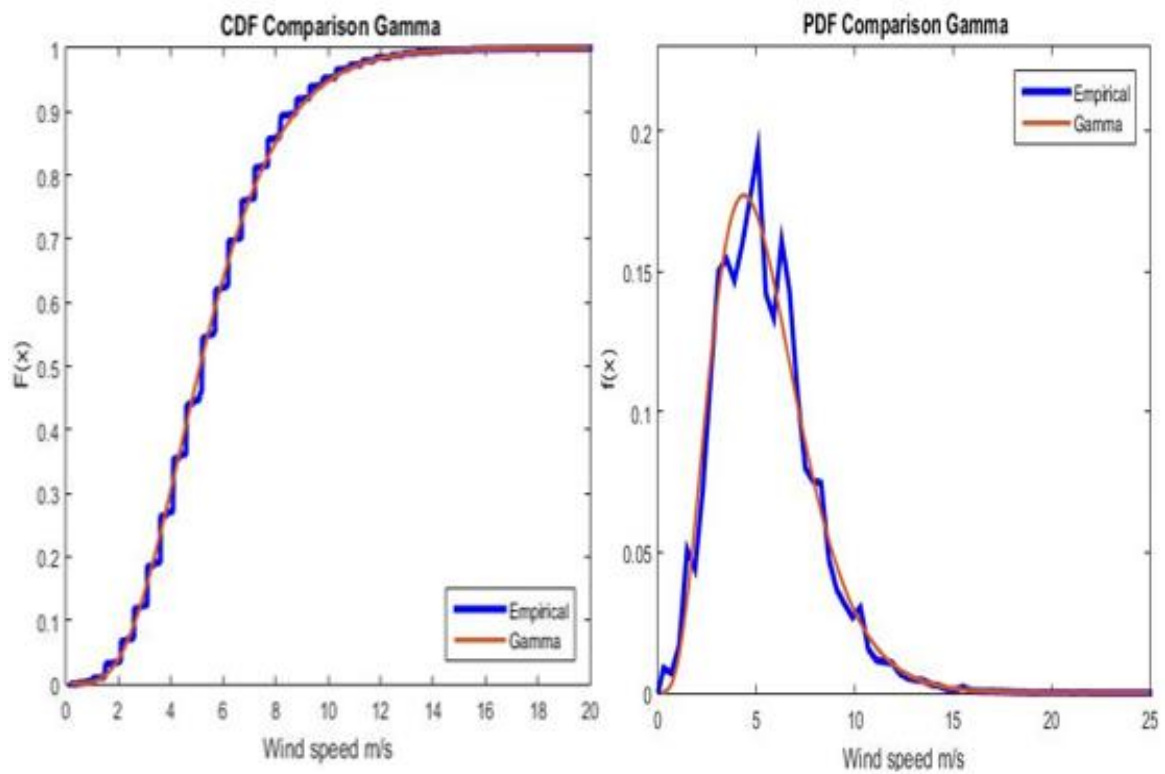
Σχήμα 5.6 Σύγκριση των PDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών για το σταθμό του MIT.



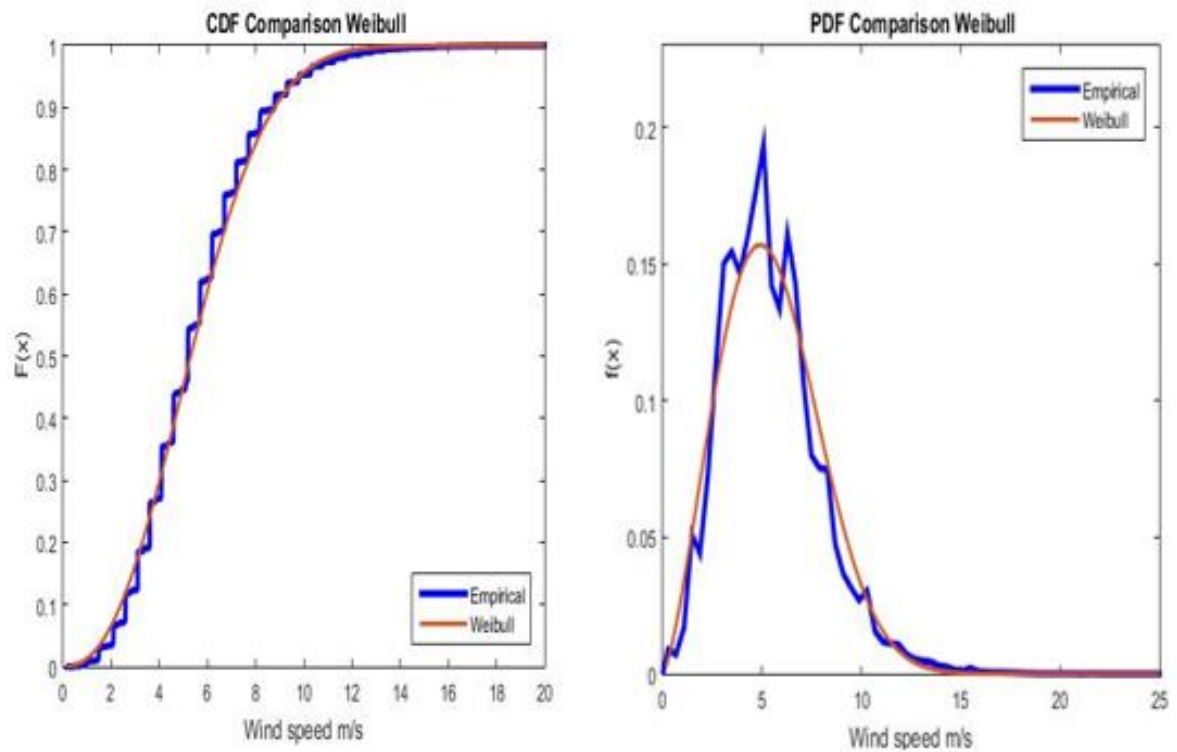
Σχήμα 5.7 Σύγκριση των CDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών για το σταθμό του MIT.



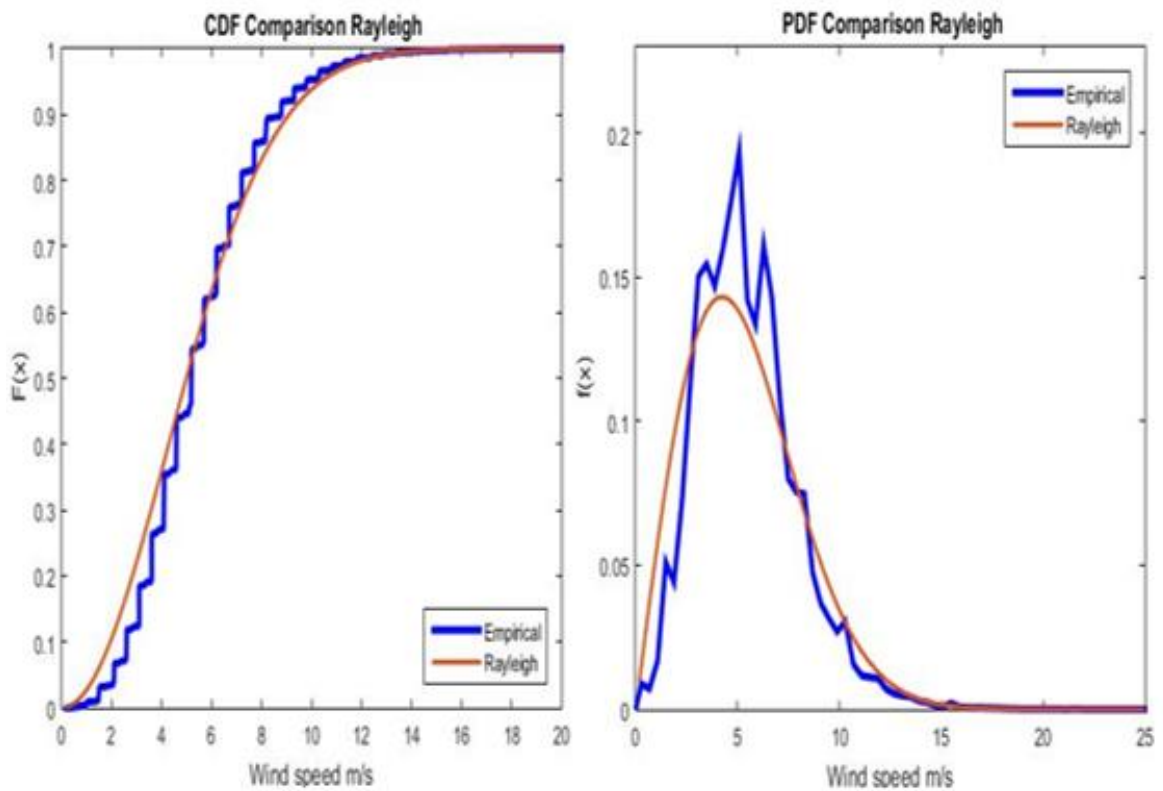
**Σχήμα 5.8** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, παραμέτρων από mle.



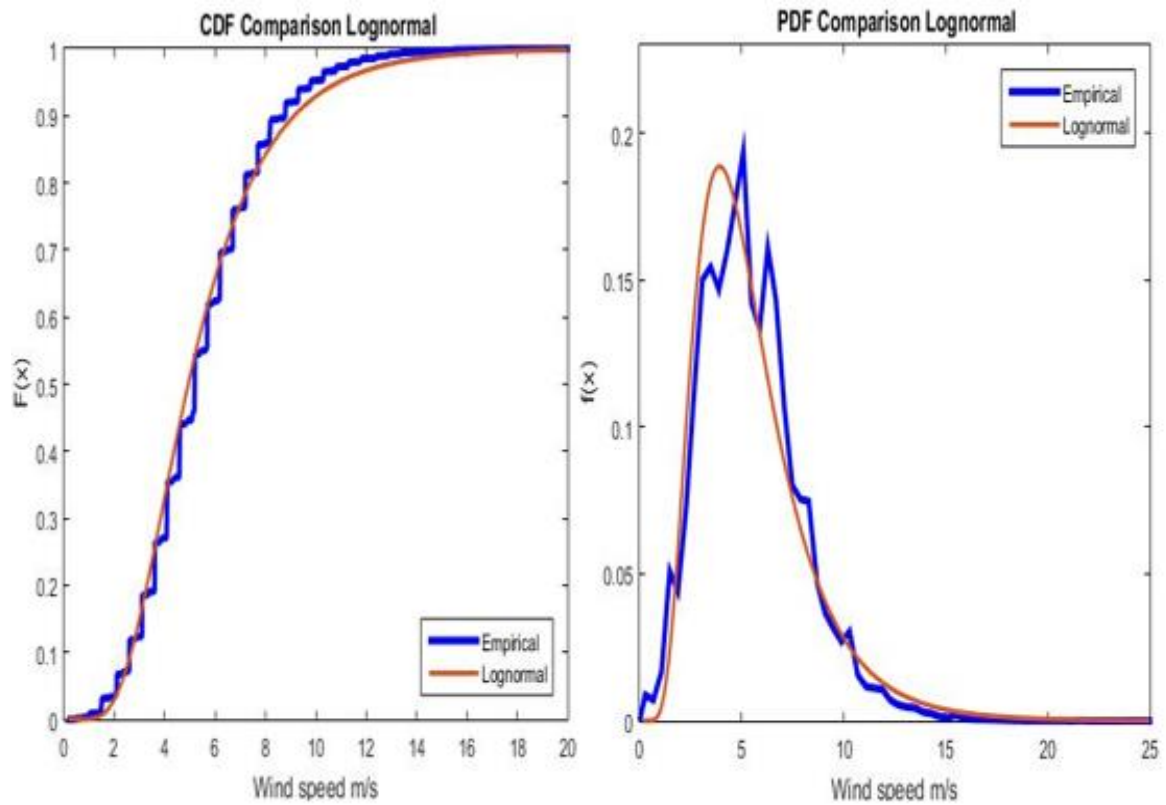
**Σχήμα 5.9** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Gamma.



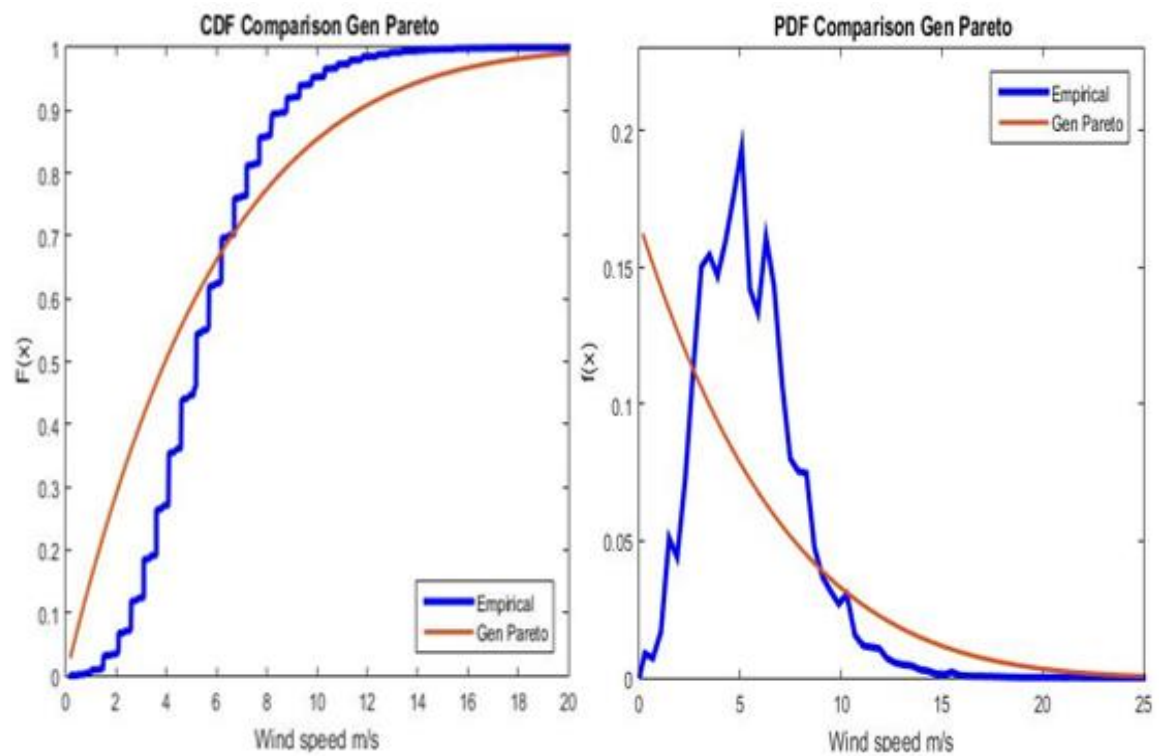
**Σχήμα 5.10** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Weibull.



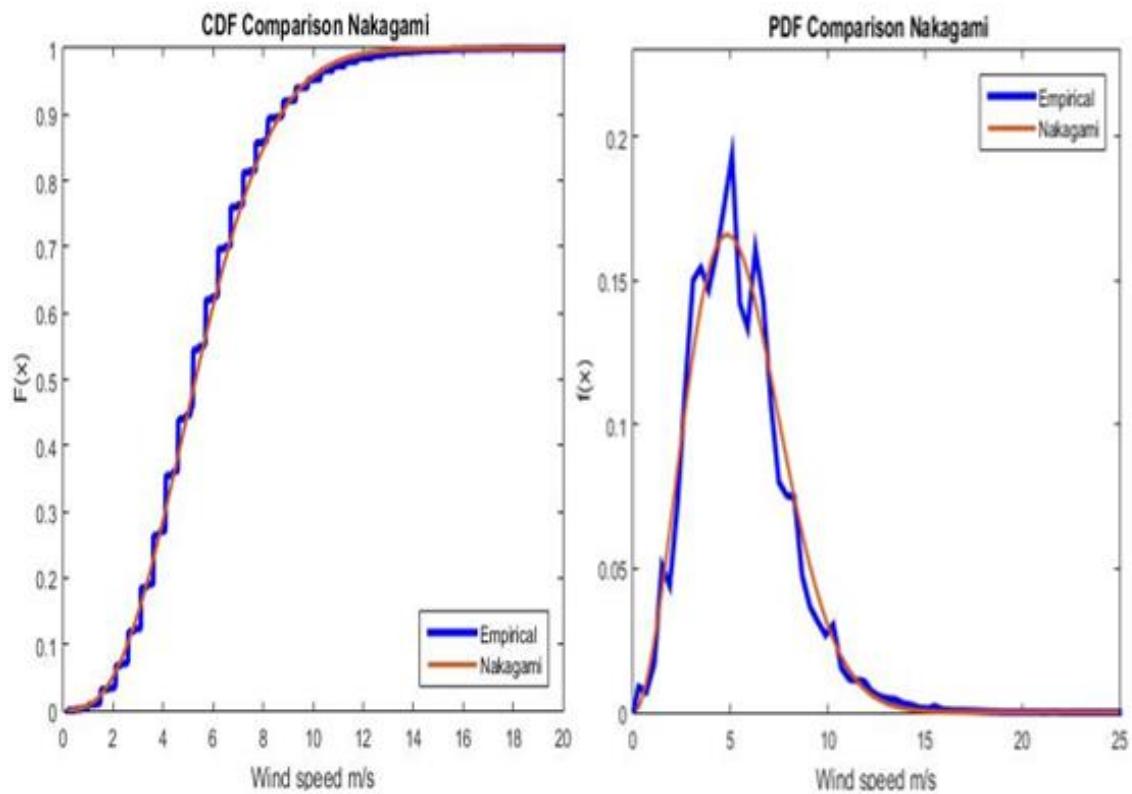
**Σχήμα 5.11** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Rayleigh.



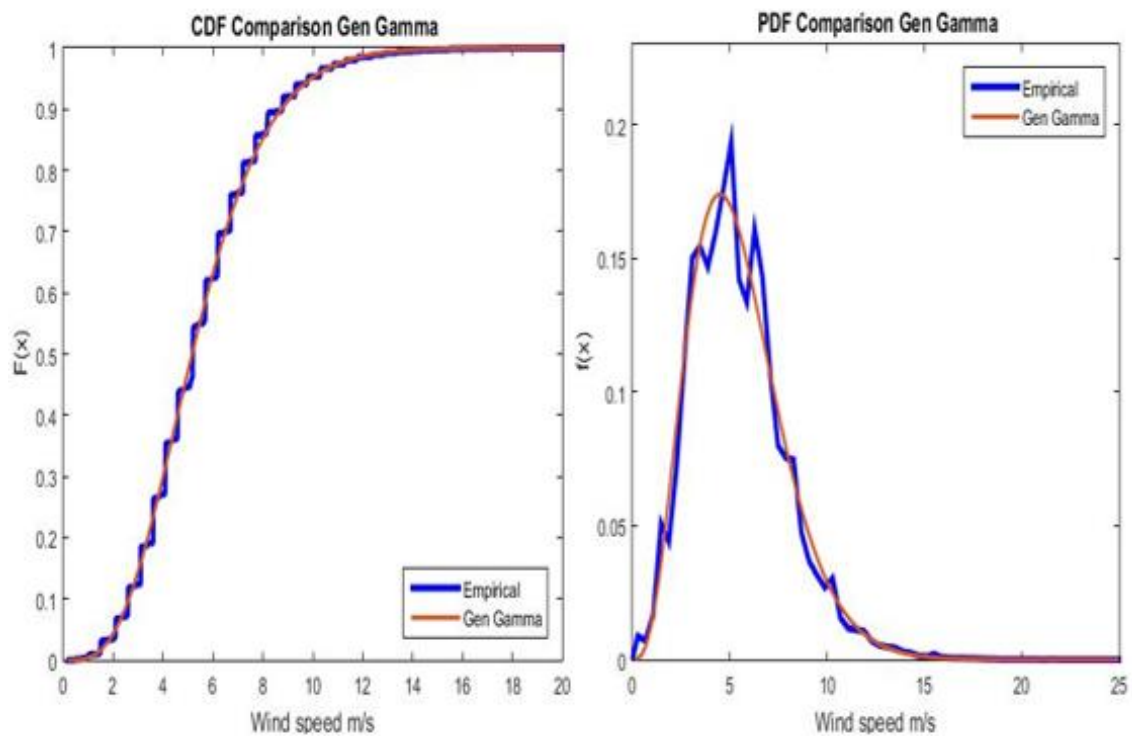
**Σχήμα 5.12** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Lognormal.



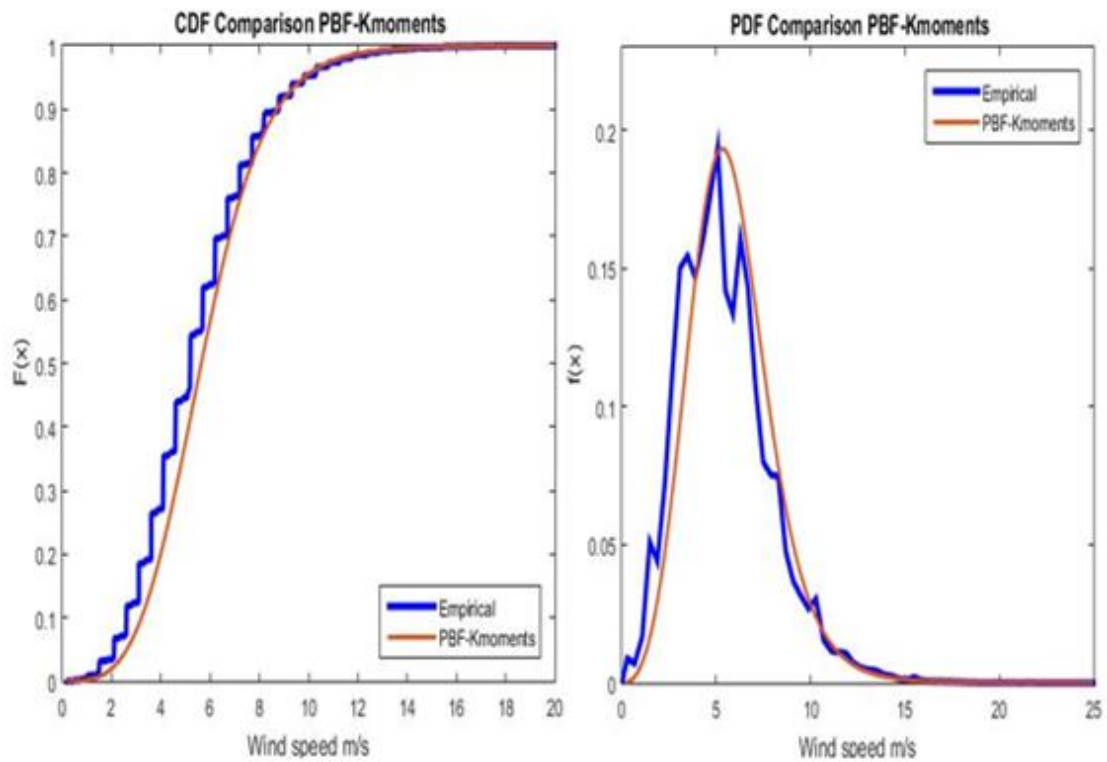
**Σχήμα 5.13** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Γενικευμένη Pareto.



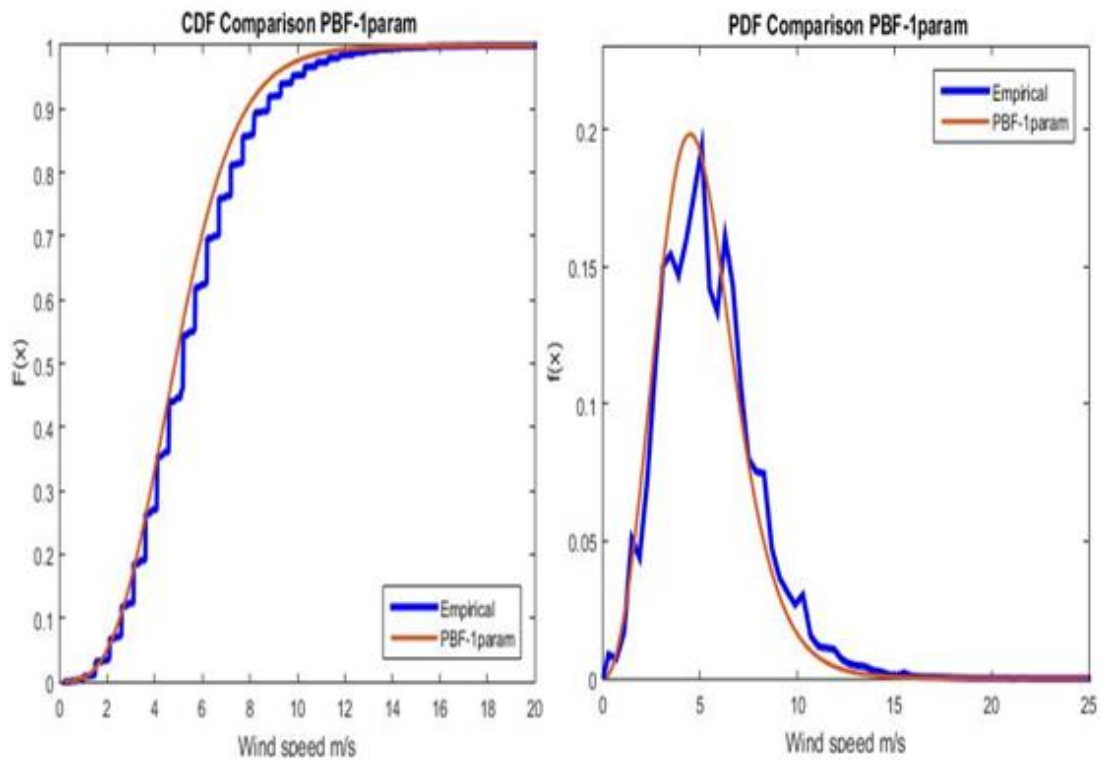
**Σχήμα 5.14** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Nakagami.



**Σχήμα 5.15** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή Generalized Gamma.



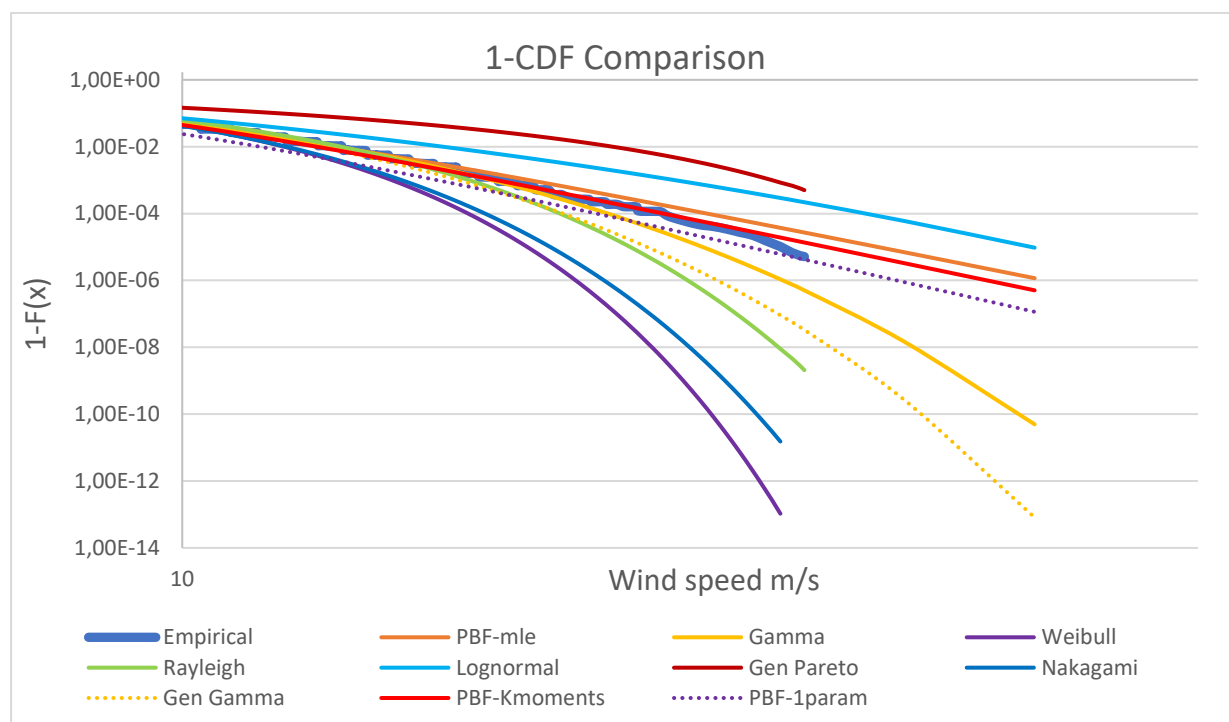
**Σχήμα 5.16** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, παραμέτρων από Κ-ροπές.



**Σχήμα 5.17** Σύγκριση εμπειρικής CDF (αριστερά) και PDF (δεξιά) με την κατανομή PBF, με μία ελεύθερη παράμετρο.

Από τα διαγράμματα προσαρμογής σε κάθε κατανομή λαμβάνουμε μία πρώτη εικόνα για την καταλληλότητα των διαφορετικών κατανομών να περιγράψουν την ταχύτητα του ανέμου, όπου φαίνεται πως οι κατανομές με την καλύτερη συμπεριφορά είναι η PBF και η Generalized Gamma.

Για το σκοπό της μελέτης μας, στην οποία δίνεται έμφαση στις ακραίες τιμές, ήτοι στην ουρά της κατανομής, το επόμενο διάγραμμα είναι κατατοπιστικό για το πώς προσαρμόζονται οι κατανομές στις ακραίες τιμές του ανέμου.



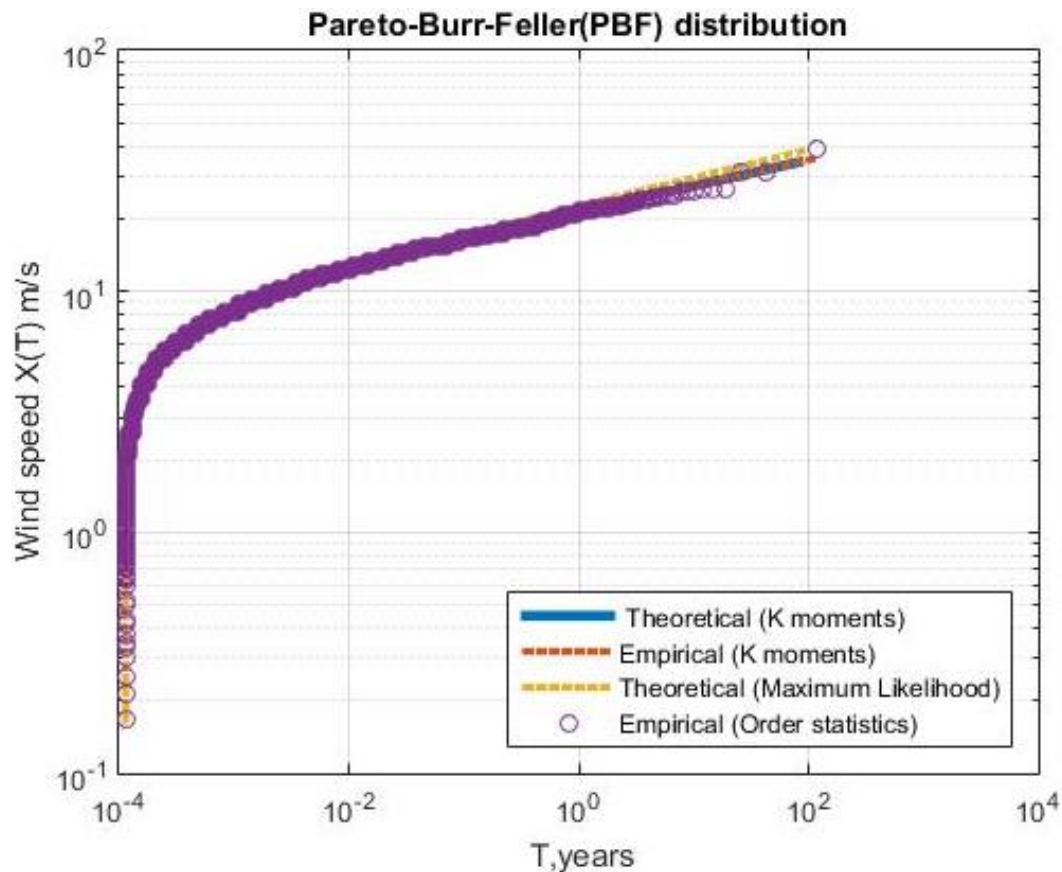
**Σχήμα 5.18** Σύγκριση των 1-CDF όλων των εφαρμοζόμενων κατανομών, για έμφαση στην ουρά των κατανομών, για το σταθμό του MIT.

Από το παραπάνω σχήμα, φαίνεται ξεκάθαρα η φύση των κατανομών ανάλογα με το αν είναι «βαριάς» ή «ελαφριάς» ουράς. Όλη η οικογένεια των κατανομών βαριάς ουράς (PBF, Lognormal, Generalized Pareto, PBF 1param) συμπεριφέρονται σαν ευθείες, στο διπλό λογαριθμικό διάγραμμα και δεν τείνουν να πέσουν στο 0, όπως όλες οι υπόλοιπες.

Από τις κατανομές ελαφριάς ουράς, φαίνεται πως καμία από τις εξεταζόμενες κατανομές δεν είναι ικανή να προσομοιάσει τις ακραίες τιμές του ανέμου, με τις κατανομές Weibull και Rayleigh (σε συνδυασμό με την Nakagami) να φαίνεται να είναι οι πιο ακατάλληλες για τη μίμηση των ακραίων τιμών. Αυτό σημαίνει πως η κείμενη νομοθεσία “INTERNATIONAL STANDARD IEC 61400-1, 2005” που προτείνει για το σκοπό αυτό την κατανομή Weibull, πιθανόν θα πρέπει να αναθεωρηθεί. Παρ’ όλα αυτά ασφαλέστερο συμπέρασμα θα προκύψει από τη μελέτη σε παγκόσμια κλίμακα.

Παρά τη συμπεριφορά της βαριάς ουράς, οι κατανομές Generalized Pareto και Lognormal, δεν φαίνεται να μπορούν να εκφράσουν τη συμπεριφορά των ακραίων τιμών της ταχύτητας του ανέμου, εν αντιθέσει με την κατανομή PBF, και στις 3 εκδοχές της. Ειδικότερα, η κατανομή PBF με εκτίμηση των παραμέτρων από τη μέθοδο των K-ροπών μοιάζει να έχει ιδανικό ταιρίασμα με τις ακραίες τιμές των παρατηρήσεων του σταθμού, όπως ήταν αναμενόμενο και από τον ορισμό τους. Για την καινούρια κατανομή PBF μίας ελεύθερης παραμέτρου, που εισήχθη στην παρούσα μελέτη, φαίνεται πως έχει μία αρκετά καλή συμπεριφορά για την έκφραση των ακραίων τιμών, λιγότερο ακριβή, βέβαια, από την έκδοση των τριών παραμέτρων, αλλά αρκετά καλύτερη από τις διπαραμετρικές κατανομές και τη μονοπαραμετρική Rayleigh, που προτείνονται και από τη νομοθεσία.

Στη συνέχεια παρατίθενται το διάγραμμα σύγκρισης των δεδομένων του σταθμού (που αναπαρίστανται σύμφωνα με τη θεωρία των order statistics) συγκρινόμενα για τις αντίστοιχες περιόδους επαναφοράς τους, με τις κατανομές παραμέτρων υπολογισμένων από mle και K-ροπές αντίστοιχα. Οι κατανομές, για τις οποίες γίνεται η παραπάνω διαδικασία, είναι η PBF, Gamma και Weibull.



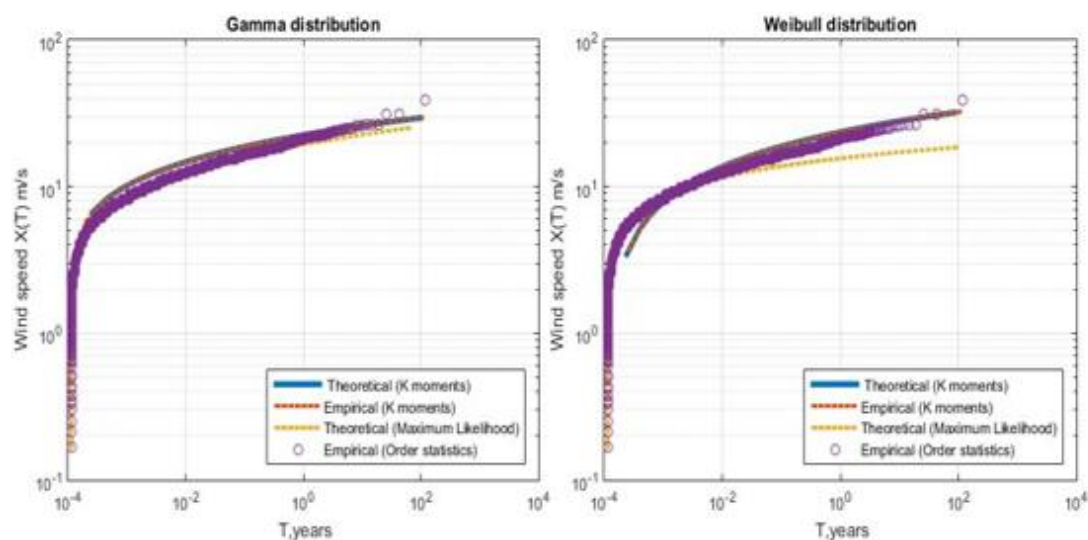
**Σχήμα 5.19** Διάγραμμα (Ταχυτήτων ανέμου-Περιοδών επαναφοράς) για σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης παραμέτρων με τα εμπειρικά δεδομένα, σε order statistics, για την PBF.

Είναι προφανές πως οι K-ροπές (μπλε και πορτοκαλί καμπύλες) οδηγούν στην εκτίμηση παραμέτρων που καθιστούν την κατανομή ικανή να προσεγγίσει τις ακραίες τιμές (που ορίζονται ως οι τιμές για περίοδο επαναφοράς >1 έτος) πολύ καλύτερα απ’



ό,τι με παραμέτρους, εκτιμώμενες από την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας. Από την άλλη η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας φαίνεται να υπερτερεί ελαφρώς ως προς το σώμα της κατανομής, το οποίο μελετάται, παρότι δεν δίνεται έμφαση στην παρούσα εργασία.

Σε κάθε περίπτωση, βέβαια, η κατανομή PBF είναι η καταλληλότερη κατανομή για να περιγράψει την ταχύτητα του ανέμου. Στο σχήμα (5.20) που ακολουθεί, φαίνεται και η συμπεριφορά των κατανομών Gamma και Weibull, που αστοχούν αρκετά από τα δεδομένα-παρατηρήσεις τόσο στο σώμα όσο και στην ουρά της κατανομής.

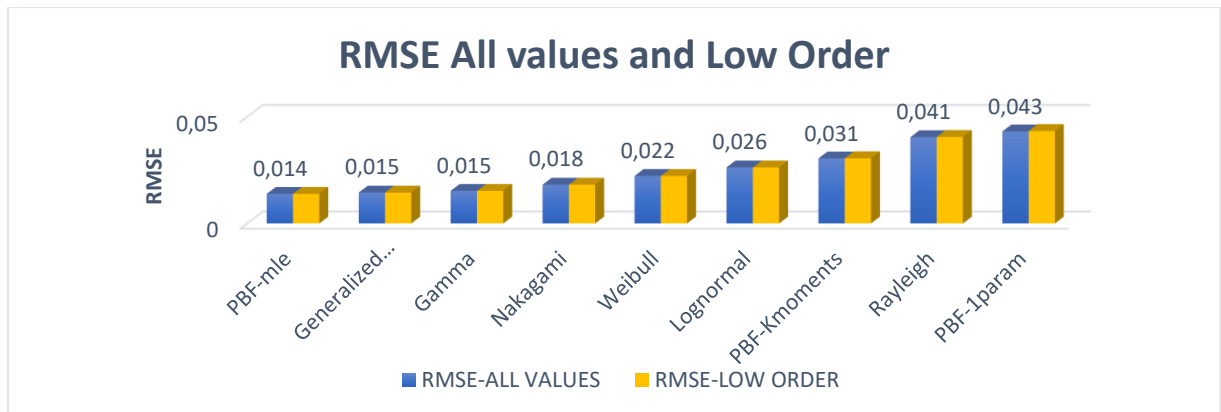


**Σχήμα 5.20** Διάγραμμα (Ταχυτήτων ανέμου-Περιοδών επαναφοράς) για σύγκριση των μεθόδων εκτίμησης παραμέτρων με τα εμπειρικά δεδομένα, σε order statistics, για την Gamma (αριστερά) και Weibull (δεξιά).

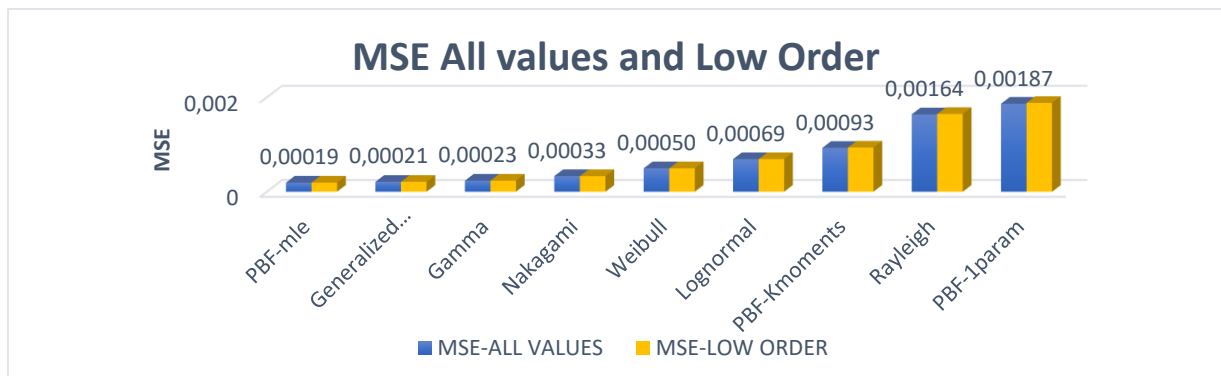
Στη συνέχεια, παρατίθενται τα διαγράμματα με τιμές των συντελεστών goodness of fit για όλες τις εξεταζόμενες κατανομές ώστε να επαληθευτούν τα στοιχεία από τα γραφήματα που έχουν ήδη παρουσιαστεί. Οι τιμές των συντελεστών απεικονίζονται, τόσο για το σώμα, τη συνολική κατανομή, όσο και την ουρά της κατανομής που είναι και το κύριο αντικείμενο μελέτης μας.

Η κατανομή «Γενικευμένη Παρέτο» δεν χρησιμοποιείται στην παρακάτω αναπαράστασή, καθώς από τα διαγράμματα των CDF, PDF φαίνεται πως δεν είναι η κατάλληλη κατανομή για να προσομοιάσει την ταχύτητα του ανέμου.

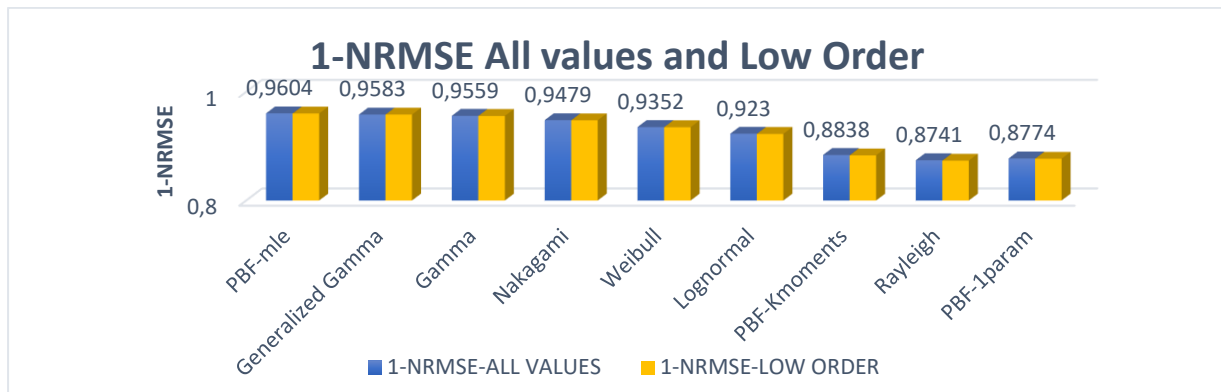
Οι τιμές για το σώμα της κατανομής (που περιέχει και τις περισσότερες παρατηρήσεις του δείγματος) βρίσκονται στα ίδια διαγράμματα με το σύνολο της κατανομής, ενώ οι ακραίες τιμές, για τις οποίες η περίοδος επαναφοράς είναι μεγαλύτερη από ένα έτος ( $T > 1$ ) παρουσιάζονται ξεχωριστά.



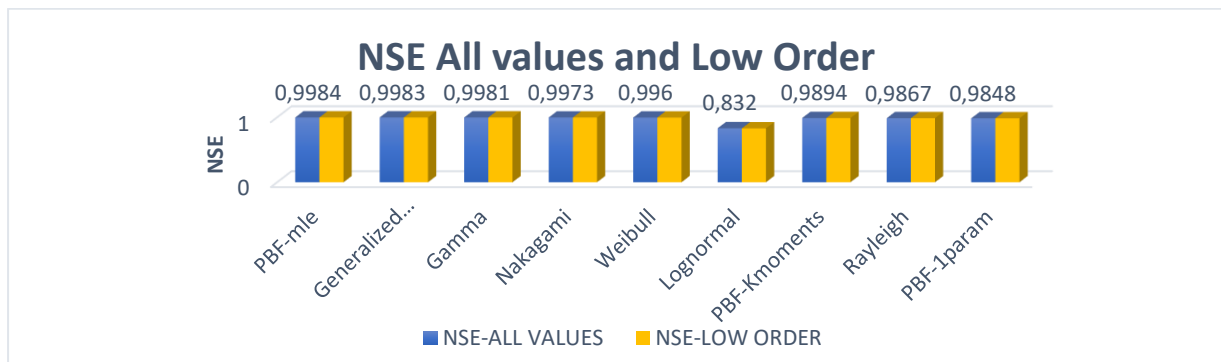
**Σχήμα 5.21** RMSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT.



**Σχήμα 5.22** MSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT.

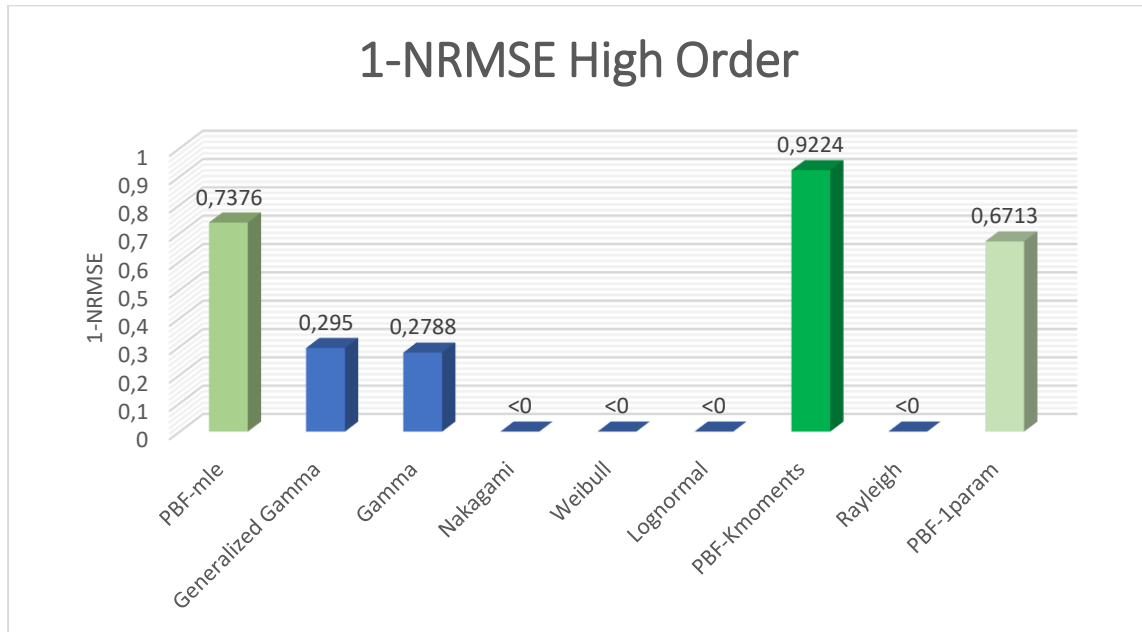


**Σχήμα 5.23** 1-NRMSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT.

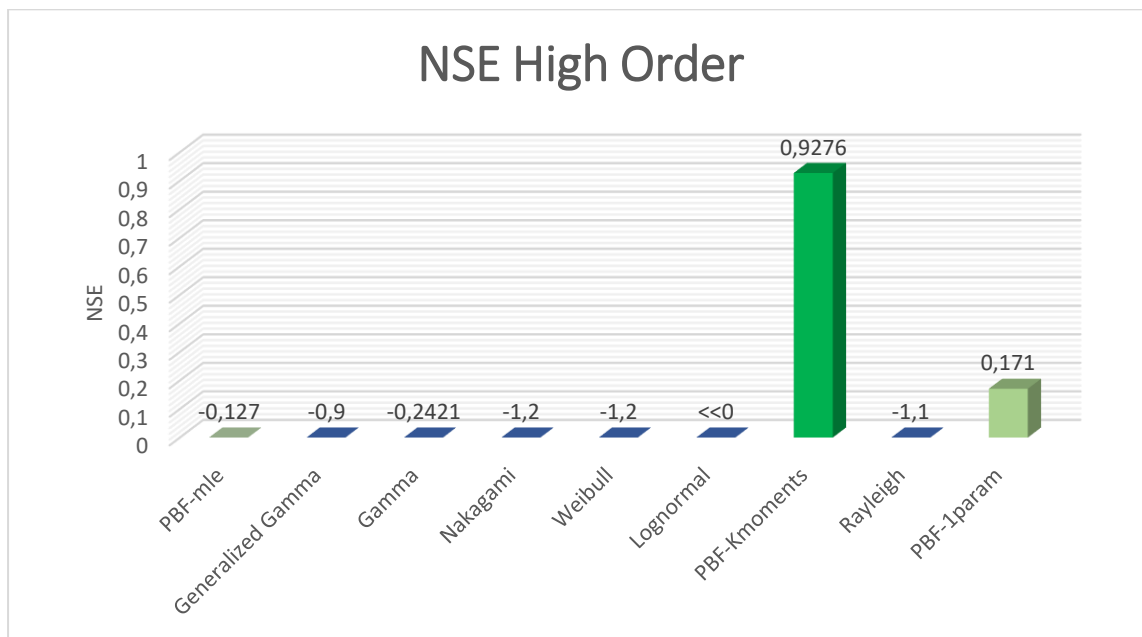


**Σχήμα 5.24** NSE για το σώμα και τη συνολική κατανομή, για το σταθμό MIT.

Για τη μελέτη των ακραίων τιμών οι παράμετροι “RMSE, MSE” παρουσιάζουν ευαισθησία ως προς την κλίμακα και δεν έχουν αξιόπιστα αποτελέσματα. Για τη σύγκριση των κατανομών χρησιμοποιούνται μόνο οι παράμετροι “1-NRMSE, NSE” που παρατίθενται στα παρακάτω σχήματα.



**Σχήμα 5.25** 1-NRMSE για την ουρά της κατανομής, για το σταθμό MIT.



**Σχήμα 5.26** NSE για την ουρά της κατανομής, για το σταθμό MIT.

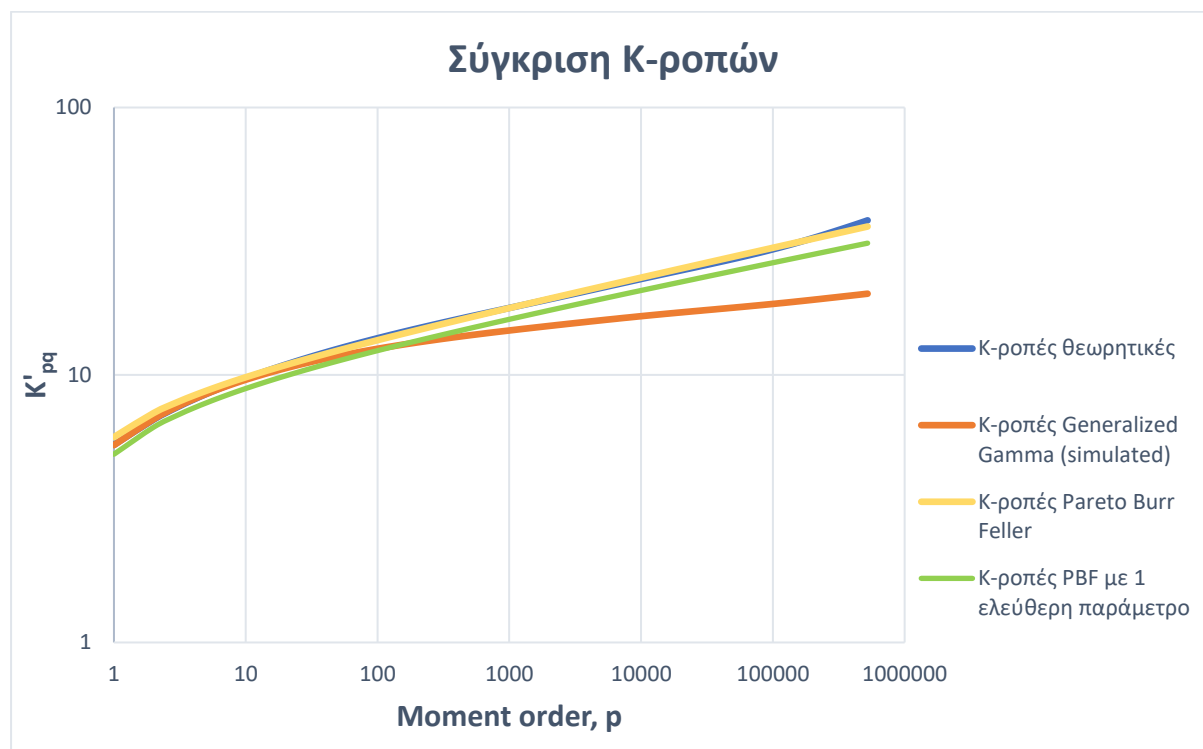
Οι γενικές παρατηρήσεις που προκύπτουν από τα παραπάνω διαγράμματα είναι οι ακόλουθες:

- Οι κατανομές PBF με παραμέτρους από K-ροπές , και PBF μιας ελεύθερης παραμέτρου έχουν εξαιρετική συμπεριφορά όσον αφορά τις ακραίες τιμές των παρατηρήσεων. Ειδικά, η PBF τριών παραμέτρων έχει εξαιρετική προσαρμογή στις ακραίες τιμές και είναι η πλέον κατάλληλη κατανομή για την περιγραφή τους. Πολύ σημαντικό είναι το στοιχείο πως η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, παρότι διαθέτει μόνο μία παράμετρο, παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από όλες τις διπαραμετρικές κατανομές (σχήμα 5.25), (σχήμα 5.26). Ταυτόχρονα, είναι καλύτερη και από την τριπαραμετρική PBF, με εκτιμώμενες παραμέτρους από μέγιστη πιθανοφάνεια, για το δείκτη NSE (σχήμα 5.25), και πολύ κοντά, αν και παρουσιάζει λίγο μεγαλύτερο σφάλμα, για το δείκτη 1-NRMSE (σχήμα 5.26)!
- Όσον αφορά το σώμα και τη συνολική κατανομή, όπως ήταν αναμενόμενο εξ ορισμού, οι κατανομές από K-ροπές υστερούν λίγο, αλλά, με τιμές 0.0002 για το MSE (σχήμα 5.22), και περίπου 0.99 για το δείκτη NSE (σχήμα 5.24), δεν γίνεται παρά να χαρακτηριστεί εξαιρετική η προσαρμογή τους στα δεδομένα, γιατί ακόμα κι αν φαίνεται να υστερούν από τις υπόλοιπες κατανομές, η διαφορά τους είναι ελάχιστη.
- Για να είναι τα αποτελέσματα ακόμη πιο έγκυρα, η μελέτη μας επεκτείνεται σε παγκόσμια κλίμακα, όπου θα δούμε κι εκεί τις τιμές των αποτελεσμάτων που δίνονται. Επίσης είναι σημαντικό και θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο, η δυνατότητα των κατανομών να εκτιμήσουν την παραγόμενη ενέργεια για ανεμογεννήτριες για να υπάρξει ακόμη πιο ξεκάθαρη εικόνα για την προσαρμογή στο σύνολο των δεδομένων. Βέβαια, με τα μέχρι στιγμής στοιχεία φαίνεται πως η κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο υπερτερεί γενικά, καθώς είναι πολύ εύχρηστη λόγω της μιας παραμέτρου, είναι πολύ αξιόπιστη για το σώμα της κατανομής και πολύ πιο ικανή να περιγράψει τις ακραίες τιμές, από τις υπόλοιπες μονοπαραμετρικές και διπαραμετρικές κατανομές.

Τέλος, επειδή όσον αφορά το σώμα της κατανομής φαίνεται η συμπεριφορά της Generalized Gamma, να είναι πολύ κοντά στην PBF (και οι 2 κατανομές με παραμέτρους από mle) κρίνεται σκόπιμο να μελετηθεί η περίπτωση εφαρμογής K-ροπών και στην κατανομή αυτή, για να φανεί αν θα μπορούσε να περιγράψει με ακρίβεια τις ακραίες τιμές, παρότι είναι μία κατανομή ελαφριάς ουράς. Το πρόβλημα της μη ύπαρξης εξισώσεων για τις K-ροπές, για την κατανομή Generalized Gamma επιλύθηκε πραγματοποιώντας τα επόμενα βήματα:

- Εύρεση με τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, των παραμέτρων της κατανομής Generalized Gamma, μέσω της ελαχιστοποίησης του δείκτη MSE, που περιέχει τις τιμές της παραμέτρου, όπως και της PBF, με παραμέτρους από K-ροπές.
- Δημιουργία μέσω της μεθόδου Monte Carlo τιμών με μήκος όσο το μήκος των παρατηρήσεων του σταθμού του MIT.
- Με χρήση της αντίστροφης κατανομής Generalized Gamma, και εισαγωγή των τιμών της μεθόδου Monte Carlo, παράγονται τιμές που προσομοιάζουν στις παρατηρούμενες και υπολογίζονται οι θεωρητικές K-ροπές, εξ ορισμού, από αυτές.

Στο επόμενο διάγραμμα παρατίθεται το αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας και γίνεται σύγκριση των θεωρητικών Κ-ροπών από τις παρατηρήσεις, των εμπειρικών Κ-ροπών από PBF, των Κ-ροπών από προσομοίωση για την Generalized Gamma, και των εμπειρικών Κ-ροπών της κατανομής PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.



**Σχήμα 5.27** Σύγκριση Κ-ροπών για τις κατανομές PBF, Generalized Gamma, PBF μίας παραμέτρου.

Για μία ακόμη φορά φαίνεται η ελαφριά ουρά της κατανομής Generalized Gamma καθώς όσο αυξάνεται η τάξη πέφτουν οι τιμές της και δεν διατηρούνται σταθερά ανοδικές, όπως οι άλλες 2. Φαίνεται πως οι Κ-ροπές από την PBF προσαρμόζονται εξαιρετικά στις θεωρητικές τιμές, ενώ είναι εντυπωσιακή και η πολύ καλή προσαρμογή των Κ-ροπών από τη μονοπαραμετρική PBF, με τις τιμές της πολύ κοντά στις θεωρητικές.

## 5.5 Παγκόσμια κλίμακα

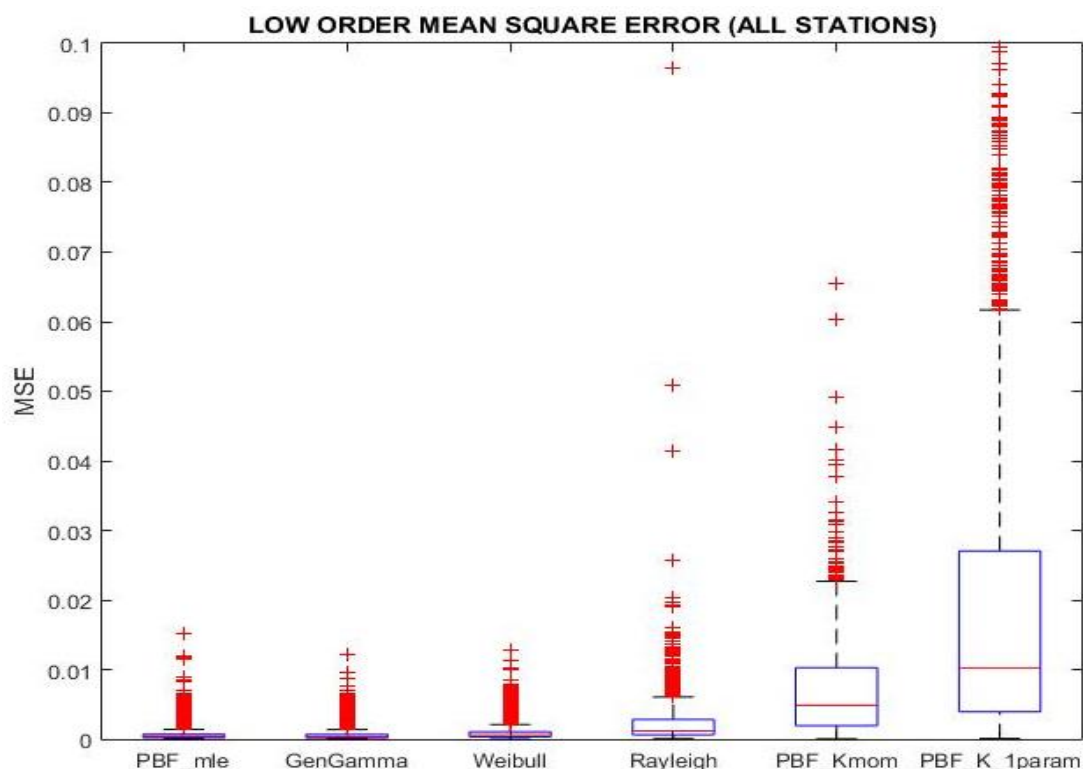
Για την παγκόσμια κλίμακα παρατίθενται τα αποτελέσματα από τους δείκτες σφάλματος για το σώμα, και την ουρά. Ως υψηλής τάξης, ακραίες τιμές, θεωρούμε αυτές για τις οποίες ισχύει ότι  $T > 1$  έτος.

Οι κατανομές που εξετάζονται είναι εκείνες που παρουσιάζουν την καλύτερη συμπεριφορά ως προς την προσομοίωση της ταχύτητας του ανέμου (PBF, Generalized Gamma) όπως και οι προτεινόμενες από τη νομοθεσία Weibull, και Rayleigh που συγκρίνονται άμεσα με την καινούρια κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.

Για το σώμα της κατανομής χρησιμοποιούνται όλοι οι δείκτες σφάλματος, ενώ για τις ακραίες τιμές που οι δείκτες, όπως εξηγήθηκε, RMSE, MSE κρίνονται αναξιόπιστοι, χρησιμοποιούνται οι δείκτες 1-NRMSE, NSE με τη μορφή ιστογραμμάτων.

### 5.5.1 Low order

Τα αποτελέσματα για το σώμα της κατανομής (low order) φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα που περιέχουν box plots. Το κάτω όριο του κουτιού αντιστοιχεί στο 25% των τιμών του δείκτη, ενώ το άνω όριο στο 75% των τιμών.

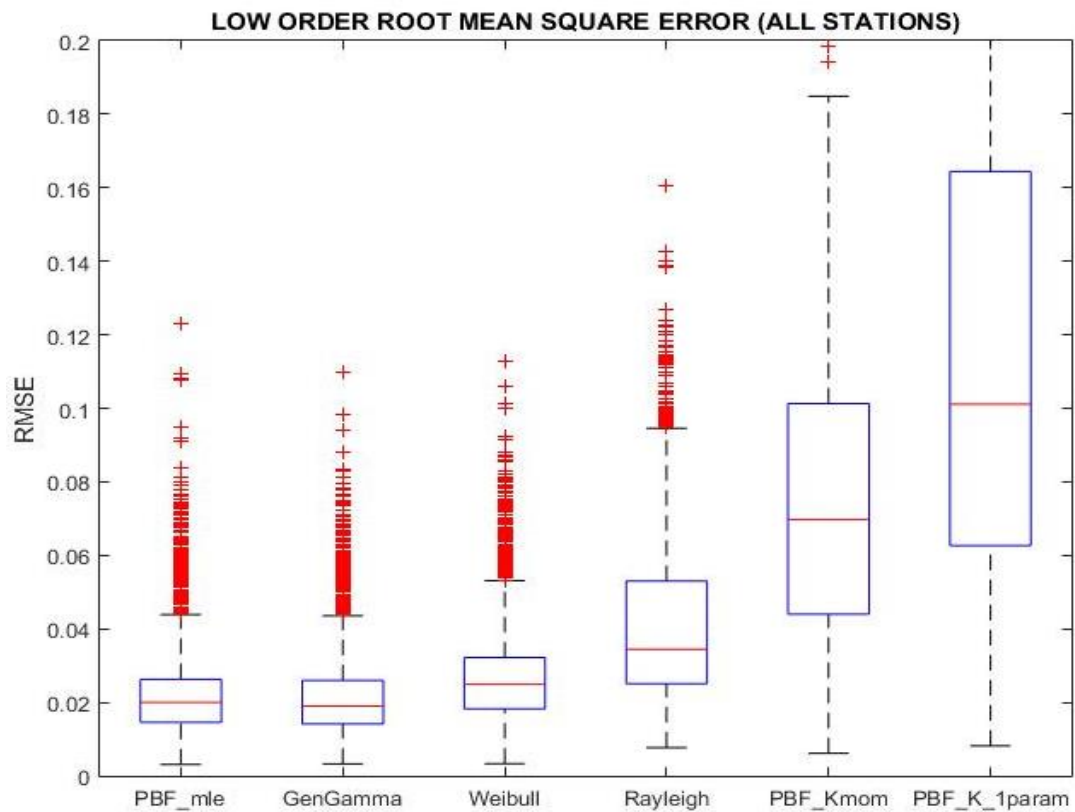


**Σχήμα 5.28** MSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα.

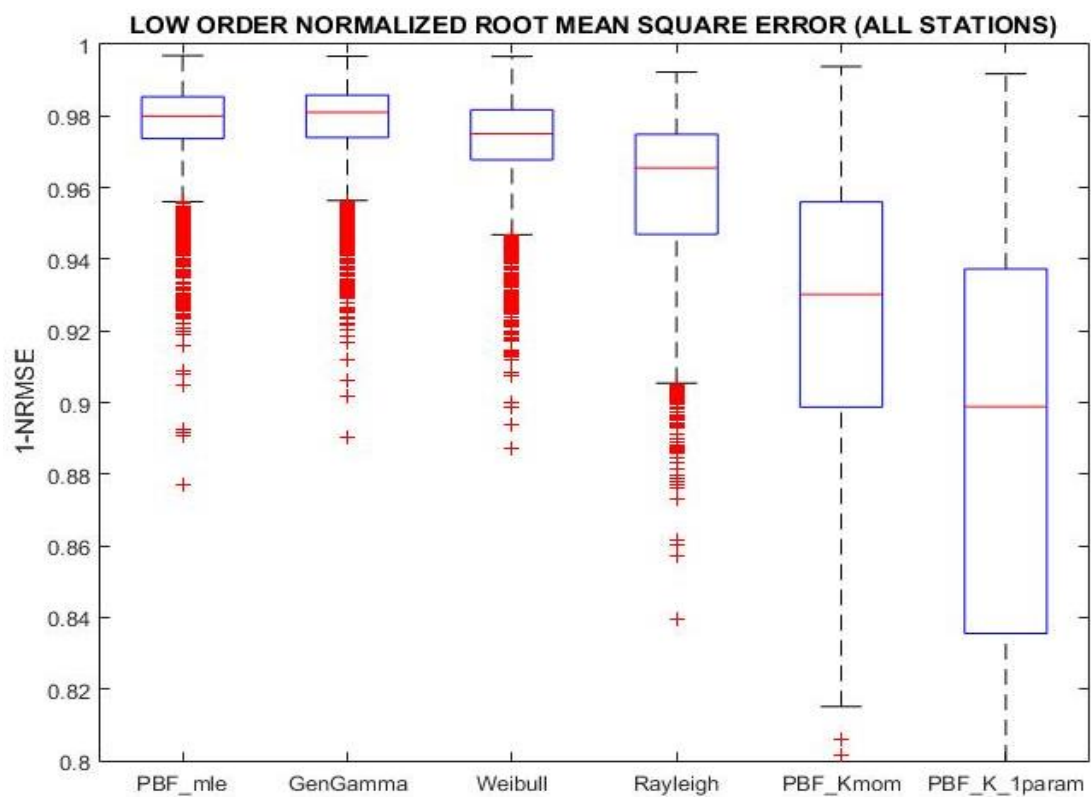
Η κατανομή PBF, με εκτίμηση παραμέτρων από την μέγιστη πιθανοφάνεια και η κατανομή Generalized Gamma, με την ίδια εκτίμηση, παρουσιάζουν τα ίδια σφάλματα τα οποία είναι ελάχιστα και της τάξεως του  $4 \cdot 10^{-4}$ , οπότε, είναι πραγματικά σχεδόν αμελητέες οι τιμές τους (σχήμα 5.28).

Παρατηρούμε πως το υψηλότερο σφάλμα παρουσιάζει η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, το οποίο είναι 0.01. Επομένως, φαίνεται πως ακόμα και αυτό το σφάλμα είναι πολύ μικρό, με τη διαφορά με τη διπαραμετρική Weibull να είναι  $5 \cdot 10^{-3}$ . Συνεπώς, θεωρείται στα όρια του στατιστικού λάθους και επομένως, η κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε πως έχει μία πολύ καλή συμπεριφορά όσον αφορά το σώμα της κατανομής.

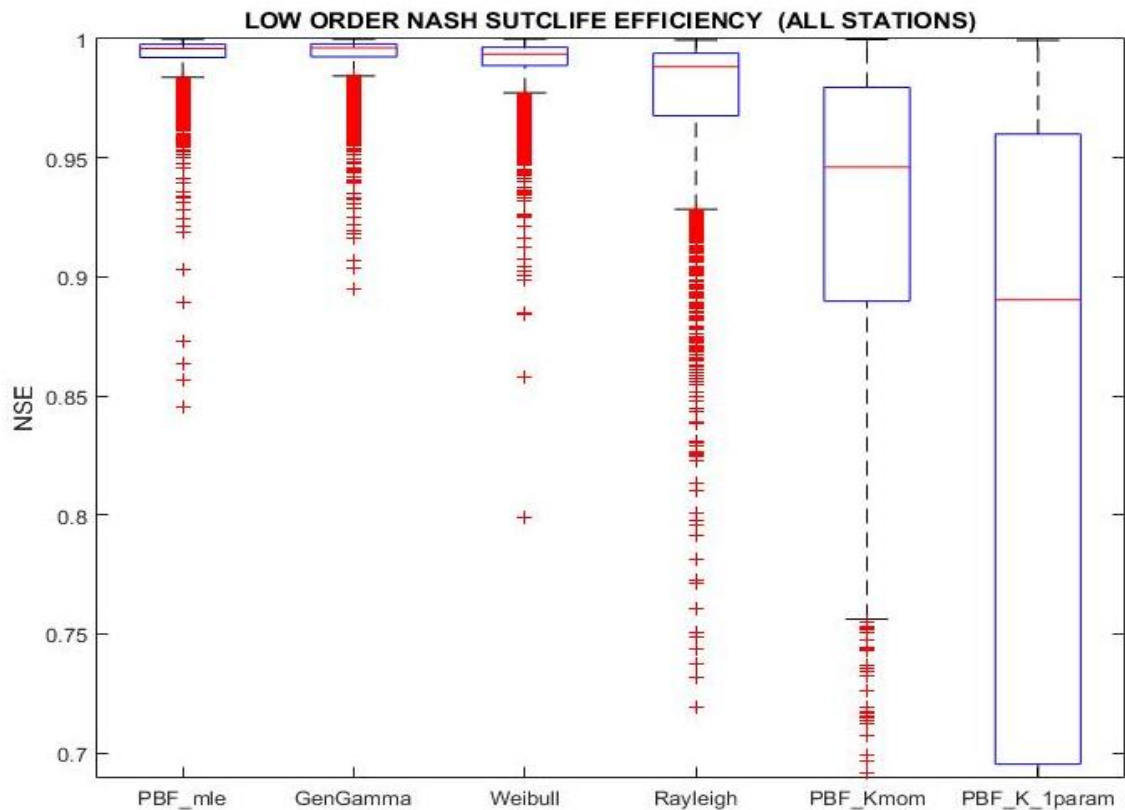
Το παραπάνω συμπέρασμα επιβεβαιώνεται και από τα σχήματα (5.29),(5.30),(5.31) που παρουσιάζουν μία πολύ μικρή απόκλιση της τιμής του σφάλματος της PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, σε σχέση με τις κατανομές Weibull και Rayleigh, γεγονός που την καθιστά πολύ καλή κατανομή για την περιγραφή των παρατηρούμενων τιμών.



Σχήμα 5.29 RMSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα.



Σχήμα 5.30 1-NRMSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.31** NSE για το σώμα της κατανομής, σε παγκόσμια κλίμακα.

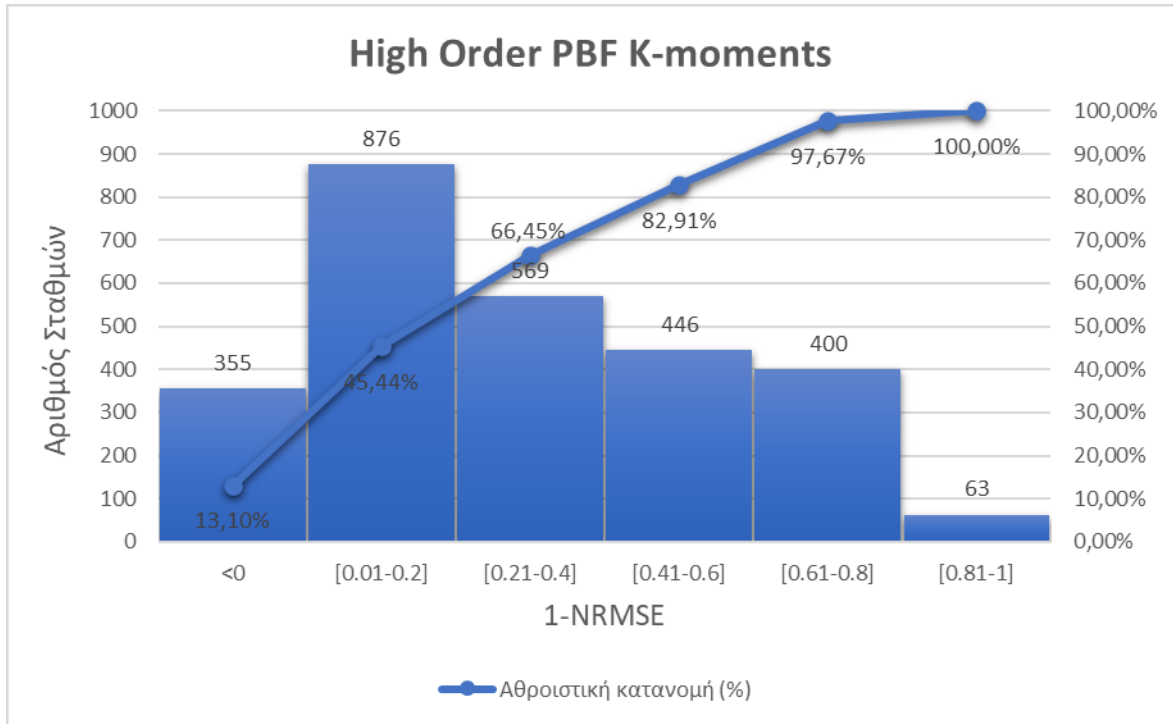
Τα συμπεράσματα από όλα τα διαγράμματα είναι κοινά. Οι κατανομές PBF και Generalized Gamma, με παραμέτρους εκτιμώμενες από μέγιστη πιθανοφάνεια, παρουσιάζουν εξαιρετική προσαρμογή στα δεδομένα, με σχεδόν μηδενικό σφάλμα. Για το δείκτη MSE το σφάλμα έχει την εξαιρετικά μικρή τιμή  $4 \cdot 10^{-4}$ , ενώ ο δείκτης Nash-Sutcliffe παρουσιάζει την εξαιρετικά υψηλή τιμή 0.996, κοντά στο 1, που δείχνει την απόλυτη αντιστοίχιση, για αμφότερες τις κατανομές.

Αναφορικά με την κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, η συμπεριφορά της στις low order τιμές, όπως αναμενόταν, είναι πιο αδύναμη από τις υπόλοιπες κατανομές, αλλά φαίνεται να είναι αρκετά καλή καθώς το σφάλμα της για τους δείκτες MSE και RMSE είναι 0.01 και 0.1 αντίστοιχα, ενώ και στις παραμέτρους 1-NRMSE και NSE καταφέρνει να επιτυγχάνει πολύ υψηλές τιμές, κοντά στο 1. Για την ακρίβεια, σε αυτούς του δείκτες, λαμβάνει την τιμή 0.9 που δείχνει μία εξαιρετική προσαρμογή στα δεδομένα.

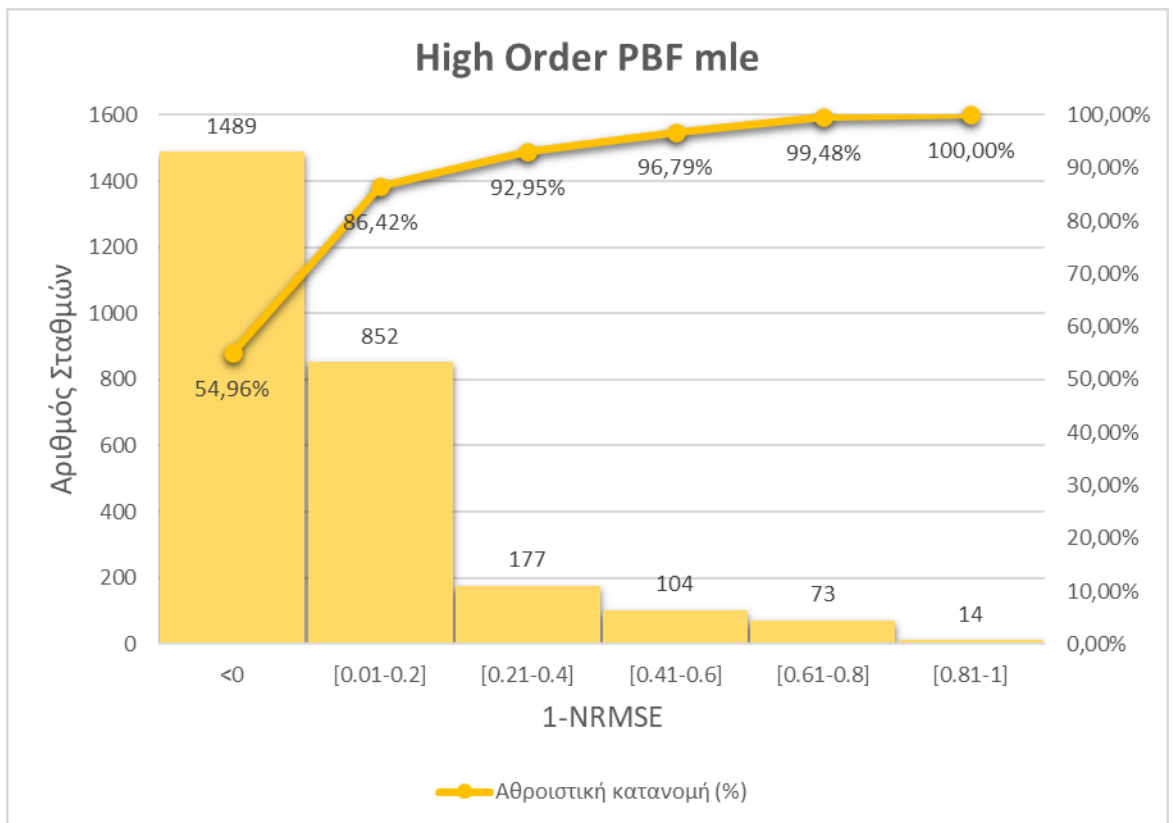
### 5.5.2 Ακραίες τιμές

Στη συνέχεια φαίνονται τα αποτελέσματα για τα high order, δηλαδή για την ουρά της κατανομής που περιέχει τις ακραίες τιμές στις οποίες εστιάζει η μελέτη μας (σχήματα 5.32-5.37). Οι δείκτες που χρησιμοποιούνται είναι οι 1-NRMSE και NSE.

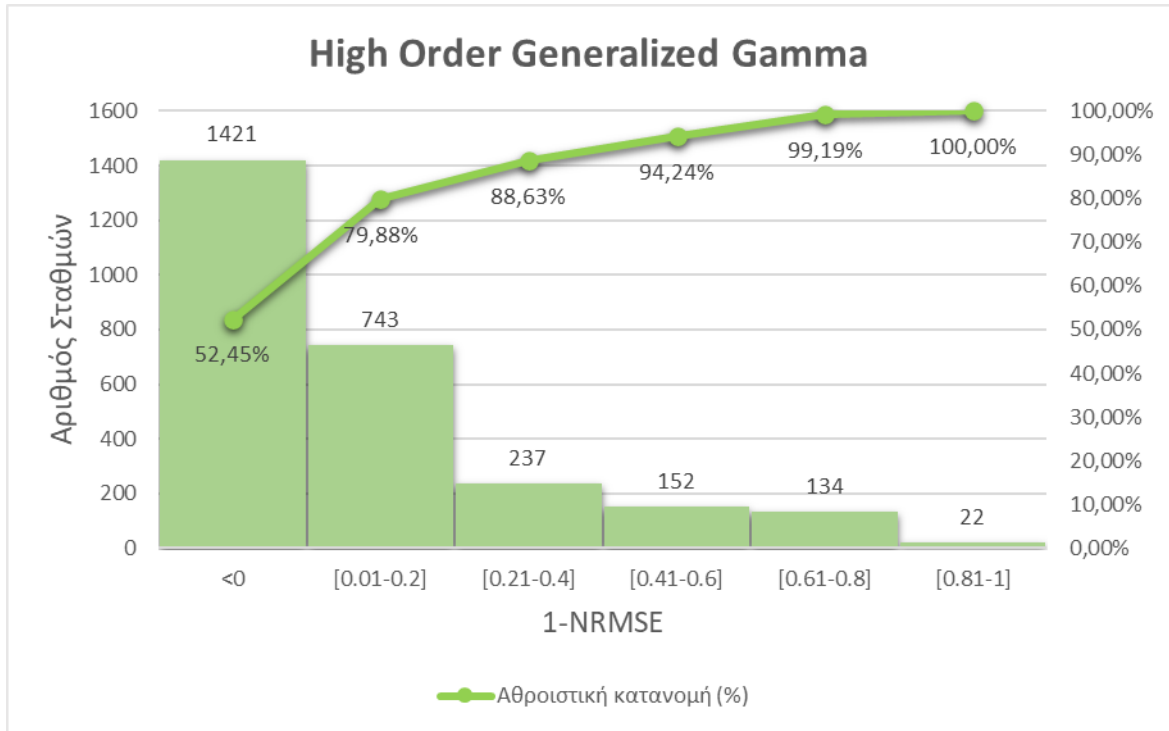




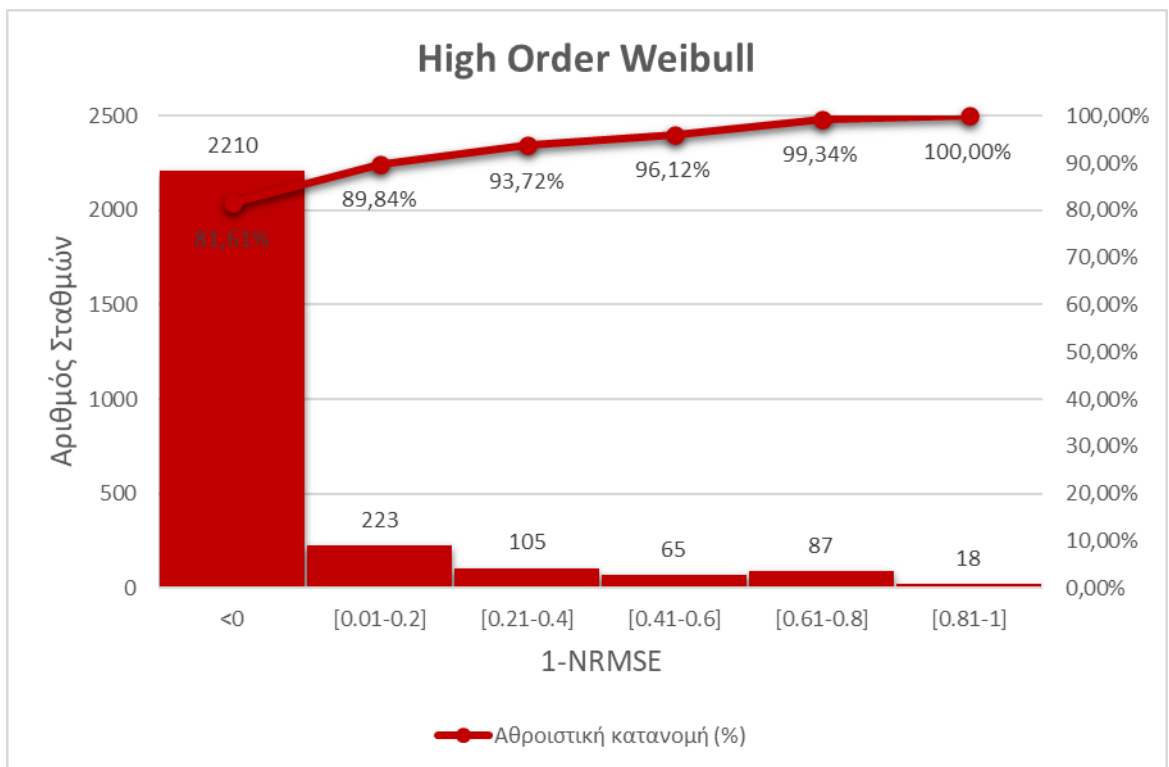
**Σχήμα 5.32** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-Κροπές, σε παγκόσμια κλίμακα.



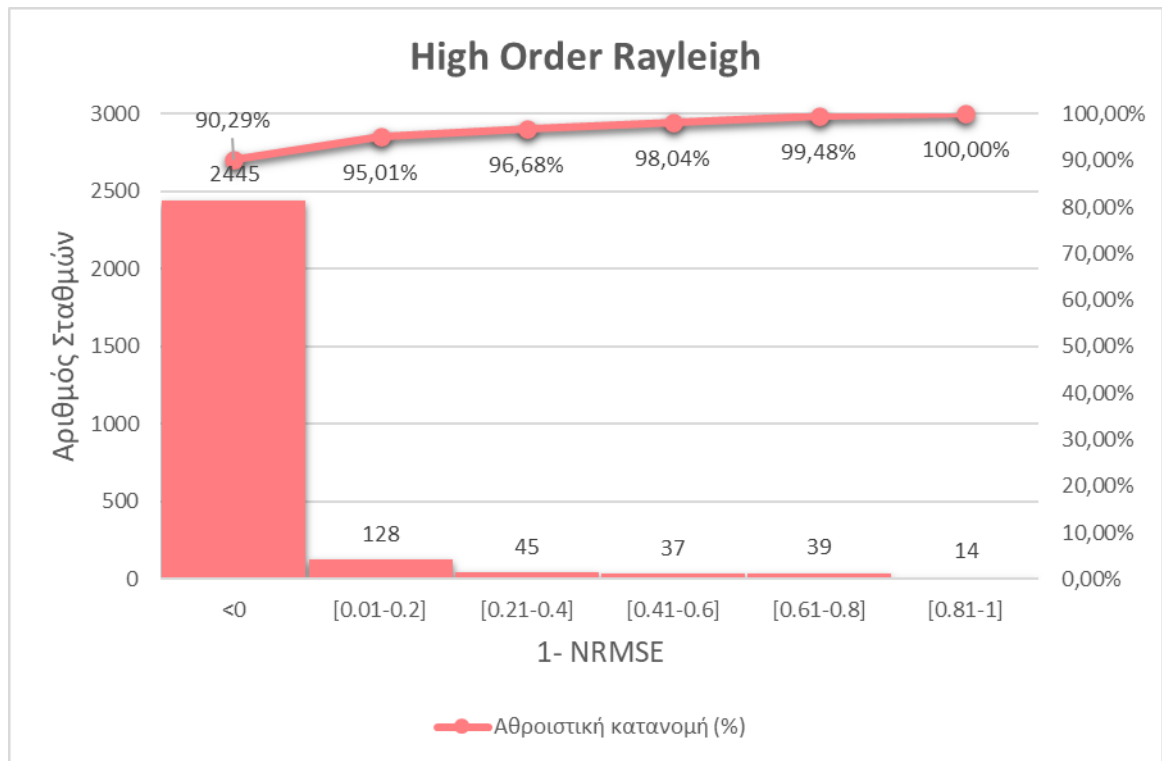
**Σχήμα 5.33** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-mle, σε παγκόσμια κλίμακα.



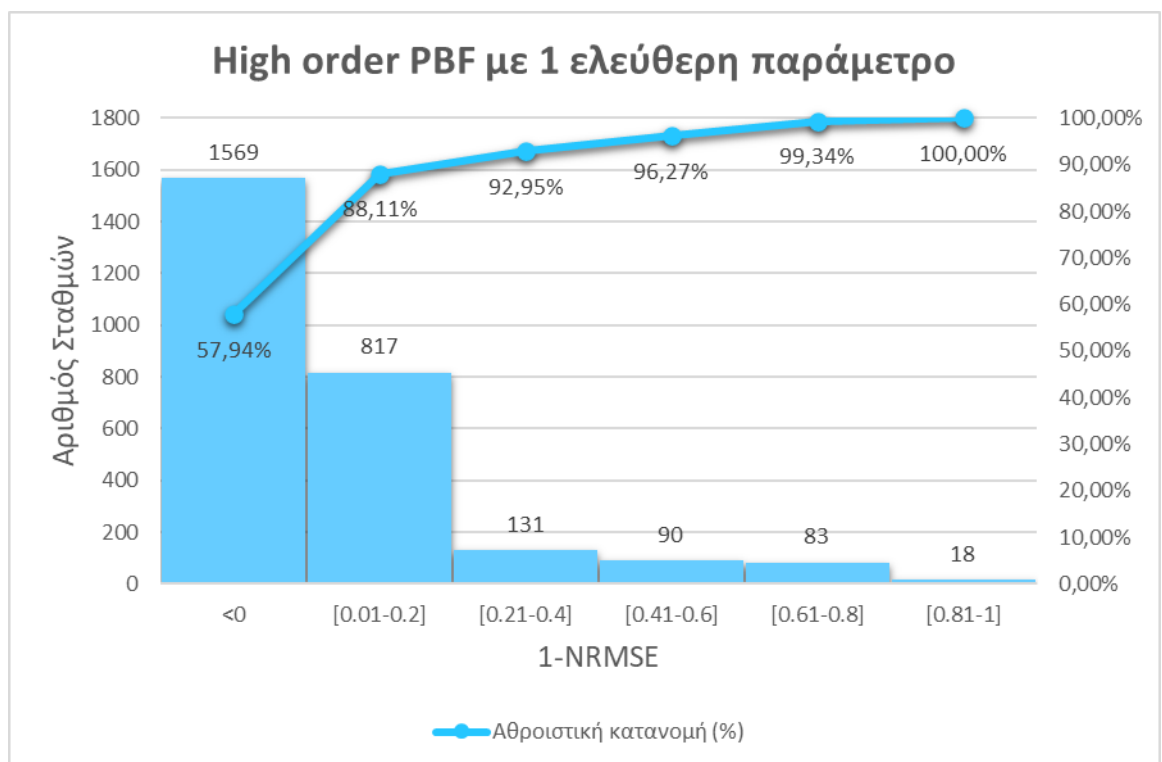
**Σχήμα 5.34** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Generalized Gamma, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.35** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Weibull, σε παγκόσμια κλίμακα.

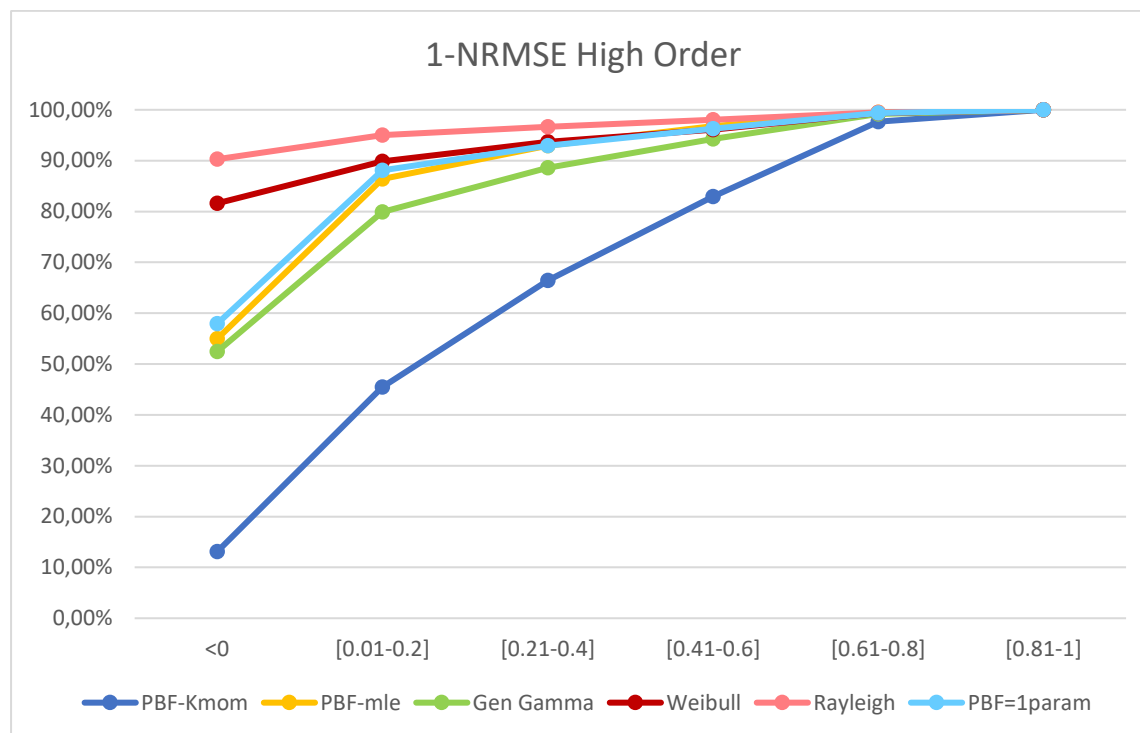


**Σχήμα 5.36** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Rayleigh, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.37** 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-με μία ελεύθερη παράμετρο, σε παγκόσμια κλίμακα.

Ενώ, τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα από όλες τις κατανομές, όπως προέκυψαν από τα σχήματα (5.32-5.37), φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα (5.38).



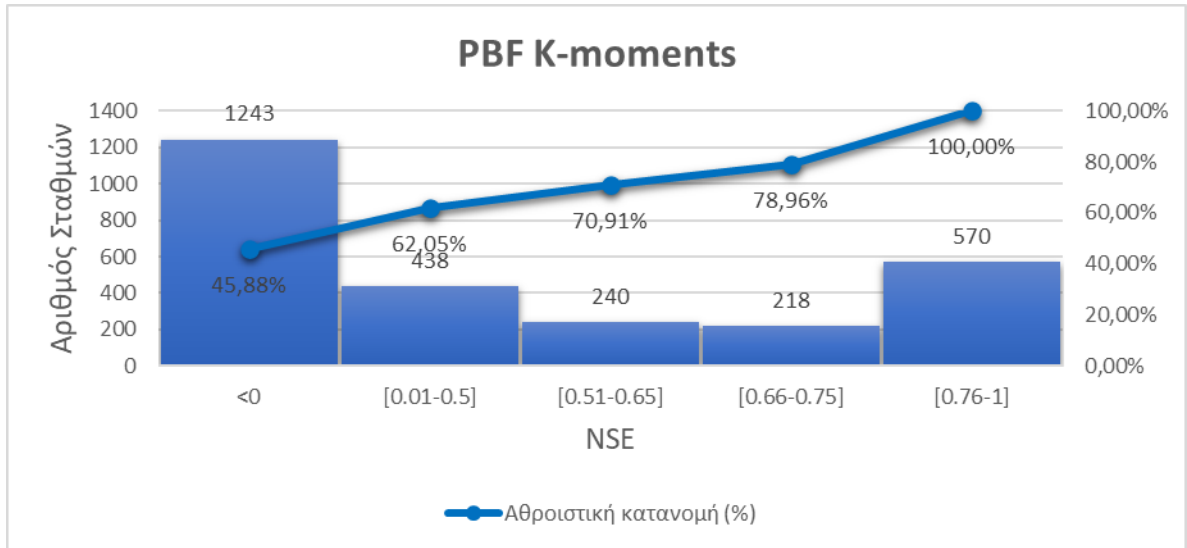
**Σχήμα 5.38** Αθροιστικές καμπύλες του δείκτη 1-NRMSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ), για το σύνολο των κατανομών, σε παγκόσμια κλίμακα.

Από το δείκτη 1-NRMSE φαίνεται ξεκάθαρα η ακρίβεια των K-ροπών ως προς την προσαρμογή των κατανομών στις ακραίες τιμές. Η PBF τριών παραμέτρων παρουσιάζει, με διαφορά τις λιγότερες «κακές τιμές» του δείκτη, δηλαδή  $1-NRMSE < 0$ , σε ποσοστό μόνο 13%, ενώ όλες οι υπόλοιπες κατανομές παρουσιάζουν αστοχία σε ποσοστό μεγαλύτερο από το 50% των σταθμών. Φαίνεται λοιπόν πως η PBF, με παραμέτρους από K-ροπές είναι πολύ ακριβέστερη για τις ακραίες τιμές, από όλες τις υπόλοιπες κατανομές με παραμέτρους μέγιστης πιθανοφάνειας.

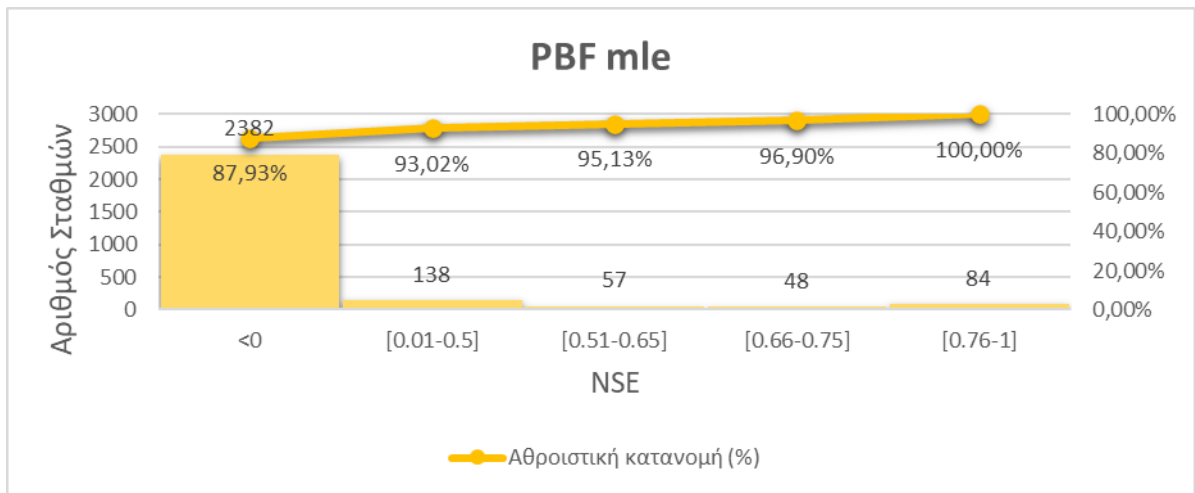
Η δυναμική των K-ροπών φαίνεται και από την PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, η οποία παρουσιάζει εξαιρετική συμπεριφορά στις ακραίες τιμές σε σχέση με τις κατανομές Weibull και Rayleigh, που προτείνονται από τη νομοθεσία. Το ποσοστό των σταθμών με τιμή  $1-NRMSE < 0$  είναι 58%, ενώ αντίστοιχα της κατανομής Weibull είναι 82% και της κατανομής Rayleigh 90%. Φαίνεται, λοιπόν, η συντριπτική υπεροχή της σε σχέση με τις 2 αυτές κατανομές, ενώ είναι εντυπωσιακό και το γεγονός πως η συμπεριφορά της ως προς την προσαρμογή στις ακραίες τιμές είναι πολύ κοντινή με τις τριπαραμετρικές κατανομές, με συντελεστές μέγιστης πιθανοφάνειας.

Έτσι, έχοντας μία κατανομή με 2 λιγότερες παραμέτρους και άρα πολύ πιο εύχρηστη, πετυχαίνουμε ακρίβεια, σχεδόν ίδια με αυτή των τριπαραμετρικών κατανομών, με εκτίμηση παραμέτρων από τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

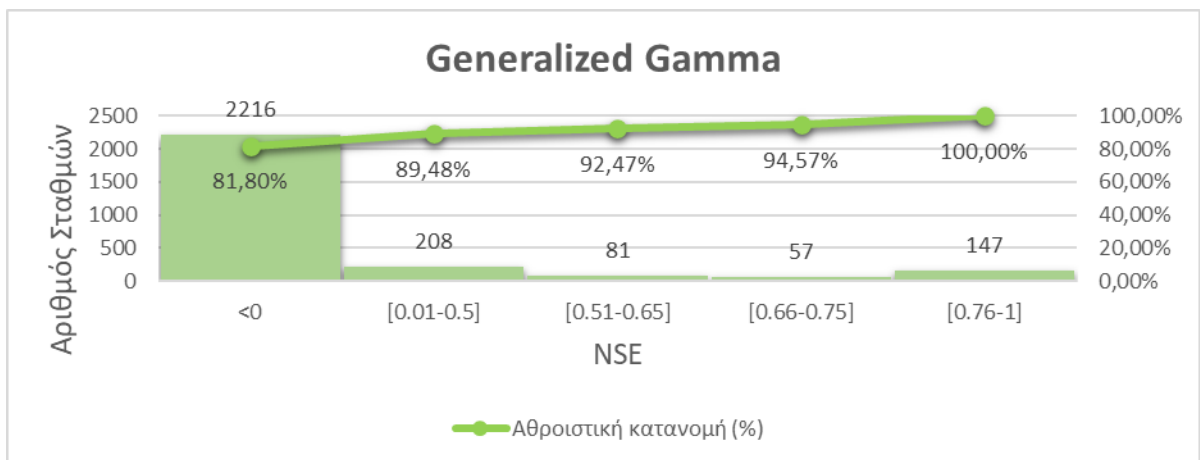
Παρακάτω παρατίθενται τα ιστογράμματα του δείκτη NSE, για τις ακραίες τιμές των εξεταζόμενων κατανομών (σχήματα 5.39-5.44).



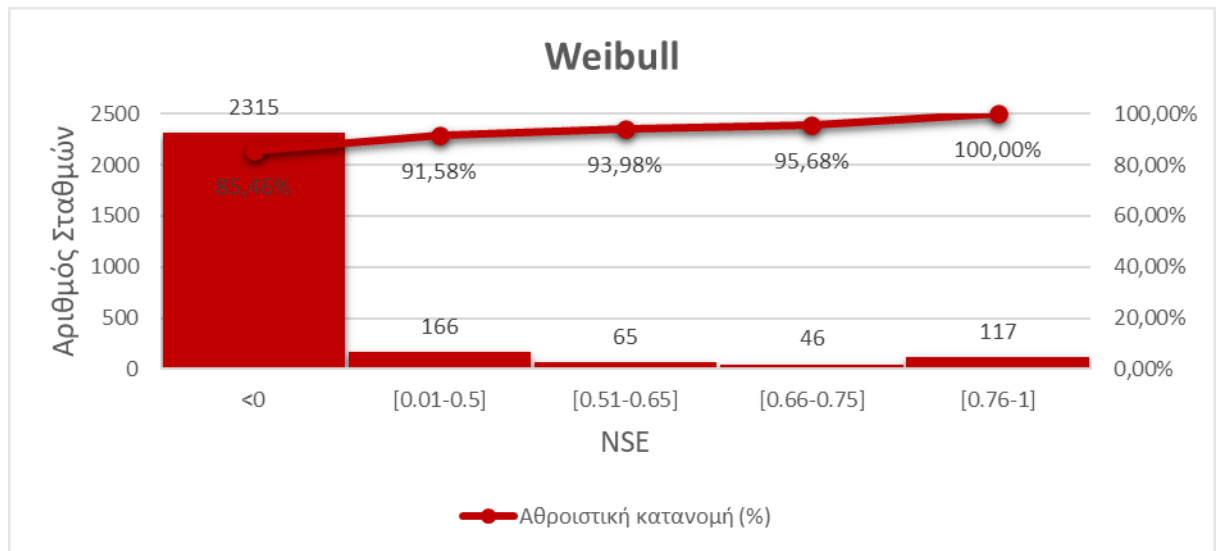
**Σχήμα 5.39** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-Κροπές, σε παγκόσμια κλίμακα.



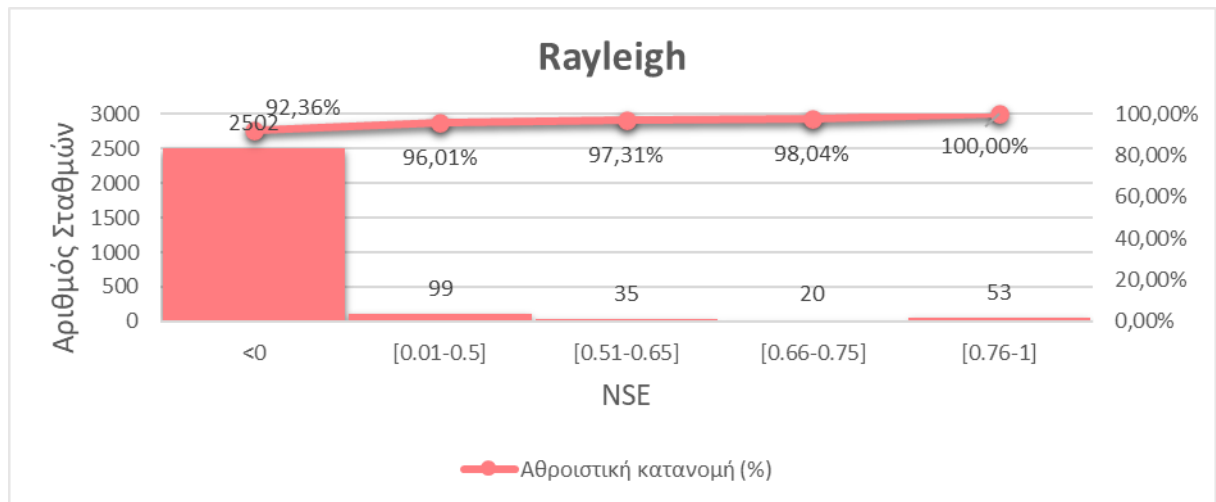
**Σχήμα 5.40** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-mle, σε παγκόσμια κλίμακα.



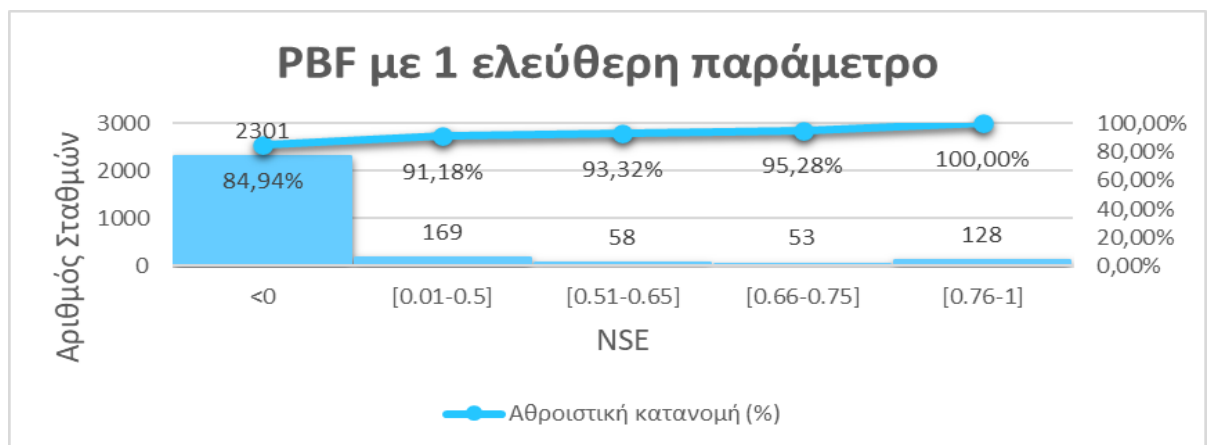
**Σχήμα 5.41** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Generalized Gamma, σε παγκόσμια κλίμακα.



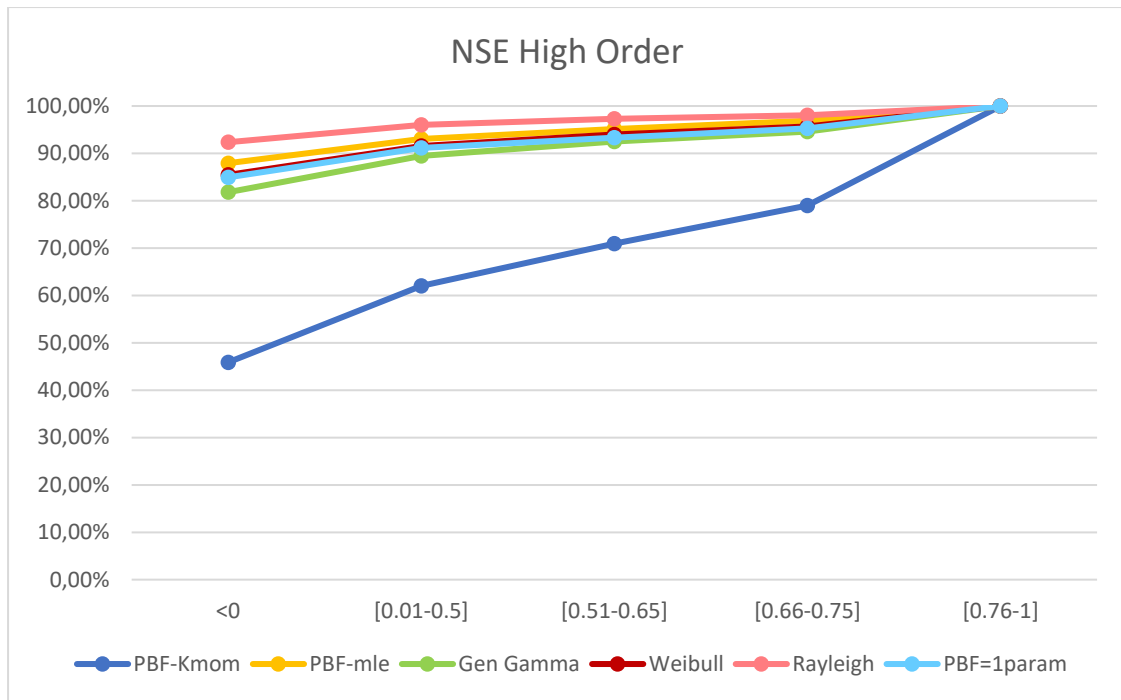
**Σχήμα 5.42** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Weibull, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.43** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή Rayleigh, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.44** NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ) στην κατανομή PBF-με μία ελεύθερη παράμετρο, σε παγκόσμια κλίμακα.



**Σχήμα 5.45** Αθροιστικές καμπύλες του δείκτη NSE για τις ακραίες τιμές ( $T > 1$ ), για το σύνολο των κατανομών, σε παγκόσμια κλίμακα.

Από τα αποτελέσματα του δείκτη NSE η εικόνα που προκύπτει μοιάζει με εκείνη του δείκτη 1-NRMSE. Παρότι το ποσοστό των σταθμών με τιμές μικρότερες του 0 είναι μεγαλύτερο για όλες τις κατανομές, εντούτοις παρατηρούμε και εδώ την κυριαρχία των K-ροπών, καθώς η τριπαραμετρική PBF, έχει πολύ καλύτερη συμπεριφορά από τις υπόλοιπες κατανομές, από μέγιστη πιθανοφάνεια. Το ποσοστό των σταθμών με αρνητικό δείκτη είναι κάτω από 50% (μόλις 46%) ενώ όλων των άλλων μεγαλύτερο από 80%! Ενώ διαθέτει και ένα ποσοστό 21% με πολύ καλή προσαρμογή, αφού επιτυγχάνει τιμή μεγαλύτερη από 0.76 (Moriasi et al, 2007).

Η συμπεριφορά της PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, είναι και αυτή πολύ ικανοποιητική, αποτελώντας την τρίτη καλύτερη κατανομή με βάση τα αποτελέσματα του δείκτη. Παρότι δεν έχει τη μεγάλη διαφορά με τις Weibull και Rayleigh, που είχε στο δείκτη 1-NRMSE, είναι και πάλι καλύτερη, διαθέτοντας και λιγότερους σταθμούς με αρνητικές τιμές, αλλά και περισσότερους σταθμούς με τιμές στο διάστημα [0.76-1.00].

Σύμφωνα με το δείκτη αυτό μάλιστα έχει καλύτερη συμπεριφορά από την τριπαραμετρική PBF, με παραμέτρους μέγιστης πιθανοφάνειας, ενώ η συμπεριφορά της μοιάζει αρκετά με την τριπαραμετρική Generalized Gamma, επίσης από πιθανοφάνεια.

Είναι προφανές, λοιπόν, από τα αποτελέσματα και των 2 δεικτών, πως οι K-ροπές έχουν μία εξαιρετική συμπεριφορά ως προς την περιγραφή των ακραίων τιμών του ανέμου, δίνοντας πολύ πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από τη μέγιστη πιθανοφάνεια. Ακόμη η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, που δημιουργήθηκε από τη χρήση K-ροπών, έχει εμφανώς καλύτερη συμπεριφορά στις ακραίες τιμές, από τις αντίστοιχες

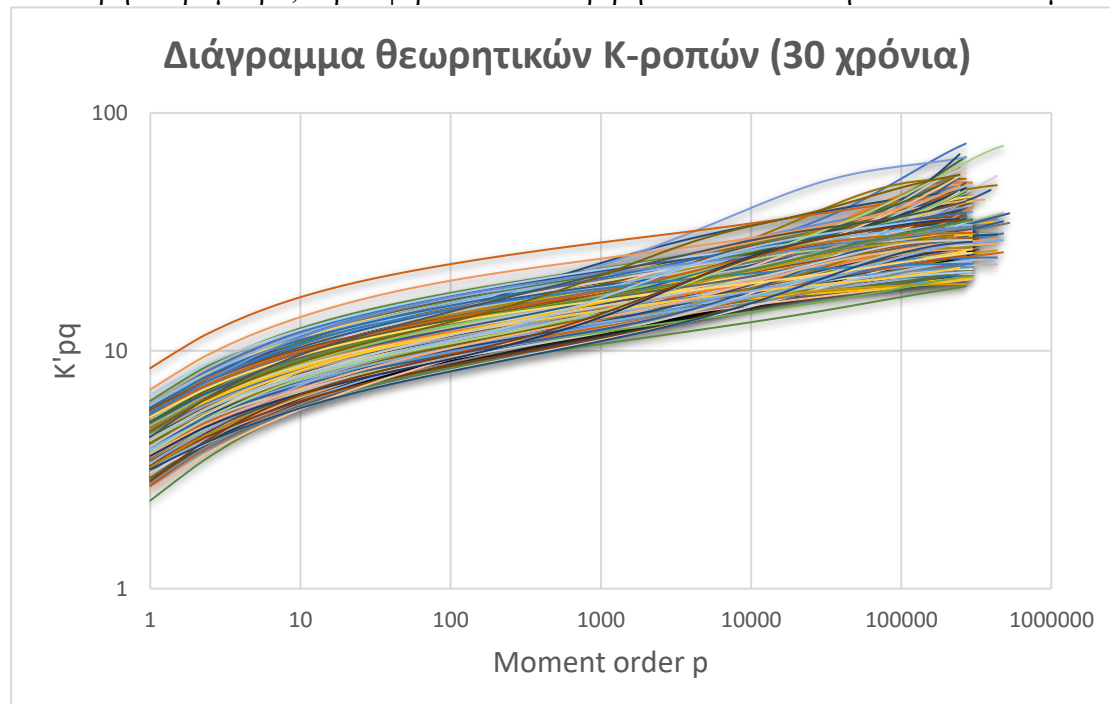
κατανομές Weibull και Rayleigh, χωρίς να υστερεί σημαντικά ως προς το σώμα της κατανομής. Για να έχουμε μία πλήρη εικόνα για τη σύγκριση αυτών των κατανομών στο κεφάλαιο 6 πραγματοποιείται μία εφαρμογή εκτίμησης παραγωγής ενέργειας από ανεμογεννήτρια, όπου θα φανεί ακριβέστερα, η διαφορά των κατανομών στο σώμα τους.

### 5.5.3 Σταθμοί περισσότερων μετρήσεων

Η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο δημιουργήθηκε, όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο, μέσω σχέσεων των παραμέτρων της PBF με τρεις παραμέτρους από Κ-ροπές, για σταθμούς με μετρήσεις τουλάχιστον 30 ετών. Αυτοί οι σταθμοί κρίνονται και ως οι πιο αξιόπιστοι, αφού διαθέτουν περισσότερες μετρήσεις και συνεπώς μας δίνουν περισσότερες πληροφορίες για το ανεμολογικό προφίλ της περιοχής.

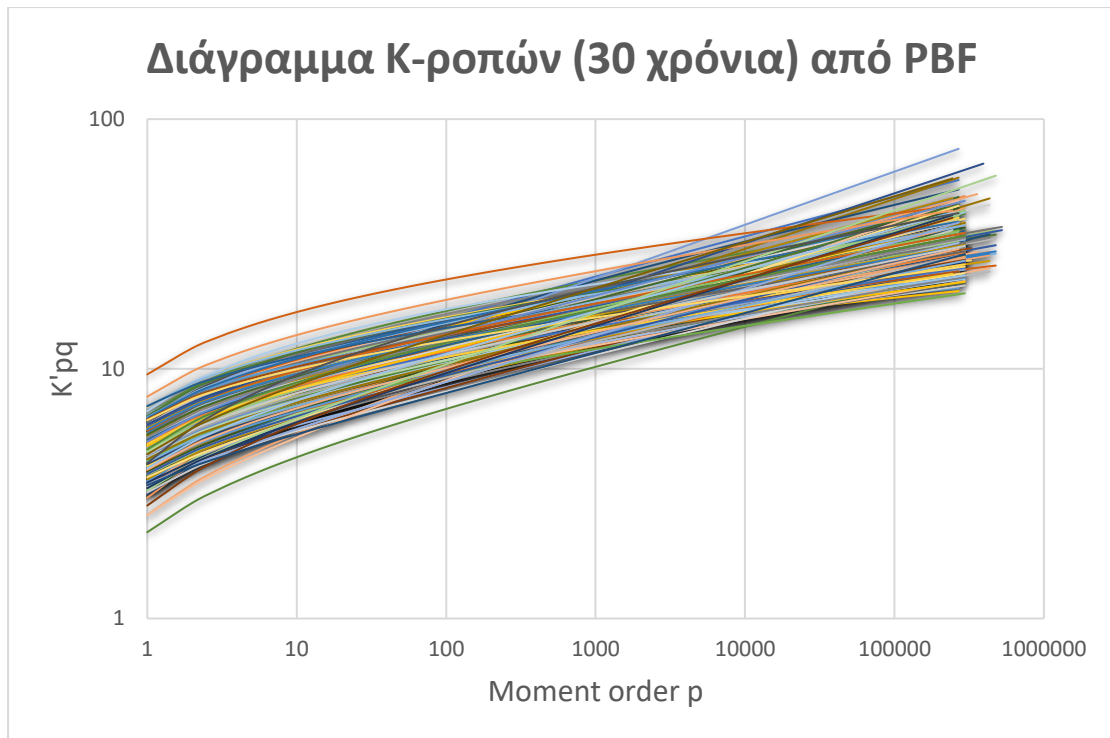
Στη συνέχεια παρατίθενται τα διαγράμματα Κ-ροπών, σχήματα (5.46), (5.47), (5.48) όπου φαίνονται οι θεωρητικές τιμές των Κ-ροπών από τα δεδομένα (σχέση 4.41), καθώς και οι αντίστοιχες τιμές τους, όπως αυτές παρήχθησαν από την PBF τριών παραμέτρων εκτιμώμενων με Κ-ροπές, και την υποκατηγορία της, PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.

Τέλος, δίνεται και το διάγραμμα, στο σχήμα (5.49), συγκρίσεως των μέσων τιμών όλων θεωρητικών Κ-ροπών και των εμπειρικών από τις 2 παραπάνω κατανομές. Σε αυτό περιλαμβάνονται και τα όρια εμπιστοσύνης 95% ανάμεσα στην τριπαραμετρική PBF και σε αυτή με μία ελεύθερη παράμετρο. Φαίνεται πως οι μέσες τιμές των δύο κατανομών είναι αρκετά κοντά, τόσο μεταξύ τους, όσο και σε σχέση με τις θεωρητικές Κ-ροπές, δείχνοντας την πολύ καλή προσαρμογή της PBF που ακόμα και με μόνο μία ελεύθερη παράμετρο, προσφέρει πολύ ακριβή και ικανοποιητικά αποτελέσματα.

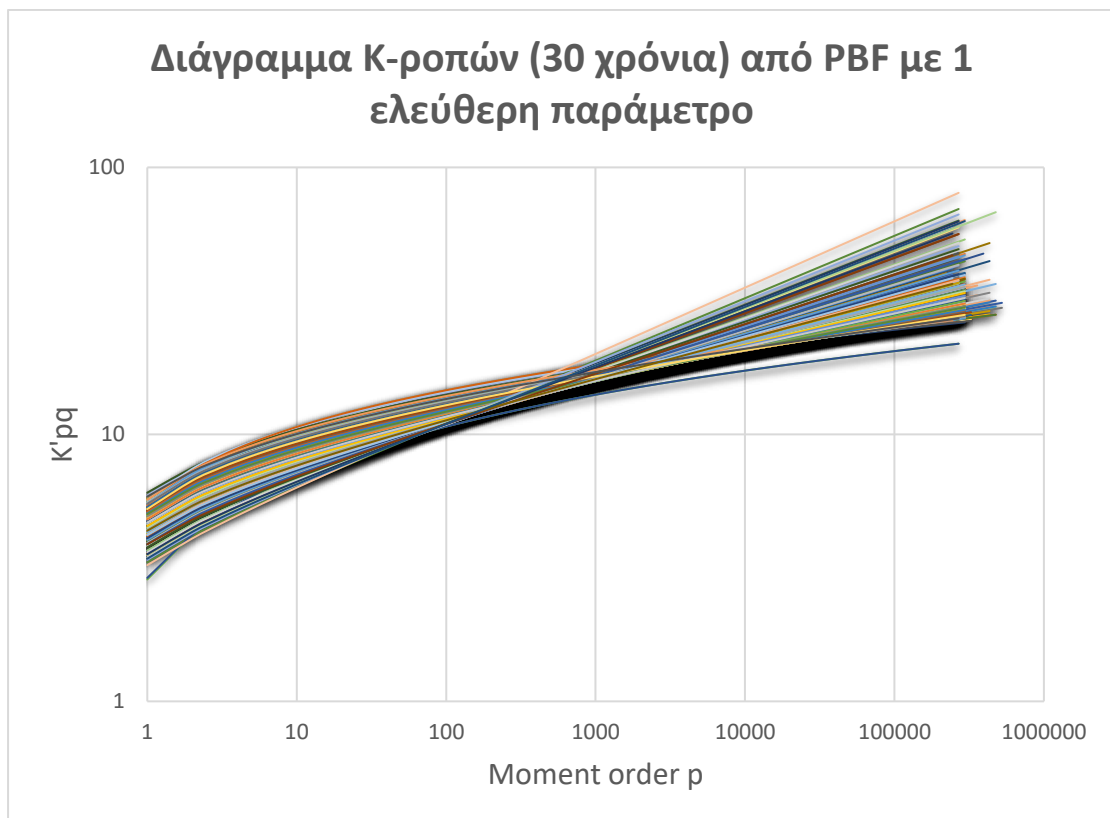


**Σχήμα 5.46** Απεικόνιση των θεωρητικών Κ-ροπών για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων.

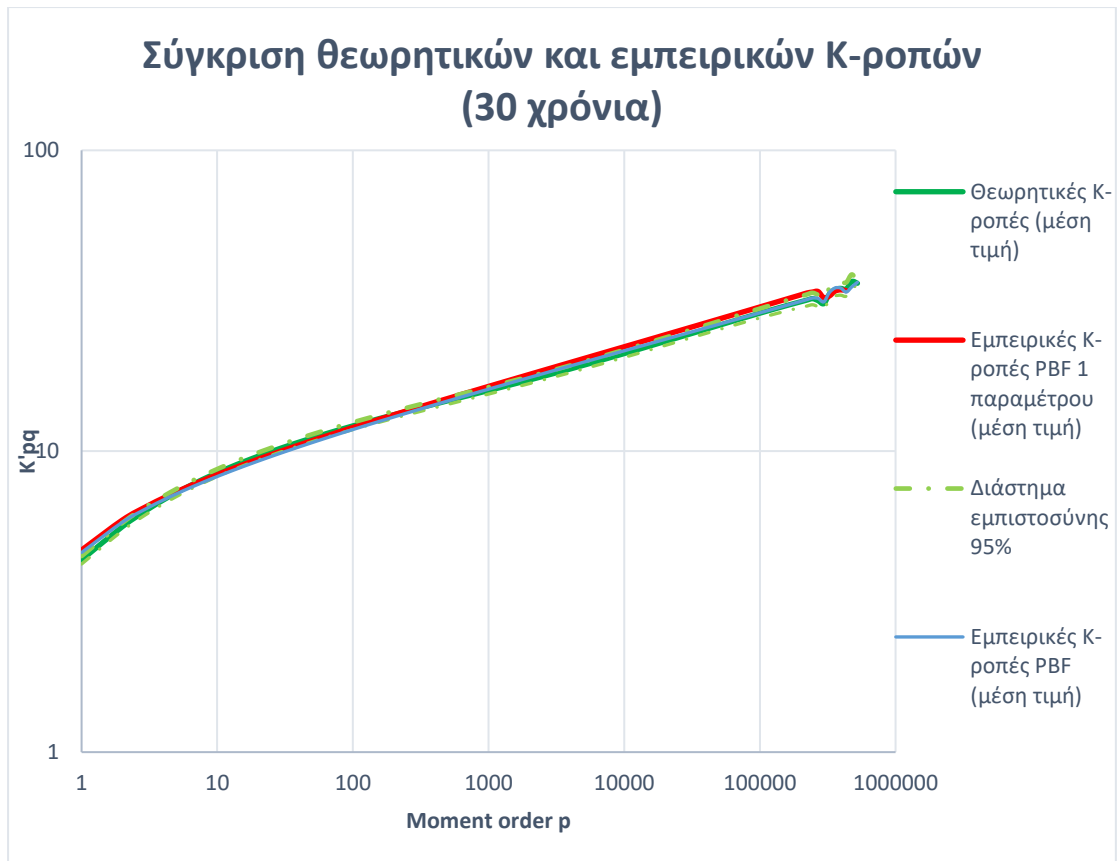




**Σχήμα 5.47** Απεικόνιση των Κ-ροπών από την κατανομή PBF για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων.



**Σχήμα 5.48** Απεικόνιση των Κ-ροπών από την κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων.



**Σχήμα 5.49** Σύγκριση των θεωρητικών και εμπειρικών Κ-ροπών για σταθμούς με περισσότερα από 30 έτη μετρήσεων.

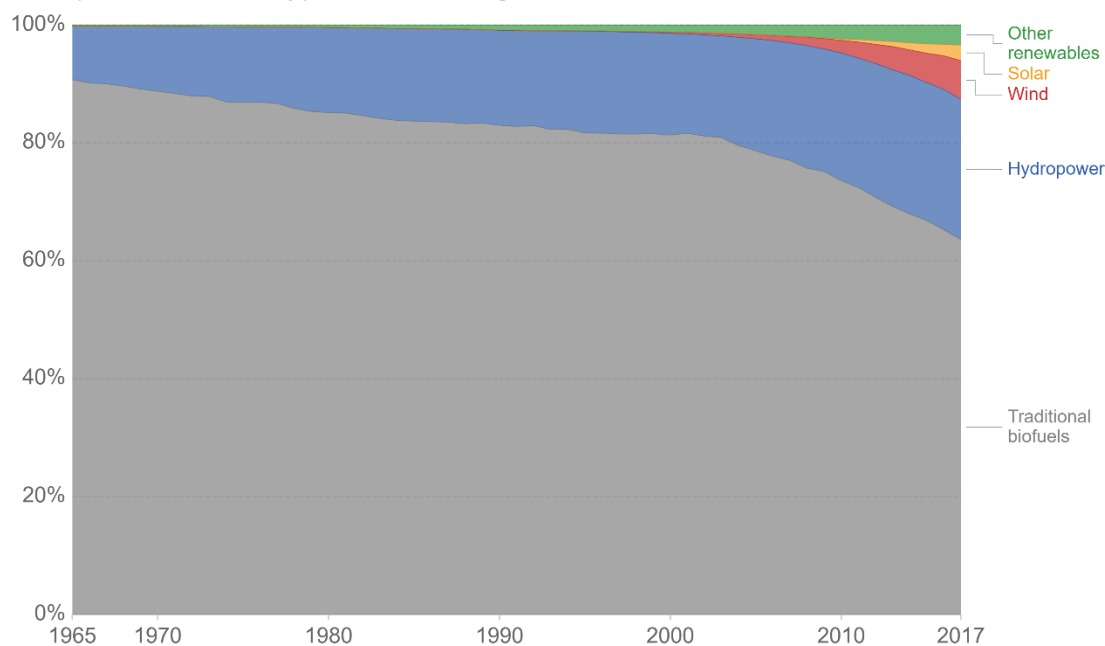
## 6 ΑΙΟΛΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

Η συνεχής ανάπτυξη της τεχνολογίας για τον περιορισμό των βιοκαυσίμων και τη βελτίωση της παραγόμενης ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, σε συνδυασμό με τη στροφή που παρατηρείται προς την ενέργεια από αυτές τις πηγές, για τον περιορισμό του κλιματικού αποτυπώματος και σαν τροχοπέδη στην κλιματική αλλαγή, καθιστούν την αιολική ενέργεια ως μία από τις σημαντικότερες μορφές ενέργειας.

Η αιολική ενέργεια αποτελεί τη δεύτερη πιο διαδεδομένη πηγή ενέργειας, μετά την υδροηλεκτρική ενέργεια, σημειώνοντας υψηλό βαθμό απόδοσης (συγκριτικά πχ με την ηλιακή ενέργεια) και όντας αρκετά αξιόπιστη υπό την έννοια ότι ο άνεμος πνέει όλο το 24ωρο, προσφέροντας τη δυνατότητα για συνεχή παραγωγή ενέργειας. Σε αντίθεση με την ηλιακή, που παράγεται μόνο τις ώρες της ηλιοφάνειας, χωρίς να υπάρχουν νεφώσεις.

### Global renewable energy consumption, World, 1800 to 2018

Renewable energy consumption measured in terawatt-hours (TWh) per year. Traditional biofuels refer to the consumption of fuelwood, forestry products, animal and agricultural wastes.



Source: Vaclav Smil (2017) & BP Statistical Review of Global Energy (2019)

OurWorldInData.org/renewable-energy • CC BY

**Σχήμα 6.1** Συνολική ετήσια κατανάλωση ενέργειας από όλες τις πηγές (Πηγή: ourworldindata.org/energy) .

Η αιολική ενέργεια αποτελεί το 6,6% της συνολικής ετήσιας κατανάλωσης ενέργειας και, όπως φαίνεται από το σχήμα (6.1), η τάση για την αξιοποίησή της είναι ανοδική, με σκοπό τον περιορισμό της χρήσης των ορυκτών καυσίμων.

Σκοπό, λοιπόν, της μελέτης μας συνιστά η χρήση των κατανομών που μελετήθηκαν, τόσο για την εκτίμηση της ενέργειας που μπορεί να παραχθεί, όσο και για τον υπολογισμό της μέγιστης ταχύτητας του ανέμου, αναφορικά με την αντοχή των ανεμογεννητριών.

## 6.1 Εκτίμηση Ενέργειας

Τα κύρια σημεία, όσον αφορά την εκτίμηση της παραγόμενης ενέργειας, που αναλύονται στη συνέχεια, είναι η υψομετρική μεταβολή της ταχύτητας του ανέμου, η μέγιστη δυνατή ισχύς (όριο Betz), οι συντελεστές απόδοσης ανεμογεννητριών και η ονομαστική ισχύς αυτών.

### 6.1.1 Υψομετρική μεταβολή ταχύτητας ανέμου

Για τον υπολογισμό της κατακόρυφης συνιστώσας του ανέμου μέσα στο ατμοσφαιρικό επιφανειακό στρώμα χρησιμοποιείται ο λογαριθμικός νόμος διανομής ταχυτήτων (Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999):

$$V(z_2) = V(z_1) \frac{\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)} \quad (6.1)$$

Όπου:

$V(z_2)$ : η ταχύτητα ανέμου στο ύψος  $z_2$

$V(z_1)$ : η ταχύτητα ανέμου στο ύψος αναφοράς  $z_1$

$z_0$ : παράμετρος τραχύτητας

όπου το  $z_0$  εξαρτάται από το έδαφος και την περιοχή αναφοράς στη οποία μετρήθηκε η ταχύτητα. Ενδεικτικές τιμές του φαίνονται στον πίνακα :

**Πίνακας 6-1** Τιμές παραμέτρου τραχύτητας  $z_0$ .

<b>ΦΥΣΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ</b>	<b>ΤΙΜΗ <math>z_0</math></b>
Πάγος	0.001
Ασφαλτοστρωμένη επιφάνεια	0.002
Υδάτινη επιφάνεια	0.01-0.06
Χλόη ύψους μέχρι 1cm	0.1
Χλόη ύψους 1-10cm	0.1-0.2
Χλόη-σιτηρά κλπ ύψους 1-10cm	2-5
Φυτοκάλυψη ύψους 1-2m	20
Δένδρα ύψους 10-15m	40-70

Στο πλαίσιο της μελέτης μας θεωρήθηκε ως επιφάνεια η χλόη ύψους μέχρι 1cm, και συνεπώς η τιμή της παραμέτρου τραχύτητας  $z_0$  είναι 0.1. Επίσης ως ύψος αναφοράς επιλέχθηκαν τα 10m, οπότε  $z_1 = 10m$ , και ως ύψος λειτουργίας της ανεμογεννήτριας τα 135m.

Επομένως η ταχύτητα του ανέμου σε αυτό το ύψος θα είναι:

$$V(135) = V(z_1) \frac{\ln\left(\frac{135}{0.1}\right)}{\ln\left(\frac{10}{0.1}\right)} = 1.565V(z_1)$$

## 6.1.2 Υπολογισμός Ισχύος

### 6.1.2.1 Μέγιστη δυνατή ισχύς-Όριο Betz

Η θεωρία αναπτύχθηκε μεταξύ 1919 και 1926 από το Γερμανό φυσικό Albert Betz και δίδει τη μέγιστη ισχύ που μπορεί να παράγει μια αιολική μηχανή οριζόντιου άξονα. Πρόκειται για ένα συντελεστή, που αποτελεί το μέγιστο συντελεστή απόδοσης για μία ανεμογεννήτρια. Είναι ο λόγος της μέγιστης ισχύος που μπορούμε να εκμεταλλευθούμε προς τη θεωρητικά μέγιστη:

$$C_{\text{betz}} = 0.593 \quad (6.2)$$

Στη μελέτη μας χρησιμοποιείται και στις τρεις περιπτώσεις ανεμογεννητριών που μελετώνται, για σύγκριση των αποτελεσμάτων με τους συντελεστές απόδοσης, συμβατικών ανεμογεννητριών του εμπορίου.

### 6.1.2.2 Συμβατική ισχύς ανεμογεννήτριας

Η συμβατική ισχύς μίας ανεμογεννήτριας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P = \frac{1}{2} C_p \rho A V^3 \quad (6.3)$$

Όπου:

$C_p$ : ο συντελεστής απόδοσης

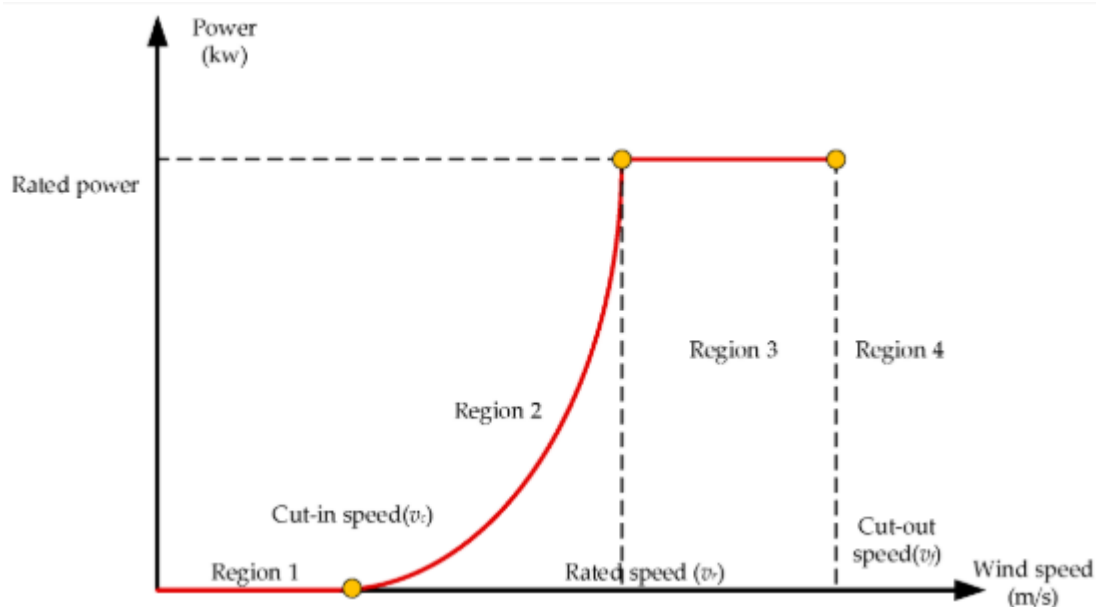
$\rho$ : 1.225 kg/m<sup>3</sup> η πυκνότητα του αέρα

$A$ : επιφάνεια αναφοράς (m<sup>2</sup>)

$V$ : ταχύτητα ανέμου (m/s)

Ο συντελεστής απόδοσης καθορίζεται από τον κατασκευαστή και είναι συνάρτηση της ταχύτητας του ανέμου μέσω διαγραμμάτων του ίδιου.

Επίσης ένα ακόμα σημαντικό μέγεθος είναι η εγκατεστημένη ισχύς της ανεμογεννήτριας, που αποτελεί ένα από τα χαρακτηριστικότερα μεγέθη της. Η ισχύς της ανεμογεννήτριας δεν μπορεί να υπερβεί αυτή την τιμή την οποία λαμβάνει η ανεμογεννήτρια για τιμές του ανέμου, πάνω από κάποια καθορισμένη τιμή.



**Σχήμα 6.2** Τυπικό διάγραμμα λειτουργίας ανεμογεννήτριας (Πηγή: Luo et al, 2019).

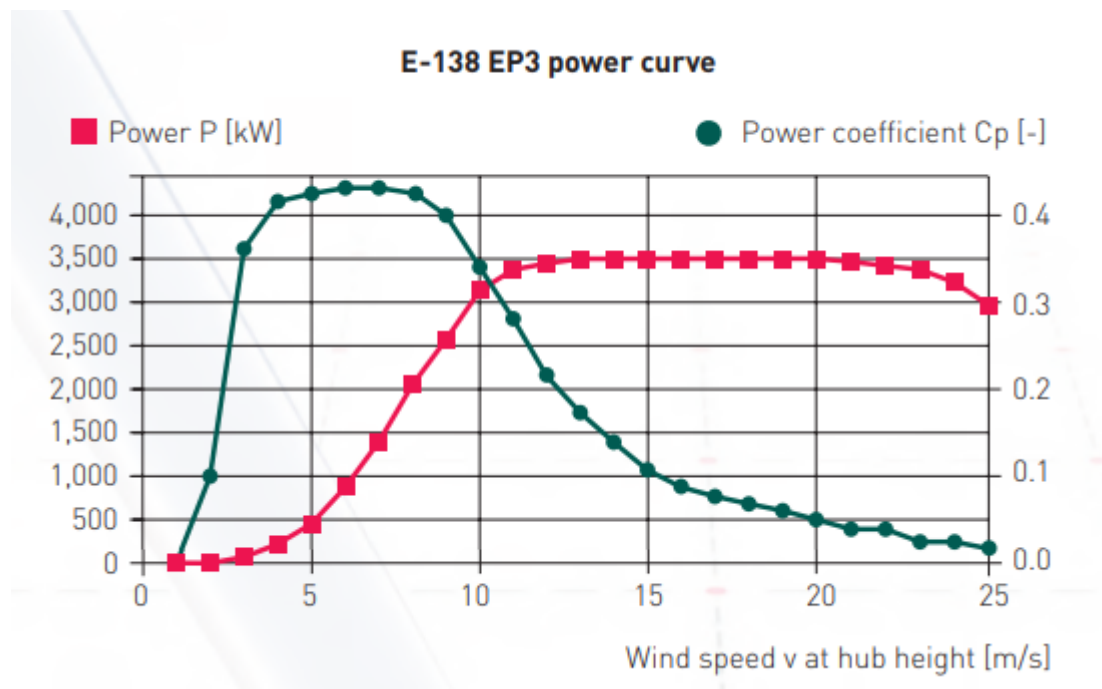
Στο παραπάνω διάγραμμα περιέχονται όλα τα σημαντικά μεγέθη για τη λειτουργία μίας ανεμογεννήτριας. Η «ελάχιστη ταχύτητα λειτουργίας» “Cut-in speed”, αποτελεί την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας κάτω από την οποία δεν τίθεται σε λειτουργία η ανεμογεννήτρια και συνεπώς δεν παράγει ενέργεια. Η «ταχύτητα εγκατεστημένης ισχύος» “Rated speed”, αποτελεί την τιμή της ταχύτητας εκείνη, για την οποία πάνω από αυτή η ισχύς της ανεμογεννήτριας γίνεται ίση με την εγκατεστημένη και δεν αυξάνεται άλλο. Για τιμές μεγαλύτερες της «μέγιστης ταχύτητας λειτουργίας» “Cut-out speed”, η ανεμογεννήτρια σταματάει τη λειτουργία της για να μην προκληθούν προβλήματα στα μηχανικά της μέρη. Τέλος υπάρχει και η «μέγιστη ταχύτητα αντοχής» “Survival wind”, που είναι η μέγιστη ταχύτητα ανέμου που μπορεί να αντέξει μία ανεμογεννήτρια, καθώς μετά από την τιμή αυτή καταστρέφονται μέρη της. Η τιμή της είναι μεγαλύτερη από την cut-out speed.

### 6.1.3 Ανεμογεννήτρια χαμηλών ταχυτήτων

Είναι η πρώτη από τις τρεις περιπτώσεις ανεμογεννητριών που μελετήθηκαν. Ο σκοπός που επιλέχθηκαν τρεις διαφορετικοί τύποι που ο καθένας εκ κατασκευής είναι καταλληλότερος για μία κατηγορία ανεμολογικών τιμών, είναι επειδή θέλαμε να διαπιστώσουμε αν αυτό είναι κάτι που θα επηρέαζε την αξιοπιστία των κατανομών μας.

Δηλαδή, αν σε κάποιο εύρος τιμών ταχύτητας παρατηρείται κάποια κατανομή πιο ευαίσθητη, ή αν η συμπεριφορά σε όλους τους τύπους ανεμογεννητριών είναι όμοια.

Το μοντέλο E-138 EP3 που χρησιμοποιήθηκε, είναι της γερμανικής εταιρείας Enercon. Σύμφωνα με την περιγραφή του, συνιστά μοντέλο κατάλληλο για ταχύτητες ανέμου κλάσης IIIA που, σύμφωνα με το πλαίσιο IEC 61400-1, πρόκειται για κλάση χαμηλών ταχυτήτων ανέμου με υψηλή τύρβη και εγκατεστημένη ισχύ 3 MW, ενώ η διάμετρος της πτερωτής της είναι 138m.



**Σχήμα 6.3** Συντελεστής απόδοσης συναρτήσεως της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια χαμηλών ταχυτήτων (Πηγή: [https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/windblatt/pdf/Windblatt\\_03\\_17\\_GB\\_Final\\_Web.pdf](https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/windblatt/pdf/Windblatt_03_17_GB_Final_Web.pdf)).

Στο διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή του συντελεστή απόδοσης της ανεμογεννήτριας, όπου παρατηρείται πως εμφανίζει υψηλές τιμές για χαμηλότερες ταχύτητες ανέμου.

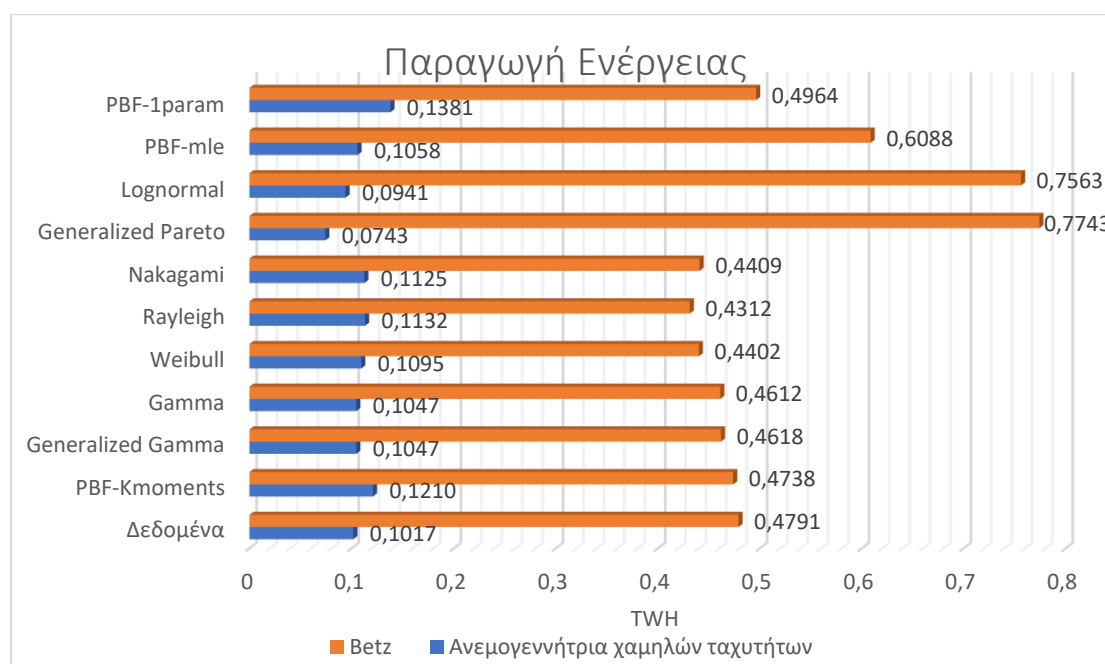
Κατόπιν, με χρήση των 10 κατανομών που μελετήθηκαν (PBF-mle, PBF-Kmoments, PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, Lognormal, Generalized Pareto, Nakagami, Rayleigh, Weibull, Gamma, Generalized Gamma), παρήχθησαν με τη μέθοδο Monte Carlo, χρονοσειρές μήκους όσο το μήκος του κάθε σταθμού για τους 2709 σταθμούς, και η μέση τιμή των αποτελεσμάτων τους συγκρίθηκε με την αντίστοιχη από τα υπάρχοντα δεδομένα.

Η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε τόσο για το συντελεστή απόδοσης της ανεμογεννήτριας E-138 EP3, που φαίνεται στο σχήμα (6.3), όσο και για συντελεστή απόδοσης ίσο με το όριο Betz, χωρίς περιορισμό της ταχύτητας για περίπτωση cut-out και survival.

Από το διάγραμμα που παρατίθεται στο σχήμα (6.4) προκύπτει πως η ακριβέστερη εκτίμηση για την παραγωγή ενέργειας της ανεμογεννήτριας γίνεται από τις κατανομές Generalized Gamma, και Gamma, ενώ η μεγαλύτερη απόκλιση από την τιμή των

δεδομένων, χωρίς να είναι πολύ μεγάλη, δίνεται από την κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.

Παρατηρούμε, ωστόσο, πως για συντελεστή απόδοσης όσο το όριο Betz, τα αποτελέσματα διαφέρουν σημαντικά και η κατανομή που προσαρμόζεται καλύτερα είναι η PBF με παραμέτρους από K-ροτές και αμέσως μετά η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.



**Σχήμα 6.4** Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας χαμηλών ταχυτήτων.

#### 6.1.4 Ανεμογεννήτρια μεσαίων ταχυτήτων

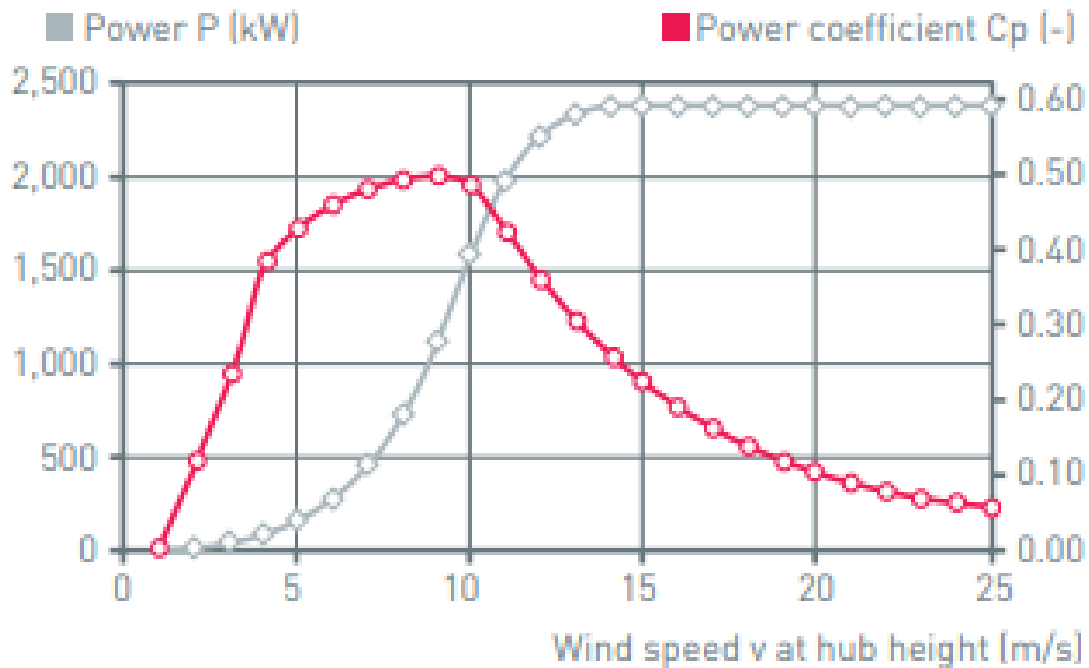
Η δεύτερη περίπτωση ανεμογεννήτριας που μελετήθηκε είναι η ανεμογεννήτρια που λειτουργεί αποδοτικότερα για μεσαίες ταχύτητες ανέμου, κλάση Πα σύμφωνα με το πλαίσιο IEC 61400-1.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη είναι επίσης της εταιρείας Enercon και είναι το E-82 E4. Η διάμετρος πτερωτής του είναι 82m και η εγκατεστημένη ισχύς του 2,35MW. Χαρακτηρίζεται κατάλληλη για υψηλή και μεσαία ανεμολογική κλάση, ενώ διαθέτει 3 λεπίδες και επιφάνεια αναφοράς 5281m<sup>2</sup>, με ταχύτητα cut-in 3m/s και cut-out 30m/s.

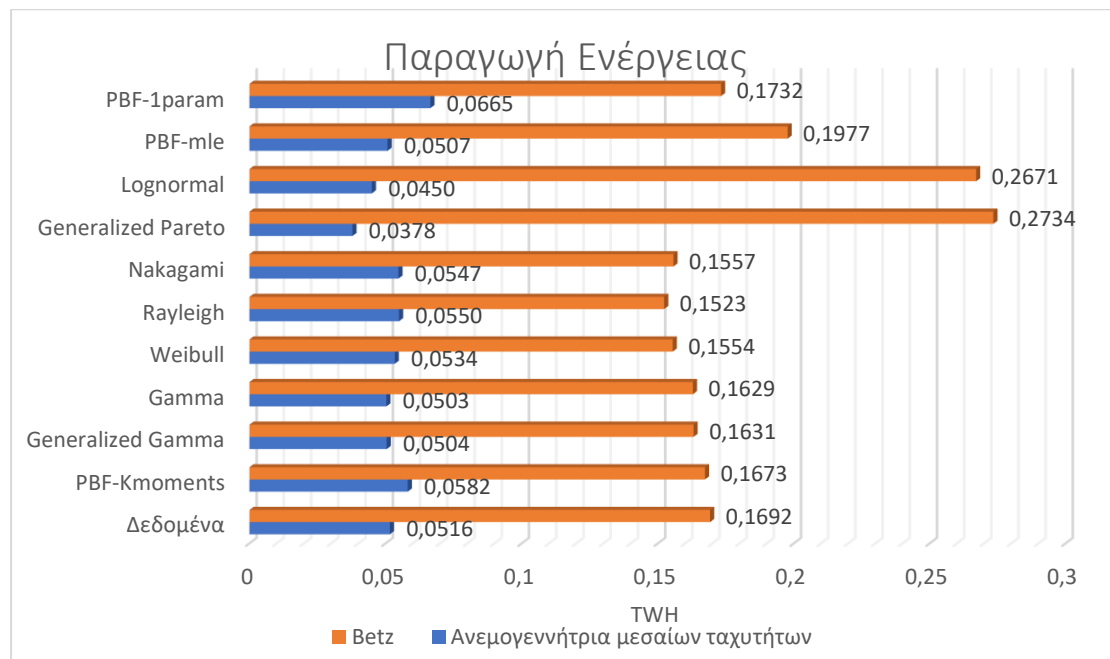
Ακολοθούθηκε όμοια διαδικασία με την προηγούμενη ανεμογεννήτρια χαμηλών ταχυτήτων και τα αποτελέσματα που προέκυψαν διαφέρουν ελαφρώς ως προς την ενέργεια της συμβατικής ανεμογεννήτριας, όπου η καλύτερη προσομοίωση επιτυγχάνεται, τώρα, με την PBF με παραμέτρους από τη μέγιστη πιθανοφάνεια, και όχι με τις κατανομές Gamma, που όμως είναι αρκετά κοντά, ενώ και πάλι η μεγαλύτερη απόκλιση παρουσιάζεται για την PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.



Όσον αφορά, τις μετρήσεις με το όριο Betz και πάλι η καλύτερη συμπεριφορά προς τα δεδομένα παρατηρήθηκε από τις κατανομές PBF με παραμέτρους από Κ-ροπές και PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.



**Σχήμα 6.5** Συντελεστής απόδοσης συναρτήσεως της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια μεσαίων ταχυτήτων (Πηγή: [https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON\\_Produnkt\\_en\\_06\\_2015.pdf](https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produnkt_en_06_2015.pdf)).



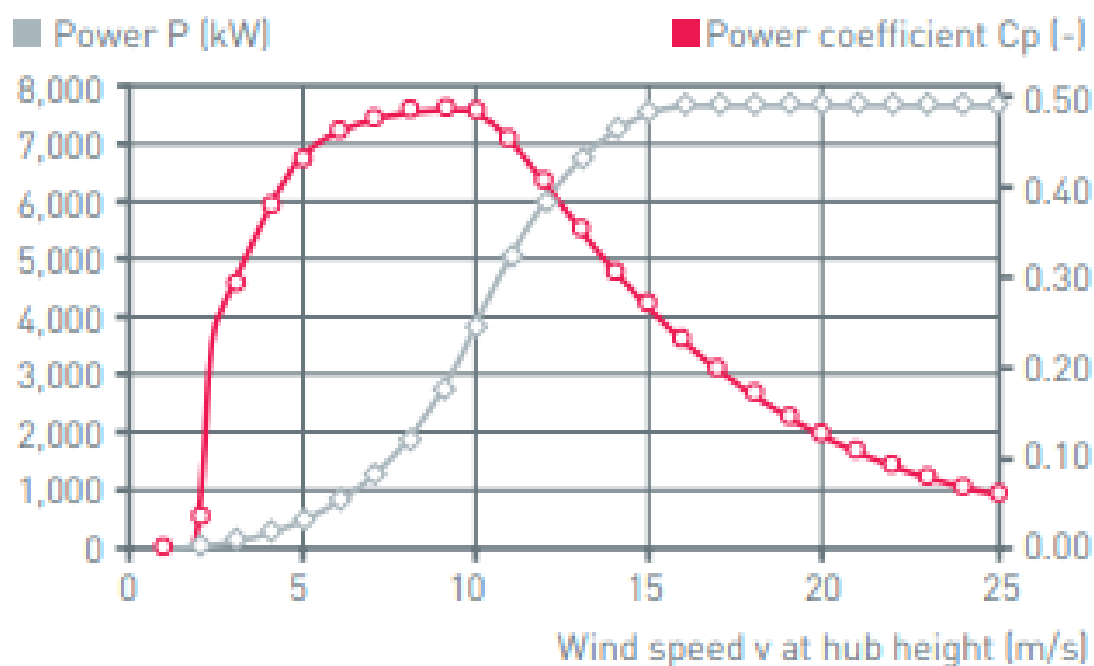
**Σχήμα 6.6** Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας μεσαίων ταχυτήτων.

### 6.1.5 Ανεμογεννήτρια υψηλών ταχυτήτων

Η τελευταία ανεμογεννήτρια που μελετήθηκε είναι η ανεμογεννήτρια που λειτουργεί αποδοτικότερα για μεσαίες ταχύτητες ανέμου, κλάση Ia σύμφωνα με το πλαίσιο IEC 61400-1.

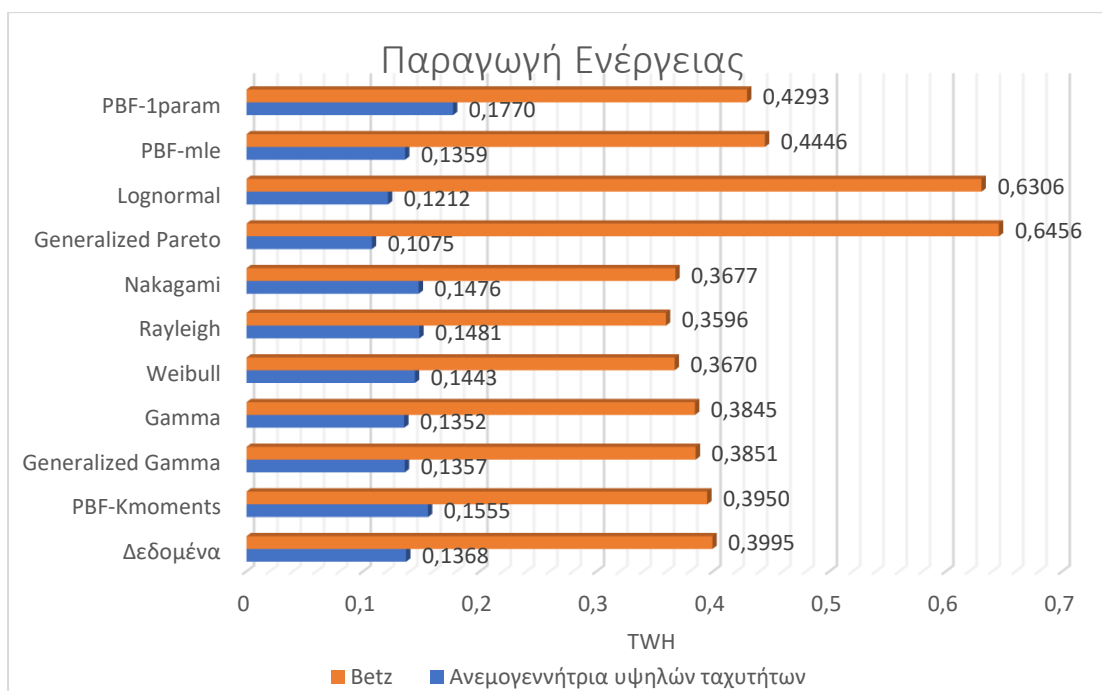
Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στη μελέτη είναι επίσης της εταιρείας Enercon και είναι το E-126. Η διάμετρος πτερωτής του είναι 126m και η εγκατεστημένη ισχύς του 7.58MW. Πρόκειται για μία από τις ισχυρότερες ανεμογεννήτριες του εμπορίου. Χαρακτηρίζεται κατάλληλη για υψηλή ανεμολογική κλάση, ενώ διαθέτει 3 λεπίδες και επιφάνεια αναφοράς 12668m<sup>2</sup>, με ταχύτητα cut-in 3m/s και cut-out 34m/s.

Η κατανομή που φάνηκε να προσομοιάζει καλύτερα την παραγόμενη από τα δεδομένα ενέργεια είναι, ξανά, η PBF με παραμέτρους από τη μέγιστη πιθανοφάνεια, και αυτή με τη μεγαλύτερη απόκλιση είναι η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο. Αναφορικά με το όριο Betz και πάλι οι κατανομές που ταιριάζουν καλύτερα στα δεδομένα είναι η PBF με K-ροπές και η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο.



**Σχήμα 6.7** Συντελεστής απόδοσης συναρτήσεως της ταχύτητας για ανεμογεννήτρια υψηλών ταχυτήτων (Πηγή: [https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON\\_Produkt\\_en\\_06\\_2015.pdf](https://www.enercon.de/fileadmin/Redakteur/Medien-Portal/broschueren/pdf/en/ENERCON_Produkt_en_06_2015.pdf)).

Φαίνεται πως η καμπύλη του συντελεστή απόδοσης μοιάζει αρκετά με την προηγούμενη ανεμογεννήτρια, αλλά λόγω της αρκετά μεγαλύτερης διαμέτρου πτερωτής και της υπερδιπλάσιας εγκατεστημένης ισχύος, αποδίδει πολύ περισσότερη ενέργεια από την αντίστοιχη της E-82 E4.



**Σχήμα 6.8** Παραγωγή ενέργειας ανεμογεννήτριας υψηλών ταχυτήτων.

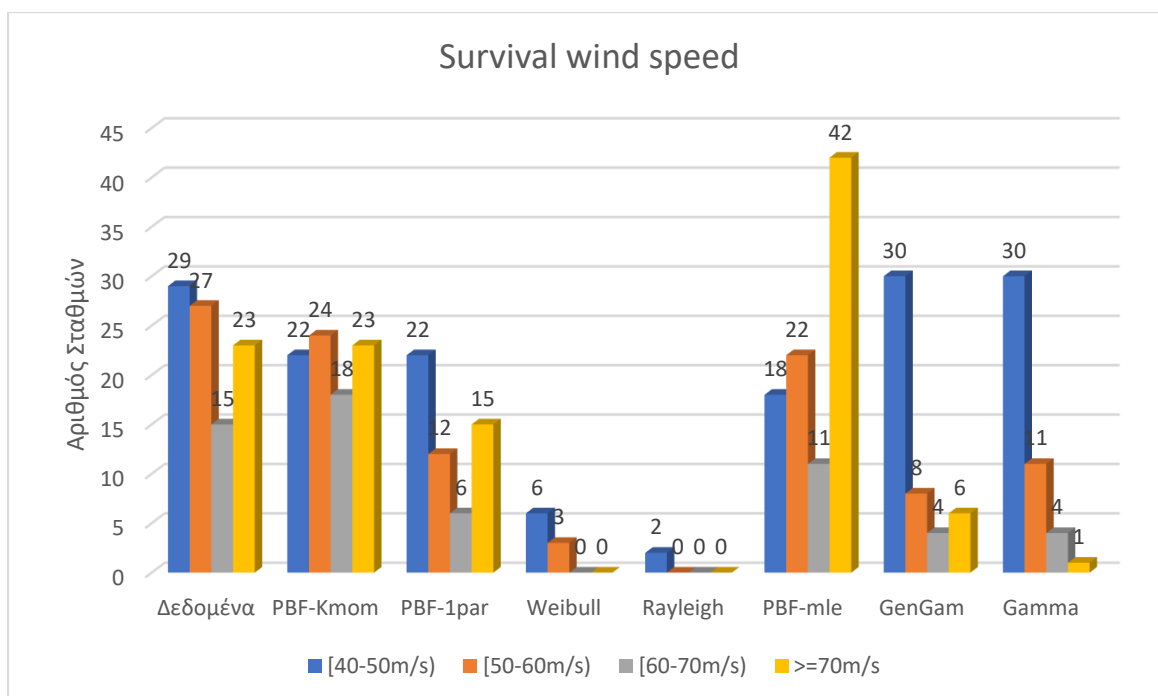
## 6.2 Μέγιστη ταχύτητα αντοχής

Παρατηρώντας τα διαγράμματα από το όριο Betz και συνεκτιμώντας την πολύ καλή συμπεριφορά των K-ροπών στις ακραίες τιμές του ανέμου κρίθηκε σκόπιμο ως τελευταίο τμήμα της μελέτης να προστεθεί η εκτίμηση των μέγιστων ταχυτήτων “survival wind speeds”.

Η κατασκευή των ανεμογεννητριών συνήθως σχεδιάζεται για περίοδο επαναφοράς 50 ετών και με γνώμονα τη μέγιστη ταχύτητα του ανέμου που θα μπορούσαν να αντέξουν σε αυτό το χρονικό διάστημα. Η ταχύτητα αυτή είναι η survival wind speed, που εκτιμάται από το μελετητή και η τιμή της συνήθως βρίσκεται στο εύρος [40-70m/s].

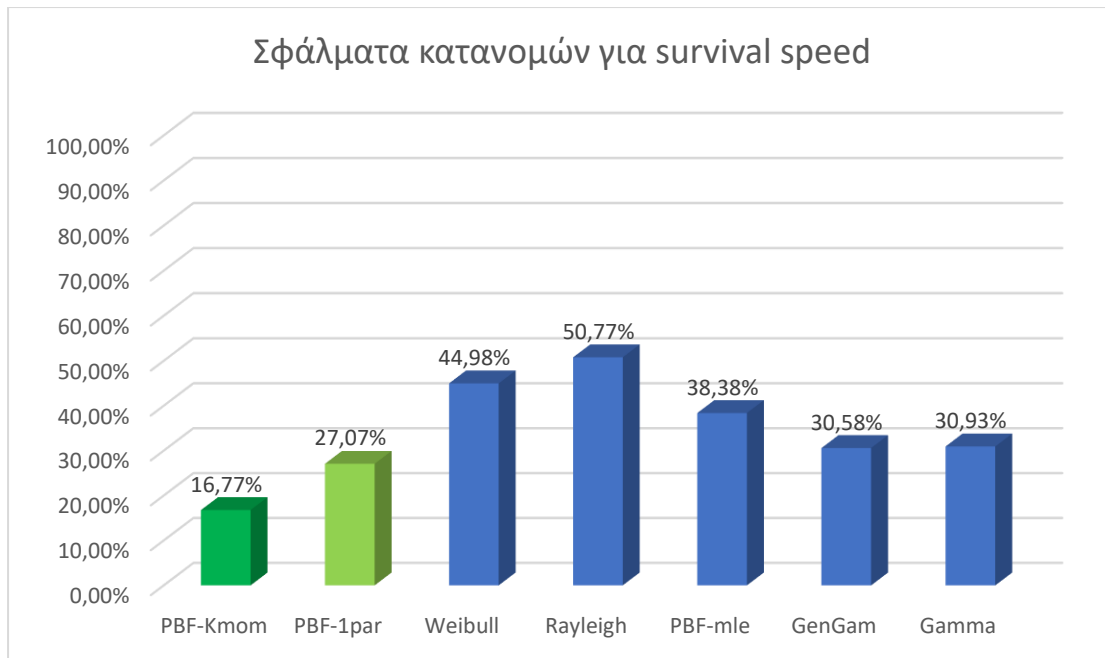
Στην παρούσα εργασία αξιοποιούνται οι παρατηρήσεις των 2709 σταθμών σε όλο τον κόσμο για την εύρεση των ταχυτήτων τους με περίοδο επαναφοράς 50 ετών. Υπολογίζουμε πόσες από αυτές τις τιμές βρίσκονται στο εύρος [40-70m/s], και κατόπιν με χρήση των κατανομών PBF με K-ροπές, PBF με 1 ελεύθερη παράμετρο, PBF με mle, Generalized Gamma, Gamma, Weibull και Rayleigh από προσομοίωση monte carlo, υπολογίζουμε τη σύγκλιση ή την απόκλιση των τιμών των κατανομών προς τα δεδομένα καθώς και το σφάλμα κάθε κατανομής.

Είναι κρίσιμο για το σχεδιασμό, μία κατανομή να μπορεί να προσομοιάσει όσο το δυνατόν ακριβέστερα τη survival speed, καθώς τυχόν υποεκτίμησή της θα οδηγήσει σε αστοχία της ανεμογεννήτριας, ενώ και η υπερεκτίμηση θα οδηγήσει σε υπερδιαστασιολόγηση, και άρα σε μία αντιοικονομική λύση, που δεν προτείνεται.



**Σχήμα 6.9** Εκτίμηση μέγιστης ταχύτητας αντοχής για κάθε κατανομή.

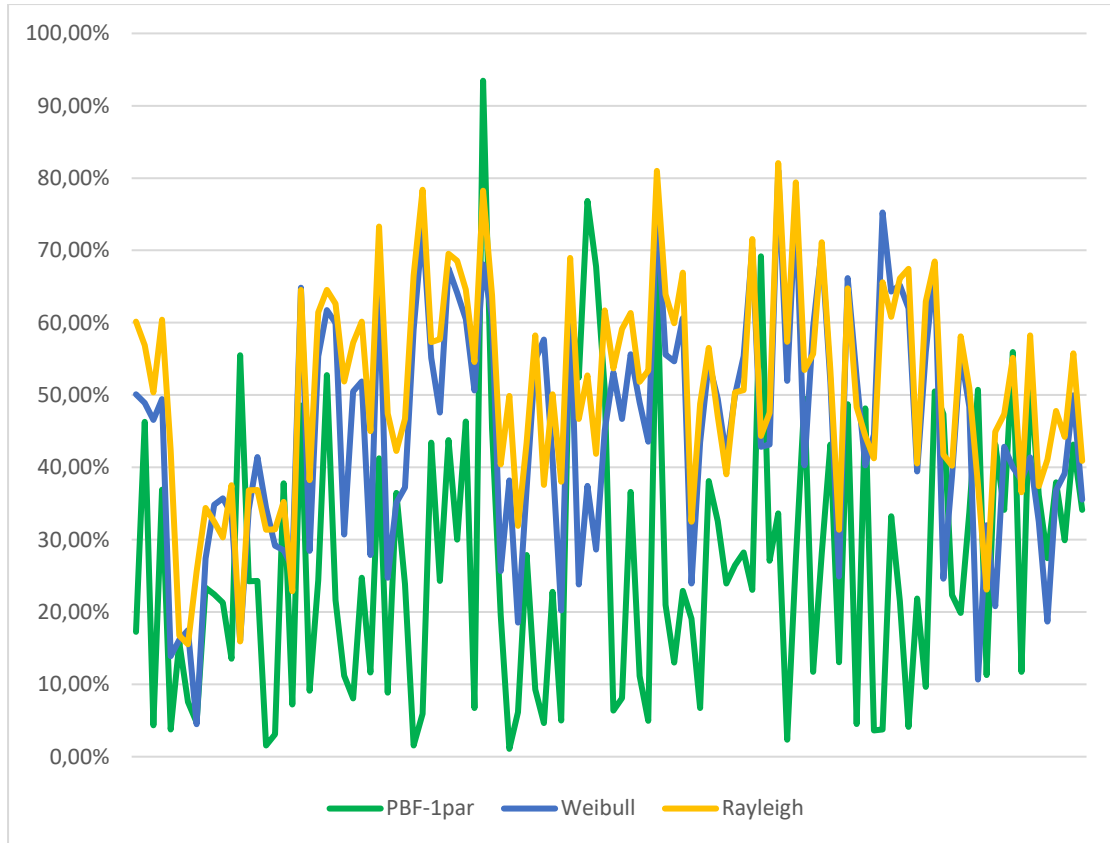
Από το σχήμα (6.9) φαίνεται πως οι κατανομές που πιάνουν καλύτερα τις survival wind speed χωρίς να οδηγούν σε υποεκτίμηση ή υπερεκτίμηση είναι η PBF με K-ροπές και η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο. Ειδικά, η PBF φαίνεται να έχει εξαιρετική συμπεριφορά, ενώ και η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο έχει καλύτερη, εμφανώς, συμπεριφορά από τριπαραμετρικές κατανομές με mle, ενώ ειδικά σε σχέση με τις κατανομές Weibull, και Rayleigh υπερτερεί κατά κράτος, αφού δεν είναι ικανές να υπολογίσουν τις survival wind speeds με περίοδο επαναφοράς 50 έτη.



**Σχήμα 6.10** Μέση τιμή σφαλμάτων κατανομών για την εκτίμηση της survival speed.

Από τη σύγκριση των μέσων τιμών των σφαλμάτων όλων των κατανομών προέκυψε το σχήμα (6.10) στο οποίο, όπως αναμενόταν, παρουσιάζονται τα μικρότερα σφάλματα για τις κατανομές PBF με παραμέτρους από K-ροπές και PBF με μία ελεύθερη παράμετρο. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός πως το μέσο σφάλμα που προκύπτει από την κατανομή Weibull (που προτείνεται από τη νομοθεσία για την περιγραφή των ακραίων τιμών) είναι 1.7 φορές, περίπου, μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, που εισήχθη στην παρούσα μελέτη.

Από την επιμέρους σύγκριση όλων των τιμών, που λαμβάνουν τα σφάλματα των κατανομών PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, Weibull και Rayleigh, προέκυψε το σχήμα (6.11).



**Σχήμα 6.11** Σύγκριση συνολικών σφαλμάτων των κατανομών PBF-1par, Weibull και Rayleigh.

Επομένως, είναι εμφανής η υπεροχή της PBF με μία ελεύθερη παράμετρο για την εκτίμηση των survival wind speeds που είναι κρίσιμες για το σχεδιασμό των ανεμογεννητριών.

## 7 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία διενεργήθηκε στατιστική ανάλυση της ταχύτητας του ανέμου με έμφαση στις ακραίες τιμές του, σε παγκόσμια κλίμακα. Χρησιμοποιήθηκαν οι πιο διαδεδομένες κατανομές, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, για την περιγραφή της ταχύτητας του ανέμου, με κύρια διαφοροποίησή τους αν είναι ελαφριάς ή βαριάς ουράς. Η εκτίμηση των παραμέτρων τους έγινε τόσο με τη διαδεδομένη και αξιόπιστη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, όσο και με την καινούρια μέθοδο των K-ροπών που για πρώτη φορά χρησιμοποιήθηκε σε ανεμολογικά δεδομένα. Μέσω των K-ροπών και της κατανομής PBF τριών παραμέτρων, και με την αντίληψη της δημιουργίας μίας κατανομής πιο εύχρηστης από την PBF, προέκυψε η κατανομή PBF με μία ελεύθερη παράμετρο και συγκρίθηκε και αυτή με όλες τις υπόλοιπες. Από τη σύγκριση αυτή, για όλους τους σταθμούς σε παγκόσμια κλίμακα, προέκυψαν διαφορετικά αποτελέσματα όσον αφορά το σώμα και την ουρά της κατανομής. Για το σώμα της κατανομής απεδείχθη πως οι πλέον κατάλληλες κατανομές για την περιγραφή της ταχύτητας του ανέμου είναι η PBF με παραμέτρους εκτιμώμενες από τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, και η Generalized Gamma επίσης με παραμέτρους από μέγιστη πιθανοφάνεια. Για την ουρά της κατανομής, από την άλλη, η PBF με παραμέτρους από τις K-ροπές προσαρμόζεται, με διαφορά, καλύτερα από όλες τις υπόλοιπες κατανομές, ενώ, είναι αξιοσημείωτο, πως ακόμα και η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, έχει πολύ κοντινή συμπεριφορά στις κατανομές PBF και Generalized Gamma, που έχουν 3 παραμέτρους από μέγιστη πιθανοφάνεια, και πολύ καλύτερη συμπεριφορά από τη διπαραμετρική Weibull, που προτείνεται από τη νομοθεσία.

Ακολούθως, μελετήθηκε μία εφαρμογή αιολικής εγκατάστασης, ως προς την παραγωγή ενέργειας και την εκτίμηση της μέγιστης ταχύτητας αντοχής. Όσον αφορά την εκτίμηση της παραγόμενης ενέργειας, υπερίσχυσε και πάλι η κατανομή PBF με παραμέτρους από μέγιστη πιθανοφάνεια, καθώς η εκτιμώμενη ενέργεια ήταν η πλησιέστερη στην ενέργεια που παράγεται από τα δεδομένα. Κατά τον υπολογισμό της ταχύτητας αντοχής της ανεμογεννήτριας η παραπάνω κατανομή οδήγησε σε μια υπερεκτίμηση των ακραίων τιμών, πράγμα που θα προκαλούσε υπερδιαστασιολόγηση. Αντίθετα οι κατανομές ελαφριάς ουράς (Generalized Gamma, Gamma, Weibull, Rayleigh) οδήγησαν σε υποδιαστασιολόγηση, με άμεσο κίνδυνο την καταστροφή της ανεμογεννήτριας. Οι κατανομές με παραμέτρους από K-ροπές (PBF με τρεις παραμέτρους από K-ροπές και η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο) ήταν εκείνες που είχαν τα ακριβέστερα αποτελέσματα οδηγώντας στην πιο οικονομική και ταυτόχρονα ασφαλή λύση.

Σαν τελικό συμπέρασμα προκύπτει ότι, οι δύο μέθοδοι (K-ροπές και μέγιστη πιθανοφάνεια) έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και διαφορές ως προς τη στόχευση (ουρά και σώμα). Ενώ και οι κατανομές φαίνεται να παρουσιάζουν διαφορές ανάλογα με την εστίαση της μελέτης. Ωστόσο, επιδιώκοντας την περίπτωση μιας εύχρηστης κατανομής που θα μπορούσαν οι παράμετροί της να υπολογιστούν απλούστερα, απορρίπτουμε τις τριπαραμετρικές και μελετώντας τις κατανομές της οικογένειας PBF, δηλαδή τις Weibull και Rayleigh που προτείνονται από τη νομοθεσία, και την PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, που προέκυψε από τη μελέτη μας,

προτείνεται η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο, ως υπερέχουσα συντριπτικά στην εκτίμηση των ακραίων τιμών, με τις 2 άλλες να υπερτερούν, ελαφρώς όμως, ως προς το σώμα της κατανομής. Κρίνοντας, λοιπόν, τη σημασία των φαινομένων από τις ακραίες τιμές του ανέμου, είτε πρόκειται για πρόβλεψη καταστροφικών φαινομένων όπως τροπικοί κυκλώνες, είτε για το σχεδιασμό έργων πολιτικού μηχανικού, η PBF με μία ελεύθερη παράμετρο προτείνεται ως η καταλληλότερη και πιο εύχρηστη κατανομή για να περιγράψει την ταχύτητα του ανέμου, συνολικά.



## 8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### 8.1 Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- Akpinar, S. and Akpinar, E.K., 2009. Estimation of wind energy potential using finite mixture distribution models, Elsevier, Energy Conversion and Management, Volume 50, Issue 4, Pages 877-884.
- Alavi, O., Mohammadi, K. and Mostafaeipour, A., 2016. Evaluating the suitability of wind speed probability distribution models: A case of study of east and southeast parts of Iran, Elsevier, Energy Conversion and Management, Volume 119, Pages 101-108.
- Amaya-Martínez, P. A., Saavedra-Montes, A. J. and Arango-Zuluaga, E. I., 2014. A statistical analysis of wind speed distribution models in the Aburrá Valley, Colombia. CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro, 5(5), 121-136.
- Beirlant, J., Matthys, G., & Dierckx, G., 2001. Heavy-Tailed Distributions and Rating. ASTIN Bulletin, 31(1), 37-58, doi:10.2143/AST.31.1.993.
- Brouers, F., 2015. The Burr XII distribution family and the maximum entropy principle: power-law phenomena are not necessarily nonextensive. Open J Stat, Volume 5, pp. 730- 741.
- Burr, I., 1942. Cumulative Frequency Functions. Annals of Mathematical Statistics, Volume 13, pp. 215-235.
- Caloiero, T., 2018. Hydrological Hazard. Analysis and Prevention, Geosciences., pp 150.
- Campisi-Pinto, S., Gianchandani, K. and Ashkenazy, Y., 2020. Statistical tests for the distribution of surface wind and current speeds across the globe, Elsevier, Renewable Energy, Volume 149, Pages 861-876
- Carta, J.A., Ramirez, P. and Velazquez, S., 2009. A review of wind speed probability distributions used in wind energy analysis: Case studies in the Canary Islands, Elsevier, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Volume 13, Issue 5, Pages 933-955.
- Conradsen, K., Nielsen, L.B., and Prahm, L.P., 1984. Review of Weibull Statistics for Estimation of Wind Speed Distributions, American Meteorological Society, Journals Online, [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1984\)023<1173:ROWSFE>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1984)023<1173:ROWSFE>2.0.CO;2).
- Costa-Rocha, P.A., Coelho de Sousa, R., Freitas de Andrade, C. and Vieira da Silva, M.E., 2012. Comparison of seven numerical methods for determining Weibull parameters for wind energy generation in the northeast region of Brazil, Elsevier, Applied Energy Volume 89, Issue 1, Pages 395-400

- Dimitraïdis, P., Koutsoyiannis, D., 2015. Application of stochastic methods to double cyclostationary processes for hourly wind speed simulation, *Energy Procedia* 76, 406 – 411.
- Emanuel, K., 2010, Tropical Cyclone Activity Downscaled from NOAA-CIRES Reanalysis, 1908-1958, DOI:10.3894/JAMES.2010.2.1.
- Holmes, J.D. and Moriarty, W.W., 1999, Application of the generalized Pareto distribution to extreme value analysis in wind engineering, Elsevier, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Volume 83, Issues 1–3, Pages 1-10.
- Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R., 1987. Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution, *Technometrics*, Vol. 29, No. 3, pp. 339-349.
- Ganji, M., Bevrani, H., Hami-Golzar, N. and Zabihi, S., 2016. The Weibull–Rayleigh Distribution, Some Properties, and Applications, *J Math Sci* 218, 269–277, <https://doi.org/10.1007/s10958-016-3028-2>.
- Koutsoyiannis, D., Dimitriadiis, P., Lombardo, F. and Stevens, S., 2018a. From Fractals to Stochastics: Seeking Theoretical Consistency in Analysis of Geophysical Data, Springer International Publishing, DOI 10.1007/978-3-319-58895-7\_14.
- Koutsoyiannis, D., 2018b. Modelling extreme rainfall in the era of climate change concerns: Towards a consistent stochastic methodology, School for Young Scientists “Modelling and forecasting of river flows and managing hydrological risks: Towards a new generation of methods”, Russian Academy of Sciences, Lomonosov Moscow State University, Moscow, doi:10.13140/RG.2.2.22015.25766.
- Koutsoyiannis, D., 2019a. Extreme-oriented selection and fitting of probability distributions, Presentation for EGU.
- Koutsoyiannis, D., 2019b. Knowable moments for high-order stochastic characterization and modelling of hydrological processes, *Hydrological Sciences Journal*, 64 (1), 19–33, doi:10.1080/02626667.2018.1556794.
- Koutsoyiannis, D., 2020. Stochastics of Hydroclimatic Extremes – A Cool Look at Risk, in review.
- Krause, P., Boyle, D.P., Base, F., 2005. Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment, *Advances in Geosciences*, 5, 89–97.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R., 1979. Probability-weighted moments compared with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. *Water Resour. Res.*, 15(5), 1055-1064.
- Lechner, J.A., Leigh, S.D. and Simiu, E., 1992. Recent Approaches to Extreme Value Estimation with Application to Wind Speeds, Part I: the Pickands

Method, Elsevier, Journal of Wind Engineering, and Industrial Aerodynamics, 41-44, 509-519.

- Lombardo, F., Volpi, E., Koutsoyiannis, D., and Papalexiou, S.M., 2014. Just two moments! A cautionary note against use of high-order moments in multifractal models in hydrology. *Hydrology and Earth System Sciences*, 18, 243–255, doi: 10.5194/hess-18-243-2014.
- Luo, L., Zhang, X., Sond, D., Tang, W., Li, L., Tian, X., 2019. Minimizing the Energy Cost of Offshore Wind Farms by Simultaneously Optimizing Wind Turbines and Their Layout, *Appl. Sci.* 9(5), 835, doi: 10.3390/app9050835.
- Mert, I. and Karakus, C., 2015. A statistical analysis of wind speed data using Burr, generalized gamma, and Weibull distributions in Antakya, Turkey, *Tubitak*, doi:10.3906/elk-1402-66.
- Moriasi, D. N., Arnold, J. G., Van Liew, M. W., Bingner, R. L., Harmel, R. D., & Veith, T. L. 2007. Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations. *Trans. ASABE*, 50(3), 885-900.
- Nash, J. E., Sutcliffe, J.V., 1970. River flow forecasting through conceptual models: Part 1. A discussion of principles. *J. Hydrology* 10(3): 282-290.
- Otto, S.A., 2019. How to normalize the RMSE [Blog post]. Retrieved from <https://www.marinedatascience.co/blog/2019/01/07/normalizing-the-rmse/>.
- Palutikof, J.P., Brabson, B.B., Lister, D.H., 1999. Adcock, S.T., A review of methods to calculate extreme wind speeds, *Meteorol. Appl.* 6, 119–132.
- Papalexiou, S.M., Koutsoyiannis, D., and Makropoulos, C., 2013. How extreme is extreme? An assessment of daily rainfall distribution tails, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, 851–862, doi:10.5194/hess-17-851-2013.
- Singh, S. & Maddala, G., 1976. A function for size distribution of incomes. *Econometrica*, Volume 44, pp. 963-970.
- Thompson, R. and Emery, W., 2014. Goodness-of-Fit Test, Elsevier, *Data Analysis Methods in Physical Oceanography (Third Edition)*, Pages 219-311.
- Teugels, J., 1975. The class of subexponential distributions. *The Annals of Probability*, pp. 1000-1011.
- Xu, X., Yan, Z. and Xu, S., 2015. Estimating wind speed probability distribution by diffusion-based kernel density method, Elsevier, *Electric Power Systems Research*, Volume 121, Pages 28-37.

## 8.2 Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Κουτσογιάννης, Δ., 1996. Στατιστική Υδρολογία, Έκδοση 3, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, σελ. 76.

- Κουτσογιάννης Δ., 2013. «Σημειώσεις Στοχαστικών Μεθόδων στους Υδατικούς Πόρους», Επανάδοση, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Κουτσογιάννης, Δ., Ξανθόπουλος, Θ., 2016. Τεχνική Υδρολογία, Έκδοση 4, σελ. 199.
- Μαμάσης, Ν., Κουτσογιάννης, Δ., 2010. «Υδρομετεωρολογία. Αιολική Ενέργεια», Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, Αθήνα.

### 8.3 Ιστοσελίδες

- <https://www.ncdc.noaa.gov/> (National Centres for Environmental Information, National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA).
- <https://www.wikipedia.org/> (Wikipedia).
- <https://earth.google.com/web/> (Google Earth).
- <https://www.enercon.de/home/> (Enercon).
- <https://en.wind-turbine-models.com/turbines>
- [https://www.ted.com/speakers/theo\\_jansen](https://www.ted.com/speakers/theo_jansen) (Theo Jansen's interview).
- <https://reliefweb.int/>
- <https://pixabay.com/> (cover page image).
- <https://ourworldindata.org/>
- <https://www.researchgate.net/>
- <https://www.strandbeest.com/>
- <https://www.unocha.org/>
- <https://www.amusingplanet.com/>