

Μεθοδολογική προσέγγιση για τις όμβριες καμπύλες της Αθήνας

Δημήτρης Κουτσογιάννης

Τομέας Υδατικών Πόρων, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Περίληψη Παρά τις εκτεταμένες έρευνες σε διεθνές επίπεδο για τη συμπεριφορά των ακραίων βροχοπτώσεων, η αβεβαιότητα που υπάρχει στην ποσοτική εκτίμησή τους παραμένει πολύ υψηλή. Μάλιστα, έχει πρόσφατα διατυπωθεί η άποψη ότι παρά την αυξανόμενη μαθηματικοποίηση των υδρολογικών αναλύσεων κατά τη διάρκεια των προηγούμενων 50 ετών, δεν έχει αυξηθεί η εγκυρότητα των εκτιμήσεων των ακραίων βροχοπτώσεων και κατά συνέπεια δεν έχει βελτιωθεί η δυνατότητά μας να αξιολογήσουμε την ασφάλεια των αντιπλημμυρικών έργων. Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια οι έρευνες συγκλίνουν σε μερικά βασικά συμπεράσματα που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για την πιθανοτική περιγραφή των μέγιστων εντάσεων βροχής και την κατασκευή των όμβριων καμπυλών. Πρώτον, έχει δειχτεί ότι η μαθηματική έκφραση των όμβριων καμπυλών δεν είναι απαραίτητο να είναι εμπειρική, αλλά μπορεί να προκύψει με συνεπή τρόπο από την πιθανοτική συνάρτηση κατανομής που ισχύει για τις μέγιστες βροχοπτώσεις της περιοχής μελέτης. Δεύτερο, η κατανομή Gumbel που ήταν ως τώρα το επικρατέστερο πιθανοτικό μοντέλο για τις μέγιστες βροχοπτώσεις, φαίνεται να είναι ακατάλληλη και τείνει να αντικατασταθεί από την κατανομή ακραίων τιμών τύπου II (AT2). Τρίτο, η μελέτη μακροχρόνιων ιστορικών δειγμάτων βροχοπτώσεων από όλο τον κόσμο δείχνει μια αξιοσημείωτη ομοιότητα που μπορεί να οδηγήσει σε υιοθέτηση παγκόσμιας τιμής για τουλάχιστον μία παράμετρο της κατανομής AT2, πράγμα που καθιστά την προσαρμογή της κατανομής πιο αξιόπιστη και το μαθηματικό χειρισμό της ευχερέστερο. Τέταρτο, έχει δειχτεί ότι η χρήση των ημερήσιων μετρήσεων των βροχοπτώσεων από βροχόμετρα, συμπληρωματικά με τις μετρήσεις μικρότερων διαρκειών από βροχογράφους, αυξάνει την αξιοπιστία των εκτιμήσεων, ενώ έχουν προταθεί μέθοδοι για την ταυτόχρονη αξιοποίηση δεδομένων από μετρήσεις διαφορετικής χρονικής ανάλυσης. Με εξειδίκευση αυτών των γενικών συμπερασμάτων για την περιοχή της Αθήνας, μπορούν να κατασκευαστούν όμβριες καμπύλες σχετικά πιο αξιόπιστες, ιδίως για τις μεγάλες περιόδους επαναφοράς. Ειδικότερα, στην Αθήνα υπάρχουν ημερήσιες μετρήσεις βροχής για 143 χρόνια και ωριαίων υψών για 70 χρόνια (σταθμός Αστεροσκοπείου). Η επεξεργασία των μετρήσεων αυτών επιβεβαιώνει σε γενικές γραμμές τα πιο πάνω συμπεράσματα και αποτελεί κατάλληλο υπόβαθρο για την κατασκευή αρκετά αξιόπιστων όμβριων καμπυλών για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας.

1 Εισαγωγή

Σχεδόν ένας αιώνας έχει περάσει από την εποχή της εμπειρικής θεμελίωσης των υδρολογικών καμπυλών συχνότητας, αλλιώς γνωστών ως «καμπυλών διάρκειας» (Hazen, 1914) και την παράλληλη θεωρητική θεμελίωση των πιθανοτικών κατανομών των ακραίων τιμών (von Bortkiewicz, 1922; von Mises, 1923), ενώ κοντεύει μισός αιώνας από την σύγκλιση της εμπειρικής και της θεωρητικής προσέγγισης (Gumbel, 1958). Ωστόσο, η εκτίμηση των ακραίων γεγονότων στην υδρολογία και ιδιαίτερα στις βροχοπτώσεις συνεχίζει να παρουσιάζει σημαντικές αβεβαιότητες και μεθοδολογικές ασάφειες. Πρόσφατα, αυτό το γεγονός εκφράστηκε ανάγλυφα από τον Klemeš (2000), ο οποίος αναφέρει:

«... η αυξανόμενη μαθηματικοποίηση της ανάλυσης των υδρολογικών συχνοτήτων τα τελευταία 50 χρόνια δεν αύξησε την εγκυρότητα των εκτιμήσεων των συχνοτήτων για τα ακραία γεγονότα και ως εκ τούτου δεν βελτίωσε την ικανότητά μας να προσδιορίσουμε την ασφάλεια των έργων, ο σχεδιασμός των οποίων βασίζεται σε αυτές. Τα μοντέλα πιθανοτικών κατανομών που χρησιμοποιούνται τώρα, παρά την αυστηρή μαθηματική αμφίεσή τους, δεν είναι εγκυρότερα, αλλά πιθανόν είναι λιγότερο έγκυρα για την εκτίμηση πιθανοτήτων σπάνιων γεγονότων, απ' ό,τι ήταν οι επεκτάσεις των καμπυλών διάρκειας 'με το μάτι' που χρησιμοποιούνταν 50 χρόνια πριν.»

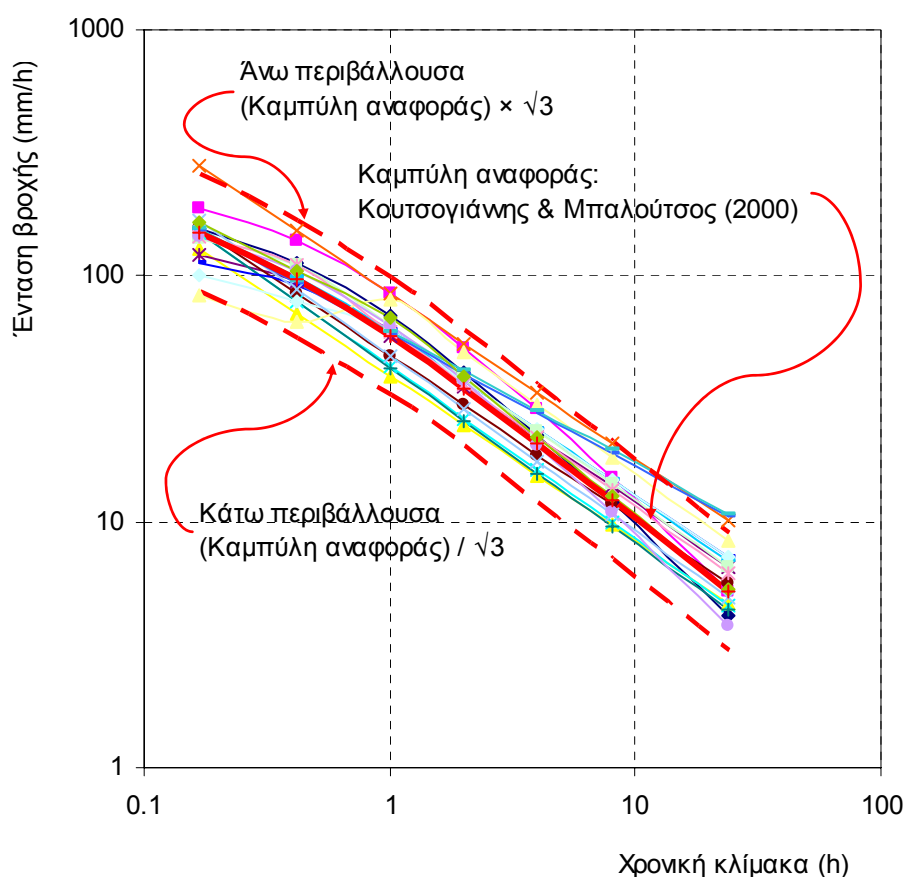
Ωστόσο, σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να παραγνωριστεί το γεγονός ότι η πιθανοτική προσέγγιση σηματοδοτεί μια σημαντική πρόοδο στην υδρολογική επιστήμη και τεχνολογία καθώς έχει βοηθήσει ουσιαστικά στην ποσοτικοποίηση της διακινδύνευσης (του ρίσκου) και τείνει να μας απαλλάξει από παλιότερες αυθαίρετες και ανορθολογικές προσεγγίσεις «μηδενικής διακινδύνευσης», όπως αυτές της πιθανής μέγιστης κατακρήμνισης (ΠΜΚ) και πλημμύρας (ΠΜΠ). Ακόμη, τα τελευταία χρόνια, μετά από μια μακροχρόνια στασιμότητα, έχει υπάρξει πρόοδος στις θεωρητικές αναλύσεις σχετικά με τις πιθανοτικές κατανομές των ακραίων επεισοδίων βροχής (όπως θα συζητηθεί σε επόμενα εδάφια). Παράλληλα, δεν πρέπει να αγνοηθεί το γεγονός ότι τα τελευταία 50 χρόνια έχει αυξηθεί αισθητά ο όγκος των διαθέσιμων υδρολογικών και κυρίως βροχομετρικών πληροφοριών με την πύκνωση των βροχομετρικών σταθμών και την αύξηση του μήκους των αρχείων βροχομετρικών παρατηρήσεων.

Στην Αθήνα, που αποτελεί και το ειδικότερο αντικείμενο αυτής της εργασίας, οι βροχομετρικές παρατηρήσεις στο σταθμό του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών στο Λόφο Νυμφών ξεκινούν από το 1860, δίνοντας ένα δείγμα ετήσιων μέγιστων ημερήσιων τιμών μήκους 143 ετών, το μεγαλύτερο στην Ελλάδα από ένα από τα μεγαλύτερα παγκοσμίως. Οι παρατηρήσεις από βροχογράφους για χρονικές κλίμακες μικρότερες της ημερήσιας είναι λιγότερο μακροχρόνιες αλλά πάντως υπάρχουν τουλάχιστον από το 1927.

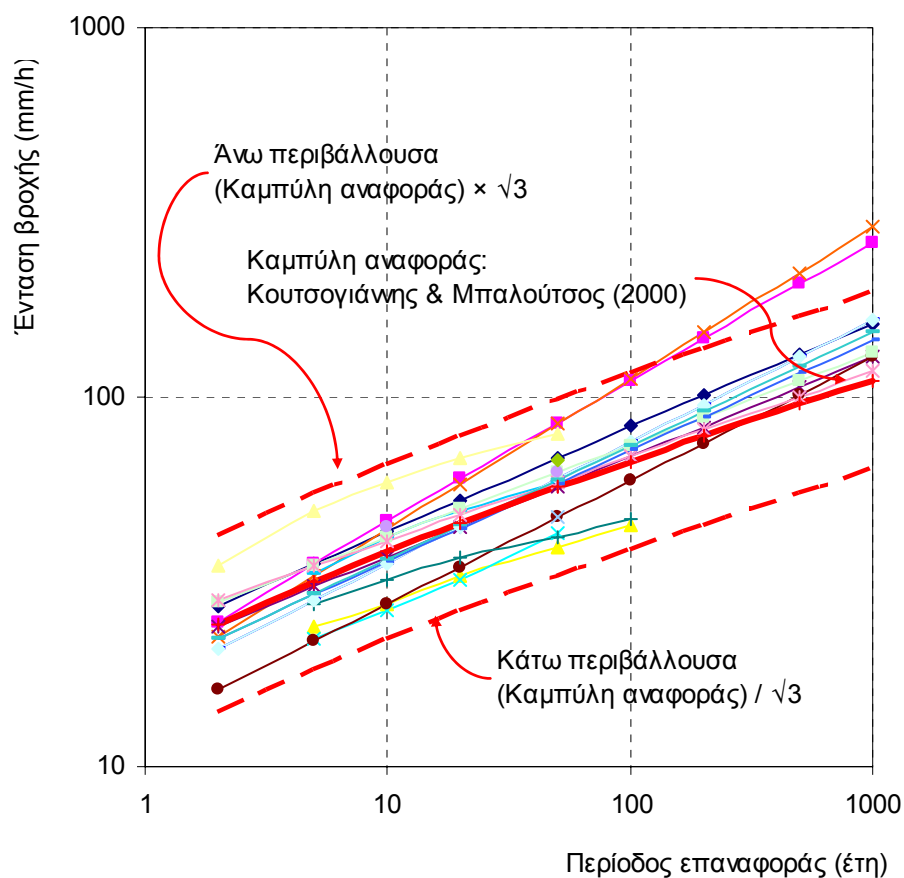
Μεταπολεμικά, τα βροχομετρικά δεδομένα του Λόφου Νυμφών καθώς και άλλων σταθμών της Αττικής αναλύθηκαν από πολλούς μελετητές στα πλαίσια του σχεδιασμού αντιπλημμυρικών έργων και δικτύων ομβρίων. Κατασκευάστηκε, έτσι μια σειρά καμπυλών έντασης-διάρκειας-περιόδου επαναφοράς βροχοπτώσεων, ή, όπως έχουν καθιερωθεί στην ελληνική

τεχνική ορολογία, όμβριων καμπυλών. Συγκέντρωση και συγκριτική παρουσίαση των καμπυλών αυτών έγινε πρόσφατα στη μελέτη των Εξάρχου-Νικολόπουλου-Μπενσασσών (2004).

Με βάση τη μελέτη αυτή, έχουν απεικονιστεί συγκριτικά στο Σχ. 1 οι όμβριες καμπύλες υπό μορφή διαγραμμάτων έντασης συναρτήσει της διάρκειας για περίοδο επαναφοράς 50 ετών, ενώ στο Σχ. 2 απεικονίζονται οι όμβριες καμπύλες υπό μορφή διαγραμμάτων έντασης συναρτήσει της περιόδου επαναφοράς για σταθερή διάρκεια βροχής ίση με 1 h. Αναλυτικό υπόμνημα με διευκρινίσεις των συμβόλων των Σχ. 1 και 2 δίνεται στο Σχ. 3. Χαρακτηριστικά φαίνεται στα Σχ. 1 και 2 η μεγάλη διαφοροποίηση των όμβριων καμπυλών που έχουν κατασκευαστεί από τους μελετητές. Συγκεκριμένα, θεωρώντας ως καμπύλη αναφοράς την πιο πρόσφατη από αυτές (Koutsoyiannis and Baloutsos, 2000), στα Σχ. 1 και 2 έχουν χαραχτεί προσεγγιστικές περιβάλλουσες (χωρίς ο χαρακτηρισμός «περιβάλλουσες» να ταιριάζει απόλυτα, αφού υπάρχουν σημεία που τις ξεπερνούν), όπου η άνω περιβάλλουσα αντιστοιχεί σε τιμές τρεις φορές μεγαλύτερες από την κάτω περιβάλλουσα. (Πιο συγκεκριμένα η άνω περιβάλλουσα είναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερη από την καμπύλη αναφοράς και η κάτω περιβάλλουσα $\sqrt{3}$ φορές μικρότερη από την καμπύλη αναφοράς.)



Σχ. 1 Σύγκριση όμβριων καμπυλών της ευρύτερης περιοχής Αθηνών για περίοδο επαναφοράς 50 ετών.



Σχ. 2 Σύγκριση όμβριων καμπυλών της ευρύτερης περιοχής Αθηνών για διάρκεια βροχής 1 h.



Σχ. 3 Αναλυτικό υπόμνημα για τα Σχ. 1 και 2.

Στα επόμενα εδάφια θα επιχειρηθεί κατ' αρχάς η αιτιολόγηση της διαφοροποίησης των όμβριων καμπυλών και στη συνέχεια η παρουσίαση ενός σύγχρονου μεθοδολογικού πλαισίου για την όσο το δυνατόν πιο ορθολογική και αξιόπιστη κατάρτιση όμβριων καμπυλών που θα μπορούν να αποτελέσουν τη βάση των μελλοντικών σχεδιασμών των αντιπλημμυρικών έργων της ευρύτερης περιοχής της Πρωτεύουσας.

2 Τι διαφοροποιεί τις όμβριες καμπύλες της Αθήνας;

Τρεις είναι οι λόγοι που οδηγούν στις διαφοροποιήσεις των όμβριων καμπυλών στα Σχ. 1 και 2. Ο πρώτος λόγος αντιστοιχεί στη φυσική γεωγραφική διαφοροποίηση της δίαυτης των ισχυρών βροχοπτώσεων, η οποία αντικατοπτρίζεται στα δείγματα παρατηρήσεων των διάφορων σταθμών που κατά περίπτωση λήφθηκαν υπόψη στις διάφορες μελέτες. Οι άλλοι δύο λόγοι δεν σχετίζονται με τη φυσική πραγματικότητα. Συγκεκριμένα, ο δεύτερος λόγος έχει σχέση με τα διαφορετικά στατιστικά σφάλματα που προκύπτουν από τα διαφορετικά κάθε φορά διαθέσιμα μήκη των δειγμάτων βροχομετρικών παρατηρήσεων. Είναι προφανές ότι με την πάροδο του χρόνου τα δείγματα αποκτούν μεγαλύτερα μήκη και δίνουν όλο και μικρότερα στατιστικά σφάλματα. Τέλος, ο τρίτος λόγος σχετίζεται με τις διαφορετικές μεθοδολογικές παραδοχές και τεχνικές που ακολουθούνται κατά περίπτωση (π.χ. αν η επεξεργασία είναι εμπειρική ή πιθανοθεωρητική, ποια πιθανοτική κατανομή χρησιμοποιείται, με ποια μέθοδο γίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων κ.ά.).

Εκτιμάται ότι η συμμετοχή των τριών αυτών λόγων στη διαμόρφωση των τελικών διαφοροποιήσεων είναι αντιστρόφως ανάλογη της σχέσης καθενός με τη φυσική πραγματικότητα. Δηλαδή, τη μικρότερη συμμετοχή έχει η φυσική γεωγραφική διαφοροποίηση και τη μεγαλύτερη οι διαφοροποιήσεις στις μεθοδολογικές παραδοχές. Αυτό δείχνει και τη μεγάλη σημασία που έχει το μεθοδολογικό πλαίσιο που θα χρησιμοποιηθεί για την κατάρτιση των μελλοντικών όμβριων καμπυλών της Αθήνας. Δείχνει επίσης το πόσο σημαντικό είναι να συμφωνηθεί και να καθιερωθεί μια ενιαία μεθοδολογία για το σύνολο της χώρας, με βάση την οποία θα μπορούσε να κατασκευαστεί ένας άτλαντας όμβριων καμπυλών (όπως έχει γίνει σε άλλες χώρες) αντί να κατασκευάζονται μεμονωμένες καμπύλες στα πλαίσια ποικίλων μελετών.

3 Τι ενοποιεί τις όμβριες καμπύλες της Αθήνας;

Το ενοποιητικό στοιχείο όλων των όμβριων καμπυλών που έχουν κατασκευαστεί για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας, οι οποίες έχουν απεικονιστεί στα Σχ. 1 και 2, είναι το γεγονός ότι όλες περιγράφονται από μια απλή συναρτησιακή σχέση της μορφής

$$i(d, T) = \frac{\lambda (T^k - \psi)}{(d + \theta)^\eta} \quad (1)$$

όπου $i(d, T)$ η μέγιστη (μέση) ένταση βροχής διάρκειας d για περίοδο επαναφοράς T , και κ , λ , ψ , θ και η παράμετροι. Σε όλες τις όμβριες καμπύλες που έχουν κατασκευαστεί για την Αθήνα, εκτός από την πιο πρόσφατη των Koutsoyiannis and Baloutsos, (2000), η παράμετρος ψ είναι μηδενική. Σε μερικές, η παράμετρος θ είναι επίσης μηδενική, ενώ άλλες περιλαμβάνουν δύο εκφράσεις που ισχύουν για διαφορετικές τιμές της διάρκειας, στη μία εκ των οποίων η θ είναι μηδενική και στην άλλη μη μηδενική. Στις πιο παλιές από τις καμπύλες που ανάγονται στη δεκαετία του 1960, η παράμετρος η είναι μονάδα, οπότε η παράμετρος θ παίρνει διαφορετικές τιμές για διαφορετικές περιόδους επαναφοράς. Στις νεότερες καμπύλες η παράμετρος η έχει τιμές μικρότερες της μονάδας. Τέλος, σε μερικές από τις καμπύλες δεν έχει δοθεί αναλυτική έκφραση για τον αριθμητή του δεξιού μέλους της εξίσωσης (1), αλλά δίνονται αριθμητικές τιμές για κάθε περίοδο επαναφοράς. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να βρει τις πλήρεις εκφράσεις των όμβριων καμπυλών στη μελέτη των Εξάρχου-Νικολόπουλου-Μπενσασσών (2004).

Βέβαια η εξίσωση (1) δεν αποτελεί ιδιαιτερότητα της Αθήνας· στην πραγματικότητα, αποτελεί μια σχεδόν παγκόσμια εξίσωση, στην οποία διαφοροποιούνται γεωγραφικά μόνο οι τιμές των παραμέτρων της.

4 Πόσο εμπειρικές είναι οι μαθηματικές εκφράσεις των όμβριων καμπυλών;

Ιστορικά, η εξίσωση (1) έχει βρεθεί μετά από εμπειρικές αναλύσεις δειγμάτων μέγιστων βροχοπτώσεων, χωρίς τη χρήση πιθανοτικών μοντέλων. Ωστόσο η γενικευμένη εφαρμοσιμότητά της σε παγκόσμιο επίπεδο υποδεικνύει ότι πρέπει να υπάρχουν θεωρητικοί λόγοι που την αιτιολογούν. Η εξίσωση (1) μπορεί να γραφεί στην πιο γενικευμένη μορφή

$$i(d, T) = \frac{a(T)}{b(d)} \quad (2)$$

όπου $a(T)$ και $b(d)$ κατάλληλες αύξουσες συναρτήσεις της περιόδου επαναφοράς και της διάρκειας, αντίστοιχα (Κουτσογιάννης, 1997). Η συνάρτηση $b(d)$ κατά κανόνα έχει τη γενική μορφή

$$b(d) = (d + \theta)^n \quad (3)$$

Αν και πρόσφατα έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες για τη θεωρητική τεκμηρίωσή της, στηριγμένες κυρίως στις μαθηματικές τεχνικές των ανελίξεων ομοιοθεσίας (scaling processes) και των μορφοκλασματικών αντικειμένων (fractals), δεν έχουν προκύψει ενθαρρυντικά αποτελέσματα ως τώρα. Ωστόσο, η συνάρτηση $a(T)$ προκύπτει αναλυτικά από τη συνάρτηση κατανομής που ισχύει για την μέγιστη ένταση βροχής (Κουτσογιάννης, 1997· Koutsoyiannis et al., 1998).

Έστω Y μια τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση κατανομής $F(y) := P\{Y \leq y\}$, όπου $P\{\}$ συμβολίζει πιθανότητα. Η Y μπορεί να συμβολίζει είτε την ένταση βροχής I για δεδομένη

διάρκεια (ακριβέστερα, χρονική κλίμακα) d είτε κάποιο γραμμικό μετασχηματισμό αυτής, όπως $Y = I b(d)$. Έστω X η μέγιστη από ένα αριθμό n μεταβλητών Y_i , ήτοι $X := \max \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$, για παράδειγμα η μέγιστη ένταση βροχής σε ένα έτος. Μπορεί να υποθεθεί ότι ο αριθμός γεγονότων n (για παράδειγμα ο αριθμός των βροχερών διαστημάτων μήκους d σε ένα έτος) δεν είναι σταθερός, αλλά τυχαία μεταβλητή με κατανομή Poisson με μέση τιμή ν . Αν $H_\nu(x)$ είναι η συνάρτηση κατανομής της X , αποδεικνύεται ότι (Koutsoyiannis, 2004a)

$$H_\nu(x) = \exp\{-\nu[1 - F(x)]\} \quad (4)$$

Έστω, επίσης, $G(y)$ η μαθηματική έκφραση της «ουράς» της μητρικής κατανομής $F(y)$, η οποία πρωτίστως ενδιαφέρει στην ανάλυση των ακραίων βροχοπτώσεων και ορίζεται ως η δεσμευμένη συνάρτηση κατανομής για y μεγαλύτερο από κάποιο κατώφλι ξ , ήτοι $G(x) := F(y|y > \xi)$. Αν, επιπλέον, ορίσουμε το κατώφλι ξ σε τρόπο ώστε η πιθανότητα υπέρβασης $1 - F(\xi)$ να είναι $1/\nu$, δηλαδή ίση με το αντίστροφο του μέσου αριθμού γεγονότων, τότε αποδεικνύεται (Koutsoyiannis, 2004a) ότι

$$1 - G(x) = \nu [1 - F(x)] \quad (5)$$

Συνδυάζοντας την (5) με την (4) προκύπτει ότι

$$1 - G(x) = -\ln H_\nu(x) \quad (6)$$

Με τον πιο πάνω ορισμό του κατωφλίου ξ προκύπτει ότι η περίοδος επαναφοράς είναι

$$T = \frac{\delta}{1 - G(x)} \quad (7)$$

όπου $\delta = 1$ έτος. Για απλοποίηση των συμβολισμών το σύμβολο δ παραλείπεται θεωρώντας ταυτόχρονα ότι η περίοδος επαναφοράς εκφράζεται σε έτη, οπότε είναι αριθμητικά ίση με το αντίστροφο της πιθανότητας υπέρβασης. Με τις παραπάνω προϋποθέσεις και θεωρώντας $Y = I b(d)$, εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί ότι η ζητούμενη συνάρτηση $a(T)$ δίνεται από τη σχέση

$$a(T) = G^{-1}(1 - 1/T) \quad (8)$$

όπου $G^{-1}(\cdot)$ συμβολίζει την αντίστροφη συνάρτηση της $G(\cdot)$.

Είναι γνωστό (Gumbel, 1958) ότι για μεγάλο αριθμό γεγονότων n , ή μεγάλο μέσο αριθμό γεγονότων ν , η κατανομή μεγίστων $H_\nu(x)$ τείνει στην ασυμπτωτική κατανομή ακραίων τιμών $H(x)$, η οποία μπορεί να πάρει μία από τρεις δυνατές μαθηματικές μορφές. Πρόκειται για τις κατανομές ακραίων τιμών τύπου I (AT1), τύπου II (AT2) και τύπου III (AT3). Από αυτές, η τελευταία δεν έχει φυσικό νόημα επειδή είναι άνω φραγμένη.

Η κατανομή AT1, γνωστή και ως κατανομή Gumbel, έχει την έκφραση

$$H(x) = \exp[-\exp(-x/\lambda' + \psi')] \quad (9)$$

όπου λ' και ψ' παράμετροι (κλίμακας και θέσης, αντίστοιχα), οπότε από την (6) προκύπτει η εξίσωση

$$1 - G(x) = \exp(-x/\lambda' + \psi') \quad (10)$$

που παριστάνει τη γνωστή εκθετική κατανομή. Τελικώς από την (8) διαπιστώνεται ότι

$$a(T) = \lambda' \ln T + \psi' \quad (11)$$

Αντίστοιχα η (τριπαραμετρική) κατανομή AT2 έχει την έκφραση

$$H(x) = \exp\left\{-\left[1 + \kappa\left(\frac{x}{\lambda'} - \psi'\right)\right]^{-1/\kappa}\right\} \quad x \geq \lambda'(\psi' - 1/\kappa) \quad (12)$$

όπου κ , λ' και ψ' παράμετροι (σχήματος, κλίμακας και θέσης, αντίστοιχα). Η έκφραση (12) είναι γνωστή και ως γενική κατανομή ακραίων τιμών (κατανομή ΓΑΤ· Jenkinson, 1955) επειδή ενσωματώνει και τις τρεις κατανομές ακραίων τιμών. Πράγματι, για $\kappa = 0$ η (12) μεταπίπτει στην (9). Για $\kappa > 0$ προκύπτει η κατανομή AT2, ενώ για $\kappa < 0$ η ίδια έκφραση παριστάνει την κατανομή AT3 (αλλά με ανεστραμμένο το σύμβολο της ανισότητας ως προς το πεδίο ορισμού της x), η οποία, όπως προαναφέρθηκε δεν έχει νόημα στην υδρολογία.

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (12) και (6) προκύπτει η εξίσωση

$$1 - G(x) = \left[1 + \kappa\left(\frac{x}{\lambda'} - \psi'\right)\right]^{-1/\kappa}, \quad x \geq \lambda' \psi' \quad (13)$$

η οποία παριστάνει την κατανομή Pareto. Για $\kappa > 0$, η (8) δίνει

$$a(T) = (\lambda'/\kappa)(T^\kappa - 1 + \kappa \psi') = \lambda(T^\kappa - \psi) \quad (14)$$

όπου για απλοποίηση των συμβολισμών τέθηκε $\lambda = \lambda'/\kappa$ και $\psi = 1 + \kappa \psi'$.

Μπορούμε τώρα να παρατηρήσουμε ότι στην περίπτωση της κατανομής AT2 (ή ισοδύναμα της μητρικής κατανομής Pareto) η θεωρητική ανάλυση παράγει ακριβώς τον αριθμητή της εξίσωσης (1), η οποία, αν και αρχικώς διατυπώθηκε εμπειρικά, αποδεικνύεται ότι έχει ισχυρή θεωρητική βάση.

5 Είναι κατάλληλη η κατανομή Gumbel για τις μέγιστες βροχοπτώσεις;

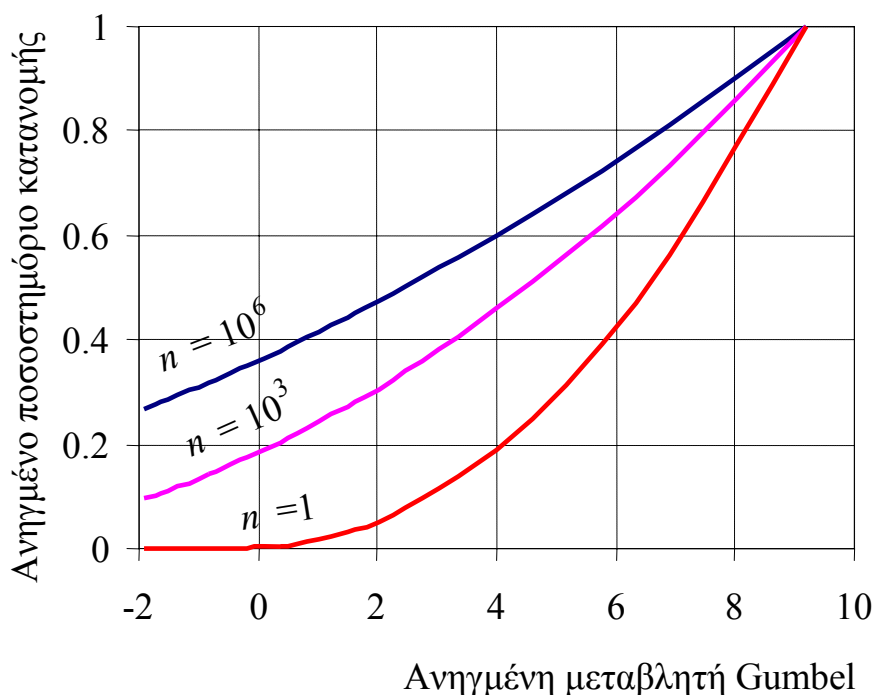
Στην ελληνική, αλλά και την παγκόσμια υδρολογική πρακτική, ακολουθείται κατά κανόνα μια οξύμωρη υπολογιστική πορεία: αφενός υιοθετείται εν γένει η κατανομή Gumbel ως κατάλληλη για τις μέγιστες βροχοπτώσεις και αφετέρου οι τελικές όμβριες καμπύλες που καταρτίζονται έχουν τη μαθηματική έκφραση (1), συνήθως θεωρώντας $\psi = 0$. Όπως έχει δειχτεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, αν γίνει δεκτή η κατανομή Gumbel τότε δεν μπορεί να ισχύει η (1), αλλά θα πρέπει ο αριθμητής της να αντικατασταθεί από τη λογαριθμική έκφραση (11). Αν, αντίστροφα, υιοθετηθεί η (1), τότε θα πρέπει να απορριφθεί η κατανομή Gumbel και να γίνει δεκτή η κατανομή AT2.

Οι λόγοι της τόσο ευρείας διάδοσης της κατανομής Gumbel μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα:

1. **Θεωρητικοί λόγοι.** Οι περισσότεροι τύποι μητρικών κατανομών που χρησιμοποιούνται στην υδρολογία, όπως είναι οι εκθετική, γάμα, Weibull, κανονική και λογαριθμοκανονική (π.χ. Kottegoda and Rosso, 1997, σ. 431) ανήκουν στο «πεδίο έλξης» της κατανομής Gumbel, δηλαδή δίνουν ασυμπτωτική κατανομή μεγίστων AT1. Σε αντίθεση, το πεδίο έλξης της κατανομής AT2 περιλαμβάνει κατανομές που χρησιμοποιούνται λιγότερο στην υδρολογία, όπως είναι οι Pareto, Cauchy και λογαριθμική γάμα.
2. **Απλότητα.** Ο μαθηματικός χειρισμός της διπαραμετρικής κατανομής AT1 είναι ευκολότερος από αυτόν της τριπαραμετρικής AT2.
3. **Ακρίβεια εκτίμησης παραμέτρων.** Προφανώς, δύο παράμετροι μπορούν να εκτιμηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με τις τρεις. Στην πρώτη περίπτωση αρκεί η χρήση της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης (ή της δεύτερης L ροπής), ενώ στη δεύτερη περίπτωση απαιτείται και ο συντελεστής ασυμμετρίας, του οποίου η εκτίμηση είναι εξαιρετικά αβέβαιη για τυπικά υδρολογικά δείγματα μικρού μήκους.
4. **Πρακτικοί λόγοι.** Η καθιερωμένη πρακτική που εφαρμόζουν οι υδρολόγοι μηχανικοί βασίζεται εν πολλοίς στα πιθανοτικά διαγράμματα, μέσω των οποίων γίνεται πρακτικώς η επιλογή και ο (γραφικός) έλεγχος καταλληλότητας της κατανομής. Η κατανομή AT1 προσφέρει τη δυνατότητα ενός γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος σε ένα υπόβαθρο γνωστό ως «χαρτί κατανομής Gumbel». Το εν λόγω πιθανοτικό διάγραμμα είναι μια απεικόνιση του ποσοστημορίου της κατανομής x_H για δεδομένη πιθανότητα μη υπέρβασης H , συναρτήσει του μεγέθους $z_H := -\ln(-\ln H)$, το οποίο είναι γνωστό ως ανηγμένη μεταβλητή Gumbel. Το τελευταίο μέγεθος εκτιμάται εμπειρικά από τις δειγματικές εκτιμήσεις της πιθανότητας μη υπέρβασης. Σε αντίθεση, η κατασκευή ενός γενικού γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος για την κατανομή AT2 είναι αδύνατη (εκτός αν μια από τις παραμέτρους σταθεροποιηθεί). Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ίσως ο κυριότερος λόγος προτίμησης της κατανομής AT1 έναντι της AT2. Στην κατανομή AT2, το διάγραμμα του x_H συναρτήσει του $z_H = -\ln(-\ln H)$ είναι μια κυρτή καμπύλη.

Παρ' όλα αυτά, οι παραπάνω λόγοι προτίμησης της κατανομής AT1 έναντι της AT2, και πρωτίστως οι θεωρητικοί λόγοι, έχουν πρόσφατα αμφισβητηθεί (Koutsoyiannis, 2004a). Χαρακτηριστικά, δείχτηκε ότι ακόμα και αν η μητρική κατανομή ανήκει στο πεδίο έλξης της κατανομής Gumbel, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται η κατανομή AT2 και όχι η κατανομή Gumbel. Αυτό το φαινομενικά παράδοξο γεγονός τεκμηριώνεται στο Σχ. 4, το οποίο απεικονίζει τις ακριβείς κατανομές μεγίστων $H_n(x)$ για αριθμό γεγονότων $n = 10^3$ και 10^6 υποθέτοντας μητρική κατανομή Weibull ($F(y) = 1 - \exp(-y^k)$) με παράμετρο σχήματος $k = 0.5$. Η εν λόγω κατανομή ανήκει στο πεδίο έλξης της ασυμπτωτικής κατανομής Gumbel και

έτσι αναμένεται ότι το πιθανοτικό διάγραμμα θα τείνει να ευθειοποιηθεί καθώς ο αριθμός γεγονότων τείνει στο άπειρο ($n \rightarrow \infty$). Ωστόσο, ο ρυθμός με τον οποίο η πραγματική κατανομή τείνει στην ασυμπτωτική είναι αξιοσημείωτα αργός. Έτσι, ακόμη και για $n = 10^6$ η καμπυλότητα του διαγράμματος είναι εμφανής. Είναι φανερό ότι τόσο μεγάλος αριθμός γεγονότων μέσα σε ένα έτος δεν είναι δυνατός: αντίθετα, περιμένουμε εν γένει ένα ετήσιο αριθμό επεισοδίων βροχής της τάξης του 10 - 10^2 . Κατά συνέπεια, δεν έχει νόημα η χρήση της ασυμπτωτικής κατανομής Gumbel για $n \rightarrow \infty$.



Σχ. 4 Πιθανοτικό διάγραμμα Gumbel που απεικονίζει την ακριβή κατανομή μεγίστων $H_n(x)$ για σταθερό αριθμό γεγονότων $n = 10^3$ and 10^6 , σε σύγκριση και με τη μητρική συνάρτηση κατανομής $F(y) \equiv H_1(y)$, η οποία έχει υποθεθεί Weibull με παράμετρο σχήματος $k = 0.5$. Τα ποσοστημώρια της κατανομής στον κατακόρυφο άξονα έχουν αδιαστατοποιηθεί με βάση την τιμή $x_{0,9999}$ που αντιστοιχεί σε $z_H = 9.21$.

6 Ποια κατανομή αναμένεται να είναι καταλληλότερη για τις μέγιστες βροχοπτώσεις;

Όταν μελετάμε καταιγίδες και πλημμύρες σε λεπτή χρονική κλίμακα, η μητρική κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη και έχει πυκνότητα πιθανότητας με σχήμα ανεστραμμένου J. Σε αυτή την περίπτωση, πράγματι, η κατανομή Weibull με παράμετρο σχήματος μικρότερη της μονάδας (π.χ. $k = 0.5$ όπως στο παράδειγμα του Σχ. 4) θα μπορούσε να θεωρηθεί ως μια εύλογη μητρική κατανομή. Ωστόσο, παρόλο που η κατανομή Weibull ανήκει στο πεδίο έλξης της ασυμπτωτικής κατανομής Gumbel, για μια συγκεκριμένη εύλογη τιμή του n η κατανομή AT2, με την καμπυλότητα που παρουσιάζει, θα μπορούσε να δώσει μια αρκετά ικανοποιητική προσέγγιση της πραγματικής (μη ασυμπτωτικής) κατανομής, πολύ καλύτερη από την

προσέγγιση της κατανομής Gumbel, όπως παρατηρούμε στο Σχ. 4. Έτσι, φαίνεται ότι η κατανομή AT2 είναι μια καλή επιλογή σε κάθε περίπτωση, ανεξάρτητα από τη μητρική κατανομή.

Θα πρέπει επί πλέον να σημειωθεί, ότι τα αποτελέσματα πρόσφατων ερευνών (Chaouche, 2001· Chaouche et al., 2002· Coles et al., 2003· Koutsoyiannis, 2004a, b) δείχνουν ότι η βροχόπτωση φαίνεται να έχει μητρική κατανομή τύπου Pareto παρά εκθετικού τύπου. Εξ άλλου, η γενικευμένη χρήση της συνάρτησης δύναμης στην εμπειρική εξίσωση των όμβριων καμπυλών, αντί της λογαριθμικής συνάρτησης, είναι μια επιπρόσθετη εμπειρική μαρτυρία υπέρ της κατανομής AT2.

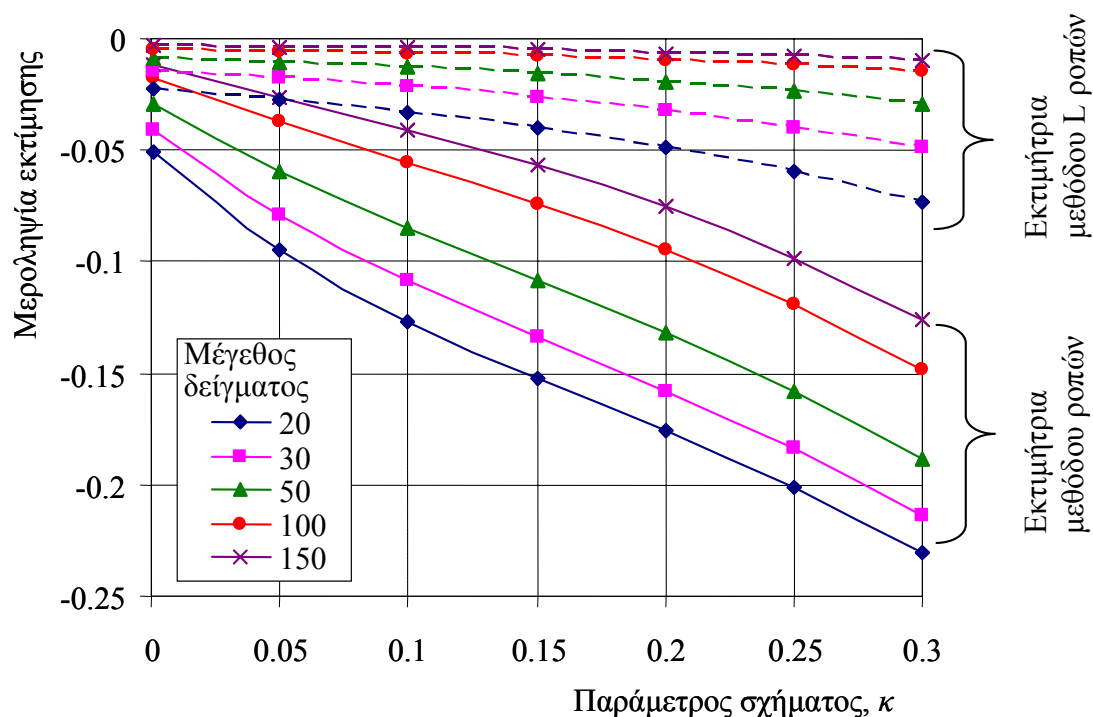
Πάντως, είναι γεγονός ότι η επιλογή ανάμεσα στις κατανομές AT1 και AT2 έχει μικρή σημασία αν η περίοδοι επαναφοράς σχεδιασμού είναι μικρές, π.χ. 2-20 χρόνια. Άλλωστε, σε τέτοιες μικρές περιόδους επαναφοράς δεν έχει καν σημασία η χρήση μιας θεωρητικής συνάρτησης κατανομής, αφού θα μπορούσαμε να εργαστούμε αποκλειστικά με την εμπειρική συνάρτηση κατανομής, αν διαθέτουμε ένα ικανοποιητικού μήκους στατιστικό δείγμα. Όμως, αν χρειαστεί να επεκτείνουμε τις εκτιμήσεις μας σε μεγάλες περιόδους επαναφοράς, π.χ. εκατοντάδων ή χιλιάδων ετών (πράγμα που είμαστε υποχρεωμένοι να κάνουμε σε σοβαρά αντιπλημμυρικά έργα), τότε οι κατανομές AT1 και AT2 διαφοροποιούνται σημαντικά μεταξύ τους. Ειδικότερα, η κατανομή AT1 υπεκτιμά σημαντικά, π.χ. στο υποδιπλάσιο ή ακόμη λιγότερο, τη βροχόπτωση σχεδιασμού, αν συγκριθεί με την κατανομή AT2.

7 Γιατί δεν έχει γίνει φανερό η μη καταλληλότητα της κατανομής Gumbel;

Αν υποθέσουμε ότι είναι δεδομένη η μη καταλληλότητα της κατανομής Gumbel και η καταλληλότητα της κατανομής AT2, γεννάται το ερώτημα γιατί αυτό δεν έχει γίνει φανερό μετά από τόσο χρόνια θεωρητικών και εφαρμοσμένων αναλύσεων δειγμάτων μέγιστων βροχοπτώσεων. Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα πρέπει να αναζητηθεί στη μεροληψία των σχετικών στατιστικών εκτιμητριών. Αν υποθέσουμε ότι μια μεταβλητή ακολουθεί κατανομή AT2 και εκτιμήσουμε την παράμετρο κ από ένα μικρό σχετικά δείγμα χρησιμοποιώντας τη διαδεδομένη μέθοδο των ροπών, τότε η εκτίμηση θα έχει μια τόσο σημαντική μεροληψία που πρακτικώς θα αποκρύψει το γεγονός ότι το δείγμα προέρχεται από την κατανομή AT2 και θα το εμφανίσει σαν να προέρχεται από την κατανομή AT1. Αυτό φαίνεται χαρακτηριστικά στο Σχ. 5, το οποίο έχει κατασκευαστεί με βάση αποτελέσματα προσομοιώσεων Monte Carlo. Χαρακτηριστικά, μπορούμε να δούμε ότι αν η παράμετρος σχήματος κ της κατανομής είναι 0.15 και το στατιστικό δείγμα έχει $m = 20$ τιμές (κάτι συνηθισμένο για δείγματα από βροχογράφο), τότε η μεροληψία είναι -0.15 , δηλαδή η εκτίμηση του κ είναι ακριβώς μηδέν, σαν η κατανομή να ήταν AT1.

Η νεότερη μέθοδος των L ροπών (Hosking et al., 1990; Stedinger et al., 1993), η οποία, ωστόσο, αν και πιο αξιόπιστη, δεν είναι ως τώρα αρκετά διαδεδομένη, οδηγεί σε μικρότερη μεροληψία, όπως φαίνεται στο Σχ. 5. Ωστόσο, και αυτή η μέθοδος, αν συνδυαστεί με μια σχετική στατιστική δοκιμή βασισμένη στο συντελεστή σχήματος κ , δίνει μεγάλα σφάλματα

τύπου II (μη απόρριψη εσφαλμένης υπόθεσης). Στο πιο πάνω αριθμητικό παράδειγμα ($\kappa = 0.15$, $m = 20$) το σφάλμα τύπου II (μη απόρριψη της κατανομής Gumbel) είναι 80% (Koutsoyiannis, 2004a).



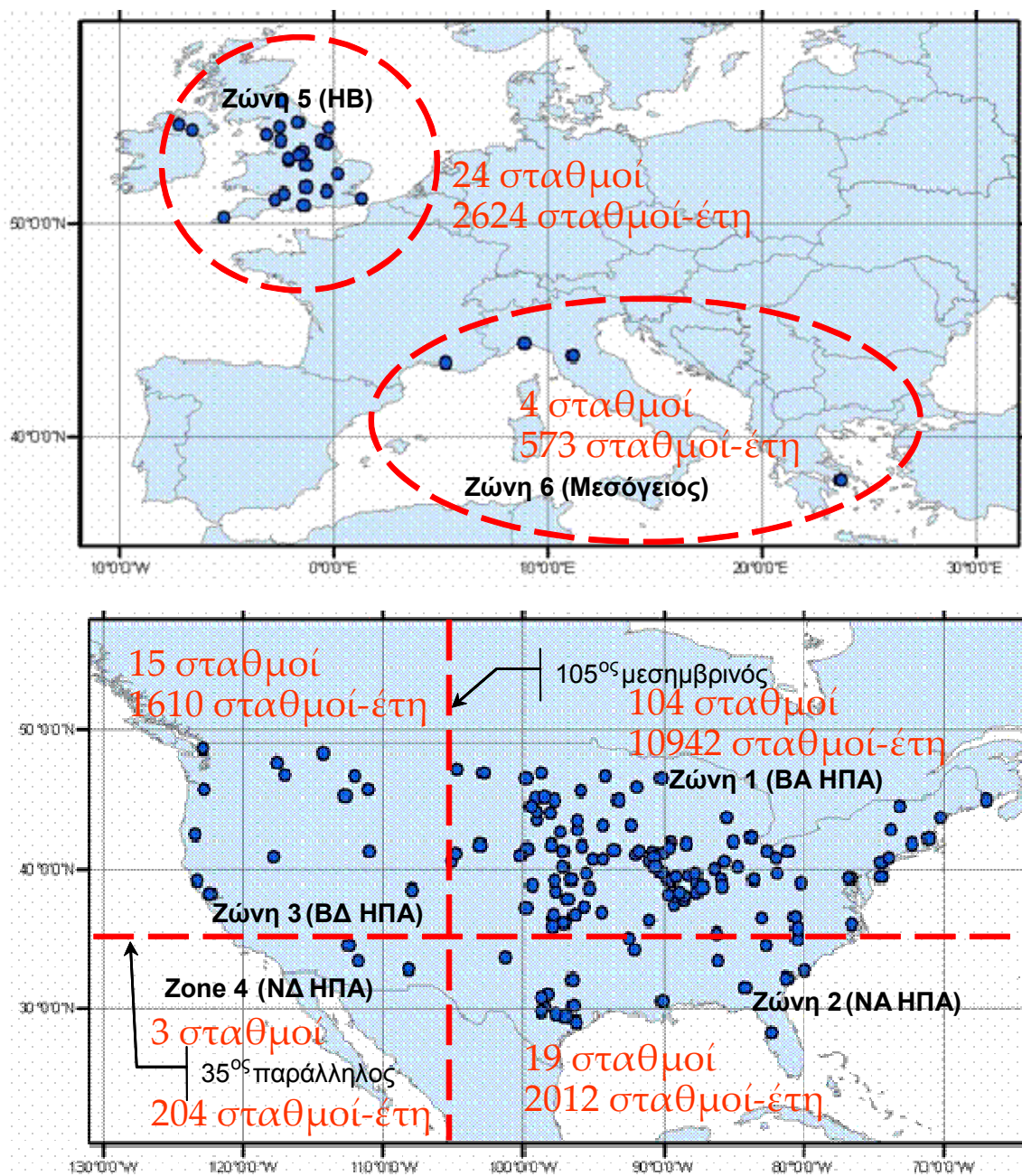
Σχ. 5 Μεροληψία στην εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος κ της κατανομής AT2 χρησιμοποιώντας εκτιμήτριες των μεθόδων ροπών και L ροπών.

8 Τι δείχνουν τα μεγάλα μήκη δειγμάτων μέγιστων βροχοπτώσεων από όλο τον κόσμο;

Αφού οι στατιστικές εκτιμήτριες αποκρύπτουν την πραγματική εικόνα της κατανομής μεγίστων σε περιπτώσεις μικρού μήκους δειγμάτων, η λύση είναι να ανατρέξουμε σε μεγάλα μήκη δειγμάτων. Σε πρόσφατη μελέτη (Koutsoyiannis, 2004b) εξετάστηκε μια σειρά μεγάλου μήκους δειγμάτων ημερήσιας βροχής από όλο τον κόσμο. Τα δείγματα προέρχονται από 169 σταθμούς που η γεωγραφική τους κατανομή φαίνεται στο Σχ. 6, στο οποίο οι σταθμοί έχουν ταξινομηθεί σε έξι κλιματικές ζώνες. Καθένα από τα δείγματα είχε τουλάχιστον 100 χρόνια μετρήσεων. Τα 10 μεγαλύτερα σε μήκος δείγματα (στα οποία υπάγεται και αυτό της Αθήνας) φαίνονται στον Πίν. 1.

Η στατιστική ανάλυση των 169 δειγμάτων, όπως αναμενόταν, έδειξε ότι υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις στις μέσες τιμές των επιμέρους σταθμών, τόσο μεταξύ των διάφορων κλιματικών ζωνών, όσο και μέσα στην κάθε ζώνη. Η προσαρμογή της κατανομής ΓΑΤ στους επιμέρους σταθμούς έδειξε να είναι εν γένει ικανοποιητική. Ειδικότερα στο 92% των δειγμάτων προέκυψε θετικός συντελεστής σχήματος, πράγμα που αποτελεί σοβαρή ένδειξη για γενικευμένη εφαρμογή της κατανομής AT2. Κατ' αρχάς φάνηκε να υπάρχει αξιοσημείωτη διασπορά στις 169 επιμέρους τιμές των συντελεστών σχήματος (βλ. Πίν. 2), η

οποία όμως δεν έδειξε να σχετίζεται με τις κλιματικές διαφοροποιήσεις. Ίδια συμπεριφορά έδειξαν και μια σειρά άλλων αδιάστατων στατιστικών χαρακτηριστικών (βλ. Σχ. 7).



Σχ. 6 Γεωγραφικές θέσεις των σταθμών μελέτης (πηγή: Koutsoyiannis, 2004b).

Λεπτομερέστερη διερεύνηση κατέδειξε ότι οι διασπορές που εμφανίζονται οφείλονται πρωτίστως σε στατιστικούς λόγους παρά σε φυσικά (κλιματικά) αίτια. Συγκεκριμένα, με προσομοιώσεις Monte Carlo δείχτηκε ότι η διασπορά όλων των αδιαστατοποιημένων στατιστικών παραμέτρων εξηγείται, πρακτικώς στο σύνολό της, από στατιστικούς (δειγματοληπτικούς) λόγους ενώ για τις διαφοροποιήσεις που παρατηρούνται στις μέσες τιμές δεν αρκούν οι στατιστικοί λόγοι, αλλά χρειάζεται να υποτεθούν επιπρόσθετα φυσικά αίτια. Με βάση τις αναλύσεις αυτές προέκυψε το εντυπωσιακό συμπέρασμα ότι αν οι τιμές κάθε σταθ-

μού αναχθούν με διαίρεση με τη μέση τιμή του δείγματος του υπόψη σταθμού, τότε όλα τα ανηγμένα δείγματα έχουν πρακτικώς την ίδια κατανομή, ανεξάρτητα από την κλιματική ζώνη ή τη γεωγραφική και υψομετρική θέση. Ως αποτέλεσμα, μπορούν να ενοποιηθούν όλα τα ανηγμένα δείγματα, οπότε μπορεί να αποκτηθεί ευκρινέστερη εικόνα για την ενιαία αυτή κατανομή.

Πίν. 1 Γενικά χαρακτηριστικά των 10 μεγαλύτερων σε μήκος βροχομετρικών σταθμών.

Θέση	Ζώνη /Χώρα	Γεωγρα- φικό πλάτος (°B)	Γεωγρα- φικό μήκος (°)	Υψό- μετρο (m)	Μήκος δείγματος (έτη)	Χρόνος έναρξης	Χρόνος λήξης	Έτη με ελλείψεις τιμών
Φλωρεντία	6/Ιταλία	43.80	11.20	40	154	1822*	1979	1874-77
Γένοβα	6/Ιταλία	44.40	8.90	21	148	1833	1980	
Αθήνα	6/Ελλάδα	37.97	23.78	107	143	1860	2002	
Charleston City	2/ΗΠΑ	32.79	-79.94	3	131	1871	2001	
Οξφόρδη	5/ΗΒ	51.72	-1.29		130	1853	1993	1930, 1933, 1961-69
Cheyenne	1/ΗΠΑ	41.16	-104.82	1867	130	1871	2001	1877
Μασσαλία	6/Γαλλία	43.45	5.20	6	128	1864	1991	
Armagh	5/ΗΒ	54.35	-6.65		128	1866	1993	
Savannah	2/ΗΠΑ	32.14	-81.20	14	128	1871	2001	1969-71
Albany	1/ΗΠΑ	42.76	-73.80	84	128	1874	2001	

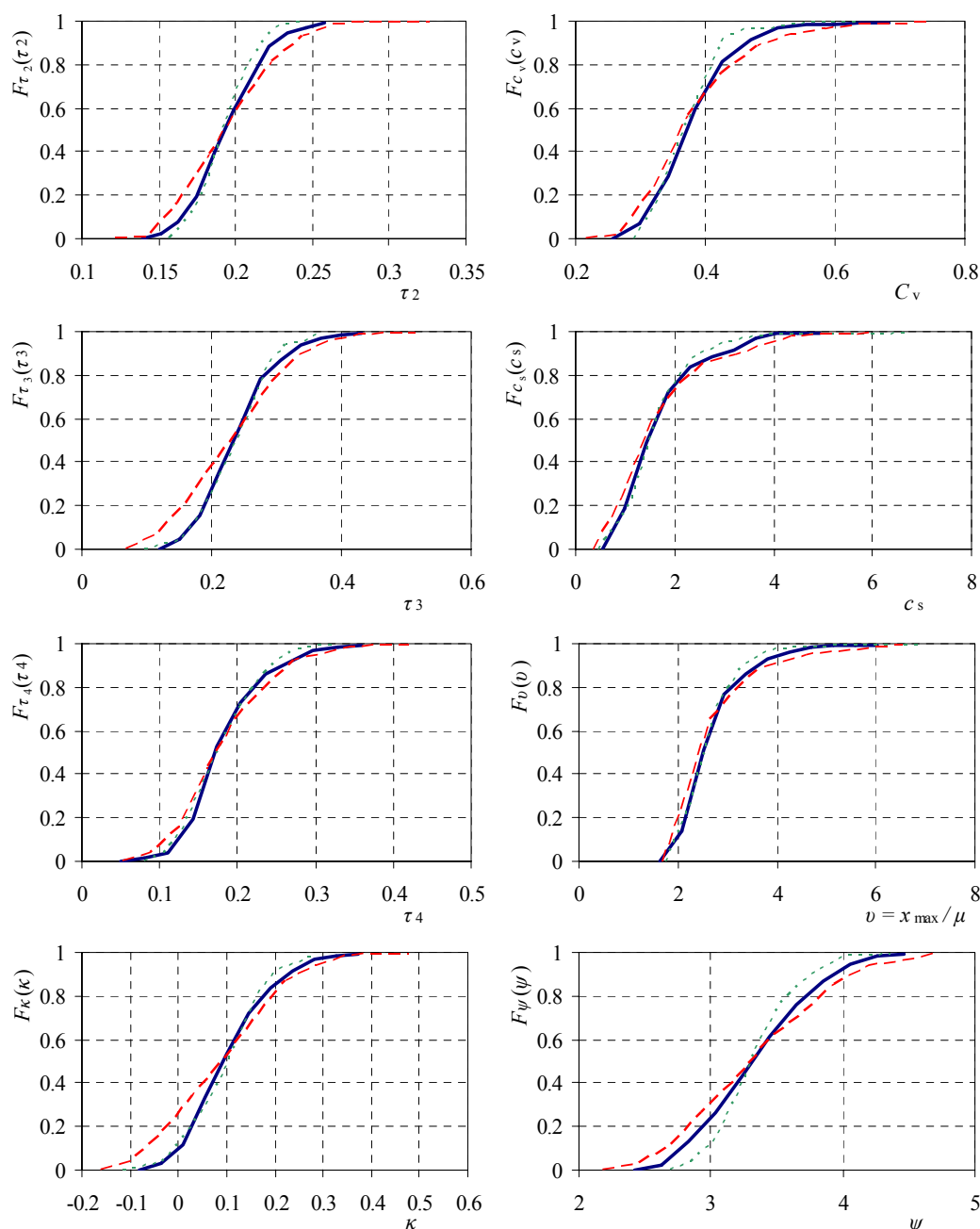
* Το δείγμα ξεκινά από το 1813 αλλά οι τιμές πριν το 1822 είναι εσφαλμένες.

Πίν. 2 Στατιστικά χαρακτηριστικά του συντελεστή σχήματος της κατανομής ΓΑΤ όπως εκτιμήθηκαν με τη μέθοδο των L ροπών από τα 169 δείγματα ετήσιων μέγιστων ημερήσιων βροχοπτώσεων.

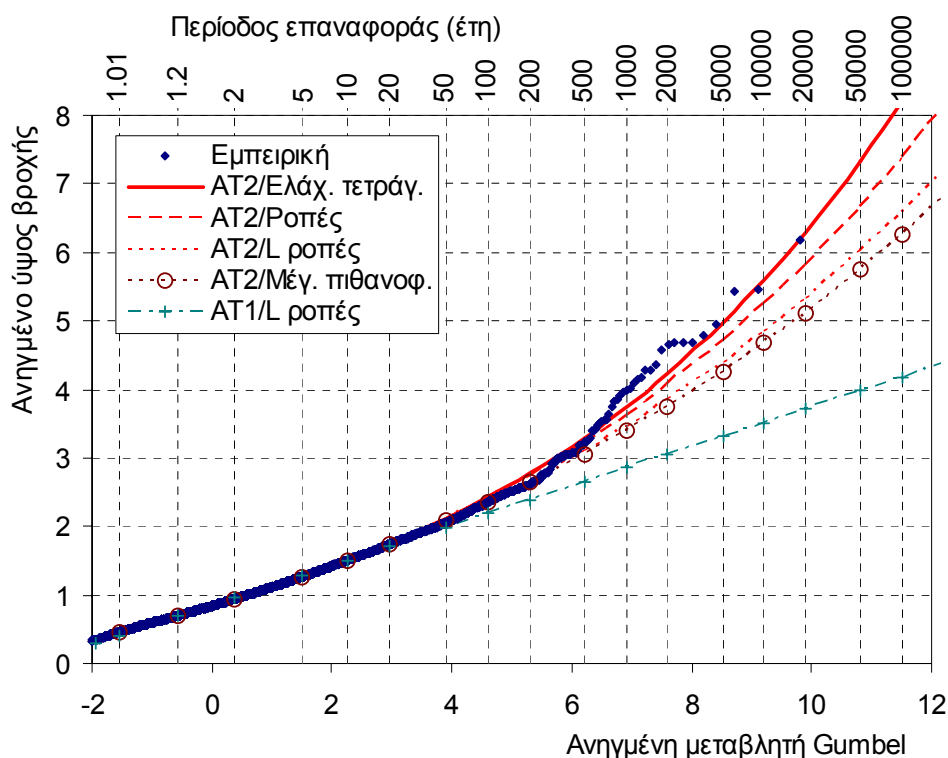
Μέση τιμή	0.103
Τυπική απόκλιση	0.085
Ελάχιστη τιμή	-0.080
Μέγιστη τιμή	0.373
Ποσοστό θετικών τιμών	92%

Στο Σχ. 8 έχει απεικονιστεί η εμπειρική κατανομή του ανηγμένου (με τη μέση τιμή κάθε σταθμού) και ενοποιημένου δείγματος όλων των 169 σταθμών (18 065 σταθμοί-έτη) και οι προσαρμοσμένες σε αυτό θεωρητικές κατανομές AT2 και AT1. Είναι φανερά από το σχήμα αυτό τα ακόλουθα: (α) η κατανομή Gumbel είναι ακατάλληλη, (β) η κατανομή AT2 προσαρμόζεται πολύ καλύτερα στις εμπειρικές πιθανότητες, και (γ) η μέθοδος των ελάχιστων τετρα-

γώνων δίνει την καλύτερη προσαρμογή στις πιο ακραίες τιμές του (ανηγμένου) ύψους βροχής. Η εκτίμηση του συντελεστή σχήματος κ της κατανομής AT2 με την τελευταία μέθοδο είναι $\kappa = 0.15$.



Σχ. 7 Εμπειρικές συναρτήσεις κατανομής διάφορων αδιαστατοποιημένων στατιστικών παραμέτρων (συντελεστές μεταβλητότητας τ_2 και C_v : συντελεστές ασυμμετρίας τ_3 και C_s : συντελεστής κύρτωσης τ_4 : λόγος της μέγιστης τιμής x_{\max} προς τη μέση τιμή μ : παράμετροι κ και ψ εκτιμημένες με τη μέθοδο των L ροπών), όπως υπολογίστηκαν: (α) από τα 169 ιστορικά δείγματα ετήσιων μέγιστων ημερήσιων βροχοπτώσεων (έντονες συνεχείς γραμμές): (β) 169 συνθετικά δείγματα με μήκη και μέσες τιμές ίσα με αυτά των ιστορικών, η παραγωγή των οποίων έγινε από την κατανομή ΓΑΤ με σταθερή παράμετρο σχήματος $\kappa = 0.103$ και παράμετρο θέσης $\psi = 3.34$ (εστιγμένες γραμμές): και (γ) 169 συνθετικά δείγματα με μήκη και μέσες τιμές ίσα με αυτά των ιστορικών, η παραγωγή των οποίων έγινε από την κατανομή ΓΑΤ με παράμετρος σχήματος και θέσης τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν ομοιόμορφες κατανομές (διακεκομμένες γραμμές: πηγή: Koutsoyiannis, 2004b).

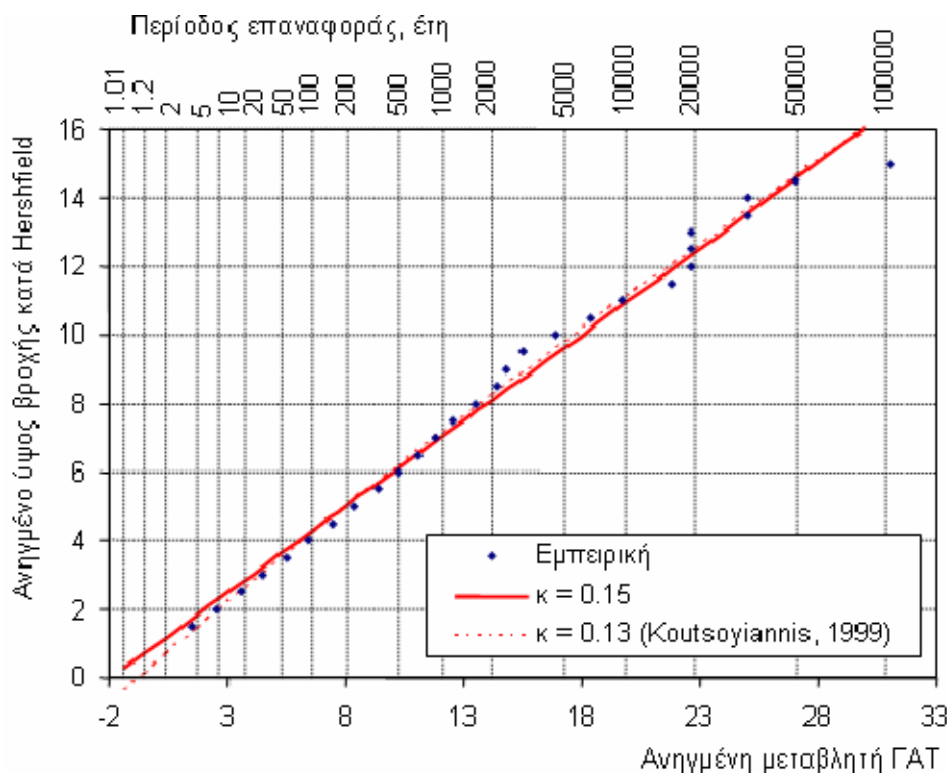


Σχ. 8 Εμπειρική κατανομή του ανηγμένου (με τη μέση τιμή κάθε σταθμού) και ενοποιημένου δείγματος όλων των 169 σταθμών (18 065 σταθμοί-έτη) και προσαρμοσμένες σε αυτό θεωρητικές κατανομές AT2 και AT1 (πηγή: Koutsoyiannis, 2004b).

Αξίζει να σημειωθεί ότι στη μελέτη του Koutsoyiannis (2004b) έγινε μια επιπλέον διερεύνηση, στην οποία χρησιμοποιήθηκαν δύο, αντί μιας, ανεξάρτητες στατιστικές παράμετροι σε κάθε σταθμό, η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση, και έγινε η συνήθης τυποποίηση των δειγμάτων βροχής, με βάση αυτές τις παραμέτρους, πριν την ενοποίησή τους σε ένα δείγμα. Τα αποτελέσματα ήταν πρακτικώς ταυτόσημα με αυτά της προηγούμενης διερεύνησης.

Μια επί πλέον επιβεβαίωση αυτών των συμπερασμάτων δίνει το Σχ. 9, που αναφέρεται σε ένα άλλο σύνολο δεδομένων, αυτό του Hershfield (1961, 1965), το οποίο περιλαμβάνει 2645 σταθμούς διεσπαρμένους σε όλο τον κόσμο, με συνολικό πλήθος μετρήσεων 95 000 σταθμών-ετών. Τα δεδομένα αυτά είχαν μελετηθεί παλιότερα από τον Hershfield (1961, 1965) και αποτέλεσαν τη βάση για τη διατύπωση της φερώνυμης μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ. Το στατιστικό δείγμα του τυποποιημένου κατά Hershfield ύψους βροχής k (με βάση τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση κάθε σταθμού) ανασχηματίστηκε στην πρόσφατη μελέτη του Koutsoyiannis (1999), όπου δείχτηκε ότι (α) καμιά ένδειξη δεν συνηγορεί στην έννοια ενός απόλυτου μεγίστου, το οποίο θα μπορούσε να κληθεί ΠΜΚ, (β) η κατανομή AT1 είναι ακατάλληλη, (γ) η κατανομή AT2 είναι κατάλληλη, (δ) η τιμή της παραμέτρου σχήματος της κατανομής AT2 είναι κατά μέσο όρο $\kappa = 0.13$, και (ε) η τιμή που υπολογίζεται με τη μέθοδο Hershfield ως ΠΜΚ, αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς περίπου 60 000 ετών. Στο Σχ. 9 φαίνεται ότι και η τιμή $\kappa = 0.15$, η οποία όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο προέκυψε από τη μελέτη του νεότερου δείγματος, δίνει αρκετά καλή προσαρμογή στην

εμπειρική συνάρτηση κατανομής. Ας σημειωθεί ότι Σχ. 9 έχει κατασκευαστεί με τη μορφή πιθανοτικού διαγράμματος ΓΑΤ (ή ΑΤ2) για δεδομένη τιμή του $\kappa = 0.15$: σε αυτό το διάγραμμα η ΑΤ2 με $\kappa = 0.15$ παριστάνεται ως ευθεία γραμμή (βλ. κεφάλαιο 10).



Σχ. 9 Εμπειρική κατανομή του τυποποιημένου κατά Hershfield ύψους βροχής k (με βάση τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση κάθε σταθμού) στο στατιστικό δείγμα του Hershfield (1961· 95 000 σταθμοί-έτη από 2645 σταθμούς), όπως αυτό ανασηματίστηκε στη μελέτη του Koutsoyiannis (1999), και προσαρμοσμένες κατανομές ΑΤ2 με $\kappa = 0.13$ (Koutsoyiannis, 1999) και $\kappa = 0.15$ (Koutsoyiannis, 2004b).

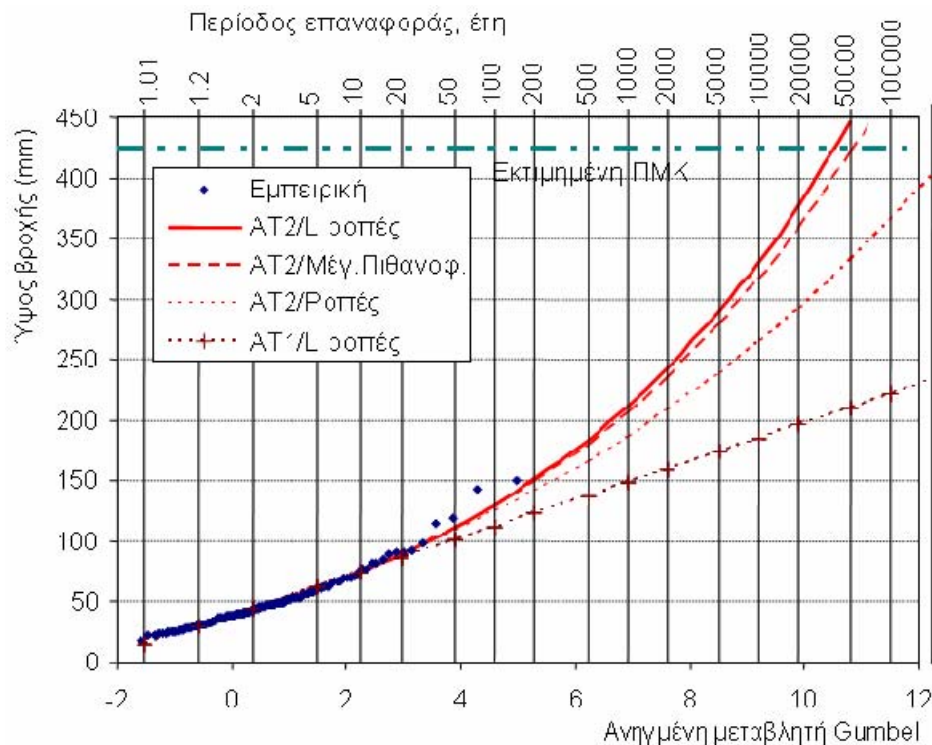
9 Ειδικότερα, τι δείχνουν τα δεδομένα της περιοχής της Αθήνας;

Όπως προαναφέρθηκε, το δείγμα της Αθήνας, μήκους 143 ετών, συμπεριλαμβάνεται στο σύνολο δεδομένων της πρόσφατης μελέτης που συνοψίστηκε στο κεφάλαιο 8 (βλ. και Πίν. 1). Η ξεχωριστή ανάλυση του δείγματος αυτού οδηγεί σε συμπεράσματα παρόμοια με αυτά που προαναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 8 και δεν χρειάζεται να επαναληφθούν. Η εμπειρική κατανομή που προκύπτει για το υπόψη δείγμα σε σύγκριση και με τις θεωρητικές κατανομές ΑΤ1 και ΑΤ2 φαίνεται στο Σχ. 10. Η τιμή του συντελεστή σχήματος κ κυμάνθηκε από $\kappa = 0.11$ (μέθοδος ροπών) μέχρι $\kappa = 0.17$ (μέθοδος L ροπών), δηλαδή κυμάνθηκε κοντά στην «παγκόσμια» τιμή $\kappa = 0.15$.

Σε προηγούμενη μελέτη (Koutsoyiannis and Baloutsos, 2000) είχε αναλυθεί ανεξάρτητα το ίδιο δείγμα αλλά με μήκος μικρότερο κατά επτά χρόνια και τα συμπεράσματα ήταν παρόμοια, με τη μόνη διαφορά ότι η τιμή του συντελεστή σχήματος κ βρέθηκε 0.185 (με τη μέθοδο των L ροπών). Με βάση αυτή την τιμή και με τη συνδυασμένη χρήση ετήσιων μέγιστων υψών βροχής για μικρότερες διάρκειες από το σταθμό της Εθνικής Μετεωρολογικής Υπηρεσίας στο

Ελληνικό, μήκους 30 ετών, κατασκευάστηκε η έκφραση όμβριων καμπυλών για την περιοχή της Αθήνας που ήδη αναφέρθηκε (κεφάλαιο 1), η μαθηματική έκφραση της οποίας είναι

$$i(d, T) = \frac{40.6 (T^{0.185} - 0.45)}{(d + 0.189)^{0.796}} \quad (d \text{ σε h, } T \text{ σε έτη, } i \text{ σε mm/h}) \quad (15)$$



Σχ. 10 Εμπειρική κατανομή του ετήσιου μέγιστου ημερήσιου ύψους βροχής της Αθήνας (σταθμός Αστεροσκοπείου) και προσαρμοσμένες σε αυτό κατανομές AT1 και AT2 (πιθανοτικό διάγραμμα Gumbel). Η τιμή της πιθανής μέγιστης κατακρήμνισης (ΠΜΚ) εκτιμήθηκε από τους Koutsoyiannis and Baloutsos (2000) (πηγή: Koutsoyiannis, 2004b).

10 Πόσο δύσκολος είναι ο χειρισμός της κατανομής ακραίων τιμών τύπου II;

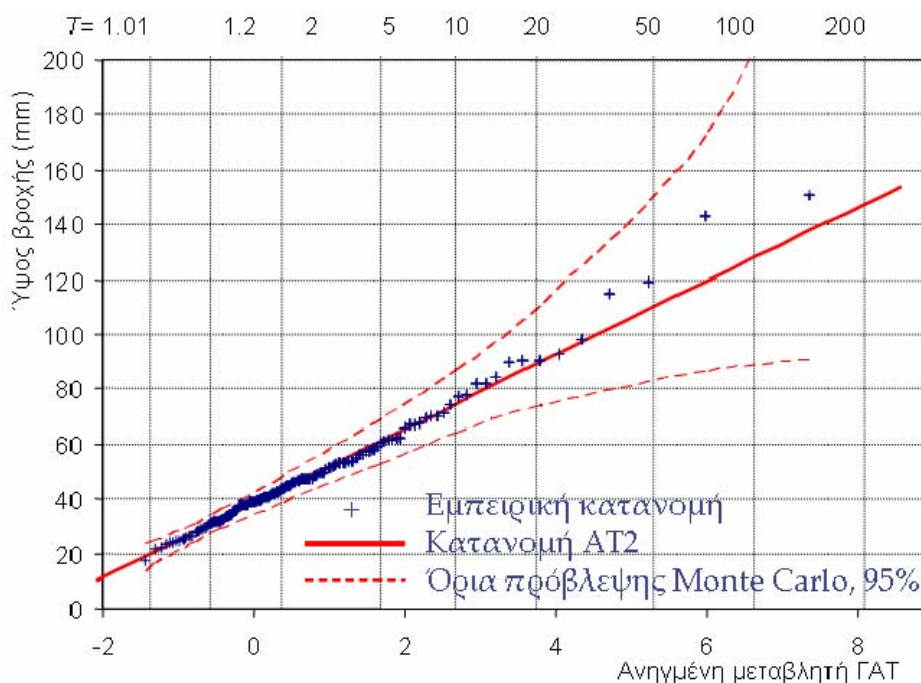
Αναμφίβολα, ο μαθηματικός χειρισμός της τριπαραμετρικής κατανομής AT2 είναι γενικά δυσκολότερος από αυτόν της διπαραμετρικής AT1. Ωστόσο, αν σταθεροποιηθεί η παράμετρος σχήματος στην «παγκόσμια» τιμή $\kappa = 0.15$, τότε ο χειρισμός της AT2 είναι παρόμοιος και εξ ίσου εύκολος με αυτόν της AT1. Ας σημειωθεί ότι, εκτός από τη σπάνια περίπτωση όπου υπάρχει μεγάλο μήκος δείγμα (π.χ. άνω των 100 ετών), το οποίο θα μπορούσε να εδραιώσει (αν και όχι απόλυτα) μια αξιόπιστη «τοπική» εκτίμηση της παραμέτρου κ , θα πρέπει να θεωρείται πολύ προτιμότερη η χρήση της ενιαίας τιμής $\kappa = 0.15$ έναντι της απόπειρας «τοπικής» στατιστικής εκτίμησης της εν λόγω παραμέτρου.

Ο Πίν. 1 δείχνει τις ομοιότητες και διαφοροποιήσεις στο μαθηματικό χειρισμό των κατανομών AT1 και AT2 στις υδρολογικές εφαρμογές. Από τον πίνακα προκύπτει ότι οι διαφορές είναι ελάχιστες (π.χ. διαφοροποίηση κάποιων σταθερών στην εκτίμηση των παρα-

μέτρων). Αξίζει να σημειωθεί, ακόμη, ότι για δεδομένη τιμή του κ είναι δυνατή και εύκολη η κατασκευή γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος ΓΑΤ (ή ΑΤ2), το οποίο μπορεί να υποκαταστήσει το γνωστό πιθανοτικό διάγραμμα Gumbel. Ένα παράδειγμα για το δείγμα της Αθήνας φαίνεται στο Σχ. 11 (βλ. και Σχ. 9).

Πίν. 3 Ομοιότητες και διαφοροποιήσεις στο μαθηματικό χειρισμό των κατανομών ΑΤ1 και ΑΤ2 στις υδρολογικές εφαρμογές.

	Γενικός τύπος	ΑΤ1 (Gumbel)	ΑΤ2, $\kappa = 0.15$	ΑΤ2, γενική περίπτωση
Υπολογισμός ποσοστημορίου		$x_H = \lambda (z_H + \psi) z_H = -\ln(-\ln H)$	$z_H = \frac{[(-\ln H)^{-0.15} - 1]}{0.15}$	$z_H = \frac{[(-\ln H)^{-\kappa} - 1]}{\kappa}$
Κατασκευή γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος		Δυνατή (Διάγραμμα x_H συναρτήσει του z_H)		(Μη δυνατή για τυχόν κ)
Εκτίμηση του λ , μέθοδος ροπών	$\lambda = c_1 \sigma$	$c_1 = 0.78$	$c_1 = 0.61$	$c_1 = \kappa [(\Gamma(1 - 2\kappa) - \Gamma(2(1 - \kappa)))]^{-0.5}$
Εκτίμηση του λ , μέθοδος L ροπών	$\lambda = c_2 \lambda_2$	$c_2 = 1.443$	$c_2 = 1.23$	$c_2 = \kappa / [\Gamma(1 - \kappa) (2^\kappa - 1)]$
Εκτίμηση του ψ	$\psi = \mu/\lambda - c_3$	$c_3 = 0.577$	$c_3 = 0.75$	$c_3 = [\Gamma(1 - \kappa) - 1]/\kappa$



Σχ. 11 Εμπειρική κατανομή του ετήσιου μέγιστου ημερήσιου ύψους βροχής της Αθήνας (σταθμός Αστεροσκοπείου) και Monte Carlo όρια αξιοπιστίας της, σε σύγκριση και με τη θεωρητική κατανομή ΑΤ2, όπως στο Σχ. 10 αλλά σε πιθανοτικό διάγραμμα ΑΤ2 με $\kappa = 0.15$ αντί Gumbel.

11 Πως μπορούμε να εκτιμήσουμε συνολικά τις παραμέτρους των όμβριων καμπυλών;

Αν προστεθούν στις τρεις παραμέτρους της κατανομής AT2 οι δύο παράμετροι της εμπειρικής (ως τώρα) συνάρτησης της διάρκειας $b(d)$ (εξίσωση (3)), προκύπτουν 5 συνολικά παράμετροι για την πλήρη έκφραση μιας εξίσωσης όμβριων καμπυλών. Παλιότερα, η εκτίμηση των παραμέτρων αυτών γινόταν με εμπειρικές μεθόδους, οι οποίες κατά κανόνα δεν ήταν συνεπείς με τις θεωρητικές παραδοχές που είχαν προϋποτεθεί. Έτσι εξηγείται και το οξύμωρο ότι ενώ η στατιστική ανάλυση γινόταν με την κατανομή Gumbel, η τελικές εκφράσεις όμβριων καμπυλών αντιστοιχούσαν στην ουσία στην κατανομή AT2. Βεβαίως, μπορεί κάποιος να ισχυριστεί ότι τα δύο αυτά «σφάλματα» στις καθιερωμένες εμπειρικές πρακτικές αλληλοαναιρούνται και έτσι το τελικό αποτέλεσμα είναι ορθό. Αναμφίβολα, όμως, με τον τρόπο αυτό υπεισέρχονται υπολογιστικά σφάλματα στις παραμέτρους, τα οποία θα μπορούσαν εύκολα να αποφευχθούν. Πράγματι, έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια συνεπείς μέθοδοι εκτίμησης του συνόλου των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών, η αναλυτική παρουσίαση των οποίων ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτής της εργασίας. Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται στους Κουτσογιάννη (1997) και Koutsoyiannis et al. (1998). Οι μέθοδοι αυτές έχουν κωδικοποιηθεί στο υπολογιστικό πακέτο Υδρογνώμων (Χριστοφίδης και Κουτσογιάννης, 2002).

12 Πρέπει να χρησιμοποιούμε τα ημερήσια ύψη βροχής των βροχομέτρων στην κατάρτιση των όμβριων καμπυλών;

Τελειώνουμε αυτή τη συνοπτική παρουσίαση του μεθοδολογικού πλαισίου για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών με μια πρακτική παρατήρηση που έχει σημαντικές επιπτώσεις στην αξιοπιστία των τελικών όμβριων καμπυλών. Στη συνήθη πρακτική, θεωρείται πλεονέκτημα να βασίζεται η κατάρτιση των όμβριων καμπυλών αποκλειστικά σε δεδομένα από βροχογράφοις. Αυτό είναι κατ' αρχήν λογικό, δεδομένου ότι ενδιαφέρουν συνήθως οι λεπτές χρονικές κλίμακες, για τις οποίες δεν μπορεί να εξαχθεί πληροφορία από τα ημερήσια δεδομένα των βροχομέτρων. Ωστόσο, υπάρχουν δύο σημαντικοί λόγοι που συνηγορούν στο να λαμβάνονται υπόψη και τα δεδομένα των βροχομέτρων, δηλαδή τα μέγιστα ημερήσια ύψη βροχής. Πρώτο, συνήθως τα δείγματα των τελευταίων είναι μακρότερα, επειδή τα βροχόμετρα κατά κανόνα έχουν λειτουργήσει περισσότερα χρόνια και έχουν λιγότερες ελλείψεις μετρήσεων. Και δεύτερο, είναι πιο αξιόπιστα, επειδή συχνά (και ιδίως κατά τη διάρκεια ισχυρών βροχοπτώσεων) οι βροχογράφοι παρουσιάζουν προβλήματα λειτουργίας.

Η μεθοδολογία συναξιολόγησης των δεδομένων από βροχόμετρα, στα πλαίσια μιας συνεπούς μεθοδολογίας εκτίμησης των παραμέτρων των όμβριων καμπυλών, είναι σχετικά απλή (Κουτσογιάννης, 1997· Koutsoyiannis et al., 1998). Ουσιαστικά, στη μεν συνάρτηση διάρκειας $b(d)$ (εξίσωση (3)) λαμβάνονται υπόψη μόνο δεδομένα από βροχογράφους, αλλά στη

συνάρτηση της περιόδου επαναφοράς $a(T)$ (π.χ. εξίσωση (14)) λαμβάνονται υπόψη, με αυξημένο βάρος, τα δεδομένα από βροχόμετρα.

Στην περίπτωση της Αθήνας, η ύπαρξη του μεγάλου μήκους δείγματος ημερήσιων βροχοπτώσεων του σταθμού Αστεροσκοπείου καθιστά απολύτως επιβεβλημένη τη χρήση των δεδομένων από βροχόμετρα. Άλλωστε, αυτό έχει γίνει ήδη για την κατάρτιση της εξίσωσης (15). Είναι φανερό ότι θα πρέπει να αναζητηθούν δεδομένα και από τα άλλα βροχόμετρα της Αττικής, τα οποία θα βοηθήσουν όχι μόνο στην κατάρτιση σημειακών όμβριων καμπυλών, αλλά και στην ανάλυση της γεωγραφικής μεταβλητότητας των ισχυρών βροχοπτώσεων.

13 Συμπεράσματα

1. Η ποικιλομορφία των όμβριων καμπυλών που κατά καιρούς έχουν καταρτιστεί για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας εκτιμάται ότι οφείλεται πρωτίστως σε μεθοδολογικές διαφοροποιήσεις (διαφορετικές παραδοχές και υπολογιστικές διαδικασίες στις μελέτες), δευτερευόντως σε στατιστικούς λόγους (διαφορετικά δείγματα άρα και στατιστικές εκτιμήσεις) και μόνο σε τρίτο βαθμό σε φυσικές διαφοροποιήσεις (π.χ. γεωγραφική μεταβολή μικροκλιματικών χαρακτηριστικών).
2. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει τη μεγάλη σημασία που έχει ένα σύγχρονο, συνεπές και ενιαίο μεθοδολογικό πλαίσιο για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών που θα χρησιμοποιηθούν σε μελλοντικές κατασκευαστικές και διαχειριστικές μελέτες, τόσο στην Αθήνα όσο και στο σύνολο της χώρας.
3. Η κατάρτιση αυτού του μεθοδολογικού πλαισίου θα πρέπει απαραίτητα να βασιστεί σε συμπεράσματα πρόσφατων ερευνών στον παγκόσμιο χώρο.
4. Ειδικότερα, σε συμφωνία με τα εν λόγω συμπεράσματα, θα πρέπει να εγκαταλειφθεί η χρήση της κατανομής Gumbel, η οποία μπορεί να αντικατασταθεί από την κατανομή ακραίων τιμών τύπου II.
5. Ακόμη, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι σημαντικές ομοιότητες των στατιστικών κατανομών των ακραίων βροχοπτώσεων που έχουν διαπιστωθεί σε όλο τον κόσμο, πράγμα που βοηθά σημαντικά στην εκτίμηση των παραμέτρων και στην αύξηση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων.
6. Τρέχουσες εμπειρικές πρακτικές στην κατάρτιση των όμβριων καμπυλών και ιδιαίτερα στην εκτίμηση των παραμέτρων τους μπορούν να εγκαταλειφθούν και να αντικατασταθούν από σύγχρονες θεωρητικά θεμελιωμένες και πιθανοτικά συνεπείς τεχνικές.
7. Αυτό που παραμένει αμετάβλητο, σε σχέση με το παρελθόν, είναι η μεγάλη αξία της ποσότητας και ποιότητας (αξιοπιστίας) των ιστορικών δεδομένων, από τα οποία δεν θα πρέπει να εξαιρούνται τα δεδομένα ημερήσιων βροχοπτώσεων από βροχόμετρα.

Αναφορές

- Εξάρχου-Νικολόπουλου-Μπενσασσών (2004) *Βασικά Στοιχεία και Προτάσεις για την Επικαιροποίηση του Σχεδιασμού Αντιπλημμυρικής Προστασίας Περιοχών του Νομού Αττικής*, Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας και Δημόσιων Έργων, Αθήνα.
- Κουτσογιάννης, Δ. (1997) *Στατιστική Υδρολογία*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Χριστοφίδης, Α., και Κουτσογιάννης, Δ. (2002) *Υδρογνώμων: Βάση δεδομένων υδρολογικών και μετεωρολογικών χρονοσειρών και σύστημα επεξεργασίας χρονοσειρών*, 16 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Chaouche K. (2001) *Approche Multifractale de la Modelisation Stochastique en Hydrologie*, thèse, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Centre de Paris (<http://www.engref.fr/thesechaouche.htm>).
- Chaouche, K., Hubert, P., Lang, G. (2002) Graphical characterisation of probability distribution tails, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 16(5), 342-357.
- Coles, S., Pericchi, L. R., and Sisson, S., (2003) A fully probabilistic approach to extreme rainfall modeling, *Journal of Hydrology*, 273(1-4), 35-50.
- Gumbel, E. J. (1958) *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York.
- Hazen, A. (1914) Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply, *Trans. ASCE*, ASCE, New York, 77, 1539-1640.
- Hershfield, D. M. (1961) Estimating the probable maximum precipitation, *Proc. ASCE, J. Hydraul. Div.*, 87(HY5), 99-106.
- Hershfield, D. M. (1965) Method for estimating probable maximum precipitation, *J. American Waterworks Association*, 57, 965-972.
- Hosking, J. R. M. (1990) L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. R. Stat. Soc., Ser. B*, 52, 105-124.
- Jenkinson, A. F. (1955) The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) value of meteorological elements, *Q. J. Royal Meteorol. Soc.*, 81, 158-171.
- Klemeš, V. (2000) Tall tales about tails of hydrological distributions, *J. Hydrol. Engineering*, 5(3), 227-231 & 232-239.
- Kottegoda, N. T., and Rosso, R. (1997) *Statistics, Probability, and Reliability for Civil and Environmental Engineers*, McGraw-Hill, New York.
- Koutsoyiannis, D. (1999) A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation, *Water Resources Research*, 35(4), 1313-1322.
- Koutsoyiannis, D. (2004a) Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 1, Theoretical investigation, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 575-590.
- Koutsoyiannis, D. (2004b) Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 2, Empirical investigation of long rainfall records, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 591-610, 2004.
- Koutsoyiannis, D., Baloutsos, G. (2000) Analysis of a long record of annual maximum rainfall in Athens, Greece, and design rainfall inferences, *Natural Hazards*, 22(1), 31-51.
- Koutsoyiannis, D., Kozonis, D., Manetas, A. (1998) A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships, *Journal of Hydrology*, 206(1-2), 118-135.
- Stedinger, J. R., Vogel, R. M., and Foufoula-Georgiou, E. (1993) Frequency analysis of extreme events, ch. 18 in *Handbook of Hydrology*, edited by D. R. Maidment, McGraw-Hill, New York.
- von Bortkiewicz, L. (1922) Variationsbreite und mittlerer Fehler, *Sitzungsberichte d. Berliner Math. Ges.*, 21, 3.
- von Mises, R. (1923) Über die Variationsbreite einer Beobachtungsreihe, *Sitzungsber, d. Berliner Math. Ges.*, 22, 3.