

ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ
ΚΑΤΑΚΡΗΜΝΙΣΗΣ

Σίμων-Μιχαήλ Παπαλεξίου

Επιβλέπων: Δ. Κουτσογιάννης, Αν. Καθηγητής

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ
ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

Σύνοψη της παρουσίασης

- Βασικές έννοιες και στόχος της εργασίας.
- Σύντομη περιγραφή της μεθόδου.
- Ανάλυση των ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών.
- Διερεύνηση των σημείων δρόσου.
- Εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της Πιθανής Μέγιστης Κατακρήμνισης και πιθανοτική διερεύνηση των αποτελεσμάτων.
- Πιθανοτική αντιμετώπιση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων.
- Συμπεράσματα.

Ορισμός της ΠΜΚ και υπόθεση έρευνας

- Η **Πιθανή Μέγιστη Κατακρήμνιση** (ΠΜΚ) ορίζεται ως το θεωρητικά μέγιστο ύψος κατακρημνισμάτων για δεδομένη διάρκεια, το οποίο είναι φυσικώς δυνατό πάνω από μια περιοχή δεδομένης έκτασης, σε δεδομένη γεωγραφική θέση και εποχή του έτους.
- Η έννοια θέτει ένα **άνω όριο** στο δυναμικό της κατακρήμνισης.
- Οι μέθοδοι που εφαρμόζονται επιχειρησιακά και βασίζονται στην έννοια της ΠΜΚ υπονοούν πως μπορούν να καθορίσουν το όριο αυτό.
- Στόχος της εργασίας να διερευνήσει το κατά πόσο τα παραπάνω ευσταθούν.

Μεγιστοποίηση καταιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία

- Η μέθοδος βασίζεται στην απλή σχέση

$$h_m = \frac{W_m}{W} h$$

όπου

h_m το μεγιστοποιημένο ύψος της καταιγίδας,

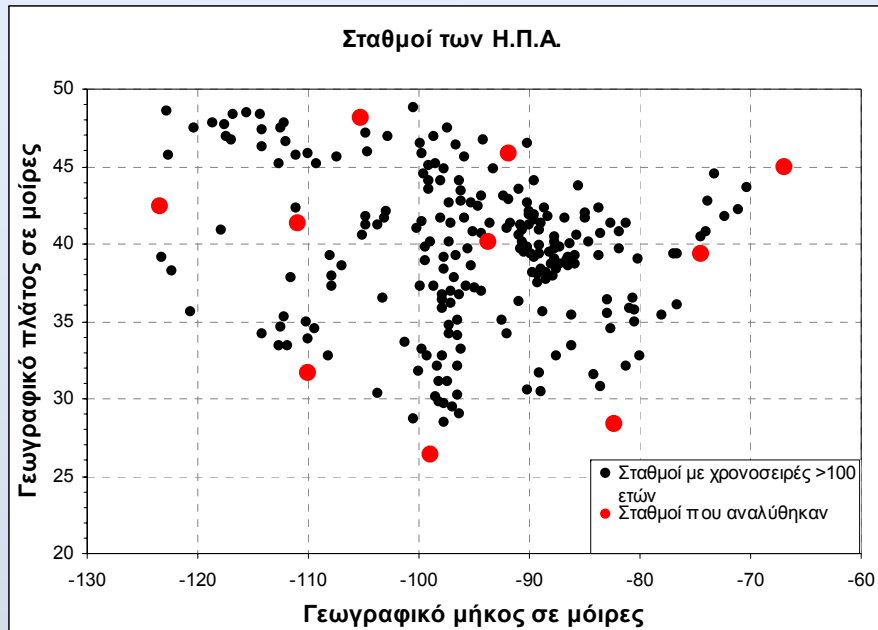
W_m το μεγιστοποιημένο ύψος κατακρημνίσιμου νερού στην ατμόσφαιρα προκύπτει από το μέγιστο σημείο δρόσου T_{dmax} του μήνα που συνέβη η καταιγίδα,

W το ύψος κατακρημνίσιμου νερού στην ατμόσφαιρα κατά τη διάρκεια της βροχόπτωσης, που εκτιμάται από το μέσο ημερήσιο σημείο δρόσου T_d την ημέρα της βροχόπτωσης, και

h το καταγεγραμμένο ύψος βροχής.

- Συνήθως μεγιστοποιούνται οι μεγαλύτερες βροχοπτώσεις κάθε μήνα. Από το σύνολό των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων η μέγιστη τιμή αποτελεί την ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ.

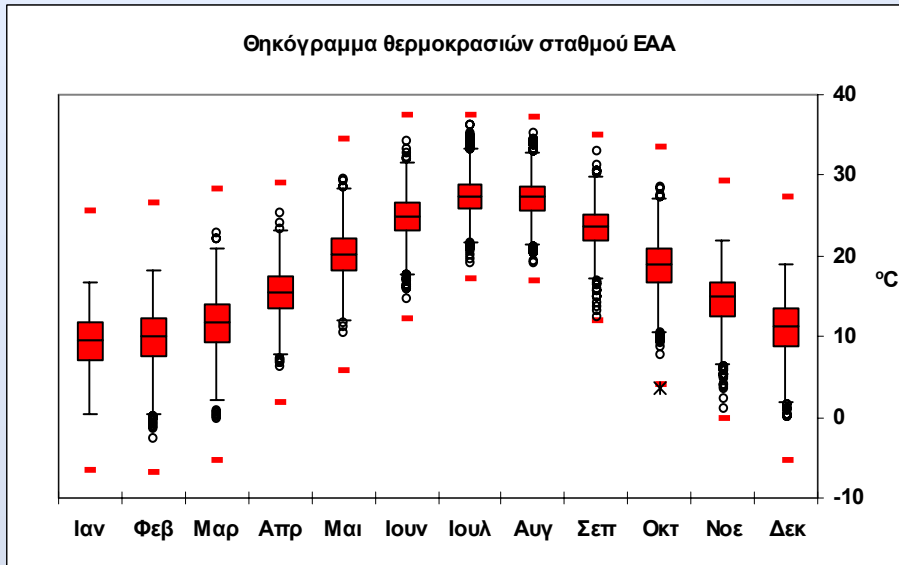
Διερεύνηση των ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών-Σταθμοί που μελετήθηκαν



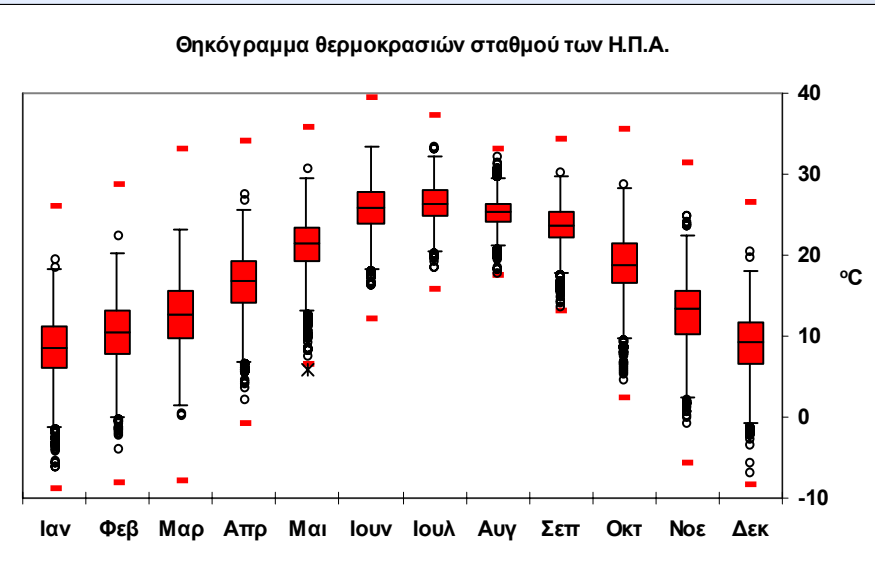
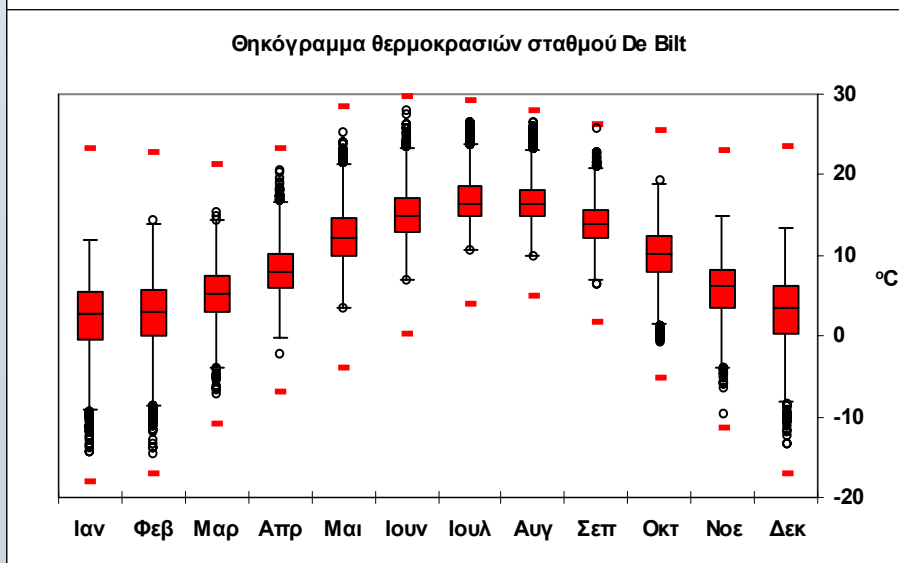
- Η διερεύνηση της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας έγινε εξαιτίας της συνάφειας αυτής με τα σημεία δρόσου.

- 10 σταθμοί των Η.Π.Α.
- 4 σταθμοί της Ολλανδίας.
- Ο σταθμός του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών.

Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών

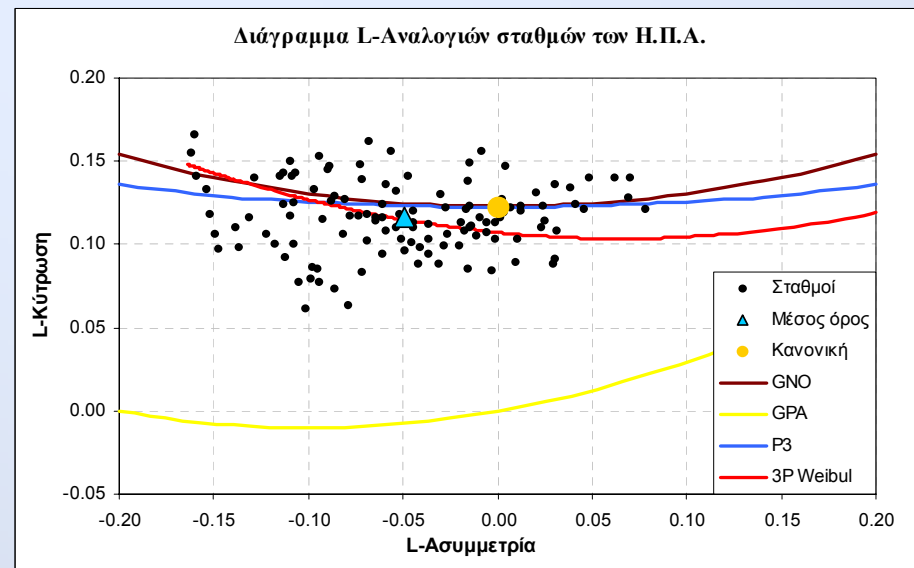
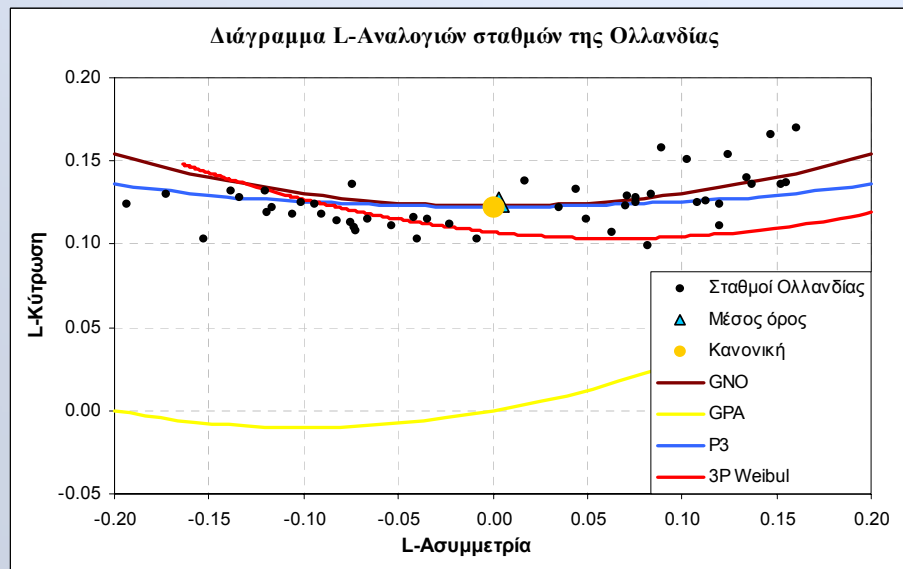
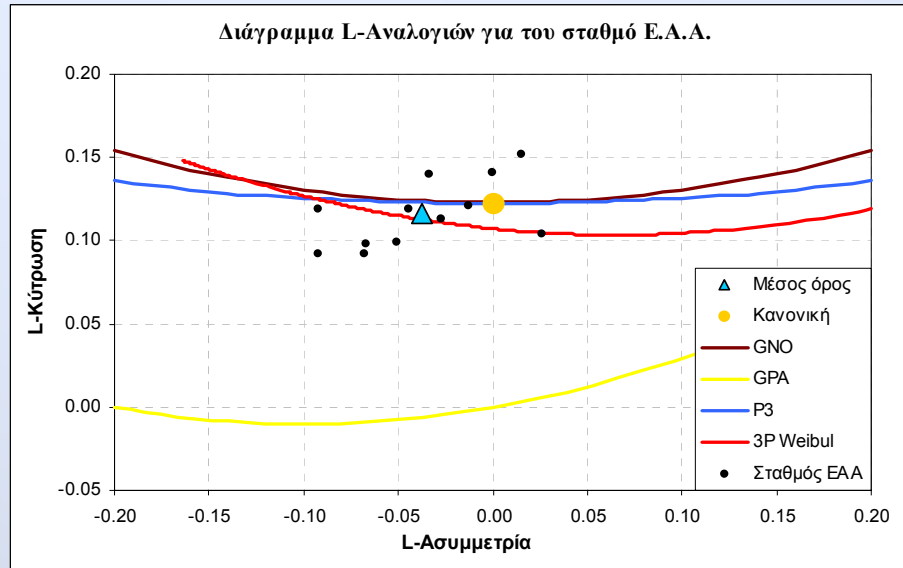


- Το εύρος των τιμών κατά τους θερινούς μήνες παρατηρείται μειωμένο σε σχέση με τους χειμερινούς.

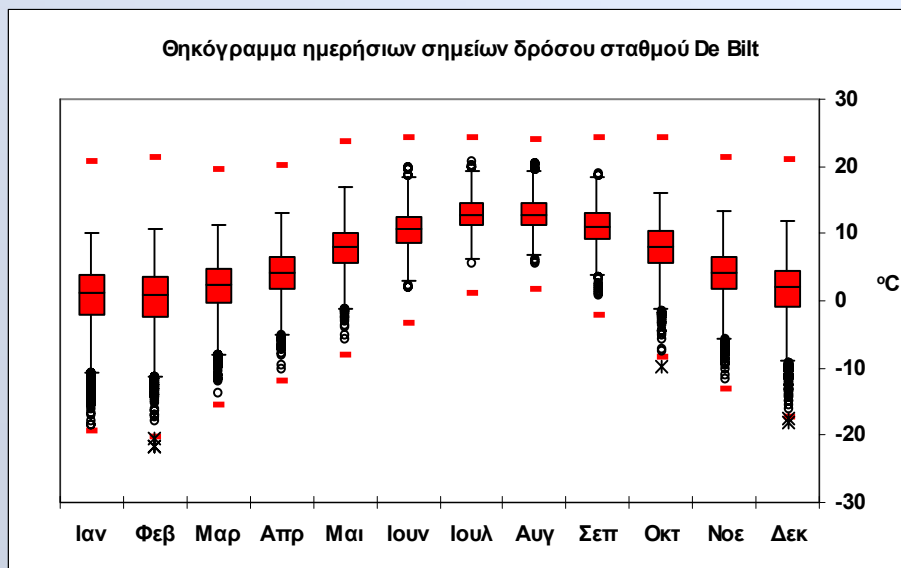
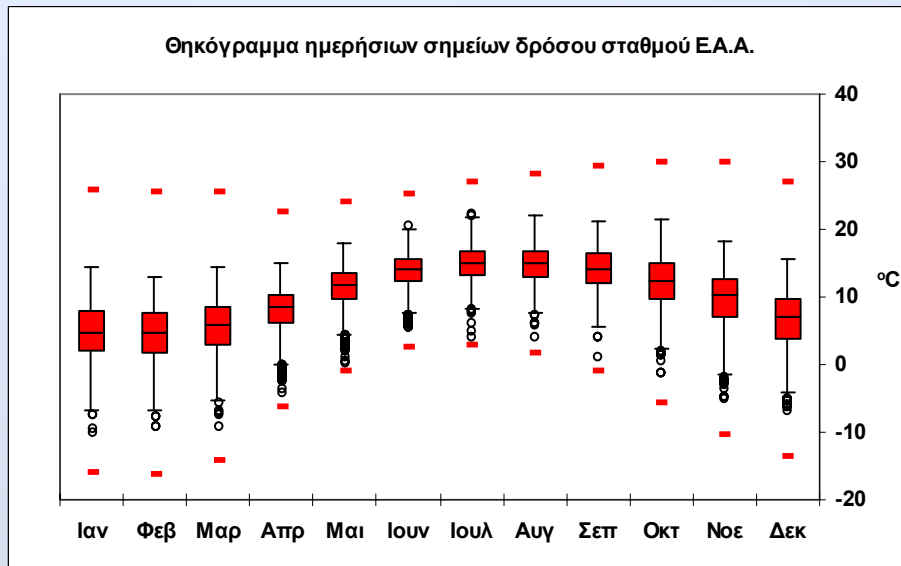


Επιλογή θεωρητικού μοντέλου κατανομής θερμοκρασιών

- Η αρνητική ασυμμετρία στην πλειονότητα των μηνών είναι φανερή
- Ως γενικό μοντέλο προτείνεται η τριπαραμετρική Weibull.
- Η έντονη διαφοροποίηση των θερινών από τους χειμερινούς μήνες στους σταθμούς της Ολλανδίας ίσως να επιβάλει τη χρήση εποχιακών μοντέλων.

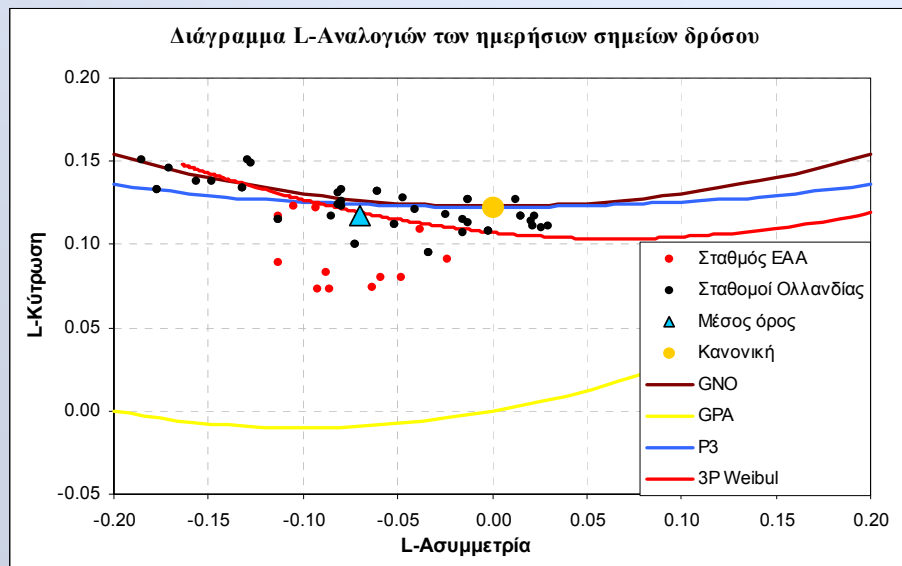
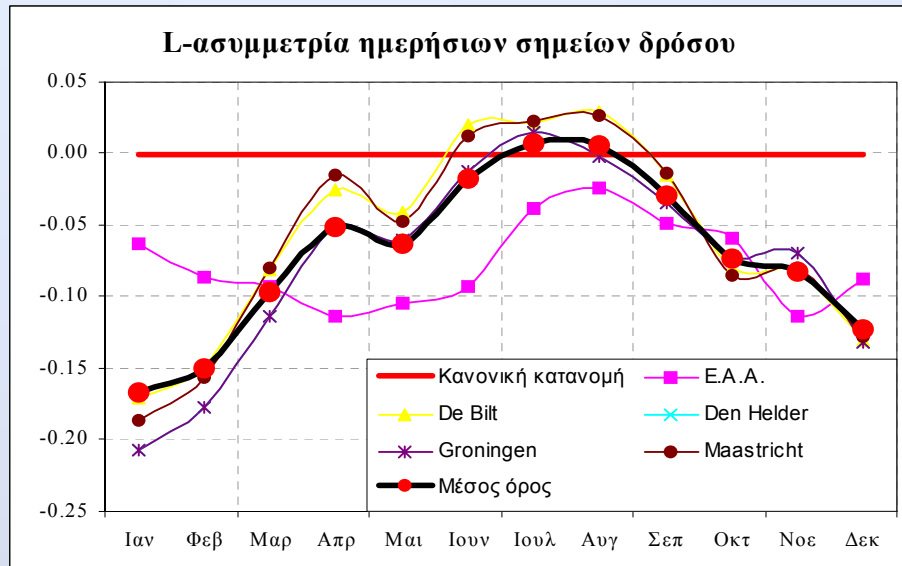


Διερεύνηση σημείων δρόσου-Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου



- Διαθέσιμες χρονοσειρές υπήρχαν για 4 σταθμούς της Ολλανδίας και για τον σταθμό του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών.
- Το εύρος των τιμών, όπως και στις θερμοκρασίες, παρατηρείται μειωμένο κατά τους θερινούς μήνες, σε σχέση με τους χειμερινούς.

Επιλογή θεωρητικού μοντέλου κατανομής μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου



- **Αρνητική L-ασυμμετρία** σε όλους σχεδόν τους μήνες.
- **Σταδιακή αύξηση** της L-ασυμμετρίας από τους χειμερινούς προς τους θερινούς μήνες.
- Ως θεωρητικό μοντέλο της εμπειρικής κατανομής των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου βάσει του γραφήματος L-αναλογιών προτείνεται η **τριπαραμετρική Weibull**.

Σύνοψη της θεωρίας μεγίστων

- Σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων, η μεγαλύτερη από n **ανεξάρτητες** και **ισόνομες** τυχαίες μεταβλητές, έστω

$$X = \max(Y_1, \dots, Y_n)$$

έχει συνάρτηση κατανομής που εκφράζεται από τη σχέση,

$$H_n(x) = [F(x)]^n$$

όπου

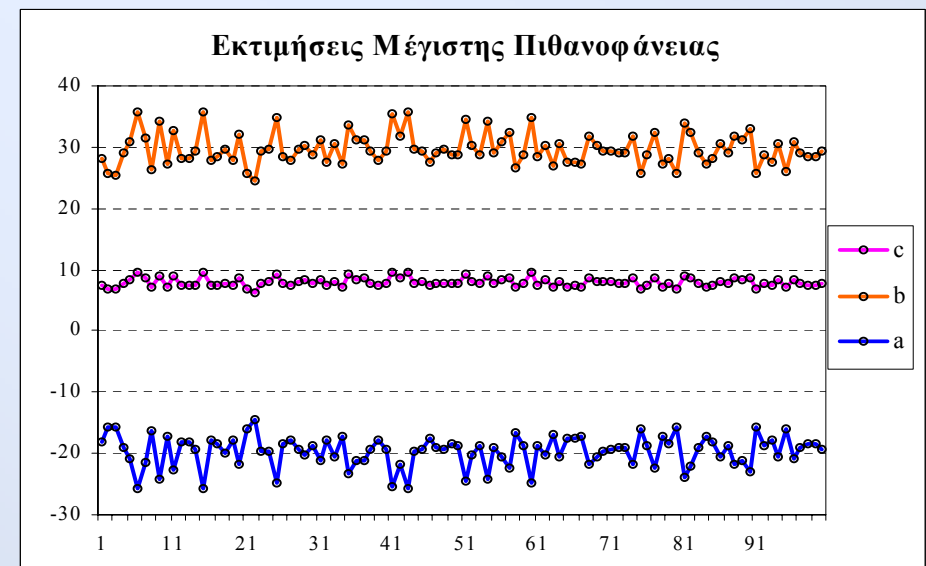
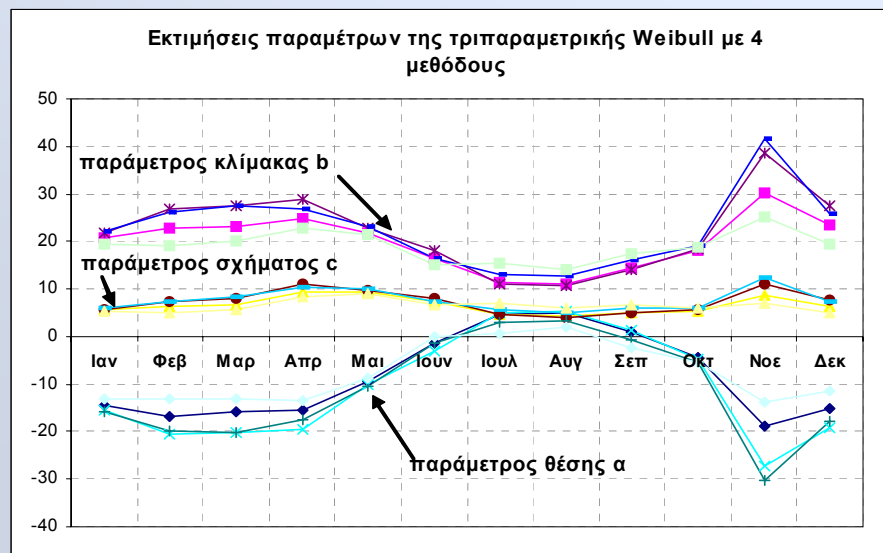
$F(x) = P(Y_i \leq x)$ είναι η κοινή συνάρτηση κατανομής για κάθε τυχαία μεταβλητή Y_i που είναι γνωστή και ως **μητρική κατανομή**.

- Όταν ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών τείνει στο άπειρο, προκύπτουν οι λεγόμενες **ασυμπτωτικές κατανομές μεγίστων**, όπως η **Gumbel** και η **Γενική ακραίων τιμών (ΓΑΤ)**. Συμβολικά αποδίδονται από τη σχέση

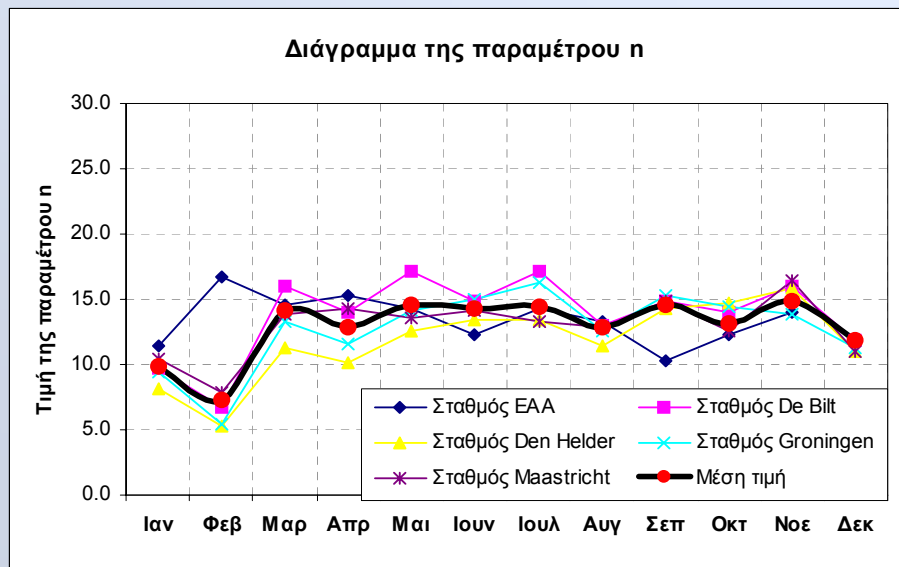
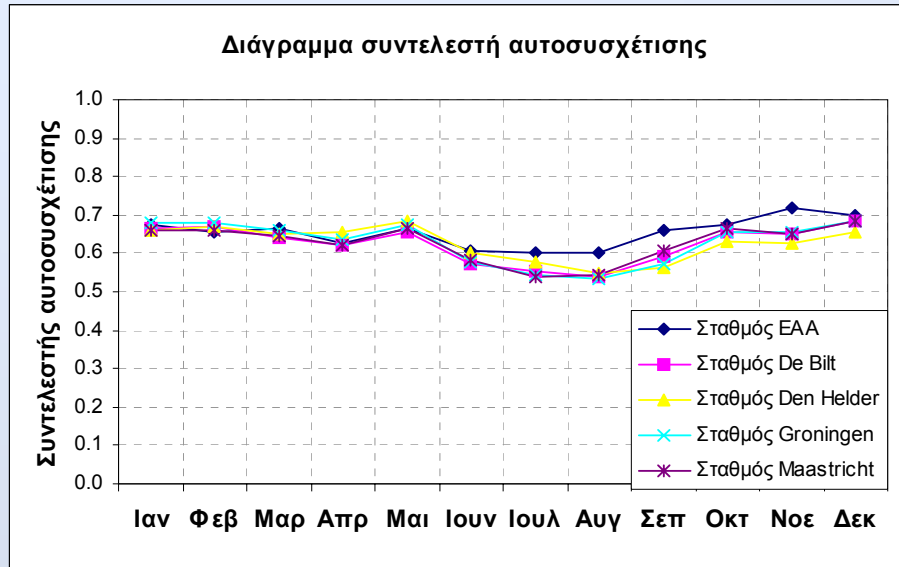
$$H(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n(x)$$

Από τη θεωρία μεγίστων στην πράξη-Εκτιμήσεις των παραμέτρων

- Αναλυτικά, εφόσον η **μητρική κατανομή** $F(x)$ των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου έχει καθοριστεί και γίνεται δεκτή η υπόθεση της **τριπαραμετρικής Weibull** με παραμέτρους a, b, c που έχουν εκτιμηθεί για κάθε μήνα, τότε η κατανομή των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου, πρέπει θεωρητικά να είναι η $H_n(x) = [F(x)]^n$ με n τον αριθμό των ημερών του συγκεκριμένου μήνα και τιμές παραμέτρων τις εκτιμήσεις των a, b, c .
- Η **διαφοροποίηση** της εκτίμησης των παραμέτρων βάσει μεθόδου εκτίμησης είναι φανερή.
- Η **διακύμανση** της εκτίμησης των παραμέτρων σε προσομοίωση monte carlo είναι εμφανής.



Από τη θεωρία μεγίστων στην πράξη-Η παράμετρος n



- Υψηλές τιμές του συντελεστή αυτοσυσχέτισης κάθε μήνα και για κάθε σταθμό.
- Συνεπώς, δεν ισχύει η αρχή της ανεξαρτησίας των μεταβλητών και αναμένεται η τιμή του n να είναι μικρότερη της θεωρητικής.
- Επιβεβαίωση της παραπάνω υπόθεσης από τις τελικές τιμές της παραμέτρου n .

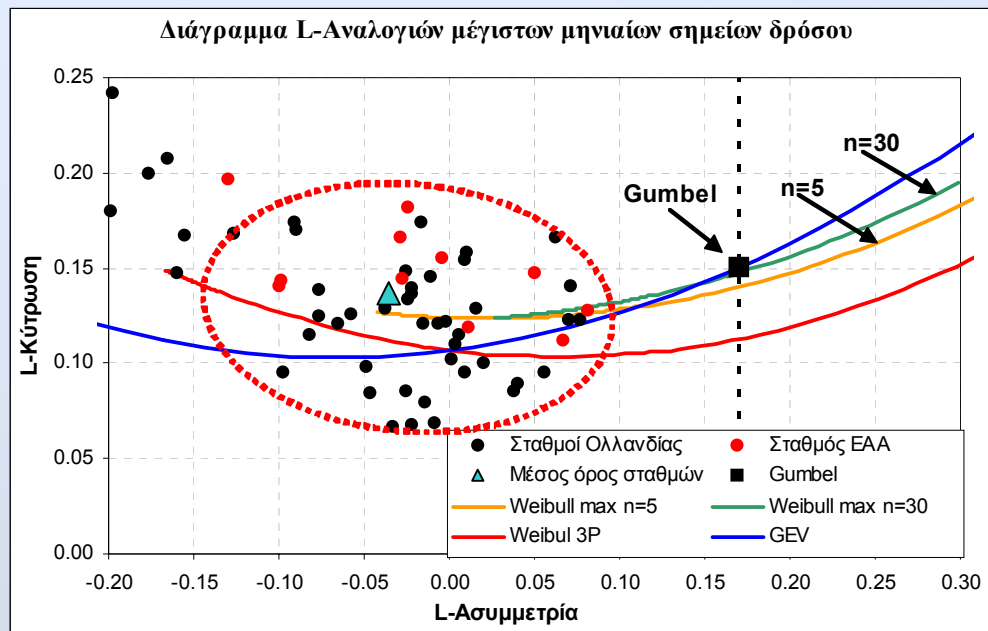
Παράλληλη προσαρμογή των παραμέτρων

- Η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων a, b, c και η απόκλιση της παραμέτρου n από τη θεωρητική τιμή, δικαιολογεί μια παράλληλη βελτιστοποίηση των παραμέτρων.
- Η παράλληλη προσαρμογή των $F(x)$ και $H_n(x)$ έγινε με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της σχέσης

$$LSE_{Total} = LSE(F(x)) + [LSE(H_n(x))]^2$$

- **Περιορισμός** τίθεται στην τιμή της **παραμέτρου θέσης**, να μη υπερβαίνει τη **μεγίστη** τιμή των αρχικών εκτιμήσεων της παραμέτρου στο δείγμα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου.
- Στόχος των παραπάνω είναι η καλύτερη προσαρμογή της **κατανομής μεγίστων** στο δείγμα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου, που χρησιμοποιείται στη εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ.

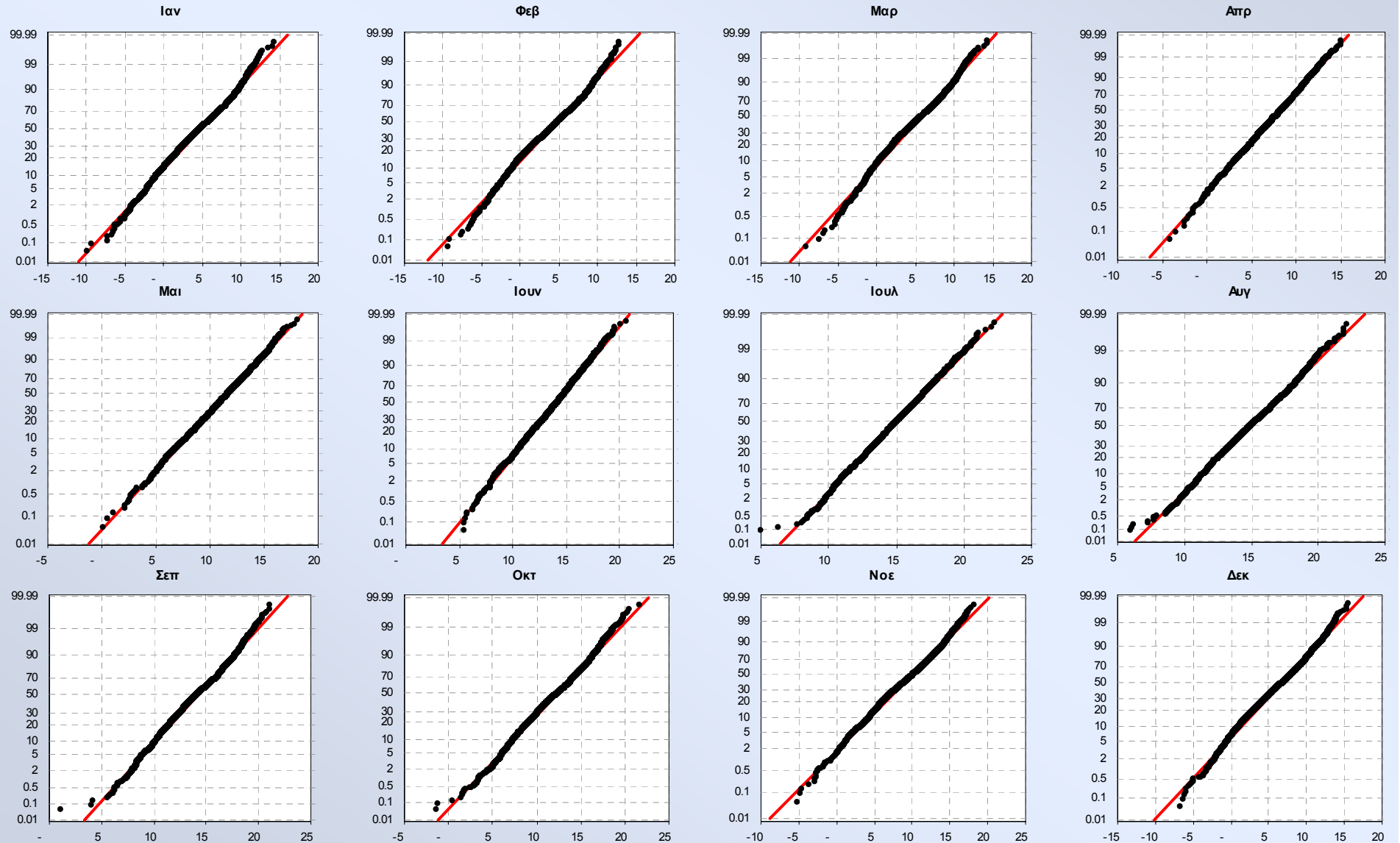
Διάγραμμα L-αναλογιών μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου



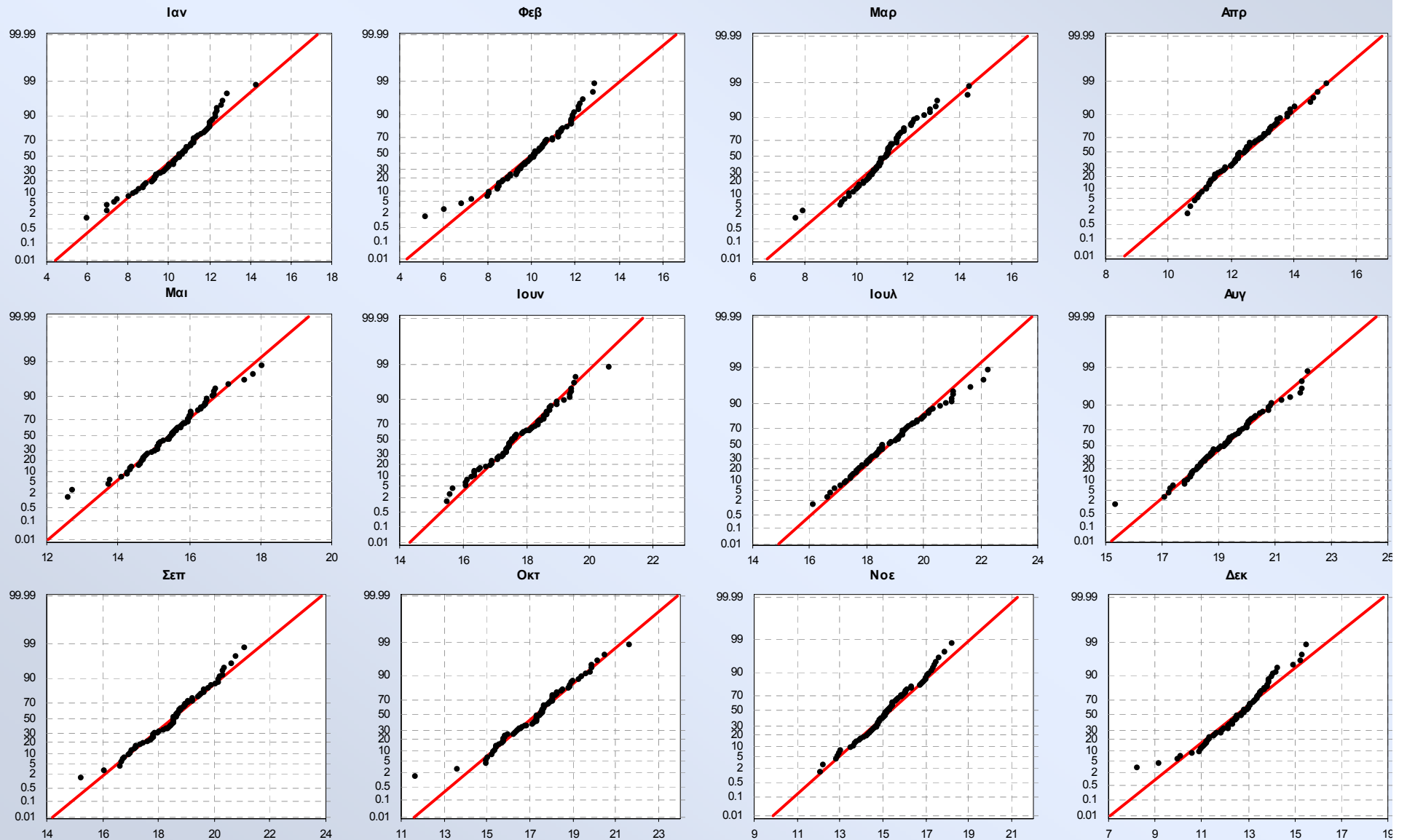
- Φαίνεται πως η παράγωγες κατανομές μεγίστων από την τριπαραμετρική Weibull θα μπορούσαν να εκφράσουν ικανοποιητικά το νέφος των σημείων που περικλείεται από την κόκκινη έλλειψη.

- Χαρακτηριστική η **αρνητική ασυμμετρία** των μεγίστων σημείων δρόσου.
- Η ασυμπτωτική κατανομή **Gumbel** αδυνατεί να εκφράσει τα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου.
- Η **ΓΑΤ** θα προέκυπτε άνω φραγμένη.

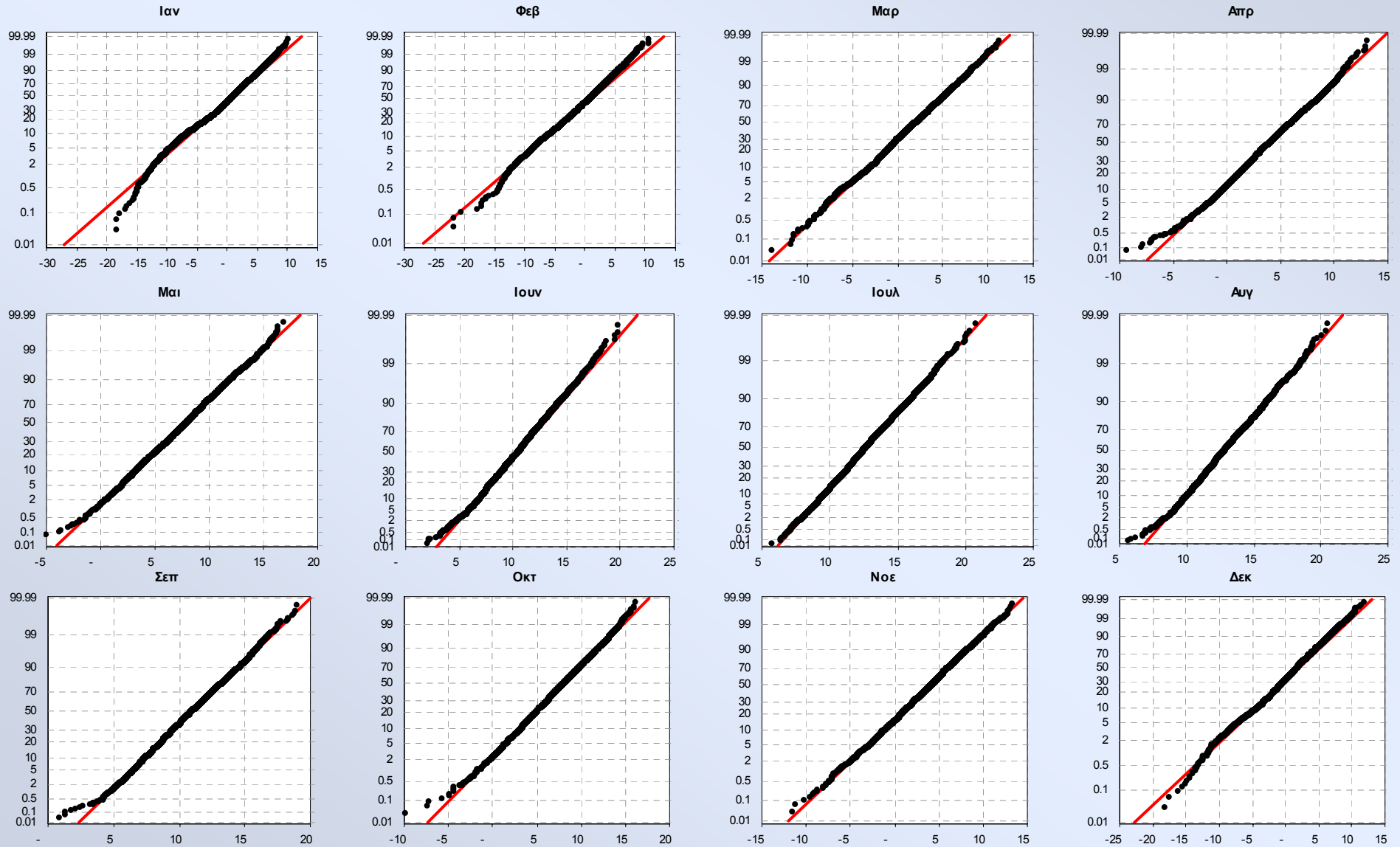
Πιθανοτικά διαγράμματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου σε χαρτί κατανομής της τριπαραμετρικής Weibull του σταθμού Ε.Α.Α.



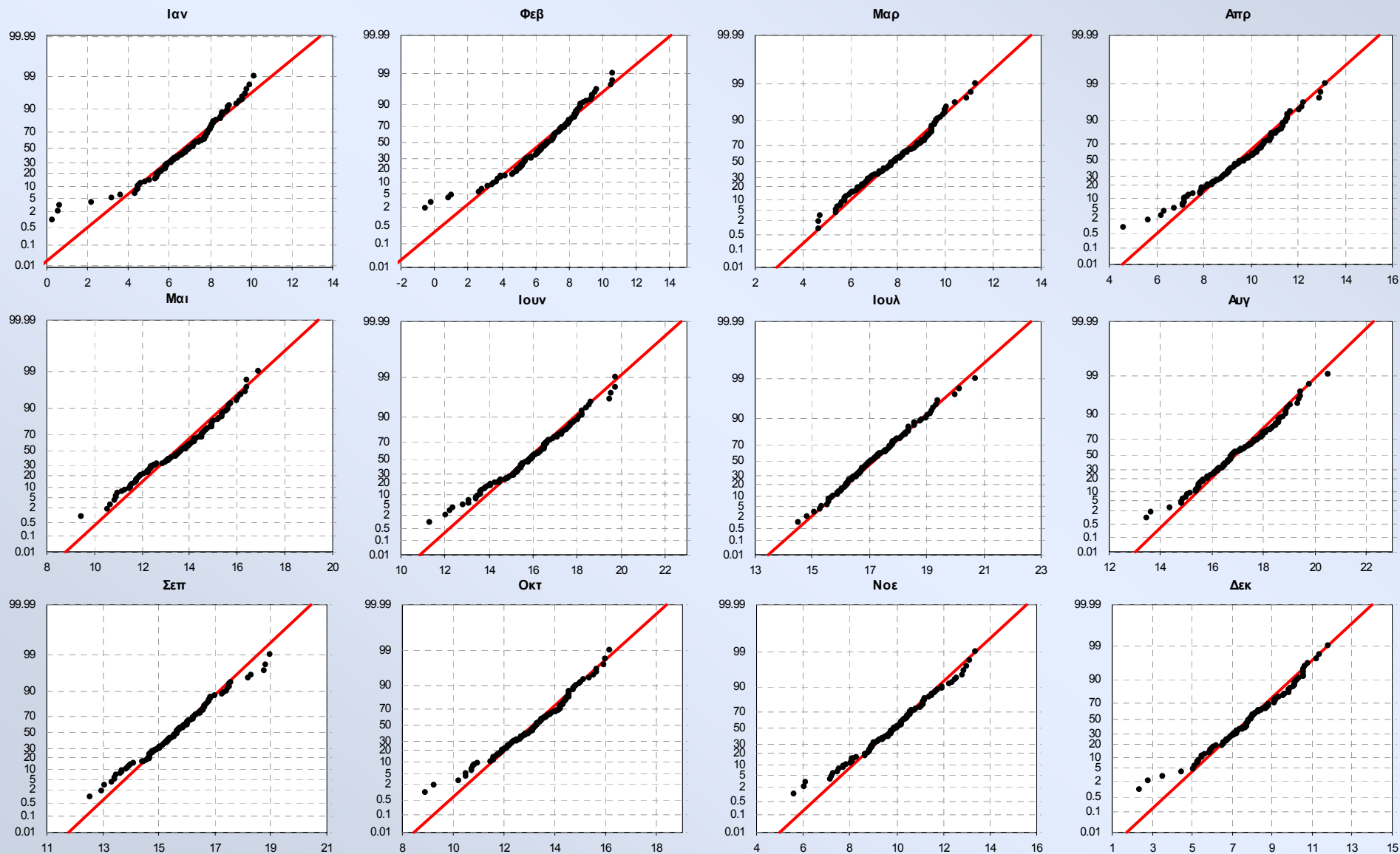
Πιθανοτικά διαγράμματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μέγιστων του σταθμού Ε.Α.Α.



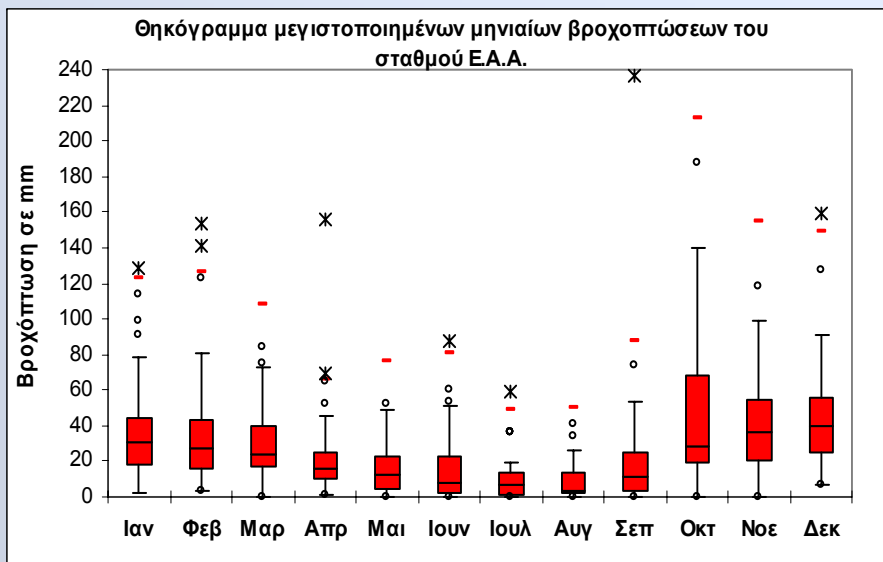
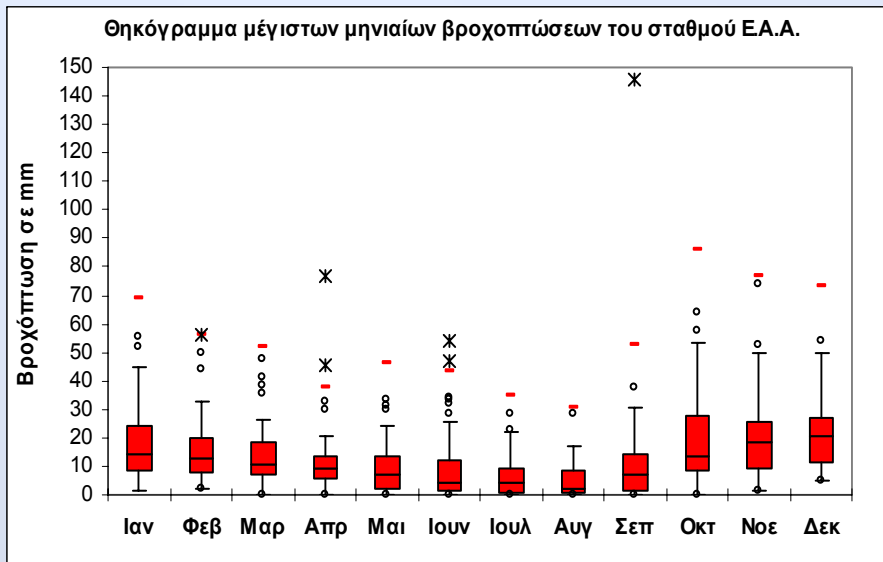
Πιθανοτικά διαγράμματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου σε χαρτί κατανομής της τριπαραμετρικής Weibull σταθμού της Ολλανδίας



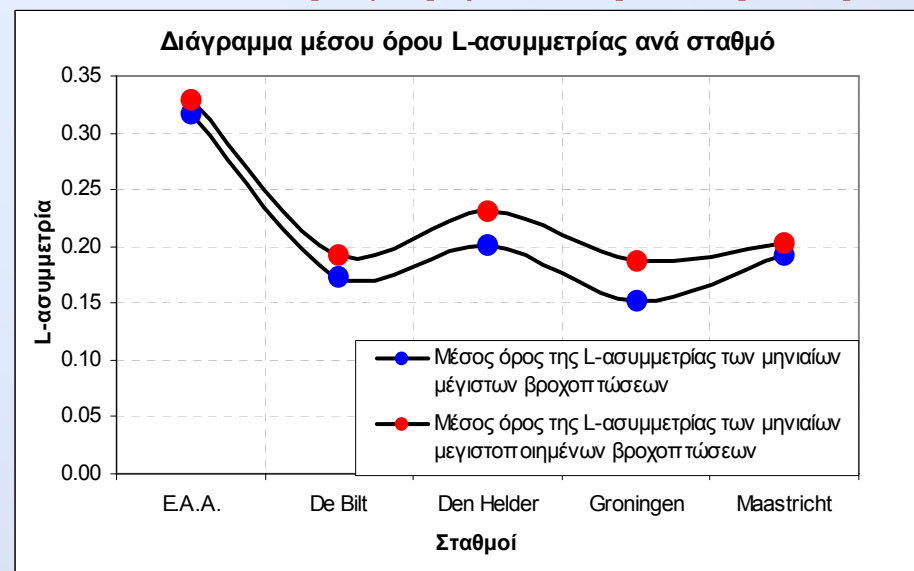
Πιθανοτικά διαγράμματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μεγίστων σταθμού της Ολλανδίας



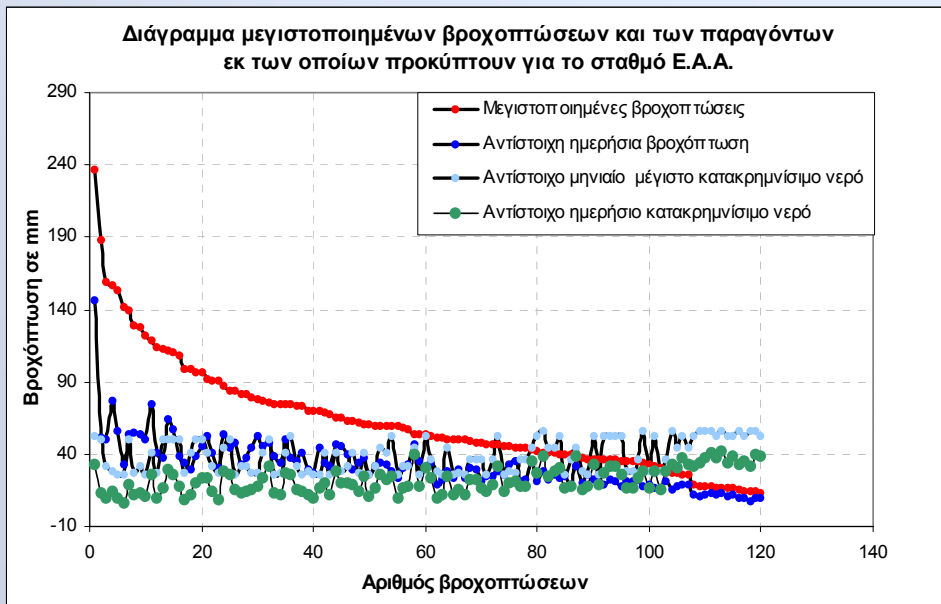
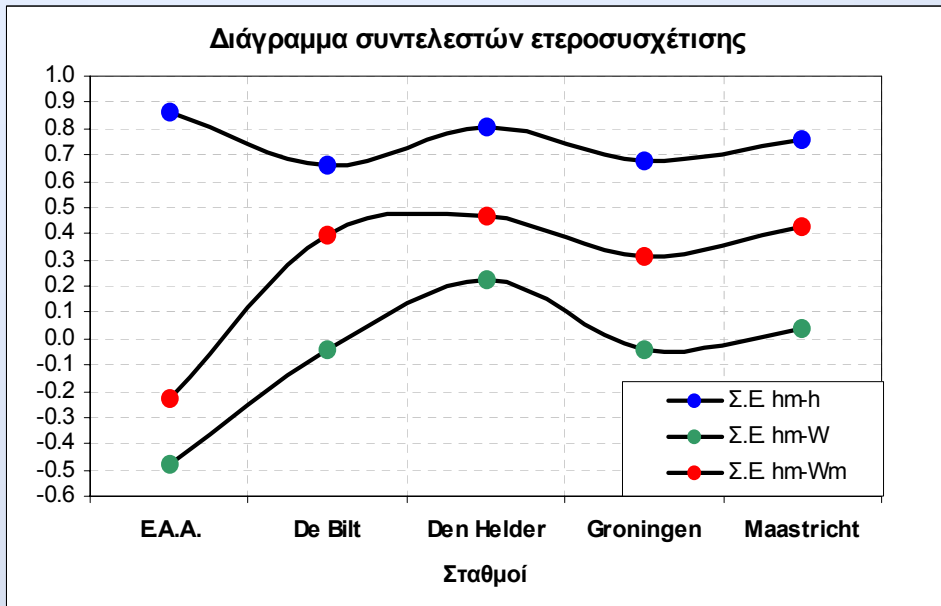
Εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ-Επίδραση της μεγιστοποίησης



- Δυσανάλογες διευρύνσεις του εύρους τιμών σε κάποιους μήνες και μεταβολή των παράτυπων σημείων.
- Επιλεκτική αύξηση της ασυμμετρίας που προκαλεί συνολική αύξηση του μέσου όρου της ασυμμετρίας κάθε σταθμού.
- Γενικά, παραμορφωτική επίδραση.

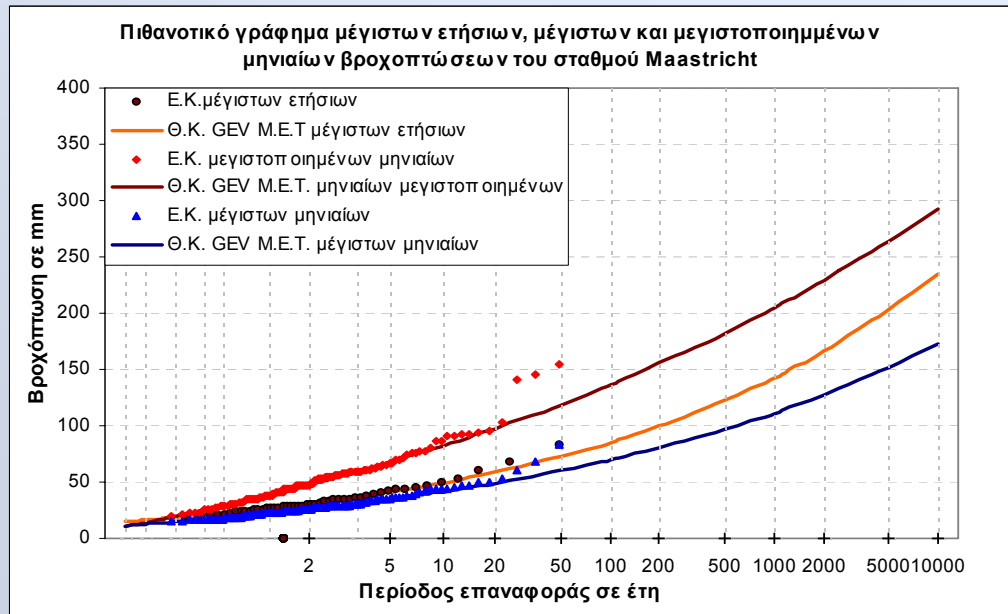
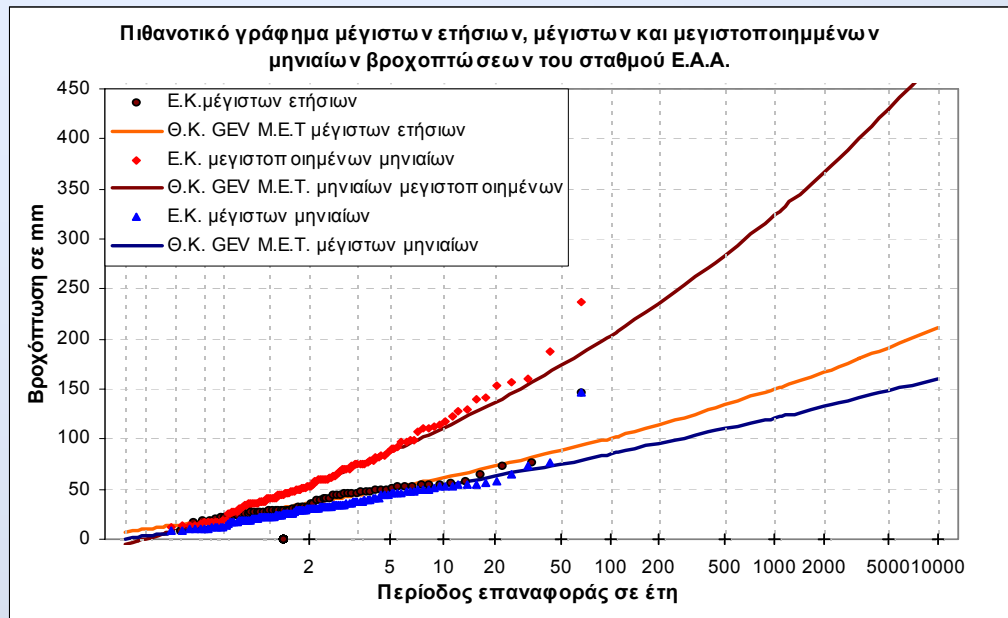


Η εκτίμηση της ΠΜΚ και οι παράγοντες που την επηρεάζουν



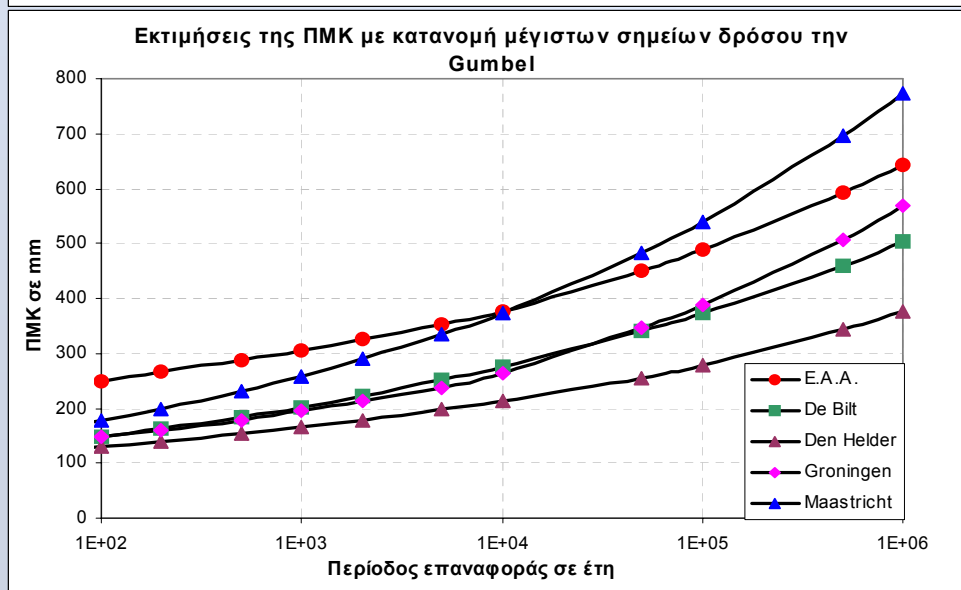
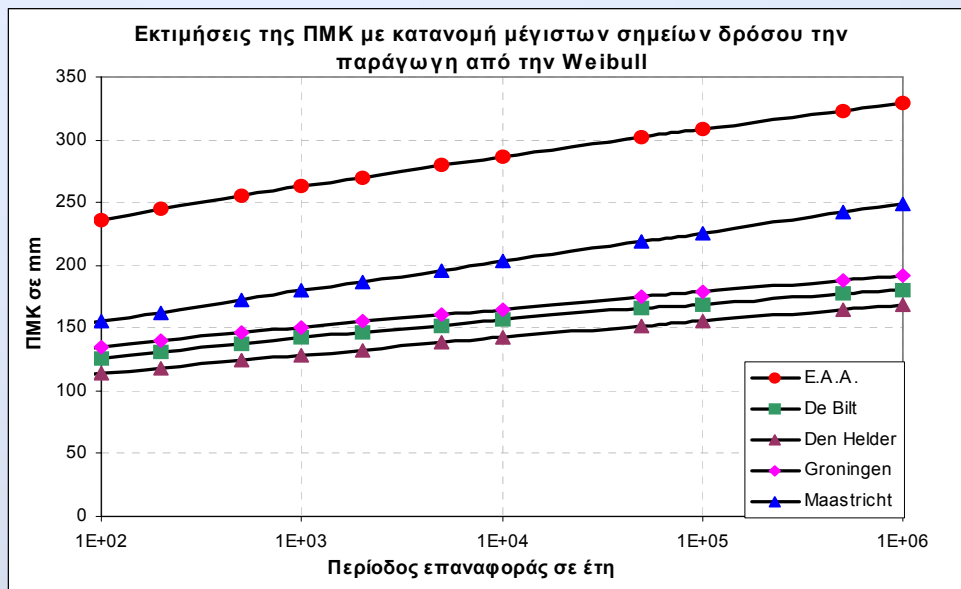
- Οι **μεγιστοποιημένες** βροχοπτώσεις αποδεδειγμένα σχετίζονται μόνο με τις **καταγεγραμμένες** βροχοπτώσεις.
- Συνεπώς η εκτίμηση της ΠΜΚ **εξαρτάται άμεσα** από το μέγεθος των παρατηρημένων βροχοπτώσεων.
- Η εκτίμηση της ΠΜΚ γίνεται σε μια εξαιρετικά **αβέβαιη** περιοχή με πολύ **έντονη κλίση**.
- Αν δεν υπήρχε η βροχόπτωση από την οποία προέκυψε η ΠΜΚ, η **αμέσως επόμενη εκτίμηση** είναι μικρότερη περίπου κατά **50 mm** ή **20%**.

Πιθανοτική αντιμετώπιση του μεγιστοποιημένου δείγματος



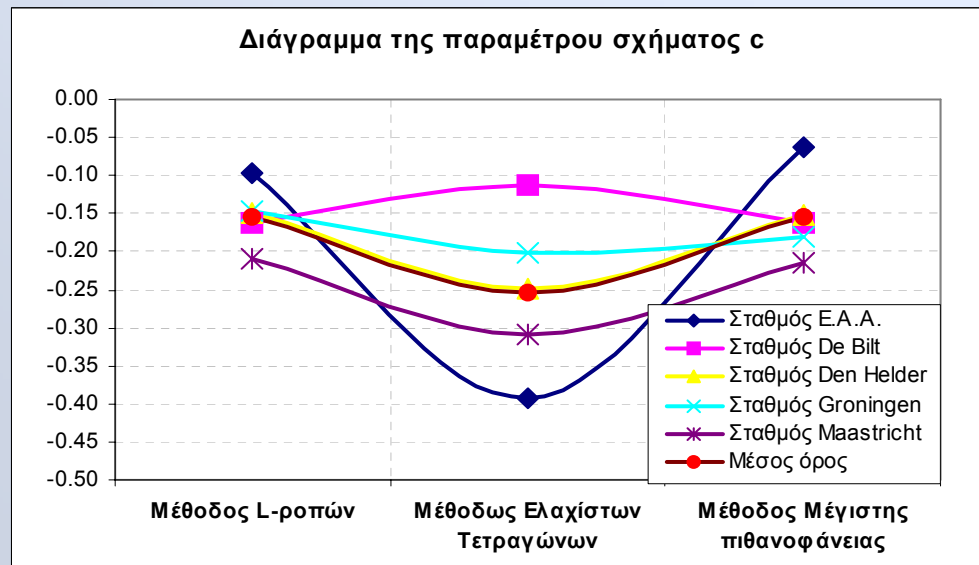
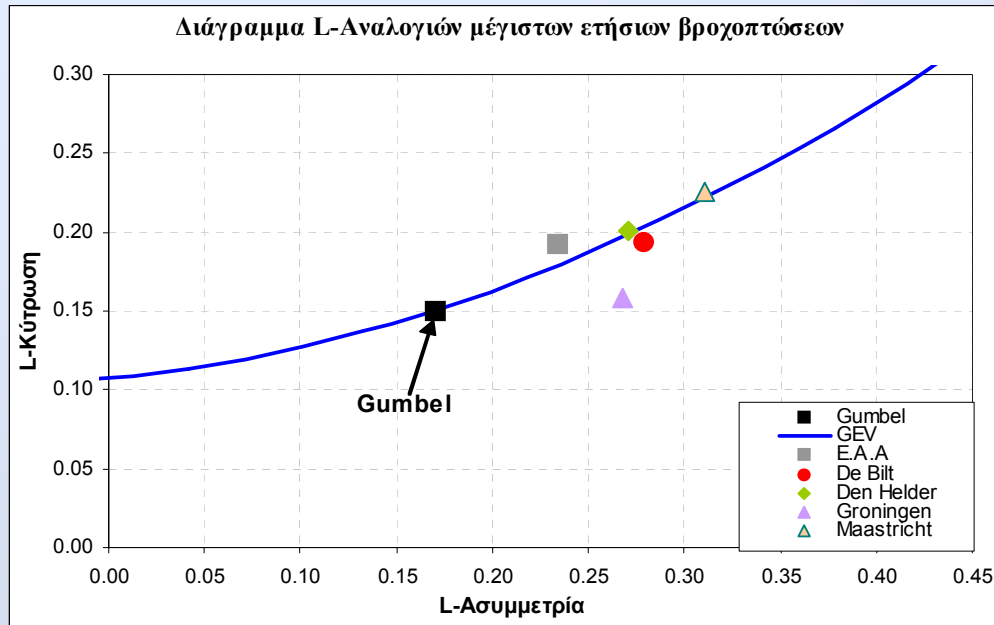
- Οι 120 μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις έχουν παρόμοια συμπεριφορά με το δείγμα των μέγιστων ετήσιων και δεν προκύπτει να έχουν άνω όριο.
- Εφόσον οι μέγιστες βροχοπτώσεις δεν προκύπτει να έχουν άνω όριο και δεδομένης της συσχέτισης αυτών με το μεγιστοποιημένο δείγμα από όπου προκύπτει η ΠΜΚ, τότε **δεν προκύπτει άνω όριο** ούτε για την εκτίμηση της ΠΜΚ.
- Το μέγεθος της ΠΜΚ προκύπτει ως εκτίμηση του διατεταγμένου στατιστικού πρώτης τάξης (first order statistic), η εκτίμηση του οποίου είναι **εξαιρετικά αβέβαιη**.

Η εκτίμηση της ΠΜΚ σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς του μέγιστου μηνιαίου σημείου δρόσου



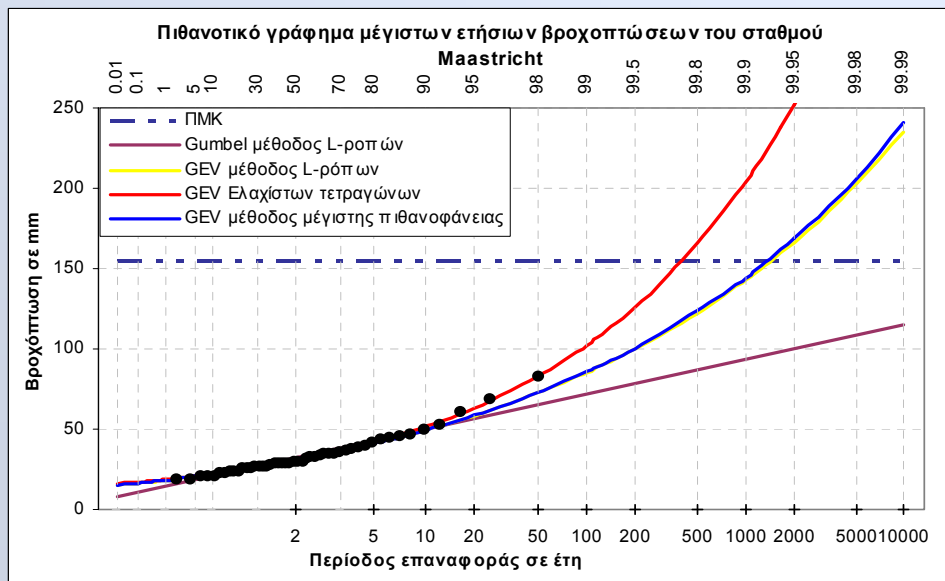
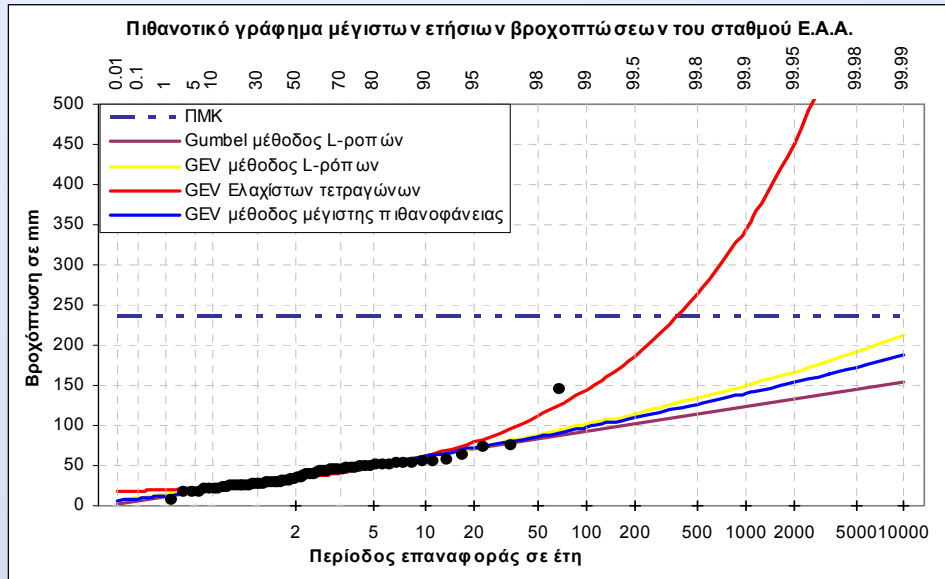
- Η μέθοδος δέχεται ως μέγιστο κατακρημνίσσιμο νερό για ένα μήνα, αυτό που προκύπτει από το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου δείγματος άνω των 50 ετών ή αυτό που προκύπτει από κατανομή μεγίστων για περίοδο επαναφοράς 100 ετών.
- Από τη στατιστική ανάλυση δεν προκύπτει άνω όριο στο μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου.
- Συνεπώς δεν προκύπτει άνω όριο στην εκτίμηση της ΠΜΚ.

Πιθανοτική αντιμετώπιση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων- Επιλογή κατανομής



- **Αδυναμία της Gumbel να περιγράψει το δείγμα ετήσιων μέγιστων βροχοπτώσεων.**
- **Ως κατάλληλο θεωρητικό μοντέλο για την περιγραφή της εμπειρικής κατανομής μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων βάσει του γραφήματος L-αναλογιών προκύπτει η ΓΑΤ.**
- **Η παράμετρος σχήματος, για όλους τους σταθμούς και όλες τις μεθόδους προσαρμογής, προκύπτει αρνητική, η κατανομή δηλαδή δεν έχει άνω όριο.**

Πιθανοτικά διαγράμματα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων και η εκτίμηση της ΠΜΚ



- Από τα διαγράμματα προκύπτει πως το υποθετικά ανυπέρβλητο όριο της ΠΜΚ αντιστοιχεί σε μια ρεαλιστική πιθανότητα υπέρβασης.
- Έτσι για το σταθμό του Ε.Α.Α., σύμφωνα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων η πιθανότητα υπέρβασης της ΠΜΚ κάθε έτος, είναι 0.27%. και αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς 372 έτη.
- Παρόμοια τα αποτελέσματα και στους άλλους σταθμούς.

Συμπεράσματα

- Οι εκτιμήσεις της ΠΜΚ φαίνεται να είναι εξαιρετικά εξαιρετικά αβέβαιες.
- Προκύπτει το οξύμωρο σχήμα το άνω όριο της ΠΜΚ να μην έχει άνω όριο. Συνεπώς δεν υπάρχει ΠΜΚ.
- Δεν προκύπτει από την πιθανοτική διερεύνηση άνω όριο στο δυναμικό της κατακρήμνισης.
- Το υποθετικά ανυπέρβλητο άνω όριο της ΠΜΚ, βάσει της πιθανοτικής ανάλυσης αντιστοιχεί σε μια μικρή αλλά ρεαλιστική πιθανότητα υπέρβασης.
- Προτείνεται η χρήση της καθαρά πιθανοτικής μεθόδου.