Κεφάλαιο 1 Σύνδεση τεχνικής υδρολογίας και πιθανοθεωρίας

Υπάρχουν τρεις τουλάχιστον λόγοι για τους οποίους η πιθανοθεωρία και η στατιστική αποτελούν το βασικό μαθηματικό εργαλείο της τεχνικής υδρολογίας, σε βαθμό που να θεωρείται η τεχνική υδρολογία ως ιδεώδες πεδίο εφαρμογής αυτών των μαθηματικών κλάδων:

1. Η *τύχη* ενυπάρχει σε όλα τα φαινόμενα της υδρολογίας, ξεκινώντας από την καταιγίδα ή την ανομβρία και καταλήγοντας στην πλημμύρα και την ξηρασία. Έτσι οι νόμοι των πιθανοτήτων κυβερνούν σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό αυτά τα φαινόμενα. Ο όρος *τύχη* χρησιμοποιείται εδώ με την έννοια της μη (αιτιοκρατικής) προβλεψιμότητας. Το θέμα αυτό αναλύεται περισσότερο αμέσως πιο κάτω, στο ένθετο εδάφιο *Μη προβλεψιμότητα και τύχη*.

2. Η υδρολογική πληροφορία απαρτίζεται από μετρήσεις υδρολογικών διεργασιών, η επεξεργασία των οποίων προϋποθέτει τη χρήση στατιστικών μεθόδων. Ο έλεγχος των σφαλμάτων των μετρήσεων και η συμπλήρωση των ελλείψεων ιστορικών δειγμάτων είναι δύο τυπικές περιπτώσεις που αντιμετωπίζονται με χρήση στατιστικών μεθόδων.

3. Στην τεχνική υδρολογία η λήψη τεχνικο-οικονομικών αποφάσεων, που αναφέρονται είτε στο σχεδιασμό έργων είτε στη λειτουργία τους, γίνεται πάντα υπό καθεστώς αβεβαιότητας. Η ορθολογικότερη προσέγγιση και η ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας επιτυγχάνεται με τη θεωρία πιθανοτήτων.

Οι εκτιμήσεις και προβλέψεις της τεχνικής υδρολογίας κατά κανόνα συνάγονται μετά από επεξεργασία της διαθέσιμης ιστορικής υδρολογικής πληροφορίας με πιθανοθεωρητικές και στατιστικές μεθόδους. Η ιστορική υδρολογική πληροφορία είναι ένα σύνολο μετρήσεων της φυσικής διεργασίας που ενδιαφέρει σε συγκεκριμένη περιοχή (π.χ. υδρολογική λεκάνη) ή θέση (π.χ. διατομή ποταμού). Δεν βασίζονται, λοιπόν, οι υδρολογικές εκτιμήσεις και προβλέψεις σε γενικούς νόμους παγκόσμιας ισχύος (όπως είναι π.χ. οι νόμοι της φυσικής). Αυτό, βεβαίως, δεν σημαίνει ότι η τεχνική υδρολογία αδιαφορεί για τους φυσικούς νόμους που διέπουν τις υδρολογικές διεργασίες. Αντίθετα, χρησιμοποιεί τη φυσική περιγραφή των διεργασιών αυτών για την κατανόησή τους, αλλά και για την ποσοτική περιγραφή τους όπου (και σε όποιο βαθμό) αυτό είναι δυνατό. Ωστόσο, θα πρέπει να τονίσουμε, η φυσική περιγραφή των διεργασιών χωρίς ιστορική υδρολογική πληροφορία αποτελεί ανεπαρκή βάση για τη συναγωγή εκτιμήσεων και προβλέψεων.

Είναι βεβαίως αυτονόητο ότι η λήψη των κατάλληλων μετρήσεων και η κατάρτιση ενός επαρκούς υδρολογικού δείγματος προηγείται και αποτελεί τη βάση της στατιστικής επεξεργασίας και συναγωγής συμπερασμάτων. Η θεωρία πιθανοτήτων και η στατιστική δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν την έλλειψη υδρολογικής πληροφορίας. Επίσης, είναι προφανές ότι, όσο πιο μεγάλο είναι το μέγεθος του υδρολογικού δείγματος και όσο μεγαλύτερη είναι η αξιοπιστία των μετρήσεων[*] τόσο πιο αξιόπιστες είναι και οι εκτιμήσεις και οι προβλέψεις. Ένας μεγάλος κλάδος της τεχνικής υδρολογίας βασισμένος στη στατιστική, ασχολείται με τον έλεγχο, αλλά και τη βελτίωση, της αξιοπιστίας της υδρολογικής πληροφορίας.

Η εφαρμογή των μεθόδων της πιθανοθεωρίας και στατιστικής στην τεχνική υδρολογία δεν είναι μια τυποποιημένη και αυτόματη διαδικασία. Σε κάθε πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε χρειάζεται μια αρχική εξερεύνηση και κατανόηση των δεδομένων και των ιδιαιτεροτήτων τους. Αυτή χρησιμοποιεί διάφορες τεχνικές, συχνά εμπειρικές, όπως κατάλληλη πινακοποίηση, συμπύκνωση, γεωμετρική (γραφική) απεικόνισή τους, κ.ά.

[*] Η αξιοπιστία των μετρήσεων εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, όπως από την καταλληλότητα της θέσης μέτρησης, την καταλληλότητα και συντήρηση των οργάνων, την εμπειρία του προσωπικού που εκτελεί μετρήσεις, τον τρόπο οργάνωσης της αρμόδιας υδρολογικής υπηρεσίας, κ.ά.

Η διαδικασία αυτή, που σήμερα διευκολύνεται από τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών, είναι γνωστή με τον όρο *εξερευνητική ανάλυση δεδομένων* (Hirsch et al., 1993). Αλλά και στο στάδιο της σύνθεσης, δηλαδή της συναγωγής συμπερασμάτων (εκτιμήσεων ή προβλέψεων) κάθε άλλο παρά τυποποιημένη είναι η διαδικασία. Έτσι λοιπόν και στην τεχνική υδρολογία, όπως και σε άλλες επιστήμες του μηχανικού, η επιτυχής αντιμετώπιση των προβλημάτων προϋποθέτει, πέρα από τη γνώση των μαθηματικών εργαλείων, ευρύτητα πνεύματος, εμπειρία, αλλά και φαντασία και διαίσθηση.

Μη προβλεψιμότητα και τύχη

Ένα φυσικό φαινόμενο που διέπεται από προσδιοριστικούς (ντετερμινιστικούς) νόμους είναι πάντα προβλέψιμο; Η φυσική μας διαίσθηση απαντά θετικά στο ερώτημα αυτό, με την προϋπόθεση ότι είναι γνωστοί οι νόμοι που διέπουν το φαινόμενο. Ίσως γιατί η διαίσθησή μας βασίζεται σε συστήματα που διέπονται από *γραμμικούς* νόμους. Ωστόσο η πραγματικότητα για την πλειονότητα των φυσικών συστημάτων είναι διαφορετική. Τις τελευταίες δεκαετίες έχει διερευνηθεί μια μεγάλη ποικιλία *μη γραμμικών συστημάτων*, φυσικών ή μαθηματικών, τα οποία εμφανίζουν μη περιοδική, ακανόνιστη, απρόβλεπτη, τυχαία συμπεριφορά, αν και διέπονται από προσδιοριστικούς νόμους. Η συμπεριφορά αυτή έχει γίνει γνωστή με τον όρο *προσδιοριστικό χάος*. Τα υδρολογικά και μετεωρολογικά συστήματα είναι τυπικοί αντιπρόσωποι αυτής της συμπεριφοράς, από τη μικροσκοπική κλίμακα (π.χ. τύρβη) μέχρι τη μακροσκοπική (πλημμύρες, ξηρασίες κτλ.).

Ο πρώτος που αναγνώρισε αυτή τη συμπεριφορά των μη γραμμικών συστημάτων ήταν ο διάσημος φυσικομαθηματικός Henri Poincari που πριν από 100 περίπου χρόνια έγραφε στο *Επιστήμη και μέθοδος* (από τον Stewart, 1990):

> “Μια πολύ ανεπαίσθητη αιτία, η οποία μας διαφεύγει, καθορίζει ένα αξιοσημείωτο φαινόμενο που δεν μπορούμε να μη δούμε, και τότε λέμε ότι το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην τύχη. Αν μπορούσαμε να ξέρουμε επακριβώς τους νόμους της φύσης και την κατάσταση του σύμπαντος στην αρχική του στιγμή, θα μπορούσαμε να προβλέψουμε επακριβώς την κατάσταση αυτού του ίδιου του σύμπαντος σε μια μεταγενέστερη χρονική στιγμή. Αλλά, ακόμα και αν οι φυσικοί νόμοι δεν είχαν άλλα μυστικά από εμάς, θα μπορούσαμε να ξέρουμε την αρχική κατάσταση μόνο κατά προσέγγιση. Αν αυτό μας επιτρέπει να προβλέψουμε τη μεταγενέστερη κατάσταση με τον ίδιο βαθμό προσέγγισης, αυτό αρκεί

για να πούμε ότι το φαινόμενο είχε προβλεφθεί, ότι υπόκειται σε νόμους. Όμως, το ζήτημα δεν είναι πάντοτε έτσι: υπάρχει περίπτωση οι πολύ λεπτές διαφορές στις αρχικές συνθήκες να παράγουν πολύ μεγαλύτερες διαφορές στα τελικά φαινόμενα, ένα ελάχιστο σφάλμα στην αρχή να προκαλεί ένα τεράστιο σφάλμα στο τέλος. Η πρόβλεψη τότε γίνεται αδύνατη κι έτσι έχουμε το φαινόμενο της τύχης.

"Γιατί άραγε οι μετεωρολόγοι συναντούν τόσο μεγάλες δυσκολίες στην πρόβλεψη του καιρού; Γιατί ακόμη οι βροχές και οι καταιγίδες μάς φαίνονται ότι έρχονται στην τύχη, με αποτέλεσμα πολλοί άνθρωποι να θεωρούν εντελώς φυσικό να προσεύχονται για να μην έρθει βροχή ή για να σταματήσει, ενώ τους φαίνεται γελοίο να προσευχηθούν για μια έκλειψη; Παρατηρούμε ότι οι μεγάλες διαταραχές συμβαίνουν γενικά σε περιοχές όπου η ατμόσφαιρα βρίσκεται σε ασταθή ισορροπία. Οι μετεωρολόγοι γνωρίζουν ότι αυτή η ισορροπία είναι ασταθής, ότι εμφανίζεται κάπου ένας κυκλώνας — όμως δεν μπορούν να ξέρουν πού. Ένα δέκατο του βαθμού περισσότερο ή λιγότερο σε κάποιο σημείο και ο κυκλώνας ξεσπά εδώ και όχι εκεί, σπέρνοντας τον όλεθρο σε χώρες που θα τον είχαν αποφύγει. Αυτό θα μπορούσαμε να το προβλέψουμε αν ξέραμε αυτό το δέκατο του βαθμού, οι παρατηρήσεις όμως δεν είναι αρκετά πυκνές ούτε αρκετά ακριβείς — και για το λόγο αυτό όλα φαίνονται να οφείλονται στον παράγοντα τύχη."

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο Poincarι ασχολήθηκε κυρίως με κινήσεις αστρικών σωμάτων, όπου και κει, αντίθετα με την κρατούσα αντίληψη που θέλει να επικρατεί πλήρης τάξη και περιοδικότητα, ανακάλυψε χαοτικά φαινόμενα (βλ. π.χ. Schroeder, 1990). Οι ανακαλύψεις του Poincarι, ωστόσο, έμειναν ανεξερεύνητες μέχρι τη δεκαετία του 1960, οπότε η εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών επέτρεψε την πληρέστερη μελέτη των μη γραμμικών συστημάτων. Στις αρχές της δεκαετίας του 1960 ο μετεωρολόγος Edward Lorenz τελείως τυχαία, κάνοντας ένα πείραμα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, επιβεβαίωσε τη χαοτική συμπεριφορά της εξέλιξης του καιρού. Ο Lorenz κατάρτισε ένα απλοποιημένο μοντέλο που προσέγγιζε τα φαινόμενα μεταφοράς στην ατμόσφαιρα, το οποίο αποτελείται από τρεις συνήθεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις (βλ. Cooper, 1989). Τις εξισώσεις αυτές τις επέλυε αριθμητικά με έναν από τους πρώτους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Ο ίδιος περιγράφει την ανακάλυψή του με τον ακόλουθο τρόπο:

"Κατά τη διάρκεια των υπολογισμών μας αποφασίσαμε να εξετάσουμε μια από τις λύσεις σε μεγαλύτερη λεπτομέρεια, και διαλέξαμε κάποιες ενδιάμεσες συνθήκες που είχαν εκτυπωθεί από τον υπολογιστή, τις οποίες εισαγάγαμε ως νέες αρχικές συνθήκες. Όταν γυρίσαμε στον υπολογιστή, μια ώρα αργότερα, και αυτός είχε προσομοιώσει περίπου δύο μήνες “καιρού”, ανακαλύψαμε ότι υπήρχε πλήρης διαφωνία με την προηγούμενη λύση. Στην αρχή αυτό το αποδώσαμε σε πρόβλημα της μηχανής, πράγμα που δεν ήταν ασυνήθιστο, αλλά γρήγορα αντιληφθήκαμε ότι οι δύο λύσεις προέρχονταν από τις ίδιες συνθήκες. Οι υπολογισμοί έγιναν με υπολογιστική ακρίβεια περίπου έξι δεκαδικών ψηφίων, αλλά η εκτύπωση περιείχε μόνο τρία, έτσι ώστε οι νέες αρχικές συνθήκες αποτελούνταν από τις παλιές συν ορισμένες μικρές αποκλίσεις (διαταραχές). Αυτές οι αποκλίσεις μεγεθύνονταν σχεδόν εκθετικά, και διπλασιάζονταν σε περίπου τέσσερις μέρες, έτσι που σε δύο μήνες οι δύο λύσεις έπαιρναν ξεχωριστούς δρόμους.”

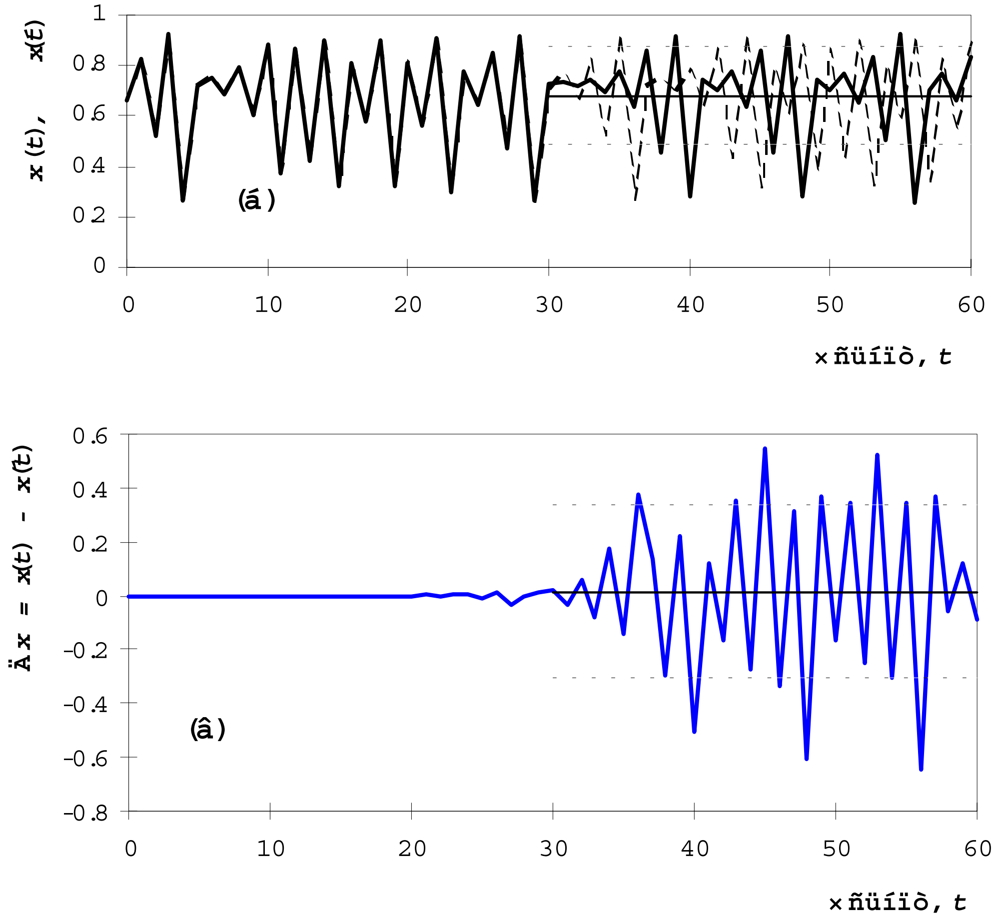
Ένα πολύ απλό παράδειγμα για να δούμε τη μεγέθυνση των διαταραχών στην εξέλιξη ενός μη γραμμικού φαινομένου δίνεται στο Σχ. 1.1. Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα το οποίο περιγράφεται από μια μοναδική μεταβλητή $x(t)$, όπου t είναι ο χρόνος που στο παράδειγμα θεωρείται διακριτός. Θεωρούμε ότι η κατάσταση του συστήματος στην τρέχουσα χρονική στιγμή t εξαρτάται από την κατάστασή του στην αμέσως προηγούμενη χρονική στιγμή $t-1$, και ότι η μετάβαση από τη μια στιγμή στην άλλη περιγράφεται από την εξίσωση.

$$x(t) = k\ x(t-1)\left[1 - x(t-1)\right] \tag{1.1}$$

όπου k είναι αριθμητική σταθερά. Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως *λογιστική απεικόνιση* (βλ. π.χ. Cooper, 1989· Schroeder, 1990· Stewart, 1990, όπου υπάρχει αναλυτικότερη μελέτη της εξίσωσης) και βέβαια είναι μια από τις απλούστερες μη γραμμικές εξισώσεις.*

Τονίζεται ότι το σύστημα που περιγράφει η εξίσωση είναι πλήρως κλειστό και προσδιοριστικό, δηλαδή δεν μεσολαβεί στην εξέλιξή του κανένας εξωτερικός παράγοντας, ούτε προστίθεται καμιά τυχαία συνιστώσα.

* Η λογιστική απεικόνιση δεν χρησιμοποιείται σε υδρολογικές εφαρμογές, αφού δεν χαρακτηρίζει κανένα τυπικό υδρολογικό σύστημα. Απαντά σε άλλες επιστημονικές περιοχές, όπως π.χ. στην οικολογία. Ωστόσο, έχει επιλεγεί για το παράδειγμά μας λόγω της μαθηματικής απλότητάς της.



Σχ. 1.1 Εξέλιξη της λογιστικής απεικόνισης (εξίσωση 1.1) για σταθερά k = 3.7. Στο διάγραμμα (α) εμφανίζεται με χοντρή συνεχή γραμμή η πραγματική εξέλιξη της $x(t)$ για αρχική τιμή $x(0)$ = 0.660001 και με διακεκομμένη η εξέλιξη $x΄(t)$ αν η αρχική τιμή ληφθεί (π.χ. για λόγους στρογγύλευσης) ίση με 0.66 (η διαφορά από την πραγματική τιμή είναι μόνο 10^{-6}). Στο διάγραμμα (β) δίνεται η διαφορά των $x(t)$ και $x΄(t)$ συναρτήσει του t. Και στα δύο διαγράμματα έχει απεικονιστεί επίσης η μέση τιμή της περιόδου $30 \le t \le 60$ (συνεχείς ευθείες) και το μέσο σφάλμα γύρω από τη μέση τιμή (διακεκομμένες ευθείες). Το μέσο σφάλμα είναι 0.19 για το διάγραμμα (α) και 0.31 για το διάγραμμα (β).

Παρατηρούμε ότι μετά από κάποιο αρχικό χρόνο (30 χρονικές μονάδες στο παράδειγμά μας) δύο “λύσεις” που αρχικά έχουν ασήμαντη απόκλιση, μόνο 10^{-6} για $t = 0$, αποκλίνουν τελείως και κάθε μια ακολουθεί το δικό της ανεξάρτητο δρόμο. Εύκολα συμπεραίνουμε ότι η προσδιοριστική πρόγνωση είναι πολύ αποτελεσματική για μικρά χρονικά διαστήματα (οι αποκλίσεις των δύο “λύσεων” στο Σχ. 1.1 είναι δυσδιάκριτες) αλλά οδηγεί σε πολύ σημαντικά σφάλματα για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Για τα μεγάλα διαστήματα η στατιστική πρόγνωση είναι πιο αποτελεσματική, αφού και μόνο η στατιστική μέση τιμή δίνει μικρότερο σφάλμα στην εκτίμηση της πραγματικής εξέλιξης της $x(t)$ από το σφάλμα που δίνει η $x'(t)$. Επιπλέον, όπως θα δούμε παρακάτω, η στατιστική προσέγγιση έχει τη δυνατότητα να προσδιορίζει όρια μέσα στα οποία κυμαίνεται μια μεταβλητή, για καθορισμένη πιθανότητα.

Βεβαίως τα φυσικά υδρομετεωρολογικά συστήματα είναι απείρως πολυπλοκότερα από το σύστημα του παραπάνω παραδείγματος. Εύκολα λοιπόν μπορεί να συναγάγει κανείς την αδυναμία πλήρους προσδιοριστικής προσέγγισής τους και την αναγκαιότητα της πιθανοθεωρητικής προσέγγισης.