«Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων»

και

«Παράλληλοι μιμητικοί αλγόριθμοι – Παράλληλοι εξελικτικοί αλγόριθμοι και άλλες τεχνικές»

Συγκριτική παρουσίαση

Ιστορικό

Τον Απρίλιο του 2006, σε μια τυχαία αναζήτηση στο Διαδίκτυο, εντόπισα μια πρόσφατα εκπονηθείσα διδακτορική διατριβή, στο ευρύτερο αντικείμενο ενδιαφέροντός μου, που είναι οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης. Η διατριβή με τίτλο «*Παράλληλοι μιμητικοί αλγόριθμοι – Παράλληλοι εξελικτικοί αλγόριθμοι και άλλες τεχνικές*» εκπονήθηκε από τον Ιάσονα Διγαλάκη, στο Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Μακεδονίας, όπου και υποβλήθηκε τον Σεπτέμβριο του 2005. Επιβλέπων της διατριβής ήταν ο Καθηγητής Κωνσταντίνος Μαργαρίτης, που την περίοδο 2000-2006 υπήρξε Αντιπρύτανης Οικονομικού Προγραμματισμού και Ανάπτυξης του εν λόγω ιδρύματος.

Με την πρώτη ματιά στο κείμενο της διατριβής, πολύ γρήγορα διαπίστωσα ότι μεγάλα τμήματα του κειμένου (περιλαμβανομένων και σχημάτων) είχαν αντιγραφεί αυτούσια από την μεταπτυχιακή μου εργασία, με τίτλο «*Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*». Η εν λόγω εργασία ολοκληρώθηκε τον Μάιο του 2001, στα πλαίσια του μεταπτυχιακού προγράμματος «Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων». Το κείμενο της εργασίας είναι διαθέσιμο στη διεύθυνση http://www.itia.ntua.gr/g/docinfo/446/. Μάλιστα, μέχρι σήμερα προτείνεται ως υπόδειγμα για τους μεταπτυχιακούς φοιτητές (http://postgrasrv.hydro.ntua.gr/gr/edmaterial/thesis/templates/index.htm).

Μετά από διεξοδικότερη έρευνα προέκυψε ότι, εκτός από το κείμενο, ο Δρ. Διγαλάκης έχει υποκλέψει τμήματα κειμένων και μεθοδολογίες τρίτων, τις οποίες παρουσιάζει ως πρωτότυπες. Συγκεκριμένα, ο Δρ. Διγαλάκης έχει υποκλέψει: (α) την περίληψη από την προπτυχιακή εργασία του κ. Γεώργιου Φαινέκου με τίτλο «*Η μέθοδος βελτιστοποίησης με αποικίες μυρμηγκιών - Εφαρμογή σε διακριτά και συνεχή προβλήματα*», που υποβλήθηκε στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ τον Οκτώβριο του 2001, με επιβλέποντα τον Επίκ. Καθηγητή Κ.Χ. Γιαννάκογλου, και (β) τον κώδικα του προγράμματος pgapack του University of Chicago (http://hpux.connect.org.uk/hppd/hpux/Maths/Misc/pgapack-1.0/), τον οποία ενσωμάτωσε στο λογισμικό PARAMENOAS (http://www.sf.net/projects/paramenoas), διαγράφοντας τις σημειώσεις περί copyright και αδειών χρήσης, καθώς και τις αναφορές στο University of Chicago και στους συντελεστές του πακέτου.

Είναι χαρακτηριστικό ότι στο κείμενο της διατριβής, ερευνητικές εργασίες καταξιωμένων επιστημόνων (οι οποίες παρατίθενται στη βιβλιογραφική επισκόπηση της μεταπτυχιακής μου εργασίας), είτε αποκρύπτονται, ώστε να τεκμηριώνεται η δήθεν συμβολή του Δρ. Διγαλάκη, είτε εμφανίζονται με τη μορφή άσχετων με το αντικείμενο αναφορών.

Όλα τα παραπάνω τεκμηριώνονται στο κείμενο που ακολουθεί, στο οποίο αντιπαραβάλλονται μία προς μία οι περιπτώσεις λογοκλοπής. Για διευκόλυνση του αναγνώστη, κάθε σελίδα έχει διαχωριστεί σε δύο στήλες, όπου στην αριστερή παρατίθεται το κείμενο του Δρ. Διγαλάκη, ενώ στην δεξιά στήλη παρατίθεται το αντίστοιχο χωρίο της μεταπτυχιακής εργασίας, επισημαίνοντας τα σημεία που έχουν αντιγραφεί αυτούσια. Όπως εύκολα θα διαπιστώσετε, σχεδόν στο σύνολό τους (με προφανή εξαίρεση τις εφαρμογές) οι δύο εργασίες έχουν παρόμοια δομή, παρόμοια στοιχεία πρωτοτυπίας και παρόμοια συμπεράσματα.

Αναμφίβολα, ο αναγνώστης θα ήθελε να πληροφορηθεί τη συνέχεια αυτής της θλιβερής ιστορίας. Λίγες μέρες μετά τον εντοπισμό του περιστατικού, στις 2/5/2006, ενημέρωσα επισήμως τις αρμόδιες αρχές του ΕΜΠ, και συγκριμένα τον Πρύτανη κ. Ανδρέα Ανδρεόπουλο, τον Πρόεδρο της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών κ. Κωνσταντίνο Μουτζούρη, τον Διευθυντή του ΔΠΜΣ «Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων» κ. Γεώργιο Χριστοδούλου, τη Διευθύντρια του Τομέα Υδατικών Πόρων κα. Αλεξάνδρα Κατσίρη, και τα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής του διδακτορικού μου, κ.κ. Δημήτρη Κουτσογιάννη, Μαρία Μιμίκου και Νίκο Μαμάση. Οφείλω να αναγνωρίσω ότι η ανταπόκριση όλων υπήρξε άμεση. Πράγματι, στις 22/5/2006, η Πρυτανεία του ΕΜΠ διαβίβασε την επιστολή μου στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, ζητώντας επίσημη ενημέρωση. Στις 25/5/2006 οι κ.κ. Α. Κάτος, Αναπληρωτής Πρόεδρος του Τμήματος Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, και Κ. Μαργαρίτης, ανέφεραν ότι επικοινώνησαν τηλεφωνικά με τον Δρ. Διγαλάκη, και υποσχέθηκαν να απαντήσουν σε «εύλογο χρονικό διάστημα».

Θεωρώντας ότι το εύλογο αυτό διάστημα έχει προ πολλού παρέλθει, καταθέτω όλο το σχετικό υλικό στη διάθεση του κοινού, με σκοπό την ανάδειξη του μείζονος ηθικού ζητήματος της λογοκλοπής, η οποία έχει λάβει εκτενείς διαστάσεις στην εποχή του Διαδικτύου. Όσο για τον Δρ. Διγαλάκη, ειλικρινά δεν του κρατάω καμία κακία, και θα ήθελα πραγματικά να μάθω τη δική του άποψη των πραγμάτων. Αντίθετα, θεωρώ ανέντιμη και προκλητική τη συνεχιζόμενη σιωπή των αρχών του Πανεπιστημίου Μακεδονίας.

Ανδρέας Ευστρατιάδης, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ

Σεπτέμβριος 2012

(1) Διγαλάκης, σ. 6-8, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 1-2

0.2 Συμβολή της διατριβής Η συστηματική μελέτη της απόδοσης των μιμητικών αλγορίθμων ενός γνωστικού πεδίου με μικρό χρόνο ζωής, μεγάλο εύρος εφαρμογής και ταχέως εξελισσόμενου αποτελεί μια πρώτη συμβολή της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα: α) καλύφθηκε όλο το φάσμα της σχετικής με το αντικείμενο των Μιμητικών Αλγορίθμων βιβλιογραφίας β) συστηματοποιήθηκαν και αναλύθηκαν τα χαρακτηριστικά των Μιμητικών Αλγορίθμων. Η παράλληλη υλοποίηση ενός πρωτότυπου σχήματος, δηλαδή των Μιμητικών Αλγορίθμων συνιστά τη δεύτερη και βασικότερη συμβολή της εργασίας. Είναι αλήθεια ότι η ιδέα για την ανάπτυξη του υβριδικού μοντέλου ετερογενών μιμητικών αλγορίθμων σε ετερογενείς σταθμούς εργασίας ήρθε μαλλον τυχαία, κατά τη διάρκεια πειραματισμών με διάφορα σχήματα προσομοιούμενης ανόπτησης, εξελικτικών αλγορίθμων και αποτρεπτικής αναζητησης με χρήση της βιβλιοθήκης διεπαφής περάσματος μηνυμάτων (MPI) και της βιβλιοθήκης PARAMENOAS. Βέβαια για να φτάσει το μοντέλο μας σε ένα επιθυμητό επίπεδο ποιότητας, χρειάστηκε να αφιερωθεί αρκετός υπολογιστικός χρόνος, ωστόσο τα ιδιαίτερα ενθαρρυντικά συμπεράσματα καταδεικνύουν ότι το πείραμα πέτυχε.	**1.2 Πρωτότυπα σημεία** Η συστηματική βιβλιογραφική επισκόπηση ενός γνωστικού πεδίου με μικρό χρόνο ζωής, τεράστιο εύρος εφαρμογής και ταχέως εξελισσόμενου αποτελεί μια πρώτη συμβολή της παρούσας εργασίας. Συνεπώς αυτή μπορεί να χαρακτηριστεί και πρωτότυπη αλλά και πολύ χρήσιμη, καθώς: • μετά από επίπονη προσπάθεια, καλύφθηκε όλο το φάσμα της σχετικής με το αντικείμενο της ολικής βελτιστοποίησης βιβλιογραφίας και μάλιστα της πλέον πρόσφατης, καθώς η αντίστοιχη επιστημονική έρευνα παρουσιάζει διεθνώς τεράστια ανάπτυξη· • συστηματοποιήθηκαν οι πολυάριθμες τεχνικές βελτιστοποίησης και ταξινομήθηκαν σε επιμέρους κατηγορίες· • αναλύθηκαν τα χαρακτηριστικά των βασικότερων μεθοδολογικών σχημάτων τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πρακτικό επίπεδο, βάσει μαθηματικών αλλά και πραγματικών εφαρμογών. Η υλοποίηση ενός πρωτότυπου σχήματος βελτιστοποίησης, στα περιορισμένα μάλιστα χρονικά πλαίσια μιας μεταπτυχιακής εργασίας, συνιστά μια βασική συμβολή της εργασίας. Είναι αλήθεια ότι η ανάπτυξη του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου ήρθε μάλλον τυχαία, κατά τη διάρκεια μιας περιόδου πειραματισμών με διάφορα σχήματα προσομοιωμένης ανόπτησης, μια στρατηγική βελτιστοποίησης η γνωριμία με την οποία μόλις είχε πραγματοποιηθεί και φαινόταν ιδιαίτερα γοητευτική. Βεβαίως, για να φτάσει ο αλγόριθμος σε ένα επιθυμητό επίπεδο ποιότητας (συγκρίσιμο μάλιστα του επιπέδου διεθνώς καταξιωμένων μεθόδων), χρειάστηκε να αφιερωθεί απεριόριστος χρόνος πάνω στην οθόνη του υπολογιστή, ωστόσο τα ιδιαίτερα ενθαρρυντικά συμπεράσματα καταδεικνύουν ότι το "πείραμα" πέτυχε.

<table>
<tr>
<td>Η μεθοδολογία αξιολόγησης των διαφόρων αλγορίθμων αποτελεί την τρίτη συμβολή της διατριβής. Επιλέχθηκαν αρχικά δεκατέσσερα θεωρητικά προβλήματα βελτιστοποίησης με βάση το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου, το πλήθος των ακροτάτων, τη γνώση της θέσης του ολικού ακροτάτου, τη γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης και την ύπαρξη θορύβου ή ασυνεχειών στην αντικειμενική συνάρτηση. Τα πραγματικά προβλήματα που επιλυσαμε σε αντίθεση με τα θεωρητικά μπορούν να χαρακτηριστούν αντιπροσωπευτικά προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς. Τα προβλήματα αυτά αφορούσαν τον χρονοπρογραμματισμό παραγωγής από μονάδες ηλεκτρικού ρεύματος και το εξαμηνιαίο πανεπιστημιακό ωρολόγιο πρόγραμμα.

Τέλος στα πλαίσια της εργασίας αυτής καταβλήθηκε προσπάθεια απόδοσης πολλών ξένων όρων, δεδομένου μάλιστα ότι η ελληνική βιβλιογραφία πάνω στο αντικείμενο είναι περιορισμένη . Οι όροι αυτοί απαντώνται στο κείμενο εντος παρενθέσεως δια διευκόλυνση του αναγνώστη και εχουν καταχωρηθεί στο ευρετήριο της διατριβής.</td>
<td>Μια χρήσιμη και πολύ πρακτική συνιστώσα της εργασίας ήταν η ανάπτυξη μιας αρκετά πλούσιας βιβλιοθήκης αλγορίθμων βελτιστοποίησης, γραμμένων σε γλώσσα Object Pascal, έτσι ώστε να μπορούν εύκολα να χρησιμοποιούνται στις εφαρμογές. Ορισμένοι αλγόριθμοι υλοποιήθηκαν εκ του μηδενός, ενώ άλλοι μεταφράστηκαν από άλλες γλώσσες προγραμματισμού.

Ως προς την αξιολόγηση των μεθοδολογιών, αναζητήθηκαν εφαρμογές οι οποίες να καλύπτουν αντιπροσωπευτικά προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης από τον χώρο των υδατικών πόρων, με εντελώς διαφορετικά χαρακτηριστικά. Τα προβλήματα που εξετάστηκαν αφορούσαν τη βέλτιστη ρύθμιση ενός μοντέλου υδατικού ισοζυγίου (μια τυπική εφαρμογή βελτιστοποίησης στον χώρο της υδρολογίας), τη βελτιστοποίηση της διαχείρισης ενός υποθετικού υδροσυστήματος και τη βέλτιστη εκτίμηση των παραμέτρων ενός πολυμεταβλητού στοχαστικού μοντέλου. Τα παραπάνω προβλήματα είναι ως ένα βαθμό πρωτότυπα και έχουν διατυπωθεί στα πλαίσια δύο μεταπτυχιακών εργασιών (Μαντούδη, 2000· Οικονόμου, 2000) και μίας διεθνούς δημοσίευσης (Koutsoyiannis, 1999).

Τέλος, στα πλαίσια της εργασίας καταβλήθηκε προσπάθεια απόδοσης πολλών ξένων όρων, δεδομένου μάλιστα ότι η ελληνική βιβλιογραφία πάνω στο αντικείμενο της ολικής βελτιστοποίησης είναι πολύ περιορισμένη. Οι όροι αυτοί απαντώνται στο κείμενο με πλάγια γράμματα και, για διευκόλυνση του αναγνώστη, έχουν καταχωρηθεί και σε ευρετήριο (Παράρτημα Α).</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td colspan="2">(2) Διγαλάκης, σ. 15-17, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 1-2</td>
</tr>
<tr>
<td>1.1 Προβλήματα Βελτιστοποίησης

1.1.1 Ορισμοί

Έστω το μέτρο επίδοσης ενός φυσικού ή μαθηματικού συστήματος:</td>
<td>2.1 Κλασική θεωρία βελτιστοποίησης

2.1.1 Ορισμοί

Έστω το μέτρο επίδοσης (performance measure) ενός φυσικού ή μαθηματικού συστήματος:</td>
</tr>
</table>

$$P = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

όπου $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ μια πραγματική συνάρτηση ορισμένη στο $D \subseteq R^n$ και $x = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ διάνυσμα παραμέτρων. Η f καλείται αντικειμενική συνάρτηση (objective function), ενώ οι παράμετροι x_i ονομάζονται μεταβλητές ελέγχου (control variables) ή μεταβλητές απόφασης (decision variables) ή απλά παράμετροι του συστήματος. Η γεωμετρική απεικόνιση της αντικειμενικής συνάρτησης f ονομάζεται επιφάνεια απόκρισης (response surface), ενώ το πεδίο ορισμού της D καλείται εφικτή περιοχή (feasible region) ή εφικτός χώρος (feasible space) ή χώρος πολιτικής (policy domain) . Στην γενική περίπτωση ο χώρος D ορίζεται από ένα σύνολο m μαθηματικών σχέσεων της μορφής:

$$g_i(x_1, x_2, ..., x_n) \leqslant, =, \geqslant 0$$

Ειδικότερα, αν η αντικειμενική συνάρτηση f είναι της μορφής:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2, + ... + c_n x_n$$

και όλοι οι περιορισμοί $g_i (i = 1, 2, ..., m)$ είναι της μορφής:

$$\alpha_{i1} x_1 + \alpha_{i2} x_2 + ... + \alpha_{in} x_n \leqslant, =, \geqslant 0$$

τότε ορίζεται ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (linear programming).

Μια πολύ σημαντική ιδιότητα των συνόλων είναι η κυρτότητα (convexity). Ένα σύνολο D είναι κυρτό όταν όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του x, y ανήκουν επίσης στο D, δηλαδή για κάθε $\lambda \in [0, 1]$ ισχύει :

$$\lambda f(x) + (1 - \lambda) f(y) \geqslant f[\lambda x + (1 - \lambda) y]$$

Μια συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο (local minimum) στο σημείο $x^* \in D$ όταν υπάρχει περιοχή $U \subset D$ του x^* τέτοια ώστε για κάθε $x \in U$ να ισχύει:

$$f(x^*) \leqslant f(x)$$

$$P = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

όπου $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ μια πραγματική συνάρτηση ορισμένη στο $D \subseteq R^n$ και $\mathbf{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]^T$ διάνυσμα παραμέτρων. Η f καλείται *αντικειμενική συνάρτηση* (objective function), ενώ οι παράμετροι x_i ονομάζονται *μεταβλητές ελέγχου* (control variables) ή *μεταβλητές απόφασης* (decision variables) ή απλά *παράμετροι* του συστήματος. Η γεωμετρική απεικόνιση της αντικειμενικής συνάρτησης f ονομάζεται *επιφάνεια απόκρισης* (response surface), ενώ το πεδίο ορισμού της D καλείται *εφικτή περιοχή* (feasible region) ή *εφικτός χώρος* (feasible space) ή *χώρος πολιτικής* (policy domain). Στην γενική περίπτωση ο χώρος D ορίζεται από ένα σύνολο m μαθηματικών σχέσεων της μορφής:

$$g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq, =, \geq 0$$

Ειδικότερα, αν η αντικειμενική συνάρτηση f είναι της μορφής:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n$$

και όλοι οι περιορισμοί g_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ είναι της μορφής:

$$(a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \ldots + a_{in} x_n) \leq, =, \geq 0$$

τότε ορίζεται ένα πρόβλημα *γραμμικού προγραμματισμού* (linear programming).

Έστω $\mathbf{x}_o$ εσωτερικό σημείο του D και $\varepsilon > 0$. Το σύνολο D είναι *συνεχές* (continuous) αν κάθε σημείο $\mathbf{x}$ το οποίο ικανοποιεί τη συνθήκη $||\mathbf{x} - \mathbf{x}_o|| < \varepsilon$, δηλαδή κείται στην ε-περιοχή του $\mathbf{x}_o$, ανήκει στο D. Ένα μη συνεχές σύνολο, πεπερασμένο ή άπειρο αλλά αριθμήσιμο, ονομάζεται *διακριτό* (discrete). Ειδική κατηγορία διακριτών συνόλων είναι τα *ακέραια* (integer) σύνολα, στα οποία οι μεταβλητές λαμβάνουν μόνο ακέραιες τιμές. Μια πολύ σημαντική ιδιότητα των συνόλων είναι η *κυρτότητα* (convexity). Ένα σύνολο D είναι κυρτό όταν όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία του $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ ανήκουν επίσης στο D, δηλαδή για κάθε $\lambda \in [0, 1]$ ισχύει (βλ. Σχήμα 2.1):

$$\lambda f(\mathbf{x}) + (1 - \lambda) f(\mathbf{y}) \geq f[\lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda) \mathbf{y}]$$

Μια συνάρτηση f παρουσιάζει *τοπικό ελάχιστο* (local minimum) στο σημείο $\mathbf{x}^* \in D$ όταν υπάρχει περιοχή $U \subset D$ του $\mathbf{x}^*$ τέτοια ώστε για κάθε $\mathbf{x} \in U$ να ισχύει:

$$f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$$

Αντίστοιχος είναι οι ορισμός για το τοπικό μέγιστο (**local maximum**). Τα σημεία τοπικού ελαχίστου και τοπικού μεγίστου καλούνται τοπικά ακρότατα (**local extremum**) . Αν $U \equiv D$, το ακρότατο ονομάζεται ολικό (**global**). Η διαδικασία αναζήτησης του ολικού ακρότατου (μεγίστου ή ελαχίστου) μιας συνάρτησης f ορισμένης στο D είναι γνωστή ως ολική βελτιστοποίηση (**global optimization**). Αν $D = R^n$, το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι χωρίς περιορισμούς (**unconstrained optimization**), ενώ αν $D \subseteq R^n$, πρόκειται για πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς (**constrained optimization**).	Αντίστοιχος είναι οι ορισμός για το *τοπικό μέγιστο* (local maximum). Τα σημεία τοπικού ελαχίστου και τοπικού μεγίστου καλούνται *τοπικά ακρότατα* (local extremum). Αν $U \equiv D$, το ακρότατο ονομάζεται *ολικό* (global). Η διαδικασία αναζήτησης του ολικού ακροτάτου (μεγίστου ή ελαχίστου) μιας συνάρτησης f ορισμένης στο D είναι γνωστή ως *ολική βελτιστοποίηση* (global optimization). Αν $D \equiv R^n$, το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι *χωρίς περιορισμούς* (unconstrained optimization), ενώ αν $D \subset R^n$, πρόκειται για πρόβλημα βελτιστοποίησης *με περιορισμούς* (constrained optimization).

(3) Διγαλάκης, σ. 17, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 69

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης αξιολογουνται ως προς δυο βασικά τους χαρακτηριστικά, την αποτελεσματικότητα (**effectiveness**), η οποία σχετίζεται με την ακρίβεια του ολικού βέλτιστου, και την αποδοτικότητα (**efficiency**), η οποία σχετίζεται με τον υπολογιστικό φόρτο. Στην παρούσα εργασία θεωρείται συμβατικά ότι η βελτιστοποίηση μιας συνάρτησης έγκειται στην εύρεση του ολικού ελαχίστου αυτής ενώ όταν χρησιμοποιείται ο όρος βέλτιστη λύση αναφερόμαστε στη τρέχουσα βέλτιστη λύση.	Οι παραπάνω τεχνικές βελτιστοποίησης αξιολογούνται ως προς δύο βασικά τους χαρακτηριστικά, την *αποτελεσματικότητα* (effectiveness), η οποία σχετίζεται με την ακρίβεια εντοπισμού του ολικού βελτίστου, και την *αποδοτικότητα* (efficiency), η οποία σχετίζεται με τον υπολογιστικό φόρτο (Schwefel, 1994).

(4) Διγαλάκης, σ. 27-28, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 39	
1.3 Άλλες μέθοδοι **1.3.1 Προσομοιούμενη Ανόπτηση** Η προσομοιούμενη ανόπτηση (**Simulated Annealling - SA**) είναι μια τεχνική βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στις αρχές της στατιστικής μηχανικής. Η πρωτοτυπία της μεθόδου έγκειται στην αποφυγή των τοπικών ακρότατων, μέσω πραγματοποίησης περιορισμένου αριθμού μη βέλτιστων βημάτων με βάση πιθανοτικά κριτήρια. Η προσομοιωμένη ανόπτηση βρήκε εφαρμογή κυρίως σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (**combinatorial optimization**). Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται προβλήματα στα οποία ο χώρος πολιτικής είναι διακριτός, περιέχει δηλαδή πεπερασμένο αριθμό εφικτών λύσεων, ο οποίος αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των μεταβλητών ελέγχου. Αντίθετα, σχετικά περιορισμένο είναι ως τώρα το πεδίο εφαρμογής της μεθόδου σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών, στα οποία επικεντρώνεται το ενδιαφέρον της παρούσας εργασίας.	**3.4 Η μέθοδος προσομοιωμένης ανόπτησης** Η *προσομοιωμένη ανόπτηση* (simulated annealing) είναι μια νέα τεχνική βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στις αρχές της στατιστικής μηχανικής. Η πρωτοτυπία της μεθόδου έγκειται στην αποφυγή των τοπικών ακρότατων, μέσω πραγματοποίησης περιορισμένου αριθμού μη βέλτιστων βημάτων με βάση πιθανοτικά κριτήρια. Μετά την εισαγωγή της από τους Kirkpatrick et al. (1983), η προσομοιωμένη ανόπτηση βρήκε εφαρμογή κυρίως σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα *συνδυαστικής βελτιστοποίησης* (combinatorial optimization). Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται προβλήματα στα οποία ο χώρος πολιτικής είναι διακριτός, περιέχει δηλαδή πεπερασμένο αριθμό εφικτών λύσεων, ο οποίος αυξάνει εκθετικά με τον αριθμό των μεταβλητών ελέγχου. Αντίθετα, σχετικά περιορισμένο είναι ως τώρα το πεδίο εφαρμογής της μεθόδου σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών, στα οποία επικεντρώνεται το ενδιαφέρον της παρούσας εργασίας. Ως προς την εφαρμογή της προσομοιωμένης ανόπτησης σε προβλήματα υδατικών πόρων, ξεχωρίζουν οι εργασίες των Dougherty and Marryott (1991), Sumner et al. (1997), Pardo-Iguzquiza (1998), Pan and Wu (1998) και Thyer et al. (1999).

(5) Διγαλάκης, σ. 29-30, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 41

Η εφαρμογή της προσομοιωμένης ανόπτησης σε προβλήματα βελτιστοποίησης προϋποθέτει την ύπαρξη μιας γεννήτριας διανυσμάτων, η οποία παράγει νέα σημεία στην γειτονιά της εκάστοτε λύσης. Ως γεννήτρια μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε ένας προσδιοριστικός αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης είτε ένας αλγόριθμος παραγωγής τυχαίων διανυσμάτων. Στην πρώτη περίπτωση η κατεύθυνση της αναζήτησης είναι μονοσήμαντη, αφού επιλέγονται πάντοτε ολοένα και καλύτερες λύσεις, καταλήγοντας τελικά στην περιοχή κάποιου τοπικού ακρότατου. Αυτό δεν είναι επιθυμητό, αφού η στρατηγική ανόπτησης προϋποθέτει τη δυνατότητα εκτέλεσης μη βέλτιστων βημάτων. Από την άλλη πλευρά, η εφαρμογή τυχαίων βημάτων επιτρέπει τη διαφυγή από τοπικά ακρότατα αλλά συνεπάγεται μεγάλο υπολογιστικό φόρτο, αφού κατά κανόνα απαιτείται μεγάλος αριθμός δοκιμών μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση. Μεγάλη σημασία για την επιτυχή λειτουργία του αλγορίθμου έχει το χρονοδιάγραμμα ανόπτησης (**annealing schedule**) του προσομοιωμένου θερμοδυναμικού συστήματος. Το χρονοδιάγραμμα ανόπτησης συνίσταται από τους ακόλουθους παράγοντες:

- την αρχική θερμοκρασία
- τη συνάρτηση μείωσης της θερμοκρασίας
- το μήκος των κύκλων θερμικής ισορροπίας
- τη συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου

Η εφαρμογή της προσομοιωμένης ανόπτησης σε προβλήματα βελτιστοποίησης συνεχών μεταβλητών προϋποθέτει την ύπαρξη μιας γεννήτριας διανυσμάτων, η οποία παράγει νέα σημεία $\mathbf{x} + \mathbf{\Delta x}$ στην γειτονιά της εκάστοτε λύσης $\mathbf{x}$. Ως γεννήτρια μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε ένας προσδιοριστικός αλγόριθμος τοπικής αναζήτησης είτε ένας αλγόριθμος παραγωγής τυχαίων διανυσμάτων. Στην πρώτη περίπτωση η κατεύθυνση της αναζήτησης είναι μονοσήμαντη, αφού επιλέγονται πάντοτε ολοένα και καλύτερες λύσεις, καταλήγοντας τελικά στην περιοχή κάποιου τοπικού ακροτάτου. Αυτό δεν είναι επιθυμητό, αφού η στρατηγική ανόπτησης προϋποθέτει τη δυνατότητα εκτέλεσης μη βέλτιστων βημάτων. Από την άλλη πλευρά, η εφαρμογή τυχαίων βημάτων επιτρέπει τη διαφυγή από τοπικά ακρότατα αλλά συνεπάγεται μεγάλο υπολογιστικό φόρτο, αφού κατά κανόνα απαιτείται μεγάλος αριθμός δοκιμών μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση.

…

3.4.4 Ρύθμιση χρονοδιαγράμματος ανόπτησης

Μεγάλη σημασία για την επιτυχή λειτουργία του αλγορίθμου έχει το *χρονοδιάγραμμα ανόπτησης* (annealing schedule) του προσομοιωμένου θερμοδυναμικού συστήματος. Το χρονοδιάγραμμα ανόπτησης συνίσταται από τους ακόλουθους παράγοντες:

- την αρχική θερμοκρασία·
- τη συνάρτηση μείωσης της θερμοκρασίας·
- το μήκος των κύκλων θερμικής ισορροπίας·
- τη συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου.

(6) Διγαλάκης, σ. 31-32, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 48	
Η αποτρεπτική αναζήτηση υπερέχει μιας απλής μεθόδου τοπικής αναζήτησης στο ότι περιέχει μια στρατηγική κατά την διερεύνηση του χώρου $N(x)$ σύμφωνα με την οποία αντικαθίσταται αυτή η γειτονιά λύσεων από μια άλλη $N^*(x)$). Εκείνο που χαρακτηρίζεται την συγκεκριμένη μεθοδολογία είναι οι απαιτήσεις σε μνήμη προκείμενου να καθοριστεί η γειτονιά $N^*(x)$) και ο τρόπος με τον οποίο θα διερευνηθεί καλύτερα ο χώρος αναζήτησης. Ο ψευδοκώδικας της αναζήτησης με απαγορεύσεις δίνεται στο σχήμα 1.7. Η μέθοδος αποτρεπτικής αναζήτησης , προσομοιώνει τις διεργασίες της ανθρώπινης μνήμης. Η βασική αρχή της μεθόδου συνίσταται στη διατήρηση μιας απαγορευμένης λίστας (**tabu list**), στην οποία αποθηκεύονται όλες οι πρόσφατες μετακινήσεις που πραγματοποιούνται κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Όπως προδικάζει η ονομασία της, η λίστα αυτή χρησιμοποιείται για να εμποδίζει την αναζήτηση σε περιοχές που έχουν ήδη εξερευνηθεί. Προτού επιλεγεί μια υποψήφια λύση, ελέγχεται αν αυτή είναι καταχωρημένη ή όχι στη λίστα και στην περίπτωση που είναι, δεν γίνεται αποδεκτή. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η διαφυγή από τοπικά ακρότατα, αφού θεωρητικά διερευνάται όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος του εφικτού χώρου.	**3.5.2 Η μέθοδος αποτρεπτικής αναζήτησης** Η μέθοδος *αποτρεπτικής αναζήτησης* (tabu search), η οποία προτάθηκε από τον Glover (1986), προσομοιώνει τις διεργασίες της ανθρώπινης μνήμης. Η βασική αρχή της μεθόδου συνίσταται στη διατήρηση μιας *απαγορευμένης λίστας* (tabu list), στην οποία αποθηκεύονται όλες οι πρόσφατες μετακινήσεις που πραγματοποιούνται κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Όπως προδικάζει η ονομασία της, η λίστα αυτή χρησιμοποιείται για να εμποδίζει την αναζήτηση σε περιοχές που έχουν ήδη εξερευνηθεί. Προτού επιλεγεί μια υποψήφια λύση, ελέγχεται αν αυτή είναι καταχωρημένη ή όχι στη λίστα και στην περίπτωση που είναι, δεν γίνεται αποδεκτή. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η διαφυγή από τοπικά ακρότατα, αφού θεωρητικά διερευνάται όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος του εφικτού χώρου.

(7) Διγαλάκης, σ. 67, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 38-39

Διγαλάκης, σ. 67	Ευστρατιάδης, σ. 38-39
σε επίπεδο δυαδικής συμβολοσειράς. Χρησιμοποιουνται όμως κατά περιπτώσεις και άλλα είδη αναπαράστασης όπως η κωδικοποίηση Gray και η πραγματική κωδικοποίηση (real coding) [129, 177, 39, 45, 168, 59, 153]. Βασικό μειονέκτημα της δυαδικής αναπαράστασης είναι ότι οι συμβολοσειρές που αντιστοιχούν σε δύο συνεχόμενες τιμές μπορεί να διαφέρουν τόσο πολύ, ώστε να είναι αδύνατη η μετάβαση από μια τιμή στην άλλη μέσω της διαδικασίας μετάλλαξης [182]. Η κωδικοποίηση Gray συνίσταται στη μετατροπή των ακέραιων αριθμών σε δυαδικές συμβολοσειρές έτσι ώστε κάθε ζεύγος διαδοχικών αριθμών να διαφοροποιείται ως προς ένα ψηφίο και εξομαλύνει τη δράση του μηχανισμού μετάλλαξης καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις μεταβάλλει ελάχιστα την τιμή της παραμέτρου. Υπάρχει ωστόσο ένας μικρός αριθμός περιπτώσεων κατά τις οποίες η μετάλλαξη μεταβάλλει δραστικά την τιμή της παραμέτρου [212]. Κατά συνέπεια, ο μετασχηματισμός Gray από την μια περιορίζει την επίδραση της μετάλλαξης αλλά από την άλλη αφήνει περιθώρια μετάβασης σε εντελώς διαφορετικές λύσεις, με αλλαγή ενός ψηφίου και μόνο [140, 143]. Η πραγματική κωδικοποίηση βελτιώνει την απόδοση των ΜΑ σε εφαρμογές συνεχών μεταβλητών, στις οποίες ζητείται ο εντοπισμός της λύσης με μεγάλη ακρίβεια[134, 102]. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η χρήση υπερβολικά μεγάλων συμβολοσειρών και εξοικονομείται ο χρόνος που δαπανάται κατά τη διαδικασία κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης [156, 123, 183]. Για κάθε μια από αυτές τις αναπαραστάσεις έχουν δημιουργηθεί ειδικοί τελεστές ανασυνδυασμού και μετάλλαξης.	**Κωδικοποίηση Gray** Βασικό μειονέκτημα της δυαδικής αναπαράστασης είναι ότι οι συμβολοσειρές που αντιστοιχούν σε δύο συνεχόμενες τιμές μπορεί να διαφέρουν τόσο πολύ, ώστε να είναι αδύνατη η μετάβαση από τη μια τιμή στην άλλη μέσω της διαδικασίας μετάλλαξης. Για παράδειγμα, οι διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί 1023 και 1024 στο δυαδικό σύστημα απεικονίζονται ως ⟨0111111111⟩ και ⟨1000000000⟩. Η κωδικοποίηση Gray συνίσταται στη μετατροπή των ακέραιων αριθμών σε δυαδικές συμβολοσειρές, έτσι ώστε κάθε ζεύγος διαδοχικών αριθμών $G(i)$, $G(i+1)$ να διαφοροποιείται ως προς ένα ψηφίο μόνο (Press et al., 1992). Υπάρχουν διάφοροι τελεστές μετατροπής των δυαδικών αριθμών σε αριθμούς Gray, όπως η *δυαδική ανάκλαση* (binary reflection). Εφαρμόζοντας τον τελεστή δυαδικής ανάκλασης στους ακέραιους αριθμούς από το 0 ως το 7, η δυαδική ακολουθία {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111} μετασχηματίζεται στην Gray ακολουθία {000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100}. Όπως είναι προφανές, η κωδικοποίηση Gray εξομαλύνει τη δράση του μηχανισμού μετάλλαξης, καθώς στις περισσότερες περιπτώσεις μεταβάλλει ελάχιστα την τιμή της παραμέτρου. Υπάρχει ωστόσο ένας μικρός αριθμός περιπτώσεων κατά τις οποίες η μετάλλαξη μεταβάλλει δραστικά την τιμή της παραμέτρου. Στο παραπάνω παράδειγμα, με αλλαγή του πρώτου ψηφίου του αριθμού ⟨000⟩ από 0 σε 1 λαμβάνεται ο αριθμός ⟨100⟩, ο οποίος ενώ στην κωδικοποίηση Gray αντιστοιχεί στον αριθμό 7, στη δυαδική κωδικοποίηση αντιστοιχεί στον αριθμό 4. Κατά συνέπεια, ο μετασχηματισμός Gray από τη μια περιορίζει την επίδραση της μετάλλαξης αλλά από την άλλη αφήνει περιθώρια μετάβασης σε εντελώς διαφορετικές λύσεις, με αλλαγή ενός ψηφίου και μόνο. **Πραγματική κωδικοποίηση** Η πραγματική κωδικοποίηση βελτιώνει την επίδοση των γενετικών αλγορίθμων σε εφαρμογές συνεχών μεταβλητών, στις οποίες ζητείται ο εντοπισμός της λύσης με μεγάλη ακρίβεια. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η χρήση υπερβολικά μεγάλων συμβολοσειρών και εξοικονομείται ο χρόνος που δαπανάται κατά τη διαδικασία κωδικοποίησης /

	αποκωδικοποίησης. Επιπλέον, δεν απαιτείται η εφαρμογή του μετασχηματισμού Gray για την επιτάχυνση της διαδικασίας σύγκλισης.

(8) Διγαλάκης, σ. 82-84, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 69-70	
4.1 Μεθοδολογία Αξιολόγησης Μιμητικών Αλγορίθμων **4.1.1 Επισκόπηση** Η χρήση συναρτήσεων ελέγχου (**test functions**) με στόχο την αξιολόγηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι συνήθης πρακτική (π.χ., [8, 184]). Στη βιβλιογραφία διατίθεται μεγάλο πλήθος θεωρητικών προβλημάτων βελτιστοποίησης, με διαφορετικά χαρακτηριστικά (π.χ. [190]). Τα προβλήματα αυτά κατατάσσονται σε κατηγορίες ανάλογα με: • το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου • το πλήθος των ακρότατων • τη γνώση της θέσης του ολικού ακρότατου • τη γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης • την ύπαρξη θορύβου ή ασυνεχειών στην αντικειμενική συνάρτηση	**5.1 Μεθοδολογία αξιολόγησης αλγορίθμων βελτιστοποίησης** **5.1.1 Κατηγορίες θεωρητικών προβλημάτων βελτιστοποίησης** Η χρήση αναλυτικών *συναρτήσεων ελέγχου* (test functions) με στόχο την αξιολόγηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι συνήθης πρακτική (π.χ., Solomatine, 1995· Torn et al., 1999· Ozdamar and Demirhan, 2000). Στη βιβλιογραφία διατίθεται μεγάλο πλήθος θεωρητικών προβλημάτων βελτιστοποίησης, με διαφορετικά χαρακτηριστικά (π.χ., Schwefel, 1994). Τα προβλήματα αυτά κατατάσσονται σε κατηγορίες ανάλογα με: • το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου· • το πλήθος των ακροτάτων· • τη γνώση της θέσης του ολικού ακροτάτου· • τη γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης· • την ύπαρξη θορύβου ή ασυνεχειών στην αντικειμενική συνάρτηση.

Κατά τη βελτιστοποίηση μη κυρτών συναρτήσεων το πλήθος των δοκιμών, και κατά συνέπεια ο χρόνος επίλυσης, αυξάνει σχεδόν εκθετικά με το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου, ενώ αν η συνάρτηση είναι κυρτή, η σχέση δοκιμών-μεταβλητών ελέγχου είναι σχεδόν γραμμική [85, 205, 216]. Στην ιδεατή περίπτωση βελτιστοποίησης μιας τετραγωνικής συνάρτησης με τη μέθοδο συζυγών κλίσεων, απαιτούνται ακριβώς **n** δοκιμές για τον εντοπισμό του βέλτιστου, ανεξάρτητα από το σημείο εκκίνησης. Από την άλλη πλευρά, σε συναρτήσεις με περισσότερα από ένα ακρότατα (πολυκόρυφες) (**multimodal**) υπάρχει πάντοτε μη μηδενική πιθανότητα εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε ένα από τα τοπικά βέλτιστα. Κατά κανόνα, οι πολυδιάστατες συναρτήσεις χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας (ταχύτητας) των αλγορίθμων βελτιστοποίησης, ενώ οι πολυκόρυφες για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας τους [190].

Σε ορισμένα μαθηματικά προβλήματα, δεν είναι γνωστά ούτε η θέση του ολικού ακρότατου (άρα και η βέλτιστη τιμή της συνάρτησης) ούτε το πλήθος των τοπικών ακρότατων. Τα προβλήματα αυτά προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματικότητα, όπου ζητούμενο είναι όχι ο ακριβής εντοπισμός μιας συγκεκριμένης λύσης αλλά η εύρεση μιας όσο το δυνατόν πιο ικανοποιητικής λύσης, σε λογικά χρονικά πλαίσια. Στην περίπτωση αυτή, μέτρο της αποτελεσματικότητας είναι η διασπορά των λύσεων που εντοπίζονται σε ένα μεγάλο πλήθος στοχαστικά ανεξάρτητων εφαρμογών του προς αξιολόγηση αλγορίθμου.

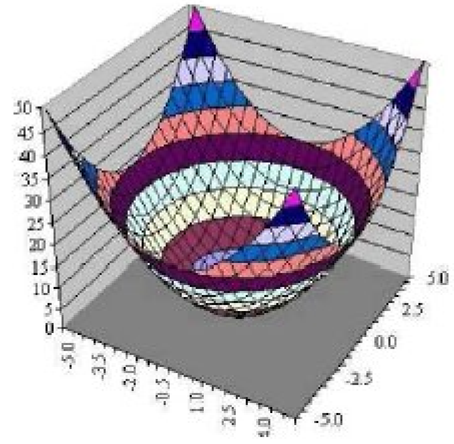
Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης επηρεάζουν τόσο την αποτελεσματικότητα όσο και την αποδοτικότητα των αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Γενικά, στις έντονα

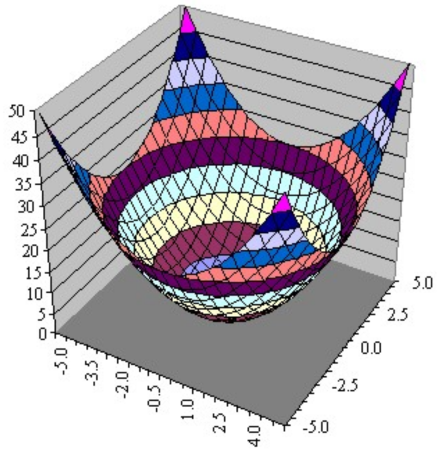
Είναι γνωστό ότι κατά τη βελτιστοποίηση μη κυρτών συναρτήσεων το πλήθος των δοκιμών, και κατά συνέπεια ο χρόνος επίλυσης, αυξάνει σχεδόν εκθετικά με το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου (βλ. 3.2.1), ενώ αν η συνάρτηση είναι κυρτή, η σχέση δοκιμών-μεταβλητών ελέγχου είναι σχεδόν γραμμική. Στην ιδεατή περίπτωση βελτιστοποίησης μιας τετραγωνικής συνάρτησης με τη μέθοδο συζυγών κλίσεων, απαιτούνται ακριβώς *n* δοκιμές για τον εντοπισμό του βελτίστου, ανεξάρτητα από το σημείο εκκίνησης (βλ. 2.2.3). Από την άλλη πλευρά, σε συναρτήσεις με περισσότερα από ένα ακρότατα (πολυκόρυφες) υπάρχει πάντοτε μη μηδενική πιθανότητα εγκλωβισμού του αλγορίθμου σε ένα από τα τοπικά βέλτιστα. Κατά κανόνα, οι πολυδιάστατες συναρτήσεις χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας (ταχύτητας) των αλγορίθμων βελτιστοποίησης, ενώ οι πολυκόρυφες για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητάς τους.

Σε ορισμένα μαθηματικά προβλήματα, δεν είναι γνωστά ούτε η θέση του ολικού ακροτάτου (άρα και η βέλτιστη τιμή της συνάρτησης) ούτε το πλήθος των τοπικών ακροτάτων. Τα προβλήματα αυτά προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματικότητα, όπου ζητούμενο είναι όχι ο ακριβής εντοπισμός μιας συγκεκριμένης λύσης αλλά η εύρεση μιας όσο το δυνατόν πιο ικανοποιητικής λύσης, σε λογικά χρονικά πλαίσια. Στην περίπτωση αυτή, μέτρο της αποτελεσματικότητας είναι η διασπορά των λύσεων που εντοπίζονται σε ένα μεγάλο πλήθος στοχαστικά ανεξάρτητων εφαρμογών του προς αξιολόγηση αλγορίθμου.

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης επηρεάζουν τόσο την αποτελεσματικότητα όσο και την αποδοτικότητα των αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Γενικά, στις έντονα μακρόστενες κοιλάδες, τις κορυφογραμμές και τους αυχένες η διαδικασία βελτιστοποίησης επιβραδύνεται σημαντικά, διότι είναι δύσκολος ο εντοπισμός της κλίσης της συνάρτησης.

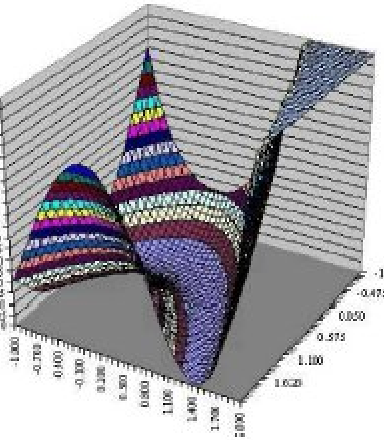
<table>
<tr><td>μακρόστενες κοιλάδες, τις κορυφογραμμές και τους αυχένες η διαδικασία βελτιστοποίησης επιβραδύνεται σημαντικά, διότι είναι δύσκολος ο εντοπισμός της κλίσης της συνάρτησης. Ο θόρυβος, δηλαδή οι τυχαίες διαταραχές σε μια συνάρτηση, έχει ως αποτέλεσμα σε κάθε σημείο να μην αντιστοιχεί μονοσήμαντα η ίδια τιμή.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">(9) Διγαλάκης, σ. 90, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 71</td></tr>
<tr><td>


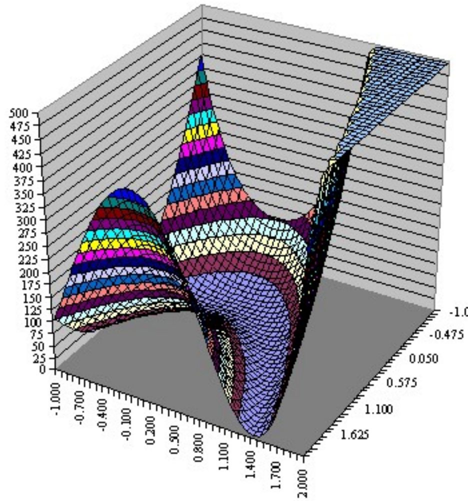
Σχήμα 4.1: Γραφική παράσταση μοντέλου σφαίρας
</td><td>


Σχήμα 5.1: Γραφική παράσταση διδιάστατης σφαιροειδούς συνάρτησης.
</td></tr>
</table>

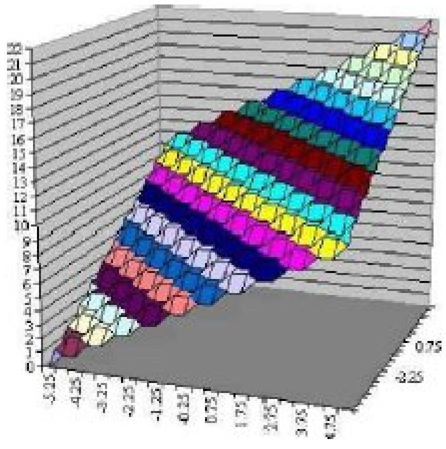
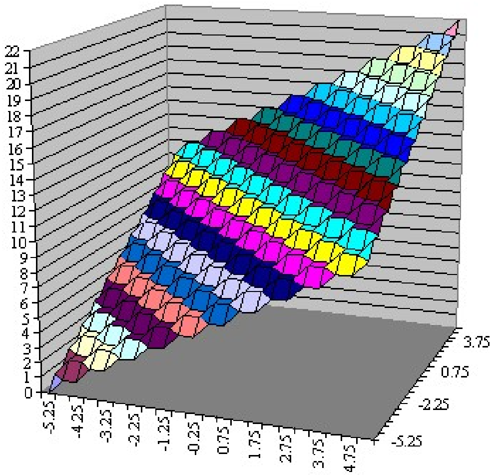
(10) Διγαλάκης, σ. 91, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 72

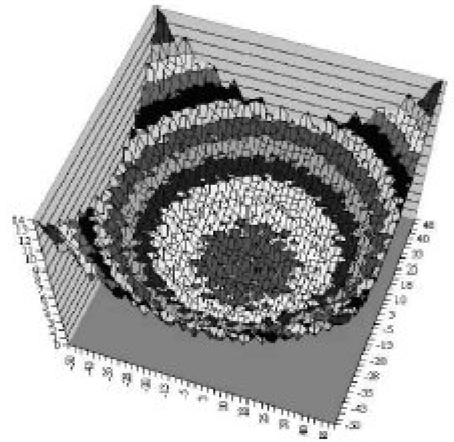
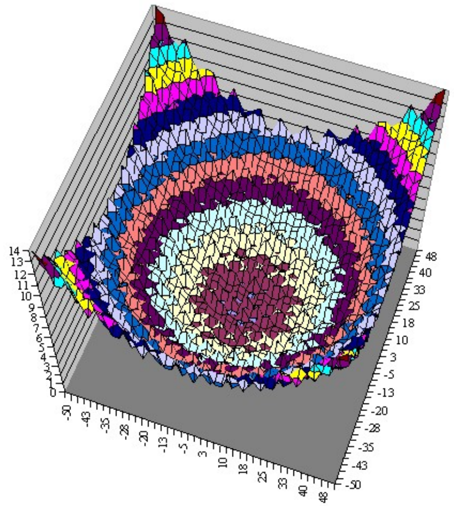


Σχήμα 4.2: Γραφική παράσταση συναρτησης Rozenbrock



Σχήμα 5.4: Γραφική παράσταση της διδιάστατης συνάρτησης Rozenbrock.

(11) Διγαλάκης, σ. 92, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 74	
 Σχήμα 4.3: Γραφική παράσταση βηματικής συναρτησης	 Σχήμα 5.7: Γραφική παράσταση διδιάστατης βηματικής συνάρτησης.

(12) Διγαλάκης, σ. 95, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 73	
 Σχήμα 4.6: Γραφική παράσταση της συνάρτησης Griewank	 Σχήμα 5.5: Γραφική παράσταση διδιάστατης συνάρτησης Griewank.

(13) Διγαλάκης, σ. 95-98, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 75-76	
4.1.3 Δείκτες επίδοσης εξελικτικών αλγορίθμων Κατά κανόνα, κάθε μέθοδος βελτιστοποίησης ελέγχεται ως προς τους δύο παράγοντες την αποτελεσματικότητα και την αποδοτικότητα.	**5.1.3 Δείκτες επίδοσης αλγορίθμων βελτιστοποίησης** Κατά κανόνα, κάθε μέθοδος βελτιστοποίησης ελέγχεται ως προς τους δύο παράγοντες που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή του κεφαλαίου, δηλαδή την αποτελεσματικότητα και την αποδοτικότητα.

Μέτρο της αποτελεσματικότητας είναι η μέση απόκλιση από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση για ένα πλήθος N στοχαστικά ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου. Η στοχαστική ανεξαρτησία έγκειται στην εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες (αρχική λύση ή πληθυσμό λύσεων). Ο δείκτης αποτελεσματικότητας ορίζεται ως ο λόγος των επιτυχών προς τις συνολικές εκτελέσεις του αλγορίθμου. Μια εκτέλεση κρίνεται επιτυχής εφόσον η τιμή που επιστρέφει βρίσκεται κοντά στη βέλτιστη του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή:

$$|f_k^{[i]} - f_k^*| < \alpha_k$$

όπου $f_k^{[i]}$ Η η λύση του k προβλήματος κατά την i εκτέλεση του αλγορίθμου, f_k^* η θεωρητικά βέλτιστη τιμή της συνάρτησης και α_k μια αυθαίρετη τιμή ανοχής, εξαρτώμενη από το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος. Στην περίπτωση κατά την οποία όλες οι δοκιμές συγκλίνουν στο ολικό ακρότατο, ο δείκτης αποτελεσματικότητας είναι 100%. Εφόσον επιλύονται K προβλήματα βελτιστοποίησης, εισάγεται ο μέσος δείκτης αποτελεσματικότητας, ο οποίος ορίζεται ως η μέση τιμή των επιμέρους δεικτών.

Σημειώνεται ότι, με το παραπάνω κριτήριο, ελέγχεται η τιμή και όχι η θέση του ολικού ακρότατου. Με άλλα λόγια, η εκτέλεση του αλγορίθμου θεωρείται επιτυχής εφόσον συγκλίνει σε οποιοδήποτε σημείο, η τιμή της συνάρτησης στο οποίο απέχει από τη θεωρητικά βέλτιστη λιγότερο από την ανοχή α_k. Το κριτήριο αυτό αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματικότητα, όπου δεν είναι γνωστή η θέση του βέλτιστου αλλά μπορεί να είναι γνωστή, έστω και κατ' εκτίμηση, η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Για παράδειγμα, σε προβλήματα ελαχιστοποίησης σφαλμάτων (π.χ., κατά τη βαθμονόμηση μαθηματικών μοντέλων) μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτή

Μέτρο της *αποτελεσματικότητας* είναι η μέση απόκλιση από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση για ένα πλήθος *N* στοχαστικά ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου. Η στοχαστική ανεξαρτησία έγκειται στην εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες (αρχική λύση ή πληθυσμό λύσεων). Ο δείκτης αποτελεσματικότητας ορίζεται ως ο λόγος των επιτυχών προς τις συνολικές εκτελέσεις του αλγορίθμου. Μια εκτέλεση κρίνεται επιτυχής εφόσον η τιμή που επιστρέφει βρίσκεται κοντά στη βέλτιστη του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή:

$$|f_k^{[i]} - f_k^*| < \alpha_k$$

όπου $f_k^{[i]}$ η λύση του k προβλήματος κατά την i εκτέλεση του αλγορίθμου, f_k^* η θεωρητικά βέλτιστη τιμή της συνάρτησης και α_k μια αυθαίρετη τιμή ανοχής, εξαρτώμενη από το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος. Στην περίπτωση κατά την οποία όλες οι δοκιμές συγκλίνουν στο ολικό ακρότατο, ο δείκτης αποτελεσματικότητας είναι 100%. Εφόσον επιλύονται K προβλήματα βελτιστοποίησης, εισάγεται ο μέσος δείκτης αποτελεσματικότητας, ο οποίος ορίζεται ως η μέση τιμή των επιμέρους δεικτών.

Σημειώνεται ότι, με το παραπάνω κριτήριο, ελέγχεται η τιμή και όχι η θέση του ολικού ακροτάτου. Με άλλα λόγια, η εκτέλεση του αλγορίθμου θεωρείται επιτυχής εφόσον συγκλίνει σε οποιοδήποτε σημείο, η τιμή της συνάρτησης στο οποίο απέχει από τη θεωρητικά βέλτιστη λιγότερο από την ανοχή α_k. Το κριτήριο αυτό αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματικότητα, όπου δεν είναι γνωστή η θέση του βελτίστου αλλά μπορεί να είναι γνωστή, έστω και κατ' εκτίμηση, η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Για παράδειγμα, σε προβλήματα ελαχιστοποίησης σφαλμάτων (π.χ., κατά τη βαθμονόμηση μαθηματικών μοντέλων) μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτή οποιαδήποτε λύση πλησιάζει την τιμή μηδέν.

οποιαδήποτε λύση πλησιάζει την τιμή μηδέν.

Ως μέτρο της αποδοτικότητας ενός αλγορίθμου θα μπορούσε να θεωρηθεί ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, ανεξάρτητα αν η λύση που προκύπτει είναι ολικά βέλτιστη ή όχι. Ωστόσο, ο χρόνος είναι έννοια σχετική διότι εξαρτάται από εξωγενείς παράγοντες, όπως η ταχύτητα του επεξεργαστή και ο χρόνος υπολογισμού της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Ένα πιο αξιόπιστο μέτρο αποδοτικότητας είναι το πλήθος των σημείων δειγματοληψίας, δηλαδή η συχνότητα υπολογισμού της τιμής της συνάρτησης. Αυτή εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται. Προφανώς, όσο αυστηρότερο γίνεται το κριτήριο σύγκλισης, τόσο πιο πολύ μειώνεται η ταχύτητα του αλγορίθμου, ωστόσο τόσο περισσότερο αυξάνει η πιθανότητα σύγκλισης στο ολικό ακρότατο. Για να είναι αμερόληπτη η σύγκριση της αποδοτικότητας δυο αλγορίθμων, θα πρέπει τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται να είναι παρόμοια.

Ένας άλλος παράγοντας που σχετίζεται με την αποδοτικότητα, αλλά είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθεί ποσοτικά, είναι η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου. Κατά κανόνα, η επίδραση της πολυπλοκότητας στο συνολικό χρόνο υπολογισμών είναι αξιόλογη μόνο όταν το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος είναι αρκετά μεγάλο, οπότε οι διαδικασίες προσπέλασης της μνήμης του υπολογιστή απαιτούν σχετικά πολύ χρόνο.

Η αποτελεσματικότητα και η αποδοτικότητα ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι έννοιες κατά κάποιο τρόπο αντικρουόμενες. Για παράδειγμα, η συστηματική αναζήτηση πάνω σε πλέγμα πολύ πυκνής διακριτοποίησης εγγυάται τον εντοπισμό του ολικού βέλτιστου (μεγάλη αποτελεσματικότητα), αλλά απαιτεί απαγορευτικό αριθμό δοκιμών (μικρή αποδοτικότητα). Από την άλλη πλευρά, με την εφαρμογή μιας μεθόδου κλίσης για τη βελτιστοποίηση μιας πολυκόρυφης

Ως μέτρο της *αποδοτικότητας* ενός αλγορίθμου θα μπορούσε να θεωρηθεί ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, ανεξάρτητα αν η λύση που προκύπτει είναι ολικά βέλτιστη ή όχι. Ωστόσο, ο χρόνος είναι έννοια σχετική διότι εξαρτάται από εξωγενείς παράγοντες, όπως η ταχύτητα του επεξεργαστή και ο χρόνος υπολογισμού της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Ένα πιο αξιόπιστο μέτρο αποδοτικότητας είναι το πλήθος των σημείων δειγματοληψίας, δηλαδή η συχνότητα υπολογισμού της τιμής της συνάρτησης. Αυτή εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται. Προφανώς, όσο αυστηρότερο γίνεται το κριτήριο σύγκλισης, τόσο πιο πολύ μειώνεται η ταχύτητα του αλγορίθμου, ωστόσο τόσο περισσότερο αυξάνει η πιθανότητα σύγκλισης στο ολικό ακρότατο. Για να είναι αμερόληπτη η σύγκριση της αποδοτικότητας δυο αλγορίθμων, θα πρέπει τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται να είναι παρόμοια.

Ένας άλλος παράγοντας που σχετίζεται με την αποδοτικότητα, αλλά είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθεί ποσοτικά, είναι η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου. Κατά κανόνα, η επίδραση της πολυπλοκότητας στο συνολικό χρόνο υπολογισμών είναι αξιόλογη μόνο όταν το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος είναι αρκετά μεγάλο, οπότε οι διαδικασίες προσπέλασης της μνήμης του υπολογιστή απαιτούν σχετικά πολύ χρόνο. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η χρήση *ρουτινών κατάταξης* (sorting routines) σε κάθε επαναληπτικό κύκλο, οι οποίες μπορεί να επιβραδύνουν σημαντικά την ταχύτητα ενός αλγορίθμου (η μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης χρησιμοποιεί τέτοιες ρουτίνες για την κατάταξη των σημείων του εκάστοτε πληθυσμού κατά φθίνουσα σειρά ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης).

Η αποτελεσματικότητα και η αποδοτικότητα ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι έννοιες κατά κάποιο τρόπο αντικρουόμενες. Για παράδειγμα, η συστηματική αναζήτηση πάνω σε πλέγμα πολύ πυκνής διακριτοποίησης εγγυάται τον εντοπισμό του ολικού βελτίστου (μεγάλη αποτελεσματικότητα), αλλά απαιτεί απαγορευτικό αριθμό δοκιμών (μικρή αποδοτικότητα). Από την άλλη πλευρά, με την εφαρμογή μιας μεθόδου κλίσης για τη βελτιστοποίηση μιας

συνάρτησης είναι δυνατό να εντοπιστεί γρήγορα (μεγάλη αποδοτικότητα) μόνο το κοντινότερο στην αρχική λύση τοπικό ακρότατο (μικρή αποτελεσματικότητα).	πολυκόρυφης συνάρτησης είναι δυνατό να εντοπιστεί γρήγορα (μεγάλη αποδοτικότητα) μόνο το κοντινότερο στην αρχική λύση τοπικό ακρότατο (μικρή αποτελεσματικότητα).

(14) Διγαλάκης, σ. 99, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 76

4.2.2 Αποτελέσματα

Κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης επιλύθηκε $N = 30, 50, 100, 500, 1000$ φορές, ξεκινώντας από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες. Οι τιμές ανοχής (βάσει των οποίων ελέγχθηκε αν η εκτέλεση του αλγορίθμου ήταν επιτυχής) ορίστηκαν ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος και ήταν οι εξής:

Τιμές ανοχής των συναρησεων

$f1 \rightarrow \alpha = 0.1$	$f2 \rightarrow \alpha = 1$	$f3 \rightarrow \alpha = 0.0$
$f4 \rightarrow \alpha = 0.04$	$f5 \rightarrow \alpha = 0.6$	$f6 \rightarrow \alpha = 0.4$
$f7 \rightarrow \alpha = 0.32$	$f8 \rightarrow \alpha = 0.7$	$f9 \rightarrow \alpha = 0.2$
$f10 \rightarrow \alpha = 1.0$	$f11 \rightarrow \alpha = 1$	$f12 \rightarrow \alpha = 0.0$
$f13 \rightarrow \alpha = 0.2$	$f14 \rightarrow \alpha = 0.4$	

5.2.2 Αποτελέσματα

Κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης επιλύθηκε $N = 100$ φορές, ξεκινώντας από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες. Οι τιμές ανοχής (βάσει των οποίων ελέγχθηκε αν η εκτέλεση του αλγορίθμου ήταν επιτυχής) ορίστηκαν ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος και ήταν οι εξής:

- Για τη σφαιροειδή συνάρτηση $\alpha_k = 0.1$
- Για τη συνάρτηση Hozaki $\alpha_k = 0.04$
- Για τη συνάρτηση Goldestein-Price $\alpha_k = 0.5$
- Για τη συνάρτηση Rozenbrock $\alpha_k = 1.0$
- Για τη συνάρτηση Griewank $\alpha_k = 0.5$
- Για τη βηματική συνάρτηση $\alpha_k = 0$

Για τη συνάρτηση Michalewicz, η ελάχιστη τιμή της οποίας δεν είναι γνωστή, θεωρήθηκε επιτυχής οποιαδήποτε λύση ήταν μικρότερη από $f = -38$.

(15) Διγαλάκης, σ. 99-100, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 78 και σ. 51

Εξελικτικός Αλγόριθμος

Στον Εξελικτικό Αλγόριθμο χρησιμοποιήθηκαν οι τρείς τυπικοί γενετικοί τελεστές (επιλογή με τον τροχό της ρουλέτας, διασταυρωση πολλαπλών σημείων, και μετάλλαξη) πάνω σε ένα πληθυσμό *pop* δυαδικά κωδικοποιημένων λύσεων. Αρχικά εντοπίζονται η καλύτερη x_1 και η

Απλός γενετικός αλγόριθμος

Στον γενετικό αλγόριθμο χρησιμοποιήθηκαν οι τρεις τυπικοί γενετικοί τελεστές (επιλογή με τον τροχό της ρουλέτας, απλή διασταύρωση και μετάλλαξη) πάνω σε έναν πληθυσμό *s* δυαδικά κωδικοποιημένων λύσεων. Οι συνθήκες τερματισμού που τέθηκαν ήταν το κριτήριο σύγκλισης (4.2) καθώς και το μέγιστο πλήθος γενιών, G_{max}. Οι υπόλοιπες αλγοριθμικές χειρότερη x_{n+1} και η δεύτερη χειρότερη x_n τιμή της συνάρτησης με βάση το κριτήριο

$$f(x_i) + Zlog(w)$$

όπου w ένας τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων και Z ένας τυχαίος αριθμός. Στο κριτήριο αυτό προστίθεται μια θετική, λογαριθμικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή ανάλογη του τυχαίου αυτού αριθμού Z στην τιμή της συνάρτησης. Οι συνθήκες τερματισμού που τέθηκαν ήταν το κριτήριο σύγκλισης

$$\frac{|f(x_{n+1}) - f(x_1)|}{|f(x_{n+1})| + |f(x_1)|} < \epsilon/2$$

όπου ϵ μικρός θετικός αριθμός, ο οποίος εκφράζει τη μέγιστη επιτρεπόμενη ανοχή ως προς τη σχετική απόσταση μεταξύ των τιμών της συνάρτησης της καλύτερης και χειρότερης τρέχουσας λύσης. Αναλυτική περιγραφή του παραπάνω σχήματος υπάρχει στην εργασία [18]. Το κριτήριο αυτό αφορά πολύ μικρές περιοχές αναζήτησης. Άλλη μια συνθήκη τερματισμού που τέθηκε ήταν το μέγιστο πλήθος γενιών, GEN_{max}. Οι υπόλοιπες αλγοριθμικές παράμετροι εισόδου ήταν οι συχνότητες διασταύρωσης p_c και μετάλλαξης p_m.

παράμετροι εισόδου ήταν οι συχνότητες διασταύρωσης p_c και μετάλλαξης p_m. Τα αποτελέσματα των δοκιμών, για διαφόρους συνδυασμούς παραμέτρων εισόδου, συνοψίζονται στον Πίνακα 5.3.

ΣΧΟΛΙΟ: Η «προτεινόμενη» μεθοδολογία έχει αναπτυχθεί από τους Press et al. (1992), και περιγράφεται από τον Ευστρατιάδη στη σ. 51:

Τα βήματα του αλγορίθμου σε κάθε κατάσταση θερμικής ισορροπίας έχουν ως εξής:

Βήμα 1ο: Εντοπίζονται η καλύτερη ($\mathbf{x}_1$), η χειρότερη ($\mathbf{x}_{n+1}$) και η δεύτερη χειρότερη ($\mathbf{x}_n$) κορυφή του απλόκου με βάση το τροποποιημένο κριτήριο Metropolis:

$$f(\mathbf{x}_i) + T \log(r)$$

όπου r τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων.

Βήμα 2ο: Ελέγχεται αν ικανοποιείται το κριτήριο σύγκλισης:

$$\frac{|f(\mathbf{x}_{n+1}) - f(\mathbf{x}_1)|}{|f(\mathbf{x}_{n+1})| + |f(\mathbf{x}_1)|} < \varepsilon / 2$$

όπου ε μικρός θετικός αριθμός, ο οποίος εκφράζει τη μέγιστη επιτρεπόμενη ανοχή ως προς τη σχετική απόσταση μεταξύ των τιμών της συνάρτησης της καλύτερης και χειρότερης τρέχουσας λύσης. Εφόσον το κριτήριο ικανοποιείται, ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται με μικρότερη θερμοκρασία, η τιμή της οποίας καθορίζεται από το χρονοδιάγραμμα ανόπτησης που έχει επιλεγεί.

(16) Διγαλάκης, σ. 100-102, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 78 και σ. 31

Στην συνέχεια δινουμε αναλυτικά τα βήματα της μεθόδου • Γεννάται ένας αρχικός πληθυσμό pop_0, αποτελούμενος από m σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα στον χώρο εφικτών λύσεων D. • Υπολογίζεται η συνάρτηση καταλληλότητας $f(x)$ για κάθε άτομο στον πληθυσμό. • Εφαρμόζεται ένας τελεστής ανασυνδυασμού με συχνότητα $p_c = 0.6 \sim p_c = 1$ • Εφαρμόζεται ένας τελεστής μετάλλαξης με συχνότητα $p_m = (0, ..., 0.2)$ με βήμα 0.005. • Ελέγξαμε και τα δύο μοντέλα αντικατάστασης του πληθυσμού. Το μοντέλο ολικής αντικατάστασης και το μοντέλο σταθερής αντικατάστασης. Πιο συγκεκριμένα στη πρώτη περίπτωση (μοντέλο γενεαλογικής αντικατάστασης) σε κάθε γενιά ο πληθυσμός αντικαθίσταται ολόκληρος ενώ στη δεύτερη περίπτωση μόνο ένα μέρος αυτού και πιο συγκεκριμένα στον αρχικό αλγόριθμο αντικατάστασης σταθερής κατάστασης ο αριθμός αυτών που δημιουργούνταν κάθε φορά ήταν λ=1 ή 2 ενώ ο αριθμός των ατόμων που εισηγοντο στον νέο πληθυσμό καθορίζετο από την συνάρτηση $\mathbf{Q{=}pop(t)}$ (όπου Q δεν μπορεί να είναι το κενό σύνολο ενώ το $\mathbf{pop(t)}$ αναφέρεται στον τρέχοντα πληθυσμό) • Βάσει ενός τελεστή επιλογής, διαμορφώνεται η επόμενη γενιά $pop(t+1)$, η οποία περιέχει	Τα τυπικά βήματα ενός εξελικτικού αλγορίθμου είναι: **Βήμα 1ο:** Γεννάται ένας αρχικός πληθυσμός $P(0)$, αποτελούμενος από s σημεία του εφικτού χώρου, στα οποία υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. **Βήμα 2ο:** Εφαρμόζοντας έναν τελεστή *ανασυνδυασμού* (recombination) ή *διασταύρωσης* (crossover) πάνω σε μέλη του τρέχοντος πληθυσμού $P(t)$, γεννώνται νέα μέλη, τα οποία καλούνται *απόγονοι* (offsprings). **Βήμα 3ο:** Εφαρμόζοντας έναν τελεστή *μετάλλαξης* (mutation), μεταβάλλονται τα χαρακτηριστικά ορισμένων μελών του πληθυσμού. **Βήμα 4ο:** Βάσει ενός τελεστή *επιλογής* (selection), διαμορφώνεται η επόμενη γενιά $P(t+1)$, η οποία περιέχει τα καλύτερα μέλη της προηγούμενης γενιάς. **Βήμα 5ο:** Εφόσον δεν ικανοποιούνται τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου, επαναλαμβάνεται η διαδικασία εξέλιξης από το βήμα 2.

τα καλύτερα μέλη της προηγούμενης γενιάς.

- Εφόσον δεν ικανοποιούνται τα κριτήρια τερματισμού του αλγορίθμου,όπως η σύγκλιση του αλγορίθμου, η οποία ελέγχεται μέσω της τυπικής απόκλισης του δείγματος τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης, το συνολικό πλήθος δοκιμών κλπ. Αν κανένα από τα κριτήρια δεν ικανοποιείται τότε επαναλαμβάνεται η διαδικασία εξέλιξης από το βήμα 2.

(17) Διγαλάκης, σ. 102-104, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 78

Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά του απλού εξελικτικού αλγορίθμου δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ικανοποιητική, ούτε ως προς την αποτελεσματικότητα ούτε (κυρίως) ως προς την αποδοτικότητα. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός της καθολικής αποτυχίας εντοπισμού του ολικού ακρότατου της 10-διάστατης **Rozenbrock** όπως και άλλων προβλημάτων του πίνακα 4.2. Τα αποτελέσματα των δοκιμών, για διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων, συνοψίζονται στον Πίνακα 4.3. Στο σχήμα 4.7 βλέπουμε τους χρόνους σε δευτερόλεπτα που απαιτήθηκαν για διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων. Στον πίνακα 4.4 έχουμε την βασική διάταξη ΔΜΑ που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.3.1 προσαρμοσμένη ανάλογως στην δομή ενός απλού ΕΑ, για κάθε μία από τις συναρτησεις μας. Στο σχήμα 4.8, δίνεται με την μορφή ραβδογράμματος η μέση αποτελεσματικότητα που βρέθηκε μέσα απο το σύνολο των πειραμάτων.

Η επίδραση των παραμέτρων εισόδου, δηλαδή του μεγέθους του πληθυσμού και των συχνοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης, ήταν αρκετά σημαντική, και σε ορισμένες περιπτώσεις καθοριστική. Καθοριστική ήταν και η επίδραση της γειτονιάς όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.8. Γενικά, αυξάνοντας το μέγεθος του πληθυσμού βελτιώθηκε η αξιοπιστία του αλγορίθμου, χωρίς

Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά του απλού γενετικού αλγορίθμου δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ικανοποιητική, ούτε ως προς την αποτελεσματικότητα ούτε (κυρίως) ως προς την αποδοτικότητα. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός της καθολικής αποτυχίας εντοπισμού του ολικού ακροτάτου της 10-διάστατης Rozenbrock και της βηματικής συνάρτησης.

Η επίδραση των παραμέτρων εισόδου, δηλαδή του μεγέθους του πληθυσμού και των συχνοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης, ήταν αρκετά σημαντική, και σε ορισμένες περιπτώσεις καθοριστική. Γενικά, αυξάνοντας το μέγεθος του πληθυσμού βελτιώθηκε η αξιοπιστία του αλγορίθμου, χωρίς η βελτίωση αυτή να είναι τέτοια που να δικαιολογεί τη μεγάλη αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δοκιμών, με εξαίρεση την περίπτωση της συνάρτησης Griewank. Η αύξηση της τιμής της συχνότητας διασταύρωσης από 50% σε 100% δεν διαφοροποίησε τα αποτελέσματα, ενώ αντίθετα η αύξηση της συχνότητας μετάλλαξης από 1% σε 10% τα διαφοροποίησε σημαντικά, είτε προς τη θετική (όπως στην περίπτωση των συναρτήσεων Hozaki, Goldestein-Price, Rozenbrock και Michalewicz) είτε προς την αρνητική κατεύθυνση (όπως στην περίπτωση της σφαιροειδούς συνάρτησης). Δηλαδή, αυξάνοντας την τυχαιότητα του αλγορίθμου αυξήθηκε η πιθανότητα εντοπισμού της ολικά βέλτιστης λύσης μόνο στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση ήταν έντονα μη γραμμική, διαφορετικά μειώθηκε η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Η αύξηση τόσο της συχνότητας διασταύρωσης όσο και της συχνότητας μετάλλαξης είχε ως συνέπεια μεγαλύτερο

η βελτίωση αυτή να είναι τέτοια που να δικαιολογεί τη μεγάλη αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δοκιμών, με εξαίρεση τις περίπτωσεις των συναρτήσεων **Griewank** και **Gulf research and development**. Η αύξηση της τιμής της συχνότητας διασταύρωσης από 60% σε 100% δεν διαφοροποίησε τα αποτελέσματα, ενώ αντίθετα η αύξηση της συχνότητας μετάλλαξης από 0% σε 20% τα διαφοροποίησε σημαντικά, είτε προς τη θετική (όπως στην περίπτωση των συναρτήσεων **Step, Quatric, Foxholes, Schefel, Rastrigin, Powel badly scaled**) είτε προς την αρνητική κατεύθυνση (όπως στην περίπτωση της σφαιροειδούς συνάρτησης). Δηλαδή, αυξάνοντας την τυχαιότητα του αλγορίθμου αυξήθηκε η πιθανότητα εντοπισμού της ολικά βέλτιστης λύσης μόνο στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση ήταν έντονα μη γραμμική, διαφορετικά μειώθηκε η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Η αύξηση τόσο της συχνότητας διασταύρωσης όσο και της συχνότητας μετάλλαξης είχε ως συνέπεια μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο.	υπολογιστικό φόρτο.

(18) Διγαλάκης, σ. 110, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 78-79	
Μιμητικός Αλγόριθμος με Αποτρεπτική Αναζήτηση Η μελέτη αυτής της μεθόδου έγινε διαφοροποιώντας το μέγεθος του πληθυσμού, το οποίο ορίζεται βάσει του αριθμού των πληθυσμιακών ομάδων p και του μεγέθους κάθε ομάδας m . Στις υπόλοιπες παραμέτρους εισόδου του αλγορίθμου τέθηκαν οι τυπικές τιμές που προτείνουν ο **Moscato** και **Norman** [167], δηλαδή $q = n + 1$ (αριθμός γονέων που συμμετέχουν στην εξέλιξη κάθε ομάδας), $\alpha = 1$ (αριθμός βημάτων εξέλιξης πριν την ανάμιξη των ομάδων) και $\beta = m$ (ελάχιστο μέγεθος πληθυσμού κάθε ομάδας). Για τον τερματισμό του αλγορίθμου ελέγχονταν οι ακόλουθες συνθήκες [158, 146, 145]: 1. αν το πλήθος των δοκιμών έχει ξεπεράσει μια ανώτατη τιμή, ή 2. αν η ποσοστιαία βελτίωση της τρέχουσας βέλτιστης λύσης στον πληθυσμό μεταξύ 5 διαδοχικών κύκλων εξέλιξης είναι μικρότερη από μια ελάχιστη τιμή, ή 3. αν όλες οι λύσεις έχουν συγκλίνει σε μια μικρή περιοχή του εφικτού χώρου.	**Μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης** Η ανάλυση έγινε διαφοροποιώντας το μέγεθος του πληθυσμού, το οποίο ορίζεται βάσει του αριθμού των ομάδων p και του μεγέθους κάθε ομάδας m. Στις υπόλοιπες παραμέτρους εισόδου του αλγορίθμου τέθηκαν οι τυπικές τιμές που προτείνουν οι Duan et al. (1992), δηλαδή $q = n + 1$ (αριθμός γονέων που συμμετέχουν στην ανταγωνιστική εξέλιξη κάθε ομάδας), $\alpha = 1$ (αριθμός βημάτων εξέλιξης πριν την ανάμιξη των ομάδων) και $\beta = m$ (ελάχιστο μέγεθος πληθυσμού κάθε ομάδας). Για τον τερματισμό του αλγορίθμου ελέγχονταν οι ακόλουθες συνθήκες (Duan et al., 1994b): • αν το πλήθος των δοκιμών έχει ξεπεράσει μια ανώτατη τιμή, ή • αν η ποσοστιαία βελτίωση της τρέχουσας βέλτιστης λύσης στον πληθυσμό μεταξύ 5 διαδοχικών κύκλων εξέλιξης είναι μικρότερη από μια ελάχιστη τιμή, ή • αν όλες οι λύσεις έχουν συγκλίνει σε μια μικρή περιοχή του εφικτού χώρου. **ΣΧΟΛΙΟ: Ο μιμητικός αλγόριθμος με αποτρεπτική αναζήτηση αποτελεί … απομίμηση της γνωστής στην υδρολογική κοινότητα μεθόδου shuffled complex evolution ή SCE (που στην εργασία του Ευστρατιάδη έχει αποδοθεί ως ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη) των Duan et al. (1992). Οι Norman & Moscato (1989) δεν έχουν απολύτως καμία σχέση με τις … τυπικές τιμές των αλγοριθμικών παραμέτρων εισόδου.**

(19) Διγαλάκης, σ. 110-113, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 44-45

Τα βήματα που ακολουθήθηκαν στην μέθοδο αυτή ήταν:

- Γεννάται ένας αρχικός πληθυσμό pop_0, αποτελούμενος από $m > n + 1$ σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα στο χώρο των εφικτών λύσεων.
- Υπολογίζουμε τη συνάρτηση καταλληλότητας $f(m)$ για κάθε άτομο σε ένα πληθυσμό.
- Τα σημεία ταξινομούνται κατά αύξουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αποθηκεύονται σε ένα διάνυσμα $D = (m_i, f_i)$.
- Τα στοιχεία του D χωρίζονται σε p πληθυσμούς $pop^{[1]}, pop^{[2]}, \ldots, pop^{[p]}$.
- Για κάθε ομάδα $pop^{[1\ldots p]}$ εφαρμόζεται η διαδικασία της αναπαραγωγής.
- Σε κάθε ομάδα ξεκινάμε από ένα σύνολο λύσεων $m^*_{0\ldots t}$ και παράγουμε $z = 3$ σύνολα γειτονικών λύσεων $M_{0\ldots 3}$ και το καλύτερο ποιοτικά εξ αυτών αποτελεί το νέα σύνολο υποψηφιων λύσεων s^*_1, γύρω από το οποίο γεννώνται οι επόμενες γειτονικές λύσεις.
- Μετά την αντικατάσταση του s από το $s+1$ το s μπαίνει στην απαγορευμένη λίστα.
- Μόλις εξαντληθει η χωρητικότητα της απαγορευμένης λίστας, αφαιρούμε το πρώτο

ΣΧΟΛΙΟ: Δίνεται ο σκελετός του αλγορίθμου των Duan et al. (1992), όπως περιγράφεται από τον Ευστρατιάδη (σ. 44-45), και επισημαίνονται οι ομοιότητες με την προτεινόμενη μέθοδο του Διγαλάκη:

Βήμα 1ο: Δίνονται τα στοιχεία εισόδου, δηλαδή η διάσταση του προβλήματος n, ο αριθμός των ομάδων $p \geq 1$ και το πλήθος των σημείων κάθε ομάδας $m \geq n + 1$, το οποίο κατά κανόνα τίθεται ίσο με $2n + 1$. Υπολογίζεται το μέγεθος του δείγματος $s = p \times m$.

Βήμα 2ο: Παράγεται ο αρχικός πληθυσμός, με γέννηση s τυχαίων σημείων $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_s$ μέσα στον εφικτό χώρο $\Omega \subseteq R^n$. Σε κάθε σημείο $\mathbf{x}_i$ υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $f_i = f(\mathbf{x}_i)$. Εξαιτίας της απουσίας πληροφοριών σχετικά με τις ιδιότητες του χώρου Ω, τα σημεία παράγονται από μια γεννήτρια ομοιόμορφων διανυσμάτων.

Βήμα 3ο: Τα σημεία ταξινομούνται κατά αύξουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αποθηκεύονται σε ένα διάνυσμα $D = \{\mathbf{x}_i, f_i\}$, τέτοιο ώστε το πρώτο στοιχείο του να αντιστοιχεί στο σημείο με την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.

Βήμα 4ο: Τα στοιχεία του D χωρίζονται σε p ομάδες $A^{[1]}, A^{[2]}, \ldots, A^{[p]}$, κάθε μία από τις οποίες περιέχει m σημεία, έτσι ώστε $\mathbf{x}_i^{[k]} = \mathbf{x}_{k+p(i-1)}$, με $k = 1, 2, \ldots, p$ και $i = 1, 2, \ldots, m$.

Βήμα 5ο: Κάθε ομάδα $A^{[k]}$ εξελίσσεται με βάση τον αλγόριθμο CCE.

Βήμα 6ο: Τα εξελιγμένα δείγματα $A^{[1]}, A^{[2]}, \ldots, A^{[p]}$ επανατοποθετούνται στο διάνυσμα D και στη συνέχεια ταξινομείται το σύνολο των σημείων κατά αύξουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Βήμα 7ο: Ελέγχεται αν ο τρέχων πληθυσμός ικανοποιεί ένα τουλάχιστον από τα κριτήρια

σύνολο λύσεων το οποίο είχε αποθηκευτεί πρώτο. – Οι εξελιγμένες ομάδες $pop^{[1]}, pop^{[2]}, pop^{[3]}, ..., pop^{[p]}$ επανατοποθετούνται στο διάνυσμα D. Έτσι επιλέγεται η πλέον υποσχόμενη περιοχή, η περιοχή δηλαδή εκείνη στην οποία υπάρχει αυξημένη πιθανότητα να κείται η βέλτιστη λύση. Αυτη η περιοχή γίνεται ο νέος χώρος εφικτών λύσεων. – Στην συνέχεια εφαρμοζουμε ένα τελεστή ανασυνδυασμού. Η συχνότητα ανασυνδυασμού είναι p_c=0.6 για μέγεθος πληθυσμού μεγαλύτερο του 100 και p_c=0.9 για μέγεθος πληθυσμού μικρότερο του 30. – Μέσω ενός τελεστή μετάλλαξης ορισμένα άτομα του νέου χώρου εφικτών λύσεων αλλάζουν τιμή από 0 σε 1. Αντί για ένα συνολικό ποσοστό μετάλλαξης, μπορούν να διατηρηθούν πιθανότητες μετάλλαξης για κάθε μεταβλητή κάθε ατόμου. Έτσι κάθε μεταβλητή μπορεί να έχει διαφορετική πιθανότητα μετάλλαξης. Αυτή η πιθανότητα μετάλλαξης μπορεί να κωδικοποιηθεί σε κάθε άτομο σαν επιπλέον πληροφορία και να εξελιχθεί μαζί με το άτομο. Έτσι επιτυγχάνεται η αυτο-προσαρμογή των παραμέτρων μετάλλαξης, ταυτόχρονα με την διερεύνηση του χώρου. Οι απόγονοι που προκύπτουν αντικαθιστούν τα χειρότερα άτομα του πληθυσμού αν η ποιότητα τους είναι τουλάχιστον τόσο καλή όσο του χειρότερου ατόμου του πληθυσμού (εξάλειψη του χειρότερου - **(elimination of the worst)**) . – Ελέγχεται αν ο τρέχον πληθυσμός ικανοποιεί ένα τουλάχιστον από τα κριτήρια τερματισμού, δηλαδή η σύγκλιση του αλγορίθμου και το συνολικό πλήθος δοκιμών.	τερματισμού, όπως η σύγκλιση του αλγορίθμου, η οποία ελέγχεται μέσω της τυπικής απόκλισης του δείγματος τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης, το συνολικό πλήθος δοκιμών κλπ. Αν κανένα από τα κριτήρια δεν ικανοποιείται, τότε ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται από το βήμα 4.

(20) Διγαλάκης, σ. 114, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 79

Ως μέτρο σύγκλισης του πληθυσμού ορίστηκε η κανονικοποιημένη ποσότητα: $exp\{1/n\sum_{j=1}^{n} log((max(x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{sj}) - min(x_{1j}, x_{2j}, ..., x_{sj})/x_j^{max} - x_j^{min}) + \epsilon)\}$ η οποία εκφράζει τη σχετική απόσταση των ακραίων λύσεων στον εκάστοτε πληθυσμό ως προς το εύρος του εφικτού χώρου. Ο αριθμός ϵ εκφράζει μια πολύ μικρή θετική ποσότητα, με την οποία εξασφαλίζεται ότι η λογαριθμική έκφραση δεν γίνεται ποτέ μηδέν. Τα αποτελέσματα της μεθοδου αυτής συνοψίζονται στον Πίνακα 4.7 για μέσο πλήθος λύσεων που διερευνήθηκαν $m = 1 \sim m = 100$. Στο σχήμα 4.11 βλέπουμε τους χρόνους	Ως μέτρο σύγκλισης του πληθυσμού ορίστηκε η κανονικοποιημένη ποσότητα: $\exp\left\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\log\left(\frac{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{sj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{sj})}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} + \varepsilon\right)\right\}$ η οποία εκφράζει τη σχετική απόσταση των ακραίων λύσεων στον εκάστοτε πληθυσμό ως προς το εύρος του εφικτού χώρου. Ο αριθμός ε εκφράζει μια πολύ μικρή θετική ποσότητα, με την οποία εξασφαλίζεται ότι η λογαριθμική έκφραση δεν γίνεται ποτέ μηδέν. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης συνοψίζονται στον Πίνακα .

(21) Διγαλάκης, σ. 115, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 79

Από τα παραπάνω αποδεικνύεται ότι ο ΜΑ με αποτρεπτική αναζήτηση αντιμετώπισε με σχετική επιτυχία ορισμένα από τα προβλήματα, ενώ απέτυχε εντελώς σε άλλα. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου παρουσίασε βελτίωση με αύξηση του πλήθους των εκκινήσεων, χωρίς ωστόσο η βελτίωση αυτή να είναι ομοιόμορφη. Ο αλγόριθμος αυτός πραγματοποιεί αρχικά μια αδρή και στη συνέχεια μια πιο λεπτομερή διερεύνηση του εφικτού χώρου, Προφανώς, απαιτήθηκε η θεώρηση μεγαλύτερου πληθυσμού όσο αυξανόταν ο βαθμός δυσκολίας του προβλήματος. Έτσι, ενώ ήταν επαρκής μία και μόνο ομάδα για την εύρεση του ελαχίστου της διδιάστατης **Rozenbrock** και της **Extended Rozenbrock**, απαιτήθηκαν τέσσερις ομάδες για την επίλυση των ίδιων προβλήματων στις 10 διαστάσεις, ενώ οι 4 ομάδες δεν ήταν επαρκείς για την επίλυση των προβλήματων **Penalty II, Rastrigin, Powel badly scaled** με ικανοποιητική αξιοπιστία. Η ταχύτητα της μεθόδου παρουσίασε σημαντικές διαφορές, ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος και ήταν προφανώς ανάλογη του πλήθους των εκκινήσεων. Έτσι, ο εντοπισμός του ολικού ακρότατου των πιο εύκολων συναρτήσεων ελέγχου, όπως της 10-διάστατης σφαιροειδούς, απαίτησε μικρό αριθμό δοκιμών, σε αντίθεση με πολυπλοκότερες συναρτήσεις, όπως για παράδειγμα η **Rastrigin** και η διδιάστατη **Rozenbrock**, για τις οποίες χρειάστηκαν μία ως δύο τάξεις μεγέθους περισσότερες δοκιμές. Ως προς το μέγεθος κάθε ομάδας είναι φανερό ότι υιοθετώντας την τιμή $\mathbf{m = 2n + 1}$, την οποία προτείνουν και οι δημιουργοί του αλγορίθμου, προέκυψαν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με την ελάχιστη δυνατή τιμή $\mathbf{m = n + 1}$.	Από τα παραπάνω αποδεικνύεται ότι η ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη είναι πράγματι μια πολύ εύρωστη μέθοδος μη γραμμικής βελτιστοποίησης, αφού αντιμετώπισε με απόλυτη επιτυχία σχεδόν όλες τις συναρτήσεις ελέγχου (με εξαίρεση τη βηματική), και μάλιστα με πολύ μικρότερο αριθμό δοκιμών σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους. Προφανώς, απαιτήθηκε η θεώρηση μεγαλύτερου πληθυσμού όσο αυξανόταν ο βαθμός δυσκολίας του προβλήματος. Έτσι, ενώ ήταν επαρκής μία και μόνο ομάδα για την εύρεση του ελαχίστου της διδιάστατης Rozenbrock, απαιτήθηκαν τέσσερις ομάδες για την επίλυση του ίδιου προβλήματος στις 10 διαστάσεις, ενώ οι 4 ομάδες δεν ήταν επαρκείς για την επίλυση του προβλήματος Michalewicz με ικανοποιητική αξιοπιστία. Ως προς το μέγεθος κάθε ομάδας είναι φανερό ότι υιοθετώντας την τιμή $m = 2n + 1$, την οποία προτείνουν και οι δημιουργοί του αλγορίθμου, προέκυψαν καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με την ελάχιστη δυνατή τιμή $m = n + 1$.

(22) Διγαλάκης, σ. 116-118, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 56-57

Μιμητικός Αλγόριθμος με Προσομοιούμενη Ανόπτηση

Στον ΜΑ με προσομοιούμενη Ανόπτηση τα βήματα που εφαρμόσαμε ήταν τα παρακάτω:

  - Γεννάται ένας αρχικός πληθυσμό pop_0, αποτελούμενος από $m > n+1$ σημεία ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα στο ήμισυ του χώρου των εφικτών λύσεων.
  - Υπολογίζουμε τη συνάρτηση καταλληλότητας $f(m)$ για κάθε άτομο σε ένα πληθυσμό.
- Επιλέγονται με κάποια μέθοδο επιλογής τα σημεία με την καλύτερη και χειρότερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και ορίζεται η αρχική θερμοκρασία: $T^0 = f^0_{max} - f^0_{min}$. Τα σημεία ταξινομούνται κατά αύξουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και αποθηκεύονται σε ένα διάνυσμα $D = \{m_i, f_i\}$.
- Τα στοιχεία του D χωρίζονται σε p ομάδες $pop^{[1]}, pop^{[2]}, ..., pop^{[p]}$, κάθε μία από τις οποίες περιέχει o σημεία, έτσι ώστε $m^k_i = m_{k+pop_{i-1}}$ με $k = 1, 2, ..., p$ και $i = 1, 2, ..., o$.
- Τίθεται $k = 1$ σηματοδοτώντας την έναρξη νέου κύκλου θερμικής ισορροπίας.
- Προσδιορίζονται το καλύτερο και το χειρότερο σημείο του $pop^{[k]}$, $f^{[m]}_{min}$ και $f^{[m]}_{max}$ αντίστοιχα.

ΣΧΟΛΙΟ: Ο μιμητικός αλγόριθμος με προσομοιούμενη ανόπτηση, και ειδικότερα οι διαδικασίες γέννησης του αρχικού πληθυσμού, ρύθμισης της θερμοκρασίας και μετάλλαξης, προέρχονται από τον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου (evolutionary annealing-simplex) που αναπτύχθηκε από τον Ευστρατιάδη, στα πλαίσια της μεταπτυχιακής του εργασίας. Η μεθοδολογία και τα πρωτότυπα στοιχεία της περιγράφονται με λεπτομέρεια στις σελίδες 54-68, και έχουν δημοσιευτεί στα πρακτικά διεθνούς συνεδρίου υδροπληροφορικής (Efstratiadis & Koutsoyiannis, 2002) και σε περιοδικό υδρολογικού ενδιαφέροντος (Rozos et al. 2004). Στη συνέχεια δίνεται ο σκελετός του αλγορίθμου και επισημαίνονται οι ομοιότητες με την προτεινόμενη μέθοδο του Διγαλάκη:

4.3.2 Περιγραφή του αλγορίθμου

Προτού γίνει αναφορά στα πρωτότυπα σημεία της προτεινόμενης μεθόδου, παρουσιάζονται τα αναλυτικά βήματα του αλγορίθμου, τα οποία έχουν ως εξής:

Βήμα 1ο: Παράγεται ένας αρχικός πληθυσμός $P^{[0]}$ από $m \geq n + 1$ σημεία, ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα στον εσωτερικό ήμισυ του χώρου εφικτών λύσεων. Η γεννήτρια συνάρτηση δίνεται από τη σχέση:

$$x_{ij} = x_j^{\min} + \left[\frac{1}{2} + \left(r - \frac{1}{2}\right) 2^{-1/n}\right] (x_j^{\max} - x_j^{\min})$$

όπου x_{ij} η j συντεταγμένη του i σημείου και r τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα [0, 1].

Βήμα 2ο: Εντοπίζονται τα σημεία με την καλύτερη και χειρότερη τιμή της αντικειμενικής

– Ελέγχεται αν η τρέχουσα θερμοκρασία του συστήματος ικανοποιεί τη συνθήκη : $T^m < \xi[f^m_{max} - f^m_{min}]$ όπου ξ παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.

– Από το σύνολο των σημείων αυτών $m_1, m_2, ..., m_p$ επιλέγεται μια κορυφή w βάσει του κριτηρίου **Metropolis**, η οποία και θεωρείται ως χειρότερη.

– Εφόσον $k < k_{max}$, τίθεται $k \to k+1$ και επιστρέφουμε στο βήμα 6.

– Εφόσον η τρέχουσα θερμοκρασία T είναι μεγαλύτερη από το ελάχιστο όριο T_{min}, μειώνεται με βάση την εξίσωση $T^{k+1} = \lambda T^k$ όπου λ συντελεστής που λαμβάνει τιμές στο διάστημα (0,1).

– Για κάθε ομάδα $pop^{[1]}, pop^{[2]}, pop^{[3]}, ..., pop^{[P]}$ εφαρμόζεται ενας τελεστής ανασυνδυασμού και ένας τελεστής μετάλλαξης με συχνότητα p_c=0.3 και p_m=0.05 αντίστοιχα.Η μετάλλαξη έχει σκοπό να εμποδίσει τον αλγόριθμο από το να παγιδευτεί μέσα σε τοπικά ακρότατα του προβλήματος.

– Τα εξελιγμένα δείγματα $pop^{[1]}, pop^{[2]}, pop^{[3]}, ..., pop^{[P]}$ επανατοποθετούνται στο διάνυσμα D και στη συνέχεια ταξινομείται το σύνολο των σημείων κατά αύξουσα τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

– Στην συνέχεια εφαρμοζουμε ένα τελεστή ανασυνδυασμού στο νέο πληθυσμό. Η συχνότητα ανασυνδυασμού είναι p_c=0.6 για μέγεθος πληθυσμού μεγαλύτερο του 100 και p_c=0.9 για μέγεθος πληθυσμού μικρότερο του 30.

– Μέσω ενός τελεστή μετάλλαξης ορισμένα άτομα του νέου χώρου εφικτών λύσεων αλλάζουν τιμή από 0 σε 1. Η συχνότητα μετάλλαξης είναι ένας μικρός αριθμός p_m, ο οποίος λαμβάνει τιμές στο διάστημα $[0, ..., 0.2]$ με βήμα 0.005.

συνάρτησης και ορίζεται η αρχική θερμοκρασία:

$$T^{[0]} = f_{\max}{}^{[0]} - f_{\min}{}^{[0]}$$

Βήμα 3ο: Σε κάθε επανάληψη k κατασκευάζεται το κεντροειδές $\mathbf{c}$ του πληθυσμού και προσδιορίζονται το καλύτερο και χειρότερο σημείο του, $f_{\min}{}^{[k]}$ και $f_{\max}{}^{[k]}$ αντίστοιχα.

Βήμα 4ο: Προσδιορίζεται η μέγιστη ευκλείδεια απόσταση (νόρμα) $d_{\max}{}^{[k]}$ μεταξύ του κεντροειδούς και των επιμέρους σημείων του πληθυσμού $P^{[k]}$. Η νόρμα κάθε σημείου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (c_j - x_{ij})^2}$$

Βήμα 5ο: Ελέγχεται αν η τρέχουσα θερμοκρασία του συστήματος ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$T^{[k]} \le \xi\, [f_{\max}{}^{[k]} - f_{\min}{}^{[k]}]$$

όπου $\xi \ge 1$ παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.

Βήμα 6ο: Επιλέγονται τυχαία n + 1 σημεία από τον τρέχοντα πληθυσμό $P^{[k]}$, με τα διαμορφώνεται το άπλοκο $S^{[k]} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_{n+1}\}$, όπου το $\mathbf{x}_1$ αντιστοιχεί στην καλύτερη και το $\mathbf{x}_{n+1}$ στη χειρότερη κορυφή του απλόκου.

Βήμα 7ο: Από το σύνολο $\{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \ldots, \mathbf{x}_{n+1}\}$ επιλέγεται μια κορυφή $\mathbf{w}$ βάσει του τροποποιημένου κριτηρίου Metropolis (4.4), η οποία θεωρείται ως συμβατικά χειρότερη.

Βήμα 8ο: Το άπλοκο ανακλάται ως προς την κορυφή $\mathbf{w}$ βάσει της σχέσης:

$$\mathbf{r} = \mathbf{g} + (0.5 + r)\,(\mathbf{g} - \mathbf{w})$$

όπου $\mathbf{g}$ το κεντροειδές όλων των κορυφών του απλόκου πλην του σημείου $\mathbf{w}$ (το κεντροειδές του απλόκου $\mathbf{g}$ είναι προφανώς διαφορετικό από το κεντροειδές του πληθυσμού $\mathbf{c}$).

Βήμα 9ο: Αν ισχύει $f(\mathbf{r}) < f(\mathbf{w})$, το νέο σημείο $\mathbf{r}$ αντικαθιστά την κορυφή $\mathbf{w}$. Στην περίπτωση που επιπλέον ισχύει η συνθήκη $f(\mathbf{r}) < f(\mathbf{x}_1)$, δηλαδή με την ανάκλαση προκύπτει λύση καλύτερη από την τρέχουσα βέλτιστη στο άπλοκο, δοκιμάζονται διαδοχικά βήματα

– Ελέγχεται αν ο τρέχον πληθυσμός ικανοποιεί ένα τουλάχιστον από τα κριτήρια τερματισμού, δηλαδή η σύγκλιση του αλγορίθμου και το συνολικό πλήθος δοκιμών. Αν κανένα από τα κριτήρια δεν ικανοποιείται, τότε ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται από το βήμα 6.

επέκτασης, βάσει της σχέσης:

$$\mathbf{x}^{[s]} = \mathbf{g} + \varphi^{[s]} (\mathbf{r} - \mathbf{g})$$

όπου $\varphi^{[s]}$ συντελεστής κλίμακας, ο οποίος δίνεται από την αναδρομική σχέση:

$$\varphi^{[s]} = \varphi^{[s-1]} + 2r$$

με $\varphi^{[0]} = 1$. Η επέκταση συνεχίζεται όσο επιτυγχάνεται βελτίωση της τιμής της συνάρτησης, ενώ διακόπτεται αν το σημείο βρεθεί εκτός των ορίων του εφικτού χώρου, οπότε τοποθετείται πάνω ακριβώς στο όριο. Αν $f(\mathbf{r}) > f(\mathbf{x}_1)$, τότε το άπλοκο συμπιέζεται εξωτερικά, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{x} = \mathbf{g} + (0.25 + 0.5r)\,(\mathbf{r} - \mathbf{g})$$

Αν είτε με την επέκταση είτε με την εξωτερική συμπίεση του απλόκου προκύψει λύση καλύτερη από την αντίστοιχη της ανάκλασης, τότε το σημείο **r** αντικαθίσταται από το **x**.

Βήμα 10ο: Εφόσον ισχύει $f(\mathbf{r}) - r \times T > f(\mathbf{w}) + r \times T$, η τρέχουσα θερμοκρασία μειώνεται κατά έναν παράγοντα λ και το άπλοκο συμπιέζεται εσωτερικά, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{x} = \mathbf{g} - (0.25 + 0.5r)\,(\mathbf{g} - \mathbf{w})$$

Εφόσον ισχύει $f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{w})$, δηλαδή η λύση που προκύπτει με την εσωτερική συμπίεση είναι χειρότερη από τη συμβατικά χειρότερη **w**, το άπλοκο συρρικνώνεται γύρω από την καλύτερη κορυφή του $\mathbf{x}_1$.

Βήμα 11ο: Αν με βάση το κριτήριο Metropolis το σημείο ανάκλασης **r** γίνει αποδεκτό όντας ωστόσο χειρότερο από το **w**, εκτελούνται δύο ειδών διαδικασίες, η αναρρίχηση και η

ΣΧΟΛΙΟ: Στη σελίδα 242, η συνάρτηση μετάλλαξης, παρουσιάζεται από τον Διγαλάκη ως πρωτότυπη ιδέα του, στην οποία κατέληξε μετά από … εκτεταμένη έρευνα. Το σχετικό χωρίο είναι το ακόλουθο (βλ. σημείο 28): Μια τυπική τιμή της παραμέτρου, η οποία προτείνεται μετά από διερεύνηση, είναι $\xi = 6$. Για την επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης μετάλλαξης πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη έρευνα. Καταλήξαμε στη χρήση της σχέσης $x = c + d_{max}\frac{y}{\|y\|}$. Συνίσταται στη γέννηση μιας τυχαίας λύσης x στο όριο της υπερσφαίρας που ορίζεται από το κέντρο του πληθυσμού c και μια ακτίνα d_{max}ό παρουσιάζει το χαρακτηριστικό ότι το σημείο που κείται πάντοτε πάνω στο νοητό σύνορο του τρέχοντος πληθυσμού, το οποίο ορίζεται ως η ελάχιστη υπερσφαίρα που περικλείει όλα τα σημεία του πληθυσμού. Με τον τρόπο αυτό, στα αρχικά στάδια του αλγορίθμου, οπότε η διασπορά του πληθυσμού είναι πολύ μεγάλη, το σημείο μετάλλαξης γεννάται πρακτικά κοντά στα όρια του εφικτού χώρου. Αντίθετα κατά τα τελικά στάδια του αλγορίθμου, η μετάλλαξη δημιουργεί μικρές διαταραχές γύρω από την περιοχή της βέλτιστης λύσης όπου βρίσκονται συγκεντρωμένα όλα τα σημεία του πληθυσμού, συμβάλλοντας στην επιτάχυνση της διαδικασίας σύγκλισης.	μετάλλαξη. Η αναρρίχηση συνίσταται στη γέννηση κ σημείων επέκτασης προς την κατεύθυνση της ανάκλασης, βάσει της σχέσης (4.13). Εφόσον είτε κάποιο από αυτά είναι καλύτερο από το **r** είτε βρεθεί ένα τουλάχιστον ζεύγος διαδοχικών σημείων για τα οποία ισχύει $f(\mathbf{x}^{[s+1]}) < f(\mathbf{x}^{[s]})$, το **r** αντικαθίσταται στον πληθυσμό. Η μετάλλαξη εκτελείται μόνο εφόσον δεν αντικατασταθεί το σημείο **r** και συνίσταται στη γέννηση μιας τυχαίας λύσης **x** στο όριο της υπερσφαίρας που ορίζει το κεντροειδές του πληθυσμού **c** και η ακτίνα d_{max}. Αρχικά παράγεται ένα τυχαίο διάνυσμα **y**, εντός των ορίων του εφικτού χώρου, το οποίο ορίζει μια τυχαία διεύθυνση στο R^n. Η γεννήτρια συνάρτηση του σημείου **x** δίνεται από τη σχέση: $\mathbf{x} = \mathbf{c} + d_{max}\frac{\mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|}$ Αν ισχύει $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{r})$ το **x** αντικαθιστά το **r**, ενώ αν ισχύει $f(\mathbf{x}) > f(\mathbf{r})$ το **x** αντικαθιστά το **r** με συχνότητα μετάλλαξης p_m. Εφόσον ούτε η αναρρίχηση ούτε η μετάλλαξη επιτύχουν, τότε το **r** διατηρείται στον πληθυσμό στη θέση του **w**. **Βήμα 12ο:** Ελέγχεται αν ικανοποιείται το κριτήριο σύγκλισης: $\frac{\|f_{max}^{[k]} - f_{min}^{[k]}\|}{\|f_{max}^{[k]}\| + \|f_{min}^{[k]}\|} < \varepsilon / 2$ όπου ε ένας μικρός θετικός αριθμός, ο οποίος εκφράζει τη μέγιστη επιτρεπόμενη ανοχή ως προς τη σχετική απόσταση μεταξύ των τιμών της συνάρτησης της καλύτερης και χειρότερης λύσης στον τρέχοντα πληθυσμό $P^{[k]}$. Εφόσον δεν ικανοποιείται η συνθήκη, τίθεται $k \rightarrow k + 1$ και ο αλγόριθμος επιστρέφει στο βήμα 3. **Βήμα 13ο:** Ελέγχεται αν ικανοποιείται το κριτήριο επανανόπτησης, δηλαδή αν το πλήθος των δοκιμών είναι μικρότερο από ένα προκαθορισμένο ποσοστό του μέγιστου επιτρεπόμενου. Στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος επιστρέφει στο βήμα 1, διαφορετικά τερματίζεται.

(23) Διγαλάκης, σ. 130-133, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 81-82	
4.3 Συμπεράσματα Τα συμπεράσματα που προκύπτουν μετά την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε είναι: Ο μιμητικός αλγόριθμος με αποτρεπτική αναζήτηση αντιμετώπισε με σχετική επιτυχία ορισμένα από τα προβλήματα, ενώ απέτυχε εντελώς σε άλλα. Παρατηρήθηκε βέβαια αύξηση της αποτελεσματικότητας με αύξηση του πλήθους εκκινήσεων, ωστόσο τα περιθώρια βελτίωσης ήταν πεπερασμένα και εξαρτώμενα τόσο από τις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος. Στο σχήμα 4.19 βλέπουμε την ποσοστιαία επίδραση στην μεταβολή της μέσης αποτελεσματικότητας των κύριων χαρακτηριστικών της ΔΜΑ και στο σχήμα 4.21 έχουμε μια σύγκριση της μέσης αποτελεσματικότητας οχτών μεθόδων για ένα σύνολο επαναλήψεων 30 ∼ 1000. Στις μεθοδους αυτές εχουμε συμπεριλάβει και τρείς ευρετικές μεθοδους την SA, TS, GLS. Η επίδοση του απλού εξελικτικού αλγορίθμου, με χρήση δυαδικής κωδικοποίησης των μεταβλητών ελέγχου, δεν ήταν ικανοποιητική, όχι μόνο λόγω της σχετικά χαμηλής του αποτελεσματικότητας αλλά κυρίως εξαιτίας του υπερβολικά μεγάλου πλήθους δοκιμών	**5.3 Συμπεράσματα** Τα συμπεράσματα που προκύπτουν μετά την ανάλυση που πραγματοποιήθηκε είναι: • Η τεχνική πολλαπλών εκκινήσεων της μεθόδου τοπικής αναζήτησης Nelder-Mead αντιμετώπισε με σχετική επιτυχία ορισμένα από τα προβλήματα, ενώ απέτυχε εντελώς σε άλλα. Παρατηρήθηκε βέβαια αύξηση της αποτελεσματικότητας με αύξηση του πλήθους εκκινήσεων, ωστόσο τα περιθώρια βελτίωσης ήταν πεπερασμένα και εξαρτώμενα τόσο από τις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος όσο και από τις αδυναμίες της μεθόδου κατερχόμενου απλόκου. • Η επίδοση του απλού γενετικού αλγορίθμου, με χρήση δυαδικής κωδικοποίησης των μεταβλητών ελέγχου, δεν ήταν ικανοποιητική, όχι μόνο λόγω της σχετικά χαμηλής του αποτελεσματικότητας αλλά κυρίως εξαιτίας του υπερβολικά μεγάλου πλήθους δοκιμών που απαιτείται για τη σύγκλιση στη βέλτιστη λύση. • Η ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη αποδείχθηκε ιδιαίτερα αποτελεσματική για όλες σχεδόν τις κατηγορίες προβλημάτων, παρουσιάζοντας σχεδόν απόλυτη επιτυχία στον εντοπισμό του ολικού βελτίστου και με σχετικά μικρό αριθμό δοκιμών. • Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου αποδείχθηκε εξίσου αποτελεσματικός με τη μέθοδο ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης, μειονεκτώντας λίγο ως προς την ταχύτητα σύγκλισης. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του ήταν η καλή του επίδοση στη βελτιστοποίηση της βηματικής συνάρτησης, όπου όλες οι άλλες μέθοδοι απέτυχαν

που απαιτείται για τη σύγκλιση στη βέλτιστη λύση. Η μέθοδος του μιμητικού αλγορίθμου με προσομοιούμενη ανόπτηση αποδείχθηκε ιδιαίτερα αποτελεσματική για τις περισσότερες συναρτήσεις ενώ ο μιμητικός αλγόριθμος με καθοδηγούμενη τοπική αναζήτηση αποδείχθηκε εξίσου αποτελεσματικός, μειονεκτώντας λίγο ως προς την ταχύτητα σύγκλισης. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των μεθόδων ήταν η ευαισθησία τους ως προς ορισμένες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, όπως για παράδειγμα το μέγεθος του πληθυσμού. Κατά κανόνα, οι παράμετροι αυτές ορίζονται εμπειρικά, ωστόσο θα είχε ενδιαφέρον η ανάπτυξη τεχνικών αυτόματης ρύθμισης τους, αλλά το θέμα αυτό απαιτεί εκτενέστερη διερεύνηση. Από τα παραπάνω γίνεται φανερή η υπεροχή των μιμητικών αλγορίθμων ενώ βλέποντας και τους πίνακες με τα αποτελέσματα των τεχνικών της προσομοιούμενης ανόπτησης, της τοπικής αναζήτησης και της καθοδηγούμενης τοπικής αναζήτησης για την επίλυση προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης συμπεραίνουμε ότι οι μεθόδοι αυτοί παρουσιάζουν μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα όχι μόνο σε σχεση με αλλες εξελικτικές μεθόδους αλλα και σε σχεση με άλλες ευρετικές.	σχεδόν εξ ολοκλήρου. Το γεγονός αυτό πιθανό να αποτελεί ένδειξη της καταλληλότητας της μεθόδου για την επίλυση προβλημάτων ακέραιων μεταβλητών, κάτι για το οποίο απαιτείται προφανώς εκτενέστερη διερεύνηση. • Κοινό χαρακτηριστικό όλων των μεθόδων βελτιστοποίησης ήταν η ευαισθησία τους ως προς ορισμένες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, όπως για παράδειγμα το μέγεθος του πληθυσμού. Κατά κανόνα, οι παράμετροι αυτές ορίζονται εμπειρικά, ωστόσο θα είχε ενδιαφέρον η ανάπτυξη τεχνικών αυτόματης ρύθμισής τους, αλλά το θέμα αυτό απαιτεί εκτενέστερη διερεύνηση. Μέχρι στιγμής υπάρχουν δύο μόλις δημοσιεύσεις που αναφέρονται στο παραπάνω ζήτημα (Park and Kim, 1998· Reed et al., 2000). Από τα παραπάνω γίνεται φανερή η υπεροχή των μεθόδων ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης και ανόπτησης-απλόκου για την επίλυση προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης. Οι δύο αυτές τεχνικές διερευνήθηκαν περαιτέρω, με βάση πραγματικά προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης από τον χώρο των υδατικών πόρων.

(24) Διγαλάκης, σ. 134, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 43

Αποδεικνύεται ότι κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, η ευρετική μέθοδος προσομοιωμένης ανόπτησης συγκλίνει πάντοτε στο ολικό ακρότατο όταν η θερμοκρασία τείνει στο μηδέν, σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης [2]. Στην πράξη, ο ακριβής εντοπισμός του ολικού βέλτιστου απαιτεί υπερβολικά μεγάλο (θεωρητικά άπειρο) κύκλο επαναλήψεων, ωστόσο με κατάλληλη προσαρμογή του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης μπορεί να επιτευχθεί ικανοποιητική προσέγγιση αυτού με λιγότερες δοκιμές. Για την ευρετική μέθοδο της αποτρεπτικής αναζήτησης δύο σοβαρά μειονεκτήματα της είναι ο φόρτος που απαιτείται σε προβλήματα πολλών μεταβλητών ελέγχου καθώς και το σχετικά μεγάλο πλήθος των αλγοριθμικών παραμέτρων εισόδου, ο ορισμός των οποίων γίνεται αυθαίρετα[201].	Αποδεικνύεται ότι κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, η μέθοδος προσομοιωμένης ανόπτησης συγκλίνει πάντοτε στο ολικό ακρότατο όταν η θερμοκρασία τείνει στο μηδέν, τόσο σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Aarts and van Laarhoven, 1985) όσο και σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών (Locatelli, 2000). Στην πράξη, ο ακριβής εντοπισμός του ολικού βελτίστου απαιτεί υπερβολικά μεγάλο (θεωρητικά άπειρο) κύκλο επαναλήψεων, ωστόσο με κατάλληλη προσαρμογή του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης μπορεί να επιτευχθεί ικανοποιητική προσέγγιση αυτού με λιγότερες δοκιμές. Οι Park and Kim (1998) προτείνουν ένα μοντέλο βέλτιστης ρύθμισης των παραμέτρων του χρονοδιαγράμματος, με χρήση του αλγορίθμου Nelder-Mead (βλ. 2.3.2).

(25) Διγαλάκης, σ. 166-168, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 75

Μέτρο της αποτελεσματικότητας είναι η μέση απόκλιση από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση για ένα πλήθος N στοχαστικά ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου. Η στοχαστική ανεξαρτησία έγκειται στην εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες (αρχική λύση ή πληθυσμό λύσεων). Ο δείκτης αποτελεσματικότητας ορίζεται ως ο λόγος των επιτυχών προς τις συνολικές εκτελέσεις του αλγορίθμου. Μια εκτέλεση κρίνεται επιτυχής εφόσον η τιμή που επιστρέφει βρίσκεται κοντά στη βέλτιστη του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή:

$$|f_k^{[i]} - f_k^*| < \alpha_k$$

όπου $f_k^{[i]}$ Η η λύση του k προβλήματος κατά την i εκτέλεση του αλγορίθμου.f_k^* η θεωρητικά βέλτιστη τιμή της συνάρτησης και α_k μια αυθαίρετη τιμή ανοχής, εξαρτώμενη από το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος. Στην περίπτωση κατά την οποία όλες

Μέτρο της *αποτελεσματικότητας* είναι η μέση απόκλιση από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση για ένα πλήθος N στοχαστικά ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου. Η στοχαστική ανεξαρτησία έγκειται στην εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες (αρχική λύση ή πληθυσμό λύσεων). Ο δείκτης αποτελεσματικότητας ορίζεται ως ο λόγος των επιτυχών προς τις συνολικές εκτελέσεις του αλγορίθμου. Μια εκτέλεση κρίνεται επιτυχής εφόσον η τιμή που επιστρέφει βρίσκεται κοντά στη βέλτιστη του εκάστοτε προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή:

$$|f_k^{[i]} - f_k^*| < \alpha_k$$

όπου $f_k^{[i]}$ η λύση του k προβλήματος κατά την i εκτέλεση του αλγορίθμου, f_k^* η θεωρητικά βέλτιστη τιμή της συνάρτησης και α_k μια αυθαίρετη τιμή ανοχής, εξαρτώμενη από το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος. Στην περίπτωση κατά την οποία όλες οι δοκιμές συγκλίνουν στο ολικό ακρότατο, ο δείκτης αποτελεσματικότητας είναι 100%. Εφόσον επιλύονται K προβλήματα βελτιστοποίησης, εισάγεται ο μέσος δείκτης αποτελεσματικότητας, ο οποίος ορίζεται ως η μέση τιμή των επιμέρους δεικτών.

Σημειώνεται ότι, με το παραπάνω κριτήριο, ελέγχεται η τιμή και όχι η θέση του ολικού ακροτάτου. Με άλλα λόγια, η εκτέλεση του αλγορίθμου θεωρείται επιτυχής εφόσον συγκλίνει σε οποιοδήποτε σημείο, η τιμή της συνάρτησης στο οποίο απέχει από τη θεωρητικά βέλτιστη λιγότερο από την ανοχή α_k. Το κριτήριο αυτό αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματικότητα, όπου δεν είναι γνωστή η θέση του βελτίστου αλλά μπορεί να είναι γνωστή, έστω και κατ' εκτίμηση, η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Για παράδειγμα, σε προβλήματα ελαχιστοποίησης σφαλμάτων (π.χ., κατά τη βαθμονόμηση μαθηματικών μοντέλων) μπορεί να θεωρηθεί αποδεκτή οποιαδήποτε λύση πλησιάζει την τιμή μηδέν.

Ως μέτρο της *αποδοτικότητας* ενός αλγορίθμου θα μπορούσε να θεωρηθεί ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, ανεξάρτητα αν η λύση που προκύπτει είναι ολικά βέλτιστη ή όχι. Ωστόσο, ο χρόνος είναι έννοια σχετική διότι εξαρτάται από εξωγενείς παράγοντες, όπως η ταχύτητα του επεξεργαστή και ο χρόνος υπολογισμού της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Ένα πιο αξιόπιστο μέτρο αποδοτικότητας είναι το πλήθος των οι δοκιμές συγκλίνουν στο ολικό ακρότατο, ο δείκτης αποτελεσματικότητας είναι 100%. Εφόσον επιλύονται K προβλήματα βελτιστοποίησης, εισάγεται ο μέσος δείκτης αποτελεσματικότητας, ο οποίος ορίζεται ως η μέση τιμή των επιμέρους δεικτών. Οι τιμές ανοχής (βάσει τον οποίων ελέγχθηκε αν η εκτέλεση του αλγορίθμου ήταν επιτυχής) ορίστηκαν ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας του εκάστοτε προβλήματος και ήταν οι εξής:

Τιμές ανοχής των συναρτησεων		
f1 $\rightarrow \alpha = 0.1$	f2 $\rightarrow \alpha = 1$	f3 $\rightarrow \alpha = 0.0$
f4 $\rightarrow \alpha = 0.04$	f5 $\rightarrow \alpha = 0.6$	f6 $\rightarrow \alpha = 0.4$
f7 $\rightarrow \alpha = 0.32$	f8 $\rightarrow \alpha = 0.7$	f9 $\rightarrow \alpha = 0.2$
f10 $\rightarrow \alpha = 1.0$	f11 $\rightarrow \alpha = 1$	f12 $\rightarrow \alpha = 0.0$
f13 $\rightarrow \alpha = 0.2$	f14 $\rightarrow \alpha = 0.4$	

Σημειώνεται ότι, με το παραπάνω κριτήριο, ελέγχεται η τιμή και όχι η θέση του ολικού ακρότατου. Με άλλα λόγια, η εκτέλεση του αλγορίθμου θεωρείται επιτυχής εφόσον συγκλίνει σε οποιοδήποτε σημείο, η τιμή της συνάρτησης στο οποίο απέχει από τη θεωρητικά βέλτιστη λιγότερο από την ανοχή a_k. Το κριτήριο αυτό αντιπροσωπεύει καλύτερα την πραγματικότητα, όπου δεν είναι γνωστή η θέση του βέλτιστου αλλά μπορεί να είναι γνωστή, έστω και κατ᾽ εκτίμηση, η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Ως μέτρο της αποδοτικότητας ενός αλγορίθμου θεωρείται ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, ανεξάρτητα αν η λύση που προκύπτει είναι ολικά βέλτιστη ή όχι. Ο χρόνος είναι έννοια σχετική διότι εξαρτάται από εξωγενείς παράγοντες, όπως η ταχύτητα του επεξεργαστή και ο χρόνος υπολογισμού της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Η επίδραση της πολυπλοκότητας στο συνολικό χρόνο υπολογισμών είναι

σημείων δειγματοληψίας, δηλαδή η συχνότητα υπολογισμού της τιμής της συνάρτησης. Αυτή εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται. Προφανώς, όσο αυστηρότερο γίνεται το κριτήριο σύγκλισης, τόσο πιο πολύ μειώνεται η ταχύτητα του αλγορίθμου, ωστόσο τόσο περισσότερο αυξάνει η πιθανότητα σύγκλισης στο ολικό ακρότατο. Για να είναι αμερόληπτη η σύγκριση της αποδοτικότητας δυο αλγορίθμων, θα πρέπει τα κριτήρια σύγκλισης που υιοθετούνται να είναι παρόμοια.

Ένας άλλος παράγοντας που σχετίζεται με την αποδοτικότητα, αλλά είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθεί ποσοτικά, είναι η πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου. Κατά κανόνα, η επίδραση της πολυπλοκότητας στο συνολικό χρόνο υπολογισμών είναι αξιόλογη μόνο όταν το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος είναι αρκετά μεγάλο, οπότε οι διαδικασίες προσπέλασης της μνήμης του υπολογιστή απαιτούν σχετικά πολύ χρόνο. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η χρήση *ρουτινών κατάταξης* (sorting routines) σε κάθε επαναληπτικό κύκλο, οι οποίες μπορεί να επιβραδύνουν σημαντικά την ταχύτητα ενός αλγορίθμου (η μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης χρησιμοποιεί τέτοιες ρουτίνες για την κατάταξη των σημείων του εκάστοτε πληθυσμού κατά φθίνουσα σειρά ως προς την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης).

αξιόλογη μόνο όταν το πλήθος των μεταβλητών του προβλήματος είναι αρκετά μεγάλο, οπότε οι διαδικασίες προσπέλασης της μνήμης του υπολογιστή απαιτούν σχετικά πολύ χρόνο. Όταν ένα βήμα ενός ΜΑ έχει πολυπλοκότητα $\Theta(n^2)$, ο αριθμός των λειτουργιών που επιτυγχάνονται κατά την διάρκεια του βήματος αυτού είναι ανάλογος του τετραγώνου του αριθμού των ατόμων στη νησίδα[106]. Πράγματι, αν διπλασιασουμε τον αριθμό των νησίδων, ο αριθμός των ατόμων ανά νησί διαιρείται με το δύο και το φορτίο υπολογισμού του βήματος της επιλογής διαιρείται με $2^2 = 4$. Συνεπώς η εκτέλεση ενός μιμητικού αλγορίθμου που αποτελείται από 2 νησίδες των n ατόμων είναι γρηγορότερη από αυτήν ενός ΜΑ με πληθυσμό που αποτελείται από $2*n$ άτομα. Ο παράγοντας χρόνος είναι δύο φορές καλύτερος.	

(26) Διγαλάκης, σ. 168-169, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 44

Μέθοδος Αντικατάστασης: Η εξέλιξη ενός πληθυσμού επιτυγχάνεται με μια σειρά γενεών (επαναλήψεων). Στα συγκεκριμένα πειράματα χρησιμοποιείται το μοντέλο ολικής αντικατάστασης και το μοντέλο σταθερής αντικατάστασης που περιγραφονται στο κεφάλαιο 3. Κάθε άτομο αλλάζει συνεχώς χωρίς να ελέγχει εάν και τα υπόλοιπα ατομα αλλάζουν επίσης. Αρχικά παράγεται ένα πλήθος σημείων μέσα από τον εφικτό χώρο, το οποίο χωρίζεται ανά ομάδες, οι οποίες αναπτύσσονται ανεξάρτητα. Από κάθε ομάδα παράγεται ένας βελτιωμένος πληθυσμός. Σε τακτά διαστήματα ο συνολικός πληθυσμός	**ΣΧΟΛΙΟ: Και πάλι αντιγραφή της στρατηγικής του αλγορίθμου SCE** Στην ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη εφαρμόζεται η παραπάνω στρατηγική, με συνδυασμό των αρχών του εξελικτικού προγραμματισμού, της ελεγχόμενης τυχαίας αναζήτησης και της μεθόδου Nelder-Mead. Η γενική ιδέα έχει ως εξής: Αρχικά παράγεται ένα πλήθος σημείων μέσα από τον εφικτό χώρο, το οποίο χωρίζεται ανά ομάδες (complexes), οι οποίες αναπτύσσονται ανεξάρτητα. Από κάθε ομάδα παράγεται ένας βελτιωμένος πληθυσμός, χρησιμοποιώντας ένα σχήμα απλόκου και ορισμένα στατιστικά κριτήρια εξέλιξης. Η διαδικασία αυτή καλείται ανταγωνιστική σύνθετη εξέλιξη (Competitive Complex Evolution, CCE). Ανά τακτά διαστήματα ο συνολικός πληθυσμός χωρίζεται σε νέες ομάδες, εξασφαλίζοντας τη διάδοση των πληροφοριών που έχουν συλλεγεί. Σταδιακά, όλα τα σημεία τείνουν προς το ολικό βέλτιστο του προβλήματος, υπό την προϋπόθεση ότι το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού είναι αρκετά μεγάλο.

χωρίζεται σε νέες ομάδες, εξασφαλίζοντας τη διάδοση των πληροφοριών που έχουν συλλεγεί. Σταδιακά, όλα τα σημεία τείνουν προς το ολικό βέλτιστο του προβλήματος, υπό την προυπόθεση ότι το μέγεθος του αρχικού πληθυσμου είναι αρκετά μεγάλο.	

(27) Διγαλάκης, σ. 191-192, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 60

Αποτελέσματα για Παράλληλη Προσομοιούμενη Ανόπτηση PSA Για την υλοποίηση της μεθόδου αυτής χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό **PARSA** το οποίο πάρθηκε από την διεύθυνση **http://wwwcs.unipaderborn.de / fachbereich/ AG/ monien/ SOFTWARE/ PARSA/** και βασίζεται στο μοντέλο συντονιστή-εργαζομένου. Η θερμοκρασία του συστήματος τίθεται ίση με τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και ελάχιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε υποπληθυσμό. Κατα συνέπεια, υπάρχει μη μηδενική πιθανότητα επιλογής οποιουδήποτε σημείου του πληθυσμού για αντικατάσταση με εξαίρεση βέβαια το αρχικό βέλτιστο. Η προσαρμογή της αρχικής θερμοκρασίας στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος χωρίς να απαιτείται ο ορισμός της από τον χρήστη είναι και μια από τις καινοτομίες αυτής της υλοποίησης[121]. Η χρή-	**ΣΧΟΛΙΟ: Αντιγραφή της διαδικασίας αρχικοποίησης της θερμοκρασίας στον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου, και παρουσίασή της ως καινοτομίας!** Αρχικά, η θερμοκρασία του συστήματος τίθεται ίση με τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και ελάχιστης τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης στον πληθυσμό. Κατά συνέπεια, υπάρχει μη μηδενική πιθανότητα επιλογής οποιουδήποτε σημείου του πληθυσμού για αντικατάσταση, με εξαίρεση βέβαια το αρχικό βέλτιστο. Με τον τρόπο αυτό η αρχική θερμοκρασία προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος και δεν απαιτείται ο ορισμός της από τον χρήστη.

(28) Διγαλάκης, σ. 241-242, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 60 και σ. 63

Ο αλγόριθμος που παρατίθεται παρακάτω περιγράφει τον καθορισμό των νησίδων στην υλοποίηση μας και τον καθορισμό της μεθόδου εξέλιξης των νησίδων. Ειδικά για την **PMA2** παρατηρήθηκε ότι κατά την διάρκεια της εξέλιξης των διαφόρων πληθυσμών είναι ανώφελη η διατήρηση μιας υπερβολικά μεγάλης θερμοκρασίας η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη δραματική μείωση της ταχύτητας του αλγορίθμου. Για το λόγο αυτό, σε κάθε κύκλο ελέγχεται αν η θερμοκρασία ξεπερνά την απόκλιση μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής κατά έναν παράγοντα ξ, ο οποίος ρυθμίζει τη διαδικασία ανόπτησης κατά τα αρχικά κυρίως στάδια του αλγορίθμου, οπότε ο ρυθμός εξέλιξης του πληθυσμού είναι ταχύτερος (αυτό συμβαίνει επειδή οι πολύ κακές λύσεις εύκολα εντοπίζονται και αντικαθίστανται). Μια τυπική τιμή της παραμέτρου, η οποία προτείνεται μετά από διερεύνηση, είναι ξ= 6.

Για την επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης μετάλλαξης πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη έρευνα. Καταλήξαμε στη χρήση της σχέσης $x = c + d_{max}\frac{y}{|y|}$. Συνίσταται στη γέννηση μιας τυχαίας λύσης x στο όριο της υπερσφαίρας που ορίζεται από το κέντρο του πληθυσμού c και μια ακτίνα d_{maxb} παρουσιάζει το χαρακτηριστικό ότι το σημείο που κείται πάντοτε πάνω στο νοητό σύνορο του τρέχοντος πληθυσμού, το οποίο ορίζεται ως η ελάχιστη υπερσφαίρα που περικλείει όλα τα σημεία του πληθυσμού. Με τον τρόπο αυτό, στα αρχικά στάδια του αλγορίθμου, οπότε η διασπορά του πληθυσμού είναι πολύ μεγάλη, το σημείο μετάλλαξης γεννάται πρακτικά κοντά στα όρια του εφικτού χώρου. Αντίθετα κατά τα τελικά στάδια του αλγορίθμου, η μετάλλαξη δημιουργεί μικρές διαταραχές γύρω από την περιοχή της βέλτιστης λύσης όπου βρίσκονται συγκεντρωμένα όλα τα σημεία του πληθυσμού, συμβάλλοντας στην επιτάχυνση της διαδικασίας σύγκλισης.

ΣΧΟΛΙΟ: Αντιγραφή του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης και της διαδικασίας μετάλλαξης από τον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου (βλ. και σημείο 22).

Κατά τη διάρκεια εξέλιξης του πληθυσμού, η κατά κανόνα πολύ μεγάλη απόκλιση μεταξύ των ακραίων λύσεων αμβλύνεται, με αποτέλεσμα να είναι ανώφελη η διατήρηση μιας υπερβολικά υψηλής θερμοκρασίας, η οποία έχει ως συνέπεια την εκτέλεση αποκλειστικά και μόνο στοχαστικών βημάτων και άρα τη δραματική μείωση της ταχύτητας του αλγορίθμου. Για το λόγο αυτό, σε κάθε κύκλο ελέγχεται αν η θερμοκρασία ξεπερνά την απόκλιση μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής κατά έναν παράγοντα *ξ*, ο οποίος ρυθμίζει τη διαδικασία ανόπτησης κατά τα αρχικά κυρίως στάδια του αλγορίθμου, οπότε ο ρυθμός εξέλιξης του πληθυσμού είναι ταχύτερος (αυτό συμβαίνει επειδή οι πολύ κακές λύσεις εύκολα εντοπίζονται και αντικαθίστανται). Μια τυπική τιμή της παραμέτρου, η οποία προτείνεται μετά από διερεύνηση, είναι *ξ* = 5.

ΣΧΟΛΙΟ: Ο Διγαλάκης μας προτείνει ξ = 6 (αντί ξ = 5), προφανώς μετά από … εκτεταμένη έρευνα

Συνάρτηση μετάλλαξης (σ. 63)

Για την επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης μετάλλαξης πραγματοποιήθηκε εκτεταμένη έρευνα. Η χρήση της σχέσης 4.17 παρουσιάζει το χαρακτηριστικό ότι το σημείο που κείται πάντοτε πάνω στο νοητό σύνορο του τρέχοντος πληθυσμού, το οποίο ορίζεται ως η ελάχιστη υπερσφαίρα που περικλείει όλα τα σημεία του πληθυσμού. Με τον τρόπο αυτό, στα αρχικά στάδια του αλγορίθμου, οπότε η διασπορά του πληθυσμού είναι πολύ μεγάλη, το σημείο μετάλλαξης γεννάται πρακτικά κοντά στα όρια του εφικτού χώρου. Αντίθετα κατά τα τελικά στάδια του αλγορίθμου, η μετάλλαξη δημιουργεί μικρές διαταραχές γύρω από την περιοχή της βέλτιστης λύσης όπου βρίσκονται συγκεντρωμένα όλα τα σημεία του πληθυσμού, συμβάλλοντας στην επιτάχυνση της διαδικασίας σύγκλισης. Ας σημειωθεί ότι η διαδικασία αυτή παρουσιάζει μεγάλη ομοιότητα με τον αντίστοιχο μηχανισμό μετάλλαξης των γενετικών αλγορίθμων.

(29) Διγαλάκης, σ. 287-288, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 102-103

Κεφάλαιο 8

Συμπεράσματα - Προτάσεις

Σε αυτό το κεφάλαιο συνοψίζουμε τα αποτελέσματα της διατριβής μας και επίσης παρουσιάζουμε ορισμένες προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

8.1 Αποτελέσματα

Στα πλαίσια της παρούσας διδακτορικής διατριβής επιχειρήθηκε μια ολοκληρωμένη μελέτη υβριδικών εξελικτικών τεχνικών και συγκεκριμένα των μιμητικών αλγορίθμων και η ανάπτυξη τεσσάρων νέων υλοποιήσεων σε συστοιχία από σταθμούς εργασίας. Πραγματοποιήθηκε διερεύνηση της επίδοσης των εξελικτικών μεθόδων, βάσει θεωρητικών προβλημάτων καθώς και πραγματικών προβλημάτων.

Τα κύρια συμπεράσματα της εργασίας συνοψίζονται στα εξής:

Μέχρι το πρόσφατο παρελθόν, οι δρόμοι των διαφόρων μεθοδολογιών προσέγγισης του

7. Συμπεράσματα – Προτάσεις

Στα πλαίσια της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας επιχειρήθηκε μια ολοκληρωμένη βιβλιογραφική επισκόπηση των τεχνικών ολικής βελτιστοποίησης και η ανάπτυξη ενός νέου, πρωτότυπου σχήματος, του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε διερεύνηση της επίδοσης των κυριότερων μεθόδων, βάσει θεωρητικών προβλημάτων καθώς και εφαρμογών από το χώρο της τεχνολογίας και διαχείρισης υδατικών πόρων.

Τα κύρια συμπεράσματα της εργασίας συνοψίζονται στα εξής:

- Το πρόβλημα αναζήτησης του ολικού βελτίστου μη κυρτών συναρτήσεων, το οποίο απαντάται σε πληθώρα εφαρμογών από όλους τους κλάδους των επιστημών, όχι μόνο δεν θεωρείται τετριμμένο αλλά, αντίθετα, αποτελεί ένα πεδίο έρευνας το οποίο προσφέρεται για πολλές βελτιώσεις.
- Μέχρι το σχετικά πρόσφατο παρελθόν, οι δρόμοι των διαφόρων μεθοδολογιών προσέγγισης του προβλήματος ήταν αποκλίνοντες. Ωστόσο, η σύγχρονη τάση συνίσταται στην ανάπτυξη συνδυαστικών σχημάτων βελτιστοποίησης, τα οποία χρησιμοποιούν ιδέες και στρατηγικές προερχόμενες από διαφορετικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις, συμπεριλαμβανομένων και των κλασικών μαθηματικών.
- Στη βιβλιογραφία διατίθεται μια ευρεία συλλογή από μεθόδους ολικής βελτιστοποίησης, καμία από τις οποίες δεν μπορεί να θεωρηθεί "πανάκεια" για όλες τις κατηγορίες προβλημάτων.
- Δεδομένου ότι εξ ορισμού καμία μέθοδος βελτιστοποίησης δεν εγγυάται παρά στατιστική και μόνο σύγκλιση στο ολικό ακρότατο, ζητούμενο είναι η εύρεση της μεθόδου εκείνης η οποία προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος και μπορεί να παρέχει μια ικανοποιητική λύση, με το μικρότερο υπολογιστικό φόρτο.
- Ο απλός γενετικός αλγόριθμος δυαδικής κωδικοποίησης (πρόκειται για τον πλέον

προβλήματος ήταν αποκλίνοντες. Ωστόσο, η σύγχρονη τάση συνίσταται στην ανάπτυξη υβριδικών εξελικτικών σχημάτων , τα οποία χρησιμοποιούν ιδέες και στρατηγικές προερχόμενες απο διαφορετικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις, συμπεριλαμβάνομένων και των κλασσικών ευρετικών μεθόδων.

Δεδομένου ότι εξ ορισμού καμμία μέθοδος βελτιστοποίησης δεν εγγυάται παρά στατιστική και μόνο σύγκλιση στο ολικό ακρότατο, ζητούμενο είναι η εύρεση της μεθόδου εκείνης η οποία προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβληματος και μπορεί να έχει μια ικανοποιητική λύση, με το μικρότερο υπολογιστικό φόρτο. Οι Μιμητικοί Αλγόριθμοι έχουν γενικά πιο πολύπλοκη δομή από ένα ευρετικό αλγόριθμο καθώς είναι σύνθεση ευρετικών αλγορίθμων που περιέχουν και στοιχεία μίμησης βιολογικών και κοινωνικών διαδικασιών. Ανάλογα με την υλοποίηση εργάζονται με κωδικοποιημένο σύνολο λύσεων ή με τις λύσεις αυτές καθεαυτές. Στην πρώτη περίπτωση συγγενεύει πιο πολύ με τους γενετικούς αλγορίθμους στην δεύτερη με τους εξελικτικούς. Εκτελεί αναζητήσεις χρησιμοποιώντας ένα πληθυσμό λύσεων και όχι μια μοναδική λύση. Ο χρόνος εκτέλεσης του είναι εν γένει μεγαλύτερος από αυτόν κάποιου αντίστοιχου ευρετικού αλλά σε αντιστάθμισμα αναμένουμε λύσεις καλύτερης ποιότητας από αυτές που παράγει ο αντίστοιχος ευρετικός ή εξελικτικός. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των μεθόδων που εξετάστηκαν ήταν η ευαισθησία τους ως προς ορισμένες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, όπως για παράδειγμα το μέγεθος του πληθυσμού. Κατά κανόνα, οι παράμετροι αυτές ορίζονται εμπειρικά, ωστόσο θα είχε ενδιαφέρον η ανάπτυξη τεχνικών αυτόματης ρύθμισης τους, αλλά το θέμα αυτό απαιτεί εκτενέστερη διερεύνηση. Στις επόμενες παραγράφους συνοψίζουμε τα συμπεράσματα μας για κάθε μια από τις περιπτώσεις που εξετάσαμε και

στοιχειώδη τύπο γενετικού αλγορίθμου) παρουσίασε ιδιαίτερα χαμηλή επίδοση στα θεωρητικά προβλήματα που εξετάστηκαν. Κατά συνέπεια, δεν μπορεί παρά να εγείρονται αμφιβολίες για το αν οι γενετικοί αλγόριθμοι είναι μια από τις προτιμητέες τεχνικές βελτιστοποίησης προβλημάτων συνεχών μεταβλητών, κυρίως λόγω του γεγονότος ότι φαίνεται να είναι υπερβολικά αργοί, αλλά και λόγω της χαμηλής τους αποτελεσματικότητας.

- Η ανασχηματιζόμενη σύνθετη εξέλιξη, η οποία μάλιστα αναπτύχθηκε από υδρολόγους, είναι πράγματι μια πολύ αποτελεσματική μέθοδος βελτιστοποίησης, κάτι που αποδεικνύεται από την εκτεταμένη διερεύνηση που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αλλά επιβεβαιώνεται και από το πλήθος των θετικών αναφορών που απαντώνται στη βιβλιογραφία.
- Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου είναι μια νέα προσέγγιση του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, έχοντας ως βάση μια αποτελεσματική σύνθεση ιδεών παρμένων από επιμέρους μεθοδολογίες. Το γεγονός ότι σε σχέση με την ήδη καταξιωμένη μέθοδο ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης παρουσίασε σταθερά καλύτερη συμπεριφορά και μάλιστα σε πολύ δύσκολα προβλήματα, καταδεικνύει ότι υπάρχει προοπτική ευρύτερης εφαρμογής του, μετά και την υλοποίηση ορισμένων βελτιώσεων.
- Από τις διάφορες κατηγορίες εφαρμογών που διερευνήθηκαν, δύο είναι αυτές που παρουσίασαν το μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας. Στην πρώτη κατηγορία εντάσσονται προβλήματα με επίπεδη επιφάνεια απόκρισης, όπως το πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ταμιευτήρων. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει μεγάλη δυσκολία στον εντοπισμό της διεύθυνσης βελτίωσης της αντικειμενικής συνάρτησης, η οποία επιδεινώνεται με την αύξηση του πλήθους των μεταβλητών ελέγχου. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν προβλήματα που παρουσιάζουν μεγάλη ευαισθησία στις τιμές των παραμέτρων και πολλά τοπικά ακρότατα, όπως το πρόβλημα βέλτιστης αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών, όπου η δυσκολία έγκειται στην υπερπήδηση των τοπικών ακροτάτων. Και στις δύο περιπτώσεις η επίδοση του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου ήταν πολύ ικανοποιητική, ενώ η μέθοδος ανασχηματιζόμενης σύνθετης εξέλιξης απέδωσε ικανοποιητικά μόνο στην πρώτη περίπτωση.
- Η συμπεριφορά όλων ανεξαρτήτως των μεθόδων βελτιστοποίησης φαίνεται ότι

	εξαρτάται, σε μικρό ή μεγάλο βαθμό, από ορισμένες κρίσιμες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, οι οποίες κατά κανόνα καθορίζονται αυθαίρετα, μετά από δοκιμές ή με βάση εμπειρικά κριτήρια. Το θέμα αυτό απαιτεί περαιτέρω έρευνα, με σκοπό την διερεύνηση των δυνατοτήτων αυτόματης ρύθμισης των παραμέτρων αυτών. • Έχει αποδειχθεί ότι παρά την ανάπτυξη ολοένα και πιο αποτελεσματικών αλγορίθμων καθώς και την εντυπωσιακή βελτίωση των δυνατοτήτων επεξεργασίας των ηλεκτρονικών υπολογιστών, το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου εξακολουθεί να είναι ο βασικός περιοριστικός παράγοντας στη βελτιστοποίηση μη γραμμικών, μη κυρτών προβλημάτων. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει ένα από τα πλέον ουσιώδη πλεονεκτήματα μαθηματικών μοντέλων φειδωλών σε παραμέτρους, των οποίων είναι εφικτή η βελτιστοποίησή τους σε λογικά χρονικά πλαίσια.

(30) Διγαλάκης, σ. 289, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 81 και σ. 78

Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Η επίδοση του απλού εξελικτικού αλγορίθμου, με χρήση δυαδικής κωδικοποίησης των μεταβλητών ελέγχου, δεν ήταν ικανοποιητική, όχι μόνο λόγω της σχετικά χαμηλής του αποτελεσματικότητας αλλά κυρίως εξαιτίας του υπερβολικά μεγάλου πλήθους δοκιμών που απαιτείται για τη σύγκλιση στη βέλτιστη λύση. Η συμπεριφορά του απλού εξελικτικού αλγορίθμου δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ικανοποιητική, ούτε ως προς την αποτελεσματικότητα ούτε (κυρίως) ως προς την αποδοτικότητα. Η επίδραση των παραμέτρων εισόδου, δηλαδή του μεγέθους του πληθυσμού και των συχνοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης, ήταν αρκετά σημαντική, και σε ορισμένες περιπτώσεις καθοριστική. Γενικά, αυξάνοντας το μέγεθος του πληθυσμού βελτιώθηκε η αξιοπιστία του αλγορίθμου, χωρίς η βελτίωση αυτή να είναι τέτοια που να δικαιολογεί τη μεγάλη αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δοκιμών. Αυξάνοντας την τυχαιότητα του αλγορίθμου αυξήθηκε η πιθανότητα εντοπισμού της ολικά βέλτιστης λύσης μόνο στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση ήταν έντονα μη γραμμική, διαφορετικά μειώθηκε η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Η αύξηση τόσο της συχνότητας διασταύρωσης όσο και της συχνότητας μετάλλαξης είχε ως συνέπεια μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο.	• Η επίδοση του απλού γενετικού αλγορίθμου, με χρήση δυαδικής κωδικοποίησης των μεταβλητών ελέγχου, δεν ήταν ικανοποιητική, όχι μόνο λόγω της σχετικά χαμηλής του αποτελεσματικότητας αλλά κυρίως εξαιτίας του υπερβολικά μεγάλου πλήθους δοκιμών που απαιτείται για τη σύγκλιση στη βέλτιστη λύση. Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά του απλού γενετικού αλγορίθμου δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ικανοποιητική, ούτε ως προς την αποτελεσματικότητα ούτε (κυρίως) ως προς την αποδοτικότητα. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός της καθολικής αποτυχίας εντοπισμού του ολικού ακροτάτου της 10-διάστατης Rozenbrock και της βηματικής συνάρτησης. Η επίδραση των παραμέτρων εισόδου, δηλαδή του μεγέθους του πληθυσμού και των συχνοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης, ήταν αρκετά σημαντική, και σε ορισμένες περιπτώσεις καθοριστική. Γενικά, αυξάνοντας το μέγεθος του πληθυσμού βελτιώθηκε η αξιοπιστία του αλγορίθμου, χωρίς η βελτίωση αυτή να είναι τέτοια που να δικαιολογεί τη μεγάλη αύξηση του πλήθους των απαιτούμενων δοκιμών, με εξαίρεση την περίπτωση της συνάρτησης Griewank. Η αύξηση της τιμής της συχνότητας διασταύρωσης από 50% σε 100% δεν διαφοροποίησε τα αποτελέσματα, ενώ αντίθετα η αύξηση της συχνότητας μετάλλαξης από 1% σε 10% τα διαφοροποίησε σημαντικά, είτε προς τη θετική (όπως στην περίπτωση των συναρτήσεων Hozaki, Goldestein-Price, Rozenbrock και Michalewicz) είτε προς την αρνητική κατεύθυνση (όπως στην περίπτωση της σφαιροειδούς συνάρτησης). Δηλαδή, αυξάνοντας την τυχαιότητα του αλγορίθμου αυξήθηκε η πιθανότητα εντοπισμού της ολικά βέλτιστης λύσης μόνο στην περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση ήταν έντονα μη γραμμική, διαφορετικά μειώθηκε η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Η αύξηση τόσο της συχνότητας διασταύρωσης όσο και της συχνότητας μετάλλαξης είχε ως συνέπεια μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο.

(31) Διγαλάκης, σ. 300, έναντι Ευστρατιάδης, σ. 103	
Η διερεύνηση διαδικασιών αυτόματης ρύθμισης ορισμένων παραμέτρων εισόδου της μεθοδολογίας PMA2 που περιγράφηκαν όπως οι συντελεστές του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης θα μπορούσε να συμβάλλει τόσο στην μείωση της παρέμβασης του χρήστη στις εσωτερικές διεργασίες του αλγορίθμου PMA2 όσο και στην εξαγωγή πιο αξιόπιστων αποτελεσμάτων με υπολογιστικό φορτίο.	• Η διερεύνηση διαδικασιών αυτόματης ρύθμισης ορισμένων παραμέτρων εισόδου του αλγορίθμου, όπως το μέγεθος του πληθυσμού και οι συντελεστές του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης (θέμα το οποίο θίχτηκε και στα γενικά συμπεράσματα) θα μπορούσε να συμβάλει τόσο στη μείωση της παρέμβασης του χρήστη στις εσωτερικές διεργασίες του αλγορίθμου όσο και στην εξαγωγή πιο αξιόπιστων αποτελεσμάτων, με μικρότερο υπολογιστικό φόρτο.