



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

## **ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ – Εκτίμηση πλημμυρικών ροών στην Ελλάδα σε συνθήκες υδροκλιματικής μεταβλητότητας: Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένου εννοιολογικού-πιθανοτικού πλαισίου και υπολογιστικών εργαλείων**

### **Συνεργαζόμενοι φορείς:**



ΕΤΜΕ: Πέππας & Συνεργάτες Ε.Ε.



Γραφείο Μαχάιρα Α.Ε.



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο – Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος



Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών – Ινστιτούτο Ερευνών Περιβάλλοντος και Βιώσιμης Ανάπτυξης

### **Ενότητα Εργασίας 3**

Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων εργαλείων υδρολογίας πλημμυρών

### **Παραδοτέο Π3.4**

Τεχνική έκθεση θεωρητικής τεκμηρίωσης μοντέλου γέννησης συνθετικών υετογραφημάτων



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η προσομοίωση των πλημμυρικών γεγονότων απαιτεί τη μελέτη και προσομοίωση του φαινομένου της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες (π.χ. μικρότερες της μηνιαίας). Ωστόσο, στις κλίμακες αυτές η μοντελοποίηση παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες αφενός λόγω της διαλείπουσας φύσης του φαινομένου και αφετέρου λόγω της έντονης εξάρτησης και μεταβλητότητας των μεγεθών του. Σε αυτά τα πλαίσια, αναπτύχθηκε ένα ευέλικτο πολυμεταβλητό σχήμα στοχαστικής προσομοίωσης της βροχόπτωσης που μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγάλο εύρος χρονικής κλίμακας. Η προτεινόμενη μεθοδολογία έχει ως βάση το κυκλοστάσιμο πολυμεταβλητό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης τάξης 1 (PAR1), ενώ για την αναπαραγωγή της διαλείπουσας φύσης των χρονοσειρών εφαρμόζεται ένα πρωτότυπο σχήμα μετασχηματισμών. Η μεθοδολογία επαληθεύτηκε στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού και όπως αποδεικνύεται το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει τόσο τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της ημερήσιας βροχόπτωσης, συμπεριλαμβανομένης της πιθανότητας ξηρασίας, όσο και τις δομές αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης. Ως μια εναλλακτική λύση για την παραγωγή συνθετικών νετογραφημάτων παρουσιάζεται το στοχαστικό μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis. Το συγκεκριμένο μοντέλο τυγχάνει ευρείας αποδοχής για την μονομεταβλητή προσομοίωση της βροχής σε λεπτές χρονικές κλίμακες και σε συνεχή χρόνο. Η υλοποίησή του έγινε σε προγραμματιστικό περιβάλλον R και είναι διαθέσιμο μέσα από το υπολογιστικό πακέτο HyetosR.

## ABSTRACT

The simulation of flood events necessitates the simulation of the rainfall over small times scales (e.g., smaller than the monthly scale). Nevertheless, rainfall modelling at small time scales is not simple as rainfall at these scales is an intermittent process and exhibits large variability in its statistical-stochastic characteristics. In this context, a flexible multivariate framework of stochastic simulation of rainfall was developed that can be applied to a large range of times scales. The proposed methodology is based on the cyclostationary multivariate autoregressive model of order 1 (PAR1), while the intermittency characteristics were reproduced using a novel transformation structure. The methodology was verified in the basin of Boeotikos Kephisos and it was verified that the model preserves satisfactorily the basic statistical characteristics of daily rainfall, including the probability dry, as well as the autocorrelation and the cross correlation structures. As an alternative for the generation of synthetic hyetographs the stochastic model known as the rectangular pulse Bartlett-Lewis model is presented. This model is widely accepted for the single-variate simulation of rainfall at fine time scales and in continuous time. The implementation was done in R programming environment and is available through the computer package HyetosR.

# Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>6</b>
1.1	Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό.....	6
1.2	Διάρθρωση τεύχους .....	7
<b>2</b>	<b>Στοχαστική μοντελοποίηση βροχόπτωσης</b>	<b>8</b>
2.1	Επιλογή στοχαστικού μοντέλου .....	8
2.2	Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών .....	9
2.2.1	Κανονικοποίηση ιστορικών χρονοσειρών.....	9
2.2.2	Εκτίμηση μητρώων συσχετίσεων και παραμέτρων μοντέλου .....	10
2.3	Περιοχή μελέτης και διαθέσιμα δεδομένα .....	11
2.4	Στατιστική-στοχαστική ανάλυση ιστορικών βροχοπτώσεων.....	14
2.4.1	Βασικά περιγραφικά μέτρα .....	14
2.4.2	Ημερήσιες χρονοσειρές.....	14
2.4.3	Ημερήσιες χρονοσειρές σε μηνιαία βάση .....	15
2.4.4	Προσαρμογή κατανομών.....	17
2.4.5	Ανάλυση αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων.....	19
2.5	Στατιστική-στοχαστική ανάλυση συνθετικών βροχοπτώσεων .....	21
2.5.1	Ημερήσιες χρονοσειρές συνθετικής βροχής.....	22
2.5.2	Ημερήσιες χρονοσειρές συνθετικής βροχής σε μηνιαία βάση.....	23
2.5.3	Ανάλυση αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων συνθετικής βροχής .....	25
<b>3</b>	<b>Στοχαστική προσομοίωση της βροχής με μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών</b>	<b>27</b>
3.1	Εισαγωγή – Η βροχή στις μικρές χρονικές κλίμακες.....	27
3.2	Τα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών.....	27
3.3	Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman-Scott (NSRPM).....	28
3.4	Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis (BLRPM).....	29
3.4.1	Το τυχαίο μοντέλο Bartlett-Lewis (RBLRPM).....	33
3.4.2	Το τυχαίο μοντέλο Γάμα Bartlett-Lewis (RBLRPM).....	36
3.4.3	Βιβλιογραφικά συμπεράσματα από την εφαρμογή του μοντέλου .....	37
3.5	Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλων Bartlett-Lewis.....	39
3.5.1	Τοποθέτηση προβλήματος στα πλαίσια της βελτιστοποίησης.....	39
3.5.2	Κριτήρια επιλογής στατιστικών μεγεθών.....	40
3.5.3	Ευαισθησία παραμέτρων στην κλίμακα μελέτης.....	43
<b>4</b>	<b>Το υπολογιστικό πακέτο HyetosR</b>	<b>46</b>
<b>5</b>	<b>Αναφορές</b>	<b>51</b>

<b>6</b>	<b>Παράρτημα Α</b>	<b>57</b>
<b>7</b>	<b>Παράρτημα Β</b>	<b>75</b>

# 1 Εισαγωγή

---

## 1.1 Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό

Στα πλαίσια της Δράσης «Συνεργασία» του ΕΣΠΑ 2007-2013, η Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας ανέθεσε στη σύμπραξη τεσσάρων φορέων (ΕΤΜΕ: Πέππας & Συνεργάτες, Γραφείο Μαχαίρα, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, και Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών) το ερευνητικό έργο “*ΔΕΥΚΑΛΙΩΝ – Εκτίμηση πλημμυρικών ροών στην Ελλάδα σε συνθήκες υδροκλιματικής μεταβλητότητας: Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένου εννοιολογικού-πιθανοτικού πλαισίου και υπολογιστικών εργαλείων*”. Το έργο αποσκοπεί στην ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων μεθοδολογιών μοντελοποίησης και πρόγνωσης των ισχυρών καταιγίδων και των επαγόμενων πλημμυρικών φαινομένων, προσαρμοσμένων στις ιδιαιτερότητες των ελληνικών υδροκλιματικών και γεωμορφολογικών συνθηκών. Στα πλαίσια του έργου προβλέπεται η ανάπτυξη ενός δικτύου ερευνητικών λεκανών, υφιστάμενων και νέων, στην Ελλάδα και την Κύπρο. Από την ανάλυση των δεδομένων πεδίου (υδρολογικών, μετεωρολογικών, γεωγραφικών) των εν λόγω λεκανών θα εξαχθούν φυσικά τεκμηριωμένες περιοχικές σχέσεις για την εκτίμηση χαρακτηριστικών υδρολογικών μεγεθών σχεδιασμού. Ακόμη, θα αναπτυχθούν υδρολογικά-υδραυλικά μοντέλα που θα ολοκληρωθούν σε ένα επιχειρησιακό σύστημα υδρομετεωρολογικής πρόγνωσης. Τέλος, προβλέπεται ακόμη η προετοιμασία (υπό μορφή προσχεδίου για επιστημονική συζήτηση) ενός πλαισίου κριτηρίων σχεδιασμού και μεθοδολογιών εκπόνησης μελετών αντιπλημμυρικών έργων.

Σκοπός της Ενότητας Εργασίας 3 με τίτλο “*Ανάπτυξη φυσικά εδραιωμένων εργαλείων υδρολογίας πλημμυρών*” είναι η αξιοποίηση των ιστορικών πληροφοριών και των δεδομένων πεδίου που θα συλλεχθούν από το νέο μετρητικό δίκτυο, για την διατύπωση ενός φυσικά εδραιωμένου μεθοδολογικού πλαισίου, το οποίο αφορά στη μοντελοποίηση των πλημμυρών, προσαρμοσμένου στις ελληνικές συνθήκες. Το πλαίσιο αυτό περιλαμβάνει ένα φάσμα μεθοδολογικών προσεγγίσεων, από στοιχειώδεις εμπειρικές σχέσεις έως προχωρημένα μοντέλα προσομοίωσης, τα οποία θα ελεγχθούν στις πιλοτικές περιοχές του έργου και θα συγκριθούν με κοινές πρακτικές των μελετητών και καταξιωμένα υπολογιστικά εργαλεία της βιβλιογραφίας.

Η παρούσα τεχνική έκθεση αναφέρεται στην ανάπτυξη μοντέλων στοχαστικής προσομοίωσης για την παραγωγή συνθετικών καταιγίδων, που χρησιμοποιούνται στη συνέχεια ως στοιχεία εισόδου σε υδρολογικά μοντέλα πλημμυρών. Τα συνθετικά επεισόδια (ή χρονοσειρές) που γεννώνται μέσω προσομοίωσης αναπαράγουν πλήρως τη στοχαστική δομή των ιστορικών δειγμάτων βροχής, διατηρώντας τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής σε όλες τις κλίμακες, καθώς και τις χρονικές και χωρικές συσχετίσεις στις χρονικές κλίμακες ενδιαφέροντος. Τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν και οι αντίστοιχες εφαρμογές τους σε κατάλληλο υπολογιστικό περιβάλλον, υλοποιούν μονομεταβλητά (βασισμένα στην ανέλιξη Bartlett-Lewis) και πολυμεταβλητά σχήματα, όπως περιγράφεται αναλυτικά στην παρούσα έκθεση καθώς και πρωτότυπα εναλλακτικά σχήματα προσομοίωσης.

Η ομάδα εκπόνησης του παρόντος τεύχους είναι:

- Σίμων-Μιχαήλ Παπαλεξίου, Περιβαλλοντολόγος, MSc, Δρ. Μηχανικός ΕΜΠ
- Παναγιώτης Κοσσιέρης, Πολιτικός Μηχανικός, MSc, Υποψ. Δρ. ΕΜΠ

## 1.2 Διάρθρωση τεύχους

Η παρούσα έκθεση αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια και δύο παραρτήματα.

Το **πρώτο κεφάλαιο** αποτελεί την εισαγωγή της έκθεσης και εμπεριέχει το αντικείμενο του έργου, την ομάδα μελέτης και τη διάρθρωση του τεύχους.

Στο **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζεται ένα ευέλικτο πολυμεταβλητό σχήμα στοχαστικής προσομοίωσης της βροχόπτωσης που μπορεί να εφαρμοστεί σε μεγάλος εύρος χρονικής κλίμακας. Επίσης παρουσιάζεται και μια αναλυτική εφαρμογή αυτού του σχήματος στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού όπου πραγματοποιείται προσομοίωση της ημερήσιας βροχόπτωσης τους 13 σταθμούς της Λεκάνης.

Στο **τρίτο κεφάλαιο** παρουσιάζονται τα στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης της βροχής σε συνεχή χρόνο, με ιδιαίτερη έμφαση στο μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis. Επίσης παρουσιάζεται μια εκτενής βιβλιογραφική επισκόπηση από την εφαρμογή του συγκεκριμένου μοντέλου για την προσομοίωση βροχών διαφορετικών τύπων, καθώς και το πρόβλημα εύρεσης των παραμέτρων του μοντέλου στα πλαίσια ολικής βελτιστοποίησης.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται το υπολογιστικό πακέτο HyetosR που υλοποιεί τα σχήματα Bartlett-Lewis για την προσομοίωση της βροχής σε μικρές χρονικές κλίμακες, είτε σειριακά είτε μέσω επιμερισμού.

Στα **Παραρτήματα Α και Β** παρουσιάζονται πίνακες και διαγράμματα των στατιστικών και στοχαστικών αναλύσεων των ιστορικών και των συνθετικών χρονοσειρών.

## 2 Στοχαστική μοντελοποίηση βροχόπτωσης

### 2.1 Επιλογή στοχαστικού μοντέλου

Η στοχαστική μοντελοποίηση της βροχόπτωσης παρουσιάζει πολλές ιδιαιτερότητες και δυσκολίες που οφείλονται κυρίως στον διαλείποντα χαρακτήρα της. Συγκεκριμένα, η ημερήσια βροχόπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί ούτε ανέλιξη συνεχών τυχαίων μεταβλητών αλλά ούτε ανέλιξη διακριτών τυχαίων μεταβλητών και αυτό διότι η περιθώρια κατανομή της ημερήσιας βροχόπτωσης ανήκει στην κατηγορία των μικτών τυχαίων μεταβλητών, που είναι εν μέρει διακριτή και εν μέρει συνεχής. Επιπλέον, η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών από θετικά ασύμμετρες κατανομές, όπως αυτή της ημερήσιας βροχόπτωσης, που να διατηρούν ζητούμενη δομή αυτοσυσχέτισης, είναι πολύ πιο δύσκολη από ότι η παραγωγή χρονοσειρών από συμμετρικές κατανομές όπως η κανονική.

Γενικά, οι προσεγγίσεις μοντελοποίησης της βροχόπτωσης στη βιβλιογραφία [Waymire and Gupta, 1981] διαχωρίζουν τη μοντελοποίηση σε δύο στάδια, στο πρώτο, μοντελοποιούνται οι περίοδοι ξηρασίας και βροχόπτωσης και στο δεύτερο, μοντελοποιούνται οι τιμές της βροχόπτωσης όταν βρέχει. Μια άλλη τεχνική που εφαρμόζεται κυρίως σε συνεχείς μεταβλητές και όχι σε μεταβλητές με διαλείποντα χαρακτήρα, είναι πρώτον, η κανονικοποίηση τους, δεύτερον, η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών με τα χαρακτηριστικά της κανονικοποιημένης χρονοσειράς και τρίτον, η αποκανονικοποίηση της κανονικοποιημένης χρονοσειράς ώστε να μοιάζει με την αρχική. Η μεθοδολογία που παρουσιάζεται εδώ αποτελεί μια τροποποίηση αυτής της παραπάνω τεχνικής ώστε να είναι εφαρμόσιμη και σε χρονοσειρές διαλείποντος χαρακτήρα όπως επίσης και σε πολλαπλές χρονικές κλίμακες.

Η επιλογή του στοχαστικού μοντέλου βασίζεται τόσο στα χαρακτηριστικά του συστήματος που καλείται να προσομοιώσει όσο και στα χαρακτηριστικά που είναι επιθυμητό αυτό να αναπαράγει. Έστω πως υπάρχει ένας μετασχηματισμός που κανονικοποιεί της ιστορικές χρονοσειρές βροχόπτωσης, καθώς και ο αντίστροφός του ώστε να είναι εφικτή η αποκανονικοποίηση τους, τότε στοχαστικό μοντέλο πρέπει να έχει τα εξής χαρακτηριστικά: (α) να είναι πολυμεταβλητό, (β) να αναπαράγει την μηνιαία κυκλική μεταβλητότητα και (γ) να διατηρεί τη δομή της αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης.

Ένα μοντέλο που διατηρεί αυτά τα χαρακτηριστικά, είναι το κυκλοστάσιμο πολυμεταβλητό αυτοπαλινδρόμησης τάξης 1 (PAR1). Το μοντέλο αυτό έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως στην υδρολογία [Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993; Ledolter, 1978; Raman and Sunilkumar, 1995; Salas and Delleur, 1980] και διατηρεί ή αναπαράγει την ετεροσυσχέτιση μεταξύ των σταθμών για υστέρηση βήματος 0 και 1, καθώς και την αυτοσυσχέτιση για βήμα 1.

Συμβολίζοντας με  $Z_{i,j}(t)$  την κανονικοποιημένη μεταβλητή την ημέρα  $t$ , στον  $i$ -οστό σταθμό για το μήνα  $j$ , με  $i = 1, \dots, n$  και  $j = 1, \dots, 12$  το μοντέλο PAR1 ορίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{Z}_j(t) = \mathbf{A}_j \mathbf{Z}_j(t-1) + \mathbf{B}_j \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (2.1)$$

όπου  $\mathbf{Z}_j^T(t) = [Z_{1,j}(t) \dots Z_{n,j}(t)]$  με  $Z_{i,j}(t) \sim N(0,1)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^T(t) = [\varepsilon_1(t) \dots \varepsilon_n(t)]$  το διάνυσμα των τυχαίων διαταραχών με  $\varepsilon_i(t) \sim N(0,1)$ ,  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$  τα  $n \times n$  μητρώα παραμέτρων με το  $j$  να εξαρτάται από το μήνα που η μέρα  $t$  ανήκει. Συνεπώς, πρέπει να εκτιμηθούν 12 διαφορετικά μητρώα



παραμέτρων  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$ , δηλαδή ένα για κάθε μήνα. Σχετικά με την υλοποίηση του μοντέλου διευκρινίζεται πως σε κάθε βήμα  $t$  πρέπει να επιλέγονται τα κατάλληλα μητρώα παραμέτρων, για παράδειγμα, για τις πρώτες 31 τιμές τα μητρώα  $\mathbf{A}_1$  και  $\mathbf{B}_1$ , για τις επόμενες 28 τιμές τα  $\mathbf{A}_2$  και  $\mathbf{B}_2$  κτλ. Δεδομένου ότι το μοντέλο είναι κυκλοστάσιμο η επιλογή των μητρώων  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$  είναι περιοδική, επαναλαμβάνεται κάθε 365 ή 366 τιμές.

Τα μητρώα των παραμέτρων  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$  μπορούν να εκτιμηθούν, αντίστοιχα, από τις εξισώσεις

$$\mathbf{A}_j = \mathbf{K}_{z_j}(1) \mathbf{K}_{z_j}^{-1}(0) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{B}_j \mathbf{B}_j^T = \mathbf{K}_{z_j}(0) - \mathbf{K}_{z_j}(1) \mathbf{K}_{z_j}^{-1}(0) \mathbf{K}_{z_j}^T(1) \quad (2.3)$$

όπου  $\mathbf{K}_{z_j}(\tau)$  είναι το μητρώο συσχετίσεων για υστέρηση  $\tau$ , του μήνα  $j$ , που ορίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{K}_{z_j}(\tau) = \begin{bmatrix} \rho_{1,1}(\tau) & \dots & \rho_{1,n}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1}(\tau) & \dots & \rho_{n,n}(\tau) \end{bmatrix} \quad \rho_{p,q}(\tau) = E[Z_{p,j}(t) Z_{q,j}(t-\tau)] \quad (2.4)$$

με  $p = 1, \dots, n$  και  $q = 1, \dots, n$ .

## 2.2 Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών

### 2.2.1 Κανονικοποίηση ιστορικών χρονοσειρών

Γενικά, για έναν αυθαίρετο ένα-προς-ένα μετασχηματισμό  $h$  μιας και συνεχούς τυχαίας μεταβλητής  $Y$  που ορίζεται σε ένα αυθαίρετο σύνολο  $k$  και μετασχηματίζει την  $Y$  στην τυποποιημένη κανονική μεταβλητή  $Z$ , με δεδομένο ότι το πεδίο ορισμού της  $Z$  είναι το  $\mathbb{R}$ , πρέπει να ισχύει  $h: k \rightarrow \mathbb{R}$ . Αν συμβολίσουμε με  $Y$  την βροχόπτωση που ορίζεται στο  $\mathbb{R}^+$  και συνεπώς είναι μια μεταβλητή μικτού τύπου με συγκεκριμένη πιθανότητα  $p = \Pr(Y = 0)$  και με  $X$  τη θετική βροχόπτωση, που ορίζεται δηλαδή στο  $(0, \infty)$ , είναι φανερό πως οποιοσδήποτε μετασχηματισμός της  $Y$  θα οδηγήσει και πάλι σε μια μεταβλητή μικτού τύπου, ενώ αντιθέτως ένας συνεχής μετασχηματισμός που δρα στη  $X$  θα τη μετασχηματίσει σε συνεχή μεταβλητή.

Με βάση την προηγούμενη παρατήρηση είναι φανερό πως μόνο η θετική βροχόπτωση  $X$  μπορεί να μετασχηματιστεί στην τυποποιημένη κανονική μεταβλητή  $Z$  με την εφαρμογή ενός καταλλήλου μετασχηματισμού  $Z = g(X)$ . Παρόλα αυτά, σε ένα δείγμα  $n$  τιμών βροχόπτωσης με  $n_0$  μηδενικές τιμές, η μικρότερη θετική τιμή του δείγματος  $x_{(1)}$  έχει εμπειρική πιθανότητα μη υπέρβασης κατά Weibull ίση με  $(n_0+1)/(n+1) = p + 1/(n+1) > 0$  και συνεπώς η τιμή της μεταβλητής  $Z$  που αντιστοιχεί σε αυτή την πιθανότητα είναι  $z_{(1)} > z_p > -\infty$ , όπου  $z_p$  η τιμή της μεταβλητής  $Z$  που αντιστοιχεί στην πιθανότητα  $p = \Pr(Y = 0)$ . Έτσι, αρκεί για το μετασχηματισμό  $g$  να ισχύει  $g: (0, \infty) \rightarrow (z_p, \infty)$ . Επίσης, σχετικά με τα χαρακτηριστικά του μετασχηματισμού  $g$ , δεδομένου ότι από την ανάλυση των θετικών ημερήσιων βροχοπτώσεων ανά μήνα έχει προκύψει ότι η κατανομή τους είναι θετικά ασύμμετρα και τύπου δύναμης, θα πρέπει ο μετασχηματισμός  $Z = g(X)$  να οδηγήσει σε μια κατανομή με παρόμοια χαρακτηριστικά.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω ο μετασχηματισμός που προτείνεται είναι:

$$z = g(x) = d + \sqrt{\ln \left[ 1 + \left( 1 + \frac{x}{a} \right)^b \right]^c} \quad g: \mathbb{R}^+ \rightarrow (d + \sqrt{\ln 2}, \infty) \quad (2.5)$$

όπου  $a, b, c, d$  οι παράμετροι του μετασχηματισμού και  $d + \sqrt{\ln 2} = z_p$ . Εφαρμόζοντας την αλλαγή μεταβλητής  $z = g(x)$  στην τυποποιημένη κανονική κατανομή, τότε η πυκνότητα πιθανότητας της μεταβλητής  $X$  είναι

$$f_X(x) = \frac{1}{1-p} \frac{bc}{2a\sqrt{2\pi}} \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \left(\left(\frac{x}{a}\right)^b + 1\right)^{c-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\sqrt{\ln \left(\left(\left(\frac{x}{a}\right)^b + 1\right)^c + 1}\right) + d}\right)^2\right)}{\left(\left(\left(\frac{x}{a}\right)^b + 1\right)^c + 1\right) \sqrt{\ln \left(\left(\left(\frac{x}{a}\right)^b + 1\right)^c + 1\right)}} \quad (2.6)$$

η οποία όπως μπορεί να διαπιστωθεί, έχει παρόμοια συμπεριφορά με μια ευέλικτη τρι-παραμετρική κατανομή τύπου δύναμης που είναι γνωστή ως Burr τύπου XII. Συγκεκριμένα, για  $b < 0$  η πυκνότητα πιθανότητας απειρίζεται στο 0, ενώ για  $b > 0$  η πυκνότητα πιθανότητας μηδενίζεται στο 0. Επιπλέον, το πιο σημαντικό είναι πως η κατανομή είναι τύπου δύναμης και ειδικά για  $d = 0$  έχει δείκτη ασυμπτωτικής συμπεριφοράς ίσο με  $bc/2 + 1$ .

Είναι προφανές πως ο μετασχηματισμός (2.6) πρέπει να εφαρμοστεί σε κάθε μεταβλητή  $X_{i,j}$  που αναφέρεται στην βροχόπτωση του  $i$ -οστού σταθμού για το μήνα  $j$ .

## 2.2.2 Εκτίμηση μητρώων συσχετίσεων και παραμέτρων μοντέλου

Για να εφαρμοστεί το μοντέλο PAR1 πρέπει να εκτιμηθούν τα μητρώα των παραμέτρων  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$  που σύμφωνα με τις σχέσεις (2.2) και (2.3) απαιτείται γνώση των μητρώων συσχετίσεων  $\mathbf{K}_{Z_j}(\tau)$ , όπως αυτά ορίζονται στην σχέση (2.4). Είναι φανερό πως η εφαρμογή του μετασχηματισμού μετασχηματίζει μόνο τις θετικές τιμές της βροχόπτωσης και συνεπώς τα μητρώα  $\mathbf{K}_{Z_j}(\tau)$  δεν είναι δυνατόν να εκτιμηθούν με ακρίβεια από τις μετασχηματισμένες χρονοσειρές εξαιτίας της ύπαρξης των μηδενικών.

Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, πραγματοποιήθηκε μια πληθώρα προσομοιώσεων κανονικών χρονοσειρών με δεδομένες τιμές συσχέτισης, και μελετήθηκε η επίδραση του αντίστροφου μετασχηματισμού της σχέσης (2.6) στις αποκανονικοποιημένες χρονοσειρές. Από τη ανάλυση, προέκυψε ότι ο μετασχηματισμός προκαλεί διαφοροποίηση της συσχέτισης που εξαρτάται τόσο από την πιθανότητα στεγνής ημέρας  $p$  όσο και από τις τιμές των παραμέτρων του. Συνεπώς, τα μητρώα  $\mathbf{K}_{Z_j}(\tau)$  εκτιμώνται από τα αντίστοιχα μητρώα  $\mathbf{K}_{X_j}(\tau)$  που ορίζονται από την εξίσωση

$$\mathbf{K}_{X_j}(\tau) = \begin{bmatrix} \rho_{1,1}(\tau) & \dots & \rho_{1,13}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{13,1}(\tau) & \dots & \rho_{n,n}(\tau) \end{bmatrix} \quad \rho_{p,q}(\tau) = \frac{\text{Cov}[X_{p,j}(t), X_{q,j}(t-\tau)]}{\sigma_{X_{p,j}}(t)\sigma_{X_{q,j}}(t-\tau)} \quad (2.7)$$

οι τιμές των οποίων προσαυξήθηκαν κατά ένα ποσοστό που προέκυψε από τα αποτελέσματα της προαναφερθείσας ανάλυσης. Ο Πίνακας 2.1 παρουσιάζει το ποσοστό προσαύξησης που κατά μέσο

όρο πρέπει να πραγματοποιηθεί στις τιμές των συντελεστών συσχέτισης των μητρώων  $\mathbf{K}_{X_j}(\tau)$  ώστε να προκύψουν τα μητρώα  $\mathbf{K}_{Z_j}(\tau)$ .

Μετά την εκτίμηση των μητρώων  $\mathbf{K}_{Z_j}(\tau)$ , η εκτίμηση των μητρώων των παραμέτρων  $\mathbf{A}_j$  και  $\mathbf{B}_j$  πραγματοποιήθηκε εφαρμόζοντας τις σχέσεις (2.2) και (2.3). Αναφέρεται, πως τα μητρώα των παραμέτρων  $\mathbf{B}_j$  εκτιμήθηκαν βάσει της μεθόδου Cholesky.

Τέλος, η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών της βροχόπτωσης, πραγματοποιείται βάσει του μοντέλου PAR1 με χρήση των εκτιμημένων παραμέτρων και τη χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού της (2.1), ήτοι

$$x = g_{Z_{i,j}}^{-1}(z) = \begin{cases} 0, & z \leq z_{p_{i,j}} \\ a \left\{ \left[ e^{(z-d)^2} - 1 \right]^{\frac{1}{c}} - 1 \right\}^{\frac{1}{b}}, & z > z_{p_{i,j}} \end{cases} \quad g^{-1} : (d + \sqrt{\ln 2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+ \quad (2.8)$$

όπου  $g_{Z_{i,j}}^{-1}(z)$  είναι ο μετασχηματισμός που αναφέρεται στον  $i$ -οστό σταθμό του μήνα  $j$ , και  $p_{i,j}$  η αντίστοιχη πιθανότητα στεγνής ημέρας.

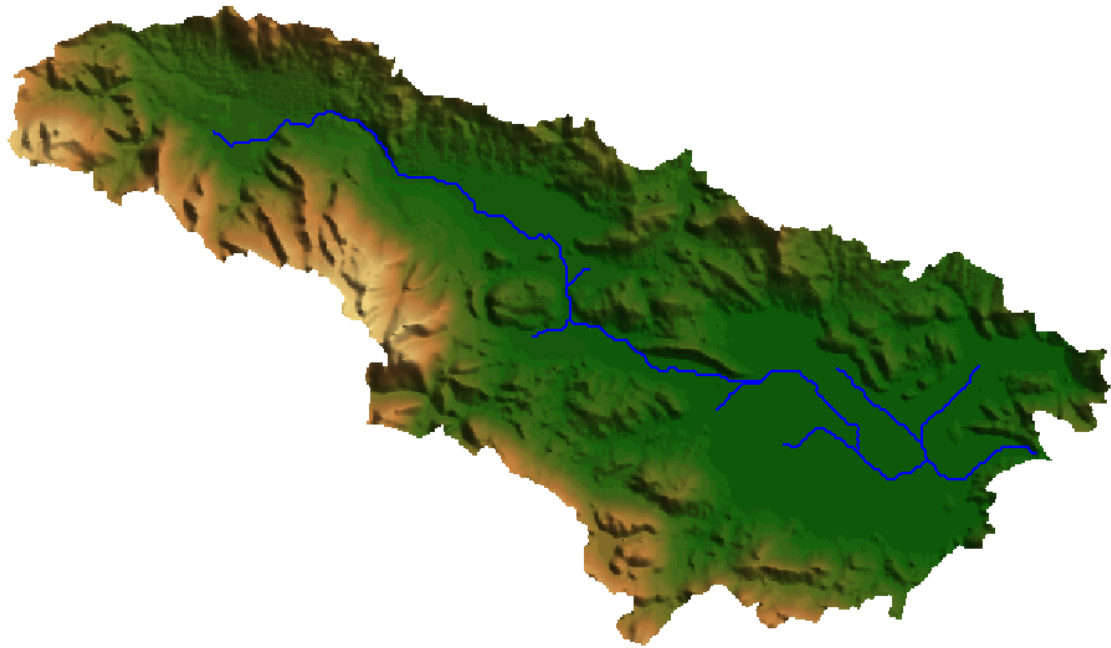
### 2.3 Περιοχή μελέτης και διαθέσιμα δεδομένα

Η περιοχή που εφαρμόστηκε η μεθοδολογία είναι η λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού (Σχήμα 2.1). Η λεκάνη έχει έκταση 1852.8 km<sup>2</sup>, το μέσο υψόμετρό της ανέρχεται σε 481.4 m, ενώ το μέγιστο υψόμετρό της είναι στην κορυφή Λιάκουρα του Παρνασσού, η οποία φτάνει τα +2457 m. Ο υδροκρίτης της ορίζεται βόρεια και βορειοανατολικά από τα όρη Οίτη, Καλλίδρομο, Σφίγγιο και Χλωμό, και νότια και νοτιοδυτικά από τα όρη Γκιώνα, Παρνασσός και Ελικώνας.

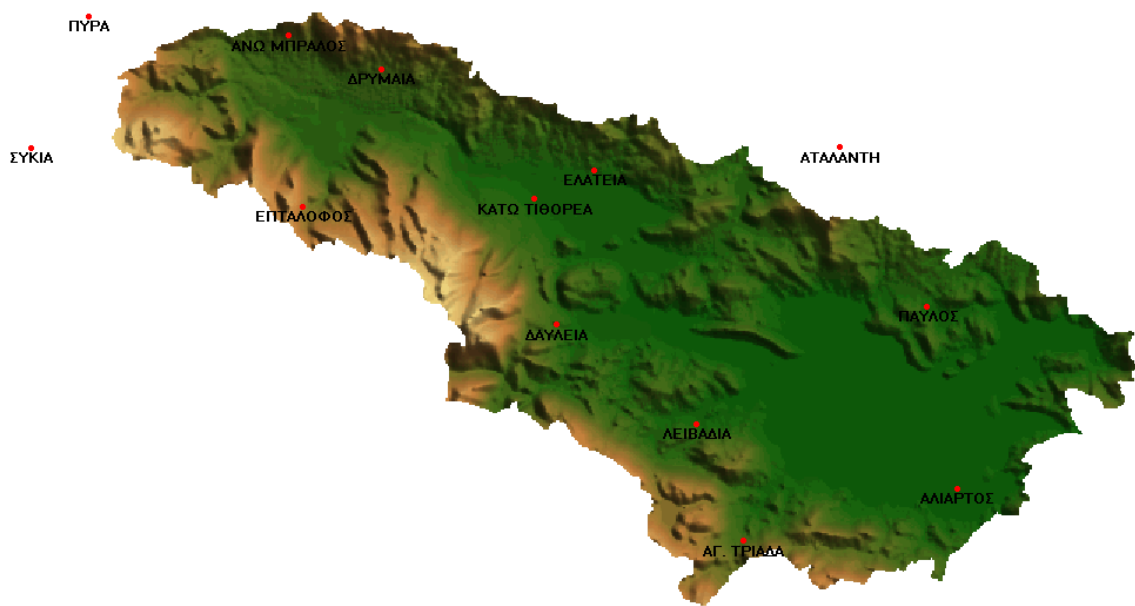
Τα ημερήσια βροχομετρικά δείγματα προέρχονται από 13 υδρομετεωρολογικούς σταθμούς της ευρύτερης περιοχής, οι θέσεις των οποίων απεικονίζονται στον χάρτη του Σχήματος 2.2. Επισημαίνεται ότι οι σταθμοί Πυράς και Συκέας, αν και ανήκουν στην υδρολογική λεκάνη του Μόρνου, επιλέχθηκαν ως αντιπροσωπευτικοί ορεινοί σταθμοί, αφού στην περιοχή μελέτης υπάρχει ανεπάρκεια μετρήσεων βροχόπτωσης σε μεγάλα υψόμετρα. Ακόμη, εκτός των ορίων της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού βρίσκεται και ο σταθμός της Αταλάντης. Κάποια βασικά χαρακτηριστικά των σταθμών παρουσιάζονται στον Πίνακα 2.1, ενώ τα δεδομένα τους ελήφθησαν από ερευνητικό έργο του ΕΜΠ (Ευστρατιάδης και Μαμάσης, 2004).

Πίνακας 2.1: Ποσοστό προσαύξησης συντελεστών συσχέτισης των μητρώων  $\mathbf{K}_{X_j}(\tau)$ .

Υστέρηση	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μαϊ	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
$\tau = 0$	0.30	0.25	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.40	0.40	0.25	0.25	0.25
$\tau = 1$	0.40	0.40	0.40	0.45	0.50	0.60	0.70	0.75	0.60	0.40	0.40	0.40



Σχήμα 2.1: Ψηφιακό μοντέλο εδάφους λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού.



Σχήμα 2.2: Θέσεις βροχομετρικών σταθμών.

Πίνακας 2.1: Χαρακτηριστικά βροχομετρικών σταθμών.

Όνομασία	Υπηρεσία	Υψόμετρο (m)	Μέσο ετήσιο ύψος βροχής (mm)
Αγία Τριάδα	ΥΠΕΧΩΔΕ	458.0	998.8
Αλίαρτος	ΕΜΥ	105.0	576.2
Άνω Μπράλος	ΥΠΕΧΩΔΕ	600.0	971.4
Αταλάντη	ΥΠΕΧΩΔΕ	78.1	558.7
Γραβιά	ΥΠΕΧΩΔΕ	380.7	916.6
Δαύλεια	ΥΠΕΧΩΔΕ	277.4	839.6
Δρυμαία	ΥΠΕΧΩΔΕ	502.6	724.1
Επτάλοφος	ΥΠΕΧΩΔΕ	830.0	1105.4
Κάτω Τιθορέα	ΥΠΕΧΩΔΕ	168.3	670.8
Λειβαδιά	ΥΠΕΧΩΔΕ	175.6	760.8
Πάυλος	ΥΠΕΧΩΔΕ	212.7	497.3
Πυρά	ΥΠΕΧΩΔΕ	1137.1	1325.6
Συκέα	ΥΠΕΧΩΔΕ	707.8	1237.5

Τα δεδομένα αυτών των σταθμών διατίθενται σε ψηφιακή μορφή από την ΕΤΥΜΠ και επικαιροποιήθηκαν μετά από αποδελτίωση (μέχρι τις 31/12/2006) στα πλαίσια ενός ερευνητικού προγράμματος του ΕΜΠ (Παπαλεξίου και Ευστρατιάδης, 2009). Ο Πίνακας 2.1 παρουσιάζει αναλυτικά το χρονικό διάστημα των διαθέσιμων χρονοσειρών. Ειδικά για το σταθμό της Αλίαρτου της ΕΜΥ, υπάρχουν δεδομένα μόνο για το χρονικό διάστημα 01/03/1965 έως 30/09/1990, καθώς στη συνέχεια ο σταθμός έπαψε να λειτουργεί.

Πίνακας 2.2: Διαθέσιμες χρονοσειρές δεδομένων ημερήσιας βροχόπτωσης

Σταθμός	Διαθέσιμα από ΕΤΥΜΠ		Επικαιροποίηση με αποδελτίωση έως
	Έναρξη	Λήξη	
Συκέα	01/08/1963	30/09/1997	31/12/2006
Πυρά	01/08/1963	30/09/1997	31/12/2006
Γραβιά	08/12/1955	31/12/1996	31/12/2006
Άνω Μπράλος	01/11/1969	30/09/1997	31/12/2006
Επτάλοφος	01/12/1969	31/12/1996	31/12/2006
Δριμέα	01/11/1962	31/12/1996	31/12/2006
Τιθορέα	01/11/1962	30/09/1997	31/12/2006
Δαυλεία	01/12/1962	30/09/1997	31/12/2006
Αταλάντη	08/12/1955	31/12/1996	31/12/2006
Λειβαδιά	06/09/1956	30/09/1997	31/12/2006
Πάυλος	01/11/1962	31/01/1997	31/12/2006
Αγία Τριάδα	01/12/1962	31/12/1996	31/12/2006
Αλίαρτος†	01/03/1965	30/09/1990	—

† Διαθέσιμα από ΕΜΥ

Επισημαίνεται πως τα πρωτογενή αυτά δεδομένα ελεγχτήκαν για σφάλματα εγγραφής, π.χ., για την ορθή ημερολογιακή διάταξη, τις διπλές εγγραφές, κ.α. Επίσης πραγματοποιήθηκε συγχρονισμός των χρονοσειρών (διαπιστώθηκε πως τα δεδομένα της Τιθορέας είναι συστηματικά μετατοπισμένα κατά μία ημέρα προς τα πίσω), η χιονόπτωση μετατράπηκε σε βροχή καθώς πραγματοποιήθηκε και συμπλήρωση των κενών με τη μέθοδο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης (Παπαλεξίου και Ευστρατιάδης, 2009).

## 2.4 Στατιστική-στοχαστική ανάλυση ιστορικών βροχοπτώσεων

### 2.4.1 Βασικά περιγραφικά μέτρα

Στα υποκεφάλαια που ακολουθούν παρουσιάζεται η περιγραφική στατιστική ανάλυση των ιστορικών χρονοσειρών της βροχόπτωσης των σταθμών της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Συγκεκριμένα αναλύονται οι χρονοσειρές της ημερήσιας και της ημερήσιας σε μηνιαία βάση βροχόπτωσης. Σκοπός της ανάλυσης αυτής είναι να σχηματιστεί μια αναλυτική στατιστική εικόνα της συμπεριφοράς της βροχόπτωσης, η οποία θα συμβάλει στην ορθή στατιστική-στοχαστική μοντελοποίηση της.

Γενικά, τα περιγραφικά μέτρα μπορούν να χωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες: (α) μέτρα θέσης, (β) μέτρα μεταβλητότητας και (γ) μέτρα σχήματος. Τα περιγραφικά μέτρα που έχουν εκτιμηθεί και παρουσιάζονται σε πίνακες (βλ. Παράρτημα Α) στην παρούσα εργασία είναι από την κατηγορία (α) η μέση τιμή  $\mu$ , από την κατηγορία (β) η τυπική απόκλιση  $\sigma$ , τα τεταρτημόρια  $Q_1$ ,  $Q_2$ , και  $Q_3$ , η μέγιστη και ελάχιστη τιμή, ο συντελεστής μεταβλητότητας  $C_v = \sigma/\mu$  και ο L-συντελεστής μεταβλητότητας  $L-C_v = \lambda_2/\lambda_1$ , ενώ από την κατηγορία (γ) ο συντελεστής ασυμμετρίας  $C_s$  και κύρτωσης  $C_k$  των κλασικών ροπών καθώς και οι L-συντελεστές ασυμμετρίας και κύρτωσης  $L-C_s$  και  $L-C_k$  των L-ροπών. Επίσης έχει εκτιμηθεί και η πιθανότητα ξηρής ημέρας  $P_d$ , που ορίζεται για ένα συγκεκριμένο διάστημα ως ο λόγος των ημερών χωρίς βροχόπτωση προς τις συνολικές ημέρες του διαστήματος.

Τα περισσότερα από τα παραπάνω στατιστικά μέτρα είναι τετριμμένα και δεν απαιτούν κάποια περαιτέρω περιγραφή. Αξίζει μια σύντομη αναφορά στα μέτρα που βασίζονται στις L-ροπές [Hosking, 1990] που ορίζονται ως γραμμικός συνδυασμός των αναμενόμενων τιμών των διατεταγμένων στατιστικών και χρησιμοποιούνται πλέον ευρέως στην υδρολογία τόσο ως μέθοδος προσαρμογής κατανομών αλλά και όσο και ως περιγραφικά στατιστικά μέτρα [Kroll and Vogel, 2002; Lim and Lye, 2003]. Το βασικό πλεονέκτημα των L-ροπών είναι πως οι δειγματικές εκτιμήσεις τους ως γραμμικοί συνδυασμοί του διατεταγμένου δείγματος, δεν υψώνουν τις παρατηρήσεις του δείγματος σε τετραγωνικές ή κυβικές δυνάμεις, όπως συμβαίνει με την κλασική μέθοδο των ροπών. Ως αποτέλεσμα, οι εκτιμήσεις των L-αδιάστατων συντελεστών διασποράς  $L-C_v = \lambda_2/\lambda_1$ , L-ασυμμετρίας  $L-C_s = \lambda_3/\lambda_2$ , και L-κύρτωσης  $L-C_k = \lambda_4/\lambda_2$ , είναι αμερόληπτες με κανονική σχεδόν κατανομή, όπου  $\lambda_i$  είναι η  $i$ -οστή L-ροπή [Sankarasubramanian and Srinivasan, 1999; Vogel and Fennessey, 1993]. Τιμή του  $L-C_s < 0$  υποδηλώνει αρνητική ασυμμετρία ενώ τιμή του  $L-C_s > 0$  θετική ασυμμετρία. Αντίστοιχα, για τη κύρτωση, τιμή του  $L-C_k > 0.1226$ , που είναι η τιμή της κανονικής κατανομής, υποδηλώνει λεπτόκυρτη κατανομή, ενώ  $L-C_k < 0.1226$  πλατύκυρτη κατανομή.

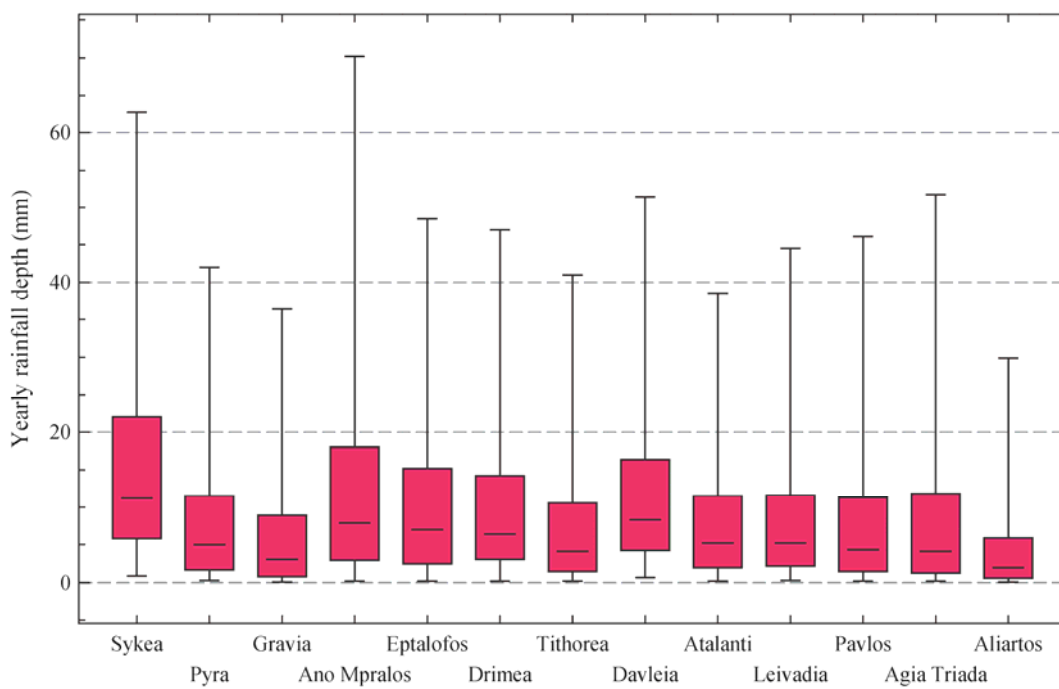
### 2.4.2 Ημερήσιες χρονοσειρές

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της ημερήσιας βροχόπτωσης είναι ο διαλείπων χαρακτήρα της, η ιδιότητά της δηλαδή σε κάποια χρονικά διαστήματα να βρέχει και σε κάποια άλλα να μην βρέχει. Συνεπώς, στη μηδενική τιμή βροχόπτωσης αντιστοιχίζεται μια συγκεκριμένη θετική πιθανότητα,

ενώ σε οποιαδήποτε μη μηδενική τιμή της αντιστοιχίζεται πιθανότητα ίση με μηδέν, έτσι η μη μηδενική βροχόπτωση είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή. Στη μελέτη της ημερήσιας βροχόπτωσης, εκτός από την εκτίμηση της πιθανότητας ξηρασίας, ουσιαστική είναι προφανώς και η μελέτη της κατανομής της μη μηδενικής ημερήσιας βροχόπτωσης, δηλαδή της κατανομής της βροχόπτωσης δεδομένου ότι βρέχει.

Για τη μελέτη της ημερήσιας βροχόπτωσης σε κάθε σταθμό της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού, χρησιμοποιήθηκαν οι ημερήσιες χρονοσειρές του χρονικού διαστήματος από 01/01/1964 έως 31/12/2006. Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης καθώς και η πιθανότητα να μην βρέχει παρουσιάζονται στον Πίνακα Α.1 του Παραρτήματος Α, ενώ μια συνοπτική εικόνα για κάθε σταθμό παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.

Τόσο από τα στατιστικά χαρακτηριστικά του Πίνακα Α.1 όσο και από το Σχήμα 2.1, προκύπτει πως η θετική ημερήσια βροχόπτωση παρουσιάζει μεγάλη θετική ασυμμετρία, με τις τιμές των συντελεστών ασυμμετρίας και L-ασυμμετρίας, να κυμαίνονται από 2.2 έως 4 και από 0.38 έως 0.54, αντίστοιχα. Γενικά, παρατηρείται αρκετά μεγάλη ομοιότητα στα στατιστικά χαρακτηριστικά των περισσότερων σταθμών, π.χ., η μέση τιμή στους περισσότερους κυμαίνεται γύρω από τα 10 mm ± 2 mm, ενώ η τυπική απόκλιση γύρω από τα 13 mm ± 2 mm. Τέλος, η πιθανότητα να μην βρέχει κυμαίνεται από 0.66 στο σταθμό της Πυράς, που σημαίνει πως κατά μέσο όρο βρέχει 54 μέρες το χρόνο, έως 0.85 στο σταθμό του Παύλου που αντιστοιχεί 124 μέρες βροχής.



Σχήμα 2.1 Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm σε σταθμούς της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Οι άνω και κάτω φράχτες κάθε θηκογράμματος ορίζουν το 95% εμπειρικό διάστημα εμπιστοσύνης.

#### 2.4.3 Ημερήσιες χρονοσειρές σε μηνιαία βάση

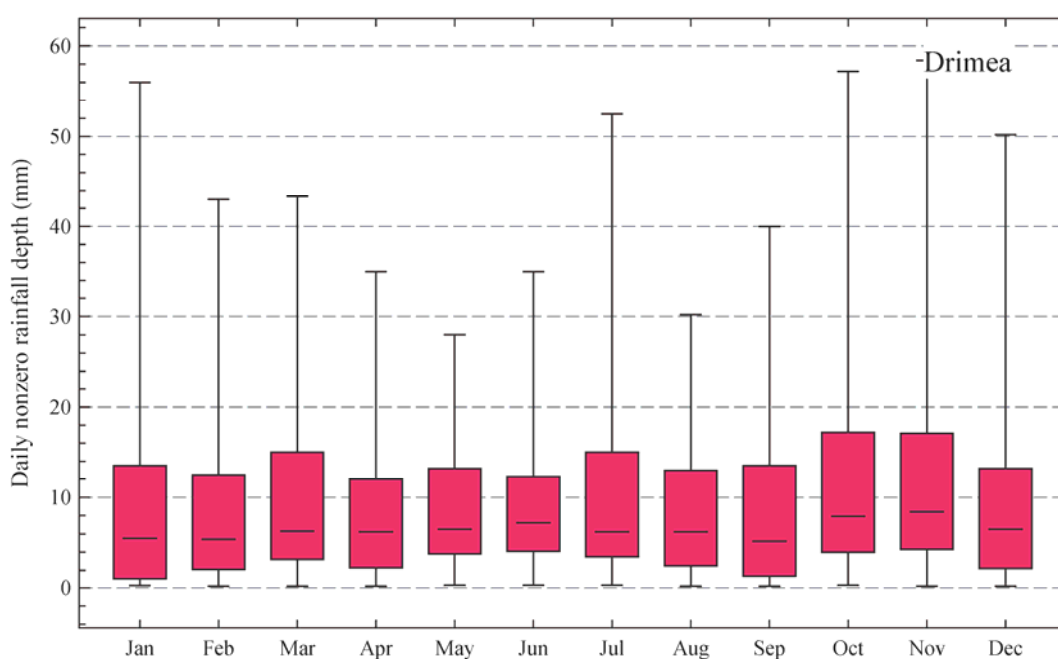
Μια πιο λεπτομερής ανάλυση, επιβάλλει τη μελέτη της βροχόπτωσης ανά μήνα, δεδομένης της κυκλικής μεταβολής του κλίματος, που αναμφίβολα επηρεάζει όλες τις διεργασίες που σχετίζονται με αυτό. Για τη μελέτη της ημερήσιας βροχόπτωσης σε κάθε σταθμό της λεκάνης του Βοιωτικού

Κηφισού ανά μήνα, χρησιμοποιήθηκαν οι συμπληρωμένες ημερήσιες χρονοσειρές του χρονικού διαστήματος από 01/01/1964 έως 31/12/2006 αφού πρώτα απομονώθηκαν τα δεδομένα κάθε μήνα και σταθμού ώστε να κατασκευαστούν οι επιμέρους χρονοσειρές. Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης κάθε σταθμού ανά μήνα καθώς και η πιθανότητα ξηρασίας σε μηνιαία βάση παρουσιάζονται στους Πίνακες Α.2 ως Α.14 του Παραρτήματος Α. Μια τυπική εικόνα για ένα σταθμό παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.2, ενώ συνολικά τα θηκογράμματα όλων των σταθμών παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α (Σχήματα Α.1 ως Α.13).

Ο Πίνακας 2.3 παρουσιάζει τη μέση τιμή της πιθανότητας ξηρής ημέρας  $\bar{P}_d$ , όπως προκύπτει από όλους τους σταθμούς. Είναι φανερό η μεγάλη διαφοροποίηση μεταξύ των μηνών, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο εξαιτίας της εποχιακής μεταβολής του κλίματος. Αυτή η διαφοροποίηση μεταξύ των μηνών αποτελεί ουσιώδες στοιχείο, αφού είναι η βασική αιτία που διαφοροποιεί το συνολικό ύψος βροχής ανά μήνα.

Πίνακας 2.3: Μέση τιμή πιθανότητας στεγνής ημέρας όλων των σταθμών ανά μήνα.

	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μαϊ	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
$\bar{P}_d$	0.66	0.64	0.68	0.76	0.82	0.89	0.93	0.92	0.88	0.77	0.70	0.63



Σχήμα 2.2 Θηκογράμματα μηνιαίας θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm στο σταθμό Δρυμαία της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

Μελετώντας τόσο τα στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης στους πίνακες Α.2 έως Α.14 αλλά και τα θηκογράμματα όλων των σταθμών στα σχήματα Α.1 έως Α.13 του Παραρτήματος Α, προκύπτει πως στην πλειοψηφία των σταθμών η θετική ημερήσια βροχόπτωση ανά μήνα κάθε σταθμού έχει περίπου την ίδια κατανομή μεταξύ των μηνών. Το βασικό στοιχείο δηλαδή που διαφοροποιείται είναι η πιθανότητα ξηρής ημέρας. Ακόμη και στην περίπτωση που η βροχόπτωση των χειμερινών μηνών παρουσιάζει μεγαλύτερη μέση τιμή και μεγαλύτερη διασπορά από τους υπολοίπους μήνες, τα χαρακτηριστικά σχήματος της κατανομής



φαίνεται να παραμένουν περίπου ίδια μεταξύ των μηνών. Συνεπώς, το γεγονός αυτό υπονοεί πως ίσως να υπάρχει μια και μόνο θεωρητική κατανομή που να περιγράφει ικανοποιητικά την ημερήσια βροχόπτωση για όλους τους μήνες.

#### 2.4.4 Προσαρμογή κατανομών

Είναι γνωστό από τη βιβλιογραφία πως η κατανομή της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης παρουσιάζει μεγάλη θετική ασυμμετρία. Παραδοσιακά, οι κατανομές που έχουν περισσότερο χρησιμοποιηθεί ως κατανομές ημερήσιας βροχόπτωσης είναι η εκθετική, η κατανομή Γάμα ή μίξεις εκθετικών [π.χ., *Waymire and Gupta*, 1981; *Wilks*, 1998; *Woolhiser and Roldan*, 1982]. Παρόλα αυτά, άλλες εργασίες [*Fraedrich and Larnder*, 1993; *Veneziano et al.*, 1996; *Wilks*, 1999] προτείνουν αντί της χρήσης εκθετικών κατανομών τη χρήση κατανομών τύπου Pareto, με ουρά δηλαδή τύπου δύναμης [*Papalexioiu and Koutsoyiannis*, 2009a, 2008]. Στην παρούσα εφαρμογή θα χρησιμοποιηθεί μια ευέλικτη τρι-παραμετρική κατανομή τύπου δύναμης η οποία έχει αναλυτική και απλή έκφραση της συνάρτησης κατανομής και είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως κατανομή Burr τύπου XII [*Rodriguez*, 1977; *Tadikamalla*, 1980]. Ο Πίνακας 2.4 συνοψίζει τα βασικά χαρακτηριστικά της κατανομής.

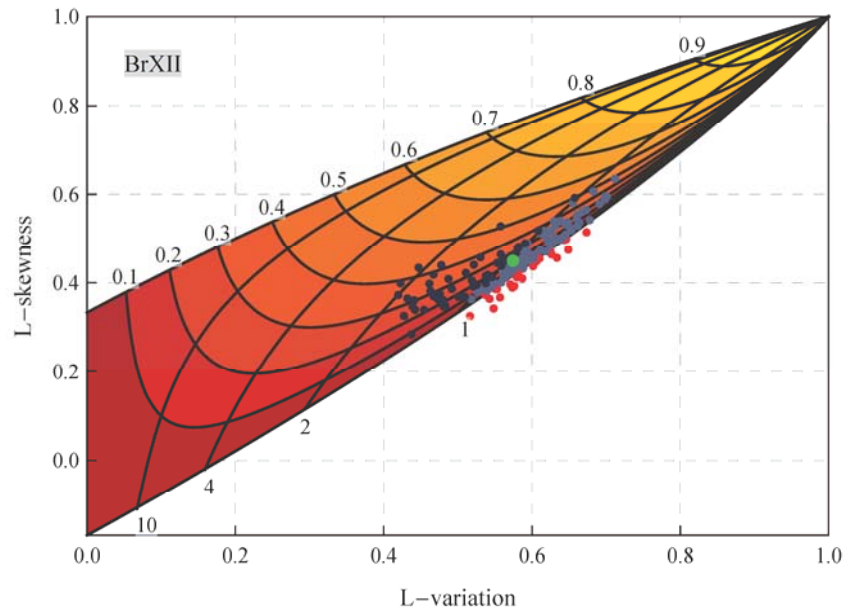
Πίνακας 2.4: Βασικά χαρακτηριστικά κατανομής Burr XII.

	Εξίσωση	Αναφορά
Πυκνότητα πιθανότητας	$f_{\text{BrXII}}(x) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1 - 1} \left( 1 + \gamma_2 \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1} \right)^{-\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} - 1}$	(2.9)
Συνάρτηση κατανομής	$F_{\text{BrXII}}(x) = 1 - \left[ 1 + \gamma_2 \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1} \right]^{-\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2}}$	(2.10)
Ποσοστημόριο	$Q_{\text{BrXII}}(u) = \beta \left( \frac{(1-u)^{-\gamma_1 \gamma_2} - 1}{\gamma_2} \right)^{\frac{1}{\gamma_1}}$	(2.11)
Πεδίο ορισμού μεταβλητής	$X \in \mathbb{R}^+$	
Περιορισμοί παραμέτρων	$\beta > 0, \gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$	
Ροπή τάξης $q$	$m_q = \beta^q \gamma_2^{-1-q/\gamma_1} \text{B} \left( 1 + q/\gamma_1, \frac{1-\gamma_2 q}{\gamma_1 \gamma_2} \right)^\dagger$	(2.12)
Ύπαρξη ροπών	$m_q < \infty$ αν $1/\gamma_2 > q$	
Ασυμπτωτική συμπεριφορά	$P(X > x) \sim x^{-1/\gamma_2}$	(2.13)
Χαρακτηριστικά σχήματος	$\gamma_1 < 1 \Rightarrow f_{\text{BrXII}}(0) \rightarrow \infty$ $\gamma_1 = 1 \Rightarrow f_{\text{BrXII}}(0) \rightarrow 1/\beta$ $\gamma_1 > 1 \Rightarrow f_{\text{BrXII}}(0) \rightarrow 0$	

$$^\dagger \text{B}(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$$

Η υπεροχή της κατανομής Burr XII έναντι μιας πιο παραδοσιακής κατανομής όπως για παράδειγμα η κατανομή Γάμα ή η Εκθετική, αποδεικνύεται από το Σχήμα 2.3 που απεικονίζει το σύνολο των εμπειρικών σημείων ( $L-C_v$ ,  $L-C_s$ ), συνολικά 156 σημεία (13 σταθμοί επί 12 μήνες), των

χρονοσειρών της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης ανά μήνα των σταθμών της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Είναι φανερό, πως η συντριπτική πλειονότητα των σημείων εντοπίζεται μέσα στη θεωρητική περιοχή της κατανομής Burr XII και πάνω από το κάτω όριο της που εκφράζει την κατανομή Weibull που είναι εκθετικού τύπου. Τονίζεται πως τα σημεία έξω από την θεωρητική περιοχή της κατανομής μπορεί να οφείλονται σε δειγματική διακύμανση εξαιτίας του σχετικά μικρού δείγματος.



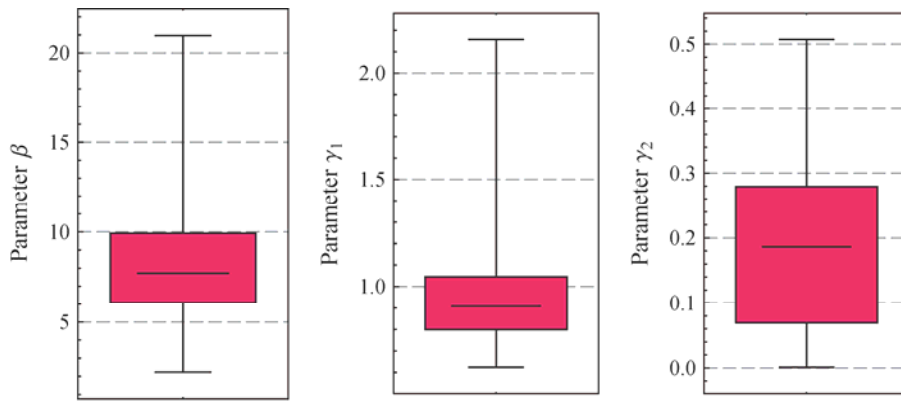
Σχήμα 2.3: Διάγραμμα L-μεταβλητότητας και L- ασυμμετρίας. Οι τελείες αναπαριστούν τα εμπειρικά ( $L-C_v$ ,  $L-C_s$ ) σημεία των ημερήσιων βροχοπτώσεων ανά μήνα (13x12 σημεία) και η πράσινη τελεία το μέσο όρο τους, ενώ η έγχρωμη περιοχή αποτελεί το θεωρητικό χώρο της κατανομής Burr XII.

Ως μέθοδος προσαρμογής της κατανομής Burr XII στα δείγματα των θετικών ημερήσιων βροχοπτώσεων σε μηνιαία βάση, εφαρμόστηκε η μέθοδος των L-ροπών. Γενικά, σε μια τρι-παραμετρική κατανομή η εκτίμηση των παραμέτρων προκύπτει από την επίλυση του συστήματος που σχηματίζεται από την εξίσωση των τριών πρώτων θεωρητικών ροπών της κατανομής με τις αντίστοιχες δειγματικές. Εδώ εφαρμόστηκε μια ελαφρά τροποποιημένη μέθοδος, ήτοι, αντί της επίλυσης του συστήματος οι παράμετροι προέκυψαν από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος των θεωρητικών και δειγματικών ροπών ώστε να καθίσταται δυνατή η εύρεση παραμέτρων και για τα σημεία που είναι εκτός της θεωρητικής περιοχής της Burr XII. Συγκεκριμένα οι παράμετροι της κατανομής προέκυψαν από την

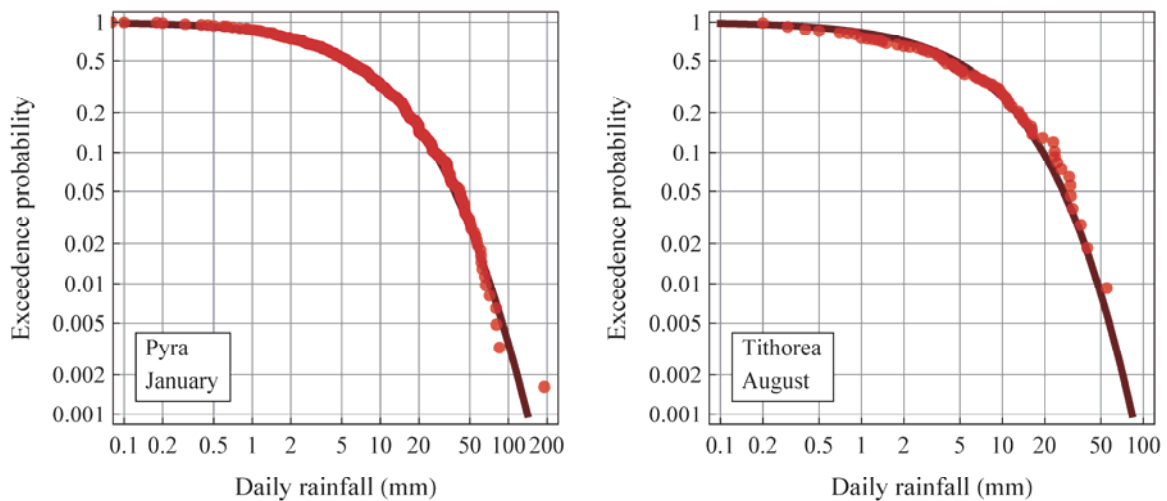
$$\arg \min_{\beta, \gamma_1, \gamma_2} \sum (\lambda_q - l_q)^2, \quad q = \{1, 2, 3\} \quad (2.14)$$

όπου  $\lambda_q$  και  $l_q$  η θεωρητική και δειγματική ροπή, αντίστοιχα, τάξης  $q$ .

Οι παράμετροι των προσαρμοσμένων κατανομών (συνολικά 156 κατανομές, 13 σταθμοί x 12 μήνες) παρουσιάζονται συνολικά και ενδεικτικά στα θηκογράμματα του Σχήμα 2.4, ενώ ένα ενδεικτικό γράφημα των εμπειρικών κατανομών της ημερήσιας θετικής βροχόπτωσης και των προσαρμοσμένων κατανομών Burr XII για το σταθμό της Πυράς το μήνα Ιανουάριο και το σταθμό της Τιθορέας το μήνα Αύγουστο δίνεται στο Σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.4: Θηκογράμματα παραμέτρων προσαρμοσμένων κατανομών Burr VII στα δείγματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



Σχήμα 2.5: Ενδεικτικό γράφημα εμπειρικών κατανομών της ημερήσιας θετικής βροχόπτωσης και οι προσαρμοσμένες κατανομές Burr XII.

#### 2.4.5 Ανάλυση αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων

Οι συνθετικές χρονοσειρές που προκύπτουν από την εφαρμογή ενός πολυμεταβλητού στοχαστικού μοντέλου, οφείλουν να είναι συνεπείς όχι μόνο ως προς τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών υπό μελέτη, αλλά επίσης και ως προς τη δομή της αυτοσυσχέτισης που παρουσιάζει κάθε χρονοσειρά, όπως και ως προς τη δομή των ετεροσυσχετίσεων που προκύπτουν μεταξύ των χρονοσειρών.

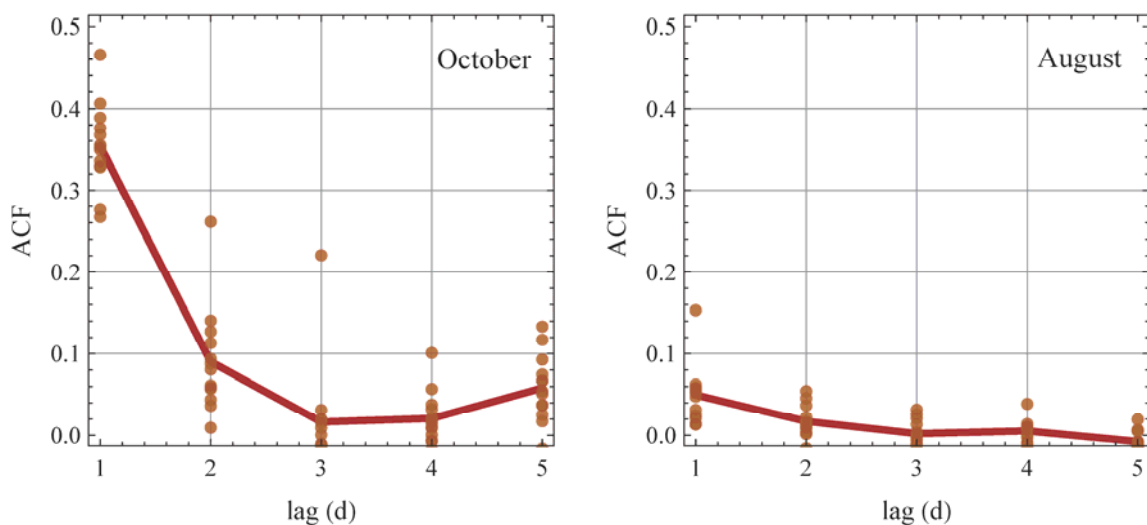
Είναι γνωστό πως υπάρχουν δύο βασικοί τύποι συσχέτισης, (α) συσχέτιση με εμμονή, όπου ο συντελεστής συσχέτισης  $\rho(\tau)$  είναι ανάλογος μιας συνάρτησης δύναμης της υστέρησης  $\tau$ , δηλαδή  $\rho(\tau) \sim \tau^{-\alpha}$ , με  $0 < \alpha < 1$ , γεγονός που σημαίνει πως η τιμή του μειώνεται πολύ αργά με το χρόνο και (β) ο συντελεστής συσχέτισης να είναι ανάλογος μιας εκθετικής συνάρτησης της υστέρησης, δηλαδή  $\rho(\tau) \sim e^{-\alpha\tau}$ , με  $0 < \alpha < 1$ , που σημαίνει πως η τιμή του μειώνεται πολύ γρήγορα με το χρόνο. Αν και ο τύπος συσχέτισης που έχει περισσότερο χρησιμοποιηθεί στη μοντελοποίηση γεωφυσικών χρονοσειρών είναι ο εκθετικός, υπάρχουν αρκετές εργασίες [Beran, 1992; Cox, 1984; Montanari, 2003] που υποστηρίζουν τη χρήση του τύπου δύναμης ως πιο κατάλληλου. Παρόλα αυτά, η

συσχέτιση τύπου δύναμης, που βάσει του ακριβούς ορισμού της είναι μια ασυμπτωτική ιδιότητα, δηλαδή αναφέρεται σε πολύ μεγάλες τιμές της υστέρησης, είναι δύσκολο αν όχι αδύνατο να αποδειχθεί σε γεωφυσικές χρονοσειρές που προφανώς έχουν πεπερασμένο μήκος.

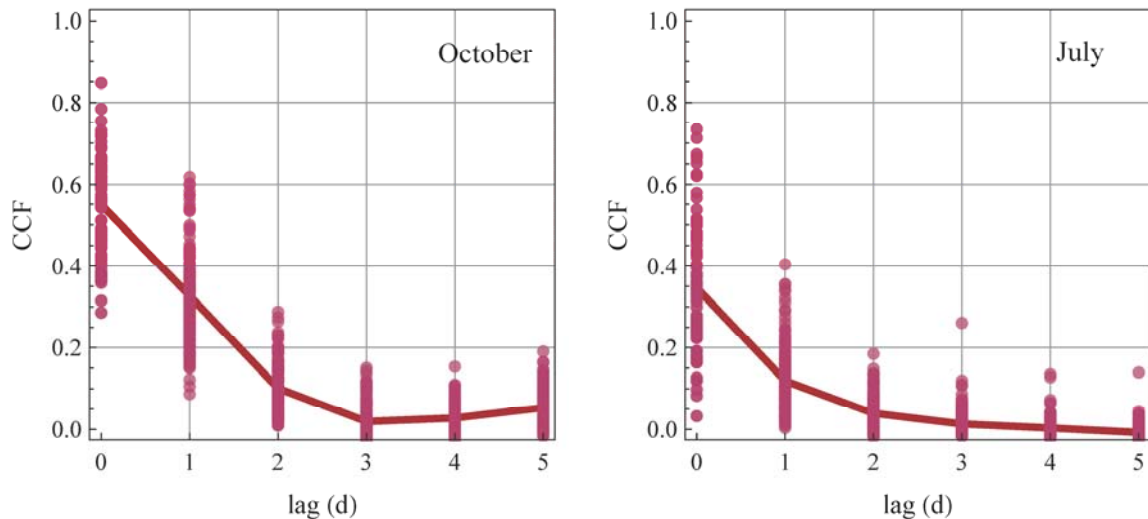
Γεγονός πάντως είναι πως η ύπαρξη εμμονής αλλάζει ουσιαστικά τη δομή των παραγόμενων χρονοσειρών και συνεπώς, αν υπάρχουν ενδείξεις εμμονής, η εφαρμογή του στοχαστικού μοντέλου οφείλει να τις αναπαράγει. Με στόχο να διαπιστωθεί αν υπάρχουν ενδείξεις εμμονής έχουν κατασκευαστεί τα αυτοσυσχετογράμματα και τα ετεροσυσχετογράμματα των χρονοσειρών των ημερήσιων βροχοπτώσεων σε μηνιαία βάση μέχρι και για υστέρηση πέντε ημερών. Ο Πίνακας 2.5 παρουσιάζει τις αριθμητικές τιμές των μηνιαίων μέσων τιμών αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης που προκύπτουν από όλους τους σταθμούς μέχρι και για υστέρηση τριών ημερών.

Ενδεικτικά, το Σχήμα 2.6 παρουσιάζει την εμπειρική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ACF, όλων των σταθμών για ένα χειμερινό και ένα θερινό μήνα. Οι τελείες αναπαριστούν τις εμπειρικές τιμές του συντελεστή αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών των σταθμών (13 τελείες) για την αντίστοιχη υστέρηση, ενώ η συμπαγής γραμμή αναπαριστά τη μέση τιμή τους. Ομοίως, το Σχήμα 2.7 παρουσιάζει την εμπειρική συνάρτηση ετεροσυσχέτισης CCF, όλων των διαφορετικών συνδυασμών των σταθμών ανά δύο, για ένα χειμερινό και ένα θερινό μήνα. Οι τελείες αναπαριστούν τις εμπειρικές τιμές του συντελεστή ετεροσυσχέτισης των χρονοσειρών των σταθμών (156 τελείες) για την αντίστοιχη υστέρηση, ενώ η συμπαγής γραμμή αναπαριστά τη μέση τιμή τους. Το σύνολο των γραφημάτων για όλους του μήνες παρουσιάζεται σχήματα A.14 έως A.17 του Παραρτήματος Α.

Η μελέτη των αυτοσυσχετογραμμάτων και των ετεροσυσχετογραμμάτων δεν υποδεικνύει την ύπαρξη εμμονής. Αντιθέτως, η μείωση της συσχέτισης είναι ραγδαία και συνεπώς το θεωρητικό μοντέλο συσχέτισης που ταιριάζει στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι το εκθετικό. Αξίζει να σχολιαστεί, πως οι χειμερινοί μήνες παρουσιάζουν πιο ισχυρή συσχέτιση από τους θερινούς, γεγονός αναμενόμενο εξαιτίας των πολύ λιγότερων ημερών βροχής κατά τους τελευταίους. Τέλος, το εύρος των τιμών των συντελεστών ετεροσυσχέτισης είναι πολύ μεγάλο, για παράδειγμα για το μήνα Ιούλιο κυμαίνεται περίπου από 0 έως 0.75, γεγονός επίσης αναμενόμενο, δεδομένου ότι οι σταθμοί που βρίσκονται κοντά ο ένας στον άλλον παρουσιάζουν μεγάλη ετεροσυσχέτιση, ενώ αυτοί που βρίσκονται μακριά μικρή.



Σχήμα 2.6: Ενδεικτικά αυτοσυσχετογράμματα για δύο διαφορετικούς μήνες.



Σχήμα 2.7 Ενδεικτικά ετεροσυσχετογράμματα μήνες.

Πίνακας 2.5: Μέση τιμή αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων ημερησίων βροχοπτώσεων ανά μήνα για υστέρηση μέχρι τριών ημερών.

	Μέση τιμή του συντελεστής αυτοσυσχέτισης			Μέση τιμή του συντελεστής ετεροσυσχέτισης			
	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_0$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
Ιανουάριος	0.28	0.08	0.03	0.44	0.24	0.08	0.04
Φεβρουάριος	0.21	0.06	0.05	0.43	0.20	0.05	0.04
Μάρτιος	0.24	0.02	-0.01	0.46	0.22	0.03	-0.01
Απρίλιος	0.21	0.03	0.00	0.49	0.23	0.05	0.00
Μάιος	0.18	0.03	0.03	0.42	0.22	0.07	0.03
Ιούνιος	0.13	0.04	0.05	0.37	0.15	0.05	0.06
Ιούλιος	0.08	0.02	0.01	0.35	0.12	0.04	0.01
Αύγουστος	0.05	0.02	0.00	0.45	0.11	0.06	0.01
Σεπτέμβριος	0.13	0.01	0.02	0.37	0.17	0.04	0.01
Οκτώβριος	0.35	0.09	0.02	0.55	0.33	0.10	0.02
Νοέμβριος	0.28	0.08	0.02	0.52	0.25	0.08	0.04
Δεκέμβριος	0.25	0.05	0.01	0.45	0.21	0.05	0.01

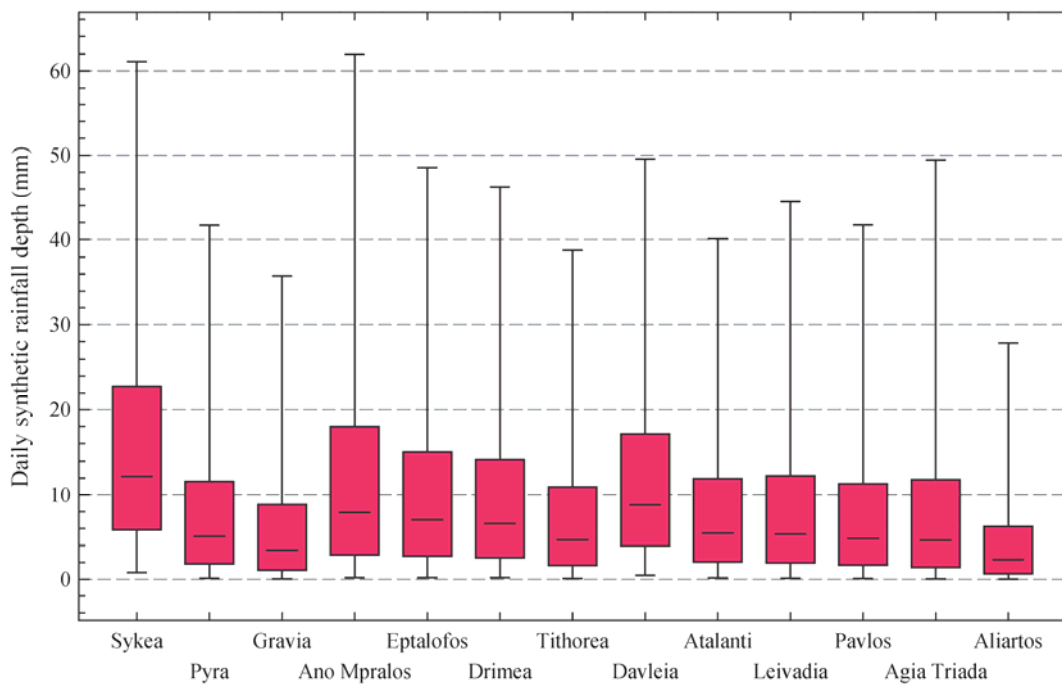
## 2.5 Στατιστική-στοχαστική ανάλυση συνθετικών βροχοπτώσεων

Για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών εφαρμόστηκε η μεθοδολογία που περιγράφηκε παραπάνω. Συνοπτικά, η στατιστική-στοχαστική ανάλυση των ιστορικών βροχοπτώσεων έδειξε πως το μοντέλο PAR1 είναι κατάλληλο να αναπαράγει τη δομή της αυτοσυσχέτισης ενώ για την αποκανονικοποίηση των χρονοσειρών χρησιμοποιήθηκε ο αντίστροφος μετασχηματισμός που δίδεται στην εξίσωση (1.8). Οι εκτιμημένες παράμετροι του μετασχηματισμού δίνονται στους Πίνακες Β.1 ως Β.4 του Παραρτήματος Β. Το μήκος των συνθετικών χρονοσειρών είναι 1000 έτη.

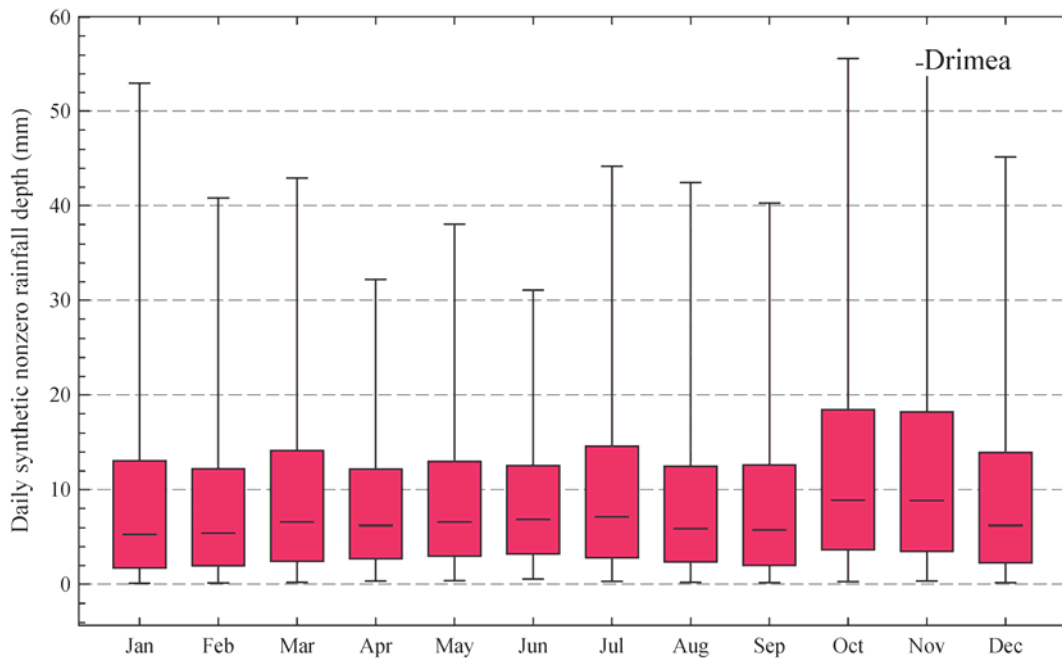
### 2.5.1 Ημερήσιες χρονοσειρές συνθετικής βροχής

Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης καθώς και η πιθανότητα να μην βρέχει παρουσιάζονται στον Πίνακα Β.5 του Παραρτήματος Β, ενώ μια συνοπτική εικόνα για κάθε σταθμό παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.8.

Η σύγκριση των χαρακτηριστικών των ιστορικών ημερήσιων βροχοπτώσεων με αυτά των συνθετικών από τους Πίνακα Α.1 του Παραρτήματος Α και τον Πίνακα Β.5 του Παραρτήματος Β, όσο και από το Σχήμα 2.1 και Σχήμα 2.8, αποκαλύπτει μια πολύ μεγάλη ομοιότητα μεταξύ τους. Η μόνη εμφανής διαφορά εντοπίζεται στη μέγιστη βροχόπτωση των σταθμών, που στις συνθετικές χρονοσειρές είναι πολύ μεγαλύτερη. Το γεγονός αυτό είναι απολύτως δικαιολογημένο, δεδομένου ότι η ιστορική χρονοσειρά αποτελείται από 43 έτη ενώ η συνθετική από 1000 έτη.



Σχήμα 2.8: Θηκογράμματα της θετικής συνθετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm σε σταθμούς της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Οι άνω και κάτω φράχτες κάθε θηκογράμματος ορίζουν το 95% εμπειρικό διάστημα εμπιστοσύνης.



Σχήμα 2.9: Θηκογράμματα συνθετικής θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης ανά μήνα σε mm στο σταθμό Δριμέα της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

## 2.5.2 Ημερήσιες χρονοσειρές συνθετικής βροχής σε μηνιαία βάση

Τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής συνθετικής ημερήσιας βροχόπτωσης κάθε σταθμού ανά μήνα καθώς και η πιθανότητα ξηρασίας σε μηνιαία βάση παρουσιάζονται στους Πίνακες Β.6 ως Β.18 του Παραρτήματος Β. Μια τυπική εικόνα για ένα σταθμό παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.9, ενώ συνολικά τα θηκογράμματα όλων των σταθμών παρουσιάζονται στο Παράρτημα Β, στα Σχήματα Β.1 ως Β.13.

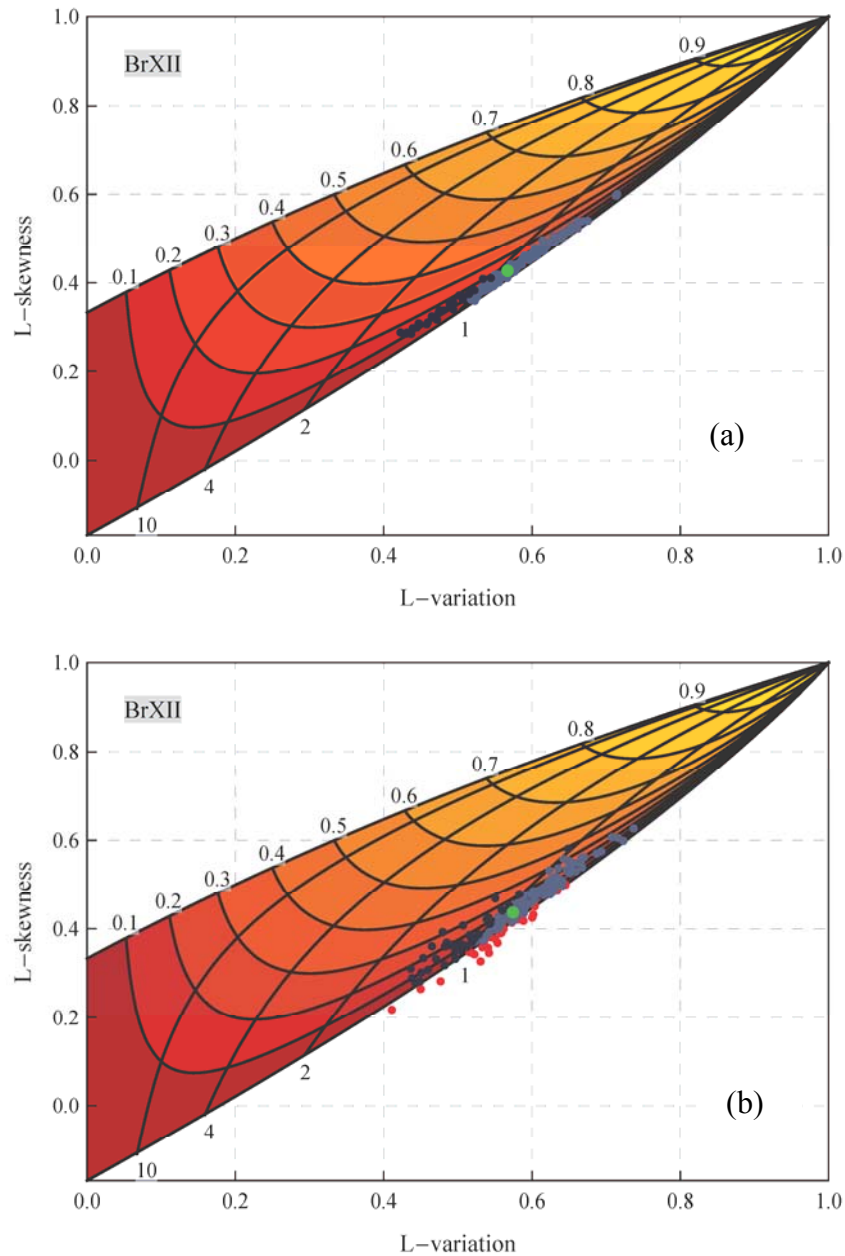
Μελετώντας και συγκρίνοντας τους Πίνακες Β.6 έως Β.18 του Παραρτήματος Β των στατιστικών χαρακτηριστικών της συνθετικής θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε μηνιαία βάση όπως και τα θηκογράμματα των σταθμών στα Σχήματα Β1 έως Β.13 του Παραρτήματος Β και συγκρίνοντάς τα με τα αντίστοιχα των ιστορικών, προκύπτει μια εξαιρετική ομοιότητα. Επιπλέον, όπως διαπιστώνεται από το Σχήμα 2.10α, τα εμπειρικά σημεία ( $L-C_v$ ,  $L-C_s$ ) της θετικής συνθετικής βροχόπτωσης σε μηνιαία βάση όλων των σταθμών εντάσσονται όλα στο θεωρητικό χώρο της κατανομής Burr XII. Η πολύ μικρότερη διασπορά των σημείων αυτών συγκριτικά με τα αντίστοιχα των ιστορικών χρονοσειρών, οφείλεται προφανώς στο πολύ μεγαλύτερο μήκος των συνθετικών χρονοσειρών, γεγονός που αποδεικνύεται και από το Σχήμα 2.10b που παρουσιάζονται τα εμπειρικά σημεία ( $L-C_v$ ,  $L-C_s$ ) των συνθετικών χρονοσειρών αλλά με μήκος ίσο με αυτό των ιστορικών δεδομένων.

Συνοψολογίζοντας στα προηγούμενα την πιστή αναπαραγωγή της πιθανότητας ξηρής ημέρας, τη μέση τιμή της οποίας σε μηνιαία βάση παρουσιάζει ο Πίνακας 2.6 οι τιμές του οποίου είναι πανομοιότυπες με του αντίστοιχου πίνακα των ιστορικών χρονοσειρών, αποδεικνύεται πως το στοχαστικό μοντέλο που εφαρμόστηκε αναπαράγει με ακρίβεια τα ζητούμενα στατιστικά χαρακτηριστικά.



Πίνακας 2.6: Μέση τιμή της πιθανότητας στεγνής ημέρας όλων των σταθμών ανά μήνα.

	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μαϊ	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
$\bar{P}_d$	0.66	0.64	0.68	0.77	0.82	0.89	0.93	0.92	0.87	0.77	0.70	0.62



Σχήμα 2.10: Διάγραμμα L-μεταβλητότητας και L- ασυμμετρίας: (a) για μήκος προσομοίωσης 1000 ετών και (b) για μήκος ίσο με αυτό των ιστορικών χρονοσειρών. Οι τελείες αναπαριστούν τα εμπειρικά ( $L-C_v$ ,  $L-C_s$ ) σημεία των συνθετικών ημερήσιων βροχοπτώσεων ανά μήνα (13x12 σημεία) και η πράσινη τελεία το μέσο όρο τους, ενώ η έγχρωμη περιοχή αποτελεί το θεωρητικό χώρο της κατανομής Burr XII.



### 2.5.3 Ανάλυση αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων συνθετικής βροχής

Ο Πίνακας 2.7 παρουσιάζει τις αριθμητικές τιμές των μηνιαίων μέσων τιμών αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης της συνθετικής βροχόπτωσης που προκύπτουν από όλους τους σταθμούς μέχρι και για υστέρηση τριών ημερών. Η σύγκριση του Πίνακα 3.6 με τον αντίστοιχο Πίνακα 3.4 των ιστορικών χρονοσειρών αποκαλύπτει την συνάφειά τους.

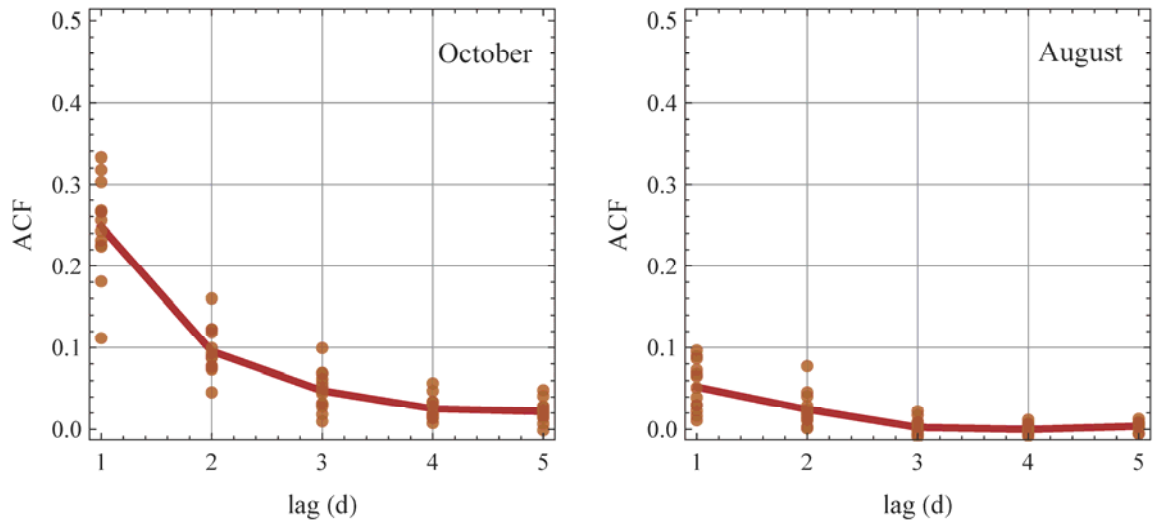
Ενδεικτικά, το Σχήμα 2.11 παρουσιάζει την εμπειρική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ACF των συνθετικών χρονοσειρών όλων των σταθμών για ένα χειμερινό και ένα θερινό μήνα. Οι τελείες αναπαριστούν τις εμπειρικές τιμές του συντελεστή αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών των σταθμών (13 τελείες) για την αντίστοιχη υστέρηση, ενώ η συμπαγής γραμμή αναπαριστά τη μέση τιμή τους.

Ομοίως, το Σχήμα 2.12 παρουσιάζει την εμπειρική συνάρτηση ετεροσυσχέτισης CCF των συνθετικών χρονοσειρών, όλων των διαφορετικών συνδυασμών των σταθμών ανά δυο, για ένα χειμερινό και ένα θερινό μήνα. Οι τελείες αναπαριστούν τις εμπειρικές τιμές του συντελεστή ετεροσυσχέτισης των χρονοσειρών των σταθμών (156 τελείες) για την αντίστοιχη υστέρηση, ενώ η συμπαγής γραμμή αναπαριστά τη μέση τιμή τους. Το σύνολο των γραφημάτων για όλους του μήνες παρουσιάζεται σχήματα B.14 έως B.17 του Παραρτήματος Β.

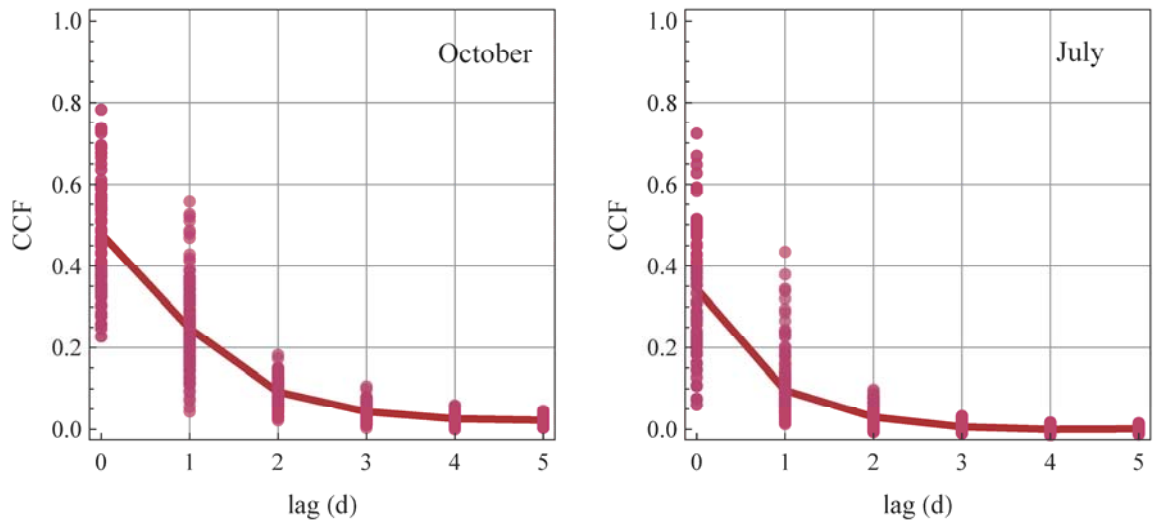
Τέλος, αξίζει να τονιστεί, πως συγκριτικά με τα αντίστοιχα γραφήματα των εμπειρικών συναρτήσεων αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης των ιστορικών χρονοσειρών, στα γραφήματα των συνθετικών των χρονοσειρών οι εμπειρικές συναρτήσεις παρουσιάζονται πιο ομαλές, πολύ πιο κοντά στο θεωρητικό εκθετικό μοντέλο. Η αιτία φυσικά οφείλεται στο μεγαλύτερο μήκος των συνθετικών χρονοσειρών, που επιτρέπει την εκτίμηση των συντελεστών συσχέτισης με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Πίνακας 2.7: Μέση τιμή αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων των ημερησίων συνθετικών βροχοπτώσεων ανά μήνα για υστέρηση μέχρι τριών ημερών.

	Μέση τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης			Μέση τιμή του συντελεστή ετεροσυσχέτισης			
	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_0$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
Ιανουάριος	0.22	0.07	0.01	0.42	0.19	0.06	0.01
Φεβρουάριος	0.24	0.08	0.02	0.45	0.21	0.08	0.02
Μάρτιος	0.20	0.06	0.02	0.46	0.20	0.06	0.02
Απρίλιος	0.19	0.07	0.03	0.45	0.21	0.07	0.03
Μάιος	0.18	0.08	0.03	0.44	0.20	0.07	0.03
Ιούνιος	0.12	0.05	0.02	0.36	0.14	0.05	0.02
Ιούλιος	0.05	0.04	0.00	0.34	0.10	0.03	0.01
Αύγουστος	0.05	0.02	0.00	0.34	0.10	0.02	0.00
Σεπτέμβριος	0.11	0.05	0.02	0.41	0.16	0.04	0.02
Οκτώβριος	0.25	0.10	0.05	0.48	0.25	0.09	0.04
Νοέμβριος	0.30	0.11	0.04	0.51	0.26	0.10	0.04
Δεκέμβριος	0.27	0.08	0.02	0.48	0.23	0.07	0.02



Σχήμα 2.11: Ενδεικτικά αυτοσυσχετογράμματα της συνθετικής βροχής για δύο διαφορετικούς μήνες.



Σχήμα 2.12 Ενδεικτικά ετεροσυσχετογράμματα συνθετικής βροχής για δύο διαφορετικούς

## 3 Στοχαστική προσομοίωση της βροχής με μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών

---

### 3.1 Εισαγωγή – Η βροχή στις μικρές χρονικές κλίμακες

Η μελέτη, και κατ' επέκταση η μαθηματική περιγραφή - προσομοίωση, του φαινομένου της βροχής παρουσιάζει ιδιαίτερες δυσκολίες λόγω της έντονης τυχαιότητας και πολυπλοκότητας του μηχανισμού γένεσης της κατακρήμνισης. Ο βαθμός δυσκολίας γίνεται ακόμα μεγαλύτερος όταν η έρευνα αναφέρεται σε χρονικές κλίμακες μικρότερες της μηνιαίας, που το φαινόμενο εμφανίζεται ως διαλείπον, με έντονη χωροχρονική μεταβλητότητα και στοχαστική εξάρτηση των μεγεθών του (Κουτσογιάννης, 1988). Οι δυσκολίες που παρουσιάζει η μαθηματική περιγραφή του φαινομένου επιβεβαιώνονται και από την επίδραση που ασκεί η χρονική κλίμακα μελέτης στην απόδοση ενός μοντέλου προσομοίωσης, καθώς, όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Κουτσογιάννης (1988), “ένα μοντέλο μπορεί να είναι καλή αντιπροσώπευση της πραγματικότητας σε μια χρονική κλίμακα, αλλά φτωχή αντιπροσώπευση σε μια άλλη χρονική κλίμακα”.

Ο Onof (2000) κατατάσσει τα μοντέλα προσομοίωσης της βροχής σε τέσσερις μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τα μετεωρολογικά μοντέλα που ενσωματώνουν πολύπλοκα συστήματα διαφορικών εξισώσεων για την αναπαράσταση της φυσικής διαδικασίας κατακρήμνισης. Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει στοχαστικά μοντέλα που περιγράφουν την χωρική εξέλιξη της βροχόπτωσης, χωρίς όμως να λαμβάνουν υπόψη τους την χρονική κλίμακα μελέτης (π.χ. multifractal models), ενώ η τρίτη περιλαμβάνει στατιστικά μοντέλα που αναπαραγάγουν τις χωροχρονικές ιδιότητες της βροχής. Στην τέταρτη κατηγορία κατατάσσονται τα στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης σε συνεχή χρόνο που υιοθετούν απλοποιητικές μαθηματικές παραδοχές για την προσομοίωση των φυσικών διεργασιών, μέσω τυχαίων μεταβλητών.

Τα στοχαστικά μοντέλα προσομοίωσης σε συνεχή χρόνο παρουσιάζουν σαφή πλεονεκτήματα σε σχέση με αυτά των άλλων κατηγοριών. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η ικανότητα να προσομοιώνουν τη διαδικασία της βροχής σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες ταυτόχρονα, για ένα μικρό πλήθος τυχαίων μεταβλητών, και άρα παραμέτρων. Δηλαδή, διακρίνονται αφενός για τη φειδωλή χρήση των παραμέτρων τους και αφετέρου για τη μικρή επίδραση που έχει η χρονική κλίμακα μελέτης στην απόδοσή τους. Τα μοντέλα αυτά επιτρέπουν την παραγωγή, μεγάλου μήκους, συνθετικών χρονοσειρών σε ένα ευρύ φάσμα χρονικών κλιμάκων, ενώ ταυτόχρονα οι διαθέσιμες μαθηματικές εξισώσεις επιτρέπουν τον αναλυτικό υπολογισμό των βασικών στατιστικών μεγεθών για δεδομένες τιμές παραμέτρων (Onof and Wheeler, 1994a; 1993).

### 3.2 Τα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών

Τις τελευταίες δεκαετίες, η έρευνα για τη στοχαστική μαθηματική προσομοίωση του φαινομένου της βροχής έχει στραφεί προς τα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών. Τα μοντέλα αυτής της κατηγορίας προσομοιώνουν τα βροχερά γεγονότα μέσω ομαδοποιημένων ορθογωνικών παλμών, που τοποθετούνται στον άξονα του χρόνου μέσω κάποιας συνεχούς σημειακής στοχαστικής ανέλιξης (π.χ. ανέλιξη Poisson). Η ομαδοποίηση των παλμών οδηγεί, μεν, σε αύξηση του αριθμού των παραμέτρων των μοντέλων, αλλά προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία ως προς την πιστότερη

αναπαραγωγή της δομής της βροχής σε περισσότερες από μια χρονικές κλίμακες για ένα και μόνο σύνολο παραμέτρων (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a).

Οι Kanvas και Delleur (1975) ήταν οι πρώτοι που παρατήρησαν το φαινόμενο της ομαδοποίησης στα βροχομετρικά δεδομένα της Indiana, αναπτύσσοντας ένα μοντέλο συστάδων Poisson, το οποίο και αποτέλεσε τη βάση για περαιτέρω έρευνα (Onof, 1994a). Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a), ορμώμενοι από την σχετική επιτυχία του μοντέλου λευκού θορύβου Neyman - Scott, διατύπωσαν δυο νέα πλήρη μοντέλα προσομοίωσης της βροχής, που έχουν στη βάση τους τις στοχαστικές διαδικασίες Neyman-Scott και Bartlett-Lewis, αντίστοιχα. Τα δυο μοντέλα έλαβαν τις ονομασίες «μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman-Scott (NSRPM)» και «μοντέλο ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis (BLRPM)» και έδειξαν μεγάλη ικανότητα στο να αναπαράγουν τα βασικά χαρακτηριστικά της βροχής σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες, ταυτόχρονα, για ένα σχετικά μικρό πλήθος παραμέτρων.

Η βασική διαφοροποίηση των δύο μοντέλων, NSRPM και BLRPM, έγκειται στον τρόπο που κατανέμονται οι παλμοί στη διάσταση του χρόνου. Στο NSRPM ως σημείο αναφοράς για το χρόνο εμφάνισης κάθε παλμού λαμβάνεται ο χρόνος έναρξης της καταιγίδας στην οποία ανήκει ο παλμός. Αντίθετα, στο μοντέλο Bartlett-Lewis ως σημείο αναφοράς λαμβάνεται το σημείο έναρξης του προηγούμενου παλμού. Και τα δυο μοντέλα επιτρέπουν τόσο τις αλληλοεπικαλύψεις μεταξύ διαδοχικών παλμών, όσο και τις αλληλοεπικαλύψεις μεταξύ διαδοχικών επεισοδίων (καταιγίδων). Άλλωστε, στα μοντέλα σημειακών ανελιξεων η έννοια του επεισοδίου βροχής έχει περισσότερο μαθηματικό παρά φυσικό νόημα.

Και τα δύο νέα μοντέλα συνοδεύονται από ένα πλήρες μαθηματικό μοντέλο εξισώσεων που αποδίδουν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, διασπορά, αυτοσυνδιασπορά κ-τάξης) τόσο της συνεχούς όσο και της διακριτής διαδικασίας, συναρτήσεων των παραμέτρων των μοντέλων.

Στις ενότητες που ακολουθούν παρουσιάζεται και αναλύεται το μοντέλο Bartlett-Lewis, ενώ για λόγους πληρότητας γίνεται σύντομη αναφορά και στο μοντέλο Neyman-Scott.

### 3.3 Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Neyman-Scott (NSRPM)

Το μοντέλο NSRPM περιγράφεται πλήρως από (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a):

- Μια ανέλιξη Poisson, με παράμετρο  $\lambda$ , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων (βροχερών γεγονότων).
- Μια τυχαία μεταβλητή για τον προσδιορισμό του αριθμού των παλμών,  $C$ , με  $C \geq 1$ , για κάθε καταιγίδα.
- Μια ομάδα τυχαίων και ανεξάρτητων μεταβλητών για την τοποθέτηση των ορθογωνικών παλμών στον άξονα του χρόνου. Στο αρχικό μοντέλο οι τυχαίες μεταβλητές ακολουθούν εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\beta$  και αναπαριστούν την χρονική απόσταση του παλμού από το σημείο έναρξης της καταιγίδας. Στο μοντέλο Bartlett-Lewis η χρονική αφετηρία του κάθε ορθογωνικού παλμού προσδιορίζεται σε σχέση με το σημείο έναρξης του αμέσως προηγούμενου και όχι σε σχέση με την αφετηρία της καταιγίδας.
- Μια τυχαία μεταβλητή που αποδίδει τη διάρκεια του κάθε παλμού και ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\eta$ .
- Μια τυχαία μεταβλητή για την προσομοίωση του εντατικού μεγέθους (ένταση, ύψος) του κάθε παλμού,  $X$ .

Στο αρχικό μαθηματικό μοντέλο εμπεριέχονται τα εξής επτά άγνωστα μεγέθη:

$$\lambda, \eta, \beta, E[C], E[C^2 - C], E[X], E[X^2]$$

Για την απλοποίηση του μαθηματικού μοντέλου και τη μείωση των ανεξάρτητων παραμέτρων του στον ελάχιστο δυνατό αριθμό γίνονται οι εξής παραδοχές:

Όσον αφορά την τυχαία μεταβλητή  $X$  (ένταση του παλμού), προτείνεται η χρήση της εκθετικής κατανομής. Συνεπώς θα ισχύει η σχέση:

$$E[X^2] = 2E^2[X]$$

Για την παραγωγή του αριθμού των ορθογωνικών παλμών ανά καταιγίδα,  $C$ , προτείνεται η χρήση της γεωμετρικής κατανομής ή, εναλλακτικά, της κατανομής Poisson. Αναλόγως με το ποια από τις δύο παραπάνω κατανομές χρησιμοποιείται, το μοντέλο NSRPM αποκαλείται γεωμετρικό ή Poisson αντίστοιχα. Η τελική επιλογή αποτελεί καθαρά θέμα παραδοχής και έχει να κάνει με το αν το χρονικό σημείο έναρξης του πρώτου ορθογωνικού παλμού κάθε καταιγίδας ταυτίζεται με το σημείο έναρξης της καταιγίδας, και δεν επηρεάζει τη γενική μορφή της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς. Τα παραπάνω έχουν ως συνέπεια την ισχύ των παρακάτω εξισώσεων:

$$E[C^2 - C] = 2E[C]\{E[C] - 1\} \quad \text{-- Γεωμετρική Κατανομή}$$

$$E[C^2 - C] = E[C]\{E[C] + 2\} \quad \text{-- Κατανομή Poisson}$$

Οι δύο παραπάνω παραδοχές οδηγούν στη μείωση του αριθμού των ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης του μοντέλου σε πέντε:

$$\lambda, \eta, \beta, E[C], E[X]$$

Το μαθηματικό μοντέλο προκύπτει από τη διακριτοποίηση της συνεχούς στοχαστικής διαδικασίας και αποτελείται από τρεις αναλυτικές εξισώσεις που αποδίδουν τη θεωρητική μέση τιμή  $E[Y_i^{(h)}]$ , τη διασπορά  $\text{Var}[Y_i^{(h)}]$  και τη συνδιασπορά  $\text{Cov}[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}]$ , για δεδομένη χρονική κλίμακα συνάθροισης  $h$ , και δεδομένη υστέρηση  $k$  (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a).

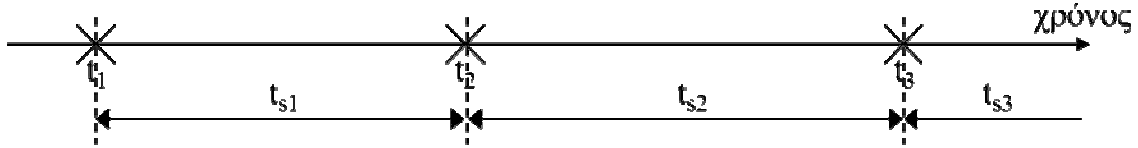
Για την προσαρμογή του μοντέλου στα χαρακτηριστικά της υπό εξέταση βροχής, απαιτείται ο προσδιορισμός των πέντε ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης για δεδομένες τιμές των τριών στατιστικών μεγεθών. Ωστόσο, για μια δεδομένη στάθμη συνάθροισης,  $h$ , και υστέρηση,  $k$ , το σχετικό σύστημα είναι αόριστο, αφού ο αριθμός των διαθέσιμων εξισώσεων περιορίζεται σε τρεις, ενώ ο αριθμός των ανεξάρτητων αγνώστων παραμέτρων είναι πέντε. Η εύρεση των πέντε παραμέτρων του μοντέλου NSRPM γίνεται είτε μέσω της επίλυσης ενός μη γραμμικού συστήματος  $5 \times 5$  με χρήση στατιστικών χαρακτηριστικών από δύο διαφορετικές στάθμες συνάθροισης,  $h_1$  και  $h_2$ , είτε μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης με χρήση περισσότερων στατιστικών μεγεθών, με απώτερο στόχο τη βέλτιστη προσαρμογή του μοντέλου.

### 3.4 Το μοντέλο ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis (BLRPM)

Οι Rodriguez-Iturbe et al. (1987a) διατυπώνουν ένα ακόμα μοντέλο προσομοίωσης της βροχής σε συνεχή χρόνο, το οποίο διαφοροποιείται από το NSRPM ως προς τον τρόπο που οριοθετούνται χρονικά τα σημεία έναρξης των παλμών εντός της καταιγίδας. Η επιλογή ενός εκ των δύο μοντέλων είναι δύσκολο να στηριχθεί σε εμπειρικές αναλύσεις, καθώς τα δυο μοντέλα δείχνουν το ίδιο ικανά να αναπαραγάγουν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών χρονοσειρών βροχής. Ωστόσο, το μοντέλο BLRPM υπερτερεί λόγω της μεγαλύτερης ευχέρειας που παρουσιάζει κατά την μαθηματική επεξεργασία και ανάλυση (Rodriguez-Iturbe et al., 1987b).

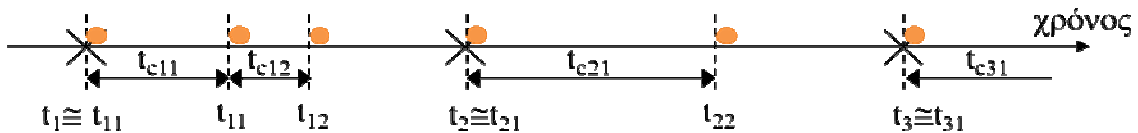
Τα βασικά χαρακτηριστικά του BLRPM περιγράφονται πλήρως από τις εξής προτάσεις (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a):

- Μια αρχική ανέλιξη Poisson με παράμετρο  $\lambda$ , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των καταιγίδων,  $t_i$ . Εξ ορισμού τα χρονικά διαστήματα  $t_s$  είναι ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την εκθετική συνάρτηση κατανομής με κοινή παράμετρο  $\lambda$ .

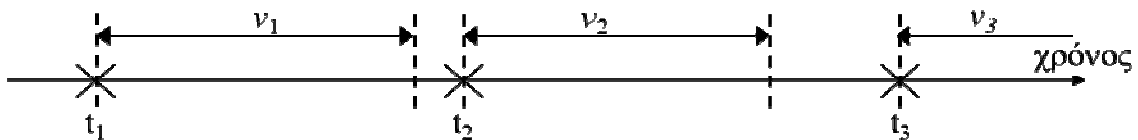


- Μια δεύτερη ανέλιξη Poisson, ανεξάρτητη της πρώτης, με παράμετρο  $\beta$ , η οποία καθορίζει τα χρονικά σημεία έναρξης των ορθογωνικών παλμών,  $t_{ij}$ , κατά τη διάρκεια κάθε καταιγίδας,  $i$ . Όπως προκύπτει από τον ορισμό της Poisson ανέλιξης, ως χρονικό σημείο αναφοράς για την έναρξη κάθε παλμού λαμβάνεται το σημείο έναρξης του αμέσως προηγούμενου του. Τα χρονικά διαστήματα,  $t_{cij}$ , που μεσολαβούν μεταξύ των αφίξεων των παλμών ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\beta$ .

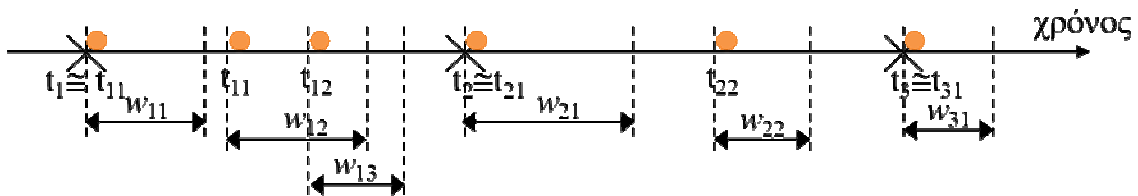
FW Delphi Beach Hotel - Ερατεινή Φωκίδας - Επιβεβαίωση παραγγελίας.eml



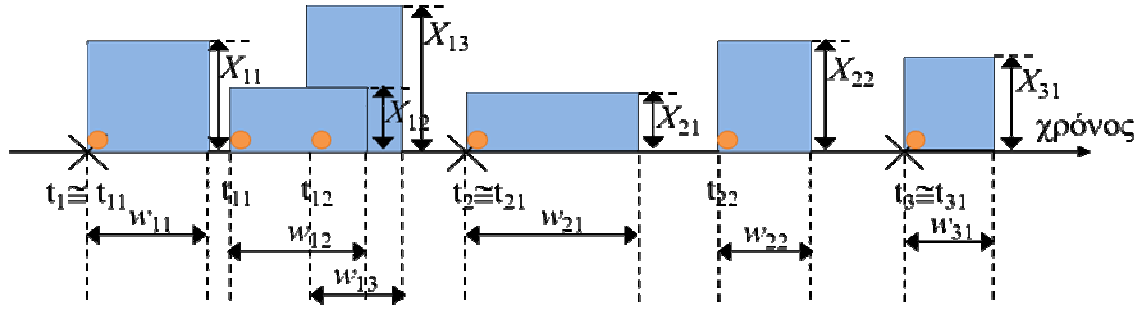
- Ο συνολικός χρόνος παραγωγής ορθογωνικών παλμών σε κάθε καταιγίδα,  $v_i$ , δηλαδή το χρονικό «παράθυρο» μέσα στο οποίο βρίσκονται οι χρονικές αφετηρίες των παλμών κάθε καταιγίδας,  $i$ , αποτελεί ανεξάρτητη τυχαία μεταβλητή, που ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\gamma$ .



- Οι διάρκειες των παλμών,  $w_{ij}$ , είναι τυχαίες μεταβλητές, και ακολουθούν την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\eta$ .



- Τα εντατικά μεγέθη των παλμών,  $X_{ij}$ , είναι τυχαίες μεταβλητές με κοινή συνάρτηση κατανομής. Οι εισηγητές προτείνουν τη χρήση της εκθετικής κατανομής για λόγους απλότητας.



Συνεπώς, η προσομοίωση της βροχής σύμφωνα με το μοντέλο Bartlett-Lewis γίνεται μέσω πέντε, ανεξάρτητων μεταξύ τους, τυχαιών μεταβλητών.

$$\lambda, \eta, \beta, \gamma, X$$

Η παραπάνω προτάσεις περιγράφουν τη διαδικασία προσομοίωσης της βροχής σε συνεχή χρόνο. Για να λάβουμε τα αθροιστικά ύψη βροχής,  $Y_i^{(h)}$ , απαιτείται η χρονική ολοκλήρωση των εντάσεων των παλμών σε διακριτά, σταθερά χρονικά διαστήματα,  $h$ :

$$Y_i^{(h)} = \int_{(i-1)h}^{ih} Y(s) ds, \quad i=1,2,\dots \quad (3.15)$$

Οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου BLRPM που δίνουν τη μέση τιμή, διασπορά και αυτοσυνδιασπορά  $\kappa - \tau$  τάξης της αθροιστικής διαδικασίας,  $Y_i^{(h)}$ , για δεδομένη διακριτή χρονική κλίμακα  $h$  (Rodriguez-Iturbe et al., 1987a, σελ.285) είναι οι εξής:

$$E[Y_i^{(h)}] = h\rho\mu_c\mu_X \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} Var[Y_i^{(h)}] = & 2\rho\mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta}{\gamma} \mu_X^2 \right\} \frac{h}{\eta} + 2\rho\mu_c \mu_X^2 \frac{\beta\eta}{(\gamma^2 - \eta^2)\gamma^2} (1 - e^{-\gamma h}) \\ & - 2\rho\mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta\gamma\mu_X^2}{\gamma^2 - \eta^2} \right\} \frac{(1 - e^{-\eta h})}{\eta^2} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = & \rho\mu_c \left\{ E[X^2] + \frac{\beta\gamma\mu_X^2}{\gamma^2 - \eta^2} \right\} (1 - e^{-\eta h})^2 \frac{e^{-\eta(k-1)h}}{\eta^2} \\ & - \rho\mu_c \mu_X^2 \frac{\beta\eta}{\gamma^2(\gamma^2 - \eta^2)} (1 - e^{-\gamma h})^2 (e^{-\gamma(k-1)h}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$E[X^2] = 2E^2[X], \quad \mu_c = 1 + \frac{\beta}{\gamma}, \quad \rho = \frac{\lambda}{\eta} \quad (3.19)$$

Οι εξισώσεις (3.2) ως (3.4) συνιστούν το γενικό μαθηματικό μοντέλο Bartlett-Lewis, ενώ η (3.5) εκφράζει απλοποιητικές παραδοχές για διευκόλυνση της μαθηματικής εξεργασίας του μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, για το μέγεθος της έντασης των παλμών,  $X$ , υιοθετείται η εκθετική κατανομή και συνεπώς θα ισχύει:

$$E[X^2] = 2E^2[X] \quad (3.20)$$

Ο αριθμός παλμών ανά καταγιίδα,  $C$ , με  $C \geq 1$ , αποδεικνύεται πως ακολουθεί τη γεωμετρική κατανομή, με μέση τιμή:

$$\mu_C = E[C] = 1 + \frac{\beta}{\gamma} \quad (3.21)$$

λόγω του ότι ο χρόνος άφιξης του πρώτου παλμού κάθε καταιγίδας ταυτίζεται πάντα με τον χρόνο άφιξης της καταιγίδας. Είναι σαφές πως το μέγεθος  $\mu_C$  είναι εξαρτημένο από τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\gamma$  και άρα δεν αποτελεί ανεξάρτητη παράμετρο επίλυσης του μοντέλου. Τέλος, η αδιάστατη παράμετρος  $\rho$  εισάγεται για την απλούστευση της μαθηματικής διατύπωσης του μοντέλου.

Οι παραπάνω παραδοχές έχουν ως αποτέλεσμα τη μείωση του αριθμού των ανεξάρτητων άγνωστων παραμέτρων σε πέντε, που είναι και ο ελάχιστος δυνατός δεδομένου ότι από τη διατύπωση του θεωρητικού μοντέλου εισάγονται πέντε ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με τις αντίστοιχες συναρτήσεις κατανομής τους.

Εκτός από τις στατιστικές ιδιότητες (ροπές 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης) της ανέλιξης ύψους βροχής,  $Y(t)$ , οι Rodriguez-Iturbe et al. μελέτησαν την χρονική κατανομή των βροχερών γεγονότων και πιο συγκεκριμένα τις ιδιότητες των στεγνών περιόδων (μηδενικό ύψος βροχής), όπως αυτές προκύπτουν από το μοντέλο, σε συνεχή χρόνο. Η ανάλυση στηρίχτηκε στο μέγεθος  $\mu_\tau$ , που αντιστοιχεί στη μέση αναμενόμενη διάρκεια μιας καταιγίδας. Όπως θα δούμε αναλυτικότερα και στην επόμενη ενότητα, το εν λόγω μέγεθος είναι γνωστό και ως μέση διάρκεια “ενεργούς” καταιγίδας και, για μικρές τιμές των μεγεθών  $\kappa = \beta/\eta$  και  $\varphi = \gamma/\eta$ , υπολογίζεται προσεγγιστικά από τη σχέση (Rodriguez-Iturbe et al., 1987b):

$$\mu_\tau \cong (\eta\varphi)^{-1} \left\{ 1 + \varphi(\kappa + \varphi) - \frac{1}{4}\varphi(\kappa + \varphi)(\kappa + 4\varphi) + \frac{1}{72}\varphi(\kappa + \varphi)(4\kappa^2 + 27\kappa\varphi + 72\varphi^2) \right\} \quad (3.22)$$

Η πιθανότητα μηδενικού ύψους βροχής, για το χρονικό διάστημα  $[0, h]$ , σε **συνεχή χρόνο** δίνεται από τη σχέση (Rodriguez - Iturbe et al., 1987b, σελ. 9653):

$$\omega_h = \exp \left\{ -\lambda(h + \mu_\tau) + \lambda G_p^*(0, 0) \left[ \frac{\gamma + \beta e^{-(\beta+\gamma)h}}{\beta + \gamma} \right] \right\} \quad (3.23)$$

όπου:

$$G_p^*(0, 0) \cong \frac{1}{\eta\varphi} \left\{ 1 - \kappa - \varphi + \frac{3}{2}\kappa\varphi + \varphi^2 + \frac{1}{2}\kappa^2 \right\} \quad (3.24)$$

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η εξίσωση (3.8) αποτελεί ιδιότητα της συνεχούς ανέλιξης, συνεπώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσομοιώσει τη διακριτή διαδικασία. Το γεγονός αυτό καθιστά αδύνατη τη χρήση του μεγέθους  $\omega_h$  στην διαδικασία ανεύρεσης των παραμέτρων του μοντέλου.

Για την προσαρμογή του μοντέλου στα χαρακτηριστικά της υπό εξέταση βροχόπτωσης απαιτείται η εύρεση των πέντε ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσής του ( $\lambda, \eta, \gamma, \beta, E[X]$ ). Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της επίλυσης ενός μαθηματικού συστήματος αποτελούμενο από τις μαθηματικές εξισώσεις του μοντέλου, (3.2) ως (3.4), που δίνουν τη μέση τιμή, τη διασπορά και την αυτοσυνδιασπορά κ-τάξης, της διακριτής ανέλιξης,  $Y_i^{(h)}$ . Ωστόσο, για δεδομένη στάθμη συνάθροισης  $h$  και υστέρηση  $k$ , των υπό εξέταση μετρήσεων,  $Y_i^{(h)}$ , το σύστημα εξισώσεων είναι αόριστο, με βαθμό ελευθερίας 2, αφού οι διαθέσιμες εξισώσεις είναι τρεις και οι μεταβλητές επίλυσης πέντε. Για να αποκτήσει το μαθηματικό σύστημα χαρακτήρα ορισμένου απαιτείται η προσθήκη δυο ακόμα εξισώσεων, από διαφορετικές χρονικές κλίμακες  $h$ . Οι μεθοδολογίες καθώς και οι συνδυασμοί των στατιστικών μεγεθών που έχουν κατά καιρούς χρησιμοποιηθεί για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis αναλύονται στην ενότητα 3.5.



### 3.4.1 Το τυχαίο μοντέλο Bartlett-Lewis (RBLRPM)

Οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b), βασιζόμενοι σε ωριαία βροχομετρικά δεδομένα από το σταθμό του Denver (Colorado), διαπίστωσαν πως τα μοντέλα NSRPM και BLRPM αναπαράγουν με μεγάλη επιτυχία τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών χρονοσειρών (μέση τιμή, διασπορά, συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1<sup>ης</sup> τάξης), σε όλες τις χρονικές κλίμακες συνάθροισης, για ένα και μόνο σύνολο τιμών των παραμέτρων τους. Ωστόσο, παρατηρήθηκε αδυναμία των δυο μοντέλων να προσομοιώσουν όλες τις χρονικές ιδιότητες και κατανομές της βροχόπτωσης. Συγκεκριμένα το ποσοστό στεγνών περιόδων, και συνεπώς η πιθανότητα μηδενικής βροχόπτωσης, πρόεκυαν υπερεκτιμημένες από την ωριαία έως και την ημερήσια χρονική κλίμακα.

Για να χειριστούν το παραπάνω πρόβλημα, οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b) εισήγαγαν περισσότερους βαθμούς ελευθερίας στο μοντέλο τους, επιτρέποντας στην παράμετρο  $\eta$ , που καθορίζει τις διάρκειες των ορθογωνικών παλμών, να μεταβάλλεται τυχαία μεταξύ των διαφορετικών καταιγίδων. Με την τροποποίηση αυτή το μοντέλο αποκτά την ικανότητα να παράγει καταιγίδες αποτελούμενες από παλμούς των οποίων οι διάρκειες προέρχονται από πληθυσμούς με διαφορετικά στατιστικά χαρακτηριστικά.

Συνεπώς, στο τυχαίο μοντέλο Bartlett-Lewis, η παράμετρος της εκθετικής κατανομής,  $\eta^{(i)}$ , αποκτά χαρακτήρα ανεξάρτητης τυχαίας μεταβλητής και η προτεινόμενη συνάρτηση κατανομής της είναι η διπαραμετρική γάμα με παράμετρο σχήματος  $a$  και παράμετρο κλίμακας  $\nu$ , έτσι ώστε (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1988):

$$E[\eta] = \frac{\alpha}{\nu}, \quad Var[\eta] = \frac{\alpha}{\nu^2}, \quad a > 1 \quad (3.25)$$

Προκύπτει δε ότι η αναμενόμενη διάρκεια των παλμών,  $1/\eta$ , θα είναι:

$$E\left[\frac{1}{\eta}\right] = \frac{\nu}{a-1} \quad (3.26)$$

Η επιλογή της κατανομής Γάμα για την παράμετρο  $\eta^{(i)}$ , στηρίζεται στην ευελιξία που έχει η συγκεκριμένη κατανομή στο να προσεγγίζει ικανοποιητικά ένα μεγάλο πλήθος άλλων κατανομών, ανάλογα με την τιμή που θα λάβει η παράμετρος σχήματός της,  $a$ . Ο περιορισμός, που υπαγορεύει παράμετρο σχήματος πάντα μεγαλύτερο της μονάδος, ήτοι  $a > 1$ , τίθεται για να εξασφαλίσει πεπερασμένες τιμές στις διάρκειες των παλμών.

Η μετατροπή της παραμέτρου  $\eta$  σε τυχαία μεταβλητή δεν προκαλεί μεταβολές μόνο στις διάρκειες των παλμών ανά καταιγίδα αλλά και στον τρόπο που αυτοί παράγονται εντός της καταιγίδας. Από τη διατύπωση του μοντέλου, η παράμετρος  $\eta$  συνδέεται άμεσα με τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\gamma$ , που σχετίζονται με τη χρονική απόσταση μεταξύ των σημείων άφιξης των παλμών και το χρονικό ορίζοντα παραγωγής παλμών αντίστοιχα. Η σύνδεση γίνεται μέσω των αδιαστατοποιημένων παραμέτρων:

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i} \quad (3.27)$$

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι παράμετροι των δύο εκθετικών κατανομών,  $\beta_i$  και  $\gamma_i$  να μην διατηρούνται σταθερές αλλά να μεταβάλλονται ανά καταιγίδα,  $i$ , εξαρτώμενες από την εκάστοτε τιμή της παραμέτρου  $\eta_i$ . Συνεπώς, τα μεγέθη  $\beta = \kappa \times \eta$  και  $\gamma = \varphi \times \eta$  θα ακολουθούν και αυτά την κατανομή Γάμα με κοινή παράμετρο σχήματος  $a$  και παραμέτρους κλίμακας  $\nu / \kappa$  και  $\nu / \varphi$  αντίστοιχα. Οι αναμενόμενες τιμές των δυο μεγεθών, για όλες τις καταιγίδες, θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$E[\beta] = \frac{\alpha\kappa}{\nu}, \quad E[\gamma] = \frac{\alpha\varphi}{\nu} \quad (3.28)$$

Οι δυο μελετητές θέλησαν να προσδώσουν φυσικό νόημα στην παραπάνω τροποποίηση κάνοντας την υπόθεση ότι μεγάλης διάρκειας καταιγίδες αποτελούνται από μεγάλης διάρκειας παλμούς, των οποίων οι χρονικές αφετηρίες απέχουν περισσότερο (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1988).

Οι παραπάνω παραδοχές προκαλούν αλλαγές τόσο στη δομή του μοντέλου όσο και στις αναλυτικές του εξισώσεις καθώς ως ανεξάρτητες παράμετροι επίλυσης επιλέγονται πλέον οι παράμετροι  $\kappa$  και  $\varphi$ , αντικαθιστώντας τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\gamma$ .

Όσον αφορά τα υπόλοιπα μεγέθη του μοντέλου, υποθέτουμε πως η τυχαία μεταβλητή που περιγράφει το εντατικό μέγεθος (ύψος, ένταση),  $X$ , κάθε παλμού ακολουθεί την εκθετική συνάρτηση κατανομής, με μέση τιμή  $\mu_X$ , ενώ, για τη τυχαία μεταβλητή,  $C$ , που περιγράφει τον αριθμό παλμών ανά καταιγίδα υιοθετείται η γεωμετρική κατανομή με μέση τιμή:

$$\mu_C = 1 + \frac{\kappa}{\varphi} \quad (3.29)$$

Συνεπώς, η παράμετρος  $\mu_C$  είναι εξαρτημένο μέγεθος και αποτελεί συνάρτηση των αδιάστατων μεγεθών  $\kappa$  και  $\varphi$ .

Οι παραπάνω παραδοχές έχουν σαν αποτέλεσμα τον περιορισμό του πλήθους των ανεξάρτητων μεταβλητών επίλυσης στο ελάχιστο δυνατό. Οι έξι ανεξάρτητες μεταβλητές επίλυσης του μοντέλου RBLRPM είναι οι εξής:

$$\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, \mu_X$$

Το μοντέλο RBLRPM περιγράφεται μαθηματικά από ένα σύνολο αναλυτικών εξισώσεων που συνδέουν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της διακριτής διαδικασίας με τις παραπάνω παραμέτρους. Οι εξισώσεις που δίνουν τις ροπές  $1^{ns}$  και  $2^{ns}$  τάξης της διακριτής ανέλιξης υψών βροχής,  $Y_i^{(h)}$ , για μια δεδομένη χρονική κλίμακα  $h$  και δεδομένη υστέρηση  $k$ , διαμορφώνονται ως εξής (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1988):

$$E[Y_i^{(h)}] = \lambda h \mu_X \nu \frac{1 + (\kappa / \varphi)}{\alpha - 1} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} Var[Y_i^{(h)}] = & 2A_1 \left\{ (a-3)h\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+h)^{3-\alpha} \right\} \\ & - 2A_2 \left\{ \varphi(\alpha-3)h\nu^{2-\alpha} - \nu^{3-\alpha} + (\nu+\varphi h)^{3-\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} Cov[Y_i^{(h)}, Y_{i+k}^{(h)}] = & A_1 \left\{ [\nu + (k+1)h]^{3-\alpha} - 2(\nu+kh)^{3-\alpha} + [\nu + (k-1)h]^{3-\alpha} \right\} \\ & - A_2 \left\{ [\nu + (k+1)\varphi h]^{3-\alpha} - 2(\nu+hk\varphi)^{3-\alpha} + [\nu + (k-1)h\varphi]^{3-\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

όπου:

$$A_1 = \frac{\lambda \mu_C \nu^\alpha}{(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)} \left[ E(X^2) + \frac{\kappa \varphi \mu_X^2}{\varphi^2 - 1} \right] \quad (3.33)$$

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i}, \quad \mu_C = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}, \quad E[X^2] = 2E[X] = 2\mu_X^2 \quad (3.34)$$

Επιπλέον, η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης στο χρονικό διάστημα  $h$ , θα δίνεται από τη σχέση:

$$P(Y_i^{(h)} = 0) = \exp \left\{ -\lambda h - \lambda \mu_\tau + \lambda G_p^*(0, 0) \left[ \frac{\varphi + \kappa \left( \frac{\nu}{\nu + (\kappa + \varphi)h} \right)^{a-1}}{\varphi + \kappa} \right] \right\} \quad (3.35)$$

όπου τα μεγέθη  $\mu_\tau$  και  $G_p^*(0, 0)$  υπολογίζονται προσεγγίσιμα (για μικρές τιμές των  $\kappa$  και  $\varphi$ ) από τις σχέσεις:

$$\mu_\tau \cong E \left[ \frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 + \varphi(\kappa + \varphi) - \frac{1}{4} \varphi(\kappa + \varphi)(\kappa + 4\varphi) + \frac{1}{72} \varphi(\kappa + \varphi)(4\kappa^2 + 27\kappa\varphi + 72\varphi^2) \right\} \quad (3.36)$$

$$G_p^*(0, 0) \cong E \left[ \frac{1}{\eta} \right] \frac{1}{\varphi} \left\{ 1 - \kappa - \varphi + \frac{3}{2} \kappa\varphi + \varphi^2 + \frac{1}{2} \kappa^2 \right\} \quad (3.37)$$

Το μέγεθος  $\mu_\tau$  ονομάζεται μέση διάρκεια «ενεργούς» καταιγίδας και αποτελεί προσέγγιση, σε διακριτό χρόνο, της μέσης αναμενόμενης διάρκειας για την οποία κάποια η καταιγίδα είναι ενεργή, δηλαδή παράγει ύψη βροχής. Από την άλλη, ο όρος μέση διάρκεια «ζωντανής» καταιγίδας ορίζει τον θεωρητικό μέσο χρόνο μέσα στον οποίο παράγονται παλμοί σε κάθε καταιγίδα. Η διαφορά στα δυο μεγέθη έγκειται στο ότι το χρονικό σημείο τερματισμού των τελευταίων παλμών μπορεί να υπερβαίνει το θεωρητικά ορισμένο τέλος της καταιγίδας, όπως αυτό ορίζεται από το πηλίκο  $1 / \gamma_i$ .

Εκτενής έρευνα πάνω στις χρονικές ιδιότητες των βροχερών γεγονότων και των στεγνών διαστημάτων που μεσολαβούν μεταξύ αυτών, έχει γίνει από τους Onof and Wheater. Οι δύο ερευνητές, μελετώντας τις θεωρητικές κατανομές των χρονικών μεταβλητών της συνεχούς και διακριτής διαδικασίας του μοντέλου, κατέληξαν σε ακριβείς αναλυτικές εξισώσεις τόσο για τη κατανομή των διαστημάτων που μεσολαβούν μεταξύ καταιγίδων, όσο και για τον αριθμό και τις διάρκειες των βροχερών γεγονότων (Onof and Wheater, 1993; Onof *et al.*, 1994c). Συγκεκριμένα, για κάθε διακριτή χρονική κλίμακα  $h$ , η πιθανότητα μια στεγνή περίοδος να έχει μήκος μικρότερο του  $k \times h$ , θα δίνεται από:

$$P\{N < k\} = \frac{P(Y_i^{(kh)} = 0) - P(Y_i^{(kh+h)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0) - P(Y_i^{(2h)} = 0)} \quad (3.38)$$

όπου  $P(Y_i^{(h)} = 0)$  η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης στο διάστημα  $h$  (εξ. 3.24). Προκύπτει ότι η μέση χρονική απόσταση μεταξύ βροχερών γεγονότων στην χρονική κλίμακα  $h$  θα δίνεται από:

$$m_d = \frac{P(Y_i^{(h)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0) - P(Y_i^{(2h)} = 0)} \times h \quad (3.39)$$

Η διασπορά του ίδιου μεγέθους θα δίνεται από:

$$s_d = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P(Y_i^{(kh)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0) - P(Y_i^{(2h)} = 0)} - \frac{P(Y_i^{(h)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0) - P(Y_i^{(2h)} = 0)} - \left[ \frac{P(Y_i^{(h)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0) - P(Y_i^{(2h)} = 0)} \right]^2 \quad (3.40)$$

Με χρήση των δύο μεγεθών προκύπτει και το μέσο πλήθος βροχερών γεγονότων ανά μήνα ως:

$$m_n = \frac{P(Y_i^{(h)} = 0) \times 24 \times NM}{m_d \times h} \quad (3.41)$$

όπου  $NM$  οι ημέρες του μήνα. Η μέση διάρκεια των βροχερών γεγονότων θα δίνεται από τη σχέση:

$$m_w = \frac{1 - P(Y_i^{(h)} = 0)}{P(Y_i^{(h)} = 0)} \times m_d \quad (3.42)$$

πως και στην περίπτωση του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis, έτσι και εδώ, η εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου γίνεται μέσω της επίλυσης ενός μαθηματικού συστήματος που περιλαμβάνει τις αναλυτικές εξισώσεις που αποδίδουν τα βασικά στατιστικά μεγέθη της διακριτής ανέλιξης,  $Y_i^{(h)}$ . Εκτός από τη μέση τιμή,  $E(Y_i^{(h)})$ , την διασπορά,  $Var(Y_i^{(h)})$ , και την αυτοσυνδιασπορά κ-τάξης,  $Cov(Y_i^{(h)}, Y_i^{(h+k)})$ , στο μαθηματικό μοντέλο έχει προστεθεί μια ακόμα εξίσωση που δίνει τη πιθανότητα μηδενικής βροχόπτωσης για χρονικό διάστημα  $h$ ,  $P(Y_i^{(h)}=0)$ . Ωστόσο, για μια δεδομένη στάθμη συνάθροισης  $h$ , το μαθηματικό σύστημα είναι αόριστο αφού οι διαθέσιμες εξισώσεις είναι τέσσερις και οι ανεξάρτητες παράμετροι επίλυσης έξι. Το σύστημα αποκτά χαρακτήρα ορισμένου με χρήση στατιστικών μεγεθών από άλλες χρονικές κλίμακες.

Για λόγους πληρότητας, αξίζει να αναφέρουμε πως αντίστοιχες τροποποιήσεις με στόχο την περαιτέρω βελτίωση του μοντέλου Neyman-Scott έχουν γίνει από τους Entekhabi et al. (1989).

### 3.4.2 Το τυχαίο μοντέλο Γάμα Bartlett-Lewis (RBLRPM)

Εκτεταμένη έρευνα πάνω στα μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών, με σκοπό την περαιτέρω βελτίωσή τους, έχει γίνει από τους Onof and Wheeler. Οι δυο μελετητές εξέτασαν την καταλληλότητα τόσο του κλασικού, όσο και του τυχαίου μοντέλου Bartlett - Lewis (Onof and Wheeler, 1993; 1994a) για την προσομοίωση της βροχής της Αγγλίας, βασιζόμενοι στην ωριαία χρονοσειρά του σταθμού Elmdon (Birmingham). Όπως αποδείχτηκε, για όλους τους μήνες το μοντέλο RBLRPM προσομοιώνει ικανοποιητικά τη μέση τιμή, τη διασπορά, τη δομή αυτοσυσχέτισης της βροχής καθώς και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, από την ωριαία έως και την ημερήσια χρονική κλίμακα. Ωστόσο, για κάποιους μήνες οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης, για τις χρονικές κλίμακες των 12 και 24 ωρών, προέκυψαν υπερεκτιμημένοι συγκρινόμενοι με αυτούς των ιστορικών βροχομετρικών δεδομένων. Παράλληλα, παρατήρησαν την μεγάλη απόκλιση που παρουσιάζει η κατανομή ακραίων τιμών των συνθετικών υψών βροχής από αυτή των ιστορικών, για μεγάλες περιόδους επαναφοράς (Onof and Wheeler, 1993; 1994b).

Για την επίλυση του προβλήματος των ακραίων τιμών οι Onof and Wheeler προτείνουν τη χρήση κάποιας άλλης συνάρτησης κατανομής, εκτός της εκθετικής, για την τυχαία μεταβλητή  $X_{ij}$ , που περιγράφει το εντατικό μέγεθος των ορθογωνικών παλμών. Ως η πλέον κατάλληλη κρίνεται η διπαραμετρική κατανομή γάμα (Onof and Wheeler, 1994b).

Η υιοθέτηση της γάμα κατανομής με παράμετρο σχήματος,  $p$ , και παράμετρο κλίμακας,  $\delta$ , έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του αριθμού των ανεξάρτητων παραμέτρων επίλυσης του μοντέλου, από έξι σε εφτά:

$$\lambda, \alpha, \nu, \kappa, \varphi, p, \delta$$

Όπως είναι αναμενόμενο, η αλλαγή αυτή διατηρεί αμετάβλητες τις χρονικές ιδιότητες του μοντέλου, επηρεάζοντας μόνο την ένταση των παλμών και άρα το ύψος βροχής. Οι αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις του μοντέλου RPBLGM, που δίνουν τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, καθώς και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης,  $P(Y_i^{(h)} = 0)$ , της διακριτής ανέλιξης,  $Y_i^{(h)}$ , είναι

όμοιες με αυτές του τυχαίου μοντέλου Bartlett-Lewis, με τις ισότητες  $A_1$  και  $A_2$  να λαμβάνουν την μορφή (Onof and Wheater, 1994b):

$$A_1 = \frac{\lambda \mu_c \nu^\alpha}{\delta^2 (\alpha - 1)(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \left[ p(p + 1) + \frac{\kappa \varphi p^2}{\varphi^2 - 1} \right] \quad (3.43)$$

$$A_2 = \frac{\lambda \mu_c \kappa \mu_x^2 \nu^\alpha}{\varphi^2 (\varphi^2 - 1)(\alpha - 1)(\alpha - 2)(\alpha - 3)} \quad (3.44)$$

$$\kappa = \frac{\beta_i}{\eta_i}, \quad \varphi = \frac{\gamma_i}{\eta_i}, \quad \mu_c = E[C] = 1 + \frac{\kappa}{\varphi}, \quad \mu_x = \frac{p}{\delta}, \quad \sigma_x^2 = \frac{p}{\delta^2} \quad (3.45)$$

Τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του μοντέλου RPBLGM στα βροχομετρικά δεδομένα του Elmdon, επιβεβαίωσαν την ανάγκη αντικατάστασης της εκθετικής από τη γάμα κατανομή για την περιγραφή της έντασης των ορθογωνικών παλμών. Το μοντέλο RPBLGM αναπαράγει με μεγάλη επιτυχία τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, αλλά και την κατανομή ακραίων τιμών των ωριαίων και ημερήσιων βροχομετρικών δεδομένων.

### 3.4.3 Βιβλιογραφικά συμπεράσματα από την εφαρμογή του μοντέλου

Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, τα στοχαστικά μοντέλα συστάδων ορθογωνικών παλμών που στηρίζονται στις ανεξίτητες Bartlett-Lewis και Neyman-Scott έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως, από πλήθος ερευνητών, για τη προσομοίωση της βροχής σε χρονικές κλίμακες που κυμαίνονται από τα 5 λεπτά έως και τις 48 ώρες (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1987a, 1987b, 1988; Onof and Wheater, 1993, 1994a, 1994b; Onof *et al.*, 1994; Bo *et al.*, 1994; Velghe *et al.*, 1994; Khaliq and Cunnane, 1996; Verhoest *et al.*, 1997; Smithers *et al.*, 2002; Islam *et al.*, 1990; Cowpertwait *et al.*, 2007). Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζονται βασικά συμπεράσματα και στοιχεία, όπως αυτά προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου Bartlett-Lewis για τη προσομοίωση διαφορετικών τύπων βροχής.

Οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987a, b), ως εισηγητές των δυο μοντέλων, ήταν και οι πρώτοι που έλεγξαν την επίδοση του μοντέλου ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis στις θερινές μεταγωγικές βροχοπτώσεις του Denver (Colorado). Αρχικά, αποδείχτηκε το σαφές πλεονέκτημα που έχουν τα μοντέλα συστάδων, έναντι των απλών μοντέλων βροχής Poisson, στο να προσομοιώνουν βροχές διαφορετικών χρονικών κλιμάκων για ένα και μόνο σύνολο τιμών των παραμέτρων τους. Συγκεκριμένα, το μοντέλο Bartlett-Lewis, καθώς και το μοντέλο Neyman-Scott, καταφέρνει να αναπαράξει τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής (μέση τιμή, διασπορά και δομή αυτοσυσχέτισης) από την ωριαία έως και ημερήσια χρονική κλίμακα, ανεξάρτητα της κλίμακας και των στατιστικών μεγεθών που έχουν επιλεγεί για τη προσαρμογή-βαθμονόμησή του. Η σχετική ανεξαρτησία που επιδεικνύουν τα δυο μοντέλα από τη χρονική κλίμακα μελέτης επιβεβαιώνεται και από τη μικρή διακύμανση που είχαν οι τιμές των παραμέτρων για διαφορετικές επιλύσεις του μαθηματικού συστήματος (διαφορετικά στατιστικά μεγέθη από διαφορετικές κλίμακες). Επιπλέον, ως αρκετά ικανοποιητική κρίνεται η προσέγγιση της ασυμμετρίας και της χρονικής κατανομής της βροχόπτωσης (ποσοστό κατακρημιζόμενης ποσότητας σε ποσοστό χρόνου), όπως αυτές προέκυψαν από προσομοίωση. Ωστόσο, ως μεγάλη αδυναμία του κλασσικού μοντέλου Bartlett-Lewis (BLRPM) κρίνεται η υπερεκτίμηση των χρονικών περιόδων ανομβρίας (πιθανότητα μηδενικού ύψους βροχής), για στάθμες συνάθροισης, μεγαλύτερες της ωριαίας. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν οι Onof and Wheater (1994a), καθώς και οι Velghe *et al.* (1994).

Οι Onof and Wheater (1994a) διερεύνησαν τις επιδόσεις του μοντέλου BLRPM στα βροχομετρικά δεδομένα Elmdon (Birmingham, Αγγλία), περιλαμβάνοντας στην ανάλυσή τους τόσο μετωπικές (Νοέμβριος-Απρίλιος) όσο και μεταγωγικές (Ιούνιος-Σεπτέμβριος) βροχές. Οι δυο μελετητές

έδωσαν ιδιαίτερο βάρος στις χρονικές κατανομές και ιδιότητες της ωριαίας βροχόπτωσης, μελετώντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά μεγεθών, όπως η μέση διάρκεια καταιγίδας,  $m_w$ , η μέση τιμή,  $m_d$ , και διασπορά,  $s_d$ , του χρονικού διαστήματος που μεσολαβεί μεταξύ δυο καταιγίδων, το πλήθος βροχερών γεγονότων ανά μήνα,  $m_n$ , και η αναλογία βροχερών-στεγνών διαστημάτων,  $\omega_h$ . Όπως και για την περίπτωση του τυχαίου μοντέλου Bartlett-Lewis, έτσι και για την περίπτωση του κλασικού οι δυο μελετητές διατύπωσαν αναλυτικές μαθηματικές εξισώσεις που αποδίδουν τα παραπάνω μεγέθη, συναρτήσκει των πέντε ανεξάρτητων παραμέτρων του μοντέλου. Όπως αποδείχτηκε, το μοντέλο καταφέρνει να αναπαράξει με μεγάλη επιτυχία τη μέση τιμή, τη διασπορά και τη δομή αυτοσυσχέτισης της ανέλιξης υψών βροχής, σε όλες τις χρονικές κλίμακες και για όλους τους μήνες. Ωστόσο, για τα μεγέθη  $m_w$ ,  $m_d$ ,  $s_d$ ,  $m_n$  και  $\omega_h$ , η επίδοση του μοντέλου ήταν απογοητευτική. Συγκεκριμένα, τόσο από τη προσομοίωση όσο και από τις αναλυτικές εξισώσεις προέκυψε πως το μοντέλο παράγει μικρό πλήθος επεισοδίων βροχής,  $m_n$ , που χαρακτηρίζονται από μεγάλη διάρκεια,  $m_w$ . Επιπλέον, μεταξύ διαδοχικών επεισοδίων βροχής μεσολαβούν διαστήματα πολύ μεγάλης διάρκειας, που οδηγούν σε υπερεκτίμηση της πιθανότητας μηδενικού ύψους βροχής. Οι Onof και Wheeler (1994a) αποδίδουν τις παραπάνω αδυναμίες στο μεγάλο πλήθος επικαλύψεων των παλμών εντός της καταιγίδας και για την επίλυση αυτού του ζητήματος θεωρούν ως κρίσιμες τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\eta$ . Οι δυο ερευνητές προσπάθησαν να βελτιώσουν την απόδοση του μοντέλου χρησιμοποιώντας ένα πρωτότυπο σχήμα βελτιστοποίησης στο οποίο συμμετέχουν, εκτός από τα βασικά στατιστικά μεγέθη του ύψους βροχής, και οι χρονικές κατανομές των γεγονότων.

Οι αδυναμία του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis ως προς το να αναπαράγει τις χρονικές ιδιότητες των γεγονότων και την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης έστρεψε το ενδιαφέρον των μελετητών στο τυχαίο μοντέλο (RBLRPM), που χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη ευελιξία όσον αφορά τις χρονικές ιδιότητες των παλμών και καταιγίδων. Η επιτυχία του νέου μοντέλου, να διατηρεί και τελικά να αναπαράγει τη πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης από την ωριαία έως και την ημερήσια χρονική κλίμακα, διαπιστώθηκε αρχικά από τους εισηγητές του μοντέλου (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1988) και επιβεβαιώθηκε, εν συνεχεία, από την εφαρμογή του μοντέλου σε βροχές διαφορετικών τύπων. Οι Velghe *et al.* (1994), χρησιμοποιώντας τα ίδια βροχομετρικά δεδομένα, από το σταθμό του Denver, παρατήρησαν πως η βελτίωση του μοντέλου δεν περιορίζεται μόνο στο μέγεθος της πιθανότητας απουσίας βροχόπτωσης, αλλά αφορά και τη δομή αυτοσυσχέτισης των χρονικών κλιμάκων 6 και 12 ωρών. Για το μοντέλο RBLRPM, οι Onof και Wheeler (1993) αποδέχονται, μεν, την βελτίωσή του ως προς την αναπαραγωγή της πιθανότητας απουσίας βροχόπτωσης, αλλά επισημαίνουν τις έντονες αποκλίσεις που εξακολουθούν να παρουσιάζουν τα προσομοιωμένα μεγέθη  $m_w$ ,  $m_d$ ,  $s_d$ ,  $m_n$ , από τα αντίστοιχα ιστορικά. Επίσης, για τα βροχομετρικά δεδομένα του Elmdon, κάποιοι συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1<sup>ης</sup> τάξης βρέθηκαν υπερεκτιμημένοι, για τις χρονικές κλίμακες των 12 και 24 ωρών.

Όσον αφορά τη κατανομή των ακραίων τιμών των βροχοπτώσεων, όλες οι αναλύσεις δείχνουν πως τόσο το κλασικό (BLRPM) όσο και το τυχαίο (RBLRPM) μοντέλο Bartlett-Lewis επιδεικνύουν καλή επίδοση για μικρές περιόδους επαναφοράς, αλλά παρατηρούνται μεγάλες αποκλίσεις από την κατανομή των ιστορικών χρονοσειρών, στα ακραία γεγονότα (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1987b, 1988; Velghe *et al.*, 1994; Onof and Wheeler, 1993). Οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b, 1988) και οι Velghe *et al.*, 1994 παρατήρησαν πως τα δυο μοντέλα υποεκτιμούν τα ωριαία και ημερήσια ακραία ύψη βροχής για περιόδους επαναφοράς μεγαλύτερες του μήκους της ιστορική χρονοσειράς. Αντίθετα, οι Onof and Wheeler (1993) παρατήρησαν πως οι ακραίες τιμές υπερεκτιμώνται, για την ιστορική χρονοσειρά του Elmdon. Η ικανότητα του μοντέλου όσον αφορά τις ακραίες τιμές μπορεί να βελτιωθεί με την υιοθέτηση άλλων κατανομών, όπως η διπαραμετρική γάμα ή η κάποια Pareto, για την περιγραφή της έντασης των παλμών Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b). Προς αυτή τη κατεύθυνση, οι Onof and Wheeler (1994b), χρησιμοποιώντας την κατανομή γάμα για τις εντάσεις

των παλμών, διατύπωσαν το τυχαίο μοντέλο γάμα Bartlett-Lewis (RPBLGM). Το μοντέλο επτά παραμέτρων εφαρμόστηκε στα βροχομετρικά δεδομένα του Elmdon για τον μήνα Ιανουάριο, και όπως αποδείχτηκε οι κατανομές ακραίων τιμών, των συνθετικών ωριαίων και ημερήσιων υψών βροχής προσεγγίζουν με μεγάλη επιτυχία αυτές των ιστορικών χρονοσειρών. Ωστόσο, η εφαρμογή του μοντέλου RPBLGM δεν είχε τα ίδια επιτυχή αποτελέσματα για τη προσομοίωση της κατανομής ακραίων τιμών της 10λεπτης βροχόπτωσης του σταθμού Uccle, στο Βέλγιο (Verhoest *et al.*, 1997). Όπως αποδείχτηκε, και τα τρία μοντέλα Bartlett-Lewis είχαν παρόμοια συμπεριφορά, υποεκτιμώντας την ένταση της βροχών μεγάλης περιόδου επαναφοράς και μικρής διάρκειας.

Περισσότερα στοιχεία και περιπτώσεις που το μοντέλο RBLRPM έχει εφαρμοστεί με επιτυχία για τη προσομοίωση των χαρακτηριστικών της βροχής μπορεί να βρει κανείς στις εργασίες των Bo *et al.* (1994), Khaliq and Cunnane (1996), Verhoest *et al.* (1997), Smithers *et al.* (2002) και Islam *et al.* (1990).

### 3.5 Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλων Bartlett-Lewis

#### 3.5.1 Τοποθέτηση προβλήματος στα πλαίσια της βελτιστοποίησης

Η προσαρμογή του μοντέλου Bartlett-Lewis στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της υπό εξέταση βροχόπτωσης γίνεται μέσω της εύρεσης των ανεξάρτητων παραμέτρων επίλυσής του. Ωστόσο, η διαδικασία αυτή δεν μπορεί να στηριχθεί σε κλασικές στατιστικές μεθόδους, όπως η μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας, λόγω της δυσκολίας που παρουσιάζει η εύρεση της συνάρτησης πιθανοφάνειας, τόσο για τη συνεχή όσο και για τη διακριτή διαδικασία του μοντέλου (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1988). Η μέθοδος που χρησιμοποιείται συχνότερα για τη βαθμονόμηση των στοχαστικών μοντέλων ορθογωνικών παλμών είναι η μέθοδος των ροπών, σύμφωνα με την οποία τα στατιστικά μεγέθη του δείγματος (χρονοσειρά υψών βροχής) εξισώνονται με τα θεωρητικά στατιστικά μεγέθη του μοντέλου, όπως αυτά δίδονται από τις αναλυτικές μαθηματικές του εξισώσεις (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1987b, Onof and Wheater, 1993, 1994b; Bo *et al.*, 1994; Velghe *et al.*, 1994; Verhoest *et al.*, 1997; Smithers *et al.*, 2002). Με αυτό τον τρόπο διαμορφώνεται ένα μαθηματικό σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων, από την επίλυση του οποίου θα προκύψουν οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου.

Η έντονη μη γραμμική μορφή των εξισώσεων των στοχαστικών μοντέλων ορθογωνικών παλμών καθιστά αδύνατη την επίλυση του μαθηματικού συστήματος με αναλυτικό τρόπο και συνεπώς η εύρεση των παραμέτρων μεταπίπτει σε πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η στοχική συνάρτηση που συνήθως χρησιμοποιείται για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis δίνεται από την εξίσωση:

$$Z = \min \left[ \sum_{i=1}^N W_i \left( \frac{F_i(X)}{F'_i} - 1 \right)^2 \right] \quad (3.46)$$

όπου  $F_i(X)$  το στατιστικό μέγεθος  $i$  όπως προκύπτει από την εξίσωση του μοντέλου για δεδομένη τιμές του διανύσματος παραμέτρων  $X$ , και  $F'_i$  το αντίστοιχο μέγεθος όπως προκύπτει από την ιστορική χρονοσειρά. Όπου  $N$  ορίζεται το πλήθος των στατιστικών μεγεθών που συμμετέχουν στη διαμόρφωση του συστήματος και  $W_i$  κάποιος συντελεστής βάρους για το στατιστικό μέγεθος  $i$ . Όπως παρατηρούμε, τα αναλυτικά στατιστικά μεγέθη της εξίσωσης είναι κανονικοποιημένα ως προς τα αντίστοιχα ιστορικά, έτσι ώστε να αποφεύγεται η επικράτηση των μεγάλων τιμών κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Οι Velghe *et al.* (1994), Bo *et al.* (1994) και Verhoest *et al.* (1997)

εφαρμόζουν την παραπάνω εξίσωση με συντελεστή βάρους  $W_i = 1$  για όλα τα στατιστικά μεγέθη, ενώ ο Cowpertwait (1991) θέτει  $W_i = 100$  για το μέγεθος της μέσης τιμής (Smithers *et al.*, 2002).

Οι Cowpertwait *et al.* (2007) θέλοντας να αποφύγουν την ύπαρξη μεροληψία, λόγω της επικράτησης είτε του ιστορικού είτε του αναλυτικού μεγέθους, κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης, προτείνουν, για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου BLRPM, τη χρήση της παρακάτω στοχικής συνάρτησης:

$$Z = \min \left[ \sum_{i=1}^N W_i \left[ \left( \frac{F_i(X)}{F_i'} - 1 \right)^2 + \left( \frac{F_i'}{F_i(X)} - 1 \right)^2 \right] \right] \quad (3.47)$$

Τέλος, οι Vanhaute *et al.* (2012) έδωσαν βάρος στα στατιστικά μεγέθη της στοχικής συνάρτησης, σύμφωνα με τη σχέση  $W_i = 1 / \text{Var}(F_i)$ , βασιζόμενοι στην υπόθεση ότι σε προβλήματα ελαχιστοποίησης τετραγώνων, τα μεγέθη θα πρέπει να σταθμίζονται αντιστρόφως ανάλογα με την διασπορά τους. Η στοχική συνάρτηση που προέκυψε είναι:

$$Z = \min \left[ \sum_{i=1}^N \frac{(F_i(X) - F_i')^2}{\text{Var}(F_i')} \right] \quad (3.48)$$

### 3.5.2 Κριτήρια επιλογής στατιστικών μεγεθών

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι ανεξάρτητες παράμετροι του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis είναι πέντε ( $\lambda, \eta, \gamma, \mu_x, \beta$ ), του τυχαίου μοντέλου είναι έξι ( $\lambda, \nu, \kappa, \mu_x, \alpha, \varphi$ ), ενώ του τυχαίου μοντέλου, με κατανομή γάμα για τις εντάσεις των παλμών, επτά ( $\lambda, \nu, \kappa, \alpha, \varphi, \rho, \delta$ ). Από την άλλη μεριά, οι διαθέσιμες αναλυτικές εξισώσεις για το μοντέλο BLRPM είναι τρεις, ενώ για τα μοντέλα RBLRPM και RPBLGM τέσσερις. Συνεπώς, για δεδομένη στάθμη συνάθροισης,  $h$ , και υστέρηση,  $k$ , των υπό εξέταση μετρήσεων,  $Y_i^{(h)}$ , το σύστημα εξισώσεων που σχηματίζεται θα είναι αόριστο, με βαθμό ελευθερίας 2 για τα δυο πρώτα μοντέλα και με βαθμό ελευθερίας 3 για το μοντέλο RPBLGM. Για να αποκτήσει το σύστημα χαρακτήρα ορισμένου απαιτείται η προσθήκη, τουλάχιστον, δυο επιπλέον αναλυτικών εξισώσεων, και άρα των αντίστοιχων ιστορικών στατιστικών μεγεθών, από διαφορετικές χρονικές κλίμακες,  $h$ . Η επιλογή των στατιστικών μεγεθών και άρα των εξισώσεων που θα χρησιμοποιηθούν επηρεάζουν άμεσα τόσο τη διαδικασία βελτιστοποίησης, όσο και την απόδοση του μοντέλου ως προς την αναπαραγωγή των επιθυμητών στατιστικών μεγεθών.

Σαν γενική αρχή, οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1988) επισημαίνουν πως τα στατιστικά μεγέθη, που θα χρησιμοποιηθούν για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου, θα πρέπει να χαρακτηρίζονται από μικρό δειγματοληπτικό σφάλμα και να έχουν μικρή μεταξύ τους συσχέτιση, ώστε να εξασφαλιστεί η αμεροληψία της διαδικασίας. Επιπλέον, είναι αναγκαία η επιλογή στατιστικών μεγεθών από διαφορετικές χρονικές κλίμακες ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη προσαρμογή των στοχαστικών διαδικασιών των παλμών και των καταιγίδων του μοντέλου στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της υπό εξέταση βροχόπτωσης.

Βασιζόμενοι στα παραπάνω, για την εκτίμηση των πέντε παραμέτρων του κλασικού μοντέλου Bartlett-Lewis, οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b) δοκίμασαν, και τελικά συνέκριναν, τέσσερις εναλλακτικούς τρόπους επίλυσης του συστήματος, στο οποίο συμμετέχουν στατιστικά μεγέθη από τις χρονοσειρές χρονικών κλιμάκων 1h, 6h, 12h και 24h. Τα στατιστικά μεγέθη που χρησιμοποιήθηκαν είναι η μέση τιμή,  $E^h$ , η διασπορά,  $\text{VAR}^h$ , και η αυτοσυσχέτιση  $k$ -τάξης,  $\text{CORR}^h(k)$ . Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, για το μοντέλο BLRPM δεν υπάρχει διαθέσιμη αναλυτική εξίσωση που να δίνει τη πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης,  $\text{PDR}(h)$ , για διακριτή χρονική κλίμακα  $h$ . Οι τέσσερις συνδυασμοί των στατιστικών μεγεθών φαίνονται στον Πίνακα 3.1.



Πίνακας 3.1: Τακτικές επίλυσης για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου BLRPM (Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1987b)

	Στάθμη συνάθροισης (h)			
	$h=1$	$h=6$	$h=12$	$h=24$
1	E,VAR,CORR(1)	VAR,CORR(1)		
2	E,VAR,CORR(1)		VAR,CORR(1)	
3	E,VAR,CORR(1)			VAR,CORR(1)
4		E,VAR,CORR(1)	VAR,CORR(1)	

Από τις επιλύσεις των συστημάτων, για τους τέσσερις συνδυασμούς που απεικονίζονται (Πίνακας 3.1), προέκυψαν διαφορετικές, αλλά παραπλήσιες, τιμές για τις πέντε ανεξάρτητες παραμέτρους επίλυσης. Οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1987b) δεν ποσοτικοποιούν την ποιότητα των λύσεων που προκύπτουν, αλλά επισημαίνουν πως για όλες τις περιπτώσεις το μοντέλο καταφέρνει να διατηρήσει ακόμα και τα στατιστικά μεγέθη που δεν χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης.

Σε ανάλογα συμπεράσματα για την ανεξαρτησία των παραμέτρων από τη χρονική κλίμακα μελέτης και από το συνδυασμό στατιστικών μεγεθών που θα χρησιμοποιηθούν, κατά την προσαρμογή του μοντέλου BLRPM, κατέληξαν και οι Velghe *et al.* (1994). Στην εργασία τους χρησιμοποίησαν τους ίδιους συνδυασμούς στατιστικών μεγεθών με τους Rodriguez-Iturbe *et al.*, αντικαθιστώντας, ωστόσο, την αυτοσυσχέτιση,  $CORR^h(k)$ , με την αυτοσυνδιασπορά,  $COVAR^h(k)$ . Η αλλαγή αυτή οδηγεί σε ένα πιο ευσταθές, από μαθηματικής πλευράς, αριθμητικό σχήμα καθώς αποφεύγεται η χρήση ενός μεγέθους, που εκφράζεται ως πηλίκο δυο αναλυτικών θεωρητικών εξισώσεων ( $CORR(1) = COVAR(1)/VAR$ ).

Οι Onof and Wheeler (1994a), για τη προσαρμογή του μοντέλου BLRPM στην βροχή της Αγγλίας χρησιμοποίησαν δυο συνδυασμούς στατιστικών μεγεθών, χωρίς ωστόσο να αιτιολογούν την επιλογή τους. Ο πρώτος περιελάμβανε τα μεγέθη  $E^1$ ,  $VAR^1$ ,  $VAR^6$ ,  $COVAR^1(1)$ ,  $COVAR^6(1)$  και ο δεύτερος τα μεγέθη  $E^1$ ,  $VAR^1$ ,  $VAR^6$ ,  $COVAR^1(1)$ ,  $COVAR^{12}(1)$ . Και για τα δυο σύνολα παραμέτρων που προέκυψαν, το μοντέλο αναπαράγει επιτυχώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά υψών βροχής σε όλες τις χρονικές κλίμακες. Ωστόσο, σε αντίθεση με τα προαναφερθέντα, οι δυο μελετητές παρατήρησαν πως οι τιμές των παραμέτρων  $\eta$  και  $\beta$  παρουσιάζουν μεγάλες διαφορές, μεταξύ των δυο τακτικών επίλυσης. Όπως αποδείχτηκε οι διαφορές αυτές μπορεί να μην αποτυπώνονται στις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης, της ανέλιξης υψών βροχής, αλλά αποτυπώνονται στις χρονικές κατανομές των γεγονότων που παράγει το μοντέλο (π.χ. πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης). Αυτό είναι απολύτως λογικό καθώς οι παράμετροι  $\eta$  και  $\beta$  καθορίζουν τους χρόνους άφιξης των παλμών και τη διάρκειά τους, αντίστοιχα. Περισσότερα στοιχεία για τον τρόπο με τον οποίο οι Onof and Wheeler (1994a) αντιμετώπισαν το πρόβλημα της αστάθειας των παραμέτρων  $\eta$  και  $\beta$  δίνονται στην ενότητα 3.5.3.

Για το τυχαίο μοντέλο Bartlett-Lewis, εκτός από τη μέση τιμή, τη διασπορά και την αυτοσυνδιασπορά  $\kappa$ -τάξης, είναι διαθέσιμη και η αναλυτική εξίσωση που δίνει την πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης σε κάποια διακριτή χρονική κλίμακα,  $h$ . Συνήθως η διαδικασία στηρίζεται στην επιλογή έξι στατιστικών μεγεθών, ενώ υπάρχουν περιπτώσεις που στη στοχική συνάρτηση εισάγονται περισσότερα μεγέθη, για καλύτερη προσαρμογή του μοντέλου. Ο Πίνακας 3.2

συγκεντρώνει όλους τους συνδυασμούς στατιστικών μεγεθών που έχουν χρησιμοποιηθεί από διάφορους μελετητές, κατά καιρούς, για την εύρεση των παραμέτρων του μοντέλου RBLRPM.

Πίνακας 3.2: Συγκεντρωτικός πίνακας με τα στατιστικά μεγέθη που έχουν χρησιμοποιηθεί για την βαθμονόμηση του μοντέλου Bartlett-Lewis

	Στάθμες συνάθροισης, ώρες ( $h$ )						
	$h = 1/6 h$	$h = 1 h$	$h = 2 h$	$h = 6 h$	$h = 12 h$	$h = 24 h$	$h = 48 h$
<b>Rodriguez-Iturbe et al. (1988)</b>	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	-	-	Var, PDR	-
	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	-	-	Corr(1), PDR	-
<b>Bo et al. (1994)</b>	-	E, Var, Corr(1), PDR	Var, PDR	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	E, Var, Corr(1), PDR	Var, PDR
<b>Velghe et al (1994)</b>	-	E, Var, Covar(1), PDR	-	-	-	Var, PDR	-
	-	E, Var, Covar(1), PDR	-	-	-	Covar(1), PDR	-
	-	-	-	E, Var, Covar(1), PDR	-	Var, Covar(1)	-
	-	E, Var, Covar(1)	-	-	PDR	Var, Covar(1)	-
	-	E, Var, Covar(1)	-	-	Covar(1)	Var, Covar(1)	-
<b>Onof (1993)</b>	-	E, Var, Covar(1), PDR	-	Covar(1)	-	PDR	-
	-	E, Var, Covar(1), PDR	-	Var	-	PDR	-
<b>Verhoest (1997)</b>	E, Var, Covar(1), PDR	-	-	-	-	Covar(1), PDR	-
<b>Khaliq et al. (1996)</b>	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	Var	-	PDR	-
	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	-	-	Var, PDR	-
	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	Corr(1)	-	PDR	-
	-	E, Var, Corr(1), PDR	-	-	-	Corr(1), PDR	-
	-	E, Var, Corr(1), PDR	E, Var, Corr(1), PDR	E, Var, Corr(1), PDR	E, Var, Corr(1), PDR	E, Var, Corr(1), PDR	-
<b>Smithers et al. (2002)</b>	-	E, Var	-	Var	Var, Covar(1), PDR	Var, Covar(1), PDR	Var, PDR
	-	-	-	Var	Var	E, Var, Covar(1), PDR	Var, PDR
	-	-	-	-	-	E, Var, Covar(1), PDR	Var, Covar(1), PDR

Από τον πίνακα, μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε πως σχεδόν σε όλους τους συνδυασμούς, η μέση τιμή,  $E$ , εμφανίζεται στο μαθηματικό σύστημα για μια και μόνο χρονική κλίμακα,  $h$ . Εκ πρώτης όψεως, αυτό φαίνεται εντελώς παράλογο δεδομένης της ιδιαίτερης βαρύτητας που έχει το συγκεκριμένο μέγεθος. Ωστόσο, από την μαθηματική εξίσωση των μοντέλων για τη μέση τιμή, προκύπτει πως το συγκεκριμένο μέγεθος είναι γραμμική συνάρτηση της κλίμακας συνάθροισης,  $h$  (Bo *et al.*, 1994). Συνεπώς, η βέλτιστη προσέγγιση της μέσης τιμής σε μια χρονική κλίμακα συνεπάγεται τη βέλτιστη προσέγγιση του μεγέθους για όλες τις κλίμακες συνάθροισης.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, το μέγεθος PDR συμμετέχει σε όλα τα μαθηματικά συστήματα τουλάχιστον δυο φορές. Τη μια φορά αναφερόμενο στη μικρότερη χρονική κλίμακα

(1h) και την άλλη αναφερόμενο σε κάποια μεγαλύτερη (συνήθως στην ημερήσια). Το γεγονός αυτό δικαιολογείται αφενός από την σπουδαιότητα που παρουσιάζει το συγκεκριμένο μέγεθος και αφετέρου από την απαίτηση για βέλτιστη προσαρμογή των διαδικασιών του μοντέλου σε περισσότερες από μια χρονικές κλίμακες. Ο Δερζέκος (2004) απέδειξε την ύπαρξη αρνητικής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ του φυσικού λογάριθμου του μεγέθους PDR και της στάθμης συνάθροισης  $h$ , τονίζοντας πως απαιτείται η χρήση δυο τιμών του μεγέθους PDR έτσι ώστε να εξασφαλιστεί η βέλτιστη προσέγγιση και των υπολοίπων τιμών που δεν συμμετέχουν άμεσα στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Προτείνει δε, τη χρήση τιμών PDR για στάθμες συνάθροισης 1 και 6h.

Η επιλογή των μεγεθών της διασποράς, VAR, και αυτοσυνδιασποράς, COVAR, δεν στηρίζεται σε κάποια θεωρητική τεκμηρίωση αλλά προκύπτει από την κρίση του μελετητή. Γενικά, στα μαθηματικά συστήματα συμμετέχουν δυο τιμές VAR και μια τιμή COVAR, δεδομένης της αυξημένης βαρύτητας που έχει το πρώτο μέγεθος. Αξίζει, πάντως να παρατηρήσουμε πως στους συνδυασμούς που το μέγεθος PDR συμμετέχει μια φορά, το μέγεθος COVAR συμμετέχει δυο, ως υποκατάστατό του.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, παρουσιάζουν οι δυο συνδυασμοί στατιστικών μεγεθών που έχουν επιλεγεί από του *Bo et al.* (1994). Ο Πίνακας 3.2 δείχνει ότι η πρώτη τακτική επίλυσης περιλαμβάνει μεγέθη αποκλειστικά από μικρές χρονικές κλίμακες (1h και 2h), ενώ ο δεύτερος μεγέθη από δυο μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες (24h και 48h). Η επιλογή αυτή έγινε για να διαπιστωθεί κατά πόσο το μοντέλο RBLRPM, είναι ικανό να διατηρήσει τα χαρακτηριστικά της βροχής μικρών χρονικών κλιμάκων όταν η προσαρμογή του στηρίζεται σε στατιστικά μεγάλων κλιμάκων, και το αντίστροφο. Όπως αποδείχτηκε το μοντέλο καταφέρνει με μεγάλη επιτυχία να αναπαραγάγει τα στατιστικά χαρακτηριστικά όλων των χρονικών κλιμάκων και για τα δυο σύνολα παραμέτρων. Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό καθώς είναι δυνατή η προσομοίωση της βροχής μικρών χρονικών κλιμάκων, με προσαρμογή του μοντέλου σε χρονικές κλίμακες όπως η ημερήσια, που τα βροχομετρικά δεδομένα είναι συνήθως διαθέσιμα.

Αξιοσημείωτη είναι, επίσης, και η τακτική που ακολούθησαν οι *Khaliq and Cunnane* (1996) ενσωματώνοντας δεκαέξι στατιστικά μεγέθη στη στοχική συνάρτηση για την εύρεση των παραμέτρων των έξι παραμέτρων του μοντέλου RBLRPM. Όπως αποδείχτηκε, η επίδοση του μοντέλου είναι τουλάχιστον ισάξια με την επίδοση όταν χρησιμοποιούνται έξι στατιστικά μεγέθη για την βαθμονόμησή του.

Για την εύρεση των παραμέτρων του επτά-παραμετρικού μοντέλου RPBLGM, οι *Onof and Wheeler* (1994b) επιλύουν ένα σύστημα 6 εξισώσεων με 6 άγνωστες παραμέτρους, αποδίδοντας στη παράμετρο κλίμακας  $\delta$  σταθερή τιμή κάθε φορά. Αυτή η τακτική οδηγεί στην διευκόλυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Αντίθετα, οι *Verhoest et al.* (1997), συμπεριέλαβαν και τις επτά παραμέτρους επίλυσης σε ένα σύστημα  $7 \times 7$  επιτυγχάνοντας πολύ καλή προσαρμογή του μοντέλου στα χαρακτηριστικά της βροχής του Βελγίου.

### 3.5.3 Ευαισθησία παραμέτρων στην κλίμακα μελέτης

Από τα παραπάνω γίνεται σαφές πως τα μοντέλα ανέλιξης Bartlett-Lewis έχουν μεγάλη ικανότητα στο να προσομοιώνουν τα χαρακτηριστικά της βροχής πολλών χρονικών κλιμάκων, ταυτόχρονα, ακόμα και όταν τα στατιστικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για τη προσαρμογή του δεν αναφέρονται στην υπό εξέταση κλίμακα. Ένα θέμα που έχει απασχολήσει, και συνεχίζει να απασχολεί, τους ερευνητές είναι η διακύμανση (άλλες φορές μεγάλη και άλλες φορές μικρή) που παρουσιάζουν οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου ανάλογα με το ποια τακτική επίλυσης (σύνολο στατιστικών μεγεθών) θα χρησιμοποιηθεί για την προσαρμογή του μοντέλου. Για την διερεύνηση του ζητήματος αυτού οι *Islam et al.* (1990) και οι *Khaliq and Cunnane* (1996) εξέτασαν

την ευαισθησία των μαθηματικών εξισώσεων του μοντέλου RBLRPM, και συνεπώς των αναλυτικών στατιστικών μεγεθών, ως προς τις τιμές των παραμέτρων. Σε δεύτερο επίπεδο, οι Onof and Wheater (1993) εξέτασαν την διακύμανση που παρουσιάζουν οι τιμές των παραμέτρων μέσα στο έτος, θέλοντας να προσδώσουν σε αυτές φυσικό νόημα.

Οι Rodriguez-Iturbe *et al.* (1988) ήταν οι πρώτοι που παρατήρησαν πως για δυο διαφορετικά σύνολα στατιστικών μεγεθών, οι τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν είναι διαφορετικές. Ιδιαίτερη διαφοροποίηση εντόπισαν στις τιμές των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\nu$ . Στην ίδια διαπίστωση καταλήγουν και οι Onof and Wheater (1993), τονίζοντας πως παραπλήσιες τιμές προκύπτουν μόνο για τις παραμέτρους  $\lambda$  και  $\mu_x$ , με τις παραμέτρους  $\alpha$  και  $\nu$  να χαρακτηρίζονται από μεγάλη διακύμανση των τιμών τους. Η διακύμανση στις τιμές των παραμέτρων μπορεί να μην γίνεται εμφανής μέσα από τις τιμές των ροπών 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης του μοντέλου, αλλά αποτυπώνεται ξεκάθαρα στις χρονικές ιδιότητες των γεγονότων που παράγει. Συγκεκριμένα, διαφορετικές τιμές για τις παραμέτρους  $\alpha$  και  $\nu$  έδωσαν παραπλήσιες τιμές για τα στατιστικά μεγέθη E, VAR, COVAR(1) και PDR, αλλά εντελώς διαφορετικές τιμές για τα μεγέθη  $m_d$ ,  $s_d$ ,  $m_n$  και  $m_w$ .

Για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της αστάθειας των παραμέτρων, οι Onof and Wheater (1993) εφάρμοσαν ένα πρωτότυπο σχήμα βελτιστοποίησης, στο οποίο ελέγχονται δυο στοχαστικές συναρτήσεις ταυτόχρονα. Αρχικά, επιλύεται ένα σύστημα πέντε εξισώσεων (αντί για έξι) στο οποίο η ασταθής παράμετρος ( $\alpha$  ή  $\nu$ ) δεν συμμετέχει ως μεταβλητή επίλυσης, αλλά λαμβάνει τιμή από ένα συγκεκριμένο σύνολο τιμών. Για τις τιμές των παραμέτρων που προκύπτουν ελέγχεται η παρακάτω στοχαστική συνάρτηση:

$$d_i = \sqrt{\frac{(m_{d,hist} - m_{d,i})^2}{m_{d,hist}^2} + \frac{(m_{n,hist} - m_{n,i})^2}{m_{n,hist}^2}} \quad (3.49)$$

όπου  $m_d$  ο μέσος χρόνος μεταξύ διαδοχικών καταιγίδων στην ωριαία χρονική κλίμακα και  $m_n$  το μέσο πλήθος βροχερών γεγονότων ανά μήνα.

Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για διαφορετικές τιμές της ασταθούς παραμέτρου και ολοκληρώνεται όταν επιτευχθεί ελάχιστη τιμή για την εξίσωση  $d_i$ . Αξίζει να αναφέρουμε πως οι Onof and Wheater εφάρμοσαν την παραπάνω μεθοδολογία υπολογίζοντας τα μεγέθη  $m_d$  και  $m_n$  της παραπάνω εξίσωσης τόσο μέσω προσομοίωσης όσο και μέσω αναλυτικών εξισώσεων. Όπως αποδείχτηκε, η παραπάνω τακτική βελτιστοποίησης οδηγεί αφενός στην βελτίωση του μοντέλου, όσον αφορά την αναπαραγωγή των χρονικών ιδιοτήτων της βροχής, και αφετέρου στον υπολογισμό τιμών για τις παραμέτρους, που επιδέχονται φυσικής ερμηνείας. Την ίδια μεθοδολογία ακολούθησαν οι δυο μελετητές και για τη περίπτωση του κλασικού μοντέλου, διατηρώντας σταθερές μια εκ των ασταθών παραμέτρων  $\eta$  και  $\beta$  (Onof and Wheater, 1994a). Οι Khaliq and Cunnane (1996) αντιμετώπισαν το πρόβλημα της αστάθειας των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\nu$  με την ενσωμάτωση όλων των στατιστικών μεγεθών, από τις τέσσερις χρονικές κλίμακες, στη στοχαστική συνάρτηση του προβλήματος.

Εκτενή μελέτη πάνω στο θέμα της ευαισθησίας που παρουσιάζουν οι ροπές 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης και η πιθανότητας μηδενικής βροχόπτωσης στις τιμές των παραμέτρων του μοντέλου έχει γίνει από τους Islam *et al.* (1990). Ιδιαίτερο βάρος δόθηκε στην εξάρτηση που παρουσιάζει ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης και η πιθανότητα ανομβρίας, δεδομένου ότι η βέλτιστη προσέγγιση της μέση τιμής εξασφαλίζεται από μια και μόνο χρονική κλίμακα.

Όπως αποδείχτηκε, η παράμετρος που ασκεί μεγαλύτερη επιρροή στη δομή αυτοσυσχέτισης που παράγει το μοντέλο είναι η παράμετρος σχήματος της διάρκειας των παλμών,  $\alpha$ . Η επιρροή αυτή γίνεται ακόμα πιο έντονη για μικρές τιμές της παραμέτρου ( $\alpha < 2$ ), που η δομή αυτοσυσχέτισης που

παράγει το μοντέλο είναι ισχυρή και φθίνει αργά. Εκτός από τη παράμετρο  $\alpha$ , η αυτοσυσχέτιση δείχνει ιδιαίτερη ευαισθησία και στη παράμετρο κλίμακας της διάρκειας των παλμών  $\nu$ . Συνεπώς, η μέση διάρκεια των παλμών είναι στενά συνδεδεμένη με τη δομή αυτοσυσχέτισης του μοντέλου. Όσον αφορά τις υπόλοιπες παραμέτρους του μοντέλου, η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης προκύπτει ανεξάρτητη των παραμέτρων  $\lambda$  και  $\mu_x$  και ελαφρά εξαρτημένη από τις παραμέτρους  $\kappa$  και  $\varphi$ .

Η πιθανότητα απουσίας βροχόπτωσης, PDR, έχει μηδενική εξάρτηση από την παράμετρο  $\mu_x$  και για τις μικρές χρονικές κλίμακες επηρεάζεται έντονα από τις τιμές των παραμέτρων  $\alpha$ ,  $\nu$  και  $\varphi$ . Όπως είναι λογικό, στις μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες (π.χ. ημερήσια) κρίσιμη παράμετρος είναι η  $\lambda$ , που καθορίζει τους χρόνους έναρξης των καταιγίδων.

## 4 Το υπολογιστικό πακέτο HyetosR

---

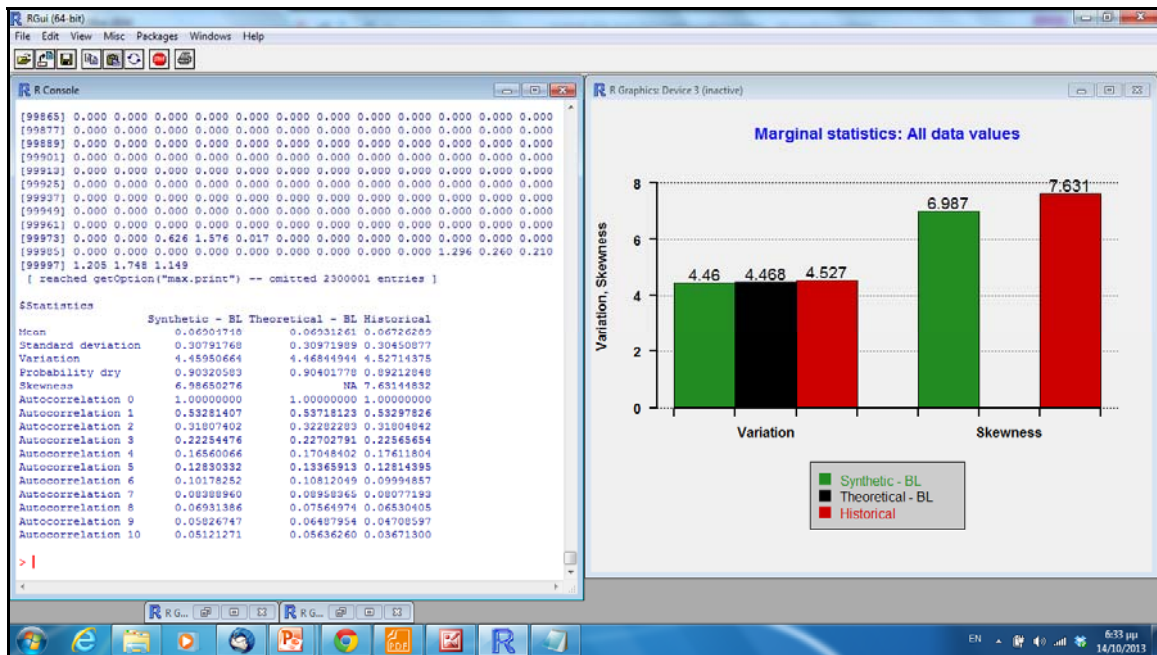
Το λογισμικό HyetosR αποτελεί ένα πλήρες επιχειρησιακό πακέτο, υλοποιημένο σε προγραμματιστικό περιβάλλον R, για τη μονοδιάστατη στοχαστική προσομοίωση της βροχής σε χρονικές κλίμακες μικρότερες της ημερήσιας (Κοσσιέρης, 2011; Kossieris *et al.*, 2012, 2013). Το πρόγραμμα έχει στη βάση του το μοντέλο συστάδων ορθογωνικών παλμών Bartlett-Lewis για τη παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών και δίνει τη δυνατότητα είτε σειριακής προσομοίωσης είτε επιμερισμού ημερήσιων βροχών σε ωριαίες. Η μέθοδος επιμερισμού που υλοποιεί το πακέτο είναι αυτή των Κουτσογιάννη και Ονοφ (2001). Πιο συγκεκριμένα, το πακέτο επιτρέπει στο χρήστη να επιλέξει την έκδοση του μοντέλου Bartlett-Lewis (5, 6 ή 7 παραμέτρων) καθώς και τη χρονική κλίμακα διακριτοποίησης των χρονοσειρών (με μικρότερη χρονική κλίμακα την ωριαία). Ταυτόχρονα, το πακέτο περιλαμβάνει τον εξελικτικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης ανόπτησης-απλόκου (Ευστρατιάδης, 2001; Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2002), για την αυτόματη εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis.

Το πακέτο HyetosR περιλαμβάνει τις εξής καταστάσεις λειτουργίας/συναρτήσεις:

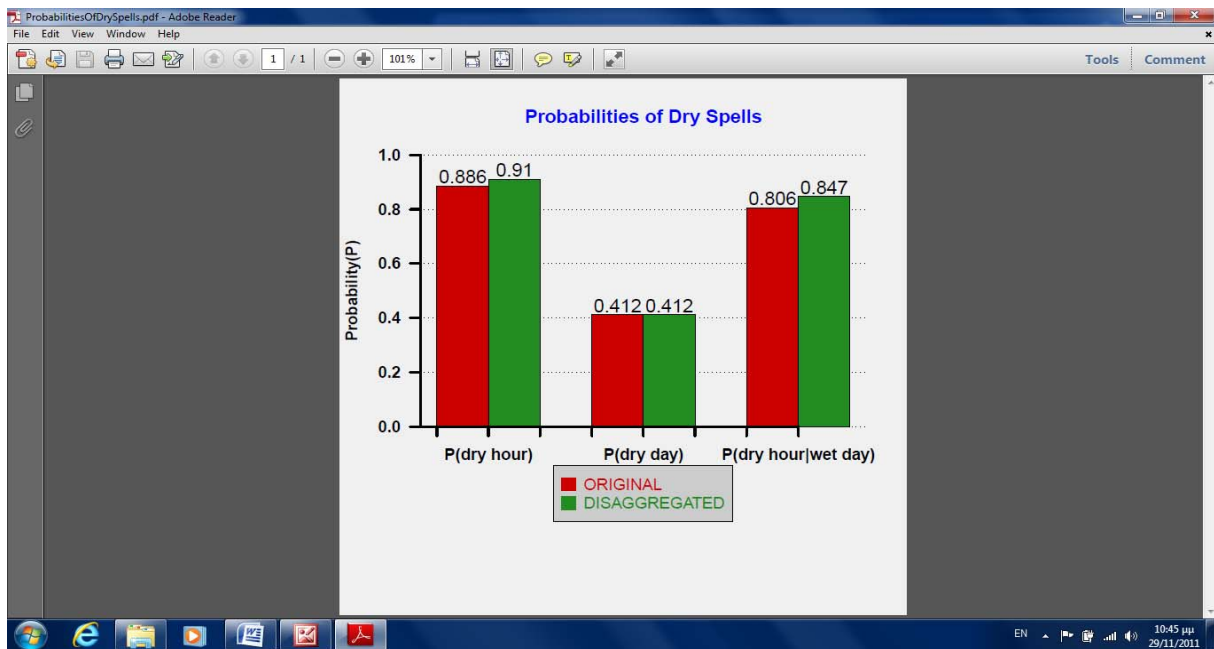
- **DisagSimul.test**: Χρησιμοποιείται για έλεγχο της καταλληλότητας της μεθόδου επιμερισμού καθώς και των παραμέτρων του μοντέλου Bartlett-Lewis, ενώ απαιτεί την ύπαρξη ωριαίων δεδομένων. Τα συνθετικά ωριαία ύψη βροχής παράγονται από τον επιμερισμό ημερησίων.
- **DisagSimul**: Χρησιμοποιείται για τον επιμερισμό ημερήσιων υψών βροχής σε ωριαία και δεν παρέχει δυνατότητα συγκριτικού ελέγχου με ιστορικά ωριαία δεδομένα.
- **SequentialSimul**: Τα συνθετικά ύψη βροχής παράγονται σειριακά από το μοντέλο Bartlett-Lewis και όχι από επιμερισμό ημερησίων. Η χρονική κλίμακα διακριτοποίησης καθώς και το μήκος της συνθετικής χρονοσειράς επιλέγονται από το χρήστη.
- **eas**: Αποτελεί υλοποίηση του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου και χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Η συνάρτηση δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να ελέγξει τα στατιστικά χαρακτηριστικά που θα χρησιμοποιηθούν κατά την βαθμονόμηση, τη μορφή της στοχαστικής συνάρτησης καθώς και τις παραμέτρους του αλγορίθμου.

Το λογισμικό HyetosR επιτρέπει ακόμη την παραγωγή συνθετικών ωριαίων υετογραφημάτων, μεγάλου πλήθους, τα οποία μπορούν εν συνεχεία να χρησιμοποιηθούν σαν είσοδοι για την εκτίμηση των διαφόρων πλημμυρικών μεγεθών. Πέραν της σειριακής προσομοίωσης, μέσω κάποιου μοντέλου Bartlett-Lewis, που επιτρέπει την παραγωγή γεγονότων που αντιστοιχούν σε μεγάλη περίοδο επαναφοράς, το πακέτο ενσωματώνει και μια ακόμη μεθοδολογία που έχει ως βάση τον επιμερισμό. Σύμφωνα με αυτή την τακτική, προτείνεται ο στοχαστικός επιμερισμός κάποιου δεδομένου ημερήσιου ύψους βροχής, που μπορεί για παράδειγμα να έχει προκύψει από όμβριες καμπύλες, σε επιμέρους ωριαίες βροχοπτώσεις. Με την εκτέλεση μεγάλου πλήθους στοχαστικά ανεξάρτητων επαναλήψεων, λαμβάνουμε διαφορετικά ωριαία υετογραφήματα που αθροίζουν, μεν, στο ίδιο ημερήσιο ύψος βροχής αλλά έχουν διαφορετικές χρονικές ιδιότητες. Παράδειγμα της παραπάνω μεθοδολογίας παρουσιάζεται αναλυτικά στο εγχειρίδιο χρήσης του πακέτου.

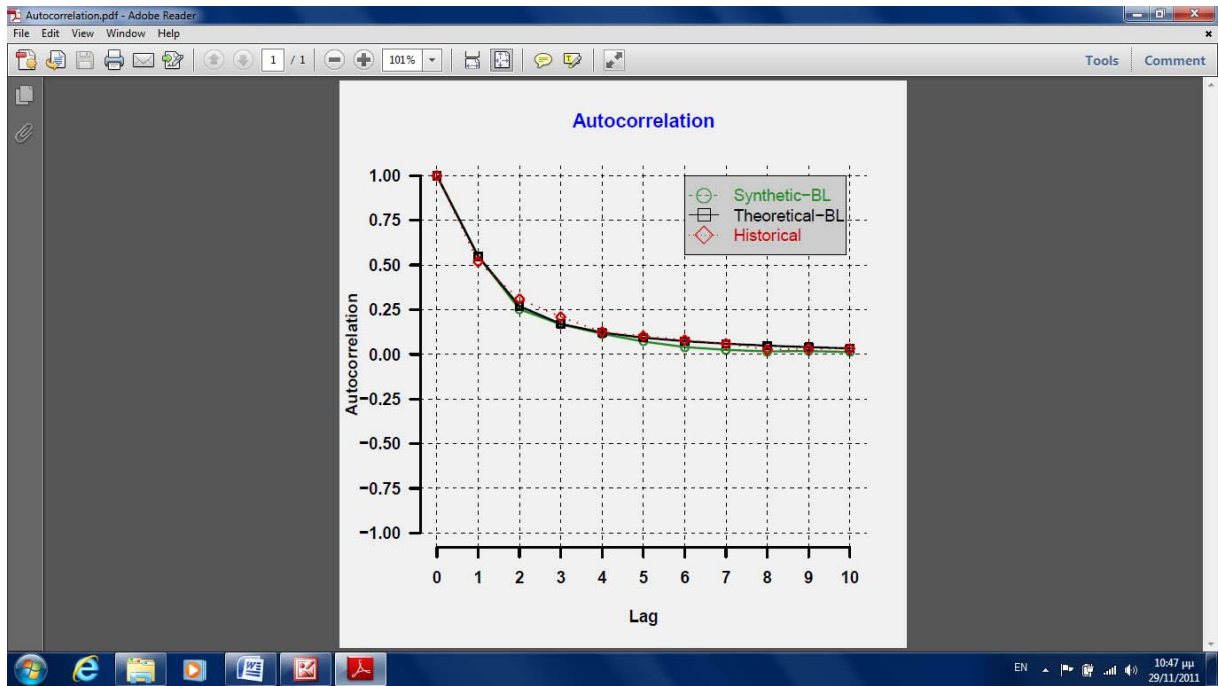
Το λογισμικό HyetosR είναι διαθέσιμο για ελεύθερη χρήση στην ιστοσελίδα του έργου (καθώς και στη διεύθυνση <http://itia.ntua.gr/el/softinfo/3/>) και συνοδεύεται από λεπτομερές εγχειρίδιο χρήσης για τη περιγραφή των λειτουργιών του. Οι εικόνες που ακολουθούν αποτυπώνουν τις βασικές φόρμες του πακέτου HyetosR.



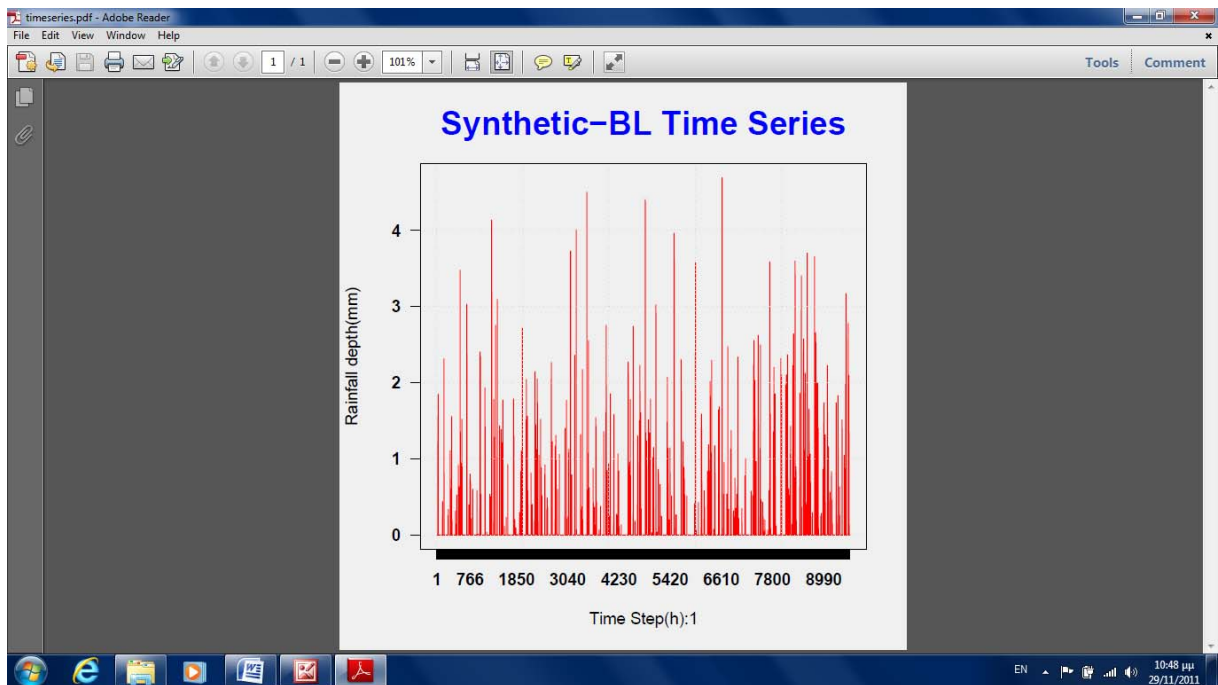
Εικόνα 1: Το περιβάλλον εργασίας του πακέτου HyetosR.



Εικόνα 2: Ραβδογράμματα σύγκρισης με τις πιθανότητες στεγνών περιόδων. Οι κόκκινες ράβδοι αντιστοιχούν στα ιστορικά βροχομετρικά δεδομένα, ενώ οι πράσινες στα συνθετικά από επιμερισμό.

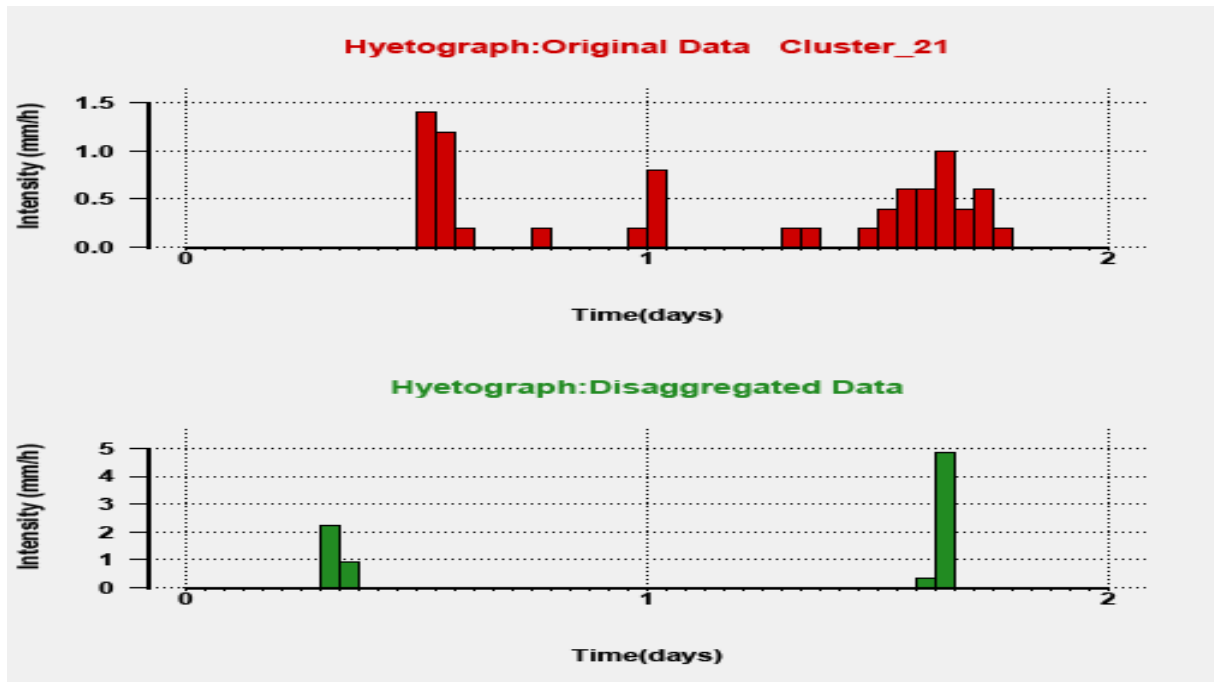


Εικόνα 3: Αυτοσυσχετόγραμμα ιστορικών και συνθετικών ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett-Lewis. Με μαύρο χρώμα δίνονται οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης όπως αυτοί έχουν προκύψει από την εξίσωση του μοντέλου Bartlett-Lewis.

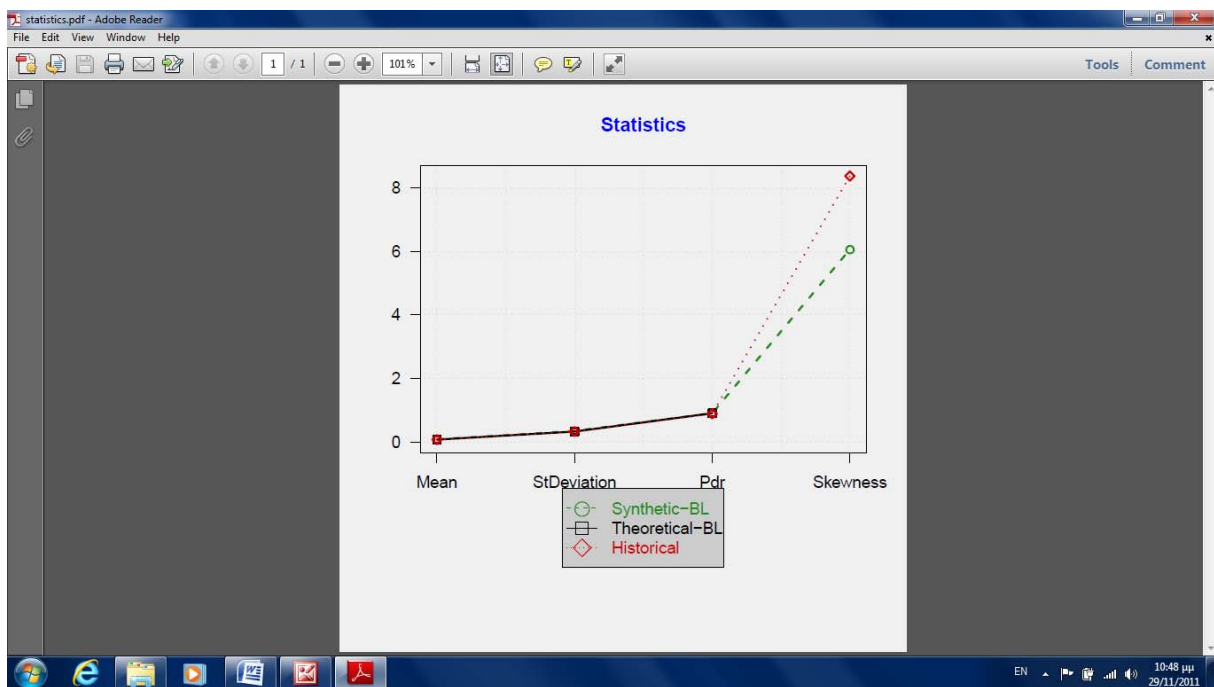


Εικόνα 4: Γράφημα συνθετικής χρονοσειράς ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτή έχει παραχθεί από το μοντέλο Bartlett-Lewis.





Εικόνα 5: Ωριαία υετογραφήματα. Επάνω (με κόκκινο χρώμα) το ιστορικό υετογράφημα, ενώ κάτω (με πράσινο χρώμα) το συνθετικό υετογράφημα όπως έχει προκύψει από επιμερισμό του ιστορικού.



Εικόνα 6: Βασικά στατιστικά μεγέθη ιστορικών και συνθετικών ωριαίων υψών βροχής, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett-Lewis. Με μαύρο χρώμα δίνονται τα θεωρητικά στατιστικά μεγέθη, όπως αυτά προκύπτουν από το μοντέλο Bartlett-Lewis.

# Package ‘HyetosR’

July 29, 2013

**Type** Package

**Title** A package for temporal stochastic simulation of rainfall at fine time scales

**Version** 0.0-2

**Date** 2013-07-29

**Author** Panagiotis Kossieris <pankoss@hotmail.com>, with Hristos Tyrallis <nontchrister@gmail.com>, Demetris Koutsoyianis <D.Koutsoyiannis@itia.ntua.gr>, and Andreas Efstratiadis <A.Efstratiadis@itia.ntua.gr>.

**Maintainer** Panagiotis Kossieris <pankoss@hotmail.com>

**Depends** R (>= 2.11.0), moments, gplots, gtools, gdata, Rcpp (>= 0.10.1)

**LinkingTo** Rcpp

**Description** HyetosR is a package for the temporal stochastic simulation of rainfall process at fine time scales based on Bartlett-Lewis rectangular pulses rainfall model. It operates on several modes and combinations of them (depending on data availability), such as the operational or the testing mode, and simple sequential simulation or disaggregation. Specifically, it uses the Bartlett-Lewis rectangular pulses rainfall model for rainfall generation and proven disaggregation techniques which adjust the finer scale (e.g., hourly) values in order to obtain the required coarser scale (e.g., daily) value, without affecting the stochastic structure implied by the model. Additionally, a repetition scheme is incorporated in order to improve the Bartlett-Lewis model performance without significant increase of computational time. Finally, the package includes an enhanced version of the evolutionary annealing-simplex optimisation method for the estimation of Bartlett-Lewis model parameters.

**License** GPL (version 2 or later)

**URL** <http://www.itia.ntua.gr/>, <http://itia.ntua.gr/en/softinfo/3/>,  
<http://itia.ntua.gr/en/docinfo/524/>

**Archs** i386, x64

## R topics documented:

HyetosR-package	2
DisagSimul	6
DisagSimul.test	11
eas	16
SequentialSimul	20

1

Εικόνα 7: Εγχειρίδιο χρήσης του πακέτου HyetosR.

## 5 Αναφορές

---

- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Ν. Μαμάσης, και Δ. Κουτσογιάννης, Εναλλακτικά σενάρια διαχείρισης και βέλτιστης λειτουργίας ταμιευτήρα Σμοκόβου και συναφών έργων, *Διερεύνηση σεναρίων διαχείρισης του ταμιευτήρα Σμοκόβου*, Τεύχος 3, 104 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιούλιος 2008.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Τέγος, Γ. Καραβοκυρός, Ι. Κυριαζοπούλου, και Ι. Βαζίμας, Σχέδιο διαχείρισης των υδατικών πόρων περιοχής Καρδίτσας, *Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελεγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*, Ανάδοχος: ΝΑΜΑ Σύμβουλοι Μηχανικοί και Μελετητές Α.Ε., Τεύχος 16, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2006.
- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, MSc thesis, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάιος 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., Ε. Ρόζος, και Α. Κουκουβίνος, Υδρόγειος: Μοντέλο υδρολογικής και υδρογεωλογικής προσομοίωσης – Θεωρητική τεκμηρίωση, *Ανάπτυξη βάσης δεδομένων και εφαρμογών λογισμικού σε διαδικτυακό περιβάλλον για την «Εθνική Τράπεζα Υδρολογικής και Μετεωρολογικής Πληροφορίας»*, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Νοέμβριος 2009.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, και Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού – Υλίκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 21, 196 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Ευστρατιάδης, Α., και Ε. Ρόζος, Υδρολογική διερεύνηση, *Έργα Ύδρευσης Ρόδου από το φράγμα Γαδουρά - Β φάση: Προμελέτες, οριστικές μελέτες κλπ. μελέτες έργων Υδραγωγείων και ΕΕΝ – Τέχνη Δημοπράτησης*, Εργοδότης: Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας και Δημόσιων Έργων, Ανάδοχος: Υδροεξυγιαντική, 57 σελίδες, Ιούλιος 2010.
- Ευστρατιάδης, Α., *Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, με έμφαση στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων*, Διδακτορική διατριβή, 391 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Φεβρουάριος 2008.
- Ζωγάκης, Χ., *Σύγκριση μοντέλων γεγονότος και συνεχούς προσομοίωσης για την εκτίμηση πλημμυρικών μεγεθών - Εφαρμογή στη λεκάνη του Νέδοντα*, Μεταπτυχιακή εργασία, 190 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Μάρτιος 2013.
- Κοσσιέρης, Π., *Προσαρμογή εξελικτικού αλγορίθμου απόκτησης-απλόκου για βελτιστοποίηση στοχαστικών στοχικών συναρτήσεων σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία,

- 209 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Δεκέμβριος 2013.
- Κοτσιέρης, Π., Ανάπτυξη υπολογιστικού συστήματος για τον μονοδιάστατο στοχαστικό επιμερισμό ημερήσιων βροχοπτώσεων σε ωριαίες, σε περιβάλλον R, Διπλωματική εργασία, 224 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Οκτώβριος 2011.
- Κουτσογιάννης Δ., Στατιστική υδρολογία, Έκδοση 3, Τυπογραφείο Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, Αθήνα, 1996.
- Κουτσογιάννης, Δ., Α. Ανδρεαδάκης, Ρ. Μαυροδήμου, Α. Χριστοφίδης, Ν. Μαμάσης, Α. Ευστρατιάδης, Α. Κουκουβίνος, Γ. Καραβοκυρός, Σ. Κοζάνης, Δ. Μαμάης, και Κ. Νουτσόπουλος, Εθνικό Πρόγραμμα Διαχείρισης και Προστασίας των Υδατικών Πόρων, Υποστήριξη της κατάρτισης Εθνικού Προγράμματος Διαχείρισης και Προστασίας των Υδατικών Πόρων, 748 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Φεβρουάριος 2008.
- Κουτσογιάννης, Δ., Α. Ευστρατιάδης, Α. Κουκουβίνος, και Ν. Μαμάσης, *Εκτίμηση επιφανειακού υδατικού δυναμικού στην περιοχή της Ασωπίας*, Δεκέμβριος 2011.
- Κουτσογιάννης, Δ., Μοντέλο Επιμερισμού Σημειακής Βροχόπτωσης, Διδακτορική διατριβή, 310 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1988.
- Κοψιάτη, Μ., *Διερεύνηση στρατηγικών παραμετροποίησης υδρογεωλογικού υπομοντέλου του λογισμικού Υδρόγειος – Εφαρμογή στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού*, Μεταπτυχιακή εργασία, 133 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Μάρτιος 2009.
- Μαμάσης, Ν., Α. Κουκουβίνος, και Α. Ευστρατιάδης, Υδρολογική μελέτη, *Μελέτες Διερεύνησης Προβλημάτων Άρδευσης και Δυνατότητας Κατασκευής Ταμιευτήρων Νομού Βοιωτίας*, Εργοδότης: Υπουργείο Αγροτικής Ανάπτυξης και Τροφίμων, Ανάδοχος: Γραφείο Μελετών ΕΤΜΕ: Αντωνίου - Πέππας και Συνεργάτες, Αθήνα, 2006.
- Ναλμπάντης, Ι., και Ε. Ρόζος, Σύστημα προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Β. Κηφισού, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 10, 72 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2000.
- Ναλμπάντης, Ι., Προγράμματα προσομοίωσης της σχέσης βροχής-απορροής, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση 1*, Τεύχος 8, 106 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Οκτώβριος 1992.
- Παπαδημητράκη, Α., *Η επίδραση της χωρικής μεταβλητότητας της βροχόπτωσης στην προσαρμογή υδρολογικών μοντέλων - Εφαρμογή στη λεκάνη του Σπερχειού*, Διπλωματική εργασία, 130 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιούλιος 2012.
- Παπαλεξίου, Σ.Μ., και Α. Ευστρατιάδης, Τελική έκθεση, *Εκτίμηση και πρόγνωση του πλημμυρικού κινδύνου με τη χρήση υδρολογικών μοντέλων και πιθανοτικών μεθόδων*, 116 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Νοέμβριος 2009.

- Ρόζος, Ε., *Υδρολογική προσομοίωση της ροής σε υδροφορείς υψηλής αβεβαιότητας*, Διδακτορική διατριβή, 250 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Απρίλιος 2010.
- Τέγος, Α., *Συνδυασμένη προσομοίωση υδρολογικών-υδρογεωλογικών διεργασιών και λειτουργίας υδροσυστήματος Δυτικής Θεσσαλίας*, Διπλωματική εργασία, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005.
- Bo, Z., Islam, S., Eltahir, E.A.B, 1994. Aggregation-Disaggregation properties of a stochastic rainfall model, *Water Resources Research*, 30 (12), 3423-3435.
- Cowpertwait, P., Isham, V., Onof, C., 2007, Point process models of rainfall: Developments for fine-scale structure, *Proc. R. Soc. Lond. A* 463.
- Deardorff, J. W., Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation, *Journal of Geophysical Research*, 83, 1889, doi:10.1029/JC083iC04p01889, 1978.
- Derzecos, C., Koutsoyiannis, D., Onof, C., 2005, A new randomised Poisson cluster model for rainfall in time, *European Geosciences Union General Assembly 2005, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 7, Vienna, 07236, European Geosciences Union.
- Efstratiadis, A., & D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, *Proceedings of 5th International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1423–1428, IWA, 2002.
- Efstratiadis, A., A. D. Koussis, S. Lykoudis, A. Koukouvinos, A. Christofides, G. Karavokiros, N. Kappos, N. Mamassis, and D. Koutsoyiannis, Hydrometeorological network for flood monitoring and modeling, *Proceedings of First International Conference on Remote Sensing and Geoinformation of Environment*, Paphos, Cyprus, 8795, 10-1–10-10, doi:10.1117/12.2028621, 2013.
- Efstratiadis, A., A. Koukouvinos, E. Rozos, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Control of uncertainty in complex hydrological models via appropriate schematization, parameterization and calibration, *European Geosciences Union General Assembly 2006, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 8, Vienna, 02181, European Geosciences Union, 2006.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1423–1428, International Water Association, 2002.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, Fitting hydrological models on multiple responses using the multiobjective evolutionary annealing simplex approach, *Practical hydroinformatics: Computational intelligence and technological developments in water applications*, edited by R.J. Abrahart, L. M. See, and D. P. Solomatine, 259–273, Springer, 2008.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, On the practical use of multiobjective optimisation in hydrological model calibration, *European Geosciences Union General Assembly 2009, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 11, Vienna, 2326, European Geosciences Union, 2009.
- Efstratiadis, A., and S.M. Papalexiou, The quest for consistent representation of rainfall and realistic simulation of process interactions in flood risk assessment, *European Geosciences*

- Union General Assembly 2010, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12*, Vienna, 11101, European Geosciences Union, 2010.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, and D. Xenos, Minimising water cost in the water resource management of Athens, *Urban Water Journal*, 1(1), 3–15, 2004.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, E. Rozos, and I. Nalbantis, Calibration of a conjunctive surface-groundwater simulation model using multiple responses, *EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Geophysical Research Abstracts, Vol. 5*, Nice, European Geophysical Society, 2003.
- Efstratiadis, A., E. Rozos, A. Koukouvinos, I. Nalbantis, G. Karavokiros, and D. Koutsoyiannis, An integrated model for conjunctive simulation of hydrological processes and water resources management in river basins, *European Geosciences Union General Assembly 2005, Geophysical Research Abstracts, Vol. 7*, Vienna, 03560, European Geosciences Union, 2005.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, A. Koukouvinos, E. Rozos, and D. Koutsoyiannis, HYDROGEIOS: A semi-distributed GIS-based hydrological model for modified river basins, *Hydrology and Earth System Sciences*, 12, 989–1006, 2008.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, E. Rozos, and D. Koutsoyiannis, Accounting for water management issues within hydrological simulation: Alternative modelling options and a network optimization approach, *European Geosciences Union General Assembly 2010, Geophysical Research Abstracts, Vol. 12*, Vienna, 10085, European Geosciences Union, 2010.
- Efstratiadis, A., K. Mazi, A. D. Koussis, and D. Koutsoyiannis, Flood modelling in complex hydrologic systems with sparsely resolved data, *European Geosciences Union General Assembly 2009, Geophysical Research Abstracts, Vol. 11*, Vienna, 4157, European Geosciences Union, 2009.
- Efstratiadis, A., New insights on model evaluation inspired by the stochastic simulation paradigm, *European Geosciences Union General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, Vol. 13*, Vienna, 1852, European Geosciences Union, 2011.
- Entekhabi, D., Rodríguez-Iturbe, I., Eagleson, P.S., 1989, Probabilistic representation of the temporal rainfall process by the modified Neyman-Scott rectangular pulses model: Parameter estimation and validation, *Water Resources Research*, 25 (2), 295-302.
- Flügel, W.-A., Delineating Hydrological Response Units (HRU's) by GIS analysis for regional hydrological modelling using PRMS/MMS in the drainage basin of the River Bröl, Germany, *Hydrological Processes*, 9, 423-436, 1995.
- Islam, S., Entekhabi, D., Bras, R. L, 1990. Parameter estimation and sensitivity analysis for the modified Bartlett-Lewis rectangular pulse model of rainfall, *Journal of Geophysical Research*, 95, 2093-2100.
- Khaliq, M.N, Cunnane, C., 1996. Modelling point rainfall occurrences with the modified Bartlett-Lewis rectangular pulses model, *Journal of Hydrology*, 180, 109-138.
- Kossieris, P., D. Koutsoyiannis, C. Onof, H. Tyrallis, and A. Efstratiadis, HyetosR: An R package for temporal stochastic simulation of rainfall at fine time scales, *European Geosciences Union General Assembly 2012, Geophysical Research Abstracts, Vol. 14*, Vienna, 11718, European Geosciences Union, 2012.
- Kossieris, P., A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, Coupling the strengths of optimization and simulation for calibrating Poisson cluster models, 5th EGU Leonardo Conference – Hydrofractals 2013 – STAHY '13, Kos Island, Greece, European Geosciences Union,

International Association of Hydrological Sciences, International Union of Geodesy and Geophysics, 2013.

- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, and K. Georgakakos, Uncertainty assessment of future hydroclimatic predictions: A comparison of probabilistic and scenario-based approaches, *Journal of Hydrometeorology*, 8(3), 261–281, 2007.
- Koutsoyiannis, D., and C. Onof, Rainfall disaggregation using adjusting procedures on a Poisson cluster model, *Journal of Hydrology*, 246, 109–122, 2001.
- Nalbantis, I., A. Efstratiadis, E. Rozos, M. Kopsiafti, and D. Koutsoyiannis, Holistic versus monomeric strategies for hydrological modelling of human-modified hydrosystems, *Hydrology and Earth System Sciences*, 15, 743–758, doi:10.5194/hess-15-743-2011, 2011.
- Onof, C., Wheater, H. S., 1993. Modelling of British rainfall using a random parameter Bartlett-Lewis rectangular pulse model, *Journal of Hydrology*, 149, 67-95.
- Onof, C., Wheater, H. S., 1994a. Improved fitting of the Bartlett-Lewis rectangular pulse model for hourly rainfall, *Hydrological Sciences Journal*, 39, 663-680.
- Onof, C., Wheater, H. S., 1994b. Improvements to the modeling of British rainfall using a modified Random Parameter Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Model, *Journal of Hydrology*, 157, 177-195.
- Onof, C., Wheater, H. S., Isham, V., 1994c. Note on the analytical expression of the inter-event time characteristics for Bartlett-Lewis type rainfall models, *Journal of Hydrology*, 157, 197-210.
- Papoulis A. and S. Unnikrishna Pillai, Πιθανότητες, τυχαίες μεταβλητές & στοχαστικές διαδικασίες, Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2007.
- Refsgaard, J. C., Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 198, 69-97, 1997.
- Rianna, M., E. Rozos, A. Efstratiadis, and F. Napolitano, Assessing different levels of model complexity for the Liri-Garigliano catchment simulation, *European Geosciences Union General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, Vol. 13*, Vienna, 4067, European Geosciences Union, 2011.
- Rodríguez-Iturbe, I., Cox, D. R., F.R.S., Isham, V., 1987a. Some models for rainfall based on stochastic point processes, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 269 – 288.
- Rodríguez-Iturbe, I., Cox, D. R., F.R.S., Isham, V., 1988. A point process model for rainfall: further developments, *Proc. R. Soc. Lond. A* 417, 283 – 298.
- Rodríguez-Iturbe, I., Febres De Power, B., Valdes, J.B., 1987b. Rectangular pulses point process models for rainfall: analysis of empirical data, *Journal of Geophysical Research*, 92, 9645–9656.
- Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819–842, 2004.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, A multicell karstic aquifer model with alternative flow equations, *Journal of Hydrology*, 325(1-4), 340–355, 2006a.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Error analysis of a multi-cell groundwater model, *Journal of Hydrology*, 392(1-2), 22–30, 2010.

- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Simulation error in groundwater models with rectangular and non rectangular discretization, *XXIV General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics*, Perugia, International Union of Geodesy and Geophysics, International Association of Hydrological Sciences, 2007.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, Subsurface flow simulation with model coupling, *European Geosciences Union General Assembly 2006, Geophysical Research Abstracts, Vol. 8*, Vienna, 02551, European Geosciences Union, 2006b.
- Smithers, J.C., Pegram, G.G.S, Schulze, R.E., 2002, Design rainfall estimation in South Africa using Bartlett-Lewis rectangular pulse rainfall models, *Journal of Hydrology*, 258, 83-99.
- Srinivasan, R., R. S. Muttiah, P. T. Dyke, C. Walker, and J. Arnold, *Hydrologic unit model for the United States (HUMUS)*, Texas Agricultural Experiment Station, Blackland Research Center, Temple, TX, 2000.
- Velghe, T., Troch, P.A., De Troch, F.P., Van de Velde, J., 1994. Evaluation of cluster-based rectangular pulses point process models for rainfall, *Water Resources Research*, 30 (10), 2847-2857.
- Verhoest, N., Troch, P.E., De Troch, F.P., 1997. On the applicability of Bartlett-Lewis rectangular pulses models in the modeling of design storms at a point, *Journal of Hydrology*, 202, 108-120.
- Waymire, E., Gupta, V. K., 1981a. The Mathematical Structure of Rainfall Representations: 1.A review of the Stochastic Rainfall Models, *Water Resources Research*, 17, 1261-1272.
- Waymire, E., Gupta, V. K., 1981b. The Mathematical Structure of Rainfall Representations: 2.A review of the Theory of Point Processes, *Water Resources Research*, 17, 1273-1285.



## 6 Παράρτημα Α

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται πίνακες και σχήματα που σχετίζονται με τα στατιστικά-στοχαστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών χρονοσειρών της ημερήσιας βροχόπτωσης στους σταθμούς της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

Πίνακας Α.1: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm των σταθμών της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Συκέα	0.81	5.8	11.2	22.0	136.0	16.9	16.6	0.98	2.24	9.65	0.47	0.38	0.21
Πυρά	0.66	1.7	5.0	11.5	190.5	9.1	12.2	1.35	3.97	32.17	0.58	0.45	0.25
Γραβιά	0.67	0.8	3.1	8.9	130.7	7.0	10.4	1.48	3.30	19.58	0.64	0.49	0.26
Άνω Μπράλος	0.81	3.0	7.9	18.0	241.0	13.7	17.8	1.30	3.27	20.88	0.57	0.43	0.26
Επτάλοφος	0.78	2.5	7.0	15.2	150.0	11.4	13.7	1.20	2.71	14.38	0.56	0.41	0.21
Δριμέα	0.84	3.1	6.4	14.2	100.0	10.8	13.1	1.22	2.89	14.36	0.55	0.41	0.24
Τιθορέα	0.79	1.5	4.2	10.6	148.0	8.5	11.4	1.35	3.16	19.28	0.60	0.47	0.25
Δαυλειά	0.83	4.3	8.3	16.4	123.3	12.9	13.8	1.07	2.64	12.43	0.49	0.41	0.23
Αταλάντη	0.83	2.0	5.2	11.5	95.5	9.0	11.2	1.24	2.79	14.02	0.57	0.43	0.23
Λειβαδιά	0.79	2.2	5.2	11.6	195.0	9.6	13.1	1.36	3.82	29.44	0.58	0.47	0.27
Παύλος	0.85	1.5	4.4	11.3	124.0	8.8	12.2	1.38	3.08	16.28	0.60	0.48	0.26
Αγία Τριάδα	0.72	1.3	4.2	11.8	198.0	9.6	14.7	1.54	3.77	25.03	0.64	0.51	0.29
Αλιάρτος	0.68	0.6	2.0	5.9	76.0	5.2	8.4	1.62	3.43	18.29	0.66	0.54	0.31

Πίνακας Α.2: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Συκέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.74	7.8	15.0	30.1	136.0	22.1	21.3	0.97	2.07	8.39	0.47	0.36	0.19
Φεβρουάριος	0.70	6.0	12.2	24.5	92.7	18.0	17.2	0.96	1.79	6.61	0.48	0.35	0.18
Μάρτιος	0.77	6.2	11.3	20.0	100.5	15.8	14.5	0.91	2.31	10.37	0.44	0.36	0.22
Απρίλιος	0.79	5.3	10.0	16.4	90.0	13.1	11.7	0.90	2.40	11.66	0.43	0.36	0.20
Μάιος	0.83	5.0	8.5	14.0	72.3	11.5	10.1	0.88	2.40	10.94	0.42	0.37	0.23
Ιούνιος	0.91	5.1	7.5	14.1	60.0	10.8	9.8	0.90	2.42	10.13	0.42	0.40	0.26
Ιούλιος	0.92	4.5	7.9	15.5	101.0	11.6	12.3	1.06	4.00	27.43	0.46	0.38	0.24
Αύγουστος	0.93	5.0	7.6	12.3	96.5	10.9	12.2	1.11	4.36	28.63	0.45	0.43	0.34
Σεπτέμβριος	0.89	5.0	8.2	15.0	55.5	11.2	9.5	0.84	1.80	7.07	0.43	0.33	0.18
Οκτώβριος	0.81	5.0	10.1	20.5	100.0	16.0	17.4	1.08	2.19	8.13	0.51	0.42	0.24
Νοέμβριος	0.73	9.0	15.5	30.0	110.3	22.5	19.6	0.87	1.65	5.89	0.44	0.34	0.16
Δεκέμβριος	0.70	7.5	15.3	28.5	110.5	20.5	17.4	0.85	1.70	7.04	0.44	0.28	0.15

Πίνακας Α.3: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Πυρά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.54	2.0	5.5	14.0	190.5	10.9	15.2	1.40	4.26	37.32	0.59	0.47	0.26
Φεβρουάριος	0.47	2.1	5.5	12.2	70.0	9.4	10.8	1.14	2.14	8.42	0.55	0.40	0.20
Μάρτιος	0.55	2.3	5.5	11.9	98.5	9.1	11.0	1.21	3.25	18.98	0.54	0.42	0.23
Απρίλιος	0.61	1.5	4.0	8.5	82.3	6.8	8.5	1.26	3.27	19.52	0.55	0.44	0.26
Μάιος	0.69	1.2	3.0	8.3	63.0	6.1	7.6	1.26	2.89	15.17	0.57	0.44	0.22
Ιούνιος	0.81	1.3	3.5	8.1	115.3	6.6	10.3	1.56	5.96	55.63	0.58	0.48	0.30
Ιούλιος	0.87	1.2	4.0	9.0	65.0	7.2	9.2	1.27	2.59	12.66	0.59	0.43	0.21
Αύγουστος	0.86	1.2	3.0	7.0	96.0	5.9	9.2	1.56	5.72	51.41	0.59	0.49	0.29
Σεπτέμβριος	0.80	1.2	3.0	7.5	39.2	5.6	6.6	1.20	2.21	8.75	0.57	0.43	0.21
Οκτώβριος	0.67	1.6	4.5	12.0	165.0	10.3	16.9	1.65	4.56	32.39	0.63	0.54	0.33
Νοέμβριος	0.58	2.0	6.8	17.0	120.0	12.2	14.5	1.19	2.38	12.01	0.57	0.40	0.17
Δεκέμβριος	0.47	2.6	7.0	14.5	130.0	10.7	12.8	1.20	3.38	22.12	0.54	0.40	0.23

Πίνακας Α.4: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Γραβιά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.54	1.1	3.6	9.5	71.6	7.6	10.6	1.38	2.55	10.74	0.62	0.47	0.25
Φεβρουάριος	0.49	0.8	3.0	8.6	74.3	6.5	8.9	1.38	2.82	15.01	0.63	0.46	0.22
Μάρτιος	0.54	1.0	3.2	8.6	74.5	6.7	9.3	1.38	2.85	14.46	0.62	0.47	0.24
Απρίλιος	0.63	0.5	2.3	6.2	52.3	5.0	7.4	1.47	2.76	12.24	0.64	0.50	0.26
Μάιος	0.71	0.4	2.1	5.5	60.5	4.4	6.7	1.51	3.35	19.90	0.65	0.50	0.26
Ιούνιος	0.83	0.4	1.8	4.2	37.8	4.1	6.7	1.63	3.06	12.90	0.66	0.55	0.34
Ιούλιος	0.88	0.4	1.5	6.4	42.0	5.1	7.5	1.47	2.12	7.71	0.67	0.51	0.23
Αύγουστος	0.86	0.5	2.0	6.1	130.7	5.6	12.0	2.15	6.96	67.87	0.70	0.60	0.38
Σεπτέμβριος	0.80	0.6	2.9	6.6	72.5	5.9	9.2	1.56	3.64	20.70	0.64	0.50	0.29
Οκτώβριος	0.67	0.9	3.5	9.8	101.0	8.4	13.1	1.55	3.23	16.77	0.65	0.52	0.29
Νοέμβριος	0.57	1.3	4.7	13.2	99.0	9.9	13.6	1.38	2.53	10.89	0.63	0.47	0.23
Δεκέμβριος	0.50	1.5	5.2	12.4	91.2	9.2	11.5	1.26	2.80	14.52	0.58	0.41	0.21

Πίνακας Α.5: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Άνω Μπράλος.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.66	2.8	7.0	16.9	170.0	13.3	18.9	1.42	3.63	21.37	0.59	0.47	0.29
Φεβρουάριος	0.66	3.0	7.0	16.0	150.0	12.6	16.6	1.31	3.45	19.90	0.56	0.45	0.28
Μάρτιος	0.72	2.3	7.0	16.2	87.0	11.4	13.2	1.16	2.42	10.71	0.55	0.39	0.21
Απρίλιος	0.80	2.5	8.0	17.0	241.0	13.8	20.5	1.49	5.97	59.86	0.58	0.44	0.28
Μάιος	0.87	3.0	7.8	17.9	90.0	13.4	16.2	1.21	2.38	9.45	0.56	0.42	0.24
Ιούνιος	0.90	0.8	4.6	16.0	98.0	9.4	13.6	1.44	3.26	18.02	0.63	0.46	0.22
Ιούλιος	0.95	1.1	8.0	22.0	94.0	15.7	22.0	1.40	2.17	7.36	0.65	0.47	0.24
Αύγουστος	0.95	2.5	9.0	18.0	95.3	12.6	15.4	1.22	3.05	15.50	0.55	0.39	0.24
Σεπτέμβριος	0.94	3.0	6.0	16.0	93.0	11.8	15.4	1.31	2.85	13.16	0.58	0.47	0.28
Οκτώβριος	0.81	5.0	13.5	20.0	94.2	16.9	19.0	1.13	2.32	8.78	0.53	0.38	0.25
Νοέμβριος	0.73	5.0	9.4	21.0	103.2	17.7	21.0	1.18	2.06	7.00	0.56	0.44	0.23
Δεκέμβριος	0.67	3.4	8.0	18.2	100.0	13.9	17.1	1.23	2.59	10.97	0.56	0.43	0.25

Πίνακας Α.6: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Επτάλοφος.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.68	2.0	7.0	16.3	88.0	11.8	13.8	1.17	1.99	8.01	0.57	0.39	0.16
Φεβρουάριος	0.67	1.7	5.3	15.0	100.0	10.8	14.0	1.31	2.44	10.74	0.61	0.45	0.21
Μάρτιος	0.71	2.1	5.4	14.0	80.0	9.7	11.6	1.19	2.43	10.87	0.56	0.41	0.21
Απρίλιος	0.76	2.9	5.5	12.2	79.3	8.8	9.6	1.09	2.89	16.05	0.51	0.37	0.21
Μάιος	0.82	2.3	6.0	12.2	56.0	8.9	9.6	1.08	2.21	8.82	0.52	0.36	0.21
Ιούνιος	0.89	1.4	4.2	9.4	60.0	7.6	9.3	1.23	2.46	10.90	0.58	0.42	0.22
Ιούλιος	0.92	2.0	5.5	13.0	60.0	9.1	10.3	1.13	2.08	8.71	0.56	0.37	0.17
Αύγουστος	0.93	3.0	5.5	11.2	150.0	10.3	17.5	1.71	6.02	45.93	0.56	0.53	0.40
Σεπτέμβριος	0.88	3.1	6.2	13.0	62.0	9.5	9.8	1.03	2.22	9.69	0.50	0.37	0.20
Οκτώβριος	0.77	4.2	9.2	18.3	90.0	14.7	16.0	1.08	2.12	7.98	0.52	0.39	0.22
Νοέμβριος	0.69	4.0	10.0	18.5	125.0	14.6	16.6	1.13	2.75	13.55	0.52	0.39	0.23
Δεκέμβριος	0.64	3.0	8.5	19.0	98.2	13.7	15.0	1.10	2.01	8.23	0.54	0.36	0.17

Πίνακας Α.7: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Δριμέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.76	1.0	5.5	13.5	100.0	10.5	15.3	1.46	3.34	16.51	0.61	0.47	0.29
Φεβρουάριος	0.74	2.1	5.4	12.5	84.1	9.3	11.8	1.27	3.03	15.31	0.56	0.42	0.25
Μάρτιος	0.77	3.2	6.3	15.0	90.0	10.5	12.1	1.15	2.82	14.65	0.54	0.39	0.22
Απρίλιος	0.85	2.3	6.2	12.0	45.3	9.0	9.1	1.01	1.60	5.49	0.52	0.33	0.16
Μάιος	0.88	3.8	6.5	13.2	70.5	9.5	9.9	1.04	2.96	15.83	0.48	0.35	0.22
Ιούνιος	0.93	4.1	7.2	12.3	47.0	9.3	8.6	0.92	1.96	7.57	0.45	0.34	0.23
Ιούλιος	0.94	3.5	6.2	15.0	64.1	11.0	12.1	1.10	2.11	8.36	0.54	0.37	0.20
Αύγουστος	0.93	2.5	6.2	13.0	90.0	9.7	11.9	1.23	3.82	24.97	0.54	0.38	0.22
Σεπτέμβριος	0.92	1.3	5.2	13.5	52.2	9.2	10.8	1.18	1.74	5.73	0.59	0.41	0.18
Οκτώβριος	0.81	4.0	7.9	17.2	86.1	13.9	16.0	1.15	2.27	9.05	0.55	0.41	0.22
Νοέμβριος	0.77	4.3	8.4	17.1	100.0	13.9	15.4	1.11	2.43	10.67	0.53	0.40	0.23
Δεκέμβριος	0.73	2.2	6.5	13.2	83.3	10.4	13.1	1.26	2.86	13.23	0.56	0.42	0.26

Πίνακας Α.8: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Τιθορέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.69	2.0	5.0	11.4	79.7	9.3	11.8	1.27	2.52	11.13	0.58	0.45	0.24
Φεβρουάριος	0.66	1.7	4.2	10.0	52.7	7.4	8.9	1.20	2.31	9.36	0.57	0.42	0.21
Μάρτιος	0.69	1.5	4.0	10.4	93.0	8.1	10.6	1.30	2.81	15.35	0.59	0.46	0.23
Απρίλιος	0.77	1.4	3.4	8.2	68.4	6.9	9.3	1.36	3.05	15.20	0.59	0.48	0.26
Μάιος	0.85	1.4	4.0	10.4	62.6	7.4	9.0	1.21	2.37	10.74	0.57	0.43	0.20
Ιούνιος	0.89	0.8	2.5	7.5	40.0	6.1	8.3	1.37	2.09	7.07	0.63	0.50	0.24
Ιούλιος	0.92	1.1	4.4	9.7	57.9	8.2	11.3	1.37	2.28	8.16	0.62	0.50	0.26
Αύγουστος	0.92	1.0	4.0	10.8	55.0	8.0	10.0	1.25	2.05	7.69	0.60	0.44	0.20
Σεπτέμβριος	0.88	1.2	3.4	6.8	62.0	6.6	9.5	1.44	3.03	14.04	0.61	0.52	0.31
Οκτώβριος	0.77	1.5	4.0	11.2	148.0	9.8	15.8	1.60	4.24	28.55	0.63	0.53	0.31
Νοέμβριος	0.72	2.0	4.7	12.8	96.5	9.9	13.0	1.31	2.71	12.46	0.59	0.48	0.26
Δεκέμβριος	0.67	2.0	5.2	13.0	80.5	10.1	12.8	1.26	2.42	9.96	0.58	0.45	0.24

Πίνακας Α.9: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Δαυλεία.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.70	4.0	6.9	15.6	123.3	12.7	15.2	1.20	2.99	15.38	0.53	0.46	0.27
Φεβρουάριος	0.70	4.0	7.5	15.4	90.3	11.1	11.1	1.00	2.50	12.82	0.48	0.35	0.21
Μάρτιος	0.75	4.4	8.0	16.5	81.0	12.1	12.0	0.99	2.28	9.97	0.48	0.38	0.21
Απρίλιος	0.84	4.0	6.5	15.0	85.3	11.3	12.2	1.09	3.11	15.46	0.48	0.44	0.26
Μάιος	0.89	4.6	8.0	15.3	50.9	11.0	9.6	0.87	1.81	6.66	0.44	0.35	0.18
Ιούνιος	0.94	4.0	7.4	15.1	60.8	11.5	10.7	0.94	1.92	7.71	0.47	0.37	0.19
Ιούλιος	0.97	5.4	10.7	20.1	60.5	15.5	14.5	0.94	1.54	4.67	0.48	0.36	0.22
Αύγουστος	0.96	5.7	10.1	18.0	78.6	14.8	14.8	1.00	2.54	10.30	0.46	0.40	0.28
Σεπτέμβριος	0.93	4.1	7.0	12.5	64.5	10.4	10.8	1.03	2.83	13.07	0.47	0.42	0.27
Οκτώβριος	0.83	4.3	9.8	20.2	98.0	15.9	18.1	1.13	2.46	9.83	0.52	0.44	0.24
Νοέμβριος	0.75	5.1	9.9	19.5	90.0	14.9	15.3	1.02	2.16	8.10	0.49	0.41	0.23
Δεκέμβριος	0.69	4.3	9.4	19.2	98.0	14.0	14.4	1.03	2.31	9.98	0.49	0.39	0.21

Πίνακας Α.10: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αταλάντη.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.74	2.0	5.1	12.4	87.0	9.8	12.8	1.31	2.73	12.86	0.59	0.47	0.25
Φεβρουάριος	0.74	2.5	5.5	10.5	61.6	8.6	9.5	1.11	2.53	11.68	0.52	0.41	0.23
Μάρτιος	0.75	2.0	5.0	10.6	80.1	9.0	11.6	1.30	2.98	14.48	0.57	0.46	0.26
Απρίλιος	0.84	1.6	4.8	10.5	67.8	8.0	9.5	1.19	2.52	11.95	0.56	0.40	0.21
Μάιος	0.89	1.5	4.0	9.3	49.5	7.4	8.8	1.18	2.16	8.22	0.56	0.44	0.22
Ιούνιος	0.91	1.1	3.7	8.5	39.1	6.1	6.7	1.11	1.99	8.21	0.55	0.34	0.15
Ιούλιος	0.95	1.5	4.3	11.0	45.5	9.0	11.1	1.23	1.69	5.03	0.60	0.45	0.20
Αύγουστος	0.95	1.2	2.8	9.8	66.5	7.3	10.7	1.47	3.17	15.74	0.63	0.52	0.28
Σεπτέμβριος	0.91	1.3	4.2	9.5	50.5	7.2	9.3	1.28	2.58	10.83	0.59	0.43	0.24
Οκτώβριος	0.80	1.8	5.3	14.2	90.0	10.8	14.2	1.32	2.77	12.91	0.59	0.45	0.23
Νοέμβριος	0.77	2.3	5.8	14.3	95.5	10.0	11.5	1.15	2.59	14.19	0.55	0.39	0.19
Δεκέμβριος	0.74	2.5	6.3	13.0	71.5	9.8	11.2	1.15	2.40	10.20	0.54	0.41	0.23

Πίνακας Α.11: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Λειβαδιά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.67	2.3	5.5	13.0	195.0	10.5	15.3	1.45	5.33	54.07	0.59	0.47	0.26
Φεβρουάριος	0.66	2.4	5.6	11.4	67.2	9.3	10.8	1.16	2.40	9.82	0.54	0.42	0.25
Μάρτιος	0.69	2.3	4.6	11.5	90.0	9.5	12.6	1.33	2.92	13.83	0.58	0.48	0.27
Απρίλιος	0.76	1.5	4.2	8.7	43.4	6.7	7.7	1.14	2.22	8.76	0.55	0.40	0.21
Μάιος	0.84	1.4	3.8	10.2	50.3	7.2	8.7	1.21	2.11	8.18	0.58	0.42	0.19
Ιούνιος	0.90	1.2	3.5	8.6	63.2	6.4	8.4	1.32	3.31	19.37	0.58	0.45	0.24
Ιούλιος	0.93	1.6	3.5	8.4	90.0	8.7	14.8	1.71	3.70	18.71	0.66	0.58	0.39
Αύγουστος	0.94	1.9	3.6	10.3	88.9	9.8	16.4	1.67	3.13	12.95	0.66	0.59	0.39
Σεπτέμβριος	0.88	2.1	4.4	8.4	65.5	7.4	9.4	1.26	2.90	13.87	0.56	0.46	0.28
Οκτώβριος	0.79	2.2	6.3	13.6	150.0	12.2	18.8	1.54	4.05	24.67	0.61	0.51	0.32
Νοέμβριος	0.72	2.5	5.6	13.5	85.5	10.8	13.5	1.25	2.48	10.08	0.57	0.45	0.25
Δεκέμβριος	0.65	2.6	6.4	14.4	82.5	11.5	13.9	1.21	2.30	9.23	0.57	0.44	0.23

Πίνακας Α.12: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Παύλος.

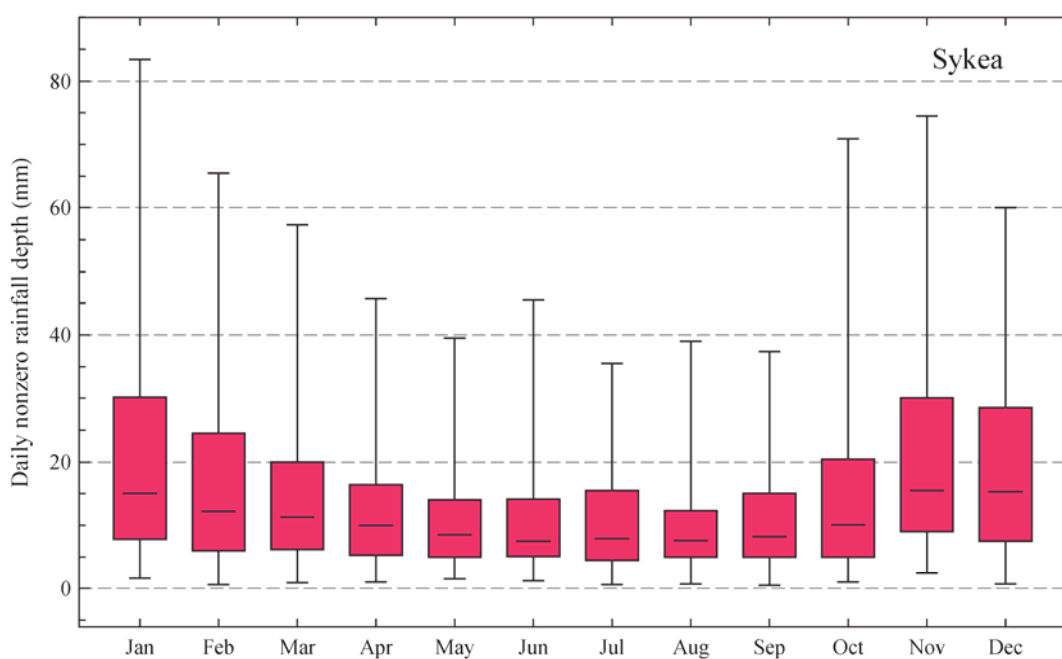
	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.75	2.1	4.7	11.4	96.6	10.3	14.9	1.45	2.88	12.42	0.62	0.52	0.31
Φεβρουάριος	0.76	1.6	4.4	10.5	81.2	8.1	10.7	1.32	3.06	15.76	0.58	0.46	0.25
Μάρτιος	0.76	1.2	3.4	11.9	62.3	8.2	10.7	1.31	2.32	9.21	0.61	0.45	0.21
Απρίλιος	0.84	1.2	3.2	9.1	64.1	6.9	9.0	1.31	2.92	14.91	0.59	0.45	0.22
Μάιος	0.89	1.2	3.2	7.6	63.4	6.1	8.4	1.37	3.48	19.54	0.58	0.47	0.28
Ιούνιος	0.94	1.1	2.6	8.8	27.3	5.4	6.1	1.13	1.50	4.77	0.58	0.39	0.13
Ιούλιος	0.96	1.4	3.2	10.1	50.3	7.6	10.6	1.39	2.55	9.72	0.62	0.51	0.30
Αύγουστος	0.95	0.9	2.4	8.2	69.9	6.6	12.2	1.86	3.76	17.89	0.68	0.61	0.42
Σεπτέμβριος	0.92	1.7	4.1	10.4	64.8	7.7	10.6	1.37	3.09	14.62	0.59	0.49	0.29
Οκτώβριος	0.84	1.4	4.4	12.6	98.0	10.3	14.3	1.39	2.63	11.82	0.62	0.49	0.25
Νοέμβριος	0.79	2.1	6.4	14.6	124.0	11.5	14.4	1.25	2.89	17.22	0.58	0.43	0.21
Δεκέμβριος	0.74	2.1	5.6	12.4	90.6	9.7	12.5	1.29	3.08	15.94	0.57	0.45	0.25

Πίνακας Α.13: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αγία Τριάδα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.57	1.7	4.8	11.3	173.5	10.6	17.5	1.66	4.26	27.77	0.64	0.54	0.34
Φεβρουάριος	0.53	1.5	5.1	12.0	86.0	9.1	12.1	1.33	3.07	15.47	0.59	0.44	0.24
Μάρτιος	0.57	1.4	4.2	12.0	198.0	9.4	14.5	1.55	5.31	55.74	0.63	0.49	0.26
Απρίλιος	0.70	1.1	3.0	8.2	70.4	6.6	9.7	1.47	3.11	15.80	0.63	0.50	0.28
Μάιος	0.79	0.9	2.6	7.4	82.6	6.5	10.3	1.60	3.64	20.15	0.64	0.54	0.32
Ιούνιος	0.88	0.8	2.2	7.0	65.5	6.3	10.3	1.63	3.16	14.67	0.67	0.56	0.32
Ιούλιος	0.93	0.6	1.8	8.4	58.1	6.0	9.8	1.63	3.21	15.13	0.68	0.54	0.29
Αύγουστος	0.94	0.7	2.1	8.3	98.5	7.5	14.0	1.87	4.12	23.89	0.70	0.59	0.38
Σεπτέμβριος	0.86	0.7	2.5	7.6	104.3	6.6	11.4	1.72	4.75	35.45	0.66	0.54	0.30
Οκτώβριος	0.73	1.5	4.6	14.2	124.3	12.0	18.7	1.56	3.16	15.20	0.65	0.52	0.30
Νοέμβριος	0.64	2.2	6.1	14.8	106.8	12.1	16.1	1.32	2.50	10.54	0.60	0.46	0.25
Δεκέμβριος	0.54	1.7	5.3	14.4	105.3	11.8	16.6	1.41	2.68	11.60	0.63	0.49	0.26

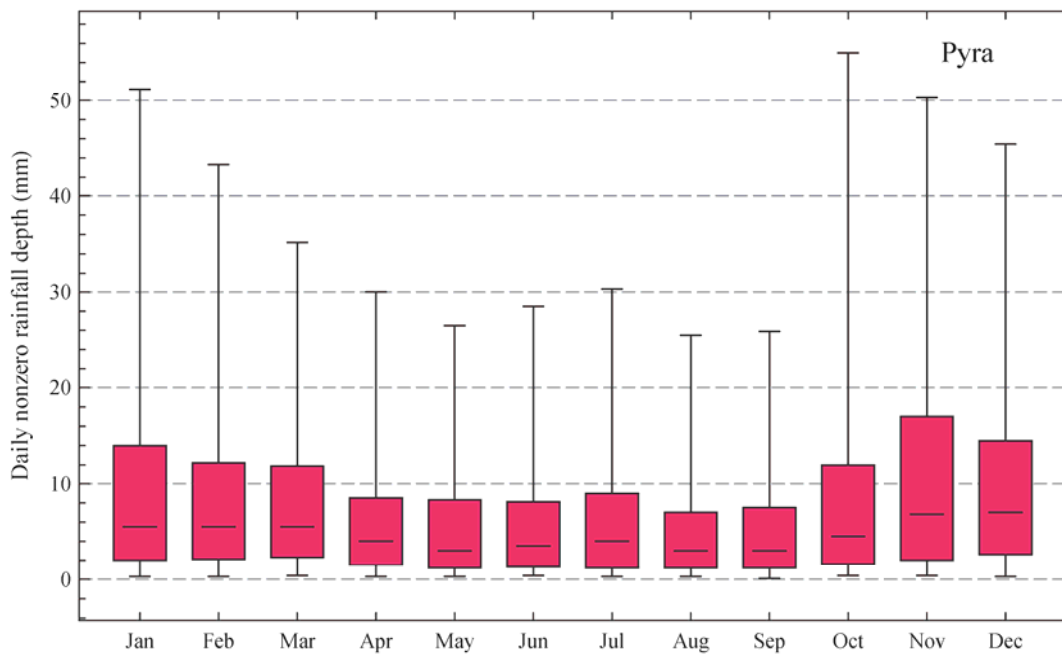
Πίνακας Α.14: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αλιάρτος.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.51	0.8	2.2	6.5	67.2	5.8	8.9	1.54	3.07	15.08	0.65	0.53	0.29
Φεβρουάριος	0.48	0.7	2.4	6.1	71.8	4.9	7.6	1.55	4.25	28.58	0.62	0.50	0.29
Μάρτιος	0.56	0.6	2.1	6.4	56.3	5.2	7.6	1.45	2.89	14.12	0.64	0.50	0.25
Απρίλιος	0.66	0.6	1.5	4.7	56.0	4.0	6.3	1.58	3.82	24.75	0.64	0.53	0.30
Μάιος	0.74	0.3	1.5	3.8	45.8	3.5	5.7	1.65	3.56	18.96	0.66	0.55	0.33
Ιούνιος	0.86	0.6	1.6	5.1	72.3	4.2	7.2	1.71	5.34	45.35	0.65	0.54	0.31
Ιούλιος	0.92	0.2	0.9	2.4	27.6	2.6	4.4	1.69	3.12	14.49	0.69	0.58	0.34
Αύγουστος	0.87	0.4	1.2	4.0	71.4	4.0	8.6	2.16	5.29	36.69	0.71	0.64	0.43
Σεπτέμβριος	0.83	0.4	1.3	4.0	41.8	3.7	6.2	1.67	3.32	16.49	0.67	0.56	0.34
Οκτώβριος	0.68	0.7	1.8	5.9	61.2	6.0	10.2	1.69	2.64	10.04	0.70	0.59	0.33
Νοέμβριος	0.60	0.8	2.8	7.9	62.5	7.0	10.2	1.46	2.59	10.63	0.65	0.51	0.27
Δεκέμβριος	0.48	0.6	2.4	7.2	76.0	6.0	9.6	1.60	3.26	16.21	0.66	0.53	0.30

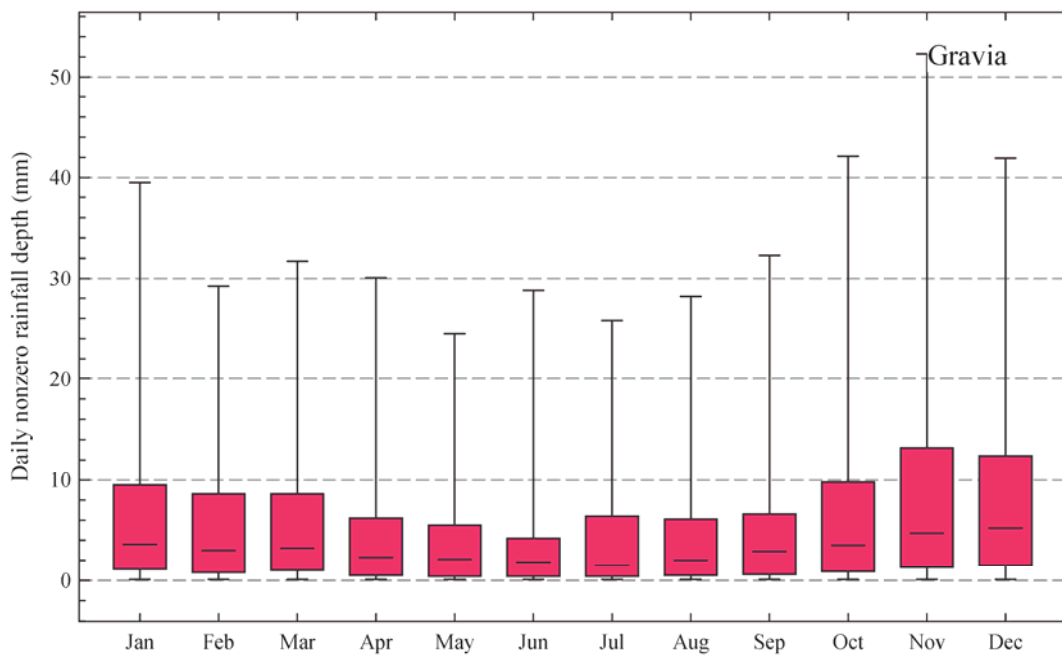


Σχήμα Α.1: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.

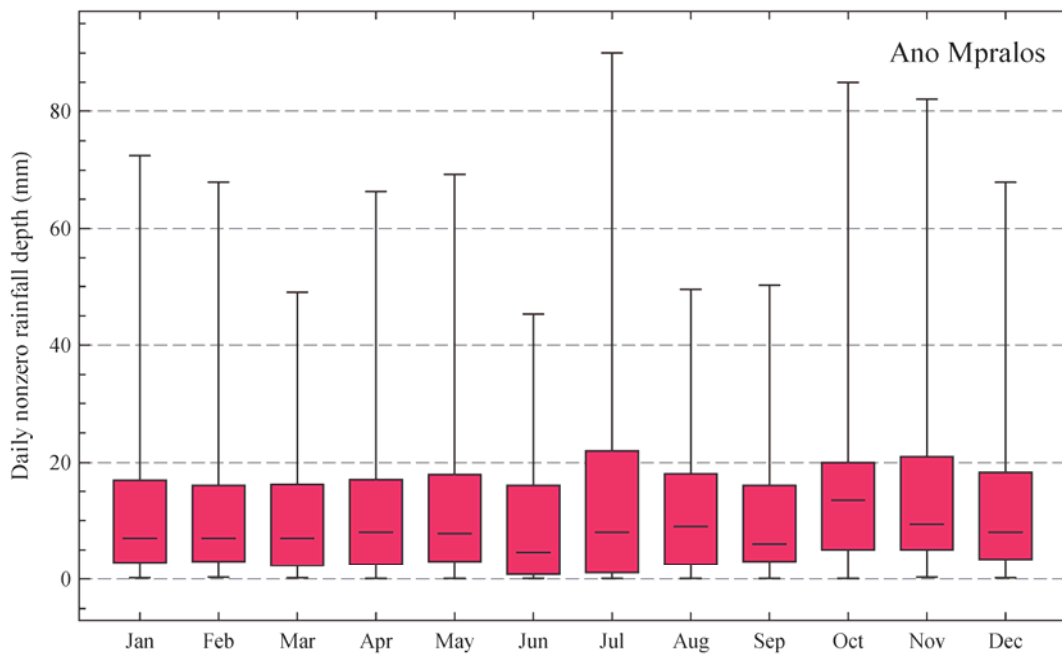




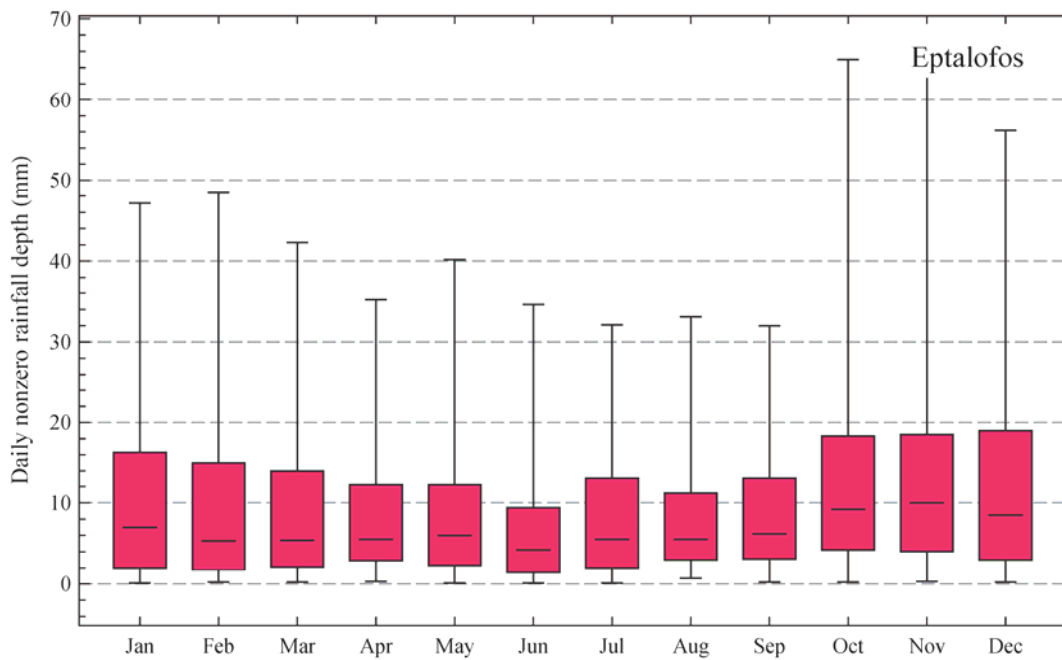
Σχήμα Α.2: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



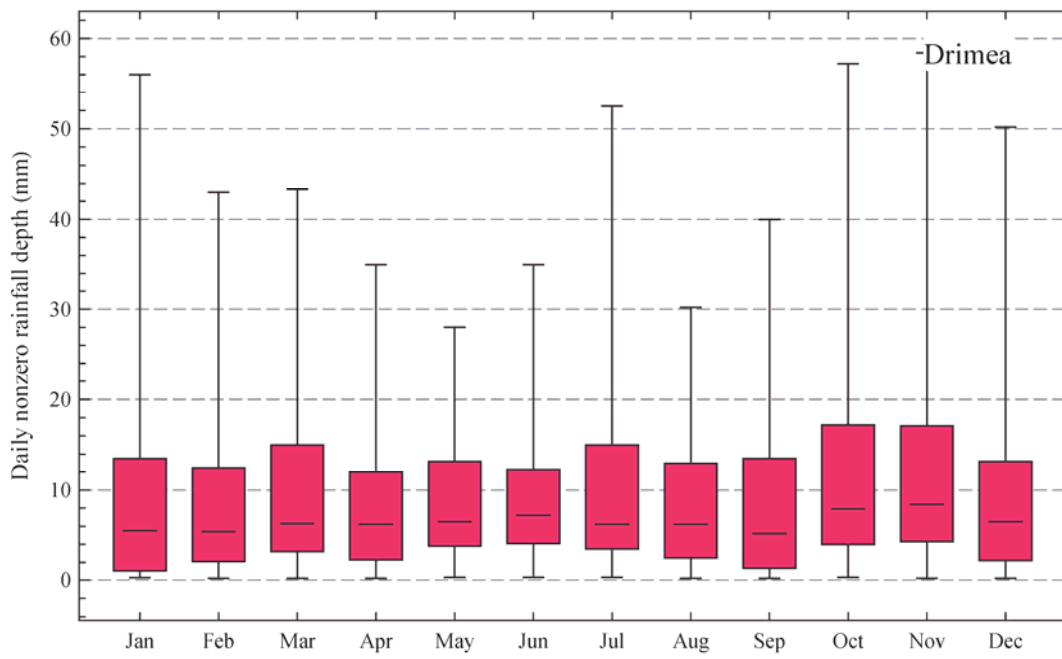
Σχήμα Α.3: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



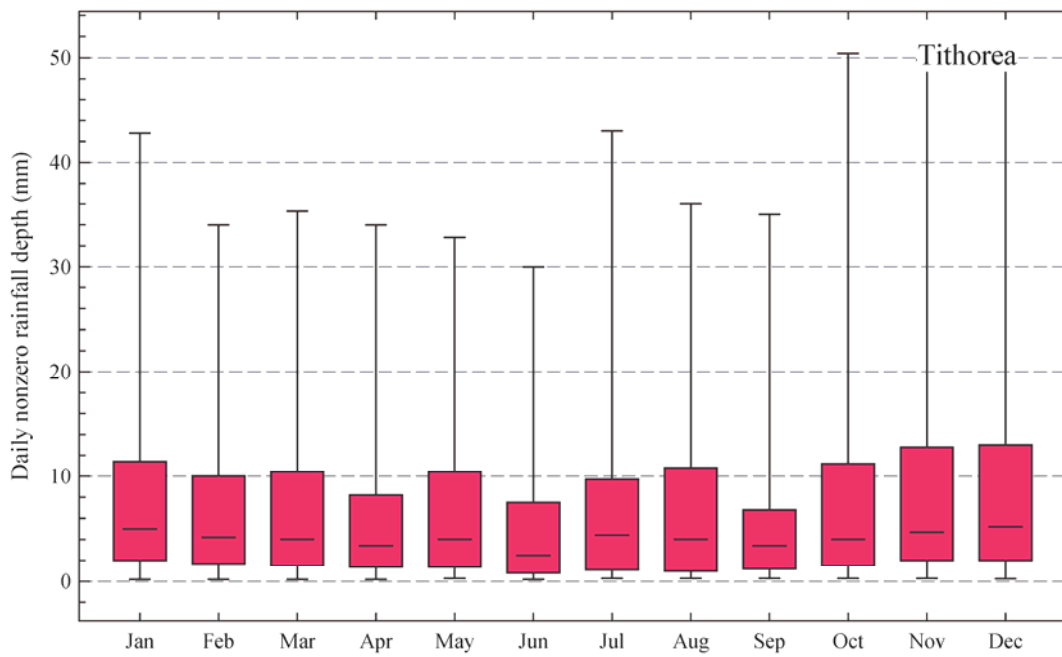
Σχήμα Α.4: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



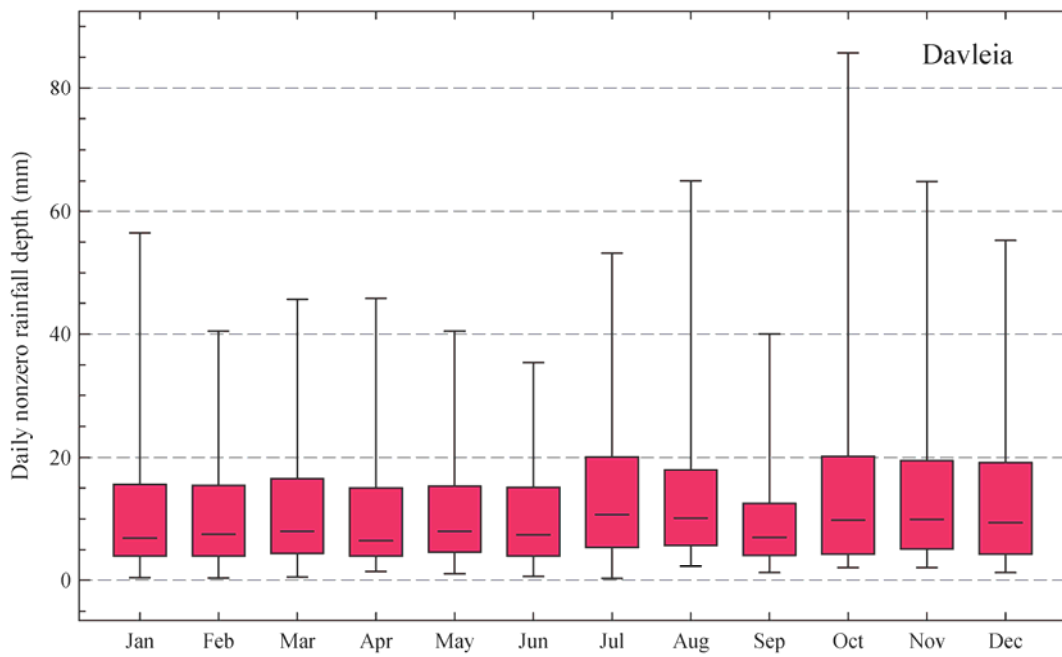
Σχήμα Α.5: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



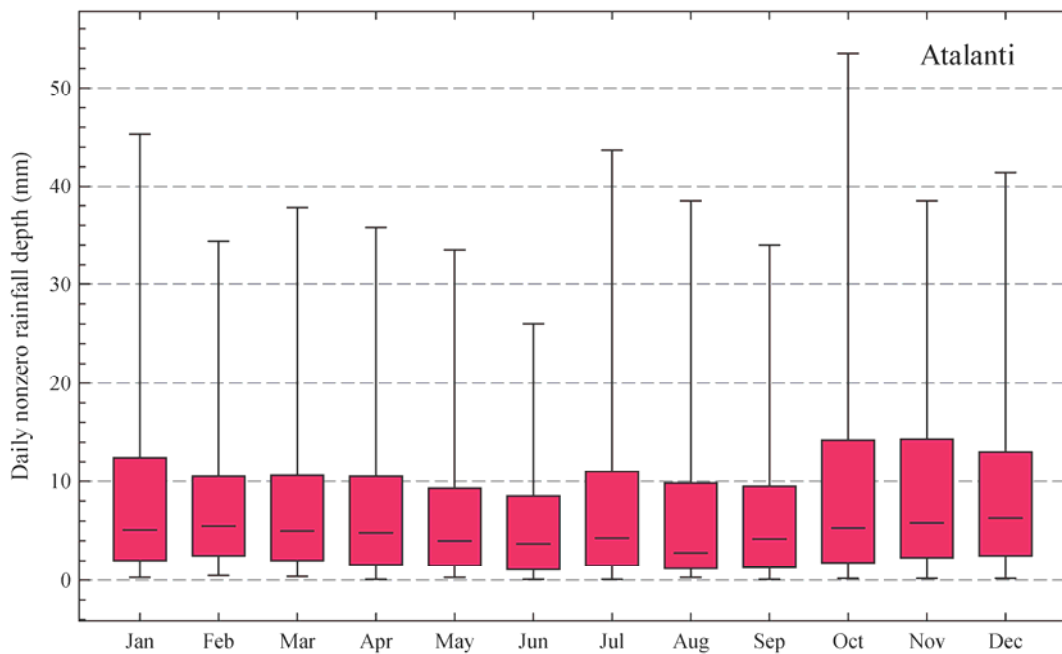
Σχήμα Α.6: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



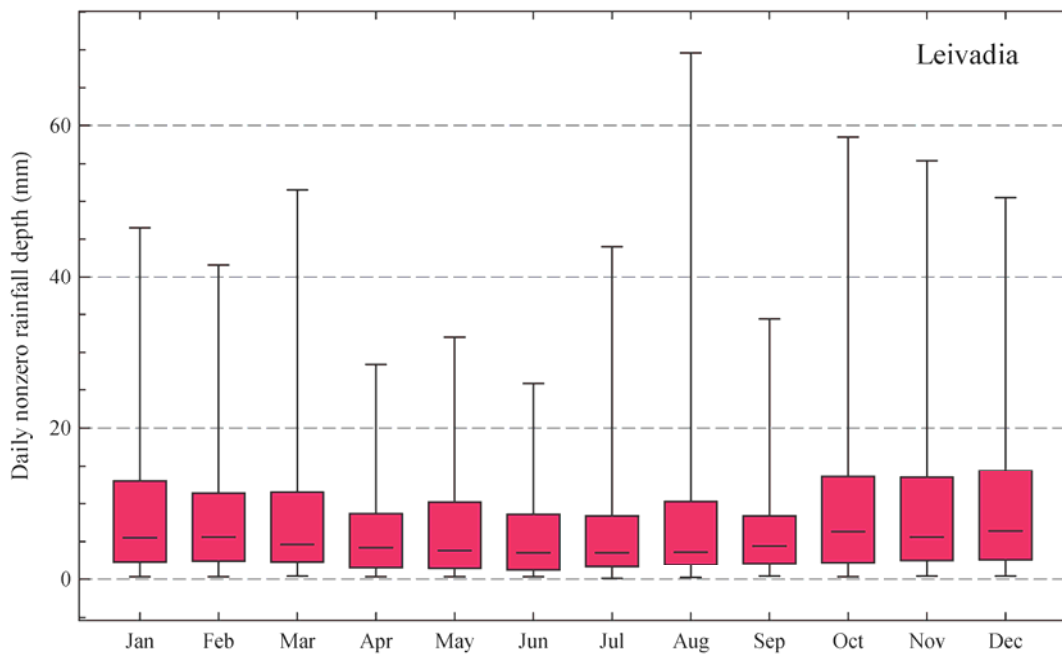
Σχήμα Α.7: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



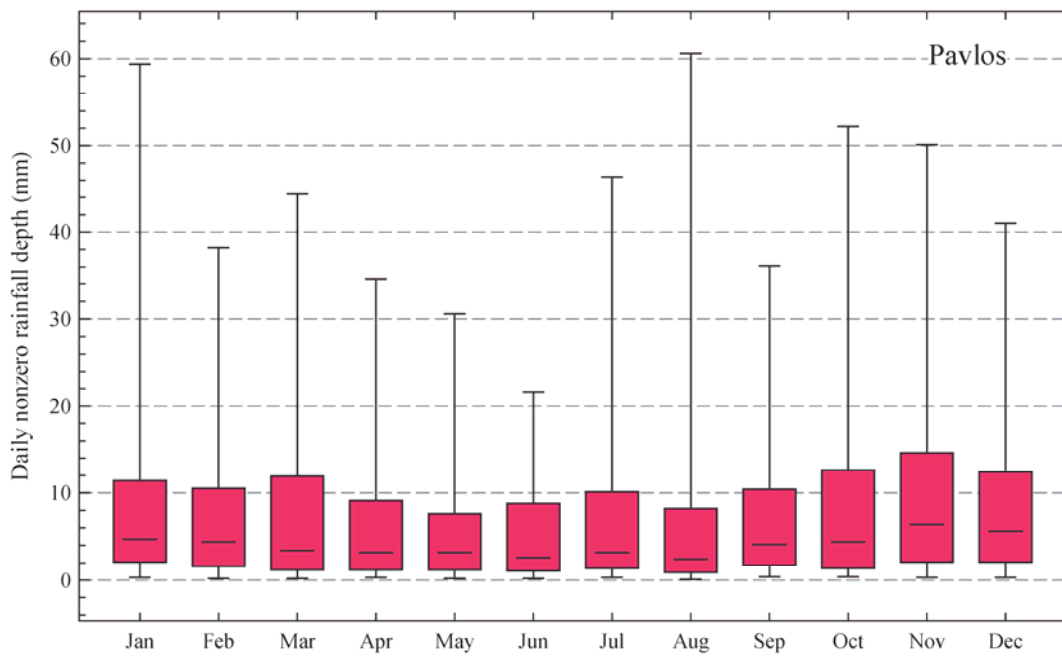
Σχήμα Α.8: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



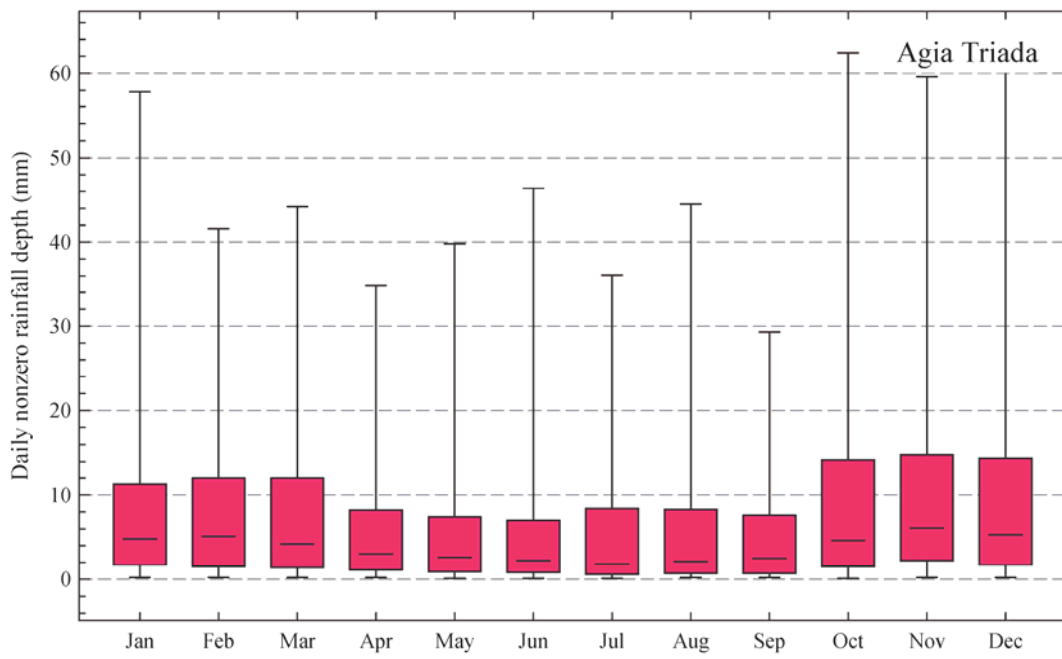
Σχήμα Α.9: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



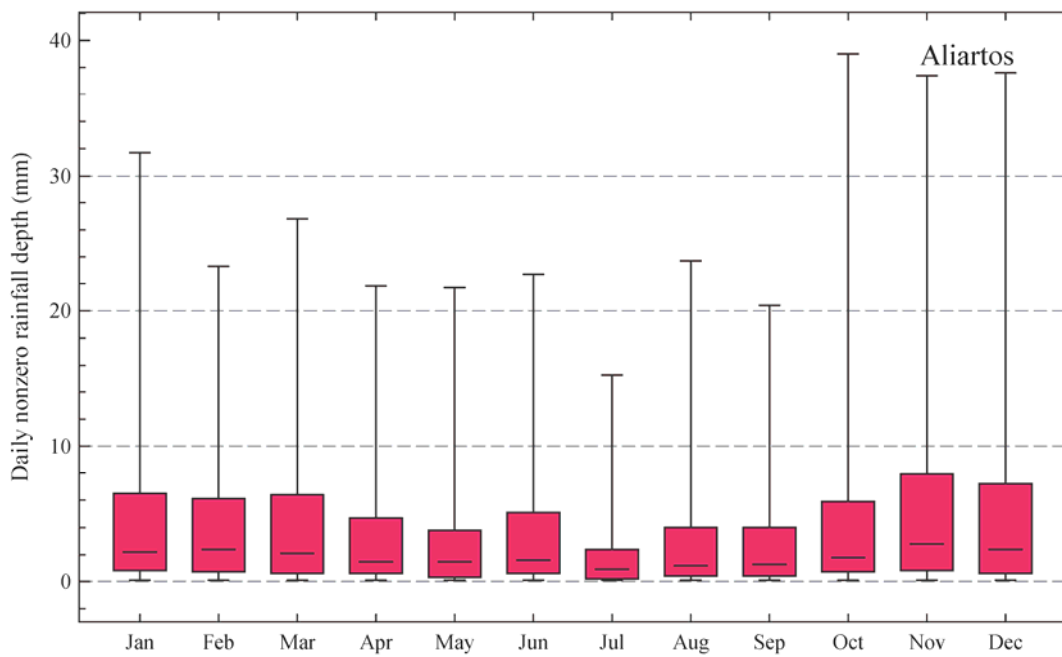
Σχήμα Α.10: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



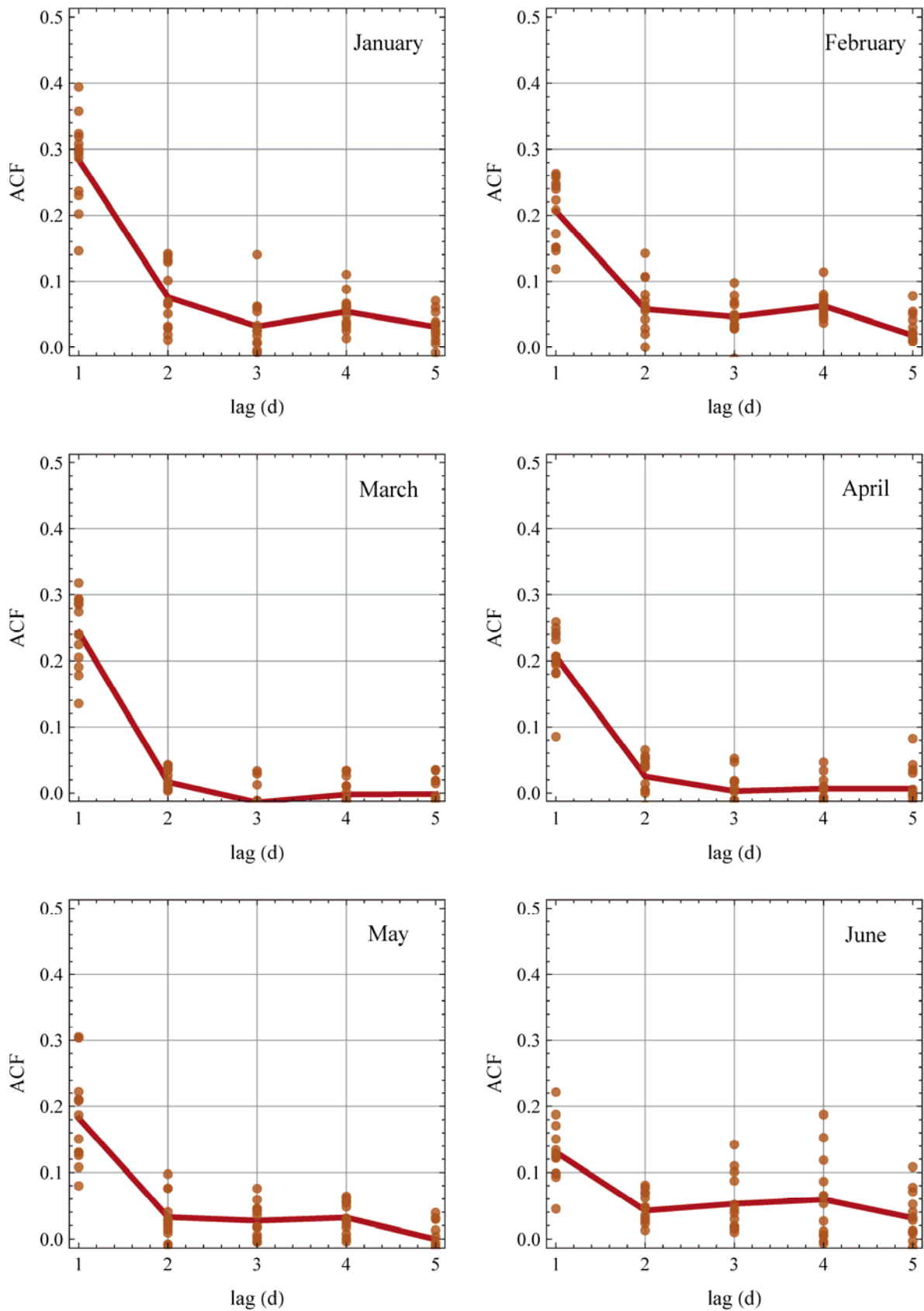
Σχήμα Α.11: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



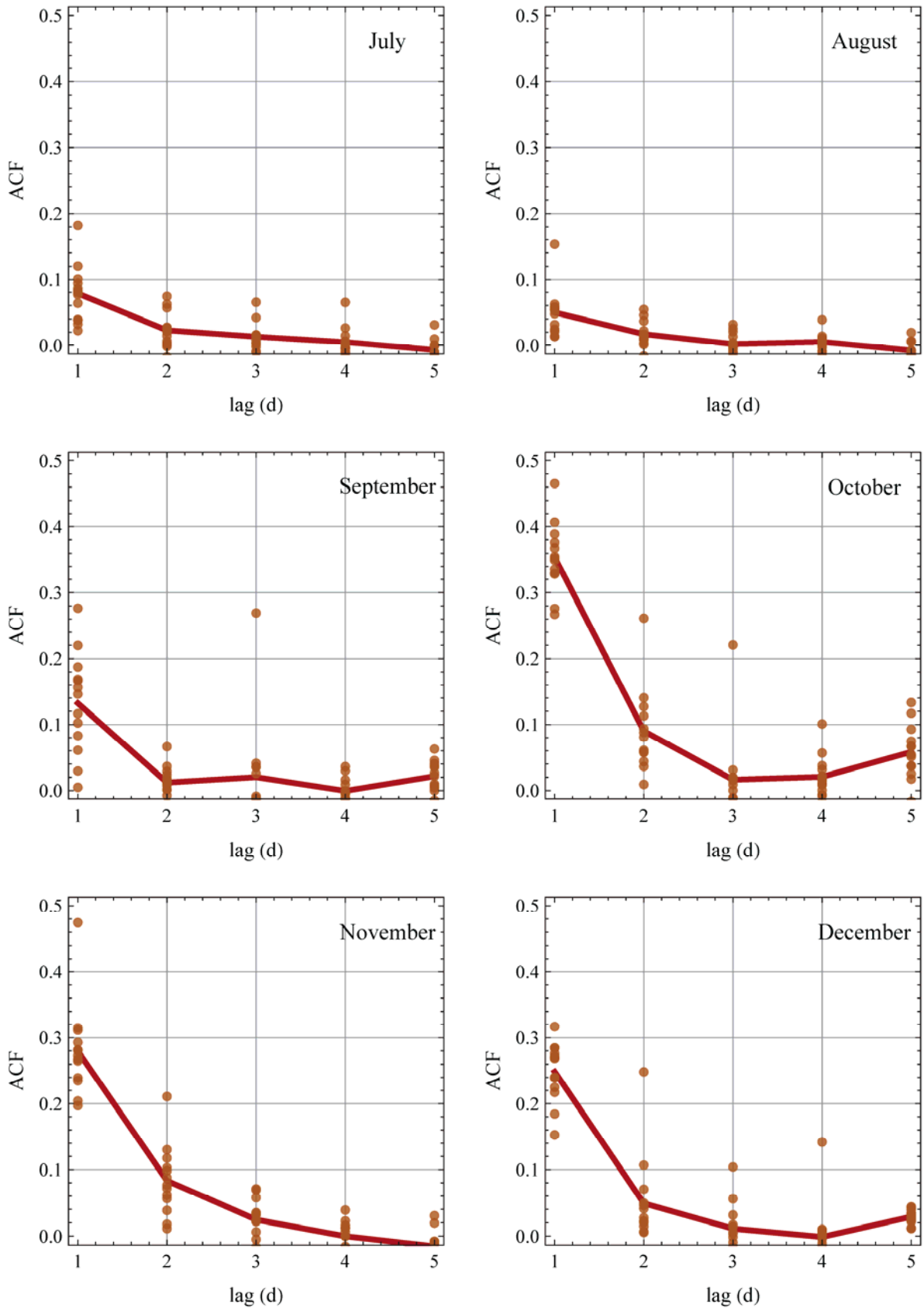
Σχήμα Α.12: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης.



Σχήμα Α.13: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας βροχόπτωσης

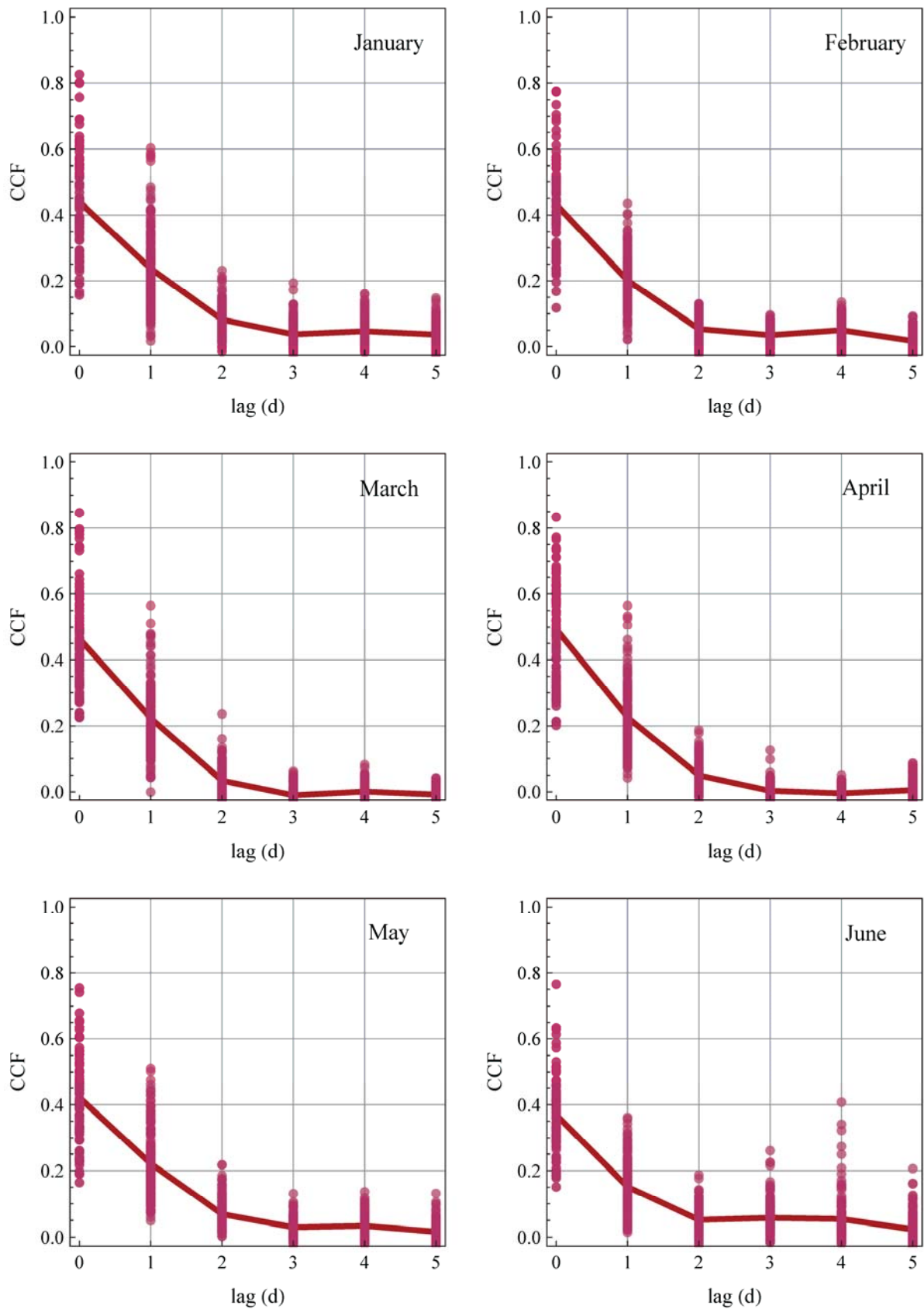


Σχήμα Α.14: Αυτοσυσχετογράμματα της ημερήσιας βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.

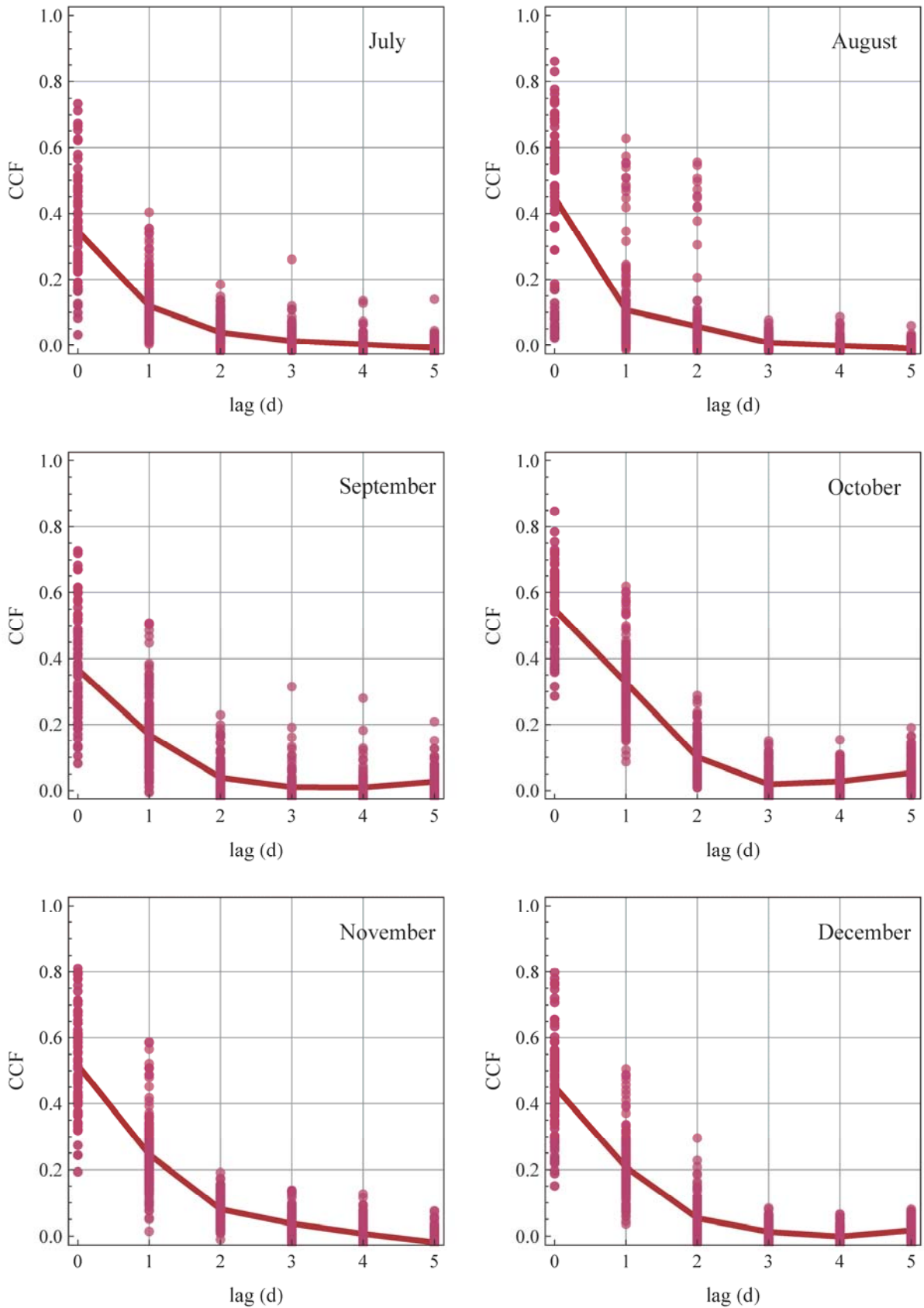


Σχήμα Α.15: Αυτοσυσχετογράμματα της ημερήσιας βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.





Σχήμα Α.16: Ετεροσυσχετογράμματα της ημερήσιας βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές ετεροσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.



Σχήμα Α.17: Ετεροσυσχετογράμματα της ημερήσιας βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές ετεροσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.

## 7 Παράρτημα Β

---

Στο παράρτημα αυτό παρουσιάζονται στους πίνακες των συντελεστών κανονικοποίησης των μηνιαίων χρονοσειρών κάθε σταθμού καθώς και πίνακες και σχήματα που σχετίζονται με τα στατιστικά-στοχαστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών χρονοσειρών της ημερήσιας βροχόπτωσης στους σταθμούς της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

Πίνακας Β.1: Τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού κανονικοποίησης.

	Ιανουάριος					Φεβρουάριος					Μάρτιος				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>
Συκέα	274.71	0.94	26.39	0.23	0.04	478.34	0.92	50.00	0.34	0.04	294.63	0.94	39.35	0.21	0.06
Πυρά	552.52	0.67	50.00	0.80	0.05	300.44	0.78	50.00	0.91	0.08	49.77	0.87	15.18	0.74	0.09
Γραβιά	457.69	0.67	50.00	0.71	0.20	376.57	0.66	50.00	0.82	0.30	407.66	0.66	50.00	0.74	0.13
Άνω Μπράλος	188.92	0.72	20.82	0.46	0.30	16.26	1.09	4.63	0.40	0.09	304.58	0.82	34.90	0.24	0.09
Επτάλοφος	485.15	0.83	50.00	0.31	0.17	688.99	0.71	50.00	0.36	0.12	428.30	0.80	50.00	0.29	0.07
Δριμέα	26.55	0.94	6.28	0.07	0.18	20.28	1.06	5.92	0.14	0.04	47.87	0.99	10.29	0.08	0.07
Τιθορέα	590.54	0.69	50.00	0.40	0.07	354.96	0.76	50.00	0.42	0.03	572.59	0.67	50.00	0.39	0.16
Δαυλειά	69.30	0.81	13.11	0.42	0.13	54.78	1.06	13.79	0.33	0.07	43.56	1.03	9.96	0.22	0.07
Αταλάντη	762.88	0.66	50.00	0.27	0.08	326.84	0.82	50.00	0.26	0.05	526.23	0.70	47.00	0.24	0.07
Λειβαδιά	652.93	0.68	50.00	0.44	0.06	37.04	0.92	10.66	0.43	0.12	619.48	0.66	50.00	0.46	0.06
Παύλος	1,000.00	0.62	49.26	0.24	0.14	122.18	0.75	20.11	0.16	0.03	701.57	0.68	50.00	0.12	0.12
Αγία Τριάδα	34.04	0.73	9.86	0.71	0.04	227.49	0.73	35.25	0.77	0.20	648.29	0.64	50.00	0.68	0.10
Αλιάρτος	501.12	0.55	50.00	0.92	0.30	31.68	0.73	15.36	0.86	0.15	441.83	0.60	50.00	0.72	0.20

Πίνακας Β.2: Τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού κανονικοποίησης.

	Απρίλιος					Μάιος					Ιούνιος				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>
Συκέα	63.09	1.07	13.38	0.11	0.08	16.25	1.36	4.33	-0.07	0.03	210.35	0.84	28.30	-0.31	0.07
Πυρά	24.41	0.86	10.56	0.60	0.05	364.71	0.70	50.00	0.40	0.08	25.42	0.88	8.35	-0.05	0.04
Γραβιά	473.42	0.62	50.00	0.50	0.11	431.89	0.64	50.00	0.27	0.09	438.73	0.52	31.57	-0.02	0.06
Άνω Μπράλος	43.84	0.98	7.24	-0.04	0.05	42.96	0.95	6.50	-0.30	0.02	1,000.00	0.70	46.15	-0.48	0.07
Επτάλοφος	30.32	1.07	8.82	0.11	0.04	110.89	0.89	19.92	-0.07	0.08	494.65	0.80	50.00	-0.41	0.02
Δριμέα	336.97	0.87	43.60	-0.20	0.08	229.01	0.92	35.91	-0.30	0.08	233.30	0.93	34.73	-0.56	0.03
Τιθορέα	570.56	0.66	50.00	0.17	0.03	587.78	0.73	50.00	-0.16	0.04	1,000.00	0.57	41.07	-0.34	0.03
Δαυλειά	10.92	1.30	3.09	-0.11	0.07	796.40	0.67	47.25	-0.16	0.14	637.42	0.83	50.00	-0.65	0.02

Αταλάντη	424.81	0.82	50.00	-0.17	0.03	710.04	0.70	50.00	-0.32	0.02	356.89	0.85	50.00	-0.53	0.09
Λειβαδιά	249.49	0.79	40.76	0.15	0.04	439.65	0.79	50.00	-0.18	0.06	552.40	0.74	50.00	-0.46	0.01
Παύλος	750.13	0.66	50.00	-0.11	0.04	19.66	0.87	6.37	-0.36	0.01	557.07	0.75	50.00	-0.69	0.03
Αγία Τριάδα	669.83	0.61	50.00	0.37	0.07	63.45	0.64	12.78	0.08	0.02	1,000.00	0.52	36.42	-0.23	0.02
Αλιάρτος	440.66	0.57	50.00	0.52	0.13	32.69	0.63	12.90	0.23	0.06	753.42	0.58	50.00	-0.16	0.04

Πίνακας Β.3: Τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού κανονικοποίησης.

	Ιούλιος					Αύγουστος					Σεπτέμβριος				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>
Συκέα	309.51	1.02	48.13	-0.54	0.02	219.45	0.64	19.01	-0.36	0.18	36.93	1.21	8.10	-0.36	0.02
Πυρά	437.98	0.71	37.37	-0.28	0.04	130.57	0.59	17.41	-0.10	0.12	379.31	0.73	50.00	0.03	0.03
Γραβιά	1,000.00	0.52	35.67	-0.30	0.10	8.68	0.71	4.28	-0.26	0.05	112.34	0.69	18.42	-0.02	0.05
Άνω Μπράλος	526.79	0.63	14.76	-0.85	0.01	9.00	1.74	1.28	-0.91	0.05	457.42	0.68	22.53	-0.66	0.05
Επτάλοφος	441.60	0.91	50.00	-0.63	0.05	4.87	1.78	1.14	-0.66	0.03	507.17	0.79	49.79	-0.24	0.05
Δριμέα	399.96	1.00	50.00	-0.77	0.02	370.63	0.97	50.00	-0.70	0.04	806.89	0.76	50.00	-0.57	0.02
Τιθορέα	40.31	0.67	6.71	-0.55	0.01	1,000.00	0.69	50.00	-0.56	0.02	999.87	0.57	44.98	-0.21	0.03
Δαυλειά	997.46	0.85	50.00	-0.97	0.01	278.58	1.21	50.00	-0.92	0.01	707.53	0.65	38.80	-0.38	0.05
Αταλάντη	1,000.00	0.59	29.83	-0.74	0.02	109.41	0.60	11.42	-0.67	0.02	600.46	0.76	50.00	-0.49	0.02
Λειβαδιά	2.99	1.25	1.25	-0.67	0.01	81.09	0.59	8.68	-0.63	0.03	22.54	0.87	6.43	-0.29	0.02
Παύλος	67.08	0.72	8.72	-0.91	0.00	249.50	0.49	14.56	-0.68	0.04	770.20	0.61	36.29	-0.50	0.01
Αγία Τριάδα	1,000.00	0.51	28.83	-0.60	0.04	72.03	0.56	8.22	-0.64	0.01	1,000.00	0.56	40.32	-0.20	0.04
Αλιάρτος	1,000.00	0.48	42.78	-0.45	0.03	57.91	0.52	12.52	-0.18	0.03	1,000.00	0.50	48.13	0.00	0.02

Πίνακας Β.4: Τιμές των παραμέτρων του μετασχηματισμού κανονικοποίησης.

	Οκτώβριος					Νοέμβριος					Δεκέμβριος				
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>SE</i>
Συκέα	32.65	1.01	5.72	0.01	0.08	501.94	0.97	50.00	0.30	0.15	244.84	1.11	35.26	0.31	0.12
Πυρά	158.13	0.62	19.98	0.53	0.04	456.48	0.80	50.00	0.58	0.26	73.14	0.90	19.40	0.88	0.09
Γραβιά	990.02	0.59	50.00	0.43	0.04	665.64	0.66	50.00	0.64	0.11	353.14	0.76	50.00	0.80	0.15

Άνω Μπράλος	13.92	1.62	2.13	-0.11	0.18	853.15	0.72	43.46	0.29	0.19	55.06	0.91	10.10	0.38	0.12
Επτάλοφος	586.22	0.83	50.00	0.13	0.13	323.27	0.82	33.97	0.37	0.08	433.18	0.88	50.00	0.43	0.07
Δριμέα	66.64	0.89	9.44	-0.05	0.04	65.61	0.95	10.64	0.09	0.08	12.64	1.24	3.65	0.14	0.08
Τιθορέα	93.20	0.65	13.27	0.16	0.05	742.02	0.66	50.00	0.33	0.07	599.25	0.70	50.00	0.42	0.05
Δαυλειά	84.46	0.84	10.67	-0.03	0.08	146.31	0.86	20.06	0.28	0.10	227.97	0.86	31.41	0.43	0.06
Αταλάντη	593.33	0.71	38.96	-0.01	0.05	83.62	0.87	14.83	0.10	0.07	114.09	0.85	20.32	0.23	0.04
Λειβαδιά	22.08	0.88	5.18	0.03	0.03	692.53	0.69	50.00	0.33	0.06	591.72	0.71	50.00	0.52	0.08
Παύλος	1,000.00	0.65	44.63	-0.13	0.08	730.42	0.74	50.00	0.04	0.09	561.44	0.66	41.55	0.29	0.08
Αγία Τριάδα	1,000.00	0.61	41.74	0.23	0.10	763.85	0.69	50.00	0.49	0.08	813.31	0.63	50.00	0.76	0.07
Αλίαρτος	1,000.00	0.45	40.76	0.56	0.29	601.87	0.61	50.00	0.62	0.33	529.24	0.57	50.00	0.90	0.09



Πίνακας Β.5: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm των σταθμών της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Συκέα	0.81	5.81	12.20	22.78	456.77	17.05	16.67	0.98	2.67	20.63	0.47	0.34	0.19
Πυρά	0.66	1.82	5.06	11.57	316.57	9.07	12.12	1.34	3.94	34.91	0.58	0.44	0.25
Γραβιά	0.67	1.07	3.44	8.82	276.88	7.11	10.58	1.49	4.11	34.34	0.62	0.48	0.27
Άνω Μπράλος	0.80	2.87	7.90	18.00	482.12	13.87	18.15	1.31	3.96	36.95	0.57	0.43	0.24
Επτάλοφος	0.78	2.74	7.01	15.10	236.08	11.46	13.60	1.19	2.97	18.02	0.55	0.40	0.22
Δριμέα	0.84	2.54	6.57	14.20	258.73	10.81	13.03	1.21	3.17	21.67	0.55	0.41	0.22
Τιθορέα	0.79	1.64	4.67	10.94	271.63	8.50	11.48	1.35	3.98	34.20	0.58	0.44	0.25
Δαυλειά	0.83	3.95	8.80	17.13	337.38	12.93	13.92	1.08	3.17	24.00	0.50	0.37	0.21
Αταλάντη	0.83	2.06	5.45	11.91	216.07	9.17	11.52	1.26	3.58	27.82	0.56	0.42	0.23
Λειβαδιά	0.79	1.93	5.33	12.26	437.78	9.65	13.39	1.39	4.92	62.29	0.58	0.45	0.26
Παύλος	0.84	1.67	4.80	11.34	292.85	8.92	12.30	1.38	3.99	33.71	0.59	0.45	0.26
Αγία Τριάδα	0.73	1.43	4.60	11.83	463.13	9.65	14.79	1.53	4.70	50.59	0.63	0.49	0.28
Αλιάρτος	0.69	0.67	2.30	6.25	190.66	5.23	8.40	1.61	4.53	39.44	0.64	0.51	0.30

Πίνακας Β.6: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Συκέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.74	7.73	16.17	29.99	259.37	22.19	20.94	0.94	2.33	12.77	0.46	0.32	0.18
Φεβρουάριος	0.70	6.00	12.95	24.51	165.29	17.75	16.67	0.94	1.98	8.97	0.47	0.32	0.17
Μάρτιος	0.77	5.95	11.88	21.03	145.98	15.69	14.18	0.90	2.28	11.91	0.45	0.31	0.18
Απρίλιος	0.80	4.89	9.74	17.43	130.95	12.92	11.70	0.91	2.37	13.51	0.45	0.31	0.18
Μάιος	0.83	4.47	8.85	15.34	153.28	11.48	10.15	0.88	2.47	17.29	0.44	0.30	0.18
Ιούνιος	0.91	4.03	8.09	14.87	82.16	10.79	9.48	0.88	1.93	8.84	0.44	0.30	0.16
Ιούλιος	0.92	3.36	7.65	14.38	133.24	10.89	11.52	1.06	3.09	20.34	0.49	0.36	0.21
Αύγουστος	0.93	3.20	7.81	15.64	187.36	11.99	13.71	1.14	3.45	26.08	0.52	0.38	0.21
Σεπτέμβριος	0.88	4.81	9.15	15.27	112.03	11.57	9.74	0.84	2.14	11.39	0.42	0.29	0.18
Οκτώβριος	0.81	4.85	10.78	21.87	195.23	16.38	17.41	1.06	2.65	14.96	0.51	0.37	0.20
Νοέμβριος	0.72	9.17	17.72	30.57	456.77	22.68	19.72	0.87	3.14	38.60	0.43	0.29	0.17
Δεκέμβριος	0.69	8.25	16.26	28.67	227.26	20.97	17.96	0.86	1.94	9.92	0.44	0.29	0.16



Πίνακας Β.7: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Πυρά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.54	2.02	5.70	13.43	316.57	10.64	14.68	1.38	4.22	41.17	0.59	0.46	0.26
Φεβρουάριος	0.47	2.29	5.91	12.50	105.30	9.31	10.45	1.12	2.44	11.74	0.54	0.38	0.20
Μάρτιος	0.55	2.14	5.42	11.72	186.13	8.94	10.79	1.21	3.19	21.72	0.55	0.41	0.23
Απρίλιος	0.62	1.63	4.09	8.86	162.87	6.81	8.50	1.25	3.69	30.21	0.55	0.42	0.24
Μάιος	0.69	1.32	3.54	7.89	119.67	6.10	7.91	1.30	3.74	28.62	0.57	0.43	0.24
Ιούνιος	0.81	1.01	3.16	8.15	160.18	6.61	10.05	1.52	4.39	37.28	0.62	0.49	0.28
Ιούλιος	0.87	1.40	4.17	9.14	111.10	7.11	9.14	1.29	3.29	20.67	0.57	0.43	0.24
Αύγουστος	0.85	0.93	3.03	7.76	168.98	6.43	10.11	1.57	4.63	41.57	0.63	0.50	0.30
Σεπτέμβριος	0.79	1.34	3.56	7.97	80.79	5.96	7.05	1.18	2.76	15.65	0.55	0.40	0.21
Οκτώβριος	0.67	1.33	4.50	12.15	275.15	10.31	16.73	1.62	4.57	38.62	0.65	0.52	0.30
Νοέμβριος	0.57	2.78	7.43	16.35	170.27	12.13	14.11	1.16	2.66	14.68	0.55	0.39	0.20
Δεκέμβριος	0.46	2.69	6.73	14.20	191.15	10.97	13.20	1.20	3.20	20.78	0.54	0.41	0.23

Πίνακας Β.8: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Γραβιά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.54	1.29	3.88	9.70	160.70	7.60	10.47	1.38	3.47	23.83	0.60	0.46	0.25
Φεβρουάριος	0.49	1.10	3.32	8.17	120.49	6.40	8.75	1.37	3.30	20.71	0.60	0.46	0.25
Μάρτιος	0.54	1.15	3.44	8.43	128.13	6.59	9.05	1.37	3.35	20.57	0.60	0.46	0.25
Απρίλιος	0.64	0.75	2.43	6.10	128.55	4.87	7.00	1.44	3.90	31.81	0.61	0.47	0.26
Μάιος	0.71	0.63	2.05	5.46	146.07	4.48	6.78	1.52	4.42	44.61	0.63	0.49	0.27
Ιούνιος	0.83	0.55	1.80	4.92	77.50	4.08	6.31	1.55	3.66	22.41	0.64	0.51	0.29
Ιούλιος	0.89	0.68	2.21	5.69	127.87	4.69	7.25	1.55	5.07	56.52	0.63	0.49	0.28
Αύγουστος	0.85	0.47	1.98	6.64	181.96	6.34	12.93	2.04	5.39	44.84	0.71	0.60	0.38
Σεπτέμβριος	0.78	0.91	3.02	8.24	189.96	6.87	10.90	1.59	4.34	36.20	0.64	0.51	0.29
Οκτώβριος	0.67	1.14	3.89	10.04	276.88	8.53	13.58	1.59	4.59	42.41	0.64	0.51	0.30
Νοέμβριος	0.57	1.75	5.27	12.89	179.29	10.03	13.58	1.35	3.31	20.67	0.60	0.45	0.24
Δεκέμβριος	0.49	1.97	5.39	12.19	206.81	9.31	11.77	1.26	3.27	22.45	0.57	0.42	0.23

Πίνακας Β.9: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Άνω Μπράλος.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.67	2.49	7.21	17.07	482.12	13.55	19.33	1.43	5.53	75.89	0.59	0.46	0.26
Φεβρουάριος	0.66	2.67	7.41	16.32	272.98	12.58	16.31	1.30	3.84	30.87	0.57	0.43	0.24
Μάρτιος	0.72	2.82	6.93	14.77	258.40	11.19	13.01	1.16	3.16	26.53	0.54	0.40	0.21
Απρίλιος	0.81	2.25	6.79	16.80	313.48	13.78	20.56	1.49	4.29	35.20	0.61	0.48	0.28
Μάιος	0.87	2.91	7.93	17.93	183.39	13.28	16.15	1.22	2.95	16.73	0.56	0.41	0.22
Ιούνιος	0.90	1.47	4.49	11.27	166.77	9.00	12.73	1.41	3.53	23.62	0.61	0.47	0.26
Ιούλιος	0.95	2.88	8.55	19.30	384.33	16.19	24.61	1.52	5.29	53.35	0.60	0.48	0.29
Αύγουστος	0.95	2.85	7.83	17.75	187.90	13.60	16.90	1.24	2.97	17.60	0.57	0.42	0.22
Σεπτέμβριος	0.93	2.50	7.00	16.84	139.44	12.34	15.17	1.23	2.95	17.48	0.57	0.41	0.21
Οκτώβριος	0.81	4.29	10.97	22.58	231.54	17.23	20.27	1.18	3.23	21.02	0.54	0.39	0.22
Νοέμβριος	0.73	4.08	10.94	23.55	237.92	17.90	21.22	1.19	2.82	15.53	0.55	0.40	0.22
Δεκέμβριος	0.66	3.10	8.38	18.76	245.19	14.26	17.64	1.24	3.09	19.23	0.56	0.42	0.22

Πίνακας Β.10: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Επτάλοφος.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.68	2.78	7.19	15.56	188.19	11.67	13.70	1.17	2.79	15.94	0.55	0.40	0.21
Φεβρουάριος	0.67	2.11	6.02	14.15	182.02	10.78	13.87	1.29	3.23	20.97	0.58	0.43	0.23
Μάρτιος	0.71	2.22	5.78	12.84	126.00	9.51	11.07	1.16	2.61	13.73	0.55	0.40	0.21
Απρίλιος	0.77	2.52	5.91	11.58	144.05	8.65	9.42	1.09	3.15	22.62	0.51	0.37	0.21
Μάιος	0.82	2.42	5.95	12.35	101.00	9.16	10.03	1.09	2.55	13.56	0.52	0.37	0.19
Ιούνιος	0.89	1.59	4.33	9.87	102.45	7.48	9.15	1.22	2.82	15.81	0.56	0.42	0.22
Ιούλιος	0.92	2.35	5.91	12.09	103.56	9.03	10.07	1.12	2.65	14.63	0.53	0.38	0.20
Αύγουστος	0.93	1.38	5.07	13.41	184.21	11.12	17.07	1.54	3.68	23.02	0.64	0.50	0.28
Σεπτέμβριος	0.88	3.00	6.52	12.71	93.76	9.43	9.53	1.01	2.47	13.25	0.49	0.35	0.19
Οκτώβριος	0.78	3.92	9.78	19.90	137.85	14.72	15.70	1.07	2.30	10.87	0.52	0.36	0.19
Νοέμβριος	0.69	4.06	9.45	19.23	236.08	14.63	16.27	1.11	2.79	16.44	0.52	0.38	0.21
Δεκέμβριος	0.64	3.59	9.13	18.54	195.17	13.98	15.54	1.11	2.60	13.89	0.53	0.38	0.20

Πίνακας Β.11: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Δριμέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.76	1.76	5.32	13.09	258.73	10.68	15.39	1.44	3.98	32.63	0.61	0.47	0.26
Φεβρουάριος	0.74	1.98	5.43	12.23	169.15	9.25	11.5	1.24	3.19	21.24	0.56	0.42	0.23
Μάρτιος	0.77	2.46	6.57	14.15	148.03	10.48	12.17	1.16	2.88	17.21	0.54	0.39	0.2
Απρίλιος	0.85	2.74	6.21	12.21	138.12	8.94	9.11	1.02	2.72	19.27	0.49	0.34	0.18
Μάιος	0.88	2.99	6.57	13	144.18	9.73	10.57	1.09	3.2	22.11	0.5	0.37	0.22
Ιούνιος	0.93	3.24	6.84	12.57	78.14	9.16	8.24	0.9	1.86	8.51	0.46	0.31	0.16
Ιούλιος	0.94	2.85	7.1	14.62	93.79	10.8	11.79	1.09	2.25	9.82	0.53	0.38	0.2
Αύγουστος	0.93	2.41	5.92	12.49	105.88	9.87	11.8	1.2	2.75	13.94	0.55	0.42	0.23
Σεπτέμβριος	0.91	2.03	5.76	12.64	99.2	9.33	10.84	1.16	2.56	12.93	0.55	0.39	0.2
Οκτώβριος	0.81	3.67	8.85	18.41	174.03	13.97	15.92	1.14	2.81	16.15	0.53	0.39	0.21
Νοέμβριος	0.77	3.51	8.83	18.17	147.99	13.6	14.95	1.1	2.45	12.05	0.53	0.38	0.2
Δεκέμβριος	0.72	2.28	6.23	13.95	175.76	10.63	12.95	1.22	2.9	17.67	0.56	0.41	0.22

Πίνακας Β.12: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Τιθορέα.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.69	1.86	5.17	12.06	201.98	9.21	11.99	1.30	3.94	34.34	0.57	0.43	0.23
Φεβρουάριος	0.66	1.68	4.50	9.99	87.69	7.44	8.73	1.17	2.71	14.47	0.55	0.40	0.21
Μάρτιος	0.70	1.60	4.51	10.67	168.02	8.08	10.33	1.28	3.29	22.87	0.58	0.43	0.23
Απρίλιος	0.78	1.34	3.80	8.72	125.91	6.74	8.81	1.31	3.37	22.01	0.58	0.44	0.24
Μάιος	0.85	1.66	4.49	9.78	103.59	7.42	8.91	1.20	2.98	18.41	0.55	0.40	0.21
Ιούνιος	0.89	1.09	3.18	7.75	82.41	6.03	8.11	1.34	3.09	17.09	0.60	0.45	0.25
Ιούλιος	0.93	1.47	4.23	9.77	149.98	7.80	10.78	1.38	3.86	29.12	0.59	0.46	0.26
Αύγουστος	0.92	1.72	4.72	10.34	95.64	7.80	9.35	1.20	2.85	15.91	0.56	0.40	0.21
Σεπτέμβριος	0.87	1.24	3.64	8.86	139.87	6.90	9.91	1.44	4.29	33.51	0.60	0.46	0.27
Οκτώβριος	0.77	1.36	4.41	11.79	271.63	9.94	16.03	1.61	4.68	40.70	0.64	0.51	0.30
Νοέμβριος	0.72	2.08	5.83	13.11	184.71	10.12	13.16	1.30	3.39	22.38	0.58	0.44	0.24
Δεκέμβριος	0.66	2.08	5.96	13.50	185.96	10.25	13.00	1.27	3.20	20.18	0.57	0.42	0.23

Πίνακας Β.13: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Δαυλεία.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.70	3.12	7.74	16.67	337.38	12.69	15.65	1.23	4.22	43.69	0.54	0.41	0.23
Φεβρουάριος	0.70	3.71	7.98	14.80	143.88	11.07	10.83	0.98	2.48	14.16	0.48	0.34	0.19
Μάρτιος	0.75	4.10	8.58	15.88	114.17	11.96	11.55	0.97	2.28	11.50	0.47	0.33	0.19
Απρίλιος	0.84	3.23	7.35	14.89	116.72	10.98	11.56	1.05	2.46	12.83	0.51	0.36	0.19
Μάιος	0.89	4.41	8.74	15.20	95.99	11.18	9.44	0.84	1.94	9.43	0.43	0.29	0.16
Ιούνιος	0.94	3.96	8.43	15.47	95.02	11.32	10.41	0.92	2.09	9.89	0.46	0.31	0.18
Ιούλιος	0.97	5.56	11.14	20.34	92.32	15.36	14.20	0.93	1.82	6.95	0.47	0.32	0.18
Αύγουστος	0.96	4.78	10.58	19.58	138.25	14.87	15.10	1.02	2.48	13.05	0.49	0.35	0.20
Σεπτέμβριος	0.92	3.39	7.50	14.09	93.43	10.47	10.30	0.98	2.32	11.32	0.48	0.34	0.19
Οκτώβριος	0.83	4.21	9.94	20.69	196.80	15.89	18.73	1.18	3.04	17.08	0.53	0.41	0.24
Νοέμβριος	0.75	4.88	10.53	20.24	167.43	15.19	15.56	1.02	2.59	13.83	0.49	0.35	0.20
Δεκέμβριος	0.68	4.47	9.79	18.73	177.82	14.07	14.57	1.04	2.63	14.67	0.49	0.36	0.20

Πίνακας Β.14: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αταλάντη.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.74	1.94	5.47	12.55	214.38	9.79	13.09	1.34	3.96	33.10	0.58	0.44	0.25
Φεβρουάριος	0.74	2.46	5.73	11.45	130.11	8.59	9.42	1.10	2.76	15.99	0.52	0.37	0.21
Μάρτιος	0.75	2.00	5.29	11.65	200.25	9.11	12.04	1.32	4.24	37.13	0.57	0.43	0.25
Απρίλιος	0.85	1.98	5.07	10.66	97.04	8.01	9.18	1.15	2.71	14.88	0.54	0.39	0.21
Μάιος	0.89	1.78	4.52	9.50	83.18	7.31	8.51	1.16	2.68	13.91	0.54	0.40	0.22
Ιούνιος	0.91	1.49	3.90	8.14	65.35	5.91	6.39	1.08	2.44	13.12	0.52	0.36	0.18
Ιούλιος	0.94	2.19	5.76	12.69	139.66	9.97	12.27	1.23	3.08	19.22	0.56	0.42	0.23
Αύγουστος	0.94	1.58	4.59	10.69	216.07	9.13	14.26	1.56	4.88	43.25	0.61	0.50	0.30
Σεπτέμβριος	0.89	1.61	4.49	10.73	158.68	8.40	11.51	1.37	3.90	29.71	0.59	0.45	0.25
Οκτώβριος	0.80	1.94	5.88	13.71	165.25	10.63	14.00	1.32	3.24	20.25	0.59	0.44	0.24
Νοέμβριος	0.77	2.48	6.28	13.89	133.96	10.20	11.60	1.14	2.53	13.07	0.54	0.39	0.20
Δεκέμβριος	0.73	2.48	6.05	12.89	136.33	9.79	11.26	1.15	2.76	15.94	0.54	0.40	0.21

Πίνακας Β.15: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Λειβαδιά.

	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.67	1.82	5.54	13.21	437.78	10.47	15.79	1.51	6.34	101.58	0.60	0.47	0.27
Φεβρουάριος	0.66	2.37	5.87	12.34	152.36	9.32	10.77	1.16	3.00	18.97	0.53	0.39	0.21
Μάρτιος	0.69	1.92	5.28	12.09	171.34	9.38	12.30	1.31	3.47	23.23	0.58	0.44	0.25
Απρίλιος	0.77	1.63	4.18	8.69	152.49	6.51	7.56	1.16	3.50	32.66	0.53	0.39	0.21
Μάιος	0.84	1.58	4.22	9.70	91.05	7.26	8.83	1.22	2.88	15.99	0.56	0.41	0.22
Ιούνιος	0.90	1.29	3.47	8.04	81.31	6.26	8.09	1.29	3.14	17.63	0.57	0.44	0.24
Ιούλιος	0.93	1.11	3.46	9.49	168.03	8.25	13.61	1.65	4.26	30.40	0.65	0.53	0.31
Αύγουστος	0.94	1.18	3.93	10.89	228.09	9.69	16.57	1.71	4.76	41.16	0.66	0.54	0.32
Σεπτέμβριος	0.87	1.75	4.64	10.43	116.47	7.98	10.05	1.26	3.11	18.29	0.57	0.43	0.23
Οκτώβριος	0.79	1.91	6.00	15.24	366.06	12.74	20.53	1.61	5.14	49.89	0.63	0.51	0.30
Νοέμβριος	0.72	2.38	6.28	14.11	172.31	10.81	13.60	1.26	3.45	23.96	0.56	0.42	0.23
Δεκέμβριος	0.64	2.62	6.89	15.37	148.97	11.55	13.68	1.18	2.62	13.09	0.55	0.41	0.21

Πίνακας Β.16: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Παύλος.

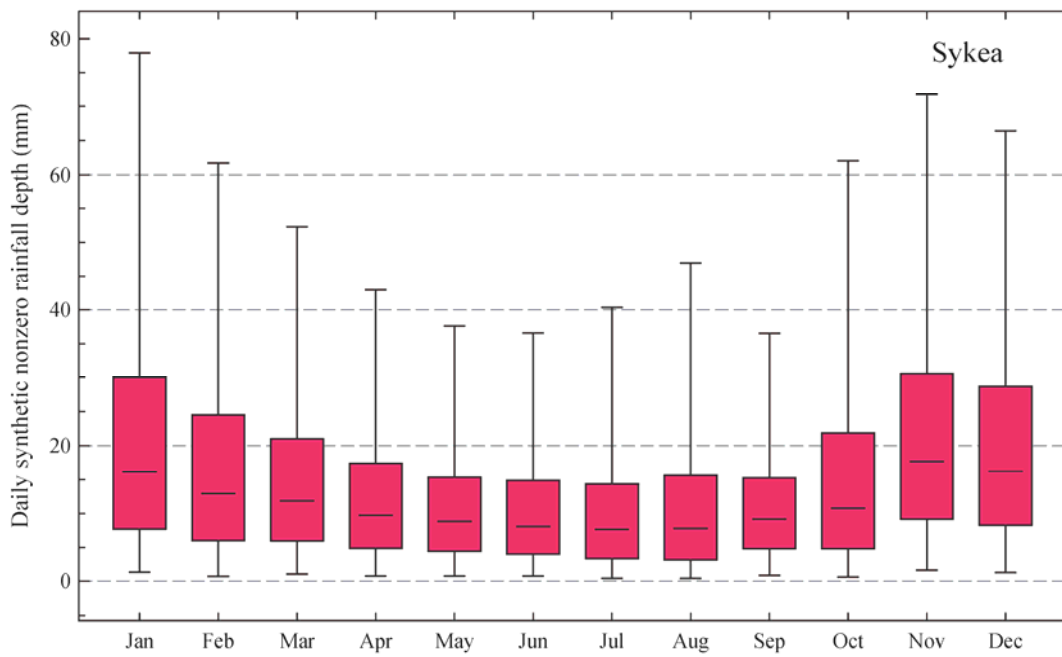
	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.75	1.88	5.53	13.36	237.08	10.49	14.57	1.39	3.82	29.37	0.60	0.46	0.26
Φεβρουάριος	0.76	1.63	4.51	10.26	161.68	7.83	10.03	1.28	3.61	27.22	0.57	0.42	0.23
Μάρτιος	0.76	1.56	4.54	10.66	108.23	8.08	10.23	1.27	2.91	15.86	0.58	0.42	0.22
Απρίλιος	0.85	1.36	3.64	8.72	91.76	6.67	8.58	1.29	3.03	16.59	0.58	0.44	0.24
Μάιος	0.89	1.17	3.27	7.64	94.60	6.01	8.41	1.40	3.91	27.23	0.59	0.46	0.27
Ιούνιος	0.94	1.43	3.52	7.27	78.94	5.35	5.98	1.12	3.25	26.23	0.53	0.37	0.20
Ιούλιος	0.94	1.58	5.15	12.55	176.48	9.93	13.84	1.39	3.52	24.48	0.61	0.46	0.25
Αύγουστος	0.95	0.65	2.68	7.72	161.57	6.59	11.30	1.72	5.22	48.35	0.66	0.52	0.30
Σεπτέμβριος	0.91	1.62	4.64	10.71	193.78	8.45	12.04	1.43	4.75	44.24	0.59	0.45	0.26
Οκτώβριος	0.84	1.78	5.31	13.04	219.02	10.43	14.93	1.43	3.99	30.32	0.61	0.47	0.26
Νοέμβριος	0.79	2.38	6.79	15.04	158.98	11.54	14.33	1.24	2.87	15.55	0.57	0.42	0.22
Δεκέμβριος	0.73	2.05	5.60	12.59	292.85	9.75	13.08	1.34	4.47	47.40	0.57	0.44	0.25

Πίνακας Β.17: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αγία Τριάδα.

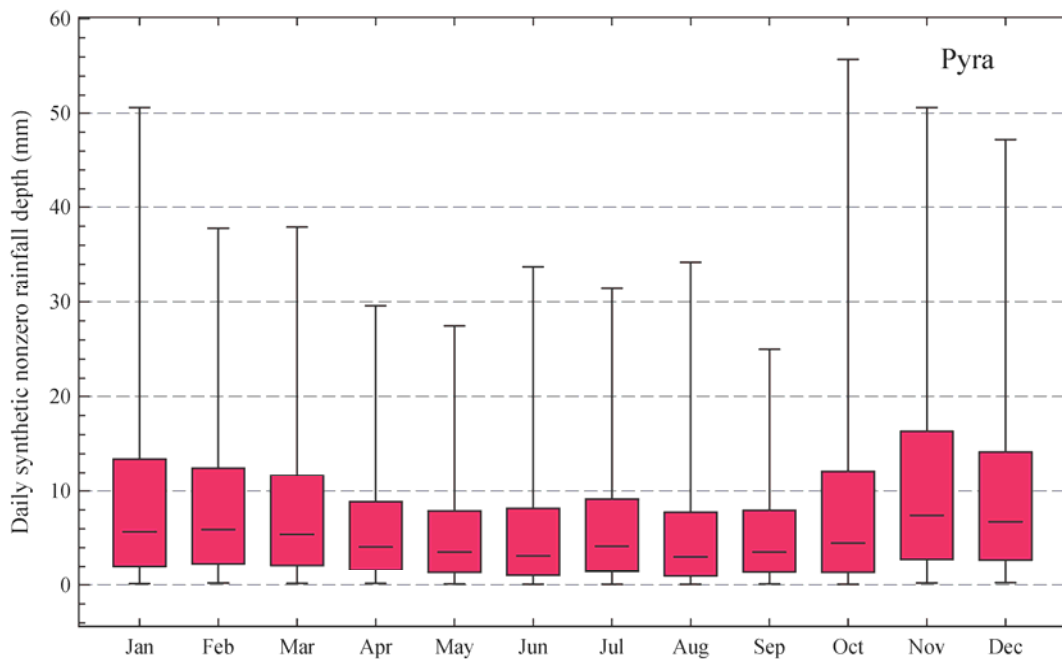
	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.57	1.40	4.71	12.62	310.00	10.71	17.58	1.64	4.85	44.35	0.65	0.52	0.30
Φεβρουάριος	0.53	1.75	5.02	11.73	161.19	8.98	11.67	1.30	3.24	20.51	0.58	0.43	0.24
Μάρτιος	0.57	1.43	4.41	11.52	241.67	9.36	14.32	1.53	4.20	32.90	0.63	0.50	0.29
Απρίλιος	0.71	0.96	3.13	8.11	152.82	6.42	9.32	1.45	3.83	28.24	0.62	0.47	0.26
Μάιος	0.79	0.95	3.02	7.83	126.55	6.49	9.78	1.51	3.75	25.28	0.63	0.50	0.28
Ιούνιος	0.88	0.84	2.85	7.59	134.01	6.33	9.94	1.57	4.17	31.13	0.64	0.51	0.29
Ιούλιος	0.93	0.69	2.49	6.66	130.56	5.74	9.36	1.63	4.46	36.19	0.65	0.52	0.30
Αύγουστος	0.94	0.67	2.75	8.46	150.02	7.24	12.59	1.74	4.58	35.22	0.68	0.54	0.31
Σεπτέμβριος	0.86	0.88	3.09	8.34	132.04	6.88	10.64	1.55	3.85	26.27	0.64	0.50	0.28
Οκτώβριος	0.73	1.71	5.64	14.88	463.13	12.13	19.56	1.61	6.06	84.49	0.63	0.50	0.29
Νοέμβριος	0.64	2.37	6.72	15.39	192.26	12.16	16.09	1.32	3.24	19.68	0.58	0.45	0.25
Δεκέμβριος	0.53	2.04	6.21	15.08	249.90	12.04	16.97	1.41	3.66	25.47	0.60	0.47	0.26

Πίνακας Β.18: Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης σε mm, ανά μήνα, του σταθμού Αλιάρτος.

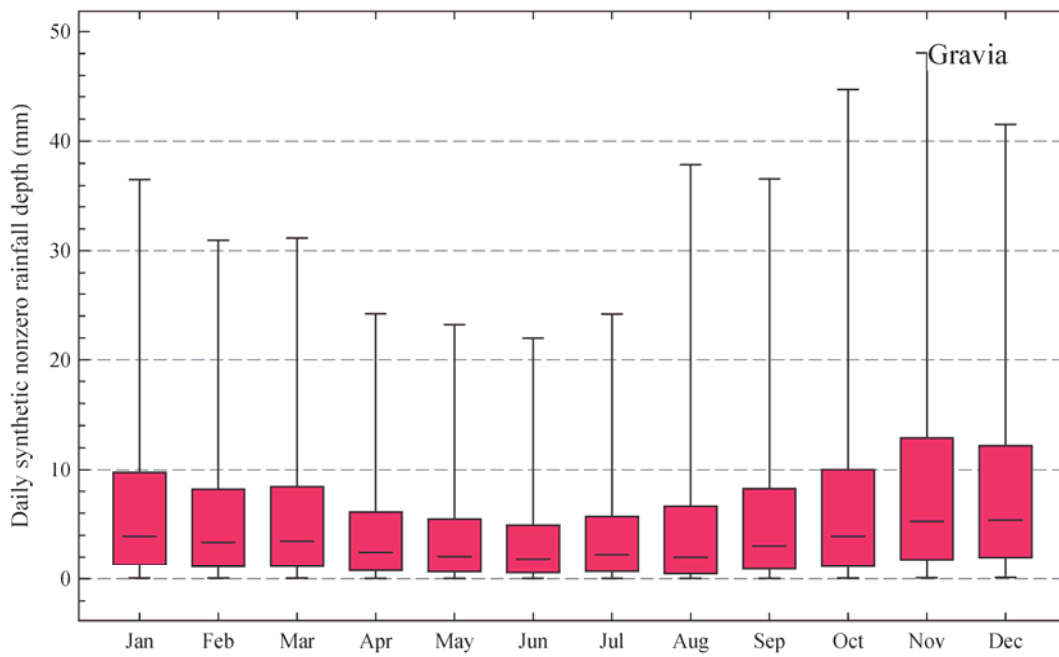
	$P_d$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	max	$\mu$	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$C_k$	$L-C_v$	$L-C_s$	$L-C_k$
Ιανουάριος	0.51	0.78	2.71	7.12	190.66	5.80	8.73	1.50	3.99	34.18	0.63	0.49	0.27
Φεβρουάριος	0.49	0.77	2.39	6.02	132.83	4.92	7.43	1.51	4.49	39.83	0.62	0.49	0.28
Μάρτιος	0.56	0.79	2.50	6.61	109.79	5.19	7.41	1.43	3.49	22.75	0.62	0.47	0.26
Απρίλιος	0.67	0.57	1.84	4.68	116.00	3.86	5.95	1.54	4.71	45.85	0.63	0.49	0.28
Μάιος	0.75	0.45	1.49	4.11	153.25	3.42	5.84	1.71	7.24	117.03	0.64	0.51	0.30
Ιούνιος	0.86	0.52	1.87	4.95	61.63	4.21	6.60	1.57	3.62	20.88	0.65	0.51	0.29
Ιούλιος	0.92	0.28	0.98	3.17	67.55	2.63	4.51	1.72	4.62	38.19	0.67	0.54	0.31
Αύγουστος	0.87	0.32	1.29	4.27	135.78	4.21	8.80	2.09	6.16	62.27	0.71	0.60	0.38
Σεπτέμβριος	0.83	0.44	1.60	4.67	91.98	3.81	6.18	1.62	4.37	35.88	0.65	0.52	0.29
Οκτώβριος	0.68	0.68	2.47	6.97	177.19	6.06	10.38	1.71	4.79	41.63	0.66	0.54	0.32
Νοέμβριος	0.60	1.09	3.42	8.84	153.46	7.11	10.47	1.47	3.79	26.37	0.62	0.48	0.27
Δεκέμβριος	0.48	0.77	2.71	7.42	150.29	6.15	9.69	1.58	4.00	28.40	0.64	0.51	0.29



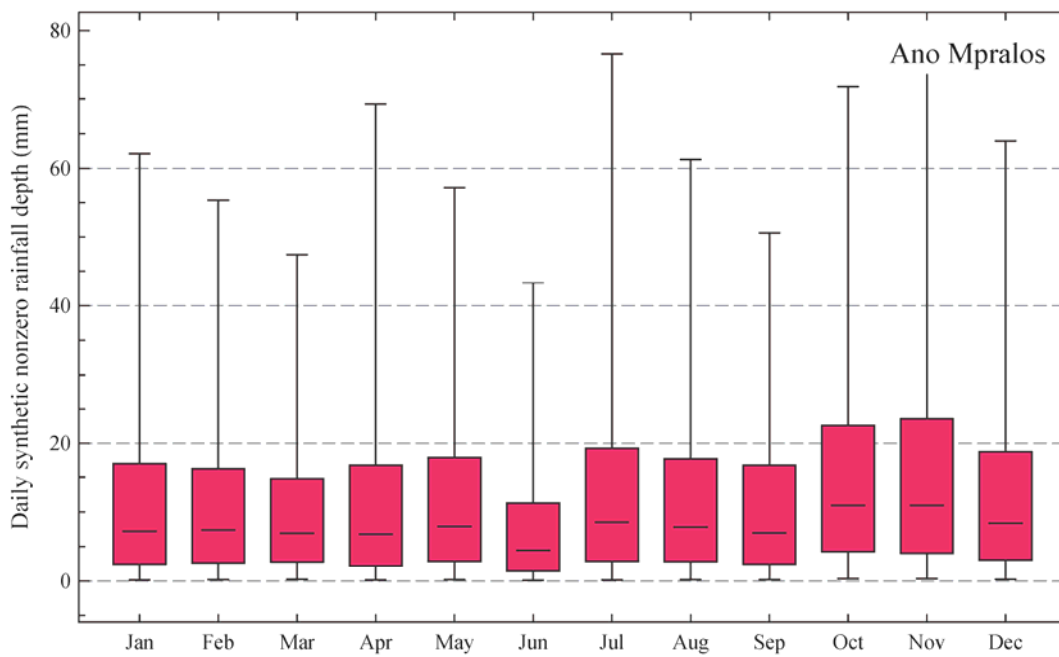
Σχήμα Β.1: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



Σχήμα Β.2: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.

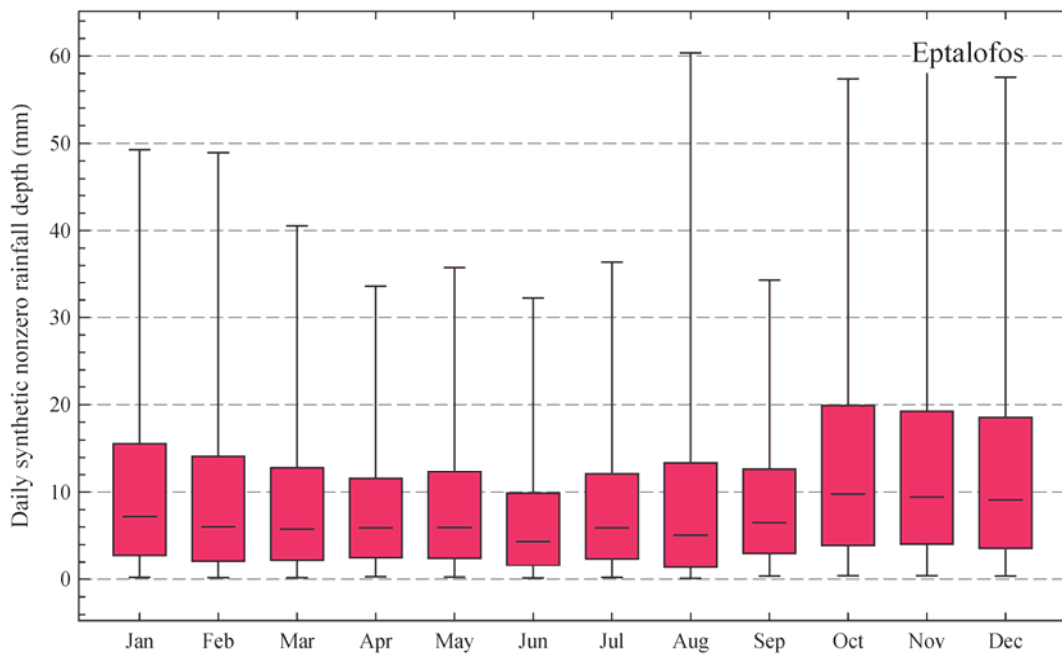


Σχήμα Β.3: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.

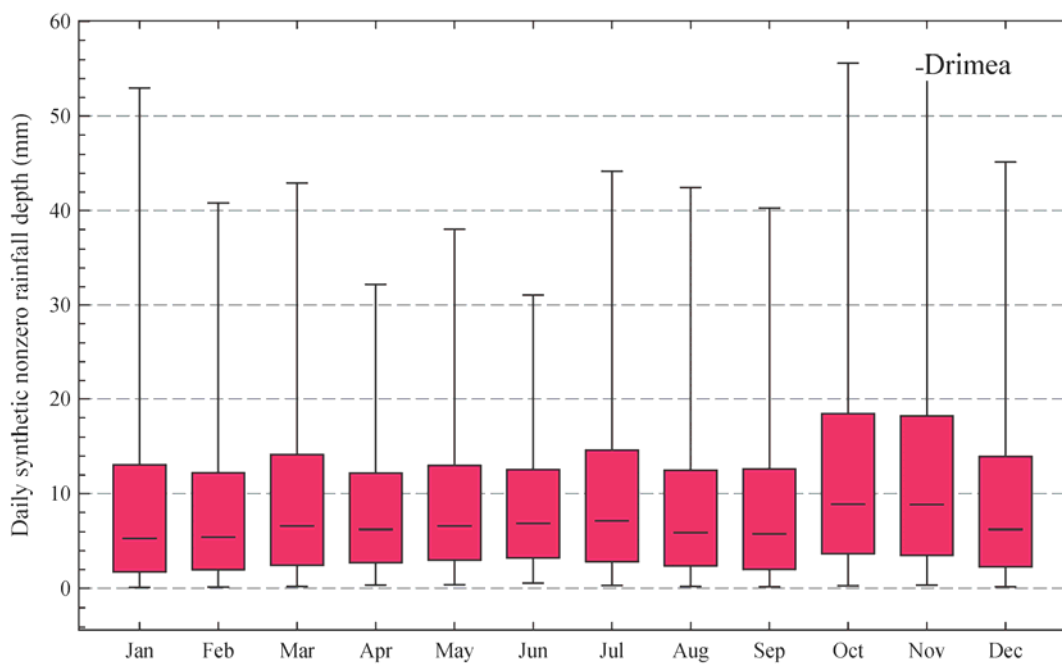


Σχήμα Β.4: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.

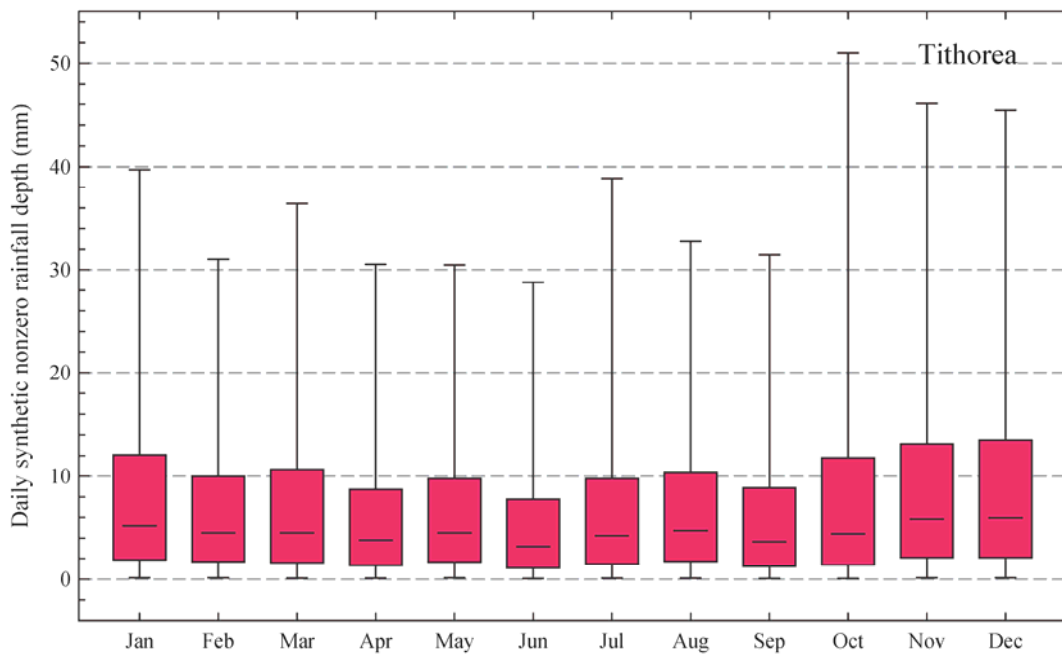




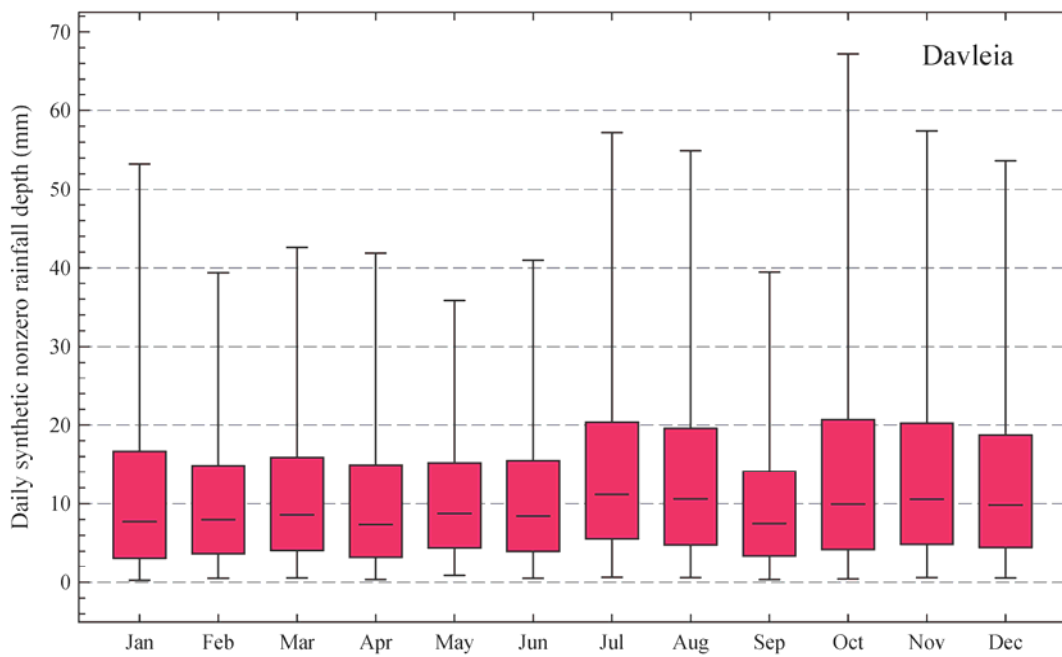
Σχήμα Β.5: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



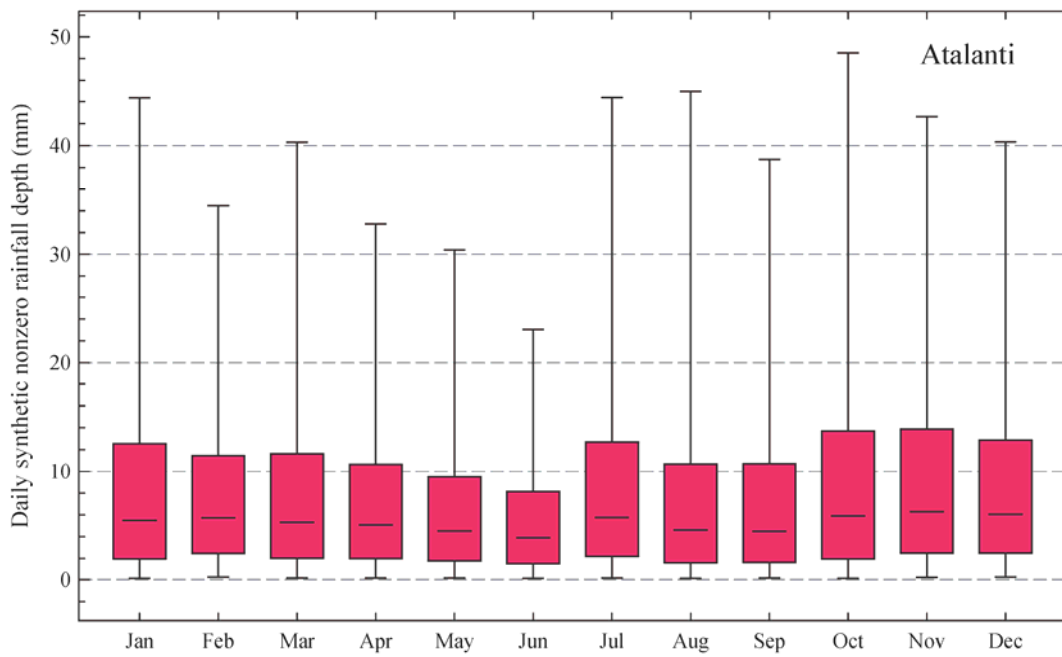
Σχήμα Β.6: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



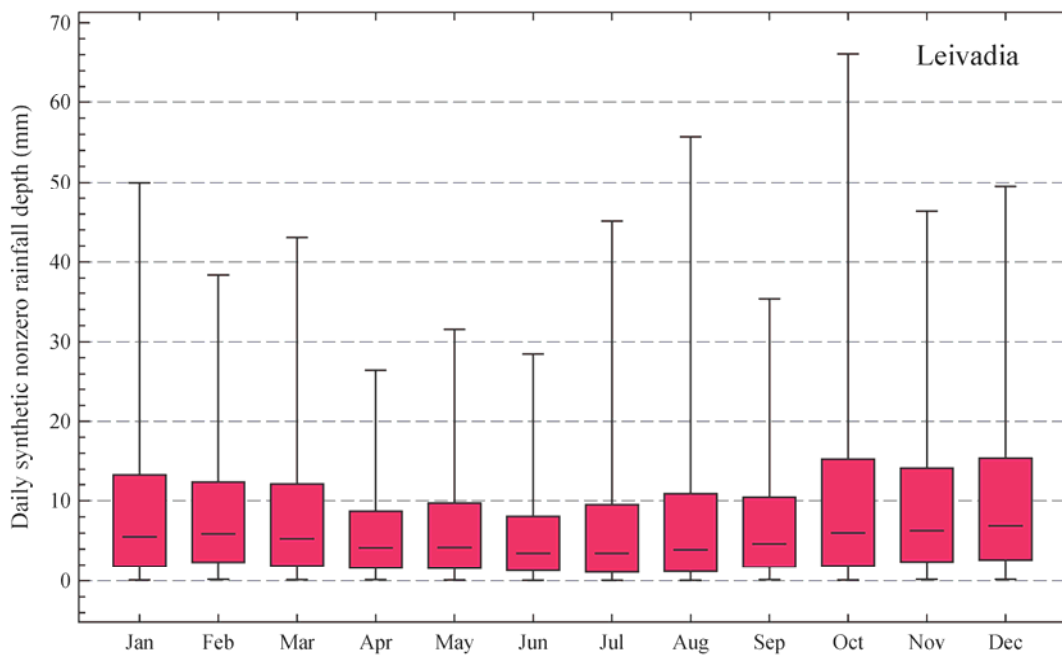
Σχήμα Β.7: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



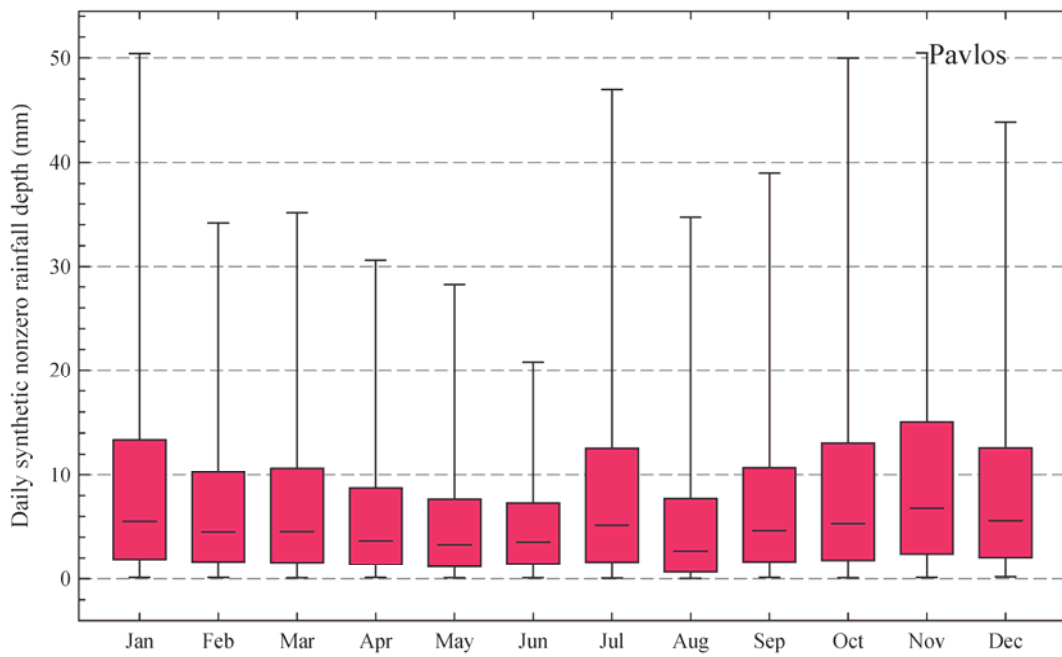
Σχήμα Β.8: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



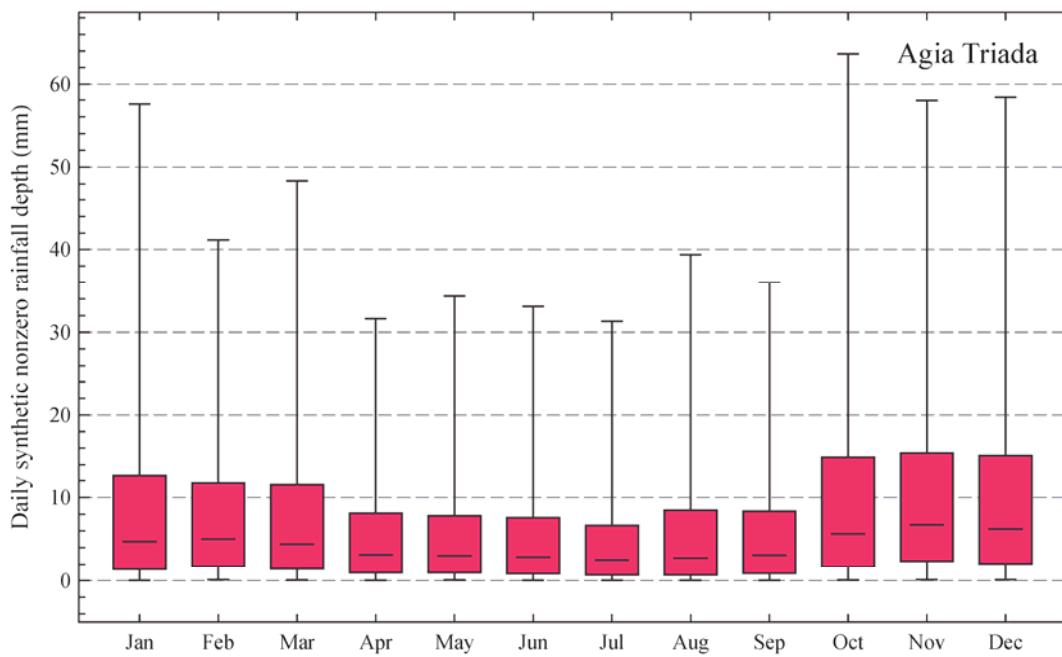
Σχήμα Β.9: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



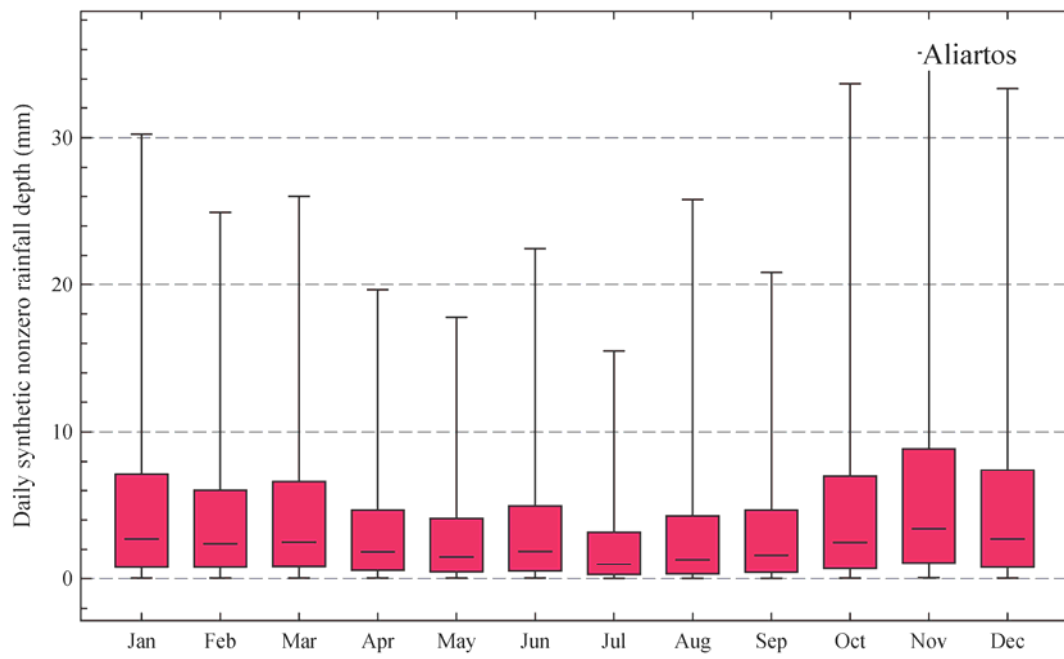
Σχήμα Β.10: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



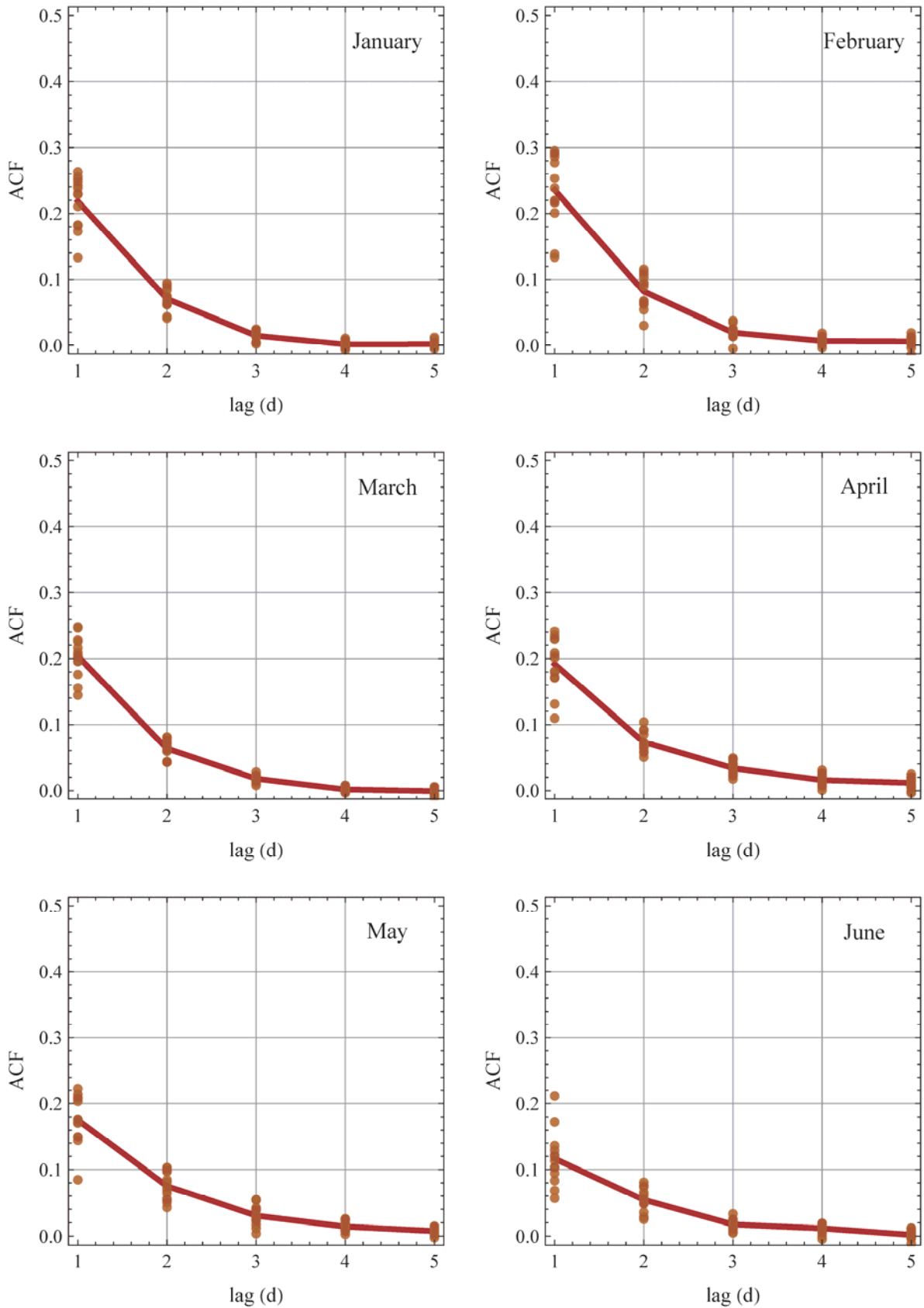
Σχήμα Β.11: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



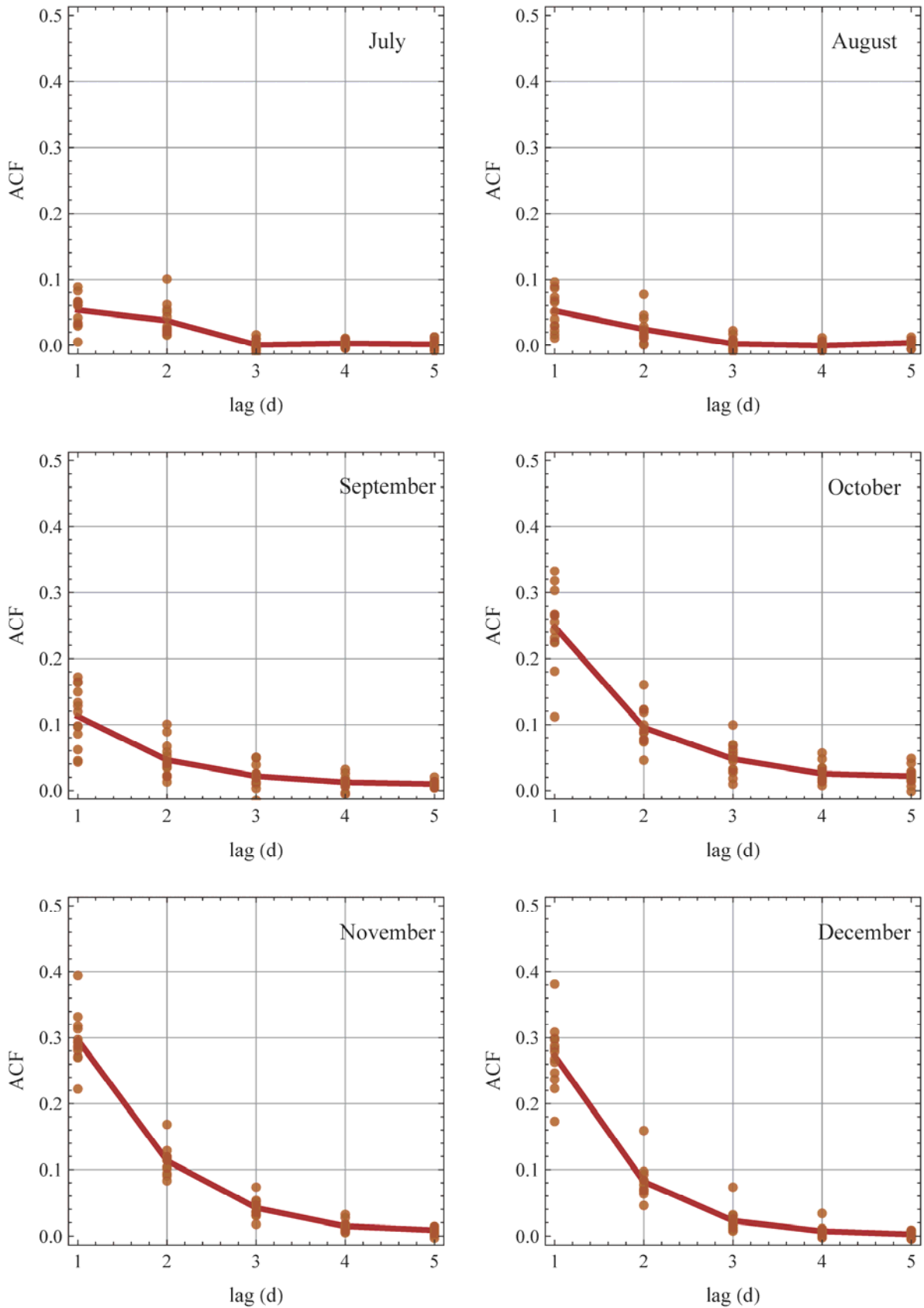
Σχήμα Β.12: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



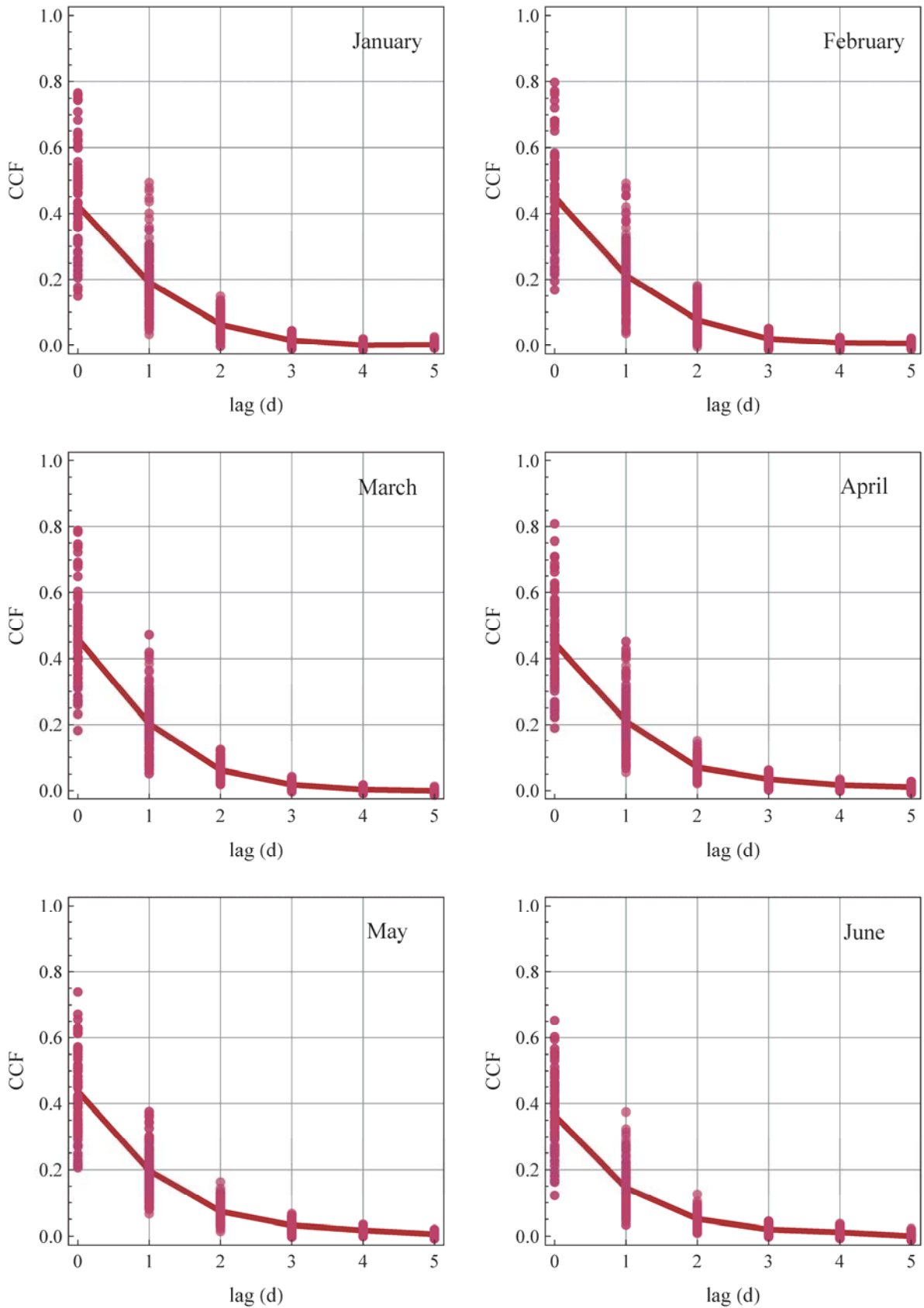
Σχήμα Β.13: Θηκογράμματα της θετικής ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης.



Σχήμα Β.14: Αυτοσυσχετογράμματα της ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.

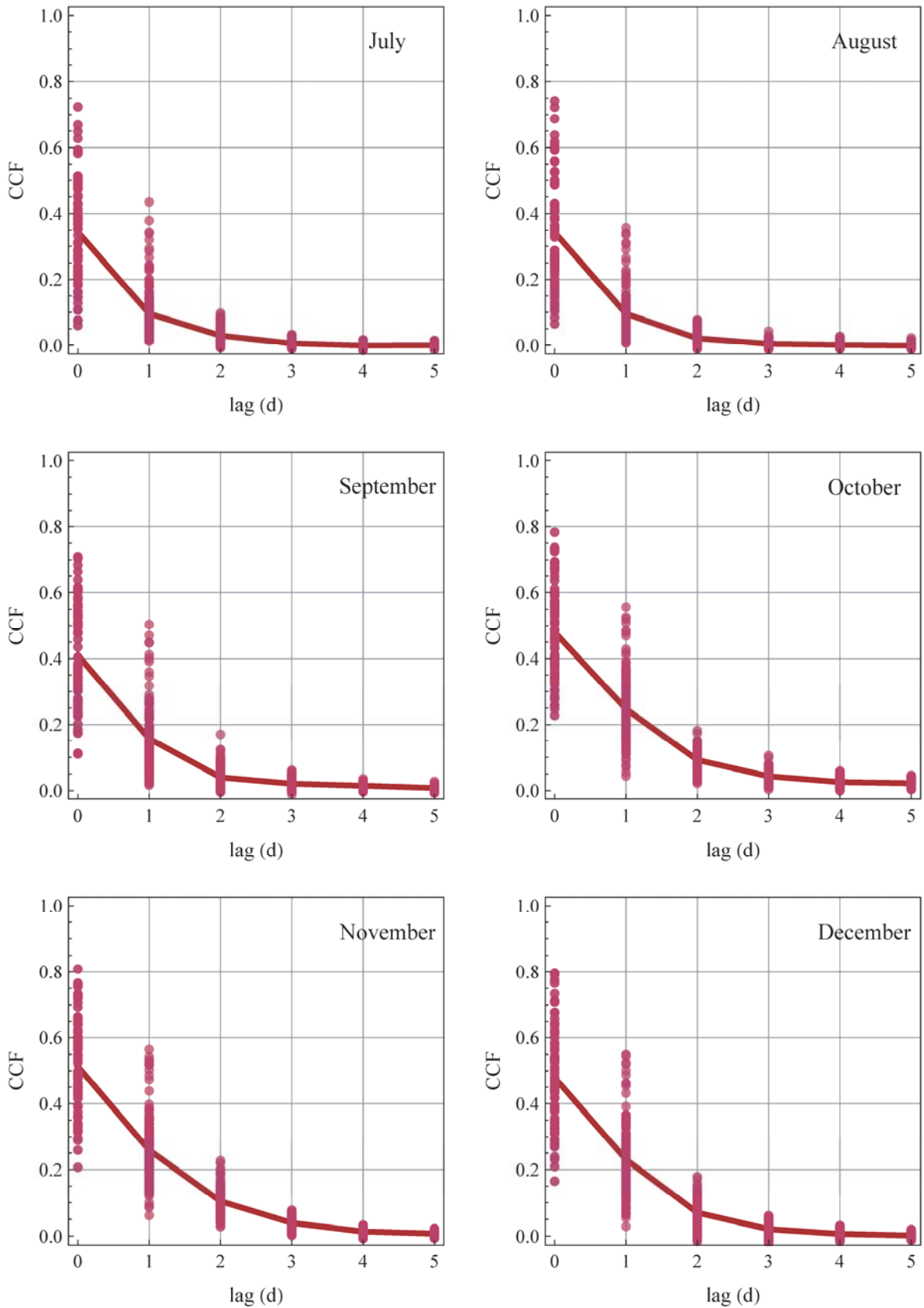


Σχήμα Β.15: Αυτοσυσχετογράμματα της ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.



Σχήμα Β.16: Ετεροσυσχετογράμματα της ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές ετεροσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους.





Σχήμα Β.17: Ετεροσυσχετογράμματα της ημερήσιας συνθετικής βροχόπτωσης. Οι τελείες αναπαριστούν τους δειγματικούς συντελεστές ετεροσυσχέτισης και η συμπαγής γραμμή την μέση τιμή τους