



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ  
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ | ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
ΔΡΑΣΗ | ΑΡΙΣΤΕΙΑ II

# ΣΥΝΔΥΑΣΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΝΕΩΣΙΜΩΝ ΠΗΓΩΝ ΓΙΑ ΑΕΙΦΟΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

ΕΝΟΤΗΤΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1: ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΗΣ  
ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΥΔΡΟΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΑΘΗΝΑ | ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2015



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.....	V
<b>1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>1</b>
1.1 Περιγραφή του Πακέτου Εργασίας 1 .....	1
1.2 Διάρθρωση του τεύχους.....	2
1.1 Ομάδα μελέτης.....	2
<b>2 ΥΔΡΟΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.....</b>	<b>4</b>
2.1 Δεδομένα ηλιακής ακτινοβολίας.....	4
2.1.1 Γενικά.....	4
2.1.2 Δεδομένα και επεξεργασίες.....	4
2.1.3 Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των δεδομένων .....	7
2.2 Δεδομένα ταχύτητας ανέμου .....	11
2.2.1 Γενικά.....	11
2.2.2 Δεδομένα και επεξεργασία αυτών .....	11
2.3 Δεδομένα Θερμοκρασίας.....	13
2.3.1 Γενικά.....	13
2.3.2 Δεδομένα και επεξεργασία αυτών .....	14
2.4 Δεδομένα ημερήσιας βροχόπτωσης.....	21
2.5 Παλαιοκλιματικά δεδομένα .....	26
2.5.1 Γενικά.....	26
2.5.2 Δεδομένα και επεξεργασίες.....	26
<b>3 ΕΝΤΡΟΠΙΚΟ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ.....</b>	<b>31</b>
3.1 Γενικά.....	31
3.2 Εντροπικά μέτρα .....	31
3.3 Η αρχή της μέγιστης εντροπίας .....	32
3.4 Αιτιολόγηση των περιορισμών.....	33
3.5 Κατανομές μέγιστης εντροπίας.....	37
<b>4 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ-ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....</b>	<b>43</b>
4.1 Ηλιακή ακτινοβολία .....	43
4.1.1 Εποχικότητα .....	43
4.1.2 Περιθώριες κατανομές .....	45
4.2 Άνεμος.....	48
4.3 Θερμοκρασία .....	53
4.3.1 Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά δεδομένων.....	53
4.3.2 Προσαρμογή κατανομής.....	62
4.3.3 Δομή αυτοσυσχέτισης .....	66
4.4 Βροχόπτωση.....	67

4.4.1	Συνάρτηση κατανομής της ημερήσιας βροχόπτωσης.....	67
4.4.2	Ανάλυση χρονοσειρών άνω κατωφλίου.....	78
4.4.3	Ανάλυση αυτοσυσχέτισης.....	91
4.5	Παλαιοκλιματικά (Θερμοκρασία) .....	96
4.5.1	Ενιαίο κλιμακόγραμμα .....	96
4.5.2	Συμπεριφορά Hurst-Kolmogorov .....	98
<b>5</b>	<b>ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΕΤΗΣΙΕΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ .....</b>	<b>100</b>
5.1	Μεταβολή ετήσιας βροχόπτωσης στην Ελλάδα.....	100
5.1.1	Δεδομένα.....	100
5.1.2	Στατιστικά χαρακτηριστικά .....	101
5.1.3	Τάσεις βροχόπτωσης .....	102
<b>6</b>	<b>ΣΥΝΟΨΗ .....</b>	<b>107</b>
<b>7</b>	<b>ΑΝΑΦΟΡΕΣ .....</b>	<b>112</b>
<b>A</b>	<b>ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ .....</b>	<b>118</b>



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

---

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 Περιγραφή του Πακέτου Εργασίας 1

Ο σχεδιασμός και διαχείριση των ΑΠΕ απαιτεί την αναπαράσταση πολύπλοκων και αβέβαιων φυσικών διεργασιών, όπως η βροχή, η απορροή, ο άνεμος, η ηλιακή ακτινοβολία, κτλ. Στη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, οι σχετικές επιστήμες (υδρολογία, υδρομετεωρολογία, κλιματολογία) βασίστηκαν κυρίως σε ντετερμινιστικές περιγραφές και μοντέλα, σε αρμονία με τη γενικότερη τάση των γεωφυσικών επιστημών. Η τάση προς τα λεγόμενα μοντέλα «φυσικής βάσης» σηματοδοτεί αυτή την αλλαγή προοπτικής. Η λογική πίσω από αυτά τα μοντέλα είναι ότι τα σύγχρονα υπολογιστικά μέσα θα επέτρεπαν την πλήρη περιγραφή της φυσικής των μετεωρολογικών και υδρολογικών διεργασιών, με τη χρήση μηχανιστικών δομών μοντέλων. Ωστόσο, υπάρχουν επιχειρήματα ότι αυτή η καθαρά ντετερμινιστική μοντελοποίηση δεν είναι εφικτή, ενώ οι ερευνητικές απόπειρες περιορισμού της προγνωστικής αβεβαιότητας είναι παραπλανητικές. Στην κατεύθυνση αυτή, η ΕΕ1 αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός νέου μαθηματικού πλαισίου για την ποσοτικοποίηση και μοντελοποίηση της αβεβαιότητας στη φύση, με έμφαση στις υδρομετεωρολογικές διεργασίες.

Το ερευνητικό αντικείμενο της ΕΕ1 περιλαμβάνει τις ακόλουθες δραστηριότητες: (α) ανάπτυξη ενός στοχαστικού-εντροπικού εννοιολογικού πλαισίου για την εξήγηση των φυσικών συμπεριφορών και την κατανόηση των φυσικών διεργασιών, (β) διερεύνηση της εφαρμογής της αρχής της μέγιστης εντροπίας στην επαγωγή των υδροκλιματικών διεργασιών, (γ) επαλήθευση της μεθοδολογικής υπόθεσης με βάση τη συλλογή υδρομετεωρολογικών δειγμάτων μεγάλου μήκους, όπως θερμοκρασίας, ταχύτητας ανέμους, ηλιακής ακτινοβολίας, βροχόπτωσης και απορροής, και (δ) επιπλέον ανάλυση με βάση υποκατάστατα παλαιοκλιματικά δεδομένα (η χρήση των δεδομένων αυτών είναι αναγκαία, καθώς τα παρατηρημένα υδρομετεωρολογικά δείγματα σπανίως έχουν επαρκώς μεγάλο μήκος).

Η ανάλυση των δεδομένων περιλαμβάνει τη διερεύνηση των περιθώριων κατανομών των διεργασιών (με έμφαση στις ουρές και τις ακραίες συμπεριφορές), στην κατεύθυνση της προσαρμογής της κλασικής στατιστικής για μια καλύτερη περιγραφή των κατανομών. Αναλύονται ακόμη η δομή των διεργασιών σε πολλαπλές χρονικές κλίμακες, με έμφαση στην εποχικότητα, η βραχυχρόνια και μακροχρόνια εμμονή. Ακόμη, εξετάζουμε προσαρμογές της κλασικής στατιστικής, όσον αφορά έννοιες όπως η τάση. Τέλος, οι θεωρητικές αυτές αναλύσεις βασίζονται σε παλαιότερες ιδέες και μεθοδολογικές προσεγγίσεις των μελών της ερευνητικής ομάδας που έχουν δημοσιευτεί και παρατίθενται στην πρόταση του έργου.

## 1.2 Διάρθρωση του τεύχους

Η παρούσα έκθεση αποτελείται από επτά κεφάλαια, ένα κεφάλαιο αναφορών και ένα παράρτημα.

Το **πρώτο κεφάλαιο** αποτελεί την εισαγωγή της έκθεσης και παρουσιάζονται το αντικείμενο του έργου, η διάρθρωση του τεύχους και η ομάδα μελέτης.

Το **δεύτερο κεφάλαιο** παρουσιάζει τις υδρολογικές μεταβλητές και τα διαθέσιμα δεδομένα καθώς και την περιγραφή της προεπεξεργασίας και των ελέγχων των πρωτογενών δεδομένων. Επίσης παρουσιάζεται μια βασική στατιστική ανάλυση αυτών.

Το **τρίτο κεφάλαιο** αποτελεί το θεωρητικό πλαίσιο και εξετάζεται η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί μια θεωρητική αρχή, συγκεκριμένα η αρχή της μέγιστης εντροπίας, ως βάση για τη διαμόρφωση και την επιλογή πιθανοτικών κατανομών.

Στο **τέταρτο κεφάλαιο** παρουσιάζεται η στατιστική-στοχαστική ανάλυση των υδροκλιματικών μεταβλητών, ήτοι, της ηλιακής ακτινοβολίας, της ταχύτητας του ανέμου, της θερμοκρασίας, της βροχόπτωσης καθώς και της θερμοκρασίας παλαιοκλιματικών δεδομένων.

Το **πέμπτο κεφάλαιο** καλύπτει τη μελέτη ετήσιων τάσεων βροχόπτωσης σε ολόκληρη την Ελληνική επικράτεια και εκτιμάται η στατιστική σημαντικότητα των ευρημάτων.

Στο **έκτο κεφάλαιο** πραγματοποιείται μια σύνοψη της μελέτης.

Τέλος, στο **Παράρτημα Α** παρουσιάζονται πίνακες και γραφήματα των στατιστικών αναλύσεων.

## 1.1 Ομάδα μελέτης

Η ομάδα μελέτης αποτελείται από τους:

**Δημήτρη Κουτσογιάννη**, Καθηγητή ΕΜΠ που είχε την επιστημονική ευθύνη του συνόλου του έργου,

**Σίμων Μιχαήλ Παπαλεξίου**, Περιβαλλοντολόγο, MSc, Δρ. ΕΜΠ, που συνέγραψε τα Κεφάλαια 2.4, 3 και 4.4,

**Γιάννη Μαρκόνη**, Μηχανικό Περιβάλλοντος, MSc, Υπ. Δρ. ΕΜΠ, που συνέγραψε τα Κεφάλαια 2.1, 2.5, 4.1, 4.5, και 5,

**Παναγιώτη Δημητριάδη**, Πολιτικό Μηχανικό, MSc, Υπ. Δρ. ΕΜΠ, που συνέγραψε τα Κεφάλαια 2.2 και 4.2,

**Παναγιώτη Κοσσιέρη**, Πολιτικό Μηχανικό, MSc, Υπ. Δρ. ΕΜΠ, που συνέγραψε τα Κεφάλαια 2.3 και 4.3,

Τα Κεφάλαια 1 και 6 όπως και το Παράρτημα Α συγγράφηκαν από κοινού.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

## ΥΔΡΟΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

### 2.1 Δεδομένα ηλιακής ακτινοβολίας

#### 2.1.1 Γενικά

Με τον όρο ηλιακή ακτινοβολία αναφερόμαστε στην μεταβλητή της *προσπίπτουσας ηλιακής ακτινοβολίας* (insolation), δηλαδή σε αυτή που φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Οι μονάδες μέτρησης της είναι  $W h m^{-2}$  και εξαρτάται από γεωγραφικούς (γ. πλάτος), αστρονομικούς (τροχιακές θέσεις, ηλιακή δραστηριότητα) και κλιματικούς (νέφωση) παράγοντες. Συνδέεται με την παραγωγή ενέργειας μέσω των φωτοβολταϊκών στοιχείων, ενώ τα τελευταία χρόνια μελετάται και η επίδραση της στο κλίμα χωρίς όμως να έχει αποσαφηνιστεί ακόμα ποια ακριβώς είναι αυτή. Επίσης, συχνά χρησιμοποιείται και ο όρος *πυκνότητα ακτινοβολίας* (irradiance) όταν η ακτινοβολία ανάγεται στη μονάδα του χρόνου η οποία συνήθως εκφράζεται σε  $W m^{-2} day^{-1}$ .

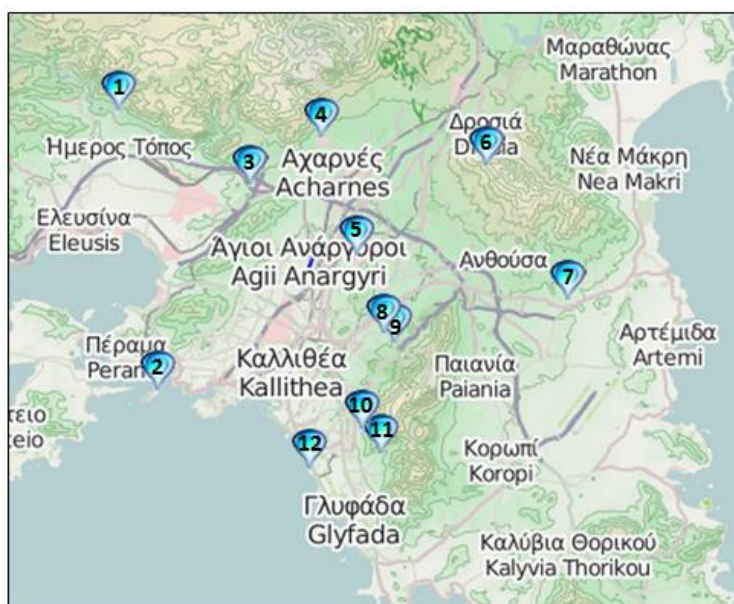
Η μέση παγκόσμια ημερήσια ακτινοβολία είναι περίπου  $6 KWh m^{-2}$  ( $250 W m^{-2} day^{-1}$ ), η οποία στην ελληνική επικράτεια κυμαίνεται γύρω στα  $230 W m^{-2}$ . Όπως είναι αναμενόμενο λόγω της σχέσης της με την τροχιά της Γης παρουσιάζει έντονη εποχιακή διακύμανση παρόμοια με αυτήν της θερμοκρασίας ( $20 - 400 W m^{-2} day^{-1}$ ). Επίσης, έχει εντοπιστεί και ένας αμυδρός (μεταβολή  $< 0.1\%$ ) υπερετήσιος κύκλος με περίοδο 11 ετών που συνδέεται με το φαινόμενο των ηλιακών κηλίδων, ενώ σε μεγαλύτερες κλίμακες (10 000 – 100 000 χρόνια) κυρίαρχο ρόλο στη διαμόρφωση της ακτινοβολίας επιβάλλουν οι αστρονομικές παράμετροι της γήινης τροχιάς, ήτοι η εκκεντρότητα, η λοξότητα του άξονα περιστροφής και η μετάπτωση των ισημεριών, που είναι γνωστοί και ως κύκλοι Milankovitch.

#### 2.1.2 Δεδομένα και επεξεργασίες

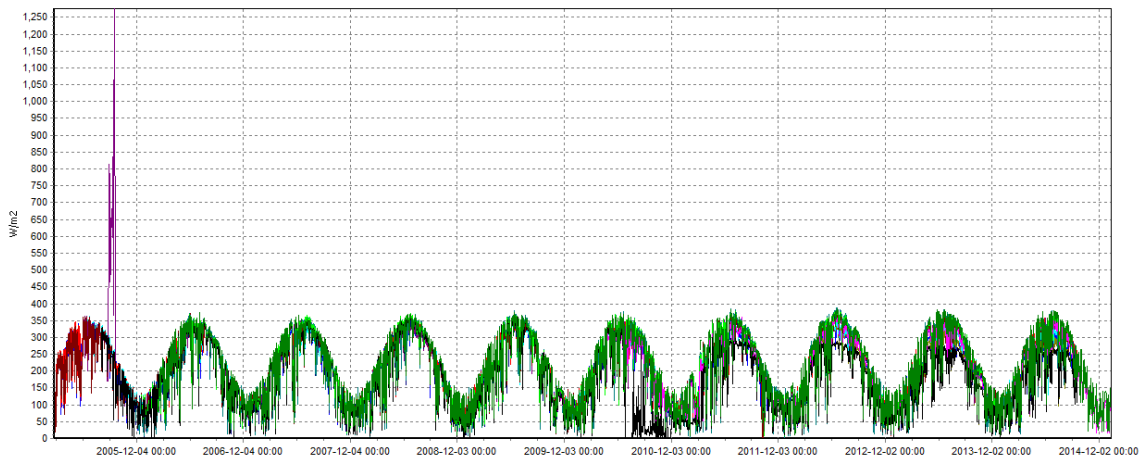
Για τη μελέτη της ημερήσιας διακύμανσης της ηλιακής ακτινοβολίας χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τους σταθμούς του μετρητικούς δικτύου του

Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών (<http://hoa.ntua.gr/>), καθώς επίσης και δορυφορικά δεδομένα του Κέντρου Δεδομένων Ατμοσφαιρικών Επιστημών της NASA (<https://eosweb.larc.nasa.gov/>). Το Υδρολογικό Παρατηρητήριο διαθέτει 12 διαθέσιμες χρονοσειρές για το νομό Αττικής (ΣΧΗΜΑ 2.1), με μέση χρονική διάρκεια 10 ετών (2005-σήμερα) και χρονικό βήμα 10 λεπτών, 1 ημέρας και 1 μήνα. Τα δορυφορικά δεδομένα είναι ημερήσια, διατίθενται σε παγκόσμιο πλέγμα με ανάλυση 1 μοίρας και καλύπτουν τη χρονική περίοδο Ιούλιος 1983 – Ιανουάριος 2005.

Η επεξεργασία των πρωτογενών δεδομένων γίνεται σε δύο στάδια, με χρήση του λογισμικού επεξεργασίας και ανάλυσης χρονοσειρών «Υδρογνώμων» (<http://www.hydroscope.gr/software/hydrognomon.html>). Κατ' αρχάς πραγματοποιείται απομάκρυνση των εξαιρετικά μεγάλων όπως επίσης και των αρνητικών τιμών (outliers), που οφείλονται σε μετρητικά σφάλματα. Οι χρονοσειρές παρουσιάζουν κυκλοστασιμότητα λόγω της εποχικότητας του φαινομένου και μικρή διακύμανση στις μέγιστες και ελάχιστες τιμές ανά έτος και επομένως μπορεί να γίνει η παραδοχή της χρήσης ενός άνω κατωφλιού πλησίον στο 120% της μέσης μέγιστης μηνιαίας (μέση Ιουλίου = 320 W/m<sup>2</sup>), ήτοι η τιμή των 400 W/m<sup>2</sup>. Οι τιμές που υπερέβαιναν το κατώφλι, όπως και οι αρνητικές, διαγράφηκαν. Ο πρώτος έλεγχος οδήγησε στη διόρθωση μόνο μίας χρονοσειράς (σταθμός Ηλιούπολης), που παρουσίαζε outliers όπως φαίνεται καθαρά και στο ΣΧΗΜΑ 2.2.

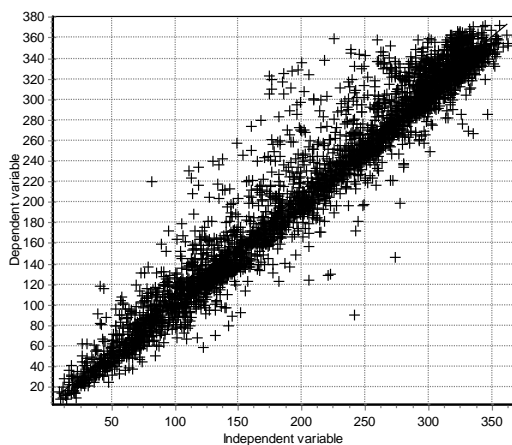


**ΣΧΗΜΑ 2.1:** Δίκτυο σταθμών του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου με χρονοσειρές ακτινοβολίας: 1. Μάνδρα, 2. Ψυτάλλεια, 3. Άνω Λιόσια, 4. Μενίδι, 5. Γαλάτσι, 6. Πεντέλη, 7. Πικέρμι, 8, Ζωγράφου (Α), 9. Ζωγράφου (Β), 10. Ηλιούπολη, 11. Άνω Γλυφάδα, 12. Άγιος Κοσμάς.

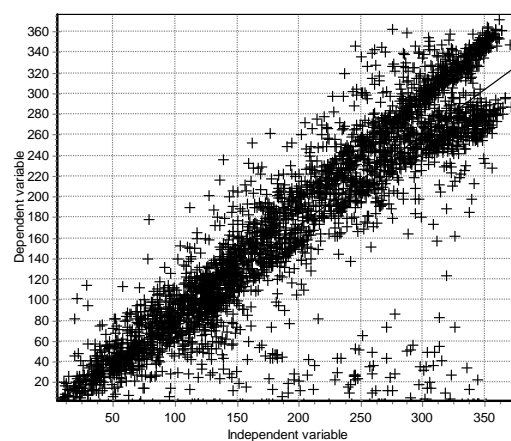


**ΣΧΗΜΑ 2.2:** Απεικόνιση ημερήσιων χρονοσειρών ακτινοβολίας για τον οπτικό εντοπισμό σφαλμάτων.

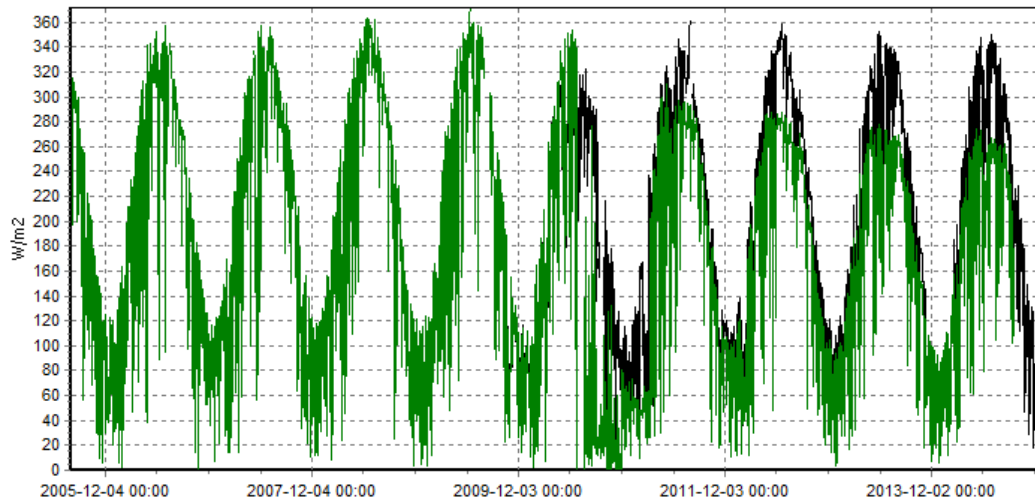
Το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει τον έλεγχο για συστηματικά λάθη σε κάποιο όργανο μέτρησης, που πιθανόν να διατηρούνται για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Καθώς οι αποστάσεις μεταξύ των σταθμών είναι αρκετά μικρές αυτό μπορεί να εντοπιστεί συγκρίνοντας ανά δύο τις ετεροσυσχετίσεις των χρονοσειρών ή ακόμη και οπτικά μεταξύ των γραφημάτων γειτονικών σταθμών. Με τον πρώτο τρόπο αυτό εντοπίστηκε μια σημαντική απόκλιση στο σταθμό Ζωγράφου (Α) (ΣΧΗΜΑ 2.3α-β), η οποία επαληθεύτηκε και με τον δεύτερο (ΣΧΗΜΑ 2.3γ). Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε συνενώνοντας σε μία ενιαία χρονοσειρά, τις χρονοσειρές των σταθμών Ζωγράφου (Α) και Ζωγράφου (Β), οι οποίοι βρίσκονται σε πολύ κοντινή απόσταση, αντικαθιστώντας όλες τις τιμές του Ζωγράφου (Α) μετά τις 29/6/2010. Ο σταθμός Ζωγράφου (Β) είναι ο μοναδικός που έχει έναρξη λειτουργίας το 2009, πιθανόν εξαιτίας των προβλημάτων που άρχισε να εμφανίζει ο σταθμός Ζωγράφου (Α).



α.



β.



γ.

**ΣΧΗΜΑ 2.3:** Συσχέτιση της ηλιακής ακτινοβολίας μεταξύ δυο σταθμών χωρίς (α) και με (β) συστηματικά σφάλματα. Στην δεύτερη περίπτωση αυτό φαίνεται στην παρουσία δύο κύριων γραμμικά εξαρτημένων νεφών σημείων, όπως επίσης και διάσπαρτα ασυσχέτιστες τιμές που σηματοδοτούν μια περίοδο δυσλειτουργίας του οργάνου. Τα παραπάνω ευρήματα επαληθεύονται με την αποτύπωση των δύο χρονοσειρών (γ) που αντιστοιχούν στους σταθμούς Ζωγράφου (Α) και (Β).

### 2.1.3 Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των δεδομένων

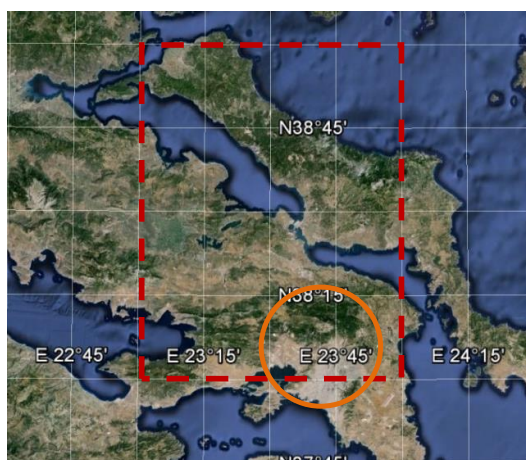
Όπως είναι αναμενόμενο οι χρονοσειρές παρουσιάζουν σημαντική ομοιογένεια λόγω της εγγύτητας μεταξύ των μετρητικών σταθμών (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5). Το υψόμετρο τους είναι κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας (215 m) με μόνο ένα σταθμό να ξεπερνάει τα 500 m (Πεντέλη). Η πρώτη τιμή βρίσκεται εντός του 2005 για 9 από τις 11 χρονοσειρές, εντός του 2006 για ένα (Άνω Λιόσια), ενώ υπάρχει και μία χρονοσειρά με αρκετά νεώτερη αρχική τιμή (Άνω Γλυφάδα). Το μέσω μέγεθος δείγματος υπερβαίνει τις 3000 τιμές και αν εξαιρεθεί ο σταθμός της Άνω Γλυφάδας παρουσιάζει πολύ μικρή διακύμανση μεταξύ των σταθμών (τυπική απόκλιση = 124). Πολύ μικρή διακύμανση επίσης παρουσιάζει τόσο η μέση τιμή του συνόλου των χρονοσειρών (τυπική απόκλιση = 6.5) όσο και οι ροπές μεγαλύτερης τάξης (τυπική απόκλιση, ασυμμετρία και κύρτωση), επιβεβαιώνοντας τη συνολική ομοιογένεια των δεδομένων.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1:** Στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών ακτινοβολίας.

Σταθμός	Υψόμετρο	Έναρξη Λειτουργίας	Μέγεθος δείγματος	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Αγ. Κοσμάς	5	27.02.2005	3476	213.2	98.0	-0.20	-3.04
Άνω Λιόσια	184	20.02.2006	3218	212.1	100.8	-0.13	-3.06
Άνω Γλυφάδα	185	23.02.2012	939	191.6	86.4	-0.26	-1.17
Γαλάτσι	176	17.06.2005	3364	203.4	93.3	-0.19	-3.03
Ηλιούπολη	206	28.05.2005	3364	207.3	98.2	-0.11	-3.03
Μάνδρα	258	07.07.2005	3282	200.2	99.4	-0.04	-2.95
Μενίδι	248	27.02.2005	3479	204.5	96.8	-0.13	-3.04
Πεντέλη	729	09.11.2005	3217	205.2	106.4	-0.09	-3.06
Πικέρμι	133	22.12.2005	3180	212.2	102.4	-0.12	-2.89
Ψυτάλλεια	20	27.02.2005	3450	204.8	93.0	-0.20	-3.09
Ζωγράφου (Γ)	219	07.08.2005	3156	198.1	98.1	-0.10	-2.93
<b>Μέση τιμή</b>	<b>215</b>		<b>3102</b>	<b>204.8</b>	<b>97.5</b>	<b>-0.14</b>	<b>-2.84</b>
<b>Τυπική απόκλιση</b>	<b>190</b>		<b>727 (124*)</b>	<b>6.5</b>	<b>5.3</b>	<b>0.06</b>	<b>0.56</b>

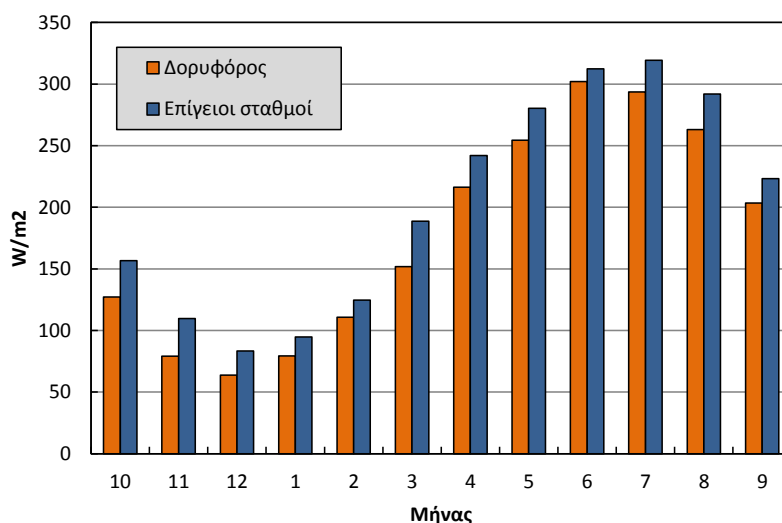
\*Τυπική απόκλιση δείγματος με αφαίρεση του σταθμού Άνω Γλυφάδας

Η χρήση δορυφορικών δεδομένων κρίθηκε απαραίτητη εξαιτίας της δυνατότητας τους για παγκόσμια κάλυψη, σε αντιδιαστολή με τα επίγεια όργανα μέτρησης που έχουν σαφώς αδρότερο εύρος παρατήρησης (ειδικά στην ελληνική επικράτεια). Καθώς όμως τα επίγεια όργανα μέτρησης παρουσιάζουν σαφώς πιο μεγάλη ακρίβεια, είναι σκόπιμη η σύγκριση μεταξύ τους, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί όσο το δυνατόν περισσότερο μια σαφής εικόνα των πιθανών διαφοροποιήσεων και αν είναι δυνατόν να καθοριστούν πιθανές εμπειρικές σχέσης διόρθωσης βάση της συσχέτισης μεταξύ τους. Οι διαφοροποιήσεις είναι αναμενόμενες καθώς τα δορυφορικά δεδομένα είναι ανηγμένα σε κάρναβο διαστάσεων  $1^\circ \times 1^\circ$  και επομένως αντιστοιχούν σε σαφώς μεγαλύτερη περιοχή (38 – 39 Β, 23 – 24 Δ) σε σχέση με εκείνη του μετρητικού δικτύου η οποία μάλιστα βρίσκεται βορειότερα αυτού (ΣΧΗΜΑ 2.4).



**ΣΧΗΜΑ 2.4:** Σύγκριση κελιού  $38^\circ 00' - 39^\circ 00' \text{ B}$ ,  $23^\circ 00' - 24^\circ 00' \text{ Δ}$  του δορυφόρου (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή) με την περιοχή που καλύπτει κατά προσέγγιση το επίγειο μετρητικό δίκτυο (πορτοκαλί κυκλική γραμμή).





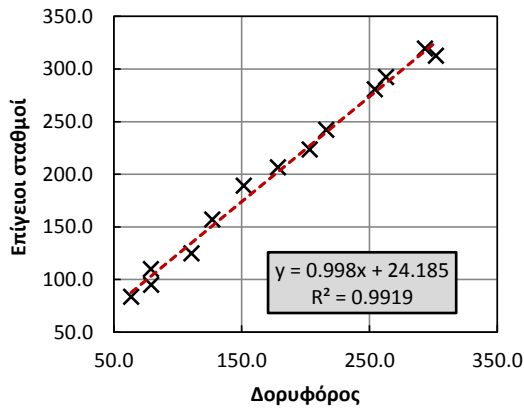
**ΣΧΗΜΑ 2.5:** Διακύμανση μέσης μηνιαίας ακτινοβολίας σύμφωνα με το επίγειο μετρητικό δίκτυο και τις δορυφορικές μετρήσεις.

Πράγματι, όπως φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 2.5 αν συγκρίνουμε τη μέση τιμή της ακτινοβολίας από τους επίγειους μετρητικούς σταθμούς με εκείνη που εκτιμά ο δορυφόρος παρατηρούμε πως οι πρώτες είναι μεγαλύτερες για όλους τους μήνες. Διαφοροποιήσεις παρατηρούνται και στις ανώτερες ροπές: η μέση μηνιαία ασυμμετρία είναι επίσης μεγαλύτερη, ενώ η μέση μηνιαία τυπική απόκλιση και κύρτωση είναι μικρότερες (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2). Οι διαφορές είναι πιο έντονες κατά τους θερινούς μήνες (ιδιαίτερα τον Ιούλιο και τον Αύγουστο), όταν δηλαδή η ηλιακή ακτινοβολία είναι μεγαλύτερη. Τέλος, το μέσο υψόμετρο του δορυφορικού κελιού είναι 185 m, πολύ κοντά δηλαδή στο μέσο υψόμετρο του μετρητικού δικτύου (215 m).

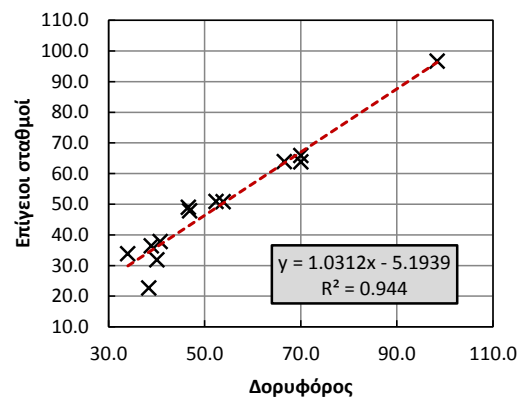
Η σχέση μεταξύ των ροπών των επίγειων και των δορυφορικών δεδομένων φαίνεται να είναι αυστηρά γραμμική ( $0.85 > R > 0.99$ ), γεγονός που διευκολύνει την εξαγωγή των εμπειρικών εξισώσεων διόρθωσης των δορυφορικών δεδομένων (ΣΧΗΜΑ 2.6). Παρόλα αυτά θα πρέπει να σημειωθεί πως η εν λόγω διόρθωση δεν έχει ελεγχθεί για άλλες περιοχές και για αυτό είναι αβέβαιο το αν ανταποκρίνεται ικανοποιητικά σε γενικότερη χρήση, ή αν οφείλεται στο ότι το γεωμετρικό κέντρο βάρους του δορυφορικού κελιού βρίσκεται βορειότερα από το αντίστοιχο κέντρο βάρους του μετρητικού δικτύου.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2:** Σύγκριση μέσης μηνιαίας ακτινοβολίας μεταξύ δορυφορικών και επίγειων δεδομένων (Μ.Τ. μέση τιμή, Τ.Α. τυπική απόκλιση, ΑΣ. ασυμμετρία, ΚΥΡ. κύρτωση).

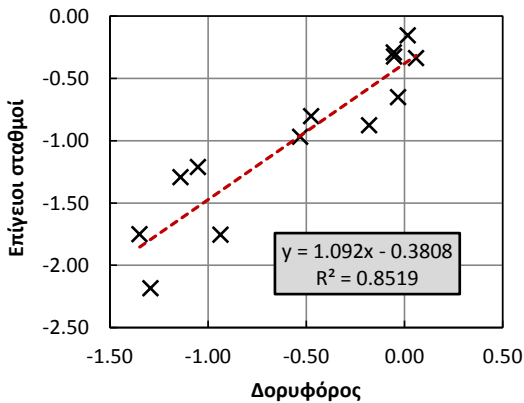
Μήνας	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Μ.Τ.	
Δορυφ.	Μ.Τ.	127.3	79.2	63.7	79.3	110.8	151.8	216.3	254.4	302.0	293.5	263.1	203.3	178.4
	Τ.Α.	53.9	40.7	34.0	38.9	52.4	70.0	70.0	66.6	46.7	40.1	38.4	46.9	98.4
	ΑΣ.	-0.47	-0.03	0.06	-0.1	-0.05	-0.18	-0.53	-1.14	-1.35	-1.29	-0.94	-1.05	0.02
	ΚΥΡ.	-0.80	-1.19	-1.4	-1.2	-1.12	-1.16	-0.53	0.88	2.76	3.67	1.72	1.01	-3.00
Επ. Σταθμοί	Μ.Τ.	156.7	109.6	83.3	94.7	124.6	188.7	242.0	280.3	312.3	319.2	292.0	223.2	206.3
	Τ.Α.	50.8	37.8	33.8	36.4	50.9	63.8	65.9	63.9	49.0	31.8	22.6	47.8	96.6
	ΑΣ.	-0.80	-0.65	-0.34	-0.3	-0.32	-0.88	-0.97	-1.29	-1.75	-2.19	-1.76	-1.21	-0.16
	ΚΥΡ.	-0.26	-0.35	-1.10	-0.9	-1.04	-0.10	0.24	0.89	3.26	5.74	5.21	1.33	-3.02
Διαφορά	Μ.Τ.	-29.4	-30.4	-19.6	-15	-13.8	-36.9	-25.7	-26.0	-10.4	-25.7	-28.9	-19.9	-27.9
	Τ.Α.	3.1	2.9	0.2	2.5	1.5	6.2	4.2	2.7	-2.3	8.3	15.8	-0.9	1.7
	ΑΣ.	0.33	0.62	0.40	0.24	0.27	0.70	0.44	0.15	0.40	0.89	0.82	0.16	0.17
	ΚΥΡ.	-0.54	-0.84	-0.27	-0.3	-0.08	-1.07	-0.76	-0.02	-0.50	-2.07	-3.50	-0.32	0.02



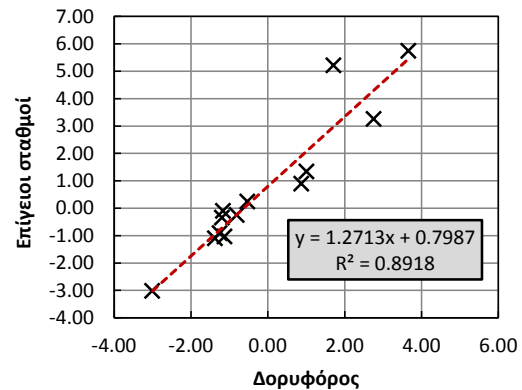
α.



β.



γ.



δ.

**ΣΧΗΜΑ 2.6:** Σχέση μεταξύ των βασικών στατιστικών ροπών δορυφορικών και επίγειων δεδομένων (α. μέση τιμή, β. τυπική απόκλιση, γ. ασυμμετρία, γ. κύρτωση).

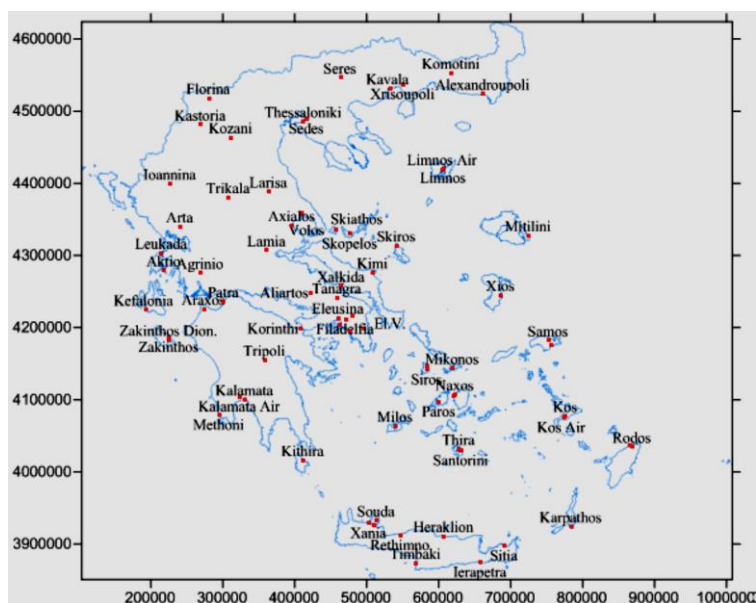
## **2.2 Δεδομένα ταχύτητας ανέμου**

### **2.2.1 Γενικά**

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετηθεί η στατιστική συμπεριφορά της ταχύτητας του ανέμου στην περιοχή μελέτης, καθώς και σε ευρύτερο επίπεδο εντός του ελλαδικού χώρου. Η ταχύτητα ανέμου στην ατμόσφαιρα δημιουργείται από την διαφορά πίεσης ανάμεσα σε δύο σημεία στο χώρο και αποτελεί μία από τις κύριες υδρομετεωρολογικές μεταβλητές. Οι μονάδες μέτρησης της ταχύτητας του ανέμου είναι (κατά S.I.)  $MS^{-1}$  και το πιο κοινό όργανο μέτρησης είναι το ανεμόμετρο, το οποίο στηρίζεται είτε σε ένα απλά συστήματα περιστρεφόμενων κυπέλλων είτε σε πιο πολύπλοκα συστήματα ανίχνευσης της κίνησης των σωματιδίων στην ατμόσφαιρα (και άρα της τοπικής ταχύτητας του ανέμου) μέσω αντανάκλασεων από εκπεμπόμενα κύματα ήχου ή φωτός (π.χ. συστήματα LIDAR). Η πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου έχει μεγάλη σημασία για την επεξήγηση και πρόβλεψη υδρομετεωρολογικών φαινομένων (π.χ. ατμοσφαιρικής κυκλοφορίας κλιματικών ρευμάτων). Η περιοχή μελέτης σε αυτήν την εργασία αφορά την ευρύτερη περιοχή της Θεσσαλίας, όπου η μέση ετήσια ταχύτητα του ανέμου κυμαίνεται μεταξύ 1.5 και 2.5 m/s και τα κύρια ρεύματα να είναι είτε νοτιοδυτικά είτε βορειοανατολικά (Δημάκος, 2014).

### **2.2.2 Δεδομένα και επεξεργασία αυτών**

Στη συνέχεια, θα μελετηθεί η ωριαία διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου στην περιοχή εφαρμογής, που είναι χρήσιμη για την ενεργειακή διαχείριση, μέσω της δυναμικής παραγωγής αιολικού δυναμικού. Σε επόμενα κεφάλαια, θα γίνουν στατιστικές και στοχαστικές αναλύσεις, με σκοπό να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την παρουσία δυναμικών Hurst-Kolmogorov (HK) στον άνεμο [βλ. π.χ. Τσεκούρας, 2012, Δημάκος, 2014]. Για την μελέτη της ωριαίας κλίμακας χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα της Ε.Μ.Υ., από το Κέντρο Δεδομένων Ατμοσφαιρικών Επιστημών της NASA (<https://eosweb.larc.nasa.gov/>). Από τους 78 διαθέσιμους σταθμούς στον Ελλαδικό χώρο (βλ. στο παρακάτω σχήμα) επιλέχθηκαν συνολικά 8 σταθμοί, με κριτήρια το μέγεθος των σταθμών να είναι άνω των 30 ετών (για την μελέτη δυναμικών HK σε ημερήσια και ετήσια κλίμακα), αλλά και να είναι εντός της περιοχής μελέτης ή στην ευρύτερη περιοχή του ελλαδικού χώρου (για την μελέτη διαχείρισης της ενέργειας σε ωριαία κλίμακα). Τα δεδομένα έχουν μεταβλητό χρονικό βήμα με πιο συχνό αυτό των 3 ωρών. Οι χρονοσειρές παρουσιάζουν μίαν εμφανή ωριαία κυκλοστασιμότητα.



**ΣΧΗΜΑ 2.7:** Αποτύπωση διαθέσιμων σταθμών μέτρησης ταχύτητας ανέμου στην Ελλάδα [Πηγή: Δημάκος, 2014, Χάρτης 3.1, σ. 23].

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των επιλεγμένων σταθμών. Συγκεκριμένα, δίνονται διάφορα στοιχεία σταθμών (υψόμετρο και γεωγραφικό μήκος και πλάτος), πλήθος ετών με διαθέσιμα δεδομένα για κάθε σταθμό αλλά και που να εμπεριέχουν δεδομένα περισσότερα των 8760 ωρών (δηλ. τουλάχιστον, κατά μέσο όρο, 1 μέτρηση την ώρα), καθώς και διάφορα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά των μετρήσεων του κάθε σταθμού.

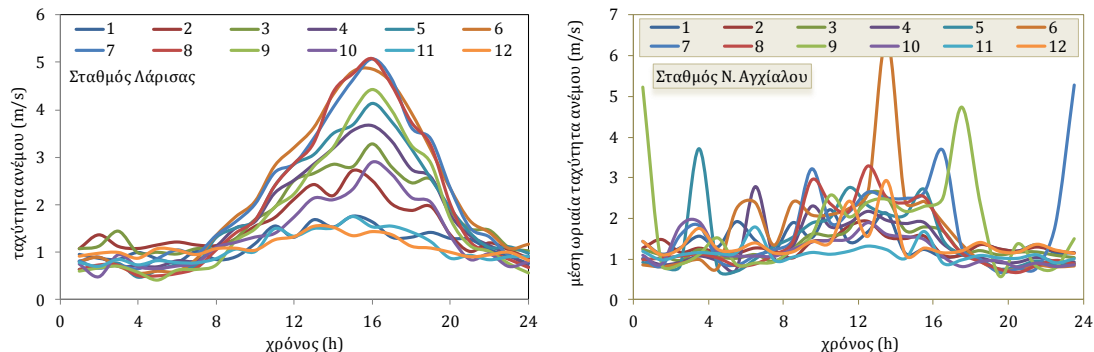
**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3:** Πληροφορίες τοποθεσίας σταθμών, υψόμετρο μέτρησης, πλήθος ετών με τουλάχιστον 8760 διαθέσιμα δεδομένα και εκτιμήσεις μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης.

Σταθμός	Γεωγ. Μήκος	Γεωγ. Πλάτος	Υψος	Πλήθος ετών με διαθέσιμες μετρήσεις	Πλήθος ετών με διαθέσιμες μετρήσεις > 8760 ανά έτος	μέση τιμή	τυπική απόκλιση
Αλεξανδρούπολη	25.917	40.850	3.0	73	18	3.629	17.020
Άρακκος	21.417	38.150	12.0	58	11	2.607	16.693
Ελευσίνα	23.550	38.067	31.0	47	32	3.065	3.005
Ηράκλειο	25.183	35.333	39.0	73	36	4.583	3.247
Κέρκυρα	19.917	39.617	4.0	73	36	2.174	2.690
Κως	27.067	36.783	129.0	32	21	4.844	7.461
Λάρισα	22.417	39.633	74.0	72	11	1.669	2.371
Ν. Αγχίαλος	22.800	39.217	15.0	35	2	3.258	16.933

Επίσης, μελετήθηκε και η μέση ωριαία διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου (βλ. ΣΧΗΜΑ 2.8 για τον σταθμό Λάρισας και Αγχίαλου). Παρατηρούμε πως υπάρχει μια περιοδικότητα στη μέση ωριαία διακύμανση που μπορεί να εκφραστεί μέσω της περιοδικής εξίσωσης:

$$\mu(t) = ae^{-\cos(2\pi(t+b)/24)} + c \quad (2.1)$$

όπου  $a$ ,  $b$  και  $c$  παράμετροι (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4).



**ΣΧΗΜΑ 2.8:** Μέση ωριαία διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου στο σταθμό Λάρισας (αριστερά) και Ν. Αγχιάλου (δεξιά) για κάθε μήνα.

Από τα σχήματα των μέσων ωριαίων διακυμάνσεων, παρατηρούμε πως η περιοδικότητα αυτή χάνεται μόνο για τους σταθμούς που έχουν μικρό πλήθος δεδομένων (όπως στην περίπτωση του σταθμού Ν. Αγχιάλος).

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4:** Παράμετροι της εξίσωσης περιοδικότητας της μέσης ωριαίας ταχύτητας ανέμου για τους σταθμούς Λάρισα και Ν. Αγχιάλος.

Λάρισα			Ν. Αγχιάλος		
$a$	$b$	$c$	$a$	$b$	$c$
0.739	0.334	-2.652	0.739	0.334	-2.652
0.767	0.600	-2.159	0.767	0.600	-2.159
0.653	0.878	-2.966	0.653	0.878	-2.966
0.222	1.214	-2.716	0.222	1.214	-2.716
0.075	1.405	-2.782	0.075	1.405	-2.782
-0.036	1.766	-2.892	-0.036	1.766	-2.892
0.066	1.648	-2.840	0.066	1.648	-2.840
-0.185	1.720	-2.861	-0.185	1.720	-2.861
-0.075	1.403	-3.028	-0.075	1.403	-3.028
0.338	0.791	-2.788	0.338	0.791	-2.788
0.607	0.378	-2.273	0.607	0.378	-2.273
0.822	0.224	-1.529	0.822	0.224	-1.529

## 2.3 Δεδομένα Θερμοκρασίας

### 2.3.1 Γενικά

Θερμοκρασία είναι το φυσικό μέγεθος που μετρά την κινητική ενέργεια των μορίων ενός σώματος. Με τον όρο «θερμοκρασία ατμόσφαιρας» αναφερόμαστε στην θερμοκρασία που έχει ο ατμοσφαιρικός αέρας πάνω από μια περιοχή. Ο ατμοσφαιρικός αέρας θερμαίνεται αφενός από την ηλιακή ακτινοβολία και αφετέρου

από τη θερμότητα που εκπέμπει το έδαφος. Η ατμοσφαιρική θερμοκρασία παρουσιάζει έντονη μεταβολή συναρτήσει του ύψους από την επιφάνεια της γης. Μέχρι το ύψος των 10000 m (τροπόσφαιρα) η θερμοκρασία ελαττώνεται με ρυθμό, περίπου, 0.64 °C / 100 m [θερμοβαθμίδα; *Μακρόγιαννης και Σαχσαμάνογλου, 2004*]. Για τη μέτρηση της θερμοκρασίας του αέρα χρησιμοποιούνται συχνότερα τρεις κλίμακες: α) Η Κελσίου (°C), β) Η Kelvin (K) και γ) Η Fahrenheit (F). Σύμφωνα με την κλίμακα Κελσίου το σημείο ψύξης του νερού είναι 0 °C ενώ, το σημείο βρασμού στους 100 °C. Η κλίμακα Kelvin συνδέεται με την Κελσίου ως εξής:

$$K = °C + 273.16 \quad (2.2)$$

Για μετατροπή σε κλίμακα Fahrenheit ισχύει η σχέση:

$$°C = (5/9) * (F - 32) \quad (2.3)$$

Η μέση θερμοκρασία της επιφάνειας της γης είναι περίπου 15 °C, ενώ αξίζει να σημειωθεί πως χωρίς το φαινόμενο του θερμοκηπίου η θερμοκρασία θα ήταν -18 °C [*Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999*]. Όπως είναι ευρέως γνωστό, η θερμοκρασία στην επιφάνεια του πλανήτη παρουσιάζει έντονη διακύμανση από τόπο σε τόπο και από εποχή σε εποχή.

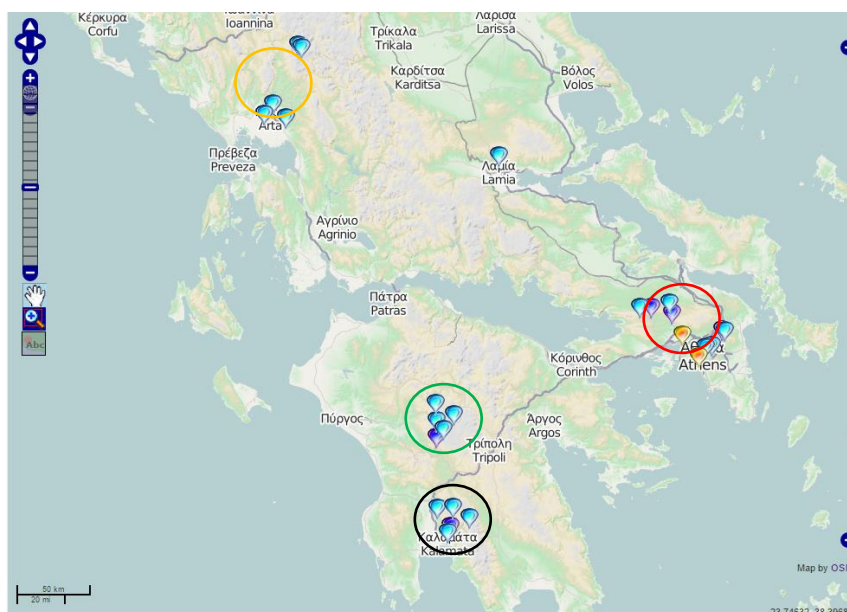
Σε επίπεδο έτους η θερμοκρασία παρουσιάζει έντονη εποχιακή διακύμανση ακολουθώντας αυτήν της ηλιακής ακτινοβολίας που φτάνει στη γη. Η διακύμανση αυτή οφείλεται στην ηλιακή δραστηριότητα, την απόσταση γης - ήλιου, το υψόμετρο ηλίου (γεωγραφικό πλάτος και χρόνος (ημέρα και ώρα)), τη δομή της ατμόσφαιρας (ηλιοφάνεια και νεφοκάλυψη), το ανάγλυφο και την ανακλαστικότητα της επιφάνειας. Συνεπώς, η θερμοκρασία κατά τη διάρκεια του έτους ακολουθεί το ρυθμό εναλλαγής των εποχών. Γενικά, οι υψηλότερες θερμοκρασίες παρουσιάζονται 1 - 2 μήνες μετά το θερινό ηλιοστάσιο, ενώ οι χαμηλότερες 1 - 2 μήνες μετά το χειμερινό ηλιοστάσιο του κάθε ημισφαιρίου. Πέραν της εποχιακής διακύμανσης, η θερμοκρασία παρουσιάζει και διακύμανση κατά τη διάρκεια της μέρας (ημερήσια διακύμανση). Η ημερήσια διακύμανση της θερμοκρασίας οφείλεται στην περιστροφή της γης κάτω από τον άξονά της. Η διαφορά ανάμεσα στη μέγιστη και ελάχιστη θερμοκρασία της ημέρας ονομάζεται ημερήσιο θερμοκρασιακό εύρος.

### **2.3.2 Δεδομένα και επεξεργασία αυτών**

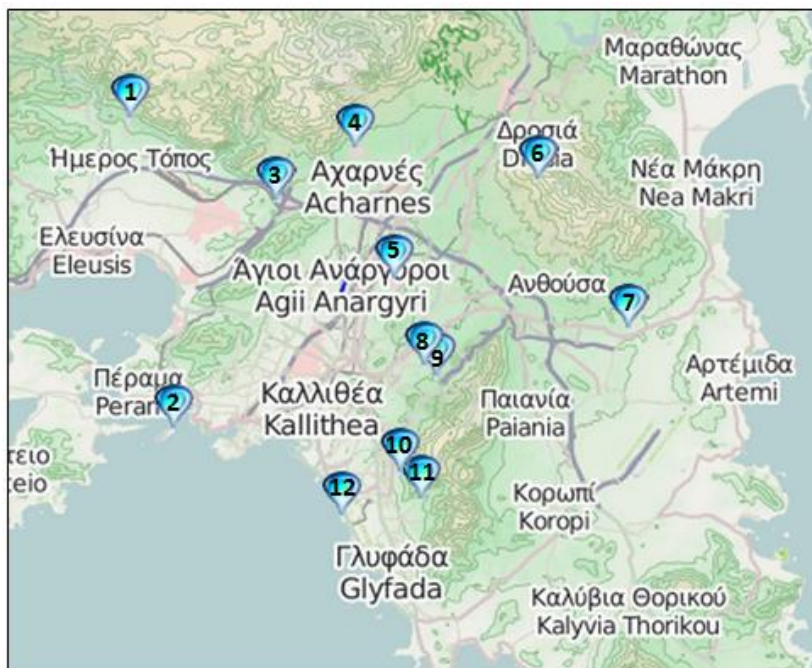
Για την ανάλυση της ημερήσιας θερμοκρασίας χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα «λεπτής» χρονικής κλίμακας από τον Ελλαδικό χώρο και συγκεκριμένα από τους σταθμούς των δικτύων μέτρησης του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών (<http://hoa.ntua.gr/>) και του openmeteo.org (<http://openmeteo.org/>). Το δίκτυο του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών (ΥΠΑ) αποτελείται από 23 σημεία μέτρησης εκ των οποίων τα 15 είναι μετεωρολογικοί σταθμοί και τα 8, σημεία μέτρησης παροχής (ΣΧΗΜΑ 2.10). Το δίκτυο διαθέτει 12 χρονοσειρές ελάχιστης, μέσης και μέγιστης



θερμοκρασίας για το νομό Αττικής, με μέση χρονική διάρκεια 10 ετών (2005 – σήμερα) και χρονικό βήμα καταγραφής τα 10 λεπτά. Ο σταθμός με τη μεγαλύτερη χρονοσειρά θερμοκρασιών (1998 – σήμερα) είναι αυτός του Δήμου Ζωγράφου (Νούμερο 9 στο ΣΧΗΜΑ 2.10), ενώ αυτός με τη μικρότερη (2012 - σήμερα) αυτός της Άνω Γλυφάδας (Νούμερο 11 στο ΣΧΗΜΑ 2.10). Το δίκτυο του openmeteo.org (ΣΧΗΜΑ 2.9) αποτελείται από 42 σταθμούς μέτρησης υδρομετεωρολογικών μεταβλητών (38 στην Ελλάδα, 2 στη Γερμανία, 1 στην Πολωνία και 1 στην Ιταλία). Από τους 38 Ελληνικούς σταθμούς, οι 20 διαθέτουν χρονοσειρές μέσης θερμοκρασίας με μήκος γύρω στα 3 χρόνια (2012 - σήμερα) και χρονικό βήμα καταγραφής τα 10 λεπτά. Οι σταθμοί αυτοί είναι διασκορπισμένοι στον Ελληνικό χώρο, ωστόσο μπορούν να ομαδοποιηθούν ως εξής: α) Σταθμοί Νομού Αρκαδίας: Δημητσάνα, Στεμνίτσα, Ελάτη, Λαγκάδια, Ατσίχολος (Γέφυρα Ατσίχολου); β) Σταθμοί Νομών Μεσσηνίας – Λακωνίας: Αρφαρά, Πολιανή, Καλαμάτα (θέση Μπάκας), Καλαμάτα (θέση Νησάκι), Νέδουσα, Καρβελιώτης, Αλαγονία, Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»), Ταΰγετος; Σταθμοί Στερεάς Ελλάδας: Οινόη, Πράσινο, Θέση Γύρα Στεφανής. Το δίκτυο περιλαμβάνει επίσης τους σταθμούς Άνω Κωστηλάτων (Άρτα, Ήπειρος), καθώς και τον σταθμό Παλαιάς Πεντέλης (Αττική).



**ΣΧΗΜΑ 2.9:** Δίκτυο σταθμών του openmeteo.org με χρονοσειρές θερμοκρασίας: Σταθμοί Νομού Αρκαδίας (πράσινος κύκλος): Δημητσάνα, Στεμνίτσα, Ελάτη, Λαγκάδια, Ατσίχολος (Γέφυρα Ατσίχολου); Σταθμοί Νομών Μεσσηνίας – Λακωνίας (μαύρος κύκλος): Αρφαρά, Πολιανή, Καλαμάτα (θέση «Μπάκας»), Καλαμάτα (θέση «Νησάκι»), Νέδουσα, Καρβελιώτης, Αλαγονία, Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»), Ταΰγετος; Σταθμοί Στερεάς Ελλάδας (κόκκινος κύκλος): Οινόη, Πράσινο, Θέση Γύρα Στεφανής; Σταθμός Άνω Κωστηλάτων (κίτρινος κύκλος).



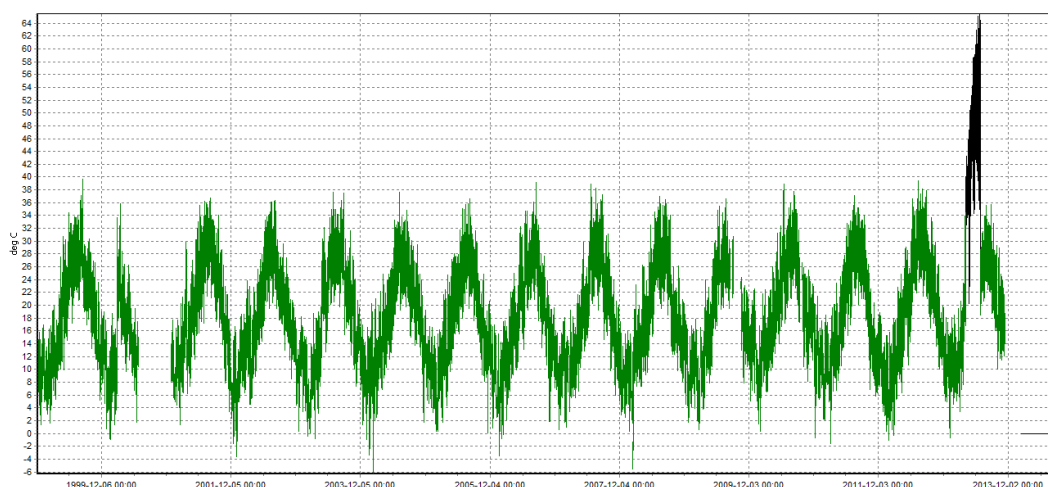
**ΣΧΗΜΑ 2.10:** Δίκτυο σταθμών του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών (ΥΠΑ) με χρονοσειρές θερμοκρασίας: 1. Μάνδρα, 2. Ψυτάλλεια, 3. Άνω Λιόσια, 4. Μενίδι, 5. Γαλάτσι, 6. Πεντέλη, 7. Πικέρμι, 8. Ζωγράφου (Α), 9. Ζωγράφου (Β), 10. Ηλιούπολη, 11. Άνω Γλυφάδα, 12. Άγιος Κοσμάς.

Για την επεξεργασία των πρωτογενών δεδομένων θερμοκρασίας, χρονικής κλίμακας 15 λεπτών, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό επεξεργασίας και ανάλυσης χρονοσειρών «Υδρογνώμων» (<http://www.hydroscope.gr/software/hydrognomon.html>). Το εν λόγω λογισμικό απαιτεί, πριν από οποιαδήποτε περαιτέρω επεξεργασία, άρση τυχουσών χρονικών ολισθήσεων και επιβολή σταθερού χρονικού βήματος στις χρονοσειρές. Η διαδικασία «κανονικοποίησης χρονικού βήματος» εφαρμόστηκε σε όλες τις πρωτογενείς χρονοσειρές με τη θερμοκρασία να αντιμετωπίζεται ως στιγμιαία μεταβλητή [Κοζάνης κ.ά., 2010]. Σε δεύτερη φάση, έγινε παραγωγή των ωριαίων και ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας με συνάθροιση των χρονοσειρών χρονικού βήματος 15 λεπτών. Φυσικά, για τη θερμοκρασία το άθροισμα δεν έχει νόημα και η χρονοσειρά της μεγαλύτερης κλίμακας λαμβάνεται με χρήση μέσων τιμών. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας συνάθροισης έγινε έλεγχος των ελλειπουσών τιμών στις 15λεπτες χρονοσειρές. Ο Υδρογνώμων απαιτεί τον ορισμό ενός μέγιστου αριθμού ελλείψεων, πάνω από τον οποίον η τιμή της υψηλότερης κλίμακας σημειώνεται ως ελλιπής και συνεπώς δεν υπολογίζεται. Η προκαταρκτική ανάλυση έδειξε ότι η μεταβλητότητα της θερμοκρασίας εντός της ώρας είναι μικρή και άρα η έλλειψη σχετικά μεγάλου πλήθους τιμών ασκεί μικρή επιρροή στο αποτέλεσμα. Στην παρούσα ανάλυση ο μέγιστος επιτρεπτός αριθμός ελλειπουσών 15λεπτων μετρήσεων για την παραγωγή της ωριαίας χρονοσειράς τέθηκε ίσος με 5. Δηλαδή, θεωρούμε ότι ακόμα και ένα 15λεπτο είναι αντιπροσωπευτικό της ώρας. Η ημερήσια κλίμακα προέκυψε από

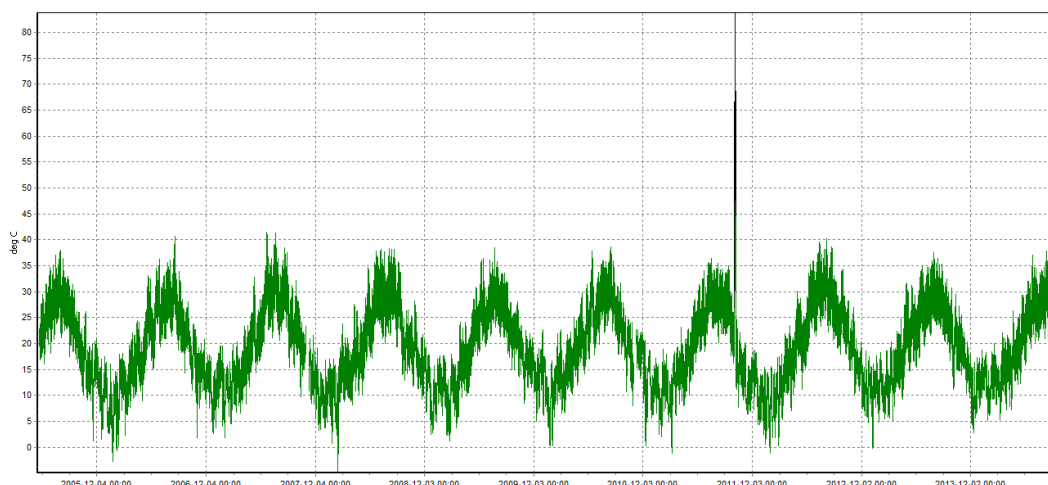


συνάθροιση της ωριαίας με το κριτήριο ελλειπουσών τιμών να είναι πιο αυστηρό λόγω της περιοδικότητας που παρουσιάζει η συγκεκριμένη μεταβλητή εντός της ημέρας. Σε αυτή την περίπτωση, ο μέγιστος επιτρεπτός αριθμός ελλείψεων τέθηκε ίσος με 12.

Πριν τη συνάθροιση και παραγωγή των ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας, έγινε έλεγχος των ωριαίων χρονοσειρών για ύπαρξη μετρητικών σφαλμάτων. Ο πρώτος έλεγχος συνίσταται στην απομάκρυνση των ακραίων ελάχιστων και μέγιστων τιμών θερμοκρασίας με χρήση ενός άνω και κάτω ορίου. Ως άνω και κάτω όριο τέθηκαν οι 55 και  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , αντίστοιχα. Σε δεύτερη φάση, η κυκλοστασιμότητα που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές θερμοκρασίας λόγω της εποχικότητας του φαινομένου επιβάλλει τον έλεγχο ακραίων τιμών σε διαφορετικές περιόδους του έτους. Οι έλεγχοι ακραίων τιμών οδήγησαν σε διόρθωση της πλειονότητας των χρονοσειρών από το δίκτυο του ΥΠΑ, ενώ οι σταθμοί του openmeteo.org φαίνεται να μην παρουσιάζουν σφάλματα ακραίων τιμών. Στο ΣΧΗΜΑ 2.11 και ΣΧΗΜΑ 2.12 παρουσιάζονται οι πρωτογενείς και διορθωμένες των σταθμών Ζωγράφου-B και Ηλιούπολης, ενώ τα αντίστοιχα σχήματα για όλους τους σταθμούς των δυο δικτύων δίνονται στο παράρτημα (ΣΧΗΜΑ A.48 - ΣΧΗΜΑ A.78).



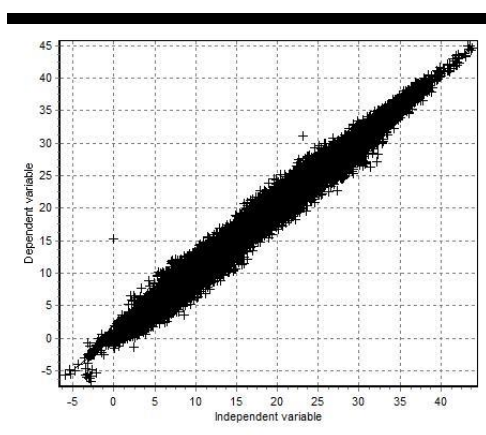
**ΣΧΗΜΑ 2.11:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου-B (9) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



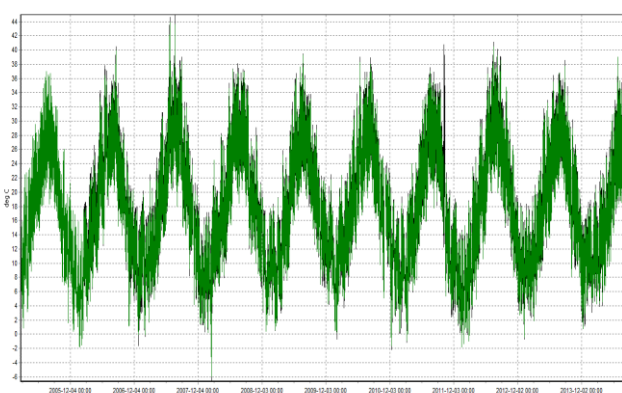
**ΣΧΗΜΑ 2.12:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ηλιούπολης (10) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.

Μετά την απομάκρυνση των τυχαίων μετρητικών σφαλμάτων, που αποτυπώνονται ως ακραίες τιμές στις χρονοσειρές, ελέγχθηκε η ύπαρξη συστηματικών λαθών σε κάποιο όργανο μέτρησης. Τα συστηματικά σφάλματα ενδέχεται να διατηρούνται για μεγάλα χρονικά διαστήματα και για να εντοπιστούν απαιτείται έλεγχος των ετεροσυσχετίσεων των χρονοσειρών γειτονικών σταθμών σε συνδυασμό με την απευθείας οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.

Από την ανάλυση προέκυψε πως δεν απαιτείται διόρθωση κάποιου σταθμού από συστηματικά λάθη καθώς σε όλα τα διαγράμματα συνδιασπορών εμφανίζεται ένα και μοναδικό νέφος σημείων ομαλά διασπαρμένο γύρω από τη γραμμή παλινδρόμησης. Τα σχήματα που ακολουθούν είναι ενδεικτικά (ΣΧΗΜΑ 2.13 και ΣΧΗΜΑ 2.14), ενώ οι αντίστοιχοι έλεγχοι για όλους τους σταθμούς βρίσκονται στο παράρτημα (ΣΧΗΜΑ Α.79 - ΣΧΗΜΑ Α.84).

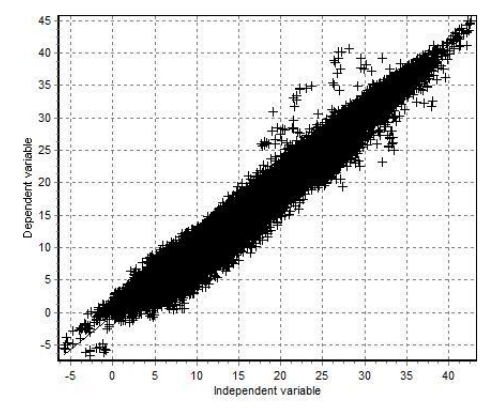


α)

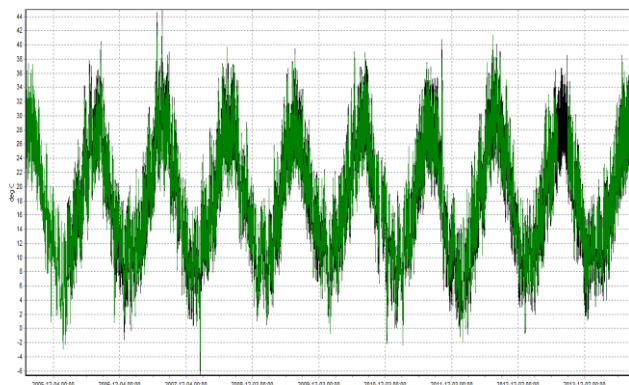


β)

**ΣΧΗΜΑ 2.13:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Λιοσίων και Μενιδίου. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.



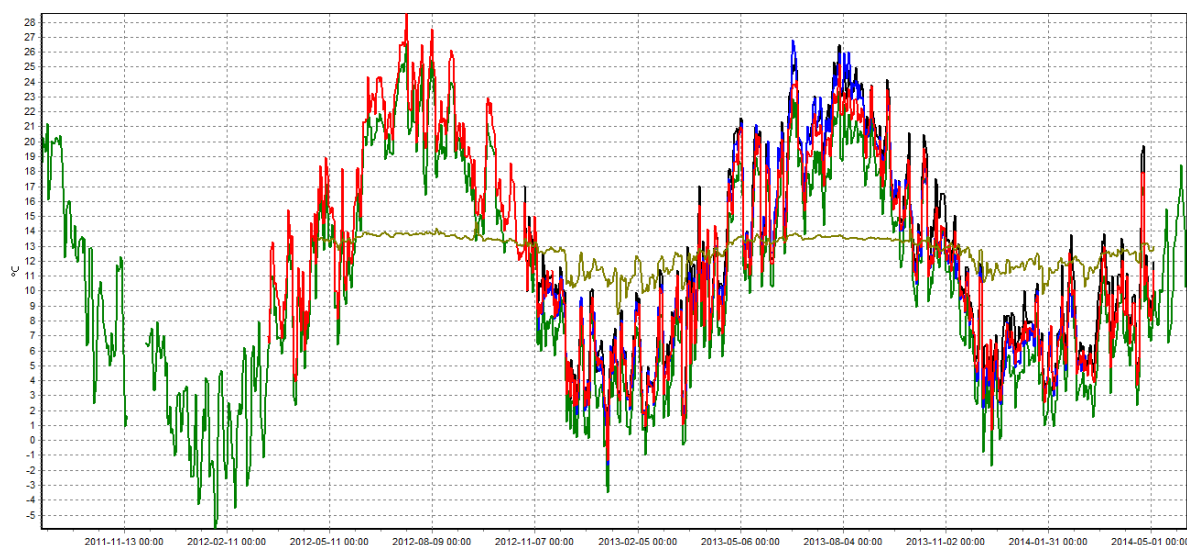
α)



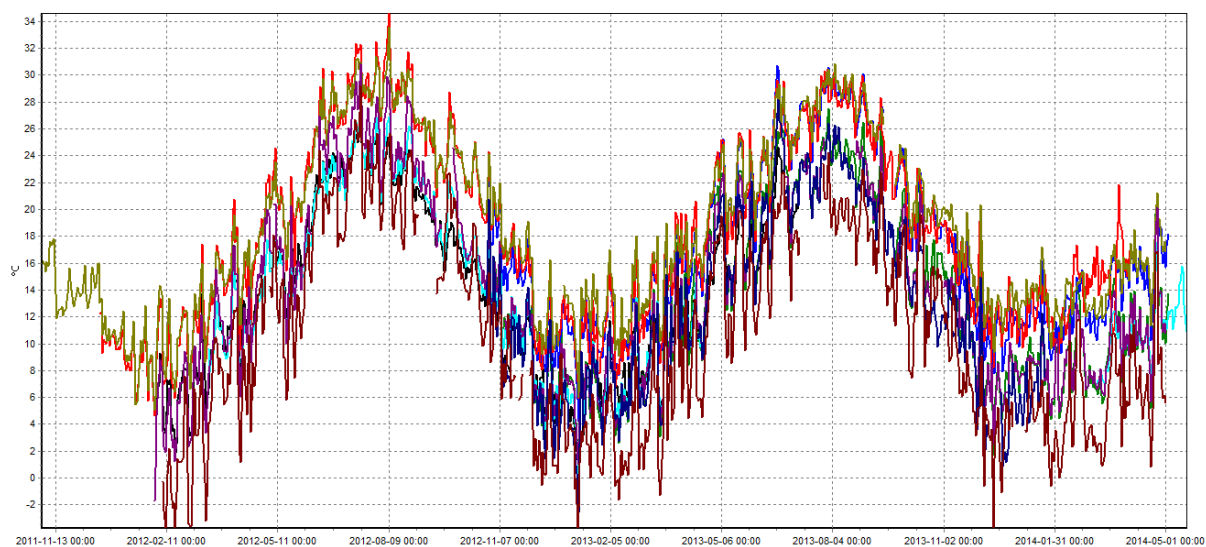
β)

**ΣΧΗΜΑ 2.14:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Λιοσίων και Μάνδρας. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.

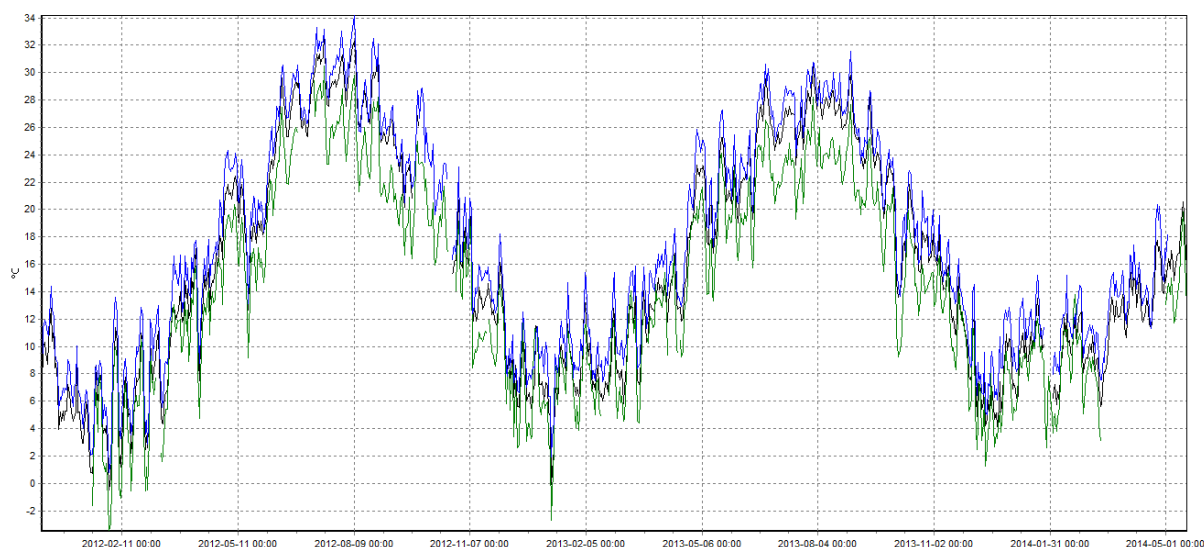
Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε και για το δίκτυο του [openmeteo.org](http://openmeteo.org), συγκρίνοντας σταθμούς που είναι κοντινοί. Τα γραφήματα που ακολουθούν παρουσιάζουν οπτική σύγκριση των χρονοσειρών από κοντινούς σταθμούς και ομαδοποιούνται ως εξής: α) Σταθμοί Νομού Αρκαδίας: Δημητσάνα, Στεμνίτσα, Ελάτη, Λαγκαδία, Ατσίχολος (Γέφυρα Ατσίχολου) (ΣΧΗΜΑ 2.15); β) Σταθμοί Νομών Μεσσηνίας – Λακωνίας: Αρφαρά, Πολιανή, Καλαμάτα (θέση Μπάκας), Καλαμάτα (θέση Νησάκι), Νέδουσα, Καρβελιώτης, Αλαγονία, Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»), Ταΰγετος (ΣΧΗΜΑ 2.16); Σταθμοί Στερεάς Ελλάδας: Οινόη, Πράσινο, Θέση Γύρα Στεφανής (ΣΧΗΜΑ 2.17). Στην περιοχή των Άνω Κωστηλάτων δεν υπάρχει γειτονικός σταθμός και για αυτό το λόγο δεν κατέστη δυνατός ο έλεγχος. Το ίδιο συμβαίνει και για τον σταθμό Παλαιάς Πεντέλης. Η ανάλυση έδειξε πως υπάρχει μόνιμο μετρητικό σφάλμα στο σταθμό που βρίσκεται στον Ατσίχολο (Γέφυρα Ατσίχολου) με αποτέλεσμα ο συγκεκριμένος σταθμός να αφαιρεθεί από την παρούσα ανάλυση.



**ΣΧΗΜΑ 2.15:** Οπτική σύγκριση ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας στους Σταθμούς της Αρκαδίας: Δημητσάνα (μπλε γραμμή), Στεμνίτσα (κόκκινη γραμμή), Ελάτη (πράσινη γραμμή), Λαγκάδια (μαύρη γραμμή), Γέφυρα Ατσίχολου (λαδή γραμμή).



**ΣΧΗΜΑ 2.16:** Οπτική σύγκριση ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας στους Σταθμούς Μεσσηνίας - Λακωνίας: Αρφαρά, Πολιανή, Καλαμάτα (Θέση Μπάκας), Καλαμάτα (Θέση Νησάκι), Νέδουσα, Καρβελιώτης, Αλαγονία, Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»), Ταύγετος.



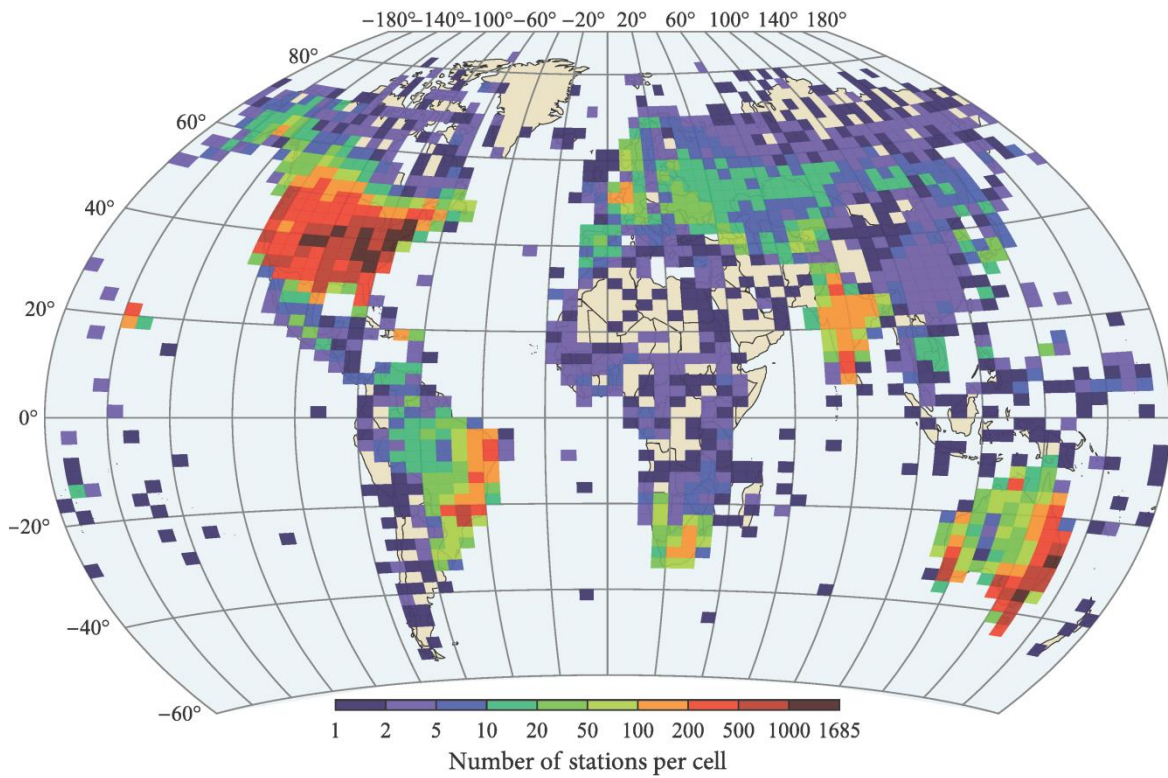
**ΣΧΗΜΑ 2.17:** Οπτική σύγκριση ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας στους Σταθμούς της Στερεάς Ελλάδας: Οινόη, Πράσινο, Θέση Γύρα Στεφανής.

## 2.4 Δεδομένα ημερήσιας βροχόπτωσης

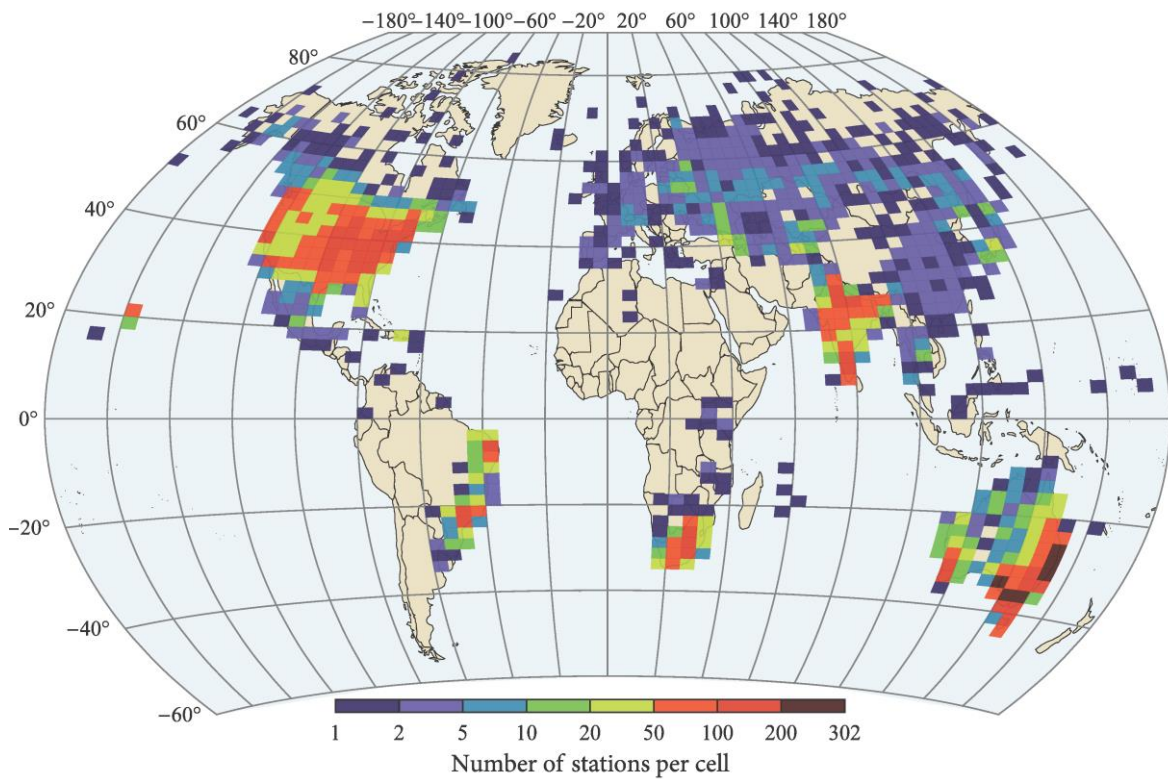
Η βάση δεδομένων ημερήσιας βροχόπτωσης που χρησιμοποιείται στην παρούσα μελέτη (Global Historical Climatology Network-Daily) περιλαμβάνει δείγματα από περισσότερους από 80 000 σταθμούς από όλο τον κόσμο. Η χωρική κατανομή των σταθμών αυτών δίνεται στο ΣΧΗΜΑ 2.18 που παρουσιάζει τον αριθμό των σταθμών σε γεωγραφικά κελιά με διαστάσεις γεωγραφικού πλάτους  $\Delta\phi = 2.5^\circ$  και μήκους  $\Delta\lambda = 5^\circ$ .

Παρόλα αυτά, για τους σκοπούς των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν σε αυτή τη μελέτη, μεταξύ των χιλιάδων σταθμών επιλέχτηκαν μόνο εκείνοι που πληρούν τα ακόλουθα κριτήρια: (α) το μήκος δείγματος τους να είναι μεγαλύτερο από ή ίσο με 50 έτη (με εξαίρεση το Κεφάλαιο 4.4.3), (β) το ποσοστό των ελλειπουσών τιμών ανά σταθμό να είναι μικρότερο του 20%, και (γ) το ποσοστό των τιμών που επισημάνονται με σήμανση ποιότητας ανά σταθμό να είναι μικρότερο του 0.1%. Από την εφαρμογή αυτών των κριτηρίων στους 80 000 σταθμούς προκύπτουν συνολικά 15 137 σταθμοί. Ο χάρτης που απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 2.19 παρουσιάζει τη χωρική κατανομή των εν λόγω σταθμών, ενώ ο χάρτης που δίδεται στο ΣΧΗΜΑ 2.20 παρουσιάζει το μέσο μήκος δείγματος των εν λόγω σταθμών σε κάθε γεωγραφικό κελί. Προφανώς, πολλοί σταθμοί έχουν το ίδιο μήκος δείγματος όμως η περίοδος που καλύπτουν μπορεί να διαφέρει. Έτσι τα διαγράμματα στο ΣΧΗΜΑ 2.21 παρουσιάζουν τον αριθμό των σταθμών σε σχέση με το έτος έναρξης του δείγματος και τον αριθμό των σταθμών σε σχέση με το έτος λήξης του δείγματος.

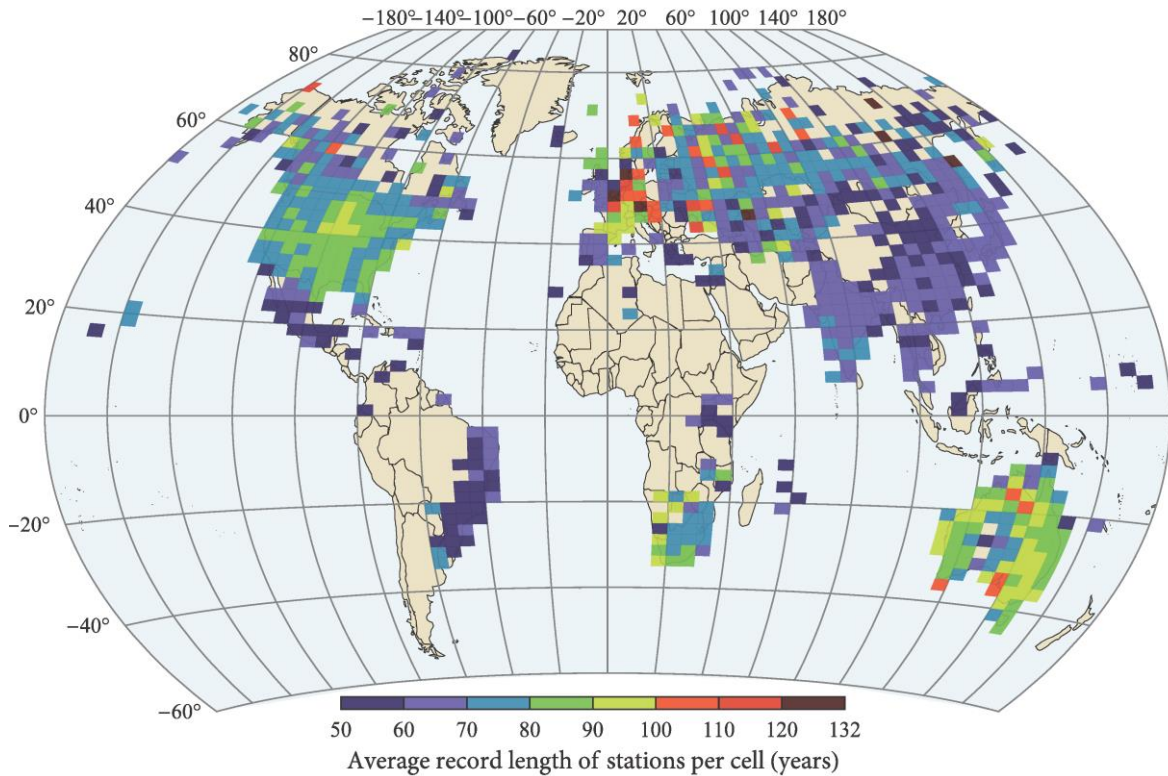




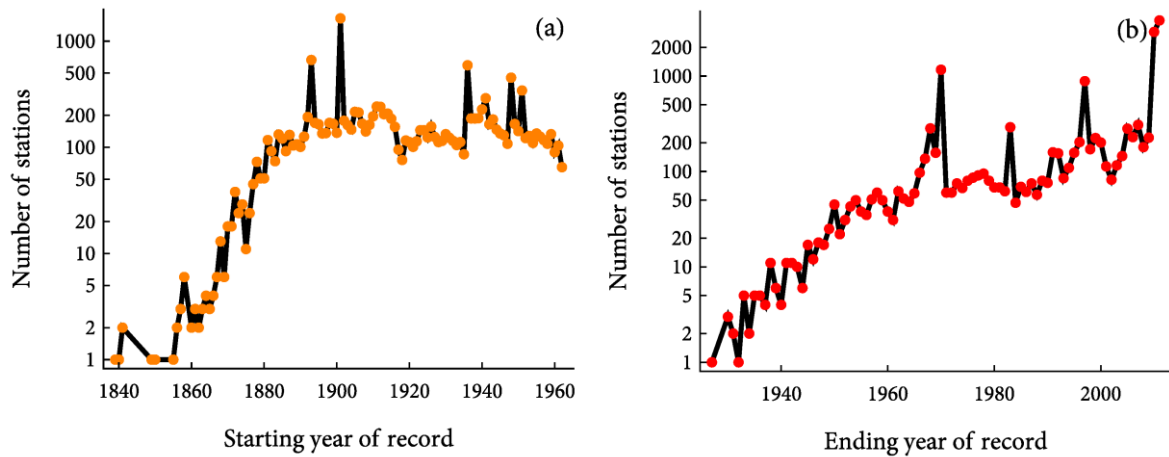
**ΣΧΗΜΑ 2.18:** Χωρική κατανομή των σταθμών που περιλαμβάνονται στην βάση δεδομένων ημερήσιας βροχόπτωσης η οποία περιέχει πάνω από 80 000 σταθμούς.



**ΣΧΗΜΑ 2.19:** Χωρική κατανομή των 15 137 επιλεγμένων σταθμών.



**ΣΧΗΜΑ 2.20:** Μέσο μήκος δείγματος ανά κελί των 15 137 επιλεγμένων σταθμών.

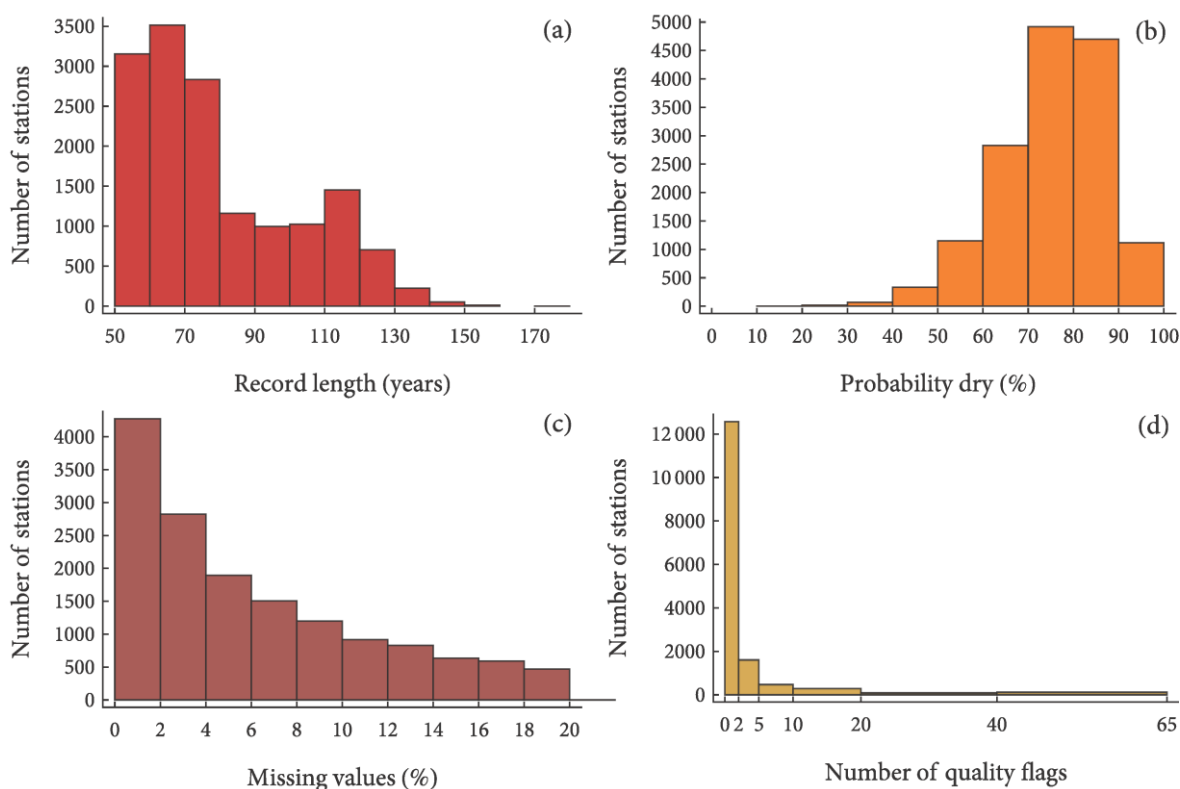


**ΣΧΗΜΑ 2.21:** Αριθμός των 15 137 σταθμών σε σχέση με: (α) το έτος έναρξης του δείγματος, και (β) το έτος λήξης του δείγματος.

Στο ΣΧΗΜΑ 2.22 απεικονίζονται τέσσερα διαγράμματα που παρουσιάζουν τις εμπειρικές κατανομές ή τα ιστογράμματα των 15 137 σταθμών σε σχέση με τις εξής μεταβλητές: (α) με το μήκος δείγματος σε έτη, (β) την πιθανότητα ξηρασίας, (γ) το ποσοστό των ελλειπουσών τιμών, και (δ) τον αριθμό επισημάνσεων ποιότητας των

δεδομένων. Σημειώνεται ότι η πλειοψηφία των αρχείων που μελετήθηκαν έχουν μήκος δείγματος μικρότερο των 100 ετών, αλλά όπως φαίνεται και στο ΣΧΗΜΑ 2.22a υπάρχουν και μερικές χιλιάδες σταθμοί με μεγαλύτερο μήκος δείγματος. Σχετικά με την κατανομή της πιθανότητας ξηρασίας στο ΣΧΗΜΑ 2.22b οι πιο κοινές τιμές της κυμαίνονται μεταξύ 70% και 90%. Επίσης το ΣΧΗΜΑ 2.22c δείχνει ότι οι περισσότεροι σταθμοί έχουν ελλειπίες τιμές σε ποσοστό μικρότερο του 10%, ενώ η πιο κοινή τιμή βρίσκεται μεταξύ 0% και 2%. Όσον αφορά τις επισημάνσεις ποιότητας των δεδομένων, όπως προκύπτει από το ΣΧΗΜΑ 2.22d, η συντριπτική πλειοψηφία των σταθμών έχουν μόνο μέχρι δύο ημερήσιες τιμές με αμφίβολη ποιότητα καταγραφής.

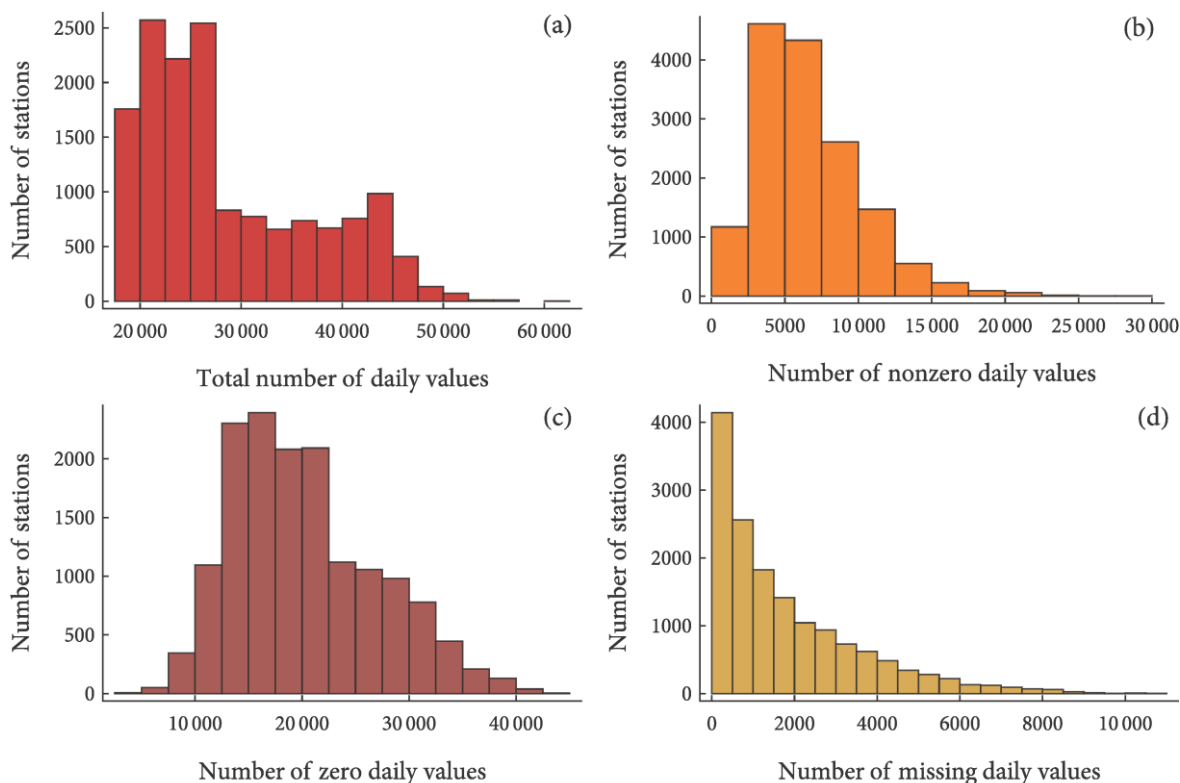
Επιπλέον, το ΣΧΗΜΑ 2.23 παρουσιάσει τις εμπειρικές κατανομές ή τα ιστογράμματα του αριθμού των σταθμών σε σχέση με τις εξής μεταβλητές: (α) με το συνολικό αριθμό των ημερήσιων τιμών, (β) με τον αριθμό των μη μηδενικών ημερήσιων τιμών, (γ) με τον αριθμό των μηδενικών τιμών, και (δ) τον αριθμό των ελλειπουσών ημερήσιων τιμών.



**ΣΧΗΜΑ 2.22:** Εμπειρικές κατανομές των 15 137 σταθμών για: (α) το μήκος δείγματος, (β) την πιθανότητα ξηρασίας, (γ) το ποσοστό ελλειπουσών τιμών, και (δ) τον αριθμό επισημάνσεων ποιότητας των δεδομένων.

Τέλος, ο ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5 παρέχει μια σύνοψη των δεδομένων ημερήσιας βροχόπτωσης σχετικά με τον ακριβή αριθμό των σταθμών καθώς και το είδος της μεταβλητής, π.χ., ημερήσια βροχόπτωση, ημερήσια βροχόπτωση σε μηνιαία βάση, κτλ, που χρησιμοποιούνται στα κεφάλαια αυτής της μελέτης καθώς υπάρχουν διαφοροποιήσεις.





**ΣΧΗΜΑ 2.23:** Εμπειρικές κατανομές των 15 137 σταθμών για: (α) το συνολικό αριθμό των ημερήσιων τιμών, (β) τον αριθμό των μη μηδενικών τιμών, (γ) τον αριθμό των μηδενικών, και (δ) τον αριθμό των ημερήσιων τιμών που λείπουν.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5:** Σύνοψη των δεδομένων βροχόπτωσης που χρησιμοποιούνται σε αυτή τη μελέτη.

Κεφάλαιο	Δεδομένα	Αριθμός δειγμάτων	Σχόλια
4.4.1	i. Ημερήσια βροχόπτωση	14157	Από τους 15 137 επιλέχθηκαν οι σταθμοί που έχουν για κάθε μήνα περισσότερες από 20 μη μηδενικές τιμές για να εξασφαλιστεί η αξιοπιστία της ανάλυσης. Αυτό το πρόσθετο κριτήριο απέκλεισε 980 σταθμούς.
	ii. Ημερήσια βροχόπτωση σε μηνιαία βάση	169884	
4.4.2	Ημερήσιες χρονοσειρές άνω κατωφλίου	15029	Η εφαρμογή των αλγορίθμων προσαρμογής των κατανομών απέτυχε σε 108 σταθμούς.
4.4.3	Ετήσια βροχόπτωση	1265	Από τα ημερήσια αρχεία διαμορφώθηκαν οι ετήσιες χρονοσειρές και επιλεχθήκαν μόνο όσοι σταθμοί είχαν πάνω από 100 ετήσιες τιμές.

## 2.5 Παλαιοκλιματικά δεδομένα

### 2.5.1 Γενικά

Τα διαθέσιμα κλιματικά δεδομένα από σταθμούς μέτρησης καλύπτουν ένα πολύ σύντομο χρονικό διάστημα του πρόσφατου παρελθόντος σε σχέση με την παγκόσμια κλιματική ιστορία. Για αυτό το λόγο τα τελευταία 35 χρόνια έχουν αναπτυχθεί νέες μέθοδοι έτσι ώστε να διερευνηθεί περαιτέρω η κλιματική μεταβλητότητα στις μεγαλύτερες χρονικές κλίμακες. Με τη χρήση υποκατάστατων (proxy) δεδομένων, μπορούμε να δημιουργήσουμε παλαιοκλιματικές αναπαραστάσεις (reconstructions) για τις βασικές κλιματικές μεταβλητές. Τα υποκατάστατα αυτά περιλαμβάνουν δείκτες όπως την αναλογία ισοτόπων  $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$  ή την σχετική διαφορά της,  $\delta^{18}\text{O}$ , από ένα πρότυπο (όπως το πρότυπο της Βιέννης για το Μέσο Ωκεάνιο Νερό), τα δείγματα γύρης, τους δακτυλίους των δέντρων και πολλά άλλα.

Με τη χρήση των παλαιοκλιματικών δεδομένων μπορούμε να διευρύνουμε τη διαθέσιμη πληροφορία σχετικά με το εύρος των διακυμάνσεων των κλιματικών παραμέτρων και έτσι να προσεγγίσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια την ένταση όποιων παρατηρούμενης αλλαγής. Στην παρούσα μελέτη αυτό προσδιορίζεται μελετώντας τη συμπεριφορά ΗΚ σε υποκατάστατες χρονοσειρές και αναπαραστάσεις θερμοκρασίας. Στην παρούσα μελέτη εξετάζονται αναπαραστάσεις και υποκατάστατα θερμοκρασίας, έτσι ώστε να γίνει μια εκτίμηση του συντελεστή Hurst, η οποία έχει βασιστεί στην εργασία των *Markonis* και *Koutsoyiannis* [2013].

### 2.5.2 Δεδομένα και επεξεργασίες

Κάθε μία από τις υποκατάστατες χρονοσειρές ή τις αναπαραστάσεις θερμοκρασίας παρουσιάζει διαφορετική χρονική διάρκεια, χρονική κάλυψη και ευκρίνεια, απεικονίζοντας μόνο ένα μέρος της συνολικής κλιματικής μεταβλητότητας. Για το λόγο αυτό επιλέξαμε δέκα χρονοσειρές με χρονικό βήμα από μηνιαίο μέχρι 500 χιλιάδων ετών, με συνολικό μήκος από 30 μέχρι 500 εκατομμύρια χρόνια (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6, όπου επισημαίνονται με το όνομα του πρώτου συγγραφέα ή το έργο).

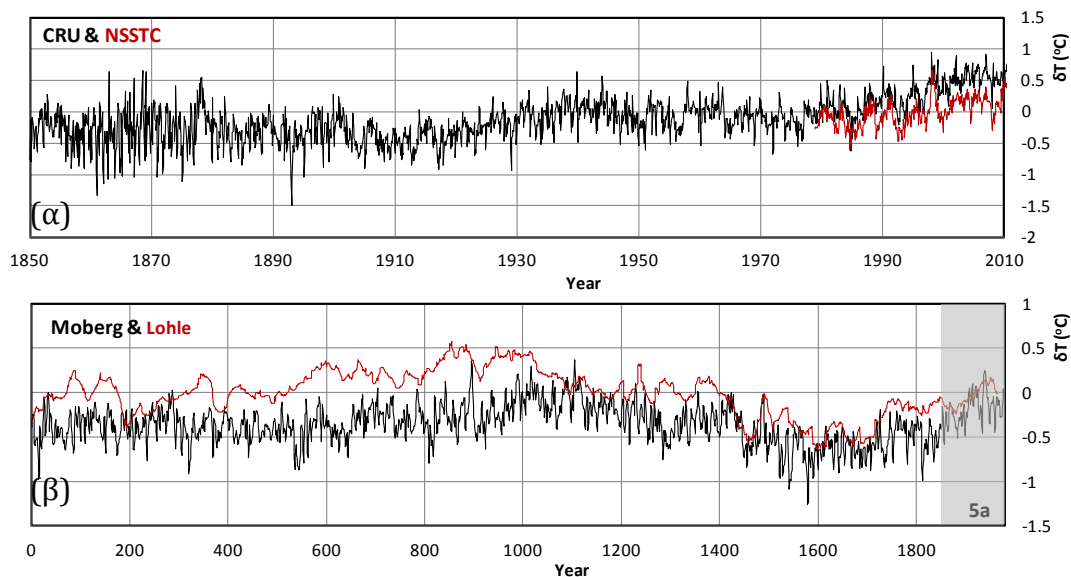
Η χρονοσειρές με τη μεγαλύτερη ευκρίνεια από όσες χρησιμοποιήθηκαν βασίζονται σε μετρήσεις, τόσο από δορυφόρους (NSSTC), όσο και από σταθμούς εδάφους (CRU) (ΣΧΗΜΑ 2.24α). Τα δορυφορικά δεδομένα χαρακτηρίζονται από παγκόσμια χωρική κάλυψη (στεριά και θάλασσα), ενώ τα δεδομένα της CRU που αφορούν μόνο τη στεριά διαθέτουν πενταπλάσια διάρκεια (161 χρόνια έναντι 32 του NSSTC). Για να μειωθεί η επίδραση της ενδοετήσιας εποχικότητας, και οι δύο χρονοσειρές, οι οποίες διαθέτουν μηνιαίο χρονικό βήμα μετατράπηκαν σε διαφορές θερμοκρασίας από τις μηνιαίες μέσες τιμές (περίοδος αναφοράς 1961 – 1990). Οι διαφορές θερμοκρασίας στα δορυφορικά δεδομένα παρουσιάζουν αυξητική τάση (1.37 °C/αιώνα), ενώ η αντίστοιχη χρονοσειρά από τους επίγειους σταθμούς για την ίδια περίοδο δείχνει μια κάπως μεγαλύτερη τάση.

Προχωρώντας σε μεγαλύτερες κλίμακες παρατηρούμε πως η παραπάνω αυξητική τάση στη θερμοκρασία δεν είναι μοναδική. Οι αναπαραστάσεις της παγκόσμιας θερμοκρασίας των *Moberg* [2005] και *Lohle* [2007] (ΣΧΗΜΑ 2.24β),

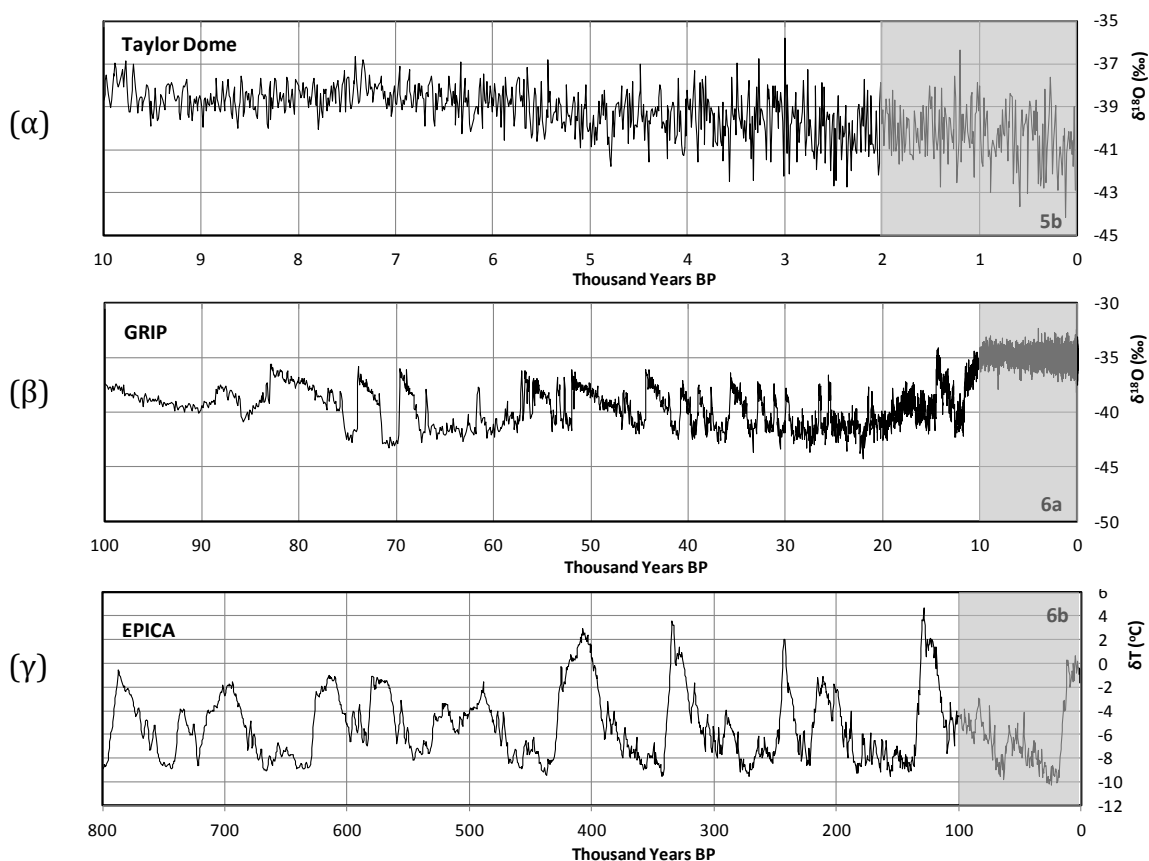
παρουσιάζουν αντίστοιχες αυξομειώσεις της θερμοκρασίας και σε άλλες περιόδους. Η πρώτη αναπαράσταση βασίζεται σε υποκατάστατα όπως δακτύλιοι δέντρων, γεωτρήσεις, σταλαγμίτες και δείγματα από ιζήματα, ενώ ο Lohle προσθέτει και υποκατάστατα γύρης, αλλά παραλείπει τα δείγματα των δακτυλίων δέντρων. Χαρακτηριστική είναι η αύξηση του  $1.7^{\circ}\text{C}/\text{αιώνα}$  (χρονικό παράθυρο 30 ετών) στην αναπαράσταση του Moberg κατά την έναρξη της Μεσαιωνικής Θερμής Περιόδου, όπως επίσης και η μείωση των  $2.2^{\circ}\text{C}/\text{αιώνα}$  πριν από τη Μικρή Εποχή των Παγετώνων, κατά τον 16<sup>ο</sup> αιώνα. Οι μεταβολές αυτές είναι ηπιότερες στην αναπαράσταση του Lohle, όπως είναι αναμενόμενο, καθώς η χρονοσειρά αποτελείται από τον κυλιόμενο μέσο στην κλίμακα των 30 ετών.

Οι πυρήνες πάγου μας δίνουν πληροφορίες για τα τελευταία 800.000 χρόνια (ΣΧΗΜΑ 2.25) με τη χρήση του ισοτόπου του δευτερίου ( $\delta\text{D}$ ) ή η αναλογία ισοτόπων  $\delta^{18}\text{O}/\delta^{16}\text{O}$ , τα οποία θεωρούνται γραμμικά ανάλογα της θερμοκρασίας [Dansgaard et al. 1993, Steig et al. 1999, Jouzel et al. 2007]. Στην παρούσα μελέτη έχουμε χρησιμοποιήσει τα υποκατάστατα δεδομένα που εξήχθησαν από τρεις πυρήνες πάγου: ο Taylor Dome στην Ανταρκτική για τα τελευταία 10.000 χρόνια της παρούσης μεσοπαγετωνικής περιόδου (ΣΧΗΜΑ 2.25α), ο GRIP στην Γροιλανδία για τα τελευταία 100.000 χρόνια (ΣΧΗΜΑ 2.25β) και ο EPICA, επίσης, στην Ανταρκτική, για τις τελευταίες 9 παγετωνικές/μεσοπαγετωνικές περιόδους (ΣΧΗΜΑ 2.25γ). Τα δείγματα των πυρήνων πάγου και των ιζημάτων είχαν μεταβλητό χρονικό βήμα και μετατράπηκαν σε σταθερό με απλή γραμμική παρεμβολή στη μεγαλύτερη τιμή του χρονικού βήματος της πρωτογενούς χρονοσειράς. Έχει δειχθεί ότι αυτού του τύπου η γραμμική παρεμβολή δεν επιδρά στον προσδιορισμό του συντελεστή Hurst [Markonis and Koutsoyiannis, 2013]. Επίσης, για να διατηρηθεί ένα ικανοποιητικό μέγεθος δείγματος στις περιπτώσεις του Taylor και του GRIP χρησιμοποιήσαμε μόνο το τμήμα των χρονοσειρών με την υψηλότερη χρονική ανάλυση (το χρονικό βήμα σταδιακά αυξάνεται καθώς μετακινούμαστε πιο πίσω στο παρελθόν, ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6).

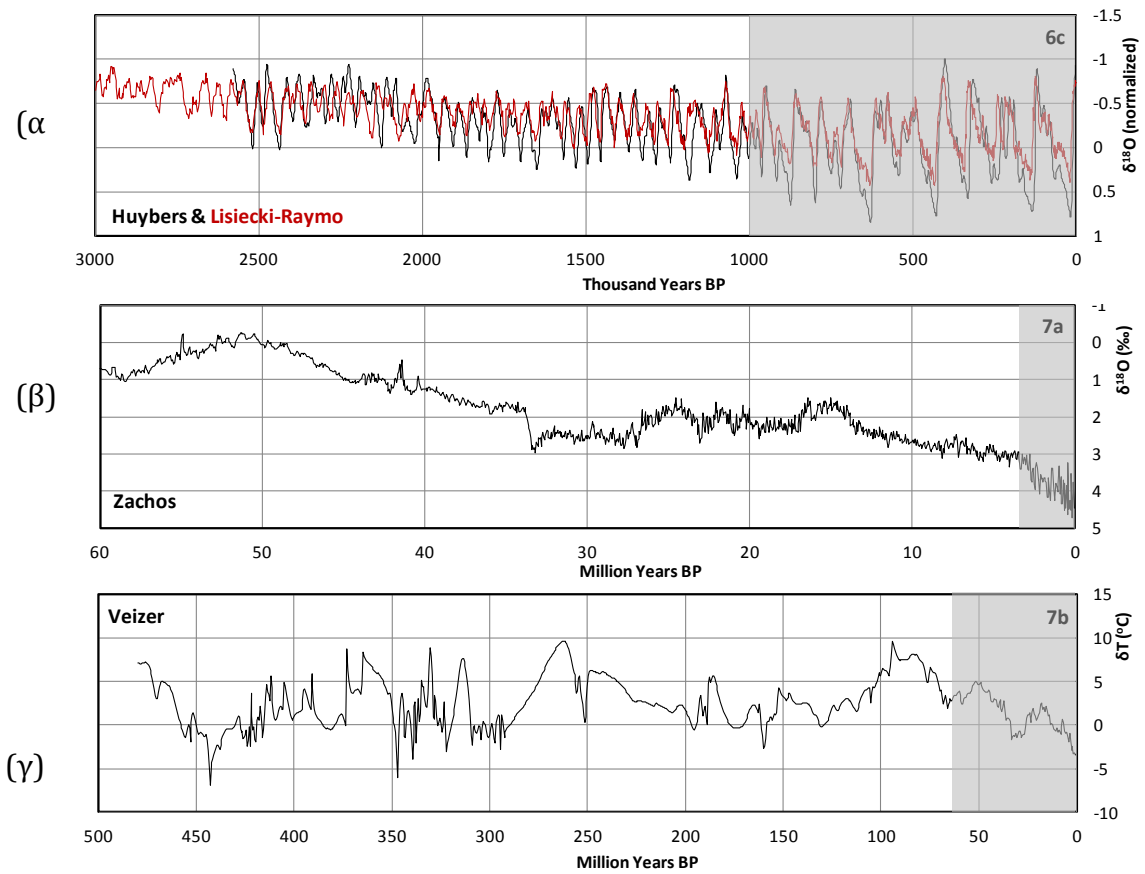
Τέλος, για τις ακόμη μεγαλύτερες κλίμακες έχουν χρησιμοποιηθεί παγκόσμιες αναπαραστάσεις πολλαπλών θέσεων οι οποίες έχουν προκύψει από υποκατάστατα δεδομένα εναποθέσεων ωκεάνιων ιζημάτων, με βάση επίσης και την αναλογία  $\delta^{18}\text{O}/\delta^{16}\text{O}$  (ΣΧΗΜΑ 2.26). Η περιοδική επανεμφάνιση των παγετώνων που παρατηρήθηκε στις χρονοσειρές του EPICA και του GRIP γίνεται ακόμη πιο εμφανής τα τελευταία 2.5 εκατομμύρια χρόνια (χρονοσειρά Huybers, ΣΧΗΜΑ 2.26α). Επίσης, γίνεται εμφανής μια σταθερή πτωτική τάση της παγκόσμιας θερμοκρασίας κατά τα τελευταία 50 εκατομμύρια χρόνια, η οποία είναι  $0.2^{\circ}\text{C}/\text{εκατομμύριο χρόνια}$  (ΣΧΗΜΑ 2.26β).



**ΣΧΗΜΑ 2.24:** Χρονοσειρές παγκόσμιας θερμοκρασίας από: (α) μετρητικά δεδομένα χρονικής διάρκειας 32 και 160 ετών, αντίστοιχα, και (β) αναπαραστάσεις πολλαπλών υποκατάστατων διάρκειας 2000 ετών (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6). Η γκριζα περιοχή υποδεικνύει τη χρονική σύνδεση κάθε χρονοσειράς με την προηγούμενη.



**ΣΧΗΜΑ 2.25:** Χρονοσειρές παγκόσμιας θερμοκρασίας που φτάνουν μέχρι 800 χιλιάδες χρόνια στο παρελθόν (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6). Η γκριζα περιοχή υποδεικνύει τη χρονική σύνδεση κάθε χρονοσειράς με την προηγούμενη.



**ΣΧΗΜΑ 2.26:** Χρονοσειρές παγκόσμιας θερμοκρασίας που φτάνουν μέχρι 500 εκατομμύρια χρόνια στο παρελθόν (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6). Η γκριζα περιοχή υποδεικνύει τη χρονική σύνδεση κάθε χρονοσειράς με την προηγούμενη.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6:** Συγκεντρωτικός πίνακας παλαιοκλιματικών δεδομένων

Συντό- μευση	Είδος δεδομένων (μονάδα)	Χρονική διάρκεια, <i>L</i> (χρόνια)	Αρχικό χρονικό βήμα (χρόνια)**	Κανονικ. χρονικό βήμα, $\Delta$ (χρόνια)	Βιβλιογρ. Αναφορά	Διαθεσιμότητα δεδομένων
NSSTC	Δορυφορικά (°C)	32	1/12	1/12		<a href="http://www.nsstc.uah.edu/data/msu/t2lt/">www.nsstc.uah.edu/data/msu/t2lt/</a>
CRU	Επίγειοι μετεωρολ. σταθμοί (°C)	161	1/12	1/12	<i>Brohan et al.</i> [2006]	<a href="http://www.cru.uea.ac.uk/cru/data/temperature/">www.cru.uea.ac.uk/cru/data/temperature/</a>
Moberg	Πολύ- υποκατάστατα (°C)	$2 \times 10^3$	1	1	<i>Moberg</i> [2005]	<a href="http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/moberg2005/moberg2005.html">www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/moberg2005/moberg2005.html</a>
Lohle	Πολύ- υποκατάστατα (°C)	$2 \times 10^3$	1	30*	<i>Lohle</i> [2007]	<a href="http://www.ncasi.org/programs/areas/climate/LohleE&amp;E2007.csv">www.ncasi.org/programs/areas/climate/LohleE&amp;E2007.csv</a>
Taylor	Πυρήνας πάγου ( $\delta^{18}O$ )	$10 \times 10^3$	1.4–96.1	100	<i>Steig et al.</i> [1999]	<a href="ftp://ftp.ncdc.noaa.gov/pub/data/paleo/icecore/antarctica/taylor/hi18o_td.txt">ftp://ftp.ncdc.noaa.gov/pub/data/paleo/icecore/antarctica/taylor/hi18o_td.txt</a>
GRIP	Πυρήνας πάγου ( $\delta^{18}O$ )	$100 \times 10^3$	0.9–172 (3.6%)	100	<i>Dansgaard et al.</i> [1993]	<a href="http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/icecore/greenland/summit/document/gripisot.html">www.ncdc.noaa.gov/paleo/icecore/greenland/summit/document/gripisot.html</a>
EPICA	Πυρήνας πάγου (°C)	$800 \times 10^3$	8.2–1364 (6.4%)	500	<i>Jouzel et al.</i> [2007]	<a href="http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/jouzel2007/jouzel2007.html">www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/jouzel2007/jouzel2007.html</a>
Huybers	Ιζηματικές αποθέσεις ( $\delta^{18}O$ )	$2.6 \times 10^6$	$10^3$	$10^3$	<i>Huybers</i> [2007]	<a href="http://www.people.fas.harvard.edu/~phuybers/Progression/Average_s.txt">www.people.fas.harvard.edu/~phuybers/Progression/Average_s.txt</a>
Lisiecki - Raymo	Ιζηματικές αποθέσεις ( $\delta^{18}O$ )	$3 \times 10^6$	$1-2.5 \times 10^3$	$2.5 \times 10^3$	<i>Lisiecki and Raymo</i> [2005]	<a href="http://lorraine-lisiecki.com/LR04stack.txt">http://lorraine-lisiecki.com/LR04stack.txt</a>
Zachos	Ιζηματικές αποθέσεις ( $\delta^{18}O$ )	$60 \times 10^6$	$1-120 \times 10^3$ (0.4%)	$50 \times 10^3$	<i>Zachos et al.</i> [2001]	<a href="http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/metadata/noaa-ocean-8674.html">www.ncdc.noaa.gov/paleo/metadata/noaa-ocean-8674.html</a>
Veizer	Ιζηματικές αποθέσεις (°C)	$480 \times 10^6$	2– $16\ 050 \times 10^3$ *** (1.1%)	$500 \times 10^3$	<i>Veizer et al.</i> [2000]	<a href="http://mysite.science.uottawa.ca/jveizer/isotope_data/index.html">mysite.science.uottawa.ca/jveizer/isotope_data/index.html</a>

\* Οι κλίμακες από 1 έως 30 χρόνια δεν συμπεριλήφθηκαν.

\*\* Στην παρένθεση αναγράφονται το ποσοστό των χρονικών βημάτων της πρωτογενούς χρονοσειράς που ήταν μεγαλύτερα από την επιλεγμένη αδιαστατοποιημένη χρονική ευκρίνεια,  $\Delta$ .

\*\*\* Η συγκεκριμένη υψηλή τιμή είναι αποτέλεσμα ενός μεγάλου κενού δεδομένων στη χρονοσειρά

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

---

## ΕΝΤΡΟΠΙΚΟ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

### 3.1 Γενικά

Οι γνωστές πιθανοτικές κατανομές είναι μερικές δεκάδες, ενώ από μαθηματικής απόψεως ο συνολικός αριθμός των κατανομών είναι άπειρος καθώς άπειρος αριθμός συναρτήσεων μπορεί να οριστεί με τις ιδιότητες μιας πιθανοτικής κατανομής. Η κοινή τεχνική για την επιλογή μιας κατανομής βασίζεται συνήθως σε μεθόδους δοκιμής-σφάλματος, δηλαδή, προσαρμόζεται συνήθως ένας μικρός αριθμός κατανομών στα εμπειρικά δεδομένα και επιλέγεται η κατανομή με την καλύτερη προσαρμογή που προκύπτει σύμφωνα με κάποιο κριτήριο σφάλματος ή τα αποτελέσματα στατιστικών ελέγχων. Θεωρητικά, η διαδικασία αυτή δεν έχει τέλος, εφόσον άπειρες κατανομές μπορούν κατασκευαστούν και συνεπώς να δοκιμαστούν ως προς την καταλληλότητά τους. Αντίθετα η αρχή της μέγιστης εντροπίας προσφέρει ένα ισχυρό θεωρητικό υπόβαθρο για να προσδιοριστεί ένα πιθανοτικό μοντέλο βάσει της διαθέσιμης πληροφορία. Ωστόσο, η επιτυχής χρήση αυτής της αρχής προϋποθέτει την ενσωμάτωση όλης της διαθέσιμης πληροφορίας με τη μορφή μαθηματικών περιορισμών.

### 3.2 Εντροπικά μέτρα

Η έννοια της εντροπίας πρωτοεμφανίζεται στα έργα του Rudolf Clausius το 1850 όμως αυτός που έδωσε στην εντροπία στατιστική σημασία και τη συσχέτισε με την στατιστική μηχανική ήταν ο Ludwig Boltzmann γύρω στο 1870. Η έννοια της εντροπίας εξελίχθηκε αργότερα στη θερμοδυναμική από τον J. Willard Gibbs και στην κβαντική μηχανική από τον Von Neumann, ενώ εισήχθη εκ νέου στη θεωρία των πληροφοριών από τον *Claude Shannon* [1948] ο οποίος έδειξε ότι η εντροπία είναι μια καθαρά πιθανοτική έννοια, πιο συγκεκριμένα ένα μέτρο της αβεβαιότητας που σχετίζεται με την τυχαία μεταβλητή.

Το πιο γνωστό και καλά τεκμηριωμένο μέτρο εντροπίας για μια συνεχή τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) είναι η εντροπία Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS) η οποία για μια μη αρνητική τ.μ.  $X$  δίνεται από τη σχέση

$$S_x = -\int_0^{\infty} f_x(x) \ln f_x(x) dx \quad (3.1)$$

όπου  $f_x(x)$  είναι η πυκνότητα πιθανότητας της  $X$ . Η εντροπία BGS δεν είναι το μόνο μέτρο εντροπίας. Μια αναζήτηση στη βιβλιογραφία αποκαλύπτει ότι πάνω από είκοσι διαφορετικά μέτρα εντροπίας έχουν προταθεί, κυρίως ως γενικεύσεις της εντροπίας BGS [Esteban και Morales, 1995]. Μεταξύ των μέτρων αυτών αξίζει να σημειωθεί η εντροπία Rényi, που θεσπίστηκε από τον Ούγγρο μαθηματικό Alfréd Rényi το 1961 και έχει χρησιμοποιηθεί σε πολλούς διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους, π.χ., στην οικολογία, στην οικονομία και τη στατιστική. Αξίζει επίσης να σημειωθεί άλλο ένα εντροπικό μέτρο που έχει αποκτήσει μεγάλη δημοτικότητα κατά την τελευταία δεκαετία, η εντροπία Havrda-Charvat-Tsallis (HTC) η οποία προτάθηκε αρχικά από τους Havrda και Charvat [1967] και εισήχθη εκ νέου και εφαρμόστηκε στη φυσική από τον Tsallis [1988] ενώ έχει επίσης χρησιμοποιηθεί και στην υδρολογία καθώς από την χρήση αυτού του εντροπικού μέτρου προκύπτουν κατανομές τύπου δύναμης. Η εντροπία HTC είναι μια γενίκευση της BGS εντροπίας και δίνεται από

$$S_x(q) = \frac{1 - \int_0^{\infty} (f_x(x))^q dx}{q-1} \quad (3.2)$$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι για  $q=1$  η εντροπία HTC ισοδυναμεί με την εντροπία BGS.

### 3.3 Η αρχή της μέγιστης εντροπίας

Η αρχή της μέγιστης εντροπίας καθιερώθηκε ως εργαλείο για την εξαγωγή συμπερασμάτων υπό αβεβαιότητα από τον Edwin Jaynes [1957a, 1957b]. Στην ουσία, η αρχή της μέγιστης εντροπίας στηρίζεται στην εξεύρεση της πλέον κατάλληλης κατανομής πιθανοτήτων βάσει της διαθέσιμης πληροφορίας.

Η διαθέσιμη πληροφορία που χρησιμοποιείται στην αρχή της μέγιστης εντροπίας, εκφράζεται ως ένα σύνολο περιορισμών που ορίζονται ως αναμενόμενες τιμές συναρτήσεων των συναρτήσεων  $g_j(\cdot)$  της  $X$ , i.e., δηλαδή,

$$E(g_j(X)) = \int_0^{\infty} g_j(x) f_x(x) dx = c_j, \quad j=1, \dots, n \quad (3.3)$$

Η κατανομή της μέγιστης εντροπίας προκύπτει από τη μεγιστοποίηση της επιλεγμένης μορφής εντροπίας θέτοντας ως περιορισμούς αυτούς της Εξ. (3.3) και με τον απαραίτητο πρόσθετο περιορισμό



$$\int_0^{\infty} f_x(x) dx = 1 \quad (3.4)$$

Η μεγιστοποίηση επιτυγχάνεται με τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange. Συγκεκριμένα, η γενική λύση της κατανομής μέγιστης εντροπίας που προκύπτει από τη μεγιστοποίηση της BGS εντροπίας και της HCT εντροπίας, υποθέτοντας αυθαίρετους περιορισμούς, είναι αντίστοιχα

$$f_x(x) = \exp\left(-\lambda_0 - \sum_{j=1}^n \lambda_j g_j(x)\right) \quad (3.5)$$

$$f_x(x) = \left(1 + (1-q) \left(\lambda_0 + \sum_{j=1}^n \lambda_j g_j(x)\right)\right)^{\frac{1}{1-q}} \quad (3.6)$$

όπου  $\lambda_j$ , με  $j = 1, \dots, n$  είναι οι πολλαπλασιαστές Lagrange που συνδέονται με τους περιορισμούς (3.3), ενώ  $\lambda_0$  είναι ο πολλαπλασιαστής που συνδέεται με τον περιορισμό (3.4).

### 3.4 Αιτιολόγηση των περιορισμών

Είναι σαφές από τα παραπάνω ότι η προκύπτουσα κατανομή της μέγιστης εντροπίας καθορίζεται πλήρως από την επιλογή των περιορισμών. Αυτό σημαίνει ότι αυτή η επιλογή είναι το πιο σημαντικό και καθοριστικό μέρος της μεθόδου. Οι περιορισμοί εκφράζουν τις γνώσεις μας σχετικά με την τ.μ. και θα πρέπει να συνοψίζουν όλη τη διαθέσιμη πληροφορία είτε από εμπειρικές παρατηρήσεις είτε από θεωρητικές εκτιμήσεις. Παρόλα αυτά η επιλογή των περιορισμών δεν είναι τετριμμένη υπόθεση καθώς σύμφωνα με τον ορισμό τους μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε μορφή.

Συνεπώς το ερώτημα που προκύπτει είναι πως θα επιλεγούν αυτοί οι περιορισμοί. Στην κλασική στατιστική μηχανική οι περιορισμοί καθορίζονται από φυσικές αρχές όπως η διατήρηση της μάζα, της ορμής και της ενέργειας. Ωστόσο, στις γεωφυσικές διεργασίες οι αρχές αυτές δεν μπορούν να προσφέρουν πολλά. Η τυπική διαδικασία για την επιλογή κατανομής για μια γεωφυσική διαδικασία, αλλά και γενικότερα, είναι η δοκιμή πολλών κατανομών και τελικά η επιλογή αυτής που προσαρμόζεται καλύτερα στο διαθέσιμο δείγμα. Ωστόσο με αυτόν τον τρόπο η επιλογή βασίζεται σε στατιστικά χαρακτηριστικά που προκύπτουν από ένα μικρό μέρος του παρελθόντος (το διαθέσιμο δείγμα) και τα οποία μπορεί να αλλάξουν στο μέλλον. Παρ' όλα αυτά, μπορούμε να υποθέσουμε ότι ορισμένα χαρακτηριστικά της τ.μ. είναι πιο πιθανό να διατηρούν σχετικά σταθερά στο μέλλον από άλλα. Για παράδειγμα, αδρά χαρακτηριστικά όπως η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση είναι λιγότερο πιθανό να αλλάξουν στο μέλλον συγκριτικά με άλλα όπως η ασυμμετρία ή η κύρτωση [Jaynes, 2003]. Συνεπώς, ένας πρώτος κανόνας για την επιλογή των

περιορισμών «επιβάλει» οι περιορισμοί να είναι όσο το δυνατόν απλοί και να εκφράζουν αυτά τα χαρακτηριστικά που είναι πιθανό να διατηρηθούν και στο μέλλον.

Ο προηγούμενος κανόνας μπορεί να θεωρηθεί υποκειμενικός, από την άποψη ότι είναι δύσκολο να οριστεί ποιοι περιορισμοί είναι απλοί και ποιοι όχι, ή να προβλεφθεί ποια στατιστικά χαρακτηριστικά θα διατηρηθούν στο μέλλον. Επιπλέον, η χρήση ενός συγκεκριμένου συνόλου «απλών» περιορισμών μπορεί να οδηγήσει σε μια κατανομή η οποία δεν υποστηρίζεται από τα εμπειρικά δεδομένα. Προφανώς, είναι δύσκολο να καθοριστούν «λεπτομερή» χαρακτηριστικά του σχήματος μιας κατανομής με βάση ένα μικρό στατιστικό δείγμα το οποίο προφανώς δεν παρέχει την επαρκή ποσότητα των πληροφοριών που απαιτούνται. Παρ' όλα αυτά, για πολλές γεωφυσικές διεργασίες, ακόμη και αν δεν υπάρχουν μεγάλα σε χρονικό μήκος δείγματα για συγκεκριμένες περιοχές, υπάρχουν δεκάδες χιλιάδες δείγματα σε όλο τον κόσμο, π.χ., για την βροχόπτωση, τη θερμοκρασία, κλπ. Συνεπώς, η μελέτη αυτής τεράστιας ποσότητας πληροφορίας μπορεί να οδηγήσει στον προσδιορισμό κάποιων σημαντικών χαρακτηριστικών ή ιδιοτήτων της κατανομής που θα πρέπει η προκύπτουσα κατανομή μέγιστης εντροπίας να μπορεί να αναπαράγει. Για παράδειγμα, σχετικά με το γενικό σχήμα της κατανομής, αν είναι δηλαδή σχήματος ανεστραμμένου J ή κωδωνοειδής, ή αν η κατανομή έχει χοντρή ή λεπτή ουρά. Ως εκ τούτου, οι περιορισμοί θα πρέπει να επιλέγονται όχι μόνο με βάση την απλότητα, αλλά και σχετικά με την καταλληλότητα της κατανομής να περιγράψει γενικές εμπειρικές διαπιστώσεις.

Συνήθως οι περιορισμοί που χρησιμοποιούνται για τη μεγιστοποίηση της εντροπίας υποθέτουν γνωστή μέση τιμή και διασπορά, δηλαδή, γνωστές τις δύο πρώτες ροπές, που είναι προφανώς δύο πολύ απλοί περιορισμοί. Συγκεκριμένα, η μεγιστοποίηση της εντροπίας υποθέτοντας γνωστές τις δύο πρώτες ροπές οδηγεί: (α) στην κανονική κατανομή στην περίπτωση της εντροπίας BGS, ή, στην κολοβή κανονική κατανομή αν τεθεί ο περιορισμός μη αρνητικών τιμών, και (β) σε μια συμμετρική κωδωνοειδή κατανομή με ουρές τύπου δύναμης στην περίπτωση της εντροπίας HCT, ή στην κολοβή της εκδοχή αν η τ.μ. είναι θετική. Στις δύο αυτές κατανομές που είναι επί της ουσίας συμμετρικές η οποία ασυμμετρία μπορεί να προκύψει μόνο από την περικοπή στο μηδέν. Κατά συνέπεια, αυτές οι κατανομές δεν μπορούν να περιγράψουν επαρκώς πολλές γεωφυσικές διεργασίες που εμφανίζουν θετική κυρίως ασυμμετρία (π.χ., είναι γνωστό ότι η βροχόπτωση σε μικρές χρονικές κλίμακες είναι ισχυρά θετικά ασύμμετρα και πιθανότατα με χοντρή ουρά).

Συνεπώς, μέρος της παρούσας έρευνας είναι να καθορίσει ορισμένους απλούς και γενικούς περιορισμούς που θα οδηγούν σε πιθανοτικές κατανομές κατάλληλες για τις γεωφυσικές διεργασίες με τη χρήση της εντροπίας BGS η οποία είναι η μόνη θεωρητικά τεκμηριωμένη και ευρέως αποδεκτή μορφή εντροπίας.

Η μέση τιμή είναι ένας από τους πιο συνηθισμένους περιορισμούς, καθώς αποτελεί ένα κλασικό μέτρο της κεντρικής τάσης. Ένα άλλο χρήσιμο μέτρο κεντρικής

τάσης, που έχει και τη «βολική» ιδιότητα να ορίζεται μόνο για θετικές μεταβλητές, όπως είναι οι γεωφυσικές διεργασίες, είναι ο γεωμετρικός μέσος  $\mu_G$ . Μια εκτίμηση του από ένα δείγμα μήκους  $n$ , δίνεται από

$$\mu_G = \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^{1/n} = \exp \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \right) = \exp(\overline{\ln x}) \quad (3.7)$$

όπου η άνω υπογράμμιση αντιπροσωπεύει το μέσο όρο του δείγματος. Ο δειγματικός γεωμετρικός μέσος (που έχει ξανά χρησιμοποιηθεί ως περιορισμός [Kapur, 1989]) είναι μικρότερος από την αριθμητική μέση τιμή. Διαισθητικά, αυτό οδηγεί στο σχηματισμό του ακόλουθου περιορισμού

$$E(\ln X) = \ln \mu_G \quad (3.8)$$

Η αναμενόμενη τιμή του  $\ln X$ , εκτός από τη σχέση της με το γεωμετρικό μέσο και την απλότητά της, είναι ένα βασικός περιορισμός για θετικά ασύμμετρες μεταβλητές. Συγκεκριμένα, τα δείγματα που προκύπτουν από θετικά ασύμμετρες κατανομές και ακόμη περισσότερο αυτά που προέρχονται από κατανομές με χοντρή ουρά, εμφανίζουν τιμές που εντοπίζονται στην δεξιά περιοχή της κατανομής πολύ μακριά από τη μέση τιμή και κατά μία έννοια οι τιμές αυτές ενεργούν σαν ακραίες τιμές με συνέπεια να επηρεάζουν έντονα τις δειγματικές ροπές, ιδίως τις ροπές υψηλότερης τάξης. Συνεπώς, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι οι δειγματικές ροπές, ειδικά από δείγματα που προέρχονται από κατανομές με χοντρές ουρές, είναι πολύ πιθανό να μην διατηρηθούν. Αντιθέτως, η συνάρτηση  $\ln$  όταν εφαρμόζεται σε τέτοια δείγματα εξαλείφει την επίδραση των εν λόγω «ακραίων» τιμών και προσφέρει ένα πολύ πιο σταθερό μέτρο έναντι των κλασικών ροπών που είναι και πολύ πιθανό να διατηρηθεί. Κυρίως για το λόγο αυτό, ο λογαριθμικός μετασχηματισμός είναι ίσως ο πιο κοινός μετασχηματισμός που χρησιμοποιείται στην υδρολογία καθώς τείνει να κανονικοποιήσει θετικά ασύμμετρα δεδομένα.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η σχέση της μέσης τιμής και της διασποράς με τις αρχές της διατήρησης της ορμής και της διατήρησης της ενέργειας, αντίστοιχα, δεν είναι έγκυρες στις γεωφυσικές διεργασίες. Για παράδειγμα, η μέση τιμή της βροχόπτωσης δεν μπορεί να συσχετιστεί με την ορμή και η διασπορά δεν μπορεί να συσχετιστεί με την ενέργεια. Συνεπώς δεν υπάρχουν θεωρητικά επιχειρήματα (εκτός από την απλότητα και την εννοιολογική τους σημασία ως μέτρα κεντρικής τάσης και διασποράς) τα οποία να ευνοούν τη μέση τιμή και την διασπορά έναντι, π.χ., κλασματικών ροπών μικρής τάξης ή ακόμη και αρνητικών. Για παράδειγμα, εάν η δεύτερη ροπή είναι πιθανό να διατηρηθεί, τότε ίσως η τετραγωνική της ρίζα είναι πιθανότερο να διατηρηθεί καθώς επηρεάζεται λιγότερο από ακραίες τιμές. Επιπλέον, η κλασματικές ροπές χαμηλής τάξης μπορούν να σχετιστούν με τη συνάρτηση  $\ln x$ , καθώς είναι γνωστό ότι

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{x^q - 1}{q} = \ln x \quad (3.9)$$

Έτσι, θα μπορούσε να ειπωθεί ότι η συνάρτηση  $x^q$  για μικρές τιμές του  $q$  συμπεριφέρεται παρόμοια με την  $\ln x$  και εμφανίζει συνεπώς παρόμοιες ιδιότητες με εκείνες της λογαριθμικής συνάρτησης που περιγράφονται παραπάνω.

Με βάση αυτό το σκεπτικό αυτό κρίνεται ότι αντί να επιλέγει η τάξη της ροπής εκ των προτέρων, είναι καλύτερα να μείνει απροσδιόριστη, έτσι ώστε οποιαδήποτε τιμή να μπορεί να επιλεγεί εκ των υστέρων, συμπεριλαμβανομένου και των μικρών κλασματικών τιμών. Αυτό οδηγεί να οριστεί ως περιορισμός η ροπή  $m_q$

$$m_q = E(X^q) = \int_0^{\infty} x^q f_X(x) dx \quad (3.10)$$

Ένας λόγος που έχουν προκύψει πολλές γενικεύσεις εντροπίας ήταν για να εξηγήσουν οι εμπειρικά διαπιστωμένες αποκλίσεις από τις κατανομές εκθετικού τύπου που προκύπτουν από την εντροπία BGS με τη χρήση των συνήθων περιορισμών. Ωστόσο, τα γενικευμένα αυτά μέτρα εντροπίας έχουν κατηγορηθεί για έλλειψη θεωρητικής τεκμηρίωσης καθώς και για αυθαιρεσία. Εδώ, αντί να χρησιμοποιηθούν γενικευμένα μέτρα εντροπίας που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε κατανομές τύπου δύναμης, ορίζεται μια γενίκευση των κλασικών ροπών που βασίζεται στον ορισμό της εκθετικής συνάρτησης ως ορίου, ήτοι  $\exp(x^q) = \lim_{p \rightarrow 0} (1 + px^q)^{1/p}$ . Πρώτα ορίζεται η συνάρτηση  $x_p^q$  ως

$$x_p^q := \ln(1 + px^q) / p \quad (3.11)$$

η οποία για  $p = 0$  ισοδυναμεί με την  $x^q$  καθώς  $x_0^q = \lim_{p \rightarrow 0} \ln(1 + px^q) / p = x^q$ . Έτσι, οι γενικευμένες ροπές, που ονομάζονται  $p$ -ροπές, ορίζονται ως

$$m_q(p) = E(X_p^q) = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \ln(1 + px^q) f_X(x) dx \quad (3.12)$$

Αναμφίβολα, αυτή η γενίκευση είναι αυθαίρετη και πολλές άλλες γενικεύσεις μπορούν να κατασκευαστούν. Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν λόγοι που καθιστούν τη χρήση των  $p$ -ροπών λογική και οι οποίοι μπορούν να συνοψιστούν ως εξής: (α) εάν γενικευμένα μέτρα εντροπίας, τα οποία θεωρούνται από πολλούς ως αυθαίρετα, έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως, τότε δεν υπάρχει κανένας λόγος να μη χρησιμοποιηθούν γενικευμένες ροπές, (β) η μεγιστοποίηση της εντροπίας BGS χρησιμοποιώντας  $p$ -ροπές οδηγεί, όπως θα γίνει φανερό στην επόμενη ενότητα, σε ευέλικτες κατανομές τύπου δύναμης (συμπεριλαμβανομένων των κατανομών Pareto

και Tsallis για  $q = 1$  και  $q = 2$ , αντίστοιχα),  $(\gamma)$  οι  $p$ -ροπές είναι απλές και για  $p = 0$ , ισοδυναμούν με τις κλασικές ροπές, και  $(\delta)$  βασίζονται στη συνάρτηση  $x_p^q$  που έχει επιθυμητές ιδιότητες, όπως εκείνες της συνάρτησης  $\ln x$  που περιγράφηκε παραπάνω και έτσι είναι κατάλληλες για θετικά ασύμμετρες μεταβλητές. Επιπροσθέτως, σε σύγκριση με την  $E(\ln x)$  είναι πάντα θετικές.

### 3.5 Κατανομές μέγιστης εντροπίας

Η μεγιστοποίηση της εντροπίας μπορεί να επιτευχθεί με πολλούς διαφορετικούς συνδυασμούς περιορισμών. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 παρουσιάζει κατανομές μέγιστης εντροπίας για απλούς και πιο γενικούς συνδυασμούς με χρήση των κλασικών αλλά και των  $p$ -ροπών. Ωστόσο, εδώ, χρησιμοποιούμε δύο απλούς συνδυασμούς των προαναφερθέντων περιορισμών ανάλογα με το είδος και τη γενικότητα των κατανομών που προκύπτουν. Ειδικότερα, συνδυάζεται ο περιορισμός  $E(\ln x)$ , πρώτον με τις κλασικές ροπές και δεύτερον με τις  $p$ -ροπές, αφήνοντας και στις δύο περιπτώσεις την τάξη αυθαίρετη.

Στην πρώτη περίπτωση η μεγιστοποίηση της BGS εντροπίας, με περιορισμούς τους (3.8) και (3.10) δίνει την πυκνότητα πιθανότητας

$$f_x(x) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \ln x - \lambda_2 x^q) \quad (3.13)$$

που μετά από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς και μετονομασία των παραμέτρων μπορεί να γράφει και ως

$$f_x(x) = \frac{\gamma_2}{\beta \Gamma(\gamma_1 / \gamma_2)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma_1 - 1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma_2}\right), \quad x \geq 0 \quad (3.14)$$

που αντιστοιχεί στη συνάρτηση κατανομής

$$F_x(x) = 1 - \Gamma\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma_2}\right) / \Gamma\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right), \quad x \geq 0 \quad (3.15)$$

όπου  $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} \exp(-t) dt$  είναι η συνάρτηση Γάμα και  $\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} \exp(-t) dt$  η άνω ατελής συνάρτηση Γάμα.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1:** Κατανομές μέγιστης εντροπίας για διάφορους συνδυασμούς περιορισμών.

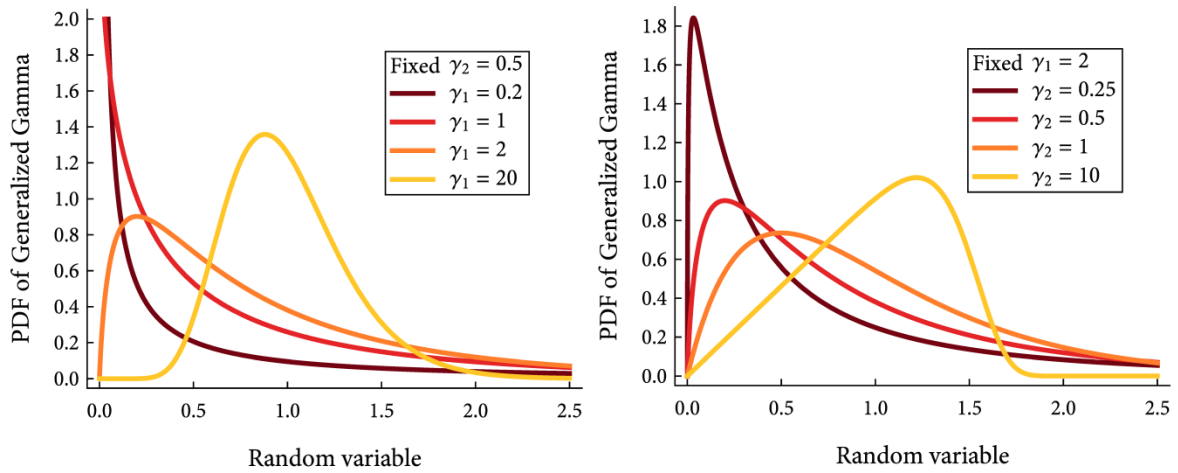
Περιορισμός	Όνομα κατανομής	Πυκνότητα πιθανότητας	Ref. No.
$m_1$	Εκθετική	$f_x(x) = C \exp(-\lambda_1 x)$	(3.16)
$m_2$	Μισή-Κανονική	$f_x(x) = C \exp(-\lambda_1 x^2)$	(3.17)
$m_1$ και $m_2$	Κανονική	$f_x(x) = C \exp(-\lambda_1 x - \lambda_2 x^2)$	(3.18)
$m_q$	Γενικευμένη Εκθετική	$f_x(x) = C \exp(-\lambda_1 x^q)$	(3.19)
$m_1$ και $E(\ln x)$	Γάμα	$f_x(x) = C x^{-\lambda_1} \exp(-\lambda_2 x)$	(3.20)
$m_q$ και $E(\ln x)$	Γενικευμένη Γάμα	$f_x(x) = C x^{-\lambda_1} \exp(-\lambda_2 x^q)$	(3.21)
$m_1(p)$	Pareto τύπου II	$f_x(x) = C(1+x/p)^{-\lambda_1 p}$	(3.22)
$m_2(p)$	Tsallis	$f_x(x) = C(1+(x/p)^2)^{-\lambda_1 p^2}$	(3.23)
$m_1(p)$ και $m_2(p)$	Δεν έχει ονομαστεί	$f_x(x) = C(1+x/p)^{-\lambda_1 p} (1+(x/p)^2)^{-\lambda_2 p^2}$	(3.24)
$m_q(p)$	Δεν έχει ονομαστεί	$f_x(x) = C(1+(x/p)^q)^{-\lambda_1 p^q}$	(3.25)
$m_1(p)$ και $E(\ln x)$	Βήτα δευτέρου είδους	$f_x(x) = C x^{-\lambda_1} (1+x/p)^{-\lambda_2 p}$	(3.26)
$m_q(p)$ και $E(\ln x)$	Γενικευμένη Βήτα δευτέρου είδους	$f_x(x) = C x^{-\lambda_1} (1+(x/p)^q)^{-\lambda_2 p^q}$	(3.27)

όπου  $C = \exp(-\lambda_0)$  είναι η σταθερά ολοκλήρωσης ώστε να ισχύει  $\int_0^\infty f_x(x) = 1$ .

Η κατανομή αυτή, που συχνά αποδίδεται στον Stacy [1962], εμφανίστηκε πολύ νωρίτερα στη βιβλιογραφία στα έργα του Amorosο γύρω στο 1920 και φαίνεται να έχει επανανακαλύφθει πολλές φορές υπό διαφορετικές μορφές [βλ. π.χ., Kleiber και Kotz, 2003]. Εδώ, προτείνουμε μια ελαφρώς διαφορετική μορφή σε σχέση με αυτή που προτάθηκε από τον Stacy. Ουσιαστικά, πρόκειται για μια γενίκευση της κατανομής Γάμα και συμβολίζεται ως  $GG(\beta, \gamma_1, \gamma_2)$  ή απλούστερα ως GG. Είναι μια πολύ ευέλικτη κατανομή που περιλαμβάνει πολλές άλλες γνωστές κατανομές ως ειδικές περιπτώσεις, π.χ., τη Γάμα, τη Weibull, την εκθετική, ή ακόμα και την χ-τετράγωνο.

Η κατανομή περιλαμβάνει την παράμετρο κλίμακας  $\beta > 0$  και τις παραμέτρους σχήματος  $\gamma_1 > 0$  και  $\gamma_2 > 0$ . Η παράμετρος  $\gamma_1$  καθορίζει την συμπεριφορά της αριστερής ουράς, ήτοι, για  $0 < \gamma_1 < 1$  η πυκνότητα πιθανότητας έχει σχήμα ανεστραμμένου J και όταν  $x \rightarrow 0$  η  $f_x(x) \rightarrow \infty$ . Αν  $\gamma_1 > 1$  έχει κωδωνοειδές σχήμα και θετική κυρίως ασυμμετρία αλλά για συγκεκριμένες τιμές του  $\gamma_1$  και  $\gamma_2$  μπορεί να

γίνει συμμετρική ή ακόμη να έχει και αρνητική ασυμμετρία, ενώ όταν  $x=0$  η  $f_x(x)=0$ . Τέλος, για  $\gamma_1=1$  η κατανομή ισοδυναμεί με την γενικευμένη εκθετική και για  $x=0$  η  $f_x(0)<\infty$ . Η παράμετρος  $\gamma_2$  για καθορισμένη τιμή του  $\gamma_1$  καθορίζει την συμπεριφορά της δεξιάς ουράς, ήτοι, καθορίζει την συχνότητα και το μέγεθος των ακραίων γεγονότων. Γενικά μπορούμε να πούμε πως για  $\gamma_2<1$  η κατανομή είναι υποεκθετική ενώ για  $\gamma_2>1$  υπερεκθετική [βλ. *Goldie και Klüppelberg, 1998*]. Το ΣΧΗΜΑ 3.1 όπου παρουσιάζεται η πυκνότητα πιθανότητας της GG για διαφορές τιμές των παραμέτρων της επιδεικνύει την μεγάλη ευελιξία της κατανομής.



**ΣΧΗΜΑ 3.1:** Συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής GG για διάφορες τιμές των παραμέτρων σχήματος. Οι τιμές της παραμέτρου κλίμακας  $\beta$  επιλέχθηκαν έτσι ώστε η μέση τιμή κάθε κατανομής να ισούται με 1.

Στη δεύτερη περίπτωση η μεγιστοποίηση της BGS εντροπίας, με περιορισμούς τους (3.8) και (3.12) δίνει την πυκνότητα πιθανότητας

$$f_x(x) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \ln x - \lambda_2 \ln(1 + px^q) / p) \quad (3.28)$$

που μετά από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς και μετονομασία των παραμέτρων μπορεί να γραφεί και ως

$$f_x(x) = \frac{\gamma_3}{\beta B(\gamma_1, \gamma_2)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma_1 \gamma_3 - 1} \left(1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma_3}\right)^{-(\gamma_1 + \gamma_2)}, \quad x \geq 0 \quad (3.29)$$

που αντιστοιχεί στη συνάρτηση κατανομής

$$F_x(x) = B_z(\gamma_1, \gamma_2) / B(\gamma_1, \gamma_2), \quad \text{όπου } z = \left(1 + (x / \beta)^{-\gamma_3}\right)^{-1} \quad (3.30)$$



όπου  $B_x(a,b) = \int_0^x t^{a-1}(1-t)^{b-1} dt$  η ατελής συνάρτηση Βήτα, ενώ είναι η συνάρτηση Βήτα συμβολίζεται με  $B(a,b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1} dt$ .

Η κατανομή αυτή δεν έχει προκύψει σε παρόμοια πλαίσιο, όμως, μια αναζήτηση στη βιβλιογραφία αποκαλύπτει ότι έχει ξαναανακαλυφθεί κι άλλες φορές κάτω από διαφορετικά ονόματα και παραμετροποιήσεις. Είναι πλέον κοινώς γνωστή ως Γενικευμένη Βήτα δεύτερου είδους και συμβολίζεται ως  $GB2(\beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$  ή απλά ως GB2. Φαίνεται ότι οι *Milke* και *Johnson* [1974] ήταν οι πρώτοι που σχημάτισαν αυτήν την κατανομή και την πρότειναν για την περιγραφή υδρολογικών και μετεωρολογικών μεταβλητών. Έχει επίσης χρησιμοποιηθεί και σε άλλους κλάδους της επιστήμης, π.χ., ο *McDonald* [1984] χρησιμοποίησε την GB2 ως κατανομή του εισοδήματος. Επίσης, η κατανομή αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια γενίκευση πολλών γνωστών κατανομών, όπως π.χ. της F-κατανομής, ή της Pearson VI και πολλών άλλων.

Η κατανομή GB2 είναι μια κατανομή τεσσάρων παραμέτρων με μια παράμετρος κλίμακας  $\beta > 0$  και τρεις παραμέτρους σχήματος  $\gamma_1 > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$  και  $\gamma_3 > 0$ , που επιτρέπουν στην κατανομή να έχει τεραστία ευελιξία. Περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις ή ως οριακές περιπτώσεις πολλές γνωστές κατανομές όπως τη Βήτα δεύτερου είδους, την Pareto II, τη Loglogistic, τη Burr XII, ακόμη και τη γενικευμένη Γάμα [*McDonald*, 1984; *Kleiber και Kotz*, 2003].

Προφανώς, η ευελιξία της κατανομής GB2 την καθιστά ένα πολύ καλό μοντέλο για την περιγραφή των βροχοπτώσεων, η οποία έχει παρεμπιπτόντως χρησιμοποιηθεί με μια άλλη παραμετροποίηση και με το όνομα JH για την περιγραφή της βροχόπτωσης σε ένα μεγάλο φάσμα χρονικών κλιμάκων [*Papalexίου και Koutsoyiannis*, 2008b] και την κατασκευή θεωρητικά συνεπών όμβριων καμπύλων [*Papalexίου και Koutsoyiannis*, 2008a]. Παρόλα αυτά, με βάση την αρχή της φειδούς, ένα μοντέλο τριών παραμέτρων είναι προτιμότερο από ένα μοντέλο τεσσάρων παραμέτρων, με την προϋπόθεση ότι το απλούστερο μοντέλο περιγράφει επαρκώς τα δεδομένα. Επιπλέον, δεν είναι λογικό να συγκριθεί η απόδοση της GG κατανομής, η οποία είναι τριών παραμέτρων, με την GB2 η οποία είναι τεσσάρων παραμέτρων. Έτσι, μια απλούστερη μορφή της κατανομής GB2 επιλέγεται με βάση την ευελιξία της και την απλή αναλυτική έκφραση της συνάρτησης κατανομής της.

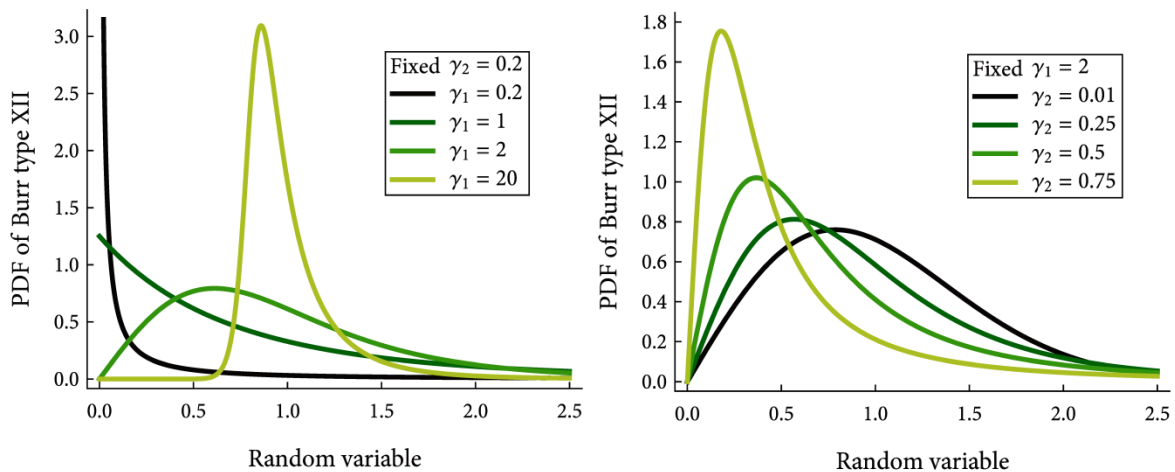
Η τριπαραμετρική απλοποίηση της GB2 προκύπτει για  $\gamma_1 = 1$  στην Εξ. (3.29). Μετά από αλγεβρικούς μετασχηματισμούς και μετονομασία των παραμέτρων προκύπτει μια κατανομή γνωστή ως Burr τύπου XII [*Burr*, 1942] (θα συμβολίζεται ως BrXII), που εισήχθη από τον Burr το 1942 στο πλαίσιο ενός συστήματος κατανομών παρόμοιο με το γνωστό σύστημα του Pearson. Η πυκνότητα πιθανότητάς της είναι

$$f_x(x) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1 - 1} \left( 1 + \gamma_2 \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1} \right)^{-\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} - 1}, \quad x \geq 0 \quad (3.31)$$

και η συνάρτηση κατανομής

$$F_x(x) = 1 - \left( 1 + \gamma_2 \left( \frac{x}{\beta} \right)^{\gamma_1} \right)^{-\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2}}, \quad x \geq 0 \quad (3.32)$$

Η κατανομή BrXII είναι μια ευέλικτη κατανομή τύπου δύναμης που περιλαμβάνει την παράμετρο κλίμακας  $\beta > 0$  και τις παραμέτρους σχήματος  $\gamma_1 > 0$  και  $\gamma_2 \geq 0$ . Η δυνατότητες της κατανομής να λαμβάνει διάφορα σχήματα επιδεικνύονται στο ΣΧΗΜΑ 3.2.



**ΣΧΗΜΑ 3.2:** Συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής BrXII για διάφορες τιμές των παραμέτρων σχήματος. Οι τιμές της παραμέτρου κλίμακας  $\beta$  επιλέχθηκαν έτσι ώστε η μέση τιμή κάθε κατανομής να ισούται με 1.

Η παραμετροποίηση της κατανομής BrXII που χρησιμοποιείται εδώ δεν είναι αυτή που δίνεται στη βιβλιογραφία [βλ. π.χ., *Tadikamalla*, 1980]. Προτιμάται η έκφραση που δίνεται στην Εξ. (3.31) γιατί συνιστά μια γενίκευση της γνωστής κατανομής Weibull (για  $\gamma_2 \rightarrow 0$ ), καθώς και γιατί η ασυμπτωτική συμπεριφορά της δεξιάς ουράς καθορίζεται πλήρως από την παράμετρο  $\gamma_2$  (για μεγάλες τιμές της  $X$  έχουμε  $P(X > x) \sim \gamma_2 \beta^{1/\gamma_2} x^{-1/\gamma_2}$ ). Η κατανομή έχει πεπερασμένη διασπορά για  $0 \leq \gamma_2 < 0.5$  και πεπερασμένη μέση τιμή για  $0 \leq \gamma_2 < 1$ . Τέλος, η παράμετρος σχήματος  $\gamma_1$  καθορίζει την αριστερή ουρά και για  $0 < \gamma_1 < 1$  η πυκνότητα πιθανότητας έχει

σχήμα ανεστραμμένου J, ενώ για  $\gamma_1 > 1$  είναι κωδωνοειδής και  $\gamma_1 = 1$  ισοδυναμεί με τη γνωστή κατανομή Pareto II.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

---

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ-ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

### 4.1 Ηλιακή ακτινοβολία

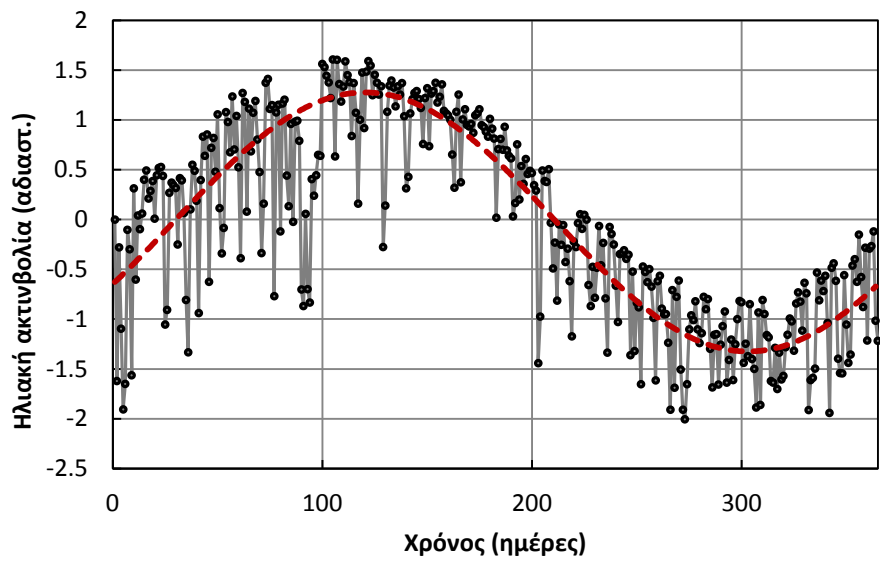
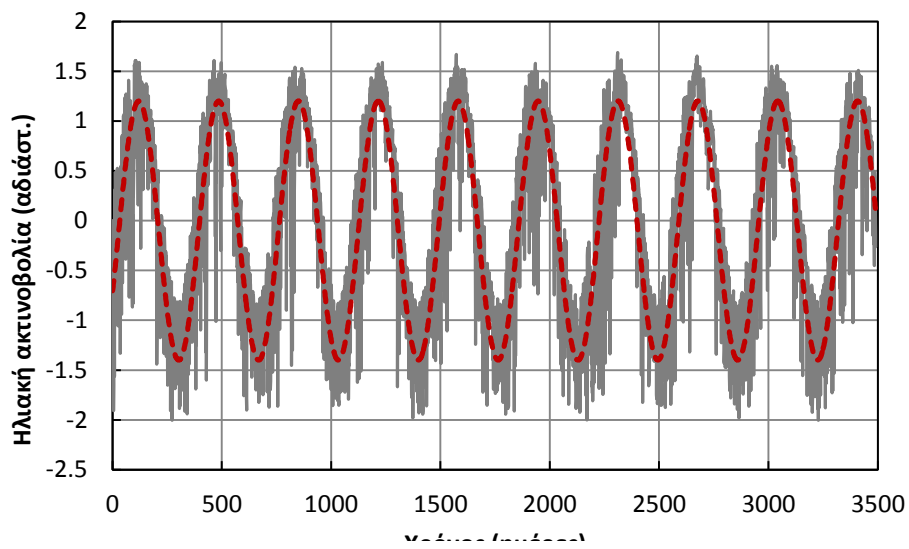
#### 4.1.1 Εποχικότητα

Όπως είναι γνωστό η ηλιακή ακτινοβολία παρουσιάζει ισχυρή εποχικότητα εξαιτίας της κίνησης της Γης γύρω από τον ήλιο. Επομένως, το πρώτο βήμα της στοχαστικής ανάλυσης των δεδομένων αφορά την αφαίρεση του ετήσιου κύκλου, έτσι ώστε να μελετηθεί η χρονοσειρά των υπολοίπων (residuals). Για να επιτευχθεί αυτό ακολουθήθηκαν δύο προσεγγίσεις: αφού προσδιορίστηκε η χρονοσειρά των μέσων ημερήσιων τιμών α) προσαρμόστηκε μια ημιτονοειδής καμπύλη στο σύνολο των αδιαστατοποιημένων δεδομένων, ελαχιστοποιώντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα προσαρμογής (ΣΧΗΜΑ 4.1) και β) προσαρμόστηκαν μηνιαίες γραμμές τάσης (γραμμική παλινδρόμηση) (ΣΧΗΜΑ 4.2 και αναλυτικά στο Παράρτημα: ΣΧΗΜΑ Α.1 – ΣΧΗΜΑ Α.12).

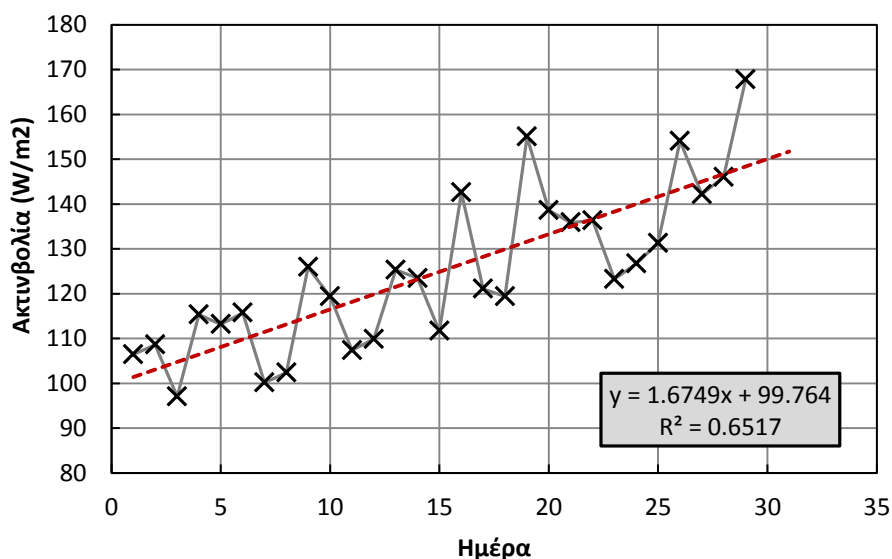
Η σύγκριση των δύο μεθόδων βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά των υπολοίπων δε δείχνει σημαντικές διαφορές (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1) και επομένως και οι δύο προσεγγίσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εξαγωγή και ανάλυση των υπολοίπων. Στην παρούσα μελέτη, επιλέχθηκε η ημιτονοειδής προσαρμογή.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1:** Σύγκριση στατιστικών χαρακτηριστικών των υπολοίπων για κάθε τύπο προσαρμογής.

	Ημιτονοειδής	Γραμμική
Μέση τιμή	-0.01	-0.30
Απόκλιση	47.23	46.40
Ασυμμετρία	-1.35	-1.15
Κύρτωση	2.28	1.57



**ΣΧΗΜΑ 4.1:** Προσαρμογή ημιτονοειδούς συνάρτησης στο σύνολο των δεδομένων (α). Προβολή μόνο του πρώτου έτος (β).



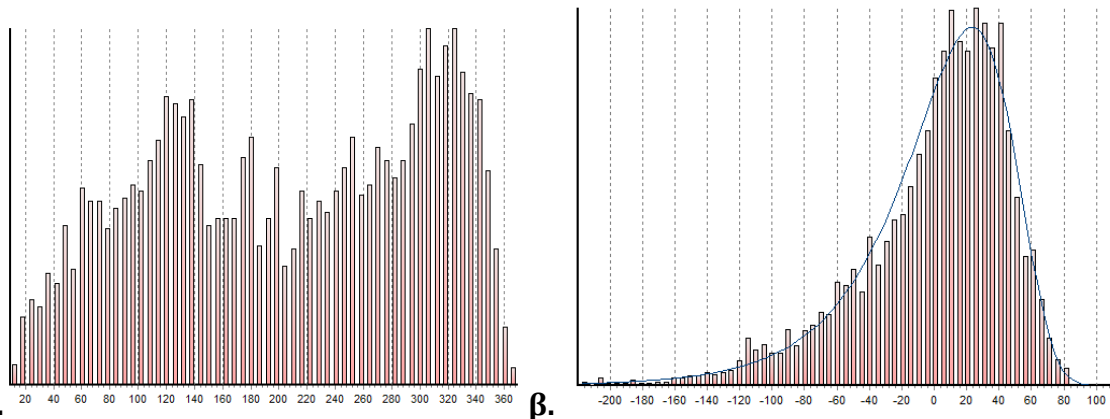
**ΣΧΗΜΑ 4.2:** Γραμμική παλινδρόμηση για τις μέσες ημερήσιες τιμές του μήνα Φεβρουαρίου.

#### 4.1.2 Περιθώριες κατανομές

Όπως είναι αναμενόμενο οι εμπειρικές κατανομές πιθανότητας θα διαφοροποιούνται μετά από την αφαίρεση του εποχικού κύκλου (ΣΧΗΜΑ 4.3 και αναλυτικά στο Παράρτημα: ΣΧΗΜΑ Α.13 – ΣΧΗΜΑ Α.23). Για την προσαρμογή των θεωρητικών περιθωρίων κατανομών πιθανότητας στις εμπειρικές χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό *Υδρογνώμων*. Η θεωρητική κατανομή με την καλύτερη προσαρμογή στα υπόλοιπα αποδείχθηκε η Γενική Ακραίων Τιμών (ΓΑΤ) Ελαχίστων με τιμές  $\gamma = \kappa = -0.06$ ,  $\beta = \lambda = 33.97$  και  $\alpha = \psi \cdot \lambda = 0.67 \cdot 33.97 = 20.72$  ( $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\psi$  οι παράμετροι όπως αναφέρονται στον *Υδρογνώμονα*), όπως ορίζονται στην αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$$F_{\text{GEV}}(x) = \exp\left(-\left(1 + \gamma \frac{x - \alpha}{\beta}\right)^{-1/\gamma}\right) \quad 1 + \gamma \frac{x - \alpha}{\beta} \geq 0 \quad (3.33)$$

Αν και η κατανομή αυτή φαίνεται να παρουσιάζει πολύ καλή προσαρμογή σε όλο το μέγεθος του δείγματος, η μελέτη των επιμέρους μηνών παρουσιάζει σημαντικές διαφοροποιήσεις (Παράρτημα: ΣΧΗΜΑ Α.24 – ΣΧΗΜΑ Α.35). Η εμφάνιση των νεφών, ιδιαίτερα κατά τους χειμερινούς μήνες, αλλάζει σημαντικά το σχήμα της εμπειρικής κατανομής με αποτέλεσμα καμία θεωρητική κατανομή να μην προσαρμόζεται ικανοποιητικά (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2). Αντίθετα, κατά τους θερινούς μήνες, όταν η ηλιακή ακτινοβολία είναι μέγιστη η ΓΑΤ ελαχίστων παρουσιάζει πολύ καλή προσέγγιση της εμπειρικής κατανομής, γεγονός που μειώνει το μέσο ετήσιο προσεγγιστικό σφάλμα.



**ΣΧΗΜΑ 4.3:** Εμπειρική κατανομή μέσης ημερήσιας ηλιακής ακτινοβολίας (α) και προσαρμογή της ΓΑΤ ελαχίστων αφού έχει αφαιρεθεί η εποχικότητα (β).

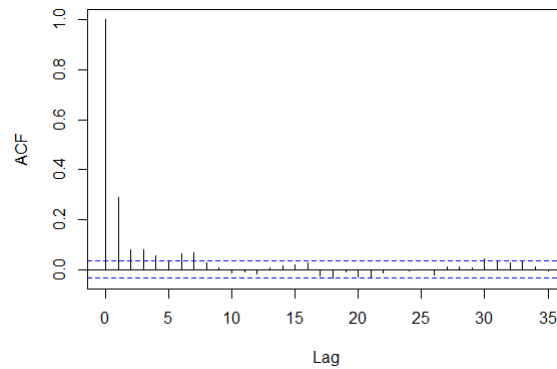
**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2:** Παράμετροι κατανομής ανά μήνα.

Μήνας	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
10	19.03	32.38	-0.13
11	14.85	27.10	-0.05
12	13.36	30.41	0.13
1	16.06	32.33	0.10
2	20.99	42.94	0.06
3	33.88	41.68	-0.12
4	35.87	41.87	-0.16
5	33.09	36.39	-0.24
6	25.37	27.25	-0.22
7	14.73	17.16	-0.23
8	6.52	12.51	-0.18
9	17.18	26.98	-0.18
<b>Μέση Τιμή</b>	<b>20.72</b>	<b>30.75</b>	<b>-0.10</b>
<b>Τ. Απόκλ.</b>	<b>1.75</b>	<b>9.47</b>	<b>0.13</b>

#### **Δομή αυτοσυσχέτισης – Συμπεριφορά Hurst-Kolmogorov**

Η δομή της αυτοσυσχέτισης των χρονοσειρών των υπολοίπων φθίνει εκθετικά, από την τιμή 0.34 (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3) στο 0 εντός 10 ημερών κατά μέσο όρο όπως φαίνεται ενδεικτικά στο ΣΧΗΜΑ 4.4 για τον Αγ. Κοσμά και αναλυτικά στο Παράρτημα για τους υπόλοιπους σταθμούς (Παράρτημα: ΣΧΗΜΑ Α.36 – ΣΧΗΜΑ Α.41). Το καλοκαίρι, εξαιτίας της παρατεταμένης ηλιοφάνειας η μέση τιμή του συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση αυξάνεται στο 0.46, ενώ αντίθετα κατά τη χειμερινή περίοδο μειώνεται στο 0.24. Το φθινόπωρο και την άνοιξη παρατηρούνται ενδιάμεσες τιμές (0.35).

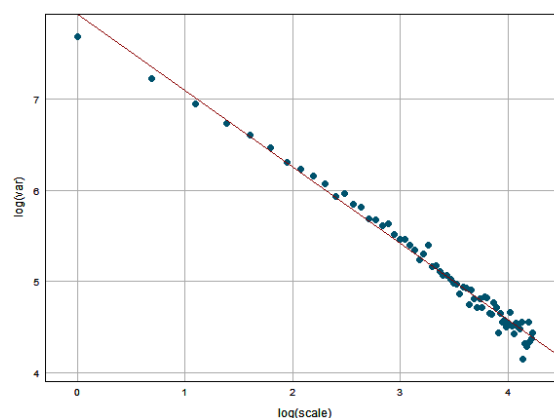




**ΣΧΗΜΑ 4.4:** Αυτοσυσχετόγραμμα για τη χρονοσειρά του σταθμού του Αγ. Κοσμά (υστέρηση σε ημέρες).

Ο συντελεστή Hurst ( $H$ ) προσδιορίστηκε με τη μέθοδο του κλιμακογράμματος [Koutsoyiannis, 2010], μέσω του οποίου η κλιματική μεταβλητότητα ποσοτικοποιείται μέσω της διασποράς σε διαφορετικές χρονικές κλίμακες (ΣΧΗΜΑ 4.5). Εκτός από το ότι αποτελεί μια απλούστερη και πιο συνεπή προσέγγιση από άλλες αντίστοιχες στοχαστικές μεθόδους, όπως για παράδειγμα το φάσμα ισχύος ή το αυτοσυσχετόγραμμα, το κλιμακόγραμμα προσφέρει τη δυνατότητα της συνδυαστικής προβολής διαφορετικών χρονοσειρών σε μια ενιαία γραφική παράσταση (βλ. παρακάτω ΣΧΗΜΑ 4.44). Οι τιμές του  $H$  κυμαίνονται σε χαμηλά επίπεδα (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3), γεγονός που σημαίνει πως οι χρονοσειρές παρουσιάζουν ασθενή συμπεριφορά Hurst – Kolmogorov.

Για την υπολογιστική ανάλυση του προσδιορισμού τόσο της δομής αυτοσυσχέτισης, όσο και του συντελεστή Hurst, όπως και για την κατασκευή των αντίστοιχων διαγραμμάτων (Παράρτημα: ΣΧΗΜΑ A.36 – ΣΧΗΜΑ A.47) χρησιμοποιήθηκε το ελεύθερο λογισμικό R (<http://cran.r-project.org/>).



**ΣΧΗΜΑ 4.5:** Χαρακτηριστικό εμπειρικό κλιμακόγραμμα για τη χρονοσειρά του σταθμού του Αγ. Κοσμά. Συνολικά, όλοι οι σταθμοί παρουσιάζονται στο Παράρτημα (ΣΧΗΜΑ A.42 – ΣΧΗΜΑ A.47).

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3:** Συντελεστής αυτοσυσχέτισης ( $\rho_1$ ) για υστέρηση 1 ημέρας και συντελεστής Hurst ανά σταθμό.

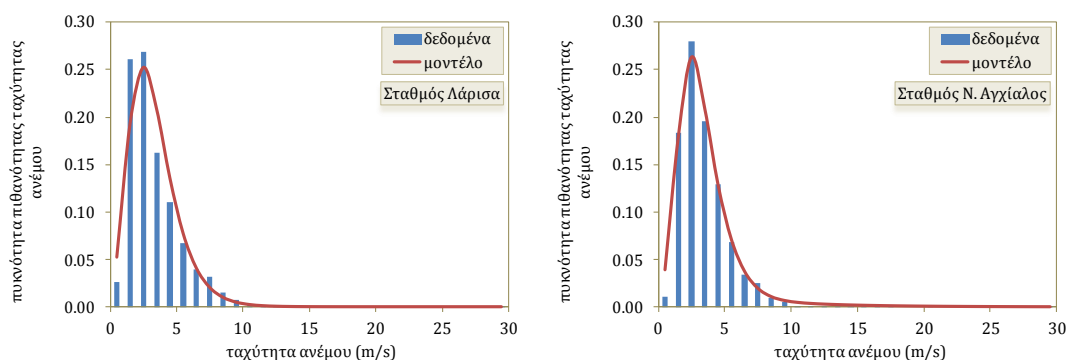
Σταθμός	$\rho_1$	H
Αγ. Κοσμάς	0.29	0.58
Άνω Λιόσια	0.34	0.58
Άνω Γλυφάδα	0.35	0.59
Γαλάτσι	0.35	0.79
Ηλιούπολη	0.32	0.64
Μάνδρα	0.34	0.61
Μενίδι	0.37	0.59
Πεντέλη	0.41	0.59
Πικέρμι	0.35	0.61
Ψυτάλλεια	0.31	0.68
Ζωγράφου (Γ)	0.35	0.59
<b>Μέση τιμή</b>	<b>0.34</b>	<b>0.62</b>

## 4.2 Άνεμος

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα εκτιμηθούν τα απαραίτητα χαρακτηριστικά για την στοχαστική περιγραφή της υπό μελέτη μεταβλητής. Συγκεκριμένα, δίνεται καταρχήν η περιθώρια κατανομή της ταχύτητας του ανέμου, όπως υπολογίστηκε για τον σταθμό Λάρισα και Ν. Αγχίαλος στο παρακάτω σχήμα. Παρατηρούμε πως η κατανομή Γάμα (2 παραμέτρων) προσεγγίζει κάπως ικανοποιητικά την περιθώρια κατανομή του ανέμου στους υπό μελέτη σταθμούς:

$$f(w; \kappa, \theta) = \frac{w^{\kappa-1} e^{-w/\theta}}{\Gamma(\kappa) \theta^\kappa} \quad (3.34)$$

όπου  $\kappa$  και  $\theta$  παράμετροι σχήματος και κλίμακας.



**ΣΧΗΜΑ 4.6:** Μέση κατανομή πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητας του ανέμου στο σταθμό Λάρισα (αριστερά) και Ν. Αγχίαλος (δεξιά).

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων της κατανομής αυτής έγιναν με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4:** Παράμετροι  $\kappa$  και  $\theta$  της κατανομής Γάμα, όπως εκτιμήθηκαν με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, καθώς και η μέση λογαριθμική κλίση του κλιμακογράμματος για κάθε σταθμό.

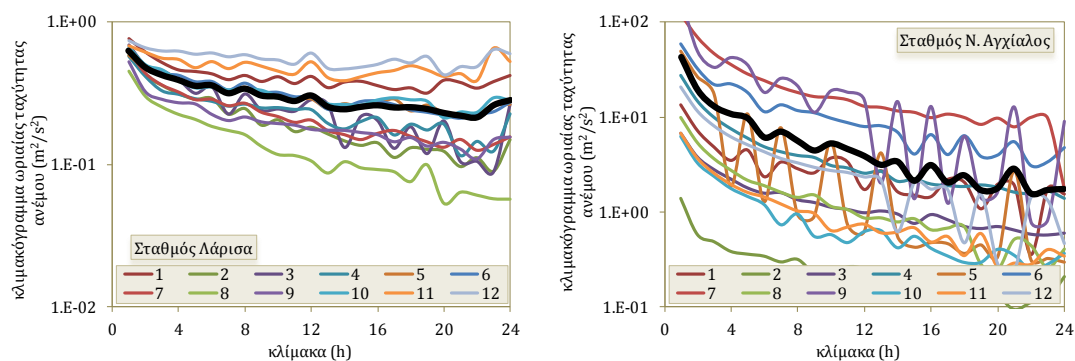
Σταθμός	$\kappa$	$\theta$	μέση λογαριθμική κλίση κλιμακογράμματος
Αλεξανδρούπολη	3.644	1.890	0.57
Άρακκος	5.916	0.633	0.57
Ελευσίνα	5.026	0.858	0.94
Ηράκλειο	3.246	1.439	0.93
Κέρκυρα	4.161	0.957	0.93
Κως	4.169	1.191	0.92
Λάρισα	4.829	0.758	0.83
Ν. Αγχίαλος	6.456	1.715	0.52

Στην συνέχεια, η μελέτη της εσωτερικής δομής της ταχύτητας του ανέμου έγινε μέσω του κλιμακογράμματος, το οποίο εκφράζει την μεταβλητότητα της διασποράς συναρτήσει της κλίμακας [βλ. Koutsoyiannis, 2010]. Το κλιμακογράμμα παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες μεθόδους, όπως αυτοσυνδιαφορά ή φάσμα ισχύος, με σημαντικότερο την μικρότερη στατιστική αβεβαιότητα στις περισσότερες περιπτώσεις απλών διεργασιών (όπως τύπου Μαρκόφ, ΗΚ ή και συνδυασμού αυτών) αλλά και σε πιο σύνθετες διεργασίες εργαστηριακής φύσης με τυρβώδη συμπεριφορά [βλ. Dimitriadis και Koutsoyiannis, 2015]. Παρατηρούμε από τον παραπάνω πίνακα πως η υπό μελέτη διεργασία παρουσιάζει μια συμπεριφορά ΗΚ, με μέσο συντελεστή Hurst ίσο με 0.85 (μη λαμβάνοντας υπό όψη σταθμούς με μικρό πλήθος δεδομένων). Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι στην μελέτη [Δημάκος, 2014] ο μέσος συντελεστής Hurst μεγαλύτερης κλίμακας (ημερήσιας, ετήσιας και υπερετήσιας) στον Ελλαδικό χώρο εκτιμήθηκε περίπου ίσος με 0.75. Επίσης, στην μελέτη [Τσεκούρας, 2012], πάλι μεγαλύτερων κλιμάκων αλλά σε σταθμούς στον παγκόσμιο χώρο, η εκτίμηση αυτή ήταν περίπου ίση με 0.8. Για τη δημιουργία συνθετικών χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου, με δεδομένη την μέση ημερήσια τιμή, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα στοχαστικό μοντέλο τύπου AR(1) με αυτοσυνδιαφορά [βλ. και Dimitriadis και Koutsoyiannis, 2015, για την μέθοδο κατασκευής συνθετικών χρονοσειρών μέσω διεργασιών AR(1)]:

$$c(\tau) = \lambda e^{-\tau/q} \quad (3.35)$$

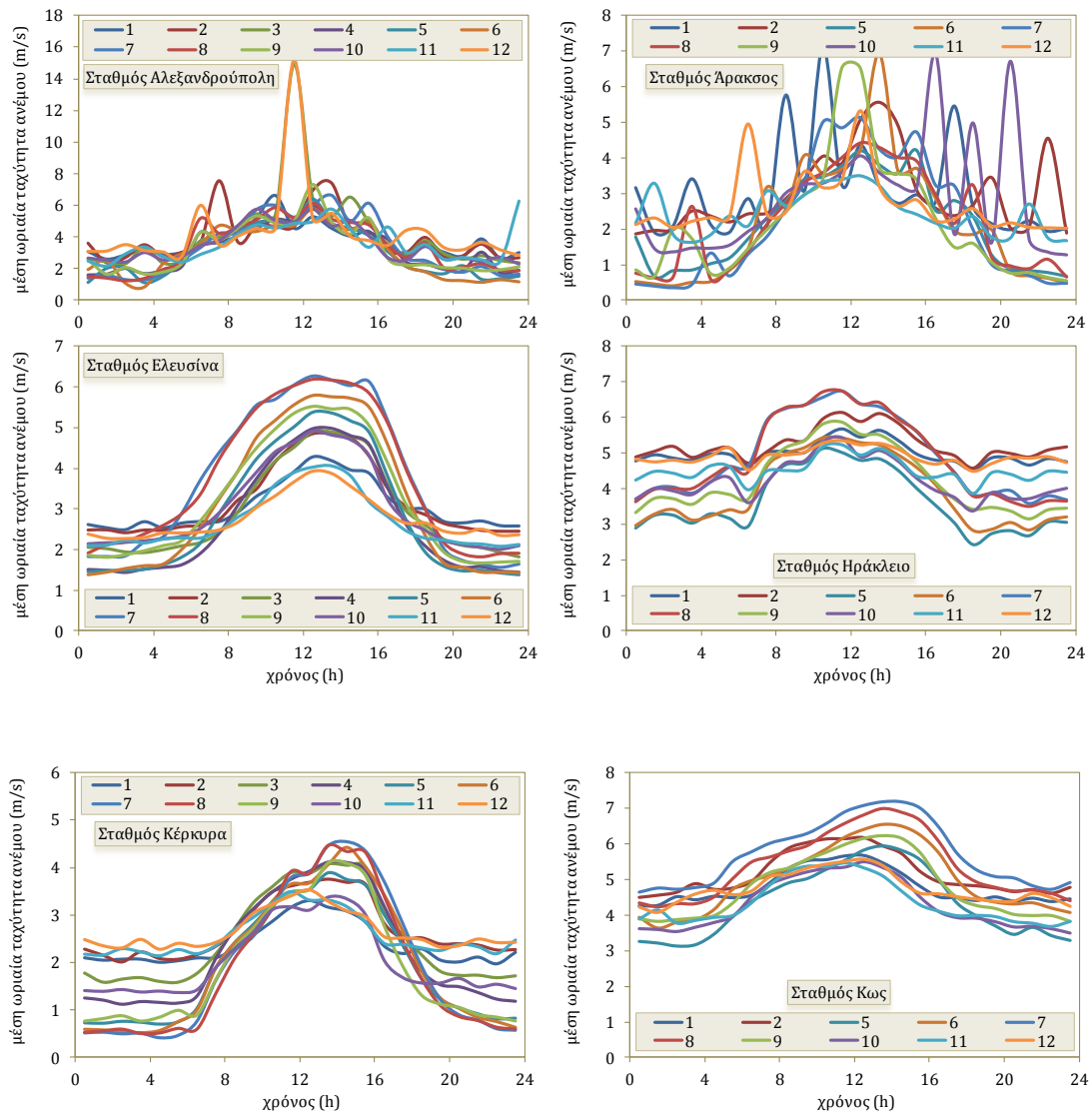
όπου  $\tau$  η υστέρηση σε συνεχή χρόνο (h),  $\lambda$  η διασπορά και  $q$  παράμετρος κλίμακας.

Οι παράμετροι της αυτοσυνδιασποράς εκτιμήθηκαν ως  $\lambda \approx 1.354 c(0) \text{ m}^2/\text{s}^2$  και  $q = 1.557 \text{ h}$ , με  $c(0)$  τη διασπορά της διεργασίας του υπό μελέτη σταθμού (π.χ.  $c(0) = 5.617 \text{ m}^2/\text{s}^2$  για τον σταθμό Λάρισα). Οι μέσες παράμετροι της κατανομής πυκνότητας πιθανότητας Γάμα εκτιμήθηκαν ως  $\kappa = 5.7$  και  $\theta = 1.2$ .

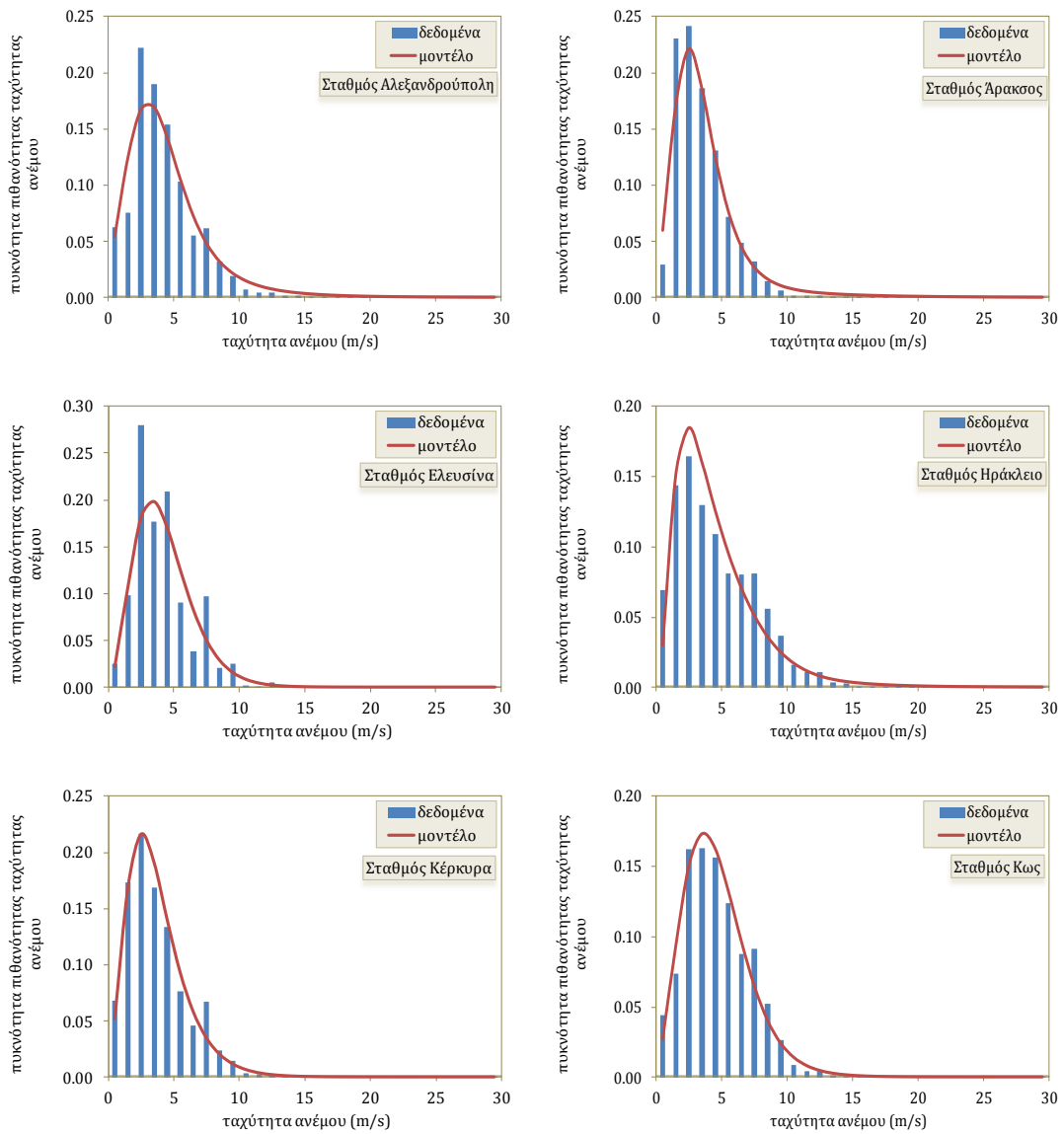


**ΣΧΗΜΑ 4.7:** Μέσο και για κάθε μήνα, κλιμακόγραμμα της ταχύτητας του ανέμου στο σταθμό Λάρισας (αριστερά) και Ν. Αγχιάλου (δεξιά).

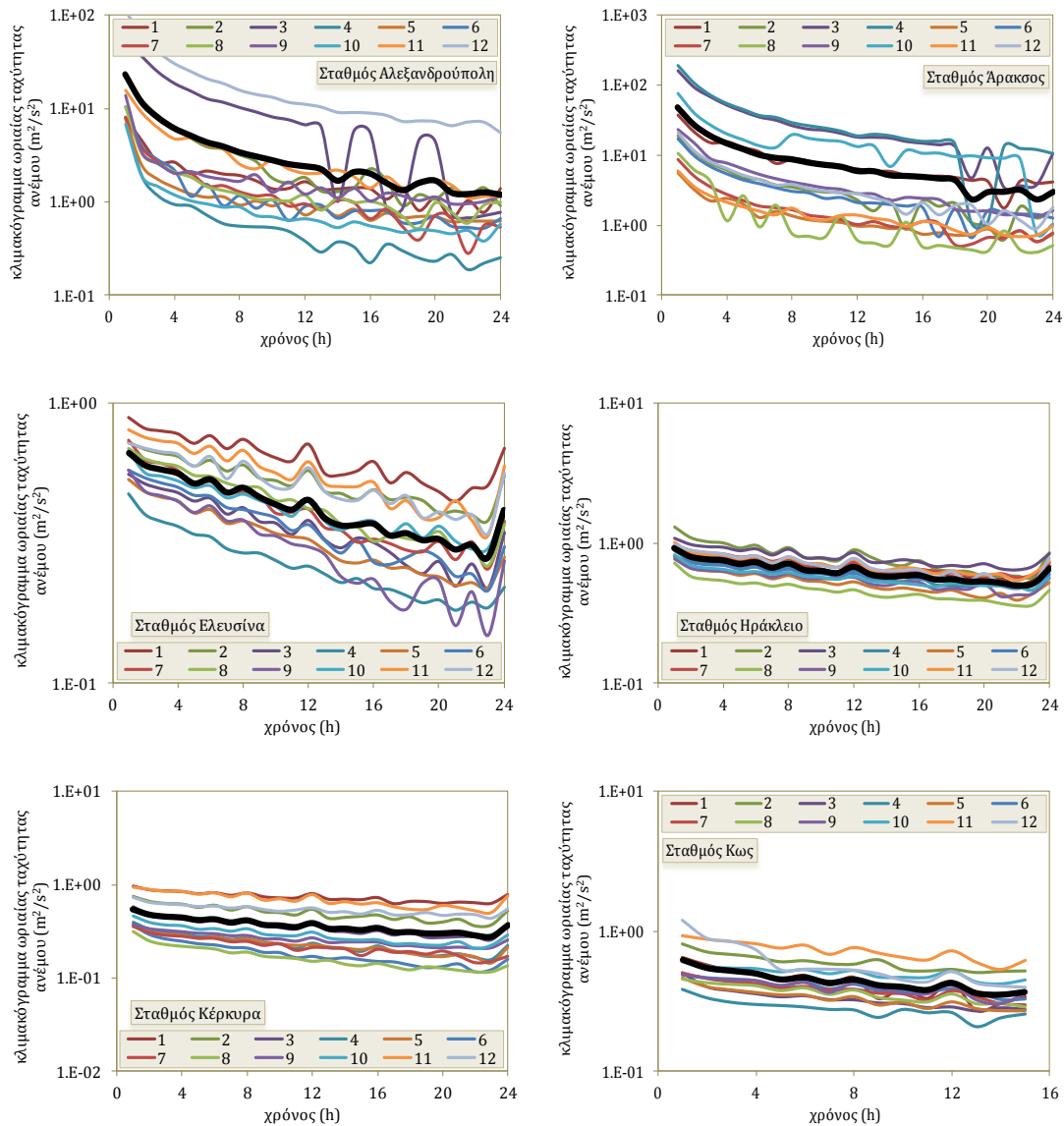
Παρακάτω φαίνονται και οι μέσες ωριαίες διακυμάνσεις, κατανομές πυκνότητας πιθανότητας και κλιμακογράμματα της ταχύτητας του ανέμου για τους υπόλοιπους σταθμούς.



**ΣΧΗΜΑ 4.8:** Μέση ωριαία διακύμανση της ταχύτητας του ανέμου για τους υπόλοιπους σταθμούς για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ 4.9:** Μέση κατανομή πυκνότητας πιθανότητας της ταχύτητας του ανέμου για τους υπόλοιπους σταθμούς.



**ΣΧΗΜΑ 4.10:** Μέσο και για κάθε μήνα, κλιμακόγραμμα της ταχύτητας του ανέμου για τους υπόλοιπους σταθμούς.

### 4.3 Θερμοκρασία

#### 4.3.1 Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά δεδομένων

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται η στατιστική επεξεργασία των χρονοσειρών ημερήσιας θερμοκρασίας από τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ και openmeteo.org. Για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ, οι χρονοσειρές παρουσιάζουν σημαντική ομοιογένεια λόγω της εγγύτητας μεταξύ των μετρητικών σταθμών (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5). Το υψόμετρο τους είναι κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας (212 m) με μόνο ένα σταθμό να ξεπερνάει τα 500 m (Πεντέλη). Το μέσο μέγεθος του δείγματος υπερβαίνει τις 3000 τιμές και αν εξαιρεθεί ο σταθμός της Άνω Γλυφάδας (μικρότερη χρονοσειρά) και του Ζωγράφου-Β (μεγαλύτερη χρονοσειρά) παρουσιάζει πολύ μικρή διακύμανση μεταξύ των σταθμών ( $\sigma = 124$ ). Από τον πίνακα γίνεται φανερή η ομοιογένεια των δεδομένων καθώς τόσο η μέση τιμή του συνόλου των χρονοσειρών

όσο και οι ροπές ανώτερων τάξεων (τυπική απόκλιση, ασυμμετρία, κύρτωση) παρουσιάζουν πολύ μικρή διακύμανση που εκφράζεται μέσω των μικρών τυπικών αποκλίσεων. Επίσης, είναι εμφανής η επίδραση του υψόμετρου στη θερμοκρασία καθώς η μέση ημερήσια θερμοκρασία του σταθμού της Πεντέλης, που βρίσκεται σε αρκετά μεγαλύτερο υψόμετρο από τους υπόλοιπους σταθμούς, είναι περίπου κατά 4 °C μικρότερη από τη μέση θερμοκρασία όλων των υπολοίπων σταθμών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5:** Στατιστικά χαρακτηριστικά των ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας από το δίκτυο μέτρησης του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών. <sup>1</sup>Υπολογισμός χωρίς τους σταθμούς Άνω Γλυφάδας και Ζωγράφου-Β, <sup>2</sup>Υπολογισμός χωρίς τον σταθμό Πεντέλης.

Σταθμός	Υψόμετρο	Έναρξη Λειτουργίας	Μέγεθος δείγματος	$\mu$	$\sigma$	$C_s$	$C_k$
Αγ. Κοσμάς	5	27.02.2005	3499	19.27	6.76	0.04	2.03
Άνω Λιόσια	184	20.02.2006	945	18.96	7.00	0.01	1.87
Άνω Γλυφάδα	185	23.02.2012	3141	18.24	7.53	0.08	1.92
Γαλάτσι	176	17.06.2005	3389	18.47	7.43	0.02	1.93
Ηλιούπολη	206	28.05.2005	3410	18.82	7.33	0.02	2.05
Μάνδρα	258	07.07.2005	3369	17.66	7.40	0.04	2.08
Μενίδι	248	27.02.2005	3499	17.66	7.47	0.06	1.97
Πεντέλη	729	09.11.2005	3243	14.28	7.43	-0.01	2.12
Πικέρμι	133	22.12.2005	3200	18.00	7.24	0.05	1.98
Ψυτάλλεια	20	27.02.2005	3499	19.20	6.66	0.01	2.08
Ζωγράφου (Α)	181	07.08.2005	3337	17.27	7.45	0.11	1.97
Ζωγράφου (Β)	219	10.12.1998	5452	17.53	7.38	0.04	2.06
$\mu$	212		3332	17.95 (18.21) <sup>2</sup>	7.26	0.04	2.00
$\sigma$	181 (124) <sup>1</sup>		970	1.34 (0.81) <sup>2</sup>	0.29	0.03	0.08

Η ίδια στατιστική επεξεργασία εφαρμόστηκε και στις χρονοσειρές ημερήσιας θερμοκρασίας από το δίκτυο [openmeteo.org](http://openmeteo.org) (ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6). Λόγω της ανομοιογένειας που παρουσιάζουν οι σταθμοί μεταξύ τους, καθώς βρίσκονται σε διαφορετικά υψόμετρα και μικροκλιματικές συνθήκες, η ανάλυση έγινε ανά ομάδα σταθμών. Οι ομάδες που εξετάστηκαν είναι α) Σταθμοί Νομού Αρκαδίας, β) Σταθμοί Νομών Μεσσηνίας – Λακωνίας, γ) Σταθμοί Στερεάς Ελλάδας. Πέραν αυτών, εξετάστηκαν επίσης οι Σταθμοί Παλαιάς Πεντέλης και Άνω Κωστηλάτων. Οι σταθμοί αυτοί εξετάστηκαν μεμονωμένα καθώς δεν βρίσκονται σε κοντινή απόσταση με άλλους. Το υψόμετρο των σταθμών που βρίσκονται στους Νομούς Μεσσηνίας και Λακωνίας καθώς και αυτών της Στερεάς Ελλάδας είναι κοντά στην επιφάνεια της θάλασσας (με μέσο υψόμετρο 534 και 351 m, αντίστοιχα), με εξαίρεση τους σταθμούς του Ταυγέτου (1310 m), Αλαγονίας (765 m), Νέδουσας (712 m) και Πολιανής (650). Από την άλλη μεριά, οι σταθμοί του Νομού Αρκαδίας βρίσκονται σε σημαντικά υψηλότερο υψόμετρο με μέση τιμή τα 1055 m. Η επιρροή που ασκεί το υψόμετρο στη μέση θερμοκρασία είναι εμφανής, καθώς η θερμοκρασία των σταθμών της Αρκαδίας είναι αρκετά μικρότερη από αυτή των πιο πεδινών σταθμών. Ανά ομάδα, τα



δεδομένα είναι ομοιογενή καθώς τόσο η μέση τιμή του συνόλου των χρονοσειρών όσο και οι ροπές ανώτερων τάξεων (τυπική απόκλιση, ασυμμετρία, κύρτωση) παρουσιάζουν πολύ μικρή διακύμανση που εκφράζεται μέσω των μικρών τυπικών αποκλίσεων.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6:** Στατιστικά χαρακτηριστικά των ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας από το δίκτυο μέτρησης του openmeteo.org.

Σταθμός	Υψόμετρο	Έναρξη Λειτουργίας	Μέγεθος δείγματος	$\mu$	$\sigma$	$C_s$	$C_k$
Δημητσάνα	951	08.11.2012	481	11.53	6.79	0.45	2.03
Στεμνίτσα	1094	16.03.2012	777	12.99	6.63	0.21	1.94
Ελάτη	1207	09.01.2011	1004	10.37	6.97	0.16	2.02
Λαγκάδια	970	27.10.2012	552	11.91	6.36	0.45	2.16
$\mu$	1055.50		704	11.70	6.69	0.32	2.04
$\sigma$	119.25		237	1.08	0.26	0.15	0.09
Αρφαρά	96	25.10.012	554	16.94	6.16	0.58	2.24
Πολιανή	650	25.10.2012	454	13.02	6.73	0.19	2.00
Καλαμάτα - Μπάκα	75	17.12.2011	837	18.28	6.85	0.22	1.90
Καλαμάτα - Νησάκι	27	01.09.2011	912	18.42	6.36	0.33	2.00
Νέδουσα	712	31.01.2012	821	13.71	6.81	0.43	2.16
Καρβελιώτης	598	16.12.2011	794	13.79	6.09	0.43	2.15
Αλαγονία	765	25.10.2012	554	13.19	6.29	0.46	2.10
Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»)	576	01.02.2012	521	14.05	6.18	0.09	1.99
Ταΰγετος	1310	07.02.2012	814	10.69	7.25	0.18	1.98
$\mu$	534.33		696	14.68	6.52	0.32	2.06
$\sigma$	413.24		171	2.62	0.40	0.16	0.11
Οινόη	333	09.12.2011	889	15.83	7.99	0.27	1.91
Πράσινο	564	18.01.2012	850	14.49	7.38	0.02	2.03
Γύρα Στεφανής	157	09.12.2011	875	17.37	7.84	0.21	1.89
$\mu$	351.33		871	15.90	7.73	0.16	1.94
$\sigma$	204.12		20	1.44	0.32	0.13	0.07
Άνω Κωστηλάτα		31.05.013	339	6.18	7.07	0.32	2.11
Νέα Πεντέλη	343	03.12.2012	849	13.81	7.20	0.49	2.44

Η θερμοκρασία παρουσιάζει έντονη εποχικότητα που οφείλεται στην κίνηση της γης γύρω από τον ήλιο. Για αυτό το λόγο, η στατιστική – στοχαστική ανάλυση των δεδομένων έγινε ανά μήνα και ανά σταθμό. Η ανάλυση περιλαμβάνει τα εξής στατιστικά μεγέθη: μέση τιμή ( $\mu$ ), τυπική απόκλιση ( $\sigma$ ), συντελεστής μεταβλητότητας ( $C_v$ ), ελάχιστη ( $Min$ ) και μέγιστη τιμή ( $Max$ ), συντελεστής ασυμμετρίας ( $C_s$ ) και συντελεστής κύρτωσης ( $C_k$ ). Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7 και ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8 παρουσιάζουν τα προαναφερθέντα στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας ανά μήνα για τους σταθμούς Ηλιούπολης και Ζωγράφου Β, αντίστοιχα. Παρόμοιοι πίνακες κατασκευάστηκαν για όλους τους σταθμούς και παρουσιάζονται στο παράρτημα (ΠΙΝΑΚΑΣ Α.1 - ΠΙΝΑΚΑΣ Α.30). Μια πιο εποπτική εικόνα παρέχουν τα διαγράμματα που παρουσιάζουν συγκεντρωτικά όλα τα στατιστικά μεγέθη για όλους τους σταθμούς ανά μήνα (ΣΧΗΜΑ 4.11 - ΣΧΗΜΑ 4.22). Όπως μπορούμε να

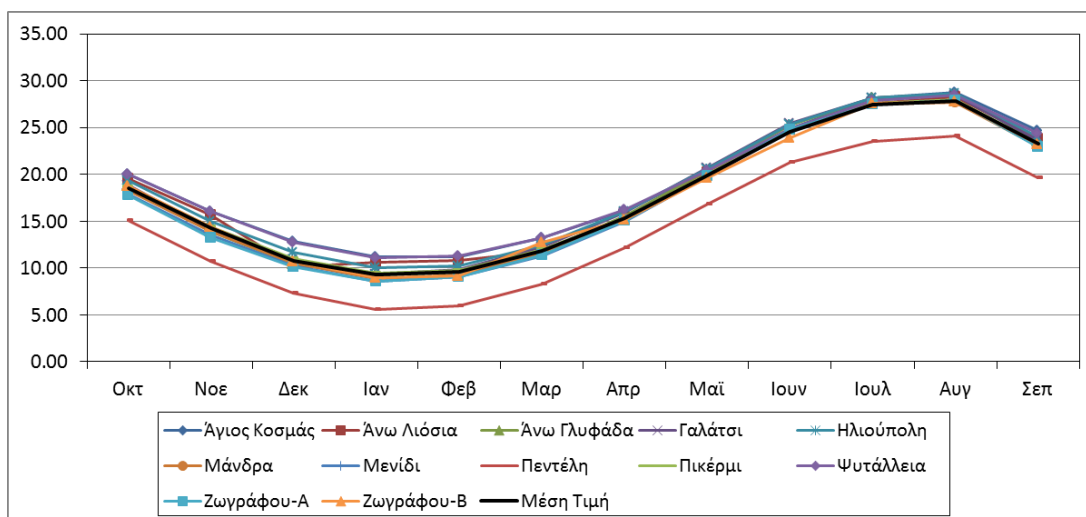
παρατηρήσουμε την εποχικότητα που παρουσιάζει η θερμοκρασία καθώς και την ομοιογένεια των δεδομένων, καθώς για όλους του μήνες και σταθμούς τα στατιστικά μεγέθη είναι πολύ κοντά. Απόκλιση παρουσιάζει ο σταθμός της Πεντέλης, ιδιαίτερα όσον αφορά τη μέση τιμή και τυπική απόκλιση, καθώς βρίσκεται σε σημαντικά υψηλότερο υψόμετρο σε σχέση με τους υπόλοιπους σταθμούς. Ταυτόχρονα οι μικρές τυπικές αποκλίσεις υποδηλώνουν τη μικρή διακύμανση που παρουσιάζει το φαινόμενο σε επίπεδο μήνα. Αυτό συνδέεται και με τους μικρούς συντελεστές ασυμμετρίας, που κυμαίνονται από 1.5 έως -1.5, και υποδεικνύουν μικρό πλήθος ακραίων τιμών και γενικά συμμετρική διασπορά των τιμών γύρω από τη μέση τιμή του δείγματος.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ηλιούπολης).

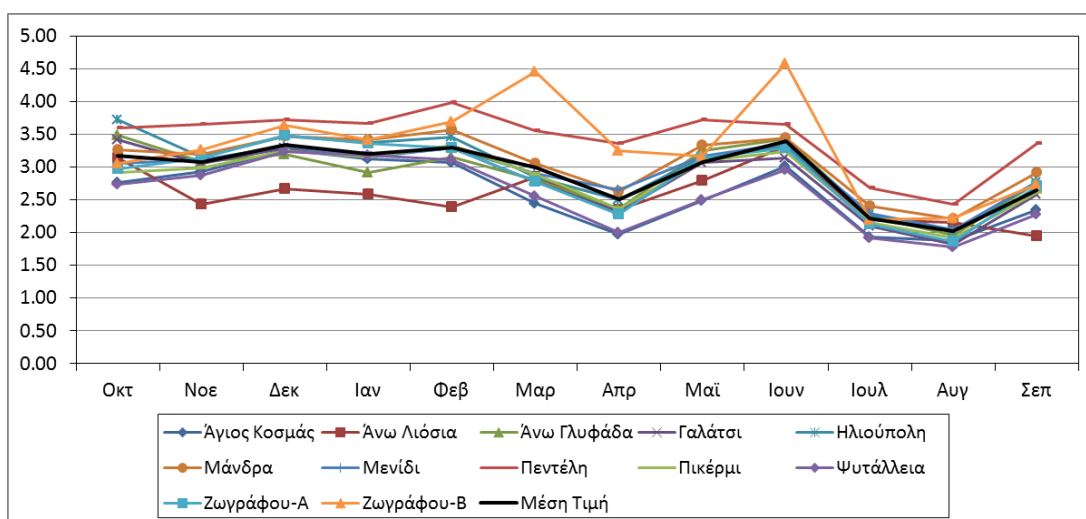
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	254	279	270	283	300	310	310	296	284
<b>μ</b>	19.37	14.95	11.66	10.00	10.26	12.43	16.02	20.62	25.33	28.24	28.65	24.01	18.46
<b>σ</b>	3.72	3.15	3.47	3.37	3.46	2.85	2.50	3.15	3.32	2.27	2.04	2.76	3.01
<b>C<sub>v</sub></b>	0.19	0.21	0.30	0.34	0.34	0.23	0.16	0.15	0.13	0.08	0.07	0.11	0.19
<b>Max</b>	39.60	23.15	20.69	18.72	18.60	18.25	23.23	28.16	35.60	36.00	35.03	32.54	27.46
<b>Min</b>	10.04	4.53	1.83	-0.79	-1.77	1.65	9.29	12.24	17.97	21.39	24.03	15.56	9.66
<b>C<sub>s</sub></b>	1.33	-0.19	-0.16	-0.51	-0.72	-0.71	0.13	-0.02	0.26	0.17	0.45	-0.14	-0.01
<b>C<sub>k</sub></b>	9.36	3.46	2.51	2.91	3.38	3.78	2.94	2.45	2.64	3.29	2.97	3.02	3.56

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ζωγράφου Β).

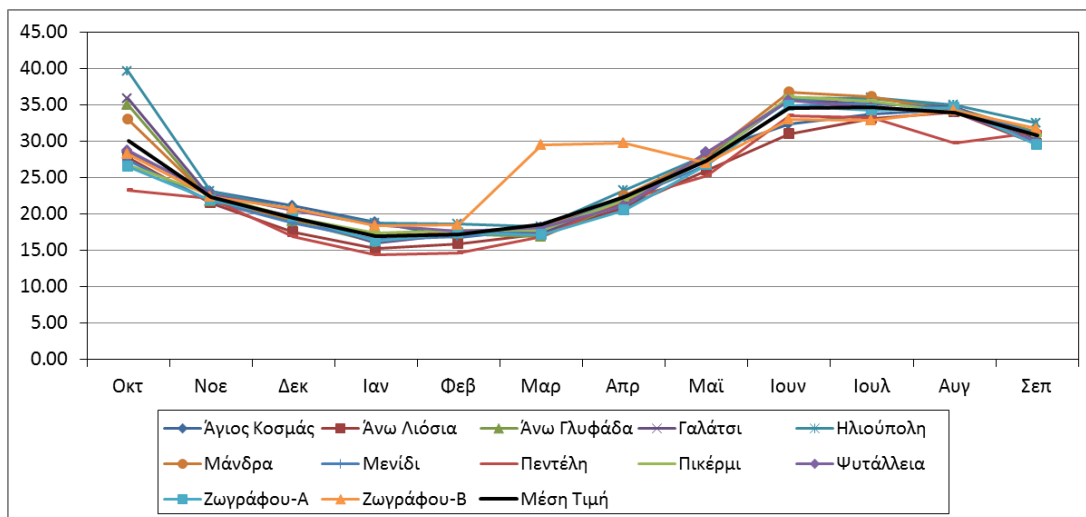
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	465	434	453	465	424	465	450	465	450	465	465	450	454
<b>μ</b>	18.73	14.43	10.73	9.01	9.20	12.73	15.15	19.66	23.94	27.57	27.82	23.22	17.68
<b>σ</b>	3.05	3.26	3.64	3.42	3.70	4.45	3.25	3.17	4.58	2.20	2.23	2.74	3.31
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.23	0.34	0.38	0.40	0.35	0.21	0.16	0.19	0.08	0.08	0.12	0.23
<b>Max</b>	28.24	22.43	20.76	18.42	18.58	29.48	29.81	27.01	32.96	32.88	34.21	31.77	27.21
<b>Min</b>	9.95	3.82	0.87	-2.02	-3.96	1.06	6.70	10.40	4.24	20.83	21.88	15.54	7.44
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.19	-0.33	-0.11	-0.43	-0.51	0.86	0.54	-0.17	-1.41	-0.12	0.20	0.12	-0.13
<b>C<sub>k</sub></b>	2.83	3.14	2.53	3.24	3.02	4.66	4.89	2.77	5.92	2.69	2.82	3.03	3.46



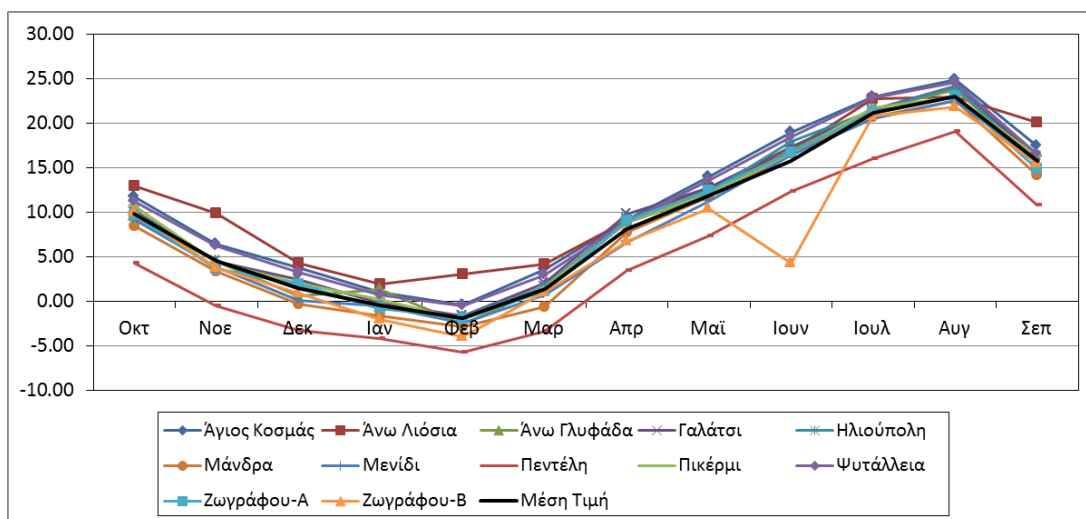
**ΣΧΗΜΑ 4.11:** Γράφημα μέσων τιμών μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



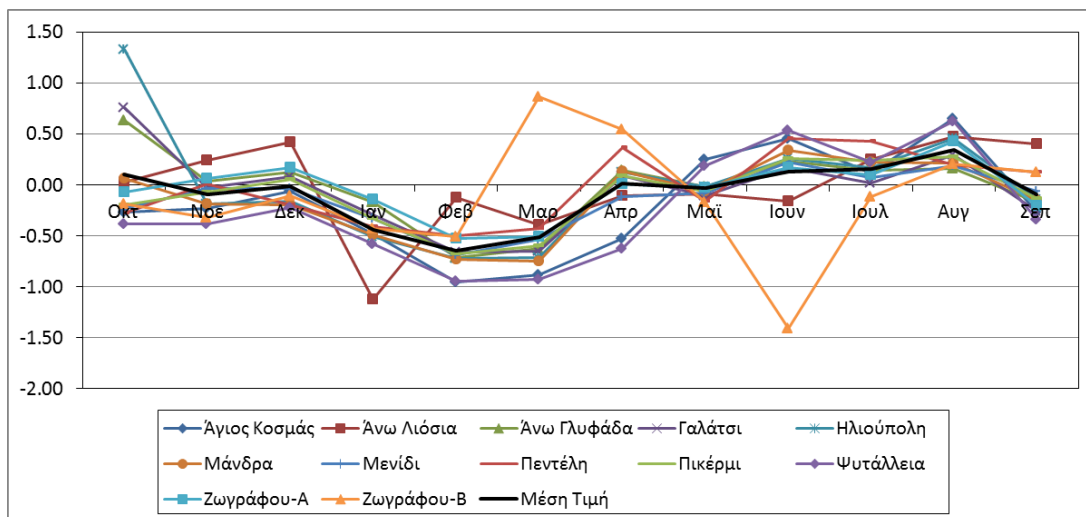
**ΣΧΗΜΑ 4.12:** Γράφημα τυπικών αποκλίσεων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



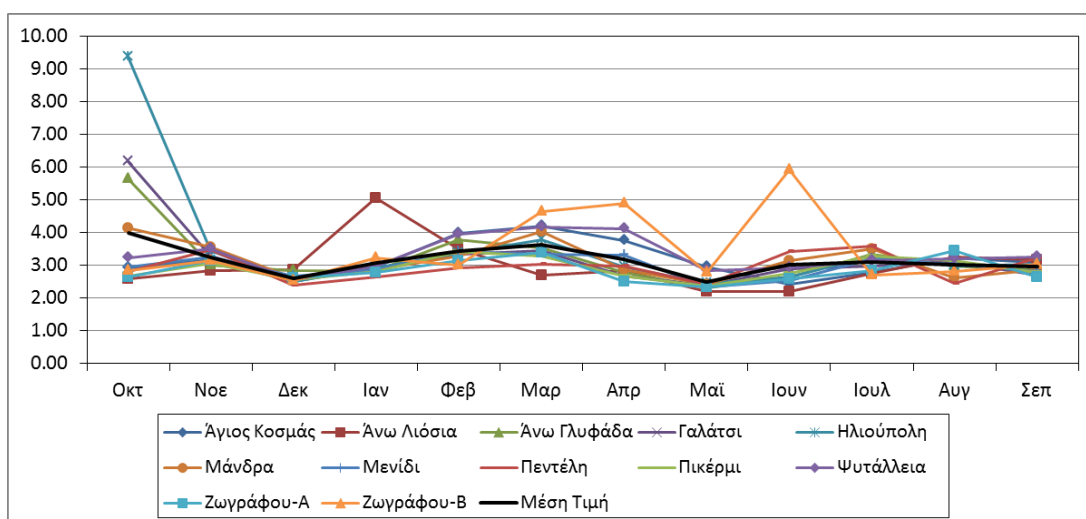
**ΣΧΗΜΑ 4.13:** Γράφημα μεγίστων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



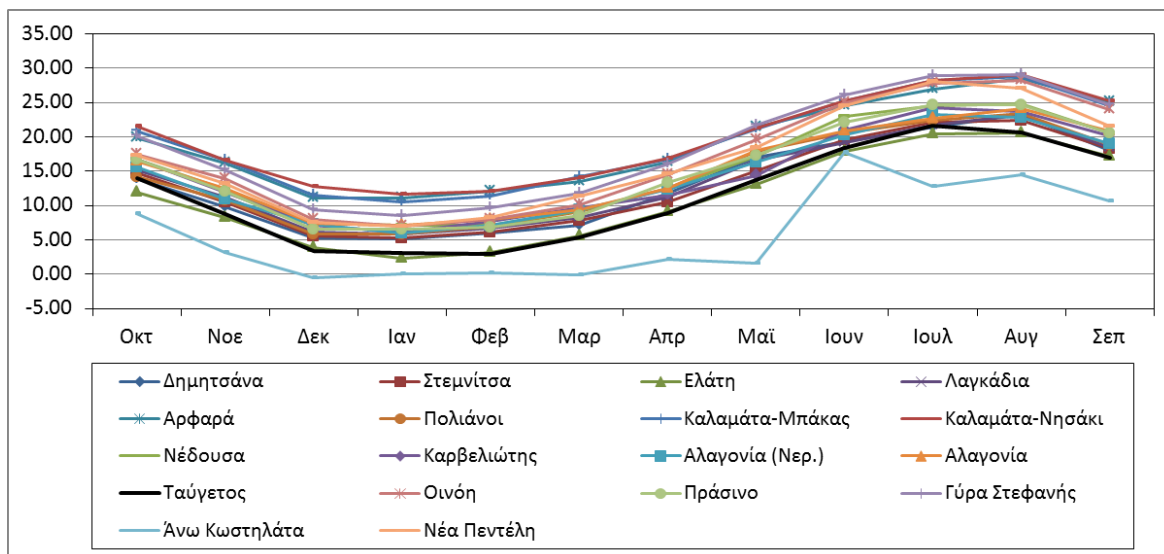
**ΣΧΗΜΑ 4.14:** Γράφημα ελαχίστων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



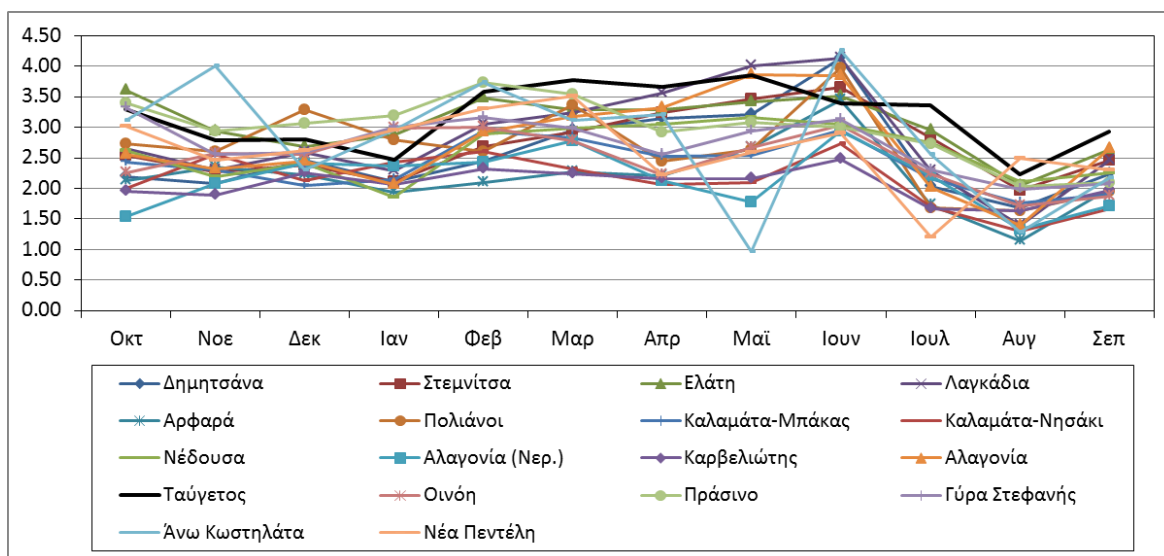
**ΣΧΗΜΑ 4.15:** Γράφημα συντελεστών ασυμμετρίας μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



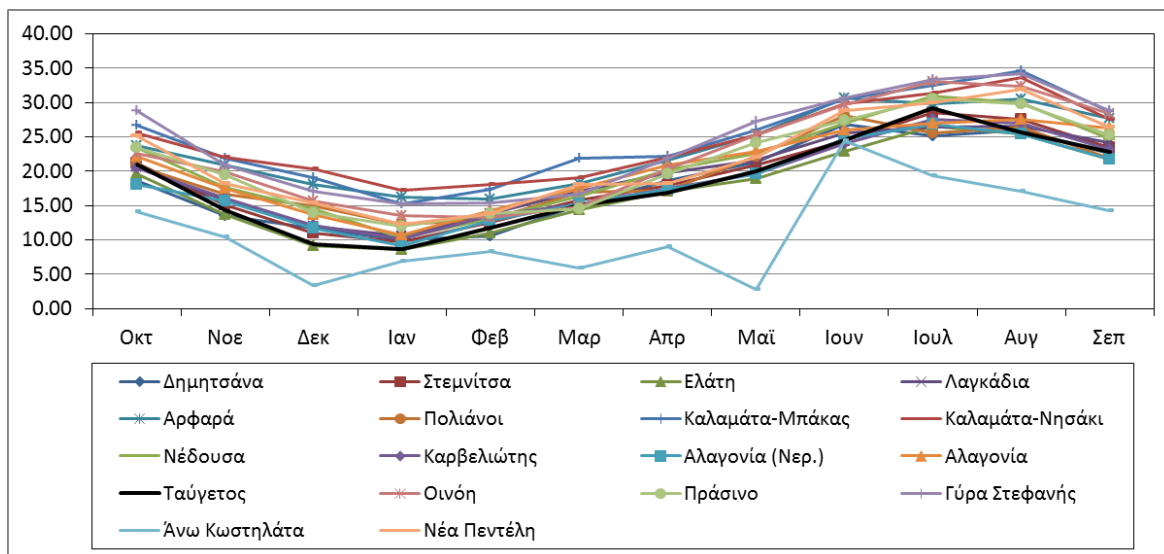
**ΣΧΗΜΑ 4.16:** Γράφημα συντελεστών κύρτωσης μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου ΥΠΑ



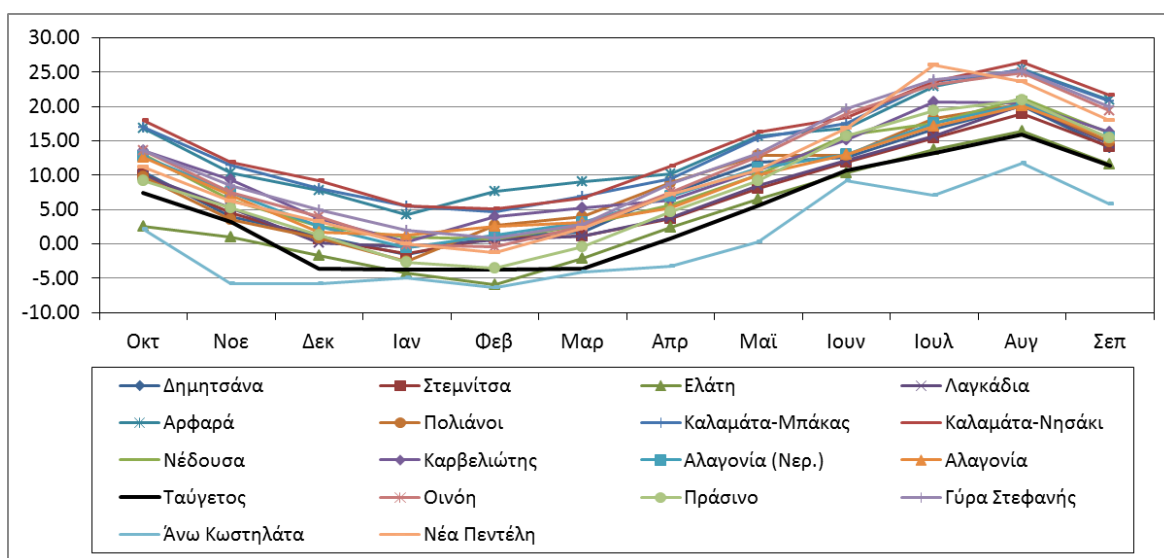
**ΣΧΗΜΑ 4.17:** Γράφημα μέσων τιμών μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου orpenmeteo.org



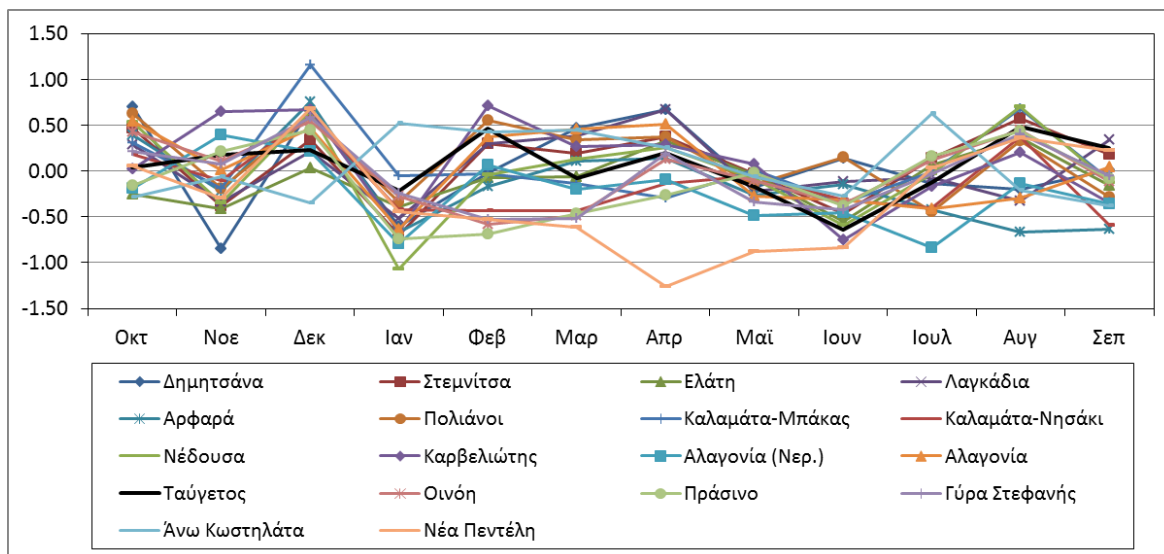
**ΣΧΗΜΑ 4.18:** Γράφημα τυπικών αποκλίσεων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου orpenmeteo.org



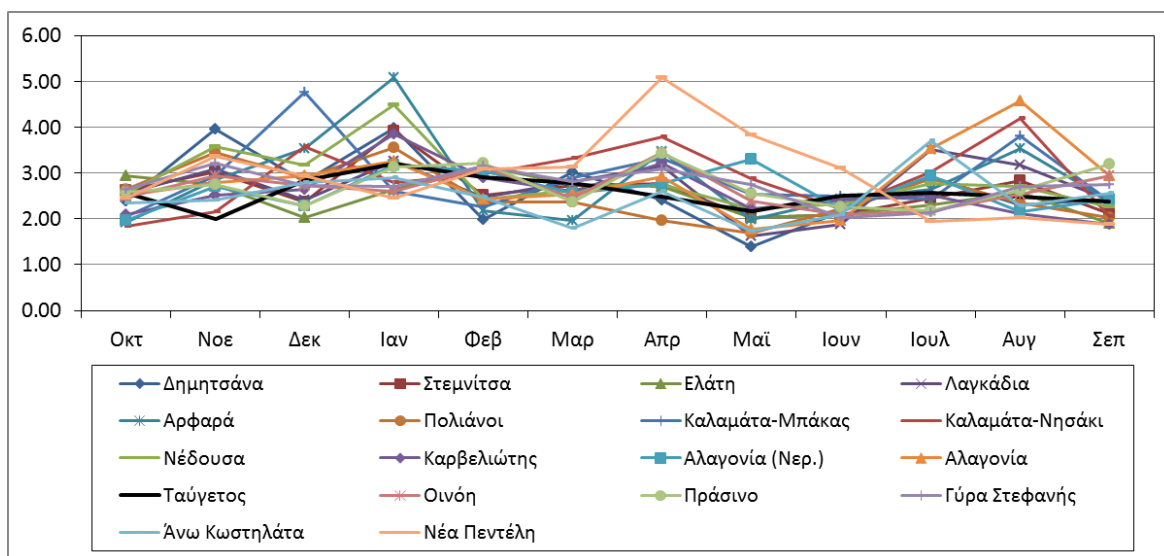
**ΣΧΗΜΑ 4.19:** Γράφημα μεγίστων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου orpnmeteo.org



**ΣΧΗΜΑ 4.20:** Γράφημα ελαχίστων μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου orpnmeteo.org



**ΣΧΗΜΑ 4.21:** Γράφημα συντελεστών ασυμμετρίας μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου openmeteo.org



**ΣΧΗΜΑ 4.22:** Γράφημα συντελεστών κύρτωσης μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα για τους σταθμούς του δικτύου openmeteo.org

### 4.3.2 Προσαρμογή κατανομής

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται η ανάλυση για την προσαρμογή κατάλληλης θεωρητικής κατανομής στα δεδομένα των σταθμών του δικτύου ΥΠΑ και openmeteo.org. Η κυκλοστασιμότητα που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών, καθώς και η έντονη χωρική μεταβλητότητα των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών τους, επιβάλλει τη μελέτη και προσαρμογή κατανομών ανά μήνα και ανά σταθμό. Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε μια και μοναδική κατανομή για όλο το δείγμα κάθε σταθμού αφαιρώντας την εποχικότητα (μέση ημερήσια θερμοκρασία για κάθε μέρα του έτους) και μελετώντας

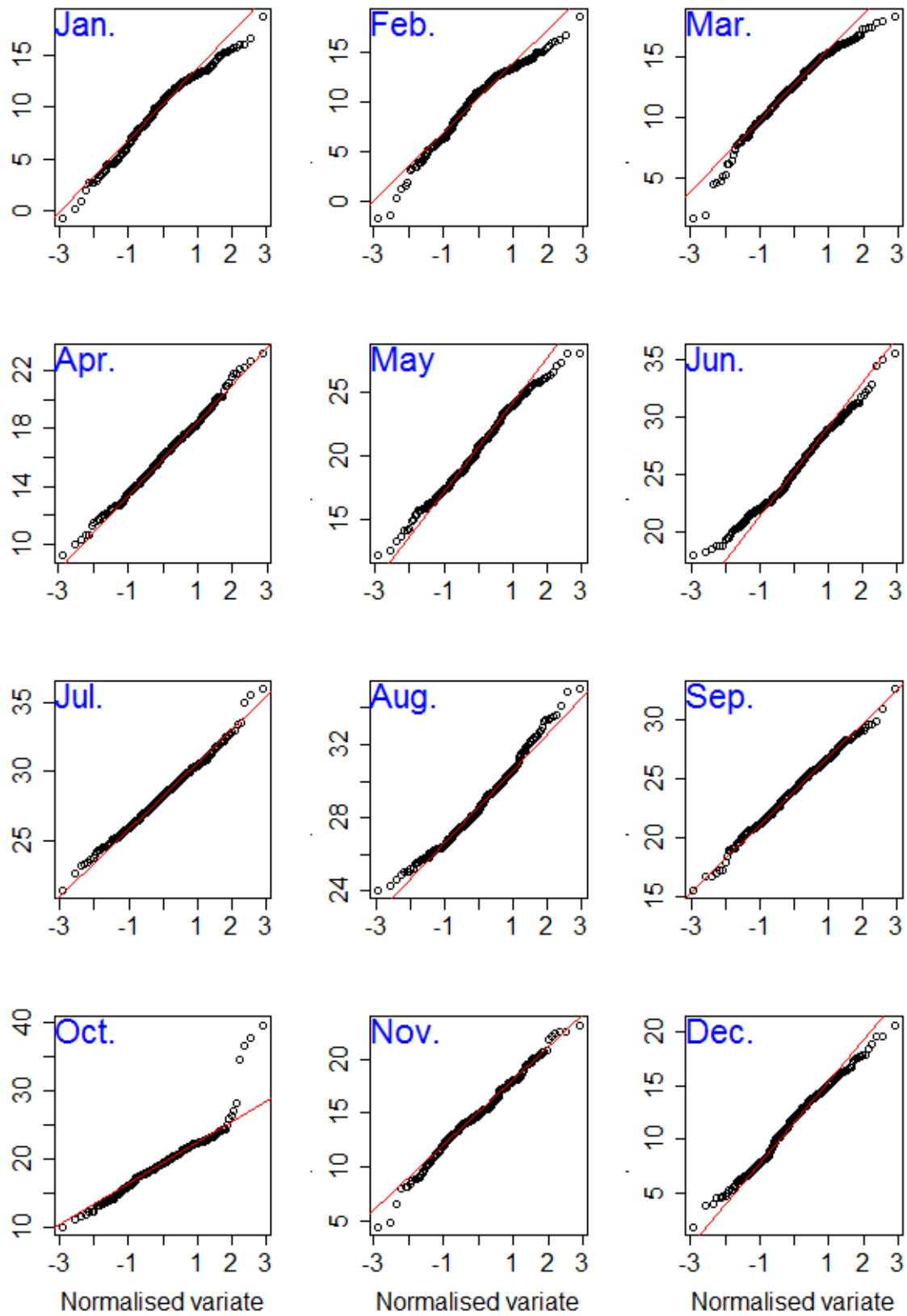


την κατανομή των υπολοίπων. Η τακτική αυτή ακολουθήθηκε για την μελέτη των περιθώριων κατανομών της ηλιακής ακτινοβολίας.

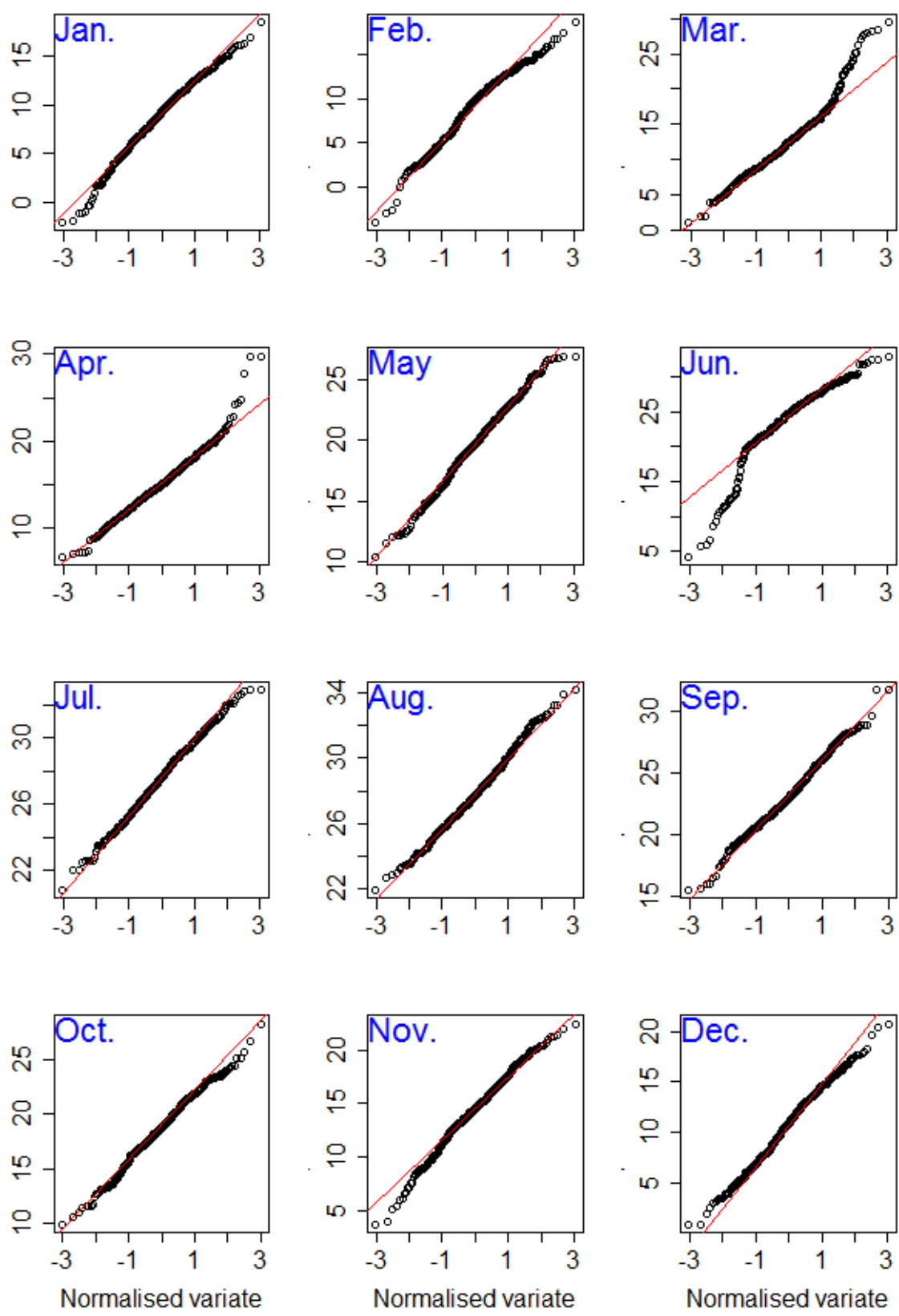
Η στατιστική ανάλυση που προηγήθηκε έδειξε πως σχεδόν σε όλους στους σταθμούς τα δείγματα παρουσιάζουν πολύ μικρούς συντελεστές ασυμμετρίας με τιμές πολύ κοντά στο μηδέν και συντελεστές κύρτωσης κοντά στο 2. Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα μεγέθη, σε συνδυασμό με στοιχεία παρόμοιων αναλύσεων από την διεθνή βιβλιογραφία, οδηγηθήκαμε στον έλεγχο και χρήση της κανονικής κατανομής ως την πλέον κατάλληλη περιθώρια κατανομή για την στατιστική περιγραφή του φαινομένου. Η κανονική ή Gauss κατανομή, με παραμέτρους  $\mu$  και  $\sigma$ , ορίζεται από την εξής αθροιστική συνάρτηση κατανομή:

$$F(x; \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \quad (3.36)$$

Τα πιθανοτικά γραφήματα (ΣΧΗΜΑ 4.23 - ΣΧΗΜΑ 4.24) που ακολουθούν παρουσιάζουν την προσαρμογή της κανονικής κατανομής (τυποποιημένης) στις μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες κάθε μήνα για τους σταθμούς Ηλιούπολης και Ζωγράφου-Β, συγκρίνοντας τα ποσοστημόρια του δείγματος με τα αντίστοιχα θεωρητικά της κανονικής κατανομής. Αντίστοιχα γραφήματα για όλους τους υπό μελέτη σταθμούς δίνονται στο παράρτημα (ΣΧΗΜΑ Α.85 - ΣΧΗΜΑ Α.114). Από τα παρακάτω πιθανοτικά γραφήματα γίνεται εμφανές ότι η κανονική κατανομή παρουσιάζει πολύ καλή προσαρμογή στον κυρίως όγκο του δείγματος κάθε μήνα, ενώ η απόκλιση, για κάποιους σταθμούς, είναι εμφανής στις μέγιστες και ελάχιστες τιμές (ουρές) της κατανομής.



ΣΧΗΜΑ 4.23: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ηλιούπολης για κάθε μήνα.



ΣΧΗΜΑ 4.24: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου-Β για κάθε μήνα.

### 4.3.3 Δομή αυτοσυσχέτισης

Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9 και ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10 παρουσιάζουν τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης για υστέρηση μιας ημέρας ανά μήνα για όλους του υπό μελέτη σταθμούς. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε οι συντελεστές αυτοί είναι αρκετά υψηλοί με τιμές που κυμαίνονται γύρω στο 0.75. Αυτό οφείλεται στην μικρή μεταβλητότητα και ισχυρή εξάρτηση που παρουσιάζει η ημερήσια θερμοκρασία σε επίπεδο μήνα. Μια πιο πλήρη εικόνα για τη στοχαστική δομή της ημερήσιας θερμοκρασίας δίνεται στα γραφήματα του παραρτήματος (ΣΧΗΜΑ Α.115 - ΣΧΗΜΑ Α.144), τα οποία παρουσιάζουν το αυτοσυσχετογράμμα της μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας για υστέρηση από 1 έως 15 ημέρες. Από τα διαγράμματα αυτά παρατηρούμε εκθετική μείωση στο συντελεστή αυτοσυσχέτισης, με τάση μηδενισμού κοντά στις 6 ημέρες.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης ( $\rho_1$ ) για υστέρηση μιας μέρας ανά μήνα και ανά σταθμό για το δίκτυο του ΥΠΑ.

Σταθμός	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\mu$
Αγ. Κοσμάς	0.82	0.78	0.77	0.75	0.80	0.85	0.73	0.71	0.81	0.75	0.76	0.77	0.77
Άνω Λιόσια	0.79	0.65	0.74	0.63	0.77	0.86	0.77	0.71	0.75	0.77	0.73	0.62	0.73
Άνω Γλυφάδα	0.79	0.78	0.72	0.73	0.84	0.88	0.78	0.74	0.81	0.78	0.77	0.77	0.78
Γαλάτσι	0.81	0.79	0.74	0.75	0.83	0.87	0.77	0.75	0.80	0.79	0.78	0.78	0.79
Ηλιούπολη	0.82	0.78	0.74	0.73	0.83	0.87	0.79	0.75	0.81	0.77	0.76	0.77	0.78
Μάνδρα	0.82	0.79	0.74	0.72	0.83	0.85	0.79	0.74	0.79	0.71	0.77	0.78	0.78
Μενίδι	0.82	0.79	0.75	0.76	0.83	0.87	0.78	0.74	0.80	0.74	0.78	0.78	0.79
Πεντέλη	0.80	0.78	0.72	0.73	0.82	0.83	0.74	0.69	0.76	0.74	0.74	0.77	0.76
Πικέρμι	0.81	0.78	0.73	0.73	0.83	0.85	0.76	0.74	0.78	0.73	0.74	0.77	0.77
Ψυτάλλεια	0.82	0.78	0.76	0.75	0.81	0.86	0.75	0.74	0.79	0.73	0.76	0.78	0.78
Ζωγράφου (Α)	0.79	0.76	0.71	0.73	0.83	0.88	0.80	0.75	0.80	0.76	0.74	0.75	0.77
Ζωγράφου (Β)	0.81	0.78	0.87	0.78	0.83	0.91	0.78	0.79	0.80	0.75	0.78	0.80	0.81
$\mu$	0.81	0.77	0.75	0.73	0.82	0.87	0.77	0.74	0.79	0.75	0.76	0.76	
$\sigma$	0.01	0.04	0.04	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.05	

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης ( $\rho_i$ ) για υστέρηση μιας μέρας ανά μήνα και ανά σταθμό για το δίκτυο του openmeteo.org.

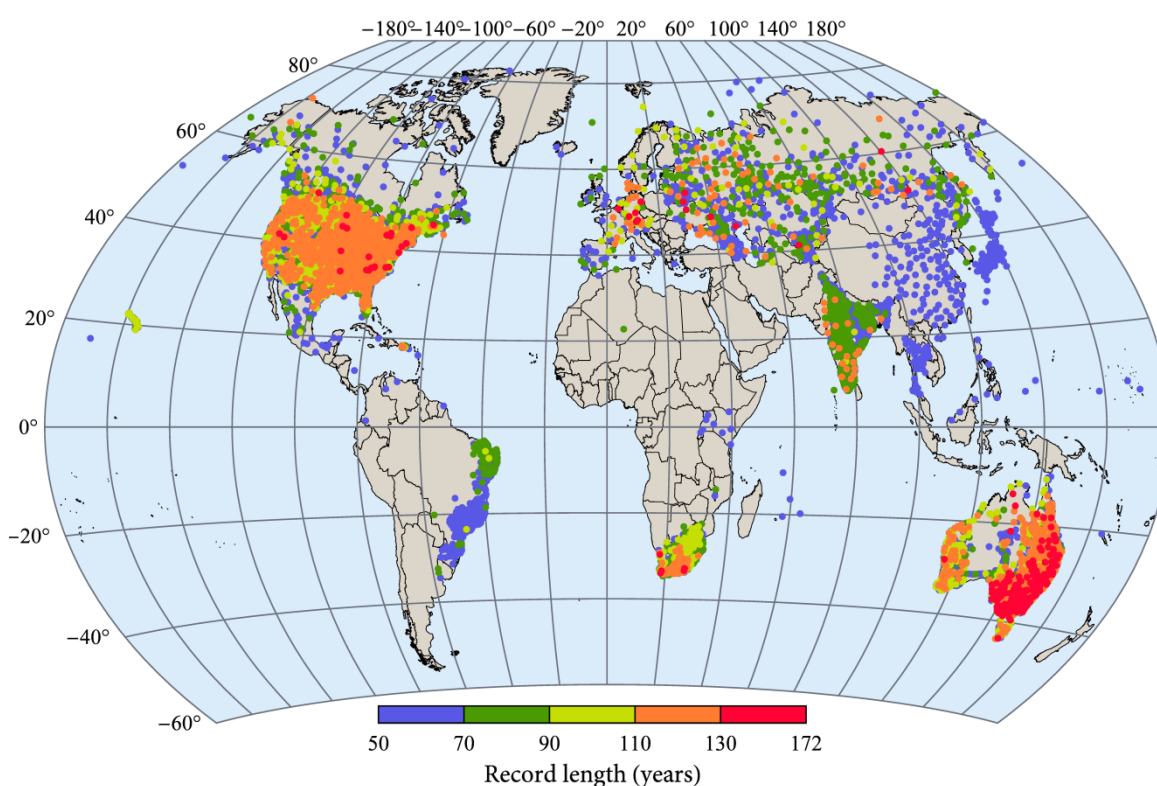
Σταθμός	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\mu$
Δημητσάνα	0.78	0.78	0.57	0.72	0.78	0.88	0.66	0.70	0.82	0.69	0.78	0.65	0.73
Στεμνίτσα	0.78	0.79	0.68	0.67	0.73	0.86	0.76	0.66	0.83	0.68	0.80	0.63	0.74
Ελάτη,	0.80	0.78	0.71	0.68	0.78	0.83	0.78	0.69	0.80	0.76	0.78	0.69	0.76
Λαγκάδια	0.76	0.80	0.64	0.70	0.74	0.87	0.68	0.55	0.81	0.47	0.80	0.59	0.70
$\mu$	0.78	0.79	0.65	0.69	0.76	0.86	0.72	0.65	0.81	0.65	0.79	0.64	
$\sigma$	0.02	0.01	0.06	0.02	0.03	0.02	0.06	0.07	0.01	0.13	0.01	0.04	
Άρφαρα	0.70	0.73	0.71	0.68	0.70	0.86	0.68	0.56	0.75	0.51	0.76	0.64	0.69
Πόλιανη	0.72	0.60	0.60	0.60	0.73	0.88	0.55	0.66	0.75	0.68	0.60	0.69	0.67
Καλαμάτα - Μπάκα	0.71	0.79	0.74	0.63	0.72	0.79	0.74	0.67	0.70	0.75	0.82	0.59	0.72
Καλαμάτα - Νησάκι	0.77	0.76	0.71	0.67	0.70	0.82	0.70	0.57	0.77	0.74	0.87	0.69	0.73
Νέδουσα	0.74	0.72	0.71	0.68	0.73	0.78	0.71	0.78	0.74	0.68	0.78	0.63	0.72
Καρβελιώτης	0.67	0.66	0.67	0.64	0.74	0.81	0.74	0.73	0.80	0.68	0.62	0.63	0.70
Αλαγονία	0.76	0.76	0.65	0.63	0.72	0.88	0.61	0.44	0.69	0.45	0.79	0.58	0.66
Αλαγονία (θέση «Νερόμυλος»)	0.65	0.75	0.70	0.69	0.68	0.86	0.71	0.68	0.81	0.68	0.64	0.65	0.71
Ταύγετος	0.72	0.77	0.70	0.67	0.71	0.82	0.68	0.70	0.78	0.69	0.77	0.53	0.71
$\mu$	0.72	0.73	0.69	0.65	0.71	0.83	0.68	0.64	0.76	0.65	0.74	0.62	
$\sigma$	0.04	0.06	0.04	0.03	0.02	0.04	0.06	0.10	0.04	0.10	0.09	0.05	
Οινόη	0.80	0.77	0.77	0.66	0.77	0.87	0.78	0.70	0.77	0.63	0.76	0.68	0.75
Πράσινο	0.75	0.76	0.74	0.69	0.74	0.83	0.73	0.66	0.75	0.80	0.76	0.63	0.74
Γύρα Στεφανή	0.79	0.74	0.75	0.67	0.69	0.85	0.78	0.66	0.75	0.71	0.73	0.67	0.73
$\mu$	0.78	0.76	0.75	0.67	0.74	0.85	0.76	0.67	0.76	0.71	0.75	0.66	
$\sigma$	0.03	0.01	0.02	0.02	0.04	0.02	0.03	0.03	0.01	0.09	0.02	0.03	
Άνω Κωστηλάτα	0.81	0.69	0.84	0.77	0.03	0.72	0.71	0.60	0.75	0.72	0.86	0.38	0.66
Πεντέλη	0.79	0.78	0.85	0.64	0.73	0.80	0.53	0.75	0.82	0.77	0.72	0.68	0.74

## 4.4 Βροχόπτωση

### 4.4.1 Συνάρτηση κατανομής της ημερήσιας βροχόπτωσης

Η Περιθώρια κατανομή της ημερήσιας βροχόπτωσης ανήκει στις λεγόμενες μικτές κατανομές και αποτελείται από δύο μέρη: ένα διακριτό τμήμα που περιγράφει την πιθανότητα ξηρασίας και μαθηματικά εκφράζεται ως μάζα πιθανότητας συγκεντρωμένη στο μηδέν και ένα συνεχές τμήμα που εκφράζει τη θετική βροχόπτωση και περιγράφεται από μια συνεχή πιθανοτική κατανομή που ορίζεται στο σύνολο των θετικών πραγματικών αριθμών. Η πιθανότητα ξηρασίας, σε γενικές γραμμές, μπορεί να εκτιμηθεί εύκολα από τα εμπειρικά δεδομένα ως ο λόγος των ξηρών ημερών προς τις συνολικές ημέρες του δείγματος, ενώ το συνεχές τμήμα συνήθως μοντελοποιείται από μια παραμετρική συνεχή κατανομή. Ωστόσο, η κατανομή αυτή δεν είναι μοναδική και στην πράξη πολλές και διάφορες κατανομές

έχουν χρησιμοποιηθεί για την μη μηδενική ημερήσια βροχόπτωση. Για παράδειγμα, η Εκθετική κατανομή [ π.χ., *Smith και Schreiber, 1974; Todorovic και Woolhiser, 1975*], μικτές Εκθετικές [π.χ., *Woolhiser και Roldán, 1982; Wilks, 1998, 1999*], η κατανομή Γάμα [π.χ., *Buishand, 1978a; Bruhn et al., 1980; Geng et al., 1986*], η κατανομή Weibull [π.χ., *Swift και Schreuder, 1981; Wilson και Toumi, 2005*], η Λογαριθμοκανονική κατανομή [π.χ., *Biondini, 1976; Swift και Schreuder, 1981*], μικτές Λογαριθμοκανονικές [*Shimizu, 1993*], κατανομές τύπου δύναμης όπως οι τριπαραμετρική και η τετραπαραμετρική Κάπα κατανομή [*Mielke Jr, 1973; Mielke Jr και Johnson, 1973; Hosking, 1994; Park et al., 2009*], γενικευμένες Βήτα κατανομές [*Mielke Jr και Johnson, 1974*], καθώς και η Γενικευμένη Pareto [π.χ., *Fitzgerald, 1989*] κυρίως για τιμές άνω κατωφλίου.



**ΣΧΗΜΑ 4.25:** Τοποθεσίες των 14 157 σταθμών που μελετήθηκαν.

### **Εποχιακή διακύμανση των στατιστικών χαρακτηριστικών**

Στην παρούσα μελέτη εκπονήθηκε μια μαζική εμπειρική ανάλυση περισσότερων από 170 000 μηνιαίων χρονοσειρών βροχόπτωσης σε περισσότερους από 14 000 σταθμούς σε όλο τον κόσμο (ΣΧΗΜΑ 4.25) με στόχο να απαντηθούν δύο βασικά ερωτήματα: (α) ποια στατιστικά χαρακτηριστικά της ημερήσιας βροχόπτωσης παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη εποχιακή διακύμανση, και (β) κατά πόσον υπάρχει ή όχι ένα σχετικά απλό πιθανοτικό μοντέλο ικανό να περιγράψει τη θετική ημερήσια βροχόπτωση για κάθε μήνα και σε κάθε περιοχή του κόσμου.

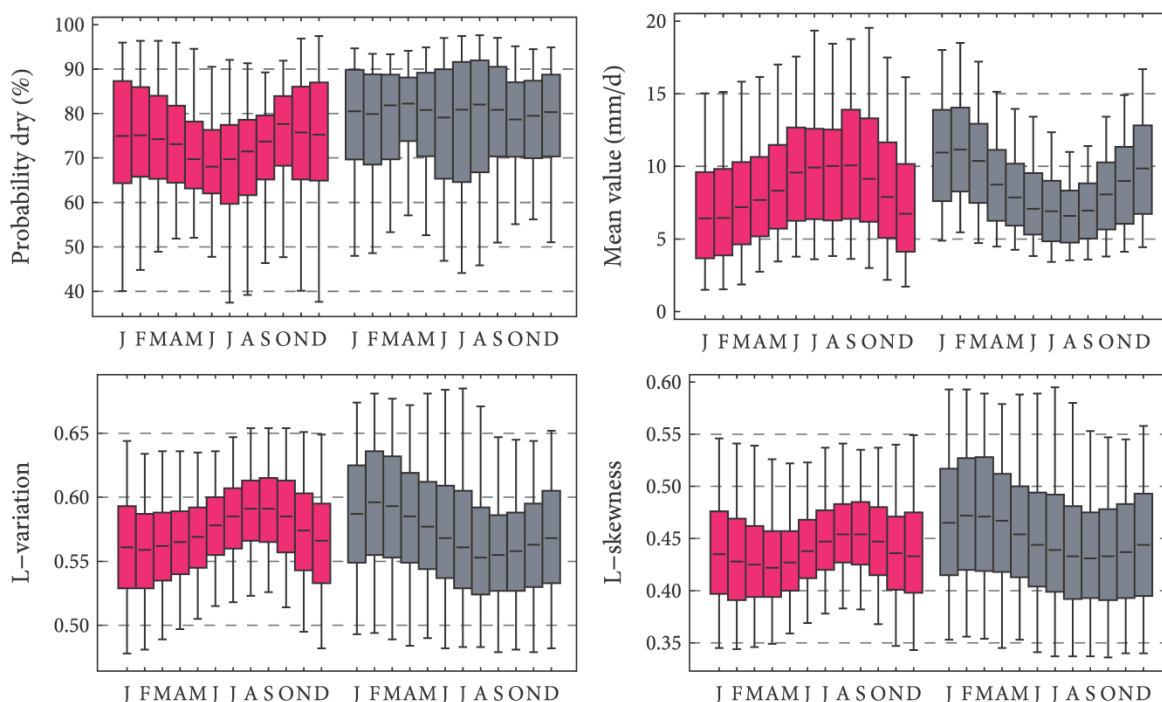
Μια πρώτη αδρή προσέγγιση που θα μπορούσε να δώσει μια γενική εικόνα της εποχιακής διακύμανσης των στατιστικών χαρακτηριστικών είναι η παρουσίασή τους

ανά ημισφαίριο. Μεταξύ των 14 157 σταθμών που αναλύθηκαν οι 8447 ανήκουν στο Βόρειο ημισφαίριο (BH) και οι 5710 στο Νότιο ημισφαίριο (NH). Τα στατιστικά χαρακτηριστικά που μελετώνται είναι η πιθανότητας ξηρασίας, η μέση τιμή και δύο στατιστικά μέτρα του σχήματος της κατανομής της μη μηδενικής βροχόπτωσης, δηλαδή, η L-μεταβλητότητα  $\tau_2 = \lambda_2/\lambda_1$  και η L-ασυμμετρία  $\tau_3 = \lambda_3/\lambda_2$ , που ορίζονται ως λόγοι L-ροπών  $\lambda_i$  [Hosking, 1990]. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.11 παρουσιάζει το μέσο όρο και την τυπική απόκλιση αυτών των στατιστικών χαρακτηριστικών τα οποία υπολογίστηκαν για την ημερήσια βροχόπτωση κάθε σταθμού για κάθε μήνα αλλά και ξεχωριστά στα δυο ημισφαίρια όπως και συνολικά στον πλανήτη.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.11:** Μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις των τεσσάρων στατιστικών χαρακτηριστικών που μελετήθηκαν.

		All	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
		Βόρειο ημισφαίριο												
$P_{dry}$	$\mu$	72.03	73.55	74.23	74.03	73.18	71.05	68.49	67.80	68.97	71.37	74.70	73.68	73.65
	$\sigma$	11.19	16.74	15.10	14.24	13.28	12.71	13.48	15.95	15.30	12.78	13.50	16.45	17.36
$\mu$	$\mu$	9.52	7.08	7.18	7.80	8.28	8.99	9.95	10.21	10.11	10.47	10.04	8.73	7.58
	$\sigma$	4.67	4.31	4.26	4.25	4.14	4.31	4.86	5.22	4.70	4.94	5.20	4.93	4.57
$\tau_2$	$\mu$	0.59	0.56	0.56	0.56	0.57	0.57	0.58	0.58	0.59	0.59	0.59	0.57	0.57
	$\sigma$	0.04	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05
$\tau_3$	$\mu$	0.46	0.44	0.43	0.43	0.43	0.43	0.44	0.45	0.46	0.46	0.45	0.44	0.44
	$\sigma$	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06	0.06
		Νότιο ημισφαίριο												
$P_{dry}$	$\mu$	77.91	77.73	76.80	78.29	79.69	78.32	76.50	76.84	77.91	78.77	77.74	77.85	78.05
	$\sigma$	10.60	14.38	14.34	12.96	11.62	13.35	15.99	17.32	16.79	14.25	12.22	12.06	13.37
$\mu$	$\mu$	9.27	11.09	11.46	10.54	9.06	8.34	7.71	7.21	6.81	7.15	8.21	9.01	10.08
	$\sigma$	3.70	4.56	4.47	4.22	3.55	3.22	3.19	2.98	2.62	2.74	3.15	3.53	4.04
$\tau_2$	$\mu$	0.58	0.59	0.59	0.59	0.58	0.58	0.58	0.57	0.56	0.56	0.56	0.56	0.57
	$\sigma$	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.05	0.05	0.05
$\tau_3$	$\mu$	0.46	0.47	0.47	0.47	0.46	0.46	0.45	0.45	0.44	0.44	0.44	0.44	0.45
	$\sigma$	0.06	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.07	0.07	0.07	0.07
		Παγκόσμια												
$P_{dry}$	$\mu$	74.40	75.24	75.27	75.75	75.80	73.99	71.72	71.44	72.58	74.36	75.92	75.36	75.42
	$\sigma$	11.33	15.97	14.85	13.90	13.04	13.45	15.06	17.10	16.51	13.87	13.08	14.98	16.01
$\mu$	$\mu$	9.42	8.70	8.91	8.90	8.60	8.73	9.05	9.00	8.78	9.13	9.30	8.85	8.59
	$\sigma$	4.31	4.83	4.83	4.45	3.93	3.92	4.41	4.69	4.31	4.50	4.57	4.42	4.53
$\tau_2$	$\mu$	0.58	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.58	0.58	0.58	0.58	0.57	0.57	0.57
	$\sigma$	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
$\tau_3$	$\mu$	0.46	0.45	0.45	0.45	0.44	0.44	0.45	0.45	0.45	0.45	0.44	0.44	0.44
	$\sigma$	0.05	0.07	0.07	0.07	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.07

Επιπλέον, μια γενική αλλά αποκαλυπτική εικόνα προκύπτει από το ΣΧΗΜΑ 4.26 που παρουσιάζει τα στατιστικά μέτρα που εκτιμήθηκαν με τη μορφή θηκογραμμάτων. Σε γενικές γραμμές παρουσιάζονται ημιτονοειδή μοτίβα για όλα τα στατιστικά μέτρα που αναλύθηκαν υποδεικνύοντας συνεπώς εποχιακή διακύμανση αυτών των χαρακτηριστικών.



**ΣΧΗΜΑ 4.26:** Εκτιμήσεις στατιστικών χαρακτηριστικών της μηνιαίας ημερήσιας βροχόπτωσης των σταθμών που αναλύθηκαν (κόκκινα και γκρι θηκογράμματα για το Βόρειο και Νότιο ημισφαίριο αντίστοιχα).

Επίσης, για την ακριβέστερη ανάλυση κατασκευάστηκε μια στατιστική δοκιμή που ελέγχει την εποχιακή διακύμανση (SV-Test) [για περισσότερα βλ. *Papalexiou και Koutsoyiannis, 2015*] και τα αποτελέσματα της εφαρμογής του δείχνουν μια σαφή μηνιαία διακύμανση της πιθανότητας ξηρασίας και της μέσης τιμής της μη μηδενικής ημερήσιας βροχόπτωσης σε 95.1% και 91.7%, αντίστοιχα, των σταθμών που αναλύθηκαν, ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά για τα δυο χαρακτηριστικά σχήματος, δηλαδή, της L-μεταβλητότητας και L-ασυμμετρίας, είναι 66.1% και 54.2%, αντίστοιχα. Αυτά τα αποτελέσματα, αν συνδυαστούν με τη γενική εικόνα που προκύπτει από την ανάλυση των σταθμών ανά ημισφαίριο δείχνουν ότι όχι μόνο η πιθανότητα ξηρασίας και η μέση τιμή της μη μηδενικής βροχόπτωσης παρουσιάζουν εποχιακή διακύμανση αλλά επίσης και το σχήμα της κατανομής.

### **Προσαρμογή και σύγκριση κατανομών**

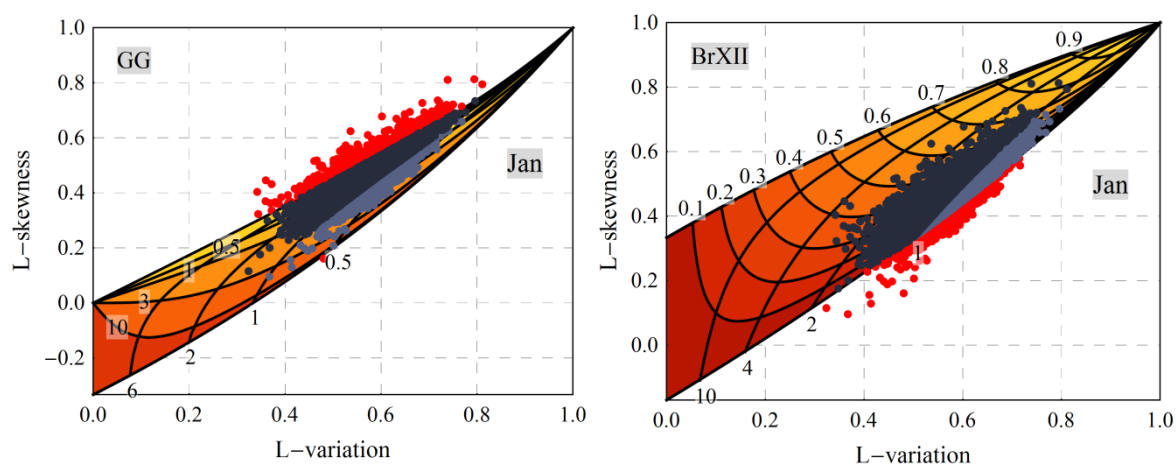
Η μεταβλητότητα των στατιστικών μέτρων που μελετήθηκαν δείχνουν ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μη μηδενικής βροχόπτωσης μπορεί να διαφέρει σημαντικά από σταθμό σε σταθμό. Το γεγονός αυτό αποκλείει εκ των προτέρων κατανομές με σταθερό σχήμα, υποδεικνύοντας έτσι κατανομές με μεγαλύτερη ευελιξία. Επιπλέον, είναι λογικό να υποθέσουμε ότι ένα ανταγωνιστικό μοντέλο θα πρέπει επίσης να είναι φυσικά συνεπής με φύση της βροχόπτωσης, δηλαδή, να ορίζεται στο θετικό άξονα και αν είναι δυνατόν να έχει μια θεωρητική βάση. Συνεπώς τα στατιστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται εδώ είναι αυτά που



έχουν προκύψει από την ανάλυση στο Κεφάλαιο 3. Πιο συγκεκριμένα εξετάζονται οι κατανομές GG και BrXII με συναρτήσεις κατανομής που δίνονται αντίστοιχα στις εξισώσεις (3.14) και (3.32) οι οποίες όπως έχει αναφερθεί περιλαμβάνουν πολλές γνώστες και απλούστερες κατανομές ως ειδικές περιπτώσεις.

Ως μια πρώτη προσέγγιση για την αναγνώριση του καταλληλότερου μοντέλου χρησιμοποιήθηκαν διαγράμματα L-ροπών [βλ. π.χ., *Vogel και Fennessey, 1993; Peel et al., 2001*]. Ουσιαστικά, το διάγραμμα αυτό παρέχει μια σύγκριση μεταξύ των εμπειρικών στατιστικών χαρακτηριστικών που υπολογίζονται από τα δείγματα και των θεωρητικών καμπυλών ή χώρων που σχηματίζουν οι υπό εξέταση κατανομές. Αν ένα σημείο ανήκει μέσα στο θεωρητικό χώρο της κατανομής σημαίνει πως η κατανομή μπορεί να προσαρμοστεί διατηρώντας τις πρώτες τρεις L-ροπές

Οι θεωρητικές L-περιοχές των κατανομών BrXII και GG απεικονίζονται στο ΣΧΗΜΑ 4.27 όπου παρουσιάζονται επίσης καμπύλες που αφορούν σταθερές τιμές των παραμέτρων των κατανομών ενώ περισσότερα για την κατασκευή των L-περιοχών των συγκεκριμένων κατανομών περιγράφονται από τους *Papalexίου και Koutsoyiannis* [2015]. Ενδεικτικά στο ίδιο σχήμα απεικονίζονται επίσης τα εμπειρικά L-σημεία της μη μηδενικής ημερήσιας βροχόπτωσης για το μήνα Ιανουάριο ενώ γραφήματα για τους υπόλοιπους μήνες καθώς και συνολικά για τη μη μηδενική ημερήσια βροχόπτωση δίνονται στο Παράρτημα Α (ΣΧΗΜΑ Α.145 έως ΣΧΗΜΑ Α.149).

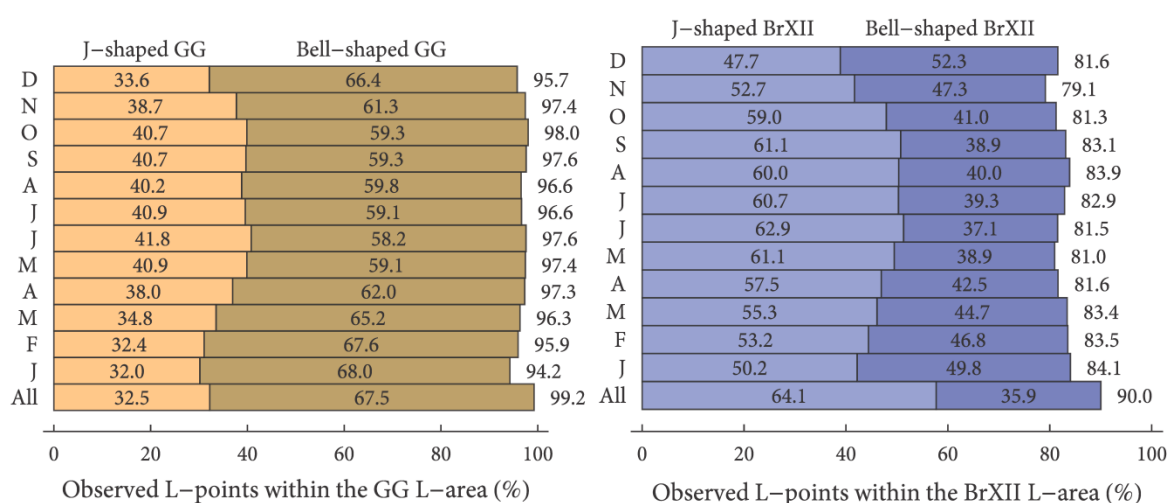


**ΣΧΗΜΑ 4.27:** Παρατηρημένα L-σημεία για το μήνα Ιανουάριο των 14 157 ημερήσιων δειγμάτων βροχόπτωσης σε σύγκριση με τις θεωρητικές L-περιοχές (α) της κατανομής BrXII και (β) της κατανομής GG.

Σε κάθε γράφημα τα εμπειρικά σημεία είναι χρωματισμένα με τρεις τρόπους: (α) με κόκκινο συμβολίζονται τα σημεία που εντοπίζονται εκτός περιοχής, (β) με σκουρόχρωμο αυτά που ανήκουν σε περιοχή που περιγράφεται από κωδωνοειδή κατανομή και (γ) με ανοιχτόχρωμο αυτά που ανήκουν σε περιοχή που περιγράφεται από κατανομή σχήματος ανεστραμμένου J. Είναι ενδιαφέρον, ότι οι κατανομές GG και BrXII κατά κάποιο τρόπο δρουν συμπληρωματικά, με την έννοια ότι τα εμπειρικά L-σημεία που δεν ανήκουν στο χώρο της μίας ανήκουν στο χώρο της άλλης. Το γεγονός

αυτό σημαίνει ότι μόνο με αυτές τις δύο κατανομές μπορούν να περιγραφούν όλα τα δείγματα που αναλύθηκαν εδώ. Όπως έχει επίσης αναφερθεί και οι δυο αυτές κατανομές είναι ειδικές περιπτώσεις της κατανομής Γενικευμένης Βήτα δευτέρου είδους αλλά η κατανομή αυτή είναι πολύπλοκη καθώς αποτελείται από μία παράμετρο κλίμακας και τρεις παραμέτρους σχήματος.

Το ΣΧΗΜΑ 4.28 παρουσιάζει το ποσοστό των εμπειρικών L-σημείων (L-ασυμμετρία συναρτήσεως L-μεταβλητότητας) των δειγμάτων που αναλύθηκαν σε μηνιαία βάση που ανήκουν μέσα στο θεωρητικό χώρο που σχηματίζουν οι κατανομές, καθώς και τα ποσοστά των σημείων που περιγράφονται από κωδωνοειδής κατανομή ή από κατανομή σχήματος ανεστραμμένου J. Είναι προφανές ότι και οι δύο κατανομές, ειδικά η κατανομή GG, αποδίδουν πολύ καλά. Για παράδειγμα, η κατανομή GG περιγράφει 99.2% των παρατηρούμενων L-σημείων για τις τιμές όλων των μηνών, ενώ το χαμηλότερο ποσοστό παρατηρήθηκε τον Ιανουάριο και είναι 94.2%. Η κατανομή BrXII επίσης περιγράφει μεγάλα ποσοστά των εμπειρικών σημείων, π.χ., το 90.0% των εμπειρικών L-σημείων για τις τιμές όλων των μηνών ενώ το χαμηλότερο ποσοστό εντοπίζεται στο Μάιο και ισούται με 81.0%. Σημειώνεται ότι τα ποσοστά των εμπειρικών σημείων που πραγματικά θα βρίσκονται εντός των θεωρητικών περιοχών αναμένεται να είναι ακόμα μεγαλύτερα εάν μεγαλύτερα δείγματα ήταν διαθέσιμα.

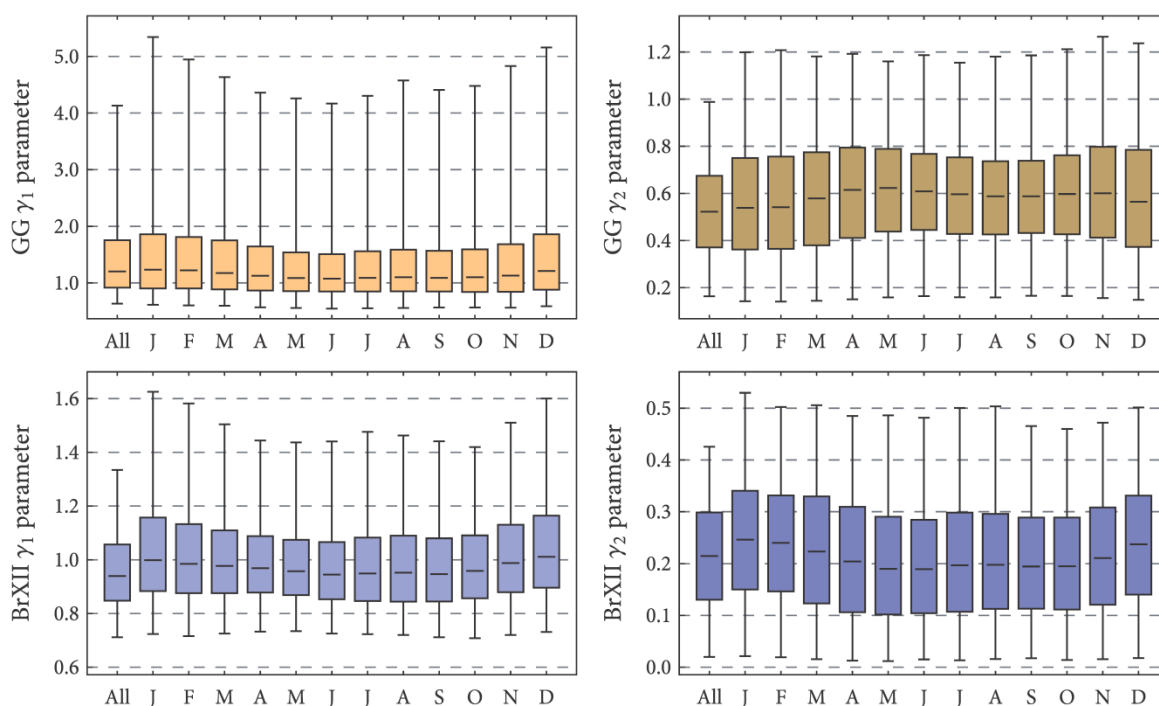


**ΣΧΗΜΑ 4.28:** Ποσοστό εμπειρικών L-σημείων (L-ασυμμετρία συναρτήσεως L-μεταβλητότητας) που ανήκουν μέσα στο θεωρητικό χώρο που σχηματίζουν οι κατανομές.

Η προηγούμενη ανάλυση έδειξε ότι και οι δύο κατανομές μπορούν να περιγράψουν ένα πολύ μεγάλο ποσοστό των εμπειρικών σημείων. Επιπλέον, όμως είναι πολύ σημαντικό να μελετηθούν οι πραγματικές τιμές των παραμέτρων σχήματος, ειδικότερα της παραμέτρου  $\gamma_2$  καθώς ελέγχει την συμπεριφορά των ακραίων τιμών. Έτσι κάνοντας χρήση της μεθόδου των L-ροπών έγινε εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων. Οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων σχήματος για τις δύο κατανομές παρουσιάζονται με τη μορφή θηκογραμμάτων στο ΣΧΗΜΑ 4.29 ενώ ο

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.31 στο Παράρτημα Α παρουσιάζει μερικά από τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά τους.

Λαμβάνοντας υπόψη το θεωρητικό εύρος αμφότερων των παραμέτρων σχήματος και για τις δύο κατανομές, το οποίο κυμαίνεται από το 0 μέχρι το  $\infty$ , είναι φανερό από το ΣΧΗΜΑ 4.29 ότι στην πραγματικότητα οι παράμετροι κυμαίνονται σε ένα πολύ στενό εύρος. Για τη κατανομή GG η διάμεσος της παραμέτρου  $\gamma_1$  για όλους τους μήνες κυμαίνεται από το 1.08 έως το 1.23, ενώ για όλους του μήνες και για τα περισσότερα δείγματα ισχύει  $\gamma_1 > 1$  που υποδεικνύει κωδωνοειδή πυκνότητα πιθανότητας. Ο μέσος όρος όλων των μηνιαίων διαμέσων της παραμέτρου  $\gamma_2$  είναι περίπου 0.59 με την πλειοψηφία των δειγμάτων να έχουν  $\gamma_2 < 1$  που υποδεικνύει πιο χοντρή ουρά συγκριτικά με την εκθετική ή την ουρά της κατανομής Γάμα. Οι μέσες τιμές της παραμέτρου  $\gamma_1$  της κατανομής BrXII για όλους τους μήνες είναι κοντά στο 1 με το μέσο όρο όλων των μηνιαίων διαμέσων να είναι 0.97. Επιπροσθέτως, σημειώνεται ότι περισσότερο από το 50% των δειγμάτων έχουν  $\gamma_1 < 1$  που υποδεικνύει κατανομές με σχήμα ανεστραμμένου J. Τέλος, οι μηνιαίες μέσες τιμές της παραμέτρου  $\gamma_2$  ποικίλουν σε ένα στενό εύρος, δηλαδή από το 0.19 έως το 0.25, ενώ το ανώτατο όριο βάσει του 95% εμπειρικού διαστήματος εμπιστοσύνης και για όλους τους μήνες (εκτός από τον Ιανουάριο) είναι μικρότερο του 0.5, υποδεικνύοντας κατανομές πεπερασμένης διασποράς.



**ΣΧΗΜΑ 4.29:** Εκτιμήσεις των παραμέτρων των κατανομών GG και BrXII με τη μέθοδο των L-ροπών.

Όπως έχει αναφερθεί η προηγούμενη ανάλυση έδειξε ότι η κατανομή GG είναι σε θέση να περιγράψει στατιστικά περισσότερα δείγματα από την κατανομή BrXII.

Ωστόσο, οι δύο αυτές κατανομές διαφέρουν σημαντικά ως προς τη συμπεριφορά της ουράς τους καθώς η πρώτη είναι κατανομή εκθετικού τύπου ενώ η δεύτερη τύπου δύναμης. Συνεπώς αξίζει να πραγματοποιηθεί μια σύγκριση βάσει διαφόρων μέτρων προσαρμογής. Προφανώς, η σύγκριση είναι δυνατή μόνο για τα δείγματα στα οποία μπορούν να προσαρμοστούν και οι δυο κατανομές.

Προκειμένου να αξιολογηθεί και να συγκριθεί η επίδοση των κατανομών ορίζονται τα ακόλουθα τέσσερα μέτρα σφάλματος:

$$ER-I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_{(i)}| \quad (3.37)$$

$$ER-II = \frac{1}{m} \sum_{i=n-m+1}^n |\Delta x_{(i)}| \quad (3.38)$$

$$ER-III = \max(|\Delta x_{(1)}|, \dots, |\Delta x_{(n)}|) \quad (3.39)$$

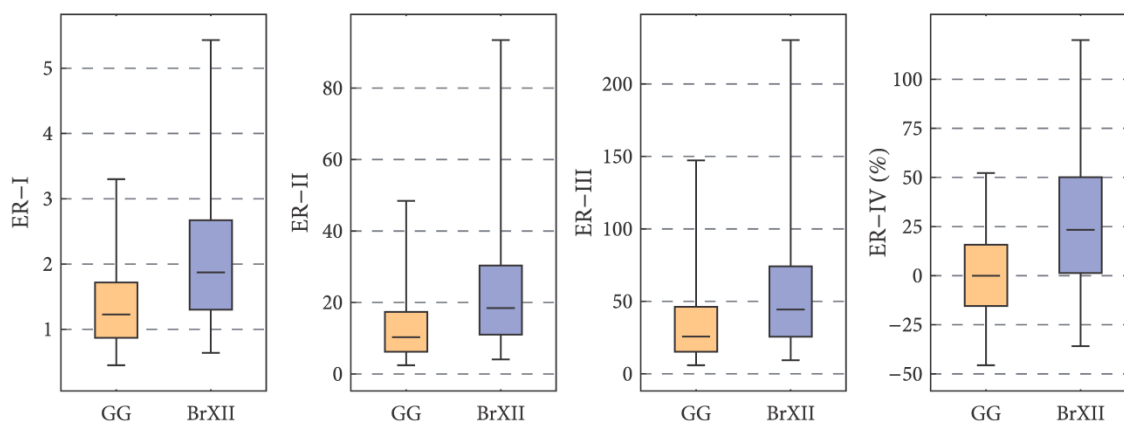
$$ER-IV = \frac{\Delta x_{(n)}}{\hat{x}_{(n)}} 100 \quad (3.40)$$

όπου  $\Delta x_{(i)} = x_{(i)} - \hat{x}_{(i)}$  είναι η διαφορά της προβλεπόμενης τιμής  $x_{(i)}$  και της αντίστοιχης παρατηρημένης  $\hat{x}_{(i)}$ , ενώ ο δείκτης  $i$  δείχνει τη θέση στο διατεταγμένο δείγμα, δηλαδή,  $\hat{x}_{(1)} \leq \dots \leq \hat{x}_{(n)}$ . Η προβλεπόμενη τιμή υπολογίζεται από το ποσοστημόριο της κάθε κατανομής, δηλαδή,  $x_{(i)} = Q_x(p_i)$ , χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη εμπειρική πιθανότητα σύμφωνα με την σχεδιαστική θέση κατά Weibull που ισούται με  $p_i = i / (n+1)$ .

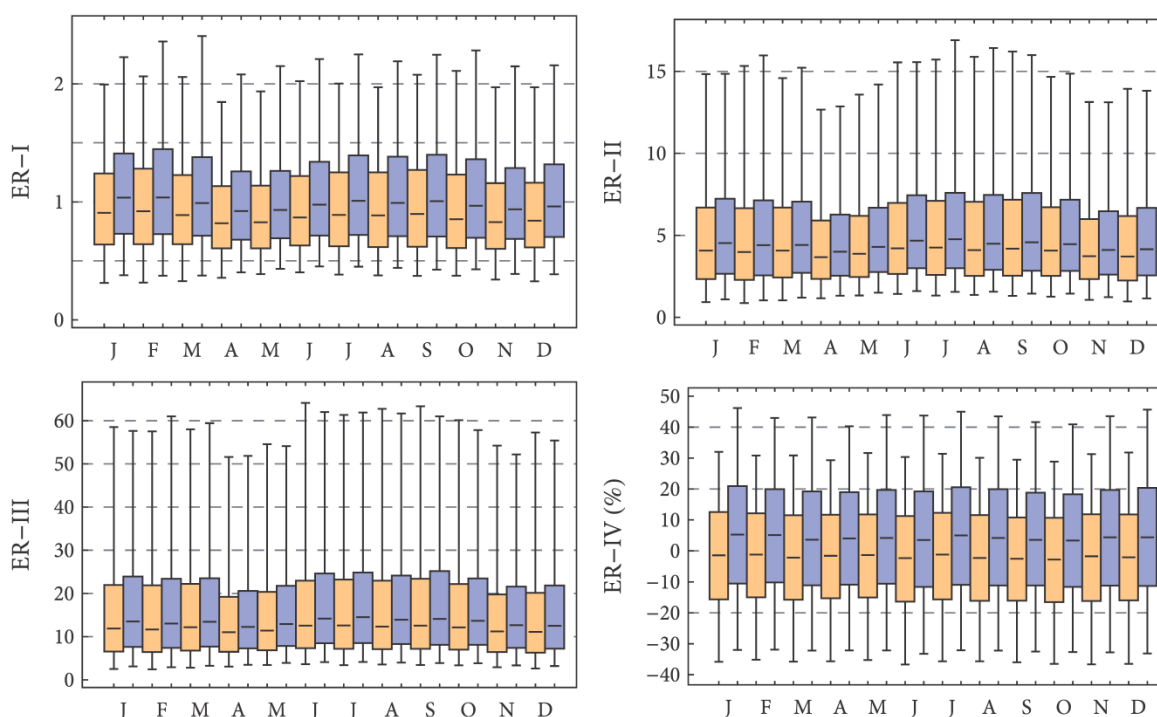
Έτσι, το σφάλμα ER-I είναι η μέση τιμή των απόλυτων διαφορών όλων των τιμών του δείγματος και παρέχει ένα συνολικό μέτρο προσαρμογής. Το σφάλμα ER-II επικεντρώνεται στις τελευταίες  $m$  μεγαλύτερες τιμές του δείγματος και μπορεί να θεωρηθεί ως μέτρο προσαρμογής των ακραίων τιμών ή της ουράς (εδώ  $m = 10$ ). Το σφάλμα ER-III είναι η απόλυτη μέγιστη διαφορά που εντοπίζεται μεταξύ των παρατηρούμενων και προβλεπόμενων τιμών και δεν είναι απαραίτητο να αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του δείγματος. Το σφάλμα ER-IV εστιάζεται στην ποσοστιαία διαφορά μεταξύ της προβλεπόμενης μέγιστης τιμής και της μέγιστης παρατηρημένης τιμής, όπου αρνητικές και θετικές διαφορές υποδηλώνουν, αντίστοιχα, υποεκτίμηση ή υπερεκτίμηση της μέγιστης τιμής από την προσαρμοσμένη κατανομή.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο ΣΧΗΜΑ 4.30 (θηκογράμματα για την ημερήσια βροχόπτωση όλων των μηνών) και στο ΣΧΗΜΑ 4.31 (θηκογράμματα για κάθε μήνα). Επιπλέον, ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.12 δίνει τον αριθμό των δειγμάτων που

συγκρίθηκαν, τους μέσους όρους των μέτρων σφάλματος και τα ποσοστά που η κατανομή GG έχει καλύτερη προσαρμογή συγκριτικά με την BrXII.



**ΣΧΗΜΑ 4.30:** Θηκογράμματα των μέτρων σφάλματος που αξιολογούν την προσαρμογή των κατανομών GG και BrXII στην ημερήσια βροχόπτωση όλων των μηνών.



**ΣΧΗΜΑ 4.31:** Θηκογράμματα των μέτρων σφάλματος που αξιολογούν την προσαρμογή των κατανομών GG και BrXII στην ημερήσια βροχόπτωση σε κάθε μήνα ξεχωριστά.

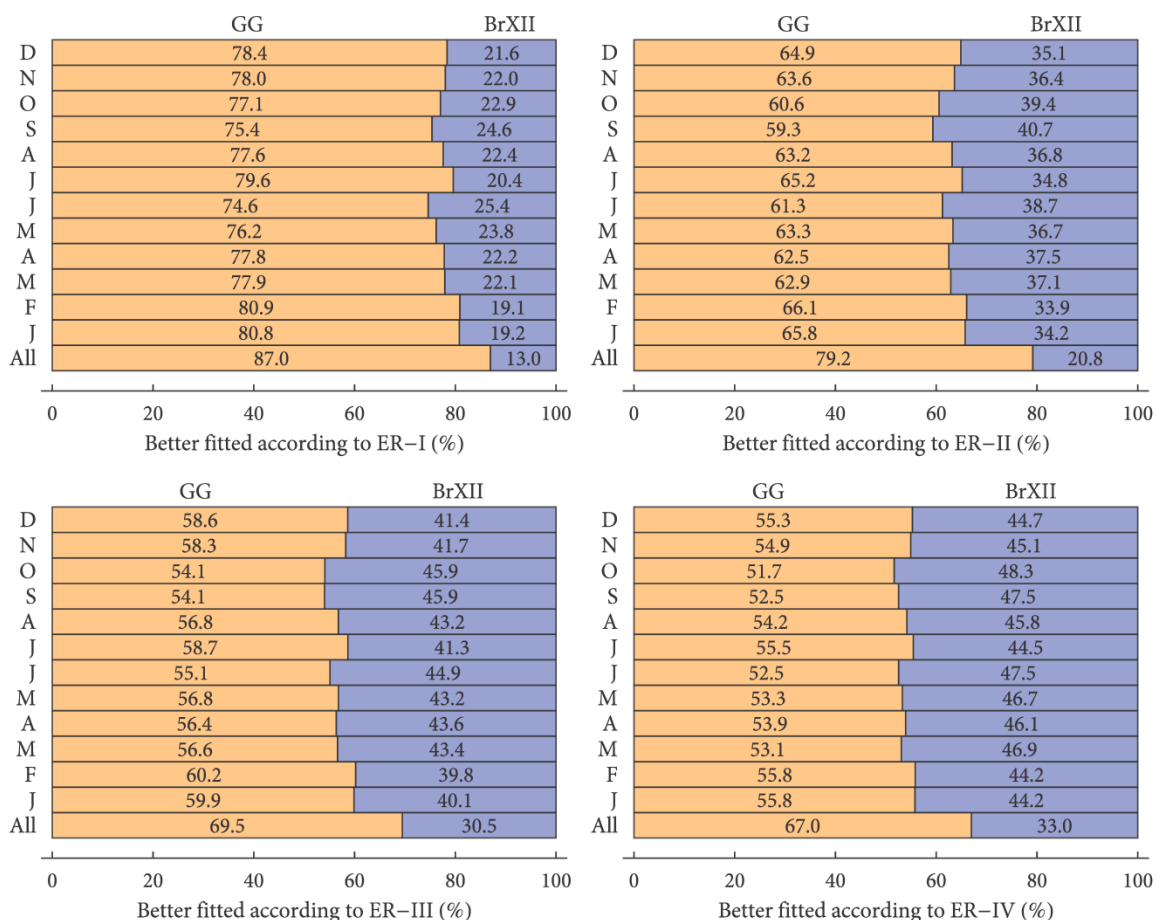
Σε γενικές γραμμές, όπως φαίνεται και από τα θηκογράμματα η κατανομή GG και σύμφωνα με όλα τα μέτρα σφάλματος αποδίδει καλύτερα από την BrXII. Είναι ενδιαφέρον να τονιστεί πως σύμφωνα με το σφάλμα ER-IV, το οποίο υπολογίζει την ποσοστιαία διαφορά μεταξύ της προβλεπόμενης και την παρατηρούμενης μέγιστης τιμής, η κατανομή GG έχει εξαιρετική επίδοση. Για παράδειγμα, για όλους τους μήνες η εκτίμηση είναι ουσιαστικά αμερόληπτη, ενώ το 95% εμπειρικό διάστημα

εμπιστοσύνης είναι μεταξύ του -45.6% και του 52.2% σε αντίθεση με την κατανομή BrXII που υπερεκτιμά τη μέγιστη τιμή κατά μέσο όρο 28.2% και παρέχονταν ένα πολύ ευρύτερο 95% εμπειρικό διάστημα εμπιστοσύνης, που κυμαίνεται από -35.9% έως 120.0%.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.12:** Μέσες τιμές των μέτρων σφάλματος της προσαρμογής των κατανομών καθώς και ποσοστά στα οποία η κατανομή GG είχε καλύτερη προσαρμογή σε σχέση με την κατανομή BrXII.

	All	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
Fit No.	12413	10474	10684	10769	10754	10750	10879	10877	11041	11124	10967	10457	10396
Μέσες τιμές των μέτρων σφάλματος για την κατανομή GG.													
ER-I	1.4	1.0	1.0	1.0	0.9	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
ER-II	14.1	5.5	5.5	5.5	4.9	5.2	5.7	5.9	5.8	5.9	5.5	5.0	5.1
ER-III	38.2	18.9	18.6	19.0	17.0	17.8	20.2	20.1	20.0	20.3	19.5	17.5	17.8
ER-IV	0.7	-1.6	-1.6	-2.2	-2.1	-1.7	-2.7	-1.7	-2.4	-2.7	-3.1	-2.2	-2.2
Μέσες τιμές των μέτρων σφάλματος για την κατανομή BrXII.													
ER-I	2.2	1.1	1.2	1.1	1.0	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1
ER-II	25.4	5.8	5.9	5.9	5.2	5.6	6.1	6.3	6.2	6.1	5.8	5.3	5.4
ER-III	62.0	19.8	19.9	20.1	17.9	18.8	21.0	21.3	20.9	20.9	20.1	18.2	18.6
ER-IV	28.2	5.8	5.2	4.5	4.2	4.9	4.2	5.5	4.7	4.1	3.6	4.6	5.0
Ποσοστά όπου η κατανομή GG έχει καλύτερη προσαρμογή από την Br XII (%)													
ER-I	87.0	80.8	80.9	77.9	77.8	76.2	74.6	79.6	77.6	75.4	77.1	78.0	78.4
ER-II	79.2	65.8	66.1	62.9	62.5	63.3	61.3	65.2	63.2	59.3	60.6	63.6	64.9
ER-III	69.5	59.9	60.2	56.6	56.4	56.8	55.1	58.7	56.8	54.1	54.1	58.3	58.6
ER-IV	67.0	55.8	55.8	53.1	53.9	53.3	52.5	55.5	54.2	52.5	51.7	54.9	55.3

Τέλος, στο ΣΧΗΜΑ 4.32 παρουσιάζεται το ποσοστό που η κατανομή GG προσαρμόζεται καλύτερα από την κατανομή BrXII σε σχέση με τα τέσσερα μέτρα σφάλματος. Προφανώς, η κατανομή GG προσαρμόζεται καλύτερα, κυρίως βάσει του σφάλματος ER-I που αξιολογεί την προσαρμογή στο σύνολο των δεδομένων. Χαρακτηριστικό πάντως είναι πως η κατανομή GG βελτιώνει την απόδοση της έναντι της κατανομής BrXII σε όλα τα μέτρα σφάλματος όταν το δείγμα αφορά συνολικά την ημερήσια βροχόπτωση. Αυτό μπορεί να είναι ένα επιπλέον επιχείρημα για υπέρ της κατανομής GG καθώς τα ημερήσια δείγματα βροχόπτωσης είναι πολύ μεγαλύτερα σε μέγεθος από τα μηνιαία δείγματα και έτσι η εκτίμηση των παραμέτρων είναι πιο ακριβής στην περίπτωση αυτή.



**ΣΧΗΜΑ 4.32:** Σύγκριση των επιδόσεων των δύο κατανομών: οι τιμές μέσα στις μπάρες δείχνουν το ποσοστό των σταθμών που κάθε διανομή έχει καλύτερα προσαρμογή ανάλογα με το μέτρο σφάλματος που χρησιμοποιείται.

### Συμπεράσματα

Η ανάλυση έδειξε ότι η υψηλότερη μηνιαία διακύμανση παρατηρείται στη μέση τιμή της μη μηδενικής βροχόπτωσης ενώ έπονται κατά σειρά η πιθανότητα ξηρασίας, η L-ασυμμετρία και τέλος η L-μεταβλητότητα, υποδεικνύοντας ότι η εποχιακή διακύμανση των χαρακτηριστικών σχήματος, αν και υπαρκτή, δεν είναι πολύ υψηλή.

Η εποχιακή και η χωρική μεταβλητότητα που παρατηρήθηκε στα χαρακτηριστικά του σχήματος υποδεικνύουν πως τα δημοφιλή διπαραμετρικά μοντέλα όπως η Γάμα, η Weibull, η Lognormal, η Pareto, κλπ., δεν μπορούν να χρησιμεύσουν ως «καθολικά» μοντέλα για τη μοντελοποίηση της ημερήσιας βροχόπτωσης καθώς η ευελιξία τους είναι περιορισμένη και ως εκ τούτου δεν μπορούν να περιγράψουν επαρκώς το κύριο σώμα της κατανομής και συγχρόνως και την αριστερή και τη δεξιά ουρά της.

Ένα "καθολικό" πιθανοτικό μοντέλο για την ημερήσια βροχόπτωση πρέπει να έχει τουλάχιστον δύο παραμέτρους σχήματος, όπου η μία θα ελέγχει την αριστερή ουρά και η άλλη την δεξιά. Δύο κατανομές με τα ανωτέρω χαρακτηριστικά που προέκυψαν από την εφαρμογή της αρχής της μέγιστης εντροπίας είναι η BrXII και η

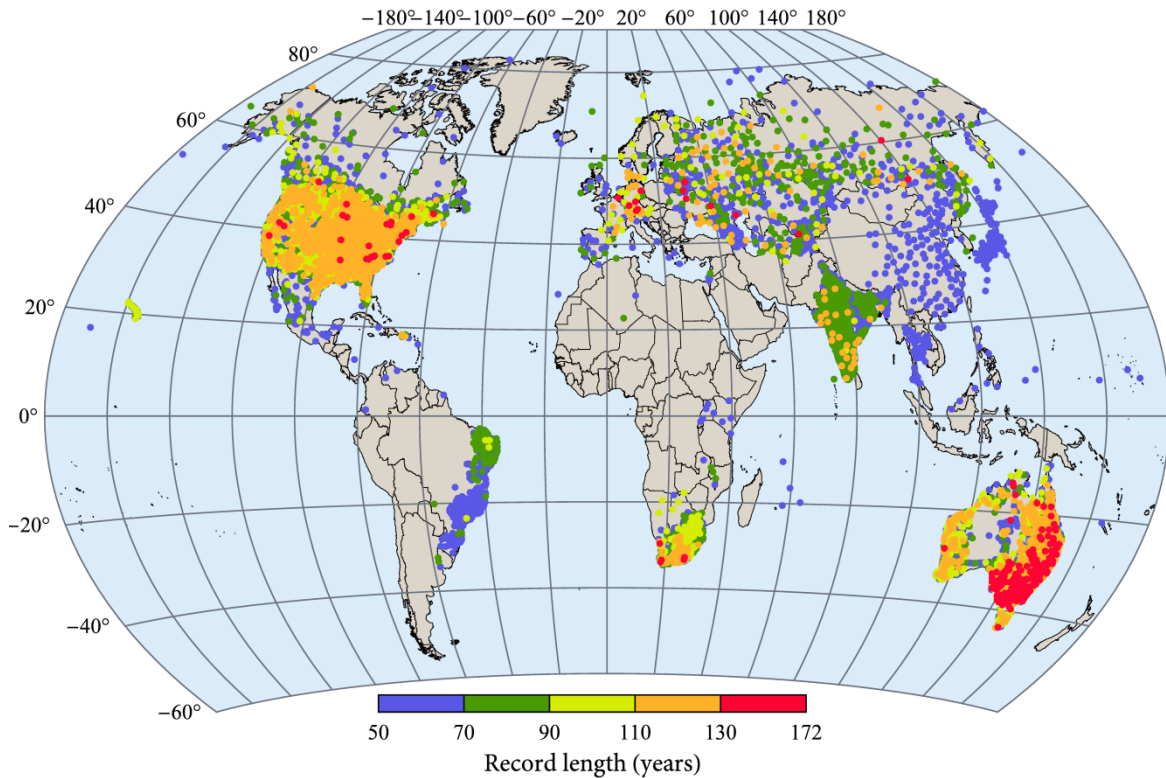
GG. Η επίδοση αμφότερων των κατανομών είναι πολύ καλή με την GG να αποδίδει ακόμη καλύτερα από την BγXII προσφέροντας έτσι μια εξαιρετική επιλογή. Κάποια από τα χαρακτηριστικά αυτών των δύο κατανομών αλληλοσυμπληρώνονται, έτσι η GB2 κατανομή, η οποία περιλαμβάνει και τις δύο ως ειδικές περιπτώσεις, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μοντελοποιήσει ολόκληρο το σύνολο δεδομένων για όλους τους μήνες και όλους τους σταθμούς.

Από την εκτίμηση των παραμέτρων της κατανομής GG, που περιγράφει σε μεγαλύτερο ποσοστό τα δεδομένα, προκύπτουν τα εξής: η παράμετρος σχήματος  $\gamma_2$  της GG κατανομής, η οποία ελέγχει τη δεξιά ουρά και συνεπώς τις ακραίες τιμές, για τη συντριπτική πλειονότητα των δειγμάτων που αναλύθηκαν είναι  $\gamma_2 < 1$ , τιμή που αντιστοιχεί σε υποεκθετικές ουρές, ενώ για  $\gamma_2 = 1$  η GG απλοποιείται στην κατανομή Γάμα. Αυτό συνεπάγεται ότι μερικά από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα με εκθετική ουρά όπως η Εκθετική, η Γάμα ή μικτά μοντέλα με εκθετικές ουρές εν δυνάμει αποτελούν επικίνδυνη επιλογή και δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται αδικαιολόγητα στην πράξη, δεδομένου ότι μπορούν να υποτιμήσουν σοβαρά το μέγεθος και τη συχνότητα των ακραίων βροχοπτώσεων σε ημερήσια κλίμακα.

#### **4.4.2 Ανάλυση χρονοσειρών άνω κατωφλίου**

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η δεξιά ουρά της κατανομής της ημερήσιας βροχόπτωσης, δηλαδή, το μέρος της κατανομής που περιγράφει τα ακραία γεγονότα που επί της ουσίας καθορίζει τόσο το μέγεθος όσο και τη συχνότητα των ακραίων γεγονότων. Αναλύονται ακραίες βροχοπτώσεις σε περισσότερους από 15 000 σταθμούς σε όλο τον κόσμο οι θέσεις των οποίων παρουσιάζονται στο ΣΧΗΜΑ 4.33.





**ΣΧΗΜΑ 4.33:** Τοποθεσίες των 15 137 σταθμών που μελετήθηκαν.

### **Ορισμός και προσαρμογή της ουράς της κατανομής**

Όπως έχει αναφερθεί η κατανομή της βροχόπτωσης ανήκει στις κατανομές μεικτού τύπου, με ένα διακριτό μέρος που περιγράφει την πιθανότητα ξηρασίας και ένα συνεχές μέρος που εκφράζει τη μη μηδενική βροχόπτωση. Στη μελέτη των ακραίων βροχοπτώσεων μας ενδιαφέρει η συμπεριφορά της δεξιάς ουράς της κατανομής καθώς ελέγχει τη συχνότητα και το μέγεθος των ακραίων γεγονότων.

Αν συμβολίζουμε τη βροχόπτωση ως τυχαία μεταβλητή  $X$  και τη μη μηδενική βροχόπτωση ως  $X | X > 0$ , τότε η συνάρτηση υπέρβασης πιθανότητας (ΣΥΠ), ή αλλιώς συνάρτηση ουράς, της μη μηδενικής βροχόπτωσης ορίζεται ως

$$P(X > x | X > 0) = \bar{F}_{X|X>0}(x) = 1 - F_{X|X>0}(x) \quad (3.41)$$

όπου  $F_{X|X>0}(x)$  είναι κάθε έγκυρη συνάρτηση κατανομής που έχει επιλεγεί για να περιγράψει τη μη μηδενική βροχόπτωση. Αποδεικνύεται ότι η μη δεσμευμένη ΣΥΠ προκύπτει εύκολα αν είναι γνωστή η πιθανότητα ξηρασίας  $p_0$  ως:  $\bar{F}_X(x) = (1 - p_0)\bar{F}_{X|X>0}(x)$ . Δεδομένου ότι εστιάζουμε στο συνεχές μέρος της κατανομής και πιο συγκεκριμένα στη δεξιά ουρά, από αυτό το σημείο και για λόγους απλότητας ο δείκτης παραλείπεται στην  $\bar{F}_{X|X>0}(x)$  και συνεπώς η δεσμευμένη ΣΥΠ συμβολίζεται απλώς με  $\bar{F}(x)$ . Διευκρινίζεται επίσης πως ο όρος «ουρά»

χρησιμοποιείται για να αναφερθεί μόνο στο επάνω μέρος της ΣΥΠ, δηλαδή, στο τμήμα που περιγράφει τα ακραία γεγονότα.

Στο σημείο αυτό πρέπει να οριστεί το άνω μέρος της κατανομής. Μια συνήθης πρακτική είναι να οριστεί ένα κατώτατο όριο  $x_L$  [βλ. π.χ., *Cunnane, 1973; Tavares και Da Silva, 1983; Ben-Zvi, 2009*] και να μελετηθεί η συμπεριφορά για τιμές μεγαλύτερες του  $x_L$ . Γενικά όμως δεν υπάρχει μια ευρέως αποδεκτή μέθοδος καθορισμού της κατώτατης τιμής  $x_L$ . Μια κοινώς αποδεκτή μέθοδος είναι να καθοριστεί το όριο έμμεσα με βάση την εμπειρική κατανομή με τέτοιο τρόπο ώστε ο αριθμός των τιμών πάνω από το κατώφλι να ισούται με τον αριθμό των ετών  $N$  του δείγματος [βλ. π.χ., *Cunnane, 1973*]. Η προκύπτουσα σειρά που ορίζεται με αυτόν τον τρόπο είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως σειρά άνω κατωφλίου [βλ. π.χ., *Chow, 1964; Gupta, 2011*].

Δεδομένου ότι κάθε σταθμός έχει ένα δείγμα  $N$  ετών ημερήσιων τιμών και ένα συνολικό αριθμό  $n$  μη μηδενικών τιμών η εμπειρική ΣΥΠ για τη μη μηδενική βροχόπτωση ορίζεται ως

$$\bar{F}_N(x_i) = 1 - \frac{r(x_i)}{n+1} \quad (3.42)$$

όπου  $r(x_i)$  είναι η κατάταξη της τιμής  $x_i$ , δηλαδή η θέση του  $x_i$  στο διατεταγμένο δείγμα  $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  των μη μηδενικών τιμών. Συνεπώς η εμπειρική ουρά  $\bar{F}_N(x_i)$  καθορίζεται από τις  $N$  μεγαλύτερες μη μηδενικές τιμές με  $n - N + 1 \leq i \leq n$  (σημειώνεται έτσι ότι ισχύει  $x_L = x_{(n-N+1)}$ ). Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13 παρουσιάζει μερικά βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των σειρών των  $N$  μεγαλύτερων μη μηδενικών τιμών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13:** Μερικά βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των 15 137 δειγμάτων ουράς που ορίζονται για ένα δείγμα μήκους  $N$ -ετών ως οι  $N$  μεγαλύτερες μη μηδενικές ημερήσιες τιμές. Για κάθε δείγμα υπολογίστηκαν τα στατιστικά χαρακτηριστικά της πρώτης σειράς.

	No.	Median	Mean	SD	Max
min	50	8.90	10.42	3.01	21.50
$Q_5$	52	28.30	31.71	8.61	68.60
$Q_{25}$	61	43.55	48.24	13.85	110.00
$Q_{50}$	70	62.75	69.12	19.01	152.40
$Q_{75}$	97	85.30	93.72	27.59	218.40
$Q_{95}$	122	130.30	144.70	47.48	357.60
max	172	977.00	1 041.02	395.96	1 750.00
Mean	79	68.78	76.01	22.50	175.06
SD	23	34.84	38.20	13.21	93.42
Skew	0.80	2.73	2.58	3.55	1.79

Προφανώς ο αριθμός των μη μηδενικών ημερησίων τιμών ισούται με  $n = (1 - p_0)n_d N$  όπου  $n_d = 365.25$  είναι ο μέσος αριθμός των ημερών του έτους.

Σύμφωνα με την σχεδιαστική θέση Weibull που δίνεται στην Εξ. (3.42) η πιθανότητα υπέρβασης  $\bar{p}(x_L)$  θα είναι

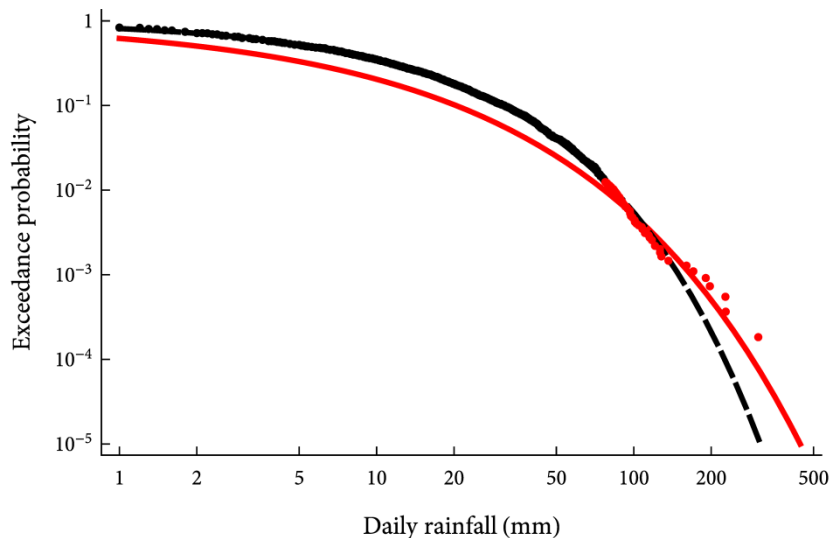
$$\bar{p}(x_L) = 1 - \frac{n-N+1}{n+1} = \frac{N}{(1-p_0)n_d N + 1} \approx \frac{1}{(1-p_0)n_d} \quad (3.43)$$

Αυτό δείχνει ότι η πιθανότητα υπέρβασης του ορίου  $x_L$  εξαρτάται μόνο από την πιθανότητα ξηρασίας  $p_0$ . Είναι ενδιαφέρον ότι η μέση της πιθανότητας ξηρασίας των αρχείων που αναλύονται στην παρούσα εδώ είναι περίπου 0.75 πράγμα που σημαίνει ότι η πιθανότητα υπέρβασης του  $x_L$  ισούται περίπου με 0.01, ενώ ακόμα και για  $p_0 = 0.95$  η τιμή είναι μόλις 0.055. Είναι λογικό να υποθέσουμε συνεπώς ότι οι τιμές πάνω από το όριο  $x_L$  μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκουν στην ουρά της κατανομής.

Η μέθοδος προσαρμογής της ουράς που ακολουθήθηκε εδώ είναι απλή. Συγκεκριμένα, βασίζεται στην απ' ευθείας προσαρμογή και σύγκριση των επιδόσεων των διαφόρων θεωρητικών ουρών στις εμπειρικές ουρές που εκτιμώνται από τα δείγματα της ημερήσιας βροχόπτωσης. Οι θεωρητικές ουρές προσαρμόζονται στις εμπειρικές ελαχιστοποιώντας αριθμητικά ένα τροποποιημένο μέσο τετραγωνικό σφάλμα που ορίζεται ως

$$N1 = \frac{1}{N} \sum_{i=n-N+1}^n \left( \frac{\bar{F}(x_{(i)})}{\bar{F}_N(x_{(i)})} - 1 \right)^2 \quad (3.44)$$

Η προτεινόμενη προσέγγιση) σύμφωνα με την οποία προσαρμόζεται η θεωρητική κατανομή μόνο στις  $N$  μεγαλύτερες τιμές κάθε σταθμού, διασφαλίζει ότι η κατανομή που προσαρμόζεται θα παρέχει την καλύτερη δυνατή περιγραφή της ουράς καθώς δεν θα επηρεάζεται από τις χαμηλότερες τιμές [για περισσότερα βλ. *Papalexiou et al.*, 2013]. Ως παράδειγμα της μεθόδου προσαρμογής το ΣΧΗΜΑ 4.34 απεικονίζει την κατανομή Weibull που έχει προσαρμοστεί σε ένα δείγμα (ο σταθμός επιδέχθηκε τυχαία και έχει κωδικό IN00121070) ελαχιστοποιώντας το σφάλμα που δίνεται στην (3.44) με δύο τρόπους, (α) σε όλα τα σημεία της εμπειρικής κατανομής και (β) μόνο τα μεγαλύτερα  $N$  σημεία. Είναι σαφές ότι η πρώτη προσέγγιση (διακεκομμένη γραμμή) δεν περιγράφει επαρκώς την ουρά.



**ΣΧΗΜΑ 4.34:** Επεξηγηματικό διάγραμμα της προσέγγισης προσαρμογής που ακολουθείται. Η διακεκομμένη γραμμή απεικονίζει μια κατανομή Weibull με προσαρμογή σε όλα τα εμπειρικά σημεία ενώ η συνεχής κόκκινη γραμμή απεικονίζει την κατανομή με προσαρμογή μόνο στα σημεία που χαρακτηρίζουν την εμπειρική ουρά..

#### **Ουρές κατανομών που μελετήθηκαν**

Είναι σαφές ότι κάθε θεωρητική ουρά μπορεί να προσαρμοστεί στις εμπειρικές ουρές. Παρ' όλα αυτά οι ουρές που προσαρμόζονται και συγκρίνονται σχετικά με την επίδοση προσαρμογής τους εδώ είναι αυτές των κατανομών Pareto II (PII), Λογαριθμοκανονικής (LN), Weibull (W), και Γάμα (G). Αυτές οι κατανομές έχουν επιλεγεί για την απλότητα τους, τη δημοτικότητα τους, καθώς επίσης και γιατί πολλές άλλες πιο πολύπλοκες κατανομές έχουν ουρά με παρόμοια ασυμπτωτική συμπεριφορά. Υπενθυμίζεται ότι δύο συναρτήσεις κατανομής  $F$  και  $G$  που ορίζονται στον θετικό άξονα είναι ισοδύναμες ως προς την δεξιά ουρά τους αν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{F}(x)/\bar{G}(x) = c$  με  $0 < c < \infty$ .

Η Pareto και η Λογαριθμοκανονική κατανομή ανήκουν στην κατηγορία των υποεκθετικών κατανομών και θεωρούνται κατανομές με χοντρή ουρά. Η Weibull μπορεί να ανήκει σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τις τιμές της παραμέτρου σχήματος της, ενώ η κατανομή Γάμα έχει ουσιαστικά εκθετική ουρά, αλλά όχι ακριβώς. Από πρακτική άποψη, η κατάταξη αυτών των κατανομών από την πιο χοντρή ουρά προς την πιο λεπτή είναι: Pareto, Λογαριθμοκανονική, Weibull με παράμετρο σχήματος  $< 1$ , Γάμα και Weibull με παράμετρο σχήματος  $> 1$  [ βλ. π.χ., *El Adlouni et al.*, 2008]. Να σημειωθεί ότι η Pareto είναι η μόνη κατανομή τύπου δύναμης, ενώ τα υπόλοιπα τρία μοντέλα είναι εκθετικής μορφής.

Συγκεκριμένα, η κατανομή Pareto τύπου II είναι η απλούστερη κατανομή τύπου δύναμης που ορίζεται στο  $[0, \infty)$ . Η πυκνότητα πιθανότητά της και η ΣΥΠ δίνονται, αντίστοιχα, από

$$f_{\text{PII}}(x) = \frac{1}{\beta} \left( 1 + \gamma \frac{x}{\beta} \right)^{\frac{1}{\gamma} - 1} \quad (3.45)$$

$$\bar{F}_{\text{PII}}(x) = \left( 1 + \gamma \frac{x}{\beta} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (3.46)$$

και ορίζεται από την παράμετρο κλίμακας  $\beta > 0$  και την παράμετρο σχήματος  $\gamma \geq 0$  που ελέγχει την ασυμπτωτική συμπεριφορά της ουράς. Συγκεκριμένα, όσο αυξάνεται η τιμή του  $\gamma$ , η ουρά γίνεται πιο χοντρή, με συνέπεια να αυξάνεται η συχνότητα και το μέγεθος των ακραίων τιμών. Για  $\gamma = 0$  ισοδυναμεί με την εκθετική κατανομή ενώ για  $\gamma \geq 0.5$  η κατανομή έχει άπειρη διασπορά. Πολλές άλλες κατανομές τύπου δύναμης είναι ισοδύναμες ως προς την ουρά, ήτοι, η ασυμπτωτική τους συμπεριφορά είναι παρόμοια με  $x^{-1/\gamma}$ , π.χ., η Burr τύπου XII [Burr, 1942; Tadikamalla, 1980] η διπαραμετρική και τριπαραμετρική κατανομή Κάπα [Mielke Jr, 1973], η Λογαριθμολογιστική [π.χ., Ahmad et al., 1988] και η γενικευμένη Βήτα δευτέρου είδους [Mielke Jr και Johnson, 1974].

Μια άλλη πολύ συνηθισμένη κατανομή που χρησιμοποιείται στην υδρολογία είναι η Λογαριθμοκανονική με πυκνότητα πιθανότητά και ΣΥΠ που δίνονται, αντίστοιχα, από

$$f_{\text{LN}}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \gamma x} \exp \left( -\ln^2 \left( \frac{x}{\beta} \right)^{1/\gamma} \right) \quad (3.47)$$

$$\bar{F}_{\text{LN}}(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \ln \left( \frac{x}{\beta} \right)^{1/\gamma} \right) \quad (3.48)$$

όπου  $\operatorname{erfc}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$ . Η κατανομή περιλαμβάνει την παράμετρο κλίμακας  $\beta > 0$  και την παράμετρο  $\gamma > 0$  που ελέγχει το σχήμα και τη συμπεριφορά της ουράς. Η Λογαριθμοκανονική κατανομή επίσης έχει βαριά ουρά (ανήκει στην οικογένεια των υποεκθετικών κατανομών) και θεωρείται ότι μπορεί να προσεγγίσει της κατανομές τύπου δύναμης για μεγάλο ποσοστό του σώματος της κατανομής [Mitzenmacher, 2004]. Τονίζεται ότι ο συμβολισμός στην Εξ. (3.47) και στην Εξ. (3.48) διαφέρει από τον συνηθισμένο στη βιβλιογραφία αλλά με αυτό τον συμβολισμό οι λειτουργία των παραμέτρων είναι πιο ξεκάθαρη.

Η κατανομή Weibull, που θεωρείται γενίκευση της Εκθετικής Κατανομής είναι άλλο ένα σύνηθες μοντέλο στην υδρολογία [Heo et al., 2001a,b] με πυκνότητα πιθανότητας και ΣΥΠ που δίνονται αντίστοιχα από

$$f_w(x) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma\right) \quad (3.49)$$

$$\bar{F}_w(x) = \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\gamma\right) \quad (3.50)$$

Η παράμετρος  $\beta > 0$  είναι παράμετρος κλίμακας, ενώ η παράμετρος σχήματος  $\gamma > 0$  ορίζει και πάλι την ασυμπτωτική συμπεριφορά της ουράς. Για  $\gamma < 1$  η κατανομή ανήκει στην οικογένεια των υποεκθετικών, με ουρά πιο χοντρή από αυτήν της Εκθετικής, ενώ για  $\gamma > 1$  η κατανομή χαρακτηρίζεται ως υπερεκθετική με ουρά λεπτότερη από της Εκθετικής. Πολλές κατανομές θεωρείται ότι έχουν ουρά ισοδύναμη με της Weibull για συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου  $\gamma$ , όπως π.χ. η Εκθετική, η Γενικευμένη Εκθετική, η Λογιστική και η Κανονική.

Τέλος, ένα από τα δημοφιλέστερα μοντέλα για την περιγραφή της ημερήσιας βροχόπτωσης είναι η κατανομή Γάμα [π.χ., Buishand, 1978b] με πυκνότητα πιθανότητας και ΣΥΠ που δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις

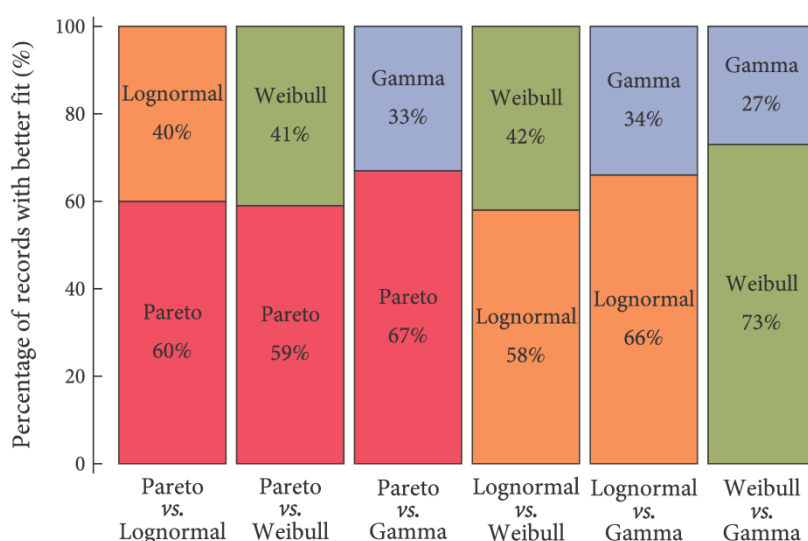
$$f_g(x) = \frac{1}{\beta\Gamma(\gamma)} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\gamma-1} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) \quad (3.51)$$

$$\bar{F}_g(x) = \Gamma\left(\gamma, \frac{x}{\beta}\right) / \Gamma(\gamma) \quad (3.52)$$

όπου  $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty t^{a-1} \exp(-t) dt$  είναι η άνω ατελής συνάρτηση Γάμα και  $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} \exp(-t) dt$  η συνάρτηση Γάμα. Γενικά μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ουρά της κατανομής Γάμα συμπεριφέρεται παρόμοια με αυτήν της Εκθετικής. Όμως, αυτό είναι μόνο κατά προσέγγιση σωστό, καθώς η εκθετική ουρά δεν είναι ασυμπτωτικά ισοδύναμη με την ουρά της Γάμα, αφού η ασυμπτωτική συμπεριφορά της δεξιάς ουράς της δεύτερης εξαρτάται σε κάποιο βαθμό από την παράμετρο  $\gamma$ .

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι κατανομές που συγκρίνονται εδώ είναι παρόμοιες στη δομή τους καθώς έχουν δύο παραμέτρους και συγκεκριμένα μία παράμετρο κλίμακας και μία παράμετρος σχήματος. Παρόλα αυτά, μεταξύ των

διαφόρων κατανομών με την ίδια δομή παραμέτρων, αναπόφευκτα, κάποιες είναι πιο ευέλικτες από άλλες. Ένας τρόπος για να ποσοτικοποιηθεί αυτή η ευελιξία στο σχήμα της κατανομής είναι η σύγκρισή τους όσον αφορά το θεωρητικά εφικτό εύρος σε διάφορα μέτρα σχήματος (π.χ., ασυμμετρία, κύρτωση, κλπ). Για παράδειγμα, το εφικτό εύρος ασυμμετρίας της Pareto, της Λογαριθμοκανονικής, της Weibull και της Γάμα είναι, αντίστοιχα,  $(2, \infty)$ ,  $(0, \infty)$ ,  $(-1.14, \infty)$  και  $(0, \infty)$ . Ως εκ τούτου, η κατανομή Weibull φαίνεται να είναι η πιο ευέλικτη κατανομή μεταξύ αυτών και η Pareto η λιγότερο. Ωστόσο, το επιχείρημα αυτό δεν ισχύει όταν η εστίαση είναι αποκλειστικά στην ουρά, διότι το γενικό σχήμα της ουράς είναι βασικά παρόμοια και αυτό που διαφέρει ουσιαστικά είναι ο ρυθμός με τον οποίο η ουρά τείνει στο μηδέν.



**ΣΧΗΜΑ 4.35:** Σύγκριση των προσαρμοσμένων ουρών σε ζευγάρια βάσει του τετραγωνικού σφάλματος.

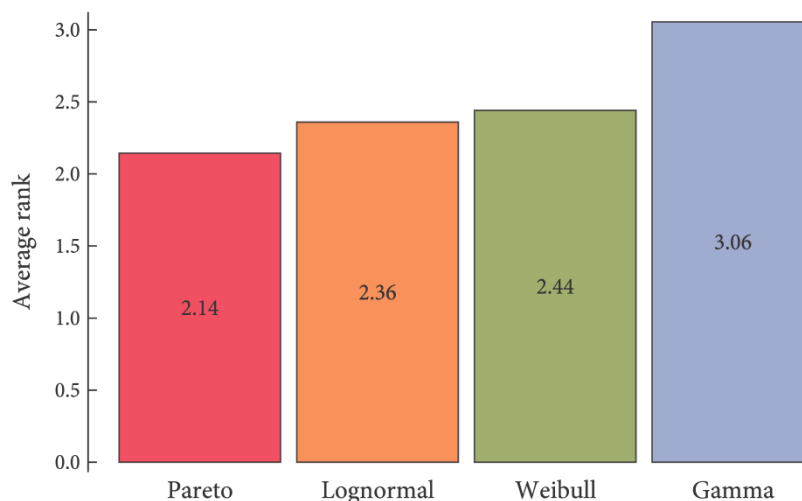
### Αποτελέσματα

Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.14 παρουσιάζει κάποια βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά από την προσαρμογή των τεσσάρων ουρών στους 15 029 σταθμούς σύμφωνα με τη μεθοδολογία που έχει περιγραφεί. Για να αξιολογηθεί ποια ουρά έχει την καλύτερη προσαρμογή οι τέσσερις ουρές συγκρίθηκαν κατά ζεύγη σε σχέση με το τετραγωνικό σφάλμα προσαρμογής τους, δηλαδή, η ουρά με το μικρότερο τετραγωνικό σφάλμα θεωρείται αυτή με την καλύτερη προσαρμογή. Όπως αποκαλύπτει το ΣΧΗΜΑ 4.35 η ουρά της Pareto, σε σύγκριση με τις άλλες τρεις κατανομές, είχε καλύτερη προσαρμογή στο 60% των σταθμών περίπου. Είναι ενδιαφέρον ότι η κατανομή με την πιο χοντρή ουρά κάθε ζευγαριού, σε όλες τις περιπτώσεις, προσαρμόστηκε καλύτερα σε μεγαλύτερο ποσοστό των σταθμών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.14:** Συνοπτικά στατιστικά χαρακτηριστικά από την προσαρμογή των τεσσάρων ουρών στους 15 029 σταθμούς ημερήσιας βροχόπτωσης.

	Pareto			Λογαριθμοκανονική		
	MSE	$\beta$	$\gamma$	MSE	$\beta$	$\gamma$
Min	0.002	0.42	0.001	0.002	1.22	0.531
Mode	0.011	7.54	0.134	0.012	8.78	1.060
Mean	0.017	8.80	0.140	0.018	9.46	1.087
Median	0.021	9.51	0.145	0.022	10.59	1.107
Max	0.336	54.79	0.797	0.322	76.74	2.284
SD	0.015	4.92	0.076	0.015	6.44	0.214
Skew	2.910	1.23	0.495	2.755	1.73	0.561
	Weibull			Γάμα		
	MSE	$\beta$	$\gamma$	MSE	$\beta$	$\gamma$
Min	0.002	0.02	0.230	0.002	3.79	0.010
Mode	0.013	4.33	0.661	0.015	17.50	0.092
Mean	0.019	5.91	0.678	0.023	23.15	0.219
Median	0.022	6.88	0.692	0.032	28.18	0.294
Max	0.298	52.72	1.491	0.482	120.00	2.433
SD	0.015	4.69	0.139	0.034	17.30	0.269
Skew	2.151	1.82	0.668	4.377	1.65	2.567

Μια άλλη σύγκριση που αποκαλύπτει τη συνολική απόδοση των προσαρμοσμένων ουρών προκύπτει από το μέσο βαθμό κατάταξής τους. Συγκεκριμένα, για κάθε σταθμό οι ουρές κατατάσσονται βάσει του τετραγωνικού τους σφάλματος, δηλαδή στην ουρά με το μικρότερο σφάλμα αντιστοιχεί ο αριθμός 1 και σε αυτή με το μεγαλύτερο ο αριθμός 4. Το ΣΧΗΜΑ 4.36 απεικονίζει τη μέση κατάταξη της κάθε ουράς για όλους τους σταθμούς. Η Pareto έχει και σε αυτή την περίπτωση την καλύτερη επίδοση, ενώ το πιο δημοφιλές μοντέλο για τη βροχόπτωση, η κατανομή Γάμα, έχει τη χειρότερη.



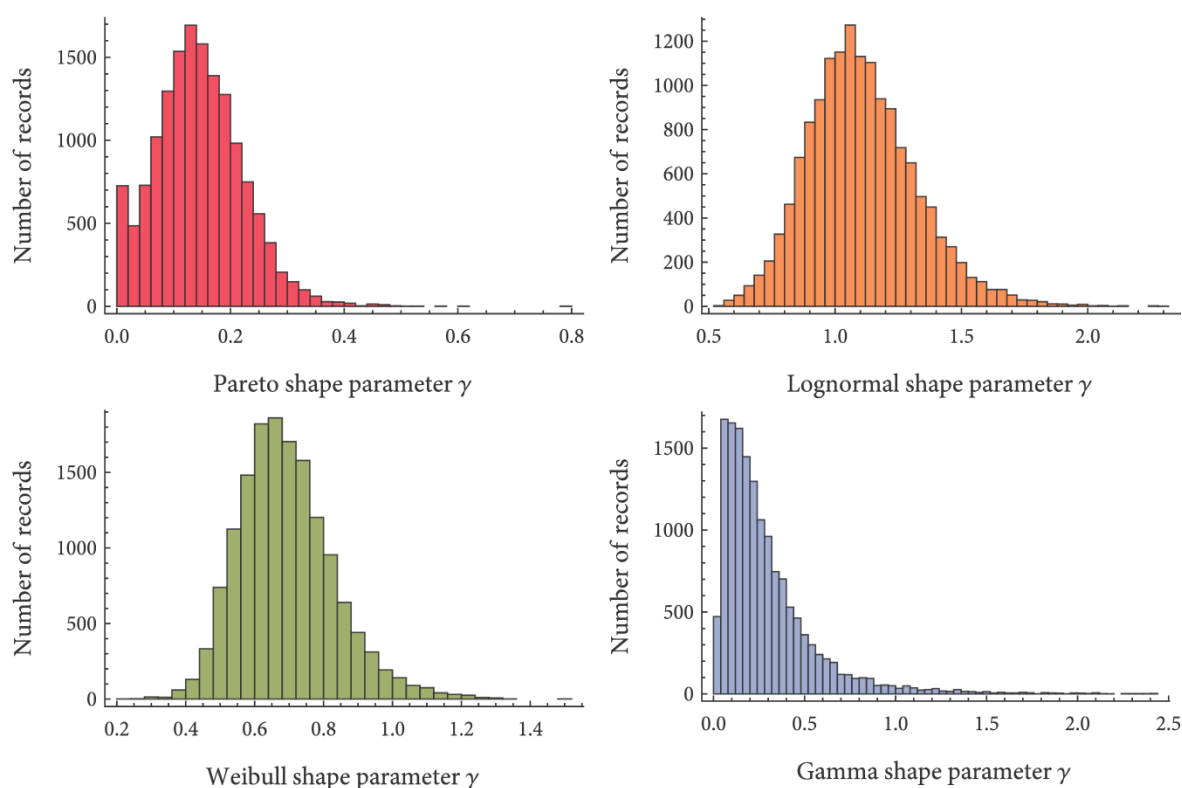
**ΣΧΗΜΑ 4.36:** Μέση κατάταξη των ουρών που προσαρμόστηκαν για όλους τους σταθμούς. Η ουρά με την καλύτερη προσαρμογή βαθμολογείται με 1 και αυτή με την χειρότερη με 4.

Τα ποσοστά της κάθε ουράς με την καλύτερη προσαρμογή μεταξύ των τεσσάρων είναι: 30.7% για την Pareto, 29.8%, για τη Λογαριθμοκανονική, 13.6% για

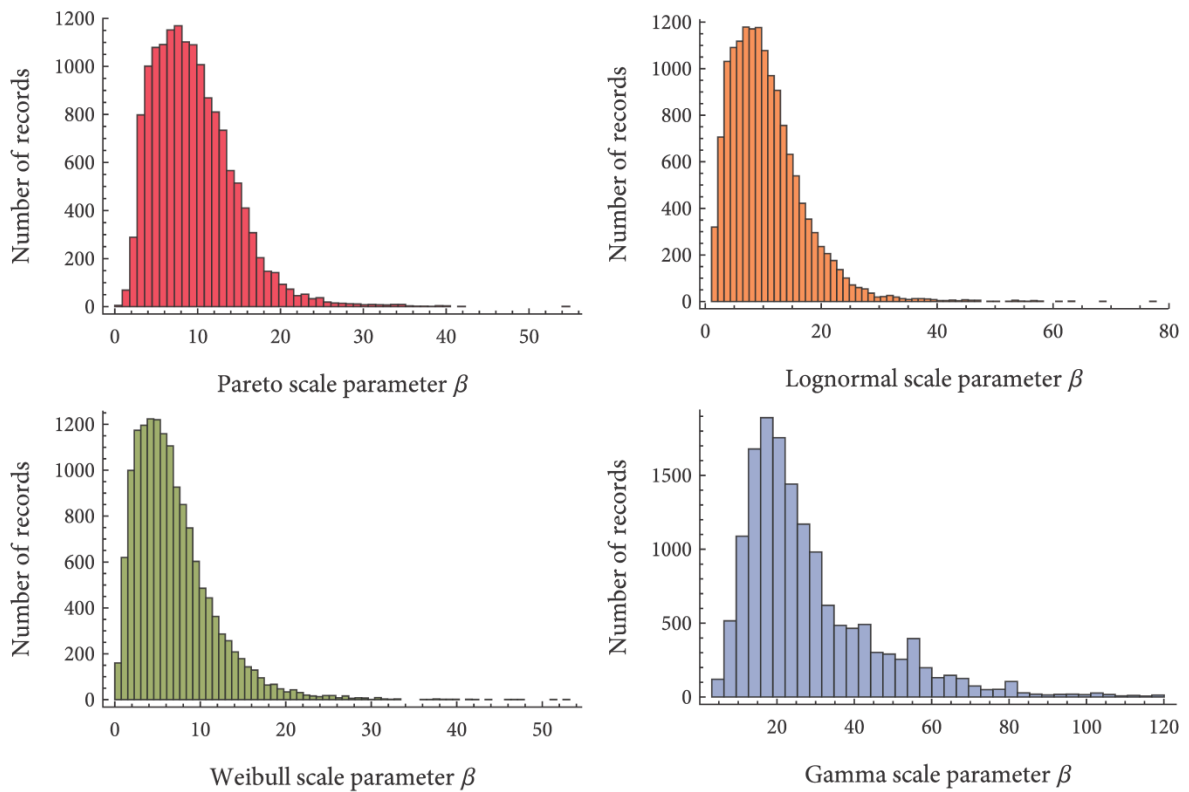


τη Weibull και 25.8% για τη Γάμα. Βάσει αυτών των ποσοστών η Pareto υπερτερεί και πάλι με μικρή διάφορα από τη Λογαριθμοκανονική. Είναι ενδιαφέρον ωστόσο, ότι η κατανομή Γάμα έχει ένα σχετικά υψηλό ποσοστό, υψηλότερο από αυτό της Weibull. Αυτό δεν αναιρεί το συμπέρασμα που προέκυψε από τη μέση κατάταξη. Η εξήγηση είναι ότι η κατανομή Γάμα κατετάγη ως η καλύτερη σε κάποιες περιπτώσεις, αλλά όταν δεν είχε την καλύτερη προσαρμογή πιθανότατα είχε τη χειρότερη.

Το ΣΧΗΜΑ 4.37 και το ΣΧΗΜΑ 4.38 απεικονίζουν, αντίστοιχα, τα ιστογράμματα των παραμέτρων σχήματος και κλίμακας των κατανομών που προσαρμόστηκαν. Είναι γνωστό ότι οι πιο πιθανές τιμές είναι αυτές γύρω από την κορυφή του ιστογράμματος η οποία για την παράμετρο σχήματος της Pareto είναι 0.134. Είναι ενδιαφέρον ότι η τιμή αυτή είναι πολύ κοντά σε αυτήν που έχει καθοριστεί σε ένα διαφορετικό πλαίσιο από τον *Koutsogiannis* [1999] που χρησιμοποίησε το σύνολο δεδομένων του *Hershfield* [1961]. Αυτό σημαίνει ότι οι κατανομές τύπου δύναμης, οι οποίες ασυμπτωτικά συμπεριφέρονται όπως η Pareto, δεν θα έχουν πεπερασμένες ροπές τάξης μεγαλύτερης της  $1 / 0.134 \approx 7.5$ . Επιπλέον, όπως αποκαλύπτει η εμπειρική κατανομή της παραμέτρου σχήματος της κατανομής Pareto στο ΣΧΗΜΑ 4.37, τιμές γύρω από το 0.2 είναι επίσης αρκετά κοινές, γεγονός που συνεπάγεται τη μη ύπαρξη πεπερασμένων ροπών μεγαλύτερων από την πέμπτη τάξη. Όσον αφορά την ουρά της Weibull, η εκτιμώμενη πιο κοινή τιμή της παραμέτρου σχήματος είναι 0.661, υποδεικνύοντας μια πολύ πιο χοντρή ουρά σε σύγκριση με την εκθετική.

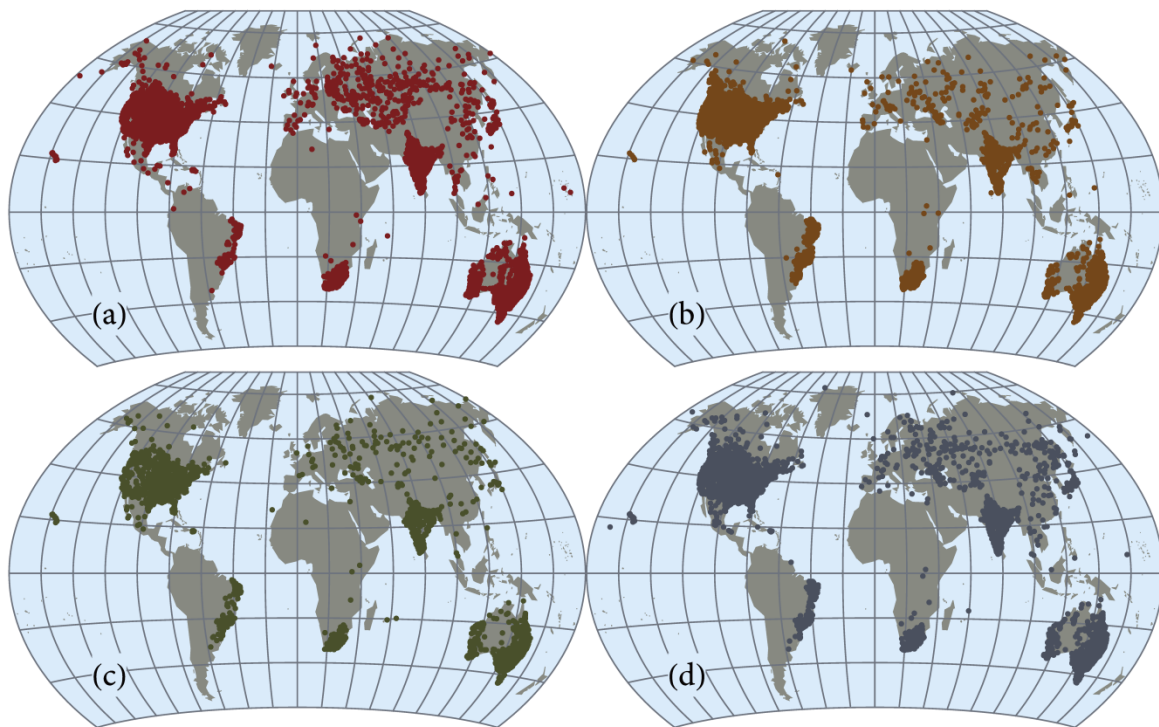


**ΣΧΗΜΑ 4.37:** Ιστογράμματα των παραμέτρων σχήματος των προσαρμοσμένων ουρών.



**ΣΧΗΜΑ 4.38:** Ιστογράμματα των παραμέτρων κλίμακας των προσαρμοσμένων ουρών.

Ένα ερώτημα που άξιζε να διερευνηθεί είναι αν υπάρχουν κλιματικές ζώνες που καθορίζονται από τον τύπο της ουράς με την καλύτερη προσαρμογή. Για το σκοπό αυτό κατασκευάστηκαν οι χάρτες που δίνονται στο ΣΧΗΜΑ 4.39 όπου απεικονίζονται οι θέσεις των σταθμών όπου κάθε ουρά είχε την καλύτερη προσαρμογή. Κανένας από τους χάρτες δεν φαίνεται να αποκαλύπτει την ύπαρξη συγκεκριμένων ζωνών.

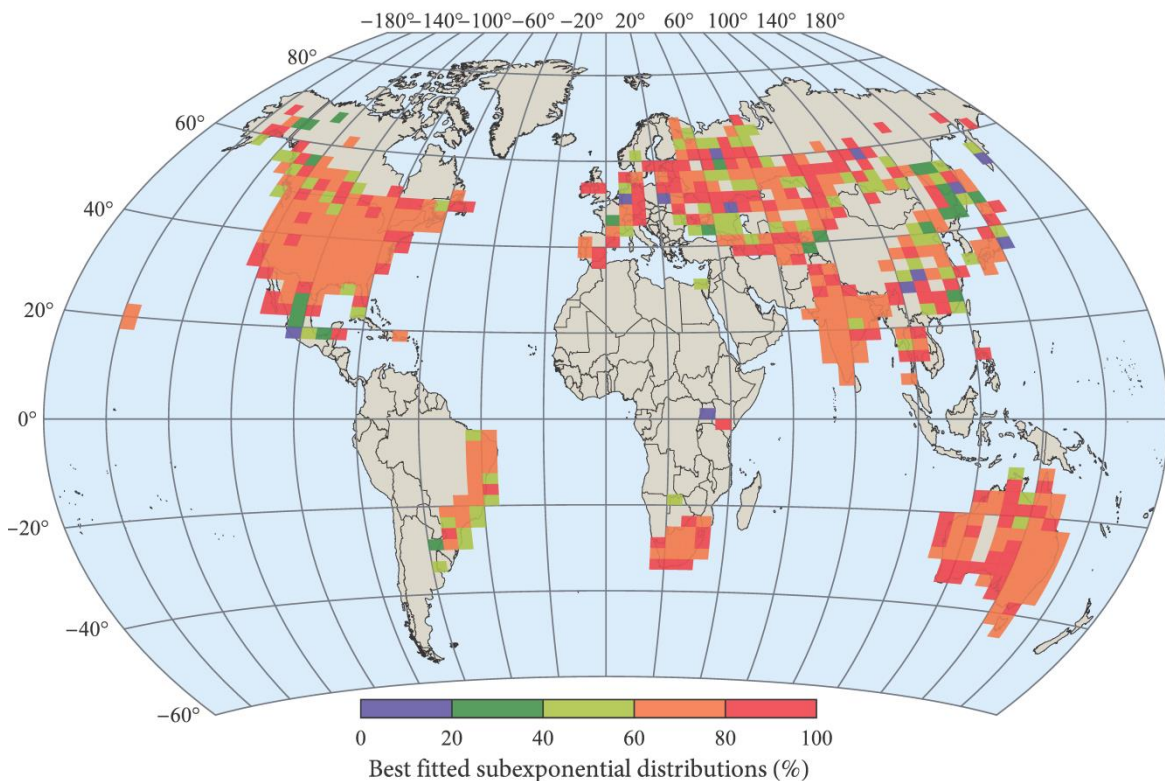


**ΣΧΗΜΑ 4.39:** Γεωγραφική απεικόνιση των 15 029 σταθμών όπου την καλύτερη προσαρμογή είχε η κατανομή: (α) Pareto σε 4 621, (β) Λογαριθμοκανονική σε 4 486, (γ) Weibull σε 2 051, και (δ) Γάμα σε 3 871 σταθμούς.

Ένας άλλος τρόπος για να διερευνηθεί η υπάρξει για γεωγραφικών ζωνών είναι να αναλυθούν οι ουρές που έχουν προσαρμοστεί αφού πρώτα έχουν ομαδοποιηθεί σε δύο πιο αδρές ομάδες, ήτοι, υποθετικές και υπερθετικές. Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει την Pareto, το Λογαριθμοκανονική και την Weibull για  $\gamma < 1$ , ενώ η δεύτερη περιλαμβάνει τη Γάμα και τη Weibull για  $\gamma > 1$ . Μεταξύ των 15 029 σταθμών, οι υποεκθετικές ουρές προσαρμόζονται καλύτερα σε 10 911 περιπτώσεις ή στο 72.6% των σταθμών, ενώ οι υπερεκθετικές ουρές προσαρμόζονται καλύτερα σε 4 118 περιπτώσεις ή στο 27.4% των σταθμών. Για να αποτυπωθεί μια πιο σαφή εικόνα κατασκευάστηκε ο χάρτης που δίνεται στο ΣΧΗΜΑ 4.40 που δίνει το ποσοστό των υπερεκθετικών κατανομών που προσαρμόστηκε καλύτερα σε γεωγραφικά κελιά που ορίζονται από διαφορά γεωγραφικού πλάτους  $\Delta\varphi = 2.5^\circ$  και διαφορά γεωγραφικού μήκους  $\Delta\lambda = 5^\circ$ . Το ποσοστό των καλύτερα προσαρμοσμένων υποεκθετικών ουρών σε κάθε γεωγραφικό κελί υπολογίζεται απλά μετρώντας τον αριθμό υποεκθετικών ουρών με την καλύτερη προσαρμογή προς τον συνολικό αριθμό των σταθμών εντός του κελίου.

Ο χάρτης στο ΣΧΗΜΑ 4.40 δείχνει σαφώς ότι στη συντριπτική πλειοψηφία των γεωγραφικών κελιών οι υποεκθετικές ουρές κυριαρχούν σε ποσοστό μεγαλύτερο του 60%. Ειδικότερα, από τα 532 κύτταρα που έχουν τουλάχιστον δύο εγγραφές τα 255 και τα 163 έχουν ποσοστά υποεκθετικών ουρών μεταξύ 60-80% και > 80%,

αντίστοιχα. Σε αντίθεση, μόνο 35 έχουν ποσοστό μικρότερο του 40% και 79 κελιά έχουν ποσοστό που κυμαίνεται από 40 έως 60%.



**ΣΧΗΜΑ 4.40:** Γεωγραφική διακύμανση του ποσοστού των σταθμών όπου οι υποεκθετικές κατανομές παρέχουν καλύτερη προσαρμογή σε γεωγραφικά κελιά που ορίζονται από γεωγραφικό πλάτος  $\Delta\varphi = 2.5^\circ$  και γεωγραφικό μήκος  $\Delta\lambda = 5^\circ$ . Συνολικά, σε 72.6% από τους 15 029 σταθμούς που αναλύθηκαν οι υποεκθετικές κατανομές παρείχαν καλύτερη προσαρμογή.

### Συμπεράσματα

Εξετάστηκε η δεξιά ουρά της κατανομής της ημερήσιας βροχόπτωσης, δηλαδή, το μέρος της κατανομής που περιγράφει τα ακραία γεγονότα. Αναλύθηκαν ακραίες βροχοπτώσεις σε περισσότερους από 15 000 σταθμούς σε όλο τον κόσμο και συγκρίθηκε η απόδοση τεσσάρων κοινών και μονοπαραμετρικών πιθανοτικών μοντέλων ουράς που αντιστοιχούν στις κατανομές Pareto τύπου II, Λογαριθμοκανονική, Weibull και Γάμα. Ο στόχος ήταν να αποκαλυφθεί ποιος τύπος ουράς περιγράφει καλύτερα τη συμπεριφορά των ακραίων γεγονότων. Η μέθοδος προσαρμογής ήταν άμεση, δηλαδή, προσαρμογή με ελαχιστοποίηση μιας τροποποιημένης νόρμας ελαχίστων τετραγώνων των τεσσάρων ουρών στην εμπειρική ουρά κάθε δείγματος η οποία ορίστηκε για ένα δείγμα  $N$  ετών ως οι  $N$  μεγαλύτερες τιμές του δείγματος.

Η ανάλυση δείχνει πως οι πιο «χοντρές» ουρές, ή αλλιώς οι κατανομές με υποεκθετικές ουρές έχουν καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με τις «λεπτές» ουρές. Συγκεκριμένα, στο 72.6% των σταθμών που μελετήθηκαν, οι υποεκθετικού τύπου

ουρές προσαρμόστηκαν καλύτερα, ενώ οι εκθετικές και υπερεκθετικές ουρές είχαν καλύτερη προσαρμογή μόνο στο 27.4% των σταθμών. Η κατάταξη από την καλύτερη προς τη χειρότερη επίδοση σχετικά με την προσαρμογή των ουρών είναι: (α) Pareto, (β) Λογαριθμοκανονική, (γ) Weibull, και (δ) Γάμα. Όπως προκύπτει μεταξύ των δύο κατανομών που συγκρίνονται η κατανομή με την πιο χοντρή ουρά αποδίδει καλύτερα. Επίσης, τονίζεται ότι το πιο δημοφιλές μοντέλο που χρησιμοποιείται στην πράξη, η κατανομή Γάμα, είχε τη χειρότερη επίδοση, πράγμα που σημαίνει ότι η κατανομή αυτή υποεκτιμά τόσο τη συχνότητα όσο και το μέγεθος των ακραίων φαινομένων. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι υποεκθετικού τύπου κατανομές είναι προτιμότερες για τη μοντελοποίηση των ακραίων γεγονότων βροχόπτωσης.

Τέλος, ως γενικό συμπέρασμα από αυτή την ανάλυση προκύπτει ότι η συχνότητα και το μέγεθος των ακραίων φαινομένων έχουν γενικά υποτιμηθεί στο παρελθόν, δεδομένου ότι οι πιο συχνά χρησιμοποιούμενες κατανομές για την ακραία ημερήσια βροχόπτωση έχουν λεπτή ουρά όπως της κατανομής Γάμα. Αυτό σημαίνει ότι ο υδρολογικός σχεδιασμός βάσει αυτών των κατανομών είναι μια επικίνδυνη πρακτική και ως εκ τούτου πρέπει να αναθεωρηθεί αναγνωρίζοντας ότι τα ακραία γεγονότα δεν είναι τόσο σπάνια όσο έχουν θεωρηθεί στο παρελθόν. Εν κατακλείδι, για την ορθότερη μοντελοποίηση των ακραίων βροχοπτώσεων προτείνεται η χρήση κατανομών με υποεκθετικές ουρές.

#### **4.4.3 Ανάλυση αυτοσυσχέτισης**

Η μελέτη των γεωφυσικών διεργασιών υπό το πρίσμα στοχαστικής ανάλυσης και συγκεκριμένα η αντιμετώπιση των γεωφυσικών μεταβλητών ως στοχαστικών ανελίξεων είναι ένα πεδίο που συγκεντρώνει επιστημονικό ενδιαφέρον κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών. Είναι πλέον γνωστό ότι τα γεωφυσικά φαινόμενα χαρακτηρίζονται από εγγενή τυχαιότητα και έχει επίσης παρατηρηθεί η ύπαρξη σημαντικής χρονικής εξάρτησης στη δομή πολλών εξ αυτών, γεγονός που καθιστά μη έγκυρη τη συνήθη υπόθεση της ανεξαρτησίας των παρατηρήσεων. Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει η διερεύνηση της ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής, δηλαδή χρονικής εξάρτησης μεγάλης κλίμακας, σε γεωφυσικά δεδομένα καθώς επηρεάζει δραματικά την εκτίμηση των στατιστικών χαρακτηριστικών τους, τη δυνατότητα «πρόβλεψης» μελλοντικών παρατηρήσεων καθώς και την προσομοίωση των αντίστοιχων φαινομένων.

Το φαινόμενο παρατηρήθηκε πρώτη φορά από τον Hurst το 1951. Έκτοτε, έχουν δημοσιευτεί αρκετές εργασίες για την διερεύνηση της υπόθεσης μακροπρόθεσμης εμμονής σε μια σειρά μεταβλητών όπως η απορροή ποταμών, η θερμοκρασία, η ατμοσφαιρική πίεση, η ταχύτητα του ανέμου καθώς και τοπικά μετεωρολογικά φαινόμενα (π.χ. El Nino). Στο Κεφάλαιο αυτό διερευνάται θα πιθανότητα ύπαρξης του φαινομένου στην ετήσια βροχόπτωση.

### Ορισμός και εκτίμηση της μακροπρόθεσμης εμμονής

Μια στοχαστική ανάλυση έχει μακροπρόθεσμη εμμονή [βλ. π.χ., *Beran, 1994*] εάν η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της είναι ανεξάρτητη της κλίμακας  $k$  και δίνεται από τη σχέση:

$$\rho^{(k)}(\tau) = \rho(\tau) = \frac{1}{2} \left[ (\tau+1)^{2H} + (\tau-1)^{2H} \right] - \tau^{2H}, \quad \tau=1,2,\dots \quad (3.53)$$

Όπου  $\tau$  η υστέρηση και  $H$  ο συντελεστής Hurst που για θετικά συσχετισμένες ανελίξεις κυμαίνεται από 0.5 έως 1. Η τιμή  $H = 0.5$  δηλώνει ανεξαρτησία, ενώ τιμές  $H < 0.5$ , δηλώνουν αντιεμμονή.

Ένας πιο απλός ορισμός για την μακροπρόθεσμης εμμονής μπορεί να προκύψει από τα αποτελέσματα που έχει η δομή αυτοσυσχέτισης που δίνεται στην Εξ. (3.53) στην τυπική απόκλιση σε σχέση με την κλίμακα μελέτης. Συγκεκριμένα, είναι γνωστό ότι στην κλασική στατιστική ισχύει:

$$\sigma^{(k)} = \sigma / k^{1/2} \quad (3.54)$$

όπου  $\sigma^{(k)}$  η τυπική απόκλιση της συναθροισμένης ανάλυσης  $X_i^{(k)}$  όπως ορίζεται στην Εξ. (3.56) και  $k$  η κλίμακα συνάθροισης. Για ανελίξεις που παρουσιάζουν μακροπρόθεσμη εμμονή η Εξ. (3.54) δεν ισχύει αλλά τροποποιείται ως εξής:

$$\sigma^{(k)} = \sigma / k^{1-H} \quad (3.55)$$

Ακριβώς σε αυτή τη σχέση βασίζεται και η μια από τις βασικές μεθόδους εκτίμησης την εμμονής ή ισοδύναμα του συντελεστή Hurst. Συγκριμένα, η αρχική χρονοσειρά  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) χωρίζεται σε τμήματα μήκους  $m$  από κάθε ένα από τα οποία προκύπτει ένας μέσος όρος:

$$x^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} x(i) \quad (3.56)$$

όπου  $k = 1, 2, \dots$  ο αύξων αριθμός του τμήματος. Στη συνέχεια υπολογίζεται η δειγματική διασπορά των στοιχείων που έχουν προκύψει σε κάθε κλίμακα  $m$ . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για διαφορετικές τιμές της κλίμακας  $m$  και δημιουργείται λογαριθμικό γράφημα με τιμές στον άξονα των  $y$  τους λογαρίθμους της δειγματικής διασποράς και στον άξονα των  $x$  τους λογαρίθμους των τιμών αντίστοιχων τιμών της κλίμακας  $m$ . Ο συντελεστής Hurst προκύπτει από την κλίση του διαγράμματος προσαυξημένη κατά 1.

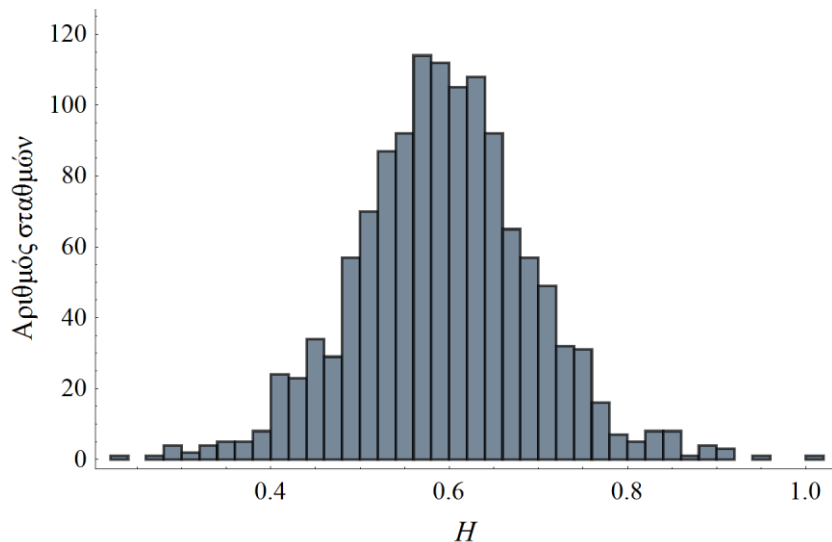
### Ανάλυση δεδομένων

Τα δεδομένα που μελετήθηκαν προήλθαν από την επεξεργασία ημερήσιων τιμών βροχόπτωσης σταθμών της βάσης δεδομένων που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2.4. Συγκεκριμένα, επιλέχθηκαν 1265 σταθμοί που είχαν περισσότερες από 100 τιμές ετήσιας βροχόπτωσης.

Η εκτίμηση του συντελεστή Hurst πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο της συναθροισμένης διασποράς που περιγράφηκε προηγουμένως. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ 4.15 και το ΣΧΗΜΑ 4.41 παρουσιάζουν τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της μεθόδου όπου διαφαίνονται ενδείξεις ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής καθώς το 75% των σταθμών παρουσιάζει  $H \geq 0.532$  ενώ συγκεκριμένα βρέθηκε ότι το 85% των σταθμών έχει  $H$  που υπερβαίνει την τιμή 0.5. Μόνο το 25% όμως παρουσιάζει  $H \geq 0.653$  δηλαδή πιο ισχυρή δομή αυτοσυσχέτισης. Πολύ ισχυρή δομή αυτοσυσχέτισης, ήτοι,  $H \geq 0.799$  παρουσιάζει μόνο το 2.5% των σταθμών. Επίσης, ένα ποσοστό των σταθμών της τάξης του 15% εμφανίζει χρονική ανεξαρτησία. Για διάστημα εμπιστοσύνης 95% οι τιμές κυμαίνονται από 0.4-0.8, υπάρχει δηλαδή σημαντική αβεβαιότητα στην εκτίμηση. Γενικά η κατανομή του συντελεστή  $H$  προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κανονική κατανομή με  $\mu = 0.594$  και  $\sigma = 0.1$  (βλ. ΣΧΗΜΑ 4.41).

**ΠΙΝΑΚΑΣ 4.15:** Στατιστικά χαρακτηριστικά του εκτιμημένου συντελεστή Hurst με τη μέθοδο της συναθροισμένης διασποράς.

Min	$Q_{2.5}$	$Q_{25}$	Διάμεσος	$Q_{75}$	$Q_{97.5}$	Max	$\mu$	$\sigma$
0.23	0.402	0.532	0.594	0.653	0.799	0.99	0.594	0.1

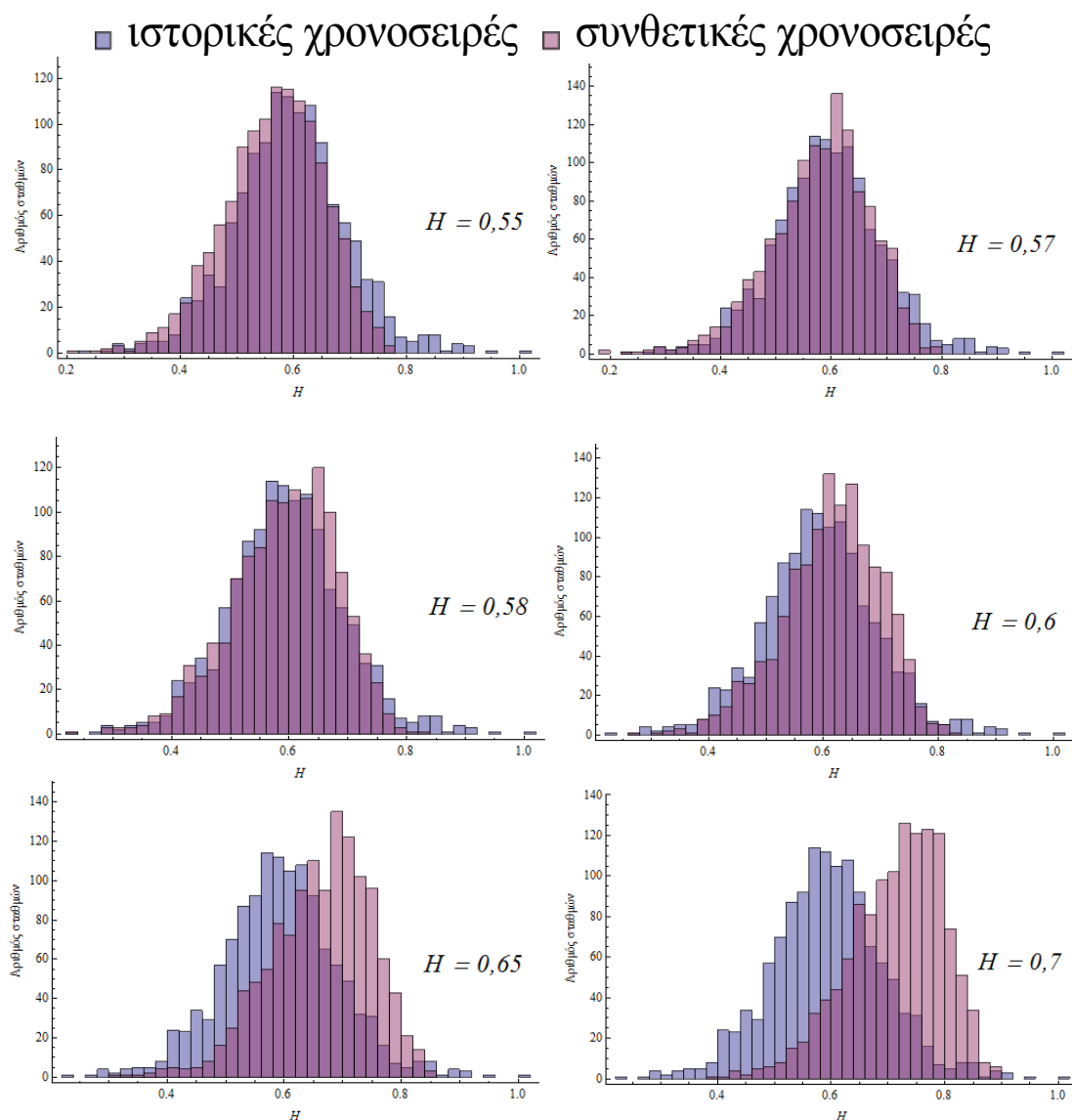


**ΣΧΗΜΑ 4.41:** Ιστόγραμμα της κατανομής του συντελεστή  $H$ .

Ένα ερώτημα που αξίζει να διερευνηθεί είναι αν μπορούμε να υποθέσουμε μια κοινή τιμή του συντελεστή Hurst ώστε η θεωρητική κατανομή να ταιριάζει με την εμπειρική. Για το σκοπό αυτό παρήχθησαν 1265 συνθετικές χρονοσειρές, όσες δηλαδή και οι ιστορικές, με συγκεκριμένη τιμή του συντελεστή  $H$  και ο οποίος



υπολογίστηκε εκ των υστέρων. Το δείγμα των συνθετικών χρονοσειρών σχεδιάστηκε έτσι ώστε να διατηρούν τη μέση τιμή και τυπική απόκλιση του ιστορικού δείγματος και κάθε μία να αναπαράγει τον ίδιο αριθμό ετών με την αντίστοιχη ιστορική. Ο θεωρητικός συντελεστής Hurst που προσεγγίζει καλύτερα την εμπειρική κατανομή βρέθηκε με τις δοκιμές που φαίνονται παρακάτω.



**ΣΧΗΜΑ 4.42:** Δοκιμές  $H$  για βέλτιστη ταύτιση των κατανομών  $H$  των συνθετικών και ιστορικών χρονοσειρών.

Όπως φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 4.42 οι θεωρητικές κατανομές για  $H = 0.57$  και  $H = 0.58$  προσεγγίζουν καλύτερα την εμπειρική κατανομή με την πρώτη να εμφανίζει τις μικρότερες αποκλίσεις στους μικρότερους συντελεστές  $H$  και τη δεύτερη να προσεγγίζει καλύτερα την κατανομή για τιμές  $H \geq 0.7$ . Βέβαια οι τιμές για  $H \geq 0.75$  που αποτελούν το 6% του δείγματος δεν εξηγούνται ικανοποιητικά από καμία από τις δύο κατανομές ενώ ένα 2.5% των χρονοσειρών που έχουν  $H \geq 0.8$  δεν

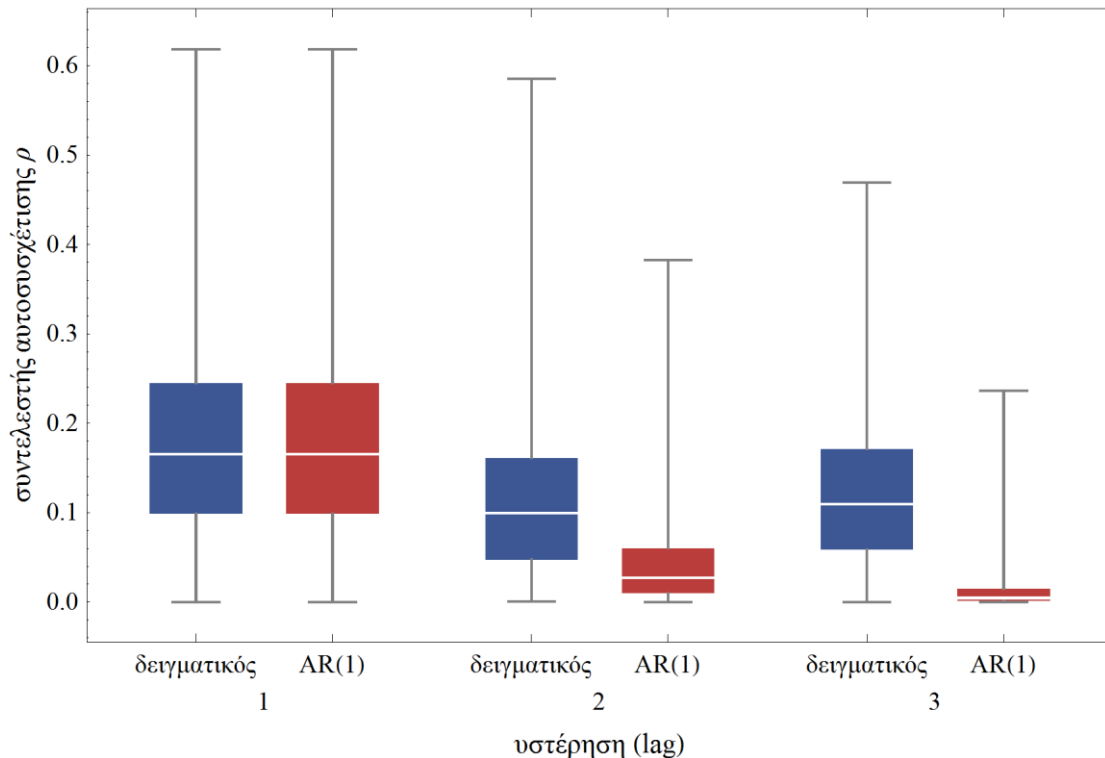


προσεγγίζεται καθόλου από καμία από τις δύο θεωρητικές. Η αύξηση του θεωρητικού συντελεστή φαίνεται επίσης να βελτιώνει ελάχιστα την προσέγγιση αυτού του τμήματος συγκριτικά με το πόσο αποκλίνει το υπόλοιπο τμήμα της κατανομής. Παρόλα αυτά η ικανοποιητική ταύτιση του υπόλοιπου μέρους της κατανομής επιτρέπει την υπόθεση ότι υπάρχει ένας κοινός συντελεστής Hurst που αφορά στην πλειοψηφία των μελετώμενων βροχοπτώσεων σε παγκόσμιο επίπεδο με ορισμένες βέβαια εξαιρέσεις που αποκλίνουν από την κατανομή του και εγείρουν κάποιες επιφυλάξεις ως προς την καταλληλότητά του.

Επίσης, δεδομένου των σχετικά χαμηλών τιμών του συντελεστή  $H$  διερευνήθηκε η υπόθεση η δομή της αυτοσυσχέτισης να είναι Markov. Για τον έλεγχο αυτής της υπόθεσης κατασκευάστηκε μια απλή δοκιμή που περιγράφεται από τα εξής βήματα: (α) Υπολογίζεται η θεωρητική αυτοσυσχέτιση 2<sup>ης</sup> τάξεως με βάση τη δομή Markov ως:  $\rho_2 = \rho_1^2$  με  $\rho_1$  την τιμή που προέκυψε από τα ιστορικά δεδομένα, (β) συγκρίνεται η θεωρητική τιμή  $\rho_2$  που προέκυψε με την ήδη υπολογισμένη τιμή εμπειρική τιμή  $\rho_2$ , (γ) αν η εμπειρική τιμή είναι μεγαλύτερη από τη θεωρητική τότε, δεδομένης και της αρνητικής μεροληψίας στον υπολογισμό της εμπειρικής τιμής, απορρίπτεται η υπόθεση δομής Markov, δηλαδή τα δεδομένα εμφανίζουν μια ισχυρότερη δομή αυτοσυσχέτισης.

Σημειώνεται ότι τα αποτελέσματα αφορούν μόνο τους σταθμούς για τους οποίους οι αντίστοιχες αυτοσυσχετίσεις ήταν θετικές που αποτελούν περίπου το 50% των σταθμών. Στους υπόλοιπους σταθμούς που η αυτοσυσχέτιση 2ης ή 3ης τάξης ήταν αρνητική δεν είχε νόημα η σύγκριση με την AR(1) δομή.

Από την ανάλυση και των δύο περιπτώσεων προκύπτει γενικά ότι η εμπειρική δομή αυτοσυσχέτισης διαφοροποιείται σημαντικά από την δομή AR(1). Αυτό παρουσιάζεται εποπτικά στο ΣΧΗΜΑ 4.43 για την περίπτωση που και οι 3 συντελεστές αυτοσυσχέτισης είναι θετικοί. Συνυπολογίζοντας μάλιστα το γεγονός ότι η εμπειρικά εκτιμώμενη αυτοσυσχέτιση παρουσιάζει αρνητική μεροληψία το αποτέλεσμα είναι σημαντικότερο καθώς η απόκλιση είναι θεωρητικά μεγαλύτερη. Αξίζει να σημειωθεί επίσης ότι η αυτοσυσχέτιση 3ης τάξης εμφανίζεται στο ίδιο επίπεδο με αυτή της 2ης τάξης, γεγονός αντίθετο από τη συμπεριφορά ενός AR(1) μοντέλου όπου η αυτοσυσχέτιση φθίνει εκθετικά με την τάξη. Η διατήρηση των τιμών της αυτοσυσχέτισης σε ίδια επίπεδα παρά την αύξηση της υστέρησης μπορεί να θεωρηθεί ένδειξη μακροπρόθεσμης εμμονής.



**ΣΧΗΜΑ 4.43:** Θηκογράμματα για τη σύγκριση της κατανομής της δειγματικής αυτοσυσχέτισης των τριών πρώτων τάξεων με την κατανομή της θεωρητικής AR(1) δομής.

### **Συμπεράσματα**

Από την ανάλυση ενός μεγάλου αριθμού χρονοσειρών ετήσιας βροχόπτωσης προκύπτει ότι δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής στην ετήσια βροχόπτωση. Ένα ποσοστό της τάξης του 15% εμφανίζει χρονική ανεξαρτησία και ένα 15% εμφανίζει ιδιαίτερα χαμηλές τιμές του συντελεστή Hurst και δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο χρονικής ανεξαρτησίας για αυτούς τους σταθμούς. Ο κοινός θεωρητικός συντελεστής  $H = 0.58$ , αν και σχετικά χαμηλός, μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτικός της ύπαρξης του φαινομένου. Επίσης, η δομή της αυτοσυσχέτισης (αν και εκτιμημένης με αρνητική μεροληψία) παρουσιάζεται ισχυρότερη από τη δομή Markov για τους μισούς περίπου σταθμούς. Σε κάθε περίπτωση για την πληρέστερη κατανόηση των αποτελεσμάτων είναι αναγκαίο να συνυπολογιστούν ορισμένες παράμετροι αβεβαιότητας όπως το σχετικά περιορισμένο μήκος των χρονοσειρών, πιθανά λάθη μετρήσεων ή επεξεργασία μετρήσεων για λόγους ομογενοποίησης των δεδομένων.

## **4.5 Παλαιοκλιματικά (Θερμοκρασία)**

### **4.5.1 Ενιαίο κλιμακόγραμμα**

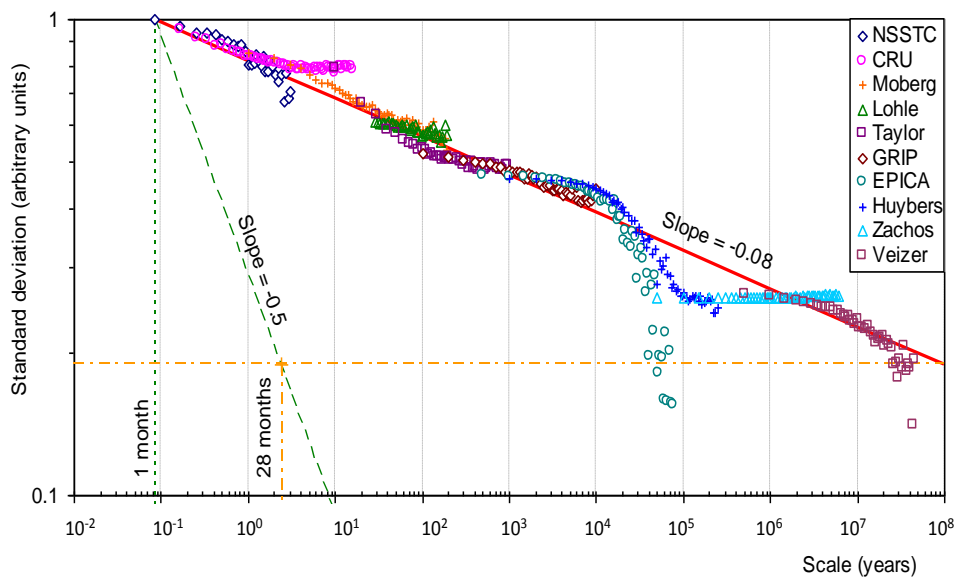
Όπως αναφέρθηκε και στην Παράγραφο 2.5.1 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το κλιμακόγραμμα για να προσδιορίσουμε την μεταβλητότητα της θερμοκρασίας χρησιμοποιώντας χρονοσειρές σε διαφορετικές κλίμακες (ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6). Αφού

προσδιοριστεί ξεχωριστά το κλιμακόγραμμα κάθε χρονοσειράς μπορούμε να τα υπερθέσουμε σε ένα ενιαίο γράφημα και να κατασκευάσουμε ένα συνδυαστικό κλιμακόγραμμα αντιπροσωπευτικό για χρονικές κλίμακες με εύρος από 1 μήνα μέχρι 50 εκατομμύρια χρόνια.

Δεδομένου ότι οι μονάδες της κάθε χρονοσειράς διαφέρουν, το ίδιο θα ισχύει και για τις τυπικές αποκλίσεις τους. Για αυτό το λόγο τα ξεχωριστά κλιμακογράμματα κάθε χρονοσειράς δεν είναι πλήρως συμβατά μεταξύ τους, αλλά αυτό επιτυγχάνεται με τους κατάλληλους γραμμικούς μετασχηματισμούς καθώς όλα αντιστοιχούν στην ίδια μεταβλητή, δηλαδή τη θερμοκρασία. Καθώς στην προκειμένη περίπτωση μας ενδιαφέρει η μεταβολή της τυπικής απόκλισης και όχι η ακριβής τιμή της καθεαυτή, μπορούμε να κανονικοποιήσουμε κάθε κλιμακόγραμμα πολλαπλασιάζοντας το με μία σταθερή τιμή, καθορισμένη με τέτοιο τρόπο ώστε να ταιριάζουν τα διαφορετικά κλιμακογράμματα.

Αν θεωρήσουμε μια χρονοσειρά  $y(t)$  είναι υποκατάστατο μιας ανέλιξης  $x(t)$  και οι δυο τους είναι σαν προσέγγιση συνδεδεμένες με μία γραμμική σχέση της μορφής  $x(t) = a y(t) + b$ , τότε τα δύο κλιμακογράμματα  $\sigma_x^{(k)}$  και  $\sigma_y^{(k)}$  θα συνδέονται με τη σχέση  $\sigma_x^{(k)} = a \sigma_y^{(k)}$ . Για την πρώτη χρονοσειρά (NSSTC) επιλέξαμε αυθαίρετα μια τιμή για το  $a_1$  τέτοια ώστε  $\sigma_1^{(k)} = 1$  για  $k = 1/12$  έτη (1 μήνας). Για τις υπόλοιπες εννιά χρονοσειρές υπολογίσαμε ένα μοναδικό σύνολο βαρών  $a_2, \dots, a_{10}$ , ελαχιστοποιώντας τις αποστάσεις μεταξύ των  $\sigma^{(k)}$  των διαφορετικών χρονοσειρών της ίδιας κλίμακας. Πιο συγκεκριμένα, επιλέξαμε χαρακτηριστικές χρονικές κλίμακες  $k_l = 2^l$  ετών με το  $l$  να έχει εύρος από  $-3$  μέχρι  $22$  (οπότε το  $k_l$  έλαβε τιμές από  $0.125$  μέχρι  $4\ 194\ 304$  έτη) και στη συνέχεια μέσω γραμμικής παλινδρόμησης υπολογίσαμε κάθε ένα από τα κλιμακογράμματα σε αυτά τα σημεία με την προϋπόθεση ότι η αρχική χρονοσειρά κάλυπτε αυτή την κλίμακα (ΣΧΗΜΑ 4.44).

Για κάθε  $k_l$  σχηματίσαμε το δείγμα των εμπειρικών τιμών του κλιμακογράμματος που προέκυψε από κάθε διαφορετική, επικαλυπτόμενη στο σημείο  $k_l$  χρονοσειρά. Στη συνέχεια εκτιμήσαμε τις δειγματικές τυπικές αποκλίσεις σε κάθε  $k_l$  και ελαχιστοποιήσαμε το άθροισμα τους για όλα τα  $k_l$ . Για την ελαχιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της Γενικευμένης Μειωμένης Βαθμίδας [Lasdon et al., 1978; Lasdon και Smith, 1992], η οποία αποτελεί μία από τις πιο συνεπής και αξιόπιστες προσεγγίσεις της μη-γραμμικής βελτιστοποίησης και ταυτόχρονα είναι και εμπορικά διαθέσιμη μέσω του Microsoft Excel (Solver). Μέσω αυτής της μεθόδου προσδιορίστηκε το σύνολο δέκα βαρών  $a_1, \dots, a_{10}$  το οποίο ελαχιστοποιεί τις τυπικές αποκλίσεις του παραπάνω δείγματος και επιτρέπει την κοινή απεικόνιση των επιμέρους κλιμακογραμμάτων σε ένα ενιαίο (ΣΧΗΜΑ 4.44).



**ΣΧΗΜΑ 4.44:** Συνδυαστικό κλιμακόγραμμα δέκα χρονοσειρών θερμοκρασιών και υποκατάστατων δεδομένων [Markonis και Koutsoyiannis, 2013]. Η διακεκομμένη γραμμή με κλίση  $-0.5$  αντιπροσωπεύει το κλιμακόγραμμα μιας τυχαίας ανέλιξης. Η οριζόντια διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει την κλιματική μεταβλητότητα των 100 εκατομμυρίων ετών ενώ η κάθετη στους 28 μήνες την αντίστοιχη κλίμακα των 100 εκατομμυρίων ετών αν το κλίμα ήταν τυχαίο (κλασική στατιστική προσέγγιση).

#### 4.5.2 Συμπεριφορά Hurst-Kolmogorov

Το ενιαίο κλιμακόγραμμα (ΣΧΗΜΑ 4.44) προσφέρει μια εντυπωσιακή αναπαράσταση της κλιματικής μεταβλητότητας, καλύπτοντας σχεδόν 9 τάξεις μεγέθους. Παρατηρούμε πως παρά την τεράστια μεταβολή στην κλίμακα,  $k$ , το  $\sigma^{(k)}$  όλων των χρονοσειρών κυμαίνεται σε ένα πολύ μικρότερο διάστημα που είναι μικρότερο από μία τάξη μεγέθους (μεταξύ 0.1 και 1). Αυτό έρχεται σε αντίθεση με ένα εντελώς τυχαίο κλίμα, στο οποίο το κλιμακόγραμμα μειώνεται πολύ πιο γρήγορα σε μικρότερες τάξεις μεγέθους (με κλίση  $-0.5$ , που επίσης απεικονίζεται στο ΣΧΗΜΑ 4.44). Συνολικά, το ενιαίο κλιμακόγραμμα παρουσιάζει μία πολύ ήπια κλίση κοντά στο  $-0.08$ , γεγονός που υποδεικνύει ισχυρή συμπεριφορά HK. Μια τέτοια κλίση σε ένα θεωρητικό κλιμακόγραμμα θα αντιστοιχούσε σε  $H = 0.92$ , όμως στην περίπτωση που εξετάζουμε το κλιμακόγραμμα αποτελείται από εμπειρικά δεδομένα και για αυτό το λόγο πιθανόν να παρουσιάζει αρνητική μεροληψία [Koutsoyiannis, 2003]. Επομένως, θα πρέπει να θεωρούμε την τιμή του 0.92 σαν ένα κατώτερο όριο για τον συντελεστή  $H$ , το οποίο αποτελεί μια πολύ υψηλή τιμή σε σχέση με παλιότερα αποτελέσματα [π.χ. Koutsoyiannis και Montanari, 2007]. Αυτό συνεπάγεται πολύ σημαντικές διαφορές σε σχέση με την κλασική στατιστική, στην οποία τα δεδομένα θεωρούνται ανεξάρτητα, όπως επίσης και σε σχέση με τις τυπικές στοχαστικές ανελίξεις όπως η ανέλιξη Markov.

Η οριζόντια γραμμή στο ΣΧΗΜΑ 4.44, η οποία είναι η παράλληλη ευθεία στον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το δεξιότερο σημείο της ευθείας γραμμής που έχει

προσαρμοστεί στο εμπειρικό κλιμακόγραμμα με κλίση  $-0.08$ , δείχνει ότι η κλιματική μεταβλητότητα στην κλίμακα των 100 εκατομμύριων ετών είναι περίπου το 19% της μεταβλητότητας στη μηνιαία κλίμακα. Αν η περιγραφή του κλίματος γινόταν σύμφωνα με την κλασική στατιστική θεωρία τότε η μείωση της μεταβλητότητας στο 19% (από το 100% στη μηνιαία κλίμακα) θα παρουσιαζόταν μέχρι την κλίμακα των 28 μηνών (το σημείο τομής της οριζόντιας γραμμής με τη γραμμή που έχει κλίση  $-0.5$ ). Αυτή η δραματική διαφορά (28 μήνες με 100 εκατομμύρια χρόνια), υπονοεί ενισχυμένη αλλαγή του κλίματος, ειδικά στις μεγαλύτερες κλίμακες και για το λόγο αυτό μειωμένη προβλεψιμότητα καθώς η κλιματική μεταβλητότητα παραμένει υψηλή ακόμη και στις μεγάλες χρονικές κλίμακες. Αυτό μας βοηθάει να κατανοήσουμε γιατί η προσέγγιση μέσω της κλασικής στατιστικής πιθανόν να μην είναι κατάλληλη για την περιγραφή του κλιματικού συστήματος.

Τέλος, παρουσιάζει ενδιαφέρον η απόκλιση από την τιμή  $-0.08$  στις κλίμακες μεταξύ 10 και 100 χιλιάδων, η οποία οφείλεται στην εμφάνιση περιοδικοτήτων πιθανόν εξαιτίας αστρονομικών παραγόντων που αφορούν την τροχιά της γης (κύκλοι Milankovitch). Οι κύκλοι αυτοί σχετίζονται με τη διαδοχή των παγετωνικών και μεσοπαγετωνικών περιόδων, και ακόμη δεν έχει αναπτυχθεί μια πλήρης θεωρία που να περιγράφει επαρκώς το μηχανισμό τους. Η επίπτωση τους στο κλιμακόγραμμα (αλλαγή κλίσης στις συγκεκριμένες κλίμακες) αναλύεται από τους *Markonis και Koytsoyiannis* [2013] και αποτελεί αντικείμενο έρευνας πέρα από τους στόχους της παρούσης μελέτης.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

---

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΕΤΗΣΙΕΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ

### 5.1 Μεταβολή ετήσιας βροχόπτωσης στην Ελλάδα

#### 5.1.1 Δεδομένα

Το σετ δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε περιλαμβάνει 136 χρονοσειρές μηνιαίας βροχόπτωσης. Από αυτές οι 29 προέρχονται από την Εθνική Μετεωρολογική Υπηρεσία (ΕΜΥ) και οι υπόλοιποι 107 από την Ειδική Γραμματεία Υδάτων (ΕΓΥ). Το αρχικό δείγμα περιλάμβανε 184 χρονοσειρές, κυρίως στην ηπειρωτική Ελλάδα, οι οποίοι μειώθηκαν μετά από τους απαραίτητους ποιοτικούς ελέγχους για λόγους ομοιογένειας.

Ο πρώτος από αυτούς περιλάμβανε ένα άνω όριο 1000 m για το υψόμετρο της θέσης του σταθμού, αλλά θα πρέπει να σημειωθεί πως η πλειοψηφία των σταθμών βρίσκεται κάτω από 400 m (ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1). Η ομοιογένεια των δεδομένων ελέγχθηκε βάσει του συντελεστή ετεροσυσχέτισης, καθώς το δίκτυο των σταθμών παρουσιάζει αρκετά μεγάλη πυκνότητα. Επίσης, όλες οι χρονοσειρές με χρονικό μήκος μικρότερου των 50 ετών αφαιρέθηκαν, όπως επίσης και εκείνες που αποτελούνταν από λιγότερα από 20 πλήρη έτη (360 μήνες). Ο πρώτος περιορισμός κρίθηκε απαραίτητος για την πιο αξιόπιστη εκτίμηση των κλίσεων, ενώ ο δεύτερος οδήγησε σε ακριβέστερη συνάθροιση στην ετήσια κλίμακα.

Η περίοδος της μελέτης περιλαμβάνει τα έτη 1940 – 2012, αν και η αρχή λειτουργίας της πλειοψηφίας των σταθμών εντοπίζεται μετά το 1950. Κατά τη διάρκεια των ετών 1953 με 2009, το συνολικό δείγμα περιλάμβανε τουλάχιστον 50 σταθμούς χωρίς καμία έλλειψη σε μηνιαίες τιμές. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι ελλείπουσες τιμές για την πλειοψηφία των χρονοσειρών (>90%) δεν ξεπερνούν το 20% του δείγματος, ενώ για στα δύο τρίτα των σταθμών δεν ξεπερνούν το 5%.

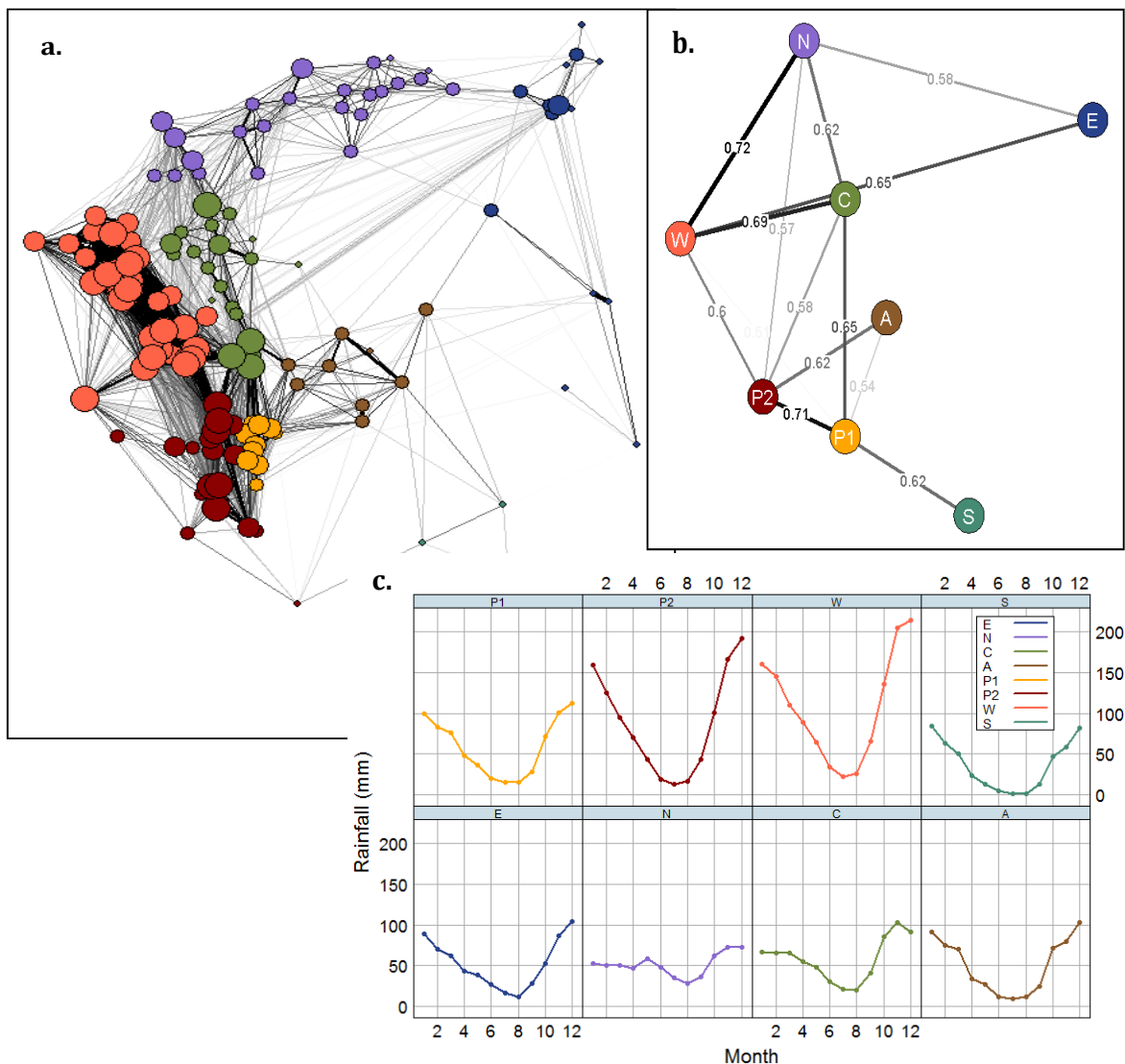
### 5.1.2 Στατιστικά χαρακτηριστικά

Η εκτίμηση των ετεροσυσχετίσεων στο χώρο μεταξύ των σταθμών, οδήγησε στον διαχωρισμό του συνόλου των σταθμών σε οχτώ υποσύνολα με παρόμοια στατιστικά χαρακτηριστικά (ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1, ΣΧΗΜΑ 5.1). Για τον έλεγχο της ομοιογένειας κάθε υποσυνόλου μπορεί να χρησιμοποιηθεί τυπική απόκλιση ή ο συντελεστής μεταβλητότητας μεταξύ των χρονοσειρών. Τη μικρότερη απόδοση παρουσιάζει η ομάδα των σταθμών που βρίσκονται στην Στερεά Ελλάδα, εξαιτίας του μικρού αριθμού τους και τα ψηλά επίπεδα βροχόπτωσης στην περιοχή της Εύβοιας (η οποία όμως είναι αρκετά ισχυρά συσχετισμένη με τους υπόλοιπους σταθμούς).

Οι περιοχές που παρουσιάζουν παρόμοιες στατιστικές ιδιότητες, είναι η Δυτική Πελοπόννησος με την Δυτική Ελλάδα, η Κεντρική Ελλάδα με την Ανατολική Πελοπόννησο και την Στερεά Ελλάδα, η Ανατολική με τη Βόρεια Ελλάδα, ενώ η περιοχή των Νησιών παρουσιάζει ελαφριές ομοιότητες με την Στερεά Ελλάδα (αν και διαθέτει μόνο 6 σταθμούς). Οι ομοιότητες αυτές απεικονίζονται επίσης και στις ετεροσυσχετίσεις μεταξύ των χρονοσειρών (ΣΧΗΜΑ 5.1a και b), όπως επίσης και στη μηνιαία διακύμανση της βροχόπτωσης (ΣΧΗΜΑ 5.1c). Μέσω της γραφικής απεικόνισης των ετεροσυσχετίσεων προκύπτουν και άλλα δύο σημαντικά συμπεράσματα. Πρώτον, η σχετικά μακρινή συσχέτιση μεταξύ δυτικής και ανατολικής Ελλάδας, και δεύτερον οι ισχυρές συσχετίσεις στις περιοχές W, P1 και P2 σε συγκριτικά με τις υπόλοιπες περιοχές.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5.1:** Στατιστικές ιδιότητες της ετήσιας βροχόπτωσης (σε υδρολογικά έτη) για κάθε υποσύνολο σταθμών. *MT* είναι η μέση τιμή, *ΥΨ* το υψόμετρο του μετρητικού σταθμού, *TAX $\omega$*  και *TAX $\rho$*  είναι η τυπική απόκλιση στο χώρο και στο χρόνο αντίστοιχα, ενώ παρομοίως *ΣΜΧ $\omega$*  και *ΣΜΧ $\rho$*  είναι οι συντελεστές μεταβλητότητας στο χώρο και στο χρόνο. Τέλος *ΑΣ* είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας και *ΑΥΤ* ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση ενός έτους. Οι μέγιστες τιμές επισημαίνονται με έντονα κόκκινα γράμματα, ενώ τα ελάχιστα με πλαγιαστά γαλάζια.

Id	Περιοχή	# σταθμών	ΥΨ (m)	MT (mm)	TAX $\omega$ (mm)	TAX $\rho$ (mm)	ΣΜΧ $\omega$	ΣΜΧ $\rho$	ΑΣ	ΑΥΤ
E	Ανατολική Ελλάδα	14	53	624	99	200	0.16	0.32	0.45	0.23
N	Βόρεια Ελλάδα	24	353	605	94	166	0.16	0.27	0.15	0.30
C	Κεντρική Ελλάδα	21	405	722	259	200	0.36	0.28	0.24	0.20
A	Στερεά Ελλάδα	9	129	633	267	181	0.42	0.29	0.50	0.33
P1	Ανατολική Πελοπόννησος	10	638	700	90	168	0.13	0.24	0.15	-0.02
P2	Δυτική Πελοπόννησος	19	436	1047	264	274	0.25	0.26	0.25	0.14
W	Δυτική Ελλάδα	33	374	1266	262	305	0.21	0.24	0.54	0.10
S	Νησιά	6	60	452	65	117	0.14	0.27	0.39	0.04



**ΣΧΗΜΑ 5.1:** Δίκτυο ετεροσυσχετίσεων (>0.5) των χρονοσειρών σε μηνιαίο βήμα διαφορών από τη μηνιαία μέση τιμή για κάθε σταθμό (a) και των ετήσιων συναθροισμένων τιμών ανά υποσύνολο (b). Μηνιαία κατανομή της βροχόπτωσης ανά υποσύνολο σταθμών (c).

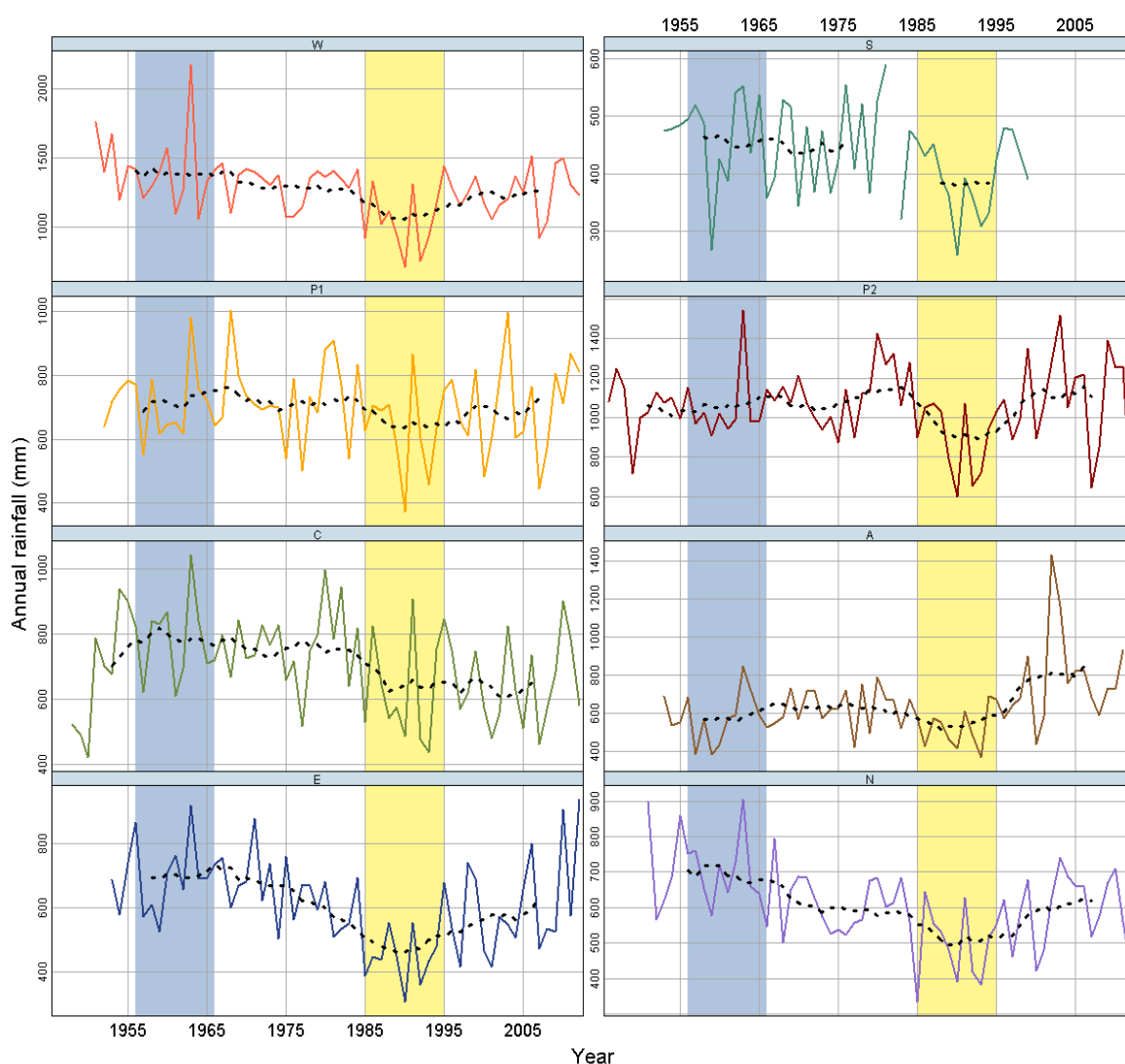
### 5.1.3 Τάσεις βροχόπτωσης

Μετά από τον καθορισμό των υποσυνολών, οι χρονοσειρές συναθροίσθηκαν σε ετήσιο χρονικό βήμα (υδρολογικό έτος) και υπολογίστηκε η μέση τιμή τους ανά περιοχή. Είναι αρκετά σαφές πως παρουσιάζεται σημαντική μεταβλητότητα τόσο χρονικά όσο και χωρικά (ΣΧΗΜΑ 5.2), η οποία εξασθενεί όσο αυξάνεται το χρονικό βήμα (π.χ. δεκαετές). Έτσι το διάστημα 1956-66 ήταν το πιο υγρό σχεδόν για τις περισσότερες περιοχές, ενώ το αντίθετο ισχύει για την περίοδο μεταξύ του 1985 και του 1995. Κατά τη διάρκεια της υγρής περιόδου η ετήσια βροχόπτωση σημείωσε μέγιστο στους περισσότερους σταθμούς το υδρολογικό έτος 1963-64, ενώ η πλειοψηφία των ελαχίστων παρατηρήθηκε το 1990-91.

Γενικά, οι περισσότεροι σταθμοί παρουσιάζουν μείωση της βροχόπτωσης σε όλη την Ελλάδα (ΣΧΗΜΑ 5.3), το οποίο συμφωνεί και με προηγούμενες μελέτες

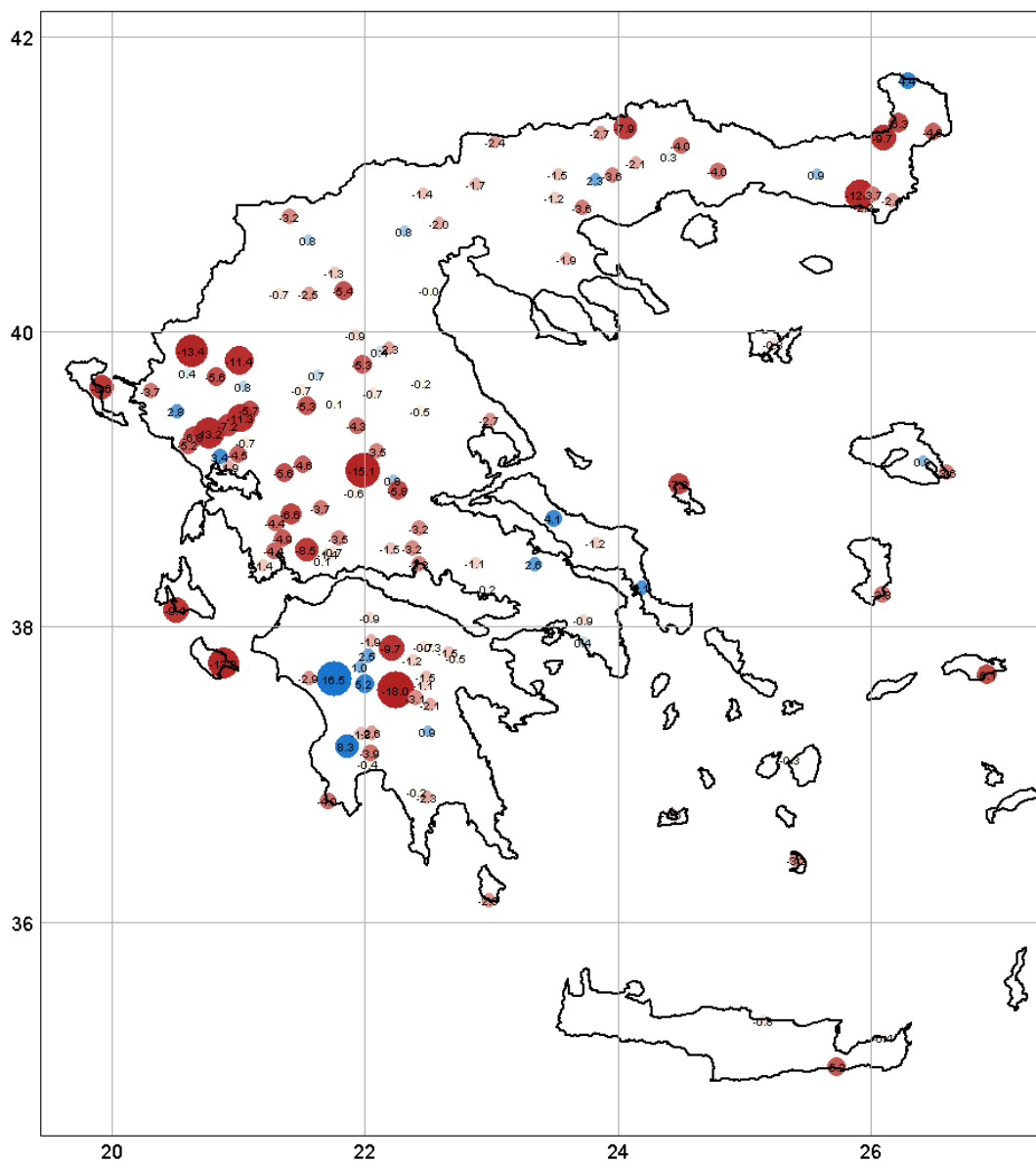


[Χορλακή et al., 2000, Μαηρας και Αναγνωστοπούλου, 2003, Μαηρας et al., 2004, Φειδας et al., 2007, Καμπεζιδής et al., 2010, Φιλάνδρας et al., 2011]. Οι κλίσεις είναι πιο έντονες στη δυτική Ελλάδα, ενώ είναι σχεδόν ανύπαρκτες στη νότια και στη Στερεά, καθώς το δυτικό τμήμα της Ελλάδας είναι πιο στενά συνδεδεμένο με την ατμοσφαιρική κυκλοφορία πάνω από τη Μεσόγειο Θάλασσα [Χορλακή et al., 2000, Μαηρας και Αναγνωστοπούλου, 2003, Φειδας et al., 2007]. Αυτό παρατηρείται επίσης και στις συναθροισμένες χρονοσειρές: πέντε περιοχές παρουσιάζουν μείωση στην ετήσια βροχόπτωση, δύο παραμένουν σταθερές και μόνο μία παρουσιάζει μικρή αύξηση. Επιπλέον, τα υποσύνολα που δεν παρουσιάζουν μείωση (P1, S και A) αντιστοιχούν στις περιοχές με τον μικρότερο αριθμό σταθμών, γεγονός που αυξάνει την αβεβαιότητα στα εν λόγω ευρήματα.



**ΣΧΗΜΑ 5.2:** Συναθροισμένες χρονοσειρές (υδρολογικά έτη) ανά υποσύνολο σταθμών και κυλιόμενος μέσος δεκαετίας (διακεκομμένη μαύρη γραμμή). Οι γαλάζιες και κίτρινες περιοχές αντιστοιχούν στην πιο υγρή και πιο ξηρή περίοδο, με βάση τον κυλιόμενο μέσο όλων των σταθμών.

Επίσης, η μηνιαία διακύμανση των κλίσεων δείχνει πως η μεταβολή που παρατηρείται, οφείλεται κυρίως στη μείωση της βροχόπτωσης κατά του μήνες Νοέμβριο, Δεκέμβριο και κυρίως Ιανουάριο, ενώ από τον Ιούλιο μέχρι το Σεπτέμβριο παρατηρείται μια πολύ μικρή αύξηση (ΣΧΗΜΑ 5.4). Τα παραπάνω συμφωνούν επίσης και με προηγούμενες μελέτες [Norrant και Douguédroit, 2006, Feidas et al., 2007].



**ΣΧΗΜΑ 5.3:** Κλίσεις της ετήσιας βροχόπτωσης ανά σταθμό (mm/year); το μπλε χρώμα υποδεικνύει θετική κλίση (αύξηση της βροχόπτωσης), ενώ το κόκκινο το αντίθετο.

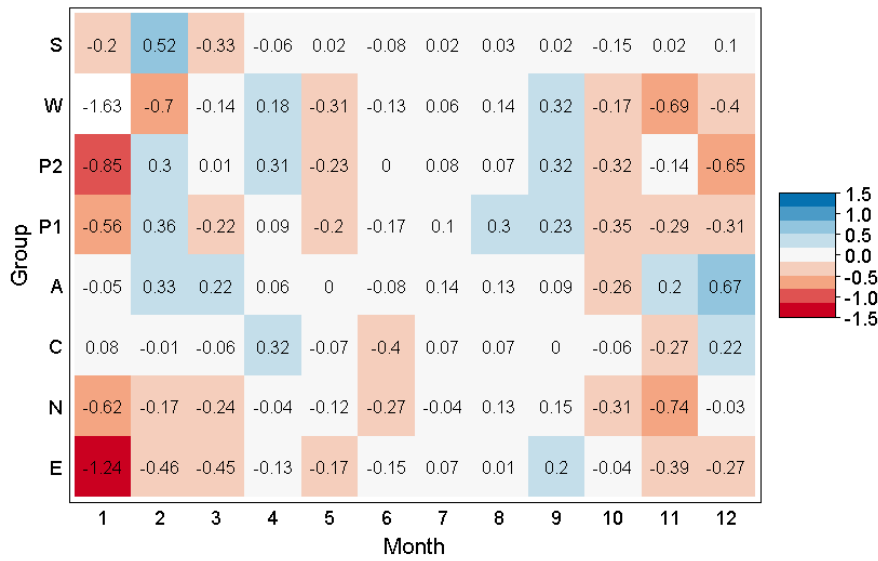
Το βασικό ερώτημα που προκύπτει από την παραπάνω ανάλυση είναι κατά πόσο μπορεί να θεωρηθεί στατιστικά σημαντική η παρατηρούμενη μεταβολή. Για το σκοπό αυτό όλες οι προηγούμενες μελέτες χρησιμοποιούν τον μη-παραμετρικό έλεγχο Mann-Kendall, ο οποίος όμως προϋποθέτει ανεξαρτησία μεταξύ των

δεδομένων κάθε χρονοσειράς στο χρόνο. Η παραδοχή αυτή αντιστοιχεί στο στατιστικό μοντέλο που χαρακτηρίζει ασυσχέτιστα δεδομένα κανονικής κατανομής, δηλαδή λευκό θόρυβο. Αυτή η παραδοχή προφανώς έγινε γιατί τα εμπειρικά δεδομένα παρουσιάζουν σχετικά μικρούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης και επομένως πιθανόν οι προηγούμενοι ερευνητές έκριναν πως δεν θα επηρεάσουν τα επίπεδα σημαντικότητας.

Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει και μπορεί να ελεγχθεί αν τα επίπεδα σημαντικότητας καθοριστούν μέσω της προσομοίωσης Monte Carlo, έτσι ώστε να εξεταστούν και εναλλακτικά στατιστικά μοντέλα. Πράγματι βλέπουμε (ΠΙΝΑΚΑΣ 5.2) πως για παράδειγμα στην Κεντρική Ελλάδα για  $\rho = 0.2$ , η πιθανότητα υπέρβασης για την παραδοχή του Λευκού Θορύβου (έλεγχος Mann-Kendal) είναι 3.7%, το οποίο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί στατιστικά σημαντικό, καθώς η τιμή αυτή είναι μικρότερη του παραδοσιακού ορίου του διαστήματος εμπιστοσύνης 5%. Αν όμως χρησιμοποιηθεί η παραδοχή του μοντέλου AR(1) τότε η πιθανότητα γίνεται 7.7%, ενώ για την παραδοχή της δυναμικής Hurst-Kolmogorov με  $H = 0.8$  η κλίση γίνεται ακόμη λιγότερο στατιστικά σημαντική (17.2%). Επομένως, η παραδοχή της ανεξαρτησίας των δεδομένων δεν θα πρέπει να λαμβάνεται τόσο εύκολα, ειδικά όταν το συνολικό δείγμα των χρονοσειρών είναι τόσο μικρό. Από την άλλη πλευρά, η δυναμική HK πολλές φορές δεν φαίνεται σε δείγματα μικρότερα των 100 ετών ώστε να αποσαφηνιστεί πιο είναι το καταλληλότερο μοντέλο για την στοχαστική περιγραφή της ετήσιας βροχόπτωσης ούτως ώστε να διευκρινιστεί αν οι παρατηρούμενες κλίσεις είναι στατιστικά σημαντικές.

Παρολ' αυτά έχει δειχθεί ότι αν και οι χρονοσειρές βροχόπτωσης φαίνεται να μην παρουσιάζουν συμπεριφορά HK στις μικρές κλίμακες, όταν η κλίμακα αυξάνεται εκείνη εμφανίζεται [Fraedrich και Larnder, 1993, Pelletier και Turcotte, 1997]. Σε αντίστοιχα αποτελέσματα κατέληξε πρόσφατα οι Zhai et al. [2014], εντοπίζοντας χαρακτηριστικά δυναμικής HK σε χρονοσειρά βροχόπτωσης μήκους 300 ετών. Μια άλλη ένδειξη που υποστηρίζει τη χρήση του μοντέλου HK προέρχεται από τη μελέτη παλαιοκλιματικών δεδομένων. Χρονοσειρές που προέκυψαν από τη μελέτη δακτυλίων δέντρων οδήγησαν σε αναπαραστάσεις της βροχόπτωσης που φτάνουν τα 2500 χρόνια. Οι χρονοσειρές αυτές χαρακτηρίζονται από ισχυρή συμπεριφορά HK [Bunde et al., 2013].

Επομένως, αναλόγως της παραδοχής, η παρατηρούμενη αλλαγή, θα μπορούσε να χαρακτηριστεί εξαιρετικά σπάνια (λευκός θόρυβος;  $\min(p) < 0.0006$ ), σπάνια (μοντέλο Markov;  $\min(p) < 0.009$ ) ή απλά ασυνήθιστη (δυναμική HK;  $\min(p) < 0.042$ ). Επίσης, καθώς η αβεβαιότητα επηρεάζεται σημαντικά από την ομοιογένεια κάθε υποσυνόλου και τον αριθμό των σταθμών που περιέχει, θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα επιφυλακτικοί για τα αποτελέσματα της Στερεάς Ελλάδας, όπως επίσης και των νησιών.



ΣΧΗΜΑ 5.4: Μηνιαίες κλίσης της βροχόπτωσης ανά περιοχή.

Πίνακας 5.2: Κλίση ανά περιοχή (ετήσια και Ιανουαρίου) και πιθανότητα υπέρβασης  $P(x)$  για τρία διαφορετικά στατιστικά μοντέλα (WN Λευκός Θόρυβος, AR(1) Markov, HK Hurst-Kolmogorov).  $\rho$  είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση ενός έτους.

Περιοχή	$\rho$	Κλίση $b$		$P(x) >  b  (\times 10^{-2})$			Ιανουάριος		
		(mm/y)	(%)	WN	AR(1)	HK	WN	AR(1)	HK
E	0.23	-2.61	-0.42	0.7	2.6	10.0	0.04	1.1	4.3
N	0.30	-2.71	-0.44	0.06	1.1	4.2	0.4	1.1	7.8
C	0.20	-2.75	-0.35	3.7	7.7	17.2	38.3	39.7	44.4
A	0.34	3.69	0.58	0.3	3.2	6.7	44.3	44.6	46.3
P1	-0.01	-0.55	-0.08	28.6	27.7	38.2	7.2	8.0	22.4
P2	0.14	-0.29	-0.03	41.8	42.4	45.9	3.9	9.6	18.6
W	0.10	-4.32	-0.33	0.5	0.9	8.5	0.4	4.8	8.6
S	0.04	-1.11	-0.26	11.8	11.9	24.7	34.2	32.9	40.2

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

---

## ΣΥΝΟΨΗ

Στο θεωρητικό πλαίσιο σε αυτή τη μελέτη (Κεφάλαιο 3) εξετάζεται η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί μια θεωρητική αρχή, συγκεκριμένα η αρχή της μέγιστης εντροπίας, ως βάση για τη διαμόρφωση και την επιλογή πιθανοτικών κατανομών. Η έμφαση δίνεται στη διαμόρφωση και στη λογική και θεωρητική τεκμηρίωση απλών περιορισμών που σε συνδυασμό με τον κλασικό ορισμό της εντροπίας, δηλαδή της εντροπίας Boltzmann-Gibbs-Shannon (BGS) θα οδηγούν σε ευέλικτες και απλές κατανομές κατάλληλες για την πιθανοτική περιγραφή της βροχόπτωσης αλλά και άλλων γεωφυσικών μεταβλητών. Η συνηθισμένη τεχνική για την επιλογή μιας κατανομής βασίζεται σε μεθόδους δοκιμής-σφάλματος, δηλαδή, στην προσαρμογή ενός μικρού αριθμού κατανομών στα εμπειρικά δεδομένα και στην επιλογή αυτής με την με την καλύτερη προσαρμογή. Θεωρητικά, η διαδικασία αυτή δεν έχει τέλος. Σε αυτό το πλαίσιο η αρχή της μέγιστης εντροπίας προσφέρει ένα ισχυρό θεωρητικό υπόβαθρο για να προσδιοριστεί ένα πιθανοτικό μοντέλο βάσει της διαθέσιμης πληροφορία. Ωστόσο, η επιτυχής χρήση αυτής της αρχής προϋποθέτει την ενσωμάτωση όλης της διαθέσιμης πληροφορίας με τη μορφή μαθηματικών περιορισμών. Η βασική παραδοχή σχετικά με τη μορφή των περιορισμών είναι ότι οι περιορισμοί πρέπει να είναι όσο το δυνατόν λιγότεροι και απλοί καθώς και να ενσωματώνουν την όποια εκ των προτέρων διαθέσιμη πληροφορία. Αυτή η πληροφορία, για παράδειγμα, μπορεί να αφορά τις γενικές ιδιότητες του σχήματος της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της υπό μελέτη μεταβλητής και θα μπορούσε να έχει προκύψει από εμπειρικές αναλύσεις. Οι τρεις περιορισμοί που μελετήθηκαν και τεκμηριώθηκαν βάσει λογικών και μαθηματικών επιχειρημάτων σχετίζονται με τη λογαριθμική συνάρτηση και τη συνάρτηση δύναμης, οι οποίες, όπως προκύπτει, είναι κατάλληλες για θετικά ορισμένες, έντονης μεταβλητότητας και ασύμμετρες τυχαίες μεταβλητές, χαρακτηριστικά τα οποία εντοπίζονται συνήθως σε γεωφυσικές διεργασίες, π.χ. όπως οι βροχοπτώσεις και οι απορροές των ποταμών. Η μεγιστοποίηση της εντροπίας με συνδυασμό αυτών των απλών περιορισμών που διατυπώθηκαν οδηγεί σε δύο ευέλικτες κατανομές, συγκεκριμένα,

μια τριπαραμετρική εκθετικού τύπου, γνωστή ως Γενικευμένη Γάμα (GG) και μια τετραπαραμετρική τύπου δύναμης, γνωστή ως Γενικευμένη Βήτα Δευτέρου (GB2). Για πρακτικούς σκοπούς πάντως προτείνεται η χρήση μιας απλοποίησης της GB2, ήτοι, μια τριπαραμετρική κατανομή, γνωστή και ως Burr τύπου XII (BrXII). Τόσο η GG όσο και η BrXII είναι πολύ ευέλικτες κατανομές διότι εκτός από μια παράμετρο κλίμακας, περιλαμβάνουν και δύο παραμέτρους σχήματος που ελέγχουν τόσο τη δεξιά όσο και την αριστερή ουρά της κατανομής.

Η στατιστική – στοχαστική ανάλυση για την ηλιακή ακτινοβολία έδειξε πως αφού αφαιρεθεί η εποχικότητα μπορεί να προσαρμοστεί μια τριπαραμετρική πιθανοτική κατανομή ΓΑΤ ελαχίστων με ικανοποιητικά αποτελέσματα. Πρέπει να σημειωθεί όμως πως τα εν λόγω αποτελέσματα οφείλονται στην πολύ καλή προσαρμογή της κατανομής κατά τους θερινούς μήνες, ενώ κατά τη χειμερινή περίοδο τα αποτελέσματα είναι σαφώς χειρότερα. Παρόλα αυτά δεν βρέθηκε κάποια άλλη κατανομή που να προσαρμόζεται καλύτερα και για αυτό, τελικά προτείνεται η ΓΑΤ ελαχίστων. Η δομή αυτοσυσχέτισης μειώνεται εκθετικά, με χαμηλούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης για υστέρησης μίας ημέρας ( $\rho = 0.2 - 0.4$ , αναλόγως την εποχή), ενώ χαμηλός είναι και ο συντελεστής Hurst ( $H = 0.6$ ).

Η ημερησία ηλιακή ακτινοβολία αναλύθηκε με βάσει τα δεδομένα από τους σταθμούς του δικτύου Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών για το λεκανοπέδιο της Αττικής. Οι ημερήσιες χρονοσειρές προέκυψαν μετά από συνάθροιση των χρονοσειρών μικρότερου χρονικού βήματος (10 λεπτά) και στη συνέχεια ελέγχθηκαν για τυχαία αλλά και συστηματικά μετρητικά σφάλματα. Ο πρώτος έλεγχος περιλαμβάνει τον εντοπισμό και απομάκρυνση τιμών εκτός κάποιων εύλογων ορίων (outliers), ενώ ο δεύτερος την σύγκριση των ετεροσυσχετίσεων χρονοσειρών γειτονικών σταθμών σε συνδυασμό με την απευθείας οπτική σύγκριση. Από τον έλεγχο προέκυψε διόρθωση ενός σταθμού (Αγ. Κοσμάς) από τυχαία σφάλματα και ενός από συστηματικά (Ζωγράφου Α). Τέλος, συγκρίθηκαν και με δορυφορικά δεδομένα τις NASA, και προτάθηκαν κάποιες εμπειρικές διορθώσεις των δευτέρων έτσι ώστε να μπορούν να εφαρμοσθούν και σε άλλες περιοχές της Ελλάδας.

Στη συνέχεια, αναλύθηκε η ισοδύναμη ταχύτητα του ανέμου τόσο στην περιοχή μελέτης όσο και στον ευρύτερο ελλαδικό χώρο. Συνολικά χρησιμοποιήθηκαν 8 σταθμοί (2 στην περιοχή μελέτης, συγκεκριμένα ο σταθμός Λάρισα και Ν. Αγχίαλος) και 6 στην ευρύτερη περιοχή. Από την στατιστική επεξεργασία των σταθμών αυτών προέκυψε πως οι μέσες ωριαίες ταχύτητες του ανέμου κυμαίνονται από 1 έως 5 m/s με ωριαία κυκλοστασιμότητα μέσα στην ημέρα. Ως περιθώρια κατανομή επιλέχθηκε η τύπου Γάμα (2 παραμέτρων) με παράμετρο σχήματος  $\kappa = 5.7$  και κλίμακας  $\theta = 1.2$ . Τέλος, επιλέχθηκε μοντέλο αυτοσυνδιασποράς τύπου HK με συντελεστή Hurst 0.85, το οποίο μπορεί να προσεγγισθεί για χρονικό παράθυρο 24 ωρών με ένα μοντέλο τύπου AR(1), με παράμετρο κλίμακας  $\lambda \approx 1.354 c(0) \text{ m}^2/\text{s}^2$  (όπου  $c(0)$  η διασπορά της διεργασίας στην περιοχή ενδιαφέροντος) και παράμετρο θέσης,  $q = 1.557 \text{ h}$ .

Για την ανάλυση της ημερησίας θερμοκρασίας, χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τους σταθμούς του δικτύου Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών καθώς και του δικτύου openmeteo.org. Οι ημερήσιες χρονοσειρές προέκυψαν με συνάθροιση των χρονοσειρών μέσης 10λεπτης θερμοκρασίας (πρωτογενή δεδομένα). Πριν την κατασκευή των ημερήσιων χρονοσειρών, τα ωριαία δεδομένα ελέγχθηκαν για τυχαία αλλά και συστηματικά μετρητικά σφάλματα (Ενότητα 2.3.1 και 2.3.2). Ο πρώτος έλεγχος συνίσταται στον εντοπισμό τιμών εκτός κάποιων εύλογων ορίων ανάλογα με την εποχή του χρόνου στην οποία βρισκόμαστε, ενώ ο δεύτερος στηρίχτηκε στις ετεροσυσχετίσεις χρονοσειρών γειτονικών σταθμών σε συνδυασμό με την απευθείας οπτική σύγκριση. Από τον έλεγχο προέκυψε διόρθωση σχεδόν όλων των σταθμών από τυχαία σφάλματα, ενώ δεν εντοπίστηκαν συστηματικά.

Στη συνέχεια έγινε στατιστική - στοχαστική ανάλυση των μέσων ημερήσιων χρονοσειρών θερμοκρασίας, κατά την οποία υπολογίστηκαν τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των δειγμάτων (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, ελάχιστα, μέγιστα, συντελεστής μεταβλητότητας, συντελεστής ασυμμετρίας και κύρτωσης, βλ. Ενότητα 4.3.1). Λόγω της εποχικότητας που παρουσιάζει η θερμοκρασία εντός του έτους, καθώς και της έντονης μεταβλητότητας από τόπο σε τόπο (η μεταβολή της θερμοκρασίας συναρτήσει του υψομέτρου από τη θάλασσα φαίνεται έντονα από τη σύγκριση μεταξύ σταθμών), η ανάλυση έγινε ανά σταθμό και ανά μήνα (χωρίς τυποποίηση των χρονοσειρών). Μετά τη στατιστική ανάλυση, επιχειρήθηκε προσαρμογή κάποιας θεωρητικής κατανομής στα δεδομένα θερμοκρασίας, πάλι ανά μήνα και ανά σταθμό, θεωρώντας στασιμότητα σε επίπεδο μήνα (Ενότητα 4.3.2). Θεωρητικοί λόγοι αλλά και η προκαταρκτική ανάλυση των στατιστικών χαρακτηριστικών (μικρός συντελεστής ασυμμετρίας και κύρτωσης) μας οδήγησε στη χρήση της κανονικής κατανομής ως την πλέον κατάλληλη περιθώρια κατανομή για την περιγραφή των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών. Όπως αποδεικνύεται η κανονική κατανομή επιτυγχάνει πολύ καλή προσαρμογή στα δεδομένα όλων των σταθμών και για όλους τους μήνες, με μικρές αποκλίσεις στις ακραίες τιμές (ουρές κατανομής). Στη συνέχεια μελετήθηκε η δομή αυτοσυσχέτισης της μέσης ημερησίας θερμοκρασίας, πάλι ανά μήνα και σταθμό (Ενότητα 4.3.3). Όπως φαίνεται και στα αυτοσυσχετογράμματα, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 είναι πολύ υψηλός σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις, ενώ φθίνει αρκετά γρήγορα (Ενότητα 4.3.3).

Σχετικά με την περιθώρια κατανομή της ημερησίας βροχόπτωσης εκπονήθηκε μια μαζική εμπειρική ανάλυση περισσότερων από 170 000 μηνιαίων χρονοσειρών βροχόπτωσης σε περισσότερους από 14 000 σταθμούς σε όλο τον κόσμο με στόχο να απαντηθούν δύο βασικά ερωτήματα: (α) ποια στατιστικά χαρακτηριστικά της ημερησίας βροχόπτωσης παρουσιάζουν τη μεγαλύτερη εποχιακή διακύμανση, και (β) κατά πόσον υπάρχει ή όχι ένα σχετικά απλό πιθανοτικό μοντέλο ικανό να περιγράψει τη θετική ημερησία βροχόπτωσης για κάθε μήνα και σε κάθε περιοχή του κόσμου. Η ανάλυση σε μηνιαία βάση και ανά ημισφαίριο της πιθανότητας ξηρασίας, της μέσης τιμής, της L-μεταβλητότητας και της L-ασυμμετρίας, αποκαλύπτει σε γενικές

γραμμές εποχιακή διακύμανση αυτών των χαρακτηριστικών. Συνεπώς αποδεικνύεται πως όχι μόνο η πιθανότητα ξηρασίας και η μέση τιμή της μη μηδενικής βροχόπτωσης παρουσιάζουν εποχιακή διακύμανση αλλά επίσης και το σχήμα της κατανομής. Η εντονότερη εποχιακή διακύμανση παρατηρείται στη μέση τιμή της μη μηδενικής βροχόπτωσης ενώ έπονται κατά σειρά η πιθανότητα ξηρασίας, η L-ασυμμετρία και τέλος, η L-μεταβλητότητα, υποδεικνύοντας ότι η εποχιακή διακύμανση των χαρακτηριστικών σχήματος, αν και υπαρκτή, δεν είναι πολύ υψηλή. Σχετικά με τα γενικά χαρακτηριστικά της κατανομής της βροχόπτωσης τονίζεται ότι μπορεί να διαφέρουν σημαντικά από σταθμό σε σταθμό με τη διαφοροποίηση αυτή να εντοπίζεται όχι μόνο στη γενική μορφή του σχήματος κατανομής, δηλαδή αν είναι σχήματος ανεστραμμένου J ή κωδωνοειδούς μορφής αλλά επίσης και στη συμπεριφορά της ουράς της που συνεπάγεται διαφορετική συμπεριφορά στα ακραία γεγονότα. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει πως δημοφιλή διπαραμετρικά μοντέλα όπως η Γάμα, η Weibull, η Λογαριθμοκανονική, η Pareto, κ.λπ., δεν μπορούν να χρησιμεύσουν ως «καθολικά» μοντέλα για τη μοντελοποίηση της ημερήσιας βροχόπτωσης καθώς η ευελιξία τους είναι περιορισμένη. Συνεπώς ένα "καθολικό" πιθανοτικό μοντέλο για την ημερήσια βροχόπτωση πρέπει να έχει τουλάχιστον δύο παραμέτρους σχήματος, όπου η μία θα ελέγχει την αριστερή ουρά και η άλλη την δεξιά. Δύο κατανομές με τα ανωτέρω χαρακτηριστικά που προέκυψαν από την εφαρμογή της αρχής της μέγιστης εντροπίας είναι η BrXII και η GG. Η επίδοση αμφότερων των κατανομών είναι πολύ καλή με την GG να αποδίδει ακόμη καλύτερα από την BrXII προσφέροντας έτσι μια εξαιρετική επιλογή. Τέλος, η παράμετρος σχήματος  $\gamma_2$  GG κατανομής, η οποία ελέγχει τη δεξιά ουρά και συνεπώς τις ακραίες τιμές, για τη συντριπτική πλειονότητα των δειγμάτων που αναλύθηκαν ισχύει  $\gamma_2 < 1$ , τιμή που αντιστοιχεί σε υποεκθετικές ουρές, ενώ για  $\gamma_2 = 1$  η GG απλοποιείται στην κατανομή Γάμα. Αυτό συνεπάγεται ότι μερικά από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα με εκθετική ουρά όπως η Εκθετική, η Γάμα ή μικτά μοντέλα με εκθετικές ουρές εν δυνάμει αποτελούν επικίνδυνη επιλογή και δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται αδικαιολόγητα στην πράξη, δεδομένου ότι μπορούν να υποτιμήσουν σοβαρά το μέγεθος και τη συχνότητα των ακραίων βροχοπτώσεων σε ημερήσια κλίμακα.

Σχετικά με την ουρά της ημερήσιας βροχόπτωσης αναλύθηκαν ακραίες βροχοπτώσεις σε περισσότερους από 15 000 σταθμούς σε όλο τον κόσμο και συγκρίθηκε η απόδοση τεσσάρων κοινών και μονοπαραμετρικών πιθανοτικών μοντέλων ουράς που αντιστοιχούν στις κατανομές Pareto type II, Weibull, Λογαριθμοκανονική και Γάμα. Σκοπός ήταν να αποκαλυφθεί ποιος τύπος ουράς περιγράφει καλύτερα τη συμπεριφορά των ακραίων γεγονότων. Η μέθοδος προσαρμογής ήταν άμεση, δηλαδή, προσαρμογή των τεσσάρων θεωρητικών ουρών στην εμπειρική ουρά κάθε δείγματος η οποία ορίστηκε για ένα δείγμα  $N$  ετών ως οι  $N$  μεγαλύτερες τιμές του δείγματος. Η ανάλυση δείχνει πως οι πιο χοντρές ουρές, ή αλλιώς οι κατανομές με υποεκθετικές ουρές έχουν καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με τις λεπτές ουρές. Συγκεκριμένα, στο 72.6% των σταθμών που μελετήθηκαν, οι



υποεκθετικού τύπου ουρές προσαρμόστηκαν καλύτερα, ενώ οι εκθετικές και οι υπερεκθετικές ουρές είχαν καλύτερη προσαρμογή μόνο στο 27.4% των σταθμών. Η κατάταξη από την καλύτερη προς τη χειρότερη επίδοση σχετικά με την προσαρμογή των ουρών είναι: (α) Pareto, (β) Λογαριθμοκανονική, (γ) η Weibull, και (δ) Γάμα. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι το πιο δημοφιλές μοντέλο που χρησιμοποιείται στην πράξη, η κατανομή Γάμα, υποεκτιμά τόσο τη συχνότητα όσο και το μέγεθος των ακραίων φαινομένων. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι υποεκθετικού τύπου κατανομές είναι προτιμότερες για τη μοντελοποίηση των ακραίων γεγονότων βροχόπτωσης. Γενικά, προτείνεται για την ορθότερη μοντελοποίηση των ακραίων βροχοπτώσεων η χρήση κατανομών με υποεκθετικές ουρές.

Σχετικά με τη δομή της αυτοσυσχέτισης της ετήσιας βροχόπτωσης η ανάλυση 1265 σταθμών με χρονοσειρές με μήκος μεγαλύτερο των 100 ετών υποδεικνύει ότι το ενδεχόμενο ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής δεν μπορεί να αποκλειστεί. Αν και ένα ποσοστό της τάξης του 15% εμφανίζει χρονική ανεξαρτησία και ένα 15% εμφανίζει ιδιαίτερα χαμηλές τιμές του συντελεστή Hurst, η υπόθεση μιας κοινής τιμής του συντελεστή, ήτοι,  $H = 0.58$ , αν και σχετικά χαμηλή, μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτική. Επίσης, τονίζεται πως η δομή της αυτοσυσχέτισης στους σταθμούς που αναλύθηκαν παρουσιάζεται ισχυρότερη από τη δομή αυτοσυσχέτισης τύπου Markov για τους μισούς περίπου σταθμούς.

Στο πλαίσιο της ανάλυσης των παλαιοκλιματικών δεδομένων μελετήθηκαν δέκα χρονοσειρές, από τις οποίες δύο αντιστοιχούσαν σε μετρητικά δεδομένα (επίγεια και δορυφορικά) και οι υπόλοιπες αναπαραστάσεις θερμοκρασίας. Οι χρονοσειρές που χρησιμοποιήθηκαν περιγράφουν την θερμοκρασία σε παγκόσμια κλίμακα και βασίστηκαν σε διαφορετικά υποκατάστατα δεδομένα (π.χ. πυρήνες πάγου, δακτύλιοι δέντρων, σταλαγμίτες, κ.ά.). Το χρονικό εύρος καλύπτει εννιά τάξεις μεγέθους ξεκινώντας από τον ένα μήνα και καταλήγοντας στα 500 εκατομμύρια χρόνια.

Τα παλαιοκλιματικά δεδομένα αναλύθηκαν στο πλαίσιο της δυναμικής ΗΚ με τη χρήση του ενιαίου κλιμακογράμματος έτσι ώστε να εκτιμηθεί ο συντελεστής Hurst με μεγαλύτερη αξιοπιστία (μεγαλύτερος αριθμός χρονικών κλιμάκων). Τα αποτελέσματα έδειξαν πως η τιμή του είναι μεγαλύτερη του 0.92, γεγονός που ευνοεί τη δημιουργία απότομων κλίσεων στις χρονοσειρές της θερμοκρασίας.

Η μελέτη των τάσεων της βροχόπτωσης στην Ελληνική επικράτεια έδειξε πως τα τελευταία 60 χρόνια παρατηρείται μια σχετική μείωση στην ετήσια βροχόπτωση, ιδιαίτερα στη δυτική Ελλάδα και τους χειμερινούς μήνες. Αντίθετα, την τελευταία 20ετία παρουσιάζεται σταθερή αύξηση, μετά από τη λήξη μιας ιδιαίτερης ξηρής περιόδου (1985 – 1995). Η σημασία των ανωτέρων ευρημάτων εξαρτάται από το στατιστικό μοντέλο που θα υιοθετηθεί για την περιγραφή τους. Για αυτό το λόγο μπορεί να θεωρηθεί από εξαιρετικά σπάνια (μοντέλο λευκού θορύβου) μέχρι ελαφρώς ασυνήθιστη (μοντέλο ΗΚ).

# ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Κοζάνης, Σ., Α. Χριστοφίδης, και Α. Ευστρατιάδης, Θεωρητική τεκμηρίωση για το λογισμικό Υδρογνώμων (έκδοση 4), Ανάπτυξη βάσης δεδομένων και εφαρμογών λογισμικού σε διαδικτυακό περιβάλλον για την «Εθνική Τράπεζα Υδρολογικής και Μετεωρολογικής Πληροφορίας», Ανάδοχος: Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 173 σελίδες, Αθήνα, Ιούνιος 2010.
- Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος, Τεχνική Υδρολογία, Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.
- Μακρόγιαννης, Τ.Ι., και Χ.Σ. Σαχσαμάνογλου, Μαθήματα Γενικής Μετεωρολογίας, 414 σελίδες, Εκδόσεις Χάρης, 2004.
- Ahmad, M. I., C. D. Sinclair, and A. Werritty (1988), Log-logistic flood frequency analysis, *Journal of Hydrology*, 98(3-4), 205–224, doi:10.1016/0022-1694(88)90015-7.
- Ben-Zvi, A. (2009), Rainfall intensity–duration–frequency relationships derived from large partial duration series, *Journal of Hydrology*, 367(1–2), 104–114, doi:10.1016/j.jhydrol.2009.01.007.
- Beran, J. (1994), *Statistics for Long-Memory Processes*, CRC Press.
- Biondini, R. (1976), Cloud Motion and Rainfall Statistics, *Journal of Applied Meteorology*, 15(3), 205–224, doi:10.1175/1520-0450(1976)015<0205:CMARS>2.0.CO;2.
- Bruhn, J. A., W. E. Fry, and G. W. Fick (1980), Simulation of Daily Weather Data Using Theoretical Probability Distributions, *Journal of Applied Meteorology*, 19(9), 1029–1036, doi:10.1175/1520-0450(1980)019<1029:SODWDU>2.0.CO;2.
- Bunde, A., U. Büntgen, J. Ludescher, J. Luterbacher, and H. von Storch (2013), Is there memory in precipitation?, *Nature Climate Change*, 3:174-175.
- Buishand, T. A. (1978a), Some remarks on the use of daily rainfall models, *Journal of Hydrology*, 36(3–4), 295–308, doi:10.1016/0022-1694(78)90150-6.
- Buishand, T. A. (1978b), Some remarks on the use of daily rainfall models, *Journal of Hydrology*, 36(3–4), 295–308, doi:10.1016/0022-1694(78)90150-6.
- Burr, I. W. (1942), Cumulative Frequency Functions, *The Annals of Mathematical Statistics*, 13(2), 215–232.
- Chow, V. T. (1964), *Handbook of applied hydrology: a compendium of water-resources technology*, McGraw-Hill.

- Cunnane, C. (1973), A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction, *Journal of Hydrology*, 18(3-4), 257-271, doi:10.1016/0022-1694(73)90051-6.
- Dansgaard, W., GRIP Scientific Team (1993), Evidence for general instability in past climate from a 250-kyr ice-core record, *Nature*, 364, 218-220.
- El Adlouni, S., B. Bobée, and T. B. M. J. Ouarda (2008), On the tails of extreme event distributions in hydrology, *Journal of Hydrology*, 355(1-4), 16-33, doi:10.1016/j.jhydrol.2008.02.011.
- Esteban, M. D., and D. Morales (1995), A summary on entropy statistics, *Kybernetika*, 31(4), 337-346.
- Feidas, H., C. Nouloupoulou, T. Makrogiannis, and E. Bora-Senta (2007), Trend analysis of precipitation time series in Greece and their relationship with circulation using surface and satellite data: 1955-2001, *Theoretical and Applied Climatology*, 87, 155-177.
- Fitzgerald, D. L. (1989), Single station and regional analysis of daily rainfall extremes, *Stochastic Hydrol Hydraul*, 3(4), 281-292, doi:10.1007/BF01543461.
- Fraedrich, K., and C. Larnder (1993), Scaling regimes of composite rainfall time series. *Tellus A* 45:289-298.
- Jouzel, J., EPICA Scientific Team (2007), EPICA Dome C Ice Core 800KYr Deuterium Data and Temperature Estimates, *IGBP PAGES/World Data Center for Paleoclimatology*, 2007-091NOAA/NCDC Paleoclimatology Program, Boulder Co.
- Geng, S., F. W. T. Penning de Vries, and I. Supit (1986), A simple method for generating daily rainfall data, *Agricultural and Forest Meteorology*, 36(4), 363-376, doi:10.1016/0168-1923(86)90014-6.
- Goldie, C. M., and C. Klüppelberg (1998), Subexponential distributions, in *A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications*, edited by R. Adler, R. Feldman, and M. s. Taggu, pp. 435-459, Birkhäuser Boston.
- Gupta, S. K. (2011), *Modern Hydrology and Sustainable Water Development*, John Wiley & Sons.
- Havrda, J., and F. Charvát (1967), Concept of structural a-entropy, *Kybernetika*, 3, 30-35.
- Heo, J. H., D. C. Boes, and J. D. Salas (2001a), Regional flood frequency analysis based on a Weibull model: Part 1. Estimation and asymptotic variances, *Journal of Hydrology*, 242(3-4), 157-170.
- Heo, J. H., J. D. Salas, and D. C. Boes (2001b), Regional flood frequency analysis based on a Weibull model: Part 2. Simulations and applications, *Journal of Hydrology*, 242(3-4), 171-182.

- Hershfield, D. M. (1961), Estimating the probable maximum precipitation, in *Proc. ASCE, J. Hydraul. Div*, vol. 87, p. 106.
- Hosking, J. R. M. (1990), L-Moments: Analysis and Estimation of Distributions Using Linear Combinations of Order Statistics, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 52(1), 105–124.
- Hosking, J. R. M. (1994), The four-parameter kappa distribution, *IBM Journal of Research and Development*, 38(3), 251–258.
- Jaynes, E. T. (1957a), Information Theory and Statistical Mechanics, *Physical review*, 106(4), 620, doi:10.1103/PhysRev.106.620.
- Jaynes, E. T. (1957b), Information Theory and Statistical Mechanics. II, *Physical review*, 108(2), 171, doi:10.1103/PhysRev.108.171.
- Jaynes, E. T. (2003), *Probability: The logic of science*, Cambridge University Press.
- Kambezidis, H. D., I. K. Larissi, P. T. Nastos, and A. G. Paliatsos (2010), Spatial variability and trends of the rain intensity over Greece, *Advances in Geosciences*, 26, 65-69.
- Kapur, J. N. (1989), *Maximum-entropy models in science and engineering*, John Wiley & Sons.
- Kleiber, C., and S. Kotz (2003), *Statistical size distributions in economics and actuarial sciences*, Wiley-Interscience.
- Koutsoyiannis, D. (1999), A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation, *Water resources research*, 35(4), 1313–1322.
- Koutsoyiannis, D. (2003), Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics, *Hydrological Sciences Journal*, 48(1), 3-24.
- Koutsoyiannis, D. (2010), A random walk on water, *Hydrological Earth System Sciences*, 14, 585–601.
- Koutsoyiannis, D. and A. Montanari (2007), Statistical analysis of hydroclimatic time series: Uncertainty and insights, *Water Resource Research*, 43(5):W05429, doi:10.1029/2006WR005592.
- Lasdon, L.S. and S. Smith (1992), Solving sparse nonlinear programs using GRG, *ORSA Journal on Computing*, 4(1), 2–15.
- Lasdon, L.S., Waren, A., Jain, A., and M. Ratner (1978), Design and testing of a generalized reduced gradient code for nonlinear programming, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 4(1), 34–50.
- Markonis, Y., and D. Koutsoyiannis (2013), Climatic variability over time scales spanning nine orders of magnitude: Connecting Milankovitch cycles with Hurst–Kolmogorov dynamics, *Surveys in Geophysics*, 34(2), 181-207.

- Maheras, P., and C. Anagnostopoulou. (2003), Circulation Types and Their Influence on the Interannual Variability and Precipitation Changes in Greece. Pages 215-239 in H.-J. Bolle, editor, *Mediterranean Climate*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Maheras, P., K. Tolika, C. Anagnostopoulou, M. Vafiadis, I. Patrikas, and H. Flocas (2004), On the relationships between circulation types and changes in rainfall variability in Greece, *International Journal of Climatology*, 24, 1695-1712.
- McDonald, J. B. (1984), Some generalized functions for the size distribution of income, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 647-663.
- Mielke Jr, P. W. (1973), Another Family of Distributions for Describing and Analyzing Precipitation Data, *Journal of Applied Meteorology*, 12(2), 275-280.
- Mielke Jr, P. W., and E. S. Johnson (1973), Three-Parameter Kappa Distribution Maximum Likelihood Estimates and Likelihood Ratio Tests, *Monthly Weather Review*, 101(9), 701-707.
- Mielke Jr, P. W., and E. S. Johnson (1974), Some generalized beta distributions of the second kind having desirable application features in hydrology and meteorology, *Water Resources Research*, 10(2), 223-226.
- Mitzenmacher, M. (2004), A brief history of generative models for power law and lognormal distributions, *Internet mathematics*, 1(2), 226-251.
- Narrant, C., and A. Douguédroit (2006), Monthly and daily precipitation trends in the Mediterranean (1950-2000), *Theoretical and Applied Climatology*, 83, 89-106.
- Papalexiou, S. M., and D. Koutsoyiannis (2008a), Ombrian curves in a maximum entropy framework, p. 00702. [online] Available from: <http://www.itia.ntua.gr/en/docinfo/851/> (Accessed 6 October 2010)
- Papalexiou, S. M., and D. Koutsoyiannis (2008b), Probabilistic description of rainfall intensity at multiple time scales. [online] Available from: <http://www.itia.ntua.gr/en/docinfo/884/> (Accessed 6 October 2010)
- Papalexiou, S. M., and D. Koutsoyiannis (2015), A global survey on the seasonal variation of the marginal distribution of daily rainfall, *Journal of Hydrology*, *submitted*.
- Papalexiou, S. M., D. Koutsoyiannis, and C. Makropoulos (2013), How extreme is extreme? An assessment of daily rainfall distribution tails, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17(2), 851-862, doi:10.5194/hess-17-851-2013.
- Park, J.-S., S.-C. Seo, and T. Y. Kim (2009), A kappa distribution with a hydrological application, *Stoch Environ Res Risk Assess*, 23(5), 579-586, doi:10.1007/s00477-008-0243-5.

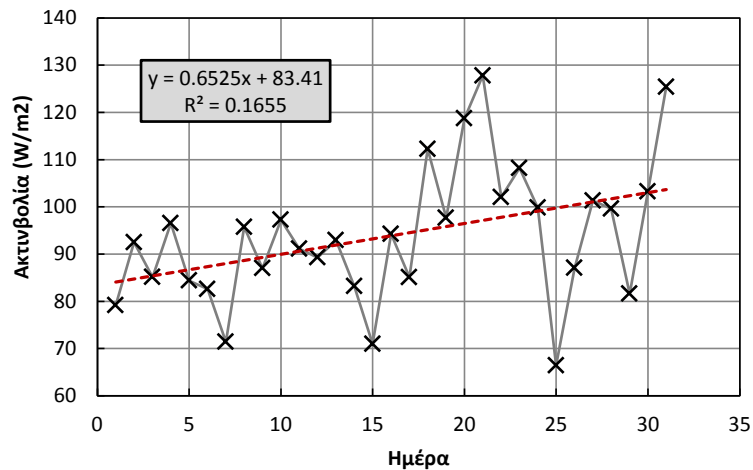
- Peel, M. C., Q. Wang, R. M. Vogel, and T. A. McMahon (2001), The utility of L-moment ratio diagrams for selecting a regional probability distribution, *Hydrological sciences journal*, 46(1), 147–156.
- Pelletier, J. D., and D. L. Turcotte (1997), Long-range persistence in climatological and hydrological time series: analysis, modeling and application to drought hazard assessment, *Journal of Hydrology*, 203, 198-208.
- Philandras, C. M., P. T. Nastos, J. Kapsomenakis, K. C. Douvis, G. Tselioudis, and C. S. Zerefos (2011), Long term precipitation trends and variability within the Mediterranean region, *Natural Hazards Earth System Sciences*, 11, 3235-3250.
- R Core Team (2014), R: A Language and Environment for Statistical Computing.
- Shannon, C. E. (1948), The mathematical theory of communication, *Bell System Technical Journal*, 27, 379–423.
- Shimizu, K. (1993), A bivariate mixed lognormal distribution with an analysis of rainfall data, *Journal of Applied Meteorology;(United States)*, 32(2). [online] Available from: [http://www.osti.gov/energycitations/product.biblio.jsp?osti\\_id=6883866](http://www.osti.gov/energycitations/product.biblio.jsp?osti_id=6883866) (Accessed 27 November 2012)
- Smith, R. L., and H. A. Schreiber (1974), Point Processes of Seasonal Thunderstorm Rainfall 2. Rainfall Depth Probabilities, *Water Resources Research*. [online] Available from: <http://ddr.nal.usda.gov/bitstream/10113/6178/1/CAIN749068818.pdf> (Accessed 27 November 2012)
- Stacy, E. W. (1962), A Generalization of the Gamma Distribution, *The Annals of Mathematical Statistics*, 33(3), 1187–1192.
- Steig, E.J., Morse D.L., Waddington E.D., Stuiver M., Grootes P.M., Mayewski P.A., M.S. Twickler and S.I. Whitlow (2000), Wisconsinan and Holocene climate history from an ice core at Taylor Dome, Western Ross Embayment, Antarctica. *Geografiska Annaler: Series A, Physical Geography*, 82(2-3), 213–235.
- Swift, L. W., and H. T. Schreuder (1981), Fitting Daily Precipitation Amounts Using the SB Distribution, *Monthly Weather Review*, 109(12), 2535–2540, doi:10.1175/1520-0493(1981)109<2535:FDPAUT>2.0.CO;2.
- Tadikamalla, P. R. (1980), A Look at the Burr and Related Distributions, *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 48(3), 337–344.
- Tavares, L. V., and J. E. Da Silva (1983), Partial duration series method revisited, *Journal of Hydrology*, 64(1–4), 1–14, doi:10.1016/0022-1694(83)90056-2.
- Todorovic, P., and D. A. Woolhiser (1975), A stochastic model of n-day precipitation., *Journal of Applied Meteorology*, 14, 17–24.

- Tsallis, C. (1988), Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics, *Journal of Statistical Physics*, 52(1), 479–487, doi:10.1007/BF01016429.
- Vogel, R. M., and N. M. Fennessey (1993), L moment diagrams should replace product moment diagrams, *Water Resources Research*, 29(6), 1745–1752.
- Xoplaki, E., J. F. González-Rouco, J. Luterbacher, and H. Wanner (2004), Wet season Mediterranean precipitation variability: influence of large-scale dynamics and trends, *Climate Dynamics*, 23, 63-78.
- Wilks, D. S. (1998), Multisite generalization of a daily stochastic precipitation generation model, *Journal of Hydrology*, 210(1-4), 178–191, doi:10.1016/S0022-1694(98)00186-3.
- Wilks, D. S. (1999), Simultaneous stochastic simulation of daily precipitation, temperature and solar radiation at multiple sites in complex terrain, *Agricultural and Forest Meteorology*, 96(1–3), 85–101, doi:10.1016/S0168-1923(99)00037-4.
- Wilson, P. S., and R. Toumi (2005), A fundamental probability distribution for heavy rainfall, *Geophysical Research Letters*, 32(14), L14812.
- Woolhiser, D., and J. Roldán (1982), Stochastic daily precipitation models: 2. a comparison of distributions of amounts., *Water resources research*, 18(5), 1461–1468.
- Zhai, Y., Y. Guo, J. Zhou, N. Guo, J. Wang, and Y. Teng (2014), The spatio-temporal variability of annual precipitation and its local impact factors during 1724–2010 in Beijing, China, *Hydrological Processes*, 28, 2192-2201.

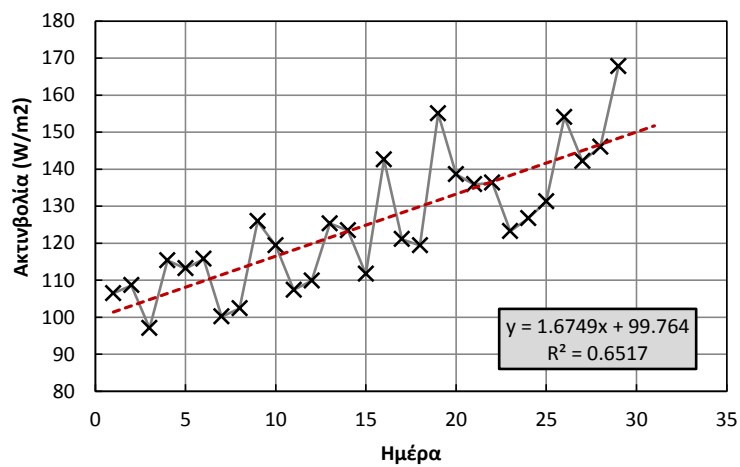
# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

## ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

Γραμμική παλινδρόμηση ανά μήνα

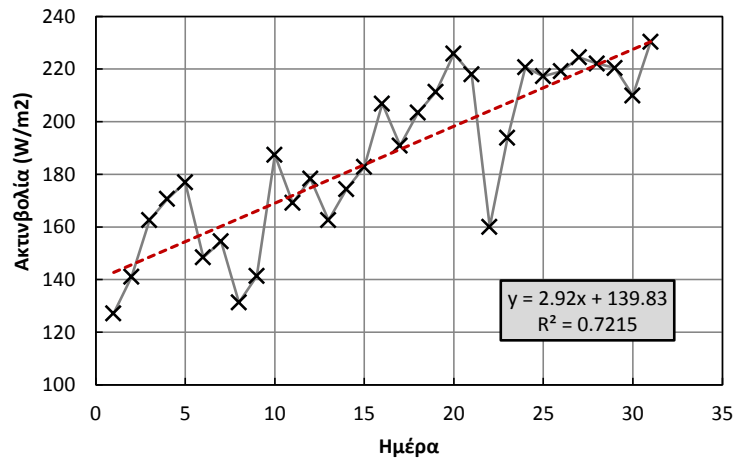


ΣΧΗΜΑ Α.1: Ιανουάριος

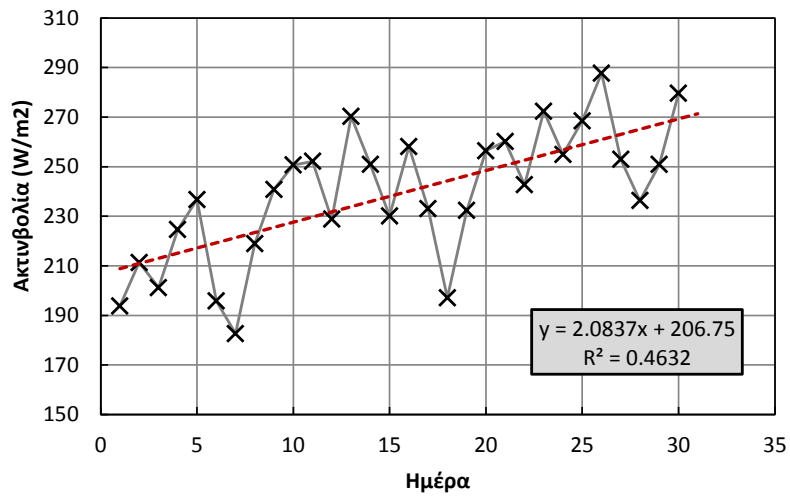


ΣΧΗΜΑ Α.2: Φεβρουάριος

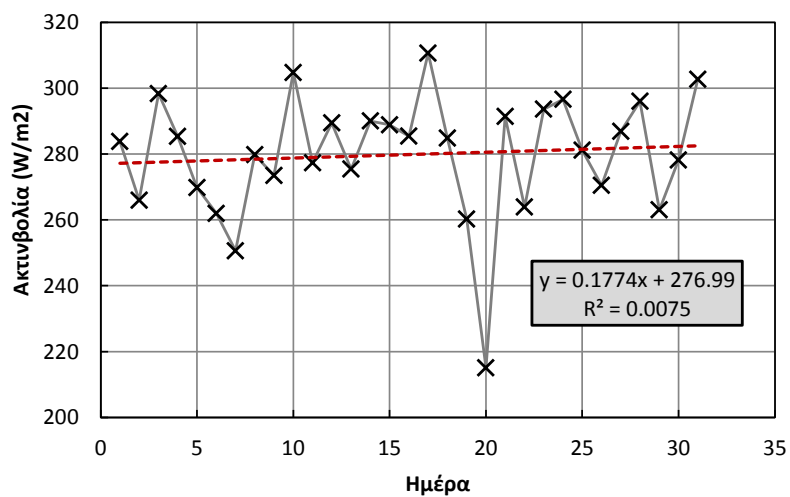




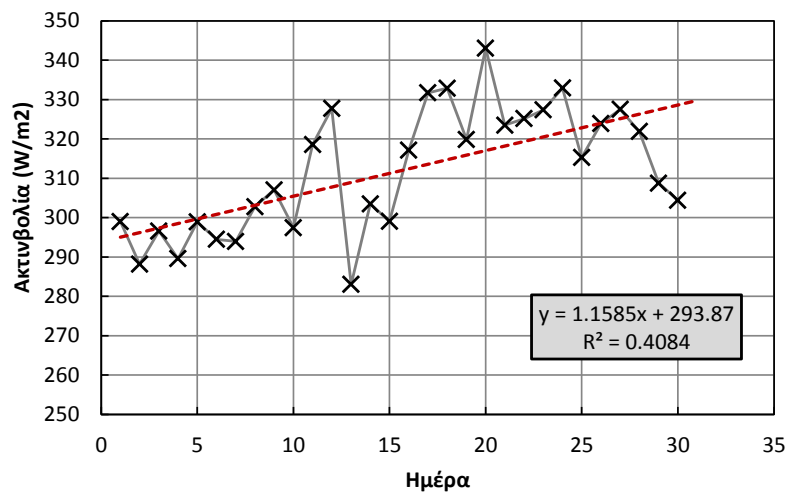
ΣΧΗΜΑ Α.3: Μάρτιος



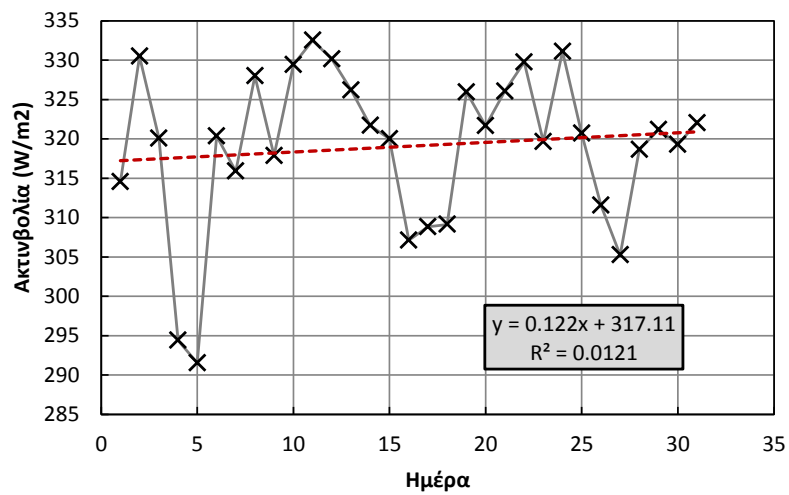
ΣΧΗΜΑ Α.4: Απρίλιος



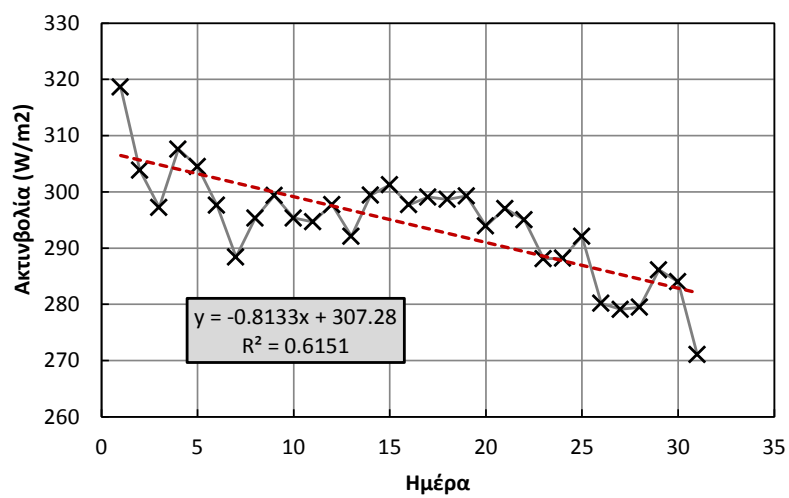
ΣΧΗΜΑ Α.5: Μάιος



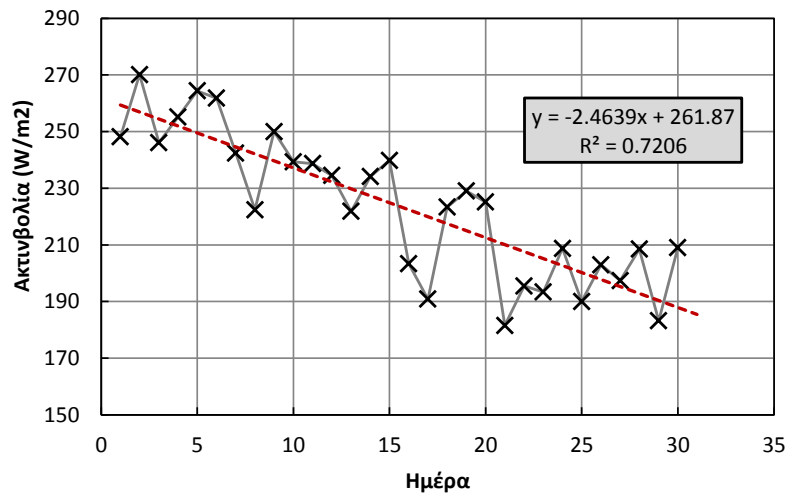
ΣΧΗΜΑ Α.6: Ιούνιος



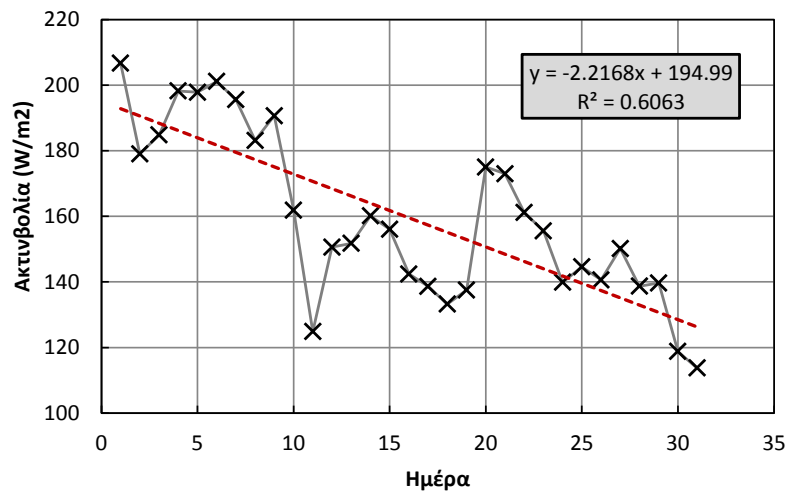
ΣΧΗΜΑ Α.7: Ιούλιος



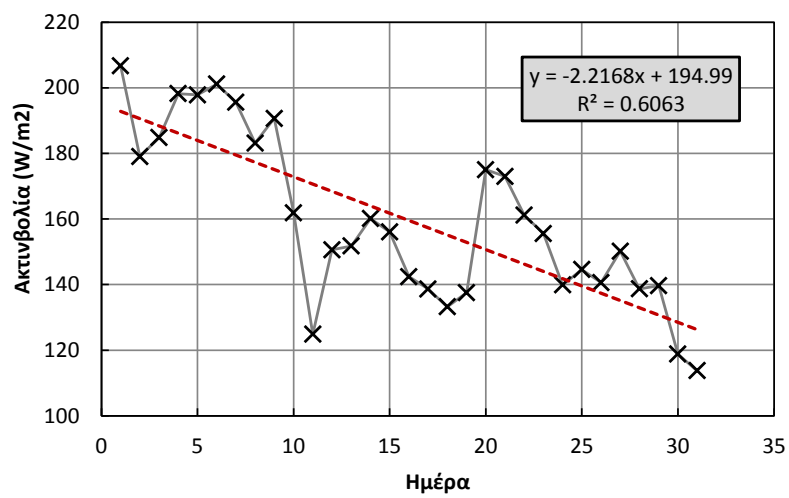
ΣΧΗΜΑ Α.8: Αύγουστος



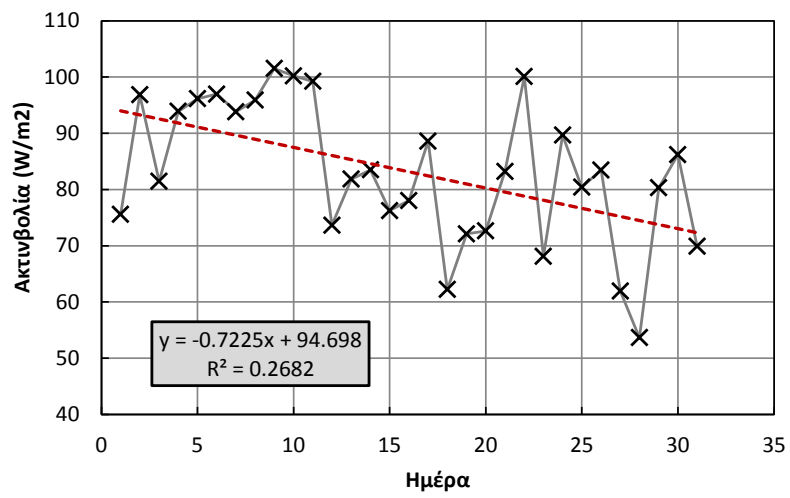
ΣΧΗΜΑ Α.9: Σεπτέμβριος



ΣΧΗΜΑ Α.10: Οκτώβριος

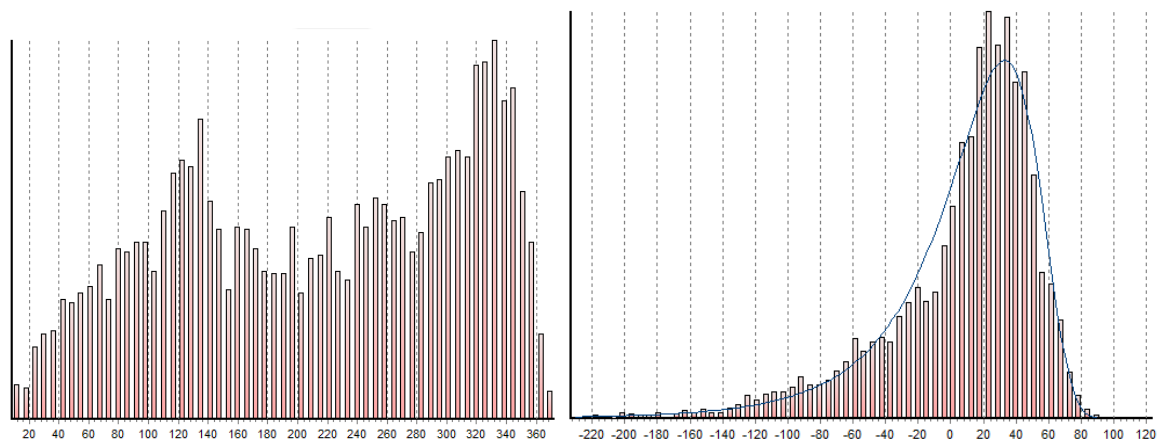


ΣΧΗΜΑ Α.11: Νοέμβριος

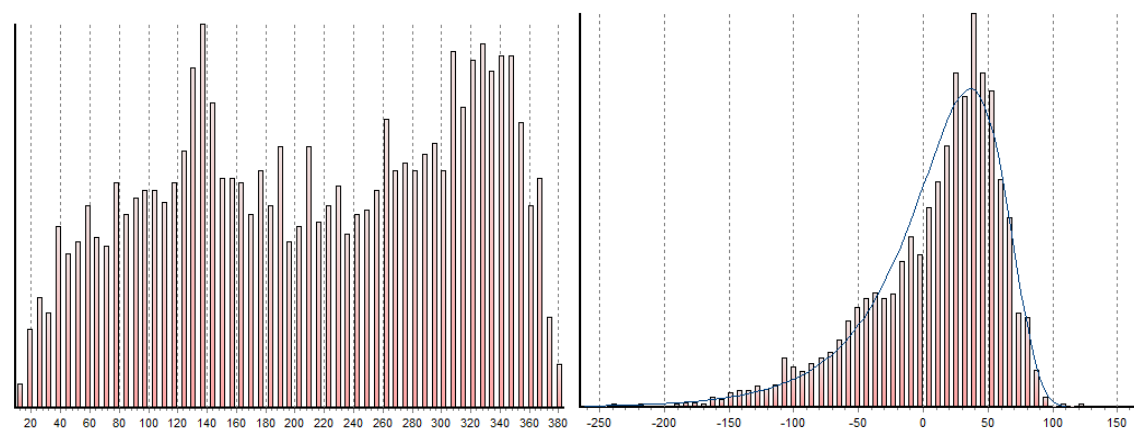


ΣΧΗΜΑ Α.12: Δεκέμβριος

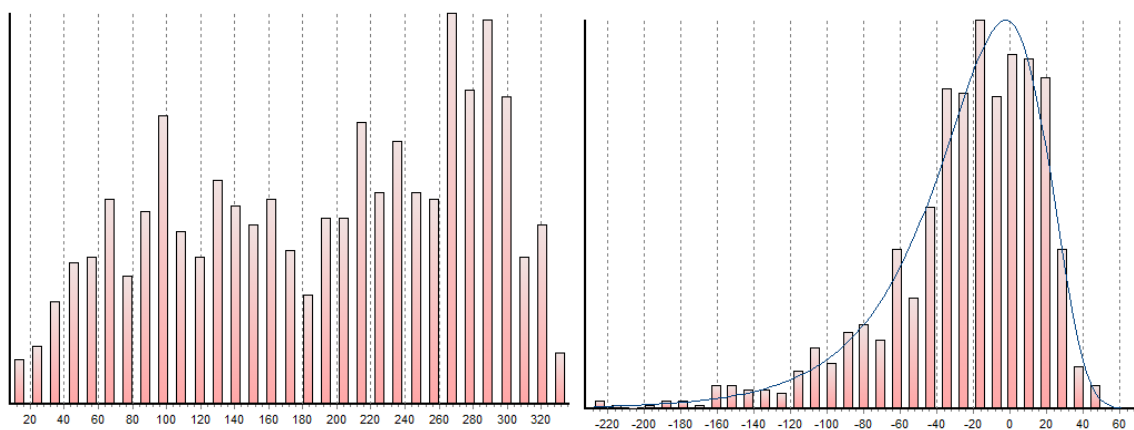
*Περιθώριες κατανομές ημερήσιας ηλιακής ακτινοβολίας ανά σταθμό με και χωρίς εποχικότητα (προσαρμογή κατανομής ΓΑΤ ελαχίστων)*



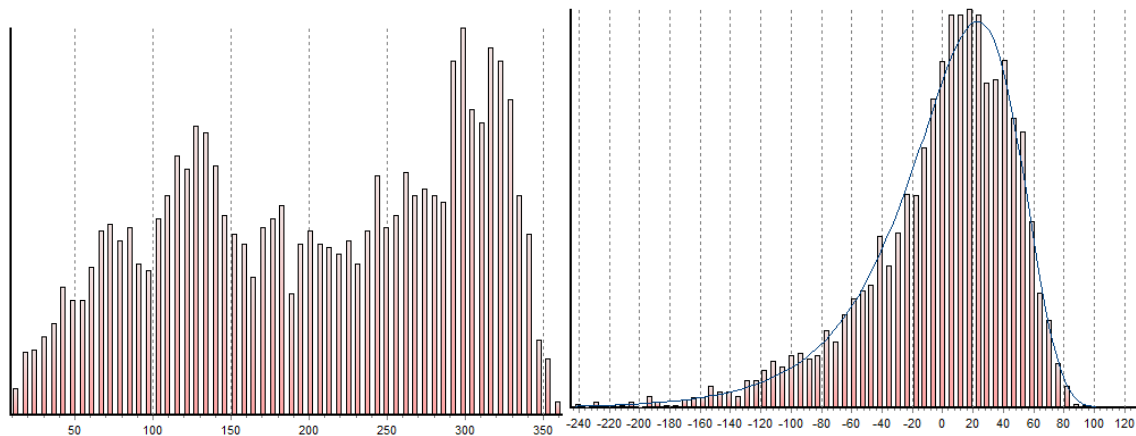
**ΣΧΗΜΑ Α.13:** Άγιος Κοσμάς



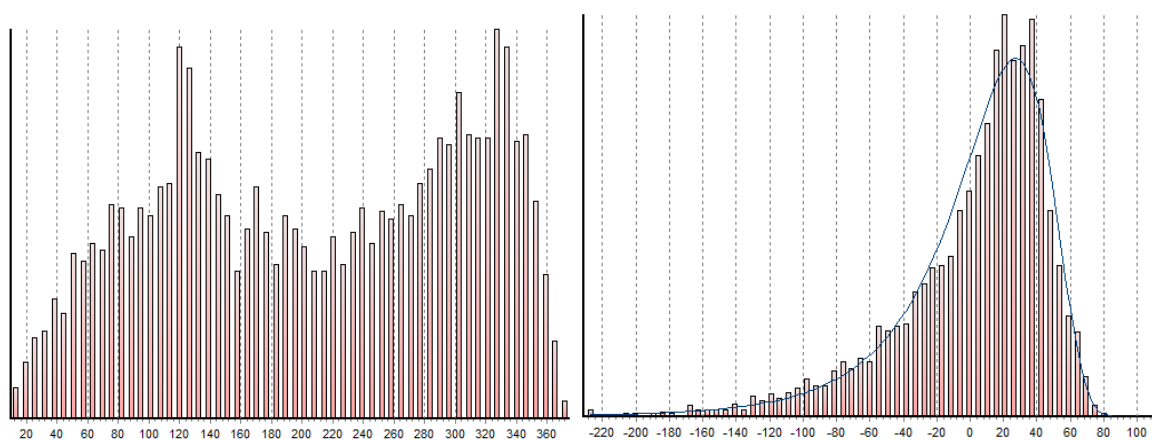
**ΣΧΗΜΑ Α.14:** Άνω Λιόσια



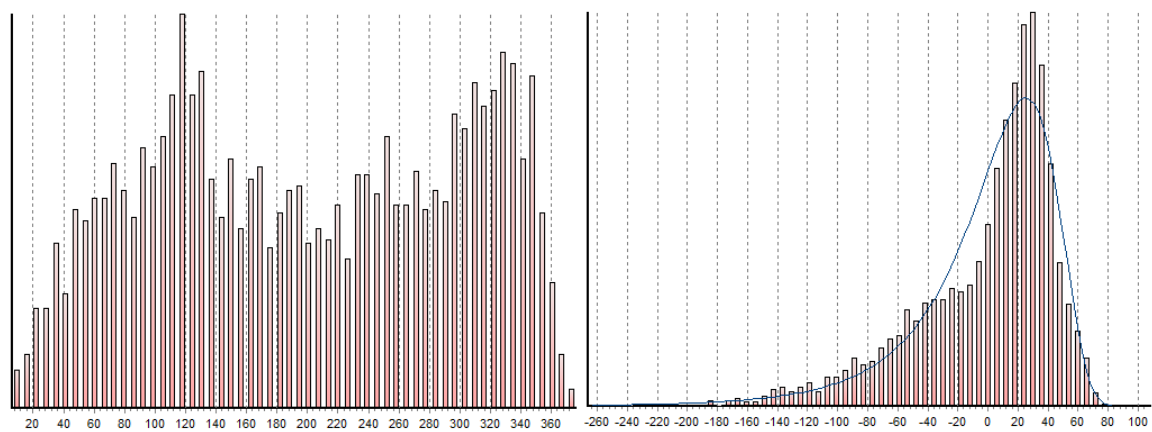
**ΣΧΗΜΑ Α.15:** Άνω Γλυφάδα



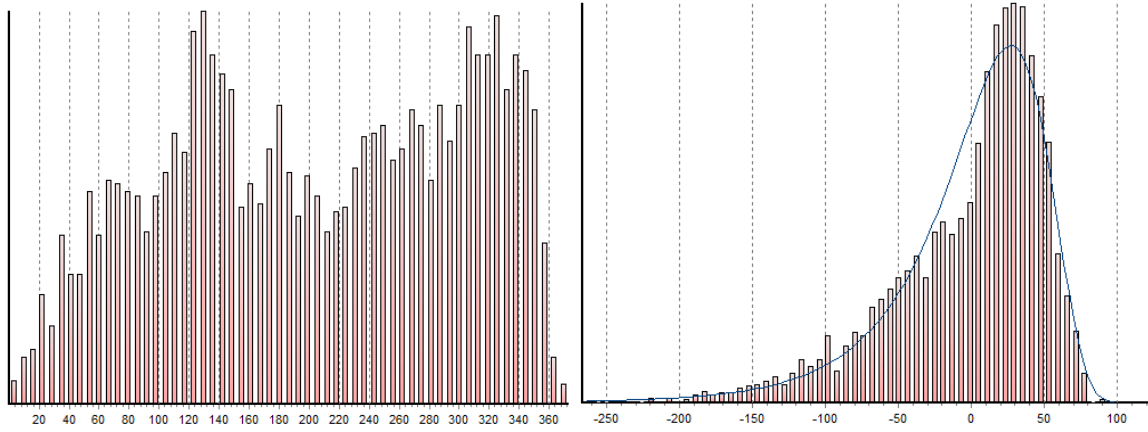
**ΣΧΗΜΑ Α.16:** Γαλάτσι



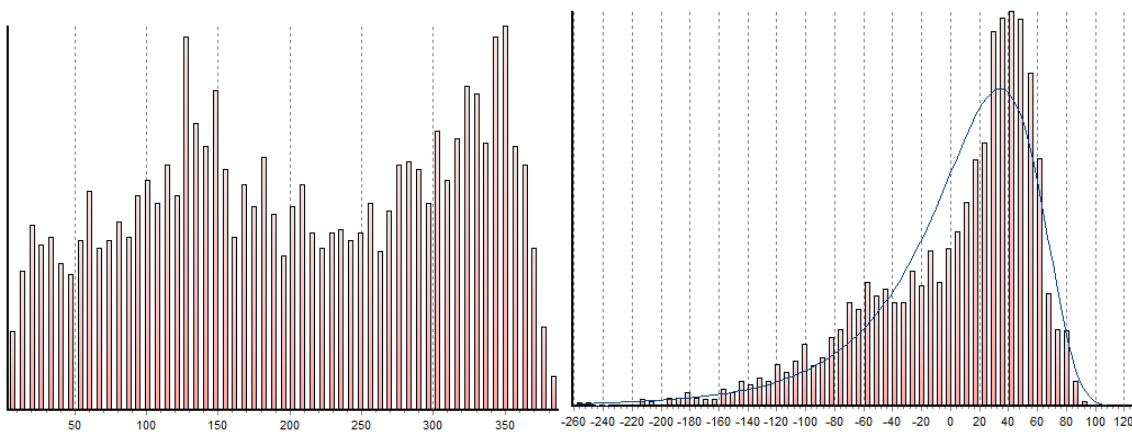
**ΣΧΗΜΑ Α.17:** Ηλιούπολη



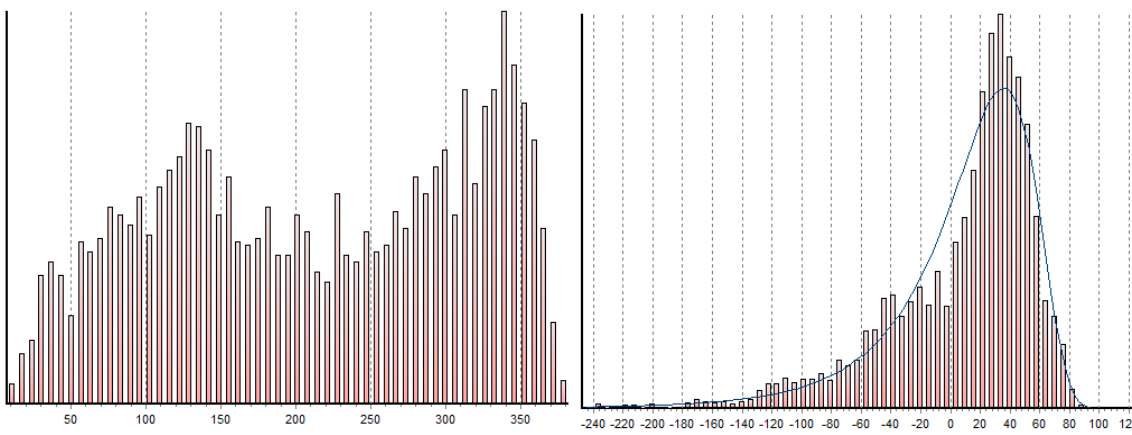
**ΣΧΗΜΑ Α.18:** Μάνδρα



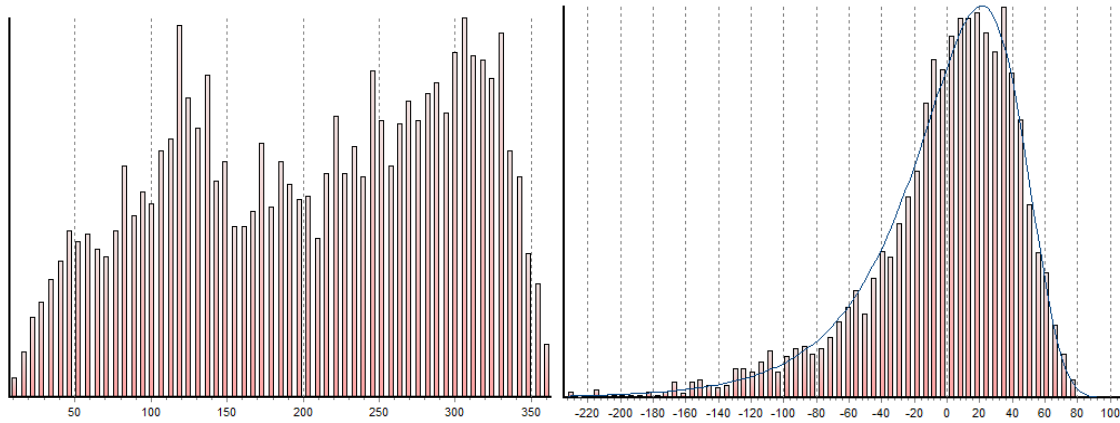
**ΣΧΗΜΑ Α.19:** Μενίδι



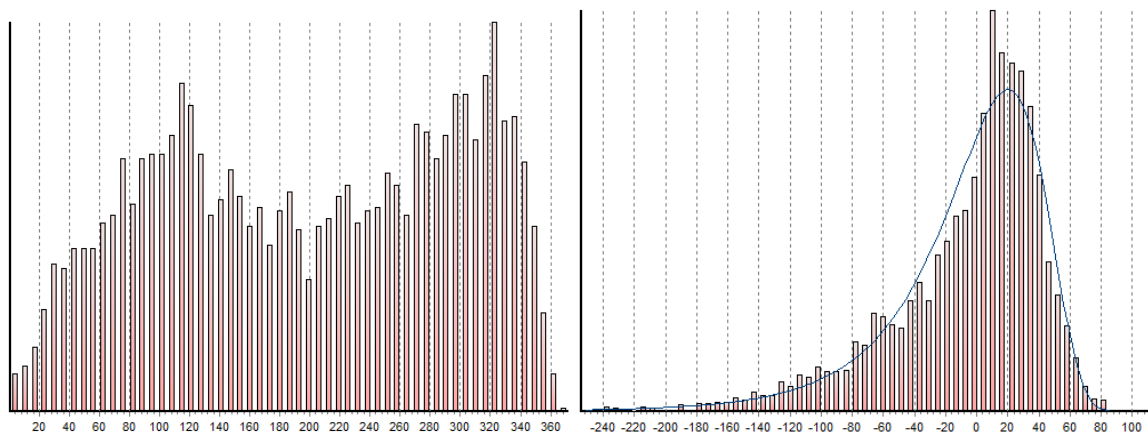
**ΣΧΗΜΑ Α.20:** Πεντέλη



**ΣΧΗΜΑ Α.21:** Πικέρμι



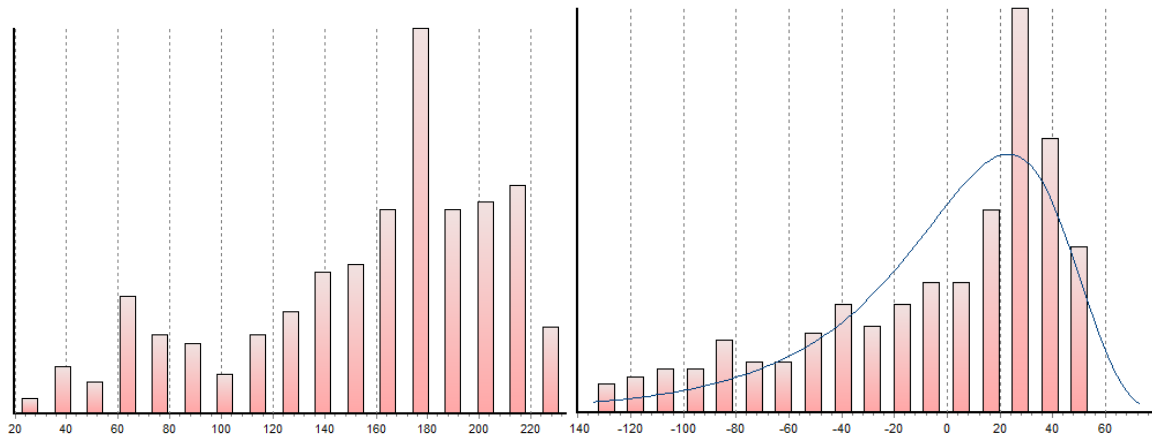
**ΣΧΗΜΑ Α.22:** Ψυτάλλεια



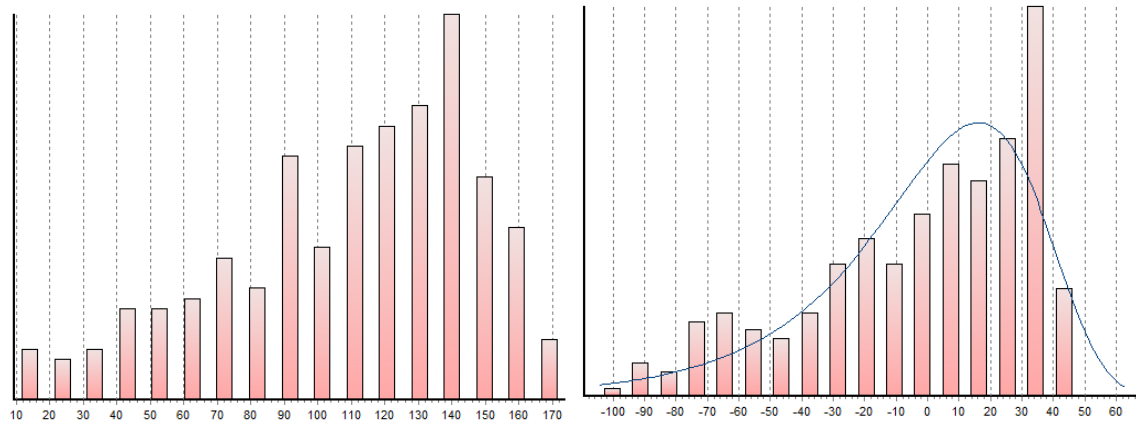
**ΣΧΗΜΑ Α.23:** Ζωγράφου (Γ)



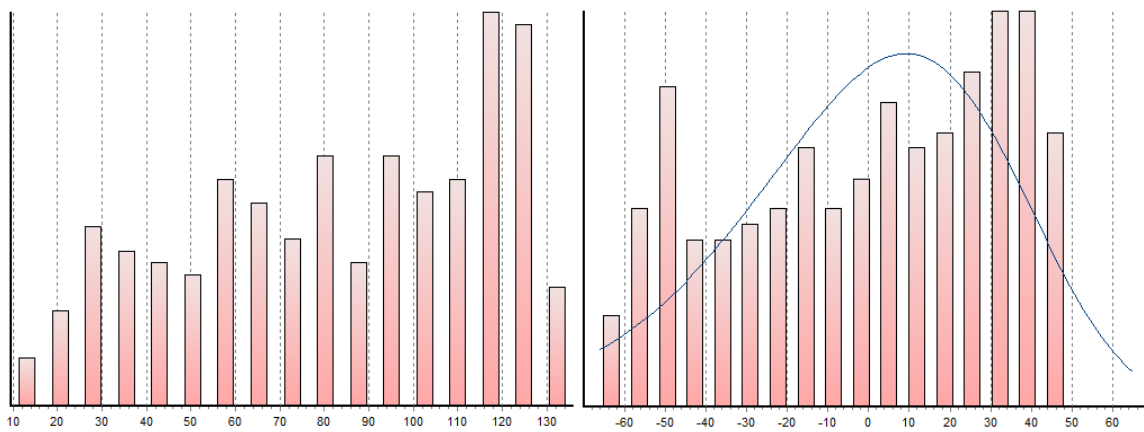
*Περιθώριες κατανομές ημερήσιας ηλιακής ακτινοβολίας ανά μήνα*



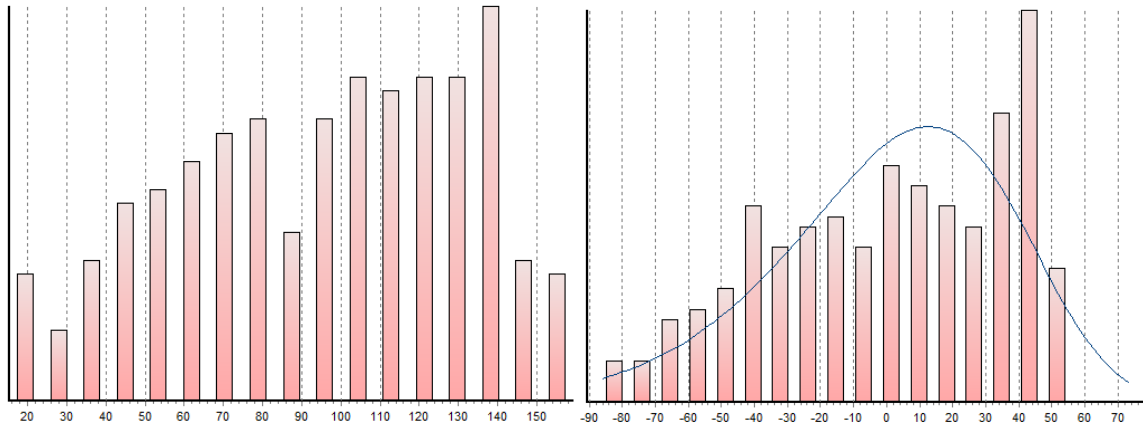
**ΣΧΗΜΑ Α.24:** Οκτώβριος



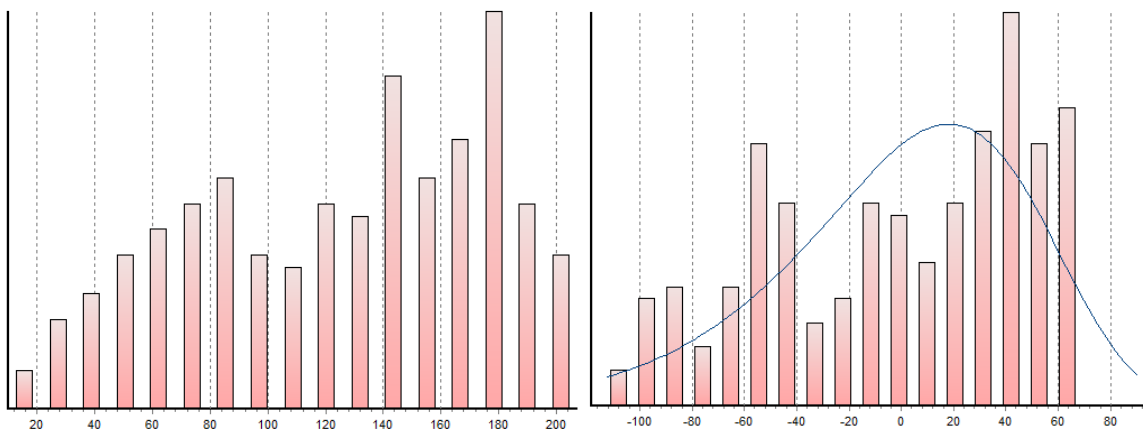
**ΣΧΗΜΑ Α.25:** Νοέμβριος



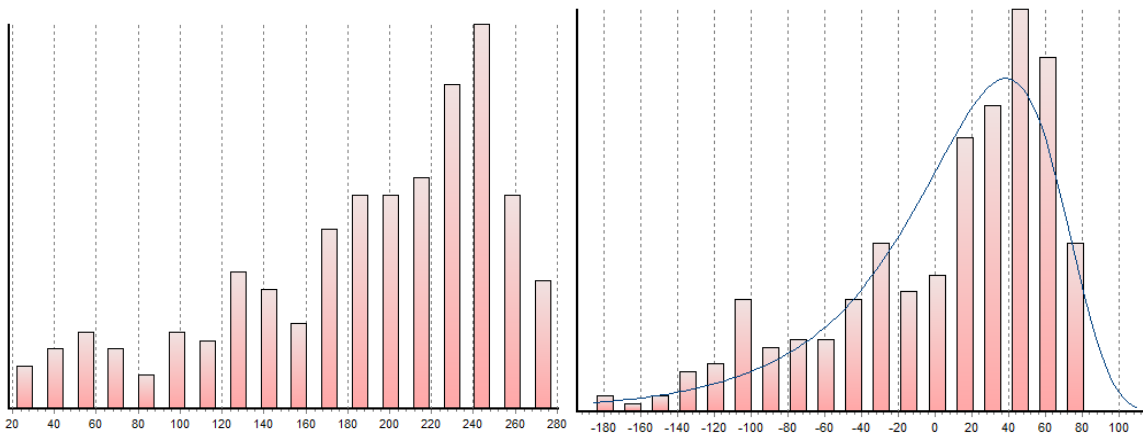
**ΣΧΗΜΑ Α.26:** Δεκέμβριος



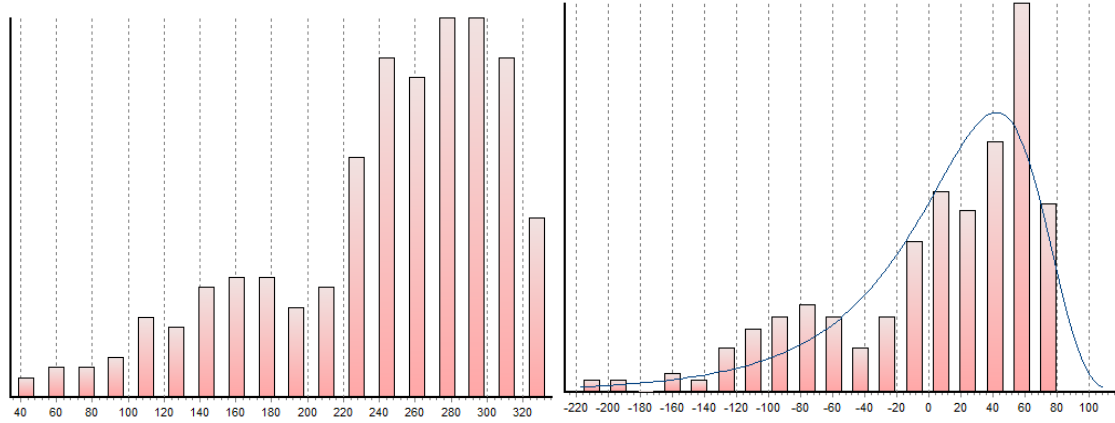
**ΣΧΗΜΑ Α.27:** Ιανουάριος



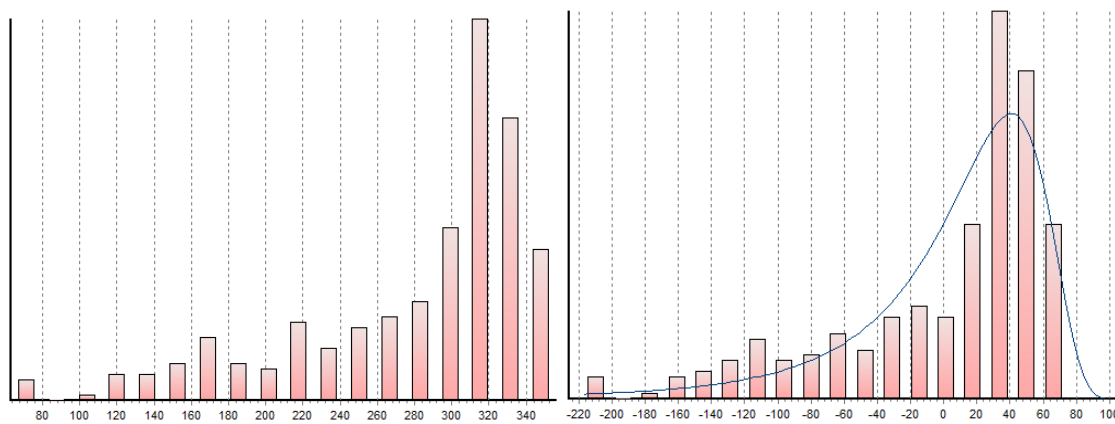
**ΣΧΗΜΑ Α.28:** Φεβρουάριος



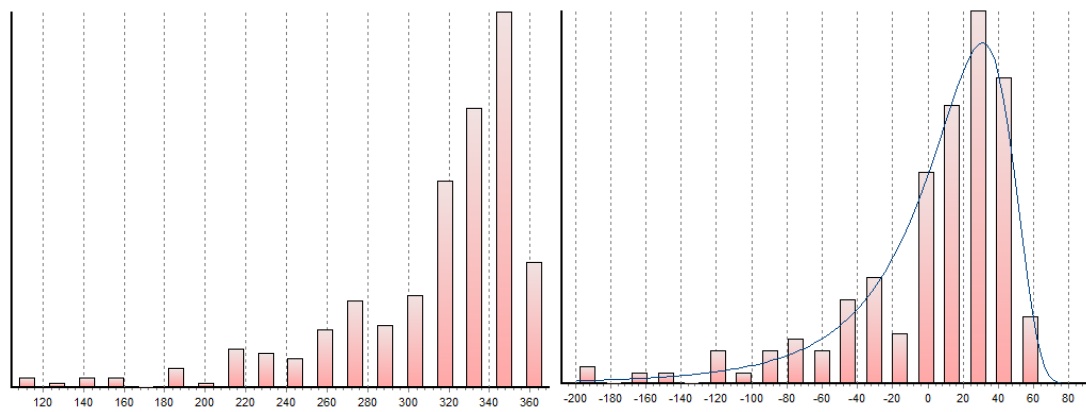
**ΣΧΗΜΑ Α.29:** Μάρτιος



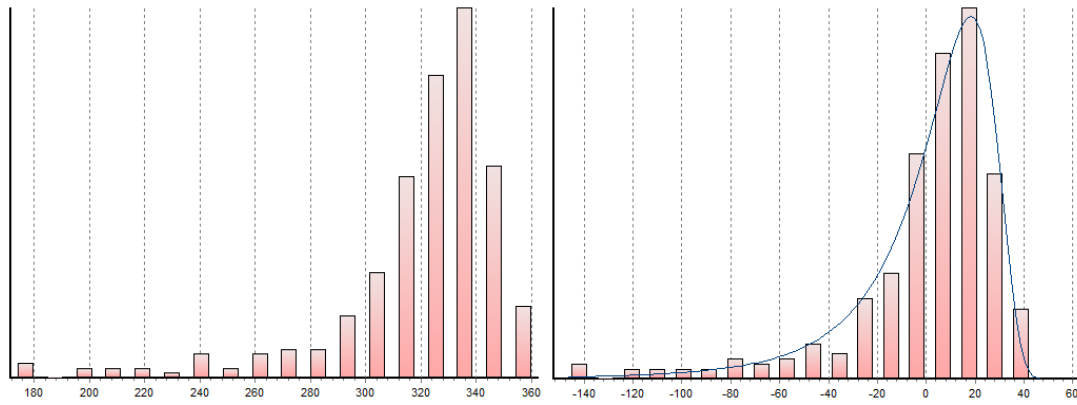
**ΣΧΗΜΑ Α.30:** Απρίλιος



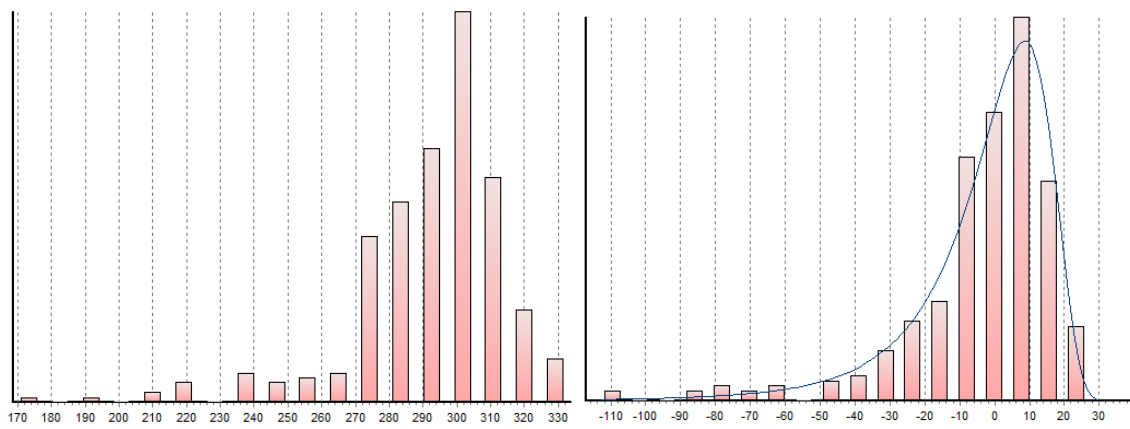
**ΣΧΗΜΑ Α.31:** Μάιος



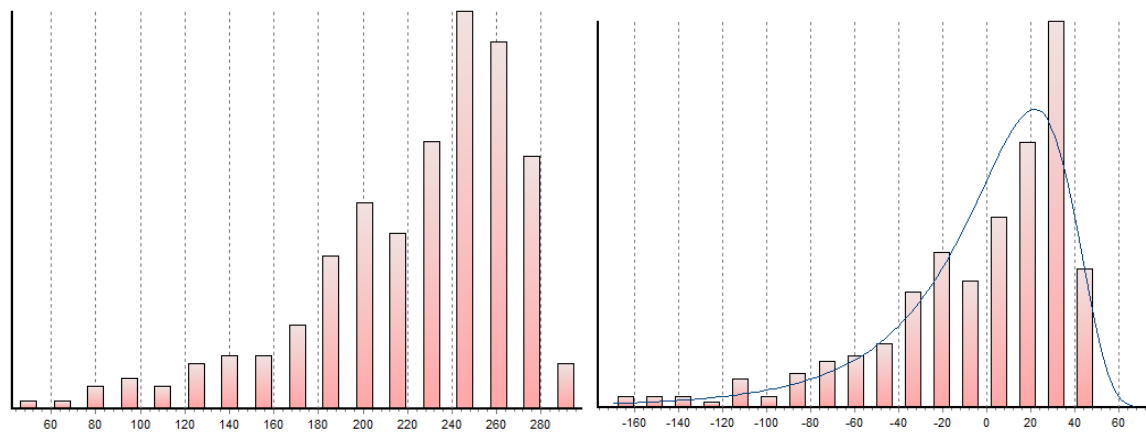
**ΣΧΗΜΑ Α.32:** Ιούνιος



**ΣΧΗΜΑ Α.33:** Ιούλιος

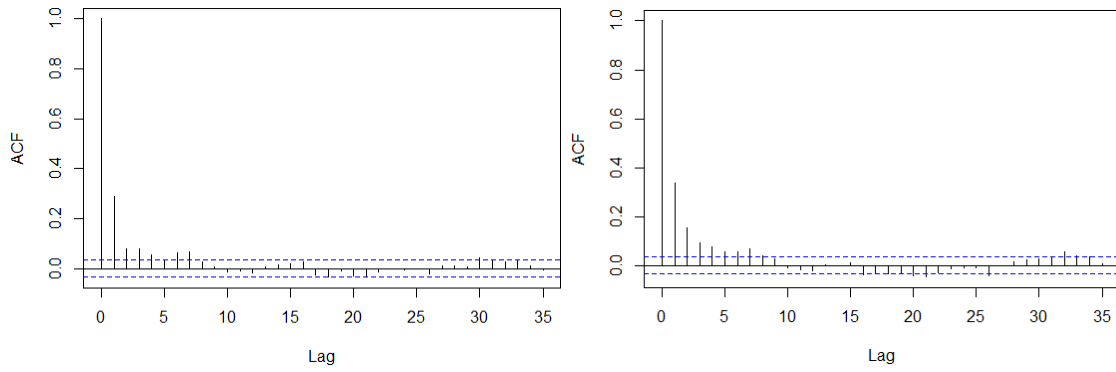


**ΣΧΗΜΑ Α.34:** Αύγουστος

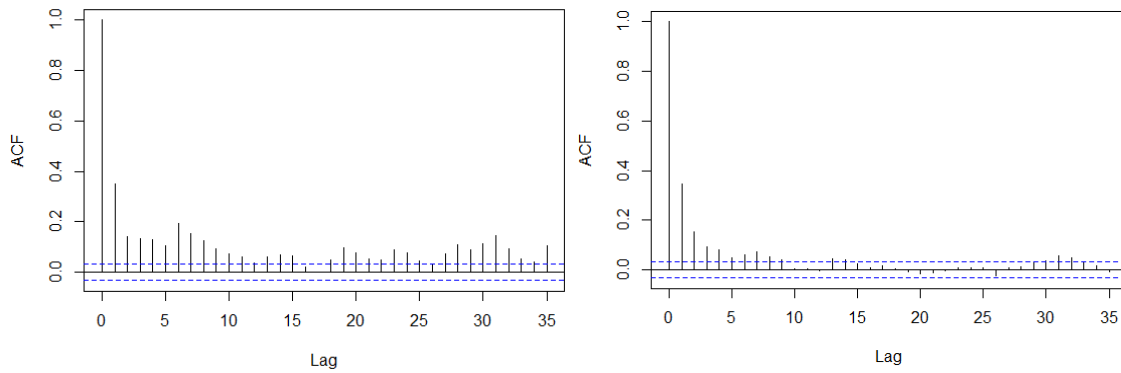


**ΣΧΗΜΑ Α.35:** Σεπτέμβριος

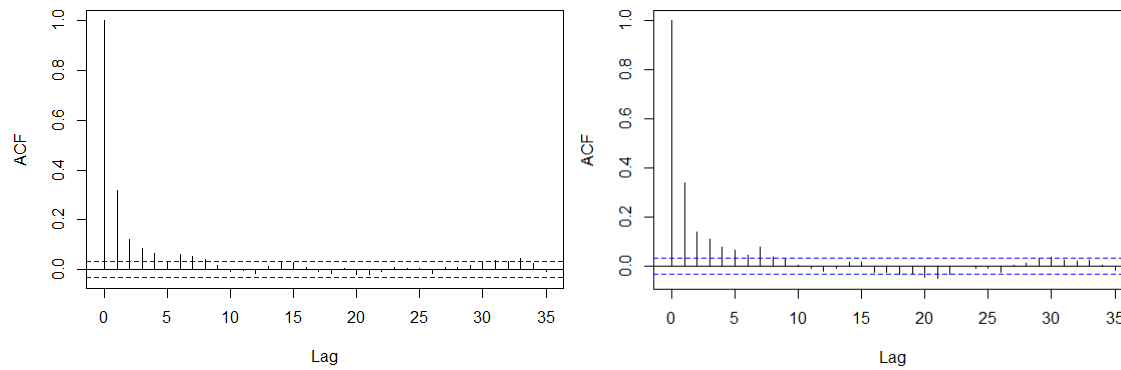
**Δομή αυτοσυσχέτισης ανά σταθμό**



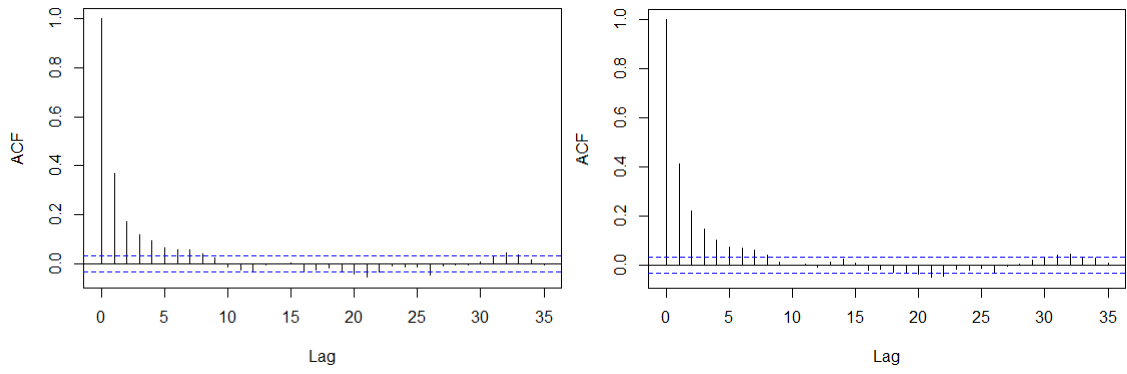
**ΣΧΗΜΑ Α.36:** Άγιος Κοσμάς – Άνω Λιόσια



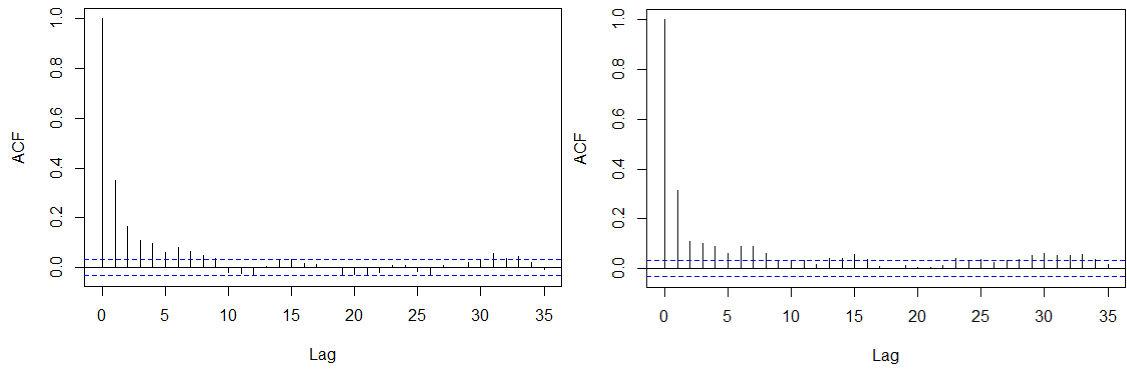
**ΣΧΗΜΑ Α.37:** Άνω Γλυφάδα – Γαλάτσι



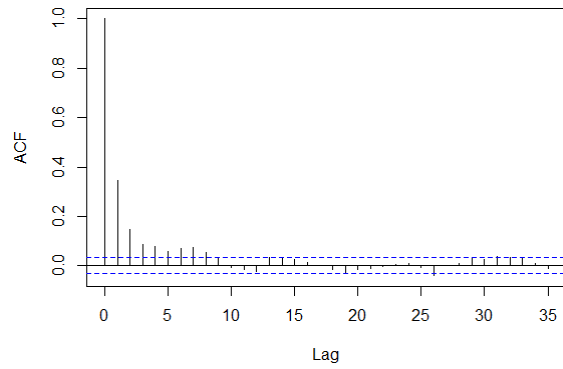
**ΣΧΗΜΑ Α.38:** Ηλιούπολη – Μάνδρα



**ΣΧΗΜΑ Α.39:** Μενίδι - Πεντέλη

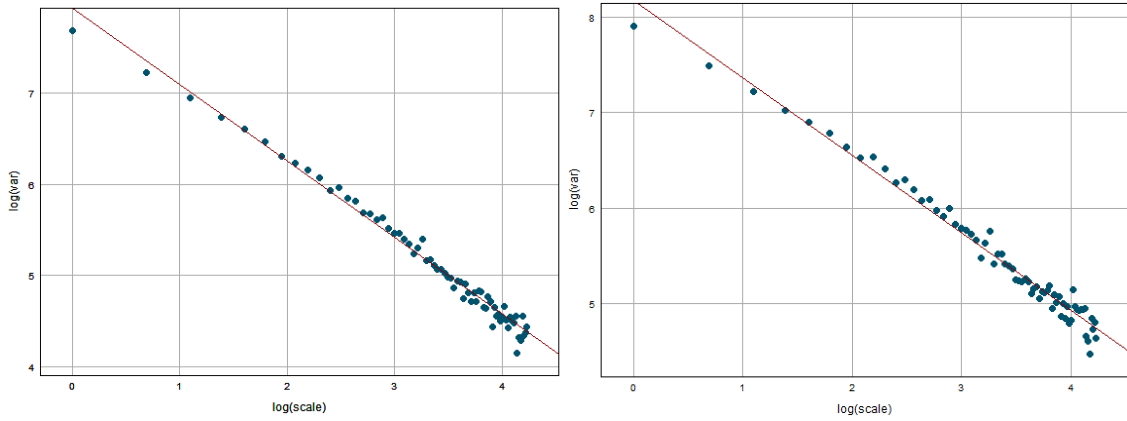


**ΣΧΗΜΑ Α.40:** Πικέρμι - Ψυτάλλεια

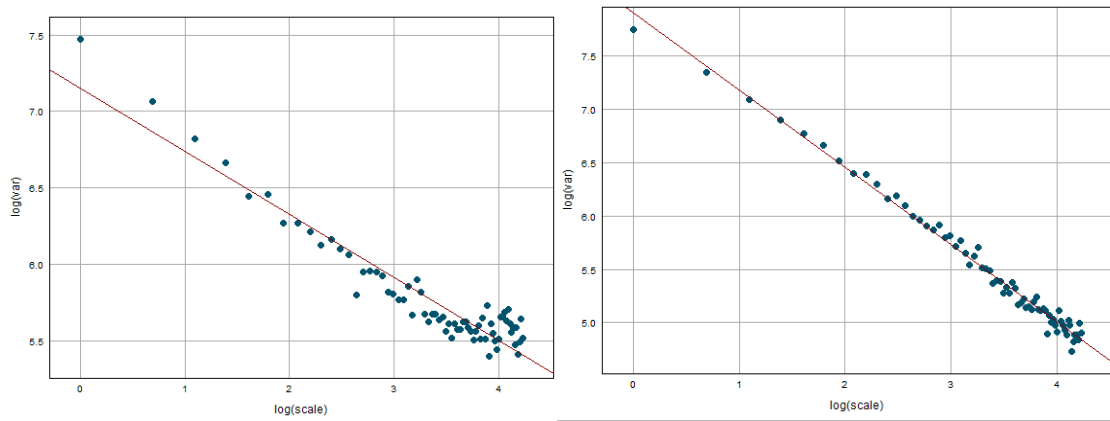


**ΣΧΗΜΑ Α.41:** Ζωγράφου (Γ)

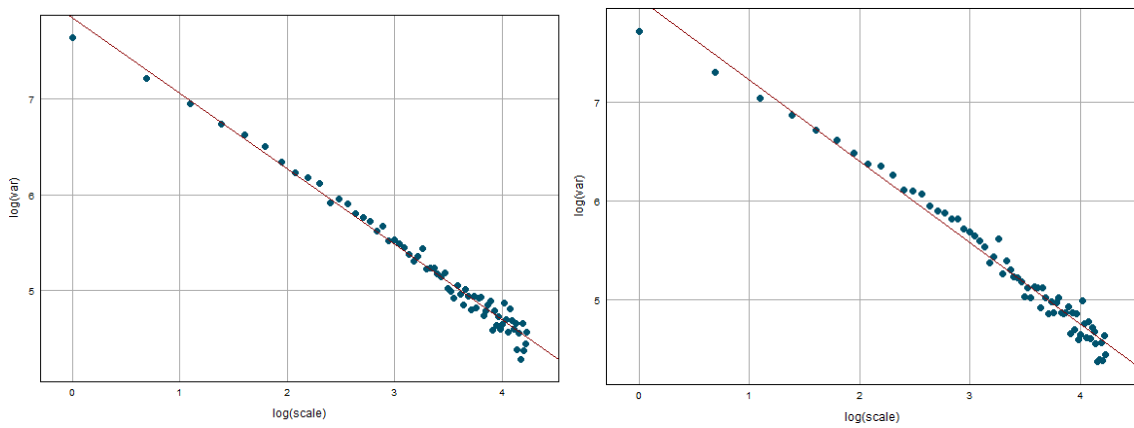
### Κλιμακόγραμμα ανά σταθμό



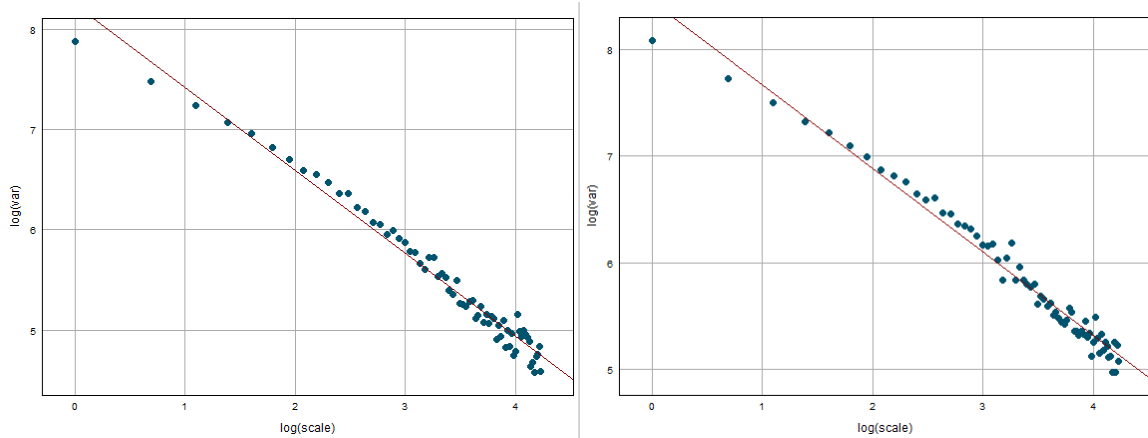
ΣΧΗΜΑ Α.42: Άγιος Κοσμάς - Άνω Λιόσια



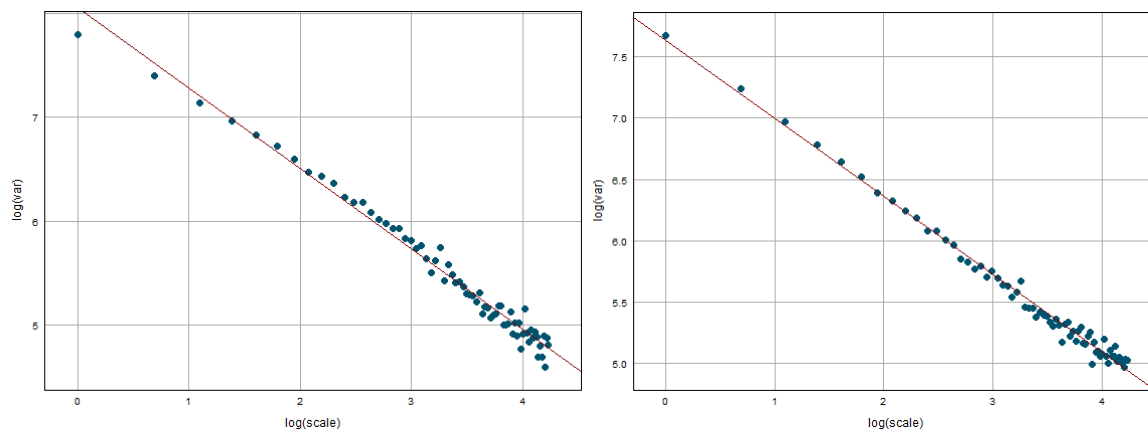
ΣΧΗΜΑ Α.43: Άνω Γλυφάδα - Γαλάτσι



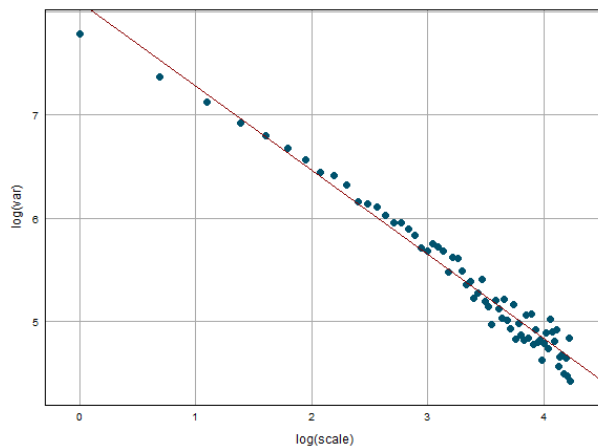
ΣΧΗΜΑ Α.44: Ηλιούπολη - Μάνδρα



**ΣΧΗΜΑ Α.45:** Μενίδι - Πεντέλη



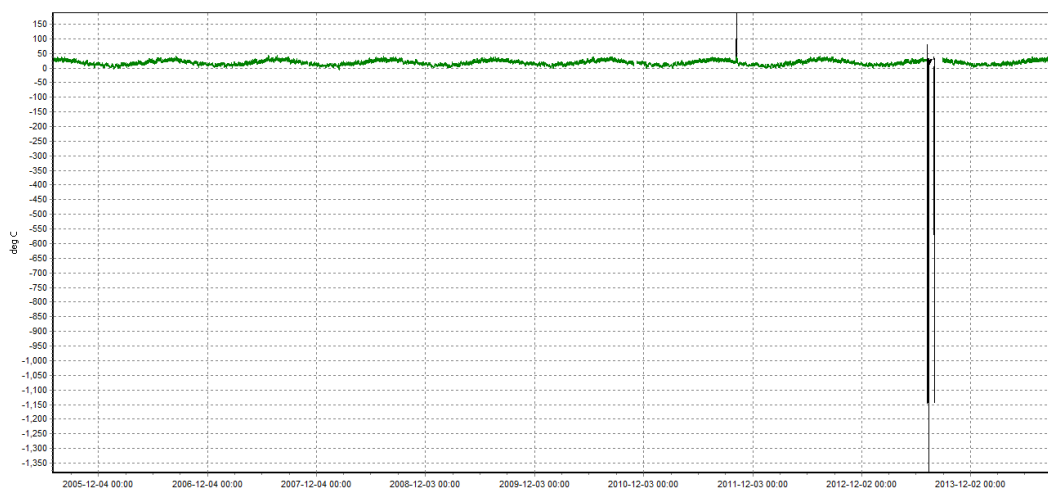
**ΣΧΗΜΑ Α.46:** Πικέρμι - Ψυτάλλεια



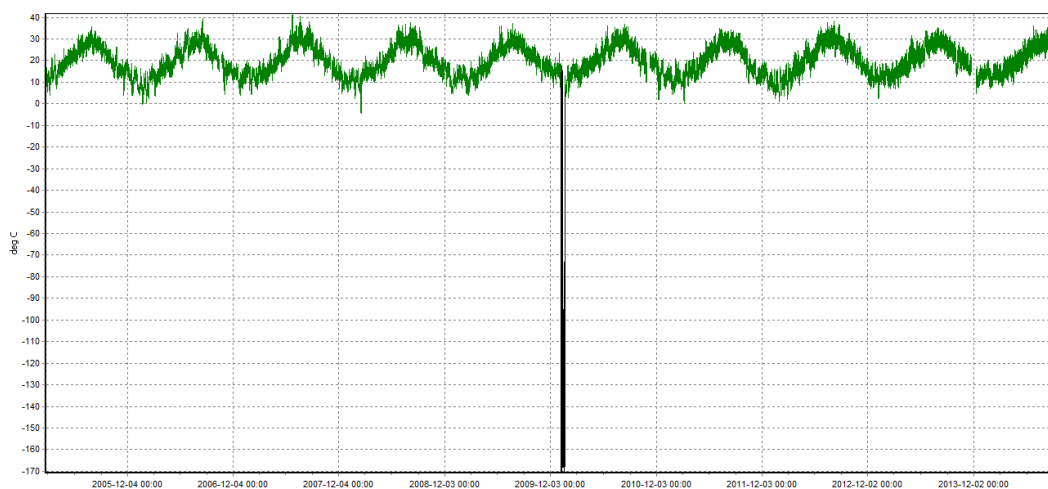
**ΣΧΗΜΑ Α.47:** Ζωγράφου (Γ)

Από το ΣΧΗΜΑ Α.48 έως ΣΧΗΜΑ Α.78 παρουσιάζονται οι πρωτογενείς και διορθωμένες χρονοσειρές μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας από τους σταθμούς των δικτύων ΥΠΑ και openmeteo.org.

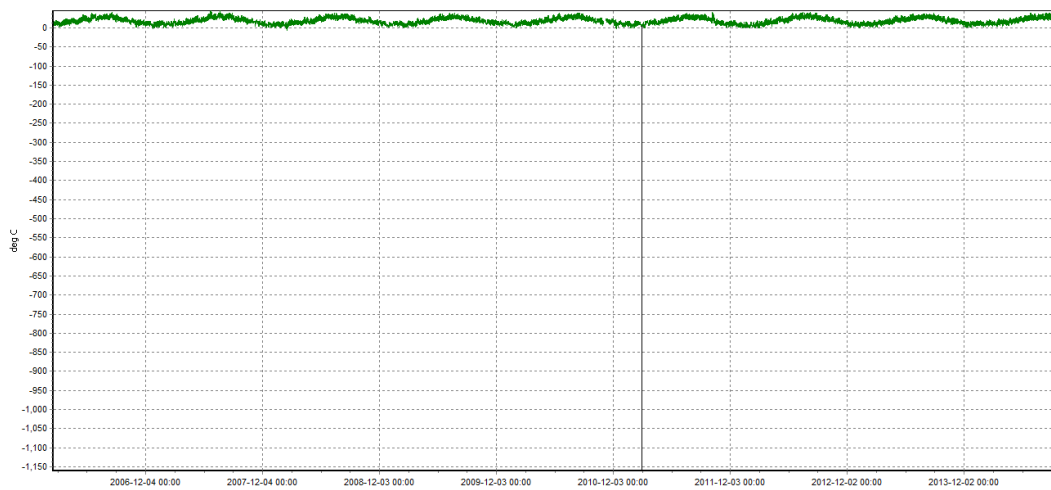




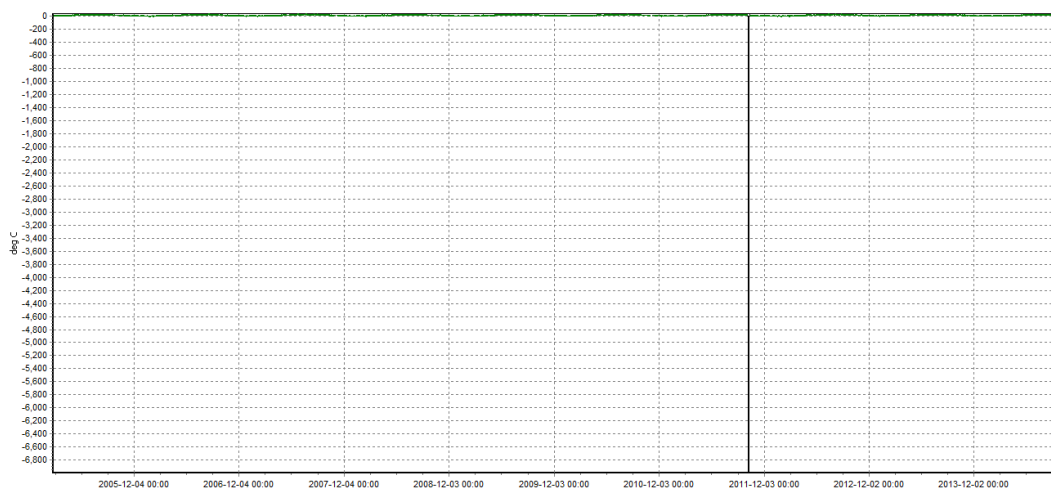
**ΣΧΗΜΑ Α.48:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Μάνδρας (1) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



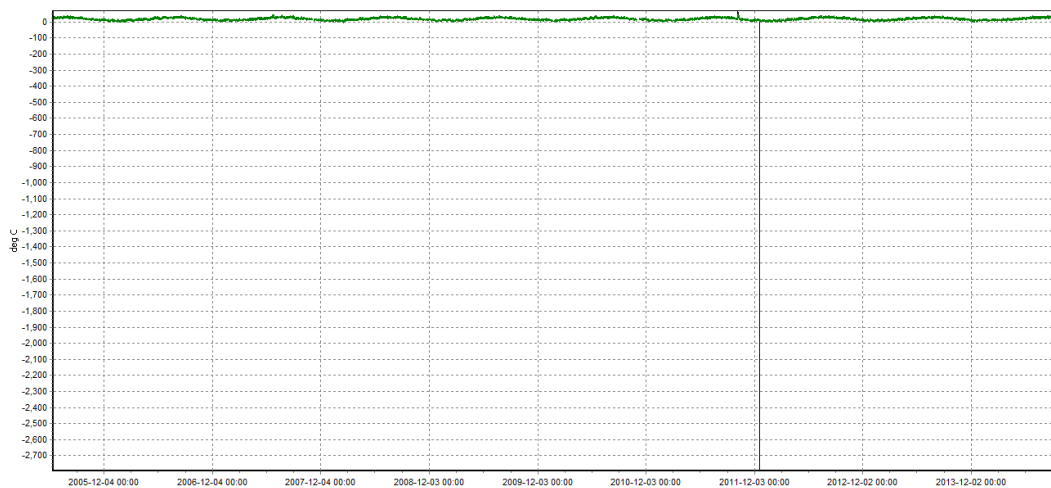
**ΣΧΗΜΑ Α.49:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ψυτάλλειας (2) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



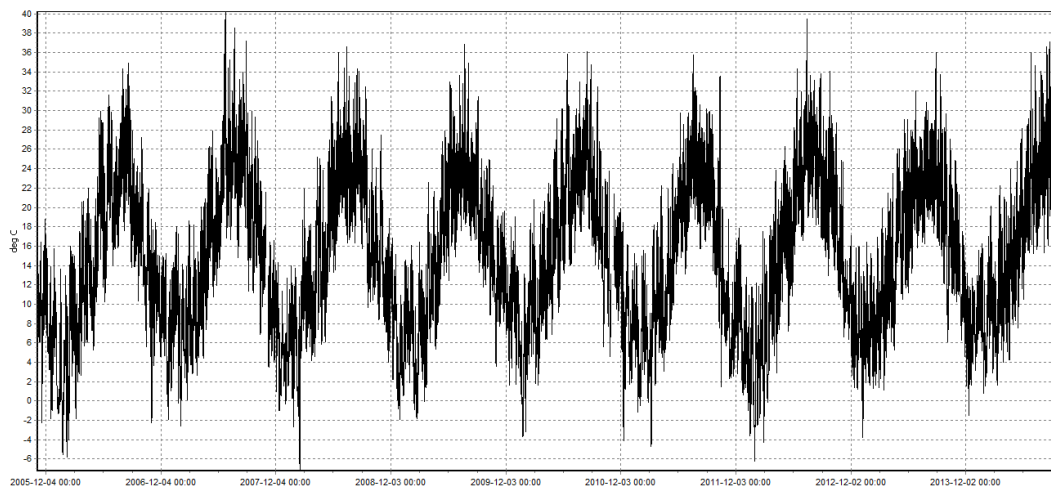
**ΣΧΗΜΑ Α.50:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Λιοσίων (3) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



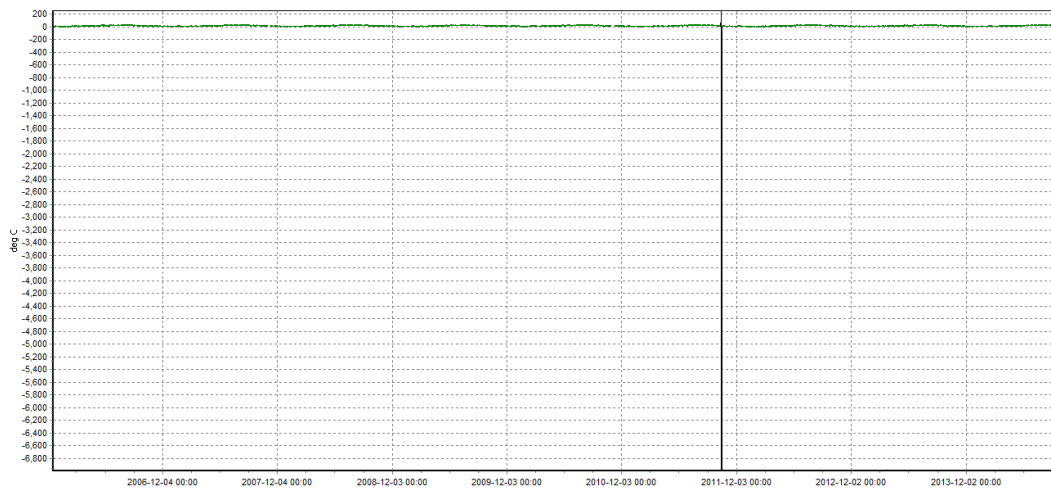
**ΣΧΗΜΑ Α.51:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Μενιδίου (4) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



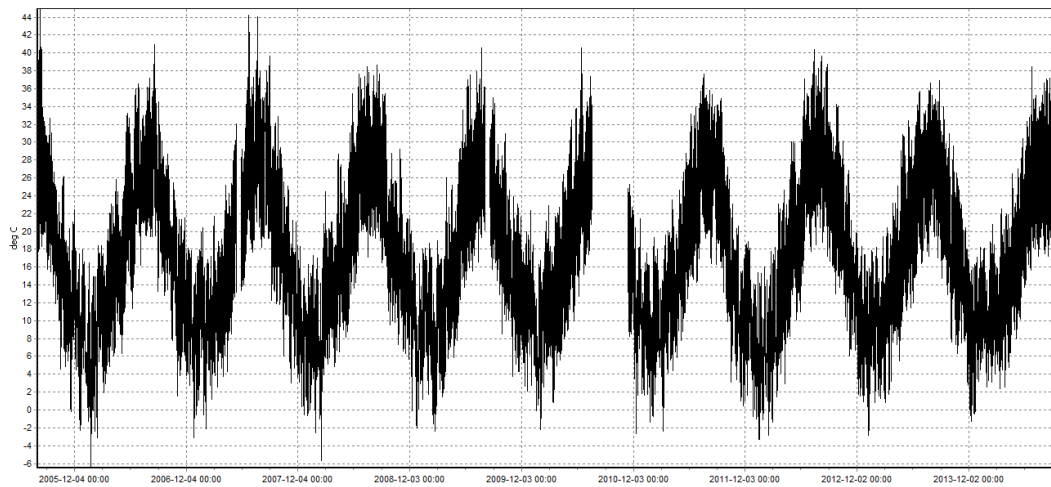
**ΣΧΗΜΑ Α.52:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Γαλατσίου (5) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



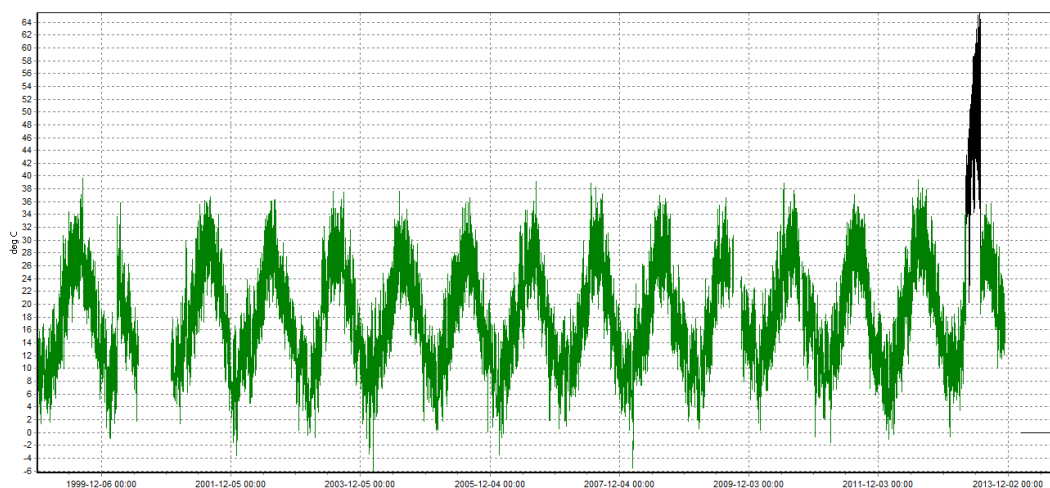
**ΣΧΗΜΑ Α.53:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Πεντέλης (6). Από τον έλεγχο για τον εντοπισμό σφαλμάτων δεν προέκυψαν διορθώσεις.



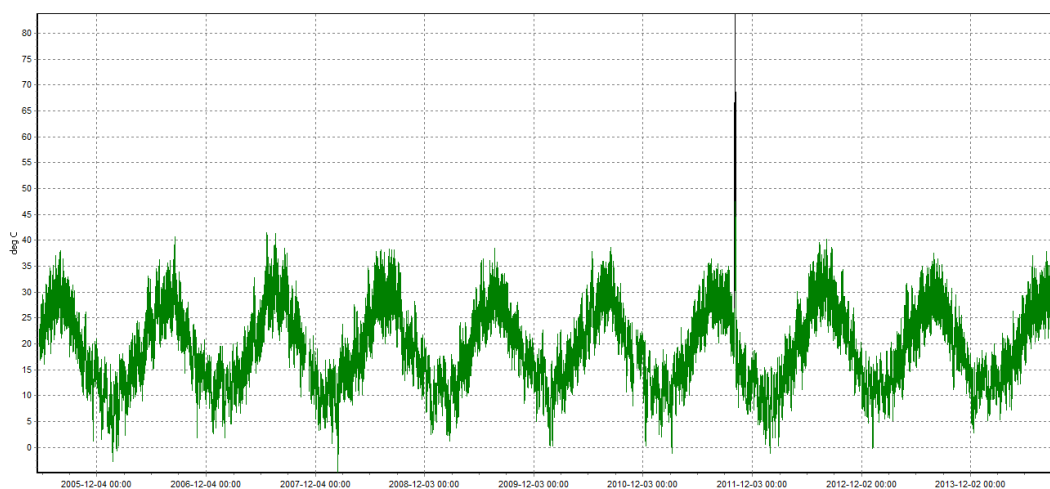
**ΣΧΗΜΑ Α.54:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Πικερμίου (7) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



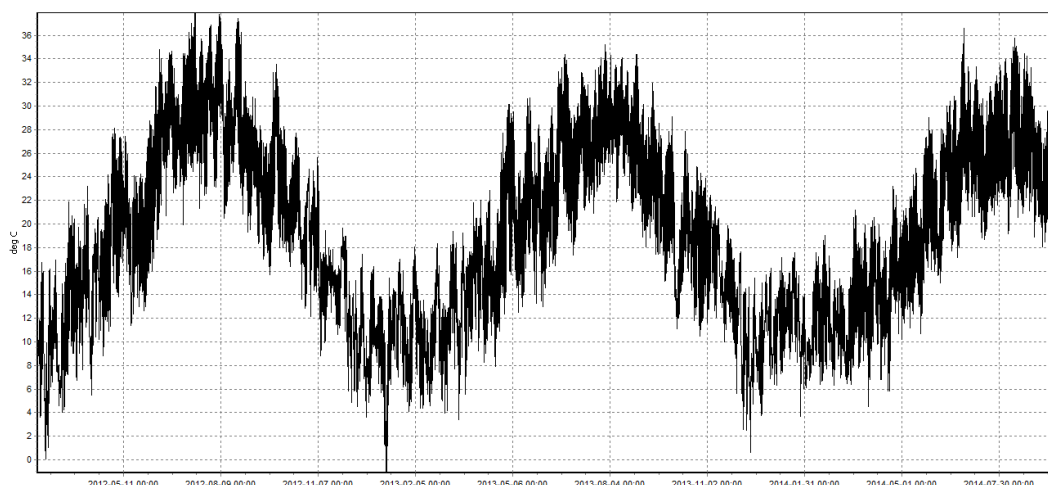
**ΣΧΗΜΑ Α.55:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου (8). Από τον έλεγχο για τον εντοπισμό σφαλμάτων δεν προέκυψαν διορθώσεις.



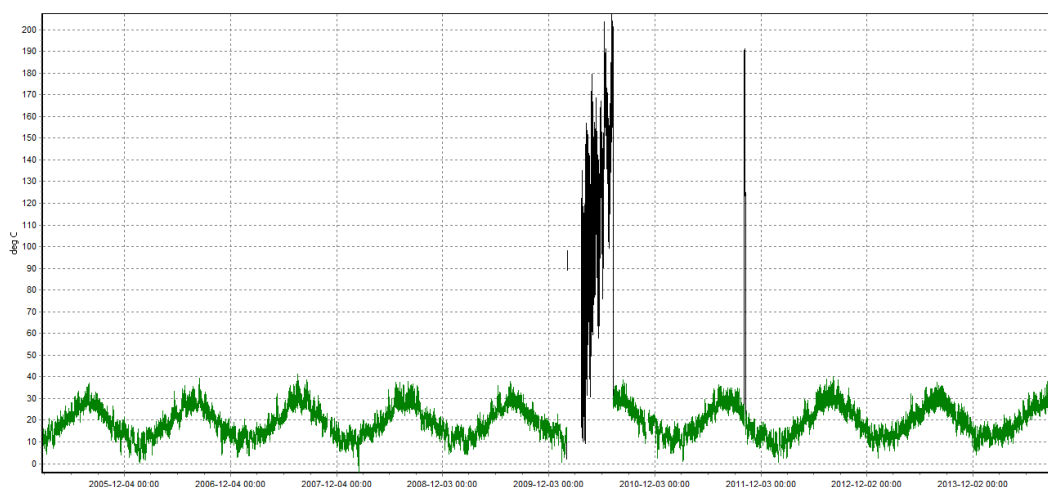
**ΣΧΗΜΑ Α.56:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου-B (9) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.



**ΣΧΗΜΑ Α.57:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Ηλιούπολης (10) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.

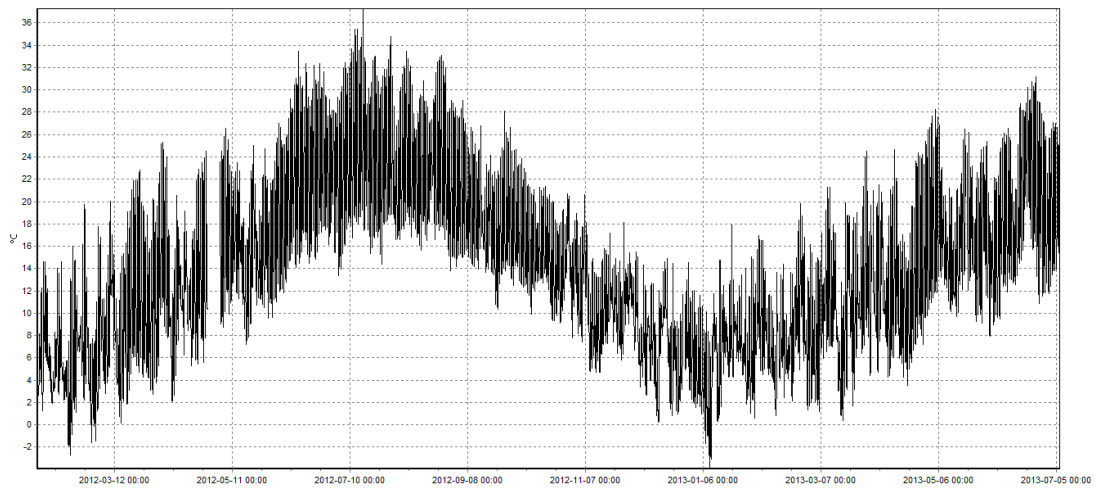


**ΣΧΗΜΑ Α.58:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Γλυφάδας (11). Από τον έλεγχο για τον εντοπισμό σφαλμάτων δεν προέκυψαν διορθώσεις.

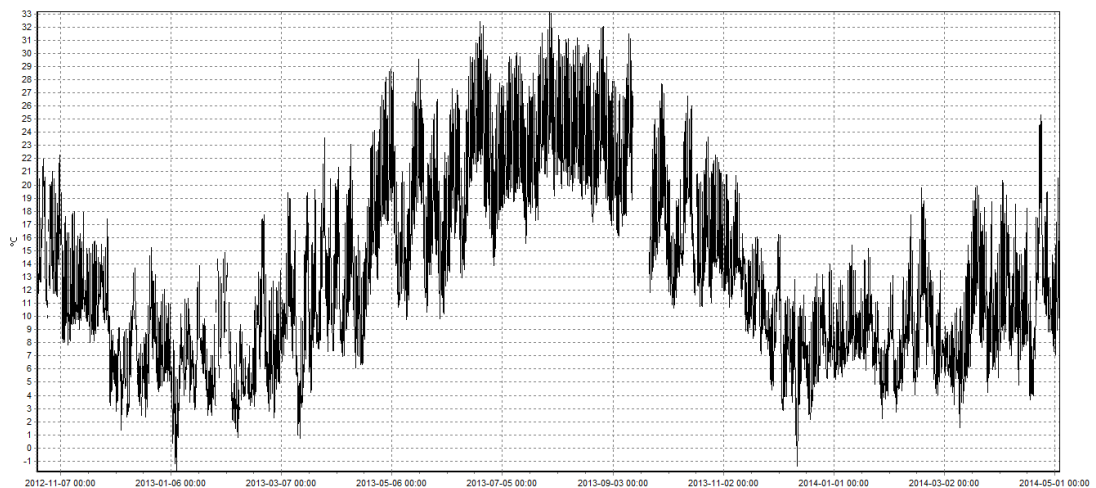


**ΣΧΗΜΑ Α.59:** Απεικόνιση ωριαίων πρωτογενών (μαύρο χρώμα) και διορθωμένων (πράσινο χρώμα) χρονοσειρών θερμοκρασίας του σταθμού Αγίου Κοσμά (12) μετά την αφαίρεση σφαλμάτων.

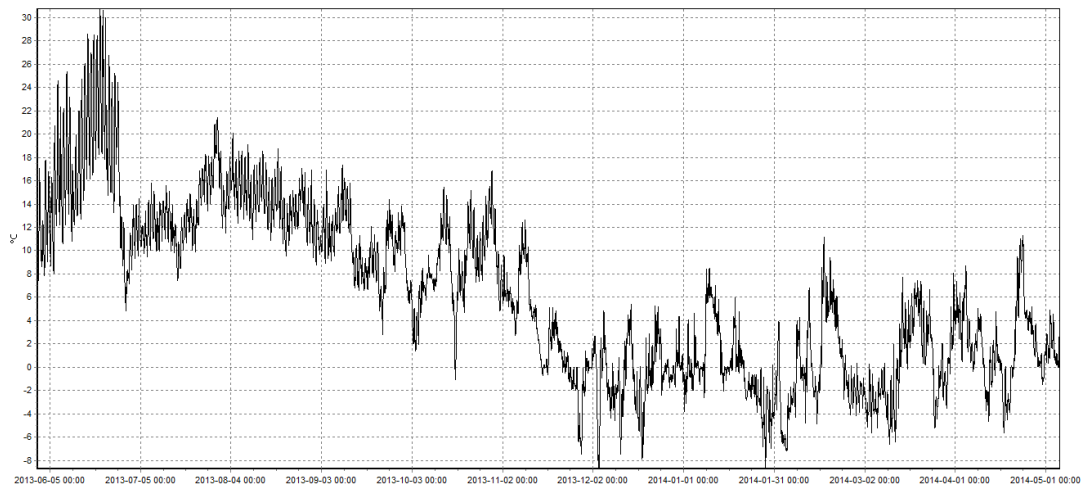
Για λόγους πληρότητας παρατίθενται και οι ωριαίες χρονοσειρές θερμοκρασίας από το δίκτυο [openmeteo.org](http://openmeteo.org), στις οποίες διαπιστώθηκε ότι δεν απαιτούσαν διόρθωση για σφάλματα ακραίων τιμών ().



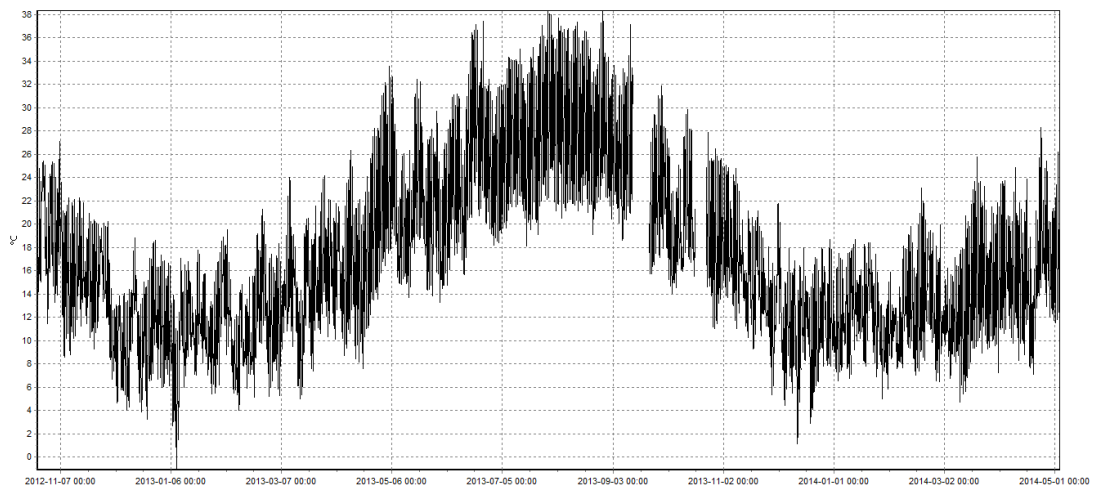
**ΣΧΗΜΑ Α.60:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας (θέση «Νερόμυλος»).



**ΣΧΗΜΑ Α.61:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας.

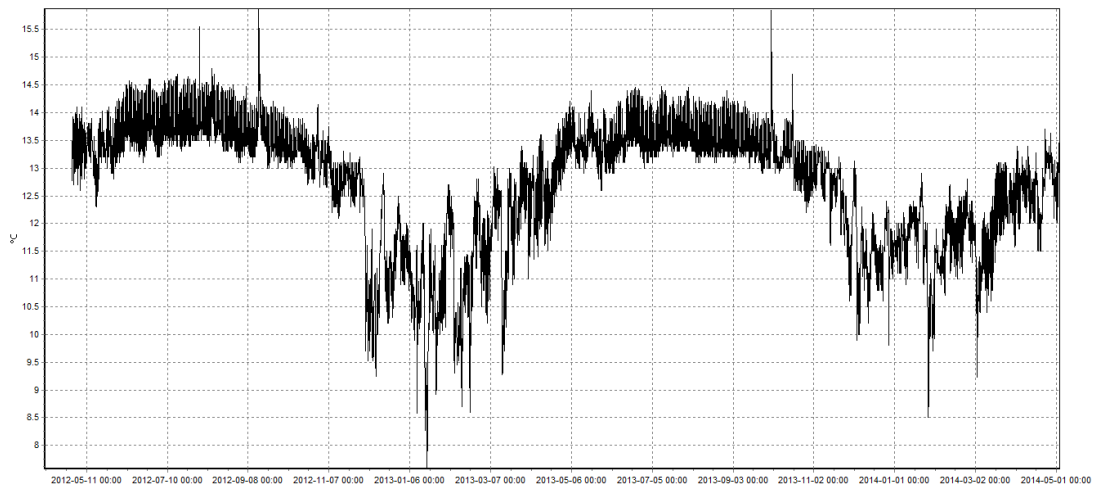


**ΣΧΗΜΑ Α.62:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Κοστηλάτων.

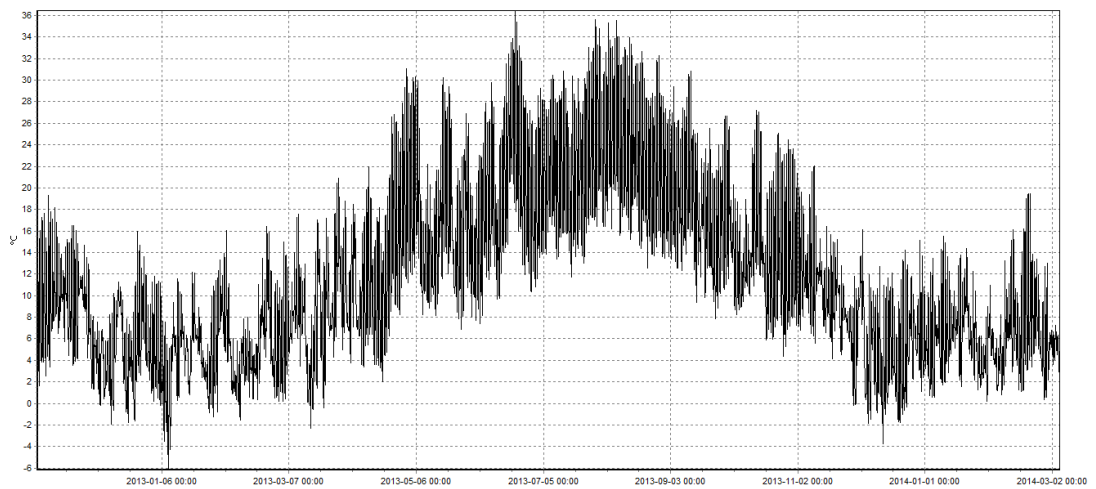


**ΣΧΗΜΑ Α.63:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Άρφαρων.

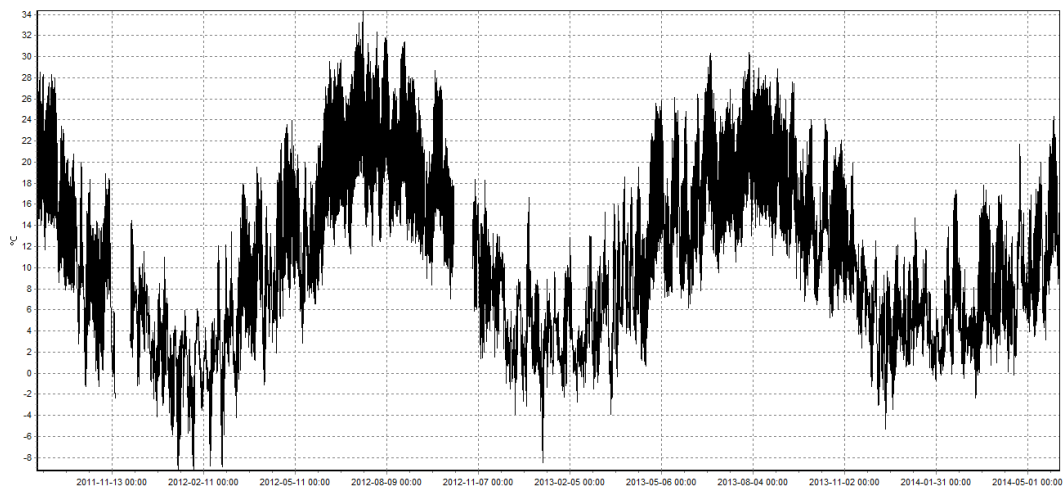




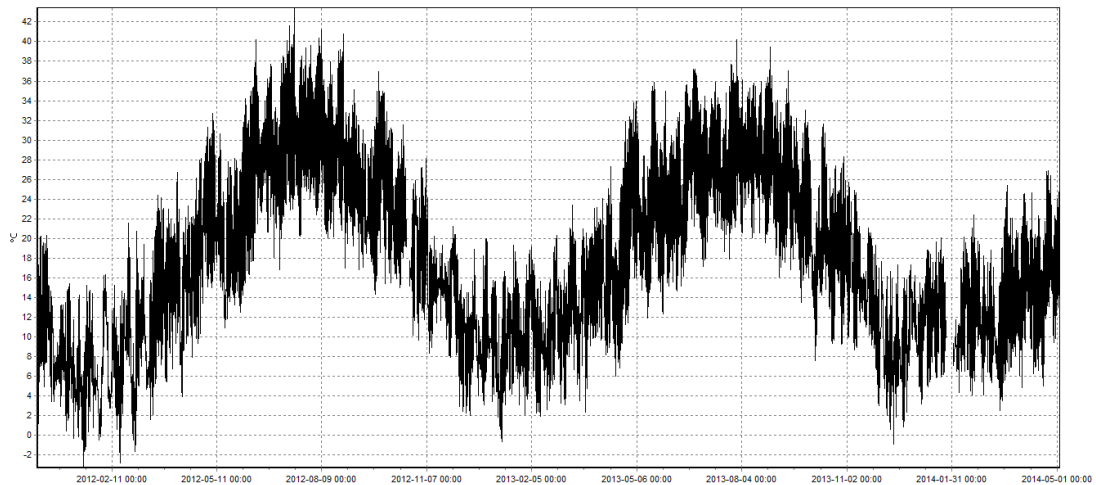
**ΣΧΗΜΑ Α.64:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού του Ατσίχολου (Γέφυρα Ατσίχολου).



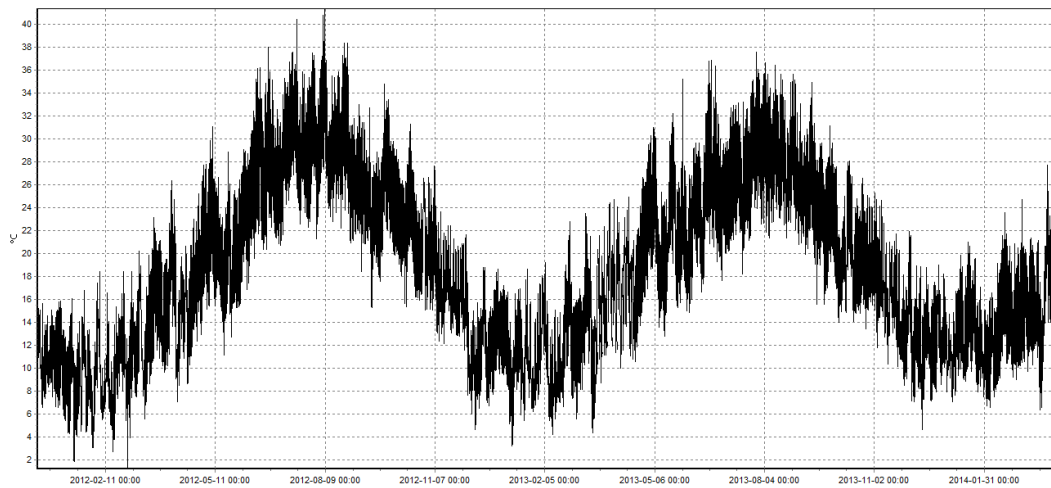
**ΣΧΗΜΑ Α.65:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Δημητσάνας.



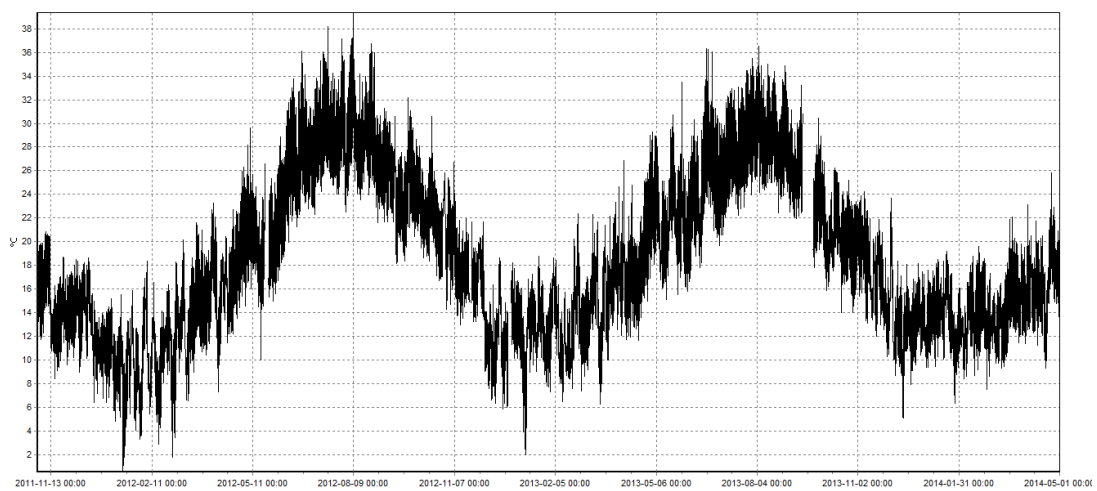
**ΣΧΗΜΑ Α.66:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Ελάτης.



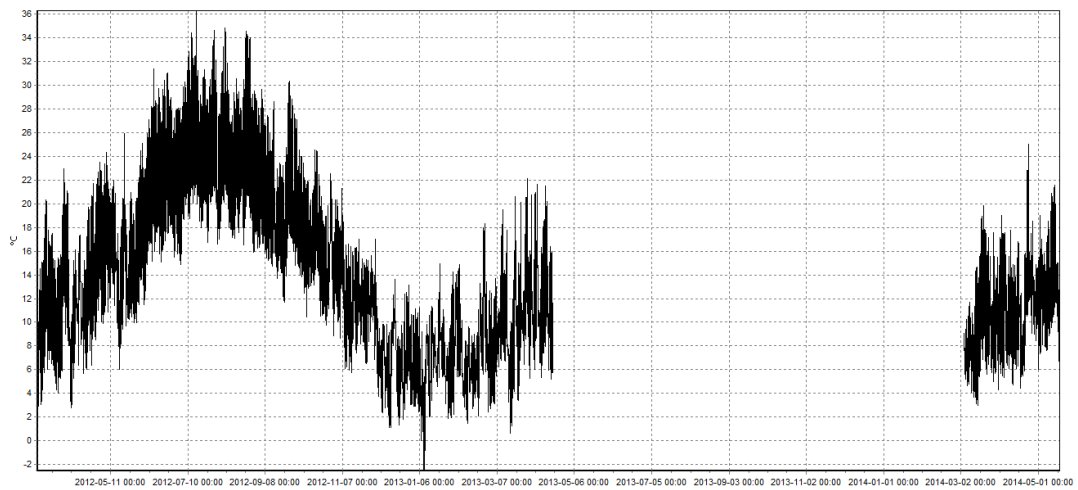
**ΣΧΗΜΑ Α.67:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού στη θέση Γύρα Στεφανής.



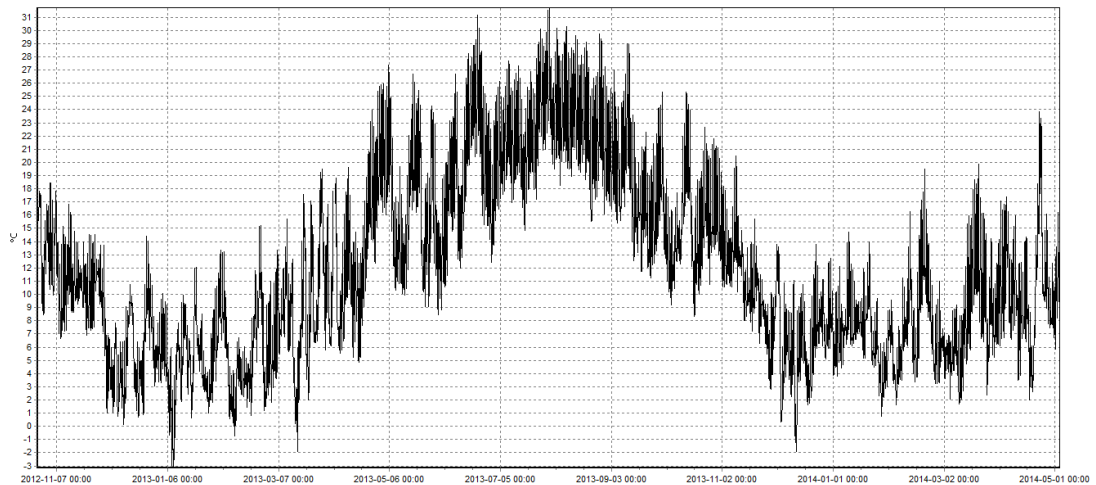
**ΣΧΗΜΑ Α.68:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση Μπάκας).



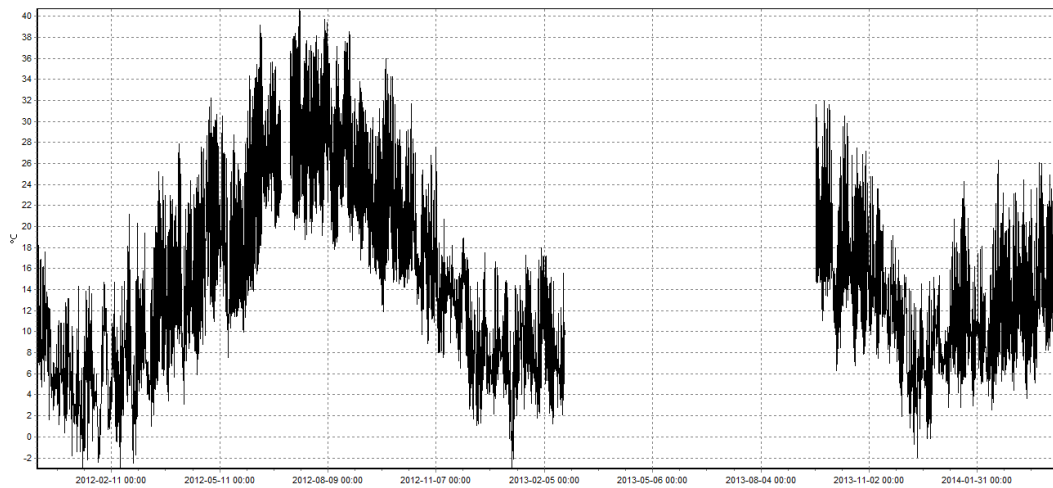
**ΣΧΗΜΑ Α.69:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση Νησάκι).



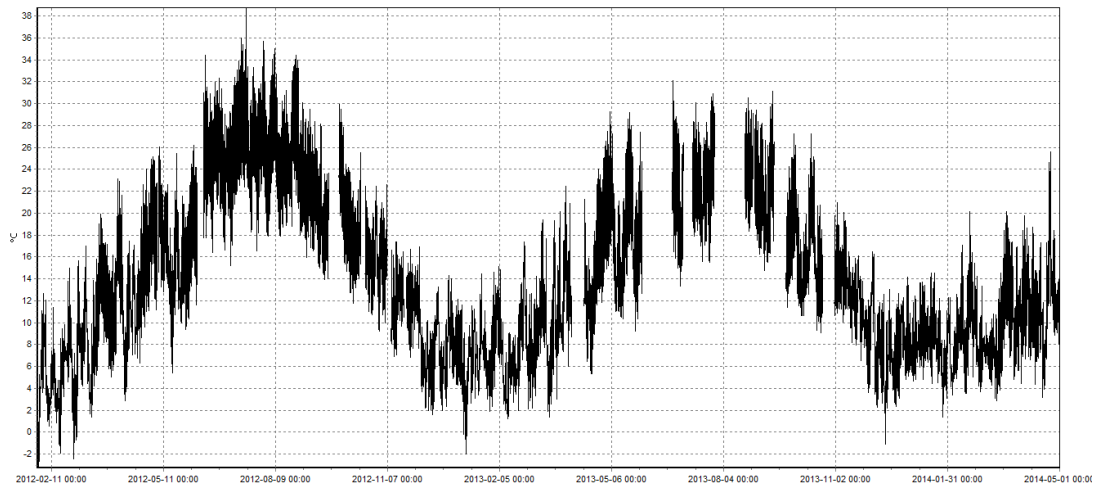
**ΣΧΗΜΑ Α.70:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού του Καρβελιώτη.



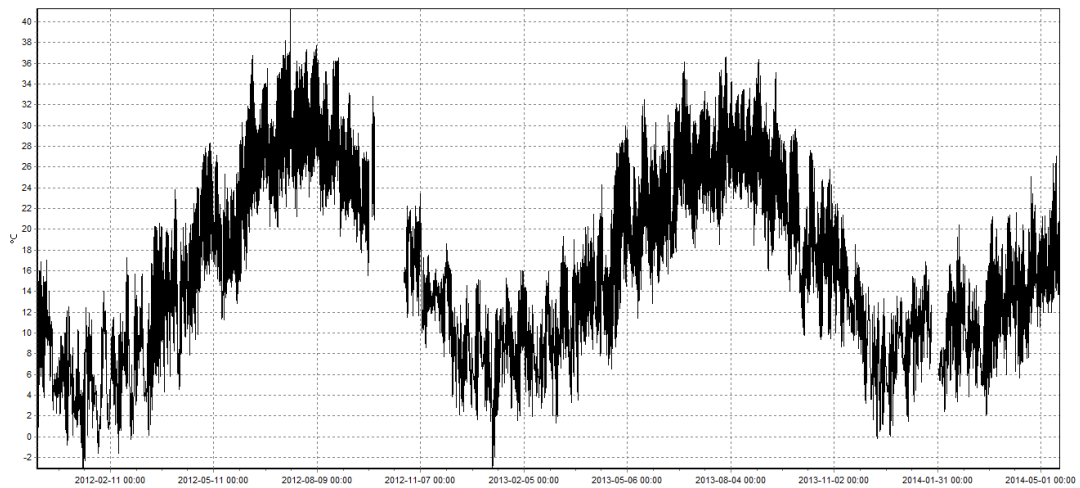
**ΣΧΗΜΑ Α.71:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Λαγκαδιών Αρκαδίας.



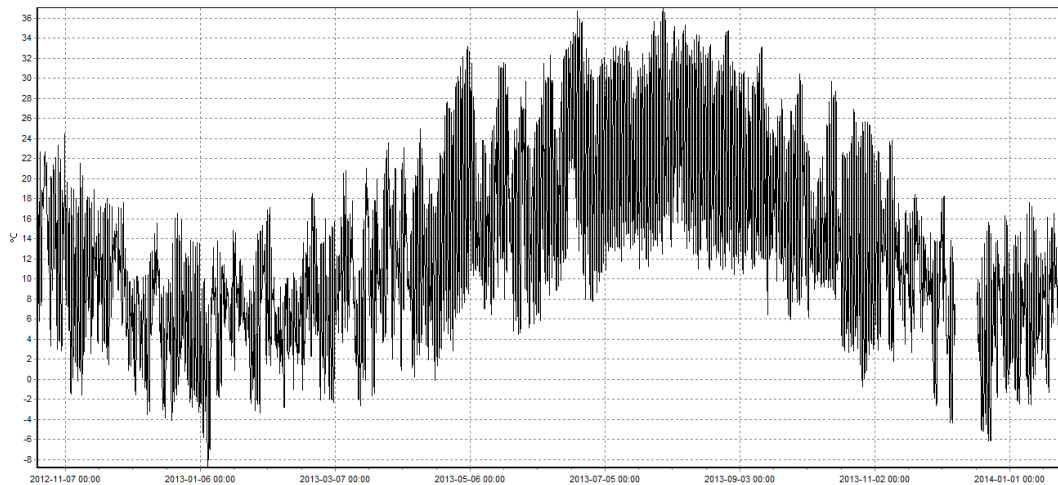
**ΣΧΗΜΑ Α.72:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Νέας Πεντέλης.



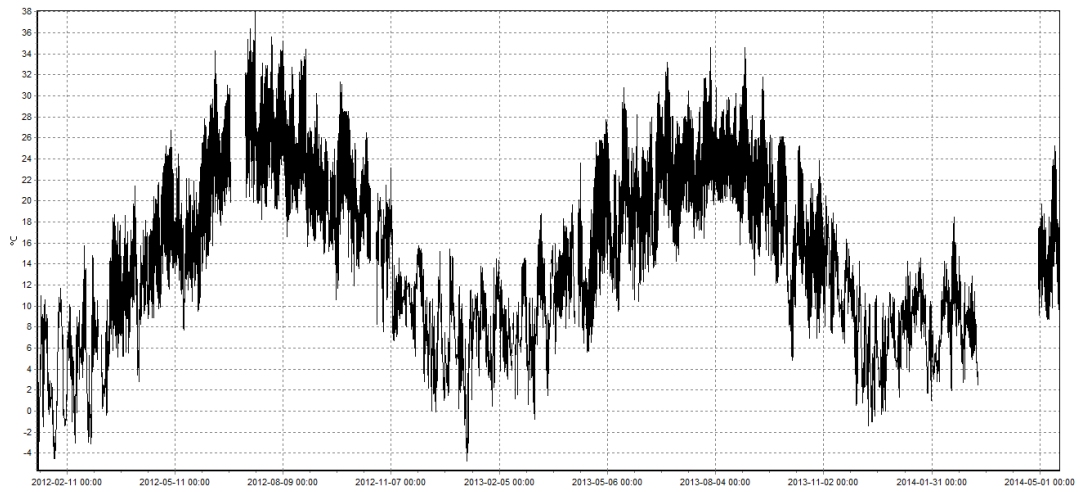
**ΣΧΗΜΑ Α.73:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Νέδουσας.



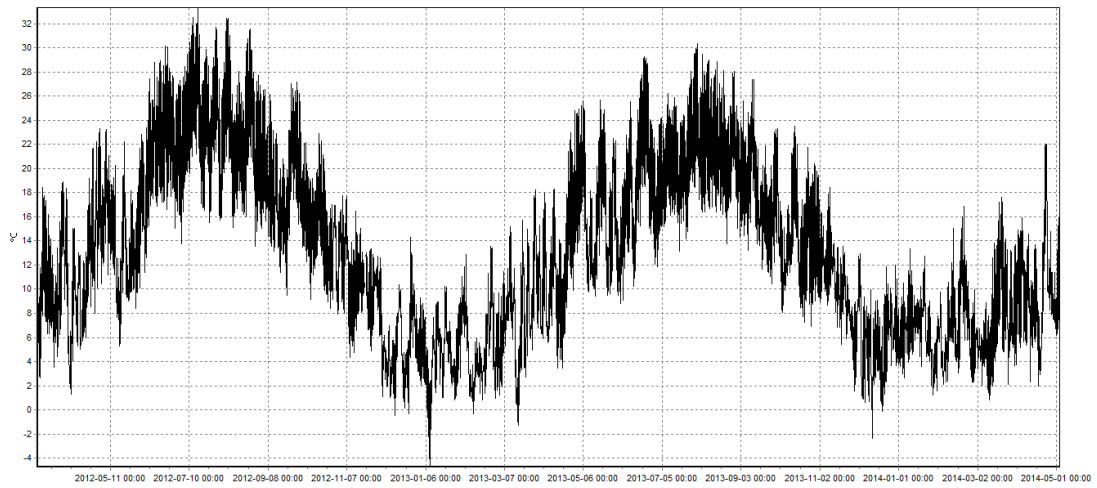
**ΣΧΗΜΑ Α.74:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Οινόης.



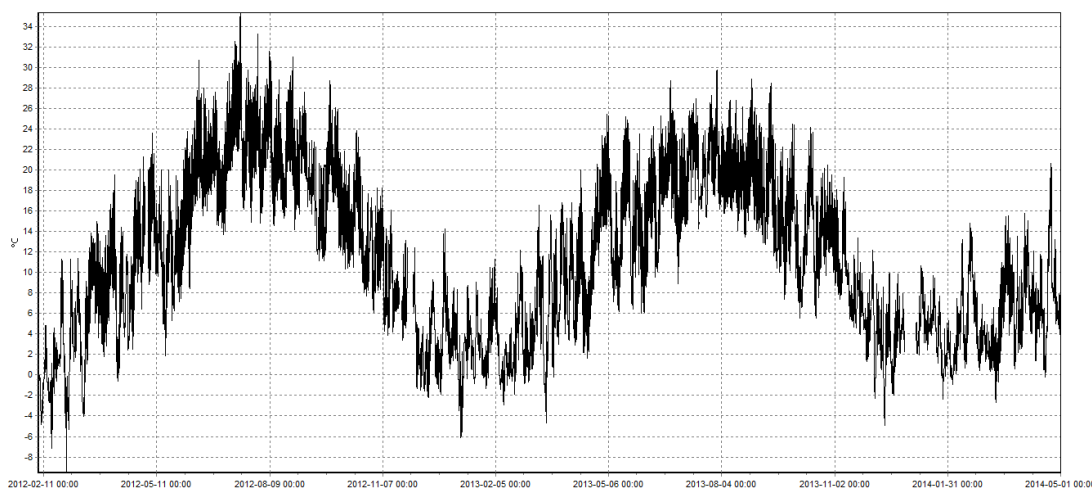
**ΣΧΗΜΑ Α.75:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Πολιανής.



**ΣΧΗΜΑ Α.76:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Πράσινου (Δερβενοχώρια).

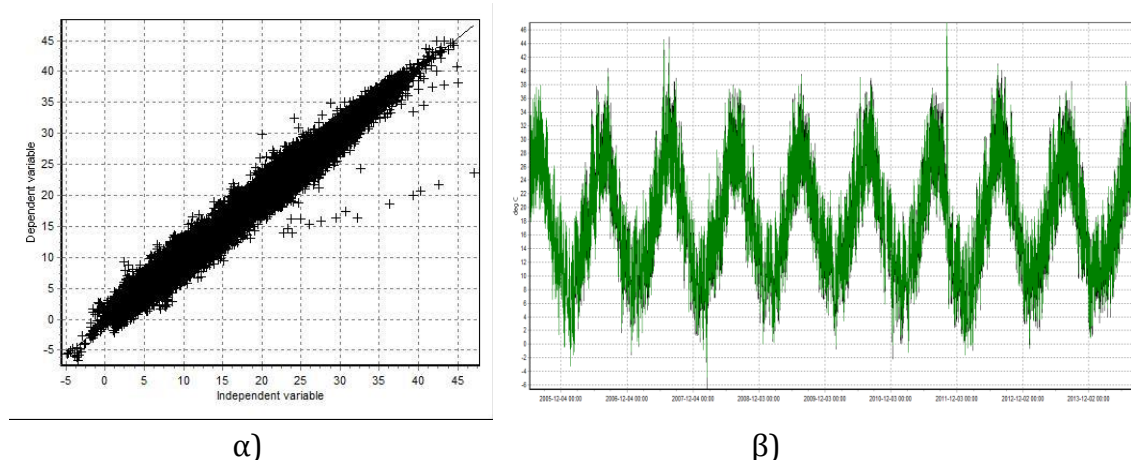


**ΣΧΗΜΑ Α.77:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Στεμνίτσας.



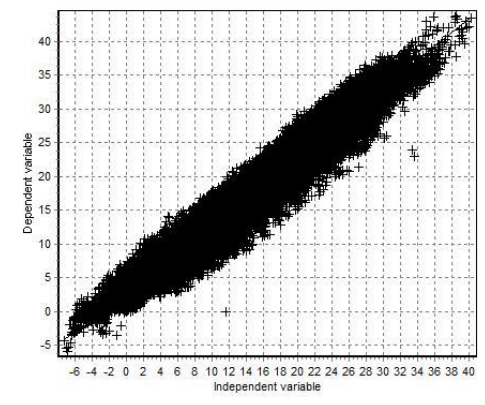
**ΣΧΗΜΑ Α.78:** Απεικόνιση ωριαίας χρονοσειράς θερμοκρασίας του σταθμού Ταϊγέτου.

Από το ΣΧΗΜΑ Α.79 έως ΣΧΗΜΑ Α.84 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των ελέγχων για την ύπαρξη συστηματικών μετρητικών σφαλμάτων στις χρονοσειρές μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας από τους σταθμούς των δικτύων ΥΠΑ.

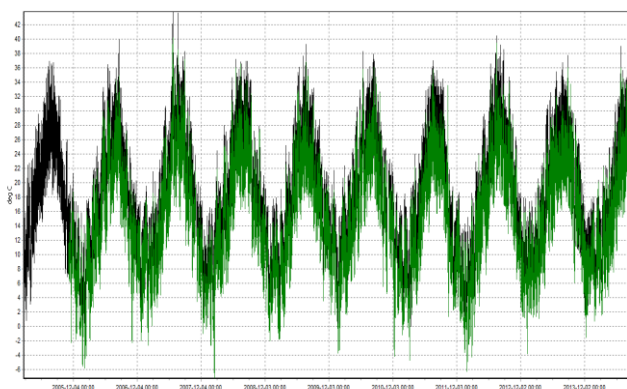


**ΣΧΗΜΑ Α.79:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Λιοσίων και Γαλατσίου. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.



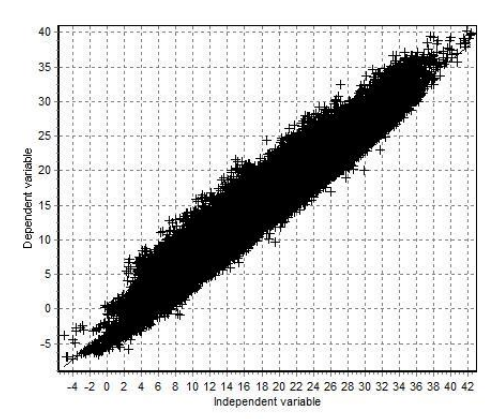


α)

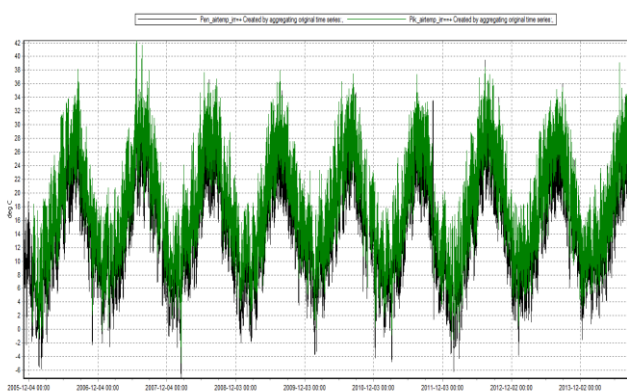


β)

**ΣΧΗΜΑ Α.80:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Πεντέλης και Μενιδίου. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.

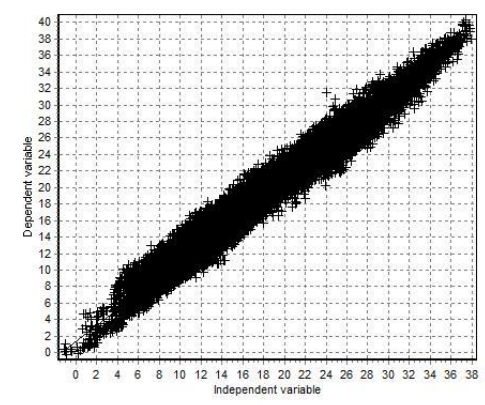


α)

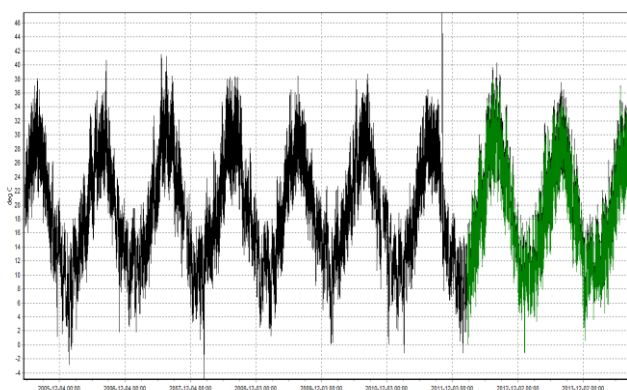


β)

**ΣΧΗΜΑ Α.81:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Πικερμίου και Πεντέλης. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.

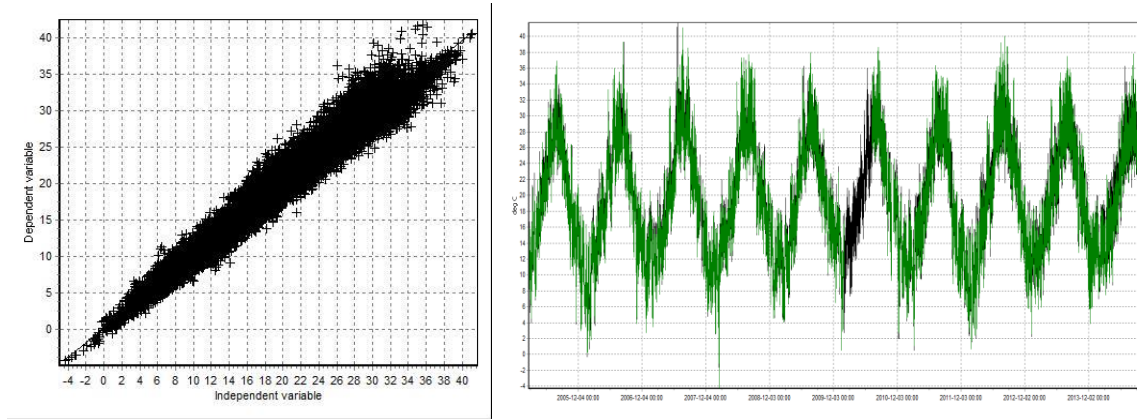


α)



β)

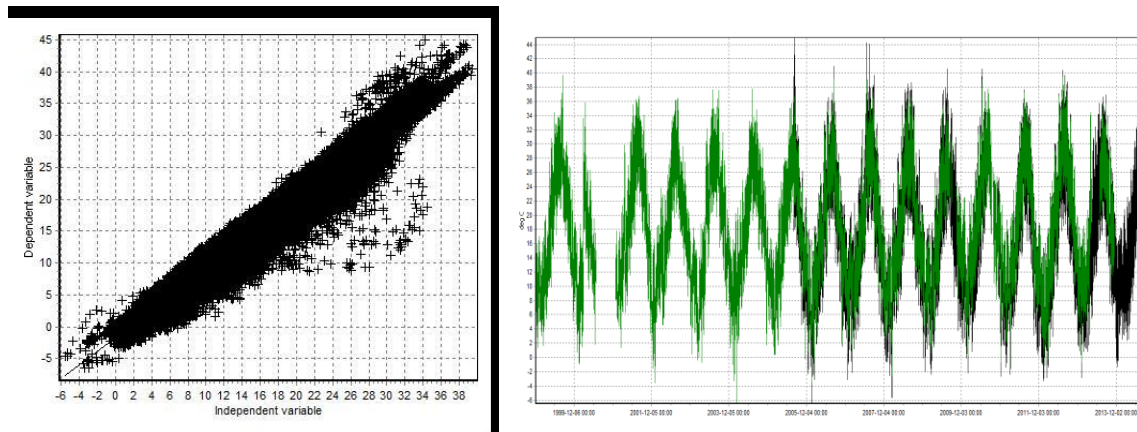
**ΣΧΗΜΑ A.82:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Ηλιούπολης και Άνω Γλυφάδας. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.



α)

β)

**ΣΧΗΜΑ A.83:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Αγίου Κοσμά και Ψυτάλλειας. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.



α)

β)

**ΣΧΗΜΑ A.84:** Σύγκριση των ωριαίων χρονοσειρών θερμοκρασίας από τους σταθμούς Ζωγράφου Α και Ζωγράφου Β. (α) Διάγραμμα συνδιασπορών (β) Οπτική σύγκριση των χρονοσειρών.

Παρακάτω δίνονται οι πίνακες των βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών ανά μήνα και ανά σταθμό για όλους τους υπό μελέτη σταθμούς (ΠΙΝΑΚΑΣ A.1 - ΠΙΝΑΚΑΣ A.30).

Τα πιθανοτικά γραφήματα (ΣΧΗΜΑ A.85 - ΣΧΗΜΑ A.114) που ακολουθούν παρουσιάζουν την προσαρμογή της κανονικής κατανομής (τυποποιημένης) στις

μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες κάθε μήνα για όλους τους σταθμούς των δικτύων ΥΠΑ και openmeteo.org, συγκρίνοντας τα ποσοστημόρια του δείγματος με τα αντίστοιχα θεωρητικά της κανονικής κατανομής. Ακολουθούν, τα αυτοσυσχετογράμματα της μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας, για υστέρηση από μια έως δεκαπέντε ημέρες, ανά μήνα και ανά σταθμό (ΣΧΗΜΑ Α.115 - ΣΧΗΜΑ Α.144).

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.1:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Αγίου Κοσμά).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	256	310	300	310	300	310	310	295	292
<b>μ</b>	20.00	16.02	12.89	11.25	11.20	13.22	16.18	20.34	24.93	28.15	28.73	24.67	18.97
<b>σ</b>	2.76	2.94	3.27	3.13	3.08	2.45	1.98	2.49	3.02	1.94	1.88	2.35	2.61
<b>C<sub>v</sub></b>	0.14	0.18	0.25	0.28	0.27	0.19	0.12	0.12	0.12	0.07	0.07	0.10	0.16
<b>Max</b>	28.46	23.14	21.17	18.94	16.80	18.01	20.65	28.54	32.39	33.78	34.44	30.44	25.56
<b>Min</b>	11.78	6.47	3.83	1.01	-0.44	3.54	9.20	13.99	18.97	22.93	24.93	17.46	11.14
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.27	-0.23	-0.06	-0.48	-0.95	-0.89	-0.53	0.25	0.45	0.11	0.65	-0.27	-0.18
<b>C<sub>k</sub></b>	2.92	3.19	2.50	2.95	3.99	4.19	3.77	2.94	2.42	2.78	3.22	3.08	3.16

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.2:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Άνω Γλυφάδας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	62	62	93	90	93	90	93	93	84	79
<b>μ</b>	19.60	15.63	10.17	10.65	10.79	11.83	15.45	20.22	24.76	27.58	28.33	23.79	18.23
<b>σ</b>	3.13	2.44	2.67	2.58	2.39	2.85	2.36	2.79	3.32	2.20	2.16	1.95	2.57
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.16	0.26	0.24	0.22	0.24	0.15	0.14	0.13	0.08	0.08	0.08	0.16
<b>Max</b>	27.80	21.51	17.54	15.30	15.91	17.33	20.84	26.01	31.06	33.19	34.05	29.61	24.18
<b>Min</b>	12.92	9.88	4.33	1.94	3.09	4.24	9.05	12.75	16.95	22.76	22.97	20.10	11.75
<b>C<sub>s</sub></b>	0.03	0.24	0.42	-1.12	-0.13	-0.40	-0.11	-0.09	-0.16	0.25	0.47	0.40	-0.02
<b>C<sub>k</sub></b>	2.60	2.83	2.88	5.06	3.52	2.71	2.84	2.21	2.20	2.75	3.26	3.16	3.00

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.3:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Άνω Λιοσίων).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	248	240	248	248	234	279	270	279	270	279	279	266	262
<b>μ</b>	18.75	13.95	10.39	9.22	9.53	11.78	15.54	20.38	25.26	28.20	28.62	23.57	17.93
<b>σ</b>	3.48	3.08	3.19	2.92	3.15	2.80	2.36	3.25	3.44	2.26	1.97	2.77	2.89
<b>C<sub>v</sub></b>	0.19	0.22	0.31	0.32	0.33	0.24	0.15	0.16	0.14	0.08	0.07	0.12	0.19
<b>Max</b>	35.05	21.73	19.05	16.17	17.22	16.95	21.68	27.92	35.99	35.87	34.57	31.24	26.12
<b>Min</b>	9.54	4.49	0.58	1.32	-2.52	1.55	8.92	11.98	16.96	21.52	23.81	15.75	9.49
<b>C<sub>s</sub></b>	0.63	0.04	0.12	-0.17	-0.71	-0.62	0.14	-0.02	0.23	0.14	0.16	-0.17	-0.02
<b>C<sub>k</sub></b>	5.64	3.02	2.85	2.84	3.80	3.53	2.78	2.32	2.65	3.34	2.98	2.87	3.22

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.4:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Γαλασίου).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	254	279	270	279	284	310	310	295	282
<b>μ</b>	18.84	14.16	10.90	9.34	9.85	12.25	15.93	20.69	25.51	28.15	28.45	23.65	18.14
<b>σ</b>	3.42	3.06	3.29	3.17	3.29	2.78	2.32	3.07	3.14	2.10	1.83	2.59	2.84
<b>C<sub>v</sub></b>	0.18	0.22	0.30	0.34	0.33	0.23	0.15	0.15	0.12	0.07	0.06	0.11	0.19
<b>Max</b>	35.92	22.28	19.69	15.99	17.32	17.34	21.66	27.58	35.74	35.08	34.77	30.41	26.15
<b>Min</b>	10.22	4.53	2.49	-0.18	-1.60	2.05	9.78	12.80	17.31	21.56	24.22	16.20	9.95
<b>C<sub>s</sub></b>	0.76	-0.02	0.08	-0.29	-0.66	-0.66	0.09	-0.11	0.17	0.02	0.29	-0.26	-0.05
<b>C<sub>k</sub></b>	6.16	3.27	2.60	2.93	3.35	3.44	2.68	2.40	2.88	2.98	3.12	2.70	3.21

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.5:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ηλιούπολης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	254	279	270	283	300	310	310	296	284
<b>μ</b>	19.37	14.95	11.66	10.00	10.26	12.43	16.02	20.62	25.33	28.24	28.65	24.01	18.46
<b>σ</b>	3.72	3.15	3.47	3.37	3.46	2.85	2.50	3.15	3.32	2.27	2.04	2.76	3.01
<b>C<sub>v</sub></b>	0.19	0.21	0.30	0.34	0.34	0.23	0.16	0.15	0.13	0.08	0.07	0.11	0.19
<b>Max</b>	39.60	23.15	20.69	18.72	18.60	18.25	23.23	28.16	35.60	36.00	35.03	32.54	27.46
<b>Min</b>	10.04	4.53	1.83	-0.79	-1.77	1.65	9.29	12.24	17.97	21.39	24.03	15.56	9.66
<b>C<sub>s</sub></b>	1.33	-0.19	-0.16	-0.51	-0.72	-0.71	0.13	-0.02	0.26	0.17	0.45	-0.14	-0.01
<b>C<sub>k</sub></b>	9.36	3.46	2.51	2.91	3.38	3.78	2.94	2.45	2.64	3.29	2.97	3.02	3.56

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.6:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Μάνδρας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	254	279	270	279	270	303	310	296	281
<b>μ</b>	18.26	13.89	10.49	8.90	9.23	11.57	15.25	20.05	24.78	27.53	27.71	23.05	17.56
<b>σ</b>	3.27	3.20	3.47	3.41	3.57	3.06	2.62	3.34	3.44	2.40	2.21	2.91	3.08
<b>C<sub>v</sub></b>	0.18	0.23	0.33	0.38	0.39	0.26	0.17	0.17	0.14	0.09	0.08	0.13	0.21
<b>Max</b>	32.98	22.03	19.32	17.08	17.41	17.98	22.53	28.06	36.73	36.15	34.17	30.99	26.28
<b>Min</b>	8.49	3.39	-0.31	-1.63	-2.88	-0.58	7.74	11.73	16.67	20.69	22.53	14.22	8.34
<b>C<sub>s</sub></b>	0.06	-0.19	-0.20	-0.49	-0.73	-0.75	0.13	-0.06	0.34	0.22	0.22	-0.15	-0.13
<b>C<sub>k</sub></b>	4.15	3.57	2.61	2.87	3.29	4.04	2.88	2.43	3.14	3.50	2.62	2.87	3.16

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.7:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Μενιδίου).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	256	310	300	310	300	310	310	295	292
<b>μ</b>	17.90	13.50	10.19	8.62	9.05	11.29	14.96	19.85	24.56	27.54	27.95	23.02	17.37
<b>σ</b>	3.06	3.11	3.32	3.16	3.29	2.91	2.65	3.16	3.36	2.29	2.04	2.79	2.93
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.23	0.33	0.37	0.36	0.26	0.18	0.16	0.14	0.08	0.07	0.12	0.21
<b>Max</b>	27.43	21.73	18.80	16.57	16.93	17.91	22.00	26.78	34.92	35.28	34.44	31.02	25.32
<b>Min</b>	9.23	3.91	0.14	-0.49	-2.43	0.75	6.61	11.22	16.47	20.48	22.59	15.71	8.68
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.23	-0.04	-0.04	-0.33	-0.69	-0.54	-0.11	-0.08	0.22	0.07	0.19	-0.07	-0.14
<b>C<sub>k</sub></b>	2.96	3.26	2.68	2.87	3.43	3.34	3.31	2.34	2.54	3.19	3.04	2.80	2.98

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.8:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Πεντέλης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	248	261	279	279	254	279	270	279	270	279	279	265	270
<b>μ</b>	15.05	10.68	7.37	5.61	5.99	8.33	12.19	16.82	21.26	23.51	24.07	19.70	14.22
<b>σ</b>	3.60	3.65	3.72	3.66	3.98	3.56	3.36	3.72	3.66	2.68	2.44	3.36	3.45
<b>C<sub>v</sub></b>	0.24	0.34	0.50	0.65	0.66	0.43	0.28	0.22	0.17	0.11	0.10	0.17	0.32
<b>Max</b>	23.32	22.15	16.96	14.36	14.65	16.88	21.87	25.32	33.46	33.26	29.79	31.25	23.60
<b>Min</b>	4.26	-0.54	-3.24	-4.20	-5.72	-3.33	3.45	7.35	12.34	16.04	19.04	10.80	4.69
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.27	0.01	-0.20	-0.41	-0.50	-0.42	0.36	-0.17	0.45	0.42	0.20	0.12	-0.03
<b>C<sub>k</sub></b>	2.81	3.48	2.41	2.65	2.93	3.03	2.97	2.42	3.43	3.59	2.45	3.24	2.95

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.9:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Πικερμίου).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	248	240	257	279	254	279	270	279	270	279	279	265	267
<b>μ</b>	18.64	14.41	10.97	9.46	9.74	11.96	15.41	20.05	24.79	27.62	28.01	23.39	17.87
<b>σ</b>	2.91	2.99	3.25	3.16	3.34	2.89	2.37	3.10	3.23	2.16	1.92	2.61	2.83
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.21	0.30	0.33	0.34	0.24	0.15	0.15	0.13	0.08	0.07	0.11	0.19
<b>Max</b>	26.78	22.61	19.52	17.36	17.72	17.73	21.84	27.38	36.17	35.49	33.95	30.72	25.61
<b>Min</b>	10.73	4.40	2.08	0.24	-1.99	1.51	9.02	12.08	16.61	21.69	22.97	16.36	9.64
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.19	-0.07	0.05	-0.33	-0.68	-0.59	0.09	-0.06	0.26	0.24	0.27	-0.13	-0.10
<b>C<sub>k</sub></b>	2.66	3.06	2.56	2.81	3.43	3.29	2.67	2.37	2.76	3.27	3.16	2.78	2.90

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.10:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ψυτάλλειας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	256	310	300	310	300	310	310	295	292
<b>μ</b>	20.04	16.06	12.81	11.12	11.29	13.21	16.28	20.42	24.89	27.95	28.48	24.37	18.91
<b>σ</b>	2.74	2.88	3.24	3.18	3.11	2.56	2.01	2.50	2.96	1.92	1.78	2.29	2.60
<b>C<sub>v</sub></b>	0.14	0.18	0.25	0.29	0.28	0.19	0.12	0.12	0.12	0.07	0.06	0.09	0.16
<b>Max</b>	28.71	22.73	20.55	18.57	17.61	18.20	21.16	28.50	35.66	34.60	33.98	30.07	25.86
<b>Min</b>	11.18	6.23	3.28	0.67	-0.55	3.01	8.97	13.54	18.47	22.88	24.63	16.55	10.74
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.38	-0.38	-0.22	-0.58	-0.95	-0.93	-0.62	0.19	0.53	0.22	0.62	-0.34	-0.24
<b>C<sub>k</sub></b>	3.23	3.50	2.56	2.97	3.95	4.18	4.11	2.84	2.92	3.14	3.21	3.26	3.32

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.11:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ζωγράφου Α).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	279	270	279	279	254	279	270	279	270	279	303	295	278
<b>μ</b>	17.81	13.21	10.12	8.59	9.10	11.40	15.09	19.86	24.76	27.54	27.90	22.96	17.36
<b>σ</b>	2.98	3.13	3.48	3.36	3.30	2.77	2.28	3.14	3.29	2.13	1.87	2.71	2.87
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.24	0.34	0.39	0.36	0.24	0.15	0.16	0.13	0.08	0.07	0.12	0.20
<b>Max</b>	26.56	21.90	19.61	16.22	17.34	17.14	20.50	26.78	34.86	34.23	34.61	29.50	24.94
<b>Min</b>	9.72	3.67	1.97	-0.75	-1.95	1.15	9.03	12.42	16.73	21.23	23.02	14.91	9.26
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.07	0.06	0.17	-0.14	-0.53	-0.51	0.01	-0.03	0.17	0.10	0.43	-0.21	-0.05
<b>C<sub>k</sub></b>	2.64	3.14	2.61	2.77	3.16	3.41	2.51	2.35	2.60	2.84	3.45	2.63	2.84

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.12:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ζωγράφου Β).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	465	434	453	465	424	465	450	465	450	465	465	450	454
<b>μ</b>	18.73	14.43	10.73	9.01	9.20	12.73	15.15	19.66	23.94	27.57	27.82	23.22	17.68
<b>σ</b>	3.05	3.26	3.64	3.42	3.70	4.45	3.25	3.17	4.58	2.20	2.23	2.74	3.31
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.23	0.34	0.38	0.40	0.35	0.21	0.16	0.19	0.08	0.08	0.12	0.23
<b>Max</b>	28.24	22.43	20.76	18.42	18.58	29.48	29.81	27.01	32.96	32.88	34.21	31.77	27.21
<b>Min</b>	9.95	3.82	0.87	-2.02	-3.96	1.06	6.70	10.40	4.24	20.83	21.88	15.54	7.44
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.19	-0.33	-0.11	-0.43	-0.51	0.86	0.54	-0.17	-1.41	-0.12	0.20	0.12	-0.13
<b>C<sub>k</sub></b>	2.83	3.14	2.53	3.24	3.02	4.66	4.89	2.77	5.92	2.69	2.82	3.03	3.46

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.13:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Αλαγονίας, θέση «Νερόμυλος»).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	31	30	31	31	54	62	60	62	60	38	31	30	43
<b>μ</b>	15.56	10.94	7.26	5.92	7.08	9.39	12.37	16.24	20.30	23.21	22.82	18.97	14.17
<b>σ</b>	1.54	2.08	2.42	2.37	2.42	2.78	2.13	1.78	2.94	2.21	1.32	1.71	2.14
<b>C<sub>v</sub></b>	0.10	0.19	0.33	0.40	0.34	0.30	0.17	0.11	0.14	0.10	0.06	0.09	0.19
<b>Max</b>	18.02	15.71	11.69	9.13	12.82	15.20	17.31	19.66	24.67	26.79	25.41	21.73	18.18
<b>Min</b>	12.76	7.45	2.57	-0.55	1.21	3.13	6.92	11.04	13.04	17.59	20.31	15.35	9.23
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.19	0.40	0.22	-0.80	0.07	-0.19	-0.09	-0.49	-0.46	-0.83	-0.14	-0.36	-0.24
<b>C<sub>k</sub></b>	1.97	2.70	2.29	3.18	3.05	2.56	2.77	3.31	2.21	2.94	2.15	2.43	2.63

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.14:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Αλαγονίας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	35	60	62	62	56	62	60	34	30	31	31	30	46
<b>μ</b>	16.44	12.43	7.45	7.13	7.97	9.43	12.53	17.96	20.77	22.67	24.10	20.89	14.98
<b>σ</b>	2.55	2.32	2.44	2.06	2.93	3.18	3.32	3.87	3.84	2.02	1.39	2.65	2.71
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.19	0.33	0.29	0.37	0.34	0.26	0.22	0.18	0.09	0.06	0.13	0.22
<b>Max</b>	22.09	17.46	13.61	10.76	14.16	17.54	20.81	22.86	26.04	26.90	27.47	26.24	20.50
<b>Min</b>	12.63	7.00	1.68	1.22	2.60	3.04	5.17	10.03	12.98	17.12	20.10	15.39	9.08
<b>C<sub>s</sub></b>	0.54	0.01	0.47	-0.63	0.38	0.46	0.52	-0.27	-0.32	-0.41	-0.29	0.05	0.04
<b>C<sub>k</sub></b>	2.52	2.79	2.94	3.27	2.42	2.54	2.91	1.78	1.96	3.54	4.57	2.94	2.85

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.15:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Άνω Κωστηλάτων).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	31	30	31	31	28	31	30	6	28	31	31	30	28
<b>μ</b>	8.83	3.10	-0.58	0.03	0.11	-0.12	2.15	1.52	17.77	12.73	14.52	10.59	5.89
<b>σ</b>	3.11	4.01	2.31	2.96	3.74	3.12	3.22	0.96	4.27	2.56	1.29	2.17	2.81
<b>C<sub>v</sub></b>	0.35	1.30	-3.96	95.64	33.97	-25.92	1.50	0.63	0.24	0.20	0.09	0.21	8.69
<b>Max</b>	14.07	10.38	3.33	6.93	8.30	5.82	8.98	2.79	24.46	19.32	17.04	14.22	11.30
<b>Min</b>	2.17	-5.80	-5.84	-5.00	-6.43	-4.17	-3.32	0.27	9.13	7.02	11.73	5.84	0.47
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.29	-0.06	-0.35	0.52	0.43	0.45	0.26	-0.06	-0.27	0.62	-0.21	-0.38	0.06
<b>C<sub>k</sub></b>	2.35	2.40	2.79	2.89	2.48	1.80	2.60	1.73	2.09	3.71	2.29	2.57	2.48

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.16:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Αρφαρών).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	35	60	62	62	56	62	60	34	30	31	31	30	46
<b>μ</b>	19.85	16.13	11.07	11.05	12.02	13.45	16.32	21.41	24.52	26.96	28.51	25.12	18.87
<b>σ</b>	2.12	2.34	2.22	1.94	2.10	2.27	2.20	2.67	3.45	1.73	1.14	2.00	2.18
<b>C<sub>v</sub></b>	0.11	0.15	0.20	0.18	0.17	0.17	0.13	0.12	0.14	0.06	0.04	0.08	0.13
<b>Max</b>	23.76	20.91	18.11	16.16	15.87	18.18	21.62	25.27	30.68	29.74	30.56	27.72	23.21
<b>Min</b>	16.86	10.26	7.76	4.22	7.65	9.04	10.21	15.69	16.77	22.92	25.45	20.87	13.98
<b>C<sub>s</sub></b>	0.39	-0.22	0.76	-0.67	-0.17	0.10	0.14	-0.27	-0.15	-0.42	-0.67	-0.64	-0.15
<b>C<sub>k</sub></b>	1.92	2.86	3.55	5.09	2.17	1.96	3.47	1.99	2.44	2.64	3.54	2.38	2.83

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.17:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Δημητσάνας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	31	50	62	62	56	36	30	31	30	31	31	30	40
<b>μ</b>	13.92	9.86	5.21	5.08	6.01	7.15	11.72	17.01	19.31	21.42	23.21	17.97	13.16
<b>σ</b>	2.19	2.08	2.46	2.11	2.45	2.95	3.14	3.21	4.13	2.03	1.69	2.25	2.56
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.21	0.47	0.42	0.41	0.41	0.27	0.19	0.21	0.09	0.07	0.12	0.25
<b>Max</b>	18.55	13.57	11.63	10.03	10.49	15.05	18.57	21.28	26.79	25.17	25.97	22.62	18.31
<b>Min</b>	10.47	3.97	1.06	-1.64	1.05	1.65	7.32	11.88	12.53	16.65	20.12	14.00	8.25
<b>C<sub>s</sub></b>	0.70	-0.84	0.68	-0.61	-0.02	0.47	0.68	-0.18	0.14	-0.14	-0.20	0.01	0.06
<b>C<sub>k</sub></b>	2.39	3.95	2.82	3.98	1.99	3.03	2.41	1.39	2.15	2.92	2.30	2.43	2.65

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.18:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ελάτης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	93	90	93	93	85	93	90	93	61	62	62	88	83
<b>μ</b>	11.94	8.25	3.83	2.35	3.15	5.56	9.14	13.05	17.84	20.38	20.55	17.10	11.09
<b>σ</b>	3.61	2.93	2.69	2.88	3.48	3.29	3.30	3.42	3.50	2.95	2.04	2.64	3.06
<b>C<sub>v</sub></b>	0.30	0.36	0.70	1.23	1.10	0.59	0.36	0.26	0.20	0.14	0.10	0.15	0.46
<b>Max</b>	19.55	13.65	9.10	8.56	11.03	14.36	17.05	18.95	22.85	26.54	25.45	21.70	17.40
<b>Min</b>	2.47	0.92	-1.68	-4.27	-5.95	-2.14	2.32	6.43	10.25	13.75	16.40	11.54	4.17
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.25	-0.41	0.04	-0.39	-0.07	-0.06	0.34	-0.04	-0.55	0.07	0.37	-0.16	-0.09
<b>C<sub>k</sub></b>	2.95	2.74	2.02	2.64	3.16	2.75	2.70	2.03	2.09	2.29	2.59	1.91	2.49



**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.19:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Γύρα Στεφανή).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	82	93	85	93	90	65	60	62	62	60	72
<b>μ</b>	20.16	15.23	9.38	8.57	9.67	11.85	16.02	21.72	26.12	28.92	29.06	24.67	18.45
<b>σ</b>	3.33	2.56	2.58	3.01	3.16	2.99	2.55	2.93	3.13	2.30	1.98	2.07	2.72
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.17	0.28	0.35	0.33	0.25	0.16	0.14	0.12	0.08	0.07	0.08	0.18
<b>Max</b>	28.85	20.86	17.11	15.22	15.38	16.70	21.93	27.24	30.63	33.32	34.17	28.76	24.18
<b>Min</b>	13.63	8.49	4.99	1.94	0.79	2.88	8.77	13.11	19.67	23.89	25.12	19.91	11.93
<b>C<sub>s</sub></b>	0.21	0.08	0.58	-0.24	-0.53	-0.52	0.20	-0.34	-0.42	-0.02	0.40	-0.05	-0.05
<b>C<sub>k</sub></b>	2.65	3.22	2.73	2.71	3.15	2.81	3.09	2.75	2.03	2.14	2.71	2.76	2.73

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.20:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Καλαμάτας, θέση Μπάκα).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	74	93	85	93	63	62	60	62	62	60	69
<b>μ</b>	20.83	16.62	11.45	10.48	11.35	14.13	16.80	21.13	25.25	28.22	28.81	24.58	19.14
<b>σ</b>	2.42	2.31	2.05	2.15	2.94	2.82	2.53	2.54	2.96	2.16	1.75	1.91	2.38
<b>C<sub>v</sub></b>	0.12	0.14	0.18	0.21	0.26	0.20	0.15	0.12	0.12	0.08	0.06	0.08	0.14
<b>Max</b>	26.73	21.88	19.11	15.21	17.37	21.82	22.13	25.91	30.54	32.47	34.60	28.72	24.71
<b>Min</b>	16.92	11.48	8.07	5.54	4.67	6.87	9.47	15.40	17.60	23.55	25.29	20.77	13.80
<b>C<sub>s</sub></b>	0.31	-0.19	1.16	-0.05	-0.03	-0.13	-0.29	0.01	-0.34	-0.01	0.68	-0.09	0.09
<b>C<sub>k</sub></b>	2.05	2.93	4.76	2.60	2.27	2.89	3.32	2.53	2.49	2.44	3.80	2.38	2.87

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.21:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Καλαμάτας, θέση Νησάκι).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	88	93	93	85	93	90	63	60	62	62	60	76
<b>μ</b>	21.52	16.62	12.80	11.59	12.13	14.07	16.85	21.23	25.20	28.19	28.98	25.20	19.53
<b>σ</b>	2.01	2.56	2.13	2.43	2.60	2.32	2.06	2.09	2.74	1.69	1.30	1.67	2.13
<b>C<sub>v</sub></b>	0.09	0.15	0.17	0.21	0.21	0.16	0.12	0.10	0.11	0.06	0.04	0.07	0.13
<b>Max</b>	25.56	21.96	20.35	17.22	18.04	18.98	22.08	25.33	29.78	31.38	33.57	27.56	24.32
<b>Min</b>	17.92	11.87	9.22	5.46	5.03	6.59	11.34	16.24	18.41	23.67	26.39	21.60	14.48
<b>C<sub>s</sub></b>	0.18	-0.10	0.62	-0.43	-0.43	-0.43	-0.14	-0.05	-0.31	-0.40	0.38	-0.59	-0.14
<b>C<sub>k</sub></b>	1.83	2.16	3.58	2.80	2.99	3.32	3.78	2.87	2.22	3.04	4.19	2.05	2.90

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.22:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Καρβελιώτη).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	62	56	77	90	80	60	62	62	60	66
<b>μ</b>	16.66	11.98	7.11	6.14	7.63	9.63	11.55	14.37	20.95	24.30	23.70	20.06	14.51
<b>σ</b>	1.95	1.88	2.25	2.07	2.32	2.24	2.16	2.16	2.47	1.66	1.64	1.97	2.06
<b>C<sub>v</sub></b>	0.12	0.16	0.32	0.34	0.30	0.23	0.19	0.15	0.12	0.07	0.07	0.10	0.18
<b>Max</b>	20.47	16.13	12.05	10.16	13.47	15.24	17.53	19.61	24.04	27.57	26.90	23.13	18.86
<b>Min</b>	13.55	9.36	3.61	0.33	3.99	5.22	6.35	10.67	15.18	20.68	20.53	16.21	10.47
<b>C<sub>s</sub></b>	0.03	0.65	0.67	-0.66	0.71	0.27	0.29	0.07	-0.75	-0.17	0.20	-0.35	0.08
<b>C<sub>k</sub></b>	2.09	2.52	2.65	3.85	2.90	2.60	3.22	2.21	2.40	2.52	2.11	1.89	2.58

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.23:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Λαγκαδιών Αρκαδίας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	33	60	62	62	56	62	60	34	30	31	31	30	46
<b>μ</b>	15.22	11.17	6.10	5.88	6.70	8.19	11.26	16.55	19.18	21.64	23.21	18.43	13.63
<b>σ</b>	2.65	2.31	2.58	2.29	3.06	3.24	3.56	4.01	4.13	2.28	1.39	2.46	2.83
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.21	0.42	0.39	0.46	0.40	0.32	0.24	0.22	0.11	0.06	0.13	0.26
<b>Max</b>	20.58	15.80	11.90	10.52	13.77	17.01	19.73	21.60	25.57	26.39	26.47	24.15	19.46
<b>Min</b>	9.95	5.22	0.19	-0.38	0.60	1.15	3.86	8.53	12.11	15.62	20.22	14.56	7.64
<b>C<sub>s</sub></b>	0.29	-0.33	0.21	-0.51	0.29	0.38	0.67	-0.23	-0.11	-0.07	-0.32	0.34	0.05
<b>C<sub>k</sub></b>	2.56	3.09	2.41	3.26	2.47	2.81	3.15	1.63	1.88	3.50	3.17	2.41	2.70

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.24:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Νέας Πεντέλης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	80	93	85	93	69	62	60	62	62	60	71
<b>μ</b>	17.32	13.22	7.53	7.01	8.25	11.31	14.57	18.40	24.54	28.07	27.13	21.49	16.57
<b>σ</b>	3.03	2.45	2.62	2.95	3.30	3.52	2.22	2.59	2.90	1.20	2.49	2.30	2.63
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.19	0.35	0.42	0.40	0.31	0.15	0.14	0.12	0.04	0.09	0.11	0.21
<b>Max</b>	25.15	18.26	15.42	12.31	13.83	18.07	18.25	22.07	28.81	29.98	31.98	26.44	21.71
<b>Min</b>	11.22	6.21	3.25	-0.03	-1.23	2.31	7.14	10.72	16.78	26.01	23.60	17.92	10.32
<b>C<sub>s</sub></b>	0.05	-0.30	0.68	-0.45	-0.53	-0.61	-1.26	-0.87	-0.84	0.03	0.37	0.22	-0.29
<b>C<sub>k</sub></b>	2.45	3.36	2.95	2.46	3.09	3.14	5.08	3.82	3.11	1.94	2.03	1.87	2.94

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.25:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Νέδουσας).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	62	84	93	90	63	60	62	62	60	68
<b>μ</b>	16.79	12.33	7.38	7.15	7.15	9.28	12.45	17.10	22.90	24.55	24.84	20.58	15.21
<b>σ</b>	2.62	2.20	2.42	1.86	2.89	2.98	3.05	3.16	3.05	2.74	2.11	2.25	2.61
<b>C<sub>v</sub></b>	0.16	0.18	0.33	0.26	0.40	0.32	0.25	0.19	0.13	0.11	0.09	0.11	0.21
<b>Max</b>	23.36	17.64	14.54	10.23	13.14	16.38	20.11	22.64	26.95	30.88	29.91	24.69	20.87
<b>Min</b>	12.95	6.37	2.52	1.00	0.75	2.72	5.69	10.06	15.88	17.51	21.20	16.05	9.39
<b>C<sub>s</sub></b>	0.53	-0.35	0.66	-1.07	-0.04	0.13	0.26	-0.08	-0.59	-0.03	0.71	-0.12	0.00
<b>C<sub>k</sub></b>	2.56	3.59	3.18	4.49	2.43	2.63	2.75	2.22	2.33	2.78	2.72	2.27	2.83

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.26:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Οινόης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	82	93	85	93	90	79	60	62	62	60	74
<b>μ</b>	17.47	13.84	7.91	7.01	7.97	10.08	14.51	19.62	25.00	27.83	28.14	23.90	16.94
<b>σ</b>	2.25	2.58	2.56	2.99	3.00	2.79	2.21	2.67	3.04	2.23	1.71	1.88	2.49
<b>C<sub>v</sub></b>	0.13	0.19	0.32	0.43	0.38	0.28	0.15	0.14	0.12	0.08	0.06	0.08	0.20
<b>Max</b>	22.61	19.91	15.71	13.56	13.19	14.79	20.34	25.28	29.62	33.04	32.31	28.45	22.40
<b>Min</b>	13.57	7.54	3.96	-0.10	-0.47	2.59	7.50	12.68	18.99	23.25	24.90	19.34	11.15
<b>C<sub>s</sub></b>	0.42	0.11	0.55	-0.28	-0.58	-0.49	0.13	-0.10	-0.36	0.12	0.45	-0.12	-0.01
<b>C<sub>k</sub></b>	2.48	2.93	2.74	2.59	3.13	2.46	3.45	2.39	2.09	2.17	2.53	2.95	2.66

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.27:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Πόλιανης).

	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	35	60	62	54	28	31	30	31	30	31	31	30	38
<b>μ</b>	14.18	10.79	5.89	5.77	7.02	9.05	12.51	17.86	20.58	22.37	23.35	18.80	14.01
<b>σ</b>	2.73	2.61	3.29	2.79	2.61	3.36	2.45	2.64	3.97	1.69	1.63	1.96	2.64
<b>C<sub>v</sub></b>	0.19	0.24	0.56	0.48	0.37	0.37	0.20	0.15	0.19	0.08	0.07	0.10	0.25
<b>Max</b>	20.72	16.65	14.92	12.29	12.89	16.89	17.24	22.12	28.15	25.50	26.41	21.82	19.63
<b>Min</b>	9.78	3.55	0.82	-2.60	2.70	3.88	8.86	12.84	12.87	18.19	20.36	14.86	8.84
<b>C<sub>s</sub></b>	0.63	-0.19	0.60	-0.33	0.55	0.34	0.38	-0.14	0.15	-0.45	0.33	-0.29	0.13
<b>C<sub>k</sub></b>	2.64	3.46	2.90	3.55	2.37	2.36	1.96	1.69	2.22	2.88	2.34	2.03	2.53

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.28:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Πράσινου).

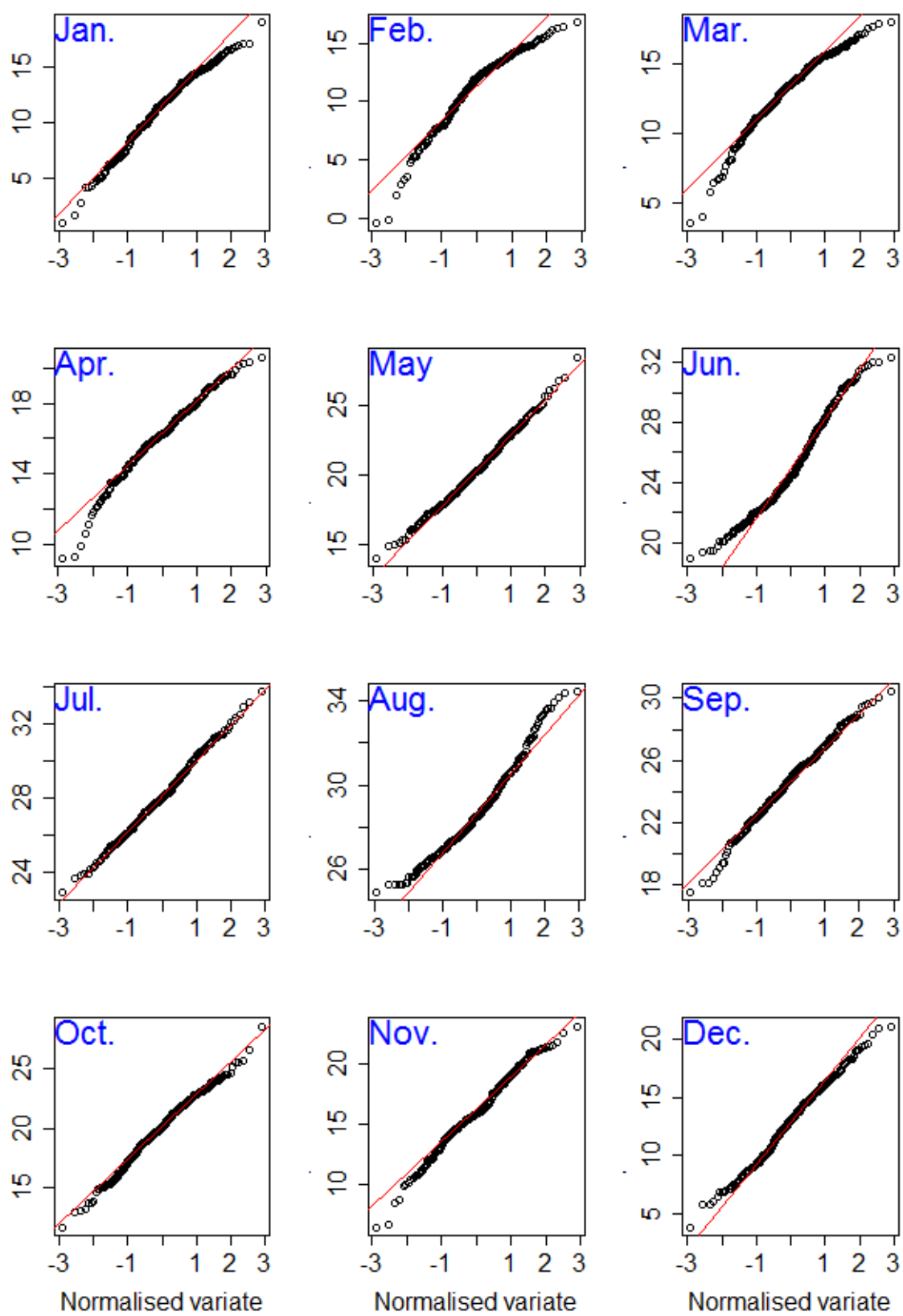
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	74	85	93	90	79	60	62	62	60	71
<b>μ</b>	16.66	12.03	6.59	6.60	6.84	8.49	13.27	17.23	22.10	24.71	24.68	20.62	14.98
<b>σ</b>	3.40	2.94	3.06	3.19	3.73	3.54	2.93	3.08	3.01	2.72	2.03	2.10	2.98
<b>C<sub>v</sub></b>	0.20	0.24	0.47	0.48	0.55	0.42	0.22	0.18	0.14	0.11	0.08	0.10	0.27
<b>Max</b>	23.48	19.43	14.01	12.02	13.78	14.51	19.59	24.12	27.45	30.48	29.80	25.23	21.16
<b>Min</b>	9.21	5.28	1.28	-2.68	-3.51	-0.47	4.72	9.14	15.72	19.30	20.95	15.46	7.87
<b>C<sub>s</sub></b>	-0.16	0.22	0.45	-0.74	-0.69	-0.46	-0.26	-0.02	-0.38	0.16	0.44	-0.08	-0.13
<b>C<sub>k</sub></b>	2.57	2.76	2.29	3.13	3.22	2.38	3.43	2.57	2.27	2.18	2.62	3.19	2.72

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.29:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Στεμνίτσας).

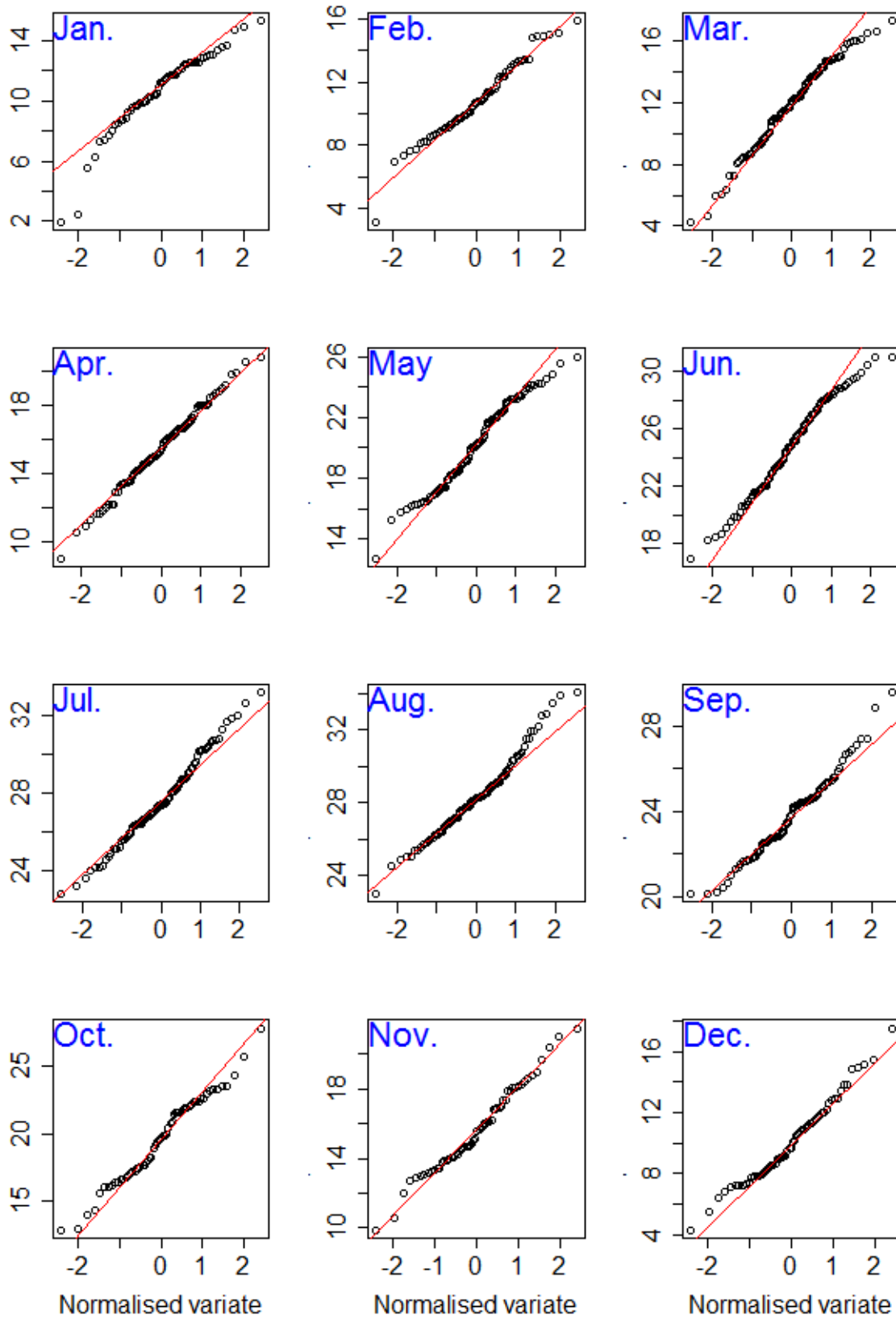
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	62	56	75	90	65	60	62	62	60	65
<b>μ</b>	14.73	10.46	5.53	5.30	6.14	7.74	10.46	14.96	19.55	22.09	22.40	18.32	13.14
<b>σ</b>	2.55	2.28	2.38	2.11	2.68	2.93	3.24	3.46	3.66	2.82	1.97	2.46	2.71
<b>C<sub>v</sub></b>	0.17	0.22	0.43	0.40	0.44	0.38	0.31	0.23	0.19	0.13	0.09	0.13	0.26
<b>Max</b>	21.11	15.02	10.94	9.73	12.54	15.73	17.97	20.94	24.37	28.59	27.56	23.50	19.00
<b>Min</b>	10.01	4.54	0.67	-1.36	0.90	1.06	3.69	8.02	11.84	15.36	18.90	14.07	7.31
<b>C<sub>s</sub></b>	0.47	-0.38	0.34	-0.70	0.30	0.19	0.37	-0.03	-0.46	0.14	0.58	0.19	0.08
<b>C<sub>k</sub></b>	2.62	3.03	2.37	3.91	2.51	2.73	2.77	2.03	2.09	2.46	2.82	2.11	2.62

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.30:** Στατιστικά χαρακτηριστικά χρονοσειρών ημερήσιων θερμοκρασιών (Σταθμός Ταυγέτου).

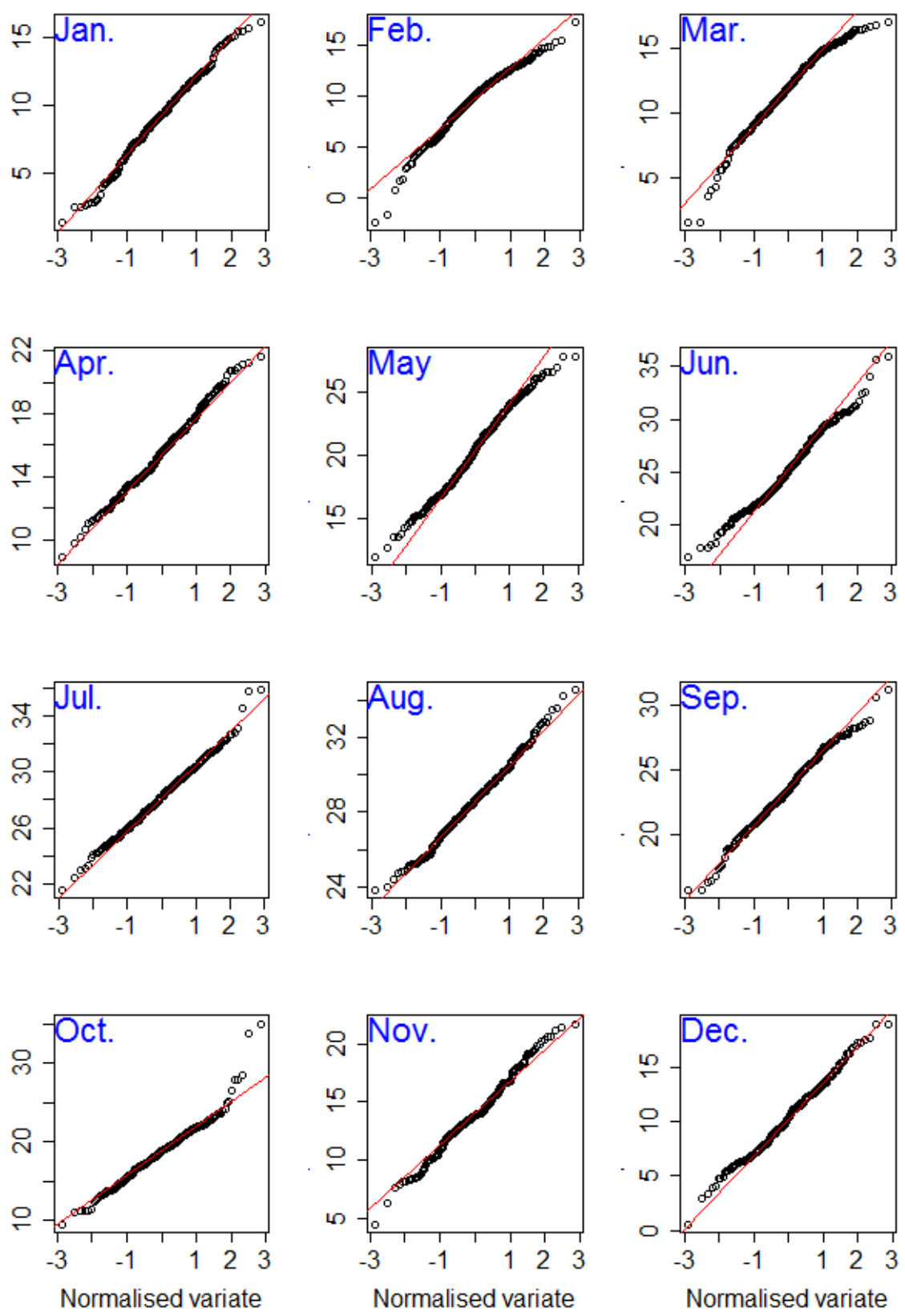
	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	μ
<b>N<sup>ο</sup></b>	62	60	62	62	77	93	90	63	60	62	62	60	68
<b>μ</b>	14.03	8.80	3.36	3.14	2.97	5.29	8.82	13.66	18.30	21.56	20.60	17.01	11.46
<b>σ</b>	3.30	2.79	2.80	2.47	3.58	3.77	3.66	3.85	3.39	3.37	2.23	2.93	3.18
<b>C<sub>v</sub></b>	0.24	0.32	0.83	0.79	1.21	0.71	0.42	0.28	0.19	0.16	0.11	0.17	0.45
<b>Max</b>	20.89	14.34	9.29	8.64	11.77	15.01	16.87	19.94	24.43	29.18	25.63	22.80	18.23
<b>Min</b>	7.45	3.17	-3.68	-3.75	-3.74	-3.63	0.81	5.58	10.66	13.15	15.84	11.31	4.43
<b>C<sub>s</sub></b>	0.04	0.17	0.23	-0.22	0.46	-0.08	0.19	-0.17	-0.64	-0.12	0.49	0.25	0.05
<b>C<sub>k</sub></b>	2.57	2.00	2.85	3.21	2.90	2.78	2.49	2.16	2.50	2.57	2.49	2.38	2.58



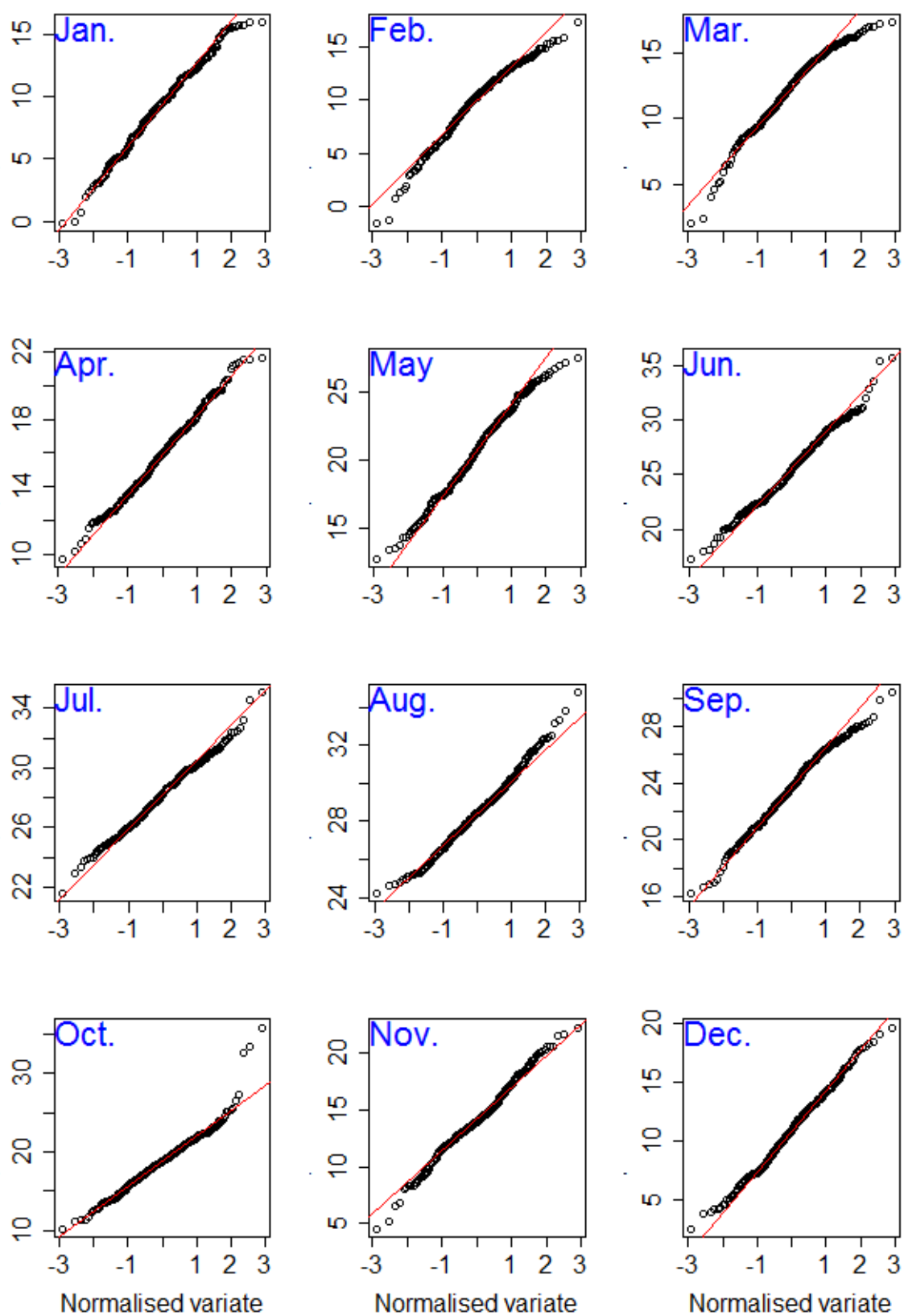
**ΣΧΗΜΑ Α.85:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αγίου Κοσμά για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.86:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Γλυφάδας για κάθε μήνα.

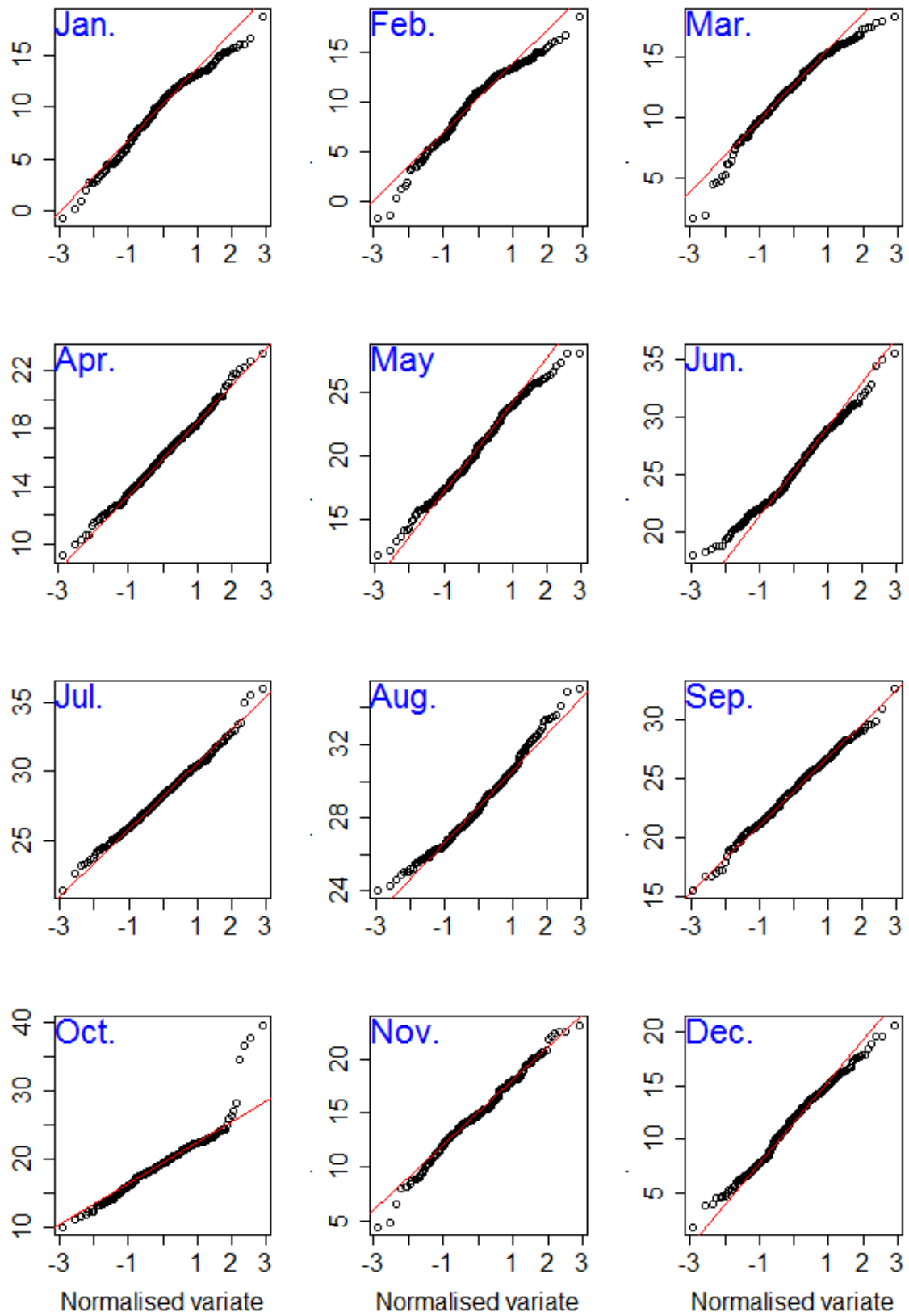


ΣΧΗΜΑ Α.87: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Λιουσίων για κάθε μήνα.

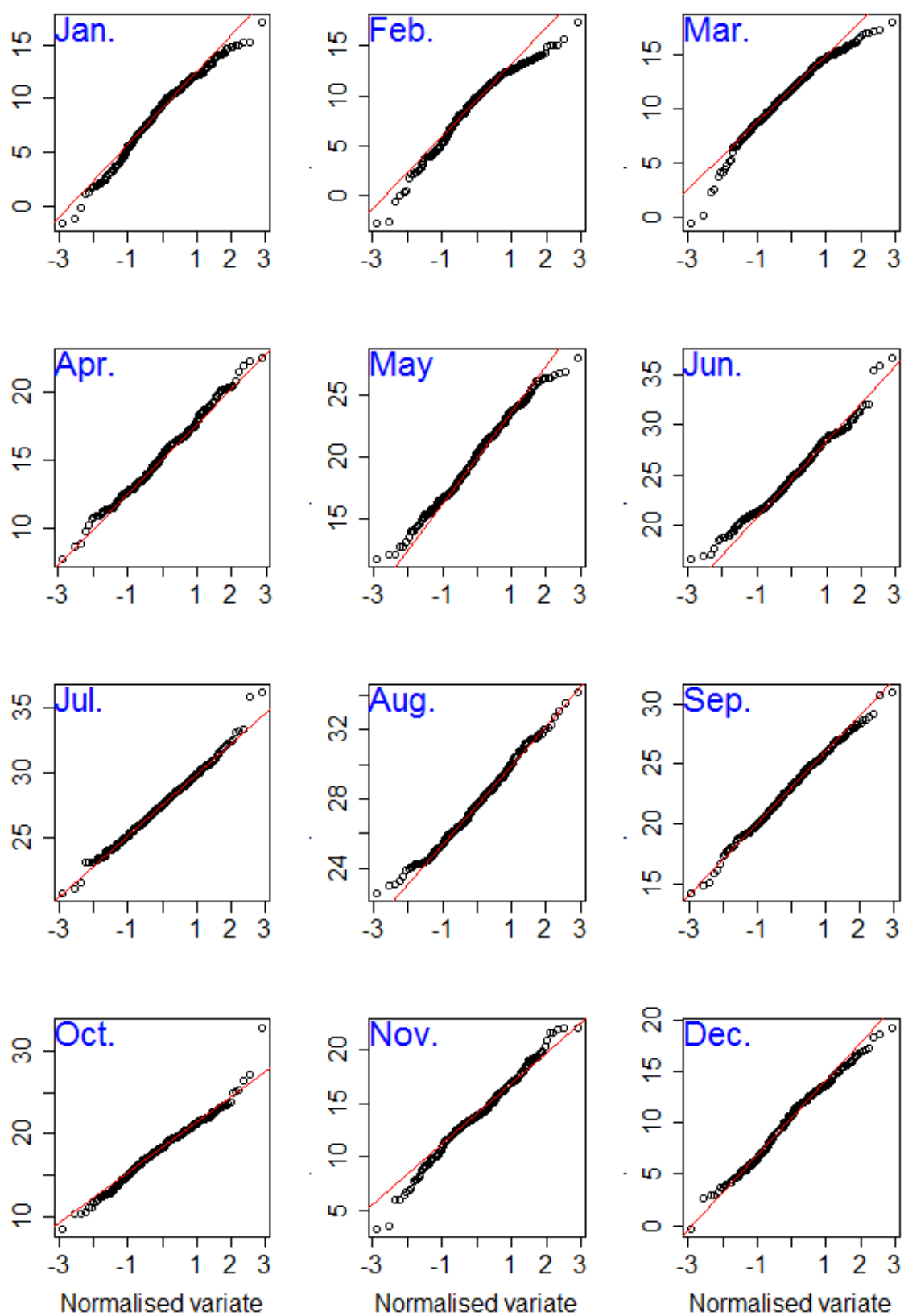


**ΣΧΗΜΑ Α.88:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Γαλατσίου για κάθε μήνα.

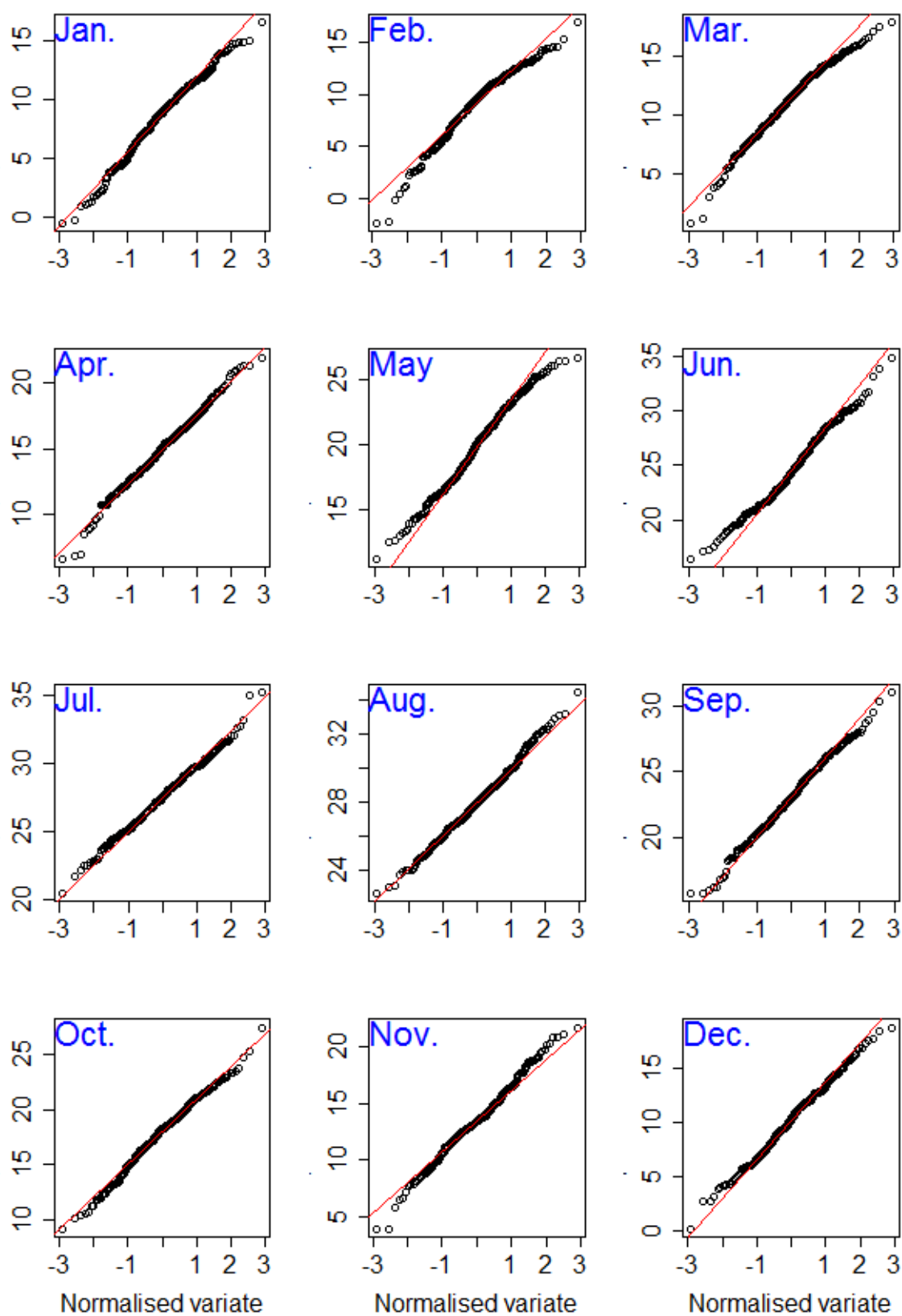




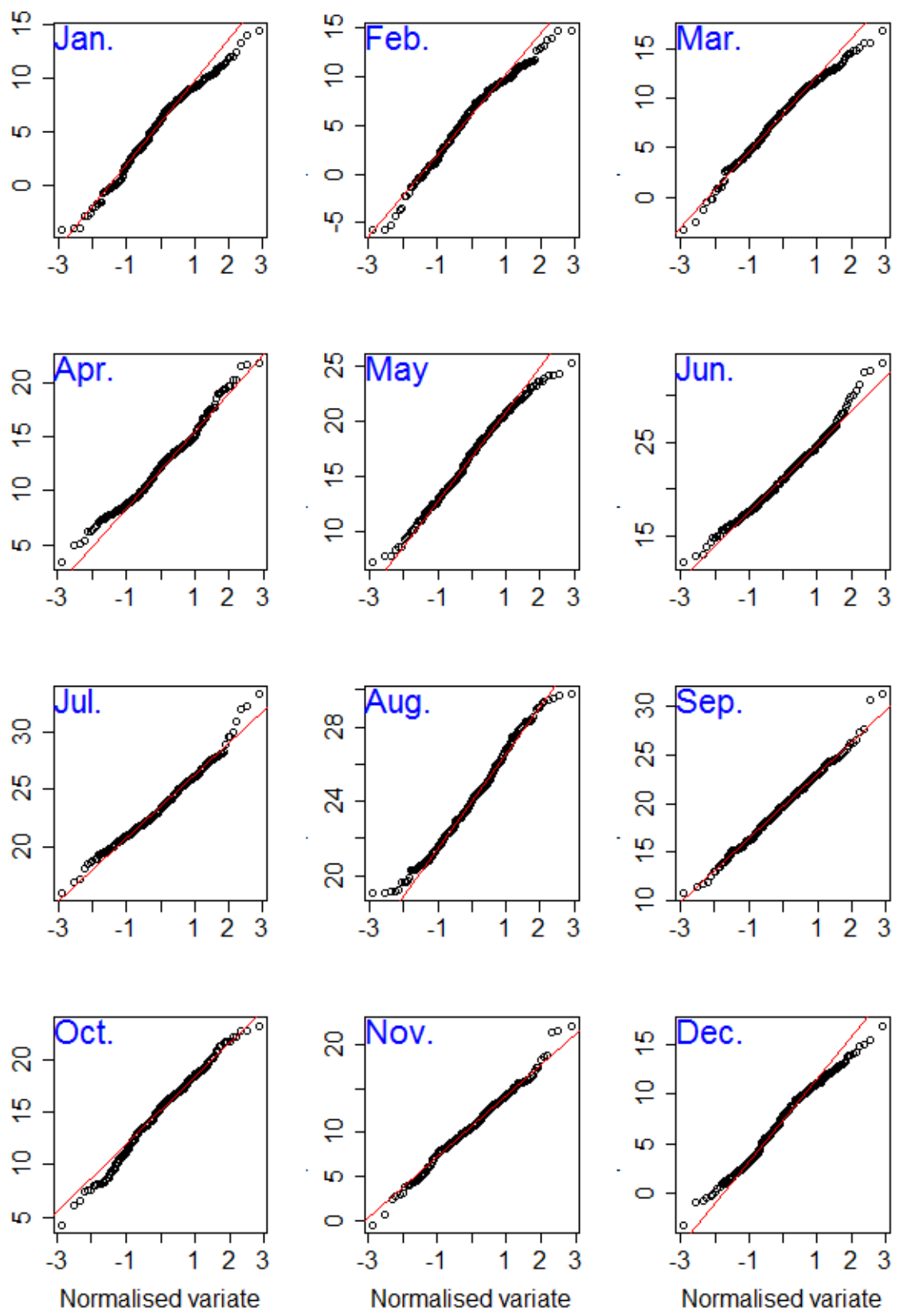
**ΣΧΗΜΑ Α.89:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ηλιούπολης για κάθε μήνα.



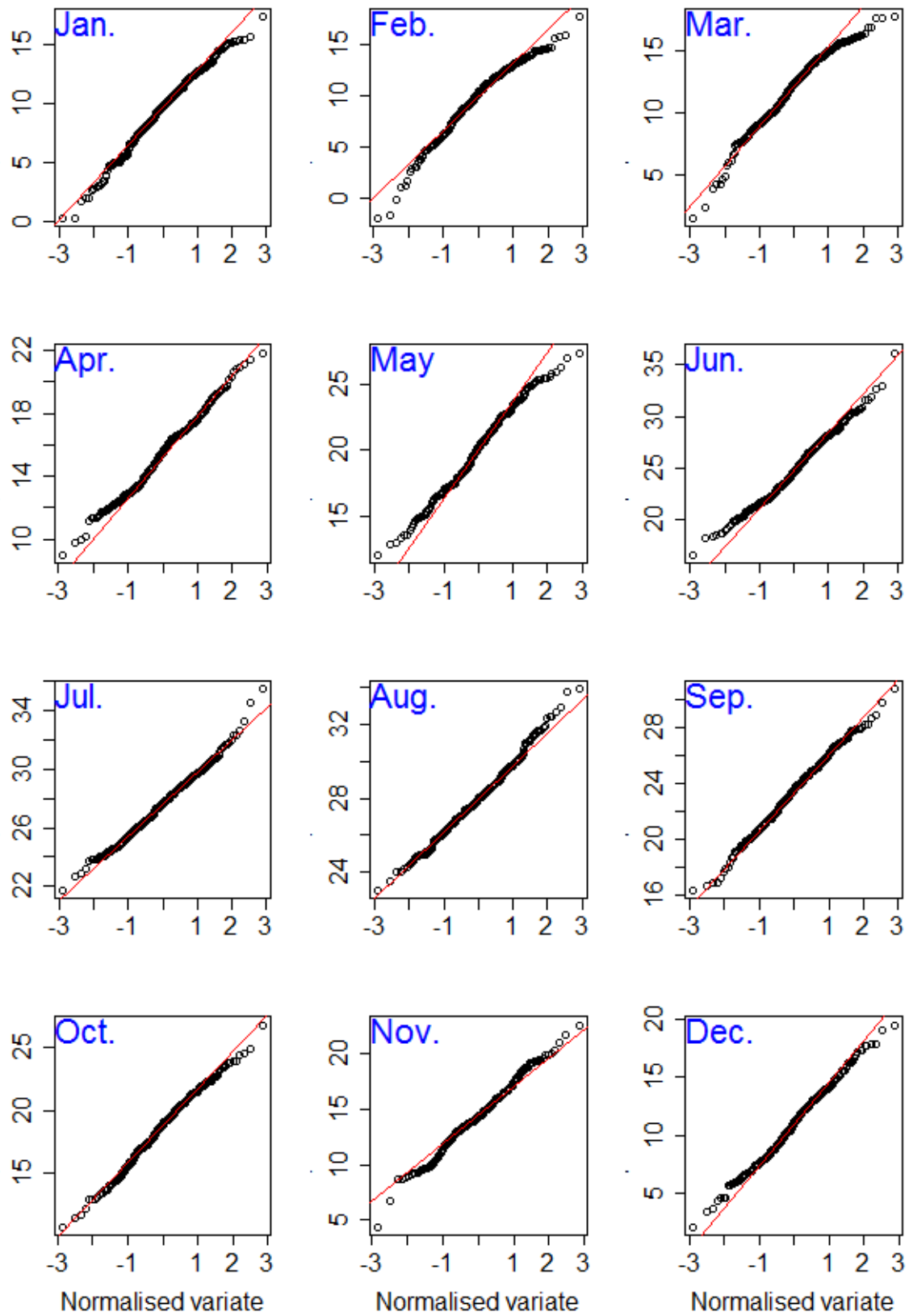
**ΣΧΗΜΑ Α.90:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Μάνδρας για κάθε μήνα.



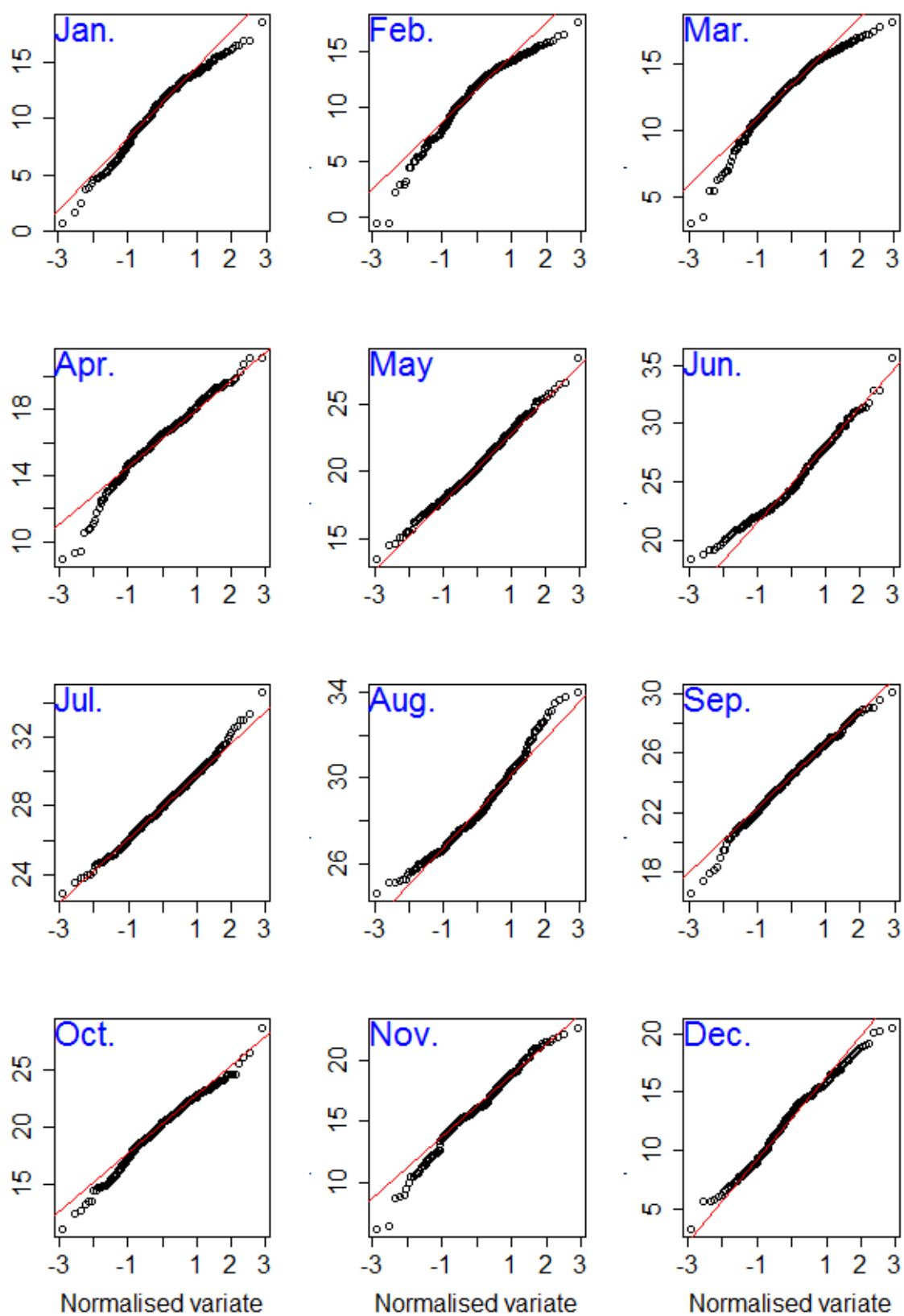
**ΣΧΗΜΑ Α.91:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Μενιδίου για κάθε μήνα.



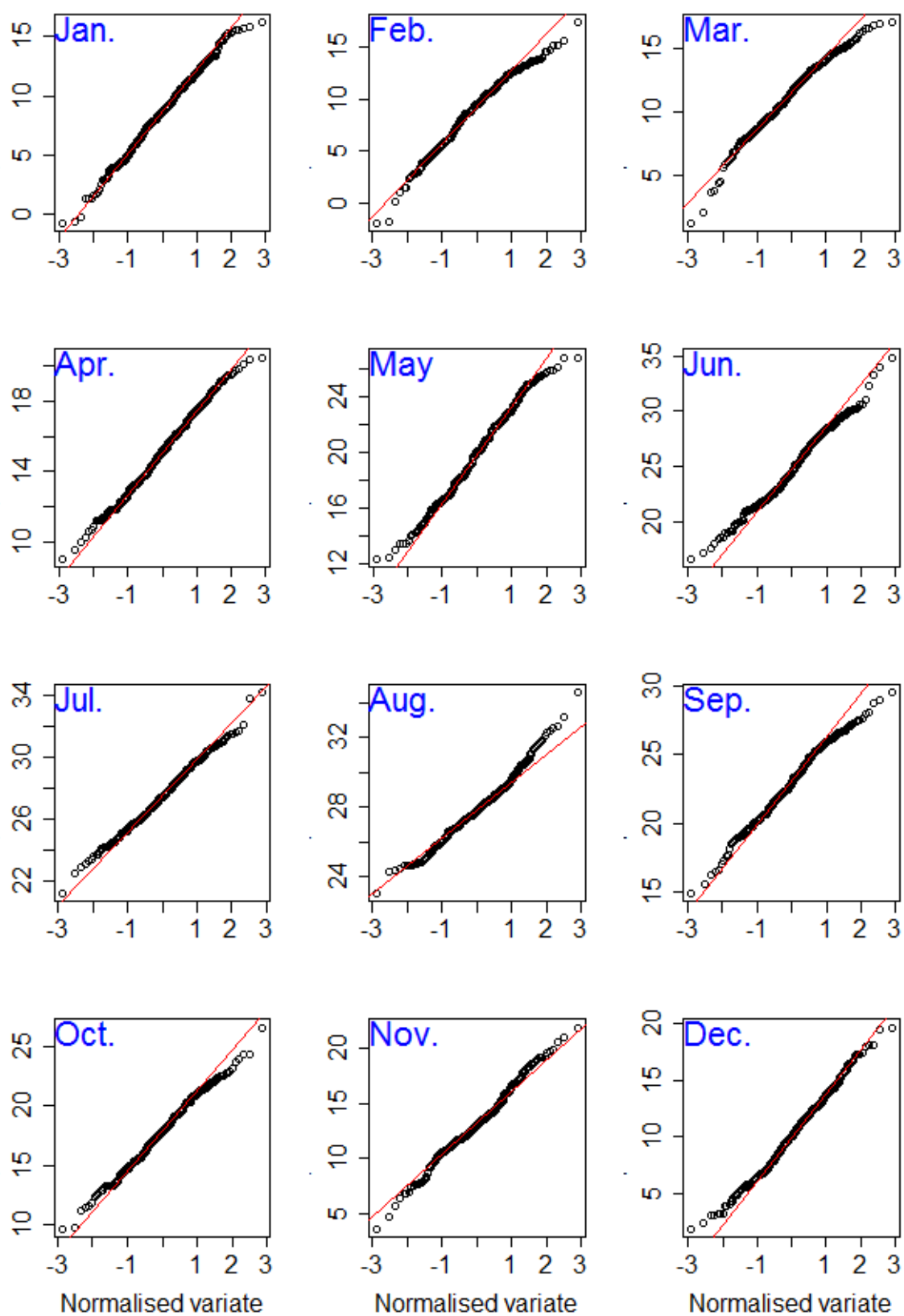
**ΣΧΗΜΑ Α.92:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πεντέλης για κάθε μήνα.



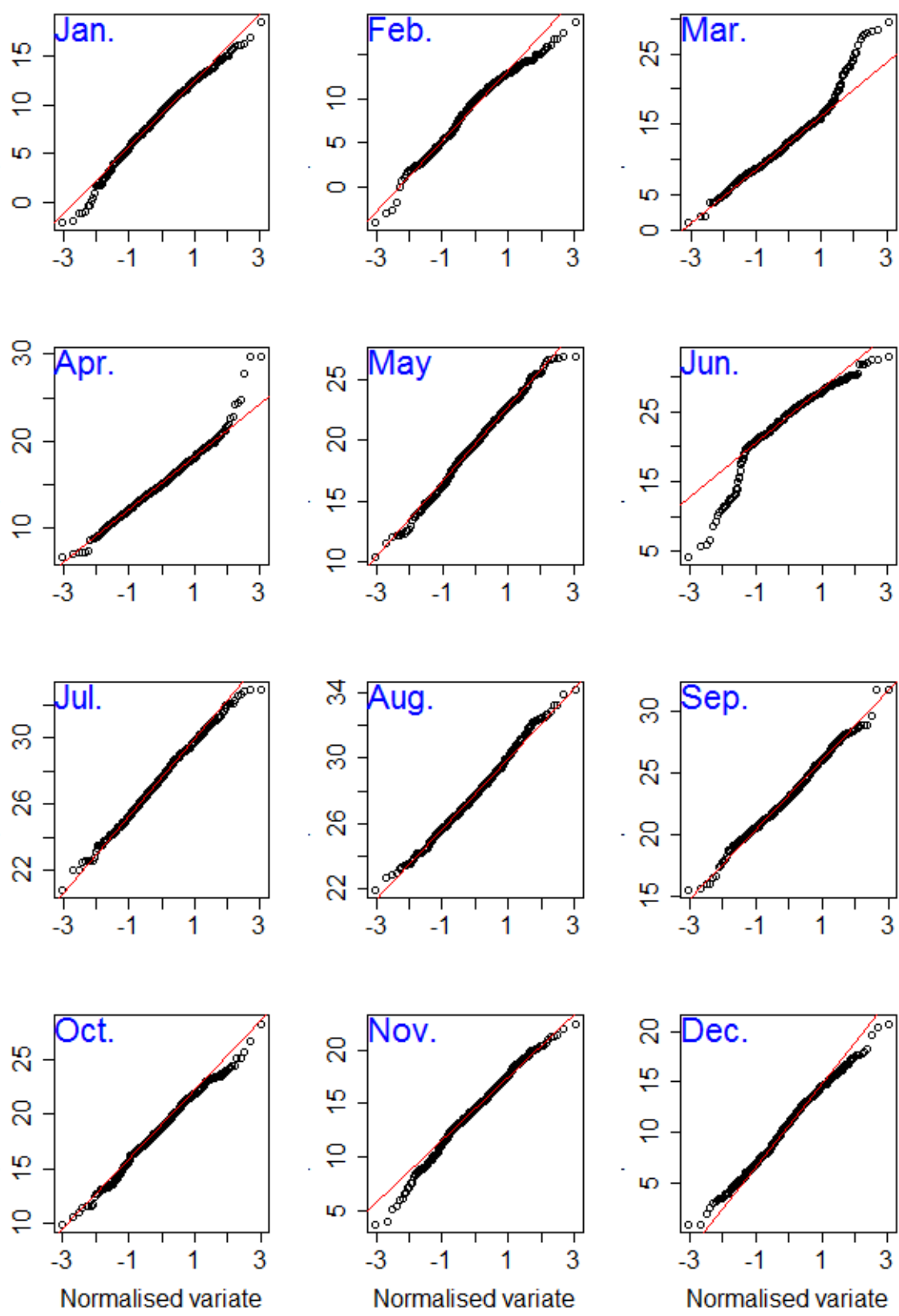
**ΣΧΗΜΑ Α.93:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πικερμίου για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.94:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ψυτάλλειας για κάθε μήνα.

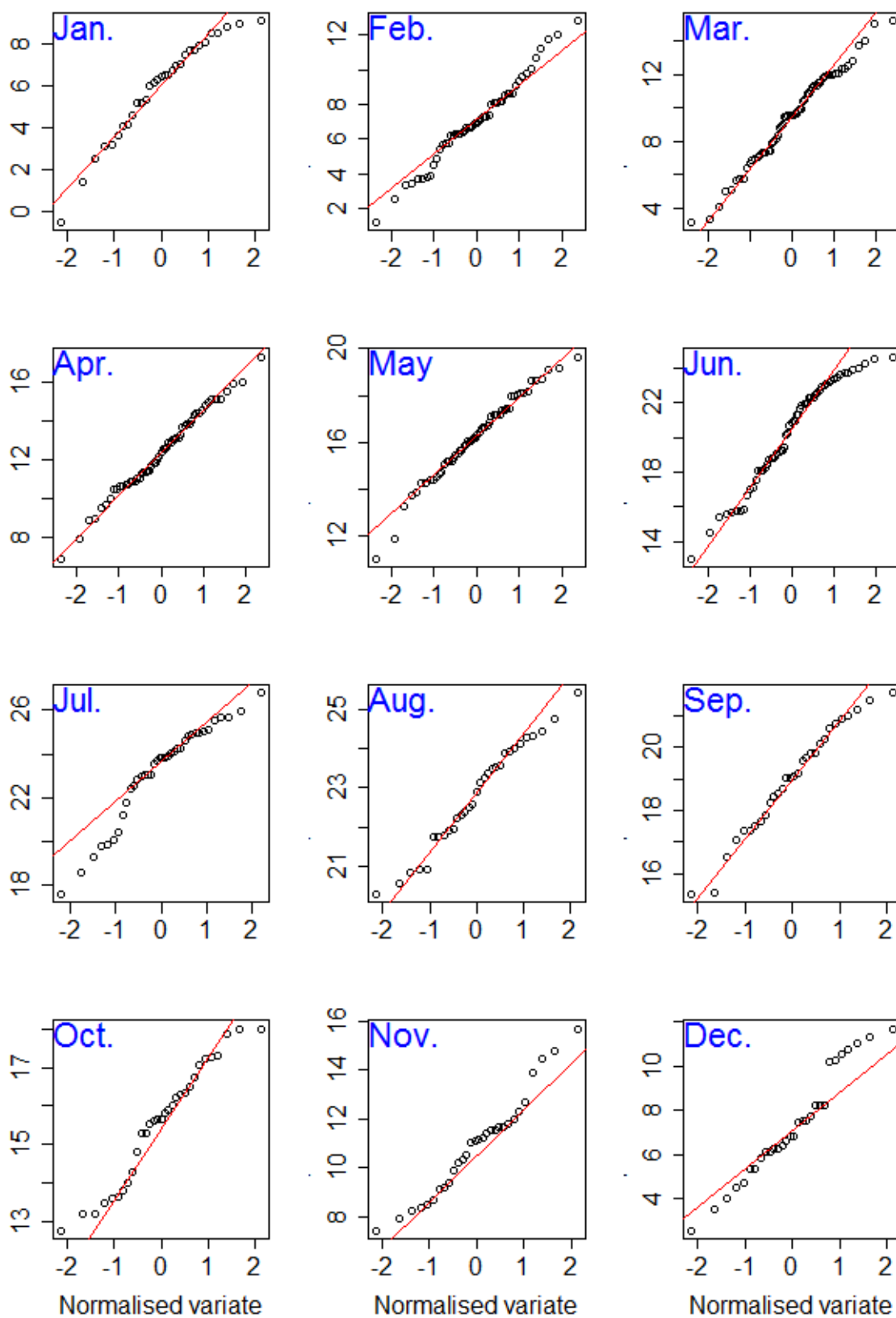


ΣΧΗΜΑ Α.95: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου για κάθε μήνα.

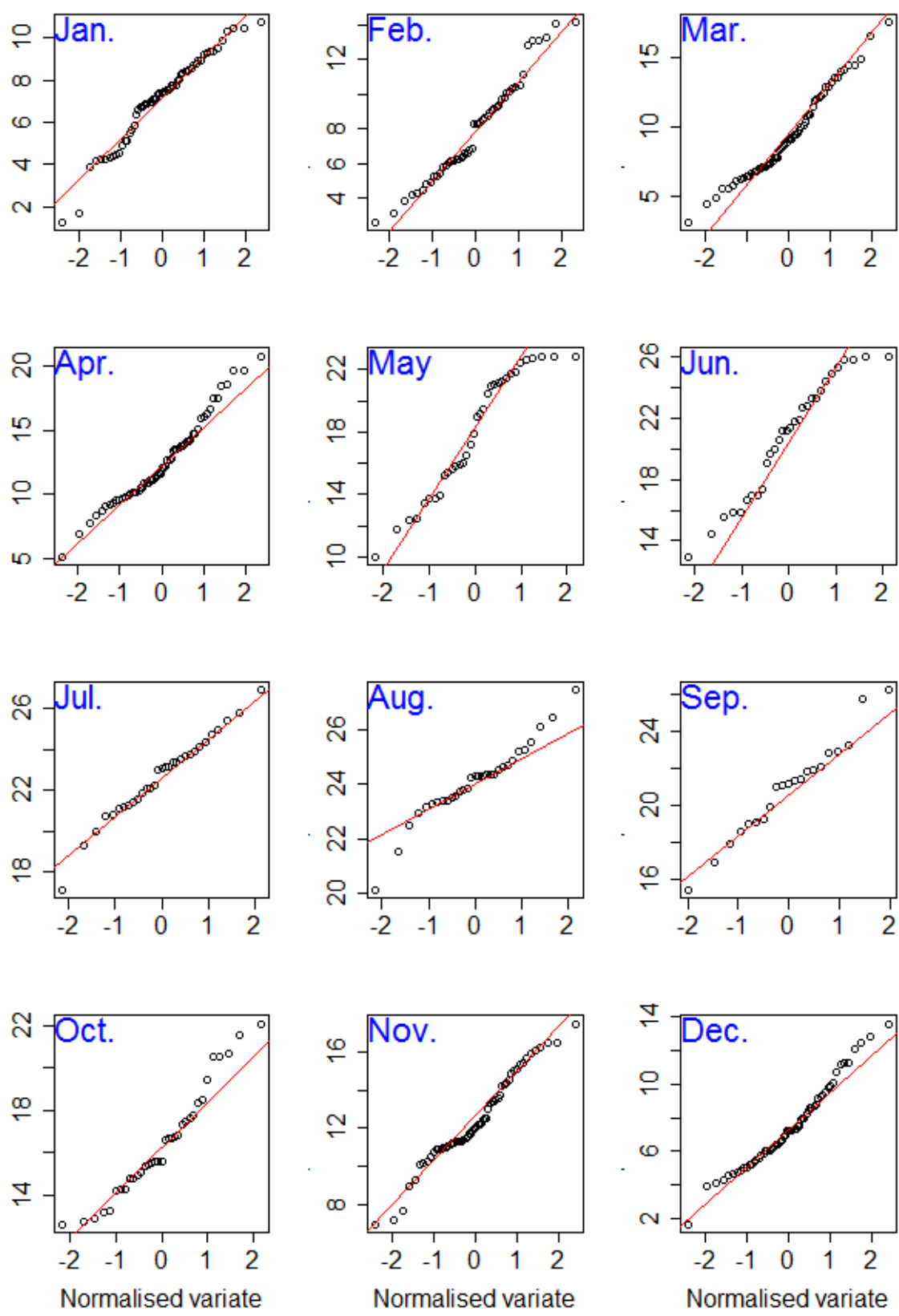


ΣΧΗΜΑ Α.96: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου-Β για κάθε μήνα.

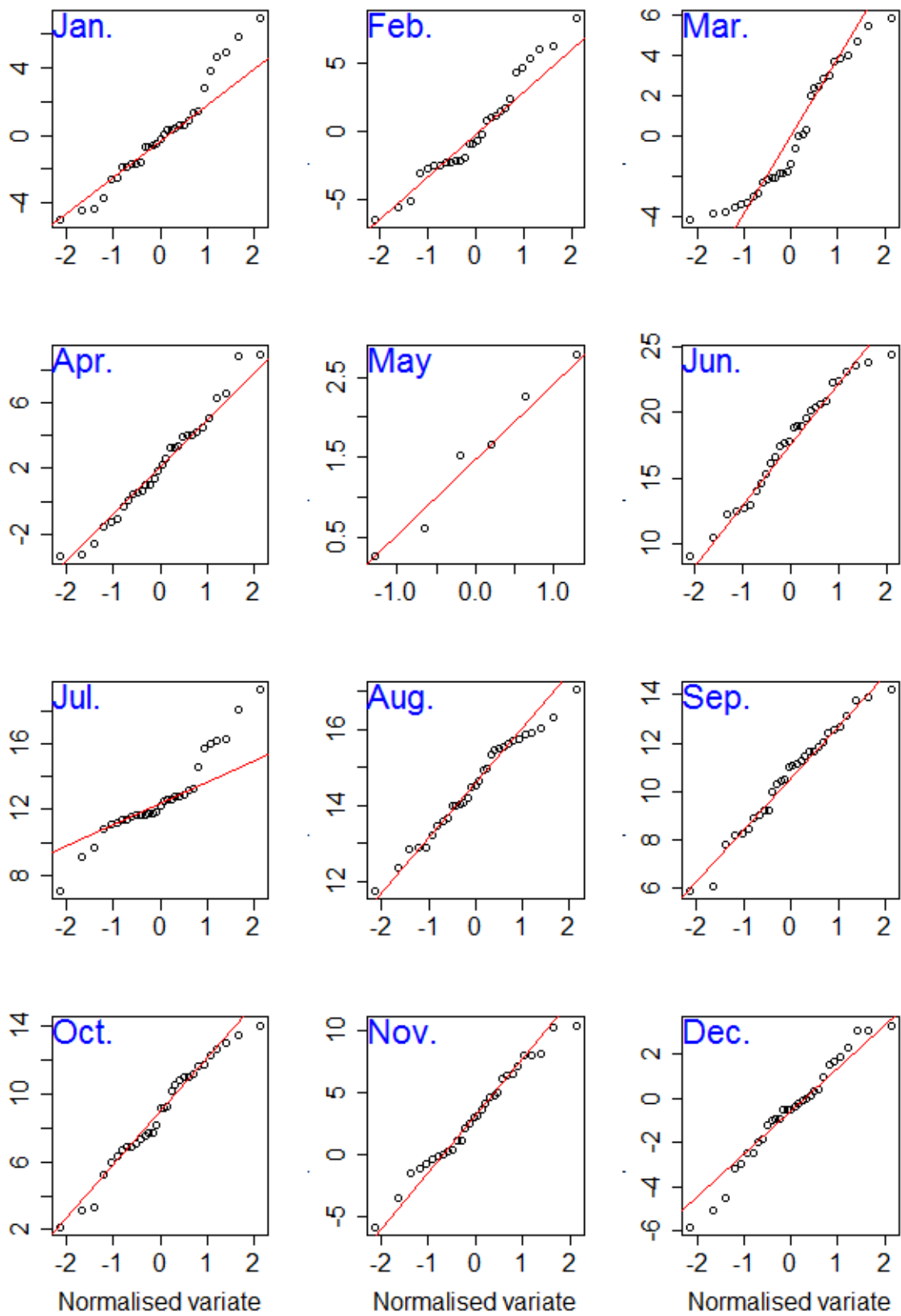




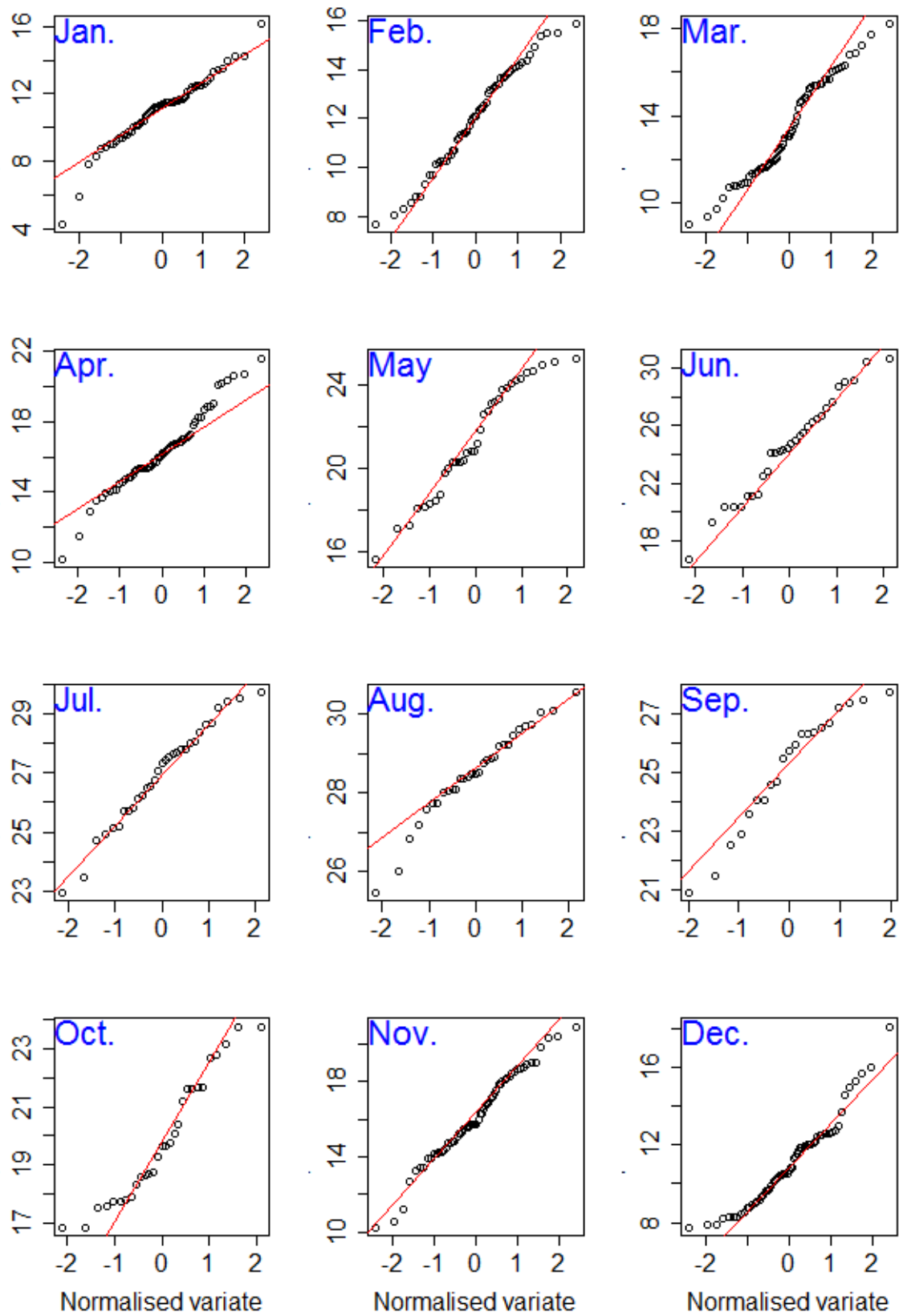
**ΣΧΗΜΑ Α.97:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας (θέσης Νερόμυλος) για κάθε μήνα.



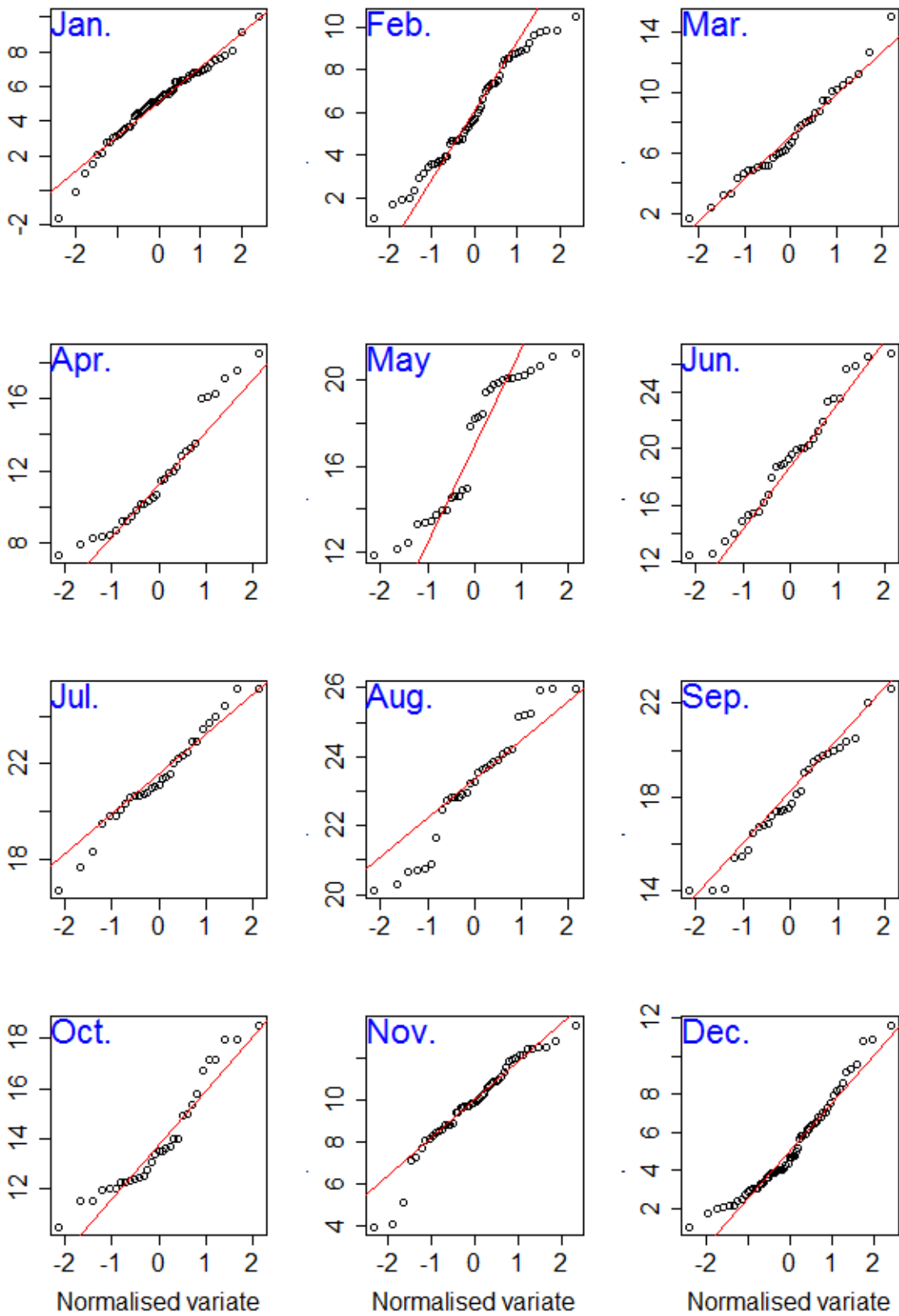
**ΣΧΗΜΑ Α.98:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας για κάθε μήνα.



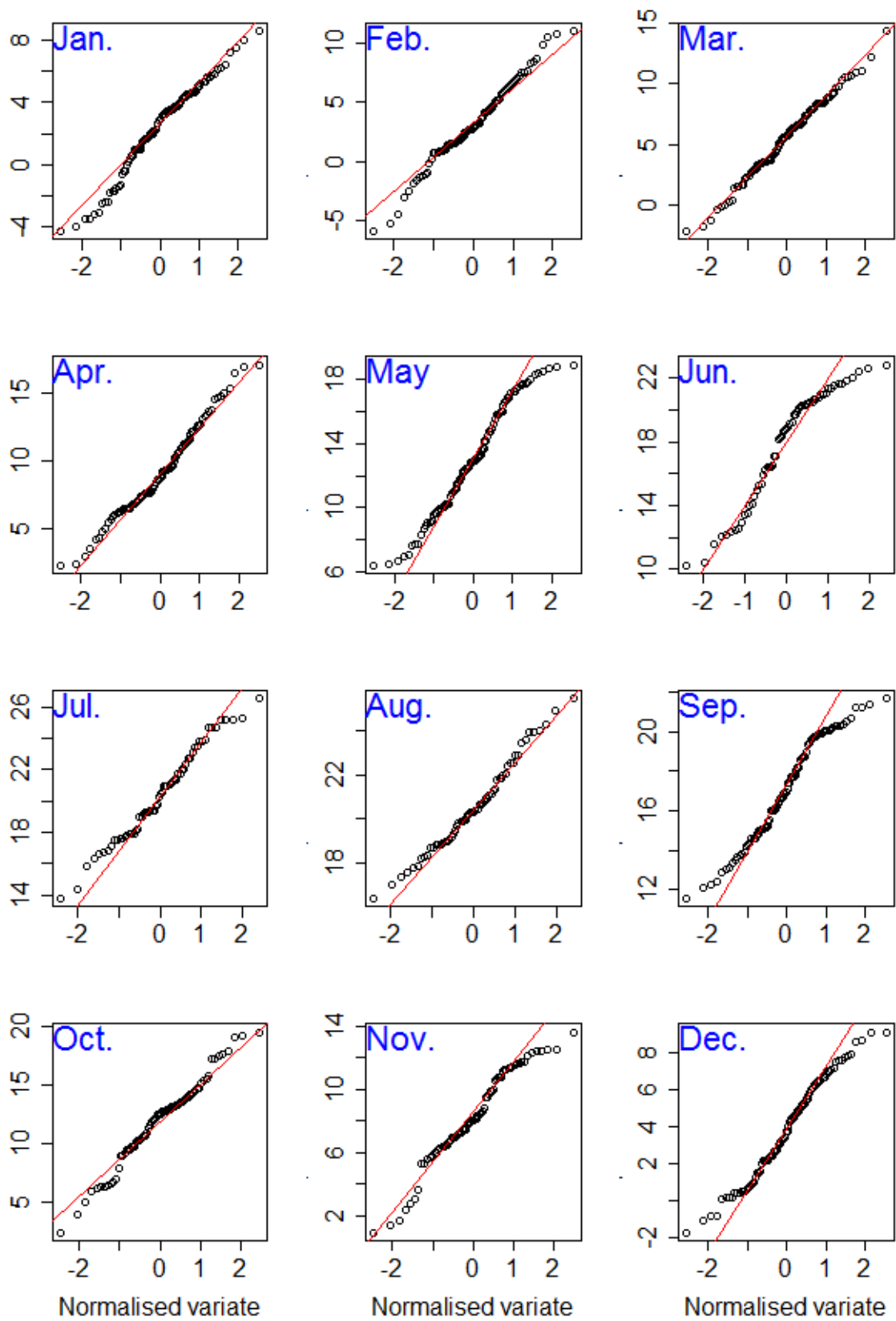
ΣΧΗΜΑ Α.99: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Κωστηλάτων για κάθε μήνα.



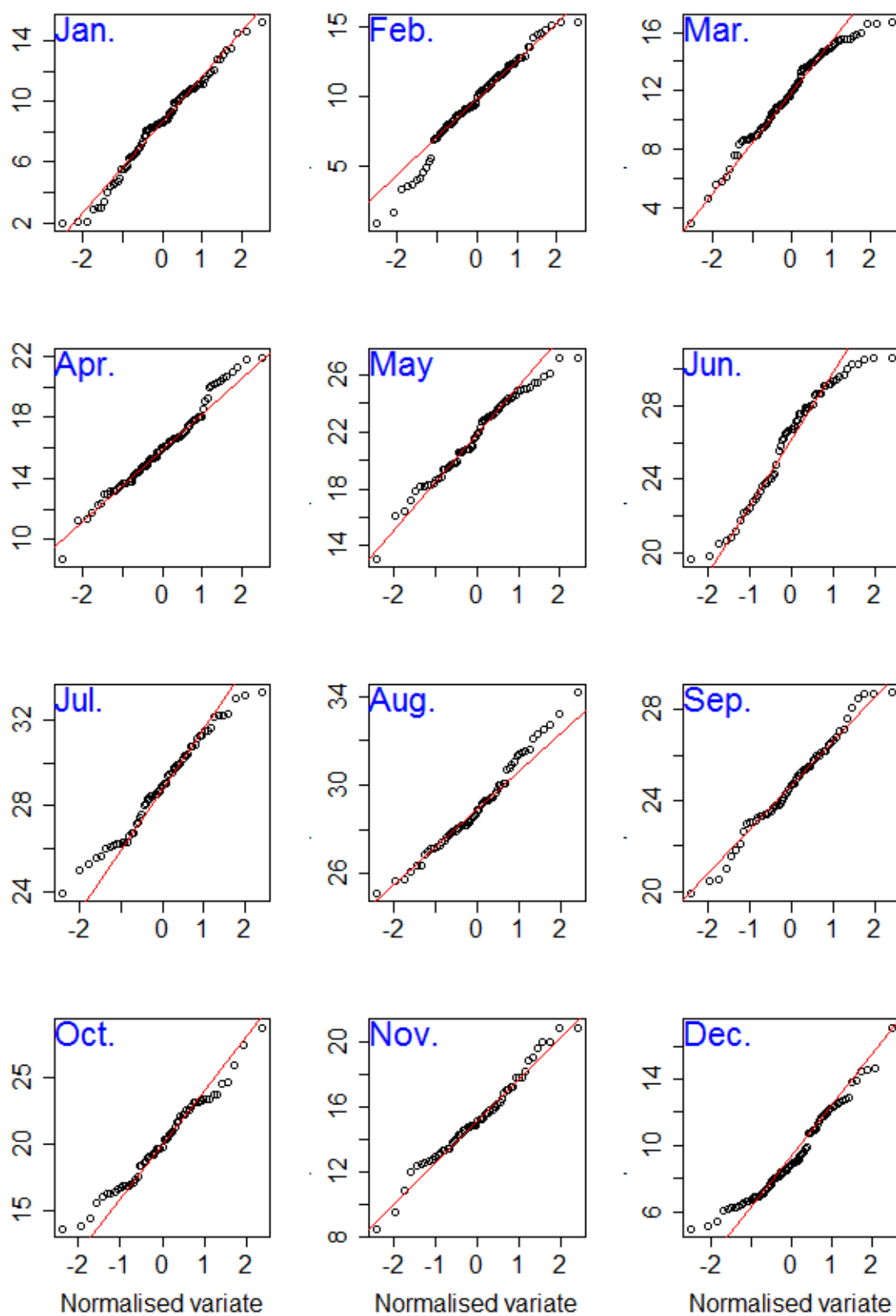
**ΣΧΗΜΑ Α.100:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αρφαρών για κάθε μήνα.



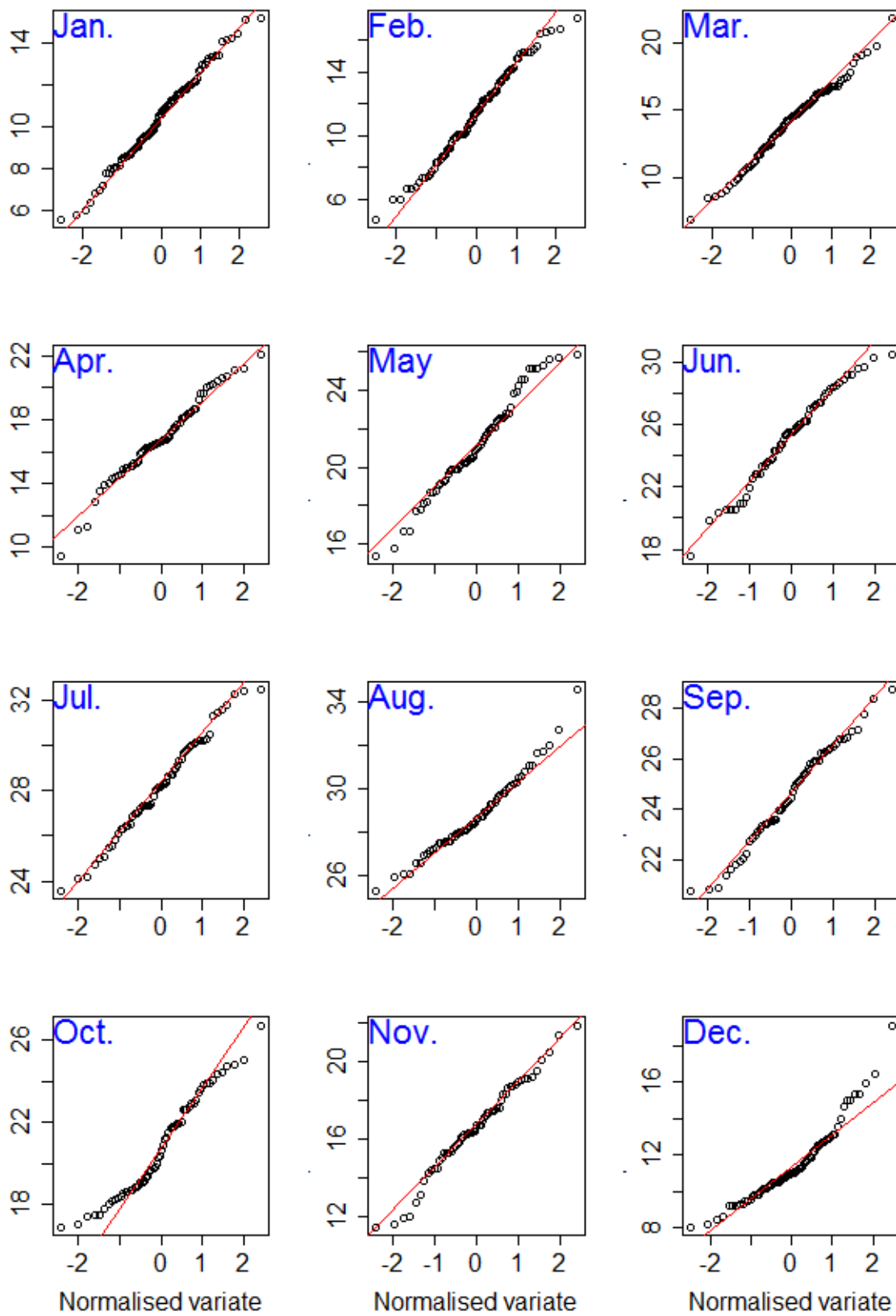
**ΣΧΗΜΑ Α.101:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Δημητσάνας για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.102:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ελάτης για κάθε μήνα.

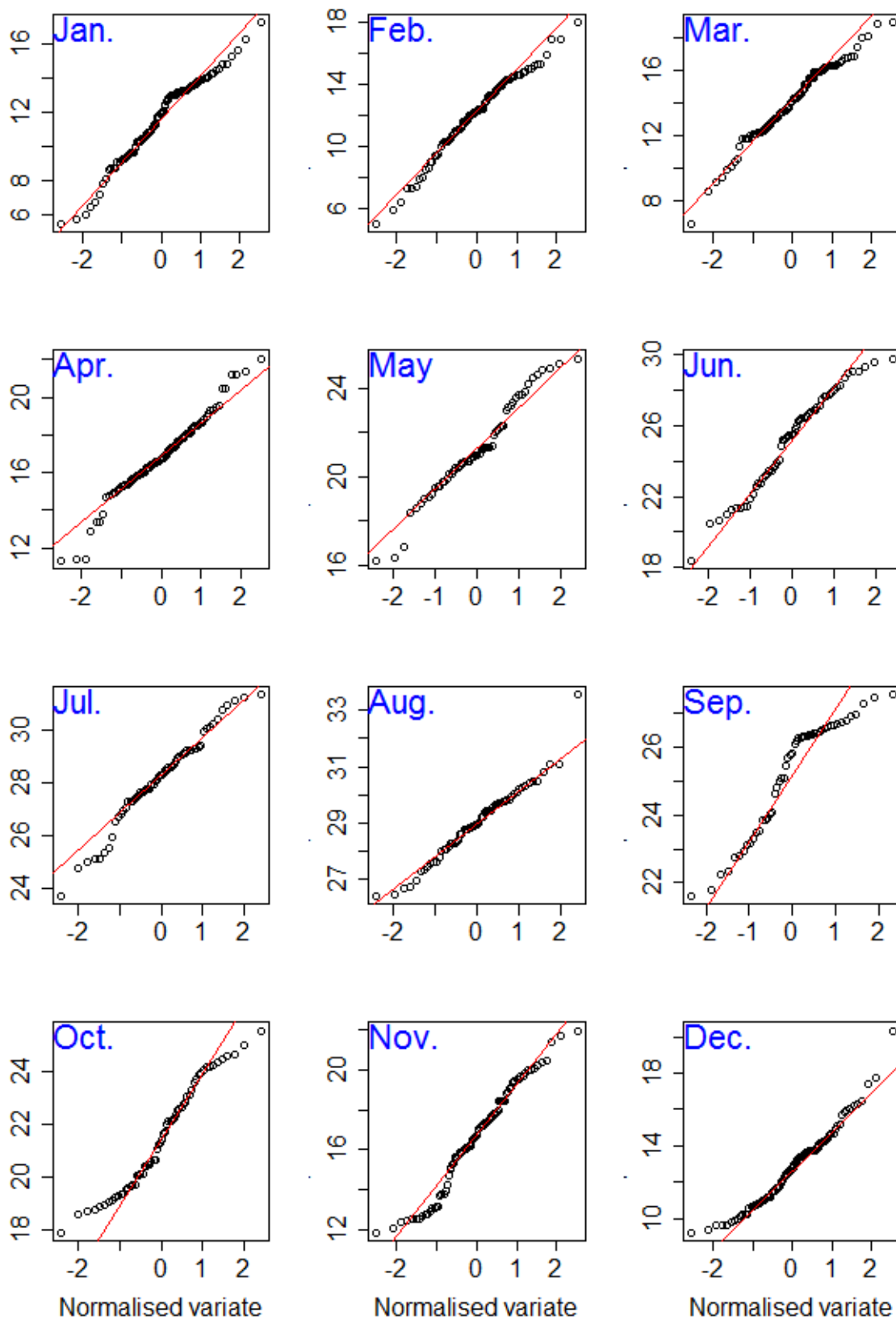


ΣΧΗΜΑ Α.103: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Γύρα Στεφανής για κάθε μήνα.

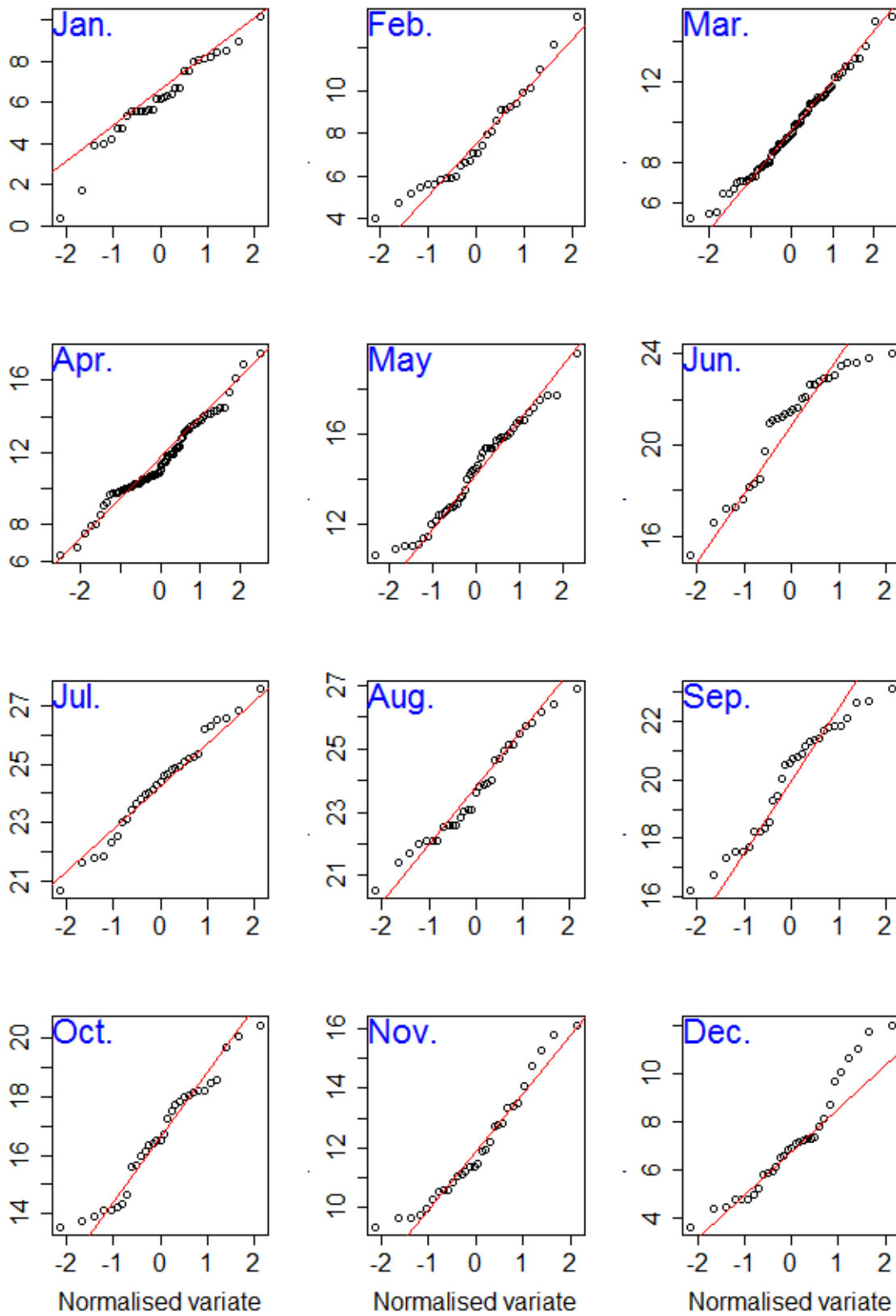


**ΣΧΗΜΑ Α.104:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση «Μπάκας») για κάθε μήνα.

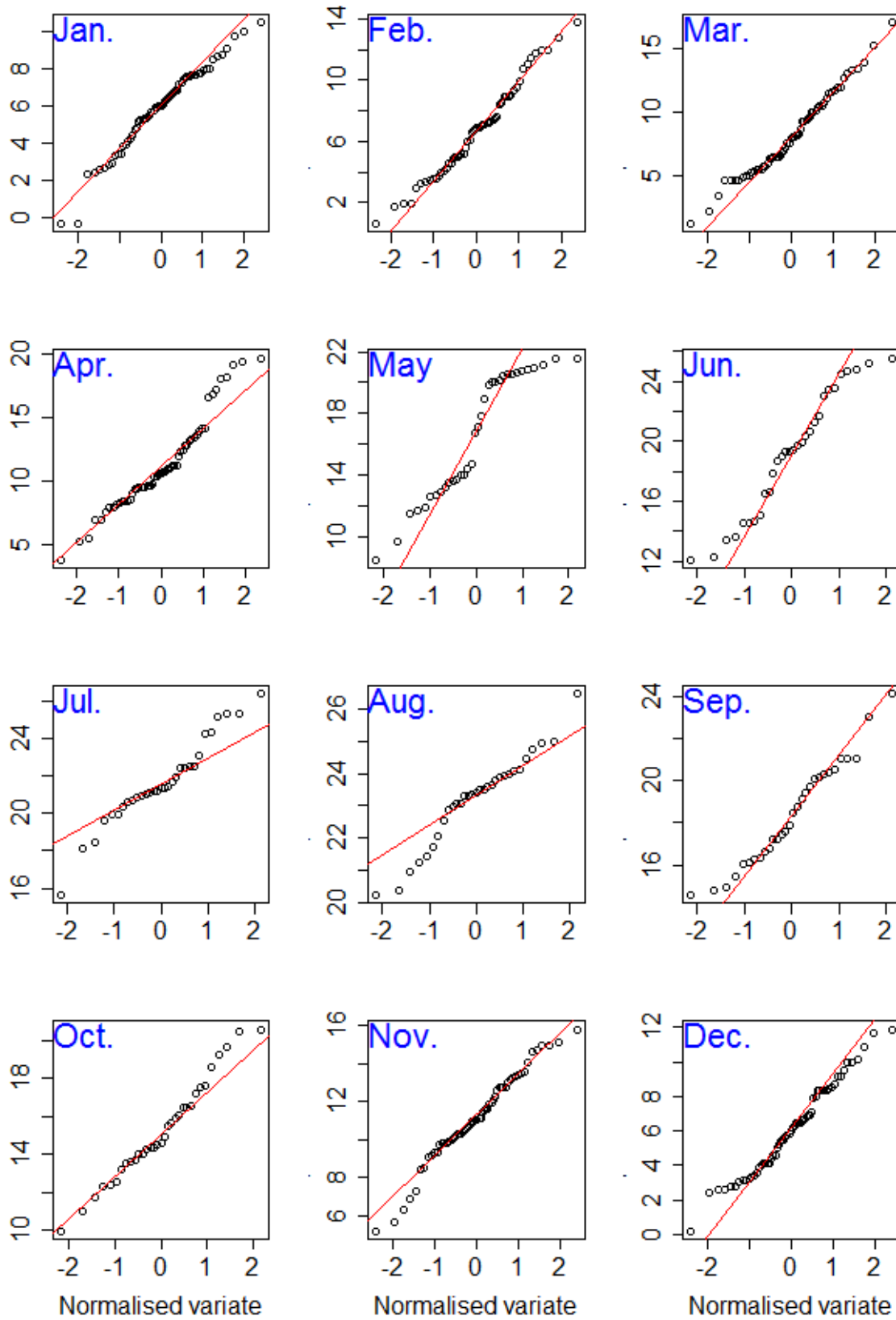




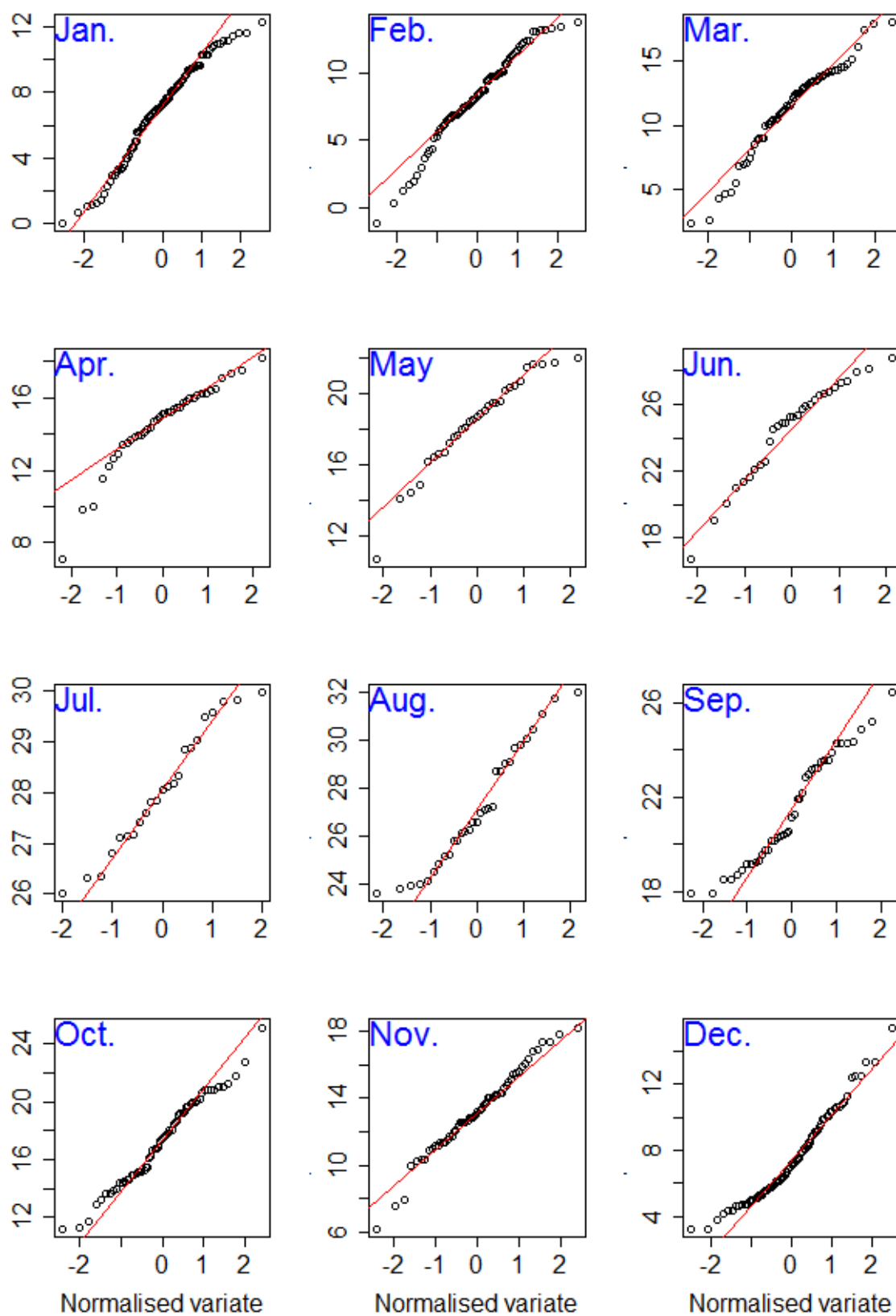
**ΣΧΗΜΑ Α.105:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση «Νησάκι») για κάθε μήνα.



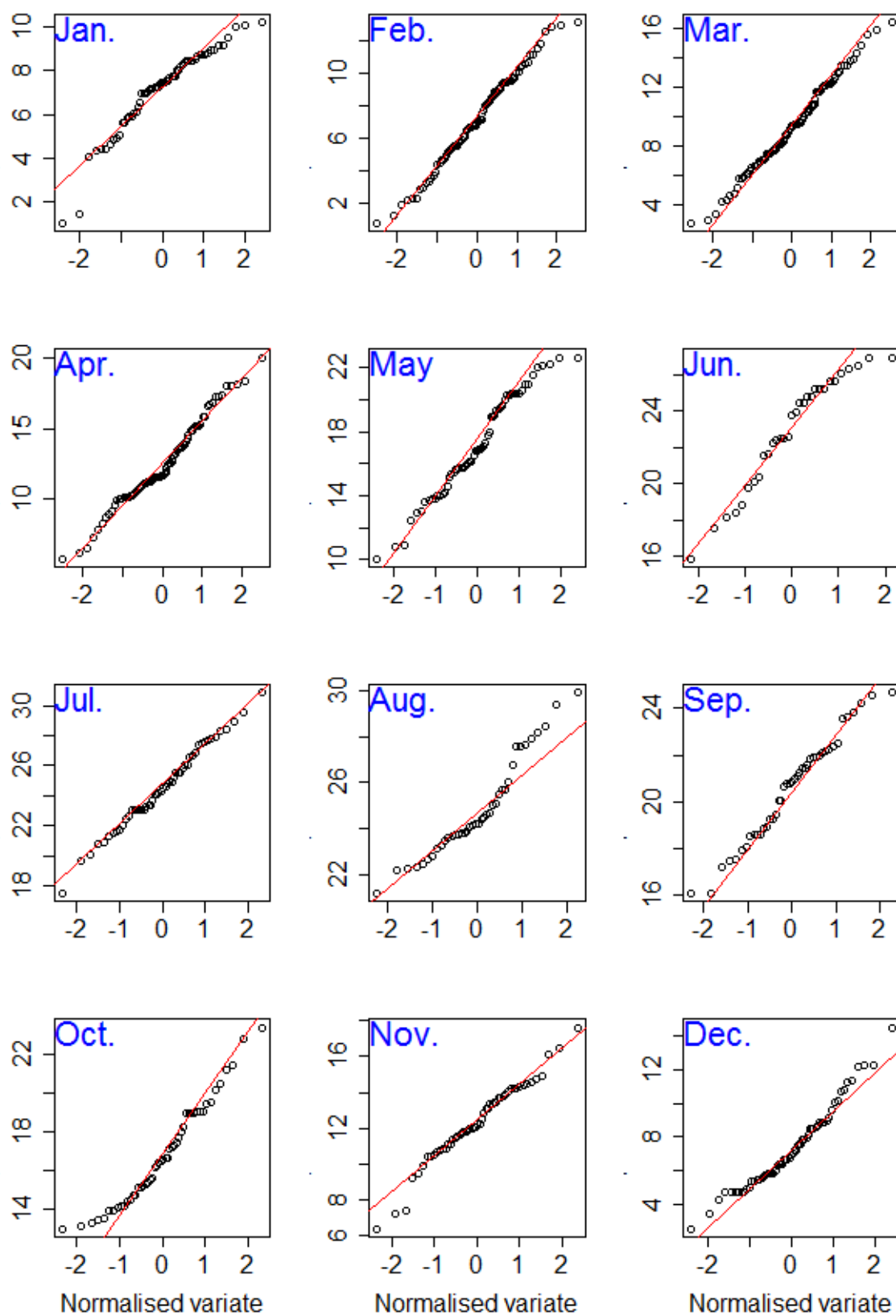
**ΣΧΗΜΑ Α.106:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καρβελιώτη για κάθε μήνα.



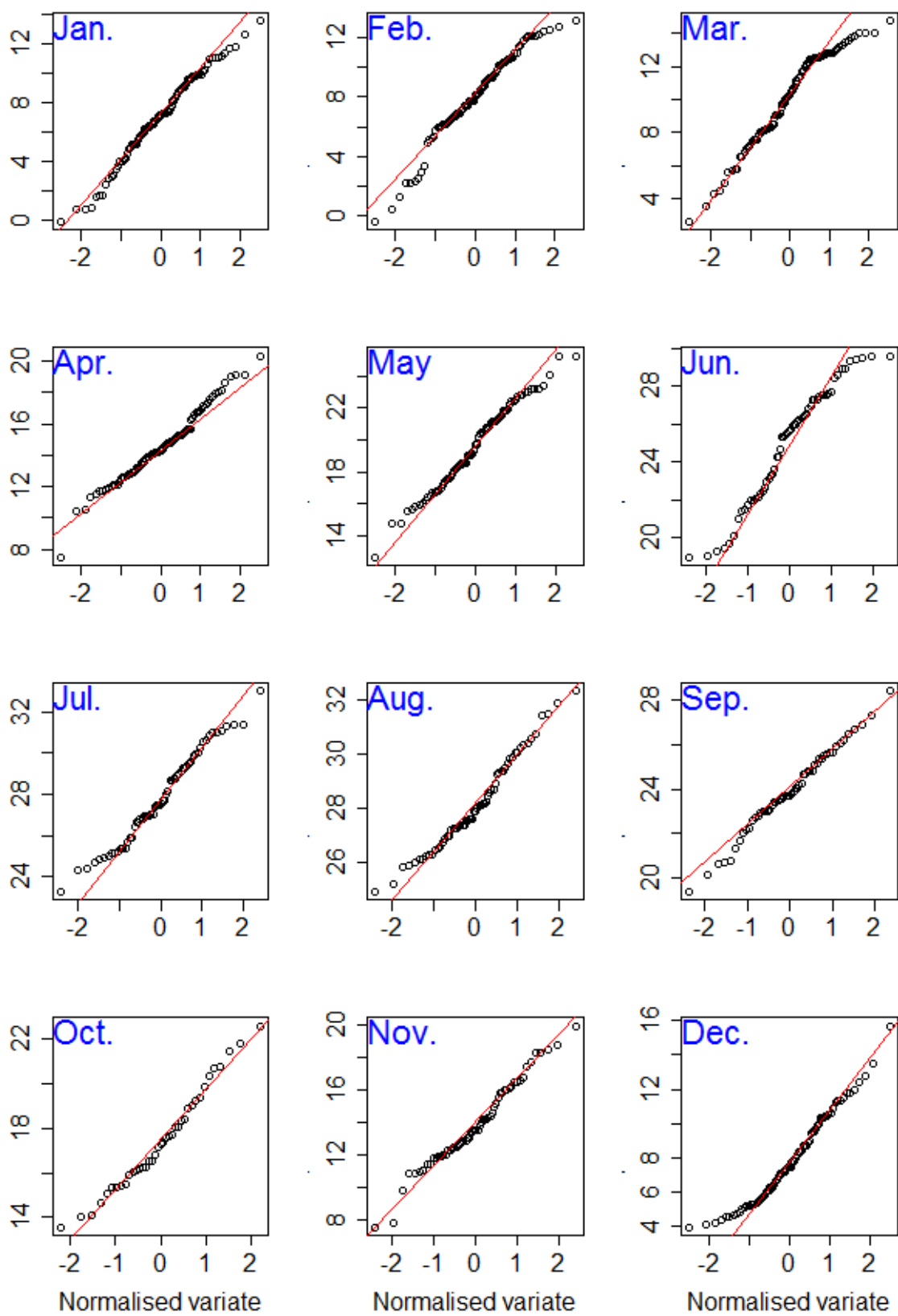
**ΣΧΗΜΑ Α.107:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Λαγκαδιών για κάθε μήνα.



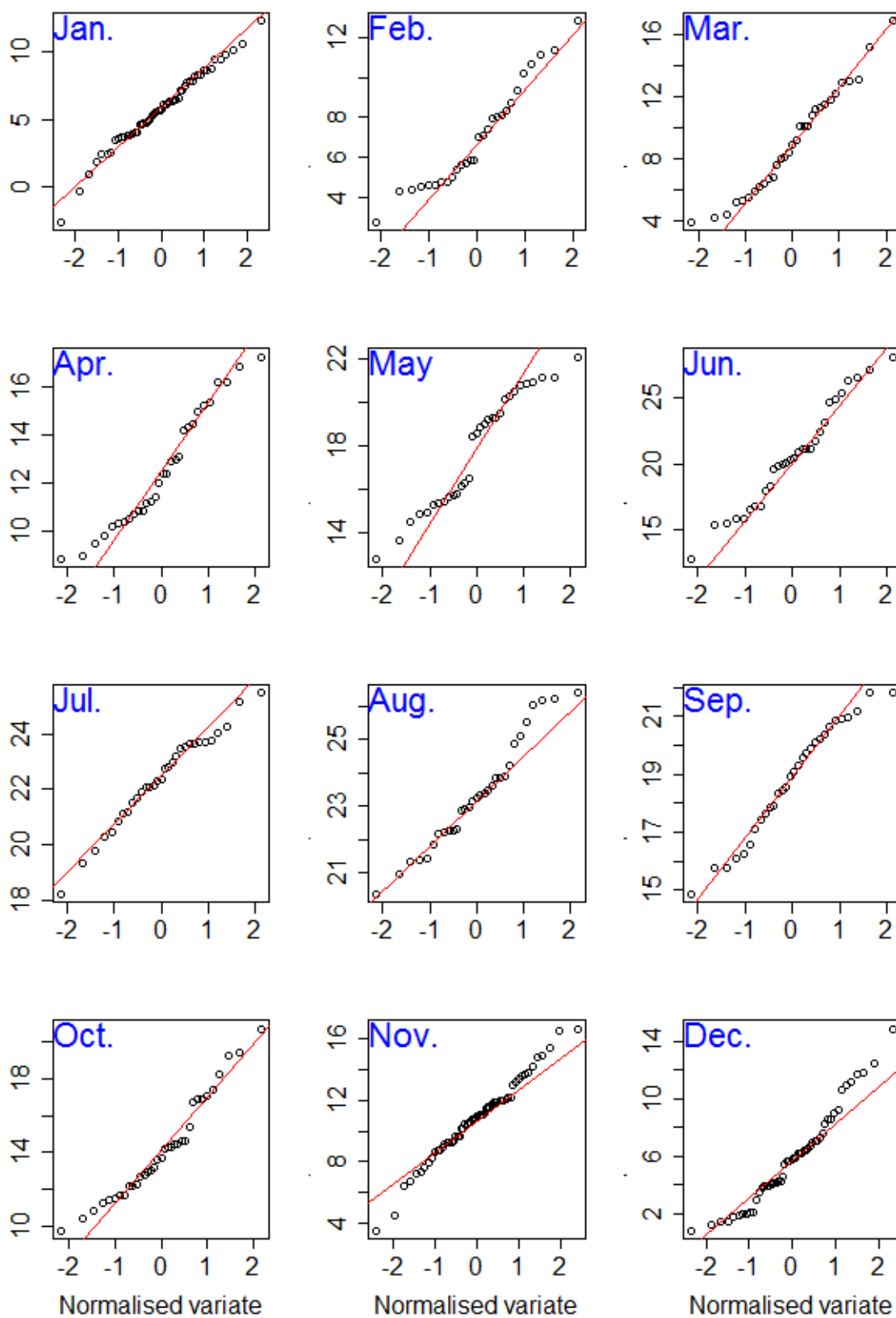
**ΣΧΗΜΑ Α.108:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Νέας Πεντέλης για κάθε μήνα.



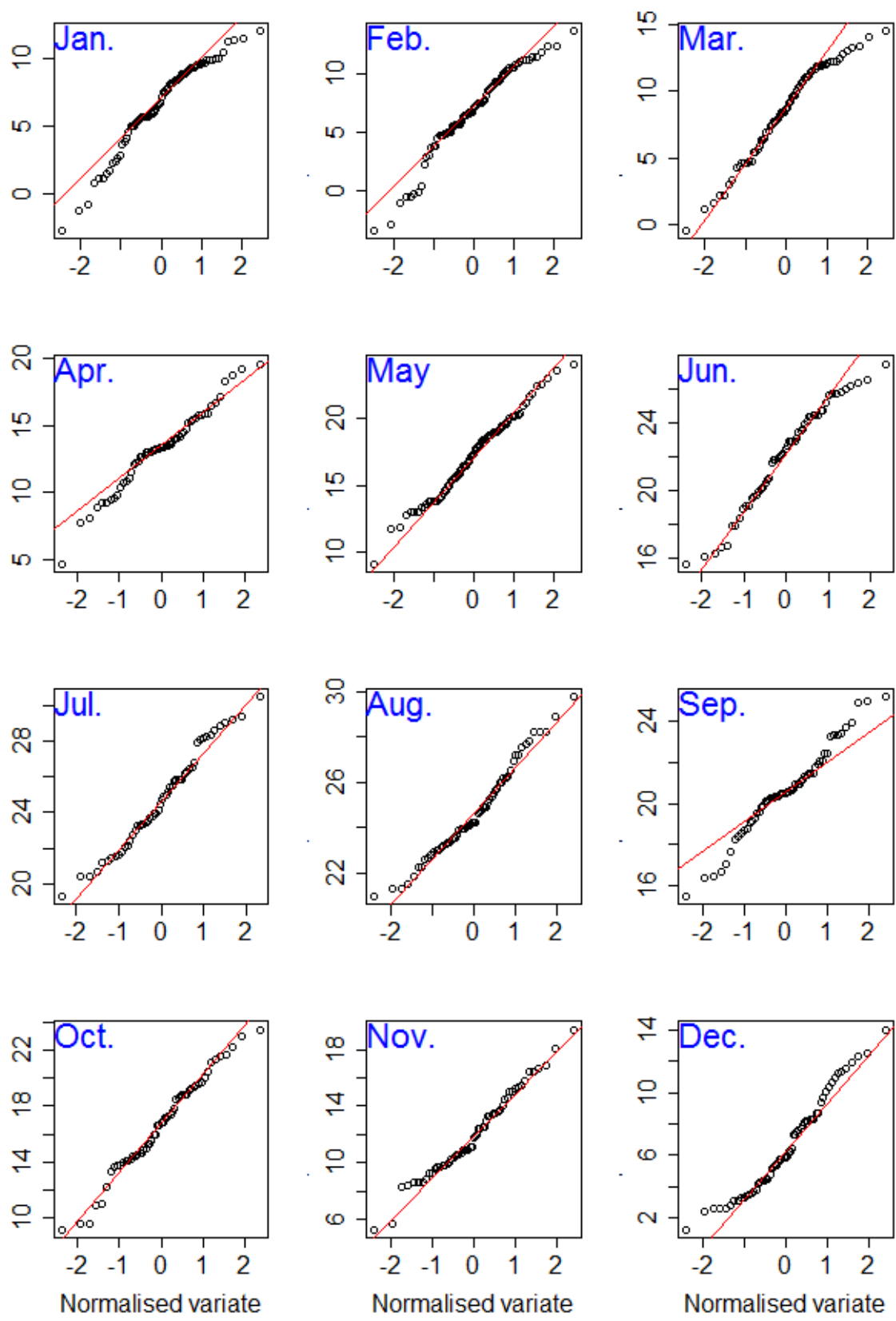
**ΣΧΗΜΑ Α.109:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Νέδουσας για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.110:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Οινόης για κάθε μήνα.

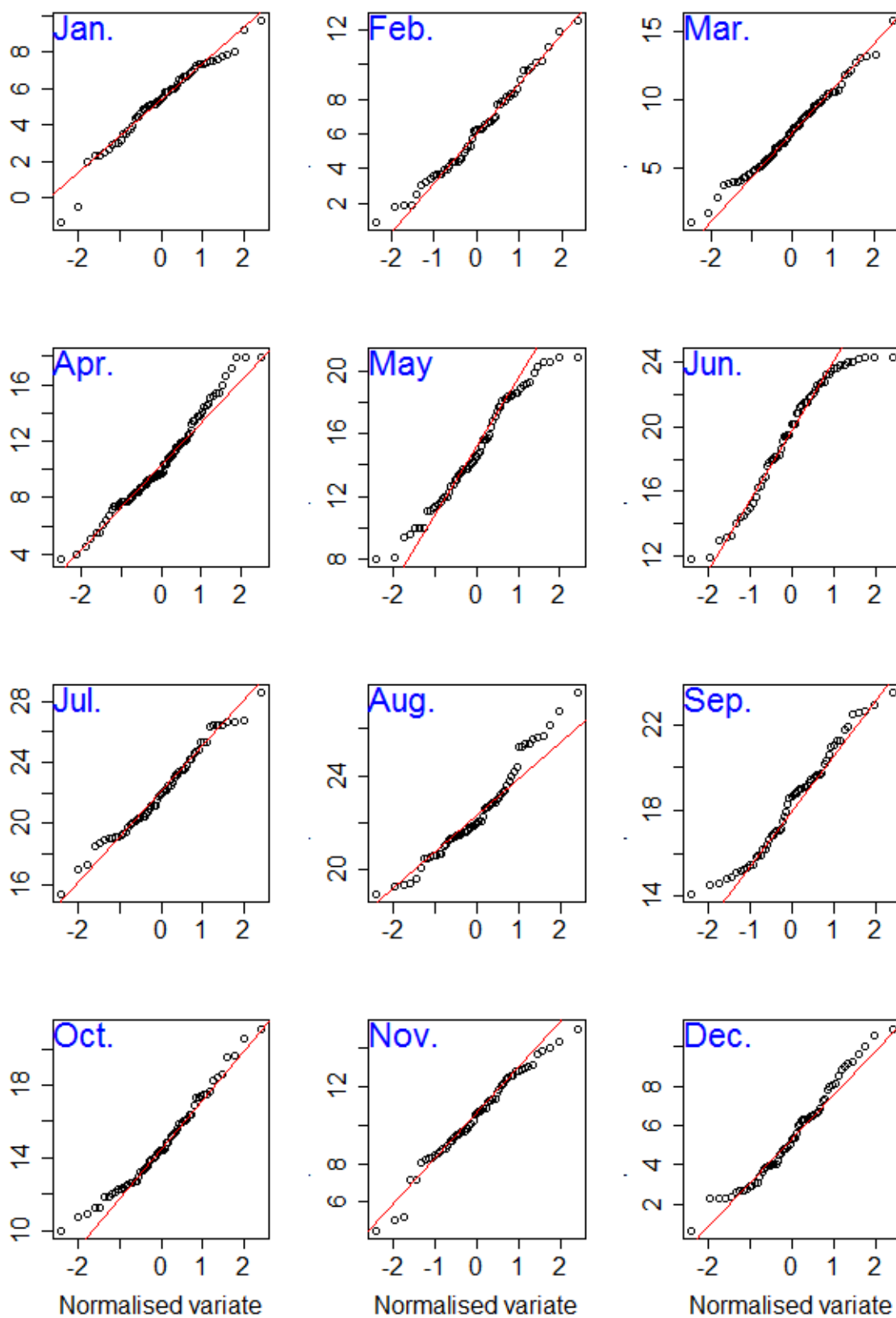


**ΣΧΗΜΑ Α.111:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πόλιανης για κάθε μήνα.

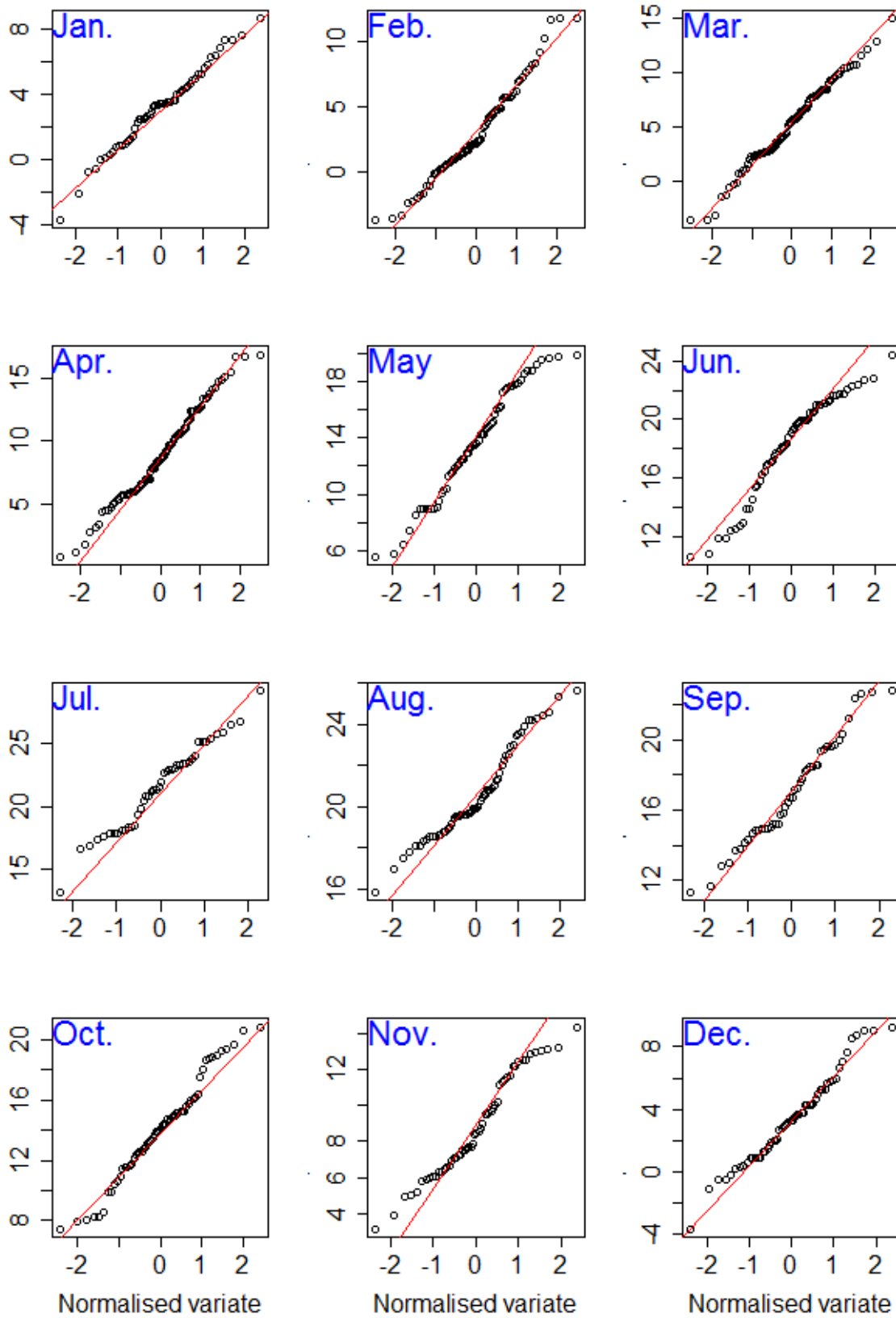


**ΣΧΗΜΑ Α.112:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πράσινου για κάθε μήνα.

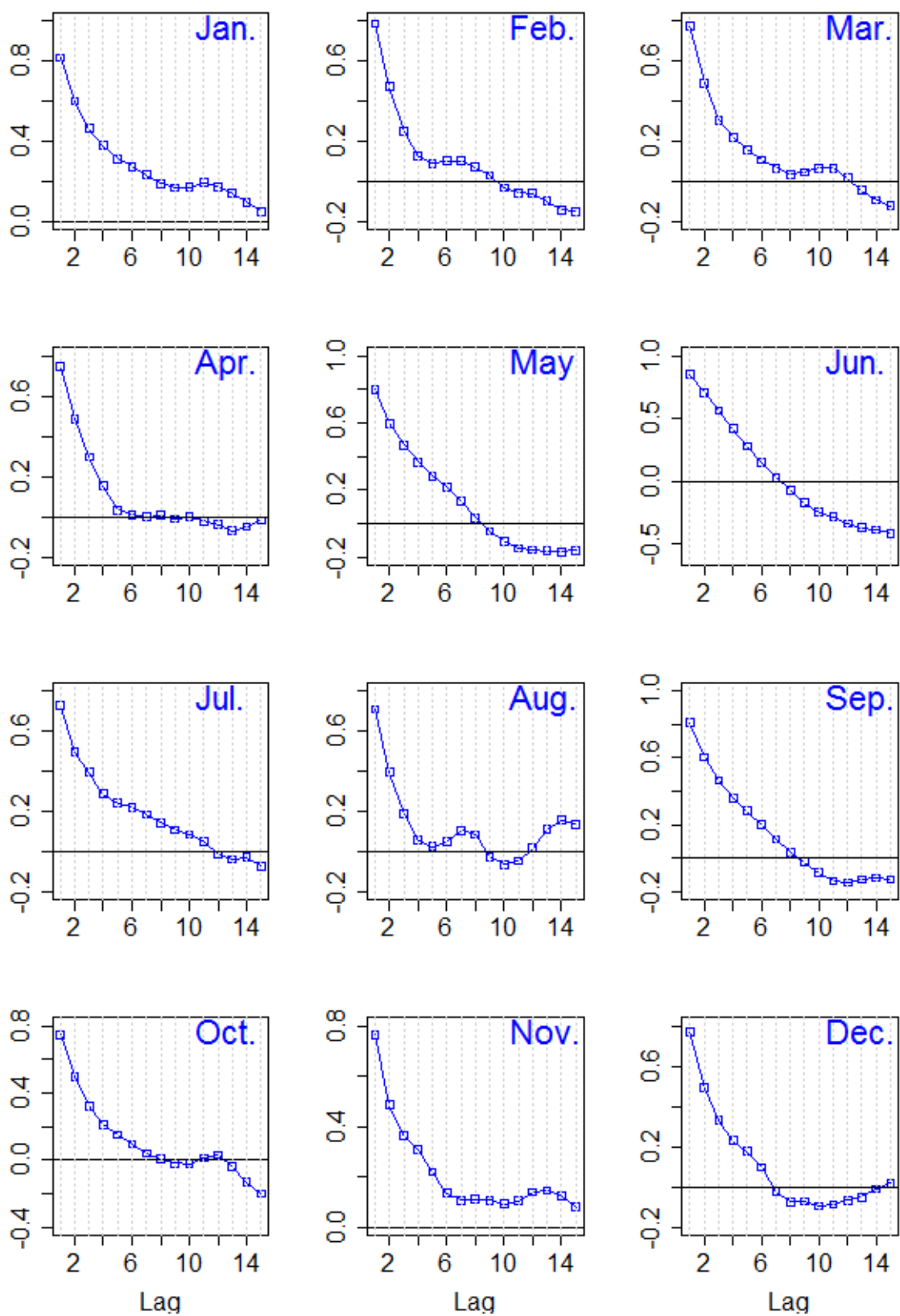




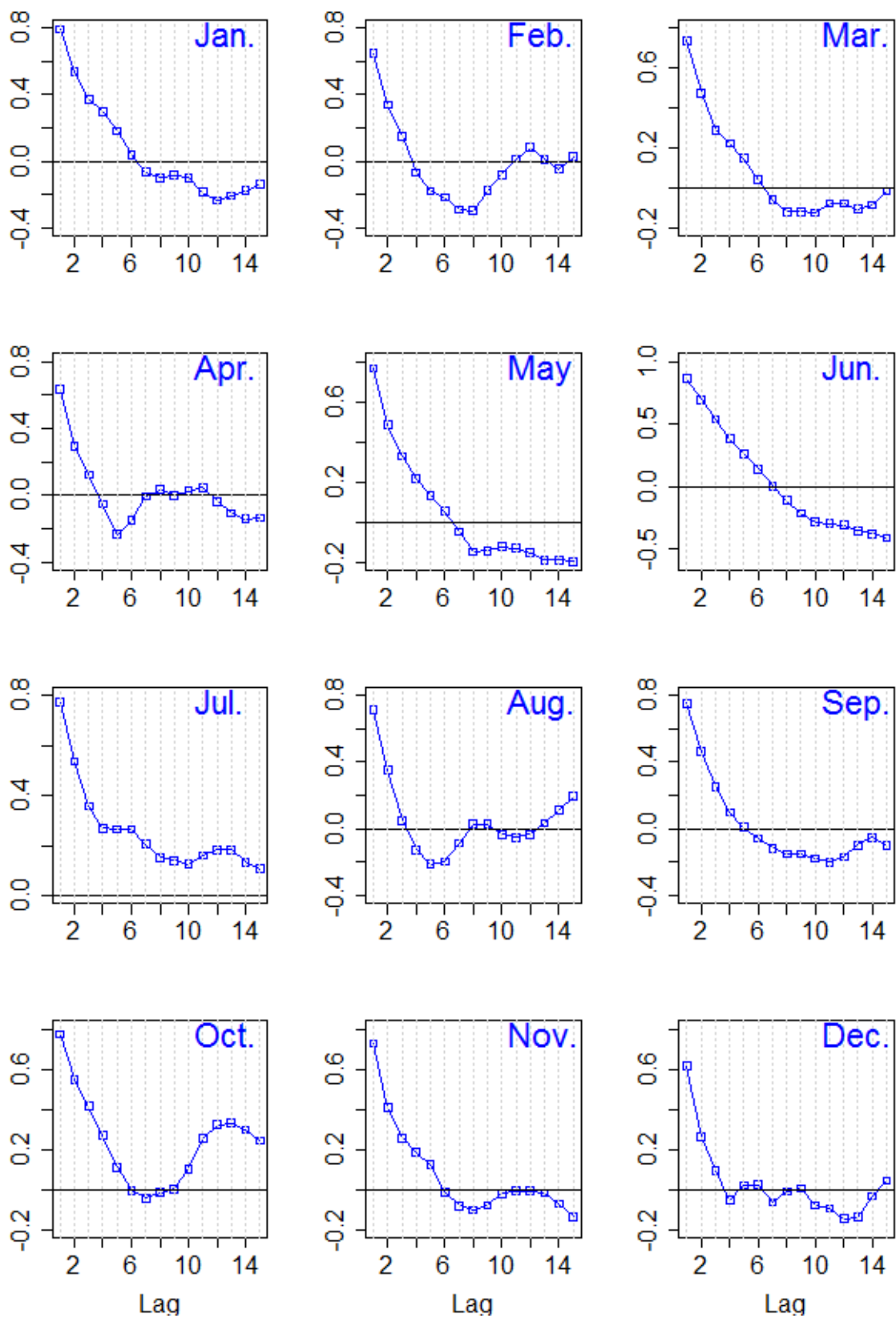
ΣΧΗΜΑ Α.113: Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Στεμνίτσας για κάθε μήνα.



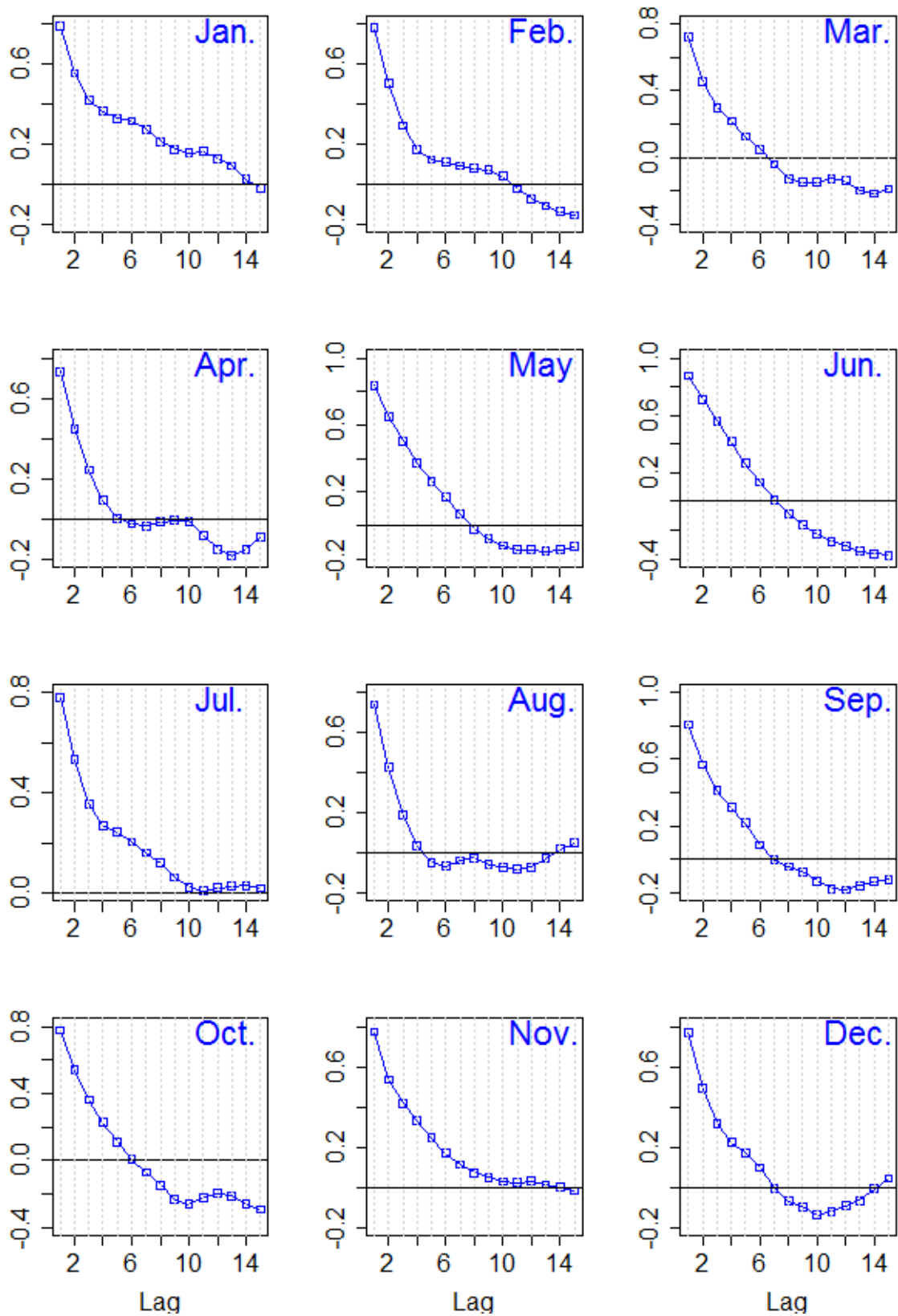
**ΣΧΗΜΑ Α.114:** Σύγκριση προσαρμογής της κανονικής κατανομής στα δεδομένα ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ταυγέτου για κάθε μήνα.



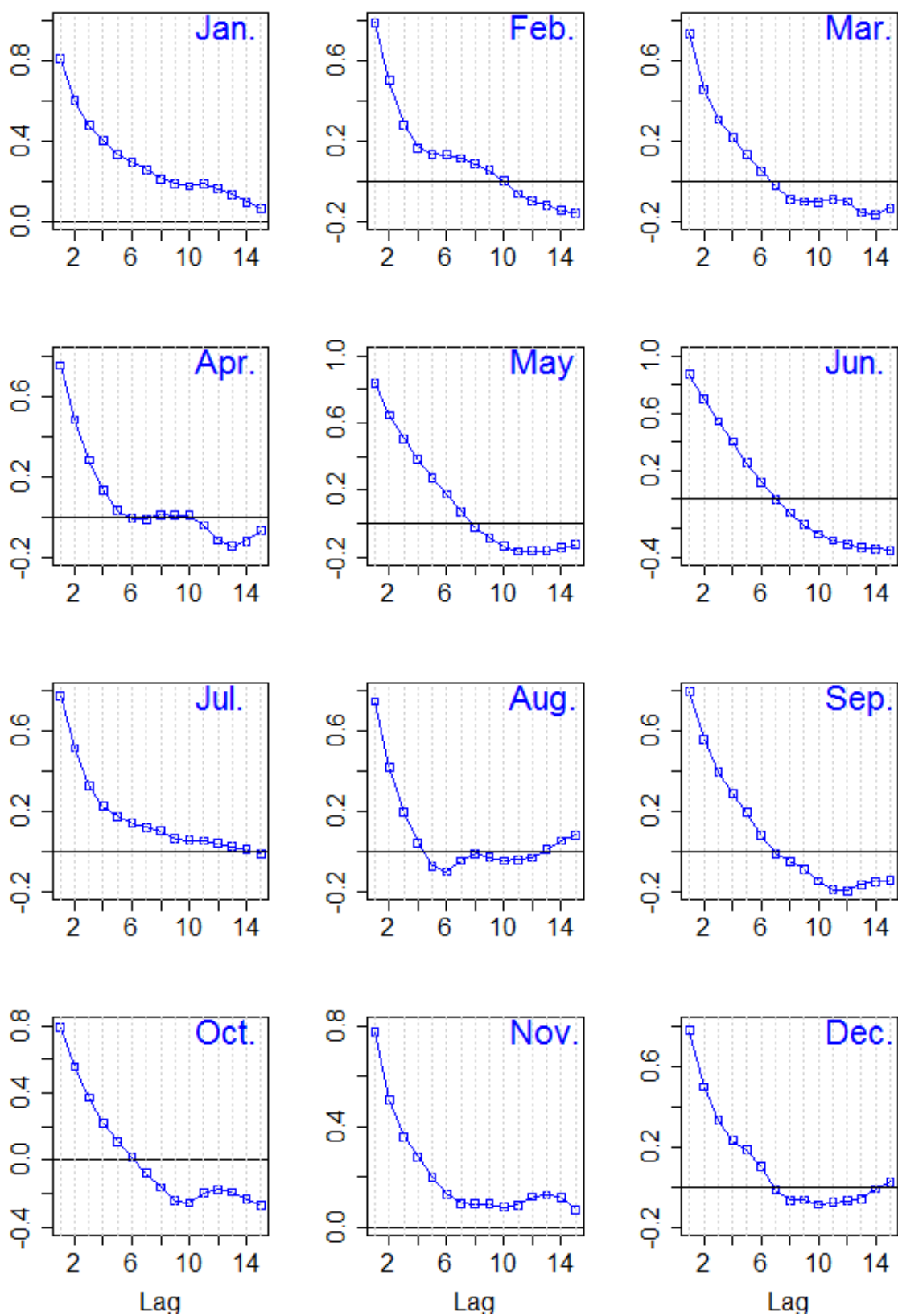
**ΣΧΗΜΑ Α.115:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αγίου Κοσμά για κάθε μήνα.



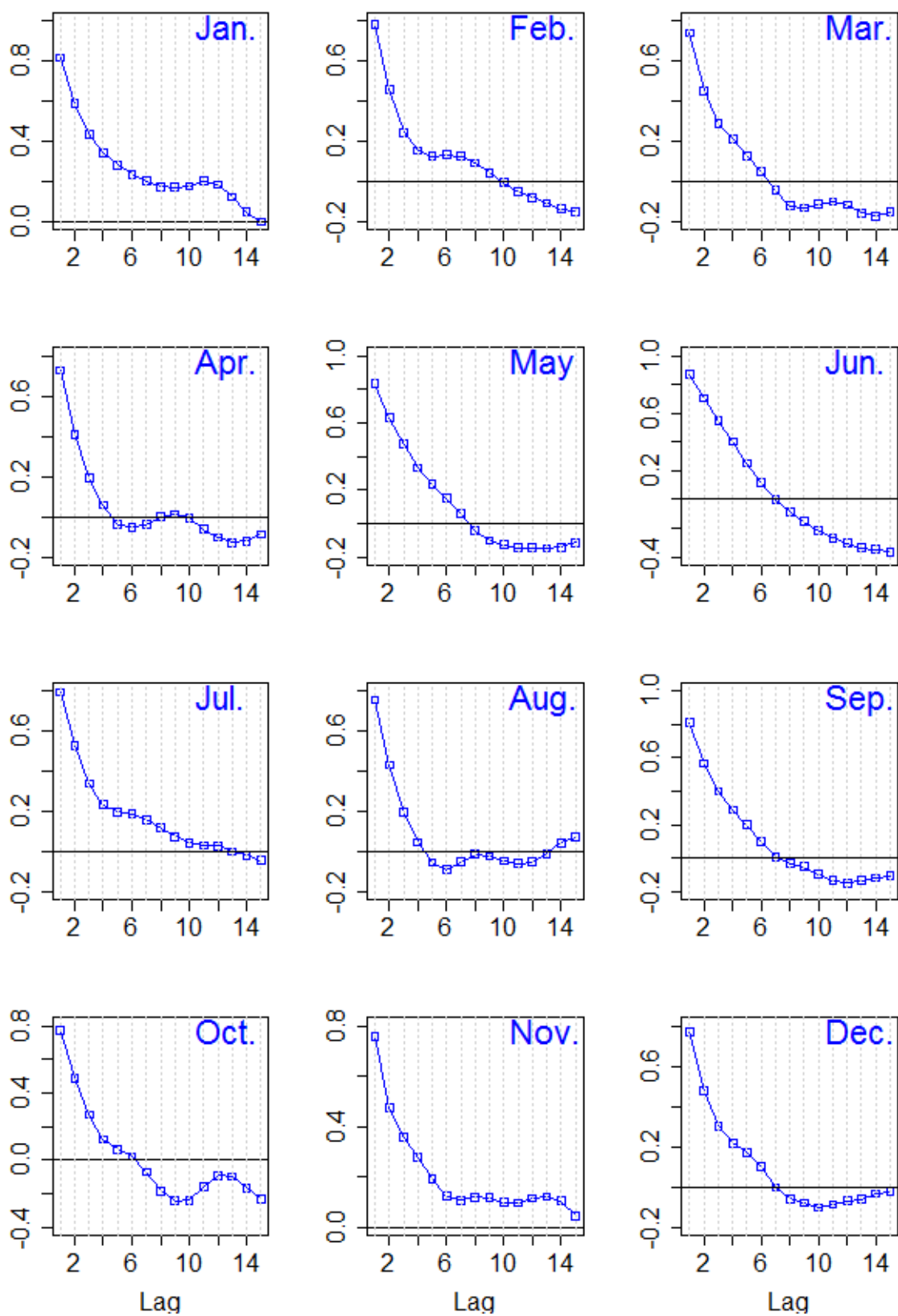
**ΣΧΗΜΑ Α.116:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Γλυφάδας για κάθε μήνα.



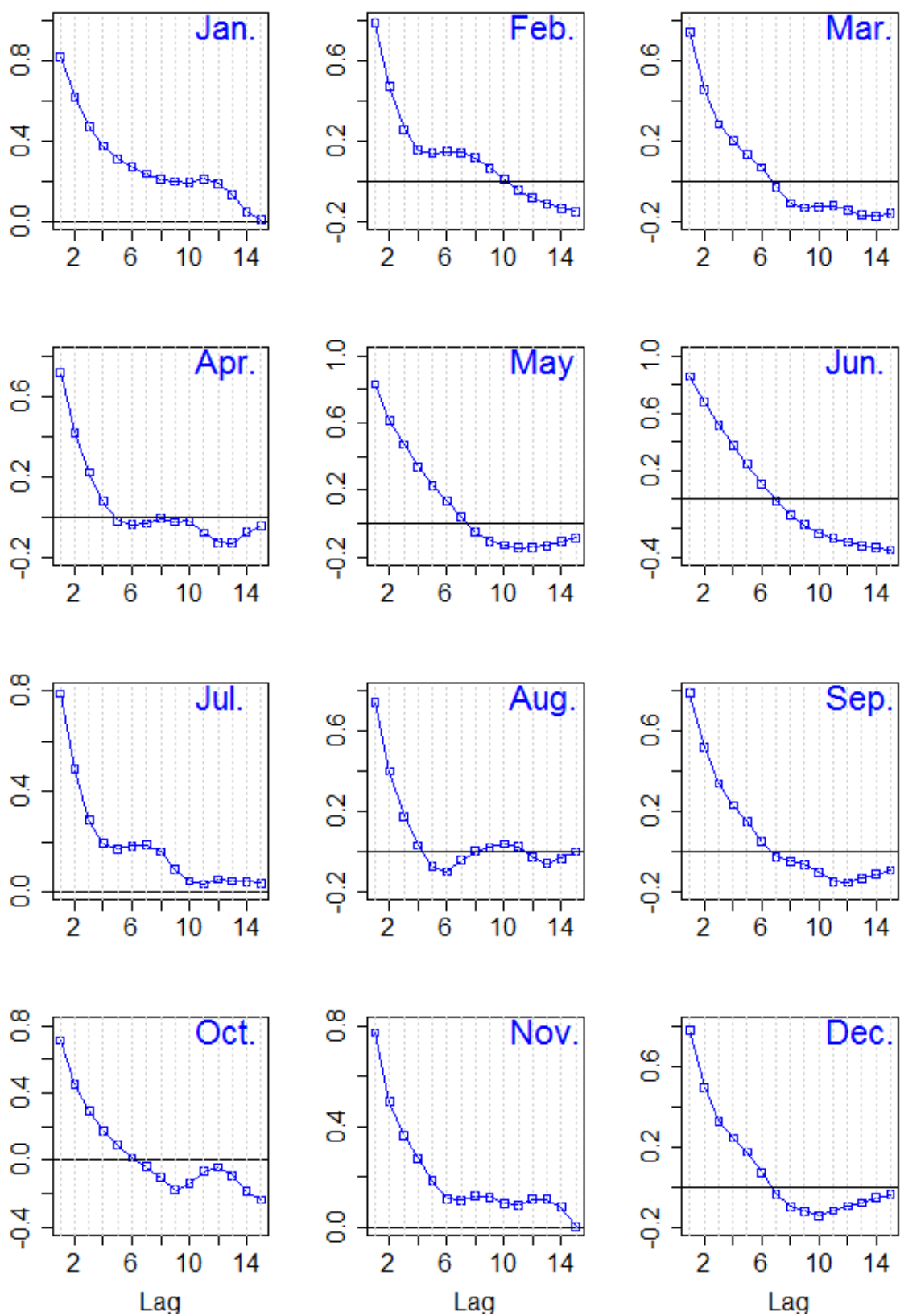
ΣΧΗΜΑ Α.117: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Λιοσίων για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.118:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Γαλατσίου για κάθε μήνα.

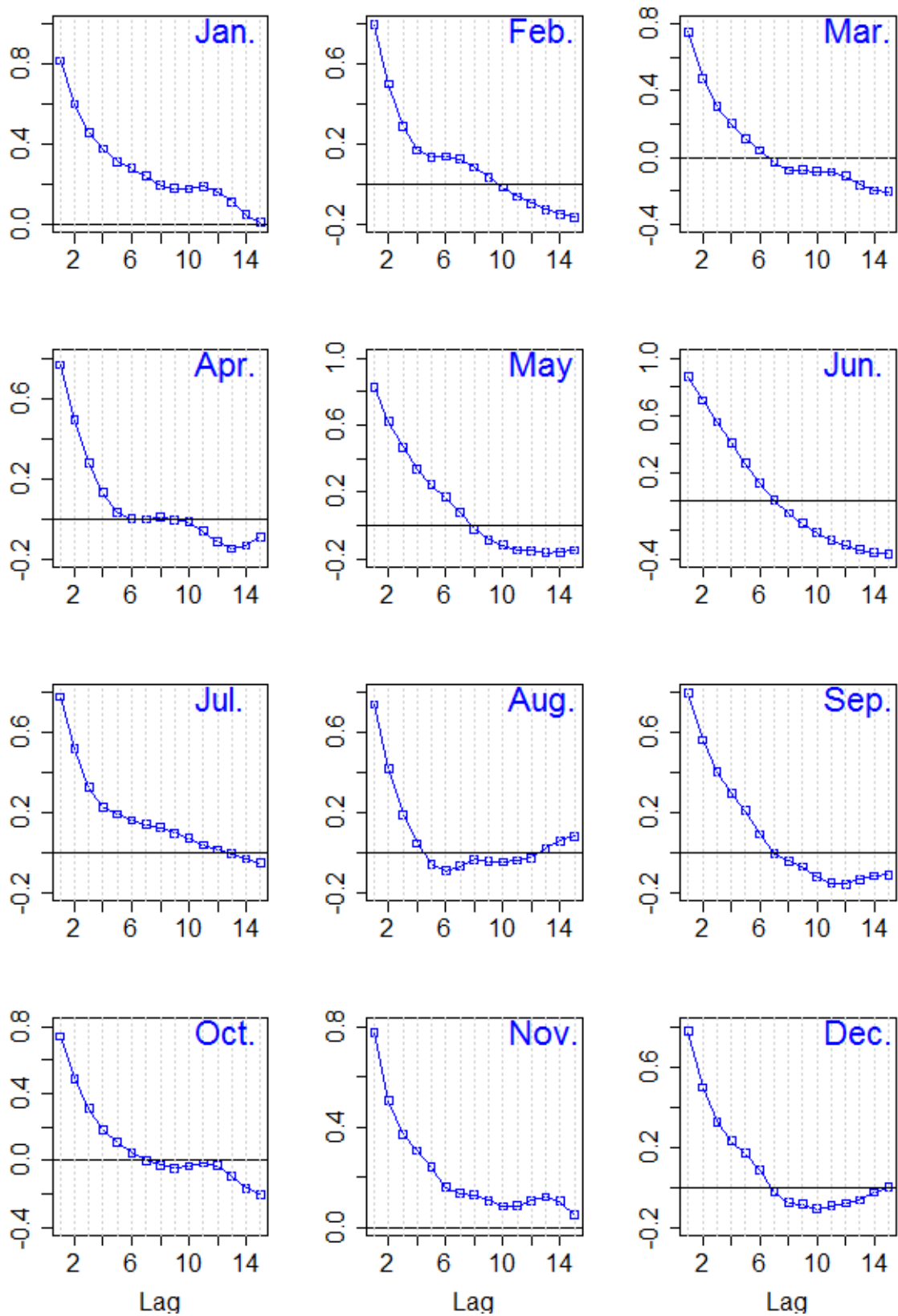


**ΣΧΗΜΑ Α.119:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ηλιούπολης για κάθε μήνα.

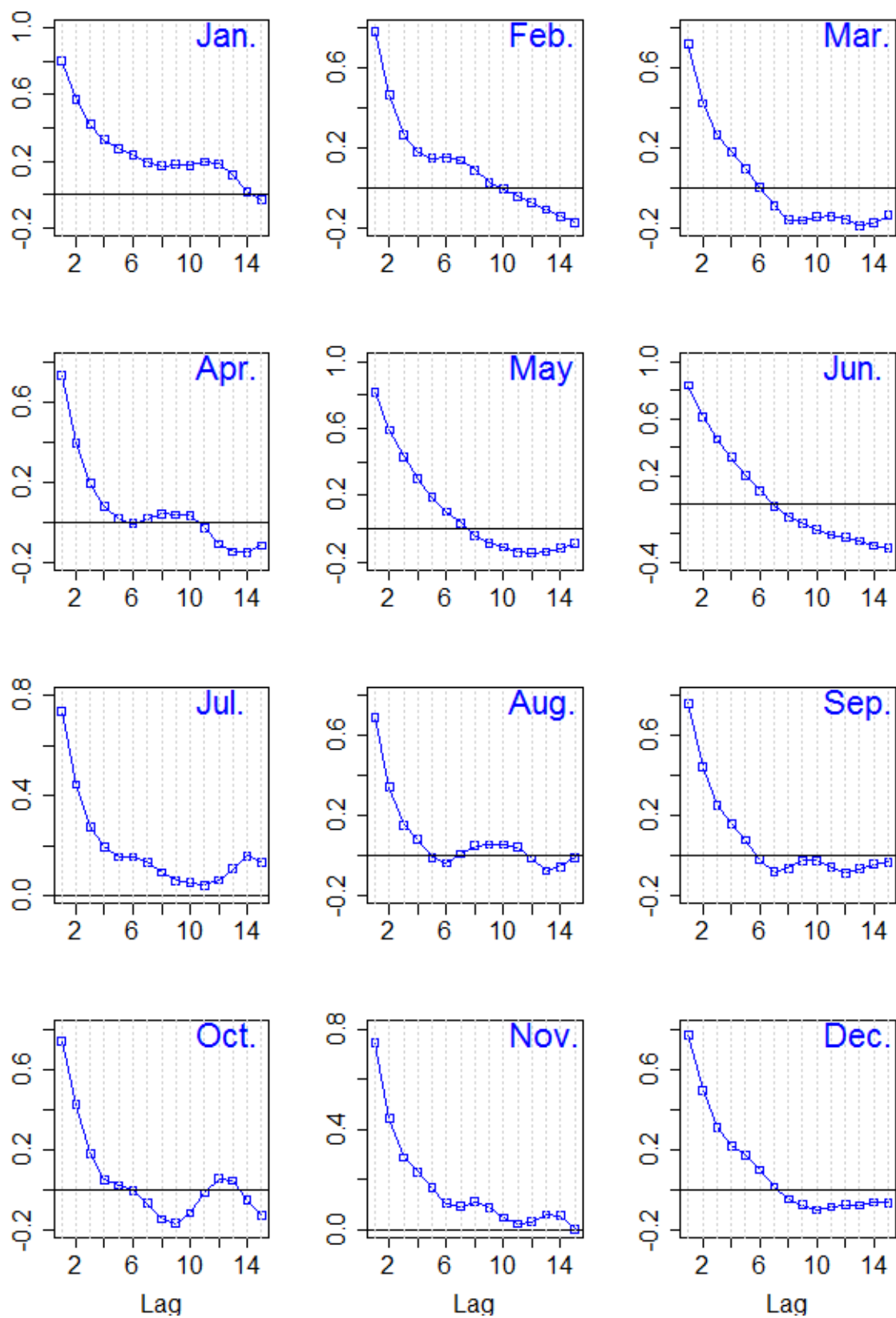


**ΣΧΗΜΑ Α.120:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Μάνδρας για κάθε μήνα.

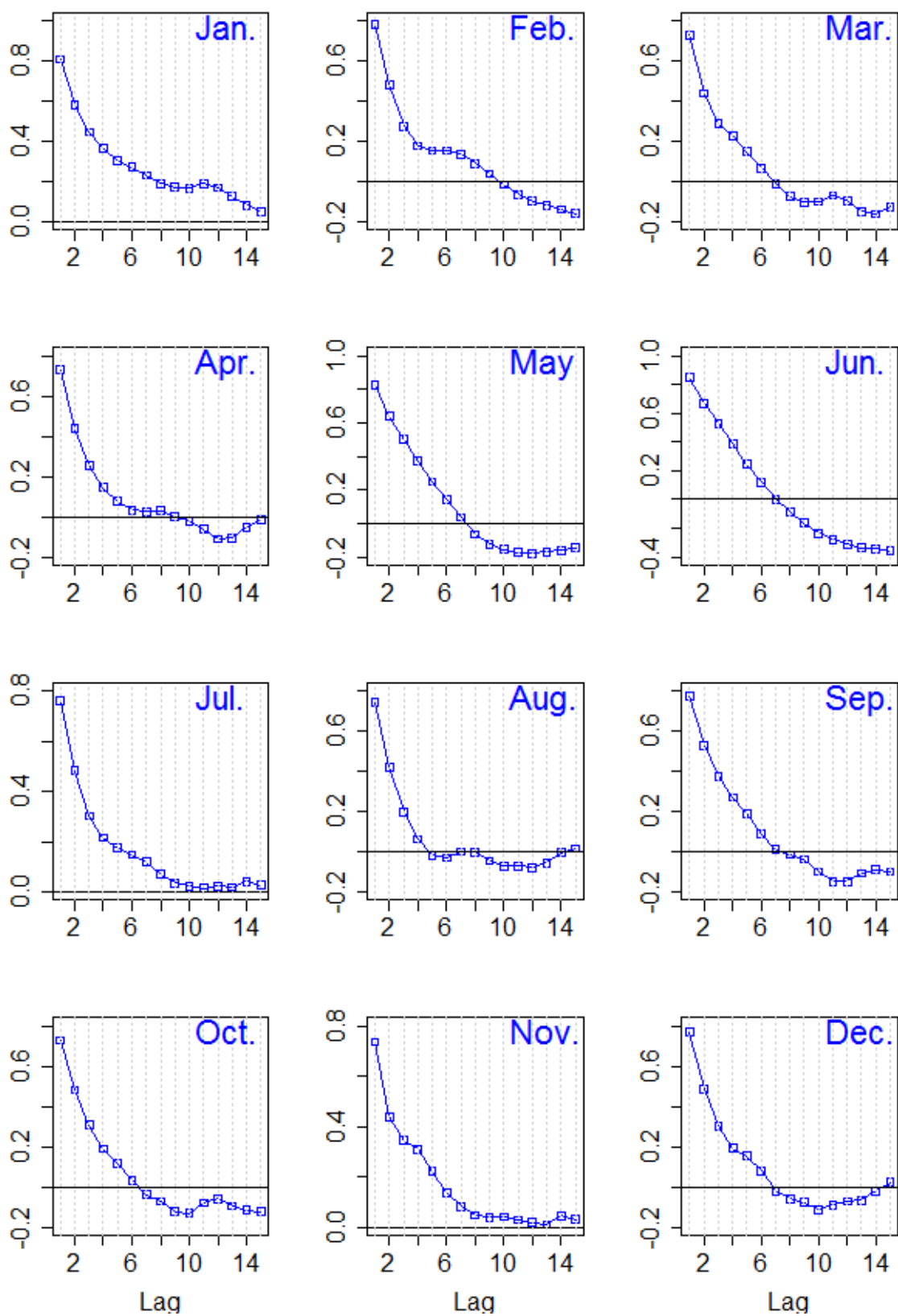




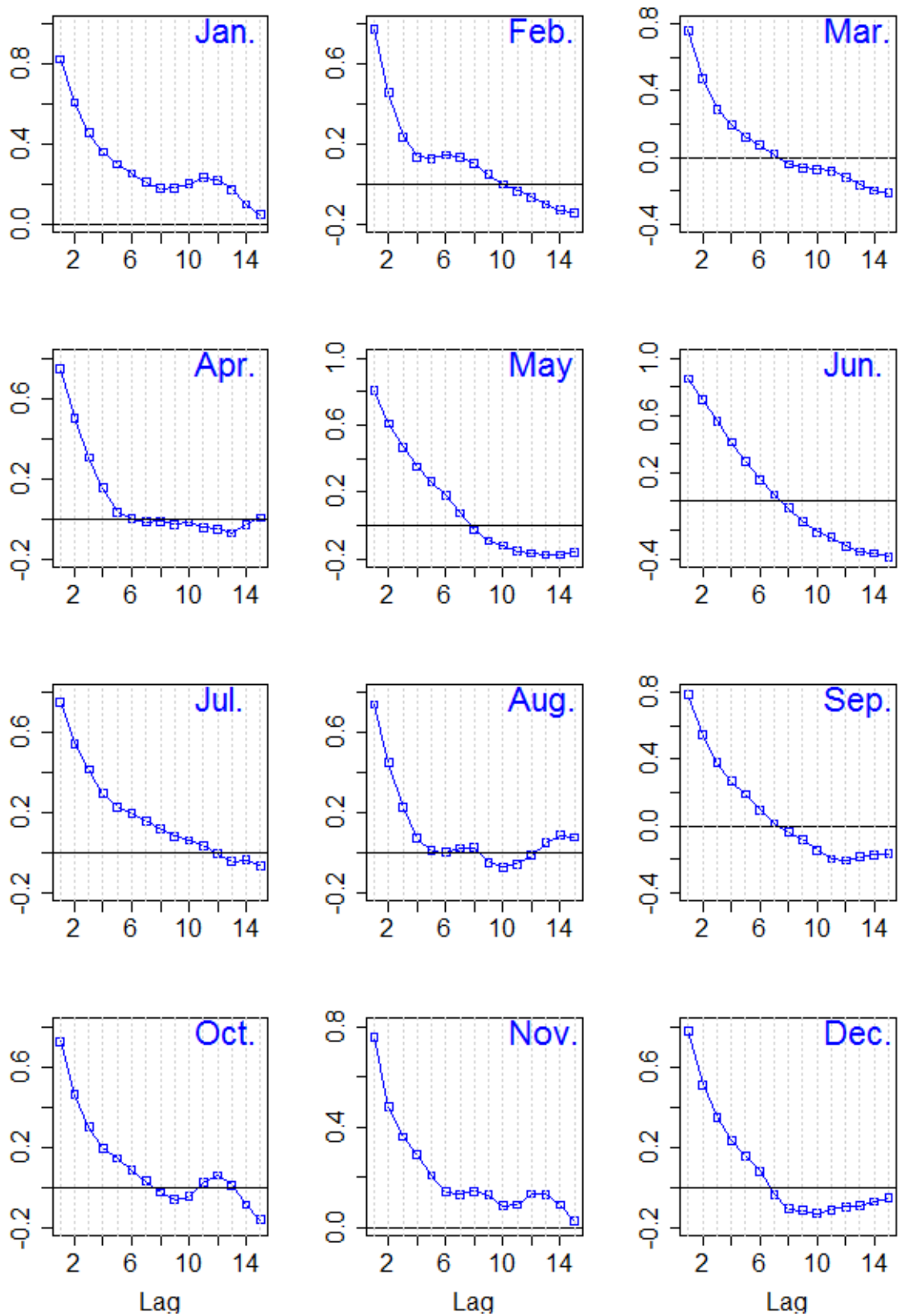
**ΣΧΗΜΑ Α.121:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Μενιδίου για κάθε μήνα.



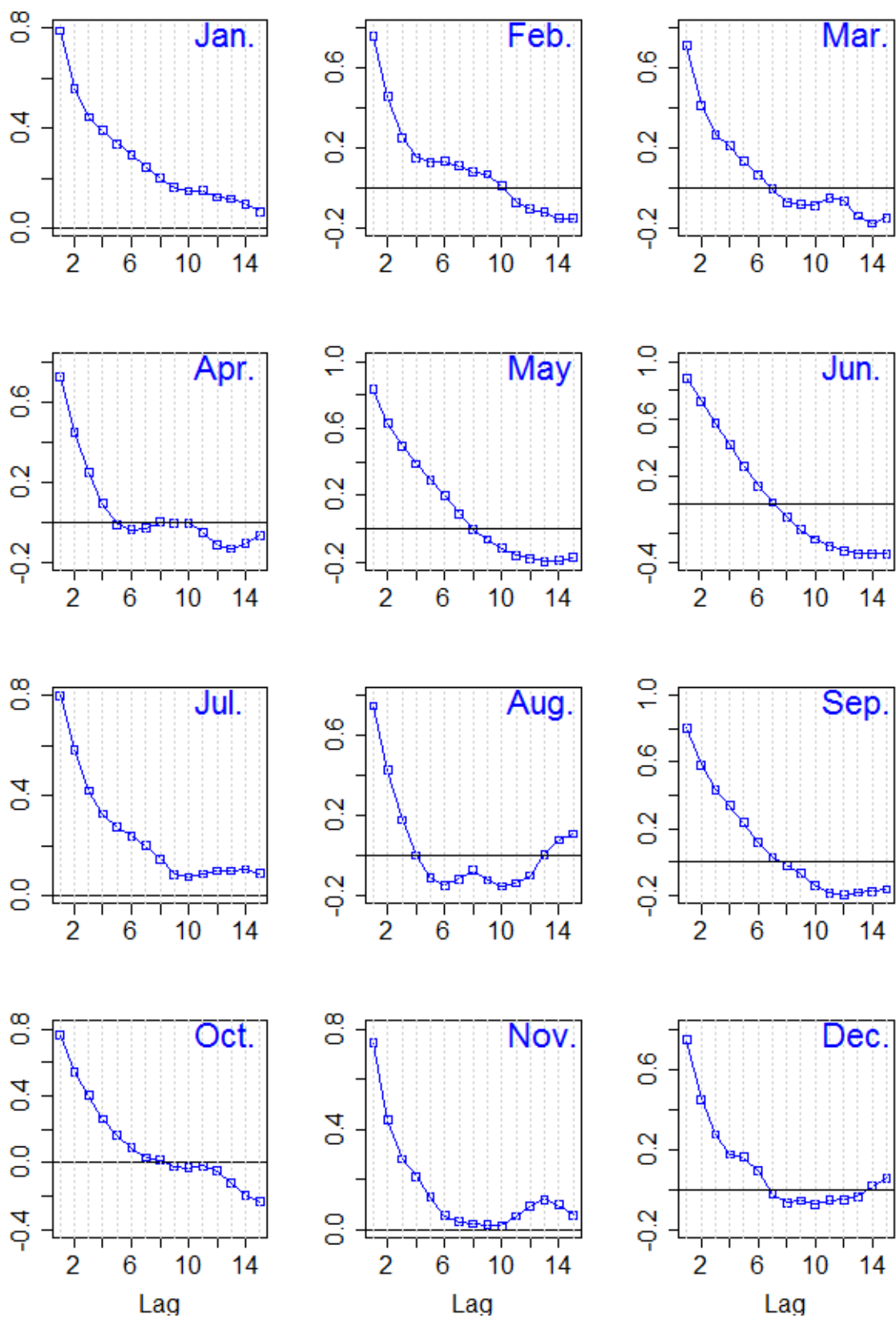
**ΣΧΗΜΑ Α.122:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πεντέλης για κάθε μήνα.



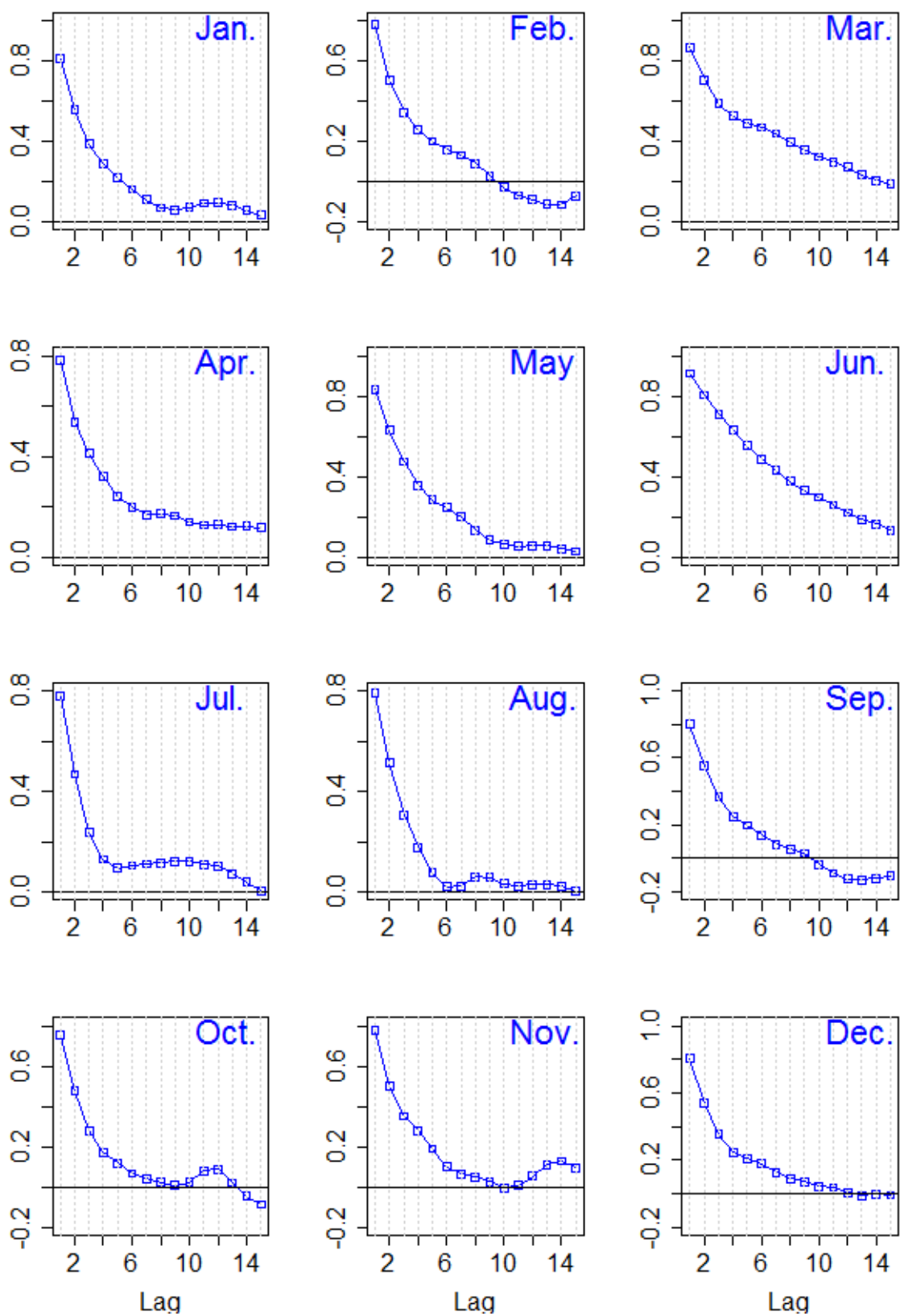
**ΣΧΗΜΑ Α.123:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πικερμίου για κάθε μήνα.



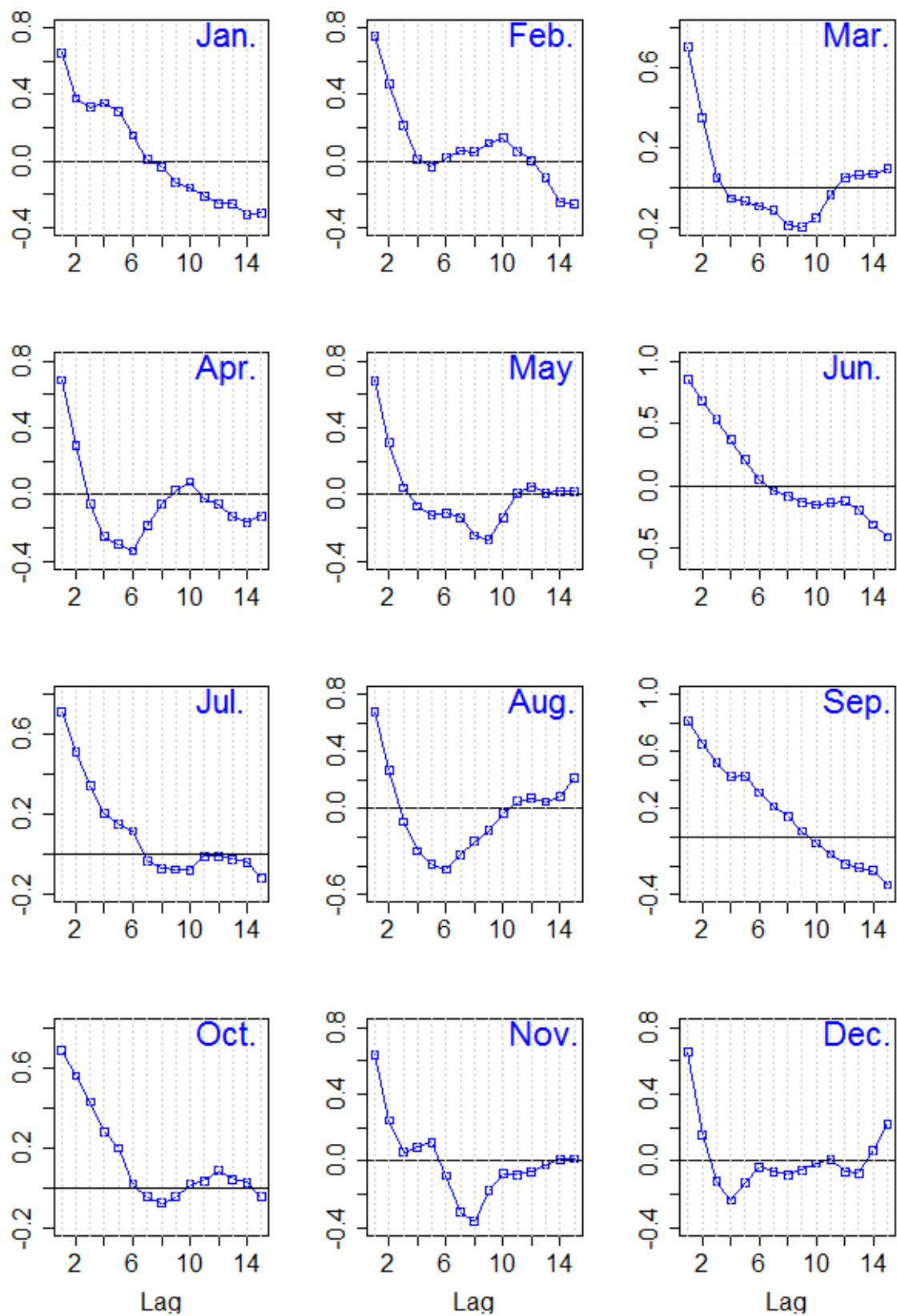
**ΣΧΗΜΑ Α.124:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ψυτάλλειας για κάθε μήνα.



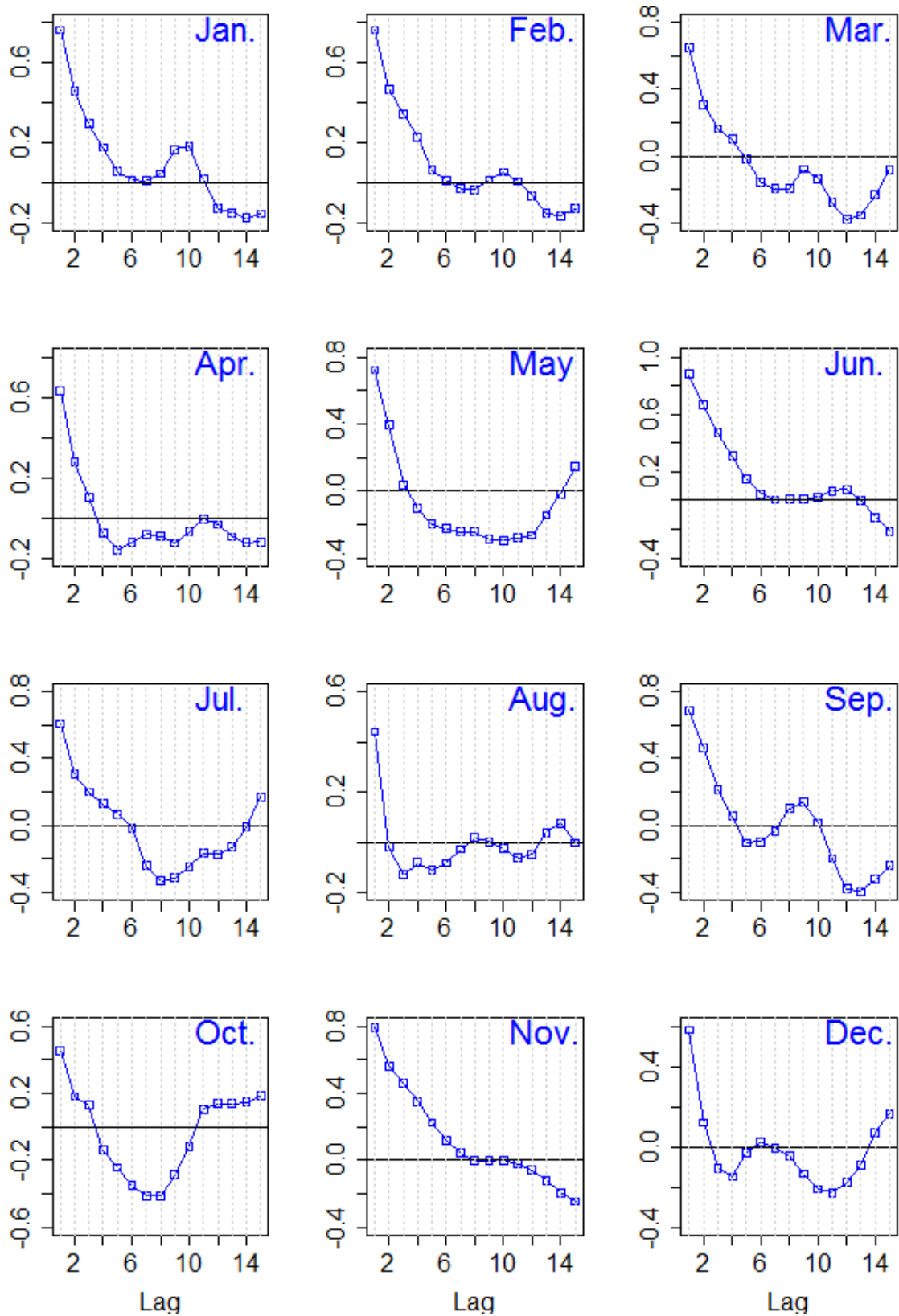
**ΣΧΗΜΑ Α.125:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου για κάθε μήνα.



**ΣΧΗΜΑ Α.126:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ζωγράφου-Β για κάθε μήνα.

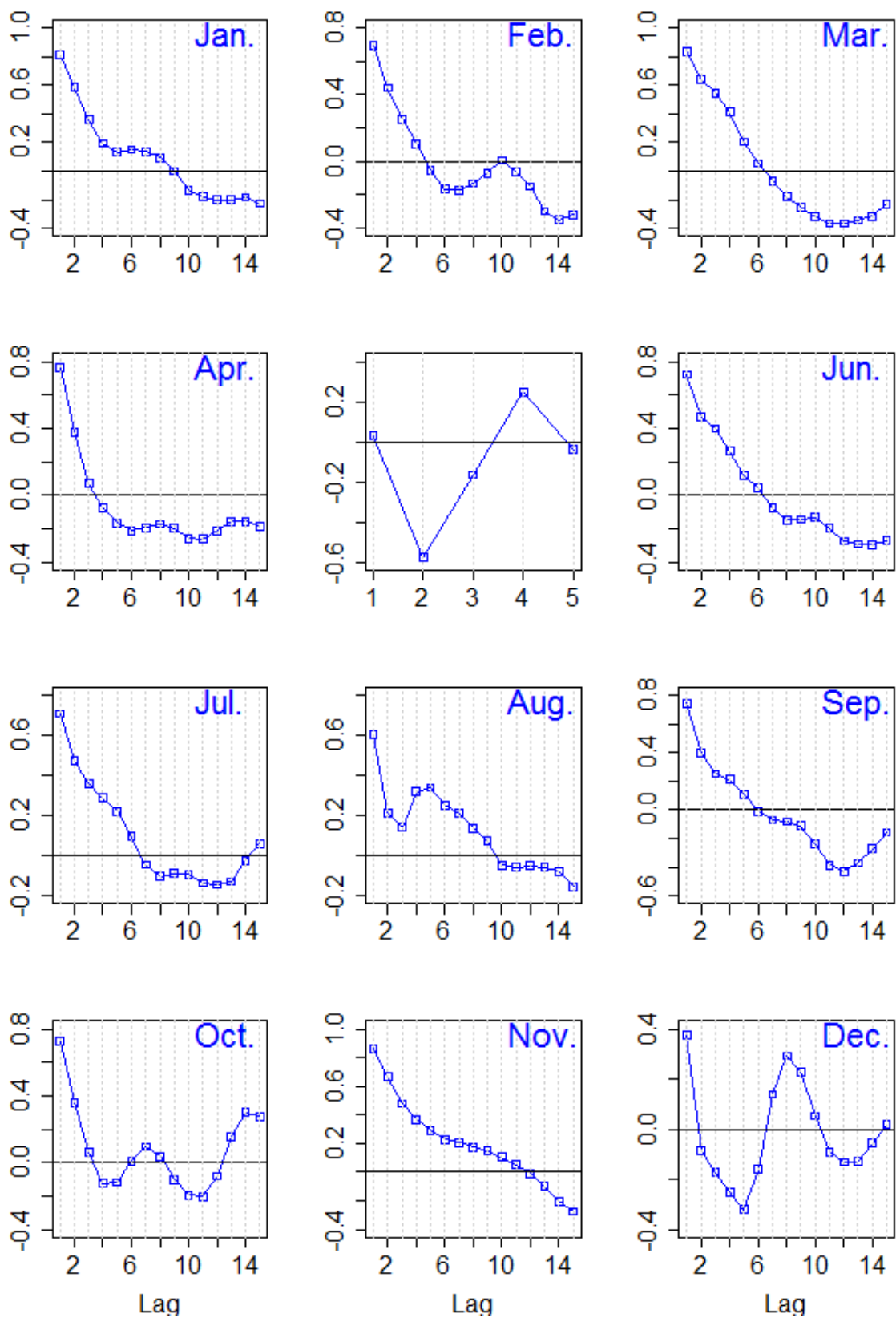


ΣΧΗΜΑ Α.127: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας (θέσης Νερόμυλος) για κάθε μήνα.

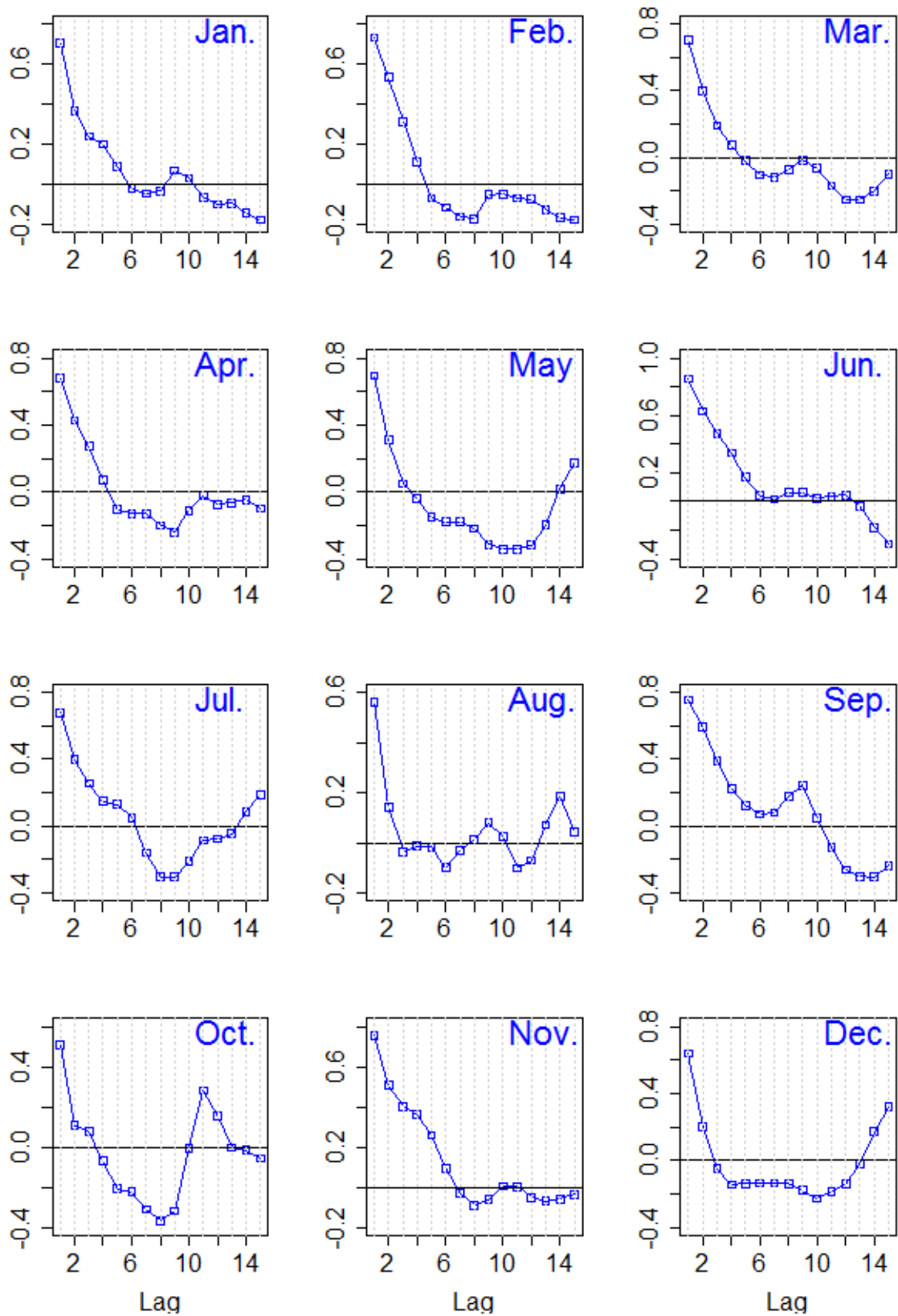


ΣΧΗΜΑ Α.128: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αλαγονίας για κάθε μήνα.

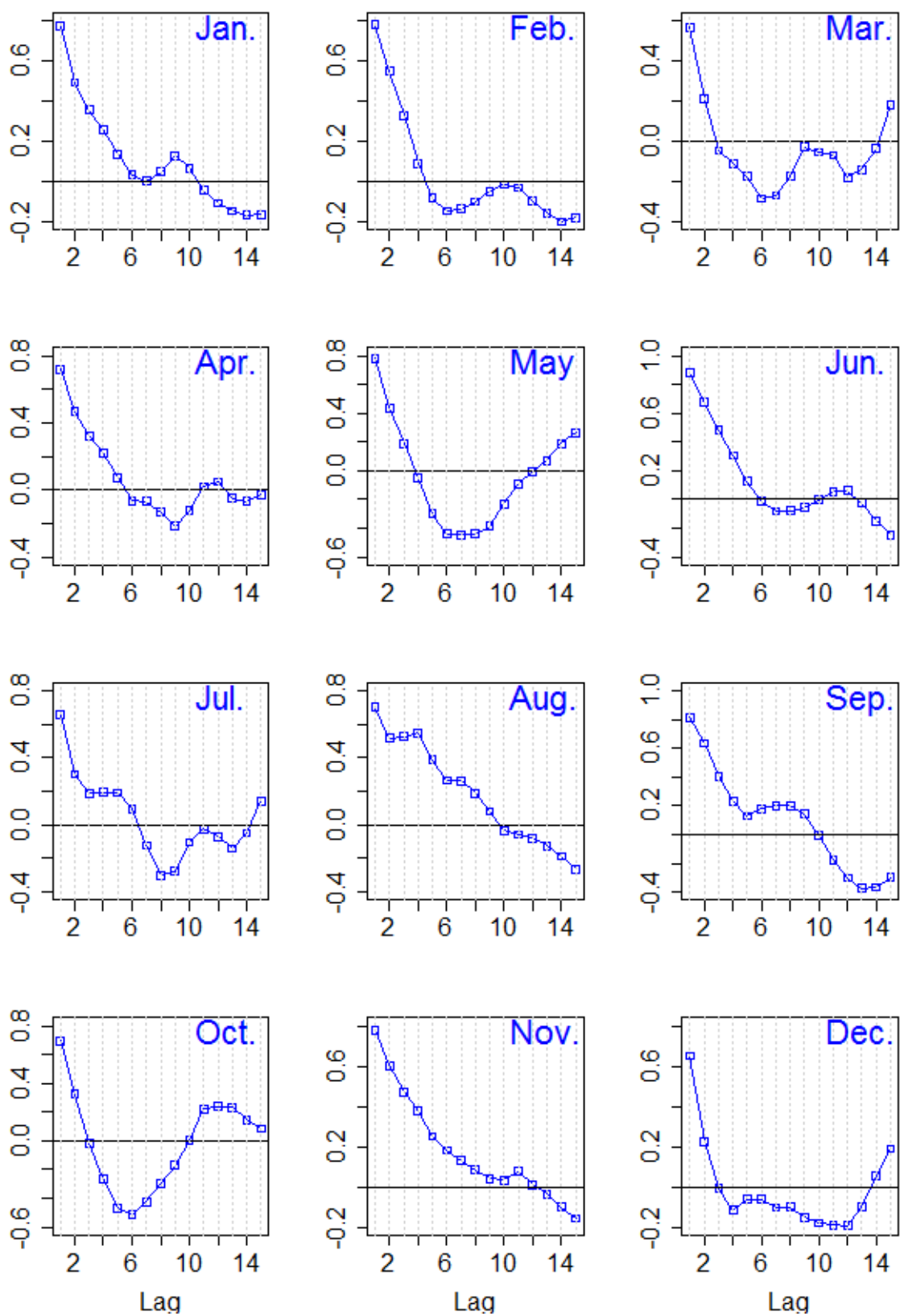




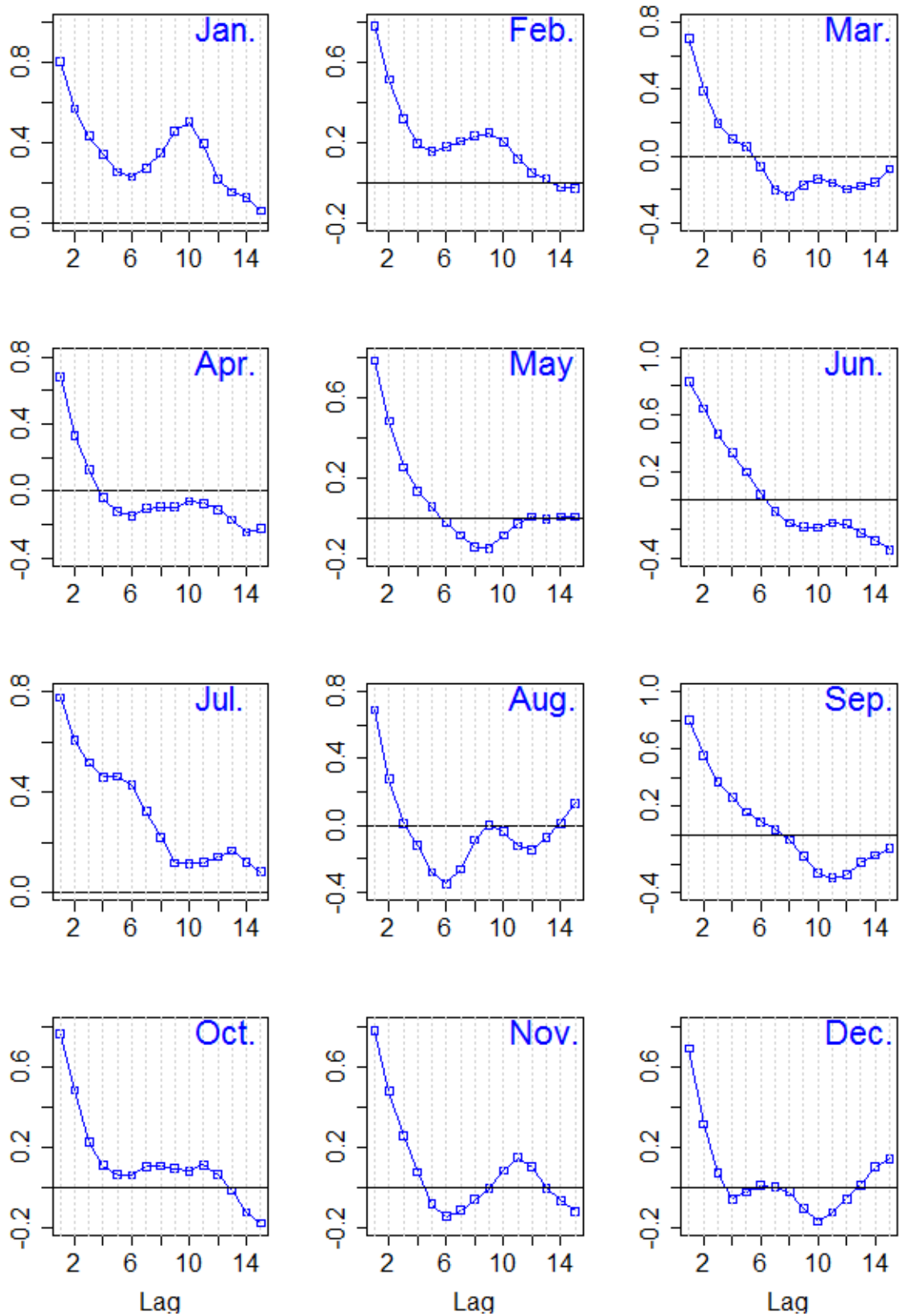
**ΣΧΗΜΑ Α.129:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Άνω Κωστηλάτων για κάθε μήνα.



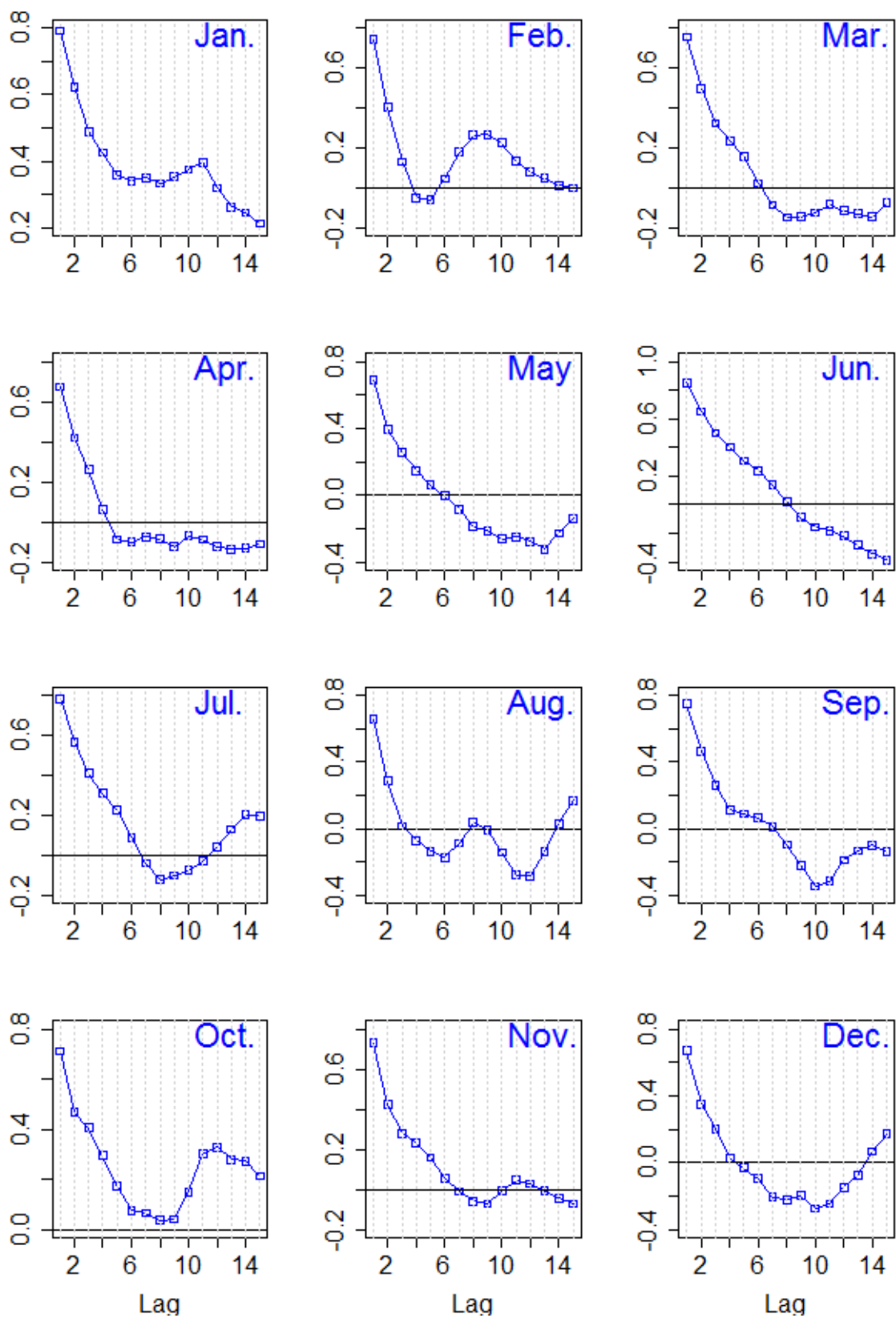
**ΣΧΗΜΑ Α.130:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Αρφαρών για κάθε μήνα.



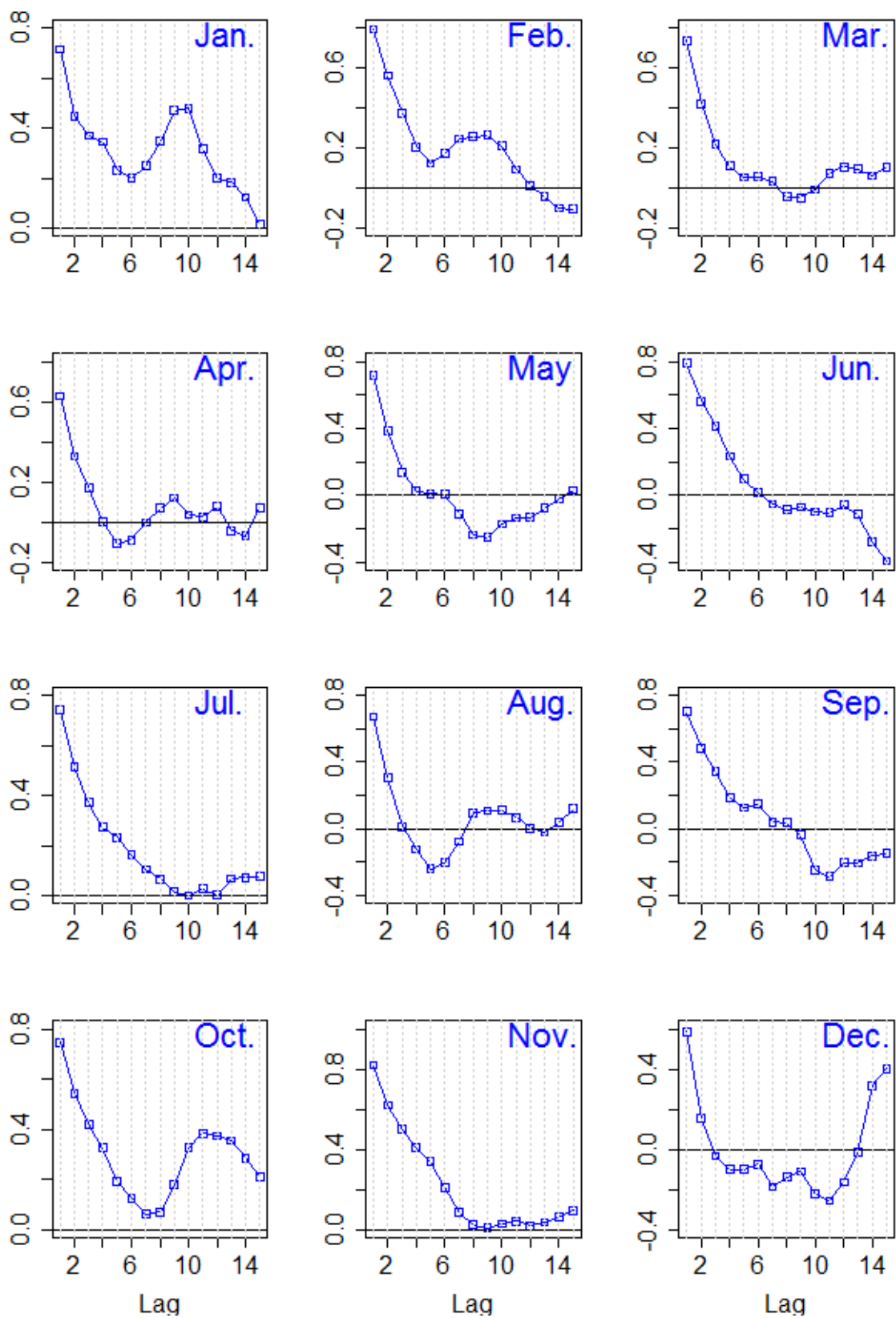
ΣΧΗΜΑ Α.131: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Δημητσάνας για κάθε μήνα.



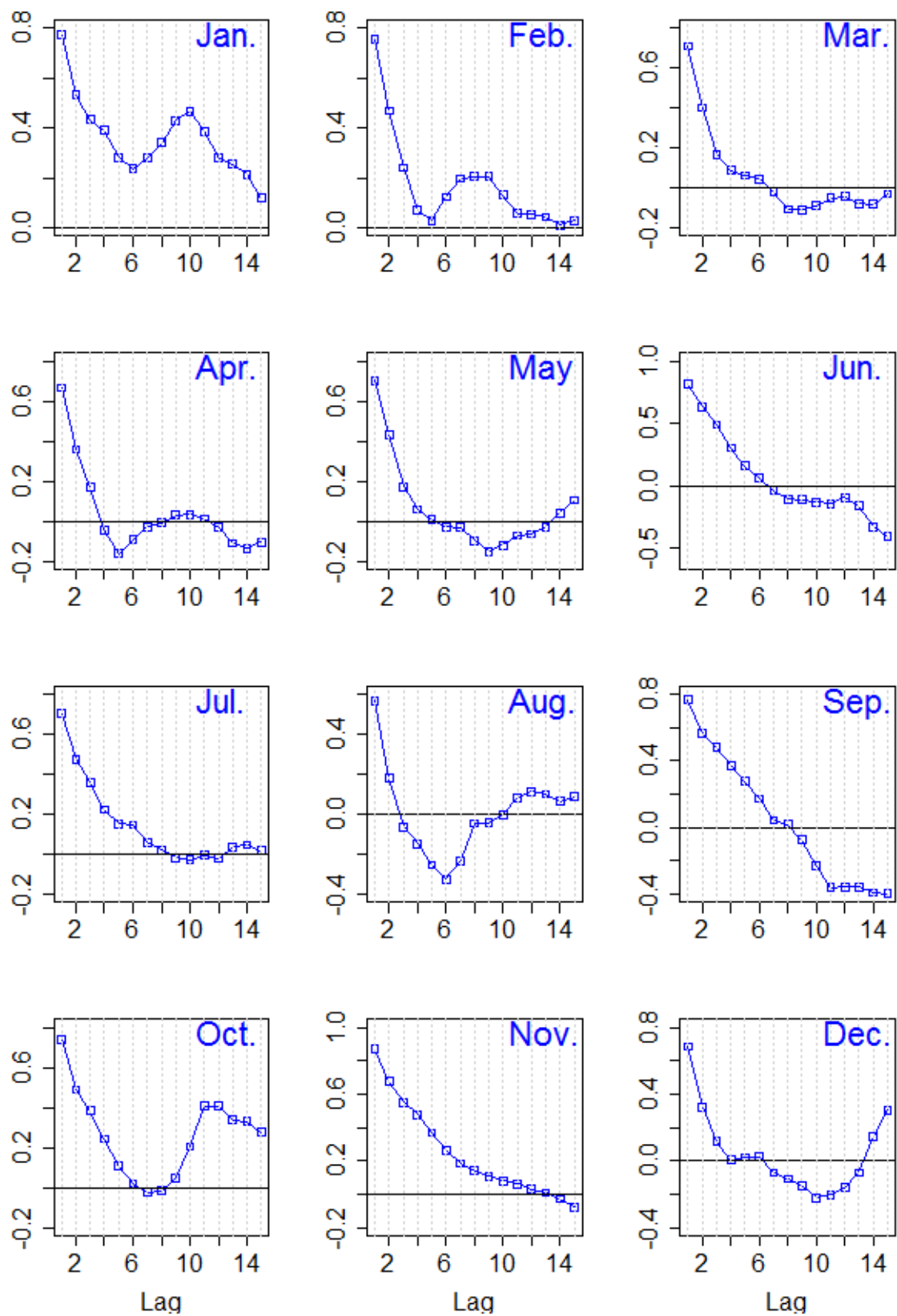
**ΣΧΗΜΑ Α.132:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ελάτης για κάθε μήνα.



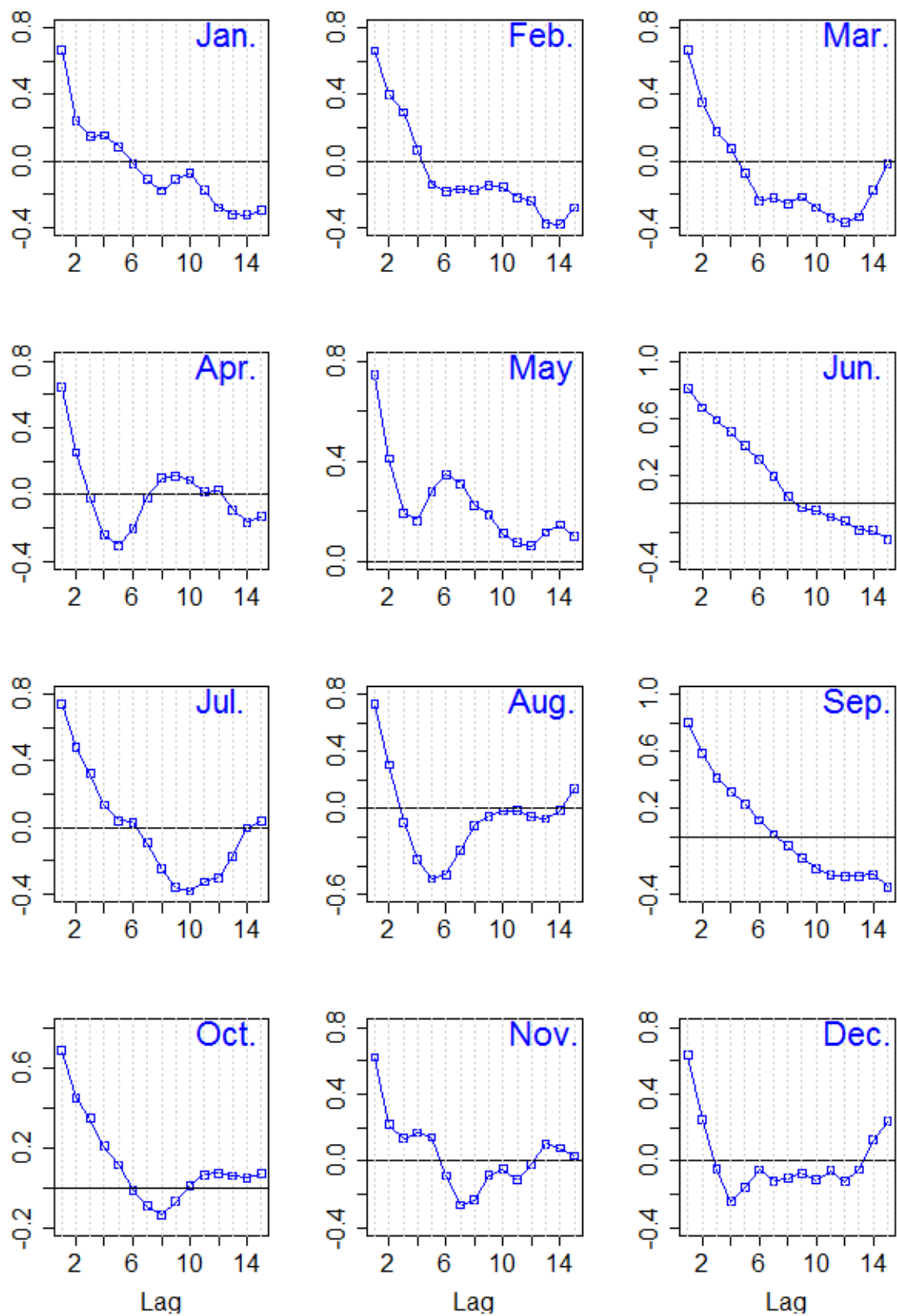
**ΣΧΗΜΑ Α.133:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Γύρα Στεφανής για κάθε μήνα.



ΣΧΗΜΑ Α.134: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση «Μπάκας») για κάθε μήνα.

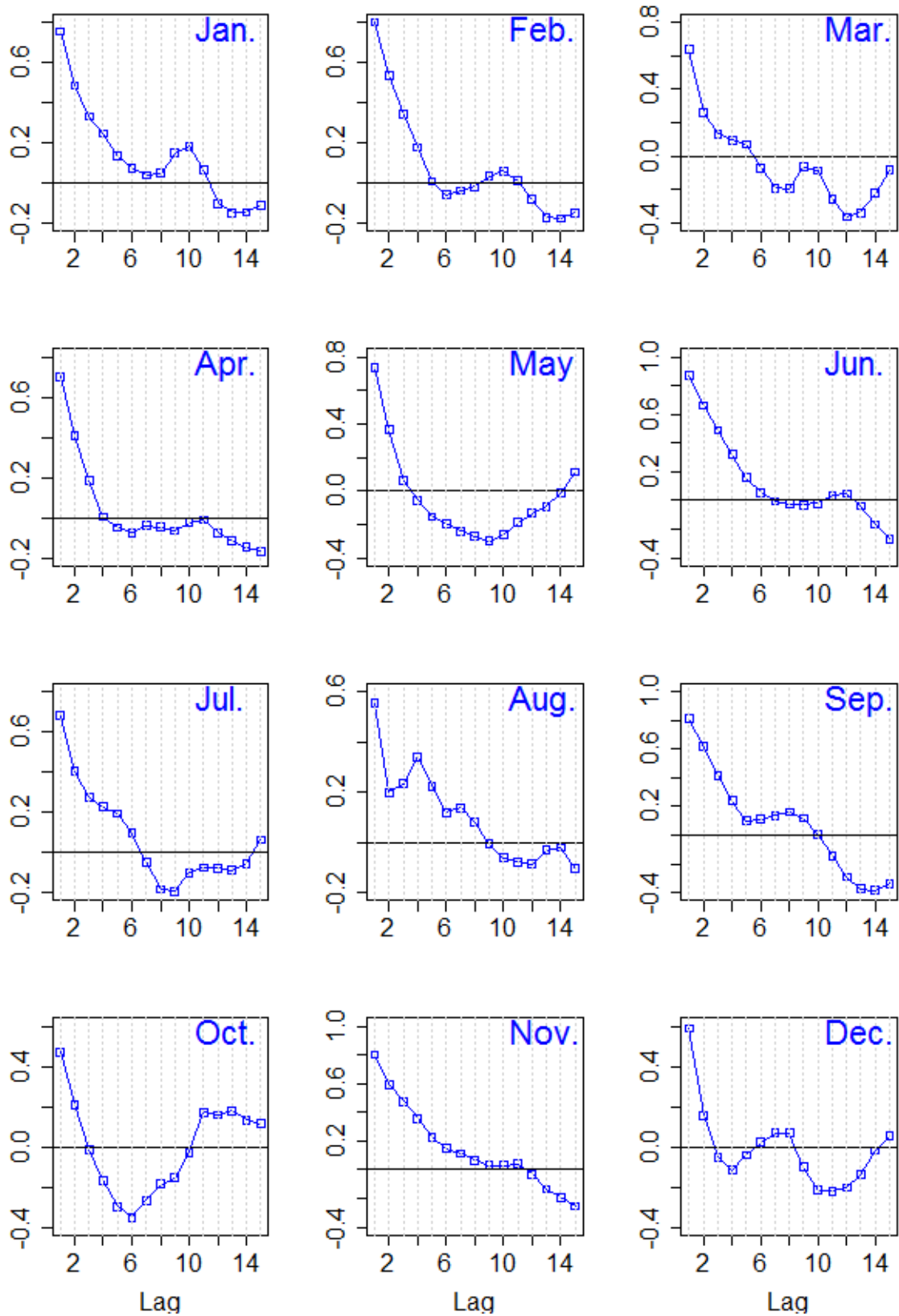


**ΣΧΗΜΑ Α.135:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καλαμάτας (θέση «Νησάκι») για κάθε μήνα.

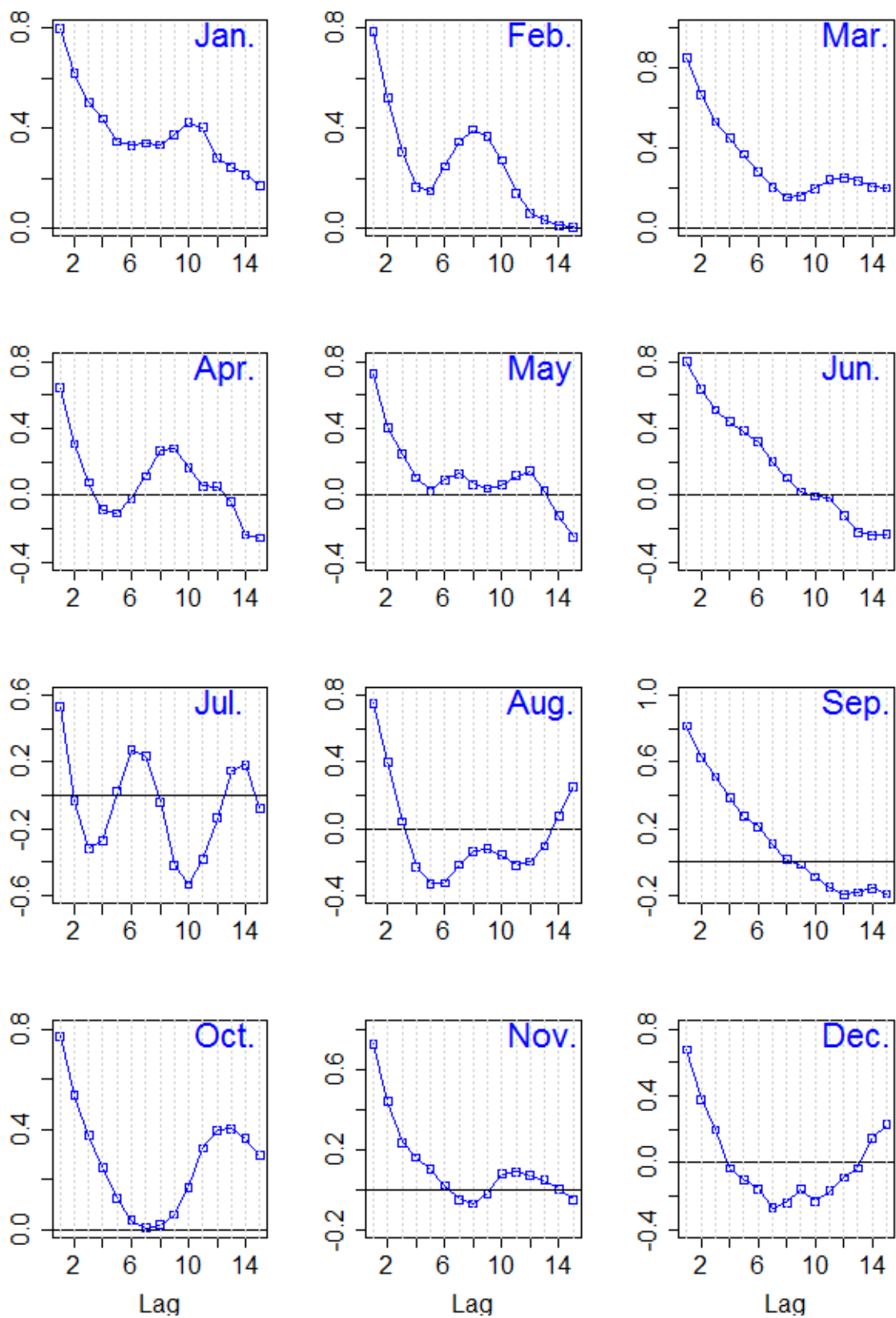


**ΣΧΗΜΑ Α.136:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Καρβελιώτη για κάθε μήνα.

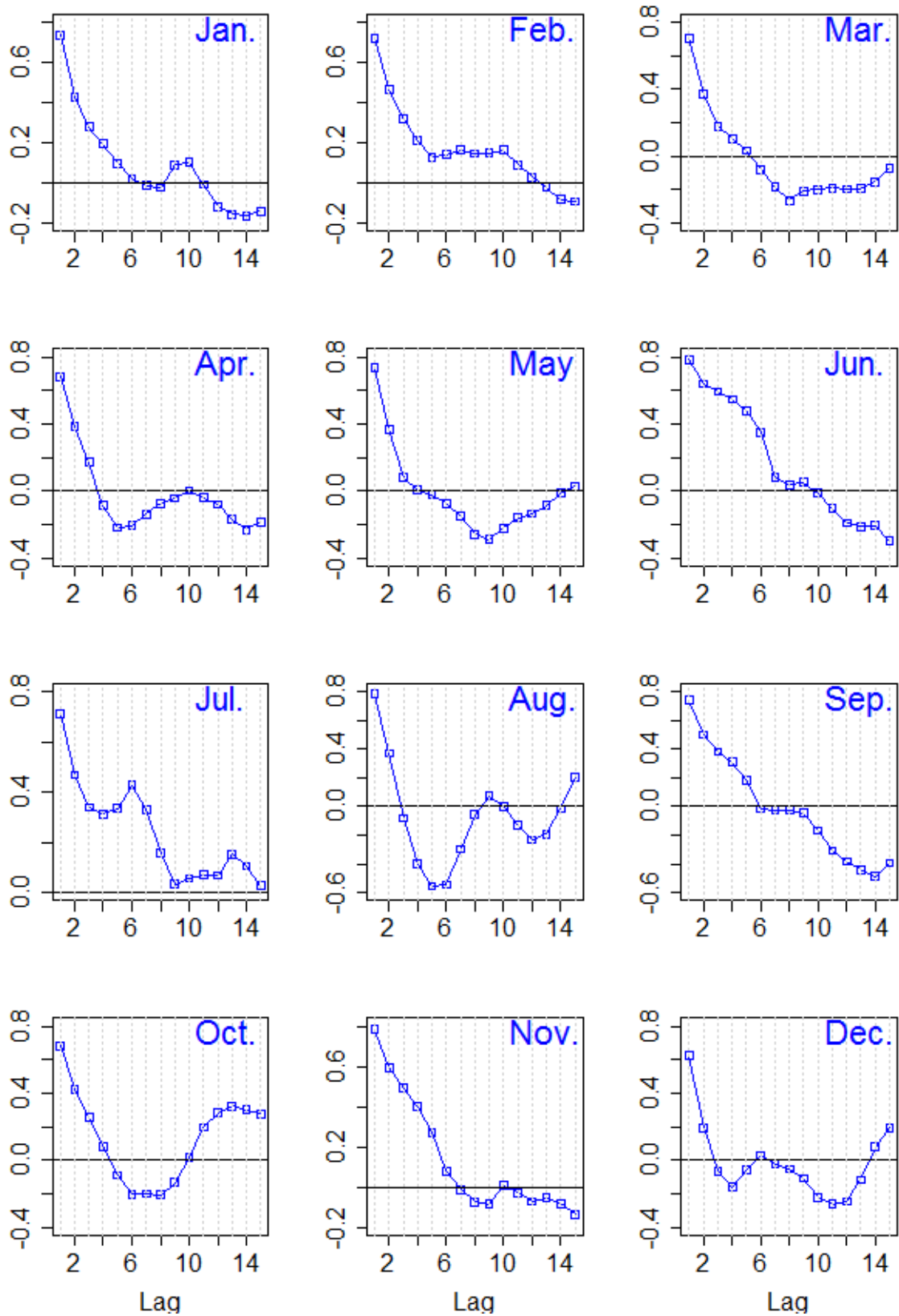




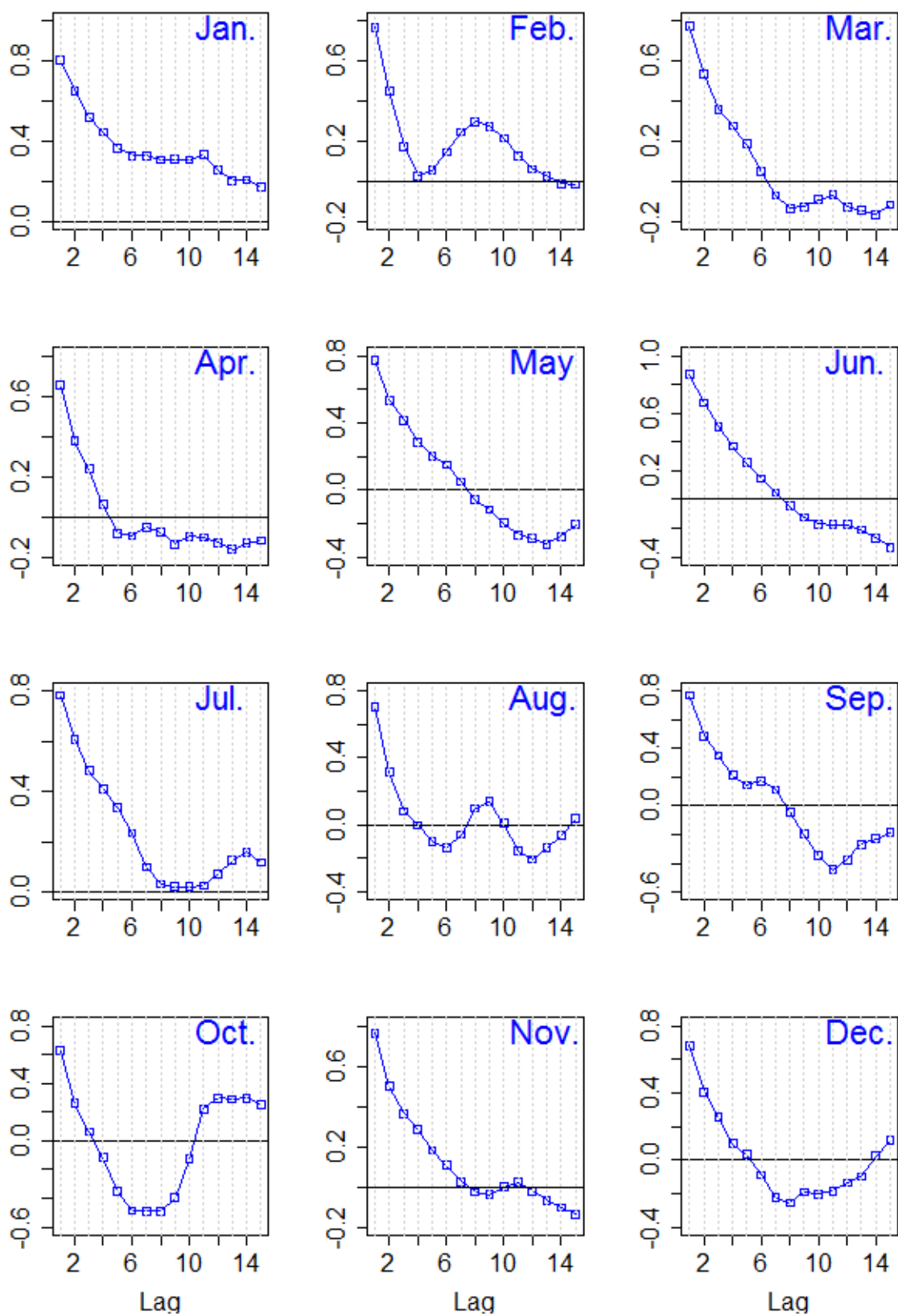
**ΣΧΗΜΑ Α.137:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Λαγκαδιών για κάθε μήνα.



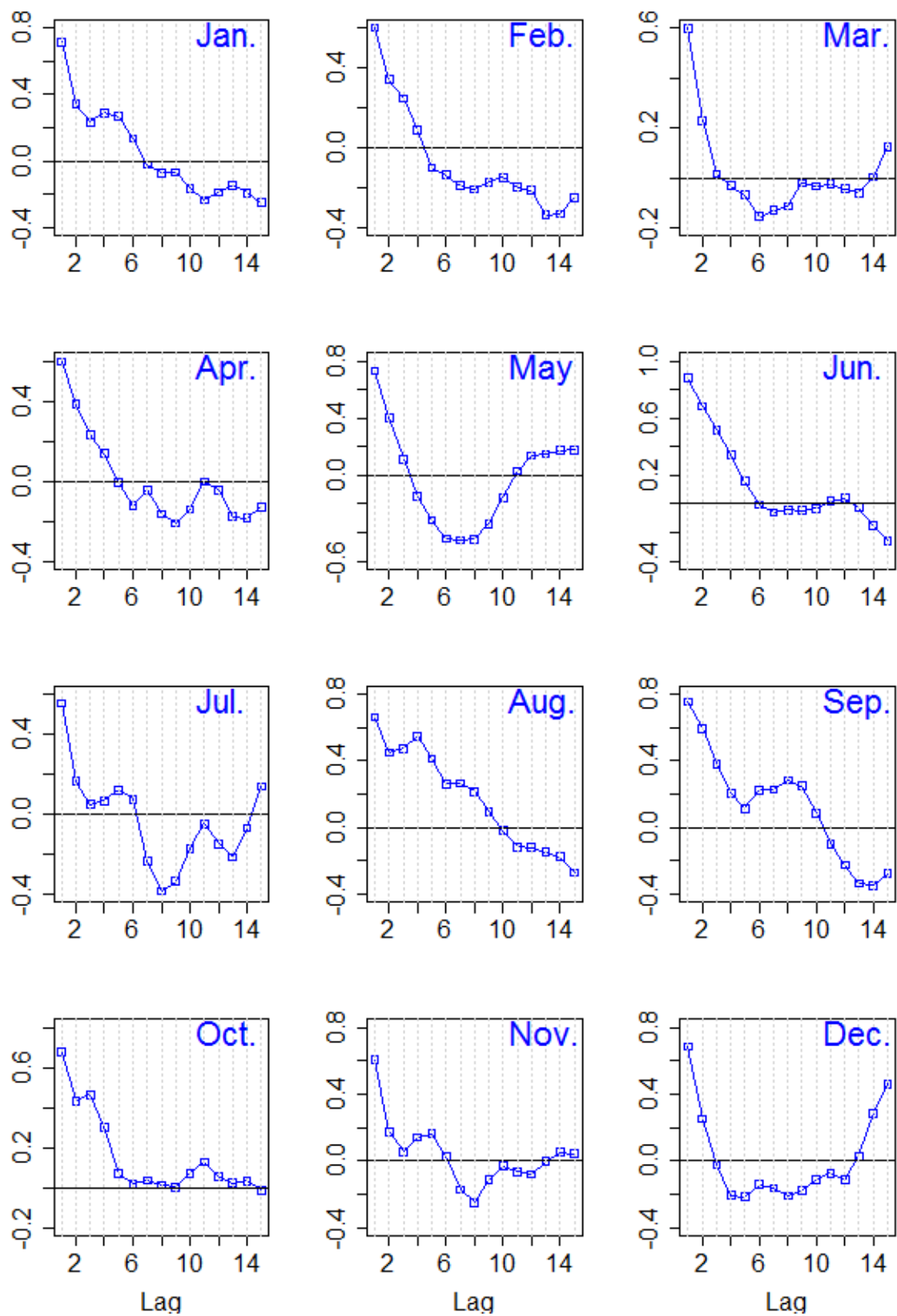
ΣΧΗΜΑ Α.138: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Νέας Πεντέλης για κάθε μήνα.



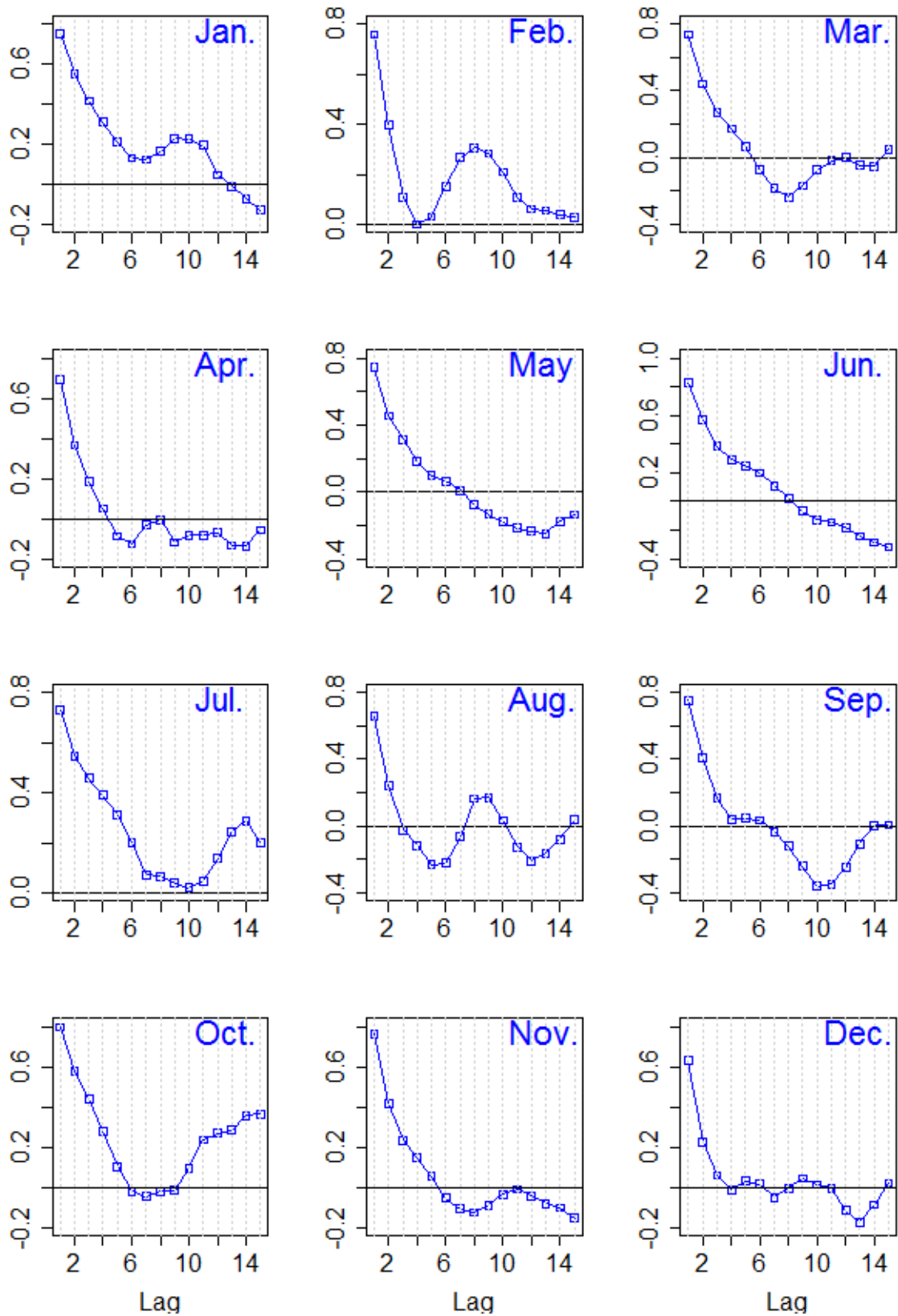
**ΣΧΗΜΑ Α.139:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Νέδουσας για κάθε μήνα.



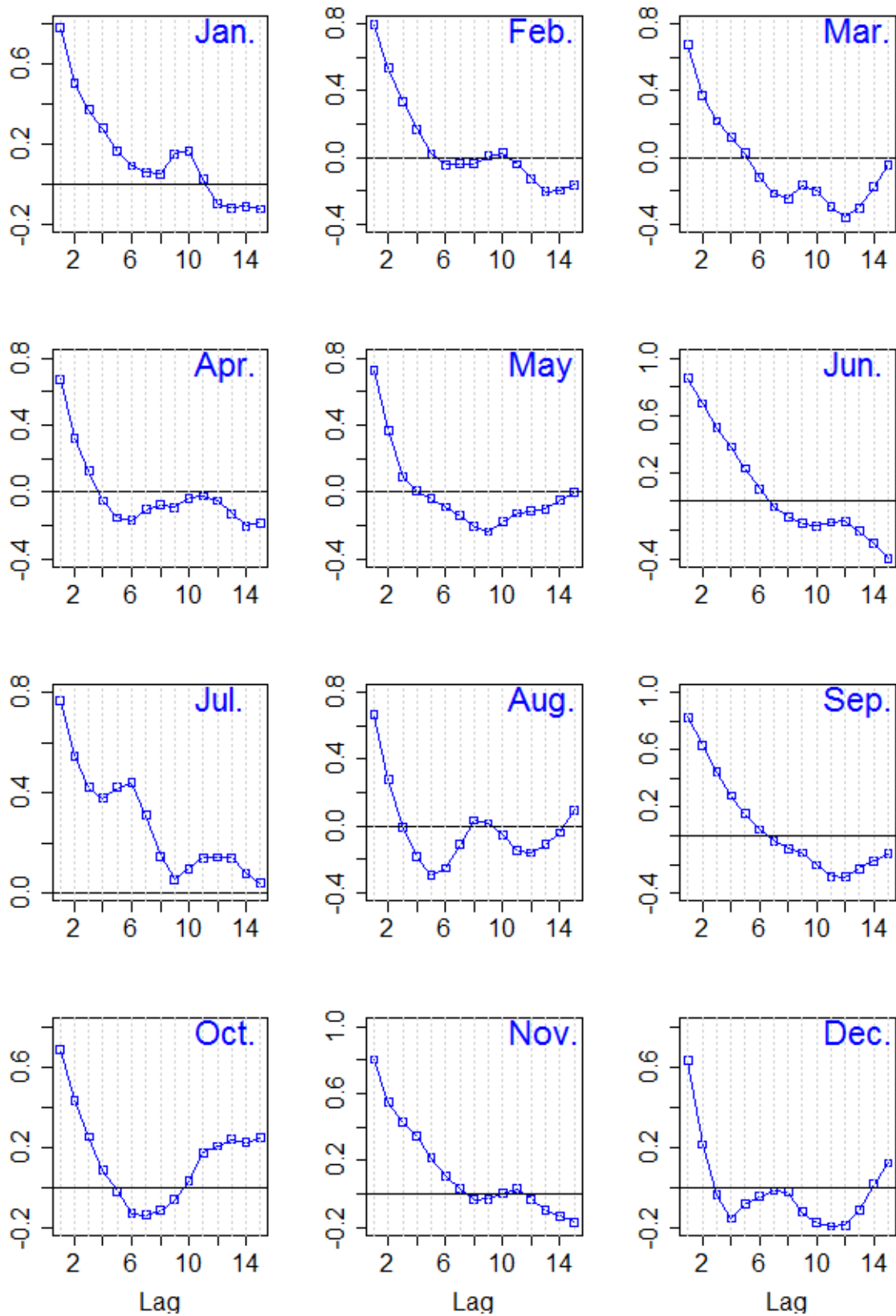
**ΣΧΗΜΑ Α.140:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Οινόης για κάθε μήνα.



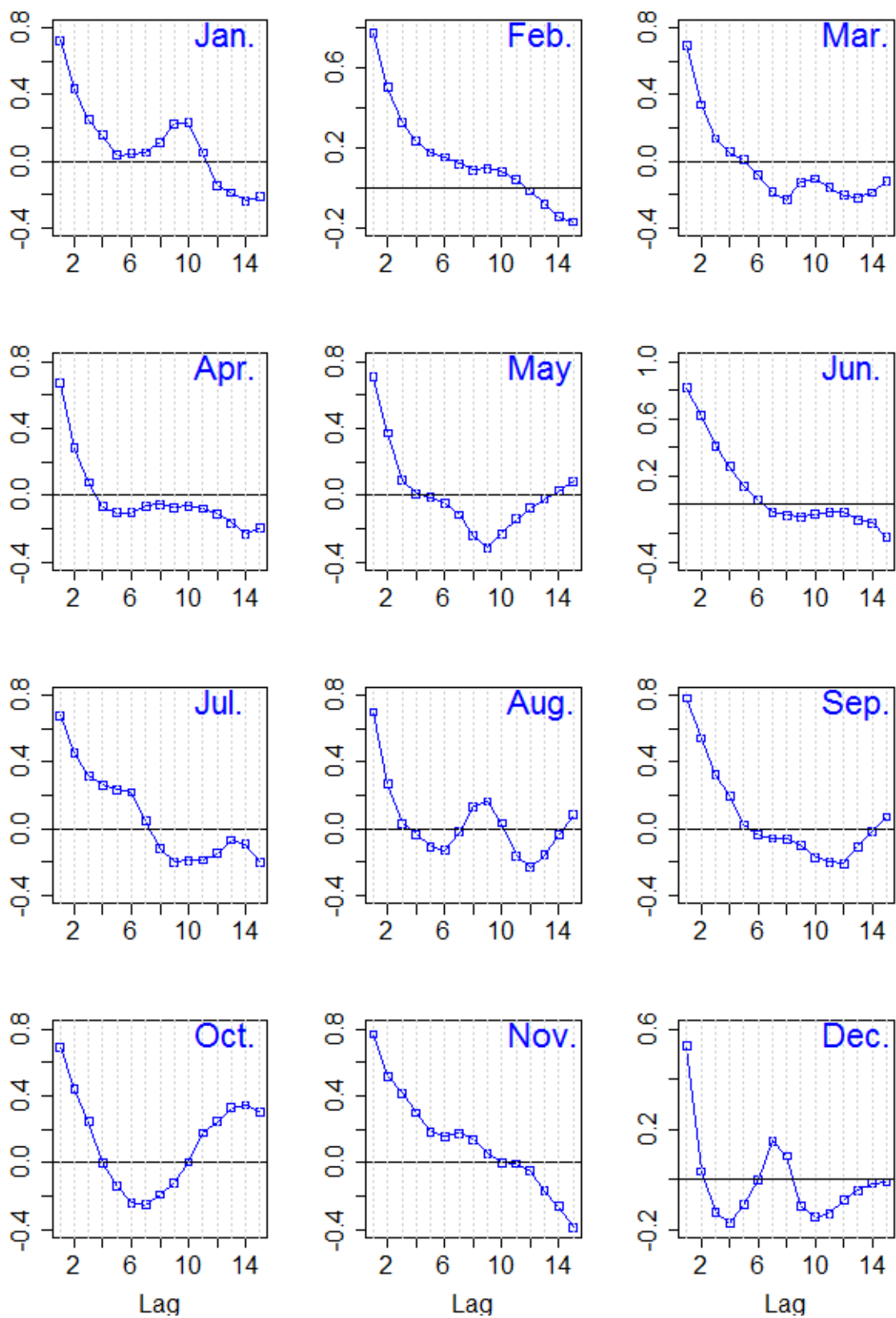
**ΣΧΗΜΑ Α.141:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πόλλιανης για κάθε μήνα.



ΣΧΗΜΑ Α.142: Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Πράσινου για κάθε μήνα.



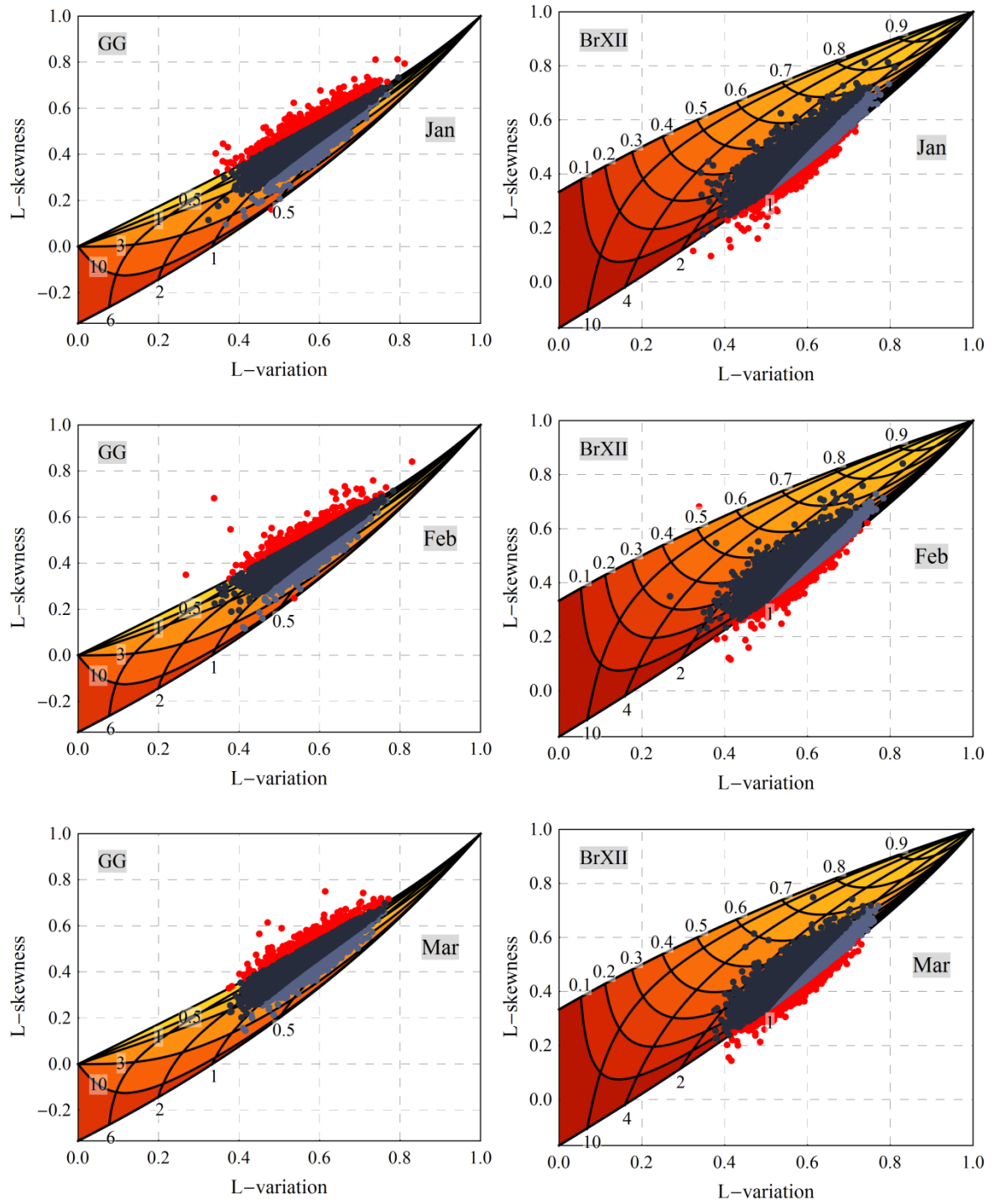
**ΣΧΗΜΑ Α.143:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Στεμνίτσας για κάθε μήνα.



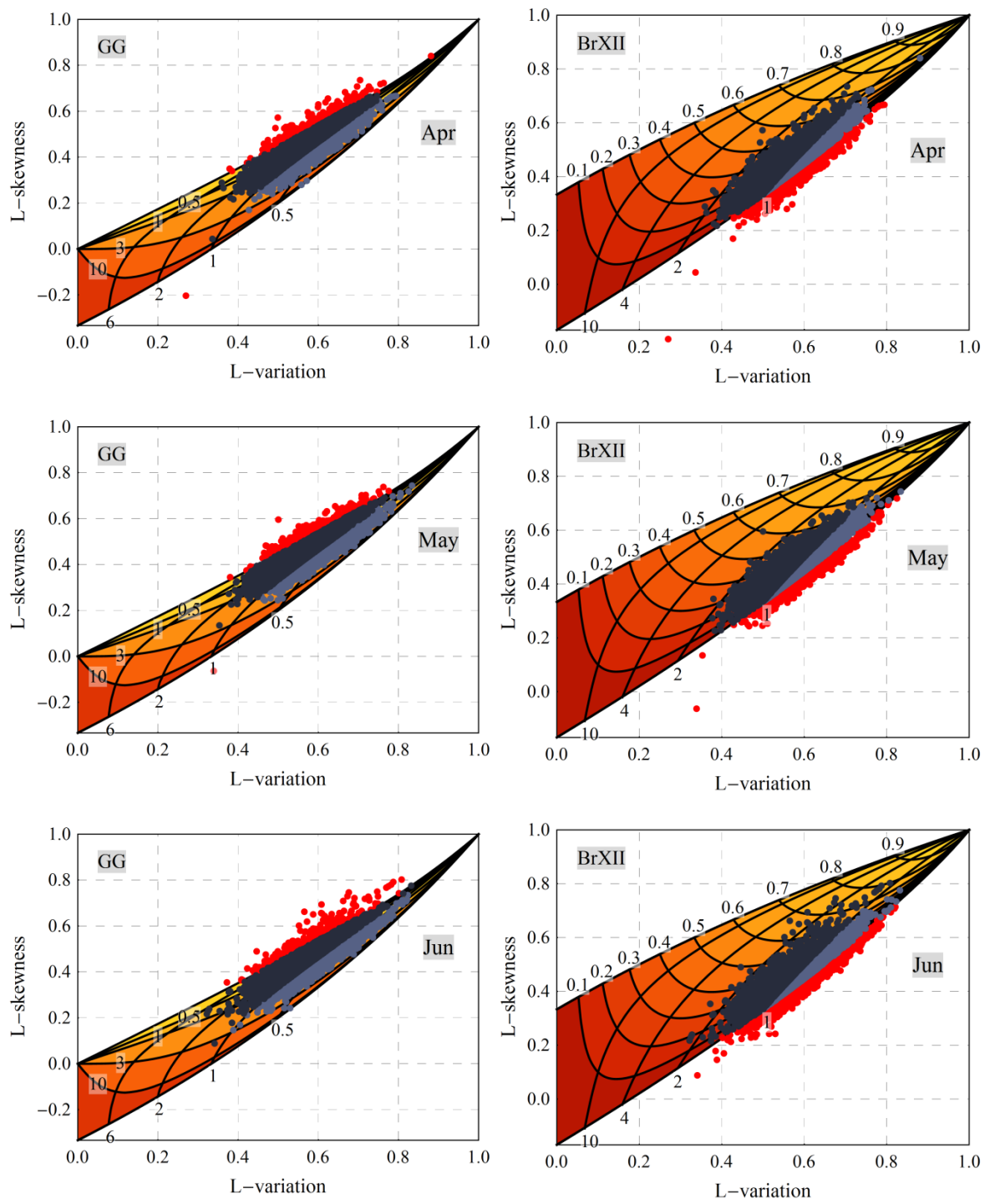
**ΣΧΗΜΑ Α.144:** Συντελεστές αυτοσυσχέτισης, μέχρι υστέρηση 15 ημερών, των δεδομένων μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του σταθμού Ταυγέτου για κάθε μήνα.



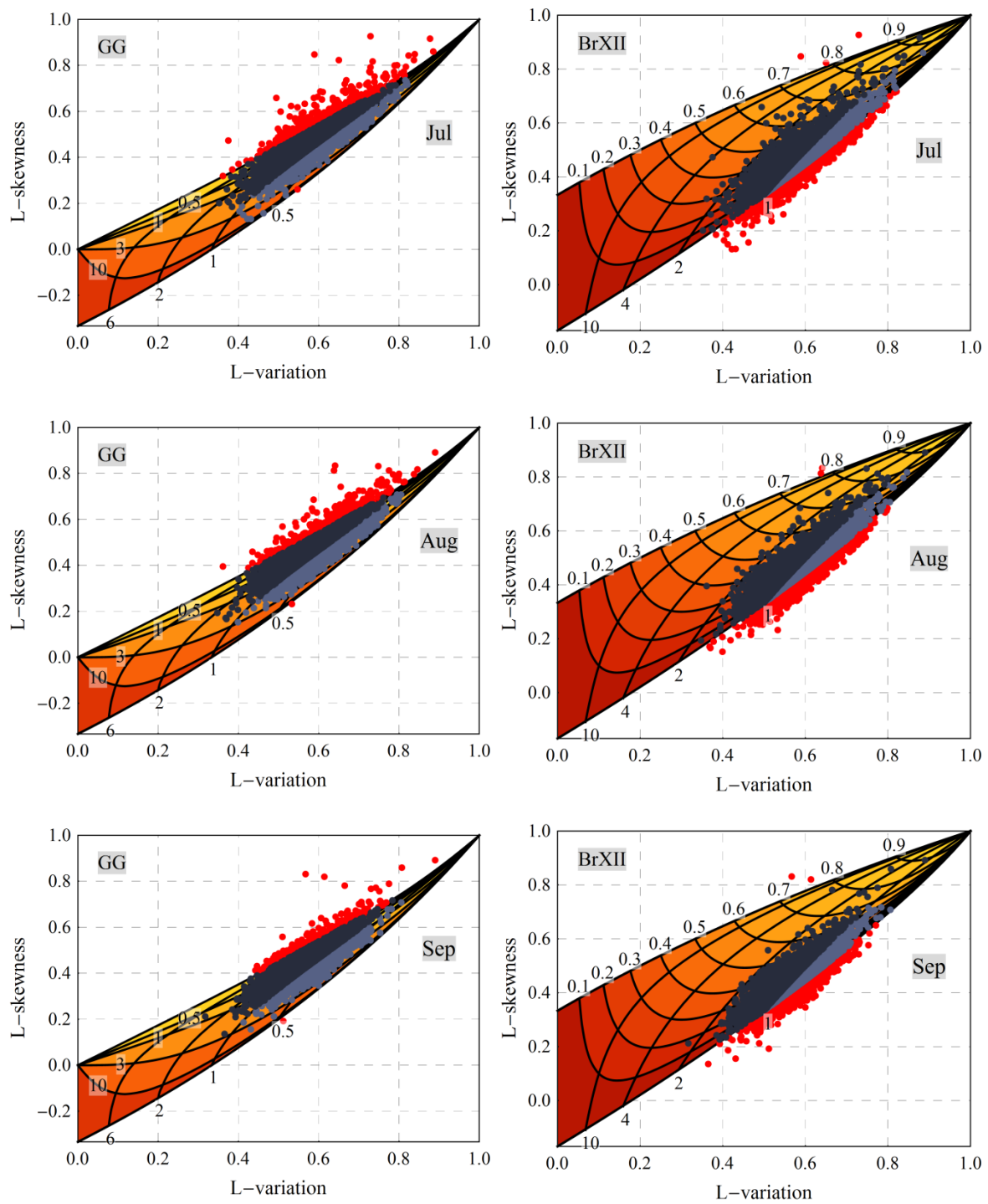
Γραφήματα L-αναλογιών για την ημερήσια βροχόπτωση



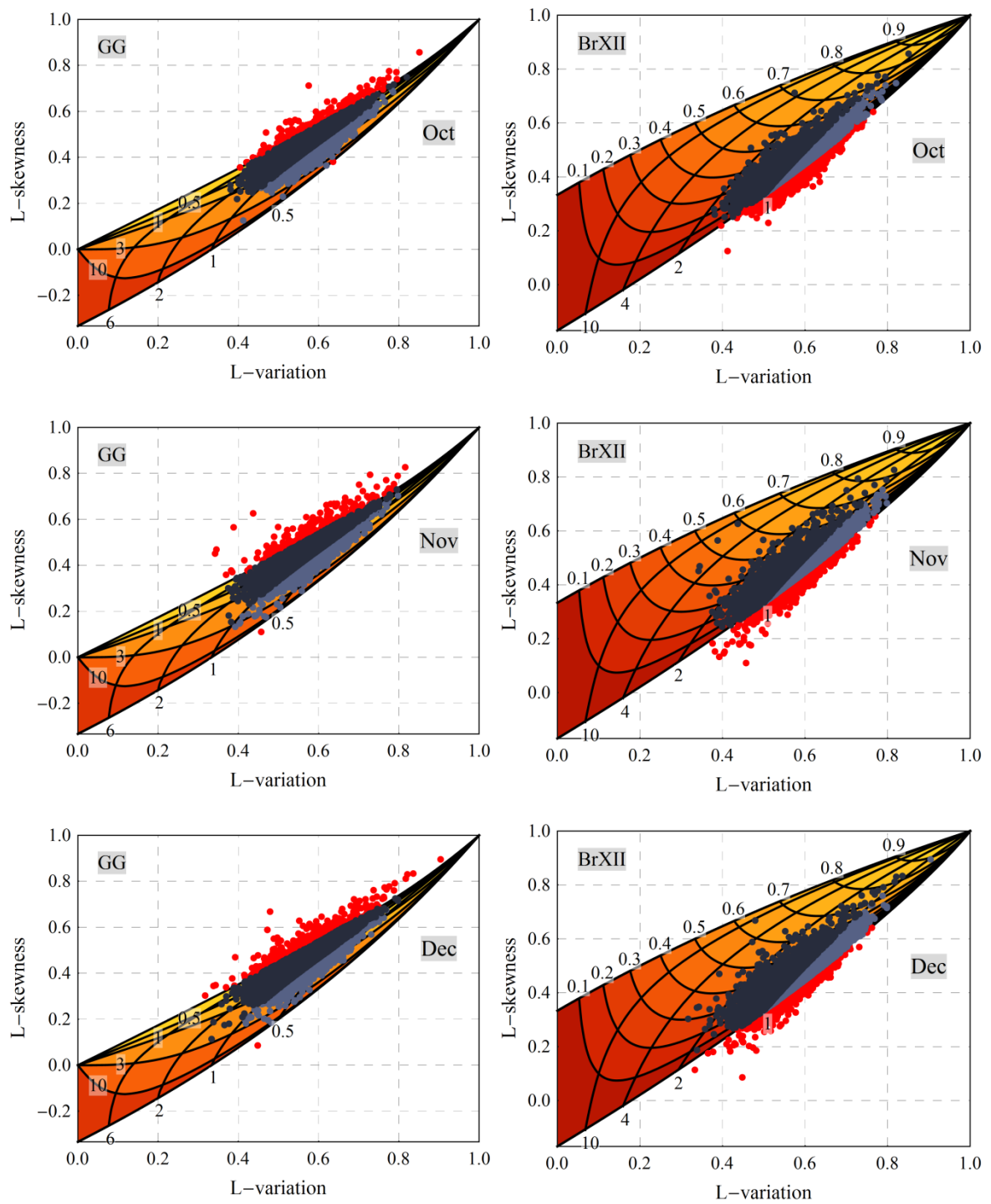
ΣΧΗΜΑ Α.145: Παρατηρημένα L-σημεία για τους μήνες Ιανουάριο με Μάρτιο.



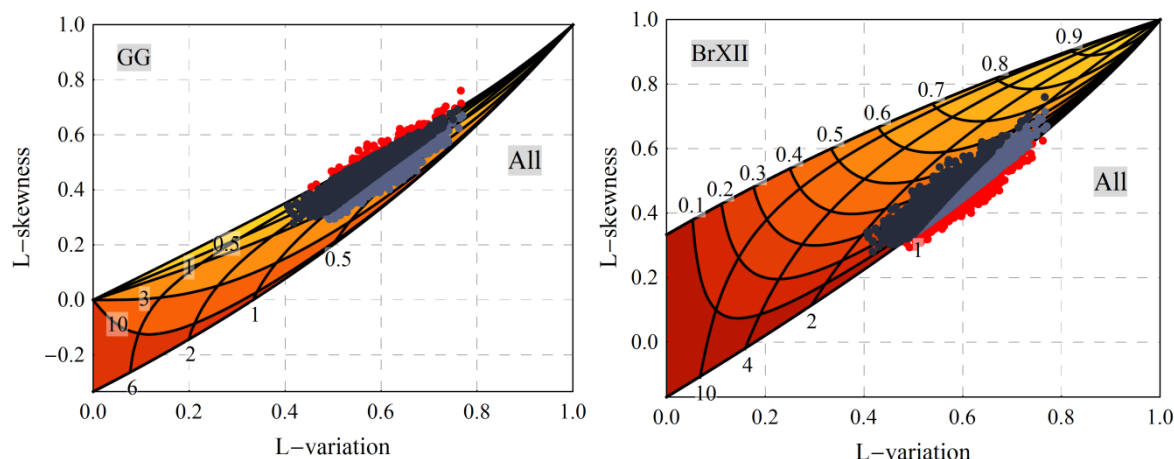
ΣΧΗΜΑ Α.146: Παρατηρημένα L-σημεία για τους μήνες Απρίλιο με Ιούνιο.



ΣΧΗΜΑ Α.147: Παρατηρημένα L-σημεία για τους μήνες Ιούλιο με Σεπτέμβριο.



ΣΧΗΜΑ Α.148: Παρατηρημένα L-σημεία για τους μήνες Οκτώβριο με Δεκέμβριο.



**ΣΧΗΜΑ Α.149:** Παρατηρημένα L-σημεία για τα ενοποιημένα δείγματα όλων των μηνών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ Α.31:** Βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά των παραμέτρων σχήματος των κατανομών GG και BrXII.

	All	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
<b>Κατανομή GG</b>													
Fit No.	13826	12729	13012	13116	13353	13445	13491	13292	13317	13509	13620	13410	13000
<b>Παράμετρος <math>\gamma_1</math></b>													
$Q_{50}$	1.20	1.23	1.22	1.17	1.13	1.09	1.08	1.09	1.10	1.09	1.10	1.13	1.21
$\mu$	1.50	1.63	1.59	1.53	1.45	1.39	1.36	1.41	1.43	1.41	1.42	1.49	1.61
$\sigma$	0.94	1.22	1.15	1.07	1.00	0.97	0.94	1.01	1.04	1.02	1.02	1.11	1.20
$\tau_2$	0.29	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30	0.30	0.31	0.32	0.31	0.31	0.33	0.34
$\tau_3$	0.38	0.43	0.42	0.42	0.42	0.43	0.43	0.43	0.44	0.44	0.43	0.43	0.42
<b>Παράμετρος <math>\gamma_2</math></b>													
$Q_{50}$	0.52	0.54	0.54	0.58	0.61	0.62	0.61	0.60	0.59	0.59	0.60	0.60	0.56
$\mu$	0.53	0.58	0.58	0.59	0.62	0.62	0.62	0.61	0.60	0.60	0.61	0.63	0.60
$\sigma$	0.22	0.30	0.31	0.28	0.28	0.26	0.27	0.28	0.27	0.27	0.28	0.32	0.31
$\tau_2$	0.23	0.28	0.28	0.26	0.25	0.23	0.23	0.24	0.24	0.23	0.24	0.26	0.28
$\tau_3$	0.06	0.14	0.14	0.08	0.06	0.04	0.08	0.09	0.09	0.10	0.10	0.12	0.13
<b>Κατανομή Burr XII</b>													
Fit No.	12744	11900	11827	11810	11555	11460	11544	11737	11878	11768	11503	11203	11551
<b>Παράμετρος <math>\gamma_1</math></b>													
$Q_{50}$	0.94	1.00	0.98	0.98	0.97	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.96	0.99	1.01
$\mu$	0.96	1.05	1.03	1.01	1.00	0.99	0.98	0.99	0.99	0.98	0.99	1.02	1.05
$\sigma$	0.16	0.24	0.23	0.21	0.18	0.18	0.19	0.21	0.20	0.19	0.19	0.23	0.24
$\tau_2$	0.09	0.12	0.12	0.11	0.10	0.10	0.10	0.11	0.11	0.10	0.10	0.11	0.11
$\tau_3$	0.14	0.21	0.21	0.20	0.18	0.19	0.21	0.22	0.19	0.19	0.16	0.18	0.19
<b>Παράμετρος <math>\gamma_2</math></b>													
$Q_{50}$	0.21	0.25	0.24	0.22	0.20	0.19	0.19	0.20	0.20	0.19	0.20	0.21	0.24
$\mu$	0.22	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20	0.21	0.21	0.21	0.21	0.22	0.24
$\sigma$	0.11	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.12	0.12	0.13	0.13
$\tau_2$	0.30	0.30	0.30	0.33	0.35	0.36	0.35	0.35	0.34	0.33	0.33	0.32	0.31
$\tau_3$	0.02	0.05	0.04	0.07	0.09	0.11	0.12	0.12	0.12	0.10	0.09	0.07	0.04