



**ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ «ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ»  
ΕΘΝΙΚΟ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΕΣΠΑ 2007-2013  
ΔΡΑΣΗ «ΑΡΙΣΤΕΙΑ ΙΙ»**

**Συνδυασμένα συστήματα ανανεώσιμων πηγών για  
αειφορική ενεργειακή ανάπτυξη (CRESENDO)**

**Ενότητα Εργασίας 2**

Ολιστικό μεθοδολογικό πλαίσιο βέλτιστου σχεδιασμού και συνδυασμένης διαχείρισης υδατικών και ανανεώσιμων ενεργειακών πόρων

**Παραδοτέο 2.1**

Μεθοδολογικό πλαίσιο βέλτιστου σχεδιασμού και συνδυασμένης διαχείρισης υδατικών και ανανεώσιμων ενεργειακών πόρων



## **ΠΕΡΙΛΗΨΗ**

Περιγράφεται το μεθοδολογικό πλαίσιο στοχαστικής προσομοίωσης και βελτιστοποίησης υβριδικών υδροενεργειακών συστημάτων, που βασίζεται στην αποτελεσματική σύζευξη διαφόρων μοντέλων. Αρχικά, εξηγείται το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας, εισάγονται οι βασικές έννοιες, και εντοπίζονται οι ιδιαιτερότητες του προβλήματος, σε επίπεδο μεθοδολογιών και υπολογιστικής υλοποίησής τους. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται το γενικό πλαίσιο, το οποίο βασίζεται στη συνδυασμένη χρήση ενός μοντέλου ωριαίας προσομοίωσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας μιας περιοχής μελέτης (αιολικά και φωτοβολταϊκά έργα), και ενός μοντέλου ημερήσιας προσομοίωσης του συστήματος υδατικών πόρων και συναφών ενεργειακών έργων. Τα μοντέλα τροφοδοτούνται από συνθετικές χρονοσειρές υδρολογικών εισροών, ταχύτητας ανέμου, ηλιακής ακτινοβολίας και ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας, για την παραγωγή των οποίων χρησιμοποιούνται κατάλληλα στοχαστικά σχήματα. Το θεωρητικό υπόβαθρο των επιμέρους μοντέλων και υπολογιστικών συστημάτων βασίζεται σε πρωτότυπες μεθοδολογίες ή υφιστάμενες προσεγγίσεις που βελτιώθηκαν ή γενικεύτηκαν, στο πλαίσιο του έργου.

## **ABSTRACT**

We describe a stochastic simulation and optimization framework for hybrid renewable energy systems, based on effective coupling of different models. Initially, we explain the problem of combined management of water and energy resources, we introduce the main concepts and highlight the peculiarities of the problem, by means of methodology and computational implementation. Next is presented the general context, which is based on the combined use of an hourly simulation model for the renewables of a specific study area (wind and solar units), and a daily simulation model for the water resource system and the associated energy components. The models are fed by synthetic time series of hydrological inflows, wind velocity, solar radiation and electricity demand over the study area, for the generation of which are used appropriate stochastic schemes. The theoretical background of all models and related software systems is based on original methodologies or existing approaches that have been improved or generalized in the context of the research project.

# Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>8</b>
1.1	Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό .....	8
1.2	Διάρθρωση του τεύχους.....	9
<b>2</b>	<b>Τοποθέτηση προβλήματος συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας</b>	<b>10</b>
2.1	Η σχέση νερού και ενέργειας.....	10
2.2	Ο ρόλος των ΑΠΕ στον σύγχρονο ενεργειακό σχεδιασμό .....	11
2.3	Υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.....	12
2.4	Το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας.....	13
<b>3</b>	<b>Μεθοδολογικό πλαίσιο συνδυασμένης προσομοίωσης υδατικών και ενεργειακών πόρων</b>	<b>16</b>
3.1	Γενικά .....	16
3.2	Γενικές έννοιες και ορισμοί .....	16
3.2.1	Η έννοια του συστήματος.....	16
3.2.2	Ανάλυση συστημάτων – συστημική προσέγγιση .....	16
3.2.3	Η έννοιες της προσομοίωσης και πρόγνωσης .....	17
3.2.4	Στοχαστική προσομοίωση .....	17
3.2.5	Η έννοια της βελτιστοποίησης.....	18
3.2.6	Το μεθοδολογικό σχήμα παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση .....	18
3.3	Ειδικές έννοιες ανάλυσης υδροενεργειακών συστημάτων .....	19
3.3.1	Συστήματα υδατικών πόρων - υδροσυστήματα .....	19
3.3.2	Υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας.....	19
3.3.3	Υδρομετεωρολογική αβεβαιότητα και ποσοτικοποίησή της.....	20
3.3.4	Αβεβαιότητες υδροενεργειακών χρήσεων και περιορισμών.....	20
3.3.5	Λοιπές πηγές αβεβαιότητας.....	21
3.3.6	Οι έννοιες της αξιοπιστίας και αφαλούς απόδοσης.....	21
3.3.7	Τύποι προσομοίωσης – Η έννοια της στοχαστικής πρόγνωσης.....	22
3.4	Μεθοδολογικό πλαίσιο προσομοίωσης και βελτιστοποίησης υδροενεργειακών συστημάτων .....	23
3.4.1	Θεωρητικό πλαίσιο .....	23
3.4.2	Παραδοχές υπολογιστικής διαδικασίας.....	26
3.4.3	Υποσύστημα ανανεώσιμων πηγών και ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας .....	26
3.4.4	Υποσύστημα υδροενεργειακών πόρων.....	27
3.4.5	Σύζευξη μοντέλων σε σύστημα υποστήριξης αποφάσεων.....	29
<b>4</b>	<b>Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ημερήσιων υδρομετεωρολογικών χρονοσειρών</b>	<b>31</b>

4.1	Γενικά χαρακτηριστικά στοχαστικού μοντέλου .....	31
4.1.1	Συνοπτική περιγραφή .....	31
4.1.2	Διάγραμμα ροής.....	32
4.2	Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών.....	33
4.2.1	Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων.....	33
4.2.2	Εκτίμηση συντελεστών στάθμισης.....	35
4.2.3	Εκτίμηση στατιστικών χαρακτηριστικών μεταβλητών ανανέωσης .....	37
4.2.4	Γενίκευση σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση.....	38
4.2.5	Υπολογιστική διαδικασία γέννησης ετήσιων χρονοσειρών .....	39
4.3	Μεθοδολογία αναπαραγωγής εμμονής .....	39
4.3.1	Γενικά .....	39
4.3.2	Ορισμός γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς .....	40
4.3.3	Εκτίμηση παραμέτρων.....	43
4.4	Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών .....	45
4.4.1	Γέννηση βοηθητικών μηνιαίων τιμών με το μοντέλο PAR(1).....	45
4.4.2	Αλγόριθμος γέννησης βοηθητικών μηνιαίων χρονοσειρών .....	46
4.4.3	Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών.....	47
4.4.4	Περιγραφή διαδικασίας γραμμικού επιμερισμού .....	47
4.4.5	Αναπαραγωγή στατιστικών χαρακτηριστικών μέσω τεχνικών Monte Carlo .....	50
4.4.6	Σύνοψη υπολογιστικής διαδικασίας .....	50
4.5	Γέννηση ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών .....	51
4.5.1	Τοποθέτηση του προβλήματος .....	51
4.5.2	Γέννηση βοηθητικών ημερήσιων χρονοσειρών .....	51
4.5.3	Το ζήτημα της ασυμμετρίας .....	52
4.5.4	Αναπαραγωγή πιθανότητας ξηρής περιόδου .....	52
4.5.5	Δυνητικές πηγές μεροληψίας.....	54
4.5.6	Αποκατάσταση συνέπειας ημερήσιων χρονοσειρών.....	55
4.6	Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών.....	55
4.6.1	Τυπικές μέθοδοι αντιμετώπισης .....	55
4.6.2	Χειρισμός του προβλήματος μέσω βελτιστοποίησης.....	56
4.7	Παραγωγή τυχαίων αριθμών .....	60
4.7.1	Επιλογή συνάρτησης κατανομής τυχαίων μεταβλητών .....	60
4.7.2	Η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων .....	60
4.7.3	Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα .....	61
4.7.4	Προσαρμογή για παραγωγή αρνητικών ασυμμετριών .....	63
<b>5</b>	<b>Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου</b>	<b>65</b>
5.1	Συνοπτική περιγραφή του μοντέλου.....	65
5.2	Το κυκλοστάσιμο μοντέλο με διατήρηση ασυμμετρίας CAR1 .....	65
5.3	Αλυσίδες Markov και πιθανότητες μετάβασης .....	67
<b>6</b>	<b>Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ηλιακής ακτινοβολίας</b>	<b>69</b>

6.1	Γενικά .....	69
6.2	Στοχαστικό μοντέλο ηλιακής ακτινοβολίας .....	69
6.3	Υπολογιστική υλοποίηση .....	71
<b>7</b>	<b>Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας</b>	<b>73</b>
7.1	Εισαγωγή .....	73
7.2	Μεθοδολογία και δεδομένα .....	73
7.2.1	Γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο.....	73
7.2.2	Δεδομένα .....	74
7.3	Εφαρμογή μεθοδολογία προσομοίωσης στην περιοχή μελέτης .....	75
7.3.1	Προσομοίωση ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας .....	75
7.3.2	Προσομοίωση ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση .....	80
<b>8</b>	<b>Μοντέλο ωριαίας λειτουργίας υποσυστήματος ανανεώσιμων πηγών ενέργειας</b>	<b>82</b>
8.1	Επίπεδα ανάλυσης υποσυστήματος ΑΠΕ.....	82
8.2	Προσομοίωση λειτουργίας μονάδων παραγωγής αιολικής ενέργειας.....	82
8.2.1	Χαρακτηριστικά μεγέθη αιολικών μηχανών .....	82
8.2.2	Προσομοίωση συστήματος παραγωγής αιολικής ενέργειας .....	84
8.3	Προσομοίωση λειτουργίας φωτοβολταϊκών μονάδων .....	85
8.3.1	Χαρακτηριστικά μεγέθη φωτοβολταϊκών συστημάτων .....	85
8.3.2	Υπολογισμός ολικής ηλιακής ακτινοβολίας.....	85
<b>9</b>	<b>Μοντέλο ημερήσιας προσομοίωσης υποσυστήματος υδροενεργειακών πόρων</b>	<b>87</b>
9.1	Ιστορικό .....	87
9.2	Γενικά χαρακτηριστικά προβλήματος ανάλυσης υδροσυστημάτων .....	87
9.2.1	Μαθηματική διατύπωση προβλήματος.....	87
9.2.2	Μεταβλητές κατάστασης και απόφασης .....	89
9.2.3	Η έννοια των βαθμών ελευθερίας.....	89
9.2.4	Η έννοια του μέτρου επίδοσης .....	90
9.2.5	Χειρισμός με κλασικές τεχνικές βελτιστοποίησης.....	90
9.2.6	Προσομοίωση με χρήση κανόνων λειτουργίας .....	92
9.2.7	Ρητά και μη ρητά σχήματα προσομοίωσης .....	93
9.2.8	Προσομοίωση ροών ενέργειας σε υδροσυστήματα.....	94
9.3	Μεθοδολογία προσομοίωσης υδροενεργειακών συστημάτων .....	95
9.3.1	Το σχήμα παραμετροποίηση – προσομοίωση – βελτιστοποίηση.....	95
9.3.2	Υπολογιστική υλοποίηση .....	96
9.3.3	Τύποι προσομοίωσης.....	98
9.4	Σχηματοποίηση συστήματος υδροενεργειακών πόρων .....	98
9.4.1	Συνιστώσες μοντέλου .....	98
9.4.2	Απλοί κόμβοι.....	99

9.4.3	Κόμβοι εισροής.....	100
9.4.4	Ταμιευτήρες.....	100
9.4.5	Γεωτρήσεις .....	102
9.4.6	Υδατορεύματα .....	102
9.4.7	Υδραγωγεία .....	103
9.4.8	Στρόβιλοι .....	103
9.4.9	Αντλίες.....	105
9.5	Δεδομένα εισόδου μοντέλου προσομοίωσης.....	105
9.5.1	Χρονικά μεγέθη .....	105
9.5.2	Χαρακτηριστικά μεγέθη έργων .....	106
9.5.3	Υδρολογικά σενάρια.....	106
9.5.4	Προσφορά και ζήτηση ενέργειας.....	107
9.5.5	Στόχοι και λειτουργικοί περιορισμοί.....	107
9.5.6	Οικονομικά δεδομένα .....	108
9.6	Παραμετροποίηση κανόνων λειτουργίας υδροενεργειακών έργων.....	109
9.6.1	Γενικά .....	109
9.6.2	Κανόνες λειτουργίας ταμιευτήρων.....	110
9.6.3	Γενίκευση κανόνων με ενσωμάτωση περιορισμών αποθέματος.....	112
9.6.4	Πρακτική χρήση κανόνων λειτουργίας .....	113
9.6.5	Κανόνες λειτουργίας γεωτρήσεων.....	114
9.6.6	Κανόνες λειτουργίας στροβίλων .....	115
9.7	Υπολογιστική διαδικασία προσομοίωσης.....	117
9.7.1	Τοποθέτηση του προβλήματος .....	117
9.7.2	Γενική περιγραφή του προβλήματος μεταφόρτωσης .....	119
9.7.3	Σχηματοποίηση μοντέλου διγράφου.....	120
9.7.4	Προσομοίωση διαρροών και διηθήσεων .....	125
9.7.5	Προσομοίωση επιστροφών νερού .....	126
9.7.6	Μοντέλο αναδρομικού υπολογισμού μοναδιαίου κόστους.....	127
9.7.7	Επικαιροποίηση ιδιοτήτων διγράφου .....	130
9.7.8	Διατύπωση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού .....	131
9.7.9	Αποτελέσματα χρονικού βήματος .....	131
9.7.10	Γενικά αποτελέσματα προσομοίωσης .....	133
9.7.11	Προγνωστικά μεγέθη καταληκτικής προσομοίωσης.....	133
9.7.12	Σύνοψη υπολογιστικής διαδικασίας .....	135
9.8	Βελτιστοποίηση διαχειριστικής πολιτικής.....	137
9.8.1	Τοποθέτηση του προβλήματος .....	137
9.8.2	Μεταβλητές ελέγχου.....	138
9.8.3	Μέτρο επίδοσης συστήματος.....	138
9.8.4	Αλγόριθμος βελτιστοποίησης.....	139
9.8.5	Σύνοψη διαδικασίας βελτιστοποίησης .....	144

# 1 Εισαγωγή

---

## 1.1 Αντικείμενο του τεύχους - Ιστορικό

Στα πλαίσια της Δράσης «Αριστεία II» του ΕΣΠΑ 2007-2013, η Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας ανέθεσε Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο το ερευνητικό έργο “*Συνδυασμένα συστήματα ανανεώσιμων πηγών για αειφόρο ενεργειακή ανάπτυξη*”. Το έργο αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός ολιστικού πλαισίου για τον βέλτιστο σχεδιασμό και διαχείριση των υβριδικών συστημάτων ανανεώσιμης ενέργειας μεγάλης κλίμακας, στο οποίο η υδροηλεκτρική ενέργεια και τα συναφή έργα ανάπτυξης και διαχείρισης των υδατικών πόρων θα έχουν κυρίαρχο ρόλο. Οι μεθοδολογίες και τα υπολογιστικά εργαλεία που αναπτύσσονται ελέγχονται στο σύστημα των λεκανών απορροής Αχελώου και του Πηνειού, που καλύπτει το 12% της Ελλάδας και χαρακτηρίζεται από ιδιαίτερα υψηλό υδροδυναμικό. Η περιοχή μελέτης αντιμετωπίζεται ως κλειστό και ενεργειακά αυτόνομο, κατά το μέτρο του εφικτού, σύστημα, οι ενεργειακές ανάγκες του οποίου καλύπτονται από μεγάλα υδροηλεκτρικά έργα, καθώς και έργα παραγωγής ηλιακής και αιολικής ενέργειας. Στόχος του έργου είναι να διερευνηθούν οι προοπτικές μιας αειφόρου ανάπτυξης σε περιφερειακή κλίμακα, με αποκλειστική χρήση ΑΠΕ.

Στην παρούσα έκθεση συνοψίζονται οι ερευνητικές εργασίες της Ενότητας Εργασίας 2, με τίτλο “*Ολιστικό μεθοδολογικό πλαίσιο βέλτιστου σχεδιασμού και συνδυασμένης διαχείρισης υδατικών και ανανεώσιμων ενεργειακών πόρων*”. Ειδικότερα, περιγράφεται το μεθοδολογικό πλαίσιο που αναπτύχθηκε και υλοποιεί ένα σχήμα παραμετροποίησης-προσομοίωσης-βελτιστοποίησης, το οποίο είναι εμπνευσμένο από καταξιωμένες συστημικές προσεγγίσεις για την υποστήριξη της λήψης αποφάσεων σε προβλήματα σύνθετων συστημάτων υδατικών πόρων. Η παραμετροποίηση επιτρέπει την φειδωλή μαθηματική περιγραφή της πολιτικής λειτουργίας του συστήματος υδατικών και ενεργειακών πόρων, ενώ η προσομοίωση αποσκοπεί στην αναπαράσταση της συνδυαστικής λειτουργίας του. Στο σχήμα αυτό, οι χρονοσειρές εισόδου του συστήματος που περιγράφουν τις υδρομετεωρολογικές διεργασίες και τη ζήτηση ενέργειας, γεννώνται συνθετικά, παρέχοντας έτσι, μέσω της προσομοίωσης, στοχαστικές προγνώσεις όλων των υδατικών και ενεργειακών ροών του συστήματος. Από την άλλη πλευρά, η βελτιστοποίηση εφαρμόζεται για να εντοπίσει τη πολιτική λειτουργίας των βασικών υδροενεργειακών έργων με την οποία ελαχιστοποιούνται το ρίσκο και μεγιστοποιείται η οικονομική επίδοση του συστήματος.

Η ομάδα εκπόνησης του παρόντος τεύχους είναι:

- Ανδρέας Ευστρατιάδης, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, MSc, ΕΔΙΠ ΕΜΠ
- Νίκος Μαμάσης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ
- Γιάννης Μαρκόνης, Μηχανικός Περιβάλλοντος, Υποψ. Δρ. ΕΜΠ
- Παναγιώτης Κοτσιέρης, Πολιτικός Μηχανικός, MSc., Υποψ. Δρ. ΕΜΠ
- Χρήστος Τύραλης, Δρ. Πολιτικός Μηχανικός, MSc.

Συντονιστής του συνόλου των εργασιών της Ενότητας Εργασίας 2 είναι ο Ν. Μαμάσης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ.



## 1.2 Διάρθρωση του τεύχους

Το τεύχος διαρθρώνεται, μαζί με την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), σε οκτώ κεφάλαια. Στα κεφάλαια 2 και 3 αναπτύσσεται το γενικό μέρος του μεθοδολογικού πλαισίου, ενώ οι τεχνικές λεπτομέρειες των επιμέρους μεθοδολογιών και μοντέλων εξηγούνται στα επόμενα πέντε κεφάλαια. Ειδικότερα:

Στο **Κεφάλαιο 2** εξηγείται το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας, εισάγονται οι βασικές έννοιες, και εντοπίζονται οι ιδιαιτερότητες του προβλήματος, σε επίπεδο μεθοδολογιών και υπολογιστικής υλοποίησής τους.

Στο **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται το γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο που αναπτύχθηκε, το οποίο βασίζεται στη συνδυασμένη χρήση ενός μοντέλου ωριαίας προσομοίωσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας μιας περιοχής μελέτης (ανεμογεννήτριες και φωτοβολταϊκά έργα), και ενός μοντέλου ημερήσιας προσομοίωσης του συστήματος υδατικών πόρων της περιοχής.

Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζεται το πολυμεταβλητό στοχαστικό μοντέλο γέννησης ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών εισόδου του συστήματος υδατικών πόρων.

Στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζεται η μεθοδολογία γέννησης ωριαίων συνθετικών χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου.

Στο **Κεφάλαιο 6** παρουσιάζεται η μεθοδολογία γέννησης ωριαίων συνθετικών χρονοσειρών ηλιακής ακτινοβολίας.

Στο **Κεφάλαιο 7** παρουσιάζεται η μεθοδολογία γέννησης συνθετικών χρονοσειρών ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας μιας περιοχής μελέτης, σε ωριαία και ημερήσια χρονική κλίμακα.

Στο **Κεφάλαιο 8** παρουσιάζεται το μοντέλο ωριαίας προσομοίωσης της λειτουργίας των ανεμογεννητριών και φωτοβολταϊκών έργων, για δεδομένη ζήτηση ενέργειας και δεδομένες χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου και ηλιακής ακτινοβολίας.

Στο **Κεφάλαιο 9** παρουσιάζεται το μοντέλο ημερήσιας προσομοίωσης της λειτουργίας ενός συστήματος υδατικών πόρων, για δεδομένη προσφορά και ζήτηση ενέργειας και δεδομένες χρονοσειρές υδρολογικών εισροών και απωλειών.

## 2 Τοποθέτηση προβλήματος συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας

---

### 2.1 Η σχέση νερού και ενέργειας

Οι υδατικοί πόροι και τα συναφή υδραυλικά έργα έχουν ισχυρή αλληλεξάρτηση με την ενέργεια. Μάλιστα, ο ρόλος του νερού είναι πολλαπλός, καθώς ανάλογα με τη χρήση του μπορεί να θεωρηθεί ως παραγωγός, ως καταναλωτής αλλά και ως μέσο αποθήκευσης και αναρρύθμισης της παραγόμενης ενέργειας από άλλες πηγές. Συγκεκριμένα:

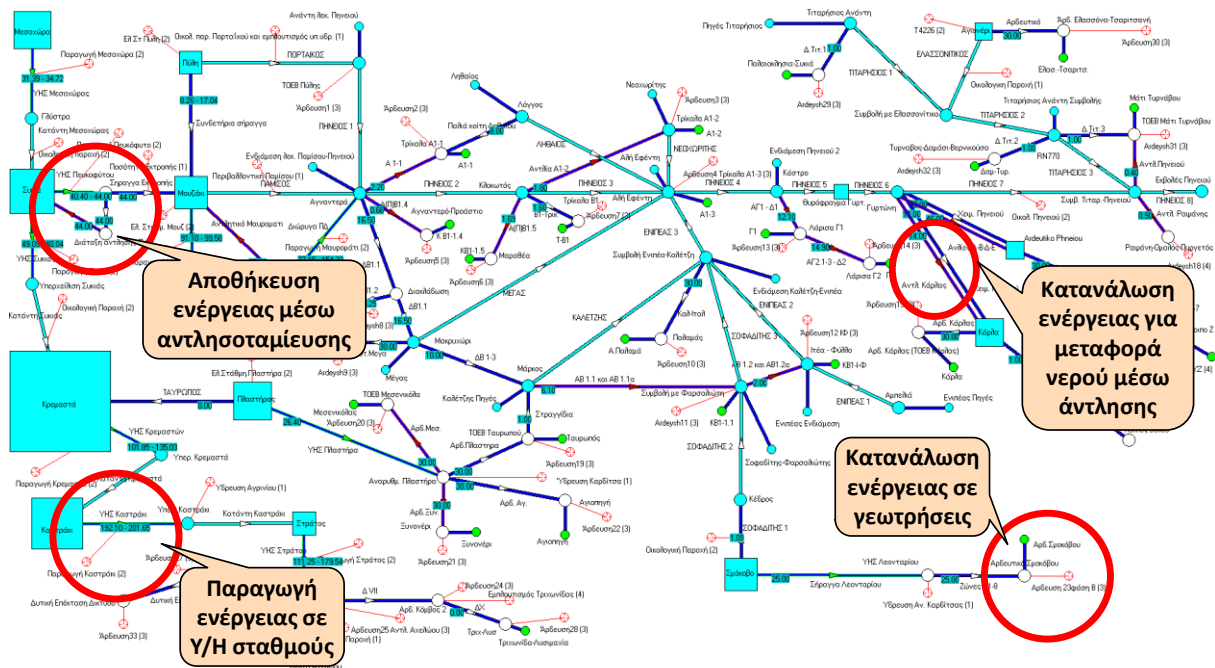
Ο ρόλος του νερού ως *παραγωγού ενέργειας* αφορά στην υδροηλεκτρική παραγωγή, τόσο από μεγάλες μονάδες (υδροηλεκτρικοί ταμιευτήρες) όσο και από μικρά υδροηλεκτρικά έργα, χωρίς δυνατότητα ταμίευσης. Αφορά, ακόμη, και σε έμμεσες χρήσεις, όπως η παροχή αρδευτικού νερού για παραγωγή βιοκαυσίμων και η παροχή νερού ψύξης σε συμβατικές μονάδες παραγωγής ενέργειας από ορυκτά καύσιμα.

Ο ρόλος του νερού ως *καταναλωτή ενέργειας* αναφέρεται στην άντληση υπόγειων υδατικών πόρων από γεωτρήσεις, στη συλλογή, μεταφορά και διανομή του νερού μέσω καταθλιπτικών αγωγών και αντλιοστασίων, καθώς και σε κάποιες ενεργοβόρες μορφές επεξεργασίας (κυρίως αφαλάτωση).

Ο ρόλος του νερού ως μέσου *αποθήκευσης ενέργειας* επιτυγχάνεται με χρήση αντιστρεπτών υδροηλεκτρικών μονάδων, που επιτρέπουν την καταστροφή της πλεονάζουσας παραγωγής ενέργειας (π.χ. κατά τις νυκτερινές ώρες) με άντληση νερού σε μια ανάντη θέση, η οποία ανακτάται αργότερα ως υδροηλεκτρική ενέργεια. Η παραπάνω διαδικασία είναι γνωστή ως αντλησοταμίευση, ο ρόλος της οποίας έχει αποκτήσει καίρια σημασία στο τρέχον ενεργειακό σκηνικό, όπως θα αναδειχθεί στη συνέχεια.

Τέλος, ο ρόλος του νερού ως μέσου *αναρρύθμισης ενέργειας* αναφέρεται στην ίδια τη λειτουργία των μεγάλων υδροηλεκτρικών έργων σε εθνικό επίπεδο, όταν αυτά αξιοποιούνται για την κάλυψη των αιχμών της ζήτησης ενέργειας. Η ύπαρξη μεγάλων υδροηλεκτρικών έργων παρέχει σημαντική ευελιξία στη διαχείριση της ηλεκτροπαραγωγής σε πραγματικό χρόνο, ενώ μειώνει αισθητά το κόστος της ενέργειας. Ο αναρρυθμιστικός ρόλος των έργων αυτών έχει αποκτήσει ακόμα μεγαλύτερη σημασία λόγω της ισχυρής διεύθυνσης των άλλων μορφών ανανεώσιμης ενέργειας, που έχουν πολύ περιορισμένη, αν όχι μηδενική, δυνατότητα διαχείρισης των πλεονασμάτων και ελλειμμάτων ενέργειας.

Ο πολλαπλός ρόλος του νερού φαίνεται στο παράδειγμα της Εικόνας 2.1, όπου απεικονίζεται το μοντέλο προσομοίωσης του υδροσυστήματος Αχελώου-Πηνειού. Ο κεντρικός στόχος του έργου είναι η ανάπτυξη ενός μεθοδολογικού πλαισίου συνδυασμένης διαχείρισης των υδατικών και ανανεώσιμων ενεργειακών πόρων, στο οποίο αναδεικνύεται ο κομβικός και πολύπλευρος ρόλος του νερού, και ειδικότερα των μεγάλων υδροηλεκτρικών έργων και της αντλησοταμίευσης. Η μεθοδολογία εφαρμόζεται πιλοτικά στην περιοχή των συζευγμένων λεκανών απορροής Αχελώου και Πηνειού. Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας, η μεθοδολογική αντιμετώπιση του οποίου αναπτύσσεται λεπτομερώς στα υπόλοιπα κεφάλαια.



Εικόνα 2.1: Η σχέση νερού και ενέργειας στο υδροσύστημα Αχελώου-Πηνειού.

## 2.2 Ο ρόλος των ΑΠΕ στον σύγχρονο ενεργειακό σχεδιασμό

Δεδομένου ότι ο ενεργειακός τομέας είναι ένας από τους βασικότερους πυλώνες της παγκόσμιας οικονομίας, είναι προφανές ότι ο σχεδιασμός και η διαχείριση των ενεργειακών συστημάτων αποτελούν προϋπόθεση για ένα αειφόρο μέλλον (Koutsoyiannis *et al.*, 2009).

Εδώ και αρκετά χρόνια έχει γίνει κοινά αποδεκτό ότι το υπόδειγμα που υιοθετήθηκε από τη βιομηχανική επανάσταση και έκτοτε, το οποίο βασίστηκε στην εντατική χρήση ορυκτών καυσίμων (όπως πετρέλαιο, άνθρακας, ουράνιο, κτλ.), είναι έντονα μη αειφόρο. Μάλιστα, ορισμένοι ερευνητές έχουν εκφράσει έντονη ανησυχία ότι έχει φτάσει η εποχή της αιχμής της παραγωγής πετρελαίου (peak oil hypothesis), που ορίζει το σημείο καμπής ως προς τη δυνατότητα εκμετάλλευσης ορυκτών πόρων. Αυτό σημαίνει ότι το όχι μακρινό μέλλον ενέχει το πραγματικό ρίσκο μιας σοβαρής κοινωνικοοικονομικής κρίσης, ως συνέπεια της αδυναμίας κάλυψης των ενεργειακών αναγκών, εκτός αν η εξοικονόμηση ενέργειας και η χρήση ανανεώσιμων πηγών γίνουν ο κανόνας. Σε συνδυασμό με τις ανησυχίες που προκαλεί η περιβαλλοντική υποβάθμιση, ως αποτέλεσμα της εντατικής χρήσης ορυκτών καυσίμων, αναγνωρίζεται ότι απαιτείται μια δραστική αλλαγή σε όλο το ενεργειακό σκηνικό, στην κατεύθυνση αφενός της εξοικονόμησης ενέργειας και αφετέρου της ανάπτυξης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (ΑΠΕ).

Σύμφωνα με την οδηγία 2009/28/EK του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου, ως ενέργεια από ανανεώσιμες μη ορυκτές πηγές θεωρείται η αιολική, ηλιακή, αεροθερμική, γεωθερμική, υδροθερμική και ενέργεια των ωκεανών, υδροηλεκτρική, από βιομάζα, από τα εκλυόμενα στους χώρους υγειονομικής ταφής αέρια, από αέρια μονάδων επεξεργασίας λυμάτων και από βιοαέρια. Οι παραπάνω βασίζονται κατ' ουσία στην ηλιακή ακτινοβολία, με εξαίρεση τη γεωθερμική ενέργεια, η οποία είναι ροή ενέργειας από το εσωτερικό του φλοιού της γης, και την ενέργεια από τις παλίρροιας, που εκμεταλλεύεται τη βαρύτητα. Στη συνέχεια, ο όρος ΑΠΕ θα χρησιμοποιείται κυρίως για τις μονάδες ηλεκτροπαραγωγής που χρησιμοποιούν την ηλιακή, αιολική και υδραυλική ενέργεια, που είναι οι πλέον διαδεδομένες στην Ελλάδα.

Οι ΑΠΕ αναφέρονται και ως «ήπιες» μορφές ενέργειας, δεδομένου ότι για την εκμετάλλευσή τους δεν απαιτείται κάποια ενεργητική παρέμβαση, όπως εξόρυξη, άντληση ή καύση, όπως με τις μέχρι τώρα χρησιμοποιούμενες πηγές ενέργειας, αλλά απλώς η εκμετάλλευση της ήδη υπάρχουσας ροής ενέργειας στη φύση. Επιπρόσθετα, αναφέρονται και ως «καθαρές» μορφές ενέργειας, καθώς δεν αποδεσμεύουν υδρογονάνθρακες, διοξείδιο του άνθρακα ή τοξικά και ραδιενεργά απόβλητα, όπως οι υπόλοιπες συμβατικές πηγές ενέργειας που χρησιμοποιούνται σε μεγάλη κλίμακα.

Ο σημερινός ενεργειακός σχεδιασμός κυρίως στην Ευρώπη ευνοεί πολύ έντονα τη διεύθυνση των ΑΠΕ, και κυρίως των μικρών υδροηλεκτρικών έργων (ΜΥΗΕ), των ανεμογεννητριών (Α/Γ) και των φωτοβολταϊκών έργων (Φ/Β). Ωστόσο, έχει αποτύχει στο να λάβει υπόψη τις σημαντικές διαφορές των παραπάνω πηγών σε σχέση με τις συμβατικές πηγές ενέργειας. Συγκεκριμένα, ενθαρρύνονται ή ακόμα και προωθούνται, μέσω οικονομικών αλλά και θεσμικών κινήτρων, οι μικρής κλίμακας μονάδες παραγωγής ανανεώσιμης ενέργειας, που έχουν ωστόσο περιορισμένη απόδοση, χαμηλή ευελιξία και υψηλό κόστος ανάπτυξης. Ειδικά στην Ελλάδα, η μονομερής θεώρηση και η απουσία ενός ολοκληρωμένου αναπτυξιακού σχεδίου εθνικής κλίμακας, έχει οδηγήσει σε εκρηκτική άνοδο των τιμών ενέργειας, έχοντας ταυτόχρονα θέσει σημαντικούς περιορισμούς στη διαχείριση της ενέργειας.

Το μείζον μειονέκτημα της ανανεώσιμης ενέργειας αφορά στην ισχυρή εξάρτησή της από τις υδρομετεωρολογικές συνθήκες, που την καθιστά έντονα μεταβλητή και μη προβλέψιμη. Η εγγενής αβεβαιότητα των σχετικών φυσικών διεργασιών ανακλάται άμεσα στην ενεργειακή παραγωγή, η οποία δεν μπορεί να ακολουθήσει τη χρονική κατανομή της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας. Το μειονέκτημα αυτό οξύνεται εξαιτίας της έλλειψης ρυθμιστικής ικανότητας, που καθιστά αδύνατη την αποθήκευση της περίσσειας της παραγωγής, για την οποία πρέπει να προβλεφθεί ένας μηχανισμός καταστροφής, καθώς δεν μπορεί να απορροφηθεί από το δίκτυο μεταφοράς. Για τον λόγο αυτό, οι μικρής κλίμακας ΑΠΕ δεν μπορούν να αντικαταστήσουν παρά μικρό μόνο τμήμα της εγκατεστημένης ισχύος που προέρχεται από συμβατικές πηγές. Συνεπώς, επιβάλλεται ένα νέο υπόδειγμα ενεργειακής διαχείρισης που θα αναγνωρίζει και θα διαχειρίζεται την εγγενή αβεβαιότητα των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, ως κυρίαρχο χαρακτηριστικό, εφαρμόζοντας βιώσιμες και οικονομικά αποδοτικές τεχνικές λύσεις.

### **2.3 Υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας**

Καθώς οι μείζονες πηγές ανανεώσιμης ενέργειας (νερό, άνεμος, ήλιος) εξαρτώνται από τις τρέχουσες υδρομετεωρολογικές διεργασίες (απορροή, ταχύτητα ανέμου, ηλιοφάνεια), οι οποίες μεταβάλλονται ακανόνιστα, δεν μπορεί να εξασφαλιστεί η απαιτούμενη εξισορρόπηση της προσφοράς ενέργειας από τις ΑΠΕ και της αντίστοιχης ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας. Κατά συνέπεια, η υπόθεση ενός μελλοντικού σκηνικού στο οποίο οι ανανεώσιμες πηγές θα κυριαρχούν θα είναι εφικτή μόνο εφόσον οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας συνδυαστούν με τεχνολογίες αποθήκευσης και αναρρύθμισης της ενέργειας (Koutsoyiannis and Efstratiadis, 2012).

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η καθιερωμένη τεχνική της άντλησοταμίευσης αντιπροσωπεύει την καλύτερη διαθέσιμη τεχνολογία αποθήκευσης ενέργειας. Ειδικότερα, πρόκειται για μια φιλοπεριβαλλοντική πρακτική που δεν εκπέμπει κανένα παραπροϊόν στο περιβάλλον, και είναι οικονομικά αποδοτική, με ποσοστά απωλειών μικρότερα του 10% (για έργα μεγάλης κλίμακας). Επιπλέον, η παραγόμενη υδροηλεκτρική ενέργεια δεν καταναλώνει νερό (απλά μετατρέπει τη δυναμική του ενέργεια), ενώ μπορεί ακόμα να συνδυαστεί με άλλες χρήσεις νερού (αστική, γεωργική, βιομηχανική).

Τα υβριδικά συστήματα, που συνδυάζουν πολλαπλές πηγές ανανεώσιμης ενέργειας με έργα αντλησοταμίευσης, θεωρούνται γενικά μια καθιερωμένη τεχνολογία για την αύξηση του επιπέδου διείσδυσης των ανανεώσιμων πηγών σε ενεργειακά συστήματα. Ωστόσο, τέτοια έργα έχουν, γενικά, μειωμένη απόδοση και έχουν κυρίως εφαρμοστεί σε σχετικά μικρές περιοχές, π.χ. για την εξυπηρέτηση αυτόνομων νησιωτικών δικτύων. Από την άλλη πλευρά, οι κυρίαρχες ιδεολογικές απόψεις, ειδικά στην Ευρωπαϊκή Ένωση, δεν ευνοεί την κατασκευή νέων φραγμάτων και μεγάλων υδραυλικών έργων, που θα επέτρεπαν τον ανασχεδιασμό και αναβάθμιση του ενεργειακού τοπίου σε εθνική κλίμακα.

Τονίζεται ότι το ζήτημα της κλίμακας των έργων αναφέρεται τόσο στο μέγεθος των ενεργειακών μονάδων όσο και στην χωρική τους έκταση. Η έννοια αυτή έχει καθοριστική σημασία, δεδομένου ότι η αποδοτικότητα, σε όρους παραγωγής ενέργειας προς την αντίστοιχη εγκατεστημένη ισχύ, αυξάνει με την κλίμακα, όπως και η αξιοπιστία, σε όρους κάλυψης της ενεργειακής ζήτησης (Koutsoyiannis, 2011). Για τον λόγο αυτό, είναι αδύνατον να προσβλέπουμε σε ένα μελλοντική ενεργειακό τοπία χωρίς μεγάλης κλίμακας υδροηλεκτρικούς ταμιευτήρες, εξοπλισμένους με διατάξεις αντλησοταμίευσης (αντιστρεπτοί στρόβιλοι, που συνδυάζονται με ένα μικρό αναρρυθμιστικό έργο είτε ανάντη είτε, συνηθέστερα, κατόντη). Στο πλαίσιο αυτό, κρίνεται εύλογο και επιθυμητό ένα ολιστικό σχέδιο για μεγάλης κλίμακας συστήματα ανανεώσιμης ενέργειας, στα οποία το νερό, ο άνεμος και η ηλιακή ακτινοβολία θα αποτελούν τις πηγές ενέργειας, με το νερό σε έναν επιπρόσθετο αποθηκευτικό και αναρρυθμιστικό ρόλο.

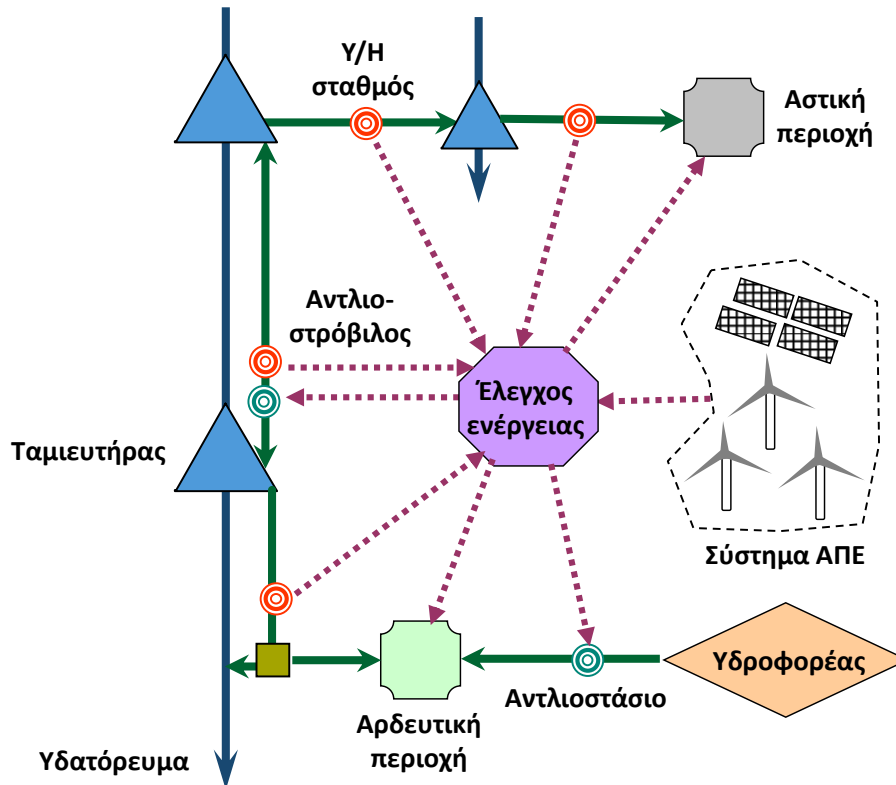
## **2.4 Το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας**

Το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας αφορά σε υβριδικά ενεργειακά συστήματα (ειδικότερα, σε συστήματα μεγάλης κλίμακας), στα οποία συνυπάρχουν έργα τυπικά αξιοποίησης υδατικών πόρων και έργα παραγωγής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές (ΑΠΕ), που έχουν ως κοινές συνιστώσες τα υδροηλεκτρικά έργα. Στα συστήματα αυτά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2, θεωρούνται πολλαπλές χρήσεις νερού και πολλαπλοί καταναλωτές ενέργειας, στους οποίους περιλαμβάνονται και ορισμένες κοινές συνιστώσες των υδατικών συστημάτων, συγκεκριμένα αντλιοστάσια, γεωτρήσεις και αντλιοστρόβιλοι.

Ουσιώδης διεπαφή των δύο συστημάτων (υδατικό και ενεργειακό) είναι τα έργα αντλησοταμίευσης, που λειτουργούν ως διατάξεις αποθήκευσης ενέργειας. Σε τέτοια συστήματα, η αντλησοταμίευση πραγματοποιείται όταν υπάρχει περίσσεια παραγωγής ενέργειας από τις ΑΠΕ (πλην των υδροηλεκτρικών έργων, των οποίων η παραγωγή είναι πλήρως ελεγχόμενη), ενώ αντίθετα η παραγωγή ενέργειας από τα υδροηλεκτρικά έργα γίνεται κατά προτεραιότητα όταν η ζήτηση ενέργειας υπερβαίνει τη δυνατότητα παραγωγής από τις άλλες ΑΠΕ.

Το πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας τίθεται ως η αναζήτηση μιας αξιόπιστης και οικονομικά αποδοτικής πολιτικής λειτουργίας των διαφόρων συνιστωσών του συστήματος, ώστε να εξασφαλίζεται η απρόσκοπτη εξυπηρέτηση των χρήσεων νερού και της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας, κάτω από ένα σύνολο περιορισμών (τεχνικών, θεσμικών, περιβαλλοντικών, κλπ.). Σε σχέση με ένα τυπικό πρόβλημα διαχείρισης υδατικών πόρων, στο οποίο επίσης πραγματοποιείται παραγωγή και κατανάλωση ενέργειας, υπάρχουν ορισμένες ουσιώδεις διαφορές. Συγκεκριμένα, στη διαχείριση του νερού το ενεργειακό ισοζύγιο είναι μη ελεγχόμενο, καθώς πραγματοποιούνται εξωτερικές εισροές ενέργειας για την κίνηση των αντλιοστασίων και γεωτρήσεων που λαμβάνονται έμμεσα μόνο υπόψη μέσω του κόστους ενέργειας, ενώ η παραγόμενη ενέργεια από τις υδροηλεκτρικές μονάδες αντιμετωπίζεται ως

στόχος προς μεγιστοποίηση και όχι ως περιορισμός που αναφέρεται μια δεδομένη ζήτηση ενέργειας (όμοια με την παραγωγή νερού για την ικανοποίηση των υδατικών αναγκών του συστήματος). Προφανώς, στην κατάρτιση του ενεργειακού ισοζυγίου λαμβάνονται υπόψη το σύνολο των μονάδων παραγωγής και το σύνολο των ζητήσεων ενέργειας, περιλαμβανομένων των καταναλώσεων στις γεωτρήσεις και αντλιοστάσια



Εικόνα 2.2: Σχηματική απεικόνιση των συνιστωσών ενός υποθετικού συστήματος συνδυασμένης διαχείρισης υδατικών και ενεργειακών πόρων.

Ο χειρισμός του προβλήματος αποτελεί ένα αντικείμενο-πρόκληση, για το οποίο υπάρχουν πολλά ανοιχτά υπολογιστικά ζητήματα. Επιγραμματικά αναφέρονται τα εξής (Efstratiadis *et al.*, 2015):

- Πέρα από τις ευρέως γνωστές αδυναμίες της μοντελοποίησης των συστημάτων υδατικών πόρων (μη γραμμική δυναμική, άγνωστες μελλοντικές εισροές, μεγάλος αριθμός μεταβλητών και περιορισμών, αντικρουόμενα κριτήρια, κτλ.), εμφανίζονται επιπλέον πολυπλοκότητες και αβεβαιότητες, λόγω της εισαγωγής των ενεργειακών συνιστωσών και των ροών ενέργειας.
- Τίθεται η ανάγκη σύζευξης διαφορετικών χρονικών κλιμάκων στην αναπαράσταση των υδατικών και ενεργειακών ροών, δεδομένου ότι στη μοντελοποίηση των υδροσυστημάτων συνήθως υιοθετούνται μηνιαία χρονικά βήματα, ενώ για την κατάρτιση του ενεργειακού ισοζυγίου (παραγωγή ενέργειας σε σχέση με την αντίστοιχη ζήτηση), απαιτείται μια πολύ πιο λεπτομερής διακριτότητα (π.χ. ωριαία).
- Άλλο ένα μειονέκτημα είναι η αύξηση των μεταβλητών ελέγχου, περιορισμών και στόχων, λόγω της ταυτόχρονης μοντελοποίησης δύο παράλληλων ροών (νερό και ενέργεια), και των αλληλεπιδράσεών τους.
- Τέλος, αφού οι υδρομετεωρολογικές διεργασίες εισόδου του συνδυασμένου συστήματος είναι εγγενώς αβέβαιες, είναι συνήθως απαραίτητη η χρήση συνθετικών χρονοσειρών

εισόδου μεγάλου μήκους, έτσι ώστε η αξιολόγηση της επίδοσης του συστήματος να γίνεται σε όρους αξιοπιστίας και ρίσκου, με ικανοποιητική ακρίβεια.

Για να αντιμετωπίσουμε τα παραπάνω ζητήματα αναπτύχθηκε ένα πλαίσιο μοντελοποίησης, που βασίστηκε στο σχήμα παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση. Το σχήμα αυτό έχει χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση πολύπλοκων συστημάτων υδατικών πόρων, το οποίο γενικεύτηκε και εμπλουτίστηκε έτσι ώστε να χειρίζεται και ενεργειακές συνιστώσες. Το γενικό περίγραμμα του πλαισίου, το οποίο βασίζεται στη σύζευξη διαφόρων μαθηματικών μοντέλων, εξηγείται στο Κεφάλαιο 3. Στα υπόλοιπα κεφάλαια παρουσιάζονται τα επιμέρους μοντέλα, που μπορούν (κατά περίπτωση) να χρησιμοποιηθούν και ως αυτόνομα υπολογιστικά συστήματα.

## 3 Μεθοδολογικό πλαίσιο συνδυασμένης προσομοίωσης υδατικών και ενεργειακών πόρων

---

### 3.1 Γενικά

Ο βασικός στόχος του ερευνητικού προγράμματος είναι η ανάπτυξη μιας ολοκληρωμένης μεθοδολογίας βέλτιστου σχεδιασμού και διαχείρισης υβριδικών συστημάτων ανανεώσιμης ενέργειας (ΥΣΑΕ) μεγάλης κλίμακας, και ο έλεγχός της στην περιοχή των λεκανών απορροής Αχελώου και Πηνειού, η οποία αντιμετωπίζεται ως κλειστό (ενεργειακά αυτόνομο) σύστημα.

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το μεθοδολογικό πλαίσιο μοντελοποίησης των ροών νερού και ενέργειας σε υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας μεγάλης κλίμακας, που βασίζεται σε μια συστημική προσέγγιση. Στο υποκεφάλαιο 3.2 και 3.3 εισάγονται οι θεμελιώδεις έννοιες της ανάλυσης συστημάτων και δίνονται οι αναγκαίοι γενικοί και ειδικοί, για υδροενεργειακά συστήματα, ορισμοί, ενώ στο υποκεφάλαιο 3.4 περιγράφονται το νέο μεθοδολογικό πλαίσιο. Η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε υλοποιήθηκε σε ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, που περιλαμβάνει διάφορα υπολογιστικά εργαλεία και σχετικά μαθηματικά μοντέλα, η αναλυτική περιγραφή των οποίων γίνεται στα επόμενα κεφάλαια. Το σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, ως εφαρμογή λογισμικού, περιγράφεται στην τεχνική έκθεση της ενότητας εργασίας 3.

### 3.2 Γενικές έννοιες και ορισμοί

#### 3.2.1 Η έννοια του συστήματος

Το *σύστημα* ορίζεται ως ένα σύνολο ανεξάρτητων μεταξύ τους στοιχείων που χαρακτηρίζεται από (Mays & Tung, 1992, σ. 8):

- ένα σύνολο που καθορίζει αν το στοιχείο ανήκει στο σύστημα ή το περιβάλλον
- αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον (είσοδοι-φορτίσεις, έξοδοι-αποκρίσεις)
- σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του και των εισόδων και εξόδων.

Ένα σύστημα μπορεί να είναι *στατικό*, εφόσον οι συνθήκες φόρτισής του αναφέρονται σε συγκεκριμένο χρόνο ή, γενικότερα, όταν η λειτουργία του δεν έχει χρονική αναφορά, ή *δυναμικό*, όταν οι συνθήκες φόρτισης ή και τα χαρακτηριστικά του συστήματος μεταβάλλονται χρονικά.

#### 3.2.2 Ανάλυση συστημάτων – συστημική προσέγγιση

Η *ανάλυση συστημάτων* ή *συστημική προσέγγιση* είναι μια επιστημονική περιοχή με τεράστιο πεδίο εφαρμογής, που περιλαμβάνει μια δέσμη υπολογιστικών εργαλείων για τη μελέτη πολύπλοκων δομών, φαινομένων ή διεργασιών, για τα οποία είτε δεν υπάρχει αναλυτική λύση είτε η λεπτομερής περιγραφή τους, με βάση τους φυσικούς νόμους που διέπουν τις εν λόγω δομές, είναι υπολογιστικά μη εφικτή. Για τον λόγο αυτό, η συστημική προσέγγιση αποσκοπεί στην μακροσκοπική αναγνώριση του τρόπου με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα στοιχεία του μεταξύ τους και με το περιβάλλον, χωρίς ωστόσο να επιδιώκει τη λεπτομερειακή θεώρηση των σχέσεων ή φυσικών διεργασιών που τα διέπουν (Dingman, 1994, σ. 382· Grigg, 1996, σ. 115).



Η ανάλυση ενός συστήματος προϋποθέτει την κατάστροψη του μαθηματικού μοντέλου λειτουργίας του, το οποίο περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των συνιστωσών του συστήματος και των στοιχείων του εξωτερικού περιβάλλοντος. Το μοντέλο λειτουργίας του συστήματος, τροφοδοτούμενο με διεγέρσεις ή φορτίσεις από το εξωτερικό περιβάλλον (είσοδοι συστήματος), αναπαριστά τις αποκρίσεις του πραγματικού συστήματος προς το περιβάλλον (έξοδοι συστήματος), με όσο το δυνατόν καλύτερη ακρίβεια. Κατ' αντιστοιχία με το ίδιο το σύστημα, το μοντέλο λειτουργίας του μπορεί να είναι στατικό ή δυναμικό.

### **3.2.3 Η έννοια της προσομοίωσης και πρόγνωσης**

*Προσομοίωση* (simulation) είναι η τεχνική αναπαράστασης της λειτουργίας ενός δυναμικού συστήματος, καθώς αυτό εξελίσσεται στον χρόνο (Winston, 1994, σ. 23). Κατά κανόνα, η προσομοίωση αναφέρεται σε διακριτά χρονικά βήματα και όχι σε συνεχή χρόνο.

*Μοντέλο προσομοίωσης* είναι ένα σύνολο υποθέσεων σχετικά με την δυναμική λειτουργία του συστήματος, εκφρασμένων μέσω μαθηματικών ή λογικών σχέσεων και κωδικοποιημένων, συνήθως, σε γλώσσα προγραμματισμού. Αν σε ένα μοντέλο προσομοίωσης θεωρηθούν οι προβλεπόμενες ή υποτιθέμενες μελλοντικές διεγέρσεις, με σκοπό την αναπαράσταση της μελλοντικής απόκρισης του συστήματος, τότε αυτό αναφέρεται και ως μοντέλο *πρόγνωσης*.

Θεωρητικά, ένα τέλειο μοντέλο προσομοίωσης, εφόσον τροφοδοτηθεί με τις παρατηρημένες φορτίσεις του πραγματικού συστήματος, οφείλει να παράγει τις ίδιες ακριβώς αποκρίσεις με αυτό. Στην πράξη βεβαίως, οι προσομοιωμένες αποκρίσεις αποκλίνουν από τις αποκρίσεις του πραγματικού συστήματος, καθώς εισάγεται πληθώρα σφαλμάτων και αβεβαιοτήτων στη μαθηματική δομή, τα δεδομένα εισόδου και τις παραμέτρους του μοντέλου.

### **3.2.4 Στοχαστική προσομοίωση**

Η μελέτη πολύπλοκων συστημάτων που διέπονται από αβεβαιότητες αποτελεί τυπικό πεδίο εφαρμογής της *στοχαστικής προσομοίωσης* (stochastic simulation). Η γενική ιδέα έγκειται στην αναπαράσταση της δυναμικής λειτουργίας του συστήματος με συνθετικά δεδομένα, από τα οποία προκύπτει ένα δείγμα εφικτών αποκρίσεων του συστήματος. Τα δεδομένα αυτά αναφέρονται, συνήθως, στις εξωτερικές διεγέρσεις (μεταβλητές εισόδου), του συστήματος αλλά μπορεί να αναφέρονται και στη ίδια τη δομή του μοντέλου λειτουργίας του (π.χ. σε χαρακτηριστικές παραμέτρους των εξισώσεων του μοντέλου).

Σε κάθε περίπτωση, τα συνθετικά δεδομένα οφείλουν να είναι στατιστικά συνεπή με τα πραγματικά, ώστε το δείγμα των προσομοιωμένων αποκρίσεων να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο των αποκρίσεων του πραγματικού συστήματος. Για τον λόγο αυτό, τα συνθετικά δεδομένα παράγονται από κάποια συστηματική διαδικασία, που εξασφαλίζει ότι αναπαράγεται η στατιστική και στοχαστική δομή των δεδομένων του πραγματικού συστήματος. Προφανώς, όσο περισσότερα συνθετικά δεδομένα εξετάζονται, τόσο αυξάνει το δείγμα των προσομοιωμένων αποκρίσεων, και, συνεπώς, τόσο πιο αξιόπιστα θεωρούνται τα συμπεράσματα των στατιστικών αναλύσεων.

Συνεπώς, η στοχαστική προσομοίωση μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μαθηματικό πείραμα ή μια διαδικασία δειγματοληψίας που εκτελείται στον υπολογιστή (Ripley, 1987, σ. 2), καθώς δεν είναι δυνατή η διερεύνηση της απόκρισης του πραγματικού συστήματος στο πεδίο ως προς διαφορετικά δεδομένα εισόδου.

### 3.2.5 Η έννοια της βελτιστοποίησης

Ο τυπικός χειρισμός των προβλημάτων ανάλυσης συστημάτων βασίζεται σε μια διαδοχή από εναλλακτικές αποφάσεις και αξιολογήσεις των επιπτώσεων κάθε απόφασης στο υπό μελέτη σύστημα (όπου η έννοια της απόφασης μπορεί να αφορά είτε στον σχεδιασμό και τη γενική διάταξη του συστήματος είτε στη λειτουργία του είτε και στα δύο). Αν κάθε μια από τις εναλλακτικές αποφάσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος μπορεί να περιγραφεί από ένα σύνολο τιμών, και αν σε κάθε τέτοια περιγραφή μπορεί να αποδοθεί ένα πραγματικό μέτρο επίδοσης, τότε ως βέλτιστη νοείται η απόφαση που μεγιστοποιεί το παραπάνω μέτρο.

Για το λόγο αυτό, η ανάλυση συστημάτων έχει πρακτικά ταυτιστεί με τον γενικότερο όρο *βελτιστοποίηση*, ο οποίος χρησιμοποιείται τόσο σε πραγματικές εφαρμογές όσο και σε μαθηματικά προβλήματα, για να υποδηλώσει μια διαδικασία συστηματικής αναζήτησης της μέγιστης ή, ανάλογα με τη διατύπωση του προβλήματος, ελάχιστης τιμής μιας *στοχικής συνάρτησης* ως προς τις *μεταβλητές ελέγχου* της. Συνεπώς, η στοχική συνάρτηση αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση του μέτρου επίδοσης, ενώ οι μεταβλητές ελέγχου αντιστοιχούν στις παραμέτρους σχεδιασμού ή λειτουργίας του συστήματος.

Επισημαίνεται ότι το μέτρο επίδοσης ενός συστήματος μπορεί να περιλαμβάνει πολλαπλά κριτήρια. Εφόσον αυτά διατυπώνονται ως συνιστώσες μιας διανυσματικής συνάρτησης, τότε το πρόβλημα βελτιστοποίησης ανάγεται σε *πολυκριτηριακό*. Στην περίπτωση που δύο ή περισσότερα κριτήρια είναι αντικρουόμενα, τότε το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης δεν αντιστοιχεί σε μία λύση (δηλαδή ένα σύνολο αποφάσεων) αλλά σε πολλαπλές λύσεις, που θεωρούνται μαθηματικά ισοδύναμες (οι λύσεις αυτές αναφέρονται και ως Pareto βέλτιστες). Για την τελική επιλογή της λεγόμενης *πλέον συμβιβαστικής* (best-compromise) λύσης, που είναι ουσιώδης απαίτηση της διαδικασίας *λήψης αποφάσεων* (decision-making), απαιτείται η εκ των υστέρων αξιολόγηση όλων των Pareto βέλτιστων λύσεων, με χρήση επιπρόσθετων εξωτερικών κριτηρίων.

### 3.2.6 Το μεθοδολογικό σχήμα παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση

Το σχήμα παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση είναι μια γενικευμένη τεχνική ανάλυσης συστημάτων, που αποσκοπεί στη σύζευξη διαφορετικών τεχνικών που επιδιώκει όσο το δυνατό υψηλότερη ακρίβεια στην περιγραφή της λειτουργίας του συστήματος με σημαντικό περιορισμό του υπολογιστικού φόρτου. Συγκεκριμένα:

- Η *παραμετροποίηση* αναφέρεται στη διατύπωση των μεταβλητών ελέγχου του συστήματος με φειδωλή χρήση παραμέτρων (π.χ. αντικατάσταση χρονικά μεταβαλλόμενων αποφάσεων από στρατηγικούς κανόνες διαχείρισης), ώστε να είναι υπολογιστικά πρόσφορη η βελτιστοποίησή του.
- Η *προσομοίωση* αναφέρεται στην αναπαράσταση της λειτουργίας του συστήματος, μέσω μαθηματικών μοντέλων που εξασφαλίζουν φυσική και στατιστική συνέπεια (εφόσον το σύστημα διέπεται από αβεβαιότητες, εφαρμόζονται μοντέλα στοχαστικής προσομοίωσης).
- Η *βελτιστοποίηση* χρησιμοποιεί ισχυρούς αλγορίθμους συστηματικής αναζήτησης, που σε κάθε αξιολόγηση νέων τιμών των μεταβλητών ελέγχου καλούν το μοντέλο προσομοίωσης του συστήματος, από την ανάλυση των αποκρίσεων του οποίου γίνεται η αποτίμηση του μέτρου επίδοσης (στοχική συνάρτηση).

Το παραπάνω σχήμα έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς στην ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων υδατικών πόρων, ενώ στο πλαίσιο του παρόντος ερευνητικού έργου γενικεύτηκε ώστε να χειρίζεται προβλήματα ανάλυσης υδροενεργειακών πόρων.

### 3.3 Ειδικές έννοιες ανάλυσης υδροενεργειακών συστημάτων

#### 3.3.1 Συστήματα υδατικών πόρων - υδροσυστήματα

Ως *υδροσύστημα* (hydrosystem) νοείται ένα σύστημα αποτελούμενο από φυσικά υδάτινα σώματα και τεχνικά έργα, που συνεργαζόμενα εξυπηρετούν έναν ή περισσότερους σκοπούς, που αναφέρονται τόσο στην *αξιοποίηση* του νερού ως φυσικού πόρου, όσο και στην *προστασία* από την καταστροφική δράση του ως φυσικού κινδύνου. Συχνά, χρησιμοποιείται και ο παρεμφερής όρος *σύστημα υδατικών πόρων* (water resource system), που συνήθως έχει στενότερη έννοια, καθώς δεν περιλαμβάνει τα έργα ελέγχου πλημμυρών (Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1997, σ. 4, 33).

Στη συνέχεια, οι δύο παραπάνω όροι θα χρησιμοποιούνται με κοινή σημασία, και θα αναφέρονται στις βασικές συνιστώσες του κύκλου φυσική προσφορά, αποθήκευση, απόληψη, μεταφορά και κατανάλωση νερού. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι συνιστώσες του φυσικού περιβάλλοντος (λεκάνες απορροής, ποτάμια, υδροφορείς, κλπ.), τα μείζονα υδραυλικά έργα αξιοποίησης (ταμιευτήρες, υδραγωγεία, αντλιοστάσια, γεωτρήσεις, κλπ.) και οι αντίστοιχες χρήσεις νερού, καταναλωτικές και μη καταναλωτικές.

Γενικά, η αναπαράσταση των διεργασιών ενός υδροσυστήματος είναι μακροσκοπική. Για τον λόγο αυτό, η περιγραφή των έργων δεν εκτείνεται στη χωρική λεπτομέρεια των υδρευτικών ή αρδευτικών δικτύων διανομής, ούτε στην υδραυλική λειτουργία των διαφόρων έργων αξιοποίησης. Επιπρόσθετα, οι κατανεμημένες χρήσεις νερού (ύδρευση, άρδευση) θεωρούνται συγκεντρωμένες σε συγκεκριμένες θέσεις του υδροσυστήματος, οι οποίες αναπαριστούν ευρύτερες ομάδες καταναλωτών (π.χ. αρδευτικοί κόμβοι).

#### 3.3.2 Υβριδικά συστήματα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας

Ως *υβριδικά συστήματα ανανεώσιμης ενέργειας* (ΥΣΑΕ) αναφέρονται αυτά στα οποία τα έργα παραγωγής ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές, όπως ανεμογεννήτριες και φωτοβολταϊκές μονάδες, και οι ενεργειακοί καταναλωτές, που συνδυάζονται με διατάξεις αντλιοσταμείωσης για την αποθήκευση της ενέργειας. Τα συστήματα αυτά περιλαμβάνουν, εξ ορισμού, και διάφορες συνιστώσες συστημάτων υδατικών πόρων. Όπως αναφέρθηκε στο υποκεφάλαιο 2.4, αυτές είναι:

- τα υδροηλεκτρικά έργα, ως μέσα παραγωγής ενέργειας
- οι γεωτρήσεις, αντλιοστάσια και αντλιοστρόβιλοι, ως καταναλωτές ενέργειας
- τα έργα αντλιοσταμείωσης, ως μέσα αποθήκευσης ενέργειας.

Προφανώς, τα παραπάνω έργα δεν μπορούν να θεωρηθούν ανεξάρτητα των υπόλοιπων συνιστωσών του υδατικού συστήματος στο οποίο ανήκουν, καθώς η ενεργειακή λειτουργία τους (π.χ. παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας) επιδρά σημαντικά στον κύκλο νερού του υδροσυστήματος. Συνεπώς, τα υβριδικά συστήματα ανανεώσιμης ενέργειας μπορούν να θεωρηθούν ως γενικευμένα *συστήματα υδροενεργειακών πόρων*, στα οποία αναπαρίστανται οι συνδυαστικές ροές νερού και ενέργειας και οι αντίστοιχες υδατικές και ενεργειακές χρήσεις και περιορισμοί. Είσοδοι ενός τέτοιου συστήματος είναι οι υδρομετεωρολογικές διεργασίες που σχετίζονται με την παραγωγή νερού και ενέργειας, δηλαδή η βροχόπτωση, η επιφανειακή και υπόγεια απορροή, η ροή του ανέμου (σε όρους ταχύτητας ανέμου) και η ροή ηλιακής ενέργειας (σε όρους εισερχόμενης ηλιακής ακτινοβολίας ή χρόνου ηλιοφάνειας).

### 3.3.3 Υδρομετεωρολογική αβεβαιότητα και ποσοτικοποίησή της

Από την πληθώρα των πηγών αβεβαιότητας που διέπει την λειτουργία ενός υδροενεργειακού συστήματος, σημαντικότερη ασφαλώς είναι η υδρομετεωρολογική, η οποία αναφέρεται στις μεταβλητές εισόδου του συστήματος οι οποίες σχετίζονται με την παραγωγή του νερού και της ανανεώσιμης ενέργειας (βροχόπτωση, απορροή, ταχύτητα ανέμου, ηλιοφάνεια, κτλ.). Η αβεβαιότητα αυτή είναι εγγενής, και οφείλεται στην αδυναμία πρόβλεψης της εξέλιξης των διεργασιών (και ειδικότερα, της ποσοτικοποίησής τους), η χαοτική συμπεριφορά των οποίων καθιστά ανέφικτη την πραγματοποίηση ασφαλών προγνώσεων για χρονικό ορίζοντα πέρα των λίγων ημερών.

Η εγγενής αβεβαιότητα των υδρομετεωρολογικών διεργασιών επιβάλλει την θεώρησή τους ως *τυχαίες μεταβλητές* και την αντιμετώπισή τους με τη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων. Η μαθηματική τους περιγραφή γίνεται με *στοχαστικά μοντέλα*, που περιγράφουν στατιστικά τις χρονικές και χωρικές συσχετίσεις των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, ποσοτικοποιώντας την αβεβαιότητα γύρω από την εξέλιξή τους. Τα μοντέλα αυτά εφαρμόζονται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών, οι οποίες αναπαράγουν τη στατιστική εξάρτηση και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων τιμών των μεταβλητών. Οι συνθετικές χρονοσειρές αποτελούν δεδομένο εισόδου του μοντέλου λειτουργίας του υδροενεργειακού συστήματος, διαμορφώνοντας έτσι ένα σχήμα *στοχαστικής προσομοίωσης*.

Η στοχαστική προσέγγιση, μέσω της χρήσης συνθετικών φορτίσεων οσοδήποτε μεγάλου μήκους, έχει ορισμένα πολύ σημαντικά πλεονεκτήματα, καθώς ανεξαρτητοποιεί τα αποτελέσματα της προσομοίωσης από τη συχνά ανεπαρκή, λόγω του περιορισμένου μήκους και ενδιάμεσων ελλείψεων, ιστορική πληροφορία των παρατηρημένων υδρομετεωρολογικών δειγμάτων. Αυτό επιτρέπει την ακριβή πιθανοτική περιγραφή των κριτηρίων επίδοσης του συστήματος, η οποία βασίζεται στη στατιστική επεξεργασία των χρονοσειρών απόκρισης του μοντέλου προσομοίωσης.

Ουσιώδης προϋπόθεση της παραπάνω προσέγγισης είναι ότι η στατιστική συμπεριφορά των ιστορικών χρονοσειρών, η οποία αναπαράγεται στις συνθετικές, είναι αντιπροσωπευτική των μελλοντικών συνθηκών. Η υπόθεση αυτή είναι γνωστή ως *στασιμότητα* (stationarity) και επιβάλλει την αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών χρονοσειρών στις αντίστοιχες συνθετικές.

### 3.3.4 Αβεβαιότητες υδροενεργειακών χρήσεων και περιορισμών

Κατά κανόνα, στα μοντέλα προσομοίωσης υδροενεργειακών συστημάτων, οι χρήσεις νερού και ενέργειας και οι σχετικοί περιορισμοί (διαχειριστικοί, περιβαλλοντικοί, κτλ.) θεωρούνται γνωστές και διαχρονικά σταθερές. Στόχοι και περιορισμοί με εποχιακή μεταβλητότητα επίσης αντιμετωπίζονται θεωρώντας σταθερές τιμές ανά εποχή ή μήνα.

Στην πραγματικότητα, οι παραπάνω συνιστώσες διέπονται από σημαντικές αβεβαιότητες, που μάλιστα εξαρτώνται από τις τρέχουσες υδροκλιματικές συνθήκες (π.χ. ζήτηση υδρευτικού και αρδευτικού νερού, ζήτηση ενέργειας για θέρμανση και κλιματισμό) καθώς και από σύνθετους κοινωνικο-οικονομικούς παράγοντες. Υπό την προϋπόθεση της στασιμότητας, δηλαδή της αντιπροσωπευτικότητας της στατιστικής πληροφορίας του παρελθόντος, μπορούν και αυτές να θεωρηθούν τυχαίες μεταβλητές, οπότε αντί για σταθερές τιμές ζήτησης να εφαρμοστούν συνθετικές τιμές, κατ' αντιστοιχία με τις υδρομετεωρολογικές μεταβλητές εισόδου.

### 3.3.5 Λοιπές πηγές αβεβαιότητας

Τα υδροενεργειακά συστήματα διέπονται και από άλλες πηγές αβεβαιότητας, που αφορούν στη γενική διάταξη και τα χαρακτηριστικά μεγέθη των έργων, που μπορεί να μεταβάλλονται διαχρονικά (π.χ. λόγω βλαβών.) ή να αποκλίνουν από τον αρχικό προγραμματισμό (εφόσον πρόκειται για έργα υπό μελέτη ή κατασκευή). Τέτοιου τύπου αβεβαιότητες δεν μπορούν εύκολα να περιγραφούν από στοχαστικά μοντέλα, και συνήθως ποσοτικοποιούνται με τη μορφή σεναρίων (π.χ. προσομοίωση εναλλακτικών διατάξεων του συστήματος).

### 3.3.6 Οι έννοιες της αξιοπιστίας και αφαλούς απόδοσης

Ένα πολύ κρίσιμο μέγεθος των υδροενεργειακών συστημάτων είναι η *αξιοπιστία* (reliability), που ορίζεται ως η πιθανότητα επίτευξης ενός συγκεκριμένου στόχου ή επίδοσης, για καθορισμένο χρονικό διάστημα και συνθήκες του συστήματος (Chow *et al.*, 1988, σ. 434).

Συμπληρωματική της έννοιας της αξιοπιστίας είναι η *πιθανότητα αστοχίας* που ορίζεται ως:

$$\alpha = P(\underline{x} < x^*) \quad (3.1)$$

όπου  $\underline{x}$  τυχαία μεταβλητή εκφράζει την πραγματική επίδοση που επιτυγχάνεται κατά το χρονικό διάστημα ελέγχου (π.χ., εκροή για ύδρευση, άρδευση, παραγωγή ενέργειας, κτλ.), και η  $x^*$  αντίστοιχη τιμή-στόχος, η οποία καλείται *ασφαλής απόδοση* (safe yield) ή, ειδικότερα:

- αν πρόκειται για ζήτηση νερού, καλείται *ασφαλής απόληψη* (safe release)
- αν πρόκειται για ζήτηση ενέργειας, καλείται *πρωτεύουσα ενέργεια* (firm energy)

Τονίζεται ότι η ασφαλής απόδοση ενός συστήματος είναι τυχαία μεταβλητή, καθώς εξαρτάται από υδρομετεωρολογικές εισόδους και ζητήσεις που είναι επίσης τυχαίες μεταβλητές.

Σε ορισμένες απλές δομές υδροενεργειακών συστημάτων, η εκτίμηση της αξιοπιστίας ενός δεδομένου στόχου παραγωγής νερού ή ενέργειας (ή της αντίστροφης έκφρασης, δηλαδή της αφαλούς απόδοσης για δεδομένο επίπεδο αξιοπιστίας) επιτυγχάνεται με τυπική στατιστική ανάλυση των παρατηρημένων χρονοσειρών απόκρισης. Για παράδειγμα, αν είναι γνωστές οι ημερήσιες εισροές σε ένα μικρό υδροηλεκτρικό έργο, μπορεί να υπολογιστεί εύκολα η παροχή που αντιστοιχεί σε μια δεδομένη πιθανότητα υπέρβασης (π.χ. από την καμπύλη διάρκειας – ημερήσιων παροχών) και να προσδιοριστεί έτσι η εγγυημένη ενέργεια που παράγεται από το συγκεκριμένο έργο. Το ίδιο συμβαίνει και σε μεμονωμένα έργα ΑΠΕ που εκμεταλλεύονται την αιολική ή ηλιακή ενέργεια, καθώς δεν υπάρχει δυνατότητα αναρρύθμισης της προσφοράς ενέργειας, μέσω μηχανισμών αποθήκευσης.

Αντίθετα, σε σύνθετα υδροενεργειακά συστήματα, τα οποία περιλαμβάνουν πολλαπλές πηγές νερού και ενέργειας, πολλαπλές ζητήσεις και πολλαπλούς περιορισμούς, κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό. Αυτό συμβαίνει επειδή τα μεγάλα έργα αξιοποίησης των υδατικών πόρων διαταράσσουν το φυσικό καθεστώς υδροφορίας, ρυθμίζοντας τη δίαυτα του νερού τόσο χρονικά (αποθήκευση νερού και απόδοσή του μεταγενέστερα) όσο και χωρικά (μεταφορά νερού εντός της ίδιας λεκάνης ή μεταξύ διαφορετικών λεκανών). Σε μια τέτοια περίπτωση, η εκτίμηση της αξιοπιστίας ή, ισοδύναμα, της πιθανότητας αστοχίας, της παραγωγής νερού ή ενέργειας δεν είναι εφικτή αναλυτικά, αλλά γίνεται εμπειρικά, υπολογίζοντας την συχνότητα ικανοποίησης της ζήτησης, από ένα επαρκώς μεγάλο δείγμα εκροών νερού ή παραγωγής ενέργειας. Ειδικότερα, αν είναι διαθέσιμη μια προσομοιωμένη χρονοσειρά της ζητούμενης μεταβλητής απόκρισης του συστήματος, η πιθανότητα αστοχίας εκτιμάται εμπειρικά ως η συχνότητα των αντίστοιχων ελλειμμάτων, δηλαδή:

$$\alpha = n' / n \quad (3.2)$$

όπου  $n'$  το πλήθος των χρονικών βημάτων κατά τα οποία δεν επιτυγχάνεται η επιθυμητή τιμή  $x^*$  και  $n$  το σύνολο των προσομοιωμένων τιμών της τυχαίας μεταβλητής  $X$ , δηλαδή το μήκος της προσομοίωσης. Τονίζεται ότι επειδή η πιθανότητα αστοχίας εκτιμάται από πεπερασμένο μήκος δείγματα, λαμβάνει μόνο διακριτές τιμές από το σύνολο  $\{0, 1/n, \dots, 1\}$ .

Μια εναλλακτική διατύπωση ενός μέτρου αστοχίας είναι ως το μέσο ποσοστιαίο έλλειμμα, ή αλλιώς *ογκομετρικό μέτρο αστοχίας*, που ορίζεται ως:

$$\alpha_v = 1 - \frac{E[x]}{x^*} \quad (3.3)$$

όπου η παράσταση  $E[x]$  υποδηλώνει την αναμενόμενη τιμή της επίδοσης του συστήματος,  $x$ , που εκτιμάται ως ο ετήσιος μέσος όρος των πραγματοποιήσεών της. Ισχύει πάντοτε:

$$\alpha \geq \alpha_v \quad (3.4)$$

Κατά συνέπεια, η εμπειρική εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας με βάση την συχνότητα των ελλειμμάτων είναι πιο αυστηρή σε σχέση την εκτίμηση με βάση τους όγκους των ελλειμμάτων. Επιπλέον, προκειμένου να αρθεί η επίδραση της εποχικότητας που είναι εξ ορισμού ευνοϊκή, αφού κάποιες περιόδους του έτους είναι εξαιρετικά σπάνια η παραγωγή ελλειμμάτων (ή και μηδενική, αν π.χ. αναφερόμαστε σε αρδευτικά ελλείμματα κατά την υγρή περίοδο που δεν υπάρχει ζήτηση νερού), τα ελλείμματα και η αντίστοιχη συχνότητά τους υπολογίζονται σε ετήσια βάση. Συνεπώς, στην έκφραση (3.2), θεωρείται η *ετήσια πιθανότητα αστοχίας*, ως το ποσοστό των ελλειμματικών ετών προς το σύνολο των προσομοιωμένων ετών. Η προσέγγιση αυτή ισχύει κυρίως για τις χρήσεις νερού και όχι τις ενεργειακές, για τις οποίες η επίδοση αποτιμάται σε ημερήσια ή και ωριαία κλίμακα.

Τονίζεται ότι κάθε χρήση νερού ή ενέργειας, ανάλογα με την κοινωνική και οικονομική σημασία της, μελετάται για διαφορετικό επίπεδο αξιοπιστίας. Για παράδειγμα, μια υδρευτική χρήση οφείλει να ικανοποιείται με πολύ μεγαλύτερη αξιοπιστία σε σχέση με μια αρδευτική. Μάλιστα, όσο μεγαλύτερο το ζητούμενο επίπεδο αξιοπιστίας τόσο μεγαλύτερο οφείλει να είναι το μήκος της προσομοίωσης. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, τα ιστορικά δείγματα δεν είναι κατάλληλα για την εκτίμηση υψηλών επιπέδων αξιοπιστίας ή, ισοδύναμα, μικρών πιθανοτήτων αστοχίας, δεδομένου ότι αδυνατούν να αναπαράγει τις ακραίες τιμές των κατανομών πιθανοτήτων τους (Philbrick and Kitanidis, 1999). Το χαρακτηριστικό αυτό καθιστά αναγκαία την υιοθέτηση μεθοδολογιών στοχαστικής προσομοίωσης για την ανάλυση τέτοιων συστημάτων.

### 3.3.7 Τύποι προσομοίωσης – Η έννοια της στοχαστικής πρόγνωσης

Εφόσον οι χρονοσειρές των υδρομετεωρολογικών εισροών έχουν επαρκώς μεγάλο μήκος, οι αποκρίσεις του συστήματος δεν επηρεάζεται, παρά απειροελάχιστα, από τις συνθήκες εκκίνησης του μοντέλου προσομοίωσης, δηλαδή το αρχικό υδροκλιματικό καθεστώς και τα αρχικά αποθέματα νερού. Αν και τα υπόλοιπα δεδομένα εισόδου του συστήματος, όπως η διάταξη και τα χαρακτηριστικά των έργων και οι ζητήσεις νερού και ενέργειας, στην ετήσια κλίμακα, θεωρούνται σταθερά και ανεξάρτητα του χρόνου, το μοντέλο προσομοίωσης αναφέρεται ως *μόνιμης κατάστασης* (steady-state). Αυτός ο τύπος προσομοίωσης υποδηλώνει μια λειτουργία του συστήματος για θεωρητικά άπειρο μήκος, από την οποία μπορούν να εκτιμηθούν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των προσομοιωμένων μεταβλητών του με πλήρη ακρίβεια. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται σε μελέτες σχεδιασμού ή στρατηγικής διαχείρισης υδροενεργειακών συστημάτων, στις οποίες ζητούμενο είναι η αποτίμηση της μακροχρόνιας επίδοσής του συστήματος, χωρίς κάποια χρονική αναφορά.

Αντίθετα, κατά την επιχειρησιακή διαχείριση ενός υδροενεργειακού συστήματος, δηλαδή τη λειτουργία του σε πραγματικό χρόνο, επιβάλλεται η ενσωμάτωση των αρχικών συνθηκών στο μοντέλο στοχαστικής προσομοίωσης. Στην περίπτωση αυτή, η βραχυχρόνια, τουλάχιστον, και πιθανόν μεσοπρόθεσμα (σε ορίζοντα μερικών ετών) επίδοση του συστήματος εξαρτάται τόσο από το επίκαιρο υδροκλιματικό καθεστώς όσο και από τα επίκαιρα αποθέματα νερού. Επιπλέον, ορισμένα χαρακτηριστικά του συστήματος μπορούν επίσης να μεταβάλλονται στον χρόνο, λόγω της ένταξης νέων έργων στο σύστημα ή και την προσωρινής απενεργοποίησης ορισμένων, λόγω συντήρησης ή βλάβης, της εισαγωγής νέων περιορισμών, διαχρονικής μεταβολής της ζήτησης νερού ή ενέργειας, κλπ. Στην περίπτωση αυτή υιοθετείται μια διαφορετική προσέγγιση, με εφαρμογή μιας διαδικασίας που ονομάζεται *καταληκτική* (terminating) προσομοίωση (Winston, 1994, σ. 1220).

Στην καταληκτική προσομοίωση παράγονται πολλές μικρού μήκους χρονοσειρές φορτίσεων, με κατάλληλη προσαρμογή του στοχαστικού μοντέλου ώστε να λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δειγμάτων αλλά και την ακολουθία των ιστορικών τιμών, και ιδιαίτερα των πλέον πρόσφατων. Η λειτουργία αυτή του μοντέλου ονομάζεται *στοχαστική πρόγνωση*. Στην συνέχεια, επαναλαμβάνεται το μοντέλο προσομοίωσης με διαφορετικό σενάριο υδρομετεωρολογικών εισροών, αλλά με τις ίδιες αρχικές συνθήκες αποθεμάτων, τις ίδιες συνθήκες μεταβολής παραμέτρων (εφόσον το σύστημα χαρακτηρίζεται από μη στασιμότητα), και την ίδια συνθήκη τερματισμού (χρονικός ορίζοντας ελέγχου).

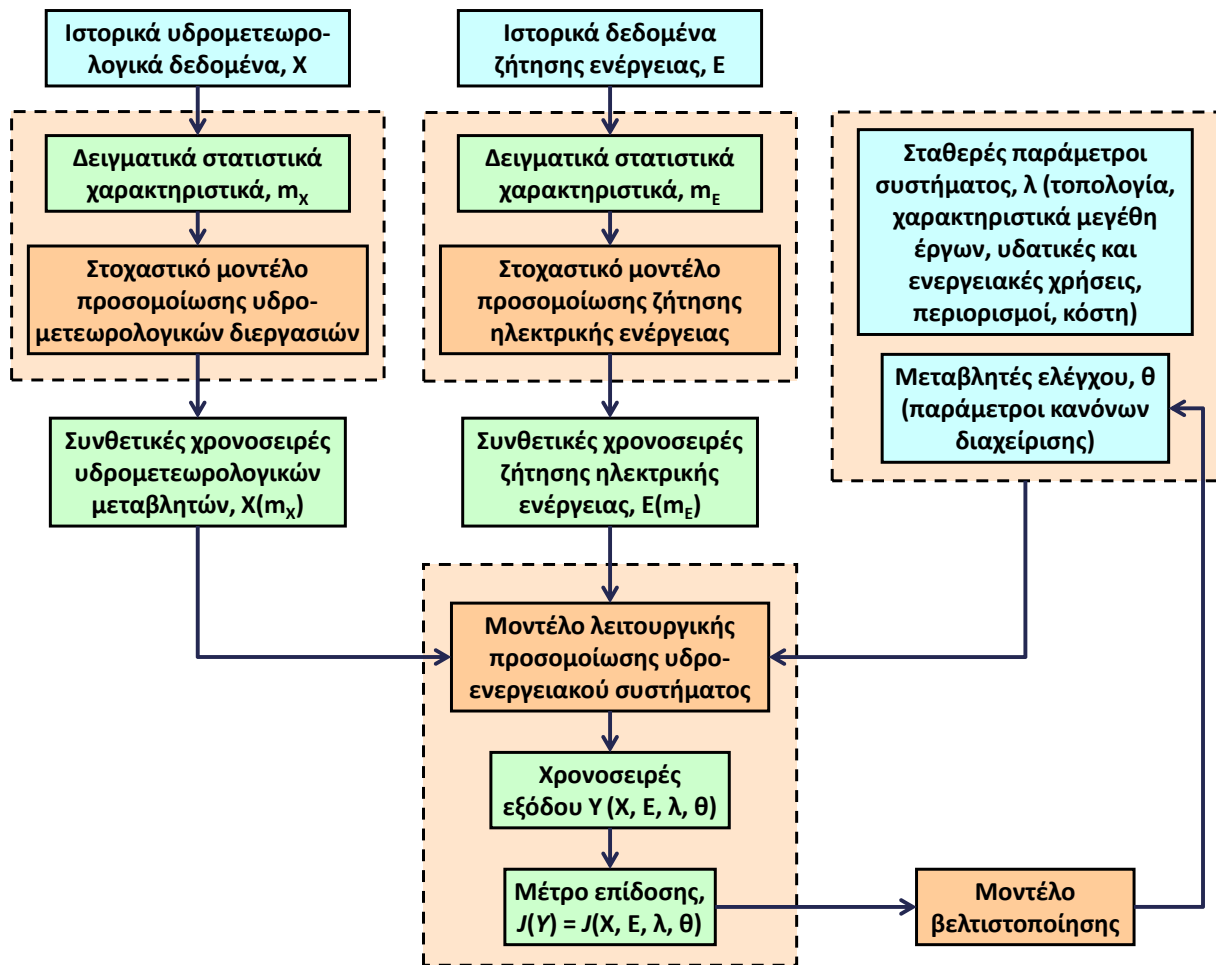
### **3.4 Μεθοδολογικό πλαίσιο προσομοίωσης και βελτιστοποίησης υδροενεργειακών συστημάτων**

#### **3.4.1 Θεωρητικό πλαίσιο**

Στην Εικόνα 3.1 απεικονίζονται οι συνιστώσες και τα υπολογιστικά βήματα ενός θεωρητικού μοντέλου ανάλυσης συστημάτων υδροενεργειακών πόρων, που υλοποιεί το μεθοδολογικό πλαίσιο παραμετροποίηση – στοχαστική προσομοίωση – βελτιστοποίηση. Η υπολογιστική διαδικασία βασίζεται στη σύζευξη επιμέρους μοντέλων. Συγκεκριμένα:

Η πρώτη συνιστώσα είναι το στοχαστικό μοντέλο, που χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών των υδρομετεωρολογικών διεργασιών του συστήματος. Στοιχεία εισόδου του είναι τα στατιστικά χαρακτηριστικά,  $m_x$ , των παρατηρημένων δειγμάτων των εν λόγω διεργασιών, ενώ έξοδοι του στοχαστικού μοντέλου είναι οι συνθετικές χρονοσειρές,  $\underline{x}(m_x)$ , που αναπαράγουν τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά των αντίστοιχων ιστορικών (υπόθεση στασιμότητας). Προφανώς, η ακρίβεια και αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του στοχαστικού μοντέλου είναι άμεσα εξαρτώμενη από την ποσότητα καθώς και την ποιότητα της διαθέσιμης ιστορικής πληροφορίας.

Η δεύτερη συνιστώσα είναι το στοχαστικό μοντέλο ζήτησης νερού ή/και ενέργειας, που χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών των υδατικών ή/και ενεργειακών αναγκών του συστήματος. Κατ' αντιστοιχία, είσοδοι του μοντέλου είναι τα στατιστικά χαρακτηριστικά,  $m_e$ , των παρατηρημένων δειγμάτων ζήτησης, ενώ έξοδοι του μοντέλου είναι οι συνθετικές χρονοσειρές ζήτησης,  $\underline{e}(m_e)$ , που οφείλουν επίσης να τηρούν την υπόθεση στασιμότητας, αναπαράγοντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά των αντίστοιχων ιστορικών ζητήσεων. Στην απλούστερη περίπτωση, αντί για συνθετικές χρονοσειρές ζήτησης θεωρούνται τυπικές τιμές, που διατηρούνται σταθερές για όλο τον χρονικό ορίζοντα της προσομοίωσης, διαφοροποιούμενες μόνο εποχιακά.



Εικόνα 3.1: Σχηματική απεικόνιση των συνιστωσών ενός σχήματος στοχαστικής προσομοίωσης και βελτιστοποίησης υδροενεργειακών συστημάτων.

Η τρίτη συνιστώσα είναι το μοντέλο λειτουργικής προσομοίωσης του υδροενεργειακού συστήματος, που περιλαμβάνει υδατικούς και ενεργειακούς πόρους, κόμβους ζήτησης, και έργα συλλογής, αποθήκευσης και μεταφοράς νερού και ενέργειας. Τα στοιχεία εισόδου του μοντέλου είναι τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συστήματος, και οι συνθετικές χρονοσειρές των υδρομετεωρολογικών διεργασιών και της ζήτησης νερού και ενέργειας, που παράγονται από τα προαναφερθέντα στοχαστικά μοντέλα.

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συστήματος διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- γνωστά και διαχρονικά σταθερά μεγέθη,  $\lambda$ , που αναφέρονται στη γενική διάταξη του συστήματος (τοπολογία), τις ιδιότητες των υδροενεργειακών έργων αξιοποίησης, και τους περιορισμούς, και
- παράμετροι,  $\theta$ , που αναφέρονται στις άγνωστες μεταβλητές ελέγχου του συστήματος.

Ανάλογα με το πρόβλημα που εξετάζεται, ως μεταβλητές ελέγχου νοούνται είτε τα κάποια χαρακτηριστικά μεγέθη σχεδιασμού των έργων είτε μεταβλητές απόφασης, που περιγράφουν τη στρατηγική διαχείριση βασικών συνιστωσών του συστήματος (π.χ. κανόνες λειτουργίας υδροενεργειακών έργων).

Για δεδομένες τιμές παραμέτρων,  $\theta$ , το μοντέλο προσομοίωσης αναπαριστά την δυναμική του συστήματος, τηρώντας τους φυσικούς περιορισμούς και προσπαθώντας να ικανοποιήσει τις

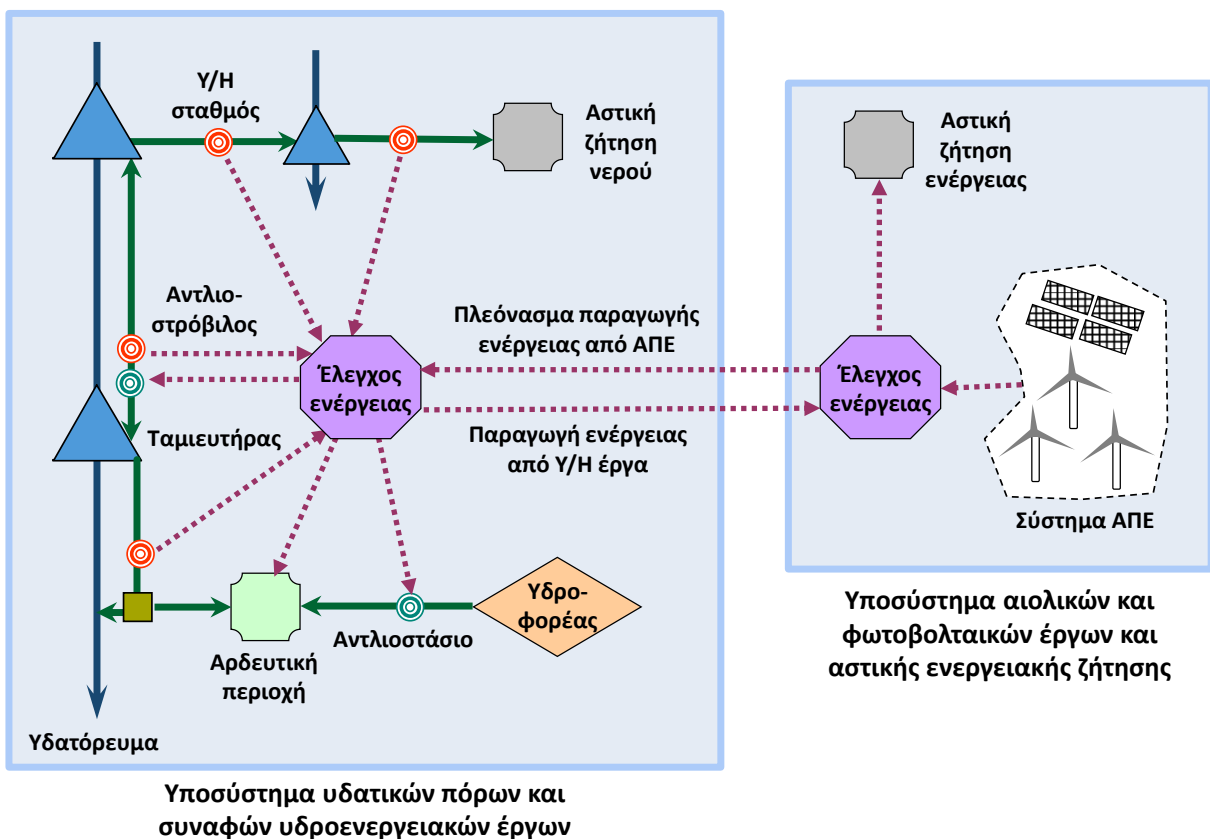


υδατικές και ενεργειακές ανάγκες και λοιπούς διαχειριστικούς περιορισμούς. Έξοδοι του μοντέλου είναι οι προσομοιωμένες χρονοσειρές απόκρισης,  $\underline{y}(\underline{x}, \underline{e}, \lambda, \theta)$ .

Από τη στατιστική ανάλυση των προσομοιωμένων αποκρίσεων,  $\underline{y}$ , αποτιμάται η επίδοση του συστήματος, που εκφράζεται μέσω ενός αριθμητικού μέτρου επίδοσης  $\underline{J}$ , που εμπεριέχει κριτήρια όπως η αξιοπιστία, η ασφαλής απόδοση, η παραγωγή ενέργειας, κόστος λειτουργίας, το οικονομικό όφελος του συστήματος, κλπ. Τα μεγέθη αυτά εκτιμώνται πιθανοτικά, είτε ως μέσες ετήσιες τιμές είτε ως τιμές που αντιστοιχούν σε δεδομένη πιθανότητα υπέρβασης. Τα κριτήρια μπορεί να είναι συναθροισμένα σε ένα ενιαίο μέτρο επίδοσης ή να αποτελούν συνιστώσες ενός διανυσματικού μέτρου επίδοσης.

Οι παράμετροι  $\theta$  μπορούν να εκτιμηθούν και μέσω βελτιστοποίησης, με στοχική συνάρτηση το μέτρο επίδοσης  $\underline{J}$ . Στην περίπτωση αυτή, και ανάλογα με τη μορφή της συνάρτησης, διατυπώνεται το πρόβλημα ολικής ή πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που επιλύεται μέσω κατάλληλου μοντέλου βελτιστοποίησης. Εφόσον το πρόβλημα είναι πολυκριτηριακό, είναι αναγκαίο ένα ακόμη στάδιο ανάλυσης, που υλοποιεί τη λήψη της τελικής απόφασης μεταξύ των εναλλακτικών Pareto βέλτιστων επιλογών.

Με βάση την παραπάνω διαδικασία, οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων,  $\theta^*$ , εξαρτώνται από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων υδρομετεωρολογικών διεργασιών,  $\underline{x}$ , και, κατά περίπτωση, των παρατηρημένων ζητήσεων νερού και ενέργειας,  $\underline{e}$ , τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συστήματος,  $\lambda$ , και στη μαθηματική διατύπωση του μέτρου επίδοσης  $\underline{J}$ .



Εικόνα 3.2: Παράδειγμα διαχωρισμού υποσυστημάτων νερού και ανανεώσιμης ενέργειας.

### 3.4.2 Παραδοχές υπολογιστικής διαδικασίας

Για την υπολογιστική υλοποίηση του θεωρητικού σχήματος παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση σε συστήματα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας γίνεται η παραδοχή ότι οι ροές ενέργειας συγκεντρώνονται σε έναν κεντρικό κόμβο ελέγχου, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2. Στον κόμβο ελέγχου συναθροίζεται η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας από τους διάφορους καταναλωτές, η οποία επιμερίζεται στις διάφορες πηγές παραγωγής ενέργειας. Στις τελευταίες περιλαμβάνονται οι ανεμογεννήτριες και φωτοβολταϊκές μονάδες, που εξετάζονται ως αυτόνομα συστήματα ανανεώσιμης ενέργειας, και όλες οι υπόλοιπες ενεργειακές συνιστώσες που σχετίζονται με την παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας.

Στην προσέγγιση που υιοθετείται, γίνεται η υπόθεση ότι μέσω του κόμβου ελέγχου μπορούν να πραγματοποιηθούν ροές ενέργειας προς όλες τις δυνατές κατευθύνσεις (από όλες τις πηγές παραγωγής προς όλους τους καταναλωτές), καθώς θεωρείται ότι δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μεταφορά και διανομή του ηλεκτρικού ρεύματος (δηλαδή περιορισμοί τοπολογίας και χωρητικότητας δικτύων, όπως στη μεταφορά του νερού). Η θεώρηση αυτή επιτρέπει τη διαμόρφωση δύο μείζονων υποσυστημάτων, που μάλιστα προσομοιώνονται ανεξάρτητα και με διαφορετικό χρονικό βήμα, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

### 3.4.3 Υποσύστημα ανανεώσιμων πηγών και ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας

Το υποσύστημα των ΑΠΕ περιλαμβάνει τα αιολικά και φωτοβολταϊκά έργα, των οποίων η παραγωγή ενέργειας είναι μη ελεγχόμενη, καθώς εξαρτάται πλήρως από τις τρέχουσες μετεωρολογικές συνθήκες, και όλες τις ζητήσεις ηλεκτρικής ενέργειας της περιοχής μελέτης, όπως φαίνεται στο σχηματικό παράδειγμα της Εικόνας 2.2, δεξιά. Οι τελευταίες θεωρούνται συγκεντρωμένες, σε έναν κόμβο, καθώς, όπως αναφέρθηκε, δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μεταφορά του ηλεκτρικού ρεύματος. Στη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας λαμβάνονται υπόψη όλες οι τυπικές χρήσεις μιας περιοχής (οικιακή, βιομηχανική, δημοτική, κτλ.) εκτός από την ζήτηση που σχετίζεται με την απόληψη, μεταφορά και αποθήκευση του νερού, η οποία αναπαρίσταται στο υποσύστημα των υδροενεργειακών πόρων. Συνεπώς, η ζήτηση που αναφέρεται στις γεωργικές δραστηριότητες και αφορά, κυρίως, στη χρήση των γεωτρήσεων, δεν προσμετράται στο υποσύστημα των ΑΠΕ.

Η προσομοίωση του συστήματος γίνεται σε ωριαίο βήμα, το οποίο είναι κατάλληλο για την αποτύπωση της έντονης μεταβλητότητας της προσφοράς και ζήτησης ενέργειας στη διάρκεια του 24ώρου. Δεδομένα εισόδου είναι οι μετεωρολογικές μεταβλητές των δύο μορφών ΑΠΕ (ταχύτητα ανέμου και εισερχόμενη ηλιακή ακτινοβολία ή ποσοστό ηλιοφάνειας), και η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας. Στη γενική περίπτωση, οι ωριαίες χρονοσειρές των παραπάνω μεταβλητών εισόδου παράγονται συνθετικά, μέσω κατάλληλων στοχαστικών μοντέλων. Οι μετεωρολογικές μεταβλητές μπορούν να διαφοροποιούνται χωρικά, λαμβάνοντας υπόψη την αντίστοιχη χωρική κατανομή των δύο πηγών ενέργειας. Για τον λόγο αυτό, τα στοχαστικά μοντέλα ταχύτητας ανέμου και εισερχόμενης ηλιακής ακτινοβολίας, που περιγράφονται στα Κεφάλαια 5 και 6, αντίστοιχα, είναι πολυμεταβλητά, επιτρέποντας έτσι την αναπαραγωγή της στατιστικής συσχέτισης των παραπάνω διεργασιών στο χώρο. Αντίθετα, η ζήτηση ενέργειας, η οποία παράγεται μέσω του στοχαστικού μοντέλου που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 7, αναφέρεται σε ένα υποθετικό σημείο, δηλαδή στον συγκεντρωτικό κόμβο ελέγχου.

Στην παραπάνω προσέγγιση η λειτουργία κάθε μονάδα παραγωγής από ΑΠΕ είναι πλήρως αυτόνομη. Συνεπώς, κάθε συνιστώσα του υποσυστήματος δέχεται μία μεταβλητή εισόδου και παράγει την αντίστοιχη χρονοσειρά ενέργειας. Για παράδειγμα, μια ομάδα ανεμογεννητριών συγκεκριμένου τύπου που βρίσκεται σε συγκεκριμένη περιοχή του συστήματος έχει δικό της

μοντέλο λειτουργίας, στο οποίο εισάγεται η χρονοσειρά ταχύτητας ανέμου της περιοχής. Η δομή του μοντέλου είναι πολύ απλή, καθώς η μοναδική πληροφορία που ζητείται είναι η καμπύλη ισχύος του συγκεκριμένου τύπου ανεμογεννήτριας. Ακόμα απλούστερο είναι το μοντέλο λειτουργίας των φωτοβολταϊκών μονάδων (βλ. Κεφάλαιο 8).

Συναθροίζοντας, για κάθε ώρα, την παραγωγή ενέργειας από τις διάφορες πηγές, ελέγχεται κατά πόσο η συνολική ηλεκτροπαραγωγή επαρκεί για την κάλυψη της αντίστοιχης ζήτησης ενέργειας. Αν η παραγωγή ενέργειας επαρκεί, τότε η πλεονάζουσα ποσότητα καταγράφεται ως πλεόνασμα ενέργειας, διαφορετικά καταγράφεται ως έλλειμμα. Στο τέλος κάθε ημέρας, καταρτίζεται το ημερήσιο ενεργειακό ισοζύγιο, στο οποίο αθροίζονται αλγεβρικά οι ωριαίες τιμές πλεονάσματος και ελλείμματος ενέργειας, που αποτελούν εισόδους του μοντέλου ημερήσιας προσομοίωσης του υποσυστήματος των υδροενεργειακών πόρων. Στην ιδεατή περίπτωση, τα πλεονάσματα και ελλείμματα ενέργειας εξισορροπούνται, με βελτιστοποίηση της διαχείρισης του συστήματος. Από την άλλη πλευρά, για το υποσύστημα των ΑΠΕ δεν υπάρχουν διαχειριστικές επιλογές, μέσω εισαγωγής, αποθήκευσης ή καταστροφής ενέργειας.

#### **3.4.4 Υποσύστημα υδροενεργειακών πόρων**

Το υποσύστημα των υδροενεργειακών πόρων, όπως φαίνεται στο σχηματικό παράδειγμα της Εικόνας 2.2, αριστερά, συνδέεται με το υποσύστημα των ΑΠΕ μέσω του κόμβου ελέγχου της ενέργειας. Δεδομένα εισόδου του υποσυστήματος είναι οι υδρομετεωρολογικές μεταβλητές που σχετίζονται με την παραγωγή νερού (απορροές λεκανών, βροχόπτωση στην επιφάνεια λιμνών και ταμιευτήρων, απώλειες λόγω εξάτμισης), η ζήτηση νερού για διάφορες χρήσεις, καθώς και η προσφορά και ζήτηση ενέργειας, που προέρχεται από το υποσύστημα των ΑΠΕ.

Όλες οι χρονοσειρές δίνονται σε ημερήσια βάση, που είναι η χρονική κλίμακα του μοντέλου προσομοίωσης του υποσυστήματος. Η ημερήσια κλίμακα αποτελεί έναν συμβιβασμό μεταξύ της επιδιωκόμενης ακρίβειας στην κατάρτιση του ενεργειακού ισοζυγίου και της ταχύτητας του μοντέλου προσομοίωσης, το οποίο είναι ιδιαίτερα απαιτητικό σε υπολογιστικό φόρτο. Όπως και στο υποσύστημα των ΑΠΕ, οι χρονοσειρές των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών παράγονται συνθετικά, από ένα πολυμεταβλητό στοχαστικό μοντέλο που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 4. Από την άλλη πλευρά, για τη ζήτηση νερού και τους περιορισμούς θεωρούνται σταθερές ετήσιες τιμές, που μπορούν να μεταβάλλονται μόνο εποχιακά (ανά μήνα).

Για μηδενική προσφορά και ζήτηση ενέργειας, η λειτουργία του συστήματος περιγράφεται ως ένα τυπικό πρόβλημα διαχείρισης υδατικών πόρων, το οποίο επιδιώκεται η ικανοποίηση των διαφόρων χρήσεων νερού κάτω από ένα σύνολο τεχνικών και λειτουργικών περιορισμών. Σε αυτή την περίπτωση, εφόσον δεν έχουν τεθεί στόχοι παραγωγής ενέργειας, οι υδροηλεκτρικοί σταθμοί ενεργοποιούνται μόνο όταν επιβάλλεται μεταφορά νερού μέσω των στροβίλων για την ικανοποίηση κατάντη υδατικών αναγκών και περιορισμών ή εφόσον υπάρχει ενδεχόμενο υπερχειλίσσης του ταμιευτήρα. Όσον αφορά στην κίνηση των αντλιοστασίων και γεωτρήσεων, θεωρείται ότι υπάρχει πλήρης διαθεσιμότητα ενέργειας από κάποια εξωτερική πηγή.

Ο χειρισμός του προβλήματος διαφοροποιείται όταν θεωρείται η προσφορά και ζήτηση ενέργειας από το υποσύστημα των ΑΠΕ, σε όρους συναθροισμένων ωριαίων πλεονασμάτων και ελλειμμάτων, αντίστοιχα. Στην περίπτωση αυτή, η λειτουργία του υδροενεργειακού συστήματος προσομοιάζει ένα επιχειρησιακό πρόβλημα συνδυασμένης διαχείρισης νερού και ενέργειας, στο οποίο γίνεται μια πρόγνωση της ζήτησης ενέργειας που πρέπει να καλυφθεί από τα υδροηλεκτρικά έργα, ταυτόχρονα με την ικανοποίηση των υδατικών αναγκών και περιορισμών. Στη ζήτηση ενέργειας προστίθεται και αυτή που προβλέπεται να απαιτηθεί από τις γεωτρήσεις και τα αντλιοστάσια, που θεωρείται ότι λειτουργούν σε 24ωρη βάση. Ως

εκτιμήτρια της εν λόγω ζήτησης θεωρείται η κατανάλωση ενέργειας της προηγούμενης ημέρας, που προκύπτει από την προσομοίωση του προηγούμενου χρονικού βήματος. Συνεπώς, η ζήτηση ενέργειας περιλαμβάνει δύο συνιστώσες:

- το ημερήσιο έλλειμμα ηλεκτρικής ενέργειας του υποσυστήματος των ΑΠΕ, που εκτιμάται με συνάθροιση των ωριαίων ελλειμμάτων παραγωγής ενέργειας από ανεμογεννήτριες και φωτοβολταϊκά έργα και αντίστοιχης ζήτησης ενέργειας στον κόμβο ελέγχου
- την προβλεπόμενη ημερήσια ζήτηση ενέργειας των αντλιοστασίων και γεωτρήσεων του υποσυστήματος υδροενεργειακών πόρων, η οποία λαμβάνεται ίση με την προσομοιωμένη κατανάλωση ενέργειας της προηγούμενης ημέρας

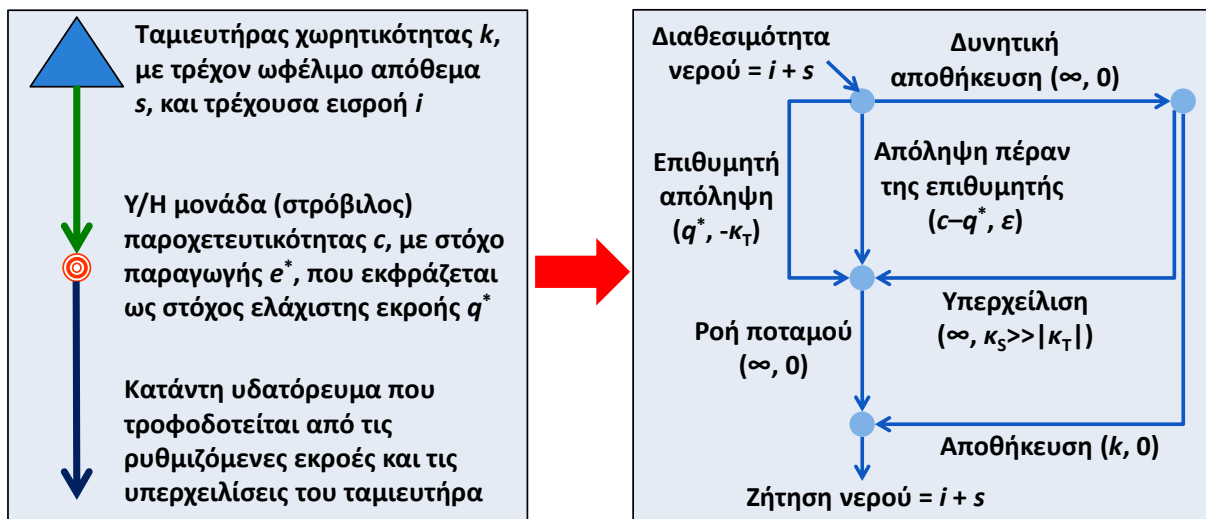
Για δεδομένους κανόνες λειτουργίας των υδροηλεκτρικών έργων, στην αρχή κάθε ημέρας η συνολική ζήτηση ενέργειας επιμερίζεται σε κάθε μονάδα παραγωγής (στρόβιλοι), με τη μορφή στόχων παραγωγής ενέργειας. Όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 9, στο μοντέλο προσομοίωσης οι στόχοι παραγωγής ενέργειας διατυπώνονται ως επιθυμητές μεταφορές νερού διαμέσου των στροβίλων (ειδικότερα, ως περιορισμοί ελάχιστης ροής), λαμβάνοντας υπόψη το διαθέσιμο ύψος πτώσης, που με τη σειρά του εξαρτάται από την στάθμη νερού του ανάντη ταμιευτήρα (στους υπολογισμούς θεωρείται η στάθμη στην αρχή του χρονικού βήματος, δηλαδή πριν την πραγματοποίηση εισροών και εκροών στον ταμιευτήρα).

Αφού στο μοντέλο προσομοίωσης η ζήτηση ενέργειας μετασχηματίζεται σε ζήτηση νερού, αυτή αντιμετωπίζεται συνδυαστικά με τις υπόλοιπες υδατικές χρήσεις και περιορισμούς. Ειδικότερα, εφαρμόζονται μια ιεραρχική διαχειριστική πολιτική, σύμφωνα με την οποία οι διάφορες χρήσεις ικανοποιούνται με δεδομένη σειρά προτεραιότητας, που έχει εξ αρχής καθοριστεί από τον χρήστη (δηλαδή τον υποθετικό διαχειριστή του συστήματος).

Ο υπολογιστικός χειρισμός των παραπάνω επιτυγχάνεται με διατύπωση του προβλήματος ως μοντέλο γραμμικής δικτυακής βελτιστοποίησης, στο οποίο εισάγονται εικονικά μοναδιαία οφέλη και κόστη για την υλοποίηση των επιθυμητών ροών και την αποφυγή μη επιθυμητών ροών, αντίστοιχα. Στην Εικόνα 3.3 περιγράφεται, σχηματικά, η διατύπωση του προβλήματος στην περίπτωση ενός υδροηλεκτρικού ταμιευτήρα, στον οποίο επιβάλλεται μια ζήτηση ενέργειας. Το πρόβλημα κατανομής των ροών του υδροενεργειακού συστήματος μέσω γραμμικής βελτιστοποίησης, το οποίο επιλύεται σε κάθε χρονικό βήμα, αποτελεί ουσιώδη συνιστώσα της διαδικασίας προσομοίωσης, η οποία εξηγείται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 9.

Ο επιθυμητός χρόνος λειτουργίας των υδροηλεκτρικών έργων στη διάρκεια της ημέρας καθορίζεται από τη διάρκεια των ελλειμμάτων ενέργειας του υποσυστήματος των ΑΠΕ, το οποίο επιτυγχάνεται θέτοντας ως άνω όριο εκροής το αντίστοιχο ποσοστό της ονομαστικής ημερήσιας παροχαρακτηριστικότητας των στροβίλων. Ωστόσο, αν υπάρχει (α) επιπρόσθετη ζήτηση ενέργειας από τα αντλιοστάσια και τις γεωτρήσεις του συστήματος, ή (β) επιπρόσθετη ζήτηση νερού για άλλες χρήσεις κατάντη, ή (γ) πλεονάζουσες ποσότητες νερού στους ανάντη ταμιευτήρες, που μπορεί να χαθεί λόγω υπερχειλίσης, τα έργα επιτρέπεται να λειτουργήσουν σε συνεχή βάση.

Τέλος, η πλεονάζουσα ενέργεια από το υποσύστημα των ΑΠΕ χρησιμοποιείται για να κινήσει τις γεωτρήσεις και τα αντλιοστάσια κατά τις πλεονασματικές ώρες. Αν το πλεόνασμα επαρκεί για την ικανοποίηση των ενεργειακών αναγκών των υδραυλικών έργων του συστήματος, η παραμένουσα ενέργεια αξιοποιείται για την μεταφορά νερού από τους κατάντη ταμιευτήρες σε ανάντη ταμιευτήρες, με χρήση αντλιοστροβίλων. Με την διαδικασία αυτή υλοποιείται η αποθήκευση ενέργειας, που αποτελεί ουσιώδη συνιστώσα στη διαχείριση του συνδυασμένου υβριδικού συστήματος υδροενεργειακών πόρων.



Εικόνα 3.3: Παράδειγμα υλοποίησης της λειτουργίας ενός υδροηλεκτρικού ταμιευτήρα ως πρόβλημα γραμμικής βελτιστοποίησης, με εισαγωγή εικονικών τιμών οφέλους και κόστους (σε παρένθεση οι τιμές παροχτετευτικότητας και εικονικού μοναδιαίου κόστους).

### 3.4.5 Σύζευξη μοντέλων σε σύστημα υποστήριξης αποφάσεων

Η υλοποίηση του μεθοδολογικού διαγράμματος ροής της Εικόνας 3.1 βασίζεται στη σύζευξη επιμέρους μοντέλων, το θεωρητικό υπόβαθρο των οποίων περιγράφεται στα επόμενα κεφάλαια. Συνοπτικά, πρόκειται για τα εξής:

*Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ημερήσιων υδρομετεωρολογικών χρονοσειρών:* Χρησιμοποιείται για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης, απορροής και εξάτμισης, που είναι είσοδοι του μοντέλου προσομοίωσης του υδροενεργειακού συστήματος (το χρονικό βήμα του οποίου είναι ημερήσιο). Το στοχαστικό μοντέλο υλοποιεί ένα πολυμεταβλητό σχήμα στοχαστικής προσομοίωσης συσχετισμένων διεργασιών που βασίζεται σε διαδοχικά σχήματα επιμερισμού, με τα οποία αναπαράγει τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά των αντίστοιχων ιστορικών δειγμάτων (μέσες τιμές, διασπορές, συντελεστές ασυμμετρίας, αυτοσυσχετίσεις, ετεροσυσχετίσεις) σε τρεις χρονικές κλίμακες ενδιαφέροντος (ετήσια, μηνιαία, ημερήσια). Ακόμη, μέσω εξειδικευμένων μεθοδολογιών, αναπαράγει βασικές ιδιαιτερότητες των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, συγκεκριμένα τη μακροχρόνια εμμονή (δυναμική Hurst-Kolmogorov), την περιοδικότητα και τη διαλείπουσα διάταξη (δηλαδή την εμφάνιση μηδενικών τιμών, στην ημερήσια κλίμακα).

*Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου:* Χρησιμοποιείται για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου, που είναι είσοδοι του μοντέλου προσομοίωσης της λειτουργίας των ανεμογεννητριών, στην ωριαία κλίμακα. Το μοντέλο διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων σε όλες τις χρονικές κλίμακες ενδιαφέροντος.

*Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ηλιακής ακτινοβολίας:* Χρησιμοποιείται για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών εισερχόμενης ηλιακής ακτινοβολίας, που είναι είσοδοι του μοντέλου προσομοίωσης της λειτουργίας των φωτοβολταϊκών έργων, στην ωριαία κλίμακα. Το μοντέλο διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων σε όλες τις χρονικές κλίμακες ενδιαφέροντος.

*Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας:* Πρόκειται για ένα υβριδικό σχήμα, που λαμβάνει υπόψη του τις επιμέρους συνιστώσες ενεργειακής κατανάλωσης (οικιακή, βιομηχανική, δημοτική, γεωργική, κτλ.), και χρησιμοποιείται για την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών ενεργειακής ζήτησης για όλες τις χρήσεις εκτός από αυτές που σχετίζονται με τη λειτουργία υδροσυστημάτων (δηλαδή τις αντλήσεις νερού). Το μοντέλο ζήτησης ενέργειας είναι μονομεταβλητό, καθώς η κατανάλωση όλης της περιοχής μελέτης συναθροίζεται στον εννοιολογικό κόμβο ελέγχου. Το μοντέλο διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων ζήτησης σε όλες τις χρονικές κλίμακες ενδιαφέροντος.

*Μοντέλο προσομοίωσης συστημάτων ΑΠΕ:* Οι χρονοσειρές που σχετίζονται με την παραγωγή ανανεώσιμης ενέργειας (ταχύτητα ανέμου, ηλιακή ακτινοβολία), καθώς και η χρονοσειρά ζήτησης ενέργειας είναι είσοδοι του μοντέλου προσομοίωσης της λειτουργίας των ΑΠΕ στην ωριαία κλίμακα. Το μοντέλο υπολογίζει το ωριαίο ισοζύγιο ενέργειας, με βάση το οποίο εκτιμώνται τα ημερήσια πλεονάσματα και ελλείμματα ενέργειας, που με τη σειρά τους είναι είσοδοι του μοντέλου προσομοίωσης του υδροενεργειακού συστήματος.

*Μοντέλο προσομοίωσης και βελτιστοποίησης υδροενεργειακών συστημάτων:* Πρόκειται για την κεντρική συνιστώσα του σχήματος παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση, που αναπαριστά τις ροές υδατικών και ενεργειακών πόρων, λαμβάνοντας υπόψη πολλαπλές χρήσεις νερού και ενέργειας και πολλαπλούς περιορισμούς (τεχνικούς και λειτουργικούς). Είσοδοι του μοντέλου είναι οι υδρομετεωρολογικές χρονοσειρές του υδροσυστήματος, η προσφορά και ζήτηση ενέργειας (στην πραγματικότητα, πλεονάσματα και ελλείμματα που προέρχονται από το υποσύστημα των ΑΠΕ), και οι διάφορες ζητήσεις νερού. Η λειτουργία του συστήματος καθορίζεται με βάση την ιεραρχία των χρήσεων νερού ενέργειας και με βάση παραμέτρους που αναφέρονται στη διαχείριση των κύριων υδροενεργειακών έργων (κανόνες λειτουργίας ταμιευτήρων και υδροηλεκτρικών έργων). Το μοντέλο παράγει πληθώρα μεταβλητών του υδατικού και ενεργειακού ισοζυγίου, όπως απολήψεις από επιφανειακούς και υπόγειους υδατικούς πόρους, αποθέματα και εκροές ταμιευτήρων, εκροές υδραγωγείων, παραγωγή ενέργειας σε υδροηλεκτρικά έργα, και κατανάλωση ενέργειας σε αντλιοστάσια, γεωτρήσεις και μονάδες αντλιοσταμείωσης. Η επίδοση του συστήματος αξιολογείται ως προς διάφορα κριτήρια, που διατυπώνονται σε πιθανοτική μορφή (αξιοπιστία, κόστος, όφελος). Τέλος, το μοντέλο ενσωματώνει εργαλεία ολικής βελτιστοποίησης της επίδοσης του συστήματος, επιδιώκοντας τον εντοπισμό της πλέον πρόσφορης διαχειριστικής πολιτικής.

Τα παραπάνω μοντέλα διαμορφώνουν ένα σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, η ανάπτυξη του οποίου αποτελεί αντικείμενο της Ενότητας Εργασίας 3.

## 4 Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ημερήσιων υδρομετεωρολογικών χρονοσειρών

---

### 4.1 Γενικά χαρακτηριστικά στοχαστικού μοντέλου

#### 4.1.1 Συνοπτική περιγραφή

Σύμφωνα με το μεθοδολογικό σχήμα της Εικόνας 3.1, το μοντέλο προσομοίωσης ενός συστήματος υδροενεργειακών πόρων δέχεται ως είσοδο χρονοσειρές υδρομετεωρολογικών διεργασιών που σχετίζονται με την παραγωγή του νερού και τα συναφή έργα αξιοποίησης. Ειδικότερα, πρόκειται για χρονοσειρές απορροής υπολεκανών ανάντη ταμιευτήρων ή ανάντη κόμβων υδατορευμάτων, χρονοσειρές εισροών λόγω βροχόπτωσης στην επιφάνεια λιμνών και ταμιευτήρων, καθώς και χρονοσειρές απωλειών λόγω εξάτμισης.

Οι χρονοσειρές αυτές παράγονται συνθετικά, από ένα πολυμεταβλητό στοχαστικό μοντέλο που υλοποιείται σε τρεις χρονικές κλίμακες. Κάθε μεταβλητή αναφέρεται σε συγκεκριμένη διεργασία, η οποία λαμβάνει χώρα σε συγκεκριμένη γεωγραφική θέση. Οι χρονικές κλίμακες του μοντέλου είναι η ετήσια, η μηνιαία, που είναι η συνήθης κλίμακα ενδιαφέροντος στην διαχείριση συστημάτων υδατικών πόρων, και η ημερήσια, που ταυτίζεται με το χρονικό βήμα προσομοίωσης του υδροενεργειακού συστήματος.

Στην ετήσια κλίμακα οι στοχαστικές διεργασίες θεωρούνται στάσιμες, ενώ στις άλλες δύο κλίμακες η συνθήκη της στασιμότητας ισχύει για κάθε μήνα του έτους, ακολουθώντας την τυπική υδροκλιματική περιοδικότητα. Για όλες τις χρονικές κλίμακες, το μοντέλο αναπαράγει τα λεγόμενα *ουσιώδη* στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δειγμάτων (Matalas and Wallis, 1976), συγκεκριμένα:

- τις μέσες τιμές, διασπορές και συντελεστές ασυμμετρίας
- τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης
- τους συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης

Επιπλέον, αναπαράγει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε χρονικής κλίμακας, συγκεκριμένα:

- την εμμονή, στην ετήσια κλίμακα
- την περιοδικότητα, στην μηνιαία και ημερήσια κλίμακα
- την πιθανότητα μηδενικών τιμών, στην ημερήσια κλίμακα

Η λειτουργία του μοντέλου προσαρμόζεται τόσο για στοχαστική προσομοίωση όσο και για στοχαστική πρόγνωση. Στην πρώτη περίπτωση, παράγεται μία χρονοσειρά ανά μεταβλητή, η οποία έχει πολύ μεγάλο μήκος (τάξη μεγέθους 1000 έτη), θεωρώντας ως τιμή εκκίνησης (τιμή προηγούμενου χρονικού βήματος) μια τυχαία τιμή. Στην στοχαστική πρόγνωση, παράγονται σύνολα χρονοσειρών μικρού χρονικού ορίζοντα (τάξη μεγέθους 10 έτη), που είναι στατιστικά εξαρτημένα από την χρονική εξέλιξη των παρατηρημένων τιμών.

Το πλαίσιο στοχαστικής προσομοίωσης που παρουσιάζεται λεπτομερώς στη συνέχεια αποτελεί σύνθεση επιμέρους μεθοδολογιών, που αναπτύσσονται και βελτιώνονται εδώ και δύο δεκαετίες (Koutsoyiannis 1994, 1999, 2000, 2001· Koutsoyiannis and Manetas, 1996· Koutsoyiannis *et al.*, 2003a). Η υπολογιστική τους υλοποίηση γίνεται με το λογισμικό Κασταλία, η τελευταία έκδοση του οποίου (για ημερήσια προσομοίωση) αναπτύχθηκε στο

παρόν ερευνητικό έργο (Efstratiadis *et al.*, 2014). Η αρχική ανάπτυξη του μοντέλου έγινε για τη μηνιαία προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών εισόδου (εισροές και απώλειες ταμειυτήρων) του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας (Koutsoyiannis *et al.*, 2003b· Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004). Ακόμη, πρόδρομες εκδοχές του σχήματος ημερήσιας στοχαστικής προσομοίωσης (Διαλυνάς, 2011) έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία για τη γέννηση ημερήσιων χρονοσειρών υδρομετεωρολογικών διεργασιών όπως η βροχόπτωση, η ταχύτητα ανέμου και η ηλιοφάνεια (Dialynas *et al.*, 2011· Venediki *et al.*, 2013· Tsekouras and Koutsoyiannis, 2014).

#### 4.1.2 Διάγραμμα ροής

Το διάγραμμα ροής της μεθοδολογίας γέννησης ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών απεικονίζεται στην Εικόνα 4.1. Είσοδος του μοντέλου είναι ημερήσια δείγματα των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών και ένα πλήθος επιλογών και παραμέτρων που σχετίζονται με τις υπολογιστικές διαδικασίες. Η σειρά των υπολογισμών έχει ως εξής:

**Βήμα 1:** Με συνάθροιση των ημερήσιων χρονοσειρών εισόδου παράγονται τα αντίστοιχα μηνιαία και ετήσια δείγματα. Αν στην ημερήσια κλίμακα υπάρχουν κενές τιμές, τότε οι αντίστοιχοι μήνες και έτη θεωρούνται κενά, εκτός και αν οριστεί διαφορετικά (π.χ. οι κενές τιμές στη διάρκεια ενός μήνα κάτω από ένα μικρό αριθμό θεωρηθούν μηδενικές). Από τα δείγματα εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μεταβλητών, σε ημερήσια, μηνιαία και ετήσια κλίμακα. Στη συνέχεια, εκτιμώνται οι παράμετροι του στοχαστικού μοντέλου (στην πραγματικότητα πρόκειται για σύζευξη διαφόρων μοντέλων), είτε αναλυτικά, δηλαδή από γνωστές στατιστικές σχέσεις, είτε προσεγγιστικά (π.χ., μέσω βελτιστοποίησης).

**Βήμα 2:** Για κάθε ετήσια μεταβλητή ορίζεται μια θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς, η οποία περιγράφει την μακροπρόθεσμη εμμονή της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας. Στη συνέχεια, γεννώνται οι ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές, μέσω ενός σχήματος συμμετρικά κινούμενων μέσων όρων που αναπαράγει την επιλεχθείσα δομή αυτοσυσχέτισης. Η πολυμεταβλητή προσομοίωση υλοποιείται γεννώντας συσχετισμένο λευκό θόρυβο, με τρόπο ώστε να αναπαράγονται οι ετεροσυσχετίσεις των διεργασιών στην ετήσια κλίμακα.

**Βήμα 3:** Παράγονται «βοηθητικές» χρονοσειρές μηνιαίων μεταβλητών μέσω ενός περιοδικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, το οποίο διατυπώνεται ως πολυμεταβλητό. Οι χρονοσειρές αυτές δεν έχουν συνέπεια με τις ήδη γνωστές ετήσιες τιμές.

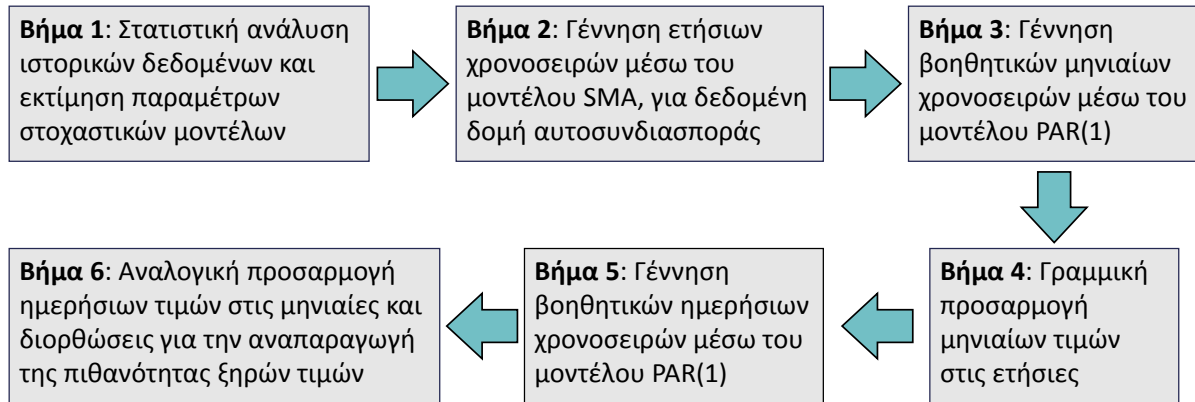
**Βήμα 4:** Για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των συνθετικών μηνιαίων τιμών κάθε έτους και της αντίστοιχης συνθετικής ετήσιας τιμής (που είναι γνωστή από το βήμα 2), εφαρμόζεται ένα σχήμα επιμερισμού, που υλοποιεί μια διαδικασία γραμμικής προσαρμογής, μέσω της οποίας οι μηνιαίες συνθετικές τιμές διορθώνονται, ώστε συναθροιζόμενες να ισούνται με την αντίστοιχη ετήσια. Η διαδικασία γέννησης μηνιαίων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε προκύπτει το τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι μαθηματικά (και στατιστικά) συνεπές με το ετήσιο.

**Βήμα 5:** Κατ' αντιστοιχία με το βήμα 3, παράγονται «βοηθητικές» χρονοσειρές ημερήσιων μεταβλητών μέσω ενός περιοδικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, που επίσης διατυπώνεται ως πολυμεταβλητό. Οι χρονοσειρές αυτές δεν έχουν συνέπεια με τις ήδη γνωστές μηνιαίες τιμές.

**Βήμα 6:** Για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των συνθετικών ημερήσιων τιμών κάθε μήνα και της αντίστοιχης συνθετικής μηνιαίας τιμής (που είναι γνωστή από το βήμα 4), εφαρμόζεται ένα σχήμα επιμερισμού, που υλοποιεί μια διαδικασία αναλογικής προσαρμογής,



μέσω της οποίας οι ημερήσιες συνθετικές τιμές διορθώνονται, ώστε συναθροιζόμενες να ισούνται με την αντίστοιχη μηνιαία. Στη συνέχεια, με εφαρμογή διαφόρων ημιεμπειρικών κανόνων, οι ημερήσιες τιμές διορθώνονται ώστε να επιτυγχάνεται η διατήρηση της πιθανότητας εμφάνισης μηδενικών τιμών του αντίστοιχου μήνα. Η διαδικασία γέννησης επαναλαμβάνεται για όλους τους μήνες, οπότε προκύπτει το τελικό ημερήσιο δείγμα που είναι μαθηματικά και στατιστικά συνεπές με το μηνιαίο δείγμα κάθε μεταβλητής.



Εικόνα 4.1: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών.

## 4.2 Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών

### 4.2.1 Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων

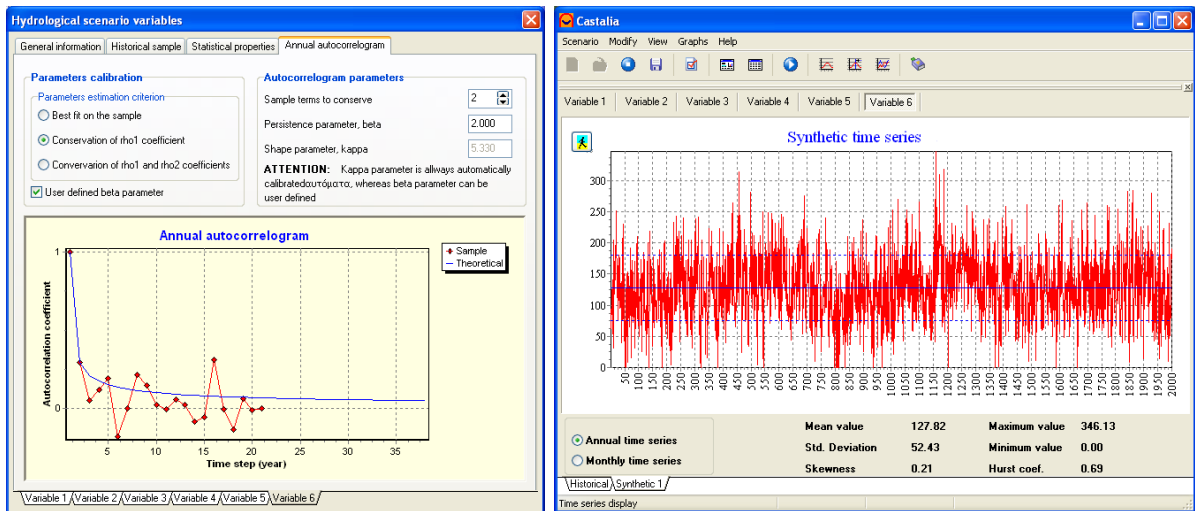
Έστω η στοχαστική ανέλιξη  $\underline{x}$  σε διακριτό χρόνο  $i$ , η οποία θεωρείται στάσιμη, δηλαδή τα στατιστικά της χαρακτηριστικά είναι διαχρονικά σταθερά. Η ανέλιξη έχει δεδομένη μέση τιμή  $\mu_x = E[\underline{x}]$ , διασπορά,  $\gamma_0 = \text{Var}[\underline{x}]$ , και συντελεστή ασυμμετρίας  $\xi_x = E[(\underline{x} - \mu_x)^3] / \gamma_0$ , και δεδομένη δομή αυτοσυσχέτισης, που περιγράφεται από μια ακολουθία αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j = \text{Cov}[\underline{x}_i, \underline{x}_{i+j}]$ , όπου  $j$  η χρονική υστέρηση. Λόγω της στασιμότητας, η στοχαστική ανέλιξη μπορεί να διατυπωθεί ως ένα σταθμισμένο άθροισμα άπειρων τυχαίων μεταβλητών, δηλαδή:

$$\underline{x}_i = \sum_{j=-\infty}^0 \alpha_{-j} \underline{v}_{i+j} = \dots + \alpha_2 \underline{v}_{i-2} + \alpha_1 \underline{v}_{i-1} + \alpha_0 \underline{v}_i \quad (4.5)$$

όπου  $\alpha_j$  οι συντελεστές στάθμισης και  $\underline{v}_i$  λευκός θόρυβος ή αλλιώς *μεταβλητές ανανέωσης* (innovations), που θεωρούνται στοχαστικά ανεξάρτητες και έχουν μοναδιαία διασπορά. Το μοντέλο (4.5) είναι το γνωστό σχήμα γέννησης *κινούμενων προς τα πίσω μέσων όρων* (BMA, backward moving average), το οποίο εισήχθη από τους Box and Jenkins (1970, σ. 46). Οι συντελεστές στάθμισης εκτιμώνται από την ακολουθία των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , μέσω ενός συστήματος εξισώσεων της μορφής:

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{+\infty} \alpha_j \alpha_{i+j} \quad (4.6)$$

Στην προτεινόμενη μεθοδολογία, οι αυτοσυνδιασπορές  $\gamma_j$  υπολογίζονται αναλυτικά, με βάση μια θεωρητική συνάρτηση χρονικά φθίνουσας μορφής (Εικόνα 4.2). Όπως εξηγείται στην ενότητα 4.3, η συνάρτηση αυτή ορίζεται με τρόπο ώστε να αναπαράγει τη δυναμική Hurst-Kolmogorov της διεργασίας που αναπαριστά η στοχαστική ανέλιξη (μακροχρόνια εμμονή), διατηρώντας εμφανώς θετικές αυτοσυνδιασπορές για μεγάλες χρονικές υστερήσεις. Υπό προϋποθέσεις, η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς διαμορφώνεται λαμβάνοντας υπόψη το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα των ετήσιων παρατηρημένων τιμών της εν λόγω διεργασίας.



Εικόνα 4.2: Παράδειγμα παραγωγής ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών με υψηλή εμμογή (δεξιά), με επιλογή κατάλληλης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (αριστερά).

Στην πράξη, κατά την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω του σχήματος (4.5), το πλήθος των μεταβλητών ανανέωσης  $v_i$  δεν είναι άπειρο, καθώς:

- το μήκος της προσομοίωσης, και συνεπώς το πλήθος των συνθετικών τιμών  $x_i$  είναι εξ ορισμού πεπερασμένο, και
- οι συντελεστές  $\alpha_j$  τείνουν να μηδενιστούν όσο αυξάνει το χρονικό βήμα  $j$ , οπότε όλοι οι όροι της ακολουθίας (4.5) μπορούν να αμεληθούν μετά κάποιο όριο  $j > -s$ .

Τονίζεται ότι το (πεπερασμένο) όριο  $s$  οφείλει να είναι πολύ μεγαλύτερο (π.χ., της τάξης των εκατοντάδων ετών) από την συνήθη τάξη  $p, q$  μιας στοχαστικής ανέλιξης τύπου ARMA, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η αναπαραγωγή της εμμογής.

Συνεπώς, οι απειροσειρές (4.5) και (4.6) προσεγγίζονται από τις πεπερασμένες ακολουθίες:

$$x_i = \sum_{j=-s}^0 \alpha_{-j} v_{i+j} = \alpha_s v_{i-s} + \dots + \alpha_2 v_{i-2} + \alpha_1 v_{i-1} + \alpha_0 v_i \quad (4.7)$$

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{s-i} \alpha_j \alpha_{i+j} \quad (4.8)$$

Για ευκολότερη εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου, ο Koutsoyiannis (2000) εισήγαγε μια εναλλακτική διατύπωση. Αρχικά, υπέθεσε ότι η στοχαστική ανέλιξη  $x_i$  προκύπτει ως σταθμισμένο άθροισμα άπειρων προηγούμενων και άπειρων επόμενων τυχαίων μεταβλητών, ορίζοντας έτσι το λεγόμενο σχήμα γέννησης κινούμενων μέσων όρων διπλής κατεύθυνσης (BFMA, backward-forward moving average), που είναι μια απειροσειρά της μορφής:

$$x_i = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \alpha_j v_{i+j} = \dots + \alpha_{-1} v_{i-1} + \alpha_0 v_i + \alpha_1 v_{i+1} + \dots \quad (4.9)$$

Στην συνέχεια, όρισε μια ειδική περίπτωση του σχήματος γέννησης BFMA, το λεγόμενο σχήμα συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων (SMA, symmetric moving average), με την θεώρηση της συνθήκης συμμετρίας  $\alpha_j = \alpha_{-j}$ . Όμοια με προηγουμένως, αν θεωρηθεί ότι αμελούνται οι όροι  $\alpha_j$  μετά από κάποιο χρονικό όριο  $|j| > s$ , το σχήμα SMA προσεγγίζεται από την πεπερασμένη ακολουθία:

$$\underline{x}_i = \sum_{j=-s}^s \alpha_{|j|} \underline{y}_{i+j} = \alpha_s \underline{y}_{i-s} + \dots + \alpha_1 \underline{y}_{i-1} + \alpha_0 \underline{y}_i + \alpha_1 \underline{y}_{i+1} + \dots + \alpha_s \underline{y}_{i+s} \quad (4.10)$$

Στην περίπτωση αυτή, οι συντελεστές  $\alpha_j$  συνδέονται με τις θεωρητικές αυτοσυνδιασπορές  $\gamma_j$  μέσω ενός συστήματος  $2s + 1$  εξισώσεων της μορφής:

$$\gamma_i = \sum_{j=-s}^{s-i} \alpha_{|j|} \alpha_{|i+j|} \quad (4.11)$$

ή ισοδύναμα:

$$\gamma_i = \begin{cases} \sum_{j=0}^i \alpha_j \alpha_{i-j} + 2 \sum_{j=i+1}^s \alpha_j \alpha_{j-i} & i = 0 \dots s \\ \sum_{j=i-s}^s \alpha_j \alpha_{i-j} & i = s + 1 \dots 2s \end{cases} \quad (4.12)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι το πλήθος των συντελεστών  $\alpha_j$  είναι ίσο με  $s + 1$ , η γεννήτρια (4.10) αναπαράγει τους πρώτους  $s + 1$  όρους της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , ενώ και οι επόμενοι όροι μέχρι  $j = 2s$  εξακολουθούν να είναι μη μηδενικοί.

Το σχήμα γέννησης SMA χρησιμοποιείται για την γέννηση ετήσιων υδρομετεωρολογικών μεταβλητών που θεωρούνται στάσιμες, καθώς στην χρονική αυτή κλίμακα εξαφανίζονται οι περιοδικότητες που οφείλονται στην εναλλαγή των εποχών. Το σχήμα αυτό, συνδυαζόμενο με την γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς που αναπτύσσεται στην ενότητα 4.3, είναι κατάλληλο για την αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής των μεταβλητών. Συγκεκριμένα, όχι μόνο διατηρεί τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν την εμμονή της στοχαστικής ανέλιξης (βλ. 4.3.3), αλλά αναπαράγει θετικές τιμές των συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μήκος διπλάσιο του αντίστοιχου μήκους του θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος.

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι οι  $s + 1$  συντελεστές στάθμισης,  $\alpha_j$ , και τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή και ασυμμετρία) των μεταβλητών ανανέωσης,  $\underline{y}_j$ . Η εκτίμηση των παραμέτρων μπορεί να γίνει με εναλλακτικές προσεγγίσεις, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

#### 4.2.2 Εκτίμηση συντελεστών στάθμισης

Οι παράμετροι στάθμισης  $\alpha_j$  αναπαράγουν τη στοχαστική δομή της ανέλιξης, η οποία περιγράφεται μέσω των θεωρητικών αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ . Συνεπώς, η αναπαραγωγή της ζητούμενης δομής εξαρτάται από την ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων  $\alpha_j$ . Οι τελευταίες αποτελούν τις άγνωστες μεταβλητές του συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων (4.11), το οποίο επιλύεται είτε αναλυτικά (υπό προϋποθέσεις) είτε αριθμητικά.

##### α) Αναλυτική λύση

Εφαρμόζεται ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier  $s_a(\omega)$  της ακολουθίας των συντελεστών  $\alpha_j$ , που συνδέεται με το φάσμα ισχύος  $s_\gamma(\omega)$  της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  μέσω της σχέσης:

$$s_a(\omega) = \sqrt{2s_\gamma(\omega)} \quad (4.13)$$

Κατά συνέπεια, η ακολουθία  $\alpha_j$  είναι γνωστή εφόσον είναι γνωστή η αυτοσυνδιασπορά της στοχαστικής ανέλιξης. Στην περίπτωση αυτή, οι συντελεστές  $\alpha_j$  μπορούν να υπολογιστούν με τον αντίστροφο μετασχηματισμό:

$$\alpha_j = \int_0^{1/2} s_a(\omega) \cos(2 \pi j \omega) d\omega \quad (4.14)$$

Εφόσον το όριο  $s$  είναι δύναμη του δύο, δηλαδή  $s = 2^N$ , η επίλυση του ολοκληρώματος (4.14) μπορεί να γίνει με τον *ταχύ μετασχηματισμό Fourier* (FFT, fast Fourier transform), ενώ σε διαφορετική περίπτωση υπολογίζεται αριθμητικά, με βάση την ακόλουθη έκφραση:

$$\alpha_j = \omega_1 \left[ \frac{s_a(0)}{2} + \sum_{i=1}^s s_a(\omega_i) \cos(2 \pi j \omega_i) \right] \quad (4.15)$$

όπου:

$$\omega_j = \frac{j}{2s+1} \quad (4.16)$$

Είναι προφανές ότι για διευκόλυνση των υπολογισμών, το χρονικό όριο επιλέγεται ώστε να ισχύουν οι προϋποθέσεις εφαρμογής του μετασχηματισμού FFT.

### β) Αριθμητική εκτίμηση

Η (4.11) μπορεί να διατυπωθεί σε μητρική μορφή ως:

$$\mathbf{p} \boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{\theta} \quad (4.17)$$

όπου  $\boldsymbol{\zeta} = [\alpha_0, \dots, \alpha_s]$ ,  $\boldsymbol{\theta} = [\gamma_0, \dots, \gamma_s]^T$  και  $\mathbf{p}$  μητρώο διαστάσεων  $(s+1) \times (s+1)$  με στοιχεία:

$$p_{ij} = \frac{1}{2} [\alpha_{|j-i|} + \alpha_{j+i-2} U(j-2) U(s-i-j+1)] \quad (4.18)$$

όπου  $U(x)$  η λεγόμενη συνάρτηση άλματος ή συνάρτηση Heaviside, με τιμές  $U(x) = 1$  για  $x \geq 0$  και  $U(x) = 0$  για  $x < 0$ .

Κάθε μεμονωμένη εξίσωση του συστήματος (4.17) περιέχει δεύτερης τάξης γινόμενα των άγνωστων συντελεστών  $\alpha_j$ . Κατά συνέπεια, το σύστημα έχει μία ή περισσότερες λύσεις εφόσον έχει οριστεί μια εφικτή ακολουθία αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , δηλαδή το μητρώο  $\mathbf{h}$ , το οποίο ορίζεται στην ενότητα 4.3.2, είναι θετικά ορισμένο.

Αν το  $\mathbf{h}$  δεν είναι θετικά ορισμένο, το σύστημα δεν έχει ακριβή λύση, οπότε ζητείται μια προσεγγιστική λύση που να ικανοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα τη μητρική εξίσωση (4.17). Στην περίπτωση αυτή, η επίλυση του συστήματος διατυπώνεται ως το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της μη γραμμικής στοχικής συνάρτησης:

$$f(\boldsymbol{\zeta}) = f(\alpha_0, \dots, \alpha_s) = \|\mathbf{p} \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\theta}\|^2 + \lambda (\mathbf{p}_1 \boldsymbol{\zeta} - \gamma_0)^2 \quad (4.19)$$

όπου  $\mathbf{p}_1$  η πρώτη γραμμή του μητρώου  $\mathbf{p}$ ,  $\lambda$  συντελεστής βάρους και  $\|\cdot\|$  η ευκλείδεια νόρμα ενός διανύσματος. Ο δεύτερος όρος της συνάρτησης εκφράζει την τετραγωνική απόκλιση της εκτιμημένης από την δειγματική διασπορά  $\gamma_0$ . Αν και η συνθήκη διατήρησης της διασποράς περιλαμβάνεται στον πρώτο όρο της συνάρτησης, είναι σκόπιμο να αντιμετωπίζεται και ξεχωριστά, με την εισαγωγή του συντελεστή βάρους  $\lambda$ , τάξης μεγέθους  $10^3$ .

Για την ελαχιστοποίηση της συνάρτησης (4.19) εφαρμόζεται η αριθμητική μέθοδος των *συζυγών κλίσεων* (Press *et al.*, 1992, σ. 442), που προϋποθέτει την αναλυτική διατύπωση των μερικών παραγώγων της συνάρτησης  $f(\boldsymbol{\zeta})$ . Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{df(\boldsymbol{\zeta})}{d\boldsymbol{\zeta}} = 4(\mathbf{p} \boldsymbol{\zeta} - \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{p} + 4\lambda (\mathbf{p}_1 \boldsymbol{\zeta} - \gamma_0) \mathbf{p}_1 \quad (4.20)$$

Η μέθοδος, η οποία είναι επαναληπτική, απαιτεί τον ορισμό μιας εφικτής τιμής εκκίνησης  $\zeta^{[0]}$ . Μια τέτοια αρχική λύση είναι το διάνυσμα  $[\sqrt{\gamma_0}, 0, \dots, 0]^T$ . Εάν στην  $k$  δοκιμή είναι γνωστό το μητρώο  $\zeta^{[k]}$ , τότε στην επόμενη προσδιορίζεται ένα εφικτό μητρώο  $\zeta^{[k+1]}$ , το οποίο βελτιώνει πάντα την τιμή της συνάρτησης.

Η αναδρομική σχέση υπολογισμού του διανύσματος  $\zeta^{[k+1]}$  είναι:

$$\zeta^{[k+1]} = \zeta^{[k]} - \left[ \beta^{[k+1]} \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} + \gamma^{[k]} \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right] \quad (4.21)$$

όπου:

$$\gamma^{[k]} = \frac{\left| \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} \right|^2}{\left| \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right|^2} \quad (4.22)$$

και  $\beta^{[k+1]}$  παράμετρος βήματος που εκτιμάται μέσω τεχνικών αναζήτησης ακροτάτων συναρτήσεων μίας μεταβλητής (π.χ. μέθοδοι χρυσής τομής, παραβολικής παρεμβολής, κτλ.). Για την εφαρμογή της υπολογιστικής διαδικασίας, στο πρώτο βήμα ( $k = 0$ ), για το οποίο δεν μπορεί να οριστεί η τιμή της παραγώγου  $(df/d\zeta)^{[-1]}$ , τίθεται  $\gamma^{[0]} = 0$ .

### 4.2.3 Εκτίμηση στατιστικών χαρακτηριστικών μεταβλητών ανανέωσης

Οι μεταβλητές (λευκός θόρυβος)  $\underline{v}_i$  παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών, που στη γενική περίπτωση θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γόμμο τριών παραμέτρων (Pearson III). Η γεννήτρια αυτή, που περιγράφεται στην ενότητα 4.6, είναι κατάλληλη για την παραγωγή μη συμμετρικών τυχαίων μεταβλητών.

Η συνάρτηση κατανομής γάμα περιγράφεται από τρεις παραμέτρους (παραμέτροι σχήματος, κλίμακας και θέσης), οι οποίες εκτιμώνται αναλυτικά, με βάση τα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά των μεταβλητών ανανέωσης, δηλαδή τη μέση τιμή,  $\mu_V = E[\underline{v}_i]$ , τη διασπορά,  $\sigma_V = \text{Var}[\underline{v}_i]$ , και τον συντελεστή ασυμμετρίας,  $\zeta_V = E[(\underline{v}_i - \mu_V)^3]$ , των  $V_i$ .

Εξ ορισμού, η διασπορά των τυχαίων μεταβλητών  $\underline{v}_i$  είναι μοναδιαία, δηλαδή:

$$\text{Var}[\underline{v}_i] = 1 \quad (4.23)$$

Η μέση τιμή και ο συντελεστής ασυμμετρίας των  $V_i$  εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\left( \alpha_0 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j \right) \mu_V = \mu_X \quad (4.24)$$

$$\left( \alpha_0^3 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j^3 \right) \zeta_V = \zeta_X \gamma_0^{3/2} \quad (4.25)$$

όπου  $\mu_X$ ,  $\gamma_0$  και  $\zeta_X$  η μέση τιμή, διασπορά και συντελεστής ασυμμετρίας των παρατηρημένων τιμών της μεταβλητής  $X$ , και  $\alpha_j$  οι συντελεστές στάθμισης του σχήματος γέννησης SMA. Κατά συνέπεια, η μέση τιμή και ασυμμετρία του ιστορικού δείγματος αναπαράγεται μέσω του λευκού θορύβου, ενώ η διασπορά και οι (θεωρητικές) αυτοσυνδιασπορές αναπαράγονται μέσω των συντελεστών στάθμισης  $\alpha_j$ .

#### 4.2.4 Γενίκευση σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση

Ο Koutsoyiannis (2000) γενίκευσε το μοντέλο SMA, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί για την ταυτόχρονη γέννηση πολλαπλών μεταβλητών που είναι στοχαστικά εξαρτημένες, το οποίο επιτυγχάνεται με την παραγωγή συσχετισμένου (πολυμεταβλητού) λευκού θορύβου.

Έστω  $\underline{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^m)^T$  διάνυσμα  $m$  μεταβλητών κατά τη χρονική περίοδο (έτος)  $i$ , σε κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί ο δείκτης  $l$ . Θεωρούμε το  $m \times m$  μητρώο ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{G}$  με στοιχεία:

$$g^{lk} = \text{Cov} [x_i^l, x_i^k] \quad (4.26)$$

Κάθε μεταβλητή  $x_i^l$  διατυπώνεται ως το σταθμισμένο άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών  $v_i^l$ , δηλαδή:

$$x_i^l = \sum_{r=-s}^s \alpha_{|r|}^l v_{i+r}^l \quad (4.27)$$

Οι μεταβλητές ανανέωσης  $v_i^l$  μπορούν να θεωρηθούν χρονικά ασυσχέτιστες, δηλαδή:

$$\text{Cov}[v_i^l, v_j^k] = 0, \text{ για κάθε } i \neq j \quad (4.28)$$

αλλά χωρικά συσχετισμένες σε κάθε χρονικό βήμα  $i$ , δηλαδή:

$$c^{lk} = \text{Cov} [v_i^l, v_i^k] \neq 0, \text{ για κάθε } i \quad (4.29)$$

Τα μητρώα ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{G}$  και  $\mathbf{C}$  συνδέονται με τη σχέση:

$$c^{lk} = \frac{g^{lk}}{\sum_{r=-s}^s \alpha_{|r|}^l \alpha_{|r|}^k} \quad (4.30)$$

Εφόσον είναι γνωστό το μητρώο  $\mathbf{C}$ , κάθε διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών  $\underline{v}_i = (v_i^1, \dots, v_i^m)^T$  μπορεί να παραχθεί μέσω του απλού πολυμεταβλητού σχήματος:

$$\underline{v}_i = \mathbf{B} \underline{w}_i \quad (4.31)$$

όπου  $\underline{w}_i = (w_i^1, \dots, w_i^m)^T$  διάνυσμα  $m$  στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών μοναδιαίας διασποράς, και  $\mathbf{B}$  μητρώο διαστάσεων  $m \times m$  τέτοιο ώστε:

$$\mathbf{B} \mathbf{B}^T = \mathbf{C} \quad (4.32)$$

Για την εκτίμηση των στοιχείων του μητρώου  $\mathbf{B}$  εφαρμόζεται μια ειδική μεθοδολογία βελτιστοποίησης, η οποία περιγράφεται στην ενότητα 4.6.

Εκτός από το μητρώο  $\mathbf{B}$ , μέσω του οποίου αναπαράγονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης των ετήσιων χρονοσειρών, απαιτείται ο προσδιορισμός των περιθωρίων στατιστικών χαρακτηριστικών των τυχαίων μεταβλητών  $\underline{w}_i$ . Αυτές είναι οι μέσες τιμές,  $\underline{\mu}_w$ , και οι συντελεστές ασυμμετρίας,  $\underline{\xi}_w$ , που εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \underline{\mu}_w &= \mathbf{B}^{-1} \underline{\mu}_v \\ \underline{\xi}_w &= (\mathbf{B}^{(3)})^{-1} \underline{\xi}_v \end{aligned} \quad (4.33)$$

όπου  $\mathbf{B}^{(3)}$  μητρώο που περιέχει τους κύβους όλων των στοιχείων του  $\mathbf{B}$ . Υπενθυμίζεται ότι  $\text{Cov}[\underline{w}_i, \underline{w}_i] = \mathbf{I}$ , όπου  $\mathbf{I}$  το μοναδιαίο μητρώο.

Όπως και στη περίπτωση της παραγωγής λευκού θορύβου μιας μεμονωμένης μεταβλητής, οι τυχαίες μεταβλητές  $\underline{w}_i^l$  παράγονται μέσω μιας κατανομής γάμα τριών παραμέτρων (Pearson

III). Οι παράμετροι της κατανομής εκτιμώνται συναρτήσει των περιθώριων στατιστικών χαρακτηριστικών των  $\underline{w}_i$ , που με τη σειρά τους εξαρτώνται από τις μέσες τιμές και συντελεστές ασυμμετρίας των παρατηρημένων διεργασιών.

#### 4.2.5 Υπολογιστική διαδικασία γέννησης ετήσιων χρονοσειρών

Η γέννηση ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών μέσω του πολυμεταβλητού σχήματος SMA υλοποιείται ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Για κάθε τυχαία μεταβλητή  $l = 1, \dots, m$  εκτιμώνται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά της στην ετήσια χρονική κλίμακα, δηλαδή η μέση τιμή  $\mu_x$ , η διασπορά  $\gamma_0$ , ο συντελεστής ασυμμετρίας  $\xi_x$  και η ακολουθία των εμπειρικών αυτοσυνδιασπορών  $\hat{\gamma}_j$ . Επιπλέον, υπολογίζεται το μητρώο των δειγματικών ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{G}$ .

**Βήμα 2ο:** Για κάθε μεταβλητή εκτιμώνται η παράμετρος εμμονής  $\beta$  και η παράμετρος σχήματος  $\kappa$  της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς, από την οποία προκύπτουν οι θεωρητικές τιμές των αυτοσυνδιασπορών,  $\gamma_j$  (με κατάλληλη προσαρμογή των  $\beta$  και  $\kappa$ , είναι δυνατή η αναπαραγωγή έως των δύο πρώτων όρων του εμπειρικού αυτοσυσχετογράμματος, δηλαδή  $\gamma_1 = \hat{\gamma}_1$  και  $\gamma_2 = \hat{\gamma}_2$ , ενώ για  $j > 2$  ισχύει εξ ορισμού  $\gamma_j \neq \hat{\gamma}_j$ ).

**Βήμα 3ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l$  εκτιμώνται οι τιμές των συντελεστών στάθμισης  $a_j$  (υπό προϋποθέσεις, αυτό γίνεται αναλυτικά, μέσω του μετασχηματισμού FFT).

**Βήμα 4ο:** Με βάση τις (4.24) και (4.25) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά  $\mu_V$  και  $\xi_V$  των τυχαίων όρων  $\underline{v}$ , και από την (4.30) υπολογίζονται τα στοιχεία του μητρώου ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{c}$ .

**Βήμα 5ο:** Προσδιορίζεται το μητρώο  $\mathbf{B}$ , μέσω αποσύνθεσης του μητρώου συνδιασπορών  $\mathbf{C}$ .

**Βήμα 6ο:** Από την (4.33) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων όρων  $\underline{w}_i^l$ , με βάση τα οποία προσδιορίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης κατανομής τους (γενικά επιλέγεται η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων).

**Βήμα 7ο:** Αν  $n$  είναι το ζητούμενο μήκος της ετήσιας συνθετικής χρονοσειράς, τότε για κάθε έτος  $i = 1, \dots, n$  παράγονται  $n + 2s$  τυχαίες μεταβλητές  $\underline{w}_i^l$ , μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα. Στην συνέχεια, μέσω της (4.31) υπολογίζεται η ακολουθία των μεταβλητών ανανέωσης  $\underline{v}_i^l$ , που εισάγονται στο σχήμα γέννησης (4.27) για την παραγωγή συνθετικών τιμών των ζητούμενων μεταβλητών  $\underline{x}_i^l$ .

### 4.3 Μεθοδολογία αναπαραγωγής εμμονής

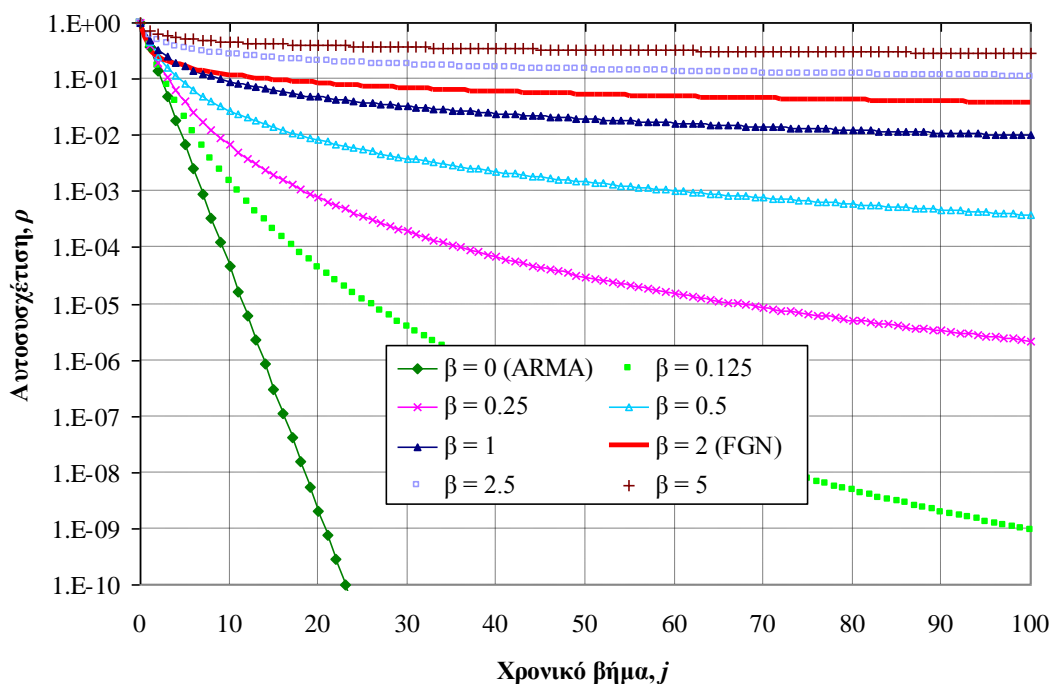
#### 4.3.1 Γενικά

Η αναπαραγωγή του φαινομένου της εμμονής, που αποτελεί γενικό χαρακτηριστικό όχι μόνο των υδρομετεωρολογικών αλλά και των περισσότερων γεωφυσικών διεργασιών, θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμη, δεδομένου ότι με αυτή σχετίζεται η εμφάνιση των μακροχρόνιων ξηρασιών, που επηρεάζουν άμεσα την λειτουργία και διαχείριση υδροσυστημάτων που περιλαμβάνουν έργα μεγάλης κλίμακας (π.χ. ταμιευτήρες υπερετήσιας ρύθμισης).

Για την αναπαραγωγή των ξηρασιών ακολουθούνται διεθνώς δύο ειδών προσεγγίσεις. Η απλούστερη προσέγγιση είναι η εμπειρική, η οποία δεν απαιτεί ειδική μοντελοποίηση. Βάσει αυτής, υιοθετείται ένα σύνθετο σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών (π.χ. ένα μοντέλο τύπου ARMA), οι παράμετροι του οποίου δεν εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών του ιστορικού δείγματος αλλά βάσει τροποποιημένων τιμών αυτών. Η

επέμβαση γίνεται συνήθως μόνο στις δύο πρώτες ροπές του δείγματος, ήτοι την μέση τιμή και την διασπορά. Για παράδειγμα, με μείωση της τιμής της μέσης ετήσιας απορροής και αύξησης της διασποράς, μπορούν να παραχθούν συνθετικά δείγματα εισροών που είναι σαφώς πιο δυσμενή σε σχέση με τα αντίστοιχα ιστορικά. Κατά κανόνα, οι τροποποιημένες τιμές δεν ορίζονται εντελώς αυθαίρετα αλλά προκύπτουν μετά από διερεύνηση υποθετικών σεναρίων κλιματικής αλλαγής, για τα οποία έχουν αναπτυχθεί μοντέλα προσομοίωσης που βασίζονται στις φυσικές διεργασίες του υδρολογικού κύκλου. Ωστόσο, παρά την απλότητά της και την λογικοφανή ερμηνεία της, η εμπειρική προσέγγιση δεν κρίνεται αξιόπιστη, όχι μόνο επειδή βασίζεται σε αυθαίρετες υποθέσεις αλλά και εξαιτίας του χαμηλού βαθμού επαλήθευσης των κλιματικών μοντέλων.

Η δεύτερη προσέγγιση συνίσταται στη μαθηματική περιγραφή της εμμοής, και την αναπαραγωγή της μέσω εξειδικευμένων στοχαστικών σχημάτων, όπως τα μοντέλα τύπου FGN (Mandelbrot, 1965), FFGN (Mandelbrot and Wallis, 1969) και broken line (Mejia *et al.*, 1972). Στα παραπάνω μοντέλα επιχειρείται η ποσοτικοποίηση της εμμοής και η εισαγωγή της ως παραμέτρου, της οποίας ωστόσο ο ορισμός και ο τρόπος εκτίμησης είναι ιδιαίτερα πολύπλοκος (βλ. και 4.3.2). Ένα άλλο σοβαρό μειονέκτημα είναι η αδυναμία διατύπωσης των μοντέλων ως πολυμεταβλητών. Για τον λόγο αυτό, υιοθετήθηκε μια γενικευμένη προσέγγιση που, αν και πολύ απλή στην εφαρμογή της, είναι πλήρως τεκμηριωμένη μαθηματικά, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.



Εικόνα 4.3: Παραδείγματα εφαρμογής της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς για παράμετρο σχήματος  $\kappa = 1$  και διάφορες τιμές της παραμέτρου εμμοής,  $\beta$ .

#### 4.3.2 Ορισμός γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς

Έστω η στοχαστική ανέλιξη  $\underline{x}_i$  σε διακριτό χρόνο (στην προκειμένη περίπτωση έτος)  $i$ , με αυτοσυνδιασπορά:

$$\gamma_j = \text{Cov} [\underline{x}_i, \underline{x}_{i+j}] \quad (4.1)$$



Σημειώνεται ότι οι λόγοι  $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$  είναι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης της ανέλιξης, ενώ η γραφική παράσταση των  $\rho_j$  συναρτήσει των υστερήσεων  $j$  είναι το αυτοσυσχετόγραμμα.

Είναι γνωστό ότι η μακροπρόθεσμη εμμονή των υδρομετεωρολογικών διεργασιών εμφανίζεται με την μορφή υψηλών θετικών τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για πολύ μεγάλα βήματα χρονικής υστέρησης. Ο εμπειρικός εντοπισμός της ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής σε μια χρονοσειρά γίνεται, μεταξύ άλλων, με την κατασκευή του δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος. Εφόσον η χρονοσειρά έχει εμμονή το διάγραμμα των  $\rho_j$  παρουσιάζει την χαρακτηριστική μορφή πλατειάς ουράς, ενώ, αντίθετα, αν η χρονοσειρά δεν έχει εμμονή, το διάγραμμα φθίνει πολύ γρήγορα προς το μηδέν. Κατά συνέπεια, το σχήμα του αυτοσυσχετογράμματος αποτελεί ισχυρή ένδειξη της ύπαρξης ή όχι εμμονής.

Ωστόσο, επειδή τα μήκη των διαθέσιμων υδρομετεωρολογικών δειγμάτων είναι κατά κανόνα μικρά (της τάξης των μερικών δεκάδων ετών), μόνο οι πρώτες τιμές των αυτοσυνδιασπορών μπορούν να εκτιμηθούν με αποδεκτή ακρίβεια μέσω του εμπειρικού αυτοσυσχετογράμματος. Επιπλέον, οι δειγματικές εκτιμήσεις της αυτοσυνδιασποράς εισάγουν σημαντική αρνητική μεροληψία, με αποτέλεσμα να φθίνουν γρήγορα συναρτήσει του χρόνου (Koutsoyiannis, 2003). Το γεγονός αυτό μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι τα  $\gamma_j$  μηδενίζονται μετά από κάποιο χρονικό βήμα  $m$  και, κατά συνέπεια, η μνήμη της ανέλιξης  $x_i$  είναι μικρή, ενώ κάτι τέτοιο μπορεί να μην ισχύει στην πραγματικότητα.

Τα συνήθη στοχαστικά μοντέλα ανήκουν στην οικογένεια των μοντέλων τύπου ARMA( $p, q$ ), που είναι συνδυασμένα σχήματα αυτοπαλινδρόμησης τάξης  $p$  και κινούμενων μέσω των όρων τάξης  $q$  (Box and Jenkins, 1970). Τα μοντέλα αυτά είναι βραχείας μνήμης, δηλαδή το αυτοσυσχετόγραμμά τους φθίνει εκθετικά με τον χρόνο. Πράγματι, για μεγάλα βήματα υστέρησης  $j$ , η θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς μιας στοχαστικής ανέλιξης τύπου ARMA προσεγγίζεται από μια σχέση εκθετικής μείωσης της μορφής:

$$\gamma_j = \alpha \varphi^j \quad (4.2)$$

όπου  $\alpha, \varphi$  παράμετροι, με  $0 \leq \varphi \leq 1$ .

Είναι προφανές ότι τα μοντέλα τύπου ARMA είναι ακατάλληλα για την αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής των υδρομετεωρολογικών διεργασιών. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκαν εναλλακτικά σχήματα, όπως τα μοντέλα κλασματικού γκαουσιανού θορύβου (FGN, fractional Gaussian noise), τα οποία προσομοιώνουν διεργασίες με μακροπρόθεσμη εμμονή, εφαρμόζοντας θεωρητικές συναρτήσεις αυτοσυνδιασποράς της μορφής:

$$\gamma_j = \frac{1}{2} \gamma_0 [(j-1)^{2H} - 2j^{2H} + (j+1)^{2H}] \quad (4.3)$$

όπου  $H$  είναι μέτρο της μακροπρόθεσμης εμμονής, που καλείται συντελεστής Hurst και λαμβάνει τιμές στο διάστημα  $0.5 \leq H \leq 1$  (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993).

Με εξαίρεση τους πρώτους όρους της, η ακολουθία (4.3) προσεγγίζεται από την εξίσωση δύναμης:

$$\gamma_j = \gamma_0 (1 - 1/\beta) (1 - 1/2\beta) j^{-1/\beta} \quad (4.4)$$

όπου:

$$\beta = \frac{1}{2(1-H)} \geq 1 \quad (4.5)$$

Για μεγάλα χρονικά βήματα, οι θεωρητικές συναρτήσεις αυτοσυνδιασποράς τόσο των μοντέλων τύπου ARMA όσο και των μοντέλων τύπου FGN μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (Koutsoyiannis, 2000):

$$\gamma_j = \gamma_0 [1 + \kappa \beta j]^{-1/\beta} \quad (4.6)$$

όπου  $\kappa$ ,  $\beta$  παράμετροι σχήματος και κλίμακας, αντίστοιχα. Ειδικότερα, η παράμετρος  $\beta$  σχετίζεται άμεσα με την εμμογή της στοχαστικής ανέλιξης.

Για  $\beta = 0$ , με εφαρμογή του κανόνα de l' Hospital, η σχέση (4.6) γίνεται:

$$\gamma_j = \gamma_0 \exp(-\kappa j) \quad (4.7)$$

που είναι ταυτόσημη με την (4.2), εφόσον τεθεί  $\kappa = -\ln \rho$ .

Για  $\beta > 1$ , η σχέση (4.6) προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την (4.4) εφόσον τεθεί:

$$\kappa = \frac{1}{\beta (1 - 1/\beta) (1 - 1/2\beta)^\beta} =: \kappa_0 \quad (4.8)$$

Για  $\kappa \neq \kappa_0$  ή για τιμές της παραμέτρου εμμογής  $\beta$  στο διάστημα  $(0, 1)$  η σχέση (4.6) εξακολουθεί να αποτελεί μια εφικτή δομή αυτοσυνδιασποράς για στοχαστικές ανέλιξεις διαφορετικού τύπου από τις ARMA και FGN. Στην Εικόνα 4.3 απεικονίζεται η (4.6) για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\beta$ , θεωρώντας σταθερή τιμή  $\kappa = 1$ . Για  $\beta = 0$ , η (4.6) ταυτίζεται με μια ανέλιξη τύπου ARMA, η αυτοσυνδιασπορά της οποίας φθίνει μετά από ελάχιστα βήματα και σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα παρίσταται με μια ευθεία γραμμή. Με συμπαγή γραμμή απεικονίζεται η εξίσωση για την ειδική περίπτωση  $\kappa = \kappa_0$  και  $\beta = 2$ , οπότε ταυτίζεται με μια μακράς μνήμης FGN ανέλιξη. Είναι προφανές ότι όσο αυξάνει η τιμή της παραμέτρου  $\beta$ , τόσο αυξάνει η μνήμη της στοχαστικής ανέλιξης. Κατά συνέπεια, η παράμετρος  $\beta$  είναι αντίστοιχη του συντελεστή Hurst της μεθόδου FGN.

Εφόσον κρίνεται απαραίτητη η αναπαραγωγή των  $m$  πρώτων όρων της αυτοσυνδιασποράς του ιστορικού δείγματος, αυτοί θεωρούνται παράμετροι της στοχαστικής δομής της ανέλιξης, με την ακολουθία  $\gamma_1, \dots, \gamma_m$  να ορίζεται αυθαίρετα ή να εκτιμάται μέσω της εμπειρικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς. Στην περίπτωση αυτή, οι υπόλοιποι όροι της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς της στοχαστικής ανέλιξης υπολογίζονται μέσω της (4.6), θέτοντας:

$$\kappa = \begin{cases} \frac{1}{\beta m} \left[ \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right)^\beta - 1 \right] & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{m} \ln \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right) & \beta = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η συνέχεια της ακολουθίας στο χρονικό βήμα  $j = m$ .

Ωστόσο, θα πρέπει να τονιστεί ότι δεν μπορεί οποιαδήποτε ακολουθία θετικών τιμών  $\gamma_j$  (για χρονική υστέρηση έως  $j = s$ ) να συνιστά μια εφικτή ακολουθία όρων αυτοσυνδιασποράς. Το τελευταίο ισχύει μόνο εφόσον το  $s \times s$  μητρώο  $\mathbf{h}$  με στοιχεία:

$$h_{ij} = \gamma_{|i-j|} \quad (4.10)$$

είναι θετικά ημιορισμένο, δηλαδή για κάθε διάνυσμα  $\xi$  ισχύει:

$$\xi \mathbf{h} \xi^T \geq 0 \quad (4.11)$$

Παρόμοιος έλεγχος εφικτότητας μπορεί να γίνει μέσω του *φάσματος ισχύος* (power spectrum) της ακολουθίας  $\gamma_j$ , το οποίο πρέπει να είναι θετικό σε όλα τα σημεία  $\omega$ . Αποδεικνύεται ότι το

φάσμα ισχύος κάθε στοχαστικής ανέλιξης ισούται με τον *διακριτό μετασχηματισμό Fourier* (DFT, discrete Fourier transform) της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  (Papoulis, 1991, σ. 293-294), που υπολογίζεται ως (Bloomfield, 1976, σ. 46-49):

$$s_\gamma(\omega) = 2\gamma_0 + 4 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(2\pi j \omega) \quad (4.12)$$

Λόγω συμμετρίας ( $\gamma_j = \gamma_{-j}$ ) ο αντίστροφος μετασχηματισμός του φάσματος είναι:

$$\gamma_j = \int_0^{1/2} s_\gamma(\omega) \cos(2\pi j \omega) d\omega \quad (4.13)$$

Το φάσμα ισχύος χρησιμοποιείται για το προσδιορισμό των παραμέτρων του σχήματος γέννησης των μεταβλητών  $\underline{x}_i$ , όπως περιγράφεται στην ενότητα 4.2.2.

### 4.3.3 Εκτίμηση παραμέτρων

Οι παράμετροι της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς είναι κατ' ελάχιστο τρεις, δηλαδή η διασπορά  $\gamma_0$ , η παράμετρος κλίμακας (παράμετρος εμμονής)  $\beta$  και η παράμετρος σχήματος,  $\kappa$ . Εφόσον διατίθενται ένα δείγμα τιμών ( $x_1, \dots, x_n$ ), η εκτίμηση της δειγματικής διασποράς  $\hat{\gamma}_0$  γίνεται μέσω της σχέσης, ενώ για την εκτίμηση των παραμέτρων  $\beta$  και  $\kappa$  μπορούν να εφαρμοστούν εναλλακτικές μέθοδοι, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

*α) Βέλτιστη προσαρμογή του θεωρητικού στο εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα*

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της στοχικής συνάρτησης:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 \quad (4.14)$$

όπου  $\hat{\rho}_j = \hat{\gamma}_j / \hat{\gamma}_0$  η ακολουθία των εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, για βήματα υστέρησης έως  $n_0 < n$ , και  $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$  η ακολουθία των θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, που εκτιμώνται μέσω της (4.6). Ο λόγος που επιλέγεται μικρότερο δείγμα εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης σε σχέση με το μήκος του ιστορικού δείγματος έχει να κάνει με την αξιοπιστία προσδιορισμού των  $\hat{\rho}_j$  καθώς, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όσο αυξάνει το βήμα υστέρησης τόσο αυξάνει η αρνητική μεροληψία της εκτιμήτριας. Στο μοντέλο οι εμπειρικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης υπολογίζονται μέχρι βήματος  $n_0 < n / 2$ .

Η στοχική συνάρτηση (4.14) εκφράζει την μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ των δειγματικών και θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης. Σημειώνεται ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης που ορίζεται από την (4.14) είναι μη γραμμικό ως προς τις παραμέτρους  $\beta, \kappa$  και επιλύεται με ειδικές τεχνικές αναζήτησης ακροτάτων σε μη κυρτούς χώρους.

*β) Διατήρηση του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1*

Ορίζεται το ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης, με προσθήκη του περιορισμού:

$$\rho_1 = \hat{\rho}_1 \quad (4.15)$$

Η συνθήκη  $\rho_1 = \hat{\rho}_1$  εισάγεται στη αντικειμενική συνάρτηση (4.14) ως όρος ποινής, δηλαδή:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 + M (\hat{\rho}_1 - \rho_1)^2 \quad (4.16)$$

όπου  $M$  ένας μεγάλος θετικός αριθμός.

γ) Διατήρηση των δειγματικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 και 2

Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα δεν έχει βαθμούς ελευθερίας και οι παράμετροι  $\beta$ ,  $\kappa$  προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος των μη γραμμικών εξισώσεων:

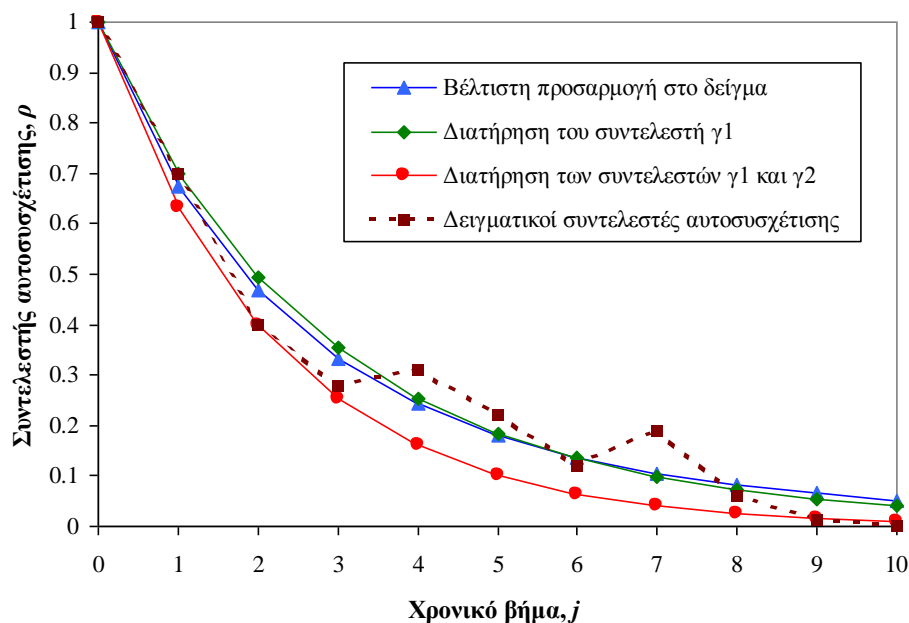
$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_1 &= \hat{\gamma}_0 [1 + \kappa \beta]^{-1/\beta} \\ \hat{\gamma}_2 &= \hat{\gamma}_0 [1 + 2 \kappa \beta]^{-1/\beta}\end{aligned}\quad (4.17)$$

Αποδεικνύεται ότι το σύστημα (4.17) έχει ακριβή λύση για ορισμένο εύρος τιμών των  $\hat{\gamma}_0$ ,  $\hat{\gamma}_1$  και  $\hat{\gamma}_2$ , διαφορετικά η λύση του συστήματος προκύπτει με βελτιστοποίηση ως προς τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\kappa$ , όμοια με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

δ) Αυθαίρετη επιλογή παραμέτρου εμμονής

Οι μέθοδοι (α), (β) και (γ) είναι κατάλληλες για την εκτίμηση των παραμέτρων της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς μόνο όταν το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα είναι σχετικά αξιόπιστο. Αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη μεγάλου μήκους ιστορικών δειγμάτων, που στην πράξη είναι εξαιρετικά σπάνιο. Για το λόγο αυτό είναι προτιμότερη η επιλογή της τιμής της παραμέτρου εμμονής με βάση τις ανάγκες του εκάστοτε προβλήματος που εξετάζεται. Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση (4.6) έχει έναν μόνο βαθμό ελευθερίας, ήτοι την παράμετρο σχήματος  $\kappa$ , που είτε μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά (θεωρώντας ότι διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1) είτε μέσω βελτιστοποίησης, ελαχιστοποιώντας δηλαδή την μέση απόκλιση του θεωρητικού από το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα.

Στην Εικόνα 4.4 απεικονίζονται οι περιπτώσεις (α), (β) και (γ) για ένα υποθετικό δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα. Το συγκεκριμένο αυτοσυσχετόγραμμα έχει ακανόνιστη μορφή, κάτι που είναι σύνηθες όταν το δείγμα από το οποίο υπολογίζεται έχει μικρό μήκος. Τα διαγράμματα που προκύπτουν για τις περιπτώσεις (α) και (β) σχεδόν ταυτίζονται, ενώ στην περίπτωση (γ) το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα φθίνει γρηγορότερα σε σχέση με τα άλλα δύο, καθώς η βελτιστοποιημένη τιμή της παραμέτρου  $\beta$  τείνει στο μηδέν. Σημειώνεται ότι στο παράδειγμα δεν υπάρχει ακριβής λύση για την περίπτωση (γ), δηλαδή δεν υπάρχουν  $\kappa$  και  $\beta$  τέτοια που να ικανοποιούν ακριβώς το σύστημα των εξισώσεων (4.17).



Εικόνα 4.4: Παραδείγματα εκτίμησης των παραμέτρων  $\beta$  και  $\kappa$  με βάση τις τιμές ενός υποθετικού δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος.

## 4.4 Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών

### 4.4.1 Γέννηση βοηθητικών μηνιαίων τιμών με το μοντέλο PAR(1)

Η χαρακτηριστικότερη ιδιότητα των υδρομετεωρολογικών διεργασιών στη μηνιαία (και γενικότερα εποχιακή) κλίμακα είναι η περιοδικότητα. Η αναπαραγωγή της περιοδικότητας εξασφαλίζεται θεωρώντας τις στοχαστικές ανελίξεις ως *κυκλοστάσιμες*, που σημαίνει ότι διατηρούν σταθερά στατιστικά χαρακτηριστικά για κάθε μήνα του έτους.

Η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται, καταρχήν, χωρίς αναφορά στις γνωστές ετήσιες τιμές (για τον λόγο αυτό οι χρονοσειρές αναφέρονται ως *βοηθητικές*). Για την παραγωγή των χρονοσειρών χρησιμοποιείται ένα περιοδικό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, PAR(1), που έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση.

Έστω το διάνυσμα  $\tilde{\mathbf{x}}_{i,s} := [\tilde{x}_{i,s}^1, \dots, \tilde{x}_{i,s}^m]^T$ , το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση  $m$  στοχαστικά εξαρτημένων ανελίξεων κατά τον μήνα  $s$  του έτους  $i$ . Το πολυμεταβλητό PAR(1) περιγράφει μαθηματικά την απλούστερη εξάρτηση των μεταβλητών  $\tilde{x}_{i,s}$  ως προς τον χρόνο, με μια γραμμική αναδρομική σχέση της μορφής:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{i,s} = \mathbf{A}_s \tilde{\mathbf{x}}_{i,s-1} + \mathbf{B}_s \mathbf{v}_{i,s} \quad (4.18)$$

όπου  $\mathbf{A}_s, \mathbf{B}_s$  μητρώα παραμέτρων και  $\mathbf{v}_{i,s}$  διάνυσμα στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών (λευκός θόρυβος), μοναδιαίας διασποράς. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται με βάση τα από κοινού στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος (αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις), σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\mathbf{A}_s = \text{Cov}[\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_{s-1}] \{\text{Cov}[\mathbf{x}_{s-1}, \mathbf{x}_{s-1}]\}^{-1} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{B}_s \mathbf{B}_s^T = \text{Cov}[\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s] - \mathbf{A}_s \text{Cov}[\mathbf{x}_{s-1}, \mathbf{x}_{s-1}] \mathbf{A}_s^T \quad (4.20)$$

όπου  $\text{Cov}[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$  το μητρώο συνδιασπορών ενός ζεύγους τυχόντων διανυσμάτων τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{x}$  και  $\mathbf{y}$ , δηλαδή:

$$\text{Cov}[\mathbf{x}, \mathbf{y}] = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])(\mathbf{y}^T - E[\mathbf{y}]^T)] \quad (4.21)$$

Το μητρώο  $\mathbf{B}_s$  προκύπτει από την αποσύνθεση του γινομένου  $\mathbf{C}_s = \mathbf{B}_s \mathbf{B}_s^T$ , με βάση τη μεθοδολογία που περιγράφεται στην ενότητα 4.6.

Οι μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{v}_s$  υπολογίζονται από την εξίσωση:

$$E[\mathbf{v}_s] = \mathbf{B}_s^{-1} (E[\mathbf{x}_s] - \mathbf{A}_s E[\mathbf{x}_{s-1}]) \quad (4.22)$$

Οι διασπορές των  $\mathbf{v}_s$  είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var}[\mathbf{v}_s] = [1, \dots, 1]^T \quad (4.23)$$

Τέλος, οι τρίτες ροπές, οι οποίες σχετίζονται με την ασυμμετρία των τυχαίων όρων  $\mathbf{V}_s$ , προκύπτουν από τη σχέση:

$$\mu_3[\mathbf{v}_s] = (\mathbf{B}_s^{(3)})^{-1} (\mu_3[\mathbf{x}_s] - \mu_3[\mathbf{A}_s \mathbf{x}_{s-1}]) \quad (4.24)$$

όπου η παράσταση  $\mu_3[\mathbf{x}]$  υποδηλώνει την τρίτη κεντρική ροπή κάθε τυχόντος διανύσματος  $\mathbf{x}$ , δηλαδή:

$$\mu_3[\mathbf{x}] = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^3] \quad (4.25)$$

ενώ  $\mathbf{B}^{(k)}$  είναι το μητρώο, τα στοιχεία του οποίου βρίσκονται υψωμένα στην  $k$  δύναμη.

Οι τυχαίες μεταβλητές  $\underline{y}_s$  παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που, όπως και στην ετήσια κλίμακα, θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων. Οι εν λόγω παράμετροι εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των  $\underline{y}_s$ , δηλαδή των μέσων τιμών  $E[\underline{y}_s]$ , των διασπορών  $\text{Var}[\underline{y}_s]$  και των ασυμμετριών  $\mu_3[\underline{y}_s]$ .

Γενικά, οι εξισώσεις βάσει των οποίων εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου PAR(1) περιέχουν μόνο τις ροπές των μεταβλητών  $\underline{x}_s$ , είτε των περιθωρίων τάξης 1 ως 3 είτε των από κοινού τάξης 2. Εξαιρέση αποτελεί η εξίσωση (4.24), η οποία περιέχει τις τρίτες ροπές ενός γραμμικού συνδυασμού των  $\underline{x}_s$ , οι οποίες δεν μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, συναρτήσει των τρίτων ροπών των  $\underline{x}_s$ . Ωστόσο, αν θεωρηθεί ότι το μητρώο  $\mathbf{A}_s$  είναι διαγώνιο, τότε η (4.24) απλοποιείται και γράφεται:

$$\mu_3[\underline{y}_s] = (\mathbf{B}_s^{(3)})^{-1} (\mu_3[\underline{x}_s] - \mathbf{A}_s^{(3)} \mu_3[\underline{x}_{s-1}]) \quad (4.26)$$

Στην περίπτωση αυτή, το μητρώο  $\mathbf{A}_s$  δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{A}_s = \text{diag} (\text{Cov} [\underline{x}_s^1, \underline{x}_{s-1}^1] / \text{Var} [\underline{x}_{s-1}^1], \dots, \text{Cov} [\underline{x}_s^m, \underline{x}_{s-1}^m] / \text{Var} [\underline{x}_{s-1}^m]) \quad (4.27)$$

οπότε το σχήμα γέννησης (4.18) γράφεται πλέον στην μορφή:

$$\underline{x}_{i,s}^l = a_s^l \underline{x}_{i,s-1}^l + \sum_{k=1}^m b_s^{lk} \underline{y}_{i,s}^k \quad (4.28)$$

Το παραπάνω σχήμα γέννησης αναπαράγει τις διασπορές, τις αυτοσυσχετίσεις για μοναδιαία υστέρηση (δηλαδή τις αυτοσυσχετίσεις μεταξύ του τρέχοντος και του προηγούμενου μήνα) και τις ετεροσυσχετίσεις των μεταβλητών για μηδενική υστέρηση, ενώ δεν αναπαράγει τις ετεροσυσχετίσεις για μοναδιαία υστέρηση.

#### 4.4.2 Αλγόριθμος γέννησης βοηθητικών μηνιαίων χρονοσειρών

Ένα μοντέλο PAR(1) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την γέννηση μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών με βάση τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l = 1, \dots, m$  εκτιμώνται τα μηνιαία στατιστικά χαρακτηριστικά της, δηλαδή οι μέσες τιμές  $E[\underline{x}_s^l]$ , οι τρίτες κεντρικές ροπές  $\mu_3[\underline{x}_s^l]$  και οι αυτοσυνδιασπορές για μοναδιαία υστέρηση  $\text{Cov} [\underline{x}_s^l, \underline{x}_{s-1}^l]$ . Επιπλέον, υπολογίζονται τα μητρώα των μηνιαίων ετεροσυνδιασπορών  $\text{Cov} [\underline{x}_s, \underline{x}_s]$ .

**Βήμα 2ο:** Από τις σχέσεις (4.27) και (4.20) προσδιορίζονται τα μητρώα των παραμέτρων  $\mathbf{A}_s$  και  $\mathbf{b}_s$ , για κάθε μήνα  $s = 1, \dots, 12$ .

**Βήμα 3ο:** Από τις σχέσεις (4.22), (4.23) και (4.26) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών  $\underline{y}_s$ , και με βάση αυτά προσδιορίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης κατανομής τους για κάθε μήνα  $s$ .

**Βήμα 4ο:** Αν  $n$  το μήκος της συνθετικής χρονοσειράς, τότε για κάθε χρονικό βήμα  $s = 1, \dots, 12n$  παράγονται  $m$  τυχαίες μεταβλητές  $\underline{y}_s^l$  μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 4.7.3). Στην συνέχεια, οι μεταβλητές  $\underline{y}_s^l$  εισάγονται στην αναδρομική σχέση (4.28), οπότε υπολογίζονται οι συνθετικές τιμές των μηνιαίων μεταβλητών  $\underline{x}_s^l$ .

Σημειώνεται ότι για την εφαρμογή της σχέσης (4.28) για το πρώτο χρονικό βήμα, απαιτείται ο ορισμός ενός διανύσματος αρχικών τιμών  $\mathbf{x}_{0,0}$  για τον προηγούμενο από τον μήνα έναρξης της προσομοίωσης ( $i = 0, s = 0$ ). Συμβατικά, συνήθως θεωρείται ότι η προσομοίωση ξεκινά τον Οκτώβριο, που είναι ο πρώτος μήνας του υδρολογικού έτους ( $s = 1$ ). Στην περίπτωση

αυτή, και χωρίς βλάβη της γενικότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το διάνυσμα  $\mathbf{x}_{0,12}$  ταυτίζεται με τις μέσες τιμές των μεταβλητών για τον μήνα Σεπτέμβριο.

Τονίζεται ότι η παραπάνω διαδικασία είναι εντελώς ανεξάρτητη από την διαδικασία γέννησης των ετήσιων συνθετικών τιμών μέσω του σχήματος SMA. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών που είναι ασυνεπείς μεταξύ τους, καθώς με την συνάθροιση των μηνιαίων χρονοσειρών κατά έτος δεν προκύπτουν αθροίσματα που να ταυτίζονται με τις αντίστοιχες συνθετικές τιμές. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται μέσω μιας μεθοδολογίας επιμερισμού, η οποία περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

#### 4.4.3 Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών

Έστω το διάνυσμα  $\underline{\mathbf{x}}_s = (\underline{x}_s^1, \dots, \underline{x}_s^m)^T$ , που αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση  $m$  μεταβλητών της χαμηλότερης χρονικής κλίμακας κατά την υποπερίοδο  $s$  (π.χ. μήνας) μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, και  $\underline{\mathbf{z}} = (\underline{z}^1, \dots, \underline{z}^m)^T$  το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβλητών μιας υψηλότερης κλίμακας (π.χ. ετήσια), οι οποίες αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο. Για λόγους απλούστευσης, στο συμβολισμό των διανυσμάτων  $\underline{\mathbf{x}}_s$  και  $\underline{\mathbf{z}}$  παραλείπεται ο δείκτης της χρονικής περιόδου (έτους)  $i$ .

Είναι προφανές ότι σε κάθε χρονική περίοδο (στην προκειμένη περίπτωση, σε κάθε έτος), τα διανύσματα  $\underline{\mathbf{x}}_s$  και  $\underline{\mathbf{z}}$  πρέπει να ικανοποιούν την αθροιστική ιδιότητα:

$$\sum_{\tau=1}^s \underline{\mathbf{x}}_{\tau} = \underline{\mathbf{z}} \quad (4.29)$$

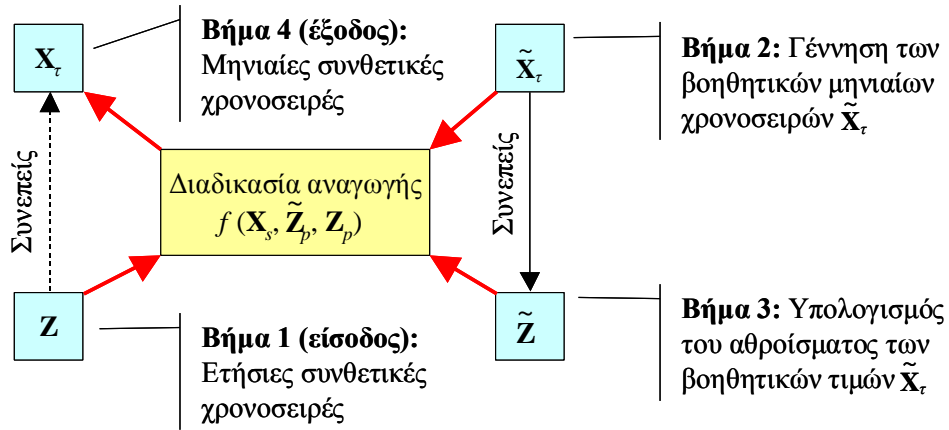
όπου  $s$  το πλήθος των υποπεριοδών (αν η προσομοίωση είναι μηνιαία, τότε  $s = 12$ ).

Αν η γέννηση των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $\underline{\mathbf{x}}_s$  είναι ανεξάρτητη από τη γέννηση των μεταβλητών υψηλού επιπέδου  $\underline{\mathbf{z}}$ , τότε προφανώς δεν ικανοποιείται η συνθήκη (9.31). Για την εξασφάλιση της μαθηματικής συνέπειας (αθροιστική ιδιότητα) μεταξύ των δύο χρονικών κλιμάκων, έχουν αναπτυχθεί τα λεγόμενα μοντέλα επιμερισμού (disaggregation), τα οποία ενσωματώνουν τις μεταβλητές  $\underline{\mathbf{x}}_s$  και  $\underline{\mathbf{z}}$  σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση που περιέχει όλες τις δυνατές συσχετίσεις τους (π.χ., Valencia and Schaake, 1973· Salas, 1993). Ωστόσο, το πλήθος των παραμέτρων τέτοιου τύπου μοντέλων επιμερισμού είναι πολύ μεγάλο και, κατά συνέπεια, η εκτίμησή τους καθίσταται ιδιαίτερα δυσχερής. Για τον περιορισμό των παραμέτρων έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, συνοπτική ανασκόπηση των οποίων κάνει ο Koutsoyiannis (2001).

Οι Koutsoyiannis and Manetas (1996) και, σε συνέχεια, ο Koutsoyiannis (2001) ανέπτυξαν εναλλακτικά μοντέλα επιμερισμού, που χρησιμοποιούν μικρό πλήθος παραμέτρων για την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων. Στο σχήμα προσομοίωσης που υλοποιήθηκε εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής (linear adjusting), που περιγράφεται στην συνέχεια. Η διαδικασία είναι απλή στην εφαρμογή του και αναπαράγει (με κάποια προσέγγιση) τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

#### 4.4.4 Περιγραφή διαδικασίας γραμμικού επιμερισμού

Με βάση τα όσα έχουν αναφερθεί, η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χωρίς καμία αναφορά στις ετήσιες χρονοσειρές. Μάλιστα, γίνεται χρήση διαφορετικών μοντέλων, συγκεκριμένα του μοντέλου SMA για τις ετήσιες μεταβλητές και του μοντέλου PAR(1) για τις μηνιαίες, ώστε να αναπαράγονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε χρονικής κλίμακας, δηλαδή η μακροπρόθεσμη εμμονή και η περιοδικότητα, αντίστοιχα.



Εικόνα 4.5: Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας επιμερισμού μηνιαίων χρονοσειρών για την αποκατάσταση της συνέπειάς τους με τις ετήσιες.

Για να πληρείται η αθροιστική ιδιότητα (9.31) ορίζεται μια γενική μεθοδολογία επιμερισμού, που υλοποιείται μέσω ενός μετασχηματισμού της μορφής (για απλούστευση, έχει παραληφθεί ο δείκτης του έτους):

$$\underline{x}_s = f(\tilde{\underline{x}}_s, \tilde{\underline{z}}, \underline{z}) \quad (4.30)$$

όπου  $\tilde{\underline{x}}_s$  το διάνυσμα των μηνιαίων τιμών που έχουν προκύψει χωρίς αναφορά στην αντίστοιχη ετήσια τιμή  $\underline{z}$ , και  $\tilde{\underline{z}}$  το άθροισμα των  $\tilde{\underline{x}}_s$  (γενικά ισχύει  $\tilde{\underline{z}} \neq \underline{z}$ ).

Η γενική διαδικασία επιμερισμού περιγράφεται στην Εικόνα 4.5. Έστω ότι είναι γνωστές οι ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές,  $\underline{z}$ , που έχουν παραχθεί από κατάλληλο στοχαστικό μοντέλο. Με εφαρμογή ενός ανεξάρτητου σχήματος γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών παράγεται μια ακολουθία 12 βοηθητικών τιμών  $\tilde{\underline{x}}_s$ , και υπολογίζεται το άθροισμά τους,  $\tilde{\underline{z}}$ . Τα διανύσματα  $\tilde{\underline{x}}_s$ ,  $\tilde{\underline{z}}$  και  $\underline{z}$  είναι είσοδοι του μοντέλου επιμερισμού, μέσω του οποίου προκύπτει η τελική ακολουθία τιμών  $\underline{x}_s$ , η οποία είναι συνεπής με την ετήσια τιμή  $\underline{z}$ . Ειδικότερα, το μοντέλο γραμμικού επιμερισμού εφαρμόζεται ως εξής:

Έστω  $\tilde{\underline{x}}_s$  τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή  $\mu_s = E[\tilde{\underline{x}}_s]$  και μητρώο συνδιασπορών  $\sigma$  με στοιχεία  $\sigma_{ij} = \text{Cov}[\tilde{\underline{x}}_i, \tilde{\underline{x}}_j]$  και  $\underline{z}$  τυχαία μεταβλητή, ανεξάρτητη της  $\tilde{\underline{x}}_s$ , με μέση τιμή:

$$\mu_z = E[\underline{z}] = \sum_{s=1}^N \mu_s \quad (4.31)$$

και διασπορά:

$$\sigma_{zz} = \text{Var}[\underline{z}] = \sum_{\tau=1}^s \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (4.32)$$

Αποδεικνύεται ότι οι μεταβλητές:

$$\underline{x}_\tau = \tilde{\underline{x}}_\tau + \lambda_\tau \left( \underline{z} - \sum_{\tau=1}^s \tilde{\underline{x}}_\tau \right) \quad (4.33)$$

έχουν ίδιες μέσες τιμές και ίδιο μητρώο συνδιασπορών με τις  $\tilde{\underline{x}}_\tau$  εφόσον ισχύει:

$$\lambda_\tau = \sigma_{\tau z} / \sigma_{zz} \quad (4.34)$$



όπου:

$$\sigma_{\tau z} = \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (4.35)$$

Για την αναγωγή των μεταβλητών χαμηλής χρονικής κλίμακας (μηνιαίες) εφαρμόζεται η γραμμική σχέση:

$$\underline{x}_\tau = \tilde{\underline{x}}_\tau + \lambda_\tau (\underline{z} - \tilde{\underline{z}}) \quad (4.36)$$

όπου  $\tilde{\underline{z}}$  το άθροισμα των βοηθητικών μεταβλητών  $\tilde{\underline{x}}_\tau$ . Η διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται και σε άλλα μοντέλα επιμερισμού (Grygier and Stedinger, 1988· Lane and Flevert, 1990), με τη διαφορά ότι οι συντελεστές αναγωγής  $\lambda_\tau$  δεν ορίζονται με βάση τις συνδιασπορές των μεταβλητών υψηλού επιπέδου αλλά θεωρούνται ανάλογοι των τυπικών αποκλίσεων των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $X_\tau$ , δηλαδή:

$$\lambda_\tau = \frac{\sqrt{\sigma_{\tau\tau}}}{\sum_{j=1}^s \sqrt{\sigma_{jj}}} \quad (4.37)$$

Ωστόσο, ο ορισμός των  $\lambda_\tau$  με βάση τη σχέση (4.34) είναι ο μόνος που διατηρεί το μητρώο συνδιασπορών  $\sigma$ . Η διαφορά των σχέσεων (4.34) και (4.37) είναι περισσότερο εμφανής όταν οι μεταβλητές  $\underline{x}_\tau$  είναι ανεξάρτητες, οπότε η (4.34) γράφεται:

$$\lambda_\tau = \frac{\sigma_{\tau\tau}}{\sum_{j=1}^s \sigma_{jj}} \quad (4.38)$$

συνεπώς οι συντελεστές  $\lambda_\tau$  είναι ανάλογοι των διασπορών και όχι των τυπικών αποκλίσεων.

Παράμετροι του μοντέλου αναγωγής είναι οι συνδιασπορές  $\sigma_{\tau z}$  των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου με αυτές του υψηλού επιπέδου. Δεδομένου ότι το άθροισμά τους για όλα τα χρονικά βήματα  $\tau$  ισούται με τη διασπορά  $\sigma_{ZZ}$ , ισχύει:

$$\sum_{\tau=1}^s \lambda_\tau = 1 \quad (4.39)$$

Επειδή στο σχήμα γέννησης PAR(1) μόνο οι αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης είναι παράμετροι του μοντέλου, οι υπόλοιπες συνδιασπορές  $\sigma_{\tau j}$ , για  $j > \tau + 1$ , εκτιμώνται από τη σχέση:

$$\sigma_{\tau j} = \frac{\sigma_{\tau\tau+1} \sigma_{\tau+1\tau+2} \dots \sigma_{j-1j}}{\sigma_{\tau+1\tau+1} \dots \sigma_{j-1j-1}} \quad (4.40)$$

η οποία είναι άμεση συνέπεια του μοντέλου PAR(1). Μετά την εκτίμηση όλων των  $\sigma_{\tau j}$ , υπολογίζονται οι τιμές των  $\sigma_{\tau z}$  με βάση την εξίσωση (4.35). Παρόμοιες αλλά πιο πολύπλοκες σχέσεις μπορούν να εξαχθούν και για άλλα σειριακά μοντέλα.

Η μέθοδος που περιγράφηκε μπορεί να εφαρμοστεί για οποιαδήποτε κατανομή των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $\underline{x}_\tau$ , διατηρώντας αναλλοίωτες τόσο τις μέσες τιμές όσο το μητρώο συνδιασπορών του ιστορικού δείγματος. Στην περίπτωση εμφάνισης αρνητικών τιμών (οι οποίες δεν είναι αποδεκτές, δεδομένου ότι πρόκειται για υδρολογικές μεταβλητές) ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία. Οι αρνητικές μεταβλητές μηδενίζονται και εφαρμόζεται εκ νέου η γραμμική αναγωγή, μέχρις ότου να εξαλειφθούν οι αρνητικές τιμές ή να γίνουν τόσο μικρές ώστε να θεωρηθούν αμελητέες.

#### 4.4.5 Αναπαραγωγή στατιστικών χαρακτηριστικών μέσω τεχνικών Monte Carlo

Η διαδικασία γραμμικού επιμερισμού αλλοιώνει ορισμένα από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μηνιαίων χρονοσειρών, και συγκεκριμένα τις ασυμμετρίες και τις ετεροσυσχετίσεις, που κατά κανόνα υποεκτιμώνται. Ειδικότερα, η μη διατήρηση των ετεροσυσχετίσεων οφείλεται στο γεγονός ότι ο επιμερισμός εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή  $x_s^l$  ( $l = 1, \dots, m$ ). Εξαιρέση αποτελούν κάποιες ειδικές (και γενικά, μη ρεαλιστικές) περιπτώσεις, συγκεκριμένα η υπόθεση μηδενικών συντελεστών ασυμμετρίας (υπόθεση κανονικής κατανομής), καθώς και μηδενικών ή μοναδιαίων συντελεστών ετεροσυσχέτισης.

Ένα άλλο πρόβλημα, που απαντά στα περισσότερα μοντέλα επιμερισμού, είναι ο περιορισμός διατήρησης του συντελεστή αυτοσυσχέτισης του πρώτου χρονικού βήματος μιας περιόδου με το τελευταίο της προηγούμενης. Όταν ξεκινά η γέννηση των συνθετικών μηνιαίων τιμών μιας περιόδου  $i$  με το μοντέλο PAR(1), είναι ήδη γνωστή η τιμή του τελευταίου μήνα της προηγούμενης περιόδου, η οποία εισάγεται στην αναδρομική σχέση (4.18). Με τον τρόπο αυτό διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, ο οποίος ωστόσο διαταράσσεται όταν εφαρμοστεί η διαδικασία γραμμικού επιμερισμού (4.36). Η διαταραχή αυτή επηρεάζει και τις γειτονικές τιμές των αυτοσυσχετίσεων, αν και σε μικρότερο βαθμό. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχει προταθεί μια γενικευμένη μεθοδολογία σύζευξης, η οποία μπορεί να λάβει υπόψη της περαιτέρω συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών (Koutsoyiannis, 2001).

Η εξομάλυνση των αποκλίσεων που προκύπτουν μεταξύ των στατιστικών χαρακτηριστικών των αρχικών (βοηθητικών) και τελικών (ανηγμένων) μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας Monte Carlo (Koutsoyiannis and Manetas, 1996). Η διαδικασία αποσκοπεί στην παραγωγή μιας στατιστικά ανεξάρτητης ακολουθίας μηνιαίων μεταβλητών, η οποία προσεγγίζει όσο το δυνατόν την δεδομένη ετήσια τιμή. Κατά συνέπεια, για κάθε χρονική περίοδο, παράγεται ένα πλήθος πραγματοποιήσεων των μηνιαίων μεταβλητών μέσω του μοντέλου PAR(1), ώσπου η απόσταση:

$$\Delta z = \|\underline{z} - \tilde{\underline{z}}\| \quad (4.41)$$

να γίνει μικρότερη από κάποια αποδεκτή τιμή  $\Delta z_{\max}$ . Η απόσταση  $\Delta z$  ορίζεται αδιάστατα ως:

$$\Delta z = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{|z^l - \tilde{z}^l|}{\sqrt{\text{Var}[z^l]}} \quad (4.42)$$

Συνεπώς, το όριο  $\Delta z_{\max}$  μπορεί να διατυπωθεί ως ποσοστό της μέσης τυπικής απόκλισης των ετήσιων μεταβλητών.

#### 4.4.6 Σύνοψη υπολογιστικής διαδικασίας

Το σχήμα γέννησης μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών τυποποιείται ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Μέσω του μοντέλου SMA, παράγονται οι χρονοσειρές των ετήσιων μεταβλητών, σε κάθε θέση και για όλα τα έτη της προσομοίωσης.

**Βήμα 2ο:** Για κάθε έτος, παράγονται οι βοηθητικές μηνιαίες χρονοσειρές με εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) και υπολογίζεται η απόσταση  $\Delta z$  του ετήσιου αθροίσματος αυτών από την γνωστή ετήσια τιμή, μέσω της (4.42).

**Βήμα 3ο:** Επαναλαμβάνεται το βήμα 2 με εισάγοντας στην ακολουθία PAR(1) διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες, ώσπου η τιμή  $\Delta z$  να γίνει μικρότερη από το αποδεκτό όριο  $\Delta z_{\max}$ .

**Βήμα 4ο:** Μέσω του μοντέλου γραμμικού επιμερισμού, αποκαθίσταται η μαθηματική συνέπεια μεταξύ των μηνιαίων και της αντίστοιχης ετήσιας τιμής.

**Βήμα 5ο:** Τα βήματα 2 ως 4 επαναλαμβάνονται για όλα τα έτη μέχρι το πέρας της περιόδου προσομοίωσης, οπότε προκύπτει η τελική μηνιαία συνθετική χρονοσειρά, που είναι συνεπής με την ετήσια και αναπαράγει τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δειγμάτων.

Υπενθυμίζεται ότι η διαδικασία επιμερισμού εφαρμόζεται για κάθε μεταβλητή ξεχωριστά, καθώς η αναπαραγωγή των ετεροσυσχετίσεων υλοποιείται μέσω του σχήματος PAR(1).

## 4.5 Γέννηση ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών

### 4.5.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Η διαδικασία γέννησης ημερήσιων χρονοσειρών ακολουθεί γενικά παρόμοια λογική με αυτή των μηνιαίων, καθώς αρχικά παράγονται τυχαίες βοηθητικές τιμές μέσω ενός σχήματος PAR(1), που στη συνέχεια προσαρμόζονται στις γνωστές μηνιαίες. Ωστόσο, η υπολογιστική διαδικασία είναι πιο σύνθετη, καθώς εκτός από τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών (μέσες τιμές, τυπικές αποκλίσεις, συντελεστές ασυμμετρίας, συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, και συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης), που όπως και στην περίπτωση των μηνιαίων είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου (καθώς διαφοροποιούνται ανά μήνα), πρέπει ακόμα να αναπαράγουν τη *διαλείπουσα συμπεριφορά* (intermittency), δηλαδή το παρατηρημένο ποσοστό μηδενικών τιμών κάθε μήνα.

Σημειώνεται ότι η διαλείπουσα συμπεριφορά στην ημερήσια κλίμακα χαρακτηρίζει ορισμένες μόνο από τις υδρομετεωρολογικές διεργασίες, με κυριότερη τη βροχόπτωση. Στην περίπτωση αυτή, το χαρακτηριστικό αυτό αναφέρεται ως *πιθανότητα ξηρής περιόδου* (probability dry).

### 4.5.2 Γέννηση βοηθητικών ημερήσιων χρονοσειρών

Κατ' αντιστοιχία με τη μηνιαία κλίμακα, εφαρμόζεται το πολυμεταβλητό σχήμα PAR(1) που περιγράφεται από μια σχέση της μορφής:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{s,\tau} = \mathbf{A}_s \tilde{\mathbf{y}}_{s,\tau-1} + \mathbf{B}_s \mathbf{v}_{s,\tau} \quad (4.43)$$

όπου  $\tilde{\mathbf{y}}_{s,\tau} := [\tilde{y}_{s,\tau}^1, \dots, \tilde{y}_{s,\tau}^m]^T$  είναι ένα διάνυσμα  $m$  στοχαστικών μεταβλητών όπου οι δείκτες αντιστοιχούν στην ημέρα  $\tau$  του μήνα  $s$  ( $s = 1, \dots, 12$ ;  $\tau = 1, \dots, 28$  ή  $30$  ή  $31$ ),  $\mathbf{A}_s$  είναι ένα  $m \times m$  διαγώνιο μητρώο που περιέχει, σύμφωνα με την απλοποιητική θεώρηση του μηνιαίου PAR(1), τις αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης των ιστορικών δειγμάτων,  $\mathbf{B}_s$  είναι ένα  $m \times m$  μητρώο παραμέτρων, που εκτιμάται με αποσύνθεση του μητρώου συνδιασπορών των ιστορικών δειγμάτων (το οποίο περιέχει τις δειγματικές διασπορές και ετεροσυσχετίσεις), και  $\mathbf{v}_{s,\tau}$  είναι ένα  $m$ -διάστατο διάνυσμα μεταβλητών ανανέωσης, που έχουν μοναδιαία διασπορά και είναι χωρικά και χρονικά ασυσχέτιστες. Κατ' αντιστοιχία με τις υψηλότερες χρονικές κλίμακες, οι μεταβλητές ανανέωσης παράγονται από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών γάμα κατανομής, η οποία αναπαράγει τις μέσες τιμές και συντελεστές ασυμμετρίας των ιστορικών δειγμάτων. Σημειώνεται ότι, για λόγους απλούστευσης, στην σχέση (4.43) έχουν παραληφθεί οι δείκτες του έτους  $i$  των μεταβλητών  $\tilde{\mathbf{y}}_{s,\tau}$  και  $\mathbf{v}_{s,\tau}$ .

Η εκτίμηση των μηνιαίων μητρώων παραμέτρων  $\mathbf{A}_s$  και  $\mathbf{B}_s$ , καθώς και των παραμέτρων της κατανομής γάμα, γίνεται όπως ακριβώς και στη μηνιαία κλίμακα (βλ. 4.4.1).

### 4.5.3 Το ζήτημα της ασυμμετρίας

Στις μικρές χρονικές κλίμακες, οι υδρομετεωρολογικές μεταβλητές χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα υψηλούς συντελεστές ασυμμετρίας, που ωστόσο είναι δύσκολο να αναπαραχθούν από τα στοχαστικά μοντέλα. Γενικά, τα γραμμικά στοχαστικά μοντέλα, όπως το PAR(1), δεν έχουν δυνατότητα ρητής διατήρησης της ασυμμετρίας, με αποτέλεσμα την υποεκτίμησή της στις συνθετικές χρονοσειρές.

Η υποεκτίμηση των συντελεστών ασυμμετρίας σχετίζεται, μεταξύ άλλων, με ένα θεμελιώδες χαρακτηριστικό του σχήματος PAR(1), που είναι η *ομοσκεδαστικότητα* των μεταβλητών ανανέωσης  $\underline{y}_{s,t}$ . Η ομοσκεδαστικότητα είναι συνέπεια της υπόθεσης μοναδιαίας, και συνεπώς σταθερής, διασποράς των  $\underline{y}_{s,t}$ , η οποία δεν εξαρτάται από τη διασπορά των  $\tilde{\underline{y}}_{s,t}$ . Αν είναι γνωστή η τιμή μιας μεταβλητής σε μια θέση, η εξαρτημένη διασπορά της μεταβλητής σε μια γειτονική θέση θα είναι εξ ορισμού σταθερή. Σε διεργασίες όπως η βροχόπτωση, η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας δεν ισχύει, καθώς οι υψηλές τιμές της ημερήσιας βροχόπτωσης τείνουν να έχουν μεγαλύτερη διασπορά σε σχέση με τις χαμηλές τιμές, και, γενικά, οι αιχμές των καταιγίδων παρουσιάζουν έντονη χωρική μεταβλητότητα.

Οι Koutsoyiannis *et al.* (2003a) μελέτησαν το παραπάνω πρόβλημα στο πλαίσιο ενός απλουστευμένου πολυμεταβλητού μοντέλου βροχόπτωσης, που είχε ως αποτέλεσμα την παραγωγή συνθετικών νετογραφημάτων που τείνουν να έχουν παρόμοιες αιχμές σε γειτονικές θέσεις, το οποίο, όπως εξηγήθηκε, δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Για τον λόγο αυτό προτάθηκε ένας μετασχηματισμός τύπου δύναμης των ημερήσιων μεταβλητών, δηλαδή:

$$\tilde{\underline{y}}'_{s,t} = \tilde{\underline{y}}_{s,t}^{(n)} \quad (4.44)$$

όπου ο όρος  $(n)$  υποδηλώνει ότι όλα τα στοιχεία του διανύσματος  $\tilde{\underline{y}}_{s,t}$  έχουν υψωθεί στην ίδια δύναμη  $n$ , με  $0 < n < 1$  (η τιμή  $n$  θεωρείται κοινή για όλες τις μεταβλητές). Βεβαίως, η διατήρηση των στατιστικών χαρακτηριστικών των μετασχηματισμένων μεταβλητών δεν εξασφαλίζει κατ' ανάγκη την αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών των αρχικών (πριν τον μετασχηματισμό) μεταβλητών. Ωστόσο, οι Koutsoyiannis *et al.* (2003a) έδειξαν ότι για σχετικά μεγάλες τιμές του  $n$  (π.χ., για  $n \geq 0.5$ ), οι αποκλίσεις είναι μικρές. Επιπλέον, χάρη στον μετασχηματισμό δύναμης είναι πολύ πιο εύκολη η αναπαραγωγή των, κατά κανόνα, πολύ υψηλών συντελεστών ασυμμετρίας των ημερήσιων ιστορικών δειγμάτων.

Για τους παραπάνω λόγους, στην προσέγγιση που υιοθετείται υλοποιείται μια τροποποιημένη εκδοχή του ημερήσιου μοντέλου PAR(1), στο οποίο οι βοηθητικές μεταβλητές  $\tilde{\underline{y}}_{s,t}$  αντικαθίστανται από τις μετασχηματισμένες μεταβλητές  $\tilde{\underline{y}}'_{s,t}$ . Στο πέρας της υπολογιστικής διαδικασίας, που περιλαμβάνει και επιπλέον μετασχηματισμούς, εφαρμόζεται ο αντίστροφος μετασχηματισμός για την ανάκτηση των τελικών τιμών των συνθετικών χρονοσειρών.

### 4.5.4 Αναπαραγωγή πιθανότητας ξηρής περιόδου

Η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων αποτελεί πολύ σημαντική πληροφορία για τη μελέτη χρονοσειρών σε μικρές χρονικές κλίμακες, όπως η ημερήσια. Για τον λόγο αυτό, η αναπαραγωγή της διαλείπουσας συμπεριφοράς διεργασιών όπως η ημερήσια βροχόπτωση, που εκφράζεται μέσω της πιθανότητας ξηρής περιόδου, αποτελεί μείζονα απαίτηση του μοντέλου προσομοίωσης. Ωστόσο, στο γραμμικό στοχαστικό μοντέλο PAR(1) η πιθανότητα ξηρής περιόδου των συνθετικών χρονοσειρών υποεκτιμάται, παρόλο που διατηρούνται με ικανοποιητική ακρίβεια τα στατιστικά χαρακτηριστικά που έχουν κάποια συσχέτιση με την πιθανότητα αυτή, όπως η διασπορά, η ασυμμετρία και η αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης. Για

παράδειγμα, για κάποιον μήνα με υψηλό ποσοστό μηδενικών τιμών της υπόψη μεταβλητής παράγονται τιμές τέτοιες ώστε να διατηρούνται ο χαμηλός μέσος όρος, η υψηλή διασπορά και η υψηλή θετική ασυμμετρία του ιστορικού δείγματος, χωρίς ωστόσο να μπορεί παραχθεί το ζητούμενο ποσοστό μηδενικών τιμών, δηλαδή η πιθανότητα ξηρής περιόδου. Αυτό συμβαίνει επειδή το στοχαστικό μοντέλο δεν κάνει διάκριση μεταξύ των μηδενικών και μη μηδενικών τιμών, ώστε να γεννά ακολουθίες μηδενικών τιμών για συνεχόμενα χρονικά βήματα.

Για την αναπαραγωγή της πιθανότητας ξηρής περιόδου υιοθετείται μια υβριδική διαδικασία σειριακής εφαρμογής τριών εμπειρικών κανόνων, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

#### α) Αποκοπή αρνητικών τιμών σε μηδενικές

Προκειμένου να διατηρήσουν την έντονη μεταβλητότητα των προσομοιωμένων διεργασιών στην ημερήσια κλίμακα, τα στοχαστικά μοντέλα αναπόφευκτα παράγουν κάποιες αρνητικές τιμές. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να εμφανιστεί, υπό προϋποθέσεις, ακόμα και στη μηνιαία κλίμακα, π.χ. στην προσομοίωση της απορροής ποταμού εφήμερης ροής ή της μηνιαίας βροχόπτωσης κάποιου μήνα της θερινής περιόδου. Δεδομένου ότι οι υδρομετεωρολογικές διεργασίες λαμβάνουν εξ ορισμού μη αρνητικές τιμές, οι αρνητικές τιμές που εμφανίζονται τεχνηέντως στις συνθετικές χρονοσειρές τίθενται ίσες με μηδέν.

Η αντικατάσταση των αρνητικών τιμών από μηδενικές έχει ευνοϊκό αποτέλεσμα ως προς την διατήρηση της πιθανότητας ξηρής περιόδου, αλλά, από την άλλη πλευρά, εισάγει μεροληψία στα υπόλοιπα στατιστικά χαρακτηριστικά των προσομοιωμένων διεργασιών. Ειδικότερα, οδηγεί σε υπερεκτίμηση των ετεροσυσχετίσεων (καθώς διαφορετικές αρνητικές τιμές σε διάφορες θέσεις αποδίδονται τελικά ως μηδενικές) και υποεκτίμηση της διασποράς.

#### β) Στρογγυλοποίηση πολύ μικρών θετικών τιμών στο μηδέν

Σε μετρήσεις υδρομετεωρολογικών μεταβλητών, ορισμένες φορές εμφανίζονται μηδενικές τιμές που στην πραγματικότητα είναι πολύ μικρές θετικές. Αυτό οφείλεται σε αδυναμίες των οργάνων μέτρησης ή σε εσφαλμένες ερμηνείες μετρήσεων. Για παράδειγμα, οι βροχογράφοι με ανατρεπόμενα σκαφίδια (tipping bucket pluviograph) δεν μπορούν να καταγράψουν ύψη βροχής μικρότερα των 0.2 mm, και ομοίως τα ανεμόμετρα δεν καταγράφουν εντάσεις ανέμου μικρότερες του 1 Beufort. Επιπλέον, πολύ μικρές ροές παρακάμπτουν τη θέση μέτρησης και συνεπώς δεν γίνονται αντιληπτές, είτε λαμβάνονται μηδενικές, λόγω εσφαλμένης εκτίμησης της στάθμης αναφοράς, στην οποία θεωρείται ότι αντιστοιχεί μηδενική παροχή.

Το πρόβλημα διερευνήθηκε από τους Koutsoyiannis *et al.* (2003a), οι οποίοι πρότειναν τη χρήση ενός απλού κανόνα στρογγυλοποίησης των πολύ μικρών συνθετικών τιμών στο μηδέν, αντί της εφαρμογής πολύπλοκων μοντέλων προσομοίωσης της ημερήσιας βροχόπτωσης ως μιας διεργασίας δύο διακριτών καταστάσεων, μηδενικής και μη μηδενικής. Σύμφωνα με τον κανόνα που εξετάστηκε, τιμές βροχόπτωσης που ήταν μικρότερες από κάποιο εξαιρετικά μικρό όριο (π.χ., 0.10 mm) τέθηκαν ίσες με το μηδέν.

Στο προτεινόμενο πλαίσιο υιοθετείται μια πιθανοτική προσέγγιση, σύμφωνα με τον οποίο ένα ποσοστό  $\pi_0$  των ημερών με τιμές χαμηλότερες ενός (μικρού) ορίου  $l_0$  τίθενται ίσες με μηδέν. Οι παράμετροι  $\pi_0$  και  $l_0$  ορίζονται από τον χρήστη και μπορούν να διαφοροποιούνται ανά διεργασία. Σημειώνεται ότι ο κανόνας στρογγυλοποίησης των μικρών θετικών τιμών είναι πρόσθετος του κανόνα αποκοπής των αρνητικών τιμών, καθώς η πιθανοτική του διατύπωση, μέσω της παραμέτρου  $\pi_0$ , δεν θα εξασφάλιζε μηδενισμό του συνόλου των αρνητικών τιμών.

### γ) Μαρκοβιανή προσέγγιση για την χωροχρονική αναπαραγωγή των ξηρών περιόδων

Η εφαρμογή των κανόνων αποκοπής και στρογγυλοποίησης αυξάνει σημαντικά το ποσοστό των ξηρών περιόδων, που ωστόσο μπορεί ακόμα να υπολείπεται της πιθανότητας μηδενικών τιμών που έχει παρατηρηθεί στα ιστορικά δείγματα. Στην περίπτωση αυτή, εφαρμόζεται μια επιπρόσθετη πρακτική που υλοποιεί μια διαδικασία τύπου Markov, η οποία λαμβάνει υπόψη τη χρονική και χωρική διασπορά των ξηρών περιόδων.

Συγκεκριμένα, για κάθε μηδενική τιμή  $y_{\tau-1}^l = 0$  που εμφανίζεται την ημέρα  $\tau - 1$  στη θέση  $l$ , υπάρχει μια δεσμευμένη πιθανότητα  $\mu_s^l = P\{y_\tau^l = 0 \mid y_{\tau-1}^l = 0\}$  να ακολουθείται από μια επίσης μηδενική τιμή, συνεπώς  $y_\tau^l = 0$ . Η παραπάνω πιθανότητα μπορεί να διατυπωθεί για κάθε μήνα  $s$  ως σταθερό ποσοστό της αντίστοιχης πιθανότητας ξηρής περιόδου  $p_s^l$ , δηλαδή  $\mu_j^l = \lambda p_s^l$ , όπου  $\lambda$  παράμετρος. Από την άλλη πλευρά, αν εμφανίζεται μηδενική τιμή την ημέρα  $\tau$  στη θέση  $l$ , δηλαδή  $y_\tau^l = 0$ , υπάρχει επίσης μια δεσμευμένη πιθανότητα  $\xi$  ότι και στις υπόλοιπες  $m - 1$  θέσεις οι αντίστοιχες μεταβλητές θα είναι επίσης μηδενικές. Η υπόθεση αυτή είναι εύλογη, κυρίως όταν αναφέρεται σε κοντινούς σταθμούς. Όπως εξηγείται στη συνέχεια, με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων  $\lambda$  και  $\xi$ , η προσέγγιση αυτή μπορεί να παράξει ακόμα μεγαλύτερο ποσοστό μηδενικών τιμών, επιτυγχάνοντας την αναπαραγωγή της δειγματικής πιθανότητας ξηρών περιόδων.

#### 4.5.5 Δυνητικές πηγές μεροληψίας

Μια αρνητική συνέπεια της παραπάνω εμπειρικής διαδικασίας είναι η εισαγωγή μεροληψίας στην αναπαραγωγή βασικών στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων. Για παράδειγμα, η αποκοπή των, διαφορετικών σε κάθε θέση, αρνητικών τιμών και η εξίσωσή τους με μηδενικές, σε όλες τις θέσεις, οδηγεί σε υπερεκτίμηση των ετεροσυσχετίσεων, καθώς οι αρνητικές τιμές εμφανίζονται συνήθως ταυτόχρονα. Επιπλέον, η τεχνητά επιβαλλόμενη διασπορά των μηδενικών τιμών στον χώρο, μέσω της Μαρκοβιανής προσέγγισης για την χωροχρονική αναπαραγωγή των ξηρών περιόδων, επίσης οδηγεί σε υπερεκτίμηση των ετεροσυσχετίσεων. Ωστόσο, η, κατά κανόνα, μικρή υπερεκτίμηση γενικά αντισταθμίζεται από την υποεκτίμηση που εισάγει η διαδικασία επιμερισμού, μέσω της σχέσης (4.45). Σε κάθε περίπτωση, η παραπάνω μεροληψία εξαρτάται αποκλειστικά από την παράμετρο  $k$ , και μπορεί ακόμα και να εκμηδενιστεί, με κατάλληλη ρύθμιση της τιμής της παραμέτρου.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό που επηρεάζεται από τις διαδικασίες του εδαφίου 4.5.4 είναι η δομή αυτοσυσχέτισης των προσομοιωμένων μεταβλητών. Γενικά, θέτοντας υψηλές τιμές στις παραμέτρους  $\lambda$  και  $\xi$ , υποεκτιμώνται οι δειγματικές αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης, το οποίο είναι αναπόφευκτο όταν τα ιστορικά δεδομένα περιέχουν μεγάλα ποσοστά μηδενικών τιμών. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος επιδιώκεται η τεχνητή προσαύξηση των ημερήσιων συντελεστών αυτοσυσχέτισης των ιστορικών δειγμάτων, με εφαρμογή ενός αυξητικού συντελεστή, η τιμή του οποίου μπορεί να προσδιοριστεί μετά από δοκιμές.

Ο Διαλυνάς (2011), μετά από εκτενείς αναλύσεις ευαισθησίας, έδειξε ότι οι παράμετροι  $\lambda$  και  $\xi$  έχουν πολύ μεγαλύτερη επίδραση στην εισαγωγή μεροληψίας σε σχέση με τις παραμέτρους  $p_0$  και  $l_0$ . Προφανώς, λόγω του εμπειρικού τους χαρακτήρα, δεν είναι δυνατός ο εκ των προτέρων προσδιορισμός τους, καθώς η επίδρασή τους εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος προσομοίωσης, όπως το πλήθος των μεταβλητών, το ποσοστό των μηδενικών τιμών τους, κτλ. Γενικά, συστήνεται να αποφεύγεται η εφαρμογή υψηλών τιμών των  $\lambda$  και  $\xi$ , καθώς κάτι τέτοιο μπορεί να οδηγήσει στην εισαγωγή σημαντικής μεροληψίας στα αναπαραγόμενα στατιστικά χαρακτηριστικά. Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται κάποια προκαταρκτική διερεύνηση ώστε να επιλεγθούν οι πλέον πρόσφορες τιμές των παραμέτρων,

ώστε να εξασφαλίζεται η αναπαραγωγή των ζητούμενων στατιστικών χαρακτηριστικών. Γενικά, φαίνεται ότι κάτι τέτοιο μπορεί να επιτευχθεί με δύο έως τρεις δοκιμές.

#### 4.5.6 Αποκατάσταση συνέπειας ημερήσιων χρονοσειρών

Για την αποκατάσταση της συνέπειας μεταξύ των συνθετικών ημερήσιων τιμών και της γνωστής τιμής του αντίστοιχου μήνα, υλοποιείται μια διαδικασία αναγωγής των βοηθητικών τιμών που αρχικά παράγονται μέσω του σχήματος (4.43) και στη συνέχεια τροποποιούνται με εφαρμογή των κανόνων διατήρησης της πιθανότητας ξηρής περιόδου, έτσι ώστε το άθροισμά τους να επαληθεύει την δεδομένη μηνιαία τιμή. Ωστόσο, στην ημερήσια κλίμακα, δεν ενδείκνυται η χρήση γραμμικών μετασχηματισμών, όπως αυτοί που εφαρμόζονται για την αποκατάσταση της συνέπειας των μηνιαίων χρονοσειρών σε σχέση με τις γνωστές ετήσιες (βλ. 4.4.4), καθώς αυτοί αδυνατούν να διατηρήσουν την πιθανότητα ξηρών τιμών, ενώ συχνά οδηγούν στην παραγωγή αρνητικών τιμών (Valencia and Schaake, 1973).

Για τον λόγο αυτό, ο επιμερισμός των ημερήσιων χρονοσειρών υλοποιείται σε μια διαδικασία αναλογικής αναγωγής (proportional adjusting), που δίνεται από τη σχέση (Lane and Frevert, 1990· Grygier and Stedinger, 1990· Koutsoyiannis, 1994):

$$y'_{s,t} = \tilde{y}'_{s,t} x_s / \tilde{x}_s \quad (4.45)$$

όπου  $y'_{s,t}$  και  $\tilde{y}'_{s,t}$  υποδηλώνουν τις αρχικές και ανηγμένες ημερήσιες τιμές, αντίστοιχα,  $\tilde{x}_s$  είναι το άθροισμα των  $\tilde{y}'_{s,t}$  για τον μήνα  $s$ , και  $x_s$  είναι η γνωστή μηνιαία τιμή.

Το παραπάνω σχήμα επιμερισμού, το οποίο υλοποιείται για κάθε μεταβλητή ξεχωριστά, εξασφαλίζει την παραγωγή μη αρνητικών τιμών των  $y_{s,t}$  και δεν επηρεάζει τη διατήρηση της ξηρής πιθανότητας, καθώς με τον μετασχηματισμό (4.45) διατηρούνται οι ίδιες μηδενικές τιμές. Επιπρόσθετα, εφόσον οι μεταβλητές  $\tilde{y}'_{s,t}$  είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, η διαδικασία αναγωγής εξασφαλίζει την ακριβή αναπαραγωγή της στατιστικής του δομής (Koutsoyiannis, 1994). Μάλιστα, αριθμητικές εφαρμογές έχουν δείξει ότι η ζητούμενη στατιστική δομή αναπαράγεται εφόσον η κατανομή που υιοθετείται προσεγγίζει ικανοποιητικά τη διπαραμετρική γάμα (όπως συμβαίνει με την τριπαραμετρική γάμα), ακόμα και αν οι μεταβλητές είναι συσχετισμένες.

Παρόμοια με τις μηνιαίες χρονοσειρές, εφαρμόζεται μια επαναληπτική διαδικασία Monte Carlo ώστε να εξασφαλιστεί η ελάχιστη απόκλιση μεταξύ των  $x_s$  και  $\tilde{x}_s$ . Αυτή η διαδικασία αποσκοπεί στο να βελτιώσει την προσέγγιση των στατιστικών χαρακτηριστικών των ημερήσιων δειγμάτων που δεν αναπαράγονται ρητά από το σχήμα αναγωγής (4.45), και συγκεκριμένα της ασυμμετρίας και των ετεροσυσχετίσεων. Βεβαίως, η διατήρηση των συντελεστών ασυμμετρίας είναι σχετικά εύκολη στην ημερήσια κλίμακα, καθώς αυτή αφορά στις μετασχηματισμένες, μέσω της σχέσης δύναμης (4.44), μεταβλητές, και όχι στις αρχικές.

### 4.6 Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών

#### 4.6.1 Τυπικές μέθοδοι αντιμετώπισης

Στα πολυμεταβλητά στοχαστικά σχήματα προκύπτει το γενικό πρόβλημα προσδιορισμού ενός  $m \times m$  μητρώου  $\mathbf{B}$  τέτοιου ώστε να ικανοποιείται μια σχέση της μορφής:

$$\mathbf{C} = \mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (4.46)$$

όπου  $C$  ένα  $m \times m$  μητρώο που περιέχει τις από κοινού στατιστικές παραμέτρους, δηλαδή τις συνδιασπορές (διασπορές και ετεροσυσχετίσεις) των μεταβλητών του στοχαστικού μοντέλου. Στην προτεινόμενο μεθοδολογικό πλαίσιο, το πρόβλημα προκύπτει και στις τρεις χρονικές κλίμακες. Ειδικότερα, στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των ετήσιων μεταβλητών το μητρώο  $C$  δίνεται από την (4.30), ενώ στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των μηνιαίων και ημερήσιων μεταβλητών το μητρώο  $C$  δίνεται από την (4.20), και είναι διαφορετικό για κάθε μήνα  $s$ .

Η εξίσωση (4.46), που είναι γνωστή ως *γκραμμιανή*, έχει άπειρες λύσεις εφόσον το μητρώο συνδιασπορών  $c$  είναι θετικά ορισμένο. Στην περίπτωση αυτή μπορούν, κατ' αρχάς, να χρησιμοποιηθούν δυο τυπικές αριθμητικές μέθοδοι για τον υπολογισμό ενός μητρώου  $B$ . Η πρώτη και απλούστερη, που είναι γνωστή ως *τριγωνοποίηση Cholesky*, συνίσταται στην αποσύνθεση του  $C$  σε ένα κάτω τριγωνικό μητρώο  $B$  με στοιχεία:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= 0 & (i < j) \\ b_{ij} &= \sqrt{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk})^2} & (i = j) \\ b_{ij} &= \frac{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk} b_{ik}}{b_{jj}} & (i > j) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Η δεύτερη αριθμητική μέθοδος είναι πιο δύσκολη στην εφαρμογή της, καθώς προϋποθέτει τον υπολογισμό των ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του  $C$ , και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή ενός πλήρους μητρώου  $B$ . Σημειώνεται ότι η τυπική μέθοδος υπολογισμού των ιδιοτιμών ενός πίνακα είναι η τεχνική Jacobi (Press *et al.*, 1992).

Ωστόσο, αν το μητρώο  $C$  δεν είναι θετικά ορισμένο, τότε δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ούτε η μέθοδος Cholesky ούτε η μέθοδος Jacobi, διότι τότε προκύπτουν αρνητικά υπόρριζα στην αναδρομική σχέση (4.47) και αρνητικές ιδιοτιμές, αντίστοιχα. Από την άλλη πλευρά, η υπόθεση θετικά ορισμένου μητρώου  $C$  δεν ισχύει πάντοτε. Η κυριότερη αιτία είναι η εκτίμηση των συνδιασπορών από ιστορικά δείγματα που αναφέρονται σε διαφορετικές περιόδους μέτρησης και, κατά συνέπεια, δεν έχουν ίσο μήκος. Μια άλλη αιτία είναι η απλοποίηση του μητρώου  $A$  και η διατύπωσή του ως διαγώνιου (βλ. 4.4.1).

Εξάλλου, ο υπολογισμός του μητρώου  $B$  με τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν έχει ως αποτέλεσμα τον υπολογισμό υπερβολικά μεγάλων συντελεστών ασυμμετρίας των τυχαίων μεταβλητών  $\underline{y}$ , δεδομένου ότι στις σχέσεις (4.33) και (4.24) ή (4.26) ο όρος  $B^{(3)}$  μπορεί να περιέχει πολύ μικρές τιμές. Ωστόσο, κατά την εφαρμογή των μοντέλων στοχαστικής προσομοίωσης για τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών, δεν είναι δυνατή η παραγωγή τυχαίων όρων με τόσο υψηλές ασυμμετρίες, με αποτέλεσμα να υποεκτιμώνται οι ασυμμετρίες του ιστορικού δείγματος. Για τον χειρισμό του προβλήματος των ασυμμετριών στα πολυμεταβλητά σχήματα έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, οι οποίες ωστόσο προϋποθέτουν αυθαίρετες επεμβάσεις στις παραμέτρους που εκτιμώνται βάσει των δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών (Todini, 1980· Grygier and Stedinger, 1990· Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993· Koutsoyiannis and Manetas, 1996).

#### 4.6.2 Χειρισμός του προβλήματος μέσω βελτιστοποίησης

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, η επίλυση της εξίσωσης (4.46) είναι ένα πολυσύνθετο πρόβλημα, αφού είτε δεν υφίσταται αναλυτική λύση είτε η λύση που προκύπτει



με τις τυπικές μεθόδους υπολογισμού οδηγούν σε υπερβολικά υψηλές τιμές ασυμμετρίας των μεταβλητών  $\underline{y}$ . Ο Koutsoyiannis (1999) ανέπτυξε μια μέθοδο, βάσει την οποία μπορεί πάντοτε να υπολογιστεί ένα μητρώο  $\mathbf{B}$  (ανεξάρτητα αν το μητρώο συνδιασπορών είναι ή όχι θετικά ορισμένο), τέτοιο ώστε να αναπαράγονται κατά τον βέλτιστο τρόπο τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος. Η μέθοδος είναι κοινή είτε πρόκειται για το στάσιμο μοντέλο SMA είτε για το κυκλοστάσιμο PAR(1). Υπενθυμίζεται ωστόσο ότι στην πρώτη περίπτωση υπολογίζεται μόνο ένα μητρώο  $\mathbf{B}$ , ενώ στη δεύτερη υπολογίζονται 12 τέτοια μητρώα (δηλαδή ένα για κάθε μήνα).

Αρχικά, εφαρμόζεται μια διαδικασία κανονικοποίησης του μητρώου  $\mathbf{B}$  καθώς και των υπόλοιπων μητρώων και διανυσμάτων που σχετίζονται με αυτό. Το μητρώο συνδιασπορών  $\mathbf{C}$  κανονικοποιείται εισάγοντας το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{H} = \text{diag} (1/\sqrt{c_{11}}, \dots, 1/\sqrt{c_{mm}} ) \quad (4.48)$$

έτσι ώστε:

$$\mathbf{C}' = \mathbf{H} \mathbf{C} \mathbf{H} \quad (4.49)$$

Με τον τρόπο αυτό, όλα τα διαγώνια στοιχεία του μητρώου  $\mathbf{C}'$  είναι μοναδιαία, ενώ τα μη διαγώνια στοιχεία λαμβάνουν τιμές στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Σημειώνεται ότι η τελευταία υπόθεση μπορεί να παραβιάζεται οριακά εφόσον το μητρώο  $\mathbf{A}$  έχει οριστεί μέσω της (4.27). Αν τεθεί:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{H} \mathbf{B} \quad (4.50)$$

τότε η εξίσωση (4.46) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$\mathbf{B}' \mathbf{B}'^T = \mathbf{C}' \quad (4.51)$$

Ορίζεται ακόμη το διάνυσμα:

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\xi}_v \quad (4.52)$$

εφόσον το μητρώο  $\mathbf{B}$  αναφέρεται στο μοντέλο SMA ή

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{H}^{(3)} \{ \mu_3[\underline{\mathbf{x}}_t] - \mathbf{A}_t^{(3)} \mu_3[\underline{\mathbf{x}}_{t-1}] \} \quad (4.53)$$

εφόσον το  $\mathbf{B}$  αναφέρεται στο μοντέλο PAR(1). Τότε οι σχέσεις (4.33) και (4.24) γράφονται:

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{B}^{(3)})^{-1} \boldsymbol{\varphi} \quad (4.54)$$

Τα μητρώα  $\mathbf{H}$  και  $\mathbf{C}'$  καθώς και το διάνυσμα  $\boldsymbol{\varphi}$  είναι γνωστά, ενώ τα  $\boldsymbol{\xi}$  και  $\mathbf{B}'$  πρέπει να προσδιοριστούν. Δεδομένου ότι η εξίσωση (4.51) δεν έχει πάντοτε λύση, εισάγεται το μητρώο διαφορών:

$$\mathbf{D} = \mathbf{B}' \mathbf{B}'^T - \mathbf{C}' \quad (4.55)$$

τα στοιχεία του οποίου πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μηδέν. Η απαίτηση εκφράζεται μαθηματικά ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της μορφής:

$$\text{minimize } \|\mathbf{D}\|^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij}^2 \quad (4.56)$$

όπου ο τελεστής  $\|\cdot\|$  εκφράζει τη νόρμα του μητρώου  $\mathbf{D}$ .

Στο παραπάνω πρόβλημα, τίθεται η επιπρόσθετη απαίτηση όλα τα διαγώνια στοιχεία του  $\mathbf{D}$  να είναι ακριβώς μηδέν. Με τον τρόπο αυτό δίνεται μεγαλύτερο βάρος στη διατήρηση των δειγματικών διασπορών έναντι των συνδιασπορών. Εάν οριστεί το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{D}^* = \text{diag} (d_{11}, \dots, d_{mm}) \quad (4.57)$$

στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (4.56) εισάγεται ο περιορισμός:

$$\|\mathbf{D}^*\|^2 = 0 \quad (4.58)$$

Ένας δεύτερος περιορισμός του προβλήματος σχετίζεται με τους συντελεστές ασυμμετρίας  $\xi$  των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{y}$ , οι οποίοι υπολογίζονται από την (4.54). Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 4.6.1, αυτοί θα πρέπει να διατηρούνται όσο το δυνατόν πιο χαμηλοί. Αποδεικνύεται ότι (Wallis *et al.*, 1974· Kirby, 1974) ο συντελεστής ασυμμετρίας ενός πεπερασμένου δείγματος μήκους  $k$  περιορίζεται στο εύρος  $-\xi_{ub}$  και  $\xi_{ub}$ , όπου:

$$\xi_{ub} = \frac{k-2}{\sqrt{k-1}} \approx \sqrt{k} \quad (4.59)$$

Στην πραγματικότητα, μια ακολουθία συνθετικών τιμών έχει ασυμμετρία ίση με  $\pm \xi_{ub}$  μόνο εφόσον όλοι οι όροι της πλην ενός είναι ίσοι. Είναι προφανές ότι μια τέτοια ακολουθία δεν μπορεί να είναι αποδεκτή, οπότε πρέπει να τεθεί μια μέγιστη ασυμμετρία  $\xi_{acc} < \xi_{ub}$ . Εφόσον ο περιορισμός ισχύει για όλες τις μεταβλητές  $y^l$  ( $l = 1, \dots, m$ ) τίθεται η απαίτηση:

$$\max \{ |\xi^l|, l = 1, \dots, m \} \leq \xi_{acc} \quad (4.60)$$

Ο μαθηματικός χειρισμός του περιορισμού (4.60) σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερα δυσχερές. Για το λόγο αυτό ορίζεται η νόρμα:

$$\|\xi\|_p = \left( \sum_{l=1}^m |\xi^l|^p \right)^{1/p} \quad (4.61)$$

η οποία τείνει στο μέγιστο των  $|\xi^l|$  όταν  $p \rightarrow \infty$ . Κατά συνέπεια, η απαίτηση (4.60) αντικαθίσταται από τον μαθηματικό περιορισμό:

$$\|\xi\|_p^2 \leq \xi_{acc}^2 \quad (4.62)$$

όπου  $\xi_{acc} = 0.5\xi_{ub}$ . Η τιμή του  $p$  πρέπει να είναι ζυγός ακέραιος αριθμός, έτσι ώστε να μην απαιτείται η χρήση απόλυτων τιμών. Μετά από διερεύνηση ο Koutsoyiannis (1999) προτείνει την τιμή  $p = 8$ . Οι περιορισμοί (4.58) και (4.62) εισάγονται στην στοχική συνάρτηση (4.56) ως όροι ποινής. Η τελική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι:

$$\text{minimize } \theta^2(\mathbf{B}') = \frac{\lambda_1}{m^2} \|\mathbf{D}(\mathbf{B}')\|^2 + \frac{\lambda_2}{m} \|\mathbf{D}^*(\mathbf{B}')\|^2 + \lambda_3 \|\xi(\mathbf{B}')\|_p^2 \quad (4.63)$$

όπου  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  και  $\lambda_3$  συντελεστές βάρους, με τυπικές τιμές  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 10^3$  και  $\lambda_3 = 10^{-3}$  ως  $10^{-6}$ . Οι συντελεστές  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  διαιρούνται με το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων των μητρώων  $\mathbf{D}$  και  $\mathbf{D}^*$ , τα οποία είναι  $m^2$  και  $m$ , αντίστοιχα.

Η στοχική συνάρτηση (4.63) είναι έντονα μη γραμμική, γεγονός που δυσχεραίνει σημαντικά της διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης τιμής αυτής, καθώς ο χώρος αναζήτησης είναι εξαιρετικά τραχύς και παρουσιάζει πολλά τοπικά ακρότατα. Η δυσχέρεια του προβλήματος εντείνεται όσο αυξάνει η διάσταση  $m$ , δηλαδή το πλήθος των συσχετισμένων μεταβλητών των οποίων ζητείται η ταυτόχρονη στοχαστική προσομοίωση. Ο Ευστρατιάδης (2001), επιχειρώντας να επιλύσει το πρόβλημα (4.63) με ευρέως διαδεδομένες τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης (π.χ., εξελικτικοί αλγόριθμοι), που είναι κατάλληλες για την αναζήτηση ακροτάτων σε μη ομαλούς χώρους, διαπίστωσε ότι η εύρεση μιας ικανοποιητικής προσέγγισης του μητρώου  $\mathbf{B}$  απαιτεί απαγορευτικά μεγάλο πλήθος δοκιμών.

Για τον λόγο αυτόν ακολουθήθηκε μια εναλλακτική προσέγγιση, που αν και δεν εγγυάται την εύρεση του ολικά βέλτιστου μητρώου  $\mathbf{B}$ , εξασφαλίζει μια ικανοποιητική λύση απαιτώντας σαφώς λιγότερο υπολογιστικό φόρτο. Πρόκειται για την λεγόμενη μέθοδο *πολλαπλών εκκινήσεων* (multistart), βάσει της οποίας εφαρμόζεται μια τεχνική αναζήτησης τοπικών ακρότατων, που ξεκινώντας από διαφορετικά, τυχαία επιλεγμένα σημεία εκκίνησης μπορεί να εντοπίσει διάφορα τοπικά ακρότατα και να θεωρήσει ως προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης το καλύτερο εξ αυτών (Rubinstein, 1986). Για να εξασφαλιστεί όσο το δυνατόν πιο γρήγορος εντοπισμός των τοπικών ακροτάτων, επιλέχθηκε η μέθοδος των συζυγών κλίσεων, για την οποία έχει γίνει ήδη αναφορά στην ενότητα 4.2.2. Η μέθοδος βασίζει την ταχύτητά της στην χρήση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και την εφαρμογή των θεμελιωδών αρχών του διαφορικού λογισμού. Συνεπώς, για να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (4.63), απαιτείται η αναλυτική έκφραση της παραγώγου της συνάρτησης  $\theta^2(\mathbf{B}')$ , η οποία δίνεται από τον Koutsoyiannis (1999).

Με επέκταση του συμβολισμού των παραγώγων διανυσματικών συναρτήσεων, στην περίπτωση που το  $\mathbf{X}$  είναι τετραγωνικό μητρώο διαστάσεων  $m \times m$ , γράφουμε:

$$\frac{df}{d\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_{11}} & \frac{\partial f}{\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{1m}} \\ \frac{\partial f}{\partial x_{21}} & \frac{\partial f}{\partial x_{22}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{2m}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f}{\partial x_{m1}} & \frac{\partial f}{\partial x_{m2}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{mm}} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Με βάση τον παραπάνω συμβολισμό, αποδεικνύεται ότι οι μερικές παράγωγοι της (4.63) δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{d\|\mathbf{d}\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{D} \mathbf{B}' \quad (4.65)$$

$$\frac{d\|\mathbf{d}^*\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{D}^* \mathbf{B}' \quad (4.66)$$

$$\frac{d\|\xi\|_p^2}{d\mathbf{b}'} = -6\|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{W} \quad (4.67)$$

όπου  $\mathbf{W}$  μητρώο διαστάσεων  $m \times m$  με στοιχεία:

$$w_{ij} = b'_{ij}{}^2 \xi_j \psi_i \quad (4.68)$$

και  $\psi$  διάνυσμα, το οποίο ορίζεται ως:

$$\psi = \{(\mathbf{B}'^{(3)})^{-1}\}^T \xi^{(p-1)} \quad (4.69)$$

Συνεπώς, το μητρώο μερικών παραγώγων της  $\theta^2$  ως προς τις άγνωστες παραμέτρους  $b'_{ij}$  είναι:

$$\frac{d\theta^2}{d\mathbf{B}'} = \frac{4\lambda_1}{m^2} \mathbf{D} \mathbf{B}' + \frac{4\lambda_2}{m} \mathbf{D}^* \mathbf{B}' - 6\lambda_3 \|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{W} \quad (4.70)$$

## 4.7 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

### 4.7.1 Επιλογή συνάρτησης κατανομής τυχαίων μεταβλητών

Η εφαρμογή οποιοσδήποτε στοχαστικού μοντέλου απαιτεί την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν μια συγκεκριμένη κατανομή πιθανοτήτων, η επιλογή της οποίας είναι άμεσα εξαρτημένη από τα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος.

Για την προσομοίωση των τυχαίων όρων  $\underline{w}$  ή  $\underline{y}$  του ετήσιου, μηνιαίου και ημερήσιου σχήματος γέννησης, χρησιμοποιείται η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (γνωστή και ως κατανομή Pearson III), η οποία είναι από τις πιο διαδεδομένες στατιστικές κατανομές της τεχνικής υδρολογίας. Το γεγονός ότι είναι θετικά ασύμμετρη και ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής την κάνει συμβατή με τις πιο χαρακτηριστικές υδρομετεωρολογικές διεργασίες. Στο εδάφιο 4.7.2 ορίζονται τα χαρακτηριστικά της κατανομής, ενώ στο εδάφιο 4.7.3 περιγράφονται οι τεχνικές που εφαρμόζονται για την παραγωγή τυχαίων αριθμών.

### 4.7.2 Η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων

Η τριπαραμετρική κατανομή γάμα ορίζεται από την παράμετρο θέσης  $c$ , την παράμετρο κλίμακας  $\lambda > 0$  και την παράμετρο σχήματος  $\kappa > 0$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής είναι (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 151):

$$f_x(\underline{x}) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} (\underline{x} - c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\underline{x}-c)} \quad (4.71)$$

όπου  $\Gamma()$  η συνάρτηση γάμα, που ορίζεται ως το ολοκλήρωμα:

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty y^{a-1} e^{-y} dy \quad (4.72)$$

για  $a > 0$ . Οι παράμετροι της κατανομής, εκτιμώμενες με την μέθοδο των ροπών, είναι:

$$\kappa = \frac{4}{\xi_x^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_x} \quad c = \mu_x - \frac{\kappa}{\lambda} \quad (4.73)$$

όπου  $\mu_x$  η μέση τιμή,  $s_x$  η τυπική απόκλιση και  $\xi_x$  ο συντελεστής ασυμμετρίας του δείγματος.

Η παράμετρος θέσης  $c$ , η οποία αποτελεί το κάτω όριο της μεταβλητής  $\underline{x}$ , επιτρέπει την καλύτερη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα.

Το σχήμα της κατανομής εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου σχήματος  $\kappa$ . Για πολύ μεγάλες τιμές του  $\kappa$  (π.χ.  $\kappa > 15$ ) η κατανομή γάμα προσεγγίζει την κανονική. Για  $\kappa = 1$  η κατανομή ταυτίζεται με την εκθετική. Για ακέραιο  $\kappa$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής (που είναι γνωστή και ως κατανομή Erlang) είναι:

$$f_x(\underline{x}) = \frac{\lambda^\kappa}{(\kappa - 1)!} (\underline{x} - c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(\underline{x}-c)} \quad (4.74)$$

Αποδεικνύεται ότι η τυχαία μεταβλητή  $\underline{x}$  που ακολουθεί κατανομή Erlang προκύπτει ως άθροισμα  $\kappa$  τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν εκθετική κατανομή.

Η κατανομή γάμα είναι κλειστή ως προς την πρόσθεση. Κατά συνέπεια το άθροισμα δυο ανεξάρτητων μεταβλητών  $\underline{x}_1$ ,  $\underline{x}_2$  που ακολουθούν κατανομές γάμα με κοινή παράμετρο κλίμακας  $\lambda$  και παραμέτρους σχήματος  $\kappa_1$  και  $\kappa_2$  αντίστοιχα, ακολουθεί επίσης κατανομή γάμα, με παραμέτρους  $\lambda$  και  $\kappa_1 + \kappa_2$ .

### 4.7.3 Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα

Έστω η τυχαία μεταβλητή  $\underline{x}$  η οποία ακολουθεί κατανομή γάμα, με παραμέτρους  $\kappa > 0$ ,  $\lambda > 0$  και  $c$ . Με βάση την προσθετική ιδιότητα της κατανομής γάμα, θεωρούμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές  $\underline{x}_1$  και  $\underline{x}_2$  με κοινή παράμετρο κλίμακας  $\lambda$  και παραμέτρους σχήματος  $\kappa_1 = \text{Int}(\kappa)$  και  $\kappa_2 = \text{Trunc}(\kappa)$  αντίστοιχα. Ο τελεστής  $\text{Int}()$  υποδηλώνει το ακέραιο μέρος του αριθμού, ενώ ο τελεστής  $\text{Trunc}()$  το δεκαδικό του μέρος. Για την παραγωγή των τυχαίων αριθμών  $x_1$  και  $x_2$ , και ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\kappa$ , εφαρμόζονται διαφορετικοί αλγόριθμοι, που περιγράφονται αναλυτικά στην συνέχεια.

α) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με ακέραιο  $\kappa$

Η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή Erlang με ακέραιο  $\kappa_1$  και  $\lambda > 0$  γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\underline{x} = -\lambda \ln \left( \prod_{i=1}^{\kappa_1} \underline{u}_i \right) \quad (4.75)$$

όπου  $\underline{u}_i$  τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ . Η απόδειξη βασίζεται στο θεώρημα ότι η τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Erlang ισούται με το άθροισμα  $\kappa$  τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν εκθετική κατανομή. Πράγματι, η σχέση (4.75) μπορεί να γραφεί ως:

$$\underline{x} = \sum_{i=1}^{\kappa_1} \underline{x}_i = \sum_{i=1}^{\kappa_1} -\lambda \ln \underline{u}_i \quad (4.76)$$

Η συνάρτηση της εκθετικής κατανομής είναι:

$$F_x(\underline{x}) = 1 - e^{-\lambda \underline{x}} \quad (4.77)$$

Αντιστρέφοντας ως προς  $\underline{x}$  προκύπτει:

$$\underline{x} = -\lambda \ln (1 - \underline{u}) \quad (4.78)$$

Εφόσον η τυχαία μεταβλητή  $\underline{u}' = 1 - \underline{u}$  ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, η μεταβλητή

$$\underline{x} = -\lambda \ln \underline{u}' \quad (4.79)$$

ακολουθεί εκθετική κατανομή.

β) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με δεκαδικό  $\kappa$

Στην περίπτωση κατά την οποία  $0 < \kappa < 1$ , εφαρμόζονται δύο εναλλακτικές διαδικασίες. Η πρώτη και απλούστερη βασίζεται στην μέθοδο του Whittaker (1972), και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1ο:** Γεννώνται οι τυχαίοι αριθμοί  $v$  και  $r$ , που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ .

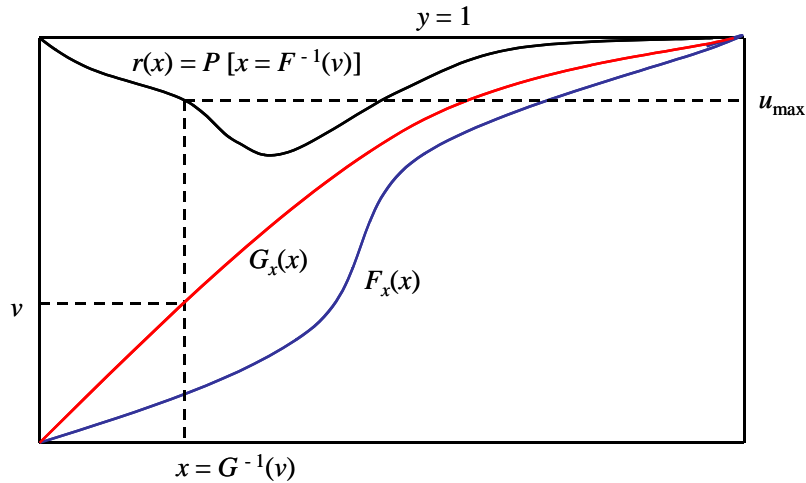
**Βήμα 2ο:** Υπολογίζονται οι τιμές  $a = v^{1/\kappa}$  και  $b = r^{-1/\kappa}$ .

**Βήμα 3ο:** Επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 και 2, μέχρι να ισχύει  $a + b \leq 1$ .

**Βήμα 4ο:** Υπολογίζεται η τιμή:

$$x = c - \frac{1}{\lambda} \frac{a}{a+b} \ln u \quad (4.80)$$

όπου  $u$  τυχαίος, ομοιόμορφος αριθμός.



Εικόνα 4.6: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου απόρριψης ως προσεγγιστικής γεννήτριας τυχαίων αριθμών από μια μη αντιστρέψιμη κατανομή,  $F_x(\underline{x})$ .

Η δεύτερη διαδικασία γέννησης τυχαίων αριθμών (Koutsoyiannis and Manetas, 1996) βασίζεται στην πιθανοτική μέθοδο της απόρριψης (Paroulis, 1991). Η εν λόγω μέθοδος είναι κατάλληλη για μη αντιστρέψιμες συναρτήσεις κατανομής  $F_x(\underline{x})$ . Η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου φαίνεται στην Εικόνα 4.6. Έστω ότι ορίζεται μια συνάρτηση κατανομής  $G_x(\underline{x})$  που είναι αντιστρέψιμη και περιβάλλει την  $F_x(\underline{x})$ , δηλαδή  $G_x(\underline{x}) \geq F_x(\underline{x})$  για κάθε  $x$ . Επειδή η  $G_x(\underline{x})$  είναι συνάρτηση κατανομής ισχύει  $0 \leq G_x(\underline{x}) \leq 1$ . Ο λόγος:

$$r(\underline{x}) = \frac{F_x(\underline{x})}{G_x(\underline{x})} \leq 1 \quad (4.81)$$

αποτελεί μέτρο του πόσο καλά προσεγγίζει η  $G_x(\underline{x})$  την αρχική συνάρτηση  $F_x(\underline{x})$ .

Η γέννηση ενός τυχαίου αριθμού  $x$  που ακολουθεί κατανομή  $F_x(\underline{x})$  γίνεται ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Παράγονται δύο τυχαίοι αριθμοί  $\underline{v}$  και  $\underline{u}$ , που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ .

**Βήμα 2ο:** Τίθεται  $\underline{v} = G_x(\underline{x})$  και υπολογίζεται η αντίστροφη τιμή της συνάρτησης,  $\underline{x} = G_x^{-1}(\underline{v})$ .

**Βήμα 3ο:** Από την (4.81) υπολογίζεται η τιμή  $r(\underline{x})$ , η οποία εκφράζει την πιθανότητα του γεγονότος ο αριθμός  $\underline{x}$  να ακολουθεί κατανομή  $F_x(\underline{x})$ .

**Βήμα 4ο:** Αν  $\underline{u} \leq r(\underline{x})$  η τιμή  $\underline{x}$  γίνεται δεκτή, διαφορετικά η διαδικασία επαναλαμβάνεται από την αρχή.

Η εφαρμογή της μεθόδου για την παραγωγή τυχαίων αριθμών γάμα κατανομής έχει ως εξής: Έστω  $g(\underline{x})$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της  $G_x(\underline{x})$ , η οποία ορίζεται ως:

$$g(\underline{x}) = \begin{cases} \beta (\underline{x} - c)^{\kappa-1} & c \leq \underline{x} \leq h \\ \beta \gamma e^{-\lambda(\underline{x}-c)} & \underline{x} > h \end{cases} \quad (4.82)$$

όπου  $\beta$ ,  $\gamma$  σταθεροί συντελεστές και  $h$  αριθμός μεγαλύτερος του  $c$ . Από την απαίτηση συνέχειας της  $g(\underline{x})$  για  $\underline{x} = h$  προκύπτει:

$$\gamma = (h - c)^{\kappa-1} e^{\lambda(h-c)} \quad (4.83)$$

Εφόσον η  $g(\underline{x})$  είναι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πρέπει:

$$\int_c^{\infty} g(x) dx = 1 \quad (4.84)$$

απ' όπου προκύπτει:

$$\beta = \frac{\kappa}{(h-c)^{\kappa-1} (h-c + \kappa/\lambda)} \quad (4.85)$$

Τότε η συνάρτηση κατανομής της  $g(x)$  είναι:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{h-c}{h-c + \kappa/\lambda} \left(\frac{x-c}{h-c}\right)^{\kappa} & c \leq x \leq h \\ 1 - \frac{\kappa/\lambda}{h-c + \kappa/\lambda} e^{-\lambda(x-c)} & x > h \end{cases} \quad (4.86)$$

Η αντίστροφη της  $G(x)$  είναι:

$$x(G) = \begin{cases} \left[ \frac{h-c + \kappa/\lambda}{h-c} G \right]^{1/\kappa} (h-c) + c & 0 \leq G \leq \frac{h-c}{h-c + \kappa/\lambda} \\ -\frac{1}{\lambda} \ln \left[ (1-G) \frac{h-c + \kappa/\lambda}{\kappa/\lambda} \right] + h & G > \frac{h-c}{h-c + \kappa/\lambda} \end{cases} \quad (4.87)$$

Ορίζεται η συνάρτηση:

$$r(x) = \alpha \frac{f(x)}{g(x)} \quad (4.88)$$

όπου  $\alpha$  μια σταθερή ποσότητα τέτοια ώστε  $\max[r(x)] = 1$ . Μετά από πράξεις προκύπτει:

$$r(x) = \begin{cases} e^{-\lambda(x-c)} & c \leq x \leq h \\ e^{-\lambda(x-c)} \left(\frac{x-c}{h-c}\right)^{\kappa-1} & x > h \end{cases} \quad (4.89)$$

Για απλούστευση, η παράμετρος  $h$  εξισώνεται με τη μέση τιμή του  $x$ , δηλαδή:

$$h = c + \kappa/\lambda \quad (4.90)$$

γ) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με  $\kappa > 30$

Στην περίπτωση αυτή η κατανομή προσεγγίζεται από την κανονική, με μέση τιμή  $\mu = \kappa/\lambda$  και τυπική απόκλιση  $\sigma = \sqrt{\kappa}/\lambda$ . Η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή γίνεται μέσω της σχέσης:

$$\underline{x} = \mu + \sigma 2\pi \underline{u}_1 \sqrt{-2 \ln \underline{u}_2} \quad (4.91)$$

όπου  $\underline{u}_1$  και  $\underline{u}_2$  διαδοχικοί όροι ακολουθίας αριθμών που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή.

#### 4.7.4 Προσαρμογή για παραγωγή αρνητικών ασυμμετριών

Η κατανομή γάμα, με παραμέτρους που ορίζονται με βάση τις σχέσεις (4.73), είναι πάντοτε θετικά ασύμμετρη. Στην περίπτωση που ο δειγματικός συντελεστής ασυμμετρίας  $\xi_x$  είναι αρνητικός, οι παράμετροι της κατανομής υπολογίζονται ως:

$$\kappa = -\frac{4}{\xi_x^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_x} \quad c = -\mu_x + \frac{\kappa}{\lambda} \quad (4.92)$$

Για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν αρνητικά ασύμμετρη κατανομή γάμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ίδιες γεννήτριες με προηγουμένως, θέτοντας  $\kappa = |\kappa|$  και αλλάζοντας το πρόσημο της τιμής του τελικού αποτελέσματος.

Σημειώνεται ότι αρνητικές ασυμμετρίες εμφανίζονται αρκετά συχνά στις τυχαίες μεταβλητές  $\underline{w}$  και  $\underline{v}$ , παρόλο που, κατά κανόνα, οι πρωτογενείς μεταβλητές που αναφέρονται σε υδρολογικές διεργασίες έχουν θετική ασυμμετρία.



## 5 Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ταχύτητας ανέμου

---

### 5.1 Συνοπτική περιγραφή του μοντέλου

Η ταχύτητα του ανέμου στην ωριαία χρονική κλίμακα που αποτελεί είσοδο του μοντέλου προσομοίωσης των ΑΠΕ, εμφανίζεται ως μεταβλητή μικτού τύπου, δεδομένης της ύπαρξης ομαδοποιημένων ή/και μεμονωμένων μηδενικών τιμών στις χρονοσειρές (διαλείπουσα φύση). Ταυτόχρονα, η εν λόγω μεταβλητή παρουσιάζει έντονη μεταβλητότητα τόσο σε επίπεδο ημέρας όσο και σε επίπεδο εποχής. Η στατιστική ανάλυση έδειξε ότι σε επίπεδο ημέρας, τις πρωινές και μεσημεριανές ώρες, κατά κανόνα, ο άνεμος πνέει πιο δυνατά σε σύγκριση με τις απογευματινές και βραδινές ώρες. Επιπλέον, τους καλοκαιρινούς και χειμερινούς μήνες καταγράφεται μεγαλύτερη ταχύτητα σε σχέση με τους μήνες των άλλων εποχών. Συνεπώς, η ωριαία ταχύτητα ανέμου εμφανίζει διπλή κυκλοστασιμότητα, καθώς τα στατιστικά του χαρακτηριστικά μεταβάλλονται ανάλογα με την ώρα της ημέρας και το μήνα.

Για την αναπαραγωγή των παραπάνω χαρακτηριστικών που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές του ανέμου στην ωριαία χρονική κλίμακα, η μεταβλητή αντιμετωπίστηκε ως *μικτού τύπου*. Συγκεκριμένα, η μεταβλητή διαχωρίστηκε στο διακριτό μέρος της, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις μηδενικές τιμές, και στο συνεχές μέρος της, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις θετικές τιμές της ταχύτητας. Στο προτεινόμενο σχήμα, τα δύο μέρη μοντελοποιήθηκαν ανεξάρτητα, ενώ η τελική σύζευξή τους οδηγεί στην παραγωγή διπλά κυκλοστάσιμων χρονοσειρών σε διακριτό χρόνο με διαλείπουσα φύση. Η προσομοίωση του συνεχούς μέρους της μεταβλητής (θετικές τιμές ταχύτητας) έγινε μέσω ενός διπλά κυκλοστάσιμου μοντέλου AR(1) με ασυμμετρία (βλ. ενότητα 5.2). Η παραγωγή του διακριτού μέρους έγινε μέσω αλυσίδων Markov πρώτης τάξης, οι οποίες παράγουν αλληλουχίες τιμών 0 και 1, σύμφωνα με κάποιες δεδομένες πιθανότητες μετάβασης. Η τιμή 0 αντιπροσωπεύει το γεγονός να μη φυσάει, ενώ η τιμή 1 το γεγονός να φυσάει τη δεδομένη ώρα της ημέρας. Λεπτομερής περιγραφή της διαδικασίας παραγωγής τέτοιων αλληλουχιών σε πολυμεταβλητό επίπεδο δίνεται στην ενότητα 5.3. Η τελική συνθετική χρονοσειρά ωριαίας ταχύτητας ανέμου προκύπτει μέσω πολλαπλασιασμού της χρονοσειράς από το μοντέλο AR(1) με την αλληλουχία διακριτών τιμών από την αλυσίδα Markov.

Το προτεινόμενο μοντέλο αποτελεί επέκταση της γενικευμένης μεθοδολογίας στοχαστικής προσομοίωσης της βροχόπτωσης που ανέπτυξε ο Papalexίου (2015a, b), ώστε να περιλαμβάνει διπλό κύκλο.

### 5.2 Το κυκλοστάσιμο μοντέλο με διατήρηση ασυμμετρίας CAR1

Η αναπαραγωγή των μη μηδενικών τιμών της ωριαίας ταχύτητας ανέμου γίνεται μέσω του κυκλοστάσιμου μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης CAR1 (cyclostationary autoregressive of order 1), με ταυτόχρονη διατήρηση της ασυμμετρίας. Το μοντέλο παράγει στοχαστικές ανεξίτητες, η κάθε τιμή των οποίων εξαρτάται γραμμικά από την προηγούμενη τιμή και περιγράφεται από την σχέση:

$$\underline{x}(t) = a(t) \underline{x}(t - 1) + \underline{w}(t) \quad (5.1)$$

όπου η  $\underline{x}(t)$  είναι μια κυκλοστάσιμη ανέλιξη σε διακριτό χρόνο, ενώ η ακολουθία των  $\underline{w}(t)$  αποτελεί λευκό θόρυβο σε διακριτό χρόνο.

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά του λευκού θορύβου, δηλαδή η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής ασυμμετρίας, υπολογίζονται από τις αντίστοιχες σχέσεις:

$$\mu_{\underline{w}}(t) = \mu_x(t) - a(t) \times \mu_x(t - 1) \quad (5.2)$$

$$\sigma_{\underline{w}}^2(t) = (1 - \rho_1(t)^2) \times \sigma_x(t)^2 \quad (5.3)$$

$$CS_{\underline{w}}(t) = \frac{CS_x(t) - \rho_1(t) \times CS_x(t - 1)}{(1 - \rho_1(t)^2)^{3/2}} \quad (5.4)$$

Ακόμη, η παράμετρος  $a(t)$ , που περιέχει την αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$a(t) = \frac{\sigma_{\underline{x}}(t)}{\sigma_x(t - 1)} \times \rho_1(t) \quad (5.5)$$

Τα παραπάνω μεγέθη υπολογίζονται με τη βοήθεια των στατιστικών χαρακτηριστικών του δείγματος. Όπως έχει αναφερθεί, το μοντέλο που αναπτύσσεται είναι διπλά κυκλοστάσιμο. Τα στατιστικά χαρακτηριστικά της ταχύτητας ανέμου μεταβάλλονται τόσο κατά τη διάρκεια των ωρών της ημέρας ( $h$ ), όσο και κατά τη διάρκεια των μηνών ( $m$ ). Κάθε χρονική στιγμή  $t$  αντιστοιχεί σε κάποια ώρα της ημέρας και κάποιο μήνα και σε κάποιο έτος. Επομένως, για τον υπολογισμό των παραπάνω μεγεθών χρειάζονται οι εξής πληροφορίες κάθε δείγματος:

- $\mu_x(t)$ , η μέση τιμή που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h$
- $\sigma_x^2(t)$ , η διασπορά που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h$
- $\sigma_x(t)$ , η τυπική απόκλιση που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h$
- $CS_x(t)$ , ο συντελεστής ασυμμετρίας που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h$
- $\rho_1(t)$ , ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h$
- $\mu_x(t - 1)$ , η μέση τιμή που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h - 1$
- $\sigma_x(t - 1)$ , η τυπική απόκλιση που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h - 1$
- $CS_x(t - 1)$ , ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης που αναφέρεται στο μήνα  $m$  και την ώρα  $h - 1$

Το μοντέλο λειτουργεί ως εξής: Δίνεται μία αρχική τυχαία τιμή για την ωριαία ταχύτητα του ανέμου, η οποία ακολουθεί την κατανομή του λευκού θορύβου και αντιστοιχεί στην πρώτη ώρα (00:00), του πρώτου μήνα (Ιανουαρίου), του πρώτου έτους. Οι επόμενες τιμές ακολουθούν τη σχέση (5.1). Η κάθε τιμή υπολογίζεται με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά της εκάστοτε ώρας της ημέρας για το μήνα Ιανουάριο. Την πρώτη ώρα (00:00) του επόμενου μήνα (Φεβρουαρίου), η τιμή της ωριαίας ταχύτητας υπολογίζεται με βάση τα χαρακτηριστικά του μήνα αυτού. Ακολουθούν οι υπόλοιποι μήνες, ο καθένας με τα δικά του στατιστικά χαρακτηριστικά. Τα επόμενα έτη, η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Επομένως, κάθε τιμή υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τα στατιστικά χαρακτηριστικά της δεδομένης ώρας και του μήνα.

Η ωριαία ταχύτητα του ανέμου εμφανίζει θετική ασυμμετρία, η οποία επίσης πρέπει να διατηρηθεί στη συνθετική χρονοσειρά που θα παραχθεί. Αυτό εξασφαλίζεται επιλέγοντας κατάλληλη κατανομή για την παραγωγή του λευκού θορύβου. Είναι απαραίτητο ο λευκός θόρυβος να ακολουθεί κατανομή τριών παραμέτρων. Με αυτό τον τρόπο, θα είναι εφικτή η διατήρηση της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης και της ασυμμετρίας των ιστορικών δεδομένων.

Επιλέχθηκε, ο λευκός θόρυβος να ακολουθεί τριπαραμετρική γάμα κατανομή ή αλλιώς κατανομή Pearson τύπου III. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής είναι:

$$f(x) = \frac{1}{b\Gamma(c)} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right) \quad (5.6)$$

Η κατανομή ορίζεται από τις τρεις παραμέτρους, που αντιστοιχούν τις παραμέτρους θέσης  $a$ , κλίμακας  $b > 0$  και σχήματος  $c > 0$ . Οι παράμετροι μπορούν να εκτιμηθούν αναλυτικά από τις παρακάτω εξισώσεις, εφόσον είναι γνωστά τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος:

$$a = \mu - cb \quad (5.7)$$

$$b = \frac{\sigma}{\sqrt{c}} \quad (5.8)$$

$$c = \frac{4}{CS^2} \quad (5.9)$$

όπου  $\mu$ ,  $\sigma$  και  $C_s$  είναι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής ασυμμετρίας του δείγματος. Στα παραπάνω μεγέθη θα αντικατασταθούν οι τιμές των χαρακτηριστικών του λευκού θορύβου  $\mu_w(t)$ ,  $\sigma_w(t)$ , και  $CS_w(t)$  αντίστοιχα. Επομένως, κάθε τιμή του λευκού θορύβου  $w(t)$  θα είναι τυχαία από την τριπαραμετρική γάμα κατανομή.

Ο λόγος που επιλέχθηκε η τριπαραμετρική γάμα κατανομή έναντι κάποιας άλλης τριών παραμέτρων που ορίζεται στο θετικό άξονα και θα ήταν θεωρητικά πιο συνεπής, είναι ότι η μέση τιμή του λευκού θορύβου  $\mu_w(t)$  στο κυκλοστάσιμο μοντέλο όπως αυτό ορίζεται με κυκλοστασιμότητα σε επίπεδο ώρας μπορεί να προκύψει αρνητική (εξ. (5.2)) και κατά συνέπεια απαιτείται μια κατανομή με δυνατότητα να λαμβάνει και αρνητική μέση τιμή.

### 5.3 Αλυσίδες Markov και πιθανότητες μετάβασης

Η παραγωγή του διακριτού μέρους της μεταβλητής βασίστηκε στις αλυσίδες Markov πρώτης τάξης. Η αλυσίδα Markov είναι ένα μαθηματικό σύστημα που μεταβάλλεται από μία κατάσταση σε μία άλλη, ανάμεσα σε ένα πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων. Είναι μία τυχαία διαδικασία που δε διατηρεί μνήμη για τις προηγούμενες μεταβολές. Η επόμενη κατάσταση εξαρτάται μόνο από την παρούσα κατάσταση, εφόσον αυτή είναι γνωστή και σε καμία περίπτωση από αυτές που προηγήθηκαν. Αυτό το συγκεκριμένο είδος αμνησίας ονομάζεται μαρκοβιανή ιδιότητα. Οι αλυσίδες Markov περιγράφονται πλήρως με τον ορισμό πιθανοτήτων μετάβασης από τη μία κατάσταση στις άλλες.

Μια αλυσίδα Markov πρώτης τάξης είναι μία ακολουθία τυχαίων μεταβλητών  $x_1, x_2, x_3 \dots$  με τη μαρκοβιανή ιδιότητα, δηλαδή με δεδομένη την παρούσα κατάσταση, οι παλαιότερες και οι μελλοντικές καταστάσεις είναι ανεξάρτητες. Η αλυσίδα ορίζεται με βάση τη σχέση:

$$P(x_{t+1} = x | x_1 = x_1, x_2 = x_2, \dots, x_t = x_t) = P(x_{t+1} = x | x_t = x_t) \quad (5.10)$$

Μπορεί να υπάρξει και μαρκοβιανή αλυσίδα  $m$  τάξης, όπου το  $m$  είναι πεπερασμένο και είναι μία διαδικασία που ικανοποιεί την παρακάτω σχέση:

$$P(x_t = x_t | x_{t-1} = x_{t-1}, x_{t-2} = x_{t-2}, \dots, x_1 = x_1) = P(x_t = x_t | x_{t-1} = x_{t-1}, x_{t-2} = x_{t-2}, \dots, x_{t-m} = x_{t-m}), \text{ για } n > m \quad (5.11)$$

Με άλλα λόγια, η μελλοντική κατάσταση εξαρτάται από τις προηγούμενες  $m$  καταστάσεις. Εν προκειμένω, παράγονται αλληλουχίες με τις διακριτές τιμές 0 και 1, όπου η τιμή 0 αντιπροσωπεύει την περίπτωση να μη φυσάει την ώρα  $t$ , ενώ η τιμή 1 την περίπτωση να φυσάει. Κάθε αλυσίδα Markov αποτελείται από 24 τιμές, όσες και οι ώρες της ημέρας. Κάθε

τιμή της αλυσίδας εξαρτάται αποκλειστικά από την προηγούμενη τιμή και καθορίζεται από τις πιθανότητες μετάβασης.

Για τη δημιουργία, λοιπόν, μίας αλυσίδας Markov απαιτείται γνώση των *πιθανοτήτων μετάβασης*. Εν προκειμένω, για τον ωριαίο άνεμο δημιουργείται ένας πίνακας πιθανοτήτων για κάθε ώρα της ημέρας και κάθε μήνα ( $24 \times 12 = 288$  πίνακες), που ορίζεται ως:

$$P_{ij} = \begin{matrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{matrix} \quad (5.12)$$

Η δημιουργία αυτού του πίνακα γίνεται για κάθε ώρα και μήνα, στον οποίο η πιθανότητα  $P_{00}$  εκφράζει την πιθανότητα να μη φυσάει κατά το τρέχον χρονικό βήμα (ώρα  $t$ ), δεδομένου ότι την προηγούμενη ώρα,  $t - 1$ , δε φυσούσε, η  $P_{01}$  την πιθανότητα την ώρα  $t$  να φυσάει, δεδομένου ότι την ώρα  $t - 1$  δε φυσούσε, η  $P_{10}$  την πιθανότητα την ώρα  $t$  να μη φυσάει, δεδομένου ότι την ώρα  $t-1$  φυσούσε και τέλος, η  $P_{11}$  την πιθανότητα την ώρα  $t$  να φυσάει, δεδομένου ότι την ώρα  $t - 1$  φυσούσε. Συνοπτικότερα, η πιθανότητα  $P_{ij}$  εκφράζεται ως εξής:

$$P_{ij} = P(x_t = j | x_{t-1} = i) \quad (5.13)$$

Στον πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης, κάθε γραμμή αποτελείται από συμπληρωματικές πιθανότητες. Στην πρώτη γραμμή, είναι δεδομένο ότι την ώρα  $t - 1$  δε φυσούσε. Επομένως, την ώρα  $t$  τα ενδεχόμενα είναι δύο: είτε να φυσάει, είτε να μη φυσάει και ισχύει  $P_{01} = 1 - P_{00}$ . Αντίστοιχα, στη δεύτερη γραμμή, όπου είναι δεδομένο ότι την προηγούμενη ώρα  $t - 1$  φυσούσε, ισχύει  $P_{11} = 1 - P_{10}$ .

Επομένως, για τη δημιουργία κάθε πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης αρκεί να υπολογιστούν οι πιθανότητες  $P_{00}$  και  $P_{10}$ , καθώς οι πιθανότητες  $P_{01}$  και  $P_{11}$  αποτελούν συμπλήρωμα των άλλων δύο αντίστοιχα. Ο υπολογισμός τους γίνεται ως εξής:

$$P_{00} = \frac{N_{00}}{N_{00} + N_{01}}, P_{10} = \frac{N_{10}}{N_{10} + N_{11}} \quad (5.14)$$

όπου  $N_{00}$  είναι ο αριθμός των διαδοχικών ζευγών τιμών της ωριαίας ταχύτητας του ανέμου όπου τις ώρες  $t$  και  $t - 1$  δε φύσηξε,  $N_{01}$  ο αριθμός των διαδοχικών ζευγών τιμών της ωριαίας ταχύτητας του ανέμου όπου την ώρα  $t$  φύσηξε και την ώρα  $t - 1$  δε φύσηξε,  $N_{10}$  ο αριθμός των διαδοχικών ζευγών τιμών της ωριαίας ταχύτητας του ανέμου όπου την ώρα  $t$  δε φύσηξε και την ώρα  $t - 1$  φύσηξε, και  $N_{11}$  ο αριθμός των διαδοχικών ζευγών τιμών της ωριαίας ταχύτητας του ανέμου όπου τις ώρες  $t$  και  $t - 1$  φύσηξε. Αν μία τουλάχιστον τιμή από το ζεύγος που εξετάζεται είναι κενή (not available), το ζεύγος αποκλείεται από την επεξεργασία.

Αφού υπολογιστούν όλοι οι πίνακες των πιθανοτήτων μετάβασης, μπορούν να παραχθούν οι αλυσίδες Markov, δηλαδή αλληλουχίες τιμών 0 (δε φυσάει) και 1 (φυσάει) που να αναπαράγουν τη δομή των δεδομένων μετρήσεων. Η παραγωγή των αλυσίδων Markov  $B(t)$  γίνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$B(t) = \begin{matrix} B(t - 1) = 0, if(\underline{u} < P_{00}, 0, 1) \\ B(t - 1) = 1, if(\underline{u} < P_{10}, 0, 1) \end{matrix} \quad (5.15)$$

Η μεταβλητή  $\underline{u}$  ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή και παίρνει τυχαίες τιμές μεταξύ του διαστήματος (0, 1). Εάν την ώρα  $t - 1$  δε φυσάει, δηλαδή  $B(t - 1) = 0$  και η τιμή που παίρνει η μεταβλητή  $\underline{u}$  είναι μικρότερη από την πιθανότητα  $P_{00}$ , τότε για την ώρα  $t$  ισχύει  $B(t) = 0$ , διαφορετικά  $B(t) = 1$ . Εάν την ώρα  $t - 1$  φυσάει, δηλαδή  $B(t - 1) = 1$  και η τιμή που παίρνει η μεταβλητή  $\underline{u}$  είναι μικρότερη από την πιθανότητα  $P_{10}$ , τότε για την ώρα  $t$  ισχύει  $B(t) = 0$ , διαφορετικά  $B(t) = 1$ .

## 6 Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ηλιακής ακτινοβολίας

---

### 6.1 Γενικά

Η μεταβλητότητα της ηλιακής ακτινοβολίας στο επίπεδο του εδάφους εξαρτάται από ένα μεγάλο αριθμό παραγόντων, από τους οποίους ξεχωρίζουν η θέση του ήλιου και η νεφοκάλυψη (Marquez and Coimbra, 2013). Οι διακυμάνσεις εξαιτίας της ηλιακής θέσης αποτελούν καθαρά αιτιοκρατικό φαινόμενο και μπορούν να μοντελοποιηθούν με αυτό τον τρόπο (βλ. εδάφιο 8.3.2), ενώ αντίθετα μεταβολή της νεφοκάλυψης αποτελεί μια στοχαστική διεργασία. Για τον λόγο αυτό η συνολική μοντελοποίηση της ηλιακής ακτινοβολίας στο επίπεδο του εδάφους εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την προγνωστική ικανότητα του στοχαστικού μοντέλου που χρησιμοποιείται (Rodriguez, 2010· Mills and Wiser, 2010· Hoff and Perez, 2010).

Επομένως, η σύνηθης πρακτική στη μοντελοποίηση της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια του εδάφους είναι ο συνδυασμός ενός αιτιοκρατικού και ενός στοχαστικού μοντέλου (Inmann *et al.*, 2013). Στην πρώτη περίπτωση έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς τα μοντέλα «καθαρού ουρανού» (Clear Sky), τα οποία βασίζονται πάνω σε ένα ή περισσότερα μοντέλα μεταφοράς ακτινοβολίας (Radiative Transfer Models). Ανάλογα με τον βαθμό πολυπλοκότητας τους, τα μοντέλα αυτά απαιτούν την εισαγωγή αντίστοιχου αριθμού τοπικών μετεωρολογικών και ατμοσφαιρικών μεταβλητών, όπως η σχετική υγρασία καθ' ύψος και η συγκέντρωση του όζοντος στην ατμόσφαιρα, σε συνδυασμό πάντα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της θέσης του ήλιου. Από συγκριτική διερεύνηση οκτώ τέτοιων μοντέλων προέκυψε ότι εξαιτίας της συνθετότητας του φαινομένου και της αβεβαιότητας στην μέτρηση των εν λόγω μεταβλητών, τα αιτιοκρατικά μοντέλα μπορούν να παρουσιάσουν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους (Ineichen, 2006).

Στο στοχαστικό πεδίο έχουν χρησιμοποιηθεί εκτενώς μοντέλα τύπου ARMA (auto-regressive moving average), τόσο σε συνδυασμό με μοντέλα καθαρού ουρανού όσο και αυτόνομα, μετά από απομάκρυνση των περιοδικοτήτων που παρουσιάζουν οι χρονοσειρές (Mustachi *et al.*, 1979· Boch *et al.*, 1981· Boileau, 1983· Benard *et al.*, 1985). Η σχετική χαμηλή αποτελεσματικότητα τους οφείλεται στη μεταβολή της δομής αυτοσυσχέτισης κατά τη διάρκεια του έτους, αφού η νεφοκάλυψη παρουσιάζει εντελώς διαφορετική συμπεριφορά μεταξύ των θερμών και των ψυχρών μηνών, όπως επίσης και οι υπόλοιπες μετεωρολογικές και ατμοσφαιρικές μεταβλητές. Αυτό οδήγησε και σε άλλες προσεγγίσεις, όπως νευρωνικά δίκτυα (Cao and Cao, 2005), μη στάσιμα μοντέλα ARIMA (auto-regressive integrated moving average· Kärner, 2009) και υβριδικά στοχαστικά-νευρωνικά μοντέλα (Ji and Chee, 2011).

### 6.2 Στοχαστικό μοντέλο ηλιακής ακτινοβολίας

Το στοχαστικό μοντέλο γέννησης χρονοσειρών ηλιακής ακτινοβολίας ωριαίας κλίμακας υλοποιεί μια μέθοδο *bootstrapping* (Efron, 1979). Η βασική ιδέα στηρίζεται στην τυχαία δειγματοληψία με αντικατάσταση τιμών της αρχικής χρονοσειράς, η οποία προέρχεται από δεδομένα μέτρησης για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, έτσι ώστε να δημιουργηθεί μια νέα χρονοσειρά με παρόμοια στατιστικά χαρακτηριστικά με την αρχική. Στην απλούστερη

μορφή της, η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για την εκτίμηση των στατιστικών χαρακτηριστικών ενός πληθυσμού.

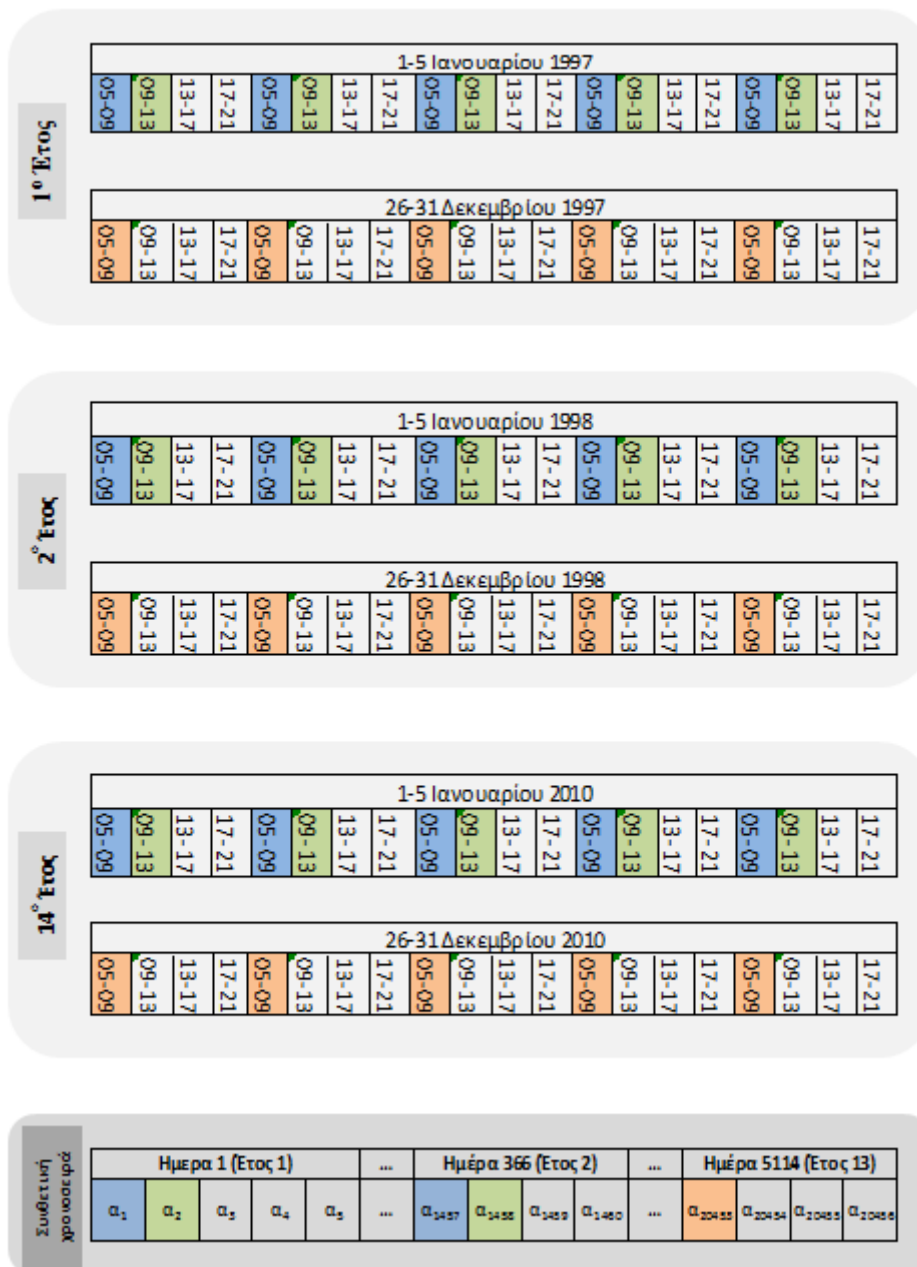
Για παράδειγμα, αν  $n$  το μέγεθος δείγματος ενός πληθυσμού, τότε ο υπολογισμός της μέσης τιμής του μπορεί να γίνει με ανακατασκευή του δείγματος από το αρχικό, επιλέγοντας τυχαία (με αντικατάσταση)  $n$  τιμές του για ένα μεγάλο αριθμό επαναλήψεων, π.χ. 1000. Αν το  $n$  είναι αρκετά μεγάλο, η πιθανότητα να είναι το ανακατασκευασμένο δείγμα ίδιο με το αρχικό τείνει στο μηδέν. Με τον τρόπο αυτό θα υπάρχουν 1000 εκτιμήσεις της μέσης τιμής που θα προκύπτουν από κάθε διαφορετικό δείγμα, κι έτσι μπορεί να προσδιοριστεί η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των στατιστικών χαρακτηριστικών μέσω των εμπειρικών κατανομών τους.

Είναι προφανές πως η παραπάνω μέθοδος μπορεί να διατηρεί τις πρώτες δύο ροπές του δείγματος, αλλά όχι τη δομή αυτοσυσχέτισης. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκε μια προσαρμογή της, στην οποία η δειγματοληψία δεν γίνεται για κάθε τιμή ξεχωριστά, αλλά για διατεταγμένα σύνολα τιμών. Λαμβάνοντας τα αποτελέσματα της Ενότητας Εργασίας 1 (Κουτσογιάννης κ.ά., 2015), επιλέχθηκε ο αριθμός των τεσσάρων τιμών (ωρών) για κάθε δειγματοληπτικό υποσύνολο.

Ένα άλλο ζήτημα που έπρεπε να αντιμετωπιστεί είναι η εποχικότητα που εμφανίζεται στη διακύμανση της ηλιακής ακτινοβολίας τόσο στην ημερήσια όσο και στην ετήσια κλίμακα. Η περιοδικότητα που βασίζεται σε καθαρά αιτιοκρατικά αίτια (περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονα της και γύρω από τον Ήλιο) θα μπορούσε να αφαιρεθεί μετά από προσαρμογή των αντίστοιχων εξισώσεων, όμως η μέθοδος bootstrap προσφέρει ένα γρηγορότερο και πιο άμεσο τρόπο. Η επιλογή της διατεταγμένης τετράδας γίνεται αφού το αρχικό δείγμα χωριστεί σε υποσύνολα τα οποία δεν παρουσιάζουν κάποιας μορφής εποχικότητα. Κάθε μέρα χωρίζεται σε τέσσερα τετράωρα ηλιοφάνειας (σύνολο 16 ώρες, από τις 05:00 μέχρι τις 21:00) και οι 365 ημέρες του έτους χωρίζονται σε 73 πενήμερα. Στη συνέχεια, η δειγματοληψία πραγματοποιείται από τα σύνολα που προκύπτουν για όλα τα διατεταγμένα τετράωρα που περιλαμβάνονται σε κάθε πενήμερο και τετράωρο του συνολικού δείγματος.

Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να παράξουμε μια συνθετική χρονοσειρά ωριαίας ηλιακής ακτινοβολίας 14 ετών και τα εμπειρικά δεδομένα αντιστοιχούν στην περίοδο 1997-2010 (Εικόνα 6.1). Η πρώτη τιμή,  $a_1$ , της συνθετικής χρονοσειράς επιλέγεται τυχαία από το υποσύνολο όλων των τετράωρων 05.00-09.00 μεταξύ 1 και 5 Ιανουαρίου 1997-2010 (γαλάζιο χρώμα). Η επόμενη,  $a_2$ , επιλέγεται από όλα τα τετράωρα 09.00-14.00 για το ίδιο πενήμερο (1-5 Ιανουαρίου), μέχρι και τις 5 Ιανουαρίου (πράσινο χρώμα). Στη συνέχεια, στις 6 Ιανουαρίου η τιμή επιλέγεται από το υποσύνολο όλων των τετράωρων 05:00-09:00 για το επόμενο πενήμερο, δηλαδή μεταξύ 6 και 10 Ιανουαρίου, και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να συμπληρωθεί το ημερολογιακό έτος. Έτσι, κάθε ένα από τα  $365/5 = 73$  υποσύνολα από τα οποία θα γίνεται η τυχαία δειγματοληψία με αντικατάσταση, θα αποτελείται από  $5 \times 14 = 70$  τιμές (τετράωρα). Κάθε τέσσερα έτη η τελευταία μέρα προστίθεται δύο φορές για λόγους πληρότητας, με την παραδοχή ότι η συμπλήρωση μίας μέρας με αυτόν τρόπο δεν επηρεάζει ουσιαστικά τα στατιστικά χαρακτηριστικά της συνθετικής χρονοσειράς.

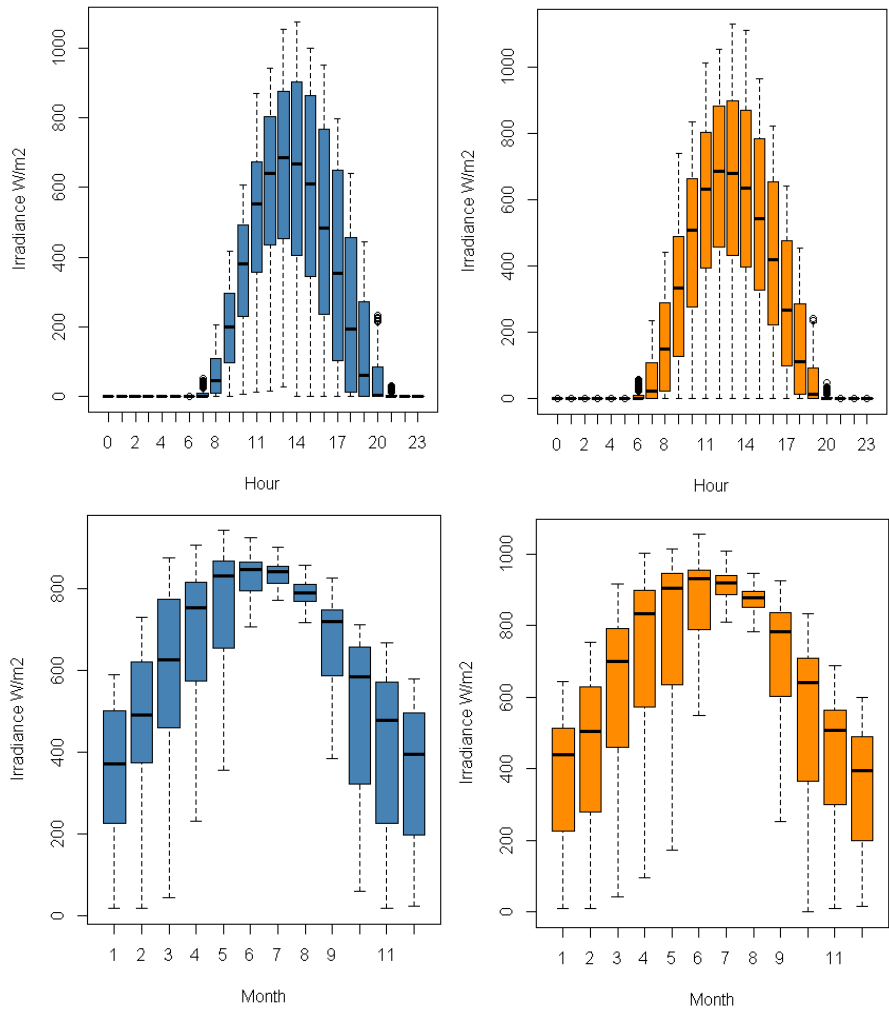
Στην περίπτωση που δεν υπάρχουν δεδομένα στην περιοχή μελέτης τότε μπορεί να γίνει προσαρμογή με χρήση γραμμικής αναγωγής, σύμφωνα με τη μέθοδο των Koutsoyiannis and Manetas (1996), η οποία εφαρμόζεται και στο στοχαστικό μοντέλο των υδρομετεωρολογικών διεργασιών εισόδου του υδροενεργειακού συστήματος (βλ. 4.4.4). Σημειώνεται επίσης ότι η συγκεκριμένη μεθοδολογική προσέγγιση έχει το πλεονέκτημα πως δεν απαιτείται περαιτέρω προσαρμογή σχετικά με τις ώρες δυνητικής ηλιοφάνειας ανά ημέρα, εξαιτίας της ημερολογιακής μεταβολής των ωρών ανατολής και δύσης του ήλιου.



Εικόνα 6.1: Παράδειγμα μεθοδολογίας bootstrapping με δεδομένα ωριαίας ηλιακής ακτινοβολίας για των ετών 1997-2010.

### 6.3 Υπολογιστική υλοποίηση

Το στοχαστικό μοντέλο που αναπτύχθηκε υλοποιήθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού και στατιστικής ανάλυσης R, και ελέγχθηκε για τα δεδομένα του μετρητικού δικτύου του Υδρολογικού Παρατηρητηρίου Αθηνών (<http://hoa.ntua.gr/>) των ετών 2005-2015, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν και στη θεωρητική αναλύσεις της Ενότητας Εργασίας 1, με εξαιρετικά αποτελέσματα (Κουτσογιάννης κ.ά., 2015). Στην Εικόνα 6.2 παρουσιάζεται, ενδεικτικά, η σύγκριση των στατιστικών χαρακτηριστικών της συνθετικής χρονοσειράς δέκα ετών (γαλάζιο) στον σταθμό Μενιδίου με την εμπειρική (πορτοκαλί). Η ομοιότητα είναι προφανής, ενώ αξίζει επίσης να σημειωθεί πως οι σχετικές διαφορές τόσο στη μέση τιμή όσο και στην τυπική απόκλιση ανά μήνα είναι μικρότερες από 5%.



Εικόνα 6.2: Σύγκριση ηλιακής ακτινοβολίας ανά ώρα (πάνω σειρά) και ανά μήνα για τις 12:00 μμ, οπότε ο ήλιος βρίσκεται στο ζενίθ.



## 7 Στοχαστικό μοντέλο γέννησης ωριαίων χρονοσειρών ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας

---

### 7.1 Εισαγωγή

Η πρόβλεψη της ενέργειας μπορεί να ταξινομηθεί σε πολλές ξεχωριστές κατηγορίες, όπως πρόβλεψη σε κοντινό χρονικό ορίζοντα, σε μακρινό χρονικό ορίζοντα, στον χώρο, πρόβλεψη της τιμής, πρόβλεψη ζήτησης-ανταπόκρισης, και πρόβλεψη της παραγωγής ανανεώσιμης ενέργειας (Hong, 2014). Αναφέρουμε εδώ τους Ramanathan *et al.* (1997), Taylor *et al.* (2006), και Fan and Hyndman (2012) που έχουν ασχοληθεί με την πρόβλεψη της ζήτησης ενέργειας σε κοντινό χρονικό ορίζοντα, τους Hyndman and Fan (2010) σε μακρινό χρονικό ορίζοντα, τον Weron (2014) που έχει ασχοληθεί με πρόβλεψη της τιμής της ενέργειας, τους Bacher *et al.* (2009), Lorenz *et al.* (2011), Pinson (2013), και Zhang *et al.* (2014), που έχουν ασχοληθεί με την πρόβλεψη της ανανεώσιμης ενέργειας.

Οι Hahn *et al.* (2009) και οι Suganthi and Samuel (2012) παρουσιάζουν τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση των προβλέψεων. Συχνά τα διάφορα μοντέλα συγκρίνονται μεταξύ τους (π.χ., Tso and Yau, 2007) ή πραγματοποιούνται διαγωνισμοί πρόβλεψης, στους οποίους διαγωνίζονται διάφορα μοντέλα (π.χ., Hong *et al.*, 2014) και παρουσιάζονται καινούριες μέθοδοι (π.χ., Chen *et al.*, 2004· Taieb and Hyndman, 2014).

Για την πρόβλεψη της ζήτησης ενέργειας οι Hyndman and Fan (2010), Fan and Hyndman (2012) και Hyndman and Fan (2015) έχουν αναπτύξει ένα μοντέλο, στο οποίο η πρόβλεψη εξαρτάται από τα ιστορικά δεδομένα ζήτησης ενέργειας, πληροφορίες του καιρού (π.χ. Taylor and Buizza, 2003· Gneiting and Katzfuss, 2014) και ετήσια οικονομικά και δημογραφικά δεδομένα και μελλοντικά σενάρια. Για την μοντελοποίηση όλων των δεδομένων χρησιμοποιούνται διαφορετικές στατιστικές τεχνικές, όπως μετασχηματισμοί μεταβλητών (Box and Cox, 1964), μέθοδοι bootstrap για χρονοσειρές (Politis, 2013), μέθοδοι boosting (Bühlmann and Hothorn, 2007), κλπ.

### 7.2 Μεθοδολογία και δεδομένα

#### 7.2.1 Γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο

Λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος, η στοχαστική προσομοίωση της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας σε ωριαία κλίμακα αντιμετωπίζεται ως ad hoc πρόβλημα, που αφορά στην συγκεκριμένη περιοχή μελέτης, δηλαδή το Υδατικό Διαμέρισμα Θεσσαλίας. Για πρακτικούς λόγους, αυτό θεωρείται ότι ταυτίζεται με την Περιφέρεια Θεσσαλίας. Αν και κάποιες πτυχές της μεθοδολογίας μπορούν να γενικευτούν, η υπολογιστική διαδικασία είναι άμεσα εξαρτώμενη από τα διαθέσιμα δεδομένα.

Κατά την προσομοίωση διαχωρίζεται η ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας για γεωργική χρήση από την συνολική ενεργειακή ζήτηση. Σε πρώτη φάση, η ανάλυση πραγματοποιείται στην ημερήσια κλίμακα. Για την προσομοίωση λαμβάνονται υπόψη οικονομικά και κλιματικά δεδομένα και οι περιοδικότητες των χρονοσειρών και χρησιμοποιούμε τις χρονοσειρές που προκύπτουν μετά την αφαίρεση των περιοδικοτήτων. Στην συνέχεια, οι χρονοσειρές προσομοιώνονται χρησιμοποιώντας μεθόδους bootstrap, όπου χρησιμοποιούμε τμήματα

τυχαίου μήκους παραγόμενα από μια γεωμετρική κατανομή. Στις συνθετικές χρονοσειρές προσθέτουμε τις περιοδικότητες που έχουν αφαιρεθεί. Τέλος αποσυνθέτουμε τις συνθετικές χρονοσειρές οι οποίες είναι σε ημερήσια κλίμακα, σε ωριαία κλίμακα.

## 7.2.2 Δεδομένα

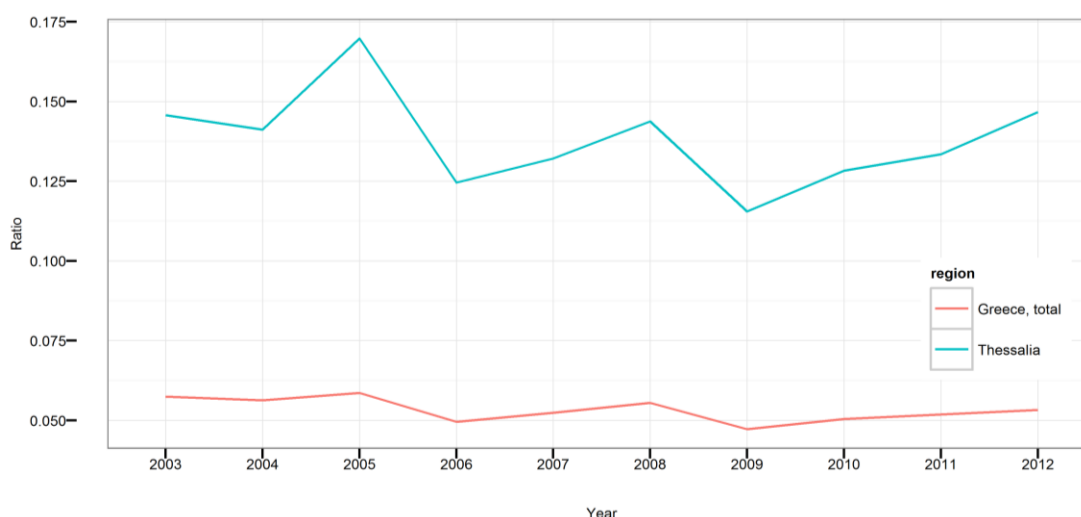
Χρησιμοποιούνται δεδομένα ωριαίας ζήτησης ισχύος και η κατανομή της ζήτησης για διάφορες χρήσεις (οικιακή, βιομηχανική, δημόσια, κτλ.) σε ετήσια κλίμακα. Τα δεδομένα ωριαίας ζήτησης ενέργειας μετασχηματίζονται σε ημερήσια ζήτηση ενέργειας. Στην συνέχεια αφαιρείται η ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση. Ωστόσο, η συνολική ζήτηση ενέργειας είναι σε ημερήσια κλίμακα, ενώ οι δείκτες που θα χρησιμοποιήσουμε για την αναγωγή δίνονται σε ετήσια.

Πίνακας 7.1: Κατανομή ζήτησης νερού για γεωργική χρήση.

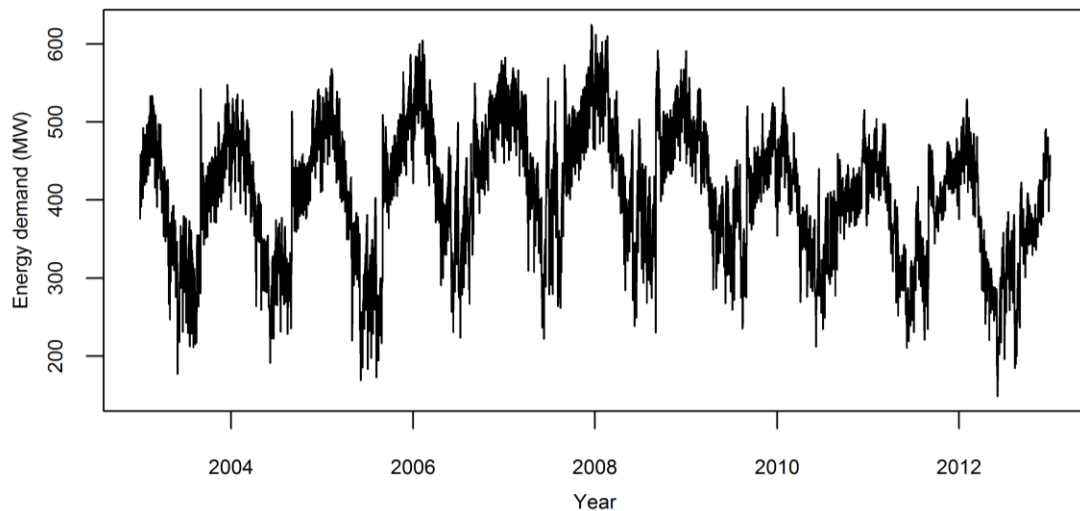
Μήνας	Απρίλιος	Μάιος	Ιούνιος	Ιούλιος	Αύγουστος	Σεπτέμβριος
Λόγος	0.050	0.110	0.236	0.302	0.264	0.038

Η Εικόνα 7.1 απεικονίζει τη ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία και την Ελλάδα. Για την μηνιαία κατανομή της ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση γίνεται η υπόθεση ότι είναι ευθέως ανάλογη της ζήτησης νερού, για την οποία εφαρμόζονται τα τυπικά ποσοστά του Πίνακα 7.1. Τα ποσοστά αυτά έχουν προκύψει από εκτιμήσεις που έγιναν στα πλαίσια μελετών διαχείρισης των υδροσυστημάτων της περιοχής, και ειδικότερα στη Μελέτη Περιβαλλοντικών επιπτώσεων των έργων εκτροπής του Αχελώου.

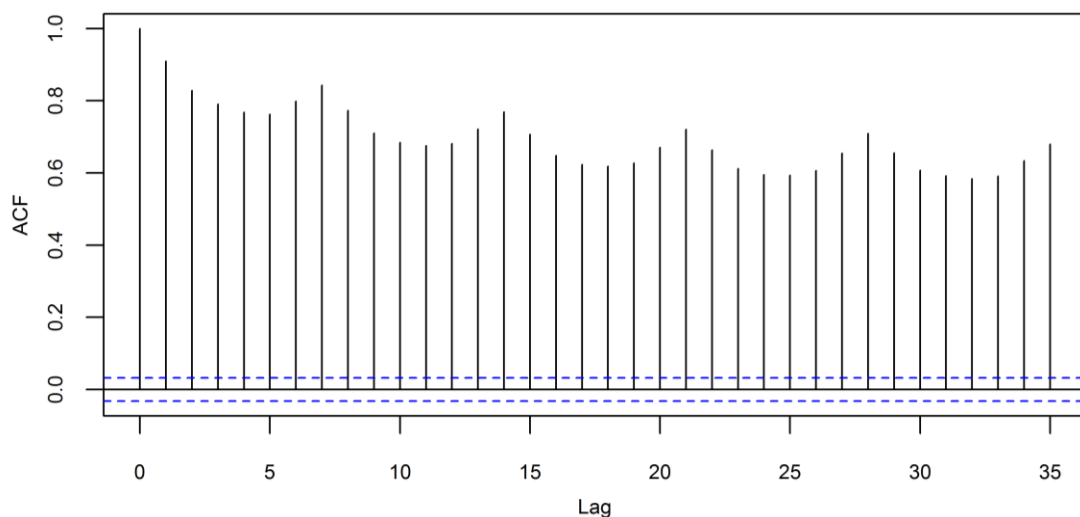
Αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση, προκύπτουν η Εικόνα 7.2 και η Εικόνα 7.3 για την ζήτηση ενέργειας στην Θεσσαλία. Η διαδικασία της αφαίρεσης της ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση γίνεται με την χρήση γραμμικών μετασχηματισμών όπου χρησιμοποιούνται οι δείκτες που φαίνονται στην Εικόνα 7.1 και τον Πίνακα 7.1. Στην Εικόνα 7.3 παρατηρούμε μεγάλες αυτοσυσχετίσεις μεταξύ μεταβλητών που απέχουν 7 ημέρες ή ακέραια πολλαπλάσια της ποσότητας των 7 ημερών.



Εικόνα 7.1. Λόγος ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση προς την συνολική ζήτηση ενέργειας για την Θεσσαλία και την Ελλάδα.



Εικόνα 7.2. Συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα.



Εικόνα 7.3. Εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης για την συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση σε ημερήσια κλίμακα για την Θεσσαλία από δεδομένα της χρονικής περιόδου 2003-2012.

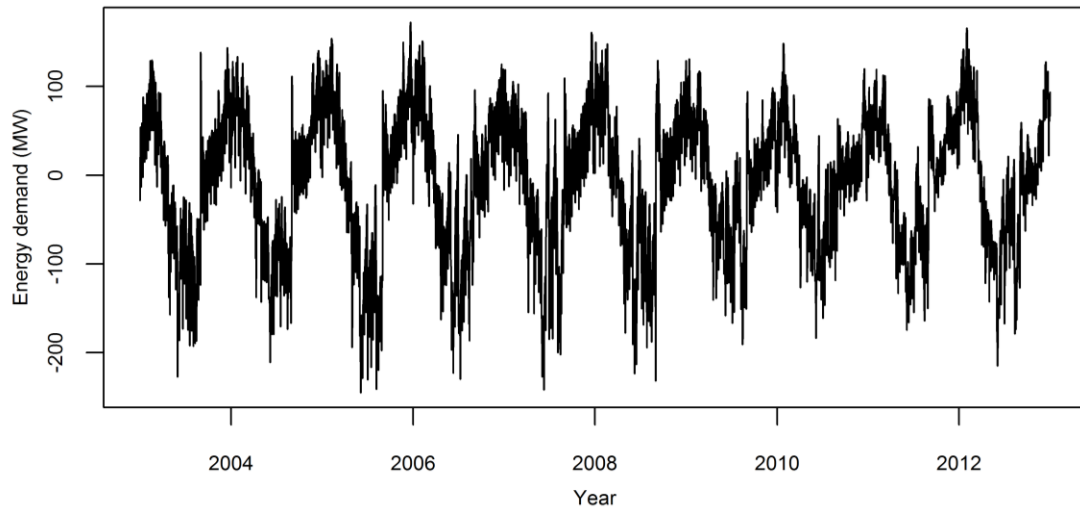
## 7.3 Εφαρμογή μεθοδολογία προσομοίωσης στην περιοχή μελέτης

### 7.3.1 Προσομοίωση ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας

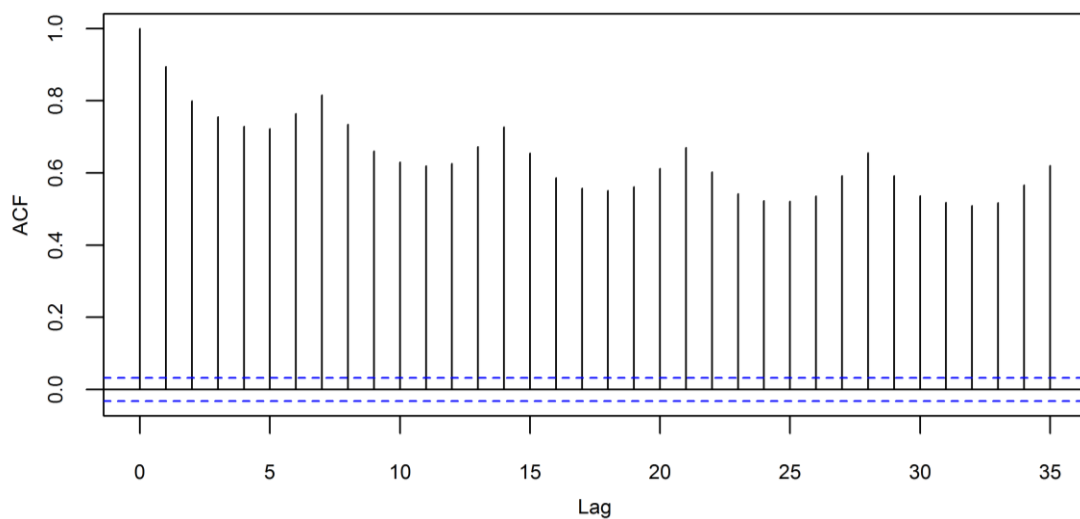
Για την προσομοίωση της ενέργειας στην Θεσσαλία χρησιμοποιούμε την ίδια μεθοδολογία. Αφαιρούμε τους ετήσιους μέσους (Εικόνα 7.4 και Εικόνα 7.5), την μηνιαία περιοδικότητα (Εικόνα 7.6 και Εικόνα 7.7) και την εβδομαδιαία περιοδικότητα (Εικόνα 7.8 και Εικόνα 7.9).

Χρησιμοποιώντας την χρονοσειρά που φαίνεται στην Εικόνα 7.8, παράγουμε μια συνθετική χρονοσειρά μήκους 500 ετών. Για την προσομοίωση χρησιμοποιούμε την συνάρτηση `tsboot` του λογισμικού R (Davison and Hinkley, 1997· Canty and Ripley, 2015), ενώ παράγουμε τμήματα τυχαίου μήκους από μια γεωμετρική κατανομή. Επιπλέον υπολογίζουμε το βέλτιστο μήκος αυτών των τμημάτων με την συνάρτηση `b.star` του λογισμικού R (Hayfield and Racine, 2008). Στην συνέχεια προστίθενται οι διάφορες περιοδικότητες.

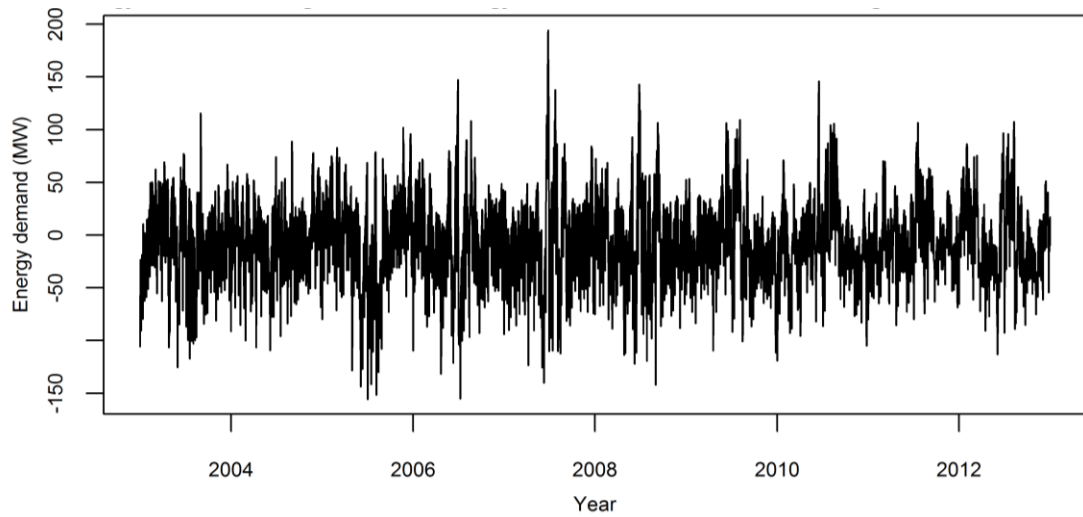
Η χρονοσειρά που προκύπτει μετά την προσομοίωση παρουσιάζεται στο Εικόνα 7.10 και η εκτίμηση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης στο Εικόνα 7.11. Στο Εικόνα 7.12 παρουσιάζεται η συνθετική χρονοσειρά ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας σε ωριαία κλίμακα. Η χρονοσειρά αυτή προέκυψε μετά από αποσύνθεση της χρονοσειράς ζήτησης σε ημερήσια κλίμακα με μέθοδο που παρουσιάζεται στο υποστηρικτικό υλικό.



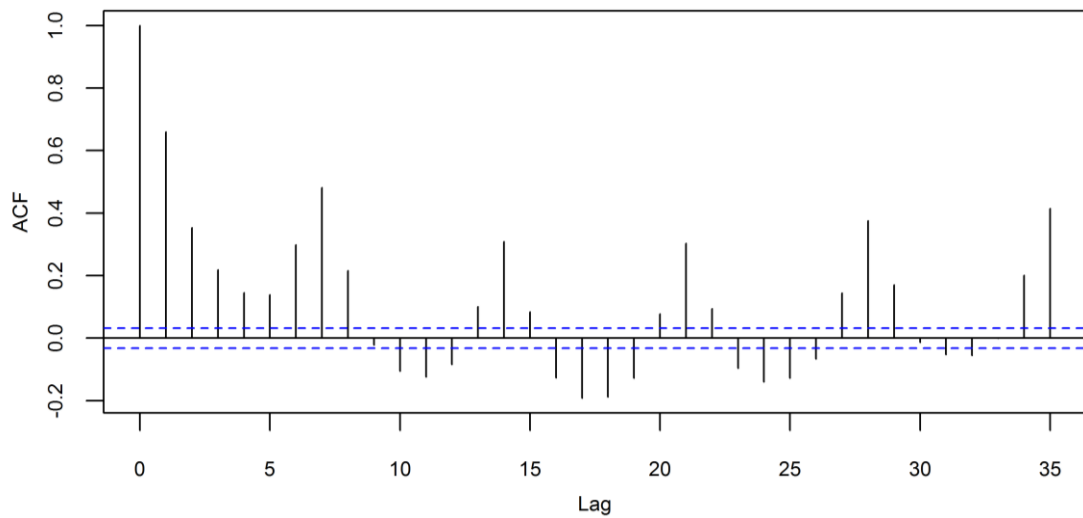
Εικόνα 7.4. Συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων.



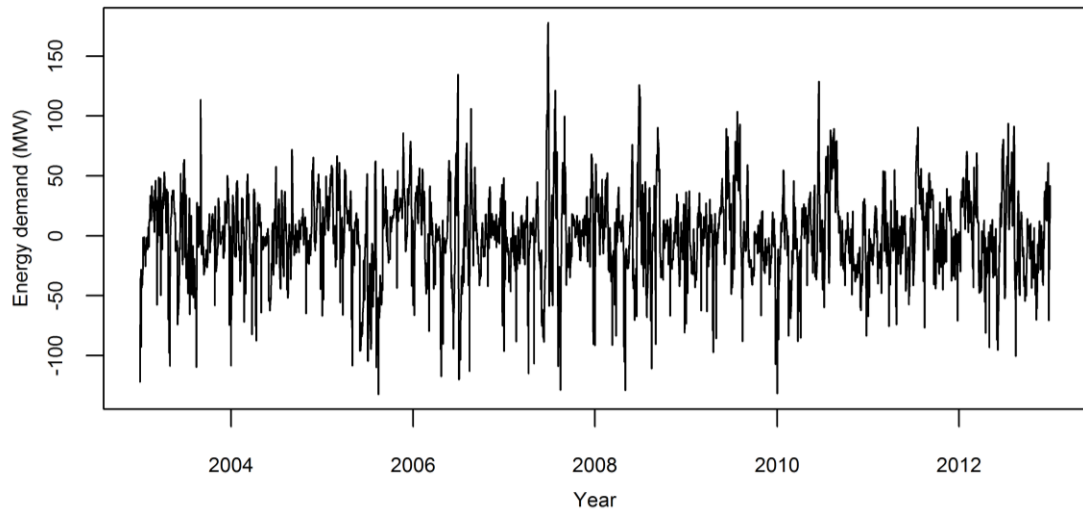
Εικόνα 7.5. Εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης για την συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων, για την Θεσσαλία από δεδομένα της χρονικής περιόδου 2003-2012.



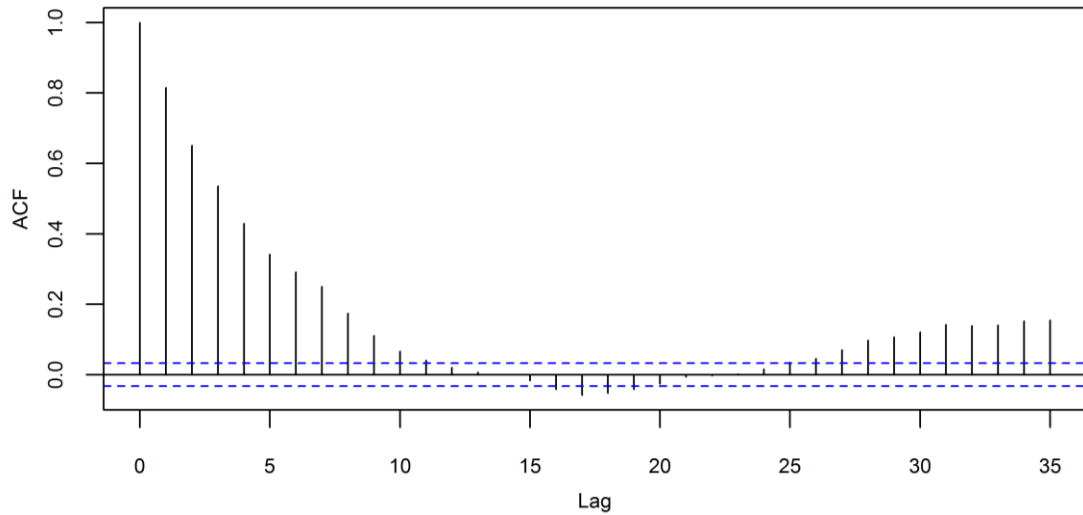
Εικόνα 7.6. Συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων και της μηνιαίας περιοδικότητας.



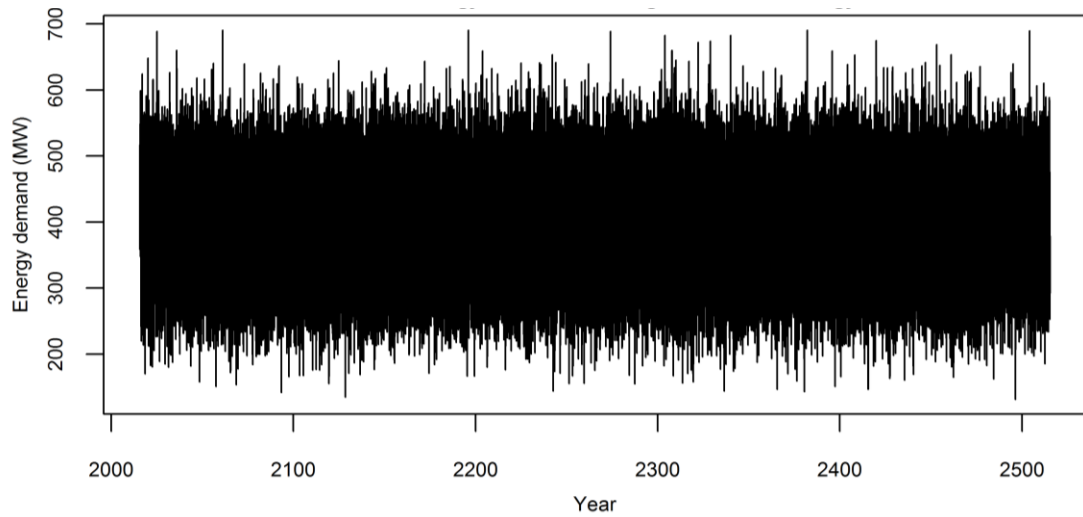
Εικόνα 7.7. Εκτίμηση αυτοσυσχέτισης συνολικής ζήτησης ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων και της μηνιαίας περιοδικότητας, για την Θεσσαλία από δεδομένα της χρονικής περιόδου 2003-2012.



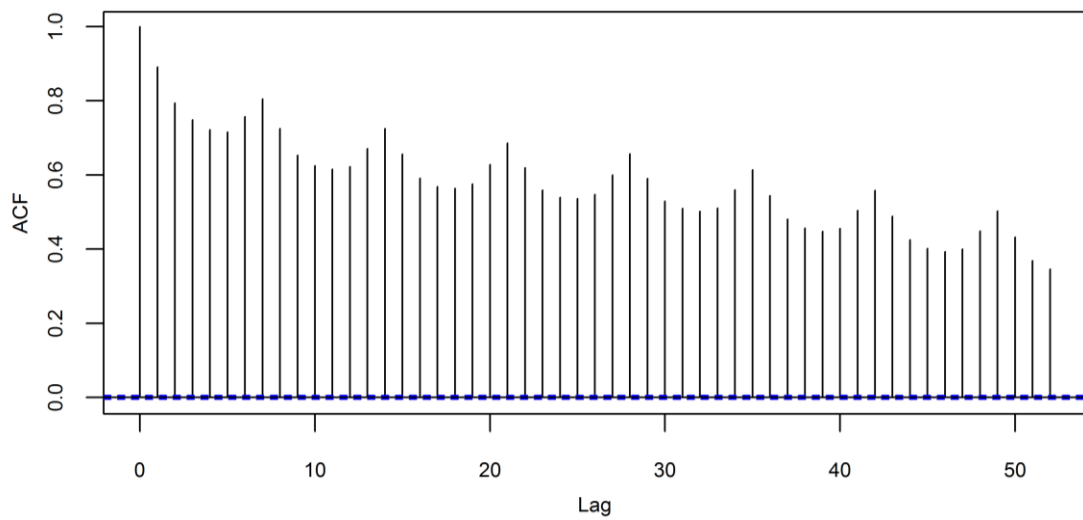
Εικόνα 7.8. Συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων, της μηνιαίας και της εβδομαδιαίας περιοδικότητας.



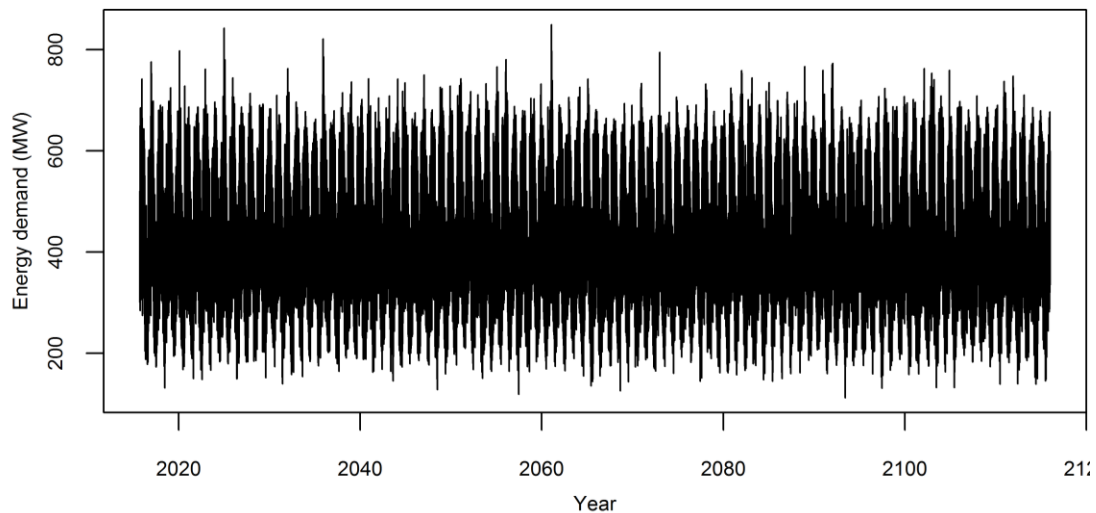
Εικόνα 7.9. Εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης για την συνολική ζήτηση ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση σε ημερήσια κλίμακα, μετά την αφαίρεση των ετήσιων μέσων, της μηνιαίας και της εβδομαδιαίας περιοδικότητας, για την Θεσσαλία από δεδομένα της χρονικής περιόδου 2003-2012.



Εικόνα 7.10. Συνθετική χρονοσειρά συνολικής ζήτησης ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα.



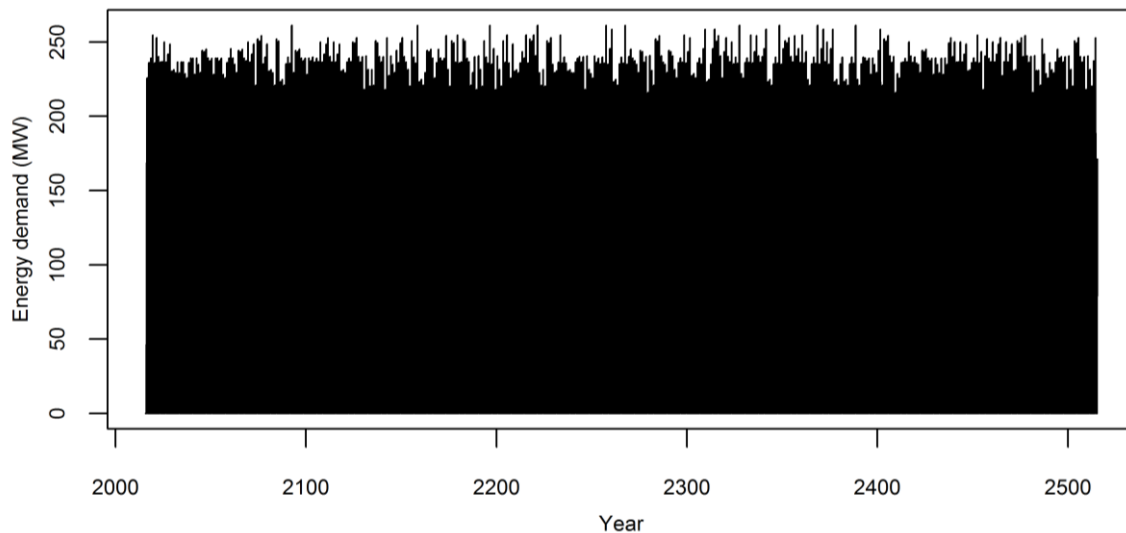
Εικόνα 7.11. Εκτίμηση της αυτοσυσχέτισης για την συνθετική χρονοσειρά της συνολικής ζήτησης ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση σε ημερήσια κλίμακα, για την Θεσσαλία.



Εικόνα 7.12. Συνθετική χρονοσειρά συνολικής ζήτησης ενέργειας αφαιρώντας την ζήτηση ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ωριαία κλίμακα.

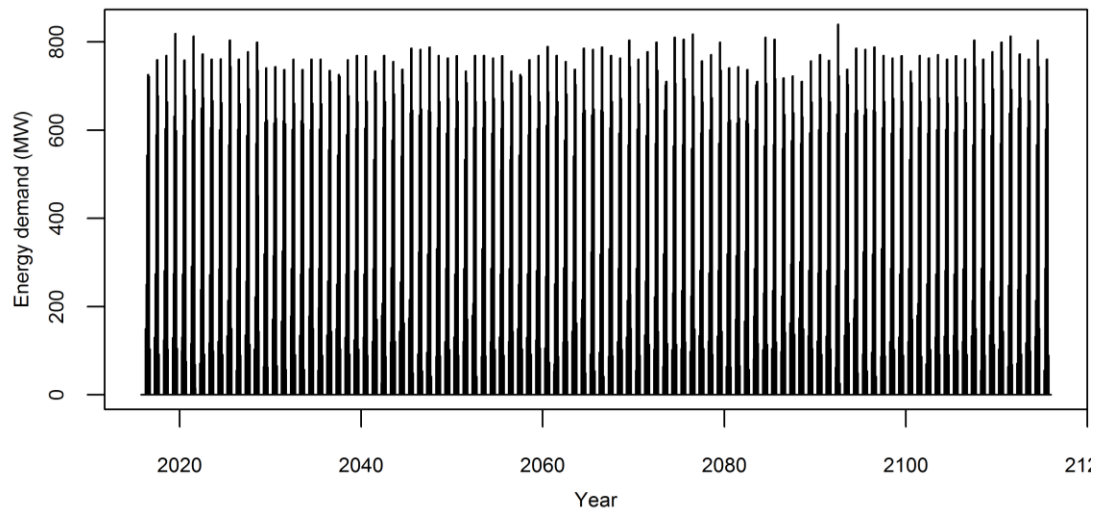
### 7.3.2 Προσομοίωση ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση

Για την προσομοίωση της ζήτησης ενέργειας για αγροτική χρήση χρησιμοποιήσαμε την ίδια μεθοδολογία με την διαφορά ότι πρώτα αφαιρέθηκαν οι μήνες με μηδενική ζήτηση ενέργειας, και ότι δεν πραγματοποιήθηκε αφαίρεση της εβδομαδιαίας περιοδικότητας διότι η ζήτηση θεωρήθηκε σταθερή στον μήνα. Η συνθετική χρονοσειρά παρουσιάζεται στο Εικόνα 7.13. Στο Εικόνα 7.14 παρουσιάζεται η συνθετική χρονοσειρά ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας σε ωριαία κλίμακα. Η χρονοσειρά αυτή προέκυψε μετά από αποσύνθεση της χρονοσειράς ζήτησης σε ημερήσια κλίμακα, με την χρήση του Table 64 των Funk and DeOreo (2011).



Εικόνα 7.13. Συνθετική χρονοσειρά ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ημερήσια κλίμακα.





Εικόνα 7.14. Συνθετική χρονοσειρά ζήτησης ενέργειας για γεωργική χρήση στην Θεσσαλία σε ωριαία κλίμακα.

## 8 Μοντέλο ωριαίας λειτουργίας υποσυστήματος ανανεώσιμων πηγών ενέργειας

---

### 8.1 Επίπεδα ανάλυσης υποσυστήματος ΑΠΕ

Το υποσύστημα ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, σύμφωνα με το γενικό πλαίσιο του εδαφίου 3.4.3, περιλαμβάνει τρεις συνιστώσες:

- τις μονάδες παραγωγής αιολικής ενέργειας·
- τις μονάδες παραγωγής φωτοβολταϊκής ενέργειας·
- την ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας της περιοχής μελέτης.

Η προσομοίωση του συστήματος γίνεται σε δύο επίπεδα:

Στο πρώτο, λεπτομερές, επίπεδο ανάλυσης, αναπαρίσταται η ωριαία λειτουργία των αιολικών και φωτοβολταϊκών μονάδων, λαμβάνοντας υπόψη τα τεχνικά χαρακτηριστικά τους και την χωρική κατανομή τους. Στη γενική περίπτωση, θεωρείται ένα πλήθος μονάδων παραγωγής που αναπτύσσονται σε διάφορες θέσεις μιας περιοχής μελέτης, όπου κάθε θέση δέχεται μια διαφορετική εισροή ενέργειας. Ως εισροή ενέργειας νοείται η μετεωρολογική μεταβλητή εισόδου, δηλαδή η ωριαία χρονοσειρά ταχύτητας ανέμου, σε κάθε θέση ανάπτυξης αιολικών μονάδων, και η εισερχόμενη ηλιακή ακτινοβολία, σε κάθε θέση ανάπτυξης φωτοβολταϊκών μονάδων. Οι παραπάνω διεργασίες είναι, προφανώς, χωρικά συσχετισμένες, και παράγονται από κατάλληλο (πολυμεταβλητό) στοχαστικό μοντέλο (βλ. Κεφάλαια 6 και 7).

Στο δεύτερο, μακροσκοπικό, επίπεδο ανάλυσης, δεν ενδιαφέρει η χωρική ανάπτυξη των έργων παραγωγής ενέργειας ούτε η τοπολογία του δικτύου μεταφοράς του ηλεκτρικού ρεύματος, καθώς θεωρείται η συνολική παραγωγή ενέργειας από το σύνολο των ΑΠΕ, η οποία εισάγεται στον κεντρικό κόμβο ελέγχου. Στον ίδιο κόμβο συγκεντρώνεται η συνολική ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας της περιοχής μελέτης, που αφορά σε οικιακές, βιομηχανικές, δημοτικές και γεωργικές χρήσεις. Τονίζεται ότι στις γεωργικές χρήσεις δεν περιλαμβάνονται όσες σχετίζονται με το σύστημα υδατικών πόρων της περιοχής μελέτης (καταναλώσεις αντλιών, γεωτρήσεων και αντλιοστροβίλων), καθώς αυτή εκτιμάται ξεχωριστά, από το μοντέλο ημερήσιας προσομοίωσης του εν λόγω συστήματος (βλ. Κεφάλαιο 9).

### 8.2 Προσομοίωση λειτουργίας μονάδων παραγωγής αιολικής ενέργειας

#### 8.2.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη αιολικών μηχανών

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη και ιδιότητες μιας αιολικής μηχανής είναι:

- Διάμετρος πτερωτής,  $D$ : Μια τυπική μηχανή ισχύος 1 MW έχει διάμετρο πτερωτής 55 m.
- Ύψος τοποθέτησης,  $H$ : Συνήθως λαμβάνεται  $1 < H/D < 2$ .
- Πλήθος πτερυγίων: Έχουν επικρατήσει οι αιολικές μηχανές με τρία πτερύγια, καθώς με λιγότερα πτερύγια απαιτείται μεγαλύτερη ταχύτητα περιστροφής για το ίδιο ενεργειακό αποτέλεσμα, που συνεπάγεται περισσότερο θόρυβο και φθορές, με μόνο πλεονέκτημα το μικρότερο κόστος.
- Είδος πτερυγίων (πάχος, υλικό): Οι πολύ συμπαγείς πτερωτές (πολλά ή φαρδιά πτερύγια) ξεκινάνε τη λειτουργία τους με μικρές ταχύτητες ανέμου, αλλά πρέπει να βγαίνουν εκτός

λειτουργίας στις μεγάλες ταχύτητες. Τυπικό παράδειγμα αποτελούν οι αμερικανικοί του 18ου αιώνα, που αντλούσαν σταθερά μικρή ποσότητα νερού όλο το χρόνο.

- Ονομαστική ταχύτητα περιστροφής: Συνδέεται με παράγοντες όπως η συχνότητα του ηλεκτρικού δικτύου και η αντοχή των πτερυγίων σε φυγόκεντρες τάσεις.
- Συντελεστής ισχύος,  $C$ : Υπολογίζεται από το πηλίκο της παραγόμενης ηλεκτρικής ισχύος προς την εισερχόμενη ενέργεια του αέρα. Ουσιαστικά είναι ο αεροδυναμικός βαθμός απόδοσης της πτερωτής και έχει θεωρητικό άνω όριο την τιμή  $16/27 = 0.593$  (όριο Betz). Πρακτικά, στην περίπτωση καλού σχεδιασμού, ο συντελεστής κυμαίνεται στο 0.35.
- Ονομαστική ισχύς: Η μέγιστη ισχύς που μπορεί να παραγάγει η ανεμογεννήτρια

Η *θεωρητική ισχύς* που αποδίδει μια αιολική μηχανή, επιφάνειας αναφοράς  $A$ , όταν πνέει άνεμος ταχύτητας  $u$ , είναι:

$$I_0 = \frac{E}{t} = \frac{m u^2}{2t} = \frac{\rho L A u^2}{2t} = \frac{\rho A u^3}{2} \quad (8.1)$$

όπου  $E$  η κινητική ενέργεια του ανέμου,  $t$  ο χρόνος,  $m$  η μάζα του αέρα,  $\rho$  η πυκνότητα του αέρα (τυπική τιμή  $1.225 \text{ kg/m}^3$ ), και  $L$  η διαδρομή του ανέμου στον χρόνο  $t$ .

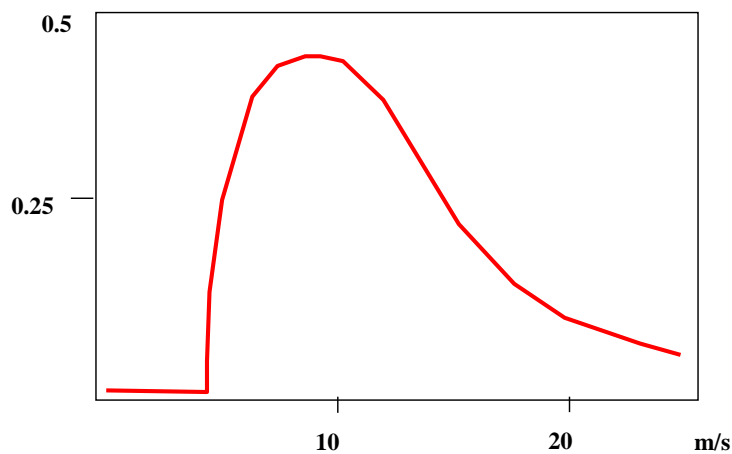
Η *ονομαστική ισχύς* της ανεμογεννήτριας δίνεται από τη σχέση:

$$I = C \eta_M \eta_E \frac{\rho A u^3}{2} \quad (8.2)$$

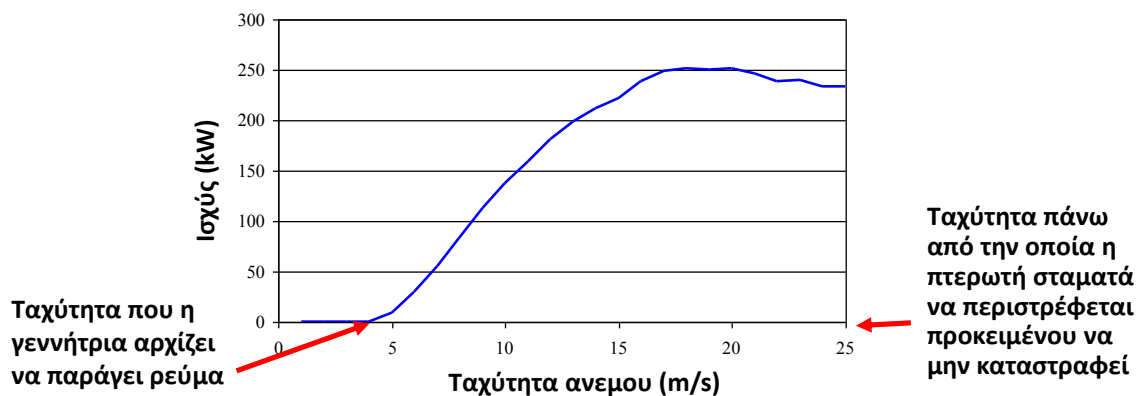
όπου  $C$  ο συντελεστής ισχύος, που όπως αναφέρθηκε παραπάνω εκφράζει τον αεροδυναμικό βαθμό απόδοσης,  $\eta_M$  ο βαθμός απόδοσης μηχανικού συστήματος, και  $\eta_E$  ο βαθμός απόδοσης της ηλεκτρομηχανικής μετατροπής.

Ο *συντελεστής ισχύος* μιας ανεμογεννήτριας με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (γεωμετρία, κτλ.) είναι μη γραμμική συνάρτηση της ταχύτητας ανέμου. Όπως φαίνεται στο παράδειγμα της Εικόνας 8.1, ο συντελεστής είναι μηδενικός, μέχρι κάποιο κατώφλι, στη συνέχεια είναι αύξουσα συνάρτηση της ταχύτητας, και λαμβάνει μια μέγιστη τιμή (όχι μεγαλύτερη από το θεωρητικό όριο Betz), μετά την οποία μειώνεται ασυμπτωτικά.

Σημειώνεται ότι αν και υπάρχει η θεωρητικά υπολογιζόμενη απόδοση της ανεμογεννήτριας, οι καμπύλες ισχύος συνήθως εκτιμώνται εμπειρικά, από μετρήσεις πεδίου της ταχύτητας ανέμου με ανεμόμετρο και της παραγόμενης ηλεκτρικής ισχύος.



Εικόνα 8.1: Παραδειγμα διακύμανσης του συντελεστή ισχύος ανεμογεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητα ανέμου.



Εικόνα 8.2: Παραδειγμα διακύμανσης παραγόμενης ισχύος ανεμογεννήτριας συναρτήσει της ταχύτητας ανέμου.

Κατ' αντιστοιχία, η σχέση μεταξύ της καθαρής ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται από μία ανεμογεννήτρια και της ταχύτητας του ανέμου στη συγκεκριμένη θέση είναι μη γραμμική. Στην περίπτωση αυτή, για λόγους προστασίας, μετά από κάποια τιμή ταχύτητας σταματάει η περιστροφή της ανεμογεννήτριας. Συνεπώς, κάθε αιολική μηχανή λειτουργεί σε δεδομένο εύρος ταχυτήτων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 8.2. Τα λειτουργικά χαρακτηριστικά της ανεμογεννήτριας, δηλαδή τα δύο όρια ταχυτήτων, και η μέγιστη τιμή του συντελεστή ισχύος, είναι επιλογή των κατασκευαστών της.

### 8.2.2 Προσομοίωση συστήματος παραγωγής αιολικής ενέργειας

Στη γενική περίπτωση, θεωρείται ένα σύστημα μονάδων αιολικής ενέργειας που αποτελείται ανεμογεννήτριες διαφόρων τύπων, που είναι τοποθετημένες σε διάφορες θέσεις της περιοχής μελέτης. Για κάθε τύπο, είναι γνωστή η σχέση ταχύτητας ανέμου-ισχύος. Η σχέση αυτή δεν είναι αναλυτική, αλλά μπορεί να προσεγγιστεί από κατά τμήματα μη γραμμικές εξισώσεις.

Σε κάθε θέση, δίνεται η χρονοσειρά ωριαίας ταχύτητας ανέμου,  $u_1$ , που αναφέρεται στη στάθμη μέτρησης του ανέμου,  $z_1$  (τυπικά 2 m), η οποία ανάγεται στη στάθμη αναφοράς (ύψος τοποθέτησης) της ανεμογεννήτριας,  $z_2$ , σύμφωνα με τη σχέση λογαριθμικής μεταβολής:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\ln(z_2/z_0)}{\ln(z_1/z_0)} \quad (8.3)$$

όπου  $z_0$  παράμετρος τραχύτητας, οι τιμές της οποίας μεταβάλλονται για διάφορες φυσικές επιφάνειες. Για παράδειγμα, για χλόη ύψους 1 έως 10 cm είναι  $z_0 = 0.1$  έως  $0.2$  cm. Τυπικές τιμές της παραμέτρου τραχύτητας δίνονται από τους Κουτσογιάννη και Ξανθόπουλο (1999).

Με βάση την ανηγμένη χρονοσειρά ταχύτητας ανέμου και την καμπύλη ταχύτητας-ισχύος, υπολογίζεται η ενέργεια που παράγεται σε κάθε χρονικό βήμα (ωριαίο), θεωρώντας ότι η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια του χρονικού βήματος. Δεδομένης της πολύ έντονης χρονικής μεταβλητότητας του ανέμου, είναι προφανές ότι η ακρίβεια της παραπάνω προσέγγισης εξαρτάται καθοριστικά από τη χρονική διακριτότητα της προσομοίωσης. Για ωριαία χρονικά βήματα, ο βαθμός ακρίβειας που επιτυγχάνεται είναι ικανοποιητικός.

Αν το σύστημα περιλαμβάνει ανεμογεννήτριες σε διαφορετικές θέσεις, στις οποίες δίνονται διαφορετικές χρονοσειρές ταχύτητας ανέμου, ή ανεμογεννήτριες διαφορετικών τύπων, η λειτουργία των οποίων περιγράφεται από διαφορετικές καμπύλες, η παραγόμενη αιολική ενέργεια από κάθε μονάδα και κάθε θέση υπολογίζεται ξεχωριστά, και στο τέλος λαμβάνεται το άθροισμα της παραγόμενης ενέργειας,

## 8.3 Προσομοίωση λειτουργίας φωτοβολταϊκών μονάδων

### 8.3.1 Χαρακτηριστικά μεγέθη φωτοβολταϊκών συστημάτων

Ένα φωτοβολταϊκό σύστημα έχει στόχο την μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας σε ηλεκτρική. Αποτελείται από ένα ή περισσότερα φωτοβολταϊκά στοιχεία και τις απαραίτητες συσκευές και διατάξεις για τη μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται στην επιθυμητή μορφή. φωτοβολταϊκό

Χαρακτηριστικό μέγεθος μιας φωτοβολταϊκής μονάδας είναι ο βαθμός απόδοσης  $\eta$ , που εκφράζει το ποσοστό της ολικής ηλιακής ακτινοβολίας,  $R_s$ , που φτάνει στο φωτοβολταϊκό στοιχείο και μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια. Συνεπώς, σε μια μονάδα με επιφάνεια κατόπτρου  $A$  και βαθμό απόδοσης  $\eta$ , η παραγόμενη ενέργεια υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \eta R_s A \quad (8.4)$$

Οι τυπικές τιμές του βαθμού απόδοσης είναι  $\eta = 0.13-0.15$ . Ωστόσο, η απόδοση αυτή μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά με την τοποθέτηση των φωτοβολταϊκών σε ηλιοστάτη.

### 8.3.2 Υπολογισμός ολικής ηλιακής ακτινοβολίας

Η ολική ηλιακή ακτινοβολία,  $R_s$ , δηλαδή η ανά μονάδα επιφάνειας ενέργεια που προσλαμβάνεται από τον ήλιο, περιλαμβάνει δύο συνιστώσες, την άμεση (direct) και τη διάχυτη (diffuse). Η πρώτη είναι αυτή που φτάνει απευθείας στην επιφάνεια της Γης, χωρίς να σκεδαστεί στην ατμόσφαιρα, και εξαρτάται από:

- την απορρόφηση της ηλιακής ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα·
- το ύψος του ηλίου·
- την απόσταση του ηλίου·
- το υψόμετρο της θέσης·
- την κλίση της επιφάνειας.

Η διάχυτη ακτινοβολία φτάνει στην επιφάνεια της Γης αφού έχει αλλάξει η διεύθυνση της από ανάκλαση ή σκέδαση στην ατμόσφαιρα. Εξαρτάται από:

- την απορρόφηση της ηλιακής ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα·
- το ύψος του ηλίου·
- το υψόμετρο της θέσης·
- την ανακλαστικότητα του εδάφους·
- το ποσό και το είδος των νεφών·
- τη σύνθεση των σωματιδίων και των αερίων της ατμόσφαιρας.

Η ολική ακτινοβολία,  $R_s$ , αποτελεί ποσοστό της λεγόμενης εξωγήινης ηλιακής ακτινοβολίας,  $R_a$ . Η μεταβλητή αυτή εκφράζει τη ροή ηλιακής ενέργειας στο όριο της ατμόσφαιρας σε παράλληλο με την επιφάνεια της γης επίπεδο, η οποία εξαρτάται από την ημέρα του έτους,  $J$ , και το γεωγραφικό πλάτος,  $\varphi$ , του σημείου αναφοράς. Ειδικότερα, η ημέρα του έτους είναι αδιάστατος δείκτης που κυμαίνεται μεταξύ 1 και 365, ξεκινώντας από την 1η Ιανουαρίου. Ο υπολογισμός της σε ημερήσια βάση γίνεται μέσω της σχέσης (σε  $\text{kJ/m}^2/\text{d}$ ):

$$R_a = G_{sc} d_T \cos(\theta_z) \quad (8.5)$$

Τα αστρονομικά μεγέθη που υπεισέρχονται στους σχετικούς υπολογισμούς είναι:

- η *ηλιακή σταθερά*,  $G_{sc}$  που εκφράζει τη μέση πυκνότητα της ηλιακής ακτινοβολίας έξω από την ατμόσφαιρα, όταν ο ήλιος βρίσκεται σε μια μέση απόσταση από τη γη, με τυπική τιμή  $G_{sc} = 4921 \text{ KJ/m}^2/\text{h}$ .
- η *εκκεντρότητα*,  $d_r$  (αδιάστατη), που ορίζεται ως ο λόγος  $(D_m/D)^2$ , όπου  $D_m$  είναι η μέση απόσταση μεταξύ γης και ήλιου ( $\approx 149.6 \times 10^6 \text{ km}$ ) και  $D$  η πραγματική τους απόσταση την ημέρα  $J$ , και δίνεται από την προσεγγιστική εξίσωση (Dingman, 1994, p. 529-535):

$$d_r = 1 + 0.034 \cos\left(\frac{2\pi}{365} J - 0.05\right) \quad (8.6)$$

- το ζενίθ  $\theta_z$ , που δίνεται από τη σχέση:

$$\cos(\theta_z) = \omega_s \sin \varphi \sin \delta + \sin \omega_s \cos \varphi \cos \delta \quad (8.7)$$

- η *ηλιακή απόκλιση*,  $\delta$  (σε rad), που είναι συνάρτηση της ημέρας  $J$  και δίνεται από την προσεγγιστική εξίσωση:

$$\delta = -0.409 \cos\left(\frac{2\pi}{365} J + 0.16\right) \quad (8.8)$$

η οποία ισχύει για  $|\delta| \leq 0.409 \text{ rad}$  ή  $23.4^\circ$ .

- η *γωνία ώρας δύσης του ηλίου*,  $\omega_s$  (σε rad), που είναι συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους,  $\varphi$ , και της ηλιακής απόκλισης,  $\delta$ , και δίνεται από τη σχέση:

$$\omega_s = \arccos(-\tan \varphi \tan \delta) \quad (8.9)$$

η οποία ισχύει για  $|\varphi| \leq 1.161 \text{ rad}$  ή  $66.5^\circ$ , καθώς πάνω από αυτό το πλάτος δεν ανατέλει ο ήλιος πάνω από τον ορίζοντα.

Η *ολική ακτινοβολία*,  $R_s$ , ή αλλιώς *καθαρή ακτινοβολία βραχέων κυμάτων*, η οποία φτάνει στο έδαφος αφού διασχίσει την ατμόσφαιρα, είναι ποσοστό της εξωγήινης ηλιακής ακτινοβολίας,  $R_a$ , που, όπως αναφέρθηκε, εξαρτάται από παράγοντες όπως η πυκνότητα της ατμόσφαιρας, η νέφωση, η ατμοσφαιρική ρύπανση, η υγρασία, κτλ. Η ολική ακτινοβολία εκτιμάται από την εμπειρική σχέση (Angström, 1956):

$$R_s = R_a (a_s + b_s n / N) \quad (8.10)$$

όπου  $n$  ο πραγματικός αριθμός των ωρών ηλιοφάνειας της αντίστοιχης ημέρας και  $N$  ο θεωρητικός αριθμός, δηλαδή η *αστρονομική διάρκεια της ημέρας*, που δίνεται από τη σχέση:

$$N = (24/\pi) \omega_s \quad (8.11)$$

Στην εμπειρική σχέση του Angström, η παράμετρος  $a_s$  εκφράζει το ποσοστό της εξωγήινης ηλιακής ακτινοβολία που φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο του εδάφους μια ημέρα με πλήρη νέφωση ( $n = 0$ ), ενώ η ποσότητα  $a_s + b_s$  εκφράζει το ποσοστό που φτάνει μια ημέρα με πλήρη ηλιοφάνεια ( $n = N$ ). Οι παράμετροι  $a_s$  και  $b_s$  εξαρτώνται από την τοποθεσία, την εποχή και την κατάσταση της ατμόσφαιρας, και είναι αυτές που καθορίζουν την κατανομή μεταξύ της άμεσης και διάχυτης ακτινοβολίας. Ελλείψει μετρήσεων για την τοπική βαθμονόμησή τους, συστήνεται η εφαρμογή των τιμών  $a_s = 0.25$  και  $b_s = 0.50$  (Brutsaert, 1982, p. 132).

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν με αναφορά στο (θεωρητικό) οριζόντιο επίπεδο. Στην πράξη, η ηλιακή ακτινοβολία, άμεση και διάχυτη, επηρεάζεται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας, όπως η κλίση, ο προσανατολισμός και η σκίαση. Αναλυτικές σχέσεις αναγωγής που λαμβάνουν υπόψη τα παραπάνω μεγέθη δίνονται από τους Mamassis *et al.* (2012).

## 9 Μοντέλο ημερήσιας προσομοίωσης υποσυστήματος υδροενεργειακών πόρων

---

### 9.1 Ιστορικό

Το μοντέλο ημερήσιας λειτουργίας του υποσυστήματος υδροενεργειακών πόρων αποτελεί γενίκευση του σχήματος προσομοίωσης και βελτιστοποίησης συστημάτων υδατικών πόρων που υλοποιήθηκε στο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων Υδρονομίας, αποτελώντας συνέχεια ενός ολοκληρωμένου μεθοδολογικού πλαισίου που αναπτύσσεται ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 (Nalbantis and Koutsoyiannis, 1997· Koutsoyiannis *et al.*, 2002, 2003b· Koutsoyiannis and Economou, 2003· Efstratiadis *et al.*, 2004).

Ο Υδρονομίας, καθώς και πρόδρομες εκδοχές αυτού (Τσακαλίας και Κουτσογιάννης, 1995· Καραβοκυρός *κ.ά.*, 1999, 2004· Ευστρατιάδης *κ.α.*, 2007), έχει χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογές διαχείρισης πολύπλοκων συστημάτων υδατικών πόρων, όπως το υδροδοτικό σύστημα της Αθήνας, το υδροσύστημα Αχελώου, το υδροσύστημα Δυτικής Θεσσαλίας, το υδροσύστημα Σμοκόβου, κτλ. Σε όλες τις περιπτώσεις, το χρονικό βήμα προσομοίωσης ήταν μηνιαίο. Στο πλαίσιο του παρόντος ερευνητικού έργου, έγιναν μείζονες τροποποιήσεις στο μεθοδολογικό σχήμα, με κυριότερες την υλοποίηση του ημερήσιου χρονικού βήματος, τον χειρισμό των ροών ενέργειας ως συνιστωσών του ισοζυγίου προσφοράς και ζήτησης (κατ' αντιστοιχία με τις ροές νερού), και την παραμετροποίηση της λειτουργίας των υδροενεργειακών έργων έτσι ώστε να λαμβάνουν υπόψη τις συνδυαστικές χρήσεις νερού και ενέργειας. Το μοντέλο ημερήσιας προσομοίωσης του υποσυστήματος των υδροενεργειακών έργων εφαρμόζεται συνδυαστικά με το μοντέλο ωριαίας λειτουργίας του υποσυστήματος των ΑΠΕ, παρέχοντας τη δυνατότητα μελέτης μιας περιοχής ως κλειστό σύστημα ροών νερού και ενέργειας.

### 9.2 Γενικά χαρακτηριστικά προβλήματος ανάλυσης υδροσυστημάτων

#### 9.2.1 Μαθηματική διατύπωση προβλήματος

Έστω σύστημα υδατικών πόρων αποτελούμενο από έργα συλλογής, αποθήκευσης, απώλησης και μεταφοράς νερού, του οποίου αναζητείται μια πολιτική λειτουργίας, που είναι βέλτιστη ως προς κάποια κριτήρια (π.χ. κόστος). Τα έργα συνδέονται είτε σε σειρά είτε παράλληλα, διαμορφώνοντας ένα δίκτυο τυχαίας τοπολογίας. Το σύστημα εξυπηρετεί πολλαπλές χρήσεις νερού (ύδρευση, άρδευση, παραγωγή ενέργειας, περιβαλλοντική διατήρηση, αντιπλημμυρική προστασία κλπ.), διαθέτοντας εναλλακτικές πηγές και και εναλλακτικές διαδρομές.

Η δυναμική του συστήματος, δηλαδή οι ροές νερού, περιγράφεται από τις εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου, που αναφέρονται σε οποιοδήποτε θέση ελέγχου του συστήματος και προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της μάζας. Θεωρητικά, οι εξισώσεις ισοζυγίου διατυπώνονται σε συνεχή χρόνο, ως διαφορικές εξισώσεις της μορφής:

$$\frac{ds(t)}{dt} = i(t) - r(t) \quad (9.1)$$

όπου  $s(t)$  η αποθήκευση νερού στο σημείο ελέγχου,  $i(t)$  ο ρυθμός μεταβολής των εισροών και  $r(t)$  ο ρυθμός μεταβολής των εκροών. Τονίζεται ότι στον συνεχή χρόνο, τα μεγέθη εισροών

και εκροών εκφράζονται σε μονάδες παροχής, ενώ η έννοια του αποθέματος έχει προφανώς νόημα μόνο για τις θέσεις που υπάρχει δυνατότητα ταμίευσης (φυσικής ή τεχνητής).

Η δυναμική του συστήματος διέπεται από δύο επιπλέον τύπους περιορισμών:

- *φυσικούς περιορισμούς*, που προκύπτουν από αντίστοιχα όρια του φυσικού συστήματος (π.χ. δυναμικότητα υδροφορέα) και των τεχνικών έργων (στάθμη υδροληψίας και στάθμη υπερχειλίσης ταμιευτήρα, παροχετευτικότητα υδραγωγείου, ισχύς στροβίλου, κτλ.).
- *λειτουργικούς περιορισμούς*, που επιβάλλονται από τον «διαχειριστή» του συστήματος, και αφορά σε ένα πλήθος θεσμικών, διοικητικών, περιβαλλοντικών ή άλλων δεσμεύσεων που σχετίζονται με τη λειτουργία των έργων και την ικανοποίηση των χρήσεων νερού.

Στα μαθηματικά μοντέλα των συστημάτων υδατικών πόρων, οι εξισώσεις και περιορισμοί διατυπώνεται σε διακριτή μορφή, χωρίζοντας τον χρονικό ορίζοντα ελέγχου σε ισομήκη διαστήματα  $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ . Ειδικότερα, οι εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου γράφονται:

$$s_j = s_{j-1} + i_j - r_j \quad (9.2)$$

στις οποίες όλα τα μεγέθη εισροών και εκροών εκφράζονται, πλέον, σε μονάδες όγκου.

Οι φυσικοί περιορισμοί διατυπώνονται με τη μορφή κάτω και άνω ορίων, δηλαδή:

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad (9.3)$$

όπου  $x_j$  η μεταβλητή του ισοζυγίου (αποθήκευση, εισροή ή εκροή),  $l_j$  το κάτω όριο και  $u_j$  το άνω όριο, που στη γενική περίπτωση είναι χρονικά μεταβαλλόμενα. Εξ ορισμού, το απόλυτο κάτω όριο όλων των μεταβλητών του συστήματος είναι το μηδέν, ενώ το άνω όριο μπορεί να είναι θεωρητικά άπειρο (π.χ. υδρομετεωρολογικές διεργασίες, που ως τυχαίες μεταβλητές δεν έχουν άνω όριο). Οι τιμές των ορίων μπορεί να είναι σταθερές τιμές ή τιμές που εξαρτώνται από άλλες μεταβλητές του συστήματος. Στην τελευταία περίπτωση, οι περιορισμοί γίνονται μη γραμμικοί. Για παράδειγμα, η μέγιστη παροχή που μπορεί να διέλθει από έναν στρόβιλο εξαρτάται από την τρέχουσα στάθμη του ανάντη ταμιευτήρα, και συνεπώς την αποθήκευση νερού. Ως αποτέλεσμα, το άνω όριο της εκροής,  $r_j$ , είναι συνάρτηση της αποθήκευσης,  $s_j$ .

Γενικά, οι λειτουργικοί περιορισμοί διατυπώνονται επίσης με τη μορφή κάτω και άνω ορίων. Για παράδειγμα, ο στόχος περιβαλλοντικής παροχής,  $d$ , κατάντη φράγματος διατυπώνεται ως περιορισμός ελάχιστης επιθυμητής εκροής από τον ταμιευτήρα, δηλαδή  $r \geq d$ . Αντίστοιχα, η ζήτηση νερού,  $d$ , σε κάποια θέση διατυπώνεται ως περιορισμός μέγιστης επιθυμητής εκροής στο αντίστοιχο κόμβο, δηλαδή  $r \leq d$ . Σε άλλες περιπτώσεις, οι λειτουργικοί περιορισμοί διέπονται από πιο πολύπλοκη (μη ρητή) περιγραφή, όπως λ.χ. “θα ικανοποιείται η χρήση A σε προτεραιότητα σε σχέση με τη χρήση B” ή “θα παραλαμβάνεται τουλάχιστον τόσο νερό από την πηγή A εφόσον η αποθήκευση νερού στην πηγή B γίνει μικρότερη από μια συγκεκριμένη τιμή”. Οι προαναφερθείσες διατυπώσεις δεν μπορούν να περιγραφούν από αναλυτικές μαθηματικές σχέσεις, και αποτελούν μια υποκατηγορία περιορισμών που στο εξής θα αναφέρονται ως *κανόνες λειτουργίας*. Στα μοντέλα προσομοίωσης, τέτοιοι κανόνες κωδικοποιούνται μέσω εντολών της μορφής “if ... then ... else ...” ή αντίστοιχων.

Από μαθηματική σκοπιά, όλοι οι φυσικοί περιορισμοί, στους οποίους περιλαμβάνονται και οι εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου, είναι *δεσμευτικοί*, και συνεπώς επιβάλλεται να τηρούνται ρητά από το μαθηματικό μοντέλο. Αντίθετα, οι λειτουργικοί περιορισμοί δεν μπορούν να είναι δεσμευτικοί. Ειδικότερα, επειδή η υλοποίησή τους εξαρτάται από τις υδρομετεωρολογικές εισροές, οι οποίες είναι μη ελεγχόμενες και συνεπώς τυχαίες, οι αποφάσεις που σχετίζονται με την ικανοποίηση των λειτουργικών περιορισμών, δηλαδή οι εκροές και αποθηκεύσεις νερού, είναι επίσης τυχαίες μεταβλητές. Για τον λόγο αυτό, οι λειτουργικοί περιορισμοί δεν



ικανοποιούνται σε συνεχή, κατ' ανάγκη, βάση, και συνεπώς για κάθε τέτοιο περιορισμό μπορεί να προκύψουν αποκλίσεις από τα επιθυμητά όρια. Από την επίλυση του μαθηματικού μοντέλου του συστήματος μπορεί να εκτιμηθεί η *εμπειρική πιθανότητα αστοχίας*, ως ποσοστό των χρονικών βημάτων κατά τα οποία παραβιάζεται ο αντίστοιχος περιορισμός.

### 9.2.2 Μεταβλητές κατάστασης και απόφασης

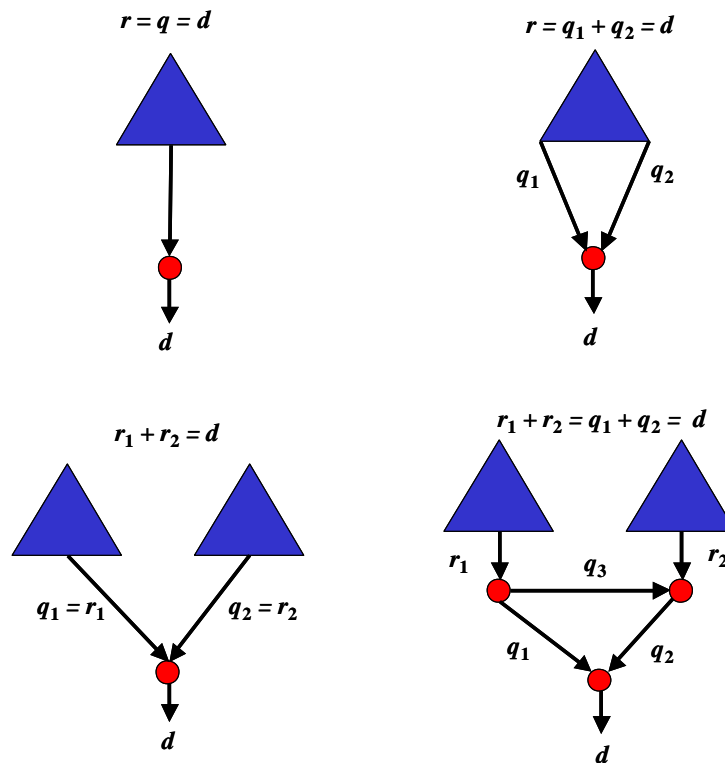
Σε ένα σύστημα υδατικών πόρων με  $n$  θέσεις ελέγχου, η δυναμική του οποίου μελετάται σε χρονικό ορίζοντα  $T$  διακριτών βημάτων, προκύπτουν  $n \times T$  εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου και ένα πλήθος περιορισμών, που είναι ευθέως ανάλογος του χρονικού μήκους,  $T$ . Για δεδομένες χρονοσειρές εξωτερικών εισροών και δεδομένες τιμές αρχικής αποθήκευσης, όλες οι ροές και αποθηκεύσεις νερού αποτελούν μεταβλητές του συστήματος, που σε κάθε χρονικό βήμα διέπονται από πληθώρα περιορισμών. Ειδικότερα, οι αποθηκεύσεις νερού αναφέρονται ως *μεταβλητές κατάστασης* (state variables) του συστήματος, οι εισροές ως *μεταβλητές εισόδου* (input variables) και οι εκροές ως *μεταβλητές απόφασης* (decision variables).

Αν στην αρχή ενός χρονικού βήματος είναι γνωστές η αρχική κατάσταση (αποθήκευση) στις θέσεις ελέγχου και οι εισροές, τότε η τελική κατάσταση του συστήματος στο πέρας του χρονικού βήματος προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων ισοζυγίου, εφόσον δοθούν εφικτές τιμές εκροών, δηλαδή εφόσον ισχύουν τουλάχιστον οι φυσικοί περιορισμοί του συστήματος. Προφανώς, ο προσδιορισμός των αποθηκεύσεων στην αρχή κάθε βήματος επιβάλλει να είναι γνωστές οι εκροές του αμέσως προηγούμενου βήματος, που τελικά οδηγεί σε  $n \times T$  μεταβλητές εκροών προς προσδιορισμό. Αναγκαία προϋπόθεση είναι η γνώση των μεταβλητών αποθήκευσης στην αρχή του πρώτου βήματος (έναρξη προσομοίωσης).

### 9.2.3 Η έννοια των βαθμών ελευθερίας

Θεωρητικά, τα άγνωστα μεγέθη του συστήματος, δηλαδή οι εκροές, μπορούν να εκτιμηθούν από ταυτόχρονη επίλυση του συνόλου των εξισώσεων υδατικού ισοζυγίου σε όλα τα σημεία ελέγχου, για όλα τα χρονικά βήματα, υπό τους διάφορους περιορισμούς. Στην πράξη, όμως, με εξαίρεση κάποιες εξαιρετικά απλές δομές συστημάτων, οι τιμές των εκροών δεν μπορούν να προσδιοριστούν μονοσήμαντα, δηλαδή με βάση αποκλειστικά και μόνο τους φυσικούς και λειτουργικούς περιορισμούς του συστήματος. Αντίθετα, στη γενική περίπτωση μπορούν να εντοπιστούν εναλλακτικά σύνολα εφικτών τιμών εκροών που ικανοποιούν τους περιορισμούς του συστήματος, εισάγοντας έτσι πολλαπλούς *βαθμούς ελευθερίας* στο σύστημα. Οριακά, αν σε κάθε μεταβλητή απόφασης αντιστοιχεί ένας βαθμός ελευθερίας, τότε για ένα σύστημα  $n$  θέσεων ελέγχου και  $T$  χρονικών βημάτων προκύπτουν  $n \times T$  βαθμοί ελευθερίας.

Η έννοια των βαθμών ελευθερίας εξηγείται στην Εικόνα 9.1, όπου απεικονίζονται τέσσερις χαρακτηριστικές δομές δικτύων ταμιευτήρων και υδραγωγείων που εξυπηρετούν μία κατάντη ζήτηση,  $d$ . Στην πρώτη δομή (πάνω αριστερά), που θεωρούνται ένας ταμιευτήρας και ένα υδραγωγείο, δεν υπάρχουν βαθμοί ελευθερίας, άρα και εναλλακτικές επιλογές διαχείρισης, καθώς η εκροή  $r$ , η παροχή  $q$ , και η ζήτηση  $d$ , ταυτίζονται. Στην δεύτερη δομή (κάτω αριστερά) θεωρούνται δύο παράλληλοι ταμιευτήρες και μια μοναδική διαδρομή νερού, οπότε προκύπτει ένας βαθμός ελευθερίας ως προς την κατανομή των εκροών,  $r_1$  και  $r_2$ . Στην τρίτη δομή (πάνω δεξιά) θεωρείται ένας ταμιευτήρας και δύο εναλλακτικές διαδρομές νερού, οπότε προκύπτει ένας βαθμός ελευθερίας για την κατανομή της ροών  $q_1$  και  $q_2$  στα υδραγωγεία. Στην τελευταία δομή (κάτω δεξιά), στην οποία θεωρούνται δύο παράλληλοι ταμιευτήρες και δύο εναλλακτικές διαδρομές νερού, προκύπτουν περισσότεροι βαθμοί ελευθερίας, που αναφέρονται στην κατανομή των εκροών και των ροών των υδραγωγείων.



Εικόνα 9.1: Χαρακτηριστικά παραδείγματα συστημάτων ταμιευτήρων και υδραγωγείων, που εξυπηρετούν μια κατάντη ζήτηση,  $d$ .

#### 9.2.4 Η έννοια του μέτρου επίδοσης

Το μέτρο επίδοσης είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του συστήματος με το οποίο αξιολογείται η λειτουργία του, όπως αυτή καθορίζεται από τις μεταβλητές απόφασης. Ουσιαστικά, αποτελεί ένα μακροσκοπικό μέτρο ολιστικής αποτίμησης των εναλλακτικών αποφάσεων που μπορούν να ληφθούν σε ένα τέτοιο σύστημα. Το μέτρο επίδοσης εξαρτάται μονοσήμαντα από τις τιμές που αποδίδονται στις μεταβλητές απόφασης, δηλαδή τις εκροές, παρόλο που δεν αναφέρεται, κατ' ανάγκη, απευθείας σε αυτές, αλλά σε παράγωγα μεγέθη, π.χ. αξιοπιστία, μέσο κόστος λειτουργίας συστήματος, μέση παραγωγή ενέργειας, κτλ., που είναι συνάρτηση των εκροών. Επισημαίνεται ότι όλα τα παραπάνω μεγέθη, μεταξύ των οποίων και το μέτρο επίδοσης, είναι πιθανοτικά, καθώς όλα εξαρτώνται από τις υδρομετεωρολογικές εισροές του συστήματος, οι οποίες αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές.

Το μέτρο επίδοσης μπορεί να περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα κριτήρια, όπως αυτά που αναφέρθηκαν παραπάνω. Όταν τα κριτήρια είναι περισσότερα του ενός, η διατύπωση του μέτρου επίδοσης μπορεί να είναι είτε βαθμωτή είτε διανυσματική. Στην πρώτη περίπτωση, τα κριτήρια συναθροίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση, π.χ. με χρήση συντελεστών βάρους, ενώ τη δεύτερη περίπτωση κάθε κριτήριο αποτελεί ξεχωριστή συνάρτηση.

#### 9.2.5 Χειρισμός με κλασικές τεχνικές βελτιστοποίησης

Μεταξύ των πολυάριθμων εναλλακτικών εφικτών λύσεων του προβλήματος προσομοίωσης μπορεί να προσδιοριστεί η πλέον πρόσφορη εξ αυτών, εφόσον οριστεί ένα εξωτερικό μέτρο επίδοσης του συστήματος ως προς τις μεταβλητές απόφασης του συστήματος. Η αναζήτηση των πλέον πρόσφορων αποφάσεων μπορεί να αντιμετωπιστεί ως πρόβλημα βελτιστοποίησης, με στοχική συνάρτηση το (βαθμωτό) μέτρο επίδοσης και μεταβλητές ελέγχου τις εκροές του

συστήματος. Η συνάρτηση είναι μη γραμμική ως προς τις μεταβλητές απόφασης, και μαζί με τους φυσικούς και λειτουργικούς περιορισμούς, συνιστούν ένα μοντέλο βέλτιστου ελέγχου.

Στην πράξη, η επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος με τεχνικές μη γραμμικής βελτιστοποίησης είναι αδύνατη, εξαιτίας της λεγόμενης *κατάρας της διαστατικότητας* (curse of dimensionality), δηλαδή της εκθετικής αύξησης του υπολογιστικού φόρτου με την αύξηση του πλήθους των μεταβλητών και περιορισμών. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, τόσο οι μεταβλητές ελέγχου όσο και οι περιορισμοί είναι ανάλογοι του πλήθους των σημείων ελέγχου του υδατικού ισοζυγίου (δηλαδή της έκτασης του υδροσυστήματος) και του χρονικού ορίζοντα της προσομοίωσης. Για την εκτίμηση ακραίων πιθανοτήτων αστοχίας, το πλήθος των χρονικών βημάτων πρέπει να είναι επαρκώς μεγάλο, ώστε η καταγραφή της συχνότητας των αστοχιών να βασίζεται σε δείγματα μεγάλου μήκους. Σε τυπικά υδροσυστήματα, στα οποία γίνεται χρήση συνθετικών χρονοσειρών εισροών, η διάσταση του προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή ο αριθμός των αγνώστων μεταβλητών ελέγχου, είναι τάξης μεγέθους χιλιάδων ή ακόμη και εκατομμυρίων.

Μια εναλλακτική προσέγγιση του προβλήματος βέλτιστου ελέγχου υδροσυστημάτων είναι η χρήση κλασικών μεθόδων ανάλυσης συστημάτων, όπως τεχνικές γραμμικού (ReVelle, 2001), δυναμικού ή στοχαστικού δυναμικού προγραμματισμού (Wasimi and Kitanidis, 1983· Loaiciga and Marino, 1985· Georgakakos and Marks, 1987· Faber and Stedinger, 2001). Πρόκειται για ειδικές δομές μοντέλων βελτιστοποίησης, που επειδή επιλύονται αναλυτικά, εγγυώνται τον εντοπισμό της ολικά βέλτιστης λύσης, σε αντίθεση με μια μη γραμμική προσέγγιση, όπου υπάρχει ισχυρός κίνδυνος εγκλωβισμού σε τοπικά ακρότατα (τόσο μεγαλύτερος όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου). Ωστόσο, η εφαρμογή τους προϋποθέτει σημαντικές απλοποιήσεις στη μαθηματική περιγραφή του προβλήματος, όπως γραμμικοποίηση των εξισώσεων δυναμικής ή διακριτοποίηση του πεδίου ορισμού των μεταβλητών, με αποτέλεσμα οι λύσεις που προκύπτουν να μη ανταποκρίνονται στην πραγματική κατάσταση του συστήματος.

Τα τελευταία χρόνια, έχουν αναπτυχθεί υβριδικές τεχνικές που αποκοπούν στη χρήση *υποκατάστατων* (surrogate) μοντέλων ή αλλιώς (metamodels), που αντικαθιστούν τα λεπτομερή διαχειριστικά μοντέλα με απλοποιημένες εκδοχές τους, έτσι ώστε να διατηρείται, κατά το δυνατόν, η δυναμική του αρχικού μοντέλου και η φυσική ερμηνεία και συνέπεια των παραγόμενων αποτελεσμάτων (Castelletti *et al.*, 2012a, b). Τα υποκατάστατα μοντέλα είναι εξαιρετικά πιο αποδοτικά, σε όρους υπολογιστικού φόρτου, και μπορούν να συνδυαστούν με εύρωστες τεχνικές βελτιστοποίησης για τη δραστική επιτάχυνση της διαδικασίας αναζήτησης των βέλτιστων αποφάσεων σε σύνθετα υδροσυστήματα (Tsoukalas *et al.*, 2016).

Μια άλλη ενδιαφέρουσα κατηγορία υβριδικών μοντέλων είναι αυτά που βασίζονται στον δικτυακό προγραμματισμό. Τα μοντέλα αυτά είναι εφαρμόσιμα σε υδροσυστήματα δικτυακής μορφής και εκτιμούν την πλέον πρόσφορη κατανομή των ρών νερού σε κάθε χρονικό βήμα, ελαχιστοποιώντας το κόστος μεταφοράς διαμέσου του υδροσυστήματος (Graham *et al.*, 1986· Labadie, 1995· Fredericks *et al.*, 1998· Israel and Lund, 1999· Dai and Labadie, 2001· Lerma *et al.*, 2013). Η βελτιστοποίηση βασίζεται είτε σε πραγματικά οικονομικά κριτήρια είτε σε ιδεατά κόστη, που ορίζονται ώστε να εξασφαλίζεται συμβατότητα με τους περιορισμούς του συστήματος. Ορισμένα σχήματα δικτυακής δομής, όπως αυτό που ανέπτυξε ο Kuczera (1989), είναι τυπικά μοντέλα βελτιστοποίησης, όπου ο χειρισμός των οριακών συνθηκών μεταξύ διαδοχικών χρονικών βημάτων γίνεται μέσω εικονικών κλάδων μεταφοράς νερού.

Πέραν των απλοποιητικών παραδοχών και του έντονου υπολογιστικού φόρτου, σημαντικό μειονέκτημα όλων των παραπάνω προσεγγίσεων είναι η εξάρτηση της βέλτιστης λύσης από τις τιμές των μελλοντικών εισροών. Πράγματι, ένα μοντέλο βελτιστοποίησης, με μεταβλητές

ελέγχου τις εκροές, λαμβάνει αποφάσεις έχοντας ως δεδομένη την ακολουθία των μελλοντικών εισροών, που σε ένα πραγματικό διαχειριστικό πρόβλημα είναι άγνωστη. Συνεπώς, προκύπτει κίνδυνος *υπερεκτίμησης* της επίδοσης του υδροσυστήματος, καθώς καμία πολιτική διαχείρισης δεν μπορεί να πετύχει αντίστοιχη επίδοση εξαιτίας της υδρολογικής αβεβαιότητας, δηλαδή της αδυναμίας πρόβλεψης των μελλοντικών εισροών.

### 9.2.6 Προσομοίωση με χρήση κανόνων λειτουργίας

Πολλοί ερευνητές συμφωνούν ότι η τεχνική της *προσομοίωσης*, συνδυαζόμενη με χρήση εκ των προτέρων καθορισμένων *κανόνων λειτουργίας* (operation rules), εξακολουθεί να θεωρείται η πλέον κατάλληλη για μελέτες σχεδιασμού και διαχείρισης υδατικών πόρων (Lund and Guzman, 1999). Οι κανόνες λειτουργίας μπορούν να διατυπωθούν στη μορφή εξισώσεων, περιγραφικών εντολών ή νομογραφημάτων, καθορίζοντας πλήρως την κατανομή των ροών νερού συναρτήσει της επίκαιρης κατάστασης και των παραμέτρων του συστήματος (ReVelle, 1999, σ. 14). Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μονοσήμαντος προσδιορισμός του τρόπου διαχείρισης των εκροών (μεταβλητές απόφασης), και αφού το σύστημα παύει να έχει βαθμούς ελευθερίας, δεν τίθεται πλέον το πρόβλημα βελτιστοποίησης της επίδοσής του.

Γενικά, τα μοντέλα προσομοίωσης με χρήση κανόνων λειτουργίας, λόγω της ευελιξίας τους, επιτρέπουν πιο καλή αναπαράσταση της λειτουργίας του πραγματικού συστήματος σε σχέση με τα μοντέλα βελτιστοποίησης, που εισάγουν σημαντικούς περιορισμούς τυποποίησης του προβλήματος (Loucks and Sigvaldason, 1982). Επιπλέον, μπορούν εύκολα να κάνουν χρήση συνθετικών χρονοσειρών εισροών, που σε ένα μοντέλο μη γραμμικής βελτιστοποίησης είναι εξαιρετικά δυσχερές, εξαιτίας του υπολογιστικού φόρτου (Loucks *et al.*, 1981, σ. 277).

Σε συστήματα πολλαπλών ταμιευτήρων, οι κανόνες λειτουργίας διατυπώνονται με την μορφή εμπειρικών ή ευρετικών σχέσεων υπολογισμού των επιθυμητών εκροών, συναρτήσει των διαθέσιμων αποθεμάτων και της ζήτησης νερού (Johnson *et al.*, 1993· Oliveira and Loucks, 1997· Lund and Guzman, 1999). Η γενική τους μορφή είναι:

$$\mathbf{r}_t^* = g(\mathbf{s}_t, d_t, \lambda) \quad (9.4)$$

όπου  $\mathbf{r}_t^*$  το διάνυσμα των επιθυμητών απολήψεων από τους ταμιευτήρες του συστήματος κατά το χρονικό βήμα  $t$ ,  $\mathbf{s}_t$  το διάνυσμα των επίκαιρων αποθεμάτων,  $d_t$  η κατάντη ζήτηση νερού και  $\lambda$  χαρακτηριστικά μεγέθη του υδροσυστήματος, που σχετίζονται με τη διαχείριση των ταμιευτήρων (π.χ., νεκρός όγκος, αποθηκευτική ικανότητα).

Για απλές διατάξεις ταμιευτήρων, όπως ταμιευτήρες σειριακής ή παράλληλης διάταξης, και χωρίς περιορισμούς όσον αφορά το δίκτυο των υδραγωγείων, υπάρχουν αναλυτικοί κανόνες λειτουργίας που είναι θεωρητικά βέλτιστοι. Τυπικό παράδειγμα είναι ο γνωστός ως *κανόνας της Νέας Υόρκης* (Clark, 1950, 1956) και ο *παρεμφερής του χωρικός κανόνας* (Bower *et al.*, 1962), που υποθέτει ότι τα επιθυμητά αποθέματα των ταμιευτήρων κατανέμονται με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η πιθανότητα υπερχειλίσεως. Κατά τη περίοδο υψηλής υδροφορίας (φόρτιση ταμιευτήρων) μπορεί να επιτευχθεί περιορισμός των ανεπιθύμητων υπερχειλίσεων, εφόσον διατηρείται χαμηλό το απόθεμα των ταμιευτήρων με τις μεγαλύτερες αναμενόμενες εισροές. Ο χωρικός κανόνας ορίζει σταθερό λόγο ελεύθερου όγκου ταμιευτήρα και αθροιστικών εισροών κατά τη διάρκεια του υδρολογικού κύκλου, με βάση τη σχέση:

$$\frac{k_i - s_i^*}{E[q_i]} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i - s}{\sum_{i=1}^n E[q_i]} \quad (9.5)$$

όπου  $s_i^*$  το επιθυμητό απόθεμα του ταμειυτήρα  $i$ ,  $k_i$  η αποθηκευτική ικανότητα του εν λόγω ταμειυτήρα,  $E[q_i]$  η αναμενόμενη (μέση) καθαρή εισροή στον ταμειυτήρα από το τέλος της τρέχουσας περιόδου μέχρι το τέλος της περιόδου πλήρωσης,  $s$  το συνολικό ωφέλιμο απόθεμα του συστήματος (δηλαδή το άθροισμα των  $s_i^*$ ), και  $n$  το πλήθος των ταμειυτήρων. Συνεπώς, ο χωρικός κανόνας επιβάλλει να αφήνεται ελεύθερο περιθώριο στους ταμειυτήρες που είναι ανάλογο των αναμενόμενων (μέσων) εισροών.

Τονίζεται ότι οι κανόνες λειτουργίας αφορούν πάντοτε σε *επιθυμητά* και όχι σε πραγματικά μεγέθη εκροών. Μάλιστα, σε συστήματα σύνθετης τοπολογίας, η εφαρμογή συγκεκριμένου κανόνα μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικές αποκλίσεις μεταξύ των πραγματικών και θεωρητικών (επιθυμητών) μεγεθών, το οποίο καθιστά την χρήση του κανόνα μη πρακτική για τον διαχειριστή του συστήματος. Όπως αναφέρθηκε, οι κανόνες είναι εμπειρικοί ή έχουν θεωρητική τεκμηρίωση για πολύ απλές διατάξεις έργων. Συνεπώς, η γενίκευσή τους έρχεται σε σύγκρουση με τους υπόλοιπους περιορισμούς του συστήματος (π.χ. παροχτετευτικότητες κατάντη δικτύου). Σε άλλα συστήματα, τα κριτήρια διαχείρισης μπορεί να είναι πολύ πιο σύνθετα, ώστε να μην είναι δυνατή η εφαρμογή μιας τυποποιημένης πολιτικής διαχείρισης. Σε τέτοιες περιπτώσεις, που αποτελούν τον γενικό κανόνα, τα μοντέλα προσομοίωσης χρησιμοποιούνται για να αξιολογήσουν ένα μικρό αριθμό από κανόνες διαχείρισης που έχουν προκύψει εμπειρικά και, ενδεχομένως, απέχουν σημαντικά από τους θεωρητικά βέλτιστους. Ωστόσο, μια τέτοια εμπειροτεχνική προσέγγιση είναι προφανές ότι οδηγεί σε *υποεκτίμηση* της επίδοσης του συστήματος.

### 9.2.7 Ρητά και μη ρητά σχήματα προσομοίωσης

Ένα τυπικό πρόβλημα των μοντέλων προσομοίωσης είναι η εξάρτηση κάποιων μεταβλητών απόφασης από σχετιζόμενες μεταβλητές κατάστασης του συστήματος. Για παράδειγμα, οι εισροές λόγω βροχόπτωσης και οι απώλειες λόγω εξάτμισης, που αποτελούν συνιστώσες του υδατικού ισοζυγίου ενός ταμειυτήρα, είναι συναρτήσεις της έκτασης που καταλαμβάνει ο ταμειυτήρας στο τρέχον χρονικό βήμα, που με τη σειρά της είναι συνάρτηση του αποθέματος. Ομοίως, η παροχτετευτικότητα ενός υδραγωγείου, που εισάγεται ως φυσικός περιορισμός (άνω όριο) στην αντίστοιχη εκροή, μπορεί να είναι συνάρτηση της στάθμης νερού του ανάντη ή/και κατάντη ταμειυτήρα. Θεωρητικά, ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί να λυθεί μόνο με χρήση *άρρητων* (implicit) σχημάτων, στα οποία η επίλυση των εξισώσεων υδατικού ισοζυγίου και των περιορισμών κάθε χρονικού βήματος γίνεται με διαδοχικές δοκιμές, βελτιώνοντας σε κάθε κύκλο τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης. Προφανώς, η εισαγωγή επαναληπτικών κύκλων αυξάνει τον υπολογιστικό φόρτο αλλά και την πολυπλοκότητα της προσομοίωσης.

Για τον λόγο αυτό, η συνηθέστερη προσέγγιση στα μοντέλα προσομοίωσης υδροσυστημάτων είναι η χρήση *ρητών* (explicit) αριθμητικών σχημάτων, στα οποία γίνεται η υπόθεση ότι οι τιμές των μεταβλητών κατάστασης διατηρούνται πρακτικά σταθερές κατά τη διάρκεια του χρονικού βήματος. Με την υπόθεση αυτή, οι τιμές των ζητούμενων μεγεθών (π.χ., έκταση ταμειυτήρα, παροχτετευτικότητα υδραγωγείου) μπορούν να θεωρηθούν γνωστές με βάση τις τιμές των μεταβλητών κατάστασης στο πέρας του προηγούμενου βήματος. Είναι προφανές ότι η ακρίβεια της προσέγγισης αυτής εξαρτάται από τη χρονική διακριτότητα  $\Delta t$ . Αν το χρονικό βήμα είναι μικρό (π.χ. ημερήσιο), τότε οι διακυμάνσεις των μεταβλητών κατάστασης στη διάρκεια της ημέρας μπορούν να αγνοηθούν. Γενικά, όσο αυξάνει η χρονική διακριτότητα τόσο πιο έντονο σφάλμα εισάγει η υπόθεση ρητής διατύπωσης του μοντέλου προσομοίωσης. Από την άλλη πλευρά, όσο μειώνεται η χρονική διακριτότητα τόσο περισσότερα βήματα απαιτούνται για την προσομοίωση μιας δεδομένης περιόδου ελέγχου. Κατά συνέπεια, η

επιλογή του αριθμητικού σχήματος είναι, στην πραγματικότητα, ένας συμβιβασμός μεταξύ της απαιτούμενης ακρίβειας των υπολογισμών και του ανεκτού υπολογιστικού φόρτου.

### 9.2.8 Προσομοίωση ροών ενέργειας σε υδροσυστήματα

Στα μοντέλα προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων, οι ροές ενέργειας αναφέρονται αφενός στην παραγωγή από τα υδροηλεκτρικά έργα και αφετέρου στην κατανάλωση από τις γεωτρήσεις και αντλιοστάσια. Οι ροές ενέργειας συνδέονται με τις μεταβλητές κατάσταση και απόφασης του συστήματος, ως εξής:

Η ποσότητα ενέργειας που παράγεται όταν μια εκροή (σε όρους όγκου νερού)  $r$  διέλθει από τους στροβίλους ενός υδροηλεκτρικού σταθμού δίνεται από την εξίσωση:

$$e = \eta \rho g r h_n \quad (9.6)$$

όπου  $E$  η ενέργεια,  $\rho$  η πυκνότητα του νερού ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ),  $g$  η επιτάχυνση βαρύτητας,  $h_n$  το καθαρό ύψος πτώσης, και  $\eta$  ο συντελεστής απόδοσης των στροβίλων (αδιάστατος αριθμός), που εξαρτάται από χαρακτηριστικά των τελευταίων. Το καθαρό ύψος πτώσης είναι:

$$h_n = h - h_L \quad (9.7)$$

όπου  $h := z_a - z_k$  το ολικό ύψος πτώσης, δηλαδή η υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων υδροληψίας (ανάντη ενεργειακό υψόμετρο,  $z_a$ ) και εξαγωγής (κατάντη ενεργειακό υψόμετρο,  $z_k$ ), και  $h_L$  οι ενεργειακές απώλειες κατά την προσαγωγή του νερού, γραμμικές και τοπικές. Ειδικότερα, αν το νερό παραλαμβάνεται από έργο ταμίευσης, κυμαινόμενης στάθμης, τότε το ανάντη ενεργειακό υψόμετρο εξαρτάται από τον αποθηκευμένο όγκο νερού, δηλαδή  $z_a = z_a(s)$ . Ακόμη, για δεδομένα γεωμετρικά και υδραυλικά χαρακτηριστικά του αγωγού προσαγωγής, οι ενεργειακές απώλειες είναι συνάρτηση της εκροής, δηλαδή  $h_L = h_L(r)$ . Επισημαίνεται ότι αν και η λειτουργία των στροβίλων επιτρέπει, θεωρητικά, ένα εύρος παροχών για δεδομένο ύψος πτώσης  $h_n$ , λόγοι λειτουργικοί και οικονομικοί οδηγούν συνήθως σε μονοσήμαντη σχέση απωλειών-παροχής. Τέλος, σημειώνεται ότι το κατάντη ενεργειακό υψόμετρο,  $z_k$ , αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος του στροβίλου και είναι πρακτικά σταθερό.

Με βάση τα παραπάνω, στη γενική περίπτωση η σχέση παραγωγής ενέργειας γράφεται (για απλούστευση, παραλείπεται ο δείκτης που αναφέρεται στο χρονικό βήμα):

$$e = \eta \rho g r [z_a(s) - z_k - h_L(r)] \quad (9.8)$$

δηλαδή είναι μη γραμμική συνάρτηση μεταβλητών κατάσταση και απόφασης του μοντέλου ελέγχου του συστήματος.

Για την περίπτωση άντλησης, η εξίσωση που δίνει την ενέργεια που καταναλώνεται για την ανύψωση όγκου  $r$  σε μανομετρικό ύψος  $h_\mu$  είναι παρόμοια με την περίπτωση των στροβίλων, με τη διαφορά ότι ο συντελεστής απόδοσης είναι στον παρονομαστή:

$$e = \rho g r h_\mu / \eta \quad (9.9)$$

Το μανομετρικό ύψος είναι αντίστοιχα:

$$h_\mu = h + h_L \quad (9.10)$$

όπου  $h$  η υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων υδροληψίας,  $z_a$ , και εξαγωγής του νερού (κατάντη ενεργειακό υψόμετρο,  $z_k$ ), και  $h_L$  οι ενεργειακές απώλειες κατά τη μεταφορά του νερού μέσω του καταθλιπτικού αγωγού. Εξ ορισμού, οι απώλειες ενέργειας είναι μη γραμμικές συναρτήσεις του αντλούμενου όγκου νερού (εκροή), ενώ στη γενική περίπτωση,

τόσο το ανάντη (στάθμη άντλησης) όσο και το κατάντη ενεργειακό υψόμετρο επίσης μπορεί να είναι μεταβλητά (εξαρτώμενα, δηλαδή, από το τρέχον απόθεμα λιμνών ή ταμιευτήρων).

Με βάση τα παραπάνω, η σχέση υπολογισμού της κατανάλωσης ενέργειας γράφεται:

$$e = \rho g r [z_a(s_a) - z_k(s_k) - h_L(r)] / \eta \quad (9.11)$$

που σημαίνει ότι και αυτή είναι μη γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών κατάστασης και απόφασης του συστήματος.

Γενικά, οι ροές ενέργειας στα υδροσυστήματα αποτελούν μη γραμμικούς μετασχηματισμούς των ροών νερού. Μάλιστα, με τη θεώρηση στόχων παραγωγής υδροηλεκτρικής ενέργειας εισάγονται περιορισμοί μη ρητής μορφής, καθώς για δεδομένη τιμή της ενεργειακής ζήτησης  $e^*$ , απαιτείται η επίλυση της (9.8) ως προς την αντίστοιχη εκροή  $r^*$ , που με τη σειρά της εισάγεται ως λειτουργικός περιορισμός ελαχίστης επιθυμητής εκροής, δηλαδή  $r \geq r^*$ .

Η εξάρτηση της επιθυμητής εκροής,  $r^*$ , από τη στάθμη και, συνακόλουθα, το απόθεμα, του ανάντη ταμιευτήρα, αλλά και η εξάρτηση του διαθέσιμου ύψους πτώσης από την εκροή, αποτελεί τυπικό πρόβλημα της προσομοίωσης υδροσυστημάτων, που αντιμετωπίζεται με την επιλογή κατάλληλου αριθμητικού σχήματος, όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 9.2.7. Ειδικότερα, το μεθοδολογικό σχήμα που επιλέγεται για την συνδυασμένη προσομοίωση των συστημάτων υδατικών και ενεργειακών πόρων, στο οποίο υλοποιείται ρητή (βήμα προς βήμα) επίλυση των εξισώσεων υδατικού ισοζυγίου και περιορισμών, βασίζεται η υπόθεση ότι οι τιμές αυτές είναι γνωστές στην αρχή του εκάστοτε χρονικού βήματος.

### 9.3 Μεθοδολογία προσομοίωσης υδροενεργειακών συστημάτων

#### 9.3.1 Το σχήμα παραμετροποίηση – προσομοίωση – βελτιστοποίηση

Το σχήμα παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση, το γενικό πλαίσιο του οποίου εισήχθη από τους Koutsoyiannis and Economou (2003), είναι μια εύρωστη μεθοδολογία αντιμετώπισης προβλημάτων βέλτιστου ελέγχου συστημάτων υδατικών πόρων, στα οποία μπορούν εύκολα να ενταχθούν και τα υδροενεργειακά έργα.

Η κεντρική ιδέα συνίσταται στην *παραμετροποίηση* της διαχειριστικής πολιτικής των κύριων έργων αξιοποίησης (ταμιευτήρες, γεωτρήσεις, ενεργειακά έργα, κλπ.), ώστε να περιορίζεται δραστικά το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, χωρίς ωστόσο να μηδενίζεται, όπως στην περίπτωση των προκαθορισμένων κανόνων λειτουργίας. Οι παραμετρικοί κανόνες ενσωματώνονται στους λειτουργικούς περιορισμούς, που μαζί με τις εξισώσεις υδατικού ισοζυγίου και τους φυσικούς περιορισμούς στις θέσεις ελέγχου, συνιστούν το μοντέλο *στοχαστικής προσομοίωσης* του συστήματος (η προσομοίωση είναι στοχαστική, εφόσον οι εισροές αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές). Για δεδομένες τιμές παραμέτρων, το μοντέλο προσομοίωσης επιλύεται ρητά (βήμα προς βήμα), παράγοντας εκτιμήσεις των αποκρίσεων του συστήματος σε όλες τις θέσεις ενδιαφέροντος, για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα ελέγχου. Από την στατιστική ανάλυση των προσομοιωμένων χρονοσειρών απόκρισης αποτιμάται ένα καθολικό μέτρο επίδοσης του συστήματος, που μπορεί να περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα πιθανοτικά κριτήρια. Ο εντοπισμός των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων, και συνακόλουθα των βέλτιστων κανόνων λειτουργίας, αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, γνωστό και ως πρόβλημα *ολικής βελτιστοποίησης* (global optimization).

Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα της παραπάνω προσέγγισης είναι:

- Με την παραμετροποίηση των κανόνων λειτουργίας του υδροσυστήματος επιτυγχάνεται δραστηκός περιορισμός του πλήθους των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος, και κατά συνέπεια μειώνεται ο υπολογιστικός φόρτος της διαδικασίας αναζήτησης της βέλτιστης λύσης σε εφικτά επίπεδα.
- Οι μαθηματικοί περιορισμοί του συστήματος, φυσικοί και λειτουργικοί, αντιμετωπίζονται αποκλειστικά μέσω της προσομοίωσης. Κατά συνέπεια, το πρόβλημα βελτιστοποίησης της επίδοσης του συστήματος διατυπώνεται χωρίς περιορισμούς, κάτι που διευκολύνει σημαντικά την επίλυσή του.
- Η δραστηκή μείωση του υπολογιστικού φόρτου επιτρέπει τη διατύπωση της διαδικασίας με τη μορφή στοχαστικής προσομοίωσης, δηλαδή την χρήση συνθετικών χρονοσειρών μεγάλου μήκους, κάτι που αποτελεί προϋπόθεση για την εκτίμηση της αξιοπιστίας του υδροσυστήματος με ικανοποιητική ακρίβεια.
- Επειδή ζητούμενο του προβλήματος είναι οι βελτιστοποιημένοι κανόνες λειτουργίας του συστήματος, που εξαρτώνται μόνο από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών, και όχι οι εκορές κάθε χρονικού βήματος, που εξαρτώνται από την ακολουθία των εισροών, η διαχείριση του υδροσυστήματος μπορεί να γίνεται βάσει των συγκεκριμένων κανόνων, χωρίς να απαιτείται επικαιροποίηση της βελτιστοποίησης, με την προϋπόθεση ότι δεν μεταβάλλονται ουσιωδώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών και οι συνθήκες λειτουργίας του συστήματος.

Επισημαίνεται ότι η μη γραμμικότητα του προβλήματος βελτιστοποίησης οφείλεται στο ότι το αποτέλεσμα της στοχαστικής συνάρτησης, δηλαδή του μέτρου επίδοσης του συστήματος, προϋποθέτει την επίλυση του μοντέλου προσομοίωσης. Συνεπώς, το προτεινόμενο σχήμα αποτελεί, στην πραγματικότητα, σύζευξη των μεθόδων προσομοίωσης και βελτιστοποίησης, όπου κάθε φορά που στον αλγόριθμο βελτιστοποίησης ζητείται η αποτίμηση της στοχαστικής συνάρτησης ως προς ένα νέο σύνολο παραμέτρων, καλείται το μοντέλο προσομοίωσης με τους αντίστοιχους επικαιροποιημένους κανόνες λειτουργίας.

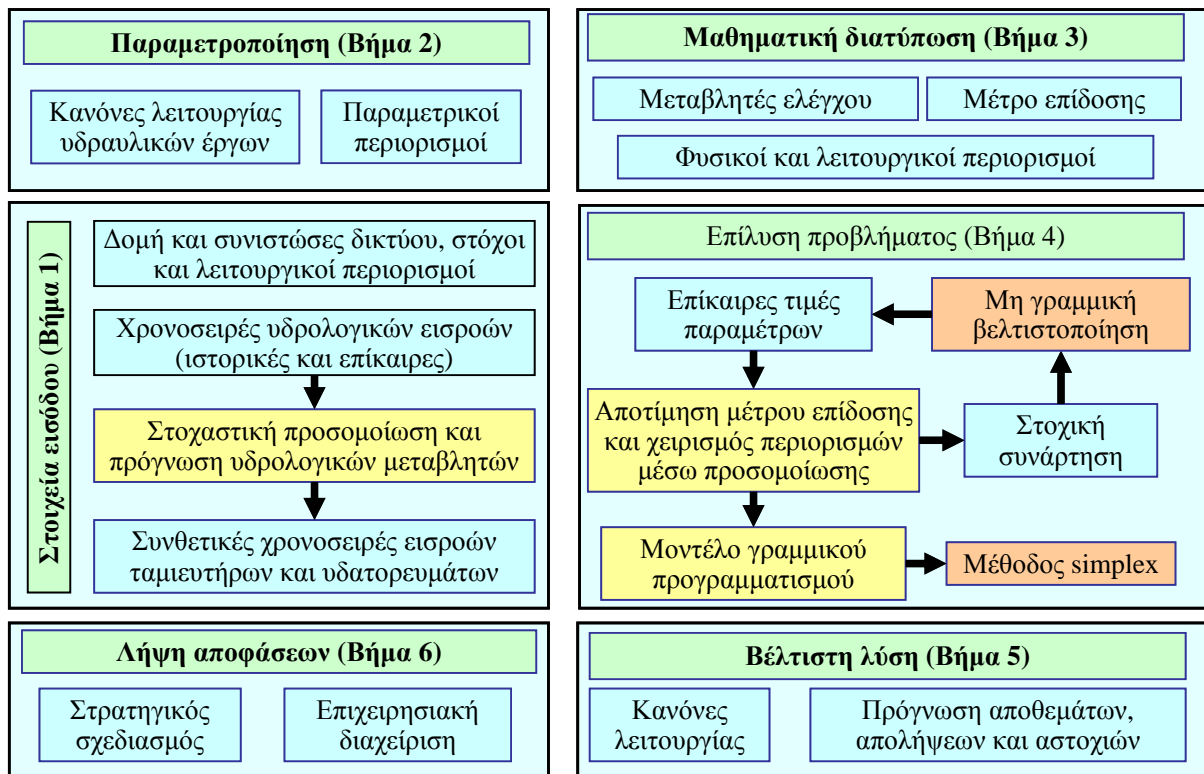
### 9.3.2 Υπολογιστική υλοποίηση

Το μεθοδολογικό πλαίσιο παραμετροποίηση-προσομοίωση-βελτιστοποίηση ενός συστήματος υδροενεργειακών πόρων υλοποιείται σε υπολογιστικά βήματα ως εξής (βλ. Εικόνα 9.2):

**Βήμα 1ο:** Διαμορφώνεται η σχηματοποίηση (γενική διάταξη, τοπολογία, και διασυνδέσεις μεταξύ των συνιστωσών) του συστήματος και εισάγονται τα δεδομένα του μαθηματικού του μοντέλου, δηλαδή τα χαρακτηριστικά μεγέθη των φυσικών και τεχνητών συνιστωσών, οι λειτουργικοί περιορισμοί, το μέτρο επίδοσης, οι χρονοσειρές ζήτησης νερού και ενέργειας, και οι χρονοσειρές των υδρομετεωρολογικών εισροών. Οι τελευταίες είτε είναι πραγματικές (ιστορικές) είτε, συνηθέστερα, συνθετικές, οι οποίες γεννώνται μέσω στοχαστικών μοντέλων που αναπαράγουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των αντίστοιχων ιστορικών δειγμάτων.

**Βήμα 2ο:** Ορίζονται κανόνες στρατηγικής διαχείρισης του συστήματος, που περιγράφονται από ένα σύνολο παραμέτρων,  $\theta$ . Η παραμετροποίηση οφείλει να είναι φειδωλή, ώστε το πλήθος των παραμέτρων, και συνεπώς το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος, να διατηρείται όσο το δυνατό πιο μικρό για να μη επιβαρύνει τη διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Με την προϋπόθεση στασιμότητας των χαρακτηριστικών του συστήματος, οι κανόνες λειτουργίας, και ως εκ τούτου οι παράμετροι, θεωρείται ότι δεν μεταβάλλονται διαχρονικά, ώστε η διάσταση του προβλήματος να μην εξαρτάται από τον χρονικό ορίζοντα ελέγχου. Από την άλλη πλευρά, ορισμένες παράμετροι είναι σκόπιμο να μεταβάλλονται εποχιακά, ώστε η πολιτική λειτουργίας που αποτυπώνουν να προσαρμόζεται στην ενδοετήσια ανισοκατανομή της προσφοράς και ζήτησης νερού.





Εικόνα 9.2: Διάγραμμα ροής μεθοδολογικού σχήματος παραμετροποίηση – προσομοίωση – βελτιστοποίηση.

**Βήμα 3ο:** Ορίζεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης, με στοχαστική συνάρτηση το μέτρο επίδοσης του συστήματος (στη γενική περίπτωση περιλαμβάνει πολλαπλά κριτήρια, συναθροισμένα σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση) και μεταβλητές ελέγχου τις παραμέτρους  $\theta$ . Επιπλέον, διατυπώνονται οι μαθηματικοί περιορισμοί του προβλήματος, φυσικοί και λειτουργικοί, συναρτήσει των χαρακτηριστικών μεγεθών του συστήματος (σταθερών ή μεταβαλλόμενων χρονικά), των χρήσεων νερού και ενέργειας, και των άλλων δεσμεύσεων (π.χ. λειτουργικών, περιβαλλοντικών) που ορίζει ο διαχειριστής του συστήματος.

**Βήμα 4ο:** Για δεδομένη διαχειριστική πολιτική, δηλαδή δεδομένες τιμές παραμέτρων των κανόνων λειτουργίας, καλείται το μοντέλο προσομοίωσης που επιλύει, ως προς τις άγνωστες μεταβλητές κατάσταση και απόφασης, τις εξισώσεις δυναμικής και τους μαθηματικούς περιορισμούς, για το σύνολο του ορίζοντα ελέγχου. Η επίλυση γίνεται βήμα προς βήμα, μετασχηματίζοντας το μοντέλο κατανομής των εκροών σε πρόβλημα δικτυακού γραμμικού προγραμματισμού, ο χειρισμός του οποίου γίνεται με ειδικές υπολογιστικές τεχνικές. Μετά το πέρας της προσομοίωσης αποτιμάται η τιμή της στοχαστικής συνάρτησης, δηλαδή η επίδοση του συστήματος έναντι της συγκεκριμένης διαχειριστικής πολιτικής. Η μεγιστοποίηση του μέτρου επίδοσης γίνεται μέσω δοκιμών, όπου σε κάθε δοκιμή ορίζονται νέες τιμές παραμέτρων, και επαναλαμβάνεται η προσομοίωση. Η διαδικασία τυποποιείται ως διαδικασία συστηματικής αναζήτησης του ολικού ακροτάτου του μέτρου επίδοσης ως προς τις άγνωστες παραμέτρους, που αντιστοιχεί στη στοχαστική συνάρτηση ενός προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης. Επειδή η συνάρτηση είναι έντονα μη γραμμική, η βελτιστοποίηση γίνεται με εξειδικευμένες υπολογιστικές τεχνικές (εξελικτικοί αλγόριθμοι).

**Βήμα 5ο:** Εντοπίζεται η βέλτιστη λύση του προβλήματος, που περιλαμβάνει τους κανόνες λειτουργίας και ένα πλήθος πληροφοριών που αναφέρονται στην εκτίμηση της πιθανότητας

αστοχίας των περιορισμών και την στοχαστική πρόγνωση όλων των μεταβλητών απόκρισης του υδροσυστήματος, δηλαδή τις εκροές και τα σχετιζόμενα μεγέθη.

**Βήμα 6ο:** Τα αποτελέσματα της βέλτιστης λύσης αξιοποιούνται για την λήψη αποφάσεων, σε επίπεδο στρατηγικού σχεδιασμού ή επιχειρησιακής διαχείρισης. Εφόσον κρίνεται αναγκαίο, η διαδικασία επαναλαμβάνεται τροποποιώντας τόσο δεδομένα εισόδου του μοντέλου ή/και τα κριτήρια βελτιστοποίησης.

### 9.3.3 Τύποι προσομοίωσης

Το μεθοδολογικό πλαίσιο υποστηρίζει και τους δύο τύπους προσομοίωσης που αναφέρθηκαν στο εδάφιο 3.3.7, στις οποίες υπάρχουν ορισμένες ουσιώδεις διαφορές.

Στην προσομοίωση *μόνιμης κατάστασης*, τα μεγέθη του συστήματος είναι στάσιμα, δηλαδή δεν μεταβάλλονται διαχρονικά (από έτος σε έτος), ενώ μπορούν να μεταβάλλονται εποχιακά (συνθήκη κυκλοστασιμότητας). Για μεγέθη που αντιμετωπίζονται ως τυχαίες μεταβλητές, η συνθήκη της στασιμότητας αναφέρεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά τους, και όχι στις ίδιες τις τιμές τους καθεαυτές. Συνεπώς, στην προσομοίωση επιτρέπεται να τεθεί μια τυχαία μεταβαλλόμενη ζήτηση νερού ή ενέργειας, που διατηρεί ωστόσο σταθερή τιμή και διασπορά, ενώ δεν επιτρέπεται να μεταβάλλεται συστηματικά, π.χ. ακολουθώντας μια αυξητική τάση. Όσον αφορά στα χαρακτηριστικά μεγέθη (ιδιότητες έργων), τις παραμέτρους και την γεωμετρία του συστήματος, δεν επιτρέπεται καμία διαχρονική αλλαγή. Στην προσομοίωση *μόνιμης κατάστασης*, ο χρονικός ορίζοντας είναι πολύ μεγάλος, της τάξης των εκατοντάδων ή χιλιάδων ετών, ανάλογα με τον επιθυμητό βαθμό ακρίβειας στην εκτίμηση των πιθανοτικών μεγεθών του συστήματος και τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης *μόνιμης κατάστασης* αξιοποιούνται σε μελέτες σχεδιασμού καθώς και για την κατάρτιση στρατηγικών σχεδίων διαχείρισης.

Από την άλλη πλευρά, στην *καταληκτική προσομοίωση*, η λειτουργία του συστήματος αναπαρίσταται για ένα μεγάλο πλήθος (της τάξης των δεκάδων ή εκατοντάδων) υδρολογικών σεναρίων, που παράγονται ως στοχαστικές προγνώσεις των αντίστοιχων διεργασιών, για σχετικά μικρό χρονικό ορίζοντα (της τάξης των μηνών ή λίγων ετών). Η προσομοίωση κάθε σεναρίου ξεκινά από τις ίδιες συνθήκες διαθεσιμότητας νερού, δηλαδή την ίδια αρχική στάθμη των ταμιευτήρων. Στην *καταληκτική προσομοίωση*, η οποία είναι κατάλληλη για επιχειρησιακούς σκοπούς, δηλαδή διαχείριση του συστήματος σε πραγματικό ή σχεδόν πραγματικό χρόνο, επιτρέπεται οποιαδήποτε αλλαγή των χαρακτηριστικών του συστήματος, καθώς και των υδατικών και ενεργειακών αναγκών.

## 9.4 Σχηματοποίηση συστήματος υδροενεργειακών πόρων

### 9.4.1 Συνιστώσες μοντέλου

Η σχηματοποίηση του συστήματος υδροενεργειακών πόρων διαμορφώνεται από σημειακά και γραμμικά στοιχεία, που αποτελούν συνιστώσες ενός εννοιολογικού μοντέλου *δικτυακής* μορφής. Οι *σημειακές* συνιστώσες ή *κόμβοι* είναι οι θέσεις ελέγχου του υδατικού ισοζυγίου (θέσεις πραγματοποίησης εισροών, εκροών και, κατά περίπτωση, αποθήκευσης νερού), και διαχωρίζονται σε επιμέρους κατηγορίες ως εξής:

- *απλοί κόμβοι*, χωρίς αποθηκευτική ικανότητα, που αντιστοιχούν σε σημεία ζήτησης νερού ή αλλαγής της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών μεγεθών του δικτύου·
- *κόμβοι εισροής*, στους οποίους πραγματοποιείται προσφορά νερού από κάποια εξωτερική πηγή (π.χ., λεκάνη απορροής)·

- *ταμειυτήρες*, που αναπαριστούν έργα αποθήκευσης νερού και ελεγχόμενης εκροής·
- *γεωτρήσεις*, που αναπαριστούν μεμονωμένα αντλητικά συγκροτήματα ή, συνηθέστερα, συστήματα έργων άντλησης υπόγειου νερού (ομάδες γεωτρήσεων ευρύτερων περιοχών), στα οποία πραγματοποιείται κατανάλωση ενέργειας.

Οι γραμμικές συνιστώσες ή αγωγοί, που υλοποιούν τις μεταφορές νερού μεταξύ των σημείων ελέγχου, χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

- *υδατορεύματα*, που είναι φυσικοί αγωγοί, χωρίς περιορισμό παροχαρακτηριστικής·
- *υδραγωγεία*, που είναι τεχνητοί αγωγοί, πεπερασμένης παροχαρακτηριστικής·
- *στρόβιλοι*, που είναι ειδικοί τύποι υδραγωγείων, με τα οποία παράγεται υδροηλεκτρική ενέργεια κατά τη μεταφορά του νερού (στην πράξη αναπαριστούν συστήματα έργων που περιλαμβάνουν αγωγούς προσαγωγής, μονάδες παραγωγής, και αγωγούς φυγής)·
- *αντλίες*, που είναι ειδικοί τύποι υδραγωγείων, στα οποία πραγματοποιείται κατανάλωση ενέργειας κατά τη μεταφορά του νερού (στην πράξη αναπαριστούν συστήματα έργων που περιλαμβάνουν αντλιοστάσια και καταθλιπτικούς αγωγούς).

Οι ροές νερού εισάγονται στις θέσεις προσφοράς επιφανειακών και υπόγειων νερών (κόμβοι εισροής, ταμειυτήρες, γεωτρήσεις), και καταλήγουν στους κατάντη κόμβους του συστήματος. Όσον αφορά στις ροές ενέργειας, αυτές μεταφέρονται μέσω ενός υποθετικού δικτύου που συνδέει τις συνιστώσες στις οποίες πραγματοποιείται παραγωγή ή κατανάλωση ενέργειας, έναν υποθετικό *κόμβο ενεργειακού ελέγχου* (Εικόνα 2.2). Στον κόμβο αυτό, που είναι κοινός με το υποσύστημα των ΑΠΕ, ορίζονται οι συναθροισμένες (από την ωριαία στην ημερήσια κλίμακα) χρονοσειρές «εξωτερικής» προσφοράς και ζήτησης ενέργειας, που προέρχονται από το εν λόγω σύστημα (βλ. Κεφάλαιο 8).

Στη συνέχεια περιγράφονται τα χαρακτηριστικά μεγέθη και εξισώσεις των συνιστωσών του μοντέλου προσομοίωσης. Σημειώνεται ότι όσον αφορά στην τυποποίηση των μεταβλητών απόφασης, όταν εκφράζονται σε συνεχή χρόνο, δηλαδή σε μονάδες παροχής (ροές νερού), συμβολίζονται με  $q$ , ενώ όταν εκφράζονται σε μονάδες όγκου που εισέρχεται, εξέρχεται ή μεταφέρεται κατά το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  συμβολίζονται με  $r$ . Προφανώς, ισχύει  $r = q \Delta t$ .

#### 9.4.2 Απλοί κόμβοι

Ο απλός κόμβος είναι μια εννοιολογική οντότητα που αντιπροσωπεύει μια θέση αλλαγής της γεωμετρίας (π.χ. διακλάδωση) ή των ιδιοτήτων του δικτύου (π.χ. αλλαγή παροχαρακτηριστικής αγωγού), ή ένα υποθετικό σημείο στο οποίο συγκεντρώνεται η ζήτηση νερού μιας ευρύτερης περιοχής. Στους απλούς κόμβους δεν υπάρχει δυνατότητα προσφοράς νερού από εξωτερικές πηγές ή αποθήκευσης νερού.

Η εξίσωση υδατικού ισοζυγίου του κόμβου  $i$  στο χρονικό βήμα  $t$  γράφεται:

$$\sum_j r_{jit} (1 - \delta_{ij}) - \sum_k r_{ikt} - w_{it} = 0 \quad (9.12)$$

όπου  $r_{jit}$  ο όγκος νερού που εξέρχεται από τον ανάντη κόμβο  $j$  με κατεύθυνση προς τον κόμβο  $i$ ,  $\delta_{ij}$  συντελεστής γραμμικών απωλειών της ροής κατά τη διαδρομή  $j \rightarrow i$  (χαρακτηριστικό μέγεθος των αγωγών, για την προσομοίωση των απωλειών λόγω διήθησης σε υδατορεύματα ή διαρροής σε υδραγωγεία),  $r_{ikt}$  ο όγκος νερού που εξέρχεται από τον κόμβο  $i$  με κατεύθυνση τον κατάντη κόμβο  $k$ , και  $w_{it}$  η απόληψη νερού, η οποία είναι μη μηδενική όταν ο κόμβος αντιπροσωπεύει μια θέση (ή περιοχή) ζήτησης νερού.

Το χαρακτηριστικό γεωμετρικό μέγεθος του κόμβου είναι το απόλυτο υψόμετρο,  $z_i$ , που είναι σταθερό.

Στους τελικούς κόμβους του δικτύου των υδραγωγείων ο χρήστης μπορεί να επιτρέψει ή όχι την κατάντη μεταφορά νερού. Στην πρώτη περίπτωση, το μοντέλο επιτρέπει την απεριόριστη μεταφορά νερού διαμέσου του συγκεκριμένου κόμβου, η οποία θεωρείται απώλεια από το σύστημα, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η μεταφορά νερού δεν μπορεί να ξεπεράσει τον στόχο ζήτησης στον κόμβο. Όσον αφορά στους τελικούς κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, εκεί προφανώς επιτρέπεται απεριόριστη εκροή νερού κατάντη, η οποία καταγράφεται ως φυσική απώλεια από το σύστημα.

### 9.4.3 Κόμβοι εισροής

Ο κόμβος εισροής είναι ειδική κατηγορία κόμβου, που αναπαριστά μια σημειακή προσφορά νερού στο σύστημα, η οποία προέρχεται από την απορροή μιας ανάντη λεκάνης, την εκροή μιας πηγής, κλπ. Η προσφορά νερού θεωρείται τυχαία μεταβλητή και εισάγεται στο μοντέλο ως χρονοσειρά παροχής,  $q_{it}$ .

Οι κόμβοι εισροής συνδέονται αποκλειστικά με κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, κατά μήκος του οποίου δεν υπάρχουν περιορισμοί παροχетеυτικότητας, ή ταμιευτήρες. Αντίθετα, δεν επιτρέπεται η σύνδεσή τους με το δίκτυο των υδραγωγείων, αφενός γιατί κάτι τέτοιο δεν έχει φυσικό νόημα και αφετέρου επειδή μπορεί να οδηγήσει σε μη εφικτό υδατικό ισοζύγιο, στην περίπτωση που η εισροή σε κάποιο χρονικό βήμα υπερβαίνει την παροχетеυτικότητα του κατάντη δικτύου.

### 9.4.4 Ταμιευτήρες

Ο ταμιευτήρας είναι μια φυσική (αν πρόκειται για λίμνη) ή τεχνητή συνιστώσα αποθήκευσης επιφανειακών υδατικών πόρων. Ο ταμιευτήρας οφείλει να έχει επαρκή χωρητικότητα, ώστε να επιτυγχάνει ρύθμιση των εισροών για χρονικό διάστημα ίσο τουλάχιστον με τη χρονική διακριτικότητα του μοντέλου προσομοίωσης. Οι ταμιευτήρες είναι οι μοναδικές θέσεις ελέγχου του συστήματος στις οποίες ορίζονται μεταβλητές κατάστασης, δηλαδή τα αποθέματα,  $s_{it}$ . Συνέπεια των ροών νερού είναι οι μεταβολές των αποθεμάτων,  $\Delta s_{it}$ .

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του ταμιευτήρα  $i$  είναι:

- η έκταση της υπολεκάνης ανάντη του φράγματος,  $a_i$ .
- η κατώτατη και ανώτατη στάθμη υδροληψίας,  $z_i^{\min}$  και  $z_i^{\max}$ , αντίστοιχα.
- η αρχική στάθμη,  $z_{i0}$ .

Για κάθε ταμιευτήρα ορίζονται τρεις χαρακτηριστικές καμπύλες:

- η καμπύλη στάθμης-αποθέματος  $s = s_i(z)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών  $(z, s)$ .
- η καμπύλη στάθμης-επιφάνειας  $a = a_i(z)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών  $(z, a)$ .
- η καμπύλη στάθμης-υπόγειων διαφυγών  $l = l_i(z)$ , που στη γενική περίπτωση περιγράφεται από μια πολυωνυμική εξίσωση τρίτου βαθμού, με μηνιαία μεταβαλλόμενους συντελεστές που αποτελούν χαρακτηριστικές παραμέτρους του ταμιευτήρα.

Παράγωγα μεγέθη της κατώτατης και ανώτατης στάθμης λειτουργίας είναι ο νεκρός όγκος,  $dn_i$ , και η αποθηκευτική ικανότητα,  $k_i$ , που εκτιμώνται από τις αντίστοιχες καμπύλες:

$$\begin{aligned} dv_i &= s_i(z_i^{\min}) \\ k &= s_i(z_i^{\max}) \end{aligned} \quad (9.13)$$

Η ποσότητα  $k_i - dv_i$  καλείται *ωφέλιμη χωρητικότητα*, και εκφράζει τον μέγιστο απολήψιμο απόθεμα νερού του ταμιευτήρα. Ομοίως, η ποσότητα  $s_{it} - dv_i$  καλείται *ωφέλιμο απόθεμα*, και εκφράζει το απολήψιμο απόθεμα στο χρονικό βήμα  $t$ .

Για κάθε ταμιευτήρα ορίζονται τρεις χρονοσειρές εισόδου, που δίνονται στη μορφή ισοδύναμων υψών νερού:

- η χρονοσειρά ύψους απορροής της ανάντη υπολεκάνης,  $\tilde{q}_{it}$ .
- η χρονοσειρά ύψους βροχόπτωσης στην επιφάνεια του ταμιευτήρα,  $\tilde{p}_{it}$ .
- η χρονοσειρά απωλειών λόγω εξάτμισης από την επιφάνεια του ταμιευτήρα,  $\tilde{e}_{it}$ .

Η εξίσωση υδατικού ισοζυγίου του ταμιευτήρα στο χρονικό βήμα  $t$  αποτελεί γενίκευση της αντίστοιχης εξίσωσης ισοζυγίου του απλού κόμβου, και γράφεται:

$$\Delta s_{it} = s_{it} - s_{i,t-1} = i_{it} + \sum_j r_{jit} (1 - \delta_{ij}) - \sum_k r_{ikt} - w_{it} - y_{it} \quad (9.14)$$

όπου  $s_{i,t-1}$  το απόθεμα στην αρχή του χρονικού βήματος,  $s_{it}$  το απόθεμα το τέλος του χρονικού βήματος,  $i_{it}$  οι καθαρές υδρολογικές εισροές,  $w_{it}$  οι αποληψεις νερού για την ιακνοποίηση υδατικών αναγκών που αναφέρονται στη θέση του ταμιευτήρα, και  $y_{it}$  οι απώλειες λόγω υπερχειλίσης. Οι υπόλοιποι όροι της εξίσωσης εκφράζουν τις εισροές νερού από τα ανάντη υδραγωγεία ή υδατορεύματα (στις οποίες έχουν αφαιρεθεί οι απώλειες λόγω διαρροών ή διαφυγών) και τις ελεγχόμενες εκροές κατάντη, που πραγματοποιούνται μέσω των έργων υδροληψίας. Αυτές διαφοροποιούνται από τις υπερχειλίσεις, που οφείλονται σε υπέρβαση της χωρητικότητας του ταμιευτήρα λόγω αυξημένων εισροών, και είναι συνεπώς μη ελεγχόμενες.

Οι *καθαρές υδρολογικές εισροές* περιλαμβάνουν την απορροή της ανάντη υπολεκάνης,  $q_{it}$ , και την βροχόπτωση στην επιφάνεια του ταμιευτήρα,  $p_{it}$ , μείον την εξάτμιση,  $e_{it}$ , και τις υπόγειες διαφυγές,  $l_{it}$ , δηλαδή:

$$i_{it} = q_{it} + p_{it} - e_{it} - l_{it} \quad (9.15)$$

Στην παραπάνω σχέση, τα ισοδύναμα ύψη απορροής, βροχόπτωσης και εξάτμισης έχουν μετατραπεί σε όγκους μέσω των σχέσεων:

$$\begin{aligned} q_{it} &= \tilde{q}_{it} (a_i - a_{it}) \\ p_{it} &= \tilde{p}_{it} a_{it} \\ e_{it} &= \tilde{e}_{it} a_{it} \end{aligned} \quad (9.16)$$

όπου  $a_{it}$  η έκταση που καταλαμβάνει ο ταμιευτήρας κατά το χρονικό βήμα  $t$ . Η έκταση αυτή λαμβάνεται ίση με τη γνωστή τιμή στην αρχή του χρονικού βήματος, επιτρέποντας έτσι την ρητή διατύπωση του υδατικού ισοζυγίου.

Ως υπόγειες διαφυγές νοούνται κάθε μορφής απώλειες νερού από τον ταμιευτήρα, οι οποίες πραγματοποιούνται διαμέσου του πυθμένα, των πρανών και τους σώματος του φράγματος. Οι διαφυγές θεωρούνται συνάρτηση της στάθμης,  $z_{it}$ , για την οποία λαμβάνεται η γνωστή τιμή στην αρχή του χρονικού βήματος. Όπως αναφέρθηκε, η σχέση στάθμης – υπόγειων διαφυγών

περιγράφεται από μια πολυωνυμική εξίσωση τρίτου βαθμού, με συντελεστές που μπορούν να διαφοροποιούνται για κάθε μήνα  $t$ :

$$l_{it} = \alpha_{it} z_{it}^3 + \beta_{it} z_{it}^2 + \gamma_{it} z_{it} + \varepsilon_{it} + \xi_{it} \quad (9.17)$$

όπου  $\alpha_{it}$ ,  $\beta_{it}$ ,  $\gamma_{it}$  και  $\varepsilon_{it}$  μηνιαίοι συντελεστές και  $\xi_{it}$  τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή, με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση  $\sigma_{it}$ . Ο τυχαίος όρος εισάγεται ώστε να ποσοτικοποιήσει την αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις των υπόγειων διαφυγών (π.χ., στατιστικό σφάλμα που βασίζεται στη ανάλυση ιστορικών δεδομένων στάθμης και διαφυγών).

Στον ταμιευτήρα ισχύει ο περιορισμός αποθέματος:

$$0 \leq s_{it} \leq k_i \quad (9.18)$$

Σημειώνεται ότι, από λειτουργική άποψη, το κατώτατο όριο του αποθέματος ενός ταμιευτήρα ισούται με τον νεκρό του όγκο  $dn_i$ , δεδομένου ότι δεν υπάρχει δυνατότητα υδροληψίας σε χαμηλότερη στάθμη. Ωστόσο, το απόθεμα  $s_{it}$  μπορεί να κατέβει και κάτω από τη στάθμη του νεκρού όγκου, εφόσον οι απώλειες λόγω εξάτμισης και υπόγειων διαφυγών ξεπεράσουν τις υδρολογικές εισροές. Αντίθετα, αν στο τρέχον απόθεμα προστεθούν εισροές που ξεπερνούν την αποθηκευτική ικανότητα του ταμιευτήρα αλλά λόγω ανεπαρκούς παροχτευτικότητας του δικτύου δεν μπορούν να διοχετευτούν κατάντη, προκύπτει πλεόνασμα νερού που εκρέει ως απώλεια λόγω υπερχείλισης,  $y_{it}$ .

Στο μοντέλο παρέχεται η κατ' επιλογή δυνατότητα εκροής των υπερχείλισεων σε κόμβο του υδρογραφικού δικτύου (προφανώς, στον αμέσως κατάντη του ταμιευτήρα). Διαφορετικά, η υπερχείλιση θεωρείται απώλεια από το σύστημα, καθώς δεν διοχετεύεται στο δίκτυο ώστε να αξιοποιηθεί για την εξυπηρέτηση άλλων χρήσεων νερού.

#### 9.4.5 Γεωτρήσεις

Η γεώτρηση αποτελεί εννοιολογική συνιστώσα, που αναπαριστά ένα ή περισσότερα έργα υδροληψίας από υπόγειους υδροφορείς. Στο αντικείμενο αυτό συναθροίζεται, συνήθως, η αντλητική ικανότητα των γεωτρήσεων ευρύτερων περιοχών, επιτυγχάνοντας έτσι σημαντική απλοποίηση στο μοντέλο προσομοίωσης. Κάθε γεώτρηση συνδέεται, απαραίτητα, με κάποιον κόμβο, ενώ σε έναν κόμβο μπορούν να συνδεθούν περισσότερες από μία γεωτρήσεις.

Χαρακτηριστικά μεγέθη της γεώτρησης  $i$  είναι:

- η *δυναμικότητα*,  $g_i$ , η οποία είτε αντιστοιχεί στην πραγματική αντλητική ικανότητα του συστήματος είτε αποτελεί εικονικό μέγεθος, που εισάγεται ως εκτιμήτρια του διαθέσιμου υπόγειου δυναμικού·
- η *ειδική ενέργεια*,  $\psi_i$ , που δίνεται σε kWh/m<sup>3</sup> και εκφράζει την κατανάλωση ενέργειας που απαιτείται για την άντληση μιας μονάδας όγκου νερού (1 m<sup>3</sup>) από τον υδροφορέα.

Σε κάθε χρονικό βήμα  $t$ , οι εκροές νερού από τη γεώτρηση,  $r_{it}$ , διέπονται από τον περιορισμό:

$$0 \leq r_{it} \leq g_i \quad (9.19)$$

Για δεδομένη απόληψη,  $w_{it}$ , η ενέργεια που καταναλώνεται είναι:

$$e_{it} = \psi_i w_{it} \quad (9.20)$$

#### 9.4.6 Υδατορεύματα

Το υδατόρευμα αποτελεί συνιστώσα του φυσικού συστήματος, που ορίζεται ως τμήμα του υδρογραφικού δικτύου μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων  $i$  και  $j$ . Οι κόμβοι που ορίζουν ένα

υδατόρευμα είναι, εξ ορισμού, σημεία του υδρογραφικού δικτύου. Το υδατόρευμα μπορεί να συνδεθεί με ταμιευτήρα, ενώ οι κόμβοι του μπορούν να συνδεθούν με κόμβους εισροής.

Χαρακτηριστικό μέγεθος του υδατορεύματος είναι ο *συντελεστής διήθησης*,  $0 \leq \delta_{ij} \leq 1$ , που εκφράζει το ποσοστό της διερχόμενης παροχής που διαφεύγει προς τον υπόγειο υδροφόρα. Η ροή σε ένα υδατόρευμα θεωρείται ότι δεν διέπεται από περιορισμούς παροχεταιυτικότητας, καθώς η υπερχειλίση μιας φυσικής κοίτης λαμβάνει χώρα μόνο κατά τη διάρκεια εξαιρετικά ισχυρών πλημμυρικών επεισοδίων, που δεν σχετίζεται με την χρονική κλίμακα του μοντέλου προσομοίωσης.

#### 9.4.7 Υδραγωγεία

Το *υδραγωγείο* είναι εννοιολογικό γραμμικό στοιχείο που συνδέει έναν κόμβο,  $i$ , μεγαλύτερου ενεργειακού υψομέτρου με έναν κόμβο,  $j$ , μικρότερου ενεργειακού υψομέτρου, καθορίζοντας μονοσήμαντα την φορά ροής του νερού, από τον ανάντη κόμβο  $i$  προς τον κατάντη κόμβο  $j$ .

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη του υδραγωγείου είναι:

- η *παροχεταιυτικότητα*,  $c_{ij}$ , η οποία εκφράζει το φυσικό άνω όριο της διερχόμενης παροχής·
- ο *αδιάστατος συντελεστής διαρροών*,  $\delta_{ij}$ , που εκφράζει τις απώλειες νερού μεταξύ του ανάντη και κατάντη κόμβου ως ποσοστό της διερχόμενης παροχής·
- ο *αδιάστατος συντελεστής χρονικής λειτουργίας*,  $\theta_{ij}$ , που εκφράζει το ποσοστό του χρόνου που μπορεί να λειτουργήσει το υδραγωγείο, και χρησιμοποιείται για να εισάγει χρονικούς περιορισμούς στη μεταφορά του νερού.

Η παροχεταιυτικότητα ορίζεται σε μονάδες παροχής ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) και μπορεί να είναι είτε σταθερή ή μεταβλητή. Η τελευταία περίπτωση προκύπτει όταν η υψομετρική διαφορά,  $h_{ijt} = z_{it} - z_{jt}$ , μεταξύ του ανάντη και κατάντη κόμβου, που ορίζει τις διαθέσιμες ενεργειακές απώλειες κατά το χρονικό βήμα  $t$ , είναι μεταβλητή. Η περίπτωση αυτή προκύπτει όταν ένας, τουλάχιστον, από τους δύο κόμβους του υδραγωγείου έχει μεταβλητό υψόμετρο, αντιστοιχεί δηλαδή σε ταμιευτήρα. Η μεταβολή της παροχεταιυτικότητας συναρτήσει των ενεργειακών απωλειών περιγράφεται από μια καμπύλη  $c = c_{ij}(h)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών ( $h, c$ ).

Η διερχόμενη παροχή σε κάθε χρονικό βήμα υπόκειται στον φυσικό περιορισμό:

$$0 \leq q_{ijt} \leq \theta_{ij} c_{ijt} \quad (9.21)$$

Στην περίπτωση μη μηδενικών διαρροών, στον κατάντη κόμβο καταλήγει παροχή  $(1 - \delta_{ij}) q_{ijt}$ , ενώ η ποσότητα που διαφεύγει καταγράφεται ως απώλεια από το σύστημα.

Στο μαθηματικό μοντέλο, η παροχεταιυτικότητα (γενικότερα, η σχέση ενεργειακών απωλειών-παροχής), και ο συντελεστής διαρροών μπορεί να μεταβάλλονται διαχρονικά, αποτυπώνοντας έτσι αλλαγές στα χαρακτηριστικά του υδραγωγείου (π.χ. ενίσχυση διατομής).

#### 9.4.8 Στρόβιλοι

Ο *στρόβιλος* είναι ειδικός τύπος υδραγωγείου, με δυνατότητα παραγωγής υδροηλεκτρικής ενέργειας κατά τη διέλευση ροής από αυτό. Όπως αναφέρθηκε, ο *στρόβιλος* αντιπροσωπεύει ένα ευρύτερο σύστημα υδροενεργειακών έργων, που αποτελείται από τον ανάντη αγωγό (ή αγωγούς) προσαγωγής, τις στροβιλομηχανές, και την κατάντη διάταξη μεταφοράς του νερού μέχρι το σημείο εξόδου (αγωγός φυγής). Συνήθως, ο *στρόβιλος* συνδέεται με ταμιευτήρα, αλλά μπορεί να συνδεθεί και μεταξύ δύο οποιονδήποτε κόμβων του δικτύου, εφόσον υπάρχει θετική υψομετρική διαφορά μεταξύ του ανάντη και κατάντη κόμβου.

Η ποσότητα ενέργειας που παράγεται κατά το χρονικό βήμα  $t$  όταν μια εκροή  $r_{ijt}$  διέλθει από ένα στρόβιλο δίνεται από την σχέση (9.6), η οποία διατυπώνεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$e_{ijt} = \psi_{ijt} r_{ijt} h_{ijt} \quad (9.22)$$

όπου  $e_{ij}$  η παραγόμενη ενέργεια σε kWh,  $r_{ijt}$  ο διερχόμενος όγκος νερού σε  $m^3$ ,  $h_{ijt}$  το ολικό ύψος πτώσης (διαθέσιμες ενεργειακές απώλειες) σε m, και  $\psi_{ijt}$  η ειδική ενέργεια (δηλαδή η ενέργεια ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα ύψους πτώσης), η οποία εκφράζεται σε  $kWh/hm^4$  και δίνεται από τη σχέση:

$$\psi = 0.2725 \eta \frac{h_n}{h} \quad (9.23)$$

Κάτω από τις προϋποθέσεις που αναφέρθηκαν στο εδάφιο 9.2.8, η ειδική ενέργεια είναι συνάρτηση του ολικού ύψους πτώσης  $h$  και η θεωρητικά μέγιστη τιμή της είναι  $0.2725 kWh/hm^4$ . Η μέγιστη τιμή αντιστοιχεί σε μοναδιαίο συντελεστή απόδοσης ( $\eta = 1$ ) και σε μηδενικές γραμμικές και τοπικές απώλειες ( $h_L = 0$ ), οπότε  $h_n = h$ .

Το ολικό ύψος πτώσης εκτιμάται ως η υψομετρική διαφορά του ανάντη και κατόντη κόμβου, δηλαδή  $h_{ijt} = z_{it} - z_{jt}$ . Η διαφορά αυτή είναι σταθερή, όταν ο στρόβιλος συνδέεται με κόμβους σταθερού υψομέτρου, ή μεταβλητή, όταν συνδέεται με έναν τουλάχιστο ταμιευτήρα, οπότε το ενεργειακό διαθέσιμο εξαρτάται από την επίκαιρη στάθμη. Στην περίπτωση αυτή, η εκτίμηση του μεταβλητού ύψους πτώσης γίνεται κατά προσέγγιση, λαμβάνοντας ως εκτιμήτρια τη γνωστή στάθμη στην αρχή του χρονικού βήματος (ρητό σχήμα επίλυσης). Η προσέγγιση αυτή είναι σχετικά ακριβής, όταν οι διακυμάνσεις της στάθμη στον ταμιευτήρα είναι μικρές, το οποίο εξασφαλίζεται με την εφαρμογή μικρού χρονικού βήματος,  $\Delta t$ .

Η λειτουργία του στροβίλου περιγράφεται από δύο χαρακτηριστικές καμπύλες:

- η καμπύλη παροχευτικότητας – ενεργειακών απωλειών  $c = c_{ij}(h)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών ( $h, c$ ).
- η καμπύλη ειδικής ενέργειας – ενεργειακών απωλειών  $\psi = \psi_{ij}(h)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών ( $h, \psi$ ).

Σημειώνεται ότι για τον ακριβή προσδιορισμό των σημείων ( $h, \psi$ ) απαιτούνται αναλυτικοί υδραυλικοί υπολογισμοί, στους οποίους λαμβάνονται υπόψη τόσο τα χαρακτηριστικά του αγωγού προσαγωγής όσο και οι χαρακτηριστικές καμπύλες των στροβίλων.

Δύο ακόμη χαρακτηριστικά μεγέθη του στροβίλου είναι:

- η εγκατεστημένη ισχύς,  $I_{ij}$ , που δίνεται σε MW.
- ο αδιάστατος συντελεστής χρονικής λειτουργίας,  $\theta_{ij}$ , που εκφράζει το ποσοστό του χρόνου που μπορεί να λειτουργήσει ο στρόβιλος.

Όμοια με τα υδραγωγεία, σε κάθε χρονικό βήμα, η εκροή νερού από τους στροβίλους (που δίνεται σε μονάδες όγκου) υπόκειται στον φυσικό περιορισμό:

$$0 \leq r_{ijt} \leq \theta_{ij} c_{ij} \Delta t \quad (9.24)$$

Κατά συνέπεια, λαμβάνοντας υπόψη και τους περιορισμούς ισχύος των στροβίλων, η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να παραχθεί στη διάρκεια του χρονικού βήματος  $t$  είναι:

$$e_{ijt} \leq \min(I_{ij}, \psi_{ijt} c_{ij} h_{ijt}) \theta_{ij} \Delta t \quad (9.25)$$

Τονίζεται ότι, σε αντίθεση με τα υδραγωγεία, η μεταφορά νερού μέσω των στροβίλων γίνεται χωρίς διαρροές.



## 9.4.9 Αντλίες

Η αντλία είναι ειδικός τύπος υδραγωγείου, στο οποίο η μεταφορά νερού πραγματοποιείται με κατανάλωση ενέργειας. Στην πράξη, η οντότητα αυτή είναι εννοιολογική, και υποδηλώνει σύστημα αντλιών (αντλιοστάσιο), το οποίο συνδέεται με καταθλιπτικό αγωγό.

Κατ'αντιστοιχία με τους στροβίλους, η ποσότητα ενέργειας που καταναλώνεται κατά το χρονικό βήμα  $t$  όταν μια εκροή  $r_{ijt}$  διέλθει από μια αντλία δίνεται από την σχέση (9.9), η οποία διατυπώνεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$e_{ijt} = \psi_{ijt} r_{ijt} h_{ijt} \quad (9.26)$$

όπου  $e_{ij}$  η καταναλισκόμενη ενέργεια σε kWh,  $r_{ijt}$  ο διερχόμενος όγκος νερού σε  $m^3$ ,  $h_{ijt}$  η υψομετρική διαφορά μεταξύ του ανάντη και κατάντη κόμβου, σε m, και  $\psi_{ijt}$  η ειδική ενέργεια (δηλαδή η ενέργεια που καταναλώνεται ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα ύψους), η οποία εκφράζεται σε kWh/hm<sup>4</sup> και δίνεται από τη σχέση:

$$\psi = 0.2725 \eta \frac{h}{h_{\mu}} \quad (9.27)$$

Η θεωρητικά ελάχιστη τιμή της ειδικής ενέργειας είναι 0.2725 kWh/m<sup>4</sup>, η οποία αντιστοιχεί σε μοναδιαίο συντελεστή απόδοσης ( $\eta = 1$ ) και σε μηδενικές γραμμικές και τοπικές απώλειες ( $h_L = 0$ ), οπότε  $h_{\mu} = h$ .

Η υψομετρική διαφορά μεταξύ του ανάντη και κατάντη κόμβου,  $h_{ijt} = z_{it} - z_{jt}$ , είναι σταθερή, όταν η αντλία συνδέεται με κόμβους σταθερού υψομέτρου, ή μεταβλητή, όταν συνδέεται με έναν τουλάχιστο ταμιευτήρα, οπότε η υψομετρική διαφορά εξαρτάται από την επίκαιρη στάθμη. Στην περίπτωση μεταβλητής στάθμης, η εκτίμηση του μεγέθους  $h_{ijt}$  γίνεται κατά προσέγγιση, λαμβάνοντας ως εκτιμήτρια τη γνωστή τιμή στην αρχή του χρονικού βήματος

Η λειτουργία της αντλίας περιγράφεται από δύο χαρακτηριστικές καμπύλες:

- η καμπύλη παροχτευτικότητας – υψομετρικής διαφοράς  $c = c_{ij}(h)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών ( $h, c$ ).
- η καμπύλη ειδικής ενέργειας – υψομετρικής διαφοράς  $\psi = \psi_{ij}(h)$ , που κατασκευάζεται με λογαριθμική παρεμβολή μεταξύ γνωστών ζευγών τιμών ( $h, \psi$ ).

Η μεταφορά νερού μέσω των αντλιών γίνεται, όπως και στην περίπτωση των στροβίλων, χωρίς διαρροές.

## 9.5 Δεδομένα εισόδου μοντέλου προσομοίωσης

### 9.5.1 Χρονικά μεγέθη

Τα χρονικά μεγέθη του μοντέλου προσομοίωσης είναι οι ημερομηνίες έναρξης και λήξης της περιόδου ελέγχου, και το χρονικό βήμα,  $\Delta t$ . Στις μελέτες διαχείρισης υδατικών πόρων, το χρονικό βήμα είναι συνήθως μηνιαίο. Ωστόσο, στην προκειμένη περίπτωση, που αφορά στο πλαίσιο συνδυασμένης προσομοίωσης υδατικών και ενεργειακών πόρων, το χρονικό βήμα είναι ημερήσιο.

Στην περίπτωση καταληκτικής προσομοίωσης, εκτός των παραπάνω, ορίζεται και το πλήθος των υδρολογικών σεναρίων.

### 9.5.2 Χαρακτηριστικά μεγέθη έργων

Για δεδομένη σχηματοποίηση του συστήματος, ορίζονται τα χαρακτηριστικά μεγέθη των συνιστωσών του. Με βάση την αναλυτική περιγραφή της προηγούμενης ενότητας, για κάθε συνιστώσα ορίζονται τα εξής χαρακτηριστικά:

- για κάθε *κόμβο* ορίζεται το απόλυτο υψόμετρο και, εφόσον που πρόκειται για τελικό κόμβο του δικτύου υδραγωγείων, η δυνατότητα μεταφοράς της πλεονάζουσας παροχής κατάντη, εκτός του υδροσυστήματος·
- για κάθε *κόμβο εισροής* ορίζεται ο κόμβος του υδρογραφικού δικτύου ή ο ταμιευτήρας με τον οποίο συνδέεται·
- για κάθε *ταμιευτήρα* ορίζονται η έκταση της ανάντη υπολεκάνης, οι σχέσεις στάθμης-αποθέματος, στάθμης-επιφάνειας και στάθμης-διαφυγών, οι στάθμες υδροληψίας και υπερχειλίσης, ο κόμβος στον οποίο εκρέουν οι υπερχειλίσεις και η στάθμη στην αρχή της προσομοίωσης, που είναι και η μοναδική αρχική συνθήκη του μοντέλου·
- για κάθε *γεώτρηση* ορίζονται ο κόμβος τον οποίο τροφοδοτεί, η μηνιαία δυναμικότητα και η ειδική ενέργεια·
- για κάθε *υδατόρευμα* ορίζεται ένας σταθερός συντελεστής διήθησης·
- για κάθε *υδραγωγείο* ορίζονται οι συντελεστές διαρροών και χρονικής λειτουργίας, η σταθερή ή μεταβλητή παροχετευτικότητα, και στην τελευταία περίπτωση η σχέση ύψους πτώσης-παροχής·
- για κάθε *στρόβιλο* ορίζονται η εγκαταστημένη ισχύς, ο συντελεστής χρονικής λειτουργίας, και οι σχέσεις παροχετευτικότητας – ενεργειακών απωλειών και ειδικής ενέργειας – ενεργειακών απωλειών·
- για κάθε *αντλία* ορίζεται οι σχέσεις παροχετευτικότητας – υψομετρικής διαφοράς και ειδικής ενέργειας – υψομετρικής διαφοράς.

Σημειώνεται ότι ορισμένες από τις παραπάνω ιδιότητες, συγκεκριμένα οι παροχετευτικότητες και συντελεστές διαρροών των υδραγωγείων, και οι σχέσεις υπολογισμού της παραγωγής και κατανάλωσης ενέργειας σε στρόβιλους και αντλίες, αντίστοιχα, μπορούν να μεταβάλλονται διαχρονικά. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να διερευνηθούν οι επιπτώσεις αλλαγών ή έκτακτων περιστατικών στο σύστημα. Για παράδειγμα, μια βλάβη σε υδραγωγείο, η οποία επιβάλλει προσωρινή διακοπή της λειτουργίας του, μπορεί να αποτυπωθεί στο μοντέλο με τη θεώρηση μηδενικής παροχετευτικότητας για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

### 9.5.3 Υδρολογικά σενάρια

Οι υδρολογικές μεταβλητές εισόδου του συστήματος δίνονται με τη μορφή χρονοσειρών, οι οποίες ορίζονται στις θέσεις των ταμιευτήρων και των κόμβων εισροής.

Συγκεκριμένα, στους ταμιευτήρες ορίζονται τρεις χρονοσειρές εισόδου:

- χρονοσειρές απορροής·
- χρονοσειρές βροχόπτωσης·
- χρονοσειρές εξάτμισης.

Η απορροή αναφέρεται στη φυσική εισροή νερού που προέρχεται από την υπολεκάνη ανάντη του φράγματος, ενώ η βροχόπτωση και η εξάτμιση θεωρείται ότι πραγματοποιούνται στην επιφάνεια του ταμιευτήρα. Όλες οι τιμές των παραπάνω χρονοσειρών δίνονται σε μονάδες ισοδύναμου ύψους νερού (υποχρεωτικά σε mm).

Όσον αφορά στους κόμβους εισροής, οι χρονοσειρές εισροών δίνονται απευθείας σε μονάδες παροχής ( $m^3/s$ ).

Οι χρονοσειρές μπορεί να είναι ιστορικές ή συνθετικές, που σημαίνει ότι παράγονται μέσω κάποιου στοχαστικού μοντέλου. Ως γνωστό, τα μοντέλα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών επιτρέπουν την διατήρηση των στατιστικών συσχετίσεων μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών, έτσι ώστε η αναπαράσταση των αντίστοιχων διεργασιών να είναι ρεαλιστική και συμβατή με τις πραγματικές συνθήκες του συστήματος. Χρονοσειρές που παράγονται μέσω μιας τέτοιας συστηματικής διαδικασίας ομαδοποιούνται σε *υδρολογικά σενάρια*. Συνεπώς, το υδρολογικό σενάριο αναφέρεται σε ένα σύνολο συνθετικών χρονοσειρών, που είναι στατιστικά συνεπείς μεταξύ τους. Προφανώς, οι χρονοσειρές που ανήκουν σε ένα υδρολογικό σενάριο έχουν κοινή ημερομηνία έναρξης και κοινό μήκος.

Η δομή των υδρολογικών σεναρίων διαφοροποιείται ανάλογα με τον τύπο προσομοίωσης που επιλέγεται, όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 9.3.3. Συγκεκριμένα, στην προσομοίωση *μόνιμης κατάστασης*, διαμορφώνεται ένα σενάριο μεγάλου μήκους, που περιλαμβάνει μια χρονοσειρά για κάθε υδρολογική μεταβλητή. Από την άλλη πλευρά, στην *καταληκτική προσομοίωση*, διαμορφώνεται ένα μεγάλο πλήθος σεναρίων αλλά σχετικά μικρού μήκους, που αντιστοιχούν σε ισόποσες στοχαστικές προγνώσεις των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών.

#### 9.5.4 Προσφορά και ζήτηση ενέργειας

Στο μοντέλο μπορούν να εισαχθούν χρονοσειρές προσφοράς και ζήτησης ενέργειας, από κάποιο εξωτερικό σύστημα (π.χ. το σύστημα ΑΠΕ). Κάθε τιμή ενεργειακής προσφοράς και ζήτησης αναφέρεται σε ένα ποσοστό του χρονικού βήματος, κατά το οποίο υπάρχει περίσσεια και έλλειμμα, αντίστοιχα, από το ισοζύγιο ενέργειας των ΑΠΕ. Τις ώρες που υπάρχει περίσσεια, η προσφορά ενέργειας χρησιμοποιείται, μαζί με την υδροηλεκτρική παραγωγή του συστήματος, για να κινήσει τις αντλίες και γεωτρήσεις, ενώ τις ώρες που υπάρχει έλλειμμα, αθροίζονται η εξωτερική ζήτηση ενέργειας μαζί με την εσωτερική ζήτηση του συστήματος, δημιουργώντας μια συνολική ζήτηση. Η ζήτηση αυτή επιμερίζεται στους στροβίλους, για τους οποίους ορίζονται στόχοι παραγωγής ενέργειας σε κάθε χρονικό βήμα. Οι στόχοι αυτοί αντιμετωπίζονται ως στόχοι, κατ' αντιστοιχία και με τις υπόλοιπες χρήσεις νερού.

#### 9.5.5 Στόχοι και λειτουργικοί περιορισμοί

Στις συνιστώσες του συστήματος ορίζονται *στόχοι*, δηλαδή χρήσεις νερού, και *λειτουργικοί περιορισμοί*, με τη μορφή επιθυμητών όριων στις αντίστοιχες μεταβλητές, σύμφωνα με την ακόλουθη τυποποίηση:

- επιθυμητή απόληψη νερού για άρδευση, ύδρευση ή άλλη καταναλωτική χρήση, η οποία αναφέρεται σε απλό κόμβο ή ταμιευτήρα, και συμβολίζεται με  $d_{it}$ .
- αποφυγή απωλειών λόγω υπερχείλισης (αναφέρεται μόνο σε ταμιευτήρα).
- αποδοχή υπερχείλισης (αναφέρεται μόνο σε ταμιευτήρα).
- διατήρηση αποθέματος ταμιευτήρα μεταξύ μιας ελάχιστης,  $s_{it}^{\min}$ , και μιας μέγιστης,  $s_{it}^{\max}$ , επιθυμητής τιμής, ή διατήρηση μιας σταθερής τιμής-στόχου,  $s_{it}^*$ .
- διατήρηση παροχής υδραγωγείου ή υδατορεύματος μεταξύ μιας ελάχιστης,  $q_{ijt}^{\min}$ , και μιας μέγιστης,  $q_{ijt}^{\max}$ , επιθυμητής τιμής, ή διατήρηση μιας σταθερής τιμής-στόχου,  $q_{ijt}^*$ .
- παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας σε στρόβιλο,  $e_{ijt}^*$ .

Εφόσον η προσομοίωση είναι μόνιμης κατάστασης, οι τιμές των στόχων και περιορισμών είναι σταθερές ή μεταβλητές ανά μήνα,  $\tau$ . Στην καταληκτική προσομοίωση, οι τιμές μπορούν να μεταβάλλονται σε κάθε χρονικό βήμα  $t$ .

Επισημαίνονται τα εξής:

Σε περίπτωση ανεπαρκούς διαθεσιμότητας νερού ή άλλων περιορισμών που προκύπτουν λόγω των τεχνικών έργων (π.χ. παροχετευτικότητα υδραγωγείων), οι στόχοι ικανοποιούνται με μια προκαθορισμένη σειρά προτεραιότητας. Για τον σκοπό αυτό, κάθε στόχος εντάσσεται σε ένα *ιεραρχικό επίπεδο*, από 1 έως 4. Δύο ή περισσότεροι στόχοι μπορούν να ενταχθούν στο ίδιο επίπεδο, οπότε θεωρείται ότι έχουν ίδια προτεραιότητα. Σε κάθε χρονικό βήμα, το μοντέλο προσομοίωσης εκτιμά την πλέον πρόσφορη κατανομή των διαθέσιμων πόρων, βελτιστοποιώντας τις απολήψεις από κάθε θέση προσφοράς και τον τρόπο μεταφοράς τους για την ικανοποίηση των στόχων και περιορισμών, με τη δεδομένη σειρά προτεραιότητας.

Για τους καταναλωτικούς στόχους (ύδρευση, άρδευση) ορίζεται ένα ποσοστό επιστροφής του καταναλισκόμενου νερού σε συγκεκριμένο κόμβο του δικτύου, εκτός βεβαίως από τον κόμβο στον οποίο έχει οριστεί ο συγκεκριμένος στόχος. Στην περίπτωση μηδενικής επιστροφής, το σύνολο της απόληψης μεταφέρεται εκτός του συστήματος, διαφορετικά μέρος της απόληψης επιστρέφει στο σύστημα και είναι διαθέσιμο για κατόπιν χρήσεις. Παραδείγματα επιστροφών και δυνητικής επαναχρησιμοποίησης του νερού αποτελούν οι αποστραγγίσεις των γεωργικών χρήσεων, οι αποχετεύσεις των αστικών χρήσεων και τα λύματα των βιομηχανικών χρήσεων.

Για τους περιορισμούς ελάχιστου και μέγιστου αποθέματος ταμιευτήρων ισχύει:

$$dv_i < s_{it}^{\min} < s_{it}^{\max} < k_i \quad (9.28)$$

δηλαδή οι τιμές των περιορισμών πρέπει να βρίσκονται εντός του εύρους που ορίζουν ο νεκρός όγκος,  $dv_i$ , και η μικτή χωρητικότητα,  $k_i$ .

Για τους περιορισμούς ελάχιστης και μέγιστης ροής υδραγωγείων και υδατορευμάτων ισχύει:

$$0 < q_{ijt}^{\min} < q_{ijt}^{\max} < c_{ijt} \quad (9.29)$$

δηλαδή οι τιμές των περιορισμών δεν μπορούν να υπερβούν την παροχετευτικότητα,  $c_{ijt}$ , που μπορεί μάλιστα να μεταβάλλεται σε κάθε χρονικό βήμα. Βεβαίως, για τα υδατορεύματα, η εν λόγω τιμή είναι θεωρητικά άπειρη, οπότε ο περιορισμός μέγιστης επιθυμητής παροχής μπορεί να οποιαδήποτε θετική τιμή.

### 9.5.6 Οικονομικά δεδομένα

Τα οικονομικά δεδομένα του μοντέλου προσομοίωσης αναφέρονται στις τιμές μονάδας του κόστους απόληψης και μεταφοράς νερού μέσω των σχετικών έργων, οφέλους από την ικανοποίηση των στόχων του συστήματος (ειδική περίπτωση των οποίων είναι οι ενεργειακοί στόχοι), και κόστους ελλειμμάτων (ρήτρες).

Τα κόστη απόληψης και μεταφοράς νερού είναι δύο κατηγοριών:

- *πάγια κόστη*, από την ενεργοποίηση κάθε συνιστώσας του δικτύου·
- *μεταβλητά κόστη*, που αναφέρονται στη μεταφορά νερού μέσω της εν λόγω συνιστώσας.

Τα παραπάνω μεγέθη ορίζονται στις γεωτρήσεις, τα υδραγωγεία και τις αντλίες. Ειδικότερα, τα πάγια κόστη αποτελούν ως μια σταθερή δαπάνη ανά χρονικό βήμα (€), που προστίθεται στο συνολικό κόστος μόνο όταν γίνεται χρήση της αντίστοιχη συνιστώσα, όταν δηλαδή η εκροή του χρονικού βήματος είναι μη μηδενική. Όσον αφορά στο μεταβλητό κόστος, για τις γεωτρήσεις και τις αντλίες διατυπώνεται ανά μονάδα καταναλισκόμενης ενέργειας (€/kWh), ενώ για τα υδραγωγεία διατυπώνεται ανά μονάδα μεταφερόμενου όγκου (€/m<sup>3</sup>).

Σημειώνεται ότι τα υδραγωγεία που αναπαριστούν αγωγούς βαρύτητας δεν επιβαρύνονται, γενικά, με μεταβλητά κόστη, μπορούν ωστόσο να τεθούν τέτοια κόστη ώστε να αποτρέψουν την άσκοπη χρήση τους.

Ακόμη, η ροή μέσω των υδατορευμάτων, όπως και η αποθήκευση νερού στους ταμιευτήρες, γίνεται χωρίς κόστος.

Για όλους τους στόχους και λειτουργικούς περιορισμούς εκτός των ενεργειακών ορίζονται δύο οικονομικά μεγέθη:

- το *μοναδιαίο όφελος*, που δίνεται σε €/m<sup>3</sup> για τους στόχους που ορίζονται σε μονάδες όγκου (ύδρευση, άρδευση, ελάχιστο/μέγιστο απόθεμα ταμιευτήρα) και σε €/m<sup>3</sup>/s για τους περιορισμούς ελάχιστης/μέγιστης/σταθερής παροχής, με το οποία πολλαπλασιάζονται οι αντίστοιχες εκροές για ικανοποίηση των παραπάνω στόχων·
- η *μοναδιαία ρήτρα*, που ορίζεται στις ίδιες μονάδες με το μοναδιαίο όφελος, με την οποία πολλαπλασιάζονται τα αντίστοιχα ελλείμματα (δηλαδή η διαφορά της προσομοιωμένης τιμής από την επιθυμητή, που ορίζει ο εκάστοτε στόχος ή λειτουργικός περιορισμός).

Τα οικονομικά μεγέθη της ενέργειας αντιμετωπίζονται με δύο εναλλακτικές προσεγγίσεις. Η πρώτη εξετάζει τους επιμέρους στόχους παραγωγής ενέργειας των στροβίλων, για τους οποίους ορίζει τρία οικονομικά μεγέθη, που δίνονται σε €/kWh:

- το *μοναδιαίο ενεργειακό όφελος*,  $\kappa_e$ , που είναι η τιμή μονάδας για την παραγωγή ενέργειας μικρότερης ή ίσης με τον αντίστοιχο στόχο·
- το *μοναδιαίο πλεονασματικό όφελος*,  $\kappa_s$ , που είναι η τιμή μονάδας για την παραγωγή επιπρόσθετης ενέργειας σε σχέση με τον αντίστοιχο στόχο·
- η *μοναδιαία ρήτρα*,  $\kappa_p$ , με την οποία πολλαπλασιάζονται τα ενεργειακά ελλείμματα (δηλαδή η διαφορά της παραγόμενης ενέργειας σε σχέση με τη ζητούμενη).

Μεταξύ των τριών μεγεθών ισχύει η σχέση:

$$\kappa_s < \kappa_e < \kappa_p \quad (9.30)$$

που εξασφαλίζει ότι το συνολικό ενεργειακό όφελος μεγιστοποιείται όταν η παραγωγή ενέργειας ικανοποιεί ακριβώς την ζήτηση. Αν και στη γενική περίπτωση οι τιμές μονάδας μπορούν να διαφοροποιούνται ανά στρόβιλο, στην πράξη δεν έχει νόημα μια τέτοια υπόθεση.

Η εναλλακτική προσέγγιση, η οποία υιοθετείται εξ ορισμού όταν υπάρχει εξωτερική ζήτηση ενέργειας, εξετάζει τη συνολική παραγωγή ενέργειας από τους στροβίλους σε σχέση με τις συνολικές ανάγκες του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή, ορίζονται καθολικές τιμές  $\kappa_s$ ,  $\kappa_e$  και  $\kappa_p$ , και όχι χωριστές για κάθε στρόβιλο.

## 9.6 Παραμετροποίηση κανόνων λειτουργίας υδροενεργειακών έργων

### 9.6.1 Γενικά

Σε κάθε χρονικό βήμα, τα άγνωστα μεγέθη του συστήματος είναι οι *απολήψεις* από τις θέσεις προσφοράς νερού (υδατορεύματα, ταμιευτήρες, γεωτρήσεις) και ο τρόπος μεταφοράς τους μέχρι τις θέσεις κατανάλωσης, δηλαδή οι *παροχές* κατά μήκος του δικτύου των υδραγωγείων και ποταμών. Ο αριθμός των εν λόγω μεταβλητών απόφασης, και συνακόλουθα των βαθμών ελευθερίας του διαχειριστικού προβλήματος, είναι άμεση συνάρτηση της πολυπλοκότητας του συστήματος. Η παραμετροποίηση έχει ως στόχο τον δραστικό περιορισμό των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, κάτι που, όπως έχει εξηγηθεί στο εδάφιο 9.2.3, εξασφαλίζει σημαντικά θεωρητικά και πρακτικά πλεονεκτήματα.

Στο μοντέλο λειτουργίας του συστήματος η παραμετροποίηση αναφέρεται:

- στη στρατηγική διαχείριση των επιφανειακών και υπόγειων υδατικών πόρων·

- στον επιμερισμό της συνολικής ενεργειακής ζήτησης στους στροβίλους.

Η στρατηγική διαχείρισης των υδατικών πόρων, επιφανειακών και υπόγειων, περιγράφεται μέσω παραμετρικών κανόνων λειτουργίας των αντίστοιχων έργων αξιοποίησης (ταμιευτήρες και γεωτρήσεις), που μπορούν να μεταβάλλονται εποχιακά. Για τους στροβίλους, οι κανόνες λειτουργίας αφορούν στον επιμερισμό της συνολικής ζήτησης ενέργειας του συστήματος σε επιμέρους στόχους παραγωγής ενέργειας των στροβίλων. Οι στόχοι αυτοί μετασχηματίζονται, ανάλογα με το διαθέσιμο ύψος πτώσης και την επίκαιρη τιμή ειδικής ενέργειας, σε στόχους εκροών από τους στροβίλους.

Οι κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων, γεωτρήσεων και στροβίλων καθορίζουν, σε κάθε χρονικό βήμα, τις επιθυμητές εκροές από τις αντίστοιχες πηγές, συναρτήσει των επίκαιρων αποθεμάτων και εισροών και της συνολικής ζήτησης νερού και ενέργειας. Από την άλλη πλευρά, ο υπολογισμός των πραγματικών εκροών και της κατανομής τους στο δίκτυο των υδατορευμάτων και υδραγωγείων γίνεται μέσω μιας διαδικασίας γραμμικής βελτιστοποίησης, την οποία υλοποιεί το μοντέλο προσομοίωσης του συστήματος σε κάθε χρονικό βήμα. Στη βελτιστοποίηση των εκροών του συστήματος λαμβάνονται υπόψη οι επιθυμητές τιμές που ορίζουν οι κανόνες λειτουργίας, οι φυσικοί και λειτουργικοί περιορισμοί, οι προτεραιότητες των στόχων, και τα οικονομικά μεγέθη του συστήματος (βλ. ενότητα 9.7).

Οι παράμετροι των κανόνων λειτουργίας εκτιμώνται μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης, διαμορφώνοντας ένα μέτρο επίδοσης του συστήματος που περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα κριτήρια (βλ. ενότητα 9.8). Οι κανόνες εξασφαλίζουν τη βιώσιμη διαχείριση του συστήματος, δεδομένου ότι η εκτίμηση των παραμέτρων τους γίνεται για μακροχρόνιο χρονικό ορίζοντα, λαμβάνοντας υπόψη όλο το φάσμα υδροκλιματικών συνθηκών, όπως αυτό αποτυπώνεται στα στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών υδρομετεωρολογικών χρονοσειρών.

### 9.6.2 Κανόνες λειτουργίας ταμιευτήρων

Ο ταμιευτήρας αποτελεί το σημαντικότερο έργο υποδομής ενός συστήματος υδατικών πόρων, καθώς επιτρέπει την εποχιακή αλλά και υπερετήσια ρύθμιση των υδρολογικών εισροών. Όπως εξηγήθηκε στο παράδειγμα του εδαφίου 9.2.3, όταν το υδροσύστημα περιλαμβάνει πολλαπλούς ταμιευτήρες, εισάγονται αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας που αναφέρονται στην κατανομή των απολήψεων. Για τέτοιας δομής συστήματα, οι Nalbantis and Koutsoyiannis (1997) ανέπτυξαν μια γενικευμένη μεθοδολογία παραμετροποίησης, τα κύρια σημεία της οποίας συνοψίζονται στη συνέχεια.

Έστω σύστημα  $n$  ταμιευτήρων τυχαίας διάταξης και έστω  $s_t$  το συνολικό ωφέλιμο απόθεμα του συστήματος κατά το χρονικό βήμα  $t$ . Αν  $s_{it}$  το ωφέλιμο απόθεμα του  $i$  ταμιευτήρα, τότε:

$$\sum_{i=1}^n s_{it} = s_t \quad (9.31)$$

Θεωρώντας ότι οι απολήψεις από τους ταμιευτήρες ικανοποιούν ακριβώς την κατάντη ζήτηση,  $d_t$ , και θεωρώντας γνωστές τις καθαρές υδρολογικές εισροές κάθε ταμιευτήρα, ο συνολικός ωφέλιμος όγκος του συστήματος στο τέλος του χρονικού βήματος  $t$  ισούται με:

$$s_t = \sum_{i=1}^n s_{it-1} + \sum_{i=1}^n i_{it} - d_t \quad (9.32)$$

Ζητούμενο του προβλήματος είναι ο καθορισμός των εκροών,  $r_{it}$ , από τους ταμιευτήρες, ώστε να ικανοποιείται η κατάντη ζήτηση, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^n r_{it} = d_t \quad (9.33)$$

Ισοδύναμα, το πρόβλημα συνίσταται στην βέλτιστη κατανομή του συνολικού αποθέματος  $s_t$  στους ταμειυτήρες, ώστε να ικανοποιείται ο περιορισμός (9.31). Το σύστημα που προκύπτει είναι αόριστο, καθώς υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί εφικτών τιμών αποθέματος  $s_{it}$  που το επαληθεύουν. Πράγματι, αν  $n$  είναι το πλήθος των ταμειυτήρων, τότε το πλήθος των βαθμών ελευθερίας σε κάθε χρονικό βήμα  $t$  είναι  $n - 1$ , ενώ αν  $N$  είναι το πλήθος των χρονικών βημάτων, δηλαδή το μήκος της προσομοίωσης, τότε ο συνολικός αριθμός των μεταβλητών του προβλήματος ανέρχεται σε  $N \times (n - 1)$ .

Μια εναλλακτική διατύπωση του προβλήματος κατανομής των αποθεμάτων (ή εκροών) είναι με την μορφή κανόνων λειτουργίας. Οι κανόνες αυτοί καθορίζουν τα επιθυμητά μεγέθη διαχείρισης των ταμειυτήρων (δηλαδή τα αποθέματα ή τις εκροές) συναρτήσει της επίκαιρης κατάστασης του συστήματος. Θεωρώντας ότι η τελευταία ορίζεται πλήρως από το αναμενόμενο συνολικό απόθεμα,  $s_t$ , στο τέλος του χρονικού βήματος, μια εφικτή μαθηματική διατύπωση κανόνων λειτουργίας ταμειυτήρων είναι:

$$s_{it}^* = k_i - a_i k + b_i s_t \quad (9.34)$$

όπου  $k_i$  η ωφέλιμη χωρητικότητα του  $i$  ταμειυτήρα,  $k$  η ολική ωφέλιμη χωρητικότητα του συστήματος,  $a_i$  και  $b_i$  παράμετροι που λαμβάνουν τιμές στο διάστημα  $[0, 1]$ , και  $s_{it}^*$  το επιθυμητό απόθεμα ή απόθεμα-στόχος στο τέλος του χρονικού βήματος. Σημειώνεται ότι η σχέση (9.34) είναι ελαφρά τροποποιημένη σε σχέση με την αυθεντική εξίσωση των Nalbantis and Koutsoyiannis (1997), ώστε οι παράμετροι να είναι αδιάστατες. Επιπλέον, έχουν παραλειφθεί οι περιορισμοί που αφορούν στο άθροισμα των  $a_i$  και  $b_i$ , οι οποίοι εξασφαλίζουν, υπό προϋποθέσεις, την ισχύ της συνθήκης (9.31).

Αποδεικνύεται ότι ο κανόνας (9.34), ειδική περίπτωση του οποίου είναι ο χωρικός κανόνας που αναφέρθηκε στο εδάφιο 9.2.6, είναι βέλτιστος για ένα εύρος διατάξεων ταμειυτήρων και κριτηρίων διαχείρισης. Στις ειδικές αυτές περιπτώσεις, οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων υπολογίζονται θεωρητικά. Γενικά όμως, οι τιμές των παραμέτρων δεν είναι γνωστές, μπορούν ωστόσο να εκτιμηθούν μέσω βελτιστοποίησης που, στην περίπτωση αυτή, είναι σχετικά εύκολη στην εφαρμογή της λόγω του μικρού αριθμού των μεταβλητών ελέγχου. Πράγματι, με την παραμετροποίηση των κανόνων λειτουργίας και τη χρήση δύο παραμέτρων ανά ταμειυτήρα, το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος περιορίζεται δραστικά, σε μόλις  $2 \times n$ , και είναι ανεξάρτητο του χρονικού ορίζοντα της προσομοίωσης.

Οι παράμετροι  $a_i$  και  $b_i$  μπορούν να θεωρηθούν σταθερές ή να μεταβάλλονται ανάλογα με την εποχή. Μια απλοποιημένη μορφή του κανόνα (9.34) είναι:

$$s_{it}^* = b_i s_t \quad (9.35)$$

Η εξίσωση (9.35) συνιστά τον λεγόμενο *ομογενή* κανόνα, ο οποίος προκύπτει από την (9.34) με θεώρηση σταθερών τιμών των παραμέτρων  $a_i$ , ίσων με:

$$a_i = k_i / k \quad (9.36)$$

Στην γραμμική σχέση (9.34) ή την (9.35) δεν έχουν ληφθεί υπόψη οι φυσικοί περιορισμοί του προβλήματος, δηλαδή οι περιορισμοί ωφέλιμης χωρητικότητας. Για τον λόγο αυτό, τα αποθέματα-στόχοι που υπολογίζονται από την (9.34) διορθώνονται ώστε:

$$s_{it}^* = \max \{ \min [k_i, k_i - a_i k + b_i s_t], 0 \} \quad (9.37)$$

Μετά την (9.37) ακολουθεί μια επόμενη διόρθωση, ώστε να ικανοποιείται και ο περιορισμός (9.31), δηλαδή να μηδενίζεται το σφάλμα:

$$\Delta s_t = s_t - \sum_{i=1}^n s_{it}^* \quad (9.38)$$

Πρόκειται για μια διαδικασία αναγωγής, στην οποία το σφάλμα  $\Delta s_t$  κατανέμεται ανάλογα με την ποσότητα  $s_{it}^* (1 - s_{it}^* / k_i)$ , ώστε η συνθήκη  $s_{it}^* = 0$  να αντιστοιχεί στη συνθήκη  $s_{it}^{\prime*} = 0$ , ενώ η συνθήκη  $s_{it}^* = k_i$  να αντιστοιχεί στη συνθήκη  $s_{it}^{\prime*} = k_i$ . Με τον τρόπο αυτό, δεν επηρεάζονται οι περιπτώσεις που προκύπτει η απαίτηση άδειου ή γεμάτου ταμιευτήρα. Με την παραπάνω θεώρηση, τα τελικά αποθέματα-στόχοι  $s_{it}^{\prime*}$  υπολογίζονται από την σχέση:

$$s_{it}^{\prime*} = s_{it}^* [1 + \varphi_t (1 - s_{it}^* / k_i)] \quad (9.39)$$

όπου:

$$\varphi_t = \frac{\Delta s_t}{\sum_{j=1}^n s_{jt}^* (1 - s_{jt}^* / k_j)} \quad (9.40)$$

Επισημαίνεται ότι για τιμές του  $\varphi_t$  εκτός του διαστήματος  $[-1, 1]$ , η σχέση αναγωγής (9.39) μπορεί να δώσει τιμές αποθεμάτων-στόχων που εξακολουθούν να παραβιάζουν τους φυσικούς περιορισμούς. Στην περίπτωση αυτή, η διαδικασία επαναλαμβάνεται, διορθώνοντας τα αποθέματα με βάση την (9.37) και εφαρμόζοντας εκ νέου την διαδικασία αναγωγής (9.39), ώσπου να επέλθει σύγκλιση. Λόγω των σχέσεων (9.37) και (9.39), η τελική μορφή των κανόνων λειτουργίας είναι μη γραμμική.

Στην παραπάνω διαδικασία, τα αποθέματα και οι χωρητικότητες αναφέρονται σε ωφέλιμα μεγέθη. Συνεπώς, για την πρακτική εφαρμογή των κανόνων απαιτείται αναγωγή της μικτής χωρητικότητας κάθε ταμιευτήρα σε ωφέλιμη, δηλαδή:

$$k_i \rightarrow k_i - dv_i \quad (9.41)$$

Στη συνέχεια, με δεδομένα τα επιθυμητά ωφέλιμα αποθέματα, η αναγωγή τους σε μικτά γίνεται προσθέτοντας τον αντίστοιχο νεκρό όγκο, δηλαδή:

$$s_{it}^* \rightarrow s_{it}^* + dv_i \quad (9.42)$$

Εφόσον στο χρονικό βήμα  $t$  είναι γνωστά τα επίκαιρα αποθέματα των ταμιευτήρων,  $s_{it}$ , οι αναμενόμενες καθαρές εισροές τους,  $i_{it}$ , και η συνολική ζήτηση των καταναλωτικών χρήσεων του συστήματος,  $d_t$ , με βάση τους κανόνες λειτουργίας υπολογίζονται τα αποθέματα-στόχοι  $s_{it}^*$ , και συνακόλουθα, οι επιθυμητές εκροές,  $r_{it}^*$ , σύμφωνα με τη σχέση:

$$r_{it}^* = \max(0, s_{it} + i_{it} - s_{it}^*) \quad (9.43)$$

όπου το μέγεθος  $s_{it}$  αναφέρεται στο τρέχον απόθεμα του ταμιευτήρα  $i$ , ενώ η ποσότητα  $s_{it}^*$  στο επιθυμητό απόθεμα στο τέλος του χρονικού βήματος. Η παραπάνω σχέση υποδηλώνει ότι αν η ποσότητα  $s_{it} + i_{it}$ , η οποία εκφράζει το θεωρητικά διαθέσιμο δυναμικό του ταμιευτήρα, είναι μικρότερη από το απόθεμα-στόχο που επιβάλλει ο κανόνας λειτουργίας, δεν επιδιώκεται η πραγματοποίηση εκροών από τον εν λόγω ταμιευτήρα.

### 9.6.3 Γενίκευση κανόνων με ενσωμάτωση περιορισμών αποθέματος

Οι λειτουργικοί περιορισμοί ελάχιστου και μέγιστου αποθέματος ενσωματώνονται στους παραμετρικούς κανόνες λαμβάνοντας υπόψη ότι η καθαρή χωρητικότητα κάθε ταμιευτήρα



είναι πλέον συνάρτηση του χρονικού βήματος  $t$  (αφού οι στόχοι δύνανται να μεταβάλλονται διαχρονικά). Η τελευταία ορίζεται ως η διαφορά:

$$k_{it} = s_{it}^{\max} - s_{it}^{\min} \quad (9.44)$$

Εφαρμόζοντας τους κανόνες λειτουργίας κατά τα γνωστά, η διαχείριση των συνολικών επιφανειακών αποθεμάτων του συστήματος καθορίζεται πλήρως στο διάστημα:

$$\left( \sum_{i=1}^n s_{it}^{\min}, \sum_{i=1}^n s_{it}^{\max} \right) \quad (9.45)$$

Η διαχείριση των αποθεμάτων εκτός του διαστήματος (9.45) καθορίζεται από τις τιμές των στόχων ελάχιστου και μέγιστου όγκου καθώς και την σχετική τους προτεραιότητα. Η λογική που ακολουθείται έχει ως εξής: Αρχικά γεμίζει ο ταμιευτήρας του οποίου ο περιορισμός ελάχιστου αποθέματος βρίσκεται στην υψηλότερη προτεραιότητα, στην συνέχεια αυτός του οποίου ο περιορισμός βρίσκεται στην επόμενη προτεραιότητα, κ.ο.κ. Θεωρώντας ότι ο δείκτης  $i$  κατατάσσει τους ταμιευτήρες με βάση την προτεραιότητα των περιορισμών ελάχιστου αποθέματος, η μαθηματική διατύπωση των αποθεμάτων-στόχων είναι:

$$s_{it}^* = \begin{cases} s_{it}^{\min} & i < j \\ s_t - \sum_{i=1}^{j-1} s_{it}^{\min} & i = j \\ dv_i & i > j \end{cases} \quad (9.46)$$

όπου όλα τα μεγέθη θεωρούνται πλέον μικτά. Η σχέση ισχύει για συνολικό μικτό απόθεμα:

$$\sum_{i=1}^j s_{it}^{\min} \leq s_t \leq \sum_{i=1}^{j-1} s_{it}^{\min} \quad (9.47)$$

Παρόμοια λογική ακολουθείται για την ικανοποίηση των περιορισμών μέγιστου αποθέματος. Στην περίπτωση αυτή, παραβιάζεται τελευταίος ο στόχος μέγιστου αποθέματος που βρίσκεται στην υψηλότερη προτεραιότητα, προτελευταίος ο στόχος που βρίσκεται στην επόμενη προτεραιότητα, κ.ο.κ. Συνεπώς, θεωρώντας τώρα ότι ο δείκτης  $i$  εκφράζει τώρα την ιεραρχία των περιορισμών μέγιστου αποθέματος, τα επιθυμητά αποθέματα εκτιμώνται από τη σχέση:

$$s_{it}^* = \begin{cases} s_{it}^{\max} & i < j \\ s_t - \sum_{i=1}^{j-1} s_{it}^{\max} - \sum_{i=j}^n k_{it} & i = j \\ k_{it} & i > j \end{cases} \quad (9.48)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει για συνολικό μικτό απόθεμα στο διάστημα:

$$\sum_{i=1}^j s_{it}^{\max} + \sum_{i=j+1}^n k_{it} \leq s_t \leq \sum_{i=1}^{j-1} s_{it}^{\max} + \sum_{i=j}^n k_{it} \quad (9.49)$$

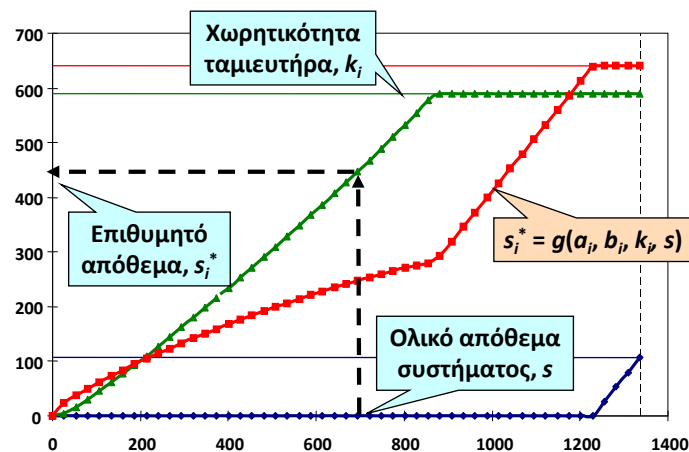
Η ενσωμάτωση των στόχων ελάχιστου και μέγιστου αποθέματος στους κανόνες λειτουργίας, τους καθιστά πιο ρεαλιστικούς, αλλά και πιο φιλικούς για τον διαχειριστή του συστήματος. Σε αντίθεση μάλιστα από τις παραμέτρους  $a_i$  και  $b_i$ , που δεν έχουν φυσική ερμηνεία, οι περιορισμοί αποθέματος έχουν προφανή ερμηνεία.

#### 9.6.4 Πρακτική χρήση κανόνων λειτουργίας

Στην Εικόνα 9.3 απεικονίζονται οι κανόνες λειτουργίας τριών υποθετικών ταμιευτήρων, για τους οποίους δεν εισάγονται περιορισμοί ελάχιστου και μέγιστου αποθέματος. Στον οριζόντιο

άξονα απεικονίζεται το συνολικό ωφέλιμο απόθεμα του συστήματος, ενώ στον κατακόρυφο άξονα φαίνεται το επιθυμητό απόθεμα κάθε ταμιευτήρα. Με οριζόντια γραμμή απεικονίζεται η ωφέλιμη χωρητικότητα, που αποτελεί το φυσικό άνω όριο του αντίστοιχου αποθέματος. Για δεδομένη διαθεσιμότητα επιφανειακών νερών, που μπορεί δυνητικά να αποθηκευτεί στο σύστημα, ο εκάστοτε κανόνας ορίζει την τιμή του αντίστοιχου αποθέματος-στόχου.

Αυτού του τύπου τα νομογραφήματα αποτελούν εύχρηστα εργαλεία για την επιχειρησιακή διαχείριση ενός συστήματος ταμιευτήρων. Σε κάθε χρονική στιγμή ο χρήστης μπορεί να ελέγξει την κατάσταση των αποθεμάτων και να την συγκρίνει με την επιθυμητή κατάσταση που ορίζει ο κανόνας λειτουργίας. Εφόσον το τρέχον απόθεμα κάποιου ταμιευτήρα ξεπερνά το επιθυμητό, επιβάλλεται η πραγματοποίηση εκροών, με στόχο την μηδενισμό ή, αν κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό, την ελαχιστοποίηση της διαφοράς των δύο μεγεθών. Ομοίως, αν το τρέχον απόθεμα υπολείπεται του επιθυμητού, επιβάλλεται η διακοπή των εκροών, ώστε να αφηθεί ο ταμιευτήρας να γεμίσει μέχρι να επιτευχθεί το επιθυμητό απόθεμα. Επισημαίνεται ότι το μοντέλο προσομοίωσης σε καμία περίπτωση δεν επιτρέπει την αστοχία κάποιου στόχου ή λειτουργικού περιορισμού, προκειμένου να τηρηθούν επακριβώς οι κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων. Οι κανόνες αυτοί εκφράζουν μια μακροχρόνια στρατηγική διαχείρισης των επιφανειακών υδατικών πόρων, που σε συνδυασμό με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του υδροσυστήματος καθορίζουν την λειτουργία του σε πραγματικό χρόνο.



Εικόνα 9.3: Απεικόνιση κανόνων λειτουργίας τριών υποθετικών ταμιευτήρων. Με λεπτή γραμμή απεικονίζεται η ωφέλιμη χωρητικότητα κάθε ταμιευτήρα, με παχιά γραμμή η τελική μορφή των κανόνων λειτουργίας, ενώ με διακεκομμένη η αρχική (γραμμική) τους μορφή.

### 9.6.5 Κανόνες λειτουργίας γεωτρήσεων

Αν γίνεται συνδυαστική χρήση επιφανειακών και υπόγειων πόρων, προκύπτουν επιπλέον βαθμοί ελευθερίας ως προς την κατανομή των απολήψεων. Επειδή στις γεωτρήσεις δεν υπάρχει η έννοια της αποθήκευσης (όπως συμβαίνει στους ταμιευτήρες), η προσέγγιση που υιοθετείται για τη διαχείρισή τους είναι πιο απλή, και συνίσταται στην προτεραιότητα χρήσης κάθε γεώτρησης σε σχέση με τα διαθέσιμα επιφανειακά αποθέματα. Οι κανόνες λειτουργίας που εφαρμόζονται στην περίπτωση αυτή εισάγουν δύο αδιάστατες παραμέτρους ανά γεώτρηση  $i$ . Συγκεκριμένα, πρόκειται για δυο κατώφλια, άνω,  $b_i^{up}$ , και κάτω,  $b_i^{down}$ , που συγκρίνονται με το ποσοστό πλήρωσης των ταμιευτήρων, δηλαδή την ποσότητα:

$$\omega = \frac{\sum_{j=1}^n s_j - dv_j}{\sum_{j=1}^n k_j - dv_j} \quad (9.50)$$

όπου  $n$  το πλήθος των ταμιευτήρων. Εφόσον  $\omega > b_i^{up}$  απαγορεύεται η χρήση της γεώτρησης  $i$ , ενώ αν  $\omega < b_i^{down}$  η εν λόγω γεώτρηση ενεργοποιείται κατά προτεραιότητα σε σχέση με τους ταμιευτήρες. Τέλος, για ενδιάμεσες τιμές, η γεώτρηση χρησιμοποιείται μόνο αν η λειτουργία της είναι οικονομικότερη σε σχέση με τις λοιπές εναλλακτικές πηγές νερού (βλ. 9.7.5).

Όπως συμβαίνει και με τους κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων, έτσι και αυτοί των γεωτρήσεων είναι εν μέρει μόνο δεσμευτικοί. Στην περίπτωση που η επιθυμητή διαχειριστική πολιτική απολήψεων που ορίζουν οι κανόνες έρχεται σε σύγκρουση είτε με τους φυσικούς και λειτουργικούς περιορισμούς, τότε το μοντέλο προσομοίωσης επιδιώκει έναν ρεαλιστικό συμβιβασμό, πραγματοποιώντας απολήψεις που απέχουν όσο το δυνατό λιγότερο από τις επιθυμητές. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι δεν υπάρχει ποτέ η περίπτωση μη ικανοποίησης κάποιου στόχου, προκειμένου να τηρηθούν ακριβώς οι κανόνες λειτουργίας.

### 9.6.6 Κανόνες λειτουργίας στροβίλων

Οι κανόνες λειτουργίας των στροβίλων παραμετροποιούνται ορίζοντας σταθερούς στόχους παραγωγής ενέργειας,  $e_i^*$ , που δίνονται σε μονάδες ενέργειας (kWh). Στην περίπτωση που δεν υπάρχει κεντρική διαχείριση της ενέργειας (π.χ. λόγω κάποιας εξωτερικής ή/και εσωτερικής ζήτησης), οι κανόνες λειτουργίας εφαρμόζονται όπως οι υπόλοιποι στόχοι και περιορισμοί του συστήματος. Ειδικότερα, όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 9.2.8, σε κάθε στρόβιλο  $i$ , ο στόχος παραγωγής ενέργειας,  $e_i^*$ , που είναι σταθερός, μετασχηματίζεται σε χρονικά μεταβαλλόμενο περιορισμό ελάχιστης επιθυμητής ροής, με βάση τη σχέση:

$$r_{it}^* = \frac{e_i^*}{\psi_{it} h_{it}} \quad (9.51)$$

όπου  $r_{it}^*$  η επιθυμητή εκροή για την παραγωγή ενέργειας  $e_{it}^*$ , που είναι επίσης συνάρτηση της ειδικής ενέργειας,  $\psi_{it}$ , και του ύψους πτώσης,  $h_{it}$ , κατά το χρονικό βήμα  $t$ .

Επισημαίνεται ότι ο δείκτης  $i$  αναφέρεται μόνο στους στροβίλους στους οποίους ορίζονται ενεργειακοί στόχοι, και όχι στο σύνολο των στροβίλων του συστήματος (στην προκειμένη περίπτωση, ο δείκτης  $i$  υποδηλώνει τον στόχο, όχι τον στρόβιλο). Στους στροβίλους για τους οποίους δεν ορίζεται ενεργειακός στόχος, δεν τίθενται κανόνες λειτουργίας. Κατά την προσομοίωση, τέτοιου τύπου στρόβιλοι παράγουν ενέργεια μόνο όταν πραγματοποιείται διέλευση νερού για την ικανοποίηση κατάντη ζητήσεων και περιορισμών. Με άλλα λόγια, οι εκροές από τους στροβίλους αυτούς επιβάλλονται από άλλες χρήσεις, και όχι λόγω των ιδίων των κανόνων λειτουργίας τους.

Οι κανόνες λειτουργίας καθίστανται πιο περίπλοκοι στην περίπτωση που εισάγεται μια ολική ζήτηση ενέργειας του συστήματος. Στη γενική περίπτωση, η εν λόγω ζήτηση προκύπτει ως άθροισμα της εξωτερικής ζήτησης, από το σύστημα των ΑΠΕ, και της εσωτερικής ζήτησης του συστήματος, δηλαδή της αναμενόμενης ζήτησης ενέργειας στις αντλίες και γεωτρήσεις. Ως εκτιμήτρια της εσωτερικής ζήτησης λαμβάνεται η προσομοιωμένη κατανάλωση ενέργειας του προηγούμενου χρονικού βήματος. Όταν το βήμα είναι ημερήσιο, η προσέγγιση αυτή είναι αρκετά ακριβής, καθώς η ενεργειακή κατανάλωση του συστήματος παρουσιάζει μικρές, μόνο, μεταβολές από ημέρα σε ημέρα.

Έστω  $e_t^*$  η συνολική ζήτηση ενέργειας κατά το χρονικό βήμα  $t$ ,  $e_i^*$  οι τιμές των στόχων στους στρόβιλους, και  $e^*$  το άθροισμα όλων των στόχων, δηλαδή:

$$e^* = \sum_{i=1}^n e_i^* \quad (9.52)$$

Αν η συνολική ζήτηση ενέργειας υπολείπεται (ή είναι οριακά ίση) του αθροιστικού στόχου, δηλαδή  $e_t^* \leq e^*$ , τότε επιδιώκεται η παραγωγή συνολικής ενέργειας  $e^*$ , ορίζοντας σε κάθε στρόβιλο ζήτηση ίση με τον αρχικό στόχο  $e_i^*$ . Αντίθετα, αν η συνολική ζήτηση υπερβαίνει τον αθροιστικό στόχο των στρόβιλων, δηλαδή  $e_t^* > e^*$ , τότε οι επιμέρους αρχικοί στόχοι προσαυξάνονται σύμφωνα με τη σχέση:

$$e_{it}^* = e_i^* \frac{e_t^*}{e^*} \quad (9.53)$$

Με την παραπάνω αναγωγή, σε κάθε στρόβιλο ορίζεται μια επιθυμητή παραγωγή ενέργειας έτσι ώστε το σύνολό τους να ισούται με τη συνολική ζήτηση ενέργειας,  $e_t^*$ , διατηρώντας τις αναλογίες των αρχικών στόχων. Ωστόσο, αν δεν διατίθεται επαρκές ύψος πτώσης ή επαρκής παροχτετευτικότητα σε κάποιους από τους στρόβιλους, η επιθυμητή παραγωγή ενδέχεται να μην είναι υλοποιήσιμη. Στην περίπτωση αυτή, υπάρχει το ενδεχόμενο να εμφανιστεί έλλειμμα ενέργειας, παρόλο που άλλοι στρόβιλοι έχουν παραπάνω δυνατότητα παραγωγής από αυτή που επιβάλει ο στόχος  $e_{it}^*$ . Για τον λόγο αυτό, οι στόχοι αναθεωρούνται περαιτέρω, ώστε να εξασφαλιστεί η μέγιστη εφικτή παραγωγή ενέργειας από το σύστημα των στρόβιλων. Σημειώνεται ότι η προσέγγιση αυτή βασίζεται στην δυνατότητα μεταφοράς των ενεργειακών πόρων από όλες τις πηγές ενέργειας προς τον κεντρικό κόμβο ελέγχου του συστήματος, χωρίς περιορισμούς. Η υπόθεση αυτή είναι ρεαλιστική, δεδομένου ότι οι γραμμές μεταφοράς των υδροηλεκτρικών σταθμών ανήκουν στο διασυνδεδεμένο δίκτυο.

Η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να παραχθεί από κάθε στρόβιλο εκτιμάται από τη σχέση:

$$e_{it}^{\max} = \psi_{it} c_{it} \Delta t h_{it} \quad (9.54)$$

όπου  $c_{it}$  η τρέχουσα παροχτετευτικότητα των στρόβιλων, που πολλαπλασιάζεται με τη χρονική διακριτότητα  $\Delta t$ , ώστε να εκφραστεί σε μονάδες όγκου.

Λαμβάνοντας υπόψη τον παραπάνω φυσικό περιορισμό, ο στόχος ενέργειας γράφεται:

$$e_{it}'^* = \min (e_{it}^*, e_{it}^{\max}) \quad (9.55)$$

ενώ ο συνολικός στόχος επικαιροποιείται σε:

$$e_t'^* = \sum_{i=1}^n e_{it}'^* \quad (9.56)$$

και αποτελεί μια εξ ορισμού εφικτή παραγωγή ενέργειας από το σύστημα.

Εφόσον ένας τουλάχιστον στρόβιλος δεν μπορεί να παράξει την επιθυμητή ενέργεια  $e_{it}^*$ , τότε η ποσότητα  $e_i^*$  θα υπολείπεται της συνολικής ζήτησης,  $e_t^*$ , κατά την ποσότητα:

$$\Delta e_t^* = e_t^* - e_t'^* \quad (9.57)$$

Το έλλειμμα  $\Delta e_t^*$  ικανοποιείται, ολικά ή μερικά, από το διαθέσιμο δυνητικό πλεόνασμα των υπόλοιπων στρόβιλων, που είναι:

$$\Delta e_{it}^{\max} = e_{it}^{\max} - e_{it}'^* \quad (9.58)$$

Αθροίζοντας προκύπτει το συνολικό πλεόνασμα του συστήματος, δηλαδή:

$$\Delta e_t^{\max} = \sum_{i=1}^n \Delta e_{it}^{\max} \quad (9.59)$$

Αν  $\Delta e_t^* \leq \Delta e_t^{\max}$ , δηλαδή το συνολικό έλλειμμα του συστήματος είναι μικρότερο ή ίσο του συνολικού πλεονάσματος, επιδιώκεται ανακατανομή των στόχων, με αναλογική προσαύξηση της ενεργειακής ζήτησης στους πλεονασματικούς στροβίλους, με βάση τη σχέση:

$$e_{it}^{\prime\prime*} = e_{it}^* + \Delta e_{it}^{\max} \frac{\Delta e_t^*}{\Delta e_t^{\max}} \quad (9.60)$$

Αν το συνολικό έλλειμμα υπερβαίνει το συνολικό πλεόνασμα, δηλαδή  $\Delta e_t^* > \Delta e_t^{\max}$ , τότε θεωρείται ότι όλοι οι στροβίλοι λειτουργούν στο μέγιστο δυναμικό τους, δηλαδή επιδιώκεται να παράξουν ενέργεια ίση με:

$$e_{it}^{\prime\prime*} = e_{it}^* + \Delta e_{it}^{\max} = e_{it}^{\max} \quad (9.61)$$

Σε κάθε περίπτωση, οι στόχοι  $e_{it}^{\prime\prime*}$  μετασχηματίζονται σε περιορισμούς ελάχιστης παροχής. Αν η ποσότητα  $\Delta e_t^*$  είναι θετική, τότε ένας ή περισσότεροι στροβίλοι λειτουργούν στο όριό τους, που σημαίνει ότι ο η τιμή της ελάχιστης παροχής τίθεται ίση με την παροχεταιυτικότητα των εν λόγω στροβίλων.

Επισημαίνεται ότι η παραπάνω διαδικασία προϋποθέτει την θεώρηση σταθερών τιμών των αρχικών στόχων ενέργειας,  $e_i^*$ , που αντιστοιχούν στις παραμέτρους των κανόνων λειτουργίας των στροβίλων. Οι στόχοι αυτοί δεν είναι απαραίτητο να εκφράζουν τις πραγματικές τιμές ενεργειακής ζήτησης, παρά μόνο να ορίζουν μια ρεαλιστική κατανομή της επιδιωκόμενης παραγωγής στους στροβίλους. Όπως και στην περίπτωση των κανόνων λειτουργίας των ταμιευτήρων και γεωτρήσεων, οι παράμετροι  $e_i^*$  μπορούν να εκτιμηθούν, είτε μεμονωμένα ή συνδυαστικά με τις παραμέτρους των κανόνων των υπόλοιπων έργων, μέσω βελτιστοποίησης.

## 9.7 Υπολογιστική διαδικασία προσομοίωσης

### 9.7.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Η προσομοίωση είναι η διαδικασία αναπαράστασης των διεργασιών που σχετίζονται με την διαχείριση των υδρολογικών εισροών και την μεταφορά των εκροών από τις θέσεις προσφοράς (υδατορεύματα, ταμιευτήρες, γεωτρήσεις) στην κατανάλωση. Στοιχεία εισόδου του μοντέλου προσομοίωσης είναι τα χαρακτηριστικά μεγέθη των τεχνικών έργων, τα υδρολογικά σενάρια, οι στόχοι και λειτουργικοί περιορισμοί, τα οικονομικά μεγέθη του δικτύου, καθώς και οι παράμετροι των κανόνων λειτουργίας. Έξοδοι είναι οι χρονοσειρές απόκρισης όλων των συνιστωσών του συστήματος, δηλαδή τα αποθέματα των ταμιευτήρων, οι απολήψεις από επιφανειακούς και υπόγειους υδατικούς πόρους, και οι παροχές των υδραγωγείων και υδατορευμάτων. Με βάση τις ροές νερού εκτιμώνται οι αντίστοιχες ροές ενέργειας στα σχετικά έργα (παραγωγή ενέργειας στους στροβίλους, κατανάλωση ενέργειας στις αντλίες και γεωτρήσεις). Η προσομοίωση εκτελείται σε πεπερασμένα χρονικά βήματα (μηνιαία ή ημερήσια), ενώ τα αποτελέσματα της συναθροίζονται και σε μεγαλύτερες χρονικές περιόδους. Η διαδικασία είναι σειριακή, που σημαίνει ότι οι αποφάσεις κάθε χρονικού βήματος είναι ανεξάρτητες από τις αποφάσεις των προηγούμενων και επόμενων βημάτων.

Στην αρχή κάθε χρονικού βήματος  $t$  δίνονται ή υπολογίζονται τα εξής μεγέθη:

- τα τρέχοντα αποθέματα των ταμιευτήρων,  $s_{it}$ .
- οι καθαρές υδρολογικές εισροές των ταμιευτήρων,  $i_{it}$ .
- οι εισροές των κόμβων του υδρογραφικού δικτύου,  $q_{it}$ .

- οι δυναμικότητες των γεωτρήσεων,  $g_{it}$
- οι παροχευετικότητες των υδραγωγείων, στροβίλων και αντλιών,  $c_{ijt}$ , που στη γενικά εξαρτώνται από την υψομετρική διαφορά,  $h_{ijt}$ , μεταξύ του ανάντη και κατόντη κόμβου.
- οι τιμές των στόχων και λειτουργικών περιορισμών (περιλαμβανομένων των ενεργειακών στόχων των στροβίλων, και της συνολικής προσφοράς και ζήτησης ενέργειας).

Με βάση τα επίκαιρα αποθέματα, τις αναμενόμενες εισροές και τη συνολική καταναλωτική ζήτηση, εκτιμάται το συνολικό επιφανειακό δυναμικό του συστήματος στο πέρας του χρονικού βήματος. Με βάση τους κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων, λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς αποθέματος, εκτιμώνται τα αποθέματα-στόχοι  $s_{it}^*$  και οι επιθυμητές εκροές,  $r_{it}^*$ , με βάση τη διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 9.6.2. Κατ'αντιστοιχία, με βάση τους στόχους παραγωγής ενέργειας στους στροβίλους, τη συνολική ενεργειακή ζήτηση του συστήματος και τους περιορισμούς παροχευετικότητας, εκτιμώνται οι τελικές ζητήσεις ενέργειας και οι αντίστοιχες εκροές από τους στροβίλους,  $r_{it}^*$ , με βάση τη διαδικασία που περιγράφηκε στο εδάφιο 9.6.6.

Ωστόσο, λόγω της ύπαρξης πληθώρας βαθμών ελευθερίας, η γνώση των *επιθυμητών εκροών* των ταμιευτήρων και στροβίλων δεν επαρκεί για τον προσδιορισμό όλων των μεταβλητών απόφασης του συστήματος, δηλαδή των *πραγματικών εκροών* και της κατανομής τους στο δίκτυο (παροχές). Αυτό συμβαίνει όταν ισχύει μία τουλάχιστον από τις ακόλουθες συνθήκες:

- οι επιθυμητές εκροές από τους ταμιευτήρες και στροβίλους δεν μπορούν να διοχετευτούν κατόντη εξαιτίας των φυσικών περιορισμών του δικτύου.
- η μεταφορά των εκροών από τις πηγές στην κατανάλωση δεν είναι μονοσήμαντη, αλλά διατίθενται εναλλακτικές διαδρομές, με διαφορετικό μάλιστα κόστος.
- πολλαπλοί και αντικρουόμενοι στόχοι πρέπει να ικανοποιηθούν ταυτόχρονα.
- η συνολική ζήτηση υπερβαίνει την συνολική διαθεσιμότητα νερού.

Από τα παραπάνω προκύπτει ένα σύνθετο διαχειριστικό πρόβλημα, για το οποίο τίθενται οι εξής απαιτήσεις:

- αυστηρή ικανοποίηση το συνόλου των φυσικών περιορισμών του υδροσυστήματος.
- ικανοποίηση των λειτουργικών περιορισμών σύμφωνα με την σειρά προτεραιότητας που έχει οριστεί, εφόσον βεβαίως δεν παραβιάζονται οι φυσικοί περιορισμοί.
- ελαχιστοποίηση της απόκλισης μεταξύ πραγματικών και επιθυμητών απολήψεων, ώστε να τηρείται κατά το δυνατόν πιστότερα η πολιτική διαχείρισης που επιβάλλουν οι κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων.
- ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς των υδατικών πόρων κατά μήκος του δικτύου των υδραγωγείων, γεωτρήσεων και αντλιοστασίων.

Αποδεικνύεται ότι οι παραπάνω απαιτήσεις μπορούν να αναχθούν σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που μάλιστα, υπό προϋποθέσεις, διατυπώνεται σε μια ειδική μορφή γνωστή ως *πρόβλημα μεταφόρτωσης* (βλ. 9.7.2). Ως μεταβλητές ελέγχου του προβλήματος βελτιστοποίησης θεωρείται το σύνολο των μεταβλητών υδατικού ισοζυγίου, για το σύνολο των συνιστωσών του συστήματος. Το πρόβλημα επιλύεται ρητά σε κάθε χρονικό βήμα,  $t$ , ενώ τα αποτελέσματα κάθε βήματος χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισόδου για το επόμενο. Συνεπώς, αν  $N$  είναι το πλήθος των χρονικών βημάτων, η προσομοίωση του συστήματος απαιτεί την *σειριακή* επίλυση  $N$  προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Το πλεονέκτημα μιας τέτοιας διατύπωσης είναι η ύπαρξη αναλυτικών αλγορίθμων επίλυσης, που εγγυώνται πλήρη ακρίβεια, με σχετικά μικρό υπολογιστικό φόρτο.

### 9.7.2 Γενική περιγραφή του προβλήματος μεταφόρτωσης

Το πρόβλημα μεταφόρτωσης (transshipment problem) είναι εφαρμογή της επιχειρησιακής έρευνας, που προέρχεται από την θεωρία γράφων (Deo, 1974· Smith, 1982). Ο γράφος (graph) είναι μια μαθηματική οντότητα, που ορίζεται ως ένα σύνολο που αποτελείται από διατεταγμένα ζεύγη σημείων. Κάθε γράφος μπορεί να παρασταθεί με τη μορφή  $(\mathcal{N}, \mathcal{A})$ , όπου  $\mathcal{N}$  ένα σύνολο σημείων που ονομάζονται *κόμβοι*, και  $\mathcal{A}$  ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών που ονομάζονται *τόξα* ή *ακμές*. *Διγράφος* (digraph) καλείται ο γράφος του οποίου τα τόξα έχουν προσανατολισμένη φορά, ενώ *δίκτυο* (network) είναι ένας γράφος, στα στοιχεία του οποίου (κόμβοι και τόξα) αντιστοιχούν κάποιες ιδιότητες.

Η τοπολογία ενός γράφου που αποτελείται από  $n$  κόμβους και  $m$  τόξα περιγράφεται μαθηματικά μέσω του  $n \times m$  *μητρώου πρόσπτωσης* (incidence matrix), με τιμές  $a_{ij} = 1$  αν η φορά είναι από τον κόμβο  $i$  προς το τόξο  $j$ ,  $a_{ij} = -1$  αν η φορά είναι ανάστροφη και  $a_{ij} = 0$  αν δεν υπάρχει σύνδεση μεταξύ του κόμβου  $i$  και του τόξου  $k$ .

Το πρόβλημα μεταφόρτωσης έγκειται στην ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς μιας ποσότητας από κάποιους κόμβους που καλούνται *πηγές* (sources) στους κόμβους *κατανάλωσης* (sinks), μέσω ενός δικτύου αποτελούμενου από  $n$  κόμβους και  $m$  τόξα. Κόμβοι στους οποίους δεν υπάρχει ούτε προσφορά ούτε ζήτηση καλούνται *ενδιάμεσοι* (intermediate).

Στο πρόβλημα μεταφόρτωσης γίνονται οι ακόλουθες υποθέσεις:

- η συνολική προσφορά ισούται με την συνολική ζήτηση·
- σε κάθε κόμβο, η συνολική εισερχόμενη ποσότητα ισούται με την συνολική εξερχόμενη μείον την καταναλισκόμενη (εξίσωση συνέχειας)·
- σε κάθε τόξο  $j$ , η μεταφερόμενη ποσότητα  $x_j$  είναι θετική και δεν μπορεί να ξεπεράσει την μεταφορική ικανότητα,  $u_j$ .

Στην περίπτωση που δεν ικανοποιείται η πρώτη απαίτηση, θεωρείται ένας εικονικός κόμβος, που απορροφά το πλεόνασμα της προσφοράς. Με τον τρόπο αυτό, ισχύει πάντοτε η συνθήκη:

$$\sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (9.62)$$

όπου  $y_i$  η τιμή της ζήτησης ή προσφοράς στον κόμβο  $i$ , με θετικό ή αρνητικό πρόσημο, αντίστοιχα.

Η εξίσωση συνέχειας γράφεται στην μορφή:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix} \quad (9.63)$$

όπου  $a_{ij}$  το στοιχείο  $(i, j)$  του μητρώου πρόσπτωσης, όπου  $i$  ο δείκτης του κόμβου και  $j$  ο δείκτης του διασυνδεδεμένου τόξου.

Τέλος, οι περιορισμοί παροχτετευτικότητας γράφονται στη μορφή:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_m \end{bmatrix} \quad (9.64)$$

Θεωρώντας σε κάθε τόξο  $j$  ένα μοναδιαίο κόστος μεταφοράς,  $c_j$ , η κατανομή της προσφοράς  $y_i$  στα  $m$  τόξα του δικτύου, δηλαδή ο υπολογισμός των μεταφερόμενων ποσοτήτων  $x_j$ , διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, με στοχική συνάρτηση:

$$f(x_1, \dots, x_m) = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (9.65)$$

Η μητρική διατύπωση του προβλήματος είναι:

$$\begin{aligned} \text{minimise } f(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{έτσι ώστε } \mathbf{A} \mathbf{x} &= \mathbf{y} \\ \mathbf{0} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (9.66)$$

όπου  $\mathbf{x}$  το διάνυσμα μεταβλητών ελέγχου, δηλαδή των μεταφερόμενων ποσοτήτων,  $\mathbf{c}$  το διάνυσμα τιμών μοναδιαίου κόστους,  $\mathbf{A}$  το μητρώο πρόσπτωσης,  $\mathbf{y}$  το διάνυσμα προσφοράς και ζήτησης,  $\mathbf{0}$  το μηδενικό διάνυσμα, και  $\mathbf{u}$  το διάνυσμα χωρητικότητας.

Το σύστημα (9.66) ορίζει ένα πρόβλημα *δικτυακού προγραμματισμού* (network optimisation), το οποίο μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά είτε με τον τυπικό αλγόριθμο simplex είτε με μια εξειδικευμένη παραλλαγή αυτού, τη λεγόμενη *δικτυακή simplex* (Chvátal, 1983, σ. 291-319). Η δικτυακή simplex επιλύει μοντέλα γραμμικού προγραμματισμού, στα οποία οι συντελεστές των περιορισμών ισότητας λαμβάνουν τιμές 1, -1 ή 0. Ο αλγόριθμος πλεονεκτεί σημαντικά ως προς την ταχύτητα επίλυσης, που μπορεί να είναι έως και δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη σε σχέση με την τυπική μέθοδο simplex.

### 9.7.3 Σχηματοποίηση μοντέλου διγράφου

Έστω σύστημα υδατικών πόρων που αποτελείται από τις συνιστώσες που αναφέρονται στην ενότητα 9.4. Ζητούμενο είναι η αναπαράσταση των μεταβλητών απόφασης του μαθηματικού μοντέλου του συστήματος μέσω ενός ιδεατού διγράφου, ώστε όλες να αντιστοιχούν στις μεταβλητές ελέγχου ενός προβλήματος μεταφόρτωσης. Δεδομένου ότι ο διγράφος διατηρεί την τοπολογία του πραγματικού συστήματος, επιδιώκεται μια διατύπωση του προβλήματος που εγγυάται την ικανοποίηση των τεσσάρων απαιτήσεων του εδαφίου 9.7.1, εξασφαλίζοντας τη βέλτιστη κατανομή των διαθέσιμων υδατικών πόρων στις επιμέρους συνιστώσες. Αυτό γίνεται ορίζοντας κατάλληλες τιμές προσφοράς και ζήτησης στους κόμβους, και κατάλληλες τιμές παροχρηματοδότησης και μοναδιαίου κόστους στους κλάδους. Το κόστος πρέπει να είναι θετικό, δηλαδή να εκφράζει ποινή, εφόσον επιδιώκεται απαγόρευση μιας συγκεκριμένης μεταφοράς νερού (π.χ. διατήρηση αποθέματος πάνω από τον περιορισμό μεγίστου) και αρνητικό όταν επιβάλλεται η εκροή νερού για την ικανοποίηση μιας ζήτησης. Στο μοντέλο εισάγεται ένας εικονικός σωρευτικός κόμβος, όπου διοχετεύεται που καταναλώνεται στους κόμβους, αποθηκεύεται επιφανειακά και υπόγεια ή «χάνεται» από το σύστημα λόγω διηθήσεων, διαρροών, υπερχειλίσεων και μεταφορών κατάντη. Ο κόμβος αυτός τίθεται ώστε να ισχύουν οι υποθέσεις του προβλήματος μεταφόρτωσης, και συγκεκριμένα η υπόθεση συνολικής προσφοράς ίσης με την συνολική ζήτηση.

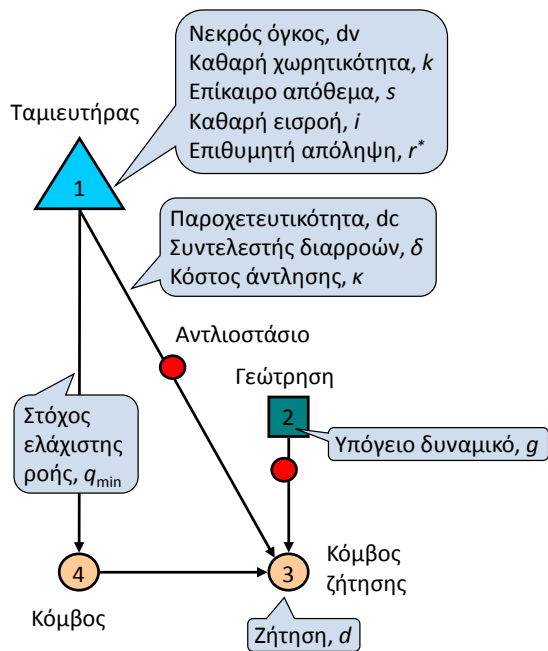


Πίνακας 9.1: Τύποι κόμβων του μοντέλου διγράφου.

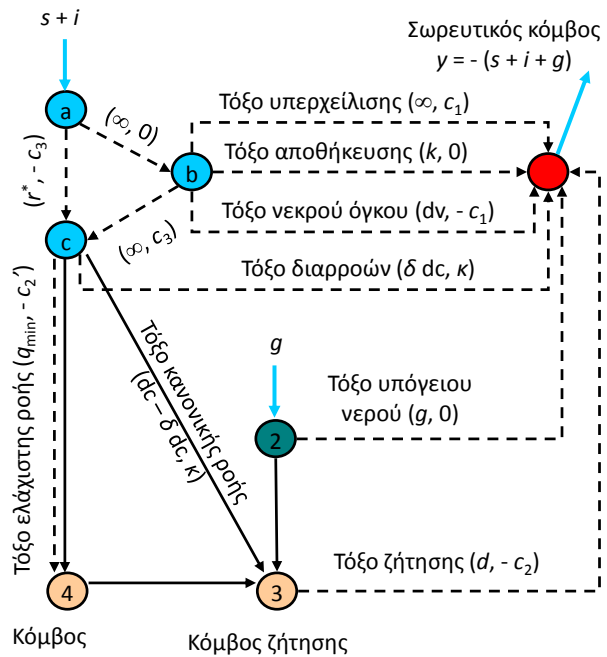
Τύπος	Περιγραφή	Εισροή/εκροή
0	Κόμβος υδατορεύματος	Απορροή κόμβου εισροής
1	Κόμβος υδραγωγείου	-
2	Γεώτρηση	Δυναμικότητα γεώτρησης
3	Εισροή σε ταμιευτήρα	Διαθέσιμο επιφανειακό δυναμικό (τρέχον απόθεμα + απορροή + βροχόπτωση - εξάτμιση - διαφυγές)
4	Αποθήκευση σε ταμιευτήρα	-
5	Εκροή από ταμιευτήρα	-
6	Σωρρευτικός κόμβος	Εκροή ίση με το άθροισμα των εισροών

Πίνακας 9.2: Τύποι κλάδων του μοντέλου διγράφου.

Τύπος	Μεταβλητή μοντέλου υδροσυστήματος	Συνιστώσα δικτύου
0	Επιθυμητή ροή, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι περιορισμοί παροχής	Υδατόρευμα
1	Απώλειες λόγω διήθησης	Υδατόρευμα
2	Επιθυμητή ροή, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι περιορισμοί παροχής	Υδραγωγείο
3	Απώλειες λόγω διαρροών	Υδραγωγείο
4	Εκροή για κάλυψη της απόληψης-στόχου που ορίζουν οι παραμετρικοί κανόνες λειτουργίας	Ταμιευτήρας
5	Δυνητική αποθήκευση διαθέσιμου επιφανειακού δυναμικού	Ταμιευτήρας
6	Πλεονασματική εκροή, πέραν της απόληψης-στόχου	Ταμιευτήρας
7	Αποθήκευση μέχρι το νεκρό όγκο	Ταμιευτήρας
8	Επιθυμητή αποθήκευση, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι περιορισμοί αποθέματος	Ταμιευτήρας
9	Υπερχείλιση	Ταμιευτήρας
10	Απόληψη υπόγειων νερών	Γεώτρηση
11	Αποθήκευση υπόγειων νερών	Γεώτρηση
12	Κατανάλωση νερού	Κόμβος/ταμιευτήρας
13	Επιστροφή νερού που καταναλώθηκε	Κόμβος/ταμιευτήρας
14	Παροχή για κάλυψη του περιορισμού ελάχιστης ροής	Υδραγωγείο/υδατόρευμα
15	Πλεονασματική παροχή, πέραν του περιορισμού μέγιστης ροής	Υδραγωγείο/υδατόρευμα
16	Αποθήκευση για κάλυψη του περιορισμού ελάχιστου αποθέματος	Ταμιευτήρας
17	Πλεονασματική αποθήκευση, πέραν του περιορισμού μέγιστου αποθέματος	Ταμιευτήρας
18	Παροχή για κάλυψη του στόχου παραγωγής ενέργειας	Στρόβιλος
19	Παροχή	Αντλία
20	Πλεονασματική παροχή, πέραν της απαιτούμενης για την κάλυψη του στόχου παραγωγής ενέργειας	Στρόβιλος
21	Μεταφορά νερού κατάντη του υδροσυστήματος	Τελικός κόμβος/ταμιευτήρας



Συνιστώσες πραγματικού συστήματος



Συνιστώσες μοντέλου διγράφου

Εικόνα 9.4: Παράδειγμα μετασχηματισμού των συνιστωσών ενός υδροσυστήματος σε μοντέλο διγράφου. Ο κόμβος 0 είναι ο σωρευτικός, ενώ οι κόμβοι a, b, c προσομοιώνουν την λειτουργία ταμιευτήρα. Οι συμπαγείς γραμμές αντιστοιχούν σε πραγματικά υδραγωγεία, ενώ οι διακεκομμένες αντιπροσωπεύουν εικονικούς κλάδους που αναπαριστούν περιορισμούς. Στην παρένθεση δίνονται η παροχαρακτηριστική και το μοναδιαίο κόστος κάθε κλάδου.

Στο μοντέλο διγράφου θεωρούνται 7 τύποι κόμβων και 22 τύποι κλάδων, τα χαρακτηριστικά των οποίων συνοψίζονται στους Πίνακες 9.1 και 9.2, αντίστοιχα. Η σχηματοποίηση του μοντέλου, δηλαδή η δημιουργία των οντοτήτων και η περιγραφή της τοπολογίας τους, γίνεται πριν την έναρξη της προσομοίωσης. Όσον αφορά στις ιδιότητες του διγράφου (εισροές, παροχαρακτηριστικές, μοναδιαία κόστη), ορισμένες είναι σταθερές, οπότε αποτιμώνται άπαξ, ενώ άλλες είναι χρονικά μεταβαλλόμενες, και συνεπώς επικαιροποιούνται ανά χρονικό βήμα.

Στην Εικόνα 9.4 δίνεται ένα παράδειγμα σχηματοποίησης του μοντέλου για ένα υποθετικό σύστημα αποτελούμενο από τέσσερις κόμβους και τέσσερα υδραγωγεία. Συγκεκριμένα, ο κόμβος 1 αντιστοιχεί σε ταμιευτήρα, ο κόμβος 2 σε γεώτρηση, ο κόμβος 3 σε θέση ζήτησης και ο κόμβος 4 σε θέση αλλαγής της γεωμετρίας του δικτύου. Κατάντη του ταμιευτήρα επιβάλλεται, υπό μορφή λειτουργικού περιορισμού, η διατήρησης μιας ελάχιστης παροχής στο αντίστοιχο υδραγωγείο. Στο παράδειγμα, οι πραγματικές διαδρομές νερού απεικονίζονται με συνεχή γραμμή, και οι εικονικές με διακεκομμένη.

Η σχηματοποίηση κάθε συνιστώσας του υδροσυστήματος έχει ως εξής:

Οι κόμβοι του δικτύου των υδατορευμάτων και υδραγωγείων θεωρούνται χωριστές οντότητες (τύπου 0 και 1), καθώς στους πρώτους υπάρχει η δυνατότητα εισόδου απορροής (μέσω των σχετικών κόμβων εισροής), ενώ στους δεύτερους όχι. Οι τελικοί (κατάντη) κόμβοι των υδατορευμάτων, και οι κατάντη κόμβοι των υδραγωγείων στους οποίους επιτρέπεται η μεταφορά νερού εκτός του υδροσυστήματος, συνδέονται με τον σωρευτικό κόμβο με έναν εικονικό κλάδο, τύπου 21, που υλοποιεί την εκροή του πλεονάζοντος νερού από το σύστημα.

Οι *ταμιευτήρες* είναι η πιο σύνθετη συνιστώσα, καθώς αναπαρίστανται από τρεις κόμβους και, στη γενική περίπτωση, οκτώ κλάδους. Οι κόμβοι υλοποιούν την προσφορά (τύπου 3), αποθήκευση (τύπου 4) και εκροή νερού (τύπου 5). Στην Εικόνα 9.4, οι τρεις αυτοί κόμβοι συμβολίζονται με *a*, *b* και *c*, αντίστοιχα. Ως προσφορά νερού νοείται το διαθέσιμο υδατικό δυναμικό για αποθήκευση και εκροή, που εκτιμάται προσθέτοντας στο τρέχον απόθεμα τις καθαρές υδρολογικές εισροές. Η διαδρομή *a-c* (κλάδος τύπου 4) αναπαριστά την εκροή για ικανοποίηση του κανόνα λειτουργίας. Συνεπώς, η χωρητικότητα του κλάδου τίθεται ίση με την επιθυμητή τιμή που ορίζει ο κανόνας, ενώ το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς είναι αρνητικό, ώστε επιβληθεί η υλοποίηση της εν λόγω εκροής. Η διαδρομή *a-b* (κλάδος τύπου 5) αναπαριστά τη δυνητική αποθήκευση νερού, η οποία έχει απεριόριστη παροχτετευτικότητα<sup>1</sup> και μηδενικό μοναδιαίο κόστος. Τέλος, η διαδρομή *b-c* (κλάδος τύπου 6) αναπαριστά τη μεταφορά της πλεονάζουσας εκροής, πέραν της τιμής-στόχου του κανόνα λειτουργίας. Αυτή επιβάλλεται όταν οι φυσικοί και λειτουργικοί περιορισμοί του συστήματος καθιστούν μη εφικτή την ικανοποίηση των στόχων μέσω των επιθυμητών εκροών. Για το λόγο αυτό, στον κλάδο εισάγεται ένα θετικό μοναδιαίο κόστος μεταφοράς, που εμποδίζει την παραβίαση του κανόνα λειτουργίας, αν αυτό δεν είναι αναγκαίο. Οι υπόλοιποι κλάδοι συνδέουν τον κόμβο *b* με τον σωρευτικό και αναπαριστούν μεταβλητές αποθήκευσης μεταξύ διαφόρων ορίων αποθέματος. Συγκεκριμένα:

- αποθήκευση μέχρι τη στάθμη του νεκρού όγκου (τύπου 7).
- επιθυμητή αποθήκευση μεταξύ του νεκρού όγκου και της ελάχιστης τιμής που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός αποθέματος (τύπου 16).
- επιτρεπόμενη αποθήκευση μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που επιβάλλουν οι σχετικοί περιορισμοί αποθέματος (τύπου 8).
- πλεονάζουσα αποθήκευση μεταξύ της μέγιστης τιμής που επιβάλλει ο περιορισμός αποθέματος και της μικτής χωρητικότητας του ταμιευτήρα (τύπου 17).
- υπερχείλιση (τύπου 9).

Τα κόστη των κλάδων 7 και 16 είναι αρνητικά, με το πρώτο να είναι μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερο από το δεύτερο, καθώς αναφέρεται στον φυσικό περιορισμό διατήρησης του νεκρού όγκου. Το κόστος του κλάδου 8 είναι μηδενικό, καθώς θεωρείται αδιάφορο αν τα διαθέσιμα νερά αποθηκευτούν ή όχι στον συγκεκριμένο ταμιευτήρα. Το κόστος του κλάδου 17 είναι θετικό, ώστε να εμποδίσει την παραβίαση του σχετικού περιορισμού μέγιστου αποθέματος. Τέλος, το κόστος του κλάδου 9 είναι θετικό και ίσο, κατ' απόλυτη τιμή, με αυτό του κλάδου 7, ώστε η υπερχείλιση να πραγματοποιείται μόνο στην περίπτωση εξάντλησης της χωρητικότητας τόσο του συγκεκριμένου ταμιευτήρα όσο και του κατάντη συστήματος. Ωστόσο, αν οριστεί στους λειτουργικούς περιορισμούς ότι η υπερχείλιση είναι αποδεκτή (π.χ. επειδή κατάντη υπάρχει ταμιευτήρας που διαθέτει μεγάλη χωρητικότητα), τότε ορίζεται μόνο ένα πολύ μικρό μοναδιαίο κόστος, κατ' αντιστοιχία με τα υδραγωγεία.

Οι *γεωτρήσεις* αναπαρίστανται ως κόμβοι προσφοράς νερού, των οποίων η εισροή είναι ίση με την αντίστοιχη δυναμικότητα. Κάθε γεώτρηση συνδέεται, μέσω δύο εικονικών κλάδων, με τον κόμβο του δικτύου που τροφοδοτεί και τον σωρευτικό κόμβο. Οι δύο κλάδοι έχουν κοινή παροχτετευτικότητα, ίση με την εισροή. Η παροχή του πρώτου (κλάδος τύπου 10) αντιστοιχεί στην ποσότητα νερού που αντλείται, ενώ του δεύτερου (κλάδος τύπου 11) αντιστοιχεί την περίσσεια της προσφοράς υπόγειου νερού που αποθηκεύεται στον υδροφορέα. Το μοναδιαίο κόστος του κλάδου άντλησης εξαρτάται από τις τιμές των παραμετρικών ορίων λειτουργίας

<sup>1</sup> Για λόγους μαθηματικής ευστάθειας, ως άπειρη παροχτετευτικότητα νοείται μια πολύ μεγάλη τιμή, που τίθεται συμβατικά ίση με τη συνολική προσφορά νερού στο υδροσύστημα, το εκάστοτε χρονικό βήμα.

της γεώτρησης και των επίκαιρων αποθεμάτων των ταμιευτήρων σε σχέση με την ολική τους χωρητικότητα. Αν το ποσοστό πλήρωσης των ταμιευτήρων είναι μικρότερο από το κάτω όριο, τότε η γεώτρηση ενεργοποιείται κατά προτεραιότητα, και συνεπώς το κόστος είναι αρνητικό. Αν το ποσοστό πλήρωσης ξεπερνά το άνω όριο, τότε τίθεται ένα μεγάλο θετικό κόστος, ώστε να εμποδιστεί η χρήση της γεώτρησης. Τέλος, σε ενδιάμεσες τιμές του ποσοστού πλήρωσης το κόστος τίθεται ίσο με το πραγματικό μοναδιαίο κόστος άντλησης, όπως εκτιμάται με βάση την τιμή μονάδας καταναλισκόμενης ενέργειας. Όσον αφορά στο κόστος του κλάδου υπόγειας αποθήκευσης, αυτό είναι μηδενικό, καθώς θεωρείται αδιάφορο αν οι διαθέσιμοι υπόγειοι πόροι παραμείνουν ή όχι στον υδροφορέα.

Τα *υδατορεύματα* και *υδραγωγεία* αναπαρίστανται από τους κλάδους που συνδέουν τους αντίστοιχους ανάντη και κατάντη κόμβους. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη των εν λόγω κλάδων (παροχетеυτικότητα, μοναδιαίο κόστος) ταυτίζονται με τα πραγματικά. Επισημαίνεται ότι στα υδατορεύματα, όπου δεν υπάρχει η έννοια της παροχетеυτικότητας, θεωρείται η συμβατική τιμή παροχής που είναι μαθηματικά ισοδύναμη της άπειρης. Επιπλέον, το μοναδιαίο κόστος λαμβάνει μια πολύ μικρή αρνητική τιμή, καθώς οι επιφανειακές απορροές μεταφέρονται κατά προτεραιότητα στο υδρογραφικό δίκτυο παρά στο δίκτυο των υδραγωγείων.

Στην περίπτωση ύπαρξης απωλειών λόγω διηθήσεων ή διαρροών, καθώς και περιορισμών ελάχιστης και μέγιστης ροής, δημιουργούνται όχι ένας αλλά τέσσερις κλάδοι. Συγκεκριμένα:

- οι τύπου 1 και 3 συνδέουν τον ανάντη κόμβο με τον σωρευτικό, και αναπαριστούν τη μεταφορά των διηθήσεων και διαρροών από υδατορεύματα και υδραγωγεία, αντίστοιχα·
- οι τύπου 0 και 2 αναπαριστούν την πραγματική διαδρομή κατά μήκος του υδατορεύματος ή υδραγωγείου, αντίστοιχα, και μεταφέρουν την επιτρεπόμενη παροχή μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που επιβάλλουν οι σχετικοί περιορισμοί ελέγχου της ροής·
- οι τύπου 14 δημιουργούνται παράλληλα στην πραγματική διαδρομή και μεταφέρουν την επιθυμητή παροχή μέχρι την τιμή που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός ελάχιστης ροής·
- οι τύπου 15 δημιουργούνται παράλληλα στην πραγματική διαδρομή και μεταφέρουν την πλεονάζουσα παροχή μεταξύ της τιμής που επιβάλλει ο σχετικός περιορισμός μέγιστης ροής και της παροχетеυτικότητας.

Η ύπαρξη διηθήσεων και διαφυγών (κλάδοι τύπου 1 και 3, αντίστοιχα) εισάγει επιπλέον περιορισμούς στο μαθηματικό μοντέλο του διγράφου, όπως εξηγείται στο εδάφιο 9.7.4. Το μοναδιαίο κόστος των σχετικών κλάδων είναι ίδιο με αυτό των πραγματικών διαδρομών (κλάδοι τύπου 0 και 2). Επιπλέον, σε αντιστοιχία με τους περιορισμούς ελέγχου των αποθεμάτων ταμιευτήρων, το κόστος των κλάδων τύπου 14 είναι αρνητικό, ώστε να επιβάλλει τη μεταφορά της επιθυμητής παροχής, ενώ των κλάδων τύπου 15 θετικό, ώστε να εμποδίσουν τη μεταφορά παροχής μεγαλύτερης της επιτρεπόμενης.

Οι *στροβίλοι* με στόχο παραγωγής ενέργειας αναπαρίστανται από δύο παράλληλους κλάδους. Ο πρώτος (τύπου 18) έχει αρνητικό κόστος, ώστε να μεταφέρει την απαιτούμενη παροχή για την ικανοποίηση του στόχου, ενώ ο δεύτερος κλάδος (τύπου 20) μεταφέρει χωρίς κόστος την πλεονάζουσα παροχή, μέχρι εξάντλησης της παροχетеυτικότητας του στροβίλου.

Οι *αντλίες* αναπαρίστανται ως κλάδοι, παροχетеυτικότητας ίσης με αυτή της πραγματικής αντλίας, για το επίκαιρο ενεργειακό διαθέσιμο, και κόστους ίσου με το μοναδιαίο κόστος άντλησης. Το τελευταίο είναι συνάρτηση του ύψους πτώσης, της ειδικής ενέργειας και της την τιμής μονάδας καταναλισκόμενης ενέργειας.

Τέλος, σε κόμβους και ταμιευτήρες στους οποίους ορίζονται *στόχοι ζήτησης* δημιουργούνται εικονικοί κλάδοι (τύπου 12) που συνδέουν τις θέσεις ζήτησης με τον σωρευτικό κόμβο του

διγράφου. Η παροχτευτικότητα κάθε τέτοιου κλάδου είναι ίση με την επίκαιρη ζήτηση, ενώ το μοναδιαίο κόστος του είναι αρνητικό, ώστε να επιβάλει την πραγματοποίηση απολήψεων για την ικανοποίηση του εν λόγω στόχου. Στην περίπτωση που μέρος της κατανάλωσης επιστρέφει στο δίκτυο, τότε δημιουργείται μία ακόμη διαδρομή (κλάδος τύπου 13), που συνδέει τη θέση ζήτησης με τον κόμβο επιστροφής. Οι επιστροφές νερού εισάγουν επιπλέον περιορισμούς στο μαθηματικό μοντέλο, όπως εξηγείται στο εδάφιο 9.7.5.

Στον Πίνακα 9.3 συνοψίζονται ο απαιτούμενος αριθμός των κόμβων και κλάδων που εισάγονται στο μοντέλο διγράφου για κάθε συνιστώσα του υδροσυστήματος. Ειδικότερα, για κάθε στόχο και λειτουργικό περιορισμό του συστήματος εισάγεται ένας εικονικός κλάδος, το μοναδιαίο κόστος του οποίου εξαρτάται από τη σειρά προτεραιότητας του αντίστοιχου στόχου/περιορισμού. Ειδικότερα, στην περίπτωση στόχων κατανάλωσης και περιορισμών ελάχιστης παροχής ή ελάχιστου αποθέματος, το κόστος είναι αρνητικό, ώστε να υποχρεώσει τη μεταφορά νερού. Στην αντίστοιχη περίπτωση περιορισμών μέγιστης παροχής ή μέγιστου αποθέματος, το κόστος είναι θετικό ώστε να επιβάλει ποινή στην παραβίαση του εν λόγω περιορισμού. Τα κόστη αυτά είναι, κατ' απόλυτη τιμή, μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερα την ποινής που σχετίζεται με την ικανοποίηση των επιθυμητών απολήψεων που προκύπτουν από την εφαρμογή των κανόνων λειτουργίας και μια τάξη μεγέθους μικρότερα την ποινής που σχετίζεται με την ικανοποίηση των φυσικών περιορισμών. Λεπτομέρειες σχετικά με τον τρόπο καθορισμού τους δίνονται στο εδάφιο 9.7.5.

Πίνακας 9.3: Απαιτούμενος αριθμός κόμβων και κλάδων για κάθε συνιστώσα.

Συνιστώσα υδροσυστήματος	Κόμβοι	Κλάδοι
Ενδιάμεσος κόμβος υδατορεύματος ή υδραγωγείου	1	0
Τελικός κόμβος, με δυνατότητα εκροής κατάντη	1	1
Ταμιευτήρας	3	6
Γεώτρηση	1	2
Υδατόρευμα ή υδραγωγείο χωρίς απώλειες	2	1
Υδατόρευμα ή υδραγωγείο με απώλειες	2	2
Στρόβιλος, χωρίς στόχο παραγωγής ενέργειας	2	1
Στρόβιλος, με στόχο παραγωγής ενέργειας	2	2
Αντλία	2	1
Στόχος κατανάλωσης, χωρίς δυνατότητα επιστροφής νερού	1	1
Στόχος κατανάλωσης, με δυνατότητα επιστροφής νερού	1	2
Περιορισμός ελάχιστου ή μέγιστου αποθέματος	0	1
Περιορισμός ελάχιστης ή μέγιστης παροχής	0	1

#### 9.7.4 Προσομοίωση διαρροών και διηθήσεων

Στην περίπτωση στοιχείων μεταφοράς με γραμμικές απώλειες, δηλαδή υδατορεύματα με διηθήσεις ή υδραγωγεία με διαρροές, δεν ισχύει η δομή του προβλήματος μεταφόρτωσης (βλ. 9.7.2), καθώς εισάγονται επιπλέον περιορισμοί. Έστω στοιχείο μεταφοράς με συντελεστή διαρροών,  $\delta$ , στο οποίο εισέρχεται ποσότητα νερού  $x$ , όπως φαίνεται στην Εικόνα 9.5. Αν  $x_1$  η ποσότητα νερού που καταλήγει στον κατάντη κόμβο και  $x_2$  οι κατά μήκος απώλειες, τότε:

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 &= x \\
 x_1 &= (1 - \delta) x \\
 x_2 &= \delta x
 \end{aligned}
 \tag{9.67}$$

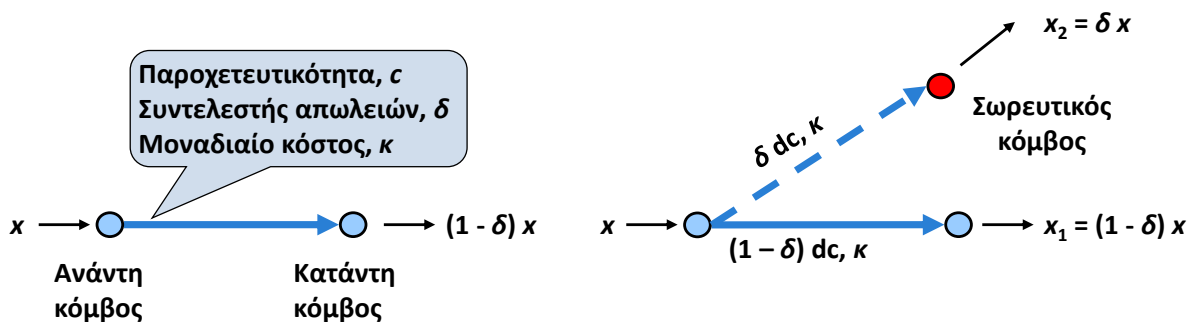
Με συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων, προκύπτει ο φυσικός περιορισμός:

$$x_2 - \frac{\delta}{1 - \delta} x_1 = 0 \quad (9.68)$$

που σε μητρική μορφή γράφεται:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (9.69)$$

όπου  $\Delta$  μητρώο με στοιχεία από το σύνολο  $\{-1, \delta_i / 1 - \delta_i, 0\}$  και  $i$  ο δείκτης του στοιχείου μεταφοράς. Συνεπώς, αν και η σχέση (9.68), η οποία τίθεται επιπρόσθετα των εξισώσεων συνέχειας στους κόμβους, εξακολουθεί να είναι γραμμική, οι συντελεστές της δεν λαμβάνουν πλέον τιμές από το σύνολο  $\{-1, 1, 0\}$ , όπως συμβαίνει με τα στοιχεία του μητρώου πρόσπτωσης  $\mathbf{A}$ . Αυτό σημαίνει ότι δεν ισχύουν οι μαθηματικές υποθέσεις του μοντέλου μεταφόρτωσης, και συνεπώς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί η δικτυακή μέθοδος simplex για την επίλυση του προβλήματος.



Εικόνα 9.5: Μετασχηματισμός αγωγού με απώλειες σε συνιστώσες διγράφου.

### 9.7.5 Προσομοίωση επιστροφών νερού

Η αναπαράσταση των επιστροφών νερού διαμέσου κόμβων κατανάλωσης παρουσιάζει ομοιότητες με την περίπτωση των απωλειών σε υδατορεύματα και υδραγωγεία. Έστω  $d$  η επίκαιρη ζήτηση σε έναν κόμβο και  $\mu$  το ποσοστό της κατανάλωσης που επιστρέφει σε έναν άλλο κόμβο του υδροσυστήματος, όπως φαίνεται στην Εικόνα 9.6.

Αν  $x$  είναι η ολική απόληψη,  $x_1$  η καθαρή ποσότητα που καταναλώνεται και  $x_2$  η ποσότητα που επιστρέφει, ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x \\ x_1 &= (1 - \mu) x \\ x_2 &= \mu x \end{aligned} \quad (9.70)$$

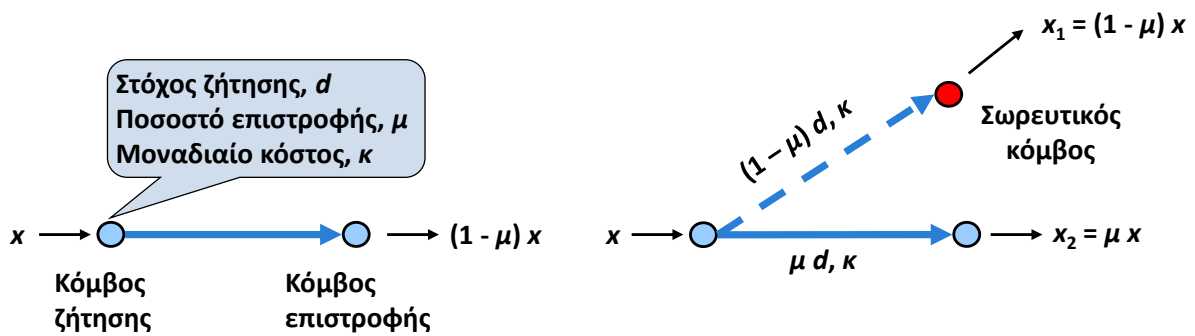
Με συνδυασμό των παραπάνω εξισώσεων, προκύπτει ο φυσικός περιορισμός:

$$x_2 - \frac{\mu}{1 - \mu} x_1 = 0 \quad (9.71)$$

που σε μητρική μορφή γράφεται:

$$\mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (9.72)$$

όπου  $\mathbf{M}$  μητρώο με στοιχεία από το σύνολο  $\{-1, \mu_i / 1 - \mu_i, 0\}$  και  $i$  ο δείκτης του κόμβου. Κατά συνέπεια, και σε αυτή την περίπτωση δεν ισχύουν οι μαθηματικές υποθέσεις του μοντέλου μεταφόρτωσης, καθώς εκτός των εξισώσεων συνέχειας τίθενται επιπλέον περιορισμοί, με συντελεστές εκτός του συνόλου  $\{-1, 1, 0\}$ .



Εικόνα 9.6: Μετασχηματισμός κόμβου ζήτησης με επιστροφή σε συνιστώσες διγράφου.

### 9.7.6 Μοντέλο αναδρομικού υπολογισμού μοναδιαίου κόστους

Ο τρόπος καθορισμού των τιμών μοναδιαίου κόστους συνιστά ένα εξαιρετικά σημαντικό όσο και πρωτότυπο σημείο του μαθηματικού πλαισίου που αναπτύχθηκε, καθώς εξασφαλίζει την ικανοποίηση των τεσσάρων απαιτήσεων που τέθηκαν στο εδάφιο 9.7.1. Σύμφωνα με αυτές, η κατανομή των υδατικών πόρων στο υδросύστημα οφείλει να εξασφαλίζει, με την ακόλουθη σειρά προτεραιότητας:

1. αυστηρή τήρηση των φυσικών περιορισμών·
2. ιεραρχική ικανοποίηση των στόχων και λειτουργικών περιορισμών·
3. ελαχιστοποίηση της απόκλισης από την επιθυμητή πολιτική των κανόνων λειτουργίας·
4. ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς των εκροών από τις πηγές στις θέσεις κατανάλωσης.

Για τον λόγο αυτό, οι μεταβλητές του μοντέλου, όπως έχει αντιστοιχιστεί στους κλάδους του δικτύου, ομαδοποιούνται σε τέσσερα επίπεδα σημαντικότητας, έτσι ώστε το μοναδιαίο κόστος (κατ' απόλυτη τιμή) κάθε κλάδου που ανήκει στο επίπεδο  $k$  να ξεπερνά το αθροιστικό κόστος των κλάδων όλων των προηγούμενων κατηγοριών, δηλαδή:

$$|c|^{[k]} = \sum_{j=1}^{n(k)} |c_j| + \varepsilon \quad (9.73)$$

όπου  $c_j$  το μοναδιαίο κόστος του κλάδου  $j$ ,  $n(k)$  το πλήθος των κλάδων που κατατάσσονται έως το  $k$  επίπεδο σημαντικότητας ( $k = 0, \dots, 7$ ) και  $\varepsilon$  μια μικρή θετική τιμή. Άμεση συνέπεια της (9.73) είναι αφενός η ανεξάρτητη ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους κάθε κατηγορίας και αφετέρου η κατά προτεραιότητα ελαχιστοποίηση των τιμών κόστους που ανήκουν σε υψηλότερες κατηγορίες.

Υπενθυμίζεται ότι κάθε κλάδος αναπαριστά μια συγκεκριμένη διεργασία με αρνητικό, μηδενικό ή θετικό μοναδιαίο κόστος, ανάλογα με το αν η πραγματοποίησή της είναι επιθυμητή, αδιάφορη ή ανεπιθύμητη, αντίστοιχα. Ο υπολογισμός των επιμέρους τιμών κόστους γίνεται με μια αναδρομική διαδικασία, που ξεκινά από τα χαμηλότερα επίπεδα. Συγκεκριμένα, χωρίς κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες, που εντάσσονται στο μηδενικό επίπεδο σημαντικότητας:

- η μεταφορά της επιθυμητής παροχής στα υδατορεύματα, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 0)·
- η πραγματοποίηση διηθήσεων (κλάδοι τύπου 1)·
- η δυναμική αποθήκευση του διαθέσιμου δυναμικού των ταμιευτήρων (κλάδοι τύπου 5)·

- η επιθυμητή αποθήκευση νερού στους ταμιευτήρες, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 8)·
- η αποθήκευση του πλεονασματικής διαθεσιμότητας υπόγειων νερών στις θέσεις των γεωτρήσεων (κλάδοι τύπου 11)·
- η μεταφορά νερού κατάντη του υδροσυστήματος, διαμέσου των τελικών κόμβων και ταμιευτήρων (κλάδοι τύπου 21).

Κάθε άλλη διεργασία ή, ισοδύναμα, κάθε άλλος τύπος κλάδου, κατατάσσεται σε ένα μη μηδενικό επίπεδο σημαντικότητας, όπως φαίνεται στον Πίνακα 9.4.

Στο **επίπεδο 1** εντάσσονται οι διεργασίες με πραγματικό κόστους ή όφελος, δηλαδή:

- η μεταφορά της επιθυμητής παροχής στα υδραγωγεία, μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης τιμής που ορίζουν οι σχετικοί λειτουργικοί περιορισμοί (κλάδοι τύπου 2)·
- η πραγματοποίηση διαρροών στα υδραγωγεία (κλάδοι τύπου 3)·
- η άντληση νερού από γεωτρήσεις (κλάδοι τύπου 10)·
- η μεταφορά παροχής μέσω των αντλιοστασίων (κλάδοι τύπου 19)·
- η μεταφορά της πλεονάζουσας παροχής (πάνω, δηλαδή, από την επιθυμητή τιμή που προβλέπει ο στόχος παραγωγής ενέργειας) μέσω των στροβίλων (κλάδοι τύπου 20).

Τα κόστη όλων των κλάδων πλην του τελευταίου είναι θετικά, και υπολογίζονται είτε άμεσα, με βάση το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς, είτε έμμεσα, με βάση την ειδική ενέργεια, το ύψος πτώσης και την τιμή μονάδας άντλησης. Τονίζεται ότι το κόστος των γεωτρήσεων είναι το πραγματικό, που υποθέτει ότι βρίσκονται στο ενδιάμεσο επίπεδο ενεργοποίησης που ορίζει ο κανόνας λειτουργίας τους (βλ. 9.6.5). Το μοναδιαίο κόστος των στροβίλων είναι αρνητικό, και τιμάται με βάση την τιμή μονάδας δευτερεύουσας ενέργειας. Σε κάθε περίπτωση, στο αρχικό κόστος προστίθεται η ελάχιστη τιμή  $\varepsilon$ , ώστε ακόμα και αν μια ροή πραγματοποιείται χωρίς κόστος, να διαφοροποιείται σε σχέση με τις ροές του μηδενικού επιπέδου. Αυτό εξασφαλίζει ότι οι πλεονάζουσες επιφανειακές εισροές μεταφέρονται με φυσικό τρόπο, μέσω του υδρογραφικού δικτύου, και όχι μέσω του δικτύου των υδραγωγείων, ενώ τα πλεονάζοντα υπόγεια νερά διατηρούνται αποθηκευμένα, και δεν αντλούνται μέσω των γεωτρήσεων.

Στο **επίπεδο 2** εντάσσονται οι διεργασίες που αφορούν στην ικανοποίηση του παραμετρικού κανόνα λειτουργίας των ταμιευτήρων, δηλαδή:

- η εκροή νερού για την ικανοποίηση της επιθυμητής απόληψης μέσω των κλάδων τύπου 4, που πραγματοποιείται με αρνητικό μοναδιαίο κόστος  $-c^{[2]}$ .
- η πλεονάζουσα εκροή, πάνω από την τιμή της επιθυμητής απόληψης μέσω των κλάδων τύπου 6, που πραγματοποιείται με θετικό μοναδιαίο κόστος  $c^{[2]}$ .

όπου  $|c^{[2]}|$  το άθροισμα των απόλυτων τιμών κόστους όλων των κλάδων του προηγούμενου επιπέδου, στο οποίο προστίθεται η τιμή  $\varepsilon$ . Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι τηρείται η κατανομή των αποθεμάτων που επιβάλλουν οι κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων, μεταφέροντας εκροές από ανάντη προς κατάντη ταμιευτήρες, ανεξαρτήτως κόστους.

Το **επίπεδο 3** αναφέρεται στην άντληση νερού από γεωτρήσεις (κλάδοι τύπου 10), σε σχέση με την πολιτική λειτουργίας τους. Συγκεκριμένα, προκειμένου να εμποδιστεί η χρήση μιας γεώτρησης όταν το ποσοστό πλήρωσης των ταμιευτήρων είναι μεγαλύτερο του ανωφλίου  $b_i^{up}$ , τότε θεωρείται μοναδιαίο κόστος ίσο  $c^{[3]}$ . Αντίστοιχα, όταν επιβάλλεται η χρήση της γεώτρησης, δεδομένου ότι το ποσοστό πλήρωσης των ταμιευτήρων είναι μικρότερο του κατωφλίου  $b_i^{down}$ , το μοναδιαίο κόστος των απολήψεων είναι αρνητικό, και ίσο  $-c^{[3]}$ . Στην ενδιάμεση περίπτωση, θεωρείται το πραγματικό κόστος, το οποίο εντάσσεται στο επίπεδο 1.



Πίνακας 9.4: Επίπεδα σημαντικότητας κόστους και διεργασίες που υλοποιούνται μέσω των αντίστοιχων κλάδων του μοντέλου διγράφου.

Επίπεδο	Διεργασίες με θετικό κόστος	Διεργασίες με αρνητικό κόστος
1	Ροή υδραγωγείων, γεωτρήσεων και αντλιών, διαρροές	Εκροή από στροβίλους για παραγωγή δευτερεύουσας ενέργειας
2	Πλεονάζουσα (πάνω από την επιθυμητή) εκροή από ταμιευτήρες	Εκροή από ταμιευτήρες, μέχρι την επιθυμητή τιμή
3	Ενεργοποίηση γεωτρήσεων κατά παράβαση του κανόνα λειτουργίας	Κατά προτεραιότητα χρήση γεωτρήσεων
4	Μεταφορά επιφανειακών υδατικών πόρων εκτός του υδροσυστήματος	
5	Πλεονάζουσα παροχή και απόθεμα, καθ' υπέρβαση των λειτουργικών περιορισμών	Κατανάλωση και επιστροφή νερού, τήρηση ορίων ελάχιστης παροχής και αποθέματος, εκροή στροβίλων για παραγωγή ενέργειας
6	Υπερχείλιση ταμιευτήρα	Πλήρωση ταμιευτήρων μέχρι το νεκρό όγκο
7	Ανεπιθύμητη υπερχείλιση	

Το **επίπεδο 4** αναφέρεται στη μεταφορά επιφανειακών υδατικών πόρων εκτός του υδροσυστήματος, διαμέσου των τελικών κόμβων και ταμιευτήρων, που υλοποιείται μέσω των κλάδων τύπου 21. Στους εν λόγω κλάδους τίθεται μοναδιαίο κόστος ίσο με  $c^{[4]}$ , ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι απώλειες του υδροσυστήματος.

Το **επίπεδο 5** αναφέρεται στην ικανοποίηση των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, με βάση τη σειρά προτεραιότητας που ορίζει ο χρήστης. Αν επιδιώκεται η μεταφορά νερού, τότε το κόστος είναι αρνητικό, διαφορετικά, είναι θετικό. Με αρνητικό κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες:

- κατανάλωση νερού για την ικανοποίηση του σχετικού στόχου ζήτησης (κλάδοι τύπου 12)·
- επιστροφή σταθερής ποσότητας νερού που καταναλώθηκε (κλάδοι τύπου 13)·
- μεταφορά παροχής μέσω υδατορευμάτων και υδραγωγείων για την ικανοποίηση του σχετικού περιορισμού ελάχιστης ροής (κλάδοι τύπου 14)·
- αποθήκευση νερού σε ταμιευτήρες για την ικανοποίηση του σχετικού περιορισμού ελάχιστου αποθέματος (κλάδοι τύπου 16)·
- μεταφορά της παροχής μέσω των στροβίλων για την ικανοποίηση του σχετικού στόχου παραγωγής ενέργειας (κλάδοι τύπου 18).

Ομοίως, με θετικό κόστος πραγματοποιούνται οι εξής διεργασίες:

- μεταφορά πλεονάζουσας ροής υδατορευμάτων και υδραγωγείων, καθ' υπέρβαση του σχετικού περιορισμού μέγιστης ροής (κλάδοι τύπου 15)·
- πλεονάζουσα αποθήκευση νερού σε ταμιευτήρες, καθ' υπέρβαση του σχετικού περιορισμού μέγιστου αποθέματος (κλάδοι τύπου 17).

Οι επιμέρους τιμές κόστους, κατ' απόλυτη τιμή, εξαρτώνται από την προτεραιότητα κάθε στόχου και περιορισμού. Η προσέγγιση αυτή εξασφαλίζει ότι μεταξύ στόχων που εντάσσονται σε διαφορετικό επίπεδο προτεραιότητας, ικανοποιείται πρώτα αυτός που βρίσκεται στο υψηλότερο επίπεδο. Επιπλέον, όλες οι διεργασίες του επιπέδου 5 υλοποιούνται σε προτεραιότητα σε σχέση με όλες τις προηγούμενες. Συνεπώς, το μοντέλο πρώτα επιδιώκει την ικανοποίηση των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, ακολούθως την τήρηση των

κανόνων λειτουργίας των ταμιευτήρων και γεωτρήσεων, και σε τελευταία προτεραιότητα τον εντοπισμό της οικονομικά προσηφορότερης διαδρομής.

Το **επίπεδο 6** αναφέρεται στην τήρηση των φυσικών περιορισμών των ταμιευτήρων, δηλαδή:

- την αποθήκευση νερού μέχρι την πλήρωση του νεκρού όγκου, που υλοποιείται μέσω των κλάδων τύπου 7 και πραγματοποιείται με αρνητικό μοναδιαίο κόστος  $-c^{[6]}$ .
- την υπερχειλίση, που υλοποιείται μέσω των κλάδων τύπου 9 και πραγματοποιείται με θετικό μοναδιαίο κόστος  $c^{[6]}$ .

Η διαδικασία εγγυάται ότι, πέραν όλων των υπόλοιπων απαιτήσεων, το μοντέλο θα γεμίσει τους ταμιευτήρες τουλάχιστον μέχρι της στάθμη υδροληψίας, και δεν θα πραγματοποιήσει υπερχειλίσεις, εκτός και αν έχει εξαντληθεί η παροχρητικότητα του κατάντη δικτύου. Ειδικότερα, στους κλάδους τύπου 9 ορίζεται το επιπλέον **επίπεδο 7**, που αναφέρεται σε ταμιευτήρες στους οποίους εισάγεται ως περιορισμός η αποφυγή υπερχειλίσης. Στην περίπτωση αυτή, η τιμή του μοναδιαίου κόστους στους εν λόγω κλάδους είναι ίση με  $2c^{[7]}$ .

### 9.7.7 Επικαιροποίηση ιδιοτήτων διγράφου

Το μαθηματικό μοντέλο του διγράφου ορίζει ένα πλήθος μητρώων, συγκεκριμένα:

- του μητρώου πρόσπτωσης  $A$ , με στοιχεία από το σύνολο  $\{-1, 1, 0\}$ , που περιγράφει τις εξισώσεις συνέχειας των κόμβων με βάση την τοπολογία του μοντέλου, δηλαδή τον τρόπο σύνδεσης των κόμβων και κλάδων·
- του μητρώου διαρροών  $B$ , με στοιχεία από το σύνολο  $\{-1, \delta_i/(1 - \delta_i), 0\}$ , που περιγράφει τις εξισώσεις μεταφοράς ενός σταθερού ποσοστού  $\delta_i$  της παροχής των υδατορευμάτων και υδραγωγείων εκτός του υδροσυστήματος, δηλαδή στο σωρευτικό κόμβο·
- του μητρώου επιστροφών  $M$ , με στοιχεία από το σύνολο  $\{-1, \mu_i/(1 - \mu_i), 0\}$ , που περιγράφει τις εξισώσεις μεταφοράς ενός σταθερού ποσοστού  $\mu_i$  της καταναλισκόμενης ποσότητας κάθε κόμβου σε κάποιον άλλο κόμβο του υδροσυστήματος·
- του διανύσματος προσφοράς  $y$ , που περιγράφει τις εισροές επιφανειακών και υπόγειων πόρων στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου, τους ταμιευτήρες και τις γεωτρήσεις, καθώς και την αρνητική προσφορά (ζήτηση) στον σωρευτικό κόμβο του διγράφου·
- του διανύσματος χωρητικότητας  $u$ , που ορίζει την πραγματική ή εικονική μεταφορική ικανότητα των κλάδων του διγράφου·
- του διανύσματος μοναδιαίου κόστους  $c$ , που ορίζει ένα πραγματικό ή εικονικό κόστος μεταφοράς νερού, θετικό ή αρνητικό, διαμέσου των κλάδων του διγράφου.

Τα στοιχεία των μητρώων πρόσπτωσης  $A$  και επιστροφών  $M$  ορίζονται άπαξ, ενώ, αντίθετα, ορισμένα, τουλάχιστον, από τα στοιχεία των υπόλοιπων μητρώων και διανυσμάτων εισόδου επικαιροποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα. Συγκεκριμένα:

Τα στοιχεία του μητρώου διαρροών  $B$  επικαιροποιούνται εφόσον μεταβάλλεται η τιμή κάποιου συντελεστή διαρροής υδραγωγείου, λόγω τεχνικών επεμβάσεων στο δίκτυο. Όσον αφορά στα στοιχεία που εκφράζουν απώλειες των υδατορευμάτων λόγω διήθησης, επειδή πρόκειται για φυσικά μεγέθη δεν υπόκεινται σε διαχρονικές αλλαγές.

Τα στοιχεία του διανύσματος προσφοράς  $y$ , για κάθε κόμβο του διγράφου πλην του σωρευτικού υπολογίζονται ως:

$$y_i = \begin{cases} i_i & \text{για εισροή νερού σε κόμβο υδατορεύματος} \\ s_i + i_i & \text{για διαθεσιμότητα νερού σε ταμιευτήρα} \\ g_i & \text{για διαθεσιμότητα νερού σε γεώτρηση} \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (9.74)$$

Στον σωρευτικό κόμβο τίθεται ως ζήτηση (με αρνητικό πρόσημο) το σύνολο της προσφοράς νερού στο σύστημα, ώστε να ικανοποιείται η αναγκαία συνθήκη (9.62). Η τιμή αυτή χρησιμοποιείται και στη συνέχεια, ως ισοδύναμη της άπειρης παροχетеυτικότητας στους σχετικούς εικονικούς κλάδους (π.χ. κλάδοι υπερχειλίσης).

Τα στοιχεία του διανύσματος  $\mathbf{u}$ , δηλαδή οι παροχетеυτικότητες των κλάδων, αντιστοιχούν είτε σε πραγματικά είτε σε εικονικά μεγέθη. Τα πρώτα αναφέρονται σε φυσικούς περιορισμούς του δικτύου, όπως είναι ο νεκρός όγκος και η ωφέλιμη χωρητικότητα των ταμιευτήρων, η δυναμικότητα των γεωτρήσεων και η παροχетеυτικότητα των υδραγωγείων, αντλιοστασίων και στροβίλων. Τα υπόλοιπα εκφράζουν επιθυμητά μεγέθη, όπως η επίκαιρη απόληψη-στόχος των ταμιευτήρων και η ζήτηση των κόμβων, καθώς και σε όρια που προκύπτουν από τους λειτουργικούς περιορισμούς αποθεμάτων και παροχών.

Τέλος, τα στοιχεία του διανύσματος μοναδιαίου κόστους,  $\mathbf{c}$ , επικαιροποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα, καθώς παράγονται μέσω της αναδρομικής διαδικασίας του εδαφίου 9.7.6. Αυτό συμβαίνει επειδή ορισμένα κόστη εξαρτώνται από χρονικά μεταβαλλόμενες συνθήκες (π.χ. αποθέματα ταμιευτήρων, υψομετρικές διαφορές), το οποίο επιβάλλει επικαιροποίηση της διαδικασίας αποτίμησης σε κάθε βήμα.

### 9.7.8 Διατύπωση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Σε κάθε χρονικό βήμα, για δεδομένες τιμές των μητρώων  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{u}$  και  $\mathbf{c}$ , διατυπώνεται το ακόλουθο πρόβλημα γραμμικής βελτιστοποίησης:

$$\begin{aligned} & \text{minimise } f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ & \text{έτσι ώστε } \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{y} \\ & \mathbf{B} \mathbf{x} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{M} \mathbf{x} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (9.75)$$

Το παραπάνω πρόβλημα είναι ελαφρά διαφορετικό από το μοντέλο μεταφόρτωσης, διατηρεί ωστόσο ένα εξαιρετικά ισχυρό πλεονέκτημα, που είναι η *αραιή* (sparse) δομή των μητρώων, λόγω της ύπαρξης πολλών μηδενικών στοιχείων. Η δομή αυτή επιτρέπει την εφαρμογή εξειδικευμένων παραλλαγών της μεθόδου simplex (όχι ωστόσο της δικτυακής simplex), που εγγυώνται πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα επίλυσης σε σχέση με τον συμβατικό αλγόριθμο.

### 9.7.9 Αποτελέσματα χρονικού βήματος

Μετά από την επίλυση του προβλήματος, οι βελτιστοποιημένες μεταβλητές  $\mathbf{x}$ , δηλαδή οι ροές των κλάδων του διγράφου, αντιστοιχίζονται στις μεταβλητές των πραγματικών συνιστωσών του συστήματος (αποθέματα, εκροές, κτλ.). Όπως φαίνεται στον Πίνακα 9.5, σε κάποιες περιπτώσεις η τιμή της μεταβλητής είναι άθροισμα ροών διαφορετικών τύπων κλάδων. Για παράδειγμα, το τελικό απόθεμα ταμιευτήρα προκύπτει ως άθροισμα των βελτιστοποιημένων ροών κλάδων τύπου 5 (δυναμική αποθήκευση διαθέσιμου επιφανειακού δυναμικού), τύπου 7

(αποθήκευση ως τον νεκρό όγκο), τύπου 8 (επιθυμητή αποθήκευση, μεταξύ των επιθυμητών τιμών που ορίζουν οι περιορισμοί αποθέματος), τύπου 16 (αποθήκευση για κάλυψη του περιορισμού ελάχιστου αποθέματος) και τύπου 17 (πλεονασματική αποθήκευση, πέραν του περιορισμού μέγιστου αποθέματος).

Με γνωστές τις προσομοιωμένες μεταβλητές του χρονικού βήματος, εξετάζεται κατά πόσο ικανοποιούνται οι στόχοι και περιορισμοί του συστήματος. Αν δεν επιτυγχάνεται η επιθυμητή τιμή ενός στόχου ή παραβιάζεται το επιτρεπόμενο όριο ενός περιορισμού, τότε στο τρέχον χρονικό βήμα καταγράφεται αστοχία. Επιπλέον, καταγράφεται αστοχία και στην ετήσια κλίμακα, καθώς θεωρείται ότι αν έστω ένα χρονικό βήμα στη διάρκεια του υδρολογικού έτους είναι ελλειμματικό, τότε όλο το έτος χαρακτηρίζεται ελλειμματικό.

Στην περίπτωση καταναλωτικού στόχου, με ζήτηση  $d_t^*$  και επιτευχθείσα απόληψη  $w_t \leq d_t^*$ , υπολογίζεται το αντίστοιχο έλλειμμα ως διαφορά της επιθυμητής τιμής από την πραγματική, καθώς και το καθαρό όφελος, με βάση τη σχέση:

$$f = \kappa_e w_t - \kappa_s \max(0, d_t^* - w_t) \quad (9.76)$$

όπου  $\kappa_e$  η τιμή μονάδας για την ικανοποίηση του στόχου και  $\kappa_s$  η ρήτρα ελλείμματος.

Στις περιπτώσεις των περιορισμών ελάχιστου ή μέγιστου αποθέματος ή παροχής, το έλλειμμα αντιστοιχεί στην απόκλιση από το όριο που θέτει ο εν λόγω περιορισμός, ενώ αντίστοιχα εκτιμάται το καθαρό οικονομικό όφελος.

Όσον αφορά στο καθαρό ενεργειακό όφελος, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$f_e = \kappa_e \min(e_t, e_t^*) + \kappa_p \max(0, e_t - e_t^*) - \kappa_s \max(0, e_t^* - e_t) \quad (9.77)$$

όπου  $e_t^*$  η συνολική ενεργειακή ζήτηση του συστήματος,  $e_t$  η συνολική παραγωγή ενέργειας από τους στροβίλους,  $\kappa_e$  και  $\kappa_p$ , οι τιμές μονάδας πρωτεύουσας και δευτερεύουσας ενέργειας, αντίστοιχα, και  $\kappa_s$  η τιμή της μοναδιαίας ρήτρας.

Πίνακας 9.5: Ορισμός πραγματικών τιμών μεταβλητών υδροσυστήματος ως άθροισμα των βελτιστοποιημένων ροών διαφόρων τύπων κλάδων του μοντέλου διγράφου.

Μεταβλητή υδροσυστήματος	Συνιστώσα	Ροές κλάδων
Παροχή	Υδατόρευμα	0, 14, 15
Απώλειες λόγω διήθησης	Υδατόρευμα	1
Παροχή	Υδραγωγείο	2, 14, 15
Απώλειες λόγω διαρροών	Υδραγωγείο	3
Αποθήκευση	Ταμιευτήρας	5, 7, 8, 16, 17
Υπερχείλιση	Ταμιευτήρας	9
Εκροή	Ταμιευτήρας	4, 6
Απόληψη υπόγειων νερών	Γεώτρηση	10
Αποθήκευση υπόγειων νερών	Γεώτρηση	11
Κατανάλωση νερού	Κόμβος/ταμιευτήρας	12
Επιστροφή νερού που καταναλώθηκε	Κόμβος/ταμιευτήρας	13
Παροχή	Στρόβιλος	18, 20
Παροχή	Αντλία	19
Μεταφορά νερού κατάντη	Τελικός κόμβος/ταμιευτήρας	21

### 9.7.10 Γενικά αποτελέσματα προσομοίωσης

Μέσω της προσομοίωσης παράγονται χρονοσειρές απόκρισης για όλες τις συνιστώσες του συστήματος, από την επεξεργασία των οποίων εκτιμάται ένα πλήθος συγκεντρωτικών μεγεθών, που βοηθούν στην αξιολόγηση των διαχειριστικών επιλογών (κανόνες λειτουργίας, στόχοι, περιορισμοί) και, τελικά, τη λήψη αποφάσεων.

Μια κατηγορία αποτελεσμάτων αφορά στα πιθανοτικά μεγέθη των στόχων και περιορισμών, συγκεκριμένα:

- μέση ετήσια πιθανότητα αστοχίας·
- πλήθος άστοχων χρονικών βημάτων·
- μέσο ετήσιο έλλειμμα.

Μια δεύτερη ομάδα αποτελεσμάτων αναφέρεται σε συγκεντρωτικά μεγέθη του συστήματος, τα οποία εκτιμώνται σε μέση ετήσια κλίμακα:

- ολικό καθαρό όφελος ικανοποίησης στόχων και περιορισμών·
- ολικό καθαρό όφελος ικανοποίησης ενεργειακής ζήτησης·
- ολικό κόστος χρήσης υδραγωγείων, πάγιο και μεταβλητό·
- ολικό κόστος χρήσης υδραγωγείων, πάγιο και μεταβλητό·
- ολικό κόστος χρήσης αντλιοστασίων και γεωτρήσεων, πάγιο και μεταβλητό·
- κατανάλωση νερού σε κόμβους και ταμιευτήρες·
- παραγωγή ενέργειας στους στροβίλους·
- κατανάλωση ενέργειας στις αντλίες και γεωτρήσεις·
- ολικές απώλειες λόγω υπερχειλίσης.

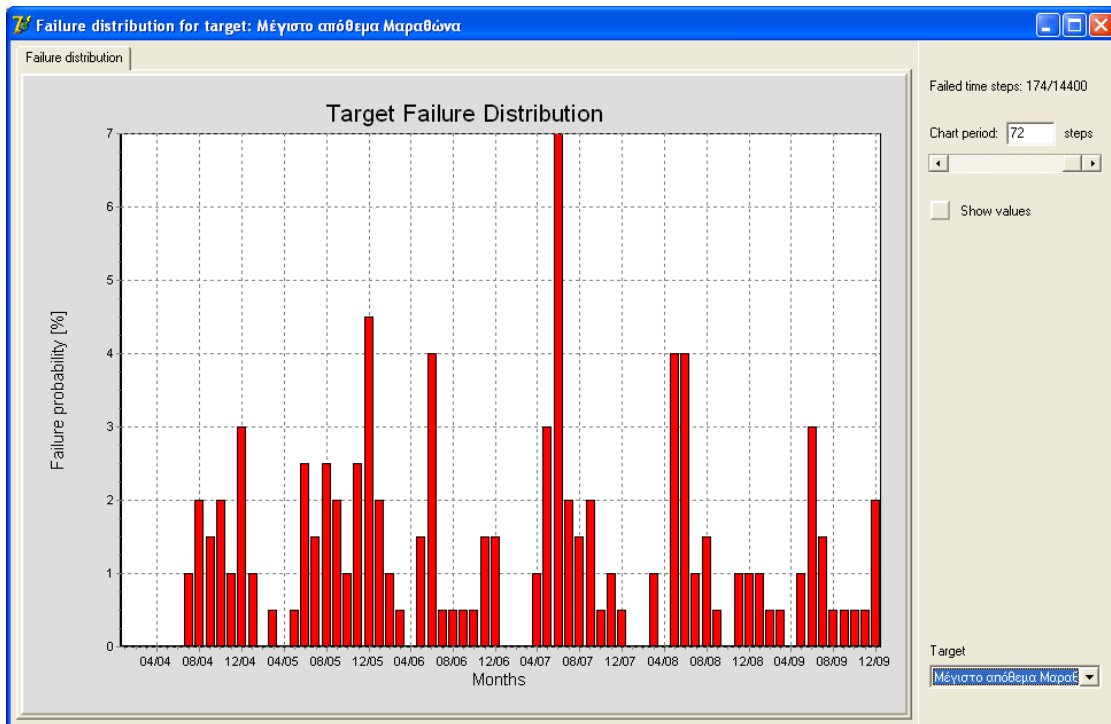
Υπενθυμίζεται ότι το πάγιο κόστος αφορά σε σταθερές δαπάνες που πραγματοποιούνται σε κάθε χρονικό βήμα που ενεργοποιείται η σχετική συνιστώσα του δικτύου, ενώ το μεταβλητό κόστος είναι ανάλογο της διερχόμενης παροχής στα υδραγωγεία ή της καταναλισκόμενης ενέργειας στις γεωτρήσεις και αντλιοστάσια. Σημειώνεται ακόμη ότι οι πάγιες δαπάνες λαμβάνεται υπόψη μόνο στην αποτίμηση της διαχειριστικής πολιτικής, δηλαδή μετά το πέρας της προσομοίωσης, και όχι στην ανά χρονικό βήμα κατανομή των ροών του υδροσυστήματος, μέσω γραμμικής βελτιστοποίησης.

### 9.7.11 Προγνωστικά μεγέθη καταληκτικής προσομοίωσης

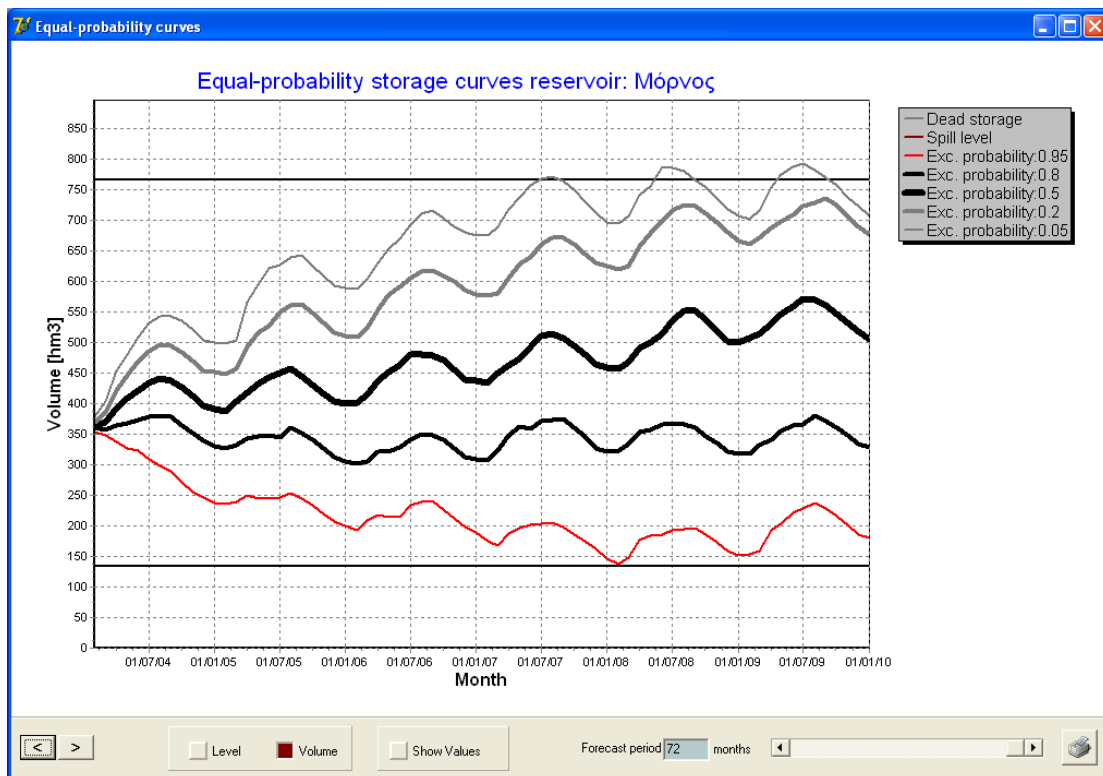
Στην καταληκτική προσομοίωση, οι χρονοσειρές απόκρισης έχουν την ίδια δομή με τα υδρολογικά σενάρια, αποτελούν δηλαδή προγνώσεις όλων των μεταβλητών του μοντέλου του συστήματος. Οι μεμονωμένες τιμές των εν λόγω χρονοσειρών δεν έχουν πρακτική αξία, καθώς αναφέρονται σε ένα τεράστιο πλήθος πιθανών πραγματοποιήσεων των αντίστοιχων διεργασιών, για κάθε σενάριο εισροών και κάθε χρονικό βήμα.

Εκτός από τα συγκεντρωτικά πιθανοτικά μεγέθη των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, σε κάθε χρονικό βήμα καταγράφεται το πλήθος των υδρολογικών σεναρίων που αστόχησαν, οπότε εκτιμάται η αντίστοιχη εμπειρική πιθανότητα αστοχίας (βλ. Εικόνα 9.7). Πρόκειται για μια εξαιρετικά σημαντική πτυχή του μοντέλου, καθώς επιτρέπει στο χρήστη τον εντοπισμό των χρονικών περιόδων υψηλού ρίσκου, και τη λήψη μέτρων για τον περιορισμό του. Από την ανάλυση των δειγματικών αστοχιών, υπολογίζονται δύο ακόμη μέτρα αστοχίας:

- μέγιστη ετήσια πιθανότητα αστοχίας·
- μέγιστο ετήσιο έλλειμμα.



Εικόνα 9.7: Παράδειγμα πρόγνωσης μηνιαίας πιθανότητας αστοχίας.



Εικόνα 9.8: Παράδειγμα καμπυλών πρόγνωσης αποθέματος ταμιευτήρα για διάφορες πιθανότητες υπέρβασης.

Ειδικότερα, η μέση ετήσια πιθανότητα αστοχίας εκτιμάται ως μέσος όρος των αστοχιών όλων των σεναρίων, για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα ελέγχου. Από την άλλη πλευρά, η μέγιστη ετήσια πιθανότητα αναφέρεται στο πλέον δυσμενές έτος, αυτόν δηλαδή κατά το

οποίο αστοχούν τα περισσότερα σενάρια, και είναι συνεπώς πιο ρεαλιστικός ως δείκτης. Υπενθυμίζεται ότι το μοντέλο καταγράφει αστοχία υδρολογικού έτους εφόσον παραβιαστεί κάποιος στόχος ή περιορισμός, έστω και για ένα μήνα του έτους.

Ακόμη, παράγονται καμπύλες πρόγνωσης των αποθεμάτων και παροχών, που εκτιμώνται από τη στατιστική επεξεργασία των αντίστοιχων αποκρίσεων για όλα τα σενάρια και σε κάθε χρονικό βήμα. Συγκεκριμένα, σε κάθε χρονικό βήμα προκύπτει ένα δείγμα αποκρίσεων (ίσο με τον αριθμό των σεναρίων πρόγνωσης), με βάση το οποίο εκτιμώνται οι εμπειρικές πιθανότητες υπέρβασης για τιμές 5, 20, 50, 80 και 95%. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 9.8, τα αντίστοιχα όρια που προκύπτουν, άρα και η αβεβαιότητα των προγνώσεων, έχουν εύρος που αυξάνει γρήγορα μετά τα πρώτα χρονικά βήματα, γεγονός που εξηγείται από τη χαμηλή (όχι όμως και μηδενική) στατιστική εξάρτηση των εισροών από τις πραγματοποιήσεις των έστω και λίγο απομακρυσμένων χρονικά μηνών. Παρατηρείται ακόμη ότι, όσον αφορά στα αποθέματα των ταμιευτήρων, αυτά ξεκινούν από την ίδια αρχική συνθήκη, που είναι η πραγματική στάθμη στην αρχή της προσομοίωσης.

### 9.7.12 Σύνοψη υπολογιστικής διαδικασίας

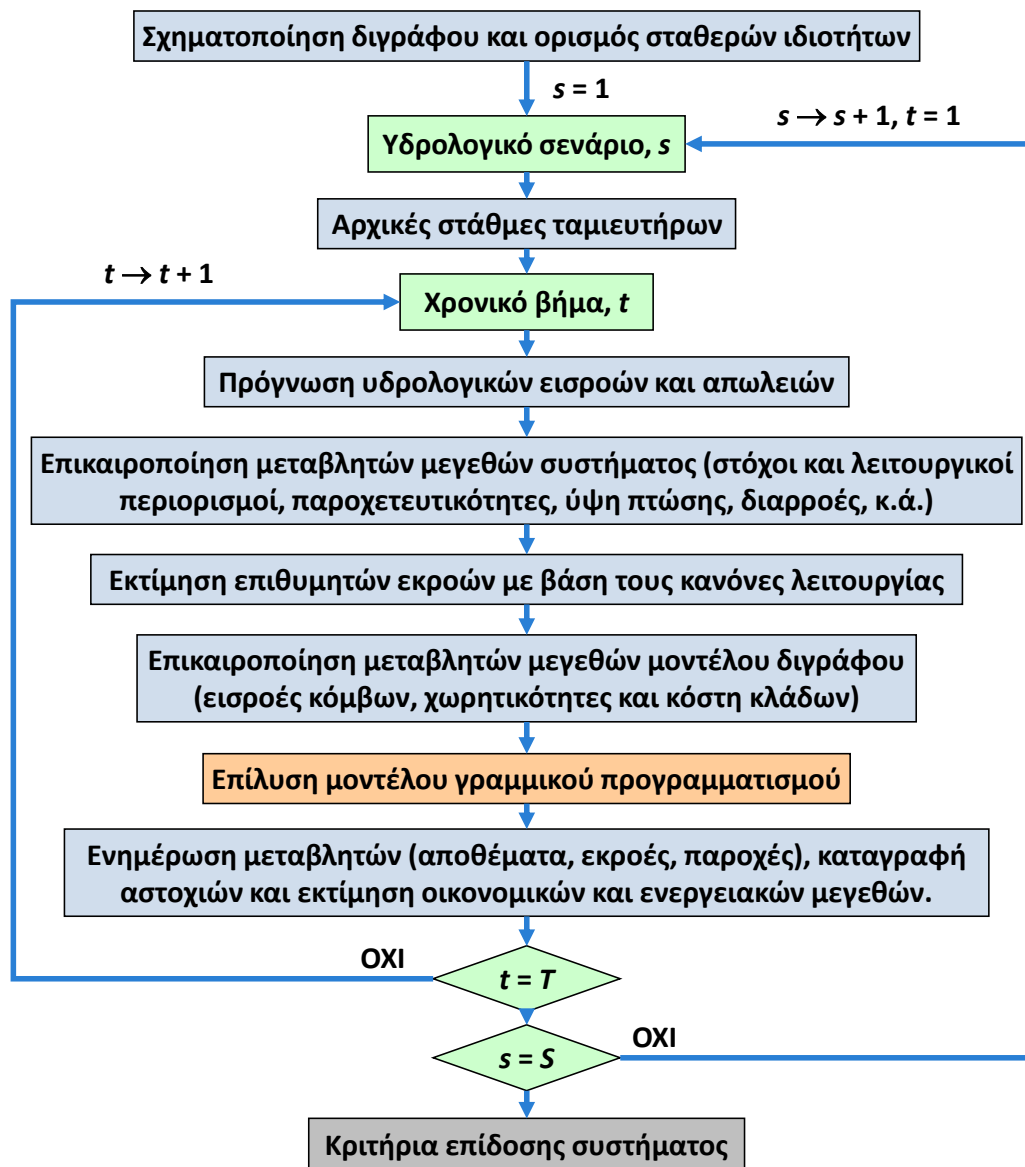
Στην Εικόνα 9.9 απεικονίζεται το διάγραμμα ροής του αλγόριθμου προσομοίωσης, το οποίο αναφέρεται στη γενική περίπτωση της καταληκτικής προσομοίωσης (βλ. 3.3.7). Θεωρείται ότι εξετάζονται  $S$  σενάρια πρόγνωσης με κοινή ημερομηνία εκκίνησης και μήκους  $N_0$  χρονικών βημάτων έκαστο, που σημαίνει ότι το σύνολο των προσομοιωμένων βημάτων ισούται με  $N = S \times N_0$ . Η προσομοίωση μόνιμης κατάστασης μπορεί να θεωρηθεί ως ειδική περίπτωση της καταληκτικής, για την οποία θεωρείται  $S = 1$ .

Αρχικά διαμορφώνεται το μοντέλο διγράφου, δηλαδή δημιουργούνται οι συνιστώσες του (κόμβοι, κλάδοι), το μητρώο πρόσπτωσης  $\mathbf{A}$  που περιγράφει την τοπολογία του γράφου, η οποία διατηρείται σταθερή (βλ. 9.7.3), καθώς και τα μητρώα διαρροών και επιστροφών,  $\mathbf{B}$  και  $\mathbf{M}$ . Ακόμη, υπολογίζονται ορισμένες από τις συνιστώσες μοναδιαίου κόστους των κλάδων, που επίσης διατηρούνται σταθερές (π.χ. μηδενικά και πραγματικά κόστη).

Η προσομοίωση εκτελείται σε δύο βρόχους. Ο εξωτερικός βρόχος υλοποιεί τα σενάρια πρόγνωσης, ενώ ο εσωτερικός υλοποιεί τις διεργασίες των χρονικών βημάτων κάθε σεναρίου. Πριν την προσομοίωση ενός νέου υδρολογικού σεναρίου, επαναφέρονται οι συνθήκες εκκίνησης, δηλαδή τα αρχικά αποθέματα των ταμιευτήρων. Ακολούθως, εκτελούνται οι υπολογιστικές διαδικασίες των χρονικών βημάτων, ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Γίνεται η πρόγνωση των υδρολογικών εισροών και απωλειών, με βάση τις γνωστές τιμές των χρονοσειρών του τρέχοντος σεναρίου, για το τρέχον χρονικό βήμα. Συγκεκριμένα, υπολογίζονται οι εισροές στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου και οι καθαρές εισροές στους ταμιευτήρες. Οι τελευταίες εκτιμώνται με βάση τις τιμές απορροής, βροχόπτωσης, εξάτμισης και υπόγειων διαφυγών, συναρτήσεως της επίκαιρης στάθμης στην αρχή του βήματος. Ειδικότερα, η εκτίμηση των διαφυγών γίνεται παράγοντας τυχαίους κανονικούς αριθμούς και εφαρμόζοντας τη σχέση (9.17).

**Βήμα 2ο:** Επικαιροποιούνται τα μεταβλητά μεγέθη του συστήματος, δηλαδή οι τιμές των στόχων και λειτουργικών περιορισμών, και τα χαρακτηριστικά μεγέθη των υδραγωγείων, αντλιών και στροβίλων που είτε απαιτούν ενημέρωση λόγω μεταβολής των μεταβλητών κατάστασης (π.χ., ύψη πτώσης) είτε διαφοροποιούνται χρονικά, ώστε να αποτυπώσουν χρονικά προσδιορισμένες τροποποιήσεις στις ιδιότητες του δικτύου (παροχαρακτηριστικά, συντελεστές διαρροών).



Εικόνα 9.9: Διάγραμμα ροής αλγόριθμου προσομοίωσης.

**Βήμα 3ο:** Με βάση τα επίκαιρα αποθέματα των ταμιευτήρων, τις επίκαιρες εισροές και την επίκαιρη ζήτηση εκτιμάται το αναμενόμενο επιφανειακό υδατικό δυναμικό του συστήματος στο τέλος του χρονικού βήματος. Με εφαρμογή των κανόνων λειτουργίας, υπολογίζονται τα επιθυμητά αποθέματα και, συνακόλουθα, οι επιθυμητές εκροές των ταμιευτήρων. Ακόμη, με βάση το ολικό ποσοστό πλήρωσης των ταμιευτήρων, ελέγχεται το επίπεδο ενεργοποίησης κάθε γεώτρησης, για τις δεδομένες παραμέτρους κατωφλίου. Τέλος, εκτιμώνται οι επιθυμητές εκροές των στροβίλων, με βάση την τρέχουσα ενεργειακή ζήτηση και περιορισμούς.

**Βήμα 4ο:** Επικαιροποιούνται τα μεταβλητά χαρακτηριστικά μεγέθη του μοντέλου διγράφου, δηλαδή οι εισροές των κόμβων, οι παροχетеυτικότητες των κλάδων και οι μεταβλητές τιμές του μοναδιαίου κόστους (βλ. 9.7.5), και ενημερώνονται τα σχετικά μητρώα.

**Βήμα 5ο:** Επιλύεται το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού και επιστρέφονται οι βέλτιστες τιμές των μεταβλητών ελέγχου που ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος μεταφοράς των ροών διαμέσου του δικτύου (πραγματικό και εικονικό).



**Βήμα 6ο:** Οι βελτιστοποιημένες ροές των κλάδων του μοντέλου διγράφου αντιστοιχίζονται στις μεταβλητές του συστήματος, που εκφράζουν πραγματικά μεγέθη (Πίνακας 9.5). Από την ανάλυση των παραπάνω παράγονται τα αποτελέσματα του τρέχοντος βήματος, δηλαδή οι αστοχίες, τα ελλείμματα και τα οικονομικά και ενεργειακά μεγέθη του συστήματος (κόστη υδραγωγείων, γεωτρήσεων και αντλιών, παραγωγή ενέργειας στους στροβίλους, κατανάλωση ενέργειας στις γεωτρήσεις και τα αντλίες).

Αφού ολοκληρωθεί η προσομοίωση όλων των υδρολογικών σεναρίων, υπολογίζονται τα συγκεντρωτικά μεγέθη (πιθανότητες αστοχίας, μέσο ετήσιο κόστος/όφελος, μέση παραγωγή ενέργειας, κτλ.), που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της επίδοσης του συστήματος ως προς την διαχειριστική πολιτική που ορίζουν οι κανόνες λειτουργίας. Διαμορφώνοντας μια στοχική συνάρτηση που ενσωματώνει τα παραπάνω κριτήρια, είναι δυνατή η βελτιστοποίηση των κανόνων λειτουργίας, όπως εξηγείται στην ενότητα 9.8.

## 9.8 Βελτιστοποίηση διαχειριστικής πολιτικής

### 9.8.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Η βελτιστοποίηση έχει νόημα όταν το υδροενεργειακό σύστημα καλείται να ικανοποιήσει πολλαπλές και αντικρουόμενες χρήσεις νερού ή/και ενέργειας, από πολλαπλές πηγές. Σε μια τέτοια περίπτωση, το μοντέλο κατανομής που εφαρμόζεται στα πλαίσια της προσομοίωσης, που επιδώκει ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς των εκροών στις θέσεις κατανάλωσης, δεν εξασφαλίζει *βιωσιμότητα*, δηλαδή επάρκεια πόρων σε μακροχρόνιο ορίζοντα. Επιπλέον, φρν είναι κατ' ανάγκη βέλτιστη σε όρους οικονομικής *αποδοτικότητας*, καθώς η τελευταία εξαρτάται όχι μόνο από το λειτουργικό κόστους του συστήματος αλλά και από τα οφέλη που προκύπτουν από τις χρήσεις νερού και ενέργειας, καθώς και τις ρήτρες των αντίστοιχων ελλειμμάτων. Σε κάθε περίπτωση, οι έννοιες του κόστους και της αξιοπιστίας στη διαχείριση των υδατικών και ενεργειακών πόρων είναι αντικρουόμενες. Για τον λόγο αυτό, απαιτείται μια μακροσκοπική θεώρηση του προβλήματος, που λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τις τρέχουσες συνθήκες αλλά και τις μελλοντικές.

Σε *στρατηγικό επίπεδο*, η μακροχρόνια διαχειριστική πολιτική του συστήματος καθορίζεται από τους κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων, γεωτρήσεων και στροβίλων. Προκειμένου να εξασφαλιστούν η βιωσιμότητα και αποδοτικότητα του συστήματος για το σύνολο του ορίζοντα ελέγχου, απαιτείται η εφαρμογή κατάλληλης διαχειριστικής πολιτικής. Μια τέτοια πολιτική εξασφαλίζεται με βελτιστοποίηση των κανόνων λειτουργίας του συστήματος ως προς κριτήρια που αποτυπώνουν τα παραπάνω χαρακτηριστικά, π.χ., κριτήρια αξιοπιστίας, όσον αφορά στην βιωσιμότητα, και κόστους-οφέλους, όσον αφορά στην αποδοτικότητα.

Στην πράξη, το πρόβλημα βελτιστοποίησης διαμορφώνεται θεωρώντας ως μεταβλητές ελέγχου επιλεγμένες παραμέτρους των κανόνων λειτουργίας, και ως στοχική συνάρτηση ένα σύνολο κριτηρίων, που συναθροίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση. Η τελευταία αποτελεί ένα *καθολικό μέτρο επίδοσης* του συστήματος, το οποίο είναι μη γραμμικό ως προς τις μεταβλητές ελέγχου. Η βελτιστοποίηση του μέτρου επίδοσης υλοποιείται μέσω μιας εξειδικευμένης υπολογιστικής διαδικασίας, που καλείται *εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου*. Ο αλγόριθμος εξετάζει πληθώρα εναλλακτικών κανόνων λειτουργίας, θέτοντας διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Για κάθε νέο κανόνα που εξετάζεται, καλείται το μοντέλο προσομοίωσης, από τα αποτελέσματα του οποίου αποτιμάται το μέτρο επίδοσης ως προς τις τρέχουσες τιμές των παραμέτρων.

Από την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης προκύπτει η πλέον πρόσφορη διαχειριστική πολιτική του συστήματος. Οι αρχές της εν λόγω πολιτικής έχουν γενική ισχύ, δεν εξαρτώνται δηλαδή από τις τρέχουσες συνθήκες εισροών, αλλά από το μακροχρόνιο υδρολογικό και διαχειριστικό καθεστώς του συστήματος.

### 9.8.2 Μεταβλητές ελέγχου

Η πολιτική διαχείρισης του συστήματος εκφράζεται, κατά μείζονα λόγο, μέσω των κανόνων λειτουργίας των ταμιευτήρων, γεωτρήσεων και στροβίλων, η μαθηματική διατύπωση των οποίων γίνεται παραμετρικά. Συγκεκριμένα:

- Οι κανόνες λειτουργίας των ταμιευτήρων ορίζονται συναρτήσει των αδιάστατων παραμέτρων  $a_i$  και  $b_i$ , που είναι δύο ανά ταμιευτήρα (ή μόνο μία, αν θεωρηθεί ο ομογενής κανόνας 9.35) και μπορεί να μεταβάλλονται ανάλογα με την εποχή του έτους (βλ. 9.6.2).
- Οι κανόνες λειτουργίας των γεωτρήσεων ορίζονται συναρτήσει των επίσης αδιάστατων παραμέτρων  $b_i^{up}$  και  $b_i^{down}$ , που μπορούν επίσης να μεταβάλλονται εποχιακά.
- Οι κανόνες λειτουργίας των στροβίλων ορίζονται συναρτήσει των ενεργειακών στόχων,  $e_i^*$ , που στην πράξη ορίζουν μια σταθερή κατανομή της συνολικής ενεργειακής ζήτησης του συστήματος στους σταθμούς παραγωγής.

Για την υλοποίηση της εποχιακής μεταβολής των παραμέτρων των ταμιευτήρων και γεωτρήσεων, το υδρολογικό έτος χωρίζεται στην περίοδο πλήρωσης (χειμώνας και άνοιξη), κατά την οποία ο ρυθμός των εισροών υπερβαίνει τον ρυθμό των εκροών, και στην περίοδο εκκένωσης (καλοκαίρι και φθινόπωρο), οπότε συμβαίνει το αντίθετο.

Εκτός των παραμέτρων των κανόνων λειτουργίας, ο χρήστης μπορεί να ορίσει μεταβλητές ελέγχου σε τιμές στόχων και λειτουργικών περιορισμών, με την προϋπόθεση ότι αυτές δεν μεταβάλλονται διαχρονικά. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να αναζητήσει:

- μια σταθερή τιμή για όλους τους μήνες του έτους·
- δύο σταθερές τιμές για τις αντίστοιχες περιόδους του έτους·
- μια σταθερή μέση τιμή για όλο το έτος, που διατηρεί συγκεκριμένη μηνιαία κατανομή·
- μεμονωμένες τιμές για κάθε μήνα του έτους.

Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ότι για κάθε ταμιευτήρα μπορούν να θεωρηθούν μία, δύο ή τέσσερις μεταβλητές ελέγχου, για κάθε γεώτρηση δύο ή τέσσερις, ενώ για κάθε στόχο ή περιορισμό μπορούν μία, δύο ή δώδεκα. Τονίζεται ωστόσο ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των μεταβλητών του προβλήματος βελτιστοποίησης, τόσο πιο δυσχερής είναι ο εντοπισμός μιας ικανοποιητικής λύσης.

Η αναζήτηση των μεταβλητών γίνεται σε ένα πεπερασμένο διάστημα που καλείται *εφικτός χώρος* και προσδιορίζεται από μια ελάχιστη και μια μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή. Όσον αφορά στις παραμέτρους των κανόνων λειτουργίας, επειδή αυτές είναι αδιάστατες, το εύρος διακύμανσής τους δεν μπορεί να ξεπερνά το διάστημα  $[0, 1]$ . Όσον αφορά στις μεταβλητές ελέγχου που αναφέρονται σε στόχους και περιορισμούς, ο χρήστης μπορεί να ορίσει οποιαδήποτε ελάχιστη και μέγιστη τιμή τους, αρκεί να είναι μεγαλύτερη του μηδενός.

### 9.8.3 Μέτρο επίδοσης συστήματος

Το μέτρο επίδοσης είναι ένας καθολικός αριθμητικός δείκτης, μέσω του οποίου αποτιμάται ποσοτικά μια συγκεκριμένη διαχειριστική πολιτική. Ο εν λόγω δείκτης ορίζεται ως:

$$f = \sum_{j=1}^m w_j f_j \quad (9.78)$$

όπου  $f_j$  επιμέρους κριτήρια και  $w_j$  συντελεστές βάρους, που εκφράζουν τη σχετική σημασία των κριτηρίων.

Τα κριτήρια αναφέρονται σε μεμονωμένα ή συγκεντρωτικά μεγέθη της προσομοίωσης, από το σύνολ αυτών που παρουσιάστηκαν στο εδάφιο 9.7.9. Συγκεκριμένα, ορίζονται ένα ή περισσότερα κριτήρια από τις ακόλουθες κατηγορίες:

- μέση ετήσια κατανάλωση νερού σε επιλεγμένους κόμβους και ταμιευτήρες·
- μέση ετήσια πιθανότητα αστοχίας επιλεγμένων στόχων και περιορισμών·
- μέγιστη ετήσια πιθανότητα αστοχίας επιλεγμένων στόχων και περιορισμών·
- μέσο ετήσιο έλλειμμα επιλεγμένων στόχων και περιορισμών·
- μέγιστο ετήσιο έλλειμμα επιλεγμένων στόχων και περιορισμών·
- μέση ετήσια οικονομική επίδοση συστήματος·
- μέση ετήσια κατανάλωση ενέργειας·
- παραγωγή πρωτεύουσας ενέργειας·
- μέσες ετήσιες απώλειες λόγω υπερχειλίσης.

Σημειώνεται ότι η μέση ετήσια οικονομική επίδοση συστήματος προκύπτει ως αλγεβρικό άθροισμα των μέσων τιμών κόστους (αρνητικό) και καθαρού οφέλους (συνολικό όφελος, με αφαίρεση της ρήτρας ελλειμμάτων) όλων των συνιστωσών με οικονομική αναφορά, δηλαδή:

- μέσο κόστος λειτουργίας υδραγωγείων (πάγιο και μεταβλητό)·
- μέσο κόστος λειτουργίας γεωτρήσεων και αντλιών (πάγιο και μεταβλητό)·
- μέσος καθαρό όφελος χρήσεων νερού και λειτουργικών περιορισμών.
- μέσος καθαρό όφελος ολικής παραγωγής ενέργειας.

Ακόμη, η πρωτεύουσα ενέργεια εκτιμάται με βάση την προσομοιωμένη χρονοσειρά συνολικής παραγωγής ενέργειας, για οποία ορίζεται ένα χαρακτηριστικό ποσοστημόριο που αντιστοιχεί σε ένα πολύ υψηλό επίπεδο αξιοπιστίας, της τάξης του 95-99%.

Επισημαίνεται ότι όταν στο μέτρο επίδοσης συναθροίζονται κριτήρια που δεν χρησιμοποιούν κοινή μονάδα μέτρησης, τότε η τιμή του μέτρου επίδοσης καθεαυτή δεν έχει φυσικό νόημα. Στην πραγματικότητα, πρόκειται για μια μαθηματική ποσότητα, η οποία χρησιμοποιείται ως μέτρο σύγκρισης εναλλακτικών διαχειριστικών πολιτικών. Είναι προφανές ότι η αλλαγή των τιμών των συντελεστών βάρους, και πολύ περισσότερο η εισαγωγή διαφορετικών κριτηρίων, τροποποιεί το πρόβλημα βελτιστοποίησης, παράγοντας διαφορετικές τιμές παραμέτρων.

#### 9.8.4 Αλγόριθμος βελτιστοποίησης

Η αναζήτηση της βέλτιστης διαχειριστικής πολιτικής, που εκφράζεται μέσω των παραμέτρων (μεταβλητές ελέγχου)  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ , διατυπώνεται ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης της βαθμωτής συνάρτησης  $f$  ως εξής:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^m w_j f_j(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } \mathbf{x}_{\min} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max} \end{aligned} \quad (9.79)$$

όπου  $\mathbf{x}_{\min}$ ,  $\mathbf{x}_{\max}$  τα όρια του εφικτού χώρου.

Η επίλυση του προβλήματος, το οποίο είναι μη γραμμικό ως προς τις μεταβλητές  $x$ , γίνεται μέσω του *εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτωσης-απλόκου* (Ευστρατιάδης, 2001· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2002· Rozos *et al.*, 2004). Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε για το χειρισμό προβλημάτων βελτιστοποίησης υδατικών πόρων που παρουσιάζουν σημαντικές δυσχέρειες, λόγω των γεωμετρικών ιδιαιτεροτήτων της επιφάνειας απόκρισης της συνάρτησης (τοπικά ακρότατα σε πολλαπλές κλίμακες, μακρόστενες χαράδρες, πλατιές κοιλάδες, αυχένες, κλπ.), σε συνδυασμό με τους πρακτικούς περιορισμούς που επιβάλλει ο υψηλός υπολογιστικός φόρτος της προσομοίωσης. Μάλιστα, πρόσφατα αναπτύχθηκε βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου, που χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με υποκατάστατα μοντέλα για τη δραστηκή επιτάχυνση της διαδικασίας αναζήτησης (Tsoukalas *et al.*, 2014).

Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου υλοποιεί ένα υβριδικό σχήμα, που επιχειρεί τη σύζευξη επιμέρους τεχνικών που εφαρμόζουν άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης. Ειδικότερα, συνδυάζει στρατηγικές τοπικής και ολικής αναζήτησης, εξασφαλίζοντας ευελιξία κινήσεων, με σκοπό τον αποτελεσματικό χειρισμό των ποικίλων γεωμετρικών ιδιομορφιών, ταυτόχρονα με τη δυνατότητα ταχείας διερεύνησης των κυρτών περιοχών των εν λόγω επιφανειών.

Η κλασική εκδοχή του αλγορίθμου βασίζεται στις ακόλουθες αρχές:

- μια διαδικασία *εξελικτικής αναζήτησης* (evolutionary search)<sup>1</sup>, για την παράλληλη διερεύνηση του εφικτού χώρου από έναν πληθυσμό σημείων·
- ένα σύνολο κανόνων εξέλιξης του πληθυσμού, που χρησιμοποιούν ένα τροποποιημένο σχήμα *κατερχόμενου απλόκου*<sup>2</sup> (downhill simplex) για την παραγωγή απογόνων, καθώς και διαδικασίες *μετάλλαξη*<sup>3</sup> (mutation)·
- μια στρατηγική *προσομοιωμένης ανόπτωσης* (simulated annealing)<sup>4</sup>, μέσω της οποίας ρυθμίζεται ο βαθμός τυχαιότητας ως προς την αξιολόγηση την καταλληλότητας των λύσεων που παράγονται κατά την διαδικασία αναζήτησης.

---

<sup>1</sup> Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (Goldberg, 1989· Michalewicz, 1996) ακολουθούν το πρότυπο των φυσικών εξελικτικών διεργασιών, χρησιμοποιώντας πληθυσμούς λύσεων που βελτιώνουν τα χαρακτηριστικά τους καθώς εξελίσσονται, με εφαρμογή των λεγόμενων γενετικών τελεστών (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη).

<sup>2</sup> Πρόκειται για μια κλασική τεχνική αναζήτησης τοπικών ακρότατων (Nelder and Mead, 1965), που βασίζεται σε διαδοχικούς γεωμετρικούς μετασχηματισμούς ενός συνόλου  $n + 1$  εφικτών σημείων, που αντιπροσωπεύουν τις κορυφές ενός απλόκου στο  $n$ -διάστατο χώρο. Το άπλοκο διερευνά το πεδίο αναζήτησης, πραγματοποιώντας συγκεκριμένες κινήσεις (ανάκλαση ως προς τη χειρότερη κορυφή, επέκταση στην κατεύθυνση της ανάκλασης, συμπίεση προς το κεντροειδές του, συρρίκνωση γύρω από τη καλύτερη κορυφή).

<sup>3</sup> Ο όρος προέρχεται από τους γενετικούς αλγορίθμους και υποδηλώνει τυχαίες μεταβολές που λαμβάνουν χώρα σε μικρό ποσοστό του πληθυσμού, επιτρέποντας τη μετάβαση σε απομακρυσμένες, σε σύγκριση με τον τρέχοντα πληθυσμό, περιοχές του πεδίου αναζήτησης.

<sup>4</sup> *Ανόπτωση* (annealing) ονομάζεται η φυσική διεργασία ψύξης των μετάλλων, που συνεπάγεται ελαχιστοποίηση της κινητικής ενέργειας των μορίων τους. Κατά τη διαδικασία ψύξης, επιτρέπεται η μετάβαση του συστήματος σε καταστάσεις υψηλότερης ενέργειας, με βάση έναν πιθανοτικό κριτήριο που στη στατιστική μηχανική αναφέρεται ως νόμος του Boltzman. Όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία του συστήματος, τόσο μεγαλύτερη είναι και η πιθανότητα αποδοχής τέτοιων καταστάσεων. Με τον τρόπο αυτό, είναι δυνατή η υπερπήδηση των τοπικών ενεργειακών ακροτάτων, προς όφελος της απόκτησης μιας τέλει κρυσταλλικής δομής. Αναγκαία προϋπόθεση είναι ο αργός ρυθμός ψύξης, διαφορετικά προκύπτει μια άμορφη μάζα, που αντιστοιχεί σε κάποιο τοπικό ενεργειακό ακρότατο. Στις αρχές της παραπάνω διεργασίας βασίζεται η τεχνική της προσομοιωμένης ανόπτωσης, που εισήγαγαν στη βελτιστοποίηση μη γραμμικών συναρτήσεων οι Kirkpatrick *et al.* (1983).

Η υπολογιστική διαδικασία ξεκινά με την παραγωγή ενός τυχαίου πληθυσμού σημείων, ομοιόμορφα κατανεμημένων στο πεδίο αναζήτησης. Ο πληθυσμός διατηρεί σταθερό μέγεθος, το οποίο ορίζει ο χρήστης, και σε καμία περίπτωση δεν επιτρέπεται να ξεπεράσει τα επιτρεπόμενα όρια του εφικτού χώρου. Με βάση τον αρχικό πληθυσμό υπολογίζεται η αρχική «θερμοκρασία» του συστήματος, ως η διαφορά μεταξύ της μέγιστης από την ελάχιστη τιμή της στοχικής συνάρτησης στον πληθυσμό. Ο ρόλος της θερμοκρασίας είναι αντίστοιχος με αυτόν της φυσικής διεργασίας ανόπτησης. Στα αρχικά στάδια της αναζήτησης η τιμή της θερμοκρασίας είναι μεγάλη, επιτρέποντας συχνότερη αποδοχή μη βέλτιστων βημάτων και, συνακόλουθα, μεγαλύτερη διασπορά του πληθυσμού, ενώ μειώνεται σταδιακά, καθώς η διαδικασία οδηγείται προς τις πλέον πρόσφορες περιοχές του εφικτού χώρου, όπου και επικεντρώνεται η έρευνα, ώστε η διαδικασία σύγκλισης να μην είναι υπερβολικά αργή.

Η εξέλιξη των λύσεων γίνεται κατά στάδια, που σύμφωνα με την ορολογία των γενετικών αλγορίθμων ονομάζονται γενιές (generations). Σε κάθε γενιά, ένα (συνήθως) ή περισσότερα μέλη του πληθυσμού αντικαθίσταται από νέα σημεία, που καλούνται *απόγονοι* (offspring). Αν και γενικά ο αλγόριθμος αναζητά βελτιωμένες λύσεις, όταν δεν μπορεί να εντοπίσει τέτοιες αποδέχεται χειρότερες από τις προηγούμενες, προς όφελος της διερεύνησης εκτενέστερων περιοχών του εφικτού χώρου. Η γέννηση νέων λύσεων γίνεται ως εξής:

Από τον τρέχοντα πληθυσμό επιλέγονται, με τυχαία δειγματοληψίας,  $n + 1$  σημεία, τα οποία θεωρείται ότι αντιστοιχούν στις κορυφές ενός απλόκου. Ζητούμενο είναι ένα νέο σημείο (απόγονος) που θα αντικαταστήσει τη συμβατικά χειρότερη κορυφή. Η τελευταία ορίζεται ως εκείνη για την οποία μεγιστοποιείται η τιμή της βοηθητικής συνάρτησης:

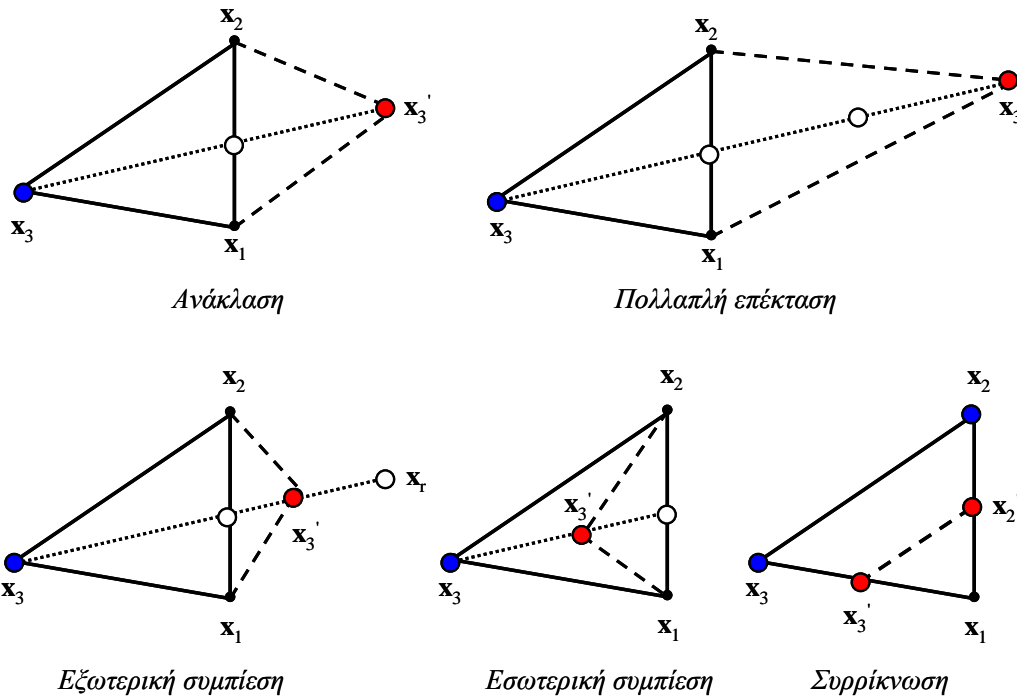
$$y(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) + u T \quad (9.80)$$

όπου  $u$  τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα  $[0, 1]$  και  $T$  η τρέχουσα θερμοκρασία. Η βοηθητική συνάρτηση περιέχει την αρχική στοχική συνάρτηση,  $g(\mathbf{x})$ , στην οποία προστίθεται ο τυχαίος όρος  $u T$ . Η επίδραση της στοχαστικής συνιστώσας περιορίζεται καθώς μειώνεται η θερμοκρασία, με αποτέλεσμα στα προχωρημένα στάδια της εξελικτικής διαδικασίας η πορεία αναζήτησης να είναι σχεδόν πάντοτε στην κατεύθυνση της ελαχιστοποίησης της  $g(\mathbf{x})$ , όπως θα επεδίωκε μια διαδικασία τοπικής αναζήτησης.

Καταρχήν, επιχειρείται ο εντοπισμός μιας βελτιωμένης λύσης, με βάση την εξής ακολουθία μετασχηματισμών, που απεικονίζονται στην Εικόνα 9.10:

- ανάκλαση του απλόκου, ως προς τη συμβατικά χειρότερη κορυφή του·
- διαδοχικές επεκτάσεις στην κατεύθυνση της ανάκλασης, για όσο διάστημα εντοπίζονται λύσεις που υπερτερούν σε σχέση με την αντικειμενικά καλύτερη κορυφή του απλόκου (δηλαδή αυτή για την οποία ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης)·
- εξωτερική συμπίεση μεταξύ του κεντροειδούς του απλόκου (το οποίο ορίζεται ως το κέντρο βάρους όλων των κορυφών του απλόκου, πλην της συμβατικά χειρότερης) και του σημείου ανάκλασης, εφόσον η τιμή της στοχικής συνάρτησης στο τελευταίο είναι χειρότερη σε σύγκριση με την αντικειμενικά καλύτερης κορυφή·
- εσωτερική συμπίεση μεταξύ της συμβατικά χειρότερης κορυφής και του κεντροειδούς του απλόκου, εφόσον η τιμή της συνάρτησης  $y(\mathbf{x})$  στο σημείο ανάκλασης ξεπερνά την αντίστοιχη τιμή στη συμβατικά χειρότερη κορυφή·
- συρρίκνωση του απλόκου γύρω από την αντικειμενικά καλύτερη κορυφή του, εφόσον η τιμή της συνάρτησης  $y(\mathbf{x})$  στο σημείο ανάκλασης ξεπερνά την αντίστοιχη τιμή στο σημείο εσωτερικής συμπίεσης.

Όλες οι παραπάνω κινήσεις παράγουν ένα μεμονωμένο νέο σημείο, με εξαίρεση την τελευταία που παράγει  $n$  το πλήθος απογόνους, καθώς αντικαθίστανται όλες οι κορυφές του απλόκου εκτός από την αντικειμενικά καλύτερη. Σε αντίθεση με την αυθεντική μέθοδο κατερχόμενου απλόκου, η επιλογή της προς αντικατάσταση κορυφής δεν βασίζεται στην τιμή της στοχικής συνάρτησης αλλά στο μέτρο ποιικής, που εμπεριέχει και τον στοχαστικό όρο  $u$   $T$ . Επιπλέον, τα μήκη των εκάστοτε βημάτων δεν είναι αυστηρά καθορισμένα, αλλά θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές, που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή.



Εικόνα 9.10: Δυνατοί μετασχηματισμοί απλόκου στον χώρο των δύο διαστάσεων. Με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται τα νέα σημεία που γεννώνται (απόγονοι), και με μπλε αυτά που αντικαθίστανται. Το σημείο  $x_1$  αντιστοιχεί στην αντικειμενικά καλύτερη κορυφή, ενώ το  $x_3$  στη συμβατικά χειρότερη.

Αν καμία από τις προηγούμενες κινήσεις δεν οδηγήσει στην παραγωγή μιας καλύτερης λύσης, τότε το άπλοκο «αναρριχάται» προς την κατεύθυνση της ανάκλασης, εκτελώντας μια σειρά από βήματα μεγιστοποίησης (αντί ελαχιστοποίησης) της στοχικής συνάρτησης, στην προσπάθειά του να υπερπηδήσει το τρέχον τοπικό ακρότατο στο οποίο έχει εγκλωβιστεί. Αν ούτε τότε υπάρξει επιτυχία, τότε η νέα λύση παράγεται μέσω μετάλλαξης. Η συνάρτηση μετάλλαξης γεννά τυχαίες συντεταγμένες ως εξής:

$$x_i = \mu_i \pm v \sigma_i \tag{9.81}$$

όπου  $\mu_i$  η μέση τιμή του πληθυσμού για τη συντεταγμένη  $i$ ,  $\sigma_i$  η αντίστοιχη τυπική απόκλιση και  $v$  τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή  $N(0, 1)$ . Το πρόσημο  $+$  ή  $-$  επιλέγεται τυχαία, με συχνότητα 50%. Η παραπάνω διαδικασία αποσκοπεί στη γέννηση απομακρυσμένων, σε σχέση με το μέσο όρο του πληθυσμού, σημείων, και συνεπώς εξασφαλίζει μεγαλύτερη διασπορά λύσεων που είναι επιθυμητή για την αποτελεσματικότερη διερεύνηση του εφικτού χώρου.

Η αυτορύθμιση της θερμοκρασίας γίνεται με την εφαρμογή δύο ελέγχων. Στο πέρας κάθε γενιάς ελέγχεται αν η τρέχουσα τιμή της ξεπερνά την ποσότητα  $\zeta$  ( $g_{\max} - g_{\min}$ ), όπου  $g_{\max}$  η μέγιστη και  $g_{\min}$  η ελάχιστη τιμή της στοχικής συνάρτησης στον πληθυσμό, ενώ όποτε

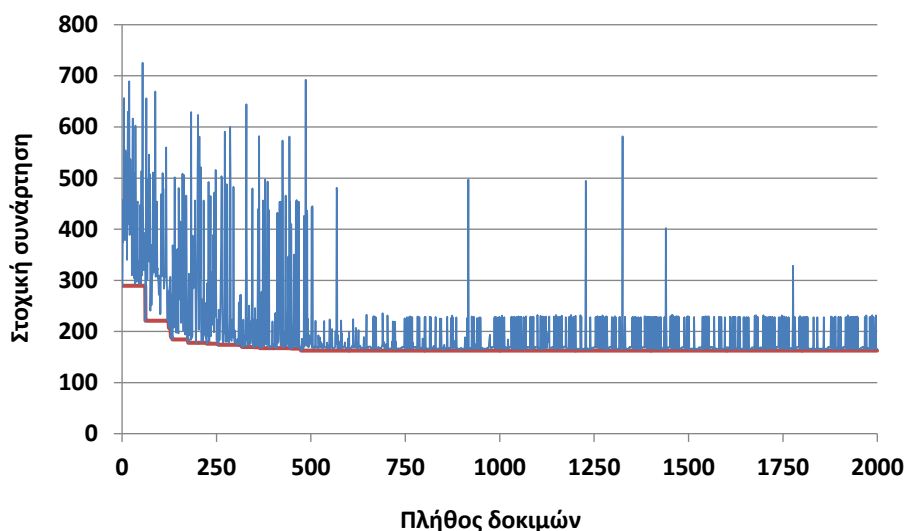
εντοπίζεται μία βελτιωμένη λύση (και συνεπώς ένα τοπικό ακρότατο), η θερμοκρασία μειώνεται ελαφρά κατά έναν συντελεστή  $\lambda$ . Τα  $\zeta$  και  $\lambda$  είναι παράμετροι εισόδου του αλγορίθμου, με τυπικές τιμές 2 και 0.99, αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές εξασφαλίζουν ότι η θερμοκρασία του συστήματος, που χρησιμοποιείται στα διάφορα στάδια επιλογής, δεν είναι υπερβολικά μεγάλη σε σχέση με τα μεγέθη του πληθυσμού (που θα είχε ως συνέπεια μεγάλο βαθμό τυχαιότητας), ενώ μειώνεται με βραδύ ρυθμό, εμποδίζοντας την πρόωρη σύγκλιση σε κάποιο μη αποδεκτό τοπικό ακρότατο.

Η εξελικτική διαδικασία ολοκληρώνεται με δύο τρόπους:

- όταν η σχετική βελτίωση της τιμής της στοχαστικής συνάρτησης από γενιά σε γενιά γίνει μικρότερη από κάποια ανοχή (κριτήριο σύγκλισης).
- όταν ξεπεραστεί ένας προβλεπόμενος αριθμός δοκιμών (κριτήριο τερματισμού).

Η ανοχή (εκφρασμένη ως ποσοστό) και ο μέγιστος αριθμός δοκιμών αποτελούν επίσης παραμέτρους εισόδου του αλγορίθμου. Συνήθως, το δεύτερο κριτήριο είναι αυτό που οδηγεί στον τερματισμό της διαδικασίας, καθώς η πολυπλοκότητα του προβλήματος, σε συνδυασμό με τις υψηλές χρονικές απαιτήσεις κάθε μεμονωμένης προσομοίωσης, δεν επιτρέπουν τη διεξαγωγή του απαιτούμενου αριθμού δοκιμών, προκειμένου να επιτευχθεί σύγκλιση.

Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου ανήκει στις στοχαστικές μεθόδους, που εξετάζουν πολλαπλές λύσεις (συνδυασμοί τιμών παραμέτρων), που σταδιακά συγκλίνουν προς τη βέλτιστη τιμή του μέτρου επίδοσης. Σε κάθε επαναληπτικό κύκλο, οι λύσεις αυτές διαμορφώνουν έναν πληθυσμό, που σε αντιστοιχία με τη φυσική διεργασία της εξέλιξης, οδηγείται σε στατιστικά ισχυρότερες γενιές, με βελτιωμένα χαρακτηριστικά. Στα αρχικά στάδια αναζήτησης, η πορεία του αλγορίθμου έχει υψηλό βαθμό τυχαιότητας (άλλοτε εντοπίζει καλύτερες και άλλοτε χειρότερες λύσεις), προοδευτικά όμως σταθεροποιείται προς την κατεύθυνση βελτίωσης της τιμής του δείκτη επίδοσης, ώσπου να συγκλίνει σε μια τελική τιμή. Κατά διαστήματα, παράγονται λύσεις μακριά από την τρέχουσα βέλτιστη, μέσω των διαδικασιών αναρρίχησης και μετάλλαξης, παρέχοντας τη δυνατότητα διαφυγής από τοπικά ακρότατα. Ένα παράδειγμα εξέλιξης της διαδικασίας αναζήτησης δίνεται στην Εικόνα 9.11.



Εικόνα 9.11: Παράδειγμα μεταβολής της τιμής της στοχαστικής συνάρτησης και της τρέχουσας βέλτιστης λύσης (κάτω περιβάλλουσα) για 2000 επαναλήψεις του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου, στο πλαίσιο ενός προβλήματος μεγιστοποίησης του καθαρού οφέλους από την παραγωγή ενέργειας (οι τιμές της συνάρτησης δίνονται σε κόστη, καθώς διαμορφώνεται το ισοδύναμο πρόβλημα ελαχιστοποίησης).

### 9.8.5 Σύνοψη διαδικασίας βελτιστοποίησης

Αρχικά ορίζονται οι συνιστώσες του προβλήματος βελτιστοποίησης και τα βασικά ορίσματα του αλγορίθμου. Οι πρώτες περιλαμβάνουν:

- την επιλογή των παραμέτρων,  $x_i$
- τη διαμόρφωση των ορίων του εφικτού χώρου, δηλαδή της ελάχιστης και μέγιστης τιμής κάθε παραμέτρου
- την επιλογή των κριτηρίων  $f_j$  και αντίστοιχων συντελεστών βάρους  $w_j$ .

Τα ορίσματα του αλγορίθμου αφορούν στο μέγεθος του πληθυσμού και τα δύο κριτήρια τερματισμού. Για τις υπόλοιπες παραμέτρους εισόδου που αναφέρονται στο εδάφιο 9.8.4, εφαρμόζονται συνήθως οι προεπιλεγμένες τιμές, καθώς πρόκειται για εξειδικευμένα μεγέθη. Όσον αφορά στα μεγέθη που ορίζει ο χρήστης, ισχύουν τα ακόλουθα:

- Το μέγεθος του πληθυσμού πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τον αριθμό των μεταβλητών ελέγχου. Όσο πιο μεγάλος είναι ο πληθυσμός τόσο πιο αξιόπιστη είναι η διαδικασία αναζήτησης, αλλά και πιο αργή στην εξέλιξή της. Εμπειρικά, συστήνεται η διαμόρφωση πληθυσμού ίσου με δύο έως τρεις φορές τον αριθμό των μεταβλητών ελέγχου.
- Ο μέγιστος αριθμός προσομοιώσεων (προϋπολογισμός) αποτελεί ένα από τα δύο κριτήρια τερματισμού, και είναι αυτό που κατά κανόνα ικανοποιείται πρώτο. Εμπειρικά, έχει διαπιστωθεί ότι ο αριθμός αυτός πρέπει να είναι τουλάχιστον 100 φορές μεγαλύτερος από το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου. Ωστόσο, η τιμή του εξαρτάται και από τον χρονικό φόρτο της προσομοίωσης, που είναι ευθέως ανάλογος του αριθμού των υδρολογικών σεναρίων που εξετάζονται και του χρονικού ορίζοντα ελέγχου, ενώ επηρεάζεται σημαντικά και από το μέγεθος του δικτύου (από το οποίο εξαρτάται το πλήθος των περιορισμών του γραμμικού προβλήματος κατανομής).
- Το ποσοστό σύγκλισης λαμβάνει τιμές από 1% έως 5% και εκφράζει τη σχετική διαφορά μεταξύ δύο διαδοχικών βέλτιστων λύσεων. Κατά κανόνα, η αναζήτηση τερματίζεται νωρίτερα, καθώς ο προϋπολογισμός των δοκιμών εξαντλείται πριν το κριτήριο σύγκλισης.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης προϋποθέτει την πραγματοποίηση ενός ικανού αριθμού προσομοιώσεων, για την αποτίμηση του μέτρου επίδοσης ως προς διαφορετικές τιμές των μεταβλητών ελέγχου. Κάθε φορά που δοκιμάζεται μια νέα λύση, δίνονται οι επίκαιρες τιμές των παραμέτρων στον αλγόριθμο προσομοίωσης και υπολογίζεται η αντίστοιχη τιμή του δείκτη επίδοσης. Υπενθυμίζεται ότι η προσομοίωση ενσωματώνει μια βήμα-προς-βήμα διαδικασία γραμμικής βελτιστοποίησης, που επιλέγει την οικονομικότερη κατανομή των υδατικών πόρων στο υδροσύστημα, λαμβάνοντας υπόψη τις επίκαιρες συνθήκες προσφοράς και ζήτησης νερού και ενέργειας.



## Αναφορές

---

- Διαλυνάς, Ι., *Ανάπτυξη υπολογιστικού συστήματος για τον πολυμεταβλητό στοχαστικό επιμερισμό μηνιαίων σε ημερήσιες υδρολογικές χρονοσειρές*, Διπλωματική εργασία, 337 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάρτιος 2011.
- Ευστρατιάδης, Α., Γ. Καραβοκυρός, και Δ. Κουτσογιάννης, Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου προσομοίωσης και βελτιστοποίησης της διαχείρισης υδατικών συστημάτων «ΥΔΡΟΝΟΜΕΑΣ», *Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*, Τεύχος 9, 91 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2007.
- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία, 139 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Μάιος 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., Δ. Μπουζιώτας, και Δ. Κουτσογιάννης, Σύστημα υποστήριξης αποφάσεων για τη διαχείριση υδροηλεκτρικών ταμιευτήρων – Εφαρμογή στο υδροσύστημα Αχελώου-Θεσσαλίας, *Πρακτικά 2ου Πανελληνίου Συνεδρίου Φραγμάτων και Ταμιευτήρων*, Αθήνα, Αίγλη Ζαππείου, Ελληνική Επιτροπή Μεγάλων Φραγμάτων, 2013.
- Ευστρατιάδης, Α., και Δ. Κουτσογιάννης, Κασταλία (έκδοση 2.0) – Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 23, 103 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, και Δ. Κουτσογιάννης, Υδρονομέας (έκδοση 3.2) – Σύστημα υποστήριξης της διαχείρισης των υδατικών πόρων, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 24, 142 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Καραβοκυρός, Γ., Δ. Κουτσογιάννης, και Ν. Μανδέλλος, Ανάπτυξη μοντέλου προσομοίωσης και βελτιστοποίησης του υδροσυστήματος της Ανατολικής Στερεάς Ελλάδας, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας – Φάση 3*, Τεύχος 40, 161 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 1999.
- Κουτσογιάννης, Δ., Σ. Μ. Παπαλεξίου, Ι. Μαρκόνης, Π. Δημητριάδης, και Π. Κοτσιέρης, Στοχαστικό πλαίσιο εκτίμησης της αβεβαιότητας των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, *Συνδυασμένα συστήματα ανανεώσιμων πηγών για αειφορική ενεργειακή ανάπτυξη (CRESSENDO)*, Τεύχος 1, 231 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιανουάριος 2015.
- Κουτσογιάννης, Δ., *Στατιστική Υδρολογία*, Έκδοση 4, 312 σ., Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.

- Μπουζιώτας, Δ., *Ανάπτυξη πλαισίου βελτιστοποίησης της υδροηλεκτρικής παραγωγής στο λογισμικό Υδρονομίας – Διερεύνηση στο υδροσύστημα Αχελώου-Θεσσαλίας*, Διπλωματική εργασία, 162 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Οκτώβριος 2012.
- Τσακαλίας, Γ., και Δ. Κουτσογιάννης, Πιλοτικό μοντέλο για τη διαχείριση του συστήματος ταμιευτήρων υδροδότησης της Αθήνας, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας – Φάση 2*, Τεύχος 14, 52 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Νοέμβριος 1995.
- Angström, A., On the computation of global radiation from records of sunshine, *Arkiv. Geof.*, 2, 471-479, 1956.
- Bacher P., H. Madsen, and H. A. Nielsen, Online short-term solar power forecasting, *Solar Energy*, 83(10), 1772-1783, doi:10.1016/j.solener.2009.05.016, 2009.
- Benard, C., E. Boileau, and B. Guerrier, Modeling of the global solar radiant exposure with ARMA processes application to short-time prediction (hourly), for the calculation of optimal controls in buildings, *Revue de Physique Appliquée*, 20(12), 845-855, 1985.
- Biswas, A. K., *Systems Approach to Water Management*, McGraw-Hill, New York, 1976.
- Bloomfield, P., *Fourier Analysis of Time Series*, Willey, New York, 1976.
- Boch, G., E. Boileau, and C. Benard, Search for a statistical-model of hourly integrated solar irradiation, *Revue de Physique Appliquée*, 16(5), 237-247, 1981.
- Boileau, E., Use of some simple statistical-models in solar meteorology, *Solar Energy*, 30(4), 333-339, 1983.
- Bower, B. T., M. M. Hufschmidt, and W. H. Reedy, Operating procedures: Their role in the design and implementation of water resource systems by simulation analysis, in *Design of Water Resource Systems*, edited by A. Maass et al., chap. 11, pp. 443-458, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1962.
- Box, G. E. P., and D. R. Cox, An analysis of transformations, *Journal of the Royal Statistical Society – Series B (Methodological)*, 26(2), 211-252, 1964.
- Box, G. E., and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day, 1970.
- Bras, R. L., and I. Rodriguez-Iturbe, *Random Functions and Hydrology*, Dover Publications, 1993.
- Brutsaert, W., *Evaporation into the Atmosphere: Theory, History, and Applications*, Springer, 1982.
- Bühlmann, P., and T. Hothorn, Boosting algorithms: regularization, prediction and model fitting, *Statistical Science*, 22(4), 477-505, doi:10.1214/07-STS242, 2007.
- Canty, A., and B. D. Ripley, *boot: Bootstrap R (S-Plus) Functions*, R package version 1.3-17, 2015.
- Cao, S, and J. Cao, Forecast of solar irradiance using recurrent neural networks combined with wavelet analysis, *Applied Thermal Engineering*, 25(2e3), 161-172, 2005

- Castelletti, A., S. Galelli, M. Ratto, R. Soncini-Sessa, and P. C. Young, A general framework for Dynamic Emulation Modelling in environmental problems, *Environmental Modelling and Software*, 34, 5-18, 2012a.
- Castelletti, A., S. Galelli, M. Restelli, and R. Soncini-Sessa, Data-driven dynamic emulation modelling for the optimal management of environmental systems, *Environmental Modelling and Software*, 34, 30-43, 2012b.
- Chen, B. J., M. W. Chang, and C. J. Lin, Load forecasting using support vector Machines: a study on EUNITE competition 2001. *IEEE Transactions on Power Systems* 19(4):1821-1830, doi:10.1109/TPWRS.2004.835679, 2004.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., and Mays, L. W., *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1988.
- Chvátal, V., *Linear Programming*, W. H. Freeman and Company, 1983.
- Clark, E. J., Impounding reservoirs, *Journal of American Water Works Association*, 48(4), 349-354, 1956.
- Clark, E. J., New York control curves, *Journal of American Water Works Association*, 42(9), 823-827, 1950.
- Dai, T., and J. W. Labadie, River basin network model for integrated water quantity/quality management, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 127(5), 295-305, 2001.
- Davison, A. C., and D. V. Hinkley, *Bootstrap Methods and their Application*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- Deo, N., *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*, Prentice-Hall, 1974.
- Dialynas, Y., S. Kozanis, and D. Koutsoyiannis, A computer system for the stochastic disaggregation of monthly into daily hydrological time series as part of a three-level multivariate scheme, *European Geosciences Union General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, Vol. 13*, Vienna, EGU2011-290, European Geosciences Union, 2011.
- Dimas, P., D. Bouziotas, A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, A holistic approach towards optimal planning of hybrid renewable energy systems: Combining hydroelectric and wind energy, *European Geosciences Union General Assembly 2014, Geophysical Research Abstracts, Vol. 16*, Vienna, EGU2014-5851, European Geosciences Union, 2014.
- Dimitriadis, P., and D. Koutsoyiannis, Application of stochastic methods to double cyclostationary processes for hourly wind speed simulation, *Energy Procedia*, 76, 406-411, 2015.
- Dreyfus, H., and S. Dreyfus, *Mind over Machine: The Power of Human Intuition and Expertise in the Era of the Computer*, Free Press, 1986.
- Efron, B., Computers and the theory of statistics: thinking the unthinkable, *SIAM Review*, 21.4, 460-480, 1979.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, *Proceedings of the 5th International Conference on Hydroinformatics*, Vol. 2, 1423-1428, Cardiff, UK, July 2002, IAHR, IWA, IAHS, 2002.

- Efstratiadis, A., D. Bouziotas, and D. Koutsoyiannis, The parameterization-simulation-optimization framework for the management of hydroelectric reservoir systems, *Hydrology and Society, EGU Leonardo Topical Conference Series on the hydrological cycle 2012*, Torino, European Geosciences Union, 2012.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, and D. Xenos, Minimising water cost in the water resource management of Athens, *Urban Water Journal*, 1(1), 3-15, 2004.
- Efstratiadis, A., I. Tsoukalas, P. Kossieris, G. Karavokiros, A. Christofides, A. Siskos, N. Mamassis, and D. Koutsoyiannis, Computational issues in complex water-energy optimization problems: Time scales, parameterizations, objectives and algorithms, *European Geosciences Union General Assembly 2015, Geophysical Research Abstracts, Vol. 17*, Vienna, EGU2015-5121, European Geosciences Union, 2015.
- Efstratiadis, A., Y. Dialynas, S. Kozanis, and D. Koutsoyiannis, A multivariate stochastic model for the generation of synthetic time series at multiple time scales reproducing long-term persistence, *Environmental Modelling and Software*, 62, 139–152, doi:10.1016/j.envsoft.2014.08.017, 2014.
- Eom, S. B., S. M. Lee, E. B. Kim, C. Somarajan, A survey of decision support system applications (1994-1998), *Journal of Operational Research*, 35(4), 109-120, 1998.
- Faber, B. A., and J. R. Stedinger, Reservoir optimization using sampling SDP with ensemble streamflow prediction (ESP) forecasts, *Journal of Hydrology*, 249, 113-133, 2001.
- Fan, S., and R. J. Hyndman, Short-term load forecasting based on a semi-parametric additive model, *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(1), 134-141, doi:10.1109/TPWRS.2011.2162082, 2012.
- Fredericks, J., J. Labadie, and J. Altenhofen, Decision support system for conjunctive stream-aquifer management, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 124(2), 69-78, 1998.
- French, S., *Decision Analysis and Decision Support Systems*, 3rd draft edition, 2000.
- Funk, A., and W. B. DeOreo, *Embedded Energy in Water Studies*, Study 3: End-use Water Demand Profiles, 2011.
- Georgakakos, A. P., and D. H. Marks, A new method for the real-time operation of reservoir systems, *Water Resources Research*, 23(7), 1376-1390, 1987.
- Gneiting, T., and M. Katzfuss, Probabilistic forecasting, *Annual Review of Statistics and Its Application*, 1, 125-151, doi:10.1146/annurev-statistics-062713-085831, 2014.
- Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- Graham, L. P., J. W. Labadie, I. P. G. Hutchison, and K. A. Ferguson, Allocation of augmented water supply under a priority water rights system, *Water Resources Research*, 22(7), 1083-1094, 1986.
- Grigg, N. S., *Water Resources Management*, McGraw-Hill, New York, 1996.
- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, Condensed disaggregation procedures and conservation corrections for stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 24(10), 1574-1584, 1988.

- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, *SPIGOT, A synthetic streamflow generation software package*, Technical description, Version 2.5, School of Civil and Environmental Engineering, Ithaca, New York, 1990.
- Hahn, H., S. Meyer-Nieberg, and S. Pickl, Electric load forecasting methods: Tools for decision making, *European Journal of Operational Research*, 199(3), 902-907, doi:10.1016/j.ejor.2009.01.062, 2009.
- Hayfield, T., and J. S. Racine, Nonparametric econometrics: the np package, *Journal of Statistical Software*, 27(5), 2008.
- Hoff, T. E., and R. Perez, Modeling PV fleet output variability, *Solar Energy*, 86(8), 2177-2189, 2012.
- Hong, T., Energy forecasting: Past, present, and future, *Foresight: The International Journal of Applied Forecasting*, 32, 43-48, 2014.
- Hong, T., P. Pinson, and S. Fan, Global energy forecasting competition 2012, *International Journal of Forecasting*, 30(2), 357-363, doi:10.1016/j.ijforecast.2013.07.001, 2014.
- Hurst, H. E., Long-term storage capacity of reservoirs, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 116, pp. 776-808, 1951.
- Hyndman, R.J., and S. Fan, Density forecasting for long-term peak electricity demand, *IEEE Transactions on Power Systems*, 25(2), 1142-1153, doi:10.1109/TPWRS.2009.2036017, 2010.
- Hyndman, R.J., and S. Fan, *Monash Electricity Forecasting Model*, Version 2015.1, 2015.
- Ineichen, P., Comparison of eight clear sky broadband models against 16 independent data banks, *Solar Energy*, 80(4), 468-478, 2006.
- Inman, R. H., H. T. C. Pedro, and C. F. M. Coimbra, Solar forecasting methods for renewable energy integration, *Progress in Energy and Combustion Science*, 39(6), 535-576, 2013.
- Israel, M. S., and J. R. Lund, Priority preserving unit penalties in network flow modeling, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 125(4), 205-214, 1999.
- Ji, W., and K. C. Chee, Prediction of hourly solar radiation using a novel hybrid model of ARMA and TDNN, *Solar Energy*, 85(5), 808-817, 2011.
- Karavokiros, G., A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, Determining management scenarios for the water resource system of Athens, *Proceedings, Hydrorama 2002, 3rd International Forum on Integrated Water Management*, March 2002, 175-181, Water Supply and Sewerage Company of Athens, Athens, 2002.
- Kärner, O., ARIMA representation for daily solar irradiance and surface air temperature time series, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 71(8-9), 841-847, 2009.
- Kirby, W., Algebraic boundness of sample statistics, *Water Resources Research*, 10(2), 220-222, 1974.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- Koutsoyiannis, D., A generalized mathematical framework for stochastic simulation and forecast of hydrologic time series, *Water Resources Research*, 36(6), 1519-1534, 2000.

- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, and G. Karavokiros, A decision support tool for the management of multi-reservoir systems, *Journal of the American Water Resources Association*, 38(4), 945-958, 2002.
- Koutsoyiannis, D., and A. Economou, Evaluation of the parameterization-simulation-optimization approach for the control of reservoir systems, *Water Resources Research*, 39(6), 1170, 1-17, 2003.
- Koutsoyiannis, D., and A. Efstratiadis, The necessity for large-scale hybrid renewable energy systems, Hydrology and Society, *EGU Leonardo Topical Conference Series on the Hydrological Cycle 2012*, Torino, European Geosciences Union, 2012.
- Koutsoyiannis, D., and A. Manetas, Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research*, 32(7), 2105-2117, 1996.
- Koutsoyiannis, D., C. Makropoulos, A. Langousis, S. Baki, A. Efstratiadis, A. Christofides, G. Karavokiros, and N. Mamassis, Climate, hydrology, energy, water: recognizing uncertainty and seeking sustainability, *Hydrology and Earth System Sciences*, 13, 247–257, 2009.
- Koutsoyiannis, D., C. Onof, and H. S. Wheater, Multivariate rainfall disaggregation at a fine timescale, *Water Resources Research*, 39 (7), 1173, doi:10.1029/2002WR001600, 2003a.
- Koutsoyiannis, D., Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics, *Hydrological Sciences Journal*, 48(1), 3-24, 2003.
- Koutsoyiannis, D., Coupling stochastic models of different time scales, *Water Resources Research*, 37(2), 379-392, 2001.
- Koutsoyiannis, D., G. Karavokiros, A. Efstratiadis, N. Mamassis, A. Koukouvinos, and A. Christofides, A decision support system for the management of the water resource system of Athens, *Physics and Chemistry of the Earth*, 28 (14-15), 599–609, 2003b.
- Koutsoyiannis, D., Optimal decomposition of covariance matrices for multivariate stochastic models in hydrology, *Water Resources Research*, Vol. 35(4), pp. 1219-1229, 1999.
- Koutsoyiannis, D., Reliability concepts in reservoir design, *The Encyclopedia of Water*, edited by J. H. Lehr, New York, 2004a.
- Koutsoyiannis, D., Scale of water resources development and sustainability: Small is beautiful, large is great, *Hydrological Sciences Journal*, 56 (4), 553–575, 2011.
- Koutsoyiannis, D., Stochastic simulation of hydrosystems, *The Encyclopedia of Water*, edited by J. H. Lehr, New York, 2004b.
- Koutsoyiannis, D., The Hurst phenomenon and fractional Gaussian noise made easy, *Hydrological Sciences Journal*, 47(4), 573-595, 2002.
- Kuczera, G., Fast multireservoir multiperiod linear programming models, *Water Resources Research*, 25(2), 169-176, 1989.
- Labadie, J., *MODSIM: Technical manual river basin network model for water rights planning*, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 1995.
- Lane, W. L., and D. K. Flevert, Applied stochastic techniques, User's manual, personal computer version, Bureau of Reclamation, Eng. and Res. Cent., Denver, Colorado, 1990.

- Lerma, N., J. Paredes-Arquiola, J. Andreu, and A. Solera, Development of operating rules for a complex multi-reservoir system by coupling genetic algorithms and network optimization, *Hydrological Sciences Journal*, 58 (4), 797-812, 2013.
- Loaiciga, H. A., and M. A. Marino, An approach to parameter estimation and stochastic control in water resources with an application to reservoir operation, *Water Resources Research*, 21(11), 1575-1584, 1985.
- Lorenz, E., T. Scheidsteiger, J. Hurka, D. Heinemann, and C. Kurz, Regional PV power prediction for improved grid integration, *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, 19(7), 757-771, doi:10.1002/pip.1033, 2011.
- Loucks, D. P., and O. T. Sigvaldason, Multiple reservoir operation in North America, in *The Operation of Multiple Reservoir Systems*, edited by Z. Kaczmarck and J. Kindler, IIASA Collab. Proc. Ser., CP-82-53, 1-103, 1982.
- Loucks, D. P., J. R. Stedinger, and D. A. Haith, *Water Resources Systems Planning and Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.
- Lund, J. R., and J. Guzman, Derived operating rules for reservoirs in series or in parallel, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 125(3), 143-153, 1999.
- Mamassis, N., A. Efstratiadis, and E. Apostolidou, Topography-adjusted solar radiation indices and their importance in hydrology, *Hydrological Sciences Journal*, 57 (4), 756-775, doi:10.1080/02626667.2012.670703, 2012.
- Mandelbrot, B. B., Une classe de processus stochastiques homothétiques a soi: Application a la loi climatologique de H. E. Hurst, *Compte Rendus Academie Science*, 260, 3284-3277, 1965.
- Mandelbrot, B. B., and J. R. Wallis, Computer experiments with fractional Gaussian noises, Parts 1, 2 and 3, *Water Resources Research*, 5(1), 1969.
- Marquez, R., and C. F. M. Coimbra, Proposed metric for evaluation of solar forecasting models, *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, 135, 161-169, 2013.
- Matalas, N. C., and J. R. Wallis, Generation of synthetic flow sequences, in *Systems Approach to Water Management*, edited by A. K. Biswas, McGraw-Hill, New York, 1976.
- Mays, L. W., and Y. K. Tung, *Hydrosystems Engineering and Management*, McGraw-Hill, New York, 1992.
- Mays, L. W., and Y. K. Tung, Systems analysis, in *Water Resources Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1996.
- Mejia, J. M., I. Rodriguez-Iturbe, and D. R. Dawdy, Streamflow simulation, 2, The broken line process as a potential model for hydrologic simulation, *Water Resources Research*, 8(4), 931-941, 1972.
- Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York, 1992.
- Mills, A., and R. Wisner, Implications of wide-area geographic diversity for shortterm variability of solar power, *Tech. Rep. LBNL-3884E*, Lawrence Berkeley, National Laboratory, 2010.

- Mustacchi, C., V. Cena, and M. Rocchi, Stochastic simulation of hourly global radiation sequences, *Solar Energy*, 23(1), 47-51, 1979.
- Nalbantis, I., and D. Koutsoyiannis, A parametric rule for planning and management of multiple-reservoir systems, *Water Resources Research*, 33(9), 2165-2177, 1997.
- Nelder, J. A., and R. Mead, A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, 7(4), 308-313, 1965.
- Oliveira, R., and D. P. Loucks, Operating rules for multi-reservoir systems, *Water Resources Research*, 33(4), 839-852, 1997.
- Pan, L., and L. Wu, A hybrid global optimization method for inverse estimation of hydraulic parameters: annealing-simplex method, *Water Resources Research*, 34(9), 2261-2269, 1998.
- Papalexiou, S. M., Quick and not dirty method of rainfall modeling, Department of Civil Engineering, National Technical University of Athens, Athens, 2015a, in preparation.
- Papalexiou, S. M., Reforming asymmetric autoregressive models and applications in geophysical processes, Department of Civil Engineering, National Technical University of Athens, Athens, 2015b, in preparation.
- Papoulis, A., *Probability, Random Functions and Stochastic Processes*, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
- Philbrick, C. R., and P. Kitanidis, Limitations of deterministic optimization applied to reservoir operations, *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE, 125(3), 135-142, 1999.
- Pinson, P., Wind Energy: Forecasting challenges for its operational management, *Statistical Science*, 28(4), 564-585, doi:10.1214/13-STS445, 2013.
- Politis, D. N., The impact of bootstrap methods on time series analysis, *Statistical Science*, 18(2), 219-230, doi:10.1214/ss/1063994977, 2003.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
- Ramanathan, R., R. Engle, C. W. J. Granger, F. Vahid-Araghib, and C. Brace, Short-run forecasts of electricity loads and peaks, *International Journal of Forecasting*, 13(2), 161-174, doi:10.1016/S0169-2070(97)00015-0, 1997.
- ReVelle, C., *Optimizing Reservoir Resources – Including a New Model for Reservoir Reliability*, John Willey & Sons, New York, 1999.
- Ripley, B. D., *Stochastic Simulation*, Wiley, New York, 1987.
- Rodriguez, G. D., A utility perspective of the role of energy storage in the smart grid, In: *Power and Energy Society General Meeting*, IEEE, 2010.
- Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819-842, 2004.
- Rubinstein, R. Y., *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks*, John Willey, 1986.



- Sage, A. P., Associates systems for decision support, *Information and Decision Technologies*, 19, 165-184, 1993.
- Salas, J. D., Analysis and modeling of hydrologic time series, Chapter 19, *Handbook of Hydrology*, edited by D. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1993.
- Smith, D. K., *Network Optimization Practice: A Computational Guide*, John Wiley and Sons, 1982.
- Sol, H. G., Processes and tools for decision support: Inferences for future developments, in: *Processes and Tools for Decision Support*, (ed. Sol, H. G.), North Holland, Amsterdam, pp. 1-6, 1983.
- Suganthi, L, and A. A. Samuel, Energy models for demand forecasting – a review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(2), 1223-1240, doi:10.1016/j.rser.2011.08.014, 2012.
- Taieb, S. B., and R. J. Hyndman, A gradient boosting approach to the Kaggle load forecasting competition, *International Journal of Forecasting*, 30(2), 382-394, doi:10.1016/j.ijforecast.2013.07.005, 2014.
- Taylor, J. W., and R. Buizza, Using weather ensemble predictions in electricity demand forecasting, *International Journal of Forecasting*, 19(1), 57-70, doi:10.1016/S0169-2070(01)00123-6, 2003.
- Taylor, J. W., L. M. De Menezes, and P. E. McSharry, A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead, *International Journal of Forecasting*, 22(1), 1-16, doi:10.1016/j.ijforecast.2005.06.006, 2006.
- Todini, E., The preservation of skewness in linear disaggregation schemes, *Journal of Hydrology*, 47, 199-214, 1980.
- Tsekouras, G., and D. Koutsoyiannis, Stochastic analysis and simulation of hydrometeorological processes associated with wind and solar energy, *Renewable Energy*, 63, 624–633, 2014.
- Tso, G. K. F., and K. K. W. Yau, Predicting electricity energy consumption: A comparison of regression analysis, decision tree and neural networks, *Energy*, 32(9), 1761-1768, doi:10.1016/j.energy.2006.11.010, 2007.
- Tsoukalas, I., P. Kossieris, A. Efstratiadis, and C. Makropoulos, Surrogate-enhanced evolutionary annealing simplex algorithm for effective and efficient optimization of water resources problems on a budget, *Environmental Modelling and Software*, 77, 122–142, doi:10.1016/j.envsoft.2015.12.008, 2016.
- Turban, E., and J. Aronson, *Decision Support Systems and Intelligent Systems*, Prentice-Hall, New Jersey, 1998.
- Valencia, D., and J. C. Schaake, Disaggregation processes in stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 9(3), 211-219, 1973.
- Venediki, A., S. Giannoulis, C. Ioannou, L. Malatesta, G. Theodoropoulos, G. Tsekouras, Y. Dialynas, S.M. Papalexidou, A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, The Castalia stochastic generator and its applications to multivariate disaggregation of hydro-meteorological processes, *European Geosciences Union General Assembly 2013, Geophysical Research Abstracts, Vol. 15*, Vienna, EGU2013-11542, European Geosciences Union, 2013.

- Wallis, J. R., N. Matalas, and J. R. Slack, Just a moment!, *Water Resources Research*, 10(2), 211-219, 1974.
- Wasimi, S., and P. K. Kitanidis, Real-time forecasting and daily operation of a multireservoir system during floods by linear quadratic Gaussian control, *Water Resources Research*, 19(6), 1511-1522, 1983.
- Watkins, D. W., and D. C. McKinney, Recent developments associated with decision support systems in water resources, *U.S. National Report to International Union of Geodesy and Geophysics 1991-1994*, Reviews of Geophysics, Vol. 33 Supplement 1995, American Geophysical Union, 1995.
- Weron, R., Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future, *International Journal of Forecasting*, 30(4), 1030-1081, doi:10.1016/j.ijforecast.2014.08.008, 2014.
- Whittaker, J., A note on the generation of gamma random variables with non-integral shape parameter, *Floods and Droughts, Proceeding of the 2nd International Hydrology Symposium*, Colorado State University Press, Fort Collins, Colorado, 1972.
- Wilks, D.S., Multisite generalization of a daily stochastic precipitation generation model, *Journal of Hydrology*, 210, 178–191, 1998.
- Winston, W. L., *Operations Research, Applications and Algorithms*, 3rd edition, Duxbury, Belmont, 1994.
- Zhang, Y, J. Wang, and X. Wang, Review on probabilistic forecasting of wind power generation, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 32, 255-270, doi:10.1016/j.rser.2014.01.033, 2014.