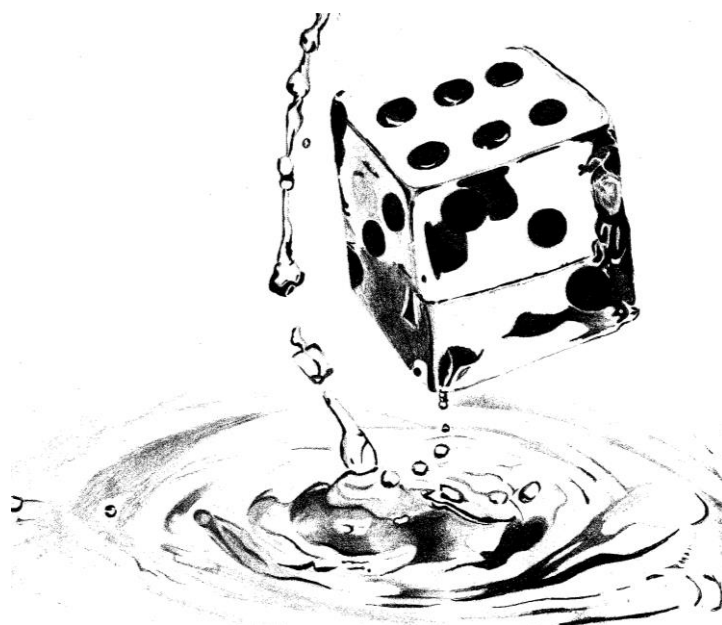




Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Υδατικών Πόρων & Περιβάλλοντος

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*Επίδραση της δειγματοληπτικής αβεβαιότητας
των εισροών στη στοχαστική προσομοίωση
ταμιευτήρων*



Ζαχαροπούλου Ελένη

Επιβλέπων: Α.Ευστρατιάδης, ΕΔΙΠ Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος Καθηγητής: Δ.Κουτσογιάννης

Αθήνα, Νοέμβριος 2017



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Τομέας Υδατικών Πόρων & Περιβάλλοντος

*Επίδραση της δειγματοληπτικής αβεβαιότητας των
εισορών στη στοχαστική προσομοίωση ταμιευτήρων*

Ζαχαροπούλου Ελένη

Επιβλέπων: Α.Ευστρατιάδης, ΕΔΙΠ Ε.Μ.Π.

Υπεύθυνος Καθηγητής: Δ.Κουτσογιάννης

Αθήνα, Νοέμβριος 2017

Copyright © Ελένη Δ. Ζαχαροπούλου, 2017.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

Φωτογραφία Εξωφύλλου: Dice In Water, Πηγή: [sananz-art.deviantart](https://www.deviantart.com/sananz-art)



National Technical University Of Athens
School Of Civil Engineering
Department of Water Resources &
Environment

*Impacts of sample uncertainty of inflows to stochastic
simulation of reservoirs*

Zacharopoulou Eleni

Supervisor : A.Efstratiadis, LAB Teaching Staff, NTUA

Responsible Professor : D.Koutsoyiannis

Athens, November 2017

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας σηματοδοτεί το τέλος των προπτυχιακών μου σπουδών στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ κλείνοντας έτσι το σημαντικότερο, έως τώρα, κεφάλαιο της ζωής μου. Αυτές οι τελευταίες γραμμές ανήκουν δικαιοματικά σε όλους εκείνους που βρέθηκαν κοντά μου αυτό το διάστημα, δημιουργώντας όμορφες αναμνήσεις, και, προφανώς, σε όλους όσους συνέβαλαν στην εκπόνηση της παρούσας εργασίας.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υπεύθυνο καθηγητή μου και κοσμήτορα της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, κ. Δημήτρη Κουτσογιάννη για το εξαιρετικά ενδιαφέρον θέμα που μου ανέθεσε, αλλά κυρίως για όλα όσα κέρδισα από την ανατρεπτική διδασκαλία του, κυρίως στο μάθημα των Στοχαστικών Μεθόδων στους Υδατικούς Πόρους, και τη γενικότερη επαφή μαζί του.

Ένα μεγάλο «ευχαριστώ» οφείλω στον Δρ. Πολιτικό Μηχανικό, ΕΔΙΠ ΕΜΠ, Ανδρέα Ευστρατιάδη που έπαιξε τον πιο καθοριστικό ρόλο στην εκπόνηση της διπλωματικής μου, η ολοκλήρωση της οποίας θα φάνταζε αδύνατη χωρίς τη δική του συνεισφορά. Ο κ. Ευστρατιάδης, ήταν πάντα «εκεί», να με καθοδηγεί βήμα-βήμα καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας, να απαντά σε κάθε απορία που προέκυπτε, να λέει έναν καλό λόγο κάθε φορά που με έβλεπε να πελαγώνω, καταφέροντας πάντα να μου δημιουργεί ένα αίσθημα ασφάλειας ακόμη και στις πιο δύσκολες φάσεις αυτής της περιόδου. Ένας άνθρωπος με εύρος θεωρητικών γνώσεων, πλούσιο διδακτικό έργο και πάνω από όλα καλοσύνη. Τον εκτιμώ και τον ευχαριστώ βαθύτατα για όλα.

Ακόμη, ευχαριστώ τον Γιάννη Τσουκαλά (Υ.Δ.), για την κομβική συμβολή του κυρίως σε προγραμματιστικής φύσεως ζητήματα που αντιμετώπισα κατά τη διάρκεια της σύνταξης του κώδικα. Ήταν πάντα διαθέσιμος και πρόθυμος να δώσει λύση σε κάθε πρόβλημα, διαθέτοντας όσο χρόνο χρειαζόταν και δείχνοντας πραγματικό ενδιαφέρον. Δεν παραλείπω να τον ευχαριστήσω και για το ότι μου εμπιστεύτηκε τη νέα έκδοση της Κασταλίας, την οποία ανέπτυξε μαζί με τον Παναγιώτη Κοσσιέρη (Υ.Δ), την CastaliaR, στην οποία βασίστηκε κατά κύριο λόγο η υλοποίηση της διπλωματικής μου εργασίας.

Σε αυτό το σημείο, νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές μου, χωρίς τους οποίους η καθημερινότητα στη σχολή δεν θα είχε την ίδια αξία. Μέσα σε αυτά τα πέντε χρόνια έχουμε μοιραστεί στιγμές που θα μας συντροφεύουν πάντα, ακόμη κι αν οι δρόμοι μας χωρίσουν. Ιδιαίτερη αναφορά θα ήθελα να κάνω στον Γιώργο και τον Τέλη, τους «συνοδοιπόρους» στην κατεύθυνση, με τους οποίους μοιράστηκα την πίεση του 5ου έτους και έχουμε να θυμόμαστε όμορφες στιγμές με αποκορύφωμα την περίοδο της προετοιμασίας της συμμετοχής μας στο συνέδριο της EGU στη Βιέννη.

Φυσικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη συντονιστική ομάδα, αλλά και κάθε απλό μέλος, ανώνυμο ή επώνυμο, του φοιτητικού φόρουμ της σχολής mfn.gr για όλες τις μοναδικές στιγμές που περάσαμε μαζί. Το κοινό όραμα για ελεύθερη διάδοση της γνώσης, αλλά και η ακατάπαυστη μάχη για τη διατήρηση ομαδικών θεσμών στο ελληνικό πανεπιστήμιο, μας συνδιαμόρφωσαν και μας ένωσαν σε μια από τις ομορφότερες εμπειρίες των φοιτητικών μας χρόνων.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τους πιο «δικούς μου» ανθρώπους στην «ξένη» Αθήνα, που δεν είναι άλλοι από τις καλές μου φίλες Χριστιάνα, Άννα, Εμμανουέλα, Σόφη, Ευτυχία και Ελευθερία, με τις οποίες όλα αυτά τα χρόνια μοιραζόμαστε μια κοινή πορεία εντός κι εκτός σχολής, αλλά και τον Τάσο για τη συνεχή υποστήριξη και υπομονή του.

Τέλος, τίποτα από όλα αυτά δεν θα είχε συμβεί χωρίς την υλική και ηθική υποστήριξη από την οικογένειά μου και ειδικά τους γονείς μου, Δημήτρη και Σοφία. Η τυφλή εμπιστοσύνη που δείχνουν στις ικανότητές μου, αποτελεί πηγή δύναμης για εμένα. Τους αξίζει το μεγαλύτερο και πιο ειλικρινές «ευχαριστώ».

Ελένη Ζαχαροπούλου

Αθήνα, Νοέμβριος 2017

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	6
Περίληψη	vii
Λέξεις-Κλειδιά.....	vii
Abstract	viii
Keywords.....	viii
1. Εισαγωγή.....	1
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	1
1.2 Διάρθρωση της εργασίας.....	1
2. Βασικά Θεωρητικά Στοιχεία.....	3
2.1 Το ζήτημα του νερού.....	3
2.2 Θεμελιώδεις έννοιες	4
2.2.1 Διαχείριση υδατικών πόρων	4
2.2.2 Ανάλυση συστημάτων υδατικών πόρων.....	5
2.2.3 Προσομοίωση συστήματος	5
2.3 Ταμιευτήρες.....	6
2.3.1 Βασικές έννοιες ταμιευτήρων	7
2.3.2 Υδατικό ισοζύγιο	7
2.3.3 Μοντέλο Λειτουργίας Ταμιευτήρα	8
2.3.4 Αξιοπιστία ταμιευτήρα	9
2.3.5 Υδρολογικός σχεδιασμός ταμιευτήρων	10
2.3.6 Συμβατική μέθοδος διαστασιολόγησης ταμιευτήρα.....	10
2.3.7 Μη συμβατική μέθοδοι διαστασιολόγησης ταμιευτήρα	11
2.3.8 Γενικευμένη διαδικασία προσομοίωσης για σχεδιασμό ταμιευτήρων	11
3. Ο στοχαστικός χαρακτήρας των υδρολογικών μεταβλητών.....	13
3.1 Ορισμός βασικών εννοιών στατιστικής.....	13
3.2 Στοχαστική ανέλιξη και πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών	14
3.3 Δυναμική Hurst- Kolmogorov.....	15
3.4 Γέννηση τυχαίων αριθμών με μακροπρόθεσμη εμμονή.....	16
3.5 Γέννηση συνθετικών χρονοσειρών	17
3.6 Το υπολογιστικό σύστημα <i>Κασταλία</i>	17
4. Εκτίμηση αβεβαιότητας υδρολογικών δειγμάτων	21

4.1 Σκοπός.....	21
4.2 Μέθοδοι προσέγγισης της αβεβαιότητας στατιστικών χαρακτηριστικών δείγματος.....	21
4.3 Προτεινόμενη προσέγγιση.....	24
4.3.1 Αναλυτική Περιγραφή Κώδικα.....	27
4.4 Εφαρμογή σε παρατηρημένο δείγμα.....	30
4.5 Εφαρμογή σε διαφορετικά μήκη ιστορικών δειγμάτων n	43
4.6 Σύγκριση και σχολιασμός αποτελεσμάτων.....	61
5. Επίδραση της αβεβαιότητας υδρολογικών δειγμάτων στον υδρολογικό σχεδιασμό ταμιευτήρα.....	67
5.1 Σχέση Χωρητικότητας-Ασφαλούς Απόληψης-Αξιοπιστίας (ΧΑΑ)	67
5.2 Τοποθέτηση προβλήματος	67
5.3 Αρχική προσέγγιση – το πρόβλημα της βελτιστοποίησης.....	68
5.4 Μεθοδολογία	69
5.5 Παρουσίαση κώδικα.....	69
5.6 Εφαρμογές μεθοδολογίας	72
<i>Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=20$ έτη, $H=0.9$</i>	<i>78</i>
5.7 Σχολιασμός αποτελεσμάτων.....	82
6. Συμπεράσματα – Προτάσεις.....	85
6.1 Συμπεράσματα για την αβεβαιότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών υδρολογικών δειγμάτων.....	85
6.2 Συμπεράσματα για την επίδραση της δειγματοληπτικής αβεβαιότητας στο σχεδιασμό	86
6.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	87
Βιβλιογραφία	89

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1: Συνολική ικανότητα όγκου αποθήκευσης ταμιευτήρα, που αποτελείται από τον νεκρό όγκο, την ωφέλιμη χωρητικότητα και τον πλημμυρικό όγκο (Loucks, 2005).....	Error! Bookmark not defined.
Εικόνα 2: Διάγραμμα των συνιστωσών υδατικού ισοζυγίου για μεμονωμένο ταμιευτήρα (Κουτσογιάννης 2000, τροποποίηση Μπουζιώτας 2012).....	8
Εικόνα 3: Σκαρίφημα ορίων εμπιστοσύνης μέσης τιμής (Στατιστική Υδρολογία-Κουτσογιάννης, 1996).....	14

Εικόνα 4: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.5$	34
Εικόνα 5: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.5$	35
Εικόνα 6: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$	38
Εικόνα 7: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.7$	39
Εικόνα 8: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.9$	41
Εικόνα 9: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.9$	42
Εικόνα 10: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.5$	44
Εικόνα 11: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.5$	45
Εικόνα 12: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$	47
Εικόνα 13: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.7$	48
Εικόνα 14: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.9$	50
Εικόνα 15: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.9$	51
Εικόνα 16: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.5$	53
Εικόνα 17: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.5$	54
Εικόνα 18: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$	56
Εικόνα 19: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.7$	57
Εικόνα 20: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.9$	59
Εικόνα 21: Αλεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.9$	60
Εικόνα 22: Καμπύλες χωρητικότητας-αξιοπιστίας για σενάρια ζήτησης ίσα με το 100% (άνω) και το 91.87% (κάτω) της μέγιστης ζήτησης, από χρονοσειρές που προέκυψαν βάσει του ιστορικού δείγματος ($n=28$ έτη) και συντελεστή $H=0.7$	82

Εικόνα 23: Καμπύλες χωρητικότητας-αξιοπιστίας για σενάριο ζήτησης ίσο με το 75.61% της μέγιστης ζήτησης, από χρονοσειρές που προέκυψαν βάσει του ιστορικού δείγματος (n=28 έτη) και συντελεστή $H=0.7$ 83

Πίνακας Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1: Σύγκριση τυπικής απόκλισης δειγματικού μέσου μαρκοβιανής και κλασικής προσέγγισης σε τυχαίο δείγμα	23
Διάγραμμα 2: Επίδραση της αυτοσυσχέτισης ρ_1 στην τυπική απόκλιση δειγματικού μέσου βάσει της μαρκοβιανής προσέγγισης σε τυχαίο δείγμα ...	23
Διάγραμμα 3: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στην τυπική απόκλιση του δειγματικού μέσου τυχαίου δείγματος με $\sigma=1.1$ (n=30)	24
Διάγραμμα 4: Διακύμανση μέσης τιμής της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος	31
Διάγραμμα 5: Διακύμανση της τυπικής απόκλισης της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος.....	31
Διάγραμμα 6: Διακύμανση του συντελεστή ασυμμετρίας της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος.....	32
Διάγραμμα 7: Διακύμανση της ετεροσυσχέτισης της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος.....	32
Διάγραμμα 8: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.5$	33
Διάγραμμα 9: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.7$	37
Διάγραμμα 10: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.9$	40
Διάγραμμα 11: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.7$	43
Διάγραμμα 12: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.7$	46
Διάγραμμα 13: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.9$	49
Διάγραμμα 14: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n''=50$ έτη και $H=0.5$	52
Διάγραμμα 15: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n''=50$ έτη και $H=0.7$	55
Διάγραμμα 16: : Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n''=50$ έτη και $H=0.9$	58
Διάγραμμα 17: Σύγκριση κλασικής μεθοδολογίας και αποτελεσμάτων προσομοίωσης για την εκτίμηση της αβεβαιότητας του δειγματικού μέσου, για $n=28$ έτη	63

Διάγραμμα 18: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στη μεταβλητότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών συνθετικών χρονοσειρών 1000 ετών, από δείγμα $n=28$ έτη.....	64
Διάγραμμα 19: Η επίδραση του μήκους δείγματος n στη μεταβλητότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών των συνθετικών χρονοσειρών για συντελεστή Hurst $H=0.5$	65
Διάγραμμα 20: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στη μεταβλητότητα των στατιστικών μεγεθών για χρονοσειρές που προέκυψαν από ιστορικό δείγμα μήκους $n=28$ έτη.....	66
Διάγραμμα 21: Οι ασυνέχειες της καμπύλης χωρητικότητας-ασφαλούς απόληψης-αξιοπιστίας.....	68

Πίνακας Σχημάτων

Σχήμα 1: Σχηματική απεικόνιση απλού (άνω) και στοχαστικού μοντέλου προσομοίωσης (κάτω) (Μπουζιώτας, 2012)	6
Σχήμα 2: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για τη στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων σε μηνιαία χρονική κλίμακα, για n συνολικά έτη (Ευστρατιάδης & Κουτσογιάννης, 2004)	19
Σχήμα 3: Σχηματική απεικόνιση της προτεινόμενης προσέγγισης	26

Πίνακας Πινάκων

Πίνακας 1: Στατιστικά χαρακτηριστικά δείγματος για τη μέση μηνιαία απορροή	30
Πίνακας 2: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.5$	36
Πίνακας 3: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.7$	40
Πίνακας 4: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.9$	43
Πίνακας 5: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n'=20$ έτη και συντελεστή $H=0.5$	46
Πίνακας 6: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n=20$ έτη και συντελεστή $H=0.7$	49
Πίνακας 7: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n'=20$ έτη και συντελεστή $H=0.9$	52
Πίνακας 8: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.5$	55
Πίνακας 9: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.7$	58
Πίνακας 10: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.9$	61

Περίληψη

Ο σχεδιασμός και η διαχείριση ταμιευτήρων παρουσιάζουν αρκετές προκλήσεις καθώς καλούνται να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες που χαρακτηρίζουν τις υδρολογικές διεργασίες και τις μεταξύ τους σχέσεις. Στο πλαίσιο αυτό, η στοχαστική προσομοίωση αναδύκνεται ως η πλέον κατάλληλη για την προσέγγιση του προβλήματος, σε αντίθεση με τις άκρως ντετερμινιστικές αναγνώσεις του που επικρατούσαν στο παρελθόν. Ζητούμενο από τα στοχαστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών εισροών των ταμιευτήρων είναι να αναπαράγουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων, καθώς και την υδρολογική εμμονή (φαινόμενο Hurst). Ωστόσο, τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά που αναπαράγονται στις συνθετικές χρονοσειρές ενέχουν μια εγγενή αβεβαιότητα, λόγω του μικρού γενικά τους μήκους, η οποία δε λαμβάνεται υπόψη στις έως τώρα πρακτικές. Η διερεύνηση και ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας των δεδομένων εισόδου των στοχαστικών μοντέλων, η επίδρασή της στις παραγόμενες χρονοσειρές και τελικά ο αντίκτυπός της σε προβλήματα διαστασιολόγησης ταμιευτήρα αποτελούν το σκοπό της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Ειδικότερα, αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία εκτίμησης της δειγματικής αβεβαιότητας των ουσιαστών στατιστικών χαρακτηριστικών μιας χρονοσειράς απορροής (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συντελεστής ασυμμετρίας και συντελεστής αυτοσυσχέτισης), κατά την οποία επιδιώκεται η δημιουργία ενός πλήθους συνθετικών χρονοσειρών με μήκος ίσο με το παρατηρημένο δείγμα (ψευδοϊστορικών). Στη συνέχεια, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ψευδοϊστορικών δεδομένων αναπαράγονται σε συνθετικές χρονοσειρές μεγάλου μήκους, που τελικά εισέρχονται σε μοντέλο προσομοίωσης ταμιευτήρα, με σκοπό την παραγωγή της σχέσης χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης – αξιοπιστίας (ΧΑΑ). Στο πλαίσιο αυτό, πραγματοποιήθηκαν πολλαπλές αναλύσεις για διαφορετικά μήκη χρονοσειρών και συντελεστές Hurst, ώστε να διερευνηθεί η επίδραση του μήκους του δείγματος και της εμμονής των υδρολογικών διεργασιών στην αβεβαιότητα των εκτιμήσεων.

Λέξεις-Κλειδιά

Δειγματική Αβεβαιότητα, Στοχαστική Προσομοίωση, Σχέση Χωρητικότητας – Ασφαλούς Απόληψης – Αξιοπιστίας (ΧΑΑ)

Abstract

The design and management of reservoirs are challenging tasks, as they have to handle the uncertainties that characterize all hydrological process and their interactions. In this frame, contrary to the deterministic models that were used in past ignoring uncertainties, the stochastic simulation seems to be the most suitable approach for this issue. The objective of stochastic models is the generation of synthetic time series that reproduce the statistical characteristics of the observed samples and the hydrological persistence (Hurst phenomenon). However, the sample statistical characteristics that are reproduced within synthetic time series comprise an inherent uncertainty due to their generally short length, which is not accounted for in the current practices. The investigation and quantification of uncertainties of the inputs of stochastic models, their effects to the generated time series and, finally, their impact on reservoir sizing problems are the fields of interest in this diploma thesis. More specifically, we have developed a methodology for estimating the sample uncertainty of the essential statistical characteristics of inflow time series (average, standard deviation, skewness coefficient, autocorrelation coefficient), in which we seek for generating a set of synthetic time series that have the same length same with the historic sample (pseudo-historic). Afterwards, the statistical characteristics of pseudo-historic data are reproduced in synthetic time series of large size, which are finally entered in a reservoir simulation model, in order to derive the storage-yield-reliability relationship. In this context, we employed multiple analyses for different sample sizes and Hurst coefficients, in order to investigate the effects of sample size and persistence of hydrological processes to the uncertainty of estimations.

Keywords

Sample Uncertainty, Stochastic Simulation, Storage-Yield-Reliability

1. Εισαγωγή

1.1 Σκοπός της εργασίας

Τα στοχαστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται στη στοχαστική προσομοίωση ταμειυτήρων καλούνται να αναπαράγουν τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων, καθώς και την υδρολογική εμμονή (φαινόμενο Hurst). Παρόλα αυτά, η εγγενής αβεβαιότητα των δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών που αναπαράγονται στις συνθετικές χρονοσειρές, αγνοείται στις έως τώρα πρακτικές. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η διερεύνηση και ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας των δεδομένων εισόδου των στοχαστικών μοντέλων, η επίδρασή της στις παραγόμενες χρονοσειρές και τελικά ο αντίκτυπός της στη διαστασιολόγηση ταμειυτήρα.

Για το λόγο αυτό, αναπτύχθηκε και εφαρμόστηκε μια μεθοδολογία εκτίμησης της δειγματικής αβεβαιότητας των ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών μιας χρονοσειράς απορροής, κατά την οποία επιδιώκεται η δημιουργία ενός πλήθους συνθετικών χρονοσειρών με μήκος ίσο με το παρατηρημένο δείγμα (ψευδοϊστορικών), τα στατιστικά χαρακτηριστικά του οποίου αναπαράγονται σε συνθετικές χρονοσειρές μεγάλου μήκους. Σε δεύτερη φάση, οι συνθετικές χρονοσειρές μεγάλου μήκους εισέρχονται σε μοντέλο προσομοίωσης ταμειυτήρα, με σκοπό την παραγωγή της σχέσης χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης – αξιοπιστίας (ΧΑΑ). Παράλληλα, διερευνάται η επίδραση του μήκους του δείγματος και της εμμονής των υδρολογικών διεργασιών στην αβεβαιότητα των εκτιμήσεων πραγματοποιώντας πολλαπλές αναλύσεις για διαφορετικά μήκη χρονοσειρών και συντελεστές Hurst.

1.2 Διάρθρωση της εργασίας

Η εργασία περιλαμβάνει, εκτός από την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), πέντε Κεφάλαια και ένα Παράρτημα.

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται μια συνοπτική επισκόπηση βασικών εννοιών. Αρχικά δίνονται ορισμοί για τη διαχείριση υδατικών πόρων, την ανάλυση συστημάτων καθώς και για την έννοια της προσομοίωσης. Στη συνέχεια αναλύονται βασικές έννοιες που διέπουν τη λειτουργία των ταμειυτήρων και γίνεται βιβλιογραφική επισκόπηση των μεθόδων διαστασιολόγησής τους.

Στο Κεφάλαιο 3, γίνεται αναφορά στο στοχαστικό χαρακτήρα των υδρολογικών μεταβλητών ορίζοντας βασικές έννοιες στατιστικής και στοχαστικών ανεξίτητων. Ενώ, στο τέλος του κεφαλαίου παρουσιάζεται το λογισμικό *Κασταλία* που χρησιμοποιείται στην παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών.

Στο Κεφάλαιο 4, αναφέρονται μέθοδοι εκτίμησης της αβεβαιότητας των δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών και παρουσιάζεται η

προτεινόμενη προσέγγιση για την εκτίμηση των εν λόγω αβεβαιοτήτων. Στη συνέχεια γίνεται αναλυτική περιγραφή του κώδικα που αναπτύχθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού R ,παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πολλαπλών αναλύσεων που πραγματοποιήθηκε και αναφέρονται τα σχετικά συμπεράσματα.

Στο κεφάλαιο 5, διερευνάται η επίδραση της αβεβαιότητας των δειγμάτων στον υδρολογικό σχεδιασμό ταμιευτήρων. Πρώτα αναφέρονται βασικές πληροφορίες για τη σχέση χωρητικότητας-απόληψης-αξιοπιστίας (ΧΑΑ) κι έπειτα αναπτύσσεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε σχετικά με τον σχεδιασμό ταμιευτήρων, παρουσιάζοντας τον σχετικό κώδικα και εφαρμογές. Τέλος, γίνεται ο σχολιασμός των αποτελεσμάτων που προέκυψαν.

Στο κεφάλαιο 6, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από το σύνολο των αναλύσεων που πραγματοποιήθηκαν, καθώς και μερικές προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση.

Τέλος, στο παράρτημα παρατίθενται τα διαγράμματα χωρητικότητας-αξιοπιστίας, όπως αυτά προέκυψαν από τις αναλύσεις των διαφόρων σεναρίων που υποτέθηκαν στο πέμπτο κεφάλαιο.

2. Βασικά Θεωρητικά Στοιχεία

2.1 Το ζήτημα του νερού

Είναι γνωστό ότι το νερό αποτελεί προϋπόθεση για τη διατήρηση της ζωής στη Γη, καθώς είναι βασικό συστατικό κάθε μορφής ζωής. Εκτός όμως από την ίδια την επιβίωση, οι υδατικοί πόροι θεωρούνται ένας από τους σημαντικότερους συντελεστές της κοινωνικής και οικονομικής ανάπτυξης, προσφέροντας συγκριτικό πλεονέκτημα, όπως έχει αποδειχτεί ιστορικά, σε πολιτισμούς που είχαν πρόσβαση σε αυτό. Χαρακτηριστικό αποτελεί το παράδειγμα του Νείλου στην Αίγυπτο πριν από 5000 χρόνια, όπου κατασκευάστηκαν τεράστια έργα διευθέτησης και διανομής των νερών για τις ανάγκες άρδευσης, ενώ παράλληλα μελετήθηκαν οι ετήσιες διακυμάνσεις της στάθμης του ποταμού για την «πρόγνωση» της διαθεσιμότητας του νερού και συνεπώς τον προγραμματισμό της γεωργικής παραγωγής.

Ωστόσο, τα ανανεώσιμα υδατικά αποθέματα που μπορούν να διατεθούν για ύδρευση, άρδευση, βιομηχανικές ή ηλεκτροπαραγωγικές χρήσεις είναι περιορισμένα. Την ίδια στιγμή η αύξηση του πληθυσμού, η γενικότερη βελτίωση του βιοτικού επιπέδου και η εντατικοποίηση των ανθρώπινων δραστηριοτήτων έχουν οδηγήσει σε εντονότερη ανάπτυξη των συστημάτων υδατικών πόρων σε παγκόσμια κλίμακα και σε συνεχώς αυξανόμενα ελλείμματα. Ο κατάλογος των προβλημάτων που σχετίζονται με το νερό ποικίλει μεταξύ πλημμυρών, ξηρασιών, ρύπανσης, λειψυδρίας κ.α.

Εστιάζοντας στον ελλαδικό χώρο, τα κυριότερα προβλήματα που εμφανίζονται, εντοπίζονται στην χωρική και χρονική ανισοκατανομή των υδατικών πόρων κατά Υδατικό Διαμέρισμα ή λεκάνη απορροής και στον οξύ ανταγωνισμό που συχνά αναπτύσσεται μεταξύ των χρηστών. Η έντονη αστικοποίηση του πληθυσμού, η εντατικοποίηση της γεωργίας, και ιδιαίτερα των υδροβόρων καλλιεργειών, και η ανάπτυξη του τουρισμού δημιούργησαν και συνεχίζουν να δημιουργούν ανάγκες για όλο και μεγαλύτερες ποσότητες νερού.

Βάσει των παραπάνω συμπεραίνεται ότι το νερό αν και ανανεώσιμος πόρος δεν είναι πρακτικά ανεξάντλητος, όπως λανθασμένα θεωρούνταν για αιώνες. Η αντίληψη αυτή, σε συνδυασμό με την έλλειψη της επιστημονικής γνώσης, οδήγησε στην υπέρ-εκμετάλλευση των υδατικών πόρων, καθιστώντας το νερό αγαθό εν ανεπάρκεια. Στο πλαίσιο αυτό προβάλλει επιτακτική η ανάγκη για την εφαρμογή ολοκληρωμένων μεθόδων σχεδιασμού, αξιοποίησης και διαχείρισης των υδατικών πόρων.

2.2 Θεμελιώδεις έννοιες

2.2.1 Διαχείριση υδατικών πόρων

Η Διαχείριση των Υδατικών Πόρων (Water Resources Management), είναι ίσως το σημαντικότερο ζήτημα της ανάπτυξης και χρήσης των έργων και την εφαρμογής μέτρων που σχετίζονται με τους υδατικούς πόρους.

Στη νομοθεσία (ΥΒΕΤ, Ν. 1739, 1987) , η διαχείριση υδατικών πόρων αναφέρεται ως το σύστημα των μέτρων και δραστηριοτήτων, που είναι απαραίτητα για την πληρέστερη δυνατή κάλυψη των αναγκών σε νερό για κάθε χρήση, και κατά κύριο λόγο:

- Η διευθέτηση της φυσικής προσφοράς του νερού, σε σχέση με τη ζήτησή του, σε περιοχές που υπάρχει έλλειψη ή προβλέπεται περιοδική ή οριστική εξάντλησή του.
- Η πρόνοια για την πρόληψη απωλειών νερού και για την κατά το δυνατό αξιοποίηση πλεονασμάτων που μπορεί να προκαλέσουν ζημιές ή βλάβες εξαιτίας πλημμυρών ή άλλων αιτιών.
- Η αντιμετώπιση των σημερινών ή μελλοντικών ανοιγμάτων ανάμεσα στην προσφορά και στη ζήτηση του νερού.
- Η αποφυγή ή εξομάλυνση των συγκρούσεων ανάμεσα σε όμοιες ή ανταγωνιστικές χρήσεις.
- Ο προσανατολισμός της ζήτησης στις χρήσεις νερού, στις οποίες αποβλέπουν τα προγράμματα ανάπτυξης της χώρας.
- Η διατήρηση της υψηλότερης ποιότητας νερού σε σχέση με την κατά προορισμό χρήση του.
- Ο συντονισμός των δραστηριοτήτων έρευνας, αξιοποίησης, χρήσης και προστασίας των υδατικών πόρων

Αργότερα, η Διαχείριση Υδατικών Πόρων διατυπώθηκε ως το σύνολο μέτρων, κατασκευαστικών και μη, για τον έλεγχο των υδατικών συστημάτων, φυσικών και μη, με στόχο την ωφέλεια τόσο του ανθρώπου όσο και του περιβάλλοντος (Grigg, 1996). Ενώ πιο πρόσφατα, ορίστηκε ως αυτή που περιέχει όλες τις οργανωμένες δραστηριότητες, σχετικά με την ανάπτυξη, διατήρηση, προστασία και τον έλεγχο προστασίας των υδατικών πόρων και των έργων τους, κάτω απ' όλες τις συνθήκες, με την ταυτόχρονη προστασία του περιβάλλοντος και την αειφορία του πόρου. Η διαχείριση δηλαδή πρέπει να είναι προετοιμασμένη για όλα τα πιθανά συμβάντα και αυτό καθορίζει και τον βαθμό επιτυχία της (Καραβίτης, 2005).

Απώτερος στόχος μιας ολοκληρωμένης διαχείρισης υδατικών πόρων αποτελεί η μεγιστοποίηση της κοινωνικοοικονομικής ευημερίας με δίκαιο τρόπο (equitable), χωρίς συμβιβασμούς ως προς τη βιωσιμότητα των ζωτικών οικοσυστημάτων. Το σύνολο των δράσεων για την επίτευξη των βέλτιστων αποτελεσμάτων αναπτύσσονται σε θεσμικό, τεχνολογικό, οικονομικό, κοινωνικό και περιβαλλοντικό επίπεδο.

2.2.2 Ανάλυση συστημάτων υδατικών πόρων

Σύστημα καλείται το σύνολο ανεξάρτητων μεταξύ τους στοιχείων, το οποίο χαρακτηρίζεται από: (α) ένα σύνορο που καθορίζει αν το στοιχείο ανήκει στο σύστημα ή το περιβάλλον, (β) αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον (είσοδοι και έξοδοι του συστήματος), και (γ) σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του και των εισόδων και εξόδων (Mays & Tung, 1992). Ως υδροσύστημα, ή ισοδύναμα σύστημα υδατικών πόρων νοείται ένα σύστημα αποτελούμενο από φυσικά υδάτινα σώματα και τεχνικά έργα που συνεργαζόμενα εξυπηρετούν έναν ή περισσότερους σκοπούς, τηρώντας παράλληλα μια σειρά από περιορισμούς (Ευστρατιάδης κ.ά., 2007). Η μελέτη ενός υδροσυστήματος περιλαμβάνει τους διαθέσιμους φυσικούς πόρους (ποτάμια, λίμνες, υδροφορείς), καθώς και τα σχετιζόμενα υδραυλικά έργα για την αποθήκευση, μεταφορά και διανομή τους με συγκεκριμένες ποσοτικές και ποιοτικές απαιτήσεις (ταμιευτήρες, υδραγωγεία, συστήματα γεωτρήσεων, εγκαταστάσεις επεξεργασίας νερού κ.ο.κ).

Η γενική μεθοδολογία μελέτης και συμπεριφοράς των συστημάτων ονομάζεται ανάλυση συστημάτων (system analysis) και, ακριβέστερα, ορίζεται ως η επιστημονική περιοχή που μελετά τον τρόπο αλληλεπίδρασης των τοιχίων ενός συστήματος μεταξύ τους και με το περιβάλλον (Grigg, 1996). Η ανάλυση συστημάτων αποτελεί μια ορθολογική διαδικασία με στόχο την κατάλληλη διεύθυνση φυσικών πόρων και εργασιών, βασισμένη στην οργάνωση και την ανάλυση των πληροφοριών που αφορούν στο σύστημα. Οι δύο βασικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις της ανάλυσης συστημάτων είναι η προσομοίωση και η βελτιστοποίηση.

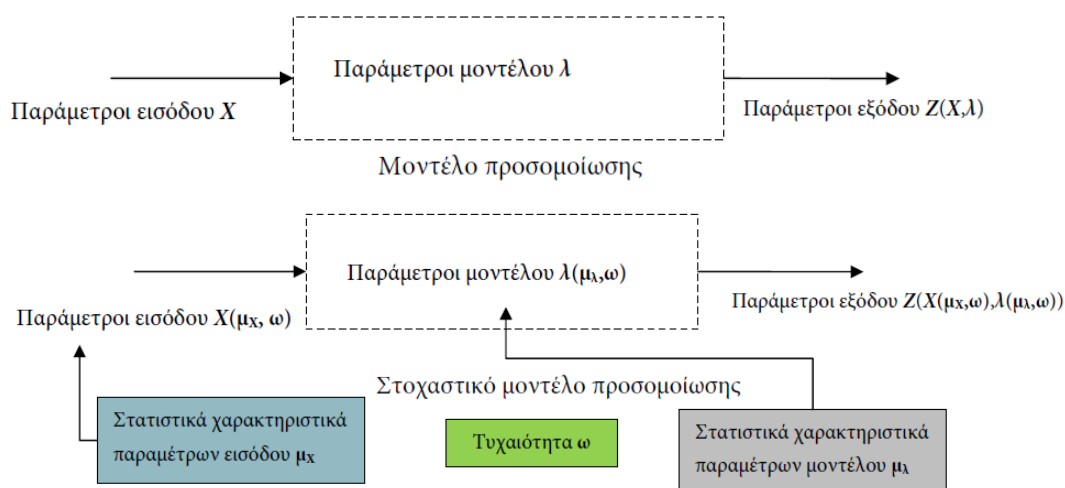
2.2.3 Προσομοίωση συστήματος

Προσομοίωση (simulation) καλείται η τεχνική μίμησης της λειτουργίας ενός πραγματικού συστήματος, όπως αυτό εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου (Winston, 1994). Η μίμηση της συμπεριφοράς της πραγματικής κατάστασης επιτυγχάνεται μέσω ενός μοντέλου προσομοίωσης (simulation model), που αποτελεί μια απλοποιημένη αντιπροσώπευση του πραγματικού συστήματος, με έμφαση σε ορισμένα μόνο χαρακτηριστικά του. Το μοντέλο προσομοίωσης προκύπτει, εν γένει, ως ένα σύνολο υποθέσεων για τη δυναμική λειτουργία ενός συστήματος, εκφρασμένων με τη μορφή μαθηματικών ή λογικών σχέσεων και κωδικοποιημένων, συνήθως, σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού (Κουτσογιάννης, 2000).

Μέσω της προσομοίωσης δίνεται η δυνατότητα μελέτης της απόκρισης σύνθετων υδροσυστημάτων τόσο στο κομμάτι της πρόγνωσης όσο και στη διερεύνηση της δυναμικής και των δυνατοτήτων τους. Μια επιπλέον σημαντική εφαρμογή της είναι στην παραγωγή στατιστικά ισοδύναμων (συνθετικών) δεδομένων με βάση τα ιστορικά παρατηρημένα δείγματα υδρολογικών μεταβλητών, όπως θα αναλυθεί και στη συνέχεια.

Τα μοντέλα προσομοίωσης διακρίνονται σε ντετερμινιστικά (deterministic) και στοχαστικά (stochastic), ανάλογα με τη φύση των

παραμέτρων και των δεδομένων εισόδου τους. Στα πρώτα, οι παράμετροι και οι εξωτερικές διεγέρσεις έχουν συγκεκριμένες τιμές, αυστηρά ορισμένες που επομένως παράγουν μια μοναδική απόκριση για κάθε διεγερση. Αντιθέτως, στα στοχαστικά μοντέλα ως δομικές παράμετροι και μεταβλητές εισόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν τυχαίες μεταβλητές, οι οποίες περιγράφονται από κατανομές πιθανοτήτων. Στα προβλήματα διαχείρισης υδατικών πόρων, όπου οι σημαντικές παράμετροι διέπονται από μεγάλη αβεβαιότητα, ιδιαίτερα στο κομμάτι των υδρολογικών μεταβλητών εισόδου (κατακρημνίσεις, απορροές κ.α.) υπερτερεί η χρήση στοχαστικών μοντέλων, καθώς επιτρέπει την ποσοτικοποίηση και, τελικά, τη διαχείριση της αβεβαιότητας. Αν στην προσομοίωση ληφθούν υπόψη η τυχειότητα και ο στοχαστικός χαρακτήρας ορισμένων μεγεθών, τότε αυτή καλείται στοχαστική (stochastic simulation). Στη βιβλιογραφία συναντάται και ως μέθοδος Monte Carlo κι έχει ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών.



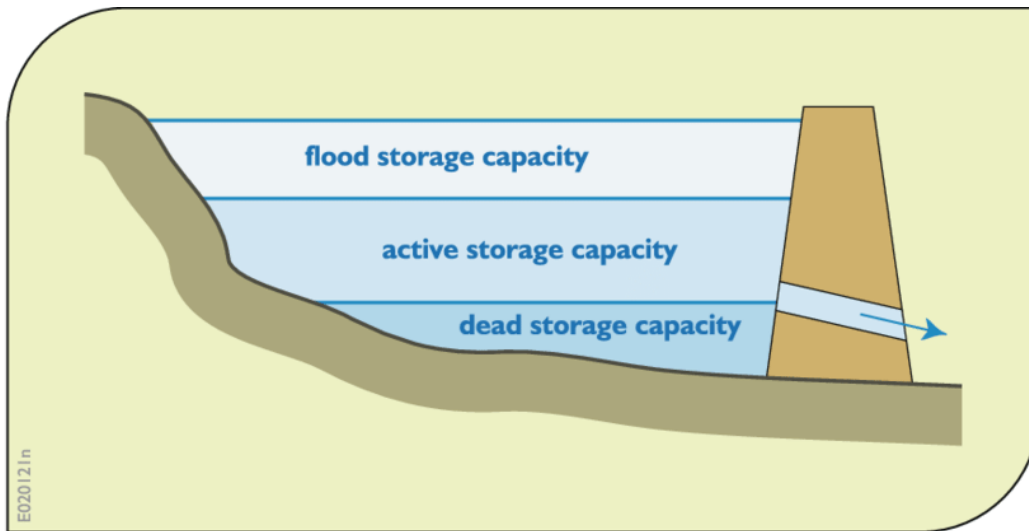
Σχήμα 1: Σχηματική απεικόνιση απλού (άνω) και στοχαστικού μοντέλου προσομοίωσης (κάτω) (Μπουζιώτας, 2012)

2.3 Ταμειυτήρες

Όπως έχει ήδη αναφερθεί παραπάνω, η φυσική προσφορά νερού είναι μη προβλέψιμη με έντονες διακυμάνσεις σε όλες τις χρονικές κλίμακες (πλημμύρες, ξηρασίες). Αντίθετα, η παροχή νερού για την κάλυψη των υδατικών αναγκών (ύδρευσης, άρδευσης) καθορίζεται με διαφορετικούς ρυθμούς από τη ζήτηση. Στην προσπάθεια εξάλειψης αυτής της χρονικής και ποσοτικής διαφοράς προσφοράς-ζήτησης νερού, έγκειται κι η αναγκαιότητα δημιουργίας αποθηκών νερού, δηλαδή ταμειυτήρων. Οι ταμειυτήρες είναι μέρος του «τεχνητού υδατικού περιβάλλοντος» και αποτελούν αξιοσημείωτα έργα αξιοποίησης υδατικών πόρων. Συνήθως βέβαια οι ταμειυτήρες δεν προγραμματίζονται για την εξυπηρέτηση μιας και μόνο χρήσης, αλλά έχουν πολλαπλή σκοπιμότητα, όπως για παράδειγμα την ύδρευση, τη διάθεση νερού για άρδευση, την υδροηλεκτρική αξιοποίηση, την ανάπτυξη τουριστικών δραστηριοτήτων κ.λ.π.

2.3.1 Βασικές έννοιες ταμιευτήρων

- Νεκρός όγκος (dead storage, V_N): ονομάζεται ο όγκος από τη διακοπή του ποταμού μέχρι μια ελάχιστη στάθμη λειτουργίας, που καθορίζεται από τη στάθμη τα υδροληψίας. Μέσα στο νεκρό όγκο αποθηκεύονται τα φερτά υλικά του ποταμού που εισρέουν στον ταμιευτήρα και εναποτίθενται λόγω της επιβράδυνσης μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας ροής.
- Ωφέλιμη χωρητικότητα (active storage, V_Ω): λέγεται ο όγκος μεταξύ της κατώτατης και της ανώτατης (κανονικής) στάθμης λειτουργίας και εκπροσωπεί ουσιαστικά τον μέγιστο απολήψιμο όγκο για τους σκοπούς του έργου.
- Πλημμυρικός όγκος (flood storage, V_Π): είναι ο όγκος μεταξύ της στάθμης λειτουργίας και της στάθμης υπερχειλίσσης, και εκφράζει το μέγιστο όγκο πλημμύρας που μπορεί να ανασχεθεί στον ταμιευτήρα, θεωρώντας την ανώτατη στάθμη λειτουργίας κατά την έναρξη της πλημμύρας σχεδιασμού.



Εικόνα 1: Συνολική ικανότητα όγκου αποθήκευσης ταμιευτήρα, που αποτελείται από τον νεκρό όγκο, την ωφέλιμη χωρητικότητα και τον πλημμυρικό όγκο (Loucks, 2005)

2.3.2 Υδατικό ισοζύγιο

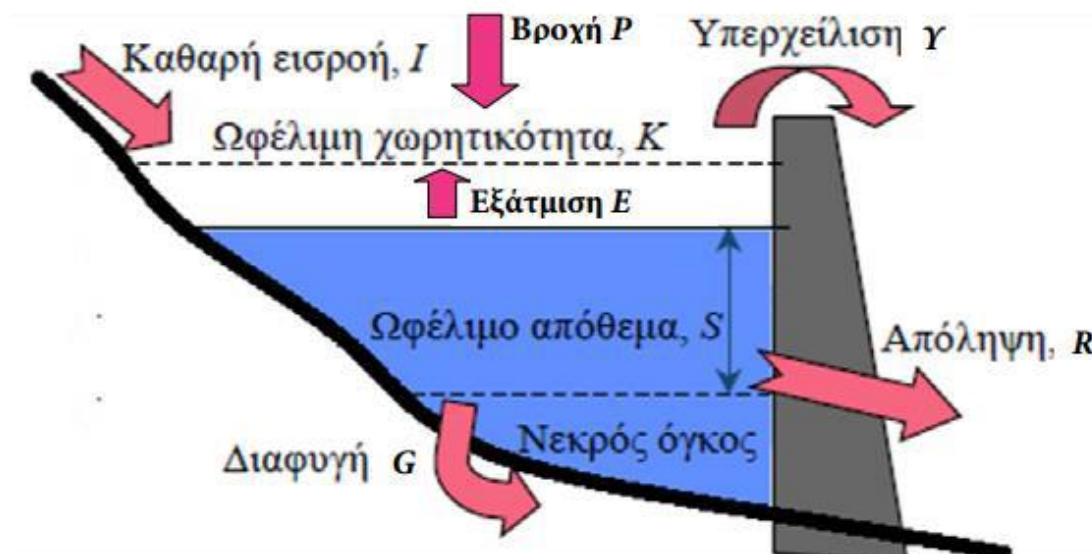
Το υδατικό ισοζύγιο σε επίπεδο ταμιευτήρα αποτελεί τη βασική μαθηματική έκφραση που διέπει τη λειτουργία του. Βασίζεται στην εξίσωση συνέχειας και προκύπτει από το ισοζύγιο μάζας του νερού. Εξισώνοντας εισροές και εκροές, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - O(t)$$

όπου dS/dt ο ρυθμός μεταβολής του αποθέματος S του ταμιευτήρα, $I(t)$ οι αθροιστικές εισροές (σε μονάδες παροχής) και $O(t)$ οι αθροιστικές εκροές.

Οι εισροές προκύπτουν πρωτίστως από τις απορροές της ανάντη λεκάνης που αντιστοιχεί στον ταμιευτήρα, επιφανειακές (ποταμοί, ρέματα) ή υπόγειες (εκφόρτιση υδροφορέων), και δευτερευόντως από τις

κατακρημνίσεις επί της υδάτινης επιφάνειας του ταμιευτήρα, όπως βροχόπτωση και χιονόπτωση. Οι εκροές συνίστανται σε ελεγχόμενες απορροές προς τα κατόντη, όπως απολήψεις ή υπερχειλίσεις, εξάτμιση από την υδάτινη επιφάνεια (καθρέπτη) του ταμιευτήρα και υπόγειες διαφυγές, που κατά περίπτωση μπορεί να είναι σημαντικές.



Εικόνα 2: Διάγραμμα των συνιστωσών υδατικού ισοζυγίου για μεμονωμένο ταμιευτήρα (Κουτσογιάννης 2000, τροποποίηση Μπουζιώτας 2012)

2.3.3 Μοντέλο Λειτουργίας Ταμιευτήρα

Για την περιγραφή της λειτουργίας του ταμιευτήρα χρειάζεται να ορισθούν πρώτα οι ακόλουθες έννοιες:

- **Ωφέλιμο απόθεμα S_t (Storage)**: Ο αποθηκευμένος όγκος νερού σε χρόνο t , πάνω από την ελάχιστη στάθμη λειτουργίας.
- **Καθαρή εισροή X_t (Net inflow)**: Το αλγεβρικό άθροισμα των συνολικών εισροών στον ταμιευτήρα σε διάστημα $(t - 1, t)$ αφαιρώντας τις απώλειες στο ίδιο διάστημα.
- **Ζήτηση Νερού D_t (Water Demand)**: Το σύνολο των απαιτήσεων νερού στο διάστημα $(t - 1, t)$ για την κάλυψη κάθε διαφορετικής χρήσης που εξυπηρετεί ο ταμιευτήρας. Η ποσότητα αυτή μπορεί να παρουσιάζει διακυμάνσεις ανά περίοδο λόγω εποχιακών ζητήσεων, όπως οι αρδευτικές περίοδοι, ή άλλων απαιτήσεων, όπως το ελάχιστο απόθεμα του ταμιευτήρα.
- **Απόληψη, R_t (Release)**: Η ποσότητα νερού που λαμβάνεται από τον ταμιευτήρα στο διάστημα $(t - 1, t)$ για την κάλυψη της ζήτησης στο

χρόνο αυτό. Αν οι ανάγκες καλυφθούν πλήρως, τότε $R_t = \delta_t$, ειδάλλως $R_t < D_t$.

- Υπερχείλιση, W_t (Spill): Το πλεονάζον νερό που δεν μπορεί να αποθηκευτεί λόγω του άνω ορίου ωφέλιμης χωρητικότητας, σε περιόδους πλημμύρας και ταυτόχρονα υψηλής στάθμης.

Μετά από διακριτοποίηση της αρχικής σχέσης, διαμορφώνεται η γενική εξίσωση του υδατικού ισοζυγίου σε διακριτό χρόνο ($t, t + \Delta t$), που αποτελεί τη θεμελιώδη έκφραση για τη μαθηματικοποίηση προβλημάτων διαχείρισης ταμιευτήρων:

$$S_{t+\Delta t} = S_t + I_t - P_t - G_t - E_t - R_t$$

Βέβαια, η ακρίβεια της εξίσωσης υδατικού ισοζυγίου αυξάνει, όσο αυξάνουν η χρονική κλίμακα και το μέγεθος του ταμιευτήρα. Παράλληλα η παραπάνω σχέση συνοδεύεται από πλήθος φυσικών περιορισμών, όπως ο περιορισμός της χωρητικότητας του ταμιευτήρα. Έτσι, οι υπολογισμοί προκύπτουν ως:

$$S_t = \max(0, \min\{S_{t-1} + X_t - D_t, c\})$$

$$R_t = \min(S_{t-1} + X_t, D_t)$$

$$W_t = S_{t-1} - S_t + X_t - R_t = \max\{0, S_{t-1} + X_t - D_t - c\}$$

2.3.4 Αξιοπιστία ταμιευτήρα

Η αξιοπιστία (reliability) αποτελεί θεμελιώδες μέγεθος ενός συστήματος υδατικών πόρων και ορίζεται ως η πιθανότητα επίτευξης μιας συγκεκριμένης επίδοσης για καθορισμένο χρονικό διάστημα και καθορισμένες συνθήκες (Chow *et al.*, 1988, σ. 434). Συμπληρωματική της έννοιας της αξιοπιστίας είναι η πιθανότητα αστοχίας που ορίζεται ως:

$$a = 1 - r = P(X < x^*)$$

όπου X τυχαία μεταβλητή που εκφράζει ένα ποσοτικό μέτρο επίδοσης του συστήματος (π.χ. απόληψη, παραγωγή ενέργειας) και x^* η επιθυμητή τιμή (τιμή-στόχος) της εν λόγω επίδοσης, που καλείται *ασφαλής απόληψη* (safe yield). Τονίζεται ότι η επίδοση του συστήματος θεωρείται τυχαία μεταβλητή, καθώς είναι συνάρτηση των υδρολογικών εισροών, που είναι επίσης τυχαίες μεταβλητές (Koutsoyiannis, 2004).

Η αξιοπιστία σε επίπεδο ταμιευτήρα μπορεί να διατυπωθεί με τρεις τρόπους (Kritskiy & Menkel, 1952):

- Επίπεδο αξιοπιστίας σε ετήσια βάση (R_a): είναι η πιθανότητα κάλυψης της ζήτησης σε χρονική βάση $T = 1$ έτος. Εμπειρικά υπολογίζεται ως ο λόγος των περιόδων στις οποίες ικανοποιείται η ζήτηση (k'), προς το σύνολο των περιόδων προσομοίωσης (k), δηλαδή k'/k .

- Επίπεδο αξιοπιστίας σε βάση χρονικού βήματος (R_m): είναι η πιθανότητα κάλυψης της ζήτησης σε χρονική βάση $t=1$ υπολογιστικό βήμα (π.χ. μήνας). Ουσιαστικά είναι ο αριθμός των χρονικών βημάτων στα οποία ικανοποιείται η ζήτηση (n'), προς το σύνολο των χρονικών βημάτων της προσομοίωσης (n), δηλαδή n'/n .
- Ογκομετρική έκφραση αξιοπιστίας (R_v): είναι η πραγματική απόληψη στην περίοδο t ενός χρονικού βήματος, ως ποσοστό της συνολικής επιθυμητής απόληψης τη συγκεκριμένη περίοδο. Υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των πραγματικών απολήψεων στο συνολικό αριθμό των ετήσιων περιόδων προσομοίωσης.

Η σχέση μεταξύ των τριών διαφορετικών μέτρων αξιοπιστίας είναι:

$$R_a < R_t < R_v$$

δεδομένου ότι η μη ικανοποίηση της ζήτησης σε ένα έτος, δε συνεπάγεται αδυναμία κάλυψης της ζήτησης σε όλη τη διάρκεια του έτους κι επιπλέον κατά την περίοδο που δεν ικανοποιείται η ζήτηση, η απόληψη δεν είναι μηδενική, αλλά $0 < R_v < D$.

Έχει επικρατήσει υπέρ ασφαλείας οι υπολογισμοί για τη διαστασιολόγηση ταμιευτήρων να γίνονται με χρήση της πρώτης έκφρασης της αξιοπιστίας (R_a , ετήσια βάση), παρότι έτσι αυξάνεται σημαντικά η χωρητικότητα του ταμιευτήρα.

2.3.5 Υδρολογικός σχεδιασμός ταμιευτήρων

Από τη σκοπιά του υδρολογικού σχεδιασμού ταμιευτήρα, εκείνο που έχει πολύ μεγάλη σημασία είναι η αξιόπιστη διαστασιολόγησή του. Ο καθορισμός, με άλλα λόγια, των διαστάσεων του όγκου αποθήκευσης του νερού (ωφέλιμη χωρητικότητα), ώστε να είναι συμβατός με τις αναμενόμενες εισροές, αλλά και να παρέχει μια αποδεκτή διακινδύνευση, δηλαδή πιθανότητα ότι η εν λόγω χωρητικότητα θα επαρκεί για την ικανοποίηση του εκάστοτε σκοπού.

2.3.6 Συμβατική μέθοδος διαστασιολόγησης ταμιευτήρα

Οι πρώτες προσεγγίσεις του ζητήματος της διαστασιολόγησης ταμιευτήρων, δεδομένης της ελλιπούς επιστημονικής γνώσης, διέφεραν αρκετά από τις σημερινές πρακτικές. Ήταν βασισμένες σε μια πλήρως ντετερμινιστική θεώρηση, γεγονός που δημιουργούσε αρκετά προβλήματα ειδικά σε ότι αφορά την αξιοπιστία του σχεδιασμού. Ακόμη, οι προσεγγίσεις αυτές εμπεριείχαν μη ρεαλιστικές υποθέσεις, όπως η ανεξαρτησία των εισροών στο χρόνο, γεγονός που έδωσε χώρο για περαιτέρω διερεύνηση, που τελικά οδήγησε στη χρήση τεχνικών προσομοίωσης.

Μια από της πιο γνωστές και ευρέως χρησιμοποιούμενες κλασικές μεθόδους διαστασιολόγησης είναι η μέθοδος Rippl (1883), που βασίζεται

στην ανάλυση των αποκλίσεων των ιστορικών όγκων εισροής στον ταμιευτήρα. Δηλαδή, σε πρώτη φάση κατασκευάζεται η αθροιστική καμπύλη των εισροών-εκροών και εν συνεχεία με γραφική μέθοδο προσδιορίζεται η εγγυημένη ασφαλής απόληψη (firm yield) κι άρα η χωρητικότητα του ταμιευτήρα. Στο ίδιο λογικό πλαίσιο κινείται και η μέθοδος των διαδοχικών κορυφών (Sequent Peak Method) των Thomas και Burden (1963), που αποτελεί μια πινακοποιημένη εκδοχή της μεθόδου Rippl. Ωστόσο, η άμεση εξάρτηση των συγκεκριμένων μεθόδων από το ιστορικό δείγμα, σε συνδυασμό με την αδυναμία τους να δώσουν το επίπεδο της διακινδύνευσης του σχεδιασμού, φάνηκε να προβληματίζει.

2.3.7 Μη συμβατική μέθοδοι διαστασιολόγησης ταμιευτήρα

Με την πάροδο των χρόνων, η ανάπτυξη των στοχαστικών μεθόδων και της στατιστικής άρχισε να δημιουργεί έναν διαφορετικό τρόπο σκέψης και προσέγγισης του προβλήματος. Πρώτος ο Αμερικανός Hazen (1914) εισήγαγε την έννοια της αξιοπιστίας και της σχέσης χωρητικότητας-ασφαλούς απόληξης-αξιοπιστίας (XAA), ενώ αρκετά αργότερα υλοποιήθηκε στην πράξη σχεδιασμός ταμιευτήρων σε αυτή τη βάση από τους Kritskiy (1935), Menkel (1940) και Savarenskiy (1940). Για τη διευκόλυνση της πρακτικής εφαρμογής της νέας μεθόδου κατασκευάστηκαν μάλιστα σχετικά νομογραφήματα (Pleshkov, 1939). Παράλληλα, διατυπώθηκε το μαθηματικό μοντέλο της στοχαστικής συμπεριφοράς (Kolmogorov, 1940), αρχικά ως αποτέλεσμα μελέτης της τύρβης, αλλά αργότερα και για τους ταμιευτήρες (Moran, 1954).

Αυτή η στοχαστική μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε πρώτη φάση στις κλασικές μεθοδολογίες σχεδιασμού. Συγκεκριμένα, έγιναν προσπάθειες στατιστικής μελέτης του εύρους (range) εισροών-εκροών για το σχεδιασμό ταμιευτήρων και της εξάρτησης του από το μήκος του δείγματος (Hurst, 1951). Επίσης διερευνήθηκε η επίδραση της χρήσης συνθετικών χρονοσειρών, αντί ιστορικών, στη μέθοδο Rippl (Schulz, 1976).

2.3.8 Γενικευμένη διαδικασία προσομοίωσης για σχεδιασμό ταμιευτήρων

Ως αποτέλεσμα των παραπάνω, το γενικό πλαίσιο που προτείνεται για το σχεδιασμό ταμιευτήρων είναι η αποφυγή ντετερμινιστικών μεθόδων, μεθόδων στοχαστικής προσομοίωσης που δεν αναπαράγουν τη δυναμική Hurst-Kolmogorov και των αντίστοιχων λογισμικών που τα υλοποιούν. Παρόλα αυτά, λόγω της πολυπλοκότητας των υδρολογικών σχέσεων, συνίσταται η αποδοχή κάποιων απλουστευτικών παραδοχών που αφορούν στην εποχικότητα και στις δευτερεύουσες ροές, που μπορούν να αγνοηθούν υιοθετώντας ετήσια κλίμακα μελέτης και θεωρώντας ομοιόμορφη εισροή και εκροή στην ετήσια διάρκεια. Ενώ μπορεί να χρησιμοποιηθούν κανονική, log-normal ή gamma πιθανοτική κατανομή για τις εισροές.

Για τον προκαταρκτικό σχεδιασμό ταμιευτήρα προτείνεται:

- Κατασκευή συνθετικής χρονοσειράς εισροών κατάλληλης χρονικής κλίμακας (π.χ. μηνιαία) κάνοντας χρήση στοχαστικού μοντέλου, που αναπαράγει τη δυναμική Hurst-Kolmogorov (π.χ. Koutsoyiannis,2003 και Langoussis & Koutsoyiannis,2006)¹
- Κατάρτιση της σχέσης χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης – αξιοπιστίας, με βάση την εξίσωση υδατικού ισοζυγίου. Οι υπολογισμοί γίνονται μέσω της σχέσης $S_t = \max[0, \min(S_{t-1} + x_t - D_t, c)]$, όπου s_t το απόθεμα, x_t η ολική καθαρή εισροή και D_t η ζήτηση στο χρόνο t , ενώ c η ωφέλιμη χωρητικότητα του ταμιευτήρα. Αστοχία υπάρχει όταν $S_t = 0$.
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται με βελτιστοποίηση, για διαφορετικές χωρητικότητες ταμιευτήρα λαμβάνοντας υπόψη οικονομοτεχνικά και περιβαλλοντικά στοιχεία.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν αφορούν τον υπέρ-ετήσιο ρυθμιστικό όγκο του ταμιευτήρα. Προφανώς πρέπει να προστεθεί ο όγκος της εποχιακής ρύθμισης, που αποτελεί περίπου το 50% - 80% της ετήσιας ζήτησης. Τα μεγαλύτερα ποσοστά αφορούν τους αρδευτικούς ταμιευτήρες. Σε περίπτωση που είναι επιθυμητή η πιο λεπτομερής προσομοίωση, είναι απαραίτητο στην προσομοίωση να ληφθούν υπόψη οι διαφυγές και η εξάτμιση μελετώντας της αντίστοιχες σχέσεις.

¹ Σημειώνεται πως υπάρχουν φωνές που θεωρούν υπερβολική τη διατήρηση της μακροχρόνιας εμμονής στο σχεδιασμό ταμιευτήρα υποστηρίζοντας ότι οδηγεί σε μεγάλο όγκο ταμιευτήρες χωρίς πρακτικό κοινωνικοοικονομικό όφελος (Klemeš *et al.*, 1981).

3. Ο στοχαστικός χαρακτήρας των υδρολογικών μεταβλητών

3.1 Ορισμός βασικών εννοιών στατιστικής

Βασικός σκοπός της στατιστικής είναι η σύνοψη δεδομένων που προέρχονται από παρατηρήσεις με στόχο την εξαγωγή γενικευμένων συμπερασμάτων. Η στοιχειώδης «μονάδα» στην οποία στηρίζεται είναι η παρατήρηση, ενώ τα αποτελέσματα προκύπτουν από την επεξεργασία ενός συνόλου παρατηρήσεων. Το σύνολο αυτό ονομάζεται δείγμα, και ουσιαστικά αποτελεί μέρος του συνόλου των δυνατών παρατηρήσεων, δηλαδή του πληθυσμού.

Στην κλασική στατιστική, ως δείγμα μεγέθους (ή μήκους) n , μιας τυχαίας μεταβλητής X με πυκνότητα πιθανότητας $f(X)$, είναι μια ακολουθία n ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών X_1, X_2, \dots, X_n με κοινή πυκνότητα πιθανότητας $f(x)$, η οποία ορίζεται στο δειγματικό χώρο $\Omega^n = \Omega \times \dots \times \Omega$ (Paroulis, 1990). Κάθε μία από τις μεταβλητές X_i αντιστοιχεί στις δυνατές εκβάσεις μια μέτρησης ή παρατήρησης της μεταβλητής X . Αφού εκτελεστούν οι μετρήσεις, για κάθε μια μεταβλητή θα έχουμε μία μέτρηση, άρα συνολικά θα έχουμε την αριθμητική ακολουθία x_1, x_2, \dots, x_n , την οποία καλούμε παρατηρημένο δείγμα ή απλώς παρατηρήσεις (Κουτσογιάννης, 1997). Πρέπει να δοθεί προσοχή ώστε το δείγμα να είναι αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού, καθώς σε περίπτωση που υπάρχει στρέβλωση, προκατάληψη ή μεροληψία, το αποτέλεσμα θα είναι παραπλανητικό. Η λήψη ενός δείγματος, ή αλλιώς *δειγματοληψία*, στην υδρολογία γίνεται κατά κανόνα με την εκτέλεση πολλαπλών μετρήσεων ενός φυσικού φαινομένου σε διάφορες χρονικές στιγμές. Οπότε, οι απαιτούμενες προϋποθέσεις ανεξαρτησίας των μετρήσεων και ισοδυναμίας των συνθηκών κάτω από τις οποίες έγιναν, είναι αδύνατο να εξασφαλίζονται πάντα.

Με τον όρο στατιστική συνάρτηση εννοούμε κάθε συνάρτηση των τυχαίων μεταβλητών του δείγματος, της μορφής $\theta = g(X_1, \dots, X_n)$ (Κουτσογιάννης, 1997).

Με τον όρο *εκτιμήτρια* μιας παραμέτρου η του πληθυσμού εννοούμε μια στατιστική συνάρτηση της μορφής $\theta = g(X_1, \dots, X_n)$, η οποία είναι κατάλληλη για την εκτίμηση αυτής της παραμέτρου (Κουτσογιάννης, 1997).

Εκτίμηση διαστήματος μιας παραμέτρου η είναι ένα διάστημα της μορφής (θ_1, θ_2) , όπου $\theta_1 = g_1(x_1, \dots, x_n)$ και $\theta_2 = g_2(x_1, \dots, x_n)$ είναι συναρτήσεις των παρατηρήσεων του δείγματος. Το διάστημα (θ_1, θ_2) που ορίζουν οι αντίστοιχες στατιστικές συναρτήσεις $\theta_1 = g_1(X_1, \dots, X_n)$ και $\theta_2 = g_2(X_1, \dots, X_n)$ λέγεται εκτιμήτρια διαστήματος της η . Το διάστημα αυτό ονομάζεται *διάστημα εμπιστοσύνης* γ της παραμέτρου η , όταν:

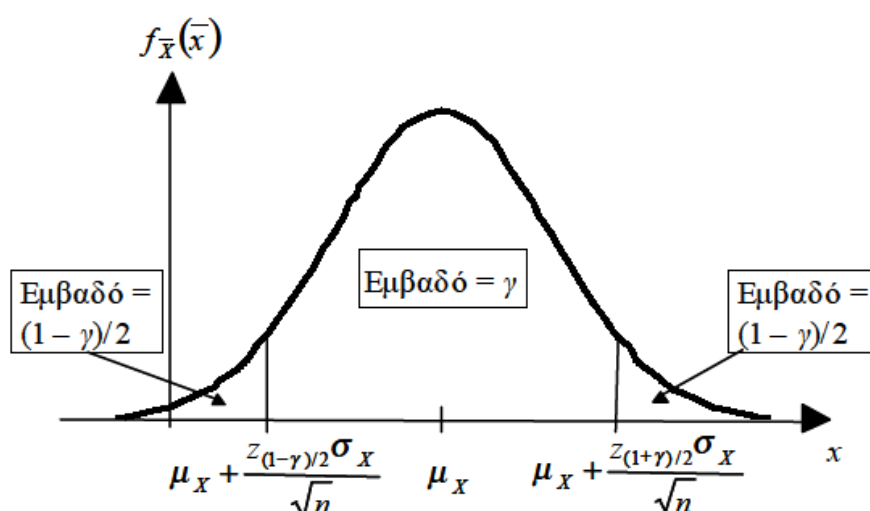
$$P(\theta_1 < \eta < \theta_2) = \gamma$$

,όπου γ είναι δεδομένη σταθερά ($0 < \gamma < 1$). Η σταθερά αυτή ονομάζεται συντελεστής εμπιστοσύνης. Η διαφορά $\alpha = 1 - \gamma$ ονομάζεται επίπεδο εμπιστοσύνης και τα όρια θ_1, θ_2 ονομάζονται όρια εμπιστοσύνης.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εκτίμηση του μέσου του πληθυσμού, με τη βοήθεια του δειγματικού μέσου και των ορίων εμπιστοσύνης του. Σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα η δειγματική μέση τιμή \bar{X} (ως μέσος όρος n τυχαίων μεταβλητών) ακολουθεί κανονική κατανομή υπό την προϋπόθεση ότι το n είναι αρκετά μεγάλο. Έτσι, για τα όρια εμπιστοσύνης μέσης τιμής δείγματος, για γνωστή διασπορά πληθυσμού προκύπτει:

$$P \left(\bar{X} - \frac{z_{(1+\gamma)/2} \sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{X} + \frac{z_{(1+\gamma)/2} \sigma_x}{\sqrt{n}} \right) = \gamma$$

,συμβολίζοντας με $z_{(1+\gamma)/2}$ το $((1+\gamma)/2)$ - ποσοστημόριο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής $N(0,1)$, δηλαδή το σημείο z που αντιστοιχεί σε πιθανότητα μη υπέρβασης $(1+\gamma)/2$. Λόγω συμμετρίας ισχύει $z_{(1+\gamma)/2} = -z_{(1-\gamma)/2}$.



Εικόνα 3: Σκαρίφημα ορίων εμπιστοσύνης μέσης τιμής (Στατιστική Υδρολογία-Κουτσογιάννης, 1996)

3.2 Στοχαστική ανέλιξη και πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών

Στοχαστική ανέλιξη (stochastic process) ονομάζεται μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών X_t , όπου t παράμετρος που λαμβάνει τιμές από ένα σύνολο T , και το οποίο συνήθως παριστάνει χρόνο (Κουτσογιάννης, 1997). Μια υλοποίηση της στοχαστικής ανέλιξης, δηλαδή ένα σύνολο παρατηρήσεων $x(t)$ της $X(t)$, διατεταγμένο σε αυστηρή χρονική ακολουθία, καλείται χρονοσειρά (time series). Χρήσιμα στατιστικά χαρακτηριστικά μιας στοχαστικής ανέλιξης είναι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση, η αυτοσυνδιασπορά και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης.

- Μέση τιμή:

$$\mu(t) = E[X(t)]$$

- Τυπική απόκλιση:

$$\sigma(t) = \sqrt{\text{Var}[X(t)]} = \sqrt{E[X(t)] - \mu(t)^2}$$

- Αυτοσυνδιασπορά ταξης τ :

$$\gamma(t; \tau) = \text{Cov}[X(t), X(t + \tau)] = E[(X(t) - \mu(t))(X(t + \tau) - \mu(t + \tau))]$$

- Συντελεστής αυτοσυσχέτισης τάξης r (με τιμές $[-1,1]$):

$$\rho(t; \tau) = \frac{\text{Cov}[X(t), X(t + \tau)]}{\sqrt{\sqrt{\text{Var}[X(t)] * \text{Var}[X(t + \tau)]}}$$

Στην περίπτωση που τα στατιστικά χαρακτηριστικά μιας ανέλιξης δεν μεταβάλλονται με το χρόνο, αυτή καλείται *στάσιμη* (stationary).

Από την οπτική γωνία της θεωρίας πιθανοτήτων, οι υδρολογικές διεργασίες αντιμετωπίζονται ως στοχαστικές ανελίξεις. Παρόλα αυτά, δεν σημαίνει ότι δεν υπακούουν σε κανένος είδους αιτιοκρατία. Τα υδρομετεωρολογικά μμεγέθη εμφανίζουν περιοδικές διακυμάνσεις κατά την διάρκεια του έτους, εξαιτίας της ετήσιας κίνησης της γης και των κλιματικών φαινομένων που προκαλεί. Αυτές οι περιοδικές διακυμάνσεις αποτελούν την προσδιοριστική συνιστώσα των διεργασιών και μπορούν να συμπεριληφθούν στη στοχαστική ανέλιξη X_t . Τότε προφανώς η ανέλιξη δεν μπορεί να θεωρηθεί στάσιμη, αφού τα στατιστικά χαρακτηριστικά μεταβάλλονται περιοδικά.

Το ουσιώδες χαρακτηριστικό της X_t είναι η στοχαστική δομή ή αλλιώς μνήμη, δεδομένου ότι οι τιμές της για διάφορες τιμές του t είναι στατιστικά εξαρτημένες. Η μνήμη είναι θεμελιώδες χαρακτηριστικό όλων των υδρομετεωρολογικών διεργασιών και οφείλεται στην φυσική επίδραση των προηγούμενων πραγματοποιήσεων των ίδιων ή άλλων διεργασιών, με τις οποίες συνδέονται με σχέσεις αιτίου και αποτελέσματος.

3.3 Δυναμική Hurst- Kolmogorov

Αρχικά, η μνήμη των φυσικών διεργασιών παρατηρήθηκε από το Βρετανό μηχανικό Hurst, ο οποίος μελετούσε χρονοσειρές απορροών του ποταμού Νείλου με μεγάλο μήκος. Κατά τη μελέτη τους διαπιστώθηκε η τάση εμφάνισης των υγρών και των ξηρών ετών κατά ομάδες και, συνεπώς, ο σχηματισμός μακρών περιόδων με ομαδοποιημένα υγρά και ξηρά έτη, αντίστοιχα. Η ιδιότητα αυτή ονομάστηκε φαινόμενο Hurst, ενώ είχε περιγραφεί μαθηματικά αρκετά χρόνια πριν την παρατήρηση αυτή από τον Kolmogorov κατά τη μελέτη φαινομένων τύρβης, με το αντίστοιχο μοντέλο να έχει ονομασθεί στοχαστική ανέλιξη απλής ομοιοθεσίας (Simple Scaling Stochastic Process). Ορθότερος συνεπώς είναι ο χαρακτηρισμός του φαινομένου ως δυναμική Hurst-Kolmogorov, το οποίο συναντάται στη

βιβλιογραφία και ως ομοιοθεσία (scaling) ή μακροπρόθεσμη εμμονή (long-term persistence) .

Η δυναμική Hurst-Kolmogorov στις στοχαστικές ανεξίτητες οδηγεί σε διατήρηση υψηλής αυτοσυσχέτισης μεταξύ των τιμών για μεγάλες χρονικές τάξεις τ , οδηγώντας σε τάση ομαδοποίησης υψηλών και χαμηλών τιμών, καθώς και στη χαρακτηριστική εικόνα αυτοσυσχετογραμμάτων με «μακρά ουρά», όπου οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης διατηρούν συνεχώς θετικές τιμές.

Για την ποσοτικοποίηση και αξιολόγηση της εμμονής χρησιμοποιείται ο συντελεστής Hurst, H , ο οποίος λαμβάνει τιμές που ανήκουν στο διάστημα $(0, 1)$. Για $H = 0.5$ υπάρχει χρονική ανεξαρτησία των τιμών, ενώ για $0.5 < H < 1.0$ εμφανίζεται εμμονή, η οποία γίνεται πιο έντονη όσο μεγαλώνει η τιμή του συντελεστή. Για $0 < H < 0.5$ η διεργασία εμφανίζει αντι-εμμονή (anti-persistence), δηλαδή μία μείωση στις τιμές της χρονοσειράς είναι πιθανό να ακολουθείται από μία αύξησή τους.

Στην Υδρολογία, η δυναμική Hurst-Kolmogorov αποτελεί σημαντική ιδιότητα ενός πλήθους υδρολογικών μεταβλητών με σημαντικότερη αυτή της απορροής. Είναι επιτακτική, επομένως, η διατήρησή της κατά τη δημιουργία συνθετικών χρονοσειρών προκειμένου να διατηρηθεί η τάση ομαδοποίησης των ετών υψηλής και χαμηλής υδροφορίας, η οποία εν γένει οδηγεί σε πιο δυσμενείς λύσεις στη διαχείριση υδροσυστημάτων (Bras and Rodriguez-Iturbe 1993, Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης 2004). Η επιρροή της ιδιότητας στη διαχείριση των υδατικών πόρων είναι εμφανής: η ομαδοποίηση των υγρών ετών οδηγεί σε επίμονα πλημμυρικά φαινόμενα (Bloschl and Montanari 2010) και αυξάνει την πιθανότητα υπερχειλίσεων από τους ταμιευτήρες, ενώ η εμφάνιση επίμονων ξηρασιών που συνεπάγονται τα ομαδοποιημένα ξηρά έτη έχει δυσμενή επίπτωση στις περιπτώσεις κάλυψης υδρευτικών και αρδευτικών ζητήσεων.

Ωστόσο, η εύρεση του συντελεστή Hurst βάσει των διαθέσιμων δεδομένων και, γενικότερα, η τεκμηρίωση εμμένουσας συμπεριφοράς μέσω της εικόνας των χρονοσειρών είναι ιδιαίτερα δυσχερής, δεδομένου ότι απαιτείται ιστορικό δείγμα μεγάλου μήκους (της τάξης των μερικών εκατοντάδων ετών). Η διαθέσιμη υδρολογική πληροφορία σπανίως ξεπερνά το χρονικό βάθος μίας εκατονταετίας, ενώ στον ελληνικό χώρο είναι συνήθως της τάξης των μερικών δεκάδων ετών, καθιστώντας τη δειγματική εκτίμηση της συμπεριφοράς μακράς κλίμακας ιδιαίτερα επισφαλή.

3.4 Γέννηση τυχαίων αριθμών με μακροπρόθεσμη εμμονή

Η τάση ομαδοποίησης των ακραίων γεγονότων στην πάροδο του χρόνου και εν προκειμένω των εισροών, οδήγησε μεταξύ άλλων και στην ανάπτυξη της μεθόδου του κυλιόμενου συμμετρικού μέσου (symmetric moving average-SMA), με την οποία γεννώνται τυχαίοι αριθμοί που εσωκλείουν μακροπρόθεσμη εμμονή.

Η ανέλιξη SMA έχει εισαχθεί από τον Koutsoyiannis (2000) και μετασχηματίζει μία ακολουθία λευκού θορύβου v_i σε μια χρονικά συσχετισμένη ακολουθία x_i βάσει της αναδρομικής σχέσης:

$$x_i = \sum_{j=-q}^q a_j V_{i+j} = a_q V_{i-q} + \dots + a_1 V_{i-1} + a_0 V_i + a_1 V_{i+1} + \dots + a_q V_{i+q}$$

όπου

a_j : συντελεστές βάρους

q : το θεωρητικά άπειρο πλήθος των συντελεστών βάρους

Συγκεκριμένα για ανέλιξη Hurst-Kolmogorov είναι (Koutsoyiannis, 2002):

$$a_j \approx \frac{\sqrt{(2-2H)y_0}}{3-2H} [|j+1|^{H+0.5} + |j-1|^{H+0.5} - 2|j|^{H+0.5}]$$

όπου H ο συντελεστής Hurst.

3.5 Γέννηση συνθετικών χρονοσειρών

Όπως προαναφέρθηκε, η στοχαστική ανάλυση παρουσιάζει συγκριτικά πλεονεκτήματα, διότι ποσοτικοποιεί την υδρολογική αβεβαιότητα, ενώ παράλληλα διατηρεί το χαρακτήρα της χρονικής συσχέτισης των υδρολογικών μεταβλητών. Στα προβλήματα διαχείρισης υδατικών πόρων η στοχαστική (Monte Carlo) προσομοίωση επιτρέπει την παραγωγή συνθετικών δεδομένων, τα οποία καθιστούν δυνατή τη διερεύνηση της απόκρισης των υδροσυστημάτων σε ένα πλήθος υποθετικών σεναρίων, στατιστικά ισοδύναμων με το ιστορικά παρατηρημένο. Γίνεται εμφανές δε ότι η γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μεγάλου μήκους επιτρέπει την ανάλυση διακινδύνευσης των χρήσεων νερού στο υδροσύστημα και την εκτίμηση της αξιοπιστίας. Σημειώνεται ωστόσο πως τα συνθετικά δείγματα δεν υποκαθιστούν τις ιστορικές μετρήσεις, καθώς δεν προσθέτουν πληροφορία (Κουτσογιάννης, 2000), απλώς ανεξαρτητοποιούν τα αποτελέσματα ανάλυσης του υδροσυστήματος από το μήκος της χρονοσειράς εισόδου, κάτι το οποίο είναι εμφανές στην περίπτωση χρήσης ιστορικών χρονοσειρών περιορισμένου μήκους. Ένα στοχαστικό μοντέλο παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών είναι η Κασταλία τα χαρακτηριστικά της οποίας αναλύονται στη συνέχεια.

3.6 Το υπολογιστικό σύστημα Κασταλία

Η *Κασταλία* (Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2004, Efstratiadis *et al.*, 2014) είναι ένα ελεύθερο λογισμικό που αναπτύχθηκε και υποστηρίχθηκε από την ερευνητική ομάδα ΙΤΙΑ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και μπορεί να δημιουργήσει συνθετικές χρονοσειρές διατηρώντας παράλληλα τα βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά μιας υδρομετεωρολογικής μεταβλητής.

Η αρχική έκδοση του προγράμματος για μηνιαία στοχαστική προσομοίωση υλοποιήθηκε στο πλαίσιο ερευνητικού προγράμματος κι

εντάχθηκε στο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων για τη διαχείριση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας. Πλέον, το μοντέλο υιοθετεί ένα στοχαστικό σχήμα πολλών μεταβλητών, το οποίο υλοποιείται σε τρία χρονικά επίπεδα. Το πρώτο επίπεδο αναφέρεται σε χρονοσειρές ετήσιας κλίμακας, όπου οι στοχαστικές ανελίξεις θεωρούνται στάσιμες, το δεύτερο επίπεδο αναφέρεται σε χρονοσειρές μηνιαίας κλίμακας, ενώ το τρίτο επίπεδο σε χρονοσειρές ημερήσιας χρονικής κλίμακας (συνήθεις κλίμακες μελέτης υδρολογικών διεργασιών).

Η διαδικασία παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών που εφαρμόζεται στην *Κασταλία* διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά έως και τρίτης τάξης (μέση τιμή, διασπορά, συντελεστής ασυμμετρίας) καθώς και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των από κοινού συναρτήσεων, όπως τις αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης και οι ετεροσυσχετίσεις μηδενικής τάξης. Αυτές εξάλλου θεωρούνται οι ουσιώδεις στατιστικές παράμετροι που πρέπει να διατηρούνται από τα στοχαστικά υδρολογικά μοντέλα (Matalas *et al.*, 1976).

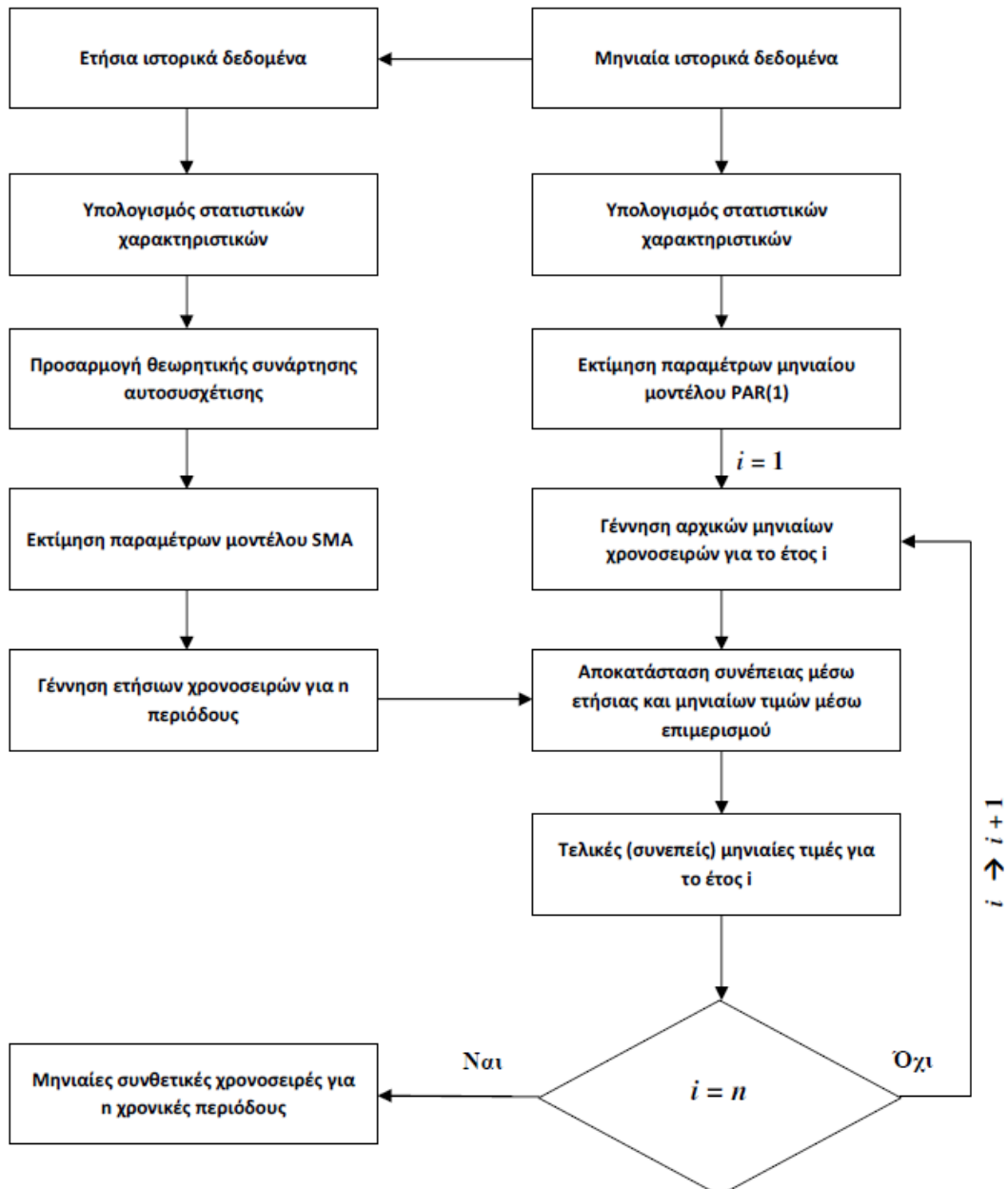
Στη συνέχεια περιγράφεται η διαδικασία προσομοίωσης των δύο πρώτων χρονικών επιπέδων, που αφορούν την παρούσα εργασία.

Στο μοντέλο εισάγονται τα μηνιαία ιστορικά δείγματα των μεταβλητών, βάσει των οποίων προκύπτουν τα αντίστοιχα ετήσια. Αρχικά υπολογίζονται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά, σε μηνιαία και ετήσια βάση. Στην συνέχεια, για κάθε ετήσια μεταβλητή ορίζεται μια θεωρητική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία περιγράφει την μακροπρόθεσμη εμμονή της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας. Η δομή της αυτοσυσχέτισης αναπαράγεται μέσω ενός στάσιμου μοντέλου συμμετρικά κινούμενων μέσων όρων (μοντέλο SMA), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ετήσιων ιστορικών χρονοσειρών. Το σχήμα SMA χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών σε όλες τις θέσεις και για όλο τον χρονικό ορίζοντα της προσομοίωσης, μιας και έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση.

Για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μηνιαίας κλίμακας χρησιμοποιείται το πολυμεταβλητό μοντέλο PAR(1), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των μηνιαίων ιστορικών χρονοσειρών. Για τη γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών, αρχικά γεννώνται για κάθε έτος οι αντίστοιχες μηνιαίες συνθετικές χρονοσειρές, χωρίς αναφορά στις ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές, επομένως δεν υπάρχει συνέπεια μεταξύ των συνθετικών μηνιαίων και ετήσιων χρονοσειρών. Για την αποκατάσταση της συνέπειας εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής (μοντέλο επιμερισμού), μέσω της οποίας οι μηνιαίες συνθετικές τιμές διορθώνονται, προκειμένου το άθροισμα των διορθωμένων μηνιαίων τιμών να είναι ίσο με την αντίστοιχη ετήσια. Η διαδικασία γέννησης μηνιαίων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε προκύπτει ένα τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι συνεπές με το ετήσιο, το οποίο έχει προκύψει με εφαρμογή του

πολυμεταβλητού σχήματος SMA και έτσι αναπαράγεται η μακροπρόθεσμη εμμονή της ιστορικής χρονοσειράς.

Η *Κασταλία* κωδικοποιήθηκε αρχικά στη γλώσσα προγραμματισμού Delphi, ενώ πλέον είναι διαθέσιμη και ως *CastaliaR*, σε μορφή πακέτου (package) σε γλώσσα R, όπως αναπτύχθηκε από τους Ι. Τσουκαλά και Π. Κοσιέρη, Υποψήφιους Δρ. ΕΜΠ. Το λογισμικό είναι διαθέσιμο στη διεύθυνση: <http://www.itia.ntua.gr/en/softinfo/2/>



Σχήμα 2: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για τη στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων σε μηνιαία χρονική κλίμακα, για n συνολικά έτη (Ευστρατιάδης & Κουτσογιάννης, 2004)

4. Εκτίμηση αβεβαιότητας υδρολογικών δειγμάτων

4.1 Σκοπός

Όπως αναφέρεται προηγουμένως, ο τρόπος λειτουργίας των στοχαστικών μοντέλων προσομοίωσης στηρίζεται στην αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών του παρατηρημένου δείγματος. Με βάση αυτά, χρησιμοποιώντας Monte Carlo προσομοίωση και κατάλληλους στοχαστικούς αλγορίθμους, δημιουργούνται συνθετικές χρονοσειρές που διατηρούν τα ιστορικά χαρακτηριστικά κι ενίοτε τη μνήμη των υδρολογικών μεγεθών.

Ωστόσο, τα στατιστικά χαρακτηριστικά των δεδομένων εισόδου, που αναπαράγονται στις στοχαστικές συνθετικές χρονοσειρές, ενέχουν εκ των πραγμάτων μια αβεβαιότητα, η οποία δε λαμβάνεται υπόψη στις έως τώρα πρακτικές. Ποια θα ήταν η απόκριση του συστήματος, αν αντί για το παρατηρημένο δείγμα n ετών, είχαμε στη διάθεσή μας τα προηγούμενα ή τα επόμενα n έτη; Η διερεύνηση και ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας των στατιστικών χαρακτηριστικών των δεδομένων εισόδου και η επίδρασή της στις παραγόμενες χρονοσειρές είναι ακριβώς ο στόχος του παρόντος κεφαλαίου.

4.2 Μέθοδοι προσέγγισης της αβεβαιότητας στατιστικών χαρακτηριστικών δείγματος

Η εκτίμηση της αβεβαιότητας των στατιστικών χαρακτηριστικών δεν είναι μια εύκολη διαδικασία. Οι περισσότερες σχετικές προσπάθειες αφορούν στη μελέτη των στατιστικών χαρακτηριστικών της δειγματικής μέσης τιμής και μόνο, καθώς αντίστοιχοι υπολογισμοί των υπόλοιπων ροπών είναι δύσκολο, κι ίσως αδύνατο, να γίνουν με αναλυτικές σχέσεις. Προφανώς οι αντίστοιχοι υπολογισμοί περιπλέκονται ακόμη περισσότερο σε κυκλοστάσιμες ανελίξεις.

Στη συνέχεια αναφέρονται ενδεικτικά οι επικρατέστερες προσεγγίσεις για τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δειγματικού μέσου.

Η κλασική στατιστική βασίζεται στην παραδοχή της χρονικής ανεξαρτησίας των υδρολογικών δειγμάτων. Η πιο κοινή στατιστική συνάρτηση είναι η δειγματική μέση τιμή, η οποία αποτελεί εκτιμήτρια της μέσης της μέσης τιμής και ορίζεται από τη σχέση:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Ενώ εύκολα αποδεικνύεται ότι $E[\bar{X}] = E[X]$ και $Var[\bar{X}] = \frac{Var[X]}{n}$, άρα η εκτιμήτρια είναι αμερόληπτη και συνεπής.

Η τυπική απόκλιση της δειγματικής μέσης τιμής υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Std \bar{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Παρόλα αυτά, η θεώρηση της κλασικής στατιστικής που αναφέρεται παραπάνω, συγκρούεται με τη στοχαστική φύση των υδρολογικών χρονοσειρών, αποτυγχάνοντας να αποδώσει τόσο τη βραχυπρόθεσμη (short-term persistence, STP), όσο και τη μακροπρόθεσμη (long-term persistence, LTP) εμμονή που διέπει τις υδρολογικές διαδικασίες. Λόγω της απλουστευτικής αυτής παραδοχής, εισάγεται μια αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις των διαφόρων στατιστικών μεγεθών, με αποτέλεσμα η χρήση των κλασικών εκτιμητριών να αποτυγχάνει να αποδώσει τις πραγματικές τιμές των μεγεθών. Κατά καιρούς, έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις που στόχο έχουν την αναπαραγωγή του στοχαστικού χαρακτήρα των υδρολογικών μεταβλητών.

Μια από αυτές είναι η «Μαρκοβιανή» προσέγγιση, η οποία προσπαθεί να περιγράψει τη βραχυπρόθεσμη μνήμη των ιστορικών χρονοσειρών. Μια ανέλιξη $X(t)$ στην οποία, αν είναι γνωστό το παρόν, το μέλλον δεν εξαρτάται από παρελθόν αλλά μόνο από το παρόν, λέγεται ανέλιξη Μαρκόφ. Συμβολικά, για $t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$, και $\tau > 0$, ισχύει:

$$P\{X(t + \tau) \leq x / X(t), X(t_2), \dots, X(t_1)\} = P\{x(t + \tau) \leq x / x(t)\}$$

Αν η x_i είναι στάσιμη ανέλιξη σε διακριτό χρόνο, τότε:

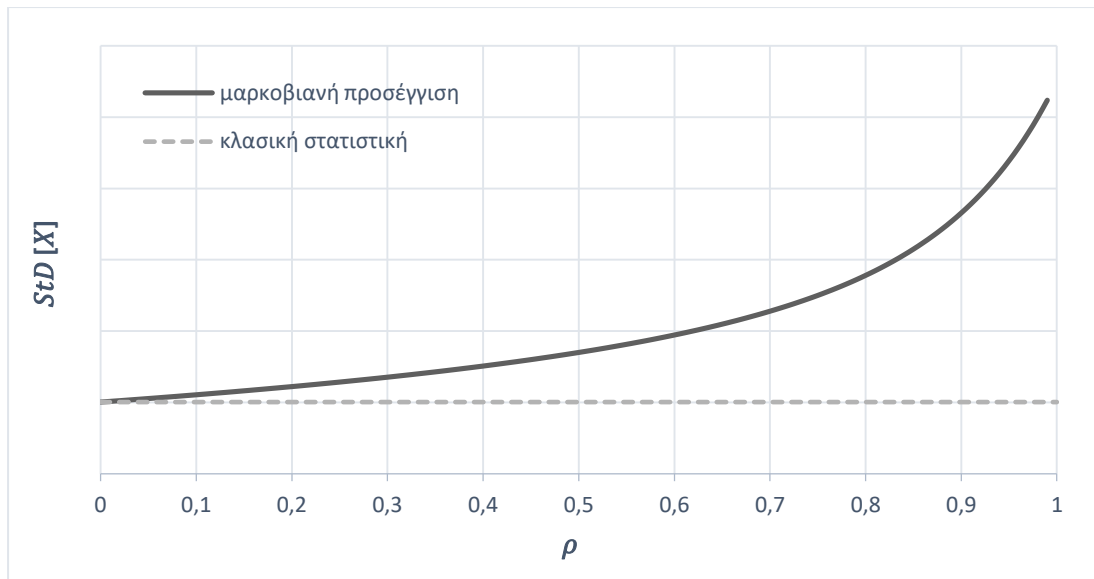
$$x_i = a x_{i-1} + v_i$$

, όπου $a = e^{-k \Delta t}$. Η ακολουθία των v_i αποτελεί λευκό θόρυβο σε διακριτό χρόνο. Η συγκεκριμένη σχέση ορίζει το μοντέλο Μαρκόφ σε διακριτό χρόνο ή αλλιώς μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης (autoregression) τάξης 1 (συμβολικά AR(1)).

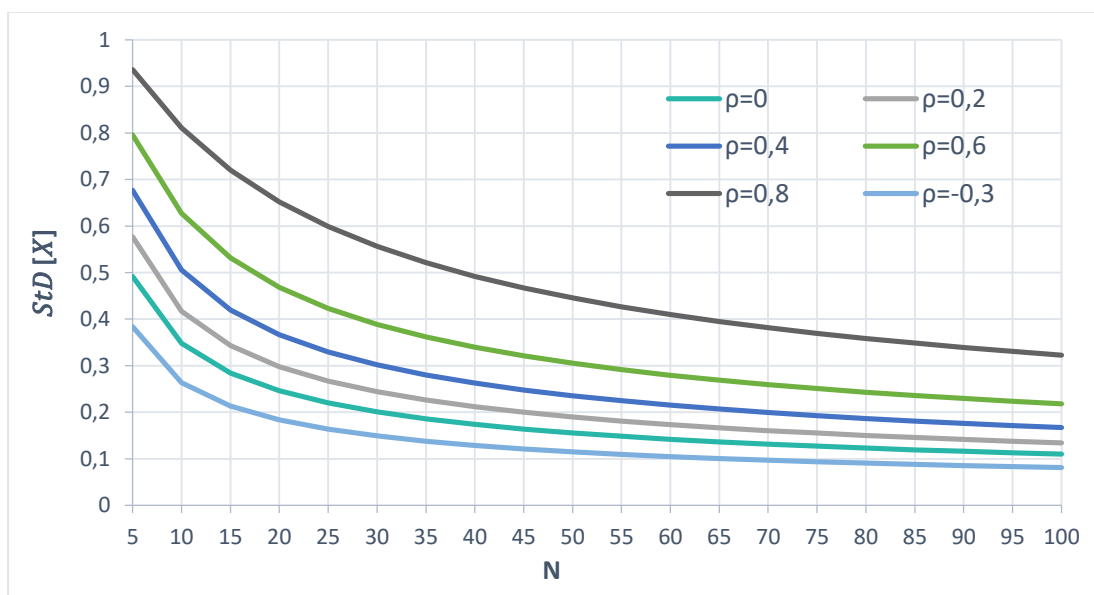
Η εκτιμήτρια της τυπικής απόκλισης μέσης τιμής στην περίπτωση του μοντέλου AR(1), εκφράζεται ως:

$$Std \bar{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{(1 - \rho^2) - 2\rho(1 - \rho^n)/n}{(1 - \rho)^2}}$$

Φαίνεται ότι η πραγματική τιμή της τυπικής απόκλισης της μέσης τιμής υποεκτιμάται, όταν υπολογίζεται με βάση την κλασική στατιστική. Η επίδραση της αυτοσυσχέτισης στον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του δειγματικού μέσου παρουσιάζεται στα ακόλουθα διαγράμματα για ένα τυχαίο δείγμα.



Διάγραμμα 1: Σύγκριση τυπικής απόκλισης δειγματικού μέσου μαρκοβιανής και κλασικής προσέγγισης σε τυχαίο δείγμα



Διάγραμμα 2: Επίδραση της αυτοσυσχέτισης ρ_1 στην τυπική απόκλιση δειγματικού μέσου βάσει της μαρκοβιανής προσέγγισης σε τυχαίο δείγμα

Βέβαια, ακόμη κι αν η μαρκοβιανή προσέγγιση εκτιμά καλύτερα τα χαρακτηριστικά σε σύγκριση με την κλασική θεώρηση, παραμένει το πρόβλημα της μακροχρόνιας εμμονής που παρουσιάζουν οι υδρολογικές διεργασίες. Αυτή η εξάρτηση των διαδοχικών τιμών των υδρολογικών χρονοσειρών αποτελεί την ειδοποίησή τους διαφορά σε σχέση με τις τυχαίες σειρές λευκού θορύβου που αναπαράγονται από το AR(1).

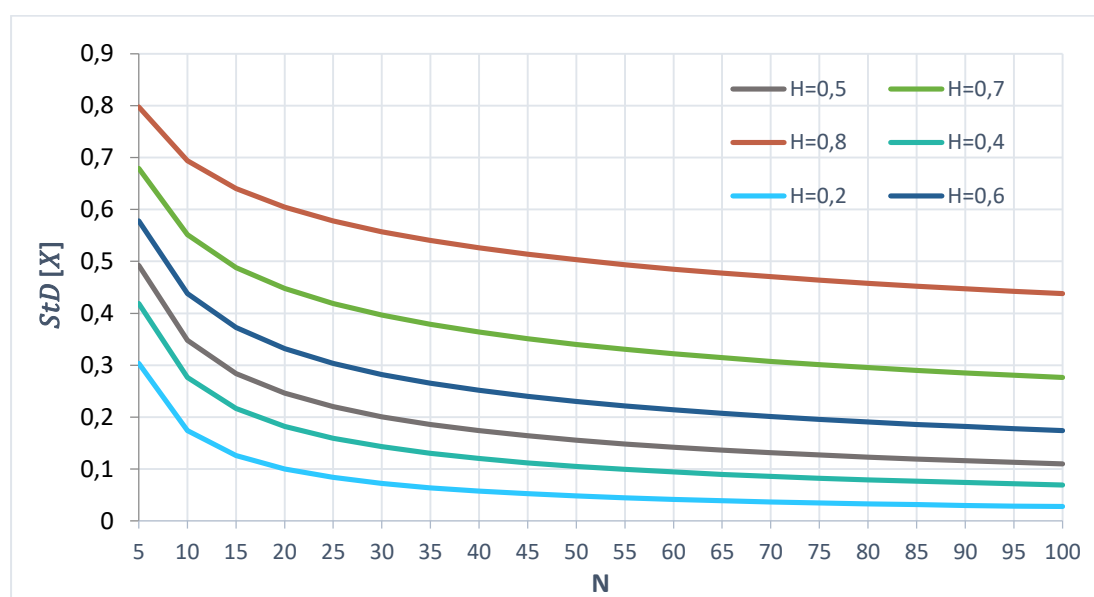
Αυτή η μακροπρόθεσμα εμμονική συμπεριφορά, το φαινόμενο Hurst, επηρεάζει προφανώς και την εκτίμηση των στατιστικών μεγεθών. Για τις

ανεπίξει απλής ομοιοθεσίας, η τυπική απόκλιση της δειγματικής μέσης τιμής δίνεται από τον τύπο:

$$StD \bar{X} = \frac{\sigma}{n^{1-H}}$$

όπου H ο συντελεστής Hurst και n το μέγεθος του δείγματος (Koutsoyiannis, 2002).

Είναι προφανής η υποεκτίμηση του μεγέθους σε σχέση με την κλασική στατιστική, για μεγάλες τιμές του Hurst, ενώ για $H = 0.5$ οι σχέσεις πρακτικά ταυτίζονται.



Διάγραμμα 3: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στην τυπική απόκλιση του δειγματικού μέσου τυχαίου δείγματος με $\sigma=1.1$ ($n=30$)

4.3 Προτεινόμενη προσέγγιση

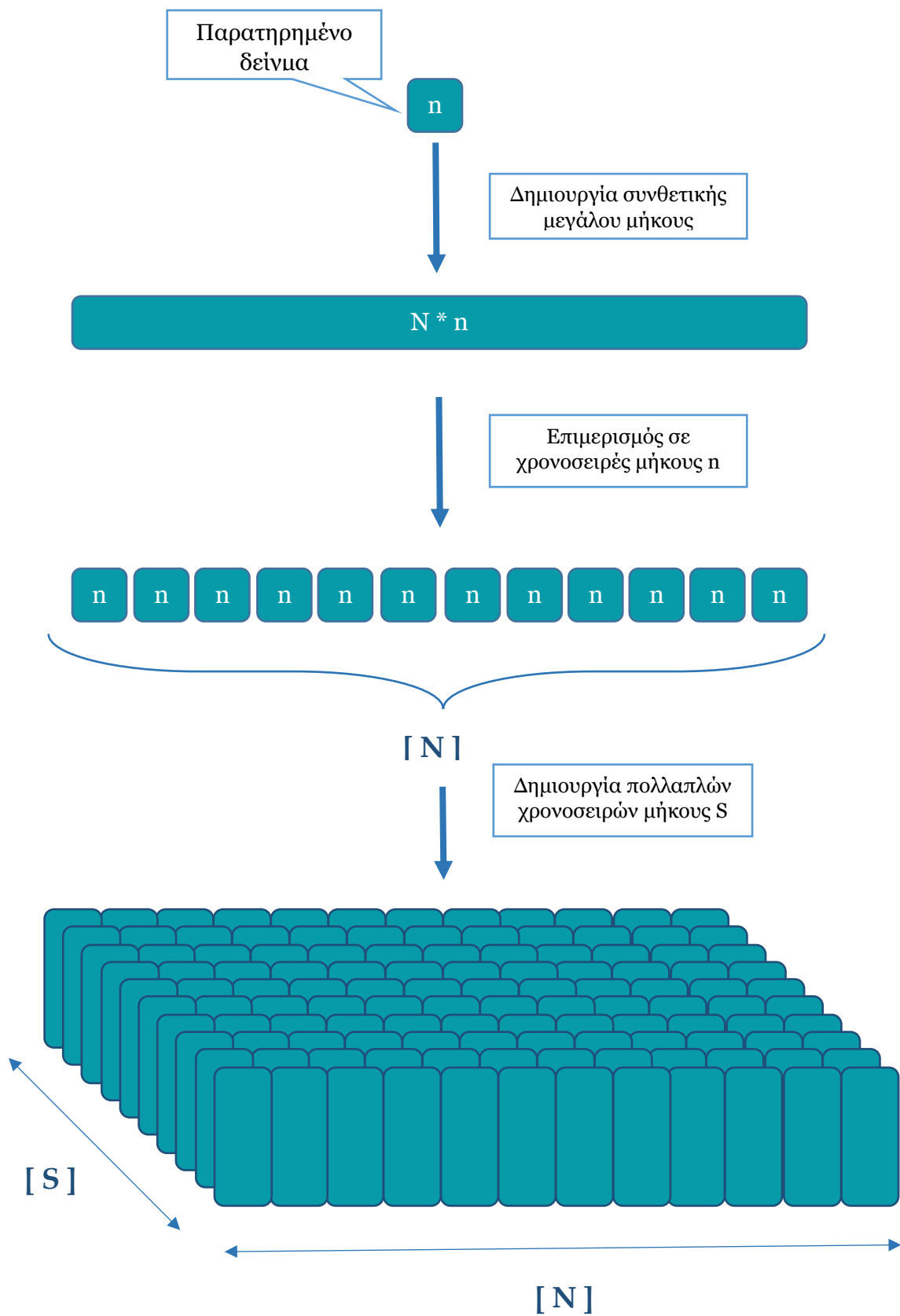
Εξαιτίας της εμφανούς δυσκολίας εκτίμησης της αβεβαιότητας των στατιστικών χαρακτηριστικών του παρατηρημένου δείγματος με αναλυτικές σχέσεις, προσπαθήσαμε να προσεγγίσουμε το πρόβλημα με έναν πιο απλό στη λογική του τρόπο κάνοντας πολλαπλές προσομοιώσεις Monte Carlo. Επιδιώκεται ουσιαστικά μια κάποιου τύπου «ανεξαρτησία» από τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος, μέσω της δημιουργίας πολλαπλών σεναρίων μικρού μήκους χρονοσειρών (ψευδοϊστορικών). Έτσι, δίνεται η δυνατότητα δημιουργίας συνθετικών χρονοσειρών από πλήθος «πιθανών δειγμάτων». Φυσικά ο έλεγχος της πρακτικής αξίας της προτεινόμενης προσέγγισης απαιτεί τη σύγκριση των συνθετικών χρονοσειρών που δημιουργούνται διατηρώντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά του πραγματικά παρατηρημένου δείγματος, και των συνθετικών χρονοσειρών που δημιουργούνται βάσει των «πιθανών δειγμάτων».

Συνοπτικά α βήματα της προτεινόμενης μεθοδολογίας για ένα παρατηρημένο δείγμα μεγέθους n είναι:

1. Δημιουργία μιας μεγάλου μήκους στοχαστικής συνθετικής χρονοσειράς μήκους $N \cdot n$ έτη, που αναπαράγει τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος, όπου N ο αριθμός των επιθυμητών Monte Carlo προσομοιώσεων.
2. Επιμερισμός της χρονοσειράς μήκους $N \cdot n$ σε N χρονοσειρές n ετών.
3. Δημιουργία μιας στοχαστικής συνθετικής χρονοσειράς μήκους S ετών, για κάθε μια από τις N χρονοσειρές n ετών, αναπαράγοντας τα στατιστικά χαρακτηριστικά της κάθε μιας.

Η υλοποίηση της παραπάνω προσέγγισης έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού R, στο γραφικό περιβάλλον RStudio. Για τις πολλαπλές προσομοιώσεις χρησιμοποιήθηκε η νεότερη έκδοση το λογισμικού πακέτου *Κασταλία* (CastaliaR) , το οποίο έχει ήδη περιγραφεί στο εισαγωγικό κεφάλαιο. Στην κλασική μορφή της Κασταλίας, δίνεται η δυνατότητα μιας μόνο προσομοίωσης τη φορά, αποθήκευσης του αποτελέσματος, επανεπίλυσης του προβλήματος και ούτω καθεξής. Αντίθετα η CastaliaR, επιτρέπει να γίνονται πολλαπλές προσομοιώσεις στη σειρά, με διάφορα κριτήρια. Με αυτόν τον τρόπο αφενός υπάρχει οικονομία στο χρόνο και στον υπολογιστικό φόρτο, αφετέρου υπάρχει η δυνατότητα άμεσης σύγκρισης των αποτελεσμάτων των επιλύσεων και εξαγωγής συμπερασμάτων.

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε πρώτη φάση σε παρατηρημένο δείγμα μήκους $n=28$ έτη από τον ταμειυτήρα των Κρεμαστών. Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε σειρά αναλύσεων για να διερευνηθεί η επίδραση του μήκους της ιστορικού δείγματος παροχών και του συντελεστή Hurst στις παραγόμενες συνθετικές χρονοσειρές.



Σχήμα 3: Σχηματική απεικόνιση της προτεινόμενης προσέγγισης

4.3.1 Αναλυτική Περιγραφή Κώδικα

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αναλυτική παρουσίαση της προτεινόμενης μεθόδου σε μορφή κώδικα σε R. Με μικρές τροποποιήσεις εφαρμόστηκε σε πλήθος αναλύσεων που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

```
library(CastaliaR)
source('C:/Rwork/kgbivenH.R')
source('C:/Rwork/mystats.R')
HData = read_excel('kremasta_data2.xlsx')

#Calculate the statistics of historic timeseries.....
Colmean=apply(HData,MARGIN = 2,FUN = mean)
Colsd=apply(HData,MARGIN = 2,FUN = sd)
Colskew=apply(HData,MARGIN = 2,FUN = skewness)
cors=mycor(HData)

stats=matrix(c(Colmean,Colsd,Colskew,cors),nrow = 4,byrow = 1)
rownames(stats)=c('Mean','Standard Deviation','Skewness','r1')
```

Αρχικά φορτώνεται το λογισμικό πακέτο της Κασταλίας (CastaliaR) και οι απαραίτητες συναρτήσεις (kgbivenH.R, mystats.R) για τους υπολογισμούς που θα ακολουθήσουν. Έπειτα, εισάγονται τα δεδομένα (kremasta_data2.xlsx) του παρατηρημένου δείγματος και υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς .

```
# Setup and Run the Monte-Carlo analysis -----
MCsize=100
YearsH=nrow(HData)
YearsS=1000
YSH=list()
YSS=list()
YS=list()

YSHmeans=matrix(NA,MCsize,12)
YSSmeans=matrix(NA,MCsize,12)
YSmeans=matrix(NA,MCsize,12)

YSHsds=matrix(NA,MCsize,12)
YSSsds=matrix(NA,MCsize,12)
YSsds=matrix(NA,MCsize,12)

YSHCs=matrix(NA,MCsize,12)
YSSCs=matrix(NA,MCsize,12)
YSCs=matrix(NA,MCsize,12)

YSHr1s=matrix(NA,MCsize,12)
YSSr1s=matrix(NA,MCsize,12)
YSr1s=matrix(NA,MCsize,12)
```

Στο παραπάνω απόσπασμα, ορίζεται ο επιθυμητός αριθμός Monte Carlo αναλύσεων (MCsize), δηλαδή ο αριθμός N και υπολογίζεται το μήκος της ιστορικά παρατηρημένης χρονοσειράς (YearsH), δηλαδή το n. Έπειτα, ορίζεται το επιθυμητό μήκος προσομοιώσεων (YearsS). Τέλος, δημιουργούνται οι κατάλληλες λίστες (YSH, YSS, YS) και πίνακες για την αποθήκευση των χρονοσειρών που θα δημιουργηθούν και των στατιστικών χαρακτηριστικών της κάθε μιας.

```

### Gerate synthetic time series of length YearsS with the
historical statistics
for (i in 1:MCsize){
  PARAMS=PARparamMonthly(list(HData))
  AnnualData <- PARAMS$HistYear
  GAFparam=FitGAF(AnnualData, Lag1Weight=2,
    initval=c(1,1), lb=c(0.0001,0.0001), ub=c(10,1000))
  # kb=kgivenH(H = 0.8);
  # GAFparam$Param[[1]]=kb[1]; GAFparam$Param[[2]]=kb[2];
  SMAlag=2^9
  AnnualParam<-SMAparam(AnnualData, GAFparam,
    SMAlag=SMAlag, DecoMethod="cor.smooth")
  SynthAnnualData=SMASim(SMAparam=AnnualParam,
    years=YearsS, SMAlag=SMAlag)
  y<-PARDisagMonthly(PARparam=PARAMS, Data=SynthAnnualData,
    DisagParam=list(dist=0.25, max.iter=50, max.neg=-0.5))
  colnames(y$Site_1)=month.hy

  temp=mystats(y[[1]])
  YSmeans[i,]=temp[1,]
  YSsds[i,]=temp[2,]
  YSCs[i,]=temp[3,]
  YSr1s[i,]=temp[4,]
  YS[[i]]=y[[1]]
}

```

Στο σημείο αυτό ξεκινούν οι προσομοιώσεις. Πρώτα γίνεται η προσομοίωση με τον κλασικό τρόπο, δημιουργώντας χρονοσειρές μήκους S που αναπαράγουν τα στατιστικά χαρακτηριστικά του παρατηρημένου δείγματος.

```

# Generate synthetic time series of length
# YearsH==Historical*MCsize*1.5 with the historical statistics
# after segment the time series to MCsize windows
PARAMS=PARparamMonthly(list(HData))
AnnualData<-PARAMS$HistYear
GAFparam=FitGAF(AnnualData, Lag1Weight=2, initval=c(1,1),
  lb=c(0.0001,0.0001), ub=c(10,1000))
# kb=kgivenH(H = 0.8); GAFparam$Param[[1]]=kb[1];
GAFparam$Param[[2]]=kb[2];
SMAlag=2^9
AnnualParam<-
SMAparam(AnnualData, GAFparam, SMAlag=SMAlag, DecoMethod="cor.smooth")
SynthAnnualData=SMASim(SMAparam=AnnualParam, years=(YearsH*MCsize+
50), SMAlag=SMAlag)
y<-
PARDisagMonthly(PARparam=PARAMS, Data=SynthAnnualData, DisagParam=
list(dist=0.25, max.iter=50, max.neg=-0.5))
colnames(y$Site_1)=month.hy
y[[1]]=y[[1]][51:(YearsH*MCsize+50),]

```

Στο συγκεκριμένο κομμάτι του κώδικα δημιουργείται η μεγάλη μήκους χρονοσειρά, με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος. Προβλέπεται η δημιουργία 50 παραπάνω χρόνων, έως ότου γίνει η σταθεροποίηση της συνθετικής χρονοσειράς, τα οποία διαγράφονται στο τελευταίο μέρος του παραπάνω αποσπάσματος. Επίσης, ορίζονται όλες οι

παράμετροι που απαιτούνται για τους αλγορίθμους SMA, PAR της Κασταλίας, με δυνατότητα προσδιορισμού του συντελεστή Hurst από το χρήστη. Περισσότερες πληροφορίες και σχετικά παραδείγματα παρατίθενται στην περιγραφή του πακέτου CastaliaR.

```

start=1
end=28 #equal to YearsH

for(i in 1:MCsize) {
YSH[[i]] = y[[1]][start:end, ]
temp = mystats(YSH[[i]])
YSHmeans[i, ] = temp[1, ]
YSHsds[i, ] = temp[2, ]
YSHCs[i, ] = temp[3, ]
YSHr1s[i, ] = temp[4, ]

start = start + 28
end = end + 28
}

```

Έλεिता, όπως φαίνεται στο παραπάνω απόσπασμα, γίνεται ο επιμερισμός της μεγάλους μήκους χρονοσειράς, καθώς και ο υπολογισμός και αποθήκευση των στατιστικών χαρακτηριστικών αυτής.

```

# Gerate synthetic time series of length YearsS with the
# statistics of the short synthetic time series
for (i in 1:MCsize){
PARAMS=PARparamMonthly(list(YSH[[i]]))
AnnualData<-PARAMS$HistYear

GAFparam=FitGAF(AnnualData, Lag1Weight=2, initval=c(1, 1), lb=c(0.000
1, 0.0001), ub=c(10, 1000))
# kb=kbgivenH(H = 0.8); GAFparam$Param[[1]]=kb[1];
GAFparam$Param[[2]]=kb[2];
SMAlag=2^9
AnnualParam<-SMAparam(AnnualData, GAFparam,
SMAlag=SMAlag, DecoMethod="cor.smooth")
SynthAnnualData=SMASim(SMAparam=AnnualParam,
years=(YearsS), SMAlag=SMAlag)
y<-PARDisagMonthly(PARparam=PARAMS, Data=SynthAnnualData,
DisagParam=list(dist=0.25, max.iter=50, max.neg=-0.5))

temp=mystats(y[[1]])
YSSmeans[i, ]=temp[1, ]
YSSsds[i, ]=temp[2, ]
YSSCs[i, ]=temp[3, ]
YSSr1s[i, ]=temp[4, ]
YSS[[i]]=y[[1]]
}

```

Εδώ με τον ίδιο τρόπο δημιουργούνται οι συνθετικές S ετών από τις χρονοσειρές του «πιθανού δείγματος».

4.4 Εφαρμογή σε παρατηρημένο δείγμα

Η προτεινόμενη μεθοδολογία εφαρμόστηκε σε πρώτη φάση στον ταμιευτήρα των Κρεμαστών, ο οποίος αποτελεί τον μεγαλύτερο τεχνητό ταμιευτήρα στον ελλαδικό χώρο με συνολική χωρητικότητα 4 500 hm³ και ωφέλιμη περίπου 3 500 hm³. Τα Κρεμαστά βρίσκονται μεταξύ των νομών Αιτωλοακαρνανίας και Ευρυτανίας και συσσωρεύουν τα νερά του ποταμού Αχελώου.

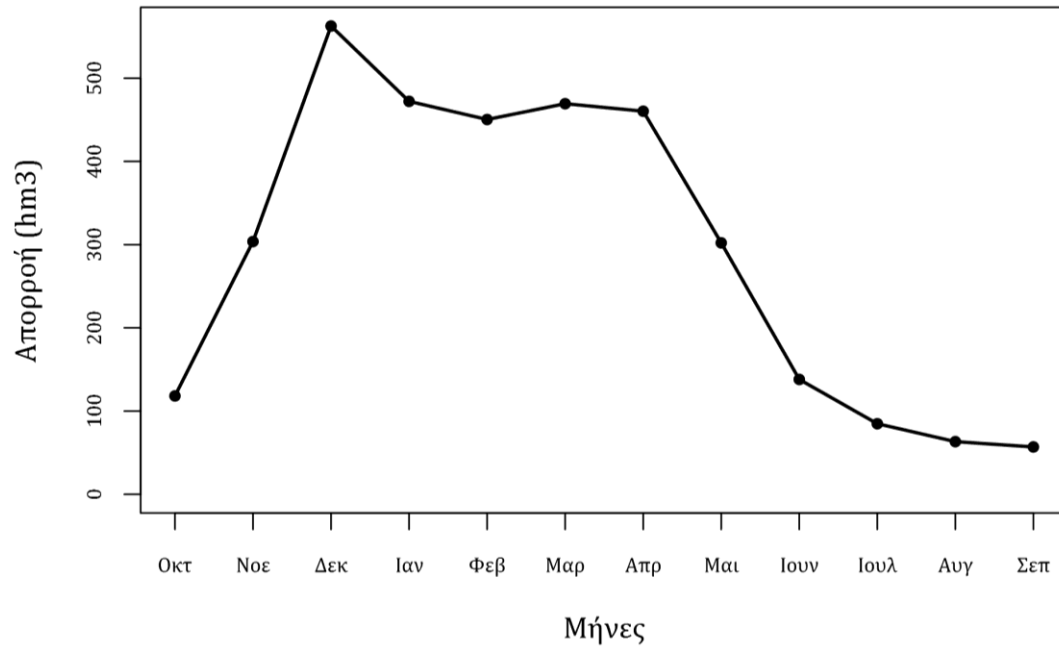
Επιλέχθηκε οι επιλύσεις να γίνουν για 100 Monte Carlo προσομοιώσεις με μήκος προσομοίωσης S=1000 έτη.

Στατιστικά χαρακτηριστικά παρατηρημένου δείγματος

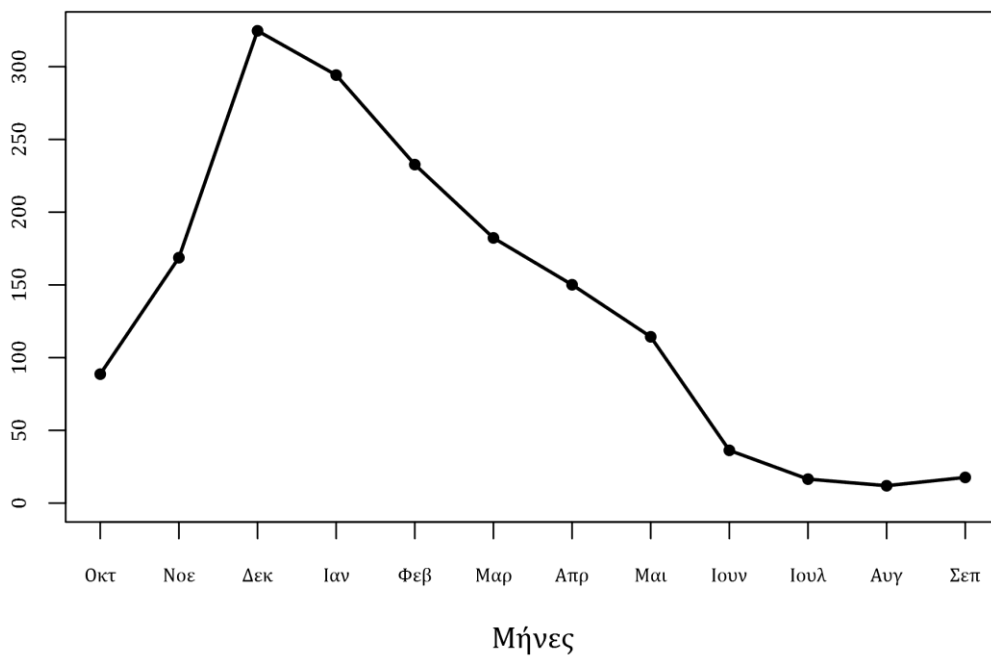
Το παρατηρημένο δείγμα έχει μήκος n=28 έτη με μετρήσεις σε μηνιαία βάση. Από την επεξεργασία των μέσων μηνιαίων παρατηρήσεων των 28 ετών, προέκυψαν τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συντελεστής ασυμμετρίας, αυτοσυσχέτιση ρ1) για κάθε μήνα.

Πίνακας 1: Στατιστικά χαρακτηριστικά δείγματος για τη μέση μηνιαία απορροή

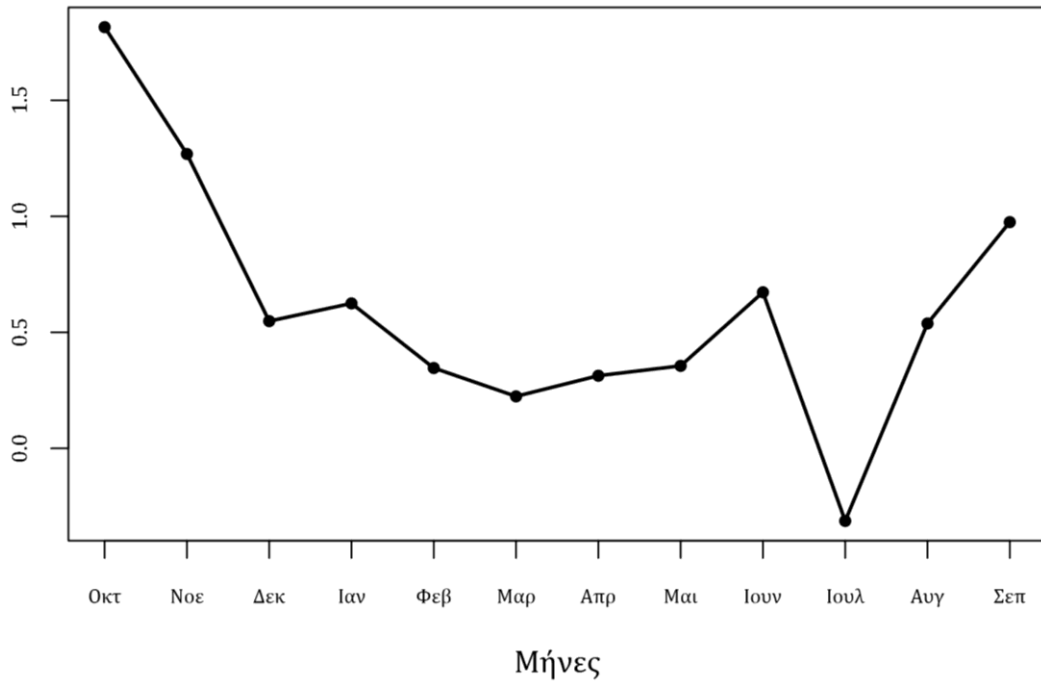
	Μέση τιμή (hm ³)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ1
Οκτώβριος	118,21	88,66	1,82	0,16
Νοέμβριος	303,73	168,70	1,27	0,27
Δεκέμβριος	562,70	324,67	0,55	0,22
Ιανουάριος	472,18	294,25	0,62	0,16
Φεβρουάριος	450,37	232,72	0,35	0,58
Μάρτιος	469,35	182,28	0,22	0,47
Απρίλιος	460,34	150,12	0,31	0,33
Μάιος	302,14	114,32	0,36	0,64
Ιούνιος	138,03	36,27	0,67	0,65
Ιούλιος	84,77	16,50	-0,31	0,55
Αύγουστος	63,27	11,95	0,54	0,69
Σεπτέμβριος	56,90	17,67	0,98	0,21



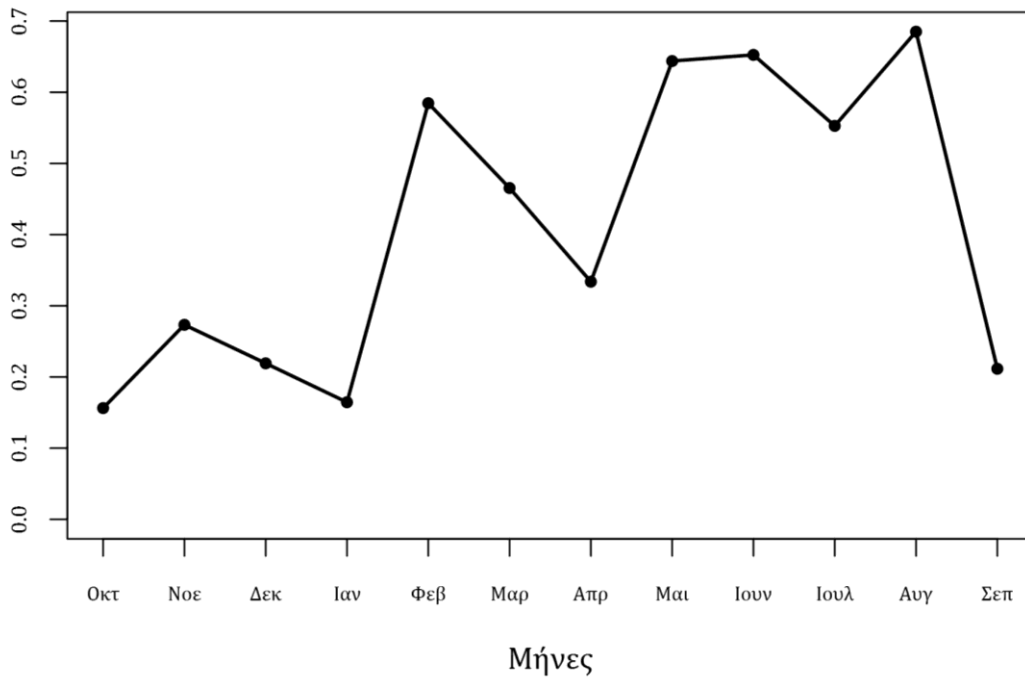
Διάγραμμα 4: Διακύμανση μέσης τιμής της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος



Διάγραμμα 5: Διακύμανση της τυπικής απόκλισης της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος



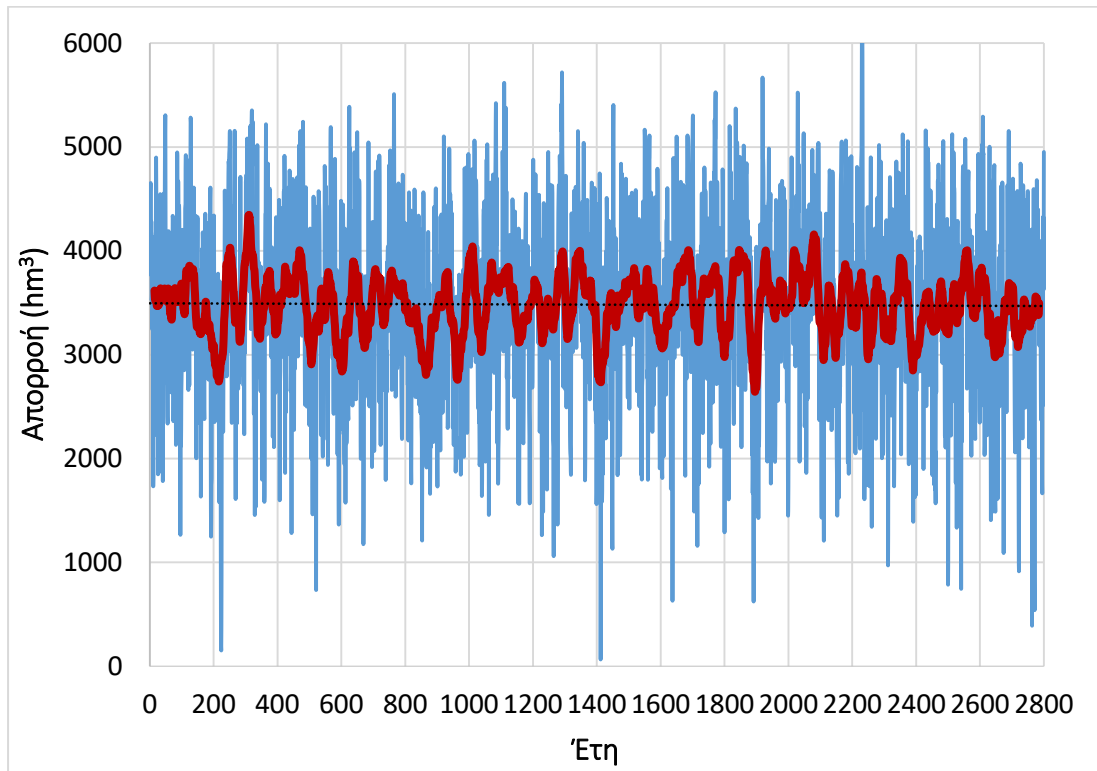
Διάγραμμα 6: Διακύμανση του συντελεστή ασυμμετρίας της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος



Διάγραμμα 7: Διακύμανση της ετεροσυσχέτισης της μέσης μηνιαίας απορροής του ιστορικού δείγματος

Υπολογισμός χρονοσειράς μήκους $N \cdot n$

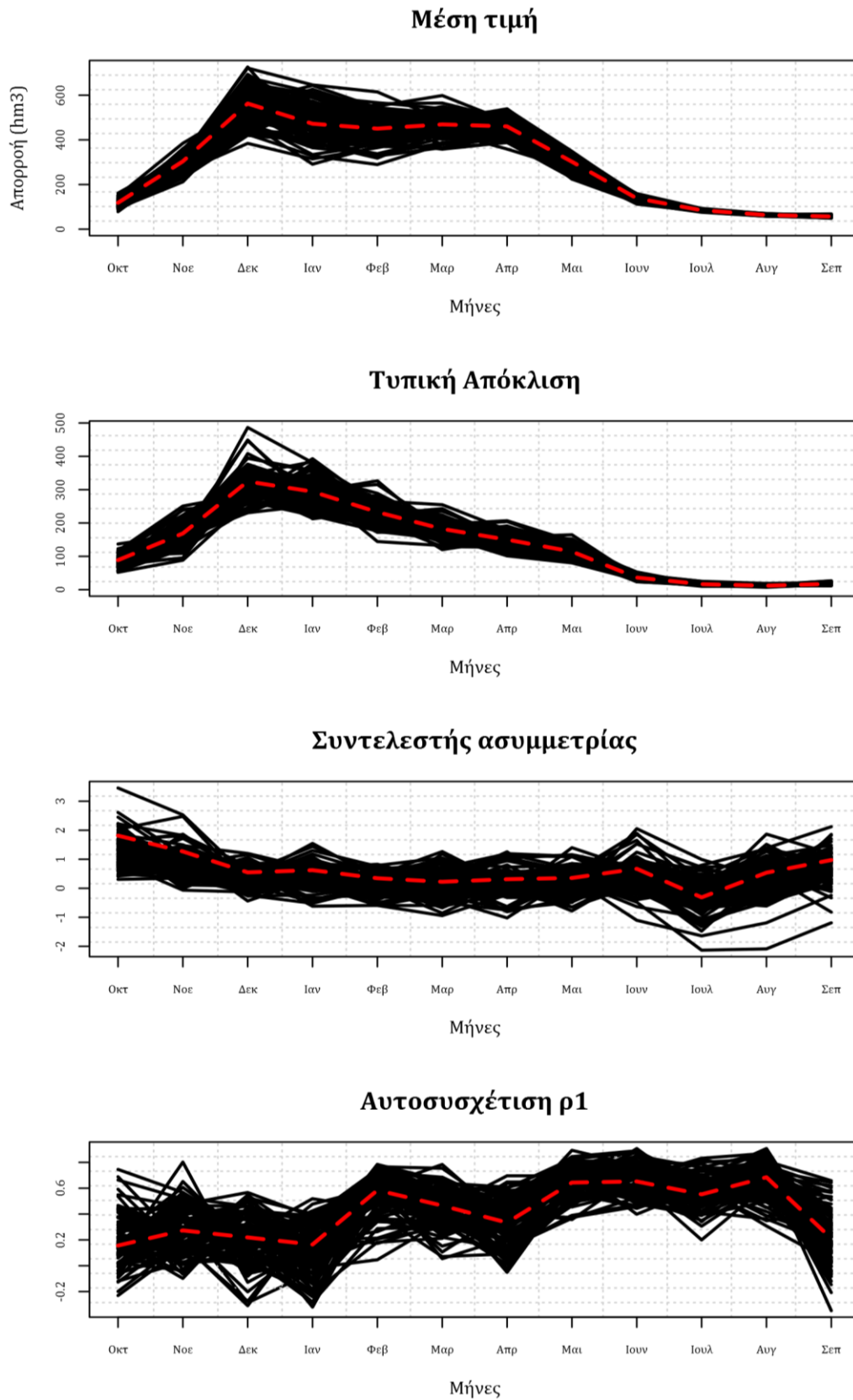
Η πρώτη επίλυση έγινε χωρίς να ληφθεί υπόψη η μακροπρόθεσμη εμμονή ($H=0.5$). Αυτό αποδεικνύεται και με το κινούμενο άθροισμα μέσης απορροής 30 χρόνων, που σύμφωνα με την κλιματολογία αποτελεί το ελάχιστο χρονικό βήμα για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τις κλιματικές αλλαγές. Ο κινούμενος μέσος όρος σημειώνεται με κόκκινο χρώμα στο διάγραμμα που ακολουθεί.



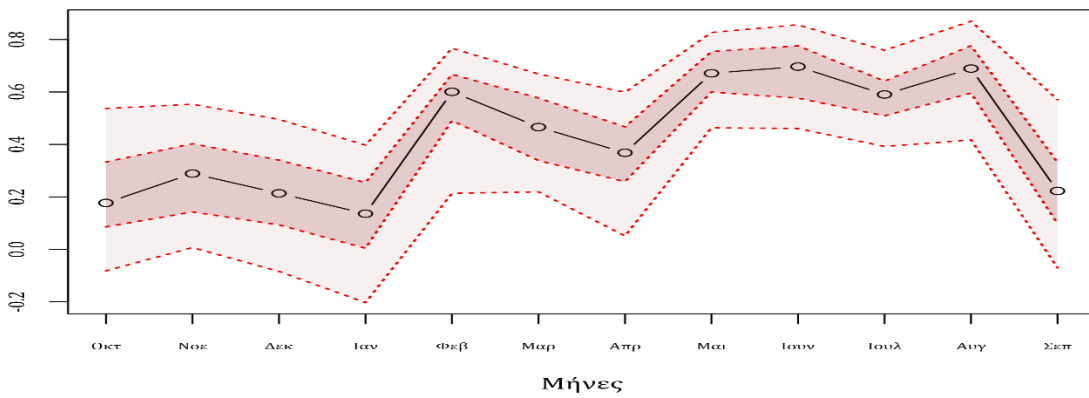
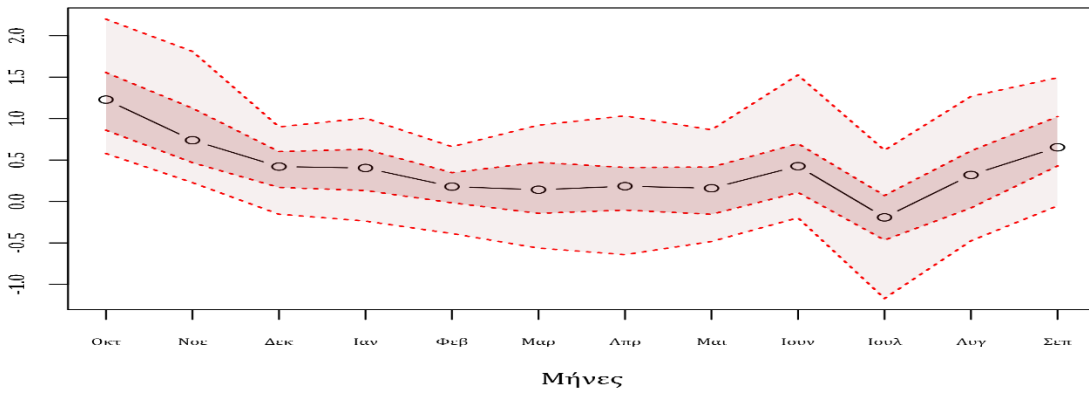
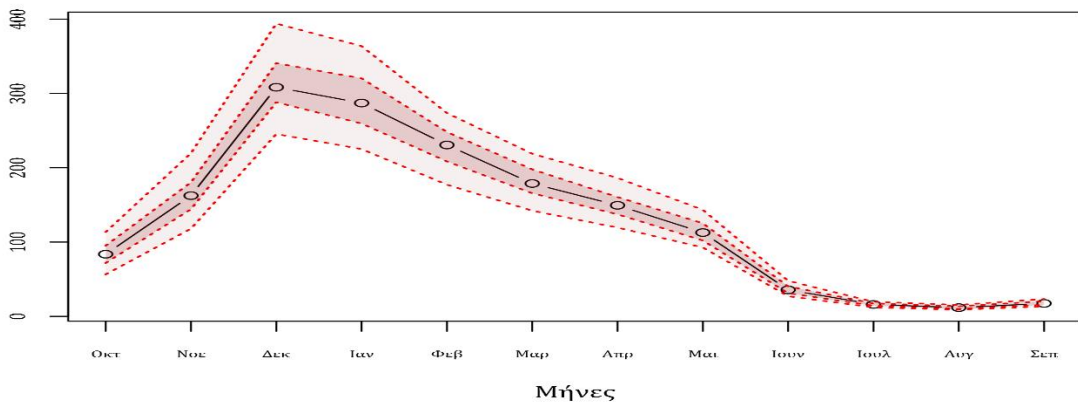
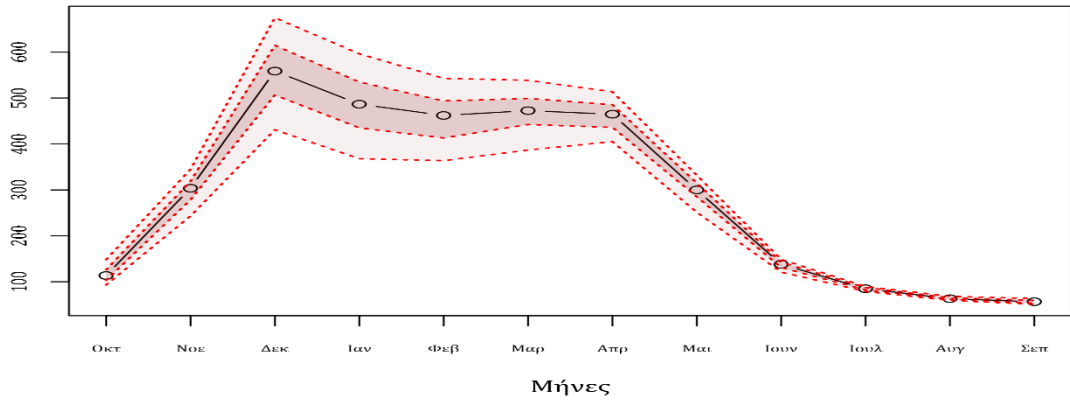
Διάγραμμα 8: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.5$

Επιμερισμός σε N χρονοσειρές μεγέθους n

Στη συνέχεια παρατίθενται τα συγκριτικά διαγράμματα των στατιστικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών που προέκυψαν από επιμερισμό της μεγάλης χρονοσειράς, σε σχέση με τα στατιστικά χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς, τα οποία σημειώνονται με διακεκομμένη γραμμή κόκκινου χρώματος. Για κάθε στατιστικό μέγεθος που μελετήθηκε, δημιουργήθηκαν τα διαγράμματα των τεταρτημορίων (5% - 25%, 25% - 50%, 50% - 75%, 75% - 95%), για πληρέστερη κατανόηση των αποτελεσμάτων.



Εικόνα 4: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σεναρία μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, H=0.5



Εικόνα 5: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.5$

Από τη στατιστική επεξεργασία των 100 χρονοσειρών n ετών, προέκυψαν τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Για κάθε στατιστικό μέγεθος αναγράφεται η μέση τιμή του και μέσα σε παρένθεση η τυπική απόκλιση του.

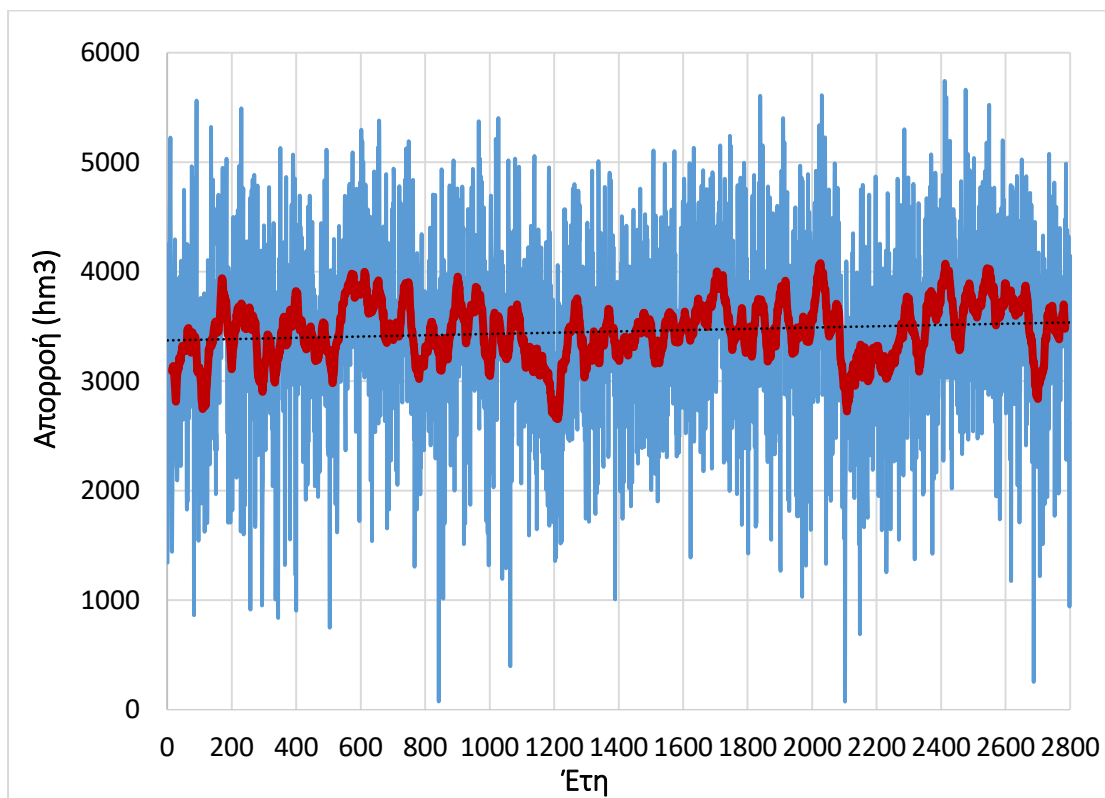
Πίνακας 2: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.5$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	115,97 (17,36)	84,12 (17,98)	1,29 (0,63)	0,20 (0,18)
Νοέμβριος	296,84 (32,45)	162,79 (30,59)	0,78 (0,43)	0,27 (0,18)
Δεκέμβριος	560,45 (72,65)	311,59 (44,11)	0,42 (0,25)	0,21 (0,19)
Ιανουάριος	485,01 (73,28)	282,47 (39,69)	0,41 (0,30)	0,12 (0,19)
Φεβρουάριος	455,57 (58,53)	225,53 (30,12)	0,15 (0,26)	0,56 (0,15)
Μάρτιος	468,04 (46,34)	182,48 (26,39)	0,09 (0,4)	0,4 (0,16)
Απρίλιος	458,59 (37,01)	153,37 (20,77)	0,11 (0,40)	0,36 (0,17)
Μάιος	297,48 (25,61)	115,31 (18,25)	0,18 (0,47)	0,66 (0,11)
Ιούνιος	136,35 (8,71)	36,49 (6,76)	0,36 (0,50)	0,6 (0,13)
Ιούλιος	84,68 (3,55)	16,26 (2,79)	-0,27 (0,46)	0,58 (0,12)
Αύγουστος	63,35 (2,73)	11,99 (2,26)	0,24 (0,62)	0,67 (0,13)
Σεπτέμβριος	56,56 (3,87)	18,06 (3,32)	0,78 (0,97)	0,22 (0,19)

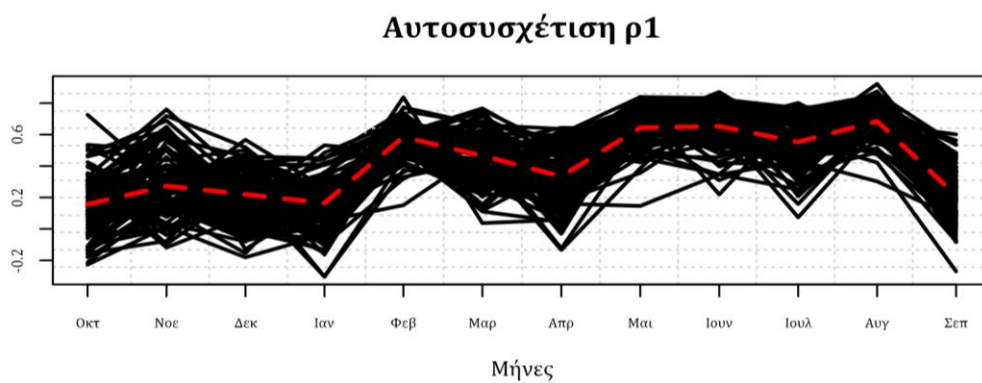
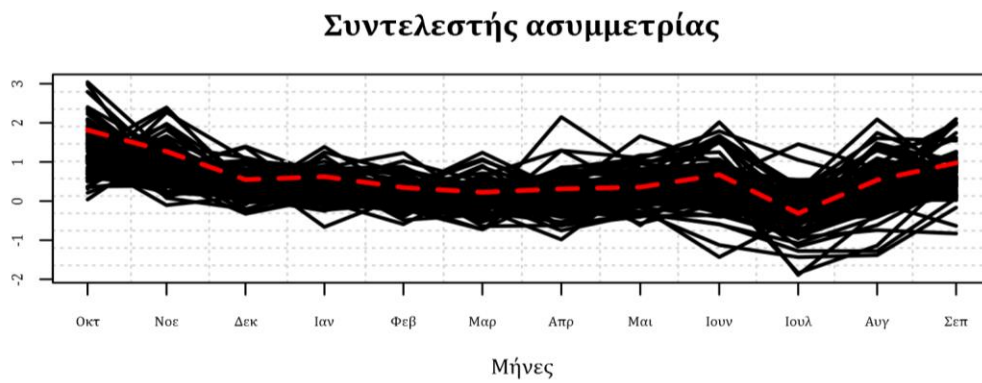
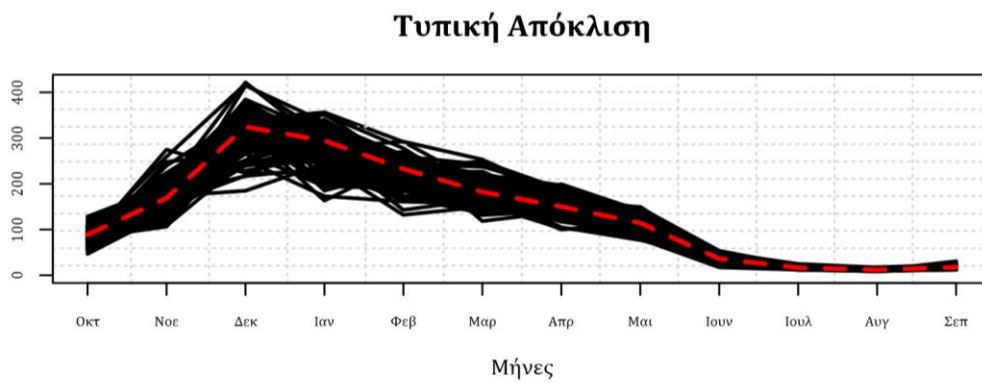
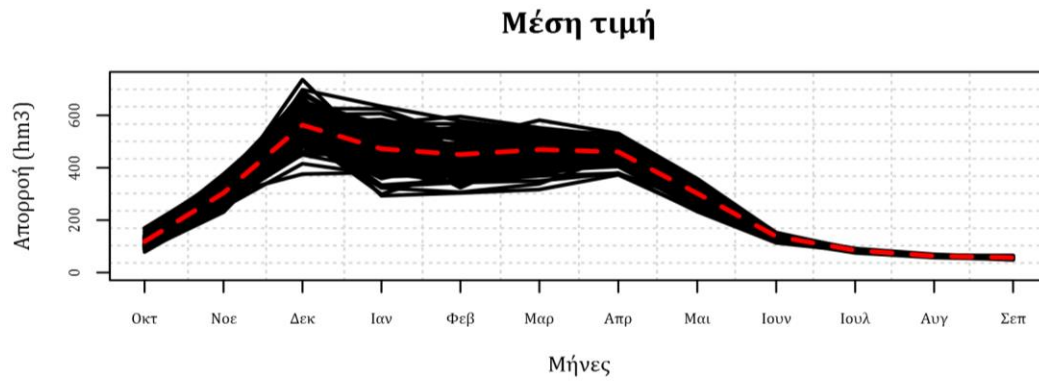
Η διαδικασία επαναλήφθηκε στο ιστορικό δείγμα για διαφορετικές τιμές του συντελεστή Hurst, προκειμένου να μελετηθεί η συμπεριφορά της προτεινόμενης μεθοδολογίας με εμμονή. Συγκεκριμένα, έγιναν επιλύσεις για συντελεστή $H=0.7$ και $H=0.9$, τα αποτελέσματα των οποίων δίνονται στη συνέχεια.

Εφαρμογή στο ιστορικό δείγμα για $H=0.7$

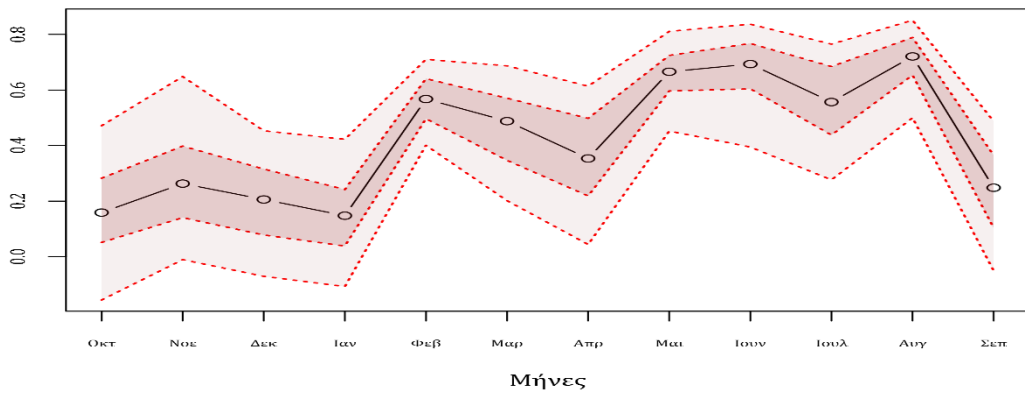
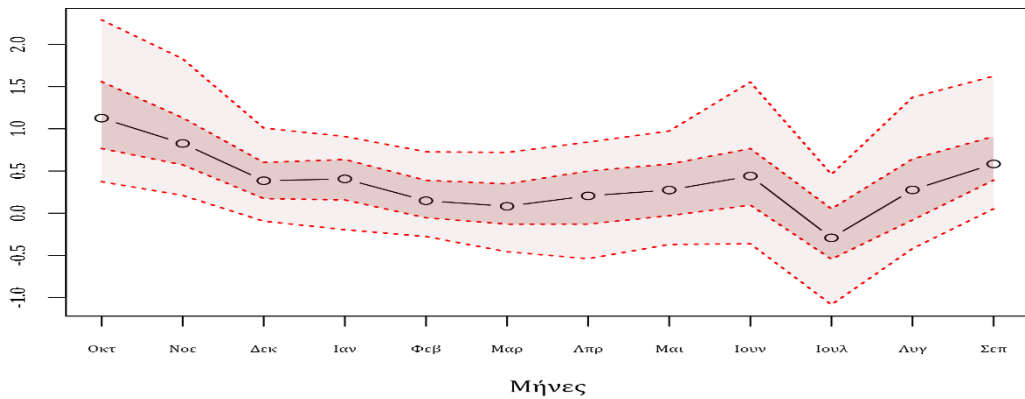
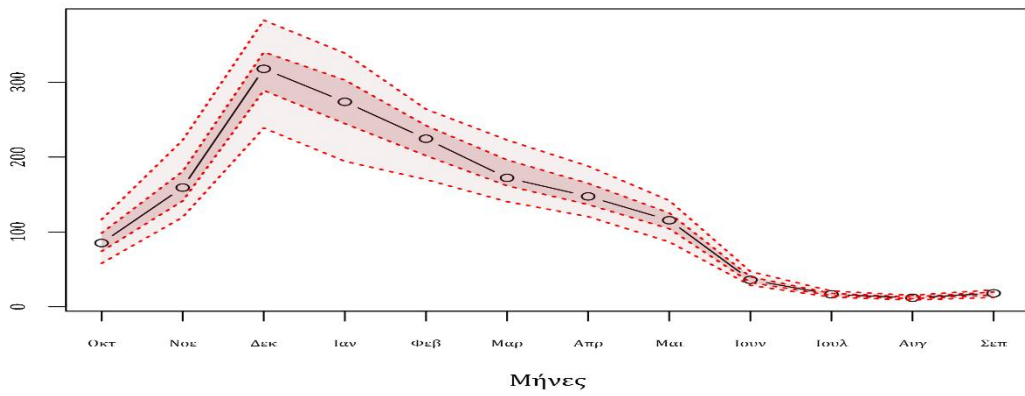
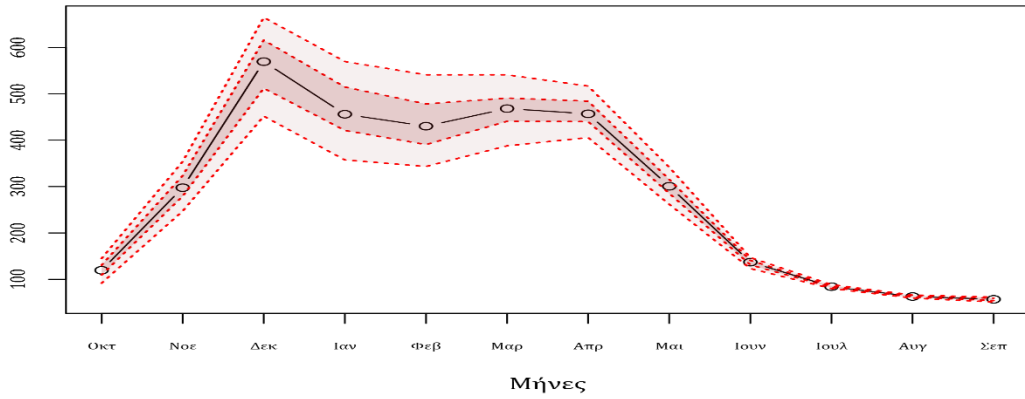
Στη μεγάλη μήκος ($N * n$) χρονοσειρά ήδη με τον συντελεστή $H=0.7$, αρχίζει να φαίνεται η τάση των υγρών και ξηρών χρόνων να συσσωρεύονται.



Διάγραμμα 9: Μέση ετήσια αποροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.7$



Εικόνα 6: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορορών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$

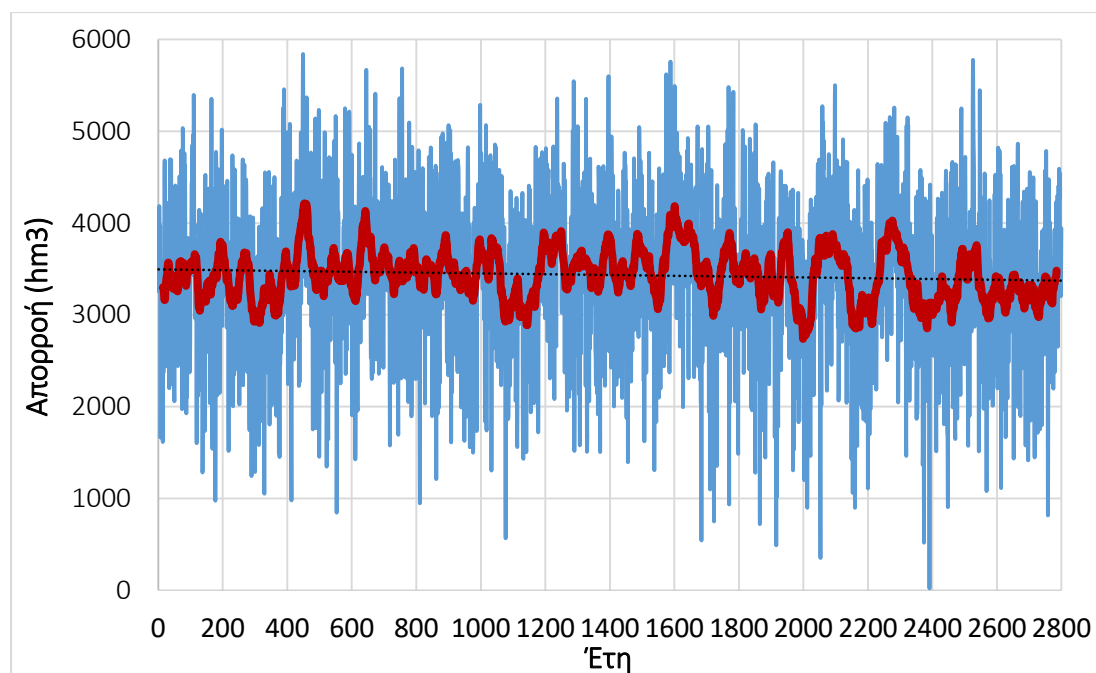


Εικόνα7: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.7$

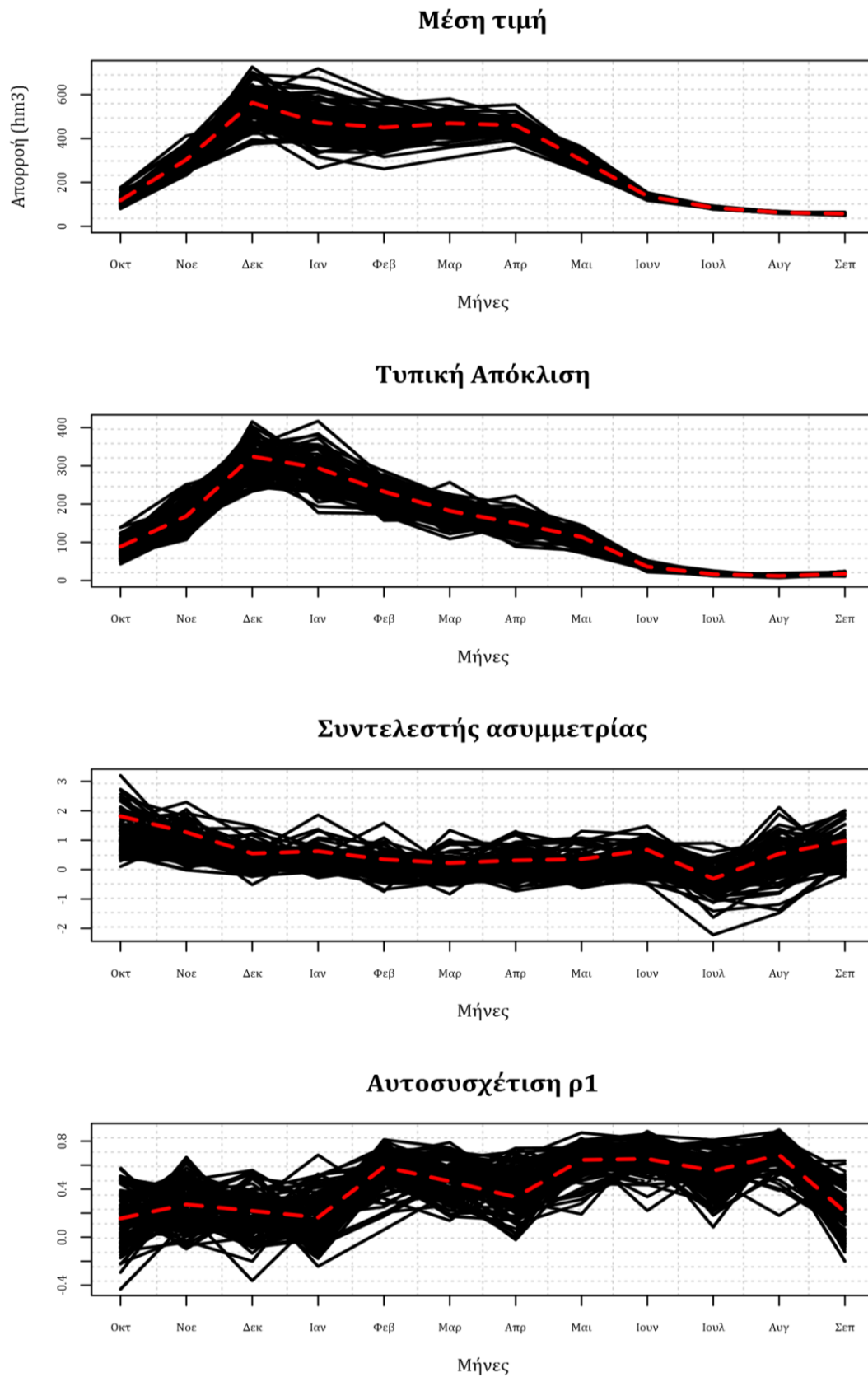
Πίνακας 3: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.7$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	119,98 (18,13)	86,40 (18,61)	1,27 (0,64)	0,16 (0,17)
Νοέμβριος	299,89 (33,11)	163,21 (32,21)	0,81 (0,43)	0,28 (0,19)
Δεκέμβριος	565,01 (73,33)	306,99 (43,16)	0,43 (0,26)	0,19 (0,16)
Ιανουάριος	467,96 (73,27)	264,44 (38,76)	0,39 (0,31)	0,13 (0,17)
Φεβρουάριος	443,22 (65,29)	216,24 (28,91)	0,16 (0,28)	0,56 (0,10)
Μάρτιος	465,76 (48,89)	178,22 (25,82)	0,05 (0,34)	0,46 (0,16)
Απρίλιος	459,56 (34,72)	150,60 (21,31)	0,14 (0,44)	0,35 (0,19)
Μάιος	300,42 (25,96)	115,44 (16,15)	0,26 (0,38)	0,65 (0,11)
Ιούνιος	135,69 (7,20)	36,59 (6,29)	0,41 (0,59)	0,67 (0,13)
Ιούλιος	83,97 (2,91)	16,69 (2,59)	-0,30 (0,50)	0,54 (0,16)
Αύγουστος	62,76 (2,14)	12,18 (2,01)	0,28 (0,61)	0,70 (0,11)
Σεπτέμβριος	56,48 (3,41)	18,09 (3,49)	0,67 (0,52)	0,23 (0,17)

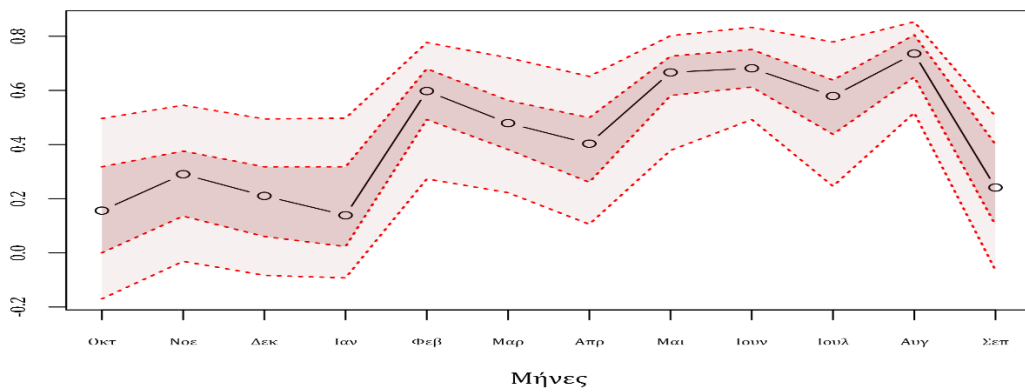
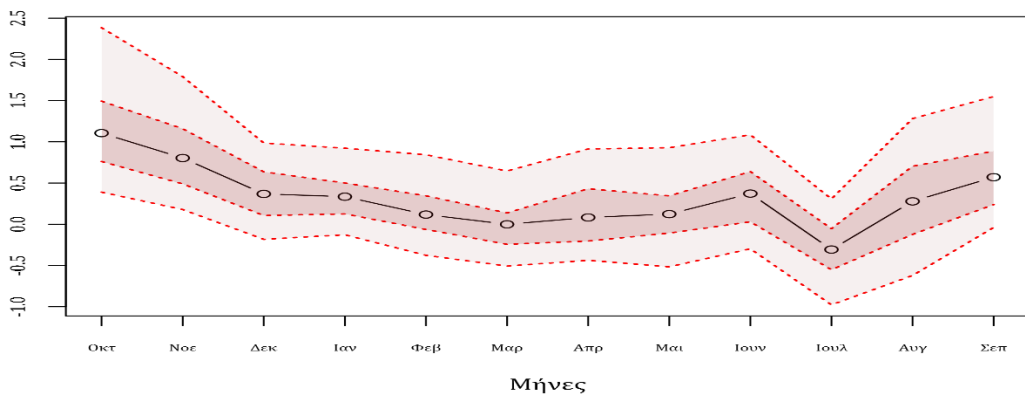
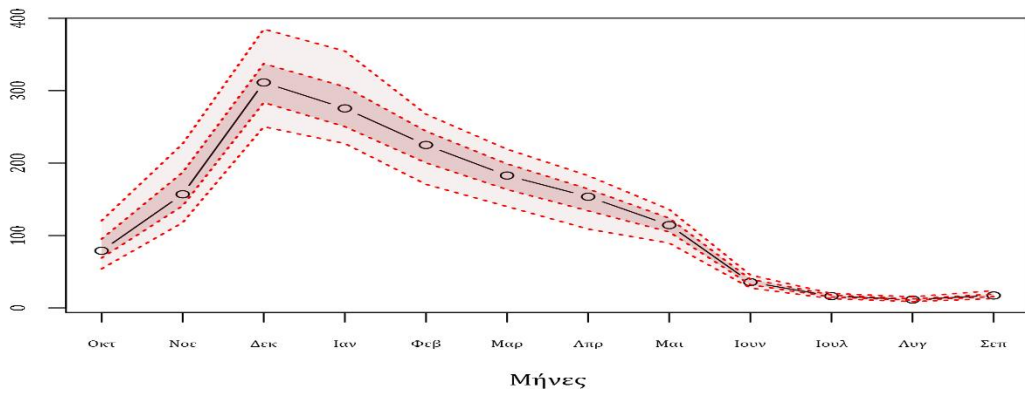
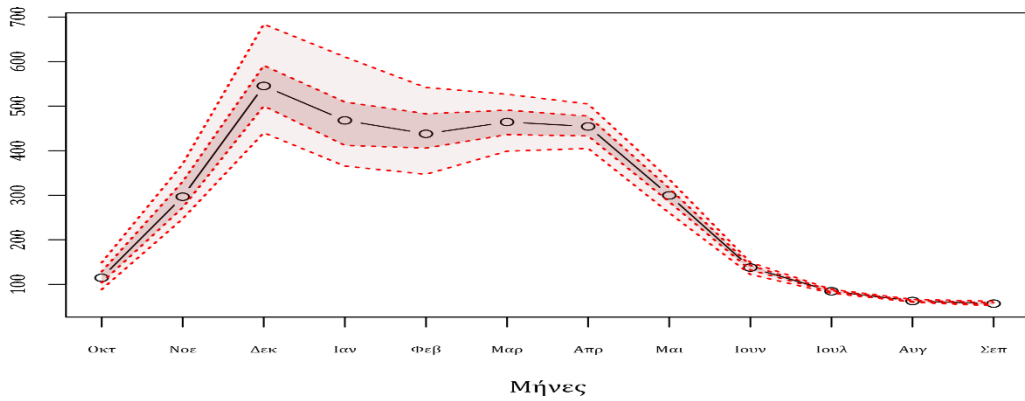
Εφαρμογή στο ιστορικό δείγμα για $H=0.9$



Διάγραμμα 10: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), $H=0.9$



Εικόνα 8: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών ιστορικών (28 έτη) και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, H=0.9



Εικόνα 9: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.9$

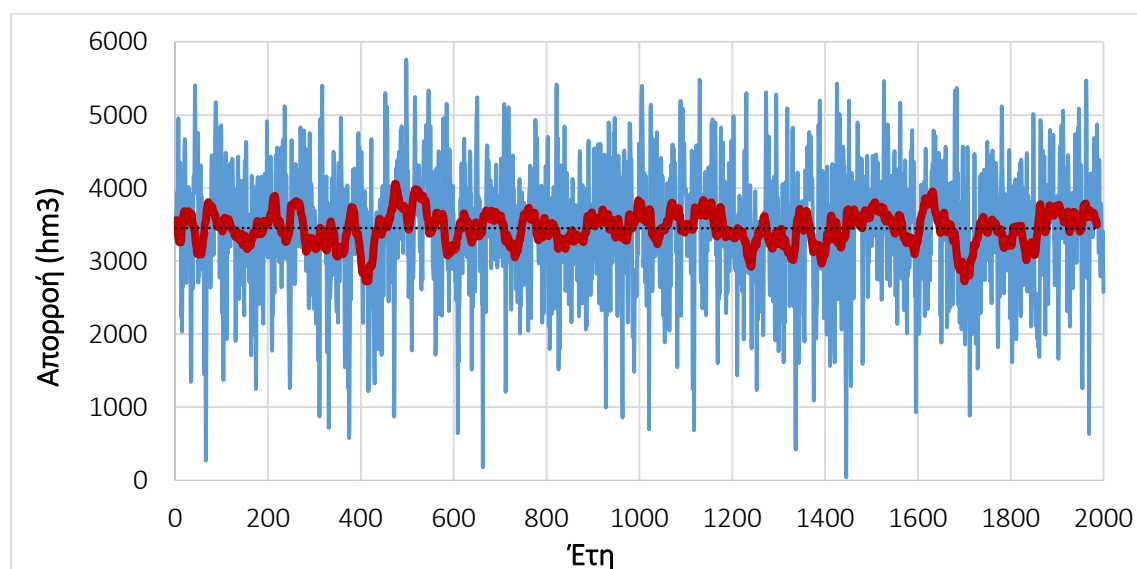
Πίνακας 4: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , $H=0.9$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	117,67 (22,33)	83,21 (21,69)	1,24 (0,63)	0,16 (0,21)
Νοέμβριος	303,10 (54,42)	163,80 (36,57)	0,79 (0,45)	0,26 (0,17)
Δεκέμβριος	546,96 (108,41)	299,59 (42,41)	0,39 (0,31)	0,16 (0,17)
Ιανουάριος	473,18 (120,62)	257,60 (39,84)	0,35 (0,32)	0,10 (0,21)
Φεβρουάριος	446,60 (95,14)	206,92 (25,20)	0,14 (0,29)	0,53 (0,16)
Μάρτιος	466,60 (71,82)	175,21 (26,11)	-0,02 (0,32)	0,44 (0,16)
Απρίλιος	454,68 (51,39)	148,38 (22,07)	0,07 (0,42)	0,36 (0,18)
Μάιος	300,11 (35,41)	112,10 (14,83)	0,11 (0,37)	0,64 (0,12)
Ιούνιος	137,08 (10,48)	36,14 (5,71)	0,27 (0,46)	0,67 (0,11)
Ιούλιος	84,49 (3,42)	16,61 (2,46)	-0,33 (0,42)	0,54 (0,15)
Αύγουστος	62,75 (2,32)	11,92 (2,12)	0,30 (0,90)	0,70 (0,12)
Σεπτέμβριος	56,55 (3,55)	17,73 (3,07)	0,62 (0,55)	0,23 (0,19)

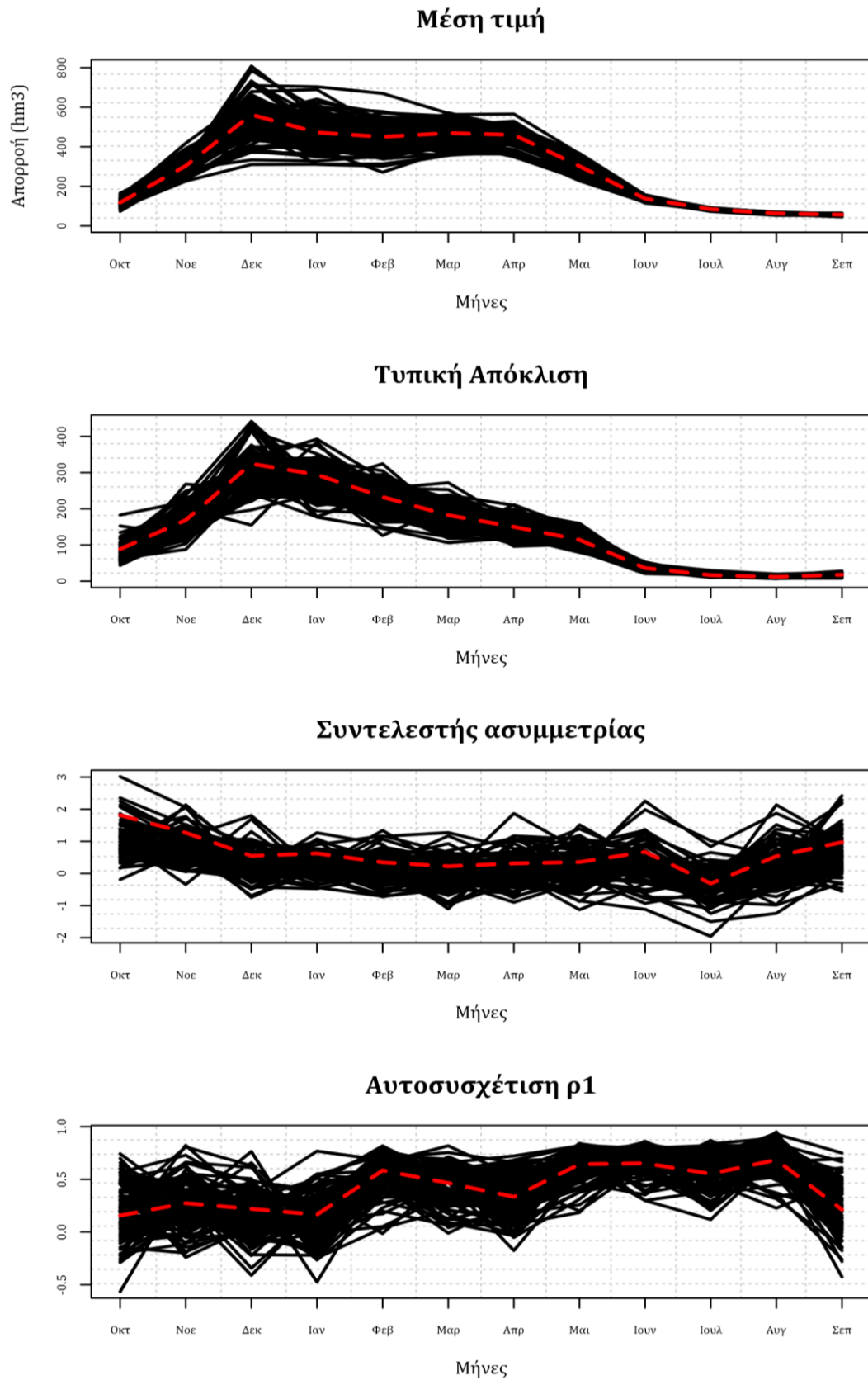
4.5 Εφαρμογή σε διαφορετικά μήκη ιστορικών δειγμάτων n

Για τη διερεύνηση της επίδρασης του μήκους της χρονοσειράς στην παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, οι αναλύσεις έγιναν εκ νέου για διαφορετικά μήκη δείγματος. Συγκεκριμένα επιλέχθηκε να αναλυθεί χρονοσειρά μήκους $n=20$ έτη και $n=50$ έτη, σε όλους τους συνδυασμούς συντελεστών Hurst που αναφέρθηκαν ($H = 0.5$, $H = 0.7$ και $H = 0.9$).

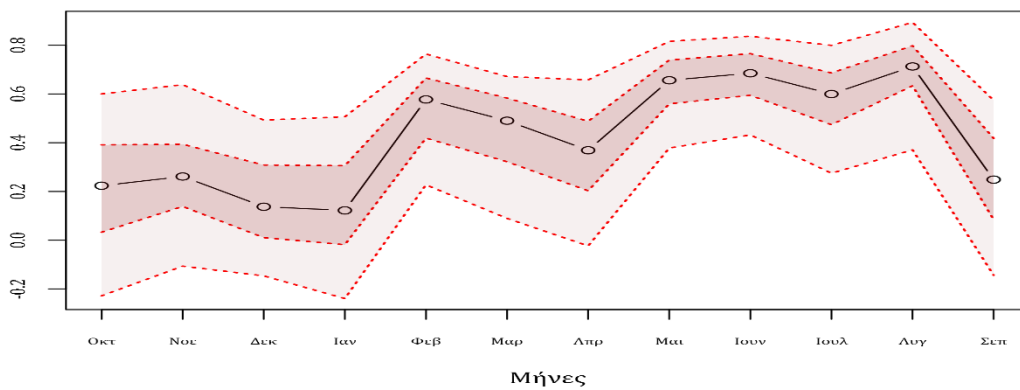
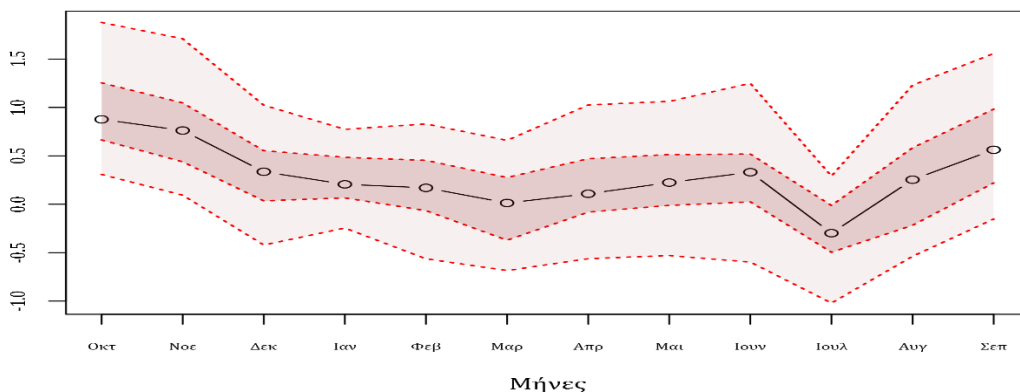
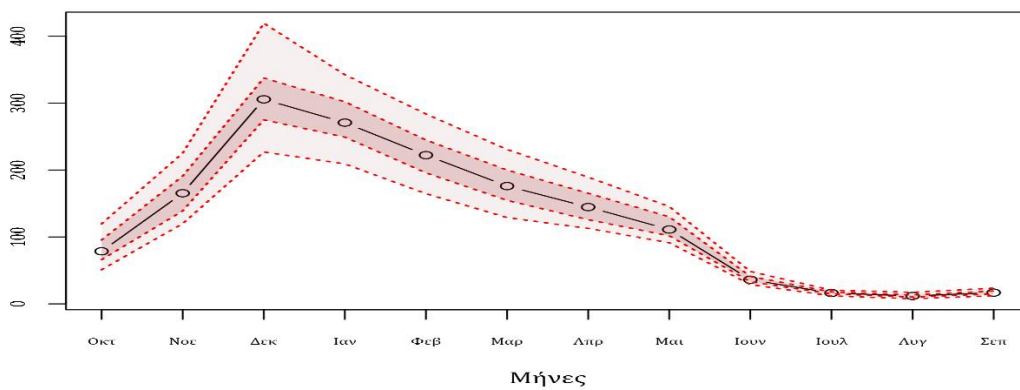
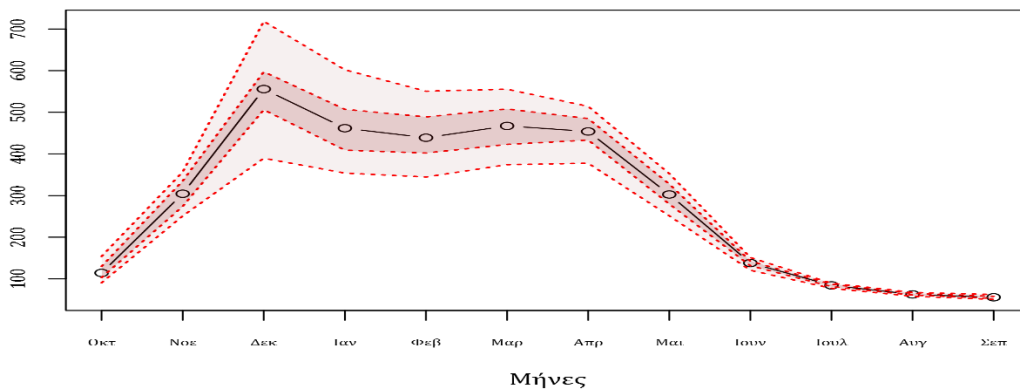
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους $n' = 20$ για $H = 0.5$



Διάγραμμα 11: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.7$



Εικόνα 20: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.5$

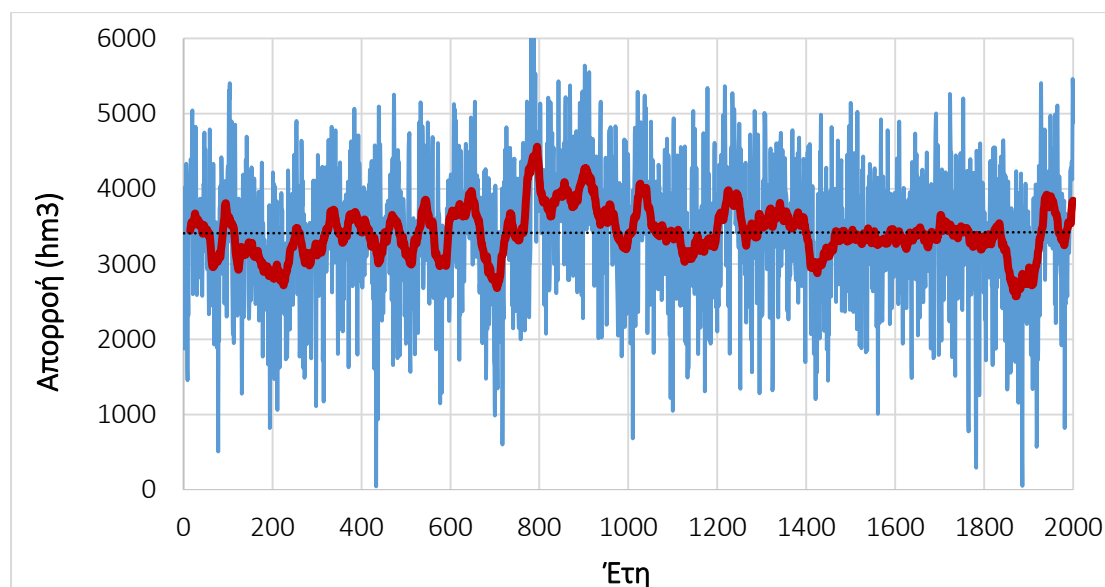


Εικόνα 31: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.5$

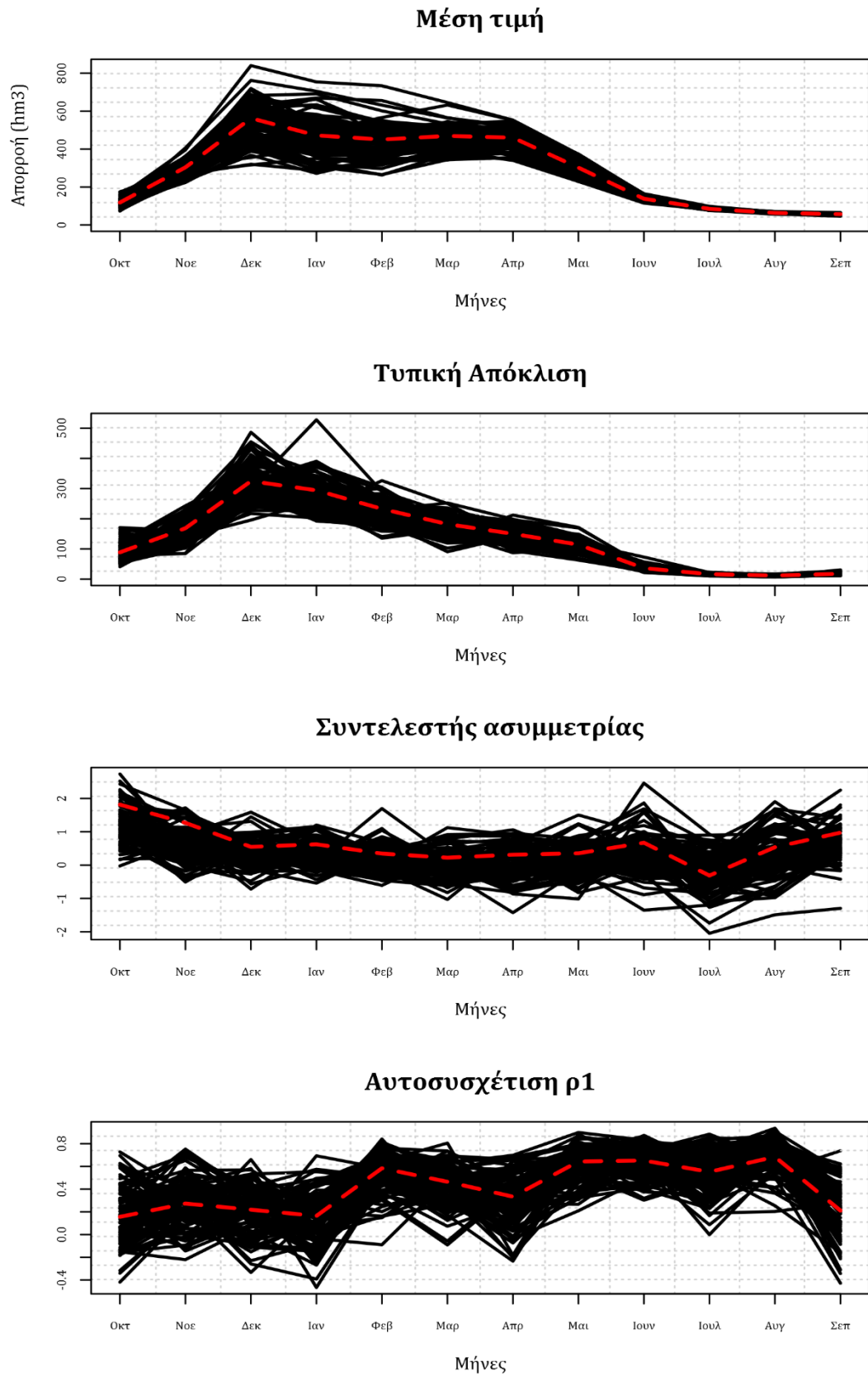
Πίνακας 5: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n'=20$ έτη και συντελεστή $H=0.5$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	116,80 (19,15)	80,43 (21,63)	1,03 (0,52)	0,21 (0,25)
Νοέμβριος	302,83 (39,75)	166,55 (33,99)	0,76 (0,44)	0,25 (0,21)
Δεκέμβριος	552,16 (89,27)	298,62 (52,99)	0,35 (0,35)	0,17 (0,22)
Ιανουάριος	472,77 (82,18)	264,53 (41,79)	0,31 (0,28)	0,13 (0,23)
Φεβρουάριος	444,63 (67,80)	217,40 (34,69)	0,18 (0,33)	0,53 (0,17)
Μάρτιος	464,65 (56,56)	179,10 (32,68)	-0,01 (0,41)	0,45 (0,19)
Απρίλιος	453,94 (41,06)	148,89 (26,59)	0,11 (0,44)	0,35 (0,21)
Μάιος	301,49 (32,12)	116,51 (18,79)	0,22 (0,42)	0,63 (0,14)
Ιούνιος	136,77 (9,52)	37,65 (6,49)	0,25 (0,49)	0,68 (0,13)
Ιούλιος	83,87 (4,15)	16,70 (3,08)	-0,32 (0,38)	0,58 (0,16)
Αύγουστος	62,67 (3,25)	12,18 (2,67)	0,16 (0,61)	0,69 (0,15)
Σεπτέμβριος	55,86 (3,93)	17,42 (3,69)	0,63 (0,58)	0,23 (0,24)

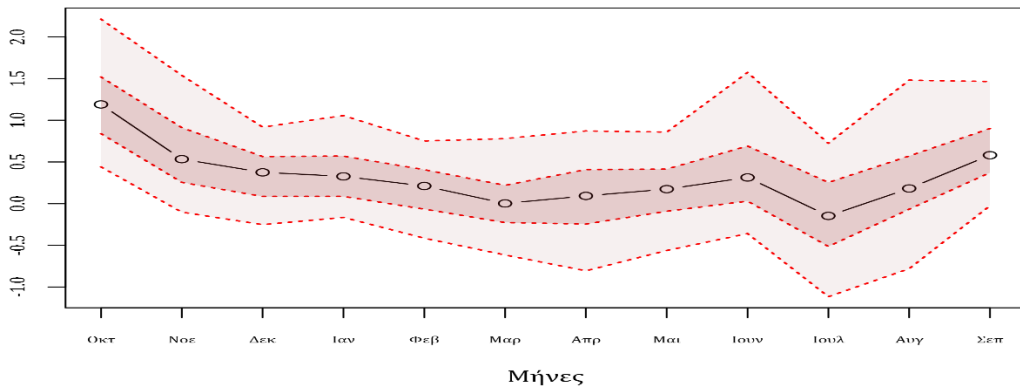
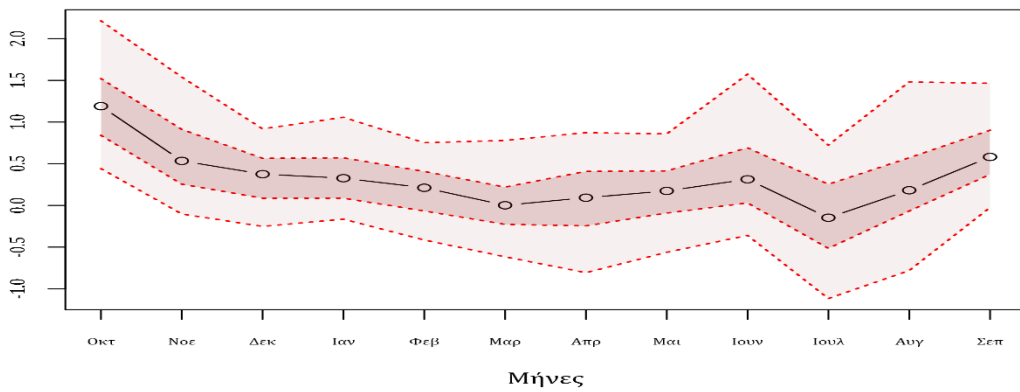
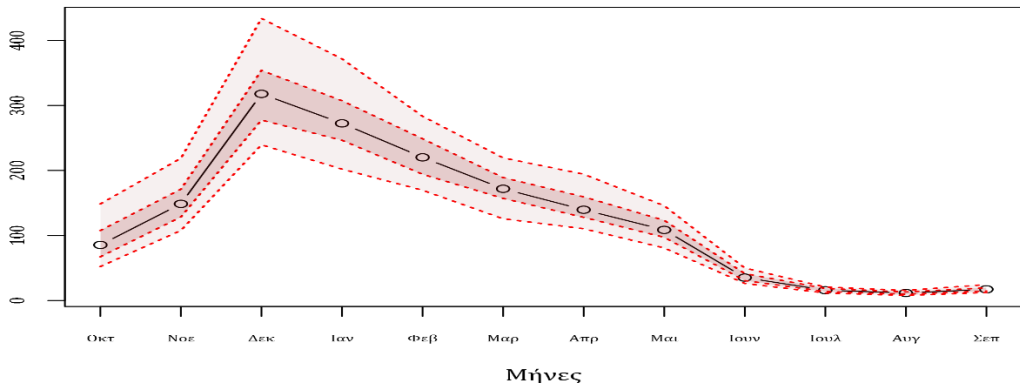
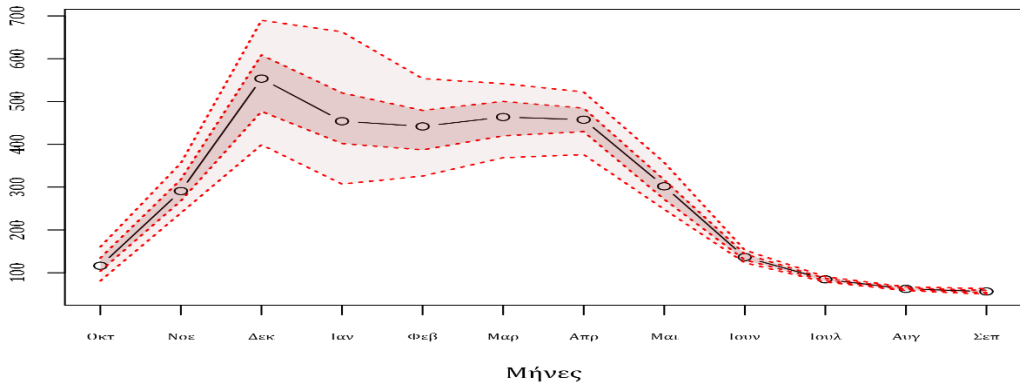
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους $n' = 20$ για $H = 0.7$



Διάγραμμα 12: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.7$



Εικόνα 12: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$

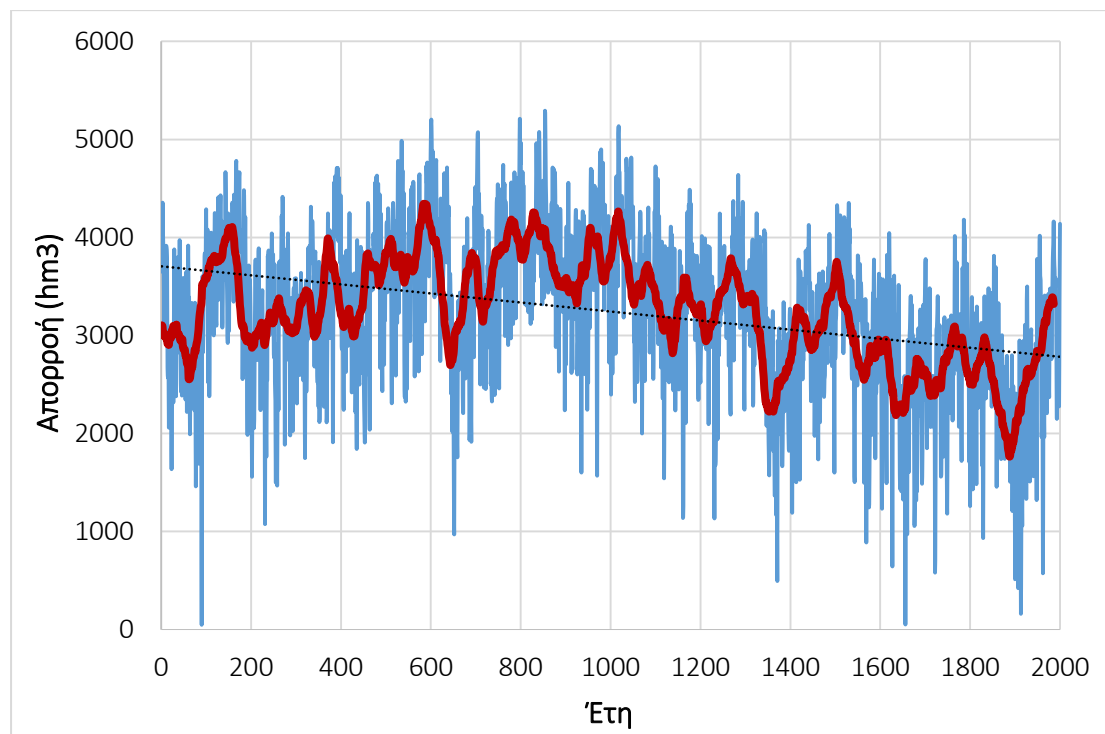


Εικόνα 13: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.7$

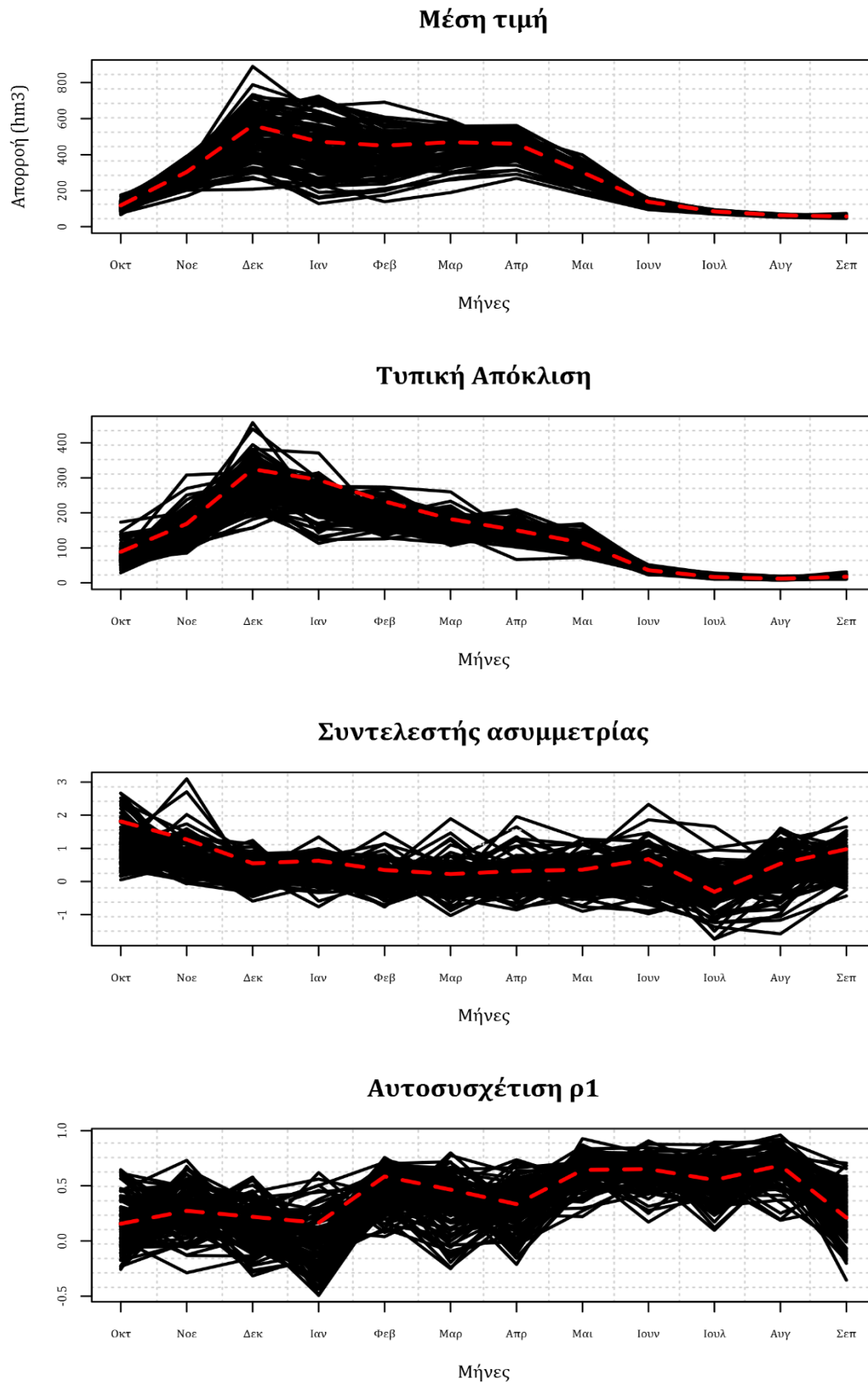
Πίνακας 6: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n=20$ έτη και συντελεστή $H=0.7$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	118,29 (23,61)	87,24 (28,01)	1,20 (0,50)	0,14 (0,23)
Νοέμβριος	292,51 (36,70)	151,72 (34,49)	0,57 (0,41)	0,27 (0,20)
Δεκέμβριος	546,40 (97,99)	310,26 (54,87)	0,40 (0,33)	0,21 (0,20)
Ιανουάριος	464,11 (97,74)	264,15 (47,92)	0,37 (0,28)	0,15 (0,23)
Φεβρουάριος	441,15 (78,53)	215,95 (34,31)	0,19 (0,30)	0,54 (0,18)
Μάρτιος	458,61 (59,18)	173,39 (27,48)	-0,01 (0,36)	0,43 (0,18)
Απρίλιος	454,31 (46,93)	147,10 (25,30)	0,19 (1,41)	0,30 (0,23)
Μάιος	298,50 (33,62)	112,05 (21,40)	0,30 (1,15)	0,62 (0,17)
Ιούνιος	137,49 (10,06)	37,52 (10,33)	0,53 (1,88)	0,65 (0,14)
Ιούλιος	84,43 (4,21)	16,62 (3,77)	0,07 (1,97)	0,57 (0,18)
Αύγουστος	62,51 (2,90)	11,90 (2,83)	0,43 (1,88)	0,71 (0,15)
Σεπτέμβριος	56,18 (4,06)	17,78 (4,11)	0,79 (1,82)	0,23 (0,24)

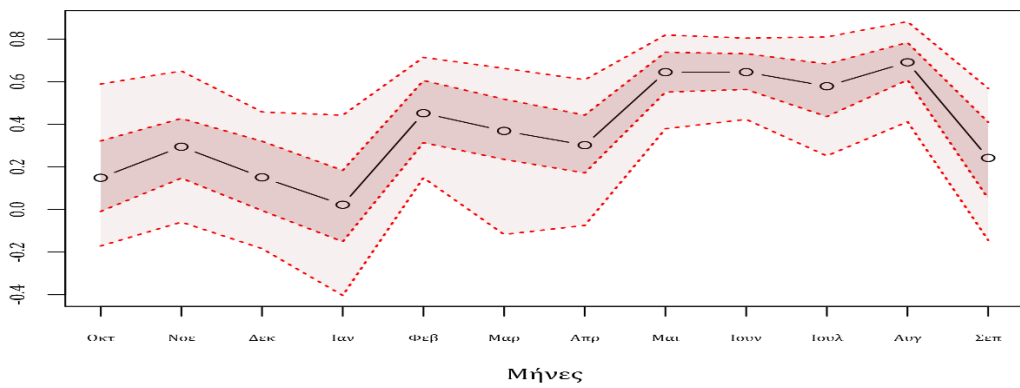
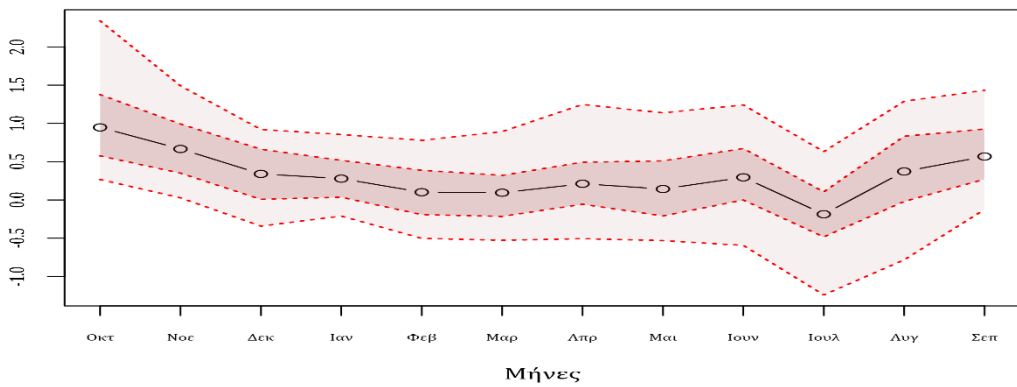
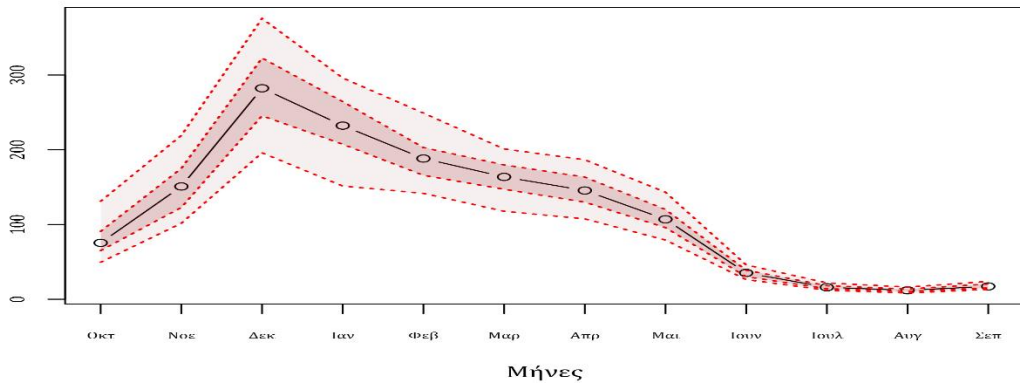
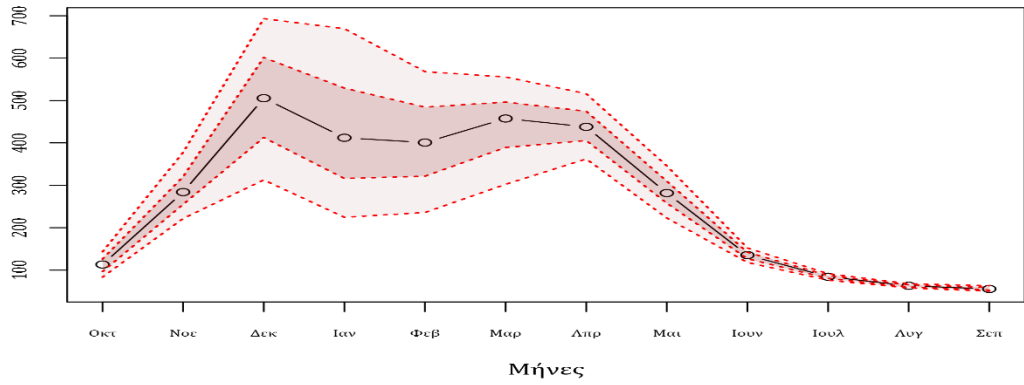
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους $n' = 20$ για $H = 0.9$



Διάγραμμα 13: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n'=20$ έτη και $H=0.9$



Εικόνα 14: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n'=20$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 20 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.9$

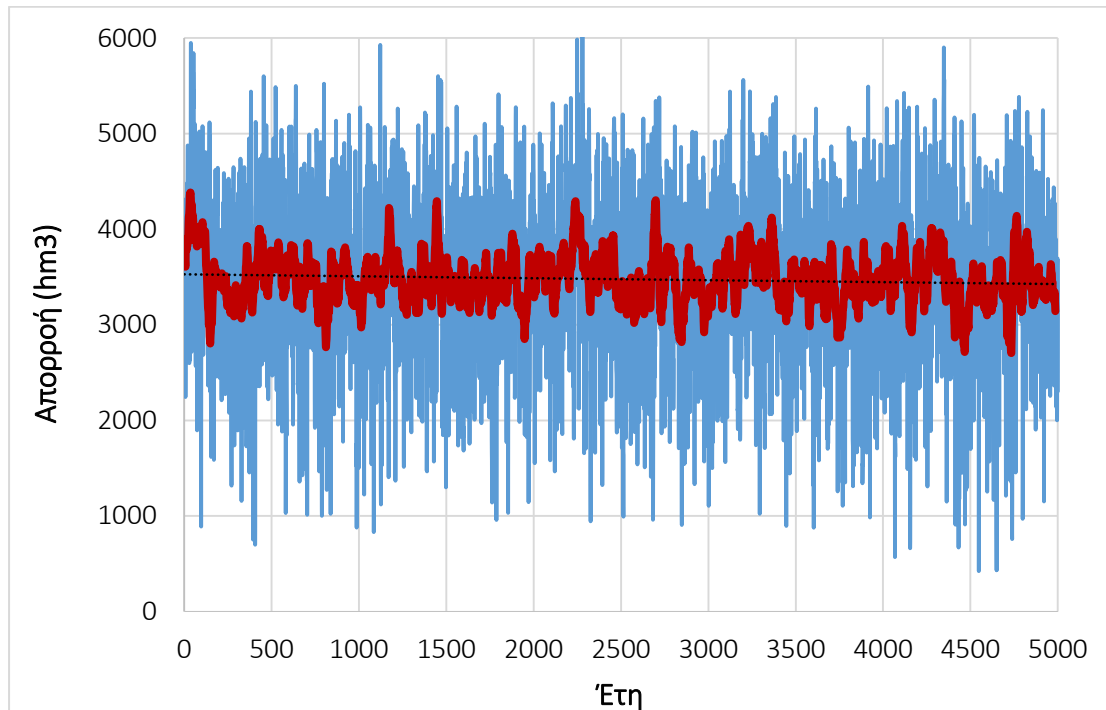


Εικόνα 15: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n' , $H=0.9$

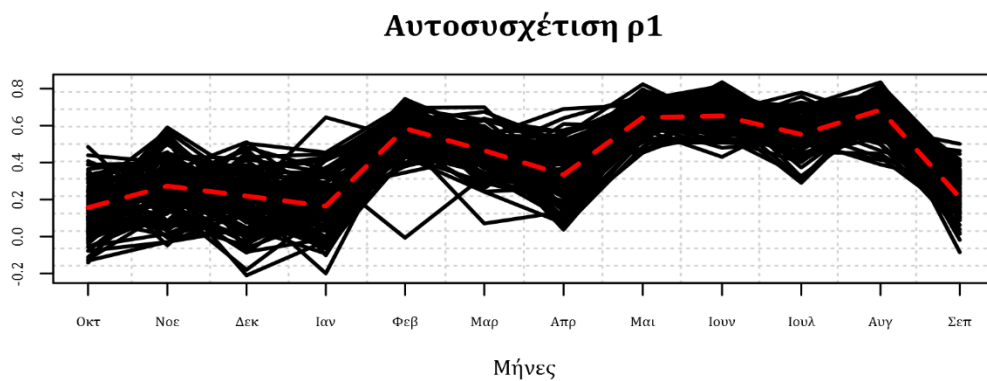
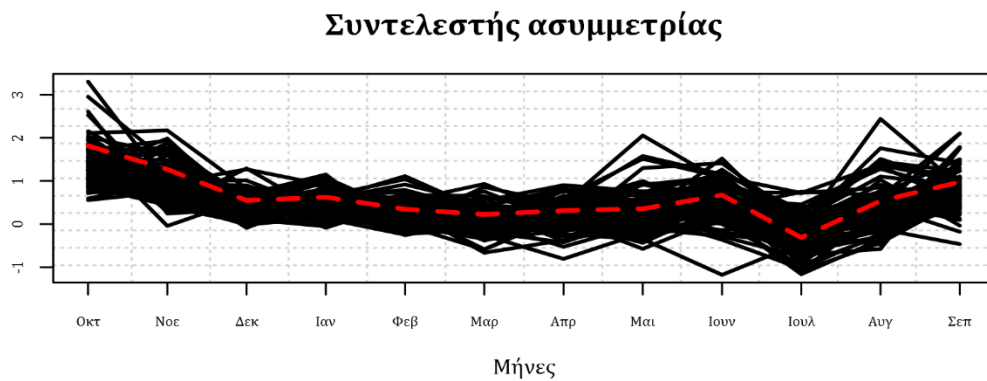
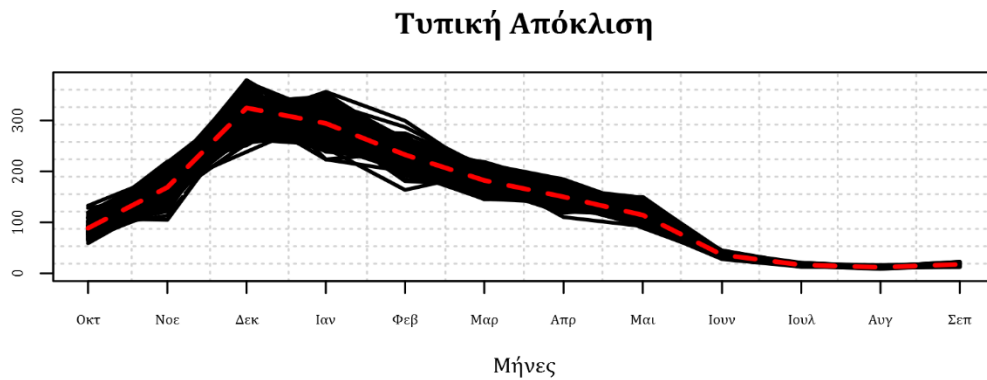
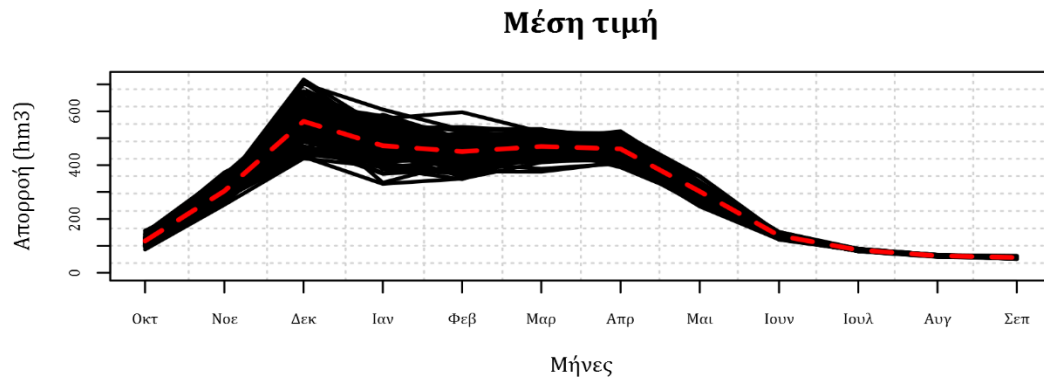
Πίνακας 7: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n, για δείγμα n'=20 έτη και συντελεστή H=0.9

	Μέση τιμή (hm ³)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ1
Οκτώβριος	113,93 (22,40)	77,61 (22,93)	1,06 (0,61)	0,16 (0,22)
Νοέμβριος	291,18 (55,07)	147,42 (36,45)	0,65 (0,43)	0,26 (0,21)
Δεκέμβριος	524,28 (139,62)	264,12 (53,68)	0,33 (0,31)	0,10 (0,20)
Ιανουάριος	432,13 (146,03)	211,32 (42,50)	0,28 (0,30)	-0,08 (0,24)
Φεβρουάριος	413,20 (117,20)	171,28 (28,59)	0,11 (0,37)	0,39 (0,18)
Μάρτιος	448,30 (86,21)	154,73 (23,75)	0,07 (0,42)	0,28 (0,25)
Απρίλιος	440,88 (67,02)	139,28 (22,76)	0,13 (0,45)	0,24 (0,22)
Μάιος	288,54 (49,20)	104,40 (17,05)	0,17 (0,42)	0,61 (0,14)
Ιούνιος	135,46 (13,69)	34,54 (5,98)	0,27 (0,56)	0,62 (0,13)
Ιούλιος	84,06 (5,70)	16,38 (3,36)	-0,24 (0,54)	0,54 (0,18)
Αύγουστος	62,90 (3,81)	12,32 (2,65)	0,34 (0,73)	0,67 (0,15)
Σεπτέμβριος	56,28 (4,61)	17,89 (3,73)	0,72 (0,86)	0,22 (0,24)

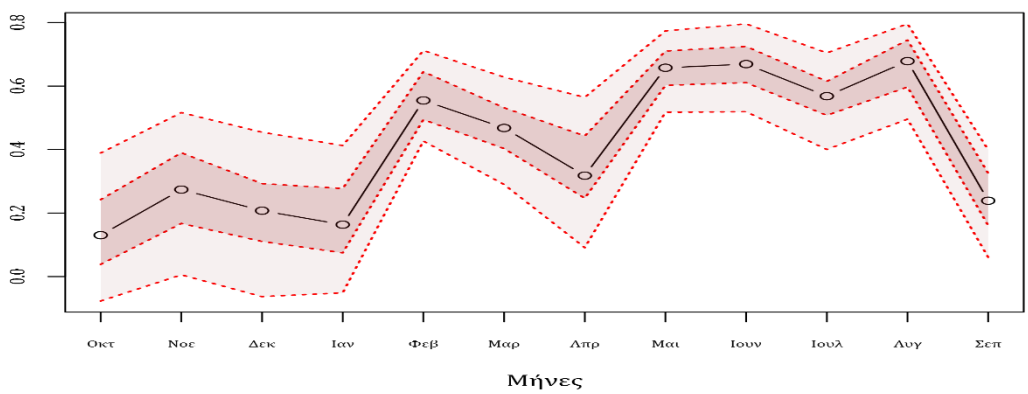
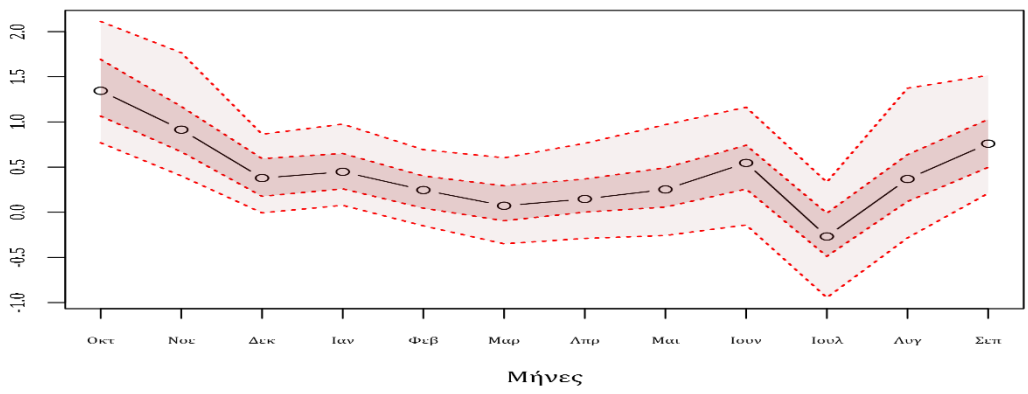
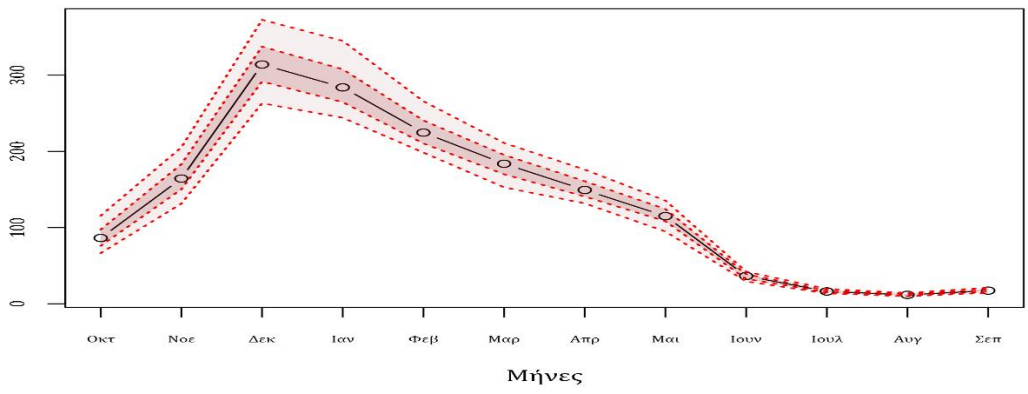
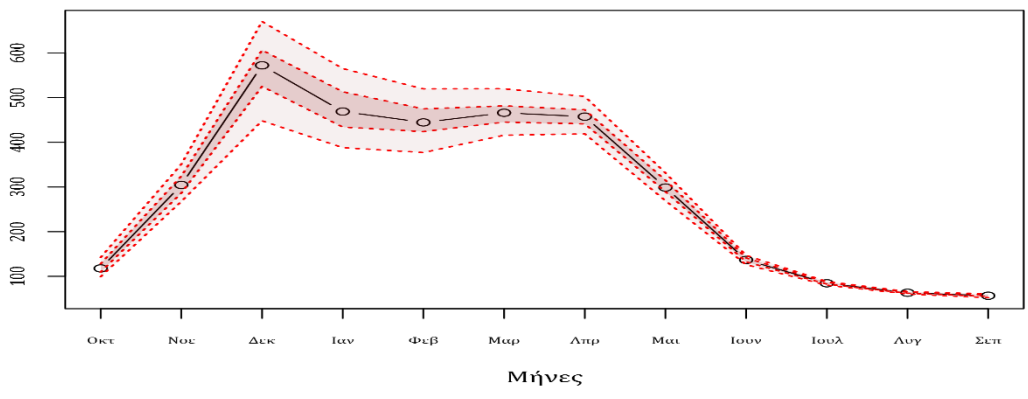
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους n'' = 50 για H = 0.5



Διάγραμμα 14: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα n''=50 έτη και H=0.5



Εικόνα 16: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.5$

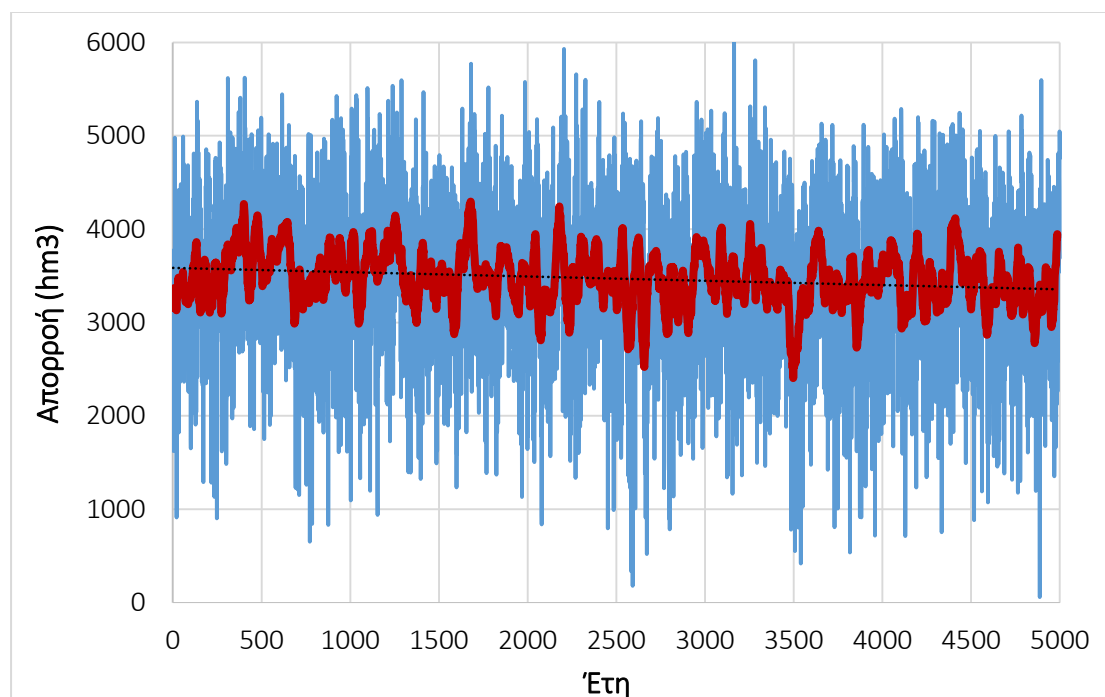


Εικόνα 17: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορρόης συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.5$

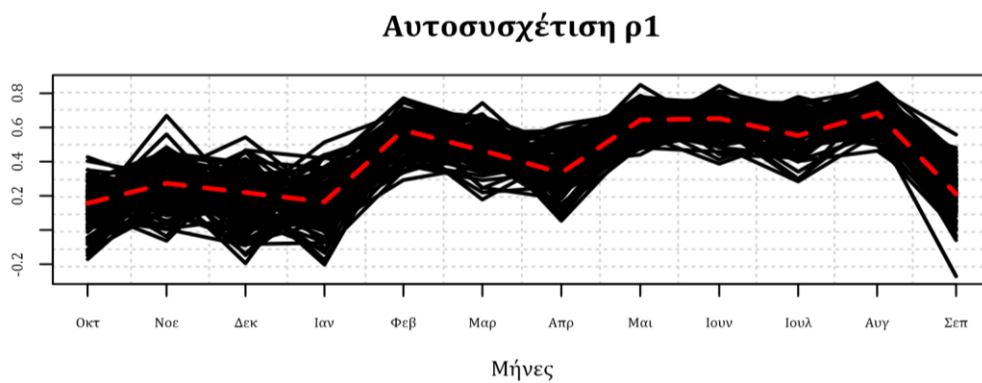
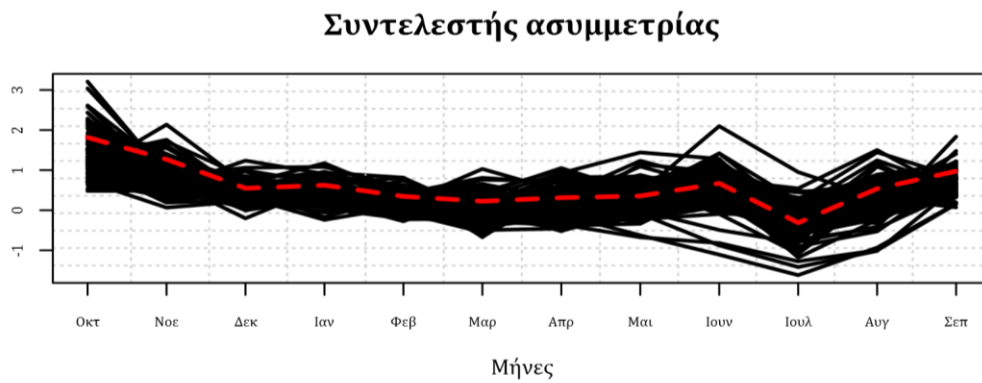
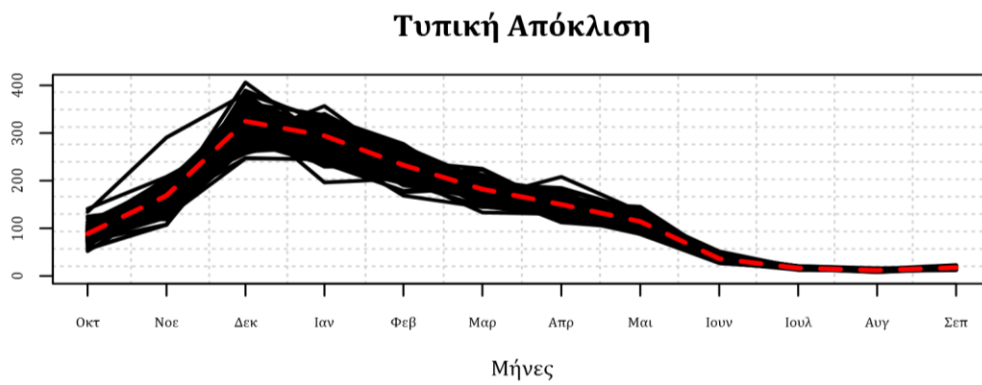
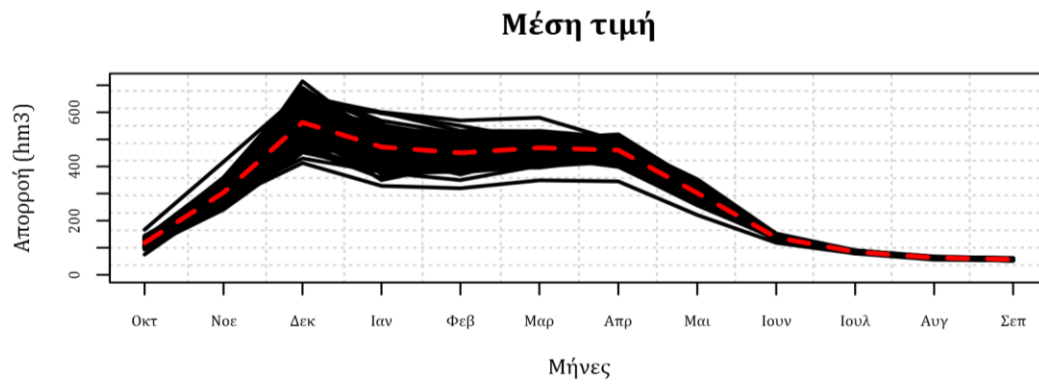
Πίνακας 8: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.5$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	118,21 (13,43)	86,55 (15,35)	1,33 (0,43)	0,14 (0,14)
Νοέμβριος	303,30 (26,39)	165,39 (22,90)	0,90 (0,40)	0,26 (0,15)
Δεκέμβριος	568,11 (66,56)	310,03 (32,79)	0,41 (0,25)	0,18 (0,15)
Ιανουάριος	477,15 (57,22)	277,44 (30,00)	0,41 (0,21)	0,16 (0,15)
Φεβρουάριος	450,64 (43,48)	222,73 (22,84)	0,20 (0,25)	0,55 (0,12)
Μάρτιος	464,43 (32,45)	183,74 (18,52)	0,04 (0,27)	0,46 (0,11)
Απρίλιος	456,99 (27,66)	152,82 (16,01)	0,12 (0,30)	0,35 (0,15)
Μάιος	300,11 (21,91)	116,22 (12,90)	0,28 (0,36)	0,65 (0,08)
Ιούνιος	136,59 (6,47)	36,41 (4,29)	0,42 (0,39)	0,66 (0,08)
Ιούλιος	84,42 (2,66)	16,53 (1,83)	-0,27 (0,39)	0,56 (0,09)
Αύγουστος	63,27 (1,82)	11,96 (1,39)	0,36 (0,51)	0,67 (0,10)
Σεπτέμβριος	56,72 (2,59)	17,55 (2,25)	0,77 (0,40)	0,23 (0,11)

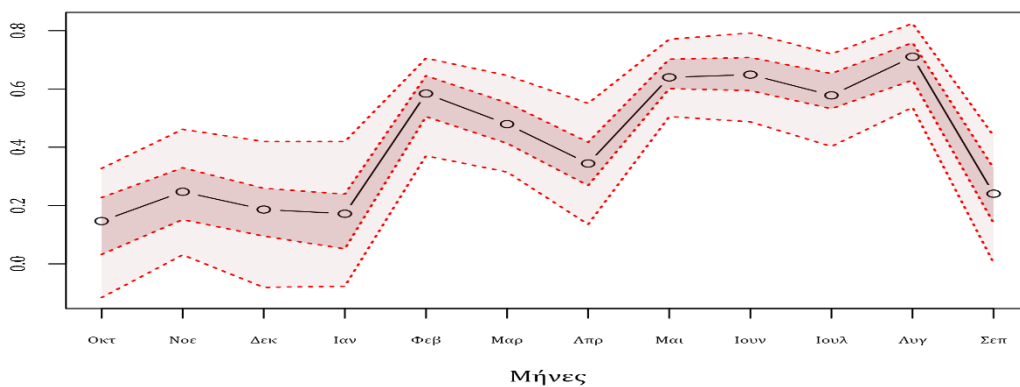
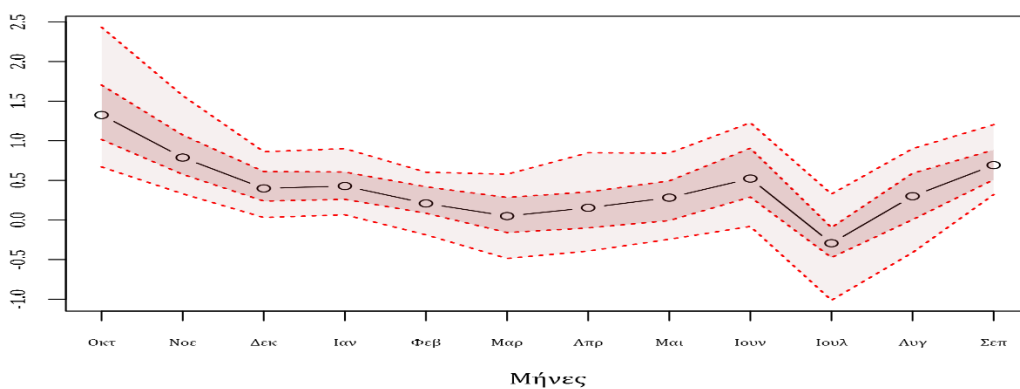
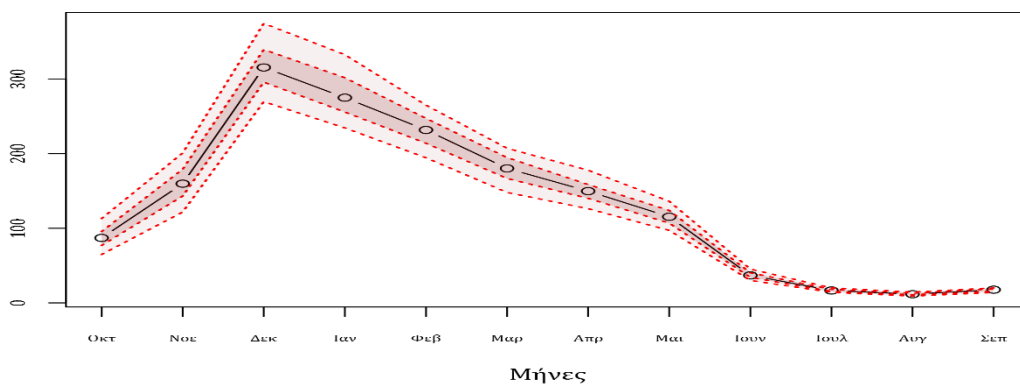
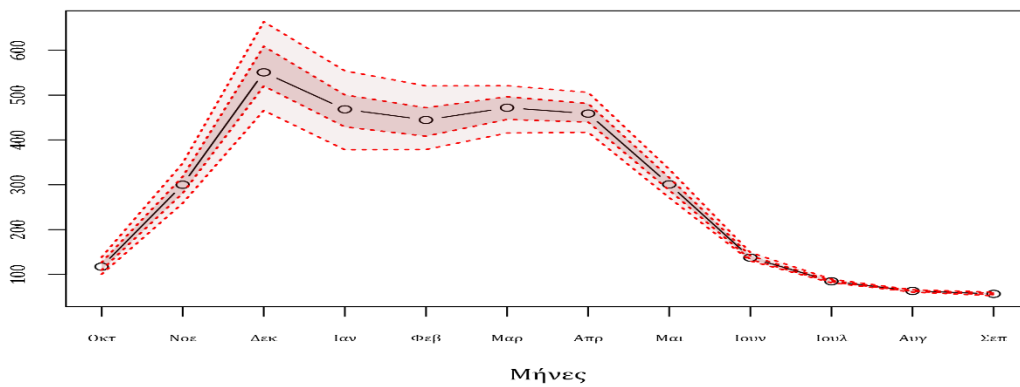
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους $n'' = 50$ για $H = 0.7$



Διάγραμμα 15: Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n''=50$ έτη και $H=0.7$



Εικόνα 4: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορορών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.7$

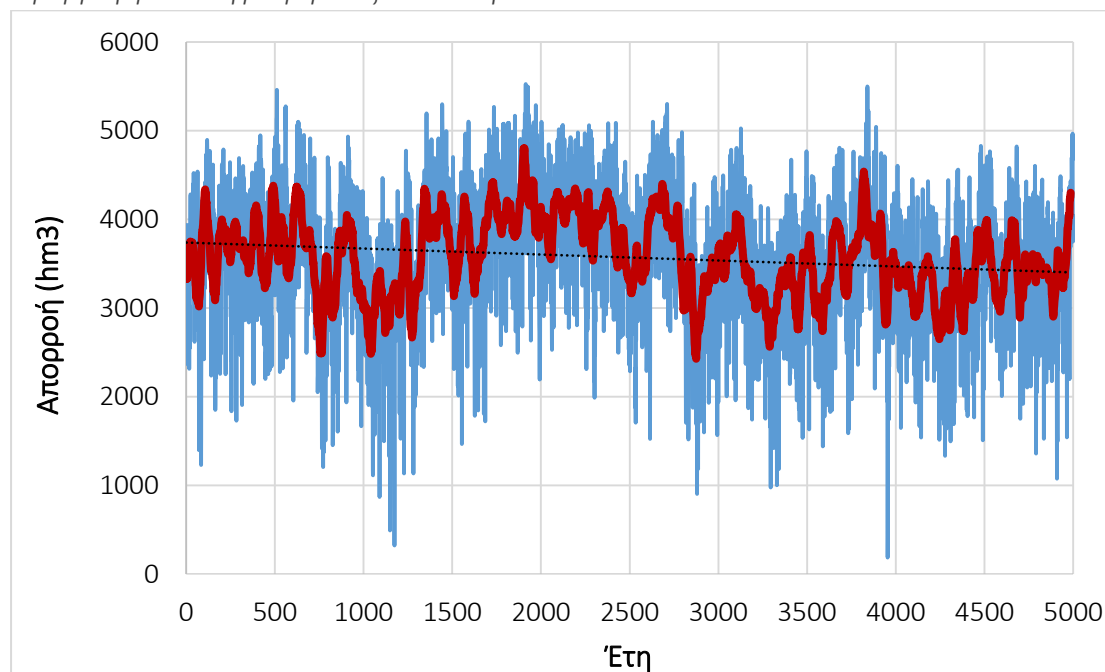


Εικόνα 195: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορροής συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.7$

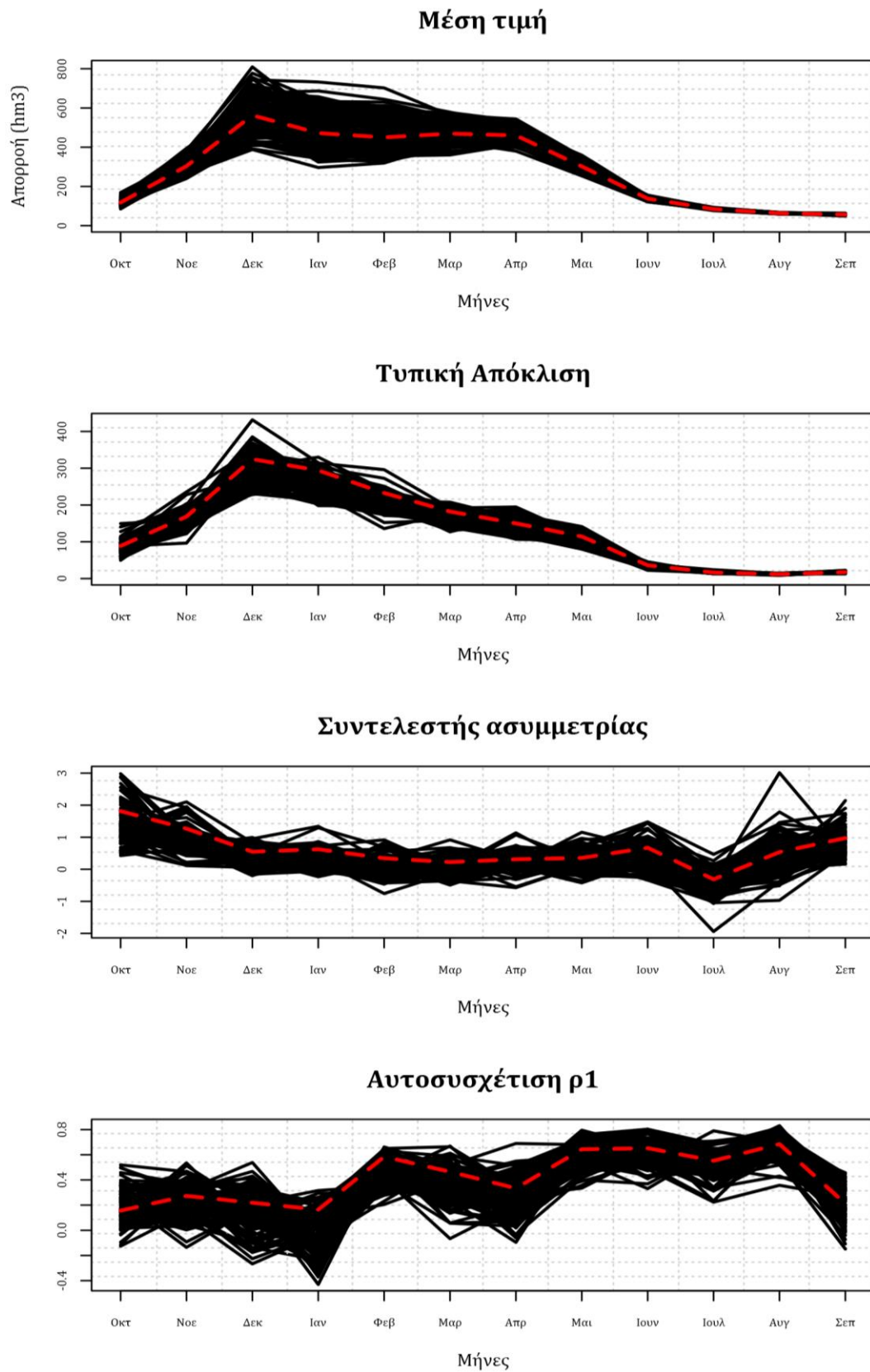
Πίνακας 9: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.7$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	118,60 (13,36)	86,11 (14,82)	1,36 (0,54)	0,12 (0,13)
Νοέμβριος	299,78 (29,02)	159,51 (26,15)	0,80 (0,33)	0,24 (0,13)
Δεκέμβριος	562,43 (65,30)	312,46 (32,49)	0,42 (0,22)	0,16 (0,15)
Ιανουάριος	466,63 (53,34)	268,08 (30,08)	0,40 (0,20)	0,15 (0,14)
Φεβρουάριος	444,35 (44,48)	224,07 (23,08)	0,20 (0,21)	0,56 (0,11)
Μάρτιος	469,50 (35,47)	181,55 (18,78)	0,01 (0,30)	0,48 (0,11)
Απρίλιος	458,10 (30,73)	150,97 (17,66)	0,09 (0,35)	0,35 (0,13)
Μάιος	299,71 (21,54)	116,22 (12,52)	0,24 (0,34)	0,64 (0,08)
Ιούνιος	137,57 (6,26)	37,58 (4,83)	0,48 (0,51)	0,65 (0,09)
Ιούλιος	84,69 (2,77)	16,87 (1,94)	-0,30 (0,40)	0,58 (0,10)
Αύγουστος	63,13 (2,06)	12,02 (1,82)	0,22 (0,51)	0,69 (0,09)
Σεπτέμβριος	56,55 (2,55)	17,42 (2,08)	0,69 (0,34)	0,24 (0,14)

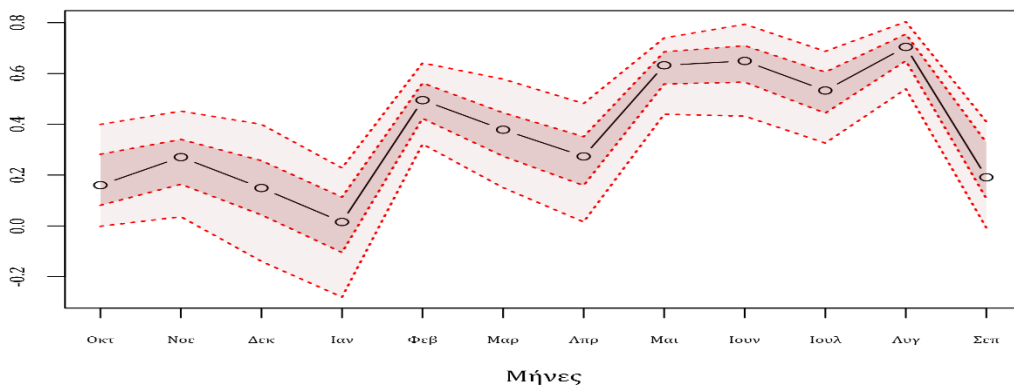
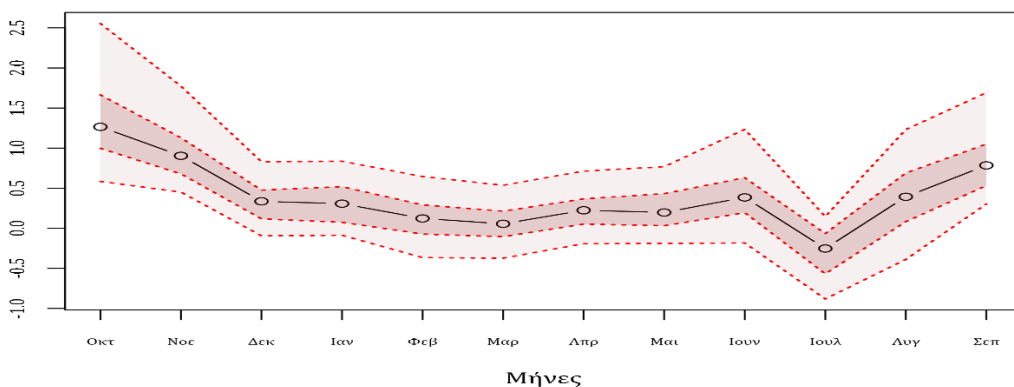
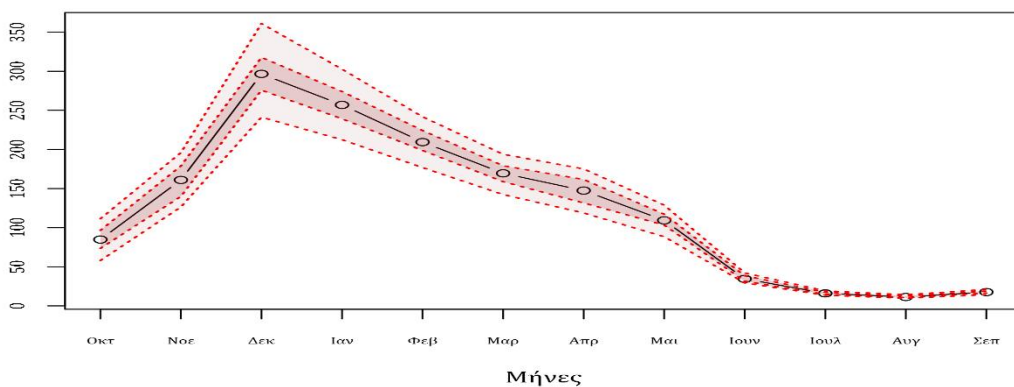
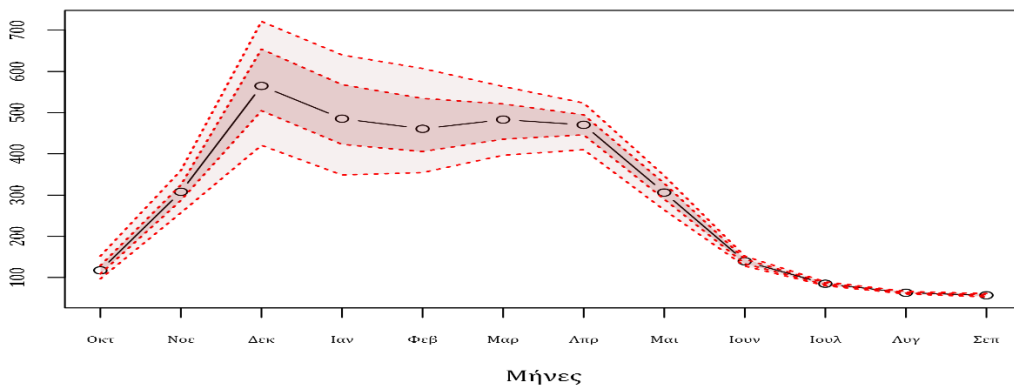
Εφαρμογή σε δείγμα μήκους $n'' = 50$ για $H = 0.9$



Διάγραμμα 16: : Μέση ετήσια απορροή για τη συνθετική χρονοσειρά μεγάλου μήκους (μπλε γραμμή) και κινούμενοι μέσοι όροι τριακονταετίας (κόκκινη γραμμή), για δείγμα $n''=50$ έτη και $H=0.9$



Εικόνα 20: Σύγκριση στατιστικών μεγεθών δείγματος μήκους $n''=50$ έτη και συνθετικών (από 100 σενάρια μήκους 50 ετών) μηνιαίων απορροών Αχελώου στη Κρεμαστά, $H=0.9$



Εικόνα 21: Απεικόνιση τεταρτημορίων των στατιστικών χαρακτηριστικών της μέσης μηνιαίας απορρόφης συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , $H=0.9$

Πίνακας 10: Στατιστικά χαρακτηριστικά της μέσης μηνιαίας απορροής των 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους n'' , για δείγμα $n''=50$ έτη και συντελεστή $H=0.9$

	Μέση τιμή (hm^3)	Τυπική Απόκλιση	Συντελεστής Ασυμμετρίας	Αυτοσυσχέτιση ρ_1
Οκτώβριος	118,86 (16,87)	83,64 (17,50)	1,31 (0,51)	0,17 (0,13)
Νοέμβριος	306,60 (35,11)	156,24 (24,73)	0,82 (0,34)	0,23 (0,13)
Δεκέμβριος	577,71 (103,43)	281,93 (35,04)	0,31 (0,21)	0,10 (0,16)
Ιανουάριος	498,59 (103,72)	238,75 (26,12)	0,25 (0,23)	-0,09 (0,17)
Φεβρουάριος	479,81 (88,03)	194,82 (21,67)	0,08 (0,26)	0,42 (0,11)
Μάρτιος	484,05 (59,95)	161,05 (14,59)	0,01 (0,26)	0,29 (0,15)
Απρίλιος	471,4 (42,63)	141,41 (16,82)	0,15 (0,27)	0,19 (0,15)
Μάιος	309,04 (29,38)	106,74 (11,55)	0,23 (0,31)	0,59 (0,10)
Ιούνιος	139,48 (8,54)	34,68 (4,44)	0,42 (0,42)	0,62 (0,10)
Ιούλιος	84,99 (3,16)	16,07 (1,83)	-0,31 (0,35)	0,52 (0,11)
Αύγουστος	63,21 (1,96)	11,57 (1,45)	0,40 (0,52)	0,68 (0,09)
Σεπτέμβριος	56,94 (2,71)	17,68 (2,03)	0,84 (0,41)	0,20 (0,14)

4.6 Σύγκριση και σχολιασμός αποτελεσμάτων

Από την επεξεργασία των ανωτέρω αποτελεσμάτων προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των στατιστικών χαρακτηριστικών του δείγματος σε σχέση με διάφορες παραμέτρους και τις μεθοδολογίες προσέγγισης.

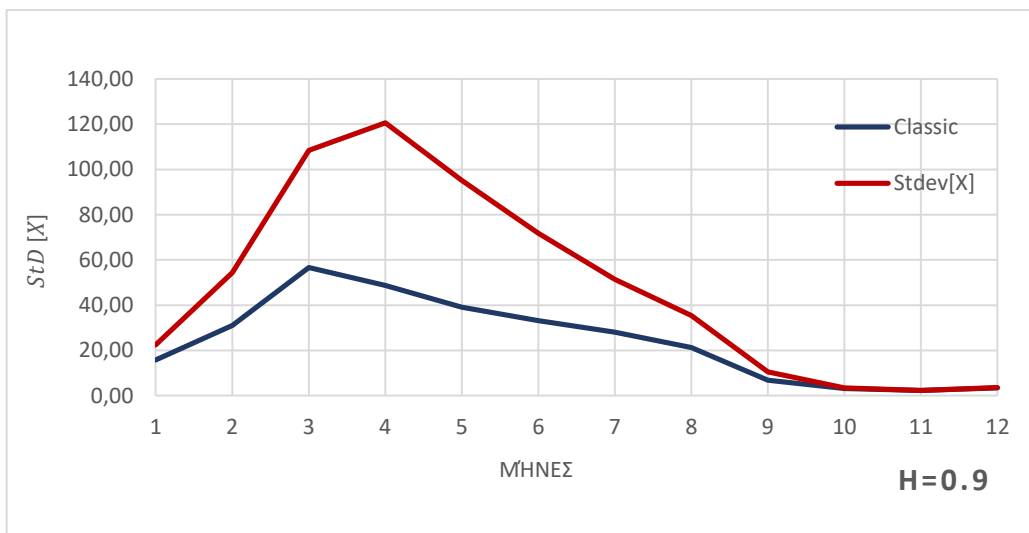
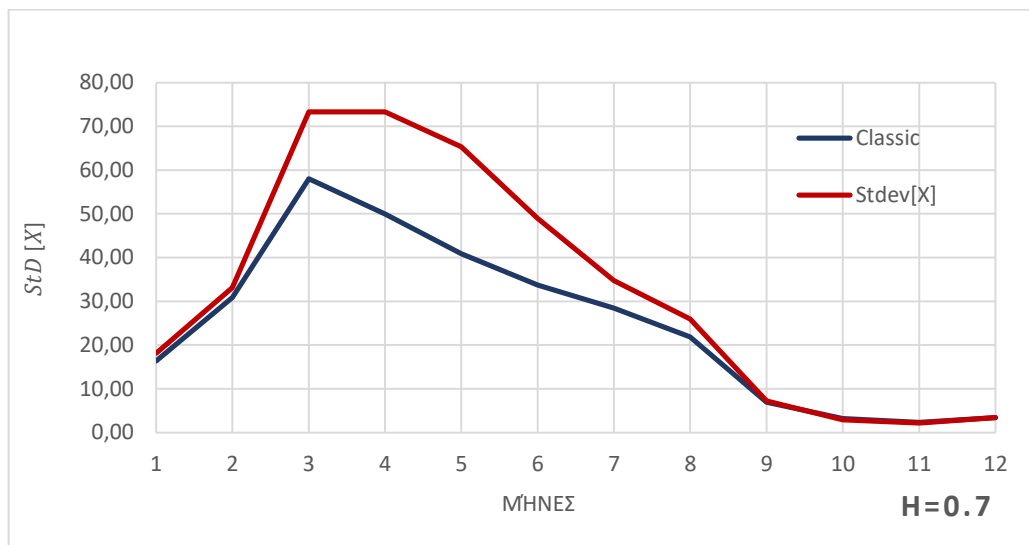
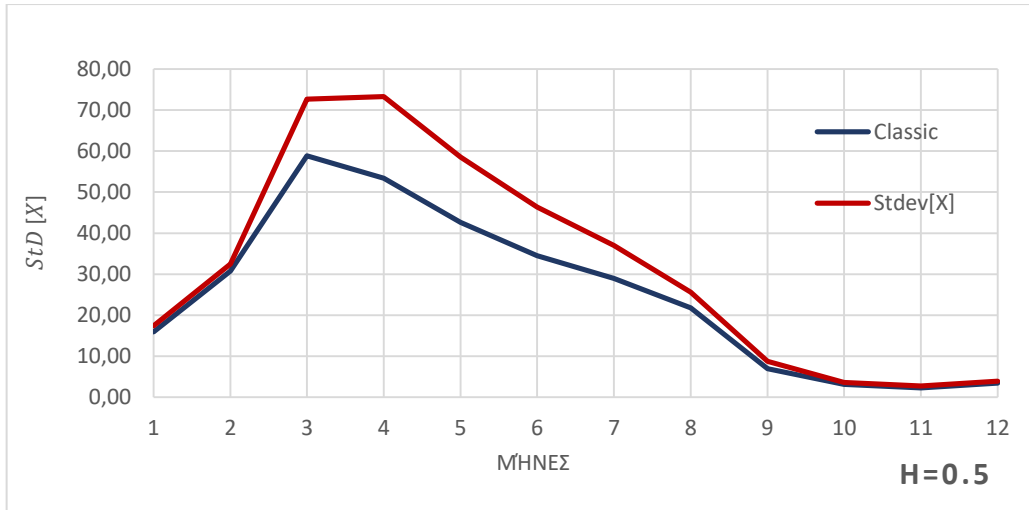
Αναλυτικότερα, η αβεβαιότητα της δειγματικής μέσης τιμής, φαίνεται να επηρεάζεται τόσο από το μήκος του δείγματος και τον συντελεστή Hurst, όσο κι από την αυτοσυσχέτιση σε μηνιαία κλίμακα. Τα αποτελέσματα της κλασικής στατιστικής, όπου $Std[X]=\sigma/\sqrt{n}$, επαληθεύονται μόνο στην περίπτωση μικρών συντελεστών αυτοσυσχέτισης και Hurst. Για παράδειγμα στην ανάλυση των συνθετικών χρονοσειρών (από 100 σενάρια μήκους 28 ετών), στην επίλυση με συντελεστή Hurst $H=0.5$, ο Οκτώβριος με συντελεστή αυτοσυσχέτισης $\rho_{\text{Οκτ}}=0.20$ και ο Φεβρουάριος με συντελεστή αυτοσυσχέτισης $\rho_{\text{Φεβ}}=0.56$, διατηρείται η εικόνα της κλασικής στατιστικής για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης του δειγματικού μέσου και στον υπολογισμό της με προσομοίωση. Αντίθετα εντοπίζονται μεγάλες αποκλίσεις όσο αυξάνει ο συντελεστής Hurst. Όπως αναμένεται, η διασπορά της μέσης τιμής αυξάνει όχι μόνο με τη μείωση του δείγματος αλλά και με την αύξηση της αυτοσυσχέτισης και του H .

Πίνακας 11: Η επίδραση της αυτοσυσχέτισης, του μήκους δείγματος n και του συντελεστή Hurst στην εκτίμηση της αβεβαιότητας του δειγματικού μέσου

$n=28$ $H=0.5$	Τυπική Απόκλιση	ρ_1	Κλασική (σ/\sqrt{n})	Stdev[X]
Οκτώβριος	84,12	0,20	15,90	17,36
Νοέμβριος	162,80	0,28	30,77	32,46
Δεκέμβριος	311,60	0,22	58,89	72,66
Ιανουάριος	282,47	0,13	53,38	73,28
Φεβρουάριος	225,54	0,57	42,62	58,54
Μάρτιος	182,48	0,47	34,49	46,35
Απρίλιος	153,38	0,37	28,99	37,01
Μάιος	115,31	0,67	21,79	25,61
Ιούνιος	36,49	0,68	6,90	8,72
Ιούλιος	16,26	0,58	3,07	3,55
Αύγουστος	12,00	0,68	2,27	2,73
Σεπτέμβριος	18,07	0,22	3,41	3,88

$n=28$ $H=0.7$	Τυπική Απόκλιση	ρ_1	Κλασική (σ/\sqrt{n})	Stdev[X]
Οκτώβριος	86,41	0,16	16,33	18,13
Νοέμβριος	163,21	0,28	30,84	33,11
Δεκέμβριος	307,00	0,20	58,02	73,34
Ιανουάριος	264,44	0,14	49,97	73,28
Φεβρουάριος	216,25	0,56	40,87	65,30
Μάρτιος	178,22	0,47	33,68	48,90
Απρίλιος	150,60	0,36	28,46	34,72
Μάιος	115,45	0,66	21,82	25,96
Ιούνιος	36,60	0,68	6,92	7,20
Ιούλιος	16,69	0,55	3,15	2,91
Αύγουστος	12,18	0,71	2,30	2,14
Σεπτέμβριος	18,10	0,24	3,42	3,42

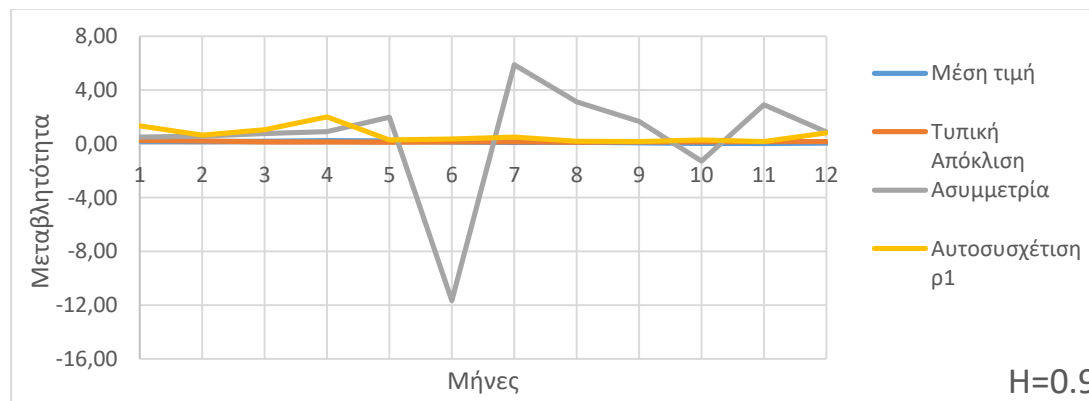
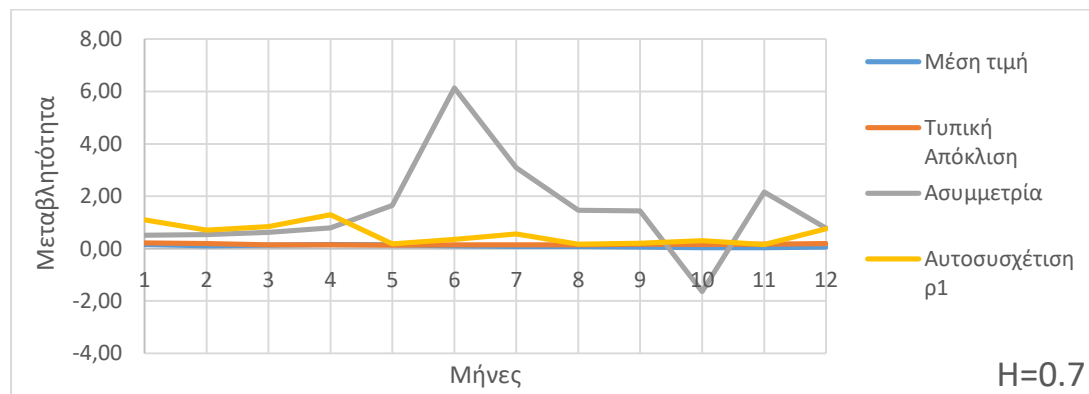
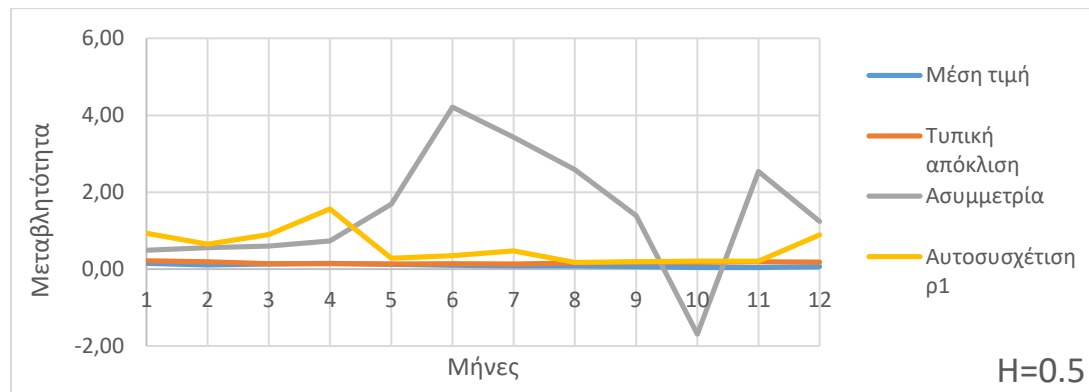
$n=28$ $H=0.9$	Τυπική Απόκλιση	ρ_1	Κλασική (σ/\sqrt{n})	Stdev[X]
Οκτώβριος	83,22	0,16	15,73	22,33
Νοέμβριος	163,80	0,27	30,96	54,43
Δεκέμβριος	299,59	0,16	56,62	108,42
Ιανουάριος	257,60	0,11	48,68	120,63
Φεβρουάριος	206,93	0,53	39,11	95,14
Μάρτιος	175,22	0,44	33,11	71,83
Απρίλιος	148,39	0,37	28,04	51,40
Μάιος	112,10	0,64	21,19	35,42
Ιούνιος	36,14	0,67	6,83	10,49
Ιούλιος	16,62	0,54	3,14	3,43
Αύγουστος	11,93	0,71	2,25	2,32
Σεπτέμβριος	17,74	0,23	3,35	3,55



Διάγραμμα 17: Σύγκριση κλασικής μεθοδολογίας και αποτελεσμάτων προσομοίωσης για την εκτίμηση της αβεβαιότητας του δειγματικού μέσου, για n=28 έτη

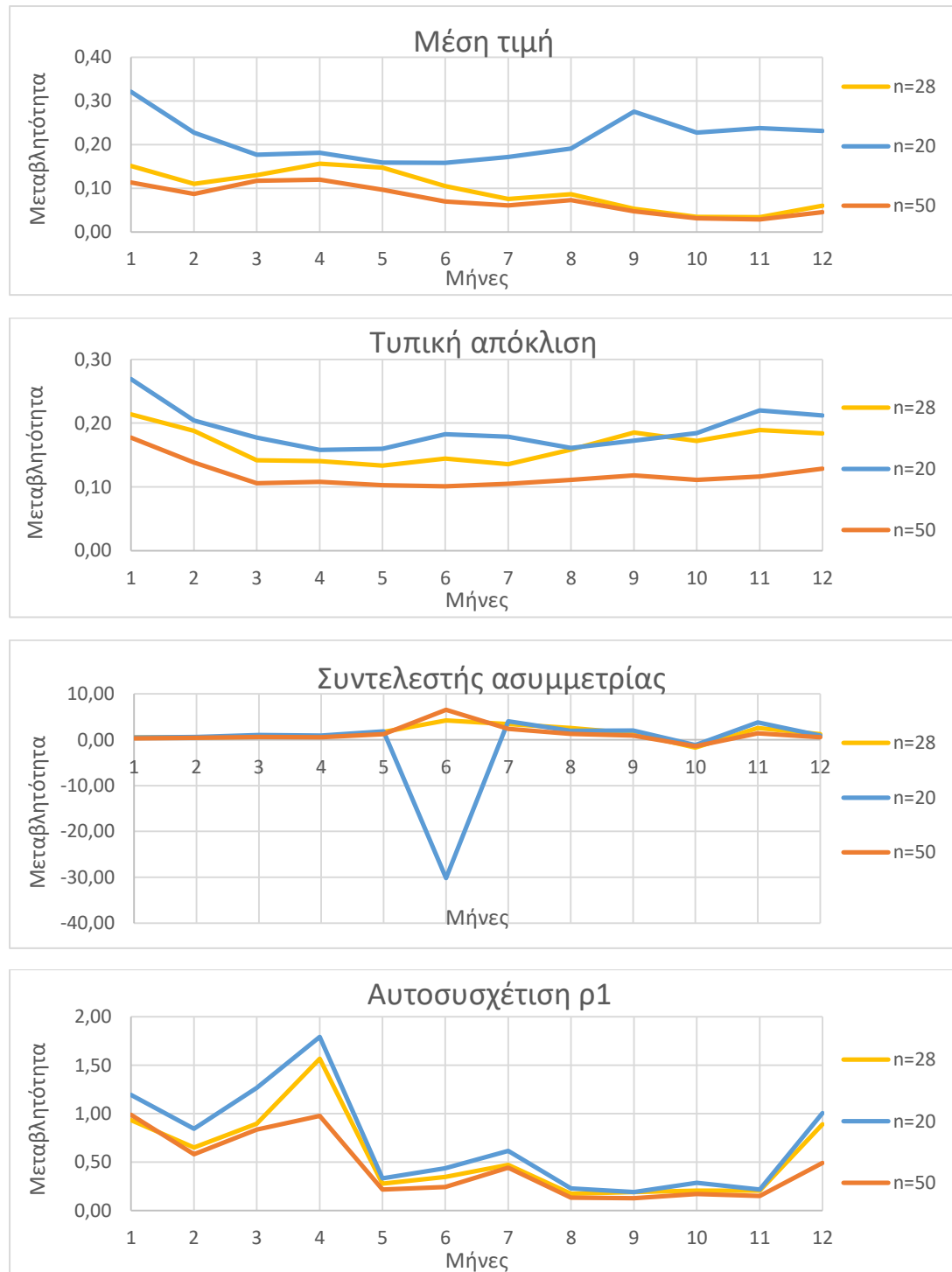
Σε όρους μεταβλητότητας ($C_v = \sigma/\mu$) παρατηρείται διαφορετική συμπεριφορά για κάθε στατιστικό μέγεθος, ανάλογα με την τάξη του. Η μεταβλητότητα της τυπικής απόκλισης και του συντελεστή ρ_1 , εν μέρει, είναι αντίστοιχη της μέσης τιμής. Αντίθετα, η μεταβλητότητα του συντελεστή ασυμμετρίας είναι ιδιαίτερα υψηλή, δημιουργώντας έτσι ερωματικά για την καταλληλότητα αναπαραγωγής των δειγματικών ασυμμετριών σε συνθετικές χρονοσειρές.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται ενδεικτικά διαγράμματα για τις συνθετικές χρονοσειρές που προέκυψαν από ιστορικό δείγμα μήκους $n=28$ έτη για διαφορετικές τιμές του συντελεστή Hurst.

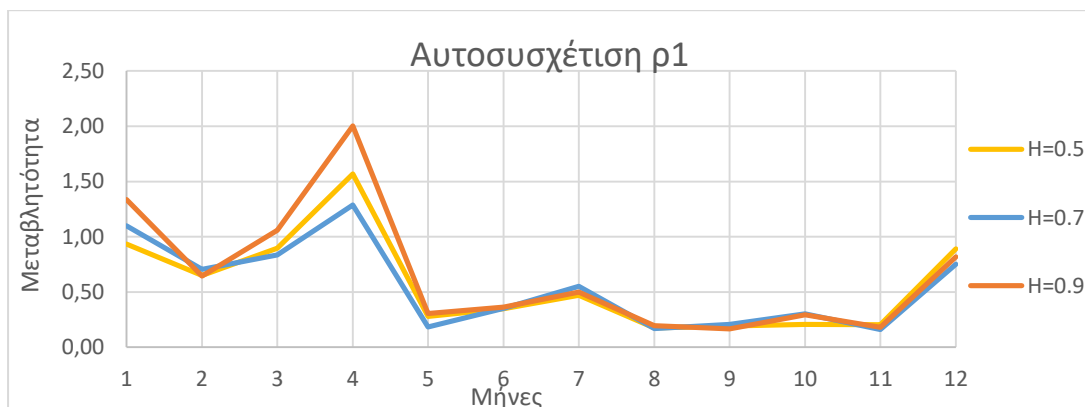
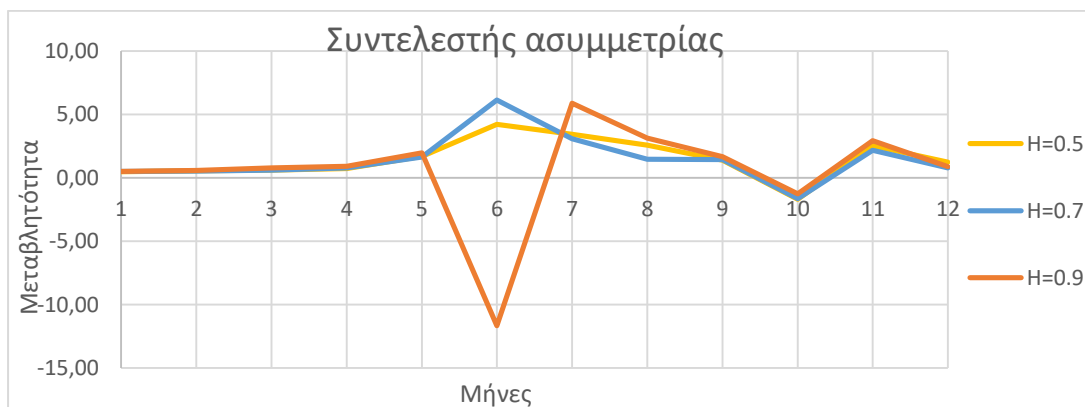
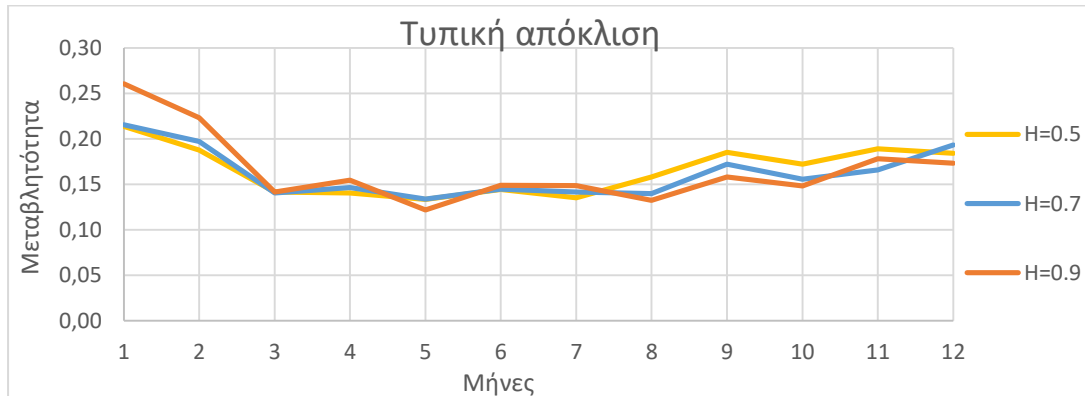
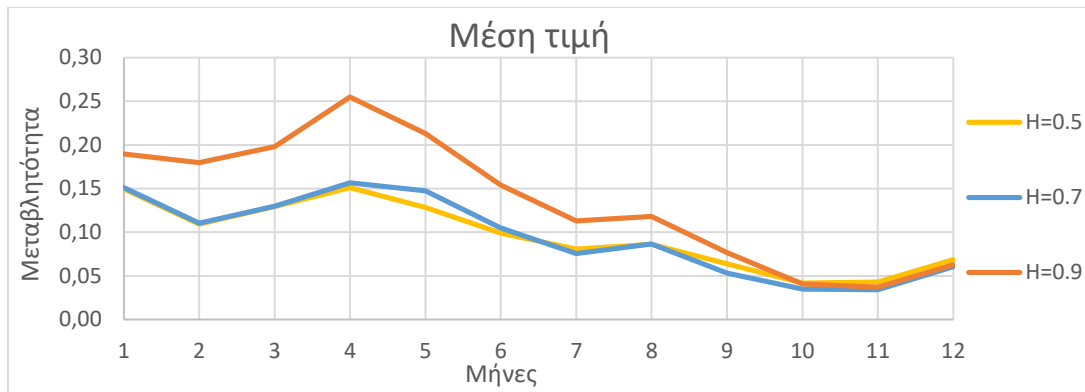


Διάγραμμα 18: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στη μεταβλητότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών συνθετικών χρονοσειρών 1000 ετών, από δείγμα $n=28$ έτη

Όπως αναμενόταν η μεταβλητότητα των στατιστικών μεγεθών μειώνεται όσο αυξάνει το μήκος του δείγματος, ενώ η επίδραση του συντελεστή Hurst δε φαίνεται να έχει ξεκάθαρη επίδραση, αν και υπάρχει η τάση αύξησης της μεταβλητότητας για μεγαλύτερους συντελεστές Hurst.



Διάγραμμα 19: Η επίδραση του μήκους δείγματος n στη μεταβλητότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών των συνθετικών χρονοσειρών για συντελεστή Hurst $H=0.5$



Διάγραμμα 20: Η επίδραση του συντελεστή Hurst στη μεταβλητότητα των στατιστικών μεγεθών για χρονοσειρές που προέκυψαν από ιστορικό δείγμα μήκους n=28 έτη

5. Επίδραση της αβεβαιότητας υδρολογικών δειγμάτων στον υδρολογικό σχεδιασμό ταμιευτήρα

Σε αυτό το κεφάλαιο διερευνάται ο αντίκτυπος των όσων προηγούμενα αναφέρθηκαν σε θεωρητική βάση στην πραγματικότητα και στα έργα του μηχανικού. Συγκεκριμένα μελετάται η επίδραση της προτεινόμενης μεθοδολογίας προσομοίωσης στο σχεδιασμό ταμιευτήρα.

5.1 Σχέση Χωρητικότητας-Ασφαλούς Απόληψης-Αξιοπιστίας (ΧΑΑ)

Η ωφέλιμη χωρητικότητα K του υπό σχεδιασμό ταμιευτήρα, συναρτάται άμεσα από τις απαιτούμενες ανάγκες σε νερό (ζήτηση, D) και το επιθυμητό επίπεδο αξιοπιστίας (reliability). Έτσι, ανάλογα με το ποιο από τα αλληλοεξαρτώμενα μεγέθη αναζητείται, διαμορφώνονται τρεις κατηγορίες προβλημάτων:

- Προσδιορισμός απαιτούμενης ωφέλιμης χωρητικότητας για κάλυψη δεδομένης ζήτησης νερού D με αξιοπιστία α (διαστασιολόγηση).
- Προσδιορισμός εξασφαλισμένης ποσότητας νερού για δεδομένη χωρητικότητα και επίπεδο αξιοπιστίας.
- Προσδιορισμός αξιοπιστίας για δεδομένη χωρητικότητα και υδατικές ανάγκες.

Αντικείμενο ενδιαφέροντος της παρούσας εργασίας είναι ο πρώτος τύπος προβλήματος.

Η εξάρτηση των μεγεθών αποτυπώνεται συνήθως σε διάγραμμα, τη λεγόμενη «καμπύλη χωρητικότητας-ασφαλούς απόληψης- αξιοπιστίας» (yield-storage-reliability curves, Y-S-R). Ο προσδιορισμός της καμπύλης αποτελεί σημείο επιστημονικής έρευνας κι έχουν γίνει σημαντικές προσπάθειες σε θεωρητικό επίπεδο, με χρήση συνθετικών χρονοσειρών και μοντέλων, ή ακόμη και βάσει δεδομένων από αρκετές περιοχές του πλανήτη (Faith W.Kuria & M.Vogel, 2014) με στόχο την εξαγωγή μιας γενικευμένης αναλυτικής σχέσης.

Ωστόσο, οι διακυμάνσεις στις υδατικές ανάγκες λόγω εποχικότητας ή άλλων παραγόντων σε συνδυασμό με την αβεβαιότητα των υδρολογικών μεγεθών, και τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε περιοχής δημιουργούν συνθήκες που κάνουν όχι μόνο δύσκολη, αλλά και πιθανόν επισφαλής τη χρήση αναλυτικών σχέσεων. Συνεπώς, εξαιρώντας τις πολύ απλές περιπτώσεις μελέτης, η προσομοίωση αναδεικνύεται, η πιο αποδοτική μέθοδος επίλυσης.

5.2 Τοποθέτηση προβλήματος

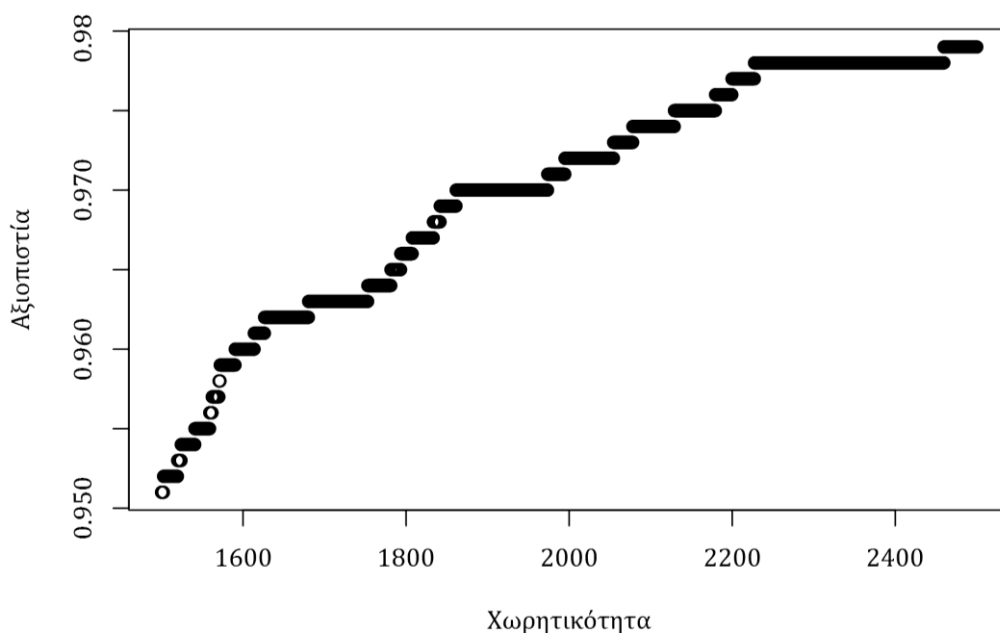
Λαμβάνοντας τις ιστορικές παρατηρήσεις απορροής για μια λεκάνη απορροής, ζητείται η απαιτούμενη χωρητικότητα ταμιευτήρα για την ικανοποίηση υδατικών αναγκών D με αξιοπιστία α .

Η επίλυση έγινε για σταθερή ζήτηση D με την παραδοχή ότι η μέγιστη ετήσια ζήτηση, δεν ξεπερνά τη μέγιστη ετήσια εισροή, όπως αυτή προέκυψε από το παρατηρημένο δείγμα. Η αξιοπιστία υπολογίστηκε σε ετήσια βάση, δηλαδή η αστοχία κάλυψης της απαίτησης σε νερό έστω και για ένα μόνο μήνα κάποιου έτους, λογίζεται ως αστοχία για το έτος αυτό.

5.3 Αρχική προσέγγιση – το πρόβλημα της βελτιστοποίησης

Η πρώτη προσέγγιση για την εύρεση της «βέλτιστης» χωρητικότητας, δηλαδή της μικρότερης χωρητικότητας που θα ικανοποιούσε τις υδατικές ανάγκες με τη ζητούμενη αξιοπιστία, ήταν με τη χρήση έτοιμων αλγορίθμων που προσφέρονται ως λογισμικά πακέτα (packages) της R.

Ωστόσο, τα αποτελέσματα που προκύπταν ήταν ασύμβατα με τη λογική. Η απαίτηση των αλγορίθμων να οριστεί ανώτατο όριο για τη βελτιστοποίηση, οδηγούσε σε τεράστιους όγκους ακόμη και για πολύ μικρές ζητήσεις. Το πρόβλημα φαίνεται να οφείλεται στη μη συνεχή μορφή της καμπύλης κάνοντας τον αλγόριθμο να «εγκλωβίζεται» σε μη βέλτιστες λύσεις. Επεξηγηματικά, παρατίθεται στη συνέχεια ένα τυχαίο παράδειγμα από τις αναλύσεις, στο οποίο είναι εμφανείς οι ασυνέχειες της καμπύλης. Παρατηρείται για παράδειγμα σταθερότητα της αξιοπιστίας, παρά την αύξηση όγκου ταμιευτήρα.



Διάγραμμα 21: Οι ασυνέχειες της καμπύλης χωρητικότητας-ασφαλούς απόληψης-αξιοπιστίας

5.4 Μεθοδολογία

Στη μεθοδολογία που ακολουθείται τελικά, τα εμπόδια που αναφέρονται παραπάνω παρακάμπτονται με την κατασκευή ολόκληρης της καμπύλης. Αρχικά υπολογίζεται το υδατικό και στη συνέχεια κατασκευάζεται η καμπύλη χωρητικότητας-ασφαλούς απόληψης-αξιοπιστίας. Επιλέχθηκε να γίνουν 1000 επιμερισμοί στην καμπύλη, αποδεχόμενοι την ακρίβεια που μας δίνουν, ενώ ως άνω όριο ορίστηκε η χωρητικότητα τετραπλάσια της ετήσιας εισροής.

Έγιναν πολλαπλές αναλύσεις για διαφορετικές ζητήσεις, ως ποσοστά της μέγιστης ζήτησης, και για πέντε επίπεδα αξιοπιστίας (80%, 85%, 90%, 95%, 99%). Η μεθοδολογία εφαρμόστηκε για χρονοσειρές με διάφορα μήκη και συντελεστή Hurst. Για ευκολότερη εποπτεία και δυνατότητα γενίκευσης συμπερασμάτων και σύγκρισης με άλλες λεκάνες, έγινε αδιαστατοποίηση των μεγεθών.

5.5 Παρουσίαση κώδικα

Στη συνέχεια παρατίθενται αυτούσια αποσπάσματα του κώδικα και σχετικές επεξηγήσεις. Για καλύτερη κατανόηση παρουσιάζονται πρώτα οι συναρτήσεις (functions) που δημιουργήθηκαν.

Συνάρτηση:ReservoirModelExtended

```
ReservoirModelExtended = function(Capacity = 3350, Inflow,
Demand=320, Sofactor=2) {
  # Capacity: Reservoir capacity - a scalar
  # Demand: Constant demand for each month - a scalar
  #S[,1]:final reservoir storage
  #S[,2]:water deficit S

  leng = length(Inflow)
  S = matrix(data = NA,
             nrow = leng,
             ncol = 3)
  class(S) = "numeric"
  So = Capacity / Sofactor
  Sin = So + Inflow[1]
  Apolipsi = min(Demand, Sin)
  Sfinal = Sin - Apolipsi
  Overflow = max(0, Sfinal - Capacity)
  S[1, 1] = max(Sfinal - Overflow)
  S[1, 2] = Demand - Apolipsi
  for (i in 2:leng)
  {
    Sin = S[i - 1, 1] + Inflow[i]
    Apolipsi = min(Demand, Sin)
    Sfinal = Sin - Apolipsi
    Overflow = max(0, Sfinal - Capacity)
    S[i, 1] = max(Sfinal - Overflow)
    S[i, 2] = Demand - Apolipsi
    S[i, 3] = Apolipsi
  }
  return(S)
}
```

Σε αυτή τη συνάρτηση γίνεται ο υπολογισμός του υδατικού ισοζυγίου για δεδομένη χωρητικότητα, χρονοσειρά εισροών, μηνιαία ζήτηση και συντελεστή αρχικού αποθέματος. Ως αποτέλεσμα, η συνάρτηση γυρνά στον χρήστη έναν πίνακα με καταγεγραμμένα το απόθεμα του ταμιευτήρα, το έλλειμμα και την απόληψη που πραγματοποιήθηκε σε μηνιαία βάση.

Συνάρτηση: ResReliabilityExtended

```
ResReliabilityExtended = function(Deficit) {
# Deficit: xronoseira elimatwn
len=length(Deficit)
years=len/12
Temp=matrix(Deficit,nrow = 12,ncol = years)
Binary=ifelse(Temp>0,1,0)
Csum=colSums(Binary)
CsumBin=ifelse(Csum>0,1,0)
ResR=1-(sum(CsumBin)/years)
return(ResR)
}
```

Με τη συνάρτησή ResReliabilityExtended, υπολογίζεται η ετήσια αξιοπιστία του ταμιευτήρα. Ως δεδομένα λαμβάνει τη χρονοσειρά των ελλειμμάτων, όπως αυτή υπολογίστηκε από την προηγούμενη συνάρτηση, υπολογίζει τα έτη που σημειώθηκε έστω και μία αστοχία το χρόνο και επιστρέφει στο χρήστη την αξιοπιστία του συστήματος.

Κύριος κώδικας

```
aver = mean(apply(HData , MARGIN = 1, FUN = mean)) #calculate
mean monthly Inflow (as a mean of annual means)
stdev = mean(apply(HData , MARGIN = 1, FUN = sd)) #calculate mean
stdev of annual Inflow (as a mean of annual stdevs)
MaxDemand = aver* 12 #calculate max demand(=mean annual Inflow)

Std= stdev*12 #mean standard deviation of annual Inflow
Av=aver*12 #average annual Inflow

D_nd = rep(NA, 12)
l = length(D_nd)
D_nd[1] = round(x = -Av/Std,digits=2) # starting Demand = ((0-
Av)/Std)
for (i in 2:l) {
D_nd[i] = D_nd[i - 1] + 0.1 #adiastatopoiw Dem, (Dem-mesi
miniaia eisroh)/stdev
}

Dem = rep(x = 0, length.out = l) #calculate the annual Demand
Dem[1]=Av
for (i in 2:l) {
Dem[i] = (Av*D_nd[i]/D_nd[1])
}
```

Αρχικά υπολογίζονται τα ετήσια στατιστικά χαρακτηριστικά της ιστορικής χρονοσειράς και ορίζεται η μέγιστη ζήτηση ίση με τη μέση ετήσια εισροή. Στη συνέχεια, μιας και η επίλυση γίνεται με αδιαστατοποιημένες τιμές, ορίζονται τα ποσοστά της μέσης ετήσιας εισροής για τα οποία θα γίνει

η ανάλυση και σε δεύτερη φάση υπολογίζονται ,ποσοτικά πλέον, τα σενάρια ζήτησης.

```

Sofactor = 2
Rtarget = c(0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99)

CapOpt = matrix(data = 0, nrow = MCsize, ncol = 5)
RelMax = matrix(data = 0, nrow = MCsize, ncol = 5)
RelMin = matrix(data = 0, nrow = MCsize, ncol = 5)
colnames(CapOpt) = Rtarget
rownames(CapOpt) = (paste0("Cap_", seq(1, MCsize, 1)))
colnames(RelMax) = Rtarget
rownames(RelMax) = (paste0("Rel_", seq(1, MCsize, 1)))
colnames(RelMin) = Rtarget
rownames(RelMin) = (paste0("Rel_", seq(1, MCsize, 1)))

segements = 500
LowerB = 0
UpperB = MaxDemand*4
Cap = seq(LowerB, UpperB, length.out = segements)
dd = rep(NA, segements)
rr = rep(NA, segements)
K = matrix(data = 0, nrow = length(Cap), ncol = MCsize)

```

Έπειτα δημιουργούνται οι απαραίτητοι πίνακες για την αποθήκευση των μεγεθών που θα υπολογιστούν. Προσδιορίζεται η μέγιστη και ελάχιστη χωρητικότητα του ταμιευτήρα καθώς και ο αριθμός των επιμερισμών του διαστήματος αυτού για τη διαστασιολόγηση του ταμιευτήρα.

```

# Create Reliability-Capacity Curve: Senario 1.....
n=1
for (r in 1:1){
  Inflow = matrix(data = t(YSS[[r]]),
                  ncol = 1,
                  byrow = 1)
  for (k in 1:segements) {
    Stor = ReservoirModelExtended(
      Inflow = Inflow,
      Capacity = Cap[k],
      Demand = (Dem[n] / 12),
      Sofactor = Sofactor
    )
    rr[k] = ResReliabilityExtended(Deficit = Stor[, 2])
  }
  for (j in 1:5) {
    CapOpt[r, j] = approx(y = Cap, x = rr, xout = Rtarget[j])$y
    RelMax[r, j] = max(rr)
    RelMin[r, j] = min(rr)
  }
  for (i in 1:length(Cap)) {
    K[i, 1] = (Cap[i] - Av) / (Std)
  }
}

```

Στο επόμενο βήμα, επιλέγεται ποια ζήτηση θα αναλυθεί καθώς και το επιθυμητό επίπεδο αξιοπιστίας, οπότε αλγόριθμος τρέχει για την πρώτη χρονοσειρά που δημιουργήθηκε. Μέσω των συναρτήσεων που αναλύθηκαν προηγουμένως, δημιουργείται η καμπύλη χωρητικότητας-ασφαλούς απόληψης- αξιοπιστίας και αποθηκεύεται η χωρητικότητα που ικανοποιεί την επιθυμητή αξιοπιστία.

Η ίδια ακριβώς διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες της χρονοσειρές που έχουν δημιουργηθεί. Το αποτέλεσμα είναι ένα πλήθος καμπυλών ΧΑΑ και τα διαγράμματά με αδιαστατοποιημένα μεγέθη χωρητικότητας και ζήτησης στους άξονες.

```

Min_Cap = matrix(0, ncol = 5, nrow = 1)
Max_Cap = matrix(0, ncol = 5, nrow = 1)

for (j in 1:5){
  Min_Cap[j]=min(CapOpt[1:MCsize,j])
  Max_Cap[j]=max(CapOpt[1:MCsize,j])
  plot(CapOpt[,j],main=c("Reliability",Rtarget[j]))
}

Range = matrix(NA, ncol = 5, nrow = 1)
for (j in 1:5) {
  Range[j] = Max_Cap[j] - Min_Cap[j]
}

```

Στο τέλος των αναλύσεων δημιουργούνται πίνακες και καταγράφεται η μέγιστη κι η ελάχιστη χωρητικότητα ταμειυτήρα, όπως προέκυψε για κάθε χρονοσειρά και υπολογίζεται το εύρος αυτών των τιμών.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλα τα πιθανά σενάρια ζήτησης.

5.6 Εφαρμογές μεθοδολογίας

Οι αναλύσεις που έγιναν εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία που περιγράφεται αφορούν 12 σενάρια ζητήσεων, που προέκυψαν ως ποσοστά της μέγιστης ζήτησης. Αναλυτικότερα, τιμή εκκίνησης των επιλύσεων ήταν το $D = -\mu/\sigma = -1.169$, αναφερόμενοι σε όρους αδιαστατοποιημένων μεγεθών, που αντιστοιχεί στο 100% της μέγιστης ζήτησης, ενώ οι επόμενες 11 τιμές προέκυψαν προσανξάνοντας με βήμα 0.1 την αδιαστατοποιημένη ζήτηση. Δηλαδή, οι υπολογισμοί έγιναν για ποσοστό 100%, 91.87%, 83.74%, 75.61%, 67.48%, 59.35%, 51.22%, 43.09%, 34.96%, 26.83%, 18.7%, 10.57% της μέσης ετήσιας απορροής (στη συνέχεια θα αναφέρεται ως *μέγιστη ζήτηση*, δεδομένου ότι δεν έχει νόημα η θέσπιση υψηλότερης τιμής από τη μέση ετήσια απορροή, αφού θα οδηγεί σε μη απόδεκτες αστοχίες).

Οι επιλύσεις πραγματοποιήθηκαν για τις χρονοσειρές που έχουν ήδη παρουσιαστεί στο κεφάλαιο 2, δηλαδή για σετ 100 συνθετικών χρονοσειρών μήκους $n = 28$ έτη, $n' = 20$ έτη και $n'' = 50$ έτη και για συντελεστή $H = 0.5$, $H = 0.7$ και $H = 0.9$ στο κάθε ένα.

Στη συνέχεια παρατίθενται συγκεντρωτικοί πίνακες με τα αποτελέσματα κάθε ανάλυσης, στους οποίους αναγράφεται η μέγιστη και η ελάχιστη χωρητικότητα που απαιτήθηκε για την ικανοποίηση του εκάστοτε επιπέδου αξιοπιστίας σε κάθε σενάριο ζήτησης. Τα διαγράμματα των καμπυλών χωρητικότητας - αξιοπιστίας (Reliability - Capacity Curves) για κάθε σενάριο βρίσκονται στο παράρτημα στο τέλος του παρόντος τεύχους.

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους n=28 έτη, H=0.5

Πίνακας 12: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, n=28 έτη και H=0.5

	0.8	0.85	0.9	0.95	0.99
100.00%	1645,14	1916,00	2270,79	3124,38	4286,09
91.87%	1203,25	1293,95	1497,01	1886,48	2830,20
83.74%	961,21	1017,22	1102,75	1261,74	1852,64
75.61%	785,28	825,09	871,38	980,35	1301,48
67.48%	641,15	667,13	706,57	773,24	933,06
59.35%	503,79	527,67	556,45	602,96	717,66
51.22%	377,45	397,70	422,22	458,52	561,67
43.09%	262,63	277,85	298,73	328,80	397,23
34.96%	157,30	169,77	185,89	214,71	264,90
26.83%	75,68	81,58	93,67	113,93	162,63
18.70%	25,72	33,17	42,41	52,12	82,77
10.57%	1,28	4,15	12,61	31,65	41,50

Πίνακας 13: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, n=28 έτη και H=0.5

	0.8	0.85	0.9	0.95	0.99
100.00%	9965,66	9832,17	11388,08	12425,01	13172,99
91.87%	5893,58	6978,61	9370,69	12726,16	12075,07
83.74%	4326,17	4673,15	7293,35	8851,71	11142,36
75.61%	2004,50	2725,64	3820,43	5666,33	9081,75
67.48%	1125,52	1443,07	2149,84	3277,04	6615,43
59.35%	754,71	875,55	1241,18	2133,46	4027,11
51.22%	513,45	593,94	760,18	1256,86	2757,71
43.09%	361,09	399,18	471,97	732,65	1857,06
34.96%	232,01	259,48	300,95	411,87	1249,19
26.83%	132,21	150,22	174,85	235,85	756,35
18.70%	57,25	69,53	91,73	137,01	433,24
10.57%	32,64	35,77	40,11	64,30	182,64

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=28$ έτη, $H=0.7$

Πίνακας 14: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=28$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1571,44	1772,19	2076,64	2846,93	4251,58
91.87%	1163,45	1279,69	1439,00	1868,56	2998,90
83.74%	938,43	977,28	1092,87	1241,53	1821,16
75.61%	784,06	814,84	854,70	965,17	1171,12
67.48%	634,42	660,39	696,64	752,72	890,54
59.35%	502,34	523,74	552,97	594,48	703,46
51.22%	377,97	394,97	419,21	455,31	543,73
43.09%	265,85	279,80	298,55	330,53	400,77
34.96%	163,84	177,28	194,50	216,70	269,49
26.83%	77,80	84,49	96,51	123,41	165,55
18.70%	25,73	33,27	45,01	53,08	83,50
10.57%	1,69	3,12	12,39	31,30	41,12

Πίνακας 15: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=28$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	11178,96	11188,71	10422,26	11513,56	10873,98
91.87%	6956,31	7130,23	9112,42	13181,01	12441,74
83.74%	3830,53	5676,44	6968,16	6359,42	12788,20
75.61%	1759,90	2233,49	3048,05	4853,52	8309,37
67.48%	1087,61	1293,28	1579,62	2257,02	5143,86
59.35%	672,32	769,03	1018,45	1521,41	2676,49
51.22%	487,23	548,39	670,60	976,63	2042,66
43.09%	344,49	386,27	458,10	641,33	1547,20
34.96%	223,57	248,17	288,91	391,77	1119,13
26.83%	120,85	137,97	163,39	218,83	718,36
18.70%	50,99	58,90	78,05	108,65	379,22
10.57%	27,58	32,43	37,87	56,39	146,62

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=28$ έτη, $H=0.9$

Πίνακας 16: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=28$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1187,89	1243,36	1311,38	1527,68	2576,11
91.87%	1007,75	1057,08	1105,76	1195,52	1588,33
83.74%	876,78	903,97	950,37	1025,82	1246,40
75.61%	740,01	765,18	799,60	863,93	1042,16
67.48%	607,88	632,01	659,58	713,82	875,20
59.35%	482,31	501,08	526,19	571,02	683,15
51.22%	360,56	378,23	401,01	432,98	533,73
43.09%	252,82	264,32	282,67	311,86	395,81
34.96%	154,00	164,45	178,26	201,24	257,92
26.83%	74,96	81,46	91,69	111,45	151,69
18.70%	22,77	27,77	40,24	51,06	69,71
10.57%	2,56	5,75	11,97	29,72	41,07

Πίνακας 17: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=28$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	11044,07	8990,78	8568,68	10702,49	11880,93
91.87%	6812,70	11231,59	10577,01	13140,23	12733,82
83.74%	3564,24	7228,87	7054,60	9991,45	13533,39
75.61%	5105,52	5272,82	4577,12	5542,25	11543,88
67.48%	2207,70	5021,87	6552,69	5447,10	10279,35
59.35%	921,91	1277,63	2088,49	3803,00	8037,50
51.22%	589,69	720,68	1054,27	1788,05	6854,53
43.09%	381,14	440,68	564,15	936,20	3295,86
34.96%	234,24	277,59	342,73	517,24	1822,90
26.83%	131,13	156,36	188,49	276,22	1023,92
18.70%	56,25	72,49	100,02	150,23	589,74
10.57%	35,89	38,85	54,31	84,44	321,19

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=20$ έτη, $H=0.5$

Πίνακας 18: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.5$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1306,92	1426,43	1514,21	1662,05	2144,44
91.87%	1100,42	1153,64	1239,43	1435,77	1775,50
83.74%	932,71	960,73	1004,07	1073,98	1299,38
75.61%	771,13	801,15	843,82	896,70	1072,43
67.48%	630,46	654,49	684,63	734,79	843,37
59.35%	495,68	516,73	541,01	585,31	675,69
51.22%	373,80	390,37	411,21	447,09	522,12
43.09%	261,62	276,53	292,32	322,64	372,45
34.96%	162,19	173,18	188,20	207,10	259,08
26.83%	78,44	84,87	97,05	116,32	157,30
18.70%	26,46	33,44	42,27	51,92	75,46
10.57%	3,91	6,70	12,54	28,90	40,91

Πίνακας 19: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.5$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	9896,82	9282,86	10880,95	12202,64	12401,31
91.87%	4560,39	6136,52	8181,80	10109,61	12971,53
83.74%	3937,19	5700,84	6901,24	8667,67	10804,96
75.61%	2742,37	3690,07	5507,74	7870,89	10371,37
67.48%	1490,95	2059,57	2536,90	3679,26	7559,99
59.35%	944,21	1088,16	1365,84	2191,66	5371,11
51.22%	558,46	636,95	840,17	1401,86	3360,00
43.09%	377,13	420,76	533,28	926,09	2495,60
34.96%	241,57	276,57	326,59	551,00	1676,16
26.83%	134,66	157,15	188,70	311,43	1097,69
18.70%	55,47	73,65	97,12	159,90	676,53
10.57%	33,14	36,83	43,73	67,50	603,39

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=20$ έτη, $H=0.7$

Πίνακας 20: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμιευτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1325,37	1445,28	1585,27	1618,42	1837,54
91.87%	1095,02	1144,74	1249,29	1415,10	1756,68
83.74%	910,70	955,02	1025,85	1111,82	1338,42
75.61%	761,93	789,35	833,79	932,56	1071,26
67.48%	624,78	650,49	679,82	748,17	886,24
59.35%	493,78	515,01	545,61	599,50	711,04
51.22%	369,50	391,73	420,45	465,60	557,68
43.09%	260,29	278,37	297,75	331,91	413,14
34.96%	158,96	171,70	189,01	216,47	275,96
26.83%	77,53	82,78	95,53	118,14	161,13
18.70%	25,03	32,34	43,28	52,15	82,04
10.57%	2,56	5,75	11,97	29,72	41,07

Πίνακας 21: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμιευτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	8215,96	9542,00	13477,62	10777,08	11191,15
91.87%	5971,78	9303,42	11409,69	10574,92	10824,48
83.74%	4840,28	6402,81	5520,29	9571,11	11554,34
75.61%	2941,74	4104,14	5213,57	7692,44	10303,40
67.48%	1429,91	1780,20	2401,03	3344,31	6255,38
59.35%	872,13	1074,69	1451,35	2054,34	3760,82
51.22%	581,00	673,35	874,27	1245,36	2314,35
43.09%	387,74	432,34	525,73	827,63	1673,38
34.96%	244,88	278,58	329,16	527,58	1186,45
26.83%	143,16	159,58	188,10	300,18	784,79
18.70%	66,87	81,43	102,91	156,05	524,91
10.57%	35,89	38,85	54,31	84,44	321,19

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=20$ έτη, $H=0.9$

Πίνακας 22: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1139,17	1180,61	1229,67	1314,76	1562,54
91.87%	980,89	1015,16	1066,37	1141,28	1320,30
83.74%	845,04	869,40	905,64	975,93	1110,47
75.61%	707,73	729,93	761,37	817,17	933,76
67.48%	586,20	601,81	626,39	675,14	786,67
59.35%	464,77	478,85	502,48	541,37	631,10
51.22%	349,69	364,73	385,11	416,31	494,94
43.09%	241,37	255,33	274,08	299,58	361,65
34.96%	146,41	158,08	174,62	195,60	236,89
26.83%	67,89	76,12	87,71	104,72	137,23
18.70%	18,32	23,46	27,77	44,91	69,55
10.57%	0,87	2,44	5,74	15,81	39,73

Πίνακας 23: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=20$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	4091,94	5627,29	10615,35	11990,02	13411,40
91.87%	3929,52	6205,19	10534,84	5339,74	8832,19
83.74%	4326,87	6848,95	9314,58	10872,35	10362,66
75.61%	2088,49	3109,04	4490,33	8814,41	6724,17
67.48%	1657,92	2291,91	3298,65	4349,87	8099,89
59.35%	863,70	891,72	1320,30	2263,99	6305,92
51.22%	764,42	1109,08	2018,79	1561,49	4122,62
43.09%	451,88	544,49	718,01	1502,94	3085,69
34.96%	289,02	323,30	395,54	703,72	1491,09
26.83%	161,13	187,90	228,70	343,55	965,48
18.70%	75,87	99,87	111,43	167,65	646,21
10.57%	38,97	40,93	54,49	69,79	2094,60

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=50$ έτη, $H=0.5$

Πίνακας 24: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.5$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1921,66	2305,81	2796,22	3578,88	5192,66
91.87%	1264,06	1475,05	1793,62	2440,53	4051,51
83.74%	978,96	1064,13	1192,59	1539,18	2407,07
75.61%	797,34	842,09	914,66	1040,76	1594,25
67.48%	640,69	669,21	710,75	794,48	1030,31
59.35%	503,21	528,37	557,11	618,53	766,34
51.22%	379,35	397,50	420,76	455,89	571,62
43.09%	264,67	279,71	300,05	331,90	415,67
34.96%	164,61	175,86	193,88	216,51	271,61
26.83%	79,44	87,53	100,14	121,93	163,31
18.70%	26,13	33,04	42,16	52,51	86,13
10.57%	0,74	4,60	12,49	30,44	40,78

Πίνακας 25: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.5$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	10142,72	12089,36	12174,75	12291,17	13472,74
91.87%	5086,00	7345,63	9093,25	10710,16	12827,23
83.74%	2328,99	3039,68	4190,23	6417,80	11773,93
75.61%	1394,19	1815,93	2511,63	3810,14	7405,23
67.48%	910,23	1106,04	1583,10	2520,46	5165,47
59.35%	648,43	745,57	962,22	1592,74	3383,35
51.22%	467,32	504,75	608,81	1070,56	2255,45
43.09%	326,95	353,80	411,13	624,11	1493,18
34.96%	207,98	228,14	265,01	373,78	973,49
26.83%	110,47	124,99	150,71	201,18	510,97
18.70%	47,83	53,58	66,71	102,69	259,32
10.57%	22,25	30,75	36,65	56,75	132,45

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=50$ έτη, $H=0.7$

Πίνακας 26: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	4680,64	9519,87	8544,98	12146,87	12668,65
91.87%	5710,60	6302,43	3412,28	6916,22	13244,79
83.74%	2498,15	4025,02	7092,94	9670,79	9161,91
75.61%	1408,13	1578,22	2384,06	6097,49	8968,82
67.48%	1045,08	1207,37	2032,38	4461,40	6337,29
59.35%	677,85	761,11	1005,33	1176,00	4420,97
51.22%	479,57	527,40	600,39	787,21	1861,42
43.09%	327,54	357,87	414,24	515,93	1091,48
34.96%	206,90	223,84	258,53	320,79	628,08
26.83%	112,76	129,46	155,92	183,48	351,34
18.70%	50,39	54,54	66,54	99,24	195,53
10.57%	29,29	33,22	37,13	41,65	112,23

Πίνακας 27: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειυτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.7$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	11704,22	10615,35	12933,19	11757,89	13647,72
91.87%	6565,24	8919,32	11697,24	10938,11	13343,43
83.74%	2484,44	3199,66	4528,33	7967,79	11601,05
75.61%	1403,43	1745,29	2328,30	3742,35	7851,72
67.48%	914,24	1140,39	1535,70	2151,93	4360,33
59.35%	655,27	758,67	950,49	1408,83	2886,67
51.22%	463,57	515,65	629,88	934,11	2065,84
43.09%	325,44	360,90	417,11	586,78	1617,43
34.96%	208,81	228,61	269,20	370,97	1166,06
26.83%	116,20	131,56	154,83	223,47	823,27
18.70%	49,78	55,86	76,31	107,77	475,59
10.57%	28,70	33,22	38,14	59,67	209,13

Εφαρμογή για συνθετικές χρονοσειρές μήκους $n=50$ έτη, $H=0.9$

Πίνακας 28: Κάτω 5% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειωτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	1157,50	1213,33	1263,55	1289,62	1776,55
91.87%	1009,41	1041,28	1086,82	1173,86	1380,25
83.74%	870,99	892,58	932,96	997,24	1135,29
75.61%	736,07	758,16	785,55	826,93	957,11
67.48%	604,68	627,11	652,65	690,06	800,61
59.35%	477,17	496,97	521,83	556,04	645,11
51.22%	358,10	374,37	399,38	427,80	494,82
43.09%	249,37	264,39	281,04	306,24	359,37
34.96%	151,42	163,78	179,11	201,93	241,43
26.83%	71,58	79,99	89,35	108,35	138,56
18.70%	20,68	24,64	31,84	46,09	65,39
10.57%	0,94	2,79	5,78	12,05	37,33

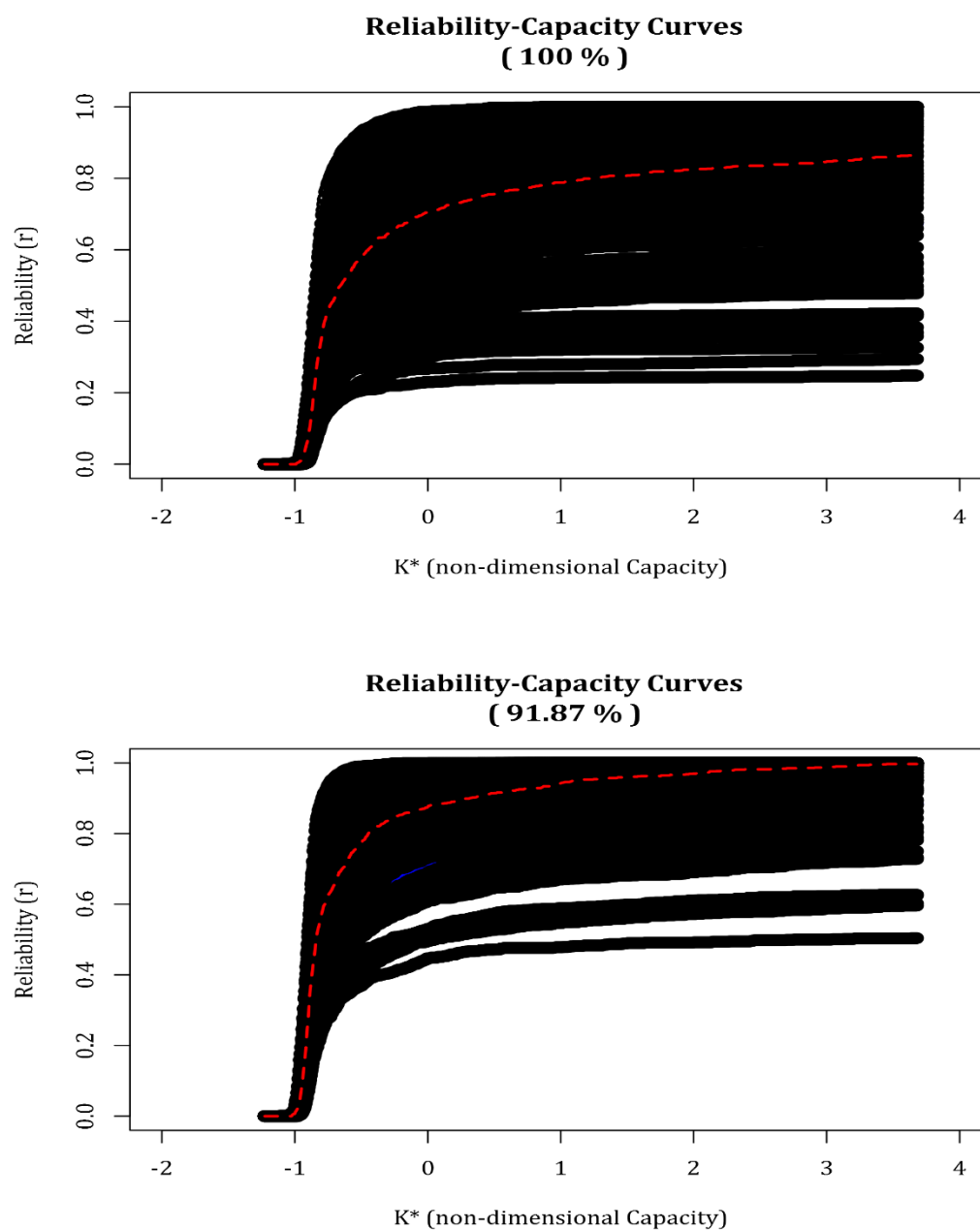
Πίνακας 29: Άνω 95% όριο απαιτούμενης χωρητικότητας ταμειωτήρα σε κάθε σενάριο ζήτησης για δεδομένα επίπεδα αξιοπιστίας, $n=50$ έτη και $H=0.9$

	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
100.00%	4680,64	9519,87	8544,98	12146,87	12668,65
91.87%	5710,60	6302,43	3412,28	6916,22	13244,79
83.74%	2498,15	4025,02	7092,94	9670,79	9161,91
75.61%	1408,13	1578,22	2384,06	6097,49	8968,82
67.48%	1045,08	1207,37	2032,38	4461,40	6337,29
59.35%	677,85	761,11	1005,33	1176,00	4420,97
51.22%	479,57	527,40	600,39	787,21	1861,42
43.09%	327,54	357,87	414,24	515,93	1091,48
34.96%	206,90	223,84	258,53	320,79	628,08
26.83%	112,76	129,46	155,92	183,48	351,34
18.70%	50,39	54,54	66,54	99,24	195,53
10.57%	29,29	33,22	37,13	41,65	112,23

5.7 Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Από την επεξεργασία των ανωτέρω αποτελεσμάτων προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα για την εκτίμηση της ωφέλιμης χωρητικότητας ταμιευτήρα και γενικότερα για τη σχέση χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης αξιοπιστίας.

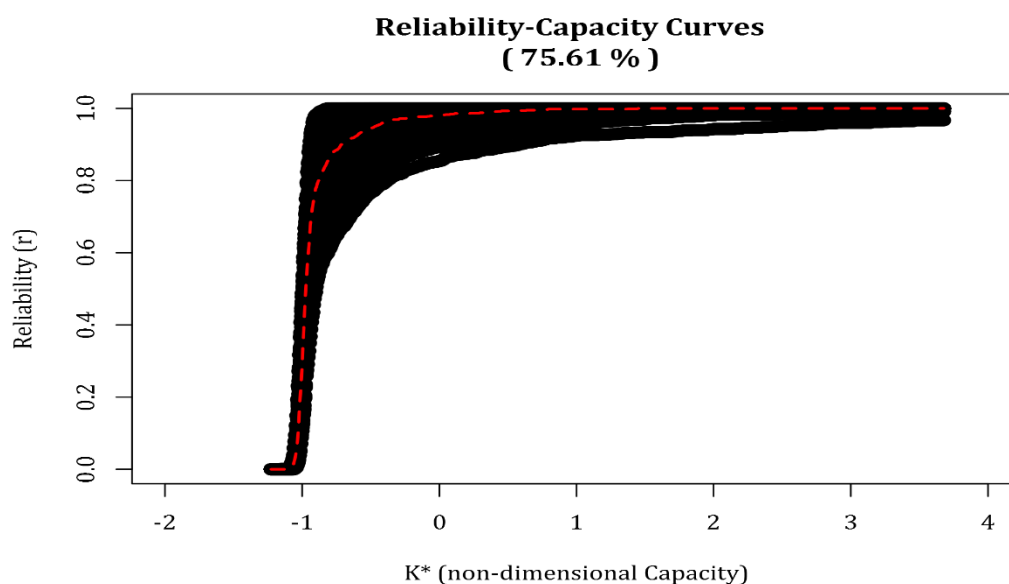
Ειδικότερα, παρατηρείται ότι η αβεβαιότητα στην εκτίμηση της ωφέλιμης χωρητικότητας του ταμιευτήρα μεγιστοποιείται για σενάρια ζήτησης κοντά στη μέση ετήσια απορροή, με πολύ υψηλή αξιοπιστία (95-99%), για όλες τις επιλύσεις.



Εικόνα 22: Καμπύλες χωρητικότητας-αξιοπιστίας για σενάρια ζήτησης ίσα με το 100% (άνω) και το 91.87% (κάτω) της μέγιστης ζήτησης, από χρονοσειρές που προέκυψαν βάσει του ιστορικού δείγματος (n=28 έτη) και συντελεστή H=0.7

Οι ταμειωτήρες υπερετήσιας ρύθμισης, με χωρητικότητα αρκετά μεγαλύτερη της μέσης ετήσιας απορροής, φαίνεται να επιτυγχάνουν πολύ υψηλά επίπεδα αξιοπιστίας, για οποιαδήποτε ζήτηση, με πολύ μικρή αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση της αξιοπιστίας. Αντίθετα, η αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις της αξιοπιστίας αυξάνει αισθητά, ακόμη και για μικρές ζητήσεις όταν η χωρητικότητα κυμαίνεται γύρω από τα επίπεδα της μέσης ετήσιας απορροής.

Επιπλέον, για πολύ μικρές χωρητικότητες, υπάρχει απότομη μείωση της αξιοπιστίας, σε μη αποδεκτά επίπεδα, και η εκτίμησή της διέπεται από περιορισμένη μόνο αβεβαιότητα.



Εικόνα 63: Καμπύλες χωρητικότητας-αξιοπιστίας για σενάριο ζήτησης ίσο με το 75.61% της μέγιστης ζήτησης, από χρονοσειρές που προέκυψαν βάσει του ιστορικού δείγματος (n=28 έτη) και συντελεστή $H=0.7$

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί πως η κλασική στοχαστική προσέγγιση, που έχει σημειωθεί με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή στα ανωτέρα διαγράμματα, δίνει αρκετά συντηρητικές εκτιμήσεις, αρκετά πάνω από το μέσο σενάριο. Ωστόσο, όσο αυξάνει ο συντελεστής Hurst, η απόκλιση από το μέσο σενάριο μειώνεται.

Το σύνολο των διαγραμμάτων των καμπυλών χωρητικότητας - αξιοπιστίας (Reliability - Capacity Curves) που προέκυψε από τις αναλύσεις για κάθε σενάριο ζήτησης κι αξιοπιστίας βρίσκονται στο παράρτημα στο τέλος του παρόντος τεύχους.

6. Συμπεράσματα – Προτάσεις

Στην παρούσα εργασία αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία εκτίμησης της δειγματικής αβεβαιότητας, με εφαρμογή σε πρώτη φάση στα τυπικά στατιστικά χαρακτηριστικά μιας χρονοσειράς απορροής και στη συνέχεια στη σχέση χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης – αξιοπιστίας (ΧΑΑ) ενός ταμειυτήρα που δημιουργείται στην εν λόγω θέση. Στην προτεινόμενη προσέγγιση επιδιώκεται η δημιουργία ενός πλήθους συνθετικών χρονοσειρών με μήκος ίσο με το παρατηρημένο δείγμα (ψευδοϊστορικών), τα στατιστικά χαρακτηριστικά των οποίων αναπαράγονται σε συνθετικές χρονοσειρές μεγάλου μήκους. Αυτές οι συνθετικές χρονοσειρές εισέρχονται ως δεδομένα στο μοντέλο του ταμειυτήρα και εξάγονται οι σχέσεις ΧΑΑ.

Για την αναπαραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών απαιτείται ένα στοχαστικό μοντέλο που αναπαράγει με ακρίβεια όλα τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά και τον συντελεστή Hurst. Επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθεί το λογισμικό *Κασταλία*, ένα ελεύθερο λογισμικό που υποστηρίζεται από την ερευνητική ομάδα «ΙΤΙΑ» του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου και πληροί αυτές τις προϋποθέσεις. Μάλιστα, στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται για πρώτη φορά η έκδοσή της σε R (*CastaliaR*), που αναπτύχθηκε από τους Ι. Τσουκαλά και Π. Κοσιέρη, Υποψήφιους Δρ. ΕΜΠ.

6.1 Συμπεράσματα για την αβεβαιότητα των στατιστικών χαρακτηριστικών υδρολογικών δειγμάτων

Η εφαρμογή των αναλύσεων έγινε σε μια χρονοσειρά του Αχελώου στην περιοχή των Κρεμαστών, μήκους $n = 28$ έτη. Για την διερεύνηση της επίδρασης του μήκους του δείγματος έγιναν επιπλέον επιλύσεις για χρονοσειρές μήκους $n' = 20$ έτη και $n'' = 50$ έτη, βάσει των στατιστικών χαρακτηριστικών της παρατηρημένης ιστορικής. Η επίδραση της εμμονής των υδρολογικών μεταβλητών μελετήθηκε με την εφαρμογή συντελεστή Hurst $H = 0.5$, $H = 0.7$ και $H = 0.9$ στις χρονοσειρές όλων των μηκών.

Από τη βιβλιογραφική επισκόπηση προέκυψε πως οι θεωρητικές εκτιμήσεις της αβεβαιότητας περιορίζονται σε κάποιες ειδικές περιπτώσεις, π.χ. στην τυπική απόκλιση της δειγματικής μέσης τιμής, για ασυσχέτιστες και συσχετισμένες κανονικές μεταβλητές. Για άλλα στατιστικά χαρακτηριστικά ή άλλες κατανομές δεν μπορούν να εξαχθούν θεωρητικές σχέσεις καθώς όσες υπάρχουν είναι πολύπλοκες ή ισχύουν για συγκεκριμένες συνθήκες (π.χ. κανονικότητα, στασιμότητα κ.τ.λ.).

Στη μηνιαία κλίμακα, η τυπική σχέση για την αβεβαιότητα της δειγματικής μέσης τιμής, $Stdev[X] = \sigma/\sqrt{n}$, επαληθεύεται μόνο στην περίπτωση μικρών συντελεστών αυτοσυσχέτισης και Hurst ($H=0.5$). Αντίθετα, εντοπίζονται μεγάλες αποκλίσεις όσο αυξάνει ο συντελεστής Hurst. Όπως αναμένεται, η διασπορά της μέσης τιμής αυξάνει όχι μόνο με

τη μείωση του δείγματος αλλά και με την αύξηση της αυτοσυσχέτισης και του H .

Η μεταβλητότητα της τυπικής απόκλισης είναι αντίστοιχη της μέσης τιμής, ενώ αρκετά όμοια φαίνεται να είναι η μεταβλητότητα του συντελεστή ρ_1 . Αντίθετα, η μεταβλητότητα του συντελεστή ασυμμετρίας είναι ιδιαίτερα υψηλή, καθιστώντας προβληματική την υπόθεση αναπαραγωγής των δειγματικών ασυμμετριών σε συνθετικές χρονοσειρές. Επιπλέον, η αύξηση του μήκους του δείγματος μειώνει, όπως είναι λογικό, το συντελεστή μεταβλητότητας. Ωστόσο, δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο ασφαλές ποσοτικό συμπέρασμα για την επίδραση του συντελεστή Hurst, αν και επιβεβαιώνεται η πτωτική τάση της μεταβλητότητας για μείωση του συντελεστή Hurst.

6.2 Συμπεράσματα για την επίδραση της δειγματοληπτικής αβεβαιότητας στο σχεδιασμό

Ως γνωστόν, η σχέση χωρητικότητας – ασφαλούς απόληψης – αξιοπιστίας (ΧΑΑ) συνοψίζει τα χαρακτηριστικά ενός ταμιευτήρα, και αποτελεί βασικό εργαλείο σε μελέτες σχεδιασμού (με ζητούμενο τη χωρητικότητα K) και διαχείρισης (με ζητούμενη την ασφαλή απόληψη D ή την αξιοπιστία). Η ανάλυση που παρουσιάστηκε εστιάζει στο σχεδιασμό ταμιευτήρα, για σταθερή ζήτηση D με την παραδοχή ότι η μέγιστη ετήσια ζήτηση, δεν ξεπερνά τη μέγιστη ετήσια. Η αξιοπιστία λαμβάνεται σε ετήσια βάση, δηλαδή η αστοχία κάλυψης της απαίτησης σε νερό έστω και για έναν μόνο μήνα κάποιου έτους, λογίζεται ως αστοχία για το έτος αυτό. Οι επιλύσεις που έγιναν αφορούν 12 σενάρια ζητήσεων, που προέκυψαν ως ποσοστά της μέγιστης ζήτησης. Επιλέχθηκε να γίνουν 1000 επιμερισμοί στην καμπύλη, ενώ ως άνω όριο ορίστηκε η χωρητικότητα τετραπλάσια της ετήσιας απορροής της λεκάνης.

Η αβεβαιότητα της εκτίμησης της ωφέλιμης χωρητικότητας του ταμιευτήρα μεγιστοποιείται όταν η ετήσια ζήτηση προσεγγίζει τη μέση ετήσια απορροή, δηλαδή όταν επιδιώκεται πλήρης εκμετάλλευση του υδατικού δυναμικού της λεκάνης, με πολύ υψηλή αξιοπιστία (95-99%). Παρατηρήθηκε ότι ταμιευτήρες υπερετήσιας ρύθμισης, με χωρητικότητα αρκετά μεγαλύτερη της μέσης ετήσιας απορροής, επιτυγχάνουν πολύ υψηλά επίπεδα αξιοπιστίας, για οποιαδήποτε ζήτηση και με πολύ μικρή αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση της αξιοπιστίας. Αντίθετα, η αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις της αξιοπιστίας αυξάνει αισθητά, όταν η χωρητικότητα κυμαίνεται γύρω από τα επίπεδα της μέσης ετήσιας απορροής. Τέλος, για πολύ μικρές χωρητικότητας, υπάρχει απότομη μείωση της αξιοπιστίας, σε μη αποδεκτά επίπεδα, και η εκτίμησή της διέπεται από περιορισμένη μόνο αβεβαιότητα.

Αξίζει να σημειωθεί πως η κλασική στοχαστική προσέγγιση δίνει αρκετά συντηρητικές εκτιμήσεις, αρκετά πάνω από το μέσο σενάριο. Ωστόσο, όσο αυξάνει ο συντελεστής Hurst, η απόκλιση από το μέσο σενάριο μειώνεται.

6.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Η επίδραση της δειγματοληπτική αβεβαιότητας στον σχεδιασμό και τη διαχείριση υδατικών πόρων αποτελεί μια πλευρά της στοχαστικής προσομοίωσης που διαθέτει προφανώς προοπτικές περαιτέρω διερεύνησης.

- Στο κομμάτι των αναλύσεων η έρευνα θα πρέπει να επεκταθεί σε συσχετισμένες μεταβλητές και μικρές χρονικές κλίμακες ή κλίμακες με ιδιαιτερότητες, όπως για παράδειγμα η διαλείπουσα συμπεριφορά και οι πολύ μεγάλες ασυμμετρίες.
- Στις εφαρμογές μας, αναλύθηκε μια χρονοσειρά απορροής που προέρχεται από μια μεγάλη λεκάνη, με πλούσιο υδατικό δυναμικό (Αχελώος). Ωστόσο, είναι εξαιρετικά ενδιαφέρουσα είναι η εφαρμογή αντίστοιχης μεθοδολογίας σε άλλες λεκάνες, ώστε να αποτυπωθούν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε περιοχής, αλλά και σε άλλες υδρομετεωρολογικές διεργασίες.
- Σημαντικό πεδίο επόμενης έρευνας είναι η εφαρμογή της προτεινόμενης προσέγγισης σε κάποιο επιχειρησιακό διαχειριστικό πρόβλημα, δηλαδή σε κλίμακα υδροσυστήματος, ώστε να διερευνηθεί η επίδραση της δειγματικής αβεβαιότητας των δεδομένων εισόδου στις διάφορες διεργασίες του υδροσυστήματος.

Βιβλιογραφία

Διαλυνάς, Ι., *Ανάπτυξη υπολογιστικού συστήματος για τον πολυμεταβλητό στοχαστικό επιμερισμό μηνιαίων σε ημερήσιες υδρολογικές χρονοσειρές*. Διπλωματική εργασία, Αθήνα: ΕΜΠ, 2011.

Ευστρατιάδης Α., «*Στοχαστική προσομοίωση υδρολογικών διεργασιών - το λογισμικό ΚΑΣΤΑΛΙΑ*.» Διάλεξη στα πλαίσια του μαθήματος: Στοχαστικές Μέθοδοι στους Υδατικού Πόρους, 9ου εξ., σχολής Πολιτικών Μηχανικών. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος, 2011.

Ευστρατιάδης Α., Γ. Καραβοκυρός, και Δ. Κουτσογιάννης, «*Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου προσομοίωσης και βελτιστοποίησης της διαχείρισης υδατικών συστημάτων «ΥΔΡΟΝΟΜΕΑΣ»*, Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ).» Αθήνα, 2007.

Ευστρατιάδης Α., Γ. Καραβοκυρός, και Ν. Μαμάσης, «*Σχέδιο διαχείρισης του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας - Έτος 2009, Συντήρηση, αναβάθμιση και επέκταση του συστήματος Υποστήριξης Αποφάσεων για την διαχείριση του υδροδοτικού συστήματος της ΕΥΔΑΠ.*» Τεύχος 1, 116 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.

Ευστρατιάδης Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*. Μεταπτυχιακή Εργασία, Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2001.

Ευστρατιάδης Α., και Δ. Κουτσογιάννης, «*Κασταλία (έκδοση 2.0) – Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών*.» Στο Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας, 103 σελίδες. Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2004.

Ευστρατιάδης Α., και Ν. Ζερβός., *Βέλτιστη διαχείριση συστημάτων ταμιευτήρων - Εφαρμογή στο σύστημα Αχελώου-Θεσσαλίας*. Διπλωματική εργασία, Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 1999, 181 σελίδες.

Ευστρατιάδης Α., *Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, με έμφαση στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων*. Διδακτορική διατριβή, Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2008, 391 σελίδες.

Ευστρατιάδης Α., Ν. Μαμάσης, και Δ. Κουτσογιάννης, «*Συστήματα υποστήριξης αποφάσεων σε προβλήματα διαχείρισης υδατικών πόρων*.»

Σημειώσεις μαθήματος: Διαχείριση Υδατικών Πόρων, ΔΠΜΣ Επιστήμη και Τεχνολογία Υδατικών Πόρων. Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών Ε.Μ.Π., 2007.

Καραβίτης, Χ., και Αγγελίδης, Σ. *Σημειώσεις μαθήματος: Διαχείριση περιβάλλοντος - Διαχείριση Υδατικών Πόρων και Περιβάλλον*, 3^ο εξ. Αθήνα. *Τμήμα Αξιοποίησης Φυσικών Πόρων και Γεωργικής Μηχανικής*, ΓΠΑ, 2005.

Κουτσογιάννης Δ., και Θ. Ξανθόπουλος, *Τεχνική Υδρολογία*. Αθήνα: Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο - Τομέας Υδατικών Πόρων, 1999.

Κουτσογιάννης, Δ. *Σημειώσεις μαθήματος: Στοχαστικές μέθοδοι στους υδατικούς πόρους*, 9ου εξ. Αθήνα: Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, ΕΜΠ, 2013.

Κουτσογιάννης, Δ., & Ξανθόπουλος, Θ. *Τεχνική Υδρολογία*. Αθήνα: ΕΜΠ, 1999

Κουτσογιάννης, Δ., Ανδρεαδάκης, Α., Μαυροδήμου, Ρ., Χριστοφίδης, Α., Μαμάσης, Ν., Ευστρατιάδης, Α., και συν. *Εθνικό Πρόγραμμα Διαχείρισης και Προστασίας των Υδατικών Πόρων*. Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος-ΕΜΠ, 2008.

Μακρόπουλος Χ., *Σημειώσεις μαθήματος: Τεχνολογία Συστημάτων Υδατικών Πόρων*, 9ου εξ., Αθήνα: Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2011.

Μιμηγιάννη, Ι., *Στοχαστική διερεύνηση της δυνατότητας αξιοποίησης πολλαπλών υδρολογικών δειγμάτων για βελτίωση της αξιοπιστίας των εκτιμήσεων*, Μεταπτυχιακή εργασία, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2010.

Μιμίκου Μ.Α., *Τεχνολογία Υδατικών Πόρων*. Αθήνα: Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2006.

Νόμος 1739/1987 «*Διαχείριση των υδατικών πόρων και άλλες διατάξεις*» (ΦΕΚ Α' 201/19-20.11.1987).

Blöschl G., and A. Montanari., *Climate change impacts-throwing the dice?* Hydrological Processes, 24, (3) 374-381, 2010.

Bras, R.L., Rodriguez-Iturbe, I., *Random Functions in Hydrology*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1985.

Brázdil, P., Z.W. Kundzewicz and G. Benito, *Historical hydrology for studying flood risk in Europe*, *Hydrological Sciences Journal*, 51(5), 739-764, 2006.

Chow V.T, Maidment D.R. and Mays L.W. *Applied Hydrology*. McGraw-Hill, 1988.

Chow, V., Maidment, D., & Mays, L. *Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill, 1998.

Gleick, P. H., *Water resources*. In *Encyclopedia of Climate and Weather*, ed. by S. H. Schneider, Oxford University Press, New York, 1996.

Grigg, N. *Water Resources Management*. New York: McGraw-Hill, 1996.

Hazen, A., *Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply*, *Trans. Amer. Soc. Civil Eng.*, 77, 1539-1640, 1914.

Hershfield, D. M., *Estimating the probable maximum precipitation*, *Proc. ASCE, J. Hydraul. Div.*, 87(HY5), 99-106, 1961.

Hurst, H. E., *Long-term storage capacity for reservoirs*, *Trans. Amer. Soc. Civil Eng.*, 116, 770-799, 1951.

Klemes, V. *Reliability estimates for a storage reservoir with seasonal input*. *J. Hydrol*, 7, 198–216, 1952.

Klemes, V., *One hundred years of applied storage reservoir theory*, *Water Resources Management*, 1(3), 159-175, 1987

Klemeš, V., Srikanthan, R., McMahon, T.A., *Long-memory flow models in reservoir analysis: What is their practical value?*, *Water Resources Research*, 1981.

Koutsoyiannis, D., & Economou, A. *Evaluation of the parameterisation-simulation optimization*. *Water Resources Research*, 2008.

Koutsoyiannis, D., *A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation*, *Water Resources Research*, 35(4), 1313-1322, 1999.

Koutsoyiannis, D., *Reliability concepts in reservoir design*, *Water Encyclopedia, Vol. 4, Surface and Agricultural Water*, edited by J. H. Lehr and J. Keeley, 259– 265, Wiley, New York, 2005.

Koutsoyiannis, D., *Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 2, Empirical investigation of long rainfall records*, *Hydrological Sciences Journal*, 49 (4), 591–610, 2004.

Koutsoyiannis, D., *The Hurst phenomenon and fractional Gaussian noise made easy*, *Hydrological Sciences Journal*, 47 (4), 573–595, 2002.

Kritskiy, S. N., and M. F. Menkel, *Vodokhozyastvennyye Raschoty, Gidrometeoizdat*, Leningrad, 1952.

Marglin, and G. M. Fair, *Harvard University Press, Cambridge, Mass.*, 1962.

Matalas, N.C., *Mathematical assessment of synthetic hydrology*. *Water Resour. Res.* 3(4), 937–945, 1967.

Matalas, N.C., Wallis, J.R., *Generation of synthetic flow sequences. Systems Approach to Water Management*, edited by Biswas, A.K., McGraw-Hill, New York, 1976.

Mays, W.L. and Tung, Y.K. *Hydro Systems Engineering and Management. McGraw-Hill*, New York, 1992.

Metropolis, N. and S. M. Ulam, *The Monte Carlo method, J. Amer. Statist. Assoc.*, 44, 335-341, 1949.

Metropolis, N., The beginning of the Monte Carlo method, in *from cardinals to chaos*, ed. by N. G. Cooper, Cambridge University, NY., 1989.

Moberg, A., D.M. Sonechkin, K. Holmgren, N.M. Datsenko, and W. Karlen, *Highly variable Northern Hemisphere temperatures reconstructed from low- and high- resolution proxy data*, *Nature*, 433(7026), 613-617, 2005.

Moran, P. A. P., *A probability theory of dams and storage systems*, *Aust. J. Appl. Sci.* 5, 116-124, 1954

Papoulis, A., *Probability and Statistics*, Prentice-Hall, 1990.

Pleshkov, Ya. F., *Rapid and accurate computations for storage reservoirs (in Russian)*, *Gidrotekhn. Stroit.*, 6, 1939.

Ripley, B. D., *Stochastic Simulation*, Wiley, New York, 1987

Rippl, W., *The capacity of storage reservoirs for water supply*, *Proc. Inst. Civil Eng.*, 71, 270-278, 1883.

Saupe, D., *Algorithms for random fractals, Chapter 2 in The Science of Fractal Images*, edited by H.-O. Peitgen and D.Saupe, Springer-Verlag, 1988.

Savarenskiy, A.D., *A method for runoff control computation*, *Journal of Hydrology*, 172, 355-363, 1995. Translated by V. Klemes from the Russian original "Metod rascheta regulirovaniya stoka, *Gidrotekh. Stroit.*, 2: 24-28, 1940.

Schultz, G. A., *Determination of deficiencies of the Rippl-diagram method for reservoir sizing by use of synthetically generated runoff data*, *Proceedings XIIth Congress of ICOLD (International Commission on Large Dams)*, March/April 1976, Mexico City, 1976.

Thomas, H. A., and M. B. Fiering, *Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation*, in *Design of Water Resource Systems*, by A. Maass, M. M. Hufschmidt, R. Dorfman, H. A. Thomas, Jr., S. A.

Thomas, H. A., and R. P. Burden, *Operations Research in Water Quality Management*, Div. Appl. Phys., Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1963.

Thomas, H. A., Jr. and R. P. Burden, *Operations Research in Water Quality Management*, Harvard University, 1963.

Vogel, R. M., and J. R. Stedinger, *Generalized storage-reliability-yield relationships*, *J. Hydrol.*, 89, 303–327, 1987.

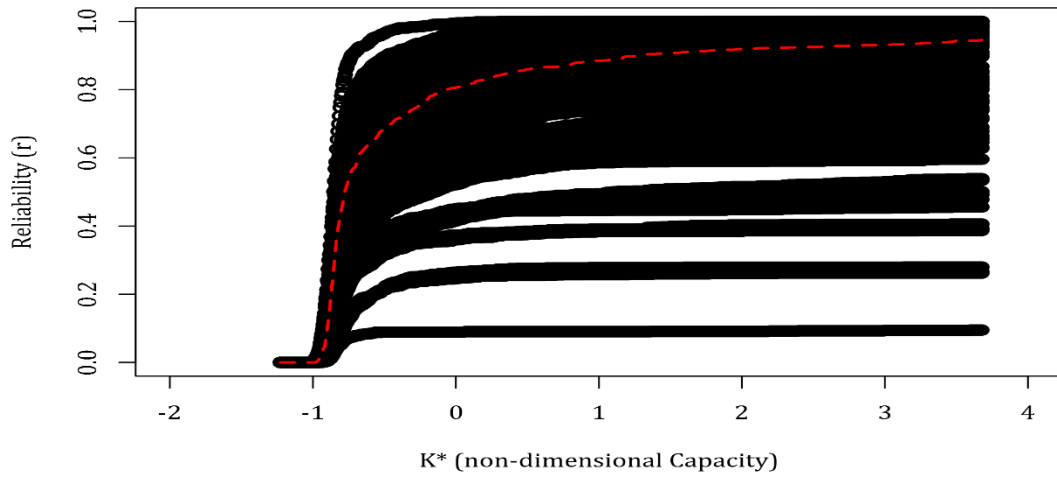
Vogel, R. M., and J. R. Stedinger, *The value of stochastic streamflow models in overyear reservoir design applications*, *Water Resour. Res.*, 24(9), 1483–1490, 1988.

Winston, W, L., *Operations Research, Applications and Algorithms*, 3rd ed., Duxbury, Belmont, 1994.

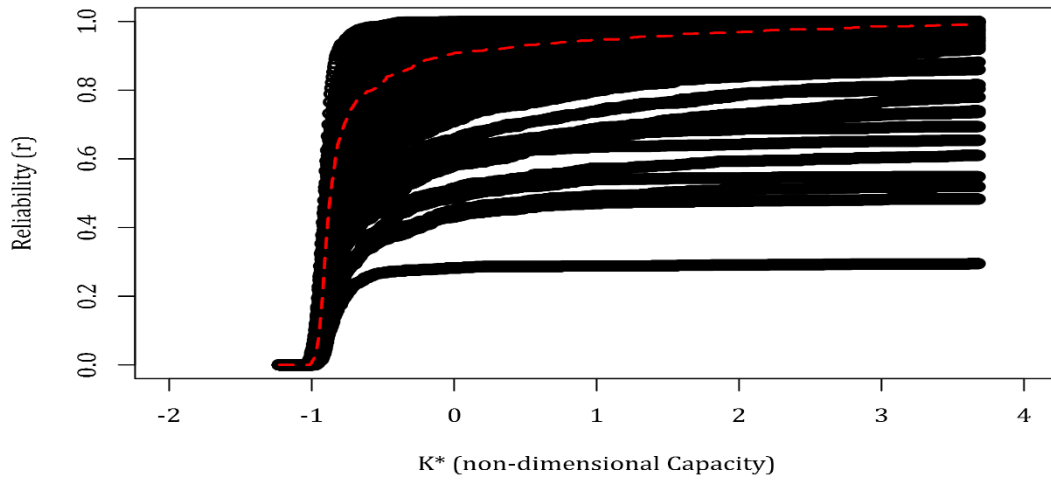
Winston, W.L., *Investigacion de Operaciones*. Grupo editorial Iberoamericana, 1994.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

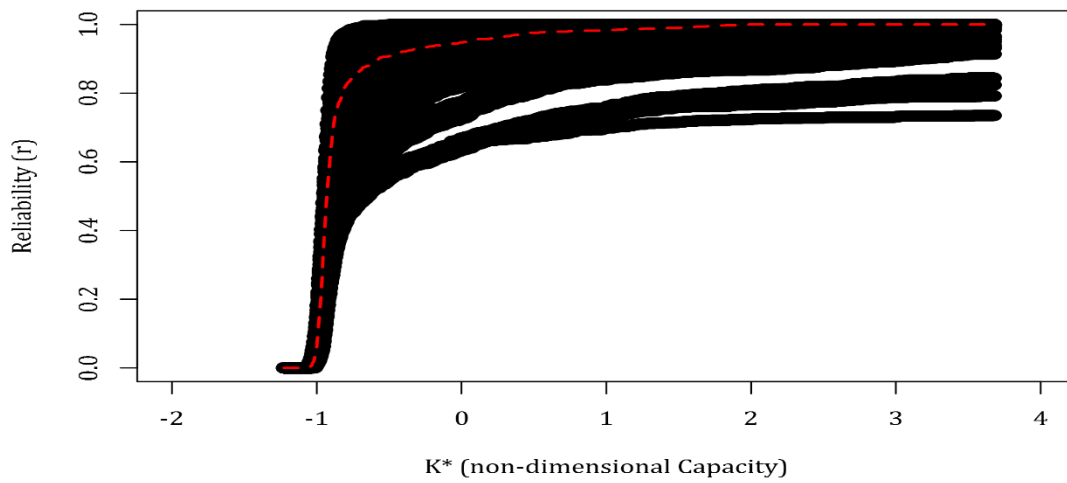
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

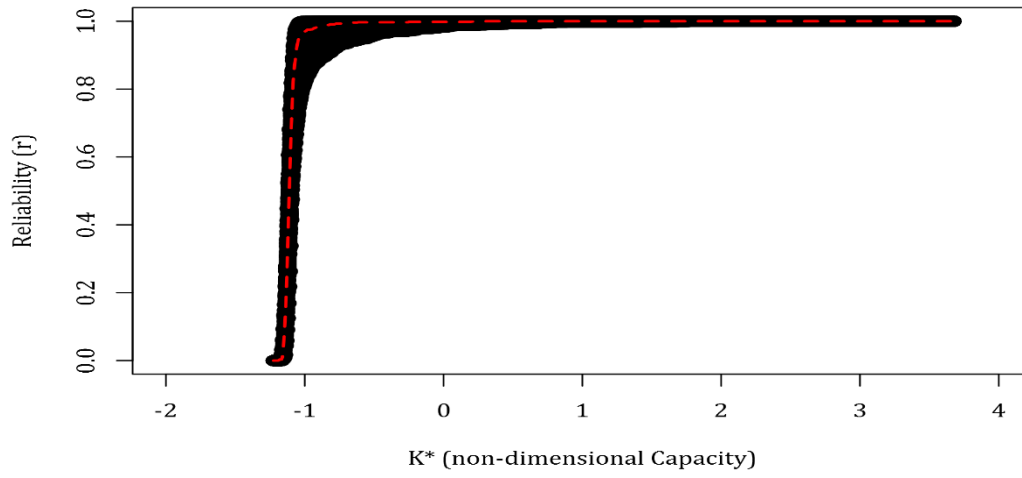


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

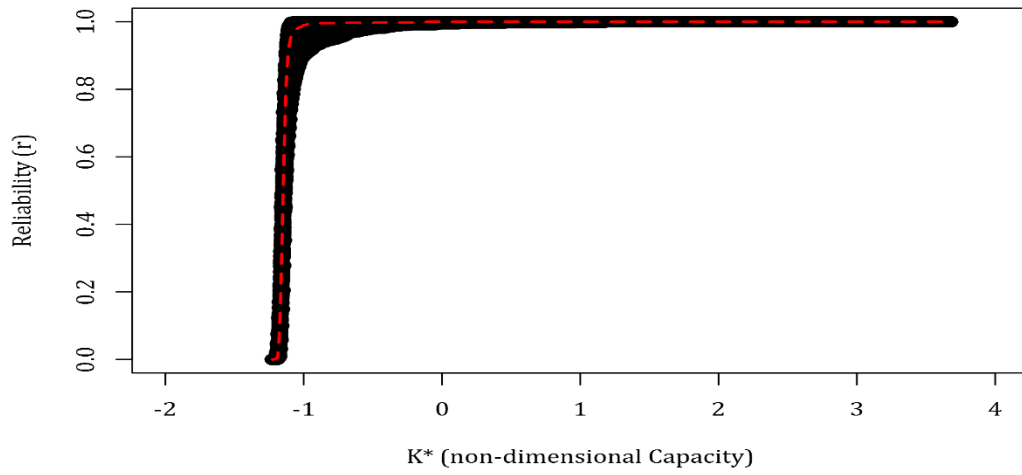


n=28 , H=0.5

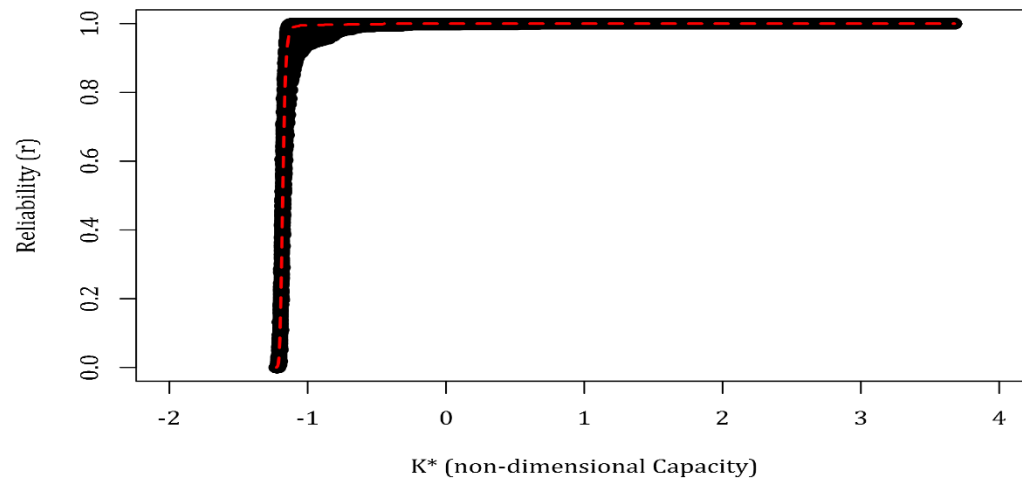
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

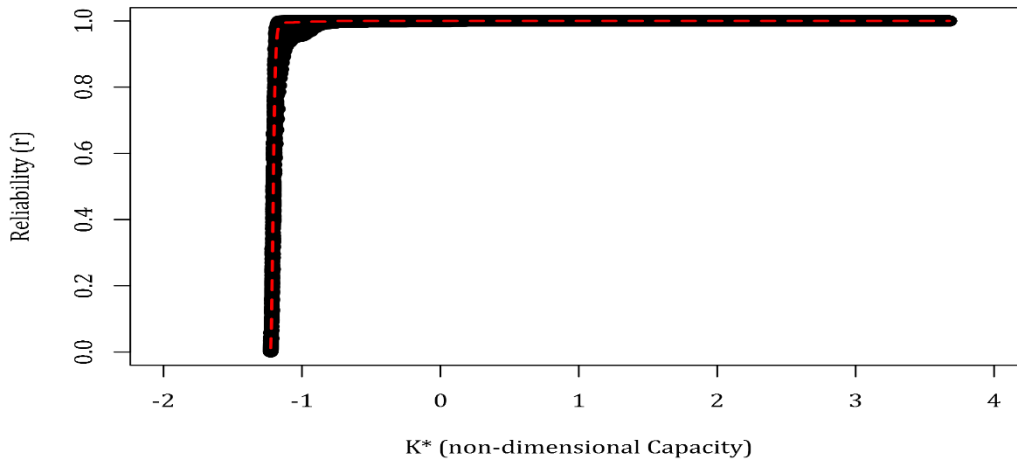


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

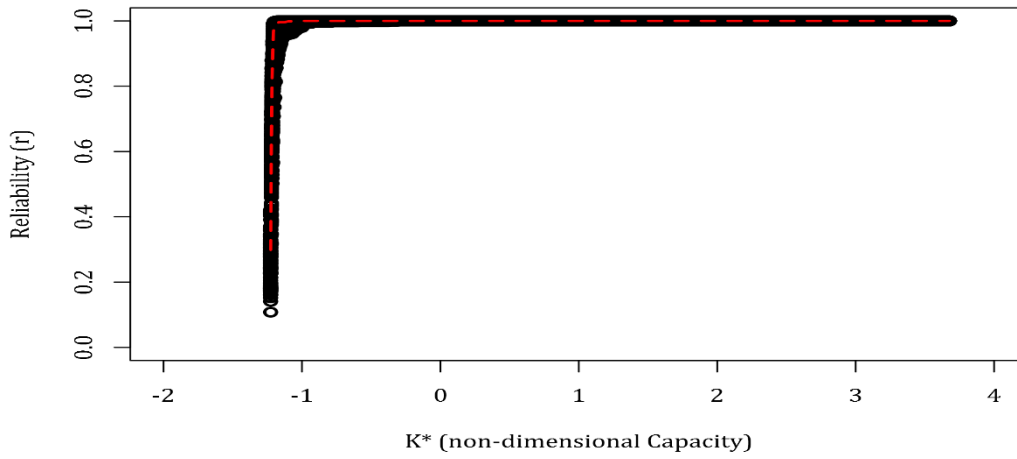


n=28, H=0.5

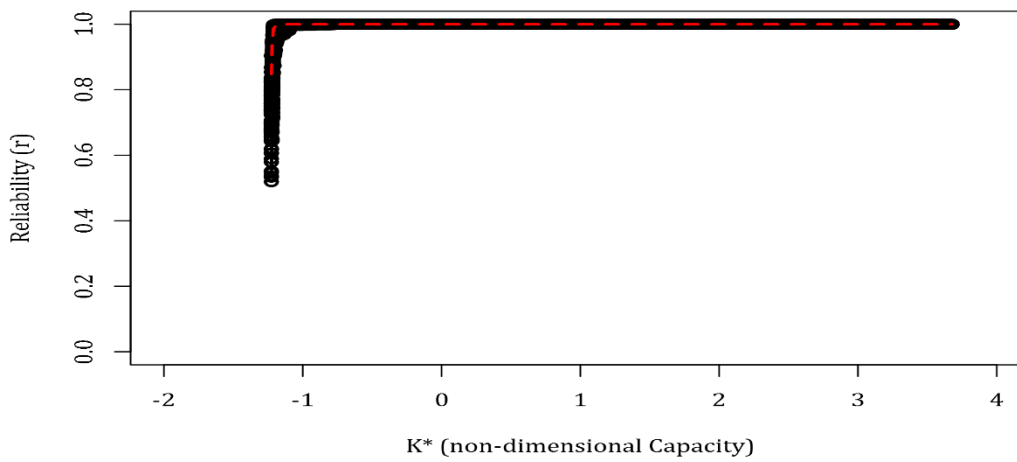
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

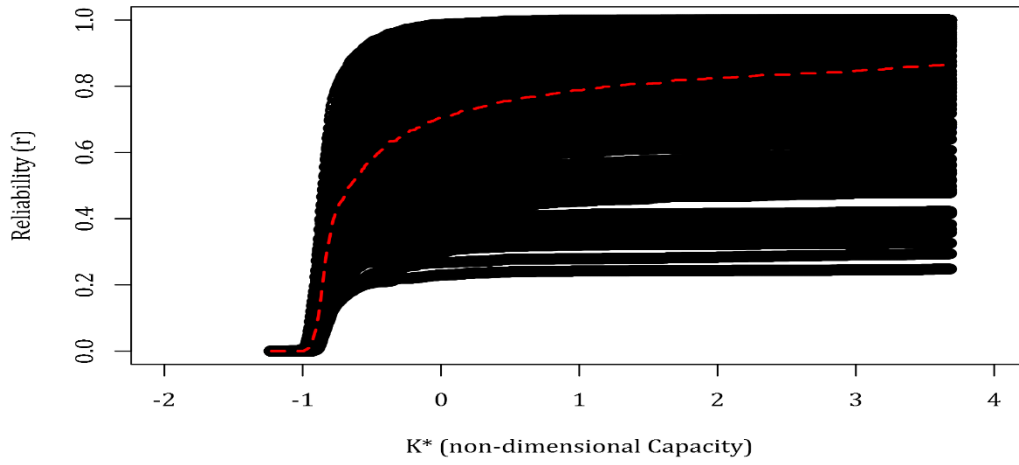


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

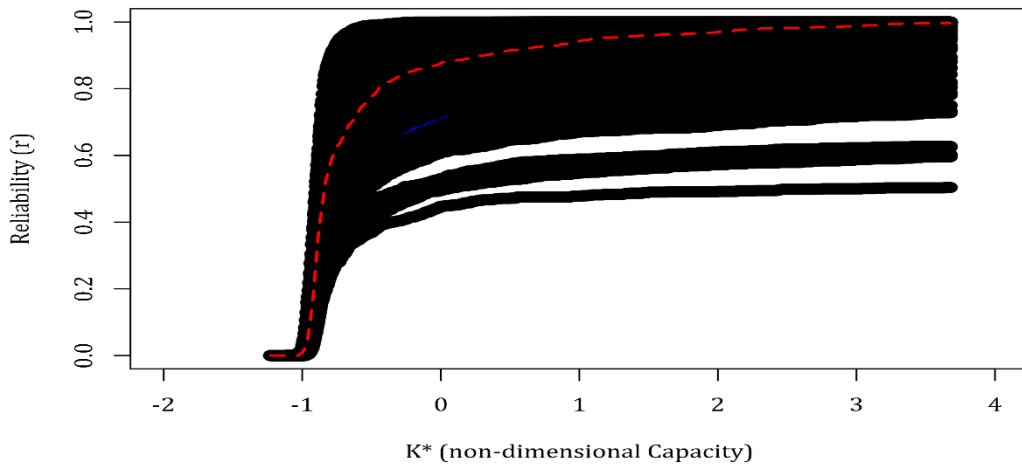


$n=28, H=0.5$

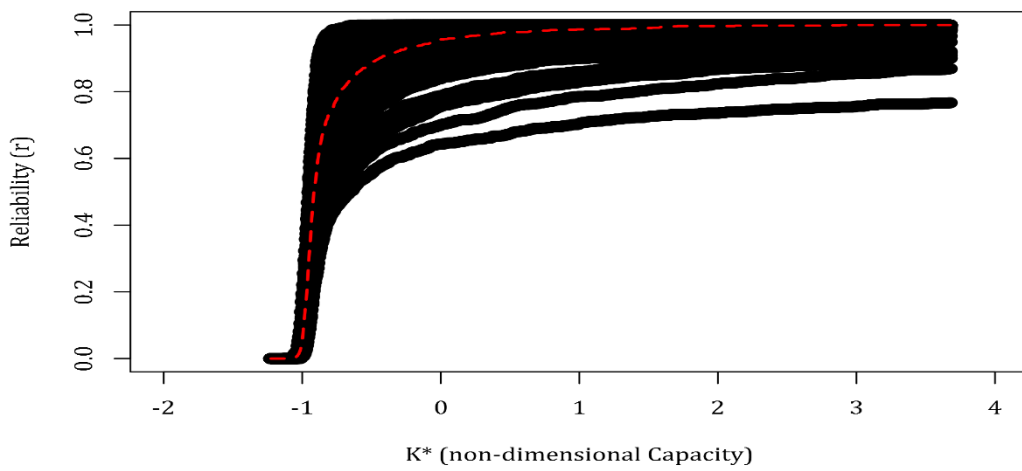
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

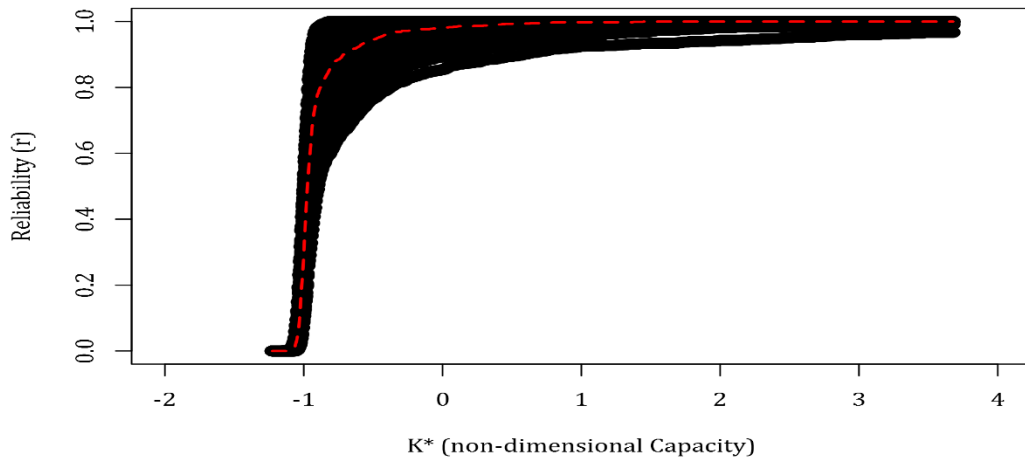


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

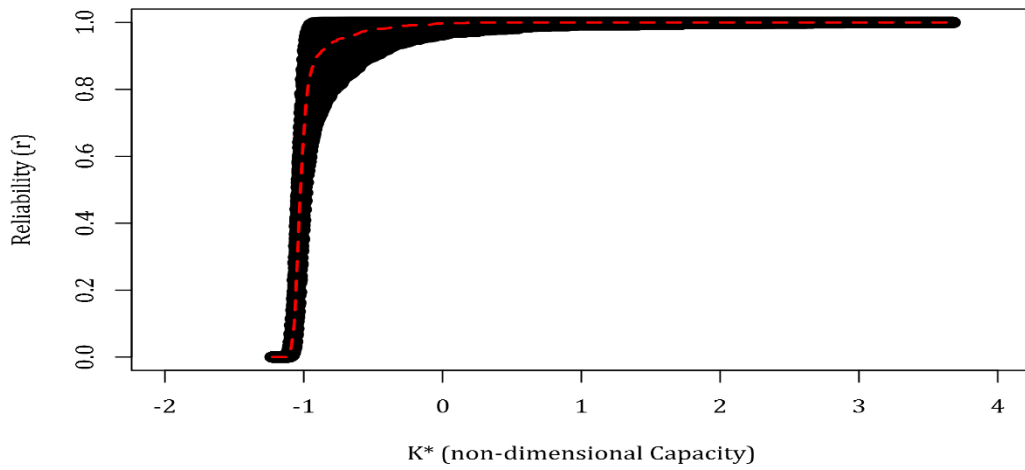


$n=28, H=0.7$

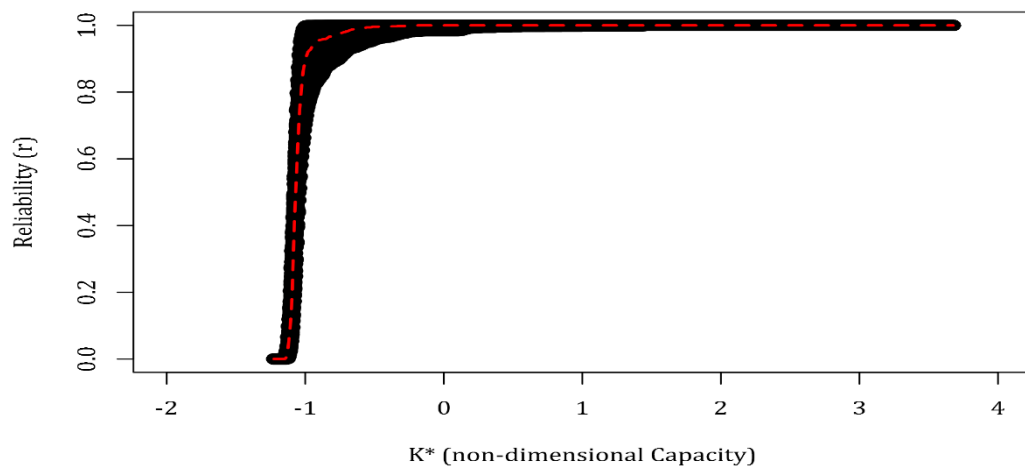
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

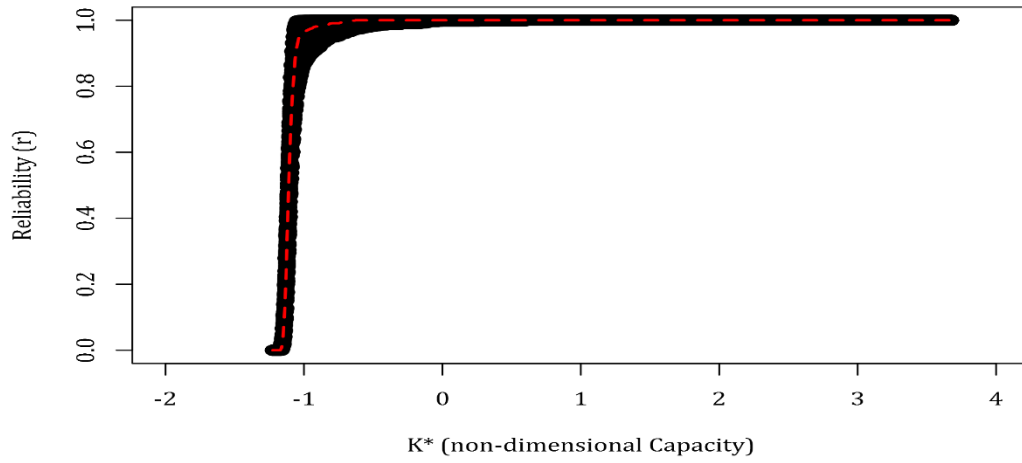


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

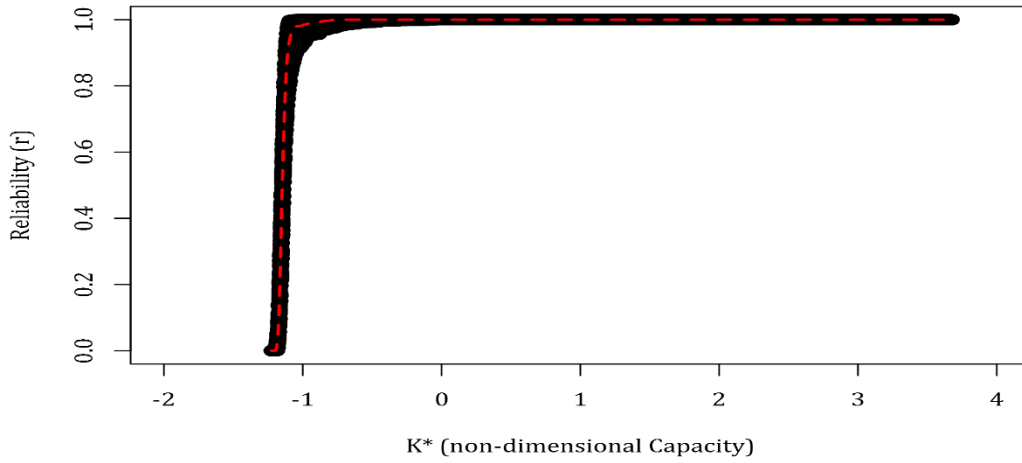


n=28 , H=0.7

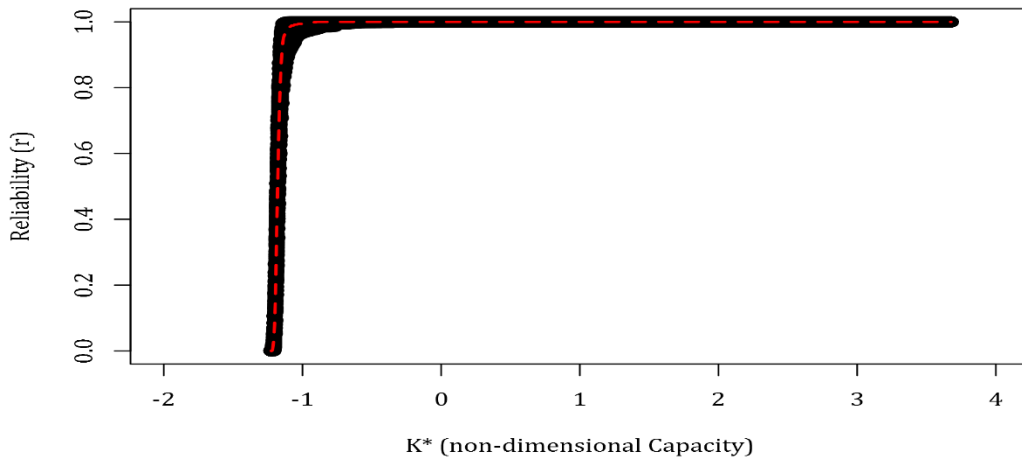
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

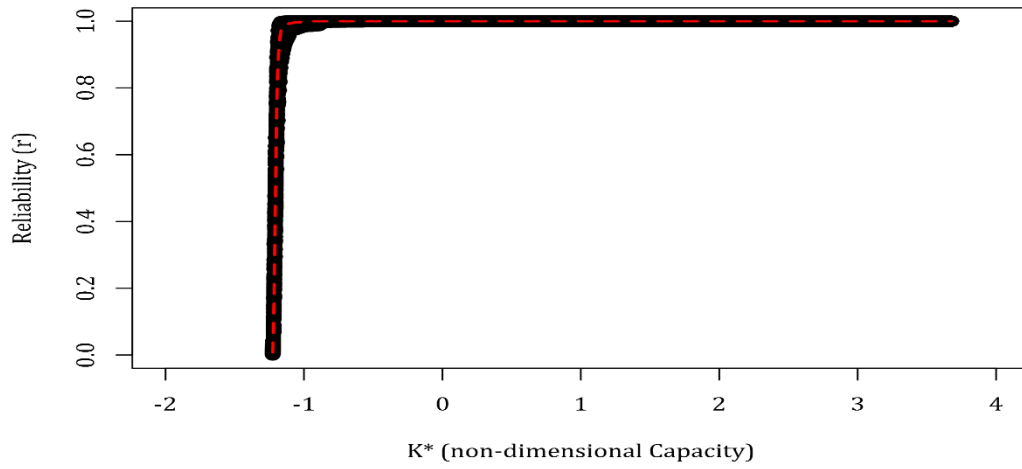


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

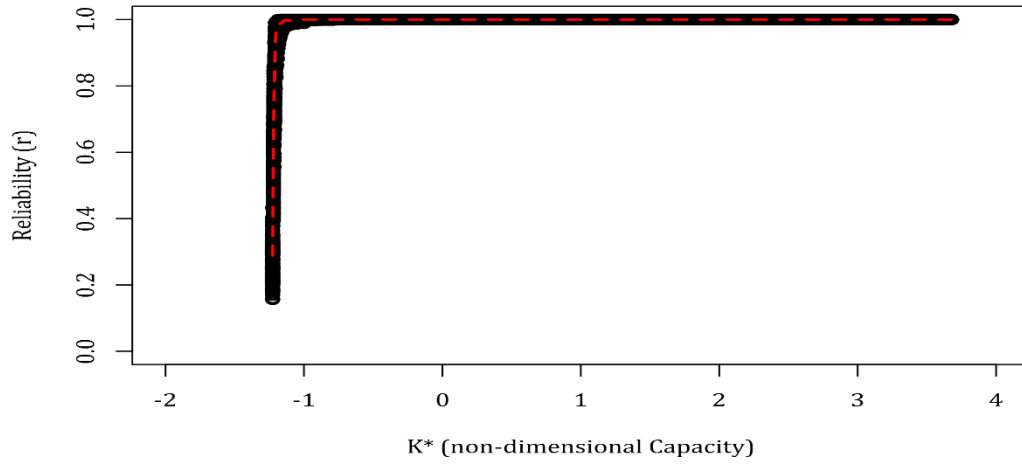


$n=28, H=0.7$

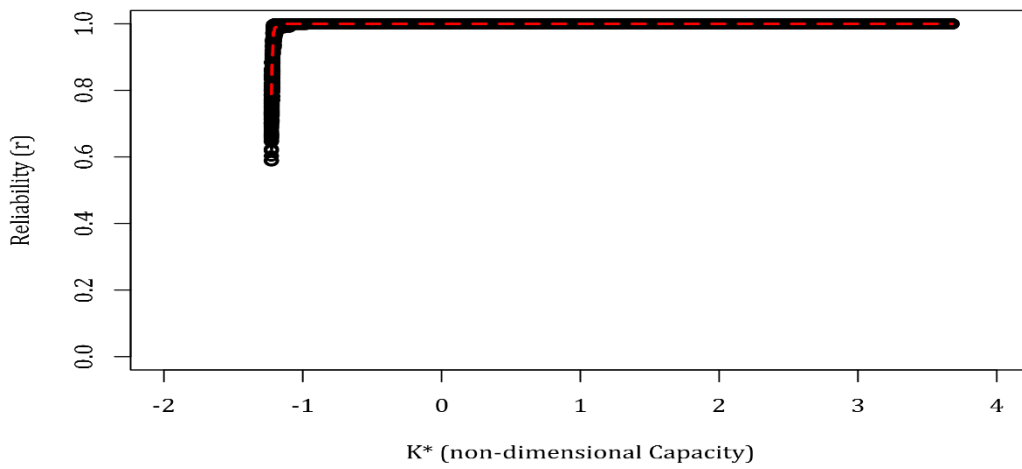
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

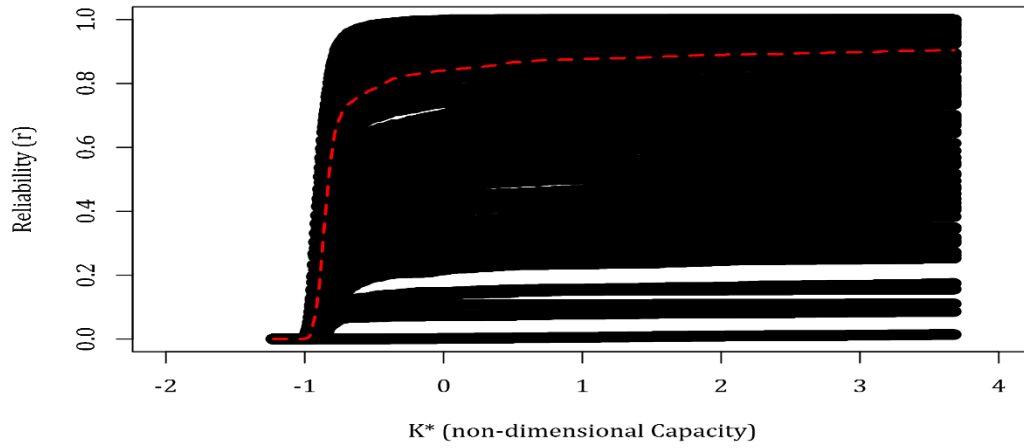


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

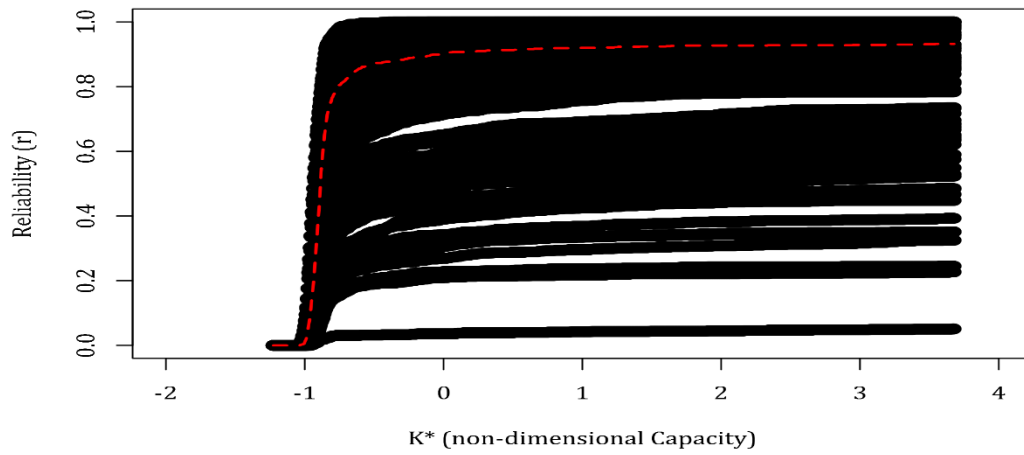


$n=28, H=0.7$

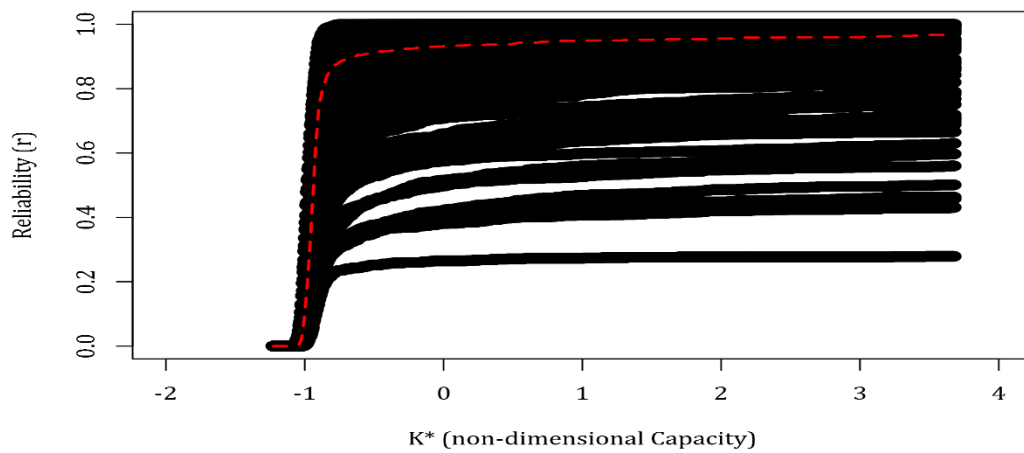
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

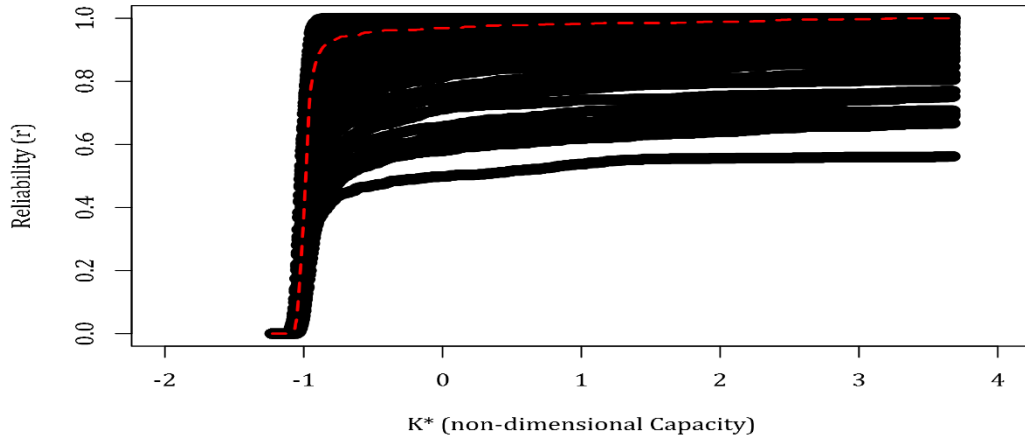


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

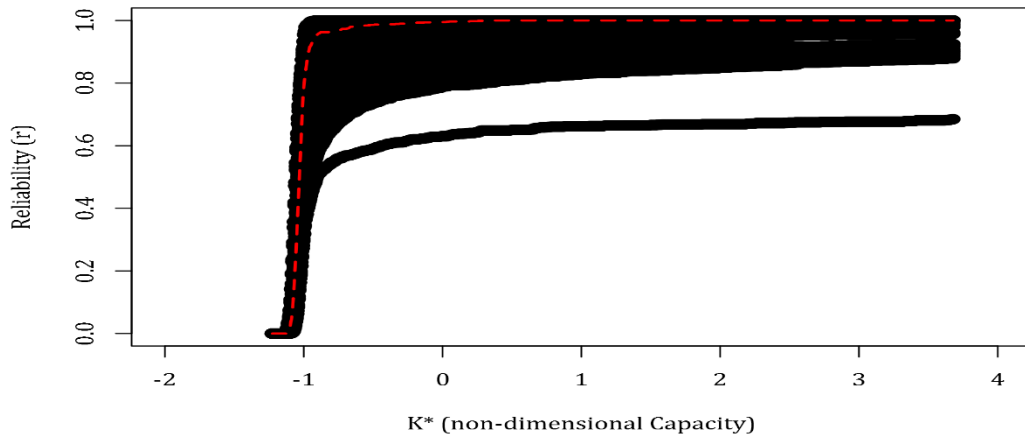


n=28, H=0.9

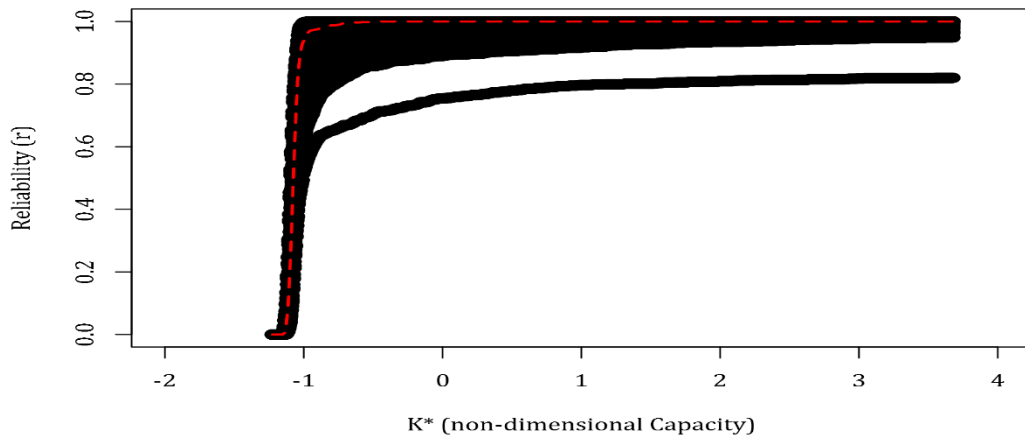
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

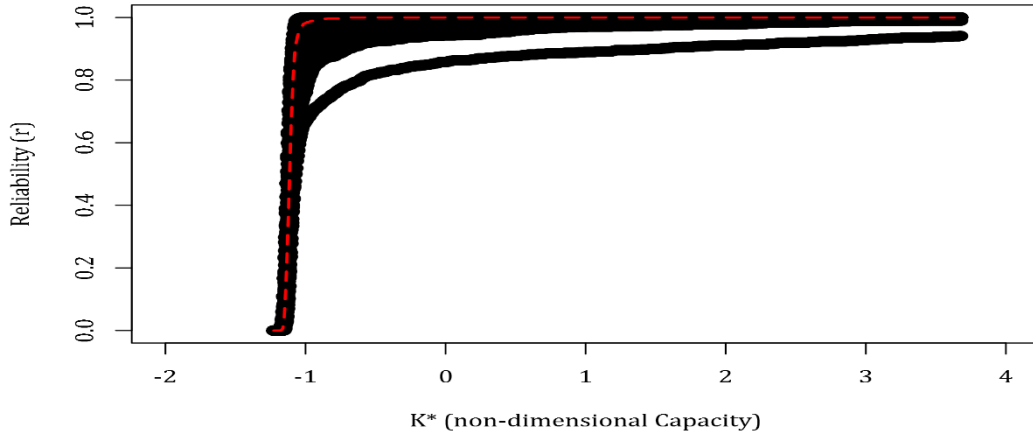


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

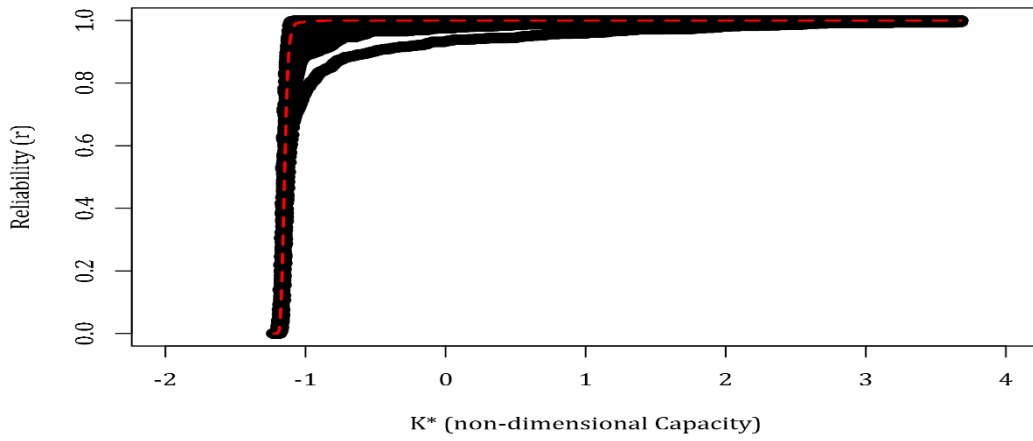


$n=28, H=0.9$

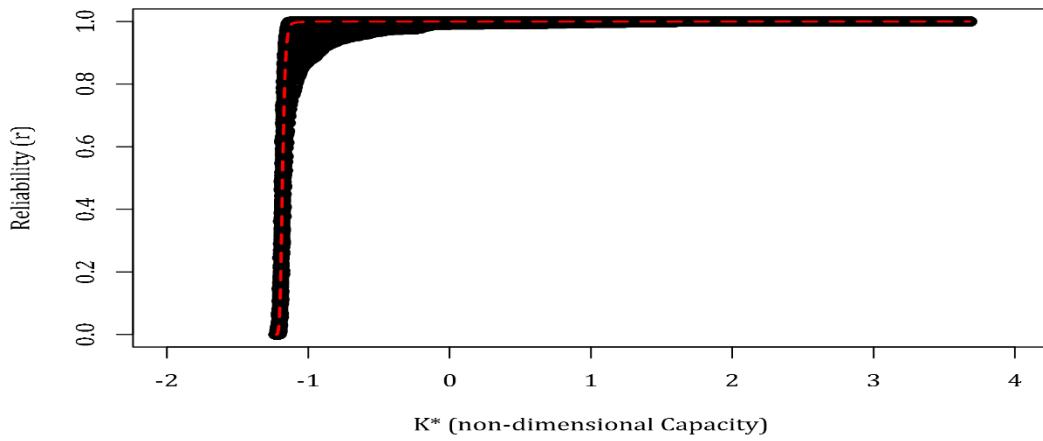
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

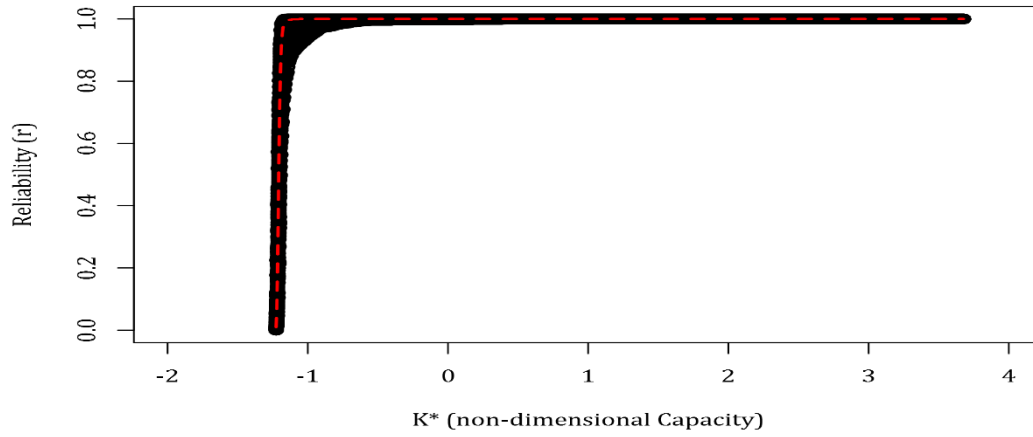


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

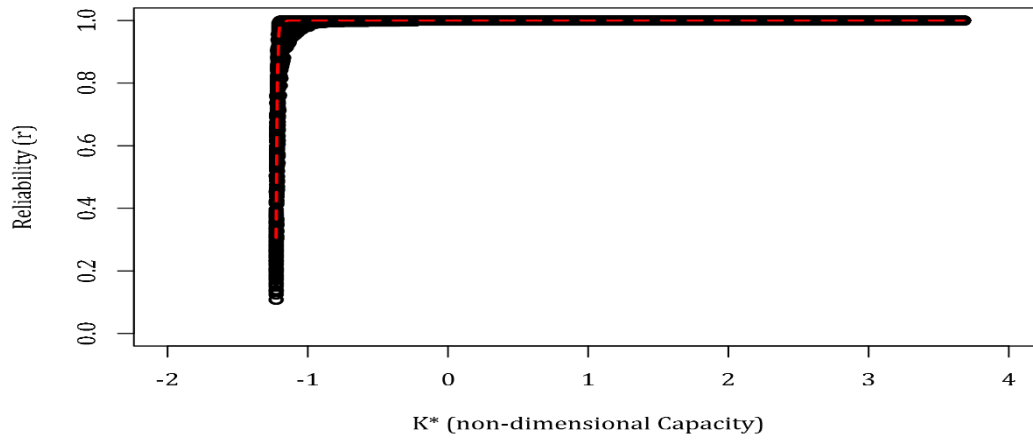


n=28 , H=0.9

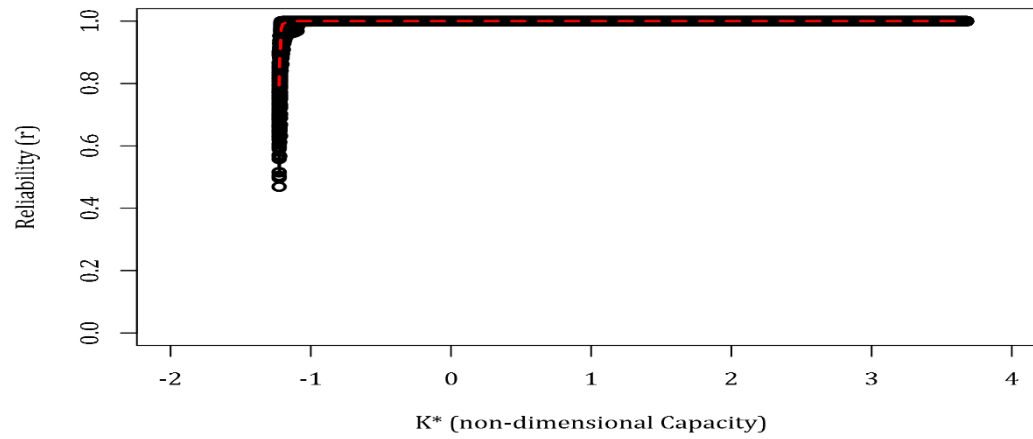
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

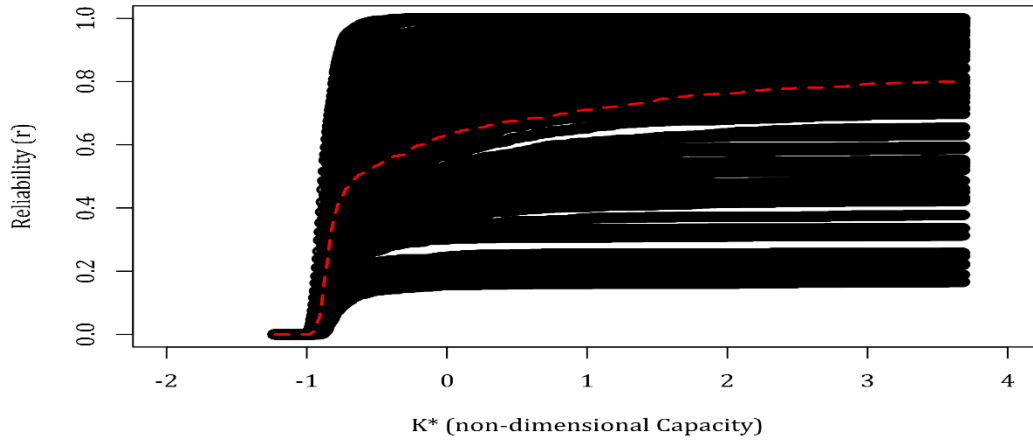


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

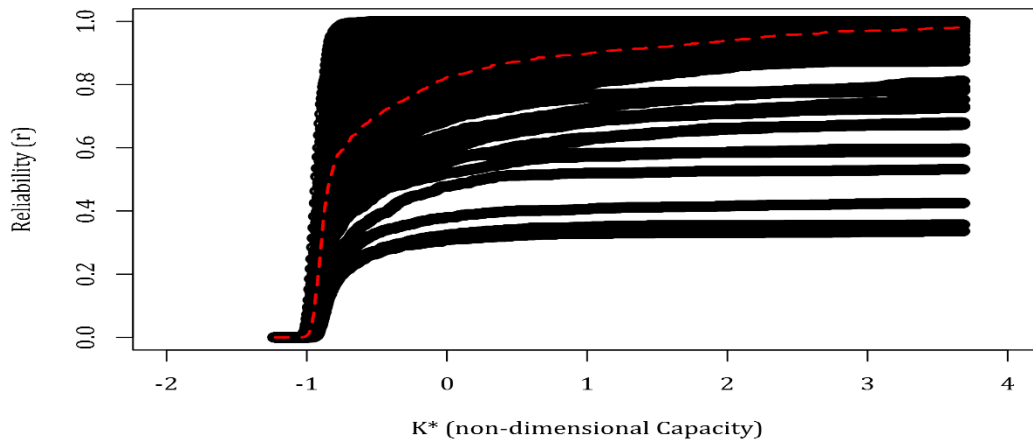


$n=28, H=0.9$

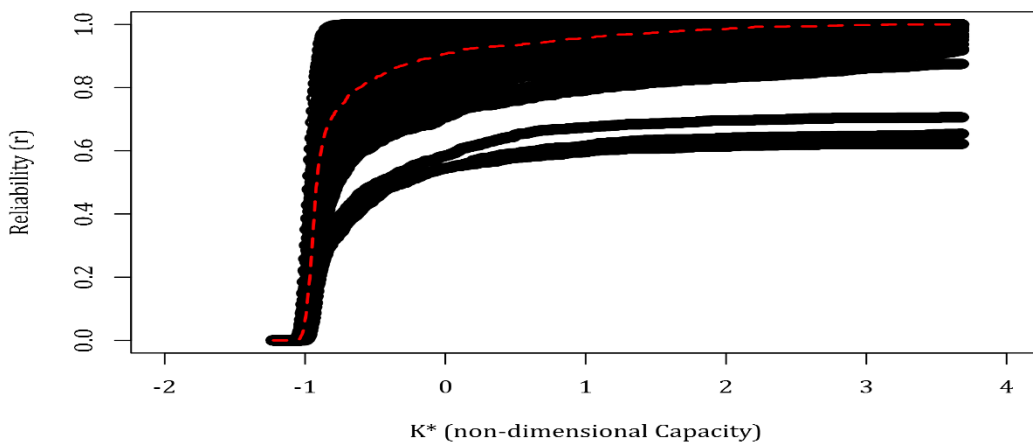
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

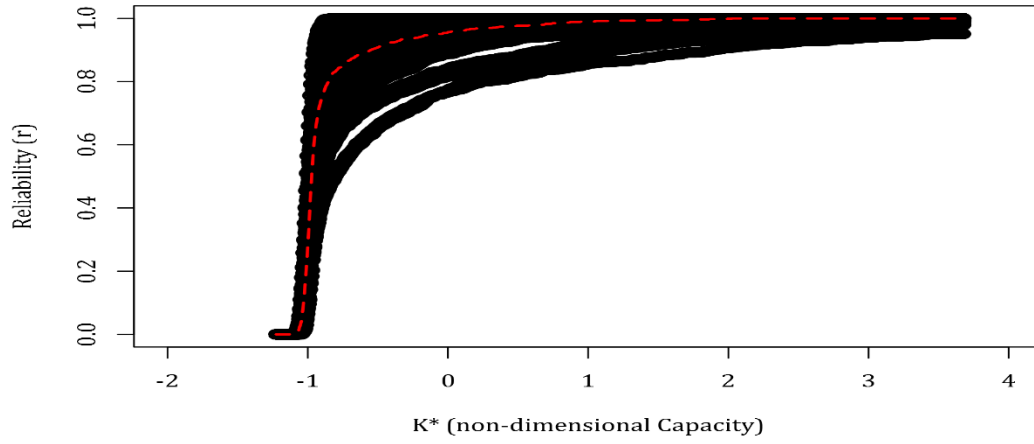


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

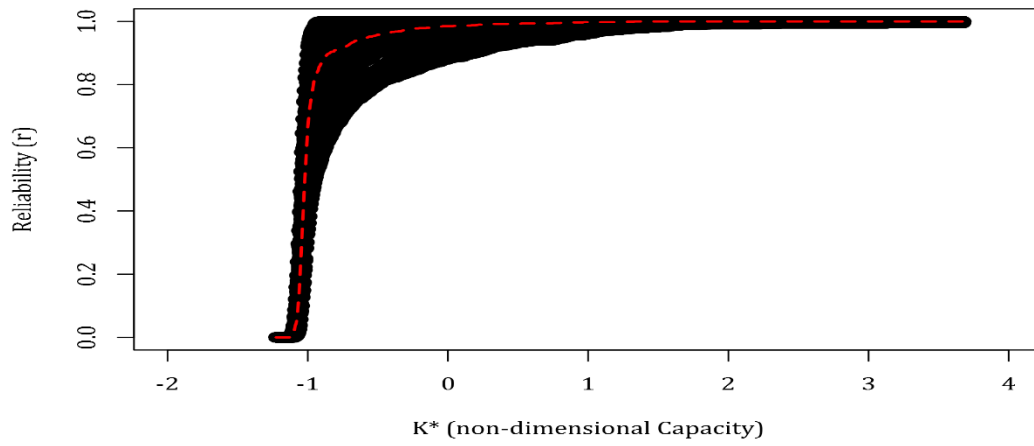


$n=20, H=0.5$

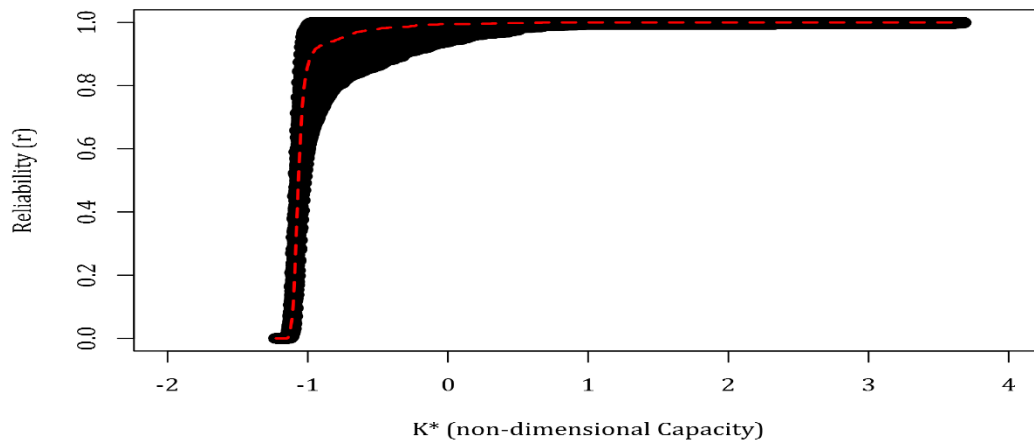
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

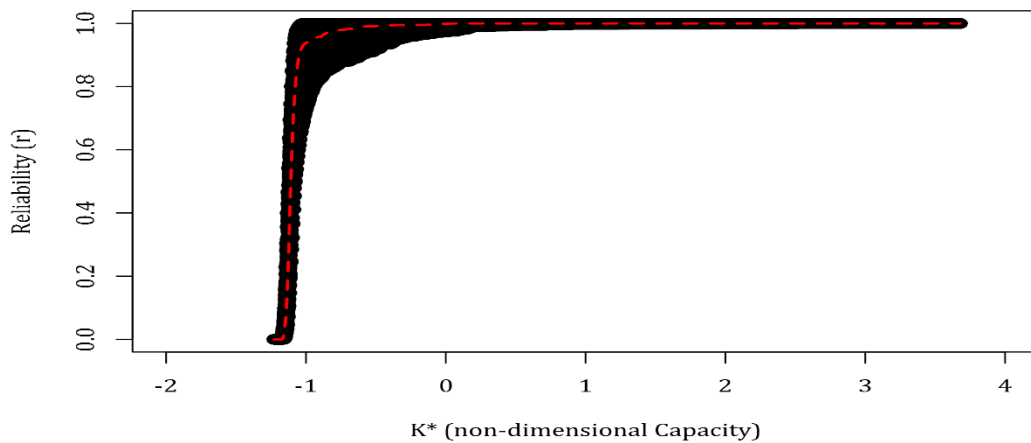


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

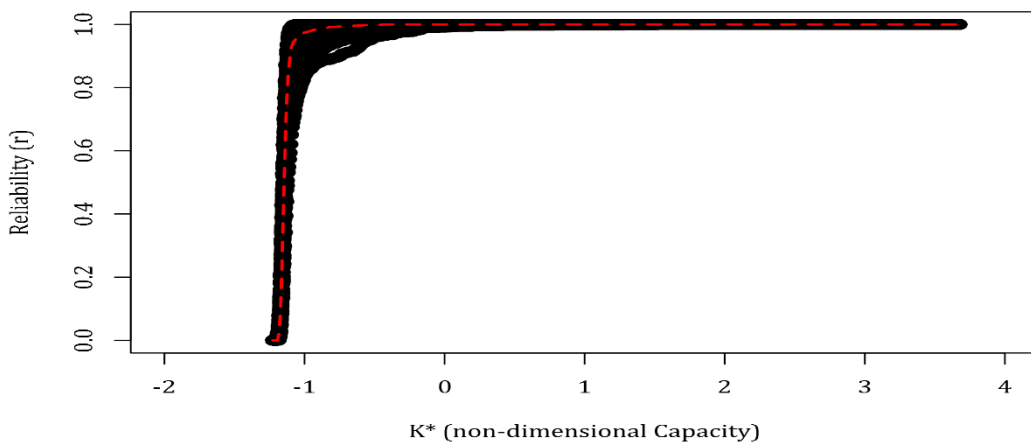


$n=20, H=0.5$

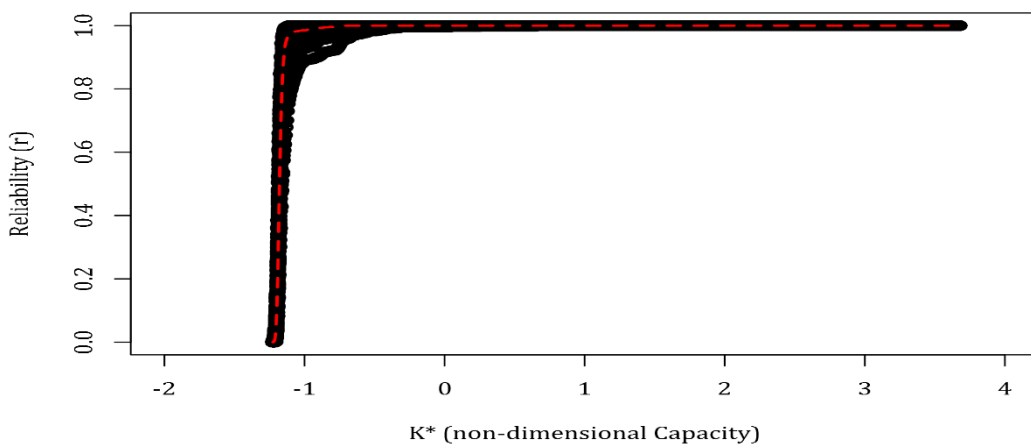
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

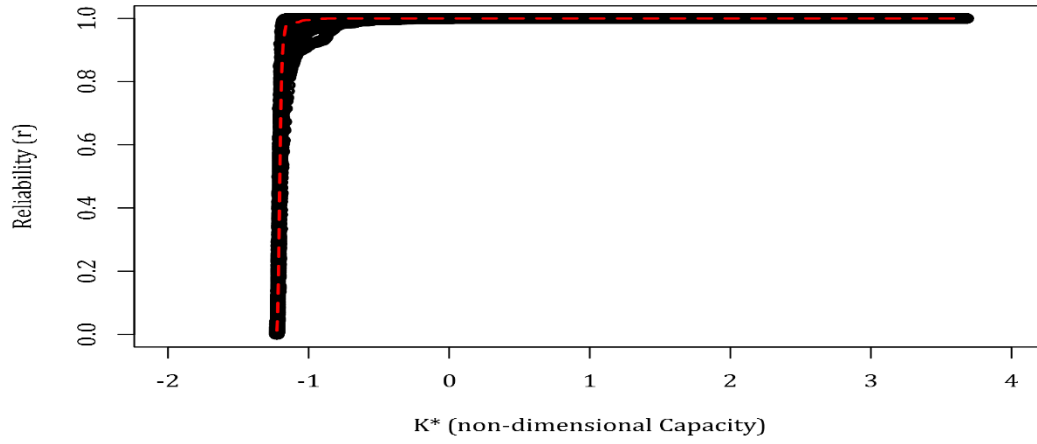


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

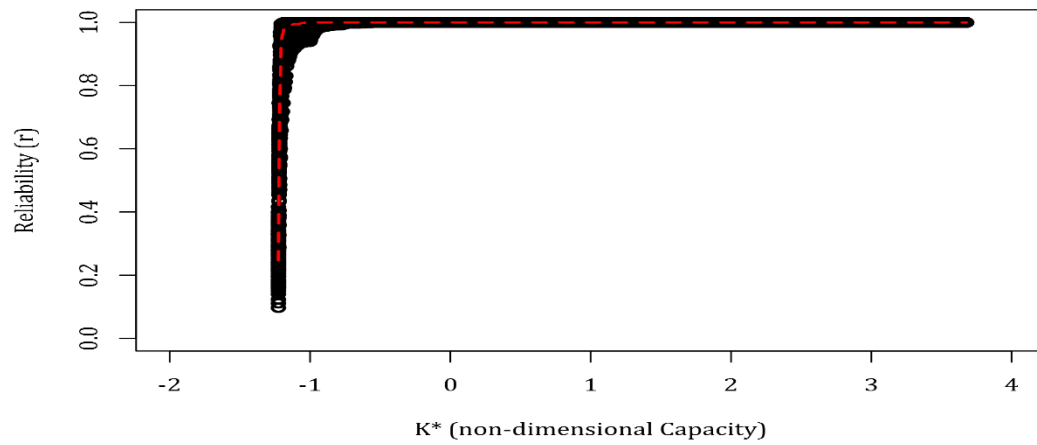


n=20, H0.5

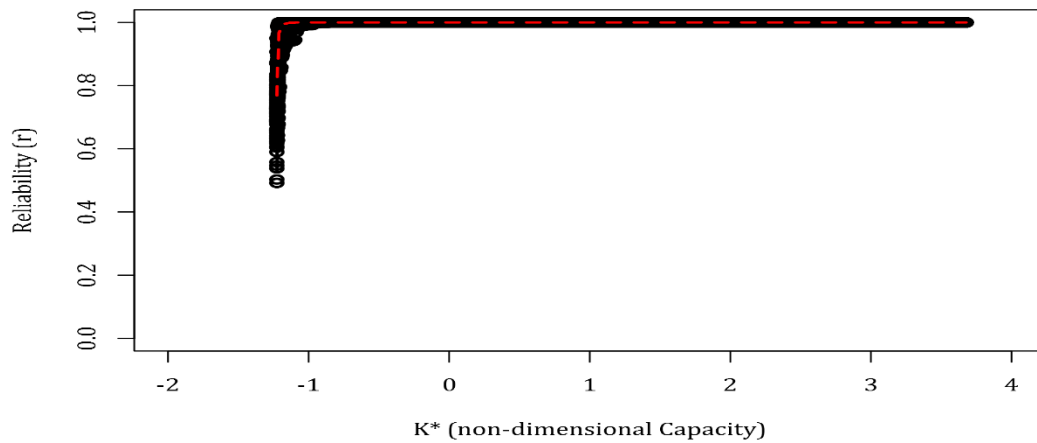
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

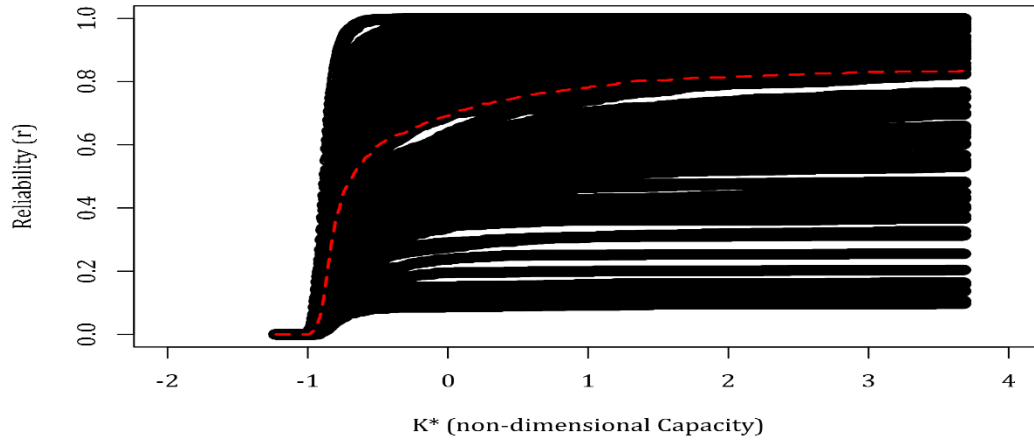


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

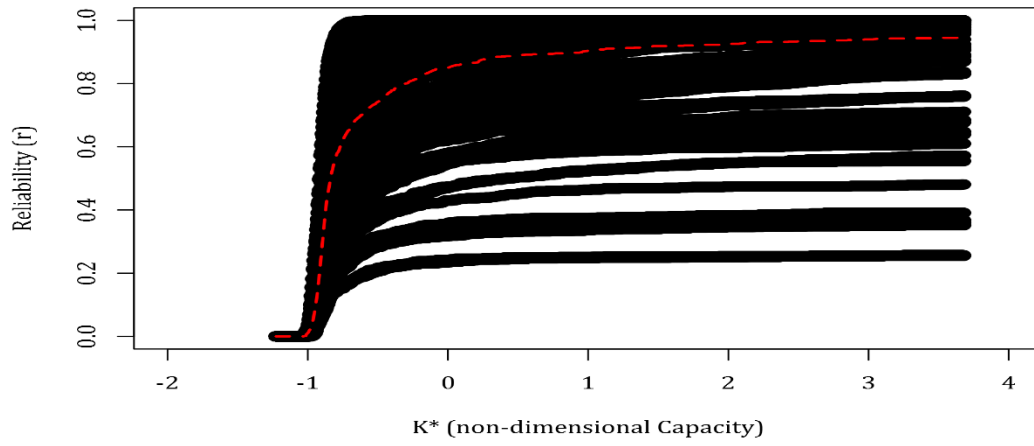


$n=20, H=0.5$

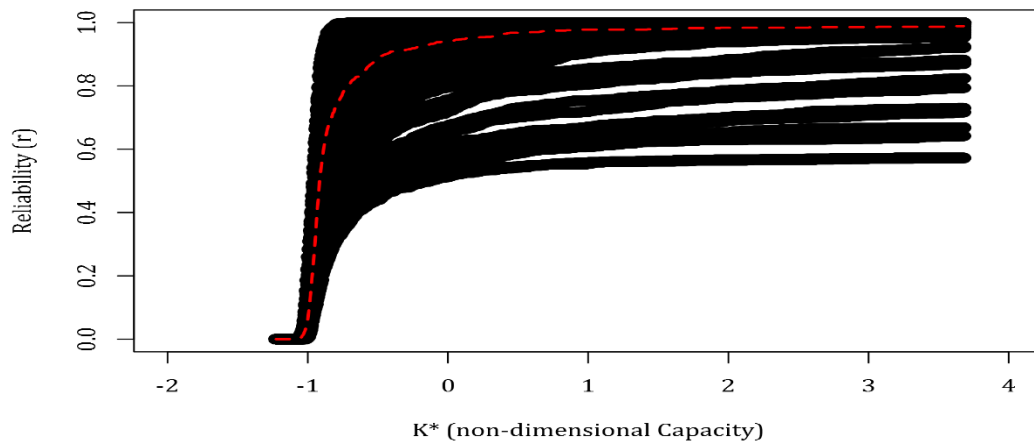
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

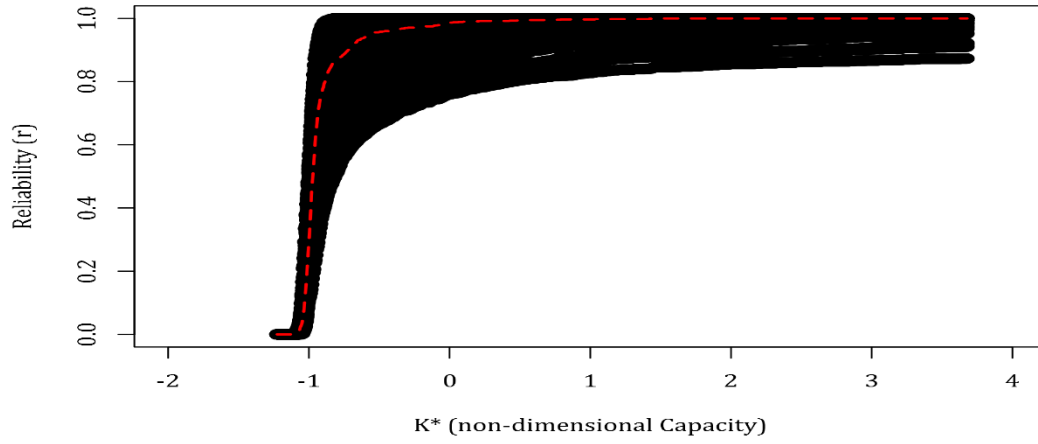


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

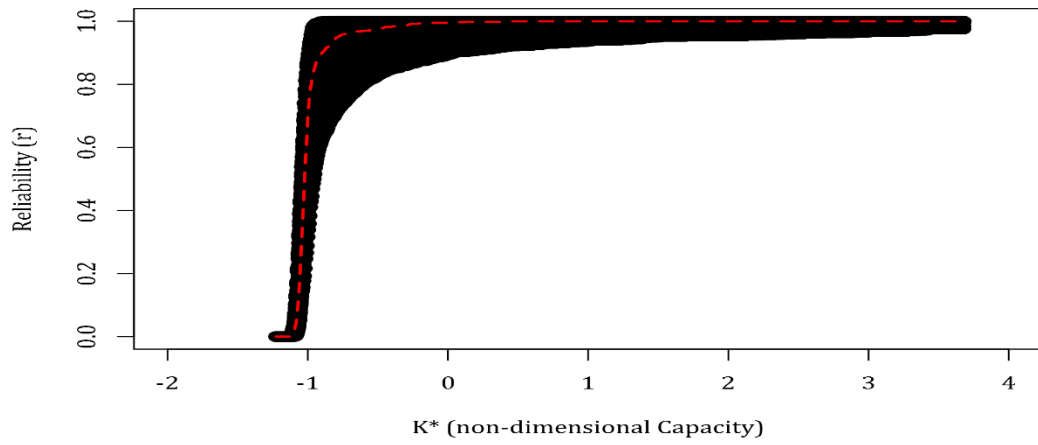


$n=20, H=0.7$

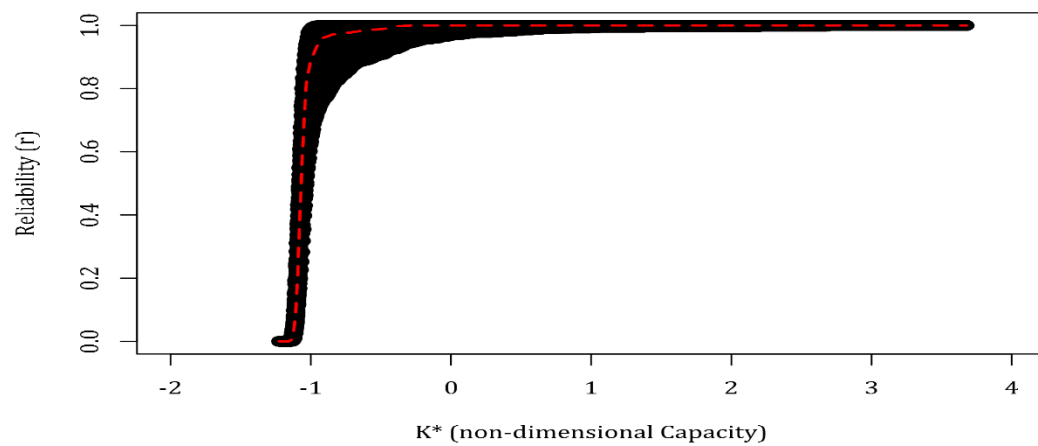
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

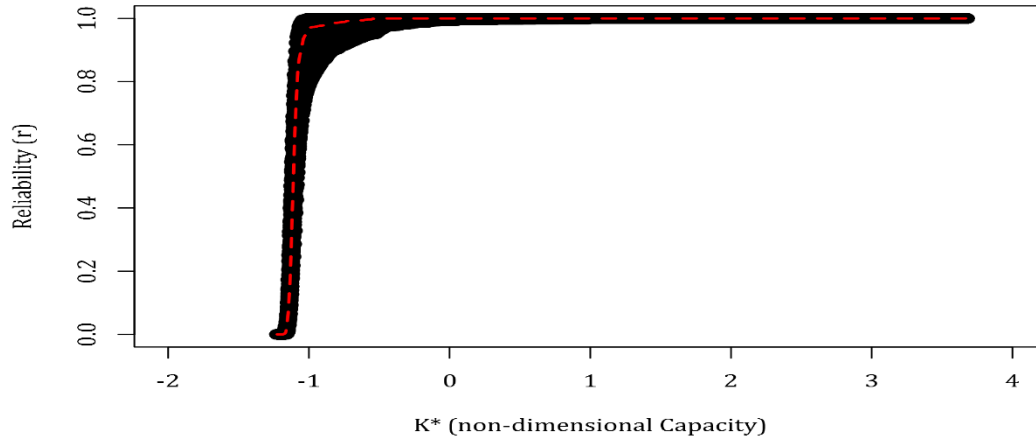


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

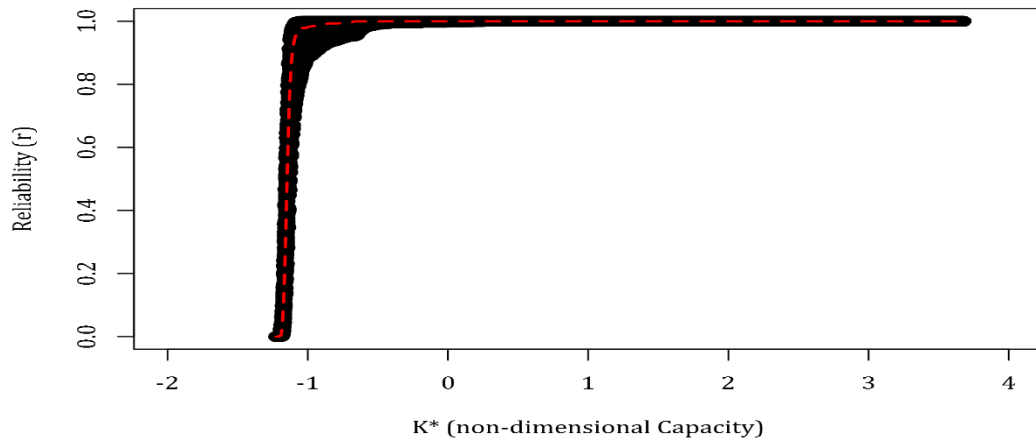


$n=20, H=0.7$

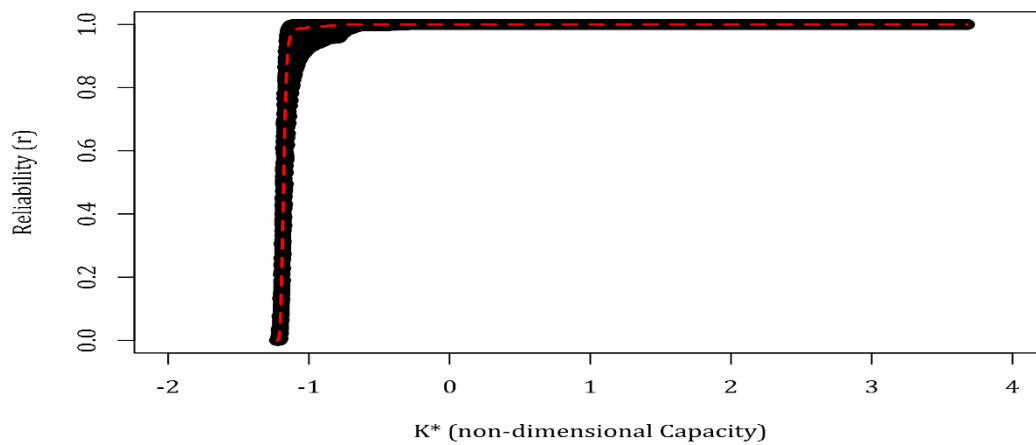
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

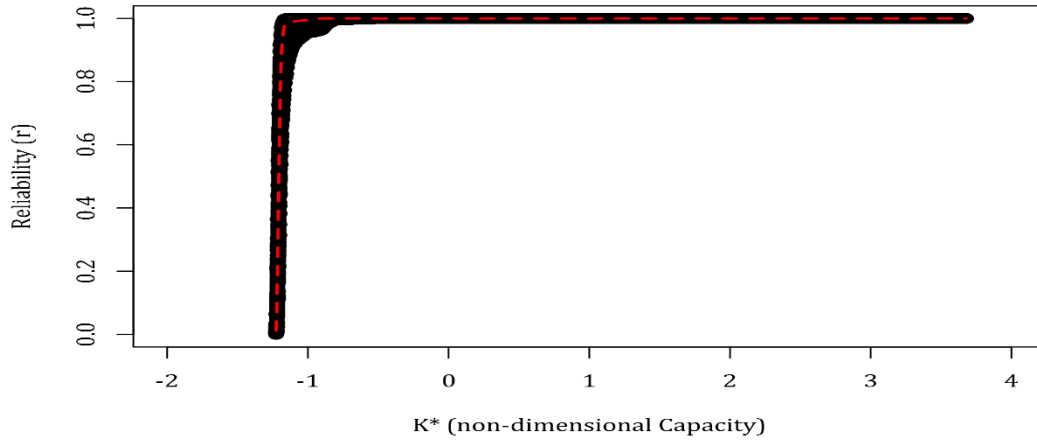


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

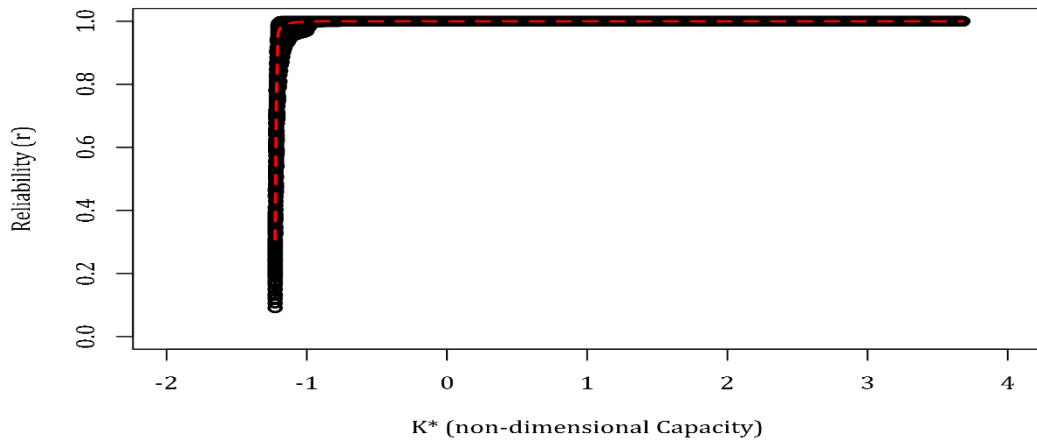


$n=20, H=0.7$

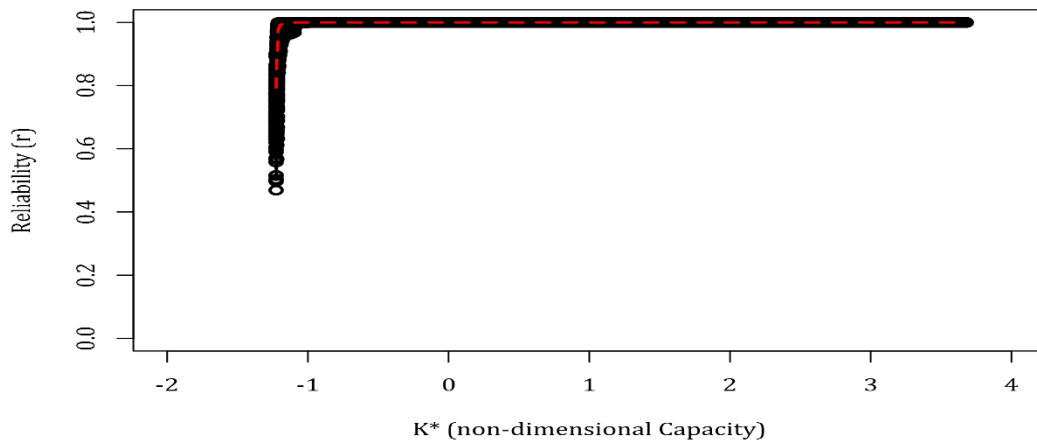
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

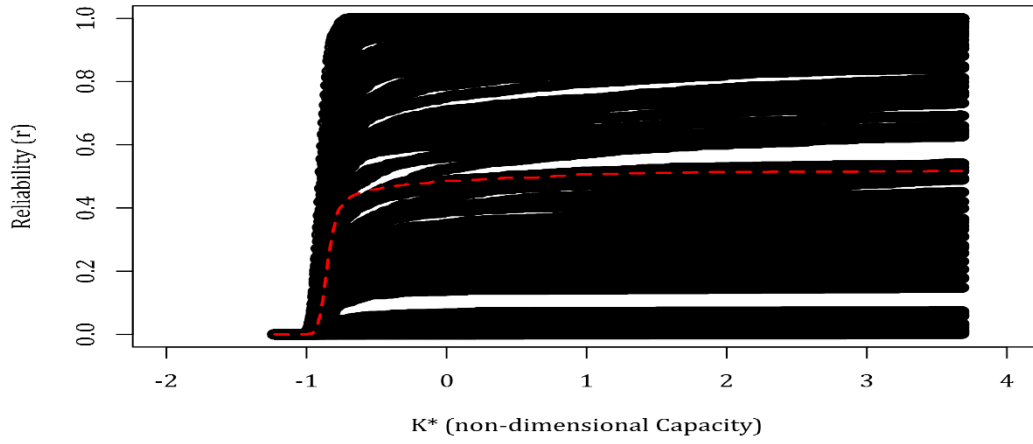


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

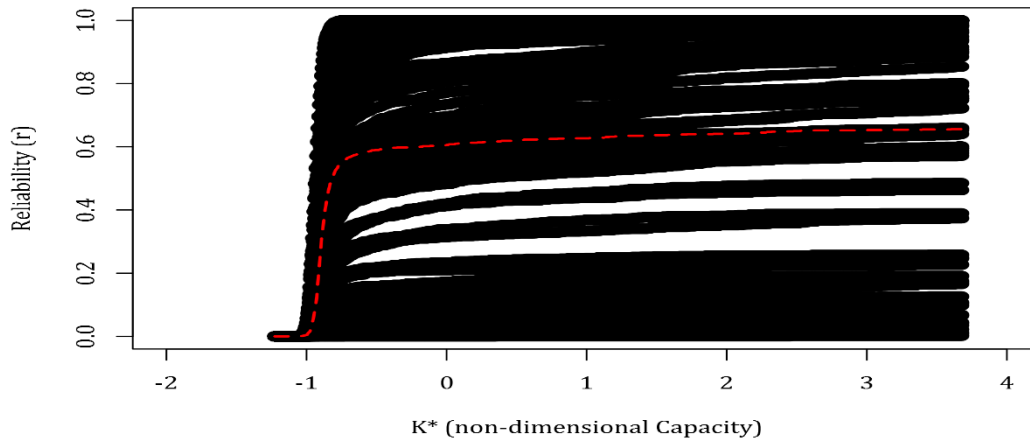


$n=20, H=0.7$

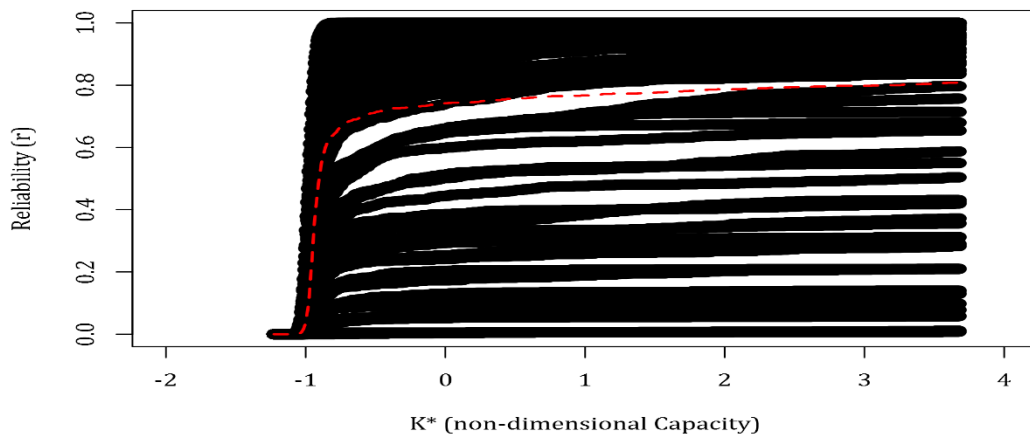
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

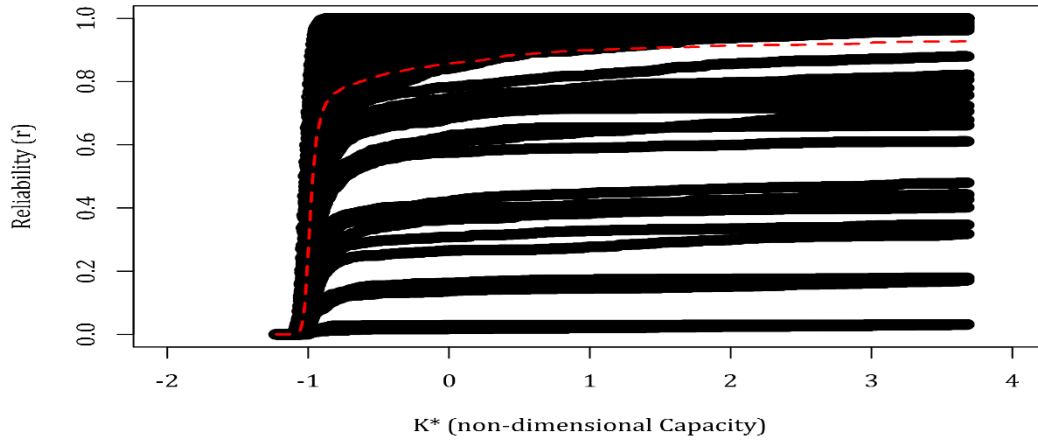


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

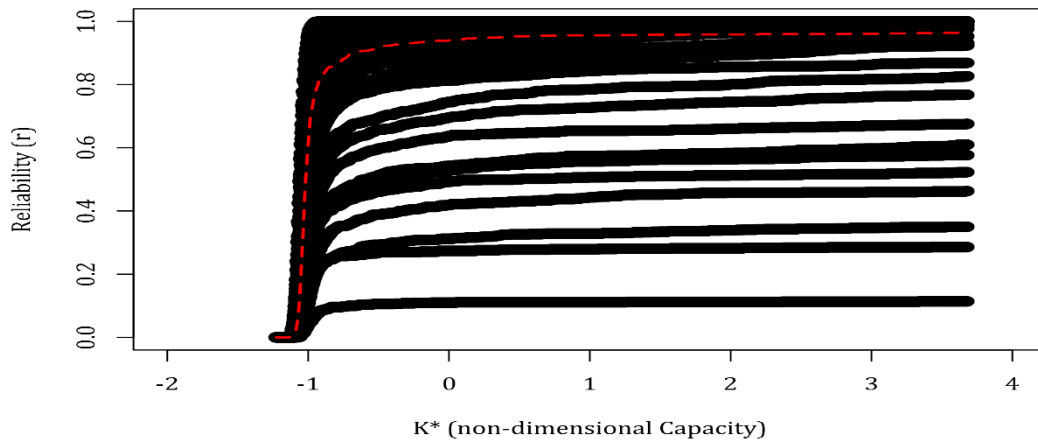


$n=20, H=0.9$

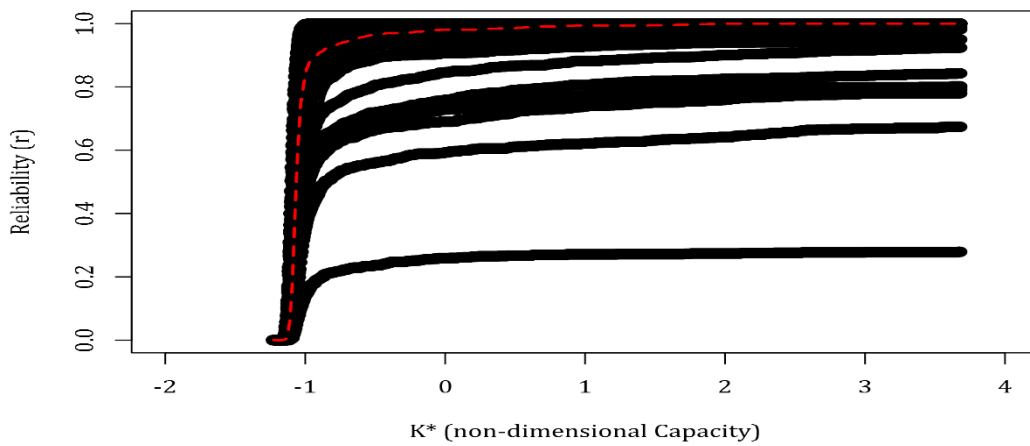
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

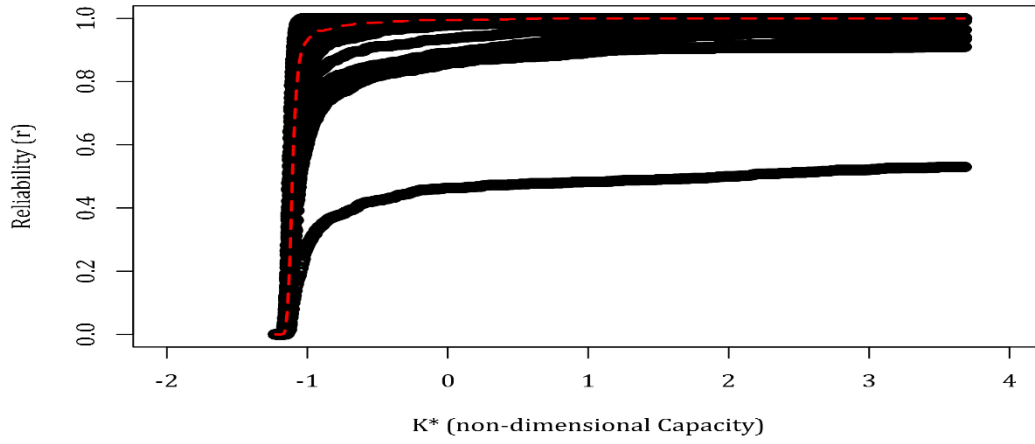


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

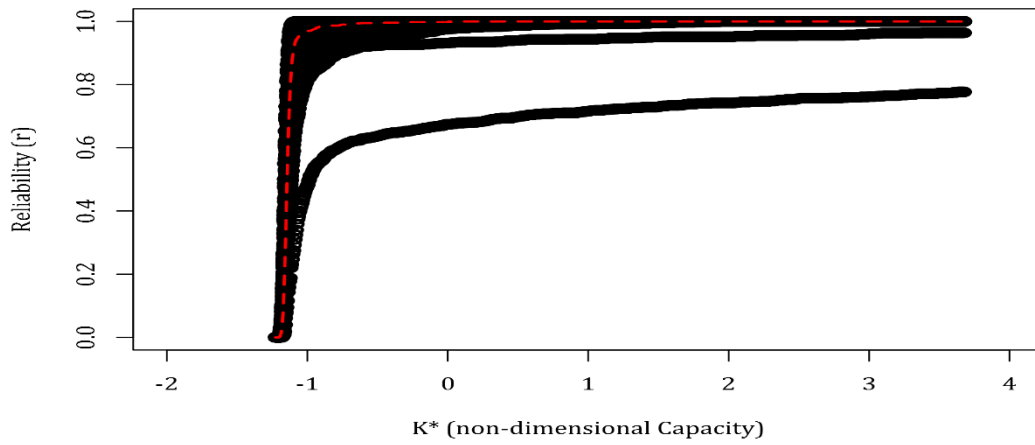


n=20, H=0.9

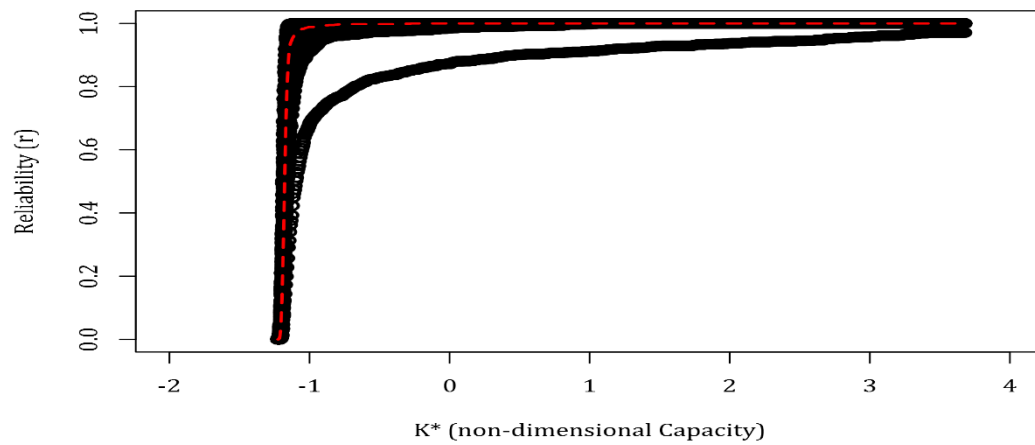
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

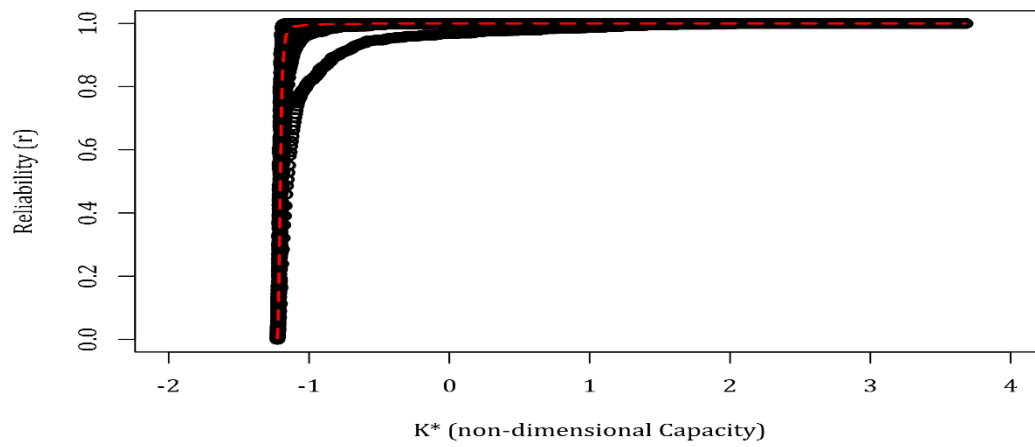


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

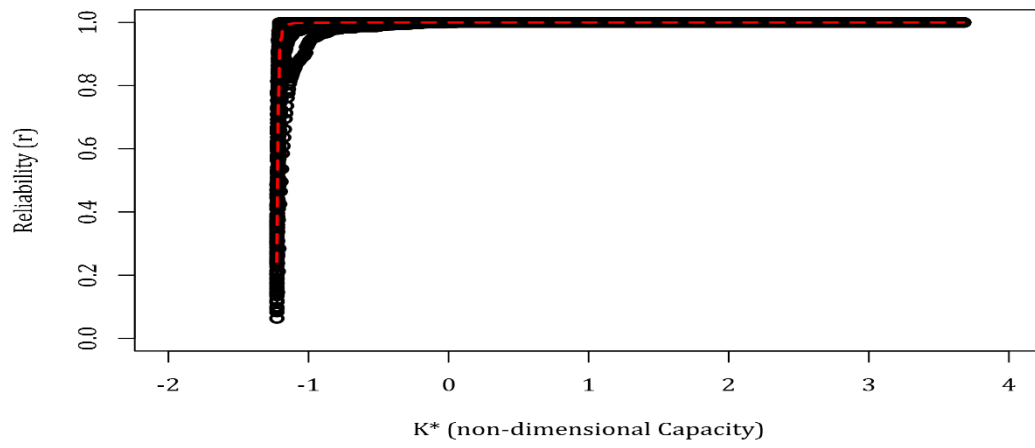


$n=20, H=0.9$

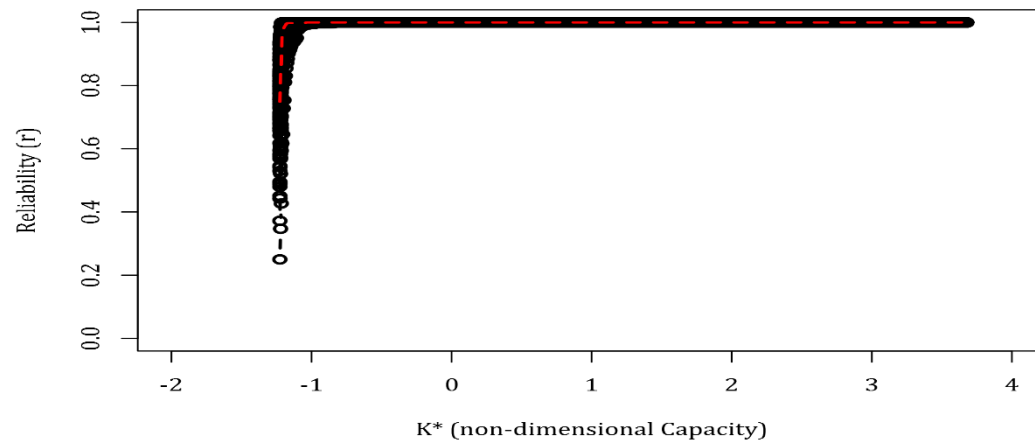
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

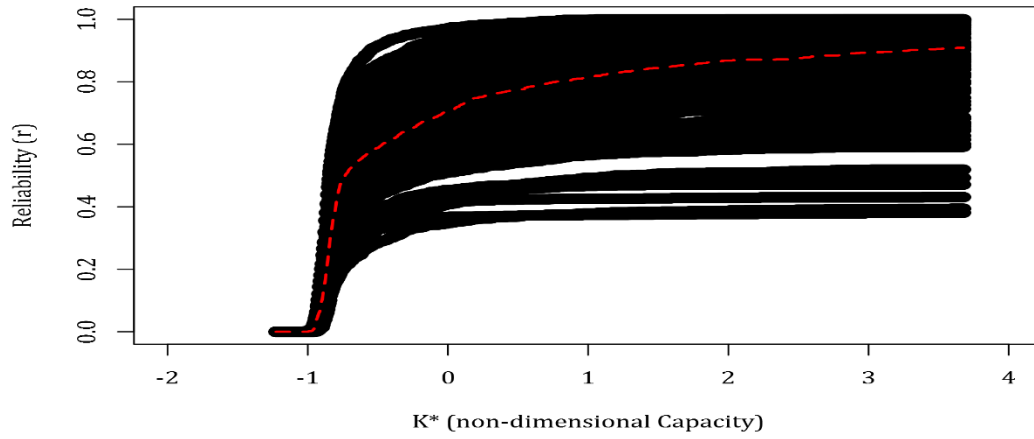


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

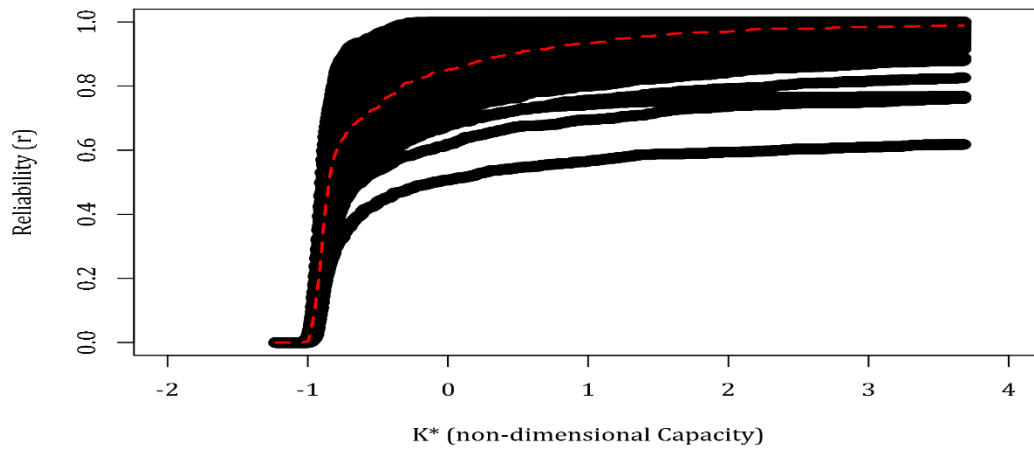


$n=20, H=0.9$

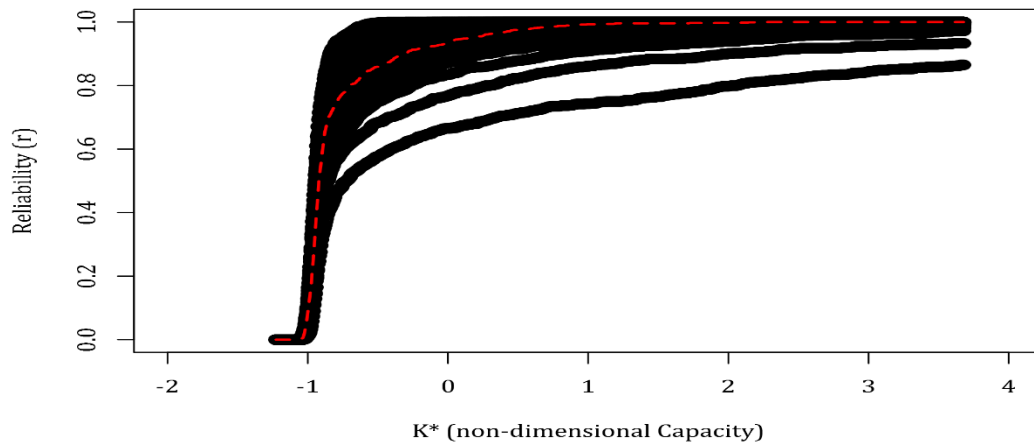
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

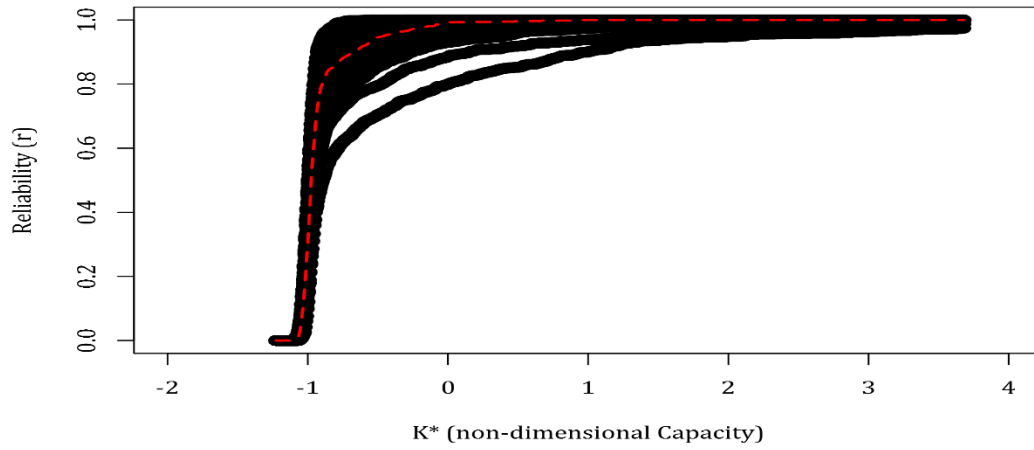


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

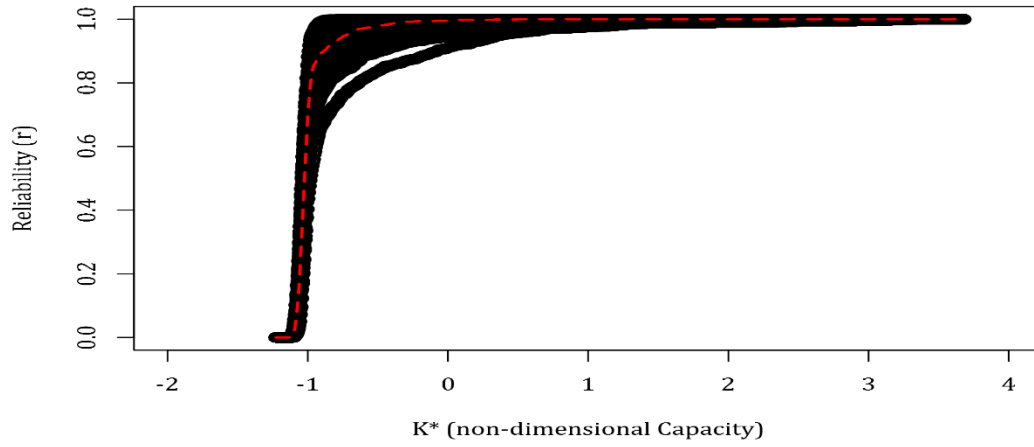


$n=50, H=0.5$

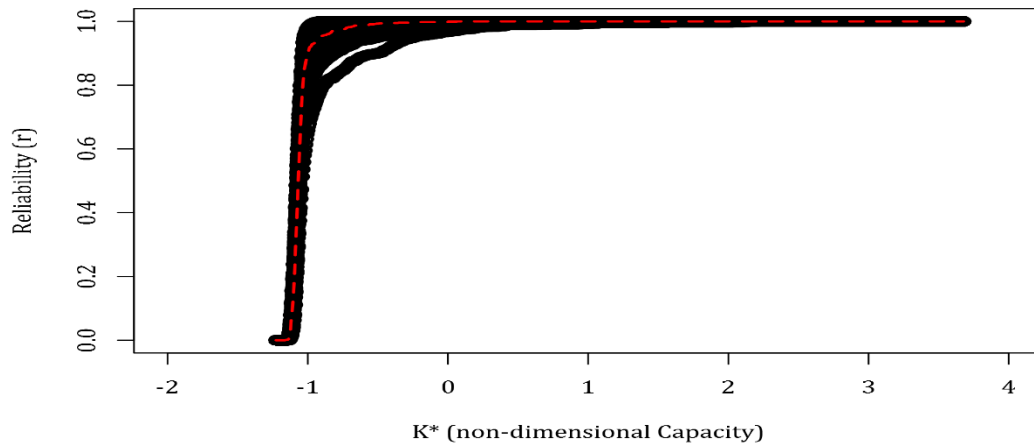
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

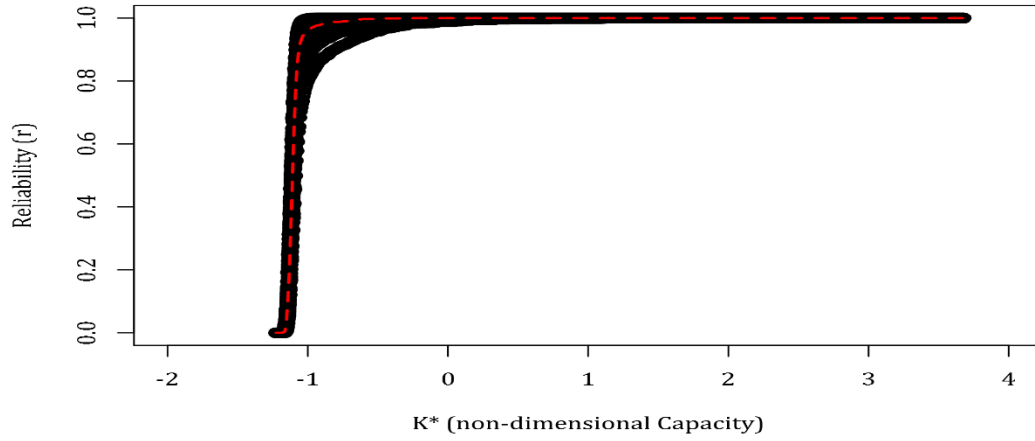


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

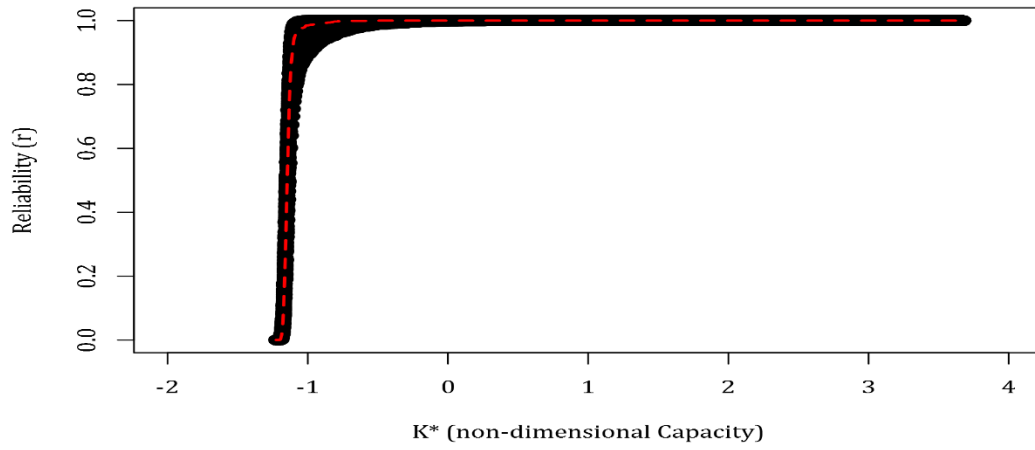


n=50, H=0.5

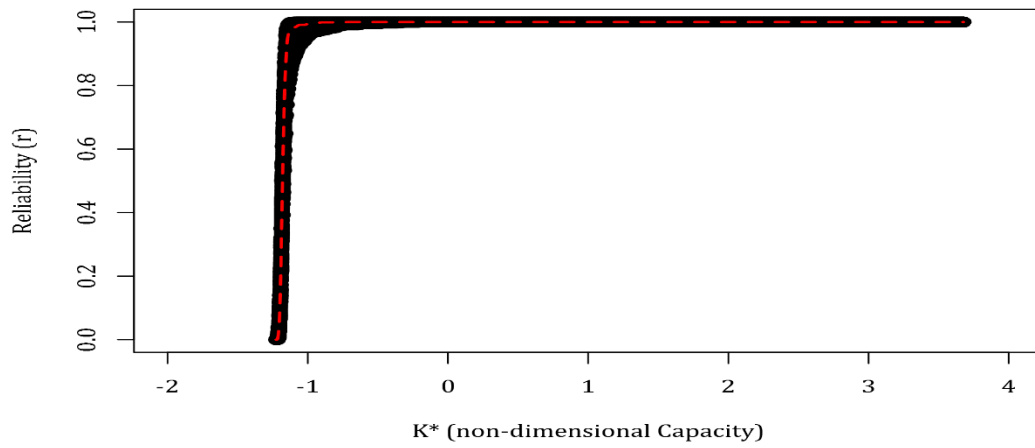
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

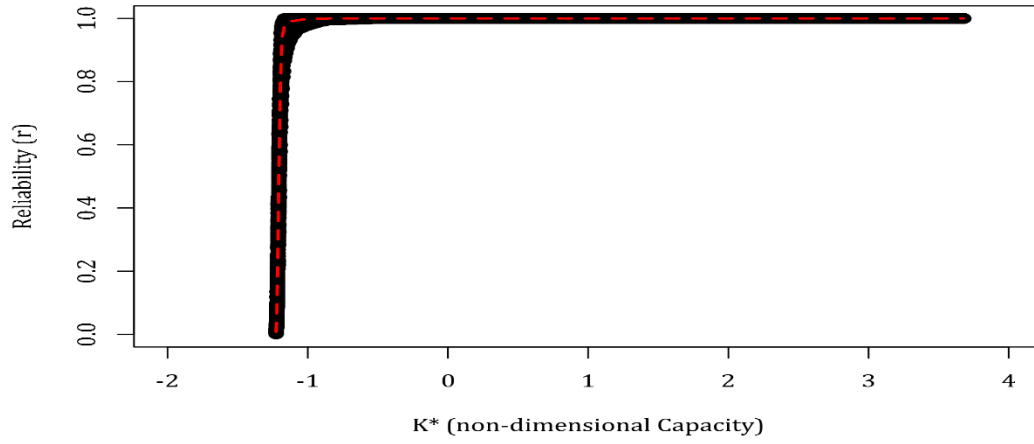


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

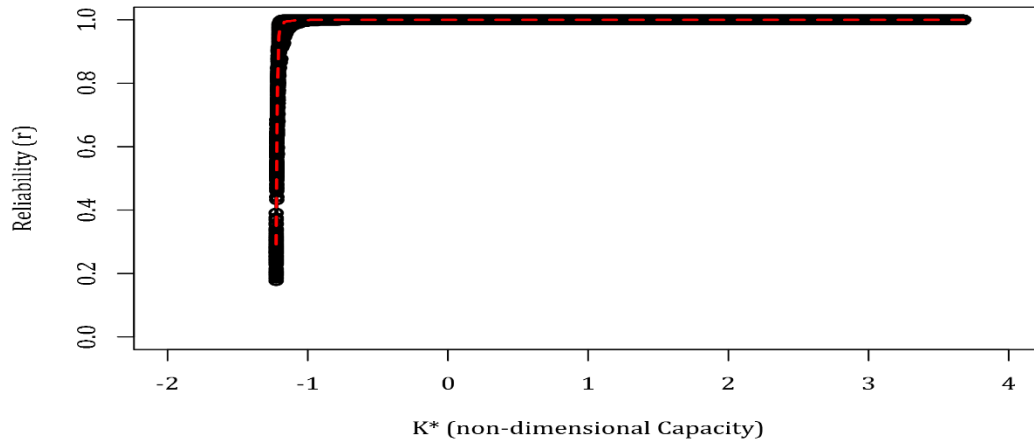


$n=50, H=0.5$

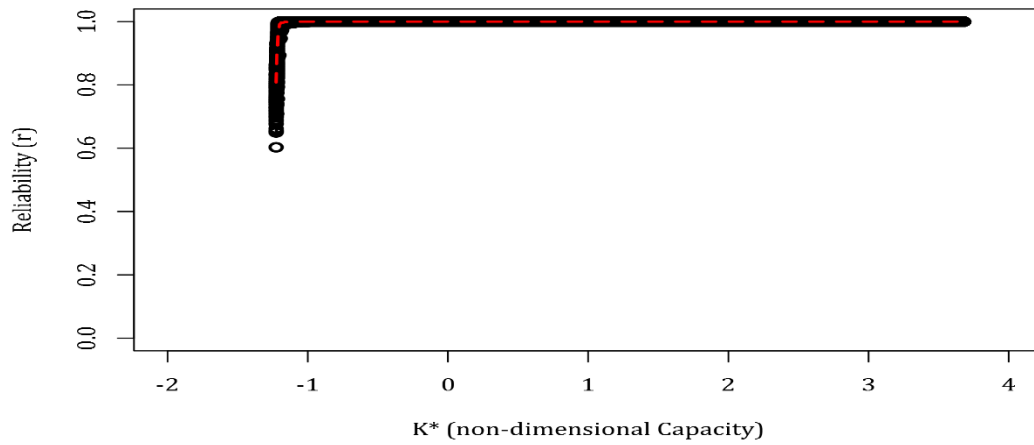
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

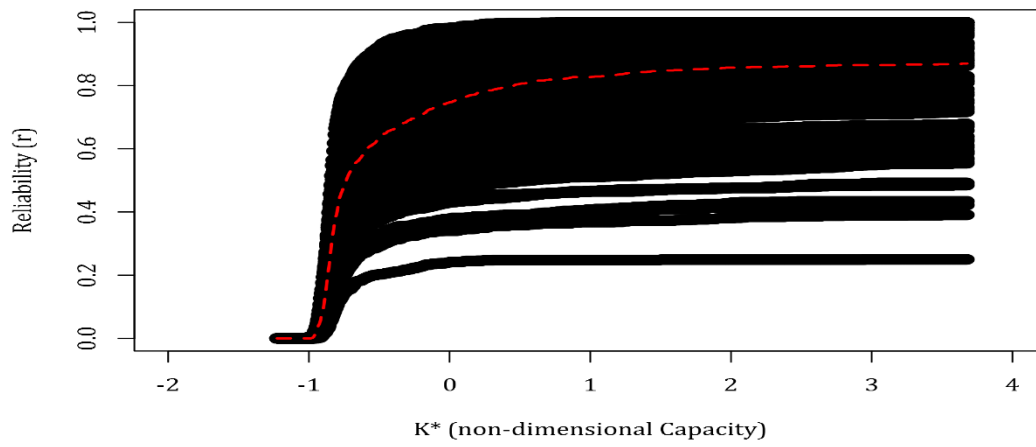


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

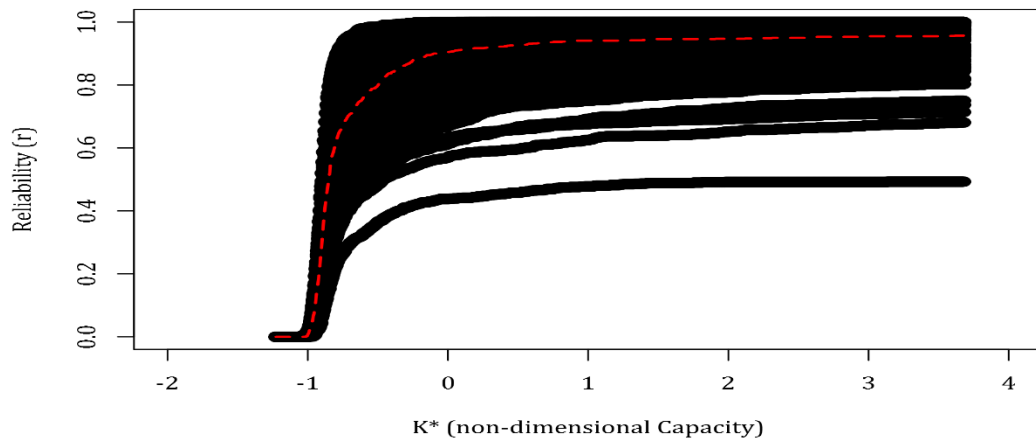


n=50, H=0.5

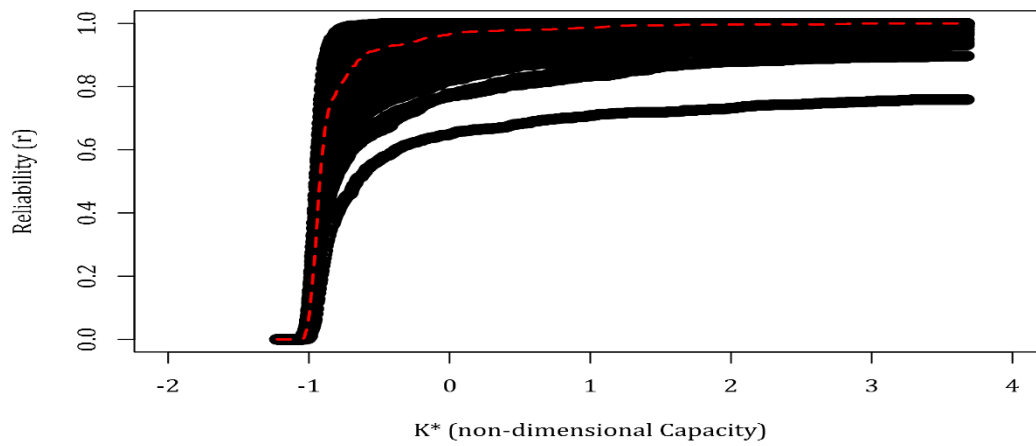
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

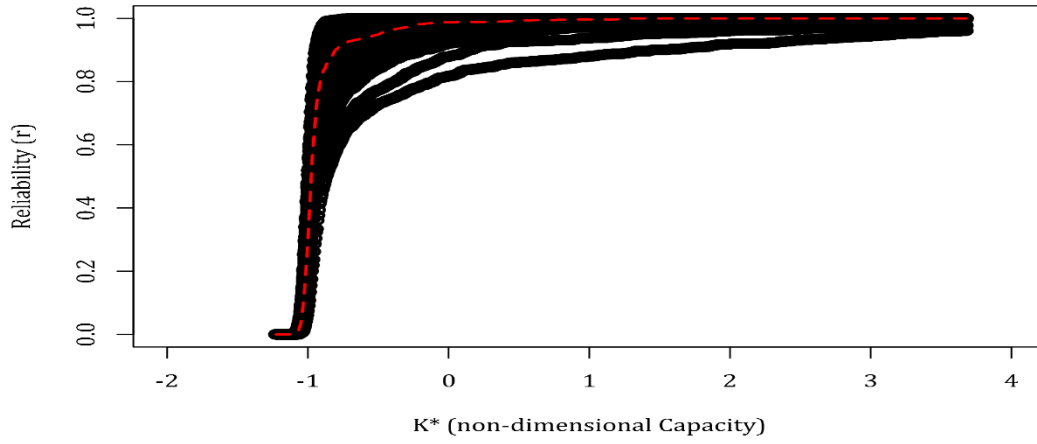


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

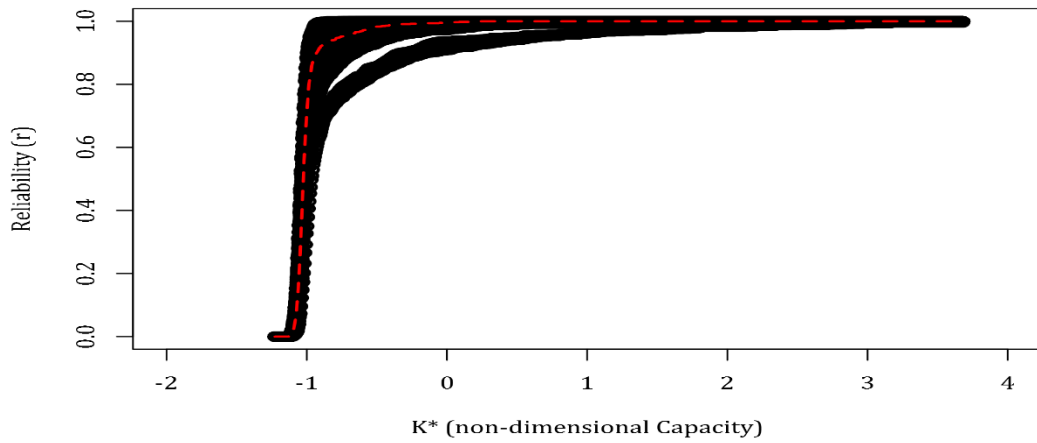


$n=50, H=0.7$

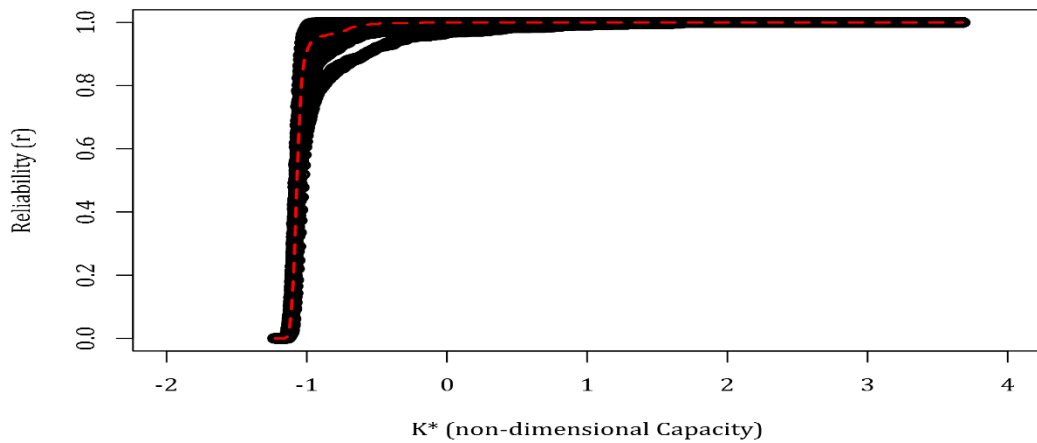
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

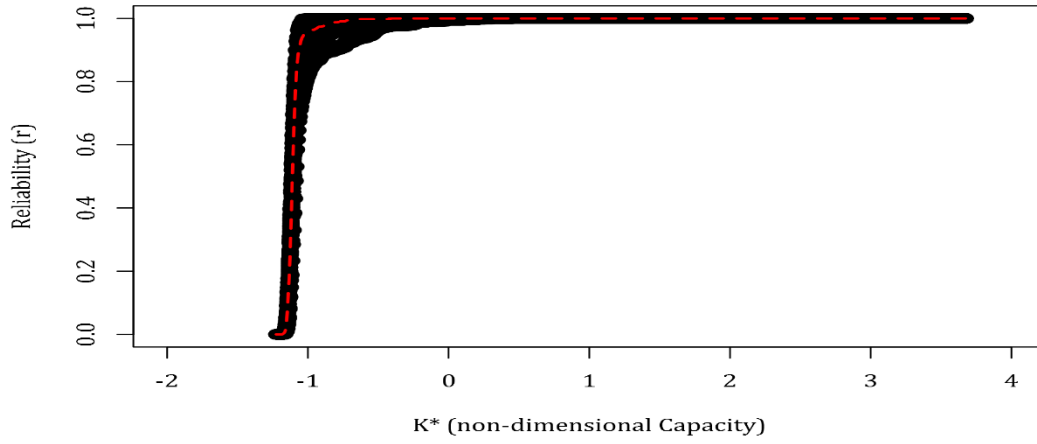


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

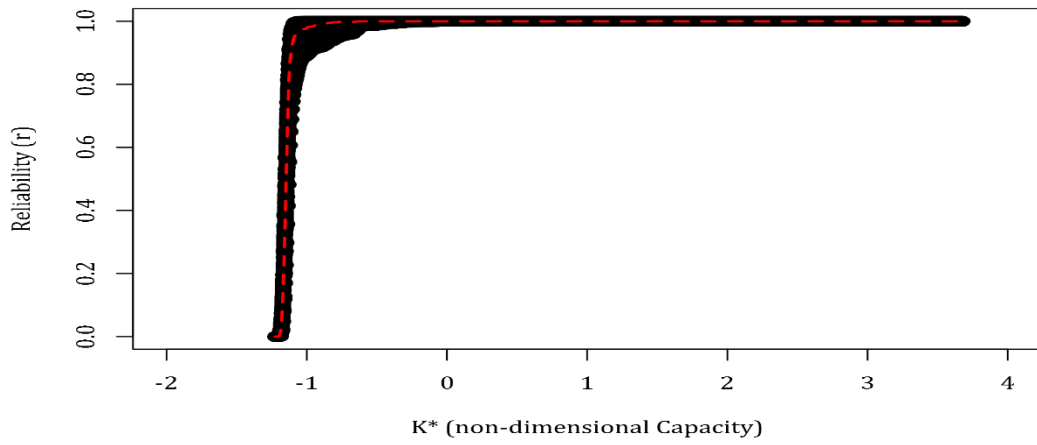


$n=50, H0.7$

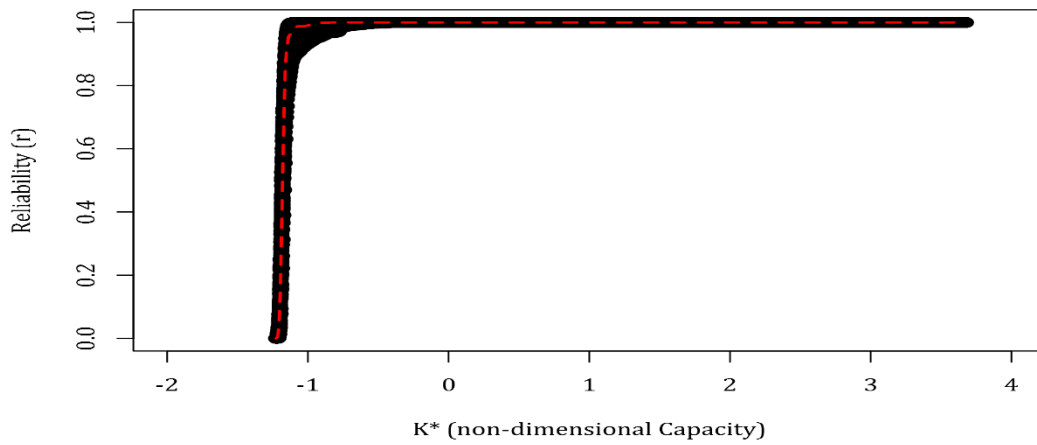
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

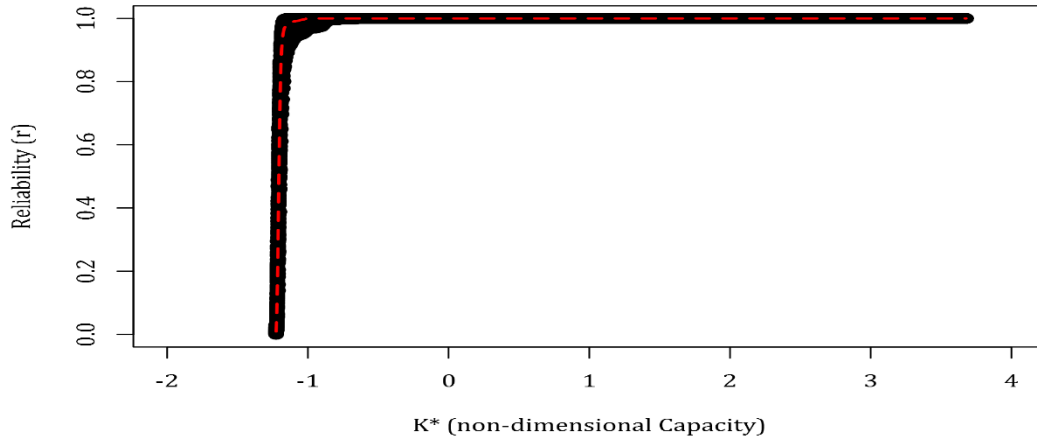


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

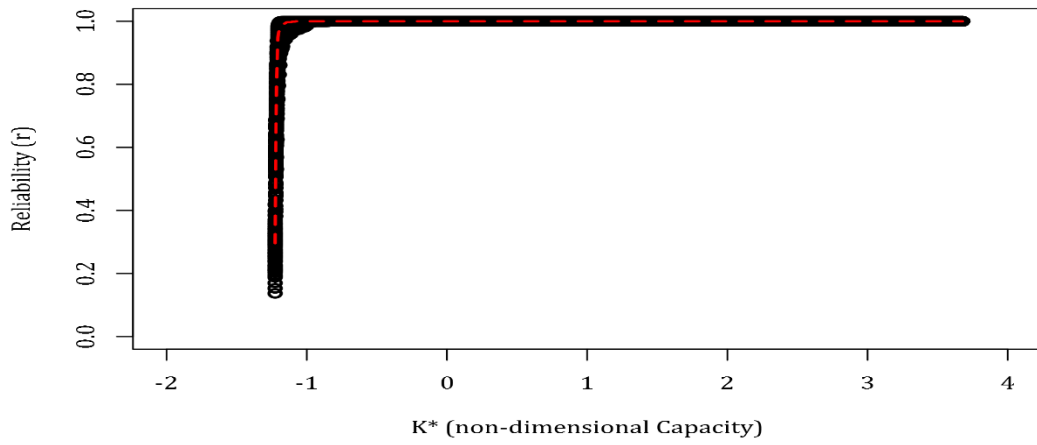


$n=50, H=0.7$

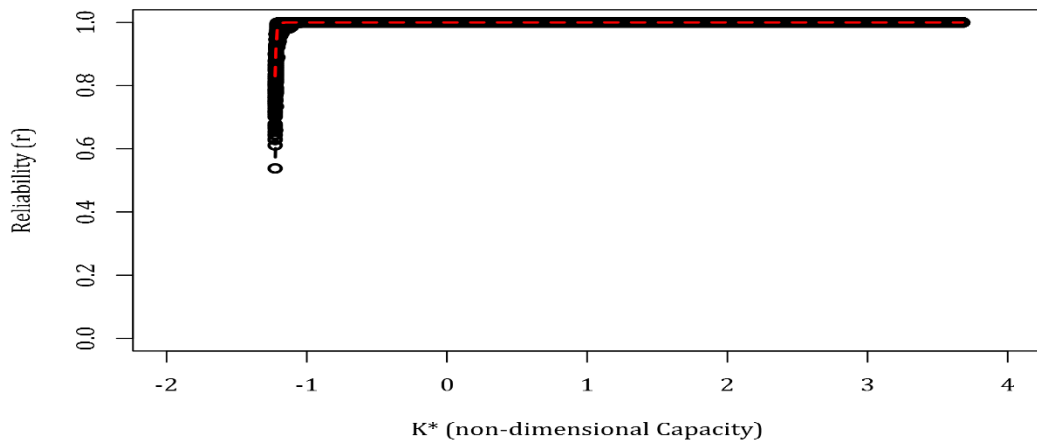
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**

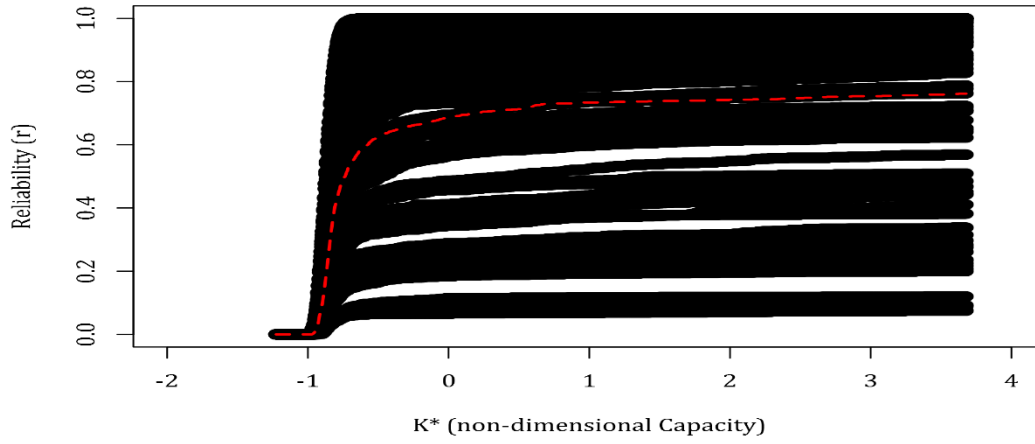


**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**

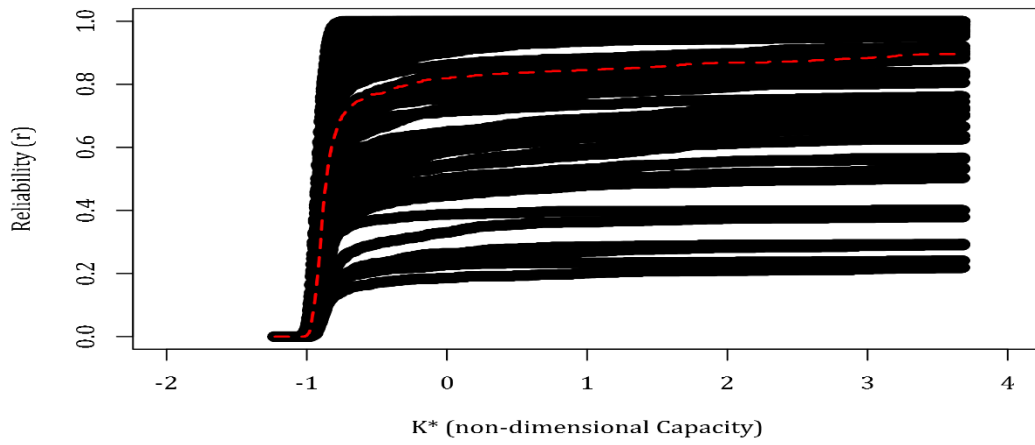


$n=50, H=0.7$

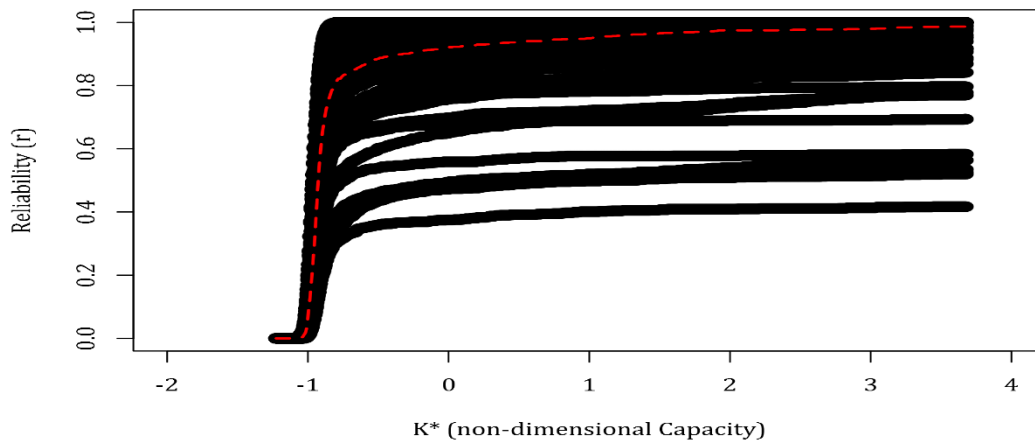
**Reliability-Capacity Curves
(100 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(91.87 %)**

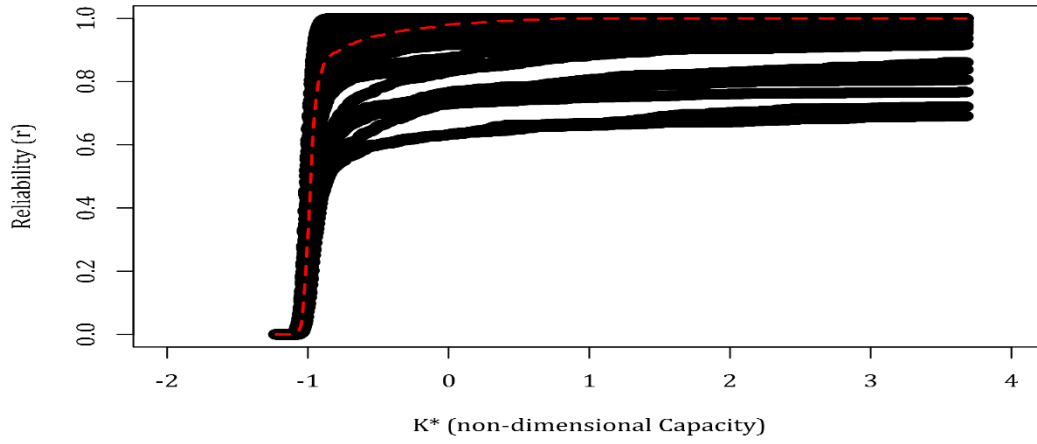


**Reliability-Capacity Curves
(83.74 %)**

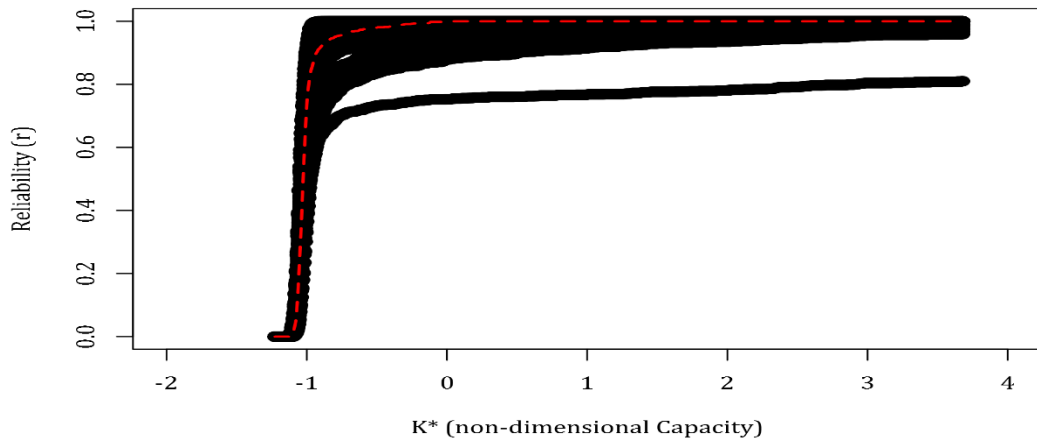


$n=50, H=0.9$

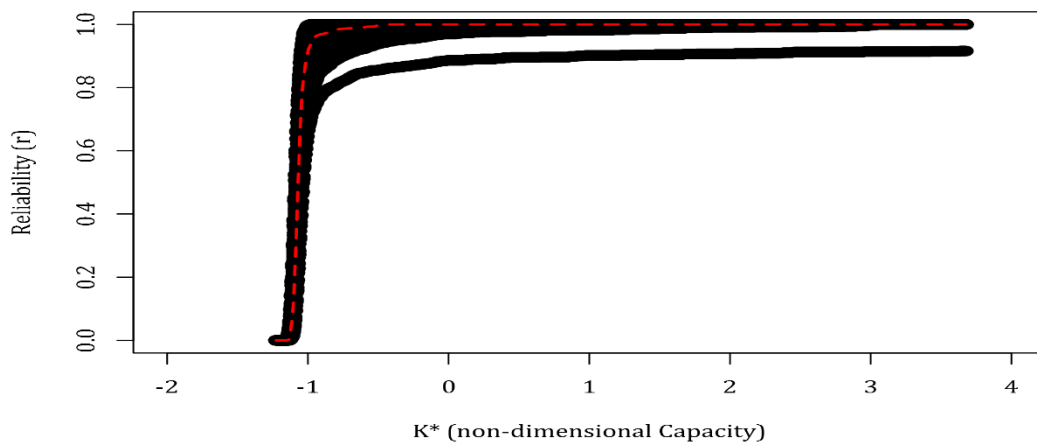
**Reliability-Capacity Curves
(75.61 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(67.48 %)**

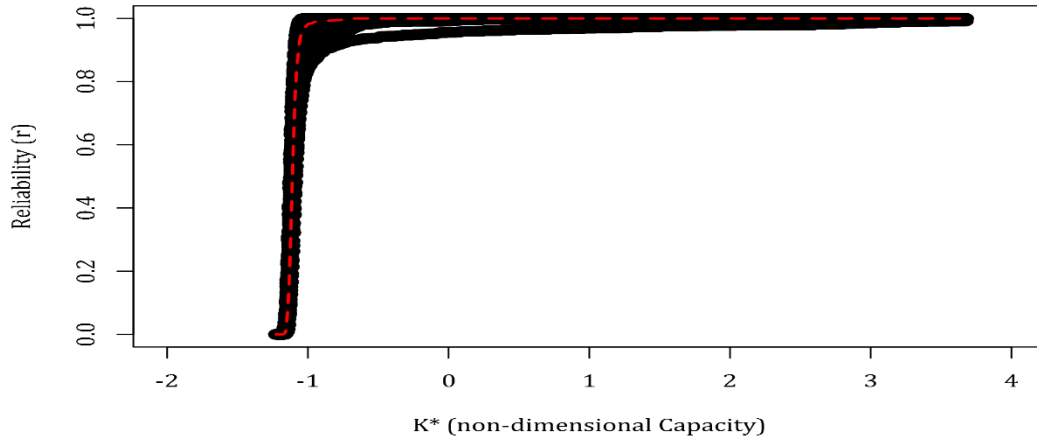


**Reliability-Capacity Curves
(59.35 %)**

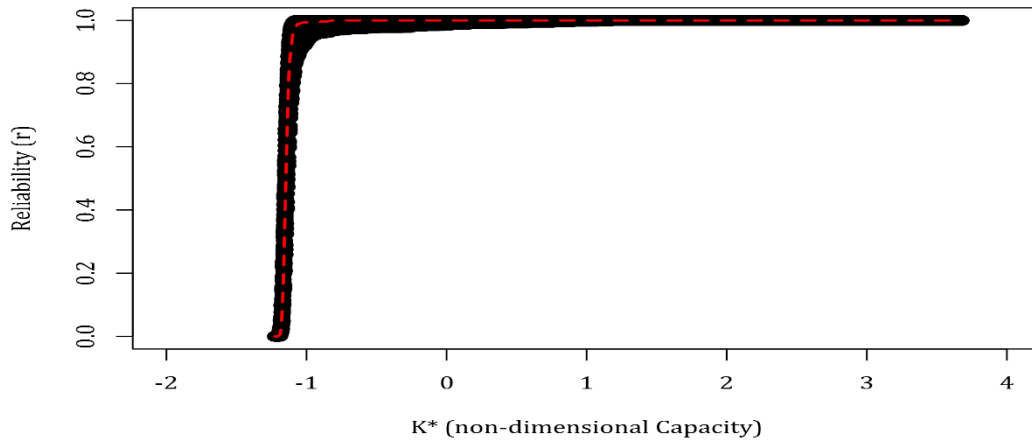


$n=50, H=0.9$

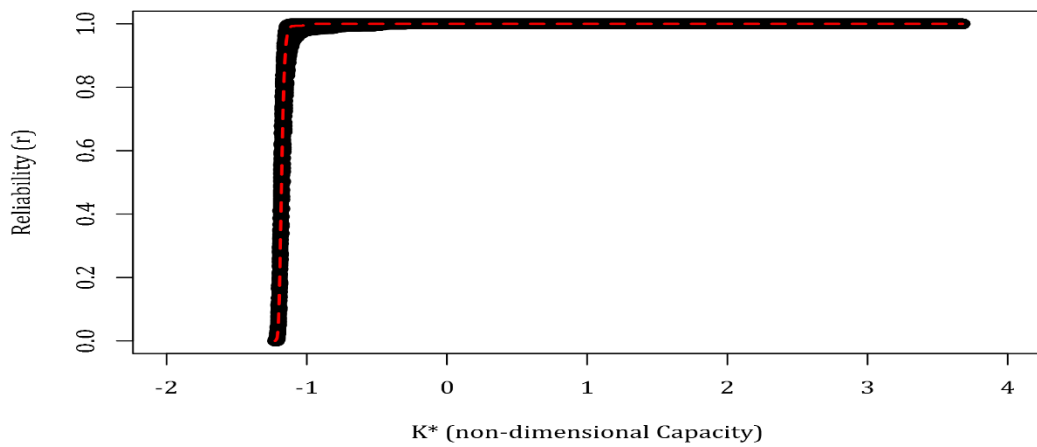
**Reliability-Capacity Curves
(51.22 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(43.09 %)**

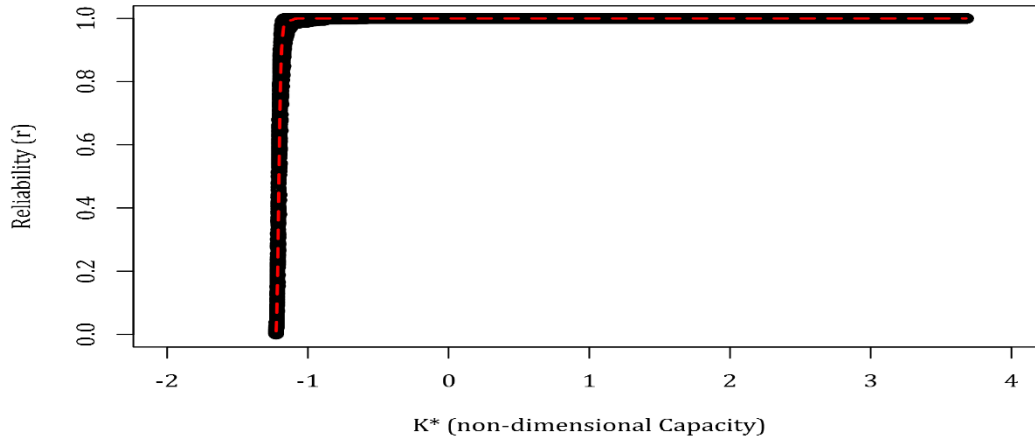


**Reliability-Capacity Curves
(34.96 %)**

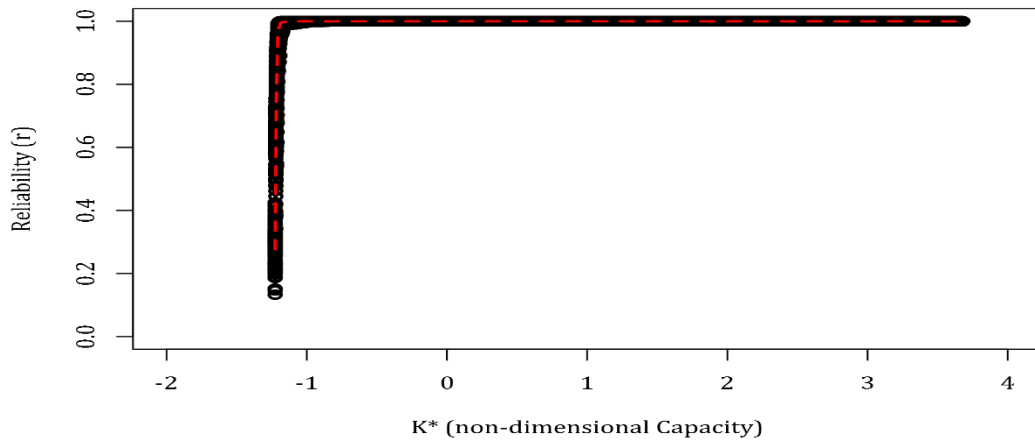


n=50, H=0.9

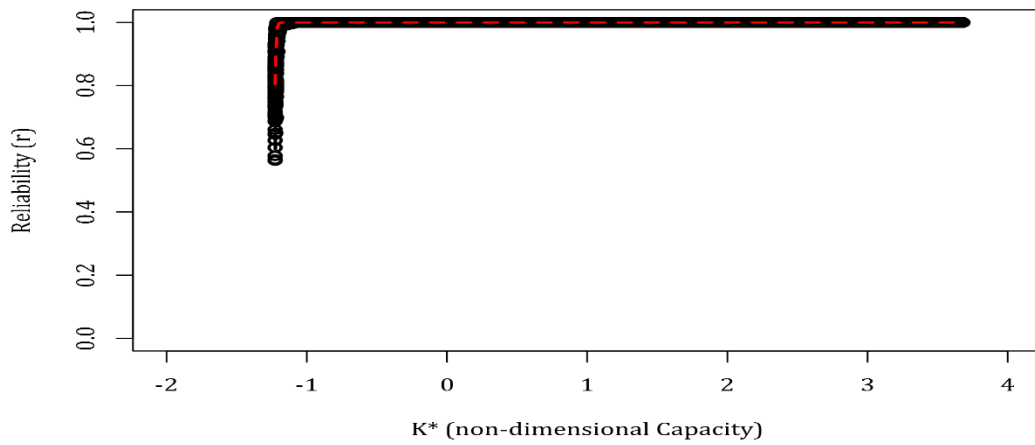
**Reliability-Capacity Curves
(26.83 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(18.7 %)**



**Reliability-Capacity Curves
(10.57 %)**



$n=50, H=0.9$