

Διαχείριση Υδατικών Πόρων



Πολυκριτηριακή ανάλυση

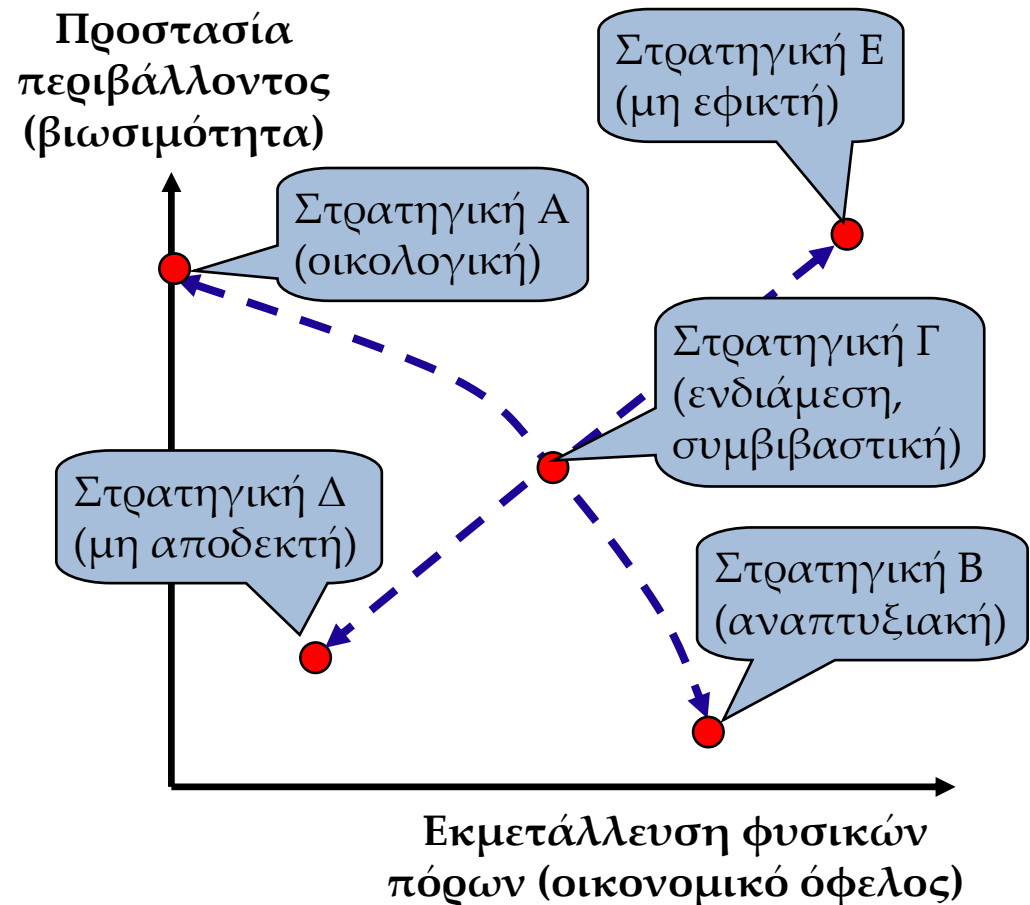
Ανδρέας Ευστρατιάδης & Δημήτρης Κουτσογιάννης
Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Τυπικά κριτήρια που διέπουν τη διαχείριση των υδατικών πόρων

- ❑ **Ασφαλής απόδοση:** Μεγιστοποίηση της ασφαλούς (με δεδομένο επίπεδο αξιοπιστίας) προσφοράς νερού από τα συναφή έργα αξιοποίησης (ταμιευτήρες, γεωτρήσεις, κτλ.) για διάφορες καταναλωτικές χρήσεις (ύδρευση, άρδευση).
- ❑ **Αξιοπιστία:** Ελαχιστοποίηση της συχνότητας εμφάνισης ελλείμματος (πιθανότητα αστοχίας) για τις διάφορες χρήσεις νερού.
- ❑ **Κόστος:** Ελαχιστοποίηση των πάγιων και μεταβλητών εξόδων (κόστη λειτουργίας και συντήρησης) όλων των συνιστωσών του υδροσυστήματος.
- ❑ **Όφελος παραγόμενης ενέργειας:** Μεγιστοποίηση της αξίας της πρωτεύουσας και δευτερεύουσας ενέργειας που παράγεται από ένα σύστημα Υ/Η έργων.
- ❑ **Ποιότητα νερού:** Διατήρηση των φυσικοχημικών και βιολογικών παραμέτρων του νερού στο εύρος που ορίζει η νομοθεσία, ανάλογα με τις χρήσεις νερού που εξυπηρετούνται.
- ❑ **Βιωσιμότητα οικοσυστημάτων:** Διατήρηση επαρκούς ποσότητας και ποιότητας νερού σε τροποποιημένα υδάτινα σώματα, ώστε να μην υφίστανται μη αναστρέψιμες επιπτώσεις η χλωρίδα και η πανίδα.
- ❑ **Ποιότητα περιβάλλοντος:** Διατήρηση της αισθητικής αξίας του τοπίου στο οποίο εντάσσεται το υδροσύστημα.

Λήψη αποφάσεων με αντικρουόμενα κριτήρια – Εισαγωγικό παράδειγμα

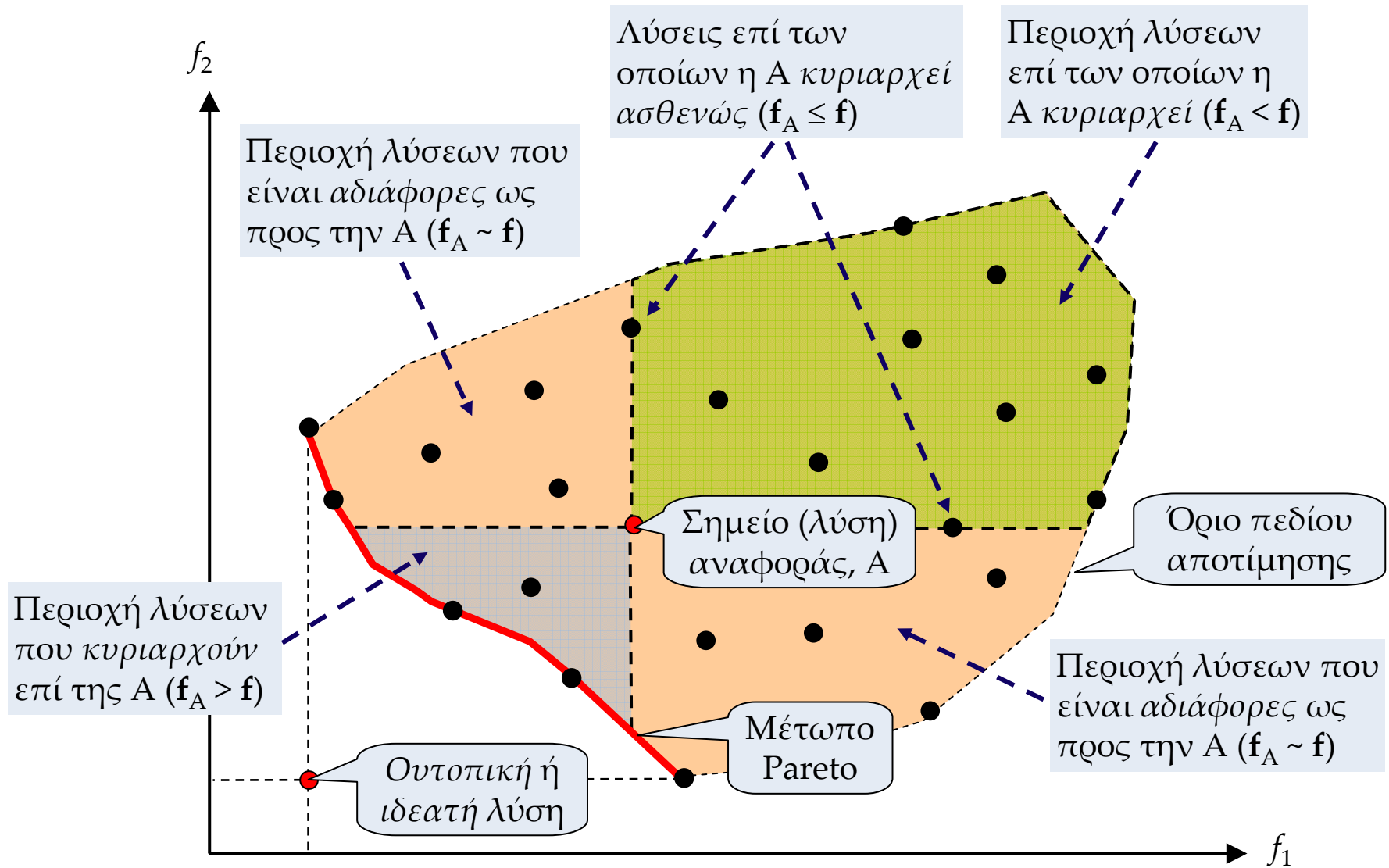
- ❑ Πώς είναι δυνατή η σύγκριση κριτηρίων που δεν αποτιμώνται σε κοινή μονάδα μέτρησης;
- ❑ Αν τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα, μπορεί να προσδιοριστεί μια εφικτή επιλογή που να είναι βέλτιστη για όλα τα κριτήρια ταυτόχρονα;
- ❑ Με ποιες υπολογιστικές διαδικασίες είναι δυνατή η εύρεση ικανοποιητικών συμβιβασμών;
- ❑ Πώς υλοποιείται η λήψη της τελικής απόφασης;



Σε τι διαφέρει η βελτιστοποίηση βαθμωτών και διανυσματικών συναρτήσεων;

	Βαθμωτή βελτιστοποίηση	Διανυσματική βελτιστοποίηση
Μεταβλητές ελέγχου	$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$	$\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$
Στοχική συνάρτηση	$f(\mathbf{x})$	$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]$
Πεδίο ορισμού	$X \subseteq \mathbb{R}^n$	$X \subseteq \mathbb{R}^n$
Πεδίο τιμών	$F \subseteq \mathbb{R}$	$F \subseteq \mathbb{R}^m$
Σύγκριση λύσεων (σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης)	Η λύση \mathbf{x}_1 υπερτερεί της \mathbf{x}_2 αν $f(\mathbf{x}_1) < f(\mathbf{x}_2)$	Η λύση \mathbf{x}_1 υπερτερεί της \mathbf{x}_2 αν $f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2)$ για κάθε κριτήριο $j = 1, \dots, m$
Εφικτότητα και μοναδικότητα βέλτιστης λύσης	Η λύση \mathbf{x}^* είναι ολικά βέλτιστη αν $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$ για κάθε $\mathbf{x} \in X$	Εφόσον τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα, δεν υπάρχει εφικτό σημείο \mathbf{x}^* τέτοιο ώστε $f_j(\mathbf{x}^*) \leq f_j(\mathbf{x})$ για κάθε $\mathbf{x} \in X$ και για κάθε $j = 1, \dots, m$

Η έννοια της κυριαρχίας – Το μέτωπο Pareto



Η έννοια του βέλτιστου Pareto

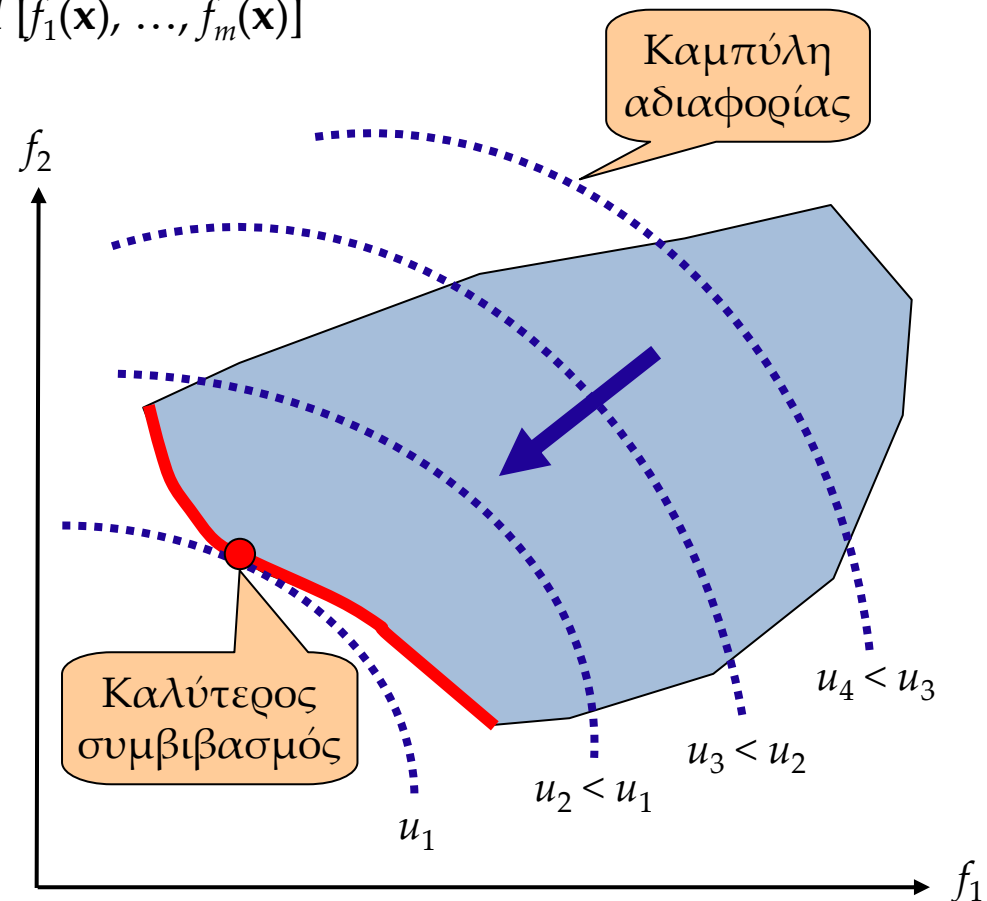
- Ορισμοί βελτίστου διανυσματικών συναρτήσεων (θεωρείται πρόβλημα ελαχιστοποίησης των κριτηρίων):
 - Ένα εφικτό διάνυσμα $\mathbf{x}^* \in X$ είναι βέλτιστο εφόσον δεν υπάρχει άλλο εφικτό διάνυσμα $\mathbf{x} \in X$ τέτοιο ώστε $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$.
 - Ένα εφικτό διάνυσμα $\mathbf{x}^* \in X$ είναι βέλτιστο αν δεν υπάρχει άλλο διάνυσμα $\mathbf{x} \in X$ που να μπορεί να βελτιώσει κάποιο κριτήριο f_i χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει τουλάχιστον ένα άλλο κριτήριο f_j .
- Οι παραπάνω ορισμοί οδηγούν σε ένα σύνολο εφικτών λύσεων \mathbf{x}^* που καλούνται βέλτιστες Pareto ή μη κατώτερες (non-inferior) ή μη κυριαρχούμενες (non-dominated), συμβολίζεται με X^* και καλείται σύνολο Pareto (Pareto set). Η απεικόνισή του F^* ορίζει ένα υποσύνολο του πεδίου αποτίμησης F , που καλείται μέτωπο Pareto (Pareto front).
- Τα βέλτιστα Pareto σημεία μιας διανυσματικής συνάρτησης είναι μαθηματικά ισοδύναμα· στην πράξη, εφόσον απαιτείται η επιλογή μιας μοναδικής λύσης, προκύπτει η ανάγκη προσδιορισμού του καλύτερα συμβιβαστικού (best-compromise) εξ αυτών, είτε κατά την κρίση του αναλυτή ή βάσει ενός βαθμωτού μέτρου συνάθροισης των κριτηρίων, που καλείται συνάρτηση χρησιμότητας (utility function).

Ερμηνεία της συνάρτησης χρησιμότητας

- Ως συνάρτηση χρησιμότητας νοείται μια μαθηματική έκφραση τέτοια ώστε σε κάθε εφικτό συνδυασμό κριτηρίων να αντιστοιχεί ένα βαθμωτό μέτρο επίδοσης u , τέτοιο ώστε να είναι δυνατή η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων. Η συνάρτηση χρησιμότητας διατυπώνεται ως:

$$u = U [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]$$

- Η συνάρτηση χρησιμότητας απεικονίζεται στο χώρο αποτίμησης F με τη μορφή ισοσταθμικών καμπυλών, οι οποίες καλούνται καμπύλες αδιαφορίας (indifference curves). Τα σημεία που ανήκουν στην ίδια καμπύλη αδιαφορίας θεωρούνται εξίσου αποδεκτά.
- Η καλύτερα συμβιβαστική λύση βρίσκεται στο σημείο στο οποίο η καμπύλη αδιαφορίας εφάπτεται του μετώπου Pareto.



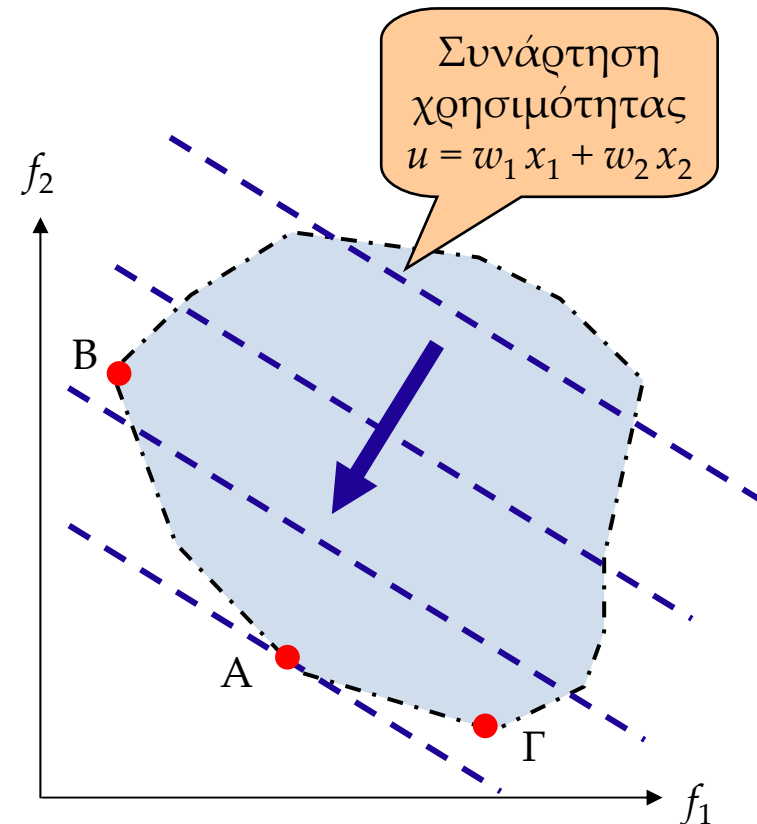
Κλασικές τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης

(α) Μέθοδος των βαρών

- Διαμορφώνεται μια σταθμισμένη συνάρτηση χρησιμότητας $u(\mathbf{x})$, με τη χρήση προεπιλεγμένων συντελεστών βάρους, που εκφράζουν τη σχετική σημασία κάθε κριτηρίου, δηλαδή:

$$\min u(\mathbf{x}) = \sum w_j f_j(\mathbf{x})$$

- Για να μην προκύψουν προβλήματα κλίμακας, απαιτείται μετασχηματισμός των f_j (π.χ. αδιαστατοποίηση), ώστε το εύρος διακύμανσης των κριτηρίων να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους.
- Μεταβάλλοντας τις τιμές των βαρών w_j , προκύπτουν διαφορετικές λύσεις του προβλήματος βαθμωτής βελτιστοποίησης, οι οποίες είναι βέλτιστες Pareto.
- Μειονέκτημα της μεθόδου είναι ο αυθαίρετος ορισμός των βαρών και η αδυναμία εντοπισμού των μη κυρτών περιοχών του μετώπου Pareto.



Κλασικές τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης

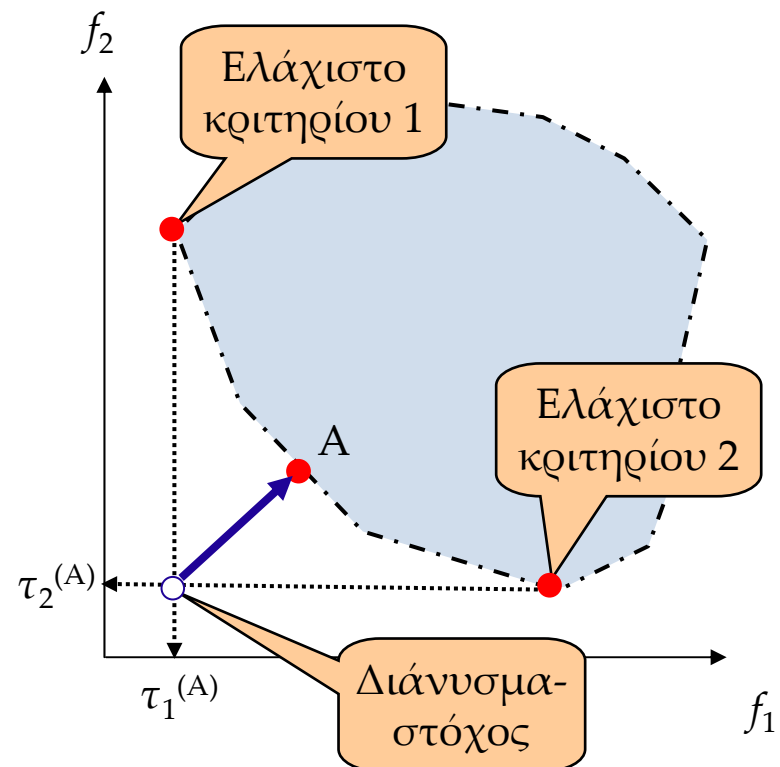
(β) Μέθοδος προγραμματισμού στόχων

- Αποσκοπεί στην εύρεση της κοντινότερης εφικτής λύσης με βάση ένα μέτρο απόστασης ως προς κάποιο επιθυμητό μη εφικτό σημείο (διάνυσμα-στόχος). Στη γενική περίπτωση, η συνάρτηση χρησιμότητας διατυπώνεται ως εξής:

$$\min u(\mathbf{x}) = (\sum w_j [f_j(\mathbf{x}) - \tau_j]^p)^{1/p}$$

όπου p παράμετρος κλίμακας.

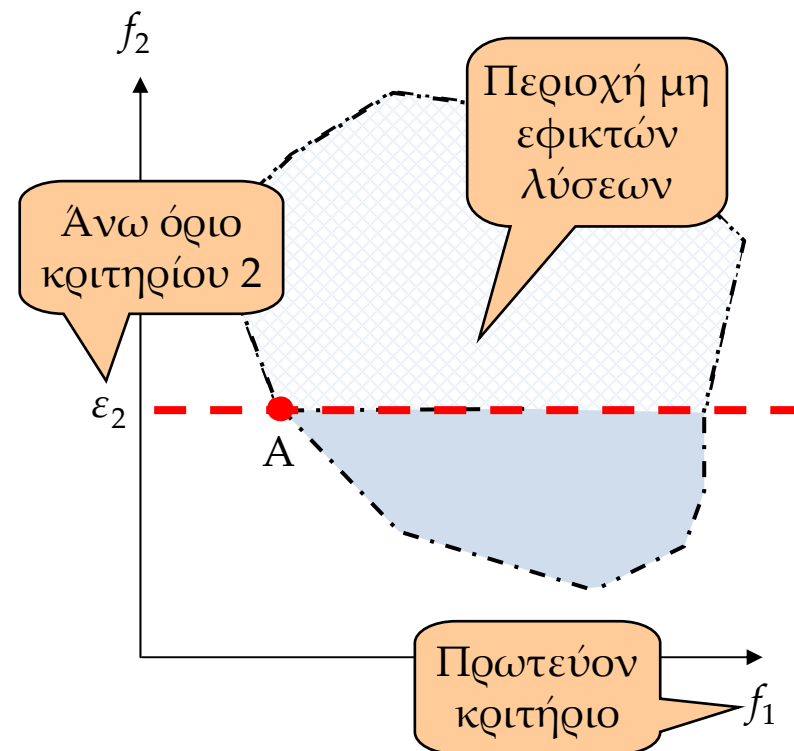
- Η μέθοδος χρησιμοποιεί ένα γεωμετρικό ορισμό της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, που για $p = 2$ και $w_j = 1$ υποδηλώνει την ευκλείδεια απόσταση των κριτηρίων από τις τιμές-στόχους τ_j .
- Ως τιμή-στόχος κάθε κριτηρίου μπορεί να θεωρηθεί η ολικά βέλτιστη τιμή f_j^* κάθε επιμέρους κριτηρίου (ελαχιστοποίηση απόστασης από την ουτοπική λύση).
- Μεταβάλλοντας τις τιμές των τ_j και w_j , προκύπτουν διαφορετικές λύσεις του προβλήματος, που είναι βέλτιστες Pareto.



Κλασικές τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης

(γ) Μέθοδος ϵ -περιορισμών

- Η μέθοδος συνίσταται στη βελτιστοποίηση του πλέον κρίσιμου ή πρωτεύοντος κριτηρίου $f_p(\mathbf{x})$, χειριζόμενοι τα υπόλοιπα κριτήρια ως μαθηματικούς περιορισμούς που φράσσονται από αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια, ϵ_j .
- Διαμορφώνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης της βαθμωτής συνάρτησης $f_p(\mathbf{x})$, στην οποία εισάγονται $m - 1$ περιορισμοί της μορφής $f_j(\mathbf{x}) \leq \epsilon_j$.
- Διαφοροποιώντας το πρωτεύον κριτήριο και μεταβάλλοντας τις τιμές των περιορισμών, προκύπτουν λύσεις που είναι βέλτιστες Pareto.
- Τα μειονεκτήματά της μεθόδου είναι αφενός η προσθήκη περιορισμών στο τροποποιημένο πρόβλημα, παρόλο που το αρχικό δεν διατυπώνεται, υποχρεωτικά, με περιορισμούς, και αφετέρου η μη εξασφαλισμένη εύρεση εφικτών λύσεων, στην περίπτωση που τα όρια ϵ_j είναι μη εφικτά ή, έστω, υπερβολικά αυστηρά.

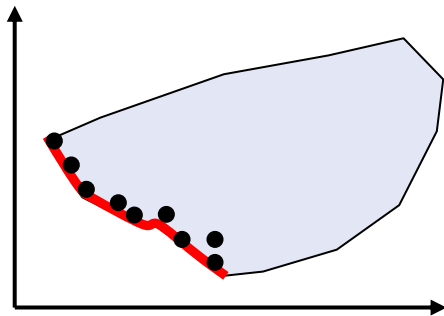


Κλασικές τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης – Σύνοψη και μειονεκτήματα

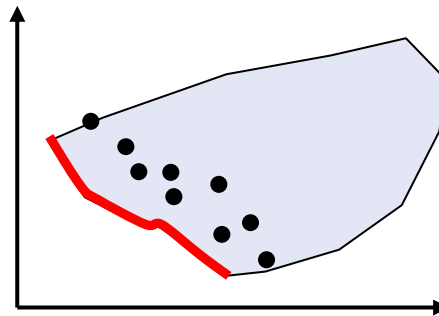
- *Επιδιώκεται η εύρεση μιας μεμονωμένης λύσης, βελτιστοποιώντας τη στοχική συνάρτηση ενός ισοδύναμου μονοκριτηριακού προβλήματος, που ταυτίζεται με τη συνάρτηση χρησιμότητας του αρχικού.*
- *Τα χαρακτηριστικά της εν λόγω λύσης εκφράζονται με τη μορφή βαρών, τιμών-στόχων ή προτεραιοτήτων, που προσδιορίζονται εκ των προτέρων (πριν τη βελτιστοποίηση), με τρόπο υποκειμενικό/εμπειρικό.*
- *Διαφοροποιώντας τη διατύπωση του μετασχηματισμένου προβλήματος και επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αναζήτησης, είναι δυνατός ο εντοπισμός εναλλακτικών μη κατώτερων λύσεων.*
- *Τα μειονεκτήματα της παραπάνω προσέγγισης είναι:*
 - *Αυθαίρετη διατύπωση της συνάρτησης χρησιμότητας, που δεν αποκλείει την «καθοδήγηση» της διαδικασίας σε μια προαποφασισμένη επιλογή·*
 - *Βήμα-προς-βήμα προσέγγιση του μετώπου Pareto – υπολογιστικός φόρτος·*
 - *Αριθμητικές δυσχέρειες (ευαισθησία στο σχήμα του μετώπου Pareto, αδυναμία εντοπισμού μη κυρτών περιοχών του, προβλήματα κλίμακας λόγω μη συμμετρούμενων κριτηρίων, εισαγωγή περιορισμών, κτλ.)·*
 - *Αδυναμία αναγνώρισης των ανταγωνισμών των κριτηρίων.*

Σύγχρονες προσεγγίσεις με πολυκριτηριακούς εξελικτικούς αλγορίθμους

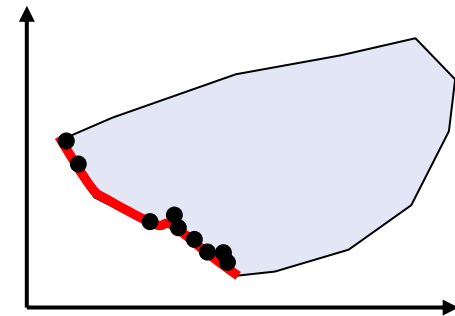
- Επιδιώκεται ο ταυτόχρονος εντοπισμός ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος μη κατωτέρων λύσεων, με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων, με τη διαμόρφωση μιας σύνθετης συνάρτησης καταλληλότητας που συνήθως περιλαμβάνει:
 - ένα μέτρο κυριαρχίας, με το οποίο κάθε υποψήφια λύση κατατάσσεται/ταξινομείται με βάση τη σχετική της θέση στο πεδίο αποτίμησης, εξασφαλίζοντας σύγκλιση του πληθυσμού προς το μέτωπο Pareto.
 - ένα μέτρο διασποράς, που ευνοεί την επιλογή λύσεων που έχουν μικρότερη πυκνότητα πληθυσμού στη γειτονιά τους, εξασφαλίζοντας μια ομοιόμορφη κατανομή του τελικού δείγματος στο μέτωπο Pareto.



Ο πληθυσμός έχει συγκλίνει ομοιόμορφα στο μέτωπο Pareto



Ο πληθυσμός δεν έχει συγκλίνει στο πραγματικό μέτωπο Pareto



Τα σημεία δεν είναι καλά κατανομημένα στο μέτωπο Pareto

Επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης

- Εφόσον στην ανάλυση ενός συστήματος εμπλέκονται πολλαπλά και αντικρουόμενα μεταξύ τους κριτήρια, δεν είναι δυνατή η εύρεση μιας εφικτής επιλογής που να βελτιστοποιεί ταυτόχρονα το σύνολο των κριτηρίων.
- Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, είναι αναγκαία η επιλογή μίας και μοναδικής λύσης, που προκύπτει με βάση μία από τις ακόλουθες στρατηγικές:
 - Κλασική πολυκριτηριακή προσέγγιση, με εκ των προτέρων διαμόρφωση της συνάρτησης χρησιμότητας και επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.
 - Παραγωγή αντιπροσωπευτικού δείγματος βέλτιστων λύσεων Pareto και εκ των υστέρων ανάλυση των εναλλακτικών επιλογών, λαμβάνοντας υπόψη επιπλέον κριτήρια, στόχους και περιορισμούς, που δεν είναι δυνατό να ποσοτικοποιηθούν και συνεπώς να ενταχθούν στο αρχικό μαθηματικό πρόβλημα (π.χ. κοινωνικά και περιβαλλοντικά κριτήρια).
- Μια τυπική στρατηγική λήψης αποφάσεων είναι η αντιστοίχιση όλων των κριτηρίων σε *ισοδύναμα οικονομικά μεγέθη*, οπότε η επιλογή του καλύτερου συμβιβασμού προκύπτει μέσω ανάλυσης κόστους-οφέλους.
- Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχει αντικειμενικός τρόπος προσδιορισμού της πλέον συμβιβαστικής λύσης ενός πολυκριτηριακού προβλήματος. Η τελική επιλογή είναι ζήτημα προσωπικής κρίσης, διαίσθησης και εμπειρίας.