Προχωρημένη Υδρολογία
Κατακρημνίσματα και χωρική μεταβλητότητά τους

Νίκος Μαμάσης και Δημήτρης Κουτσογιάννης
Τομέας Υδατικών Πόρων – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Αθήνα 1999

ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:
Κατακρημνίσματα και χωρική μεταβλητότητά τους

★ **ΕΙΔΗ ΚΑΤΑΚΡΗΜΝΙΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ**

★ **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ**

ΑΜΕΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

ΨΗΦΙΔΩΤΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

★ **ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ**

★ **ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ**

★ **ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ**

★**ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

ΕΙΔΗ ΚΑΤΑΚΡΗΜΝΗΣΜΑΤΩΝ

Ο όρος *κατακρημνίσματα* χρησιμοποιείται για να περιγράψει μαζικά τις μετρήσιμες ποσότητες νερού που φτάνουν στην επιφάνεια της γης ως συνέπεια της υγροποίησης ατμοσφαιρικών υδρατμών. Στην Ελλάδα κυριαρχούν τρεις κύριες μορφές κατακρημνισμάτων:

Βροχή: είναι το συνηθέστερο φαινόμενο, υπερέχει ποσοτικά πολύ των άλλων μορφών κατακρημνισμάτων και δημιουργεί τα σημαντικότερα φαινόμενα επιφανειακής απορροής

Χιόνι: είναι η κυριότερη πηγή της εαρινής και θερινής απορροής

Χαλάζι: έχει καταστροφικά αποτελέσματα, ιδίως στη γεωργία

Υπάρχουν και άλλες μορφές κατακρημνισμάτων, όπως π.χ. το **χιονόβροχο**

Διαφορετικό μηχανισμό γέννησης και μικρότερη σημασία για την υδρολογία έχουν οι *υδρολογικές αποθέσεις* που περιλαμβάνουν τη **δρόσο**, τη **πάχνη**, τη **βρέχουσα ομίχλη** και την **αχλύ**.

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΚΑΤΑΚΡΗΜΝΙΣΜΑΤΩΝ

- ★ Η κύρια μετρική ιδιότητα των βροχοπτώσεων και γενικότερα των κατακρημνισμάτων είναι το *ύψος* τους h σε δεδομένο χρόνο t. Παράγωγο μέγεθος είναι η *ένταση* δηλαδή η μεταβολή του *ύψους* σε χρόνο Δt
- ★ Το φαινόμενο της κατακρήμνισης είναι επιφανειακά ανομοιόμορφο, δηλαδή εξελίσσεται σε κάποια επιφάνεια της γης με ρυθμό που μεταβάλλεται στο χώρο.
- ★ Η πλήρης γνώση της χωροχρονικής εξέλιξης ενός φαινομένου θα απαιτούσε να είναι γνωστό το πεδίο $h(x, y, t)$ σε κάθε σημείο (x, y) της επιφάνειας που ενδιαφέρει και σε κάθε χρονική στιγμή t.
- ★ Τα συμβατικά όργανα μετρήσεων παρέχουν *σημειακή* πληροφορία για ένα επιφανειακό φαινόμενο, η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένα σημεία της βρεχόμενης επιφάνειας (θέσεις μέτρησης). Η ολοκλήρωση της σημειακής πληροφορίας στην επιφάνεια αποτελεί τον τελικό στόχο της μελέτης των βροχοπτώσεων και είναι ακριβέστερη όσο πυκνότερα είναι τα σημεία μέτρησης στην επιφάνεια του φαινομένου.
- ★ Η τεχνολογία του μετεωρολογικού radar χρησιμοποιείται εδώ και δύο δεκαετίες στην επιφανειακή μέτρηση των βροχών
- ★ Η τεχνολογία και η εμβάθυνση στις διεργασιών της κατακρήμνισης, επέβαλαν τη χρήση και άλλων μετρικών ιδιοτήτων των κατακρημνισμάτων, όπως είναι οι διάμετροι των σταγόνων βροχής και η στατιστική κατανομή τους, οι ταχύτητες των σταγόνων, η κινητική ενέργεια της βροχής, η ανακλαστικότητα των σύννεφων στην ακτινοβολία του ραντάρ, κ.ά.

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Κατηγορίες μεθόδων

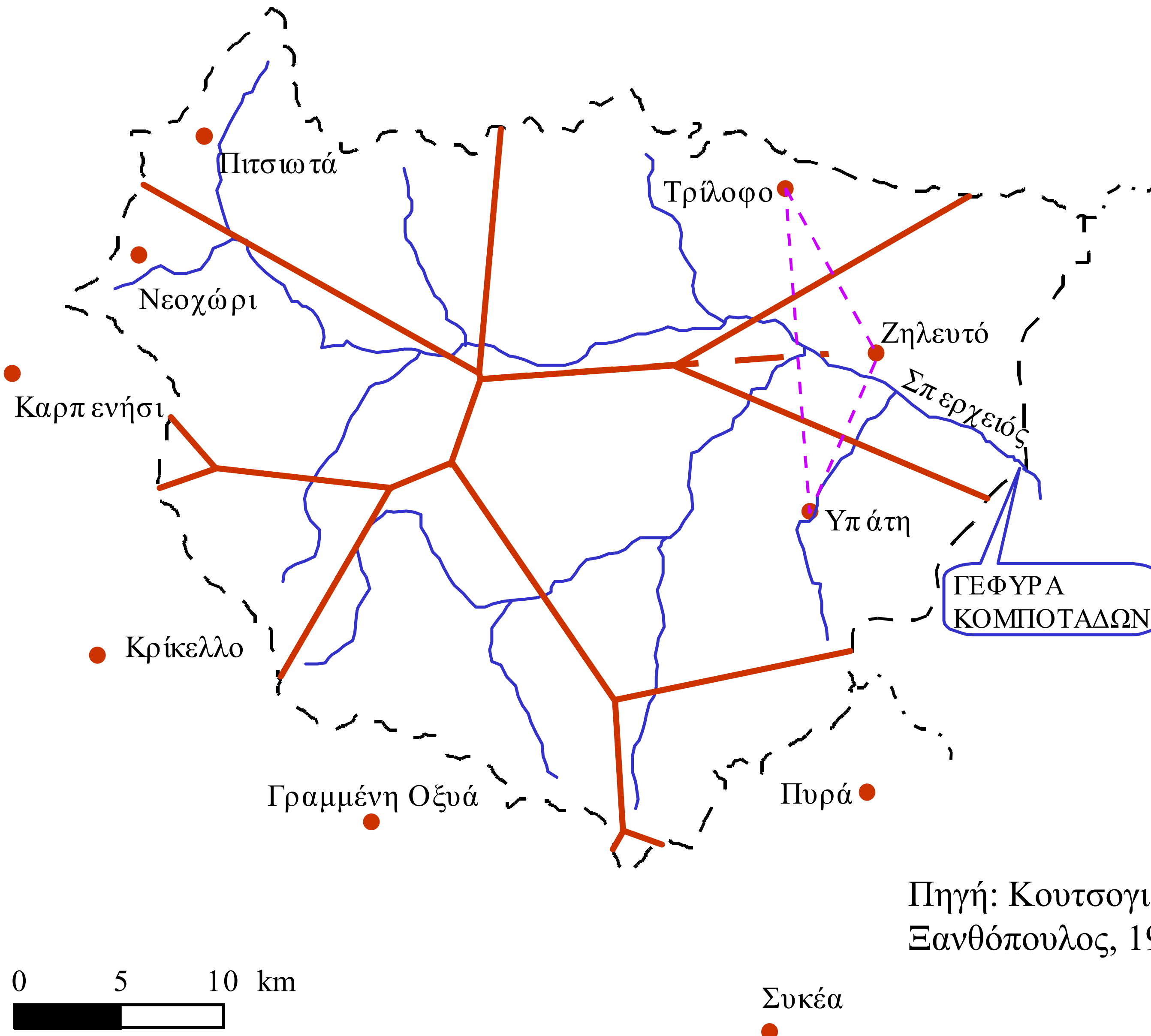
ΑΜΕΣΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ
Αριθμητικός μέσος
Πολύγωνα Thiessen
Δύο άξονες (Bethlahmy's)
Υψομετρική μέθοδος

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ (ισοπληθείς καμπύλες)

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ (ψηφιδωτή διαμέριση)
Βέλτιστης παρεμβολής (kriging)
Ελάχιστων τετραγώνων με πολυώνυμα
Πολυωνύμων Langrange
Παρεμβολής spline
Πολυτετραγωνικής παρεμβολής
Σταθμισμένων αντίστροφων αποστάσεων (Σ.Α.Α.)

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΜΕΣΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ

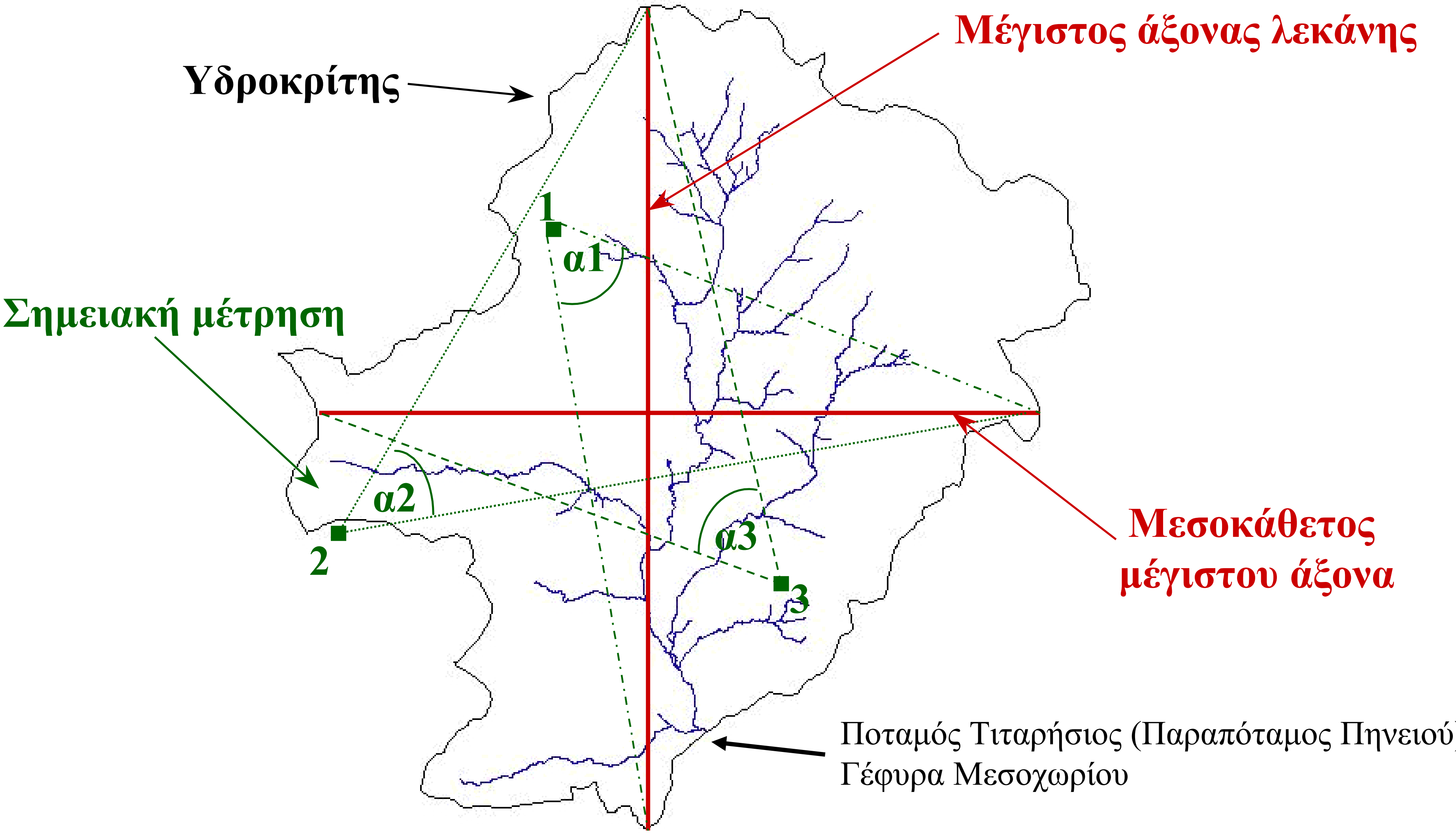
Πολύγωνα Thiessen (1911)



Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1997

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΜΕΣΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ

Δύο αξόνων Bethlahmys (1976)



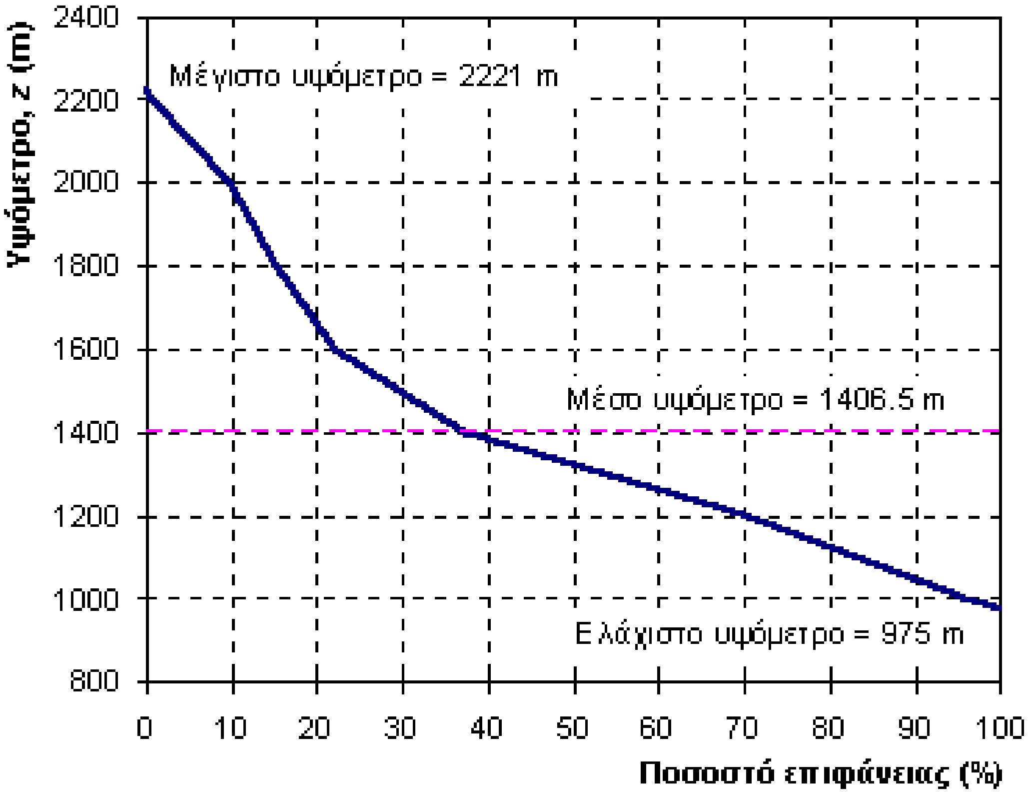
Το βάρος της *i* μέτρησης δίδεται από τη σχέση: $\dfrac{a_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i}$

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΜΕΣΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ

Υψομετρική μέθοδος

Η *υψομετρική μέθοδος*, εκτιμά το επιφανειακό ύψος συνδυάζοντας άμεσα την ορογραφική σχέση και την *υψομετρική καμπύλη*, δηλαδή την καμπύλη που σε κάθε δεδομένη τιμή του τοπογραφικού υψομέτρου z αντιστοιχίζει το ποσοστό της επιφάνειας της λεκάνης $F(z)$ που έχει υψόμετρο μεγαλύτερο ή ίσο της δεδομένης τιμής . Η εκτίμηση γίνεται με βάση τη σχέση:

$$h_s = \int_0^1 h(z)dF(z) \approx \sum_r \frac{h(z_r)+h(z_{r+1})}{2}\Delta F_r$$



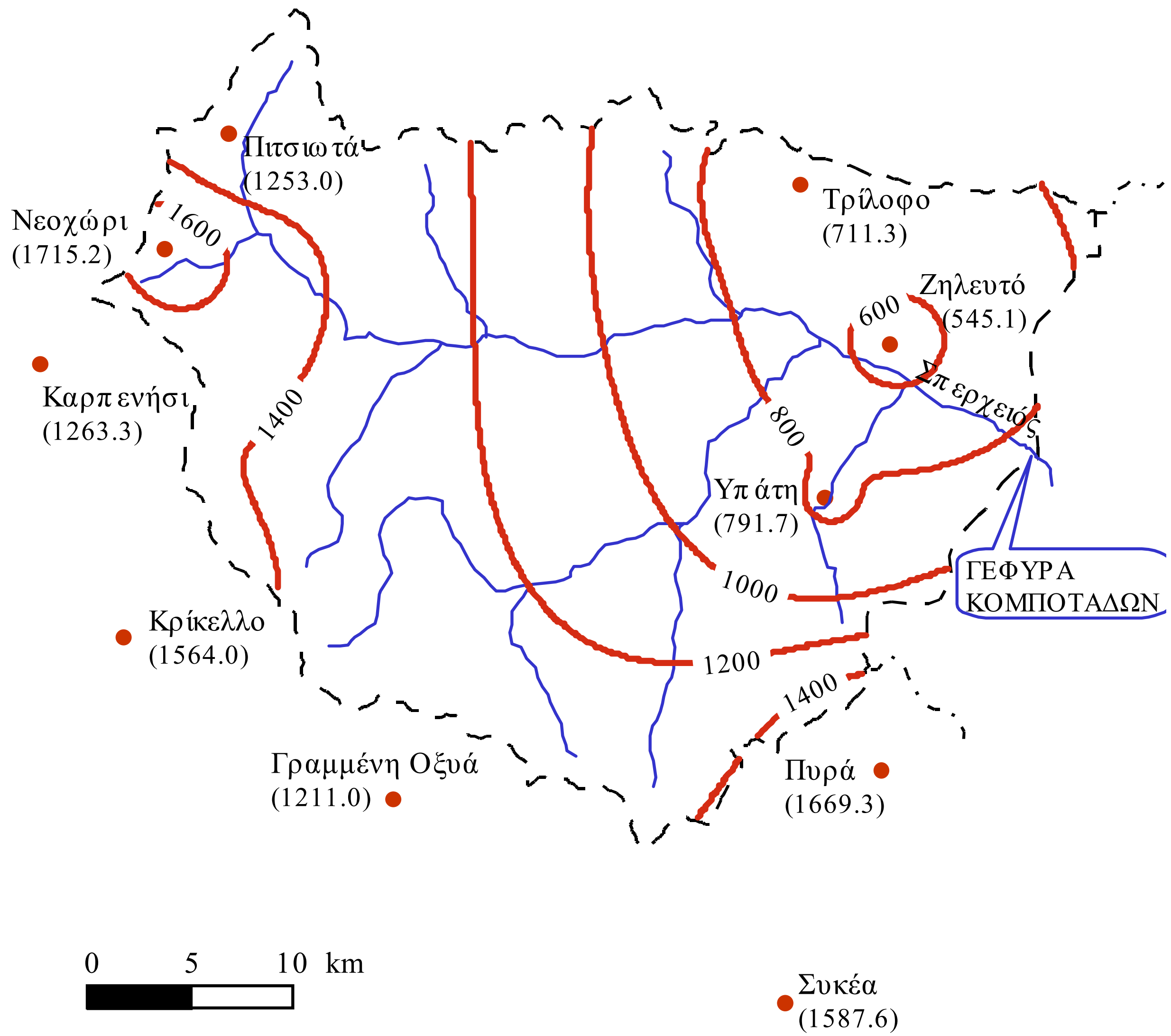
όπου:
$h(z)$ η ορογραφική σχέση, ενώ υποτίθεται ότι το πεδίο μεταβολής του F έχει υποδιαιρεθεί σε υποδιαστήματα μήκους ΔF_r (όχι κατ' ανάγκην ίσα, αλλά με άθροισμα ίσο με 1) και οι τιμές του z που αντιστοιχούν στα άκρα του υποδιαστήματος ΔF_r είναι z_r, και z_{r+1}.

Υψομετρική καμπύλη λεκάνης Αρτοτίνας Ευήνου (Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1997)

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Ισοπληθείς καμπύλες

Μέσες ετήσιες ισοϋέτιες καμπύλες της λεκάνης Σπερχειού ανάντη Γ. Κομποτάδων (Πηγή: Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1997)



ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Ψηφιδωτή διαμέριση

Η περιοχή ολοκλήρωσης διαμερίζεται σε ισομεγέθη στοιχειώδη *κύτταρα* ή *ψηφίδες* με την εφαρμογή ενός ορθογωνικού καννάβου, με δεδομένη ισαποχή των οριζόντιων και κατακόρυφων γραμμών του. Για κάθε κύτταρο, υπολογίζεται η τιμή της μεταβλητής, η οποία αντιστοιχεί στο κέντρο του κυττάρου αλλά θεωρείται σταθερή για όλη την επιφάνεια του. Η επιφανειακή τιμή προκύπτει, τότε, ως ο μέρος όρος των τιμών όλων των κυττάρων. Η τιμή που ολοκληρώνεται μπορεί να είναι στιγμιαία, μέση ή αθροιστική για συγκεκριμένη χρονική διάρκεια

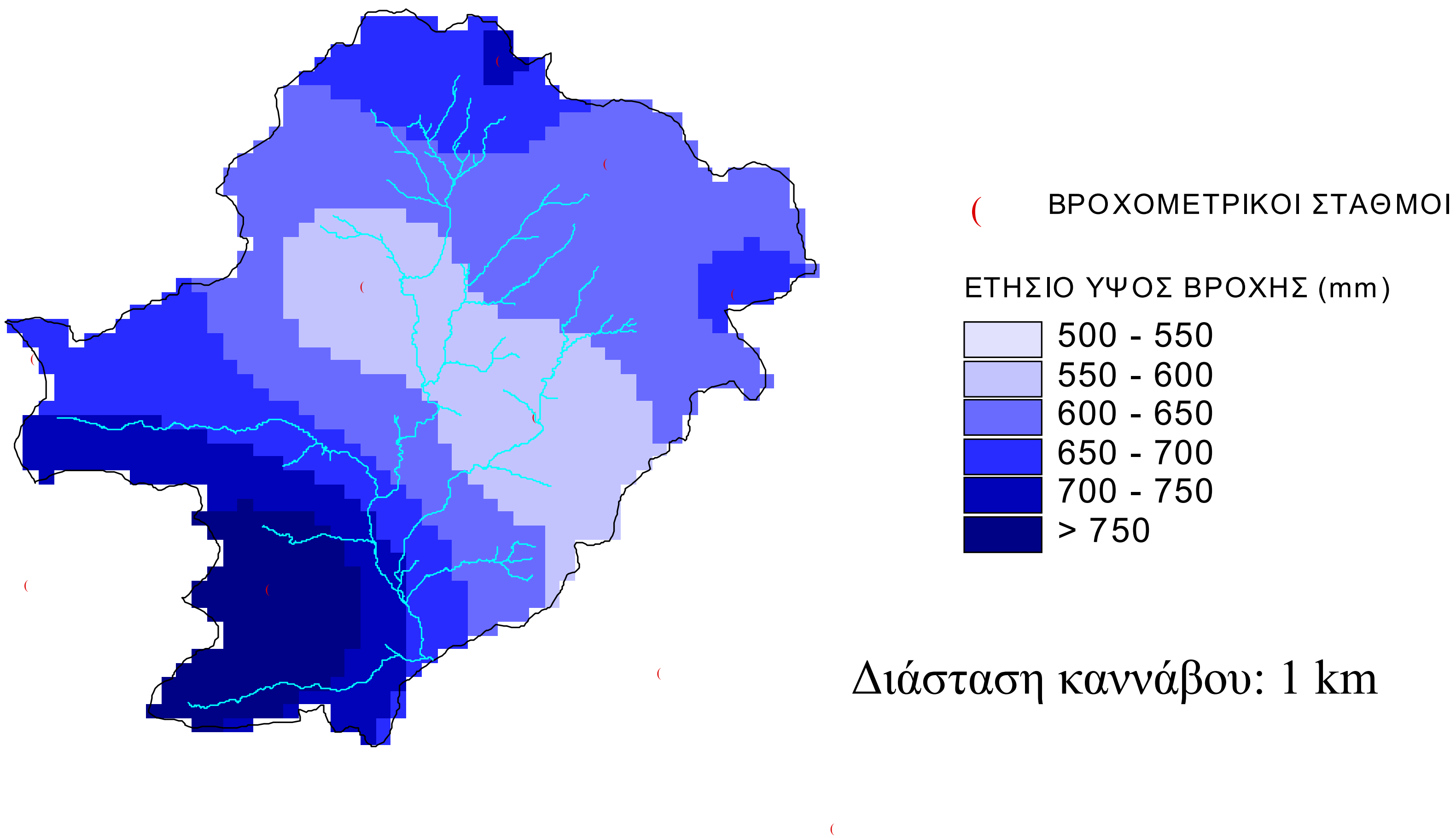
Οι μέθοδοι διακρίνονται σε **ακριβούς παρεμβολής (exact-interpolation methods)** και **εξομάλυνσης (smoothing methods),** ανάλογα με το αν η κατασκευασμένη επιφάνεια διατηρεί ή όχι τις μετρημένες σημειακές τιμές

Μία δεύτερη κατηγοριοποίηση των μεθόδων τις διαχωρίζει σε **στατιστικές - στοχαστικές (statistical - stochastic methods)** και **προσδιοριστικές (deterministic methods).** Οι πρώτες βασίζονται στην αρχή να μειώνουν τα σφάλματα παρεμβολής στα σημεία της επιφάνειας όπου δεν υπάρχουν σημειακές μετρήσεις, ενώ οι δεύτερες παράγουν επιφάνειες με την χρήση άλλων μαθηματικών κριτηρίων. Πλεονέκτημα των στατιστικών μεθόδων είναι ότι υπολογίζουν το σφάλμα παρεμβολής σε κάθε σημείο

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Επιφάνεια ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

Λεκάνη Τιταρήσιου (ανάντη Γέφυρας Μεσοχωρίου)



Διάσταση καννάβου: 1 km

ΨΗΦΙΔΩΤΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

Παράμετροι μεθόδων

Διάσταση καννάβου επιφάνειας. Η διάσταση συνήθως λαμβάνεται από 1/2 έως 1/10 της μέσης απόστασης μεταξύ των σημείων μέτρησης

Προσδιορισμός σημείων επιρροής κάθε ψηφίδας. Η επιλογή των σημείων που θα συμμετάσχουν στον υπολογισμό κάθε ψηφίδας γίνεται με δύο μεθόδους: **(α)** στον υπολογισμό της τιμής συμμετέχουν τα σημεία που βρίσκονται μέσα σε μια προκαθορισμένη και σταθερή ακτίνα και **(β)** ορίζεται ένας σταθερός αριθμός των πλησιέστερων σημείων που θα συμμετάσχουν στον υπολογισμό της τιμής

Οπτική απεικόνιση επιφανειών. Πραγματοποιείται με την αντιστοίχιση μιας χρωματικής κλίμακας, σε προσδιορισμένες κατηγορίες του πεδίου τιμών της μεταβλητής. Στη συνέχεια γίνεται η παραγωγή ενός χάρτη γεωγραφικής κατανομής της μεταβλητής, όπου η κάθε ψηφίδα έχει το χρώμα που αντιστοιχεί στη τιμή του. Οι χρωματικές κλίμακες που χρησιμοποιούνται διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες: **(α)** σε αυτές που περιλαμβάνουν διαφορετικές αποχρώσεις του ιδίου χρώματος ενώ συνήθως η απόχρωση σκουραίνει όσο οι τιμές της μεταβλητής μεγαλώνουν και **(β)** σε αυτές που περιλαμβάνουν διαφορετικά χρώματα ενώ σε περιπτώσεις που χρειάζεται μεγάλη ποικιλία χρωμάτων, απεικονίζονται δύο έως έξι συνεχόμενες κατηγορίες του πεδίου τιμών της με αποχρώσεις του ιδίου χρώματος

ΨΗΦΙΔΩΤΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

Στάδια εφαρμογής μεθόδων

1. Εγκαθίσταται κάνναβος που καλύπτει την περιοχή μελέτης

2. Οι τιμές της μεταβλητής σε κάθε σημείο του καννάβου υπολογίζονται από τις μετρημένες τιμές με βάση τη σχέση:

$$P_n = \sum_{k=1}^{K} a_{nk} P_k$$

όπου: $\boldsymbol{P_n}$ η υπολογισμένη βροχόπτωση στο ***n*** σημείο του καννάβου,

$\boldsymbol{P_\kappa}$ η μετρημένη βροχόπτωση στο σημείο ***κ***,

$\boldsymbol{\alpha_{n\kappa}}$ το βάρος του σταθμού ***κ*** για τον υπολογισμό του σημείου *n* και

K ο συνολικός αριθμός των σημείων μέτρησης.

Οι περισσότερες μεθοδολογίες υπολογισμού θέτουν το άθροισμα των βαρών $\alpha_{n\kappa}$ να είναι ίσο με τη μονάδα

3. Η μέση επιφανειακή βροχόπτωση ***P*** δίδεται από τις υπολογισμένες τιμές του καννάβου με τη χρήση της σχέσης:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} P_n$$

όπου: *N* ο συνολικός αριθμός των σημείων του καννάβου

ΨΗΦΙΔΩΤΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

Πλεονεκτήματα

- Άμεση δημιουργία της επιφάνειας της μεταβλητής για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο, ανεξάρτητα από την έλλειψη ορισμένων σημειακών μετρήσεων (βέβαια οι ελλείψεις αυτές προκαλούν μείωση της αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων)

- Καλύτερη αντίληψη της γεωγραφικής κατανομής της μεταβλητής, με τη βοήθεια της χρωματικής απεικόνισης και δυνατότητα άμεσου εντοπισμού περιοχών με ιδιαίτερο κλιματικό καθεστώς (υγρό, θερμό, κ.λ.π.)

- Δυνατότητα στατιστικής επεξεργασίας πολλών τέτοιων καννάβων που αφορούν στην ίδια μεταβλητή και χρονικό βήμα

- Δυνατότητα χειρισμού τέτοιων επιφανειών σε συνδυασμό με άλλες επιφάνειες της ίδιας διακριτότητας που αφορούν μορφολογικά, εδαφολογικά ή γεωλογικά χαρακτηριστικά της περιοχής με σκοπό τη δημιουργία μοναδιαίων υδρογραφημάτων ή μοντέλων βροχής-απορροής σε υδρολογικές λεκάνες

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Γενικά

Οι προσδιοριστικές μέθοδοι προσαρμόζουν έναν τύπο επιφάνειας σε ένα σύνολο μετρημένων τιμών της μεταβλητής σε συγκεκριμένες γεωγραφικές συντεταγμένες.

Διάφορες μαθηματικές συναρτήσεις χρησιμοποιούνται για να προσαρμόσουν την επιφάνεια στα μετρημένα σημεία και όταν γίνει αυτό είναι δυνατός ο υπολογισμός της μεταβλητής σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου.

Εάν τα σημειακά δεδομένα θεωρούνται ως ακριβείς τιμές της μεταβλητής τότε επιλέγεται ένα σχήμα *ακριβούς παρεμβολής*, (η επιφάνεια διατηρεί τις μετρημένες σημειακές τιμές), ενώ αν τα δεδομένα περιέχουν ένα σημαντικό σφάλμα μέτρησης επιλέγεται ένα σχήμα *εξομάλυνσης*.

Μέθοδοι εξομάλυνσης: πολυωνυμική, υψομετρική και των ελαχίστων τετραγώνων.

Μέθοδοι παρεμβολής: spline, πολυτετραγωνική και σταθμισμένων αντίστροφων αποστάσεων (ΣΑΑ).

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Σταθμισμένων αντίστροφων αποστάσεων (ΣΑΑ)

Η παρεμβολή γίνεται με βάση τη σχέση:

$$h = \frac{d_1^{-k}}{\sum_{n=1}^{N} d_n^{-k}} h_1 + \frac{d_2^{-k}}{\sum_{n=1}^{N} d_n^{-k}} h_2 + \ldots\ldots + \frac{d_N^{-k}}{\sum_{n=1}^{N} d_n^{-k}} h_N$$

όπου :

h	η τιμή της μεταβλητής στη ζητούμενη θέση
N	ο αριθμός των σημείων που συμμετέχουν
$h_1, h_2, h_3, \ldots, h_N$	οι σημειακές μετρήσεις στα σημεία 1, 2, 3, …, N
$d_1, d_2, d_3, \ldots, d_N$	οι αποστάσεις του κυττάρου από τα σημεία 1, 2, 3, …, N
k	ο συντελεστής επιρροής της απόστασης

Η τιμή του εκθέτη k συνήθως λαμβάνεται 1 ή 2 [Dingman, 1994].

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ

Άλλες μεθοδολογίες

Πολυτετραγωνικής παρεμβολής. Η τιμή της μεταβλητής στο τυχόν σημείο της επιφάνειας υπολογίζεται με βάση τις αποστάσεις του σημείου από τους γειτονικούς σταθμούς. Ειδικότερα, η εξίσωση της επιφάνειας της μεταβλητής προκύπτει ως άθροισμα των επιρροών των γειτονικών σταθμών, όπου κάθε επιρροή περιγράφεται μαθηματικά από μια ορθή κωνική επιφάνεια με κατακόρυφο άξονα τοποθετημένο στη θέση καθενός σταθμού

Ελάχιστων τετραγώνων με πολυώνυμα. Η μέθοδος στηρίζεται στην επιλογή ενός πολυωνύμου δεδομένου βαθμού, το οποίο εκφράζει τη μεταβλητή συναρτήσει των τοπογραφικών συντεταγμένων x και y των σημείων της περιοχής. Η εκτίμηση των συντελεστών του πολυωνύμου γίνεται σε τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα προσαρμογής στα μετρημένα σημεία γνωστού ύψους βροχής (πρόκειται για μέθοδο εξομάλυνσης)

Πολυωνύμων Lagrange. Είναι παραπλήσια με την προηγούμενη, αλλά ο αριθμός των πολυωνυμικών όρων είναι ίσος με τον αριθμό των σημειακών μετρήσεων, οπότε η πολυωνυμική έκφραση διέρχεται ακριβώς από τα σημεία μέτρησης (πρόκειται για μέθοδο ακριβούς παρεμβολής). Κύριο μειονέκτημα ο μεγάλος βαθμός του πολυωνύμου, που μπορεί να προκαλεί αδικαιολόγητα υψηλές διακυμάνσεις της επιφάνειας από θέση σε θέση

Προσαρμογής splines. Προσαρμόζονται τοπικές πολυωνυμικές εκφράσεις παρεμβολής μικρού βαθμού, αποφεύγοντας έτσι το πρόβλημα των πολύ υψηλών διακυμάνσεων της επιφάνειας

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

Γεωστατιστική

Οι στατιστικές προσεγγίσεις θεωρούν ότι η μετρημένη τιμή σε ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου για μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή είναι η πραγματοποίηση μιας τυχαίας μεταβλητής η οποία περιγράφεται από κάποια συνάρτηση κατανομής. Έτσι το σύνολο των μετρημένων τιμών της μεταβλητής σε N σημεία του χώρου είναι μια πραγματοποίηση μιας πολυδιάστατης τυχαίας μεταβλητής με δεδομένη *από κοινού συνάρτηση κατανομής* N διαστάσεων.

Με τον όρο **γεωστατιστική** ορίζεται ένα σύνολο στατιστικών τεχνικών που σχετίζονται με μεταβλητές που μεταβάλλονται στο χώρο. Οι τεχνικές αυτές βασίζονται στην υπόθεση ότι η χωρική διακύμανση της μεταβλητής είναι τυχαία, οπότε χρησιμοποιούν στατιστικές μεθοδολογίες για οποιαδήποτε εκτίμηση απορρέει από τις σημειακές μετρήσεις της μεταβλητής. Σημαντικό πλεονέκτημα των γεωστατιστικών μεθόδων είναι το γεγονός ότι ποσοτικοποιούν και τελικά ελαχιστοποιούν το σφάλμα εκτίμησης. Ωστόσο, οι μέθοδοι είναι αρκετά πολύπλοκες στην εφαρμογή τους, η οποία προϋποθέτει τη χρήση κατάλληλων υπολογιστικών προγραμμάτων.

Η γεωστατιστική ανάλυση περιλαμβάνει δύο κύριες φάσεις:

(α) την χωρική ανάλυση που περιλαμβάνει την επιλογή και προσαρμογή ενός μοντέλου που περιγράφει την χωρική μεταβλητότητα των σημειακών μετρήσεων, και

(β) την βέλτιστη γραμμική αμερόληπτη εκτίμηση (best linear unbiased estimation-BLUE) που σχετίζεται με τον υπολογισμό των εκτιμητριών των αγνώστων ως γραμμικών συναρτήσεων των μετρήσεων. Οι εκτιμήτριες είναι αμερόληπτες, έχουν την ελάχιστη μεταβλητότητα, ενώ για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιείται η μοντελοποίηση της χωρικής μεταβλητότητας

ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Βασικοί ορισμοί

Εξετάζεται μια χωρικά μεταβαλλόμενη συνάρτηση $z(\mathbf{x})$ όπου $\mathbf{x}$ είναι η θέση στο χώρο (διάνυσμα 1, 2 ή 3 διαστάσεων). Η συνάρτηση $z(\mathbf{x})$ δεν είναι γνωστή και πρέπει να προσδιοριστεί από μετρήσεις και ίσως από συμπληρωματικές πληροφορίες.

Η συνάρτηση **μέσης τιμής** που δίνει την αναμενόμενη τιμή σε οποιοδήποτε σημείο x δίδεται από τη σχέση: $m(\mathbf{x})=E[z(\mathbf{x})]$

Η συνάρτηση της **συνδιασποράς** που είναι η συνδιασπορά για κάθε ζεύγος $\mathbf{x}$ και $\mathbf{x}'$ δίδεται από τη σχέση: $R(\mathbf{x},\mathbf{x}')=E\{[z(\mathbf{x})-m(\mathbf{x})]\ [z(\mathbf{x}')-m(\mathbf{x}')]\}$

Όταν τα x και x' αφορούν στην ίδια θέση τότε η συνδιασπορά είναι ίση με τη διασπορά $R(\mathbf{x},\mathbf{x}) =\sigma^2(\mathbf{x})$

Ο **συντελεστής συσχέτισης** μεταξύ $z(\mathbf{x})$ και $z(\mathbf{x}')$ είναι $\rho(\mathbf{x},\mathbf{x}')= R(\mathbf{x},\mathbf{x}') / \sigma(\mathbf{x})\sigma(\mathbf{x}')$

Η **χωρική συνδιασπορά** είναι σημαντική στη γραμμική εκτίμηση δεδομένου ότι μειώνει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Έτσι χωρίς μετρήσεις η καλύτερη εκτίμηση του $z(\mathbf{x}')$ είναι η $m(\mathbf{x}')$ και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι $\sigma^2(\mathbf{x}')$. Αντίθετα όταν το $z(\mathbf{x})$ έχει παρατηρηθεί τότε η εκτίμηση του $z(\mathbf{x}')$ μπορεί να διορθωθεί δεδομένου ότι υπάρχει παραπάνω πληροφορία. Χρησιμοποιώντας μια γραμμική διόρθωση στην παρατήρηση έχουμε $z(\mathbf{x}')=m(\mathbf{x}')+\rho(\mathbf{x},\mathbf{x}')[z(\mathbf{x})-m(\mathbf{x})]\sigma(\mathbf{x}')/\sigma(\mathbf{x})$ ενώ το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μειώνεται σε $[1- \rho^2(\mathbf{x},\mathbf{x}')]\ \sigma^2(\mathbf{x}')$

ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Υποθέσεις

Η ανάπτυξη εμπειρικών μοντέλων για την περιγραφή της χωρικής μεταβλητότητας απλοποιείται σημαντικά με την εφαρμογή ορισμένων υποθέσεων

Υπόθεση μονιμότητας(stationarity)

Η μέση τιμή και η διασπορά δεν μεταβάλλονται χωρικά και η συσχέτιση μεταξύ δύο παρατηρήσεων $z(\mathbf{x})$ και $z(\mathbf{x}')$ εξαρτάται μόνο από τη σχετική τους απόσταση $\mathbf{x}$-$\mathbf{x}'$

$E[z(\mathbf{x})] = m$ και $E\{[z(\mathbf{x})-m]\,[z(\mathbf{x}')-m]\} = R(\mathbf{h})$ όπου $\mathbf{h} = \mathbf{x}-\mathbf{x}'$

Η τιμή $R(0)$ είναι γνωστή ως *κατώφλι (sill),* ενώ η απόσταση από την οποία και μετά εξαφανίζεται η συσχέτιση ονομάζεται *εύρος (range)*

Υπόθεση ισοτροπίας (isotropy)

Η συνάρτηση συνδιασποράς εξαρτάται από την απόσταση και όχι από την διεύθυνση του διανύσματος μεταξύ των δύο σημείων

$E\{[z(\mathbf{x})-m]\,[z(\mathbf{x}')-m]\} = R(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|)$ *όπου* $|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|$είναι το μήκος του διανύσματος $\mathbf{x}$-$\mathbf{x}'$

Υπόθεση ενδογένειας (intrinsic)

Είναι γενίκευση της μονιμότητας και η τυχαία συνάρτηση είναι ενδογενής αν ισχύουν οι παρακάτω δύο συνθήκες

$E[z(\mathbf{x})-z(\mathbf{x}')] = 0$ *και* $2\gamma(h) = E\{[z(\mathbf{x})-z(\mathbf{x}')]^2\}$ Η συνάρτηση $\gamma(h)$ είναι γνωστή ως ημιμεταβλητόγραμμα του τυχαίου πεδίου.

Οι μόνιμες συναρτήσεις είναι και ενδογενείς και το ημιμεταβλητόγραμμα συνδέεται με την συνάρτηση συνδιασποράς με τη σχέση $\gamma(h) = R(0)-R(h)$ ενώ σε μεγάλες αποστάσεις φθάνει στο *κατώφλι (sill) και* $\gamma(\infty)=R(0)=\sigma^2$

Οι ενδογενείς συναρτήσεις δεν είναι πάντα μόνιμες όπως στην περίπτωση που το ημιμεταβλητόγραμμα τείνει στο άπειρο όσο αυξάνει η απόσταση

ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Χωρική μεταβλητότητα

Η βασική αρχή των διαφόρων μεθόδων παρεμβολής είναι η παραδοχή ότι στις κοντινές αποστάσεις οι τιμές της μεταβλητής μοιάζουν περισσότερο από ότι στις μακρινές. Για να προσδιοριστεί η ισχύς αυτής της υπόθεσης και το πώς αυτή η ‘ομοιότητα’ μεταβάλλεται συναρτήσει της απόστασης, πραγματοποιείται διερευνητική ανάλυση των χωρικών δεδομένων.

Η χωρική συσχέτιση συνήθως εξετάζεται με τη μέθοδο της ημιδιασποράς που είναι ένα μέτρο του βαθμού της χωρικής συσχέτισης των σημειακών μετρήσεων και δίνεται από τη σχέση:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{m}[z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

όπου m ο αριθμός των ζευγών με απόσταση h

$z(x_i)$ η τιμή της μεταβλητής στη θέση i

$z(x_i+h)$ η τιμή της μεταβλητής σε απόσταση h από τη θέση i

ΓΕΩΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Βέλτιστη γραμμική αμερόληπτη εκτίμηση (BLUE)

Η εκτίμηση της τιμής της συνάρτησης $z(x)$ σε μία θέση που δεν υπάρχει μέτρηση x_0, με βάση τις παρατηρήσεις $z(x_1)$, $z(x_2)$,…, $z(x_n)$ γίνεται χρησιμοποιώντας μια γραμμική εκτιμήτρια:

$$\hat{z}(x_o) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i z(x_i)$$

όπου λ_i είναι τα βάρη

Ο τύπος αυτός εκτιμήτριας χρησιμοποιείται συχνά στις προσδιοριστικές μεθόδους (Thiessen, IDW), ενώ πολλές μεθοδολογίες εφαρμόζονται για τον προσδιορισμό των βαρών, το άθροισμα των οποίων τίθεται συνήθως ίσο με 1.

Με την χρήση των γεωστατιστικών μεθόδων ο προσδιορισμός των βαρών βασίζεται στην δομή της χωρικής διακύμανσης της μεταβλητής, η οποία προσδιορίζεται και μοντελοποιείται με βάση το ημιμεταβλητόγραμμα.

Τα βάρη επιλέγονται έτσι ώστε:

1. Το σφάλμα εκτίμησης (εκτιμημένη τιμή μείον την αληθινή άγνωστη τιμή) πρέπει κατά μέσο όρο να είναι μηδέν (αμεροληψία)
2. Πρέπει να ελαχιστοποιείται το μέσο τετραγωνικό σφάλμα

Από το δεύτερο κριτήριο με τον περιορισμό του πρώτου προκύπτει ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων (kriging system) από τη λύση του οποίου προκύπτουν τα βάρη

ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Κατάρτιση ημιμεταβλητογράμματος

Η ανάλυση με την κατάρτιση ημιμεταβλητογράμματος εφαρμόζεται στην περίπτωση που διατίθενται σημειακές μετρημένες τιμές της μεταβλητής $z(\mathbf{x})$, όπου το $\mathbf{x}$ συμβολίζει ένα διανυσματικό σύστημα δύο διαστάσεων.

Σε ένα πλήθος n σημειακών μετρήσεων στο χώρο μπορούν να υπολογιστούν $n*(n-1)/2$ ζεύγη από τη διαφορά $[z(\mathbf{x}_i)-z(\mathbf{x}_j)]^2$ και την απόσταση $|\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j|$. Η σχεδίαση της διαφοράς αυτής συναρτήσει της απόστασης, είναι το *πρωτογενές (raw)* ημιμεταβλητόγραμμα.

Για κατάρτιση του *πειραματικού (experimental)* ημιμεταβλητογράμματος απαιτείται η κατάτμηση του άξονα των αποστάσεων σε διαδοχικά διαστήματα. Το *κ* διάστημα είναι $[h1_\kappa, h2_\kappa]$ και περιέχει N_κ ζεύγη τιμών $z(\mathbf{x}_i)$ και $z(\mathbf{x}_j)$ για τα οποία ισχύει $h1_\kappa < |\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j| < h2_\kappa$. Για κάθε διάστημα υπολογίζουμε την παράσταση:

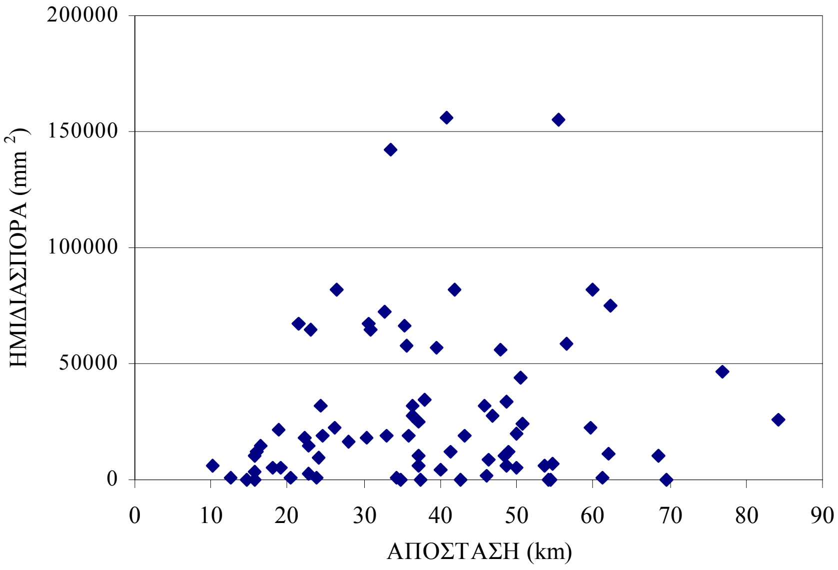
$$\gamma(h_k) = \frac{1}{2N_k}\sum_{i=1}^{N_k}[z(x_i) - z(x_j)]^2$$

όπου το i δείχνει τον αριθμό των ζευγών που ανήκουν στο διάστημα. Το ημιμεταβλητόγραμμα σχεδιάζεται με βάση τις τιμές της ενώ το κάθε διάστημα $[h1_\kappa, h2_\kappa]$ αντιπροσωπεύεται από την τιμή $(h2_\kappa-h1_\kappa)/2$.

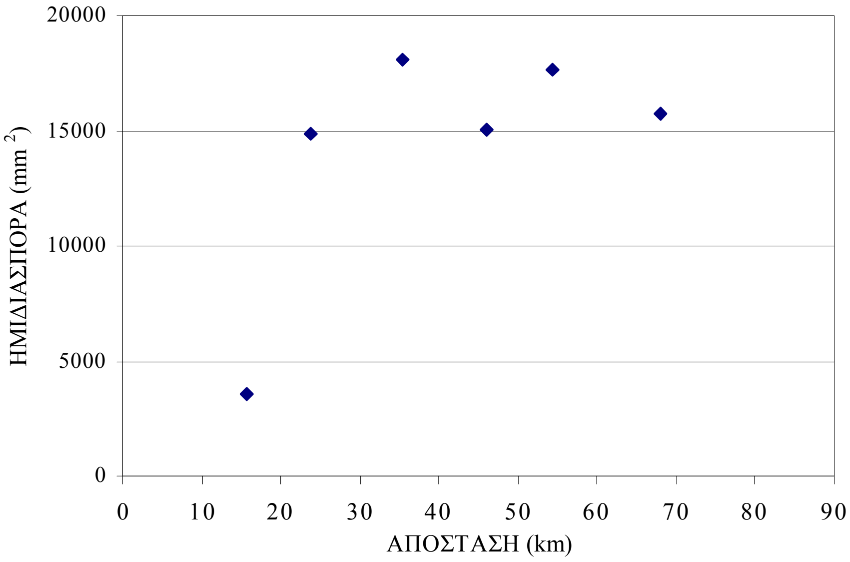
ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Παράδειγμα ημιμεταβλητογράμματος

Πρωτογενές (raw)



Πειραματικό (experimental)



ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Χαρακτηριστικά ημιμεταβλητογράμματος

Κατώφλι (sill) και εύρος (range). Το *κατώφλι (sill),* είναι μια σταθερή τιμή στην οποία φτάνει το ημιμεταβλητόγραμμα σε μια απόσταση η οποία ονομάζεται *εύρος (range)*. Το *κατώφλι* σχετίζεται με τη διασπορά του δείγματος, ενώ το *εύρος* δείχνει την απόσταση από την οποία και πέρα δεν συσχετίζονται οι τιμές. Το τελευταίο ενδιαφέρει στον σχεδιασμό δικτύων μέτρησης. Όταν το διάστημα είναι μηδενικό τότε δεν υπάρχει χωρική εξάρτηση στην μεταβλητή.

Nugget effect. Η ημιδιασπορά μπορεί να μην είναι μηδέν στην μηδενική απόσταση γεγονός που εξηγείται όταν οι μετρήσεις έχουν θόρυβο, παρουσιάζουν λάθη ή δεν είναι ταυτόχρονες

Επίδραση της διεύθυνσης. Η παρουσία ανισοτροπίας στα δεδομένα μπορεί να ανιχνευθεί με την κατάρτιση ημιμεταβλητογραμμάτων σε συγκεκριμένες διευθύνσεις όπου τα διαστήματα σχεδιάζονται σε διάγραμμα ρόδου

Στρωμάτωση (stratification). Ο διαχωρισμός ενός συνόλου δεδομένων σε ομάδες πολλές φορές ελαττώνει την χωρική μεταβλητότητα και κατά συνέπεια την ακρίβεια προσαρμογής

Επίδραση του χρόνου. Δεδομένου ότι πολλές υδρολογικές μεταβλητές είναι μεταβλητές στο χρόνο η χωρική μεταβλητότητα μιας περιοχής και άρα και το ημιμεταβλητόγραμμα εξαρτώνται από τη χρονική στιγμή της δειγματοληψίας

ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Προσαρμογή συνάρτησης στο εμπειρικό ημιμεταβλητόγραμμα

GAUSSIAN

$$\gamma(h) = \sigma^2[1 - e^{-\frac{h^2}{L^2}}]$$

$\sigma^2 > 0, L > 0$

ΕΚΘΕΤΙΚΗ

$$\gamma(h) = \sigma^2[1 - e^{-\frac{h}{L}}]$$

$\sigma^2 > 0, L > 0$

HOLE-EFFECT

$$\gamma(h) = [1 - (1 - \frac{h}{L})e^{\frac{h}{L}}]$$

NUGGET EFFECT

$$\gamma(h) = C_0 \quad \gamma\iota\alpha \quad \mathrm{h} > 0$$

$$\gamma(h) = 0 \quad \gamma\iota\alpha \quad \mathrm{h} = 0$$

ΣΦΑΙΡΙΚΗ

$$\gamma(h) = [1.5\frac{h}{a} - 0.5\frac{h^3}{a^3}]\sigma^2 \quad \gamma\iota\alpha \quad 0 \le \mathrm{h} \le \mathrm{a}$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \quad \gamma\iota\alpha \quad \mathrm{h} > \mathrm{a}$$

ΔΥΝΑΜΗΣ

$$\gamma(h) = \vartheta h^s$$

$\theta > 0, \; 0 < s < 2$

ΓΡΑΜΜΙΚΗ

$$\gamma(h) = \vartheta h$$

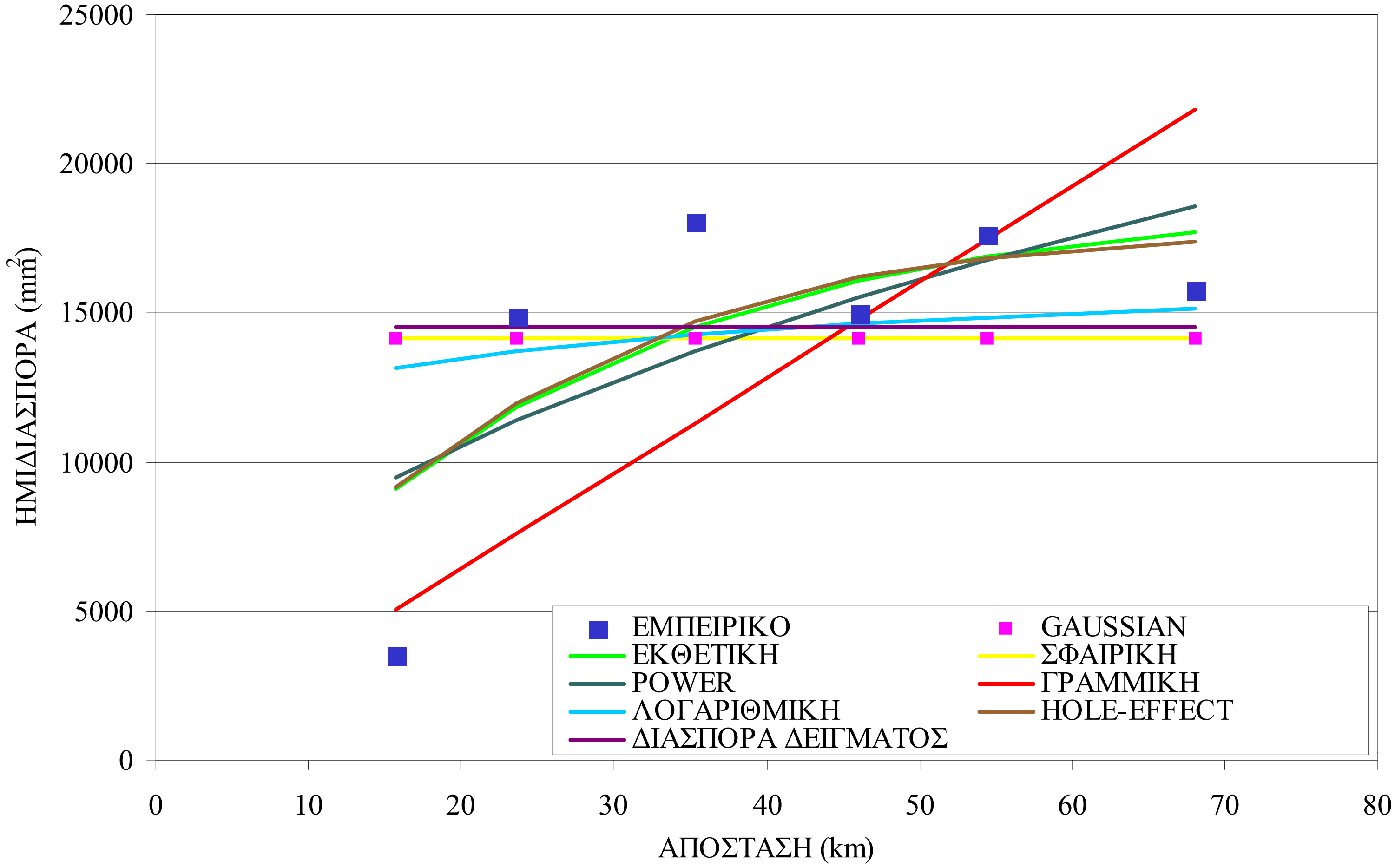
ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ

$$\gamma(h) = A\log(h)$$

$A > 0$

ΧΩΡΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ

Παράδειγμα προσαρμογής συνάρτησης



ΜΕΘΟΔΟΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ (KRIGING)

Γενικά

Η μέθοδος βέλτιστης παρεμβολής θεωρεί τη μεταβολή της μεταβλητής ως τυχαία, εκφράζει την άγνωστη *τιμή* στο τυχόν σημείο ως γραμμική έκφραση των γνωστών τιμών στις θέσεις των σταθμών και χρησιμοποιεί τη στατιστική μεθοδολογία προκειμένου να εκτιμήσει τους συντελεστές της γραμμικής έκφρασης. Στη συνέχεια παρουσιάζονται συνοπτικά οι διάφορες παραλλαγές της μεθόδου:

Ordinary-simple kriging. Η πλέον διαδεδομένη μορφή, έχει τις παρακάτω παραδοχές: **(α)** η μεταβλητή ακολουθεί κανονική κατανομή, **(β)** η εκτίμηση είναι αμερόληπτη, **(γ)** μονιμότητα δευτέρου βαθμού, **(δ1)** ο τοπικός μέσος είναι γνωστός (simple), ή **(δ2)** ο τοπικός μέσος είναι άγνωστος (ordinary)

Neighbourhood kriging. Αν και η τοπική μέση τιμή και διασπορά είναι σταθερές σε όλη την περιοχή (υποθέσεις μονιμότητας και ισότροπου πεδίου), στις περισσότερες εφαρμογές τα δεδομένα περιέχουν τοπικές διακυμάνσεις. Για το λόγο αυτό στην εκτίμηση της άγνωστης τιμής συμμετέχουν τα κοντινότερα σημεία ή αυτά που περιλαμβάνονται στη γύρω περιοχή

Block kriging. Αντιμετωπίζει την ολοκλήρωση των εκτιμημένων τιμών σε μεγαλύτερες περιοχές

Universal kriging. Εφαρμόζεται στην περίπτωση που τα δεδομένα περιέχουν τάση (trend)

Disjunctive kriging. Υπολογίζει για κάθε εκτίμηση και την πιθανότητα η αληθινή τιμή να υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο κατώφλι

Cokriging. Η εκτίμηση με το κανονικό kriging βελτιώνεται σημαντικά όταν η μεταβλητή που εξετάζεται συνδέεται με κάποια άλλη μεταβλητή για την οποία υπάρχουν μετρήσεις

Space time kriging. Σχετίζεται με την εισαγωγή της χρονικής διάστασης των δεδομένων

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

Βιβλιογραφική επισκόπηση (1)

Shaw and Lynn [1972]

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Υπολογίστηκαν οι επιφανειακές βροχοπτώσεις σε ετήσια και μηνιαία βάση καθώς και σε χρονική κλίμακα επεισοδίου βροχής, σε τρεις λεκάνες απορροής

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Πολυγώνων Thiessen, ΣΑΑ, πολυτετραγωνική και πολυωνυμική

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Οι διαφορές μεταξύ των τριών πρώτων μεθόδων ήταν ασήμαντες, ιδιαίτερα σε ετήσια και μηνιαία βάση. Η μέθοδος πολυτετραγωνική είναι περισσότερο κατάλληλη για την εκτίμηση της επιφανειακής βροχόπτωσης

Creutin and Obled [1982]

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα 99 βροχογράφων για 81 επεισόδια βροχής σε λεκάνη της Γαλλίας. Με βάση τα δεδομένα μόνο των 73 σταθμών υπολογίστηκε η σημειακή βροχόπτωση στους υπόλοιπους 26, και συγκρίθηκε με τη μετρημένη

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Πολυγώνων Thiessen, αριθμητικού μέσου, δύο παραλλαγές της μεθόδου Kriging, και των εμπειρικών ορθογωνικών συναρτήσεων

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Οι στατιστικές μέθοδοι, ήταν αρκετά αποτελεσματικότερες στην εκτίμηση της βροχής στα σημεία ελέγχου, σε σχέση με τις άλλες μεθόδους που εξετάστηκαν

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

Βιβλιογραφική επισκόπηση (2)

Court and Bare [1984]
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Υπολογίστηκαν οι ετήσιες επιφανειακές βροχοπτώσεις σε οκτώ λεκάνες απορροής
ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Ισοϋετίων, υψομετρική, αριθμητικού μέσου, πολυγώνων Thiessen και δύο αξόνων
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Η πρώτη μέθοδος εκτιμούσε υψηλές βροχοπτώσεις, η δεύτερη χαμηλές ενώ οι υπόλοιπες τρεις κυμαινόταν μεταξύ υψηλών και χαμηλών εκτιμήσεων, ανάλογα με τη λεκάνη απορροής. Η μέθοδος των δύο αξόνων είναι κατάλληλη για την εκτίμηση της επιφανειακής βροχόπτωσης σε λεκάνη απορροής

Tabios and Salas [1985]
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Υπολογίστηκαν μηνιαίες επιφανειακές βροχοπτώσεις. Χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα 29 βροχομέτρων και με βάση τις μετρήσεις των 24 από αυτά υπολογίστηκε η βροχόπτωση στα υπόλοιπα 5
ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Πολυγώνων Thiessen, ελάχιστων τετραγώνων, ΣΑΑ, πολυτετραγωνική, kriging)
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Η μέθοδος Kriging έδινε τις καλύτερες εκτιμήσεις στα σημεία ελέγχου, ενώ ικανοποιητικά αποτελέσματα έδινε και η πολυτετραγωνική. Ως αποδεκτά κρίθηκαν τα αποτελέσματα των μεθόδων των πολυγώνων Thiessen και της ΣΑΑ, ενώ η μέθοδος των ελάχιστων τετραγώνων δεν έδωσε ικανοποιητικά αποτελέσματα

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

Βιβλιογραφική επισκόπηση (3)

Lebel et al. [1987]

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Υπολογίστηκε η επιφανειακή βροχόπτωση λεκάνης απορροής της Γαλλίας σε χρονικές κλίμακες μίας έως 24 ωρών, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα 34 βροχογράφων. Εξετάστηκε και η επίδραση της πυκνότητας του δικτύου στην εκτίμηση της επιφανειακή βροχόπτωσης, με τη χρήση υποσυνόλων του δικτύου

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Kriging, πολυγώνων Thiessen, και spline

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Η μέθοδος Kriging θεωρήθηκε ως η περισσότερο ακριβής, για όλες τις χρονικές κλίμακες και πυκνότητες δικτύων βροχογράφων που εξετάστηκαν

Τζούλης [1996]

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ: Υπολογίστηκαν οι μέσες μηνιαίες και ετήσιες επιφάνειες βροχής της Στερεάς Ελλάδας με τη χρήση 71 βροχομέτρων και διερευνήθηκε η επίδραση της πυκνότητας του δικτύου

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ: Πολυγώνων Thiessen, kriging, ΣΑΑ και co-kriging

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ: Οι επιφάνειες βροχής που υπολογίστηκαν με την εφαρμογή των τριών πρώτων μεθόδων, είχαν πολύ μικρές διαφορές (1-3%). Η επιφάνεια που υπολογίστηκε με τη μέθοδο co-kriging, διέφερε σημαντικά από τις υπόλοιπες (10%). Οι αντίστοιχες επιφάνειες που υπολογίστηκαν με τη χρήση του μισού δικτύου (36 σταθμοί) είχαν πολύ μικρές αποκλίσεις από τις αρχικές

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ
Γενικά συμπεράσματα βιβλιογραφικής επισκόπησης

★ Οι κλασικές μέθοδοι (Thiessen, δύο αξόνων, αριθμητικού μέσου) εκτιμούν ικανοποιητικά την τιμή της επιφανειακής βροχόπτωσης, παρά το γεγονός ότι δεν αναπαριστούν τη γεωγραφική κατανομή του φαινομένου

★ Οι προσδιοριστικές μέθοδοι προσαρμογής επιφανειών αλλά και παρεμβολής (πολυτετραγωνική, ΣΑΑ), φαίνεται ότι αναπαριστούν αρκετά ικανοποιητικά τη γεωγραφική κατανομή της βροχόπτωσης, σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν από τους ερευνητές

★ Η μέθοδος kriging (και οι διάφορες παραλλαγές της) αναφέρεται από τους περισσότερους ερευνητές ως η πλέον ενδεδειγμένη μέθοδος για τον υπολογισμό της επιφανειακής βροχόπτωσης αλλά και την εκτίμηση της χωρικής κατανομής της, ιδίως σε λεπτές χρονικές κλίμακες

★ Οι πολύπλοκες μαθηματικές μέθοδοι δίνουν καλύτερες εκτιμήσεις σε περιοχές με ισχυρά επεισόδια βροχής ενώ σε περιοχές με μικρή πυκνότητα δικτύου είναι προτιμότερο να αποφεύγονται

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ordinary kriging (intrinsic case)

Το σύστημα γραμμικών εξισώσεων που πρέπει να επιλυθεί στην ενδογενή περίπτωση δίδεται από τις σχέσεις: $-\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \gamma(x_i - x_j) + \nu = -\gamma(x_i - x_0) \quad i = 1,2,\dots n \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$

ενώ το ΜΤΣ δίνεται από τη σχέση:

$$E\{[\hat{z}(x_0) - z(x_0)]^2\} = -\nu + -\sum_{i=1}^{n} \lambda_{ij} \gamma(x_i - x_0)$$

Το ν ονομάζεται πολλαπλασιαστής Langrange και σχετίζεται με τον περιορισμό αμεροληψίας

Εφαρμογή: Εκτίμηση του x_0 από τρία σημεία x_1, x_2, x_3

$\lambda_1\gamma(d_{11})+\lambda_2\gamma(d_{12})+\lambda_3\gamma d_{13}+\nu=\gamma(d_{10})$

$\lambda_1\gamma(d_{21})+\lambda_2\gamma(d_{22})+\lambda_3\gamma d_{23}+\nu=\gamma(d_{20})$

$\lambda_1\gamma(d_{31})+\lambda_2\gamma(d_{32})+\lambda_3\gamma d_{33}+\nu=\gamma(d_{30})$

$\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$

$$\begin{bmatrix} 0 & \gamma(\mathrm{d}_{12}) & \gamma(\mathrm{d}_{13}) & 1 \\ \gamma(\mathrm{d}_{12}) & 0 & \gamma(\mathrm{d}_{23}) & 1 \\ \gamma(\mathrm{d}_{13}) & \gamma(\mathrm{d}_{23}) & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_{31} \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(\mathrm{d}_{10}) \\ \gamma(\mathrm{d}_{20}) \\ \gamma(\mathrm{d}_{30}) \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathrm{Q} * \mathrm{L} = \mathrm{S}$$

Τα βάρη προσδιορίζονται από τη σχέση $\mathbf{S}\,\mathbf{Q}^{-1}$ ενώ η εκτιμημένη τιμή από τη σχέση $S*Q^{-1}*F$ (BLUE) όπου:

Το διάνυσμα **S** περιέχει τις μετασχηματισμένες (με βάση το επιλεγμένο ημιμεταβλητόγραμμα) αποστάσεις των σημείων μέτρησης από το σημείο παρεμβολής.

Ο πίνακας **Q** περιέχει τις μετασχηματισμένες (με βάση το επιλεγμένο ημιμεταβλητόγραμμα) αποστάσεις μεταξύ όλων των σημείων μέτρησης. Η διαγώνιος του είναι μηδενική (γ(0) = 0), ενώ είναι συμμετρικό (υπόθεση ισότροπου πεδίου)

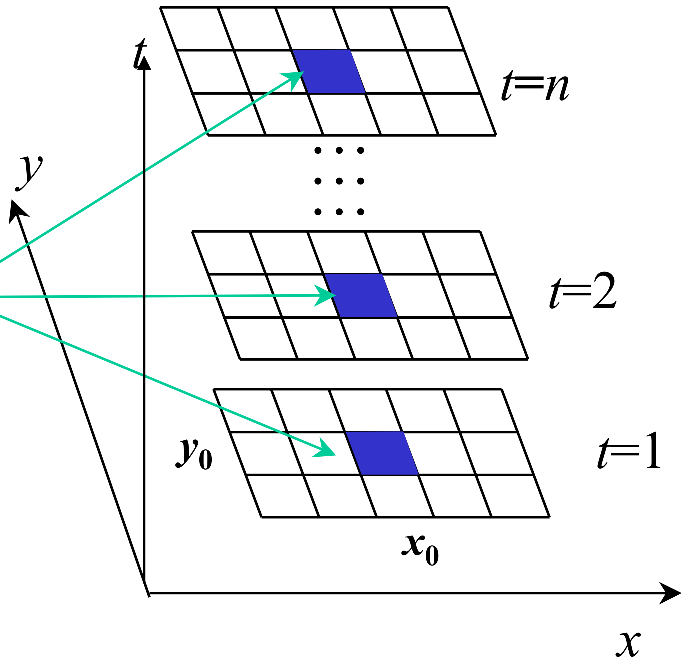
Ο πίνακας **F** περιέχει τις σημειακές μετρήσεις της μεταβλητής στα σημεία x_1, x_2 και x_3

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στατιστικές επιφάνειες

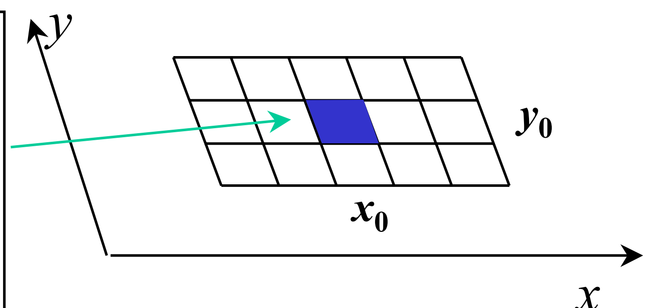
Αρχικές επιφάνειες

Τιμή της μεταβλητής (M_t) στη θέση x_0y_0 κατά τις χρονικές στιγμές t=1, 2, …,n



Στατιστική επιφάνεια

Στατιστική παράμετρος M_Σ του δείγματος M_1, M_2, .., M_n στη θέση x_0y_0



Η **αρχική επιφάνεια** της μεταβλητής κατά τη χρονική στιγμή ***t*** παριστάνεται από το δισδιάστατο μητρώο $\boldsymbol{M_t}$ που περιέχει τις τιμές των ψηφίδων της επιφάνειας.

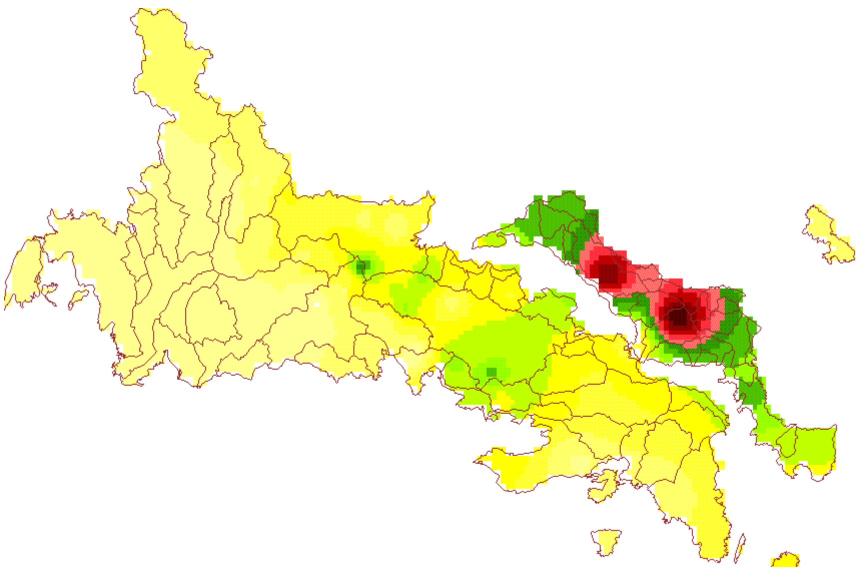
Η τιμή της ψηφίδας στη θέση x_0,y_0 στη **στατιστική επιφάνεια *Σ*** υπολογίζεται ως η συγκεκριμένη στατιστική παράμετρος που προκύπτει από το δείγμα των τιμών των ψηφίδων των αρχικών επιφανειών στη συγκεκριμένη θέση.

Οι στατιστικές παράμετροι που συνήθως υπολογίζονται είναι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση, ο συντελεστής διασποράς καθώς και οι τιμές που αντιστοιχούν σε μια συγκεκριμένη πιθανότητα υπέρβασης

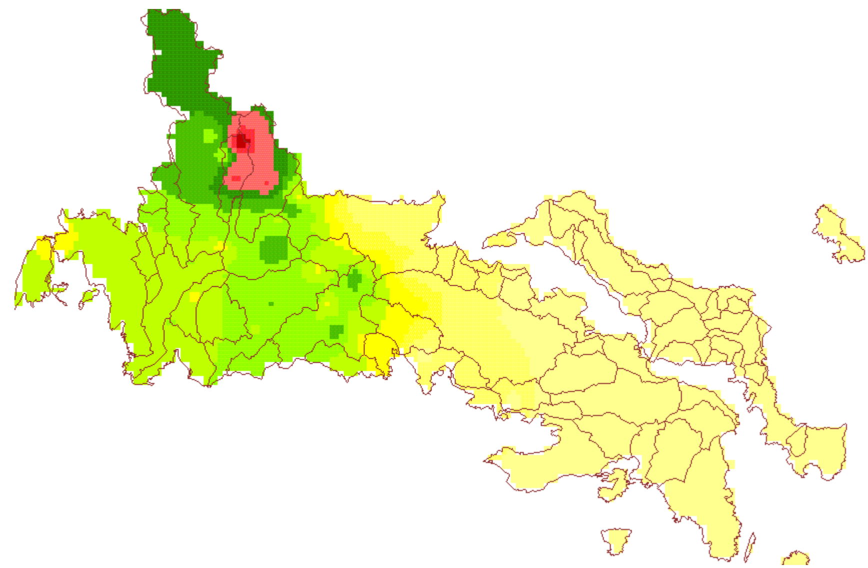
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στατιστικές επιφάνειες μέσης τιμής (ημερήσια βροχή)

Τύπος καιρού: MT2
Αρχικές επιφάνειες: 41



Τύπος καιρού: SW1
Αρχικές επιφάνειες: 88

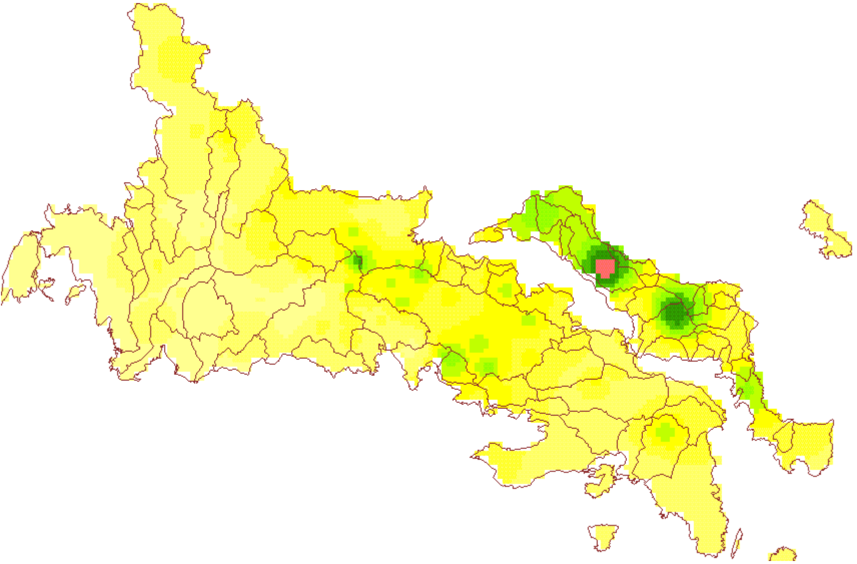


Αποχρώσεις κίτρινου	0-20 mm
Αποχρώσεις πράσινου	20-40 mm
Αποχρώσεις κόκκινου	40-60 mm
Μαύρο χρώμα	>60 mm

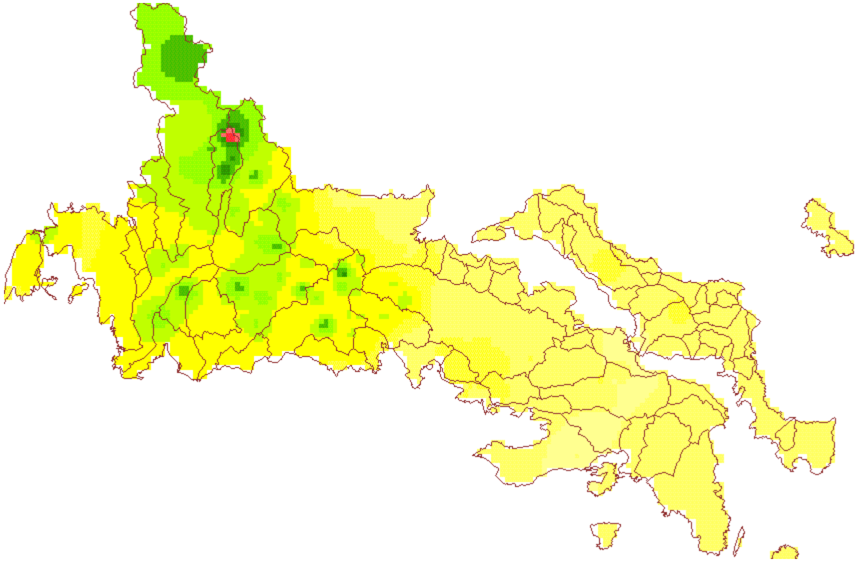
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στατιστικές επιφάνειες τυπικής απόκλισης (ημερήσια βροχή)

Τύπος καιρού: MT2
Αρχικές επιφάνειες: 41



Τύπος καιρού: SW1
Αρχικές επιφάνειες: 88

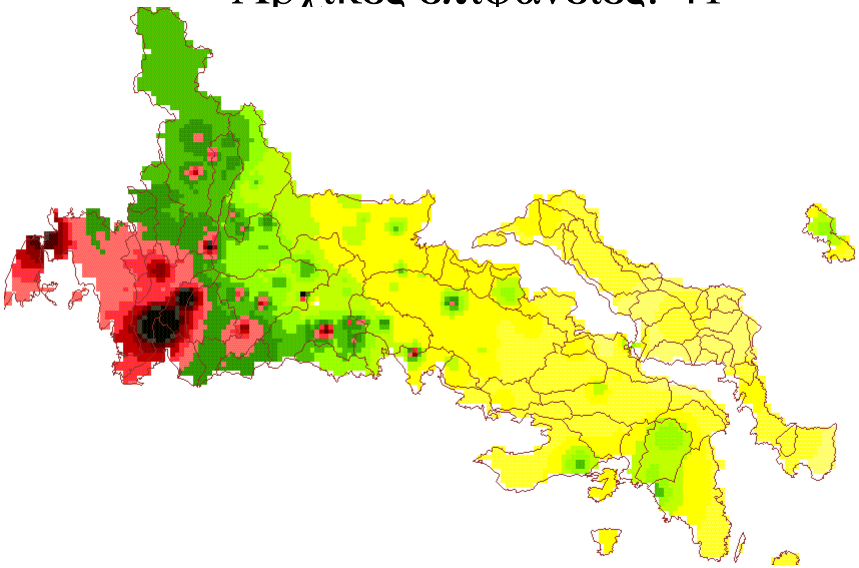


Αποχρώσεις κίτρινου	0-20 mm
Αποχρώσεις πράσινου	20-40 mm
Αποχρώσεις κόκκινου	40-60 mm
Μαύρο χρώμα	>60 mm

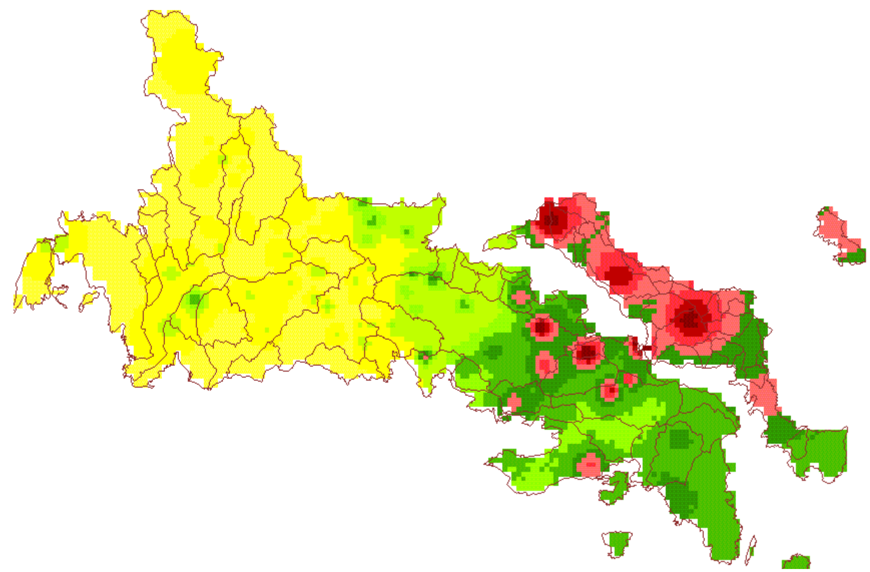
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στατιστικές επιφάνειες συντελεστή διασποράς (ημερήσια βροχή)

Τύπος καιρού: MT2
Αρχικές επιφάνειες: 41



Τύπος καιρού: SW1
Αρχικές επιφάνειες: 88



Αποχρώσεις κίτρινου	0-1
Αποχρώσεις πράσινου	1-2
Αποχρώσεις κόκκινου	2-3
Μαύρο χρώμα	>3

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Κουτσογιάννης, Δ. και Θ. Ξανθόπουλος, *Τεχνική Υδρολογία*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997
- Τζούλης Β., *Διερεύνηση της χωρικής κατανομής των βροχοπτώσεων με τη χρήση ΣΓΠ,* Διπλωματική εργασία, ΕΜΠ, 1996
- Μαμάσης, Ν., *Ανάλυση βροχοπτώσεων κατά τύπο καιρού*, Διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ, 1997
- ESRI, ARC-VIEW, *Advanced Spatial Analysis using raster and vector data*, 1996
- Creutin, J.D., and C. Obled, *Objective analysis and mapping techniques for rainfall fields: An objective comparison*, Water Resources Research, 25, 781-792, 1982
- Dingman, L., *Physical Hydrology*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1994
- Mamassis, N. and D. Koutsoyiannis, *Influence of atmospheric circulation types on space - time distribution of intense rainfall*, Journal of Geophysical Research, 101, D21, 26267-26276, 1996
- Meijerink A., Brouwer H., Mannaerts C., and C., Valenzuela, *Introduction to the use of Geographic Information Systems for practical hydrology*, UNESCO, Publication Number 23, 1995