

Σημειώσεις στα πλαίσια του μαθήματος:

**Βελτιστοποίηση συστημάτων υδατικών πόρων –Υδροπληροφορική**



## **Βαθμονόμηση μαθηματικών μοντέλων – Το «αντίστροφο» πρόβλημα της υδρολογίας**

---

Ανδρέας Ευστρατιάδης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

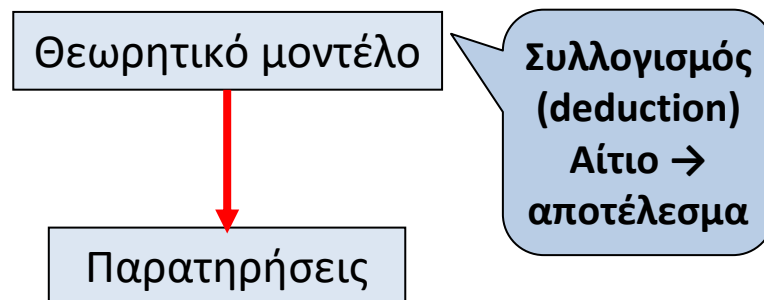
Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Μάιος 2022

# Θεωρητικά και εμπειρικά μοντέλα: Φιλοσοφικό υπόβαθρο

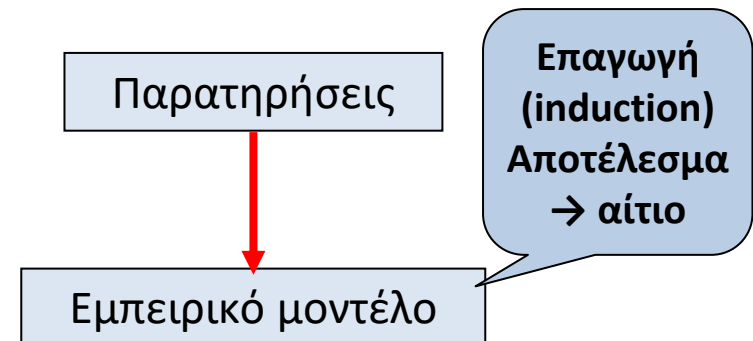
- ❑ **Μαθηματικό μοντέλο:** Περιγράφει τη δομή και λειτουργία ενός συστήματος μέσω (ατελών) υποθέσεων, που έχουν τη μορφή μαθηματικών ή λογικών σχέσεων και έχουν κωδικοποιηθεί σε κάποια γλώσσα προγραμματισμού.
- ❑ Η διαμόρφωση ενός μοντέλου βασίζεται είτε στον συλλογισμό (πρότερη γνώση, θεωρητικό υπόβαθρο) είτε στην επαγωγή (εμπειρικές υποθέσεις βάσει παρατηρήσεων, εκ των υστέρων επαλήθευση) είτε με συνδυασμό τους.

*Γνωρίζουμε (ή υποθέτουμε) ότι η απορροή του ποταμού παράγεται από τη βροχόπτωση στη λεκάνη*



*Προκύπτει ότι όταν βρέχει στη λεκάνη, η απορροή του ποταμού αυξάνει*

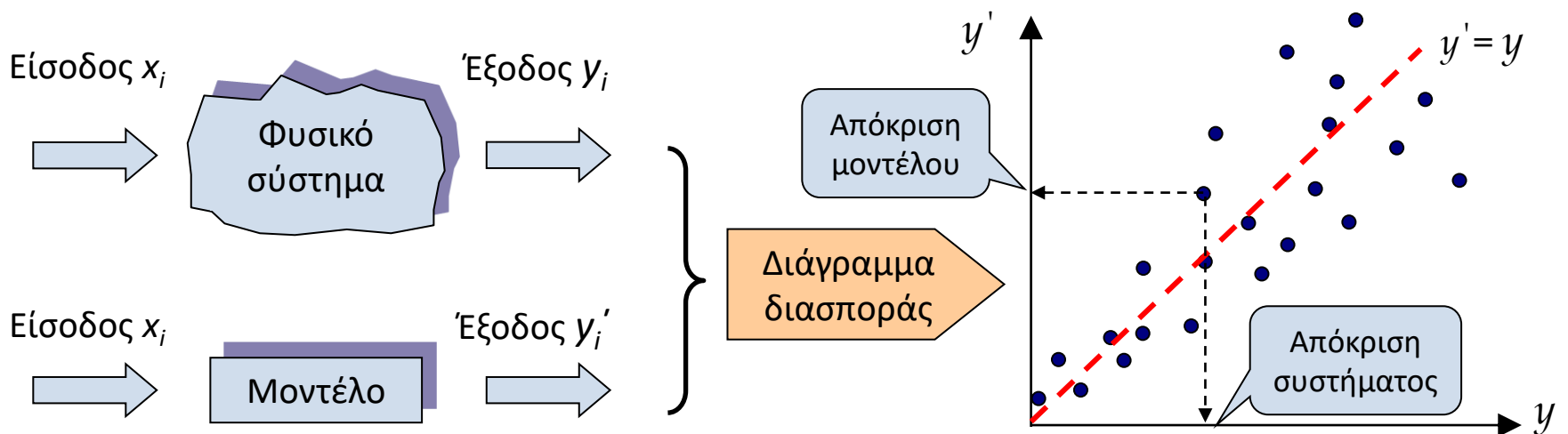
*Έχει παρατηρηθεί ότι όταν βρέχει στη λεκάνη, η απορροή του ποταμού αυξάνεται*



*Συμπεραίνουμε ότι απορροή του ποταμού παράγεται από τη βροχόπτωση στη λεκάνη*

# Εκτίμηση παραμέτρων εμπειρικών μοντέλων μέσω βαθμονόμησης (calibration)

- **Γενικός ορισμός βαθμονόμησης:** Συστηματική διαδικασία εκτίμησης των τιμών των παραμέτρων ενός μοντέλου, με τρόπο ώστε οι *έξοδοι* (outputs) ή *αποκρίσεις* (responses) του μοντέλου  $y'_i$ , ως προς ένα σύνολο παρατηρημένων *εισόδων* (inputs)  $x_i$ , να προσαρμόζονται όσο το δυνατό καλύτερα σε ένα αντίστοιχο σύνολο πραγματικών (π.χ. παρατηρημένων) αποκρίσεων  $y_i$  του φυσικού ή μαθηματικού συστήματος που αναπαριστά το μοντέλο.
- Η απόκλιση  $e_i = y'_i - y_i$  καλείται *σφάλμα* (error) ή *υπόλοιπο* (residual) του μοντέλου.
- Το άθροισμα των σφαλμάτων,  $\sum e_i$ , υποδηλώνει τη *μεροληψία* (bias) του μοντέλου – αν το εν λόγω άθροισμα είναι μηδέν, το μοντέλο αναπαράγει τη μέση τιμή των παρατηρημένων εξόδων.



# Η βαθμονόμηση παραμέτρων ως πρόβλημα βελτιστοποίησης (αυτόματη βαθμονόμηση)

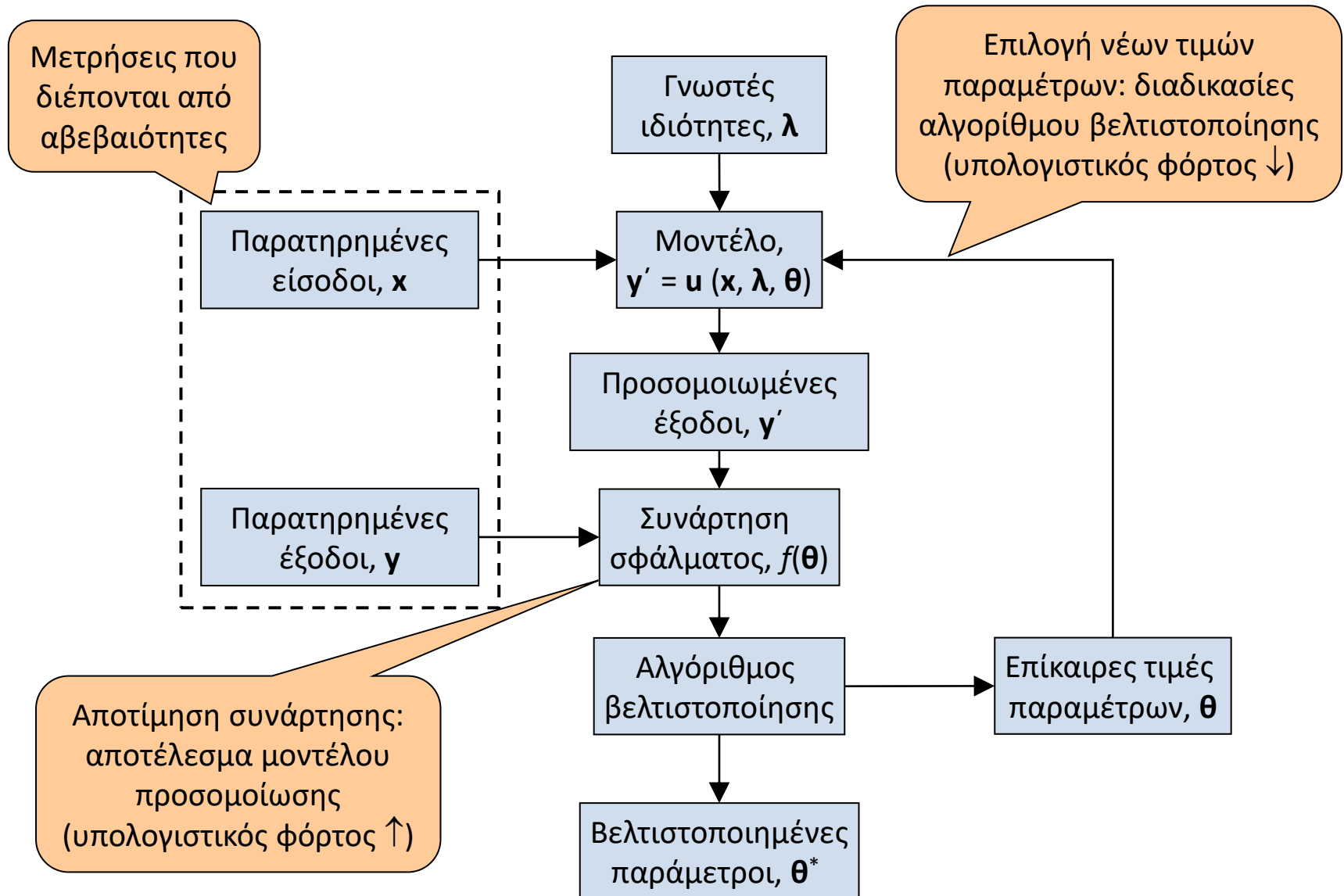
1. Επιλέγεται το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο, για το οποίο διαμορφώνεται μια *ρεαλιστική παραμετροποίηση*.
2. Επιλέγεται ένα *αντιπροσωπευτικό* δείγμα παρατηρημένων αποκρίσεων του συστήματος  $\mathbf{y}$  ως προς ένα δείγμα μεταβλητών εισόδου  $\mathbf{x}$ , το οποίο είναι κοινό για το σύστημα και το μοντέλο.
3. Μεταξύ των ελεύθερων μεταβλητών του μοντέλου, σε ορισμένες δίνονται εκ των προτέρων τιμές (διάνυσμα γνωστών ιδιοτήτων,  $\boldsymbol{\lambda}$ ), ενώ οι υπόλοιπες  $\boldsymbol{\theta} = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_n)$  είναι άγνωστες και αντιμετωπίζονται ως *μεταβλητές ελέγχου* (παραμέτροι).
4. Διατυπώνεται ένα *καθολικό μέτρο σφάλματος*  $f(\mathbf{e})$ , που είναι *στατιστικά συνεπές* με τα χαρακτηριστικά των υπολοίπων του μοντέλου  $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_N)$ , ήτοι:

$$f(\mathbf{e}) = f(\mathbf{y}' - \mathbf{y}) = f[\mathbf{y}'(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{y}]$$

5. Ορίζεται ο εφικτός χώρος  $\Theta$ , εισάγοντας άνω και κάτω όρια των παραμέτρων (ρητοί περιορισμοί,  $\boldsymbol{\theta}^{\min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\theta}^{\max}$ ), καθώς και περιορισμούς που σχετίζονται με την αναπαραγωγή της στατιστικής δομής των σφαλμάτων.
6. Επιλέγεται κατάλληλος αλγόριθμος *μη γραμμικής βελτιστοποίησης* για την επίλυση του προβλήματος:

$$\text{minimize } f(\mathbf{e}) = f(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\theta} \in \Theta$$

# Διάγραμμα ροής αυτόματης βαθμονόμησης



# Ειδική περίπτωση: μοντέλα παλινδρόμησης

- Απλή γραμμική παλινδρόμηση:  $y' = a x + b$
- Υποθέσεις ως προς τη στατιστική δομή των σφαλμάτων (= λευκός θόρυβος):
  - Μηδενική μεροληψία,  $\mu_e = 0$  (αναπαράγεται η μέση τιμή των παρατηρήσεων)
  - Σταθερή διασπορά,  $\sigma_e^2$  (ομοσκεδαστικά σφάλματα)
  - Στατιστική ανεξαρτησία, ήτοι  $\text{Con}(e_i, e_j) = 0$  για κάθε  $i, j = 1, \dots, n$
- Συνάρτηση σφάλματος: αθροιστικό τετραγωνικό σφάλμα

$$f(\mathbf{e}) = \sum e_i^2$$

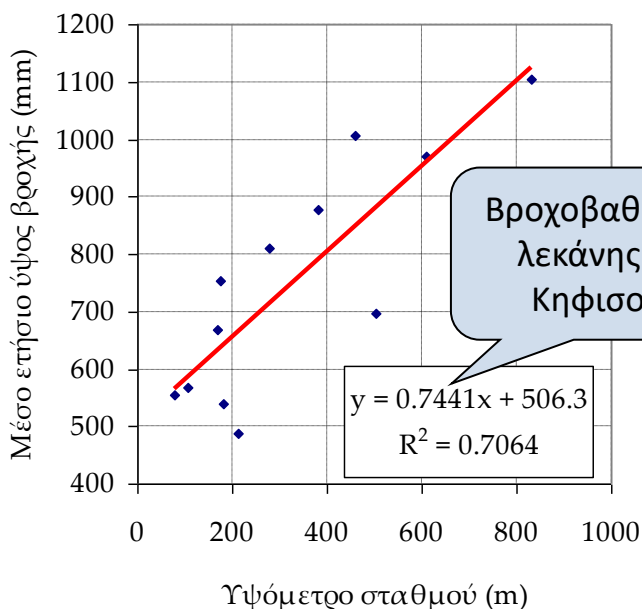
- Βελτιστοποίηση παραμέτρων – μέθοδος «ελαχίστων τετραγώνων»:  
minimize  $f(a, b) = \sum e_i^2 = \sum (y_i' - y_i)^2 = \sum (a x_i + b - y_i)^2$   
subject to:  $\mu_e = \sum e_i = \sum (a x_i + b - y_i) = 0$
- Το πρόβλημα επιλύεται αναλυτικά (δεσμευμένα ακρότατα, Kuhn-Tucker):

$$a^* = \frac{\sum (x_i - \mu_x) (y_i - \mu_y)}{\sum (x_i - \mu_x)^2}$$

$$b^* = \sum y_i / n - a^* \sum x_i / n = \mu_y - a^* \mu_x$$

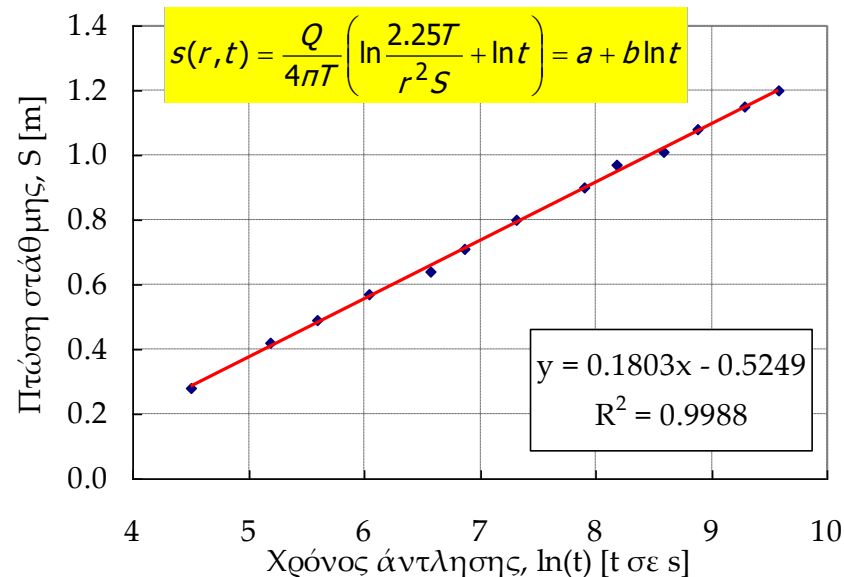
- Αναλυτικές σχέσεις προκύπτουν μόνο για στοιχειώδεις δομές, όπως μοντέλα δύναμης, εκθετικά, λογαριθμικά, πολυωνυμικά, πολυμεταβλητά γραμμικά, κτλ.
- Στη γενική περίπτωση, απαιτείται η επίλυση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης, όπου η συνάρτηση σφάλματος αποτιμάται μέσω προσομοίωσης.

# Εφαρμογές σε τυπικά υδρολογικά προβλήματα



- Κατασκευή καμπυλών στάθμης-παροχής από δείγματα υδρομετρήσεων.
- Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλων διήθησης (π.χ. Horton, Kostiaκον).
- Εκτίμηση παραμέτρων υδροφορέα (αποθηκευτικότητα, ειδική απόδοση) από μετρήσεις πτώσης στάθμης-χρόνου στη διάρκεια δοκιμαστικής άντλησης.

- Συμπλήρωση ελλιπουσών τιμών σε υδρολογικά δείγματα, με βάση μετρήσεις της ίδιας μεταβλητής σε έναν ή περισσότερους γειτονικούς σταθμούς βάσης, με τους οποίους υπάρχει ικανοποιητική συσχέτιση (απλή ή πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση).
- Εκτίμηση βροχοβαθμίδας υδρολογικής λεκάνης (υπόθεση γραμμικής αύξησης του ύψους βροχής συναρτήσει του υψομέτρου).



# Κριτήρια προσαρμογής γραμμικών μοντέλων

- Η καταλληλότητα του μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης ελέγχεται μέσω του *συντελεστή γραμμικής συσχέτισης* (correlation coefficient):

$$r_{xy} = \frac{\sum(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{[\sum(x_i - \mu_x)^2 \sum(y_i - \mu_y)^2]^{1/2}}$$

- Ο συντελεστής  $r$  λαμβάνει τιμές από -1 έως 1. Αρνητικές τιμές υποδηλώνουν αντίστροφη συσχέτιση μεταξύ των  $x$  και  $y$  (το ένα μέγεθος μειώνεται όταν αυξάνει το άλλο), ενώ η μηδενική τιμή υποδηλώνει ότι δεν μπορεί να διατυπωθεί μια γραμμική σχέση μεταξύ των  $x$  και  $y$ .
- Αντί του συντελεστή συσχέτισης, συχνά χρησιμοποιείται ως κριτήριο καλής προσαρμογής ο *συντελεστής προσδιορισμού* (determination coefficient)  $r^2$ , που λαμβάνει τιμές από 0 (καμία προσαρμογή) έως 1 (τέλεια προσαρμογή).
- Η ελαχιστοποίηση του ολικού τετραγωνικού σφάλματος εξασφαλίζει ότι ο συντελεστής προσδιορισμού μεταξύ των  $x$  και  $y$  ισούται με τον συντελεστή προσδιορισμού μεταξύ των  $y'$  και  $y$ , καθώς  $|r_{xy}| = r_{y'y}$  (προφανώς  $|r_{xy}| = 1$ ).
- Η ισότητα δεν ισχύει σε παραλλαγές του μοντέλου παλινδρόμησης, όπως:
  - **Ομογενές μοντέλο:**  $y' = a x$  (τίθεται  $b = 0$ , ώστε να εξασφαλίζεται η μη αρνητικότητα της μεταβλητής  $y$ ).
  - **Οργανική συσχέτιση:** αναπαράγεται η διασπορά των παρατηρήσεων  $\sigma_y^2$  αλλά όχι η μέση τιμή  $\mu_y$ .

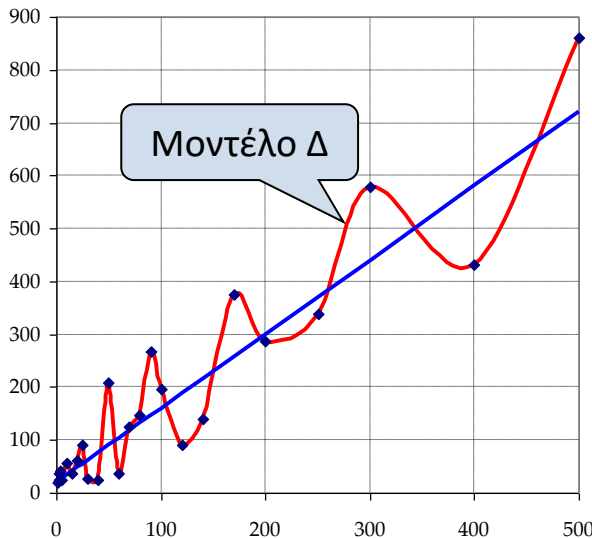
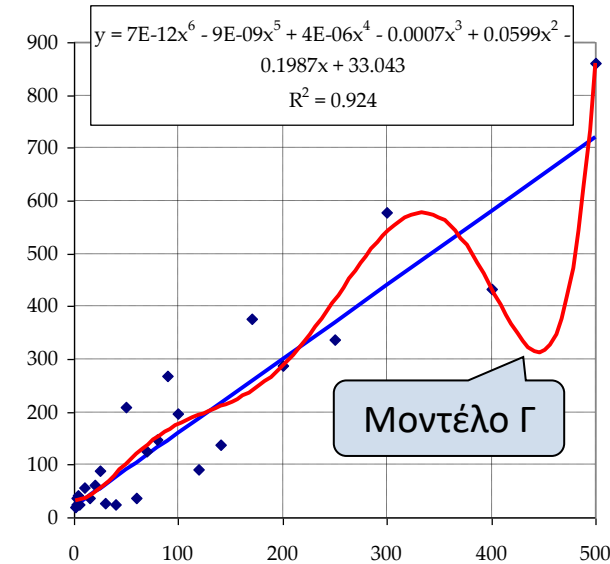
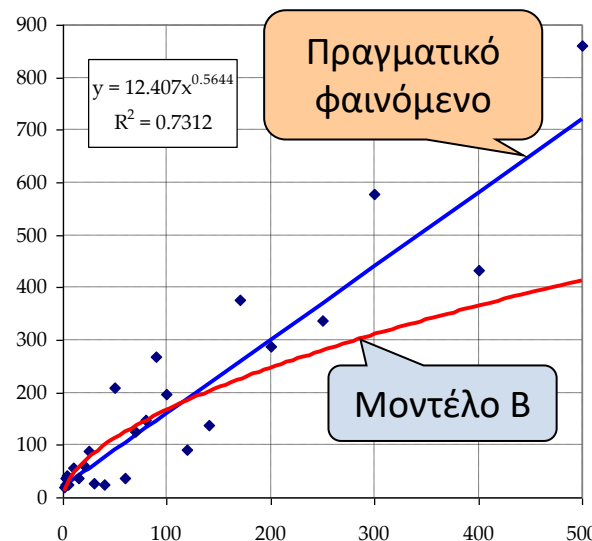
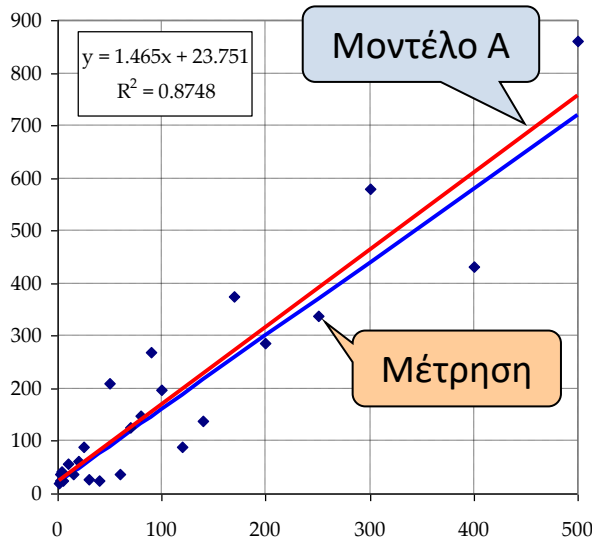


# Τυπικά κριτήρια καλής προσαρμογής



$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}$	<p><b>Μέσο τετραγωνικό σφάλμα:</b> Αν το σφάλμα υψωθεί σε μεγαλύτερη άρτια δύναμη, δίνεται έμφαση στην αναπαραγωγή των υψηλών τιμών των παρατηρήσεων</p>
$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}$	<p><b>Αποτελεσματικότητα (efficiency, ή Nash-Sutcliffe Efficiency, NSE):</b> Συγκρίνει τη διασπορά του μοντέλου προς τη διασπορά των σφαλμάτων, λαμβάνοντας τιμές από <math>-\infty</math> μέχρι 1 (τέλεια προσαρμογή)· η μηδενική τιμή υποδηλώνει ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων, ήτοι η στοιχειώδης πρόγνωση <math>y'_i = \mu_y</math>, αποτελεί εξίσου καλή εκτιμήτρια με το μοντέλο</p>
$BIAS = \frac{\mu'_y - \mu_y}{\mu_y}$	<p><b>Μεροληψία (bias):</b> Εκφράζει την απόκλιση της μέσης τιμής του μοντέλου σε σχέση με των παρατηρήσεων (στη γραμμική παλινδρόμηση, είναι εξ ορισμού μηδενική)</p>
$KGE = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + \left(\frac{\sigma'_y}{\sigma_y} - 1\right)^2 + \left(\frac{\mu'_y}{\mu_y} - 1\right)^2}$	<p><b>Kling-Gupta Efficiency:</b> Εναλλακτική έκφραση της NSE, ελέγχει τρία στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, διασπορά, συντελεστής συσχέτισης)</p>

# Ποιο μοντέλο; Πόσες παράμετροι;



«Πραγματικό» φαινόμενο:  $y = 1.4x + 20$

**Μετρήσεις:**  $y_m = y + w$ , όπου  $w$  τυχαία διαταραχή από κανονική κατανομή  $N(0, \sigma)$ , με διασπορά  $\sigma_y^2$  ανάλογη του μετρούμενου μεγέθους  $y$  (σφάλμα μέτρησης)

**Μοντέλο Α:** γραμμικό, 2 παράμετροι,  $r^2 = 0.875$

**Μοντέλο Β:** εκθετικό, 2 παράμετροι,  $r^2 = 0.731$

**Μοντέλο Γ:** πολυώνυμο 6ης τάξης, 7 παράμετροι,  $r^2 = 0.924$

**Μοντέλο Δ:** μη γραμμικό μοντέλο «καρικατούρα»,  $n + 1$  παράμετροι για δείγμα  $n$  μετρήσεων,  $r^2 = 1$

# Η αρχή της φειδούς (principle of parsimony)

---

- Θεμελιώδης απαίτηση μαθηματικών και στατιστικών μοντέλων, σύμφωνα με την οποία ένα μοντέλο που βαθμονομείται με στατιστικές μεθόδους προσαρμογής οφείλει να έχει την απλούστερη δυνατή παραμετροποίηση.
- Ισοδύναμα πορίσματα:
  - Οι παράμετροι ενός μοντέλου πρέπει να είναι τόσες όσες μπορούν να υποστηρίξουν τα δεδομένα παρατηρήσεων, με βάση τα οποία γίνεται η βαθμονόμησή τους.
  - Η κατάλληλη δομή ενός μοντέλου είναι αυτή που επιτυγχάνει τη βέλτιστη (ή σχεδόν βέλτιστη) προσαρμογή με το ελάχιστο πλήθος παραμέτρων.
- **Υπο-παραμετροποίηση:** Υπερβολικά αδρομερής δομή μοντέλου, ανεπιτυχής αναπαράσταση (ή και απόκρυψη) ουσιωδών διεργασιών του συστήματος, εξαιτίας της εφαρμογής αδικαιολόγητα μικρού αριθμού παραμέτρων
  - Συστηματικά κακή προσαρμογή μοντέλου
- **Υπερ-παραμετροποίηση:** Υπερβολικά λεπτομερής δομή μοντέλου, με χρήση περισσότερων παραμέτρων από όσες επιβάλουν η πολυπλοκότητα του συστήματος και οι ανάγκες της μελέτης, και τις οποίες μπορούν να υποστηρίξουν τα διαθέσιμα δείγματα παρατηρήσεων
  - Παραπλανητικά καλή προσαρμογή μοντέλου (υπερπροσαρμογή, overfitting)

# Υδρολογικά μοντέλα

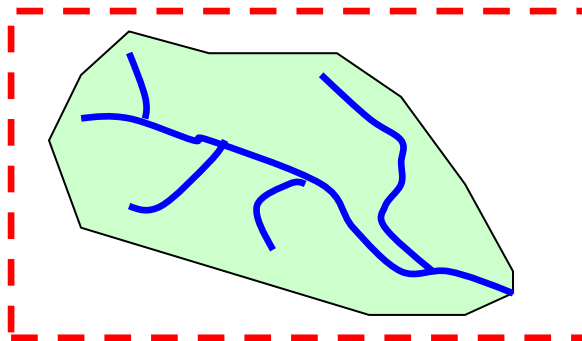
- **Ορισμός:** Ως υδρολογικό μοντέλο νοείται ένα σύνολο μαθηματικών μετασχηματισμών που χρησιμοποιούν δεδομένα πεδίου και εύλογες υποθέσεις σχετικά με τις διεργασίες του υδρολογικού κύκλου και τις αλληλεπιδράσεις τους, με στόχο την ποσοτική εκτίμηση των μεταβλητών ενδιαφέροντος (π.χ. απορροή).
- Η γενική μαθηματική αναπαράσταση ενός υδρολογικού μοντέλου είναι:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{s}_0, \mathbf{s}_b]$$

όπου  $\mathbf{x}(t)$  οι μεταβλητές εισόδου του μοντέλου (χρονοσειρές φόρτισης),  $\mathbf{y}(t)$  οι μεταβλητές εξόδου (χρονοσειρές απόκρισης),  $\boldsymbol{\lambda}$  τα μετρήσιμα μεγέθη του φυσικού συστήματος (π.χ. έκταση λεκάνης),  $\boldsymbol{\theta}$  τα μη μετρήσιμα μεγέθη (παράμετροι),  $\mathbf{s}_0$  οι τιμές των μεταβλητών στην αρχή της προσομοίωσης (αρχικές συνθήκες) και  $\mathbf{s}_b$  οι τιμές των μεταβλητών στα όρια του συστήματος (οριακές συνθήκες).

- Κατά κανόνα, τα υδρολογικά μοντέλα είναι διακριτού χρόνου ( $t = 1, \dots, N$ ).

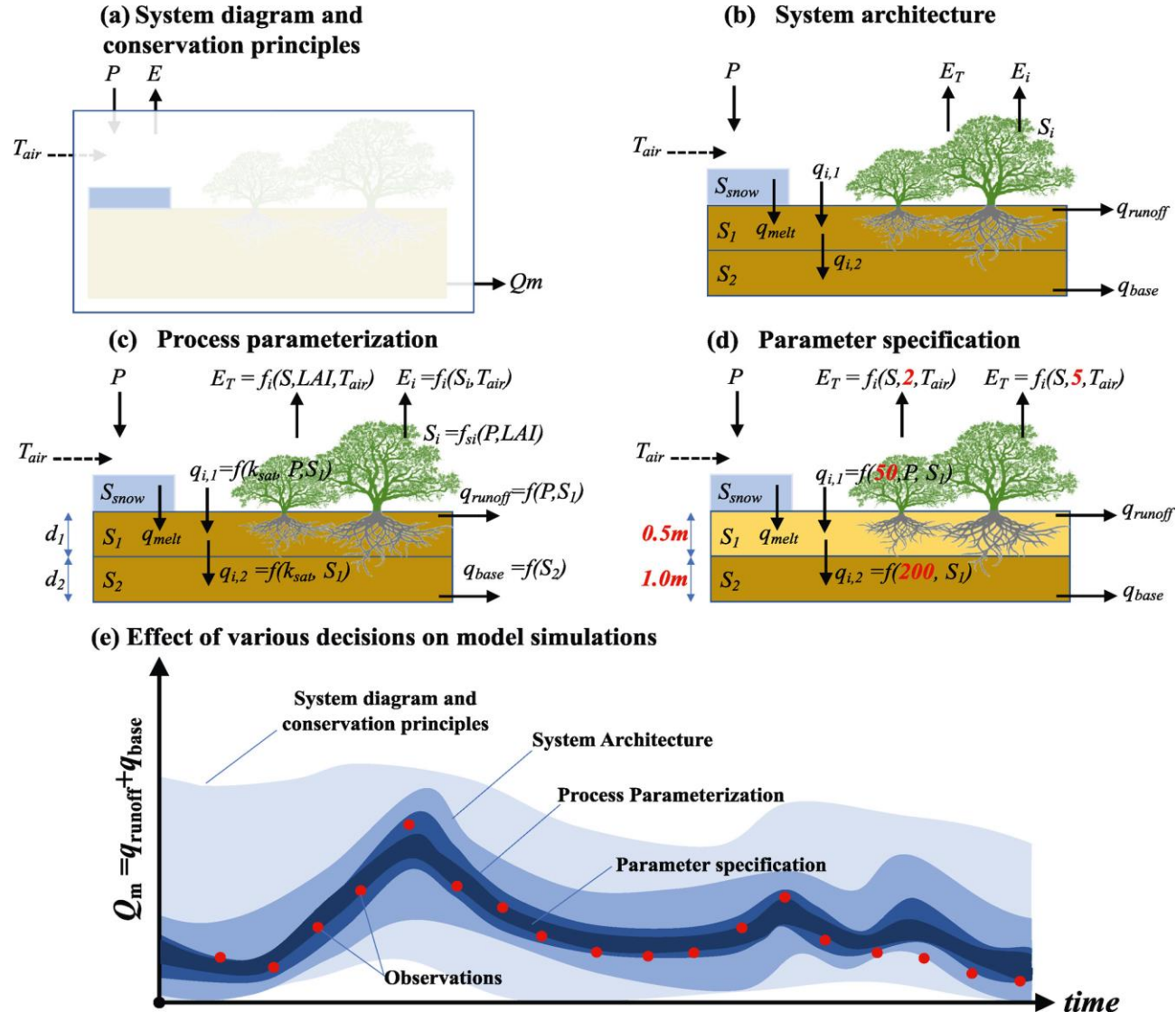
Φορτίσεις,  $\mathbf{x}(t)$  :  
βροχή, δυνητική  
εξατμοδιαπνοή,  
απολήψεις κλπ.



Αποκρίσεις,  $\mathbf{y}(t)$  :  
απορροή, πραγματική  
εξατμοδιαπνοή,  
εκφόρτιση υπόγειων  
νερών κλπ.

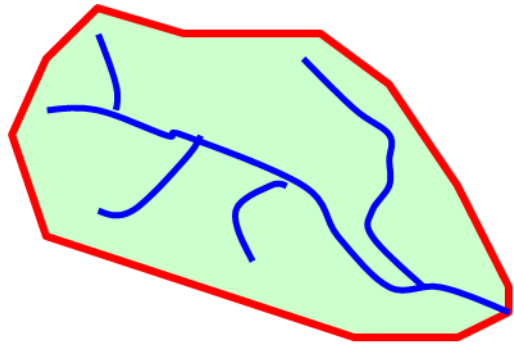
# «Χτίζοντας» ένα υδρολογικό μοντέλο

- Προσδιορισμός ορίων υδρολογικού συστήματος (εξίσωση ισοζυγίου)
- Αρχιτεκτονική μοντέλου (είσοδοι ή φορτίσεις, έξοδοι ή αποκρίσεις, εσωτερικές ροές, μεταβλητές κατάστασης)
- Παραμετροποίηση υδρολογικών διεργασιών (παραμετρικές μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των ροών)
- Εκτίμηση παραμέτρων (μέσω βαθμονόμησης ή/και εμπειρικά)

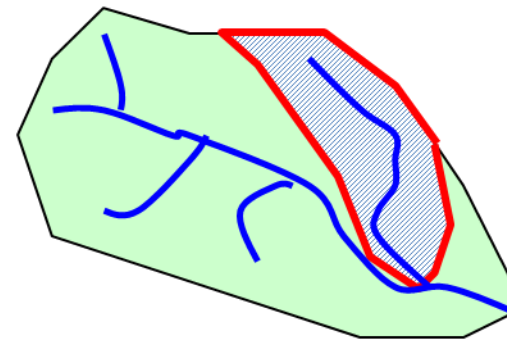


Πηγή: Gharari et al., 2021

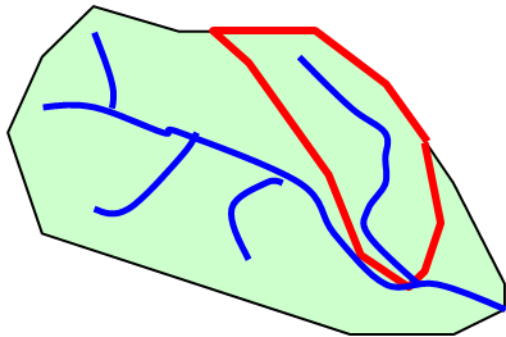
# Σχηματοποίηση και παραμετροποίηση υδρολογικών μοντέλων



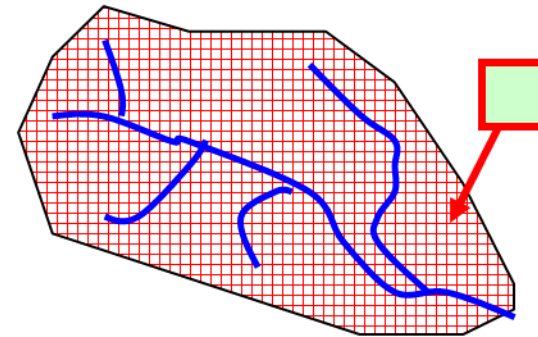
Αδιαμέριστα (lumped)



Ημι-κατανεμημένα (semi-distributed)



Ημι-αδιαμέριστα (semi-lumped)

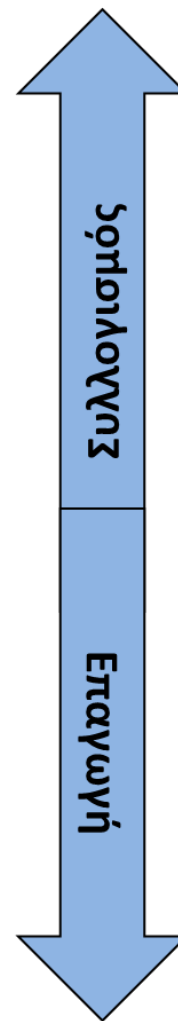


Κατανεμημένα (distributed)



# Μαθηματικές δομές μοντέλων

Κατηγορία μοντέλων	Μαθηματικό υπόβαθρο	Πλήθος και φυσική συνέπεια παραμέτρων
Φυσικής βάσης (physically-based)	Θεωρητικές εξισώσεις ροής, ημιεμπειρικές σχέσεις από πειραματικά δεδομένα	Πολύ μεγάλο πλήθος θεωρητικών ή μετρήσιμων (;) ιδιοτήτων πεδίου, με φυσική συνέπεια σε πολύ μικρή (απειροστή;) χωρική κλίμακα
Εννοιολογικά (conceptual)	Παραμετρικές σχέσεις σε απλοποιημένες δομές, που αναπαριστούν τις βασικές διεργασίες του συστήματος	Μικρός αριθμός παραμέτρων που αντιπροσωπεύουν τα βασικά μακροσκοπικά χαρακτηριστικά της λεκάνης
Στατιστικά ή στοχαστικά	Σχέσεις που αναπαράγουν την στατιστική δομή των παρατηρημένων δειγμάτων	Στοιχειώδης φυσική συνέπεια, ελεγχόμενη (από το μοντέλο) στατιστική συνέπεια
Συσχέτισης δεδομένων (data-driven) ή μαύρου κουτιού (black-box)	Μετασχηματισμοί των δεδομένων εισόδου για την εξαγωγή σύνθετων σχέσεων αιτίου-αποτελέσματος (π.χ. νευρωνικά δίκτυα)	Πολύ μεγάλος αριθμός μαθηματικών συντελεστών, χωρίς καμία φυσική ερμηνεία



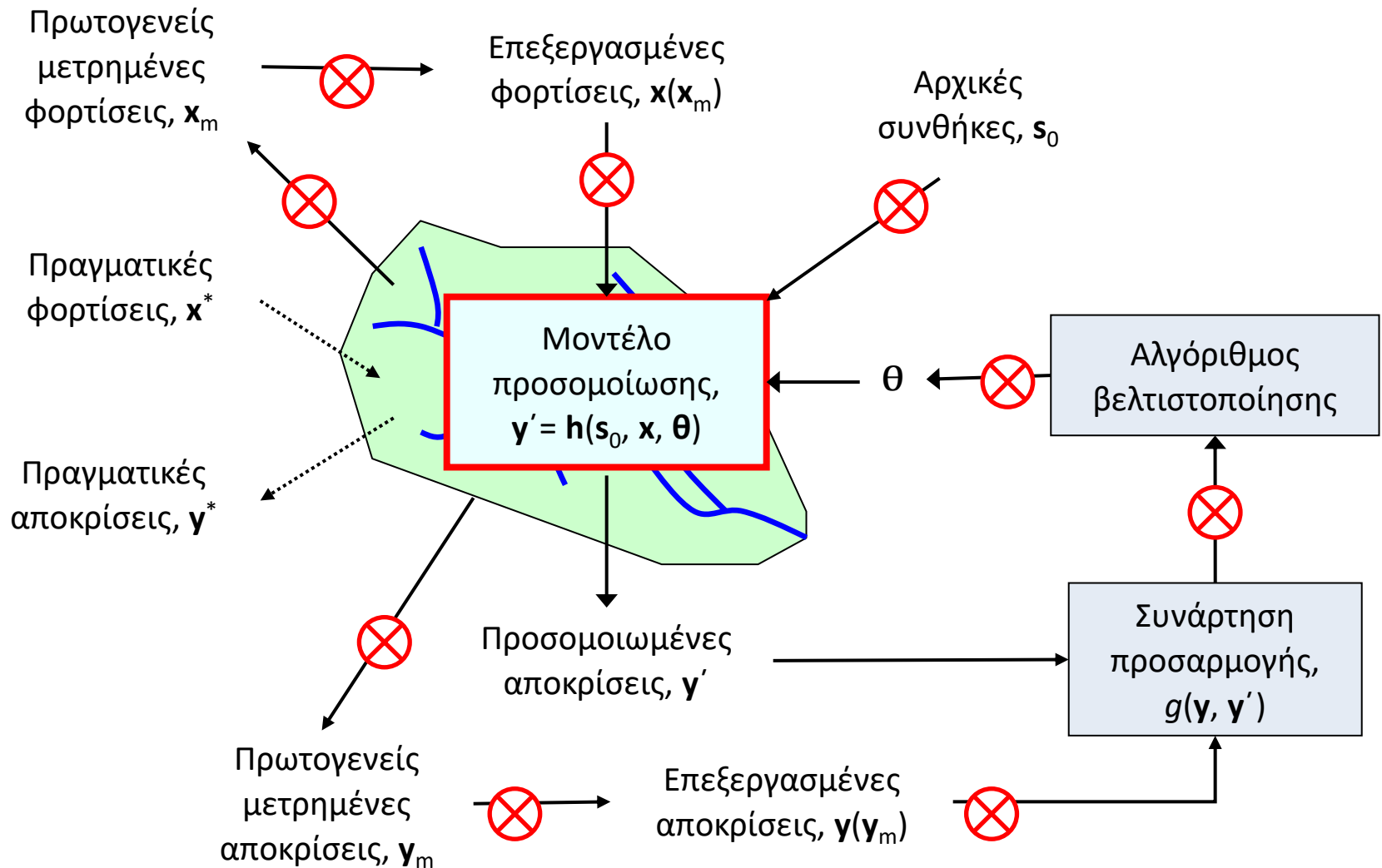
# Αυτόματη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων: κλασική προσέγγιση

---

- Η διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων ενός υδρολογικού μοντέλου (γνωστή ως το **αντίστροφο υδρολογικό πρόβλημα**) μπορεί να αυτοματοποιηθεί ως εξής:
  - Επιλέγεται ένα δείγμα μετρημένων (παρατηρημένων) αποκρίσεων (συνήθως θεωρείται η χρονοσειρά παροχής στην έξοδο της λεκάνης).
  - Επιλέγεται ένα μέτρο προσαρμογής του μοντέλου στις παρατηρήσεις (συνήθως χρησιμοποιείται ο δείκτης αποτελεσματικότητας).
  - Διατυπώνεται το πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης (στοχική συνάρτηση, μεταβλητές ελέγχου, εφικτά όρια παραμέτρων).
  - Επιλέγεται κατάλληλος αλγόριθμος για την αναζήτηση των πλέον πρόσφορων τιμών των παραμέτρων, με εύλογο αριθμό δοκιμών.
- Μετά τη βαθμονόμηση, ελέγχεται πάντοτε η επίδοση των βελτιστοποιημένων παραμέτρων του μοντέλου σε μια ανεξάρτητη (κατά κανόνα μεταγενέστερη) χρονική περίοδο (επαλήθευση, validation) – με τη διαδικασία αυτή αξιολογείται η *προγνωστική ικανότητα* (predictive capacity) του μοντέλου.
- Τα σύγχρονα μοντέλα, που χαρακτηρίζονται από υψηλές απαιτήσεις σε δεδομένα, έντονο υπολογιστικό φόρτο και μεγάλο αριθμό παραμέτρων, η εφαρμογή της διαδικασίας καθίσταται, στην πράξη, προβληματική.



# Αυτόματη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων: ένα υπολογιστικό «παιχνίδι»;



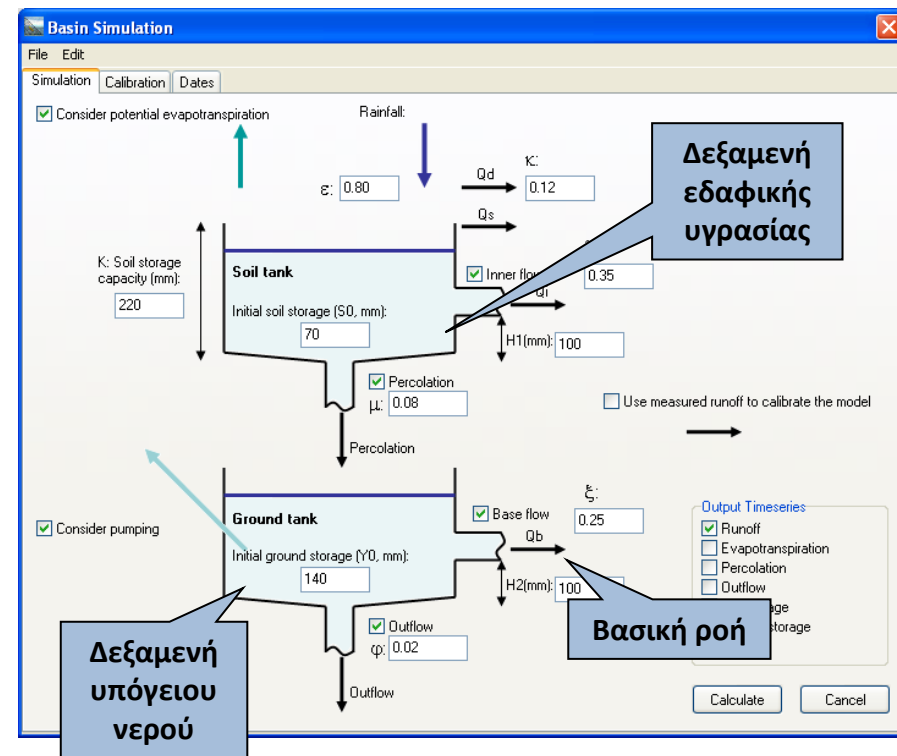
# Η έννοια της αβεβαιότητας στη βαθμονόμηση των υδρολογικών μοντέλων

---

- ❑ **Μαθηματική δομή μοντέλου:** Υπερβολικά αδρή αναπαράσταση των φυσικών διεργασιών, έως και απόκρυψη σημαντικών πτυχών του υδρολογικού κύκλου (υπο-παραμετροποίηση) ή χρήση περισσότερων παραμέτρων από όσες μπορούν να υποστηρίξουν η πολυπλοκότητα των φυσικών διεργασιών, σε συνδυασμό με τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα (υπερ-παραμετροποίηση).
- ❑ **Αντιπροσωπευτικότητα πληροφορίας:** Προσαρμογή σε δείγματα που δεν καλύπτουν όλο το φάσμα των υδρολογικών καταστάσεων της λεκάνης, τόσο των «μέσων» όσο και των «ακραίων».
- ❑ **Σφάλματα δεδομένων:** Οι ιστορικές χρονοσειρές φορτίσεων και αποκρίσεων προέρχονται από την επεξεργασία πρωτογενών μετρήσεων. Τόσο οι μετρήσεις όσο και οι επεξεργασίες υπόκειται σε συστηματικά και τυχαία σφάλματα.
- ❑ **Αρχικές και οριακές συνθήκες:** Οι συνθήκες εκκίνησης της προσομοίωσης (υγρασία εδάφους, αποθήκευση υπόγειου νερού), είναι μη μετρήσιμες και, συνεπώς, άγνωστες.
- ❑ **Στοχική συνάρτηση:** Η βαθμονόμηση με χρήση διαφορετικών μέτρων καλής προσαρμογής, καθώς και η επιλογή διαφορετικών περιόδων ελέγχου, οδηγεί σε βέλτιστες τιμές παραμέτρων που διαφέρουν, και ενδεχομένως σημαντικά.

# Παράδειγμα: Προσαρμογή μοντέλου Ζυγός στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού

- Μηνιαία δεδομένα εισόδου (περίοδος προσομοίωσης 1984-1994):
  - Χρονοσειρές εισόδου (βροχόπτωση, δυνητική εξατμοδιαπνοή, απολήψεις από επιφανειακά νερά και γεωτρήσεις)·
  - Χρονοσειρά έλεγχου: απορροή στην έξοδο της λεκάνης·
- Υδρολογικά χαρακτηριστικά λεκάνης:
  - Σημαντική συνεισφορά βασικής ροής (καρστικό σύστημα), με σχετικά μικρή μεταβλητότητα·
  - Ξηρό υδροκλιματικό καθεστώς, υψηλές απώλειες εξατμοδιαπνοής·
  - Απώλειες λόγω διαφυγών·
- Επιπλέον δεδομένα ελέγχου:
  - Μέση τιμή και τυπική απόκλιση χρονοσειράς βασικής απορροής (συνάθροιση δειγμάτων παροχής έξι ομάδων καρστικών πηγών)·

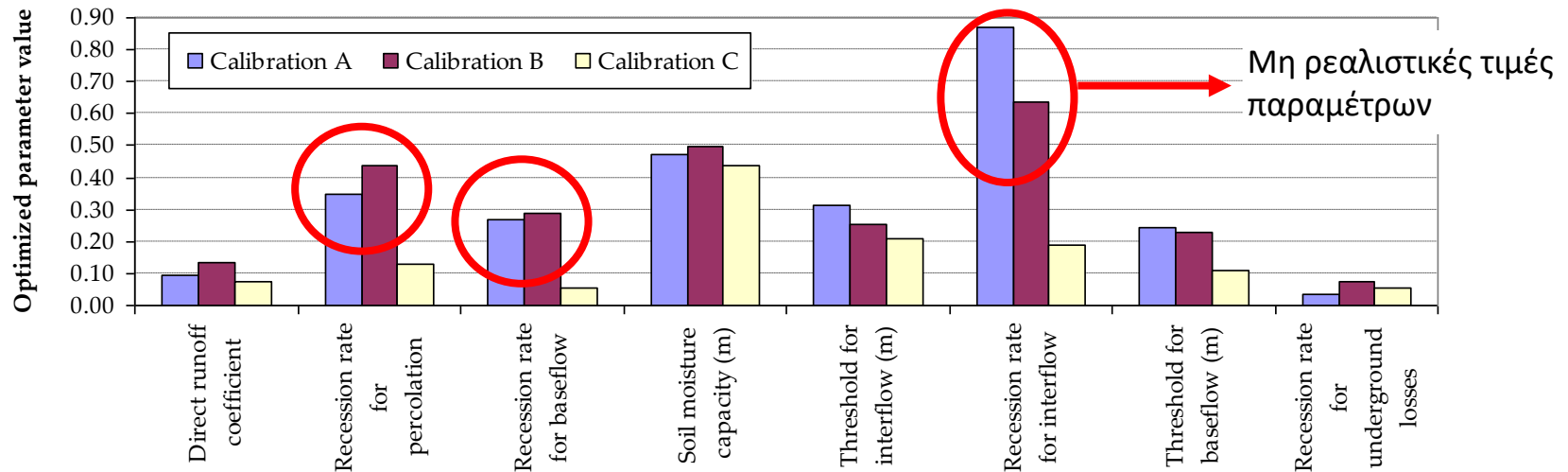
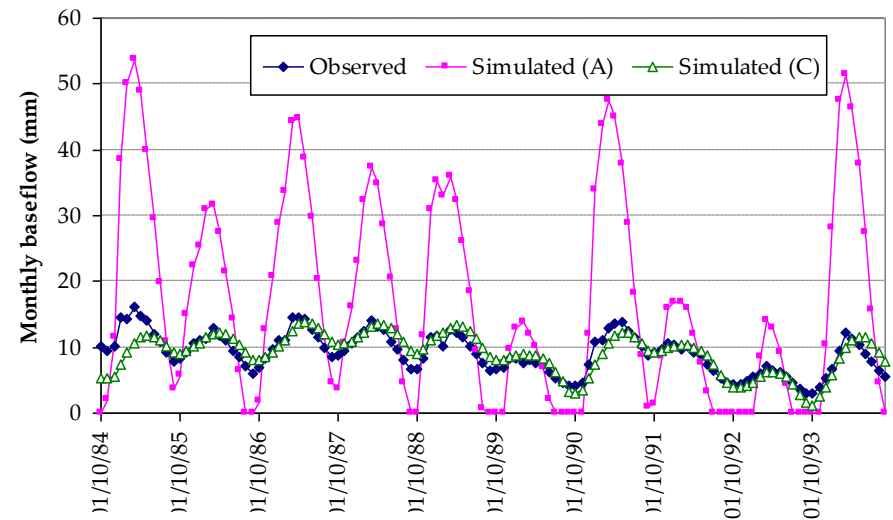
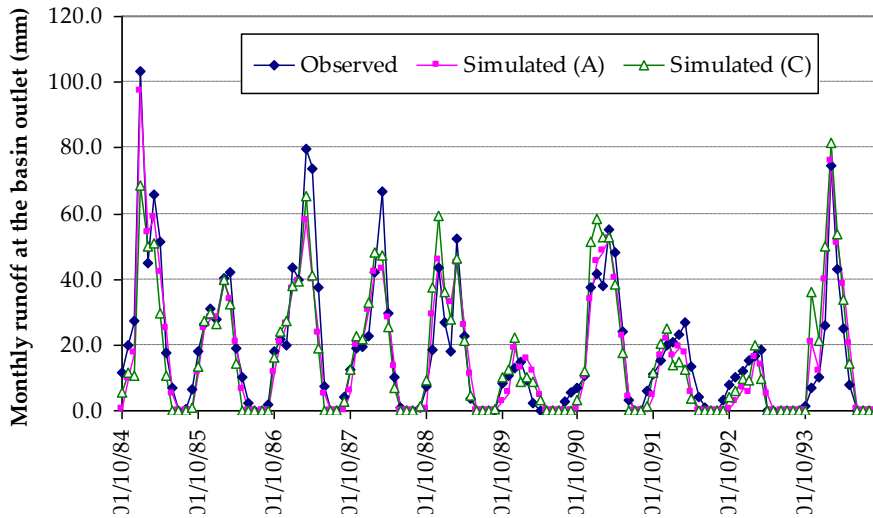


# Παράδειγμα: Σενάρια βαθμονόμησης

---

- **Σενάριο Α:** Μοναδικό κριτήριο, αποτελεσματικότητα μεταξύ υπολογισμένης και μετρημένης χρονοσειράς απορροής
  - Πολύ ικανοποιητική αναπαραγωγή παρατηρημένης απορροής (EFF = 0.878).
  - Μη ρεαλιστική διακύμανση απορροής πηγών (σχεδόν διπλάσια μέση τιμή, σχεδόν τετραπλάσια τυπική απόκλιση)
- **Σενάριο Β:** Προσθήκη συνάρτησης ποινής, ώστε να ελαχιστοποιείται το σφάλμα αναπαραγωγής των στατιστικών μεγεθών (μέση τιμή, διασπορά) των πηγών
  - Μείωση του δείκτη αποτελεσματικότητας από 0.878 σε 0.784.
  - Ρεαλιστική απορροή πηγών, πολύ κοντά στη συνολικά παρατηρημένη.
  - Μη ρεαλιστικό μέσο υδατικό ισοζύγιο λεκάνης (απαράδεκτα χαμηλή μέση ετήσια εξατμοδιαπνοή, ίση περίπου με το 1/3 της ετήσιας βροχόπτωσης).
- **Σενάριο Γ:** Προσθήκη εμπειρικού όρου στη στοχική συνάρτηση, ώστε να μεγιστοποιείται η παραγωγή εξατμοδιαπνοής
  - Ικανοποιητική αναπαραγωγή της συνολικής απορροής εξόδου (EFF = 0.807) και των στατιστικών χαρακτηριστικών της βασικής απορροής.
  - Αύξηση απωλειών εξατμοδιαπνοής σε 50% της μέσης ετήσιας βροχόπτωσης.
  - Ευλογοφανείς τιμές παραμέτρων.

# Παράδειγμα: Αποτελέσματα προσομοιώσεων



**Πηγή:** Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, On the practical use of multiobjective optimisation in hydrological model calibration, *EGU General Assembly 2009, Geophysical Research Abstracts*, 11, Vienna, 2326, 2009 (<http://itia.ntua.gr/el/docinfo/901/>)

# Τελικές επισημάνσεις: Πώς μπορεί να εξασφαλιστεί μια εύρωστη βαθμονόμηση;

---

- Η κύρια δυσκολία στη βαθμονόμηση έγκειται στην ύπαρξη πολλών συνδυασμών παραμέτρων, που παράγουν *ισοδύναμα καλές αποκρίσεις* της λεκάνης (στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται ο όρος *equifinality*), γεγονός που συνεπάγεται μεγάλη αβεβαιότητα ως προς την πρακτική χρήση του μοντέλου ως εργαλείου λήψης αποφάσεων (για υδρολογικό σχεδιασμό ή προγνώσεις).
- Η αβεβαιότητα ελέγχεται καλύτερα όταν για την εκτίμηση των παραμέτρων αξιοποιούνται στο μέγιστο βαθμό όλα τα διαθέσιμα υδρολογικά δεδομένα (μετρήσεις), σε συνδυασμό με την υδρολογική εμπειρία (*υβριδική βαθμονόμηση*).
- Μια εύρωστη (robust) βαθμονόμηση οφείλει να εξασφαλίζει:
  - ικανοποιητική αναπαραγωγή των παρατηρημένων αποκρίσεων κάτω από διαφορετικές συνθήκες φορτίσεων·
  - συνέπεια των βελτιστοποιημένων τιμών των παραμέτρων ως προς το φυσικό-εννοιολογικό τους υπόβαθρο·
  - ρεαλιστική δίαιτα των μη ελεγχόμενων (από μετρήσεις) αποκρίσεων και εύλογη κατανομή των υδατικών πόρων της λεκάνης (υδατικό ισοζύγιο).
- Γενικά, η χρήση μοντέλων *φειδωλών σε παραμέτρους* περιορίζει την αβεβαιότητα και συνεπάγεται πιο ευσταθή και πιο αξιόπιστα μαθηματικά σχήματα.

# Υδρολογική βαθμονόμηση: επιλεγμένα άρθρα (1)

- Ajami, N. K., H. Gupta, H., T. Wagener, and S. Sorooshian, Calibration of a semi-distributed hydrologic model for streamflow estimation along a river system, *J. Hydrol.*, 298(1-4), 112–135, 2004.
- Andréassian, V., C. Perrin, L. Berthet, N. Le Moine, J. Lerat, C. Loumagne, L. Oudin, T. Mathevet, M.-H. Ramons, and A. Valéry, Crash tests for a standardized evaluation of hydrological models, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 13, 1757–1764, 2009.
- Andréassian, V., N. Le Moine, C. Perrin, M. H. Ramos, L. Oudin, T. Mathevet, J. Lerat, and L. Berthet, All that glitters is not gold: The case of calibrating hydrological models, *Hydrol. Processes*, 26, 2206–2210, 2012.
- Arsenault, R., F. Brissette, and J.-L. Martel, The hazards of split-sample validation in hydrological model calibration, *J. Hydrol.*, 566, 346–362, 2018.
- Bardossy, A., Calibration of hydrological model parameters for ungauged catchments, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 11, 703–710, 2007.
- Bennett, N. D., B. F. W. Croke, G. Guariso, J. H. A. Guillaume, S. H. Hamilton, A. J. Jakeman, S. Marsili-Libelli, L. T. H. Newham, J. P. Norton, C. Perrin, S. A. Pierce, B. Robson, R. Seppelt, A. A. Voinov, B. D. Fath, and V. Andréassian, Characterising performance of environmental models, *Environ. Mod. Soft.*, 40, 1–20, 2013.
- Beven, K. J., and A. M. Binley, The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction, *Hydrol. Proces.*, 6, 279–298, 1992.
- Beven, K. J., and J. Freer, Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology, *J. Hydrol.*, 249, 11–29, 2001.
- Boyle, D. P., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Toward improved calibration of hydrologic models: Combining the strengths of manual and automatic methods, *Water Resour. Res.*, 36(12), 3663–3674, 2000.
- Brigode, P., L. Oudin, L., and C. Perrin, Hydrological model parameter instability: a source of additional uncertainty in estimating the hydrological impacts of climate change? *J. Hydrol.*, 476, 410–425, 2013.
- Broderick, C., T. Matthews, R. L. Wilby, S. Bastola, and C. Murphy, Transferability of hydrological models and ensemble averaging methods between contrasting climatic periods, *Water Resour. Res.*, 52, 8343–8373, 2016.
- Coron, L., V. Andréassian, C. Perrin, J. Lerat, J., Vaze, M. Bourqui, and F. Hendrickx, Crash testing hydrological models in contrasted climate conditions: An experiment on 216 Australian catchments, *Water Resour. Res.*, 48, W05552. doi:10.1029/2011WR011721, 2012.

## Υδρολογική βαθμονόμηση: επιλεγμένα άρθρα (2)

---

- Coron, L., V. Andréassian, C. Perrin, M. Bourqui, and F. Hendrickx, On the lack of robustness of hydrologic models regarding water balance simulation: A diagnostic approach applied to three models of increasing complexity on 20 mountainous catchments, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18(2), 727–746, 2014.
- Dakhlaoui, H., D. Ruelland, and Y. Tramblay, A bootstrap-based differential split-sample test to assess the transferability of conceptual rainfall-runoff models under past and future climate variability, *J. Hydrol.*, 575, 470–486, 2019.
- Dakhlaoui, H., D. Ruelland, Y. Tramblay, and Z. Bargaoui, Evaluating the robustness of conceptual rainfall-runoff model under climate variability in northern Tunisia, *J. Hydrol.*, 550, 201-217, 2017.
- Duan, Q., S. Sorooshian, and V. Gupta, Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 28(4), 1015-1031, 1992.
- Duethmann, D., G. Blöschl, and J. Parajka, Why does a conceptual hydrological model fail to correctly predict discharge changes in response to climate change?, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 24, 3493–3511, 2020.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, One decade of multiobjective calibration approaches in hydrological modelling: a review, *Hydrol. Sci. J.*, 55(1), 58–78, 2010.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Hydrological modelling of temporally-varying catchments: Facets of change and the value of information, *Hydrol. Sci. J.*, 60(7-8), 1438–1461, 2015.
- Finger, D., M. Vis, M. Huss, and J. Seibert, The value of multiple data set calibration versus model complexity for improving the performance of hydrological models in mountain catchments, *Water Resour. Res.*, 51, 1939-1958, 2015.
- Fowler, K. J. A., M. C. Peel, A. W. Western, L. Zhang, and T. J. Peterson, Simulating runoff under changing climatic conditions: Revisiting an apparent deficiency of conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 52, 1820–1846, 2016.
- Fowler, K., G. Coxon, J. Freer, M. Peel, T. Wagener, A. Western, R. Woods, and L. Zhang, Simulating runoff under changing climatic conditions: A framework for model improvement, *Water Resour. Res.*, 54, 9812-9832, 2018.
- Gan, T. Y., E. M. Dlamini, and G. F. Biftu, Effects of model complexity and structure, data quality, and objective functions on hydrologic modelling, *J. Hydrol.*, 192, 81-103, 1997.
- Gharari, S., H. V. Gupta, M. P. Clark, M. Hrachowitz, F. Fenicia, P. Matgen, and H. H. G. Savenije, Understanding the information content in the hierarchy of model development decisions: Learning from data, *Water Resour. Res.*, 57(6), 2021.
- Gharari, S., M. Hrachowitz, F. Fenicia, and H. H. G. Savenije, An approach to identify time consistent model parameters: sub-period calibration, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, 149–161, 2013.



# Υδρολογική βαθμονόμηση: επιλεγμένα άρθρα (3)

---

- Gupta, V. K., and S. Sorooshian, The relationship between data and the precision of parameter estimates of hydrological models, *J. Hydrol.*, 81(1–2), 57–77, 1985.
- Gupta, H. V., S. Sorooshian, and P. O. Yapo, Toward improved calibration of hydrologic models: Multiple and non-commensurable measures of information, *Water Resour. Res.*, 34(4), 751-763, 1998.
- Gupta, H. V., H. Kling, K. K. Yilmaz, and G. F. Martinez, Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: Implications for improving hydrological modelling, *J. Hydrol.*, 377(1-2), 80–91, 2009.
- Jaafar, A. B., and Z. Bargaoui, Generalized split-sample test interpretation using rainfall-runoff information gain, *J. Hydrol. Eng.*, 25(1), 04019057, 2020.
- Juston, J., J. Seibert, and P. O. Johansson, Temporal sampling strategies and uncertainty in calibrating a conceptual hydrological model for a small boreal catchment, *Hydrol. Process.*, 23, 3093–3109, 2009.
- Klemeš, V., Operational testing of hydrological simulation models, *Hydrol. Sci. J.*, 31(1), 13-24, 1986.
- Kuczera, G., and M. Mroczkowski, Assessment of hydrologic parameter uncertainty and the worth of multiresponse data, *Water Resour. Res.*, 34(6), 1481-1489, 1998.
- Madsen, H., G. Wilson, and H. C. Ammentorp, Comparison of different automated strategies for calibration of rainfall-runoff models, *J. Hydrol.*, 261, 48-59, 2002.
- McCuen, R. H., Z. Knight, and A. G. Cutter, Evaluation of the Nash-Sutcliffe efficiency index, *J. Hydrol. Eng.*, 11(6), 597-602, 2006.
- Merz, R., J. Parajka, and G. Blöschl, Time stability of catchment model parameters: implications for climate impact analyses, *Water Resour. Res.*, 47(2), W02531, 2013.
- Mohammed, S. A., D. P. Solomatine, M. Hrachowitz, and M. A. Hamouda, Impact of dataset size on the signature-based calibration of a hydrological model, *Water*, 13(7), 970, 2021.
- Mroczkowski, M., G. P. Raper, and G. Kuczera, The quest for more powerful validation of conceptual catchment models, *Water Resour. Res.*, 33(10), 2325-2335, 1997.
- Myers, D. T., D. L. Ficklin, S. M. Robeson, R. P. Neupane, A. Botero-Acosta, and P. M. Avellaneda, Choosing an arbitrary calibration period for hydrologic models: How much does it influence water balance simulations?, *Hydrol. Process.*, 35(2), e14045, 2021.
- Nalbantis, I., A. Efstratiadis, E. Rozos, M. Kopsiafti, and D. Koutsoyiannis, Holistic versus monomeric strategies for hydrological modelling of human-modified hydrosystems, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 15, 743-758, 2011.

# Υδρολογική βαθμονόμηση: επιλεγμένα άρθρα (4)

---

- Perrin, C., L. Oudin, V. Andreassian, C. Rojas-Serna, C. Michel, and T. Mathevet, Impact of limited streamflow data on the efficiency and the parameters of rainfall-runoff models, *Hydrol. Sci. J.*, 52, 131–151, 2007.
- Razavi, S., and B. A. Tolson, An efficient framework for hydrologic model calibration on long data periods, *Water Resour. Res.*, 49, 8418-8431, 2013.
- Refsgaard, J. C., Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *J. Hydrol.*, 198, 69-97, 1997.
- Seibert, J., and J. J. McDonnell, On the dialog between experimentalist and modeler in catchment hydrology: Use of soft data for multicriteria model calibration, *Water Resour. Res.*, 38(11), 23-1-23-14, 2002.
- Seibert, J., Reliability of model predictions outside calibration conditions, *Nord. Hydrol.*, 34(5), 477–492, 2003.
- Singh, S.L., and A. Bárdossy, Calibration of hydrological models on hydrologically unusual events, *Adv. Water Resour.*, 38, 81-91, 2012.
- Sorooshian, S., V. K. Gupta, and J. L. Fulton, Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: Influence of calibration data variability and length on model credibility, *Water Resour. Res.*, 19(1), 251-259, 1983.
- Stephens, C. M., L. A. Marshall, F. M. Johnson, L. Lin, L. E. Band, and H. Ajami, Is past variability a suitable proxy for future change? A virtual catchment experiment, *Water Resour. Res.*, 56, e2019WR026275, 2020.
- Thirel, G., V. Andréassian, and C. Perrin, C., On the need to test hydrological models under changing conditions. *Hydrol. Sci. J.*, 60(78), 1165–1173. 2015.
- Vormoor, K., M. Heistermann, A. Bronstert, and D. Lawrence, Hydrological model parameter (in)stability – “crash testing” the HBV model under contrasting flood seasonality conditions, *Hydrol. Sci. J.*, 63(7), 991-1007, 2018.
- Vrugt, J. A., H. V. Gupta, L. A. Bastidas, W. Bouten, and S. Sorooshian, Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models, *Water Resour. Res.*, 39(8), 1214, 2003.
- Wagener, T., D. P. Boyle, M. J. Lees, H. S. Wheater, H. V. Gupta, and S. Sorooshian, A framework for development and application of hydrological models, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 5(1), 13-26, 2001.
- Yapo, P. O., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data, *J. Hydrol.*, 181, 23-48, 1996.
- Zhao, B., J. Mao, Q. Dai, D. Han, H. Daiand, and G. Rong, Exploration on hydrological model calibration by considering the hydro-meteorological variability, *Hydrol. Research*, 51(1), 30-46, 2020.