



ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΚΑΙ  
ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ ΠΡΩΤΕΥΟΥΣΑΣ  
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών  
και Θαλάσσιων Έργων

# ΕΚΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΟΠΤΕΙΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΤΗΣ ΑΘΗΝΑΣ

Τεύχος 23:

Κασταλία (έκδοση 2.0)

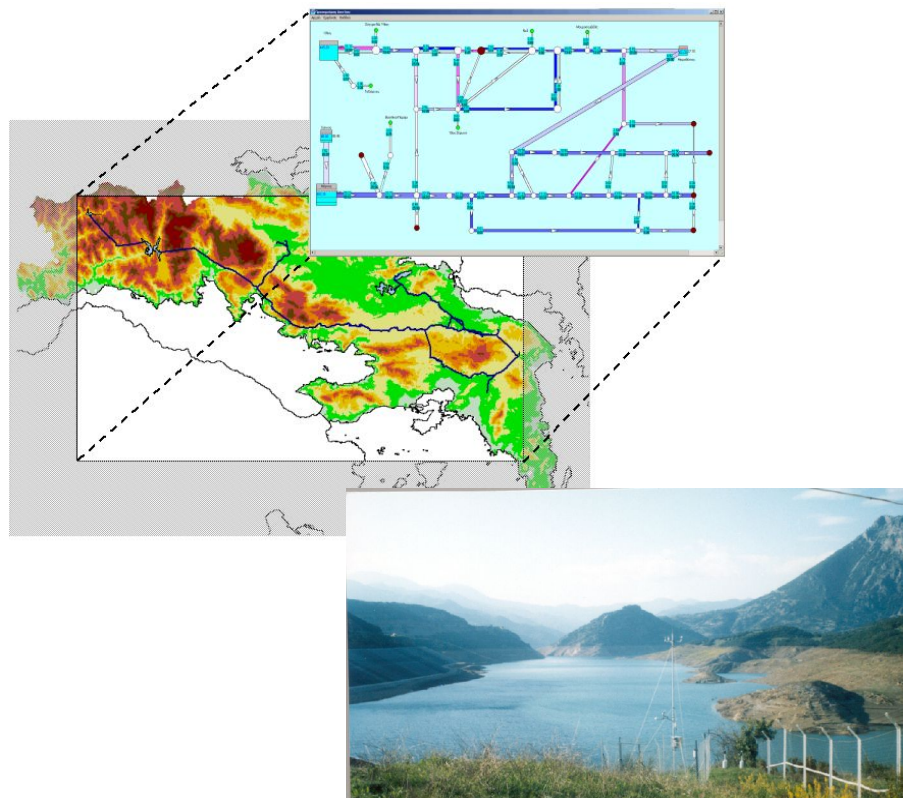
Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών

Επιστημονικός  
υπεύθυνος:

Δ. Κουτσογιάννης,  
Αν. Καθηγητής

Σύνταξη:

Α. Ευστρατιάδης,  
Δ. Κουτσογιάννης



Αθήνα, Ιανουάριος 2004



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στα πλαίσια του ερευνητικού έργου με τίτλο «*Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*», αναπτύχθηκε ένα επιχειρησιακό σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης υδρολογικών μεταβλητών. Ειδικότερα, αναπτύχθηκε ένα πρωτότυπο σχήμα στοχαστικής ανάλυσης πολλών μεταβλητών και δύο χρονικών επιπέδων, κατάλληλο αφενός για την διατήρηση των ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών χρονοσειρών και αφετέρου για την αναπαραγωγή χαρακτηριστικών ιδιαιτεροτήτων των υδρολογικών ανεξίτητων, όπως της εμμονής, της περιοδικότητας και της ασυμμετρίας. Το μαθηματικό μοντέλο υλοποιήθηκε μέσω του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία* και χρησιμοποιείται για την παραγωγή συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών στα πλαίσια των μοντέλων προσομοίωσης που είναι συνιστώσες του συστήματος υποστήριξης αποφάσεων για τη διαχείριση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας.

## ABSTRACT

Within the framework of the project entitled “*Modernization of the supervision and management of the water resources for water supply of Athens*”, an operational system was developed for the stochastic simulation and forecast of hydrologic variables. More specifically, an original two-level multivariate scheme was introduced, appropriate for preserving the most important statistics of the historical time series and reproducing characteristic peculiarities of hydrologic processes such as persistence, periodicity and skewness. The mathematical model was implemented in a computer package, named *Castalia*, and it was applied for the generation of synthetic hydrologic time series within the simulation models the are components of the decision support system for the management of the Athens water supply system.



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Αντικείμενο του τεύχους – Ιστορικό .....	1
1.2	Διάρθρωση του τεύχους .....	1
<b>2</b>	<b>Μαθηματικό υπόβαθρο</b>	<b>2</b>
2.1	Υδρολογικές χρονοσειρές και χαρακτηριστικά τους.....	2
2.1.1	Ορισμός θεμελιωδών στατιστικών εννοιών .....	2
2.1.2	Η έννοια της στοχαστικής ανέλιξης.....	4
2.1.3	Πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών .....	4
2.1.4	Υπολογισμός δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών.....	4
2.1.5	Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής.....	8
2.1.6	Το φαινόμενο της εμμονής.....	9
2.2	Η έννοια της στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης .....	11
2.2.1	Ορισμός.....	11
2.2.2	Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών .....	12
2.2.3	Συνιστώσες στοχαστικής προσομοίωσης υδροσυστημάτων.....	13
2.2.4	Τύποι προσομοίωσης – Η έννοια της στοχαστικής πρόγνωσης.....	14
<b>3</b>	<b>Σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών</b>	<b>16</b>
3.1	Δομή και απαιτήσεις του μοντέλου .....	16
3.1.1	Απαιτήσεις μαθηματικού μοντέλου .....	16
3.1.2	Συνοπτική περιγραφή του σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών .....	18
3.2	Μεθοδολογία αναπαράγωγής της εμμονής.....	19
3.2.1	Γενικά.....	19
3.2.2	Ορισμός και ιδιότητες γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς.....	20
3.2.3	Εκτίμηση παραμέτρων συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς .....	22
3.3	Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών .....	24
3.3.1	Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων .....	24
3.3.2	Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλου SMA .....	26
3.3.3	Γενίκευση του σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση .....	28
3.3.4	Αλγόριθμος γέννησης ετήσιων χρονοσειρών.....	29
3.4	Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών.....	29
3.4.1	Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης.....	29
3.4.2	Αλγόριθμος γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών .....	30
3.5	Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών.....	31
3.5.1	Γενικά.....	31
3.5.2	Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής.....	32
3.5.3	Μοντέλο γραμμικής αναγωγής .....	32
3.5.4	Αναπαράγωγή στατιστικών χαρακτηριστικών.....	34
3.6	Γέννηση χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης.....	35

3.6.1	Η έννοια των δεσμευμένων στατιστικών χαρακτηριστικών .....	35
3.6.2	Στοχαστική πρόγνωση ετήσιων μεταβλητών .....	36
3.6.3	Περιγραφή της γενικής διαδικασίας στοχαστικής πρόγνωσης.....	37
3.7	Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών .....	37
3.7.1	Τυπικές μέθοδοι αντιμετώπισης.....	37
3.7.2	Χειρισμός του προβλήματος μέσω βελτιστοποίησης.....	38
3.8	Παραγωγή τυχαίων αριθμών .....	41
3.8.1	Επιλογή συνάρτησης κατανομής τυχαίων μεταβλητών .....	41
3.8.2	Η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων.....	42
3.8.3	Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα .....	42
3.8.4	Προσαρμογή για παραγωγή αρνητικών ασυμμετρικών .....	45
<b>4</b>	<b>Σχεδιασμός υπολογιστικού συστήματος</b> .....	<b>46</b>
4.1	Ανάλυση απαιτήσεων και συμμόρφωση προς αυτές.....	46
4.1.1	Γενικά.....	46
4.1.2	Γενικές απαιτήσεις .....	46
4.1.3	Βάση δεδομένων .....	46
4.1.4	Απαιτήσεις υποσυστημάτων .....	48
4.1.5	Μη λειτουργικές απαιτήσεις .....	52
4.2	Δομή και συνιστώσες του συστήματος .....	53
4.2.1	Υποσύστημα ανάκτησης και αποθήκευσης δεδομένων .....	55
4.2.2	Υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων .....	55
4.2.3	Υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών.....	55
4.2.4	Υποσύστημα γέννησης χρονοσειρών.....	55
4.2.5	Υποσύστημα παρουσίασης αποτελεσμάτων .....	56
<b>5</b>	<b>Πλαίσιο επιχειρησιακής εφαρμογής συστήματος</b> .....	<b>57</b>
5.1	Γενικά.....	57
5.2	Γέννηση χρονοσειρών για προσομοίωση μόνιμης κατάστασης.....	57
5.2.1	Τοποθέτηση του προβλήματος.....	57
5.2.2	Εκτίμηση παραμέτρου εμμονής .....	58
5.2.3	Πιλοτική εφαρμογή .....	60
5.3	Γέννηση σεναρίων στοχαστικής πρόγνωσης.....	65
	<b>Αναφορές</b> .....	<b>67</b>
	<b>Παράρτημα: Οδηγίες χρήσης υπολογιστικού συστήματος Κασταλία</b> .....	<b>71</b>
1.	Εκκίνηση προγράμματος .....	71
2.	Κύρια οθόνη.....	71
3.	Δημιουργία νέου υδρολογικού σεναρίου.....	71
4.	Ορισμός νέας μεταβλητής.....	72
5.	Επιλογή ιστορικής χρονοσειράς από τη βάση δεδομένων .....	73

6. Εισαγωγή υδρολογικού σεναρίου .....	74
7. Διαγραφή υδρολογικού σεναρίου .....	75
8. Αποθήκευση υδρολογικού σεναρίου .....	75
9. Κλείσιμο υδρολογικού σεναρίου .....	76
10. Επισκόπηση αποθηκευμένων υδρολογικών σεναρίων και χρονοσειρών .....	76
11. Προσθήκη νέας μεταβλητής .....	77
12. Διαγραφή μεταβλητής.....	77
13. Αλλαγή μήκους ιστορικών δειγμάτων .....	77
14. Παράμετροι υδρολογικών μεταβλητών .....	78
15. Παράμετροι υδρολογικού σεναρίου.....	81
16. Επισκόπηση στατιστικών χαρακτηριστικών.....	84
17. Επισκόπηση παραμέτρων ετήσιου μοντέλου.....	85
18. Επισκόπηση παραμέτρων μηνιαίου μοντέλου .....	86
19. Επισκόπηση χρονοσειρών.....	86
20. Στατιστική ανάλυση ιστορικών χρονοσειρών .....	87
21. Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών.....	88
22. Γραφική παράσταση ετήσιου αυτοσυσχετογράμματος .....	89
23. Γραφική παράσταση φάσματος συντελεστών μοντέλου SMA.....	90
24. Γραφική απεικόνιση στατιστικών χαρακτηριστικών.....	91
25. Γραφική απεικόνιση χρονοσειρών.....	94
26. Γραφική απεικόνιση σεναρίων πρόγνωσης .....	94
27. Απεικόνιση ισοπίθανων καμπυλών πρόγνωσης.....	96
28. Τερματισμός προγράμματος .....	96
29. Οδηγίες χρήσης.....	96
30. Περί Κασταλίας .....	96





# 1 Εισαγωγή

---

## 1.1 Αντικείμενο του τεύχους – Ιστορικό

Το παρόν τεύχος συντάχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου με τίτλο «Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας» που ανατέθηκε από την ΕΥΔΑΠ (με την από 26/5/1999 απόφαση του Διοικητικού Συμβουλίου της) σε ερευνητική ομάδα του Τομέα Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων του ΕΜΠ με επιστημονικό υπεύθυνο τον αναπληρωτή καθηγητή ΕΜΠ Δ. Κουτσογιάννη.

Το τεύχος εντάσσεται στο υποσύστημα 3 (*Ανάπτυξη συστήματος εκτίμησης και πρόγνωσης των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*), το οποίο έχει ως κύριο στόχο την ανάπτυξη ενός μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, και συγκεκριμένα των απορροών, βροχοπτώσεων και εξατμίσεων των ταμιευτήρων. Το τελικό προϊόν είναι το υπολογιστικό σύστημα *Κασταλία*, που εντάσσεται στο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων (ΣΥΑ) που αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου. Η ανάπτυξη του συστήματος έγινε και στις δύο φάσεις του έργου. Κατά την πρώτη φάση (1999-2000), αναπτύχθηκε μια αρχική (μη επιχειρησιακή) έκδοση του συστήματος, κατά την οποία η έμφαση δόθηκε στην ανάπτυξη των μεθοδολογιών, την υλοποίηση των υπολογιστικών διαδικασιών και αλγορίθμων και την ανάπτυξη του περιβάλλοντος εργασίας (*Ευστρατιάδης και Κουτσογιάννης, 2000*). Κατά την δεύτερη φάση (2001-2003), αναπτύχθηκε η τελική (επιχειρησιακή) έκδοση του συστήματος, με την ολοκλήρωση των εργασιών υλοποίησης του περιβάλλοντος εργασίας και την αποκατάσταση της επικοινωνίας του προγράμματος με την κεντρική βάση δεδομένων του ΣΥΑ.

## 1.2 Διάρθρωση του τεύχους

Το παρόν τεύχος περιλαμβάνει, εκτός από την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), τέσσερα κεφάλαια και ένα παράρτημα. Στο Κεφάλαιο 2 δίνονται ορισμένες θεμελιώδεις έννοιες, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση του στοχαστικού υδρολογικού μοντέλου που αναπτύχθηκε. Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται το μαθηματικό υπόβαθρο του μοντέλου. Στο Κεφάλαιο 4 αναφέρονται ορισμένα βασικά στοιχεία που σχετίζονται με τον σχεδιασμό του υπολογιστικού συστήματος. Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφεται το πλαίσιο επιχειρησιακής λειτουργίας του συστήματος. Τέλος, στο Παράρτημα δίνονται οι αναλυτικές οδηγίες χρήσης του προγράμματος, που είναι διαθέσιμες και σε ηλεκτρονική μορφή κατά την λειτουργία του προγράμματος.

## 2 Μαθηματικό υπόβαθρο

---

### 2.1 Υδρολογικές χρονοσειρές και χαρακτηριστικά τους

#### 2.1.1 Ορισμός θεμελιωδών στατιστικών εννοιών

Το μαθηματικό υπόβαθρο του μοντέλου που αναπτύχθηκε για την προσομοίωση των υδρολογικών διεργασιών βασίζεται στη θεωρία πιθανοτήτων, και ειδικότερα στη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων, που αποτελεί ιδιαίτερο κλάδο της πρώτης. Προτού προχωρήσουμε στην αναλυτική παρουσίαση του μοντέλου προσομοίωσης, δίνουμε ορισμένους θεμελιώδεις ορισμούς που θα βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση αυτού.

*Τυχαία μεταβλητή* (random variable) είναι μια συνάρτηση ορισμένη επί ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ . Εφόσον αναφερόμαστε σε υδρολογικές διεργασίες, ο δειγματικός χώρος είναι συνεχής και ταυτίζεται με το σύνολο  $[0, +\infty)$ . Συμβατικά, η τυχαία μεταβλητή συμβολίζεται με κεφαλαίο γράμμα  $X$ , ενώ η αριθμητική τιμή της συμβολίζεται με μικρό,  $x$ . Η παράσταση  $\{X \leq x\}$  υποδηλώνει το γεγονός εκείνο που αποτελείται από όλα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου, τέτοια ώστε οι τιμές της  $X$  να είναι μικρότερες ή ίσες της ποσότητας  $x$ . Η πιθανότητα αυτού του γεγονότος συμβολίζεται με  $P(X \leq x)$ .

*Συνάρτηση κατανομής* της τυχαίας μεταβλητής  $X$  είναι μια συνάρτηση της πραγματικής μεταβλητής  $x$  που δίνεται από την εξίσωση:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (2.1)$$

Η συνάρτηση κατανομής, η οποία αποκαλείται και *πιθανότητα μη υπέρβασης*, λαμβάνει τιμές από 0 έως 1. Η παράγωγος της συνάρτησης κατανομής, ήτοι η:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (2.2)$$

ονομάζεται *συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας*.

Αν  $X$  είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή και  $g(X)$  είναι μια συνάρτηση της  $X$ , τότε ορίζεται ως *αναμενόμενη τιμή* ή *προσδοκία* της  $g(X)$  το μέγεθος:

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx \quad (2.3)$$

Ειδικότερα, για  $g(X) = X$ , το μέγεθος:

$$m_X = E[X] \quad (2.4)$$

ονομάζεται *αναμενόμενη τιμή* ή *μέση τιμή* της τυχαίας μεταβλητής  $X$ . Η μέση τιμή περιγράφει τη θέση του κέντρου βάρους του σχήματος που ορίζει η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μεταβλητής. Εφόσον η εν λόγω κατανομή είναι συμμετρική, η μέση τιμή ταυτίζεται με την *πιθανότερη τιμή*, ήτοι την τιμή του  $X$  για την οποία μεγιστοποιείται η  $f_X(x)$ , καθώς και με την *διάμεσο* της κατανομής, ήτοι την τιμή του  $X$  για την οποία  $P(X \leq x) = 0.5$ .

Για  $g(X) = (X - m_X)^r$ , το μέγεθος:

$$\mu_X^{(r)} = E[(X - m_X)^r] \quad (2.5)$$

ονομάζεται *κεντρική ροπή τάξης  $r$*  της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

Η κεντρική ροπή δεύτερης τάξης, ήτοι το μέγεθος:

$$\sigma_X^2 = \mu_X^{(2)} = E[X - m_X]^2 \quad (2.6)$$

ονομάζεται *διασπορά* της τυχαίας μεταβλητής  $X$ , και συμβολίζεται με  $\text{Var}[X]$ . Η διασπορά μιας μεταβλητής είναι μέτρο της συγκέντρωσης της πυκνότητας πιθανότητας γύρω από την μέση τιμή.

Η τετραγωνική ρίζα της διασποράς, η οποία έχει ίδιες διαστάσεις με την τυχαία μεταβλητή, ονομάζεται *τυπική απόκλιση*. Η αδιάστατη παράμετρος:

$$C_{vX} = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.7)$$

ονομάζεται *συντελεστής μεταβλητότητας* και αποτελεί μέτρο της αβεβαιότητας ως προς την εκτίμηση της μεταβλητής  $X$ . Μεγάλη τιμή του συντελεστή  $C_{vX}$ , ήτοι μεγάλη διασπορά σε σχέση με την μέση τιμή, συνεπάγεται μεγάλη αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση της  $\mu_X$ . Η οριακή τιμή μηδενικού συντελεστή μεταβλητότητας αντιστοιχεί σε μεταβλητή που λαμβάνει μία μόνο τιμή με πλήρη βεβαιότητα, και η οποία προφανώς ισούται με την μέση τιμή.

Η κεντρική ροπή τρίτης τάξης, ήτοι το μέγεθος:

$$\mu_X^{(3)} = E[X - m_X]^3 \quad (2.8)$$

σχετίζεται με την *ασυμμετρία* της τυχαίας μεταβλητής  $X$ . Μηδενική τιμή της τρίτης κεντρικής ροπής δείχνει συμμετρική κατανομή. Αν η τρίτη ροπή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από το μηδέν, τότε η κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη ή αρνητικά ασύμμετρη, αντίστοιχα. Εφόσον η κατανομή είναι θετικά ασύμμετρη (κάτι που αποτελεί τυπικό χαρακτηριστικό των υδρολογικών μεταβλητών, καθώς οι εξαιρετικά υψηλές τιμές εμφανίζονται με χαμηλή συχνότητα), η μέση τιμή της μεταβλητής είναι μεγαλύτερη από την διάμεσο.

Αδιάστατο μέτρο της ασυμμετρίας είναι ο *συντελεστής ασυμμετρίας* που ορίζεται από την σχέση:

$$C_{sX} = \frac{\mu_X^{(3)}}{\sigma_X^3} \quad (2.9)$$

Στην υδρολογία, πολύ συχνά ενδιαφέρει η ταυτόχρονη μελέτη δύο μεταβλητών  $X$  και  $Y$ . Στην περίπτωση αυτή ορίζεται η *από κοινού συνάρτηση κατανομής* του ζεύγους μεταβλητών  $(X, Y)$  ως:

$$F_{XY}(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \quad (2.10)$$

Σημειώνεται ότι οι συναρτήσεις  $F_X(x) = P(X \leq x)$  και  $F_Y(y) = P(Y \leq y)$  ονομάζονται *περιθώριες συναρτήσεις κατανομής* των  $X$  και  $Y$ , αντίστοιχα.

Υπό την προϋπόθεση ότι η  $F_{XY}$  είναι παραγωγίσιμη, τότε η συνάρτηση:

$$f_{XY}(x, y) = \frac{\partial^2 F_{XY}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (2.11)$$

ονομάζεται *από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας* των μεταβλητών  $(X, Y)$ . Αντίστοιχα ορίζονται οι περιθώριες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας.

Κατά παρόμοιο τρόπο, όπως προηγουμένως, ορίζονται οι *από κοινού κεντρικές ροπές* των μεταβλητών. Από τις ροπές αυτές, συχνότερα χρησιμοποιείται η:

$$\sigma_{XY} = E[(X - m_X)(Y - m_Y)] \quad (2.12)$$

που ονομάζεται *συνδιασπορά* των τυχαίων μεταβλητών  $X$  και  $Y$ , και συμβολίζεται με  $\text{Cov}[X, Y]$ . Διαιρώντας την συνδιασπορά με τις τυπικές αποκλίσεις των επιμέρους μεταβλητών, προκύπτει το αδιάστατο μέγεθος:

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}[X, Y]}{\sqrt{\text{Var}[X] \text{Var}[Y]}} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.13)$$

που ονομάζεται *συντελεστής συσχέτισης* και λαμβάνει τιμές στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Ο εν λόγω συντελεστής αποτελεί σημαντική παράμετρο για την μελέτη της γραμμικής συσχέτισης δύο μεταβλητών. Αν η τιμή του  $r_{XY}$  είναι κοντά στο 1, τότε οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  παρουσιάζουν ισχυρή θετική συσχέτιση. Αν η τιμή του  $r_{XY}$  είναι κοντά στο  $-1$ , τότε οι μεταβλητές παρουσιάζουν ισχυρή αρνητική συσχέτιση. Τέλος, αν η τιμή του  $r_{XY}$  είναι κοντά στο μηδέν, τότε οι μεταβλητές δεν παρουσιάζουν καμία συσχέτιση.

## 2.1.2 Η έννοια της στοχαστικής ανέλιξης

*Στοχαστική ανέλιξη* (stochastic process) ονομάζεται μια οικογένεια τυχαίων μεταβλητών  $X_t$ , όπου  $t$  παράμετρος που λαμβάνει τιμές από ένα σύνολο  $T$ , και το οποίο συνήθως παριστάνει χρόνο (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 34). Μια υλοποίηση της στοχαστικής ανέλιξης, δηλαδή ένα σύνολο παρατηρήσεων  $x_t$  της  $X_t$ , διατεταγμένο σε αυστηρή χρονική ακολουθία, καλείται *χρονοσειρά* (time series). Στην περίπτωση που τα στατιστικά χαρακτηριστικά μιας ανέλιξης δεν μεταβάλλονται με το χρόνο, αυτή καλείται *στάσιμη* (stationary).

Από την οπτική γωνία της θεωρίας πιθανοτήτων, οι υδρολογικές διεργασίες αντιμετωπίζονται ως στοχαστικές ανελιξεις. Για παράδειγμα, η βροχόπτωση ή η παροχή ενός ποταμού σε μια συγκεκριμένη θέση κατά την χρονική στιγμή  $t$  είναι μια τυχαία μεταβλητή, δεδομένου ότι δεν υπάρχει προσδιοριστική μέθοδος καθορισμού της τιμής της με πλήρη βεβαιότητα. Συνεπώς, η εν λόγω διεργασία είναι μια στοχαστική ανέλιξη σε συνεχή μάλιστα χρόνο, ενώ μια σειρά μετρήσεών της ανά τακτά χρονικά διαστήματα αποτελεί μια χρονοσειρά.

## 2.1.3 Πιθανοτική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών

Το γεγονός ότι μια φυσική διεργασία, όπως η βροχόπτωση ή η παροχή, περιγράφεται από μια στοχαστική ανέλιξη, δεν σημαίνει ότι η πρώτη δεν υπακούει σε κανενός είδους αιτιοκρατία. Αντίθετα, είναι γνωστό ότι τα υδρομετεωρολογικά μεγέθη εμφανίζουν *περιοδικές διακυμάνσεις* κατά την διάρκεια του έτους, οι οποίες προφανώς οφείλονται στην ετήσια κίνηση της γης και στα κλιματικά φαινόμενα που αυτή προκαλεί. Αυτές οι περιοδικές διακυμάνσεις αποτελούν την προσδιοριστική συνιστώσα των διεργασιών. Η στοχαστική ανέλιξη  $X_t$  μπορεί να συμπεριλάβει και να περιγράψει μαθηματικά την εν λόγω συνιστώσα, με την υπόθεση ότι η ανέλιξη δεν είναι στάσιμη, καθώς τα στατιστικά χαρακτηριστικά της μεταβάλλονται περιοδικά, ανάλογα με την εποχή του έτους.

Εξάλλου, η τυχαία μεταβλητή  $X_t$  έχει *στοχαστική δομή* ή αλλιώς *μνήμη*, καθώς οι τιμές της για διάφορες τιμές του  $t$  είναι στατιστικά εξαρτημένες. Η μνήμη είναι θεμελιώδες χαρακτηριστικό όλων των υδρομετεωρολογικών διεργασιών και οφείλεται στην φυσική επίδραση των προηγούμενων πραγματοποιήσεων των ίδιων ή άλλων διεργασιών, με τις οποίες συνδέονται με σχέσεις αιτίου και αποτελέσματος. Για παράδειγμα, η μέση μηνιαία παροχή δύο διαδοχικών μηνών παρουσιάζει σημαντική εξάρτηση, εφόσον ένα αξιόλογο ποσοστό της απορροής του ποταμού προέρχεται από σχετικά σταθερή τροφοδοσία, όπως η εκφόρτιση των πηγών.

## 2.1.4 Υπολογισμός δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών

Οι παράμετροι που ορίστηκαν στην ενότητα 2.1.1 είναι θεωρητικά μεγέθη που αναφέρονται στον πληθυσμό, ήτοι το σύνολο όλων των δυνατών πραγματοποιήσεων της μεταβλητής  $X$ . Στην πράξη

βεβαίως, αυτό που είναι γνωστό είναι ένα δείγμα  $n$  χρονικά διατεταγμένων παρατηρήσεων της  $X$ , δηλαδή μια χρονοσειρά, η οποία συμβολίζεται με  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Στα πλαίσια της ανάλυσης μιας χρονοσειράς υπολογίζονται τα λεγόμενα *δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά*, ήτοι ένα σύνολο αριθμητικών δεικτών που περιγράφουν τις χαρακτηριστικές ιδιότητες του δείγματος και αποτελούν εκτιμήτριες των στατιστικών παραμέτρων του πληθυσμού.

Συγκεκριμένα, η δειγματική μέση τιμή, που αποτελεί αμερόληπτη<sup>1</sup> εκτίμηση της πραγματικής μέσης τιμής  $m_X$ , υπολογίζεται από την σχέση:

$$\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t \quad (2.14)$$

Η δειγματική διασπορά, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της πραγματικής διασποράς  $\sigma_X^2$ , υπολογίζεται από την σχέση:

$$s_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^2 \quad (2.15)$$

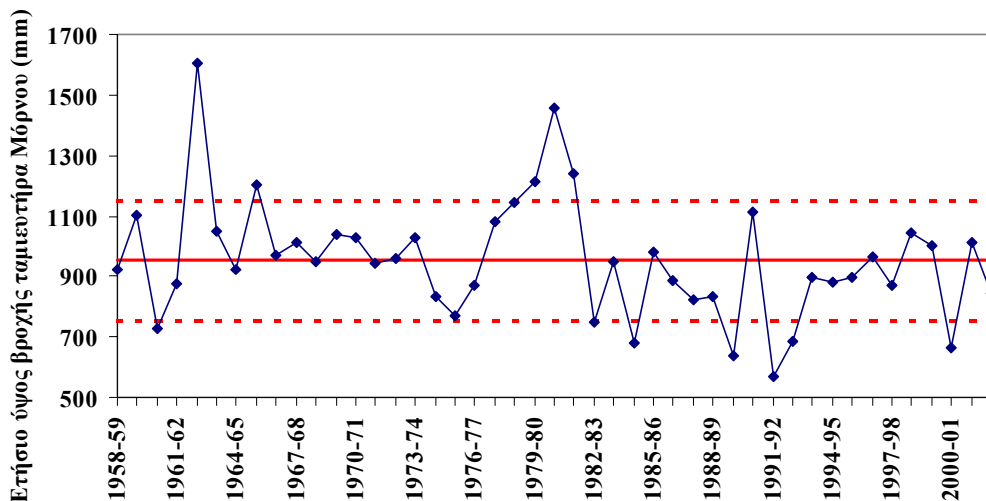
Η δειγματική τυπική απόκλιση,  $s_X$ , υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διασποράς.

Η δειγματική τρίτη κεντρική ροπή, που αποτελεί αμερόληπτη εκτίμηση της αντίστοιχης πραγματικής ροπής  $\mu_X^{(3)}$ , υπολογίζεται από την σχέση:

$$\hat{\mu}_X^{(3)} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^3 \quad (2.16)$$

Αντίστοιχα, η δειγματική, μη αμερόληπτη ωστόσο, εκτιμήτρια του συντελεστή ασυμμετρίας είναι:

$$\zeta_X = \frac{\hat{\mu}_X^{(3)}}{s_X^3} \quad (2.17)$$



Σχήμα 2.1: Γραφική παράσταση της χρονοσειράς ετήσιας βροχοπτώσης στον ταμιευτήρα Μόρνου. Με παχιά γραμμή απεικονίζεται η μέση ετήσια τιμή, ενώ με διακεκομμένη τα όρια μιας τυπικής απόκλισης.

<sup>1</sup> Μια δειγματική συνάρτηση της μορφής  $\theta = \theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ονομάζεται *αμερόληπτη* (unbiased) εκτιμήτρια μιας παραμέτρου  $\theta_0$  του πληθυσμού εφόσον  $E[\theta] = \theta_0$ . Αυτό σημαίνει ότι αν ληφθούν άπειρα δείγματα, για κάθε ένα από τα οποία υπολογίζεται η εκτιμήτρια  $\theta$ , τότε η μέση τιμή των  $\theta$  ταυτίζεται με την τιμή της παραμέτρου  $\theta_0$  του πληθυσμού.

Στο Σχήμα 2.1 απεικονίζεται το γράφημα των ετήσιων υψών βροχής στον ταμιευτήρα Μόρνου, για την περίοδο 1958-59 έως 2002-03 (45 υδρολογικά έτη). Η μέση τιμή του δείγματος ισούται με 954.0 mm, ενώ η τυπική απόκλιση ισούται με 198.8 mm. Κατά συνέπεια, ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ίσος με  $198.8 / 954.0 = 0.208$ . Η τιμή αυτή θεωρείται σχετικά χαμηλή και υποδηλώνει μικρό βαθμό αβεβαιότητας ως προς την πρόγνωση της μεταβλητής. Στο γράφημα απεικονίζεται ακόμη το εύρος μιας τυπικής απόκλισης περί την μέση τιμή, ήτοι το διάστημα  $(\mu_X - s_X, \mu_X + s_X)$ . Εφόσον ο πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή, τότε αναμένεται το 68% των παρατηρήσεων να κυμαίνονται μέσα στο εν λόγω διάστημα. Στην περίπτωση αυτή, αναμένεται να υπάρχει συμμετρική διάταξη των παρατηρήσεων γύρω από την μέση τιμή. Ωστόσο, στο παράδειγμα του σχήματος παρατηρείται ότι ενώ οι χαμηλές τιμές του δείγματος δεν απέχουν πολύ από το κάτω όριο  $\mu_X - s_X$ , οι υψηλές τιμές απέχουν σημαντικά από το αντίστοιχο άνω όριο  $\mu_X + s_X$ . Το γεγονός αυτό αποτελεί ισχυρή ένδειξη θετικής ασυμμετρίας. Πράγματι, ο δειγματικός συντελεστής ασυμμετρίας της χρονοσειράς ισούται με  $\zeta_X = 0.87$ .

Τα δειγματικά χαρακτηριστικά των από κοινού συναρτήσεων κατανομής που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στην υδρολογία είναι οι αυτοσυνδιασπορές και ετεροσυνδιασπορές.

Η δειγματική αυτοσυνδιασπορά (autocovariance) μιας χρονοσειράς για χρονική υστέρηση (lag)  $j$  υπολογίζεται από την σχέση:

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-j} (x_{t+j} - \mu_X)(x_t - \mu_X) \quad (2.18)$$

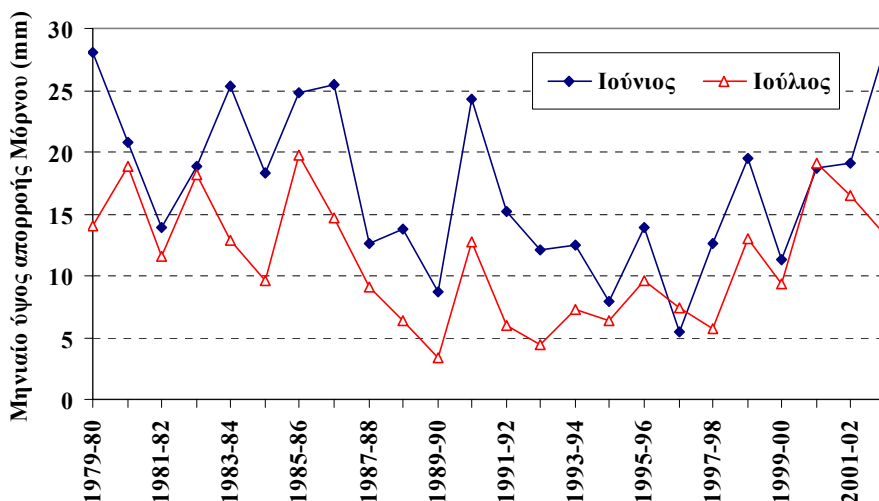
Διαιρώντας την αυτοσυνδιασπορά με την δειγματική διασπορά, προκύπτει ο αδιάστατος συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση  $j$ , που συμβολίζεται με  $\rho_j$  και λαμβάνει τιμές στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Η γραφική απεικόνιση των  $\rho_j$  συναρτήσει του  $j$  ονομάζεται αυτοσυσχετόγραμμα.

Το πλέον χαρακτηριστικό στοιχείο της ακολουθίας  $\rho_j$  είναι ο πρώτος όρος της, ήτοι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1, που υπολογίζεται ως:

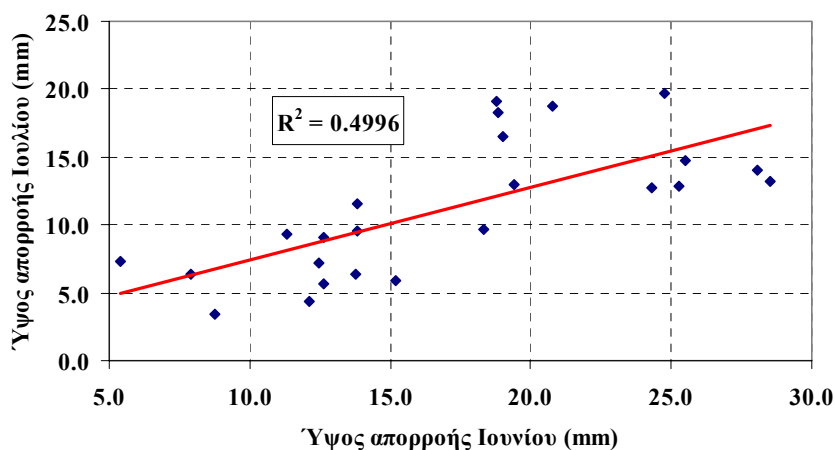
$$r_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (x_{t+1} - \mu_X)(x_t - \mu_X)}{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^2} \quad (2.19)$$

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 αποτελεί μέτρο της βραχυπρόθεσμης μνήμης μιας υδρολογικής διεργασίας. Στο Σχήμα 2.2 απεικονίζονται οι χρονοσειρές ύψους απορροής της λεκάνης ανάντη του ταμιευτήρα Μόρνου, κατά τους θερινούς μήνες Ιούνιο και Ιούλιο. Παρατηρείται ότι τα περισσότερα έτη η δίαιτα της απορροής ακολουθεί παρόμοια διακύμανση, γεγονός που οφείλεται στην σχετικά σταθερή τροφοδοσία του ποταμού από πηγές και αποτελεί ένδειξη έντονα θετικής συσχέτισης μεταξύ των δύο χρονοσειρών. Πράγματι, ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 ανέρχεται σε  $r_1 = 0.71$ , είναι δηλαδή αρκετά υψηλός.

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης μιας χρονοσειράς εκφράζει το πόσο καλά εκτιμάται η τιμή  $x_{t+1}$ , αν θεωρηθεί γραμμική συνάρτηση της  $x_t$ . Το τετράγωνο του συντελεστή αυτοσυσχέτισης ισούται με τον γνωστό συντελεστή προσδιορισμού ( $r^2$ ) της γραμμικής παλινδρόμησης. Στο Σχήμα 2.3 απεικονίζεται το διάγραμμα διασποράς της απορροής του Ιουλίου (εξαρτημένη μεταβλητή) συναρτήσει της απορροής του Ιουνίου (ανεξάρτητη μεταβλητή). Η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού είναι  $r^2 = 0.50 (= r_1^2)$ , και αποτελεί ένδειξη ικανοποιητικής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. Η τιμή αυτή υποδηλώνει ακόμη ότι η διασπορά της απορροής του Ιουλίου εξηγείται σε ποσοστό 50% από την απορροή του προηγούμενου μήνα.



Σχήμα 2.2: Γραφική παράσταση χρονοσειρών ύψους απορροής λεκάνης Μόρνου τους μήνες Ιούνιο και Ιούλιο.



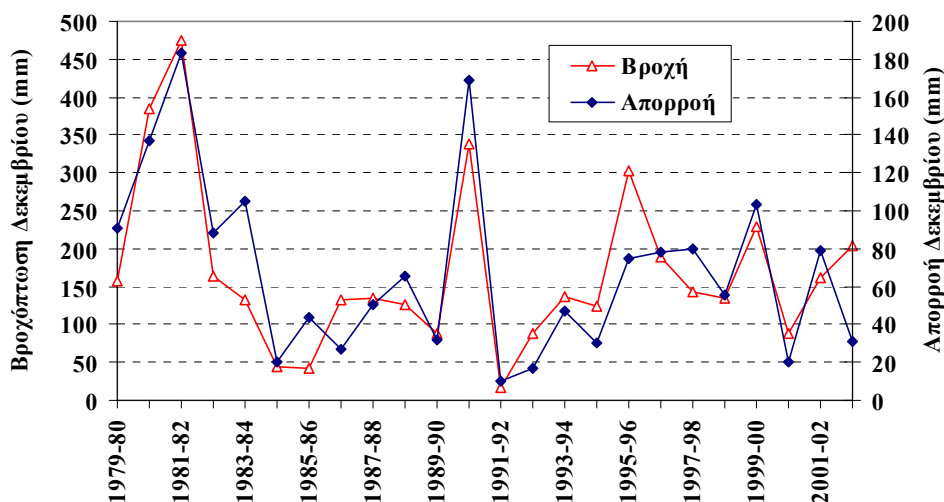
Σχήμα 2.3: Διάγραμμα διασποράς χρονοσειρών ύψους απορροής λεκάνης Μόρνου τους μήνες Ιούνιο και Ιούλιο.

Παρόμοια με τον δειγματικό συντελεστή αυτοσυσχέτισης, ορίζεται ο δειγματικός *συντελεστής ετεροσυσχέτισης για υστέρηση j* δύο χρονοσειρών  $X$  και  $Y$ . Πιο πολύ ενδιαφέρον παρουσιάζει ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης μηδενικής υστέρησης, που υπολογίζεται από την σχέση:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)(y_t - \mu_Y)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu_X)^2 \sum_{t=1}^n (y_t - \mu_Y)^2}} \quad (2.20)$$

Ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης αποτελεί μέτρο της αλληλεξάρτησης δυο υδρολογικών διεργασιών, που είτε συνδέονται με σχέση αιτίου-αποτελέσματος ή αναφέρονται σε λεκάνες με κοινή υδρολογική διάταξη. Στο Σχήμα 2.4 απεικονίζονται οι χρονοσειρές ύψους βροχόπτωσης στον ταμιευτήρα Μόρνου και ισοδύναμου ύψους απορροής της ανάντη λεκάνης, κατά τον μήνα Δεκέμβριο. Παρατηρείται ότι τα περισσότερα έτη, οι δύο χρονοσειρές ακολουθούν παρόμοια διακύμανση, γεγονός που αποτελεί ένδειξη ισχυρής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ τους. Πράγματι, ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης ανέρχεται σε 0.86, είναι δηλαδή πολύ κοντά στην μονάδα. Αυτό είναι απόλυτα λογικό, καθώς η βροχόπτωση στον ταμιευτήρα Μόρνου σχετίζεται σημαντικά με την επιφανειακή βροχόπτωση στην

λεκάνη, η οποία συνιστά την βασική αιτία δημιουργίας της απορροής κατά τον μήνα Δεκέμβριο. Αντίθετα, κατά την εαρινή και θερινή περίοδο, η συσχέτιση της απορροής με την βροχόπτωση είναι πολύ χαμηλότερη, καθώς η κύρια συνιστώσα του επιφανειακού υδατικού δυναμικού της λεκάνης είναι η τήξη του χιονιού και η τροφοδοσία από πηγές.



Σχήμα 2.4: Γραφική παράσταση χρονοσειρών ύψους βροχόπτωσης και απορροής λεκάνης Μόρνου τον μήνα Δεκέμβριο.

### 2.1.5 Προσαρμογή συνάρτησης κατανομής

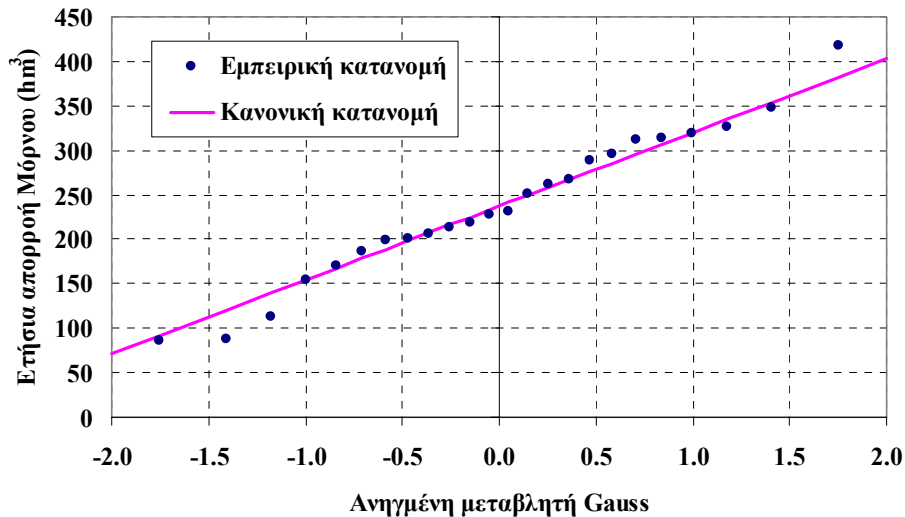
Εφόσον μια χρονοσειρά προέρχεται από μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη έχει νόημα ο προσδιορισμός της μίας και μοναδικής περιθώριας συνάρτησης κατανομής της υπόψη μεταβλητής. Μέσω της συνάρτησης κατανομής είναι δυνατή η ποσοτικοποίηση της υδρολογικής αβεβαιότητας και η πραγματοποίηση προγνώσεων, καθώς με βάση τον ορισμό που δόθηκε στην ενότητα 2.1.1 κάθε τιμή της μεταβλητής συνδέεται με μια πιθανότητα υπέρβασης.

Στην βιβλιογραφία διατίθεται ένα πολύ μεγάλο φάσμα μοντέλων κατανομών πιθανοτήτων, ορισμένα από τα οποία ενδείκνυται για υδρολογικές εφαρμογές (Κουτσογιάννης, 1997, κεφ. 6). Η επιλογή του κατάλληλου μοντέλου εξαρτάται από την φύση της εξεταζόμενης ανέλιξης. Σε ορισμένες περιπτώσεις, υπάρχουν θεωρητικοί λόγοι για τους οποίους μια υδρολογική μεταβλητή αναμένεται να ακολουθεί συγκεκριμένο τύπο κατανομής, ενώ άλλες φορές ο τύπος της κατανομής επιλέγεται με βάση την υδρολογική εμπειρία ή ακόμη τα ιδιαίτερα στατιστικά χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου δείγματος. Συχνά, οι ετήσιες υδρολογικές μεταβλητές ακολουθούν κανονική κατανομή<sup>1</sup>, ενώ οι μηνιαίες ακολουθούν κατανομή γάμα (ειδική περίπτωση της οποίας είναι η κανονική), η οποία θεωρείται κατάλληλη για δείγματα με μη μηδενικό συντελεστή ασυμμετρίας. Στην ενότητα 3.6, περιγράφεται αναλυτικά η κατανομή γάμα και η μεθοδολογία προσαρμογής της.

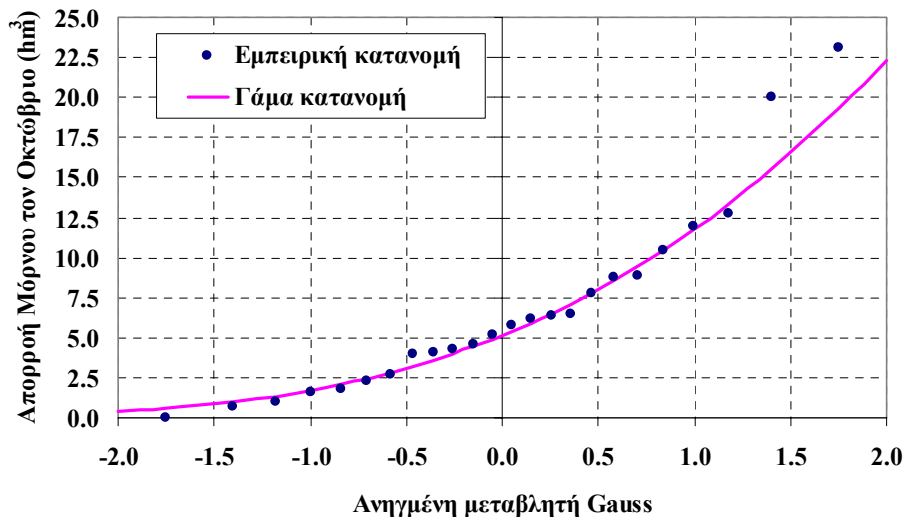
Στα Σχήματα 2.5 και 2.6 δίνονται δυο παραδείγματα προσαρμογής της κανονικής και γάμα κατανομής, στο δείγμα των ετήσιων τιμών και το δείγμα των μηνών του μήνα Οκτωβρίου, αντίστοιχα, τα οποία αναφέρονται στην απορροή της λεκάνης του Μόρνου. Το γεγονός ότι η ασυμμετρία του ετήσιου δείγματος είναι πρακτικά μηδενική αποτελεί ισχυρή ένδειξη της καταλληλότητας της κανονικής κατανομής, που σε χαρτί κανονικής κατανομής απεικονίζεται ως ευθεία. Από την άλλη πλευρά, ο συντελεστής ασυμμετρίας της χρονοσειράς απορροής του Οκτωβρίου είναι πολύ υψηλός (1.57), γεγονός που καθιστά αναγκαία την προσαρμογή ασύμμετρης κατανομής, όπως η γάμα.

<sup>1</sup> Αυτό αποτελεί απόρροια του κεντρικού οριακού θεωρήματος, βάσει του οποίου ένα άθροισμα τυχαίων μεταβλητών οποιασδήποτε κατανομής είναι επίσης τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί κανονική κατανομή.





Σχήμα 2.5: Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής του ετήσιου όγκου απορροής του Μόρνου, σε χαρτί κανονικής κατανομής.



Σχήμα 2.6: Εμπειρική και θεωρητική συνάρτηση κατανομής του όγκου απορροής του Μόρνου τον μήνα Οκτώβριο, σε χαρτί κανονικής κατανομής.

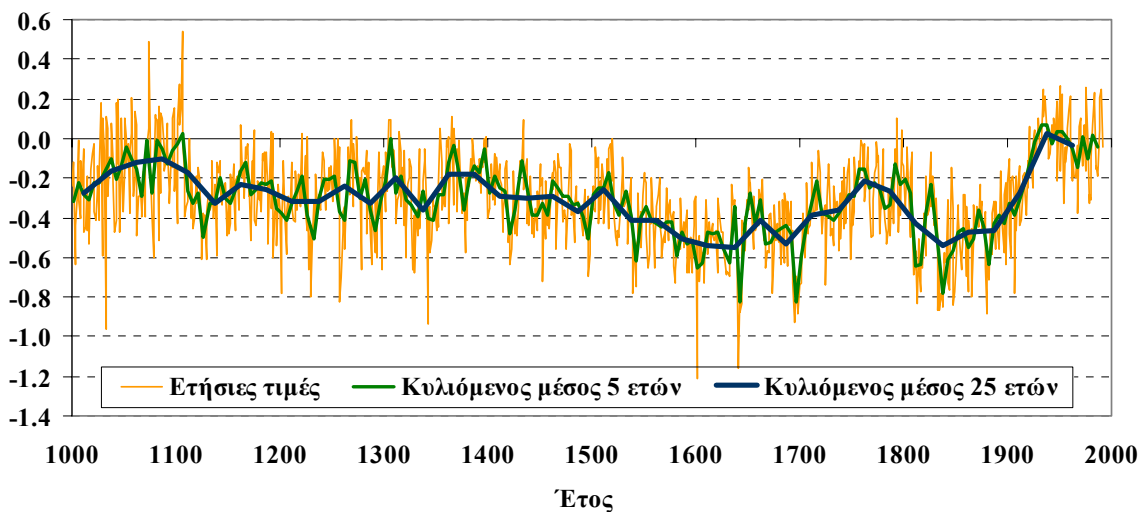
### 2.1.6 Το φαινόμενο της εμμονής

Η μακροπρόθεσμη *εμμονή* (persistence) των υδρολογικών χρονοσειρών ανακαλύφθηκε από τον *Hurst* (1951), στα πλαίσια μελέτης του φράγματος του Ασουάν. Ο *Hurst*, αναλύοντας τις χρονοσειρές του ποταμού Νείλου καθώς και άλλες υδρολογικές και γεωφυσικές χρονοσειρές που ήταν διαθέσιμες για αρκετές εκατοντάδες έτη, διαπίστωσε την ιδιότητα των υγρών και ξηρών ετών να εμφανίζονται κατά ομάδες, σχηματίζοντας μακρές περιόδους υψηλής και χαμηλής υδροφορίας, αντίστοιχα. Έκτοτε, η μακροπρόθεσμη εμμονή των φυσικών χρονοσειρών έλαβε την ονομασία *φαινόμενο Hurst*, ενώ αργότερα εισήχθη από τον γνωστό μαθηματικό Mandelbrot η έκφραση *φαινόμενο Ιωσήφ*<sup>1</sup>.

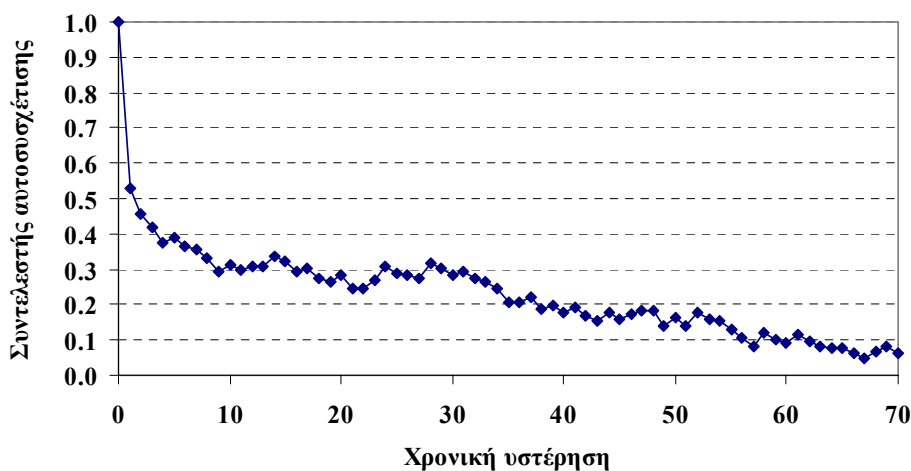
Το φαινόμενο εντοπίζεται σε πλήθος γεωφυσικών και κλιματολογικών μεταβλητών, όπως η ένταση ανέμων, η μέση παγκόσμια θερμοκρασία και το πάχος δακτυλίων δέντρων (*Koutsoyiannis*, 2002). Η

<sup>1</sup> Ο όρος προέρχεται από την γνωστή Βιβλική αφήγηση των επτά παχιών και επτά ισχνών αγελάδων, που αντιπροσωπεύουν επτά χρόνια υδροφορίας και επτά χρόνια ξηρασίας στην περιοχή της Αιγύπτου.

μακροπρόθεσμη εμμονή των χρονοσειρών που περιγράφουν φυσικές διεργασίες εμφανίζεται με την μορφή υψηλών θετικών τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για μεγάλη χρονική υστέρηση, της τάξης των δεκάδων ή και εκατοντάδων ετών. Στο Σχήμα 2.7 απεικονίζεται το διάγραμμα της ανακατασκευασμένης χρονοσειράς μέσης ετήσιας θερμοκρασίας του Βορείου Ημισφαιρίου, μήκους 992 ετών (Jones et al., 1998). Στο διάγραμμα, είναι εμφανής η ύπαρξη διαταραχών κάθε κλίμακας, όπως προκύπτει από την μη ομαλή διακύμανση των κυλιόμενων μέσων όρων των 5 και 25 ετών. Στο Σχήμα 2.8 απεικονίζεται το αυτοσυσχετόγραμμα της ίδιας χρονοσειράς για τα πρώτα 70 βήματα χρονικής υστέρησης, το οποίο παρουσιάζει την χαρακτηριστική μορφή πλατειάς «ουράς». Παρατηρείται δηλαδή ότι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης της χρονοσειράς παραμένουν εμφανώς μεγαλύτεροι του μηδενός, ακόμη και για μεγάλη χρονική υστέρηση. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει την ύπαρξη μακροπρόθεσμης εμμονής της χρονοσειράς.



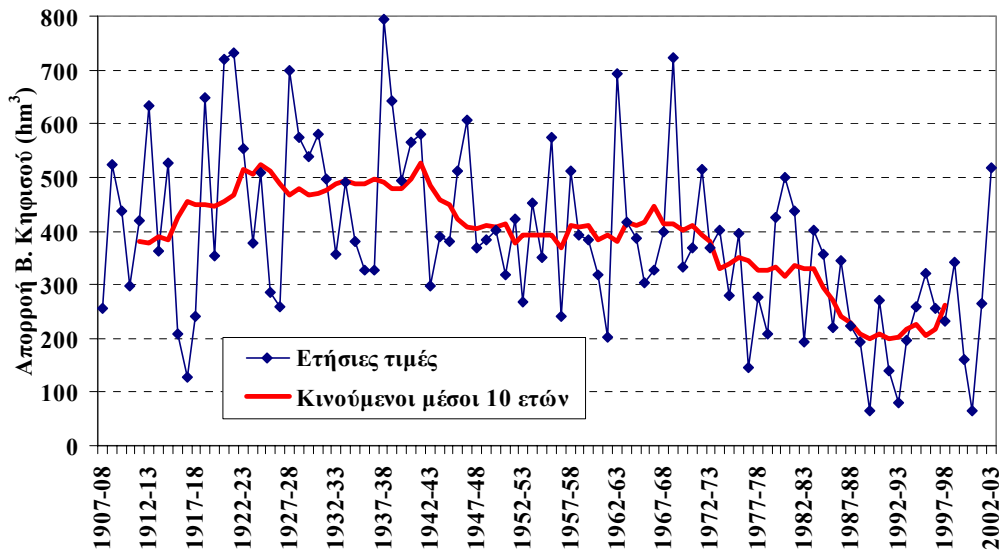
Σχήμα 2.7: Γραφική παράσταση χρονοσειράς μέσων ετήσιων θερμοκρασιών Βορείου Ημισφαιρίου και κυλιόμενων μέσων όρων 5 και 25 ετών.



Σχήμα 2.8: Αυτοσυσχετόγραμμα χρονοσειράς μέσων ετήσιων θερμοκρασιών Βορείου Ημισφαιρίου.

Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η εμπειρική τεκμηρίωση του φαινομένου της εμμονής μέσω του αυτοσυσχετογράμματος μιας χρονοσειράς είναι εξαιρετικά δύσκολη, δεδομένου ότι απαιτείται δείγμα μετρήσεων εκατοντάδων ετών ώστε να είναι δυνατή η αμερόληπτη εκτίμηση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μεγάλη χρονική υστέρηση. Ακόμη και παγκοσμίως, τα διαθέσιμα δεδομένα υδρομετεωρολογικών μετρήσεων σπανίως ξεπερνούν σε μήκος τα 100-150 έτη. Στον ελληνικό χώρο,

το μεγαλύτερο δείγμα απορροής είναι αυτό του Βοιωτικού Κηφισού, που καλύπτει μια περίοδο 96 υδρολογικών ετών (1908-09 έως 2002-03). Στο Σχήμα 2.9 απεικονίζεται η ετήσια απορροή του ποταμού, στην έξοδο της λεκάνης του, καθώς και το διάγραμμα των κινούμενων μέσων όρων 10 ετών. Στο δείγμα είναι εμφανής η ύπαρξη του φαινομένου της εμμονής, το οποίο διαπιστώνεται από την ύπαρξη διακυμάνσεων στην μέση τιμή διαφόρων χρονικών περιόδων.



Σχήμα 2.9: Διακύμανση ετήσιας απορροής Βοιωτικού Κηφισού στην έξοδο της λεκάνης και κινούμενοι μέσοι όροι 10 ετών.

Σχετικά με τους μηχανισμούς γέννησης του φαινομένου της μακροπρόθεσμης εμμονής, μπορεί να ειπωθεί ότι οφείλει την ύπαρξή του στην ταυτόχρονη εμφάνιση πολλών τυχαίων διαταραχών στα μέσα στατιστικά χαρακτηριστικά των υδρομετεωρολογικών μεταβλητών, σε διάφορες χρονικές κλίμακες (Koutsoyiannis, 2002, 2003). Η αναπαραγωγή της εμμονής θεωρείται κρίσιμος παράγοντας όσον αφορά τον ορθολογικό σχεδιασμό και διαχείριση συστημάτων υδραυλικών έργων (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993). Πράγματι, το φαινόμενο της εμμονής φαίνεται ότι σχετίζεται άμεσα με την εμφάνιση παρατεταμένων ξηρασιών (όπως αυτή που έπληξε την Ελλάδα κατά την εξαετία 1988-94) καθώς και την εμφάνιση υδροκλιματικών αλλαγών (Evans, 1996· Koutsoyiannis, 2003). Τόσο η φυσική ερμηνεία του φαινομένου όσο και η μαθηματική περιγραφή του έχουν αποτελέσει αντικείμενο ιδιαίτερου ερευνητικού ενδιαφέροντος. Ολοκληρωμένη επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας κάνει ο Λαγούσης (2003).

## 2.2 Η έννοια της στοχαστικής προσομοίωσης και πρόγνωσης

### 2.2.1 Ορισμός

Ο όρος *στοχαστική προσομοίωση* (stochastic simulation) είναι πολύ γενικός, και αναφέρεται σε υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιούν γεννήτριες τυχαίων αριθμών τόσο για την ανάλυση πολύπλοκων συστημάτων όσο και για την επίλυση δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων, τα οποία δεν έχουν αναλυτική λύση, ενώ η αριθμητική τους επίλυση είναι εξαιρετικά χρονοβόρα. Στην βιβλιογραφία, η στοχαστική προσομοίωση απαντά και ως *μέθοδος Monte Carlo*.

Η μελέτη πολύπλοκων συστημάτων που διέπονται από αβεβαιότητες αποτελεί τυπικό πεδίο εφαρμογής της μεθόδου της στοχαστικής προσομοίωσης. Σε ένα πολύπλοκο σύστημα, δεν είναι απόλυτα γνωστοί οι μηχανισμοί λειτουργίας του ούτε και τα δεδομένα εισόδου (στατικά ή δυναμικά).

Ένα τέτοιο σύστημα μελετάται για διάφορα σενάρια παραμέτρων ή δεδομένων εισόδου, τα οποία παράγονται με κάποιον συστηματικό τρόπο (π.χ., παράγονται τυχαίες διαταραχές γύρω από μια μέση τιμή). Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ένα φάσμα δυνατών αποκρίσεων του συστήματος, το οποίο είναι τόσο πιο περιεκτικό σε πληροφορία όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σεναρίων που διερευνάται. Συνεπώς, η στοχαστική προσομοίωση μπορεί να θεωρηθεί και ως ένα «μαθηματικό πείραμα» που εκτελείται στον υπολογιστή (Ripley, 1987, σ. 2).

## **2.2.2 Στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων με χρήση συνθετικών υδρολογικών χρονοσειρών**

Από την πληθώρα των πηγών αβεβαιότητας που διέπει την λειτουργία ενός συστήματος υδατικών πόρων, σημαντικότερη ασφαλώς είναι η υδρολογική. Αυτή συναρτάται με την αδυναμία πρόβλεψης της εξέλιξης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών, η χαοτική συμπεριφορά των οποίων καθιστά ανέφικτη την πραγματοποίηση ασφαλών προγνώσεων για χρονικό ορίζοντα πέραν των λίγων ημερών. Ωστόσο, η χρονική κλίμακα ημερών είναι απολύτως ανεπαρκής για την διαχείριση υδροσυστημάτων, δεδομένου ότι η ανάγκη υπερετήσιας ρύθμισης ενός τέτοιου συστήματος προϋποθέτει την προσομοίωση της λειτουργίας του για χρονικό ορίζοντα πολλών ετών.

Η αδυναμία πρόγνωσης των υδρομετεωρολογικών διεργασιών με χρήση προσδιοριστικών μοντέλων οδήγησε στην εναλλακτική θεώρησή τους ως τυχαίων μεταβλητών και την αντιμετώπισή τους με τη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων (βλ. 2.1.1). Στις αρχές της εν λόγω θεωρίας βασίζονται τα *στοχαστικά υδρολογικά μοντέλα*, ήτοι ένα σύνολο εξισώσεων που περιγράφουν στατιστικά τις συσχετίσεις των υδρολογικών διεργασιών, ποσοτικοποιώντας την αβεβαιότητα γύρω από την εξέλιξή τους. Τα μοντέλα αυτά εφαρμόζονται για την γέννηση *συνθετικών χρονοσειρών* που είναι συνεπείς με τις ιστορικές, δηλαδή αναπαράγουν την στατιστική δομή και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων υδρολογικών διεργασιών. Οι συνθετικές υδρολογικές χρονοσειρές χρησιμοποιούνται ως είσοδος σε μοντέλα στοχαστικής προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων.

Ένας άλλος παράγοντας που καθιστά αναγκαία την χρήση συνθετικών χρονοσειρών, και μάλιστα μεγάλου μήκους, είναι η υιοθέτηση υψηλών επιπέδων *αξιοπιστίας*, τόσο κατά τη φάση σχεδιασμού όσο και λειτουργίας των συστημάτων υδατικών πόρων. Η αξιοπιστία ενός συστήματος ορίζεται ως η πιθανότητα επίτευξης μιας συγκεκριμένης επίδοσης, για καθορισμένο χρονικό διάστημα και καθορισμένες συνθήκες (Chow *et al.*, 1988, σ. 434). Συμπληρωματική της έννοιας της αξιοπιστίας είναι η πιθανότητα αστοχίας. Σε ορισμένες περιπτώσεις, η εκτίμηση της πιθανότητας αστοχίας ενός συστήματος υδατικών πόρων είναι δυνατόν να γίνει αναλυτικά, με την προσαρμογή κατάλληλων στατιστικών μοντέλων (π.χ. εκτίμηση της περιόδου επαναφοράς μιας καταϊγίδας ή της πιθανότητας υπέρβασης μιας συγκεκριμένης τιμής παροχής). Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό εφόσον αναφερόμαστε σε πολύπλοκα τεχνητά υδροσυστήματα, που διαταράσσουν το φυσικό καθεστώς υδρολογικής λειτουργίας, ρυθμίζοντας την απορροή των λεκανών τόσο χρονικά (αποθήκευση νερού και απόδοσή του μεταγενέστερα) όσο και χωρικά (μεταφορά νερού μεταξύ ταμιευτήρων). Από την άλλη πλευρά, ένα τέτοιο σύστημα απαιτείται να λειτουργεί με εξαιρετικά υψηλή αξιοπιστία, δεδομένου ότι τυχόν αστοχία στην ικανοποίηση της υδρευτικής ζήτησης αναμένεται να έχει δραματικές κοινωνικές και οικονομικές επιπτώσεις. Συνεπώς, η ασφαλής εκτίμηση της αξιοπιστίας του προϋποθέτει την ύπαρξη προσομοιωμένων χρονοσειρών απολήψεων για χρονικό ορίζοντα που υπερβαίνει κατά πολύ το σύνηθες μήκος των ιστορικών δειγμάτων.

Συνοψίζοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι η στοχαστική προσομοίωση με χρήση συνθετικών χρονοσειρών κρίνεται απόλυτα αναγκαία για την ορθολογική διαχείριση πολύπλοκων υδροσυστημάτων, καθώς:

- δεν τίθενται περιορισμοί ως προς το χρονικό ορίζοντα μελέτης, καθώς δεν χρησιμοποιούνται τα ίδια ιστορικά δείγματα (που κατά κανόνα έχουν μικρό μήκος και πρακτικά μηδενική πιθανότητα επανάληψης στο μέλλον) αλλά τα στατιστικά τους χαρακτηριστικά·
- είναι εφικτή η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων ως προς την αξιοπιστία του συστήματος για ακραία αποδεκτά επίπεδα πιθανότητας (π.χ. 1%)·
- διερευνάται η επίδοση του συστήματος έναντι ενός μεγάλου φάσματος υδροκλιματικών σεναρίων.

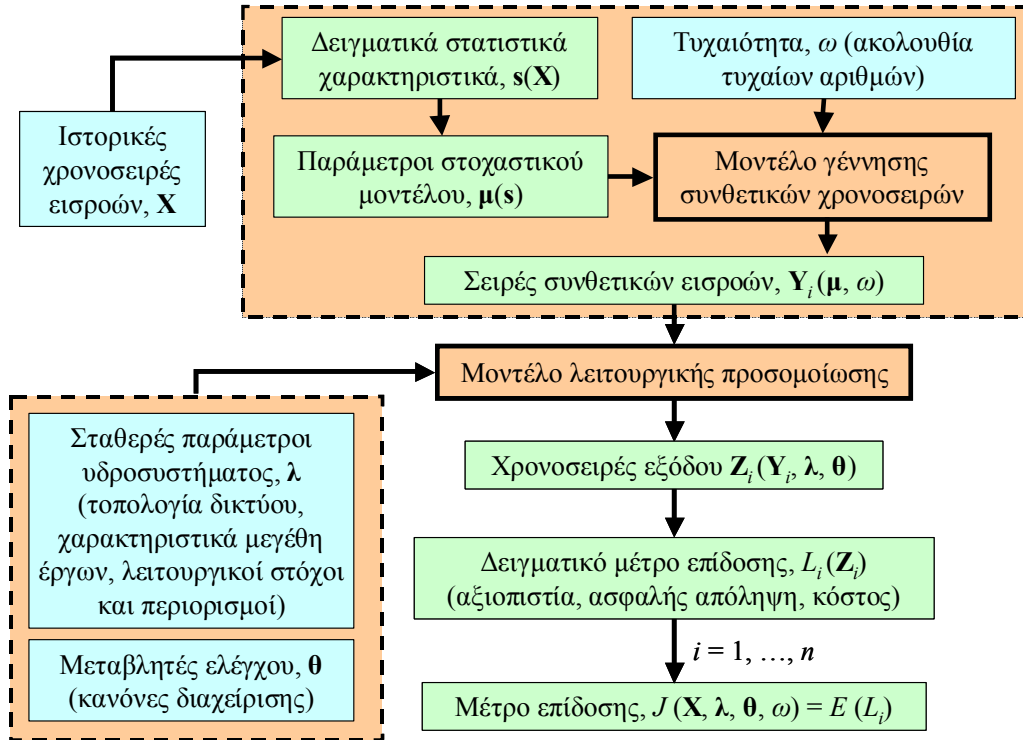
### 2.2.3 Συνιστώσες στοχαστικής προσομοίωσης υδροσυστημάτων

Στο Σχήμα 2.10 απεικονίζονται οι συνιστώσες και τα υπολογιστικά βήματα ενός γενικού σχήματος στοχαστικής προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων (Koutsoyiannis, 2004). Η υπολογιστική διαδικασία περιλαμβάνει δύο βασικά μοντέλα, τα οποία απεικονίζονται με παχιά γραμμή. Το πρώτο είναι το στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο, το οποίο χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών. Στοιχεία εισόδου του μοντέλου είναι ένα σύνολο παραμέτρων,  $\mu$ , και ένας όρος τυχαιότητας,  $\omega$ , που εκφράζεται από ένα σύνολο τυχαίων αριθμών, που παράγονται αυτόματα μέσω του υπολογιστή<sup>1</sup>. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται συναρτήσει ορισμένων δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών,  $s(\mathbf{X})$ , όπου με  $\mathbf{X}$  συμβολίζονται οι ιστορικές χρονοσειρές εισροών. Οι εν λόγω παράμετροι ορίζονται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να αναπαράγουν τα παραπάνω στατιστικά χαρακτηριστικά. Επισημαίνεται ότι η αξιοπιστία ενός στοχαστικού υδρολογικού μοντέλου εξαρτάται από δύο παράγοντες: (α) την ποιότητα της διαθέσιμης υδρολογικής πληροφορίας, και (β) την ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου. Σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως συμβαίνει και στο στοχαστικό μοντέλο που αναπτύχθηκε, ο υπολογισμός ορισμένων τουλάχιστον εκ των παραμέτρων,  $\mu$ , συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών,  $s$ , δεν μπορεί να γίνει με αναλυτικές μεθόδους, οπότε χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές τεχνικές (αριθμητικά μοντέλα ή μοντέλα βελτιστοποίησης). Μια άλλη επισήμανση σχετίζεται με την ασυμπτωτική συμπεριφορά των στοχαστικών μοντέλων. Θεωρητικά, τα μοντέλα αυτά αναπαράγουν ακριβώς τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά για άπειρο μήκος προσομοίωσης (ήτοι άπειρο μήκος συνθετικών χρονοσειρών). Στην πράξη, τα μήκη των συνθετικών χρονοσειρών είναι της τάξης των εκατοντάδων ή χιλιάδων τιμών, με αποτέλεσμα να υπάρχει μεροληψία στην αναπαραγωγή των στατιστικών μεγεθών. Έξοδοι του στοχαστικού μοντέλου είναι οι συνθετικές χρονοσειρές εισροών,  $\mathbf{Y}_t(\mu, \omega)$ , που στην γενική περίπτωση μπορούν να θεωρηθούν ως  $n$  στοχαστικά ανεξάρτητες σειρές με την ίδια πιθανότητα πραγματοποίησης, εφόσον η διαδικασία γέννησης επαναλαμβάνεται πολλές φορές με διαφορετικές αρχικές συνθήκες (διαφορετική τιμή της ακολουθίας τυχαίων αριθμών).

Η δεύτερη βασική συνιστώσα του σχήματος στοχαστικής προσομοίωσης είναι το μοντέλο λειτουργικής προσομοίωσης του υδροσυστήματος. Το εν λόγω μοντέλο χρησιμοποιεί ως στοιχεία εισόδου τις παραμέτρους του συστήματος και τις συνθετικές χρονοσειρές εισροών που παράγονται από το στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο. Οι παράμετροι του υδροσυστήματος διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: (α) σταθερές παράμετροι, που συμβολίζονται με  $\lambda$ , και αναφέρονται στην τοπολογία του δικτύου, τα χαρακτηριστικά μεγέθη των υδραυλικών έργων και τους λειτουργικούς στόχους και περιορισμούς, και (β) παράμετροι διαχείρισης, που συμβολίζονται με  $\theta$ , και αναφέρονται στον τρόπο λειτουργίας του υδροσυστήματος. Το μοντέλο λειτουργικής προσομοίωσης αναπαριστά την λειτουργία του υδροσυστήματος, τηρώντας τους φυσικούς περιορισμούς του προβλήματος και προσπαθώντας να ικανοποιήσει τους λειτουργικούς περιορισμούς και στόχους, με βάση την πολιτική

<sup>1</sup> Στην πραγματικότητα, οι τυχαίοι αριθμοί στον υπολογιστή γεννώνται βάσει ενός αυστηρά προσδιοριστικού αλγορίθμου, ο οποίος οδηγεί στην ίδια ακολουθία αριθμών αν ξεκινήσει με την ίδια αρχική τιμή, που είναι γνωστή και ως σπόρος (seed). Για τον λόγο αυτό, οι τυχαίοι αριθμοί που παράγονται καθ' αυτόν τον τρόπο είναι αναφέρονται και ως ψευδοτυχαίοι (pseudorandom).

διαχείρισης,  $\theta$ . Έξοδοι του μοντέλου είναι  $n$  σενάρια απολήψεων  $Z_i(Y_i, \lambda, \theta)$ , κάθε ένα από τα οποία συνιστά την απόκριση του συστήματος έναντι του αντίστοιχου σεναρίου εισροών,  $Y_i$ . Για κάθε σενάριο απολήψεων,  $Z_i$ , ελέγχεται η επίδοση του υδροσυστήματος, με βάση ένα αριθμητικό μέτρο,  $L_i$ , που συναρτάται με ποσοτικά κριτήρια όπως η αξιοπιστία, η εγγυημένη απόληψη, η παραγωγή ενέργειας, το κόστος λειτουργίας, το οικονομικό όφελος από την πώληση του νερού, κλπ.



Σχήμα 2.10: Σχηματική απεικόνιση των συνιστωσών ενός σχήματος στοχαστικής προσομοίωσης συστημάτων υδατικών πόρων.

Η υδρολογική αβεβαιότητα οδηγεί σε ένα ιδιαίτερα ευρύ φάσμα ισοπίθανων συνθηκών υδροφορίας και αντίστοιχων αποκρίσεων του συστήματος, οπότε η τιμή κάθε μεμονωμένου (δειγματικού) μέτρου,  $L_i$ , δεν έχει ιδιαίτερο νόημα. Συνεπώς, ως τελικό μέτρο επίδοσης του συστήματος,  $J$ , λαμβάνεται η αναμενόμενη (μέση) τιμή των επιμέρους δειγματικών μέτρων, μέσω της οποίας αποτιμάται η αποτελεσματικότητα της πολιτικής διαχείρισης που περιγράφεται μέσω των παραμέτρων,  $\theta$ . Συχνά, επιδιώκεται βελτιστοποίηση της εν λόγω πολιτικής, θεωρώντας τις διαχειριστικές παραμέτρους,  $\theta$ , ως τις μεταβλητές ελέγχου και το μέτρο επίδοσης του υδροσυστήματος,  $J$ , ως την αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης.

Το παρόν τεύχος εστιάζεται στην αναλυτική περιγραφή της πρώτης συνιστώσας του σχήματος στοχαστικής προσομοίωσης, ήτοι στο στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο που υλοποιήθηκε μέσω του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία*. Η δεύτερη συνιστώσα, ήτοι το μοντέλο λειτουργικής προσομοίωσης που υλοποιήθηκε μέσω του υπολογιστικού συστήματος *Υδρονομέας*, αποτελεί αντικείμενο άλλου τεύχους (*Καραβοκυρός κ.ά., 2004*).

## 2.2.4 Τύποι προσομοίωσης – Η έννοια της στοχαστικής πρόγνωσης

Με βάση όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 2.2.3, το μέτρο επίδοσης ενός συστήματος υδατικών πόρων, εκτιμώμενο με την μέθοδο της στοχαστικής προσομοίωσης, εξαρτάται από τρεις παράγοντες: (α) τις παραμέτρους του στοχαστικού μοντέλου,  $\mu$ , (β) τα χαρακτηριστικά του υδροσυστήματος,  $\lambda$ , και (γ) τις διαχειριστικές παραμέτρους,  $\theta$ . Όπως εξηγήθηκε προηγουμένως, οι παράμετροι  $\mu$  προκύπτουν

συναρτήσει του ιστορικού δείγματος, **X**. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η ακρίβεια και αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της στοχαστικής προσομοίωσης είναι άμεσα εξαρτώμενη από την ποσότητα καθώς και ποιότητα της διαθέσιμης υδρολογικής πληροφορίας.

Σε μελέτες σχεδιασμού ή στρατηγικής διαχείρισης συστημάτων υδατικών πόρων, όπου ζητούμενο είναι η αποτίμηση της μακροχρόνιας επίδοσης του συστήματος, η εν λόγω επίδοση θεωρείται ότι δεν επηρεάζεται από τις συνθήκες εκκίνησης του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης, ήτοι το αρχικό καθεστώς υδροφορίας και αποθεμάτων. Επιπλέον, όλα τα υπόλοιπα δεδομένα εισόδου του συστήματος, όπως η διάταξη και τα χαρακτηριστικά των έργων και η ετήσια ζήτηση νερού, θεωρούνται σταθερά και ανεξάρτητα του χρόνου. Ο τύπος αυτός της προσομοίωσης ονομάζεται *μόνιμης κατάστασης* (steady-state). Κατά την προσομοίωση μόνιμης κατάστασης, οι επιμέρους σειρές εισροών μπορούν να θεωρηθούν ισοδύναμα μιας μεμονωμένης χρονοσειράς μεγάλου (θεωρητικά άπειρου) μήκους.

Αντίθετα, η επιχειρησιακή διαχείριση ενός υδροσυστήματος, ήτοι η διαχείρισή του σε πραγματικό χρόνο, επιβάλλει την ενσωμάτωση των αρχικών συνθηκών στο μοντέλο στοχαστικής προσομοίωσης. Στην περίπτωση αυτή, η βραχυχρόνια και πιθανόν μεσοπρόθεσμη επίδοση του συστήματος ενδέχεται να εξαρτάται καθοριστικά τόσο από το επίκαιρο καθεστώς υδροφορίας όσο και από τα επίκαιρα αποθέματα νερού. Επιπλέον, οι παράμετροι του υδροσυστήματος είναι συνήθως μεταβαλλόμενες στον χρόνο, λόγω της βλάβης ή της ένταξης νέων έργων στο σύστημα, της εισαγωγής νέων περιορισμών, της αύξησης της ζήτησης, κλπ. Στην περίπτωση αυτή ακολουθείται μια διαφορετική προσέγγιση, με εφαρμογή μιας διαδικασίας που ονομάζεται *καταληκτική* (terminating) προσομοίωση (Winston, 1994, σ. 1220). Στην καταληκτική προσομοίωση, παράγονται πολλές αλλά μικρού, κατά κανόνα, μήκους σειρές εισροών, με κατάλληλη προσαρμογή του στοχαστικού μοντέλου ώστε να λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δειγμάτων αλλά και την ακολουθία των ιστορικών τιμών, και ιδιαίτερα των πλέον πρόσφατων<sup>1</sup>. Η λειτουργία αυτή του μοντέλου ονομάζεται *στοχαστική πρόγνωση*. Στην συνέχεια, επαναλαμβάνεται το μοντέλο λειτουργικής προσομοίωσης με διαφορετικό κάθε φορά σενάριο εισροών, αλλά με τις ίδιες αρχικές συνθήκες αποθεμάτων, τις ίδιες συνθήκες μεταβολής παραμέτρων (εφόσον το σύστημα χαρακτηρίζεται από μη στασιμότητα), και την ίδια συνθήκη τερματισμού (χρονικός ορίζοντας ελέγχου).

---

<sup>1</sup> Υπενθυμίζεται ότι οι μελλοντικές τιμές μιας υδρολογικής διεργασίας σχετίζονται στατιστικά με τις παρελθούσες, με τον βαθμό της συσχέτισης να περιγράφεται ποσοτικά από την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.

## 3 Σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών

---

### 3.1 Δομή και απαιτήσεις του μοντέλου

#### 3.1.1 Απαιτήσεις μαθηματικού μοντέλου

Για το σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών, το οποίο είναι συνιστώσα του συστήματος στοχαστικής προσομοίωσης που αναπτύχθηκε για την υποστήριξη των αποφάσεων που αφορούν στο υδροδοτικό σύστημα της Αθήνας, τέθηκαν εξ αρχής ορισμένες απαιτήσεις, που περιγράφονται στο κεφάλαιο 4 του τεύχους ανάλυσης απαιτήσεων του έργου (Καραβοκυρός κ.ά., 2000). Στην συνέχεια παρατίθενται οι εν λόγω απαιτήσεις (με πλάγια γράμματα), οι οποίες καλύπτονται πλήρως από το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε, όπως τεκμηριώνεται από τα σχόλια που ακολουθούν. Σημειώνεται ότι στην παράθεση των απαιτήσεων έχει διατηρηθεί η αρίθμηση του πρωτοτύπου:

(4.3) *Το μοντέλο θα παράγει συνθετικές χρονοσειρές βροχοπτώσεων, εισροών και εξατμίσεων στους ταμιευτήρες Μόρνου, Ευήνου, Μαραθώνα και Υλίκης σε ετήσιο και μηνιαίο βήμα.*

Το μαθηματικό μοντέλο επιτρέπει την ταυτόχρονη στοχαστική ανάλυση πολλών δειγμάτων, τα οποία αναφέρονται σε διάφορες υδρολογικές διεργασίες και σε διάφορες θέσεις, χωρίς να θέτει περιορισμούς ως προς το πλήθος αυτών. Οι εν λόγω διεργασίες σχετίζονται λόγω της κοινής υδρολογικής διαίτας της ευρύτερης περιοχής της Στερεάς Ελλάδας, όπου εκτείνεται το υδροσύστημα της ΕΥΔΑΠ. Η ανάλυση των δειγμάτων και, συνεπακόλουθα, η παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών γίνεται σε δύο χρονικά επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο γεννώνται συνθετικές χρονοσειρές ετήσιας κλίμακας μέσω μοντέλων που αναπαράγουν το φαινόμενο της εμμονής (απαίτηση 4.6), ενώ στο δεύτερο επίπεδο γεννώνται συνθετικές χρονοσειρές μηνιαίου βήματος, μέσω μοντέλων που αναπαράγουν την ενδοετήσια περιοδικότητα των αντίστοιχων διεργασιών.

(4.4) *Τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δεδομένων, δηλαδή οι μέσες τιμές, διασπορές, συντελεστές ασυμμετρίας, συντελεστές αυτοσυσχέτισης και ετεροσυσχέτισης θα πρέπει να διατηρούνται αναλλοίωτα.*

Η απαίτηση αυτή είναι σύμφωνη με την κυριαρχούσα άποψη της βιβλιογραφίας. Με βάση το κλασικό εγχειρίδιο των *Matalas and Wallis* (1976), και ανεξάρτητα από την χρονική κλίμακα της ανάλυσης, το ελάχιστο σύνολο των ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων που απαιτείται να αναπαράγονται κατά την στοχαστική προσομοίωση ενός συστήματος υδατικών πόρων είναι: (α) οι παράμετροι των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής κάθε μεταβλητής, και συγκεκριμένα η μέση τιμή, η διασπορά και ο συντελεστής ασυμμετρίας, και (β) οι παράμετροι των από κοινού συναρτήσεων κατανομής των μεταβλητών, και συγκεκριμένα οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης και οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης. Το μαθηματικό μοντέλο που αναπτύχθηκε αναπαράγει το σύνολο των παραπάνω στατιστικών χαρακτηριστικών. Τονίζεται ωστόσο ότι, στην πράξη, είναι αναπόφευκτη η εμφάνιση μικρών αποκλίσεων ως προς ορισμένα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και συνθετικών δειγμάτων, στην περίπτωση που η εκτίμηση των παραμέτρων που σχετίζονται με τα εν λόγω χαρακτηριστικά δεν γίνεται αναλυτικά αλλά προσεγγιστικά (μέσω βελτιστοποίησης).



(4.5) *Το μοντέλο θα διατηρεί τη στοχαστική εξάρτηση των υδρολογικών μεταβλητών τόσο ως προς το χώρο όσο και ως προς το χρόνο.*

Η χωρική εξάρτηση αντιστοιχεί στην προφανή συγγένεια της ταυτόχρονης υδρολογικής δίαυτας σε γειτονικές θέσεις ή λεκάνες και μπορεί να αναφέρεται σε διαφορετικά υδρολογικά μεγέθη, στοχαστικά εξαρτημένα (π.χ. βροχή και απορροή). Αντίστοιχα, η χρονική εξάρτηση οφείλεται στη μνήμη (βραχυπρόθεσμη εμμονή) των υδρολογικών μεγεθών (εξάρτηση ενός μεγέθους από τις τιμές των αμέσως προηγούμενων βημάτων). Το μοντέλο διατηρεί την χωρική και χρονική εξάρτηση των μεταβλητών, καθώς αναπαράγει όλες τις ουσιώδεις συνδιασπορές, ήτοι τις ετεροσυσχετίσεις μηδενικής τάξης και αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης (απαίτηση 4.4).

(4.6) *Το μοντέλο θα διατηρεί τη μακροπρόθεσμη εμμονή, ώστε να δυνατή η αναπαραγωγή αλληλουχιών ξηρών ετών παρόμοιων με αυτά που παρατηρήθηκαν στην τελευταία μεγάλη ξηρασία.*

Η αναπαραγωγή του φαινομένου της εμμονής (φαινόμενο Hurst) θεωρείται από τα κομβικά σημεία του σχήματος προσομοίωσης που αναπτύχθηκε, καθώς βασίστηκε εξ ολοκλήρου σε πρωτότυπη ερευνητική εργασία. Η διατήρηση της μακροπρόθεσμης εμμονής επιτυγχάνεται με προσαρμογή ενός κατάλληλου θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος στις ετήσιες μεταβλητές και την σύζευξη αυτού με ένα σχήμα γέννησης κινούμενων μέσων όρων.

(4.7) *Οι ιδιότητες της στατιστικής κατανομής που θα επιλεγεί πρέπει να είναι συμβατές με τα χαρακτηριστικά των υδρολογικών μεταβλητών.*

Στο μοντέλο γέννησης συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χρήση της κατανομής γάμα τριών παραμέτρων που θεωρείται κατάλληλη τόσο για μηνιαίες όσο και για ετήσιες υδρολογικές μεταβλητές, δεδομένου ότι ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής και μπορεί να αναπαράγει την ασυμμετρία των ιστορικών δειγμάτων.

(4.8) *Οι μηνιαίες χρονοσειρές θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις ετήσιες.*

Στο μοντέλο, παρόλο που σε πρώτη φάση οι μηνιαίες μεταβλητές παράγονται ανεξάρτητα από τις ετήσιες (και μάλιστα με εφαρμογή διαφορετικών σχημάτων προσομοίωσης), στην συνέχεια ανάγονται μέσω μιας μεθοδολογίας επιμερισμού, έτσι ώστε για κάθε προσομοιωμένο έτος το άθροισμα των συνθετικών μηνιαίων τιμών να ισούται με την αντίστοιχη συνθετική ετήσια τιμή.

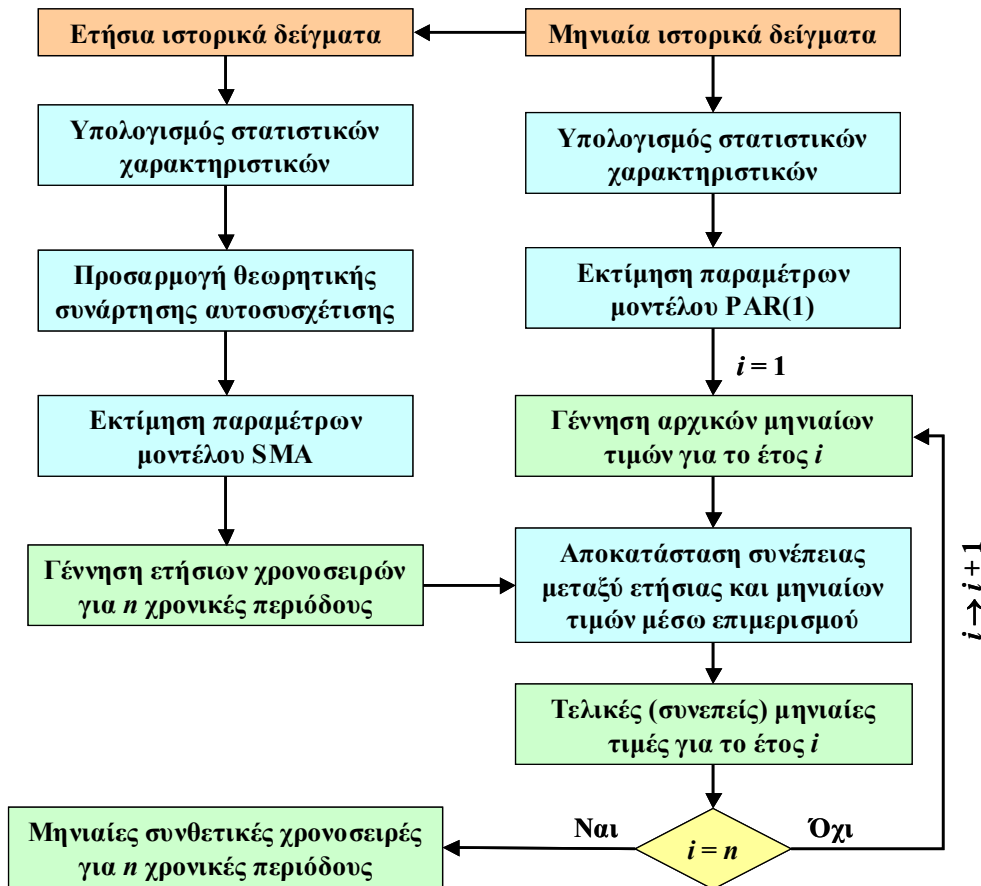
(4.9) *Οι μελλοντικές τιμές των συνθετικών χρονοσειρών θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις επίκαιρες και τις ιστορικές τιμές.*

Το μοντέλο γέννησης συνθετικών χρονοσειρών μπορεί να εφαρμοστεί με δύο τρόπους: (α) για την γέννηση χρονοσειρών μεγάλου μήκους, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές τύπου μόνιμης κατάστασης και, συνεπώς, δεν εξαρτώνται από τις αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης, και (β) για την γέννηση πολλαπλών σεναρίων μικρού μήκους, τα οποία χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές τύπου καταληκτικής προσομοίωσης (βλ. 2.2.4). Στην τελευταία περίπτωση, η βραχυπρόθεσμη εξέλιξη των υδρολογικών μεταβλητών εξαρτώνται από τις επίκαιρες και παρελθούσες τιμές τους, οι οποίες εισάγονται στο μοντέλο υπό μορφή στατιστικής δέσμευσης.

Πέρα των παραπάνω, στο τεύχος ανάλυσης απαιτήσεων τέθηκαν και άλλοι περιορισμοί, που αναφέρονται στα λειτουργικά και μη λειτουργικά χαρακτηριστικά του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία*. Οι εν λόγω απαιτήσεις καθώς και η τεκμηρίωσή τους περιγράφονται στην ενότητα 4.1.

### 3.1.2 Συνοπτική περιγραφή του σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών

Για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών υιοθετήθηκε ένα στοχαστικό σχήμα πολλών μεταβλητών, το οποίο υλοποιείται σε δύο χρονικά επίπεδα. Κάθε μεταβλητή αναφέρεται σε συγκεκριμένη υδρολογική διεργασία, που λαμβάνει χώρα σε συγκεκριμένη γεωγραφική θέση. Το πρώτο επίπεδο (υψηλό επίπεδο) αναφέρεται σε χρονοσειρές αραιής χρονικής κλίμακας, η ισοδιάσταση της οποίας θα καλείται εφεξής *περίοδος*, ενώ το δεύτερο επίπεδο (χαμηλό επίπεδο) αναφέρεται σε πυκνότερη χρονική κλίμακα, που θα καλείται *υποπερίοδος*. Ως υψηλή χρονική κλίμακα επιλέγεται η ετήσια, για την οποία οι στοχαστικές ανεξίτητες θεωρούνται στάσιμες, ενώ ως χαμηλή χρονική κλίμακα επιλέγεται η μηνιαία, που είναι η συνήθης κλίμακα στην διαχείριση συστημάτων υδατικών πόρων.



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών για την στοχαστική προσομοίωση συστημάτων υδατικών πόρων σε μηνιαία χρονική κλίμακα, για  $n$  συνολικά έτη.

Το διάγραμμα ροής της μεθοδολογίας γέννησης συνθετικών χρονοσειρών απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1. Είσοδος του μοντέλου είναι τα μηνιαία ιστορικά δείγματα των μεταβλητών, βάσει των οποίων προκύπτουν τα αντίστοιχα ετήσια. Πρώτα υπολογίζονται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά, τόσο σε μηνιαία όσο και σε ετήσια βάση. Στην συνέχεια, για κάθε ετήσια μεταβλητή ορίζεται μια θεωρητική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης, η οποία περιγράφει την μακροπρόθεσμη εμμονή της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας (βλ. 3.2). Η δομή της αυτοσυσχέτισης αναπαράγεται μέσω ενός στάσιμου μοντέλου συμμετρικά κινούμενων μέσων όρων (μοντέλο SMA), οι παράμετροι του οποίου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ετήσιων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.3). Το μοντέλο SMA, που σημειωτέον είναι γενικευμένο ώστε να προσαρμόζεται σε πολυμεταβλητά σχήματα προσομοίωσης, χρησιμοποιείται για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών σε όλες τις θέσεις και για όλον τον χρονικό ορίζοντα της προσομοίωσης.

Για τη στοχαστική προσομοίωση των μηνιαίων μεταβλητών χρησιμοποιείται ως βάση ένα περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, το PAR(1), διατυπωμένο ως πολυμεταβλητό. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των μηνιαίων ιστορικών χρονοσειρών (βλ. 3.4). Η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών, η οποία προϋποθέτει να έχει ολοκληρωθεί η παραγωγή των ετήσιων συνθετικών τιμών, γίνεται σε στάδια. Αρχικά, για κάθε ένα έτος ξεχωριστά, γεννώνται 12 μηνιαίες τιμές μέσω του μοντέλου PAR(1), οι οποίες προφανώς δεν είναι συνεπείς με τις αντίστοιχες ετήσιες. Για την αποκατάσταση της συνέπειας, εφαρμόζεται μια διαδικασία γραμμικής αναγωγής (μοντέλο επιμερισμού), μέσω της οποίας οι μηνιαίες συνθετικές τιμές διορθώνονται, ώστε συναθροιζόμενες να ισούνται με την αντίστοιχη ετήσια (βλ. 3.5). Η διαδικασία γέννησης μηνιαίων τιμών επαναλαμβάνεται για όλα τα έτη, οπότε προκύπτει ένα τελικό συνθετικό δείγμα μηνιαίων τιμών που είναι συνεπές με το ετήσιο, το οποίο έχει προκύψει με εφαρμογή του μοντέλου SMA, αναπαράγοντας κατ' αυτόν τον τρόπο το ιδιαίτερα κρίσιμο φαινόμενο της εμμονής.

## 3.2 Μεθοδολογία αναπαραγωγής της εμμονής

### 3.2.1 Γενικά

Η αναπαραγωγή του φαινομένου της εμμονής, που όπως αναφέρθηκε αποτελεί γενικό χαρακτηριστικό των περισσότερων γεωφυσικών διεργασιών (βλ. 2.1.6), θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμη, δεδομένου ότι με αυτή σχετίζεται η εμφάνιση των μακροχρόνιων ξηρασιών, που επηρεάζουν άμεσα την λειτουργία και διαχείριση υδροσυστημάτων όπως αυτό της Αθήνας.

Για την αναπαραγωγή των ξηρασιών ακολουθούνται διεθνώς δύο ειδών προσεγγίσεις. Η απλούστερη προσέγγιση είναι η εμπειρική, η οποία δεν απαιτεί ειδική μοντελοποίηση. Βάσει αυτής, υιοθετείται ένα σύνηθες σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών (π.χ. ένα μοντέλο τύπου ARMA), οι παράμετροι του οποίου δεν εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών του ιστορικού δείγματος αλλά βάσει τροποποιημένων τιμών αυτών. Η επέμβαση γίνεται συνήθως μόνο στις δύο πρώτες ροπές του δείγματος, ήτοι την μέση τιμή και την διασπορά. Για παράδειγμα, με μείωση της τιμής της μέσης ετήσιας απορροής και αύξησης της διασποράς, μπορούν να παραχθούν συνθετικά δείγματα εισροών που είναι σαφώς πιο δυσμενή σε σχέση με τα αντίστοιχα ιστορικά. Κατά κανόνα, οι τροποποιημένες τιμές δεν ορίζονται εντελώς αυθαίρετα αλλά προκύπτουν μετά από διερεύνηση υποθετικών σεναρίων κλιματικής αλλαγής, για τα οποία έχουν αναπτυχθεί μοντέλα προσομοίωσης που βασίζονται στις φυσικές διεργασίες του υδρολογικού κύκλου. Ωστόσο, παρά την απλότητά της και την λογικοφανή ερμηνεία της, η εμπειρική προσέγγιση δεν κρίνεται αξιόπιστη, όχι μόνο επειδή βασίζεται σε αυθαίρετες υποθέσεις αλλά και εξαιτίας του χαμηλού βαθμού επαλήθευσης των κλιματικών μοντέλων.

Η δεύτερη προσέγγιση συνίσταται στη μαθηματική περιγραφή της εμμονής, και την αναπαραγωγή της μέσω εξειδικευμένων στοχαστικών σχημάτων, όπως τα μοντέλα τύπου FGN (*Mandelbrot*, 1965), FFGN (*Mandelbrot and Wallis*, 1969) και broken line (*Mejia et al.*, 1972). Στα παραπάνω μοντέλα επιχειρείται η ποσοτικοποίηση της εμμονής και η εισαγωγή της ως παραμέτρου, της οποίας ωστόσο ο ορισμός και ο τρόπος εκτίμησης είναι ιδιαίτερα πολύπλοκος (βλ. και 3.2.2). Ένα άλλο σοβαρό μειονέκτημα είναι η αδυναμία διατύπωσης των μοντέλων ως πολυμεταβλητών, κάτι που ωστόσο θεωρείται αναγκαίο για τη στοχαστική προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών του υδροσυστήματος της Αθήνας. Για τον λόγο αυτό, υιοθετήθηκε μια γενικευμένη προσέγγιση που, αν και πολύ απλή στην εφαρμογή της, είναι πλήρως τεκμηριωμένη μαθηματικά. Η προσέγγιση αυτή περιγράφεται λεπτομερώς στην συνέχεια της ενότητας.

### 3.2.2 Ορισμός και ιδιότητες γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς

Έστω η στοχαστική ανέλιξη  $X_i$  σε διακριτό χρόνο (π.χ. έτος)  $i$ , με αυτοσυνδιασπορά:

$$\gamma_j = \text{Cov} [X_i, X_{i+j}] \quad (3.1)$$

Η ανέλιξη  $X_i$  θεωρείται στάσιμη, με μέση τιμή  $\mu_x = E[X_i]$ , διασπορά  $\gamma_0$  και συντελεστή ασυμμετρίας  $\xi_x = E[(X_i - \mu_x)^3] / \gamma_0$ . Τα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά της ανέλιξης, ήτοι οι παράμετροι  $\mu_x$ ,  $\gamma_0$  και  $\xi_x$ , μπορούν να εκτιμηθούν εφόσον διατίθεται ένα δείγμα της  $X_i$  μεγέθους  $n$ , ήτοι μια ακολουθία τιμών  $(x_1, \dots, x_n)$ . Από την άλλη πλευρά, οι αυτοσυνδιασπορές,  $\gamma_j$ , μπορούν να εκτιμηθούν μέσω της εμπειρικής συνάρτησης (2.18). Υπενθυμίζεται ότι ο λόγος  $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$  είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης της ανέλιξης, ενώ η γραφική παράσταση των  $\rho_j$  συναρτήσει της χρονικής υστέρησης  $j$  είναι το αυτοσυσχετόγραμμα (βλ. 2.1.4).

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν στο εδάφιο 2.1.6, η μακροπρόθεσμη εμμονή των υδρολογικών χρονοσειρών εμφανίζεται με την μορφή υψηλών θετικών τιμών των συντελεστών αυτοσυσχέτισης, ακόμη και για πολύ μεγάλα βήματα χρονικής υστέρησης. Ο εμπειρικός εντοπισμός της ύπαρξης μακροπρόθεσμης εμμονής σε μια χρονοσειρά γίνεται, μεταξύ άλλων, με την κατασκευή του δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος. Εφόσον η χρονοσειρά έχει εμμονή το διάγραμμα των  $\rho_j$  παρουσιάζει την χαρακτηριστική μορφή πλατειάς ουράς, ενώ, αντίθετα, αν η χρονοσειρά δεν έχει εμμονή, το διάγραμμα φθίνει πολύ γρήγορα προς το μηδέν. Κατά συνέπεια, το σχήμα του αυτοσυσχετογράμματος αποτελεί ισχυρή ένδειξη της ύπαρξης ή όχι εμμονής.

Ωστόσο, επειδή το μήκος ενός υδρολογικού δείγματος είναι κατά κανόνα μικρό (της τάξης των μερικών δεκάδων ετών), μόνο οι πρώτες τιμές των αυτοσυνδιασπορών μπορούν να εκτιμηθούν με αποδεκτή ακρίβεια μέσω της (2.18). Επιπλέον, οι δειγματικές εκτιμήσεις της αυτοσυνδιασποράς εισάγουν σημαντική αρνητική μεροληψία, με αποτέλεσμα να φθίνουν γρήγορα συναρτήσει του χρόνου (Koutsoyiannis, 2003). Το γεγονός αυτό μπορεί να οδηγήσει στο λανθασμένο συμπέρασμα ότι τα  $\gamma_j$  μηδενίζονται μετά από κάποιο χρονικό βήμα  $m$  και, κατά συνέπεια, η μνήμη της ανέλιξης  $X_i$  είναι μικρή, ενώ κάτι τέτοιο μπορεί να μην ισχύει στην πραγματικότητα.

Τα συνήθη στοχαστικά μοντέλα ανήκουν στην οικογένεια των μοντέλων τύπου ARMA( $p, q$ ), που είναι συνδυασμένα σχήματα αυτοπαλινδρόμησης τάξης  $p$  και κινούμενων μέσων όρων τάξης  $q$  (Box and Jenkins, 1970). Τα μοντέλα αυτά είναι βραχείας μνήμης, με αυτοσυσχετόγραμμα που φθίνει εκθετικά με τον χρόνο. Πράγματι, για μεγάλα βήματα υστέρησης  $j$ , η θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς μιας στοχαστικής ανέλιξης τύπου ARMA προσεγγίζεται από μια σχέση εκθετικής μείωσης της μορφής:

$$\gamma_j = \alpha \varphi^j \quad (3.2)$$

όπου  $\alpha, \varphi$  παράμετροι, με  $0 \leq \varphi \leq 1$ .

Είναι προφανές ότι τα μοντέλα τύπου ARMA είναι ακατάλληλα για την αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής των υδρολογικών διεργασιών. Για το σκοπό αυτό αναπτύχθηκαν εναλλακτικά μαθηματικά σχήματα, όπως τα λεγόμενα μοντέλα κλασματικού γκαουσιανού θορύβου (FGN, fractional Gaussian noise), τα οποία προσομοιώνουν διεργασίες με μακροπρόθεσμη εμμονή, θεωρώντας συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς της μορφής:

$$\gamma_j = \frac{1}{2} \gamma_0 [(j-1)^{2H} - 2j^{2H} + (j+1)^{2H}] \quad (3.3)$$

όπου  $H$  είναι μέτρο της μακροπρόθεσμης εμμονής, που καλείται συντελεστής Hurst και λαμβάνει τιμές στο διάστημα  $0.5 \leq H \leq 1$  (Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993).

Με εξαίρεση τους πρώτους όρους της, η ακολουθία (3.3) προσεγγίζεται από την εξίσωση δύναμης:

$$\gamma_j = \gamma_0 (1 - 1/\beta) (1 - 1/2\beta) j^{-1/\beta} \quad (3.4)$$

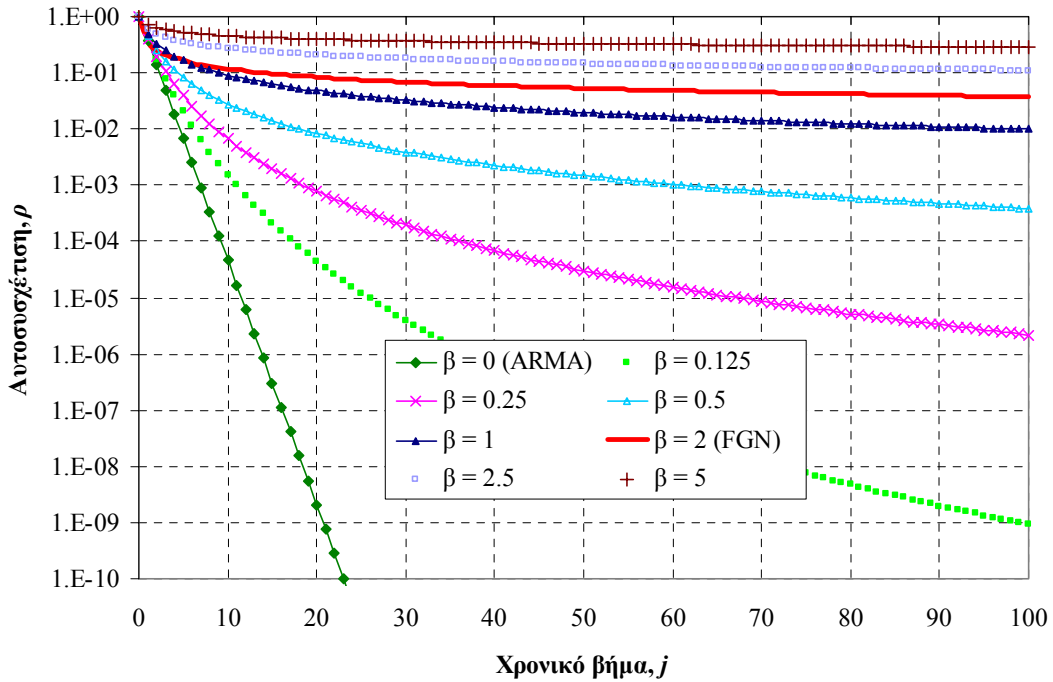
όπου:

$$\beta = \frac{1}{2(1-H)} \geq 1 \quad (3.5)$$

Για μεγάλα χρονικά βήματα, οι θεωρητικές συναρτήσεις αυτοσυνδιασποράς τόσο των ARMA όσο και των FGN ανελίξεων μπορούν να θεωρηθούν ως ειδικές περιπτώσεις της λεγόμενης γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (Koutsoyiannis, 2000):

$$\gamma_j = \gamma_0 [1 + \kappa \beta j]^{-1/\beta} \quad (3.6)$$

όπου  $\kappa, \beta$  παράμετροι. Η παράμετρος  $\kappa$  περιγράφει το σχήμα της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς, ενώ η παράμετρος  $\beta$  σχετίζεται άμεσα με την εμμόνη της στοχαστικής ανελίξης.



Σχήμα 3.2: Παραδείγματα εφαρμογής της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς για παράμετρο σχήματος  $\kappa = 1$  και διάφορες τιμές της παραμέτρου εμμόνης,  $\beta$ .

Για  $\beta = 0$ , με εφαρμογή του κανόνα de l' Hospital, η σχέση (3.6) γίνεται:

$$\gamma_j = \gamma_0 \exp(-\kappa j) \quad (3.7)$$

που είναι ταυτόσημη με την (3.2), εφόσον τεθεί  $\kappa = -\ln \rho$ .

Για  $\beta > 1$ , η σχέση (3.6) προσεγγίζει με μεγάλη ακρίβεια την (3.4) εφόσον τεθεί:

$$\kappa = \frac{1}{\beta (1 - 1/\beta) (1 - 1/2\beta)^\beta} =: \kappa_0 \quad (3.8)$$

Για  $\kappa \neq \kappa_0$  ή για τιμές της παραμέτρου εμμόνης  $\beta$  στο διάστημα  $(0, 1)$  η σχέση (3.6) εξακολουθεί να αποτελεί μια εφικτή δομή αυτοσυνδιασποράς για στοχαστικές ανελίξεις διαφορετικού τύπου από τις ARMA και FGN. Στο Σχήμα 3.2 απεικονίζεται η (3.6) για διάφορες τιμές της παραμέτρου  $\beta$ , θεωρώντας σταθερή τιμή  $\kappa = 1$ . Για  $\beta = 0$ , η (3.6) ταυτίζεται με μια ανελίξη τύπου ARMA, η αυτοσυνδιασπορά της οποίας φθίνει μετά από ελάχιστα βήματα και σε ημιλογαριθμικό διάγραμμα παρίσταται με μια ευθεία γραμμή. Με συμπαγή γραμμή απεικονίζεται η εξίσωση για την ειδική περίπτωση  $\kappa = \kappa_0$  και  $\beta = 2$ , οπότε ταυτίζεται με μια μακράς μνήμης FGN ανελίξη. Είναι προφανές ότι

όσο αυξάνει η τιμή της παραμέτρου  $\beta$ , τόσο αυξάνει η μνήμη της στοχαστικής ανέλιξης. Κατά συνέπεια, η παράμετρος  $\beta$  είναι αντίστοιχη του συντελεστή Hurst της μεθόδου FGN.

Εφόσον κρίνεται απαραίτητη η αναπαραγωγή των  $m$  πρώτων όρων της αυτοσυνδιασποράς του ιστορικού δείγματος, αυτοί θεωρούνται παράμετροι της στοχαστικής δομής της ανέλιξης, με την ακολουθία  $\gamma_1, \dots, \gamma_m$  να ορίζεται αυθαίρετα ή να εκτιμάται μέσω της εμπειρικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (2.18). Στην περίπτωση αυτή, οι υπόλοιποι όροι της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς της στοχαστικής ανέλιξης υπολογίζονται μέσω της (3.6), θέτοντας:

$$\kappa = \begin{cases} \frac{1}{\beta m} \left[ \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right)^\beta - 1 \right] & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{m} \ln \left( \frac{\gamma_0}{\gamma_m} \right) & \beta = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η συνέχεια της ακολουθίας στο χρονικό βήμα  $j = m$ .

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να τονιστεί ότι δεν μπορεί οποιαδήποτε ακολουθία τιμών  $\gamma_j$  ( $j = 0, \dots, s$ ) να συνιστά μια εφικτή ακολουθία όρων αυτοσυνδιασποράς. Το τελευταίο ισχύει μόνο εφόσον το  $s \times s$  μητρώο  $\mathbf{h}$  με στοιχεία:

$$h_{ij} = \gamma_{|i-j|} \quad (3.10)$$

είναι θετικά ημιορισμένο, δηλαδή για κάθε διάνυσμα  $\xi$  ισχύει:

$$\xi \mathbf{h} \xi^T \geq 0 \quad (3.11)$$

Παρόμοιος έλεγχος εφικτότητας μπορεί να γίνει και μέσω του *φάσματος ισχύος* (power spectrum) της ακολουθίας  $\gamma_j$ , το οποίο πρέπει να είναι θετικό σε όλα τα σημεία  $\omega$ . Αποδεικνύεται ότι το φάσμα ισχύος κάθε στοχαστικής ανέλιξης ισούται με τον *διακριτό μετασχηματισμό Fourier* (DFT, discrete Fourier transform) της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  (Papoulis, 1991, σ. 293-294). Ο εν λόγω μετασχηματισμός υπολογίζεται ως (Bloomfield, 1976, σ. 46-49):

$$s_\gamma(\omega) = 2\gamma_0 + 4 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(2\pi j \omega) \quad (3.12)$$

Λόγω συμμετρίας ( $\gamma_j = \gamma_{-j}$ ) ο αντίστροφος μετασχηματισμός του φάσματος είναι:

$$\gamma_j = \int_0^{1/2} s_\gamma(\omega) \cos(2\pi j \omega) d\omega \quad (3.13)$$

Το φάσμα ισχύος χρησιμοποιείται για το προσδιορισμό των παραμέτρων του σχήματος γέννησης των μεταβλητών  $X_t$ , όπως περιγράφεται στην ενότητα 3.3.2.

### 3.2.3 Εκτίμηση παραμέτρων συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς

Οι ουσιώδεις παράμετροι της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς είναι κατ' ελάχιστο τρεις, δηλαδή η διασπορά  $\gamma_0$ , η παράμετρος εμμονής  $\beta$  και η παράμετρος σχήματος,  $\kappa$ . Εφόσον διατίθενται ένα δείγμα τιμών  $(x_1, \dots, x_n)$ , η εκτίμηση της δειγματικής διασποράς,  $\hat{\gamma}_0$ , γίνεται μέσω της σχέσης (2.15), ενώ για την εκτίμηση των παραμέτρων  $\beta$  και  $\kappa$  μπορούν να εφαρμοστούν τέσσερις εναλλακτικές μέθοδοι, που περιγράφονται στη συνέχεια του εδαφίου.

α) *Βέλτιστη προσαρμογή του θεωρητικού στο εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα*

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 \quad (3.14)$$

όπου  $\hat{\rho}_j = \hat{\gamma}_j / \hat{\gamma}_0$  η ακολουθία των εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, όπως εκτιμώνται μέσω της (2.18) για βήματα υστέρησης έως  $n_0 < n$ , και  $\rho_j = \gamma_j / \gamma_0$  η ακολουθία των θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης, όπως εκτιμώνται μέσω της (3.6). Ο λόγος που επιλέγεται μικρότερο δείγμα εμπειρικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης σε σχέση με το μήκος της διαθέσιμης χρονοσειράς έχει να κάνει με την αξιοπιστία προσδιορισμού των  $\hat{\rho}_j$  καθώς, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όσο αυξάνει το βήμα υστέρησης τόσο αυξάνει η αρνητική μεροληψία της εκτιμήτριας (2.18). Στο πρόγραμμα *Κασταλία*, οι εμπειρικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης υπολογίζονται μέχρι βήματος  $n_0 < n / 2$ .

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.14) εκφράζει την μέση τετραγωνική απόκλιση μεταξύ των δειγματικών και θεωρητικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης. Σημειώνεται ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης που ορίζεται από την (3.14) είναι μη γραμμικό ως προς τις παραμέτρους  $\beta$ ,  $\kappa$  και επιλύεται με ειδικές τεχνικές αναζήτησης ακροτάτων σε μη κυρτούς χώρους (*Ευστρατιάδης*, 2001).

#### β) Διατήρηση του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1

Στην περίπτωση αυτή ορίζεται το ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης, με προσθήκη του περιορισμού:

$$\rho_1 = \hat{\rho}_1 \quad (3.15)$$

Η συνθήκη  $\rho_1 = \hat{\rho}_1$  εισάγεται στη αντικειμενική συνάρτηση (3.14) ως όρος ποινής, δηλαδή:

$$f(\beta, \kappa) = \frac{1}{n_0} \sum_{j=1}^{n_0} (\hat{\rho}_j - \rho_j)^2 + M (\hat{\rho}_1 - \rho_1)^2 \quad (3.16)$$

όπου  $M$  ένας μεγάλος θετικός αριθμός.

#### γ) Διατήρηση των δειγματικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1 και 2

Στην περίπτωση αυτή το πρόβλημα δεν έχει βαθμούς ελευθερίας και οι παράμετροι  $\beta$ ,  $\kappa$  προκύπτουν από την επίλυση του συστήματος των μη γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_1 &= \hat{\gamma}_0 [1 + \kappa \beta]^{-1/\beta} \\ \hat{\gamma}_2 &= \hat{\gamma}_0 [1 + 2 \kappa \beta]^{-1/\beta} \end{aligned} \quad (3.17)$$

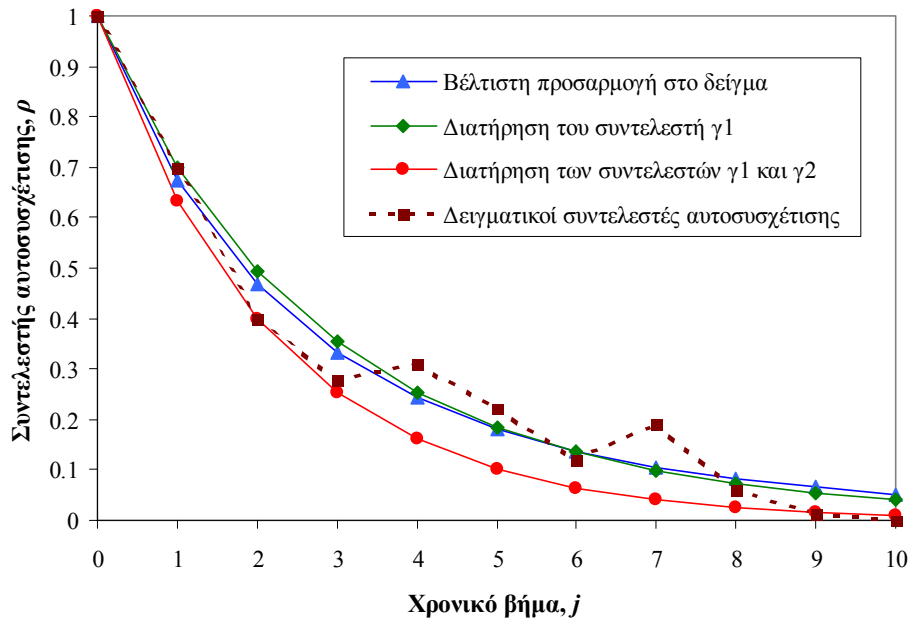
Αποδεικνύεται ότι το σύστημα (3.17) έχει ακριβή λύση για ορισμένο εύρος τιμών των  $\hat{\gamma}_0$ ,  $\hat{\gamma}_1$  και  $\hat{\gamma}_2$ , διαφορετικά η λύση του συστήματος προκύπτει με βελτιστοποίηση ως προς τις παραμέτρους  $\beta$  και  $\kappa$ , όμοια με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις.

#### δ) Αυθαίρετη επιλογή παραμέτρου εμμονής

Οι μέθοδοι (α), (β) και (γ) είναι κατάλληλες για την εκτίμηση των παραμέτρων της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς μόνο εφόσον το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα είναι σχετικά αξιόπιστο. Αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη μεγάλου μήκους ιστορικών δειγμάτων, κάτι που στην πράξη είναι εξαιρετικά σπάνιο. Για το λόγο αυτό είναι προτιμότερη η επιλογή της τιμής της παραμέτρου εμμονής με βάση τις ανάγκες του εκάστοτε προβλήματος που εξετάζεται. Στην περίπτωση αυτή η συνάρτηση (3.6) έχει έναν μόνο βαθμό ελευθερίας, ήτοι την παράμετρο σχήματος  $\kappa$ , που είτε μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά (θεωρώντας ότι διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για υστέρηση 1) είτε μέσω βελτιστοποίησης, ελαχιστοποιώντας δηλαδή την μέση απόκλιση του θεωρητικού από το δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα.

Στο Σχήμα 3.3 απεικονίζονται οι περιπτώσεις (α), (β) και (γ) για ένα υποθετικό δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα. Το συγκεκριμένο αυτοσυσχετόγραμμα έχει ακανόνιστη μορφή, κάτι που είναι σύνηθες όταν το δείγμα από το οποίο υπολογίζεται έχει μικρό μήκος. Τα διαγράμματα που

προκύπτουν για τις περιπτώσεις (α) και (β) σχεδόν ταυτίζονται, ενώ στην περίπτωση (γ) το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα φθίνει γρηγορότερα σε σχέση με τα άλλα δύο, καθώς η βελτιστοποιημένη τιμή της παραμέτρου  $\beta$  τείνει στο μηδέν. Σημειώνεται ότι στο παράδειγμα δεν υπάρχει ακριβής λύση για την περίπτωση (γ), δηλαδή δεν υπάρχουν  $\kappa$  και  $\beta$  τέτοια που να ικανοποιούν ακριβώς το σύστημα των εξισώσεων (3.17).



Σχήμα 3.3: Παραδείγματα εκτίμησης των παραμέτρων  $\beta$  και  $\kappa$  με βάση τις τιμές ενός υποθετικού δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος.

### 3.3 Γέννηση ετήσιων χρονοσειρών

#### 3.3.1 Μοντέλο συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων

Κάθε στοχαστική ανάλυση  $X_i$  με γνωστή ακολουθία αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  μπορεί να γραφεί ως ένα σταθμισμένο άθροισμα άπειρων τυχαίων μεταβλητών, ήτοι:

$$X_i = \sum_{j=-\infty}^0 \alpha_{-j} V_{i+j} = \dots + \alpha_2 V_{i-2} + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i \quad (3.18)$$

όπου  $\alpha_j$  οι συντελεστές στάθμισης που προσδιορίζονται από την ακολουθία των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , και  $V_i$  ο λευκός θόρυβος ή αλλιώς μεταβλητές ανανέωσης (innovations), που θεωρείται ότι είναι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους και έχουν μοναδιαία διασπορά. Το μοντέλο (3.18) είναι το γνωστό σχήμα γέννησης κινούμενων προς τα πίσω μέσων όρων (BMA, backward moving average), το οποίο εισήχθη από τους *Box and Jenkins* (1970, σ. 46).

Ειδικότερα, οι συντελεστές  $\alpha_j$  συνδέονται με τις αυτοσυνδιασπορές  $\gamma_j$  μέσω ενός συστήματος εξισώσεων της μορφής:

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{+\infty} \alpha_j \alpha_{i+j} \quad (3.19)$$

Στην πράξη, δηλαδή κατά την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών μέσω του σχήματος (3.18), το πλήθος των μεταβλητών ανανέωσης  $V_i$  δεν είναι άπειρο, καθώς: α) το μήκος της προσομοίωσης, και συνεπώς το πλήθος των συνθετικών τιμών  $X_i$  είναι προφανώς πάντοτε πεπερασμένο, και β) οι συντελεστές  $\alpha_j$  τείνουν να μηδενιστούν όσο αυξάνει το χρονικό βήμα  $j$ , οπότε όλοι οι όροι της



ακολουθίας (3.18) μπορούν να αμεληθούν μετά κάποιο πεπερασμένο όριο  $j > -s$ . Τονίζεται ότι το εν λόγω όριο  $s$  είναι πολύ μεγαλύτερο από την συνήθη τάξη  $p, q$  μιας στοχαστικής ανέλιξης τύπου ARMA. Με βάση τα παραπάνω, οι απειροσειρές (3.18) και (3.19) μπορούν να προσεγγιστούν από τις πεπερασμένες ακολουθίες:

$$X_i = \sum_{j=-s}^0 \alpha_{-j} V_{i+j} = \alpha_s V_{i-s} + \dots + \alpha_2 V_{i-2} + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i \quad (3.20)$$

$$\gamma_i = \sum_{j=0}^{s-i} \alpha_j \alpha_{i+j} \quad (3.21)$$

Για ευκολότερη εκτίμηση των συντελεστών του μοντέλου, ο *Koutsoyiannis* (2000) εισήγαγε μια εναλλακτική διατύπωση. Αρχικά, υπέθεσε ότι η στοχαστική ανέλιξη  $X_i$  προκύπτει ως σταθμισμένο άθροισμα τόσο άπειρων προηγούμενων όσο και άπειρων επόμενων τυχαίων μεταβλητών, ορίζοντας έτσι το λεγόμενο σχήμα γέννησης κινούμενων μέσων όρων διπλής κατεύθυνσης (BFMA, backward-forward moving average), που είναι μια απειροσειρά της μορφής:

$$X_i = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \alpha_j V_{i+j} = \dots + \alpha_{-1} V_{i-1} + \alpha_0 V_i + \alpha_1 V_{i+1} + \dots \quad (3.22)$$

Στην συνέχεια, όρισε μια ειδική περίπτωση του σχήματος γέννησης BFMA, το λεγόμενο σχήμα γέννησης *συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων* (SMA, symmetric moving average), με την θεώρηση της συνθήκης συμμετρίας  $\alpha_j = \alpha_{-j}$ . Όμοια με προηγουμένως, αν θεωρηθεί ότι αμελούνται οι όροι  $\alpha_j$  μετά από κάποιο όριο  $|j| > s$ , το σχήμα SMA προσεγγίζεται από την πεπερασμένη ακολουθία:

$$X_i = \sum_{j=-s}^s \alpha_{|j|} V_{i+j} = \alpha_s V_{i-s} + \dots + \alpha_1 V_{i-1} + \alpha_0 V_i + \alpha_1 V_{i+1} + \dots + \alpha_s V_{i+s} \quad (3.23)$$

Οι συντελεστές  $\alpha_j$  συνδέονται με τις αυτοσυνδιασπορές  $\gamma_j$  μέσω ενός συστήματος  $2s + 1$  εξισώσεων της μορφής:

$$\gamma_i = \sum_{j=-s}^{s-i} \alpha_{|j|} \alpha_{|i+j|} \quad (3.24)$$

ή ισοδύναμα:

$$\gamma_i = \begin{cases} \sum_{j=0}^i \alpha_j \alpha_{i-j} + 2 \sum_{j=i+1}^s \alpha_j \alpha_{j-i} & i = 0 \dots s \\ \sum_{j=i-s}^s \alpha_j \alpha_{i-j} & i = s+1 \dots 2s \end{cases} \quad (3.25)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι το πλήθος των συντελεστών  $\alpha_j$  είναι ίσο με  $s + 1$ , το μοντέλο (3.23) αναπαράγει τους πρώτους  $s + 1$  όρους της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  (που εκτιμώνται από την θεωρητική συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς της ανέλιξης), ενώ και οι επόμενοι όροι μέχρι  $j = 2s$  εξακολουθούν να είναι μη μηδενικοί.

Το σχήμα γέννησης SMA χρησιμοποιείται για την γέννηση των ετήσιων υδρολογικών μεταβλητών που θεωρούνται στάσιμες, καθώς στην κλίμακα αυτή εξαφανίζονται οι ενδοετήσιες περιοδικότητες. Το εν λόγω σχήμα, συνδυαζόμενο με την γενικευμένη συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς που ορίστηκε στην ενότητα 3.2.2, είναι κατάλληλο για την αναπαραγωγή της μακροπρόθεσμης εμμονής των μεταβλητών. Συγκεκριμένα, όχι μόνο διατηρεί τις θεωρητικές τιμές που προκύπτουν με κατάλληλη ρύθμιση των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν την εμμονή της στοχαστικής ανέλιξης (βλ. 3.2.3), αλλά

αναπαράγει θετικές τιμές των συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μήκος διπλάσιο του αντίστοιχου μήκους του θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος.

### 3.3.2 Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλου SMA

Οι παράμετροι του μοντέλου SMA είναι οι  $s + 1$  συντελεστές στάθμισης,  $\alpha_j$ , και τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή και ασυμμετρία) των μεταβλητών ανανέωσης,  $V_i$ .

#### Εκτίμηση συντελεστών στάθμισης

Η σχέση (3.24) ορίζει ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων ως προς τις άγνωστες παραμέτρους  $\alpha_j$ . Το σύστημα αυτό επιλύεται είτε αναλυτικά (υπό προϋποθέσεις) είτε αριθμητικά. Σημειώνεται ότι η ακρίβεια της αναπαραγωγής της στοχαστικής δομής της ανέλιξης, ήτοι των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , εξαρτάται από την ακρίβεια εκτίμησης των παραμέτρων  $\alpha_j$ .

#### α) Κλειστή λύση

Αποδεικνύεται ότι ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier  $s_a(\omega)$  της ακολουθίας των συντελεστών  $\alpha_j$  συνδέεται με το φάσμα ισχύος  $s_\gamma(\omega)$  της ακολουθίας των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  με την σχέση:

$$s_a(\omega) = \sqrt{2s_\gamma(\omega)} \quad (3.26)$$

Κατά συνέπεια, η ακολουθία  $\alpha_j$  είναι γνωστή εφόσον είναι γνωστή η αυτοσυνδιασπορά της στοχαστικής ανέλιξης. Στην περίπτωση αυτή, οι συντελεστές  $\alpha_j$  μπορούν να υπολογιστούν με τον αντίστροφο μετασχηματισμό:

$$\alpha_j = \int_0^{1/2} s_a(\omega) \cos(2\pi j \omega) d\omega \quad (3.27)$$

Εφόσον το όριο  $s$  είναι δύναμη του δύο, ήτοι  $s = 2^k$ , η επίλυση του ολοκληρώματος (3.27) μπορεί να γίνει με τον ταχύ μετασχηματισμό Fourier (FFT, fast Fourier transform). Σε διαφορετική περίπτωση, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται αριθμητικά, βάσει του τύπου:

$$\alpha_j = \omega_1 \left[ \frac{s_a(0)}{2} + \sum_{i=1}^s s_a(\omega_i) \cos(2\pi j \omega_i) \right] \quad (3.28)$$

όπου:

$$\omega_j = \frac{j}{2s+1} \quad (3.29)$$

#### β) Αριθμητική εκτίμηση

Η (3.24) μπορεί να γραφεί σε μητρική μορφή ως:

$$\mathbf{p} \boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{\theta} \quad (3.30)$$

όπου  $\boldsymbol{\zeta} = [\alpha_0, \dots, \alpha_s]$ ,  $\boldsymbol{\theta} = [\gamma_0, \dots, \gamma_s]^T$  και  $\mathbf{p}$  μητρώο διαστάσεων  $(s+1) \times (s+1)$  με στοιχεία:

$$p_{ij} = \frac{1}{2} [\alpha_{|j-i|} + \alpha_{j+i-2} U(j-2) U(s-i-j+1)] \quad (3.31)$$

όπου  $U(x)$  η λεγόμενη συνάρτηση άλματος ή συνάρτηση Heaviside, με τιμές  $U(x) = 1$  για  $x \geq 0$  και  $U(x) = 0$  για  $x < 0$ .

Κάθε μεμονωμένη εξίσωση του συστήματος (3.30) περιέχει δεύτερης τάξης γινόμενα των άγνωστων συντελεστών  $\alpha_j$ . Κατά συνέπεια, το σύστημα έχει μία ή περισσότερες λύσεις εφόσον έχει οριστεί μια εφικτή ακολουθία αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , δηλαδή το μητρώο  $\mathbf{h}$ , το οποίο ορίστηκε στην ενότητα 3.2.2, είναι θετικά ορισμένο. Διαφορετικά, το σύστημα δεν έχει ακριβή λύση. Στην τελευταία αυτή

περίπτωση, ζητείται μια προσεγγιστική λύση που να ικανοποιεί όσο το δυνατόν καλύτερα τη μητρική εξίσωση (3.30). Για τον σκοπό αυτό, η επίλυση του συστήματος διατυπώνεται ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης:

$$f(\zeta) = f(\alpha_0, \dots, \alpha_s) = \|\mathbf{p} \zeta - \boldsymbol{\theta}\|^2 + \lambda (\mathbf{p}_1 \zeta - \gamma_0)^2 \quad (3.32)$$

όπου  $\mathbf{p}_1$  η πρώτη γραμμή του μητρώου  $\mathbf{p}$ ,  $\lambda$  συντελεστής βάρους και  $\|\cdot\|$  η ευκλείδεια νόρμα ενός διανύσματος. Ο δεύτερος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης εκφράζει την τετραγωνική απόκλιση της εκτιμημένης από την δειγματική διασπορά  $\gamma_0$ . Αν και η συνθήκη διατήρησης της διασποράς περιλαμβάνεται στον πρώτο όρο της συνάρτησης, είναι σκόπιμο να αντιμετωπίζεται και ξεχωριστά, με την εισαγωγή του συντελεστή βάρους  $\lambda$ , τάξης μεγέθους του  $10^3$ .

Για την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης (3.32) εφαρμόζεται η αριθμητική μέθοδος των *συζυγών κλίσεων* (Press et al., 1992, σ. 442), που προϋποθέτει την αναλυτική διατύπωση των μερικών παραγώγων της συνάρτησης  $f(\zeta)$ . Αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{df(\zeta)}{d\zeta} = 4(\mathbf{p} \zeta - \boldsymbol{\theta})^T \mathbf{p} + 4\lambda (\mathbf{p}_1 \zeta - \gamma_0) \mathbf{p}_1 \quad (3.33)$$

Η μέθοδος, η οποία είναι επαναληπτική, απαιτεί τον ορισμό μιας εφικτής τιμής εκκίνησης  $\zeta^{[0]}$ . Μια τέτοια αρχική λύση είναι το διάνυσμα  $[\sqrt{\gamma_0}, 0, \dots, 0]^T$ . Εάν στην  $k$  δοκιμή είναι γνωστό το μητρώο  $\zeta^{[k]}$ , τότε στην επόμενη προσδιορίζεται ένα εφικτό μητρώο  $\zeta^{[k+1]}$ , το οποίο βελτιώνει πάντα την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η αναδρομική σχέση υπολογισμού του  $\zeta^{[k+1]}$  είναι:

$$\zeta^{[k+1]} = \zeta^{[k]} - \left[ \beta^{[k+1]} \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} + \gamma^{[k]} \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right] \quad (3.34)$$

όπου:

$$\gamma^{[k]} = \frac{\left| \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k]} \right|^2}{\left| \left( \frac{df}{d\zeta} \right)^{[k-1]} \right|^2} \quad (3.35)$$

και  $\beta^{[k+1]}$  παράμετρος που εκτιμάται μέσω ενός σχήματος αναζήτησης ακροτάτου σε μία διάσταση. Για την εφαρμογή του αλγορίθμου, στο πρώτο βήμα ( $k = 0$ ) όπου δεν ορίζεται η τιμή της παραγώγου  $(df/d\zeta)^{[-1]}$ , τίθεται  $\gamma^{[0]} = 0$ .

### Εκτίμηση στατιστικών χαρακτηριστικών μεταβλητών ανανέωσης

Εκτός από τους συντελεστές  $\alpha_i$  που σχετίζονται την αυτοσυνδιασπορά της ανέλιξης, απαιτείται ο προσδιορισμός δύο επιπλέον παραμέτρων του μοντέλου (3.23). Πρόκειται για την μέση τιμή  $\mu_V = E[V_i]$  και τον συντελεστή ασυμμετρίας  $\zeta_V = E[(V_i - \mu_V)^3]$  των τυχαίων μεταβλητών  $V_i$ , που εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\left( \alpha_0 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j \right) \mu_V = \mu_X \quad (3.36)$$

$$\left( \alpha_0^3 + 2 \sum_{j=1}^s \alpha_j^3 \right) \zeta_V = \zeta_X \gamma_0^{3/2} \quad (3.37)$$

Υπενθυμίζεται ότι οι διασπορές των  $V_i$  είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var} [V_i] = 1 \quad (3.38)$$

### 3.3.3 Γενίκευση του σχήματος SMA για πολυμεταβλητή προσομοίωση

Ο *Koutsoyiannis* (2000) γενίκευσε το μοντέλο SMA, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί για την ταυτόχρονη γέννηση πολλών μεταβλητών που είναι στοχαστικά εξαρτημένες. Αυτό γίνεται εύκολα, με την παραγωγή συσχετισμένου (πολυμεταβλητού) λευκού θορύβου.

Έστω  $\mathbf{X}_i = (X_i^1, \dots, X_i^m)^T$  διάνυσμα  $m$  μεταβλητών κατά τη χρονική περίοδο  $i$ , σε κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί ο δείκτης  $l$ . Θεωρούμε το  $m \times m$  μητρώο ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{g}$  με στοιχεία:

$$g^{lk} = \text{Cov} [X^l, X^k] \quad (3.39)$$

Κάθε μεταβλητή  $X_i^l$  διατυπώνεται ως σταθμισμένο άθροισμα των τυχαίων μεταβλητών  $V_i^l$ , δηλαδή:

$$X_i^l = \sum_{r=-s}^s \alpha_{|r|}^l V_{i+r}^l \quad (3.40)$$

Οι μεταβλητές ανανέωσης  $V_i^l$  μπορούν να θεωρηθούν χρονικά ασυσχέτιστες, δηλαδή:

$$\text{Cov} [V_i^l, V_j^k] = 0, \text{ για κάθε } i \neq j \quad (3.41)$$

αλλά χωρικά συσχετισμένες σε κάθε χρονικό βήμα  $i$ , δηλαδή:

$$c^{lk} = \text{Cov} [V_i^l, V_i^k] \neq 0, \text{ για κάθε } i \quad (3.42)$$

Τα μητρώα ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{g}$  και  $\mathbf{c}$  συνδέονται με τη σχέση:

$$c^{lk} = \frac{g^{lk}}{\sum_{r=-s}^s \alpha_{|r|}^l \alpha_{|r|}^k} \quad (3.43)$$

Εφόσον είναι γνωστό το μητρώο  $\mathbf{c}$ , κάθε διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{V}_i = (V_i^1, \dots, V_i^m)^T$  μπορεί να παραχθεί μέσω του απλού πολυμεταβλητού σχήματος:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{b} \mathbf{W}_i \quad (3.44)$$

όπου  $\mathbf{W}_i = (W_i^1, \dots, W_i^m)^T$  διάνυσμα  $m$  στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών μοναδιαίας διασποράς, και  $\mathbf{b}$  μητρώο διαστάσεων  $m \times m$  τέτοιο ώστε:

$$\mathbf{b} \mathbf{b}^T = \mathbf{c} \quad (3.45)$$

Για τον προσδιορισμό του μητρώου  $\mathbf{b}$  αναπτύχθηκε ειδική μεθοδολογία, η οποία περιγράφεται στην ενότητα 3.6.

Εκτός από το μητρώο  $\mathbf{b}$ , μέσω του οποίου αναπαράγονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης των ετήσιων χρονοσειρών, απαιτείται ο προσδιορισμός των περιθώριων στατιστικών χαρακτηριστικών των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{W}_i$ . Αυτές είναι οι μέσες τιμές,  $\boldsymbol{\mu}_w$ , και οι συντελεστές ασυμμετρίας,  $\boldsymbol{\xi}_w$ , που εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_w &= \mathbf{b}^{-1} \boldsymbol{\mu}_v \\ \boldsymbol{\xi}_w &= (\mathbf{b}^{(3)})^{-1} \boldsymbol{\xi}_v \end{aligned} \quad (3.46)$$

όπου  $\mathbf{b}^{(3)}$  μητρώο που περιέχει τους κύβους των στοιχείων του  $\mathbf{b}$ . Υπενθυμίζεται ότι  $\text{Cov}[\mathbf{W}_i, \mathbf{W}_i] = \mathbf{I}$ , όπου  $\mathbf{I}$  το μοναδιαίο μητρώο.

Οι μεταβλητές  $W_i^l$  παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III). Η κατανομή αυτή, που περιγράφεται στην ενότητα 3.6, είναι κατάλληλη για την αναπαραγωγή τυχαίων όρων με ασυμμετρία, ενώ οι παράμετροι της κατανομής εκτιμώνται συναρτήσει των περιθώριων στατιστικών χαρακτηριστικών των  $\mathbf{W}_i$ .

### 3.3.4 Αλγόριθμος γέννησης ετήσιων χρονοσειρών

Για την γέννηση των ετήσιων συνθετικών χρονοσειρών, με σύζευξη της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς και του στοχαστικού σχήματος SMA, εκτελούνται τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l$  ( $l = 1, \dots, m$ ) εκτιμώνται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά της, δηλαδή η μέση τιμή  $\mu_x$ , η διασπορά  $\gamma_0$ , ο συντελεστής ασυμμετρίας  $\xi_x$  και η ακολουθία των αυτοσυνδιασπορών  $\hat{\gamma}_j$ . Επιπλέον, υπολογίζεται το μητρώο των δειγματικών ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{g}$ .

**Βήμα 2ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l$  εκτιμώνται η παράμετρος εμμονής  $\beta$  και η παράμετρος σχήματος  $\kappa$  της γενικευμένης συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (βλ. 3.2.3).

**Βήμα 3ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l$  εκτιμώνται οι τιμές των συντελεστών στάθμισης  $\alpha_j$  του μοντέλου SMA (βλ. 3.3.2).

**Βήμα 4ο:** Με βάση τις (3.36) και (3.37) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά  $\mu_V$  και  $\xi_V$  των τυχαίων όρων  $V$ , και από την (3.43) υπολογίζονται τα στοιχεία του μητρώου ετεροσυνδιασπορών  $\mathbf{c}$ .

**Βήμα 5ο:** Προσδιορίζεται το μητρώο  $\mathbf{b}$ , με εφαρμογή της μεθοδολογίας αποσύνθεσης του μητρώου  $\mathbf{c}$  (βλ. 3.6).

**Βήμα 6ο:** Από την (3.46) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων όρων  $W_i^l$ , με βάση τα οποία προσδιορίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης κατανομής τους, ήτοι της κατανομής γάμα τριών παραμέτρων (βλ. 3.8.2).

**Βήμα 7ο:** Εάν  $n$  το ζητούμενο μήκος της ετήσιας συνθετικής χρονοσειράς, ήτοι το μήκος της προσομοίωσης, τότε για κάθε προσομοιωμένη χρονική περίοδο (έτος)  $i = 1, \dots, n$  παράγονται  $n + 2s$  τυχαίες μεταβλητές  $W_i^l$ , μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 3.8.3). Στην συνέχεια, μέσω της (3.44) υπολογίζεται η ακολουθία των μεταβλητών ανανέωσης  $V_i^l$ , οι οποίες εισάγονται στο σχήμα γέννησης (3.40) για την παραγωγή των συνθετικών τιμών  $X_i^l$ .

## 3.4 Γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών

### 3.4.1 Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης

Δεδομένου ότι η μακροπρόθεσμη εμμονή των υδρολογικών διεργασιών αναπαράγεται σε ετήσια κλίμακα μέσω του σχήματος που περιγράφηκε στην ενότητα 3.3, η έμφαση στην κατώτερη (μηνιαία) κλίμακα δίνεται στην αναπαραγωγή της περιοδικότητας. Σημειώνεται ότι κάθε μηνιαία στοχαστική ανέλιξη θεωρείται *κυκλοστάσιμη*, που σημαίνει ότι διατηρεί σταθερά στατιστικά χαρακτηριστικά σε κάθε χρονική υποπερίοδο (μήνα).

Για την γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών, χρησιμοποιείται ένα περιοδικό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, PAR(1), που έχει γενικευτεί για πολυμεταβλητή προσομοίωση. Έστω το διάνυσμα  $\mathbf{X}_\tau = (X_\tau^1, \dots, X_\tau^m)^T$ , το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση  $m$  στοχαστικά εξαρτημένων ανεξίτητων κατά την υποπερίοδο  $\tau$ . Το πολυμεταβλητό PAR(1) περιγράφει μαθηματικά την απλούστερη εξάρτηση των μεταβλητών  $X_\tau^l$  ως προς τον χρόνο, με μια γραμμική αναδρομική σχέση της μορφής:

$$\mathbf{X}_\tau = \mathbf{a}_\tau \mathbf{X}_{\tau-1} + \mathbf{b}_\tau \mathbf{V}_\tau \quad (3.47)$$

όπου  $\mathbf{a}_\tau$ ,  $\mathbf{b}_\tau$  μητρώα παραμέτρων και  $\mathbf{V}_\tau$  διάνυσμα στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών (λευκός θόρυβος), μοναδιαίας διασποράς. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται με βάση τα από κοινού στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος (αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις), σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_{\tau-1}] \{ \text{Cov} [\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \}^{-1} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T = \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau \text{Cov} [\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \mathbf{a}_\tau^T \quad (3.49)$$

όπου  $\text{Cov} [\mathbf{X}, \mathbf{Y}]$  το μητρώο συνδιασπορών ενός ζεύγους τυχόντων διανυσμάτων τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{X}$  και  $\mathbf{Y}$ , δηλαδή:

$$\text{Cov} [\mathbf{X}, \mathbf{Y}] = E \{ (\mathbf{X} - E[\mathbf{X}]) (\mathbf{Y}^T - E[\mathbf{Y}^T]) \} \quad (3.50)$$

Το μητρώο  $\mathbf{b}_\tau$  προκύπτει από την αποσύνθεση του γινομένου  $\mathbf{c}_\tau = \mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T$ , με βάση τη μεθοδολογία που περιγράφεται στην ενότητα 3.6.

Οι μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{V}_\tau$  υπολογίζονται από την εξίσωση:

$$E[\mathbf{V}_\tau] = \mathbf{b}_\tau^{-1} \{ E[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau E[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.51)$$

Οι διασπορές των  $\mathbf{V}_\tau$  είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var}[\mathbf{V}_\tau] = [1, \dots, 1]^T \quad (3.52)$$

Τέλος, οι τρίτες ροπές, οι οποίες σχετίζονται με την ασυμμετρία των τυχαίων όρων  $\mathbf{V}_\tau$ , προκύπτουν από τη σχέση:

$$\mu_3[\mathbf{V}_\tau] = (\mathbf{b}_\tau^{(3)})^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mu_3[\mathbf{a}_\tau \mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.53)$$

όπου η παράσταση  $\mu_3[\mathbf{X}]$  υποδηλώνει την τρίτη κεντρική ροπή κάθε τυχόντος διανύσματος  $\mathbf{X}$ , δηλαδή:

$$\mu_3[\mathbf{X}] = E \{ (\mathbf{X} - E[\mathbf{X}])^3 \} \quad (3.54)$$

ενώ  $\mathbf{b}^{(k)}$  είναι το μητρώο, τα στοιχεία του οποίου βρίσκονται υψωμένα στην  $k$  δύναμη.

Οι τυχαίες μεταβλητές  $\mathbf{V}_\tau$  παράγονται μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών που θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων. Οι εν λόγω παράμετροι εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των  $\mathbf{V}_\tau$ , ήτοι των μέσων τιμών  $E[\mathbf{V}_\tau]$ , των διασπορών  $\text{Var}[\mathbf{V}_\tau]$  και των ασυμμετριών  $\mu_3[\mathbf{V}_\tau]$ .

Γενικά, οι εξισώσεις βάσει των οποίων εκτιμώνται οι παράμετροι του μοντέλου PAR(1) περιέχουν μόνο τις ροπές των μεταβλητών  $\mathbf{X}^l$ , είτε των περιθώριων τάξης 1 ως 3 είτε των από κοινού τάξης 2. Εξαιρέση αποτελεί η εξίσωση (3.53), η οποία περιέχει τις τρίτες ροπές ενός γραμμικού συνδυασμού των  $\mathbf{X}^l$ , οι οποίες δεν μπορούν να υπολογιστούν αναλυτικά, συναρτήσει των τρίτων ροπών των  $\mathbf{X}^l$ . Ωστόσο, αν θεωρηθεί ότι το μητρώο  $\mathbf{a}_\tau$  είναι διαγώνιο, τότε η (3.53) απλοποιείται και γράφεται:

$$\mu_3[\mathbf{V}_\tau] = (\mathbf{b}^{(3)})_\tau^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)} \mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.55)$$

Στην περίπτωση αυτή, το μητρώο  $\mathbf{a}_\tau$  δίνεται από την σχέση:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{diag} (\text{Cov} [\mathbf{X}_\tau^1, \mathbf{X}_{\tau-1}^1] / \text{Var} [\mathbf{X}_{\tau-1}^1], \dots, \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau^m, \mathbf{X}_{\tau-1}^m] / \text{Var} [\mathbf{X}_{\tau-1}^m]) \quad (3.56)$$

οπότε το σχήμα γέννησης (3.47) γράφεται πλέον στην μορφή:

$$X_\tau^l = a_\tau^l X_{\tau-1}^l + \sum_{k=1}^m b_\tau^{lk} V_\tau^k \quad (3.57)$$

Το παραπάνω μοντέλο αναπαράγει τις διασπορές, τις αυτοσυσχετίσεις για υστέρηση 1 και τις ετεροσυσχετίσεις των μεταβλητών για μηδενική υστέρηση, ενώ δεν αναπαράγει τις ετεροσυσχετίσεις για μοναδιαία υστέρηση.

### 3.4.2 Αλγόριθμος γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών

Ένα μοντέλο PAR(1) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την γέννηση μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών με βάση τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1ο:** Για κάθε μεταβλητή  $l$  ( $l = 1, \dots, m$ ) εκτιμώνται τα μηνιαία στατιστικά χαρακτηριστικά της, δηλαδή οι μέσες τιμές  $E[X_\tau^l]$ , οι τρίτες κεντρικές ροπές  $\mu_3[X_\tau^l]$  και οι αυτοσυνδιασπορές για μοναδιαία υστέρηση  $\text{Cov}[X_\tau^l, X_{\tau-1}^l]$ . Επιπλέον, υπολογίζονται τα μητρώα των μηνιαίων ετεροσυνδιασπορών  $\text{Cov}[\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_\tau]$ .

**Βήμα 2ο:** Από τις σχέσεις (3.56) και (3.49) προσδιορίζονται τα μητρώα  $\mathbf{a}_\tau$  και  $\mathbf{b}_\tau$ , για κάθε μήνα  $\tau$ .

**Βήμα 3ο:** Από τις σχέσεις (3.51), (3.52) και (3.55) εκτιμώνται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{V}_\tau$ , και με βάση αυτά προσδιορίζονται οι παράμετροι της συνάρτησης κατανομής τους για κάθε μήνα  $\tau$ .

**Βήμα 4ο:** Εάν  $n$  το μήκος της συνθετικής χρονοσειράς, τότε για κάθε χρονικό βήμα  $\tau = 1, \dots, 12n$  παράγονται  $m$  τυχαίες μεταβλητές  $V_\tau^l$  μέσω μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα (βλ. 3.8.3). Στην συνέχεια, οι μεταβλητές  $V_\tau^l$  εισάγονται στην αναδρομική σχέση (3.57), οπότε υπολογίζονται οι συνθετικές τιμές των μηνιαίων μεταβλητών  $X_\tau^l$ . Σημειώνεται ότι για την εφαρμογή της σχέσης (3.57) την πρώτη φορά, απαιτείται ο ορισμός ενός διανύσματος αρχικών τιμών  $\mathbf{X}_0$  για τον προηγούμενο από τον μήνα έναρξης της προσομοίωσης (που κατά κανόνα είναι ο πρώτος μήνας του υδρολογικού έτους, ήτοι ο Οκτώβριος). Χωρίς βλάβη της γενικότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το εν λόγω διάνυσμα ταυτίζεται με την μέση τιμή του Σεπτεμβρίου.

Τονίζεται ότι η παραπάνω διαδικασία είναι εντελώς ανεξάρτητη από την διαδικασία γέννησης των ετήσιων συνθετικών τιμών μέσω του σχήματος SMA (βλ. 3.3). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών που είναι ασυνεπείς μεταξύ τους, καθώς με την συνάθροιση των μηνιαίων χρονοσειρών κατά έτος δεν προκύπτουν αθροίσματα που να ταυτίζονται με τις αντίστοιχες συνθετικές τιμές. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται μέσω της μεθοδολογίας επιμερισμού που περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.

## 3.5 Αποκατάσταση συνέπειας μηνιαίων χρονοσειρών

### 3.5.1 Γενικά

Έστω το διάνυσμα  $\mathbf{X}_\tau = (X_\tau^1, \dots, X_\tau^m)^T$ , το οποίο αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση  $m$  μεταβλητών χαμηλού επιπέδου (π.χ. μηνιαίων) κατά την υποπερίοδο  $\tau$  μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου, και  $\mathbf{Z} = (Z^1, \dots, Z^m)^T$  το αντίστοιχο διάνυσμα μεταβλητών υψηλού επιπέδου (π.χ. ετήσιων), οι οποίες αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο. Για λόγους απλούστευσης, στο συμβολισμό των διανυσμάτων  $\mathbf{X}_\tau$  και  $\mathbf{Z}$  παραλείπεται ο δείκτης της χρονικής περιόδου.

Είναι προφανές ότι σε κάθε χρονική περίοδο, τα διανύσματα  $\mathbf{X}_\tau$  και  $\mathbf{Z}$  πρέπει να ικανοποιούν την αθροιστική ιδιότητα:

$$\sum_{\tau=1}^s \mathbf{X}_\tau = \mathbf{Z} \quad (3.58)$$

όπου  $s$  το πλήθος των υποπεριοδών κάθε περιόδου.

Η συνθήκη (3.58) δεν είναι δυνατόν να ικανοποιείται εφόσον η γέννηση των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $\mathbf{X}_s$  είναι ανεξάρτητη από τη γέννηση των μεταβλητών υψηλού επιπέδου  $\mathbf{Z}$ . Για τον σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί τα λεγόμενα μοντέλα *επιμερισμού* (disaggregation), τα οποία ενσωματώνουν τις μεταβλητές  $\mathbf{X}_s$  και  $\mathbf{Z}$  σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση που περιέχει όλες τις δυνατές συσχετίσεις τους (π.χ. *Valencia and Schaake, 1973· Salas, 1993*). Ωστόσο, το πλήθος των παραμέτρων τέτοιου τύπου μοντέλων επιμερισμού είναι πολύ μεγάλο και, κατά συνέπεια, η εκτίμησή τους καθίσταται ιδιαίτερα δυσχερής. Για τον περιορισμό του πλήθους των παραμέτρων, έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, συνοπτική ανασκόπηση των οποίων κάνει ο *Koutsoyiannis (2001)*.

Οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και αργότερα ο *Koutsoyiannis* (2001) ανέπτυξαν ένα πλήθος σχημάτων επιμερισμού, που χρησιμοποιώντας μικρό πλήθος παραμέτρων επιτυγχάνουν την αναπαραγωγή διαφορετικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων. Στο σχήμα προσομοίωσης που υλοποιήθηκε χρησιμοποιείται η λεγόμενη *διαδικασία γραμμικής αναγωγής* (linear adjusting procedure), η οποία περιγράφεται στην συνέχεια.

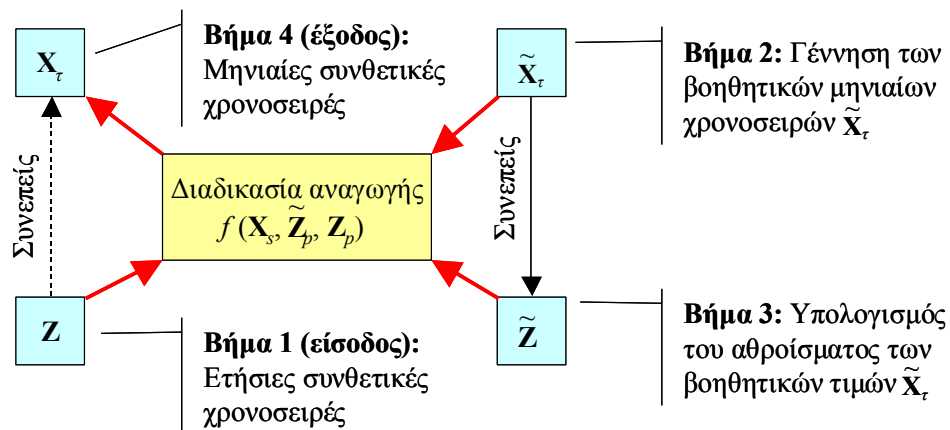
### 3.5.2 Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής

Με βάση τα όσα έχουν αναφερθεί, η γέννηση των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών γίνεται χωρίς καμία αναφορά στις ετήσιες χρονοσειρές. Μάλιστα, γίνεται χρήση διαφορετικών μοντέλων, έτσι ώστε να αναπαράγονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε χρονικού επιπέδου, ήτοι η μακροπρόθεσμη εμμονή των ετήσιων υδρολογικών διεργασιών και η περιοδικότητα των μηνιαίων. Για να πληρείται η αθροιστική ιδιότητα (3.58) ορίζεται μια γενική μεθοδολογία επιμερισμού, που υλοποιείται μέσω αναγωγής. Η διαδικασία αναγωγής μπορεί να θεωρηθεί ως ένας μετασχηματισμός της μορφής:

$$\mathbf{X}_\tau = f(\tilde{\mathbf{X}}_\tau, \tilde{\mathbf{Z}}, \mathbf{Z}) \quad (3.59)$$

όπου  $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$  το διάνυσμα των μηνιαίων τιμών που έχουν προκύψει χωρίς αναφορά στην αντίστοιχη ετήσια τιμή  $\mathbf{Z}$ , και  $\tilde{\mathbf{Z}}$  το άθροισμα των  $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$  (γενικά ισχύει  $\tilde{\mathbf{Z}} \neq \mathbf{Z}$ ).

Ο τρόπος εφαρμογής του μοντέλου αναγωγής περιγράφεται στο Σχήμα 3.4. Είσοδος του μοντέλου είναι οι ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές,  $\mathbf{Z}_p$ . Με εφαρμογή ενός σχήματος γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών παράγεται μια ακολουθία βοηθητικών τιμών  $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$ , και υπολογίζεται το άθροισμα αυτών,  $\tilde{\mathbf{Z}}$ . Τα διανύσματα  $\tilde{\mathbf{X}}_\tau$ ,  $\tilde{\mathbf{Z}}$  και  $\mathbf{Z}$  είναι είσοδοι του μοντέλου αναγωγής, μέσω του οποίου προκύπτει η τελική ακολουθία τιμών  $\mathbf{X}_\tau$ , που είναι συνεπής με την ετήσια τιμή  $\mathbf{Z}$ .



Σχήμα 3.4: Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας αναγωγής μηνιαίων χρονοσειρών για την αποκατάσταση της συνέπειάς τους με τις ετήσιες.

### 3.5.3 Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

Από τα διάφορα σχήματα επιμερισμού που προτείνουν οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και *Koutsoyiannis* (2001), επιλέχθηκε το μοντέλο γραμμικής αναγωγής, που είναι απλό στην εφαρμογή του και αναπαράγει (με κάποια προσέγγιση) τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών.

Έστω  $\tilde{X}_\tau$  ( $\tau = 1, \dots, s$ ) τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή  $\mu_\tau = E[\tilde{X}_\tau]$  και μητρώο συνδιασπορών  $\sigma$  με στοιχεία  $\sigma_{ij} = \text{Cov}[\tilde{X}_i, \tilde{X}_j]$  και  $Z$  τυχαία μεταβλητή, ανεξάρτητη της  $\tilde{X}_\tau$ , με μέση τιμή:



$$\mu_Z = E[Z] = \sum_{\tau=1}^s \mu_{\tau} \quad (3.60)$$

και διασπορά:

$$\sigma_{ZZ} = \text{Var}[Z] = \sum_{\tau=1}^s \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (3.61)$$

Αποδεικνύεται ότι οι μεταβλητές:

$$X_{\tau} = \tilde{X}_{\tau} + \lambda_{\tau} \left( Z - \sum_{\tau=1}^s \tilde{X}_{\tau} \right) \quad (3.62)$$

έχουν ίδιες μέσες τιμές και ίδιο μητρώο συνδιασπορών με τις  $\tilde{X}_{\tau}$  εφόσον ισχύει:

$$\lambda_{\tau} = \frac{\sigma_{\tau Z}}{\sigma_{ZZ}} \quad (3.63)$$

όπου:

$$\sigma_{\tau Z} = \sum_{j=1}^s \sigma_{\tau j} \quad (3.64)$$

Η διαδικασία γραμμικής αναγωγής των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου περιγράφεται από την σχέση:

$$X_{\tau} = \tilde{X}_{\tau} + \lambda_{\tau} (Z - \tilde{Z}) \quad (3.65)$$

όπου  $\tilde{Z}$  το άθροισμα όλων των μεταβλητών  $\tilde{X}_{\tau}$ . Η διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται και σε άλλα μοντέλα επιμερισμού (*Grygier and Stedinger, 1988· Lane and Flevert, 1990*), με τη διαφορά ότι οι συντελεστές αναγωγής  $\lambda_{\tau}$  δεν ορίζονται με βάση τις συνδιασπορές των μεταβλητών υψηλού επιπέδου αλλά θεωρούνται ανάλογοι των τυπικών αποκλίσεων των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $X_{\tau}$ , δηλαδή:

$$\lambda_{\tau} = \frac{\sqrt{\sigma_{\tau\tau}}}{\sum_{j=1}^s \sqrt{\sigma_{jj}}} \quad (3.66)$$

Ωστόσο, ο ορισμός των  $\lambda_{\tau}$  με βάση τη σχέση (3.63) είναι ο μόνος που διατηρεί το μητρώο συνδιασπορών  $\sigma$ . Η διαφορά των σχέσεων (3.63) και (3.66) είναι περισσότερο εμφανής όταν οι μεταβλητές  $X_{\tau}$  είναι ανεξάρτητες, οπότε η (3.63) γράφεται:

$$\lambda_{\tau} = \frac{\sigma_{\tau\tau}}{\sum_{j=1}^s \sigma_{jj}} \quad (3.67)$$

με συνέπεια οι συντελεστές αναγωγής να είναι ανάλογοι των διασπορών και όχι των τυπικών αποκλίσεων.

Παράμετροι του μοντέλου αναγωγής είναι οι συνδιασπορές  $\sigma_{\tau Z}$  των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου με αυτές του υψηλού επιπέδου. Δεδομένου ότι το άθροισμά τους για όλα τα χρονικά βήματα  $\tau$  ισούται με τη διασπορά  $\sigma_{ZZ}$ , ισχύει:

$$\sum_{\tau=1}^s \lambda_{\tau} = 1 \quad (3.68)$$

Επειδή στο σχήμα γέννησης PAR(1) μόνο οι αυτοσυσχετίσεις πρώτης τάξης είναι παράμετροι του μοντέλου, οι υπόλοιπες συνδιασπορές  $\sigma_{\tau j}$ , για  $j > \tau + 1$ , εκτιμώνται από τη σχέση:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_{\tau+1} \sigma_{\tau+2} \dots \sigma_{j-1}}{\sigma_{\tau+1} \dots \sigma_{j-1}} \quad (3.69)$$

η οποία είναι άμεση συνέπεια του μοντέλου PAR(1). Μετά την εκτίμηση όλων των  $\sigma_{ij}$ , υπολογίζονται οι τιμές των  $\sigma_{iz}$  με βάση την εξίσωση (3.64). Παρόμοιες αλλά πιο πολύπλοκες σχέσεις μπορούν να εξαχθούν και για άλλα σειριακά μοντέλα.

Η μέθοδος που περιγράφηκε μπορεί να εφαρμοστεί για οποιαδήποτε κατανομή των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου  $X_{\tau}$ , διατηρώντας αναλλοίωτες τόσο τις μέσες τιμές όσο το μητρώο συνδιασπορών του ιστορικού δείγματος. Στην περίπτωση εμφάνισης αρνητικών τιμών (οι οποίες δεν είναι αποδεκτές, δεδομένου ότι πρόκειται για υδρολογικές μεταβλητές) ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία. Οι αρνητικές μεταβλητές μηδενίζονται και εφαρμόζεται εκ νέου η γραμμική αναγωγή, μέχρις ότου να εξαλειφθούν οι αρνητικές τιμές ή να γίνουν τόσο μικρές ώστε να θεωρηθούν αμελητέες.

### 3.5.4 Αναπαγωγή στατιστικών χαρακτηριστικών

Η γραμμική διαδικασία αναγωγής αλλοιώνει ορισμένα από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών, και συγκεκριμένα τις ασυμμετρίες και τις ετεροσυσχετίσεις, οι οποίες κατά κανόνα υπεκτιμώνται. Εξαίρεση αποτελούν ορισμένες εκφυλισμένες περιπτώσεις, και συγκεκριμένα η περίπτωση μηδενικών συντελεστών ασυμμετρίας καθώς και μηδενικών ή μοναδιαίων συντελεστών ετεροσυσχετίσης. Η μη διατήρηση των ετεροσυσχετίσεων οφείλεται στο γεγονός ότι η διαδικασία αναγωγής εφαρμόζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή  $X_{\tau}^l$  ( $l = 1, \dots, n$ ).

Ένα άλλο πρόβλημα, το οποίο απαντά στα περισσότερα μοντέλα επιμερισμού, είναι η διατήρηση του συντελεστή συσχέτισης του πρώτου χρονικού βήματος μιας περιόδου με το τελευταίο της προηγούμενης. Όταν ξεκινά η γέννηση των συνθετικών μηνιαίων τιμών μιας περιόδου  $i$  με το μοντέλο PAR(1), είναι ήδη γνωστή η τιμή του τελευταίου μήνα της προηγούμενης περιόδου, η οποία εισάγεται στην αναδρομική σχέση (3.47). Με τον τρόπο αυτό διατηρείται ο συντελεστής αυτοσυσχετίσης, ο οποίος ωστόσο διαταράσσεται όταν εφαρμοστεί η διαδικασία γραμμικής αναγωγής (3.65). Η διαταραχή αυτή επηρεάζει και τις γειτονικές τιμές των αυτοσυσχετίσεων, σε μικρότερο βαθμό. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχει προταθεί μια γενικευμένη μεθοδολογία σύζευξης, η οποία μπορεί να λάβει υπόψη της περαιτέρω συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών (Koutsogiannis, 2001).

Στα πλαίσια του στοχαστικού σχήματος που αναπτύχθηκε ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία τύπου Monte Carlo, με σκοπό την εξομάλυνση των αποκλίσεων που παρατηρούνται μεταξύ των στατιστικών χαρακτηριστικών της αρχικής (βοηθητικής) και τελικής (ανηγμένης) μηνιαίας συνθετικής χρονοσειράς (Koutsogiannis and Manetas, 1996). Η εν λόγω διαδικασία συνίσταται στην εύρεση μιας στατιστικά ανεξάρτητης ακολουθίας μηνιαίων μεταβλητών, η οποία προσεγγίζει όσο το δυνατόν την ετήσια τιμή. Κατά συνέπεια, για κάθε χρονική περίοδο, παράγεται ένα πλήθος πραγματοποιήσεων των μηνιαίων μεταβλητών μέσω του μοντέλου PAR(1), ώσπου η απόσταση:

$$\Delta Z = \|\mathbf{Z} - \tilde{\mathbf{Z}}\| \quad (3.70)$$

να γίνει μικρότερη από κάποια αποδεκτή τιμή  $\Delta Z_{\max}$ . Η απόσταση  $\Delta Z$  ορίζεται αδιάστατα ως:

$$\Delta Z = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \frac{|Z^l - \tilde{Z}^l|}{\sqrt{\text{Var}[Z^l]}} \quad (3.71)$$

Συνεπώς, το όριο  $\Delta Z_{\max}$  μπορεί να διατυπωθεί ως ποσοστό της μέσης τυπικής απόκλισης των ετήσιων μεταβλητών.

Με εφαρμογή της διαδικασίας Monte Carlo, το πλήρες σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών διαμορφώνεται ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Μέσω του μοντέλου SMA, παράγονται οι χρονοσειρές των ετήσιων μεταβλητών, σε κάθε θέση και για όλα τα έτη της προσομοίωσης (βλ. 3.3).

**Βήμα 2ο:** Για κάθε έτος, παράγονται οι βοηθητικές μηνιαίες χρονοσειρές με εφαρμογή του μοντέλου PAR(1) (βλ. 3.4) και υπολογίζεται η απόσταση  $\Delta Z$  του ετήσιου αθροίσματος αυτών από την γνωστή ετήσια τιμή, μέσω της (3.71).

**Βήμα 3ο:** Επαναλαμβάνεται το βήμα 2 με εισάγοντας στην ακολουθία PAR(1) διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες, ώσπου η τιμή  $\Delta Z$  να γίνει μικρότερη από το αποδεκτό όριο  $\Delta Z_{\max}$ .

**Βήμα 4ο:** Μέσω του μοντέλου γραμμικής αναγωγής, αποκαθίσταται η συνέπεια μεταξύ των μηνιαίων και της αντίστοιχης ετήσιας τιμής.

**Βήμα 5ο:** Τα βήματα 2 ως 4 επαναλαμβάνονται για όλα τα έτη, μέχρι το πέρας της προσομοίωσης, οπότε προκύπτει η τελική μηνιαία συνθετική χρονοσειρά που είναι συνεπής με την ετήσια.

## 3.6 Γέννηση χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης

### 3.6.1 Η έννοια των δεσμευμένων στατιστικών χαρακτηριστικών

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.2.4, κατά την επιχειρησιακή διαχείριση ενός υδροσυστήματος το ενδιαφέρον εστιάζεται στην βραχυπρόθεσμη και μεσοπρόθεσμη επίδοση του συστήματος, η οποία επηρεάζεται τόσο από τις αρχικές συνθήκες αποθεμάτων όσο και την υφιστάμενη κατάσταση υδροφορίας. Λόγω της στοχαστικής εξάρτησης των υδρολογικών μεταβλητών από τις προηγούμενες πραγματοποιήσεις τους, αλλά κυρίως λόγω του φαινομένου της μακροπρόθεσμης εμμονής, οι παρελθούσες και επίκαιρες τιμές των μεταβλητών επιδρούν στην πρόγνωση της μελλοντικής εξέλιξης των αντίστοιχων διεργασιών. Με όρους στατιστικής, αυτό σημαίνει ότι αν είναι γνωστή η ιστορική ακολουθία  $(x_{t-k}, \dots, x_{t-1}, x_t)$ , η αναμενόμενη τιμή της μεταβλητής  $X_{t+1}$  δεν είναι η δειγματική μέση τιμή  $\mu_X = E[X]$  αλλά η λεγόμενη *δεσμευμένη* (conditional) μέση τιμή, ήτοι:

$$E[X | X_{t-k} = x_{t-k}, \dots, X_{t-1} = x_{t-1}, X_t = x_t] \quad (3.72)$$

Αντίστοιχα ορίζεται η δεσμευμένη διασπορά της μεταβλητής, που είναι πάντοτε μικρότερη από την δειγματική διασπορά, καθώς η πληροφορία που προσθέτει η γνώση του παρελθόντος μειώνει την αβεβαιότητα της πρόγνωσης. Το μέγεθος της αβεβαιότητας εξαρτάται από τον βαθμό συσχέτισης της μεταβλητής με τις προηγούμενες τιμές της, ήτοι με τις τιμές των συντελεστών αυτοσυσχέτισης. Για παράδειγμα, στο μοντέλο PAR(1), του οποίου το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα φθίνει εκθετικά με το χρόνο, η επίδραση του παρελθόντος εκμηδενίζεται μετά από ελάχιστα χρονικά βήματα. Μάλιστα, στο συγκεκριμένο μοντέλο, η δεσμευμένη μέση τιμή εξαρτώνται μόνο από την επίκαιρη ιστορική τιμή, δηλαδή:

$$E[X | X_{t-k} = x_{t-k}, \dots, X_{t-1} = x_{t-1}, X_t = x_t] = E[X | X_t = x_t] \quad (3.73)$$

Ένα γραμμικό σειριακό μοντέλο, όπως το PAR(1), μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως έχει για την γέννηση μηνιαίων χρονοσειρών με πρόγνωση, θεωρώντας απλά ως διάνυσμα εκκίνησης τις επίκαιρες μηνιαίες τιμές. Είναι προφανές ότι λόγω του στοχαστικού χαρακτήρα του μοντέλου (όπως κάθε στοχαστικού υδρολογικού μοντέλου), είναι εφικτή η πολλαπλή εφαρμογή του σχήματος πρόγνωσης υπό τη μορφή στοχαστικά ανεξάρτητων σεναρίων. Με άλλα λόγια, ξεκινώντας από μια γνωστή τιμή, παράγονται στοχαστικά ανεξάρτητες τροχιές που περιγράφουν πιθανές εξελίξεις της στοχαστικής ανέλιξης. Λόγω όμως της βραχείας μνήμης του μοντέλου, οι εν λόγω τροχιές αποκλίνουν σημαντικά μετά από ελάχιστα χρονικά βήματα.

Αντίθετα, σε μη σειριακά σχήματα, όπως το μοντέλο SMA, η εφαρμογή της διαδικασίας πρόγνωσης είναι πιο σύνθετη. Η εν λόγω διαδικασία για το συγκεκριμένο μοντέλο, όπως αναπτύχθηκε από τον *Koutsogiannis* (2000) για την στοχαστική πρόγνωση των ετήσιων υδρολογικών μεταβλητών, περιγράφεται στο εδάφιο που ακολουθεί.

### 3.6.2 Στοχαστική πρόγνωση ετήσιων μεταβλητών

Το σχήμα SMA, μέσω του οποίου παράγονται οι ετήσιες συνθετικές χρονοσειρές  $X_t^I$ , χρησιμοποιεί τυχαίες τιμές των μεταβλητών ανανέωσης  $V_t^I$ . Με τον τρόπο αυτό, βέβαια, δεν λαμβάνεται καθόλου υπόψη η πληροφορία του παρελθόντος, ήτοι η ακολουθία των πρόσφατων τιμών  $X_t^I$ . Ωστόσο το μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί και υπό μορφή στοχαστικής πρόγνωσης, εισάγοντας τις παρελθούσες και την τρέχουσα τιμή για την πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών των ετήσιων μεταβλητών, υπό μορφή στοχαστικά ανεξάρτητων σεναρίων. Τονίζεται ότι η ακρίβεια της πρόγνωσης πρακτικά μηδενίζεται μετά από λίγα χρονικά βήματα, και συνεπώς δεν έχει νόημα η χρήση τέτοιων μοντέλων για χρονικό ορίζοντα μεγαλύτερο των 5 ως 10 ετών.

Το μονομεταβλητό σχήμα συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων γενικεύεται ως μοντέλο στοχαστικής πρόγνωσης με εφαρμογή μιας απλής διαδικασίας αναγωγής. Έστω ότι το διάνυσμα της τρέχουσας και των  $k$  τελευταίων τιμών των μεταβλητών  $\mathbf{Y} = [X_0, X_{-1}, \dots, X_{-k}]^T$  είναι γνωστό και η τιμή του είναι  $\mathbf{y} = [x_0, x_{-1}, \dots, x_{-k}]^T$ . Το πρόβλημα συνίσταται στην γέννηση οποιασδήποτε μελλοντικής μεταβλητής  $X_j$ , υπό την συνθήκη  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$ .

Έστω η στοχαστική ανέλιξη  $\tilde{X}_i$  ( $i = -k, \dots, 0, 1, \dots$ ) με ακολουθία αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$  και έστω  $\tilde{\mathbf{Y}} = [\tilde{X}_0, \tilde{X}_{-1}, \dots, \tilde{X}_{-k}]^T$ . Έστω ακόμη  $\mathbf{Y} = [X_0, X_{-1}, \dots, X_{-k}]^T$  διάνυσμα μεταβλητών που είναι στοχαστικά ανεξάρτητο από το  $\tilde{\mathbf{Y}}$ , αλλά έχουν κοινή μέση τιμή και κοινές αυτοσυνδιασπορές. Αποδεικνύεται ότι η στοχαστική ανέλιξη:

$$X_i = \tilde{X}_i + \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}^{-1} (\mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{Y}}) \quad (3.74)$$

όπου  $\mathbf{n}_i^T = \text{Cov} [\tilde{X}_i, \tilde{\mathbf{Y}}]$  και  $\mathbf{h} = \text{Cov} [\tilde{\mathbf{Y}}, \tilde{\mathbf{Y}}]$  έχει την ίδια μέση τιμή και ακολουθία αυτοσυνδιασπορών με την  $\tilde{X}_i$ . Η υπό συνθήκη διασπορά της  $X_i$ , με δεδομένο ότι  $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$ , είναι ίση με:

$$\text{Var} [X_i | \mathbf{Y} = \mathbf{y}] = \gamma_0 - \mathbf{n}_i^T \mathbf{h}^{-1} \mathbf{n}_i \quad (3.75)$$

Επιβεβαιώνεται δηλαδή ότι η υπό συνθήκη διασπορά είναι μικρότερη από την  $\gamma_0$  και μάλιστα ταυτίζεται με την ελάχιστη τιμή του μέσου τετραγωνικού σφάλματος πρόβλεψης των  $X_i$  από τα  $\mathbf{Y}$ . Με τον τρόπο αυτό, ο συνδυασμός του σχήματος γέννησης (3.18) ή (3.23) με τον μετασχηματισμό (3.74) διατηρεί τη στοχαστική δομή της ανέλιξης  $X_i$  και ταυτόχρονα μειώνει την υπό συνθήκη διασπορά περισσότερο από κάθε άλλο γραμμικό μοντέλο.

Σημειώνεται ότι το  $\mathbf{h}$  είναι συμμετρικό μητρώο, με διαστάσεις  $(k+1) \times (k+1)$ , τα στοιχεία του οποίου υπολογίζονται συναρτήσει των αυτοσυνδιασπορών  $\gamma_j$ , όπως υποδηλώνει η σχέση (3.10). Αντίθετα το  $\mathbf{n}_i$  είναι διάνυσμα με διάσταση  $k+1$  και στοιχεία:

$$(\mathbf{n}_i)_j = \gamma_{|i+j-1|} \quad (3.76)$$

Η διαδικασία αναγωγής που περιγράφει η (3.74) είναι γενική μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε γραμμικό στοχαστικό μοντέλο. Τα βήματα που ακολουθούνται είναι:

**Βήμα 1ο:** Υπολογίζονται τα στοιχεία του μητρώου  $\mathbf{h}$  από την σχέση (3.10), για δεδομένο πλήθος γνωστών τιμών των μεταβλητών, ίσο με  $k+1$ .

**Βήμα 2ο:** Γεννάται η χρονοσειρά των ετήσιων μεταβλητών  $\tilde{X}_i$  ( $i = -k, \dots, 0, 1, 2, \dots$ ) χωρίς καμία αναφορά στις γνωστές τιμές  $\mathbf{Y}$  και υπολογίζεται το διάνυσμα  $\mathbf{h}^{-1}(\mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{Y}})$ .

**Βήμα 3ο:** Για κάθε χρονική περίοδο  $i > 0$ , ορίζονται τα στοιχεία του διανύσματος  $\mathbf{n}_i$  και διορθώνεται η τιμή της ετήσιας μεταβλητής  $X_i$ , με εφαρμογή της σχέσης (3.74).

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και σε πολυμεταβλητά σχήματα, θεωρώντας ότι οι μεταβλητές  $X_i^l$  γεννώνται μέσω του μοντέλου (3.40) και εφαρμόζοντας ακολούθως την διαδικασία αναγωγής θέση προς θέση, ξεχωριστά δηλαδή για κάθε μεταβλητή  $l = 1, \dots, n$ .

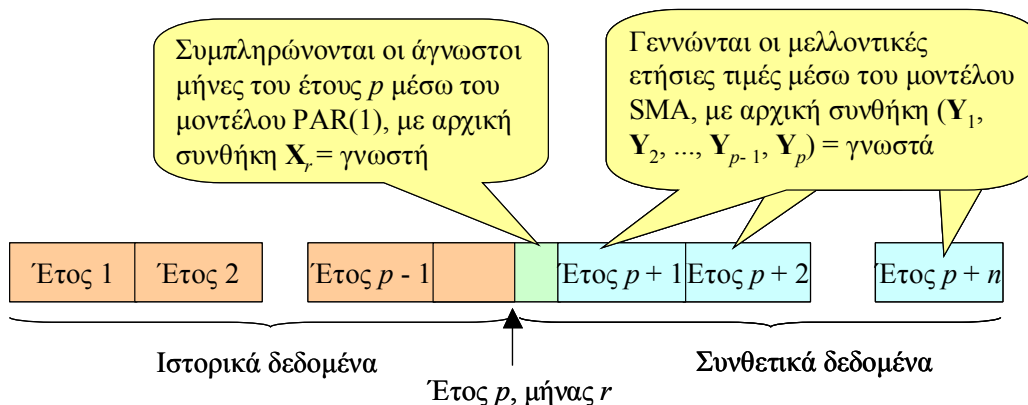
### 3.6.3 Περιγραφή της γενικής διαδικασίας στοχαστικής πρόγνωσης

Στο Σχήμα 3.5 απεικονίζεται η γενική μεθοδολογία εφαρμογής των μοντέλων γέννησης συνθετικών χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης. Έστω ότι κατά τον μήνα  $r$  του έτους  $p$  είναι γνωστή η ακολουθία των πραγματοποιήσεων των υδρολογικών μεταβλητών, ήτοι τα διανύσματα των ιστορικών ετήσιων τιμών μέχρι το έτος  $p - 1$  και όλων των μηνιαίων τιμών του τρέχοντος έτους  $p$  μέχρι τον μήνα  $r$ . Η διαδικασία που ακολουθείται έχει ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Με βάση την επίκαιρη μηνιαία τιμή  $\mathbf{X}_r$  συμπληρώνεται το τρέχον υδρολογικό έτος, με εφαρμογή του σχήματος γέννησης PAR(1).

**Βήμα 2ο:** Η ετήσια αυτή τιμή μαζί με τις  $p - 1$  προηγούμενες εισάγονται ως δέσμευση στο σχήμα γέννησης ετήσιων χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης (βλ. 3.6.2).

**Βήμα 3ο:** Με δεδομένες τις ετήσιες συνθετικές τιμές που αναφέρονται σε χρονικό ορίζοντα  $n$  ετών, με έναρξη το έτος  $p + 1$ , εφαρμόζεται η τυπική διαδικασία γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών μέσω του μοντέλου PAR(1) και εν συνεχεία επιμερισμού αυτών, μέσω του μοντέλου γραμμικής αναγωγής.



Σχήμα 3.6: Σχηματική απεικόνιση της γενικής διαδικασίας γέννησης συνθετικών χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης.

## 3.7 Μεθοδολογία αποσύνθεσης μητρώων συνδιασπορών

### 3.7.1 Τυπικές μέθοδοι αντιμετώπισης

Στα πολυμεταβλητά στοχαστικά σχήματα προκύπτει πάντοτε το πρόβλημα προσδιορισμού ενός μητρώου  $\mathbf{b}$  τέτοιου ώστε να ικανοποιείται μια σχέση της μορφής:

$$\mathbf{c} = \mathbf{b} \mathbf{b}^T \quad (3.77)$$

όπου  $\mathbf{c}$  ένα  $m \times m$  μητρώο που περιέχει τις από κοινού στατιστικές παραμέτρους, ήτοι τις συνδιασπορές (αυτοσυσχετίσεις και ετεροσυσχετίσεις) των μεταβλητών του μοντέλου. Ειδικότερα,

στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των ετήσιων μεταβλητών το μητρώο  $\mathbf{c}$  δίνεται από την (3.43), ενώ στην περίπτωση του σχήματος γέννησης των μηνιαίων μεταβλητών το μητρώο  $\mathbf{c}$  δίνεται από την (3.49), και είναι διαφορετικό για κάθε υποπερίοδο  $\tau$ .

Η εξίσωση (3.77), που είναι γνωστή ως *γκραμμιανή*, έχει άπειρες λύσεις εφόσον το μητρώο συνδιασπορών  $\mathbf{c}$  είναι θετικά ορισμένο. Στην περίπτωση αυτή μπορούν, κατ' αρχάς, να χρησιμοποιηθούν δυο τυπικές αριθμητικές μέθοδοι για τον υπολογισμό ενός μητρώου  $\mathbf{b}$ . Η πρώτη και απλούστερη, που είναι γνωστή ως *τριγωνοποίηση Cholesky*, συνίσταται στην αποσύνθεση του  $\mathbf{c}$  σε ένα κάτω τριγωνικό μητρώο  $\mathbf{b}$  με στοιχεία:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= 0 & (i < j) \\ b_{ij} &= \sqrt{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk})^2} & (i = j) \\ b_{ij} &= \frac{c_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk} b_{ik}}{b_{jj}} & (i > j) \end{aligned} \quad (3.78)$$

Η δεύτερη αριθμητική μέθοδος είναι πιο δύσκολη στην εφαρμογή της, καθώς προϋποθέτει τον υπολογισμό των ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων του  $\mathbf{c}$ , και έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή ενός πλήρους μητρώου  $\mathbf{b}$ . Σημειώνεται ότι η τυπική μέθοδος υπολογισμού των ιδιοτιμών ενός πίνακα είναι η τεχνική *Jacobi* (Press et al., 1992).

Ωστόσο, αν το μητρώο  $\mathbf{c}$  δεν είναι θετικά ορισμένο, τότε δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ούτε η μέθοδος Cholesky ούτε η μέθοδος Jacobi, διότι τότε προκύπτουν αρνητικά υπόρριζα στην αναδρομική σχέση (3.78) και αρνητικές ιδιοτιμές, αντίστοιχα. Από την άλλη πλευρά, η υπόθεση θετικά ορισμένου μητρώου  $\mathbf{c}$  δεν ισχύει πάντοτε. Η κυριότερη αιτία είναι η εκτίμηση των συνδιασπορών από ιστορικά δείγματα που αναφέρονται σε διαφορετικές περιόδους μέτρησης και, κατά συνέπεια, δεν έχουν ίσο μήκος. Μια άλλη αιτία είναι η απλοποίηση του μητρώου  $\mathbf{a}$  και η διατύπωσή του ως διαγώνιου (βλ. 3.4.1).

Εξάλλου, ο υπολογισμός του μητρώου  $\mathbf{b}$  με τις μεθόδους που προαναφέρθηκαν έχει ως αποτέλεσμα τον υπολογισμό υπερβολικά μεγάλων συντελεστών ασυμμετρίας των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{V}$ , δεδομένου ότι στις σχέσεις (3.46) και (3.53) ή (3.55) ο όρος  $\mathbf{b}^{(3)}$  μπορεί να περιέχει πολύ μικρές τιμές. Ωστόσο, κατά την εφαρμογή των μοντέλων στοχαστικής προσομοίωσης για τη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών, δεν είναι δυνατή η παραγωγή τυχαίων όρων με τόσο υψηλές ασυμμετρίες, με αποτέλεσμα να υποεκτιμώνται οι ασυμμετρίες του ιστορικού δείγματος. Για τον χειρισμό του προβλήματος των ασυμμετριών στα πολυμεταβλητά σχήματα έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές, οι οποίες ωστόσο προϋποθέτουν αυθαίρετες επεμβάσεις στις παραμέτρους που εκτιμώνται βάσει των δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών (Todini, 1980· Grygier and Stedinger, 1990· Bras and Rodriguez-Iturbe, 1993· Koutsoyiannis and Manetas, 1996).

### 3.7.2 Χειρισμός του προβλήματος μέσω βελτιστοποίησης

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, η επίλυση της εξίσωσης (3.77) είναι ένα πολυσύνθετο πρόβλημα, αφού είτε δεν υφίσταται αναλυτική λύση είτε η λύση που προκύπτει με τις τυπικές μεθόδους υπολογισμού οδηγούν σε υπερβολικά υψηλές τιμές ασυμμετρίας των μεταβλητών  $\mathbf{V}$ . Ο Koutsoyiannis (1999) ανέπτυξε μια μέθοδο, βάσει την οποίας μπορεί πάντοτε να υπολογιστεί ένα μητρώο  $\mathbf{b}$  (ανεξάρτητα αν το μητρώο συνδιασπορών είναι ή όχι θετικά ορισμένο), τέτοιο ώστε να αναπαράγονται κατά τον βέλτιστο τρόπο τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος. Η μέθοδος είναι κοινή είτε πρόκειται για το στάσιμο μοντέλο SMA είτε για το κυκλοστάσιμο PAR(1).

Υπενθυμίζεται ωστόσο ότι στην πρώτη περίπτωση υπολογίζεται μόνο ένα μητρώο  $\mathbf{b}$ , ενώ στη δεύτερη υπολογίζονται 12 τέτοια μητρώα (ένα για κάθε μήνα).

Αρχικά, εφαρμόζεται μια διαδικασία κανονικοποίησης του μητρώου  $\mathbf{b}$  καθώς και των υπόλοιπων μητρώων και διανυσμάτων που σχετίζονται με αυτό. Το μητρώο συνδιασπορών  $\mathbf{c}$  κανονικοποιείται εισάγοντας το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{h} = \text{diag} (1/\sqrt{c_{11}}, \dots, 1/\sqrt{c_{mm}}) \quad (3.79)$$

έτσι ώστε:

$$\mathbf{c}' = \mathbf{h} \mathbf{c} \mathbf{h} \quad (3.80)$$

Με τον τρόπο αυτό, όλα τα διαγώνια στοιχεία του μητρώου  $\mathbf{c}'$  είναι μοναδιαία, ενώ τα μη διαγώνια στοιχεία λαμβάνουν τιμές στο διάστημα  $[-1, 1]$ . Σημειώνεται ότι η τελευταία υπόθεση μπορεί να παραβιάζεται οριακά εφόσον το μητρώο  $\mathbf{a}_\tau$  έχει οριστεί μέσω της (3.56). Εάν τεθεί:

$$\mathbf{b}' = \mathbf{h} \mathbf{b} \quad (3.81)$$

τότε η εξίσωση (3.77) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$\mathbf{b}' \mathbf{b}'^T = \mathbf{c}' \quad (3.82)$$

Ορίζεται ακόμη το διάνυσμα:

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\xi}_v \quad (3.83)$$

εφόσον το μητρώο  $\mathbf{b}$  αναφέρεται στο μοντέλο SMA ή

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{h}^{(3)} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)} \mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (3.84)$$

εφόσον το  $\mathbf{b}$  αναφέρεται στο μοντέλο PAR(1). Τότε οι σχέσεις (3.46) και (3.53) γράφονται:

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{b}'^{(3)})^{-1} \boldsymbol{\varphi} \quad (3.85)$$

Τα μητρώα  $\mathbf{h}$  και  $\mathbf{c}'$  καθώς και το διάνυσμα  $\boldsymbol{\varphi}$  είναι γνωστά, ενώ τα  $\boldsymbol{\xi}$  και  $\mathbf{b}'$  πρέπει να προσδιοριστούν. Δεδομένου ότι η εξίσωση (3.82) δεν έχει πάντοτε λύση, εισάγεται το μητρώο διαφορών:

$$\mathbf{d} = \mathbf{b}' \mathbf{b}'^T - \mathbf{c}' \quad (3.86)$$

τα στοιχεία του οποίου πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μηδέν. Η απαίτηση εκφράζεται μαθηματικά ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, ήτοι:

$$\text{minimize } \|\mathbf{d}\|^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij}^2 \quad (3.87)$$

όπου ο τελεστής  $\|\cdot\|$  εκφράζει τη νόρμα του μητρώου  $\mathbf{d}$ .

Στο παραπάνω πρόβλημα, τίθεται η επιπρόσθετη απαίτηση όλα τα διαγώνια στοιχεία του  $\mathbf{d}$  να είναι ακριβώς μηδέν. Με τον τρόπο αυτό δίνεται μεγαλύτερο βάρος στη διατήρηση των δειγματικών διασπορών έναντι των συνδιασπορών. Εάν οριστεί το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{d}^* = \text{diag} (d_{11}, \dots, d_{mm}) \quad (3.88)$$

στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (3.87) εισάγεται ο περιορισμός:

$$\|\mathbf{d}^*\|^2 = 0 \quad (3.89)$$

Ένας δεύτερος περιορισμός του προβλήματος σχετίζεται με τους συντελεστές ασυμμετρίας  $\boldsymbol{\xi}$  των τυχαίων μεταβλητών  $\mathbf{V}$ , οι οποίοι υπολογίζονται από την (3.85). Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 3.7.1, αυτοί θα πρέπει να διατηρούνται όσο το δυνατόν πιο χαμηλοί. Αποδεικνύεται ότι

(Wallis et al., 1974· Kirby, 1974) ο συντελεστής ασυμμετρίας ενός πεπερασμένου δείγματος μήκους  $k$  περιορίζεται στο εύρος  $-\zeta_{ub}$  και  $\zeta_{ub}$ , όπου:

$$\zeta_{ub} = \frac{k-2}{\sqrt{k-1}} \approx \sqrt{k} \quad (3.90)$$

Στην πραγματικότητα, μια ακολουθία συνθετικών τιμών έχει ασυμμετρία ίση με  $\pm \zeta_{ub}$  μόνο εφόσον όλοι οι όροι της πλην ενός είναι ίσοι. Είναι προφανές ότι μια τέτοια ακολουθία δεν μπορεί να είναι αποδεκτή, οπότε πρέπει να τεθεί μια μέγιστη ασυμμετρία  $\zeta_{acc} < \zeta_{ub}$ . Εφόσον ο περιορισμός ισχύει για όλες τις μεταβλητές  $V^l$  ( $l = 1, \dots, m$ ) τίθεται η απαίτηση:

$$\max \{|\zeta^l|, l = 1, \dots, n\} \leq \zeta_{acc} \quad (3.91)$$

Ο μαθηματικός χειρισμός του περιορισμού (3.91) σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερα δυσχερές. Για το λόγο αυτό ορίζεται η νόρμα:

$$\|\xi\|_p = \left( \sum_{l=1}^m |\zeta^l|^p \right)^{1/p} \quad (3.92)$$

η οποία τείνει στο μέγιστο των  $|\zeta^l|$  όταν  $p \rightarrow \infty$ . Κατά συνέπεια, η απαίτηση (3.91) αντικαθίσταται από τον μαθηματικό περιορισμό:

$$\|\xi\|_p^2 \leq \zeta_{acc}^2 \quad (3.93)$$

όπου  $\zeta_{acc} = 0.5\zeta_{ub}$ . Η τιμή του  $p$  πρέπει να είναι ζυγός ακέραιος αριθμός, έτσι ώστε να μην απαιτείται η χρήση απόλυτων τιμών. Μετά από διερεύνηση, ο Koutsoyiannis (1999) προτείνει την τιμή  $p = 8$ . Οι περιορισμοί (3.89) και (3.93) εισάγονται στην αντικειμενική συνάρτηση (3.87) ως όροι ποινής. Η τελική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι:

$$\text{minimize } \theta^2(\mathbf{b}') = \frac{\lambda_1}{m^2} \|\mathbf{d}(\mathbf{b}')\|^2 + \frac{\lambda_2}{m} \|\mathbf{d}^*(\mathbf{b}')\|^2 + \lambda_3 \|\xi(\mathbf{b}')\|_p^2 \quad (3.94)$$

όπου  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  και  $\lambda_3$  συντελεστές βάρους, με τυπικές τιμές  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 10^3$  και  $\lambda_3 = 10^{-3}$  ως  $10^{-6}$ . Οι συντελεστές  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  διαιρούνται με το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων των μητρών  $\mathbf{d}$  και  $\mathbf{d}^*$ , τα οποία είναι  $m^2$  και  $m$ , αντίστοιχα.

Η συνάρτηση (3.94) είναι έντονα μη γραμμική, γεγονός που δυσχεραίνει σημαντικά της διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης τιμής αυτής, καθώς ο χώρος αναζήτησης είναι εξαιρετικά τραχύς και παρουσιάζει πολλά τοπικά ακρότατα. Η δυσχέρεια του προβλήματος εντείνεται όσο αυξάνει η διάσταση  $m$  του μητρώου, ήτοι το πλήθος των μεταβλητών των οποίων ζητείται η ταυτόχρονη στοχαστική προσομοίωση. Ο Ευστρατιάδης (2001), επιχειρώντας να επιλύσει το πρόβλημα (3.94) με τις πλέον καταξιωμένες τεχνικές ολικής βελτιστοποίησης, οι οποίες θεωρούνται κατάλληλες για την αναζήτηση ακροτάτων σε μη ομαλούς χώρους, διαπίστωσε ότι η εύρεση μιας ικανοποιητικής προσέγγισης του μητρώου  $\mathbf{b}$  απαιτεί απαγορευτικά μεγάλο πλήθος δοκιμών.

Για τον λόγο αυτόν ακολουθήθηκε μια εναλλακτική προσέγγιση, που αν και δεν εγγυάται την εύρεση του ολικά βέλτιστου μητρώου  $\mathbf{b}$ , εξασφαλίζει μια ικανοποιητική λύση απαιτώντας σαφώς λιγότερο υπολογιστικό φόρτο. Πρόκειται για την λεγόμενη μέθοδο *πολλαπλών εκκινήσεων* (multistart), βάσει της οποίας εφαρμόζεται μια τεχνική αναζήτησης τοπικών ακροτάτων, που ξεκινώντας από διαφορετικά, τυχαία επιλεγμένα σημεία εκκίνησης μπορεί να εντοπίσει διάφορα τοπικά ακρότατα και να θεωρήσει ως προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης το καλύτερο εξ αυτών (Rubinstein, 1986). Για να εξασφαλιστεί όσο το δυνατόν πιο γρήγορος εντοπισμός των τοπικών ακροτάτων, επιλέχθηκε η μέθοδος των συζυγών κλίσεων, για την οποία έχει γίνει ήδη αναφορά στην ενότητα 3.3.2. Η εν λόγω μέθοδος βασίζει την ταχύτητά της στην χρήση των παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης και την εφαρμογή των θεμελιωδών αρχών του διαφορικού λογισμού. Συνεπώς, για να μπορεί να



εφαρμοστεί η μέθοδος στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (3.94), απαιτείται η αναλυτική έκφραση της παραγώγου της συνάρτησης  $\theta^2(\mathbf{b}')$ , η οποία δίνεται από τον *Koutsoyiannis* (1999).

Με επέκταση του συμβολισμού των παραγώγων διανυσματικών συναρτήσεων, στην περίπτωση που το  $\mathbf{x}$  είναι τετραγωνικό μητρώο διαστάσεων  $m \times m$ , γράφουμε:

$$\frac{df}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_{11}} & \frac{\partial f}{\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{1m}} \\ \frac{\partial f}{\partial x_{21}} & \frac{\partial f}{\partial x_{22}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{2m}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial f}{\partial x_{m1}} & \frac{\partial f}{\partial x_{m2}} & \cdots & \frac{\partial f}{\partial x_{mm}} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Με βάση τον παραπάνω συμβολισμό, αποδεικνύεται ότι οι μερικές παράγωγοι της (3.94) δίνονται από τις σχέσεις:

$$\frac{d\|\mathbf{d}\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{d} \mathbf{b}' \quad (3.96)$$

$$\frac{d\|\mathbf{d}^*\|^2}{d\mathbf{b}'} = 4\mathbf{d}^* \mathbf{b}' \quad (3.97)$$

$$\frac{d\|\xi\|_p^2}{d\mathbf{b}'} = -6\|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{w} \quad (3.98)$$

όπου  $\mathbf{w}$  μητρώο διαστάσεων  $m \times m$  με στοιχεία:

$$w_{ij} = b'_{ij}{}^2 \xi_j \psi_i \quad (3.99)$$

και  $\psi$  διάνυσμα, το οποίο ορίζεται ως:

$$\psi = \{(\mathbf{b}'^{(3)})^{-1}\}^T \xi^{(p-1)} \quad (3.100)$$

Συνεπώς, το μητρώο των μερικών παραγώγων της  $\theta^2$  ως προς τις άγνωστες παραμέτρους  $b'_{ij}$  είναι:

$$\frac{d\theta^2}{d\mathbf{b}'} = \frac{4\lambda_1}{m^2} \mathbf{d} \mathbf{b}' + \frac{4\lambda_2}{m} \mathbf{d}^* \mathbf{b}' - 6\lambda_3 \|\xi\|_p^{2-p} \mathbf{w} \quad (3.101)$$

## 3.8 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

### 3.8.1 Επιλογή συνάρτησης κατανομής τυχαίων μεταβλητών

Η εφαρμογή ενός στοχαστικού μοντέλου απαιτεί την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν μια συγκεκριμένη κατανομή πιθανοτήτων, η επιλογή της οποίας είναι άμεσα εξαρτημένη από τα περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος.

Για την προσομοίωση των τυχαίων όρων  $\mathbf{W}$  και  $\mathbf{V}$  του ετήσιου και μηνιαίου σχήματος γέννησης, αντίστοιχα, χρησιμοποιείται η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (γνωστή και ως κατανομή Pearson III), η οποία είναι από τις πιο διαδεδομένες στατιστικές κατανομές της τεχνικής υδρολογίας. Το γεγονός ότι είναι θετικά ασύμμετρη και ορίζεται μόνο για θετικές τιμές της μεταβλητής την κάνει συμβατή με τις πιο χαρακτηριστικές υδρολογικές διεργασίες, όπως είναι οι μηνιαίες και ετήσιες βροχοπτώσεις και απορροές. Στο εδάφιο 3.8.2 ορίζονται τα χαρακτηριστικά της κατανομής, ενώ στο εδάφιο 3.8.3 περιγράφονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τυχαίων αριθμών.

### 3.8.2 Η κατανομή γάμα τριών παραμέτρων

Στη γενικότερη περίπτωση, η κατανομή γάμα ορίζεται από τρεις παραμέτρους, ήτοι την παράμετρο θέσης  $c$ , την παράμετρο κλίμακας  $\lambda > 0$  και την παράμετρο σχήματος  $\kappa > 0$ . Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής είναι (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 151):

$$f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} (x - c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(x-c)} \quad (3.102)$$

όπου  $\Gamma()$  η συνάρτηση γάμα, που ορίζεται ως το ολοκλήρωμα:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (3.103)$$

για  $\alpha > 0$ . Οι παράμετροι της κατανομής, εκτιμώμενες με την μέθοδο των ροπών, είναι:

$$\kappa = \frac{4}{\xi_x^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_x} \quad c = \mu_x - \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.104)$$

όπου  $\mu_x$  η μέση τιμή,  $s_x$  η τυπική απόκλιση και  $\xi_x$  ο συντελεστής ασυμμετρίας του δείγματος.

Η παράμετρος θέσης  $c$ , η οποία αποτελεί το κάτω όριο της μεταβλητής  $x$ , επιτρέπει την καλύτερη προσαρμογή της κατανομής στα δεδομένα.

Το σχήμα της κατανομής εξαρτάται από την τιμή της παραμέτρου σχήματος  $\kappa$ . Για πολύ μεγάλες τιμές του  $\kappa$  ( $> 15 - 30$ ) η κατανομή γάμα προσεγγίζει την κανονική. Για  $\kappa = 1$  η κατανομή ταυτίζεται με την εκθετική. Για ακέραιο  $\kappa$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής (που είναι γνωστή και ως κατανομή Erlang) είναι:

$$f_x(x) = \frac{\lambda^\kappa}{(\kappa - 1)!} (x - c)^{\kappa-1} e^{-\lambda(x-c)} \quad (3.105)$$

Αποδεικνύεται ότι η τυχαία μεταβλητή  $x$  που ακολουθεί κατανομή Erlang προκύπτει ως άθροισμα  $\kappa$  τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν εκθετική κατανομή.

Η κατανομή γάμα είναι κλειστή ως προς την πρόσθεση. Κατά συνέπεια το άθροισμα δυο ανεξάρτητων μεταβλητών  $x_1, x_2$  που ακολουθούν κατανομές γάμα με κοινή παράμετρο κλίμακας  $\lambda$  και παραμέτρους σχήματος  $\kappa_1$  και  $\kappa_2$  αντίστοιχα, ακολουθεί επίσης κατανομή γάμα, με παραμέτρους  $\lambda$  και  $\kappa_1 + \kappa_2$ .

### 3.8.3 Γεννήτριες τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα

Έστω η τυχαία μεταβλητή  $x$  η οποία ακολουθεί κατανομή γάμα, με παραμέτρους  $\kappa > 0$ ,  $\lambda > 0$  και  $c$ . Με βάση την προσθετική ιδιότητα της κατανομής γάμα, θεωρούμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές  $x_1$  και  $x_2$  με κοινή παράμετρο κλίμακας  $\lambda$  και παραμέτρους σχήματος  $\kappa_1 = \text{Int}(\kappa)$  και  $\kappa_2 = \text{Trunc}(\kappa)$  αντίστοιχα. Ο τελεστής  $\text{Int}()$  υποδηλώνει το ακέραιο μέρος του αριθμού, ενώ ο τελεστής  $\text{Trunc}()$  το δεκαδικό του μέρος. Για την παραγωγή των τυχαίων αριθμών  $x_1$  και  $x_2$ , και ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου  $\kappa$ , εφαρμόζονται διαφορετικοί αλγόριθμοι, που περιγράφονται αναλυτικά στην συνέχεια.

α) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με ακέραιο  $\kappa$

Η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κατανομή Erlang με ακέραιο  $\kappa_1$  και  $\lambda > 0$  γίνεται μέσω της σχέσης:

$$x = -\lambda \ln \left( \prod_{i=1}^{\kappa_1} u_i \right) \quad (3.106)$$

όπου  $u_i$  τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ . Η απόδειξη βασίζεται στο θεώρημα ότι η τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Erlang ισούται με το

άθροισμα  $\kappa$  τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν εκθετική κατανομή. Πράγματι, η σχέση (3.106) μπορεί να γραφεί ως:

$$x = \sum_{i=1}^{\kappa_1} x_i = \sum_{i=1}^{\kappa_1} -\lambda \ln u_i \quad (3.107)$$

Η συνάρτηση της εκθετικής κατανομής είναι:

$$F_x(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (3.108)$$

Αντιστρέφοντας ως προς  $x$  προκύπτει:

$$x = -\lambda \ln(1 - u) \quad (3.109)$$

Εφόσον η τυχαία μεταβλητή  $u' = 1 - u$  ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, η μεταβλητή

$$x = -\lambda \ln u' \quad (3.110)$$

ακολουθεί εκθετική κατανομή.

*β) Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με δεκαδικό  $\kappa$*

Στην περίπτωση κατά την οποία  $0 < \kappa < 1$ , εφαρμόζονται δύο εναλλακτικές διαδικασίες. Η πρώτη και απλούστερη βασίζεται στην μέθοδο του *Whittaker* (1972), και περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1ο:** Γεννώνται οι τυχαίοι αριθμοί  $v$  και  $r$ , που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ .

**Βήμα 2ο:** Υπολογίζονται οι τιμές  $a = v^{1/\kappa}$  και  $b = r^{-1/\kappa}$ .

**Βήμα 3ο:** Ελέγχεται αν  $a + b \leq 1$ . Στην περίπτωση που αυτό δεν συμβαίνει, επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 και 2.

**Βήμα 4ο:** Υπολογίζεται η τιμή:

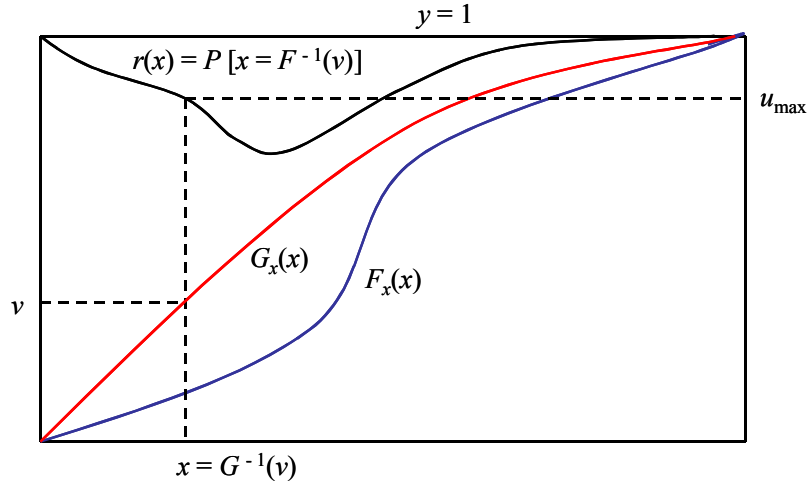
$$x = c - \frac{1}{\lambda} \frac{a}{a+b} \ln u \quad (3.111)$$

όπου  $u$  τυχαίος, ομοιόμορφος αριθμός.

Η δεύτερη διαδικασία γέννησης τυχαίων αριθμών (*Koutsoyiannis and Manetas, 1996*) βασίζεται στην πιθανοτική μέθοδο της *απόρριψης* (*Paroulis, 1991*). Η εν λόγω μέθοδος είναι κατάλληλη για μη αντιστρέψιμες συναρτήσεις κατανομής  $F_x(x)$ . Η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου φαίνεται στο Σχήμα 3.7. Έστω ότι ορίζεται μια συνάρτηση κατανομής  $G_x(x)$  που είναι αντιστρέψιμη και περιβάλλει την  $F_x(x)$ , δηλαδή  $G_x(x) \geq F_x(x)$  για κάθε  $x$ . Επειδή η  $G_x(x)$  είναι συνάρτηση κατανομής ισχύει  $0 \leq G_x(x) \leq 1$ . Ο λόγος:

$$r(x) = \frac{F_x(x)}{G_x(x)} \leq 1 \quad (3.112)$$

αποτελεί μέτρο του πόσο καλά προσεγγίζει η  $G_x(x)$  την αρχική συνάρτηση  $F_x(x)$ .



Σχήμα 3.7: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου απόρριψης ως προσεγγιστικής γεννήτριας τυχαίων αριθμών από μια μη αντιστρέψιμη κατανομή,  $F_x(x)$ .

Η γέννηση ενός τυχαίου αριθμού  $x$  που ακολουθεί κατανομή  $F_x(x)$  γίνεται ως εξής:

**Βήμα 1ο:** Παράγονται δύο τυχαίοι αριθμοί  $v$  και  $u$ , που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $(0, 1)$ .

**Βήμα 2ο:** Τίθεται  $v = G_x(x)$  και υπολογίζεται η αντίστροφη τιμή της συνάρτησης,  $x = G_x^{-1}(v)$ .

**Βήμα 3ο:** Από την (3.112) υπολογίζεται η τιμή  $r(x)$ , η οποία εκφράζει την πιθανότητα του γεγονότος ο αριθμός  $x$  να ακολουθεί κατανομή  $F_x(x)$ .

**Βήμα 4ο:** Αν  $u \leq r(x)$  η τιμή  $x$  γίνεται δεκτή, διαφορετικά η μέθοδος επαναλαμβάνεται από την αρχή.

Η εφαρμογή της μεθόδου για την παραγωγή τυχαίων αριθμών γάμα κατανομής έχει ως εξής: Έστω  $g(x)$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της  $G_x(x)$ , η οποία ορίζεται ως:

$$g(x) = \begin{cases} \beta (x - c)^{\kappa - 1} & c \leq x \leq h \\ \beta \gamma e^{-\lambda(x - c)} & x > h \end{cases} \quad (3.113)$$

όπου  $\beta, \gamma$  σταθεροί συντελεστές και  $h$  αριθμός μεγαλύτερος του  $c$ . Από την απαίτηση συνέχειας της  $g(x)$  για  $x = h$  προκύπτει:

$$\gamma = (h - c)^{\kappa - 1} e^{\lambda(h - c)} \quad (3.114)$$

Εφόσον η  $g(x)$  είναι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας πρέπει:

$$\int_c^{\infty} g(x) dx = 1 \quad (3.115)$$

απ' όπου προκύπτει:

$$\beta = \frac{\kappa}{(h - c)^{\kappa - 1} (h - c + \kappa / \lambda)} \quad (3.116)$$

Τότε η συνάρτηση κατανομής της  $g(x)$  είναι:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{h - c}{h - c + \kappa / \lambda} \left( \frac{x - c}{h - c} \right)^{\kappa} & c \leq x \leq h \\ 1 - \frac{\kappa / \lambda}{h - c + \kappa / \lambda} e^{-\lambda(x - c)} & x > h \end{cases} \quad (3.117)$$

Η αντίστροφη της  $G(x)$  είναι:

$$x(G) = \begin{cases} \left[ \frac{h-c+\kappa/\lambda}{h-c} G \right]^{1/\kappa} (h-c) + c & 0 \leq G \leq \frac{h-c}{h-c+\kappa/\lambda} \\ -\frac{1}{\lambda} \ln \left[ (1-G) \frac{h-c+\kappa/\lambda}{\kappa/\lambda} \right] + h & G > \frac{h-c}{h-c+\kappa/\lambda} \end{cases} \quad (3.118)$$

Ορίζεται η συνάρτηση:

$$r(x) = a \frac{f(x)}{g(x)} \quad (3.119)$$

όπου  $a$  μια σταθερή ποσότητα τέτοια ώστε  $\max[r(x)] = 1$ . Μετά από πράξεις προκύπτει:

$$r(x) = \begin{cases} e^{-\lambda(x-c)} & c \leq x \leq h \\ e^{-\lambda(x-c)} \left( \frac{x-c}{h-c} \right)^{\kappa-1} & x > h \end{cases} \quad (3.120)$$

Για απλούστευση της διαδικασίας, η παράμετρος  $h$  εξισώνεται με τη μέση τιμή του  $x$ , δηλαδή:

$$h = c + \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.121)$$

γ) *Γεννήτρια τυχαίων αριθμών κατανομής γάμα με  $\kappa > 30$*

Στην περίπτωση αυτή η κατανομή προσεγγίζεται από την κανονική, με μέση τιμή  $\mu = \kappa / \lambda$  και τυπική απόκλιση  $\sigma = \sqrt{\kappa} / \lambda$ . Η γέννηση τυχαίων αριθμών που ακολουθούν κανονική κατανομή γίνεται μέσω της σχέσης:

$$x = \mu + \sigma 2\pi u_1 \sqrt{-2 \ln u_2} \quad (3.122)$$

όπου  $u_1$  και  $u_2$  διαδοχικοί όροι ακολουθίας αριθμών που ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή.

### 3.8.4 Προσαρμογή για παραγωγή αρνητικών ασυμμετριών

Η κατανομή γάμα, με παραμέτρους που ορίζονται με βάση τις σχέσεις (3.104), είναι πάντοτε θετικά ασύμμετρη. Στην περίπτωση που ο δειγματικός συντελεστής ασυμμετρίας  $\zeta_X$  είναι αρνητικός, οι παράμετροι της κατανομής υπολογίζονται ως:

$$\kappa = -\frac{4}{\zeta_X^2} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\kappa}}{s_X} \quad c = -\mu_X + \frac{\kappa}{\lambda} \quad (3.123)$$

Για την παραγωγή τυχαίων αριθμών που ακολουθούν αρνητικά ασύμμετρη κατανομή γάμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ίδιες γεννήτριες με προηγουμένως, θέτοντας  $\kappa = |\kappa|$  και αλλάζοντας το πρόσημο της τιμής του τελικού αποτελέσματος.

Σημειώνεται ότι αρνητικές ασυμμετρίες εμφανίζονται αρκετά συχνά στις τυχαίες μεταβλητές  $\mathbf{W}$  και  $\mathbf{V}$ , παρόλο που, κατά κανόνα, οι πρωτογενείς μεταβλητές που αναφέρονται σε υδρολογικές διεργασίες έχουν θετική ασυμμετρία.

## 4 Σχεδιασμός υπολογιστικού συστήματος

---

### 4.1 Ανάλυση απαιτήσεων και συμμόρφωση προς αυτές

#### 4.1.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο 4 του τεύχους των απαιτήσεων (*Καραβοκυρός κ.ά.*, 2000), είχαν δοθεί οι απαιτήσεις για το σύστημα εκτίμησης και πρόγνωσης των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας. Στην ενότητα 3.1 έγινε λεπτομερής αναφορά στις απαιτήσεις του στοχαστικού υδρολογικού μοντέλου, ενώ στη συνέχεια παρατίθενται οι λειτουργικές και μη λειτουργικές απαιτήσεις του λογισμικού που υλοποιεί το εν λόγω μαθηματικό μοντέλο.

Σημειώνεται ότι, όπως και προηγουμένως, οι απαιτήσεις δίνονται με πλάγια γράμματα, διατηρώντας την αρίθμηση του πρωτοτύπου, ενώ στο σχόλια που ακολουθούν τεκμηριώνεται η συμμόρφωση με αυτές.

#### 4.1.2 Γενικές απαιτήσεις

(4.1) *Το πρόγραμμα θα περιλαμβάνει τα ακόλουθα υποσυστήματα: (α) Υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων, (β) Υποσύστημα στατιστικών υπολογισμών, (γ) Υποσύστημα εκτίμησης παραμέτρων στοχαστικών μοντέλων, (δ) Υποσύστημα παραγωγής συνθετικών χρονοσειρών, και (ε) Υποσύστημα παρουσίασης αποτελεσμάτων.*

Η υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος έγινε με βάση τον παραπάνω σχεδιασμό (βλ. Σχήμα 4.1).

(4.2) *Η κλήση του προγράμματος θα πραγματοποιείται είτε ανεξάρτητα είτε μέσω των συστημάτων διαχείρισης των υδατικών πόρων της Αθήνας.*

Αν και το πρόγραμμα καλείται ως ανεξάρτητη εφαρμογή, ορισμένες φόρμες του, και συγκεκριμένα οι φόρμες επισκόπησης των χαρακτηριστικών των υδρολογικών σεναρίων που επιλέγονται για την προσομοίωση των εισροών των ταμιευτήρων, είναι διαθέσιμες και μέσω του λογισμικού διαχείρισης υδατικών πόρων (πρόγραμμα Υδρονομέας).

#### 4.1.3 Βάση δεδομένων

(4.10) *Τα ιστορικά και συνθετικά δεδομένα, καθώς και οι λοιπές πληροφορίες των υδρολογικών σεναρίων που θα απαιτούνται από το σύστημα, θα αποθηκεύονται στην κεντρική βάση δεδομένων.*

Κατά την πρώτη φάση του έργου, αναπτύχθηκε μια μη επιχειρησιακή έκδοση του λογισμικού, που χρησιμοποιούσε μια τοπική βάση δεδομένων, τύπου MS Access. Στην τελική έκδοση του προγράμματος, υλοποιήθηκε η επικοινωνία με την κεντρική βάση δεδομένων του συστήματος υποστήριξης αποφάσεων, με κατάργηση της τοπικής βάσης.

(4.11) *Οι εγγραφές δεδομένων και πληροφοριών που αναφέρονται στα υδρολογικά σενάρια του συστήματος εκτίμησης και πρόγνωσης των υδατικών πόρων θα πραγματοποιούνται μόνο μέσω του προγράμματος.*

Η πρόσβαση στα δεδομένα της βάσης γίνεται αποκλειστικά και μόνο μέσω του προγράμματος. Μάλιστα, κατά τον σχεδιασμό του συστήματος δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην διεξαγωγή εσωτερικών ελέγχων ή ακόμα και την εμφάνιση προειδοποιητικών μηνυμάτων σε κάθε εγγραφή, που περιορίζουν σημαντικά την πιθανότητα εμφάνισης σφαλμάτων από μέσου του χρήστη.

- (4.12) *Οι χρήστες των άλλων συστημάτων θα έχουν πρόσβαση μόνο στις συνθετικές χρονοσειρές που θα παράγει το πρόγραμμα, χωρίς δυνατότητα τροποποίησης αυτών.*

Οι συνθετικές χρονοσειρές χρησιμοποιούνται από το σύστημα υποστήριξης της διαχείρισης των υδατικών πόρων της Αθήνας και από το σύστημα προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στην λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού, ενώ η πρόσβαση στις εν λόγω χρονοσειρές είναι δυνατή και μέσω του συστήματος επεξεργασίας και διαχείρισης δεδομένων (πρόγραμμα Υδρογνώμων). Σε όλες τις περιπτώσεις, οι συνθετικές χρονοσειρές είναι προσπελάσιμες από τους χρήστες αποκλειστικά και μόνο για ανάγνωση.

- (4.13) *Κάθε σενάριο θα έχει μία και μοναδική ονομασία, η οποία θα χρησιμοποιείται ως αναγνωριστικό (ταυτότητα). Στοιχεία κάθε σεναρίου θα είναι: (α) το μήκος και το έτος έναρξης των ιστορικών χρονοσειρών, (β) οι συνιστώσες, δηλαδή οι προσομοιωμένες υδρολογικές μεταβλητές (βροχές, απορροές, εξάτμισεις) του πολυμεταβλητού στοχαστικού μοντέλου, (γ) ο αριθμός των ομάδων και το μήκος των συνθετικών χρονοσειρών, (δ) η ονομασία των πινάκων ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών κάθε συνιστώσας στην κεντρική βάση δεδομένων, (ε) οι τύποι των μαθηματικών μοντέλων και οι αντίστοιχες παράμετροι, και (στ) οι ιστορικές και συνθετικές χρονοσειρές και τα στατιστικά χαρακτηριστικά τους.*

Οι παραπάνω πληροφορίες καταχωρούνται σε πίνακες της κεντρικής βάσης δεδομένων, όπως τεκμηριώνεται στο τεύχος σχεδιασμού της βάσης (Παπακόστας, 2004).

- (4.14) *Οι μηνιαίες τιμές ύψους βροχής, απορροής και εξάτμισης των ταμιευτήρων Μόρνου, Ευήνου, Υλίκης και Μαραθώνα, για κάθε υδρολογικό έτος θα ανακτώνται από την κεντρική βάση δεδομένων.*

Τα ιστορικά δεδομένα ανακτώνται από την κεντρική βάση δεδομένων, ενώ η επεξεργασία και διαχείρισή τους γίνεται μέσω του λογισμικού Υδρογνώμων.

- (4.15) *Οι συνθετικές χρονοσειρές κάθε σεναρίου θα αποθηκεύονται σε πίνακες, οι οποίοι θα δημιουργούνται αυτομάτως από το πρόγραμμα κάθε φορά που θα καλείται η επιλογή αποθήκευσης. Η ονομασία κάθε πίνακα θα περιλαμβάνει την ονομασία της συνιστώσας και την ονομασία του σεναρίου, έτσι ώστε να αναγνωρίζεται άμεσα από το χρήστη.*

Οι συνθετικές χρονοσειρές αποθηκεύονται στην κεντρική βάση δεδομένων, μέσω της οποίας είναι προσπελάσιμες από τα υπόλοιπα συστήματα του έργου. Η αποθήκευση των δεδομένων γίνεται αυτόματα, χωρίς να απαιτεί κανενός είδους παρέμβαση του χρήστη.

- (4.16) *Η δομή των πινάκων συνθετικών χρονοσειρών θα είναι όμοια με τη δομή των πινάκων των ιστορικών δεδομένων.*

Πρόκειται για τεχνική λεπτομέρεια που αφορά στον σχεδιασμό της κεντρικής βάσης δεδομένων, και δεν ενδιαφέρει άμεσα τον χρήστη του συστήματος.

- (4.17) *Εφόσον παράγονται περισσότερες από μία ομάδες συνθετικών χρονοσειρών αναφερόμενες στην ίδια θέση, αυτές θα καταχωρούνται εν σειρά.*

Πρόκειται για τεχνική λεπτομέρεια που αφορά στον σχεδιασμό της κεντρικής βάσης δεδομένων, και δεν ενδιαφέρει άμεσα τον χρήστη του συστήματος.

- (4.18) *Οι χρονοσειρές (ιστορικές και συνθετικές) που θα καταχωρούνται στη βάση δεδομένων θα πρέπει να καταγράφονται σε κατάλληλο πίνακα, ο οποίος θα περιέχει την ονομασία της θέσης προσομοίωσης, τον τύπο της χρονοσειράς (βροχόπτωση, απορροή ή εξάτμιση), το πλήθος των ομάδων συνθετικών χρονοσειρών, την ονομασία του πίνακα δεδομένων και την ονομασία του υδρολογικού σεναρίου.*

Πρόκειται για τεχνική λεπτομέρεια που αφορά στον σχεδιασμό της κεντρικής βάσης δεδομένων, και δεν ενδιαφέρει άμεσα τον χρήστη του συστήματος.

Τονίζεται ότι οι πολλές από τις παραπάνω απαιτήσεις είναι τεχνικού, ως επί το πλείστον, χαρακτήρα. Οι εν λόγω απαιτήσεις είχαν πρακτικό νόημα μόνο κατά την αρχική έκδοση του συστήματος υποστήριξης αποφάσεων, στην ο χρήστης ήταν υποχρεωμένος να αναζητά τις συνθετικές χρονοσειρές επεμβαίνοντας στην τοπική βάση δεδομένων. Στην επιχειρησιακή έκδοση του συστήματος, έχει αναπτυχθεί ειδικό σύστημα επικοινωνίας (interface) για την διαχείριση των συνθετικών χρονοσειρών που παράγονται μέσω της Κασταλίας.

#### **4.1.4 Απαιτήσεις υποσυστημάτων**

##### **Επικοινωνία υποσυστημάτων**

- (4.19) *Η επικοινωνία των υποσυστημάτων θα πραγματοποιείται μέσω της κύριας οθόνης του προγράμματος, η οποία θα εμφανίζεται αμέσως μετά την κλήση του.*

Η κύρια φόρμα διαθέτει μενού επιλογών, μέσω του οποίου πραγματοποιείται το σύνολο των λειτουργιών του συστήματος, ενώ για διευκόλυνση του χρήστη περιέχει και ορισμένα βοηθητικά πλήκτρα, μέσω των οποίων επιτελούνται οι κυριότερες από τις παραπάνω λειτουργίες.

- (4.20) *Οι επιλογές που θα διατίθενται αμέσως μετά την έναρξη του προγράμματος θα είναι η επισκόπηση και τροποποίηση κάποιου από τα σεναρία που βρίσκονται αποθηκευμένα στη βάση δεδομένων και η δημιουργία νέου σεναρίου.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

##### **Οργάνωση δεδομένων**

- (4.21) *Το υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων θα επιτελεί τις ακόλουθες λειτουργίες: (α) επιλογή ή διαγραφή σεναρίου ή ορισμός νέου σεναρίου. (β) ανάγνωση δεδομένων από τη βάση και αντιγραφή τους στην εσωτερική μνήμη του προγράμματος, (γ) τροποποιήσεις παραμέτρων σεναρίου και ορισμός υδρολογικών μεταβλητών (συνιστωσών), (δ) αποθήκευση σεναρίου στη βάση δεδομένων.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

- (4.22) *Η επιλογή σεναρίου θα πραγματοποιείται από το σύνολο των διαθέσιμων στη βάση δεδομένων υδρολογικών σεναρίων.*

Στην κεντρική βάση δεδομένων αποθηκεύεται το σύνολο των υδρολογικών σεναρίων που δημιουργεί ο χρήστης, και τα οποία είναι πάντοτε προσπελάσιμα από το ίδιο το πρόγραμμα καθώς και από τον Υδρονομέα.



(4.23) *Πριν από τη διαγραφή σεναρίου θα πρέπει να εμφανίζεται μήνυμα επαλήθευσης.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

(4.24) *Κατά τον ορισμό νέου σεναρίου δεν θα επιτρέπεται η εισαγωγή ονομασίας η οποία θα χρησιμοποιείται για άλλο σενάριο.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

(4.25) *Σε κάθε νέο σενάριο, ο χρήστης θα είναι υποχρεωμένος να ορίσει τουλάχιστον μια συνιστώσα.*

Ως συνιστώσα νοείται μια οποιαδήποτε μηνιαία χρονοσειρά που είναι καταχωρημένη στην κεντρική βάση δεδομένων, και η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένη γεωγραφική οντότητα του συστήματος.

(4.26) *Ο χρήστης θα μπορεί να εισαγάγει αυτόματα από τη βάση δεδομένων τις ιστορικές μηνιαίες τιμές των μεταβλητών που έχει ορίσει στο σενάριο.*

Εφόσον έχει επιλεγεί ο κωδικός της ιστορικής χρονοσειράς, τα ιστορικά δεδομένα εισάγονται αυτόματα, χωρίς καμία επέμβαση του χρήστη.

(4.27) *Ο χρήστης θα μπορεί να ορίσει συνιστώσα χωρίς ιστορικά δεδομένα, συμπληρώνοντας τις τιμές των στατιστικών μεγεθών του.*

Η απαίτηση αυτή δεν τηρήθηκε, καθώς τελικά κρίθηκε ότι δεν είναι πρακτικό να ορίζει ο χρήστης αυθαίρετα ένα μεγάλο φάσμα στατιστικών χαρακτηριστικών που απαιτούνται από το μαθηματικό μοντέλο. Ωστόσο, παρέχεται στον χρήστη η δυνατότητα τροποποίησης των στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών χρονοσειρών.

(4.28) *Οι αρχικές παράμετροι κάθε νέου σεναρίου θα ορίζονται αυτόματα, με βάση κάποιες προκαθορισμένες τιμές.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος. Σημειώνεται ότι οι προκαθορισμένες τιμές διευκολύνουν χρήστες που δεν διαθέτουν εξειδικευμένη εμπειρία ως προς την εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται, για την αποφυγή καταχώρησης τιμών που αποκλίνουν υπερβολικά από τη συνήθη τάξη μεγέθους των αντίστοιχων παραμέτρων.

(4.29) *Οι τροποποιήσεις των παραμέτρων θα ελέγχονται, έτσι ώστε να εμποδίζεται η εισαγωγή μη συμβατών δεδομένων (σχετικών με τις παραμέτρους) και να εξασφαλίζεται η απρόσκοπτη λειτουργία του προγράμματος.*

Οι σχετικοί έλεγχοι είναι δύο κατηγοριών: (α) έλεγχοι συμβατότητας τύπου εισαγόμενων στοιχείων, όπως της απαγόρευση καταχώρησης πραγματικών τιμών σε ακέραιες μεταβλητές και (β) έλεγχοι αριθμητικών ορίων.

(4.30) *Η αποθήκευση του σεναρίου στη βάση δεδομένων θα πραγματοποιείται με επιλογή του χρήστη, πριν την έξοδο από το πρόγραμμα ή τον ορισμό νέου σεναρίου.*

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

### **Στατιστικοί υπολογισμοί**

(4.31) *Για κάθε χρονοσειρά, ιστορική ή συνθετική, θα υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος, σε ετήσια και μηνιαία βάση. Ως στατιστικά χαρακτηριστικά νοούνται: (α) η μέση τιμή του δείγματος, (β) η διασπορά, και (γ) ο συντελεστής ασυμμετρίας*

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1, πρόκειται για τα ουσιώδη περιθώρια στατιστικά χαρακτηριστικά που οφείλει να αναπαράγει ένα στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο.

- (4.32) Για τις ετήσιες και μηνιαίες μεταβλητές θα πρέπει να υπολογίζονται οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης και το δυναμικό φάσμα τους (*power spectrum*), για χρονικές υστερήσεις που φτάνουν μέχρι το μισό του μήκους του δείγματος.

Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης ανήκουν στις ουσιώδεις από κοινού στατιστικές παραμέτρους που οφείλει να αναπαράγει ένα στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο (βλ. 3.1). Σύμφωνα το σχήμα που υλοποιήθηκε, οι μηνιαίοι συντελεστές αυτοσυσχέτισης του δείγματος υπολογίζονται για ένα μόνο βήμα υστέρησης (βλ. 3.4.1), ενώ οι ετήσιοι συντελεστές υπολογίζονται για μεγάλες χρονικές υστερήσεις, ώστε να διατίθεται μια προσέγγιση του δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος, βάσει του οποίου εκτιμώνται οι παράμετροι της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς (βλ. 3.2.3). Από την άλλη πλευρά, ο υπολογισμός του δυναμικού φάσματος απαιτείται για την εκτίμηση των συντελεστών στάθμισης του σχήματος γέννησης των ετήσιων μεταβλητών (βλ. 3.3.2).

- (4.33) Ο υπολογισμός του φάσματος θα πραγματοποιείται είτε αριθμητικά είτε με τη μέθοδο FFT (*Fast Fourier Transform*).

Στο πρόγραμμα έχουν υλοποιηθεί και οι δύο τρόποι υπολογισμού του φάσματος, με την μέθοδο FFT, που είναι εφαρμόσιμη υπό προϋποθέσεις, να ενδείκνυται καθώς είναι πολύ ταχύτερη από οποιαδήποτε άλλη υπολογιστική διαδικασία (βλ. 3.3.2).

- (4.34) Για κάθε ζεύγος χρονοσειρών θα υπολογίζονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης, ιστορικοί και θεωρητικοί, για μηδενική υστέρηση.

Οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης για μηδενική υστέρηση ανήκουν στις ουσιώδεις από κοινού στατιστικές παραμέτρους που οφείλει να αναπαράγει ένα στοχαστικό υδρολογικό μοντέλο (βλ. 3.1). Σημειώνεται ότι με τον όρο θεωρητικοί νοούνται οι συντελεστές που προκύπτουν με ανασύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, σε μηνιαία και ετήσια βάση. Αν και τα εν λόγω μητρώα υπολογίζονται με βάση τις πραγματικές (ιστορικές) τιμές των συντελεστών, απαιτείται η αποσύνθεσή τους ώστε να χρησιμοποιηθούν στα σχήματα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών. Δεδομένου ότι η αποσύνθεση των μητρώων γίνεται προσεγγιστικά (βλ. 3.7), είναι αδύνατη η ακριβής αναπαραγωγή των δειγματικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης. Για τον λόγο αυτό, μετά την ολοκλήρωση των υπολογιστικών διαδικασιών γίνεται ανασύνθεση των μητρώων συνδιασπορών και υπολογίζονται οι θεωρητικές ετεροσυσχετίσεις που αναπαράγει τελικά το στοχαστικό σχήμα προσομοίωσης.

- (4.35) Ο χρήστης θα μπορεί να μεταβάλλει τις στατιστικές παραμέτρους των ιστορικών χρονοσειρών.

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

### **Εκτίμηση παραμέτρων στοχαστικών μοντέλων**

- (4.36) Οι παράμετροι των στοχαστικών μοντέλων θα υπολογίζονται με τρόπο ώστε να είναι συνεπείς με τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος.

Οι παράμετροι για τις οποίες, σύμφωνα με το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος, διατίθεται αναλυτική μεθοδολογία υπολογισμού, αναπαράγουν με πλήρη ακρίβεια τα στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος, για θεωρητικά άπειρο μήκος προσομοίωσης και με πολύ μεγάλη ακρίβεια, για μήκη της τάξης των μερικών χιλιάδων ετών. Από την άλλη πλευρά, στις περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν υπάρχουν τρόποι αναλυτικού

υπολογισμού των παραμέτρων και χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι εκτίμησης, η αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών δειγμάτων στις συνθετικές χρονοσειρές είναι προσεγγιστική. Ωστόσο, το πρόγραμμα παρέχει στον χρήστη τη δυνατότητα ρύθμισης των αλγορίθμων υπολογισμού, έτσι ώστε η ακρίβεια της αναπαραγωγής να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερη.

(4.37) Σε περιπτώσεις που υφίσταται αδυναμία αναλυτικής επίλυσης, οι παράμετροι θα προκύπτουν αριθμητικά, μέσω διαδικασιών βελτιστοποίησης.

Στο πρόγραμμα υλοποιήθηκαν αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που είναι κατάλληλοι για την αντιμετώπιση των ιδιαιτεροτήτων κάθε προβλήματος.

### **Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών**

(4.38) Το πρόγραμμα θα μπορεί να παράγει όσες ομάδες συνθετικών χρονοσειρών ορίζει ο χρήστης, μέχρι και χίλιες (1000).

(4.39) Το μήκος κάθε χρονοσειράς θα είναι όσο ορίζει ο χρήστης, μέχρι δέκα χιλιάδες (10000) έτη.

(4.40) Το συνολικό πλήθος των συνθετικών δεδομένων δεν θα πρέπει να ξεπερνά τις εκατό χιλιάδες (100000).

Οι τρεις παραπάνω περιορισμοί τέθηκαν για πρακτικούς λόγους, ώστε να αποφεύγεται η υπερβολική δέσμευση μνήμης του υπολογιστή.

(4.41) Οι διαδικασίες παραγωγής των μηνιαίων χρονοσειρών θα είναι ανεξάρτητες από τις διαδικασίες παραγωγής των ετησίων.

Όπως εξηγείται στην ενότητα 3.1.2, το σχήμα που υλοποιήθηκε χρησιμοποιεί διαφορετικά μοντέλα για την γέννηση των ετήσιων και μηνιαίων μεταβλητών, ώστε να αναπαράγονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των παραπάνω χρονικών επιπέδων, ήτοι η εμμονή και η περιοδικότητα.

(4.42) Ο χρήστης θα μπορεί να επιλέξει μεταξύ δύο τρόπων εκτέλεσης του μοντέλου: (α) προσομοίωση μόνιμης κατάστασης ή (β) πρόγνωση με δεδομένες αρχικές συνθήκες.

Η πρώτη περίπτωση συνίσταται στην γέννηση χρονοσειρών μεγάλου μήκους και χωρίς αναφορά στις αρχικές συνθήκες, ενώ η δεύτερη στην γέννηση πολλαπλών σεναρίων μικρού μήκους με πρόγνωση, βάσει του σχήματος που περιγράφεται στην ενότητα 3.6.

(4.43) Οι μηνιαίες χρονοσειρές θα πρέπει να είναι συνεπείς με τις ετήσιες.

Η συνέπεια μεταξύ των ετήσιων και μηνιαίων τιμών αποκαθίσταται με την εφαρμογή του σχήματος επιμερισμού που περιγράφεται στην ενότητα 3.5.

### **Παρουσίαση αποτελεσμάτων**

(4.44) Η απεικόνιση των δεδομένων και των αποτελεσμάτων θα πραγματοποιείται μέσω πινάκων και γραφημάτων.

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

(4.45) Ο χρήστης δεν θα μπορεί να τροποποιήσει τις εγγραφές των πινάκων.

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

(4.46) Θα πρέπει να υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης των εγγραφών.

- (4.47) Πριν από κάθε αποθήκευση θα πρέπει να εμφανίζεται μήνυμα επαλήθευσης.
- (4.48) Θα πρέπει να υπάρχει δυνατότητα ακύρωσης των εγγραφών κι επαναφοράς των τιμών που υπήρχαν μετά την τελευταία αποθήκευση.
- (4.49) Θα πρέπει να υπάρχει δυνατότητα εκτύπωσης των πινάκων και γραφημάτων.

Οι απαιτήσεις (4.46) έως (4.48) δεν κρίθηκε αναγκαίο να υλοποιηθούν, καθώς θα ήταν πολύπλοκη η διαχείριση της πληθώρας των αποτελεσμάτων μέσω της βάσης δεδομένων. Εναλλακτικά, υλοποιήθηκε μια απλούστερη διαδικασία. Συγκεκριμένα, με πάτημα ενός πλήκτρου, ο χρήστης δύναται να αντιγράψει τα στοιχεία κάθε πίνακα στο πρόχειρο (clipboard) των Windows και να τα επικολλήσει σε εφαρμογές όπως το επεξεργαστές κειμένου και το MS Excel. Ομοίως, μπορεί να αντιγράψει κάθε γράφημα στο πρόχειρο και να τα επικολλήσει σε προγράμματα επεξεργασίας κειμένου ή εικόνας.

- (4.50) Τα γραφήματα θα πρέπει να παρέχουν τη δυνατότητα εποπτικής σύγκρισης των ιστορικών με τα συνθετικά μεγέθη.

Η σχετική απαίτηση τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

- (4.51) Υπό μορφή πινάκων θα παρουσιάζονται: (α) οι ιστορικές και οι συνθετικές χρονοσειρές, ομαδοποιημένες, ανά συνιστώσα, (β) τα στατιστικά μεγέθη των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών, (γ) οι παράμετροι των στοχαστικών μοντέλων για τις ετήσιες και μηνιαίες μεταβλητές, και (δ) τα στατιστικά μεγέθη των τυχαίων όρων των ετήσιων και μηνιαίων μεταβλητών.

Οι σχετικές απαιτήσεις τηρήθηκαν κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

- (4.52) Υπό μορφή γραφημάτων θα απεικονίζονται: (α) οι ετήσιες και μηνιαίες μέσες τιμές του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα, (β) οι ετήσιες και μηνιαίες τυπικές αποκλίσεις του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα, (γ) οι ετήσιοι και μηνιαίοι συντελεστές ασυμμετρίας του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα, (δ) οι ετήσιοι και μηνιαίοι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής υστέρησης του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών, (ε) το αυτοσυσχετόγραμμα, πραγματικό και θεωρητικό, του ετήσιου ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα, (στ) το φάσμα του ετήσιου ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα, και (ζ) οι ετήσιες και μηνιαίες χρονοσειρές του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών ανά συνιστώσα.

Οι σχετικές απαιτήσεις τηρήθηκαν κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

#### **4.1.5 Μη λειτουργικές απαιτήσεις**

- (4.53) Η ανάπτυξη του υπολογιστικού συστήματος θα πρέπει να υλοποιηθεί σε γλώσσα προγραμματισμού που να υποστηρίζει οπτικές (visual) εφαρμογές.

Η ανάπτυξη του λογισμικού Κασταλία, όπως και των υπόλοιπων υπολογιστικών συστημάτων του έργου, έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού Object Pascal/Delphi, η οποία είναι από τις πλέον σύγχρονες και υποστηρίζει οπτικές εφαρμογές.

(4.54) Το σύστημα θα ακολουθεί την αρχιτεκτονική *client/server*. *Server* θα είναι η βάση δεδομένων, ενώ *client* θα είναι το λογισμικό εφαρμογών, που θα τρέχει σε προσωπικούς υπολογιστές με λειτουργικό σύστημα *Windows 95* ή μεταγενέστερο.

Η σχετική απαίτηση, που αφορά τον γενικό αρχιτεκτονικό σχεδιασμό του προγράμματος, τηρήθηκε κατά την υλοποίηση του υπολογιστικού συστήματος.

(4.55) Το πρόγραμμα θα παραδοθεί σε εκτελέσιμη (*executable*) μορφή.

Το πρόγραμμα παραδίδεται σε εκτελέσιμη μορφή, με ενσωματωμένες τις οδηγίες χρήσης.

(4.56) Εφόσον οι υπολογισμοί πραγματοποιούνται με αναλυτικές μεθόδους (π.χ. στατιστικοί υπολογισμοί), ο χρόνος επεξεργασίας δεν θα πρέπει να ξεπερνά τα μερικά δευτερόλεπτα.

Οι χρόνοι επεξεργασίας εξαρτώνται άμεσα από το πλήθος των δεδομένων. Όλοι οι συμβατικοί υπολογισμοί που γίνονται με αναλυτικές μεθόδους καταναλώνουν ανεπαίσθητο χρόνο.

(4.57) Στις περιπτώσεις που απαιτείται η χρήση αριθμητικών μεθόδων (π.χ. εκτίμηση παραμέτρων στοχαστικού μοντέλου), η τάξη μεγέθους του χρόνου υπολογισμών δεν θα πρέπει να ξεπερνά τα μερικά λεπτά της ώρας.

Στην περίπτωση αυτή, οι επεξεργασίες απαιτούν σημαντικό υπολογιστικό φόρτο, που εξαρτάται από το πλήθος των επαναλήψεων που απαιτούνται για τη σύγκλιση των διαδικασιών βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιώντας τις προτεινόμενες από το πρόγραμμα τιμές των σχετικών παραμέτρων, είναι δυνατή η εύρεση ικανοποιητικών λύσεων και σε λογικό χρόνο, της τάξης των μερικών λεπτών της ώρας.

(4.58) Οι χρονικοί περιορισμοί θα ισχύουν υπό την προϋπόθεση αποκλειστικής απασχόλησης του υπολογιστή από το πρόγραμμα.

Η παραπάνω προϋπόθεση προφανώς ισχύει.

## 4.2 Δομή και συνιστώσες του συστήματος

Το μεθοδολογικό πλαίσιο που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 3 υλοποιήθηκε σε ενιαίο υπολογιστικό σύστημα, με την ονομασία *Κασταλία*, ο σχεδιασμός του οποίου έγινε με βάση τις προδιαγραφές της ανάλυσης απαιτήσεων (βλ. 4.1). Η *Κασταλία* λειτουργεί σε περιβάλλον *Windows*, ενώ η ανάπτυξη του λογισμικού έγινε σε γλώσσα προγραμματισμού *Object Pascal/Delphi*.

Οι λειτουργίες που επιτελεί το πρόγραμμα είναι:

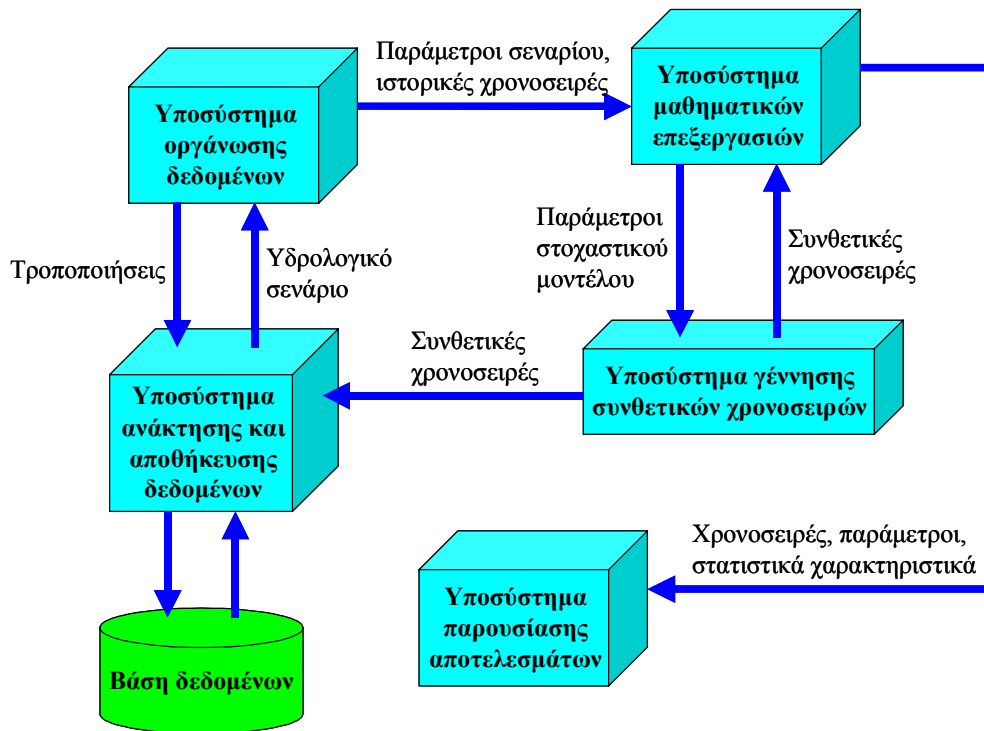
- Ανάκτηση ιστορικών και διαχείριση συνθετικών χρονοσειρών·
- Υπολογισμός στατιστικών χαρακτηριστικών ιστορικών δεδομένων και εκτίμηση παραμέτρων στοχαστικών μοντέλων·
- Γέννηση ετήσιων και μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών σε μία ή περισσότερες θέσεις·
- Παρουσίαση υπό μορφή πινάκων και γραφημάτων των χρονοσειρών, των στατιστικών μεγεθών τους και των παραμέτρων του μοντέλου.

Στην *Κασταλία* διατίθενται αναλυτικές οδηγίες χρήσης σε ηλεκτρονική μορφή, οι οποίες δίνονται στο Παράρτημα.

Η βασική οντότητα της *Κασταλίας* είναι το υδρολογικό σενάριο, δηλαδή το σύνολο των δεδομένων και πληροφοριών που συνιστούν ένα πλήρες πρόβλημα σύνθεσης χρονοσειρών. Κάθε σενάριο περιλαμβάνει μία τουλάχιστον μεταβλητή, η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένη υδρολογική

διεργασία και σε συγκεκριμένη γεωγραφική οντότητα (π.χ. απορροή στον ταμιευτήρα Μόρνου). Κάθε μεταβλητή μπορεί να αναφέρεται το πολύ σε μία ιστορική χρονοσειρά, ενώ αντίθετα μια χρονοσειρά μπορεί να αντιστοιχεί σε περισσότερες από μία μεταβλητές, υπό την προϋπόθεση ότι κάθε μία ανήκει σε διαφορετικό σενάριο. Τέλος, σε κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί μία ή περισσότερες συνθετικές χρονοσειρές.

Στο Σχήμα 4.1 απεικονίζονται η αρχιτεκτονική δομή και οι συνιστώσες (υποσυστήματα) του προγράμματος. Η παρούσα (επιχειρησιακή) έκδοση της *Κασταλίας* υποστηρίζεται από την κεντρική βάση δεδομένων του έργου. Το πρόγραμμα αποτελείται από πέντε υποσυστήματα, οι λειτουργίες των οποίων περιγράφονται στη συνέχεια της ενότητας.



Σχήμα 4.1: Αρχιτεκτονικός σχεδιασμός και υποσυστήματα *Κασταλίας*.

Σε μια τυπική *σύνοδο* (session), ο χρήστης είτε επιλέγει ένα υφιστάμενο υδρολογικό σενάριο είτε δημιουργεί ένα νέο σενάριο. Από την κεντρική βάση δεδομένων ανακτώνται όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για την εκτέλεση μιας ολοκληρωμένης εφαρμογής, δηλαδή οι παράμετροι του υδρολογικού σεναρίου καθώς και οι ιστορικές χρονοσειρές στις οποίες αναφέρεται το σενάριο. Ο χρήστης μπορεί να τροποποιήσει τις παραμέτρους του σεναρίου, μέσω του υποσυστήματος οργάνωσης δεδομένων. Μετά την ανάκτηση των δεδομένων ή τις τροποποιήσεις τους, το πρόγραμμα εκτελεί διάφορες μαθηματικές επεξεργασίες για την εκτίμηση των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου. Στη συνέχεια ο χρήστης μπορεί να ζητήσει την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών και να οπτικοποιήσει τα δεδομένα και τα στατιστικά τους χαρακτηριστικά, μέσω του υποσυστήματος παρουσίασης αποτελεσμάτων. Μετά το πέρας της συνόδου, οι συνθετικές χρονοσειρές μπορούν να αποθηκευτούν στη βάση δεδομένων, ώστε να είναι διαθέσιμες από άλλες εφαρμογές, όπως ο Υδρονομέας και το σύστημα προσομοίωσης των υδρολογικών διεργασιών στην λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού. Σημειώνεται ότι σε κανένα στάδιο του προγράμματος δεν απαιτείται επέμβαση του χρήστη στα στοιχεία της βάσης, καθώς η διαχείριση των δεδομένων πραγματοποιούνται αποκλειστικά μέσω του προγράμματος.

#### 4.2.1 Υποσύστημα ανάκτησης και αποθήκευσης δεδομένων

Μέσω του υποσυστήματος ανάκτησης και αποθήκευσης, εξασφαλίζεται η επικοινωνία του προγράμματος με την κεντρική βάση δεδομένων. Μετά την εκκίνηση κάθε συνόδου, ανακτώνται όλες οι απαιτούμενες πληροφορίες από την βάση, δηλαδή οι παράμετροι του υδρολογικού σεναρίου και των μεταβλητών του καθώς και οι ιστορικές χρονοσειρές, οι οποίες μεταφέρονται στην εσωτερική μνήμη του προγράμματος. Σημειώνεται ότι επιλέξιμες χρονοσειρές του προγράμματος είναι όλα τα επεξεργασμένα ιστορικά δείγματα που υπάρχουν στην βάση, με μοναδική προϋπόθεση να είναι μηνιαίου χρονικού βήματος. Καθ' όλη τη διάρκεια εκτέλεσης της συνόδου, το σύνολο των υπολογιστικών διαδικασιών που αφορούν ανάγνωση και τροποποίηση δεδομένων πραγματοποιούνται στη μνήμη του προγράμματος, το οποίο καθίσταται ανεξάρτητο από τη βάση. Μετά το πέρας της συνόδου, τα τροποποιημένα δεδομένα του υδρολογικού σεναρίου (παράμετροι σεναρίου και συνθετικές χρονοσειρές), μπορούν να αποθηκευτούν στην βάση μέσω μιας αντίστροφης διαδικασίας.

#### 4.2.2 Υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων

Το υποσύστημα οργάνωσης δεδομένων, το οποίο αποτελεί το μέσο επικοινωνίας του προγράμματος με τον χρήστη, επιτελεί τις ακόλουθες λειτουργίες:

- Επιλογή υφιστάμενου υδρολογικού σεναρίου ή ορισμός νέου σεναρίου·
- Ορισμός ή τροποποίηση παραμέτρων υδρολογικού σεναρίου·
- Ορισμός ή τροποποίηση παραμέτρων υδρολογικών μεταβλητών.

Όλες οι επεμβάσεις του χρήστη ελέγχονται, έτσι ώστε να εμποδίζεται η εισαγωγή μη συμβατών δεδομένων και να εξασφαλίζεται η απρόσκοπτη λειτουργία του προγράμματος. Ο έλεγχος περιλαμβάνει δύο συνιστώσες: (α) έλεγχο συμβατότητας του τύπου των εισαγόμενων στοιχείων (π.χ., απαγόρευση καταχώρησης πραγματικών τιμών σε ακέραιες μεταβλητές) και (β) έλεγχο αριθμητικών ορίων (π.χ. απαγόρευση ορισμού μήκους χρονοσειράς μεγαλύτερου από 10000 έτη).

#### 4.2.3 Υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών

Τα υποσύστημα μαθηματικών επεξεργασιών επιτελεί τις ακόλουθες λειτουργίες:

- Στατιστική ανάλυση ιστορικών χρονοσειρών, ήτοι υπολογισμός ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών δειγμάτων και προσαρμογή στατιστικών κατανομών·
- Εκτίμηση παραμέτρων μοντέλων·
- Υπολογισμός στατιστικών χαρακτηριστικών συνθετικών χρονοσειρών.

Κατά τη διάρκεια εκτέλεσης των υπολογισμών, που ανάλογα με την περίπτωση μπορεί να φτάσουν και τα μερικά λεπτά της ώρας, όλες οι επιλογές του προγράμματος παραμένουν ανενεργές. Ανά τακτά διαστήματα, ο χρήστης ενημερώνεται για το είδος των επεξεργασιών που πραγματοποιούνται, μέσω της κύριας φόρμας του προγράμματος.

#### 4.2.4 Υποσύστημα γέννησης χρονοσειρών

Η γέννηση συνθετικών χρονοσειρών ετήσιου και μηνιαίου χρονικού βήματος συνιστά την κύρια λειτουργία του προγράμματος. Οι χρονοσειρές, οι οποίες αναφέρονται σε μία ή περισσότερες θέσεις, παράγονται ανά ομάδες ίσου μήκους. Κάθε ομάδα διαφοροποιείται ως προς τις τιμές της τυχαίας συνιστώσας του στοχαστικού σχήματος γέννησης.

Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει μεταξύ δύο τρόπων γέννησης χρονοσειρών: (α) προσομοίωση μόνιμης κατάστασης, ή (β) πρόγνωση με δεδομένες αρχικές συνθήκες. Η πρώτη περίπτωση συνίσταται στην παραγωγή χρονοσειρών μεγάλου, κατά κανόνα, μήκους, με τυχαίες αρχικές συνθήκες, που χρησιμοποιούνται για την μακροχρόνια προσομοίωση του συστήματος υδατικών πόρων της Αθήνας.

Αντίθετα, η δεύτερη περίπτωση συνίσταται στη γέννηση πολλαπλών σειρών μικρού μήκους, μέσω του σχήματος στοχαστικής πρόγνωσης (βλ. 3.6), που χρησιμοποιούνται για καταληκτική προσομοίωση.

#### **4.2.5 Υποσύστημα παρουσίασης αποτελεσμάτων**

Τα δεδομένα που ανακτώνται από τη βάση και τα αποτελέσματα των πάσης φύσεως επεξεργασιών οπτικοποιούνται υπό μορφή πινάκων και γραφημάτων. Συγκεκριμένα, υπό μορφή πινάκων παρουσιάζονται:

- οι τιμές των ιστορικών και οι συνθετικών χρονοσειρών·
- τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών·
- οι παράμετροι των στοχαστικών μοντέλων για τις ετήσιες και μηνιαίες μεταβλητές·
- τα στατιστικά μεγέθη των τυχαίων όρων των ετήσιων και μηνιαίων μεταβλητών.

Υπό μορφή γραφημάτων απεικονίζονται:

- τα ετήσια και μηνιαία στατιστικά χαρακτηριστικά του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών (μέσες τιμές, τυπικές αποκλίσεις, συντελεστές ασυμμετρίας, συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης)·
- η προσαρμογή της κανονικής και της γάμα κατανομής στα μηνιαία και ετήσια ιστορικά δείγματα·
- το αυτοσυσχετόγραμμα, πραγματικό και θεωρητικό, του ετήσιου ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών·
- το φάσμα ισχύος των ετήσιων ιστορικών δειγμάτων·
- οι ετήσιες και μηνιαίες χρονοσειρές του ιστορικού δείγματος και των συνθετικών χρονοσειρών.



## 5 Πλαίσιο επιχειρησιακής εφαρμογής συστήματος

---

### 5.1 Γενικά

Η τυπική εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία* συνίσταται στην γέννηση συνθετικών χρονοσειρών μεγάλου μήκους ή πολλαπλών ισοπίθανων σεναρίων στοχαστικής πρόγνωσης και συγκεκριμένα:

- χρονοσειρών εισροών (λόγω απορροής και βροχόπτωσης) και απωλειών (λόγω εξάτμισης) των τεσσάρων ταμιευτήρων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, στα πλαίσια του μοντέλου διαχείρισης υδατικών πόρων (πρόγραμμα Υδρονομίας)
- χρονοσειρών επιφανειακής βροχόπτωσης στις δύο μονάδες υδρολογικής απόκρισης του μοντέλου προσομοίωσης των επιφανειακών και υπόγειων διεργασιών της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού.

Το πλαίσιο επιχειρησιακής χρήσης του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία* ως εργαλείου στοχαστικής πρόγνωσης της επιφανειακής βροχόπτωσης στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού περιγράφεται αναλυτικά στο κεφάλαιο 6 του σχετικού τεύχους (*Ευστρατιάδης κ.ά., 2004*). Στην ενότητα αυτή περιγράφεται η συνδυασμένη χρήση του προγράμματος με το λογισμικό *Υδρονομίας*, που έχει ως στόχο την συνθετική αναπαραγωγή των εισροών και απωλειών των ταμιευτήρων.

### 5.2 Γέννηση χρονοσειρών για προσομοίωση μόνιμης κατάστασης

#### 5.2.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Το πρόβλημα συνίσταται στην γέννηση συνθετικών εισροών (ήτοι χρονοσειρών απορροής και βροχόπτωσης) των τεσσάρων ταμιευτήρων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, για την προσομοίωση της λειτουργίας του συστήματος σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης. Υπενθυμίζεται ότι ένα σύστημα υδατικών πόρων μελετάται σε συνθήκες μόνιμης κατάστασης εφόσον ζητούμενο είναι η εκτίμηση της μακροχρόνιας επίδοσης αυτού, για συγκεκριμένη διάταξη δικτύου και συνθήκες σταθερής ζήτησης νερού (βλ. 2.2.2).

Στην προσομοίωση μόνιμης κατάστασης γεννάται μία συνθετική χρονοσειρά σε κάθε θέση ενδιαφέροντος, η οποία αναφέρεται στην συγκεκριμένη υδρολογική διεργασία. Κάθε χρονοσειρά έχει μεγάλο, κατά κανόνα, μήκος, το οποίο ταυτίζεται προφανώς με τον χρονικό ορίζοντα της στοχαστικής προσομοίωσης. Η επιλογή του εν λόγω χρονικού ορίζοντα ή, ισοδύναμα, του μήκους των συνθετικών χρονοσειρών, είναι το πρώτο που οφείλει να καθορίσει ο χρήστης.

Ο χρονικός ορίζοντας ενός μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης εξαρτάται από το όριο αξιοπιστίας που τίθεται. Όσο μεγαλύτερη είναι η ζητούμενη αξιοπιστία (ή η συμπληρωματική της έννοια που είναι η πιθανότητα αστοχίας), τόσο μεγαλύτερο οφείλει να είναι το μήκος της προσομοίωσης. Για το υδροσύστημα της Αθήνας, το όριο αξιοπιστίας που επιβάλλεται είναι πολύ υψηλό, της τάξης του 99% που σημαίνει ότι, κατά μέσο όρο, η ζήτηση νερού θα πρέπει να ικανοποιείται απολύτως στα 99 από τα 100 χρόνια. Είναι προφανές ότι για να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα, απαιτείται η προσομοίωση αρκετών εκατοντάδων ετών, ώστε το εν λόγω όριο να προσεγγιστεί ικανοποιητικά. Χρησιμοποιώντας εφαρμογές της πιθανοθεωρίας, είναι δυνατός ο θεωρητικός υπολογισμός του απαιτούμενου μήκους προσομοίωσης, για το συγκεκριμένο επίπεδο αξιοπιστίας και συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Με βάση κάποιες απλουστευτικές παραδοχές, προκύπτει ότι το εν λόγω μήκος ανέρχεται σε τουλάχιστον 2000 έτη. Συνεπώς, απαιτούνται τουλάχιστον 2000 προσομοιώσεις ενός ετήσιου κύκλου λειτουργίας του συστήματος ταμιευτήρων της Αθήνας για την εύρεση της πολιτικής διαχείρισης που εξασφαλίζει αξιοπιστία 99%, ή αλλιώς πλήρη επάρκεια υδατικών πόρων για την κάλυψη της ζήτησης σε τουλάχιστον 1980 από τα 2000 προσομοιωμένα έτη.

Μετά τον καθορισμό του μήκους της προσομοίωσης, πρέπει να καθοριστούν τα ιστορικά δείγματα, των οποίων τα στατιστικά χαρακτηριστικά αναπαράγονται στις συνθετικές χρονοσειρές. Στο σύστημα ταμιευτήρων της Αθήνας, τα ιστορικά δείγματα εισροών χαρακτηρίζονται από μεγάλη ανομοιομορφία όσον αφορά το μήκος τους. Για παράδειγμα, ενώ στην Υλίκη διατίθενται συστηματικές μετρήσεις απορροής από το 1907, ήτοι 95 υδρολογικά έτη, η αντίστοιχη ιστορική χρονοσειρά απορροής στον ταμιευτήρα του Μόρνου δεν ξεπερνά τα 25 έτη. Συνεπώς, ενώ τα στατιστικά χαρακτηριστικά της απορροής της Υλίκης χαρακτηρίζουν την υδρολογική δίαιτα ενός σχεδόν αιώνα, τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά της απορροής του Μόρνου χαρακτηρίζουν μια αρκετά μικρότερη χρονική περίοδο. Μια άλλη σημαντική παρατήρηση σχετίζεται με την υπόθεση στασιμότητας στις ετήσιες χρονοσειρές. Η στασιμότητα προϋποθέτει σταθερή υδρολογική δίαιτα, κάτι που ωστόσο δεν ισχύει στην λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού, όπου εξαιτίας της έντονης εκμετάλλευσης των υπόγειων υδροφορέων παρατηρείται σημαντική μείωση του δυναμικού των μεγάλων καρστικών πηγών της λεκάνης, και ως συνέπεια αυτού, μείωση της απορροής της Υλίκης (Ευστρατιάδης κ.ά., 2004). Για τους παραπάνω λόγους, προτείνεται η χρήση των ιστορικών δεδομένων μόνο των τελευταίων τριάντα ετών, έτσι ώστε όλα τα δείγματα να έχουν παρόμοιο σχεδόν μέγεθος και η επίδραση των έργων υδροληψίας στο επιφανειακό υδατικό δυναμικό των λεκανών να είναι κατά το δυνατόν συνεπής με τις επίκαιρες συνθήκες.

### 5.2.2 Εκτίμηση παραμέτρου εμμοής

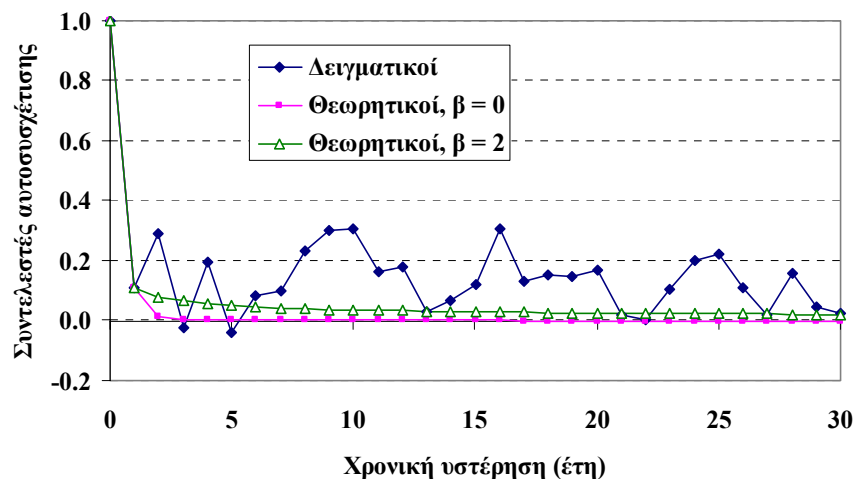
Η αναπαραγωγή των έμμοων ξηρασιών, όπως αυτή που έπληξε το σύστημα υδατικών πόρων της Αθήνας κατά την περίοδο 1988-94, θεωρείται από τις πλέον σημαντικές συνιστώσες του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης. Όπως εξηγήθηκε στην ενότητα 2.1.6, οι ξηρασίες σχετίζονται άμεσα με το φαινόμενο της εμμοής, που είναι χαρακτηριστικό όλων των γεωφυσικών διεργασιών. Η μαθηματική περιγραφή του φαινομένου γίνεται μέσω της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς, και ιδιαίτερα μέσω της παραμέτρου εμμοής,  $\beta$  (βλ. 3.2). Υπενθυμίζεται ότι η τιμή  $\beta = 0$  αναπαριστά διεργασίες χωρίς εμμοή, ενώ η επίδραση της εμμοής αυξάνει με την αύξηση της παραμέτρου  $\beta$ . Χρονοσειρές χαμηλής εμμοής αναμένεται να παρουσιάζουν ταχείες εναλλαγές μεταξύ των υγρών και ξηρών ετών, ενώ αντίθετα χρονοσειρές υψηλής εμμοής αναμένεται να παρουσιάζουν μακρά χρονικά διαστήματα κατά τα οποία η απόκλιση από την μέση τιμή, είτε προς τα πάνω είτε προς τα κάτω, θα είναι σημαντική. Σημειώνεται ότι τα λοιπά στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών, ήτοι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση, ο συντελεστής ασυμμετρίας και οι συνδιασπορές, δεν επηρεάζονται από την ύπαρξη ή όχι εμμοής.

Ο καθορισμός της παραμέτρου εμμοής στο σχήμα γέννησης συνθετικών εισροών θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμος, καθώς επηρεάζει άμεσα την επίδοση του υδροσυστήματος, όπως αυτή εκτιμάται μέσω του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης. Η υποεκτίμηση της παραμέτρου εμμοής έχει ως συνέπεια την γέννηση υπερβολικά ευνοϊκών εισροών, με συνέπεια την υπερεκτίμηση της αξιοπιστίας του συστήματος (αυτό συμβαίνει επειδή η δυνατότητα υπερετήσιας ρύθμισης του συστήματος εξομαλύνει την εμφάνιση ετών χαμηλών εισροών που εναλλάσσονται με έτη υψηλής υδροφορίας). Αντίθετα, η υπερεκτίμηση της παραμέτρου εμμοής έχει ως συνέπεια την γέννηση υπερβολικά δυσμενών εισροών, με συνέπεια την υποεκτίμηση της αξιοπιστίας του συστήματος και την αδικαιολόγητη αύξηση του κόστους λειτουργίας του, δεδομένου ότι η συνεχής εμφάνιση μακροχρόνιων ξηρασιών θα «αναγκάσει» το μοντέλο να επιβάλει υπερβολικές αντλήσεις.

Η εκτίμηση των παραμέτρων της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς,  $\beta$  και  $\kappa$ , έγινε με βάση το εμπειρικό (δειγματικό) αυτοσυσχετόγραμμα της χρονοσειράς βροχόπτωσης στην Υλίκη, τα δεδομένα της οποίας προέρχονται από τον βροχομετρικό σταθμό Αλιάρτου. Το συγκεκριμένο αυτοσυσχετόγραμμα θεωρείται ως το πλέον αξιόπιστο της περιοχή μελέτης δεδομένου ότι: (α) το δείγμα ετήσιων βροχοπτώσεων καλύπτει μια ικανοποιητικά μεγάλη περίοδο 95 υδρολογικών ετών, από το 1908-09 έως το 2002-03, και (β) η χρονοσειρά είναι εξ ορισμού φυσικοποιημένη, καθώς η διαίτα της βροχόπτωσης δεν επηρεάζεται από τυχόν έργα υδροληψίας ή απολήψεις ανάντη της θέσης μέτρησης (κάτι που ωστόσο ισχύει για το αντίστοιχο μήκος δείγμα απορροής του Βοιωτικού Κηφισού στην Διώρυγα Καρδίτσας).

Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 3.2.3, η εκτίμηση των παραμέτρων της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς δεν είναι μονοσήμαντη. Λαμβάνοντας ωστόσο υπόψη ότι ζητούμενο του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης είναι η αναπαραγωγή των συντελεστών αυτοσυσχέτισης μοναδιαίας υστέρησης,  $\rho_1$ , θεωρείται σκόπιμη η διατήρηση του εν λόγω συντελεστή. Συνεπώς, η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε προσαρμόζοντας το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα ακριβώς στην τιμή  $\rho_1$  και ελαχιστοποιώντας την μέση τετραγωνική απόκλιση από τους δειγματικούς συντελεστές μεγαλύτερης τάξης. Επιλύοντας το σχετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, προέκυψε η τιμή  $\beta = 2$ , που μπορεί να θεωρηθεί με ικανοποιητική προσέγγιση ως κοινή παράμετρος εμμονής για όλες τις υδρολογικές μεταβλητές ενδιαφέροντος (απορροές και βροχοπτώσεις ταμειυτήρων).

Στο Σχήμα 5.1 απεικονίζεται το εμπειρικό αυτοσυσχετόγραμμα, όπως προκύπτει από το ετήσιο δείγμα βροχόπτωσης στην Αλιάρτο, για βήμα υστέρησης έως 30 έτη. Παρατηρείται ότι το διάγραμμα δεν παρουσιάζει καμία κανονικότητα, είναι ωστόσο προφανές ότι διατηρεί υψηλές τιμές συντελεστών αυτοσυσχέτισης, μη δείχνοντας να μηδενίζεται. Στο σχήμα απεικονίζονται ακόμη τα θεωρητικά αυτοσυσχετογράμματα για  $\beta = 0$  και  $\beta = 2$ . Η πρώτη τιμή προσομοιώνει μια διεργασία χωρίς μνήμη, ενώ η δεύτερη αντιστοιχεί στην τιμή παραμέτρου εμμονής που θεωρήθηκε ως εκτίμηση της εμμονής για όλες τις υδρολογικές διεργασίες της περιοχής μελέτης. Και στις δύο περιπτώσεις τα θεωρητικά αυτοσυσχετογράμματα έχουν προσαρμοστεί στο αντίστοιχο δειγματικό, επαληθεύοντας ακριβώς τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, που ισούται με  $\rho_1 = 0.11$ . Οι συντελεστές σχήματος,  $\kappa$ , της συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς προκύπτουν ίσοι με  $\kappa = 2.20$  και  $\kappa = 40.17$ , αντίστοιχα.



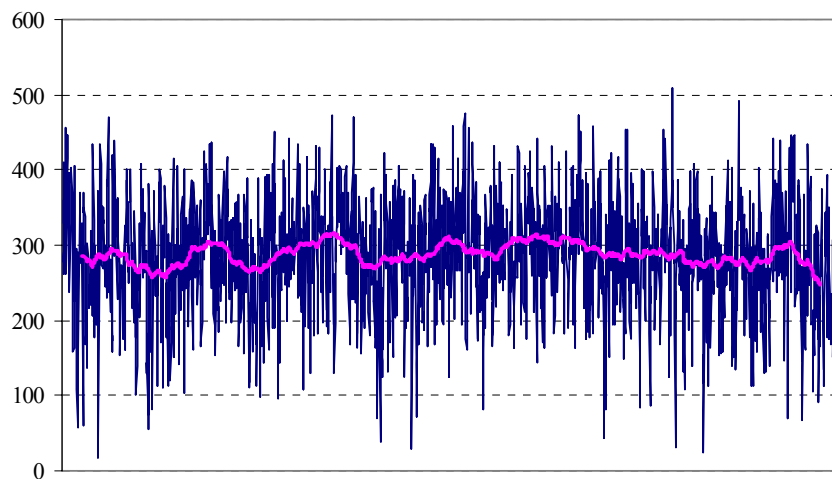
Σχήμα 5.1: Γραφική απεικόνιση του δειγματικού και των θεωρητικών αυτοσυσχετογραμμμάτων της ετήσιας βροχόπτωσης στην Υλίκη.

### 5.2.3 Πιλοτική εφαρμογή

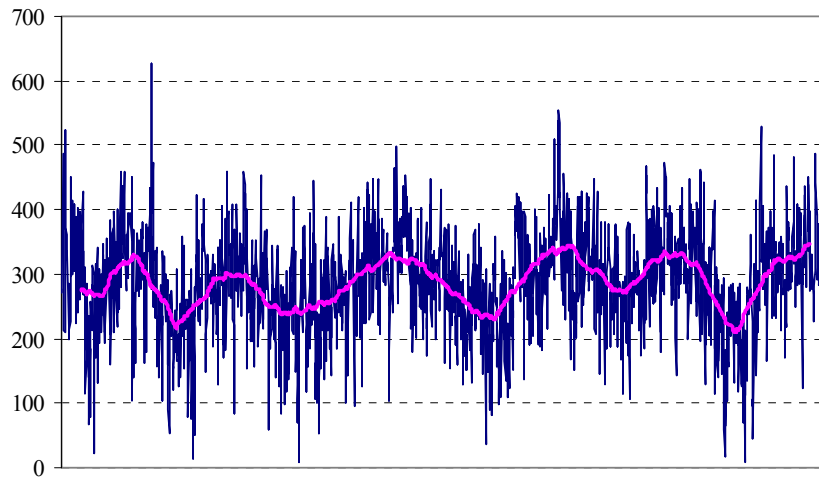
Παρουσιάζεται η εφαρμογή του υπολογιστικού συστήματος *Κασταλία* για την γέννηση συνθετικών χρονοσειρών απορροής, βροχόπτωσης και εξάτμισης μήκους 2000 ετών, που αποτέλεσαν είσοδο των σεναρίων εκτίμησης του θεωρητικού υδατικού δυναμικού του υδροσυστήματος της Αθήνας, στα πλαίσια του Σχεδίου Διαχείρισης του υδρολογικού έτους 2000-01 (Κουτσογιάννης κ.ά., 2000). Συγκεκριμένα, για διάφορες τιμές του στόχου ύδρευσης της Αθήνας πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση των κανόνων λειτουργίας των ταμιευτήρων, με αντικειμενικό στόχο την ελαχιστοποίηση της αστοχίας κάλυψης της ζήτησης. Η τελευταία εκφράζεται ως ποσοστό των χρονικών περιόδων κατά τις οποίες δεν καλύπτεται ο στόχος κατανάλωσης, επί συνόλου 2000 προσομοιωμένων ετών. Σημειώνεται ότι κατά την προσομοίωση του υδροσυστήματος ελήφθησαν υπόψη μόνο τα χαρακτηριστικά των ταμιευτήρων (νεκρός όγκος, χωρητικότητα, υπόγειες διαφυγές), ενώ αγνοήθηκαν οι περιορισμοί παροχτετευτικότητας του δικτύου των εξωτερικών υδραγωγείων.

Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν για δύο σενάρια υδρολογικών εισροών, ένα χαμηλής εμμονής (ευμενές σενάριο) και ένα υψηλής εμμονής (δυσμενές σενάριο). Στο πρώτο σενάριο, η παράμετρος εμμονής,  $\beta$ , της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυνδιασποράς τέθηκε ίση με μηδέν, ενώ στο δεύτερο σενάριο τέθηκε ίση με δύο, που είναι και η προτεινόμενη τιμή με βάση όσα αναφέρθηκαν στην ενότητα 5.2.2. Οι λοιπές παράμετροι του στοχαστικού σχήματος εκτιμήθηκαν συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των ιστορικών υδρολογικών δειγμάτων. Και στις δύο περιπτώσεις έγινε η παραδοχή ότι το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα διατηρεί τον συντελεστή αυτοσυσχέτισης μοναδιαίας υστέρησης.

Στα Σχήματα 5.2 και 5.3 απεικονίζονται οι συνθετικές χρονοσειρές απορροής στον ταμιευτήρα Ευήνου, για τα σενάρια χαμηλής και υψηλής εμμονής αντίστοιχα. Η διαφοροποίηση που εισάγει η χρήση διαφορετικής παραμέτρου εμμονής στο γράφημα των χρονοσειρών είναι εμφανής. Στην πρώτη περίπτωση, η καμπύλη των κινούμενων μέσων όρων εμφανίζει μικρές διακυμάνσεις γύρω από την μέση τιμή  $\mu_x = 295$  mm, ενώ στη δεύτερη περίπτωση παρουσιάζει μακράς χρονικής κλίμακας διακυμάνσεις, χωρίς κανονικότητα. Όσον αφορά τα υπόλοιπα στατιστικά χαρακτηριστικά, αυτά είναι πρακτικά παρόμοια.

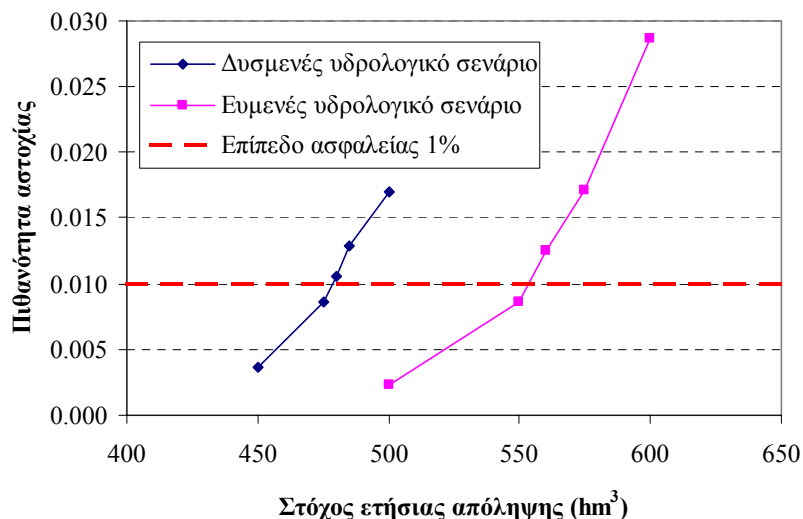


Σχήμα 5.2: Συνθετική χρονοσειρά ετήσιας απορροής 2000 ετών στον ταμιευτήρα Ευήνου (σε  $\text{hm}^3$ ) και κινούμενοι μέσοι όροι 100 ετών – Σενάριο χαμηλής εμμονής.



Σχήμα 5.3: Συνθετική χρονοσειρά ετήσιας απορροής 2000 ετών στον ταμιευτήρα Ευήνου (σε  $\text{hm}^3$ ) και κινούμενοι μέσοι όροι 100 ετών – Σενάριο υψηλής εμμονής.

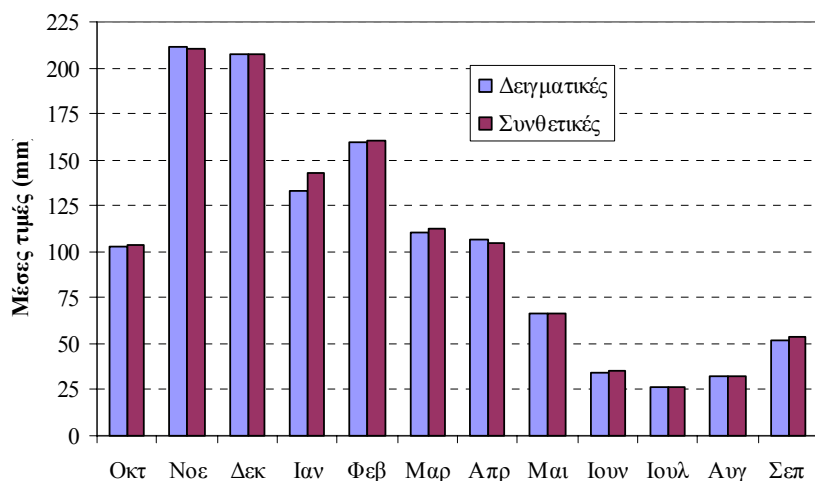
Η επίδραση της εμμονής στην εκτίμηση της επίδοσης του υδροσυστήματος είναι εμφανής στα διαγράμματα του Σχήματος 5.4, όπου απεικονίζονται η ελαχιστοποιημένη πιθανότητα αστοχίας για διάφορες τιμές της ετήσιας απόληξης για ύδρευση της Αθήνας. Για επίπεδο αστοχίας 1% (ή, ισοδύναμα, επίπεδο αξιοπιστίας 99%), με το σενάριο συνθετικών εισροών χαμηλής (μηδενικής) εμμονής προκύπτει ασφαλής ετήσια απόληξη της τάξης των  $560 \text{ hm}^3$ , τιμή που μειώνεται στα επίπεδα των  $480 \text{ hm}^3$ , εφόσον θεωρηθεί το πολύ πιο ρεαλιστικό σενάριο υψηλής εμμονής. Συνεπώς, η διαφοροποίηση που εισάγει η θεώρηση της εμμονής των υδρολογικών διεργασιών είναι της τάξης του 15%. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει την σημασία της αναπαραγωγής του εν λόγω χαρακτηριστικού κατά την ανάλυση ενός συστήματος υδατικών πόρων.



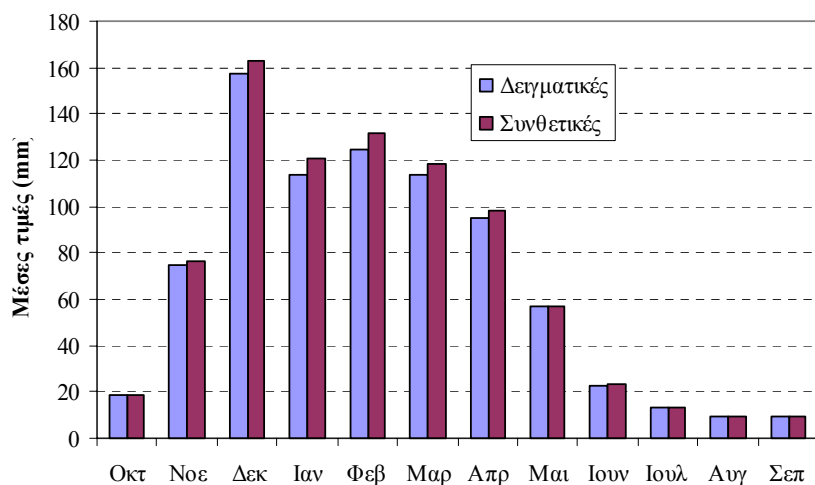
Σχήμα 5.4: Διάγραμμα της πιθανότητας αστοχίας του υδροσυστήματος για διάφορα σενάρια ζήτησης. Οι τιμές έχουν προκύψει μετά από βελτιστοποίηση των κανόνων λειτουργίας των ταμιευτήρων και με θεώρηση άπειρης παροχευτικότητας των υδραγωγείων. Με διακεκομμένη γραμμή απεικονίζεται η στάθμη του 1%, που είναι το όριο ασφαλείας του συστήματος.

Στα Σχήματα 5.5 ως 5.13 παρατίθενται συγκριτικά διαγράμματα των δειγματικών και των συνθετικών στατιστικών χαρακτηριστικών για τις χρονοσειρές ύψους βροχόπτωσης και απορροής στον

ταμιευτήρα Ευήνου, που αναφέρονται στο σενάριο υψηλής εμμονής<sup>1</sup>. Είναι εμφανές ότι το σχήμα γέννησης συνθετικών χρονοσειρών διατηρεί όλες τις ουσιώδεις στατιστικές παραμέτρους του ιστορικού δείγματος με μεγάλη ακρίβεια. Χαρακτηριστικό είναι ότι το μοντέλο μπορεί να αναπαράγει τόσο τους πολύ υψηλούς συντελεστές ασυμμετρίας (μεγαλύτερους του 3) όσο και τις αρνητικές ασυμμετρίες. Επιπλέον, η διαδικασία αναγωγής κατά την επαναληπτική εφαρμογή του σχήματος επιμερισμού (βλ. 3.5.4) δεν αλλοιώνει τους δειγματικούς συντελεστές ετεροσυσχέτισης.

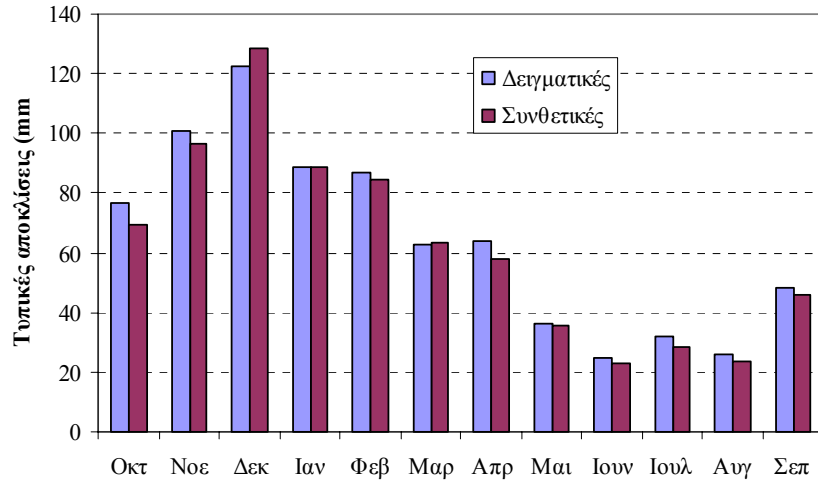


Σχήμα 5.5: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών μέσων μηνιαίων τιμών της βροχόπτωσης στον ταμιευτήρα Ευήνου.

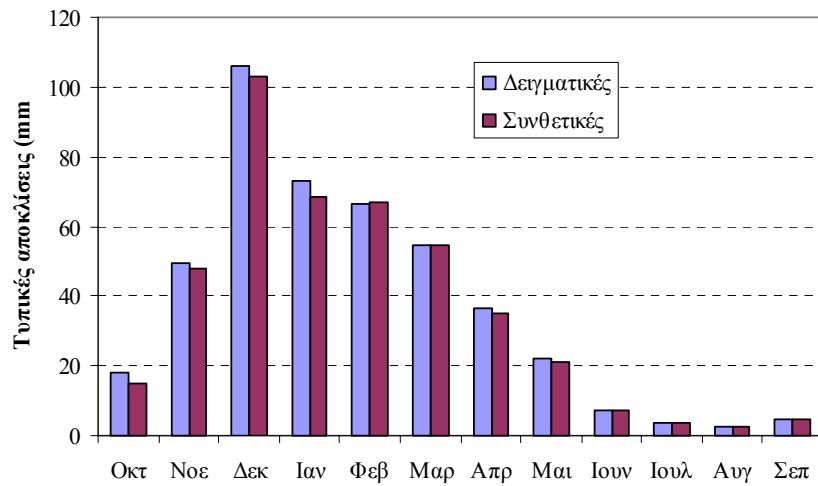


Σχήμα 5.6: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών μέσων μηνιαίων τιμών υψών απορροής στον ταμιευτήρα Ευήνου.

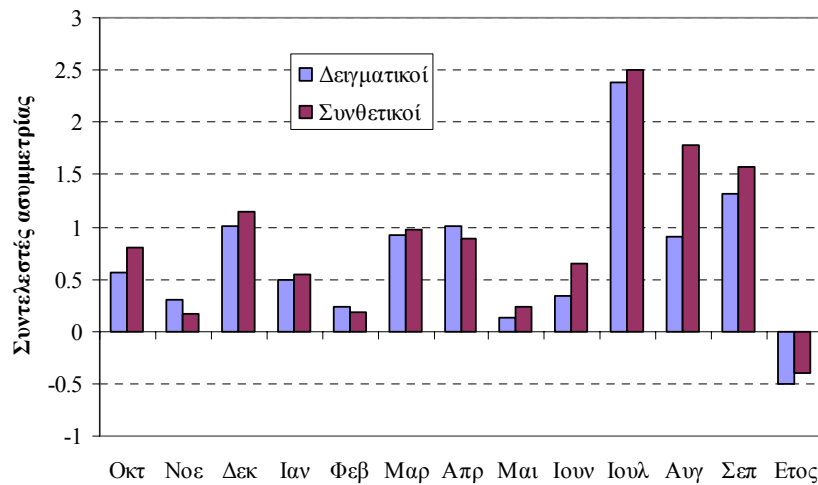
<sup>1</sup> Αντίστοιχα είναι τα διαγράμματα που αναφέρονται στο σενάριο χαμηλής εμμονής, καθώς, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η διαφοροποίηση της παραμέτρου εμμονής δεν επηρεάζει την αναπαραγωγή των στατιστικών χαρακτηριστικών



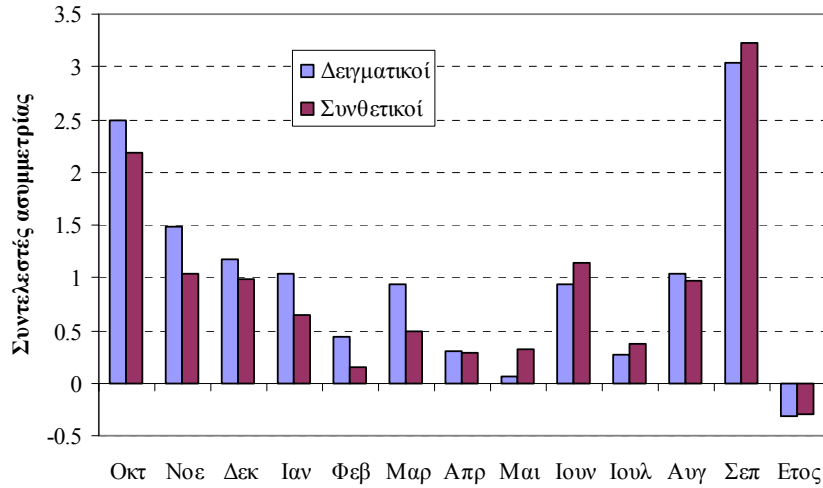
Σχήμα 5.7: Σύγκριση μηνιαίων ιστορικών και συνθετικών τυπικών αποκλίσεων της βροχόπτωσης στον ταμειυτήρα Ευήγου.



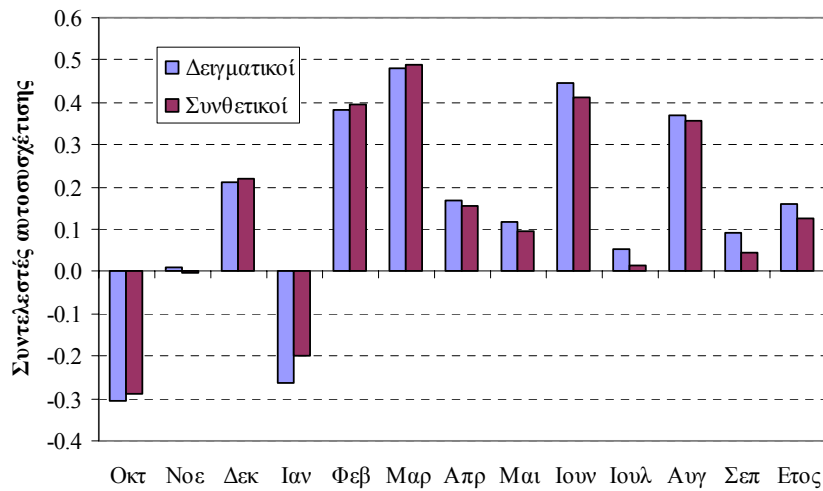
Σχήμα 5.8: Σύγκριση μηνιαίων ιστορικών και συνθετικών τυπικών αποκλίσεων υψών απορροής στον ταμειυτήρα Ευήγου.



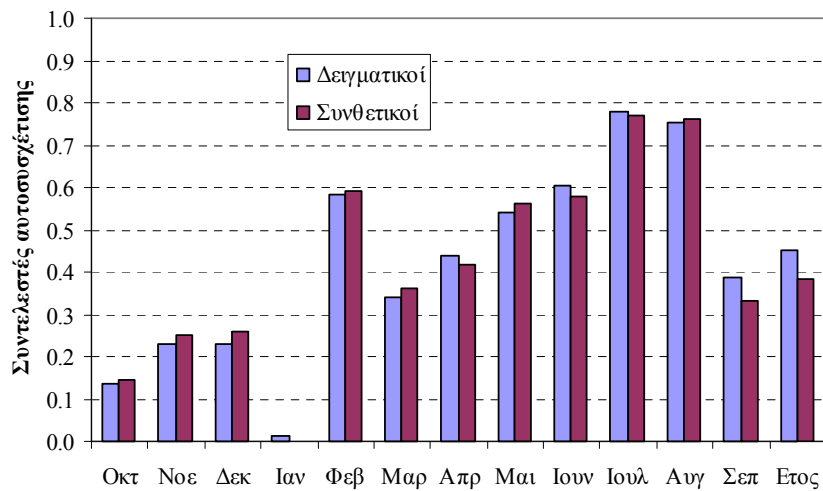
Σχήμα 5.9: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών συντελεστών ασυμμετρίας υψών βροχόπτωσης στον ταμειυτήρα Ευήγου.



Σχήμα 5.10: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών συντελεστών ασυμμετρίας της απορροής στον ταμιευτήρα Ευήνου.

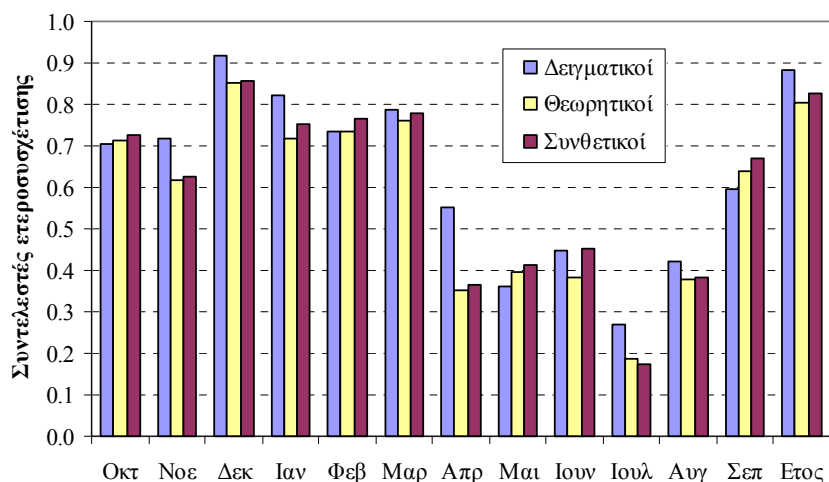


Σχήμα 5.11: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης υψών βροχόπτωσης στον ταμιευτήρα Ευήνου.



Σχήμα 5.12: Σύγκριση ιστορικών και συνθετικών συντελεστών αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης υψών απορροής στον ταμιευτήρα Ευήνου.





Σχήμα 5.13: Σύγκριση ιστορικών, θεωρητικών (συνορθωμένων) και συνθετικών συντελεστών ετεροσυσχέτισης μεταξύ υψών βροχόπτωσης και απορροής στον ταμιευτήρα Ευήνου.

### 5.3 Γέννηση σεναρίων στοχαστικής πρόγνωσης

Ως σενάριο πρόγνωσης νοείται μια συνθετική χρονοσειρά μικρού, κατά κανόνα, μήκους, η οποία παράγεται με αναφορά στις επίκαιρες και παρελθούσες ιστορικές τιμές. Υπενθυμίζεται ότι οι τελευταίες εισάγονται στο στοχαστικό σχήμα υπό μορφή στατιστικής δέσμευσης (βλ. 3.6). Κάθε τέτοια χρονοσειρά αντιπροσωπεύει μια δυνατή εξέλιξη της αντίστοιχης υδρολογικής διεργασίας, για χρονικό ορίζοντα ίσο με το μήκος της χρονοσειράς. Τα σεναρία στοχαστικής πρόγνωσης θεωρούνται *ισοπίθανα*, με την έννοια ότι κάθε ξεχωριστή ακολουθία έχει, ως σύνολο τιμών, την ίδια πιθανότητα πραγματοποίησης με τις υπόλοιπες.

Η επιχειρησιακή διαχείριση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας συνίσταται στην εκπόνηση σχεδίου διαχείρισης των υδατικών πόρων, στο οποίο καθορίζεται η πολιτική λειτουργίας του υδροσυστήματος για το τρέχον υδρολογικό έτος. Η εν λόγω πολιτική επιλέγεται με βάση τα σεναρία απολήψεων που προκύπτουν με εφαρμογή του μοντέλου στοχαστικής ανάλυσης του υδροσυστήματος υπό μορφή καταληκτικής προσομοίωσης, λαμβάνοντας δηλαδή υπόψη τις επίκαιρες συνθήκες υδροφορίας και αποθεμάτων, την προβλεπόμενη εξέλιξη της ζήτησης καθώς και τυχόν τροποποιήσεις στο σχήμα του υδροσυστήματος, λόγω βλαβών ή και προσθήκης νέων έργων. Θα πρέπει να τονιστεί ότι οι αποφάσεις που λαμβάνονται με βάση τις επίκαιρες συνθήκες ενδέχεται να επηρεάσουν την βιωσιμότητα των υδατικών πόρων για χρονικό ορίζοντα αρκετά μεγαλύτερο του υδρολογικού έτους. Στο συγκεκριμένο υδροδοτικό σύστημα, ως ασφαλής χρονικός ορίζοντας θεωρείται η δεκαετία. Κατά συνέπεια, το μήκος των χρονοσειρών πρόγνωσης είναι ίσο με δέκα έτη, με έναρξη την αρχή του τρέχοντος υδρολογικού έτους.

Εξηγήθηκε προηγουμένως ότι το απαιτούμενο πλήθος των προσομοιωμένων χρονικών περιόδων σχετίζεται άμεσα με την ακρίβεια υπολογισμού της ζητούμενης αξιοπιστίας (βλ. 5.2.1). Για επίπεδο αξιοπιστίας της τάξης του 99% σε ετήσια βάση, το πλήθος αυτό εκτιμάται σε 2000 έτη. Δεδομένου ότι στην καταληκτική προσομοίωση ο χρονικός ορίζοντας της πρόγνωσης είναι 10 υδρολογικά έτη, ο αριθμός των σεναρίων στοχαστικής πρόγνωσης που πρέπει να παράγονται είναι τουλάχιστον 200.

Είναι προφανές ότι ο χρονικός ορίζοντας της δεκαετίας είναι υπερβολικά μεγάλος για τον καθορισμό συγκεκριμένης σταθερής πολιτικής διαχείρισης, χωρίς δυνατότητα αναθεώρησής της. Αυτό συμβαίνει επειδή οι δυνατότητες πρόγνωσης της εξέλιξης των υδατικών αποθεμάτων αλλά και της ζήτησης είναι περιορισμένες, λόγω εγγενών φυσικών και ανθρώπινων αβεβαιοτήτων. Συνεπώς, προτείνεται η ετήσια αναθεώρηση του σχεδίου διαχείρισης, με δυνατότητες επικαιροποίησης και σε ενδιάμεσα διαστήματα,

εφόσον παραστεί ιδιαίτερη ανάγκη, όπως μια βλάβη που αναμένεται να διαρκέσει αρκετούς μήνες. Η επικαιροποίηση εντός του υδρολογικού έτους έχει νόημα να γίνεται αφού έχουν παρέλθει ορισμένοι μήνες, ώστε να υπάρχει μια εικόνα σχετικά με την εξέλιξη της υδροφορίας του τρέχοντος έτους που να είναι στατιστικά αξιοποιήσιμη. Ως πλέον κατάλληλες περιόδοι επικαιροποίησης του σχεδίου διαχείρισης θεωρούνται η αρχή της εαρινής και η αρχή της θερινής περιόδου (Μάρτιος και Ιούνιος).

## Αναφορές

---

- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, MSc thesis, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, και Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού - Υλίκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 21, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2004.
- Ευστρατιάδης, Α., και Δ. Κουτσογιάννης, Κασταλία: Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Τεύχος 9, 70 σελίδες, Αθήνα, Δεκέμβριος 2000.
- Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, Α. Κουκουβίνος, Ν. Μαμάσης, Ι. Ναλμπάντης, Ν. Δαμιανόγλου, Κ. Κωνσταντινίδου, Σ. Ναλπαντίδου, Α. Ξανθάκης, και Σ. Πολιτάκη, Ανάλυση απαιτήσεων του συστήματος, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 1, 74 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2000.
- Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, και Δ. Κουτσογιάννης, Υδρονομείας (έκδοση 3.2) - Σύστημα υποστήριξης της διαχείρισης των υδατικών πόρων, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 24, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2004.
- Κουτσογιάννης, Δ., Γ. Καραβοκυρός, Ι. Ναλμπάντης, Α. Κουκουβίνος, Α. Ευστρατιάδης, Ν. Μαμάσης, Β. Τσουκαλά, Ν. Δαμιανόγλου, Σ. Πολιτάκη, Δ. Γκριντζιά, και Α. Ξανθάκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 5, Σχέδιο διαχείρισης του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας-Έτος 2000-2001, ΕΜΠ-ΕΥΔΑΠ, Αθήνα, 2000.
- Κουτσογιάννης, Δ., *Στατιστική Υδρολογία*, Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.
- Λαγγούσης, Α., *Ανάπτυξη κυκλοστάσιμων στοχαστικών υδρολογικών μοντέλων με διατήρηση της βραχυπρόθεσμης μνήμης και της μακροπρόθεσμης εμμονής*, Διπλωματική εργασία, 327 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιούλιος 2003.
- Παπακώστας, Α., Σχεδιασμός και υλοποίηση κεντρικής βάσης δεδομένων, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 19, Σχεδιασμός και υλοποίηση κεντρικής βάσης δεδομένων, ΕΜΠ, ΤΥΠΥΘΕ, Αθήνα, 2004.
- Bloomfield, P., *Fourier Analysis of Time Series*, Willey, New York, 1976.
- Box, G. E., and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day, 1970.
- Bras, R. L., and I. Rodriguez-Iturbe, *Random Functions and Hydrology*, Dover Publications, 1993.

- Chow, V. T., Maidement, D. R., and Mays, L. W., *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 1988.
- Evans, T. E., The effects of changes in the world hydrological cycle on availability of water resources, *Global climate Change and Agricultural Production: Direct and Indirect Effects of Changing Hydrological, Pedological and Plant Physiological Processes*, edited by F. Bazaaz and W. Sombroek, Chapter 2, FAO and John Wiley, Chichester, West Sussex, UK, 1996.
- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, Condensed disaggregation procedures and conservation corrections for stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 24(10), 1574-1584, 1988.
- Grygier, J. C., and J. R. Stedinger, *SPIGOT, A synthetic streamflow generation software package*, Technical description, Version 2.5, School of Civil and Environmental Engineering, Ithaca, New York, 1990.
- Hurst, H. E., Long-term storage capacity of reservoirs, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 116, pp. 776-808, 1951.
- Jones, P. D., Briffa K. R., Barnett T. P., and Tett S. F. B., High-resolution paleoclimatic records for the last millennium: interpretation, integration and comparison with General circulation Model control-run temperatures, *Holocaine*, 8(4), 455-471, 1998.
- Kirby, W., Algebraic boundness of sample statistics, *Water Resources Research*, 10(2), 220-222, 1974.
- Kottegoda, N. T., *Stochastic Water Resources Technology*, Macmillan Press, London, 1980.
- Koutsoyiannis, D., A generalized mathematical framework for stochastic simulation and forecast of hydrologic time series, *Water Resources Research*, 36(6), 1519-1534, 2000.
- Koutsoyiannis, D., and A. Manetas, Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research*, 32(7), 2105-2117, 1996.
- Koutsoyiannis, D., Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics, *Hydrological Sciences Journal*, 48(1), 3-24, 2003.
- Koutsoyiannis, D., Coupling stochastic models of different time scales, *Water Resources Research*, 37(2), 379-392, 2001.
- Koutsoyiannis, D., Optimal decomposition of covariance matrices for multivariate stochastic models in hydrology, *Water Resources Research*, Vol. 35(4), pp. 1219-1229, 1999.
- Koutsoyiannis, D., Stochastic simulation of hydrosystems, *The Encyclopedia of Water*, edited by J. H. Lehr, New York, 2004.
- Koutsoyiannis, D., The Hurst phenomenon and fractional Gaussian noise made easy, *Hydrological Sciences Journal*, 47(4), 573-595, 2002.
- Lane, W. L., and D. K. Flevert, Applied stochastic techniques, User's manual, personal computer version, Bureau of Reclamation, Eng. and Res. Cent., Denver, Colorado, 1990.
- Mandelbrot, B. B., Une classe de processus stochastiques homothetiques a soi: Application a la loi climatologique de H. E. Hurst, *Compte Rendus Academie Science*, 260, 3284-3277, 1965.
- Mandelbrot, B. B., and J. R. Wallis, Computer experiments with fractional Gaussian noises, Parts 1, 2 and 3, *Water Resources Research*, 5(1), 1969.
- Matalas, N. C., and J. R. Wallis, Generation of synthetic flow sequences, in *Systems Approach to Water Management*, edited by A. K. Biswas, McGraw-Hill, New York, 1976.

- Mejia, J. M., I. Rodriguez-Iturbe, and D. R. Dawdy, Streamflow simulation, 2, The broken line process as a potential model for hydrologic simulation, *Water Resources Research*, 8(4), 931-941, 1972.
- Papoulis, A., *Probability, Random Functions and Stochastic Processes*, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill, New York, 1991.
- Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
- Ripley, B. D., *Stochastic Simulation*, Wiley, New York, 1987.
- Rubinstein, R. Y., *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks*, John Wiley, 1986.
- Salas, J. D., Analysis and modeling of hydrologic time series, Chapter 19, *Handbook of Hydrology*, edited by D. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1993.
- Salas, J. D., J. W. Delleur, V. Yevjevich, and W. L. Lane, *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado, 1988.
- Todini, E., The preservation of skewness in linear disaggregation schemes, *Journal of Hydrology*, 47, 199-214, 1980.
- Valencia, D., and J. C. Schaake, Disaggregation processes in stochastic hydrology, *Water Resources Research*, 9(3), 211-219, 1973.
- Wallis, J. R., N. Matalas, and J. R. Slack, Just a moment!, *Water Resources Research*, 10(2), 211-219, 1974.
- Whittaker, J., A note on the generation of gamma random variables with non-integral shape parameter, *Floods and Droughts, Proceeding of the 2nd International Hydrology Symposium*, Colorado State University Press, Fort Collins, Colorado, 1972.
- Winston, W. L., *Operations Research, Applications and Algorithms*, 3rd edition, Duxbury, Belmont, 1994.

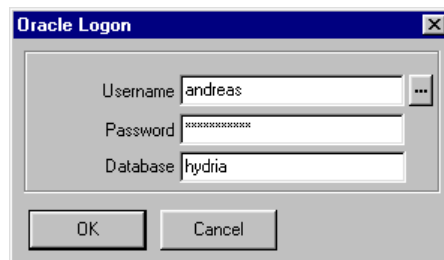


# Παράρτημα: Οδηγίες χρήσης υπολογιστικού συστήματος Κασταλία

---

## 1. Εκκίνηση προγράμματος

Με την εκκίνηση του προγράμματος εμφανίζεται η φόρμα ταυτοποίησης του χρήστη (Σχήμα A.14), μέσω της οποίας γίνεται η σύνδεση με τη βάση δεδομένων. Ο χρήστης συμπληρώνει τον κωδικό (username) και το σύνθημα (password), και πατώντας OK καλεί την κύρια οθόνη του προγράμματος.

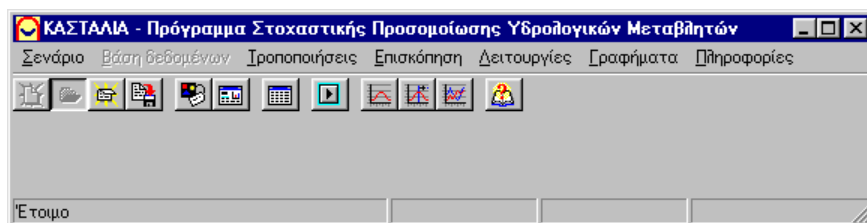


Σχήμα A.14: Η φόρμα ταυτοποίησης του χρήστη.

## 2. Κύρια οθόνη

Η κύρια οθόνη, η οποία εμφανίζεται μετά την ταυτοποίηση του χρήστη, απεικονίζεται στο Σχήμα A.15. Από την κύρια οθόνη εκτελούνται όλες οι λειτουργίες του προγράμματος και καλούνται τα επιμέρους υποσυστήματα, χρησιμοποιώντας τα μενού που βρίσκονται στο πάνω μέρος της φόρμας. Για διευκόλυνση του χρήστη, ορισμένες βασικές λειτουργίες εκτελούνται και μέσω των κουμπιών της φόρμας. Για την ερμηνεία τους ο χρήστης μπορεί να χρησιμοποιήσει το ποντίκι· με απλά άγγιγμα του ποντικιού, εμφανίζεται μια επεξηγηματική ταμπέλα.

Στο κάτω μέρος της φόρμας αναγράφονται πληροφορίες σχετικά με την κατάσταση λειτουργίας του προγράμματος. Αρχικά, οι μόνες διαθέσιμες επιλογές είναι η δημιουργία νέου υδρολογικού σεναρίου (ενότητα 3), η εισαγωγή ενός αποθηκευμένου στη βάση δεδομένων σεναρίου (ενότητα 6) και η επισκόπηση των αποθηκευμένων στη βάση δεδομένων σεναρίων και χρονοσειρών (ενότητα 10).



Σχήμα A.15: Η κύρια φόρμα του προγράμματος.

## 3. Δημιουργία νέου υδρολογικού σεναρίου

Ως υδρολογικό σενάριο ορίζεται το σύνολο των πληροφοριών που συνιστούν ένα πλήρες πρόβλημα σύνθεσης χρονοσειρών. Η δημιουργία ενός νέου υδρολογικού σεναρίου γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού **Σενάριο** → **Νέο**, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος

A.16, όπου ο χρήστης καθορίζει την ονομασία (άνω αριστερά πλαίσιο) και τις παραμέτρους του νέου υδρολογικού σεναρίου. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την ερμηνεία των εν λόγω παραμέτρων δίνονται στην ενότητα 15. Για διευκόλυνση του χρήστη, το πρόγραμμα ορίζει κάποιες αρχικές τιμές παραμέτρων, οι οποίες μπορούν να τροποποιηθούν αργότερα, κατά την εκτέλεση της εφαρμογής. Αφού ολοκληρωθεί ο ορισμός των παραμέτρων, ο χρήστης εισάγει τις μεταβλητές του υδρολογικού σεναρίου, πατώντας το πλήκτρο Ορισμός μεταβλητών, οπότε εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος A.17. Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να ακυρώσει τη δημιουργία του σεναρίου, κλείνοντας τη φόρμα και επικυρώνοντας το προειδοποιητικό μήνυμα που εμφανίζεται.

Σχήμα A.16: Η φόρμα δημιουργίας νέου υδρολογικού σεναρίου.

#### 4. Ορισμός νέας μεταβλητής

Κάθε υδρολογικό σενάριο περιλαμβάνει μία τουλάχιστον μεταβλητή, η οποία αναφέρεται σε συγκεκριμένη υδρολογική διεργασία και σε συγκεκριμένη γεωγραφική θέση. Ο ορισμός νέας μεταβλητής γίνεται μέσω της φόρμας του Σχήματος A.17, είτε στα πλαίσια της δημιουργίας νέου υδρολογικού σεναρίου (ενότητα 3) ή με την προσθήκη νέας μεταβλητής στο τρέχον υδρολογικό σενάριο (ενότητα 9). Μέσω της φόρμας αυτής ο χρήστης ορίζει την ονομασία της νέας μεταβλητής, τις παραμέτρους του θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος και την ιστορική χρονοσειρά, βάσει την οποίας εκτιμώνται τα δειγματικά στατιστικά χαρακτηριστικά. Περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την ερμηνεία των παραμέτρων του ετήσιου αυτοσυσχετογράμματος δίνονται στην ενότητα 9. Ο ορισμός της χρονοσειράς γίνεται είτε με το πάτημα του αντίστοιχου πλήκτρου στο κάτω αριστερά μέρος της φόρμας είτε επιλέγοντας το μενού Επιλογή χρονοσειράς → Εισαγωγή από τη



βάση δεδομένων, οπότε εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος A.18. Σημειώνεται ότι αν δεν έχει οριστεί χρονοσειρά, δεν είναι δυνατή η εκτέλεση οποιασδήποτε άλλης λειτουργίας, όπως το κλείσιμο της φόρμας ή η προσθήκη νέας μεταβλητής.

Στη συνέχεια, ο χρήστης μπορεί είτε να προσθέσει περαιτέρω μεταβλητές στο σενάριο, επιλέγοντας το μενού Μεταβλητή → Εισαγωγή νέας, είτε να ακυρώσει την εγγραφή, επιλέγοντας το μενού Μεταβλητή → Ακύρωση εγγραφών, είτε να κλείσει τη φόρμα. Σημειώνεται ότι μπορεί να οριστεί απεριόριστος αριθμός μεταβλητών, αρκεί βεβαίως να υπάρχει αντίστοιχο πλήθος ιστορικών χρονοσειρών. Μετά την ολοκλήρωση των παραπάνω διαδικασιών, υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών και οι παράμετροι του στοχαστικού μοντέλου, ενώ επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια φόρμα.

Σχήμα A.17: Η φόρμα ορισμού νέας υδρολογικής μεταβλητής.

## 5. Επιλογή ιστορικής χρονοσειράς από τη βάση δεδομένων

Η επιλογή ιστορικής χρονοσειράς από τη βάση δεδομένων γίνεται μέσω της φόρμας του Σχήματος A.18, η οποία περιλαμβάνει τρεις καρτέλες. Στην πρώτη καρτέλα απεικονίζεται ένας πίνακας που περιέχει συνοπτικές πληροφορίες για όλες τις μηνιαίες ιστορικές χρονοσειρές που είναι αποθηκευμένες στη βάση δεδομένων (στον πίνακα δεν περιλαμβάνονται οι χρονοσειρές διαφορετικού χρονικού βήματος, καθώς αυτές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν από το στοχαστικό μοντέλο). Στον πίνακα δίνονται οι ακόλουθες πληροφορίες: ο κωδικός της χρονοσειράς (μοναδικός για κάθε χρονοσειρά), η ονομασία της, ο τύπος της υδρολογικής διεργασίας, η μονάδα μέτρησης, η γεωγραφική θέση (οντότητα) στην οποία αναφέρεται η εν λόγω διεργασία, καθώς και η ημερομηνία έναρξης και λήξης του δείγματος. Ο χρήστης μπορεί να ταξινομήσει τις χρονοσειρές με βάση κάθε μία από τις παραπάνω παραμέτρους, πατώντας στο πάνω μέρος της αντίστοιχης στήλης.

Ανατρέχοντας τις γραμμές του πίνακα, αναγράφεται στο κάτω μέρος της φόρμας η εκάστοτε επιλεγμένη χρονοσειρά. Ο χρήστης μπορεί να δει σε μορφή πίνακα ή γραφήματος τις μηνιαίες και

ετήσιες τιμές της εν λόγω επιλεγμένης χρονοσειράς, πατώντας στην δεύτερη ή την τρίτη καρτέλα, αντίστοιχα.

Με το κλείσιμο της φόρμας, φορτώνονται οι τιμές της επιλεγμένης ιστορικής χρονοσειράς, η οποία αντιστοιχίζεται στη νέα μεταβλητή του υδρολογικού σεναρίου. Σημειώνεται ότι αν μια χρονοσειρά χρησιμοποιείται ήδη από κάποια προηγούμενη μεταβλητή, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί εκ νέου. Στην περίπτωση αυτή, το πρόγραμμα εμφανίζει ένα προειδοποιητικό μήνυμα και δεν επιτρέπει το κλείσιμο της φόρμας.

Η φόρμα των διαθέσιμων ιστορικών χρονοσειρών μπορεί να κληθεί και μέσω της κύριας οθόνης του προγράμματος, από το μενού Βάση δεδομένων → Ιστορικές χρονοσειρές (ενότητα 10). Στην περίπτωση αυτή η λειτουργία της φόρμας είναι μόνο για ανάγνωση.

ΚΩΔΙΚΟΣ	ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΔΙΕΡΓΑΣΙΑ	ΜΟΝΑΔΑ	ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΗ ΘΕΣΗ	ΕΝΑΡΞΗ	ΛΗΞΗ
420	Υψος απορροής πεκανών Χάραδρου και Σταμάτας	Απορροή	mm	Μαραθώνας	1/10/1933	1/9/2002
421	Υψος απορροής πεκανών Βοιωτικού Κηφισού και Υΐκης	Απορροή	mm	Υΐκη	1/10/1907	1/9/2002
419	Υψος απορροής υποπεκάνης Ευήνου	Απορροή	mm	Εύηνος	1/10/1970	1/9/2002
417	Υψος απορροής υποπεκάνης Μόρνου	Απορροή	mm	Μόρνος	1/10/1979	1/9/2002
56	Υψος βροχής στη μέση στάθμη Ευήνου	Βροχόπτωση	mm	Εύηνος	1/10/1970	1/9/2002
416	Υψος βροχής στον ταμιευτήρα	Βροχόπτωση	mm	Μόρνος	1/10/1958	1/9/2002
218	Υψος εξάτμισης στον ταμιευτήρα Μαραθώνα	Εξάτμιση	mm	Μαραθώνας	1/10/1933	1/9/1981
51	Αντλήσεις από Παραλίμνη	Εισροή σε ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000
29	Απολήψεις	Εκροή από ταμιευτήρα	Μόρνος		1/10/1979	1/3/2000
41	Απολήψεις	Εκροή από ταμιευτήρα	Μαραθώνας		1/9/1931	1/12/1956
53	Απολήψεις	Εκροή από ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000
49	Απορροή Βοιωτικού Κηφισού	Εισροή σε ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000
50	Απορροή από υποπεκάνη Υΐκης	Εισροή σε ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000
221	Απορροή διώρυγας	Παραοχή	Διώρυγα Καρδίτσας		1/1/1907	1/9/1999
44	Απορροή πεκανών Χάραδρου και Σταμάτας	Εισροή σε ταμιευτήρα	Μαραθώνας		1/10/1932	1/9/2002
27	Απόθεμα Μόρνου	Απόθεμα ταμιευτήρα	Μόρνος		1/10/1979	1/3/2000
52	Απόληψη για άρδευση	Εκροή από ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000
30	Απώλειες Γκιώνας	Εκροή από ταμιευτήρα	Μόρνος		1/10/1979	1/3/2000
33	Απώλειες από εξάτμιση	Εκροή από ταμιευτήρα	Μόρνος		1/10/1979	1/3/2000
40	Απώλειες από εξάτμιση	Εκροή από ταμιευτήρα	Μαραθώνας		1/10/1931	1/12/1956
55	Διαφυγές	Εκροή από ταμιευτήρα	Υΐκη		1/10/1977	1/2/2000

Επιλεγμένη χρονοσειρά: Υψος εξάτμισης στον ταμιευτήρα Μαραθώνα (κωδικός = 218)

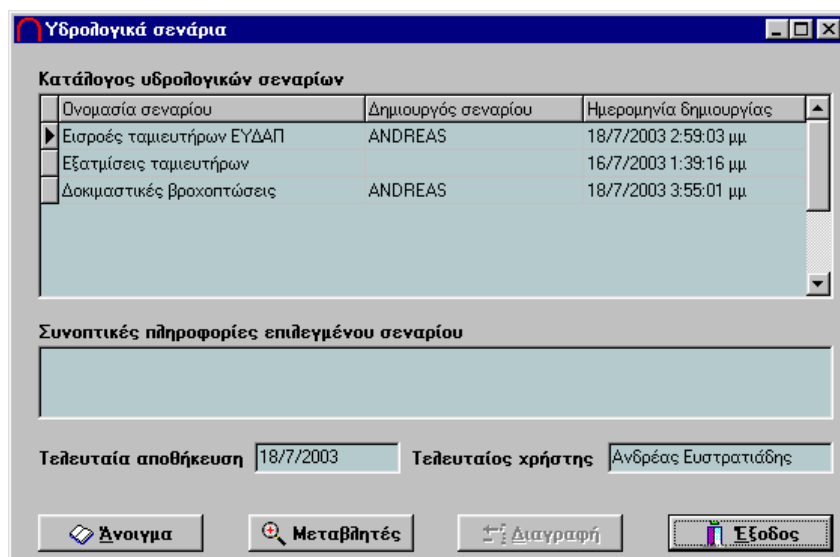
Σχήμα Α.18: Η φόρμα επιλογής χρονοσειράς από τη βάση δεδομένων.

## 6. Εισαγωγή υδρολογικού σεναρίου

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Σενάριο → Εισαγωγή καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.19, μέσω της οποίας ο χρήστης επιλέγει ένα από τα διαθέσιμα στη βάση δεδομένων υδρολογικά σενάρια. Η ίδια φόρμα καλείται και από το μενού Βάση δεδομένων → Υδρολογικά σενάρια (ενότητα 10). Η επιλογή του εκάστοτε σεναρίου γίνεται ανατρέχοντας στον αντίστοιχο κατάλογο.

Με το πάτημα του πλήκτρου Άνοιγμα εισάγονται από τη βάση δεδομένων όλες οι συνιστώσες του επιλεγμένου υδρολογικού σεναρίου, δηλαδή οι τιμές των παραμέτρων, οι ιδιότητες των υδρολογικών μεταβλητών και οι αντίστοιχες χρονοσειρές. Μετά τον υπολογισμό των στατιστικών χαρακτηριστικών των χρονοσειρών και των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου, η φόρμα αποκρύπτεται και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη.

Με το πάτημα του πλήκτρου Μεταβλητές εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος Α.20, στην οποία απεικονίζονται οι μεταβλητές του επιλεγμένου υδρολογικού σεναρίου. Η ίδια φόρμα εμφανίζεται καλώντας από την κύρια οθόνη του προγράμματος το μενού Επισκόπηση → Μεταβλητές σεναρίου.



Σχήμα Α.19: Φόρμα εισαγωγής υδρολογικού σεναρίου.

α/α	Ονομασία μεταβλητής	Διεργασία	Γεωγραφική θέση	Μονάδες	Έναρξη δείγματος	Λήξη δείγματος
1	Μεταβλητή 1	Βροχόπτωση	Εύηνος	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002
2	Μεταβλητή 7	Βροχόπτωση	Μαραθώνας	mm	Φεβρουάριος 1933	Σεπτέμβριος 2002
3	Μεταβλητή 5	Βροχόπτωση	Υΐλικη	mm	Νοέμβριος 1907	Σεπτέμβριος 2002
4	Μεταβλητή 3	Βροχόπτωση	Μόρνος	mm	Οκτώβριος 1958	Σεπτέμβριος 2002
5	Μεταβλητή 4	Άπαρροή	Μόρνος	mm	Οκτώβριος 1979	Σεπτέμβριος 2002
6	Μεταβλητή 2	Άπαρροή	Εύηνος	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002
7	Μεταβλητή 8	Άπαρροή	Μαραθώνας	mm	Οκτώβριος 1933	Σεπτέμβριος 2002
8	Μεταβλητή 6	Άπαρροή	Υΐλικη	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002

Σχήμα Α.20: Φόρμα μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου.

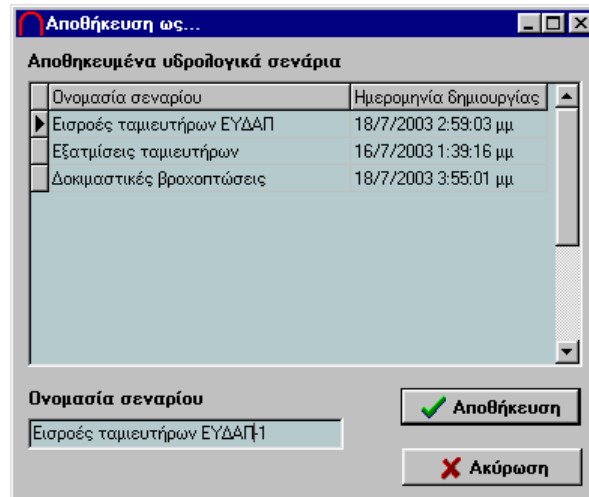
## 7. Διαγραφή υδρολογικού σεναρίου

Η εν λόγω δυνατότητα είναι ενεργή είτε αμέσως μετά την εκκίνηση του προγράμματος ή εφόσον έχει ολοκληρωθεί η εκτέλεση του τελευταίου σεναρίου (ενότητα 9). Στην περίπτωση αυτή ο χρήστης καλεί από την κύρια οθόνη του προγράμματος το μενού **Σενάρια** → **Διαγραφή**, οπότε εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος Α.19, με απενεργοποιημένη τη δυνατότητα εισαγωγής σεναρίου. Με το πάτημα του πλήκτρου **Διαγραφή**, διαγράφονται όλες οι συνιστώσες του επιλεγμένου σεναρίου από τη βάση δεδομένων.

## 8. Αποθήκευση υδρολογικού σεναρίου

Η εν λόγω δυνατότητα είναι ενεργή εφόσον έχει ολοκληρωθεί η εκτέλεση κάποιου υδρολογικού σεναρίου (ενότητα 0). Στην περίπτωση αυτή ο χρήστης καλεί από την κύρια οθόνη του προγράμματος το μενού **Σενάρια** → **Αποθήκευση**, οπότε αποθηκεύονται στη βάση δεδομένων όλες οι τροποποιήσεις που έχουν γίνει στο συγκεκριμένο σενάριο, καθώς και οι συνθετικές χρονοσειρές,

εφόσον έχουν παραχθεί τέτοιες. Στην περίπτωση αυτή απαιτείται προσοχή καθώς οι νέες εγγραφές αποθηκεύονται στη θέση των παλιότερων, οπότε υπάρχει ο κίνδυνος απώλειας των ήδη αποθηκευμένων συνθετικών χρονοσειρών. Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να αποθηκεύσει το σενάριο με διαφορετική ονομασία, καλώντας από την κύρια οθόνη του προγράμματος το μενού **Σενάριο** → **Αποθήκευση** ως, οπότε εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος A.21.



Σχήμα A.21: Φόρμα αποθήκευσης υδρολογικού σεναρίου με διαφορετική ονομασία.

## 9. Κλείσιμο υδρολογικού σεναρίου

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού **Σενάριο** → **Κλείσιμο** ολοκληρώνεται η εκτέλεση του τρέχοντος υδρολογικού σεναρίου και είναι δυνατή η δημιουργία νέου σεναρίου (ενότητα 3), η εισαγωγή νέου σεναρίου (ενότητα 6) καθώς και η επισκόπηση των αποθηκευμένων στη βάση δεδομένων σεναρίων και χρονοσειρών (ενότητα 10). Σημειώνεται ότι το κλείσιμο ενός υδρολογικού σεναρίου δεν συνεπάγεται αυτόματη αποθήκευση αυτού στη βάση δεδομένων. Η εν λόγω λειτουργία πραγματοποιείται με τη διαδικασία που περιγράφεται στην ενότητα 8.

## 10. Επισκόπηση αποθηκευμένων υδρολογικών σεναρίων και χρονοσειρών

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού **Βάση δεδομένων** → **Υδρολογικά σενάρια** καλείται η φόρμα του Σχήματος A.19, με ενεργοποιημένες τις λειτουργίες ανοίγματος και διαγραφής υδρολογικού σεναρίου.

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού **Βάση δεδομένων** → **Ιστορικές χρονοσειρές** καλείται η φόρμα του Σχήματος A.18, η οποία χρησιμοποιείται μόνο για ανάγνωση. Παρόμοια φόρμα, η οποία περιέχει όλες τις συνθετικές χρονοσειρές που είναι αποθηκευμένες στη βάση δεδομένων, καλείται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού **Βάση δεδομένων** → **Συνθετικές χρονοσειρές**.

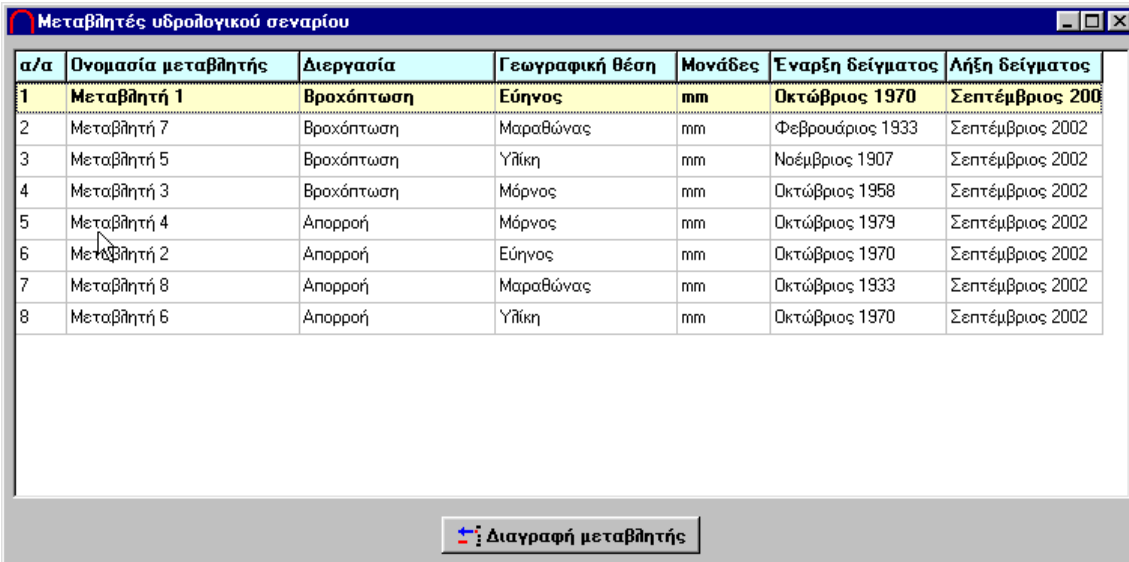
Σημειώνεται ότι οι παραπάνω λειτουργίες είναι διαθέσιμες είτε με την εκκίνηση του προγράμματος ή εφόσον έχει ολοκληρωθεί η εκτέλεση του τελευταίου σεναρίου (ενότητα 9).

## 11. Προσθήκη νέας μεταβλητής

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Τροποποιήσεις → Προσθήκη νέας μεταβλητής καλείται η φόρμα του Σχήματος A.17, μέσω της οποίας ο χρήστης ορίζει νέες μεταβλητές στο τρέχον υδρολογικό σενάριο. Οι λειτουργίες της εν λόγω φόρμας περιγράφονται στην ενότητα 4.

## 12. Διαγραφή μεταβλητής

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Τροποποιήσεις → Διαγραφή μεταβλητής καλείται η φόρμα του Σχήματος A.22, μέσω της οποίας ο χρήστης μπορεί να διαγράψει μεταβλητές από το τρέχον υδρολογικό σενάριο. Η επιλογή των μεταβλητών γίνεται ανατρέχοντας τις γραμμές του πίνακα. Με το πάτημα του πλήκτρου Διαγραφή μεταβλητής, εμφανίζεται αρχικά ένα μήνυμα επικύρωσης. Μπορεί να διαγραφεί απεριόριστος αριθμός μεταβλητών, επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία. Το πρόγραμμα δεν επιτρέπει τη διαγραφή μεταβλητής, εφόσον αυτή είναι η μοναδική του τρέχοντος υδρολογικού σεναρίου. Με το κλείσιμο της φόρμας, επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί των στατιστικών χαρακτηριστικών και των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη του προγράμματος.



α/α	Όνομασία μεταβλητής	Διεργασία	Γεωγραφική θέση	Μονάδες	Έναρξη δείγματος	Λήξη δείγματος
1	Μεταβλητή 1	Βροχόπτωση	Εύηνος	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002
2	Μεταβλητή 7	Βροχόπτωση	Μαραθώνας	mm	Φεβρουάριος 1933	Σεπτέμβριος 2002
3	Μεταβλητή 5	Βροχόπτωση	Υΐκη	mm	Νοέμβριος 1907	Σεπτέμβριος 2002
4	Μεταβλητή 3	Βροχόπτωση	Μόρνος	mm	Οκτώβριος 1958	Σεπτέμβριος 2002
5	Μεταβλητή 4	Απορροή	Μόρνος	mm	Οκτώβριος 1979	Σεπτέμβριος 2002
6	Μεταβλητή 2	Απορροή	Εύηνος	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002
7	Μεταβλητή 8	Απορροή	Μαραθώνας	mm	Οκτώβριος 1933	Σεπτέμβριος 2002
8	Μεταβλητή 6	Απορροή	Υΐκη	mm	Οκτώβριος 1970	Σεπτέμβριος 2002

Σχήμα A.22: Φόρμα διαγραφής μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου.

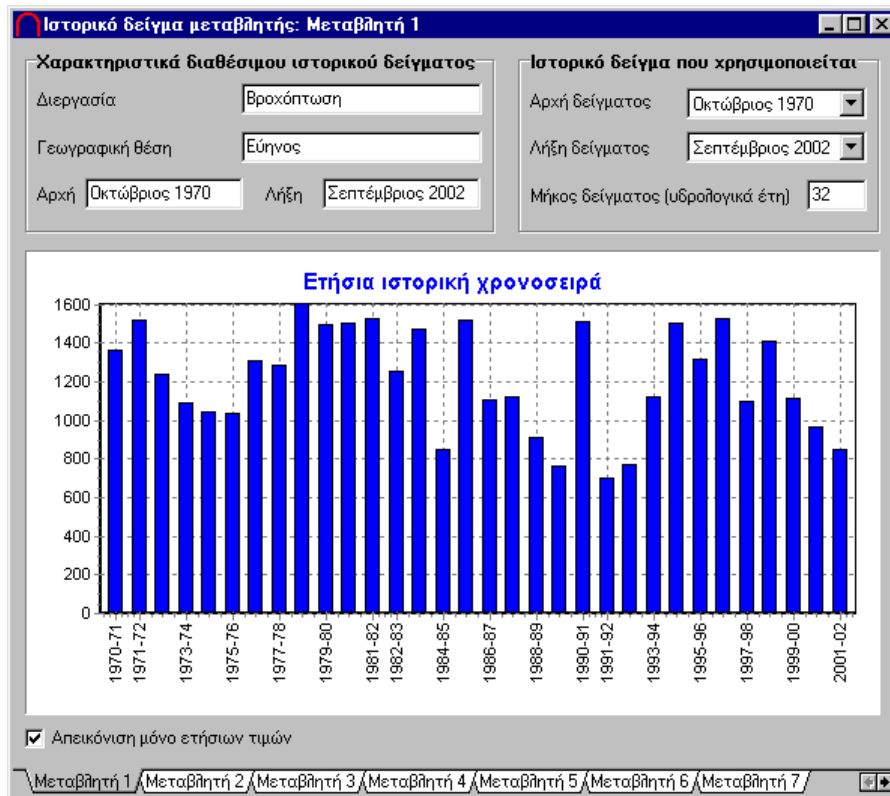
## 13. Αλλαγή μήκους ιστορικών δειγμάτων

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Τροποποιήσεις → Μήκος ιστορικού δείγματος καλείται η φόρμα του Σχήματος A.23, μέσω της οποίας ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει το μήκος των ιστορικών δειγμάτων που αντιστοιχούν στις μεταβλητές του τρέχοντος υδρολογικού σεναρίου. Η επιλογή της εκάστοτε μεταβλητής γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.

Για κάθε μεταβλητή φαίνονται, στο αριστερό πλαίσιο της φόρμας η ημερομηνία έναρξης και λήξης της ιστορικής χρονοσειράς που είναι αποθηκευμένη στη βάση δεδομένων, ενώ στο δεξιό πλαίσιο η ημερομηνία έναρξης και λήξης του τμήματος της χρονοσειράς που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση των στατιστικών χαρακτηριστικών της μεταβλητής. Ο χρήστης μπορεί να μεταβάλει τις εν λόγω ημερομηνίες χρησιμοποιώντας τις δύο λίστες που φαίνονται στο άνω δεξιά μέρος της φόρμας. Με

κάθε τροποποίηση, επικαιροποιείται αυτόματα το γράφημα των ετήσιων τιμών του δείγματος, το οποίο βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.

Με το κλείσιμο της φόρμας, εμφανίζεται ένα προειδοποιητικό μήνυμα, κι εφόσον αυτό επικυρωθεί επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί των στατιστικών χαρακτηριστικών και των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη του προγράμματος.



Σχήμα Α.23: Φόρμα τροποποίησης μήκους ιστορικών δειγμάτων.

## 14. Παράμετροι υδρολογικών μεταβλητών

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Τροποποιήσεις → Παράμετροι μεταβλητών καλείται η αντίστοιχη φόρμα, η οποία αποτελείται από τέσσερις καρτέλες. Η επιλογή της εκάστοτε μεταβλητής γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.

Πατώντας στην ταμπέλα Γενικές πληροφορίες εμφανίζεται η πρώτη καρτέλα της φόρμας (Σχήμα Α.24), η οποία περιέχει πληροφορίες σχετικά με την επιλεγμένη μεταβλητή του σεναρίου και την ιστορική χρονοσειρά που χρησιμοποιείται.

Πατώντας στην ταμπέλα Ιστορικό δείγμα εμφανίζεται η δεύτερη καρτέλα της φόρμας (Σχήμα Α.25), στην οποία απεικονίζονται οι μηνιαίες τιμές της χρονοσειράς (σε μορφή πίνακα-στήλη) και τα γραφήματα των μηνιαίων και ετήσιων τιμών.

Πατώντας στην ταμπέλα Στατιστικά μεγέθη εμφανίζεται η τρίτη καρτέλα της φόρμας (Σχήμα Α.26), η οποία περιέχει τον πίνακα των μηνιαίων και ετήσιων στατιστικών χαρακτηριστικών της επιλεγμένης μεταβλητής. Ο χρήστης μπορεί να τροποποιήσει όλα τα εν λόγω μεγέθη, με εξαίρεση την ετήσια μέση τιμή, η οποία εξ ορισμού ισούται με το άθροισμα των επιμέρους μέσων τιμών. Εφόσον η τιμή ενός κελιού μείνει κενή, λαμβάνεται από το πρόγραμμα ως μηδενική. Για την τροποποίηση των συντελεστών ετεροσυσχέτισης, ο χρήστης επιλέγει το αντίστοιχο κελί και πατώντας στο σύμβολο X

εμφανίζεται ο αντίστοιχος πίνακας. Με το πλήκτρο επαναφορά, ακυρώνονται όλες οι εγγραφές που αφορούν την επιλεγμένη μεταβλητή και επανέρχονται οι τιμές που έχουν αποθηκευτεί πιο πρόσφατα.

Πατώντας στην ταμπέλα Ετήσιο αυτοσυσχετόγραμμα εμφανίζεται η τέταρτη καρτέλα της φόρμας (Σχήμα Α.27), στην οποία απεικονίζονται οι παράμετροι της θεωρητικής συνάρτησης ετήσιας αυτοσυσχέτισης της μεταβλητής, καθώς και η γραφική παράσταση του ιστορικού και θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος. Εφόσον επιλεγεί αυτόματη ρύθμιση της παραμέτρου εμμονής  $\beta$ , (η παράμετρος σχήματος  $\kappa$  ρυθμίζεται πάντοτε αυτόματα) διατίθενται στον χρήστη οι ακόλουθες τρεις επιλογές:

(α) Βέλτιστη προσαρμογή του θεωρητικού στο δειγματικό αυτοσυσχετόγραμμα, βάσει της οποίας οι παράμετροι  $\beta$  και  $\kappa$  επιλέγονται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η μέση τετραγωνική απόκλιση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης.

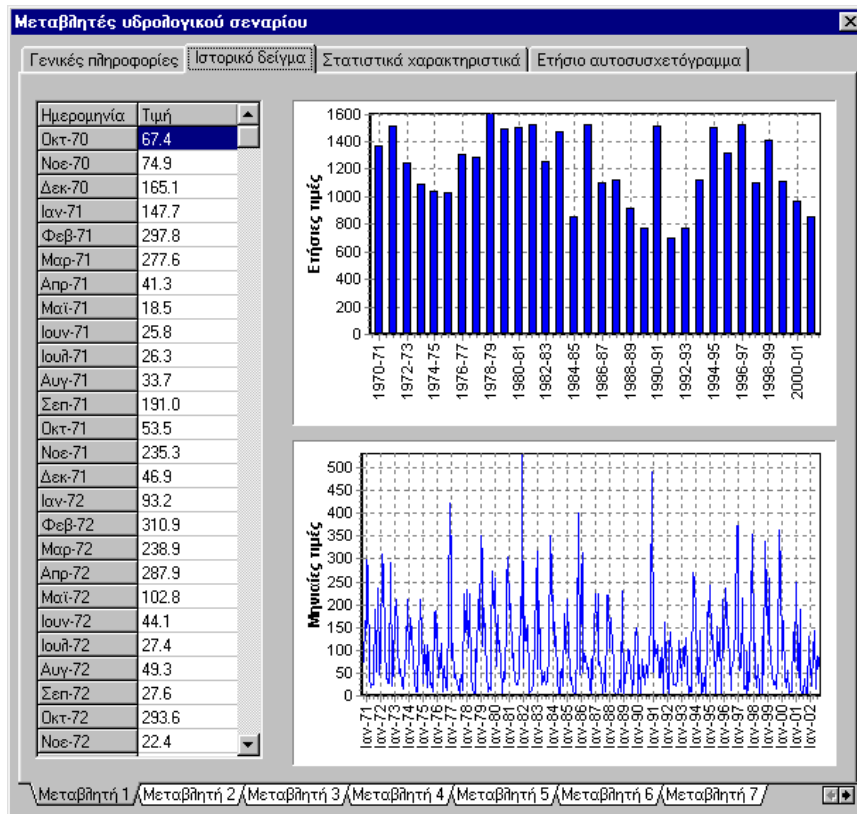
(β) Διατήρηση του συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1<sup>ης</sup> τάξης ( $\rho_1$ ), βάσει του οποίου οι παράμετροι  $\beta$  και  $\kappa$  επιλέγονται έτσι ώστε το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα να διέρχεται ακριβώς από το σημείο  $\rho_1$ .

(γ) Διατήρηση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης 1<sup>ης</sup> και 2<sup>ης</sup> τάξης ( $\rho_1, \rho_2$ ) και, βάσει του οποίου οι παράμετροι  $\beta$  και  $\kappa$  επιλέγονται έτσι ώστε το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα να διέρχεται ακριβώς από τα σημεία  $\rho_1$  και  $\rho_2$ . Η επιλογή αυτή είναι διαθέσιμη μόνο εφόσον ο συντελεστής  $\rho_2$  είναι θετικός.

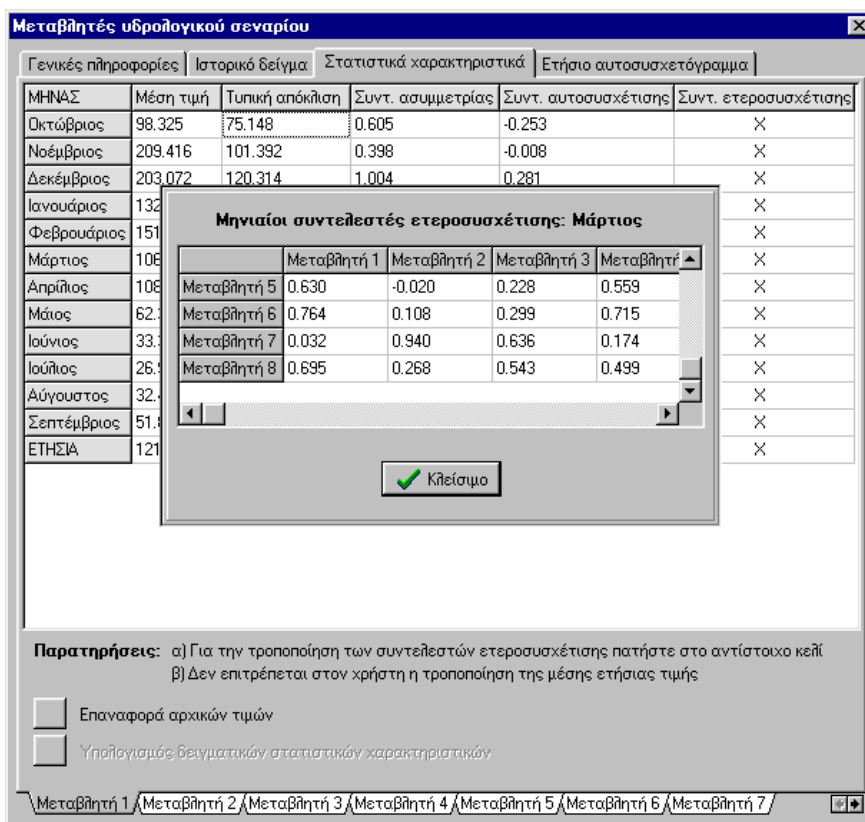
Εφόσον η παράμετρος  $\beta$  οριστεί από τον χρήστη ( $\beta \geq 0$ ), τότε μόνο οι δύο πρώτες επιλογές είναι διαθέσιμες. Το γράφημα της θεωρητικής συνάρτησης αυτοσυσχέτισης αναπροσαρμόζεται αυτόματα μετά από κάθε αλλαγή των παραμέτρων της.

Με το κλείσιμο της φόρμας, εμφανίζεται ένα προειδοποιητικό μήνυμα, κι εφόσον αυτό επικυρωθεί επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη του προγράμματος.

Σχήμα Α.24: Πρώτη καρτέλα φόρμας παραμέτρων μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου.

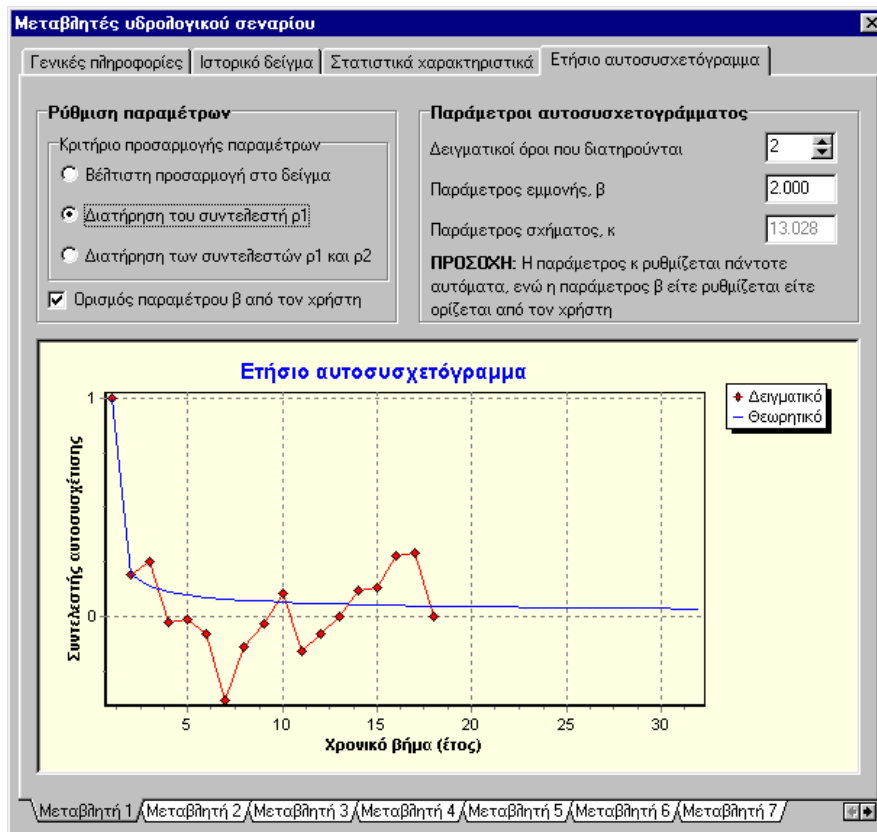


Σχήμα Α.25: Δεύτερη καρτέλα φόρμας παραμέτρων μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου.



Σχήμα Α.26: Τρίτη καρτέλα φόρμας παραμέτρων μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου. Στο προσκήνιο, η φόρμα των συντελεστών ετεροσυσχέτισης.





Σχήμα Α.27: Τέταρτη καρτέλα φόρμας παραμέτρων μεταβλητών υδρολογικού σεναρίου.

## 15. Παράμετροι υδρολογικού σεναρίου

Από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Τροποποιήσεις → Παράμετροι σεναρίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.28, μέσω της οποίας ο χρήστης ρυθμίζει τις παραμέτρους που αφορούν τη διαδικασία αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών, τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, το στοχαστικό μοντέλο των ετήσιων μεταβλητών και την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών. Συνοπτικές πληροφορίες σχετικά με την ερμηνεία και τις τυπικές τιμές κάθε παραμέτρου δίνονται στους Πίνακες Α.1 ως Α.4.

Για διευκόλυνση των χρηστών που δεν είναι εξοικειωμένοι με το μαθηματικό υπόβαθρο του προγράμματος, συνίσταται η χρήση μόνο των προκαθορισμένων τιμών των παραμέτρων, η οποία πραγματοποιείται με το πάτημα του αντίστοιχου πλήκτρου στο κάτω αριστερά μέρος της οθόνης. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να αποφευχθούν προβλήματα που αφορούν την ομαλή λειτουργία του προγράμματος (π.χ. λόγω υπερβολικά αργής σύγκλισης των αλγορίθμων βελτιστοποίησης). Κατά κανόνα, ο χρήστης καλείται να ορίσει μόνο το μήκος και πλήθος των συνθετικών χρονοσειρών και να επιλέξει αν επιθυμεί τη γέννηση χρονοσειρών υπό μορφή πρόγνωσης, ήτοι λαμβάνοντας υπόψη την ακολουθία των παρελθουσών ιστορικών τιμών (ενότητα 21).

Με το πάτημα του πλήκτρου Αποθήκευση, αποθηκεύονται στη μνήμη του προγράμματος οι νέες τιμές παραμέτρων που έχουν καθοριστεί. Με το κλείσιμο της φόρμας, εμφανίζεται ένα προειδοποιητικό μήνυμα, κι εφόσον αυτό επικυρωθεί επαναλαμβάνονται οι υπολογισμοί των παραμέτρων του στοχαστικού μοντέλου και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη του προγράμματος.

Πίνακας Α.1: Παράμετροι που αναφέρονται στη διαδικασία διάσπασης των μητρώων συνδιασπορών.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ - ΣΧΟΛΙΑ
Μέγιστο επιτρεπόμενο τετραγωνικό σφάλμα	Για την αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών $\mathbf{c}$ σε πολυμεταβλητά στοχαστικά σχήματα, ήτοι την επίλυση μιας μητρικής εξίσωσης της μορφής $\mathbf{b} \mathbf{b}^T = \mathbf{c}$ , εφαρμόζεται μια τεχνική βελτιστοποίησης. Η εν λόγω παράμετρος εκφράζει την μέγιστη αποδεκτή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (τυπικά όρια 0.001 – 0.1).
Μέγιστος αριθμός εκκινήσεων από διαφορετικές (τυχαίες) τιμές	Για την προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης επαναλαμβάνεται για καθορισμένο πλήθος αρχικών τιμών (1 - 100), ώστε να εξασφαλιστεί καλύτερη προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης. Η διαδικασία διακόπτεται μόλις επιτευχθεί η μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή της συνάρτησης.
Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου βελτιστοποίησης	Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης διακόπτεται μόλις η σχετική μεταβολή της τιμής της συνάρτησης γίνει μικρότερη από την τιμή της παραμέτρου (τυπικά όρια 0.0001 – 0.01).
Παράμετροι αντικειμενικής συνάρτησης ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, p$ )	Η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει τρεις όρους: (1) απόκλιση ως προς τις ετεροσυσχετίσεις, (2) απόκλιση ως προς τις διασπορές, και (3) απόκλιση ως προς την ασυμμετρία του δείγματος. Τα $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές βάρους, με τυπικές τιμές $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 100, \lambda_3 = 0.001$ , ενώ ο ακέραιος $p$ εκφράζει την σχετική βαρύτητα του μέγιστου ως προς τον μέσο συντελεστή ασυμμετρίας (τυπική τιμή $p = 8$ ).
Ελάχιστη τιμή διαγώνιου στοιχείου (τριγωνοποίηση μητρώου $\mathbf{b}$ )	Σε πρώτη προσέγγιση, το ζητούμενο μητρώο $\mathbf{b}$ υπολογίζεται με τη μέθοδο τριγωνοποίησης Cholesky. Αν το μητρώο δεν είναι θετικά ορισμένο, τίθεται μια μικρή, μη μηδενική τιμή ορισμού στα διαγώνια στοιχεία του ( $< 0.1$ ).

Πίνακας Α.2: Παράμετροι που αναφέρονται στην παραγωγή τυχαίων αριθμών.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ - ΣΧΟΛΙΑ
Γεννήτρια αριθμών γάμα κατανομής	Μεταξύ των δύο γεννητριών, συνίσταται ο αλγόριθμος που βασίζεται στη μέθοδο της απόρριψης.
Αριθμός Seed	Αρχική τιμή ("σπόρος") της ακολουθίας των τυχαίων αριθμών ομοιόμορφης κατανομής, οι οποίοι χρησιμοποιούνται βοηθητικά κατά την παραγωγή τυχαίων αριθμών γάμα κατανομής και σε ορισμένες ρουτίνες βελτιστοποίησης. Αλλάζοντας την τιμή του αριθμού Seed, παράγονται χρονοσειρές με ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά αλλά διαφορετική ακολουθία τιμών.

Πίνακας Α.3: Παράμετροι που αναφέρονται στο στοχαστικό μοντέλο των ετήσιων μεταβλητών.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ - ΣΧΟΛΙΑ
Επιλογή μοντέλου	Δεν συστήνεται η εφαρμογή του μοντέλου AR(1) για την στοχαστική προσομοίωση των ετήσιων διεργασιών, καθώς πρόκειται για μοντέλο βραχείας μνήμης. Αντίθετα, συστήνεται η εφαρμογή του μοντέλου συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων (SMA), το οποίο αναπαράγει το φαινόμενο της εμμονής.
Εκτίμηση συντελεστών $\alpha$ του μοντέλου SMA	Οι συντελεστές $\alpha$ του μοντέλου SMA συνδέονται με την ακολουθία των αυτοσυνδιασπορών μέσω ενός συστήματος μη γραμμικών εξισώσεων. Οι εξισώσεις έχουν αναλυτική λύση με εφαρμογή της μεθόδου FFT, που προϋποθέτει μήκος αυτοσυσχετογράμματος που είναι δύναμη του 2. Διαφορετικά, επιλέγεται είτε η αναλυτική επίλυση του ολοκληρώματος Fourier (σχετικά αργή σύγκλιση) είτε η αριθμητική εκτίμηση (πολύ αργή σύγκλιση).
Κριτήριο σύγκλισης αριθμητικής μεθόδου	Εφόσον η εκτίμηση των συντελεστών $\alpha$ γίνεται αριθμητικά, ορίζεται η αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης. Η εν λόγω παράμετρος αποτελεί άνω όριο της σχετικής μεταβολής της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης (τυπικά όρια 0.0001 – 0.01).
Συντελεστής αντικειμενικής συνάρτησης	Συντελεστής βάρους του δεύτερου όρου της αντικειμενικής συνάρτησης, ο οποίος εκφράζει την τετραγωνική απόκλιση ως προς τις διασπορές (τυπική τιμή 100).
Μήκος αυτοσυσχετογράμματος	Συστήνεται ο ορισμός τιμής που είναι δύναμη του 2, έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η ταχεία μέθοδος FFT.

Πίνακας Α.4: Παράμετροι που αναφέρονται στη γέννηση των συνθετικών χρονοσειρών.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ - ΣΧΟΛΙΑ
Πλήθος συνθετικών χρονοσειρών	Το μέγιστο πλήθος χρονοσειρών είναι ίσο με 1 000, υπό την προϋπόθεση συνολικού πλήθους δεδομένων $\leq 100\ 000$ .
Μήκος συνθετικών χρονοσειρών	Το μέγιστο μήκος κάθε χρονοσειράς είναι ίσο με 10 000 έτη, υπό την προϋπόθεση συνολικού πλήθους δεδομένων $\leq 100\ 000$ .
Λειτουργία μοντέλου υπό μορφή πρόγνωσης	Το πρόγραμμα υποστηρίζει δύο τρόπους εφαρμογής του σχήματος γέννησης χρονοσειρών: (α) προσομοίωση μόνιμης κατάστασης, και (β) πρόγνωση με δεδομένες αρχικές συνθήκες (ενότητα 88). Στη δεύτερη περίπτωση, λαμβάνεται υπόψη η ακολουθία των παρελθουσών τιμών υπό μορφή μαθηματικής δέσμευσης.
Μέγιστη επιτρεπόμενη αρνητική τιμή	Εφόσον ο συντελεστής ασυμμετρίας είναι ιδιαίτερα υψηλός, μπορούν να παραχθούν αρνητικές τιμές. Η εν λόγω παράμετρος εκφράζει τη μέγιστη αποδεκτή αρνητική τιμή που στη συνέχεια τίθεται ίση με μηδέν.
Κριτήριο σύγκλισης αλγορίθμου γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών	Για τη διατήρηση της ασυμμετρίας και των ετεροσυσχετίσεων των μηνιαίων συνθετικών χρονοσειρών ακολουθείται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος. Η παράμετρος εκφράζει την ανοχή μεταξύ της ετήσιας και των επιμέρους μηνιαίων τιμών, ως ποσοστό της ετήσιας τυπικής απόκλισης (τυπικά όρια 0.05 – 0.5).
Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων	Η παράμετρος εκφράζει το όριο επαναλήψεων του αλγορίθμου, ο οποίος διακόπτεται εφόσον επιτευχθεί το κριτήριο σύγκλισης (τυπικές τιμές 50 – 5 000).

Σχήμα Α.28: Η φόρμα ρύθμισης των παραμέτρων του υδρολογικού σεναρίου.

## 16. Επισκόπηση στατιστικών χαρακτηριστικών

Η επισκόπηση των στατιστικών χαρακτηριστικών (μηνιαίων και ετήσιων) γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Επισκόπηση → Στατιστικά χαρακτηριστικά, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.29. Η επιλογή του μήνα ή του έτους γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.

Στο πρόγραμμα υπολογίζονται τρεις κατηγορίες στατιστικών χαρακτηριστικών: (α) τα ιστορικά, όπως εκτιμώνται από το ιστορικό δείγμα, (β) τα θεωρητικά, τα οποία ορίζονται από τον χρήστη και είναι αυτά που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς, και (γ) τα συνθετικά, που εκτιμώνται από τα συνθετικά δεδομένα. Υπενθυμίζεται ότι τα θεωρητικά στατιστικά χαρακτηριστικά μπορούν να διαφοροποιηθούν από τα δειγματικά μόνο μετά από επέμβαση του χρήστη, μέσω της φόρμας τροποποίησης των παραμέτρων των μεταβλητών του υδρολογικού σεναρίου (ενότητα 14).

Για κάθε κατηγορία στατιστικών απεικονίζονται υπό μορφή πίνακα:

- οι κεντρικές ροπές (μέσες τιμές, τυπικές αποκλίσεις, συντελεστές ασυμμετρίας)·
- οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης·
- οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης·
- οι ακραίες τιμές (μέγιστα, ελάχιστα).

Τα στατιστικά μεγέθη υπολογίζονται τόσο σε μηνιαίο όσο και σε ετήσιο βήμα. Για τις μηνιαίες χρονοσειρές υπολογίζονται μόνο οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, ενώ για τις ετήσιες

υπολογίζονται οι συντελεστές του δειγματικού αυτοσυσχετογράμματος, μήκους ίσου με το ήμισυ του μήκους της ιστορικής χρονοσειράς.

	Μεταβλητή 1	Μεταβλητή 2	Μεταβλητή 3	Μεταβλητή 4
Μέση τιμή	98.325	64.779	71.582	81.759
Τυπική απόκλιση	75.148	54.698	59.962	58.390
Συντ. ασυμμετρίας	0.605	0.880	1.426	0.764

Σχήμα Α.29: Η φόρμα επισκόπησης των στατιστικών χαρακτηριστικών του ιστορικού δείγματος.

## 17. Επισκόπηση παραμέτρων ετήσιου μοντέλου

Η επισκόπηση των παραμέτρων του ετήσιου στοχαστικού μοντέλου γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Επισκόπηση → Παράμετροι ετήσιου μοντέλου, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.30. Οι παράμετροι του μοντέλου συμμετρικών κινούμενων μέσων όρων είναι:

- η ακολουθία των συντελεστών  $a$  (συντελεστές μεταβλητών ανανέωσης  $V$ ).
- η ακολουθία των συντελεστών του θεωρητικού αυτοσυσχετογράμματος.
- τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, ασυμμετρία) των μεταβλητών ανανέωσης  $V$ .
- το μητρώο  $b$  που προκύπτει από την αποσύνθεση του μητρώου συνδιασπορών.
- τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, ασυμμετρία) των τυχαίων όρων (λευκός θόρυβος)  $W$ .
- οι παράμετροι σχήματος ( $\kappa$ ), κλίμακας ( $\lambda$ ) και θέσης ( $c$ ) της κατανομής γάμα που προσαρμόζεται στον λευκό θόρυβο  $W$ .

	Μεταβλητή 1	Μεταβλητή 2	Μεταβλητή 3	Μεταβλητή 4	Μεταβλητή 5	Μετ
a(0)	258.2459	146.1708	158.0292	193.8322	144.1967	201
a(1)	21.4897	2.4288	6.7689	16.7483	19.7799	38.2
a(2)	13.7294	1.6664	4.4899	10.6742	12.2347	23.2
a(3)	10.4954	1.3331	3.5139	8.1476	9.1653	17.2
a(4)	8.6548	1.1364	2.9469	6.7117	7.4526	13.9
a(5)	7.4450	1.0034	2.5680	5.7689	6.3442	11.7
a(6)	6.5799	0.9059	2.2934	5.0953	5.5612	10.2
a(7)	5.9257	0.8306	2.0834	4.5864	4.9751	9.1E
a(8)	5.4111	0.7703	1.9165	4.1863	4.5179	8.2E
a(9)	4.9940	0.7206	1.7801	3.8622	4.1501	7.5E

Σχήμα Α.30: Η φόρμα επισκόπησης των παραμέτρων του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης των ετήσιων μεταβλητών.

## 18. Επισκόπηση παραμέτρων μηνιαίου μοντέλου

Η επισκόπηση των παραμέτρων του μηνιαίου στοχαστικού μοντέλου γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Επισκόπηση → Παράμετροι μηνιαίου μοντέλου, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.31. Η επιλογή του μήνα γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.

Οι παράμετροι του περιοδικού μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης είναι:

- το διαγώνιο μητρώο των συντελεστών  $\alpha$
- το μητρώο  $b$  που προκύπτει από την αποσύνθεση του μητρώου συνδιασπορών
- τα στατιστικά χαρακτηριστικά (μέση τιμή, ασυμμετρία) των μεταβλητών ανανέωσης (λευκός θόρυβος)  $V$
- οι παράμετροι σχήματος ( $\kappa$ ), κλίμακας ( $\lambda$ ) και θέσης ( $c$ ) της κατανομής γάμα που προσαρμόζεται στον λευκό θόρυβο  $V$
- οι συντελεστές  $\lambda$  του μοντέλου επιμερισμού, το οποίο χρησιμοποιείται κατά τη διαδικασία γραμμικής αναγωγής των μηνιαίων τιμών ώστε να είναι συνεπείς με τις αντίστοιχες ετήσιες.

	Μεταβλητή 1	Μεταβλητή 2	Μεταβλητή 3	Μεταβλητή 4
Μεταβλητή 1	-6.6107	64.8212	4.3586	20.3073
Μεταβλητή 2	25.2763	-5.4913	14.8872	-1.1401
Μεταβλητή 3	13.1133	2.2007	5.9178	12.8982
Μεταβλητή 4	0.0083	39.0677	13.0436	58.2548
Μεταβλητή 5	2.8916	12.1898	16.7805	9.0248
Μεταβλητή 6	-13.4784	23.5224	7.6085	20.1049
Μεταβλητή 7	13.3284	-2.3582	1.5816	0.2022
Μεταβλητή 8	0.9854	2.1244	2.5399	1.8542

Σχήμα Α.31: Η φόρμα επισκόπησης των παραμέτρων του μοντέλου στοχαστικής προσομοίωσης των μηνιαίων μεταβλητών.

## 19. Επισκόπηση χρονοσειρών

Η απεικόνιση των χρονοσειρών υπό μορφή πίνακα γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Επισκόπηση → Χρονοσειρές. Εφόσον πρόκειται για ιστορικές χρονοσειρές εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος Α.32, ενώ αν πρόκειται για συνθετικές χρονοσειρές εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος Α.33. Η επιλογή της μεταβλητής γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο πάνω μέρος κάθε φόρμας. Εφόσον έχουν παραχθεί περισσότερες από μία συνθετικές χρονοσειρές, η επιλογή της συγκεκριμένης σειράς γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας του Σχήματος Α.33.

Στο άνω μέρος κάθε φόρμας υπάρχουν δύο πλήκτρα. Με το αριστερό πλήκτρο, αντιγράφονται οι τιμές του πίνακα στο Πρόχειρο (Clipboard) των Windows, οι οποίες στη συνέχεια μπορούν να επικολληθούν σε φύλλο Excel, ενώ με το δεξιό πλήκτρο καλείται η φόρμα γραφικής παράστασης των χρονοσειρών (Σχήμα Α.43).

**Επισκόπηση χρονοσειρών**

Μεταβλητή 1 | Μεταβλητή 2 | Μεταβλητή 3 | Μεταβλητή 4 | **Μεταβλητή 5** | Μεταβλητή 6 | Μεταβλητή 7 | Μεταβλητή 8

**Ιστορική χρονοσειρά: Απορροή στη θέση Μόρνος (mm)**

Υδρολογικά έτη: 1979-80 ως 2001-02

Υδρ. έτος	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	ΕΤΗΣΙΑ
1979-80	21.8	49.3	100.0	91.9	60.0	120.3	71.2	64.6	37.0	12.8	7.8	5.7	642.4
1980-81	43.6	81.7	145.1	121.1	101.2	89.4	66.2	38.1	26.6	17.9	23.0	20.2	774.1
1981-82	23.7	25.6	186.0	59.8	42.3	63.7	68.7	58.1	17.0	7.2	20.8	19.9	592.8
1982-83	19.4	37.5	103.8	34.8	35.5	42.9	36.7	24.0	20.3	18.2	11.9	1.6	386.6
1983-84	14.3	40.6	103.0	65.3	98.2	63.8	59.4	72.3	41.7	3.3	11.7	13.5	587.1
1984-85	10.8	23.5	20.3	129.0	68.8	76.2	68.4	47.3	23.3	9.0	8.7	10.5	495.8
1985-86	6.9	74.1	47.6	95.3	112.9	71.1	61.0	41.7	22.2	22.8	12.2	4.3	572.1
1986-87	14.6	19.7	25.1	73.1	62.7	85.5	73.8	42.7	28.8	17.7	3.5	7.2	454.4
1987-88	12.1	24.6	52.2	31.5	68.1	77.1	49.4	29.4	12.5	8.0	5.4	5.9	376.2
1988-89	4.9	83.6	69.9	18.4	37.6	72.3	45.0	32.7	13.3	6.0	0.7	1.2	385.6
1989-90	15.2	18.9	34.0	15.2	1.7	12.1	18.1	4.4	6.7	7.3	9.2	6.7	149.5
1990-91	8.1	34.3	173.1	41.9	53.3	59.4	65.6	54.8	22.8	14.0	7.0	5.4	539.7
1991-92	0.0	31.3	5.3	8.1	9.2	13.3	33.5	27.8	20.1	8.5	0.9	8.8	166.8
1992-93	2.1	12.7	17.8	9.3	12.0	50.2	38.3	40.5	12.5	6.9	0.0	4.1	206.4
1993-94	3.3	17.2	48.5	54.9	56.7	36.8	55.3	38.0	12.7	7.4	4.5	2.5	337.8
1994-95	14.7	44.9	37.6	79.4	60.3	65.2	55.7	13.9	6.8	6.4	0.0	1.3	386.2
1995-96	2.6	18.1	89.9	23.1	92.5	74.8	45.7	31.5	14.3	10.5	7.0	5.4	415.4
1996-97	12.3	69.9	78.3	136.7	19.8	19.8	26.1	27.8	8.1	8.9	8.3	9.1	425.1
1997-98	11.2	29.6	82.6	27.8	45.1	19.9	32.1	29.0	13.7	7.4	7.1	10.2	315.7
1998-99	8.4	48.2	57.6	29.3	89.1	98.3	60.9	34.3	23.2	15.9	9.5	7.7	482.4
1999-00	24.6	116.4	114.0	64.2	101.8	54.8	48.4	25.9	13.7	11.2	9.5	0.4	584.9

Ιστορική

Σχήμα Α.32: Η φόρμα επισκόπησης ιστορικών χρονοσειρών.

**Επισκόπηση χρονοσειρών**

Μεταβλητή 1 | Μεταβλητή 2 | Μεταβλητή 3

**Συνθετική χρονοσειρά: Βροχόπτωση στη θέση Αλιάρτος (χωρίς μονάδες)**

Μήκος χρονοσειράς: 1000 υδρολογικά έτη

Υδρ. έτος	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	ΕΤΗΣΙΑ
1	50.8	107.7	110.6	31.2	106.8	71.5	7.5	82.9	0.0	5.2	0.0	45.0	619.1
2	55.6	62.0	89.9	41.6	32.0	47.1	20.1	56.2	12.7	6.9	36.8	36.7	497.5
3	92.8	47.7	125.9	131.6	43.6	65.2	19.1	11.1	8.5	13.2	7.4	11.7	577.9
4	39.5	24.9	161.1	86.7	175.2	56.8	62.7	48.9	10.0	18.7	27.1	44.5	756.1
5	68.3	53.6	169.6	76.5	64.9	73.1	16.3	8.2	6.4	3.2	43.5	19.5	603.0
6	0.0	46.5	45.7	24.1	30.6	39.4	87.3	0.0	1.1	30.9	0.0	45.4	350.4
7	59.8	80.5	67.9	209.1	226.0	17.6	7.0	52.9	0.5	6.4	11.6	21.3	760.7
8	86.5	58.2	108.5	87.9	79.9	102.9	30.9	19.9	0.0	3.9	70.4	4.1	653.0
9	0.0	36.1	76.0	0.8	93.8	53.6	16.9	55.1	50.3	0.0	6.5	13.6	402.2
10	0.0	73.0	28.3	74.2	61.1	13.8	0.0	14.2	9.2	13.2	13.4	28.3	328.2
11	38.5	39.9	8.7	81.2	59.7	22.3	37.0	34.4	21.1	10.0	37.4	51.0	441.1
12	58.3	24.1	118.5	48.2	11.5	155.3	48.9	64.0	33.2	0.0	3.6	21.3	587.0
13	39.1	71.8	197.2	97.1	133.3	20.9	56.7	176.0	4.1	4.4	13.9	48.1	862.7
14	120.2	61.6	47.8	21.3	119.3	59.1	43.8	18.0	4.1	6.3	33.5	25.0	560.1
15	47.1	32.6	140.3	61.2	45.1	86.8	31.2	13.0	20.8	26.8	0.0	21.3	526.1
16	90.7	23.3	49.9	137.1	62.7	43.9	21.7	25.6	0.0	8.0	2.4	27.0	492.4
17	36.5	50.4	20.6	26.8	135.1	81.9	43.9	15.5	6.0	5.9	5.5	5.0	433.1
18	21.0	97.3	5.9	0.0	0.0	11.7	0.0	78.6	11.9	3.6	2.9	35.8	267.7
19	106.1	132.5	122.9	103.1	57.2	114.6	103.7	22.4	11.3	4.9	20.1	1.8	800.6
20	100.4	15.9	71.4	76.2	72.5	75.9	6.3	4.1	19.8	6.6	22.4	75.5	547.1
21	68.1	30.3	56.9	46.0	58.0	34.4	53.0	59.5	8.5	12.8	27.5	9.9	464.9

Χρονοσειρά 1 | Χρονοσειρά 2 | Χρονοσειρά 3

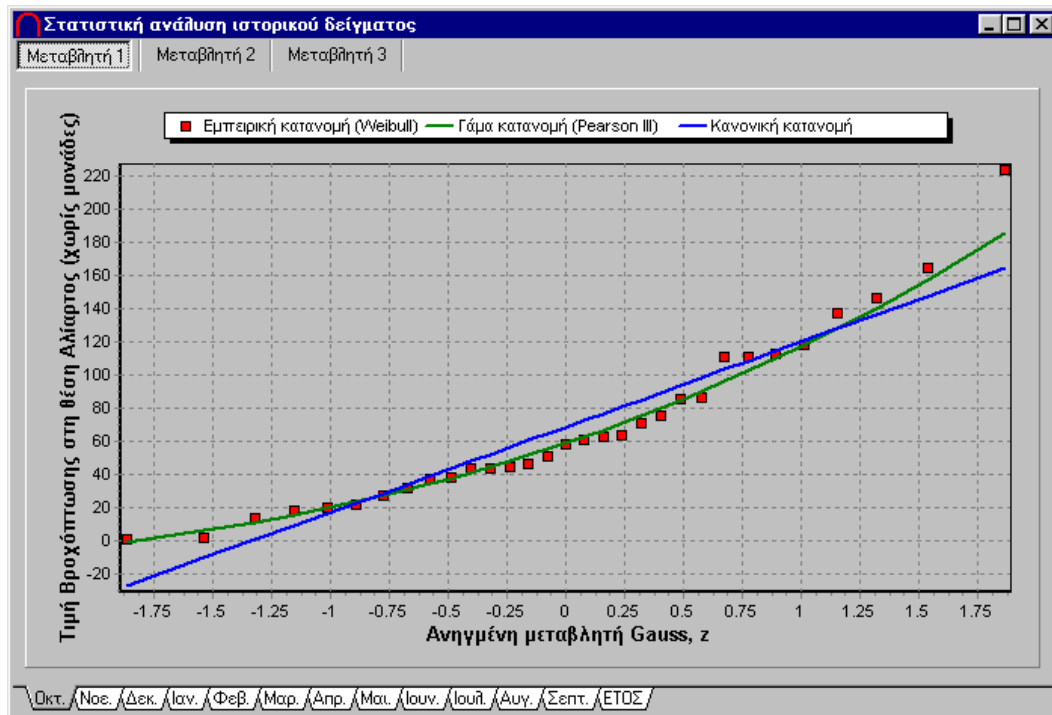
Σχήμα Α.33: Η φόρμα επισκόπησης συνθετικών χρονοσειρών.

## 20. Στατιστική ανάλυση ιστορικών χρονοσειρών

Η στατιστική ανάλυση των ιστορικών χρονοσειρών γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Δειτουργίες → Στατιστική ανάλυση, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του

Σχήματος A.34. Η επιλογή της εκάστοτε μεταβλητής γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο πάνω μέρος κάθε φόρμας.

Για κάθε μεταβλητή προσαρμόζονται στο χρησιμοποιούμενο ιστορικό δείγμα η γάμα κατανομή (κατανομή Pearson III) και η κανονική κατανομή. Η προσαρμογή γίνεται σε μηνιαία και ετήσια βάση, ενώ η επιλογή του μήνα ή του έτους γίνεται πατώντας στο αντίστοιχο πλαίσιο που βρίσκεται στο κάτω μέρος κάθε φόρμας. Εφόσον η ασυμμετρία του δείγματος είναι αμελητέα, οι δύο κατανομές πρακτικά ταυτίζονται. Στη φόρμα απεικονίζονται γραφικά σε χαρτί κανονικής κατανομής η εμπειρική συνάρτηση κατανομής κατά Weibull (τετράγωνα), η συνάρτηση γάμα κατανομής (πράσινη γραμμή) και η συνάρτηση κανονικής κατανομής (μπλε γραμμή).



Σχήμα A.34: Η φόρμα στατιστικής ανάλυσης των ιστορικών χρονοσειρών.

## 21. Παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών

Η παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών, που αποτελεί και την κύρια λειτουργία του προγράμματος, γίνεται από την κύρια οθόνη και το μενού *Λειτουργίες* → *Παραγωγή χρονοσειρών*. Το πρόγραμμα υποστηρίζει δύο τρόπους εφαρμογής του σχήματος γέννησης συνθετικών χρονοσειρών: (α) προσομοίωση μόνιμης κατάστασης ή (β) πρόγνωση με δεδομένες αρχικές συνθήκες. Η πρώτη περίπτωση συνίσταται στην παραγωγή χρονοσειρών οι οποίες δεν είναι συνεπείς με τα επίκαιρα και παρελθόντα δεδομένα. Αντίθετα, η δεύτερη περίπτωση συνίσταται στην αναγωγή των ετήσιων και μηνιαίων χρονοσειρών μέσω του μοντέλου πρόγνωσης, έτσι ώστε οι συνθετικές τιμές που αντιστοιχούν στα παρελθόντα έτη και μήνες να ταυτίζονται με τα πραγματικά (ιστορικά) δεδομένα. Η επιλογή του τρόπου λειτουργίας του σχήματος γέννησης χρονοσειρών γίνεται μέσω της φόρμας του Σχήματος A.28.

Εφόσον οι χρονοσειρές γεννώνται υπό μορφή στοχαστικής πρόγνωσης, καλείται αυτόματα η φόρμα του Σχήματος A.35, μέσω της οποίας ο χρήστης ορίζει το πλήθος των σεναρίων πρόγνωσης (μέχρι 1000) και τα υδρολογικά έτη έναρξης και λήξης της πρόγνωσης, υπό την προϋπόθεση συνολικού αριθμού δεδομένων μικρότερου των 100 000. Κατά κανόνα, η πρόγνωση πραγματοποιείται για μεγάλο πλήθος σεναρίων και έχει χρονικό ορίζοντα λίγων ετών ή δεκαετιών.



Η διαδικασία πρόγνωσης πραγματοποιείται θέση προς θέση και κατά συνέπεια δεν απαιτεί κοινό ιστορικό δείγμα. Το μοντέλο χρησιμοποιεί ως πληροφορία εισόδου το τελευταίο συνεχές δείγμα ετήσιων τιμών που διατίθεται για κάθε μεταβλητή του σεναρίου και παράγει συνθετικές χρονοσειρές που έχουν ως χρονικό ορίζοντα το έτος που ορίζει ο χρήστης. Το έτος έναρξης έχει νόημα μόνο στην αποθήκευση των σεναρίων. Τα διαθέσιμα υδρολογικά έτη του ιστορικού δείγματος για κάθε μεταβλητή απεικονίζονται στον πίνακα της φόρμας.

Η παραγωγή των σεναρίων πρόγνωσης γίνεται πατώντας το πλήκτρο Εκτέλεση. Μετά το πέρας των υπολογισμών η φόρμα αποκρύπτεται και επανέρχεται στο προσκήνιο η κύρια οθόνη.

**Στοχαστική πρόγνωση**

**Παράμετροι πρόγνωσης**

Πλήθος σεναρίων πρόγνωσης: 200

Υδρολογικό έτος έναρξης της πρόγνωσης: 2002-03

Υδρολογικό έτος λήξης της πρόγνωσης: 2011-12

**Πλήρες ιστορικό δείγμα που χρησιμοποιεί το μοντέλο**

Μεταβλητή	Έναρξη	Λήξη	Μήκος
Μεταβλητή 1	1970-71	2001-02	32
Μεταβλητή 7	2000-01	2001-02	2
Μεταβλητή 5	1908-09	2001-02	94
Μεταβλητή 3	1958-59	2001-02	44
Μεταβλητή 4	1979-80	2001-02	23
Μεταβλητή 2	1970-71	2001-02	32
Μεταβλητή 8	1933-34	2001-02	69
Μεταβλητή 6	1970-71	2001-02	32

✓ Παραγωγή σεναρίων πρόγνωσης

Σχήμα Α.35: Η φόρμα ρύθμισης του μοντέλου στοχαστικής πρόγνωσης.

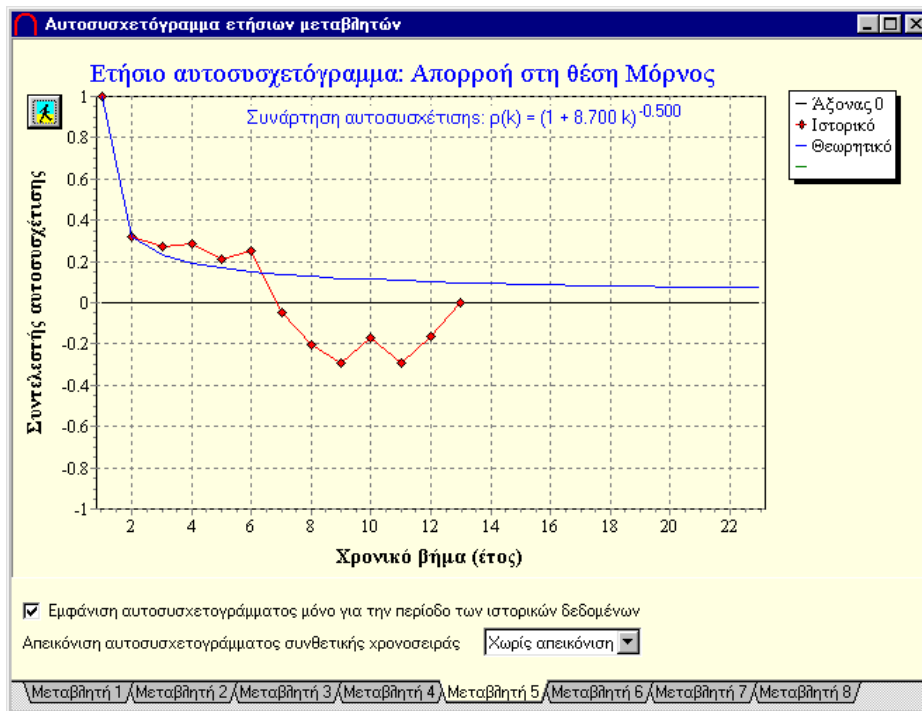
## 22. Γραφική παράσταση ετήσιου αυτοσυσχετογράμματος

Η γραφική παράσταση του ετήσιου αυτοσυσχετογράμματος γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Γραφήματα → Ετήσιο αυτοσυσχετογράμμα, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.36. Στη φόρμα απεικονίζονται τρεις κατηγορίες διαγραμμάτων:

- το δειγματικό ετήσιο αυτοσχετόγραμμα, το οποίο έχει μήκος ίσο με το ήμισυ του ιστορικού δείγματος·
- το θεωρητικό αυτοσυσχετόγραμμα, το οποίο μπορεί να απεικονιστεί είτε για περίοδο ίση με το μήκος του ιστορικού δείγματος είτε στο πλήρες του μήκος (σημειώνεται ότι το εν λόγω αυτοσυσχετόγραμμα είναι συμμετρικό ως προς τον κατακόρυφο άξονα)·
- το αυτοσυσχετόγραμμα για κάθε συνθετική χρονοσειρά, εφόσον βεβαίως έχουν παραχθεί συνθετικές χρονοσειρές.

Στο άνω μέρος του διαγράμματος αναγράφεται η θεωρητική εξίσωση αυτοσυσχέτισης, η οποία είναι συνάρτηση του χρονικού βήματος  $k$ . Λόγω συμμετρίας ισχύει  $\rho(k) = \rho(-k)$ .

Ο χρήστης μπορεί να αντιγράψει το γράφημα της φόρμας στο Πρόχειρο (Clipboard) των Windows πατώντας στο πλήκτρο δίπλα στον αριστερό άξονα για να το χρησιμοποιήσει σε άλλες εφαρμογές.

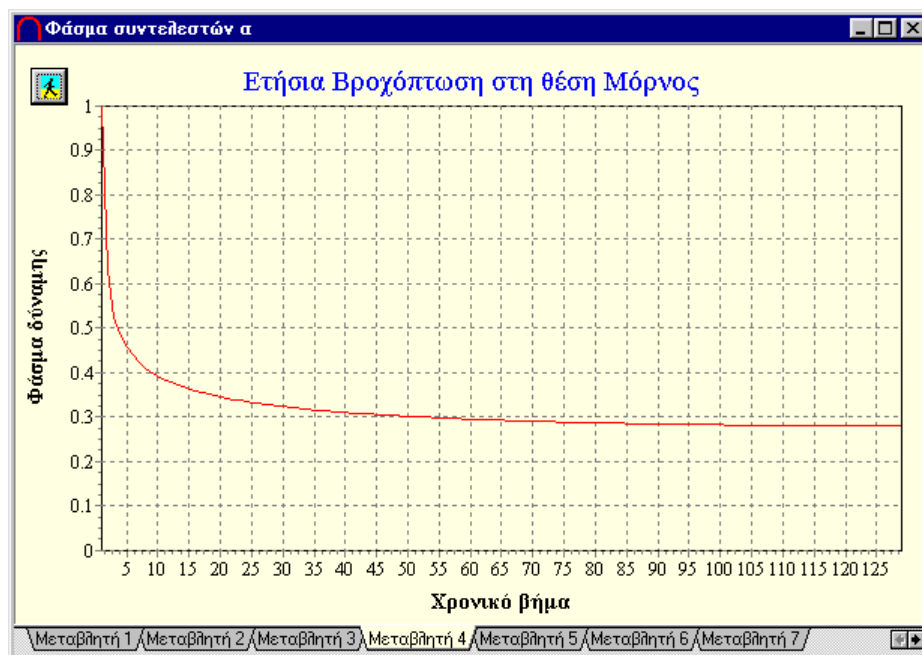


Σχήμα Α.36: Η φόρμα απεικόνισης του αυτοσυσχετογράμματος των ετήσιων μεταβλητών.

### 23. Γραφική παράσταση φάσματος συντελεστών μοντέλου SMA

Η γραφική παράσταση του φάσματος ισχύος της ακολουθίας των συντελεστών του μοντέλου SMA γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Γραφήματα → Φάσμα συντελεστών α, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.37. Σημειώνεται ότι το φάσμα ισχύος, όπως και το αυτοσυσχετόγραμμα, απεικονίζουν τη δομή της μνήμης της στοχαστικής ανέλιξης.

Ο χρήστης μπορεί να αντιγράψει το γράφημα της φόρμας στο Πρόχειρο (Clipboard) των Windows πατώντας στο πλήκτρο δίπλα στον αριστερό άξονα για να το χρησιμοποιήσει σε άλλες εφαρμογές.



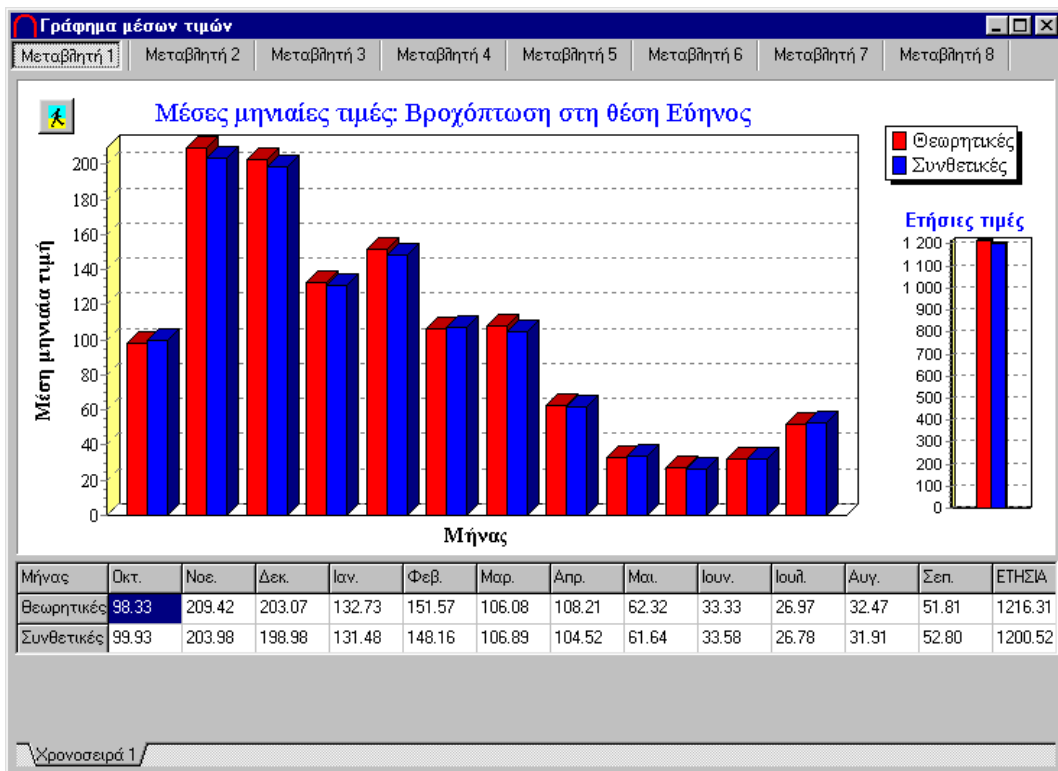
Σχήμα Α.37: Η φόρμα απεικόνισης του φάσματος των παραμέτρων του ετήσιου μοντέλου SMA.

## 24. Γραφική απεικόνιση στατιστικών χαρακτηριστικών

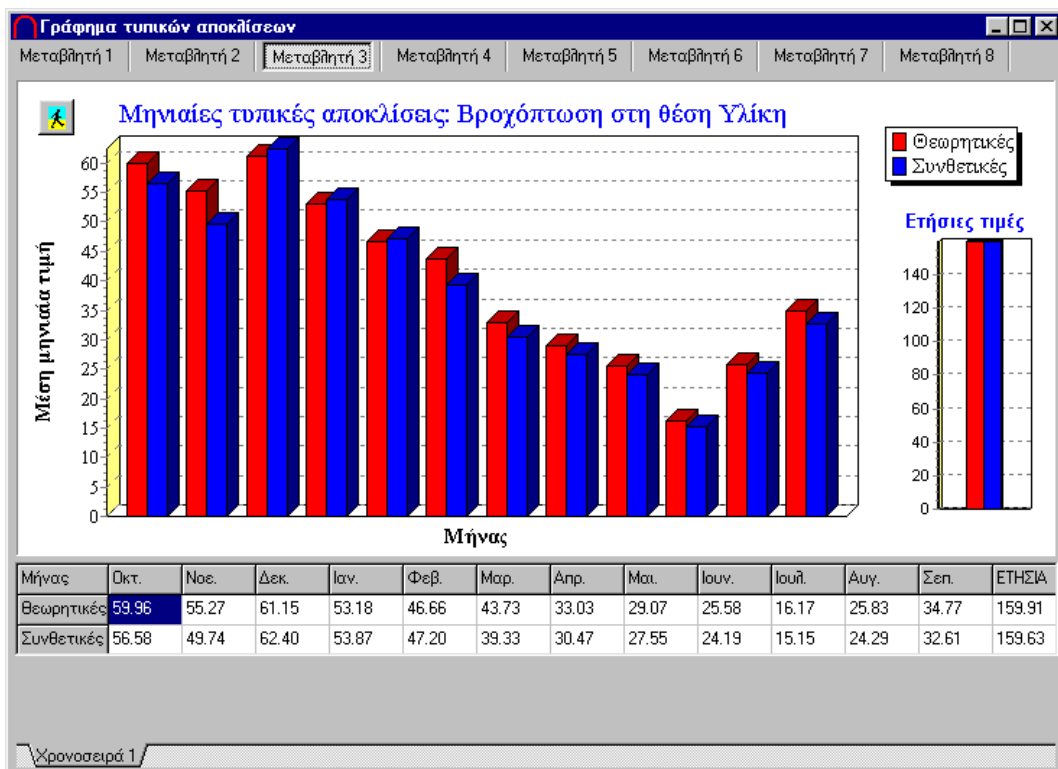
Οι φόρμες γραφικής απεικόνισης των στατιστικών χαρακτηριστικών (Σχήματα A.38 ως A.42) καλούνται από την κύρια οθόνη και τα αντίστοιχα μενού Γραφήματα → Μέσες τιμές, Γραφήματα → Τυπικές αποκλίσεις, Γραφήματα → Συντελεστές ασυμμετρίας, Γραφήματα → Αυτοσυσχετίσεις 1ης τάξης, Γραφήματα → Ετεροσυσχετίσεις. Σε κάθε φόρμα απεικονίζονται τα μηνιαία και ετήσια στατιστικά μεγέθη, τόσο τα θεωρητικά όσο και τα συνθετικά. Ο χρήστης μπορεί να αντιγράψει τα γραφήματα στο Πρόχειρο (Clipboard) των Windows πατώντας στο πλήκτρο δίπλα στον αριστερό άξονα για να το χρησιμοποιήσει σε άλλες εφαρμογές.

Τα θεωρητικά μεγέθη ταυτίζονται με τα ιστορικά, εκτός κι αν τροποποιηθούν τεχνητά μέσω της φόρμας του Σχήματος A.26. Στη φόρμα των συντελεστών ετεροσυσχέτισης (Σχήμα A.42) απεικονίζονται, επιπλέον, οι συνορθωμένες τιμές των συντελεστών, όπως προκύπτουν μετά την ανασύνθεση του μητρώου συνδιασπορών. Οι τιμές αυτές προσεγγίζουν τις θεωρητικές, αν ο πρώτος όρος της αντικειμενικής συνάρτησης κατά τη διαδικασία εκτίμησης του μητρώου  $\mathbf{b}$  τείνει στο μηδέν.

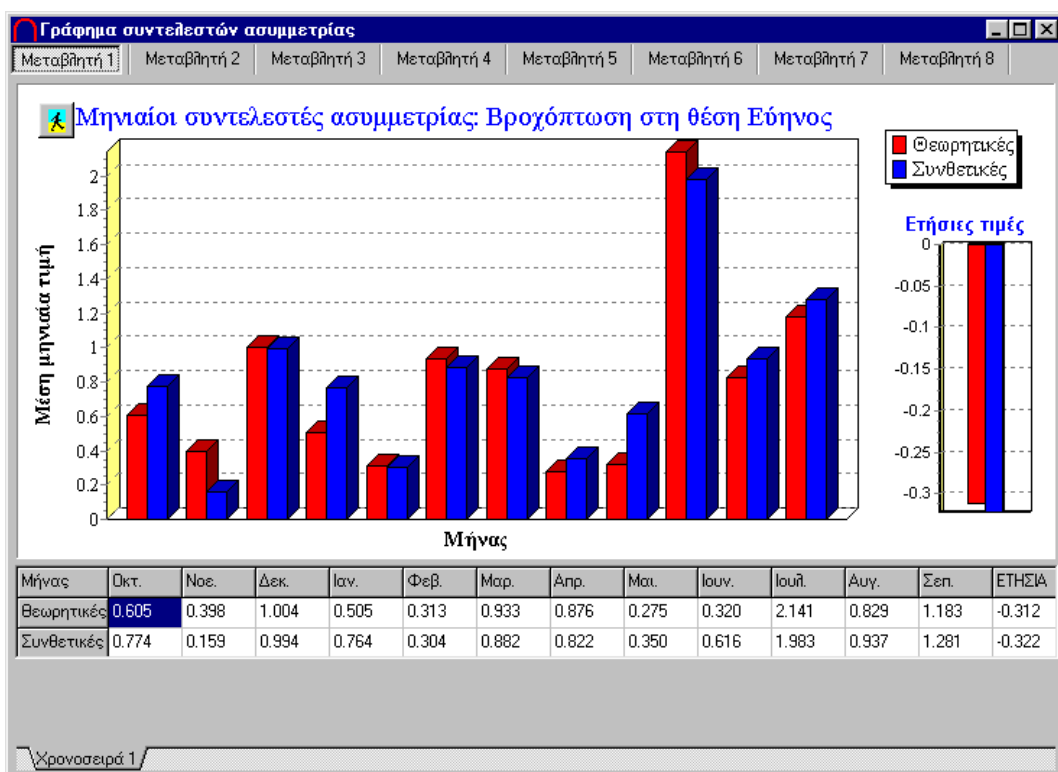
Όσο καλύτερη είναι η βαθμονόμηση του μοντέλου και όσο μεγαλύτερο το μήκος των συνθετικών χρονοσειρών, τόσο ακριβέστερη είναι η προσαρμογή των συνθετικών μεγεθών στα θεωρητικά. Εάν ο χρήστης παρατηρήσει ότι υπάρχει μεγάλη διαφορά μεταξύ συνθετικών και θεωρητικών τιμών, μπορεί να επέμβει στη ρύθμιση του μοντέλου, μεταβάλλοντας τις παραμέτρους του υδρολογικού σεναρίου (ενότητα 15). Εάν η διαφορά εμφανίζεται στους συντελεστές ασυμμετρίας, τότε ο χρήστης μπορεί να επέμβει στις επιλογές του αλγόριθμου γέννησης μηνιαίων χρονοσειρών, θέτοντας αυστηρότερο κριτήριο σύγκλισης ή αυξάνοντας τον μέγιστο αριθμό επαναλήψεων. Εάν η διαφορά εμφανίζεται στις τυπικές αποκλίσεις ή στους συντελεστές ετεροσυσχέτισης, τότε ο χρήστης θα πρέπει να επέμβει στις παραμέτρους του αλγόριθμου αποσύνθεσης του μητρώου συνδιασπορών. Όσον αφορά διαφορές ως προς τις μέσες τιμές ή τις αυτοσυσχετίσεις, αυτές αναμένεται να οφείλονται στο μικρό μήκος των συνθετικών χρονοσειρών (< 100 έτη) και όχι σε κακή βαθμονόμηση του μοντέλου.



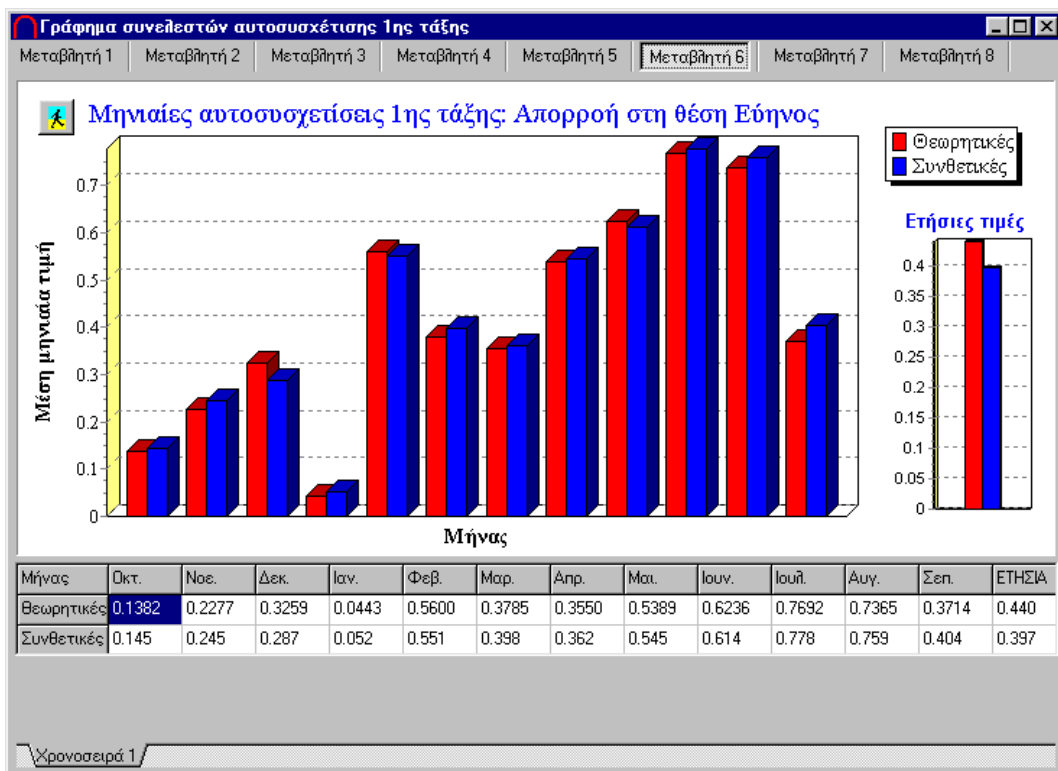
Σχήμα A.38: Η φόρμα απεικόνισης των μέσων τιμών των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.



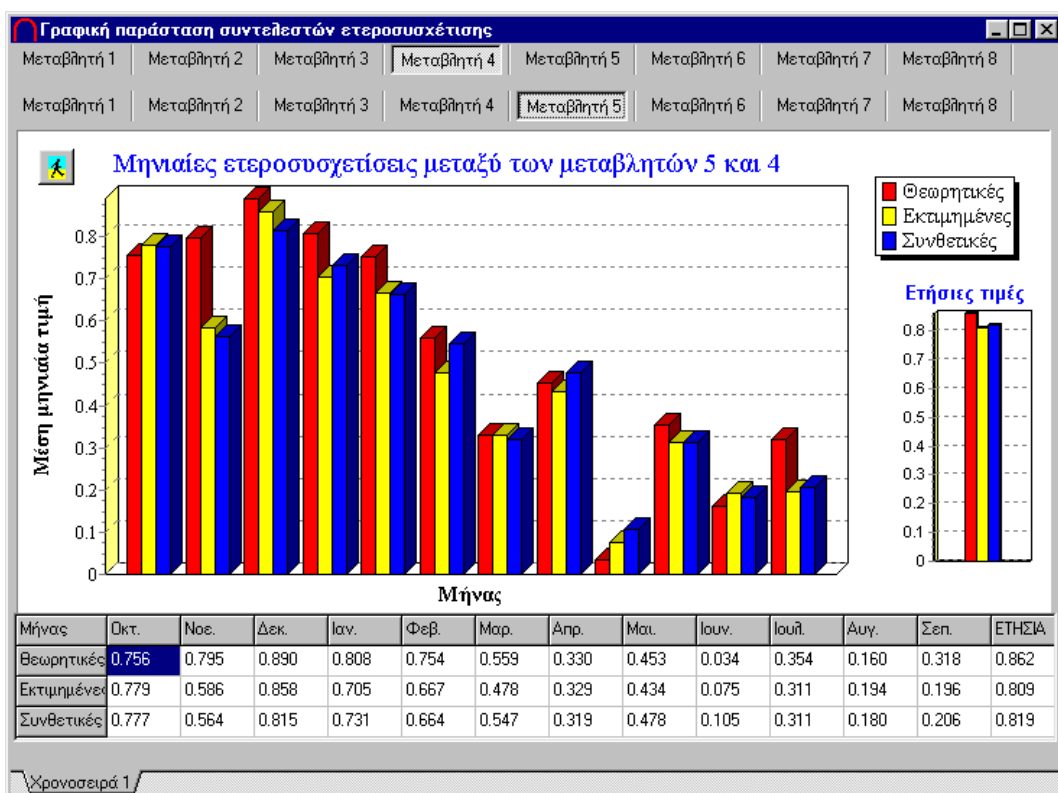
Σχήμα Α.39: Η φόρμα απεικόνισης των τυπικών αποκλίσεων των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.



Σχήμα Α.40: Η φόρμα απεικόνισης των συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.



Σχήμα Α.41: Η φόρμα απεικόνισης των συντελεστών αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.



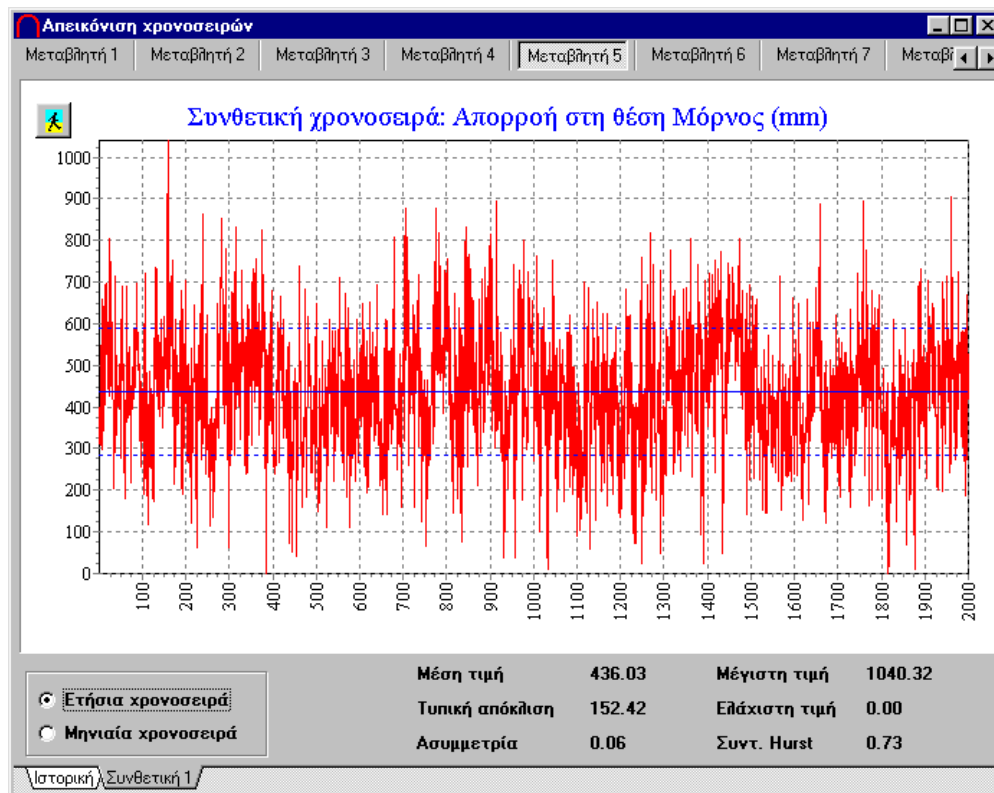
Σχήμα Α.42: Η φόρμα απεικόνισης των συντελεστών ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.

## 25. Γραφική απεικόνιση χρονοσειρών

Η γραφική παράσταση των χρονοσειρών, τόσο των ιστορικών όσο και των συνθετικών, γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Γραφήματα → Χρονοσειρές, μέσω του οποίου καλείται η φόρμα του Σχήματος A.43. Με την εμφάνιση της φόρμας απεικονίζεται η γραφική παράσταση της ετήσιας χρονοσειράς της μεταβλητής που έχει επιλεγεί.

Εκτός της χρονοσειράς, στο γράφημα απεικονίζονται η μέση τιμή της, ως συνεχής γραμμή, και τα όρια μεταξύ της μέσης τιμής και μίας τυπικής απόκλισης ως διακεκομμένη γραμμή. Ακόμη, στο κάτω μέρος της φόρμας αναγράφονται τα κύρια στατιστικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς. Για τις συνθετικές χρονοσειρές, αναγράφεται και ο συντελεστής Hurst, ο οποίος αποτελεί μέτρο της εμμονής (όσο ο συντελεστής τείνει προς τη μονάδα, τόσο πιο έμμονη είναι η χρονοσειρά, δηλαδή τόσο πιο ομαδοποιημένα εμφανίζονται τα υγρά και τα ξηρά έτη). Εφόσον ο χρήστης επιλέξει την απεικόνιση της χρονοσειράς σε μηνιαίο χρονικό βήμα, δεν αναγράφονται τα στατιστικά μεγέθη.

Ο χρήστης μπορεί να αντιγράψει το γράφημα της φόρμας στο Πρόχειρο (Clipboard) των Windows πατώντας στο πλήκτρο δίπλα στον αριστερό άξονα για να το χρησιμοποιήσει σε άλλες εφαρμογές.



Σχήμα A.43: Η φόρμα απεικόνισης των ιστορικών και συνθετικών χρονοσειρών.

## 26. Γραφική απεικόνιση σεναρίων πρόγνωσης

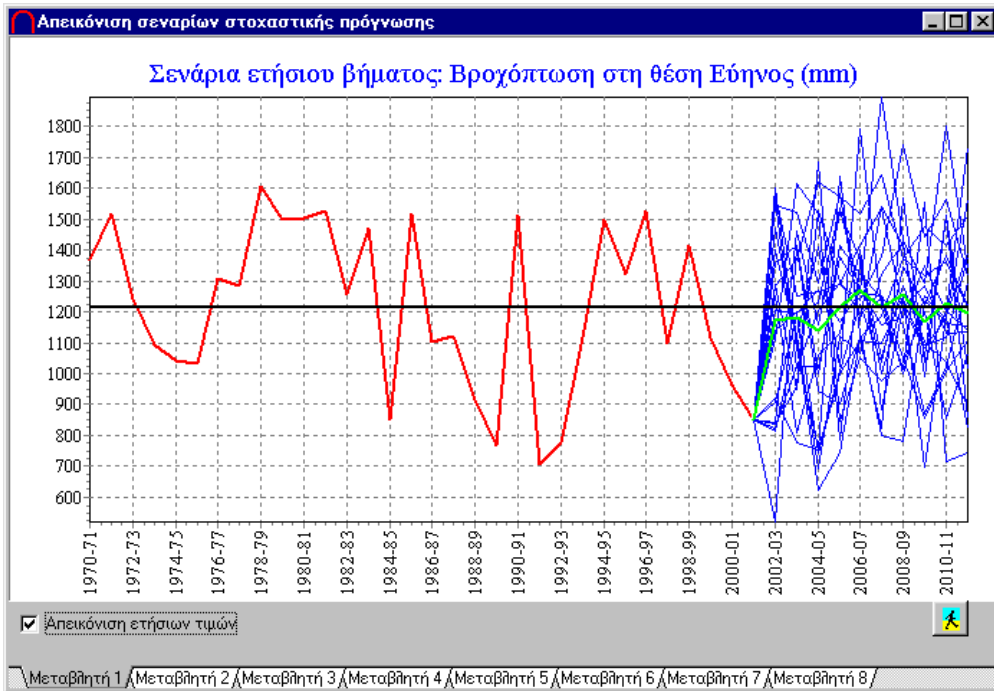
Εφόσον έχουν παραχθεί χρονοσειρές υπό μορφή πρόγνωσης, η ομαδική απεικόνιση αυτών γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Γραφήματα → Σενάρια πρόγνωσης, οπότε καλείται η φόρμα του Σχήματος A.44. Ο καθορισμός του χρονικού βήματος γίνεται με ενεργοποίηση ή απενεργοποίηση της επιλογής Εμφάνιση ετήσιων τιμών. Στην πρώτη περίπτωση απεικονίζονται:

- η χρονοσειρά του ιστορικού δείγματος, με παχιά κόκκινη γραμμή·
- οι συνθετικές χρονοσειρές (σενάρια πρόγνωσης), με γραμμές μπλε χρώματος·

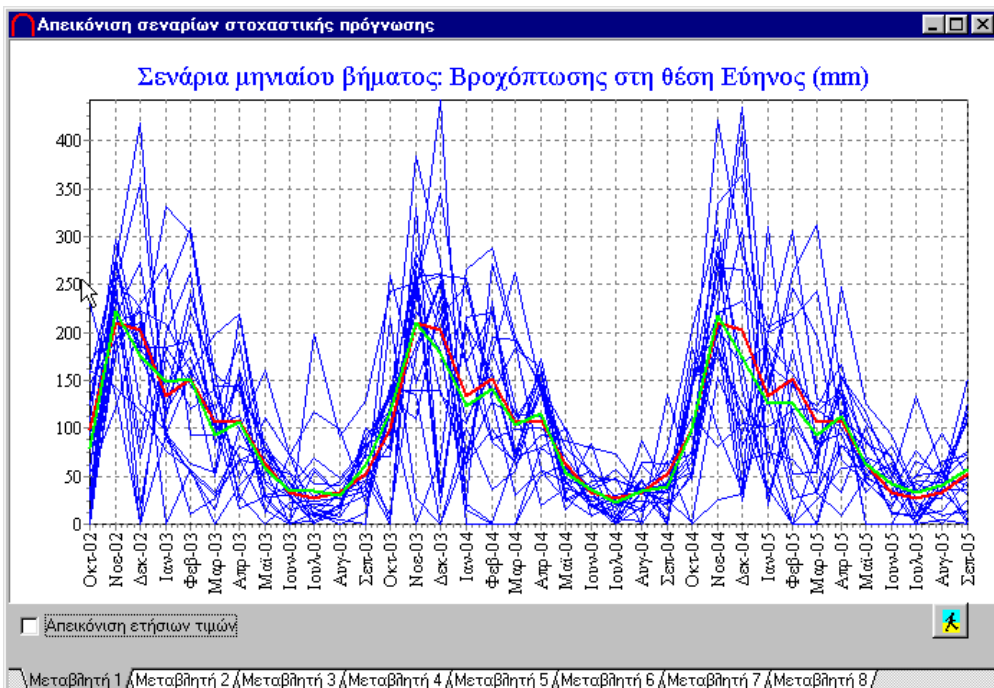
- το μέσο σενάριο πρόγνωσης, με παχιά πράσινη γραμμή.

Όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των σεναρίων πρόγνωσης, τόσο η γραμμή που απεικονίζει το μέσο σενάριο τείνει να σταθεροποιηθεί γύρω από τη μέση ετήσια τιμή του ιστορικού δείγματος.

Εφόσον ζητείται η γραφική παράσταση των μηνιαίων σεναρίων πρόγνωσης καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.45, όπου απεικονίζονται, εκτός από τα σενάρια, η ακολουθία των ιστορικών μέσων μηνιαίων τιμών και η χρονοσειρά του μέσου σεναρίου, με κόκκινο και πράσινο χρώμα αντίστοιχα.



Σχήμα Α.44: Η φόρμα απεικόνισης των ετήσιων χρονοσειρών στοχαστικής πρόγνωσης.

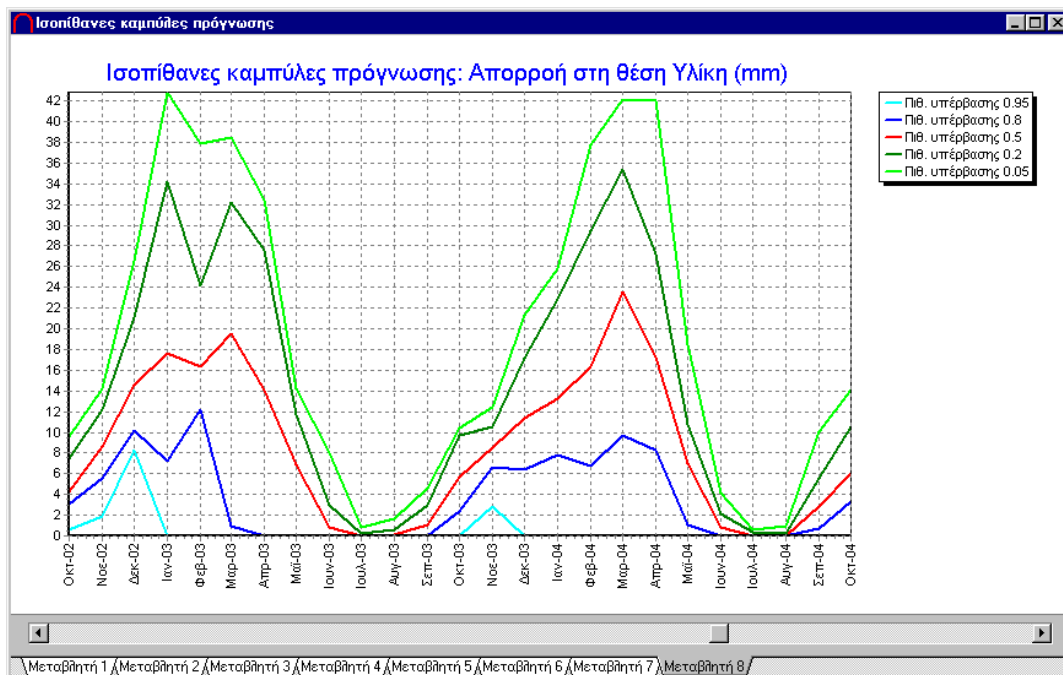


Σχήμα Α.45: Η φόρμα απεικόνισης των μηνιαίων χρονοσειρών στοχαστικής πρόγνωσης.

## 27. Απεικόνιση ισοπίθανων καμπυλών πρόγνωσης

Εφόσον έχουν παραχθεί χρονοσειρές υπό μορφή πρόγνωσης, η απεικόνιση των ορίων τους για διάφορες πιθανότητες υπέρβασης γίνεται από την κύρια οθόνη του προγράμματος και το μενού Γραφήματα → Ισοπίθανες καμπύλες πρόγνωσης, οπότε καλείται η φόρμα του Σχήματος Α.46. Στη φόρμα απεικονίζονται οι μηνιαίες τιμές που αντιστοιχούν σε πιθανότητα υπέρβασης 5%, 20%, 50%, 80% και 95%. Οι εν λόγω πιθανότητες εκτιμώνται εμπειρικά, κατατάσσοντας το δείγμα της εκάστοτε μηνιαίας τιμής όλων των σεναρίων πρόγνωσης σε φθίνουσα σειρά. Η προσέγγιση είναι τόσο καλύτερη όσο αυξάνει το μέγεθος του δείγματος.

Το μήκος των καμπυλών είναι εξ ορισμού ίσο με τον χρονικό ορίζοντα της πρόγνωσης. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να πυκνώσει τον εν λόγω χρονικό ορίζοντα, μετακινώντας την μπάρα που βρίσκεται στο κάτω μέρος της φόρμας.



Σχήμα Α.46: Η φόρμα απεικόνισης των ισοπίθανων καμπυλών πρόγνωσης.

## 28. Τερματισμός προγράμματος

Ο τερματισμός του προγράμματος γίνεται από την κύρια οθόνη, είτε πατώντας στο άνω δεξιά σύμβολο είτε από το μενού Σενάριο → Έξοδος. Σημειώνεται ότι κατά τη διάρκεια των υπολογισμών, δεν είναι δυνατός ο τερματισμός του προγράμματος.

## 29. Οδηγίες χρήσης

Το παρόν εγχειρίδιο χρήσης του λογισμικού *Κασταλία* είναι διαθέσιμο σε ηλεκτρονική μορφή, μέσω της κύριας οθόνης του προγράμματος και του μενού Πληροφορίες → Οδηγίες χρήσης.

## 30. Περί Κασταλίας

Πληροφορίες σχετικά με την τρέχουσα έκδοση του προγράμματος, την ομάδα ανάπτυξης και τα πνευματικά δικαιώματα του λογισμικού διατίθενται μέσω της κύριας οθόνης του προγράμματος και του μενού Πληροφορίες → Ομάδα ανάπτυξης, οπότε εμφανίζεται η φόρμα του Σχήματος Α.47.





Σχήμα Α.47: Η φόρμα απεικόνισης της ομάδας ανάπτυξης του προγράμματος.