

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

**Μη γραμμικές μέθοδοι σε
πολυκριτηριακά προβλήματα
βελτιστοποίησης υδατικών πόρων,
με έμφαση στη βαθμονόμηση
υδρολογικών μοντέλων**

Διδακτορική διατριβή

Ανδρέας Ευστρατιάδης

Αθήνα, Φεβρουάριος 2008



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΤΑΜΕΙΟ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ




Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Η παρούσα διδακτορική διατριβή αποτελεί υποέργο του προγράμματος: «Ηράκλειτος: Υποτροφίες έρευνας με προτεραιότητα στην βασική έρευνα»

Το Πρόγραμμα «ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ» συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (75%) και από Εθνικούς Πόρους (25%).

The Project “ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ” is co-funded by the European Social Fund (75%) and National Resources (25%).

Ιστορικό

Με βάση τις από 2/7/2002 και 15/10/2002 αποφάσεις της Γ.Σ.Ε.Σ. της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ, ανατέθηκε στον Ανδρέα Ευστρατιάδη η εκπόνηση διδακτορικής διατριβής, με τίτλο «*Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων*», που, με βάση την από 2/2/2006 απόφαση της Γ.Σ. του Τομέα Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων (νυν Τομέα Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος), αποσαφηνίστηκε σε «*Μη γραμμικές μέθοδοι σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, με έμφαση στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων*». Η συμβουλευτική επιτροπή της διατριβής αποτελείται από τους Δ. Κουτσογιάννη, Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ (επιβλέποντα), Μ. Μιμίκου, Καθηγήτρια ΕΜΠ, και Ν. Μαμάση, Λέκτορα ΕΜΠ. Ο τελευταίος αντικατέστησε, με βάση την από 20/3/2006 απόφαση της Γ.Σ.Ε.Σ. της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, τη Λέκτορα Λ. Βαμβακερίδου, λόγω παραίτησης της τελευταίας από το ΕΜΠ.

Μετά από υποβολή σχετικής πρότασης, το αντικείμενο της διατριβής εντάχθηκε σε ερευνητικό πρόγραμμα του έργου «*Ηράκλειτος: Υποτροφίες Έρευνας με προτεραιότητα στη Βασική Έρευνα του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου*», με επιστημονικό υπεύθυνο τον επιβλέποντα Δ. Κουτσογιάννη (κωδικός υποέργου 68/602). Το πρόγραμμα «*Ηράκλειτος*» χρηματοδοτείται από το Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (25%) και το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (75%), και εντάσσεται στα πλαίσια του ΕΠΕΑΕΚ II.

Η διάρκεια εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής ήταν πέντε έτη. Υποβλήθηκαν τέσσερις ετήσιες εκθέσεις προόδου, ενώ η τελική έκθεση υποβλήθηκε τον Νοέμβριο του 2007. Τον Μάρτιο του 2006, πραγματοποιήθηκε ενδιάμεση παρουσίαση του αντικειμένου της διατριβής, στα πλαίσια εκδήλωσης προβολής των ερευνητικών δραστηριοτήτων του Τομέα Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος.

Η τελική κρίση της διατριβής πραγματοποιήθηκε στις 28/1/2008 στην Πολυχενειούπολη Ζωγράφου, με εξεταστική επιτροπή αποτελούμενη από τους Δ. Κουτσογιάννη, Αναπληρωτή Καθηγητή ΕΜΠ, Μ. Μιμίκου, Καθηγήτρια ΕΜΠ, Δ. Τολικά, Καθηγητή ΑΠΘ, Γ. Καρατζά, Καθηγητή Πολυτεχνείου Κρήτης, Ι. Ναλμπάντη, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, Μ. Καρλαύτη, Επίκουρο Καθηγητή ΕΜΠ, και Ν. Μαμάση, Λέκτορα ΕΜΠ.

Πρόλογος

Η παρούσα διατριβή αποτελεί επιστέγασμα μιας ερευνητικής προσπάθειας που, τυπικά, κράτησε πέντε χρόνια, αλλά ουσιαστικά αποκρυσταλλώνει εμπειρίες μιας δεκαετίας. Ήμουν τελειόφοιτος, στο 9ο εξάμηνο όταν, επιλέγοντας, μάλλον από περιέργεια, το μάθημα Ανάλυση Συστημάτων Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος, ήρθα σε πρώτη επαφή με το αντικείμενο της βελτιστοποίησης, και δεν θα φανταζόμουν με τίποτα τότε πόσο σημαντικό ρόλο θα έπαιζε στη μετέπειτα πορεία μου. Ίσως γιατί αυτό που νιώθω ότι πραγματικά προδιέγραψε το μέλλον, ήταν ένα ανοιξιάτικο πρωινό του 1996, όταν στα πλαίσια του μαθήματος Τεχνική Υδρολογία, μας έκανε μια διάλεξη περί αβεβαιότητας και χάους ο τότε διδάσκων Δημήτρης Κουτσογιάννης, ανατρέποντας άρδην την μάλλον αδιάφορη εικόνα που είχα για το συγκεκριμένο μάθημα (που, περιττό να πω, αποδείχθηκε μακράν το πιο αγαπημένο μου στη Σχολή). Και λίγες μέρες αργότερα, μια υπέροχη εκπαιδευτική εκδρομή στον Βοιωτικό Κηφισό (κατά σύμπτωση, η περιοχή εφαρμογής της διατριβής) διέλυσε και τον τελευταίο ενδοιασμό που είχα. Μια εκδρομή που με το ζόρι πήγα, καθώς ο Δ.Κ. αρνήθηκε να ακυρώσω, την τελευταία στιγμή, τη συμμετοχή μου. Αν έχω χίλιους λόγους για να τον ευχαριστήσω όλα αυτά τα χρόνια της γνωριμίας μας, ας μου επιτρέψει να διαλέξω εκείνη την τόσο καθοριστική άρνηση.

Καθώς ξεκινούσα στα τέλη του 2002, έχοντας ήδη εκπονήσει δύο διπλωματικές εργασίες σχετικές με τη βελτιστοποίηση, μια πτυχιακή και μια μεταπτυχιακή, δεν είχα αμφιβολία για την κατεύθυνση της διατριβής. Με ειλικρίνεια θα πω ότι πλέον, έχοντας πλέον μεγαλύτερη ωριμότητα, πιστεύω όλο και λιγότερο στην τυφλή χρήση των υπολογιστικών εργαλείων και μοντέλων. Αυτός είναι και ο λόγος που θέλησα να επεκτείνω το αρχικό αντικείμενο, το οποίο ήταν εστιασμένο στην ανάπτυξη αλγορίθμων, στοχεύοντας σε μια πιο ολοκληρωμένη θεώρηση. Η όλη προσπάθεια υπήρξε επίπονη και τολμώ να πω ότι οι στιγμές απογοήτευσης ήταν περισσότερες από τις στιγμές ενθουσιασμού – πάντα ανακάλυπτα κάτι να λείπει και έλεγα ότι μπορεί να τοποθετηθεί ένα ακόμα λιθαράκι. Θέλω να πιστεύω ότι το τελικό αποτέλεσμα καλύπτει αυτό που είχα στο μυαλό μου ως συμβολή στην έρευνα.

Χωρίς να αποτελεί κοινοτυπία, η εργασία αυτή θα ήταν αδύνατο να ολοκληρωθεί, αν δεν υπήρχε η συμπαράσταση και υποστήριξη τόσο πολλών ανθρώπων.

Ξεκινώντας, ιεραρχικά, από τα τρία μέλη της συμβουλευτικής επιτροπής, η βοήθεια που μου παρείχαν ήταν πολύπλευρη και όχι αποκλειστικά εστιασμένη στο καθαρά ακαδημαϊκό κομμάτι. Ο Δημήτρης Κουτσογιάννης, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ και επιβλέπων, είναι αυτός που μου έχει εμπνεύσει το τρίπτυχο άδολης αγάπης για την έρευνα, αμφισβήτησης των κάθε λογής αυθεντιών και πλήρους ελευθερίας, που θεωρώ ως το σημαντικότερο εφόδιο της μέχρι τώρα πορείας μου. Η Μαρία Μιμίκου, Καθηγήτρια ΕΜΠ, στο πιο κρίσιμο στάδιο της διατριβής, με την εμπιστοσύνη που έδειξε, βοήθησε να δω για πρώτη φορά ότι υπάρχει φως στο βάθος του τούνελ και να προσηλωθώ στη συγγραφή της εργασίας. Ο Νίκος Μαμάσης, Λέκτορας ΕΜΠ, σε καθημερινή, σχεδόν, βάση μου έδινε θάρρος και έσπευσε να διαβάσει, πρώτος από όλους, το κείμενο.

Καθοριστική συνιστώσα της ερευνητικής επιτυχίας της διατριβής ήταν το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, που αναπτύχθηκε από κοινού με τους Γιάννη Ναλμπάντη, Αντώνη Κουκουβίνο και Βαγγέλη Ρόζο, τους οποίους ευχαριστώ για την άψογη μας συνεργασία. Αλλά και στα υπόλοιπα μέλη της ερευνητικής ομάδας ΙΠΙΑ, χρωστώ ευγνωμοσύνη για το εξαιρετικό περιβάλλον φιλίας και συναδελφικότητας που έχει αναπτυχθεί μεταξύ μας όλα αυτά τα χρόνια. Γιώργο Καραβοκυρέ, Αντώνη Χριστοφίδη, Στέφανο Κοζάνη, Γιώργο Λούρμα, Φοίβο Σαργέντη, Άρη Τέγο, Σίμωνα Παπαλεξίου, Ρένα Μαυροδήμου και Όλγα Κίτσου, να ξέρετε ότι και η δική σας συμβολή δεν ήταν διόλου αμελητέα.

Θα ήταν παράλειψή μου να μην αναφερθώ σε όλο, ανεξαιρέτως, το προσωπικό του Τομέα Υδατικών Πόρων, από τα μέλη ΔΕΠ μέχρι τους μεταπτυχιακούς φοιτητές, η ηθική συμπαράσταση των οποίων ήταν εμφανής. Ας μου επιτραπεί να μνημονεύσω ξεχωριστά την κα. Λία Θεοφανίδου, υπεύθυνη του Γραφείου Μεταπτυχιακών Σπουδών της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών, για την ευγένεια της οποίας δεν έχω λόγια να εκφραστώ.

Τα τελευταία λόγια ανήκουν, δικαιωματικά, στην οικογένειά μου. Η μητέρα μου, Φλώρα, η αδελφή μου, Αλεξάνδρα, και, πιο πολύ από όλους, η γυναίκα μου, Παρασκευή, με στήριξαν σε όλες τις καλές και δύσκολες στιγμές και αξίζει να μοιραστώ μαζί τους τα συναισθήματα αυτού του αγώνα. Η χαρά θα ήταν ασύλληπτα περισσότερη αν ήταν κοντά μας και ο πατέρας μου, Στρατής. Δυστυχώς, έφυγε πολύ νωρίς, και το ελάχιστο που μπορώ να κάνω είναι να αφιερώσω στη μνήμη του αυτή την διατριβή.

Αθήνα, Φεβρουάριος 2008

Α. Ευστρατιάδης

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

Ιστορικό	3
Πρόλογος	5
Περίληψη	17
Abstract	21
1 Εισαγωγή	25
1.1 Τοποθέτηση του προβλήματος	25
1.2 Αντικείμενο και ερευνητικοί στόχοι	26
1.3 Διάρθρωση της εργασίας	27
1.4 Συμβολή της διατριβής και πρωτότυπα σημεία	29
1.4.1 Γενικά	29
1.4.2 Συμβολή στην έρευνα και τεχνολογία	30
1.4.3 Στοιχεία πρωτοτυπίας και σχετικές δημοσιεύσεις	32
ΜΕΡΟΣ Α: ΘΕΩΡΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ	35
2 Θεωρητικό υπόβαθρο βελτιστοποίησης	37
2.1 Ορισμοί	37
2.1.1 Η έννοια του συστήματος	37
2.1.2 Η έννοια της βελτιστοποίησης	37
2.2 Εισαγωγικές μαθηματικές έννοιες	38
2.2.1 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	38
2.2.2 Η έννοια της κυρτότητας	38
2.2.3 Ακρότατα συναρτήσεων	39
2.2.4 Αναλυτικός υπολογισμός ακροτάτων	39
2.3 Βελτιστοποίηση πραγματικών συναρτήσεων	40
2.3.1 Ορισμοί	40
2.3.2 Η βελτιστοποίηση ως μαθηματική έννοια	42
2.3.3 Η βελτιστοποίηση ως υπολογιστική διαδικασία	42
2.4 Ο χώρος αναζήτησης	44
2.4.1 Βελτιστοποίηση υπό περιορισμούς	44
2.4.2 Η έννοια της εφικτότητας	44
2.4.3 Χαρακτηριστικές μορφές πεδίων αναζήτησης	45
2.5 Η έννοια της επιφάνειας απόκρισης	46
2.6 Χειρισμός περιορισμών	47

2.6.1	Γενική στρατηγική	47
2.6.2	Αναλυτική προσέγγιση - Συνθήκες Kuhn-Tucker	47
2.6.3	Συναρτήσεις ποινής.....	48
2.6.4	Χειρισμός μέσω προσομοίωσης.....	50
2.7	Κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης.....	50
2.8	Βελτιστοποίηση διανυσματικών συναρτήσεων.....	51
2.8.1	Διανυσματικά μέτρα επίδοσης.....	51
2.8.2	Διατύπωση του προβλήματος.....	52
2.8.3	Ιδεατό διάνυσμα.....	53
2.9	Θεμελιώδεις έννοιες πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.....	54
2.9.1	Η έννοια της κυριαρχίας	54
2.9.2	Η έννοια των βέλτιστων λύσεων Pareto.....	55
2.9.3	Ισχυρή και ασθενής κυριαρχία.....	57
2.9.4	Ολικά και τοπικά σύνολα Pareto.....	58
2.9.5	Η έννοια του λόγου αντιστάθμισης.....	59
2.9.6	Μαθηματική τεκμηρίωση.....	60
2.10	Λήψη αποφάσεων με αντικρουόμενα κριτήρια.....	61
2.10.1	Επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης.....	61
2.10.2	Συναρτήσεις χρησιμότητας.....	62
3	Αναζήτηση ακροτάτων μη γραμμικών συναρτήσεων	65
3.1	Το πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης.....	65
3.1.1	Μαθηματική διατύπωση.....	65
3.1.2	Η έννοια της στοχικής συνάρτησης σε φυσικά συστήματα.....	65
3.1.3	Τυπικές δυσχέρειες του προβλήματος.....	66
3.2	Γενικές αρχές αλγορίθμων βελτιστοποίησης.....	68
3.3	Κριτήρια επίδοσης αλγορίθμων.....	69
3.3.1	Ευρωστία.....	69
3.3.2	Αμεροληψία.....	69
3.3.3	Γενικότητα.....	69
3.3.4	Αποτελεσματικότητα.....	69
3.3.5	Αποδοτικότητα.....	70
3.3.6	Εγγυημένη σύγκλιση.....	70
3.3.7	Ευκολία στη χρήση.....	70
3.4	Αναζήτηση τοπικών ακροτάτων.....	70
3.4.1	Γενικές αρχές.....	70
3.4.2	Μέθοδοι κλίσης.....	71
3.4.3	Μέθοδοι άμεσης αναζήτησης.....	73
3.4.4	Η μέθοδος κατερχόμενου απλόκου.....	74
3.5	Αναζήτηση ολικού ακροτάτου.....	75
3.5.1	Αδυναμίες τεχνικών τοπικής αναζήτησης σε μη κυρτούς χώρους.....	75
3.5.2	Γενικές αρχές στρατηγικών αναζήτησης ολικών ακροτάτων.....	75
3.6	Μέθοδοι δειγματοληψίας.....	76
3.6.1	Απλή δειγματοληψία.....	76

3.6.2	Ελεγχόμενη δειγματοληψία.....	77
3.6.3	Πολλαπλές εκκινήσεις τοπικών επιλυτών.....	78
3.7	Εξελικτικοί και γενετικοί αλγόριθμοι.....	79
3.7.1	Ιστορικό.....	79
3.7.2	Ορολογία γενετικών αλγορίθμων.....	79
3.7.3	Κωδικοποίηση μεταβλητών.....	80
3.7.4	Τυπική υπολογιστική διαδικασία.....	80
3.7.5	Συναρτήσεις συσσώρευσης.....	82
3.7.6	Εξελικτικές στρατηγικές.....	83
3.8	Προσομοιωμένη ανόπτηση.....	83
3.8.1	Φυσική ερμηνεία.....	83
3.8.2	Διαδικασία βελτιστοποίησης.....	84
3.9	Υβριδικά ή ευρετικά σχήματα.....	85
3.9.1	Γενικά.....	85
3.9.2	Υβριδικοί γενετικοί αλγόριθμοι.....	85
3.9.3	Μέθοδοι ανόπτησης-απλόκου.....	86
3.9.4	Αποτρεπτική αναζήτηση.....	86
3.9.5	Πολυπληθυσμιακές εξελικτικές τεχνικές – Η μέθοδος SCE.....	87
4	Πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση	89
4.1	Εισαγωγή.....	89
4.1.1	Διατύπωση του προβλήματος.....	89
4.1.2	Ιστορικό.....	89
4.2	Κλασικές προσεγγίσεις με συνάθροιση κριτηρίων.....	91
4.2.1	Γενικά.....	91
4.2.2	Μέθοδος βαρών.....	92
4.2.3	Μέθοδος προγραμματισμού στόχων.....	94
4.2.4	Μέθοδος επίτευξης στόχων.....	95
4.2.5	Μέθοδος ε-περιορισμών.....	96
4.2.6	Λεξικογραφική ταξινόμηση.....	96
4.2.7	Ελαχιστοποίηση μεγίστου (min-max).....	97
4.2.8	Τυπικές αδυναμίες κλασικών μεθόδων.....	98
4.3	Από την αναζήτηση μεμονωμένης λύσης στην ταυτόχρονη αναζήτηση μη κατωτέρων λύσεων.....	99
4.3.1	Προσέγγιση του μετώπου Pareto με κλασικές μεθόδους.....	99
4.3.2	Εξελικτική βελτιστοποίηση συναρτήσεων πολλαπλών κριτηρίων.....	100
4.3.3	Κριτήρια επίδοσης πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων.....	100
4.4	Αλγόριθμοι πρώτης γενιάς.....	102
4.4.1	Γενικά.....	102
4.4.2	Ο διανυσματικός γενετικός αλγόριθμος (VEGA).....	103
4.4.3	Λεξικογραφικές εξελικτικές μέθοδοι.....	106
4.4.4	Εξελικτικές τεχνικές βαρών με χρήση του min-max βελτίστου.....	106
4.4.5	Τυχαία γέννηση βαρών και εκλεκτικότητα.....	107
4.5	Αλγόριθμοι δεύτερης γενιάς με σχήματα ταξινόμησης.....	108
4.5.1	Γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο.....	108

4.5.2	Ο γενετικός αλγόριθμος πολλαπλών στόχων (MOGA)	109
4.5.3	Ο γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA)	111
4.5.4	Ο γενετικός αλγόριθμος με θύλακες Pareto (NPGA).....	113
4.5.5	Πολυστοχική εξέλιξη συμπλόκων (MOCOM-UA)	115
4.5.6	Ο μη παραγωγικός πολυκριτηριακός γενετικός αλγόριθμος.....	116
4.6	Αλγόριθμοι τρίτης γενιάς	117
4.6.1	Η έννοια του εκλεκτισμού.....	117
4.6.2	Ο εξελικτικός αλγόριθμος Pareto ισχύος (SPEA).....	118
4.6.3	Η εξελικτική στρατηγική με αρχεία Pareto (PAES)	120
4.6.4	Ο αλγόριθμος επιλογής Pareto λύσεων με βάση φακέλου (PESA).....	121
4.6.5	Μικρο-γενετικοί αλγόριθμοι	122
4.6.6	Ο ταχύς και εκλεκτικός γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA-II).....	123
4.6.7	Ο βελτιωμένος εξελικτικός αλγόριθμος Pareto ισχύος (SPEA-II).....	124
4.7	Τελικά σχόλια	126
5	Ανάπτυξη αλγορίθμων	129
5.1	Εισαγωγή	129
5.2	Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου.....	129
5.2.1	Θεμελιώδεις αρχές	129
5.2.2	Υπολογιστική διαδικασία.....	130
5.3	Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου	133
5.3.1	Γενικές αρχές	133
5.3.2	Γέννηση αρχικού πληθυσμού.....	134
5.3.3	Ταξινόμηση πληθυσμού	135
5.3.4	Έλεγχος πυκνότητας πληθυσμού	137
5.3.5	Η έννοια της εφικτότητας	139
5.3.6	Τελική έκφραση συνάρτησης ποινής	139
5.3.7	Αποτίμηση μεμονωμένου σημείου.....	140
5.3.8	Επιλογή μέσω προσομοιωμένης ανόπτησης	140
5.3.9	Χρονοδιάγραμμα ανόπτησης	141
5.3.10	Γέννηση απογόνων.....	142
5.3.11	Κριτήρια τερματισμού	147
5.4	Εμβάθυνση στις υπολογιστικές διαδικασίες.....	147
5.4.1	Εσωτερικό και εξωτερικό πεδίο ορισμού.....	148
5.4.2	Διαδικασία ταξινόμησης	148
5.4.3	Αποτίμηση αδιάφορων λύσεων.....	149
5.4.4	Προστασία απομονωμένων θυλάκων.....	150
5.4.5	Εφικτές και μη εφικτές λύσεις	151
5.4.6	Παράμετροι χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.....	152
5.4.7	Η χρήση του απλόκου ως τελεστή διασταύρωσης.....	154
5.4.8	Συναρτήσεις μετάλλαξης	157
6	Αξιολόγηση αλγορίθμων	159
6.1	Τεχνικές αξιολόγησης αλγορίθμων βελτιστοποίησης	159

6.1.1	Γενικά.....	159
6.1.2	Βαθμωτές συναρτήσεις ελέγχου	159
6.1.3	Διανυσματικές συναρτήσεις ελέγχου	160
6.2	Πολυκριτηριακά προβλήματα ελέγχου.....	161
6.2.1	Πρόβλημα SCH-1	161
6.2.2	Πρόβλημα SCH-2	162
6.2.3	Πρόβλημα FON-1	162
6.2.4	Πρόβλημα FON-2	163
6.2.5	Πρόβλημα ZDT-1	164
6.2.6	Πρόβλημα ZDT-2	165
6.2.7	Πρόβλημα ZDT-3	166
6.2.8	Πρόβλημα ZDT-6	167
6.2.9	Πρόβλημα POL	167
6.2.10	Πρόβλημα KUR	168
6.3	Συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων NSGA, SPEA και MEAS	169
6.3.1	Σκοπός και μεθοδολογία	169
6.3.2	Διατύπωση αλγορίθμων και λοιπές παραδοχές.....	170
6.3.3	Αποτελέσματα και σχολιασμός αναλύσεων.....	171
6.4	Εφαρμογή στο πρόβλημα αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών	176
6.4.1	Σκοπός και μεθοδολογία	176
6.4.2	Επισκόπηση του προβλήματος.....	177
6.4.3	Χειρισμός μέσω μη γραμμικής βελτιστοποίησης	178
6.4.4	Διατύπωση προβλήματος ελέγχου και δεδομένα εισόδου	180
6.4.5	Αναζήτηση χαρακτηριστικών λύσεων	181
6.4.6	Πολυκριτηριακή ανάλυση.....	182
6.4.7	Διαμόρφωση υπομετώπων Pareto	185
6.5	Γενικά συμπεράσματα	193

ΜΕΡΟΣ Β: ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ 195

7 Βελτιστοποίηση και πολυκριτηριακή ανάλυση συστημάτων υδατικών πόρων 197

7.1	Εισαγωγή.....	197
7.2	Συστήματα υδατικών πόρων και βελτιστοποίηση.....	198
7.2.1	Ιστορικό των προβλημάτων ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων	198
7.2.2	Η ανάγκη πολυκριτηριακής προσέγγισης	199
7.3	Χαρακτηριστικές εφαρμογές.....	200
7.3.1	Διαχείριση ταμιευτήρων	200
7.3.2	Έλεγχος ποιότητας υδροφορέων	201
7.3.3	Σχεδιασμός και αποκατάσταση δικτύων ύδρευσης.....	203

8 Εκτίμηση παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων 207

8.1	Υδρολογική προσομοίωση με χρήση μαθηματικών μοντέλων	207
8.1.1	Ορισμοί	207
8.1.2	Στάδια ανάπτυξης υδρολογικών μοντέλων	208

8.2	Κατηγορίες υδρολογικών μοντέλων	208
8.2.1	Ιστορικό.....	208
8.2.2	Πεδίο εφαρμογής.....	209
8.2.3	Χωρική κλίμακα.....	210
8.2.4	Χρονική διακριτότητα.....	211
8.2.5	Μαθηματική δομή	211
8.3	Βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων	214
8.3.1	Ορισμός του προβλήματος.....	214
8.3.2	Χειρισμός του προβλήματος	216
8.3.3	Μαθηματικό πλαίσιο αυτόματης βαθμονόμησης.....	217
8.4	Κριτήρια καλής προσαρμογής.....	218
8.4.1	Κανονικά σφάλματα.....	218
8.4.2	Ετεροσκεδαστικά σφάλματα	221
8.4.3	Συσχετισμένα σφάλματα	222
8.4.4	Βοηθητικά κριτήρια ελέγχου.....	223
8.4.5	Συνδυαστικά κριτήρια.....	225
8.5	Επαλήθευση μοντέλων	225
9	Εκτίμηση παραμέτρων και προγνωστική αβεβαιότητα	227
9.1	Προγνωστική αβεβαιότητα υδρολογικών μοντέλων	227
9.1.1	Η έννοια της αβεβαιότητας	227
9.1.2	Αυτόματη βαθμονόμηση και αβεβαιότητα	227
9.2	Ανάλυση αβεβαιοτήτων υδρολογικών μοντέλων	229
9.2.1	Δομικά σφάλματα μοντέλου	229
9.2.2	Σφάλματα δεδομένων.....	231
9.2.3	Αντιπροσωπευτικότητα υδρολογικής πληροφορίας.....	233
9.2.4	Προσδιορισμός αρχικών συνθηκών	233
9.2.5	Διατύπωση μέτρου καλής προσαρμογής.....	234
9.2.6	Πεδίο αναζήτησης παραμέτρων	236
9.2.7	Γεωμετρικά χαρακτηριστικά επιφάνειας απόκρισης.....	236
9.2.8	Μη ελεγχόμενες μεταβλητές απόκρισης	239
9.2.9	Αλλαγή των χαρακτηριστικών του συστήματος	239
9.3	Η έννοια της ισοδυναμίας.....	241
9.4	Ποσοτικές προσεγγίσεις της αβεβαιότητας	242
9.4.1	Γενικά.....	242
9.4.2	Η μέθοδος γενικευμένης πιθανοφάνειας (GLUE).....	243
9.4.3	Στοχαστικές αλυσίδες Markov	247
9.4.4	Στοχαστική βελτιστοποίηση παραμέτρων – Η μέθοδος SCEM-UA.....	247
9.4.5	Τελικές επισημάνσεις.....	248
10	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων	249
10.1	Εισαγωγή	249
10.2	Μαθηματική τεκμηρίωση	251
10.2.1	Απορρίπτοντας την έννοια της μοναδικής στοχαστικής συνάρτησης	251

10.2.2	Πολυκριτηριακή θεώρηση της αρχής της ισοδυναμίας.....	251
10.2.3	Απλοποιημένη διατύπωση του προβλήματος.....	252
10.3	Πλεονεκτήματα της πολυκριτηριακής προσέγγισης.....	253
10.3.1	Συμβατότητα παραμέτρων και κριτηρίων.....	253
10.3.2	Έλεγχος πολλαπλών αποκρίσεων	254
10.3.3	Διακριτός χειρισμός μέτρων προσαρμογής.....	255
10.3.4	Ανίχνευση αβεβαιοτήτων και σφαλμάτων	256
10.3.5	Παγίδευση της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης.....	256
10.4	Χειρισμός σύνθετων υδρολογικών μοντέλων	257
10.4.1	Σύνθετα υδρολογικά μοντέλα και τυπικές δυσχέρειες.....	257
10.4.2	Αρχές σχηματοποίησης και παραμετροποίησης	258
10.4.3	Μη συστηματικές μετρήσεις και αξιοποίηση της υδρολογικής εμπειρίας.....	260
10.4.4	Στρατηγικές ημιαυτόματης βαθμονόμησης παραμέτρων	262
10.5	Χαρακτηριστικές εφαρμογές.....	263
10.5.1	Ιστορικό.....	263
10.5.2	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου SAC-SMA με τη μέθοδο MOCOM.....	263
10.5.3	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE 11/NAM με τη σταθμισμένη μέθοδο SCE.....	264
10.5.4	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου πλημμυρών με χρήση νευρωνικών δικτύων	264
10.5.5	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE 11/NAM με τη μέθοδο PROSCE	265
10.5.6	Πολυκριτηριακή προσαρμογή μοντέλου φυσικής βάσης με τη μέθοδο MOCOM.....	265
10.5.7	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE-SHE με τη σταθμισμένη μέθοδο SCE.....	265
10.5.8	Βελτιστοποίηση εναλλακτικών δομών του μοντέλου SAC-SMA με χρήση πολλαπλών κριτηρίων.....	266
10.5.9	Συνδυασμένη ανάλυση αβεβαιοτήτων και βαθμονόμηση μοντέλου SWAT	266
10.5.10	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MOD-HMS με τη μέθοδο MOSCEM	267
10.5.11	Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση συνδυαστικού υδρολογικού μοντέλου με τη μέθοδο MOSCEM.....	268
10.5.12	Συγκριτική ανάλυση σύγχρονων πολυκριτηριακών εξελικτικών προσεγγίσεων στη βαθμονόμηση μοντέλων	268
11	Υδρολογική προσομοίωση λεκάνης απορροής και υδροσυστήματος Βοιωτικού Κηφισού	269
11.1	Εισαγωγή.....	269
11.1.1	Διάρθρωση κεφαλαίου	269
11.1.2	Προηγούμενες προσεγγίσεις	269
11.2	Περιγραφή της περιοχής μελέτης.....	271
11.2.1	Γενικά - Ιστορικό	271
11.2.2	Γεωλογικά χαρακτηριστικά.....	272

11.2.3	Υδρογραφικό δίκτυο – Καρστικές πηγές	273
11.2.4	Χρήσεις νερού και πρακτικές διαχείρισης	274
11.2.5	Τοποθέτηση του προβλήματος προσομοίωσης	275
11.3	Το μοντέλο γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ	276
11.3.1	Ιστορικό και συλλογιστική του μοντέλου	276
11.3.2	Συνιστώσες και δεδομένα εισόδου	277
11.3.3	Μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας	277
11.3.4	Μοντέλο υπόγειας υδρολογίας	280
11.3.5	Μοντέλο βέλτιστης κατανομής υδατικών πόρων	282
11.3.6	Σύζευξη μοντέλων μέσω της διαδικασίας προσομοίωσης	283
11.3.7	Εργαλεία βελτιστοποίησης παραμέτρων	285
11.4	Γεωγραφικά δεδομένα	285
11.4.1	Σχηματοποίηση υδρογραφικού δικτύου	285
11.4.2	Διαμόρφωση μονάδων υδρολογικής απόκρισης	286
11.4.3	Σχηματοποίηση υδροφορέα	288
11.4.4	Σχηματοποίηση υδροσυστήματος	289
11.5	Υδρολογικά δεδομένα	293
11.5.1	Κατηγορίες δεδομένων και περίοδος ελέγχου	293
11.5.2	Χρονοσειρές επιφανειακής βροχόπτωσης	293
11.5.3	Χρονοσειρές δυνητικής εξατμοδιαπνοής	296
11.5.4	Χρονοσειρές παροχής	296
11.5.5	Χρονοσειρές υδατικών αναγκών	298
11.6	Διατύπωση προβλήματος βαθμονόμησης	299
11.6.1	Παράμετροι και μεταβλητές ελέγχου	299
11.6.2	Αρχικές συνθήκες	299
11.6.3	Κριτήρια προσαρμογής	300
11.7	Ημιαυτόματη βαθμονόμηση μοντέλου	302
11.7.1	Διαμόρφωση στοχικής συνάρτησης	302
11.7.2	Περιγραφή της διαδικασίας βαθμονόμησης	303
11.7.3	Προσαρμογή μοντέλου στις θέσεις ελέγχου	305
11.7.4	Φυσική ερμηνεία παραμέτρων	310
11.7.5	Προσομοιωμένο υδατικό ισοζύγιο λεκάνης	314
11.8	Πολυκριτηριακή ανάλυση	315
11.8.1	Σκοπός, μεθοδολογία και διατύπωση προβλημάτων	315
11.8.2	Πρόβλημα 1Α: Βελτιστοποίηση δύο κριτηρίων χωρίς περιορισμούς	317
11.8.3	Πρόβλημα 1Β: Βελτιστοποίηση δύο κριτηρίων με περιορισμούς	320
11.8.4	Πρόβλημα 2Α: Βελτιστοποίηση τριών κριτηρίων χωρίς περιορισμούς	322
11.8.5	Πρόβλημα 2Β: Βελτιστοποίηση τριών κριτηρίων με περιορισμούς	327
11.8.6	Πρόβλημα 3Α: Βελτιστοποίηση επτά κριτηρίων χωρίς περιορισμούς	330
11.8.7	Πρόβλημα 3Β: Βελτιστοποίηση επτά κριτηρίων με περιορισμούς	339
11.9	Μακροχρόνιος έλεγχος μοντέλου	345
11.9.1	Σύγκριση τιμών παραμέτρων βέλτιστων λύσεων	345
11.9.2	Δεδομένα εισόδου και προσομοίωση	346
11.9.3	Επιλογή καλύτερα συμβιβαστικής λύσης	348
11.10	Τελικές επισημάνσεις	351

12 Ανακεφαλαίωση, συμπεράσματα και προτάσεις	355
12.1 Ανακεφαλαίωση	355
12.1.1 Γενικά.....	355
12.1.2 Επισκόπηση θεωρητικού υποβάθρου και τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.....	355
12.1.3 Ανάπτυξη και αξιολόγηση αλγορίθμων	356
12.1.4 Υδρολογικές εφαρμογές – Το πρόβλημα βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων	358
12.1.5 Έλεγχος μεθοδολογιών στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού	359
12.2 Συμπεράσματα.....	361
12.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	367
Αναφορές	371

Περίληψη

Επιχειρείται μια ολοκληρωμένη προσέγγιση του αντικειμένου της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, τόσο ως προς το μαθηματικό-υπολογιστικό του σκέλος (επισκόπηση και ανάπτυξη αλγορίθμων) όσο και το πρακτικό σκέλος, που αφορά στην εφαρμογή τέτοιων προσεγγίσεων στην επιστήμη και τεχνολογία υδατικών πόρων. Ως προς το τελευταίο, η έμφαση δίνεται σε ένα από τα πλέον απαιτητικά προβλήματα, ήτοι στην εκτίμηση των παραμέτρων σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, με χρήση πολλαπλών κριτηρίων προσαρμογής. Το πρόβλημα εξετάζεται ως προς διάφορες πτυχές του, από τη διαμόρφωση του μοντέλου (σηματοποίηση, παραμετροποίηση) μέχρι τη διαδικασία βαθμονόμησης και την στρατηγική επιλογής της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης.

Η διερεύνηση ξεκινά από την απλή δομή του προβλήματος βελτιστοποίησης, που αφορά σε μη κυρτές βαθμωτές συναρτήσεις. Το ενδιαφέρον εστιάζεται στις τεχνικές ολικής αναζήτησης, για τις οποίες διατυπώνεται ένα πλαίσιο αλγοριθμικών απαιτήσεων (ευρωστία, αμεροληψία, γενικότητα, αποτελεσματικότητα, αποδοτικότητα, εγγυημένη σύγκλιση, ευκολία στη χρήση). Με βάση αυτό, αξιολογούνται οι υφιστάμενες μέθοδοι, αρκετές από τις οποίες εμπνέονται από συναφείς φυσικές (π.χ. προσομοιωμένη ανόπτηση) και βιολογικές διεργασίες (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι).

Ο χειρισμός του προβλήματος διαφοροποιείται ριζικά εφόσον λαμβάνονται υπόψη περισσότερα του ενός κριτήρια, που είναι μεταξύ τους ανταγωνιστικά ή δεν αποτιμώνται σε κοινή μονάδα μέτρησης. Το υπόβαθρο μιας τέτοιας προσέγγισης είναι η έννοια της κυριαρχίας, που συνεπάγεται την ύπαρξη πολλαπλών εναλλακτικών λύσεων που είναι από μαθηματική οπτική βέλτιστες, διαμορφώνοντας το λεγόμενο μέτωπο Pareto στο πεδίο αποτίμησης. Μετακινούμενοι στην επιφάνεια του μετώπου, δεν είναι δυνατή η βελτίωση ενός κριτηρίου χωρίς την επιδείνωση ενός τουλάχιστον άλλου.

Στα πλαίσια της εργασίας εξετάζεται με λεπτομέρεια το ιστορικό των μεθόδων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Οι πλέον σύγχρονες προσεγγίσεις υλοποιούνται ως παραλλαγές των εξελικτικών αλγορίθμων, αποσκοπώντας στην παραγωγή ενός προκαθορισμένου πλήθους μη κατωτέρων λύσεων, που περιγράφουν όσον το δυνατό πιο αντιπροσωπευτικά το μέτωπο Pareto.

Κύρια συμβολή είναι η ανάπτυξη εξελικτικών σχημάτων ανόπτησης-απλόκου (annealing-simplex), η δομή των οποίων προσαρμόστηκε στις ιδιαιτερότητες της μη γραμμικής βελτιστοποίησης, βαθμωτής ή διανυσματικής. Η πρώτη περίπτωση αντιμετωπίζεται μέσω μιας συνδυαστικής στρατηγικής, όπου υιοθετείται ένα εξελικτικό σχήμα, ήτοι ένας αρχικός πληθυσμός τυχαίων σημείων, που συγκλίνουν σε ένα πρόσφορο ακρότατο της συνάρτησης. Οι παραγωγικές διαδικασίες έχουν ως υπόβαθρο μια γενίκευση του γνωστού σχήματος κατερχόμενου απλόκου, οι κορυφές του οποίου επιλέγονται τυχαία από τον υφιστάμενο πληθυσμό σε κάθε γενιά. Η προς αντικατάσταση κορυφή επιλέγεται στη βάση μιας τροποποιημένης στοχαστικής συνάρτησης, όπου στην πραγματική τιμή της προστίθεται μια τυχαία μεταβλητή, που είναι ανάλογη της τρέχουσας «θερμοκρασίας» (ο όρος προέρχεται από την προσομοιωμένη ανόπτηση, υποδηλώνοντας ένα ρυθμιστή της τυχαιότητας των διαδικασιών επιλογής). Για τη γέννηση νέων σημείων, πέρα από τους τυπικούς γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, εμπλουτίζονται οι κινήσεις του απλόκου και ενσωματώνονται στοχαστικοί όροι, που εξασφαλίζουν ευελιξία στις τραχιές επιφάνειες απόκρισης.

Η παραπάνω στρατηγική αναζήτησης διατηρείται, με ορισμένες τροποποιήσεις, στη βελτιστοποίηση διανυσματικών συναρτήσεων, ο χειρισμός των οποίων γίνεται μέσω του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου (multiobjective evolutionary annealing-simplex, MEAS). Η διαφορά

έγκειται, κυρίως, στη διαδικασία αποτίμησης, με την οποία διαμορφώνεται ένα σύνθετο μέτρο που περιλαμβάνει τέσσερις όρους:

- έναν ακέραιο βαθμό τάξης, που αποτιμά τη σχετική επίδοση κάθε σημείου με βάση τον αριθμό των ατόμων επί των οποίων κυριαρχεί και τον αριθμό των ατόμων ως προς τα οποία κυριαρχείται·
- έναν βαθμό τάξης που επιτρέπει τη σύγκριση ενός σημείου σε σχέση με αδιάφορες, ως προς αυτό, λύσεις, με βάση τον μέσο αριθμό κριτηρίων ως προς τα οποία υπερτερεί (ο όρος αυτός έχει νόημα σε προβλήματα τριών ή περισσότερων κριτηρίων)·
- έναν όρο ποιότητας, που εξαρτάται από την πυκνότητα του πληθυσμού στη γειτονιά κάθε σημείου, δηλαδή το ποσοστό των λύσεων που ανήκουν σε κοινούς θύλακες·
- έναν όρο εφικτότητας, με τον οποίο εισάγεται ποινή στην περίπτωση που κάποια λύση βρίσκεται εκτός του επιθυμητού εύρους διακύμανσης των τιμών των κριτηρίων.

Με συνάθροιση των παραπάνω προκύπτει μια τεχνητή επιφάνεια απόκρισης, με εξαιρετικά μεγάλη ποικιλία τιμών, η οποία αναδιαμορφώνεται σε κάθε γενιά. Με εισαγωγή κατάλληλων παραμέτρων, εξασφαλίζεται αυτόματη προσαρμογή του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης, ώστε να διατηρείται ικανή αλλά όχι υπερβολική τυχαιότητα κατά την εξελικτική διαδικασία.

Η επίδοση της μεθόδου MEAS αξιολογείται ως προς ένα πλήθος αντιπροσωπευτικών προβλημάτων και συγκρίνεται ως προς δύο τυπικές εκπροσώπους της δεύτερης (non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA) και τρίτης (strength Pareto evolutionary algorithm, SPEA) γενιάς πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων. Το πρώτο στάδιο ελέγχων έχει ως βάση 11 βιβλιογραφικές συναρτήσεις δύο κριτηρίων, που διαφοροποιούνται ως προς τον αριθμό των μεταβλητών ελέγχου και τη γεωμετρία του μετώπου Pareto. Σε όλα τα προβλήματα, η μέθοδος MEAS αποδεικνύεται εξαιρετικά αποτελεσματική, τόσο ως προς την ακρίβεια όσο και ως προς την ταχύτητα προσέγγισης του μετώπου. Ακολουθεί μια εφαρμογή στοχαστικής υδρολογίας, η αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών κατά την εκτίμηση των παραμέτρων πολυμεταβλητών μοντέλων, όπου επιδιώκεται η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση δύο μέτρων: (α) απόκλιση προσομοιωμένων από δειγματικές συνδιασπορές, και (β) μέγιστη ασυμμετρία παραγόμενου λευκού θορύβου. Η εφαρμογή αφορά στις παραμέτρους ενός περιοδικού σχήματος αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης 8 μεταβλητών, που αναφέρονται στις μεταβλητές απορροής και βροχόπτωσης των ταμιευτήρων της Αθήνας. Διερευνάται μια ιδιαίτερη πτυχή της μεθόδου, ήτοι η ενσωμάτωση περιορισμών εφικτότητας στο πεδίο αποτίμησης, με την οποία εξασφαλίζεται καλύτερη εποπτεία του προβλήματος, για ένα τέτοιο μεγάλο εύρος ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων.

Η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι κατάλληλη για προβλήματα σχεδιασμού και ανάλυσης πολύπλοκων συστημάτων, όπως των υδατικών πόρων. Εξετάζονται, συνοπτικά, τρεις κατηγορίες τεχνολογικών προβλημάτων (διαχείριση ταμιευτήρων, έλεγχος ποιότητας υδροφορέων, σχεδιασμός και αποκατάσταση δικτύων ύδρευσης), ενώ διερευνάται ενδελεχώς μια ειδική κατηγορία εφαρμογών, που αναφέρεται στην εκτίμηση των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων μέσω βαθμονόμησης.

Η κλασική διαδικασία αυτόματης βαθμονόμησης αποσκοπεί στην προσαρμογή των προσομοιωμένων αποκρίσεων σε ένα δείγμα παρατηρήσεων πεδίου, με βάση ένα καθολικό κριτήριο επίδοσης, που αντιστοιχεί στη στοχαστική συνάρτηση ενός προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης. Καταδεικνύεται ότι μια τέτοια προσέγγιση δεν εξασφαλίζει επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, γεγονός που οφείλεται σε ένα πλήθος αβεβαιοτήτων που αλληλεπιδρούν κατά τρόπο ανεξέλεγκτο. Ορισμένες είναι εγγενείς (π.χ. σφάλματα δεδομένων), άλλες όμως μπορούν να ελεγχθούν και να περιοριστούν κατά τη διατύπωση του μοντέλου (π.χ. παραμετροποίηση). Η αβεβαιότητα συνδέεται με την έννοια της ισοδυναμίας (equifinality), που στην πράξη υποδηλώνει ότι μοντέλα διαφορετικής δομής ή με διαφορετικές τιμές παραμέτρων μπορούν να παράξουν αποδεκτές αποκρίσεις. Τελικά, προτείνεται ένα πλαίσιο για το χειρισμό υδρολογικών μοντέλων, που περιλαμβάνει:

- ένα πλέγμα αρχών που εξασφαλίζουν συνεπή σχηματοποίηση και παραμετροποίηση·

- κατευθύνσεις αξιοποίησης των μη συστηματικών μετρήσεων και της υδρολογικής εμπειρίας, στα πλαίσια μιας πολυκριτηριακής προσέγγισης, η οποία αποσκοπεί στην ερμηνεία των παραμέτρων σύνθετων μοντέλων με αναγκαστικά μεγάλο πλήθος βαθμών ελευθερίας·
- στρατηγικές υβριδικής βαθμονόμησης, που συνδυάζουν την ανθρώπινη εμπειρία και τη χρήση αυτοματοποιημένων εργαλείων βελτιστοποίησης, με σκοπό την παραγωγή ρεαλιστικών (ως προς το φυσικό υπόβαθρο) παραμέτρων, που εξασφαλίζουν ικανοποιητική προγνωστική ικανότητα.

Οι παραπάνω αρχές εφαρμόζονται στο υδροσύστημα του Βοιωτικού Κηφισού, που χαρακτηρίζεται από σημαντικές ιδιαιτερότητες όσον αφορά στο φυσικό του καθεστώς και στη διαχείριση των υδατικών πόρων. Η αναπαράσταση των υδρολογικών και ανθρωπογενών διεργασιών γίνεται με το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, συνιστώσες του οποίου αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής. Εξηγούνται η φιλοσοφία της σχηματοποίησης και παραμετροποίησης, η κατασκευή των δεδομένων εισόδου, γεωγραφικών και υδρολογικών, και η διατύπωση των κριτηρίων ελέγχου. Αυτά αφορούν σε τυπικά στατιστικά μέτρα προσαρμογής και σε εμπειρικά μέτρα, που επιτρέπουν καλύτερο έλεγχο των μετρημένων αποκρίσεων (έλεγχος στέρεισης της παροχής) και εξασφαλίζουν συνεπή αναπαράσταση αποκρίσεων που δεν ελέγχονται μέσω μετρήσεων (δίαιτα υπόγειου νερού). Η προσαρμογή του μοντέλου γίνεται για την περίοδο 1984-1994, με βάση το μηνιαίο δείγμα παροχής στην έξοδο της λεκάνης και σποραδικές υδρομετρήσεις κατάντη έξι κύριων καρστικών πηγών της.

Το πρόβλημα βαθμονόμησης περιλαμβάνει 100 παραμέτρους και 40 κριτήρια και αντιμετωπίζεται σε δύο φάσεις. Αρχικά, διατυπώνεται ένα καθολικό μέτρο προσαρμογής και υιοθετείται μια υβριδική ημιαυτόματη στρατηγική, με σταδιακή βελτιστοποίηση των παραμέτρων κατά ομάδες. Μετά από επίπονη προσπάθεια, εντοπίζεται μια λύση που εξασφαλίζει ικανοποιητική επίδοση τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης, για όλα τα υδρογραφήματα, με ευλογοφανείς τιμές παραμέτρων. Στη συνέχεια, επιλύονται, με τη μέθοδο MEAS, έξι πολυκριτηριακά προβλήματα, θεωρώντας τις πιο σημαντικές παραμέτρους. Σε κάθε πρόβλημα χρησιμοποιείται διαφορετικός αριθμός κριτηρίων (από δύο έως επτά), με εισαγωγή ή όχι περιορισμών εφικτότητας. Στα πλαίσια των αναλύσεων διερευνώνται οι ανταγωνισμοί των κριτηρίων και το εύρος αβεβαιότητας των παραμέτρων, ενώ επιχειρείται ερμηνεία των μη ομαλών γεωμετριών των μετώπων Pareto. Τέλος, εντοπίζεται μια μη κατώτερη λύση, που εξασφαλίζει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τη λύση της υβριδικής βαθμονόμησης, κατά την περίοδο επαλήθευσης (1990-1994).

Επιπλέον, η προγνωστική ικανότητα του μοντέλου ελέγχεται για μια εκτενή περίοδο (1907-2003), που είναι υπερδεκαεπταπλάσια της περιόδου βαθμονόμησης. Παρά τις ασάφειες που οφείλονται στην προσεγγιστική κατασκευή των δεδομένων εισόδου για τόσο μεγάλο χρονικό ορίζοντα, η επίδοση του μοντέλου κρίνεται πολύ ικανοποιητική. Με κριτήριο τις διαχειριστικές απαιτήσεις της εφαρμογής, επιλέγεται ως καλύτερα συμβιβαστικό το σύνολο παραμέτρων που προέκυψε από τις πολυκριτηριακές αναλύσεις, γεγονός που τεκμηριώνει την πρακτική χρησιμότητα της προτεινόμενης προσέγγισης, για την εύρεση πρόσφορων λύσεων σε εξαιρετικά σύνθετα προβλήματα βαθμονόμησης.

Abstract

This thesis entitled “*Non-linear methods in multiobjective water resource optimization problems, with emphasis on the calibration of hydrological models*”, attempts a comprehensive overview of multicriteria optimization, which covers both the computational part (review and development of algorithms) and the application of related approaches in water resources science and technology. Regarding the latter, emphasis is given to one of the most challenging problems, namely the estimation of parameters of complex hydrological model, through using multiple fitting criteria. Various aspects of the problem are studied, from the model configuration (schematization, parameterization) to the strategy of selecting the best-compromise parameter set.

First we investigate the simple structure of the optimization problem, concerning non-convex scalar functions. We focus on global search techniques, for which we formulate a framework of algorithmic specifications (robustness, fairness, generality, effectiveness, efficiency, guaranteed convergence, convenience). On the above basis, we evaluate the existing methods, some of them inspired by relevant natural (e.g. simulated annealing) and biological processes (e.g. genetic algorithms).

The manipulation of the problem differs radically when multiple criteria are to be taken into account, which are either contradictory or non-commensurable. The background of this approach is the concept of dominance, implying the existence of multiple alternatives that are optimal, from a mathematical point-of-view, thus formulating the so-called Pareto front in the evaluation space. As moving across the front, it is impossible to ameliorate one criterion without deteriorating at least one other.

Within the dissertation, we investigate, in detail, the history of multicriteria optimization methods. Actual advances are carried out as variations of genetic algorithms, aiming to produce a pre-specified number of non-inferior solutions that describe representatively the Pareto front.

A major contribution is the development of evolutionary annealing-simplex schemes, the structure of which was adapted to the peculiarities of non-linear optimization, scalar and vector. The former is handled through a combined strategy, adopting an evolving scheme, i.e. an initial population of random points that converge to an opportune extreme of the objective function. The generating procedures are based on a generalization of the well-known downhill simplex pattern, the vertices of which are randomly picked from the actual population at each generation. Moreover, the vertex to be replaced is selected according to a modified objective function, where a random variable is added to its original value, which is proportional to the current “temperature” (the term derives from simulated annealing, implying a controller of randomness through the selection procedure). To produce new points, apart from the typical geometrical transformations, we enhanced the simplex movements and incorporated stochastic terms, to ensure more flexibility in rough response surfaces.

The above strategy is kept, with some modifications, within the optimization of vector functions, which are manipulated via the multiobjective evolutionary annealing-simplex algorithm (MEAS). The main difference involves the evaluation phase, implemented on the basis of a complex measure that comprises four terms:

- an integer rank measure that evaluates the relative performance of each point, on the basis of the number of dominating and dominated individuals;

- a rank measure that allows to compare indifferent solutions, accounting for the average number of criteria by which one point predominates another (this term has sense for problems of three or more criteria);
- a penalty term depending on the density of population in the vicinity of each individual, namely the percentage of population sharing the same niche;
- a feasibility term, to penalize solutions that are located out of the desirable criteria bounds.

Aggregating the above measures, an artificial response surface is created, which has exceptionally large variety of values and is reformed during each generation. Through appropriate parameters we ensure automatic control of the annealing cooling schedule, thus allowing enough but not extravagant randomness within evolution.

The performance of the MEAS method is evaluated against a number of representative problems and compared to two typical delegates from the second (non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA) and third (strength Pareto evolutionary algorithm, SPEA) generation of multiobjective evolutionary algorithms. The first group of tests refers to 11 two-criterion functions, taken from the literature, that differ regarding the number of control variables and the geometry of the Pareto front. In all problems, the MEAS method proved very effective, regarding both the accuracy and the speed of approximating the front. The tests are followed by an application from stochastic hydrology, i.e. decomposition of covariance matrices within the estimation of parameters of multivariable models, where we wish to simultaneously minimize two metrics: (a) departures between the simulated and sample covariances, and (b) maximum skewness of white noise variables. The application involves the parameters of a periodic, first-order autocorrelation scheme with 8 variables, corresponding to runoff and rainfall variables in the reservoirs of Athens. We inspect a particular feature of the method, the incorporation of feasibility constraints in the evaluation space, which ensures a better insight in the problem, involving extremely large trade-offs.

Multicriteria optimization is suitable for applications regarding the design and analysis of complex systems, such as water resource ones. In the dissertation we examine, synoptically, three categories of technological problems (reservoir management, aquifer pollution control, design and rehabilitation of water supply networks), while we thoroughly review a specific category of applications, referring to the estimation of hydrological model parameters via calibration.

The classic automatic calibration procedure aims to fit the simulated responses to a sample of field observations, assuming an overall performance criterion that corresponds to the objective function of a global optimization problem. We confirm that this approach fails to ensure adequate predictive capacity of the model, due to a number of uncertainties that interact in a chaotic manner. Some of them are inherent (e.g. data errors), whereas other may be controlled and constrained within the model formulation (e.g. parameterization). Uncertainty is associated with the equifinality concept, which in practice denotes that models of different structures or different parameter values can generate equivalently acceptable responses. Finally, we propose a framework for handling hydrological models, involving:

- a set of principles that ensure consistent schematization and parameterization;
- guidances for taking advantage of non-systematic measurements and the hydrological experience, within a multicriteria approach, aiming to an interpretation of complex models parameters, which have, necessarily, large number of degrees of freedom;
- hybrid calibration strategies, combining human experience and automatic optimization tools, in order to generate realistic (regarding their physical background) parameters, ensuring satisfactory predictive capacity.

The above principles are applied to the Boeotikos Kephissos hydrosystem, characterized by significant peculiarities regarding both the natural regime and the management of water resources. The representation of hydrological and anthropogenic processes is employed through the HYDROGEIOS model, modules of which were developed in the framework of the thesis. We explain the philosophy of schematization and parameterization, the generation of input data, geographical and hydrological, and the formulation of criteria. The latter refer to typical statistical and empirical measures, which ensure better control of the measured responses (reproduction of flow intermittencies) as well as reliable representation of responses that are not controlled via measurements (groundwater regime). The model is fitted during 1984-1994, on the basis of monthly discharge samples in the basin outlet and sporadic flow measurements downstream of six major karst springs.

The calibration problem involves 100 parameters and 40 criteria, and is handled through a two-phase procedure. Initially, we formulate a global performance measure and adopt a hybrid, semi-automatic strategy, by grouping parameters and gradually optimizing them. After exhaustive attempt, we locate a solution that ensures satisfactory performance during the calibration and validation period, regarding all hydrographs, and reasonable parameter values. Following, we solve, via the MEAS method, six multicriteria problems, assuming the most important parameters. Each problem involves different number of criteria (two to seven), introducing or not feasibility constraints. Within the analysis we investigate the trade-offs between criteria and the uncertainty range of parameters, and we attempt to explain the irregular geometries of Pareto fronts. At last, we establish a non-inferior solution, which ensures better performance during the validation period (1990-1994), if compared to the one achieved via hybrid calibration.

Moreover, the model predictive capacity is checked for an extended horizon (1907-2003) that is more than 15 times the calibration period. Despite the obscurities due to the approximate estimation of input data for such a horizon, the model performance is considered very satisfactory. Having as criterion the operational requirements of the case study, we assumed as best-compromise the parameter set derived from the multicriteria analyses, which confirms the practical value of the proposed approach, seeking for opportune solutions in particularly complex calibration problems.

1 Εισαγωγή

1.1 Τοποθέτηση του προβλήματος

Η σύγχρονη αντιμετώπιση των προβλημάτων ανάλυσης ευνοεί μια πολυκριτηριακή οπτική, η οποία επιβάλλει τη θεώρηση πολλαπλών κριτηρίων ελέγχου κατά την αξιολόγηση εναλλακτικών λύσεων στη διαδικασία βελτιστοποίησης της «επίδοσης» του υπό μελέτη συστήματος. Παραδείγματα τέτοιου είδους συναντούμε συνεχώς, όχι μόνο σε τεχνικά προβλήματα αλλά και σε κάθε πτυχή της καθημερινότητάς μας. Ειδικότερα, εφαρμογές πολυκριτηριακής φύσης απαντούν σε όλες, πρακτικά, τις εφαρμογές που σχετίζονται με το νερό και, εν γένει, το περιβάλλον, από την αναπαράσταση των φυσικών διεργασιών μέχρι τον σχεδιασμό των υδραυλικών έργων και τη διαχείριση των υδροσυστημάτων.

Ανεξάρτητα από το είδος της εφαρμογής, τα κριτήρια που εισάγονται στην ανάλυση του συστήματος είναι, ως επί το πλείστον, αντικρουόμενα και μάλιστα δεν μπορούν να αποτιμηθούν σε ένα κοινό μέτρο, όπως η χρηματική αξία. Το γεγονός αυτό δημιουργεί μια αντικειμενική δυσκολία στον προσδιορισμό της καταλληλότερης επιλογής, καθώς εξαιτίας του ανταγωνιστικού τους χαρακτήρα, η βελτίωση της επίδοσης ορισμένων κριτηρίων συνεπάγεται επιδείνωση των υπολοίπων. Κατά κανόνα, τέτοια προβλήματα αντιμετωπίζονται από την οπτική του «καθολικού» μέτρου επίδοσης, δηλαδή ενός βαθμωτού δείκτη που αποτιμά μονοσήμαντα την επίδοση του συστήματος ως προς κάθε εφικτή του λύση. Ο εν λόγω δείκτης περιλαμβάνει είτε ένα και μόνο από τα κριτήρια, το οποίο θεωρείται μείζον, ή συνδυασμούς κριτηρίων, αυθαίρετα ενταγμένους σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση. Ωστόσο, μια τέτοια προσέγγιση αποκρύπτει σημαντικές πτυχές του προβλήματος, ενώ μπορεί εύκολα να οδηγήσει σε μια υποκειμενική ή μεροληπτική αντιμετώπισή του, με δεδομένο ότι, με κατάλληλη «στάθμιση» των διαφόρων κριτηρίων, μπορεί κάποιος να κατευθύνει εκ των προτέρων τη διαδικασία βελτιστοποίησης προς μια υποκειμενική λύση.

Το θεμελιώδες χαρακτηριστικό των πολυκριτηριακών προβλημάτων είναι η ύπαρξη πολλαπλών λύσεων που παρέχουν πρόσφορους συμβιβασμούς μεταξύ των κριτηρίων και θεωρούνται, από μαθηματική οπτική, εξίσου αποδεκτές. Οι εν λόγω λύσεις αποκαλούνται μη κυριαρχούμενες ή μη κατώτερες ή βέλτιστες Pareto, και διαμορφώνουν ένα συμπαγές «μέτωπο» στο πεδίο των κριτηρίων (πεδίο αποτίμησης). Ο συστηματικός εντοπισμός τέτοιων λύσεων αλλά και η διατύπωση στρατηγικών περαιτέρω αξιολόγησής τους, στην κατεύθυνση μιας τελικής συμβιβαστικής επιλογής, αποτελούν ζητούμενο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που είναι ένας από τους ραγδαία εξελισσόμενους κλάδους της επιχειρησιακής έρευνας. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1990, έχει ξεκινήσει η ανάπτυξη σχημάτων ταυτόχρονης αναζήτησης βέλτιστων Pareto λύσεων, που βασίζονται σε τροποποιήσεις των εξελικτικών-γενετικών αλγορίθμων. Σε σχέση με τις πρώτες τους εκδοχές, οι σχετικές μεθοδολογίες έχουν υποστεί σημαντικές βελτιώσεις, στην κατεύθυνση της εξασφάλισης αντιπροσωπευτικών πληθυσμών, που καλύπτουν όλο το φάσμα των ανταγωνισμών. Ωστόσο, η έρευνα είναι ακόμα ανοιχτή, ενώ ελάχιστες είναι οι απόπειρες ανάπτυξης υπολογιστικών εργαλείων προσαρμοσμένων στις ανάγκες των υδρολογικών εφαρμογών.

Από το ευρύ πλαίσιο των προβλημάτων βελτιστοποίησης υδατικών πόρων, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αυτόματη βαθμονόμηση μοντέλων υδρολογικής προσομοίωσης. Πρόκειται για ένα τυπικό και ευρέως μελετημένο πρόβλημα, που αναφέρεται στη βελτιστοποίηση των παραμέτρων ενός μοντέλου ως προς ένα ή περισσότερα μέτρα επίδοσης, μέσω των οποίων αποτιμάται η προσαρμογή

των προσομοιωμένων αποκρίσεων του στις ιστορικές. Η εγγενής δυσκολία του προβλήματος είναι η ύπαρξη πολλαπλών πηγών αβεβαιοτήτων και σφαλμάτων, που αλληλεπιδρούν με μη ελεγχόμενο τρόπο στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Συνέπεια αυτών είναι η ύπαρξη πολλαπλών λύσεων, που εξασφαλίζουν διαφορετική επίδοση ως προς διαφορετικές πτυχές των αποκρίσεων. Ο χειρισμός του προβλήματος καθίσταται ακόμα πιο δυσχερές, εξαιτίας της τάσης χρησιμοποίησης πολύπλοκων μοντέλων με όλο και μεγαλύτερο αριθμό παραμέτρων και, συνακόλουθα, όλο και μεγαλύτερες απαιτήσεις σε δεδομένα και υπολογιστικό φόρτο. Η υδρολογική κοινότητα δεν έχει καταλήξει στη διατύπωση ενός σαφούς πλαισίου για το χειρισμό τέτοιων σχημάτων, η λογική των οποίων είναι αντίθετη προς τη θεμελιώδη αρχή της χρήσης μοντέλων φειδωλών σε παραμέτρους, εφόσον δεν υπάρχουν επαρκή δεδομένα για την «ερμηνεία» τους.

Τα τελευταία χρόνια, η πολυκριτηριακή προσέγγιση του προβλήματος, που υποδηλώνει τη χρήση κριτηρίων προσαρμογής για πολλαπλές αποκρίσεις ή πολλαπλές πτυχές μεμονωμένων αποκρίσεων, συνέβαλε σε μια διαφορετική οπτική του. Ωστόσο, οι περισσότερες εφαρμογές έχουν θεωρητικό παρά επιχειρησιακό χαρακτήρα, δεδομένου ότι αφορούν σε, ως επί το πλείστον, αδιατάρακτες λεκάνες, ή λεκάνες πειραματικού χαρακτήρα, όπου υπάρχει πληθώρα μετρητικών δεδομένων. Επιπλέον, δεν έχει δοθεί έμφαση στην αξιοποίηση των αποτελεσμάτων των πολυκριτηριακών αναλύσεων, σε σκοπό τον εντοπισμό μαθηματικά πρόσφορων αλλά και φυσικά συνεπών λύσεων, που εξασφαλίζουν επαρκή προγνωστική ικανότητα των μοντέλων. Τέλος, περιορισμένες είναι οι απόπειρες ένταξης των μη συστηματικών μετρήσεων καθώς και της υδρολογικής εμπειρίας, στο όλο πλαίσιο σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και βαθμονόμησης των μοντέλων.

1.2 Αντικείμενο και ερευνητικοί στόχοι

Αντικείμενο της διατριβής είναι ο χειρισμός προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης μη γραμμικών συναρτήσεων, τα οποία απαντώνται σε εφαρμογές σχεδιασμού και ανάλυσης πολύπλοκων συστημάτων. Η έρευνα διαρθρώνεται σε ένα γενικό (μαθηματικό-υπολογιστικό) και ένα ειδικό (υδρολογικό) σκέλος. Το πρώτο, που καλύπτει τα Κεφάλαια 2 έως 6, αποσκοπεί στο να διερευνήσει και αξιολογήσει τις υφιστάμενες μεθοδολογίες και να προτείνει βελτιωμένες εκδοχές τους, ενταγμένες σε πρωτότυπα αλγοριθμικά σχήματα. Το δεύτερο σκέλος, αφού αναδεικνύει τα πλεονεκτήματα της πολυκριτηριακής προσέγγισης στην επιστήμη και τεχνολογία των υδατικών πόρων (Κεφάλαιο 7), εστιάζει στο πρόβλημα της βαθμονόμησης των παραμέτρων σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, προτείνοντας, αρχικά μέσω μιας θεωρητικής προσέγγισης (Κεφάλαια 8 έως 10) και στη συνέχεια μέσω μιας πραγματικής εφαρμογής (Κεφάλαιο 11), ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο χειρισμού του.

Η διατριβή υλοποίησε τέσσερις κύριους ερευνητικούς στόχους, ήτοι:

- την ολοκληρωμένη βιβλιογραφική επισκόπηση των μεθοδολογιών επίλυσης πολυκριτηριακών προβλημάτων μη γραμμικής βελτιστοποίησης (με έμφαση στις σύγχρονες προσεγγίσεις, με τη χρήση εξελκτικών αλγορίθμων), με κριτική ανάλυσή τους·
- την ανάπτυξη πρωτότυπων αλγοριθμικών σχημάτων, κατάλληλων για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων και προσαρμοσμένων στις ιδιαιτερότητες των υδρολογικών εφαρμογών·
- την επισκόπηση του προβλήματος βαθμονόμησης των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων, με ερμηνεία των αβεβαιοτήτων που διέπουν την κλασική διαδικασία αυτόματης προσαρμογής τους, μέσω βελτιστοποίησης·
- τη διατύπωση, μέσω μιας πρότυπης πιλοτικής εφαρμογής στη λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού, μιας στρατηγικής εκτίμησης των παραμέτρων σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, που υλοποιεί μονοκριτηριακές και πολυκριτηριακές προσεγγίσεις, με τη χρήση των αλγοριθμικών εργαλείων που αναπτύχθηκαν, σε συνδυασμό με την αξιοποίηση της υδρολογικής εμπειρίας.

Στο σημείο αυτό οφείλουμε να επισημάνουμε ότι η διατριβή κάλυψε ένα ευρύτερο ερευνητικό πεδίο σε σχέση με αυτό που είναι αρχικά προταθεί. Ειδικότερα, το ζήτημα της βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, αντιμετωπίστηκε από μια πολύ πιο ολοκληρωμένη οπτική. Συγκεκριμένα, δόθηκε ιδιαίτερη βαρύτητα στη θεωρητική ανάλυση του προβλήματος, στη βάση μιας εκτενούς βιβλιογραφίας, ενώ παράλληλα με τις μεθόδους βελτιστοποίησης, που έχουν γενικό προσανατολισμό, αναπτύχθηκε και ένα πλαίσιο αρχών που πρέπει να διέπουν τη χρήση των σύνθετων υδρολογικών μοντέλων. Η τεκμηρίωση του εν λόγω πλαισίου έγινε με τη βοήθεια του καινοτόμου εργαλείου γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, στο οποίο εντάχθηκαν τα υπολογιστικά εργαλεία που αναπτύχθηκαν, μέσω της εφαρμογής του στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού.

1.3 Διάρθρωση της εργασίας

Το τεύχος της διατριβής, εκτός από την παρούσα εισαγωγή (Κεφάλαιο 1), περιλαμβάνει 11 ακόμη κεφάλαια και τις βιβλιογραφικές αναφορές. Όπως προαναφέρθηκε, ο κύριος κορμός έχει οργανωθεί σε δύο μέρη, ήτοι στις μεθόδους βελτιστοποίησης και την ανάπτυξη των υπολογιστικών εργαλείων (Κεφάλαια 2 έως 6) και στις υδρολογικές εφαρμογές (Κεφάλαια 7-11). Η διάρθρωση ανά κεφάλαιο έχει ως εξής:

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζεται το υπόβαθρο της θεωρίας βελτιστοποίησης. Ειδικότερα, δίνονται οι απαραίτητοι ορισμοί, εισάγονται οι θεμελιώδεις έννοιες που αφορούν στην αναζήτηση ακροτάτων σε μη γραμμικούς και μη κυρτούς χώρους, διατυπώνεται η γενικευμένη μορφή του προβλήματος ως πολυκριτηριακού και εξηγούνται οι ιδιαιτερότητες του.

Στο **Κεφάλαιο 3** πραγματοποιείται συνοπτική βιβλιογραφική επισκόπηση των μεθόδων αναζήτησης ακροτάτων μη γραμμικών συναρτήσεων. Αναλύονται οι απαιτήσεις μιας συστηματικής διαδικασίας αναζήτησης και παρουσιάζεται η διαχρονική εξέλιξη των μεθόδων μη γραμμικής βελτιστοποίησης, ξεκινώντας από τις κλασικές αριθμητικές τεχνικές αναζήτησης τοπικών ακροτάτων και καταλήγοντας στις σύγχρονες υβριδικές προσεγγίσεις για τον εντοπισμό του ολικού βελτίστου, με κύριο άξονα τους εξελικτικούς αλγορίθμους.

Στο **Κεφάλαιο 4** γίνεται μια ολοκληρωμένη βιβλιογραφική έρευνα των τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Αρχικά, γίνεται αναφορά στις κλασικές προσεγγίσεις, οι οποίες επιδιώκουν τον μετασχηματισμό του διανυσματικού προβλήματος σε βαθμωτό, αποσκοπώντας στον εντοπισμό μιας εκ των προτέρων διαμορφωμένης συμβιβαστικής λύσης του προβλήματος. Ακολουθεί μια κριτική παρουσίαση των σύγχρονων σχημάτων, που με υπόβαθρο τους εξελικτικούς αλγορίθμους επιδιώκουν την ταυτόχρονη παραγωγή αντιπροσωπευτικών ανταγωνισμών των επιμέρους κριτηρίων. Η δομή του κεφαλαίου ακολουθεί την ιστορική εξέλιξη των μεθοδολογιών, ενσωματώνοντας την πλέον επίκαιρη βιβλιογραφία, από πρωτογενείς αποκλειστικά πηγές (διδασκαρικές διατριβές, άρθρα περιοδικών και συνεδρίων).

Το **Κεφάλαιο 5** εστιάζει στα αλγοριθμικά σχήματα που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής. Ξεκινώντας από το τυπικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης, εξηγείται η εξελικτική μέθοδος ανόπτησης-απλόκου (evolutionary annealing-simplex), που συνδυάζει τρεις διαφορετικές στρατηγικές (εξελικτική αναζήτηση, προσομοιωμένη ανόπτηση, τεχνική κατερχόμενου απλόκου), με σκοπό τον εντοπισμό του ολικού ακροτάτου μη κυρτών συναρτήσεων. Στη συνέχεια, αναπτύσσεται λεπτομερώς ο πολυκριτηριακός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου (multiobjective evolutionary annealing-simplex, MEAS), που περιλαμβάνει μια πρωτότυπη διαδικασία αποτίμησης λύσεων σε διανυσματικούς χώρους και μια εξελικτική στρατηγική, η οποία χρησιμοποιεί ιδέες από το μονοκριτηριακό σχήμα, μετά από προσαρμογή τους στις ιδιαιτερότητες της πολυκριτηριακής αναζήτησης. Μετά την παρουσίαση των

υπολογιστικών διαδικασιών, γίνεται εμβάθυνση στα σημεία πρωτοτυπίας και τα πλεονεκτήματα των επιμέρους σημείων τους, σε σχέση με τις υφιστάμενες προσεγγίσεις.

Στο **Κεφάλαιο 6**, με το οποίο ολοκληρώνεται το πρώτο μέρος του τεύχους, γίνεται συγκριτικός έλεγχος της μεθόδου MEAS με δύο άλλες καταξιωμένες μεθόδους της βιβλιογραφίας (NSGA, SPEA), σε τυπικές μαθηματικές συναρτήσεις ελέγχου. Η επίδοση των παραπάνω αλγορίθμων εξετάζεται σε σχέση με διάφορες παραμέτρους εισόδου τους, ώστε να εντοπιστεί η πλέον πρόσφορη δομή τους για τέτοιου τύπου προβλήματα. Στη συνέχεια, παρουσιάζεται μία υδρολογική εφαρμογή, που αναφέρεται στην εκτίμηση των παραμέτρων ενός πολυμεταβλητού στοχαστικού μοντέλου, και ειδικότερα στο πρόβλημα αποσύνθεσης των μητρών συνδιασπορών. Στο πρόβλημα εισάγονται δύο μέτρα ελέγχου, που αναφέρονται στην αναπαραγωγή των δειγματικών διασπορών και αυτοσυσχετίσεων, καθώς και στην ελαχιστοποίηση των συντελεστών ασυμμετρίας του λευκού θορύβου. Η δεύτερη αυτή ομάδα αναλύσεων εστιάζει στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των παραγόμενων πληθυσμών, ενώ διερευνά μια από τις σημαντικές καινοτομίες του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου απόκτησης-απλόκου, που είναι η δυνατότητα παραγωγής λύσεων Pareto σε πρόσφορες υποπεριοχές του πεδίου αποτίμησης.

Στο **Κεφάλαιο 7**, το οποίο είναι εισαγωγικό του δεύτερου μέρους που πραγματεύεται τις υδρολογικές εφαρμογές, εισάγεται η έννοια της πολυκριτηριακής ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων και παρουσιάζονται χαρακτηριστικά πεδία εφαρμογής της, σε προβλήματα σχεδιασμού και διαχείρισης. Συγκριμένα, εξετάζονται τα προβλήματα βέλτιστης λειτουργίας ταμιευτήρων, έλεγχος της ποιότητας υδροφορέων και σχεδιασμού και αποκατάστασης δικτύων ύδρευσης, που τα τελευταία χρόνια έχουν αντιμετωπιστεί και από πολυκριτηριακή οπτική.

Στο **Κεφάλαιο 8** διατυπώνεται το πρόβλημα εκτίμησης των παραμέτρων ή αλλιώς βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, που αποτελεί, κατά τεκμήριο, μια από τις πλέον απαιτητικές εφαρμογές βελτιστοποίησης στον χώρο των υδατικών πόρων. Εξετάζονται οι επιμέρους κατηγορίες μοντέλων υδρολογικής προσομοίωσης, διατυπώνεται το πρόβλημα εκτίμησης των παραμέτρων τους με τη μορφή μιας αυτοματοποιημένης διαδικασίας βελτιστοποίησης, αναλύονται τα διάφορα μέτρα καλής προσαρμογής που εισάγονται στη στοχική συνάρτηση και εξηγείται η έννοια της επαλήθευσης.

Στο **Κεφάλαιο 9** γίνεται εμβάθυνση στο ζήτημα της αβεβαιότητας, και του τρόπου με τον οποίο τα διάφορα είδη σφαλμάτων αλληλεπιδρούν, στα πλαίσια μιας διαδικασίας αυτόματης βαθμονόμησης. Εισάγεται η θεμελιώδης έννοια της ισοδυναμίας (equifinality), με την οποία απορρίπτεται η ύπαρξη ενός μοναδικού βέλτιστου συνόλου παραμέτρων, και επισκοπούνται οι ποσοτικές τεχνικές εκτίμησης της προγνωστικής αβεβαιότητας των μοντέλων.

Στο **Κεφάλαιο 10** διερευνάται ο πολυκριτηριακός χειρισμός του προβλήματος βαθμονόμησης, που παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τη συμβατική μέθοδο βελτιστοποίησης ενός μοναδικού κριτηρίου προσαρμογής. Αναπτύσσεται μια ολοκληρωμένη στρατηγική για τον χειρισμό σύνθετων (ημι-κατανεμημένων ή πλήρως κατανεμημένων) σχημάτων, με μεγάλο αριθμό παραμέτρων. Περιλαμβάνει ένα πλαίσιο αρχών για τη σχηματοποίηση και παραμετροποίηση των μοντέλων, εξηγεί την ανάγκη προσαρμογής των μοντέλων με βάση όχι μόνο τις μετρημένες αποκρίσεις αλλά και κάθε τύπου πληροφορία, σε συνδυασμό με την υδρολογική εμπειρία, και καταλήγει σε μια ημιαυτόματη διαδικασία βαθμονόμησης, που επιτρέπει στο χρήστη να κατευθύνει την αναζήτηση προς τις πλέον ευνοϊκές περιοχές του εφικτού χώρου. Τέλος, παρουσιάζονται χαρακτηριστικές εφαρμογές της βιβλιογραφίας, που αναφέρονται στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων με χρήση πολλαπλών κριτηρίων, οι περισσότερες των οποίων έχουν επιχειρηθεί μόλις την τελευταία δεκαετία.

Στο **Κεφάλαιο 11** παρουσιάζεται η προσαρμογή ενός συνδυαστικού υδρολογικού, υδρογεωλογικού και διαχειριστικού μοντέλου στη λεκάνη απορροής και το υδροσύστημα του Βοιωτικού Κηφισού. Πρόκειται για το καινοτόμο σχήμα γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, συνιστώσες του οποίου αναπτύχθηκαν εκ ολοκλήρου στα πλαίσια της διατριβής. Αφού εξηγούνται οι ιδιαιτερότητες

του συστήματος, τα δεδομένα εισόδου και το θεωρητικό υπόβαθρο του μοντέλου, αναπτύσσεται η διαδικασία σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και πολυκριτηριακής προσαρμογής του, στη βάση των αρχών που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η εκτίμηση των περίπου 100 παραμέτρων του μοντέλου γίνεται σε δύο στάδια. Αρχικά, υιοθετείται μια υβριδική προσέγγιση, στην οποία τα περίπου 40 κριτήρια (στατιστικά και εμπειρικά) σταθμίζονται σε μια ενιαία στοχαστική συνάρτηση και οι παράμετροι βελτιστοποιούνται σταδιακά και κατά ομάδες, μέσω του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου. Ο έλεγχος του μοντέλου αναφέρεται στη δεκαετία 1984-1994, για την οποία διατίθενται μετρήσεις απορροής στην έξοδο της λεκάνης και κατόπιν των κύριων καρστικών πηγών της. Ο χρήστης επεμβαίνει διαδραστικά στην υπολογιστική διαδικασία, ώστε να εξασφαλίσει μια ικανοποιητική προσαρμογή στο σύνολο των θέσεων ελέγχου, τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης (1984-1990) όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης (1990-1994). Βάσει της τελευταίας αποτιμάται και η προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, ενώ δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη φυσική συνέπεια των παραμέτρων. Το δεύτερο στάδιο αναλύσεων περιλαμβάνει ένα πλήθος διανυσματικών διατυπώσεων του προβλήματος, στα πλαίσια του οποίου βελτιστοποιούνται οι 18 πιο σημαντικές παράμετροι του μοντέλου ως προς διαφορετικά κριτήρια, με και χωρίς περιορισμούς εφικτότητας. Οι αναλύσεις γίνονται με χρήση της μεθόδου MEAS, επιτρέποντας μικρό, σχετικά, αριθμό δοκιμών. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει μια καλύτερη εμβάθυνση στις αλληλεπιδράσεις των κριτηρίων και την ερμηνεία των πηγών αβεβαιότητας, ενώ από τα διάφορα σύνολα των μη κατωτέρων λύσεων επιλέγεται μια συμβιβαστική λύση για περαιτέρω διερεύνηση. Ο έλεγχος των δύο ομάδων παραμέτρων που προέκυψαν από τα αντίστοιχα επίπεδα αναλύσεων γίνεται για μακροχρόνιο ορίζοντα, από το 1907 έως το 2003, εκμεταλλευόμενοι το γεγονός ότι στη λεκάνη λειτουργεί ο παλαιότερος υδρομετρικός και ένας από τους παλαιότερους βροχομετρικούς σταθμούς του ελληνικού χώρου. Αφού εξηγούνται οι παραδοχές για την κατασκευή των δεδομένων εισόδου του μοντέλου για τόσο μεγάλο διάστημα, συγκρίνονται οι δύο λύσεις και επιλέγεται αυτή που ικανοποιεί καλύτερα τις πρακτικές απαιτήσεις της έρευνας.

Στο **Κεφάλαιο 12**, συνοψίζονται οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν, τόσο σε αλγοριθμικό όσο και σε υδρολογικό επίπεδο, και σχολιάζονται τα αποτελέσματα των εφαρμογών. Στη βάση των παραπάνω, κωδικοποιούνται τα κύρια συμπεράσματα της εργασίας, και προτείνονται κατευθύνσεις για μελλοντική έρευνα.

1.4 Συμβολή της διατριβής και πρωτότυπα σημεία

1.4.1 Γενικά

Σύμφωνα με τον τίτλο της διατριβής, η έρευνα αφορά στην ανάπτυξη εργαλείων βελτιστοποίησης συναρτήσεων πολλαπλών κριτηρίων, με κύριο πεδίο εφαρμογής τους τη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων. Το ερευνητικό αυτό αντικείμενο αυτό παρουσιάζει έντονο διεπιστημονικό ενδιαφέρον, καθώς πραγματεύεται ένα ερευνητικό πεδίο αιχμής, με μικρό χρόνο ζωής και σημαντικές προοπτικές. Προϋποθέτει γνώσεις από διαφορετικά επιστημονικά πεδία, ορισμένα από τα οποία είναι γενικά (μαθηματικά, επιχειρησιακή έρευνα, πληροφορική, στατιστική) ενώ άλλα είναι εξειδικευμένα, από τον χώρο των επιστημών του νερού και του περιβάλλοντος (υδρολογία, ανάλυση και διαχείριση συστημάτων υδατικών πόρων, συστήματα γεωγραφικής πληροφορίας). Ο συνδυασμός των παραπάνω έχει δημιουργήσει έναν σχετικά πρόσφατο τεχνολογικό κλάδο, που αναφέρεται ως *υδροπληροφορική* (hydroinformatics¹).

¹ Ο όρος εισήχθη το 1991 από τον Prof. Mike Abbot. Συνοπτικό ιστορικό δίνεται από τους See *et al.* (2007).

Αν και η ανάπτυξη αλγορίθμων βελτιστοποίησης υδρολογικών μοντέλων εντάσσεται στο αντικείμενο της υδροπληροφορικής, η μεγάλη πλειονότητα των υδρολόγων υιοθετεί έτοιμα σχήματα, που έχουν δοκιμαστεί σε άλλες τεχνολογικές εφαρμογές. Οι εξαιρέσεις στο παραπάνω κανόνα είναι λίγες (π.χ., Duan *et al.*, 1992· Pan and Wu, 1998· Solomatine, 1999), και ακόμα λιγότερες όσον αφορά σε τεχνικές πολυκριτηριακής αναζήτησης (Yapo *et al.*, 1998· Vrugt *et al.*, 2003a). Ωστόσο, η εκτενής έρευνα τριών και πλέον δεκαετιών έχει καταδείξει τις πολλαπλές ιδιαιτερότητες των υδρολογικών προβλημάτων, ιδιαίτερα όσον αφορά στη βαθμονόμηση σύνθετων μοντέλων, που εμπεριέχουν μεγάλο αριθμό παραμέτρων αλλά και απαιτούν σημαντικό υπολογιστικό φόρτο για προσομοίωση. Με βάση το σκεπτικό αυτό, επιχειρήσαμε να αναπτύξουμε εργαλεία που, ενώ σε πρώτη φάση δοκιμάστηκαν πάνω σε θεωρητικά προβλήματα γενικού σκοπού, στη συνέχεια ελέγχθηκαν και προσαρμόστηκαν με βάση χαρακτηριστικές υδρολογικές εφαρμογές, ιδιαίτερα υψηλού βαθμού δυσκολίας.

Ωστόσο, το αντικείμενο της διατριβής δεν επικεντρώθηκε αποκλειστικά στην ανάπτυξη αλγορίθμων. Αν και αυτός υπήρξε ο κεντρικός, αρχικά, στόχος της εργασίας, η «ωρίμανση» της έρευνας ανέδειξε επιπλέον σημεία προς διερεύνηση, αφού η ύπαρξη και μόνο εύρωστων τεχνικών βελτιστοποίησης δεν εγγυάται τον εντοπισμό ρεαλιστικών λύσεων, που εξασφαλίζουν επαρκή προγνωστική ικανότητα σε ένα υδρολογικό μοντέλο. Έτσι, το ερευνητικό αντικείμενο διευρύνθηκε, ώστε να περιλάβει μια ολοκληρωμένη επισκόπηση αλλά και κριτική ανάλυση του προβλήματος βαθμονόμησης, συνδέοντάς το με την ανάγκη χειρισμού του από μια πολυκριτηριακή οπτική. Η παράλληλη ανάπτυξη του μοντέλου γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, στη βάση των αρχών και υπολογιστικών εργαλείων που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής, καθώς και η εκτενής διερεύνησή τους σε ένα από τα πλέον σύνθετα υδροσυστήματα του ελληνικού χώρου, αποτελούν σημαντική συνιστώσα της όλης προσπάθειας, και ευελπιστούμε να αξιοποιηθεί επιχειρησιακά.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται, αναλυτικά, η συμβολή της διατριβής στο ερευνητικό και τεχνολογικό επίπεδο και τα στοιχεία πρωτοτυπίας της.

1.4.2 Συμβολή στην έρευνα και τεχνολογία

Η παρούσα διατριβή συνέβαλε σε αρκετές κατευθύνσεις, τόσο όσον αφορά στο γενικό (υπολογιστικό) της σκέλος όσο και στο ειδικό (υδρολογικό). Συγκεκριμένα:

Επιχειρήθηκε μια ολοκληρωμένη, έστω και συνοπτική, επισκόπηση της θεωρίας βελτιστοποίησης και των μεθόδων αναζήτησης ακροτάτων σε μη γραμμικούς χώρους (Κεφάλαια 2 και 3). Η προσέγγιση γίνεται από την οπτική γωνία του μηχανικού, που επιζητά λύσεις ικανοποιητικής ακρίβειας, με εύλογο υπολογιστικό φόρτο. Για τον λόγο αυτό, η βελτιστοποίηση αντιμετωπίστηκε όχι από αποκλειστικά αλγοριθμική οπτική αλλά ενταγμένη σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, που περιλαμβάνει τη διατύπωση του προβλήματος (διαμόρφωση κριτηρίων, περιορισμών, στοχικής συνάρτησης και μεταβλητών ελέγχου), τη διαδικασία αναζήτησης (αλγόριθμος) και την αξιολόγηση των λύσεων που προκύπτουν από την εν λόγω διαδικασία.

Σχετικά με την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, και ειδικότερα τις εξελικτικές τεχνικές ταυτόχρονης παραγωγής μη κατωτέρων λύσεων, οι οποίες αναπτύσσονται μόλις την τελευταία δεκαετία, η έλλειψη συγκεντρωτικής βιβλιογραφίας κατεύθυνε την έρευνα σε πρωτογενείς πηγές, δηλαδή σε άρθρα περιοδικών και δημοσιεύσεις πρακτικών συνεδρίων. Σε μια από τις σχετικά λίγες προσεγγίσεις που έχουν γίνει διεθνώς, επιχειρήθηκε η συστηματική διερεύνηση των σχετικών αλγορίθμων που, λόγω του μικρού χρόνου ζωής τους, δεν έχουν ελεγχθεί επαρκώς σε πραγματικά προβλήματα (Κεφάλαιο 4).

Η κύρια συμβολή της διατριβής, ως προς το υπολογιστικό σκέλος της, αναπτύσσεται στο Κεφάλαιο 5 και αναφέρεται στη διαμόρφωση ενός γενικού εργαλείου αναζήτησης μη κατωτέρων λύσεων, με την ονομασία *πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου* (multiobjective evolutionary annealing-simplex, MEAS). Αρχικά, διατυπώθηκε μια βελτιωμένη εκδοχή ενός σχήματος ολικής

βελτιστοποίησης που ξεκίνησε να διερευνάται στα πλαίσια της μεταπτυχιακής εργασίας του Υ.Δ. (Ευστρατιάδης, 2001· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2001, 2002), και βασίζεται στη σύζευξη ιδεών από διαφορετικές προσεγγίσεις. Οι προτεινόμενες μεθοδολογίες αποσκοπούν στην αναζήτηση ακροτάτων η γραμμικών συναρτήσεων σε μη κυρτές επιφάνειες απόκρισης και αξιοποιήθηκαν, μετά από προσαρμογή, στις παραγωγικές διαδικασίες, ήτοι τις διαδικασίες παραγωγής νέων λύσεων του αλγορίθμου. Ωστόσο, το καθοριστικότερο σκέλος του αφορά στην αξιολόγηση της καταλληλότητας των μελών του τρέχοντος πληθυσμού. Υιοθετώντας ένα σύνθετο πλαίσιο, στο οποίο υλοποιούνται πολλές πρωτότυπες ιδέες, διαμορφώνεται ένα συνδυαστικό μέτρο που αποτιμά την καταλληλότητα κάθε λύσης, ως προς τη θέση της στο πεδίο αποτίμησης, ώστε να κατευθύνει τη διαδικασία αναζήτησης προς τις πλέον πρόσφορες περιοχές του μετώπου Pareto. Στο εδάφιο 1.4.3 που ακολουθεί, εξηγούνται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τα στοιχεία πρωτοτυπίας των αλγορίθμων.

Η μέθοδος MEAS μπορεί να χειριστεί μια πληθώρα προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, όπως αποδεικνύει ο εκτενής έλεγχός της βάσει θεωρητικών αλλά και πραγματικών προβλημάτων. Τα πρώτα αναφέρονται σε τυπικές συναρτήσεις της βιβλιογραφίας, που χρησιμοποιούνται ευρέως για την αξιολόγηση τέτοιων σχημάτων. Τα πραγματικά προβλήματα ελήφθησαν από την τεχνολογία υδατικών πόρων, και αναφέρονται στη βελτιστοποίηση των παραμέτρων στοχαστικών και εννοιολογικών μοντέλων (Κεφάλαια 6 και 11, αντίστοιχα). Συγκρίνοντας την επίδοση του αλγορίθμου σε σχέση με καταξιωμένες τεχνικές, όπως η μέθοδος SPEA (Zitzler and Thiele, 1998· Zitzler, 1999), προέκυψαν πολύ θετικά συμπεράσματα, μέσω των οποίων τεκμηριώνεται η ουσιαστική συμβολή της εργασίας στο συγκεκριμένο αντικείμενο.

Σε ό,τι αφορά στο υδρολογικό σκέλος, μια αρχική συμβολή της εργασίας αφορά στην ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της πολυκριτηριακής προσέγγισης σε τρεις χαρακτηριστικές εφαρμογές, ήτοι την διαχείριση ταμιευτήρων, τον έλεγχο υδροφορέων και την ανάλυση δικτύων ύδρευσης. Η επισκόπησή τους, που αναπτύσσεται στο Κεφάλαιο 7, παρόλο συνοπτική, επιχειρεί να καλύψει ένα έλλειμμα στη βιβλιογραφία των υδατικών πόρων, καθώς απουσιάζει μια συγκεντρωτική αναφορά στο ιστορικό της πολυκριτηριακής εξελικτικής βελτιστοποίησης σε τέτοιου τύπου προβλήματα.

Το πρόβλημα που εξετάζεται ενδελεχώς αφορά στη βαθμονόμηση των παραμέτρων των υδρολογικών μοντέλων, μέσω βελτιστοποίησης. Η θεωρητική επισκόπηση του αντικειμένου, η οποία καλύπτει τρία κεφάλαια της διατριβής (8 έως 10), λαμβάνει υπόψη την σύγχρονη τάση για χρήση όλο και πιο πολύπλοκων σχημάτων, με αυξημένες απαιτήσεις σε παραμέτρους, δεδομένα και υπολογιστικό φόρτο. Η έρευνα που έγινε κατέληξε: (α) στη συστηματική αναγνώριση των διαφόρων πηγών αβεβαιοτήτων, που επηρεάζουν την προγνωστική ικανότητα των μοντέλων, (β) στην αξιολόγηση των διαφόρων κριτηρίων καλής προσαρμογής, (γ) στην διατύπωση νέων μέτρων προσαρμογής καθώς και εμπειρικών κριτηρίων, για τον έλεγχο αποκρίσεων με ελλιπή ή καθόλου δεδομένα πεδίου, (δ) στην αξιοποίηση της πολυκριτηριακής προσέγγισης, όσον αφορά τον ταυτόχρονο έλεγχο διαφορετικών αποκρίσεων του μοντέλου ή/και διαφορετικών όψεων κάθε απόκρισης. Πρόκειται για μια εξαιρετικά σημαντική απόπειρα συγκέντρωσης μιας εξαιρετικά εκτενούς βιβλιογραφίας αλλά και αποτύπωσης των συχνά αντικρουόμενων απόψεων των ερευνητών πάνω σε ένα αντικείμενο μείζονος ενδιαφέροντος.

Σημαντική συμβολή της διατριβής ήταν η ανάπτυξη του μεθοδολογικού πλαισίου εκτίμησης των παραμέτρων του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ. Πρόκειται για ένα καινοτόμο σχήμα προσομοίωσης των επιφανειακών και υπόγειων διεργασιών και αναπαράστασης της διαχείρισης των υδατικών πόρων, κατάλληλο για διαταραγμένες λεκάνες. Το εν λόγω πλαίσιο αποσκοπεί σε μια παραμετροποίηση συμβατή με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος και τη διαθέσιμη μετρητική πληροφορία, ενώ επιδιώκει την αξιοποίηση της υδρολογικής εμπειρίας, με την ενσωμάτωση πολλαπλών μέτρων προσαρμογής, στη διαδικασία βαθμονόμησης, ορισμένα από τα οποία είναι πρωτότυπα.

Η πιλοτική εφαρμογή (Κεφάλαιο 11) του μεθοδολογικού πλαισίου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής (αλγόριθμοι βελτιστοποίησης και αρχές χειρισμού σύνθετων υδρολογικών μοντέλων) στην λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού παρουσιάζει πολύπλευρο ενδιαφέρον. Πρόκειται για ένα εξαιρετικά πολύπλοκο υδροσύστημα, με αλληλεπιδράσεις μεταξύ των επιφανειακών και υπόγειων νερών, και πολλαπλές χρήσεις νερού, που εισάγουν έντονες αβεβαιότητες στην μοντελοποίηση των σχετικών διεργασιών. Η όλη προσέγγιση, που είναι μοναδική για τα ελληνικά τουλάχιστον δεδομένα, συνέβαλε στην «εμπειρική» τεκμηρίωση του προαναφερθέντος πλαισίου, ενώ δεν πρέπει να υποβαθμιστεί και η πρακτική της χρησιμότητα, καθώς το μοντέλο που προσαρμόστηκε μπορεί να εφαρμοστεί επιχειρησιακά, για την ανάλυση και αποτίμηση του επιφανειακού και υπόγειου δυναμικού της λεκάνης και την ορθολογική διαχείριση των υδατικών της πόρων.

1.4.3 Στοιχεία πρωτοτυπίας και σχετικές δημοσιεύσεις

Πολλά σημεία της διατριβής είναι είτε εν μέρει είτε στο σύνολό τους πρωτότυπα, και αρκετά έχουν ήδη δημοσιευτεί, στη μορφή που παρουσιάζεται στη διατριβή ή σε προηγούμενα στάδια της έρευνας. Από αυτά σταχυολογούμε τα εξής:

Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου (MEAS), όπως και η απλουστευμένη εκδοχή του που είναι κατάλληλη για προβλήματα βελτιστοποίησης βαθμωτών συναρτήσεων, είναι σε σημαντικό βαθμό πρωτότυποι. Τα στοιχεία καινοτομίας τους αναφέρονται:

- στη θέσπιση ενός διπλού συνόρου του πεδίου αναζήτησης, ενός εσωτερικού, που εκφράζει τα επιθυμητά ή αναμενόμενα όρια διακύμανσης των μεταβλητών ελέγχου, και ενός εξωτερικού, που εκφράζει τα μαθηματικά ή φυσικά τους όρια.
- στη διαδικασία ταξινόμησης του πληθυσμού στο πεδίο αποτίμησης, με βάση τη θεμελιώδη έννοια της κυριαρχίας, που αποτελεί βελτιωμένη παραλλαγή της αντίστοιχης διαδικασίας της μεθόδου SPEA, καθώς εξασφαλίζει πολύ μεγαλύτερη ποικιλία τιμών καταλληλότητας (μεγαλύτερη από κάθε άλλη γνωστή στρατηγική ταξινόμησης).
- στη διεύρυνση της έννοιας της κυριαρχίας, με την εισαγωγή ενός επιπλέον μέτρου, που λαμβάνει υπόψη, εκτός από τη σχετική θέση κάθε μέλους του πληθυσμού στο πεδίο αποτίμησης, και το ποσοστό των κριτηρίων ως προς τα οποία υπερέχει (το σημείο αυτό έχει έννοια σε προβλήματα ταυτόχρονης βελτιστοποίησης τριών ή περισσότερων κριτηρίων).
- στην ανάπτυξη μιας απλής όσο και αποτελεσματικής στρατηγικής διατήρησης της διασποράς του πληθυσμού, που βασίζεται στη χρήση ενός αυτόματα προσαρμοζόμενου κανάβου.
- στην εισαγωγή της έννοιας του εφικτού πεδίου αποτίμησης, με την οποία εμποδίζεται η γέννηση λύσεων σε περιοχές του μετώπου Pareto που δεν είναι αποδεκτές.
- στη διαμόρφωση του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης, με το οποίο εξασφαλίζεται η απαιτούμενη τυχαιότητα στη διαδικασία επιλογής, κατά τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας.
- στην εισαγωγή εξελικτικών διαδικασιών που βασίζονται στην κλασική μέθοδο κατερχόμενου απλόκου για την αναζήτηση τοπικών ακροτάτων (Nelder and Mead, 1965), με εμπλουτισμό των κινήσεων του (π.χ. πολλαπλή επέκταση), διαφοροποίησή τους ανάλογα με τον αν επιδιώκεται ολική ή πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση και στοχαστική διατύπωση των σχετικών γεωμετρικών μετασχηματισμών.
- στην ενσωμάτωση συνδυαστικών διαδικασιών μετάλλαξης, ώστε να ελέγχεται η παραγωγή τυχαίων λύσεων στη γειτονιά του τρέχοντος πληθυσμού (μετάλλαξη μικρής κλίμακας) ή μακριά από αυτόν (μετάλλαξη μεγάλης κλίμακας).

Γενικά, η λογική της μεθόδου διαφοροποιείται δραστικά από το σύνηθες πλαίσιο των σύγχρονων εξελικτικών σχημάτων, που στην πράξη αποτελούν παραλλαγές των γενετικών αλγορίθμων, χωρίς επέμβαση στον κύριο παραγωγικό κορμό τους (δηλαδή τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης). Όλες οι υπολογιστικές διαδικασίες, καθώς και τα στοιχεία πρωτοτυπίας της μεθόδου, εξετάζονται με

λεπτομέρεια στο Κεφάλαιο 5. Διάφορες εκδοχές της τελευταίας έχουν δημοσιευτεί από τους Rozos *et al.* (2004), Efstratiadis and Koutsoyiannis (2005) και Efstratiadis and Koutsoyiannis (2007).

Στη βιβλιογραφία των υδατικών πόρων, απουσιάζουν μελέτες επισκόπησης των πλέον πρόσφατων πολυκριτηριακών τεχνικών και συγκριτική τους αξιολόγηση σε θεωρητικά αλλά και πραγματικά προβλήματα, με ελάχιστες εξαιρέσεις (Tang *et al.*, 2006).

Ο πολυκριτηριακός χειρισμός του προβλήματος αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών σε γραμμικά στοχαστικά μοντέλα είναι εξ ολοκλήρου πρωτότυπος. Πρώτος ο Koutsoyiannis (1999) διατύπωσε το συγκεκριμένο ως πρόβλημα βελτιστοποίησης, με κριτήρια την ελαχιστοποίηση του σφάλματος αναπαραγωγής των διασπορών και ετεροσυσχετίσεων των ιστορικών δειγμάτων και την ελαχιστοποίηση του μέτρου ασυμμετρίας του λευκού θορύβου. Ωστόσο, η επίλυση έγινε με χρήση μιας βαθμωτής στοχαστικής συνάρτησης (στην οποία σταθμίστηκαν τρεις όροι σφάλματος) και εφαρμογή της κλασικής μεθόδου συζυγών κλίσεων. Στην παρούσα εργασία, διαμορφώθηκαν δύο ανεξάρτητα κριτήρια, και το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε ως καθαρά διανυσματικό. Η συστηματική διερεύνηση που έγινε στα πλαίσια της διατριβής κατέδειξε ότι τα εν λόγω κριτήρια είναι εξόχως ανταγωνιστικά, με το αντίστοιχο μέτωπο Pareto να καταλαμβάνει εξαιρετικά μεγάλη έκταση στο πεδίο αποτίμησης. Οι σχετικές αναλύσεις δεν έχουν ακόμα δημοσιευτεί.

Η επισκόπηση των σύγχρονων πρακτικών πολυκριτηριακής προσέγγισης σε προβλήματα υδατικών πόρων είναι αρκετά πρωτότυπη. Ακόμη, κατά τη διάρκεια της διατριβής πραγματοποιήθηκαν (χωρίς να αναλύονται στο σχετικό Κεφάλαιο 7) δύο δημοσιεύσεις που αφορούν στη διαχείριση ταμιευτήρων πολλαπλού σκοπού (Efstratiadis *et al.*, 2004· Christofides *et al.*, 2005).

Το πλαίσιο αρχών που πρέπει να διέπουν τη διαδικασία προσαρμογής ενός υδρολογικού μοντέλου σε πολύπλοκες λεκάνες εμπεριέχει πρωτότυπα στοιχεία, όπως:

- η χρήση διαφορετικών επιπέδων σχηματοποίησης και παραμετροποίησης, με την εισαγωγή της έννοιας της μονάδας υδρολογικής απόκρισης όχι ως αυστηρά προσδιορισμένης χωρικής ενότητας αλλά ως τύπου εδάφους, ο ορισμός του οποίου βασίζεται στη διαθέσιμη χωρική πληροφορία, σε συνδυασμό με το «εφικτό» πλήθος των παραμέτρων·
- η ενδυνάμωση της πληροφορίας που παρέχεται στη βαθμονόμηση, με αξιοποίηση κάθε τύπου μέτρησης αλλά και της υδρολογικής εμπειρίας·
- η ανάδειξη της πολυκριτηριακής προσέγγισης ως εργαλείου χειρισμού των αβεβαιοτήτων και ερμηνείας του φαινομένου της ισοδυναμίας (equifinality)·
- η ανάπτυξη ενός εμπειρικού δείκτη για τον έλεγχο της στέρησης της παροχής υδατορευμάτων και πηγών·
- η ανάπτυξη ενός στατιστικού δείκτη, βασισμένου στον έλεγχο Mann-Kendall, για την ανίχνευση τάσεων, με την οποία εξασφαλίζεται η παραγωγή ρεαλιστικών αποκρίσεων του υπόγειου νερού σε συνδυαστικά υδρολογικά μοντέλα, εφόσον δεν υπάρχουν μετρήσεις στάθμης·
- η διατύπωση μιας στρατηγικής ημιαυτόματης βαθμονόμησης, που επιτρέπει την προσαρμογή σύνθετων μοντέλων με σχετικά μεγάλο αριθμό παραμέτρων σε πολλαπλές αποκρίσεις.

Οι παραπάνω αρχές, υλοποιημένες στα πλαίσια του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ και εφαρμοσμένες στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού και αλλού, παρουσιάζεται σε μια σειρά δημοσιεύσεων σε άρθρα περιοδικών και διεθνή συνέδρια (Efstratiadis *et al.*, 2003· Rozos *et al.*, 2004· Efstratiadis *et al.*, 2005a· Efstratiadis *et al.*, 2005b· Efstratiadis *et al.*, 2006· Efstratiadis *et al.*, 2007· Nalbantis *et al.*, 2007).

Ειδικότερα, η πιλοτική εφαρμογή στον Βοιωτικό Κηφισό είναι σε σημαντικό βαθμό πρωτότυπη, όσον αφορά στα εξής σημεία:

- τη συνδυαστική απεικόνιση των υδρολογικών (επιφανειακών και υπόγειων) διεργασιών, καθώς και του καθεστώτος διαχείρισης των υδατικών πόρων της λεκάνης, με σύζευξη τριών μοντέλων,

χαρακτηριστικό που επιτρέπει την προσαρμογή του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ σε διαταραγμένες λεκάνες (Efstratiadis *et al.*, 2007).

- την ένταξη πολλαπλών χρήσεων νερού και λειτουργικών περιορισμών στο μοντέλο υδρολογικής προσομοίωσης και χειρισμό του προβλήματος κατανομής των ροών του υδροσυστήματος, με προσαρμογή του σχήματος δικτυακού προγραμματισμού που παρουσιάζεται στην εργασία των Efstratiadis *et al.* (2004).
- τη συνδυαστική χρήση στατιστικών και εμπειρικών μέτρων προσαρμογής, για τον ταυτόχρονο έλεγχο πολλαπλών αποκρίσεων του μοντέλου, μετρημένων (παροχές υδατορευμάτων και πηγών) και μη (στάθμες δεξαμενών υπόγειου νερού).
- την ημιαυτόματη διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ κατά στάδια, ελέγχοντας την προγνωστική ως προς την επίδοσή του κατά την περίοδο επαλήθευσης και βάσει της φυσικής συνέπειας των παραμέτρων (Efstratiadis *et al.*, 2007· Nalbantis *et al.*, 2007).
- τη διατύπωση του προβλήματος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, με ασυνήθιστα, σύμφωνα με τις βιβλιογραφικές αναφορές, μεγάλο αριθμό μέτρων προσαρμογής (μέχρι 7), και χειρισμό των τελευταίων με τη θεώρηση περιορισμών εφικτότητας (προγενέστερες αναλύσεις παρουσιάζονται από τους Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2007).
- τη συστηματική διερεύνηση των συνόλων Pareto που προκύπτουν από τις πολυκριτηριακές αναλύσεις, με σκοπό τον εντοπισμό πρόσφορων συμβιβαστικών λύσεων.
- την επαλήθευση του μοντέλου στη βάση ενός εκτενούς δείγματος, που καλύπτει μια περίοδο 96 υδρολογικών ετών (1907-2003), πιθανότατα τη μεγαλύτερη που έχει ποτέ αναφερθεί σε συναφείς υδρολογικές έρευνες· τα αποτελέσματα αξιοποιήθηκαν για την ανάλυση κλιματικών σεναρίων, η οποία παρουσιάζεται από τους Koutsoyiannis *et al.* (2007).

ΜΕΡΟΣ Α: ΘΕΩΡΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ

2 Θεωρητικό υπόβαθρο βελτιστοποίησης

2.1 Ορισμοί

2.1.1 Η έννοια του συστήματος

Η έννοια του *συστήματος* (system) είναι απόλυτα θεμελιώδης για την διατύπωση του ορισμού της βελτιστοποίησης σε πραγματικά προβλήματα, τα οποία καλείται να αντιμετωπίσει ένας μηχανικός. Στη βιβλιογραφία δίνονται αρκετοί ορισμοί, πληρέστερος από τους οποίους θεωρούμε ότι είναι αυτός των Mays and Tung (1992, σ. 8):

Ως σύστημα νοείται ένα σύνολο ανεξάρτητων μεταξύ τους στοιχείων που αλληλεπιδρούν, το οποίο χαρακτηρίζεται από: (α) ένα σύνολο που καθορίζει αν ένα στοιχείο ανήκει στο σύστημα ή στο περιβάλλον, (β) αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον (είσοδοι-έξοδοι), και (γ) σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του και των εισόδων-εξόδων.

Στη συνέχεια, δίνονται τρεις ακόμη βασικοί ορισμοί που αφορούν σε ένα σύστημα:

Είσοδος (input) ή φόρτιση (stress, force) ενός συστήματος καλείται κάθε σύνολο δράσεων που προέρχονται από το εξωτερικό περιβάλλον και επιφέρουν μεταβολές στην κατάσταση του συστήματος.

Έξοδος (output) ή απόκριση (response) ενός συστήματος καλείται κάθε αντίδραση που παράγεται από το σύστημα και γίνεται αντιληπτή από το περιβάλλον.

Μεταβλητές κατάστασης (state variables) καλούνται οι εσωτερικές ιδιότητες που περιγράφουν το τρέχον καθεστώς του συστήματος και μεταβάλλονται ως συνέπεια των εξωτερικών φορτίσεων.

Στην πράξη, οι μελέτες και αναλύσεις του μηχανικού γίνονται όχι πάνω στα εξαιρετικά πολύπλοκα φυσικά συστήματα, αλλά σε ρεαλιστικές απλοποιήσεις αυτών, που περιγράφονται από *μαθηματικά μοντέλα*. Με τον όρο νοείται ένα σύνολο υποθέσεων σχετικών με τη λειτουργία ενός συστήματος, εκφρασμένων υπό μορφή μαθηματικών ή λογικών σχέσεων μεταξύ των συνιστωσών του συστήματος, και, κατά κανόνα, κωδικοποιημένων σε γλώσσα υπολογιστή. Το μαθηματικό μοντέλο είναι και αυτό ένα σύστημα, το οποίο, ως συνέπεια των φορτίσεων που δέχεται, παράγει αποκρίσεις και μεταβάλλει την κατάστασή του. Όταν οι φορτίσεις εφαρμόζονται σταθερά στο χρόνο, το σύστημα (ή το μοντέλο) θεωρείται *στατικό*, ενώ αν μεταβάλλονται χρονικά τότε το σύστημα καλείται *δυναμικό*.

2.1.2 Η έννοια της βελτιστοποίησης

Όταν τίθεται κάποιο πρόβλημα προς επίλυση, η αντιμετώπισή του βασίζεται σε μια διαδοχή από εναλλακτικές *αποφάσεις* (decisions) και *αξιολογήσεις* (evaluations) των επιπτώσεων κάθε απόφασης. Αν κάθε μια από τις εναλλακτικές αποφάσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος, μπορεί να περιγραφεί από ένα σύνολο $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, και αν σε κάθε τέτοια περιγραφή μπορεί να αντιστοιχιστεί ένα πραγματικό *μέτρο επίδοσης* (performance measure), τότε ως *βέλτιστη* (optimal) νοείται η απόφαση που μεγιστοποιεί το εν λόγω μέτρο.

Στην πράξη, η *βελτιστοποίηση* (optimization) εφαρμόζεται σε προβλήματα σχεδιασμού ή λειτουργίας συστημάτων. Σύμφωνα με τον ορισμό του Pierre (1984, σ. 2):

Ένα σύστημα είναι βέλτιστο ως προς ένα δεδομένο μέτρο επίδοσης και ένα δεδομένο σύνολο περιορισμών εφόσον λειτουργεί/αποδίδει τουλάχιστον ίσα αν όχι καλύτερα από κάθε άλλο σύστημα που ικανοποιεί τους ίδιους περιορισμούς.

Η άρρηκτη σχέση μεταξύ των εννοιών «σύστημα» και «βελτιστοποίηση» εξηγεί τον λόγο που η τελευταία απαντά και με τον πρακτικά ισοδύναμο όρο *ανάλυση συστημάτων* (systems analysis).

2.2 Εισαγωγικές μαθηματικές έννοιες

Η βελτιστοποίηση, καταρχήν με την έννοια μιας καθαρά μαθηματικής διαδικασίας, θεμελιώθηκε ήδη από τον 18ο αιώνα, με την ανάπτυξη του διαφορικού λογισμού. Στην εισαγωγική αυτή ενότητα επισκοπούνται ορισμένες βασικές έννοιες, που αφορούν στην βελτιστοποίηση συναρτήσεων πολλών μεταβλητών.

2.2.1 Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών

Έστω η συνάρτηση $f(\mathbf{x})$: $X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ όπου $\mathbf{x} := [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ διάνυσμα πραγματικών μεταβλητών, που λαμβάνουν τιμές από το πεδίο X . Θεωρούμε ότι η συνάρτηση f είναι ομοιόμορφα συνεχής, και έχει συνεχείς μερικές παραγώγους δευτέρας τάξεως στο X . Το διάνυσμα:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \text{grad } f(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right]^T \quad (2.1)$$

ονομάζεται *κλίση* ή *βαθμίδα* (gradient), ενώ το μητρώο των μερικών παραγώγων δευτέρας τάξης:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ονομάζεται *εσσιανό* (Hessian¹), και είναι προφανώς συμμετρικό.

Η γεωμετρική απεικόνιση των τιμών της συνάρτησης ονομάζεται *γραφική παράσταση* ή, απλούστερα, *γράφημα*. Στις φυσικές επιστήμες, όταν η τιμή $f(\mathbf{x})$ εκφράζει ένα πραγματικό βαθμωτό μέγεθος, τότε λέμε ότι η f είναι ένα *βαθμωτό πεδίο* (Παντελίδης, 1994, σ. 39).

2.2.2 Η έννοια της κυρτότητας

Η *κυρτότητα* (convexity) αποτελεί μια από τις πλέον σημαντικές μαθηματικές έννοιες, με ιδιαίτερη σημασία στη βελτιστοποίηση. Αρχικά, δίνεται ο ορισμός της κυρτότητας για *πεδία* (sets), και στη συνέχεια γενικεύεται για συναρτήσεις πολλών μεταβλητών.

Ένα n -διάστατο πεδίο S είναι κυρτό εφόσον:

$$\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2 \in S \quad (2.3)$$

¹ Από το όνομα του Γερμανού μαθηματικού Ludwig Otto Hesse (1811-1874).

για κάθε $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$ και για κάθε $\lambda \in [0, 1]$. Η παραπάνω σχέση ονομάζεται *κυρτός συνδυασμός* και υποδηλώνει ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το ζεύγος σημείων $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\} \in S$ κείται αποκλειστικά στο πεδίο S . Αποδεικνύεται ότι (Marlow, 1993, σ. 74):

- το πεδίο που προκύπτει από την *τομή* δύο κυρτών πεδίων είναι εξ ορισμού κυρτό·
- το πεδίο που προκύπτει από την *ένωση* δύο κυρτών πεδίων δεν είναι απαραίτητα κυρτό.

Η τελευταία συνθήκη υποδηλώνει ότι ένα μη κυρτό πεδίο μπορεί να αποτελείται από την ένωση κυρτών πεδίων.

Έστω η πραγματική συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ ορισμένη στο κυρτό πεδίο $X \subseteq \mathbb{R}^n$. Η συνάρτηση f είναι:

- *κυρτή* (convex) στο πεδίο X αν για κάθε $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in X$ και για κάθε $\lambda \in [0, 1]$ ισχύει:

$$\lambda f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda)f(\mathbf{x}_2) \geq f[\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2] \quad (2.4)$$

- *κοίλη* (concave) στο πεδίο X αν για κάθε $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in X$ και για κάθε $\lambda \in [0, 1]$ ισχύει:

$$\lambda f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda)f(\mathbf{x}_2) \leq f[\lambda \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}_2] \quad (2.5)$$

Σε κάθε άλλη περίπτωση, η συνάρτηση είναι *μη κυρτή* (non-convex).

Εφόσον η συνάρτηση είναι κυρτή, τότε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο τυχαία σημεία του πεδίου ορισμού της δεν βρίσκεται ποτέ *κάτω* από το γράφημά της. Ομοίως, αν η συνάρτηση είναι κοίλη, τότε το ευθύγραμμο τμήμα δεν βρίσκεται ποτέ *πάνω* από το γράφημά της. Τέλος, αν η συνάρτηση είναι μη κυρτή, τότε το ευθύγραμμο τμήμα βρίσκεται *άλλοτε* κάτω και *άλλοτε* πάνω από το γράφημά της. Κάθε κυρτή συνάρτηση είναι εξ ορισμού *συνεχής*.

2.2.3 Ακρότατα συναρτήσεων

Μια πραγματική συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ ορισμένη στο $X \subseteq \mathbb{R}^n$ παρουσιάζει *τοπικό ελάχιστο* (local minimum) στο σημείο $\mathbf{x}^* \in X$ όταν υπάρχει περιοχή $X_0 \subset X$ του \mathbf{x}^* τέτοια ώστε για κάθε $\mathbf{x} \in X_0$ να ισχύει:

$$f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}) \quad (2.6)$$

Αντίστοιχος είναι ο ορισμός για το *τοπικό μέγιστο* (local maximum). Κάθε σημείο τοπικού ελαχίστου ή τοπικού μεγίστου καλείται *τοπικό ακρότατο* (local extreme), ενώ όταν $X_0 \equiv X$, το ακρότατο χαρακτηρίζεται ως *απόλυτο* ή, συνηθέστερα, *ολικό* (global). Κατά συνέπεια, το *ολικό ελάχιστο* (global minimum) μιας συνάρτησης είναι το μικρότερο από τα τοπικά της ελάχιστα στο πεδίο ορισμού της, ενώ το *ολικό μέγιστο* (global maximum) είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.

2.2.4 Αναλυτικός υπολογισμός ακροτάτων

Κάθε σημείο μηδενισμού του διανύσματος κλίσης μιας πολυμεταβλητής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$, δηλαδή κάθε $\mathbf{x}^* \in X$ για το οποίο:

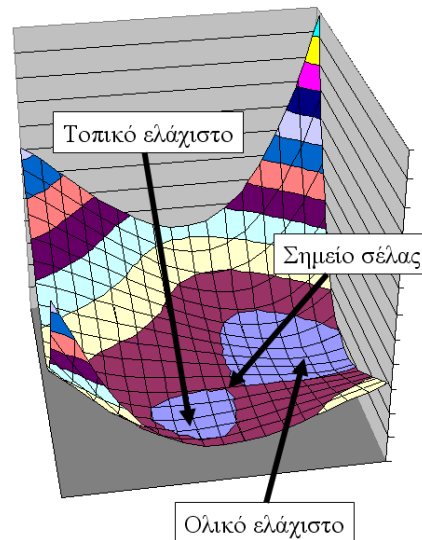
$$\nabla f(\mathbf{x}^*) = \text{grad } f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

καλείται *στάσιμο* (stationary).

Έστω $H_i(\mathbf{x})$ η i υπο-ορίζουσα του εσσιανού μητρώου \mathbf{H} , η οποία προκύπτει με αφαίρεση των $n - i$ τελευταίων γραμμών και στηλών του. Διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- αν $H_i(\mathbf{x}^*) > 0$ για κάθε i , τότε το \mathbf{x}^* είναι τοπικό ελάχιστο·
- αν $H_i(\mathbf{x}^*) \neq 0$ για κάθε i και $\text{sign}(H_i) = \text{sign}(-1)^i$, τότε το \mathbf{x}^* είναι τοπικό μέγιστο·
- αν $H_n(\mathbf{x}^*) \neq 0$ και δεν ισχύει καμία από τις παραπάνω περιπτώσεις, τότε το \mathbf{x}^* είναι σημείο σέλας·
- αν $H_n(\mathbf{x}^*) = 0$, δεν μπορεί να υπάρξει συμπέρασμα.

Η πρώτη συνθήκη υποδηλώνει ότι το εσσιανό μητρώο \mathbf{H} είναι θετικά ορισμένο¹ (positive definite) στο σημείο \mathbf{x}^* , ενώ η δεύτερη συνθήκη υποδηλώνει ότι το \mathbf{H} είναι αρνητικά ορισμένο στο \mathbf{x}^* . Κατά συνέπεια, αν το μητρώο \mathbf{H} είναι θετικά ορισμένο σε ένα στάσιμο σημείο \mathbf{x}^* , τότε αυτό είναι τοπικό ελάχιστο, ενώ αν είναι αρνητικά ορισμένο τότε το σημείο είναι τοπικό μέγιστο. Τέλος, αν το μητρώο \mathbf{H} είναι μη ορισμένο, τότε το \mathbf{x}^* δεν αντιστοιχεί σε ακρότατο, και στην περίπτωση αυτή ονομάζεται σημείο σέλλας (saddle point).



Σχήμα 2.1: Γραφική απεικόνιση της συνάρτησης $f(x_1, x_2) = 0.5(1.1x_1 - x_2)^4 + 0.5(x_1 - 0.5)(x_2 - 0.5)$. Η συνάρτηση είναι μη κυρτή και έχει τρία στάσιμα σημεία (δύο τοπικά ελάχιστα και ένα σημείο σέλλας).

Αν η συνάρτηση $f(\mathbf{x})$ είναι κυρτή και παραγωγίσιμη στο κυρτό πεδίο ορισμού της \mathcal{X} , τότε από τον ορισμό (2.4) αποδεικνύεται ότι για κάθε $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2\} \in \mathcal{X}$ ισχύει (Marlow, 1993, σ. 241):

$$f(\mathbf{x}_2) \geq f(\mathbf{x}_1) + \nabla f(\mathbf{x}_1) (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \quad (2.8)$$

Στην περίπτωση αυτή, η $f(\mathbf{x})$ έχει μοναδικό ελάχιστο \mathbf{x}^* που αντιστοιχεί στο σημείο μηδενισμού της κλίσης $\text{grad } f(\mathbf{x})$. Κατά συνέπεια, αν μια συνάρτηση ικανοποιεί την αναγκαία συνθήκη $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ και την ικανή συνθήκη κυρτότητας, τότε παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο \mathbf{x}^* , αφού για κάθε $\mathbf{x}_2 \in \mathcal{X}$ θα ισχύει $f(\mathbf{x}_2) \geq f(\mathbf{x}^*)$. Αντίστοιχα, αν η συνάρτηση είναι κοίλη, τότε έχει ένα μοναδικό στάσιμο σημείο που είναι ολικό μέγιστο. Διαφορετικά, αν η συνάρτηση είναι μη κυρτή, τότε έχει περισσότερα του ενός στάσιμα σημεία, καθένα από τα οποία μπορεί να είναι τοπικό ελάχιστο ή τοπικό μέγιστο ή σημείο σέλλας (Σχήμα 2.1). Αυτό συνεπάγεται ότι η εύρεση του ολικού ακροτάτου μιας μη κυρτής συνάρτησης προϋποθέτει τον εντοπισμό όλων των στάσιμων σημείων της και την επιλογή του ολικού ακροτάτου με σύγκριση των επιμέρους τιμών τους.

2.3 Βελτιστοποίηση πραγματικών συναρτήσεων

2.3.1 Ορισμοί

Έστω το βαθμωτό μέτρο επίδοσης ενός φυσικού ή μαθηματικού συστήματος:

$$P = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.9)$$

¹ Ένα μητρώο \mathbf{A} καλείται θετικά ορισμένο εφόσον για κάθε διάνυσμα \mathbf{x} ισχύει $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$.

όπου $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ μια πραγματική συνάρτηση ορισμένη στο πεδίο $X \subseteq \mathbb{R}^n$ και $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών. Στη θεωρία βελτιστοποίησης, το μέτρο f καλείται *στοχική συνάρτηση* (objective function¹), ενώ οι συνιστώσες της x_j καλούνται *μεταβλητές ελέγχου* (control variables) ή *μεταβλητές απόφασης* (decision variables), και σε ορισμένες περιπτώσεις *παράμετροι* (parameters) του συστήματος². Σε εξειδικευμένες εφαρμογές, η στοχική συνάρτηση απαντά και ως *συνάρτηση κόστους* (cost function) ή *συνάρτηση επιστροφής* (return function³).

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης καλείται *εφικτή περιοχή* (feasible region) ή *εφικτός χώρος* (feasible space) ή *χώρος αναζήτησης* (search space) ή *χώρος πολιτικής* (policy domain), και συμβολίζεται με X . Το πεδίο τιμών καλείται *χώρος αποτίμησης* (evaluation space), και συμβολίζεται με F .

Σε αρχικό αυτό στάδιο, θεωρούμε ότι το μέτρο επίδοσης είναι *βαθμωτό* μέγεθος, που σημαίνει ότι σε για κάθε διάνυσμα \mathbf{x} αντιστοιχεί μια πραγματική τιμή $P = f(\mathbf{x})$. Η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει ένα καθολικό κριτήριο του υπό μελέτη συστήματος ως προς τις μεταβλητές ελέγχου του. Το κριτήριο μπορεί να είναι ένα πραγματικό, μετρήσιμο μέγεθος (π.χ. οικονομικό όφελος, αξιοπιστία), ένας συνδυασμός πραγματικών μεγεθών ή ακόμη και ένας εμπειρικός αριθμητικός δείκτης χωρίς φυσική ερμηνεία, αρκεί να είναι μοναδικός για κάθε \mathbf{x} .

Με βάση τις παραπάνω παραδοχές, το πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπώνεται ως:

$$\text{opt } P := f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in X \quad (2.10)$$

όπου ο τελεστής «opt» υποδηλώνει, ανάλογα βεβαίως με την φυσική ερμηνεία του μέτρου P , είτε την *μεγιστοποίηση* (maximization, συντ. *max*) είτε την *ελαχιστοποίηση* (minimization, συντ. *min*) της συνάρτησης f . Συνεπώς, η διατύπωση του προβλήματος προϋποθέτει τον προσδιορισμό του τύπου του τελεστή βελτιστοποίησης, της συνάρτησης f και του πεδίου X .

Επισημαίνεται ότι ως στοχική συνάρτηση δεν νοείται κατ' ανάγκη μια αναλυτική έκφραση. Στη γενική περίπτωση, πρόκειται για μια «διαδικασία» που επιστρέφει μια μοναδική τιμή συναρτήσει των τιμών κάποιων ορισμάτων, δηλαδή μια συνάρτηση (*function*) με την υπολογιστική χροιά του όρου. Στα πλαίσια της εν λόγω συνάρτησης-function μπορεί να υλοποιείται ένα σύνολο πολύπλοκων υπολογιστικών διαδικασιών, όπως για παράδειγμα ένα μοντέλο προσομοίωσης, το αποτέλεσμα της οποίας είναι ένας πραγματικός αριθμητικός δείκτης που αποτιμά την επίδοση του συστήματος ως προς τα αντίστοιχα ορίσματα (μεταβλητές ελέγχου).

¹ Στην ελληνική βιβλιογραφία, ο αγγλικός όρος *objective function* έχει καθιερωθεί ως *αντικειμενική συνάρτηση*. Πρόκειται για μια ανεπιτυχή απόδοση του όρου *objective*, που στην προκειμένη περίπτωση υποδηλώνει τον επιθετικό προσδιορισμό της λέξης «στόχος» και όχι βεβαίως «αντικείμενο» (ενώ ο σχετικός όρος *multiobjective* έχει ορθά μεταφραστεί ως *πολυστοχικός*). Οι αντίστοιχες αποδόσεις στη γαλλική γλώσσα είναι *fonction objective* και στην γερμανική *Zielfunktion*. Εξάλλου, η στοχική συνάρτηση σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί αντικειμενική. Αντίθετα, πρόκειται για μια καθαρά υποκειμενική έννοια, που εκφράζει μια αυθαίρετη αντίληψη ως προς τα κριτήρια αξιολόγησης της επίδοσης ενός συστήματος. Η αντίληψη αυτή απορρέει από την οπτική γωνία υπό την οποία μελετάται το εν λόγω σύστημα (οικονομία, ασφάλεια, αειφορία), τον ορίζοντα ελέγχου (βραχυπρόθεσμος, μακροπρόθεσμος) και τις τρέχουσες συγκυρίες.

² Θεωρούμε ότι η έννοια της παραμέτρου κακώς έχει ταυτιστεί με την έννοια της μεταβλητής ελέγχου. Η ταύτιση έχει νόημα μόνο όταν η παράμετρος ενός μαθηματικού μοντέλου είναι άγνωστη και η αναζήτησή της γίνεται μέσω βελτιστοποίησης. Η διαδικασία αυτή καλείται *βαθμονόμηση*, και αποτελεί το κεντρικό ερευνητικό αντικείμενο του δεύτερου μέρους της διατριβής.

³ Ο όρος χρησιμοποιείται συνήθως σε προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού.

2.3.2 Η βελτιστοποίηση ως μαθηματική έννοια

Από μαθηματική σκοπιά, *βελτιστοποίηση* (optimization) ονομάζεται η διαδικασία εντοπισμού των ακροτάτων μιας συνάρτησης. Ειδικότερα, η διαδικασία εντοπισμού του ολικού ακροτάτου (μεγίστου ή ελαχίστου) της συνάρτησης στο πεδίο ορισμού X είναι γνωστή ως *ολική βελτιστοποίηση* (global optimization)¹, ενώ η διαδικασία εντοπισμού ενός τοπικού ακροτάτου σε μια περιοχή του πεδίου X καλείται *τοπική βελτιστοποίηση* (local optimization).

Στην παρούσα εργασία, και εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά, θα θεωρείται συμβατικά το πρόβλημα *ελαχιστοποίησης*, δηλαδή η εύρεση του ελαχίστου (ολικού ή τοπικού) μιας πραγματικής συνάρτησης. Τονίζεται ότι οποιοδήποτε πρόβλημα μεγιστοποίησης μετατρέπεται σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης είτε με τον στοιχειώδη μετασχηματισμό:

$$\max f(\mathbf{x}) \equiv \min [-f(\mathbf{x})] \quad (2.11)$$

είτε με τον ισοδύναμό του:

$$\max f(\mathbf{x}) \equiv \min [1 / f(\mathbf{x})] \quad (2.12)$$

εφόσον $f(\mathbf{x}) \neq 0$ για κάθε $\mathbf{x} \in X$.

Με την κλασική μαθηματική χροιά του όρου, η βελτιστοποίηση υποδηλώνει τον αναλυτικό εντοπισμό του ολικού ακροτάτου της συνάρτησης, με υπολογισμό όλων των στάσιμων σημείων της (βλ. 2.2.4). Αυτό βεβαίως προϋποθέτει ότι τόσο η συνάρτηση όσο και μερικές της παράγωγοι μέχρι δεύτερης τάξης έχουν γνωστή αναλυτική έκφραση, κάτι που ωστόσο έχει ήδη αποκλειστεί από τον γενικευμένο ορισμό του μέτρου επίδοσης που δόθηκε στο εδάφιο 2.3.1. Για τον λόγο αυτό, η έμφαση δίνεται αποκλειστικά στις αριθμητικές τεχνικές και αλγορίθμους, που είναι οι μόνες πρόσφορες προσεγγίσεις για τη συντριπτική πλειονότητα των προβλημάτων του πραγματικού κόσμου. Στο επόμενο εδάφιο, δίνεται ένας πρακτικός ορισμός της βελτιστοποίησης, από την οπτική της υπολογιστικής διαδικασίας.

2.3.3 Η βελτιστοποίηση ως υπολογιστική διαδικασία

Σύμφωνα με την έως τώρα διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης, ενώ το πεδίο αναζήτησης μπορεί να είναι διανυσματικό (εφόσον $n > 1$), το πεδίο αποτίμησης είναι απαραίτητα βαθμωτό. Το χαρακτηριστικό αυτό επιτρέπει την αντικειμενική σύγκριση οποιουδήποτε ζεύγους λύσεων \mathbf{x}_1 και \mathbf{x}_2 , ελέγχοντας την σχέση μεταξύ των αντίστοιχων τιμών επίδοσης, $f(\mathbf{x}_1)$ και $f(\mathbf{x}_2)$. Αν $f(\mathbf{x}_1) > f(\mathbf{x}_2)$, η πρώτη λύση υπερτερεί σε σχέση με την δεύτερη, ενώ αν $f(\mathbf{x}_1) = f(\mathbf{x}_2)$, οι δύο λύσεις είναι ισοδύναμες².

Εφόσον υπήρχε η (θεωρητική) δυνατότητα συλλογής και αποτίμησης όλων των συνδυασμών των μεταβλητών ελέγχου που ανήκουν στην εφικτή περιοχή, θα ήταν δυνατή η *ταξινόμηση* (ordering) των αντίστοιχων μέτρων επίδοσης, και συνακόλουθα ο εντοπισμός του βέλτιστου μέτρου και του βέλτιστου συνδυασμού μεταβλητών ελέγχου που επιτυγχάνουν το εν λόγω μέτρο. Επειδή στην πράξη κάτι τέτοιο είναι πλήρως ανέφικτο (εκτός αν το πεδίο αναζήτησης είναι διακριτό, αποτελούμενο από πεπερασμένο και σχετικά μικρό πλήθος σημείων), καταφεύγουμε σε συστηματικές διαδικασίες (κωδικοποιημένες με τη μορφή αλγορίθμων) αναζήτησης του βέλτιστου μέτρου επίδοσης ή μιας ικανοποιητικής προσέγγισης αυτού, με διερεύνηση ενός αντιπροσωπευτικού αριθμού σημείων του εφικτού χώρου. Η θεμελιώδης έννοια της *συστηματικότητας* έγκειται στην χρήση προδιαγεγραμμένων *κανόνων μετάβασης* (transition rules) από σημείο (ή σημεία) σε άλλο σημείο (ή σημεία) του εφικτού

¹ Όπως θα δούμε στην ενότητα 2.7, η *ολική βελτιστοποίηση* έχει αποκτήσει στενότερη έννοια, και αναφέρεται σε προβλήματα μη γραμμικών συναρτήσεων χωρίς περιορισμούς.

² Ο όρος «λύση» εισάγεται καταχρηστικά, υποδηλώνοντας ένα σημείο του εφικτού χώρου και όχι βεβαίως την λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης, δηλαδή το ολικό ακρότατο της στοχικής συνάρτησης. Με την έννοια αυτή θα απαντά σε όλο το υπόλοιπο κείμενο, εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά.

χώρου. Κάθε φορά που εντοπίζεται ένα τέτοιο σημείο, υπολογίζεται η αντίστοιχη τιμή της στοχικής συνάρτησης και λαμβάνεται απόφαση σχετικά με την επόμενη κατεύθυνση. Μετά από τη διερεύνηση ικανοποιητικού αριθμού διανυσμάτων ελέγχου, εντοπίζεται εύκολα το πλέον κατάλληλο, με βάση την τιμή της συνάρτησης, που θεωρείται *εκτιμήτρια* του βελτίστου. Συνεπώς, αυτό που προσδοκάται δεν είναι παρά μια προσέγγιση της βέλτιστης λύσης και όχι η βέλτιστη λύση καθαυτή, σύμφωνα με τον αυστηρό μαθηματικό ορισμό που δόθηκε στο εδάφιο 2.3.2. Πράγματι, μόνο για εξειδικευμένες διατυπώσεις του προβλήματος βελτιστοποίησης (π.χ. σε γραμμικά προβλήματα) η συστηματική αυτή διαδικασία συγκλίνει με πλήρη βεβαιότητα στο πραγματικό βέλτιστο της συνάρτησης.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε δώσουμε έναν πρακτικό ορισμό της έννοιας της βελτιστοποίησης ως εξής:

Βελτιστοποίηση ονομάζεται μια συστηματική διαδικασία αναζήτησης ενός πεπερασμένου πλήθους σημείων του εφικτού χώρου και αποτίμησης αυτών με βάση ένα καθολικό βαθμωτό μέτρο επίδοσης του συστήματος, το οποίο αποτιμάται μέσω της στοχικής συνάρτησης, με σκοπό τον εντοπισμό του σημείου εκείνου για το οποίο μεγιστοποιείται η εν λόγω επίδοση.

Τα ερωτήματα που απορρέουν από τον παραπάνω ορισμό είναι τα εξής:

- Πώς υλοποιείται η συστηματική διαδικασία αναζήτησης, δηλαδή ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης;
- Πώς προσδιορίζεται ο αριθμός των σημείων που πρέπει να εξεταστούν ώστε να επιτευχθεί μια ικανοποιητική προσέγγιση της βέλτιστης λύσης, ποια είναι δηλαδή τα κριτήρια σύγκλισης ή/και τερματισμού του αλγορίθμου;

Η απάντηση στο πρώτο ερώτημα δεν είναι μονοσήμαντη, αφού για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης ενδείκνυται μια διαφορετική στρατηγική αναζήτησης. Μάλιστα, όσο λιγότερο τυποποιημένο είναι το πρόβλημα (κάτι που είναι αναπόφευκτο όταν αναφερόμαστε στον πραγματικό, μη γραμμικό, κόσμο), τόσο μεγαλύτερο εύρος μεθοδολογιών διατίθεται για τον χειρισμό του. Στη συνέχεια, επιχειρείται μια πλήρης (αν και συνοπτική) επισκόπηση των πλέον αντιπροσωπευτικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης, για τις κατηγορίες προβλημάτων που ενδιαφέρουν τη συγκεκριμένη διατριβή.

Όσον αφορά το δεύτερο ερώτημα, και με δεδομένο ότι για το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν υπάρχει αλγόριθμος εγγυημένου εντοπισμού του βελτίστου με πεπερασμένο πλήθος δοκιμών ούτε βεβαίως αναλυτική λύση, η απάντηση εξαρτάται από τον χρόνο που διατίθεται για την πραγματοποίηση των αναγκαίων *δοκιμών*¹. Στα πραγματικά προβλήματα, ο υπολογιστικός φόρτος που απαιτείται για την αποτίμηση μιας λύσης αποτελεί τον πλέον δεσμευτικό παράγοντα όσον αφορά στην διαδικασία της βελτιστοποίησης. Πολύ συχνά, ο παράγοντας αυτός εξαναγκάζει στον έλεγχο πολύ λιγότερων λύσεων σε σχέση ακόμα και με την τάξη μεγέθους που θα απαιτούσε το συγκεκριμένο πρόβλημα, κάτι που δημιουργεί προφανή κίνδυνο εντοπισμού μιας τελικής εκτιμήτριας πολύ λιγότερο «αποδοτικής» σε σχέση με την θεωρητική βέλτιστη λύση. Κατά συνέπεια, το πρακτικό ζητούμενο της βελτιστοποίησης δεν είναι η ακριβέστερη δυνατή προσέγγιση του ολικού ακροτάτου, αλλά η *εύρεση μιας πρόσφορης λύσης, μετά από εύλογο αριθμό δοκιμών*. Βεβαίως, η ερμηνεία των εκφράσεων «πρόσφορη» και «εύλογος» έγκειται στις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος (βλ. και 3.1.3).

¹ Στη συνέχεια, ως «δοκιμή» θα νοείται η διαδικασία υπολογισμού της τιμής της στοχικής συνάρτησης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών ελέγχου.

2.4 Ο χώρος αναζήτησης

2.4.1 Βελτιστοποίηση υπό περιορισμούς

Εφόσον $X \equiv \mathcal{R}^n$, που σημαίνει ότι το πεδίο ορισμού ή, ισοδύναμα, ο χώρος αναζήτησης ταυτίζεται με τον n -διάστατο ευκλείδειο χώρο, το πρόβλημα βελτιστοποίησης διατυπώνεται *χωρίς περιορισμούς* (unconstrained optimization), ενώ αν $X \subseteq \mathcal{R}^n$, η διατύπωση γίνεται *υπό περιορισμούς* (constrained optimization).

Στη γενική περίπτωση βελτιστοποίησης με περιορισμούς, θεωρούμε ότι το πεδίο X περιγράφεται από ένα πλήθος μαθηματικών *περιορισμών* (constraints) της μορφής:

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq 0 \quad (2.13)$$

Στα μαθηματικά μοντέλα, οι σχέσεις ισότητας αντιπροσωπεύουν, κατά κανόνα, εξισώσεις διατήρησης μάζας ή ενέργειας, πρόκειται δηλαδή για αυστηρά διατυπωμένους περιορισμούς που απορρέουν από φυσικούς νόμους. Η απλούστερη κατηγορία περιορισμών είναι σχέσεις της μορφής:

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad (2.14)$$

που εκφράζουν όρια διακύμανσης παραμέτρων ή περιορισμούς τύπου χωρητικότητας. Οι περιορισμοί ορίου αναφέρονται στην βιβλιογραφία και ως *ρητοί* (explicit). Όσον αφορά στους πιο πολύπλοκους ανισωτικούς περιορισμούς, αυτοί συνήθως δεν έχουν φυσική αντιστοίχιση, αλλά σχετίζονται με τους στόχους και λειτουργικές απαιτήσεις του υπό μελέτη συστήματος.

Εκτός από μαθηματικές σχέσεις ισότητας ή ανισότητας, οι περιορισμοί μπορούν να αναφέρονται σε τελεστές ή λογικές εκφράσεις, που κωδικοποιούνται σε γλώσσα υπολογιστή, όπως εκφράσεις τύπου “if...then...else”, “and”, “or”, κτλ. Μια ειδική κατηγορία είναι οι περιορισμοί *ακεραιότητας* (integrity), για μεταβλητές ελέγχου που λαμβάνουν αποκλειστικά ακέραιες τιμές. Στην κατηγορία αυτή κατατάσσονται και οι περιορισμοί *δυαδικότητας* (boolean). Αυτές αναφέρονται σε μεταβλητές που λαμβάνουν τιμές 0 ή 1, όπου συνήθως η τιμή $x = 0$ αντιστοιχεί σε άρνηση (δήλωση τύπου false) ενώ η τιμή $x = 1$ υποδηλώνει κατάφαση (δήλωση τύπου true).

Μια τελευταία κατηγορία περιορισμών αναφέρεται σε μη τυποποιημένες εκφράσεις, είτε μαθηματικές είτε κωδικοποιημένες, που αντιπροσωπεύουν διακριτά, συνήθως, σύνολα από τα οποία λαμβάνουν «τιμές» οι μεταβλητές ελέγχου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι περιορισμοί διαμέτρων εμπορίου σε προβλήματα βελτιστοποίησης δικτύων, όπου η απόφαση αναφέρεται στην επιλογή της κατάλληλης ονομαστικής διαμέτρου από ένα σύνολο διαθέσιμων βιομηχανικών προτύπων (βλ. 7.3.3).

2.4.2 Η έννοια της εφικτότητας

Κάθε διάνυσμα $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ που δεν επαληθεύει τους περιορισμούς του προβλήματος βελτιστοποίησης θεωρείται *μη εφικτό* (non-feasible). Σε προβλήματα με περιορισμούς, το θεωρητικό ολικό ακρότατο της στοχικής συνάρτησης ενδέχεται να είναι μη εφικτό, εφόσον βρίσκεται εκτός των ορίων του χώρου αναζήτησης. Στην περίπτωση αυτή, ζητείται το σημείο όπου μεγιστοποιείται/ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης εντός του εφικτού χώρου.

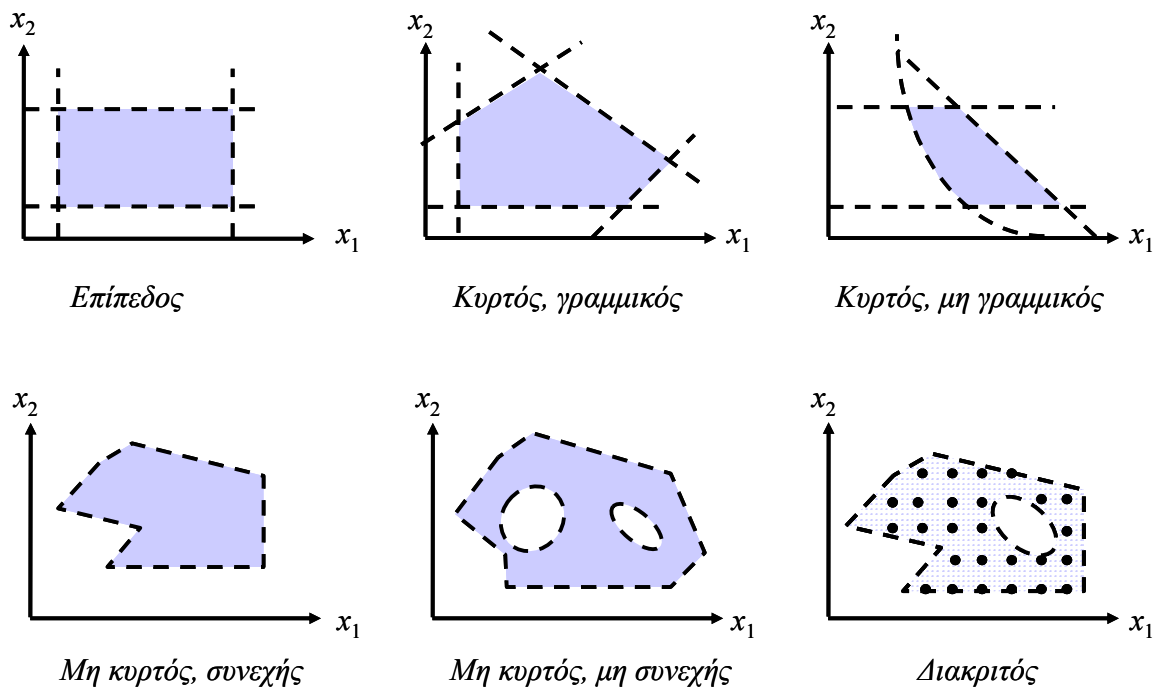
Συχνά, η υπό περιορισμούς βέλτιστη λύση κείται στο όριο του εφικτού χώρου, βρίσκεται δηλαδή στην τομή κάποιων από τους περιορισμούς του προβλήματος. Οι περιορισμοί αυτοί καλούνται *δεσμευτικοί* (binding), ενώ οι υπόλοιποι καλούνται *χαλαροί* (slack), δεδομένου ότι δεν επηρεάζουν την επίλυση του προβλήματος. Στην περίπτωση αυτή, κάθε εφικτό σημείο που δεν επαληθεύει τους δεσμευτικούς περιορισμούς καλείται *υποβέλτιστο* (sub-optimal), ενώ κάθε μη εφικτό σημείο που έχει καλύτερη επίδοση από το βέλτιστο καλείται *υπερβέλτιστο* (over-optimal).

Η ύπαρξη περιορισμών εισάγει επιπλέον απαίτηση στη διαδικασία βελτιστοποίησης, αφού επιβάλλει την αναζήτηση εφικτών, αποκλειστικά, λύσεων. Αυτό σημαίνει ότι οι κανόνες μετάβασης πρέπει να διατυπωθούν με τρόπο τέτοιο ώστε να εξασφαλίζουν τη διερεύνηση εφικτών και μόνο περιοχών, μη επιτρέποντας την «παραβίαση» των ορίων του πεδίου X . Όπως θα εξηγηθεί στο επόμενο εδάφιο, η απαίτηση αυτή είναι σαφώς δυσκολότερο να επιτευχθεί όταν ο χώρος αναζήτησης είναι μη κυρτός. Σε κάθε περίπτωση, η ύπαρξη περιορισμών αυξάνει σημαντικά την δυσχέρεια του προβλήματος, όχι μόνο επειδή καθιστά τις σχετικές υπολογιστικές διαδικασίες σαφώς πιο πολύπλοκες αλλά και επειδή συνεπάγεται πολλαπλάσιο αριθμό δοκιμών σε σχέση με την βελτιστοποίηση της ίδιας συνάρτησης, αλλά χωρίς περιορισμούς.

2.4.3 Χαρακτηριστικές μορφές πεδίων αναζήτησης

Ανάλογα με τον τύπο των περιορισμών, διαφοροποιείται η γεωμετρία του πεδίου αναζήτησης και, συνακόλουθα, η στρατηγική αναζήτησης λύσεων. Στα προβλήματα βελτιστοποίησης, μπορούμε να διακρίνουμε τις εξής κατηγορίες πεδίων, και τους αντίστοιχους συνδυασμούς αυτών:

- συνεχή και διακριτά·
- γραμμικά και μη γραμμικά·
- κυρτά και μη κυρτά.



Σχήμα 2.2: Τυπικές μορφές δισδιάστατων χώρων αναζήτησης.

Πιο συγκεκριμένα, το πεδίο αναζήτησης X είναι *συνεχές* (continuous) αν κάθε σημείο x τέτοιο ώστε $\|x - x_0\| < \varepsilon$, όπου x_0 εσωτερικό σημείο του X και $\varepsilon > 0$, ανήκει στο X . Ένα μη συνεχές πεδίο, είτε πεπερασμένο ή άπειρο αλλά αριθμήσιμο, καλείται *διακριτό* (discrete). Υποπερίπτωση αυτών είναι τα *ακέραια* (integer) πεδία, στα οποία οι μεταβλητές ελέγχου λαμβάνουν αποκλειστικά ακέραιες τιμές.

Το πεδίο αναζήτησης X είναι *γραμμικό* (linear) όταν περιγράφεται από περιορισμούς της μορφής:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \dots + a_n x_n \leq, =, \geq 0 \quad (2.15)$$

Αν έστω και ένας περιορισμός είναι μη γραμμικός, τότε το πεδίο θεωρείται μη γραμμικό.

Η απλούστερη δυνατή δομή γραμμικού πεδίου αναφέρεται στην περίπτωση των ρητών περιορισμών (περιορισμοί ορίου) της μορφής (2.14). Τότε, το πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} καθορίζεται από την μητρική σχέση $\mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}$, που εκφράζει ένα υπερ-ορθογώνιο στον n -διάστατο χώρο, δηλαδή:

$$\mathcal{X} = [l_1, u_1] \times [l_2, u_2] \times \dots \times [l_n, u_n] \quad (2.16)$$

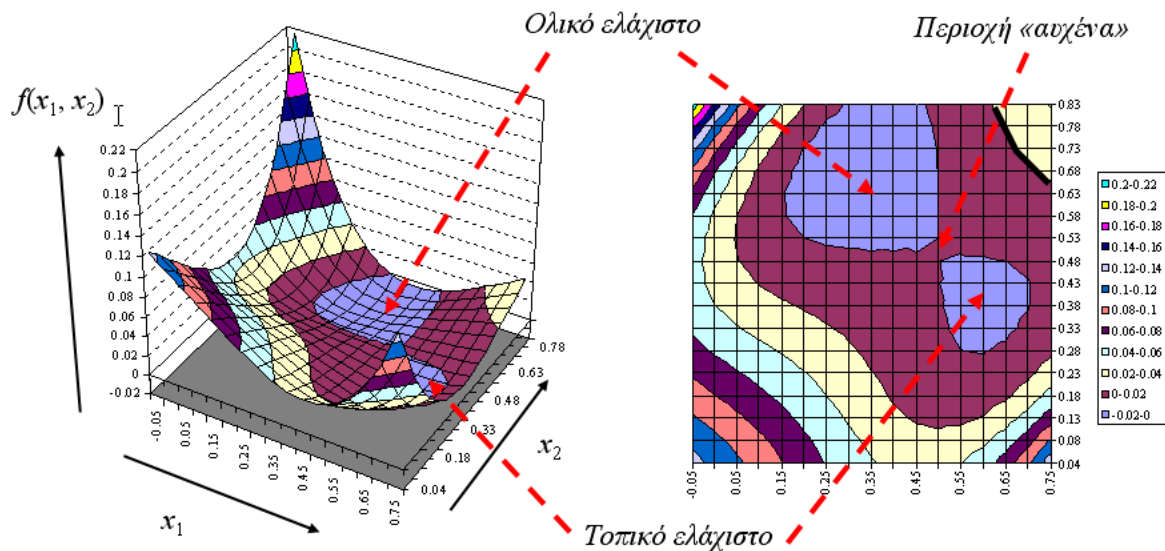
Για πρακτικούς λόγους, οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης ζητούν συνήθως ως στοιχείο εισόδου ένα επιθυμητό εύρος αναζήτησης των μεταβλητών ελέγχου, έστω και αν αυτό δεν έχει φυσική ερμηνεία (βλ. 3.1.1).

Τέλος, η κυρτότητα υποδηλώνει ότι κάθε γραμμικός συνδυασμός (2.3) εγγυάται τη γέννηση σημείων εντός του χώρου αναζήτησης \mathcal{X} , και συνακόλουθα την de facto παραγωγή εφικτών λύσεων. Εξ ορισμού, κάθε υπερ-ορθογώνιο είναι κυρτό, ενώ κάθε διακριτό πεδίο είναι μη κυρτό.

Στο Σχήμα 2.2 απεικονίζονται διάφορες μορφές πεδίων αναζήτησης, που απαντούν σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

2.5 Η έννοια της επιφάνειας απόκρισης

Η γεωμετρική απεικόνιση της στοχικής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ στο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} καλείται *επιφάνεια απόκρισης* (response surface). Σε αντιστοιχία με το πεδίο αναζήτησης, η επιφάνεια απόκρισης μπορεί να είναι συνεχής ή διακριτή, γραμμική ή μη γραμμική, και κυρτή ή μη κυρτή. Κάθε εξίσωση της μορφής $z = f(\mathbf{x})$, όπου z σταθερό, ονομάζεται *ισοσταθμική καμπύλη* (contour curve). Οι ισοσταθμικές καμπύλες αποτελούν τον πλέον συνηθισμένο τρόπο απεικόνισης επιφανειών απόκρισης (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3: Απεικόνιση της επιφάνειας απόκρισης (αριστερά) και των ισοσταθμικών καμπυλών της (δεξιά) σε μη γραμμικό πρόβλημα δύο μεταβλητών.

Η κατανόηση της γεωμετρίας της επιφάνειας απόκρισης της στοχικής συνάρτησης θεωρείται κομβική προϋπόθεση για τον επιτυχή χειρισμό του προβλήματος βελτιστοποίησης. Σε συνεχή, μη γραμμικά προβλήματα δύο διαστάσεων, η έννοια της επιφάνειας απόκρισης προσομοιάζει ένα πραγματικό τοπογραφικό ανάγλυφο. Για τον λόγο αυτό, στις σχετικές περιγραφές χρησιμοποιούνται όροι όπως «λόφοι» (hills), «κορυφές» (picks), «αυχένες¹» (saddles), «κοιλιάδες» (valleys), «χαράδρες» (ridges)

¹ Πρόκειται για το γεωμετρικό αντίστοιχο των σημείων σέλλας (βλ. 2.2.4).

και «βυθίσματα» (sinks), καθώς και χαρακτηρισμοί του αναγλύφου όπως «τραχύ» (rough) και «ομαλό» (smooth). Η διαδικασία αναζήτησης σε μη γραμμικά πεδία είναι αντίστοιχη του εντοπισμού του υψηλότερου ή χαμηλότερου σημείου του αναγλύφου, με δεδομένα ότι σε κάθε σημείο είναι δυνατός ο πλήρης προσδιορισμός του υψομέτρου (δηλαδή της τιμής της συνάρτησης), χωρίς ωστόσο να υπάρχει η δυνατότητα «οπτικής εικόνας» του υπόλοιπου χώρου. Σε προβλήματα περισσότερων διαστάσεων, αν και δεν είναι δυνατόν να υπάρξει γεωμετρική εποπτεία του χώρου αναζήτησης παρά μόνο δισδιάστατων τομών αυτού, υιοθετείται η ίδια ορολογία.

Όπως συμβαίνει με το πεδίο αναζήτησης, έτσι και για την επιφάνεια απόκρισης της συνάρτησης η κυρτότητα αποτελεί θεμελιώδη ιδιότητα. Όταν μια μη γραμμική συνάρτηση είναι κυρτή, η επιφάνεια απόκρισης έχει την χαρακτηριστική μορφή «κρεμασμένου σεντονιού», και περιλαμβάνει ένα και μόνο ακρότατο, που προφανώς αντιστοιχεί στο ολικό της ελάχιστο¹. Αντίθετα, όταν η συνάρτηση είναι μη κυρτή, έχει μια πιο πολύπλοκη γεωμετρία, και περιλαμβάνει περισσότερα από ένα ακρότατα, που απεικονίζονται ως κορυφές ή βυθίσματα της επιφάνειας απόκρισης. Εκτός από το ολικό ακρότατο, όλα τα υπόλοιπα είναι τοπικά ελάχιστα ή/και μέγιστα (βλ. 2.2.4). Στο παράδειγμα του Σχήματος 2.3, στο οποίο απεικονίζεται η επιφάνεια απόκρισης μιας μη κυρτής συνάρτησης, υπάρχουν ένα ολικό και ένα τοπικό ελάχιστο (βλ. και Σχήμα 2.1). Οι συναρτήσεις πολλών ακροτάτων αναφέρονται και ως *πολυσχηματικές* (multimodal).

2.6 Χειρισμός περιορισμών

2.6.1 Γενική στρατηγική

Τα πραγματικά προβλήματα βελτιστοποίησης διέπονται από ένα πλήθος περιορισμών, τόσο φυσικών όσο και λειτουργικών. Αυτό εισάγει μια επιπλέον δυσκολία, δεδομένου ότι η βέλτιστη λύση πρέπει να αναζητηθεί στο χωρίο που συναλθεύει τους περιορισμούς. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τρεις χαρακτηριστικές μέθοδοι χειρισμού των περιορισμών, με την προϋπόθεση ότι αυτοί αναφέρονται σε συνεχείς χώρους (οι περιορισμοί διακριτών μεταβλητών δεν αποτελούν αντικείμενο της παρούσας έρευνας). Σε όλες τις περιπτώσεις, η γενική στρατηγική έγκειται στον μετασχηματισμό του αρχικού προβλήματος βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς, δηλαδή:

$$\min f(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in X \subset \mathcal{R} \quad (2.17)$$

σε ένα ισοδύναμο πρόβλημα χωρίς περιορισμούς, της μορφής:

$$\min \varphi(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathcal{R} \quad (2.18)$$

το οποίο επιλύεται με τον κατάλληλο αλγόριθμο.

2.6.2 Αναλυτική προσέγγιση - Συνθήκες Kuhn-Tucker

Έστω η συνάρτηση $f(\mathbf{x})$, με k περιορισμούς της μορφής $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$. Το σημείο \mathbf{x}^* είναι η ολικά βέλτιστη λύση του προβλήματος εφόσον ικανοποιεί τους εν λόγω περιορισμούς και επιπλέον υπάρχει διάνυσμα θετικών πολλαπλασιαστών $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_k]^T$ τέτοιο ώστε²:

$$\begin{aligned} \lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) &= 0 \\ \frac{df(\mathbf{x}^*)}{d\mathbf{x}} - \lambda^T \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{x}^*)}{d\mathbf{x}} &= \mathbf{0}^T \end{aligned} \quad (2.19)$$

¹ Υπενθυμίζεται ότι αναφερόμαστε πάντα σε προβλήματα ελαχιστοποίησης.

² Οι γνωστοί και ως πολλαπλασιαστές Lagrange λ είναι θετικοί και το προκύπτον γινόμενο αφαιρείται από τις μερικές παραγώγους της στοχικής συνάρτησης, επειδή οι ανισωτικοί περιορισμοί είναι της μορφής $g_i(\mathbf{x}) \leq 0$.

Οι παραπάνω εκφράσεις, που είναι αναγκαίες προϋποθέσεις ύπαρξης ακροτάτου ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με περιορισμούς, είναι γνωστές ως *συνθήκες Kuhn-Tucker*¹. Οι εν λόγω συνθήκες είναι ικανές και αναγκαίες για την ύπαρξη ολικού ελαχίστου της f , εφόσον τόσο η συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί είναι κυρτές συναρτήσεις.

Ειδικότερα, η πρώτη συνθήκη, που γράφεται αναλυτικά ως:

$$\lambda_1 g_1(\mathbf{x}^*) + \lambda_2 g_2(\mathbf{x}^*) + \dots + \lambda_k g_k(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (2.20)$$

καλείται συνθήκη *συμπληρωματικής χαλαρότητας* (complementary slackness: Marlow, 1993, σ. 269) και προϋποθέτει ότι για κάθε $i = 1, \dots, k$ ισχύει:

$$\begin{aligned} \text{Αν } g_i(\mathbf{x}^*) < 0 \text{ τότε } \lambda_i &= 0 \\ \text{Αν } \lambda_i > 0 \text{ τότε } g_i(\mathbf{x}^*) &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Η συνθήκη ορίζει ότι η βέλτιστη λύση \mathbf{x}^* κείται πάνω στον γεωμετρικό τόπο που ορίζουν οι εξισώσεις $g_i(\mathbf{x}^*) = 0$, για τις οποίες ισχύει $\lambda_i > 0$. Οι περιορισμοί αυτοί είναι *δεσμευτικοί*, σε αντίθεση με τους υπόλοιπους περιορισμούς που είναι *χαλαροί* (βλ. 2.4.2). Προφανώς, αν στο πρόβλημα περιέχονται εξισωτικοί περιορισμοί, σχέσεις δηλαδή της μορφής $g_i(\mathbf{x}) = 0$, θα είναι εκ ορισμού δεσμευτικοί.

Η δεύτερη συνθήκη υποδηλώνει ότι η μετατόπιση από το σημείο \mathbf{x}^* προς οποιαδήποτε κατεύθυνση βελτίωσης της τιμής της συνάρτησης είναι μη εφικτή και, ταυτόχρονα, οποιαδήποτε μετατόπιση εντός του εφικτού χώρου χειροτερεύει την τιμή της συνάρτησης. Με δεδομένο ότι κάθε πολλαπλασιαστής λ_i αντιπροσωπεύει το επιπλέον όφελος της στοχικής συνάρτησης εφόσον ο σχετικός περιορισμός «χαλαρώσει» κατά μία μονάδα, στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως *σκιώδης τιμή* (shadow price) του εν λόγω περιορισμού.

Με βάση τον ορισμό (2.19), κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς μπορεί να αναχθεί σε ένα *πλήρως ισοδύναμο* πρόβλημα χωρίς περιορισμούς, με εισαγωγή της βοηθητικής συνάρτησης:

$$\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (2.22)$$

Λόγω της συνθήκης συμπληρωματικής χαλαρότητας, το ολικό ακρότατο της $\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$ ταυτίζεται με το ολικό ακρότατο της $f(\mathbf{x})$, δηλαδή $\varphi(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = f(\mathbf{x}^*)$. Κατά συνέπεια, η επίλυση του μετασχηματισμένου προβλήματος γίνεται με βάση την μεθοδολογία που αναφέρθηκε στο εδάφιο 2.2.4, θεωρώντας ως μεταβλητές ελέγχου τόσο τις αρχικές μεταβλητές x_i όσο και τους πολλαπλασιαστές Lagrange λ_i .

2.6.3 Συναρτήσεις ποινής

Ακόμη και αν ισχύει η συνθήκη κυρτότητας, ο χειρισμός ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με περιορισμούς υιοθετώντας την μαθηματική προσέγγιση των Kuhn-Tucker είναι εξαιρετικά δυσχερές, καθώς προϋποθέτει τον αναλυτικό υπολογισμό των παραγώγων της βοηθητικής συνάρτησης $\varphi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$. Σε κάθε περίπτωση, η κλασική προσέγγιση απαιτεί την γνώση της αναλυτικής έκφρασης της στοχικής συνάρτησης, των περιορισμών καθώς και των παραγώγων τους, κάτι που βεβαίως στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές δεν είναι δυνατό να ισχύει.

Για τον λόγο αυτό, ακολουθείται συνήθως η μη αναλυτική προσέγγιση, με την οποία επιδιώκεται ο «εμπειρικός» μετασχηματισμός του αρχικού προβλήματος βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς, σε ένα *σχεδόν ισοδύναμο* πρόβλημα χωρίς περιορισμούς. Όταν η δομή είναι σχετικά απλή ή όταν το πλήθος των περιορισμών είναι μικρό, μια συνήθης προσέγγιση είναι η χρήση των λεγόμενων *συναρτήσεων ποινής* (penalty functions), για τις οποίες ο Pierre (1986, σ. 334) δίνει τον ακόλουθο ορισμό:

¹ Η ονομασία προέρχεται από τους δυο διάσημους μαθηματικούς, οι οποίοι θεμελίωσαν την σύγχρονη θεωρία μη γραμμικού προγραμματισμού την δεκαετία του 1950 (Kuhn and Tucker, 1951).

Συνάρτηση ποινής είναι μια αριθμητική έκφραση που εισάγεται στο μέτρο επίδοσης ενός συστήματος, με σκοπό την τεχνητή «χειροτέρευση» του εν λόγω μέτρου, στην περίπτωση παραβίασης των περιορισμών.

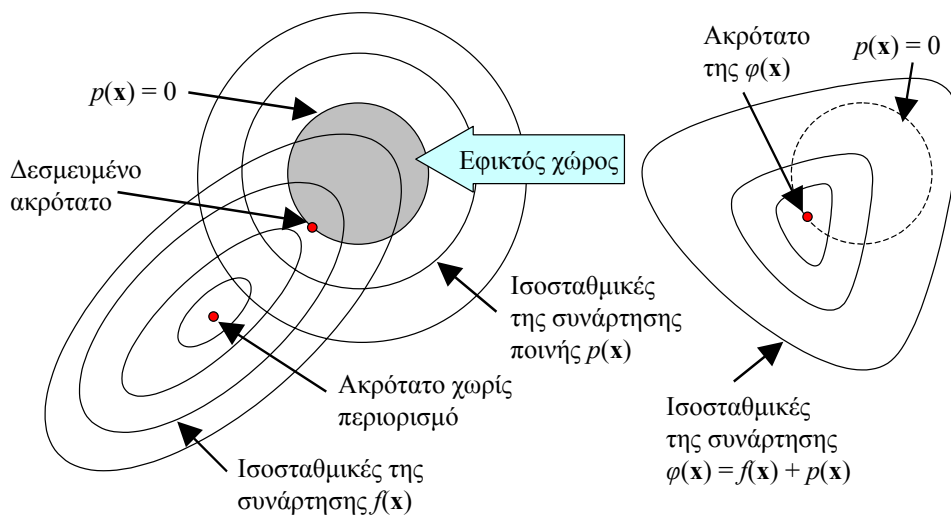
Η γενική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης με ποινές είναι:

$$\min \varphi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \mathbf{w}^T \mathbf{p}(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathcal{R}^n \quad (2.23)$$

όπου $\mathbf{p}(\mathbf{x}) = [p_1(\mathbf{x}), p_2(\mathbf{x}), \dots, p_k(\mathbf{x})]^T$ διάνυσμα που περιέχει τις συναρτήσεις ποινής για κάθε έναν από τους k περιορισμούς του προβλήματος και $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_k]^T$ διάνυσμα πολλαπλασιαστών που εκφράζουν την σχετική προτεραιότητα των περιορισμών. Επισημαίνεται ότι στη διατύπωση (2.23) το διάνυσμα \mathbf{w} ορίζεται εκ των προτέρων και αυθαίρετα, ενώ το αντίστοιχο διάνυσμα λ στη διατύπωση (2.22) υπολογίζεται αναλυτικά, αφού θεωρείται μεταβλητή ελέγχου της βελτιστοποίησης.

Στο Σχήμα 2.4 απεικονίζεται η επιφάνεια απόκρισης μιας κυρτής στοχικής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ με προσθήκη της επίσης κυρτής συνάρτησης ποινής $p(\mathbf{x})$. Λόγω της κυρτότητας, η τομή των δύο επιφανειακών απόκρισης, δημιουργεί μια επίσης κυρτή επιφάνεια. Παρατηρείται ότι η ελάχιστη τιμή της τροποποιημένης συνάρτησης $\varphi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + p(\mathbf{x})$ βρίσκεται στην τομή της αρχικής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ με την ισοσταθμική $p(\mathbf{x}) = 0$.

Γενικά, η ενσωμάτωση όρων ποινής στην στοχική συνάρτηση δημιουργεί μια έντονη παραμόρφωση της επιφάνειας απόκρισης. Για τον λόγο αυτό, η διαμόρφωση των συναρτήσεων ποινής προϋποθέτει μια αρχική διερεύνηση των επιπτώσεων στη συμπεριφορά του αλγορίθμου βελτιστοποίησης. Όταν κάποιος όρος ποινής, που αναφέρεται σε συγκεκριμένο περιορισμό, είναι υπερβολικά μεγάλος σε σχέση με το μέτρο επίδοσης του προβλήματος, προκύπτει ο κίνδυνος πρόωρης σύγκλισης σε μια λύση που απλά ικανοποιεί τον περιορισμό, «αδιαφορώντας» για τον ήσσονος σημασίας όρο της αρχικής στοχικής συνάρτησης. Από την άλλη πλευρά, όταν ο όρος ποινής είναι πολύ μικρός σε σχέση με το μέτρο επίδοσης, τότε η υπολογιστική διαδικασία δυσκολεύεται να εντοπίσει εφικτές περιοχές. Στην πράξη, δεν είναι δυνατός ο χειρισμός μεγάλου πλήθους περιορισμών μέσω συναρτήσεων ποινής.



Σχήμα 2.4: Γραφική απεικόνιση της στοχικής συνάρτησης f , της συνάρτησης ποινής p και της βοηθητικής συνάρτησης $\varphi = f + p$.

2.6.4 Χειρισμός μέσω προσομοίωσης

Σε προβλήματα σύνθετης δομής, που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό περιορισμών, είναι εξαιρετικά δύσκολο να διατυπωθούν μέτρα ποινής που να μπορούν να ενταχθούν στη στοχική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης, χωρίς να αλλοιώσουν δραστικά τα χαρακτηριστικά της αρχικής επιφάνειας απόκρισης. Στην τελευταία περίπτωση, ο μεγαλύτερος κίνδυνος είναι να δημιουργηθεί ένα εξαιρετικά τραχύ πεδίο αναζήτησης, όπου στην τροποποιημένη συνάρτηση $\varphi(\mathbf{x})$ δίνεται υπερβολικά μεγάλη βαρύτητα στον όρο εφικτότητας (που περιέχει τα μέτρα ποινής, αποσκοπώντας στην τήρηση των περιορισμών) σε σύγκριση με τον όρο *αριστότητας* ή *επίτευξης βελτίστου* (optimality), που αναφέρεται στη βελτιστοποίηση του μέτρου επίδοσης του υπό μελέτη συστήματος.

Στα πραγματικά προβλήματα, οι περιορισμοί περιγράφουν τους φυσικούς νόμους και τις λειτουργικές απαιτήσεις του υπό μελέτη συστήματος, είτε στατικά είτε δυναμικά, οπότε οι ίδιοι περιορισμοί επαναλαμβάνονται για όλο τον χρονικό ορίζοντα της ανάλυσης. Προβλήματα τέτοιας μορφής είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν μέσω μιας διαδικασίας δύο φάσεων. Στην πρώτη φάση αναπαρίστανται οι διεργασίες μέσω ενός μοντέλου *προσομοίωσης* (simulation), που εξασφαλίζει τον ρητό (μέσω του υπολογιστικού κώδικα) χειρισμό των περιορισμών, ενώ στη δεύτερη αναζητάται η βέλτιστη τιμή του πραγματικού μέτρου επίδοσης (και όχι της τροποποιημένης συνάρτησης), όπως αυτό αποτιμάται μέσω της προσομοίωσης (βλ. και 3.1.2). Βεβαίως, περιορισμοί που δεν είναι δυνατό να ενσωματωθούν στο μοντέλο προσομοίωσης, εντάσσονται αναγκαστικά στο μέτρο επίδοσης, με τη μορφή όρων ποινής.

2.7 Κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης, καθώς και οι αντίστοιχες μέθοδοι επίλυσης, ομαδοποιούνται σε κατηγορίες, με βάση τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- τη μορφή της στοχικής συνάρτησης (γραμμική ή μη γραμμική, κυρτή ή μη κυρτή)·
- την γνώση ή μη της αναλυτικής έκφρασης της συνάρτησης·
- την ύπαρξη περιορισμών και την μαθηματική διατύπωση αυτών·
- τη μορφή των μεταβλητών ελέγχου (συνεχείς, διακριτές ή μη τυπικές)·
- τη φύση του υπό μελέτη συστήματος (προσδιοριστικό ή στοχαστικό).

Από την παραπάνω ομαδοποίηση, προκύπτουν διάφοροι συνδυασμοί προβλημάτων. Για όλες τις περιπτώσεις, καθοριστικοί παράγοντες που επηρεάζουν τόσο την ακρίβεια όσο και την ταχύτητα επίλυσης θεωρούνται:

- η διάσταση του χώρου αναζήτησης, δηλαδή το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου·
- το πλήθος των περιορισμών και η δυνατότητα ένταξής τους σε μοντέλο προσομοίωσης·
- τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης.

Μια χαρακτηριστική κατηγορία προβλημάτων, με πολλαπλές εφαρμογές στην υδρολογία και την ανάλυση συστημάτων υδατικών πόρων, είναι αυτά στα οποία:

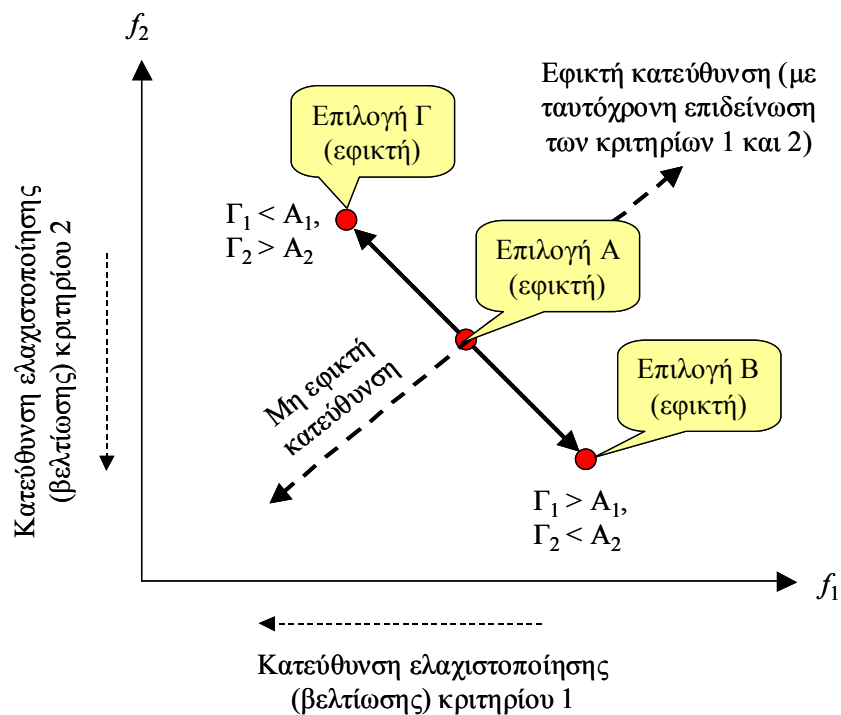
- οι μεταβλητές ελέγχου είναι συνεχείς·
- η στοχική συνάρτηση είναι μη γραμμική·
- ο εφικτός χώρος είναι ένα υπερ-ορθογώνιο στο \mathbb{R}^n , που διαμορφώνεται από τα όρια διακύμανσης των μεταβλητών ελέγχου.

Πρόκειται για προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης χωρίς εξωτερικούς περιορισμούς, που είναι γνωστή και ως *ολική βελτιστοποίηση* (global optimization). Ο όρος «ολική» εισάγεται για να τονίσει την ιδιαιτερότητα του προβλήματος, που έγκειται στην ύπαρξη πολλών τοπικών ακροτάτων, εξαιτίας της μη κυρτότητας της συνάρτησης. Το ζήτημα των τοπικών ακροτάτων και οι στρατηγικές διαφυγής από αυτά συζητώνται στο Κεφάλαιο 3.

2.8 Βελτιστοποίηση διανυσματικών συναρτήσεων

2.8.1 Διανυσματικά μέτρα επίδοσης

Στην έως τώρα ανάλυση, υποτέθηκε ότι η επίδοση του υπό μελέτη συστήματος αντιπροσωπεύεται από ένα βαθμωτό μέγεθος, το οποίο καλείται στοχική συνάρτηση και χρησιμοποιείται στην αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων. Το εν λόγω μέτρο έχει θεωρηθεί καθολικό, με την έννοια ότι αποτυπώνει μια αντιπροσωπευτική εικόνα του συστήματος. Ακόμη και αν περιλαμβάνει περισσότερα του ενός κριτήρια, έστω $\{P_1, \dots, P_m\}$, αυτά είναι ενταγμένα σε μια ενιαία, συνδυασμένη αριθμητική έκφραση P . Στην περίπτωση αυτή, οι εναλλακτικές λύσεις δεν αξιολογούνται ως προς τα επιμέρους κριτήρια, παρά μόνο ως προς την συνάθροιση αυτών, μέσω της στοχικής συνάρτησης. Αυτό συνεπάγεται την απώλεια σημαντικής πληροφορίας στην αξιολόγηση των πτυχών του προβλήματος, που ενδεχομένως θα επέβαλλε μια διαφορετική πορεία αναζήτησης. Πράγματι, όταν σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, διατυπωμένου στην τυπική βαθμωτή μορφή (2.10), εμπλέκονται πολλαπλά κριτήρια, η επιφάνεια απόκρισης διαμορφώνεται ανάλογα την μαθηματική διατύπωση του συνδυασμένου μέτρου επίδοσης. Το γεγονός αυτό, εκτός του ότι εμποδίζει τη διερεύνηση των επιμέρους κριτηρίων, εισάγει έντονη *υποκειμενικότητα*, σε μια αντικειμενική, θεωρητικά, διαδικασία, όπως είναι η βελτιστοποίηση.



Σχήμα 2.5: Γεωμετρική ερμηνεία της έννοιας των αντικρουόμενων αποφάσεων. Σε σχέση με μια τρέχουσα επιλογή Α, είναι πάντοτε δυνατή είτε η βελτίωση ενός κριτηρίου εις βάρος ενός άλλου (π.χ. επιλογές Β και Γ), είτε η ταυτόχρονη επιδείνωση και των δύο κριτηρίων. Αντίθετα, η ταυτόχρονη βελτίωση του συνόλου των κριτηρίων δεν είναι πάντα εφικτή.

Τα μειονεκτήματα της μονοκριτηριακής προσέγγισης γίνονται εμφανή όταν τα κριτήρια επίδοσης του συστήματος είναι *αντικρουόμενα* (conflicting) ή/και *μη σύμμετρα* (non-commensurable), δηλαδή μη αποτιμώμενα σε κοινή μονάδα μέτρησης. Στην πρώτη περίπτωση, η διαδικασία περιπλέκεται, αφού η βελτίωση ορισμένων κριτηρίων οδηγεί σε αναπόφευκτη επιδείνωση των υπολοίπων (Σχήμα 2.5). Αναγκαστικά, ο ορισμός του μέτρου επίδοσης υποκρύπτει έναν αυθαίρετο «συμβιβασμό» μεταξύ των κριτηρίων, που περιγράφεται μαθηματικά (χωρίς ωστόσο να ερμηνεύεται ξεκάθαρα) από τον τρόπο που γίνεται η αριθμητική συνάθροιση των κριτηρίων στην ενιαία στοχική συνάρτηση.

Η περίπτωση των μη σύμμετρων κριτηρίων αναφέρεται σε μεγέθη που δεν αξιολογούνται με ένα κοινό μέτρο (π.χ. χρηματικό αντίτιμο), με αποτέλεσμα το καθολικό μέτρο που προκύπτει από την συνάθροισή τους να μην έχει φυσικό νόημα, παρόλο που τα επιμέρους κριτήρια έχουν πλήρες φυσικό νόημα. Επιπλέον, η αποτίμηση των κριτηρίων σε εύρη τιμών που διαφέρουν ακόμη και κατά τάξεις μεγέθους, επιβάλλει μια αυθαίρετη επίσης διαδικασία κλιμάκωσης (scaling), έτσι ώστε στο τελικό αποτέλεσμα να μην αποκρύπτεται η βαρύτητα ορισμένων κριτηρίων έναντι των υπολοίπων.

Από τα παραπάνω προκύπτει η ανάγκη αναδιατύπωσης του προβλήματος βελτιστοποίησης, ώστε τα επιμέρους κριτήρια να αντιπροσωπεύονται με σαφήνεια στο μέτρο επίδοσης του συστήματος, καθώς και στο μαθηματικό της ανάλογο, δηλαδή την στοχική συνάρτηση. Όπως εξηγείται αναλυτικά στη συνέχεια, η απαίτηση αυτή επιφέρει θεμελιώδεις διαφοροποιήσεις στον ορισμό του βελτίστου, και συνακόλουθα στις στρατηγικές αναζήτησης και αποτίμησης λύσεων.

2.8.2 Διατύπωση του προβλήματος

Έστω το διανυσματικό μέτρο επίδοσης ενός συστήματος:

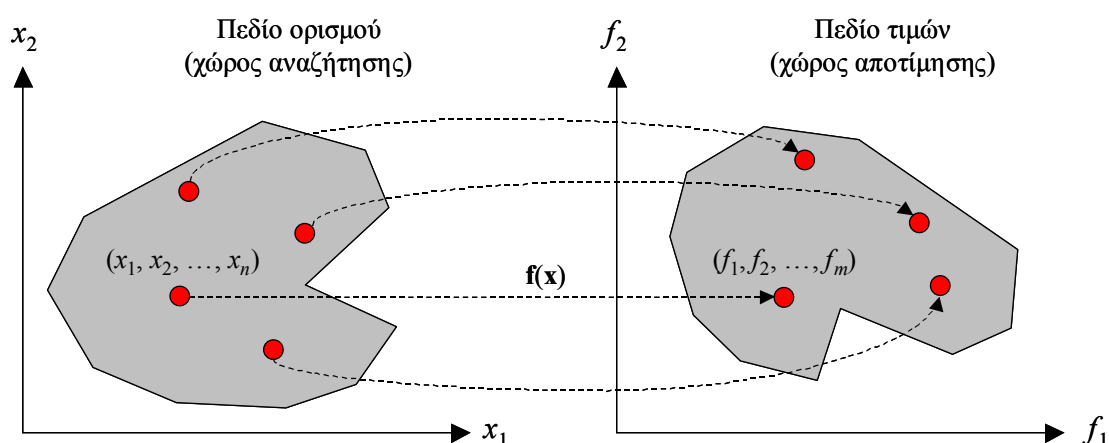
$$\mathbf{P} = [P_1, P_2, \dots, P_m]^T = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.24)$$

όπου $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]^T$ συνάρτηση-διάνυσμα ορισμένη στο $X \subseteq \mathbb{R}^n$ και $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ διάνυσμα ανεξάρτητων μεταβλητών. Οι συνιστώσες $P_i = f_i(\mathbf{x})$ της διανυσματικής συνάρτησης είναι βαθμωτές συναρτήσεις, που αντιπροσωπεύουν m κριτήρια επίδοσης του συστήματος. Η συνάρτηση $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ αντιστοιχεί το πεδίο ορισμού $X \subseteq \mathbb{R}^n$ στο διανυσματικό πεδίο τιμών $F \subseteq \mathbb{R}^m$, που υποδηλώνει το σύνολο όλων των εφικτών τιμών των επιμέρους συναρτήσεων (Σχήμα 2.6). Το πεδίο F καλείται *χώρος αποτίμησης* (evaluation space).

Το γενικό πρόβλημα πολυκριτηριακής (multicriteria) βελτιστοποίησης, γνωστής και ως *πολυστοχική* (multiobjective) ή *διανυσματική* (vector) βελτιστοποίηση, διατυπώνεται ως εξής:

$$\{opt f_1(\mathbf{x}), opt f_2(\mathbf{x}), \dots, opt f_m(\mathbf{x})\}, \mathbf{x} \in X \quad (2.25)$$

Όπως και στα μονοκριτηριακά προβλήματα, έτσι και για τις συνιστώσες $f_i(\mathbf{x})$ του πολυκριτηριακού προβλήματος θεωρούμε, κατά σύμβαση, ως κοινό τελεστή την ελαχιστοποίηση.



Σχήμα 2.6: Γεωμετρική ερμηνεία των πεδίων αναζήτησης και αποτίμησης σε ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

2.8.3 Ιδεατό διάνυσμα

Σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό του βελτίστου, η θεωρητική λύση του προβλήματος είναι ένα εφικτό διάνυσμα $\mathbf{x}^* \in \mathcal{X}$ τέτοιο ώστε για κάθε $i = 1, \dots, m$ να ισχύει:

$$f_i(\mathbf{x}^*) \leq f_i(\mathbf{x}) \quad (2.26)$$

Στην περίπτωση αυτή, το \mathbf{x}^* είναι προφανώς η βέλτιστη λύση του προβλήματος, καθώς ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα το σύνολο των επιμέρους στοχικών συναρτήσεων.

Έστω ότι κάθε συνιστώσα (κριτήριο) της διανυσματικής (πολυστοχικής) συνάρτησης βελτιστοποιείται (συμβατικά ελαχιστοποιείται) ανεξάρτητα, με διαδοχική επίλυση του μονοκριτηριακού προβλήματος:

$$\min f_i(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \mathcal{X} \quad (2.27)$$

για κάθε κριτήριο $i = 1, \dots, m$. Το ολικό ελάχιστο κάθε κριτηρίου συμβολίζεται με:

$$\mathbf{x}_i^{(0)} = [x_{i1}^{(0)}, x_{i2}^{(0)}, \dots, x_{im}^{(0)}]^T \quad (2.28)$$

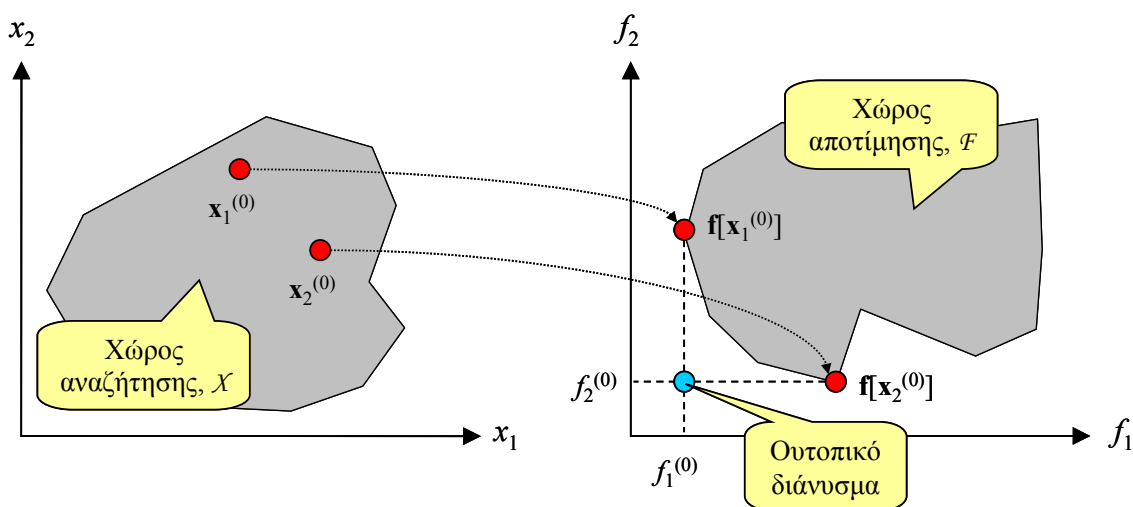
και η αντίστοιχη ελάχιστη τιμή του με:

$$f_i^{(0)} := f_i(\mathbf{x}_i^{(0)}) = \min f_i(\mathbf{x}) \quad (2.29)$$

Με βάση τον παραπάνω ορισμό, το διάνυσμα:

$$\mathbf{f}^0 = [f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_m^{(0)}]^T \quad (2.30)$$

υποδηλώνει τη θεωρητική λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος, δεδομένου όλα τα κριτήρια επίδοσης λαμβάνουν την ολικά βέλτιστη (συμβατικά ελάχιστη) τιμή τους.



Σχήμα 2.7: Γεωμετρική ερμηνεία του ουτοπικού διανύσματος.

Το ερώτημα που τίθεται είναι αν μπορεί να βρεθεί ένα εφικτό διάνυσμα μεταβλητών ελέγχου \mathbf{x}^* , τέτοιο ώστε $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{f}^0$, που σημαίνει ότι όλα τα $\mathbf{x}_i^{(0)}$ συντρέχουν στο ίδιο σημείο \mathbf{x}^* του εφικτού χώρου \mathcal{X} . Είναι προφανές ότι αν έστω και δύο από τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα, δεν υπάρχει τέτοιο σημείο. Στην περίπτωση αυτή, το διάνυσμα \mathbf{f}^0 αντιπροσωπεύει ένα *ουτοπικό* (utopian) ή *ιδεατό* (ideal) σημείο του πεδίου \mathcal{R}^m , που ωστόσο βρίσκεται εκτός του πεδίου τιμών της συνάρτησης, δηλαδή $\mathbf{f}^0 \notin \mathcal{F}$ (Σχήμα 2.7). Συνεπώς, εφόσον τα κριτήρια είναι αντικρουόμενα, κάθε σημείο του πεδίου αποτίμησης είναι υποβέλτιστο για ένα τουλάχιστον κριτήριο και, αντίστοιχα, το ουτοπικό διάνυσμα είναι υπερβέλτιστο για ένα τουλάχιστον κριτήριο.

2.9 Θεμελιώδεις έννοιες πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης

2.9.1 Η έννοια της κυριαρχίας

Σε πραγματικές συναρτήσεις, το βαθμωτό πεδίο τιμών $F \subseteq \mathcal{R}$ είναι πλήρως διατεταγμένο (ordered). Κατά συνέπεια, αν σε μια διαδικασία ελαχιστοποίησης ληφθούν δύο τυχόντα σημεία \mathbf{a} και \mathbf{b} από το πεδίο ορισμού \mathcal{X} , τότε το \mathbf{a} «υπερτερεί» σε σχέση με το \mathbf{b} εφόσον $f(\mathbf{a}) < f(\mathbf{b})$. Κατά συνέπεια, ως βέλτιστο ορίζεται το σημείο εκείνο για το οποίο ισχύει $f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$ για κάθε $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$.

Όταν όμως αναφερόμαστε σε διανυσματικές συναρτήσεις, και συνακόλουθα σε διανυσματικά πεδία, η έννοια της διάταξης είναι ασαφής, δεδομένου ότι δεν μπορούν να εφαρμοστούν οι τελεστές σύγκρισης $\{<, \leq, \geq, >\}$ μεταξύ διανυσμάτων, όπως γίνεται με τους πραγματικούς αριθμούς. Σε μια διαδικασία πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, αυτό έχει ως συνέπεια την αδυναμία αντικειμενικής αξιολόγησης λύσεων, και συνακόλουθα την αδυναμία ορισμού της έννοιας του βελτίστου.

Η εφαρμογή των τελεστών σύγκρισης γενικεύεται για διανυσματικά πεδία, εισάγοντας την έννοια της μερικής διάταξης (partial ordering). Για κάθε ζεύγος διανυσμάτων \mathbf{u} και \mathbf{v} , ορίζεται μια σχέση μερικής σύγκρισης ως εξής:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{v} \text{ αν } u_i = v_i \text{ για κάθε } i \\ \mathbf{u} &\leq \mathbf{v} \text{ αν } u_i \leq v_i \text{ για κάθε } i \\ \mathbf{u} &< \mathbf{v} \text{ αν } u_i \leq v_i \text{ για κάθε } i \text{ και } u_i < v_i \text{ για ένα τουλάχιστον } i \end{aligned} \quad (2.31)$$

Όμως μπορεί να εμφανιστεί η περίπτωση που δεν ικανοποιείται καμία από τις παραπάνω συνθήκες, ισχύει δηλαδή $u_i \leq v_i$ για κάποια κριτήρια και $u_i > v_i$ για τα υπόλοιπα. Τότε τα διανύσματα \mathbf{u} και \mathbf{v} αναφέρονται ως *αδιάφορα* (indifferent) μεταξύ τους, συσχέτιση που συμβολίζεται ως $\mathbf{u} \sim \mathbf{v}$. Στα διανυσματικά πεδία, η σχέση αδιαφορίας αποτελεί θεμελιώδη έννοια, καθώς υποδηλώνει ότι μεταξύ των διανυσμάτων υπάρχει ανταγωνιστική σχέση, και από *μαθηματική σκοπιά* θεωρούνται ισοδύναμα¹.

Με βάση τον προηγούμενο ορισμό της μερικής διάταξης διανυσμάτων, ορίζεται η λεγόμενη σχέση *κυριαρχίας* (dominance) μεταξύ δύο εφικτών λύσεων $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathcal{X}$ ενός προβλήματος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (συμβατικά ελαχιστοποίησης) ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Το } \mathbf{a} \text{ κυριαρχεί ισχυρώς ως προς το } \mathbf{b} \text{ αν } \mathbf{f}(\mathbf{a}) < \mathbf{f}(\mathbf{b}) \\ \text{Το } \mathbf{a} \text{ κυριαρχεί ασθενώς ως προς το } \mathbf{b} \text{ αν } \mathbf{f}(\mathbf{a}) \leq \mathbf{f}(\mathbf{b}) \\ \text{Το } \mathbf{a} \text{ είναι αδιάφορο ως προς το } \mathbf{b} \text{ αν } \mathbf{f}(\mathbf{a}) \sim \mathbf{f}(\mathbf{b}) \end{aligned} \quad (2.32)$$

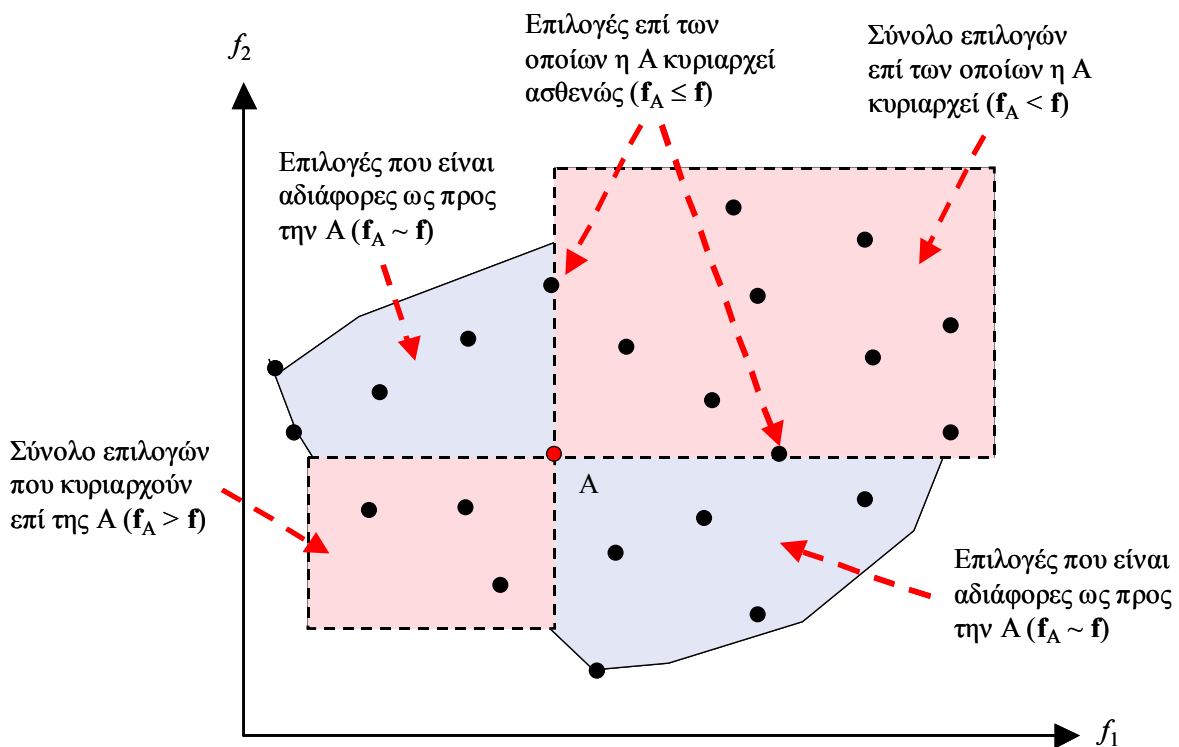
Στο Σχήμα 2.8 απεικονίζονται οι δυνατές σχέσεις κυριαρχίας σε ένα πεδίο αποτίμησης $F \subseteq \mathcal{R}^m$ ενός υποθετικού προβλήματος ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων. Αν θεωρηθεί ένα σημείο A που αντιστοιχεί στην επιλογή αναφοράς, τότε, με βάση τον ορισμό της κυριαρχίας, το πεδίο F χωρίζεται σε τρεις υποπεριοχές:

- την υποπεριοχή *κάτω αριστερά* από το σημείο A , που περιλαμβάνει επιλογές που κυριαρχούν επί της αντίστοιχης επιλογής αναφοράς·
- την υποπεριοχή *πάνω δεξιά* από το σημείο A , που περιλαμβάνει επιλογές που κυριαρχούνται από την αντίστοιχη επιλογή αναφοράς·

¹ Πολλές από τις έννοιες της πολυκριτηριακής ανάλυσης προέρχονται από τις κοινωνικές και οικονομικές επιστήμες, που μελετούν την ατομική και κοινωνική ευημερία σε σχέση με την ικανότητα απόκτησης αγαθών. Η έννοια της αδιαφορίας εισήχθη για να χαρακτηρίσει έναν καταναλωτή που είναι εξίσου ικανοποιημένος από την κατοχή δύο αγαθών, σε διαφορετικές αναλογίες (Varian, 1999, σ. 34).

- την υποπεριοχή πάνω αριστερά και κάτω δεξιά από το σημείο A, που περιλαμβάνει επιλογές που είναι αδιάφορες ως προς την αντίστοιχη επιλογή αναφοράς.

Είναι προφανές ότι ο τρόπος διαχωρισμού του πεδίου αποτίμησης εξαρτάται από το σημείο αναφοράς. Επιπλέον, ο προσανατολισμός των τριών υποπεριοχών εξαρτάται από τον τελεστή βελτιστοποίησης που ορίζεται για κάθε κριτήριο (*min* ή *max*). Με τη συμβατική θεώρηση της ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης όλων των κριτηρίων, η βελτίωση σε σχέση με μιας επιλογή αναφοράς επιτυγχάνεται αποκλειστικά προς την κάτω αριστερά περιοχή του πεδίου αποτίμησης. Στην κατεύθυνση αυτή εντοπίζεται, εξάλλου, και η ουτοπική επιλογή \mathbf{f}^0 , που ωστόσο είναι μη εφικτή, δεδομένου ότι δεν ανήκει στο πεδίο \mathcal{F} . Με βάση τον ορισμό της κυριαρχίας, το ουτοπικό διάνυσμα υπερτερεί έναντι κάθε άλλης εφικτής λύσης, αφού εξ ορισμού ισχύει $\mathbf{f}^0 < \mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathcal{F}$ για κάθε $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$.



Σχήμα 2.8: Γεωμετρική απεικόνιση των δυνατών σχέσεων κυριαρχίας ως προς ένα τυχαίο σημείο A του χώρου αποτίμησης σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων.

2.9.2 Η έννοια των βέλτιστων λύσεων Pareto

Η έννοια της κυριαρχίας επιτρέπει τον χαρακτηρισμό ορισμένων λύσεων ως βέλτιστων, σύμφωνα με τον ακόλουθο ορισμό, που είναι ισοδύναμος με αυτόν που δίνεται σε μονοκριτηριακά προβλήματα:

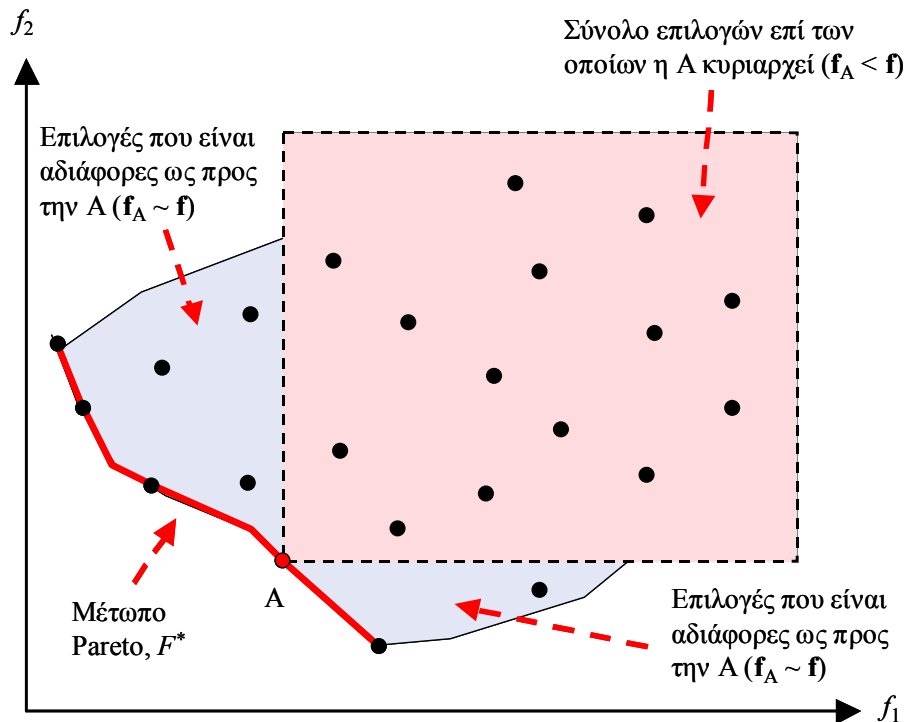
Ένα εφικτό σημείο $\mathbf{x}^ \in \mathcal{X}$ είναι βέλτιστο εφόσον υπάρχει κανένα άλλο εφικτό σημείο $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$, τέτοιο ώστε $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$, δηλαδή δεν υπάρχει εφικτό σημείο που κυριαρχεί επ' αυτού.*

Η έννοια του βελτίστου διατυπώνεται ισοδύναμα ως:

Το σημείο $\mathbf{x}^ \in \mathcal{X}$ είναι βέλτιστο εφόσον δεν υπάρχει εφικτό σημείο $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ το οποίο να μπορεί να βελτιώσει κάποιο κριτήριο f_i , χωρίς ταυτόχρονα να χειροτερέψει τουλάχιστον ένα άλλο κριτήριο f_j .*

Ο παραπάνω ορισμός θα οδηγούσε στην ταύτιση του βελτίστου με το ουτοπικό διάνυσμα, εφόσον το τελευταίο αντιστοιχούσε σε ένα εφικτό σημείο. Επειδή κάτι τέτοιο δεν ισχύει, το κριτήριο βελτίστου

αληθεύει για περισσότερα του ενός εφικτά σημεία $\mathbf{x}^* \in \mathcal{X}$, που καλούνται *βέλτιστα Pareto*¹ ή *μη κατώτερα* (non-inferior) ή *μη κυριαρχούμενα* (non-dominated). Το σύνολο των μη κυριαρχούμενων σημείων, που συμβολίζεται με \mathcal{X}^* , είναι γνωστό ως *σύνολο Pareto* (Pareto set). Προφανώς, το \mathcal{X}^* είναι ένα υποσύνολο του πεδίου ορισμού \mathcal{X} της πολυστοχικής συνάρτησης, δηλαδή $\mathcal{X}^* \subset \mathcal{X}$.



Σχήμα 2.9: Απεικόνιση του μετώπου Pareto σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων.

Η απεικόνιση $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$ των μη κυριαρχούμενων σημείων $\mathbf{x}^* \in \mathcal{X}^*$ στο m -διάστατο πεδίο αποτίμησης ορίζει ένα υποσύνολο $\mathcal{F}^* \subset \mathcal{F}$ του πεδίου, που καλείται *μέτωπο Pareto* (Pareto front). Όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 2.9, και με βάση την συμβατική θεώρηση ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης των δύο κριτηρίων, το μέτωπο Pareto ταυτίζεται με το κάτω αριστερά όριο του πεδίου \mathcal{F} . Κάθε τέτοιο σημείο είτε κυριαρχεί ή είναι αδιάφορο ως προς κάθε τυχαίο σημείο του πεδίου \mathcal{F} , ενώ είναι αυστηρά αδιάφορο σε σχέση με τα υπόλοιπα σημεία του μετώπου².

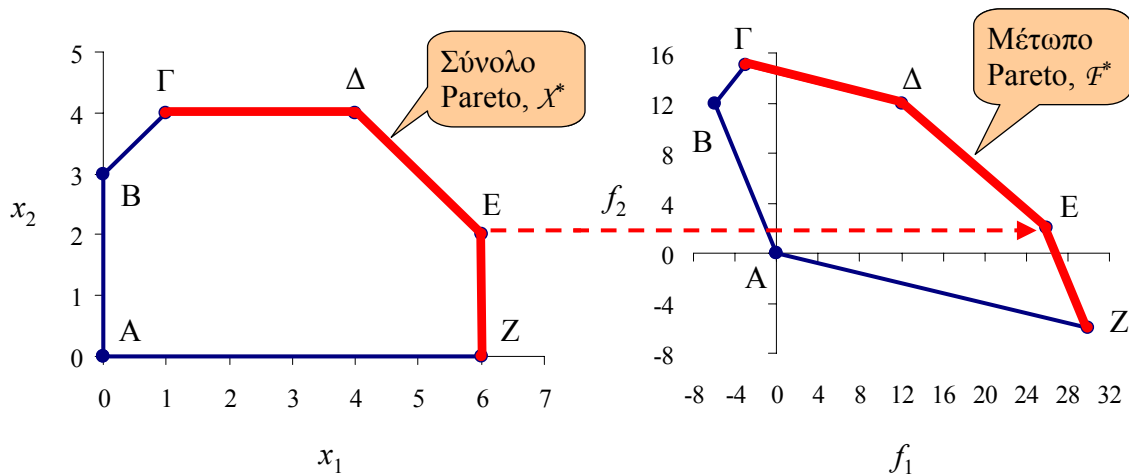
Σε προβλήματα δύο κριτηρίων ($m = 2$) το μέτωπο Pareto είναι μια καμπύλη, που είναι γνωστή από τις οικονομικές επιστήμες και ως *καμπύλη αντιστάθμισης* (tradeoff curve)³. Σε προβλήματα περισσότερων κριτηρίων, το μέτωπο απεικονίζεται ως μια υπερεπιφάνεια διάστασης $m - 1$, που βρίσκεται πάντοτε πάνω στο όριο του διανυσματικού πεδίου τιμών \mathcal{F} .

¹ Στην πραγματικότητα, η έννοια της κυριαρχίας σε προβλήματα ανταγωνιστικών κριτηρίων διατυπώθηκε πρώτη φορά το 1881, από τον Ιρλανδό πολυμαθή *Francis Ysidro Edgeworth* (1845-1926), που όρισε ως βέλτιστη την επιλογή που συμβιβάζει τα επιμέρους κριτήρια. Λίγα χρόνια αργότερα, το 1896, ο διάσημος Ιταλός οικονομολόγος και φιλόσοφος *Vilfredo Pareto* (1848-1923) έδωσε τον μαθηματικό ορισμό της. Στην βιβλιογραφία, ο όρος «βέλτιστο Pareto» απαντά και ως «βέλτιστο Edgeworth-Pareto», παρόλο που για λόγους απλούστευσης έχει κυριαρχήσει σχεδόν ολοκληρωτικά η πρώτη έκφραση.

² Ο γεωμετρικός προσανατολισμός του μετώπου Pareto, γνωστός και ως κανόνας της ΝΑ (για προβλήματα ελαχιστοποίησης) ή ΒΔ (για προβλήματα μεγιστοποίησης) γωνίας, δεν έχει νόημα για το πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} , καθώς η γεωμετρία της περιοχής ανάπτυξης των μη κατωτέρων λύσεων είναι, γενικά, άγνωστη.

³ Ο όρος υποδηλώνει την μεταβολή του ενός κριτηρίου σε σχέση με το άλλο, με μια έννοια συμβιβασμού (βλ. 2.9.5).

Η χάραξη του μετώπου F^* προϋποθέτει τον εντοπισμό του συνόλου X^* . Όταν το πεδίο αναζήτησης X είναι συνεχές, τότε και το σύνολο X^* είναι επίσης συνεχές, και συνεπώς μη αριθμήσιμο. Σε αντίθεση λοιπόν με την μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, στην οποία αναζητάται ένα και μόνο ένα σημείο του εφικτού χώρου, όπου και το ολικό ακρότατο της συνάρτησης, στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση αναζητάται ένα συνεχές, ως επί το πλείστον, πεδίο, άγνωστης έκτασης και άγνωστης γεωμετρίας. Συνεπώς, το πρακτικό ζητούμενο είναι ο εντοπισμός ενός αντιπροσωπευτικού αριθμού μη κατώτερων λύσεων, που περιγράφουν με ικανοποιητική ακρίβεια το πεδίο X^* , με βάση τις οποίες είναι δυνατή μια προσεγγιστική χάραξη του μετώπου Pareto.



Σχήμα 2.10: Παράδειγμα γραμμικού πολυστοχικού προβλήματος, στο οποίο σύνολο Pareto και το αντίστοιχο μέτωπο απεικονίζονται με παχιά γραμμή.

Ιδιαίτερη μνεία πρέπει να γίνει για τα γραμμικά πολυστοχικά προβλήματα, στα οποία τόσο ο χώρος αναζήτησης όσο και ο χώρος αποτίμησης είναι υπερ-ορθογώνια, που προκύπτει από την τομή των γραμμικών περιορισμών. Στην περίπτωση αυτή, το σύνολο, όπως και το μέτωπο, Pareto αποτελούνται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, που αναπτύσσονται κατά μήκος κάποιων εκ των ακμών του υπερεπιπέδου, όπου βρίσκονται οι μη κατώτερες λύσεις (Σχήμα 2.10). Συνεπώς, για την περιγραφή του αρκεί ο εντοπισμός των κορυφών που ορίζουν τις εν λόγω ακμές. Η σχετική υπολογιστική διαδικασία αποτελεί γενίκευση της γνωστής μεθόδου simplex, για βαθμωτά γραμμικά προβλήματα (Cohon, 1978, σ. 140-155).

2.9.3 Ισχυρή και ασθενής κυριαρχία

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης με ανταγωνιστικά κριτήρια, η σχέση κυριαρχίας μεταξύ δύο εφικτών σημείων μπορεί να είναι είτε ισχυρή ή ασθενής. Ειδικότερα:

Το σημείο $\mathbf{x}^ \in X$ είναι ασθενώς μη κυριαρχούμενο (weakly non-dominated) εφόσον δεν υπάρχει άλλο εφικτό σημείο $\mathbf{x} \in X$ τέτοιο ώστε $f_i(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{x}^*)$, για κάθε $i = 1, \dots, m$.*

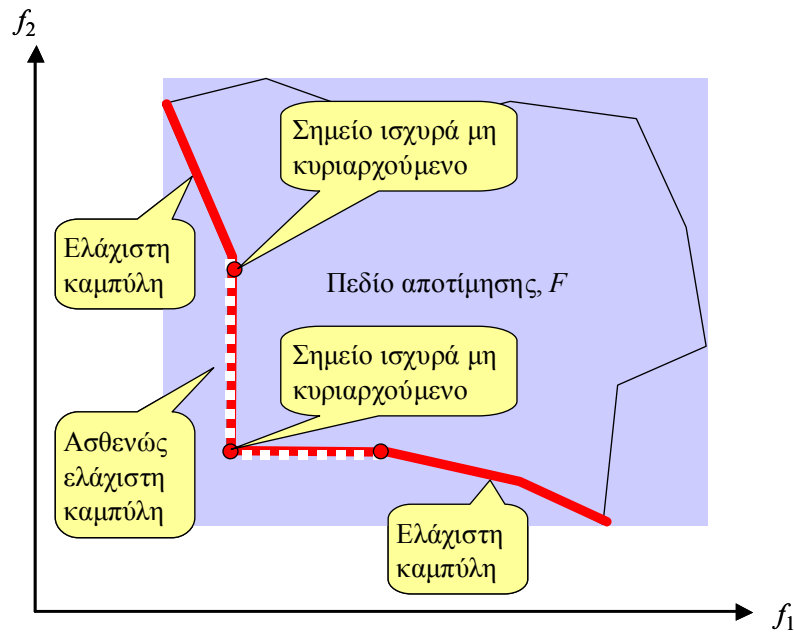
Το σημείο $\mathbf{x}^ \in X$ είναι ισχυρά μη κυριαρχούμενο (strongly non-dominated) εφόσον δεν υπάρχει άλλο εφικτό σημείο $\mathbf{x} \in X$ τέτοιο ώστε $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$ για κάθε $i = 1, \dots, m$, με $f_i(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{x}^*)$ για τουλάχιστον ένα i .*

Με βάση τον παραπάνω ορισμό, κάθε σημείο που είναι ισχυρώς μη κυριαρχούμενο είναι και ασθενώς μη κυριαρχούμενο, χωρίς απαραίτητα να ισχύει το αντίστροφο.

Η απεικόνιση των ισχυρώς μη κυριαρχούμενων σημείων στο πεδίο αποτίμησης ονομάζεται *ελάχιστη καμπύλη* (minimal curve), ενώ η απεικόνιση των ασθενώς μη κυριαρχούμενων σημείων ονομάζεται

ασθενώς ελάχιστη καμπύλη (weakly minimal curve). Προφανώς, η ένωση της ελάχιστης και ασθενώς ελάχιστης καμπύλης είναι το μέτωπο Pareto.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.11, η ασθενώς ελάχιστη καμπύλη είναι παράλληλη σε έναν τουλάχιστον άξονα του πεδίου τιμών. Σημειώνεται ότι το κάτω αριστερά σημείο, το οποίο βρίσκεται ακριβώς στην τομή των δύο ασθενώς ελάχιστων καμπυλών, είναι ισχυρά μη κυριαρχούμενο. Στην εκφυλισμένη περίπτωση που το μέτωπο Pareto αποτελείται αποκλειστικά από την ένωση ασθενώς ελάχιστων καμπυλών, το μέτωπο αποτελείται από m ευθύγραμμα τμήματα που είναι παράλληλα στους άξονες, στην κοινή τομή των οποίων βρίσκεται το μοναδικό ισχυρά μη κυριαρχούμενο σημείο του πεδίου F .



Σχήμα 2.11: Γεωμετρική ερμηνεία της ελάχιστης (συνεχής γραμμή) και της ασθενώς ελάχιστης καμπύλης (διακεκομμένη γραμμή) σε ένα πρόβλημα δύο κριτηρίων.

Οι λύσεις που βρίσκονται κατά μήκος της ασθενώς ελάχιστης καμπύλης έχουν την ιδιαιτερότητα ότι δεν παρέχουν κανένα πλεονέκτημα σε σχέση με κάθε άλλη ισχυρά μη κυριαρχούμενη λύση, αφού δεν υπάρχει κριτήριο ως προς το οποίο να υπερτερούν. Για τον λόγο αυτό, για τα περισσότερα πρακτικά προβλήματα, η ασθενώς ελάχιστη καμπύλη δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον, δεδομένου ότι υπάρχουν άλλες λύσεις που δίνουν καλύτερο αποτέλεσμα ως προς ένα τουλάχιστον κριτήριο. Τονίζεται ότι στα συνεχή, μη γραμμικά, προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι σχεδόν αδύνατη η ύπαρξη τέτοιων καμπυλών, δεδομένου ότι πεδίο αποτίμησης, και συνακόλουθα το όριο αυτού, είναι μη γραμμικά. Ωστόσο, ακόμη και στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να παρατηρηθούν μέτωπα Pareto στα οποία δημιουργούνται σχεδόν ορθές γωνίες, που σημαίνει ότι η πλέον πρόσφορη, από πρακτική σκοπιά, λύση θα πρέπει να αναζητηθεί στη γωνία των εν λόγω μετώπων.

2.9.4 Ολικά και τοπικά σύνολα Pareto

Σε αντιστοιχία με την έννοια του τοπικού ακροτάτου μιας βαθμωτής συνάρτησης, εισάγεται η έννοια του τοπικά βέλτιστου συνόλου Pareto (local Pareto-optimal set) μιας διανυσματικής συνάρτησης, ως εξής:

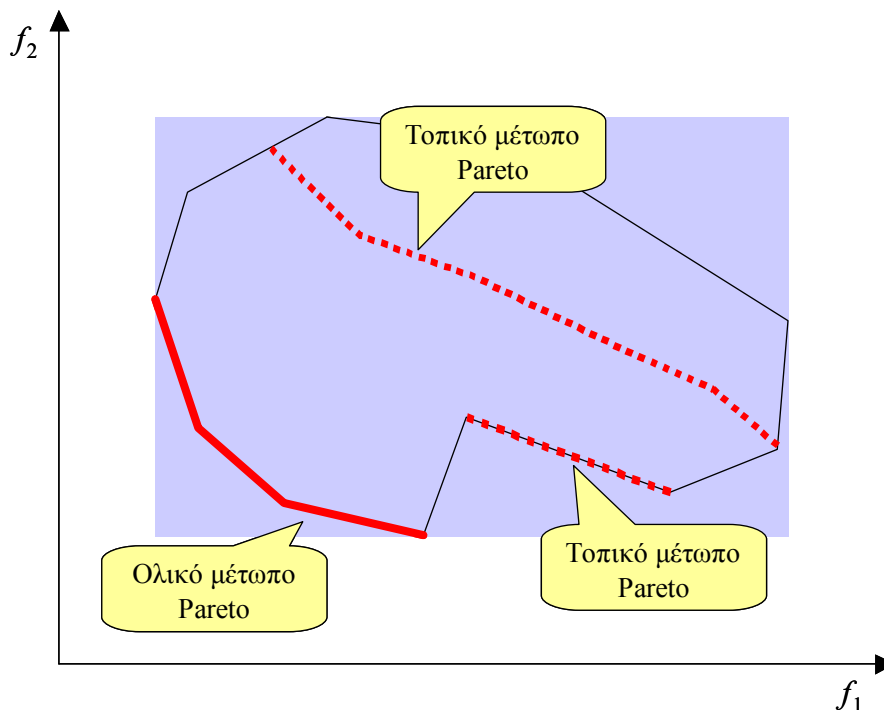
Ένα σύνολο $\mathcal{A} \subseteq X$ ονομάζεται τοπικά βέλτιστο Pareto (κατά σύμβαση ελάχιστο) αν για κάθε $\mathbf{a} \in \mathcal{A}$ δεν υπάρχει $\mathbf{x} \in X$ τέτοιο ώστε $\mathbf{x} > \mathbf{a}$, με $\|\mathbf{x} - \mathbf{a}\| < \varepsilon$ και $\|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{a})\| < \delta$, όπου $\|\cdot\|$ είναι ένα μέτρο απόστασης και $\varepsilon > 0$, $\delta > 0$.

Ομοίως, το ολικά βέλτιστο Pareto σύνολο (global Pareto-optimal set) ορίζεται ως:

Ένα σύνολο $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{X}$ ονομάζεται ολικά βέλτιστο Pareto (συμβατικά ελάχιστο) αν για κάθε $\mathbf{a} \in \mathcal{A}$ δεν υπάρχει $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ τέτοιο ώστε $\mathbf{x} > \mathbf{a}$.

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει η προφανής διαπίστωση ότι αν ένα σύνολο είναι ολικά βέλτιστο Pareto, τότε είναι και τοπικά βέλτιστο. Σε αντιστοιχία, η απεικόνιση ενός τοπικού συνόλου Pareto στο πεδίο αποτίμησης δημιουργεί ένα τοπικό μέτωπο Pareto. Σχετικό γραφικό παράδειγμα δίνεται στο Σχήμα 2.12.

Όπως αναφέρθηκε στο εδάφιο 2.9.2, το πρακτικό ζητούμενο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι η προσεγγιστική χάραξη του μετώπου Pareto \mathcal{F}^* , μέσω ενός αντιπροσωπευτικού πλήθους μη κατωτέρων λύσεων από το πεδίο \mathcal{X}^* . Όπως όμως συμβαίνει και με τα βαθμωτά προβλήματα, εξαιτίας της μη κυρτότητας των συνιστωσών της πολυστοχικής συνάρτησης, η διαδικασία αναζήτησης ενέχει τον κίνδυνο εγκλωβισμού της σε ένα τοπικό σύνολο (και αντίστοιχα μέτωπο), όταν τα σημεία που έχουν εντοπιστεί είναι μεταξύ τους μη κατώτερα (οπότε ορίζουν ένα τοπικά βέλτιστο σύνολο), ενώ υπάρχουν άλλες, ανεξερεύνητες, περιοχές του εφικτού χώρου που κυριαρχούν σε σχέση με το τοπικό σύνολο. Όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 2.12, το τοπικό μέτωπο Pareto ενδέχεται να είναι πολύ πιο μακριά σε σχέση με το πραγματικό (ολικό) μέτωπο Pareto, κάτι που βεβαίως μπορεί να συμβεί και σε ένα μονοκριτηριακό πρόβλημα, στο οποίο ένα τοπικά βέλτιστο σημείο βρίσκεται πολύ μακρύτερα σε σχέση με το πραγματικό, ολικό ακρότατο.



Σχήμα 2.12: Σχηματικό παράδειγμα της έννοιας του τοπικού (διακεκομμένη γραμμή) και ολικού (συνεχής γραμμή) Pareto βέλτιστου μετώπου, σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων.

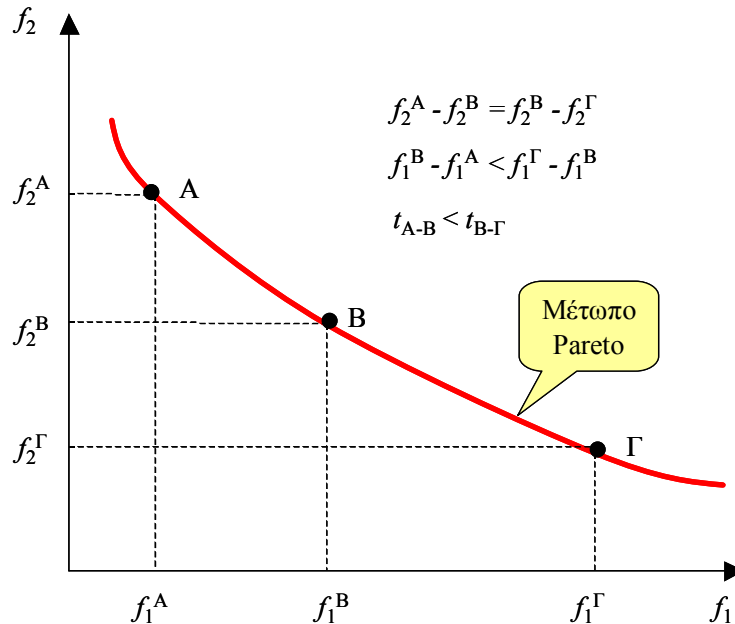
2.9.5 Η έννοια του λόγου αντιστάθμισης

Έστω ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο κριτηρίων και δύο βέλτιστες Pareto λύσεις \mathbf{x}_A και \mathbf{x}_B , με $\mathbf{f}(\mathbf{x}_A) = (f_1^A, f_2^A)$ και $\mathbf{f}(\mathbf{x}_B) = (f_1^B, f_2^B)$, αντίστοιχα. Η ποσότητα που πρέπει να «δαπανηθεί» από το πρώτο κριτήριο για να αυξηθεί η τιμή του δεύτερου κριτηρίου κατά μία μονάδα καλείται *λόγος αντιστάθμισης* (tradeoff). Με βάση τον παραπάνω ορισμό, ο λόγος αντιστάθμισης μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου κριτηρίου, για μετακίνηση από το σημείο \mathbf{x}_A στο σημείο \mathbf{x}_B , είναι:

$$t_{1-2} = \frac{f_1^A - f_1^B}{f_2^A - f_2^B} = \frac{1}{t_{2-1}} \quad (2.33)$$

Όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 2.13, για δεδομένο «κέρδος» όσον αφορά το ένα κριτήριο, η ποσότητα που πρέπει να αναλωθεί ως προς το άλλο κριτήριο αυξάνει με την μείωση της τιμής του εν λόγω κριτηρίου. Με άλλα λόγια, ο λόγος αντιστάθμισης είναι υψηλότερος, όταν η τιμή του ενός σε σχέση με το άλλο κριτήριο είναι υψηλή¹.

Η διακύμανση του λόγου αντιστάθμισης κατά μήκος του μετώπου Pareto αποτελεί μια σημαντική πληροφορία, που συμβάλλει στην κατανόηση της γεωμετρίας του καθώς και σε μια εποπτικότερη αξιολόγηση των βέλτιστων λύσεων του πολυκριτηριακού προβλήματος. Όταν το μέτωπο (ή τμήματα του μετώπου) είναι ομαλό, οι λόγοι αντιστάθμισης είναι κοντά στη μονάδα, που σημαίνει ότι οι λύσεις μεταξύ τους μπορούν να θεωρηθούν και από πρακτική πλευρά ισοδύναμες. Αντίθετα, όταν το μέτωπο είναι μη ομαλό, τότε διαμορφώνονται λόγοι αντιστάθμισης πολύ μεγαλύτεροι της μονάδας (και αντίστοιχα πολύ μικρότεροι της μονάδας, κινούμενοι προς στην αντίθετη κατεύθυνση), που σημαίνει ότι μια μικρή μετατόπιση συνεπάγεται σημαντική μεταβολή της τιμής του ενός κριτηρίου σε σχέση με το άλλο. Ο χειρισμός τέτοιων προβλημάτων παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στις εφαρμογές της πράξης, καθώς υποδηλώνει ότι τα κριτήρια βελτιστοποίησης είναι έντονα αντικρουόμενα μεταξύ τους.



Σχήμα 2.13: Μεταβολή του λόγου αντιστάθμισης κατά μήκος του μετώπου Pareto.

2.9.6 Μαθηματική τεκμηρίωση

Οι Kuhn and Tucker (1951) γενίκευσαν τον ορισμό της βέλτιστης λύσης που δόθηκε στο εδάφιο 2.6.2 για διανυσματικές συναρτήσεις της μορφής $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]^T$. Στην περίπτωση αυτή, το σημείο \mathbf{x}^* θεωρείται βέλτιστο ή, σύμφωνα με την ορολογία της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, μη κυριαρχούμενο, εφόσον ικανοποιεί τους k περιορισμούς του προβλήματος και επιπλέον υπάρχουν διανύσματα θετικών πολλαπλασιαστών $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_m)^T$ και $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)^T$ τέτοιων ώστε:

¹ Η έννοια του λόγου αντιστάθμισης είναι σαφής μόνο στην περίπτωση σύμμετρων κριτηρίων. Διαφορετικά, η τιμή του εξαρτάται από τις σχετικές μονάδες μέτρησης.

$$\begin{aligned} \lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{x}^*) &= 0 \\ \mathbf{w}^T \frac{d\mathbf{f}(\mathbf{x}^*)}{d\mathbf{x}} - \lambda^T \frac{d\mathbf{g}(\mathbf{x}^*)}{d\mathbf{x}} &= \mathbf{0}^T \end{aligned} \quad (2.34)$$

Η διαφορά του ορισμού (2.34) από τον αντίστοιχο για βαθμωτές συναρτήσεις (2.19) έγκειται μόνο στο αριστερό μέλος της δεύτερης συνθήκης, όπου η βαθμίδα της συνάρτησης f έχει αντικατασταθεί από έναν γραμμικό συνδυασμό των παραγώγων των k συνιστωσών της διανυσματικής συνάρτησης \mathbf{f} . Η πρώτη συνθήκη, δηλαδή η συνθήκη συμπληρωματικής χαλαρότητας, διατηρείται ως έχει.

Οι γενικευμένες συνθήκες Kuhn-Tucker (2.34) είναι αναγκαίες για την ύπαρξη μη κατωτέρων λύσεων. Επιπλέον, είναι ικανές εφόσον οι συνιστώσες της πολυστοχικής συνάρτησης \mathbf{f} είναι *κυρτές* συναρτήσεις στο *κυρτό* πεδίο ορισμού \mathcal{X} . Οι παραπάνω συνθήκες συνιστούν το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου των βαρών, που παρουσιάζεται στο εδάφιο 4.2.

2.10 Λήψη αποφάσεων με αντικρουόμενα κριτήρια

2.10.1 Επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης

Στη διανυσματική βελτιστοποίηση, ο κατά Pareto ορισμός του βελτίστου, ως ένα σύνολο μαθηματικά αποδεκτών λύσεων, δημιουργεί ασάφεια στις εφαρμογές της πράξης που αποσκοπούν στον εντοπισμό μίας και μόνο λύσης, η οποία αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη απόφαση που πρέπει να ληφθεί. Πράγματι, από μαθηματική σκοπιά, όλα τα σημεία του μετώπου Pareto αντιπροσωπεύουν θεωρητικά ισοδύναμες εναλλακτικές επιλογές, δεδομένου ότι μεταξύ τους είναι αδιάφορα, ενώ κυριαρχούν έναντι κάθε άλλου εφικτού σημείου. Συνεπώς, η ανάγκη περαιτέρω διάκρισης αυτών επιβάλλει την εισαγωγή επιπλέον «εξωγενών» κριτηρίων αξιολόγησης, πέρα από τα «ενδογενή» μαθηματικά κριτήρια, δηλαδή τις συνιστώσες της πολυστοχικής συνάρτησης.

Τα επιπλέον αυτά κριτήρια χρησιμοποιούνται στην αναζήτηση πρόσφορων συμβιβασμών μεταξύ των αρχικών κριτηρίων, με τελικό ζητούμενο τον εντοπισμό της λεγόμενης *καλύτερα συμβιβαστικής* (best-compromise) λύσης του προβλήματος. Πρόκειται για μια *υποκειμενική* απόφαση, η οποία προέρχεται από ένα *αντικειμενικά* προσδιορισμένο σύνολο εναλλακτικών επιλογών, δηλαδή το σύνολο Pareto. Η υποκειμενικότητα της συμβιβαστικής λύσης έγκειται στον, έστω και εν μέρει, αυθαίρετο τρόπο αιτιολόγησης της απόφασης λήψης της, ανεξάρτητα αν υλοποιείται μέσω κάποιας αυτοματοποιημένης διαδικασίας ή όχι.

Οι τρόποι προσδιορισμού της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης ενός πολυκριτηριακού προβλήματος είναι (Horn, 1997):

Επιλογή πριν την αναζήτηση: Τα επιμέρους κριτήρια σταθμίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση που αντιπροσωπεύει τις προτιμήσεις του αναλυτή και συνιστά την στοχική συνάρτηση ενός προβλήματος βαθμωτής βελτιστοποίησης. Συνεπώς, η βέλτιστη λύση του βαθμωτού προβλήματος ταυτίζεται με την καλύτερα συμβιβαστική του πολυκριτηριακού προβλήματος.

Επιλογή μετά την αναζήτηση: Διατυπώνεται μια πολυστοχική συνάρτηση, συνιστώσες της οποίας είναι τα επιμέρους κριτήρια, και επιλύεται το πολυκριτηριακό πρόβλημα με σκοπό τον εντοπισμό του συνόλου των μη κατωτέρων λύσεων ή μιας ικανοποιητικής προσέγγισης αυτού. Στην συνέχεια, επιλέγεται μία εξ αυτών, με βάση την κρίση του αναλυτή.

Επιλογή κατά την αναζήτηση: Η βελτιστοποίηση γίνεται κατά τρόπο διαδραστικό (interactive), ώστε να ενημερώνεται ο αναλυτής για την εξέλιξη της υπολογιστικής διαδικασίας και να παρεμβαίνει σε αυτή. Αξιολογώντας τα επίκαιρα αποτελέσματα, ο αναλυτής μπορεί να αναπροσαρμόσει τις προτιμήσεις του ή και να συμπεριλάβει επιπλέον κριτήρια, καθοδηγώντας έτσι την διαδικασία αναζήτησης προς την πλέον πρόσφορη κατεύθυνση.

Οι παραπάνω προσεγγίσεις, με την σειρά που παρουσιάζονται, χαρακτηρίζουν την ιστορική διαδρομή της πολυκριτηριακής ανάλυσης. Όπως θα εξηγηθεί αναλυτικά στο σχετικό Κεφάλαιο 4, η κλασική προσέγγιση του πολυκριτηριακού προβλήματος βασίζεται σε μια διαδικασία μετασχηματισμού του σε μονοκριτηριακό, οδηγώντας έτσι στον εντοπισμό μίας και μόνο μίας βέλτιστης λύσης, που θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει τον πλέον πρόσφορα συμβιβασμό μεταξύ των κριτηρίων. Εξάλλου, η σύγχρονη προσέγγιση στοχεύει στην μετεπεξεργασία του συνόλου Pareto, που προϋποθέτει την ταυτόχρονη παραγωγή όσο το δυνατόν πιο αντιπροσωπευτικών λύσεων του πολυκριτηριακού προβλήματος, με χρήση κατάλληλων αλγορίθμων. Τέλος, η τελευταία προσέγγιση αποτελεί την τάση του μέλλοντος, όπου άνθρωπος και υπολογιστής θα διαθέτουν ένα πλαίσιο «συνεργασίας» τέτοιο που θα επιτρέπει τον χειρισμό εξαιρετικά σύνθετων προβλημάτων.

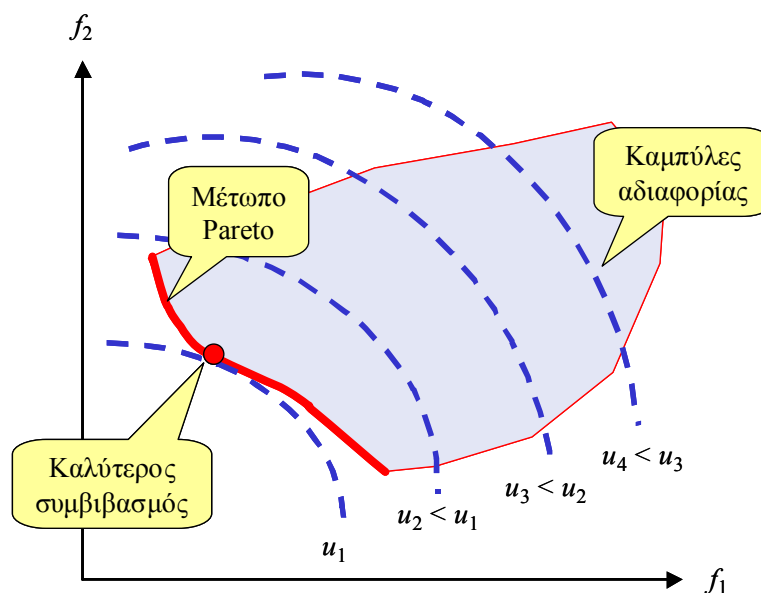
2.10.2 Συναρτήσεις χρησιμότητας

Στις οικονομικές επιστήμες, οι προτιμήσεις του καταναλωτή εκφράζονται μέσω των λεγόμενων *συναρτήσεων χρησιμότητας* (utility functions), που χρησιμοποιούνται ως μέτρα ευημερίας (Varian, 1999, σ. 54). Η έννοια έχει γενικευτεί για κάθε εφαρμογή πολυκριτηριακής ανάλυσης, ως εξής:

Ως συνάρτηση χρησιμότητας νοείται μια μαθηματική έκφραση που αντιστοιχίζει μια συγκεκριμένη επίδοση σε κάθε εφικτή λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος, με τρόπο ώστε να είναι δυνατή η ταξινόμηση των εν λόγω λύσεων.

Από τον παραπάνω ορισμό προκύπτει ότι η καλύτερα συμβιβαστική λύση αντιστοιχεί στο εφικτό σημείο για το οποίο μεγιστοποιείται η συνάρτηση χρησιμότητας του προβλήματος. Η τελευταία διατυπώνεται ως:

$$U(\mathbf{x}) = U(f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \quad (2.35)$$



Σχήμα 2.14: Γραφική απεικόνιση μιας τυπικής συνάρτησης χρησιμότητας σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων.

Η συνάρτηση $U(\mathbf{x})$ μπορεί να λάβει οποιαδήποτε μαθηματική μορφή, υπό την προϋπόθεση ότι είναι μονότονα φθίνουσα και κυρτή, εφόσον ζητούμενο είναι η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του συνόλου των κριτηρίων. Αυτό σημαίνει ότι:

$$\frac{\partial U(f_1, \dots, f_m)}{\partial f_i} < 0$$

$$\frac{\partial^2 U(f_1, \dots, f_m)}{\partial f_i^2} > 0$$
(2.36)

για κάθε $i = 1, \dots, m$. Η πρώτη συνθήκη υποδηλώνει ότι η *περιθώρια χρησιμότητα* (marginal utility) όλων των κριτηρίων είναι αρνητική, δηλαδή η μείωση της τιμής οποιουδήποτε κριτηρίου όταν τα υπόλοιπα μένουν σταθερά είναι προτιμότερη από την αύξηση. Η δεύτερη συνθήκη υποδηλώνει ότι η περιθώρια χρησιμότητα οποιουδήποτε κριτηρίου μειώνεται, εφόσον η τιμή του εν λόγω κριτηρίου επίσης μειώνεται (Cohon, 1978, σ. 167-169).

Η συνάρτηση χρησιμότητας απεικονίζεται στο πεδίο αποτίμησης \mathcal{F} με την μορφή ισοσταθμικών καμπυλών που καλούνται *καμπύλες αδιαφορίας* (indifference curves). Οι καμπύλες αδιαφορίας δεν τέμνονται ποτέ, ενώ η τιμή τους αυξάνει στην κατεύθυνση του μετώπου Pareto. Κατά συνέπεια, η καλύτερα συμβιβαστική λύση βρίσκεται στο σημείο όπου η καμπύλη αδιαφορίας εφάπτεται με το μέτωπο Pareto (Σχήμα 2.14).

3 Αναζήτηση ακροτάτων μη γραμμικών συναρτήσεων

3.1 Το πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης

3.1.1 Μαθηματική διατύπωση

Η αναζήτηση του ολικού ακροτάτου μιας συνάρτησης σε μη γραμμικούς χώρους, γνωστή και ως *ολική βελτιστοποίηση*, βρίσκει εφαρμογή σε όλο το φάσμα των επιστημών, και ειδικότερα αυτών που περιγράφουν την λειτουργία φυσικών συστημάτων, που διέπονται από πλήθος μη γραμμικών νόμων.

Τα κύρια χαρακτηριστικά του προβλήματος έχουν ήδη συζητηθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, και ειδικότερα στην ενότητα 2.7. Μαθηματικά, το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.1)$$

όπου $f(\mathbf{x}): X \subseteq \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ μια μη γραμμική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση¹, και X το πεδίο ορισμού της. Το τελευταίο είναι ένα υπερ-ορθογώνιο στο \mathcal{R}^n , τα όρια του οποίου περιγράφονται από τα n -διάστατα διανύσματα \mathbf{l} και \mathbf{u} , που αντιπροσωπεύουν το επιτρεπόμενο εύρος διακύμανσης των τιμών των μεταβλητών ελέγχου του προβλήματος. Ο ρητός περιορισμός $\mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}$ μπορεί να μην είναι απαραίτητος, αλλά τίθεται πάντα για πρακτικούς λόγους, ώστε να εμποδιστεί η ανέλεγκτη αναζήτηση στο \mathcal{R}^n , προς όφελος της εξοικονόμησης υπολογιστικού φόρτου.

3.1.2 Η έννοια της στοχικής συνάρτησης σε φυσικά συστήματα

Με εξαίρεση τα όρια διακύμανσης των μεταβλητών ελέγχου, στο πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης δεν τίθενται άλλοι εξωτερικοί περιορισμοί. Στην πραγματικότητα, ένα φυσικό σύστημα διέπεται από πληθώρα περιορισμών, γραμμικών και μη γραμμικών, που περιγράφουν φυσικούς νόμους (π.χ. αρχή διατήρηση μάζας, αρχή διατήρηση ενέργειας), καθώς και λειτουργικές απαιτήσεις, εφόσον υπάρχουν ανθρώπινες επεμβάσεις στο σύστημα.

Όταν το πρόβλημα αναφέρεται στην μεγιστοποίηση της επίδοσης ενός πραγματικού (φυσικού) συστήματος, η στοχική συνάρτηση αποκτά ευρύτερη έννοια, δεδομένου ότι περιγράφει, εκτός από το μέτρο επίδοσης, και την λειτουργία του συστήματος, συναρτήσει των μεταβλητών ελέγχου \mathbf{x} . Αυτό προϋποθέτει μια πολύπλοκη δομή, που δεν είναι δυνατό να διατυπωθεί μέσω μιας μεμονωμένης αναλυτικής έκφρασης, παρά μόνο μέσω ενός συστήματος εξισώσεων, που περιγράφουν τους περιορισμούς του συστήματος και, αναγκαστικά, κωδικοποιούνται σε γλώσσα υπολογιστή.

Με βάση τα παραπάνω, με τον όρο στοχική συνάρτηση νοείται μια γενική υπολογιστική διαδικασία που περιλαμβάνει τρεις συνιστώσες:

- ένα μοντέλο *παραμετροποίησης* της λειτουργίας του συστήματος, συναρτήσει των μεταβλητών ελέγχου \mathbf{x} .
- ένα μοντέλο *προσομοίωσης*, που αναπαριστά την λειτουργία του συστήματος για δεδομένες τιμές των μεταβλητών και επιτρέπει τον ρητό χειρισμό των φυσικών και λειτουργικών περιορισμών του (βλ. 2.6.4).

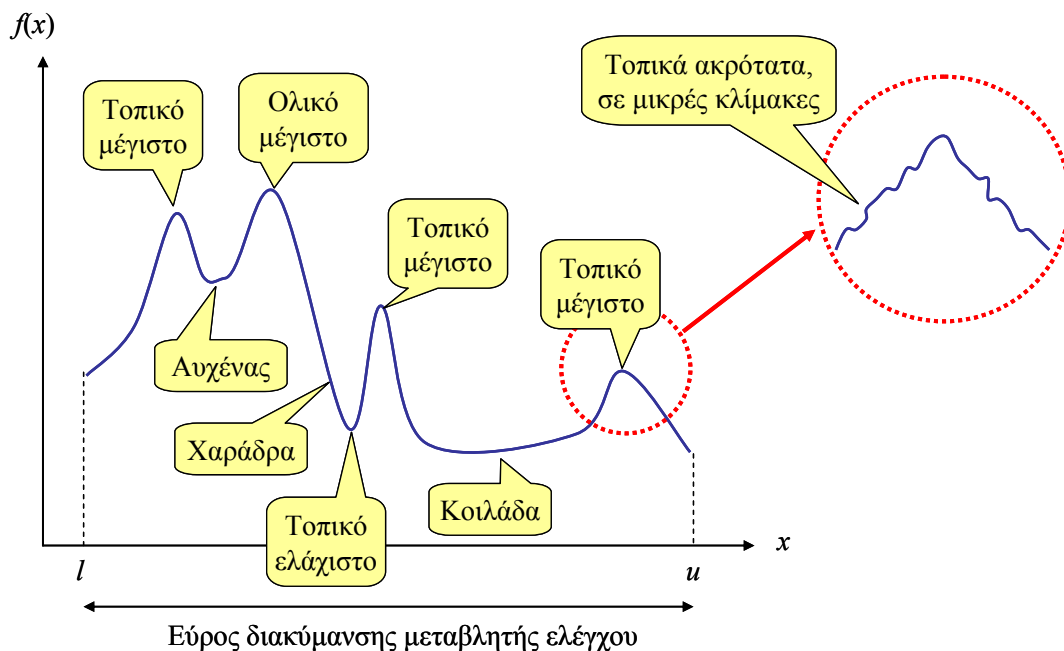
¹ Υπενθυμίζεται ότι ο τελεστής ελαχιστοποίησης τίθεται αποκλειστικά κατά σύμβαση.

- ένα μοντέλο *αποτίμησης*, που αξιολογεί τα αποτελέσματα της προσομοίωσης και υπολογίζει το βαθμωτό μέτρο επίδοσης του συστήματος.

Είναι απόλυτα προφανές ότι για μια τέτοια διαδικασία δεν είναι δυνατή καμία αρχική εποπτεία της γεωμετρίας της επιφάνειας απόκρισης που δημιουργείται, και είναι βεβαίως αδύνατη η εφαρμογή των τυπικών μαθηματικών ελέγχων που αφορούν στην συνέχεια, την διαφορισιμότητα και την κυρτότητα της συνάρτησης. Συνακόλουθα, είναι αδύνατος ο εντοπισμός των στάσιμων σημείων της, όπως και η διερεύνηση των χαρακτηριστικών του εσσιανού μητρώου, με σκοπό τον αναλυτικό υπολογισμό του ολικού ακροτάτου (βλ. 2.2.4).

3.1.3 Τυπικές δυσχέρειες του προβλήματος

Η πολυπλοκότητα της στοχαστικής συνάρτησης, αλλά και τα πάσης φύσεως σφάλματα που αυτή εμπεριέχει επιδιώκοντας την περιγραφή σύνθετων συστημάτων, έχει ως συνέπεια την διαμόρφωση επιφανειών απόκρισης που είναι έντονα μη κυρτές. Προφανώς, στο συμπέρασμα αυτό καταλήγουμε εμπειρικά, καθώς δεν είναι δυνατή η μαθηματική τεκμηρίωση της μη κυρτότητας.



Σχήμα 3.1: Χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης μιας μη κυρτής συνάρτησης, σε τομή.

Στο παράδειγμα του Σχήματος 3.1 απεικονίζεται, σε τομή, η επιφάνεια απόκρισης μιας έντονα μη κυρτής συνάρτησης. Χαρακτηριστικό τέτοιων επιφανειών απόκρισης είναι η ύπαρξη πολλαπλών ακροτάτων (και εν γένει τοπογραφικών ανωμαλιών), σε διάφορες μάλιστα κλίμακες. Οι επιφάνειες αυτές διαμορφώνουν πολύπλοκα ανάγλυφα, τα οποία περιλαμβάνουν κορυφές (που αντιστοιχούν σε σημεία τοπικού μεγίστου), αυχένες (που αναπτύσσονται γύρω από τα σημεία σέλας), χαράδρες (που αντιστοιχούν σε περιοχές απότομης κλίσης), κοιλάδες (που αντιστοιχούν σε περιοχές μικρής κλίσης) και βυθίσματα (που αντιστοιχούν σε σημεία τοπικού ελαχίστου). Ακόμα και αν υποθεθεί ότι εντοπίζεται ένα τοπικό ακρότατο, η έλλειψη εποπτείας του χώρου καθιστά αδύνατη την αναγνώριση των υπόλοιπων ακροτάτων. Στην περίπτωση αυτή, είναι προφανής ο κίνδυνος *εγκλωβισμού* της διαδικασίας αναζήτησης στο τοπικό ακρότατο που εντοπίζεται πρώτο, ιδιαίτερα όταν αυτό βρίσκεται σε μια περιοχή έντονης μεταβολής της κλίσης (π.χ. στο βάθος μιας χαράδρας). Από την άλλη πλευρά, στις περιοχές όπου αναπτύσσονται αυχένες και κοιλάδες, η αναζήτηση ακροτάτων είναι ιδιαίτερα δύσκολη, δεδομένης της εξαιρετικά αργής (και ενδεχομένως μηδενικής) μεταβολής της τιμής της

συνάρτησης. Όσον αφορά στις μικρής κλίμακας τοπογραφικές ανωμαλίες (Σχήμα 3.1, άνω δεξιά), ενώ δεν έχουν σημασία από μακροσκοπική άποψη, στην πράξη δημιουργούν περαιτέρω υπολογιστικές δυσχέρειες, όταν τα βήματα μετάβασης είναι ανάλογα μικρά. Γενικά, η τραχύτητα της επιφάνειας απόκρισης έχει ως συνέπεια την *αδυναμία διατύπωσης μεθοδολογιών συστηματικής αναζήτησης που να εγγυώνται τον εντοπισμό του ολικού βελτίστου, με πεπερασμένο πλήθος δοκιμών*.

Ένα από τα πλέον σημαντικά χαρακτηριστικά των προβλημάτων μη γραμμικής βελτιστοποίησης είναι η λεγόμενη *κατάρα της διαστατικότητας* (curse of dimensionality). Ο όρος εισήχθη από τον Bellman¹ (1961), για να χαρακτηρίσει την εκθετική αύξηση ενός υπερόγκου (hypervolume) συναρτήσει της διάστασης n . Δεδομένου ότι στα προβλήματα ολικής βελτιστοποίησης το πεδίο ορισμού \mathcal{X} είναι ένα υπερ-ορθογώνιο με όρια \mathbf{l} και \mathbf{u} , ο όγκος που περικλείει ισούται με το γινόμενο:

$$V(\mathcal{X}) = \prod_{i=1}^n (u_i - l_i) \quad (3.2)$$

Αν $u_i - l_i > 1$ για κάθε $i = 1, \dots, n$, η παραπάνω σχέση υποδηλώνει ότι η τιμή του V είναι μια εκθετική συνάρτηση της διάστασης n . Αποτέλεσμα αυτού του χαρακτηριστικού είναι ότι η *αύξηση του πλήθους των μεταβλητών ελέγχου συνεπάγεται εκθετικά μεγαλύτερο χώρο αναζήτησης και, συνακόλουθα, εκθετικά μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο*, με την εύλογη υπόθεση ότι η ακρίβεια της διαδικασίας απαιτεί την αποτίμηση της συνάρτησης σε αριθμό σημείων ανάλογο του V .

Μια επιπλέον δυσχέρεια του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, που έχει ιδιαίτερη σημασία στις πρακτικές εφαρμογές, είναι ο φόρτος που απαιτεί κάθε μεμονωμένος υπολογισμός της τιμής της στοχικής συνάρτησης, για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών ελέγχου. Υπενθυμίζεται ότι η εν λόγω συνάρτηση υλοποιεί τρεις υπολογιστικές διαδικασίες, την παραμετροποίηση, την προσομοίωση και την αποτίμηση (βλ. 3.1.2). Κατά κανόνα, από τις παραπάνω διαδικασίες, η πλέον απαιτητική είναι η προσομοίωση, ο φόρτος της οποίας εξαρτάται τόσο από τον χρονικό ορίζοντα ελέγχου όσο και από τον τρόπο εσωτερικού χειρισμού των περιορισμών του συστήματος. Συχνά, αντί του αναγκαίου, θεωρητικά, πλήθους δοκιμών που να εξασφαλίζει μια προσεγγιστική, έστω, σύγκλιση στο ολικό ακρότατο, επιδιώκεται μια πολύ πιο ταχεία, ως προς το πλήθος των δοκιμών, απάντηση. Αναμφίβολα, αυτό ενέχει τον κίνδυνο εύρεσης μιας εκτίμησης της βέλτιστης λύσης που διαφέρει σημαντικά από το πραγματικό ολικό ακρότατο. Κατά συνέπεια, ο φόρτος της διαδικασίας προσομοίωσης αποτελεί τον κύριο περιοριστικό παράγοντα της διαδικασίας αναζήτησης, που συχνά οδηγεί σε *πρόωρο τερματισμό της βελτιστοποίησης, λόγω εξάντλησης των διαθέσιμων υπολογιστικών πόρων*.

Συνοψίζοντας, η αναζήτηση του ολικού ακροτάτου σε μη γραμμικούς χώρους υλοποιείται μέσω μιας προσεγγιστικής, αναγκαστικά, διαδικασίας, η ακρίβεια της οποίας εξαρτάται:

- από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης·
- από το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου·
- από τους χρονικούς πόρους που διατίθενται για την πραγματοποίηση των αναγκαίων δοκιμών.

Τα χαρακτηριστικά του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης επιβάλλουν την ανάπτυξη σχημάτων αναζήτησης που συμβιβάζουν ανταγωνιστικές, μεταξύ τους, απαιτήσεις, με ζητούμενο τον ταχύ εντοπισμό όσο το δυνατόν καλύτερων εκτιμητριών της ολικά βέλτιστης λύσης. Τα κριτήρια ελέγχου της επίδοσης των μεθόδων μη γραμμικής βελτιστοποίησης συζητώνται στην ενότητα 3.3.

¹ Πρόκειται για τον εμπνευστή του *δυναμικού προγραμματισμού* (dynamic programming), μιας ειδικής τεχνικής αντιμετώπισης διακριτών ή διακριτοποιημένων προβλημάτων μη γραμμικής βελτιστοποίησης με περιορισμούς, που προϋποθέτει την διατύπωση της στοχικής συνάρτησης ως μιας σειράς αποφάσεων, που εκτελούνται κατά στάδια. Αυτό αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα μειονεκτήματα του δυναμικού προγραμματισμού, η λογική του οποίου βασίζεται σε μια εξονυχιστική απαρίθμηση των εφικτών αποφάσεων κάθε σταδίου.

3.2 Γενικές αρχές αλγορίθμων βελτιστοποίησης

Με δεδομένη την τεράστια ποικιλία σχημάτων αναζήτησης σε μη γραμμικούς χώρους, είναι ιδιαίτερα δύσκολη η διατύπωση γενικών αρχών και κανόνων. Το κοινό χαρακτηριστικό όλων των αλγορίθμων είναι πως πρόκειται για επαναληπτικές τεχνικές, που ξεκινούν από ένα σύνολο αρχικών λύσεων $\mathcal{P}^{[0]}$, που περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα σημεία (δηλαδή n -διάστατα διανύσματα) από τον εφικτό χώρο \mathcal{X} . Μετά από διαδοχικούς μετασχηματισμούς του αρχικού συνόλου, προκύπτει ένα τελικό σύνολο $\mathcal{P}^{[M]}$, το οποίο θεωρείται πως περιέχει την εκτίμηση του ολικού βελτίστου.

Το σύνολο \mathcal{P} περιγράφεται μαθηματικά ως ένα $n \times p$ μητρώο της μορφής:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

όπου p το μέγεθος του συνόλου \mathcal{P} .

Η διαδικασία αναζήτησης μπορεί να διατυπωθεί ως μια σειρά N το πλήθος μετασχηματισμών του αρχικού συνόλου $\mathcal{P}^{[0]} = \{\mathbf{X}^{[0]}\}$, δηλαδή:

$$\mathbf{X}^{[0]} \rightarrow \mathbf{X}^{[1]} \rightarrow \dots \rightarrow \mathbf{X}^{[k-1]} \rightarrow \mathbf{X}^{[k]} \rightarrow \mathbf{X}^{[k+1]} \rightarrow \dots \rightarrow \mathbf{X}^{[M]} \quad (3.4)$$

Η παραπάνω διαδικασία περιγράφει $p \times N$ το πλήθος κινήσεις σημείων πάνω στον χώρο αναζήτησης, που πρέπει να εγγυώνται την *συστηματική* βελτίωση της τιμής της στοχικής συνάρτησης, έτσι ώστε το σύνολο \mathcal{P} να συγκλίνει στην περιοχή του πραγματικού ολικού βελτίστου. Η συστηματικότητα της διαδικασίας είναι αυτή που εξασφαλίζει ότι για ένα τουλάχιστον μέλος του τελικού συνόλου, έστω το $\mathbf{x}_k^{[M]}$, ισχύει:

$$f(\mathbf{x}_k^{[M]}) \ll \min \{f(\mathbf{x}_1^{[0]}), f(\mathbf{x}_2^{[0]}), \dots, f(\mathbf{x}_p^{[0]})\} \quad (3.5)$$

οπότε το $\mathbf{x}_k^{[M]}$ λαμβάνεται ως εκτιμήτρια του ολικού ελαχίστου \mathbf{x}^* , χωρίς απαραίτητα να ταυτίζεται με αυτό¹. Το πλήθος των μετασχηματισμών N είτε ορίζεται εκ των προτέρων (οπότε τίθεται ως κριτήριο τερματισμού της διαδικασίας) είτε ελέγχεται με βάση την πρόοδο της διαδικασίας αναζήτησης (με βάση ένα προδιαγεγραμμένο κριτήριο σύγκλισης).

Η *μετάβαση* (transition) από ένα τρέχον σύνολο λύσεων στο επόμενο γίνεται μέσω ενός κανόνα της μορφής:

$$\mathbf{X}^{[k]} = \mathbf{X}^{[k-1]} + \Delta \mathbf{X}^{[k]} \quad (3.6)$$

όπου $\Delta \mathbf{X}^{[k]}$ μια εφικτή «διαταραχή» στο \mathcal{X} .

Όταν το σύνολο \mathcal{P} είναι μονομελές ($p = 1$), η διαδικασία βελτιστοποίησης υποδηλώνει μια τροχιά στο n -διάστατο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} , η συστηματικότητα της οποίας θα πρέπει να εγγυάται σύγκλιση στο ολικό ακρότατο.

Οι αλγόριθμοι μη γραμμικής βελτιστοποίησης διαφοροποιούνται ως προς τις ακόλουθες συνιστώσες:

- τα χαρακτηριστικά του συνόλου \mathcal{P} (μονομελές ή πολυμελές, αυτόματα οριζόμενο ή οριζόμενο από τον χρήστη)
- την διαδικασία παραγωγής του αρχικού συνόλου $\mathcal{P}^{[0]}$.

¹ Δεδομένου ότι η αναφορά γίνεται για αριθμητικές-υπολογιστικές τεχνικές που εφαρμόζονται σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών, ως ταύτιση νοείται η προσέγγιση της ακριβούς λύσης, με ανοχή τέτοια που δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης στην πράξη.

- τους κανόνες μετάβασης (προσδιοριστικοί, στοχαστικοί ή συνδυαστικοί-υβριδικοί).
- τα κριτήρια σύγκλισης και τερματισμού.

Στο κεφάλαιο αυτό επισκοπούνται τα αντιπροσωπευτικότερα σχήματα αναζήτησης, με έμφαση στις στρατηγικές εκείνες που βρίσκουν εφαρμογή στις πλέον σύγχρονες αλγοριθμικές προσεγγίσεις, που είναι κατάλληλες τόσο για μονοκριτηριακά όσο και για πολυκριτηριακά προβλήματα.

3.3 Κριτήρια επίδοσης αλγορίθμων

Ακολούθως παρουσιάζεται ένα πλήθος κριτηρίων, με βάση τα οποία ελέγχεται η επίδοση μιας διαδικασίας αναζήτησης ολικού ακροτάτου.

3.3.1 Ευρωστία

Ο όρος *ευρωστία* (robustness) χρησιμοποιείται στη βιβλιογραφία για να χαρακτηρίσει μια μέθοδο που προσαρμόζεται στις ιδιαιτερότητες της επιφάνειας απόκρισης. Ένα εύρωστο σχήμα αναζήτησης αποδίδει εξίσου καλά σε κυρτούς και μη κυρτούς χώρους, δεν εγκλωβίζεται σε τοπικά ακρότατα και μπορεί και αυτό-ρυθμίζεται, αυξάνοντας ή μειώνοντας το βήμα μετατόπισης, ανάλογα με την τοπογραφία. Η ευρωστία εξασφαλίζεται με την διαθεσιμότητα μιας ποικιλίας κανόνων μετάβασης, κάτι που βεβαίως συνεπάγεται αυξημένη πολυπλοκότητα του αλγορίθμου.

3.3.2 Αμεροληψία

Η *αμεροληψία* (fairness) υποδηλώνει ότι ο αλγόριθμος δύναται να εντοπίσει το ολικό ακρότατο της συνάρτησης, ανεξάρτητα από το αρχικό σύνολο \mathcal{P}^{01} (ή σημείο) και, γενικά, την περιοχή εκκίνησης της διαδικασίας αναζήτησης. Μια τέτοια μέθοδος δεν εγκλωβίζεται εύκολα σε τοπικά ακρότατα, αντίθετα μπορεί να μεταπηδά σε διαφορετικές περιοχές έλξης, χρησιμοποιώντας κατάλληλες διαδικασίες. Επισημαίνεται ότι όταν οι κανόνες μετάβασης που χρησιμοποιεί ένας αλγόριθμος είναι αποκλειστικά προσδιοριστικοί, η διαδικασία αναζήτησης σε μη κυρτές επιφάνειες είναι πλήρως εξαρτώμενη από τις συνθήκες εκκίνησης. Για τον λόγο αυτό, η αμεροληψία προϋποθέτει την εφαρμογή στρατηγικών αναζήτησης που βασίζονται, τουλάχιστον εν μέρει, στην *τυχαιότητα*.

3.3.3 Γενικότητα

Η *γενικότητα* (generality) ενός αλγορίθμου υποδηλώνει την απουσία προϋποθέσεων ως προς τα μαθηματικά χαρακτηριστικά της στοχικής συνάρτησης (κυρτότητα, διαφορισμότητα, συνέχεια). Τα περισσότερα αριθμητικά σχήματα αναζήτησης καλύπτουν την παραπάνω απαίτηση, με εξαίρεση τις κλασικές μεθόδους κλίσεων (βλ. 3.4.2), που χρησιμοποιούν παραγώγους στη διατύπωση των κανόνων μετάβασης.

3.3.4 Αποτελεσματικότητα

Ο όρος *αποτελεσματικότητα* (effectiveness) υποδηλώνει τη δυνατότητα του αλγορίθμου να εντοπίζει λύσεις που να ταυτίζονται με το ολικό ακρότατο ή να το προσεγγίζουν ικανοποιητικά¹. Υπενθυμίζεται ότι στα περισσότερα πρακτικά προβλήματα, η θέση και η τιμή του ολικού ακροτάτου δεν είναι γνωστές. Κατά συνέπεια, η αποτελεσματικότητα ενός αλγορίθμου μπορεί να ελεγχθεί μόνο εμπειρικά. Τονίζεται ότι η έννοια της αποτελεσματικότητας χρησιμοποιείται στη βιβλιογραφία ως μέτρο της

¹ Εδώ η έννοια της προσέγγισης αναφέρεται στην τιμή της στοχικής συνάρτησης, και λιγότερο στις επιμέρους τιμές των μεταβλητών ελέγχου. Κατά συνέπεια, αν ένα τοπικό ακρότατο \mathbf{x}_L απέχει σημαντικά από το θεωρητικό ολικό ακρότατο \mathbf{x}^* ως προς την θέση του στο πεδίο ορισμού, δηλαδή $\|\mathbf{x}_L - \mathbf{x}^*\| \gg 0$, με την επίδοση ωστόσο των δύο να είναι πολύ κοντά, δηλαδή $|f(\mathbf{x}_L) - f(\mathbf{x}^*)| \approx 0$, τότε το \mathbf{x}_L μπορεί να θεωρηθεί πρακτικά ισοδύναμο με το \mathbf{x}^* .

ακρίβειας, αναφερόμενη σε αλγορίθμους που συνδυάζουν και όλα τα προηγούμενα χαρακτηριστικά, δηλαδή την ευρωστία, την αμεροληψία και την γενικότητα (Duan *et al.*, 1992).

3.3.5 Αποδοτικότητα

Όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 3.1.3, στα προβλήματα της πράξης, όπου ο χρόνος αποτίμησης της συνάρτησης είναι σημαντικός, το πλήθος των δοκιμών αποτελεί τον κύριο περιοριστικό παράγοντα της βελτιστοποίησης. Συνεπώς, ένα από τα κύρια ζητούμενα των αλγορίθμων είναι η εξοικονόμηση υπολογιστικού φόρτου, που είναι γνωστή με τον όρο *αποδοτικότητα* (efficiency). Ένα αποδοτικό σχήμα απαιτεί τον ελάχιστο αριθμό δοκιμών, ώστε να εντοπίσει την επιθυμητή πορεία αναζήτησης. Είναι προφανές ότι ένα σχήμα που δίνει υπερβολική έμφαση στην αποδοτικότητα είναι αναγκαστικά δυσμενές ως προς την αποτελεσματικότητα, και αντίστροφα.

3.3.6 Εγγυημένη σύγκλιση

Ως *εγγυημένη σύγκλιση* (guaranteed convergence) νοείται η θεωρητικά αποδεδειγμένη ιδιότητα των σχημάτων αναζήτησης να εντοπίζουν το ολικό ακρότατο της συνάρτησης μετά από πεπερασμένο ή άπειρο πλήθος δοκιμών (στη δεύτερη περίπτωση αυτό υποδηλώνει ότι $\mathbf{x}^{[N]} \equiv \mathbf{x}^*$, για $N \rightarrow \infty$). Όπως εξηγείται παρακάτω, η δυνατότητα σύγκλισης έχει αποδειχθεί μόνο για απλές σχετικά αλγοριθμικές δομές (π.χ. δυαδικοί γενετικοί αλγόριθμοι, προσομοιωμένη απόκτηση με διακριτές μεταβλητές ελέγχου), ενώ είναι εξαιρετικά δύσκολο (ενδεχομένως αδύνατο) να αποδειχθεί για τα πιο σύνθετα υβριδικά σχήματα, δεδομένου ότι τα τελευταία χρησιμοποιούν πολύπλοκους κανόνες μετάβασης, που συχνά προέρχονται από την σύζευξη στοιχειωδών κανόνων.

3.3.7 Ευκολία στη χρήση

Τα πολύπλοκα σχήματα αναζήτησης, προκειμένου να εξασφαλίσουν υψηλή ευρωστία, αμεροληψία και αποδοτικότητα, χρησιμοποιούν ένα μεγάλο, συχνά, πλήθος παραμέτρων εισόδου, που καθορίζουν τη συμπεριφορά του αλγορίθμου συναρτήσει των χαρακτηριστικών του εκάστοτε προβλήματος. Οι παράμετροι αυτές δίνονται από τον χρήστη, κάτι που προφανώς προϋποθέτει αυξημένη εμπειρία, κατανόηση των μηχανισμών του αλγορίθμου αλλά και πολύ καλή εποπτεία του προβλήματος. Η *ευκολία στη χρήση* υποδηλώνει την ανάπτυξη μεθόδων που απευθύνονται σε μη εξειδικευμένους χρήστες, κάτι που συνήθως επιτυγχάνεται με την παγίωση των τιμών των περισσότερων (πιθανόν των πλέον δυσνόητων αλλά και λιγότερο ευαίσθητων) παραμέτρων, ώστε ο χρήστης να μπορεί να ελέγξει τις ελάχιστες δυνατές πτυχές του αλγορίθμου, για τις οποίες υπάρχει μια στοιχειώδης εποπτεία (κατά κανόνα, το μέγεθος του συνόλου \mathcal{P}).

3.4 Αναζήτηση τοπικών ακροτάτων

3.4.1 Γενικές αρχές

Η αναλυτική επίλυση του τυπικού προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης, που βασίζεται στις κλασικές μαθηματικές μεθόδους, περιορίζεται σε ένα εξαιρετικά μικρό εύρος πρακτικών εφαρμογών, όπου είναι γνωστές οι εκφράσεις της στοχικής συνάρτησης και των παραγώγων της μέχρι δεύτερης τάξης, καθιστώντας δυνατό τον υπολογισμό των στάσιμων σημείων της αλλά και των οριζουσών του εσσιανού μητρώου (βλ. 2.2.4).

Η ραγδαία ανάπτυξη της αριθμητικής ανάλυσης τις δεκαετίες του 1950 και 1960 αποτέλεσε σημείο καμπής στην εξέλιξη της βελτιστοποίησης, παρέχοντας τα υπολογιστικά εργαλεία (αλγορίθμους) για τον χειρισμό σύνθετων προβλημάτων που δεν ήταν δυνατόν να επιλυθούν με κλασικές μαθηματικές μεθόδους. Ειδικότερα, στη μη γραμμική βελτιστοποίηση αναπτύχθηκαν επαναληπτικές τεχνικές που

έχουν ως βάση το θεωρητικό υπόβαθρο των κλασικών μαθηματικών, και ειδικότερα την θεμελιώδη έννοια της κλίσης στον ευκλείδειο χώρο. Οι τεχνικές αυτές χειρίζονται με πλήρη επιτυχία κυρτές επιφάνειες απόκρισης, δηλαδή προβλήματα μοναδικών ακροτάτων, χωρίς ωστόσο να εγγυώνται τον εντοπισμό του ολικού ακροτάτου μη κυρτών (πολυσηχηματικών) συναρτήσεων. Λόγω του παραπάνω χαρακτηριστικού, αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως μέθοδοι *τοπικής αναζήτησης* (local search) ή μέθοδοι *αναρρίχησης* (hill-climbing¹).

Η γενική επαναληπτική διαδικασία τοπικής αναζήτησης βασίζεται στο ακόλουθο σχήμα:

$$\mathbf{x}^{[k]} = \mathbf{x}^{[k-1]} + \beta^{[k]} \mathbf{d}^{[k]} \quad (3.7)$$

όπου $\mathbf{d}^{[k]}$ μια διεύθυνση στο \mathcal{R}^n , $\beta^{[k]}$ μια βαθμωτή παράμετρος κλίμακας και k ο δείκτης του επίκαιρου επαναληπτικού βήματος. Σε κάθε επαναληπτικό βήμα, η διαταραχή $\Delta \mathbf{x}^{[k]} = \beta^{[k]} \mathbf{d}^{[k]}$ υπολογίζεται με βάση τα χαρακτηριστικά της ακολουθίας των u προηγούμενων λύσεων, δηλαδή:

$$\Delta \mathbf{x}^{[k]} = \varphi(\mathbf{x}^{[k-1]}, \mathbf{x}^{[k-2]}, \dots, \mathbf{x}^{[k-u]}) \quad (3.8)$$

όπου, στην απλούστερη περίπτωση (π.χ. μέθοδος συζυγών κλίσεων), $u = 1$. Συνεπώς, για δεδομένες συνθήκες εκκίνησης, δηλαδή για δεδομένη αρχική ακολουθία, η πορεία αναζήτησης που περιγράφεται από την διανυσματική εξίσωση (3.7) είναι πλήρως καθορισμένη. Η συνάρτηση διαταραχής φ διαμορφώνεται με τρόπο ώστε να εγγυάται ότι:

$$f(\mathbf{x}^{[k]}) < f(\mathbf{x}^{[k-1]}) \quad (3.9)$$

για κάθε $k = 1, \dots, N$. Κατά συνέπεια, η διαδικασία αναζήτησης, ξεκινώντας από ένα αρχικό σημείο $\mathbf{x}^{[0]}$, βελτιώνει συστηματικά την τιμή της συνάρτησης, και θεωρείται ότι συγκλίνει μόλις το μέτρο απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών λύσεων γίνει μικρότερο από κάποια ανοχή ε . Το μέτρο απόστασης, βάσει του οποίου ορίζεται το κριτήριο σύγκλισης, διατυπώνεται είτε ως απόλυτη διαφορά είτε ως σχετική διαφορά, των τιμών της συνάρτησης ή των τιμών των διανυσμάτων.

Ανάλογα με την διατύπωση της συνάρτησης διαταραχής, οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- μέθοδοι κλίσης·
- μέθοδοι άμεσης αναζήτησης.

Η πρώτη ομάδα αλγορίθμων, που ιστορικά προηγήθηκε της δεύτερης, για τη διατύπωση των κανόνων μετάβασης (εξ. 3.7) απαιτεί την πληροφορία των μερικών παραγώγων πρώτης, και για ορισμένα σχήματα έως και δεύτερης τάξης. Αντίθετα, η δεύτερη ομάδα αλγορίθμων δεν απαιτεί την γνώση των παραγώγων της συνάρτησης, καθώς χρησιμοποιούν απλουστευμένα γεωμετρικά υποκατάστατα του μαθηματικού προτύπου της κλίσης.

3.4.2 Μέθοδοι κλίσης

Οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης που έχουν ως βάση την κλίση (gradient-based) προσαρμόζονται στην γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης, χρησιμοποιώντας την πρωτογενή πληροφορία των αναλυτικών μερικών παραγώγων της συνάρτησης ή, έστω, αριθμητικών προσεγγίσεων αυτών.

Η απλούστερη μέθοδος κλίσης είναι η *πλέον απότομη κατάβαση/ανάβαση* (steepest descent/ascent, για προβλήματα ελαχιστοποίησης και μεγιστοποίησης, αντίστοιχα), που υλοποιεί το επαναληπτικό σχήμα:

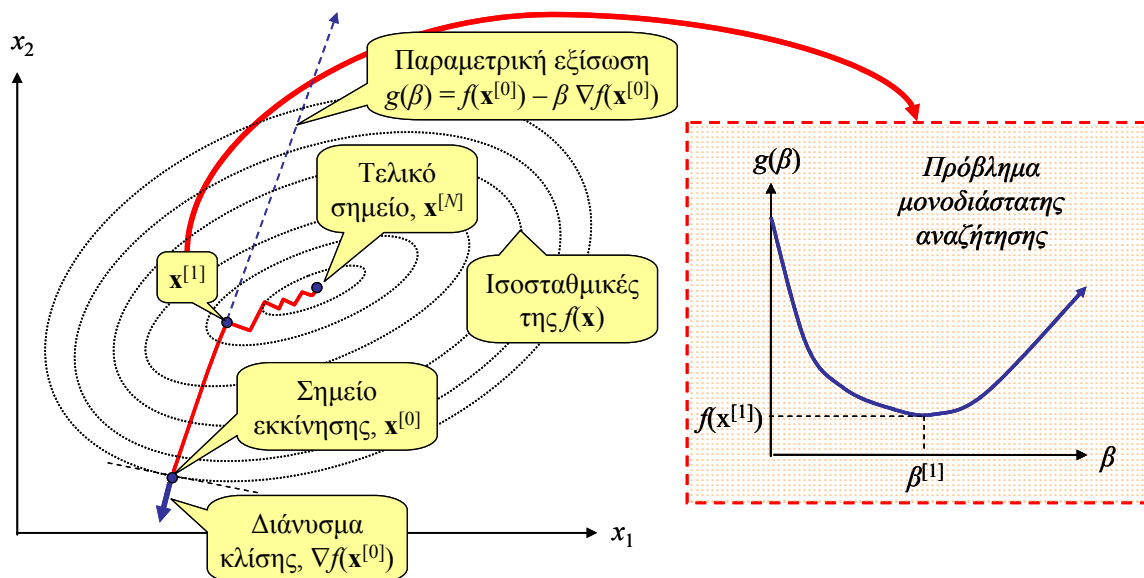
$$\mathbf{x}^{[k]} = \mathbf{x}^{[k-1]} - \beta^{[k]} \nabla f(\mathbf{x}^{[k-1]}) \quad (3.10)$$

¹ Στην προκειμένη περίπτωση υπονοείται το πρόβλημα μεγιστοποίησης, με συνέπεια το ακρότατο να βρίσκεται στην κορυφή του «λόφου».

Ο παραπάνω κανόνας μετάβασης βασίζεται στη γνωστή ιδιότητα του διαφορικού λογισμού, σύμφωνα με την οποία το ελάχιστο μιας πολυμεταβλητής συνάρτησης βρίσκεται στην αντίθετη κατεύθυνση από τη βαθμίδα ∇f (Παντελίδης, 1994, σ. 228). Ο κανόνας διατυπώνεται παραμετρικά, συναρτήσει του μέτρου μετατόπισης $\beta^{[k]}$. Το εν λόγω μέτρο υπολογίζεται σε κάθε επαναληπτικό βήμα, με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η τιμή της συνάρτησης στη νέα θέση $\mathbf{x}^{[k]}$. Κατά συνέπεια, σε κάθε βήμα k διαμορφώνεται η στοχική συνάρτηση μιας μεταβλητής:

$$g(\beta^{[k]}) = f[\mathbf{x}^{[k-1]} - \beta^{[k]} \nabla f(\mathbf{x}^{[k-1]})] \quad (3.11)$$

Με αυτόν τον τρόπο, το αρχικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης της πολυμεταβλητής συνάρτησης $f(\mathbf{x})$ ανάγεται στην επίλυση διαδοχικών προβλημάτων ελαχιστοποίησης της μονομεταβλητής συνάρτησης $g(\beta^{[k]})$. Δηλαδή, αφού εντοπιστεί μια κατάλληλη διεύθυνση στο \mathcal{R}^n (που ταυτίζεται με το αντίθετο του διανύσματος κλίσης) απαιτείται μια διαδικασία *μονοδιάστατης αναζήτησης* (one-dimensional search) πάνω στην συνάρτηση $g(\beta^{[k]})$, που απεικονίζει μια «τομή». Ο χειρισμός του προβλήματος γίνεται είτε αναλυτικά (εφόσον η έκφραση της συνάρτησης και των παραγώγων της είναι γνωστές) ή με χρήση αριθμητικών τεχνικών, όπως οι αλγόριθμοι *Newton-Raphson* (Pierre, 1986, σ. 272-274), *Fibonacci* (Pierre, 1986, σ. 280-284), *χρυσής τομής* (golden section), *παραβολικής παρεμβολής*¹, καθώς και η βελτιωμένη εκδοχή της, που έχει αναπτυχθεί από τον Brend (1973· για την κωδικοποίηση των τριών τελευταίων μεθόδων βλ. Press *et al.*, 1992, σ. 397-405). Επισημαίνεται ότι αν η συνάρτηση $g(\beta^{[k]})$ είναι μη κυρτή, τότε επί της τομής αναπτύσσονται πολλαπλά τοπικά ακρότατα (Σχήμα 3.1), και καμία από τις παραπάνω μεθόδους μονοδιάστατης αναζήτησης δεν μπορεί να εγγυηθεί τον εντοπισμό του ολικού ελαχίστου, δηλαδή της βέλτιστης τιμής της παραμέτρου $\beta^{[k]}$.



Σχήμα 3.2: Εφαρμογή της μεθόδου πλέον απότομης κατάβασης σε ένα υποθετικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών. Δεξιά, αναγωγή του αρχικού προβλήματος σε διαδοχικά προβλήματα μονοδιάστατης αναζήτησης.

Η πορεία αναζήτησης της μεθόδου πλέον απότομης κατάβασης περιγράφεται στο παράδειγμα του Σχήματος 3.2. Σε κάθε βήμα, η διεύθυνση μετακίνησης είναι σχεδόν κάθετη στην προηγούμενη, ενώ είναι ακριβώς κάθετη στην περίπτωση που το ελάχιστο της συνάρτησης $g(\beta^{[k]})$ μπορεί να εντοπιστεί με ακρίβεια. Εξαιτίας του παραπάνω χαρακτηριστικού, το βήμα διαταραχής επιβραδύνεται γύρω από

¹ Βασίζεται στην εύλογη παραδοχή ότι στην περιοχή του ακροτάτου η συνάρτηση είναι κυρτή, και συνεπώς μπορεί να προσεγγιστεί από μια παραβολική εξίσωση.

το σημείο του ακροτάτου, καθώς ο αλγόριθμος επιβάλλει μια πορεία ζιγκ-ζαγκ. Γενικά, η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου μειώνεται όσο περισσότερο επιμήκεις είναι οι ισοσταθμικές της συνάρτησης¹.

Η μέθοδος της πλέον απότομης κατάβασης αποτελεί την απλούστερη τεχνική κλίσης, αλλά και την λιγότερο αποτελεσματική, καθώς η βαθμίδα της συνάρτησης στο τρέχον σημείο δεν αντιπροσωπεύει και την ταχύτερη διαδρομή προς το ακρότατο. Για την επιτάχυνση της πορείας αναζήτησης, έχουν αναπτυχθεί σχήματα που χρησιμοποιούν την πληροφορία της κλίσης τόσο στο τρέχον όσο και το προηγούμενο βήμα. Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται η μέθοδος των *παράλληλων εφαπτομένων* (parallel tangents, συντμ. PARTAN) που ανέπτυξαν οι Forsythe and Motzkin (1951), και το σχήμα *συζυγών κλίσεων* (conjugate gradients), που προτάθηκε από τον Davidon (1959), επεκτάθηκε από τους Fletcher and Powell (1963) ως μέθοδος DFP, και γενικεύτηκε από τους Powell (1964) και Fletcher and Reeves (1964), ώστε να μην απαιτεί αναλυτικό υπολογισμό των παραγώγων. Τα χαρακτηριστικά των παραπάνω μεθοδολογιών συνοψίζονται από τον Pierre (1986, σ. 296-322). Γενικά, το σχήμα των συζυγών κλίσεων, ελαφρά τροποποιημένο από τους Polak and Ribiere (Press *et al.*, 1992, σ. 420-424), κρίνεται ως το πλέον ευέλικτο, ενώ η αναλυτική μέθοδος DFP είναι πιο αποτελεσματική μόνο όταν η συνάρτηση έχει τετραγωνική μορφή, ενώ το κόστος αριθμητικού υπολογισμού των παραγώγων είναι σχετικά υψηλό (Pierre, 1986, σ. 320).

Μια τελευταία κατηγορία μεθόδων κλίσης είναι αυτές που χρησιμοποιούν, εκτός από την κλίση, και τις μερικές παραγώγους δεύτερης τάξης της συνάρτησης. Αυτές αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως τεχνικές *Newton* και *quasi-Newton*, με τις πρώτες να υποθέτουν τον αναλυτικό και τις τελευταίες τον προσεγγιστικό υπολογισμό του εσσιανού μητρώου.

3.4.3 Μέθοδοι άμεσης αναζήτησης

Ο όρος *άμεση αναζήτηση* (direct search) υποδηλώνει μια ευρεία κατηγορία τεχνικών βελτιστοποίησης που δεν βασίζονται στα κλασικά μαθηματικά. Αντίθετα, πρόκειται για επαναληπτικές μεθόδους που αντί να χρησιμοποιούν παραγώγους (ή αριθμητικές προσεγγίσεις αυτών) εφαρμόζουν ένα γεωμετρικό ανάλογο της κλίσης, εξερευνώντας τον ευκλείδειο χώρο σε n γραμμικά ανεξάρτητες διευθύνσεις. Στις μεθόδους αυτές, οι παράμετροι $\beta^{[k]}$ και $\mathbf{d}^{[k]}$ του σχήματος διαταραχής επιλέγονται με βάση τη *σχετική διάταξη* των τιμών της συνάρτησης πάνω στα σημεία που ορίζουν το εκάστοτε γεωμετρικό ανάλογο, και όχι με βάση τις ίδιες τις τιμές της συνάρτησης. Συνεπώς, η έννοια της κλίσης εισάγεται ως έμμεση και μόνο πληροφορία στην αναζήτηση, κάτι που ωστόσο επιτρέπει σχετική ευελιξία ακόμη και στις μη κυρτές περιοχές της επιφάνειας απόκρισης. Για τον λόγο αυτό, η λογική των τεχνικών άμεσης αναζήτησης είναι πιο κοντά στις σύγχρονες αλγοριθμικές προσεγγίσεις, σε σχέση με τις μεθόδους κλίσης. Μάλιστα, οι εν λόγω τεχνικές, μετά την εκρηκτική τους ανάπτυξη τη δεκαετία του 1960 και, ακολούθως, ένα μακρύ διάστημα σχετικής υποτίμησής τους από την επιστημονική κοινότητα, έχουν έλθει πάλι στο προσκήνιο, τόσο ως αυτόνομα σχήματα (Wright, 1995· Lewis *et al.*, 2000), όσο και ως διαδικασίες γέννησης λύσεων σε υβριδικούς αλγορίθμους βελτιστοποίησης (βλ. 3.9).

Η πρώτη εκδοχή τους αποδίδεται στους Hooke and Jeeves (1959), οι οποίοι ανέπτυξαν το λεγόμενο *πρότυπο αναζήτησης* (pattern search) που βασίζεται στην παραγωγή διαταραχών παράλληλων στους άξονες, με γραμμικό συνδυασμό των οποίων υπολογίζεται η κατεύθυνση του επόμενου βήματος (Pierre, 1986, σ. 322-324). Λίγο αργότερα αναπτύχθηκαν βελτιωμένες τεχνικές, όπως η μέθοδος των *περιστρεφόμενων διευθύνσεων* (rotated directions) του Rosenbrock (1960) και το σχήμα *κατερχόμενου*

¹ Οι επιμήκεις ισοσταθμικές οφείλονται συνήθως στην έντονη αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών ελέγχου ή στο γεγονός ότι το εύρος διακύμανσης των μεταβλητών δεν είναι ισοσκελισμένο (οι τιμές τους διαφέρουν κατά τάξεις μεγέθους).

απλόκου (downhill simplex¹), αρχικά από τους Spendley *et al.* (1962) και στη συνέχεια από τους Nelder and Mead (1965). Δεδομένου ότι οι τελευταίες αποτελούν την βάση αρκετών υβριδικών αλγορίθμων, συζητούνται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο επόμενο εδάφιο.

3.4.4 Η μέθοδος κατερχόμενου απλόκου

Ο όρος *άπλοκο* (simplex) υποδηλώνει ένα σύνολο $n + 1$ μη συνεπίπεδων σημείων στο n -διάστατο πεδίο αναζήτησης, που περιγράφει ένα πολύεδρο². Το άπλοκο αντιπροσωπεύει το ελάχιστο πλήθος σημείων που απαιτούνται για τον αριθμητικό υπολογισμό της βαθμίδας της συνάρτησης, και αποτελεί το γεωμετρικό πρότυπο στο οποίο βασίζεται η διαδικασία αναζήτησης της μεθόδου. Πρώτοι οι Spendley *et al.* (1962) διατύπωσαν μια επαναληπτική διαδικασία βελτιστοποίησης για στοχαστικές, μάλιστα, συναρτήσεις³, η οποία βασίζεται σε διαδοχικές ανακλάσεις ενός *κανονικού* απλόκου (δηλαδή ενός απλόκου που όλες του οι πλευρές έχουν το ίδιο μήκος). Αργότερα, οι Nelder and Mead (1965) ανέπτυξαν μια βελτιωμένη εκδοχή της, με προσαρμογή, μέσω αλλαγής του όγκου, του απλόκου στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης, εξασφαλίζοντας έτσι μεγαλύτερη ευελιξία. Σε κάθε κύκλο γεννώνται ένα ή περισσότερα (στην περίπτωση συρρίκνωσης) σημεία, μέσω διαδοχικών μετασχηματισμών του αρχικού απλόκου, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 3.3. Στον γνωστό και ως *αλγόριθμο Nelder-Mead*, το άπλοκο πραγματοποιεί τεσσάρων ειδών κινήσεις:

- ανάκλαση της τρέχουσας χειρότερης κορυφής ως προς το κεντροειδές του·
- επέκταση της καλύτερης κορυφής κατά μήκος της διεύθυνσης ανάκλασης (εφόσον το σημείο ανάκλασης είναι καλύτερο από την καλύτερη κορυφή), που υποδηλώνει μια πορεία αντίθετη στην κλίση της συνάρτησης (δεδομένου ότι αναφερόμαστε σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης)·
- συμπίεση της χειρότερης κορυφής αντίθετα προς την διεύθυνση ανάκλασης (εφόσον το σημείο ανάκλασης είναι χειρότερο από την καλύτερη κορυφή)·
- συρρίκνωση όλων των υπόλοιπων κορυφών γύρω από το καλύτερο σημείο (εφόσον το σημείο ανάκλασης είναι χειρότερο από την χειρότερη κορυφή).

Η παραπάνω διαδικασία προϋποθέτει τον εντοπισμό της εκάστοτε καλύτερης και χειρότερης κορυφής, ενώ η παραγωγή των νέων σημείων απαιτεί στοιχειώδεις γεωμετρικές πράξεις (για την κωδικοποίηση του αλγορίθμου βλ. Press *et al.*, 1992, σ. 408-412).

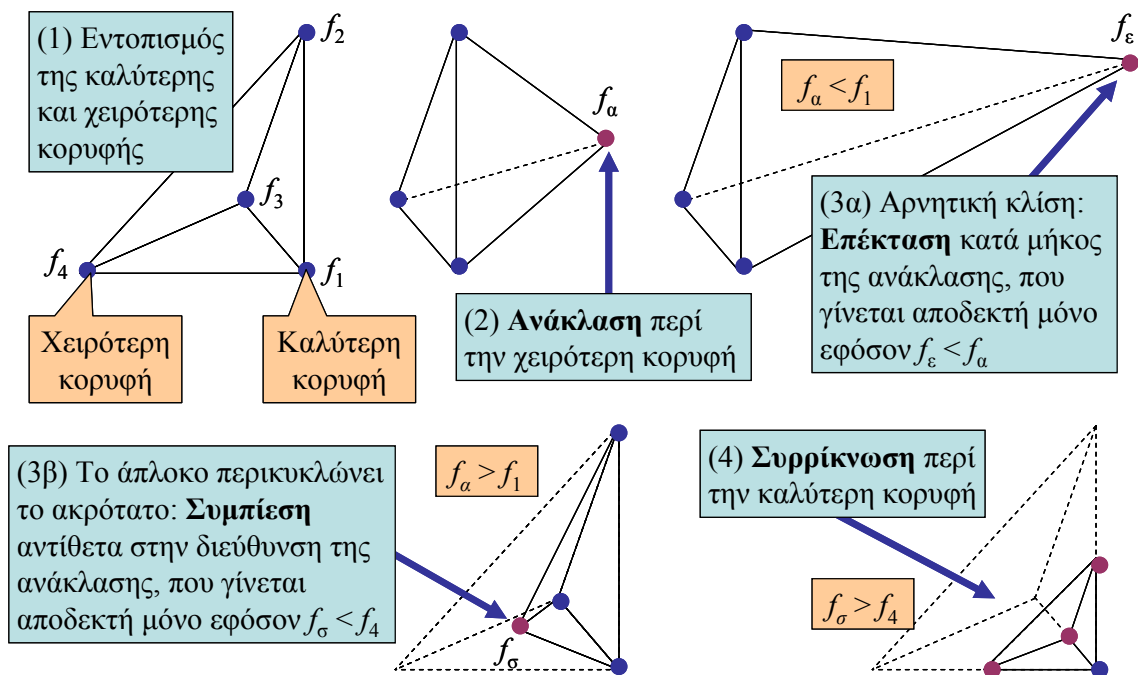
Αποδεικνύεται ότι με κατάλληλη αλληλουχία των παραπάνω κινήσεων, το άπλοκο συγκλίνει πάντα προς το εγγύτερο τοπικό ακρότατο, προσαρμόζοντας το σχήμα του στα χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης της συνάρτησης⁴. Σε περίπτωση έντονης μεταβολής του αναγλύφου, η κίνηση του απλόκου είναι πολύ γρήγορη, ενώ επιβραδύνεται όταν το ανάγλυφο είναι σχεδόν επίπεδο. Σημειώνεται ότι σε κάθε βήμα το σχήμα του απλόκου καθορίζεται πλήρως από τις συντεταγμένες των κορυφών του προηγούμενου σχήματος και τη σχετική διάταξη των τιμών της συνάρτησης, χωρίς να λαμβάνει υπόψη του τις ίδιες τις τιμές.

¹ Η μέθοδος (κατερχόμενου) απλόκου σε εφαρμογές μη γραμμικής βελτιστοποίησης δεν πρέπει να συγχέεται με την ομώνυμη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

² Ο όρος *άπλοκο* χρησιμοποιείται στη διαφορική γεωμετρία με μια ευρύτερη έννοια, για να περιγράψει το κυρτό περίβλημα ενός συνόλου S από $k + 1$ στοιχεία του \mathcal{R}^n , όπου $k \leq n$, τα οποία δεν είναι γραμμικά εξαρτημένα.

³ Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε στην βελτιστοποίηση της λειτουργίας συστημάτων αυτοματισμού σε αλυσίδες βιομηχανικής παραγωγής, οι αβεβαιότητες των οποίων περιγράφονται από τυχαίους όρους.

⁴ Αν και η μέθοδος αναπτύχθηκε το 1965, η θεωρητική τεκμηρίωση των ιδιοτήτων σύγκλισης έγινε μόλις πριν από λίγα χρόνια (Lagarias *et al.*, 1998).



Σχήμα 3.3: Δυνατές κινήσεις του απλόκου για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης στον χώρο των τριών διαστάσεων: (1) αρχικό σχήμα, (2) ανάκλαση περί τη χειρότερη κορυφή (σημείο μεγίστου) ως προς το κεντροειδές των υπόλοιπων κορυφών, (3α) επέκταση κατά μήκος της διεύθυνσης ανάκλασης, (3β) εσωτερική συμπίεση, και (4) συρρίκνωση γύρω από την καλύτερη κορυφή (σημείο ελαχίστου).

3.5 Αναζήτηση ολικού ακροτάτου

3.5.1 Αδυναμίες τεχνικών τοπικής αναζήτησης σε μη κυρτούς χώρους

Σε μια κυρτή επιφάνεια απόκρισης, η συστηματική βελτίωση της τιμής της συνάρτησης που υλοποιεί η συνάρτηση διαταραχής μιας διαδικασίας τοπικής αναζήτησης εξασφαλίζει ότι, ανεξάρτητα από το σημείο εκκίνησης, η διαδικασία συγκλίνει στο ένα και μοναδικό ακρότατο, έστω και αν ακολουθεί διαφορετική τροχιά.

Αντίθετα, όταν η επιφάνεια είναι μη κυρτή, τότε το σημείο τερματισμού την υπολογιστικής διαδικασίας δεν είναι απαραίτητα το ολικό ακρότατο της συνάρτησης αλλά κάποιο από τα τοπικά, ενδεχομένως, ακρότατα, και μάλιστα αυτό που βρίσκεται στην λεγόμενη *περιοχή έλξης* (region of attraction) του σημείου εκκίνησης. Θα πρέπει ακόμα να επισημανθεί ότι αν και οι τεχνικές τοπικής αναζήτησης είναι εξαιρετικά γρήγορες στις περιοχές όπου η συνάρτηση έχει τετραγωνική ή σχεδόν τετραγωνική μορφή, παρουσιάζουν πολύ κακή επίδοση (εξαιρετικά αργή ή και μηδενική πρόοδο) στην περίπτωση μη ομαλής γεωμετρίας της επιφάνειας απόκρισης, οφειλόμενη στην ύπαρξη αυχένων, μακρόστενων χαραδρών, κτλ.

3.5.2 Γενικές αρχές στρατηγικών αναζήτησης ολικών ακροτάτων

Μια θεωρητικά πρόσφορη στρατηγική ολικής βελτιστοποίησης θα ήταν μια σειριακή διαδικασία τοπικής αναζήτησης, που θα διερευνά όλες τις δυνατές περιοχές έλξης, ξεκινώντας από κατάλληλα σημεία εκκίνησης (ένα προς ένα, για κάθε περιοχή έλξης) και τερματίζοντας σε διαφορετικό, κάθε φορά, ακρότατο. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία για όλες τις περιοχές έλξης ακροτάτων της επιφάνειας απόκρισης, είναι δυνατός ο εντοπισμός όλων των ακροτάτων της συνάρτησης, με σκοπό την εύρεση του καλύτερου εξ αυτών. Πράγματι, θεωρώντας την επιφάνεια απόκρισης ως μια ένωση κυρτών πεδίων (βλ. 2.2.2), έτσι ώστε κάθε τέτοιο πεδίο να περιέχει ένα από τα τοπικά ακρότατα της

συνάρτησης, είναι δυνατόν να παραχθεί μια ακολουθία λύσεων εντός της κυρτής περιοχής, που θα συγκλίνει στο εκάστοτε τοπικό ακρότατο. Η παραπάνω στρατηγική αποτελεί τη θεωρητική βάση της λεγόμενης μεθόδου *πολλαπλών εκκινήσεων*, η οποία σχολιάζεται στο εδάφιο 3.6.3.

Βεβαίως, η εφαρμογή μιας τέτοιας διαδικασίας συναντά ανυπέρβλητα προβλήματα στην πράξη, καθώς δεν είναι δυνατός ο διαχωρισμός της επιφάνειας απόκρισης σε κυρτά υπο-πεδία, ούτε είναι γενικά γνωστός ο αριθμός των ακροτάτων μιας συνάρτησης. Αυτό σημαίνει ότι η αναζήτηση οφείλει να γίνει, αναγκαστικά, σε όλη την έκταση της επιφάνειας απόκρισης, για την γεωμετρία της οποίας δεν υπάρχει καμία εποπτεία.

Είναι προφανές ότι καμία προσδιοριστική διαδικασία δεν μπορεί να εγγυηθεί τον εντοπισμό του ολικού ακροτάτου μιας μη κυρτής συνάρτησης, εξαιτίας του κινδύνου εγκλωβισμού της σε τοπικό ακρότατο. Για τον λόγο αυτό, η δυνατότητα διαφυγής από τα τοπικά ακρότατα επιτυγχάνεται μόνο με την αποδοχή μη βέλτιστων κινήσεων, δηλαδή βημάτων αναρρίχησης, και όχι μόνο κατάβασης, όπως επιβάλλει ένα σχήμα τοπικής αναζήτησης (με αναφορά πάντα στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης). Με άλλα λόγια, *η αποδοχή λύσεων που είναι χειρότερες από τις υφιστάμενες είναι η μόνη στρατηγική που επιτρέπει μεταπήδηση σε διαφορετικές περιοχές έλξης*.

Η παραπάνω διατύπωση δεν υπονοεί μια ανεξέλεγκτη πορεία, αλλά μια ελεγχόμενη διαδικασία, στην οποία οι διαταραχές παράγονται βάσει όχι μόνο προσδιοριστικών αλλά και στοχαστικών κανόνων. Η τυχαιότητα αποτελεί την θεμελιώδη έννοια κάθε μεθόδου ολικής βελτιστοποίησης, σε αντιδιαστολή με την συστηματικότητα των τεχνικών αναζήτησης ολικών ακροτάτων. Η τυχαιότητα, όχι μόνο εμποδίζει τον εγκλωβισμό σε τοπικά ακρότατα, αλλά εξασφαλίζει και την αναγκαία ευελιξία για την κίνηση σε έντονα μη κυρτούς χώρους.

Στη συνέχεια επιχειρείται μια συνοπτική επισκόπηση των μεθόδων ολικής βελτιστοποίησης, που ομαδοποιούνται σε τέσσερις κατηγορίες, ακολουθώντας την ιστορική τους εξέλιξη. Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις λεγόμενες τεχνικές δειγματοληψίας, που είναι απλές προσεγγίσεις, στις οποίες ο ρόλος της τυχαιότητας είναι κυρίαρχος. Στη δεύτερη ομάδα εντάσσονται οι εξελικτικοί και γενετικοί αλγόριθμοι, που αποτελούν το υπολογιστικό υπόβαθρο όλων των σχημάτων βελτιστοποίησης, τόσο μονοκριτηριακής όσο και πολυκριτηριακής. Στην τρίτη ομάδα εντάσσονται οι λεγόμενες μέθοδοι προσομοιωμένης ανόπτησης, που βασίζονται στις αρχές της στατιστικής μηχανικής. Τέλος, η τέταρτη ομάδα αναφέρεται σε υβριδικά αλγοριθμικά σχήματα, τα οποία συνδυάζουν στοιχεία από όλες τις παραπάνω προσεγγίσεις, επιτυγχάνοντας υψηλότερη επίδοση τόσο ως προς την ακρίβεια όσο και ως προς την ταχύτητα.

3.6 Μέθοδοι δειγματοληψίας

3.6.1 Απλή δειγματοληψία

Πρόκειται για την πλέον στοιχειώδη προσέγγιση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, και συνίσταται στην γέννηση ενός δείγματος N εφικτών σημείων και την επιλογή του καλύτερου εξ αυτών ως εκτίμηση του ολικού ακροτάτου της συνάρτησης. Η διαδικασία γέννησης των σημείων έχει ως στόχο την κατά το δυνατόν ομοιόμορφη κάλυψη του χώρου αναζήτησης, ώστε η επιλογή της βέλτιστης λύσης να μην ενέχει κανενός είδους μεροληψία.

Η διαδικασία παραγωγής λύσεων μπορεί να είναι συστηματική ή τυχαία. Στην πρώτη περίπτωση, η γέννηση των σημείων γίνεται σε προεπιλεγμένες θέσεις του πεδίου αναζήτησης, όπως στους κόμβους ενός πλέγματος (Loucks *et al.*, 1981, σ. 65-68). Στην περίπτωση αυτή, ο αριθμός τους εξαρτάται από την διακριτοποίηση του πεδίου, δηλαδή την ισοδιάσταση του πλέγματος, καθώς και το πλήθος των

μεταβλητών ελέγχου n , με το οποίο μάλιστα αυξάνει εκθετικά. Πράγματι, αν δ_i είναι η διακριτοποίηση του πλέγματος κατά την διεύθυνση i , τότε το μέγεθος του δείγματος δίνεται από τη σχέση:

$$N = \prod_{i=1}^n (1 + \delta_i) \quad (3.12)$$

ή, όταν υιοθετείται κοινή διακριτοποίηση δ για όλες τις μεταβλητές:

$$N = (1 + \delta)^n \quad (3.13)$$

Στα σχήματα τυχαίας δειγματοληψίας, το μέγεθος του δείγματος N καθορίζεται εκ των προτέρων, και η γέννηση των σημείων γίνεται με εφαρμογή μιας στατιστικής κατανομής, που κατά κανόνα είναι η ομοιόμορφη¹. Η γεννήτρια συντεταγμένων δίνεται από τη σχέση:

$$x_i = l_i + r (u_i - l_i) \quad (3.14)$$

όπου r τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή $U[0, 1]$.

Η βελτιστοποίηση μέσω τυχαίας δειγματοληψίας εντάσσεται στην οικογένεια των τεχνικών *Monte-Carlo*, που καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση εξαιρετικά σύνθετων, ακόμα και μη δομημένων, προβλημάτων, για τα οποία δεν υπάρχει αναλυτική λύση ή η εύρεση της εν λόγω λύσης με αναλυτικές μεθόδους είναι ασύμφορα χρονοβόρα.

Αν $m(X)$ το μέτρο *Lebesgue* (δηλαδή το ισοδύναμο του όγκου) του πεδίου X , και $X_0 \subset X$ μια περιοχή του X που περικλείει το ολικό ακρότατο \mathbf{x}^* , τότε κάθε σημείο $\mathbf{x} \in X_0$ αποτελεί μια προσέγγιση του ολικού βελτίστου με αρχική πιθανότητα:

$$p = m(X_0) / m(X) \quad (3.15)$$

Λόγω της ομοιόμορφης κατανομής, η πιθανότητα γέννησης ενός σημείου στο X_0 μετά από N το πλήθος δοκιμές είναι:

$$P(p, N) = 1 - p^N \quad (3.16)$$

Η παραπάνω σχέση είναι εξαιρετικά σημαντική, αφού αποδεικνύει ότι: (α) η μέθοδος εγγυάται ασυμπτωτική σύγκλιση στο ολικό ακρότατο, αφού $P \rightarrow 1$ για $N \rightarrow \infty$, και (β) το απαιτούμενο μέγεθος του δείγματος για τον εντοπισμό μιας λύσης με δεδομένη πιθανότητα P και δεδομένη αρχική πιθανότητα p δεν εξαρτάται από τη διάσταση του προβλήματος, n .

3.6.2 Ελεγχόμενη δειγματοληψία

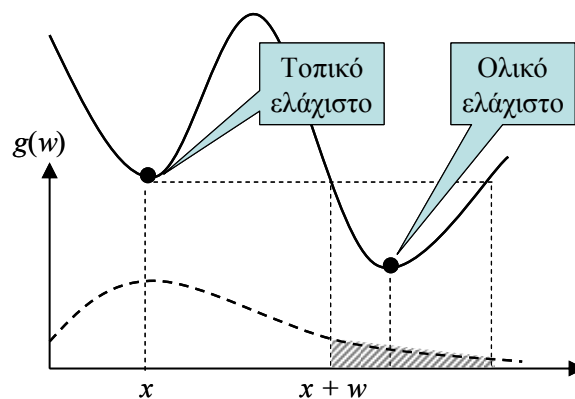
Με τον όρο ελεγχόμενη δειγματοληψία αναφέρονται πιθανοτικές τεχνικές που, εκτός της παραγωγής τυχαίων εφικτών σημείων, χρησιμοποιούν και πληροφορίες που αποκτούν κατά τη διερεύνηση του εφικτού χώρου, με αποτέλεσμα να «προσαρμόζονται» στην γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης της συνάρτησης. Η στρατηγική τους συνίσταται στην παραγωγή τυχαίων διαταραχών, $\mathbf{w}^{[k]}$, γύρω από το τρέχον σημείο, $\mathbf{x}^{[k]}$, που γίνονται αποδεκτές εφόσον βελτιώνουν την τιμή της συνάρτησης, δηλαδή:

$$\mathbf{x}^{[k+1]} = \begin{cases} \mathbf{x}^{[k]} + \mathbf{w}^{[k]} & \text{αν } f(\mathbf{x}^{[k]} + \mathbf{w}^{[k]}) < f(\mathbf{x}^{[k]}) \\ \mathbf{x}^{[k]} & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.17)$$

¹ Η χρήση της ομοιόμορφης κατανομής υποδηλώνει ότι το ολικό ακρότατο θεωρείται τυχαία μεταβλητή, και ελλείψει άλλης πληροφορίας η θέση του είναι a priori ισοπίθανη για κάθε σημείο του χώρου αναζήτησης. Αποδεικνύεται ότι και με χρήση άλλων γεννητριών τυχαίων αριθμών, η τυχαία δειγματοληψία εξασφαλίζει ασυμπτωτική σύγκλιση στο ολικό ακρότατο (Rubinstein, 1986, σ. 177-182).

Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ασυμπτωτική σύγκλιση στο ολικό βέλτιστο διότι, ακόμη και αν βρεθεί ένα χειρότερο τοπικό ακρότατο, υπάρχει πάντοτε μη μηδενική πιθανότητα διαφυγής από αυτό, εφόσον η συνάρτηση κατανομής των διαταραχών, $g(w)$, δεν είναι φραγμένη (Σχήμα 3.4).

Οι επιμέρους τεχνικές διαφοροποιούνται ως προς τον τρόπο καθορισμού των διαταραχών, w . Από τις πλέον πρωτοποριακές για την εποχή της θεωρείται η μέθοδος της *ελεγχόμενης τυχαίας αναζήτησης* (controlled random search), που αναπτύχθηκε από τον Price σε διάφορες εκδοχές (1965, 1987). Η εν λόγω μέθοδος θεωρείται ορόσημο για την ανάπτυξη των σύγχρονων μεθόδων βελτιστοποίησης, καθώς εισήγαγε την έννοια του εξελισσόμενου πληθυσμού εφικτών λύσεων, τα μέλη του οποίου χρησιμοποιούνται ως βάση για την γέννηση νέων, βελτιωμένων μελών. Η θεμελιώδης αρχή της παράλληλης αναζήτησης σε πληθυσμό αντί της σειριακής μετάβασης από σημείο σε σημείο επιτρέπει την ταυτόχρονη διερεύνηση πολλών περιοχών έλξης ακροτάτων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η πιθανότητα εντοπισμού της ολικά βέλτιστης λύσης.



Σχήμα 3.4: Απεικόνιση μιας συνάρτησης διαταραχών, με αναμενόμενη τιμή ίση με την τρέχουσα λύση, x . Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος αποτελεί μέτρο της πιθανότητας γέννησης ικανής διαταραχής w , που εξασφαλίζει μετάβαση στην περιοχή του ολικού ελαχίστου.

3.6.3 Πολλαπλές εκκινήσεις τοπικών επιλυτών

Πρόκειται για συνδυασμό των μεθόδων τυχαίας δειγματοληψίας και προσδιοριστικής αναζήτησης τοπικών ακροτάτων. Κάθε τυχαίο σημείο που γεννιέται, λαμβάνεται ως σημείο εκκίνησης κάποιου τοπικού επιλυτή, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται μόλις εντοπιστεί το τοπικό ακρότατο της αντίστοιχης περιοχής έλξης. Το προφανές πλεονέκτημα της συγκριμένης προσέγγισης είναι ότι αν μέσω της τυχαίας δειγματοληψίας παραχθεί μια λύση που ανήκει στην περιοχή έλξης του ολικού ακροτάτου, τότε ο εντοπισμός του τελευταίου είναι μια τετριμμένη διαδικασία, που εγγυάται πολύ υψηλή ακρίβεια (όση επιτρέπει ο τοπικός επιλυτής).

Στην ιδανική περίπτωση, κάθε τυχαίο σημείο εκκίνησης που παράγεται πρέπει να αντιστοιχεί σε μία ακριβώς περιοχή έλξης, οπότε είναι δυνατό να εντοπιστούν όλα τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης. Ωστόσο, επειδή ο αριθμός των τοπικών ακροτάτων μιας μη κυρτής συνάρτησης δεν είναι γνωστός, αλλά και εξαιτίας των δυσχερειών που αντιμετωπίζουν οι αλγόριθμοι τοπικής βελτιστοποίησης σε ιδιαίτερα τραχείες επιφάνειες απόκρισης, μια στρατηγική πολλαπλών εκκινήσεων δεν εγγυάται παρά προσεγγιστικό και μόνο χειρισμό του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, με την ακρίβεια της μεθόδου να αυξάνει με το μέγεθος του δείγματος. Τα χαρακτηριστικά σύγκλισης της διαδικασίας πολλαπλών εκκινήσεων συζητώνται από τον Rubinstein (1986, σ. 183).

Μια βελτιωμένη εκδοχή της μεθόδου είναι η λεγόμενη *συστοίχιση* (clustering), που προϋποθέτει μια προεπισκόπηση του πεδίου αναζήτησης με σκοπό τον εντοπισμό υποσχόμενων περιοχών έλξης.

Στόχος είναι η επιλογή σημείων που ανήκουν σε διαφορετικές περιοχές έλξης ακροτάτων, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο υπολογιστικός φόρτος (αν δύο σημεία εκκίνησης ανήκουν στην ίδια περιοχή έλξης, τότε ο τοπικός επιλυτής καταλήγει εξ ορισμού στο ίδιο ακρότατο). Οι σχετικές τεχνικές συζητώνται, μεταξύ άλλων, από τους Solomatine (1999), Shoen (1999) και Pardalos *et al.* (2000).

3.7 Εξελικτικοί και γενετικοί αλγόριθμοι

3.7.1 Ιστορικό

Με τον όρο *εξελικτικοί αλγόριθμοι* (evolutionary algorithms) αναφέρονται οι υπολογιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιούν το πρότυπο των φυσικών εξελικτικών διεργασιών για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης. Η εξέλιξη των ζωντανών οργανισμών είναι μια φυσική διαδικασία που οδηγεί στη βελτιστοποίηση του είδους, με βάση την δυνατότητα επιβίωσής τους στο περιβάλλον του προβλήματος. Κατ' αντιστοιχία, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι έχουν ως εννοιολογική βάση την προσομοίωση της εξέλιξης ενός *πληθυσμού* (population) εφικτών σημείων, \mathcal{P} , μέσω υπολογιστικών διαδικασιών που είναι εμπνευσμένες από την *φυσική διαλογή* (σύμφωνα με την οποία τα ισχυρότερα μέλη ενός είδους έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης), την *αναπαραγωγή* (σύμφωνα με την οποία τα γενετικά χαρακτηριστικά των γονέων μεταφέρονται στα παιδιά τους) και την *μετάλλαξη* (σύμφωνα με την οποία τυχαίες αλλαγές στο γονιδιακό υλικό οδηγεί σε διαφοροποίηση των ειδών). Η έννοια του πληθυσμού είναι θεμελιώδης στους εξελικτικούς αλγορίθμους, και τους διαφοροποιεί σε σχέση με κάθε άλλη «σειριακή» μέθοδο που βασίζεται σε διαδοχικούς μετασχηματισμούς ενός αρχικού σημείου ή ενός αρχικού προτύπου, καθορισμένου μεγέθους (π.χ. το άπλοκο της μεθόδου Nelder-Mead).

Μετά την θεμελίωσή τους από τους Holland (1975) και De Jong (1975), οι εξελικτικοί αλγόριθμοι έχουν βρει ένα εξαιρετικά ευρύ πεδίο εφαρμογής, καθώς εκτός από προβλήματα βελτιστοποίησης χρησιμοποιούνται σε προβλήματα *γενετικού προγραμματισμού* (genetic programming) και *αυτο-εκμάθησης μηχανών* (machine learning) και στη ρύθμιση των *νευρωνικών δικτύων* (neural networks). Έως τώρα έχει αναπτυχθεί μια πολύ μεγάλη ποικιλία εξελικτικών σχημάτων, που ακολουθούν κοινή λογική, παρόλο που διαφοροποιούνται στις επιμέρους λεπτομέρειες. Για λεπτομερή επισκόπησή τους, παραπέμπουμε στα εγχειρίδια των Goldberg (1989a), Schwefel (1994) και Michalewicz (1996).

3.7.2 Ορολογία γενετικών αλγορίθμων

Οι *γενετικοί αλγόριθμοι* (genetic algorithms) αποτελούν τον τυπικότερο εκπρόσωπο των εξελικτικών αλγορίθμων, τόσο που συχνά (αλλά λανθασμένα) οι δύο όροι θεωρούνται ταυτόσημοι. Η ονομασία τους οφείλεται στο γεγονός ότι τόσο το εννοιολογικό τους υπόβαθρο όσο και η ορολογία που χρησιμοποιείται προέρχεται από την επιστήμη της γενετικής. Συγκεκριμένα:

Κάθε μέλος του πληθυσμού, δηλαδή κάθε σημείο $x \in \mathcal{P} \subset \mathcal{X}$ καλείται *άτομο* (individual). Η θέση του σημείου στον χώρο αναζήτησης συνιστά τα γενετικά χαρακτηριστικά του αντίστοιχου ατόμου, που καλούνται *χρωμοσώματα* (chromosomes). Τα χρωμοσώματα, που είναι το γενετικό ανάλογο των συντεταγμένων σε προβλήματα πραγματικών μεταβλητών, αποτελούνται από σύμβολα (αριθμητικά ή μη), τα οποία καλούνται *γονίδια* (genes), και τοποθετούμενα στην σειρά σχηματίζουν τον *γονότυπο* (genotype) του ατόμου. Οι πραγματικές τιμές των μεταβλητών (π.χ. οι συντεταγμένες), υποδηλώνουν τα εξωτερικά χαρακτηριστικά του ατόμου, και καλούνται *φαινότυπος* (phenotype). Η διαδικασία κατασκευής του γονότυπου ενός ατόμου συναρτήσε των συντεταγμένων των αντίστοιχου σημείου καλείται *κωδικοποίηση* (encoding), ενώ η αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή ο υπολογισμός των συντεταγμένων με βάση τον γονότυπο καλείται *αποκωδικοποίηση* (decoding).

Η εξέλιξη του πληθυσμού πραγματοποιείται σε στάδια, που σε αντιστοιχία με την φύση, καλούνται *γενιές* (generations). Ο αρχικός πληθυσμός παράγεται μέσω τυχαίας δειγματοληψίας, ενώ οι επόμενες

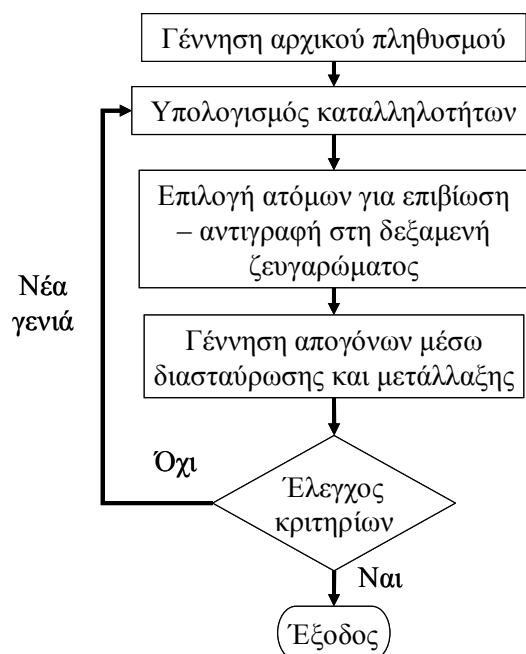
γενιές παράγονται με εφαρμογή των λεγόμενων *γενετικών τελεστών* (genetic operators), που είναι η *επιλογή* (selection), η *διασταύρωση* (crossover) και η *μετάλλαξη* (mutation). Κάθε μέλος της νέας γενιάς, δηλαδή κάθε νέα λύση που εντάσσεται στον πληθυσμό, ονομάζεται *απόγονος* (offspring), ενώ τα άτομα με βάση τα οποία έχει παραχθεί η λύση αυτή ονομάζονται *γονείς* (parents).

3.7.3 Κωδικοποίηση μεταβλητών

Στην τυπική περίπτωση των λεγόμενων *δυναδικών γενετικών αλγορίθμων* (binary genetic algorithms), ο γονότυπος του ατόμου αναπαρίσταται υπό μορφή *δυναδικής συμβολοσειράς* (binary string), οπότε κάθε γονίδιο είναι μια δυναδική μεταβλητή που λαμβάνει τιμή 0 ή 1. Η δυναδική απεικόνιση εξασφαλίζει τεράστια ευελιξία, καθώς επιτρέπει τον χειρισμό τόσο πραγματικών όσο και ακέραιων μεταβλητών, καθώς και μεταβλητών που δεν περιγράφονται αριθμητικά, όπως λογικές εκφράσεις. Ακόμη, σε αυτή βασίζονται οι θεμελιώδεις ιδιότητες στατιστικής σύγκλισης των γενετικών αλγορίθμων, βάσει της λεγόμενης *θεωρίας σχήματος* (schema theory), που τεκμηριώνεται από τον Goldberg (1989a, σ. 27-54). Ωστόσο, η δυναδική απεικόνιση παρουσιάζει μειονεκτήματα, κυρίως όταν οι μεταβλητές έλεγχου είναι συνεχείς. Στην περίπτωση αυτή, η δυναδική απεικόνιση υποδηλώνει μια διακριτοποίηση του συνεχούς πεδίου αναζήτησης, οπότε απαιτείται η διαμόρφωση εξαιρετικά μεγάλων συμβολοσειρών, το μήκος των οποίων εξαρτάται από το πλήθος των μεταβλητών, το εύρος του πεδίου αναζήτησης και την απαιτούμενη ακρίβεια. Για τον λόγο αυτό, εφαρμόζονται βελτιωμένες κωδικές αναπαραστάσεις, όπως ο *κώδικας Grey* ή ακόμη και συνεχείς αναπαραστάσεις, στις οποίες ο γονότυπος κάθε ατόμου ταυτίζεται με τον φαινότυπό του.

3.7.4 Τυπική υπολογιστική διαδικασία

Το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού ορίζεται από τον χρήστη και, ως επί το πλείστον, διατηρείται σταθερό. Η διαδικασία εξέλιξης κάθε γενιάς γίνεται με βάση την τυπική υπολογιστική διαδικασία, που απεικονίζεται στο λογικό διάγραμμα ροής του Σχήματος 3.5. Η εν λόγω εξελικτική διαδικασία επαναλαμβάνεται για συγκεκριμένο αριθμό γενεών ή τερματίζεται εφόσον ικανοποιούνται ορισμένα κριτήρια σύγκλισης.



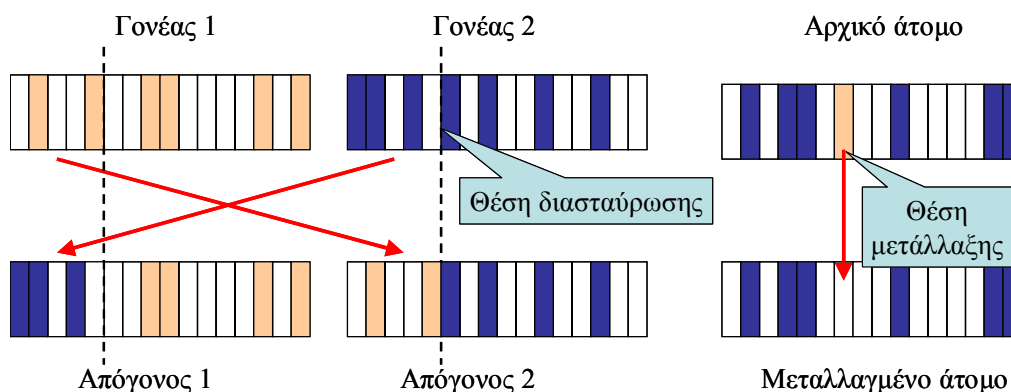
Σχήμα 3.5: Λογικό διάγραμμα ροής γενετικών αλγορίθμων.

Για κάθε νέα γενιά, μέσω του λεγόμενου τελεστή *επιλογής* (selection), καθορίζονται οι ευκαιρίες αναπαραγωγής κάθε ατόμου, αντιστοιχώντας σε κάθε μέλος του πληθυσμού μια συγκεκριμένη πιθανότητα επιβίωσης. Δημιουργείται η λεγόμενη *δεξαμενή ζευγαρώματος* (mating pool), στην οποία αντιγράφονται (δηλαδή επιβιώνουν) τα πλέον ικανά άτομα περισσότερες από μία φορές, ενώ και τα λιγότερο ικανά άτομα αντιγράφονται λιγότερες ή καμία φορά. Μέτρο της ικανότητας επιβίωσης είναι ο *βαθμός καταλληλότητας* (fitness rate) φ_i , που αντιπροσωπεύει τα εξωτερικά χαρακτηριστικά του ατόμου i , και ταυτίζεται, πρακτικά, με τη στοχική συνάρτηση του προβλήματος¹. Η διαδικασία, που μπορεί να είναι στοχαστική έως και πλήρως προσδιοριστική, αποσκοπεί στην βελτίωση των μέσων χαρακτηριστικών του πληθυσμού, παρέχοντας σε άτομα-λύσεις υψηλότερης ποιότητας μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης στην επόμενη γενιά. Οι συνηθέστεροι μηχανισμοί επιλογής είναι:

Επιλογή μέσω του «τροχού της ρουλέτας» (roulette wheel): Διαμορφώνεται ένας εικονικός τροχός, με πλήθος εγκοπών όσο και το μέγεθος του πληθυσμού, ενώ το πλάτος κάθε «εγκοπής» είναι ανάλογο του βαθμού καταλληλότητας κάθε ατόμου, έτσι ώστε ακόμα και το πλέον αδύναμο μέλος να έχει μη μηδενική πιθανότητα επιλογής.

Επιλογή με διαγωνισμό (tournament): Επιλέγονται τυχαία δύο ή περισσότερα μέλη του πληθυσμού, και το ισχυρότερο εξ αυτών αντιγράφεται στο βοηθητικό σύνολο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες απαιτείται για να συμπληρωθεί το μέγεθος του πληθυσμού.

Εκλεκτισμός (elitism): Η τρέχουσα βέλτιστη λύση στον πληθυσμό αντιγράφεται πάντοτε στη δεξαμενή ζευγαρώματος, ώστε να μην υπάρχει κίνδυνος να χαθεί εξαιτίας της τυχαιότητας της διαδικασίας επιλογής.



Σχήμα 3.6: Σχηματική απεικόνιση των διαδικασιών διασταύρωσης (αριστερά) και μετάλλαξης στους δυαδικούς γενετικούς αλγορίθμους (δεξιά).

Από τη δεξαμενή ζευγαρώματος επιλέγονται τυχαία ζεύξη ατόμων-γονέων που, μέσω του τελεστή *διασταύρωσης* (crossover), ανταλλάσσουν την γενετική τους πληροφορία, με σκοπό την παραγωγή στατιστικά ισχυρότερων απογόνων, με δεδομένο ότι οι ισχυρότερες γονιδιακές δομές αντιγράφονται στις επόμενες γενιές. Για την απομίμηση του στοχαστικού χαρακτήρα της αντίστοιχης φυσικής διεργασίας, ορίζεται μια πιθανότητα (συχνότητα) διασταύρωσης, της τάξης του 60-90%. Συνεπώς, το υπόλοιπο μέρος του πληθυσμού δεν συμμετέχει στην διαδικασία αναπαραγωγής, και αντιγράφεται ως έχει στην επόμενη γενιά. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ο τελεστής *μετάλλαξης* (mutation), που επιφέρει τυχαίες τροποποιήσεις σε πολύ μικρό ποσοστό των γενετικών χαρακτηριστικών της νέας γενιάς, αποσκοπώντας στην αύξηση της ποικιλίας του πληθυσμού και την διαφυγή από τοπικά ακρότατα. Η συχνότητα μετάλλαξης είναι της τάξης του 0.1-1%, ώστε να μην επιβραδύνεται η πορεία σύγκλισης.

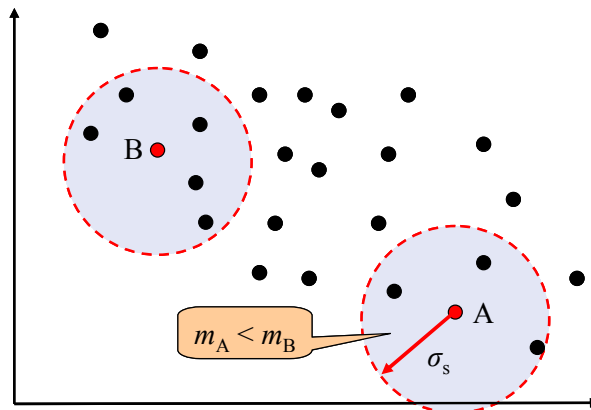
¹ Αυτό αληθεύει στα προβλήματα μεγιστοποίησης, ενώ στην αντίθετη περίπτωση απαιτείται κάποιος μετασχηματισμός (π.χ. $\varphi_i = 1 / f_i$), ώστε το μέτρο καταλληλότητας να συνδέεται άμεσα με την τιμή της στοχικής συνάρτησης, χωρίς να αλλοιώνει την γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης.

Μέσω των παραπάνω μηχανισμών, επιτυγχάνεται ανανέωση του πληθυσμού, που έχει ως αποτέλεσμα τη διερεύνηση νέων περιοχών του εφικτού χώρου.

Στο Σχήμα 3.6 απεικονίζεται ο τρόπος εφαρμογής των τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης στους δυαδικούς γενετικούς αλγορίθμους. Στην περίπτωση αυτή, η διασταύρωση δεν υποδηλώνει κάποιο συγκεκριμένο γεωμετρικό μετασχηματισμό των σημείων-γονέων στον εφικτό χώρο. Αντίθετα, όταν χρησιμοποιούνται συνεχείς μεταβλητές, η διασταύρωση γίνεται με ανταλλαγή συντεταγμένων, που συνεπάγεται κίνηση σε έναν ορθογώνιο, αποκλειστικά, κάρναβο. Το χαρακτηριστικό αυτό αποτελεί σοβαρό μειονέκτημα των γενετικών αλγορίθμων, αφού περιορίζει δραστικά την ποικιλία των εφικτών κινήσεων στο πεδίο αναζήτησης, ενώ έχει παρατηρηθεί ότι οδηγεί συχνά σε υποβαθμισμένους απογόνους (Solomatine, 1998).

3.7.5 Συναρτήσεις συσσώρευσης

Ένα εξαιρετικά σημαντικό χαρακτηριστικό της εξελικτικής βελτιστοποίησης είναι ένα φαινόμενο γνωστό στην γενετική ως *εξειδίκευση* (speciation), και αναφέρεται στον τρόπο ανάπτυξης ξεχωριστών φυλών μεταξύ ενός πληθυσμού. Στους εξελικτικούς αλγορίθμους, η εξειδίκευση δεν είναι επιθυμητή καθώς οδηγεί σε πρόωρη σύγκλιση, με συγκέντρωση των ατόμων-λύσεων σε μια συγκεκριμένη περιοχή έλξης ακροτάτου. Σε αντιστοιχία με ένα οικολογικό σύστημα, μια περιοχή συσσώρευσης ατόμων καλείται *θύλακας* (niche). Τα μέλη ενός θύλακα θεωρείται ότι μοιράζονται τους ίδιους πόρους, δηλαδή τον ίδιο γενετικό κώδικα, και συνεπώς δεν παρέχουν ουσιαστική πληροφορία στην διαδικασία αναζήτησης, αφού ανήκουν στην ίδια περιοχή ακροτάτου (Goldberg, 1989, σ. 185-192). Για τον λόγο αυτό, πριν την εφαρμογή του τελεστή επιλογής, λαμβάνει χώρα η λεγόμενη *συσσώρευση καταλληλοτήτων* (fitness sharing), που θεωρείται ως ο πλέον επιτυχής μηχανισμός διαμόρφωσης ευσταθών και ομοιόμορφα κατανεμημένων θυλάκων (Goldberg and Richardson, 1987· Goldberg and Deb, 1991). Η διαδικασία επιδιώκει τον εντοπισμό όσο το δυνατόν περισσότερων τοπικών ακροτάτων του προβλήματος. Αυτό επιτυγχάνεται με την τεχνητή απομείωση του μέτρου καταλληλότητας κάθε ατόμου, το μέγεθος της οποίας εξαρτάται από την πυκνότητα του πληθυσμού στη γειτονιά του.



Σχήμα 3.7: Γεωμετρική ερμηνεία της έννοιας του μετρητή θυλάκων.

Συγκεκριμένα, ορίζεται μια *συνάρτηση συσσώρευσης* (sharing function), που διατυπώνεται ως:

$$s(d_{ij}) = \begin{cases} 1 - (d_{ij} / \sigma_s)^a & \text{εφόσον } d_{ij} < \sigma_s \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (3.18)$$

όπου d_{ij} ένα μέτρο απόστασης μεταξύ κάθε ζεύγους ατόμων i και j (που συνήθως ταυτίζεται με την ευκλείδεια απόσταση), σ_s παράμετρος κλίμακας, που εκφράζει την λεγόμενη *ακτίνα του θύλακα* (niche radius), και a παράμετρος σχήματος (κατά κανόνα μοναδιαία). Με βάση τον παραπάνω ορισμό, η συνάρτηση συσσώρευσης λαμβάνει τιμές από 0 έως 1, όπου το μηδέν αναφέρεται σε δύο άτομα που

ανήκουν σε διαφορετικό θύλακα (η μεταξύ τους απόσταση είναι μεγαλύτερη από σ_s), ενώ η μονάδα αναφέρεται σε δύο πλήρως όμοια άτομα. Τέλος, κάθε ενδιάμεση τιμή, αναφέρεται σε μέλη του ίδιου θύλακα. Σε κάθε γενιά, και για κάθε μέλος του πληθυσμού, υπολογίζεται ο λεγόμενος *μετρητής θυλάκων* (niche count), με βάση τη σχέση:

$$m_i = \sum_{j=1}^p s(d_{ij}) \quad (3.19)$$

Στην ιδεατή περίπτωση, δεν υπάρχει κανένα άτομο σε ακτίνα μικρότερη από σ_s , και η τιμή του μετρητή θυλάκων είναι ίση με την μονάδα. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας, το μέτρο καταλληλότητας κάθε ατόμου διαιρείται με την ποσότητα m_i . Με τον τρόπο αυτό, ευνοείται η διατήρηση μεγάλης διασποράς στον πληθυσμό, καθώς μειώνεται η πιθανότητα επιβίωσης των ατόμων που συγκεντρώνουν μεγάλο αριθμό άλλων λύσεων στη γειτονιά τους.

3.7.6 Εξελικτικές στρατηγικές

Οι γενετικοί αλγόριθμοι, που αναπτύχθηκαν στις ΗΠΑ, στα μέσα της δεκαετίας του 1970, έχουν ως κύρια χαρακτηριστικά τους την κωδικοποιημένη αναπαράσταση των μεταβλητών ελέγχου, και την παραγωγή νέων λύσεων σε ποσοστό άνω του 95% μέσω του τελεστή διασταύρωσης. Από την άλλη, οι *εξελικτικές στρατηγικές* (evolutionary strategies), που αναπτύχθηκαν στη Γερμανία, στα μέσα της δεκαετίας του 1960 (Rechenberg, 1965), δεν χρησιμοποιούν κωδικές αναπαραστάσεις και έχουν ως κύρια παραγωγική διαδικασία την μετάλλαξη. Η τελευταία υλοποιείται μέσω απλών, κατά κανόνα, σχημάτων γέννησης τυχαίων διαταραχών, με μέση τιμή μηδέν, σε λ το πλήθος μέλη του πληθυσμού. Αντίθετα από τους γενετικούς αλγόριθμους, όπου η επιβίωση των ατόμων βασίζεται σε πιθανοκρίτηρια, στις εξελικτικές στρατηγικές, η διαδικασία επιλογής είναι προσδιοριστική. Η διαδικασία εφαρμόζεται μετά την γέννηση των απογόνων, επί του συνόλου των γονέων (μ) και απογόνων (λ), αποσκοπώντας στην επιλογή των μ καταλληλότερων ατόμων για την επόμενη γενιά. Στην περίπτωση αυτή, ο αριθμός των απογόνων προκύπτει μεγαλύτερος από τον αριθμό των γονέων ($\lambda > \mu$), κάτι που είναι πιο αντιπροσωπευτικό των φυσικών διεργασιών.

3.8 Προσομοιωμένη ανόπτηση

3.8.1 Φυσική ερμηνεία

Η *προσομοιωμένη ανόπτηση* (simulated annealing) είναι μια εξαιρετικά ενδιαφέρουσα στρατηγική βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στις αρχές της ομώνυμης θερμοδυναμικής διεργασίας. Ανόπτηση καλείται η διαδικασία ανακατανομής των μορίων κατά την σταδιακή ψύξη ενός μετάλλου, δηλαδή κατά την μετάβασή του από μια αρχική θερμοκρασία T_0 σε μια πολύ χαμηλότερη τελική. Στις υψηλές θερμοκρασίες, τα μόρια του μετάλλου κινούνται ελεύθερα προς όλες τις κατευθύνσεις. Καθώς το μέταλλο ψύχεται, η θερμική κινητικότητα των μορίων του περιορίζεται. Όταν η θερμοκρασία μειωθεί αρκετά, τα άτομα στοιχίζονται διαμορφώνοντας μια κρυσταλλική δομή, που αποτελεί την κατάσταση ελάχιστης ενέργειας του συστήματος.

Το φαινόμενο περιγράφεται από νόμους της στατιστικής μηχανικής, σύμφωνα με τους οποίους η ενέργεια E ενός συστήματος που βρίσκεται σε θερμική ισορροπία, δηλαδή σε θερμοκρασία T , θεωρείται τυχαία μεταβλητή, που ακολουθεί μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της μορφής:

$$p(E) \sim \exp\left(-\frac{E}{\kappa T}\right) \quad (3.20)$$

όπου κ η σταθερά Boltzman. Η παραπάνω σχέση υποδηλώνει παρέχει εξ ορισμού μια μη μηδενική πιθανότητα μετάβασης σε κατάσταση υψηλότερης ενέργειας, δίνοντας στο σύστημα την ευκαιρία να

«υπερπηδήσει» ένα «τοπικό» ενεργειακό ελάχιστο και να βρεθεί, μακροπρόθεσμα, σε μια ισορροπία χαμηλότερης ενέργειας. Η εν λόγω πιθανότητα εξαρτάται από την τιμή της θερμοκρασίας. Στην αρχή της διεργασίας, οπότε η θερμοκρασία είναι πολύ υψηλή, αντίστοιχα υψηλή είναι η πιθανότητα εντοπισμού καταστάσεων μεγαλύτερης ενέργειας, με αποτέλεσμα τη μετάβαση του συστήματος σε πολλαπλές καταστάσεις θερμικής ισορροπίας. Καθώς η θερμοκρασία μειώνεται, περιορίζεται η πιθανότητα αύξησης της ενέργειας του συστήματος, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει πλέον δυνατότητα διαφυγής από τοπικά ακρότατα. Συνεπώς, απαραίτητη προϋπόθεση για την δημιουργία τέλειων κρυστάλλων είναι ο αργός ρυθμός ψύξης. Αν η ψύξη πραγματοποιηθεί γρήγορα, το σύστημα δεν φτάνει στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας, αλλά καταλήγει σε μια πολυκρυσταλλική ή άμορφη δομή, που αντιστοιχεί σε υψηλότερη ενεργειακή στάθμη.

3.8.2 Διαδικασία βελτιστοποίησης

Υπάρχει προφανής συσχέτιση της φυσικής διεργασίας και των νόμων της στατιστικής μηχανικής με την πορεία αναζήτησης του ολικού ακροτάτου μιας συνάρτησης. Στην βάση αυτή έχουν αναπτυχθεί οι αρχές της μεθόδου προσομοιωμένης απόπτωσης, με χαρακτηριστικό τη δυνατότητα αποδοχής μη βέλτιστων βημάτων, προς όφελος της αποφυγής της παγίδευσης σε τοπικά ακρότατα. Αν και ως μέθοδος βελτιστοποίησης είναι σχετικά νέα, καθώς προτάθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1980 από τους Kirkpatrick *et al.*, (1983), το θεωρητικό της υπόβαθρο είναι αρκετά παλαιότερο, αποτελώντας, στην πραγματικότητα, επέκταση του γνωστού αλγορίθμου Metropolis (Metropolis *et al.*, 1953).

Η εφαρμογή του αλγορίθμου, όπως περιγράφεται από τους Kuczera and Parent (1998) έχει ως εξής: Έστω ότι η κατάσταση ενός συστήματος περιγράφεται από τη μεταβλητή β , για την οποία είναι γνωστή η συνάρτηση κατανομής $p(\beta | \mathbf{D})$, όπου \mathbf{D} το σύνολο των δεδομένων του συστήματος. Αν υπάρχει μια εκτίμηση β_{i-1} , τότε παράγεται μια επόμενη εκτίμηση β_i , μέσω μιας πολυμεταβλητής πιθανοτικής συνάρτησης (π.χ. μια πολυμεταβλητή κανονική κατανομή), της μορφής:

$$\beta_i \leftarrow J(\beta | \beta_{i-1}) \quad (3.21)$$

Αφού υπολογιστεί η τιμή της συνάρτησης κατανομής για τη μεταβλητή β_i , διαμορφώνεται ο λόγος:

$$\psi = \frac{p(\beta_i | \mathbf{D})}{p(\beta_{i-1} | \mathbf{D})} \quad (3.22)$$

Στη συνέχεια γεννάται ένας τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός z στο διάστημα $[0, 1]$, και αν $z \leq \psi$, τότε η νέα κατάσταση γίνεται αποδεκτή, διαφορετικά το σύστημα παραμένει στην προηγούμενη του κατάσταση. Τονίζεται ότι αν το σύστημα έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να βρεθεί στην κατάσταση β_i σε σχέση με την β_{i-1} , δηλαδή $\psi > 1$, τότε η νέα αυτή κατάσταση γίνεται εξ' ορισμού αποδεκτή (αφού ισχύει $z \leq 1$), διαφορετικά γίνεται αποδεκτή με πιθανότητα z .

Στη διαδικασία προσομοιωμένης απόπτωσης, η στοχαστική συνάρτηση θεωρείται ως το μαθηματικό αντίστοιχο της ενέργειας του συστήματος, και εισάγονται:

- μια παράμετρος ελέγχου T , αντίστοιχη της θερμοκρασίας
- ένα χρονοδιάγραμμα απόπτωσης $g(T)$ (annealing cooling schedule), που περιγράφει την διαδικασία μείωσης της θερμοκρασίας
- μια συνάρτηση πιθανότητας $p(T)$, αντίστοιχη της συνάρτησης Boltzman, που χρησιμοποιείται για την αποδοχή βημάτων αναρρίχησης (η συνάρτηση απαντά και ως κριτήριο Metropolis).

Στοιχεία εισόδου της μεθόδου είναι η αρχική θερμοκρασία T_0 , και το μήκος της διαδρομής θερμικής ισορροπίας L . Αρχικά, γεννάται ένα τυχαίο διάνυσμα $\mathbf{x}^{[0]}$, και τίθενται $T = T_0$ και $k = 1$, όπου k δείκτης που υποδηλώνει τη διαδρομή θερμικής ισορροπίας. Κάθε διαδρομή παράγεται από μια ακολουθία διαταραχών (στην τυπική περίπτωση μια Μαρκοβιανή αλυσίδα) μήκους L , υπό σταθερή θερμοκρασία T_k . Μια διαταραχή γίνεται πάντα αποδεκτή εφόσον βελτιώνει την τιμή της στοχαστικής συνάρτησης,

διαφορετικά γίνεται αποδεκτή με πιθανότητα $p(T_k)$. Όταν ολοκληρωθεί η διαδρομή, η θερμοκρασία μειώνεται με βάση το χρονοδιάγραμμα ανόπτωσης, δηλαδή $T_{k+1} = g(T_k)$, και ξεκινά ένας νέος κύκλος θερμικής ισορροπίας. Αποδεικνύεται ότι, αν τα σημεία της διαδρομής γεννώνται στους διακριτούς κόμβους ενός πλέγματος, η παραπάνω διαδικασία συγκλίνει στο ολικό ακρότατο.

Η προσομοιωμένη ανόπτωση έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία κυρίως σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας, δηλαδή σε προβλήματα διακριτών τιμών με πολλές μεταβλητές ελέγχου (Van Laarhoven and Aarts, 1987). Αντίθετα, είναι σαφώς πιο περιορισμένες οι διατυπώσεις της μεθόδου για προβλήματα συνεχών μεταβλητών (Vanderbilt and Louie, 1984· Bohachevsky *et al.*, 1986· Wang and Chen, 1996· Ali and Storey, 1997· Ali *et al.*, 2002). Η εφαρμογή της σε τέτοια προβλήματα προϋποθέτει την ύπαρξη μιας γεννήτριας διανυσμάτων, η οποία παράγει νέα σημεία στην γειτονιά της εκάστοτε λύσης. Τα σημεία παράγονται είτε τυχαία (μέσω μετάλλαξης) είτε μέσω προσδιοριστικών τεχνικών τοπικής αναζήτησης (βλ. και 3.9.3).

3.9 Υβριδικά ή ευρετικά σχήματα

3.9.1 Γενικά

Ο όρος *υβριδικός* (hybrid) ή *ευρετικός* (heuristic) αποδίδεται σε σχήματα που χρησιμοποιούν στοιχεία από διαφορετικές προσεγγίσεις, με σκοπό την ανάπτυξη εύρωστων αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Οι αλγόριθμοι αυτοί συνδυάζουν την αποτελεσματικότητα των στοχαστικών στρατηγικών στις έντονα μη κυρτές περιοχές μιας επιφάνειας απόκρισης με την αποδοτικότητα των τοπικών επιλυτών, στις κυρτές περιοχές αυτής. Χαρακτηριστικό των υβριδικών σχημάτων είναι το γεγονός ότι, λόγω της πολύπλοκης δομής τους, οι ιδιότητες σύγκλισης δεν μπορούν να αποδειχθούν μαθηματικά. Η εμπειρία ωστόσο καταδεικνύει ότι, λόγω της συνδυαστικής τους λογικής, οι εν λόγω μέθοδοι υπερτερούν σημαντικά, τόσο ως προς την ακρίβεια εντοπισμού πρόσφορων λύσεων όσο και ως προς την ταχύτητα σύγκλισης. Για τον λόγο αυτό, οι υβριδικές τεχνικές έχουν καθιερωθεί για την αντιμετώπιση των σύνθετων προβλημάτων της πράξης, αποτελώντας το παρόν (ενδεχομένως και το μέλλον) της μη γραμμικής βελτιστοποίησης (Winker and Gilli, 2004).

Ορισμένα χαρακτηριστικά παραδείγματα υβριδικών σχημάτων δίνονται στα εδάφια που ακολουθούν.

3.9.2 Υβριδικοί γενετικοί αλγόριθμοι

Είναι γενικά αποδεκτό ότι οι τυπικοί γενετικοί αλγόριθμοι μειονεκτούν σημαντικά ως προς την ταχύτητα σύγκλισης σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών, ειδικά σε περιπτώσεις μεγάλου αριθμού παραμέτρων ή μεγάλου εύρους του πεδίου αναζήτησης. Μια βασική αιτία της αργής σύγκλισης είναι η δυαδική κωδικοποίηση, αφού για την αναπαράσταση των λύσεων δημιουργούνται συμβολοσειρές με υπερβολικά μεγάλο πλήθος ψηφίων. Επιπλέον, οι τελεστές αναπαραγωγής με ανταλλαγή ψηφίων ή έστω και συντεταγμένων βασίζονται υπερβολικά στην τυχαιότητα, με συνέπεια την αδικαιολόγητα αργή πρόοδο σε κυρτές περιοχές της επιφάνειας απόκρισης. Για τους παραπάνω λόγους, η σύγχρονη πρακτική επιβάλλει αφενός την χρήση βελτιωμένων αναπαραστάσεων των γονοτύπων και αφετέρου την ενσωμάτωση απλών, σχετικά, σχημάτων τοπικής αναζήτησης στις γεννήτριες νέων σημείων (απογόνων) στη βάση υφιστάμενων λύσεων (γονέων).

Οι υβριδικοί γενετικοί/εξελικτικοί αλγόριθμοι υλοποιούνται με τέσσερις τρόπους:

- *Υβριδικά σχήματα δύο φάσεων*: Μετά τον τερματισμό του εξελικτικού αλγορίθμου, επιδιώκεται η περαιτέρω διερεύνηση της περιοχής του ακροτάτου που έχει εντοπιστεί, με εφαρμογή μιας μεθόδου τοπικής αναζήτησης.

- *Σειριακά υβριδικά σχήματα*: Σε κάθε γενιά, μετά την ολοκλήρωση της εξελικτικής διαδικασίας μέσω των τελεστών επιλογής, αναπαραγωγής και μετάλλαξης, εφαρμόζεται μια μέθοδος τοπικής αναζήτησης για την παραγωγή ακόμα πιο βελτιωμένων απογόνων.
- *Ρητά υβριδικά σχήματα*: Η τοπική αναζήτηση εισάγεται άμεσα στην εξελικτική διαδικασία, καθώς χρησιμοποιείται ως τελεστής αναπαραγωγής.
- *Παράλληλα υβριδικά σχήματα*: Σε κάθε γενιά, ένα τμήμα του πληθυσμού εξελίσσεται με χρήση των γενετικών τελεστών, ενώ το υπόλοιπο τμήμα εξελίσσεται με εφαρμογή μιας μεθόδου τοπικής αναζήτησης.

Η συντριπτική πλειονότητα των σύγχρονων σχημάτων βελτιστοποίησης βασίζονται στη σύζευξη των εξελικτικών αλγορίθμων με άλλες τεχνικές αναζήτησης.

3.9.3 Μέθοδοι ανόπτησης-απλόκου

Γενικά, η προσομοιωμένη ανόπτηση έχει αποδειχθεί μια εξαιρετικά ευέλικτη τεχνική, όσον αφορά την δυνατότητα διαφυγής από τοπικά ακρότατα, στην τυπική της ωστόσο διατύπωση είναι εξαιρετικά αργή, ειδικά όταν το πρόβλημα περιλαμβάνει συνεχείς μεταβλητές. Για τον λόγο αυτό, έχουν αναπτυχθεί υβριδικά σχήματα, που εκμεταλλεύονται την αποτελεσματικότητα της προσομοιωμένης ανόπτησης στις μη κυρτές περιοχές μιας επιφάνειας απόκρισης (που επιτυγχάνεται με υψηλό κόστος σε υπολογιστικό φόρτο), με την αποδοτικότητα των τοπικών επιλυτών, στις κυρτές περιοχές της.

Από τους τοπικούς επιλυτές της βιβλιογραφίας, ως πλέον πρόσφορος είναι ο αλγόριθμος Nelder-Mead (βλ. 3.4.4), η σύζευξη του οποίου με τις στρατηγικές προσομοιωμένης ανόπτησης έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη των λεγόμενων σχημάτων *ανόπτησης-απλόκου* (annealing-simplex). Στα σχήματα αυτά, η γέννηση νέων λύσεων γίνεται με εφαρμογή των διαδικασιών της μεθόδου κατερχόμενου απλόκου, ενώ η επιλογή ή απόρριψη κινήσεων γίνεται με βάση στοχαστικά κριτήρια, αντίστοιχα των κριτηρίων Metropolis της προσομοιωμένης ανόπτησης. Επιπλέον, εισάγεται ένα ανάλογο της θερμοκρασίας, που εξασφαλίζει τον απαραίτητο βαθμό τυχαιότητας κατά την διαδικασία αναζήτησης. Η παραπάνω στρατηγική σύζευξης έχει υλοποιηθεί, σε διάφορες παραλλαγές, από τους Press *et al.* (1992), Desai and Patil (1996), Cardoso *et al.* (1996), Kvasnicka and Pospichal (1997), Pan and Wu (1998), και Efstratiadis and Koutsogiannis (2002).

Ειδικότερα, οι Press *et al.* (1992, σ. 451-455) ανέπτυξαν πρώτοι μια τέτοια στρατηγική, προσθέτοντας στην τιμή της συνάρτησης κάθε κορυφής του απλόκου μια τυχαία μεταβλητή από μια λογαριθμική κατανομή, που πολλαπλασιάζεται με την τρέχουσα θερμοκρασία. Με τον τρόπο αυτό, η αναζήτηση τοποθετείται μεταξύ ενός τυχαίου περιπάτου και μιας τυπικής διαδικασίας κατερχόμενου απλόκου, με τον βαθμό τυχαιότητας να εξαρτάται από τον λόγο $\Delta f / T$, όπου Δf είναι η διαφορά των τιμών μεταξύ δύο κορυφών του απλόκου και T η θερμοκρασία. Οι Pan and Wu (1998) παρουσίασαν μια βελτιωμένη εκδοχή, ενσωματώνοντας ορισμένες κινήσεις αναρρίχησης ώστε να διευκολύνεται η διαφυγή από τοπικά ακρότατα. Τέλος, οι Kvaniscka and Pospichal (1997) ανέπτυξαν ένα σχήμα αναζήτησης βασισμένο στο απλοκο, στο οποίο η γέννηση των σημείων ανάκλασης γίνεται τυχαία, και το σημείο που παράγεται επιστρέφεται στον πληθυσμό με βάση ένα πιθανοτικό κριτήριο.

Επειδή η στρατηγική ανόπτησης-απλόκου αποτελεί θεμελιώδες στοιχείο του μεθοδολογικού πλαισίου που αναπτύχθηκε στη διατριβή, περισσότερες λεπτομέρειες δίνονται στο Κεφάλαιο 5.

3.9.4 Αποτρεπτική αναζήτηση

Πρόκειται για μια διαδικασία που αναπαριστά τις διεργασίες της ανθρώπινης μνήμης, εμποδίζοντας την αναζήτηση σε περιοχές που έχουν ήδη εξερευνηθεί. Η μέθοδος απαντά με τον αγγλικό όρο *tabu search*, και έχει προταθεί από τον Glover (1986). Η βασική αρχή έγκειται στην διατήρηση της λεγόμενης *απαγορευμένης λίστας* (tabu list), στην οποία αποθηκεύονται όλες οι πρόσφατες κινήσεις

που πραγματοποιούνται κατά την διαδικασία αναζήτησης. Προτού επιλεγεί μια υποψήφια λύση, ελέγχεται αν αυτή είναι καταχωρημένη στη λίστα, οπότε δεν γίνεται αποδεκτή. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η διαφυγή από τοπικά ακρότατα, καθώς διερευνάται όσο το δυνατό μεγαλύτερο εύρος του εφικτού χώρου. Η μέθοδος έχει εφαρμοστεί κυρίως σε προβλήματα διακριτών μεταβλητών, ενώ οι αναφορές σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών είναι περιορισμένες (Chelouah and Siarry, 2000).

3.9.5 Πολυπληθυσμιακές εξελικτικές τεχνικές – Η μέθοδος SCE

Οι *πολυπληθυσμιακές* (multi-population) εξελικτικές τεχνικές αποτελούν παραλλαγές των εξελικτικών αλγορίθμων, και έχουν ως κεντρική στρατηγική τον διαχωρισμό του πληθυσμού σε ομάδες ατόμων που εξελίσσονται παράλληλα, ενώ διατηρούν μια περιορισμένη πλην όμως ισχυρή αλληλεπίδραση, καθώς μοιράζουν την «εμπειρία» τους με τακτικές ανταλλαγές μελών, διαδικασία που είναι γνωστή ως *μετανάστευση* (emigration). Αυτό επιτρέπει την διατήρηση μιας ικανοποιητικά μεγάλης διασποράς του πληθυσμού στον εφικτό χώρο, καθώς κάθε ομάδα επικεντρώνει την αναζήτηση σε διαφορετικές περιοχές έλξης ακροτάτων, δημιουργώντας ανεξάρτητους θύλακες, όπου εντοπίζονται διάφορα τοπικά ακρότατα (Kargouzos *et al.*, 2001).

Από τις ποικίλες εκδοχές των παραπάνω τεχνικών, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η *εξελικτική μέθοδος αναδευόμενων συμπλόκων* (shuffled complex evolution, συντμ. SCE), που αναπτύχθηκε στο Πανεπιστήμιο της Αριζόνα από τους Duan *et al.* (1992, 1994) και σχεδόν αμέσως καθιερώθηκε ως η πλέον πρόσφορη τεχνική ολικής βελτιστοποίησης στον χώρο των υδρολογικών επιστημών (Gan and Biftu, 1996· Cooper *et al.*, 1997· Kuczera, 1997· Freedman *et al.*, 1998· Franchini *et al.*, 1998· Thyer *et al.*, 1999· Madsen *et al.*, 2002). Η μέθοδος SCE συνδυάζει τις αρχές της ελεγχόμενης αναζήτησης (βλ. 3.6.2), της ανταγωνιστικής εξέλιξης και των κινήσεων του κατερχόμενου απλόκου, σε ένα πρωτότυπο σχήμα. Αρχικά, παράγεται ένας πληθυσμός τυχαίων σημείων, που διατάσσονται κατά φθίνουσα τιμή της στοχαστικής συνάρτησης και σε συνέχεια χωρίζονται σε υποπληθυσμούς, που ονομάζονται *σύμπλοκα*¹ (complexes). Τα μέλη του κάθε συμπλόκου εξελίσσονται ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους υποπληθυσμούς, με βάση ένα σχήμα κατερχόμενου απλόκου, μηχανισμούς μετάλλαξης και πιθανοτικά κριτήρια επιλογής. Ανά τακτά διαστήματα γίνεται ανάμιξη του πληθυσμού και διαμόρφωση νέων συμπλόκων, εξασφαλίζοντας έτσι την διάδοση των «πληροφοριών» που έχουν συλλεχθεί κατά την διερεύνηση του χώρου αναζήτησης. Σταδιακά, όλα τα σημεία τείνουν προς το ολικό ακρότατο της συνάρτησης, υπό την προϋπόθεση ότι το μέγεθος του αρχικού πληθυσμού είναι αρκετά μεγάλο.

¹ Αυτό σημαίνει ότι κάθε υποπληθυσμός αποτελείται από τουλάχιστον $n + 1$ σημεία, ώστε να διαμορφώνεται ένα τουλάχιστον άπλοκο. Το μέγεθος του συνολικού πληθυσμού και ο αριθμός των συμπλόκων εξαρτάται από τις απαιτήσεις του προβλήματος.

4 Πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση

4.1 Εισαγωγή

4.1.1 Διατύπωση του προβλήματος

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται οι μεθοδολογίες παραγωγής μη κατωτέρων λύσεων στα πλαίσια προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, αντικείμενο που αποτελεί την κεντρική συνιστώσα του πρώτου μέρους της διατριβής.

Οι θεμελιώδεις έννοιες της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης έχουν ήδη συζητηθεί στο Κεφάλαιο 2, και ειδικότερα στην ενότητα 2.9. Συμβατικά, θεωρείται το πρόβλημα ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης m το πλήθος κριτηρίων, που διατυπώνεται μαθηματικά ως εξής:

$$\begin{aligned} \min \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \tag{4.1}$$

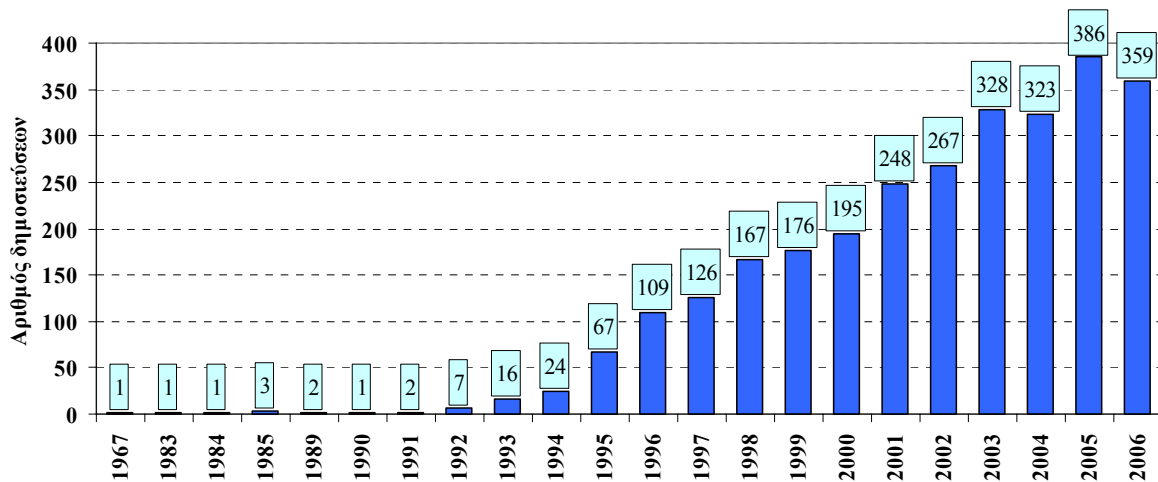
όπου $\mathbf{f}(\mathbf{x}): X \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ένα διάνυσμα μη γραμμικών συναρτήσεων και X το κοινό πεδίο ορισμού τους. Το τελευταίο είναι ένα υπερ-ορθογώνιο στο \mathbb{R}^n , τα όρια του οποίου περιγράφονται από τα n -διάστατα διανύσματα \mathbf{l} και \mathbf{u} , που αντιπροσωπεύουν το επιτρεπόμενο εύρος διακύμανσης των τιμών των μεταβλητών ελέγχου.

4.1.2 Ιστορικό

Στον κλάδο της επιχειρησιακής έρευνας έχουν αναπτυχθεί περί τις τριάντα μαθηματικές τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης, με τις σχετικές προσεγγίσεις να περιλαμβάνουν από τον συνδυασμό των επιμέρους κριτηρίων σε μια ενιαία έκφραση (οι λεγόμενες αθροιστικές μέθοδοι) μέχρι την χρήση της θεωρίας παιγνίων για τον καθορισμό της σχετικής σημασίας κάθε κριτηρίου (Coello Coello, 1999). Οι προσεγγίσεις αυτές, μετασχηματίζοντας το αρχικό διανυσματικό πρόβλημα σε βαθμωτό, επιδιώκουν την εύρεση μιας μεμονωμένης μη κατώτερης λύσης του προβλήματος, που λαμβάνεται ως η καλύτερα συμβιβαστική. Τα χαρακτηριστικά της ορίζονται από τον αναλυτή πριν την υπολογιστική διαδικασία και εκφράζονται με τη μορφή συντελεστών βάρους, επιθυμητών τιμών, προτεραιότητας κριτηρίων, κτλ. Διαφοροποιώντας τον ορισμό της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης και επαναλαμβάνοντας την διαδικασία αναζήτησης, είναι δυνατός ο εντοπισμός εναλλακτικών μη κατωτέρων λύσεων από το μέτωπο Pareto. Οι συχνά αναφερόμενες και ως κλασικές πολυκριτηριακές τεχνικές βρήκαν ευρύ φάσμα εφαρμογών τις δεκαετίες του 1970 και του 1980, και μπορούν να ενσωματωθούν σε οποιοδήποτε σχήμα βελτιστοποίησης, δεδομένου ότι δεν επηρεάζουν τις διαδικασίες αναζήτησης και παραγωγής λύσεων, παρά μόνο τις διαδικασίες αποτίμησης της στοχικής συνάρτησης.

Σε αντίθεση με τις κλασικές προσεγγίσεις που παράγουν μεμονωμένες μη κατώτερες λύσεις, οι εξελικτικές μέθοδοι, που χρησιμοποιούν πληθυσμούς εφικτών σημείων για την αποτελεσματικότερη διερεύνηση πολύπλοκων, ακόμη και μη κυρτών, χώρων αναζήτησης, συνιστούν ένα εξαιρετικά πρόσφορο πεδίο αντιμετώπισης τέτοιων προβλημάτων. Ήδη από τα τέλη της δεκαετίας του 1960, ο Rosenberg (1967) πρότεινε, χωρίς ποτέ να προχωρήσει στην υλοποίησή της, μια μεθοδολογία προσομοίωσης των γενετικών και χημικών χαρακτηριστικών πληθυσμών με πολλαπλές ιδιότητες ή στόχους. Χρειάστηκε να περάσουν σχεδόν δύο δεκαετίες μέχρι την προσαρμογή των εξελικτικών και γενετικών αλγόριθμων για την παραγωγή μη κατωτέρων λύσεων (Schaffer, 1985· Fourman, 1985).

Στην πραγματικότητα, οι στοιχειώδεις αυτές προσεγγίσεις, που αναφέρονται ως αλγόριθμοι πρώτης γενιάς και εξετάζονται στην ενότητα 4.4, δεν κάνουν άμεση χρήση του ορισμού κατά Pareto για την διάκριση των κατώτερων και μη κατώτερων (βέλτιστων) λύσεων. Αν και κατά τη διαδικασία αναζήτησης εντοπίζουν πολλές μη κατώτερες λύσεις, εξαιτίας εγγενών αδυναμιών τους μεροληπτούν προς συγκεκριμένες περιοχές του μετώπου Pareto, συγκλίνοντας, τελικά, και αυτές σε μία και μόνο λύση, που θεωρείται ως η καλύτερα συμβιβαστική του προβλήματος. Η διαφοροποίησή τους σε σχέση με τις κλασικές, αθροιστικές μεθόδους έγκειται στον τρόπο χειρισμού των προς βελτιστοποίηση κριτηρίων. Ενώ οι αθροιστικές τεχνικές προϋποθέτουν τον εκ των προτέρων καθορισμό των χαρακτηριστικών της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, οι πρωτόλειοι αυτοί πολυκριτηριακοί εξελικτικοί αλγόριθμοι χειρίζονται τα κριτήρια με τρόπο αυτόματο.



Σχήμα 4.1: Ετήσιο πλήθος δημοσιεύσεων στο αντικείμενο των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων¹.

Σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, εντοπίστηκαν οι αδυναμίες των πολυκριτηριακών εξελικτικών μεθόδων πρώτης γενιάς, και έγιναν προσπάθειες αντιμετώπισής τους με βάση ορισμένα ευρετικά σχήματα. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1990, ο τρόπος χειρισμού των κριτηρίων βελτιστοποίησης άλλαξε ριζικά. Οι σύγχρονες εξελικτικές προσεγγίσεις, που εξετάζονται αναλυτικά στην ενότητα 4.5, αν και ακολουθούν τις ίδιες θεμελιώδεις αρχές με τις αρχικές, κάνουν πλέον σαφή διάκριση των μη κατωτέρων λύσεων, χρησιμοποιώντας άμεσα τον ορισμό της κυριαρχίας (βλ. 2.9.2). Σκοπός τους είναι η αμερόληπτη και ομοιόμορφη κάλυψη του μετώπου Pareto, που προϋποθέτει τη χρήση ειδικών μαθηματικών κριτηρίων κατά την διαδικασία αξιολόγησης και επιλογής των μελών του πληθυσμού. Αφού εντοπιστούν οι βέλτιστες λύσεις Pareto, η επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής δεν αποτελεί, κατ' ανάγκη, ευθύνη του αναλυτή. Αυτό συνιστά μια τελείως διαφορετική φιλοσοφία αντιμετώπισης των πολυκριτηριακών προβλημάτων, όχι μόνο από τεχνική άποψη αλλά και όσον αφορά στο χρονικό σημείο λήψης της απόφασης. Αντί η διαδικασία αναζήτησης να «κατευθύνεται» από τον αναλυτή, που καλείται να καθορίσει εκ των προτέρων τα επιθυμητά χαρακτηριστικά της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, η διαδικασία εξασφαλίζει ένα αντιπροσωπευτικό φάσμα εναλλακτικών επιλογών, παρέχοντας έτσι στον αναλυτή την ευχέρεια της εκ των υστέρων επιλογής.

Την τελευταία δεκαετία, η έρευνα στο πεδίο της πολυκριτηριακής εξελικτικής βελτιστοποίησης, και η ανάπτυξη σχετικών αλγορίθμων, χαρακτηρίζεται εκρηκτική. Χαρακτηριστικό είναι το διάγραμμα του

¹ Τα στοιχεία προέρχονται από την ιστοσελίδα που διατηρεί ο C. Coello Coello, ένας από τους σημαντικότερους επιστήμονες του χώρου (<http://www.lania.mx/~ccoello/EMOO/EMOOstatistics.html>).

Σχήματος 4.1, στο οποίο παρουσιάζονται οι συναφείς προς το αντικείμενο δημοσιεύσεις κάθε έτους (έως το 2006), ξεκινώντας από την θεωρούμενη ως εργασία-ορόσημο του Rosenberg, το 1967.

Η εκτενής βιβλιογραφική επισκόπηση που ακολουθεί στις επόμενες ενότητες, ιδιαίτερα σε σχέση με τις πολυκριτηριακές εξελικτικές μεθόδους, είναι εν μέρει βασισμένη στα εγχειρίδια και άρθρα των Cohon (1978), Fonseca and Fleming (1995a), Coello Coello (1999, 2005), Deb (1999a), Van Veldhuizen and Lamont (2000), Zitzler *et al.* (2000) και Knowles and Corne (2005).

4.2 Κλασικές προσεγγίσεις με συνάθροιση κριτηρίων

4.2.1 Γενικά

Ο κλασικός χειρισμός ενός προβλήματος ταυτόχρονης βελτιστοποίησης πολλών κριτηρίων συνίσταται στον εκ των προτέρων καθορισμό των προτιμήσεων του αναλυτή σχετικά με την μορφή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης. Αυτό προϋποθέτει την χρήση ενός τελεστή ενσωμάτωσης των επιμέρους κριτηρίων σε μια ενιαία έκφραση, που είναι ισοδύναμη της στοχικής συνάρτησης ενός βαθμωτού προβλήματος, δηλαδή:

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})]^T \rightarrow \min u(\mathbf{x}) = U[f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})] \quad (4.2)$$

Με τον τρόπο αυτό, η ολικά βέλτιστη λύση της βαθμωτής συνάρτησης $u(\mathbf{x})$ αντιστοιχεί σε μία από τις μη κατώτερες λύσεις της διανυσματικής συνάρτησης $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, που θεωρείται η καλύτερα συμβιβαστική. Συνεπώς, η στοχική συνάρτηση $u(\mathbf{x})$ του ισοδύναμου μονοκριτηριακού προβλήματος ταυτίζεται με τη συνάρτηση χρησιμότητας του αρχικού πολυκριτηριακού (βλ. 2.10.2).

Η παραπάνω προσέγγιση ονομάζεται *αθροιστική* (aggregating) ή *παραγωγική* (generational), χωρίς ο πρώτος ορισμός να υποδηλώνει κατ' ανάγκη την χρήση του τελεστή πρόσθεσης στη μαθηματική διατύπωση της συνάρτησης χρησιμότητας, $u(\mathbf{x})$. Ως επί το πλείστον, για την συνάθροιση των κριτηρίων, χρησιμοποιούνται τριών ειδών τελεστές (Fonseca and Fleming, 1995b):

Συντελεστές βάρους: Πρόκειται για πραγματικές τιμές που εκφράζουν την σχετική σημασία των επιμέρους κριτηρίων και ελέγχουν την εξέλιξη αυτών, κατευθύνοντας την διαδικασία αναζήτησης προς την βέλτιστη τιμή του μέτρου χρησιμότητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μέθοδος των βαρών, που εξετάζεται στο εδάφιο 4.2.2.

Προτεραιότητες: Πρόκειται για ακέραιες τιμές που εκφράζουν την σειρά προτίμησης, βάσει της οποίας υλοποιείται η βελτιστοποίηση των επιμέρους κριτηρίων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μέθοδος της λεξικογραφικής ταξινόμησης, που εξετάζεται στο εδάφιο 4.2.6.

Τιμές στόχων: Πρόκειται για πραγματικές τιμές που εκφράζουν την προσδοκώμενη επίδοση της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης σε κάθε διάσταση του πολυκριτηριακού προβλήματος. Ο τρόπος ορισμού τους διαφοροποιείται, ανάλογα με τον αν εκφράζουν κατώτατα όρια επίδοσης που πρέπει να ξεπεραστούν, «ουτοπικές» τιμές που πρέπει να προσεγγιστούν ή επιθυμητά όρια επίδοσης που πρέπει να επιτευχθούν με όσο το δυνατόν μικρότερη απόκλιση. Οι στόχοι είναι πιο εύκολο να οριστούν, σε σχέση με τα βάρη ή τις προτεραιότητες, καθώς αφορούν άμεσα στα χαρακτηριστικά της τελικής συμβιβαστικής λύσης του προβλήματος. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι μέθοδοι προγραμματισμού και επίτευξης στόχων, καθώς και η μέθοδος των ϵ -περιορισμών, που εξετάζονται στα εδάφια 4.2.3, 4.2.4 και 4.2.5, αντίστοιχα.

Η βελτιστοποίηση ενός κατάλληλα ορισμένου συνδυασμού των επιμέρους κριτηρίων οδηγεί σε μία και μοναδική λύση που είναι, υπό προϋποθέσεις, βέλτιστη ή, με βάση με τον ορισμό κατά Pareto, μη κατώτερη για το πολυκριτηριακό πρόβλημα. Το πλεονέκτημα της παραπάνω προσέγγισης είναι η απλότητά της, καθώς μετά τον καθορισμό της συνάρτησης χρησιμότητας δεν απαιτείται καμία άλλη προσαρμογή του προβλήματος, οπότε μπορεί χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε μέθοδος αναζήτησης

ακροτάτων βαθμωτών συναρτήσεων, ανάλογα με τον τύπο του εκάστοτε προβλήματος (γραμμικό ή μη γραμμικό, συνεχές ή διακριτό, κτλ.).

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι κυριότεροι εκπρόσωποι των αθροιστικών τεχνικών, που υπήρξαν ιδιαίτερα δημοφιλείς μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1980, έχοντας βρει πεδίο εφαρμογής σε γραμμικά, κυρίως, προβλήματα. Αναλυτική παρουσίαση, με έμφαση στις αθροιστικές μεθόδους και την εφαρμογή τους σε γραμμικά πολυστοχικά προβλήματα, γίνεται από τον Cohon (1978).

4.2.2 Μέθοδος βαρών

Πρόκειται για την πλέον τετριμμένη προσέγγιση, η οποία συνίσταται στην στάθμιση των κριτηρίων βελτιστοποίησης με χρήση προεπιλεγμένων συντελεστών βάρους, οπότε η συνάρτηση χρησιμότητας προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των συνιστωσών της διανυσματικής στοχικής συνάρτησης. Συνεπώς, το πολυκριτηριακό πρόβλημα μετασχηματίζεται σε βαθμωτό της μορφής:

$$\min \sum_{i=1}^m w_i f_i(\mathbf{x}) \quad (4.3)$$

όπου w_i συντελεστές βάρους που υποδηλώνουν την σχετική σημασία των επιμέρους κριτηρίων. Κατά κανόνα θεωρείται ότι:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (4.4)$$

Δεδομένου ότι η βέλτιστη λύση του (4.3) εξαρτάται δραστικά από τις τιμές των συντελεστών βάρους και καθώς δεν υπάρχει αντικειμενικός τρόπος επιλογής τους, απαιτείται μια ανάλυση ευαισθησίας, βάσει της οποίας επιλύεται το ισοδύναμο πρόβλημα πολλές φορές, με χρήση διαφορετικών τιμών των w_i . Στην περίπτωση αυτή, όλες οι λύσεις που προκύπτουν ανήκουν στο μέτωπο Pareto, και η επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής έγκειται στην υποκειμενική κρίση του αναλυτή.

Στην πραγματικότητα, με τον τρόπο που διατυπώνεται το μετασχηματισμένο πρόβλημα (4.3), η βέλτιστη λύση δεν εξαρτάται μόνο από τη σχετική σημασία που εκφράζουν οι συντελεστές βάρους αλλά και από το εύρος τιμών και τις μονάδες μέτρησης των $f_i(\mathbf{x})$. Για να αποκτήσουν οι συντελεστές βάρους το πραγματικό τους νόημα απαιτείται κάποιος μετασχηματισμός (αδιαστατοποίηση), ώστε όλα τα κριτήρια του προβλήματος να είναι συγκρίσιμα. Ένας τυπικός μετασχηματισμός είναι:

$$\bar{f}_i(\mathbf{x}) = \frac{f_i(\mathbf{x})}{f_i^{(0)}} \quad (4.5)$$

όπου $f_i^{(0)} > 0$ η βέλτιστη τιμή κάθε ανεξάρτητου κριτηρίου, που αντιστοιχεί στην i συνιστώσα της ουτοπικής λύσης του προβλήματος (βλ. 2.8.3), η οποία βεβαίως πρέπει να έχει εντοπιστεί πριν την εφαρμογή της διαδικασίας.

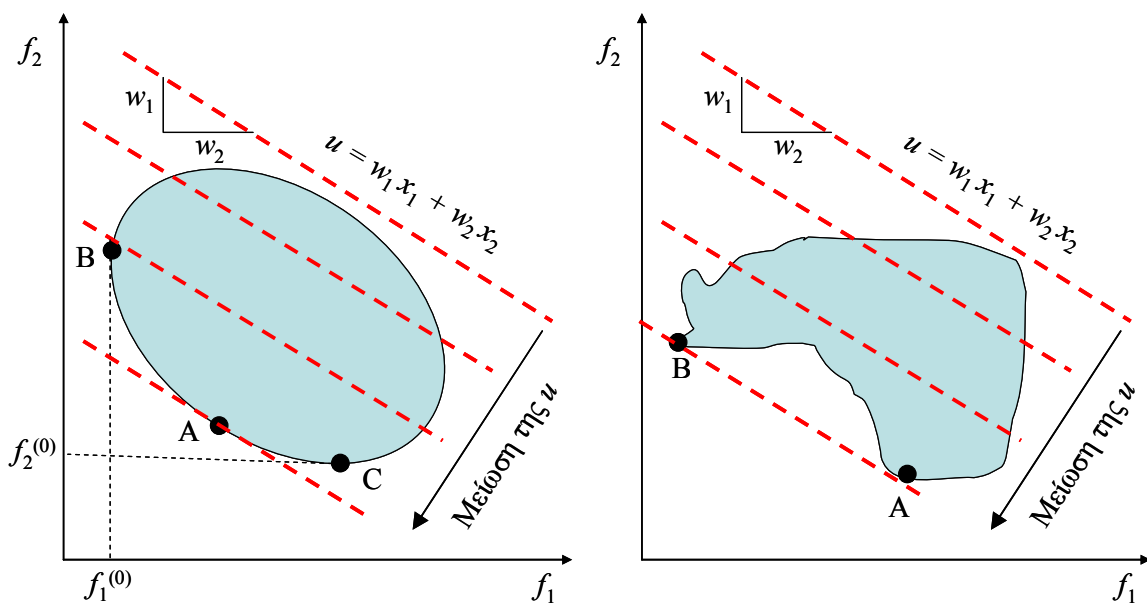
Η μέθοδος των βαρών είναι η πρώτη που αναπτύχθηκε για την εύρεση μη κατώτερων λύσεων στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, και η μαθηματική της τεκμηρίωση αποτελεί άμεση συνέπεια των αντίστοιχων θεωρημάτων Kuhn-Tucker για τον πολυστοχικό προγραμματισμό (βλ. 2.9.6).

Η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.2. Η βέλτιστη λύση κείται στο σημείο όπου η συνάρτηση χρησιμότητας:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m w_i f_i(\mathbf{x}) \quad (4.6)$$

εφάπτεται του πεδίου τιμών. Εφόσον το πεδίο είναι κυρτό, τότε μεταβάλλοντας τις τιμές των συντελεστών βάρους, δηλαδή την κλίση της ευθείας $u(\mathbf{x})$, εντοπίζονται διαφορετικές βέλτιστες λύσεις που είναι εξ ορισμού μη κατώτερες.

Στο Σχήμα 4.2, αριστερά, απεικονίζεται ένα υποθετικό κυρτό πεδίο τιμών για την περίπτωση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων, f_1 και f_2 . Το μέτωπο Pareto αντιστοιχεί στο κάτω όριο του πεδίου, και περιλαμβάνει το σύνολο των μη κατώτερων λύσεων που κείνται μεταξύ των σημείων B και C. Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης $u = w_1 x_1 + w_2 x_2$, που στον χώρο των δύο διαστάσεων έχει την μορφή κεκλιμένου επιπέδου, οδηγεί στον εντοπισμό όλων των μη κατωτέρων λύσεων του προβλήματος, όπου η κάθε μία αντιστοιχεί μονοσήμαντα σε συγκεκριμένο συνδυασμό συντελεστών βάρους. Σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα συνεχών μεταβλητών υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί τιμών των συντελεστών βάρους. Συνεπώς, άπειρο είναι και το πλήθος των μη κατωτέρων λύσεων, με τις ακραίες να αντιστοιχούν σε μηδενικά βάρη για όλα πλην ενός κριτηρίου. Στο υποθετικό πρόβλημα του σχήματος, οι ακραίες λύσεις B και C προκύπτουν για τα ζεύγη βαρών (1, 0) και (0, 1), αντίστοιχα.



Σχήμα 4.2: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου βαρών σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων, για την περίπτωση κυρτού (αριστερά) και μη κυρτού (δεξιά) μετώπου Pareto. Το σκιασμένο πεδίο είναι ο εφικτός χώρος. Με διακεκομμένη παρίστανται οι ισοσταθμικές της συνάρτησης χρησιμότητας.

Εξαιρώντας τις υπολογιστικές δυσχέρειες την συγκεκριμένη προσέγγιση, που οφείλονται στην ανάγκη επίλυσης εναλλακτικών διατυπώσεων του ίδιου προβλήματος πολλές φορές, υπάρχει ένα άλλο σοβαρό μειονέκτημα, που σχετίζεται με την ανεπάρκεια την μεθόδου εφόσον το μέτωπο Pareto είναι μη κυρτό. Στην περίπτωση αυτή, είναι αδύνατος ο εντοπισμός των μη κατωτέρων λύσεων του προβλήματος. Μάλιστα, αποδεικνύεται ότι αυτό ισχύει για οποιοδήποτε συνδυασμό συντελεστών βάρους (Richardson *et al.*, 1989). Η γεωμετρική ερμηνεία την παραπάνω παρατήρησης δίνεται στο Σχήμα 4.2, δεξιά, όπου απεικονίζεται ένα υποθετικό μη κυρτό πεδίο τιμών για την περίπτωση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων, f_1 και f_2 . Στην περίπτωση αυτή, η ελαχιστοποίηση της γραμμικής συνάρτησης χρησιμότητας $u = w_1 x_1 + w_2 x_2$ οδηγεί στα όρια A και B του μη κυρτού πεδίου, όπου η καμπύλη χρησιμότητας εφάπτεται του εφικτού χώρου. Ωστόσο, καμία άλλη ενδιάμεση λύση δεν είναι δυνατόν να εντοπιστεί, και μάλιστα αυτό ισχύει για κάθε συνδυασμό βαρών.

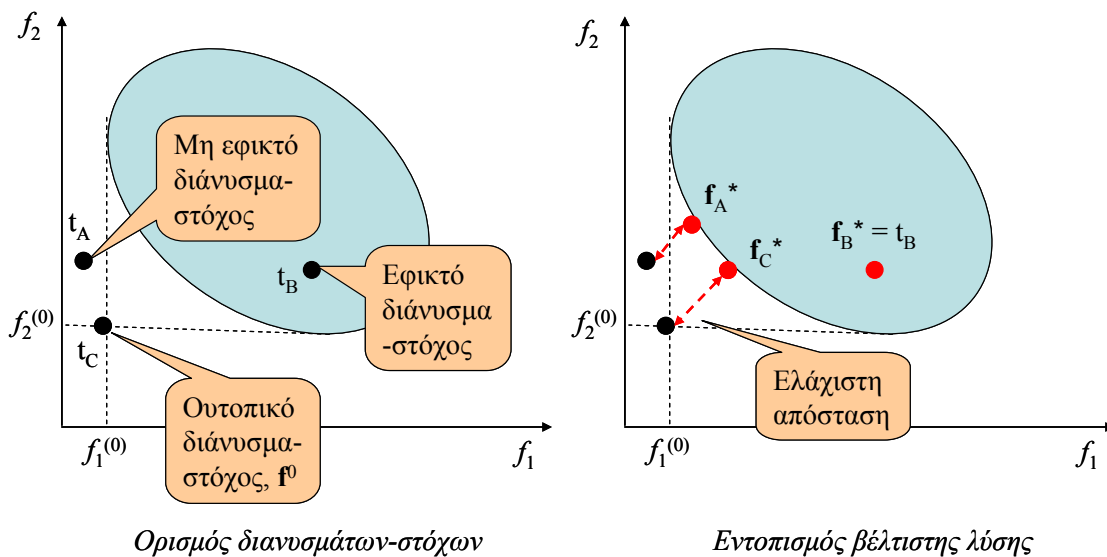
Συνοψίζοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι η μέθοδος των βαρών είναι η πλέον απλή στην διατύπωσή της, και μπορεί να εφαρμοστεί για την γέννηση ισχυρά μη κατώτερων λύσεων που χρησιμοποιούνται ως

αρχικές σε άλλες τεχνικές. Μια πρώτη αδυναμία της μεθόδου έγκειται στον αυθαίρετο προσδιορισμό των τιμών των συντελεστών βάρους, κάτι που ενδέχεται να οδηγήσει σε μη αποδεκτές, τελικά, λύσεις στην περίπτωση που δεν υπάρχει επαρκής γνώση του προβλήματος. Το κύριο, ωστόσο, μειονέκτημα προκύπτει όταν ο εφικτός χώρος είναι μη κυρτός (κάτι που ισχύει σε πολλές πραγματικές εφαρμογές), γιατί στην περίπτωση αυτή η μέθοδος δεν μπορεί εντοπίσει τις κοίλες περιοχές του μετώπου Pareto για κανέναν συνδυασμό συντελεστών βάρους.

4.2.3 Μέθοδος προγραμματισμού στόχων

Η μέθοδος προγραμματισμού στόχων (goal programming) αποσκοπεί στην εύρεση της κοντινότερης εφικτής λύσης με βάση ένα μέτρο απόστασης ως προς κάποιο επιθυμητό σημείο, που καλείται διάνυσμα-στόχος, και συμβολίζεται με \mathbf{t} . Για τον σκοπό αυτό, διαμορφώνεται ένα γεωμετρικό πρότυπο της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, ορίζοντας τις αντίστοιχες τιμές-στόχους t_i για κάθε κριτήριο i , που εισάγονται στο πρόβλημα με τη μορφή συναρτήσεων ποινής. Η βαθμωτή συνάρτηση του ισοδύναμου βαθμωτού προβλήματος συνίσταται στην ελαχιστοποίηση της απόκλισης των κριτηρίων από τους αντίστοιχους στόχους, και στην απλούστερη μορφή διατυπώνεται ως:

$$\min \sum_{i=1}^m |f_i(\mathbf{x}) - t_i| \quad (4.7)$$



Σχήμα 4.3: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου προγραμματισμού στόχων, για τρεις χαρακτηριστικές περιπτώσεις ορισμού του διανύσματος-στόχου.

Η γενικευμένη διατύπωση της παραπάνω έκφρασης είναι:

$$\min \left(\sum_{i=1}^m w_i |f_i(\mathbf{x}) - t_i|^p \right)^{1/p} \quad (4.8)$$

όπου p παράμετρος σχήματος. Ο παραπάνω μετασχηματισμός του διανυσματικού προβλήματος αναφέρεται ως γενικευμένος προγραμματισμός στόχων (generalized goal programming) ή διανυσματική βελτιστοποίηση στόχων (target vector optimization). Για $p = 2$ και $w_i = 1$, η στοχική συνάρτηση εκφράζει την ευκλείδεια απόσταση των κριτηρίων από τους αντίστοιχους στόχους, ενώ για μεγάλη (θεωρητικά άπειρη) τιμή του p , η συνάρτηση εκφράζει την απόσταση από το πλέον μακρινό στόχο. Μεταβάλλοντας τις τιμές των στόχων t_i και των βαρών w_i , προκύπτουν διαφορετικές βέλτιστες λύσεις του προβλήματος, που ανήκουν στο μέτωπο Pareto.

Η μέθοδος προγραμματισμού στόχων εγγυάται τον εντοπισμό μιας μη κατώτερης λύσης του προβλήματος, εφόσον το διάνυσμα-στόχος που διαμορφώνεται είναι μη εφικτό (βρίσκεται δηλαδή εκτός του πεδίου αποτίμησης). Σε διαφορετική περίπτωση, η μέθοδος θα ταυτίσει την καλύτερα συμβιβαστική λύση με το διάνυσμα-στόχο, εντοπίζοντας έτσι μια εφικτή λύση που δεν ανήκει στο μέτωπο Pareto (Σχήμα 4.3). Για τον λόγο αυτό, η εφαρμογή της μεθόδου προϋποθέτει μια έστω και αδρή γνώση των χαρακτηριστικών του πεδίου τιμών, \mathcal{F} .

Επισημαίνεται ότι ως τιμή-στόχος μπορεί να θεωρηθεί η ολικά βέλτιστη τιμή $f_i^{(0)}$ κάθε επιμέρους κριτηρίου. Στην περίπτωση αυτή, η διαδικασία ανάγεται στην ελαχιστοποίηση της απόστασης από την ουτοπική λύση, και καταλήγει εξ ορισμού σε μια μη κατώτερη λύση του προβλήματος.

4.2.4 Μέθοδος επίτευξης στόχων

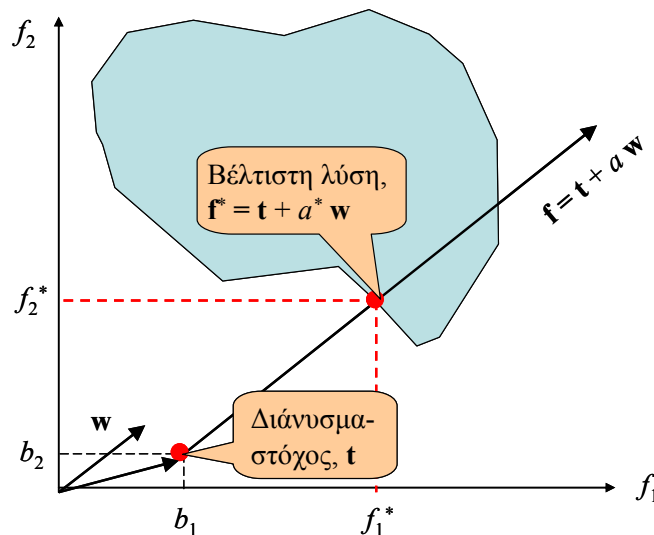
Στη μέθοδο *επίτευξης στόχων* (goal attainment) η καλύτερα συμβιβαστική λύση βρίσκεται με επίλυση ενός ισοδύναμου προβλήματος βελτιστοποίησης υπό περιορισμούς, της μορφής:

$$\begin{aligned} \min a \\ \text{s.t. } \mathbf{t} + a \mathbf{w} \geq \mathbf{f}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

όπου a βαθμωτό μέγεθος, χωρίς περιορισμό στο πρόσημο, \mathbf{t} διάνυσμα-στόχος που εκφράζει τις επιθυμητές τιμές των κριτηρίων, και $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_m)^T$ διάνυσμα συντελεστών βάρους. Οι τελευταίοι αδιαστατοποιούνται ώστε:

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (4.10)$$

Αν για κάποια συνιστώσα i τεθεί $w_i = 0$, τότε το άνω όριο του κριτηρίου $f_i(\mathbf{x})$ είναι η τιμή-στόχος t_i .



Σχήμα 4.4: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου επίτευξης στόχων σε πρόβλημα δύο κριτηρίων.

Η γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.4. Αποδεικνύεται ότι το σύνολο των μη κατωτέρων λύσεων εντοπίζεται μεταβάλλοντας τις τιμές των βαρών w_i , με $w_i \geq 0$. Σε αντίθεση με τις μεθόδους βαρών και επίτευξης στόχων, που αδυνατούν να εντοπίσουν λύσεις που κείνται στις μη κυρτές περιοχές του μετώπου Pareto, η εν λόγω τεχνική είναι κατάλληλη ακόμη και για μη κυρτά προβλήματα. Επιπλέον, το διάνυσμα-στόχος \mathbf{t} , δηλαδή οι επιθυμητές τιμές των κριτηρίων, μπορεί να κείται εκτός του πεδίου τιμών, κάτι που διευκολύνει την διαδικασία αναζήτησης στην περίπτωση που είναι δύσκολη η εύρεση τιμών-στόχων που είναι ταυτόχρονα εφικτές.

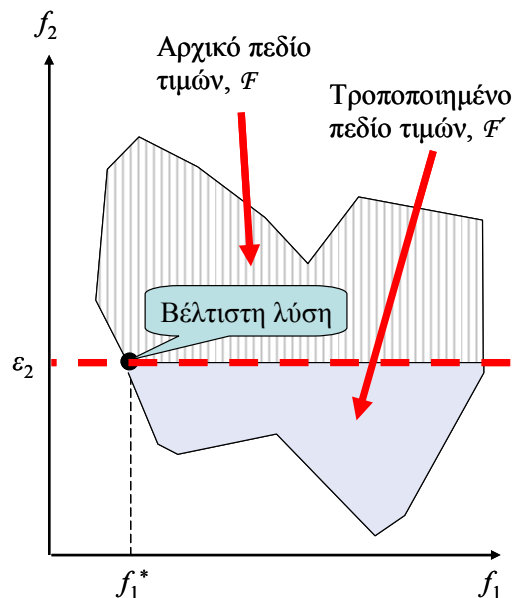
4.2.5 Μέθοδος ε -περιορισμών

Η μέθοδος συνίσταται στην βελτιστοποίηση του πλέον επιθυμητού ή πρωτεύοντος κριτηρίου, $f_p(\mathbf{x})$, χειριζόμενοι τα υπόλοιπα κριτήρια ως μαθηματικούς περιορισμούς που φράσσονται από αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια, ε_i . Με τον τρόπο αυτό, το αρχικό πολυκριτηριακό πρόβλημα βελτιστοποίησης μετατρέπεται σε ένα ισοδύναμο βαθμωτό, με προσθήκη $m - 1$ επιπλέον περιορισμών της μορφής:

$$f_i(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_i \text{ για κάθε } i = 1, \dots, p - 1, p + 1, \dots, m \quad (4.11)$$

Η γεωμετρική ερμηνεία της παραπάνω μεθόδου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.5. Διαφοροποιώντας το πρωτεύον κριτήριο και μεταβάλλοντας τις τιμές των περιορισμών, μπορούν να εντοπιστούν εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις από το μέτωπο Pareto.

Σε αντίθεση με τις προηγούμενες αθροιστικές τεχνικές, η μέθοδος των ε -περιορισμών δεν χρησιμοποιεί συντελεστές βάρους, και συνεπώς δεν απαιτεί την αδιαστατοποίηση των κριτηρίων, όταν αυτά αποτιμώνται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης. Τα μειονεκτήματά της είναι αφενός η προσθήκη μαθηματικών περιορισμών στο τροποποιημένο πρόβλημα βελτιστοποίησης, παράλο που το αρχικό δεν διατυπώνεται, υποχρεωτικά, με περιορισμούς, και αφετέρου η μη εξασφαλισμένη εύρεση εφικτών λύσεων, στην περίπτωση που τα όρια ε_i είναι μη εφικτά ή, έστω, υπερβολικά αυστηρά.



Σχήμα 4.5: Γεωμετρική ερμηνεία της μεθόδου ε -περιορισμών σε πρόβλημα δύο συναρτήσεων.

4.2.6 Λεξικογραφική ταξινόμηση

Η *λεξικογραφική ταξινόμηση* (lexicographic ordering) είναι μια κλασική τεχνική βελτιστοποίησης προβλημάτων πολλαπλών κριτηρίων, στην οποία ο χρήστης ορίζει εκ των προτέρων τον τρόπο επιλογής της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης. Αυτό γίνεται κατατάσσοντας τα κριτήρια (δηλαδή τις συνιστώσες της διανυσματικής στοχικής συνάρτησης) κατά φθίνουσα σειρά προτεραιότητας, και κάνοντας διαδοχικές βελτιστοποιήσεις, ξεκινώντας από το πλέον σημαντικό κριτήριο (Ben-Tal, 1980).

Έστω το πρόβλημα ταυτόχρονης βελτιστοποίησης των συναρτήσεων $f_1(\mathbf{x}), \dots, f_i(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})$, όπου ο δείκτης i συμβολίζει όχι μόνο τον αύξοντα αριθμό αλλά και τη σειρά προτεραιότητας του αντίστοιχου κριτηρίου, την οποία ορίζει εκ των προτέρων ο αναλυτής. Αρχικά, επιλύεται το βαθμωτό πρόβλημα:

$$\min f_1(\mathbf{x}) \quad (4.12)$$

και προκύπτει η λύση \mathbf{x}_1^* , με $f_1^* = f_1(\mathbf{x}_1^*)$. Στην συνέχεια, επιλύεται το πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \min f_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } f_1(\mathbf{x}) = f_1^* \end{aligned} \quad (4.13)$$

και προκύπτει η λύση \mathbf{x}_2^* , με $f_2^* = f_1(\mathbf{x}_2^*)$. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να βελτιστοποιηθεί το σύνολο των κριτηρίων. Συνεπώς, το πρόβλημα i διατυπώνεται ως:

$$\begin{aligned} \min f_i(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } f_j(\mathbf{x}) = f_j^* \text{ για κάθε } j < i \end{aligned} \quad (4.14)$$

Η λύση f_m^* που αντιστοιχεί στο διάνυσμα \mathbf{x}_m^* , και το οποίο προκύπτει μετά την βελτιστοποίηση του κριτηρίου που βρίσκεται στην κατώτατη σειρά προτεραιότητας, θεωρείται η καλύτερα συμβιβαστική του προβλήματος.

Η δυσχέρεια της παραπάνω μεθόδου είναι η αναγωγή του αρχικού προβλήματος σε μια διαδοχή προβλημάτων υπό περιορισμούς, και μάλιστα περιορισμούς ισότητας. Αυτό σημαίνει ότι, όταν το πεδίο αναζήτησης είναι μη γραμμικό, η ολικά βέλτιστη λύση κάθε επιμέρους προβλήματος δεν μπορεί να εντοπιστεί με πλήρη ακρίβεια. Συνεπώς, το σφάλμα κάθε επιμέρους διαδικασίας αναζήτησης του ολικού ακροτάτου μεταφέρεται σε όλα τα επόμενα στάδια, με κίνδυνο η τελική λύση f_m^* να απέχει σημαντικά από το πραγματικό μέτωπο Pareto.

4.2.7 Ελαχιστοποίηση μεγίστου (min-max)

Η ιδέα εφαρμογής της έννοιας του min-max βέλτιστου σε πολυκριτηριακά προβλήματα προέρχεται από την *θεωρία παιγνίων* (game theory), που ασχολείται με το χειρισμό καταστάσεων στις οποίες προκύπτουν αντικρουόμενα συμφέροντα. Η μέθοδος αναπτύχθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1970, και έχει βρει πρόσφορο πεδίο εφαρμογής σε πολυκριτηριακά προβλήματα σχεδιασμού και ανάλυσης κατασκευών (Osyczka, 1978, 1985· Rao, 1986· Tseng and Lu, 1990).

Η διαδικασία που εφαρμόζεται συγκρίνει τις σχετικές αποκλίσεις από τα επιθυμητά ελάχιστα, που ορίζονται ξεχωριστά για κάθε κριτήριο του προβλήματος. Έστω η στοχική συνάρτηση f_i ως προς το κριτήριο i , της οποίας η σχετική απόκλιση υπολογίζεται είτε από τη σχέση:

$$z_i'(\mathbf{x}) = \frac{|f_i(\mathbf{x}) - f_i^{(0)}|}{|f_i^{(0)}|} \quad (4.15)$$

ή από την εναλλακτική της:

$$z_i''(\mathbf{x}) = \frac{|f_i(\mathbf{x}) - f_i^{(0)}|}{|f_i(\mathbf{x})|} \quad (4.16)$$

Επισημαίνεται ότι οι παραπάνω ορισμοί προϋποθέτουν ότι $f_i(\mathbf{x}) \neq 0$ για κάθε $\mathbf{x} \in X$ και για κάθε κριτήριο $i = 1, \dots, m$. Στην περίπτωση που ζητείται η ελαχιστοποίηση του συνόλου των κριτηρίων του προβλήματος, η εξίσωση (4.15) ορίζει την σχετική αύξηση κάθε κριτηρίου, ενώ αν επιδιώκεται η ταυτόχρονη μεγιστοποίησή τους, τότε η εξίσωση (4.15) ορίζει την σχετική μείωση κάθε κριτηρίου. Ο ορισμός (4.16) λειτουργεί αντίστροφα.

Έστω $\mathbf{z}(\mathbf{x}) = [z_1(\mathbf{x}), \dots, z_m(\mathbf{x})]^T$ το διάνυσμα των σχετικών αυξήσεων που ορίζεται στο \mathcal{R}^m . Οι συνιστώσες του διανύσματος \mathbf{z} υπολογίζονται από τη σχέση:

$$z_i(\mathbf{x}) = \max \{z_i'(\mathbf{x}), z_i''(\mathbf{x})\} \quad (4.17)$$

Το διάνυσμα $\mathbf{x}^* \in X$ ονομάζεται *min-max βέλτιστο* εφόσον για κάθε $\mathbf{x} \in X$ ισχύει:

$$u_1(\mathbf{x}^*) = \min \{\max z_i(\mathbf{x})\} \quad (4.18)$$

όπου $\mathbf{x} \in X, I \in I = \{1, \dots, m\}$ και $I_1 = \{i_1\}$, όπου i_1 ο δείκτης που αντιστοιχεί στο κριτήριο για το οποίο μεγιστοποιείται η τιμή της σχετικής απόκλισης $z_i(\mathbf{x})$.

Εφόσον υπάρχει ένα σύνολο λύσεων $X_1 \subset X$ που ικανοποιεί την παραπάνω σχέση, τότε:

$$u_2(\mathbf{x}^*) = \min \{ \max z_i(\mathbf{x}) \} \quad (4.19)$$

όπου $\mathbf{x} \in X_1$, $i \in \{I - I_1\}$ και $I_2 = \{i_1, i_2\}$, όπου i_2 ο δείκτης που αντιστοιχεί στο κριτήριο για το οποίο μεγιστοποιείται η τιμή της σχετικής απόκλισης $z_i(\mathbf{x})$ στο τρέχον στάδιο.

Γενικά, εφόσον υπάρχει ένα σύνολο λύσεων $X_{r-1} \subset X$ που ικανοποιεί τις υποθέσεις του $r - 1$ σταδίου της αναδρομικής διαδικασίας, τότε:

$$u_r(\mathbf{x}^*) = \min \{ \max z_i(\mathbf{x}) \} \quad (4.20)$$

όπου $\mathbf{x} \in X_{r-1}$, $i \in \{I - I_{r-1}\}$ και $I_r = \{i_1, i_2, \dots, i_r\}$, όπου i_r ο δείκτης που αντιστοιχεί στο κριτήριο για το οποίο μεγιστοποιείται η τιμή της σχετικής απόκλισης $z_i(\mathbf{x})$ στο στάδιο r .

Το διάνυσμα $\mathbf{u}(\mathbf{x}^*) = [u_1(\mathbf{x}^*), \dots, u_m(\mathbf{x}^*)]^T$ εκφράζει το σύνολο των ελαχιστοποιημένων μέγιστων σχετικών αποκλίσεων κάθε κριτηρίου, με τα στοιχεία του διατεταγμένα κατά φθίνουσα σειρά. Κατά συνέπεια, γνωρίζοντας τις ακραίες τιμές των επιμέρους στοιχικών συναρτήσεων, που υπολογίζονται βελτιστοποιώντας κάθε συνάρτηση ξεχωριστά (δηλαδή το ουτοπικό διάνυσμα), το min-max βέλτιστο σημείο είναι αυτό στο οποίο ελαχιστοποιούνται οι σχετικές αποκλίσεις κάθε κριτηρίου. Εφόσον όλα τα κριτήρια είναι ισοβαρή, τότε η λύση \mathbf{x}^* αντιστοιχεί στην καλύτερα συμβιβαστική του προβλήματος.

4.2.8 Τυπικές αδυναμίες κλασικών μεθόδων

Οι κλασικές μέθοδοι που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάζουν ορισμένα σοβαρά μειονεκτήματα, τα οποία συνοψίζονται ως εξής (βλ. και Fonseca and Fleming, 1995b):

- όλες οι μέθοδοι συγκλίνουν σε μία και μόνο λύση, γεγονός που καθιστά υποχρεωτική την επανάληψη της υπολογιστικής διαδικασίας πολλές φορές, ώσπου να εντοπιστεί ικανοποιητικός αριθμός μη κατωτέρων λύσεων που είναι αντιπροσωπευτικές του μετώπου Pareto·
- οι περισσότερες τεχνικές προϋποθέτουν κάποια γνώση των χαρακτηριστικών του προβλήματος, βάσει των οποίων καθορίζονται τα κριτήρια διαμόρφωσης της συνάρτησης χρησιμότητας·
- ορισμένες μέθοδοι, όπως αυτή των βαρών, είναι ευαίσθητες στο σχήμα του μετώπου Pareto, και αδυνατούν να εντοπίσουν λύσεις που βρίσκονται στις μη κυρτές περιοχές του·
- ορισμένες μέθοδοι, όπως αυτή των ϵ -περιορισμών και της λεξικογραφικής ταξινόμησης, ανάγουν το αρχικό πρόβλημα χωρίς περιορισμούς σε πρόβλημα υπό περιορισμούς·
- λαμβάνοντας υπόψη ότι η αποτελεσματικότητα των μεθόδων είναι άμεσα εξαρτώμενη από τα χαρακτηριστικά του μετασχηματισμένου προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, σε αρκετές περιπτώσεις το προκύπτον πρόβλημα είναι ιδιαίτερα δυσχερές, δεδομένου ότι η αθροιστική προσέγγιση δημιουργεί έντονα μη ομαλές επιφάνειες απόκρισης, εξαιτίας της ενσωμάτωσης κριτηρίων διαφορετικής κλίμακας σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση.

Για τους παραπάνω λόγους, οι κλασικές μέθοδοι εφαρμόζονται πλέον μόνο βοηθητικά, κυρίως όταν το μέτωπο Pareto αναμένεται να έχει ομαλή μορφή. Σε κάθε περίπτωση, απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή, αφού η μεμονωμένη εφαρμογή των κλασικών μεθόδων οδηγεί σε μια «τυφλή» λύση, που θεωρείται de facto ως η καλύτερα συμβιβαστική επιλογή, μη παρέχοντας καμία εποπτεία σχετικά με τον ανταγωνισμό των κριτηρίων (βλ. και 4.3.1).

4.3 Από την αναζήτηση μεμονωμένης λύσης στην ταυτόχρονη αναζήτηση μη κατωτέρων λύσεων

4.3.1 Προσέγγιση του μετώπου Pareto με κλασικές μεθόδους

Πέρα από τις ποικίλες «τεχνικές» αδυναμίες των κλασικών μεθόδων, που συζητήθηκαν στο εδάφιο 4.2.8, υπάρχει ένα πολύ σημαντικό μειονέκτημα, που οφείλεται στη λογική προσέγγισης του πολυκριτηριακού προβλήματος, βάσει της οποίας τα χαρακτηριστικά της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης προδιαγράφονται εκ των προτέρων. Εκτός της προφανούς υποκειμενικότητας που εισάγει μια τέτοια προσέγγιση, προκύπτουν και πρακτικές δυσχέρειες, εφόσον η συνάρτηση χρησιμότητας που έχει διατυπωθεί κατά τρόπο αυθαίρετο δεν έχει λάβει υπόψη της «κρυφές» πτυχές του προβλήματος, με συνέπεια η λύση που εντοπίζεται να μην μπορεί να γίνει αποδεκτή. Για παράδειγμα, μπορεί να παραβιάζονται περιορισμοί που δεν είχαν ληφθεί υπόψη κατά την κατάστροψη του προβλήματος ή δεν ήταν δυνατόν να ληφθούν υπόψη, λόγω δυσκολίας στην μαθηματική περιγραφή τους. Ως εκ τούτου, η εκ των υστέρων ανάλυση της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης την καθιστά ανεπαρκή για τις ανάγκες του υπό μελέτη προβλήματος. Αυτό επιβάλλει επανάληψη της υπολογιστικής διαδικασίας, με αναπροσαρμογή κάθε φορά των τελεστών στάθμισης για την διερεύνηση περισσότερων εναλλακτικών λύσεων, αλλά και την κατανόηση των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των ανταγωνιστικών κριτηρίων.

Το παραπάνω σκεπτικό, που είναι σε αρμονία με τις πλέον σύγχρονες αντιλήψεις περί της διαδικασίας λήψης αποφάσεων σε περιβάλλον με ανταγωνιστικά κριτήρια (βλ. 2.10.1), καταδεικνύει ότι η πλέον πρόσφορη αντιμετώπιση ενός προβλήματος διανυσματικής βελτιστοποίησης είναι η διερεύνηση ενός επαρκούς πλήθους αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων, ώστε να περιγράφονται επαρκώς τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του μετώπου Pareto, και συνακόλουθα οι ανταγωνισμοί των κριτηρίων. Όπως εξηγείται στο εδάφιο 2.9.2, στην περίπτωση των γραμμικών πολυκριτηριακών εφαρμογών, το μέτωπο Pareto είναι κυρτό και γραμμικό, οπότε για την χάραξή του απαιτείται απλά ο εντοπισμός των κορυφών του πολυεπιπέδου που ορίζεται από την τομή των περιορισμών του προβλήματος. Αντίθετα, στις μη γραμμικές εφαρμογές, που είναι και οι πλέον συνήθεις στην επιστημονική περιοχή των υδατικών πόρων, η γεωμετρία του μετώπου είναι άγνωστη. Κατά συνέπεια, η χάραξή του γίνεται κατά προσέγγιση, εντοπίζοντας όσο το δυνατό πιο πολλές μη κατώτερες λύσεις του προβλήματος.

Αν για τον εντοπισμό των μη κατωτέρων λύσεων εφαρμόζεται μια κλασική μέθοδος, τότε απαιτείται επανάληψη της διαδικασίας αναζήτησης πολλές φορές, κάτι που βεβαίως είναι δυσμενές όσον αφορά στον υπολογιστικό φόρτο (ειδικά όταν ακόμα και μία μεμονωμένη βελτιστοποίηση είναι χρονοβόρα). Επιπλέον, εφόσον το μέτωπο Pareto είναι μη κυρτό ή ασυνεχές, οι περισσότερες κλασικές τεχνικές, όπως η μέθοδος των βαρών, αδυνατούν να εντοπίσουν όλες τις περιοχές μη κατωτέρων λύσεων. Για τους παραπάνω λόγους, απαιτείται η διαμόρφωση κατάλληλων αλγοριθμικών σχημάτων, τα οποία μπορούν να εντοπίσουν πολλαπλές, αντιπροσωπευτικές μη κατώτερες λύσεις, με εύλογο υπολογιστικό φόρτο, χωρίς η επίδοσή τους να επηρεάζεται δραστικά από τα χαρακτηριστικά του πολυκριτηριακού προβλήματος.

Η απαίτηση εντοπισμού πολλαπλών μη κατωτέρων λύσεων, οδήγησε τους ερευνητές στην προφανή επιλογή των εξελικτικών αλγορίθμων, ως το υπόβαθρο για την ανάπτυξη πρόσφορων σχημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Δεδομένου ότι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν έναν πληθυσμό σημείων για τη διερεύνηση του εφικτού χώρου, στην περίπτωση ύπαρξης πολλαπλών κριτηρίων, και μετά από κατάλληλη προσαρμογή, είναι δυνατό να κατευθυνθεί ο εν λόγω πληθυσμός στις περιοχές του εφικτού χώρου όπου βρίσκονται οι βέλτιστες Pareto λύσεις του προβλήματος. Στα εδάφια που ακολουθούν συζητώνται το πλαίσιο εφαρμογής των αναφερόμενων ως *πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων* (multiobjective evolutionary algorithms), και τα κριτήρια βάσει των οποίων αποτιμάται η επίδοσή τους.

4.3.2 Εξελικτική βελτιστοποίηση συναρτήσεων πολλαπλών κριτηρίων

Στη μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, το προφανές ζητούμενο είναι η εύρεση του ολικού ακροτάτου μιας μοναδικής στοχικής συνάρτησης. Εφόσον η διαδικασία αναζήτησης πραγματοποιείται στην βάση ενός πληθυσμού εφικτών λύσεων, δηλαδή με εφαρμογή ενός εξελικτικού σχήματος, η απαίτηση αυτή προϋποθέτει, προφανώς, τη σύγκλιση σε ένα και μόνο σημείο του εφικτού χώρου. Αν υποθεθεί ότι έχει πραγματοποιηθεί διερεύνηση όλων των περιοχών έλξης των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης, τότε το εν λόγω σημείο είναι το ολικό βέλτιστο (ή μια ικανοποιητική του προσέγγιση). Συνεπώς, ενώ στα αρχικά στάδια της αναζήτησης απαιτείται μεγάλη διασπορά του πληθυσμού, ώστε να καλυφθεί κατά το δυνατόν μεγαλύτερο τμήμα του εφικτού χώρου, στα τελικά στάδια ζητείται η σύγκλιση του γύρω από ένα και μόνο σημείο, που λαμβάνεται ως πλέον πρόσφορη λύση του προβλήματος.

Το πλαίσιο ενός σχήματος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι αρκετά διαφορετικό. Ζητούμενο δεν είναι ο εντοπισμός του μοναδικού σημείου ακροτάτου αλλά ενός συνόλου σημείων, τα οποία είναι βέλτιστα σύμφωνα με τον ορισμό του Pareto, δηλαδή δεν μπορούν να βελτιώσουν την τιμή κάποιου κριτηρίου χωρίς να χειροτερέψουν την επίδοση ενός τουλάχιστον άλλου κριτηρίου (βλ. 2.9.2). Η παραπάνω απαίτηση έχει καταστήσει τις εξελικτικές τεχνικές ως το μοναδικό, στην ουσία και την πράξη, εργαλείο αντιμετώπισης τέτοιων προβλημάτων.

Όμοια με την περίπτωση των τυπικών προβλημάτων ολικής βελτιστοποίησης, στα οποία ελλοχεύει ο κίνδυνος εγκλωβισμού της διαδικασίας αναζήτησης σε ένα τοπικό ακρότατο, στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση υπάρχει ο αντίστοιχος κίνδυνος εντοπισμού λύσεων που είναι τοπικά μη κατώτερες, είναι δηλαδή βέλτιστες κατά Pareto σε ένα υποσύνολο του εφικτού χώρου. Και στις δύο περιπτώσεις, η έννοια του ολικού βελτίστου είναι σχετική, καθώς στις περισσότερες εφαρμογές της πράξης δεν είναι γνωστή η θέση του ολικού ακροτάτου ή, ισοδύναμα, του ολικού μετώπου Pareto. Για να θεωρηθεί ότι έχει εντοπιστεί με βεβαιότητα το ολικό βέλτιστο μιας μη κυρτής συνάρτησης, είτε βαθμωτής είτε διανυσματικής (που είναι σημείο ή σύνολο σημείων, αντίστοιχα), πρέπει να έχει προηγηθεί μια εξαιρετικά λεπτομερής διερεύνηση του εφικτού χώρου, κάτι που προφανώς είναι υπολογιστικά ασύμφορο. Συνεπώς, για οποιοδήποτε σχήμα βελτιστοποίησης, ανεξάρτητα αν αυτό αναφέρεται σε βαθμωτό ή διανυσματικό πρόβλημα, προκύπτει η ανάγκη συμβιβασμού δύο τυπικών αντικρουόμενων κριτηρίων, ήτοι της αποτελεσματικότητας, δηλαδή της ακρίβειας εντοπισμού της πραγματικής λύσης του προβλήματος, και της αποδοτικότητας, δηλαδή του υπολογιστικού φόρτου που απαιτείται για τον εντοπισμό της εν λόγω λύσης.

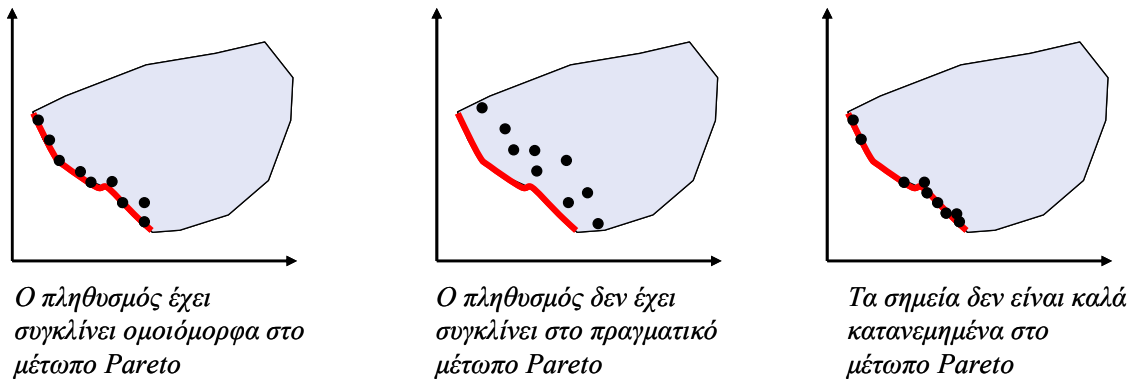
4.3.3 Κριτήρια επίδοσης πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων

Έστω $\mathcal{X}^* \subset \mathcal{X}$ το πραγματικό, *απειροπληθές* στη γενική περίπτωση, σύνολο μη κατωτέρων λύσεων του πολυκριτηριακού προβλήματος, δηλαδή το σύνολο Pareto. Το πραγματικό μέτωπο Pareto, $\mathcal{F}^* \subset \mathcal{F}$, είναι το επίσης *απειροπληθές* σύνολο των διανυσματικών απεικονίσεων $\mathbf{f}(\mathbf{x}^*)$, για κάθε $\mathbf{x}^* \in \mathcal{X}^*$. Έστω $\tilde{\mathbf{x}}^*$ μια βέλτιστη λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος, που έχει προκύψει μέσω μιας τυπικής διαδικασίας αναζήτησης μεμονωμένων μη κατωτέρων λύσεων. Αν $\tilde{\mathcal{X}}^*$ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο μη κατωτέρων λύσεων, τότε η προσέγγιση του μετώπου Pareto, $\tilde{\mathcal{F}}^*$, είναι το επίσης πεπερασμένο σύνολο των απεικονίσεων $\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}^*)$, για κάθε $\tilde{\mathbf{x}}^* \in \tilde{\mathcal{X}}^*$.

Δεδομένου ότι σε ένα πρόβλημα συνεχών μεταβλητών οι Pareto βέλτιστες λύσεις είναι άπειρες, κριτήρια επιτυχίας μια εξελικτικής διαδικασίας πολυκριτηριακής αναζήτησης είναι:

- η σύγκλιση του τελικού πληθυσμού προς το πραγματικό μέτωπο Pareto·
- η ομοιόμορφη κάλυψη του μετώπου, δηλαδή η ανάπτυξη ενός όσο το δυνατόν πιο καλά κατανεμημένου πληθυσμού.

Η ερμηνεία των παραπάνω κριτηρίων απεικονίζεται στο παράδειγμα του Σχήματος 4.6, στο οποίο παρουσιάζονται τρεις χαρακτηριστικές εικόνες σύγκλισης πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων, μετά το πέρας των υπολογιστικών διαδικασιών. Στην πρώτη (αριστερά), έχει επιτευχθεί μια πολύ ικανοποιητική προσέγγιση του μετώπου Pareto, με όλα τα μέλη του πληθυσμού ομοιόμορφα καταναμημένα. Στην δεύτερη (κέντρο), οι τοπικά μη κατώτερες λύσεις του προβλήματος απέχουν σημαντικά από τις ολικά μη κατώτερες, δηλαδή το πραγματικό μέτωπο Pareto. Τέλος, στην τρίτη περίπτωση (δεξιά), οι περισσότερες λύσεις συγκεντρώνονται σε μια υποπεριοχή του μετώπου Pareto, και συνεπώς ο πληθυσμός των μη κατωτέρων λύσεων δεν μπορεί να θεωρηθεί αντιπροσωπευτικός.



Σχήμα 4.6: Χαρακτηριστικές περιπτώσεις σύγκλισης εξελικτικών αλγορίθμων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Με παχιά γραμμή απεικονίζεται το πραγματικό μέτωπο Pareto.

Το πρώτο από τα δύο θεμελιώδη κριτήρια μπορεί να διατυπωθεί ως η ελαχιστοποίηση της απόστασης των τοπικών από τις ολικά μη κατώτερες λύσεις, δηλαδή:

$$\min \|\tilde{\mathbf{x}}^* - \mathbf{x}^*\| \text{ για κάθε } \tilde{\mathbf{x}}^* \in \tilde{\mathcal{X}}^* \quad (4.21)$$

ή, εναλλακτικά, η ελαχιστοποίηση της απόκλισης του προσεγγιστικού από το πραγματικό μέτωπο Pareto, δηλαδή:

$$\min \|\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}^*) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^*)\| \text{ για κάθε } \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}^*) \in \tilde{\mathcal{F}}^* \quad (4.22)$$

όπου $\|\cdot\|$ ένα μέτρο απόστασης στον ευκλείδειο χώρο.

Το παραπάνω κριτήριο σχετίζεται με την πορεία κατεύθυνσης της διαδικασίας αναζήτησης. Είναι προφανές ότι στο μέτρο επίδοσης, βάσει του οποίου αξιολογούνται εναλλακτικές λύσεις πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η έννοια της κυριαρχίας. Αυτό σημαίνει ότι μεταξύ δύο εφικτών λύσεων πρέπει να ευνοείται (δηλαδή να έχει μεγαλύτερη πιθανότητα επιβίωσης) εκείνη που κυριαρχεί, με βάση τον ορισμό του Pareto για τη σύγκριση διανυσμάτων (βλ. 2.9.1). Με τον τρόπο αυτό, θα εξασφαλίζεται ότι ο πληθυσμός κατευθύνεται προς το μέτωπο Pareto.

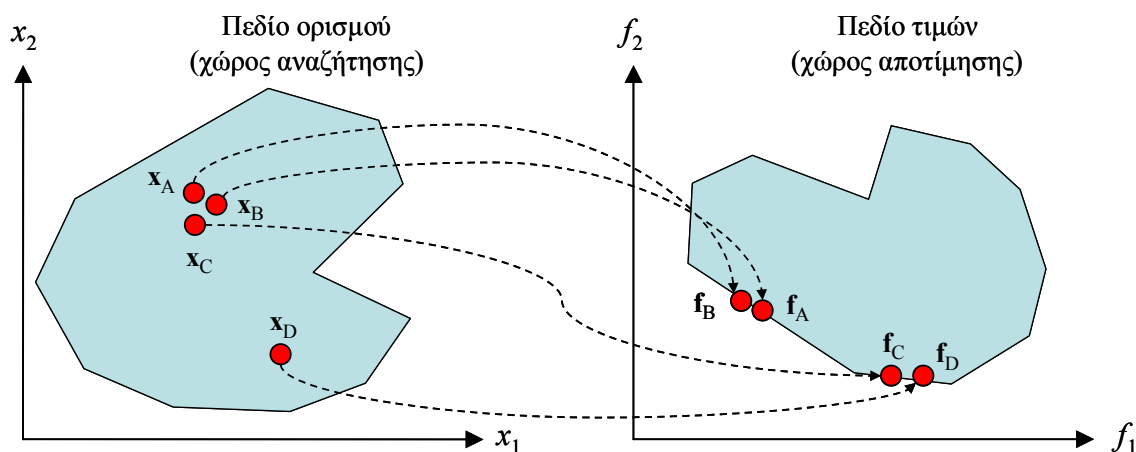
Το δεύτερο κριτήριο διατυπώνεται ως η ταυτόχρονη μεγιστοποίηση της διασποράς των μη κατωτέρων λύσεων, τόσο στον χώρο αναζήτησης \mathcal{X} , όσο και στον χώρο αποτίμησης \mathcal{F} , δηλαδή:

$$\begin{aligned} \max \sigma[\tilde{\mathbf{x}}^*] \\ \max \sigma[\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}^*)] \end{aligned} \quad (4.23)$$

όπου σ ένα μέτρο διασποράς στον ευκλείδειο χώρο.

Το παραπάνω είναι ένα εξαιρετικά σημαντικό κριτήριο επίδοσης, που εξασφαλίζει αμεροληψία ως προς την επιλογή των μη κατωτέρων λύσεων. Στόχος είναι η κατά το δυνατόν πιο ομοιόμορφη

περιγραφή των συνόλων \tilde{X}^* και \tilde{F}^* , ώστε να δοθεί στον αναλυτή η ευκαιρία διερεύνησης αντιπροσωπευτικών εναλλακτικών επιλογών, μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας αναζήτησης. Προφανώς, μη κατώτερες λύσεις που είναι συγκεντρωμένες στην ίδια περιοχή του εφικτού χώρου και, ταυτόχρονα, απεικονίζονται στην ίδια περιοχή του μετώπου Pareto, δεν παρέχουν καμία ουσιαστική πληροφορία. Αντίθετα, παρουσιάζουν εξαιρετικό ενδιαφέρον λύσεις, οι αποστάσεις των οποίων είναι κοντινές στον έναν χώρο και μακρινές στον άλλον.



Σχήμα 4.7: Υποθετικό παράδειγμα κατανομής τεσσάρων μη κατωτέρων λύσεων στον χώρο αναζήτησης, X , και τον χώρο αποτίμησης, F . Η λύση A είναι πρακτικά ισοδύναμη με την B, και μπορεί να θεωρηθεί περιττή. Οι εναπομένουσες λύσεις B, C και D είναι σημαντικές, καθώς απέχουν ανά δύο σημαντικά, είτε στο πεδίο αναζήτησης είτε στο πεδίο αποτίμησης.

Στο Σχήμα 4.7 απεικονίζονται οι μη κατώτερες λύσεις ενός υποθετικού προβλήματος δύο μεταβλητών ελέγχου και δύο αντικειμενικών συναρτήσεων. Το σύνολο των μη κατωτέρων λύσεων αποτελείται από τα σημεία $\tilde{X}^* = \{x_A, x_B, x_C, x_D\}$, με $\tilde{F}^* = \{f_A, f_B, f_C, f_D\}$ η προσέγγιση του μετώπου Pareto. Τα σημεία x_A και x_B , και οι αντίστοιχες απεικονίσεις τους, f_A και f_B , βρίσκονται σε πολύ κοντινή απόσταση, οπότε ένα από τα δύο, έστω το x_A , μπορεί να θεωρηθεί περιττό και να απορριφθεί, προς όφελος της μεγιστοποίησης της διασποράς των μη κατωτέρων λύσεων του προβλήματος. Αυτό επιτυγχάνεται εισάγοντας έναν όρο ποινής στο μέτρο καταλληλότητας αυτού, που στους εξελικτικούς αλγόριθμους μπορεί να θεωρηθεί ως μια συνάρτηση συσσώρευσης της μορφής (3.18). Αντίθετα, το σημείο x_C , που επίσης βρίσκεται στην γειτονιά των x_A και x_B , απεικονίζεται σε εντελώς διαφορετική περιοχή του προσεγγιστικού μετώπου Pareto. Αυτό σημαίνει ότι μεταβάλλοντας ελάχιστα τις τιμές των μεταβλητών ελέγχου, αλλάζουν σημαντικά οι τιμές των κριτηρίων. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται μεγάλη ευαισθησία των μεταβλητών του συστήματος που περιγράφει το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Ακριβώς αντίστροφη είναι η συμπεριφορά της λύσης x_D , που ενώ απεικονίζεται στην ίδια περιοχή του μετώπου Pareto με την x_C , οι αντίστοιχες τιμές των μεταβλητών ελέγχου διαφέρουν σημαντικά. Στην περίπτωση αυτή, οι μεταβλητές του υπό μελέτη συστήματος παρουσιάζουν πολύ μικρή ευαισθησία ως προς τα κριτήρια βελτιστοποίησης.

4.4 Αλγόριθμοι πρώτης γενιάς

4.4.1 Γενικά

Για την αντιμετώπιση των μειονεκτημάτων των κλασικών μεθόδων αναπτύχθηκαν εναλλακτικές τεχνικές πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που έχουν ως μεθοδολογικό υπόβαθρο τους εξελικτικούς αλγόριθμους, συνοπτική παρουσίαση των οποίων έγινε στην ενότητα 3.7. Όπως είναι γνωστό, οι

αλγόριθμοι αυτοί, επειδή βασίζουν την διαδικασία αναζήτησης σε τυχαία επιλεγμένες λύσεις που εξελίσσονται παράλληλα, αποσκοπούν στην αμερόληπτη διερεύνηση του εφικτού χώρου, χωρίς να θέτουν περιορισμούς σχετικά με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του. Για τον λόγο αυτό, μπορούν να χειριστούν με την ίδια επιτυχία προβλήματα συνεχών και διακριτών μεταβλητών, κυρτών και μη κυρτών συναρτήσεων, καθώς και συναρτήσεων που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητες ή τυχαιότητα.

Δεδομένου ότι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν για την βελτιστοποίηση βαθμωτών συναρτήσεων, έχουν προφανώς σχεδιαστεί ώστε να κατευθύνουν τη διαδικασία εξέλιξης προς μία και μόνο μία τελική λύση, που λαμβάνεται ως η βέλτιστη του προβλήματος¹. Ωστόσο, με κατάλληλη προσαρμογή τους, που στην πράξη αφορά μόνο στον τελεστή επιλογής, είναι δυνατή η σύγκλιση τους όχι σε ένα μεμονωμένο σημείο του εφικτού χώρου αλλά σε μια περιοχή αυτού, που στην προκειμένη περίπτωση είναι το σύνολο Pareto. Γενικά, οι εξελικτικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να χειριστούν με ειδικό τρόπο τα επιμέρους κριτήρια βελτιστοποίησης, προσαρμόζοντας κατάλληλα τους μηχανισμούς επιβίωσης, χωρίς συνήθως να απαιτούν εξωτερικές επεμβάσεις από την πλευρά του αναλυτή.

Στα εδάφια που ακολουθούν, εξετάζονται οι αρχικές προσεγγίσεις που αναπτύχθηκαν με βάση τους εξελικτικούς αλγορίθμους (γνωστές ως αλγόριθμοι πρώτης γενιάς), με έμφαση στον διανυσματικό γενετικό αλγόριθμο, που αποτέλεσε ορόσημο στον χώρο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Οι εν λόγω προσεγγίσεις αποσκοπούν στην ταυτόχρονη παραγωγή μη κατωτέρων λύσεων, χωρίς ωστόσο να κάνουν άμεση χρήση της έννοιας της κυριαρχίας για την σύγκριση διανυσμάτων (βλ. 2.9.1). Συνεπώς, κατά την διαδικασία αξιολόγησης και επιλογής των εναλλακτικών λύσεων, δεν χρησιμοποιούνται διανυσματικά αλλά βαθμωτά μέτρα καταλληλότητας, άμεσα βασισμένα στα επιμέρους κριτήρια, με τρόπο ωστόσο που, όπως γρήγορα αποδείχθηκε, περιορίζει σημαντικά την αποτελεσματικότητα των συγκεκριμένων τεχνικών.

4.4.2 Ο διανυσματικός γενετικός αλγόριθμος (VEGA)

Ο διανυσματικός γενετικός αλγόριθμος (vector evaluated genetic algorithm, VEGA) αποτέλεσε την πρώτη απόπειρα ενσωμάτωσης πολλαπλών κριτηρίων σε σχήματα εξελικτικής αναζήτησης. Η μέθοδος προτάθηκε από τον Schaffer (1984)², και παρά τα εγγενή μειονεκτήματά της, χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα, κυρίως ως μέτρο σύγκρισης για τις νέες μεθοδολογίες που αναπτύσσονται.

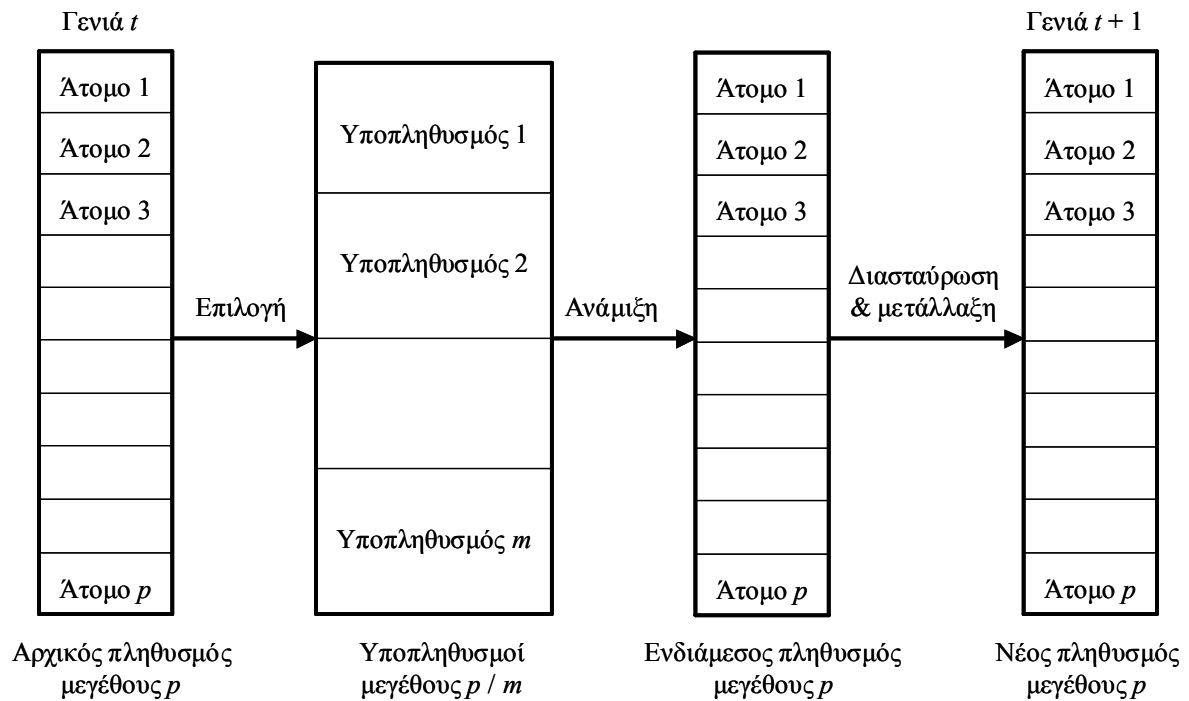
Ο Schaffer επέκτεινε τον τυπικό γενετικό αλγόριθμο που υποστήριζε το πρόγραμμα GENESIS (Grefenstette, 1984), ώστε να δέχεται πολλές στοχικές συναρτήσεις. Στην πραγματικότητα, η μόνη παρέμβαση στον αρχικό αλγόριθμο αφορά στον τρόπο εφαρμογής του τελεστή επιλογής. Ο εν λόγω τελεστής προσαρμόστηκε ώστε σε κάθε γενιά να δημιουργούνται υποπληθυσμοί, όπου η διαμόρφωση κάθε υποπληθυσμού γίνεται μέσω αναλογικής επιλογής (proportional selection)³ και βάσει του αντίστοιχου κριτηρίου. Συνεπώς, θεωρώντας έναν πληθυσμό p συνολικά ατόμων σε ένα πρόβλημα m κριτηρίων, δημιουργούνται m ισομεγέθεις υποπληθυσμοί, με αριθμό μελών p / m . Στη συνέχεια, το δείγμα αναμιγνύεται και προκύπτει ένας νέος πληθυσμός μεγέθους p , στον οποίο εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης κατά τον συνήθη τρόπο (Σχήμα 4.8). Ο Schaffer αναφέρει ότι η παραπάνω διαδικασία εξασφαλίζει την παραγωγή λύσεων που είναι τοπικά μη κατώτερες, με την

¹ Στην πραγματικότητα, ο πληθυσμός μιας εξελικτικής διαδικασίας δεν συγκλίνει απαραίτητα γύρω από ένα μεμονωμένο σημείο, ειδικά όταν ευνοείται η διατήρηση της διασποράς των ατόμων, με χρήση συναρτήσεων συσσώρευσης (βλ. 3.7.5).

² Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της διδακτορικής του διατριβής.

³ Κατά την διαδικασία αναλογικής επιλογής, που είναι γνωστή και ως τροχός της ρουλέτας (roulette wheel· βλ. 3.7.4), η πιθανότητα επιβίωσης, p_i , είναι ίση με τον λόγο $\varphi_i / \sum \varphi_i$, που εκφράζει την σχετική καταλληλότητα (fitness) κάθε ατόμου. Σε προβλήματα μεγιστοποίησης, η καταλληλότητα, φ_i , ταυτίζεται με την τιμή της στοχικής συνάρτησης, ενώ σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με το αντίθετο ή αντίστροφο αυτής.

έννοια ότι η μη κατωτερότητά τους περιορίζεται στον τρέχοντα πληθυσμό, κι ενώ ένα τοπικά κατώτερο άτομο-λύση είναι και ολικά κατώτερο, το αντίθετο δεν αληθεύει απαραίτητα. Συνεπώς, ένα άτομο που είναι μη κατώτερο σε κάποια γενιά, ενδέχεται να είναι κατώτερο σε μια επόμενη, καθώς θα κυριαρχείται από κάποιο καλύτερό του, σύμφωνα με τον ορισμό κατά Pareto.



Σχήμα 4.8: Σχηματική παράσταση των διαδικασιών του διανυσματικού γενετικού αλγορίθμου, με θεώρηση m στοχαστικών συναρτήσεων, για πληθυσμό μεγέθους p .

Τονίζεται ότι παρόλο που κατά την διάρκεια την εξελικτικής διαδικασίας είναι δυνατός ο εντοπισμός αρκετών λύσεων που είναι βέλτιστες κατά Pareto, ο αλγόριθμος καταλήγει τελικά σε μία τελική λύση, που είναι και η καλύτερα συμβιβαστική του προβλήματος. Οι Richardson *et al.* (1989) αναφέρουν ότι, στην πραγματικότητα, ο αλγόριθμος VEGA δεν είναι παρά μια αθροιστική μέθοδος, στην οποία οι τιμές των συντελεστών βάρους εξαρτώνται από την κατανομή του αρχικού πληθυσμού σε σχέση με τα επιμέρους κριτήρια. Αυτό σημαίνει ότι δύο μη κατώτερες λύσεις, που στην πραγματικότητα είναι μαθηματικά ισοδύναμες, αξιολογούνται ως προς διαφορετικό μέτρο επίδοσης. Επιπλέον, λαμβάνοντας υπόψη ότι κανένας γραμμικός συνδυασμός κριτηρίων δεν δύναται να εντοπίσει μη κυρτές περιοχές του μετώπου Pareto (βλ. 4.2.2), η μέθοδος μεροληπτεί υπέρ των κυρτών περιοχών του μετώπου.

Ένα άλλο σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου, το οποίο διαπίστωσε εξ αρχής και ο ίδιος ο Schaffer (1984, 1985), είναι η εξειδίκευση (βλ. 3.7.5), λόγω της ανάπτυξης θυλάκων στις ακραίες περιοχές του μετώπου Pareto. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαδικασία επιλογής μεταξύ των υποπληθυσμών γίνεται με βάση το εκάστοτε κριτήριο, χωρίς να δίνεται καμία σημασία στα υπόλοιπα. Με τον τρόπο αυτό, ευνοείται η επιβίωση των ατόμων που κυριαρχούν ως προς ένα και μόνο κριτήριο, ενώ αντίθετα εμποδίζεται η επιβίωση αυτών που εμφανίζουν *ενδιάμεση* (middling) συμπεριφορά, και που θα ήταν εύλογο να θεωρηθούν ως πλέον συμβιβαστικές του προβλήματος. Συνεπώς, χάνονται οι λύσεις που είναι ικανοποιητικές για το σύνολο των επιμέρους συναρτήσεων, όχι όμως τόσο καλές, συγκριτικά, ως προς κάποια συνάρτηση ξεχωριστά. Η εξειδίκευση είναι, προφανώς, ανεπιθύμητη, διότι μεροληπτεί υπέρ των λύσεων που βρίσκονται στα ακραίες περιοχές του μετώπου Pareto και, συνεπώς, έρχεται σε αντίθεση με τον βασικό στόχο που είναι ο εντοπισμός λύσεων που συμβιβάζουν ικανοποιητικά τα επιμέρους κριτήρια βελτιστοποίησης.

Για την αντιμετώπιση του φαινομένου της εξειδίκευσης, ο Schaffer (1984) προσάρμοσε στον αρχικό αλγόριθμο δύο ευρετικά σχήματα, την *ευρετική επιλογή μη κυριαρχούμενων ατόμων* (non-dominated selection heuristic) και την *ευρετική επιλογή ζευγών* (mate selection heuristic).

Η ευρετική επιλογή μη κυριαρχούμενων ατόμων είναι ένα εύρωστο σχήμα ανακατανομής, βάσει του οποίου εισάγεται ένα είδος ποινής για όλες τις κατώτερες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού. Για κάθε τέτοια λύση, αφαιρείται μια μικρή σταθερή τιμή από τον αναμενόμενο αριθμό απογόνων της, ο οποίος είναι ανάλογος του βαθμού καταλληλότητας αυτών, όπως αυτός ορίζεται συναρτήσει της εκάστοτε διαδικασίας επιλογής. Το άθροισμα των εν λόγω ποινών διαιρείται με τον αριθμό των μη κατωτέρων λύσεων στον πληθυσμό, και το αποτέλεσμα που προκύπτει προστίθεται στον αναμενόμενο αριθμό απογόνων εκάστης. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή αποτυγχάνει όταν ο αριθμός των μη κατωτέρων λύσεων είναι πολύ μικρός, κάτι που οδηγεί σε υπερβολική αύξηση του βαθμού καταλληλότητας αυτών και, συνεπώς, σε *επιλεκτική πίεση* (selection pressure). Σε ένα εξελικτικό σχήμα, η εμφάνιση έντονης επιλεκτικής πίεσης λόγω της ύπαρξης ορισμένων εξαιρετικά ισχυρών λύσεων, θεωρείται εξόχως ανεπιθύμητη, καθώς είναι δυνατό να κατευθύνει πολύ γρήγορα όλα τα μέλη του πληθυσμού στη συγκεκριμένη περιοχή του εφικτού χώρου, οδηγώντας έτσι την διαδικασία αναζήτησης σε πρόωρη σύγκλιση. Αντίθετα, θεωρείται επιθυμητή η διατήρηση της *πληθυσμιακής ποικιλότητας* (population diversity), με σκοπό να διερευνάται κατά το δυνατόν εκτενέστερο τμήμα του εφικτού χώρου. Γενικά, οι παραπάνω αντικρουόμενοι παράγοντες, δηλαδή η επιλεκτική πίεση και η ποικιλία πληθυσμού, που και οι δύο σχετίζονται άμεσα με τον τρόπο ορισμού του τελεστή επιλογής, είναι αυτοί που καθορίζουν την αποτελεσματικότητα ενός εξελικτικού σχήματος αναζήτησης.

Από την άλλη πλευρά, η ευρετική επιλογή ζευγών αποσκοπεί στο να ευνοήσει το ζευγάρι ατόμων που ανήκουν σε διαφορετικούς υποπληθυσμούς και, συνεπώς, υπερέχουν ως προς διαφορετικά κριτήρια, ώστε να παράγουν ενδιάμεσες λύσεις. Ο τρόπος υλοποίησης του εν λόγω σχήματος συνίσταται στην τυχαία επιλογή του πρώτου γονέα, και την επιλογή του συντρόφου του με τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται η ευκλείδεια απόστασή τους στο πεδίων τιμών της συνάρτησης. Διαισθητικά φαίνεται ότι «ζευγαρώνοντας» δύο λύσεις που κείνται σε διαφορετικά άκρα του μετώπου Pareto, δύνανται να προκύψουν απόγονοι που βρίσκονται στην ενδιάμεση περιοχή του μετώπου και, συνεπώς, συμβιβάζουν τα επιμέρους κριτήρια. Ωστόσο, ο συγκεκριμένος τρόπος πραγματοποίησης της διαδικασίας ζευγαρώματος, με μοναδικό κριτήριο την μεγιστοποίηση της ευκλείδειας απόστασης, έχει πολλές φορές ως συνέπεια την επιλογή των πλέον ανίσχυρων ατόμων του πληθυσμού ως υποψήφιων γονέων, κάτι που προφανώς δεν είναι επιθυμητό. Επιπλέον, διασταυρώνοντας ακραία σημεία από ένα μη συνεχές μέτωπο Pareto, είναι πολύ πιθανό να προκύψουν λύσεις που είναι μη εφικτές ή κυριαρχούμενες. Ο ίδιος ο Schaffer, μετά από διερεύνηση, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η τυχαία επιλογή γονέων κατά την διαδικασία διασταύρωσης, όπως παραδοσιακά εφαρμόζεται σε ένα τυπικό εξελικτικό σχήμα, υπερτερεί σημαντικά σε σχέση με την ευρετική επιλογή.

Οι Cvetković *et al.* (1998) επιχείρησαν διάφορες τροποποιήσεις της μεθόδου VEGA, ώστε να αντιμετωπίσουν τα μειονεκτήματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Η πλέον ενδιαφέρουσα είναι η αναμονή για ορισμένες γενιές, προτού γίνει ανάμιξη των υποπληθυσμών, ή, εναλλακτικά, η μετανάστευση (βλ. 3.9.5) ορισμένων μόνο ατόμων από τον έναν υποπληθυσμό στον άλλον.

Οι Tamaki *et al.* (1995, 1996) ανέπτυξαν μια τεχνική βάσει της οποίας οι μη κατώτερες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού διατηρούνται εξ ορισμού στην επόμενη γενιά. Στην περίπτωση που το πλήθος των μη κατωτέρων λύσεων είναι μικρότερο του μεγέθους του πληθυσμού, αυτός συμπληρώνεται με επιλογή ατόμων μεταξύ των κατωτέρων λύσεων, με εφαρμογή της μεθόδου VEGA. Από την άλλη πλευρά, αν το πλήθος των μη κατωτέρων λύσεων είναι μεγαλύτερο του μεγέθους του πληθυσμού, γίνεται επιλογή μεταξύ τους και πάλι βάσει της μεθόδου VEGA. Η εν λόγω στρατηγική αποτελεί πρόδρομο των εκλεκτικών προσεγγίσεων των πλέον σύγχρονων αλγοριθμικών σχημάτων.

Οι Ritzel *et al.* (1994) χρησιμοποίησαν μια παραλλαγή του αλγορίθμου VEGA για την επίλυση ενός τυπικού προβλήματος ρύπανσης υπόγειου υδροφορέα, όπου εισήγαγαν δύο κριτήρια βελτιστοποίησης, την αξιοπιστία και το κόστος. Οι μελετητές εισήγαγαν μια παράμετρο ελέγχου, που ορίζεται ως ο σταθερός λόγος των μεγεθών των δύο υποπληθυσμών (στον πρωτότυπο αλγόριθμο ο λόγος αυτός είναι εξ ορισμού μονάδα). Επιπλέον, αντί της τυπικής *στοχαστικής επιλογής με διαγωνισμό* (stochastic tournament selection), που βασίζεται στην επαναλαμβανόμενη σύγκριση τυχαία επιλεγμένων ζευγών ατόμων-λύσεων, εφάρμοσαν την λεγόμενη *προσδιοριστική επιλογή με διαγωνισμό* (deterministic tournament selection), όπου κάθε μέλος του πληθυσμού συμμετέχει στον διαγωνισμό ακριβώς δύο φορές. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι το καλύτερο άτομο θα αναπαραχθεί οπωσδήποτε δύο φορές στον επόμενο πληθυσμό, ενώ το χειρότερο δεν θα επιβιώσει σε καμία περίπτωση.

Οι Cienawski *et al.* (1995) εξέτασαν το ίδιο πρόβλημα, με τη μόνη διαφορά ότι η διαδικασία επιλογής έγινε βάσει του πρώτου κριτηρίου, δηλαδή της μεγιστοποίησης της αξιοπιστίας, με πιθανότητα ρ_{ret} και βάσει του δεύτερου κριτηρίου, δηλαδή της ελαχιστοποίησης της έκτασης διάδοσης του ρύπου, με πιθανότητα $1 - \rho_{ret}$. Επισημαίνεται ότι η ρύπανση υπόγειων υδροφορέων είναι κατά πάσα πιθανότητα το πρώτο πρόβλημα από τον χώρο των υδατικών πόρων, το οποίο μελετήθηκε ως πολυκριτηριακό με τη χρήση εξελικτικών αλγορίθμων (βλ. 7.3.2).

4.4.3 Λεξικογραφικές εξελικτικές μέθοδοι

Ο Fourman (1985) ανέπτυξε ένα σχήμα επιλογής με διαγωνισμό, που έχει ως βάση την κλασική τεχνική της λεξικογραφικής ταξινόμησης, που περιγράφηκε στο εδάφιο 4.2.6. Σε μια πρώτη εκδοχή του αλγορίθμου, στα επιμέρους κριτήρια ορίζονται διαφορετικές προτεραιότητες, και η σύγκριση των ατόμων-λύσεων γίνεται με βάση το κριτήριο υψηλότερης προτεραιότητας. Αν προκύπτει *ισοπαλία* (tie), τότε η σύγκριση γίνεται με βάση το επόμενο κριτήριο, κοκ. Σε μια παραλλαγή του παραπάνω σχήματος, η οποία αποδείχτηκε σαφώς πιο αποτελεσματική, σε κάθε στάδιο εξέλιξης του πληθυσμού το κριτήριο επιλογής ορίζεται τυχαία. Όπως και στην περίπτωση του αλγορίθμου VEGA, η τυχαία επιλογή οδηγεί, στην πραγματικότητα, σε μια αθροιστική προσέγγιση, στην οποία κάθε συνιστώσα σταθμίζεται ανάλογα με την πιθανότητα υιοθέτησης του αντίστοιχου κριτηρίου ως μέτρου επίδοσης στον διαγωνισμό. Η θεμελιώδης διαφορά με την μέθοδο VEGA έγκειται στην *κατά ζεύγη* (binary) σύγκριση των μελών του πληθυσμού, που επιτρέπει τον εντοπισμό ακόμη και των μη κυρτών περιοχών του μετώπου Pareto (Fonseca and Fleming, 1995a).

Ο Kursawe (1991) διατύπωσε μια πολυκριτηριακή εκδοχή των εξελικτικών στρατηγικών (βλ. 3.7.6) που επίσης βασίζεται σε ένα σχήμα λεξικογραφικής ταξινόμησης. Η διαδικασία επιλογής εκτελείται σε τόσα στάδια όσα και τα κριτήρια του προβλήματος. Σε κάθε στάδιο, κάθε κριτήριο επιλέγεται τυχαία (με επαναφορά), βάσει ενός διανύσματος προκαθορισμένων ή τυχαίων πιθανοτήτων, και χρησιμοποιείται για την απόρριψη τμήματος του πληθυσμού. Μετά την ολοκλήρωση της διαδικασίας επιλογής, τα μέλη που επιβιώνουν γίνονται οι γονείς της επόμενης γενιάς. Το εξελικτικό αυτό σχήμα παρουσιάζει αρκετές ομοιότητες σε σχέση με την μέθοδο VEGA και την δεύτερη εκδοχή του αλγορίθμου του Fourman. Η διαφορά έγκειται στο γεγονός ότι τα άτομα που κείνται στα άκρα του μετώπου Pareto και, συνεπώς, υπερτερούν ως προς ένα και μόνο χαρακτηριστικό (δηλαδή ένα μόνο κριτήριο βελτιστοποίησης), διατρέχουν σημαντικό κίνδυνο αφανισμού, καθώς είναι εξαιρετικά πιθανό να απορριφθούν κατά την διαδικασία αξιολόγησής τους με βάση τα υπόλοιπα κριτήρια του προβλήματος. Σε αντίθεση λοιπόν με προηγουμένως, στην περίπτωση αυτή ευνοούνται τα άτομα-λύσεις με ενδιάμεση συμπεριφορά, και όχι λύσεις που βρίσκονται στα άκρα του μετώπου Pareto.

4.4.4 Εξελικτικές τεχνικές βαρών με χρήση του min-max βελτίστου

Οι Hajela and Lin (1992) εισήγαγαν ένα εξελικτικό σχήμα όπου χρησιμοποιούν μια έννοια του min-max βελτίστου, και το οποίο ανέπτυξαν ως παραλλαγή του αλγορίθμου VEGA. Το εν λόγω σχήμα

βασίζεται στην μέθοδο των βαρών, με την διαφορά ότι οι συντελεστές βάρους δεν είναι σταθεροί αλλά κάθε άτομο εξελίσσεται χρησιμοποιώντας διαφορετικό συνδυασμό συντελεστών. Με τον τρόπο αυτό, η συνάρτηση χρησιμότητας του προβλήματος διατυπώνεται ως:

$$u(k) = \sum_{i=1}^m w_{ik} \frac{\varphi_i(k)}{f_i^*} \quad (4.24)$$

όπου i ο δείκτης του κριτηρίου, k ο δείκτης του χρωμοσώματος, ήτοι του συγκεκριμένου μέλους του πληθυσμού, $\varphi_i(k)$ ο βαθμός καταλληλότητας αυτού, f_i^* παράμετρος κλίμακας i και w_{ik} συντελεστής βάρους του εν λόγω κριτηρίου, διαφορετικός για κάθε μέλος του πληθυσμού. Οι συντελεστές βάρους είναι ενσωματωμένοι στο χρωμόσωμα κάθε ατόμου, και συνεπώς εξελίσσονται παράλληλα με την εξέλιξη των κριτηρίων βελτιστοποίησης. Οι συντελεστές βάρους δεν παράγονται τυχαία, αλλά χρησιμοποιώντας ένα σχήμα συσσώρευσης καταλληλοτήτων (βλ. 3.7.5) που εξασφαλίζει ποικιλία εναλλακτικών συνδυασμών. Το μειονέκτημα της παραπάνω μεθόδου, όπως κάθε τεχνικής που εισάγει συντελεστές βάρους, είναι η μεροληψία ως προς τις κυρτές περιοχές του μετώπου Pareto.

Ο Coello Coello (1996) ανέπτυξε δύο τροποποιημένες εκδοχές της στρατηγικής των Hajela and Lin. Στην πρώτη, ο αναλυτής ορίζει ένα σύνολο συντελεστών βάρους, το οποίο χρησιμοποιείται για την γέννηση πολλών μικρών υποπληθυσμών που εξελίσσονται ανεξάρτητα, με σκοπό ο κάθε ένας να συγκλίνει σε διαφορετικό σημείο του μετώπου Pareto. Εξετάζοντας αρκετές πρακτικές εφαρμογές, ο Coello Coello απέδειξε ότι η παραπάνω μέθοδος εξασφαλίζει ικανοποιητική προσέγγιση του μετώπου Pareto, ακόμα και με χρήση ενός σχετικά μικρού αριθμού συντελεστών βάρους, οι οποίοι επιλέγονται με βάση μια προσδιοριστική διαδικασία.

Στην δεύτερη προσέγγιση, η οποία αποδείχτηκε ακόμα πιο αποτελεσματική, εισήγαγε την έννοια του *τοπικού ιδεατού διάνυσματος* (local ideal vector), το οποίο υπολογίζεται σε κάθε γενιά της εξελικτικής διαδικασίας, ενώ ο τελεστής επιλογής τροποποιείται ώστε να επιτρέπει ενσωμάτωση της θεώρησης της min-max κυριαρχίας. Συγκεκριμένα, ο νικητής του διαγωνισμού είναι αυτός για τον οποίο η μέγιστη απόκλιση του από το ιδεατό διάνυσμα της γενιάς του είναι η μικρότερη σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα άτομα που συμμετέχουν στον διαγωνισμό. Για την αποφυγή της εμφάνισης ισχυρής επιλεκτικής πίεσης, η οποία οφείλεται στον ορισμό του κυρίαρχου ατόμου με βάση τη min-max προσέγγιση, εφαρμόζεται μια διαδικασία συσσώρευσης.

4.4.5 Τυχαία γέννηση βαρών και εκλεκτικότητα

Οι Ishibuchi and Murata (1996) ανέπτυξαν ένα εκλεκτικό εξελικτικό σχήμα, το οποίο έχει κοινά στοιχεία με αυτό των Hajela and Lin (1992), εδώ όμως οι συντελεστές βάρους γεννώνται τυχαία και, επιπλέον, το σύνολο των μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται σε κάθε γενιά διατηρείται χωριστά από τον υπόλοιπο πληθυσμό.

Ο βαθμός καταλληλότητας κάθε ατόμου j , που αντιστοιχεί στο σημείο \mathbf{x}_j , υπολογίζεται ως:

$$\varphi_j = \sum_{i=1}^m w_i f_i(\mathbf{x}_j) \quad (4.25)$$

Οι συντελεστές βάρους, w_k , παράγονται με βάση το σχήμα γέννησης:

$$w_k = \frac{u_k}{\sum_{i=1}^m w_i} \quad (4.26)$$

όπου u_k είναι m τυχαίοι ομοιόμορφοι αριθμοί στο διάστημα $[0, 1]$.

Έστω p το μέγεθος του πληθυσμού και έστω p_0 το πλήθος των μη κατωτέρων λύσεων, που εξ ορισμού επιλέγονται για την επόμενη γενιά. Από τον συνολικό πληθυσμό επιλέγονται $p - p_0$ εκπρόσωποι, που είναι οι γονείς της επόμενης γενιάς. Η επιλογή κάθε γονέα γίνεται με πιθανότητα:

$$\pi_j = \frac{\varphi_j - \varphi_{\min}}{\sum_{k=1}^n \varphi_k - \varphi_{\min}} \quad (4.27)$$

όπου φ_{\min} η ελάχιστη τιμή του βαθμού καταλληλότητας του τρέχοντος πληθυσμού. Στην συνέχεια, εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης, οπότε προκύπτουν $p - p_0$ απόγονοι, που μαζί με τις p_0 μη κατώτερες λύσεις της προηγούμενης γενιάς συνιστούν τον καινούργιο πληθυσμό.

4.5 Αλγόριθμοι δευτέρης γενιάς με σχήματα ταξινόμησης

4.5.1 Γενικό μεθοδολογικό πλαίσιο

Στις αρχικές εξελικτικές τεχνικές, που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη ενότητα, η καταλληλότητα των μελών του πληθυσμού ελέγχεται με βάση τις τιμές των κριτηρίων βελτιστοποίησης, τα οποία είτε εξετάζονται ξεχωριστά, όπως συμβαίνει στον αλγόριθμο VEGA και τις λεξικογραφικές μεθόδους, είτε συνδυάζονται σε μια ενιαία έκφραση, όπως συμβαίνει με τις μεθόδους προσδιοριστικών και τυχαίων βαρών. Γενικά, κατά την αποτίμηση του μέτρου επίδοσης των εξεταζόμενων λύσεων, η θεμελιώδης έννοια της κυριαρχίας δεν χρησιμοποιείται πουθενά, παρά έμμεσα μόνο στο σχήμα των Ishibuchi and Murata (1996), οι οποίοι παρέχουν στις βέλτιστες λύσεις Pareto 100% πιθανότητα επιβίωσης στην επόμενη γενιά.

Αντίθετα, το σύνολο των σύγχρονων μεθοδολογικών προσεγγίσεων λαμβάνει ως πρωτεύον κριτήριο επιλογής την σχέση κυριαρχίας μεταξύ των εξεταζόμενων λύσεων, αντιστοιχώντας σε κάθε μέλος του πληθυσμού ένα βαθμωτό μέτρο κυριαρχίας που καλείται *τάξη* (rank), και εξαρτάται από την σχετική του θέση, στο πεδίο αποτίμησης. Η ελάχιστη τιμή του μέτρου τάξης κάθε ατόμου i , που συμβολίζεται με r_i , αντιστοιχεί στα μη κατώτερα μέλη του πληθυσμού, ενώ όσο αυξάνει ο αριθμός των λύσεων που κυριαρχούν επί του συγκεκριμένου ατόμου, τόσο αυξάνει η τιμή της τάξης. Ο καθορισμός του μέτρου κυριαρχίας προϋποθέτει την *ταξινόμηση* του πληθυσμού, με βάση τη σχετική θέση των διανυσμάτων $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$ στο πεδίο τιμών \mathcal{F} .

Το πρώτο σχήμα ταξινόμησης που αναπτύχθηκε αναφέρεται ως *μη-κυριαρχούμενη ταξινόμηση* (non-dominated sorting), και προτάθηκε από τον Goldberg (1989a, σ. 201), με σκοπό την αντιμετώπιση των φαινομένων εξειδίκευσης που παρατηρούνται στη μέθοδο VEGA¹. Η μη-κυριαρχούμενη ταξινόμηση προσβλέπει στην διαμόρφωση υποομάδων λύσεων ή αλλιώς *μετώπων* (fronts), όπου το πρώτο μέτωπο περιλαμβάνει τις μη κατώτερες λύσεις του συνόλου του πληθυσμού, το δεύτερο τις μη κατώτερες λύσεις όλου του πληθυσμού πλην των μελών του πρώτου, κ.ο.κ. Σε κάθε μέτωπο αντιστοιχεί ένας κοινός δείκτης ταξινόμησης (δηλαδή μια τιμή τάξης), που αποτελεί ένα μέτρο καταλληλότητας κάθε ατόμου. Στην απλούστερη περίπτωση, τα μέλη του πρώτου μετώπου λαμβάνουν τάξη 1, του δεύτερου τάξη 2, κ.ο.κ. (Σχήμα 4.9, αριστερά). Σε έναν πληθυσμό μεγέθους p , η παραπάνω διαδικασία παρέχει ένα συγκεκριμένο εύρος διακριτών τιμών, με ελάχιστη τιμή του εν λόγω εύρους ίση με 1 και μέγιστη p . Η περίπτωση κοινής τιμής $r = 1$ υποδηλώνει ότι όλες οι λύσεις είναι μη κυριαρχούμενες, ενώ η οριακή περίπτωση εύρους τιμών από 1 έως p υποδηλώνει ότι όλα τα μέλη του πληθυσμού είναι διατεταγμένα «διαγώνια» στο πεδίο αποτίμησης. Επισημαίνεται ότι τα σχήματα ταξινόμησης που

¹ Υπενθυμίζεται ότι η εξειδίκευση είναι η επιβίωση ατόμων που υπερέχουν σημαντικά ως προς ένα και μόνο κριτήριο βελτιστοποίησης και επιλέγονται σε βάρος των ενδιάμεσων, συμβιβαστικών λύσεων (βλ. 4.4.1).

έχουν υλοποιηθεί στα πλαίσια των πλέον σύγχρονων εξελικτικών προσεγγίσεων ορίζουν την έννοια της τάξης κατά τρόπο πιο σύνθετο, ώστε να εξασφαλίσουν μεγαλύτερη ποικιλία τιμών.

Για διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού, ο Goldberg πρότεινε την παράλληλη χρήση τεχνικών συσσώρευσης, ενσωματώνοντας στο μέτρο καταλληλότητας ένα μέτρο ποινής, ώστε να εμποδιστεί η δημιουργία θυλάκων. Είναι προφανές ότι η ύπαρξη θυλάκων στις πολυκριτηριακές εφαρμογές είναι ανεπιθύμητη, καθώς ζητούμενο είναι η κατά το δυνατό πιο ομοιόμορφη κατανομή του πληθυσμού, ώστε να προκύψει μια αντιπροσωπευτική εικόνα του συνόλου και μετώπου Pareto. Η ποινή που εισάγεται για κάθε μέλος i αντιπροσωπεύει ένα μέτρο διασποράς s_i , που ευνοεί την επιλογή σημείων χαρακτηρίζονται από μεγάλη διασπορά των αποστάσεων τους από τις υπόλοιπες τρέχουσες λύσεις. Το μέτρο διασποράς εξαρτάται από την κατανομή του πληθυσμού είτε στο πεδίο αναζήτησης X είτε στο πεδίο αποτίμησης F (συνήθως στο δεύτερο).

Βάσει των παραπάνω απαιτήσεων, στους λεγόμενους πολυκριτηριακούς εξελικτικούς αλγορίθμους *δεύτερης γενιάς*, η αποτίμηση κάθε ατόμου, που καθορίζει την πιθανότητα επιβίωσής του στην επόμενη γενιά, αποτιμάται με βάση ένα σύνθετο μέτρο καταλληλότητας, που εμπεριέχει τόσο το μέτρο κυριαρχίας (τάξη) όσο και το μέτρο διασποράς, δηλαδή:

$$\varphi_i = \varphi(r_i, s_i) \quad (4.28)$$

Κατά συνέπεια, το πολυκριτηριακό πρόβλημα ανάγεται σε μονοκριτηριακό, διατηρώντας την ίδια, πρακτικά, δομή των τυπικών εξελικτικών διαδικασιών (επιλογή, διασταύρωση, μετάλλαξη), και διαφοροποιώντας αποκλειστικά τον τρόπο υπολογισμού της καταλληλότητας, φ_i . Κατά την εξέλιξη του πληθυσμού ικανοποιούνται οι δύο θεμελιώδεις απαιτήσεις που τέθηκαν στο εδάφιο 4.3.3, καθώς αφενός ευνοείται η επιλογή λύσεων που κυριαρχούν έναντι όσο το δυνατό περισσότερων άλλων μελών του πληθυσμού, εξασφαλίζοντας σύγκλιση του πληθυσμού προς το πραγματικό μέτωπο Pareto, και αφετέρου ευνοείται η επιλογή ατόμων που έχουν λιγότερα άλλα μέλη του πληθυσμού στη γειτονιά τους, εξασφαλίζοντας έτσι ομοιόμορφη κατανομή του τελικού πληθυσμού στο εν λόγω μέτωπο.

Οι σύγχρονες πολυκριτηριακές τεχνικές που αναπτύχθηκαν από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 και έκτοτε βασίζονται ή αποτελούν μετεξέλιξη τριών κλασικών πλέον εξελικτικών σχημάτων, τα οποία εφαρμόζουν τις γενικές αρχές που περιγράφηκαν παραπάνω και διαφοροποιούνται μόνο ως προς τις επιμέρους λεπτομέρειές τους. Συγκεκριμένα:

- τον *γενετικό αλγόριθμο πολλαπλών στόχων* (multiple objective genetic algorithm, MOGA) των Fonseca and Fleming (1993)·
- τον *γενετικό αλγόριθμο μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης* (non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA) των Srinivas and Deb (1993)·
- τον *γενετικό αλγόριθμο με θύλακες Pareto* (niched Pareto genetic algorithm, NPGA) των Horn and Nafpliotis (1993).

Οι τρεις αυτές πρωτοποριακές μεθοδολογίες, που αναπτύχθηκαν σχεδόν ταυτόχρονα, παρουσιάζονται στα εδάφια 4.5.2 έως 4.5.4, μαζί με δύο ακόμη αλγοριθμικά σχήματα της ίδιας κατηγορίας. Στην επόμενη ενότητα, περιγράφονται μεταγενέστερες εκδοχές τους (NSGA-II, NPGA-II), καθώς και άλλα σχήματα τρίτης γενιάς, η ανάπτυξη των οποίων ξεκίνησε στα τέλη της δεκαετίας του 1990, με χαρακτηριστικό την χρήση ευρετικών μεθοδολογιών για την καλύτερη αντιμετώπιση ορισμένων αλγοριθμικών μειονεκτημάτων που εντοπίστηκαν στις τεχνικές δεύτερης γενιάς.

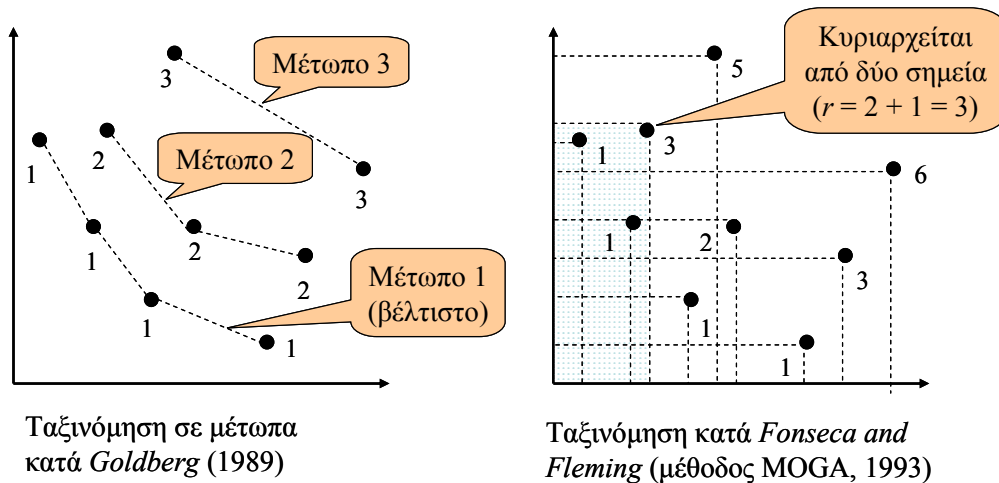
4.5.2 Ο γενετικός αλγόριθμος πολλαπλών στόχων (MOGA)

Ο λεγόμενος *γενετικός αλγόριθμος πολλαπλών στόχων* (multiple objective genetic algorithm, MOGA) αναπτύχθηκε από τους Fonseca and Fleming (1993), ως συνιστώσα ενός γενικευμένου διαδραστικού

σχήματος ανάλυσης πολυκριτηριακών προβλημάτων. Στην μέθοδο MOGA, η τάξη κάθε ατόμου i ισούται με το πλήθος των κυρίαρχων μελών του πληθυσμού, $n_d(i)$, αυξημένο κατά ένα, δηλαδή:

$$r(i) = 1 + n_d(i) \quad (4.29)$$

Στο Σχήμα 4.9 απεικονίζεται ο τρόπος ταξινόμησης των μελών ενός υποθετικού πληθυσμού, σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα δύο διαστάσεων, τόσο με την μέθοδο του Goldberg (1989a, σ. 201) όσο και αυτή των Fonseca and Fleming. Στην πρώτη περίπτωση, η διαδικασία γίνεται κατά ομάδες, πρώτα δηλαδή εντοπίζονται τα μέλη του πρώτου μετώπου, στην συνέχεια, αφού αυτά αφαιρεθούν από τον πληθυσμό, εντοπίζονται τα μέλη του δεύτερου κοκ. Στην περίπτωση της μεθόδου MOGA, κάθε λύση εξετάζεται χωριστά, εντοπίζοντας το πλήθος των ατόμων σε σχέση με τα οποία είναι κατώτερη. Στον διδιάστατο χώρο αποτίμησης, για ένα πρόβλημα ταυτόχρονης ελαχιστοποίησης, τα μη κατώτερα σημεία είναι αυτά που βρίσκονται κάτω και αριστερά από το εν λόγω άτομο. Η διαδικασία αυτή εξασφαλίζει μεγαλύτερη ποικιλία τάξεων, π.χ. στο συγκεκριμένο παράδειγμα έξι έναντι τριών. Επισημαίνεται ότι στην μέθοδο MOGA δεν εκπροσωπούνται απαραίτητα όλες οι τάξεις σε έναν πληθυσμό. Στο παράδειγμα του Σχήματος απουσιάζει η τάξη με δείκτη 4, καθώς δεν υπάρχει σημείο που να κυριαρχείται από τρία ακριβώς μέλη του πληθυσμού.



Σχήμα 4.9: Παράδειγμα ορισμού του μέτρου κυριαρχίας (τάξη) των μελών ενός υποθετικού πληθυσμού σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων, με βάση την τυπική μέθοδο κυριαρχούμενης ταξινόμησης (αριστερά) και την μέθοδο MOGA (δεξιά).

Με βάση το παραπάνω σχήμα, τα μη κατώτερα μέλη του πληθυσμού και μόνο αυτά λαμβάνουν τάξη ίση με 1. Προφανώς, η μέγιστη δυνατή τιμή ταξινόμησης είναι ίση με το μέγεθος του πληθυσμού, p , και αντιστοιχεί σε ένα άτομο που κυριαρχείται από όλα τα υπόλοιπα. Στην επιθυμητή περίπτωση, όλα τα μέλη έχουν μοναδιαία τιμή, που σημαίνει ότι δεν υπάρχει λύση που να μην είναι Pareto βέλτιστη, τουλάχιστον κατά την τοπική έννοια. Ο προσδιορισμός των μέτρων καταλληλότητας γίνεται ως εξής:

Βήμα 1: Τα μέλη του πληθυσμού ταξινομούνται κατά φθίνουσα σειρά, με βάση το μέτρο τάξης.

Βήμα 2: Εφαρμόζεται μια μέθοδος παρεμβολής, συνήθως γραμμικής, ώστε οι τιμές καταλληλότητας να είναι κανονικοποιημένες.

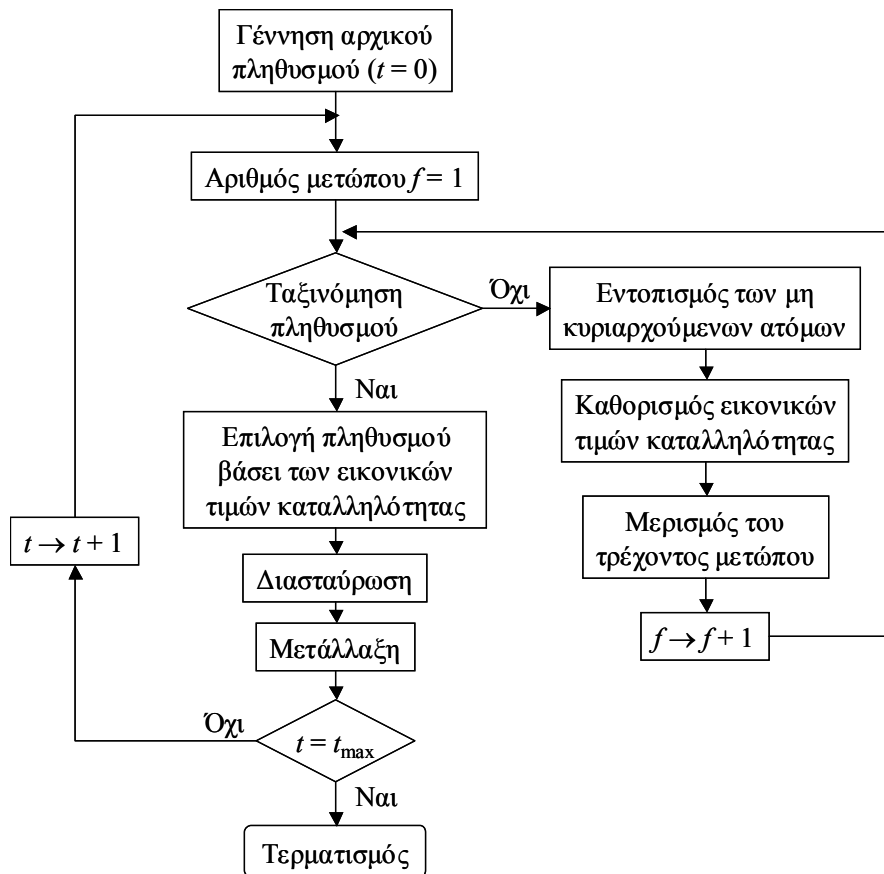
Βήμα 3: Οι τιμές που προκύπτουν σταθμίζονται, με τρόπο ώστε τα άτομα που ανήκουν στην ίδια τάξη να έχουν την ίδια πιθανότητα επιβίωσης.

Επειδή η διαδικασία αυτή ενδέχεται να επιβάλει ισχυρή επιλεκτική πίεση, με συνέπεια την πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε περιορισμένο τμήμα του μετώπου Pareto, εφαρμόζεται ένα σχήμα συσσώρευσης, με στόχο την διασπορά του πληθυσμού στο πεδίο αποτίμησης. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται ομοιόμορφη κατανομή του πληθυσμού στο μέτωπο Pareto. Οι ερευνητές ανέπτυξαν

ειδική μεθοδολογία για την εκτίμηση της παραμέτρου σ_s της συνάρτησης συσσώρευσης (3.18), που θεωρείται ιδιαίτερα κρίσιμη για την επιτυχή εφαρμογή του αλγορίθμου MOGA. Επιπλέον, πρότειναν και μια ενδιαφέρουσα παραλλαγή, σύμφωνα με την οποία εισάγονται από τον χρήστη οι επιθυμητές τιμές των κριτηρίων, σε πλήρη αντιστοιχία με μια τεχνική προγραμματισμού στόχων (βλ. 4.2.3). Μάλιστα, οι εν λόγω τιμές δύνανται να μεταβάλλονται δυναμικά, επιτρέποντας στον χρήστη να κατευθύνει τη διαδικασία αναζήτησης προς συγκεκριμένες περιοχές του μετώπου Pareto.

4.5.3 Ο γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA)

Ο γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA), που αναπτύχθηκε από τους Srinivas and Deb (1993), υπήρξε ο πλέον δημοφιλής της γενιάς του. Αργότερα, οι Deb *et al.* (2000) ανέπτυξαν μια βελτιωμένη εκδοχή του, η οποία περιγράφεται στο εδάφιο 4.6.6. Η κεντρική ιδέα είναι η σύζευξη μιας μεθόδου κατάταξης (ranking), που συμβάλλει στην επιλογή καλών λύσεων, και ενός σχήματος συσσώρευσης, που διατηρεί ευσταθείς υποπληθυσμούς πρόσφορων λύσεων.



Σχήμα 4.10: Λογικό διάγραμμα ροής του αλγορίθμου NSGA.

Όπως υποδηλώνει η ονομασία της, η μέθοδος NSGA υλοποιεί τη διαδικασία μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης, που εξηγήθηκε στο εδάφιο 4.5.1. Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου απεικονίζεται στο Σχήμα 4.10. Ως προς τις γεννήτριες διαδικασίες, δηλαδή τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης, ακολουθείται η τυπική στρατηγική των γενετικών αλγορίθμων, με τις καινοτομίες να αφορούν αποκλειστικά στον τελεστή επιλογής. Συγκεκριμένα, σε κάθε γενιά, εντοπίζονται τα μη κυριαρχούμενα άτομα του πληθυσμού που διαμορφώνουν ένα πρώτο μέτωπο, η τάξη του οποίου αντιστοιχεί σε μια πολύ μεγάλη εικονική τιμή, ίση με το μέγεθος του πληθυσμού, p . Η εν λόγω τιμή είναι κοινή για τα μέλη του ίδιου μετώπου, ώστε να έχουν όλα παρόμοια πιθανότητα επιβίωσης.

Επιπλέον, για τη διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού, ο βαθμός καταλληλότητας κάθε ατόμου προκύπτει με βάση μια μέθοδο συσσώρευσης. Συγκεκριμένα, η τιμή p διαιρείται με μια ποσότητα $m_i \geq 1$, που είναι ανάλογη του πλήθους των μελών του ίδιου μετώπου που βρίσκονται στην γειτονιά του συγκεκριμένου μέλους, δηλαδή:

$$m_i = \sum_{j=1}^{p(1)} s(d_{ij}) \quad (4.30)$$

όπου $p(1)$ το πλήθος των μελών του πρώτου μετώπου και $s(d_{ij})$ συνάρτηση συσσώρευσης της μορφής:

$$s(d_{ij}) = \begin{cases} 1 - (d_{ij} / \sigma_s)^2 & \text{εφόσον } d_{ij} < \sigma_s \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (4.31)$$

όπου σ_s η ακτίνα του θύλακα και d_{ij} η κανονικοποιημένη φαινοτυπική απόσταση (phenotypic distance) μεταξύ των σημείων i και j , που δίνεται από την σχέση:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{x_k^{(i)} - x_k^{(j)}}{x_k^{max} - x_k^{min}} \right)^2} \quad (4.32)$$

Σημειώνεται ότι με βάση τον παραπάνω ορισμό, το μέτρο απόστασης προσδιορίζεται στο n -διάστατο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} , με σκοπό να εξασφαλίσει μια ομοιόμορφη κατανομή του πληθυσμού στο σύνολο Pareto \mathcal{X}^* , και όχι στο αντίστοιχο μέτωπο \mathcal{F}^* , ως είθισται στα περισσότερα πολυκριτηριακά σχήματα (το χαρακτηριστικό αυτό σχολιάζεται παρακάτω).

Μετά την ολοκλήρωση των υπολογισμών που αφορούν στις τιμές καταλληλότητας των μελών του πρώτου μετώπου, εντοπίζονται οι μη κατώτερες λύσεις του υπόλοιπου πληθυσμού, που συνιστούν το δεύτερο μέτωπο. Η τάξη του δεύτερου μετώπου είναι πάντα μικρότερη από την ελάχιστη τελική τιμή καταλληλότητας του πρώτου μετώπου, δηλαδή $r(2) < \min \{\varphi(i, 1)\}$. Στη συνέχεια, η εν λόγω τιμή διαιρείται με την αντίστοιχη συνάρτηση συσσώρευσης κάθε μέλους του μετώπου, κοκ. Με βάση το παραπάνω σχήμα, το προς μεγιστοποίηση μέτρο καταλληλότητας κάθε σημείου i που ανήκει στο μέτωπο f υπολογίζεται από την αναδρομική σχέση:

$$\varphi(i, f) = \frac{r(f)}{\sum_{j=1}^{p(f)} s(d_{ij})} \quad (4.33)$$

όπου $p(f)$ το πλήθος των μελών του μετώπου f και $r(f)$ η αντίστοιχη τάξη, για την οποία ισχύει:

$$r(f) < \min \{\varphi(i, f-1)\} \quad (4.34)$$

για κάθε $f > 1$, με $r(1) = p$.

Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ολοκληρωθεί η ταξινόμηση όλου του πληθυσμού. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται ο τελεστής στοχαστικής αναλογικής επιλογής με υπενθύμιση (stochastic remainder proportionate selection), που περιγράφει ο Goldberg (1989a, σ. 121). Αν p είναι το μέγεθος του πληθυσμού, τότε το αναμενόμενο πλήθος των αντιγράφων κάθε ατόμου είναι:

$$v_i = p \frac{\varphi(i)}{\sum_{j=1}^p \varphi(j)} \quad (4.35)$$

Το ακέραιο μέρος της παραπάνω ποσότητας αποτελεί την προσδιοριστική συνιστώσα του τελεστή επιλογής, και υποδηλώνει τον αριθμό των βέβαιων αντιγράφων του συγκεκριμένου ατόμου, ενώ το δεκαδικό μέρος υποδηλώνει την πιθανότητα επιπλέον αντιγραφής του, με χρήση ενός μηχανισμού ρουλέτας (στοχαστική συνιστώσα). Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται ότι όλα σημεία του πρώτου

μετώπου, δηλαδή τα μη κατώτερα μέλη στον τρέχοντα πληθυσμό, στα οποία ορίζεται το μεγαλύτερο μέτρο καταλληλότητας, θα αντιγραφούν περισσότερες φορές σε σχέση με κάθε άλλο μέλος του υπόλοιπου πληθυσμού.

Σύμφωνα με τους Srinivas and Deb (1994), το πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ο αποτελεσματικός μετασχηματισμός οποιουδήποτε πολυκριτηριακού προβλήματος βελτιστοποίησης σε μονοκριτηριακό, ανεξαρτήτως του πλήθους των κριτηρίων, και χωρίς διάκριση μεταξύ του τελεστή ελαχιστοποίησης και μεγιστοποίησης. Ο αλγόριθμος εξασφαλίζει αφενός ταχεία σύγκλιση της διαδικασίας αναζήτησης προς τις περιοχές των μη κατωτέρων λύσεων, δηλαδή το σύνολο Pareto, και αφετέρου την εύρεση λύσεων που είναι ομοιόμορφα διεσπαρμένες στον χώρο αναζήτησης.

Σε εκτενή ανάλυση των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων, ο Coello Coello (1999) θεωρεί ως μεγαλύτερο μειονέκτημα της μεθόδου NSGA την χρήση της φαινοτυπικής αντί της συναρτησιακής απόστασης στην συνάρτηση συσώρευσης (4.31), επισημαίνοντας ότι:

- απαιτεί μεγαλύτερο υπολογιστικό φόρτο (προφανώς επειδή η διάσταση του πεδίου \mathcal{X} , δηλαδή ο αριθμός των μεταβλητών ελέγχου, n , είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με τη διάσταση του πεδίου \mathcal{F} , δηλαδή το πλήθος των κριτηρίων, m).
- δίνοντας έμφαση στην διατήρηση μιας καλής διασποράς λύσεων στο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} , δεν εγγυάται αντίστοιχα καλή ποιότητα της παραγόμενης προσέγγισης του μετώπου Pareto.
- η συνάρτηση συσώρευσης είναι πολύ ευαίσθητη στην τιμή της ακτίνας του θύλακα, σ_s .

Επί της τελευταίας παρατήρησης, ο Deb (1999a) αναφέρει ότι με εφαρμογή του κανόνα:

$$\sigma_s \approx \frac{0.5}{\sqrt[n]{q}} \quad (4.36)$$

όπου n το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου και q ο επιδιωκόμενος αριθμός των μη κατωτέρων λύσεων του προβλήματος, με $q \approx 10$, ο αλγόριθμος παρουσιάζει ικανοποιητικά ευσταθή συμπεριφορά.

Όπως προαναφέρθηκε, η μέθοδος NSGA θεωρείται κλασική στον χώρο της, και έχει χρησιμοποιηθεί σε πληθώρα τεχνολογικών εφαρμογών. Ειδικότερα, σε προβλήματα υδατικών πόρων, έχει εφαρμοστεί για τον βέλτιστο σχεδιασμό δικτύων παρακολούθησης της ρύπανσης υπόγειων νερών, σε συνδυασμό με μια τεχνική χωρικής παρεμβολής (Reed *et al.*, 2001· βλ. 7.3.2).

4.5.4 Ο γενετικός αλγόριθμος με θύλακες Pareto (NPGA)

Ο γενετικός αλγόριθμος με θύλακες Pareto (niched Pareto genetic algorithm, NPGA) αναπτύχθηκε από τους Horn and Nafpliotis (1993), και δημοσιεύτηκε από τους Horn *et al.* (1994). Η κεντρική ιδέα είναι ένα σχήμα επιλογής μέσω διαγωνισμού, όπου η σύγκριση των υποψήφιων ατόμων γίνεται με βάση μια ευρετική διαδικασία ταξινόμησης.

Στην πρωτότυπη εκδοχή, οι Horn and Nafpliotis ανέπτυξαν ένα σχήμα επιλογής, το οποίο ονόμασαν *διαγωνισμό κυριαρχίας Pareto* (Pareto dominance tournament). Η διαφορά με τους αλγορίθμους που παρουσιάστηκαν έως τώρα έγκειται στο γεγονός ότι η κυριαρχία κάθε ατόμου δεν ελέγχεται εφ' όλου του πληθυσμού, αλλά με βάση ένα δείγμα τυχαία επιλεγμένων μελών του, ως εξής:

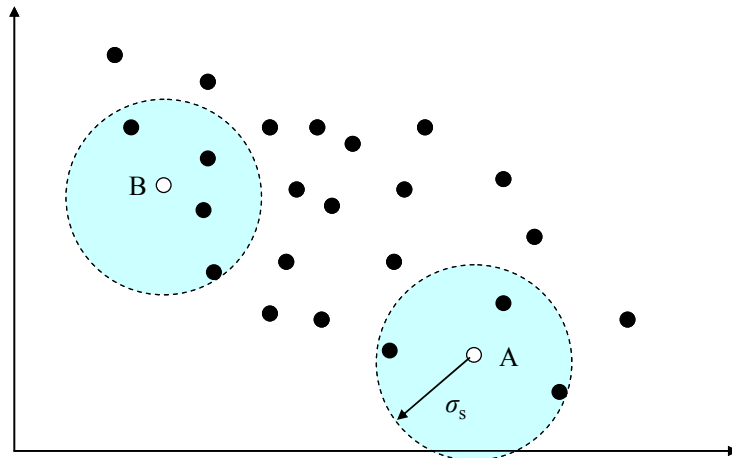
Βήμα 1: Επιλέγονται τυχαία δύο μέλη του τρέχοντος πληθυσμού, i και j .

Βήμα 2: Από τον υπόλοιπο πληθυσμό επιλέγεται τυχαία ένα δείγμα, μεγέθους t_{dom} .

Βήμα 3: Ελέγχεται αν κάθε ένα από τα δύο άτομα i και j κυριαρχείται από ένα έστω μέλος του δείγματος.

Βήμα 4: Εφόσον το σημείο j κυριαρχείται, ενώ το i όχι, τότε επιλέγεται το i . Αντίστροφα, αν το σημείο i κυριαρχείται, ενώ το j όχι, τότε επιλέγεται το j . Διαφορετικά, προκύπτει ισοπαλία, και η επιλογή γίνεται με βάση μια μεθοδολογία συσσώρευσης στο πεδίο αποτίμησης, η οποία εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο δείγμα. Συνεπώς, στην περίπτωση ισοπαλίας, όπως στο παράδειγμα του Σχήματος 4.11, επιλέγεται το άτομο με την μικρότερη πυκνότητα πληθυσμού στον θύλακά του, όπως αυτή εκφράζεται μέσω της σχετικής συνάρτησης συσσώρευσης.

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία τόσες φορές όσες το μέγεθος του πληθυσμού, p , προκύπτει ένας ενδιάμεσος, βοηθητικός πληθυσμός πάνω στον οποίο εφαρμόζονται, κατά τα γνωστά, οι τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης για την παραγωγή των απογόνων.



Σχήμα 4.11: Σχηματικό παράδειγμα της διαδικασίας επιλογής μεταξύ δύο υποψήφιων λύσεων A και B, με εφαρμογή της μεθόδου NPGA σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων. Με μαύρους κύκλους απεικονίζονται τα μέλη του δείγματος αναφοράς, μεγέθους t_{dom} . Επειδή προκύπτει ισοπαλία (τα A και B είναι μη κυριαρχούμενα ως προς το συγκεκριμένο δείγμα), επιλέγεται το σημείο A, που έχει το μικρότερο αριθμό συγκεντρωμένων ατόμων στον θύλακά του, ακτίνας σ_s .

Το πλεονέκτημα του αλγορίθμου NPGA είναι αποδοτικότητά του σε σχέση με τον υπολογιστικό φόρτο άλλων σχημάτων, καθώς τόσο κατά την διαδικασία ταξινόμησης όσο και κατά τον υπολογισμό των συναρτήσεων συσσώρευσης δεν χρησιμοποιείται το σύνολο του πληθυσμού αλλά ένα τμήμα αυτού. Ωστόσο, όπως οι ίδιοι οι ερευνητές παραδέχονται, η επίδοση της μεθόδου εξαρτάται έντονα από το μέγεθος του δείγματος, t_{dom} . Αν αυτό είναι πολύ μικρό, και ως εκ τούτου μη αντιπροσωπευτικό των χαρακτηριστικών του πληθυσμού, ο παραπάνω εμπειρικός τρόπος καθορισμού της έννοιας της κυριαρχίας δεν μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στον τελικό πληθυσμό να υπάρχει μεγάλο ποσοστό λύσεων που δεν είναι βέλτιστες Pareto. Από την άλλη πλευρά, αν το μέγεθος είναι υπερβολικά μεγάλο, όχι μόνο περιορίζεται η αποδοτικότητα του αλγορίθμου, αλλά υπάρχει και ο κίνδυνος πρόωρης σύγκλισης σε μια στενή περιοχή του μετώπου Pareto. Μετά από διερεύνηση, οι Horn and Nafpliotis προτείνουν τον εμπειρικό κανόνα $t_{\text{dom}} \approx 0.1 p$.

Οι ερευνητές εξέτασαν ακόμη το ζήτημα του προσδιορισμού της παραμέτρου σ_s , δηλαδή της ακτίνας των θυλάκων, που είναι επίσης μια εξαιρετικά ευαίσθητη αλγοριθμική παράμετρος. Με ορισμένες απλές παραδοχές, υπολόγισαν τα θεωρητικά άνω και κάτω όρια της τιμής της ακτίνας. Στη σχετική έρευνα έθεσαν δύο σημαντικά ζητήματα: (α) την ανάγκη αδιαστατοποίησης των κριτηρίων, ώστε να εξαλειφθούν φαινόμενα μεροληψίας, οφειλόμενα σε προβλήματα κλίμακας, και (β) τη διαμόρφωση του κατάλληλου σχήματος θυλάκων, ώστε να ευνοείται η επιλογή κατάλληλα συμβιβαστικών λύσεων, οι οποίες βρίσκονται στις περιοχές του μετώπου Pareto που δεν είναι παράλληλες στους άξονες. Η τελευταία απαίτηση επιτυγχάνεται εισάγοντας στη συνάρτηση συσσώρευσης (4.31) μέτρα απόστασης της μορφής:

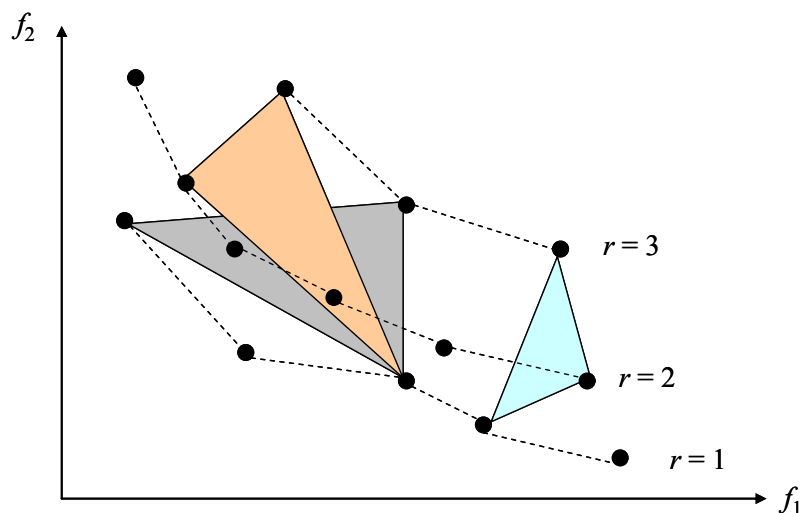
$$d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\sum_{i=1}^m |x_i - y_i|^\zeta \right)^{1/\zeta} \quad (4.37)$$

με $\zeta < 2$. Στην δημοσίευσή τους, οι Horn and Nafpliotis (1993) προτείνουν την τιμή $\zeta = 1$, που έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία θυλάκων με σχήμα συμμετρικού ρόμβου. Σημειώνεται ότι οι θύλακες του Σχήματος 4.11 είναι κυκλικοί, και έχουν προκύψει με θεώρηση της ευκλείδειας απόστασης ($\zeta = 2$).

Όπως προαναφέρθηκε για την μέθοδο NSGA, έτσι και η τεχνική NPGA εφαρμόστηκε σε προβλήματα ρύπανσης υπόγειων νερών, και συγκεκριμένα στο βέλτιστο σχεδιασμό συστημάτων αποκατάστασης υδροφορέων, μέσω επανατροφοδοσίας (Erickson *et al.*, 2002· βλ. 7.3.2).

4.5.5 Πολυστοχική εξέλιξη συμπλόκων (MOCOM-UA)

Η πολυστοχική εξέλιξη συμπλόκων (multi-objective complex evolution, MOCOM-UA) αναπτύχθηκε από ερευνητική ομάδα του Πανεπιστημίου της Αριζόνα¹. Μετά την δημοσίευσή της από τους Yaro *et al.* (1998), χρησιμοποιήθηκε σε αρκετές εφαρμογές βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων με χρήση πολλαπλών κριτηρίων καλής προσαρμογής (Gupta, 1998· Madsen, 2000, 2002· Wagener *et al.*, 2001).



Σχήμα 4.12: Σχηματικό παράδειγμα της διαδικασίας διαμόρφωσης απλόκων, με εφαρμογή της μεθόδου MOCOM σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων, με $n_{\max} = 3$. Οι διακεκομμένες ενώνουν τα σημεία με κοινό μέτρο τάξης, r .

Η μέθοδος MOCOM αποτελεί προσαρμογή του γνωστού εξελικτικού αλγορίθμου αναδευομένων συμπλόκων (SCE), που έχει παρουσιαστεί στο εδάφιο 3.9.5. Περιλαμβάνει δύο βρόχους, έναν εξωτερικό, που καλείται βρόχος αξιολόγησης, και έναν εσωτερικό, που καλείται βρόχος εξέλιξης. Αρχικά, παράγεται ένας πληθυσμός p σημείων, ομοιόμορφα κατανεμημένων στον εφικτό χώρο, που διατάσσονται κατά φθίνουσα σειρά με βάση την μέθοδο ταξινόμησης κατά Pareto. Έτσι, σε κάθε σημείο αντιστοιχεί μια ακέραια τιμή καταλληλότητας $1, 2, \dots, r_{\max}$, όπου $r_{\max} \leq p$ (υπονοείται ότι η μοναδιαία καταλληλότητα αντιστοιχεί στο τρέχον σύνολο μη κατωτέρων λύσεων). Στη συνέχεια, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 4.12, διαμορφώνονται n_{\max} άπλοκα, όπου n_{\max} το πλήθος των ατόμων με τάξη r_{\max} . Μία από τις κορυφές κάθε απλόκου προέρχεται από το υποσύνολο των n_{\max} χειρότερων μελών του πληθυσμού, ενώ οι n υπόλοιπες κορυφές επιλέγονται από τον υπόλοιπο πληθυσμό, με πιθανότητα:

¹ Ειδικότερα, στα πλαίσια της διδακτορικής διατριβής του Yaro (1996).

$$f_i = \frac{r_{\max} - r_i + 1}{p(r_{\max} + 1) - \sum_{j=1}^p r_j} \quad (4.38)$$

Επειδή η δειγματοληψία γίνεται με επαναφορά, δύο ή περισσότερα άπλοκα μπορεί να έχουν κοινές κορυφές. Σε κάθε γενιά, αντικαθίστανται n_{\max} μέλη του πληθυσμού, με σκοπό τη γέννηση απογόνων που είναι, κατά μέσο όρο, ισχυρότεροι σε σχέση με τους γονείς τους. Κάθε άπλοκο εξελίσσεται με βάση μια πολυκριτηριακή στρατηγική, με σκοπό την αντικατάσταση της χειρότερης κορυφής, s_w , από κάποια που είναι καλύτερη, με όρους σύγκρισης διανυσμάτων κατά Pareto. Η νέα κορυφή γεννάται με εφαρμογή της σχέσης:

$$s_{\text{new}} = \gamma s_c + (1 - \gamma) s_w \quad (4.39)$$

όπου γ παράμετρος κλίμακας και s_c το κεντροειδές των n κορυφών που κυριαρχούν επί του σημείου s_w . Αρχικά, γίνεται ανάκλαση του απλόκου περί την χειρότερη κορυφή του ($\gamma = 2$), και το σημείο που προκύπτει γίνεται αποδεκτό μόνο εφόσον είναι μη κατώτερο σε σχέση με όλες τις υπόλοιπες κορυφές. Διαφορετικά, το άπλοκο συμπιέζεται εσωτερικά ($\gamma = 0.5$), και η κορυφή που προκύπτει αντικαθιστά την κυριαρχούμενη κορυφή s_w . Επισημαίνεται ότι η εξέλιξη κάθε απλόκου είναι αυτόνομη, γεγονός που επιτρέπει την υλοποίηση της διαδικασίας σε παράλληλους επεξεργαστές. Επαναλαμβάνοντας τα παραπάνω βήματα, το σύνολο του πληθυσμού συγκλίνει σταδιακά προς το μέτωπο των μη κατωτέρων λύσεων. Η αναζήτηση διακόπτεται αυτόματα εφόσον όλα τα μέλη του πληθυσμού είναι, αμοιβαία, Pareto βέλτιστα, δηλαδή όλες οι τιμές καταλληλότητας γίνουν ίσες με τη μονάδα, οπότε $r_{\max} = 1$.

4.5.6 Ο μη παραγωγικός πολυκριτηριακός γενετικός αλγόριθμος

Οι Valenzuela-Rendón and Uresti-Charre (1997) ανέπτυξαν έναν γενετικό αλγόριθμο που εφαρμόζει ένα σχήμα μη παραγωγικής (non-generational) επιλογής, όπου το μέτρο καταλληλότητας κάθε ατόμου αυξάνει καθώς αυτό εξελίσσεται. Η κεντρική ιδέα προέρχεται από τον Goldberg (1989a), που απέδειξε ότι η απλή αντικατάσταση της χειρότερης τρέχουσας λύσης, με ταυτόχρονη αναπροσαρμογή των τιμών καταλληλότητας των μελών του υπόλοιπου πληθυσμού, αποδίδει καλύτερα σε σχέση με τη διαδικασία επιλογής που εφαρμόζει ένας τυπικός (παραγωγικός) γενετικός αλγόριθμος¹.

Η προτεινόμενη μέθοδος μετασχηματίζει ένα διανυσματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης m κριτηρίων σε ένα σταθμισμένο βαθμωτό πρόβλημα δύο κριτηρίων, που είναι:

- η ελαχιστοποίηση του λεγόμενου *μετρητή κυριαρχίας* (domination count), $d(i)$, που ορίζεται ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των ατόμων που κυριαρχούν ή έχουν έως τώρα κυριαρχήσει επί του συγκεκριμένου ατόμου, και
- η ελαχιστοποίηση του λεγόμενου *πλήθους κινούμενων θυλάκων* (moving niche count), $n(i)$, που ορίζεται ως ο σταθμισμένος μέσος όρος των ατόμων που βρίσκονται κοντά στο συγκεκριμένο, με βάση μια συνάρτηση συσσώρευσης.

Είναι προφανής η συσχέτιση των δύο παραπάνω κριτηρίων με τις θεμελιώδεις απαιτήσεις των πολυκριτηριακών εξελικτικών σχημάτων που συζητούνται στο εδάφιο 4.3.3. Η διαφορά με τα προηγούμενα εξελικτικά σχήματα συνίσταται στον τρόπο διατύπωσης του βαθμού καταλληλότητας. Αντί της τεχνητής μείωσης του μέτρου κυριαρχίας κάθε ατόμου (πρώτο κριτήριο), με διαίρεση αυτού με μια συνάρτηση συσσώρευσης (δεύτερο κριτήριο), τα εν λόγω κριτήρια σταθμίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση, και συνεπώς η καταλληλότητα κάθε ατόμου ορίζεται ως μια συνάρτηση βαρών.

¹ Στα λεγόμενα παραγωγικά σχήματα, που είναι και η συνηθέστερη εκδοχή των εξελικτικών αλγορίθμων, το μεγαλύτερο μέρος του πληθυσμού αντικαθίσταται σε κάθε γενιά, μέσω διασταύρωσης και μετάλλαξης.

Στο εναρκτήριο στάδιο του αλγορίθμου, κάθε άτομο συγκρίνεται με t_s τυχαία επιλεγμένα μέλη του αρχικού πληθυσμού, όπου t_s το μέγεθος του διαγωνισμού (tournament size), με βάση τον ορισμό των Goldberg and Deb (1991). Το πλήθος κυριαρχίας κάθε ατόμου τίθεται ίσο με τον αριθμό των ατόμων που συμμετέχουν στον διαγωνισμό και κυριαρχούν έναντι αυτού, σύμφωνα με τον τυπικό ορισμό της κυριαρχίας. Το πλήθος των κινούμενων θυλάκων υπολογίζεται με βάση ένα μέτρο εγγύτητας, δ , που ορίζεται ως η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των τιμών καταλληλότητας των μελών του πληθυσμού.

Σε κάθε γενιά, υπολογίζεται η καταλληλότητα κάθε ατόμου i ως το σταθμισμένο άθροισμα:

$$\varphi(i) = w_1 d(i) + w_2 n(i) \quad (4.40)$$

όπου w_1, w_2 συντελεστές βάρους, που ορίζονται από τον χρήστη. Ο μετρητής κυριαρχίας κάθε ατόμου υπολογίζεται ως:

$$d^{[t+1]} = d^{[t]} + \delta^{[t]} \quad (4.41)$$

όπου t ο αύξων αριθμός του επαναληπτικού σταδίου (γενιάς) του αλγορίθμου και $\delta^{[t]}$ δίτιμη μεταβλητή που ισούται με μονάδα, αν το συγκεκριμένο άτομο κυριαρχείται κατά το στάδιο t , και μηδέν διαφορετικά. Από την άλλη πλευρά, το πλήθος των κινούμενων θυλάκων υπολογίζεται ως:

$$n^{[t+1]} = n^{[t]} - \frac{n^{[t]}}{p} + s(\delta) \quad (4.42)$$

όπου $s(\delta)$ μια τυπική συνάρτηση συσσώρευσης, της μορφής (3.18).

Στη συνέχεια, εκτελείται μια διαδικασία αναλογικής επιλογής, με βάση τη μέγιστη καταλληλότητα του τρέχοντος πληθυσμού. Στον ενδιάμεσο πληθυσμό που προκύπτει εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης, με σκοπό την παραγωγή ενός και μόνο απογόνου, που αντικαθιστά το εκάστοτε χειρότερο σημείο.

4.6 Αλγόριθμοι τρίτης γενιάς

4.6.1 Η έννοια του εκλεκτισμού

Ένα σοβαρό μειονέκτημα των σχημάτων δεύτερης γενιάς είναι η απώλεια ορισμένων εξαιρετικά σημαντικών λύσεων, εξαιτίας της στοχαστικής δομής των μηχανισμών επιλογής (Zitzler *et al.*, 2000). Ο παραπάνω χαρακτηρισμός αποδίδεται σε μη κατώτερες λύσεις, οι οποίες είναι αντιπροσωπευτικές χαρακτηριστικών περιοχών του μετώπου Pareto. Οι λεγόμενοι αλγόριθμοι τρίτης γενιάς, που ξεκίνησαν να αναπτύσσονται στα τέλη της δεκαετίας του 1990, εισάγουν την έννοια του εκλεκτισμού (elitism), που υποδηλώνει την χρήση μεθόδων ή κανόνων προστασίας των εν λόγω λύσεων, καθώς εντοπίζονται κατά την εξελικτική διαδικασία (Deb, 1999b).

Συνήθως, αν και όχι απαραίτητα, η προστασία των εξαιρετικών λύσεων εξασφαλίζεται με την αντιγραφή τους σε έναν εξωτερικό (ή δευτερεύοντα) πληθυσμό (ή αρχείο), πεπερασμένου μεγέθους, και τον ανεξάρτητο χειρισμό τους από τον υπόλοιπο πληθυσμό. Στην περίπτωση αυτή, τα ερωτήματα που εγείρονται είναι (Coello Coello, 2005):

- Με ποιον τρόπο αλληλεπιδρά το εξωτερικό αρχείο με τον κανονικό πληθυσμό;
- Τι συμβαίνει όταν ξεπεραστεί η χωρητικότητα του αρχείου;
- Ποιες είναι οι προϋποθέσεις εισόδου στο εξωτερικό αρχείο, πέρα βεβαίως από την προφανή απαίτηση της μη κατωτερότητας;

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι πλέον σύγχρονες μεθοδολογικές προσεγγίσεις (με ορόσημο την μέθοδο SPEA), που βασίζονται, άμεσα ή έμμεσα, στην έννοια του εκλεκτισμού.

4.6.2 Ο εξελικτικός αλγόριθμος Pareto ισχύος (SPEA)

Ο εξελικτικός αλγόριθμος Pareto ισχύος (strength Pareto evolutionary algorithm, SPEA) είναι μια από τις πλέον δημοφιλείς μεθοδολογικές προσεγγίσεις, που παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τους Zitzler and Thiele (1998)¹. Μάλιστα, λίγο μετά την δημοσίευσή του, αναπτύχθηκε βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου, που εξετάζεται στο εδάφιο 4.6.7 (Zitzler *et al.*, 2001)

Η κεντρική ιδέα συνίσταται στην διατήρηση ενός εξωτερικού συνόλου (external set), που συμβολίζεται με P_0 και περιέχει τις μη κατώτερες λύσεις του πληθυσμού. Το σύνολο αυτό χρησιμοποιείται, μεταξύ άλλων, για τον καθορισμό του μέτρου καταλληλότητας. Το μέγεθός του καθορίζεται εξ αρχής, κάτι που έχει ως συνέπεια την ύπαρξη συγκεκριμένου αριθμού εναλλακτικών επιλογών, μετά ο πέρασ της υπολογιστικής διαδικασίας. Λόγω του ιδιαίτερου χειρισμού του εξωτερικού συνόλου, ο αλγόριθμος SPEA θεωρείται η πρώτη από τις εκλεκτικές μεθόδους, δηλαδή τους πολυκριτηριακούς αλγορίθμους τρίτης γενιάς.

Τα κύρια βήματα κάθε γενιάς t έχουν ως εξής:

Βήμα 1: Δημιουργείται το αρχικό εξωτερικό σύνολο, $P_0(t)$, που περιέχει όλες τις ισχυρά μη κατώτερες λύσεις του τρέχοντος πληθυσμού, $P(t)$.

Βήμα 2: Αν το πλήθος των μελών του εξωτερικού συνόλου ξεπερνά την τιμή p_0 , τότε αφαιρούνται τα περίσσια άτομα μέσω μιας διαδικασίας συστοίχισης (clustering), με τρόπο ώστε να εξασφαλιστεί μια ομοιόμορφη κατανομή των μη κατωτέρων λύσεων στο πεδίο αποτίμησης. Με τον τρόπο αυτό, διαμορφώνονται τα τελικά σύνολα $P_0(t)$ και $P_1(t)$, όπου το πρώτο περιέχει τις ισχυρά μη κατώτερες λύσεις, ενώ το δεύτερο περιέχει όλα τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού, ήτοι $P_1(t) = P(t) - P_0(t)$.

Βήμα 3: Υπολογίζονται οι τιμές καταλληλότητας (στην πραγματικότητα, πρόκειται για τιμές ποινής) του πληθυσμού, με βάση μια πρωτότυπη μέθοδο που βασίζεται στην έννοια της κυριαρχίας Pareto έναντι των μελών μόνο του εξωτερικού συνόλου, $P_0(t)$, η οποία περιγράφεται αναλυτικά στη συνέχεια.

Βήμα 4: Εφαρμόζεται μια διαδικασία δυαδικής επιλογής με διαγωνισμό, με την οποία εντοπίζονται τα μέλη του βοηθητικού πληθυσμού. Αυτό γίνεται επιλέγοντας τυχαία δύο άτομα από όλον τον τρέχοντα πληθυσμό, και συγκρίνοντας τις καταλληλότητες αυτών (με τον τρόπο που ορίζονται οι τελευταίες, θεωρείται ότι υπερισχύει το άτομο με τη μικρότερη τιμή-ποινή).

Βήμα 5: Με εφαρμογή των τυπικών τελεστών διασταύρωσης και μετάλλαξης, παράγονται τα μέλη της επόμενης γενιάς, $P(t + 1)$.

Βήμα 6: Εφόσον πληρούνται οι συνθήκες τερματισμού του αλγορίθμου, τότε η βέλτιστη λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος είναι το τρέχον εξωτερικό σύνολο, $P_0(t)$.

Ο παραπάνω κύκλος περιλαμβάνει δυο κομβικές διαδικασίες. Η πρώτη αφορά στην αποτίμηση του μέτρου ποινής των μελών του πληθυσμού, και εκτελείται σε δύο στάδια. Αρχικά, υπολογίζεται η λεγόμενη ισχύς (strength) των μελών του εξωτερικού συνόλου, με βάση τη σχέση:

$$s(i, t) = \frac{n_d(i, t)}{p + 1} \quad (4.43)$$

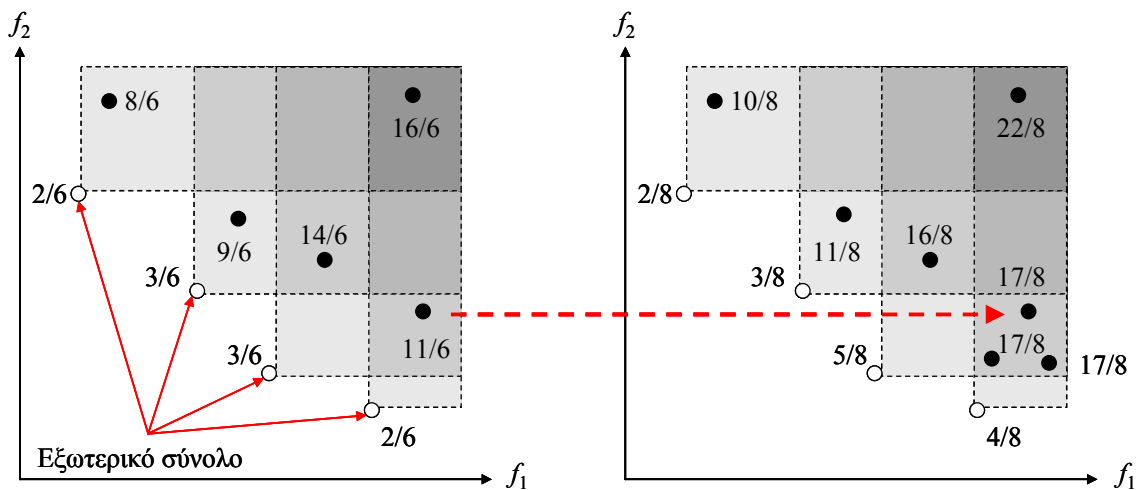
όπου $n_d(i, t)$ ο αριθμός των ατόμων επί των οποίων κυριαρχεί το μέλος i κατά την γενιά t , και p το μέγεθος του πληθυσμού. Με βάση τον παραπάνω ορισμό, η ισχύς των μη κατωτέρων λύσεων είναι εξ ορισμού μικρότερη της μονάδας, και μηδενίζεται όταν όλα τα μέλη του πληθυσμού ανήκουν στο μέτωπο Pareto. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ισχύς των υπόλοιπων σημείων ως εξής:

$$s(i, t) = 1 + S_d(i, t) \quad (4.44)$$

¹ Εκτεταμένη διερεύνηση της μεθόδου έγινε στα πλαίσια της διδακτορικής διατριβής του Zitzler (1999).

όπου $S_d(i, t)$ το άθροισμα της ισχύος όλων των μελών του εξωτερικού συνόλου που κυριαρχούν επί του ατόμου i .

Στο Σχήμα 4.13, αριστερά, δίνεται ένα υποθετικό παράδειγμα καθορισμού της ισχύος των μελών ενός πληθυσμού εννέα ατόμων, σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων. Το εξωτερικό σύνολο αποτελείται από τέσσερα σημεία, τα οποία απεικονίζονται με λευκούς κύκλους και αντιστοιχούν στις ισχυρά μη κατώτερες λύσεις του προβλήματος. Η ορθογώνια περιοχή του χώρου αποτίμησης που εκτείνεται πάνω και δεξιά από κάθε μέλος του εξωτερικού συνόλου περιλαμβάνει όλα τα σημεία του τρέχοντος πληθυσμού επί των οποίων αυτό κυριαρχεί. Οι τομές των ορθογωνίων διαμορφώνουν ένα μη συμμετρικό πλέγμα, κάθε κυψέλη του οποίου μπορεί να θεωρηθεί ως ένας θύλακας. Η απόχρωση κάθε θύλακα, η οποία καθορίζεται από τον αριθμό των κοινών τομών των ορθογωνίων, είναι ανάλογη της ισχύος των ατόμων που αυτή περιλαμβάνει. Όσο πιο σκούρο είναι το χρώμα μιας κυψέλης, τόσο πιο πολλά είναι τα μέλη του εξωτερικού συνόλου που κυριαρχούν επί του εκάστοτε ατόμου του λοιπού πληθυσμού, και συνεπώς τόσο μεγαλύτερη η τιμή της ισχύος του. Δηλαδή, άτομα που είναι πολύ απομακρυσμένα σε σχέση με το τρέχον μέτωπο Pareto λαμβάνουν μεγάλη τιμή ισχύος, οπότε σε αυτά αποδίδεται αντίστοιχα μικρή πιθανότητα επιβίωσης.



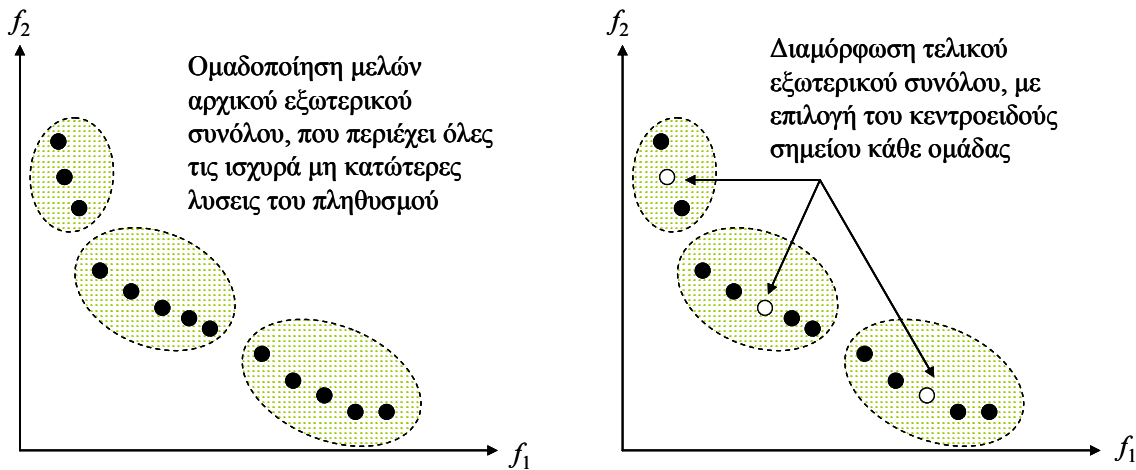
Σχήμα 4.13: Παραδείγματα ορισμού της ισχύος των μελών ενός πληθυσμού, σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων (προσαρμογή από Zitzler, 1999).

Αν και η μέθοδος SPEA δεν χρησιμοποιεί συνήθεις συναρτήσεις συσσώρευσης για τη διατήρηση της διασποράς των λύσεων, ο τρόπος καθορισμού των τιμών ισχύος ευνοεί, με έμμεσα, την παραγωγή ομοιόμορφα κατανομημένων πληθυσμών. Το χαρακτηριστικό αυτό απεικονίζεται στο παράδειγμα του Σχήματος 4.13, δεξιά, όπου έχουν προστεθεί δύο επιπλέον μέλη στον κάτω δεξιά θύλακα του χώρου αποτίμησης, βάσει των οποίων έχουν αναπροσαρμοστεί οι τιμές όλου του πληθυσμού. Η προσθήκη αυτή έχει ως αποτέλεσμα την σημαντική αύξηση της κοινής ισχύος των τριών μελών του εν λόγω θύλακα (από 11/6 σε 17/8), σε σχέση με την ισχύ των υπόλοιπων μελών του πληθυσμού. Συνεπώς, είναι εξαιρετικά απίθανη η επιβίωση των μελών του ίδιου θύλακα, αντίθετα ο αλγόριθμος αναμένεται να ευνοήσει την «μετατόπισή» τους προς άλλες περιοχές του μετώπου Pareto¹.

Η δεύτερη διαδικασία αποσκοπεί στη μείωση του μεγέθους του εξωτερικού συνόλου, στην περίπτωση που αυτό υπερβαίνει μια μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή, p_0 . Η θέσπιση του ανώτατου ορίου αφενός εξυπηρετεί πρακτικούς λόγους, καθώς ο αναλυτής δεν χρειάζεται να διερευνήσει υπερβολικά μεγάλο

¹ Στη βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου (βλ. 4.6.7) ενσωματώθηκαν μηχανισμοί διατήρησης της διασποράς, καθώς το παραπάνω σχήμα αποδείχθηκε μη αποδοτικό.

αριθμό εναλλακτικών βέλτιστων λύσεων Pareto, και αφετέρου συμβάλλει στην επιτάχυνση της διαδικασίας σύγκλισης. Η τεχνική που ακολουθείται βασίζεται στη μέθοδο συστοίχισης του Morse (1980), σύμφωνα με την οποία διαμορφώνονται p_0 ομάδες γειτονικών σημείων (θύλακες), και από κάθε θύλακα διατηρείται το κεντροειδές. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται ομοιόμορφη διασπορά των μη κατωτέρων σημείων που περιλαμβάνονται στο τρέχον εξωτερικό σύνολο (Σχήμα 4.14).



Σχήμα 4.14: Παράδειγμα εφαρμογής της διαδικασίας μείωσης του μεγέθους του εξωτερικού συνόλου σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων.

4.6.3 Η εξελικτική στρατηγική με αρχεία Pareto (PAES)

Η *εξελικτική στρατηγική με αρχεία Pareto* (Pareto archive evolution strategy, PAES) είναι μια εκλεκτική τεχνική πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που αναπτύχθηκε από τους Knowles and Corne (2000). Η εκλεκτικότητα συνίσταται στην διατήρηση ενός ιστορικού αρχείου, που περιέχει όλες τις μη κατώτερες λύσεις που έχουν εντοπιστεί μέχρι την τρέχουσα γενιά.

Η διαδικασία παραγωγής λύσεων είναι εξαιρετικά απλή, καθώς βασίζεται σε μια $(1 + 1)$ εξελικτική στρατηγική (βλ. 3.7.6), σύμφωνα με την οποία κάθε απόγονος παράγεται από έναν γονέα, με απλή μετάλλαξη του τελευταίου¹. Συνεπώς, η διαδικασία αναζήτησης δεν υλοποιεί κάποιο εξελικτικό σχήμα, αλλά για μια στοιχειώδη μέθοδο αναρρίχησης. Εφόσον ο απόγονος κυριαρχεί επί του γονέα του, επιλέγεται ως ο επόμενος γονέας. Αντίθετα, αν ο γονέας κυριαρχεί επί του απογόνου του, τότε παράγεται ένας άλλος απόγονος, με την ίδια διαδικασία. Αν τα δύο άτομα είναι ισοδύναμα κατά Pareto (δηλαδή αδιάφορα μεταξύ τους), χρησιμοποιείται ως βάση το αρχείο μη κατωτέρων λύσεων. Αν ο απόγονος κυριαρχεί έναντι μιας εκ των λύσεων αυτών, τότε καταλαμβάνει την θέση της στο αρχείο. Διαφορετικά, εφαρμόζεται μια διαδικασία σύγκρισης του γονέα και του απογόνου του, αντίστοιχης της μεθόδου διαγωνισμού της μεθόδου NPGA (βλ. 4.5.4).

Για την διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού, η μέθοδος PAES εφαρμόζει μια στοιχειώδη τεχνική ομοιόμορφου πλέγματος, εισάγοντας μια διαδικασία *συνωστισμού* (crowding), με την οποία το πεδίο αποτίμησης διαχωρίζεται σε ισομεγέθη τμήματα². Κάθε μέλος τοποθετείται σε συγκεκριμένο

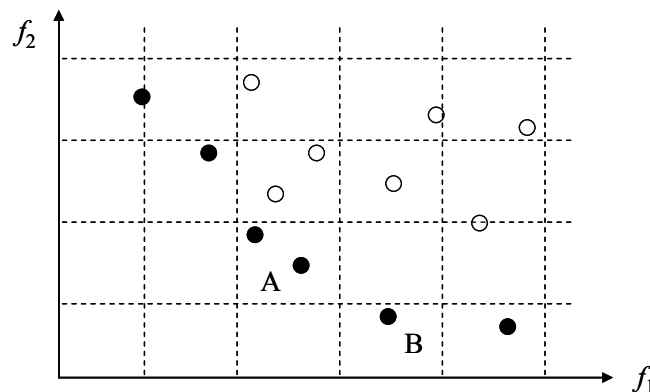
¹ Στην δημοσίευσή τους, οι ερευνητές εξετάζουν και εναλλακτικές εκδοχές, που βασίζονται σε πολυγονεϊκές εξελικτικές στρατηγικές της μορφής $(1 + \lambda)$ και $(\mu + \lambda)$, εφαρμόζοντας στη συνέχεια ακριβώς οι ίδιες αρχές. Ωστόσο, η εισαγωγή πληθυσμών στη μέθοδο PAES δεν βελτιώνει, γενικά, την επίδοσή της, ενώ αποδεικνύεται πολύ πιο χρονοβόρα.

² Η διαδικασία προϋποθέτει αδιαστατοποίηση των τιμών των κριτηρίων, ώστε το πλέγμα που δημιουργείται να είναι ορθογωνικό.

υπερκιβώτιο (hyperbox) του πλέγματος, με βάση τις συντεταγμένες των κριτηρίων, ενώ ορίζεται ένα απλό μέτρο πυκνότητας, που ισούται με το πλήθος των σημείων που ανήκουν σε κάθε υπερκιβώτιο (με τον τρόπο αυτό, ευνοείται η επιλογή λύσεων με μικρό πλήθος γειτονικών σημείων). Τα πλεονεκτήματα του παραπάνω σχήματος είναι αφενός ο μειωμένος υπολογιστικός φόρτος σε σχέση με τις συνήθεις διαδικασίες συσσώρευσης, που υπολογίζουν ένα μέτρο απόστασης όλων των μελών του πληθυσμού μεταξύ τους, καθώς και ο προσαρμοστικός της χαρακτήρας, που δεν απαιτεί επιπλέον παραμέτρους (όπως η ακτίνα θύλακα), με εξαίρεση το πλήθος των διαιρέσεων του πλέγματος.

4.6.4 Ο αλγόριθμος επιλογής Pareto λύσεων με βάση φακέλους (PESA)

Ο αλγόριθμος PESA (Pareto Envelope-based Selection Algorithm) αναπτύχθηκε από τους Corne *et al.* (2000), συνδυάζοντας στοιχεία των μεθόδων SPEA και PAES, που αναλύθηκαν στα εδάφια 4.6.2 και 4.6.3, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί, όπως και στη μέθοδο SPEA, έναν μικρό αρχικό πληθυσμό για την παραγωγή νέων λύσεων, και έναν μεγαλύτερο εξωτερικό (ή δευτερεύοντα) πληθυσμό για την αποθήκευση της τρέχουσας προσέγγισης του μετώπου Pareto. Επιπλέον, υλοποιεί το ίδιο σχήμα διατήρησης διασποράς με την μέθοδο PAES, που υλοποιεί ένα σχήμα πλέγματος στο πεδίο αποτίμησης, βάσει του οποίου εκτιμάται ένα μέτρο συνωστισμού, που καλείται παράγοντας στριμώγματος (squeeze factor), ως ο αριθμός των σημείων που βρίσκονται στο ίδιο υπερκιβώτιο. Η διαφοροποίηση του αλγορίθμου PESA σε σχέση με τις μεθόδους SPEA και PAES έγκειται στους μηχανισμούς επιλογής αλλά και αντικατάστασης των περίσσιων μελών του εξωτερικού συνόλου (που απαιτείται όταν ο αριθμός των μη κατωτέρων λύσεων υπερβαίνει τη χωρητικότητά του), οι οποίοι βασίζονται αποκλειστικά στο εν λόγω παράγοντα.



Σχήμα 4.15: Απεικόνιση της στρατηγικής συνωστισμού της μεθόδου PESA, σε ένα υποθετικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτησόμενων. Οι διακεκομμένες χωρίζουν το πεδίο αποτίμησης σε υπερκιβώτια (που στην προκειμένη περίπτωση είναι τετράγωνα). Με σκούρο χρώμα απεικονίζονται τα μη κατώτερα μέλη του πληθυσμού, που ανήκουν στο εξωτερικό σύνολο.

Η υπολογιστική διαδικασία έχει ως εξής: Σε κάθε γενιά, τα μη κατώτερα μέλη του αρχικού συνόλου μεταφέρονται στο εξωτερικό σύνολο, ένα προς ένα. Αν με την εισαγωγή ενός νέου σημείου στο εξωτερικό σύνολο ορισμένα από τα υφιστάμενα μέλη του κυριαρχούνται από αυτό, τα τελευταία απομακρύνονται, ενώ εφόσον το μέγεθος του εξωτερικού συνόλου ξεπερνά την χωρητικότητά του, τότε ο πληθυσμός του μειώνεται, με βάση τη διαδικασία που περιγράφεται πιο κάτω. Η επιλογή των γονέων γίνεται από το εξωτερικό σύνολο, με δυαδικό διαγωνισμό. Μεταξύ των εκάστοτε δύο υποψηφίων, επιλέγεται αυτός με τον μικρότερο παράγοντα στριμώγματος (π.χ. το σημείο B έναντι του A, στο παράδειγμα του Σχήματος 4.15), ευνοώντας την εξερεύνηση περιοχών με μικρή πυκνότητα πληθυσμού. Κάθε ζεύγος γονέων παράγει έναν μοναδικό απόγονο, μέσω διασταύρωσης, ενώ ένας μεμονωμένος γονέας παράγει τον απόγονό του, μέσω μετάλλαξης. Οι συχνότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης είναι p_c και $(1 - p_c)$, αντίστοιχα.

Η διαδικασία απομάκρυνσης των ατόμων του εξωτερικού συνόλου που περισσεύουν χρησιμοποιεί επίσης την έννοια του παράγοντα στριμώγματος. Κάθε φορά που εισάγεται ένα επιπλέον σημείο, έτσι ώστε το μέγεθος του συνόλου να υπερβαίνει προσωρινά τη χωρητικότητά του, τότε απομακρύνεται το μέλος εκείνο με την υψηλότερη τιμή στριμώγματος. Αν υπάρχουν περισσότερα από ένα σημεία με την ίδια τιμή, τότε η επιλογή γίνεται τυχαία.

Σε μια μεταγενέστερη εκδοχή της μεθόδου PESA, που αναφέρεται ως PESA-II (Corne *et al.*, 2001), εισάγεται η έννοια της επιλογής περιοχών αντί σημείων. Αυτό σημαίνει ότι η μονάδα επιλογής δεν είναι το άτομο αλλά το υπερκιβώτιο. Συνεπώς, κάθε φορά που καλείται ο τελεστής επιλογής (για αναπαραγωγή ή αντικατάσταση σημείων), αρχικά προσδιορίζεται το κατάλληλο υπερκιβώτιο, από το οποίο επιλέγεται, στη συνέχεια, ένα από τα σημεία του (αδιάφορο ποιο) για τις περαιτέρω διαδικασίες.

4.6.5 Μικρο-γενετικοί αλγόριθμοι

Ο όρος *μικρο-γενετικός αλγόριθμος* (micro-GA) περιγράφει εξελικτικές διαδικασίες με μικρό μέγεθος πληθυσμού, που αρχικοποιείται επανειλημμένως. Η ιδέα προέρχεται από μια θεωρητική διερεύνηση του Goldberg (1989b), σύμφωνα με την οποία αρκεί ένα πλήθος τριών σημείων για να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση, ανεξάρτητα του μήκους του χρωμοσώματος. Η προτεινόμενη διαδικασία συνίσταται στη γέννηση ενός μικρού πληθυσμού τυχαίων σημείων, που εξελίσσονται με εφαρμογή των τυπικών γενετικών τελεστών μέχρι να επιτευχθεί *ονομαστική σύγκλιση* (nominal convergence), δηλαδή πλήρης ή σχεδόν πλήρης ταύτιση των γονοτύπων. Στη συνέχεια, μία ή περισσότερες από τις καλύτερες λύσεις μεταφέρονται στον επόμενο πληθυσμό, με τα υπόλοιπα μέλη του να γεννώνται τυχαία.

Οι Coello Coello and Pulido (2001) ανέπτυξαν έναν μικρο-γενετικό πολυκριτηριακό αλγόριθμο που χρησιμοποιεί δύο τύπους μνήμης, τη *μνήμη του πληθυσμού* (population memory), ως πηγή διατήρησης της διασποράς, και μια εξωτερική μνήμη, όπου αρχειοθετούνται οι βέλτιστες λύσεις Pareto. Η μνήμη του πληθυσμού διαιρείται, με τη σειρά της, σε δύο τμήματα, ένα τμήμα που επιτρέπεται να αντικαθίσταται (replaceable) και ένα αναντικατάστατο (non-replaceable) τμήμα (τα σχετικά ποσοστά καθορίζονται από τον χρήστη). Το πρώτο τμήμα περιλαμβάνει μέλη του πληθυσμού που μπορούν να «αποβιώσουν» σε κάθε κύκλο, αντικαθιστάμενα από τους απογόνους τους, ενώ το δεύτερο τμήμα διατηρεί ένα σταθερό σύνολο από το αρχικό τυχαίο δείγμα, εξασφαλίζοντας διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού.

Σε κάθε κύκλο επιλέγεται από τη μνήμη ένα μικρό δείγμα σημείων, που αποτελούν τα μέλη του πληθυσμού του μικρο-γενετικού αλγορίθμου. Για την παραγωγή των απογόνων, εφαρμόζονται οι τυπικοί γενετικοί τελεστές, συγκεκριμένα:

- επιλογή με διαγωνισμό, με βάση τη μέθοδο μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης·
- διασταύρωση δύο σημείων·
- ομοιόμορφη μετάλλαξη·
- εκλεκτισμός, όπου ανεξάρτητα από τον αριθμό των μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται, μία και μόνο επιλέγεται αυθαίρετα στην επόμενη γενιά.

Ο κύκλος της εξελικτικής διαδικασίας ολοκληρώνεται όταν επιτευχθεί ονομαστική σύγκλιση. Τότε, επιλέγονται δύο από τις επίκαιρες μη κατώτερες λύσεις, που εισάγονται τόσο στην εξωτερική μνήμη (από την οποία απορρίπτονται όσα σημεία κυριαρχούνται από αυτές) όσο και στο προς αντικατάσταση τμήμα της μνήμης του πληθυσμού. Αν το μέγεθος της εξωτερικής μνήμης ξεπεράσει την εκ των προτέρων καθορισμένη χωρητικότητά της, τότε εφαρμόζεται ένα σχήμα προσαρμοζόμενου πλέγματος, αντίστοιχο της μεθόδου PAES, που περιγράφεται στο εδάφιο 4.6.3.

Σε επόμενη δημοσίευσή τους, οι Pulido and Coello Coello (2003) ανέπτυξαν μια βελτιωμένη εκδοχή του μικρο-γενετικού αλγορίθμου, την οποία συμβολίζουν ως μGA^2 . Η καινοτομία της μεθόδου μGA^2

σε σχέση με τον αρχικό αλγόριθμο είναι: (α) η χρήση τριών τύπων διασταύρωσης, που καθορίζεται από την επιθυμητή απόσταση των απογόνων από τους γονείς τους, και (β) η υλοποίηση της εξέλιξης σε δύο στάδια, όπου στο πρώτο στάδιο δίνεται έμφαση στην εξερεύνηση του χώρου (exploration), έχοντας ως κύριο παραγωγικό μηχανισμό τη μετάλλαξη, ενώ στο δεύτερο στάδιο δίνεται έμφαση στην εκμετάλλευση της πληροφορίας (exploitation), έχοντας ως κύριο μηχανισμό τη διασταύρωση.

Ένας από τους κύριους στόχους των ερευνητών ήταν η αυτοματοποίηση του τρόπου ορισμού των αλγοριθμικών παραμέτρων εισόδου. Είναι γνωστό ότι ένα τυπικό μειονέκτημα των εξελικτικών σχημάτων βελτιστοποίησης, μονοκριτηριακών και πολυκριτηριακών, είναι η ανάγκη προσδιορισμού ενός πλήθους παραμέτρων, που καθιστούν την εφαρμογή τους δυσπρόσιτη για τους μη έμπειρους χρήστες. Για τη μέθοδο μGA^2 , οι Pulido and Coello Coello προτείνουν τυπικές τιμές για όλες τις μη ελεγχόμενες από τον χρήστη παραμέτρους, όπως η συχνότητα διασταύρωσης, το μέγεθος της μνήμης, το ποσοστό του αναντικατάστατου τμήματος της μνήμης, το πλήθος των επαναλήψεων σε κάθε κύκλο, ο κύκλος αντικατάστασης και η διακριτοποίηση του πλέγματος.

4.6.6 Ο ταχύς και εκλεκτικός γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA-II)

Ο χαρακτηριζόμενος ως *ταχύς και εκλεκτικός γενετικός αλγόριθμος μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης* (fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA-II) αναπτύχθηκε το 2000 στο Ινστιτούτο Kanpur της Ινδίας από τους Deb *et al.*, και δημοσιεύτηκε δύο χρόνια μετά στο *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* (Deb *et al.*, 2002)¹.

Ο αλγόριθμος αποτελεί βελτιωμένη εκδοχή της μεθόδου NSGA (βλ. 4.5.3), και χειρίζεται με επιτυχία τρία σημαντικά μειονεκτήματά της, και συγκεκριμένα:

- τον υπολογιστικό φόρτο που απαιτεί η διαδικασία ταξινόμησης·
- την έλλειψη εκλεκτισμού, που έχει ως συνέπεια την πιθανή απώλεια βέλτιστων λύσεων Pareto κατά την εξελικτική διαδικασία·
- την εξάρτηση της επίδοσης του αλγορίθμου από την τιμή της παραμέτρου συσσώρευσης.

Ως γνωστό, για την ταξινόμηση του πληθυσμού με βάση τον ορισμό της κυριαρχίας Pareto, απαιτείται η εξονυχιστική σύγκριση κάθε ατόμου με όλα τα υπόλοιπα, και ως προς το σύνολο των κριτηρίων βελτιστοποίησης. Αν m είναι το πλήθος των κριτηρίων και p το μέγεθος του πληθυσμού, τότε το απαιτούμενο πλήθος υπολογισμών είναι τάξης $O(m p^3)$. Στον αλγόριθμο NSGA-II εισάγεται μια ειδική διαδικασία ταξινόμησης, η οποία χρησιμοποιεί ένα μητρώο όπου αποθηκεύονται όλες οι λύσεις επί των οποίων κυριαρχεί κάθε άτομο, επιτυγχάνοντας έτσι υπολογιστικό φόρτο τάξης $O(m p^2)$.

Αντί της χρήσης μιας συνάρτησης συσσώρευσης, που προϋποθέτει τον αυθαίρετο ορισμό της ακτίνας σ_s , η εκτίμηση της του μέτρου πυκνότητας των μελών του πληθυσμού γίνεται με βάση το μέγιστο κυβοειδές που περικλείει κάθε σημείο i , χωρίς να περικλείει κανένα άλλο γειτονικό (Σχήμα 4.16). Σε κάθε διάσταση του προβλήματος, τα μέλη κάθε μετώπου ταξινομούνται ως προς το αντίστοιχο κριτήριο j και εντοπίζονται οι γείτονες $(i + 1)$ και $(i - 1)$ κάθε σημείου i . Η εκτιμήτρια της πυκνότητας του σημείου i καλείται *απόσταση συνωστισμού* (crowding distance), και υπολογίζεται ως:

$$i_d = \sum_{j=1}^m f_j(i+1) - f_j(i-1) \quad (4.45)$$

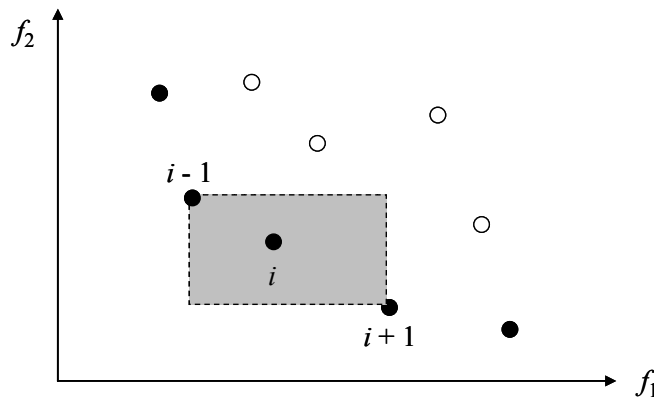
Ο κανόνας σύγκρισης δυο τυχαίων λύσεων i και j διαμορφώνεται ως εξής: Αν οι λύσεις ανήκουν σε διαφορετικό μέτωπο, επιλέγεται εκείνη με τον μικρότερο βαθμό κυριαρχίας ($i_r < j_r$), διαφορετικά επιλέγεται η λύση με την μεγαλύτερη απόσταση συνωστισμού ($i_d > j_d$). Συνεπώς:

¹ Μάλιστα, αποτέλεσε το πιο δημοφιλές άρθρο του περιοδικού εκείνη τη χρονιά.

$$i \geq j: \begin{cases} i_r < j_r & \text{αν } i_r \neq j_r \\ i_d > j_d & \text{αν } i_r = j_r \end{cases} \quad (4.46)$$

Τα βήματα του αλγορίθμου NSGA-II έχουν ως εξής: Αρχικά, παράγεται ένας τυχαίος πληθυσμός γονέων $\mathcal{P}(0)$, μεγέθους p , που ταξινομείται με βάση την έννοια της μη κυριαρχίας. Κάθε μέλος του πληθυσμού λαμβάνει μια τιμή καταλληλότητας ίση με το αντίστοιχο επίπεδο μη κυριαρχίας (η μοναδιαία τιμή αντιστοιχεί στα μέλη του πρώτου μετώπου, που περιλαμβάνει το σύνολο των τοπικά βέλτιστων λύσεων Pareto). Με βάση την τιμή καταλληλότητας, εκτελούνται οι διαδικασίες επιλογής μέσω δυαδικού διαγωνισμού, διασταύρωσης και μετάλλαξης για την παραγωγή ενός ισομεγέθους πληθυσμού απογόνων, $\mathcal{Q}(0)$.

Πλην της πρώτης γενιάς ($t = 1$), κατά τη διαδικασία παραγωγής όλων των επόμενων γενεών εισάγεται η έννοια της εκλεκτικότητας ως εξής: Έστω ότι κατά την γενιά t είναι γνωστός ο πληθυσμός των γονέων, $\mathcal{P}(t)$, και των απογόνων, $\mathcal{Q}(t)$. Δημιουργείται ένας ενοποιημένος πληθυσμός $\mathcal{R}(t)$, μεγέθους $2p$, που ταξινομείται με εφαρμογή της βελτιωμένης διαδικασίας ταξινόμησης και με βάση τον κανόνα σύγκρισης (4.46). Από τον ενοποιημένο πληθυσμό, επιλέγονται τα p καλύτερα μέλη του, που συνιστούν τον νέο πληθυσμό γονέων, $\mathcal{P}(t + 1)$. Από το βελτιωμένο σύνολο $\mathcal{P}(t + 1)$ παράγεται ένας νέος πληθυσμός απογόνων, $\mathcal{Q}(t + 1)$, με εφαρμογή των τελεστών επιλογής, διασταύρωσης και μετάλλαξης. Επισημαίνεται ότι η επιλογή γίνεται μέσω δυαδικού διαγωνισμού, στην οποία ο νικητής ορίζεται με βάση τον κανόνα (4.46).



Σχήμα 4.16: Παράδειγμα ορισμού της απόστασης συνωστισμού στον δισδιάστατο χώρο.

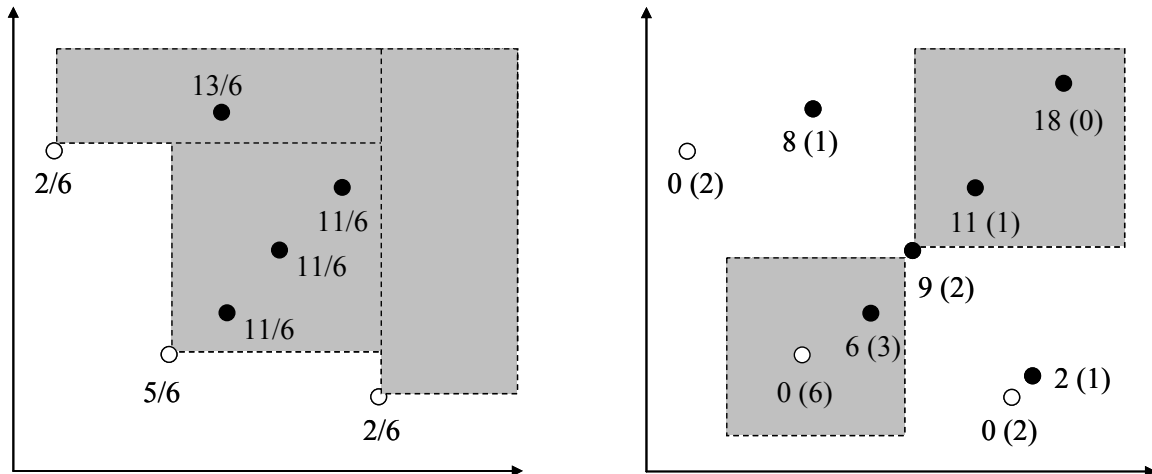
4.6.7 Ο βελτιωμένος εξελικτικός αλγόριθμος Pareto ισχύος (SPEA-II)

Οι Zitzler *et al.* (2002), αφού εντόπισαν ορισμένα μειονεκτήματα της μεθόδου SPEA, ανέπτυξαν μια βελτιωμένη εκδοχή της, με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- ένα καινοτόμο σχήμα αποτίμησης της καταλληλότητας, το οποίο λαμβάνει υπόψη του επί πόσων ατόμων κυριαρχεί και από πόσα άτομα κυριαρχείται κάθε μέλος του πληθυσμού·
- μια μέθοδο εκτίμησης της πυκνότητας του πληθυσμού, που επιτρέπει μια καλύτερη κατεύθυνση της διαδικασίας αναζήτησης·
- μια εναλλακτική μέθοδο περικοπής του εξωτερικού συνόλου, σε αντικατάσταση της μεθόδου ομαδοποίησης που χρησιμοποιεί η μέθοδος SPEA.

Μια επιπλέον διαφορά σε σχέση με την αρχική εκδοχή της μεθόδου SPEA είναι το γεγονός ότι το μέγεθος του εξωτερικού συνόλου, p_0 , διατηρείται σταθερό. Αν λοιπόν σε μια γενιά ο αριθμός των μη κυριαρχούμενων ατόμων είναι μικρότερος από p_0 , τότε το εξωτερικό σύνολο συμπληρώνεται από κυριαρχούμενα, και ως εκ τούτου μη βέλιστα, άτομα.

Ο καθορισμός του μέτρου καταλληλότητας γίνεται ως εξής: Αρχικά, για κάθε μέλος i του πληθυσμού υπολογίζεται η ισχύς του, $s(i)$, που αντιστοιχεί στον αριθμό των ατόμων επί των οποίων κυριαρχεί. Υπενθυμίζεται ότι στον αρχικό αλγόριθμο, ο υπολογισμός της ισχύος γινόταν αποκλειστικά για τα μέλη του εξωτερικού συνόλου. Ακολούθως, υπολογίζεται η αρχική καταλληλότητα $r(i)$, ως το άθροισμα όλων των τιμών $s(j)$ των ατόμων που κυριαρχούν επί του μέλους i . Η τιμή $r(i) = 0$ αντιστοιχεί αποκλειστικά στα μη κυριαρχούμενα μέλη του τρέχοντος πληθυσμού, ενώ όσο αυξάνει η τιμή αυτή τόσο αυξάνει ο αριθμός των ατόμων που κυριαρχούν επί του συγκεκριμένου μέλους i . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.17, η διαδικασία αυτή εξασφαλίζει σαφώς μεγαλύτερη ποικιλία τιμών καταλληλότητας, δεδομένου ότι ο έλεγχος της κυριαρχίας γίνεται με βάση το σύνολο του δείγματος, και όχι μόνο το εξωτερικό σύνολο, όπως συμβαίνει με τη μέθοδο SPEA.



Σχήμα 4.17: Σύγκριση των μεθόδων υπολογισμού της καταλληλότητας των μελών ενός υποθετικού πληθυσμού σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων, με τις μεθόδους SPEA (αριστερά) και SPEA II (δεξιά). Με λευκό κύκλο απεικονίζονται τα μέλη του εξωτερικού συνόλου, δηλαδή οι μη κατώτερες λύσεις. Στο δεξί σχήμα, οι τιμές εντός παρένθεσης αντιστοιχούν στην ισχύ κάθε ατόμου, ήτοι τον αριθμό των μελών του πληθυσμού επί των οποίων κυριαρχεί.

Στην περίπτωση ύπαρξης ατόμων με ίδιες τιμές αρχικής καταλληλότητας, εισάγεται ως επιπλέον πληροφορία ένα μέτρο πυκνότητας. Η διαδικασία που εφαρμόζεται βασίζεται στη μέθοδο του k -πλησιέστερου γείτονα (k -th nearest neighbor), λαμβάνοντας ως εκτιμήτρια της πυκνότητας ενός σημείου i την απόσταση του k -οστού κοντινότερου σημείου του δείγματος, που συμβολίζεται με σ_i^k . Οι ερευνητές προτείνουν ως αντιπροσωπευτική τιμή της πυκνότητας την τετραγωνική ρίζα του μεγέθους του πληθυσμού και του εξωτερικού συνόλου, αν και μπορεί να θεωρηθεί επαρκής ακόμη και η τιμή $k = 1$. Το μέτρο πυκνότητας υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2} \quad (4.47)$$

Η ποσότητα δύο στον παρονομαστή προστίθεται ώστε να εξασφαλιστεί η συνθήκη $0 < d(i) < 1$. Η ολική καταλληλότητα κάθε ατόμου προκύπτει προσθέτοντας στην αρχική τιμή το μέτρο πυκνότητας, δηλαδή:

$$f(i) = r(i) + d(i) \quad (4.48)$$

Σε κάθε γενιά αντιγράφονται στο εξωτερικό σύνολο όλες οι μη κατώτερες λύσεις, δηλαδή τα άτομα εκείνα για τα οποία ισχύει $r(i) = 0$, και συνεπώς $f(i) < 1$. Αν το μέγεθος του εξωτερικού συνόλου είναι μικρότερο από την επιθυμητή τιμή p_0 , τότε σε αυτό αντιγράφονται τα καλύτερα μέλη από τον υπόλοιπο πληθυσμό και το προηγούμενο εξωτερικό σύνολο, ώσπου να συμπληρωθεί ο αριθμός p_0 . Αν το μέγεθος του εξωτερικού συνόλου, δηλαδή το πλήθος των μη κατωτέρων λύσεων, είναι μεγαλύτερο

από p_0 , τότε εφαρμόζεται μια διαδικασία περικοπής, που είναι ελαφρά διαφορετική σε σχέση με αυτή που περιγράφηκε για την αρχική μέθοδο SPEA. Συγκεκριμένα, πρόκειται για μια αναδρομική διαδικασία, στην οποία κάθε φορά απομακρύνεται το σημείο που έχει την ελάχιστη απόσταση σ_i^k σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα. Η διαδικασία αυτή θεωρείται ότι εξασφαλίζει τη διατήρηση των οριακών λύσεων, που είναι δυνατό να απωλεστούν με το σχήμα συστοίχισης που χρησιμοποιεί η SPEA.

4.7 Τελικά σχόλια

Για ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα, η διαδικασία αναζήτησης μη κατωτέρων λύσεων ενός πολυκριτηριακού προβλήματος αντιμετωπίστηκε, τόσο από μαθηματική όσο και από «φιλοσοφική» οπτική, ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μιας *εκ των προτέρων* διαμορφωμένης αριθμητικής έκφρασης, που θεωρείται ότι αντιπροσωπεύει τη συνάρτηση χρησιμότητας του εν λόγω προβλήματος. Στην πραγματικότητα, πρόκειται για μια παραπλανητική προσέγγιση, δεδομένου ότι σε ένα σύνθετο πρόβλημα ή σε ένα πρόβλημα μη σύμμετρων κριτηρίων η συνάρτηση χρησιμότητας δεν εκφράζει παρά μια αυθαίρετη συνάθροιση των μέτρων επίδοσης, που οδηγεί σε μία και μοναδική τελική λύση του προβλήματος, που χωρίς τεκμηρίωση θεωρείται ως η πλέον πρόσφορη. Μάλιστα, η προσέγγιση αυτή δεν αποκλείει την δυνατότητα υποκειμενικής κατεύθυνσης της διαδικασίας αναζήτησης σε μια *προαποφασισμένη* επιλογή, που επενδύεται με ένα μανδύα φαινομενικής αντικειμενικότητας. Σε κάθε περίπτωση, η συνάθροιση των κριτηρίων αναιρεί τη δυνατότητα διερεύνησης κρίσιμων πτυχών του προβλήματος, που σχετίζονται με τον τρόπο αλληλεπίδρασης των κριτηρίων και την ύπαρξη καλά συμβιβαστικών περιοχών του πεδίου αποτίμησης.

Η σύγχρονη μαθηματική προσέγγιση αποσκοπεί στην ξεκάθαρη αντιμετώπιση του προβλήματος, με ξεχωριστό χειρισμό των επιμέρους κριτηρίων. Πρόκειται για μια σαφώς πιο δίκαιη και αντικειμενική στρατηγική, που αποσκοπεί στην ταυτόχρονη παραγωγή πολλαπλών μη κατωτέρων λύσεων, που είναι αντιπροσωπευτικές του μετώπου Pareto. Για τον σκοπό αυτό, εφαρμόζονται, σχεδόν κατ' αποκλειστικότητα, παραλλαγές των εξελικτικών αλγορίθμων, που έχουν τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να χειρίζονται διανυσματικές συναρτήσεις, αποτιμώντας κάθε υποψήφια λύση ως προς τη σχέση κυριαρχίας της σε σχέση με τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού (πρωτεύον μέτρο επίδοσης) αλλά και ως προς την πυκνότητα των υφιστάμενων σημείων γύρω από την εν λόγω λύση (δευτερεύον μέτρο επίδοσης). Το πρώτο από τα δύο μέτρα εγγυάται την επιβίωση των μη κατωτέρων λύσεων σε έναν πληθυσμό, εξασφαλίζοντας τη σταδιακή μετατόπιση του πληθυσμού προς το πραγματικό μέτωπο Pareto, ενώ το δεύτερο μέτρο ευνοεί την διατήρηση καλά κατανομημένων πληθυσμών είτε στο πεδίο αποτίμησης (συνηθέστερα) είτε στο πεδίο αναζήτησης (πιο σπάνια).

Οι πλέον πρόσφατες τεχνικές πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης έχουν δώσει έμφαση σε δύο ακόμη πτυχές του προβλήματος. Η πρώτη αναφέρεται στη δυνατότητα προστασίας των καλών λύσεων που εντοπίζονται κατά τη διαδικασία αναζήτησης, ώστε να μην κινδυνεύουν να απωλεστούν εξαιτίας της τυχαιότητας των γενετικών μηχανισμών. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι γνωστό ως εκλεκτισμός, και επιτυγχάνεται συνήθως με την διατήρηση δύο παράλληλων πληθυσμών, ενός για την αποθήκευση των πλέον πρόσφορων λύσεων και ενός για την τυπική διαδικασία αναπαραγωγής, με εφαρμογή των γενετικών τελεστών. Η δεύτερη πτυχή αναφέρεται στην χρήση αποδοτικών σχημάτων ταξινόμησης αλλά και αποτίμησης της πυκνότητας, δεδομένου ότι η ανάγκη συνεχούς σύγκρισης όλων των στοιχείων όλων των διανυσμάτων που συγκροτούν έναν πληθυσμό (για την αξιολόγηση τόσο του μέτρου κυριαρχίας όσο και του μέτρου διασποράς των μελών του πληθυσμού) συνεπάγεται μεγάλο φόρτο υπολογισμών, που καθιστούν τους πολυκριτηριακούς εξελικτικούς αλγορίθμους αρκετά πιο αργούς σε σχέση με τις αντίστοιχες μονοκριτηριακές εκδοχές τους.

Ως σοβαρότερο μειονέκτημα των υφιστάμενων πολυκριτηριακών εξελικτικών σχημάτων θεωρούμε την μη προσαρμογή των μηχανισμών γέννησης στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του προβλήματος.

Πράγματι, η έμφαση δίνεται αποκλειστικά στις διαδικασίες αποτίμησης και επιλογής, ενώ οι γεννήτριες διαδικασίες (δηλαδή οι τελεστές αναπαραγωγής και μετάλλαξης) έχουν αντιγραφεί ως έχουν είτε από τους γενετικούς αλγορίθμους (συνηθέστερα) είτε τις εξελικτικές στρατηγικές (π.χ. στη μέθοδο PAES). Οι τελεστές αυτοί έχουν αναπτυχθεί για προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης, στα οποία η επιφάνεια απόκρισης είναι σταθερή και ο στόχος είναι η σύγκλιση σε ένα τελικό σημείο, που λαμβάνεται ως εκτιμήτρια του ολικού ακροτάτου της βαθμωτής συνάρτησης. Αντίθετα, στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση η επιφάνεια απόκρισης αναμορφώνεται σε κάθε γενιά (καθώς εξελίσσεται ο πληθυσμός, οπότε και διαφοροποιούνται οι σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ των μελών του αλλά και η διασπορά των σημείων, που καθορίζουν το δείκτη επίδοσης), ενώ ο στόχος είναι η απόκλιση, ώστε να «διασκορπιστεί» ο πληθυσμός σε όλο το εύρος του μετώπου Pareto.

Επισημαίνεται ακόμη ότι, παρά την αλματώδη ανάπτυξη της τελευταίας δεκαετίας, η εφαρμογή των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων σε προβλήματα επιχειρησιακού χαρακτήρα είναι μάλλον περιορισμένη. Ειδικότερα, σε θέματα υδρολογικής ανάλυσης και διαχείρισης υδατικών πόρων έχουν δοκιμαστεί ελάχιστες από τις τεχνικές που παρουσιάστηκαν προηγουμένως (κυρίως οι NSGA, NPGA και MOCOM), και αυτές περιορισμένες σε μικρό, σχετικά, εύρος προβλημάτων (βλ. 7.3 και 10.5).

Επιπλέον, υπάρχει ελάχιστη εμπειρία σε εφαρμογές με περισσότερα από δύο κριτήρια. Συχνά, όταν σε ένα πρόβλημα εμπλέκονται πολλαπλά κριτήρια, προτείνεται η ενσωμάτωσή τους σε τρία έως τέσσερα μέτρα επίδοσης, που αποτελούν συνιστώσες της διανυσματικής στοιχικής συνάρτησης (Coello Coello, 2005). Με τη διαδικασία αυτή αποφεύγεται ο κίνδυνος δημιουργίας εξαιρετικά εκτεταμένων μετώπων Pareto, που καλύπτουν σημαντικό τμήμα του πεδίου αποτίμησης¹. Η άποψή μας είναι ότι πρόκειται για εγγενή αδυναμία των υφιστάμενων πολυκριτηριακών εξελικτικών σχημάτων να χειριστούν πολυδιάστατα πεδία αποτίμησης. Από την άλλη πλευρά, η προτεινόμενη στρατηγική ομαδοποίησης των κριτηρίων δεν είναι παρά ένα «τρικ» που αλλοιώνει τον θεμελιώδη στόχο της σύγχρονης προσέγγισης των προβλημάτων πολυκριτηριακής ανάλυσης, που είναι ο σαφής διαχωρισμός των κριτηρίων και η κατά το δυνατό αποφυγή της χρήσης αυθαίρετων σχημάτων συνάθροισης.

Ένα σημαντικό ερώτημα που εγείρεται είναι ο τρόπος που μπορεί ο χρήστης να ερμηνεύσει και, στη συνέχεια, να χειριστεί το σύνολο των Pareto βέλτιστων λύσεων στις οποίες καταλήγει η εξελικτική διαδικασία, ώστε να επιλέξει την καλύτερα συμβιβαστική από αυτές. Προφανώς, σε μια εφαρμογή όχι απλά ακαδημαϊκού ενδιαφέροντος αλλά επιχειρησιακού χαρακτήρα (όπως στο σχεδιασμό ενός έργου, στη λειτουργία ενός συστήματος ή στη χρήση ενός μοντέλου ως προγνωστικού εργαλείου) απαιτείται η διατύπωση μιας ξεκάθαρης λύσης, που εγγυάται έναν πρόσφορο συγκερασμό των αντικρουόμενων κριτηρίων. Οι πολυκριτηριακοί αλγόριθμοι παρέχουν μια ικανοποιητική προσέγγιση του μετώπου Pareto, δηλαδή των διαφόρων συμβιβασμών μεταξύ των επιμέρους κριτηρίων, λαμβάνοντας υπόψη αποκλειστικά την αρχή της κυριαρχίας. Με τον τρόπο αυτό, ενδέχεται να κατευθυνθούν σε περιοχές λύσεων που είναι μαθηματικά βέλτιστες (αφού ανήκουν στο μέτωπο Pareto), αλλά όχι αποδεκτές από την σκοπιά του χρήστη. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση λύσεων που βρίσκονται στις ακραίες περιοχές του μετώπου, που σημαίνει ότι υπερτερούν σημαντικά ως προς κάποια από τα κριτήρια, αλλά παρουσιάζουν χαμηλή επίδοση ως προς τα υπόλοιπα κριτήρια. Ωστόσο, δεν είναι ασυνήθιστη η περίπτωση που για να είναι αποδεκτή, στην πράξη, μια βέλτιστη επιλογή Pareto, οφείλει να παρέχει μια ελάχιστη επίδοση για το σύνολο των κριτηρίων. Για τον λόγο αυτό, οι «ακραίες» λύσεις ενός πολυκριτηριακού προβλήματος θεωρούνται τελικά απορριπτέες, ανεξάρτητα αν είναι αποδεκτές από καθαρά μαθηματική άποψη.

¹ Υπενθυμίζεται ότι σε ένα πολυδιάστατο πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης διάστασης m , το μέτωπο Pareto είναι μια υπερ επιφάνεια, διάστασης $m - 1$.

Συμπερασματικά, διαφαίνεται ότι υπάρχουν ακόμη αρκετά περιθώρια βελτίωσης των υφιστάμενων εξελικτικών σχημάτων διανυσματικής βελτιστοποίησης, όσον αφορά στα ακόλουθα σημεία:

- την προσαρμογή διαφορετικών μηχανισμών αναζήτησης, εκτός από τους τυπικούς τελεστές των γενετικών αλγορίθμων, που θα δίνουν έμφαση στην αποτελεσματικότητα και αποδοτικότητα, λαμβάνοντας υπόψη και τις ιδιαιτερότητες του πολυκριτηριακού προβλήματος·
- τον χειρισμό προβλημάτων με περισσότερα των δύο κριτήρια, αλλά με τρόπο ώστε η διαδικασία επιλογής να μην καταλήγει σε ένα ανεξέλεγκτα μεγάλο αριθμό βέλτιστων λύσεων·
- την ενσωμάτωση επιπλέον κριτηρίων στη διαδικασία επιλογής, που θα αξιοποιούν την εμπειρία του χρήστη και θα καθοδηγούν την αναζήτηση προς τις πλέον πρόσφορες περιοχές του μετώπου Pareto, που είναι όχι μόνο βέλτιστες από μαθηματική άποψη, αλλά και αποδεκτές, με βάση τις απαιτήσεις του προβλήματος, εξασφαλίζοντας έτσι την παραγωγή επιχειρησιακά αξιοποιήσιμων συμβιβασμών μεταξύ των αντικρουόμενων κριτηρίων.

Οι παραπάνω απαιτήσεις, μαζί με ένα πλήθος άλλων καινοτομιών, υλοποιήθηκαν στα πλαίσια ενός νέου αλγοριθμικού σχήματος, που παρουσιάζεται αναλυτικά στο Κεφάλαιο 5.

5 Ανάπτυξη αλγορίθμων

5.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται αναλυτικά το μαθηματικό πλαίσιο (μεθοδολογίες και αλγόριθμοι) που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της διατριβής, για την βελτιστοποίηση μη γραμμικών συναρτήσεων, τόσο βαθμωτών όσο και διανυσματικών.

Σε πρώτη φάση, αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα αναζήτησης ακροτάτων σε μη κυρτούς χώρους, δηλαδή το τυπικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης. Το αλγοριθμικό σχήμα στο οποίο καταλήξαμε, με την ονομασία *εξελικτική μέθοδος ανόπτωσης-απλόκου* (evolutionary annealing-simplex), αποτελεί βελτιωμένη εκδοχή του σχήματος που αναπτύχθηκε προηγουμένως (Ευστρατιάδης, 2001· Efstratiadis and Koutsoyiannis, 2001, 2002). Η μεθοδολογία έχει αντιμετωπίσει επιτυχώς μια σειρά από σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης συστημάτων υδατικών πόρων (Efstratiadis *et al.*, 2004· Rozos *et al.*, 2004· Τέγος, 2005). Το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου και οι σχετικές υπολογιστικές διαδικασίες εξηγούνται στην ενότητα 5.2.

Η παραπάνω μεθοδολογία γενικεύτηκε για προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, δηλαδή ταυτόχρονης αναζήτησης μη κατωτέρων λύσεων, που περιγράφουν αντιπροσωπευτικά το μέτωπο Pareto που δημιουργείται από τα αντικρουόμενα κριτήρια. Ειδικότερα, στις γεννήτριες διαδικασίες χρησιμοποιήθηκαν, μετά από προσαρμογή, αρκετές από τις τεχνικές της μονοκριτηριακής μεθόδου. Αντίθετα, όσον αφορά στις διαδικασίες αποτίμησης, που αποτελούν και την κεντρική συνιστώσα των πολυκριτηριακών μεθόδων, απαιτήθηκε η ανάπτυξη μιας σειράς πρωτότυπων, ως επί το πλείστον, στρατηγικών, για τον αποτελεσματικό χειρισμό των πολλαπλών ιδιαιτεροτήτων του προβλήματος. Το γενικευμένο αυτό σχήμα, προγενέστερες εκδοχές του οποίου παρουσιάζονται από τους Efstratiadis and Koutsoyiannis (2005, 2007), θα αναφέρεται στη συνέχεια με την ονομασία *πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου* (multiobjective evolutionary annealing-simplex, MEAS).

Όλες οι υπολογιστικές διαδικασίες που παρουσιάζονται στη συνέχεια υλοποιήθηκαν σε γλώσσα προγραμματισμού Object Pascal, και σε περιβάλλον Borland Delphi. Ο πηγαίος κώδικας διατίθεται στην ηλεκτρονική διεύθυνση <http://www.itia.ntua.gr/g/docinfo/838/>.

5.2 Ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου

5.2.1 Θεμελιώδεις αρχές

Ο *εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτωσης-απλόκου* (evolutionary annealing-simplex) είναι μια ευρετική τεχνική ολικής βελτιστοποίησης, στην οποία επιχειρείται η σύζευξη διαφορετικών μεθοδολογικών προσεγγίσεων καθώς και ορισμένων πρωτότυπων στοιχείων. Ενσωματώνοντας στρατηγικές τοπικής και ολικής αναζήτησης σε ένα ενιαίο αλγοριθμικό σχήμα, εξασφαλίζεται ευελιξία κινήσεων για τον χειρισμό των γεωμετρικών ιδιομορφιών των μη κυρτών επιφανειών απόκρισης, ταυτόχρονα με τη δυνατότητα ταχείας διερεύνησης των κυρτών περιοχών των εν λόγω επιφανειών.

Το υπόβαθρο του αλγορίθμου βασίζεται σε τρεις θεμελιώδεις διαδικασίες:

- μια διαδικασία *εξελικτικής αναζήτησης*, για την παράλληλη διερεύνηση του εφικτού χώρου από έναν πληθυσμό σημείων·

- ένα πλέγμα κανόνων εξέλιξης, που χρησιμοποιούν ένα τροποποιημένο σχήμα *κατερχόμενου απλόκου* για την παραγωγή βελτιωμένων λύσεων (απογόνων¹), καθώς και διαδικασίες *μετάλλαξης*.
- μια στρατηγική *προσομοιωμένης ανόπτησης*, μέσω της οποίας ρυθμίζεται ο βαθμός τυχαιότητας ως προς την αξιολόγηση την καταλληλότητας των λύσεων που παράγονται κατά την διαδικασία αναζήτησης.

Ο αλγόριθμος απαιτεί τον ορισμό δύο ζευγών διανυσμάτων, που περιγράφουν τα «εξωτερικά» και «εσωτερικά» όρια του χώρου αναζήτησης. Ο αρχικός πληθυσμός γεννάται εντός των εσωτερικών ορίων, τα οποία ωστόσο δεν είναι δεσμευτικά, και μπορούν να παραβιαστούν κατά τη διαδικασία αναζήτησης, ενώ, αντίθετα, δεν επιτρέπεται ποτέ η υπέρβαση των εξωτερικών ορίων. Πρόκειται για ένα θεμελιώδες σημείο του αλγορίθμου, η σημασία του οποίου εξηγείται στο εδάφιο 5.4.1.

Ο πληθυσμός διατηρεί σταθερό μέγεθος και εξελίσσεται κατά στάδια (γενιές). Σε κάθε γενιά, ένα (κατά κανόνα) ή περισσότερα (σε μία περίπτωση) άτομα αντικαθίσταται από νέα σημεία (απογόνους). Οι απόγονοι παράγονται είτε από διασταύρωση πολλαπλών γονέων, στην βάση ενός τροποποιημένου σχήματος απλόκου, είτε μέσω μετάλλαξης. Ο αλγόριθμος αναζητά βελτιωμένες λύσεις, αν όμως δεν μπορεί να βρει τέτοιες επιδιώκει να διερευνήσει νέες περιοχές του εφικτού χώρου, αποδεχόμενος λύσεις που μπορεί να είναι χειρότερες από τις προηγούμενες. Η πιθανότητα αποδοχής τέτοιων λύσεων ρυθμίζεται αυτόματα, μέσω ενός προσαρμοστικού χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.

5.2.2 Υπολογιστική διαδικασία

Κατά σύμβαση θεωρείται το πρόβλημα ελαχιστοποίησης μιας βαθμωτής συνάρτησης n μεταβλητών. Ο αλγόριθμος απαιτεί τον ορισμό των ακόλουθων στοιχείων:

- του μεγέθους του πληθυσμού, p , όπου $p \geq n + 1$.
- των διανυσμάτων $[\mathbf{x}^{\text{low}}, \mathbf{x}^{\text{up}}]$ και $[\mathbf{x}^{\text{min}}, \mathbf{x}^{\text{max}}]$, που περιγράφουν τα εξωτερικά και εσωτερικά όρια του πεδίου αναζήτησης, αντίστοιχα.
- δύο παραμέτρων του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης, λ και β .
- της πιθανότητας μετάλλαξης, p_m .

Ο αρχικός πληθυσμός $\mathcal{P}^{[0]}$ αποτελείται από p τυχαία σημεία (διανύσματα), ομοιόμορφα κατανεμημένα στο εσωτερικό πεδίο $[\mathbf{x}^{\text{min}}, \mathbf{x}^{\text{max}}]$. Οι συντεταγμένες κάθε σημείου γεννώνται ως τυχαίοι αριθμοί από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[x_i^{\text{min}}, x_i^{\text{max}}]$. Σε κάθε σημείο, υπολογίζεται η τιμή της στοχικής συνάρτησης και, στη συνέχεια, ορίζεται η αρχική τιμή της θερμοκρασίας, ίση με τη διαφορά μεταξύ της μέγιστης και ελάχιστης τιμής, δηλαδή:

$$T^{[0]} = \max \{f_1^{[0]}, \dots, f_p^{[0]}\} - \min \{f_1^{[0]}, \dots, f_p^{[0]}\} \quad (5.1)$$

Έστω $\mathcal{P}^{[k]}$ ο πληθυσμός της k γενιάς, που αποτελείται από το σύνολο $\{\mathbf{x}_1^{[k]}, \dots, \mathbf{x}_p^{[k]}\}$. Η υπολογιστική διαδικασία περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα (για λόγους απλούστευσης, παραλείπεται ο δείκτης της γενιάς):

Βήμα 1: Υπολογίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά του πληθυσμού, δηλαδή η μέση τιμή, μ_x , και η τυπική απόκλιση, σ_x , των συντεταγμένων.

Βήμα 2: Διαμορφώνεται ένα άπλοκο $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n+1}\}$ με τυχαία επιλογή των κορυφών του από τον πληθυσμό, όπου η κορυφή s_1 αντιστοιχεί στην καλύτερη (μικρότερη) και s_{n+1} στην χειρότερη (υψηλότερη) τιμή της στοχικής συνάρτησης. Το σημείο s_1 διατηρείται εξ ορισμού στον πληθυσμό, ενώ κάθε άλλο σημείο μπορεί να αντικατασταθεί, όπως περιγράφεται στο επόμενο βήμα. Με τον

¹ Σε αρκετές περιπτώσεις χρησιμοποιούμε την κοινή ορολογία των γενετικών-εξελικτικών αλγορίθμων, χωρίς ωστόσο αυτό να σημαίνει ότι ακολουθούνται οι ίδιες υπολογιστικές διαδικασίες.

τρόπο αυτό, προφυλάσσεται η βέλτιστη λύση που έχει έως τότε εντοπιστεί, από τον κίνδυνο αφανισμού της που οφείλεται στους τυχαίους μηχανισμούς επιλογής των εξελικτικών διαδικασιών.

Βήμα 3: Από το υποσύνολο $\{\mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_{n+1}\}$, που περιλαμβάνει όλες τις κορυφές του απλόκου πλην της καλύτερης, επιλέγεται μια κορυφή \mathbf{w} ως υποψήφια για να αντικατασταθεί. Πρόκειται για το σημείο που μεγιστοποιεί την τροποποιημένη συνάρτηση:

$$g(\mathbf{s}) = f(\mathbf{s}) + u T \quad (5.2)$$

όπου u τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 1]$. Με βάση τη σχέση (5.2), η τροποποιημένη συνάρτηση περιλαμβάνει δύο συνιστώσες, την τιμή της στοχαστικής συνάρτησης $f(\mathbf{s})$ και τον τυχαίο όρο $u T$, που εξαρτάται από την τιμή της επίκαιρης θερμοκρασίας. Στα αρχικά στάδια της διαδικασίας αναζήτησης, ο βαθμός τυχειότητας κατά την επιλογή του σημείου που αντικαθίσταται είναι σημαντικός, καθώς η θερμοκρασία είναι υψηλή. Σταδιακά, η θερμοκρασία μειώνεται, οπότε μειώνεται και η επίδραση του τυχαίου όρου. Στην οριακή περίπτωση όπου $T \rightarrow 0$, η κορυφή που αντικαθίσταται είναι εξ ορισμού η χειρότερη, που σημαίνει ότι η διαδικασία ακολουθεί τη λογική του αλγορίθμου Nelder-Mead, υιοθετώντας μια πορεία τοπικής βελτιστοποίησης.

Βήμα 4: Γεννάται ένα νέο σημείο \mathbf{r}_0 αναστρέφοντας το άπλοκο ως προς την κορυφή \mathbf{w} , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{g} + (0.5 + u) (\mathbf{g} - \mathbf{w}) \quad (5.3)$$

όπου u τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα $[0, 1]$ και:

$$\mathbf{g} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{s}_i - \mathbf{w} \right) \quad (5.4)$$

Για $u = 0.5$, ο γεωμετρικός μετασχηματισμός ταυτίζεται με την ανάκλαση της διαδικασίας Nelder-Mead, διαφορετικά περιγράφει μια διαταραχή γύρω από το σημείο ανάκλασης.

Βήμα 5: Εφόσον $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{w})$, που υποδηλώνει ότι η κίνηση προς την κατεύθυνση της ανάκλασης οδηγεί σε βελτίωση της τιμής της συνάρτησης, το σημείο \mathbf{r}_0 αντικαθιστά την κορυφή \mathbf{w} στον πληθυσμό και η διαδικασία προχωρά στο βήμα 6α, διαφορετικά προχωρά στο βήμα 6β.

Βήμα 6α: Με δεδομένο ότι η ανάκλαση είναι επιτυχής, εξετάζεται αν μπορεί να βρεθεί μια ακόμα καλύτερη λύση, είτε μέσω επέκτασης του απλόκου στην κατεύθυνση που ορίζει το διάνυσμα $\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}$, είτε μέσω εξωτερικής συμπίεσής του, προς την αντίθετη κατεύθυνση. Το σχετικό κριτήριο ελέγχει αν $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{s}_1)$, δηλαδή αν η λύση που εντοπίστηκε στο προηγούμενο βήμα υπερτερεί σε σχέση με την καλύτερη κορυφή του απλόκου.

Αν $f(\mathbf{r}_0) < f(\mathbf{s}_1)$, η διαφορά $\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}$ υποδηλώνει την διεύθυνση της κλίσης, ή ισοδύναμα την κατεύθυνση ελαχιστοποίησης της συνάρτησης. Το γεγονός αυτό είναι εξαιρετικά σημαντικό, δεδομένου ότι ο εντοπισμός της κλίσης σε μια μη ομαλή επιφάνεια απόκρισης, που εξασφαλίζει μια ταχεία μετάβαση προς κάποιο τοπικό ακρότατο, είναι δύσκολος, ειδικά όταν το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου είναι μεγάλο. Στην περίπτωση αυτή, πραγματοποιείται μια σειρά βημάτων επέκτασης στην κατεύθυνσή της ανάκλασης, σύμφωνα με την αναδρομική σχέση:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{g} + \eta_s (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (5.5)$$

όπου $\eta_s = \eta_{s-1} + u$, με $\eta_0 = 1$. Η επέκταση του απλόκου συνεχίζεται όσο εντοπίζονται εφικτές λύσεις που βελτιώνουν την τιμή της συνάρτησης, επιταχύνοντας έτσι σημαντικά την διαδικασία αναζήτησης.

Αντίθετα, αν $f(\mathbf{r}_0) > f(\mathbf{s}_1)$, το άπλοκο συμπιέζεται εξωτερικά σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{g} + (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (5.6)$$

Εφόσον επιτευχθεί βελτίωση της συνάρτησης, το σημείο \mathbf{r}_1 αντικαθιστά το \mathbf{r}_0 .

Μετά την ολοκλήρωση των διαδικασιών του βήματος 6α, ο όγκος του απλόκου, και συνακόλουθα η διασπορά του πληθυσμού, έχει αυξηθεί σε σύγκριση με τον αρχικό όγκο, καθώς ο απόγονος που παράγεται βρίσκεται εκτός των ορίων που διαμορφώνονται από τις συντεταγμένες των γονέων του, δηλαδή τις κορυφές του απλόκου S . Στη συνέχεια, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9.

Βήμα 6β: Με δεδομένο ότι η ανάκλαση είναι ανεπιτυχής, δηλαδή $f(\mathbf{r}_0) > f(\mathbf{w})$, δοκιμάζεται μια άλλη πορεία, είτε εντός είτε εκτός των ορίων του απλόκου, στην προσπάθεια εντοπισμού ενός τοπικού ακροτάτου. Το σχετικό κριτήριο ελέγχει αν $g(\mathbf{r}_0) > g(\mathbf{w})$, δηλαδή αν η τιμή της τροποποιημένης συνάρτησης στο σημείο ανάκλασης είναι χειρότερη σε σχέση με τη συμβατικά χειρότερη κορυφή. Αν το κριτήριο είναι αληθές, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 7α, διαφορετικά μεταβαίνει στο βήμα 7β.

Βήμα 7α: Έχοντας απορρίψει το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 , πραγματοποιείται εσωτερική συμπίεση του απλόκου, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{g} - (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{g} - \mathbf{r}_0) \quad (5.7)$$

Εφόσον $\mathbf{r}_1 < \mathbf{r}_0$, το σημείο εσωτερικής συμπίεσης αντικαθιστά το σημείο ανάκλασης στον πληθυσμό.

Αν $f(\mathbf{r}_1) > f(\mathbf{s}_{n+1})$, δηλαδή το σημείο εσωτερικής συμπίεσης είναι χειρότερο ακόμη και από την χειρότερη κορυφή του απλόκου, το τελευταίο συρρικνώνεται γύρω από την καλύτερη κορυφή \mathbf{s}_1 , ώστε $\mathbf{s}_i' = 0.5 (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_i)$ για κάθε $i = 2, \dots, n + 1$. Πρόκειται για τον μοναδικό γεωμετρικό μετασχηματισμό, στον οποίο αντικαθίστανται περισσότερα του ενός μέλη του πληθυσμού.

Η μείωση του όγκου του απλόκου, τόσο μέσω εσωτερικής συμπίεσης όσο και, πολύ περισσότερο, μέσω συρρίκνωσης, υποδηλώνει τη σύγκλιση του πληθυσμού γύρω από κάποιο τοπικό ακρότατο. Αυτό ενεργοποιεί τον μηχανισμό μείωσης της θερμοκρασίας κατά έναν συντελεστή λ , που είναι παράμετρος του χρονοδιαγράμματος απόπτωσης. Η τυπική τιμή της εν λόγω παραμέτρου είναι 0.99, που εξασφαλίζει αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας, και συνακόλουθα του βαθμού τυχαιότητας στη διαδικασία αναζήτησης. Σε διαφορετική περίπτωση, ελλοχεύει ο κίνδυνος να μηδενιστεί, πρακτικά, η θερμοκρασία του συστήματος από τα πρώτα ήδη στάδια αναζήτησης, με κίνδυνο τον εγκλωβισμό του αλγορίθμου σε κάποιο μη αποδεκτό τοπικό ακρότατο, που απέχει σημαντικά από τη θεωρητικά βέλτιστη λύση (βλ. 5.4.6).

Μετά την ολοκλήρωση των παραπάνω, η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9.

Βήμα 7β: Αν $g(\mathbf{r}_0) < g(\mathbf{w})$, το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 γίνεται αποδεκτό παρόλο που χειροτερεύει την τιμή της συνάρτησης. Στην περίπτωση αυτή, εξετάζεται αν είναι δυνατή η διαφυγή από το τρέχον τοπικό ακρότατο και ο εντοπισμός μιας νέας περιοχής έλξης. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιείται ένα δεδομένο πλήθος βημάτων επέκτασης (τα τάξης των τριών έως πέντε) σύμφωνα με την (5.5), με τη διαφορά ότι τώρα η αναζήτηση γίνεται προς την κατεύθυνση μεγιστοποίησης της συνάρτησης. Η διαφορά των τιμών της συνάρτησης σε δύο διαδοχικά σημεία αποτελεί μέτρο της κλίσης της. Εφόσον η κλίση γίνει αρνητική, γεγονός που υποδηλώνει ότι το νέο σημείο υπερπηδά την περιοχή έλξης όπου έχει εγκλωβιστεί το άπλοκο, το σημείο που προκύπτει αντικαθιστά το \mathbf{r} . Η παραπάνω στρατηγική, η οποία βασίζεται σε μια ελαφρά τροποποίηση του σχήματος απόπτωσης-απλόκου που προτείνουν οι Pan and Wu (1998), επιτρέπει στο άπλοκο να ξεφεύγει από τα ήδη εντοπισμένα τοπικά ακρότατα και να διερευνά περιοχές γειτονικών ακροτάτων, μέσω μιας διαδικασίας αναρρίχησης.

Εφόσον η αναρρίχηση είναι επιτυχής, δηλαδή έχει εντοπιστεί μια λύση καλύτερη από το σημείο ανάκλασης, τότε το τελευταίο αντικαθίσταται στον πληθυσμό και η υπολογιστική διαδικασία μεταβαίνει στο βήμα 9, διαφορετικά μεταβαίνει στο βήμα 8, γεννώντας ένα τυχαίο σημείο μέσω μετάλλαξης.

Βήμα 8: Ο τελεστής μετάλλαξης, ο οποίος ενεργοποιείται όταν με κανέναν από τους προηγούμενους μηχανισμούς δεν έχει καταστεί δυνατός ο εντοπισμός μιας βελτιωμένης λύσης σε σχέση με την w , βασίζεται στη γέννηση ενός τυχαίου σημείου εκτός του εύρους μιας τυπικής απόκλισης γύρω από τη μέση τιμή του τρέχοντος δείγματος, δηλαδή εκτός του διαστήματος $[\mu_x - \sigma_x, \mu_x + \sigma_x]$. Η παραγωγή των συντεταγμένων γίνεται ως εξής:

$$x_i = \mu_i \pm (\sigma_i + u d_i) \quad (5.8)$$

όπου μ_i η μέση τιμή του πληθυσμού για τη συντεταγμένη i , σ_i η αντίστοιχη τυπική απόκλιση, u τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή $[0, 1]$ και d_i η απόσταση που υπολείπεται μέχρι τα όρια του εφικτού χώρου (για $u = 1$, η συντεταγμένη γεννιέται ακριβώς πάνω στο όριο). Το πρόσημο $+$ ή $-$ επιλέγεται τυχαία, με ίση πιθανότητα. Αν είναι θετικό, τότε η συντεταγμένη γεννιέται από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[\mu_i + \sigma_i, x_i^{\max}]$, διαφορετικά γεννιέται στο διάστημα $[x_i^{\min}, \mu_i - \sigma_i]$. Η μετάλλαξη αποσκοπεί στη γέννηση απομακρυσμένων, σε σχέση με το μέσο όρο του πληθυσμού, σημείων, και συνεπώς εξασφαλίζει μεγαλύτερη διασπορά λύσεων, η οποία είναι επιθυμητή για την αποτελεσματικότερη διερεύνηση του εφικτού χώρου.

Ο απόγονος που παράγεται μέσω μετάλλαξης γίνεται εκ κατασκευής αποδεκτός εφόσον υπερτερεί ως προς το σημείο ανάκλασης r_0 , διαφορετικά γίνεται αποδεκτός με πιθανότητα p_m .

Βήμα 9: Εντοπίζεται η καλύτερη, f_{\min} , και χειρότερη, f_{\max} , τιμή της συνάρτησης στον πληθυσμό, και ελέγχεται αν η τρέχουσα θερμοκρασία ξεπερνά την τιμή $\beta (f_{\max} - f_{\min})$, όπου $\beta \geq 1$ παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Με τον τρόπο αυτό, η θερμοκρασία εμποδίζεται να λάβει υπερβολικά υψηλές τιμές, κάτι που θα επιβράδυνε σημαντικά τον αλγόριθμο, αφού η διαδικασία αναζήτησης θα γινόταν υπερβολικά τυχαία.

Η εξελικτική διαδικασία ολοκληρώνεται με δύο τρόπους:

- όταν η σχετική βελτίωση της τιμής της στοχαστικής συνάρτησης από γενιά σε γενιά γίνει μικρότερη από κάποια ανοχή (κριτήριο σύγκλισης)
- όταν ξεπεραστεί ένας προβλεπόμενος αριθμός δοκιμών (κριτήριο τερματισμού).

Η ανοχή (εκφρασμένη ως ποσοστό) και ο μέγιστος αριθμός δοκιμών αποτελούν επίσης παραμέτρους εισόδου του αλγορίθμου. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές, το δεύτερο κριτήριο είναι αυτό που οδηγεί στον τερματισμό της διαδικασίας, καθώς η πολυπλοκότητα του προβλήματος και ο μεγάλος αριθμός παραμέτρων δεν επιτρέπουν την επίτευξη σύγκλισης, παρά μόνο μετά από εξαιρετικά μεγάλο αριθμό δοκιμών.

5.3 Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου

5.3.1 Γενικές αρχές

Ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου (multiobjective evolutionary annealing-simplex, στο εξής MEAS) αποτελεί ένα νέο σχήμα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, που είναι σε μεγάλο βαθμό πρωτότυπο. Η μέθοδος αποσκοπεί στην παραγωγή αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων από το μέτωπο Pareto, που είναι ταυτόχρονα αποδεκτές από την «οπτική γωνία» της εκάστοτε εφαρμογής. Κατά συνέπεια, είναι κατάλληλη για προβλήματα επιχειρησιακού σκοπού, στα οποία αναζητείται όχι το πλήρες, κατ' ανάγκη, μέτωπο Pareto, αλλά πρόσφοροι συμβιβασμοί μεταξύ των ανταγωνιστικών κριτηρίων, σε μια υποπεριοχή αυτού. Τέτοια προβλήματα απαντώνται κατά κόρον στις επιστήμες των υδατικών πόρων και περιβάλλοντος, όπως τεκμηριώνεται στη σχετική διερεύνηση του Κεφαλαίου 7.

Η υπολογιστική διαδικασία εκτελείται, όπως και στη μονοκριτηριακή μέθοδο, σε στάδια (γενιές), και περιλαμβάνει δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση ή *φάση αποτίμησης*, ορίζεται ένα βαθμωτό μέτρο ποινής, που εξαρτάται από την θέση κάθε σημείου στο πεδίο τιμών \mathcal{F} , αλλά και την θέση όλων των υπόλοιπων μελών του πληθυσμού σε σχέση με το εν λόγω σημείο. Κατά συνέπεια, για την αποτίμηση της καταλληλότητας συγκρίνεται η επίδοση όλων των σημείων μεταξύ τους και σε σχέση με όλα τα κριτήρια του προβλήματος. Για κάθε σημείο εισάγεται μια *συνάρτηση ποινής*, που περιλαμβάνει έναν όρο κυριαρχίας $r_i^*(\mathcal{P})$, έναν όρο πυκνότητας $\pi_i(\mathcal{P})$ και έναν όρο εφικτότητας ξ_i , δηλαδή¹:

$$\varphi_i(\mathcal{P}) = \varphi[r_i^*(\mathcal{P}), \pi_i(\mathcal{P}), \xi_i] \quad (5.9)$$

Ο πρώτος όρος αποτιμά την κατά Pareto καταλληλότητα κάθε μέλους του πληθυσμού, λαμβάνοντας υπόψη τις κυρίαρχες, κυριαρχούμενες και αδιάφορες λύσεις ως προς αυτό. Ο δεύτερος όρος αποτιμά την επίδοση του ατόμου με βάση τη διασπορά του πληθυσμού στη γειτονιά του. Τέλος, ο τρίτος όρος αποτιμά την καταλληλότητα του ατόμου, με βάση εξωτερικούς περιορισμούς που θέτει ο χρήστης, με στόχο την απόρριψη λύσεων με ακραία επίδοση, δηλαδή εξαιρετικά καλή ως προς ορισμένα κριτήρια αλλά απαράδεκτα χαμηλή ως προς τα υπόλοιπα.

Η διαδικασία αποτίμησης, οι συνιστώσες της οποίας εξηγούνται λεπτομερώς στα εδάφια 5.3.3, 5.3.5 και 5.3.7, αποσκοπεί στη δημιουργία μιας υβριδικής επιφάνειας απόκρισης, πάνω στην οποία πραγματοποιείται η αναζήτηση νέων λύσεων για την τρέχουσα γενιά, δηλαδή η παραγωγή των απογόνων. Η επιφάνεια αυτή αναδιαμορφώνεται σε κάθε γενιά, αφού με την αντικατάσταση έστω και ενός μέλους της προηγούμενης γενιάς αλλάζει η ταξινόμηση των σημείων στο πεδίο \mathcal{F} , με βάση την έννοια της κυριαρχίας. Με τον τρόπο που ορίζεται η συνάρτηση ποινής, ήτοι η στοιχική συνάρτηση του μετασχηματισμένου προβλήματος, προκύπτει ένα συνεχές πεδίο, που μπορεί να εξερευνηθεί με συμβατικές τεχνικές αναζήτησης ακροτάτων.

Η παραγωγή των απογόνων αποτελεί το ζητούμενο της δεύτερης φάσης, που καλείται *φάση εξέλιξης*. Σε κάθε γενιά, παράγεται ένας απόγονος που αντικαθιστά τον γονέα που επιλέγεται με μια στρατηγική προσομοιωμένης απόπτωσης. Ο μηχανισμός επιλογής κατευθύνει την εξελικτική διαδικασία προς την αποδεκτή υποπεριοχή του μετώπου Pareto, η οποία περιέχει αντιπροσωπευτικούς συμβιβασμούς, μεταξύ των οποίων μπορεί εύκολα να υποδειχθεί ο πλέον πρόσφορος, προστατεύοντας ωστόσο τις εκάστοτε μη κατώτερες λύσεις. Η αναπαραγωγή γίνεται είτε με συνδυασμό λύσεων, στο πρότυπο ενός απλόκου, είτε μέσω μετάλλαξης. Οι μετασχηματισμοί του απλόκου παρουσιάζουν αρκετές ομοιότητες με τις συναφείς διαδικασίες του μονοκριτηριακού αλγορίθμου απόπτωσης-απλόκου, με τη θεμελιώδη, ωστόσο, διαφορά ότι εμποδίζεται η σύγκλιση των σημείων γύρω από ένα ακρότατο. Πράγματι, στην προκειμένη περίπτωση είναι επιβεβλημένη η διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού, ώστε ο τελικός πληθυσμός να περιλαμβάνει μη κατώτερες εφικτές λύσεις του προβλήματος, ομοιόμορφα κατανομημένες στο πεδίο \mathcal{F} . Τέλος, στη διαδικασία μετάλλαξης υιοθετούνται δύο εναλλακτικά σχήματα, με σκοπό την ελεγχόμενη παραγωγή κοντινών και απομακρυσμένων λύσεων.

5.3.2 Γέννηση αρχικού πληθυσμού

Με βάση το σκεπτικό που συζητείται στο εδάφιο 5.4.1, για κάθε μία από τις n μεταβλητές ελέγχου, ο χρήστης προσδιορίζει το «εξωτερικό» και «εσωτερικό» πεδίο ορισμού, που υποδηλώνει το φυσικά και επιθυμητά, αντίστοιχα, όρια διακύμανσης των μεταβλητών. Ο αρχικός πληθυσμός παράγεται από μια ομοιόμορφη κατανομή, μέσα στο *εσωτερικό πεδίο ορισμού*. Το μέγεθος του πληθυσμού p ορίζεται από τον χρήστη, και πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη:

¹ Η έκφραση (\mathcal{P}) υποδηλώνει ότι η τιμή του αντίστοιχου όρου είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών του τρέχοντος πληθυσμού.

$$p \geq n + 1 \quad (5.10)$$

ώστε να είναι δυνατή η διαμόρφωση ενός τουλάχιστον απλόκου.

Το μέγεθος του πληθυσμού αποτελεί την πλέον καθοριστική παράμετρο εισόδου του αλγορίθμου. Σε αντίθεση με μια εξελικτική μέθοδο ολικής βελτιστοποίησης, όπου δεν ενδιαφέρει η κατανομή του πληθυσμού στο πέρας της υπολογιστικής διαδικασίας, παρά μόνο η θέση της καλύτερης λύσης (η οποία λαμβάνεται ως εκτιμήτρια του ολικού ακροτάτου), στον πολυκριτηριακό εξελικτικό αλγόριθμο κάθε μέλος του τελικού πληθυσμού οφείλει να αντιστοιχεί σε μια βέλτιστη Pareto λύση. Συνεπώς, αν ο χρήστης επιδώκει μια αδρομερή περιγραφή του μετώπου μη κατωτέρων λύσεων, μπορεί να ορίσει μικρό μέγεθος πληθυσμού, ενώ αν επιδώκει μια πιο λεπτομερή περιγραφή, είναι υποχρεωμένος να χρησιμοποιήσει μεγάλο μέγεθος. Προφανώς, όσο αυξάνει το μέγεθος του πληθυσμού, τόσο πιο ακριβής (αλλά και πιο χρονοβόρα) είναι η προσέγγιση του μετώπου Pareto.

5.3.3 Ταξινόμηση πληθυσμού

Έστω ένα σύνολο (πληθυσμός) \mathcal{P} αποτελούμενο από p σημεία (λύσεις) από το πεδίο ορισμού \mathcal{X} , όπου σε κάθε λύση i αντιστοιχούν m τιμές κριτηρίων $\{f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{im}\}$, των οποίων ζητείται, κατά σύμβαση, η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση. Αρχικά, δημιουργείται ένα *μητρώο κυριαρχίας* \mathbf{D} , διάστασης $p \times p$, με στοιχεία πάνω από την διαγώνιο, που δίνονται από την σχέση:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ijk}, \text{ για } i < j \quad (5.11)$$

ενώ τα στοιχεία κάτω από την διαγώνιο υπολογίζονται από τη σχέση:

$$d_{ij} = m - \sum_{k=1}^m a_{ijk}, \text{ για } i > j \quad (5.12)$$

όπου:

$$a_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{αν } f_{ik} \leq f_{jk} \\ -1 & \text{αν } f_{ik} > f_{jk} \end{cases} \quad (5.13)$$

Με βάση το μητρώο \mathbf{D} , μπορεί να καταμετρηθεί εύκολα ο αριθμός των κυριαρχούμενων και κυρίαρχων λύσεων ως προς τη λύση i , αφού η συνθήκη $d_{ij} = m$ υποδηλώνει ότι η λύση i κυριαρχεί επί της λύσης j , καθώς υπερτερεί ως προς το σύνολο των κριτηρίων, ενώ αντίθετα η συνθήκη $d_{ij} = 0$ υποδηλώνει ότι η λύση i κυριαρχείται από την λύση j . Τέλος, η συνθήκη $0 < d_{ij} < m$ υποδηλώνει ότι οι λύσεις i και j είναι μεταξύ τους αδιάφορες.

Στη συνέχεια, εισάγονται δύο δίτιμοι (binary) δείκτες. Ο πρώτος δείκτης χρησιμοποιείται για την καταμέτρηση των κυριαρχούμενων λύσεων και ορίζεται ως:

$$\mu_{ij}(m) = \begin{cases} 1 & \text{αν } d_{ij} = m \\ 0 & \text{αν } d_{ij} < m \end{cases} \quad (5.14)$$

Ο δεύτερος δείκτης χρησιμοποιείται για την καταμέτρηση των αδιάφορων λύσεων και ορίζεται ως:

$$\nu_{ij}(m) = \begin{cases} 1 & \text{αν } 0 < d_{ij} < m \\ 0 & \text{αν } d_{ij} = 0 \text{ ή } d_{ij} = m \end{cases} \quad (5.15)$$

Για κάθε λύση i εισάγεται ένα *μέτρο ταξινόμησης*, που περιλαμβάνει ένα ακέραιο και ένα δεκαδικό μέρος. Το ακέραιο μέρος υπολογίζεται με βάση την έννοια της *ισχύος*. Η διαδικασία ταξινόμησης χρησιμοποιεί στοιχεία από τις μεθόδους SPEA και SPEA-II, που ανέπτυξαν οι Zitzler and Thiele (1999) και Zitzler *et al.* (2002), αντίστοιχα (βλ. 4.6.2 και 4.6.7). Συγκεκριμένα:

Η ισχύς κάθε λύσης i ισούται με τον αριθμό των σημείων επί των οποίων κυριαρχεί, δηλαδή:

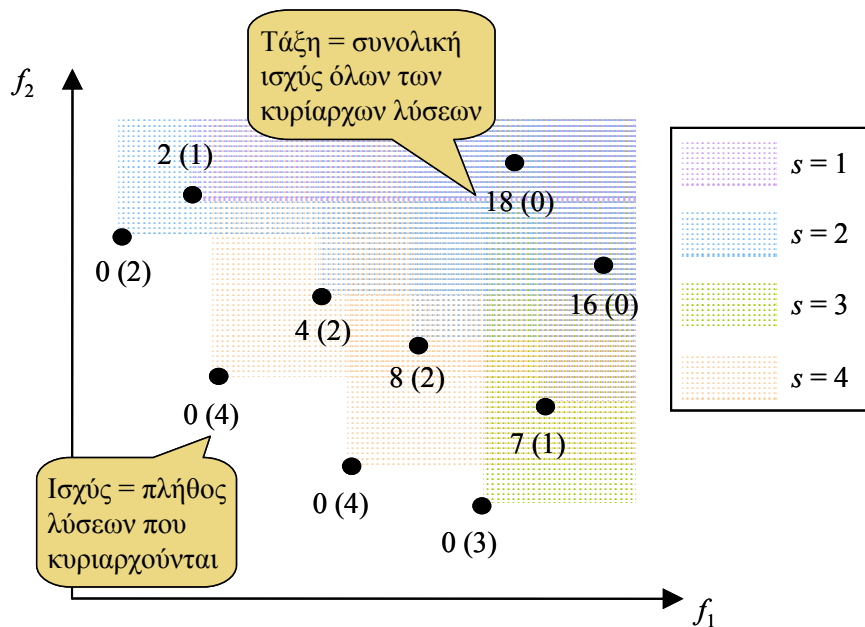
$$s_i = \sum_{j=1}^p \mu_{ij}(m) \quad (5.16)$$

Από τον ορισμό της ισχύος προκύπτει ότι $0 \leq s_i \leq m - 1$, όπου η συνθήκη $s_i = m - 1$ υποδηλώνει ότι η λύση i ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα όλα τα κριτήρια, οπότε κείται στο κάτω αριστερά όριο του πεδίου αποτίμησης, ενώ η συνθήκη $s_i = 0$ υποδηλώνει ότι η λύση i κείται στο πάνω δεξιά όριο του πεδίου αποτίμησης, οπότε είτε κυριαρχείται είτε είναι αδιάφορη έναντι όλων των υπόλοιπων λύσεων.

Το ακέραιο μέρος του μέτρου ταξινόμησης καλείται *τάξη*, και ισούται με το άθροισμα της ισχύος όλων των σημείων από τα οποία αυτή κυριαρχείται, δηλαδή:

$$r_i = \sum_{j=1}^p \mu_{ji}(m) s_j \quad (5.17)$$

Εξ ορισμού, όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω στο τρέχον μέτωπο μη κατωτέρων λύσεων, δηλαδή όλες οι μη κυριαρχούμενες λύσεις, έχουν μηδενική τάξη.



Σχήμα 5.1: Παράδειγμα ορισμού της ισχύος (σε παρένθεση) και της τάξης των μελών ενός υποθετικού πληθυσμού εννέα σημείων, σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο κριτηρίων.

Στο παράδειγμα του Σχήματος 5.1 εξηγείται η διαδικασία υπολογισμού της ισχύος και, στη συνέχεια, της τάξης ενός υποθετικού πληθυσμού εννέα σημείων, σε ένα δισδιάστατο πεδίο αποτίμησης. Πάνω και δεξιά από κάθε σημείο ορίζεται ένα επίπεδο διαφορετικού χρώματος, που υποδηλώνει την αντίστοιχη τιμή της ισχύος. Η αλληλουχία των επιπέδων δημιουργεί ένα μεγάλο πλήθος αποχρώσεων, που αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές του μέτρου τάξης. Το μέτρο αυτό υποδηλώνει τη σχετική θέση του σημείου στο πεδίο αποτίμησης και, σε αναλογία με τις μεθόδους SPEA και SPEA-II, εκφράζει όχι μόνο την σχέση κυριαρχίας κάθε σημείου ως προς τον υπόλοιπο πληθυσμό, αλλά και, σε κάποιο βαθμό, την «πυκνότητα» του πληθυσμού σε σχέση με το σημείο αναφοράς. Συνεπώς, μεταξύ δύο λύσεων που έχουν την ίδια σχέση κυριαρχίας (είναι δηλαδή αδιάφορες μεταξύ τους), το μικρότερο μέτρο τάξης (ήτοι τη μικρότερη ποινή) έχει αυτή που γειτνιάζει με τον μικρότερο αριθμό σημείων. Με τον τρόπο αυτό, στη λύση αυτή αποδίδεται αυξημένη πιθανότητα επιβίωσης, ευνοώντας την αναζήτηση σε περιοχές του εφικτού χώρου που δεν έχουν διερευνηθεί επαρκώς.

Αντιστοιχώντας μια τάξη r_i σε κάθε σημείο $\mathbf{x}_i \in \mathcal{P}$, δημιουργείται πάνω στον εφικτό χώρο μια *διακριτή επιφάνεια απόκρισης*, η γεωμετρία της οποίας εξαρτάται από τη σχετική θέση των μελών του πληθυσμού στο πεδίο αποτίμησης \mathcal{F} . Αν αλλάξει η θέση ενός έστω σημείου, με συνέπεια την διαφοροποίηση της σχέσης κυριαρχίας του ως προς τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού, τότε η μορφή της επιφάνειας μεταβάλλεται ανάλογα.

Αν και η διαδικασία ορισμού της τάξης παρέχει ένα ευρύ φάσμα τιμών (μεγαλύτερο από κάθε άλλη γνωστή διαδικασία ταξινόμησης, όπως εξηγείται στο εδάφιο 5.4.1), γίνεται περαιτέρω διάκριση των λύσεων, με την προσθήκη ενός δεκαδικού όρου, που έχει νόημα στα προβλήματα με περισσότερα από δύο κριτήρια. Στην περίπτωση αυτή, εισάγεται ένα επιπλέον μέτρο, ώστε να συγκρίνει λύσεις που χαρακτηρίζονται, από μαθηματική άποψη, ως αδιάφορες.

Ας υποθεθεί ένα τρισδιάστατο πολυκριτηριακό πρόβλημα, και δύο εφικτές επιλογές A και B, με τιμές κριτηρίων $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ και $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, αντίστοιχα. Σύμφωνα με τον ορισμό της κυριαρχίας (βλ. 2.9.1), αν ισχύει $\alpha_1 < \beta_1$, $\alpha_2 < \beta_2$, και $\alpha_3 > \beta_3$, τότε οι επιλογές A και B είναι μεταξύ τους αδιάφορες, δηλαδή $A \sim B$. Ωστόσο, από πρακτική άποψη, η επιλογή A είναι πιο επιθυμητή σε σχέση με την B, αφού υπερτερεί στα δύο από τα τρία κριτήρια. Με βάση το παραπάνω σκεπτικό, μπορούμε να ορίσουμε μια *σχέση υπεροχής* μεταξύ των δύο επιλογών, αντιστοιχώντας έναν *λόγο αδιαφορίας* 1/3 για την λύση A και 2/3 για την λύση B (μεγαλύτερος για την υποδεέστερη λύση, αφού εκφράζει ποινή).

Η διαδικασία γενικεύεται για έναν πληθυσμό p σημείων, εισάγοντας τον *μέσο λόγο αδιαφορίας* κάθε λύσης i , που ορίζεται ως:

$$r_i' = \frac{\sum_{j=1}^p v_{ij}(m) d_{ji}}{\sum_{j=1}^p v_{ij}(m)} \quad (5.18)$$

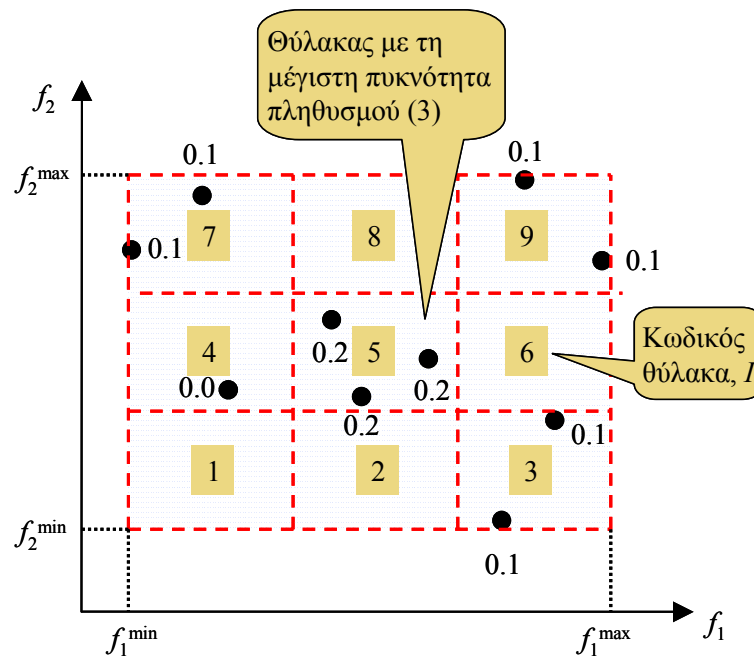
Η παραπάνω σχέση εκφράζει το μέσο ποσοστό των κριτηρίων έναντι των οποίων υπολείπεται κάθε μέλος του πληθυσμού σε σχέση με όλες τις αδιάφορες ως προς αυτό λύσεις, και είναι αδιάστατο μέγεθος, δηλαδή $0 < r_i' < 1$. Επισημαίνεται ότι το άθροισμα των $v_{ij}(m)$ στον παρονομαστή εκφράζει το πλήθος των αδιάφορων λύσεων σε σχέση με το σημείο αναφοράς i .

Ο δεκαδικός όρος r_i' προστίθεται στον ακέραιο r_i , διαμορφώνοντας έτσι ένα πραγματικό (όχι όμως συνεχές) μέτρο ποινής r_i^* , που αποτιμά την καταλληλότητα κάθε σημείου, λαμβάνοντας υπόψη την σχετική του θέση στο πεδίο \mathcal{F} . Τονίζεται ότι όταν το πρόβλημα βελτιστοποίησης περιλαμβάνει δύο μόνο κριτήρια, τότε για όλα τα μη κατώτερα μέλη του πληθυσμού ισχύει $r_i^* = 0.50$, καθώς δεν υπάρχει τρόπος διάκρισης των αδιάφορων λύσεων, με βάση τον λόγο αδιαφορίας. Αντίθετα, σε προβλήματα τριών κριτηρίων και άνω, εισάγεται ένα επιπλέον αριθμητικό κριτήριο, αυξάνοντας έτσι την ποικιλία τιμών ως προς το μέτρο αποτίμησης του εκάστοτε πληθυσμού λύσεων. Η παραπάνω προσέγγιση, που αποτελεί ένα από τα σημεία πρωτοτυπίας της μεθόδου, εξηγείται στο εδάφιο 5.4.3.

5.3.4 Έλεγχος πυκνότητας πληθυσμού

Ένα σημείο καινοτομίας της μεθόδου SPEA ήταν η ενσωμάτωση του μέτρου διασποράς στο μέτρο κυριαρχίας, με την εισαγωγή της έννοιας της ισχύος. Το πλεονέκτημα της εν λόγω προσέγγισης ήταν η αποφυγή χρήσης συναρτήσεων συσσώρευσης, που επιβάλλουν τον ορισμό μιας αυθαίρετης τιμής ακτίνας, που είναι το χαρακτηριστικό γεωμετρικό μέγεθος του θύλακα (βλ. 4.6.2). Ωστόσο, στη βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου (SPEA-II), οι ερευνητές οδηγήθηκαν στην προσθήκη ενός ξεχωριστού μέτρου διασποράς, αφού διαπίστωσαν, στην πράξη, ότι η αρχική τους στρατηγική παρουσίαζε ορισμένες αδυναμίες.

Το ζήτημα της πυκνότητας εξετάστηκε ενδελεχώς στον αλγόριθμο που αναπτύξαμε, με αναφορά στα προβλήματα ελέγχου του Κεφαλαίου 6, οπτικοποιώντας (σε γράφημα) τη διαδικασία εξέλιξης του πληθυσμού. Διαπιστώθηκε ότι, σε ορισμένες τουλάχιστον περιπτώσεις, ενώ η διαδικασία έτεινε προς μια ικανοποιητικά ομοιόμορφη κατανομή σημείων πάνω στο μέτωπο Pareto, στα τελικά στάδια διατάρασε την εν λόγω κατανομή, καθώς οι σχετικά πιο απόμακρες λύσεις έλκονταν στις πυκνότερες περιοχές του μετώπου. Το φαινόμενο αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι όλες οι μη κατώτερες λύσεις, ανεξαρτήτως της θέσης τους στο μέτωπο Pareto, είχαν το ίδιο μέτρο επίδοσης. Επιπρόσθετα, τόσο οι μηχανισμοί αναπαραγωγής όσο και οι συναρτήσεις μετάλλαξης, επειδή χρησιμοποιούν την έννοια του κεντροειδούς, είναι στατιστικά πιο πιθανό να γεννήσουν απογόνους στην περιοχή που συσσωρεύονται τα περισσότερα μέλη του πληθυσμού. Για το λόγο αυτό, εισάγαμε έναν επιπλέον όρο στη συνάρτηση ποινής, με σκοπό την προστασία των απομακρυσμένων λύσεων και, συνακόλουθα, τη διατήρηση μιας καλής διασποράς του πληθυσμού.



Σχήμα 5.2: Διακριτοποίηση του τρέχοντος πεδίου λύσεων σε θύλακες, με βάση τον πληθυσμό του προηγούμενου παραδείγματος ($p = 10, \Delta = 3$). Για κάθε θύλακα αναγράφεται ο κωδικός του I , ενώ για κάθε σημείο αναγράφεται η τιμή του μέτρου πυκνότητας π_i .

Η υπολογιστική διαδικασία που ακολουθείται βασίζεται στη λογική κατασκευής ενός πλέγματος στο πεδίο αποτίμησης \mathcal{F} , κάθε στοιχείο του οποίου ορίζει έναν θύλακα όπου καταμετράται το αντίστοιχο πλήθος σημείων (Σχήμα 5.2). Το όριο του πλέγματος καθορίζονται με βάση τις τρέχουσες ακραίες τιμές των κριτηρίων στον πληθυσμό. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια τυπική διακριτοποίηση $\Delta = 10$, με βάση την οποία ορίζεται ο θύλακας κάθε σημείου, στον οποίο αντιστοιχεί ένας κωδικός. Ο κωδικός αυτός είναι ένας μοναδικός ακέραιος αριθμός, που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_i = \prod_{j=1}^m \{j \Delta + \text{int}[\Delta (f_j(\mathbf{x}_i) - f_j^{\min}) / (f_j^{\max} - f_j^{\min})]\} \quad (5.19)$$

όπου $f_j^{\max} = \max \{f_j(\mathbf{x}_1), f_j(\mathbf{x}_2), \dots, f_j(\mathbf{x}_p)\}$ και $f_j^{\min} = \min \{f_j(\mathbf{x}_1), f_j(\mathbf{x}_2), \dots, f_j(\mathbf{x}_p)\}$.

Δύο ή περισσότερα σημεία με κοινό κωδικό ανήκουν στον ίδιο θύλακα και θεωρούνται γειτονικά. Με εφαρμογή ενός απλού ελέγχου, προσδιορίζεται το πλήθος των γεινόνων n_i κάθε σημείου i (σε αυτούς περιλαμβάνεται και ο εαυτός του), και βάσει αυτού ορίζεται ένα μέτρο πυκνότητας ως εξής:

$$\pi_i = (n_i - 1) / p \quad (5.20)$$

Το παραπάνω μέτρο εκφράζει τον αριθμό των γειτόνων κάθε ατόμου, ως ποσοστό του πληθυσμού. Στην ιδεατή περίπτωση, μετά το πέρας της εξελικτικής διαδικασίας, όλος ο πληθυσμός πρέπει να έχει κατανομηθεί ομοιόμορφα σε Δ υποπεριοχές του μετώπου Pareto, που συνεπάγεται ότι σε κάθε θύλακα θα περιέχονται p / Δ σημεία.

5.3.5 Η έννοια της εφικτότητας

Στη διαδικασία αποτίμησης, κάθε εφικτή λύση του προβλήματος διανυσματικής βελτιστοποίησης, δηλαδή κάθε σημείο $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$, με τις αντίστοιχες τιμές κριτηρίων $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathcal{F}$ που προκύπτουν, θεωρείται αποδεκτό. Ωστόσο, όπως εξηγείται στο εδάφιο 5.4.5, σε ένα πραγματικό πρόβλημα, δεν είναι πάντοτε επιθυμητοί όλοι οι συνδυασμοί τιμών κριτηρίων, ακόμα και αν αυτοί είναι, από μαθηματική άποψη, βέλτιστοι. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση ακραίων περιοχών του μετώπου Pareto, στις οποίες εντοπίζονται λύσεις που υπερτερούν σημαντικά ως προς κάποια από τα κριτήρια, παρουσιάζοντας ωστόσο πολύ κακή επίδοση ως προς άλλα κριτήρια. Για τον λόγο αυτό, εισάγεται η έννοια του *εφικτού πεδίου αποτίμησης* \mathcal{F}_e , που είναι ένα τμήμα του πραγματικού πεδίου \mathcal{F} . Αυτό περιγράφεται μέσω ενός διανύσματος $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \dots, e_m)$, το οποίο ορίζει ο χρήστης, εισάγοντας έτσι έναν εξωτερικό περιορισμό στην διαδικασία αναζήτησης λύσεων. Το i στοιχείο του συνοριακού διανύσματος \mathbf{e} εκφράζει τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή του αντίστοιχου κριτηρίου, και αποσκοπεί στην παραγωγή ενός τελικού πληθυσμού λύσεων $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p\}$, που θα είναι βέλτιστες κατά Pareto, και θα ικανοποιούν ταυτόχρονα τη συνθήκη αποδοχής:

$$f_j(\mathbf{x}_i) \leq e_j \quad (5.21)$$

για κάθε μέλος $i = 1, \dots, p$ και για κάθε κριτήριο $j = 1, \dots, m$. Στην ιδεατή περίπτωση, ο τελικός πληθυσμός θα κείται ακριβώς πάνω στο εσωτερικό υπο-μέτωπο \mathcal{F}_e^* του συνολικού μετώπου Pareto \mathcal{F}^* . Τονίζεται ότι αν για κάποιο κριτήριο j δεν τίθεται η ανάγκη προσδιορισμού μιας ανώτερης αποδεκτής τιμής, τότε αρκεί να θεωρηθεί μια μεγάλη εικονική τιμή του αντίστοιχου στοιχείου e_j , τέτοια ώστε να εξασφαλίζεται η γέννηση εφικτών σημείων σε όλο το φάσμα του πεδίου ορισμού του προβλήματος, \mathcal{X} .

Η συνθήκη αποδοχής εξασφαλίζεται με την προσθήκη ενός επιπλέον όρου ποινής, για κάθε λύση που κείται εκτός του υποπεδίου $\mathcal{F}_e \subseteq \mathcal{F}$. Για τον λόγο αυτό, εισάγεται ένας ακόμη δίτιμος δείκτης, που ορίζεται ως:

$$\varepsilon_j(\mathbf{x}_i) = \begin{cases} 1 & \text{αν } f_j(\mathbf{x}_i) > e_j \\ 0 & \text{αν } f_j(\mathbf{x}_i) \leq e_j \end{cases} \quad (5.22)$$

Για κάθε λύση i , υπολογίζεται η *αθροιστική απόσταση* από το σύνολο \mathbf{e} , με βάση τη σχέση:

$$\xi_i = \sum_{j=1}^m \varepsilon_j(\mathbf{x}_i) [f_j(\mathbf{x}_i) - e_j]^2 \quad (5.23)$$

Η συνθήκη $\xi_i = 0$ υποδηλώνει ότι η λύση i βρίσκεται εντός των ορίων του επιθυμητού υποπεδίου \mathcal{F}_e , και συνεπώς χαρακτηρίζεται εφικτή.

5.3.6 Τελική έκφραση συνάρτησης ποινής

Η τελική συνάρτηση ποινής δίνεται από τη σχέση:

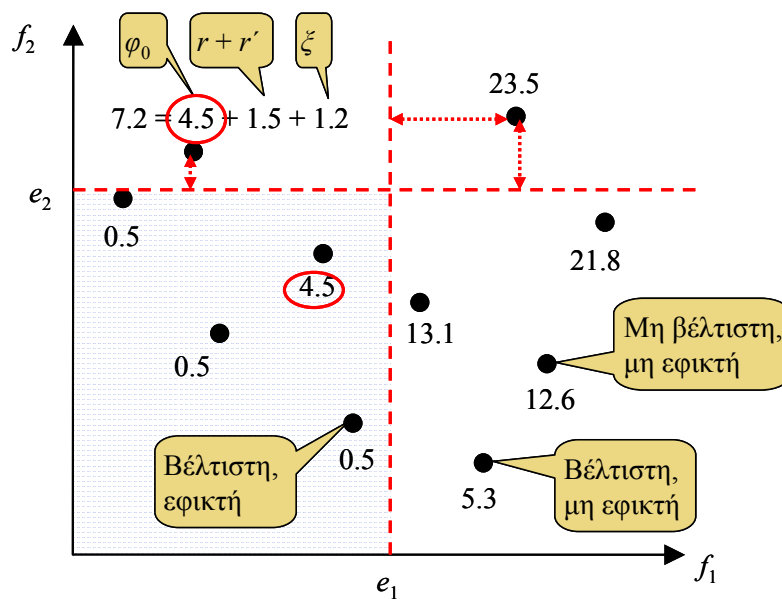
$$\varphi_i = r_i^* + \pi_i + \xi_i (1 + \varphi_0) \quad (5.24)$$

όπου φ_0 η μέγιστη ποινή μεταξύ των μελών του πληθυσμού, δηλαδή:

$$\varphi_0 = \max \{r_i^* + \pi_i, i = 1, \dots, p\} \quad (5.25)$$

Η συνάρτηση (5.24) εξασφαλίζει ότι στις μη αποδεκτές λύσεις του πληθυσμού ($\xi_i > 0$), λόγω της προσθήκης του όρου φ_0 , αποδίδεται μεγαλύτερη ποινή, ανεξάρτητα αν είναι κυρίαρχες ($r_i = 0$) ή όχι ($r_i > 0$) στο τρέχον σύνολο λύσεων \mathcal{P} . Επισημαίνεται ότι η συνθήκη $\varphi_i < 1$ υποδηλώνει ένα σημείο που είναι ταυτόχρονα εφικτό και μη κυριαρχούμενο.

Στο γραφικό παράδειγμα του Σχήματος 5.3 απεικονίζονται οι τιμές της συνάρτησης ποινής για τον υποθετικό πληθυσμό του Σχήματος 5.1, με την θεώρηση ενός εφικτού πεδίου τιμών που ορίζεται από το διάνυσμα $\mathbf{e} = (e_1, e_2)$. Παρατηρείται ότι όλες οι μη εφικτές λύσεις έχουν ποινή μεγαλύτερη από τη μέγιστη ποινή των σημείων που βρίσκονται εντός της αποδεκτής περιοχής ($\varphi_0 = 4.5$). Τα σημεία που είναι ταυτόχρονα μη κατώτερα (Pareto βέλτιστα) και αποδεκτά έχουν τιμή ποινής $\varphi = 0.5$, όπου το μέγεθος 0.5 υποδηλώνει το μέσο πλήθος κριτηρίων έναντι των οποίων υπερτερούν σε σχέση με όλες τις αδιάφορες ως προς αυτά λύσεις (βλ. 5.3.3).



Σχήμα 5.3: Γραφική απεικόνιση του εφικτού πεδίου, με βάση τον πληθυσμό του προηγούμενου παραδείγματος. Οι τιμές δίπλα σε κάθε σημείο περιλαμβάνουν τους όρους κυριαρχίας r_i^* και εφικτότητας ξ_i της συνάρτησης ποινής, παραλείποντας, για απλούστευση, τον όρο πυκνότητας π_i .

5.3.7 Αποτίμηση μεμονωμένου σημείου

Κάθε φορά που παράγεται ένα νέο σημείο, συγκρίνεται η επίδοσή του σε σχέση με τον υφιστάμενο πληθυσμό, και υπολογίζονται οι όροι r_i^* , π_i και ξ_i της συνάρτησης ποινής. Στην περίπτωση αυτή, δεν υπολογίζεται εκ νέου η τάξη των υφιστάμενων λύσεων, με βάση τη θέση του νέου σημείου στο πεδίο αποτίμησης. Αυτό γίνεται για την εξοικονόμηση υπολογιστικού φόρτου (αφού δεν αναθεωρούνται τα $p \times p$ στοιχεία του μητρώου κυριαρχίας, κάτι που προϋποθέτει την πραγματοποίηση $p \times p \times m / 2$ συγκρίσεων), και με την θεώρηση ότι η αντικατάσταση ενός μόλις ατόμου στον τρέχοντα πληθυσμό δεν αλλοιώνει σημαντικά τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης που δημιουργεί η βαθμωτή συνάρτηση ποινής $\varphi(\mathbf{x})$ πάνω στο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} . Βεβαίως, όταν ολοκληρωθούν οι παραγωγικές διαδικασίες κάθε γενιάς, που περιγράφονται στο εδάφιο 5.3.10, επαναλαμβάνεται η διαδικασία αποτίμησης, με υπολογισμό του μητρώου κυριαρχίας από «μηδενική» βάση.

5.3.8 Επιλογή μέσω προσομοιωμένης ανόπτησης

Σε κάθε γενιά k παράγεται ένας και μόνο απόγονος, αντικαθιστώντας κάποιο μέλος του πληθυσμού στο οποίο αποδίδεται η μικρότερη πιθανότητα επιβίωσης. Η γεννήτρια διαδικασία καλεί τον τελεστή

αναπαραγωγής και, σε περίπτωση που δεν επιτευχθεί μια βελτιωμένη λύση, τον τελεστή μετάλλαξης. Ο μηχανισμός επιλογής βασίζεται σε μια στρατηγική προσομοιωμένης ανόπτησης. Συγκεκριμένα:

Η αντίστοιχη των γενετικών αλγορίθμων δεξαμενή αναπαραγωγής αποτελείται από ένα πολυγονεϊκό πρότυπο $n + 1$ σημείων, δηλαδή ένα άπλοκο $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n+1}\}$, οι κορυφές του οποίου επιλέγονται τυχαία μέσα από τον τρέχοντα πληθυσμό \mathcal{P} , με τον περιορισμό ότι εμπεριέχουν ένα τουλάχιστον κυριαρχούμενο άτομο ($r_i > 0$). Σε κάθε κορυφή ορίζεται μια τροποποιημένη συνάρτησης ποινής $\varphi'(\mathbf{x})$, που αποτελείται από τον προσδιοριστικό όρο φ_i , και μια στοχαστική συνιστώσα, που είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, δηλαδή:

$$\varphi'(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}) + u T^{[k]} \quad (5.26)$$

όπου u τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα $[0, 1]$ και $T^{[k]}$ η επίκαιρη τιμή της θερμοκρασίας. Ο πρώτος όρος της τροποποιημένης συνάρτησης ευνοεί την επιλογή λύσεων προς αντικατάσταση που είναι κατά μείζονα λόγο μη εφικτές (με βάση τον ορισμό του εδαφίου 5.3.5), κατά δευτερεύοντα λόγο κυριαρχούμενες, και κατά τριτεύοντα λόγο ανήκουν σε θύλακες με μεγάλη πυκνότητα πληθυσμού. Ο δεύτερος όρος παρέχει την απαιτούμενη τυχαιότητα-ευελιξία, ώστε να εμποδίζεται ο εγκλωβισμός της διαδικασίας σε τοπικά μέτωπα Pareto (όπως αντίστοιχα συμβαίνει με την περίπτωση των τοπικών ακροτάτων). Με την πρόοδο της εξελικτικής διαδικασίας, η θερμοκρασία μειώνεται (χωρίς ωστόσο να μηδενίζεται), και αντίστοιχα μειώνεται η βαρύτητα του τυχαίου όρου.

Συνεπώς, η τροποποιημένη συνάρτηση ποινής $\varphi'(\mathbf{x})$, που στην κλίμακα κάθε γενιάς ισοδυναμεί με τη στοχαστική συνάρτηση ενός ισοδύναμου προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, χρησιμοποιείται ώστε να διασπείρει ομοιόμορφα τον πληθυσμό στην κατεύθυνση του εφικτού υπομετώπου \mathcal{F}_e^* , εξασφαλίζοντας ωστόσο την αναγκαία τυχαιότητα, που επιβάλλεται για τον χειρισμό των σύνθετων πολυκριτηριακών προβλημάτων.

5.3.9 Χρονοδιάγραμμα ανόπτησης

Το χρονοδιάγραμμα ανόπτησης περιγράφει τη στρατηγική αυτόματης ρύθμισης της θερμοκρασίας, με τρόπο ώστε να εξασφαλίσει ικανοποιητική ταχύτητα σύγκλισης, δηλαδή ούτε υπερβολικά γρήγορη, κάτι που ενέχει τον κίνδυνο εγκλωβισμού σε τοπικά μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων, ούτε υπερβολικά αργή, κάτι που είναι σε βάρος της αποδοτικότητας του αλγορίθμου. Το χρονοδιάγραμμα χρησιμοποιεί τρεις παραμέτρους ελέγχου που ορίζει ο χρήστης, συγκεκριμένα έναν μειωτικό συντελεστή λ , έναν πολλαπλασιαστικό συντελεστή β , και μια ελάχιστη τιμή T_{\min} . Τυπικές τιμές για τους εν λόγω συντελεστές και εμβάθυνση στην ερμηνεία τους γίνεται στο εδάφιο 5.4.6.

Η αρχική θερμοκρασία του συστήματος τίθεται ίση με την διαφορά μεταξύ της μέγιστης, φ_{\max} , και της ελάχιστης, φ_{\min} , τιμής της συνάρτησης ποινής $\varphi(\mathbf{x})$ στον αρχικό πληθυσμό, δηλαδή:

$$T^{[0]} = \varphi_{\max}^{[0]} - \varphi_{\min}^{[0]} \quad (5.27)$$

Κατά την εξελικτική διαδικασία, κάθε φορά που εντοπίζεται μια βελτιωμένη λύση που αντικαθιστά τον πρόγονό της στον επίκαιρο πληθυσμό, η θερμοκρασία της επόμενης γενιάς μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$T^{[k+1]} = \lambda T^{[k]} \quad (5.28)$$

όπου $\lambda < 1$ η πρώτη παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.

Στο πέρας των παραγωγικών διαδικασιών κάθε γενιάς, αφού δηλαδή εντοπιστεί μια νέα λύση που αντικαθιστά τον γονέα της στον πληθυσμό, γίνονται δύο έλεγχοι, ώστε να εξασφαλιστεί ότι η επίκαιρη θερμοκρασία δεν είναι ούτε υπερβολικά υψηλή ούτε υπερβολικά χαμηλή. Συγκεκριμένα, ελέγχεται αν η θερμοκρασία υπερβαίνει μια οριακή τιμή, που ισούται με ένα πολλαπλάσιο της μέγιστης διαφοράς τιμών ποινής στον πληθυσμό, δηλαδή:

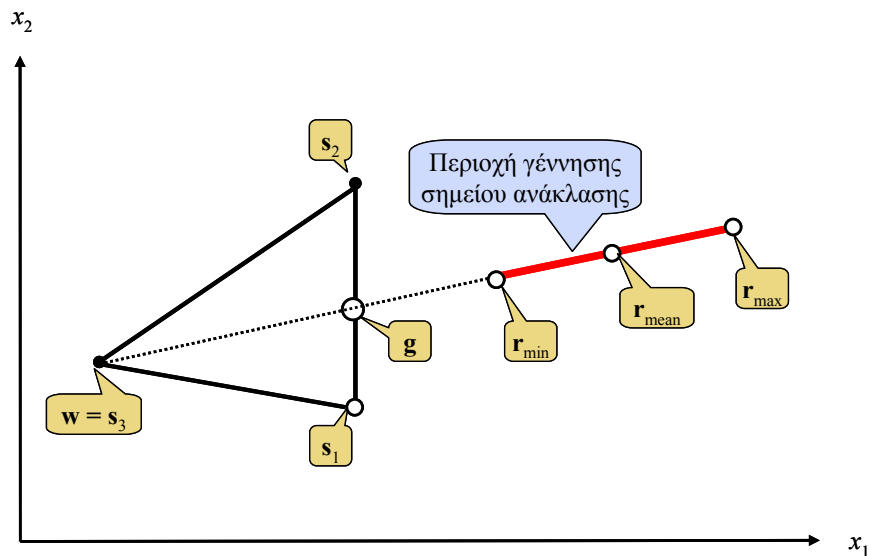
$$T^{[k]} \leq \beta (\varphi_{\max}^{[k]} - \varphi_{\min}^{[k]}) \quad (5.29)$$

όπου $\beta > 1$ η δεύτερη παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Αν η παραπάνω συνθήκη δεν ικανοποιείται, τότε η θερμοκρασία τίθεται ίση με την οριακή τιμή $\beta (\varphi_{\max}^{[k]} - \varphi_{\min}^{[k]})$.

Ο δεύτερος έλεγχος αφορά στην ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή της θερμοκρασίας, που δεν μπορεί να είναι μικρότερη από την ποσότητα T_{\min} , όπου $T_{\min} \ll 1$ η τρίτη παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Όταν η θερμοκρασία φτάσει την οριακή αυτή τιμή, τότε αυξάνεται τεχνητά μέχρι την τιμή $T^{[k]} = 1$. Με τον τρόπο αυτό, εισάγεται η απαιτούμενη τυχαιότητα στη διαδικασία επιλογής, εφόσον μετά από σχετικά μικρό αριθμό γενιών εντοπιστεί ένας πληθυσμός που περιλαμβάνει τοπικά μη κατώτερες λύσεις που είναι ταυτόχρονα εφικτές, οπότε ισχύει $\varphi_{\max} < 1$, άρα και $T < 1$. Σε μια τέτοια περίπτωση, δεν αρκούν οι προσδιοριστικοί μηχανισμοί για τον εντοπισμό του πραγματικού μετώπου Pareto. Η εν λόγω στρατηγική είναι γνωστή ως επανανόπτηση (re-annealing) και χρησιμοποιείται για να προστατέψει τη διαδικασία βελτιστοποίησης από πρόωρη σύγκλιση.

5.3.10 Γέννηση απογόνων

Μετά την τυχαία επιλογή των κορυφών του απλόκου $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{n+1}\}$ από τον πληθυσμό (τέτοια ώστε να περιλαμβάνει μία τουλάχιστον κυριαρχούμενη λύση), εντοπίζονται η αντικειμενικά καλύτερη, η αντικειμενικά χειρότερη και η συμβατικά χειρότερη κορυφή του. Ως αντικειμενικά καλύτερη νοείται η κορυφή στην οποία ελαχιστοποιείται η συνάρτηση ποινής $\varphi(\mathbf{x})$, ενώ ως αντικειμενικά χειρότερη νοείται η κορυφή στην οποία μεγιστοποιείται η εν λόγω συνάρτηση (τα σημεία αυτά, κατά σύμβαση, είναι τοποθετημένα πρώτα και τελευταία, αντίστοιχα, στο σύνολο S). Τέλος, ως συμβατικά χειρότερη νοείται η κορυφή στην οποία μεγιστοποιείται η τροποποιημένη συνάρτηση ποινής $\varphi'(\mathbf{x})$, και είναι υποψήφια να αντικατασταθεί κατά την εξελικτική διαδικασία¹.



Σχήμα 5.4: Γεωμετρική ερμηνεία της διαδικασίας ανάκλασης, σε ένα πρόβλημα δύο μεταβλητών.

Η συμβατικά χειρότερη κορυφή, που συμβολίζεται με w , ανακλάται ως προς το κεντροειδές g όλων των υπόλοιπων κορυφών του απλόκου, με βάση τη σχέση:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{g} + (0.5 + u) (\mathbf{g} - \mathbf{w}) \quad (5.30)$$

όπου u τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα $[0, 1]$ και:

¹ Το σημείο w μπορεί να ταυτίζεται ή όχι με την αντικειμενικά χειρότερη κορυφή του απλόκου, s_{n+1} . Όσο πιο μεγάλη η θερμοκρασία, τόσο λιγότερο πιθανό είναι να ισχύει η εν λόγω ταύτιση.

$$\mathbf{g} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{s}_i - \mathbf{w} \right) \quad (5.31)$$

Η γεωμετρική ερμηνεία του παραπάνω μετασχηματισμού φαίνεται στο Σχήμα 5.4. Ειδικότερα, με παχιά γραμμή απεικονίζεται η περιοχή γέννησης του σημείου ανάκλασης, που είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ των σημείων \mathbf{r}_{\min} και \mathbf{r}_{\max} , ενώ το σημείο \mathbf{r}_{mean} ταυτίζεται με τη θέση της γεωμετρικής ανάκλασης, που υλοποιεί η αυθεντική μέθοδος Nelder-Mead. Τα εν λόγω σημεία παράγονται για τιμές του τυχαίου όρου $u = 0, 1$ και 0.5 , αντίστοιχα.

Ο απόγονος \mathbf{r}_0 αποτιμάται με βάση τη διαδικασία που περιγράφεται στο εδάφιο 5.3.7 και, ανάλογα με την ποινή $\varphi(\mathbf{r}_0)$ που του αποδίδεται, προκύπτουν οι ακόλουθες περιπτώσεις:

(1) Αποδοχή ανάκλασης και τερματισμός

Αν το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 είναι εφικτό, μη κυριαρχούμενο και καλύτερο από την *αντικειμενικά* χειρότερη κορυφή του απλόκου, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_0) < \varphi(\mathbf{s}_{n+1})$, την αντικαθιστά απευθείας στον πληθυσμό, η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ , οπότε ολοκληρώνεται η εξελικτική διαδικασία της τρέχουσας γενιάς.

(2) Αποδοχή ανάκλασης και περαιτέρω εξέλιξη

Αν το \mathbf{r}_0 είναι καλύτερο από τη *συμβατικά* χειρότερη κορυφή, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_0) < \varphi(\mathbf{w})$, χωρίς ωστόσο να είναι ταυτόχρονα εφικτό και μη κυριαρχούμενο, τότε αντικαθιστά το \mathbf{w} , και η θερμοκρασία μειώνεται κατά τον συντελεστή λ . Στη συνέχεια, ανάλογα με την επίδοση του \mathbf{r}_0 , επιχειρείται η παραγωγή βελτιωμένων απογόνων του στην κατεύθυνση της ανάκλασης, είτε με επέκταση (βήμα 2α) είτε με εξωτερική συμπίεση του απλόκου (βήμα 2β).

(2α) Πολλαπλή επέκταση απλόκου

Αν στο βήμα 2 ο απόγονος \mathbf{r}_0 που παράγεται μέσω ανάκλασης είναι καλύτερος από την *αντικειμενικά* καλύτερη κορυφή, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_0) < \varphi(\mathbf{s}_1)$, υλοποιείται το σχήμα πολλαπλής επέκτασης του εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου, ήτοι:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{g} + \zeta_s (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (5.32)$$

όπου $\zeta_s = \zeta_{s-1} + u$, με $\zeta_0 = 1$. Η επέκταση του απλόκου συνεχίζεται όσο παράγονται εφικτές λύσεις που βελτιώνουν την τιμή της συνάρτησης ποινής, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_s) < \varphi(\mathbf{r}_{s-1})$, με $\mathbf{r}_s \in \mathcal{X}$. Σε κάθε τέτοια περίπτωση, ο επίκαιρος απόγονος, \mathbf{r}_s , αντικαθιστά τον αμέσως προηγούμενο, \mathbf{r}_{s-1} , στον πληθυσμό, και η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ . Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να εντοπιστεί μια εφικτή μη κατώτερη λύση στον πληθυσμό, μέχρι δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_s) < 1$, και με την προϋπόθεση ότι δεν παραβιάζονται τα όρια του εφικτού χώρου. Διαφορετικά, αν έστω και αν μία συντεταγμένη του νέου σημείου βρεθεί εκτός των επιτρεπόμενων ορίων (εσωτερικών ή εξωτερικών, ανάλογα με τη διατύπωση του προβλήματος) τότε η επέκταση σταματά, η εν λόγω συντεταγμένη τίθεται ακριβώς ίση με την οριακή τιμή, ενώ οι υπόλοιπες συντεταγμένες διατηρούν την αρχική τους τιμή (Σχήμα 5.5).

(2β) Εξωτερική συμπίεση απλόκου

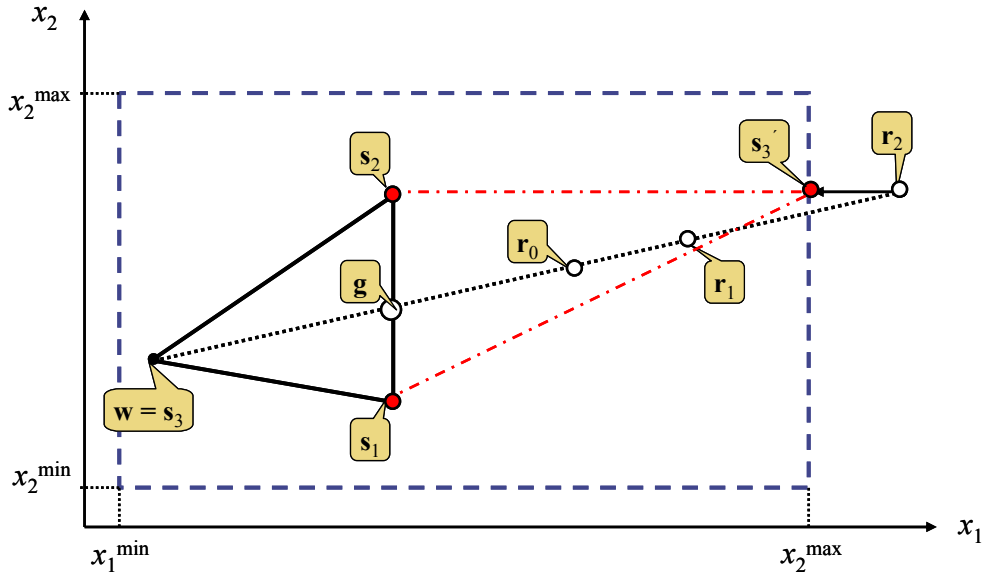
Αν στο βήμα 2 ο απόγονος \mathbf{r}_0 που παράγεται μέσω ανάκλασης είναι χειρότερος από την *αντικειμενικά* καλύτερη κορυφή, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_0) > \varphi(\mathbf{s}_1)$, το άπλοκο συμπιέζεται εξωτερικά, παράγοντας ένα τυχαίο σημείο μεταξύ του κεντροειδούς, \mathbf{g} , και του σημείου ανάκλασης, \mathbf{r}_0 , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{c} = \mathbf{g} + (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{r}_0 - \mathbf{g}) \quad (5.33)$$

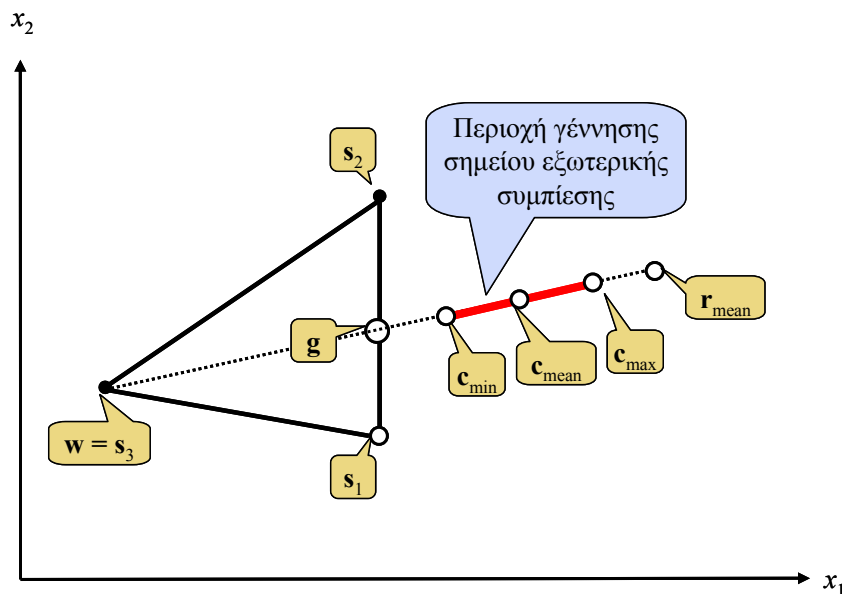
Η γεωμετρική ερμηνεία της εξωτερικής συμπίεσης φαίνεται στο Σχήμα 5.6. Ειδικότερα, με παχιά γραμμή απεικονίζεται η περιοχή γέννησης του απογόνου, που είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα μεταξύ

των σημείων \mathbf{c}_{\min} και \mathbf{c}_{\max} , ενώ το σημείο \mathbf{c}_{mean} ταυτίζεται με τον μετασχηματισμό που υλοποιεί η αυθεντική μέθοδος Nelder-Mead (το σημείο αυτό κείται ακριβώς στο μέσο του τμήματος που ορίζουν το κεντροειδές, \mathbf{g} , και το σημείο γεωμετρικής ανάκλασης, \mathbf{r}_{mean}). Τα \mathbf{c}_{\min} , \mathbf{c}_{\max} , και \mathbf{c}_{mean} παράγονται για τιμές του τυχαίου όρου $u = 0, 1$ και 0.5 , αντίστοιχα.

Αν $\varphi(\mathbf{c}) < \varphi(\mathbf{r}_0)$, τότε η εξωτερική συμπίεση είναι επιτυχής και το \mathbf{c} αντικαθιστά το \mathbf{r}_0 στον πληθυσμό, η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ , και ολοκληρώνεται η εξελικτική διαδικασία της τρέχουσας γενιάς.



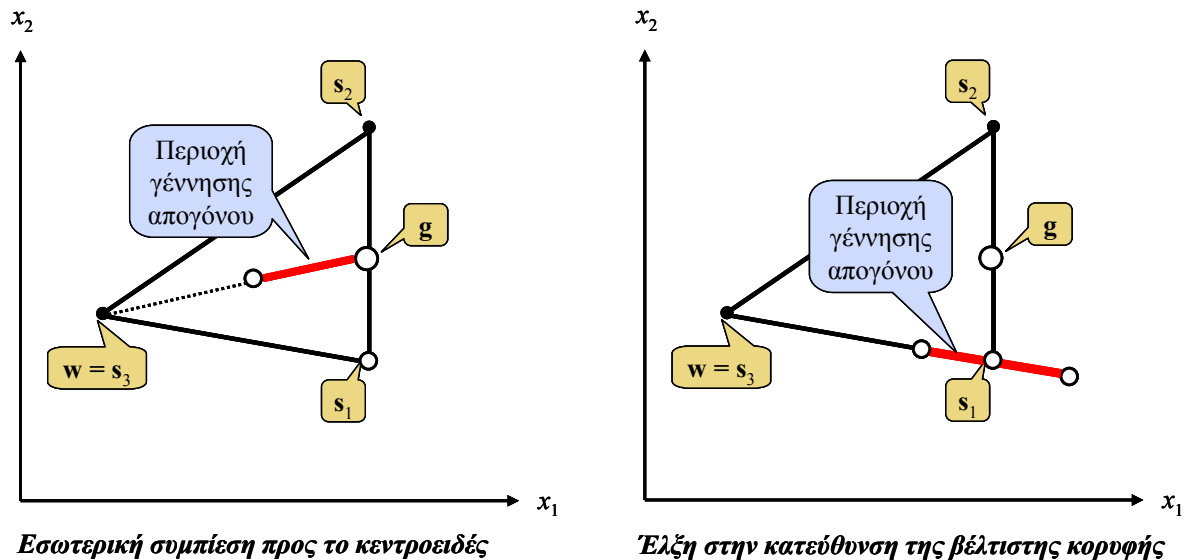
Σχήμα 5.5: Γραφική απεικόνιση της διαδικασίας πολλαπλής επέκτασης, σε ένα πρόβλημα δύο μεταβλητών. Το αρχικό άπλοκο αποτελείται από τα σημεία $\{s_1, s_2, s_3\}$, όπου η κορυφή s_3 έχει επιλεγεί για αντικατάσταση ($s_3 = \mathbf{w}$). Αρχικά, παράγεται το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 , και στη συνέχεια εκτελούνται δύο διαδοχικά βήματα επέκτασης, από τα οποία προκύπτουν τα σημεία \mathbf{r}_1 και \mathbf{r}_2 , με $\varphi(\mathbf{r}_1) < \varphi(\mathbf{r}_0) < \varphi(\mathbf{s}_1)$. Επειδή το \mathbf{r}_2 βρίσκεται εκτός των ορίων του εφικτού χώρου, μετατοπίζεται ακριβώς πάνω στο όριο. Εφόσον $\varphi(\mathbf{s}_3) < \varphi(\mathbf{r}_1)$, η τελική διαμόρφωση του απλόκου είναι $\{s_1, s_2, s_3\}$.



Σχήμα 5.6: Γεωμετρική ερμηνεία της εξωτερικής συμπίεσης, σε ένα πρόβλημα δύο μεταβλητών.

(3) Απόρριψη ανάκλασης και συμπίεση

Αν το σημείο ανάκλασης \mathbf{r}_0 είναι χειρότερο ακόμα και από τη συμβατικά χειρότερη κορυφή του απλόκου, δηλαδή $\varphi(\mathbf{r}_0) > \varphi(\mathbf{w})$, επιχειρείται η παραγωγή ενός βελτιωμένου απογόνου είτε με συμπίεση του απλόκου είτε μέσω μετάλλαξης. Οι δύο διαδικασίες πραγματοποιούνται με συχνότητες $1 - p_m$ και p_m , αντίστοιχα, όπου $p_m < 1$ η πιθανότητα μετάλλαξης, που αποτελεί παράμετρο του αλγορίθμου. Για την επιλογή της σχετικής διαδικασίας παράγεται ένας τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός u στο διάστημα $[0, 1]$, και εφόσον $u > p_m$, εκτελείται το βήμα 3α, διαφορετικά εκτελείται το βήμα 4.



Σχήμα 5.7: Γεωμετρική ερμηνεία των εφικτών μετασχηματισμών κατά τη διαδικασίες εσωτερικής συμπίεσης του απλόκου, σε ένα πρόβλημα δύο μεταβλητών.

(3α) Εσωτερική συμπίεση απλόκου

Η εσωτερική συμπίεση είναι η μοναδική κίνηση με την οποία μειώνεται εγγυημένα ο όγκος του απλόκου, και ως εκ τούτου η διασπορά του πληθυσμού στο πεδίο αναζήτησης \mathcal{X} . Ο μετασχηματισμός, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.7, αριστερά, αποσκοπεί στη γέννηση ενός τυχαίου σημείου στο τμήμα μεταξύ της συμβατικά χειρότερης κορυφής, \mathbf{w} , και του κεντροειδούς, \mathbf{g} , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mathbf{c} = \mathbf{g} - (0.25 + 0.5 u) (\mathbf{g} - \mathbf{r}) \quad (5.34)$$

Αν $\varphi(\mathbf{c}) < \varphi(\mathbf{w})$, τότε η εσωτερική συμπίεση θεωρείται επιτυχής και το \mathbf{c} αντικαθιστά τη συμβατικά χειρότερη κορυφή \mathbf{w} στον πληθυσμό, η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ , και η εξελικτική διαδικασία της τρέχουσας γενιάς ολοκληρώνεται. Διαφορετικά, δοκιμάζεται ένας εναλλακτικός μετασχηματισμός, που έλκει τη συμβατικά χειρότερη κορυφή, \mathbf{w} , στην κατεύθυνση της βέλτιστης κορυφής, \mathbf{s}_1 (βήμα 3β).

(3β) Έλξη στην κατεύθυνση της βέλτιστης κορυφής

Εφόσον αποτύχει η εσωτερική συμπίεση του απλόκου προς την κατεύθυνση του κεντροειδούς, τότε εκτελείται μια αντίστοιχη τυχαία κίνηση, αλλά προς την κατεύθυνση της αντικειμενικά καλύτερης κορυφής, \mathbf{s}_1 , με εφαρμογή της σχέσης:

$$\mathbf{c} = \mathbf{s}_1 + (0.5 u - 0.25) (\mathbf{s}_1 - \mathbf{w}) \quad (5.35)$$

Ο παραπάνω μετασχηματισμός, η γεωμετρική ερμηνεία του οποίου φαίνεται στο Σχήμα 5.7, δεξιά, γίνεται πάντοτε αποδεκτός, δηλαδή το \mathbf{c} αντικαθιστά τη συμβατικά χειρότερη κορυφή \mathbf{w} , ακόμα και αν δεν επιτυγχάνεται βελτίωση της τιμής της συνάρτησης ποινής. Βεβαίως, αν μόνο αν $\varphi(\mathbf{c}) < \varphi(\mathbf{w})$, η

θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ . Τονίζεται ότι αν $u > 0.5$, το νέο σημείο γεννάται εντός των ορίων του απλόκου, διαφορετικά γεννάται εκτός αυτού (στην οριακή περίπτωση που $u = 0.5$, το νέο σημείο ταυτίζεται με την κορυφή \mathbf{s}_1). Με τον τρόπο αυτό, υπάρχει 50% πιθανότητα αύξησης του όγκου του αρχικού σχήματος, ανεξάρτητα αν αυτό οδηγεί ή όχι σε βελτιωμένη λύση.

Υπενθυμίζεται ότι στον μονοκριτηριακό αλγόριθμο, αντί της παραπάνω κίνησης υλοποιείται ολική συμπίεση του απλόκου (στην πραγματικότητα υποδιπλασιασμός του μήκους των ακμών του), καθώς όλες οι κορυφές του έλκονται στην πλευρά της καλύτερης λύσης. Η σημαντική αυτή τροποποίηση οφείλεται στη θεμελιώδη διαφορά στρατηγικής μεταξύ της μονοκριτηριακής και πολυκριτηριακής αναζήτησης, όπως εξηγείται στο εδάφιο 5.4.7.

(4) Απόρριψη ανάκλασης και μετάλλαξη

Ο αλγόριθμος ενσωματώνει δύο εναλλακτικούς τελεστές μετάλλαξης, μεγάλης και μικρής κλίμακας, που εκτελούνται με ίση συχνότητα, 50%. Για τον σκοπό αυτό, παράγεται ένας τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός u στο διάστημα $[0, 1]$, και εφόσον $u > 0.5$ καλείται ο πρώτος τελεστής μετάλλαξης (βήμα 4α), διαφορετικά καλείται ο δεύτερος τελεστής (βήμα 4β). Η χρησιμότητα των δύο τελεστών εξηγείται στο εδάφιο 5.4.8.

Το σημείο που γεννάται μέσω μετάλλαξης, και συμβολίζεται με \mathbf{m} , αντικαθιστά εκ κατασκευής τη συμβατικά χειρότερη κορυφή \mathbf{w} στον πληθυσμό, είτε επιτυγχάνεται είτε όχι βελτίωση της τιμής της συνάρτησης ποινής. Βεβαίως, στην πρώτη περίπτωση, δηλαδή αν $\varphi(\mathbf{m}) < \varphi(\mathbf{w})$, τότε η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον συντελεστή λ .

(4α) Μετάλλαξη μεγάλης κλίμακας

Ο τελεστής μετάλλαξης μεγάλης κλίμακας αποσκοπεί στην ελεγχόμενη γέννηση ενός απογόνου \mathbf{m} , με τρόπο ώστε να αυξηθεί η διασπορά του πληθυσμού. Η γεννήτρια συνάρτηση κάθε συντεταγμένης δίνεται από την σχέση:

$$m_j = \mu_j \pm [1 + n(0, 1)] \sigma_j \quad (5.36)$$

όπου μ_j και σ_j η μέση τιμή και τυπική απόκλιση, αντίστοιχα, της συντεταγμένης j στον τρέχοντα πληθυσμό, και $n(0, 1)$ τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Gauss. Ο τελεστής $+$ ή $-$ επιλέγεται τυχαία, με πιθανότητα 50%.

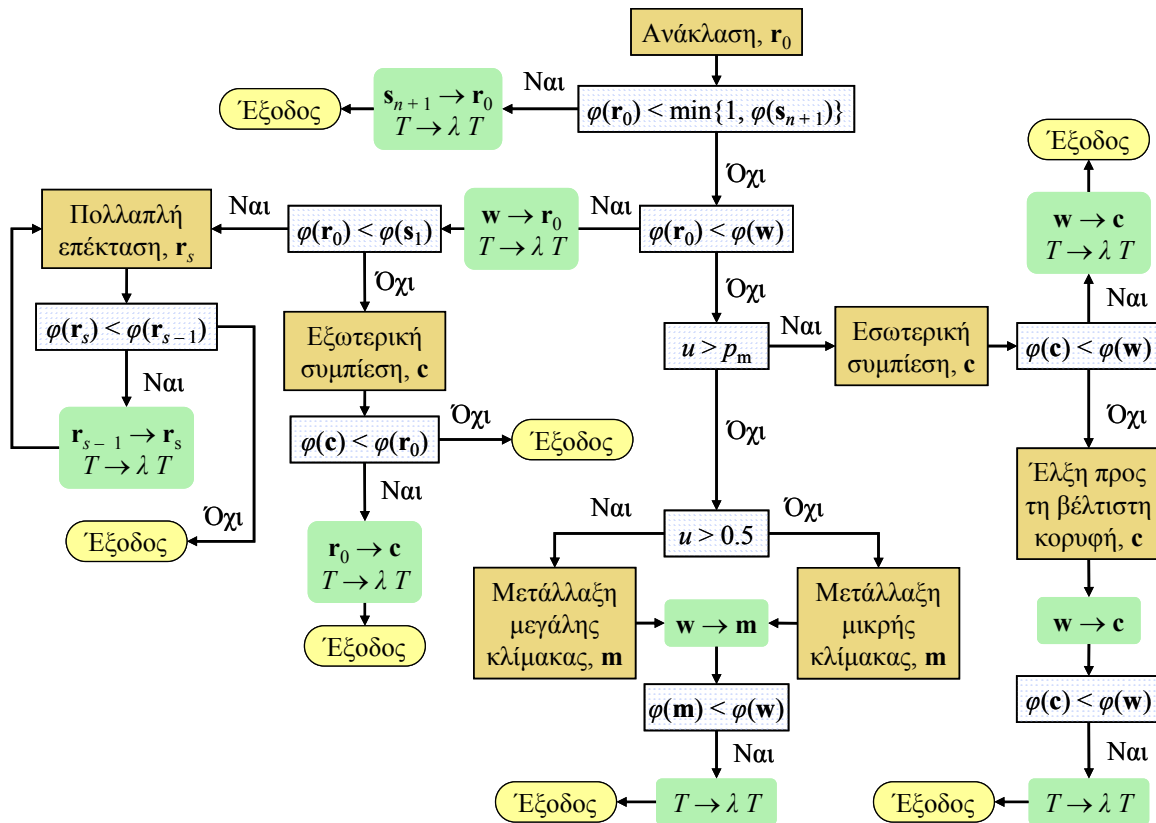
(4β) Μετάλλαξη μικρής κλίμακας

Ο τελεστής μετάλλαξης μικρής κλίμακας αποσκοπεί στην ελεγχόμενη γέννηση ενός απογόνου \mathbf{m} , στη γειτονιά της συμβατικά χειρότερης κορυφής \mathbf{w} . Η γεννήτρια συνάρτηση κάθε συντεταγμένης δίνεται από την σχέση:

$$m_j = \begin{cases} w_j + n(0, 1) (x_j^{\max} - w_j) / 3 & \text{αν } u \leq 0.5 \\ w_j - n(0, 1) (w_j - x_j^{\min}) / 3 & \text{αν } u > 0.5 \end{cases} \quad (5.37)$$

όπου $n(0, 1)$ τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κατανομή Gauss και u τυχαίος ομοιόμορφος αριθμός στο διάστημα $[0, 1]$.

Στο διάγραμμα ροής του Σχήματος 5.8 συνοψίζεται η παραγωγική διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω. Μέσα από ένα πολυσύνθετο σχήμα εξέλιξης, που περιλαμβάνει γεννήτριες συναρτήσεις και ελέγχους, προκύπτει ένας κάθε φορά απόγονος που αντικαθιστά τη συμβατικά χειρότερη κορυφή του απλόκου. Κάθε φορά που εντοπίζεται μια βελτιωμένη λύση, η θερμοκρασία του συστήματος μειώνεται κατά τον παράγοντα λ . Αυτό σημαίνει ότι, στην επόμενη γενιά, η επίδραση της τυχαιότητας του τελεστή επιλογής θα είναι ελαφρά μικρότερη σε σχέση με την τρέχουσα.



Σχήμα 5.8: Διάγραμμα ροής των παραγωγικών διαδικασιών μιας γενιάς, στον πολυκριτηριακό εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου.

5.3.11 Κριτήρια τερματισμού

Μετά την ολοκλήρωση των παραγωγικών διαδικασιών υπολογίζονται οι συναρτήσεις ποινής και τα στατιστικά χαρακτηριστικά του πληθυσμού στο πεδίο αποτίμησης (μέση τιμή και τυπική απόκλιση). Τέλος, ελέγχεται η τιμή της θερμοκρασίας ως προς τα κριτήρια του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης που εξηγήθηκαν στο εδάφιο 5.3.9.

Η εξελικτική διαδικασία διακόπτεται εφόσον ικανοποιούνται ταυτόχρονα τα ακόλουθα κριτήρια τερματισμού:

- όλα τα μέλη του πληθυσμού είναι εφικτά, δηλαδή $\xi_i = 0$ για κάθε $i = 1, \dots, p$.
- όλα τα μέλη του πληθυσμού είναι βέλτιστα Pareto, δηλαδή $r_i^* < 1$ για κάθε $i = 1, \dots, p$.
- το πλήθος των δοκιμών έχει ξεπεράσει μια οριακή τιμή.

Μετά τον τερματισμό της διαδικασίας, ο αλγόριθμος επιστρέφει τις τιμές των συντεταγμένων και των κριτηρίων του επίκαιρου πληθυσμού, δηλαδή το σύνολο και μέτωπο Pareto, αντίστοιχα.

5.4 Εμβάθυνση στις υπολογιστικές διαδικασίες

Στην ενότητα αυτή αναλύονται τα κύρια σημεία των αλγοριθμικών σχημάτων που αναπτύχθηκαν για μονοκριτηριακή και πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, αναδεικνύοντας τις καινοτομικές έννοιες και τα πλεονεκτήματά τους σε σχέση με υφιστάμενες προσεγγίσεις. Ειδικότερα, τα εδάφια 5.4.1, 5.4.6, 5.4.7 και 5.4.8 αναφέρονται σε κοινές ή σχεδόν κοινές διαδικασίες των δύο μεθόδων, ενώ τα υπόλοιπα εστιάζουν στις εξειδικευμένες διαδικασίες της πολυκριτηριακής μεθόδου, η οποία αποτελεί και την κεντρική συμβολή του πρώτου μέρους της διατριβής.

5.4.1 Εσωτερικό και εξωτερικό πεδίο ορισμού

Η αναζήτηση ακροτάτων σε μη γραμμικούς χώρους γίνεται σημαντικά πιο δυσχερής όσο αυξάνει η διάσταση του προβλήματος, δηλαδή το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου. Για τον λόγο αυτό, στις δύο εξελικτικές τεχνικές βελτιστοποίησης τίθενται όρια αναζήτησης των μεταβλητών, που εκφράζουν μια *εκ των προτέρων* γνώση (ή, πιο ρεαλιστικά, υποψία) σχετικά με την περιοχή στην οποία κείται η μεμονωμένη ολικά βέλτιστη λύση ή το σύνολο των Pareto βέλτιστων λύσεων, εφόσον αναφερόμαστε σε πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση. Μέσα στα όρια αυτά γίνεται τόσο η γέννηση του αρχικού πληθυσμού, όσο και η παραγωγή των απογόνων. Αν από την εφαρμογή κάποιου γενετικού τελεστή προκύψει ένα σημείο εκτός του εφικτού χώρου, τότε το σημείο αυτό είτε δεν γίνεται αποδεκτό είτε μετατοπίζεται, αναγκαστικά, στο εν λόγω όριο.

Η διαδικασία αυτή εισάγει μια επιπλέον δυσκολία στη βελτιστοποίηση, αφού απαγορεύει την κίνηση προς υποσχόμενες περιοχές του \mathcal{R}^n , οι οποίες βρίσκονται εκτός των ορίων που έχει θέσει αυθαίρετα ο χρήστης. Πράγματι, ενώ ο χρήστης μπορεί να θέσει εύλογα όρια για κάθε μεμονωμένη μεταβλητή, είναι εξαιρετικά δύσκολο να υποψιαστεί ένα εύλογο εύρος ορίων όταν οι μεταβλητές αλληλεπιδρούν. Σε μια τέτοια περίπτωση, λόγω της πολύπλοκης γεωμετρίας της επιφάνειας απόκρισης, ενδέχεται να προκύψουν περιοχές έλξης ακροτάτων εκτός των εν λόγω ορίων. Από την άλλη πλευρά, η θέσπιση εξαιρετικά χαλαρών ορίων, δηλαδή ενός πολύ μεγάλου εύρους αναζήτησης, έχει ως συνέπεια τη σημαντική επιβράδυνση της διαδικασίας σύγκλισης, αφού ο χώρος που πρέπει να διερευνηθεί είναι πολύ μεγαλύτερος (βλ. και εξ. 3.2). Με βάση το σκεπτικό αυτό, προκύπτουν δύο αντικρουόμενες απαιτήσεις, αφού για λόγους «ασφαλείας» είναι επιθυμητή η θέσπιση ενός μεγάλου πεδίου ορισμού των τιμών των μεταβλητών, ενώ για λόγους ταχύτητας είναι επιθυμητό το ακριβώς αντίθετο.

Τα δύο αυτά αντίρροπα κριτήρια επιχειρεί να συμβιβάσει το σχήμα αναζήτησης που υλοποιούν οι δύο αλγόριθμοι (με κοινή εφαρμογή για μονοκριτηριακά και πολυκριτηριακά προβλήματα), εισάγοντας την έννοια του «διπλού» πεδίου ορισμού, με εσωτερικά και εξωτερικά όρια. Τα εσωτερικά όρια εκφράζουν την εκ των προτέρων προσέγγιση σχετικά με την υποσχόμενη περιοχή του \mathcal{R}^n , όπου είναι πιο πιθανός ο εντοπισμός της πλέον πρόσφορης λύσης (ή συνόλου λύσεων), ενώ τα εξωτερικά όρια εκφράζουν μια πιο χαλαρή-συντηρητική εκτίμηση. Μάλιστα, σε πραγματικά προβλήματα, στα οποία οι μεταβλητές ελέγχου εκφράζουν φυσικά μεγέθη με γνωστά ανώτατα ή κατώτατα όρια, το εξωτερικό πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ότι ταυτίζεται με τα εν λόγω φυσικά όρια των μεταβλητών. Συνεπώς, ενώ ο αρχικός πληθυσμός (αλλά και κάθε σημείο που παράγεται μέσω της πλήρως τυχαίας μετάλλαξης) γεννάται εντός του εσωτερικού πεδίου, όπου και επικεντρώνεται το ενδιαφέρον της αναζήτησης, δεν αποκλείεται η «διεύρυνση» του χώρου-στόχου της εξελικτικής διαδικασίας πέρα από τα όρια του εσωτερικού πεδίου, εφόσον εντοπιστεί μια πορεία βελτίωσης της επίδοσης του πληθυσμού.

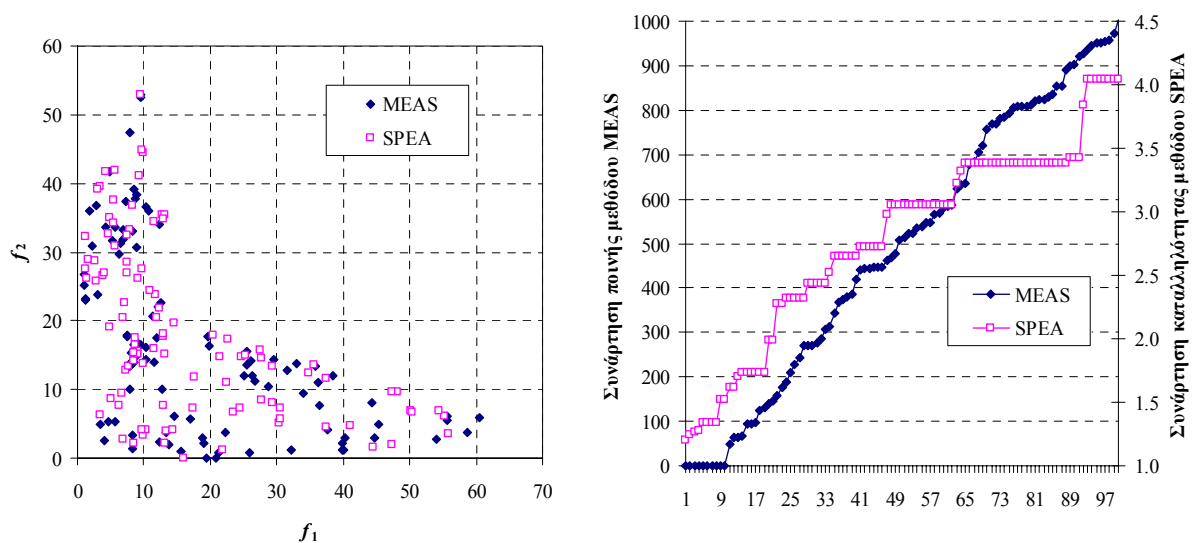
5.4.2 Διαδικασία ταξινόμησης

Η διαδικασία ταξινόμησης είναι κομβική συνιστώσα του πολυκριτηριακού αλγορίθμου, καθώς μέσω αυτής πραγματοποιείται η σύγκριση των λύσεων στο πεδίο αποτίμησης. Η διαδικασία βασίζεται στη δημιουργία του μητρώου κυριαρχίας \mathbf{D} , που περιγράφει τις αντισταθμίσεις όλων των μελών του πληθυσμού προς όλα τα κριτήρια του προβλήματος. Στο εν λόγω μητρώο ισχύει η θεμελιώδης σχέση:

$$d_{ij} = m - d_{ji} \quad (5.38)$$

που επιτρέπει τον υπολογισμό μόνο των στοιχείων που βρίσκονται πάνω από την διαγώνιο. Με απλές αλγεβρικές πράξεις είναι πολύ απλός ο εντοπισμός των κυρίαρχων και κυριαρχούμενων σημείων από κάθε μέλος του πληθυσμού, και βεβαίως ο εντοπισμός του τρέχοντος μετώπου μη κατωτέρων λύσεων. Ο αλγόριθμος ταξινόμησης ευνοεί την δημιουργία μεγάλης ποικιλίας τιμών όσον αφορά στο μέτρο τάξης r_i , που υπολογίζεται με βάση τη σχετική θέση των σημείων στο πεδίο αποτίμησης F .

Το χαρακτηριστικό αυτό φαίνεται στο Σχήμα 5.9, όπου συγκρίνονται οι ταξινομημένες τιμές των μέτρων ποιικής και καταλληλότητας των μεθόδων MEAS και SPEA, αντίστοιχα¹. Οι τιμές αφορούν σε έναν τυχαίο πληθυσμό 100 σημείων, που έχουν παραχθεί από μια ομοιόμορφη κατανομή, για τη συνάρτηση Poloni, τα χαρακτηριστικά της οποίας εξηγούνται στο εδάφιο 6.2.9. Είναι εμφανές ότι η μέθοδος MEAS, με εξαίρεση τις μη κατώτερες λύσεις στις οποίες αποδίδει την ίδια τιμή ποιικής (ίση προφανώς με 0.5, καθώς πρόκειται για συνάρτηση δύο κριτηρίων), αποτιμά διαφορετικά κάθε άλλο μέλος του πληθυσμού, εξασφαλίζοντας έτσι ένα πολύ μεγάλο εύρος τιμών της συνάρτησης ποιικής (στο συγκεκριμένο παράδειγμα από 0.5 έως 1000). Αντίθετα, η μέθοδος SPEA, όπως και κάθε άλλη γνωστή πολυκριτηριακή τεχνική, δημιουργεί ομάδες σημείων με κοινή καταλληλότητα (μέτωπα ή θύλακες), περιορίζοντας δραστικά την ποικιλία τιμών της συνάρτησης επίδοσης. Αυτό σημαίνει ότι, στην πορτεινόμενη μέθοδο MEAS, η γεωμετρία της τεχνητής επιφάνειας απόκρισης, πάνω στην οποία γίνεται η αναζήτηση των μη κατωτέρων λύσεων, δεν περιέχει επίπεδες κοιλάδες, αντίθετα δημιουργεί σημαντικές κλίσεις, ώστε να αποτρέψει την παραγωγή σημείων αντίθετα προς την κατεύθυνση του μετώπου Pareto.



Σχήμα 5.9: Ταξινομημένες τιμές ποιικής και καταλληλότητας, όπως υπολογίζονται από τις σχετικές διαδικασίες αποτίμησης των μεθόδων MEAS και SPEA (δεξιά), και αναφέρονται στους τυχαίους πληθυσμούς 100 σημείων της δικριτηριακής συνάρτησης Poloni (αριστερά).

5.4.3 Αποτίμηση αδιάφορων λύσεων

Με βάση τον τυπικό, κατά Pareto, ορισμό του βελτίστου, αν κάποια λύση υπερτερεί έναντι κάποιας εναλλακτικής της ως προς ορισμένα αλλά όχι όλα τα κριτήρια, τότε οι δύο επιλογές χαρακτηρίζονται αδιάφορες (2.9.1) και θεωρούνται μαθηματικά ισοδύναμες. Με βάση τον παραπάνω ορισμό, σε μια διαδικασία ταξινόμησης με χρήση της θεμελιώδους έννοιας της κυριαρχίας, στις δύο λύσεις πρέπει να αποδοθεί η ίδια ακριβώς τάξη.

Ωστόσο, σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό κριτηρίων, είναι αναγκαία μια αναθεώρηση της έννοιας της κυριαρχίας, ως μοναδικής αρχής διαχωρισμού λύσεων. Διαφορετικά, το μέτωπο Pareto εκτείνεται υπερβολικά, καλύπτοντας εξαιρετικά ευρύ τμήμα του πεδίου αποτίμησης. Όσο αυξάνει ο αριθμός των κριτηρίων, τόσο πιο πιθανό γίνεται το ενδεχόμενο σε ένα τυχαίο δείγμα λύσεων να εντοπιστεί ένα σημαντικό ποσοστό (που μπορεί να φτάνει κοντά στο 100%) από μη κυριαρχούμενες, και συνεπώς

¹ Υπενθυμίζεται ότι στη μέθοδο SPEA θεωρείται η μεγιστοποίηση του μέτρου καταλληλότητας, ενώ στη MEAS η ελαχιστοποίηση του μέτρου ποιικής.

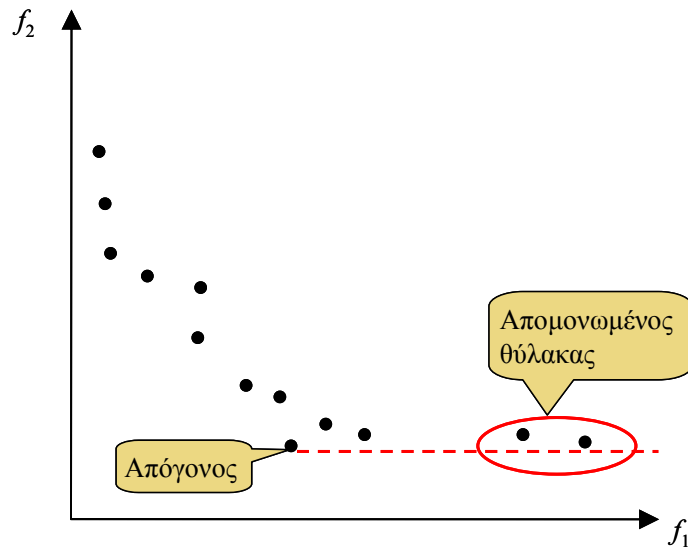
αδιάφορες μεταξύ τους, λύσεις, που είναι, από μαθηματική άποψη, εξίσου αποδεκτές. Συνεπώς, κάθε εξελικτική διαδικασία εκφυλίζεται, αφού από την αρχική μόλις γενιά, έστω και αν αυτή παράγεται τυχαία, μπορεί να προκύψει ένα σύνολο μη κυριαρχούμενο λύσεων (Coello Coello, 2005).

Για την αποφυγή του παραπάνω κινδύνου, ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος υλοποιεί μια διαδικασία διαχωρισμού των αδιάφορων λύσεων, προσθέτοντας τον δεκαδικό όρο r_i' , που εκφράζει τον μέσο λόγο αδιαφορίας, στο ακέραιο μέτρο τάξης r_i (βλ. 5.3.3). Το πλεονέκτημα της παραπάνω προσέγγισης είναι ότι όχι μόνο αυξάνεται η ποικιλία τιμών της συνάρτησης ποινής που δημιουργεί την τεχνητή επιφάνεια απόκρισης, πάνω στην οποία γίνεται η αναζήτηση των βέλτιστων λύσεων, αλλά και εξασφαλίζεται μια πιο ρεαλιστική θεώρηση του προβλήματος, καθώς μεταξύ δύο αδιάφορων λύσεων με διαφορετικό λόγο αδιαφορίας, ο μηχανισμός επιλογής ευνοεί εκείνη που υπερτερεί ως προς περισσότερα κριτήρια έναντι της άλλης. Με τον τρόπο αυτό, εμποδίζεται η επιβίωση λύσεων που παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση ως προς λίγα κριτήρια, ενώ για τα περισσότερα άλλα κριτήρια παρουσιάζουν πολύ κακή επίδοση. Η διαδικασία αυτή έχει ιδιαίτερη σημασία στην περίπτωση που τα κριτήρια περιγράφουν διαφορετικές συνιστώσες σφάλματος, για τις οποίες ζητούνται συμβιβαστικές λύσεις, που να εξασφαλίζουν ικανοποιητική επίδοση για το σύνολο των σφαλμάτων. Χαρακτηριστική κατηγορία τέτοιων εφαρμογών είναι τα προβλήματα πολυκριτηριακής βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, ο χειρισμός των οποίων αποτελεί την κύρια συνιστώσα του δεύτερου μέρους της διατριβής.

5.4.4 Προστασία απομονωμένων θυλάκων

Στις αρχικές εκδοχές του αλγορίθμου, δεν είχε ενσωματωθεί κανένας ρητός έλεγχος της πυκνότητας του πληθυσμού, με το σκεπτικό ότι η έννοια της ισχύος εξασφαλίζει από μόνη της μια ικανοποιητική διασπορά λύσεων, αφού αποδίδει υψηλότερη καταλληλότητα στα σημεία που κατανέμονται αραιά στο πεδίο αποτίμησης (βλ. 4.6.2). Ωστόσο, στις δοκιμές που έγιναν με ορισμένες συναρτήσεις ελέγχου, παρατηρήθηκε ότι η διαδικασία επιλογής μεροληπτεί προς συγκεκριμένες περιοχές του μετώπου Pareto, στην οποία έλκεται τελικά το σύνολο του πληθυσμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι σε μια «πυκνοκατοικημένη» περιοχή του μετώπου δημιουργούνται περισσότεροι απόγονοι, και είναι αρκετά πιθανό κάποιος από αυτούς να κυριαρχήσει επί μιας λύσης που κείται σε αραιοκατοικημένη περιοχή, αντικαθιστώντας την στον πληθυσμό. Με την επιλεκτική πίεση που δημιουργείται, και με δεδομένο ότι το πρωτεύον κριτήριο αποτίμησης λύσεων είναι η κυριαρχία, περιορίζεται δραστικά η πιθανότητα επιβίωσης μεμονωμένων σημείων ή και θυλάκων (Σχήμα 5.10). Επισημαίνεται ότι το φαινόμενο της επιλεκτικής πίεσης εμφανιζόταν στα τελικά στάδια της διαδικασίας αναζήτησης, όταν δηλαδή ο πληθυσμός είχε σχεδόν συγκλίνει προς το μέτωπο Pareto. Αντίθετα, στα αρχικά και ενδιάμεσα στάδια η χρήση της ισχύος ήταν επαρκής για τη διατήρηση της διασποράς του πληθυσμού.

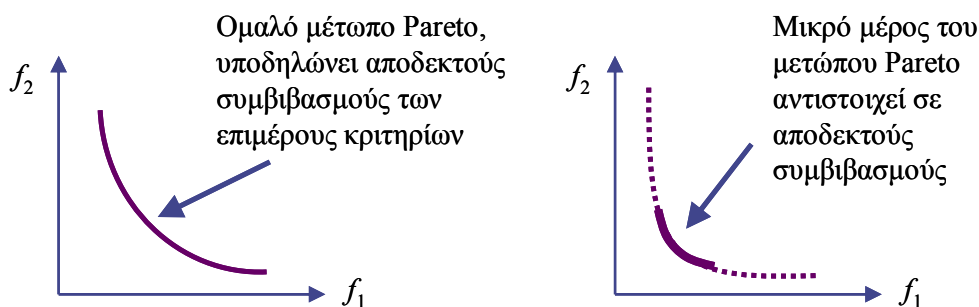
Με την προσθήκη του μέτρου πυκνότητας π_i προστατεύονται οι απομονωμένοι θυλάκες, και μάλιστα με εφαρμογή μιας τεχνικής που απαιτεί περιορισμένο υπολογιστικό φόρτο. Αρχικά, είχε δοκιμαστεί μια προσέγγιση που συνέκρινε τις αποστάσεις όλων των σημείων του πληθυσμού μεταξύ τους, τόσο στο πεδίο αναζήτησης όσο και στο πεδίο αποτίμησης. Ο στόχος ήταν να εξασφαλιστεί ομοιόμορφη διασπορά και στα δύο πεδία ταυτόχρονα, που ωστόσο απαιτούσε πολύ σημαντικό αριθμό αλγεβρικών πράξεων, περιορίζοντας δραστικά την αποδοτικότητα του αλγορίθμου. Τελικά, επιλέχθηκε ως πλέον πρόσφορη η χρήση του μέτρου πυκνότητας, που εξασφαλίζει ομοιόμορφη διασπορά λύσεων στο μέτωπο Pareto, απαιτώντας στοιχειώδεις μόνο υπολογισμούς. Η σημασία του μέτρου πυκνότητας είναι καθοριστική κυρίως στα τελικά στάδια της εξελικτικής διαδικασίας, όταν και έχουν εντοπιστεί οι περιοχές έλξης των μη κατωτέρων λύσεων στο πεδίο X , και πρέπει στη συνέχεια να κατανεμηθούν ομοιόμορφα πάνω στο μέτωπο F^* .



Σχήμα 5.10: Παράδειγμα διαμόρφωσης απομονωμένων θύλακων, που στα τελικά στάδια της εξελικτικής διαδικασίας κινδυνεύουν με αφανισμό εξαιτίας της επιλεκτικής πίεσης. Το σημείο που έχει παραχθεί στη γειτονιά του μεγαλύτερου τμήματος του πληθυσμού κυριαρχεί, έστω και οριακά, έναντι των δύο μελών του θύλακα που βρίσκεται κάτω δεξιά

5.4.5 Εφικτές και μη εφικτές λύσεις

Είναι γνωστό ότι σε ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, το μέτωπο Pareto περιγράφει τους συμβιβασμούς μεταξύ ισοδύναμα αποδεκτών λύσεων. Εφόσον πρόκειται για μια μαθηματικού ή, γενικότερα, θεωρητικού χαρακτήρα εφαρμογή, τότε το σχήμα του μετώπου, το οποίο περιγράφει τις «ανταλλαγές» που γίνονται κατά την μετάβαση από ένα σημείο του μετώπου σε άλλο (βλ. 2.9.5), δεν έχει σημασία, δεδομένου ότι η θεμελιώδης έννοια της κυριαρχίας επαρκεί για να καθορίσει αν μια εφικτή λύση του προβλήματος είναι βέλτιστη ή όχι.



Σχήμα 5.11: Η έννοια των αποδεκτών και μη αποδεκτών περιοχών του μετώπου Pareto.

Σε πραγματικές, ωστόσο, εφαρμογές, η γεωμετρία του μετώπου Pareto έχει καίρια σημασία, όπως φαίνεται στο γραφικό παράδειγμα του Σχήματος 5.11. Στο εν λόγω παράδειγμα απεικονίζονται δύο χαρακτηριστικές μορφές μετώπων, όπου η γεωμετρία του πρώτου είναι ομαλή, ενώ η γεωμετρία του δεύτερου είναι εμφανώς πιο απότομη. Αυτό σημαίνει ότι στην πρώτη περίπτωση, το όφελος που αποκομίζεται κατά την μετάβαση από μια μη κατώτερη λύση στην άλλη είναι συγκρίσιμο της ζημίας που προκύπτει. Συνεπώς, όλες οι περιοχές του μετώπου αντιστοιχούν σε ισοδύναμους συμβιβασμούς μεταξύ των αντικρουόμενων κριτηρίων, και συνεπώς δεν υπάρχει καμία ποιοτική διάκριση μεταξύ των εναλλακτικών λύσεων. Αντίθετα, το υποθετικό μέτωπο δεξιά, χαρακτηρίζεται από μια μη ομαλή γεωμετρία, καθώς, με εξαίρεση το ενδιάμεσο τμήμα του, όλο το υπόλοιπο μέτωπο περιγράφει μη

ικανοποιητικούς συμβιβασμούς, αφού επιβάλλει την παροχή ενός υπερβολικά μεγάλου «αντιτίμου» ως προς το ένα κριτήριο, έναντι μιας μικρής βελτίωσης της επίδοσης του άλλου κριτηρίου.

Στον πολυκριτηριακό εξελικτικό αλγόριθμο εισάγεται η έννοια της καταλληλότητας, σύμφωνα με την οποία το πεδίο αποτίμησης χωρίζεται σε μια αποδεκτή και μια μη αποδεκτή περιοχή, με βάση ένα οριακό διάνυσμα e . Το διάνυσμα ορίζεται από τον χρήστη, και υποδηλώνει την ανώτερη αποδεκτή τιμή για κάθε κριτήριο. Ενσωματώνοντας κατάλληλα μέτρα ποινής, σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφεται στο εδάφιο 5.3.5, η αναζήτηση επικεντρώνεται στην αποδεκτή περιοχή του πεδίου αποτίμησης. Τελικά, από το πλήρες μέτωπο Pareto F^* προκύπτει ένα εσωτερικό υπομέτωπο F_e^* πάνω στο οποίο βρίσκονται λύσεις που είναι ταυτόχρονα βέλτιστες, με βάση την έννοια της κυριαρχίας, και αποδεκτές, με βάση τις επιτρεπόμενες τιμές των κριτηρίων. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται η παραγωγή πρόσφορων λύσεων που περιγράφουν ρεαλιστικούς συμβιβασμούς των κριτηρίων, ενώ απορρίπτονται λύσεις που παρουσιάζουν εξαιρετικά καλή επίδοση ως προς ορισμένα κριτήρια, αλλά απαράδεκτα κακή επίδοση ως προς άλλα.

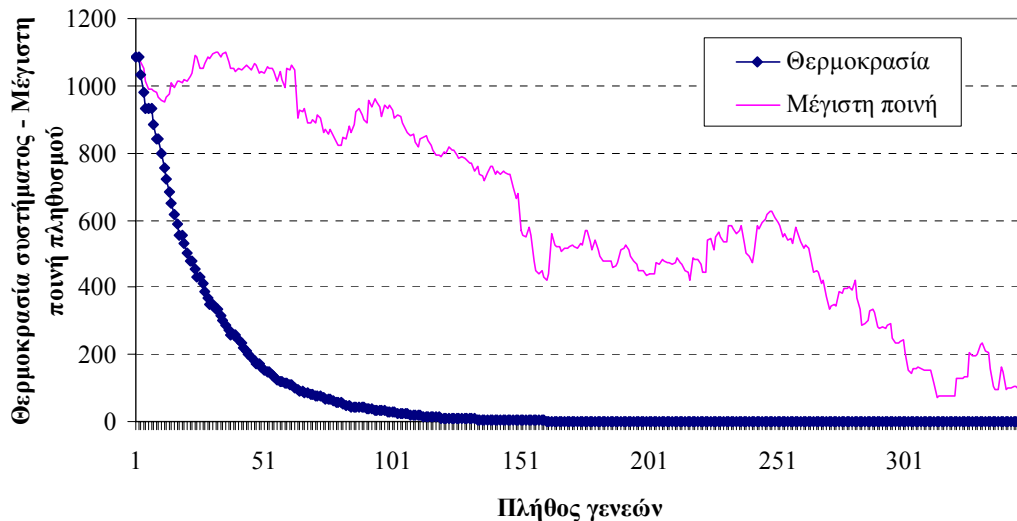
5.4.6 Παράμετροι χρονοδιαγράμματος ανόπτησης

Στα σχήματα προσομοιωμένης ανόπτησης είναι ιδιαίτερα κρίσιμη η διαμόρφωση ενός πρόσφορου χρονοδιαγράμματος ψύξης, τέτοιου ώστε να εξασφαλίζεται επαρκής τυχαιότητα στα διάφορα στάδια λήψης αποφάσεων, που σχετίζονται με την αποδοχή ή όχι βημάτων αντίθετων στην κατεύθυνση βελτίωσης της τιμής της στοχικής συνάρτησης. Στους περισσότερους αλγορίθμους της βιβλιογραφίας, οι σχετικές παράμετροι (αρχική και τελική θερμοκρασία, ρυθμός ψύξης, κτλ.) ορίζονται από τον χρήστη, γεγονός που όχι μόνο εισάγει μεροληψία στη διαδικασία αλλά μπορεί να επιδράσει αρνητικά στην επίδοση του αλγορίθμου, αν οι τιμές που προσδιορίζονται δεν αντανακλούν τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου προβλήματος βελτιστοποίησης. Είναι γνωστό ότι αν η διαδικασία ψύξης είναι πολύ αργή, τότε η διαδικασία εκφυλίζεται σε τυχαίο περίπατο (καθώς διατηρείται υπερβολικά υψηλή πιθανότητα αποδοχής βημάτων αναρρίχησης), ενώ αντίθετα αν αυτή μειωθεί απότομα, τότε προκύπτει μια διαδικασία προσδιοριστικής, πρακτικά, αναζήτησης, χωρίς την απαιτούμενη τυχαιότητα για την υπερπήδηση των τοπικών ακροτάτων. Η καθοριστική σημασία του χρονοδιαγράμματος ψύξης, καθώς και διάφορες εκδοχές του, εξετάζονται, μεταξύ άλλων, από τους Aarts and van Laarhoven (1985), Huang *et al.* (1986), Bohachevsky *et al.* (1986) και Ali and Storey (1997).

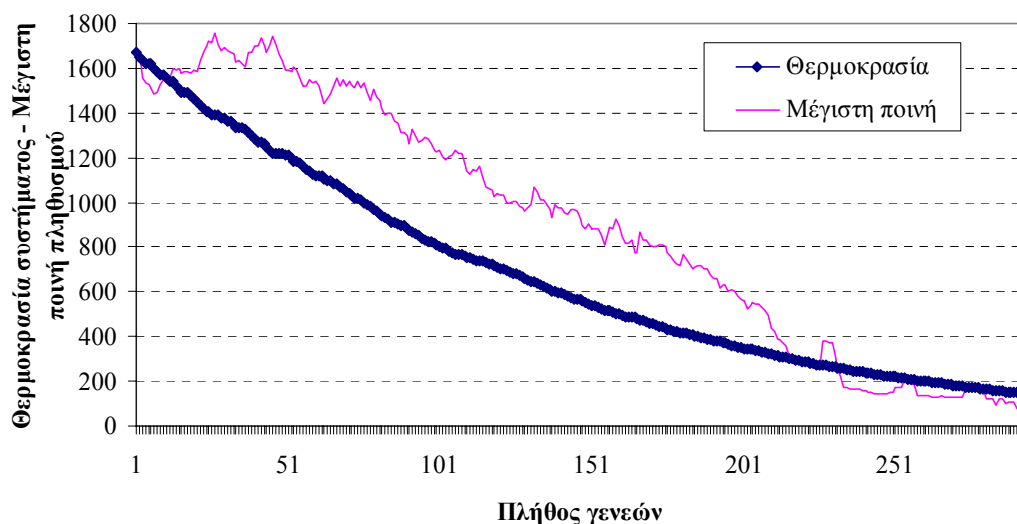
Στους αλγορίθμους που αναπτύχθηκαν για ολική και πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, υιοθετήθηκε μια κοινή στρατηγική ανόπτησης, που βασίζεται στην αυτορρύθμιση της θερμοκρασίας, ώστε να μην γίνεται ούτε υπερβολικά μικρή αλλά ούτε και υπερβολικά μεγάλη. Με δεδομένο ότι η θερμοκρασία, πολλαπλασιασμένη επί έναν τυχαίο ομοιόμορφο αριθμό, προστίθεται στην τιμή της πραγματικής στοχικής συνάρτησης (εφόσον αναφερόμαστε σε πρόβλημα ενός κριτηρίου) ή της συνάρτησης ποινής (εφόσον αναφερόμαστε σε πρόβλημα πολλών κριτηρίων), ο έλεγχος της διακύμανσής της υλοποιείται εύκολα με βάση τις τιμές της συνάρτησης στον εκάστοτε πληθυσμό.

Και στους δύο αλγορίθμους, η αρχική τιμή της θερμοκρασίας υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ της μέγιστης και ελάχιστης τιμής της αντίστοιχης συνάρτησης στον πληθυσμό. Με τον τρόπο αυτό, παρέχεται μια μη μηδενική πιθανότητα επιλογής οποιουδήποτε σημείου ως υποψήφιου γονέα, με εξαίρεση το αρχικό βέλτιστο, το οποίο επιβιώνει οπωσδήποτε. Κατά συνέπεια, η αρχική θερμοκρασία προσαρμόζεται στα χαρακτηριστικά του προβλήματος και δεν απαιτείται κάποιος αυθαίρετος ορισμός της από τον χρήστη, όπως συμβαίνει με τα συνήθη σχήματα προσομοιωμένης ανόπτησης.

Κατά την εξελικτική διαδικασία, σε κάθε γενιά ελέγχεται η διαφορά μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής της συνάρτησης στον πληθυσμό, και χρησιμοποιείται ο πολλαπλασιαστικός παράγοντας $\beta > 1$ για να αποτρέψει τη θερμοκρασία να ξεπεράσει ένα μέγιστο εύρος. Η τιμή που προτείνεται είναι $\beta = 2$, που εξασφαλίζει αρκετό αλλά όχι υπερβολικό βαθμό τυχαιότητας στις διαδικασίες επιλογής.



Σχήμα 5.12: Μεταβολή της θερμοκρασίας και της μέγιστης τιμής της συνάρτησης ποινής, για το πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης της συνάρτησης Poloni. Οι παράμετροι του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης που εφαρμόζονται είναι $\beta = 2$, $\lambda = 0.95$ και $T_{\min} = 0.10$.



Σχήμα 5.13: Μεταβολή της θερμοκρασίας και της μέγιστης τιμής της συνάρτησης ποινής, για το πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης της συνάρτησης Poloni. Οι παράμετροι του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης που εφαρμόζονται είναι $\beta = 2$, $\lambda = 0.99$ και $T_{\min} = 0.10$.

Ο ρυθμός μείωσης της θερμοκρασίας αποτελεί την πλέον κρίσιμη παράμετρο του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης, διατηρείται σταθερός και ίσος με $\lambda < 1$. Στη διαδικασία ολικής βελτιστοποίησης, η θερμοκρασία μειώνεται κατά τον παράγοντα λ κάθε φορά που εντοπίζεται ένα τοπικό ακροτάτο, που υποδηλώνεται από τη μείωση του όγκου του απλόκου (δηλαδή την πραγματοποίηση εσωτερικής συμπίεσης ή συρρίκνωσης). Από την άλλη πλευρά, στην πολυκριτηριακή αναζήτηση η παραπάνω διαδικασία αναλογικής μείωσης της θερμοκρασίας ενεργοποιείται όποτε εντοπίζεται μια βελτιωμένη λύση. Η έννοια της βελτίωσης αναφέρεται στη συνάρτηση ποινής, και υποδηλώνει αντικατάσταση του υποψήφιου γονέα από έναν απόγονό του που είτε είναι μη κατώτερος, είτε εφικτός (ενώ ο γονέας είναι μη εφικτός) είτε περιέχει μικρότερο ποσοστό γειτόνων στο θύλακά του, στην περίπτωση που οι δύο λύσεις είναι μεταξύ τους αδιάφορες. Το συνιστώμενο εύρος τιμών της παραμέτρου λ κυμαίνεται από

0.90 μέχρι 0.99, με το άνω όριο να εγγυάται υψηλότερη αξιοπιστία στον εντοπισμό της βέλτιστης (ή των βέλτιστων) λύσης (λύσεων), αλλά και σχετικά πιο αργή σύγκλιση (χωρίς αυτό να αποτελεί γενικό κανόνα, όπως φαίνεται και στα παραδείγματα των Σχημάτων 5.12 και 5.13). Προφανώς, όσο πιο «τραχύ» είναι το πρόβλημα βελτιστοποίησης, τόσο πιο πρόσφορη είναι η εφαρμογή χαμηλών ρυθμών μείωσης της θερμοκρασίας, άρα και μεγάλων τιμών του λ .

Ειδικά στον πολυκριτηριακό αλγόριθμο, εκτός από τα β και λ , εισάγεται μια επιπλέον παράμετρος του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης, $T_{\min} \ll 1$, που αποτελεί την ελάχιστη εφικτή τιμή της θερμοκρασίας. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαδικασία μείωσης της θερμοκρασίας κατά λ ενεργοποιείται πολύ πιο συχνά σε σχέση με τη μέθοδο ολικής βελτιστοποίησης, με συνέπεια τον σχεδόν μηδενισμό της θερμοκρασίας προτού εντοπιστεί το μετώπο Pareto. Με τη θεώρηση μιας εύλογης τιμής της T_{\min} , της τάξης του 0.10, διατηρείται μια ελάχιστη τυχαιότητα στις διαδικασίες, και μάλιστα ενεργοποιείται ο μηχανισμός επανανόπτησης, που συμβάλλει καθοριστικά στην αποδοτικότητα του αλγορίθμου.

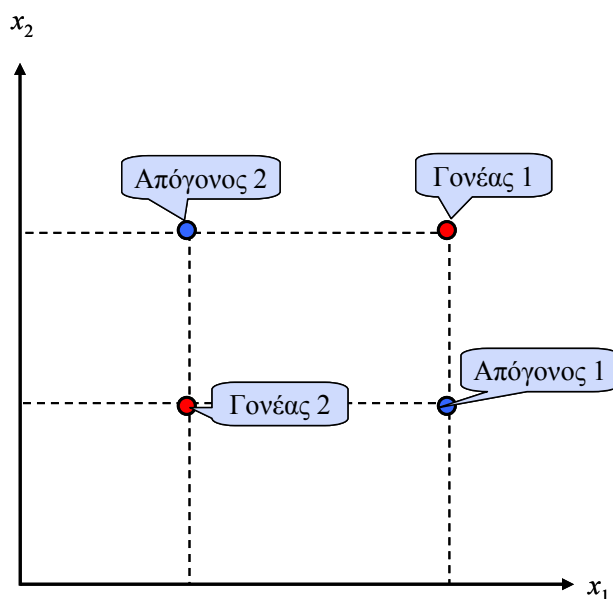
Στα Σχήματα 5.12 και 5.13 απεικονίζεται η μείωση της θερμοκρασίας και της τιμής της συνάρτησης ποινής του χειρότερου μέλους του πληθυσμού, για το πρόβλημα ελέγχου Poloni. Στις εφαρμογές έχουν χρησιμοποιηθεί διαφορετικές τιμές της παραμέτρου λ . Για $\lambda = 0.95$ η θερμοκρασία μειώνεται γρήγορα, οπότε απαιτείται επανανόπτηση του συστήματος μετά από 150 περίπου γενιές. Αντίθετα, με την εφαρμογή της υψηλής τιμής $\lambda = 0.99$, ο ρυθμός ψύξης είναι αργός, και παρέχεται σημαντική τυχαιότητα σε όλη τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας.

5.4.7 Η χρήση του απλόκου ως τελεστή διασταύρωσης

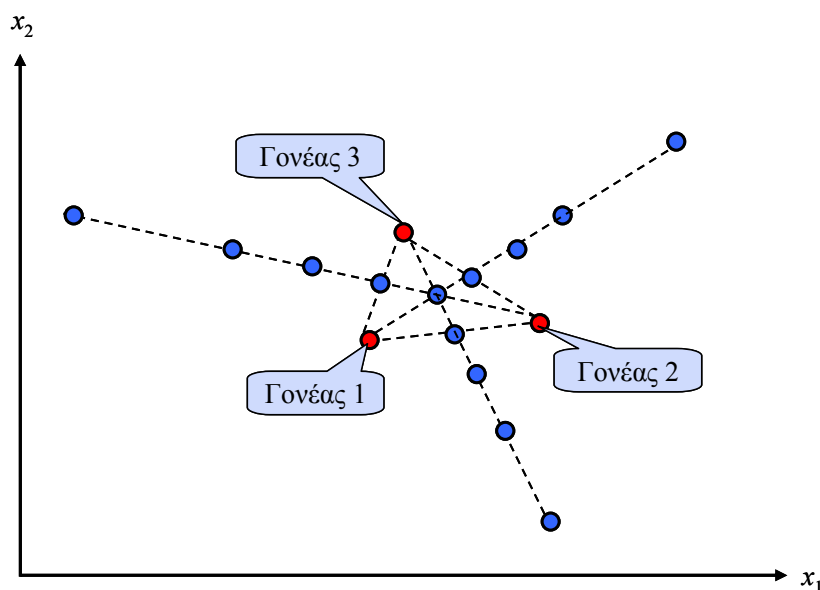
Μια σαφής αδυναμία των εξελικτικών αλγορίθμων σε προβλήματα συνεχών μεταβλητών αφορά στην αλγοριθμική διατύπωση των τελεστών διασταύρωσης (κυρίως) και μετάλλαξης. Η τυπική διαδικασία διασταύρωσης βασίζεται στη γέννηση δύο απογόνων από δύο γονείς, με «ανταλλαγή» του γενετικού τους υλικού. Ειδικότερα, όταν οι μεταβλητές διατυπώνονται ως δυαδικές συμβολοσειρές, τότε γίνεται απλή ανταλλαγή των ψηφίων που βρίσκονται εκατέρωθεν της θέσης διασταύρωσης (βλ. 3.7.4). Αν οι μεταβλητές είναι συνεχείς, τότε ο αντίστοιχος τελεστής υλοποιεί ανταλλαγή των συντεταγμένων τους, κάτι που ωστόσο περιορίζει δραστικά την ποικιλία των κινήσεων στον εφικτό χώρο, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 5.14 (βλ. και Solomatine, 1998).

Η ενσωμάτωση των γεωμετρικών μετασχηματισμών της μεθόδου Nelder-Mead για την παραγωγή απογόνων σε εξελικτικούς αλγορίθμους έχει αποδειχθεί εξαιρετικά αποτελεσματική, σε ένα ευρύ φάσμα τέτοιων σχημάτων, όπως π.χ. στη μέθοδο SCE (Duan *et al.*, 1992). Γενικά, η επιστημονική κοινότητα έχει δώσει μεγάλη προσοχή στη συγκεκριμένη τεχνική, που, παρά τις αδυναμίες της, έχει αποδειχθεί ως η πλέον κατάλληλη για τον ασφαλή και γρήγορο εντοπισμό ακροτάτων σε κυρτούς χώρους (Press *et al.*, 1992· Wright, 1996).

Η μέθοδος κατερχόμενου απλόκου, χρησιμοποιούμενη ως γεννήτρια συνάρτηση στους εξελικτικούς αλγορίθμους, παράγει από 1 έως n απογόνους, στη βάση $n + 1$ γονέων, στον n -διάστατο χώρο. Στον αυθεντικό αλγόριθμο, όλοι οι μετασχηματισμοί είναι αυστηρά προσδιοριστικοί, με συνέπεια για κάθε σύνολο $n + 1$ γονέων να είναι δεδομένες οι θέσεις πιθανής παραγωγής απογόνων. Αυτό, ωστόσο, αποτελεί μειονέκτημα της μεθόδου, καθώς αποδεικνύεται ότι: (α) διαδοχικές ανακλάσεις μπορούν να επιστρέψουν το ίδιο αρχικό σύνολο σημείων, και (β) για δεδομένο αρχικό σύνολο, η αναζήτηση γίνεται σε έναν πεπερασμένο αριθμό σημείων του εφικτού χώρου, και συγκεκριμένα σε έναν κάναβο (Torgzop, 1991). Συνεπώς, ενώ η μέθοδος αναπτύχθηκε για συνεχείς χώρους, στην πραγματικότητα εξετάζει ένα διακριτό πλήθος εφικτών σημείων, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 5.15.



Σχήμα 5.14: Παράδειγμα διασταύρωσης γονέων στους εξελικτικούς αλγορίθμους, με ανταλλαγή των συντεταγμένων τους.



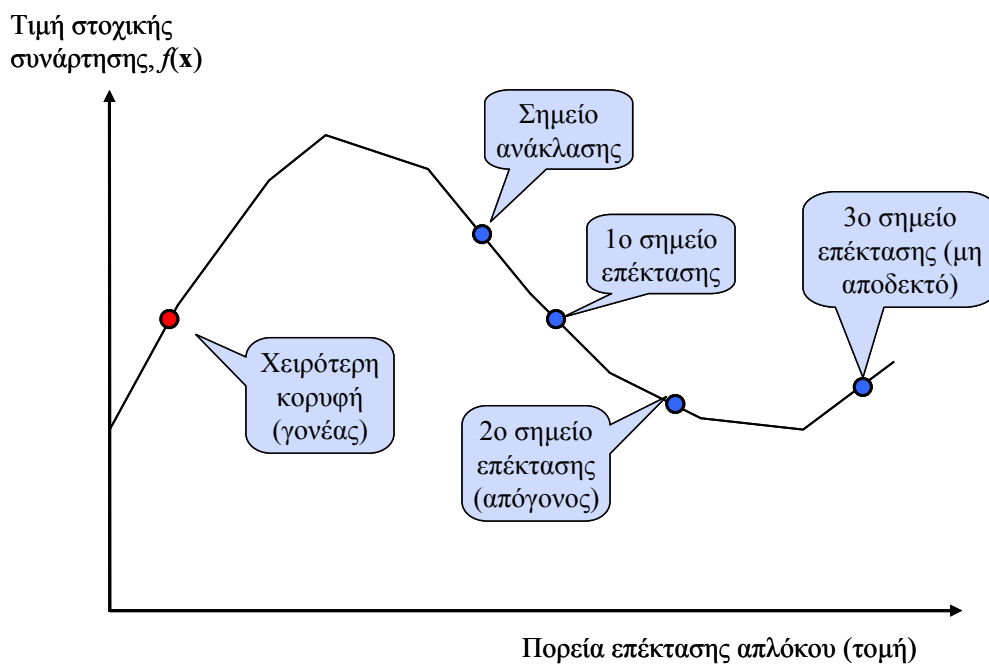
Σχήμα 5.15: Εφικτά σημεία που μπορούν να γεννηθούν από ένα τυπικό (κατά Nelder-Mead) σχήμα κατερχόμενου απλόκου, οι κορυφές του οποίου («γονείς») απεικονίζονται με κόκκινο χρώμα.

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν χρησιμοποιούν ως τελεστή αναπαραγωγής το πρότυπο του απλόκου, στο οποίο εισάγονται αρκετοί στοχαστικοί μηχανισμοί. Καταρχήν, η επιλογή της προς αντικατάσταση (συμβατικά χειρότερης) κορυφής γίνεται με κριτήριο την τροποποιημένη στοχική συνάρτηση, η οποία ενσωματώνει έναν τυχαίο όρο εξαρτώμενο από τη θερμοκρασία, στη βάση μιας στρατηγικής προσομοιωμένης ανόπτησης¹. Επιπλέον, όλες οι συναρτήσεις μετασχηματισμού του απλόκου (ανάκλαση, επέκταση, εσωτερική και εξωτερική συμπίεση, συρρίκνωση) περιέχουν τυχαίους

¹ Υπενθυμίζεται ότι με τον τρόπο αυτό επιτρέπεται να αντικατασταθεί οποιαδήποτε κορυφή του απλόκου (όσο χειρότερη η επίδοσή της τόσο πιο πιθανή η επιλογή, κυρίως όσο μειώνεται η θερμοκρασία), με εξαίρεση την αντικειμενικά καλύτερη, η οποία προστατεύεται.

όρους, εξασφαλίζοντας τη δυνατότητα διερεύνησης όλου του εφικτού χώρου. Στην πράξη, οι εν λόγω συναρτήσεις υποδεικνύουν μια κατεύθυνση του απλόκου και ένα εύρος εφικτών λύσεων που μπορούν να παραχθούν σε αυτή, με ίση πιθανότητα, αφού οι τυχαίοι όροι παράγονται από μια ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων. Για παράδειγμα, η ανάκλαση υλοποιείται με εφαρμογή της σχέσης (5.3), που σημαίνει ότι η υποψήφια νέα λύση είναι ένα τυχαίο ομοιόμορφο διάνυσμα στο διάστημα $[(1.5g - w), (2.5g - 1.5w)]$, ενώ στη μέθοδο Nelder-Mead είναι το μοναδικό σημείο $(2g - w)$.

Εκτός από τις τυπικές κινήσεις, στους αλγορίθμους έχει ενσωματωθεί μία επιπλέον δυνατότητα, που αφορά στην επέκταση του απλόκου, τόσο προς την κατεύθυνση βελτίωσης της τιμής της συνάρτησης όσο και προς την αντίθετή της. Η πρώτη αποσκοπεί στον εντοπισμό διαδοχικών βελτιωμένων λύσεων, έλκοντας το άπλοκο προς την περιοχή της πλέον απότομης κλίσης της συνάρτησης, όπως αυτή εκτιμάται με βάση το πρότυπο των $n + 1$ σημείων στον n -διάστατο χώρο¹. Η υπολογιστική διαδικασία βασίζεται στην αναδρομική σχέση (5.5), η οποία εφαρμόζεται όσο εντοπίζονται βελτιωμένες λύσεις, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 5.16.



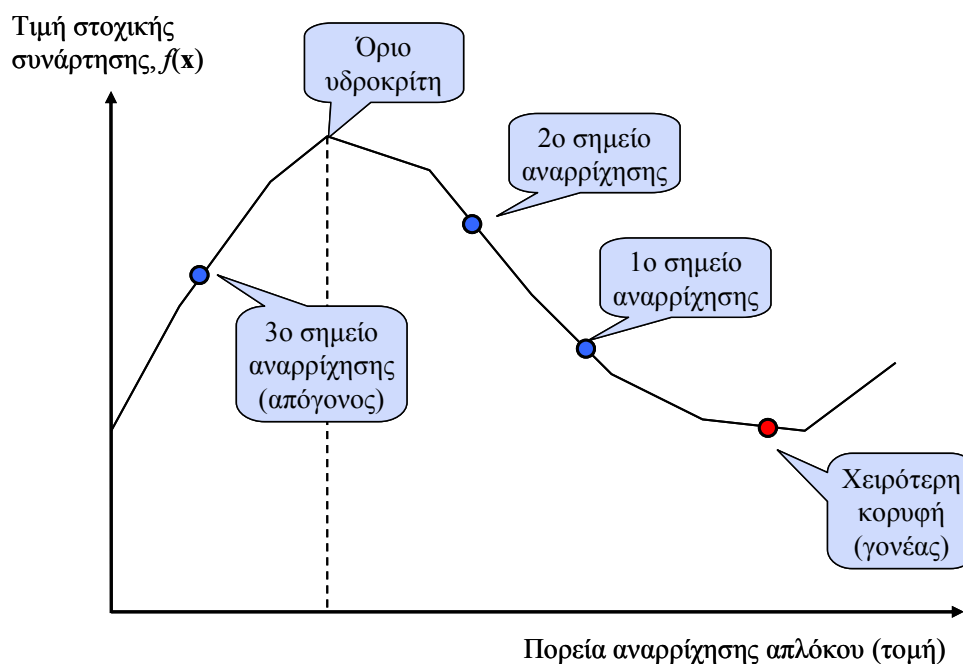
Σχήμα 5.16: Γραφικό παράδειγμα πολλαπλής επέκτασης του απλόκου, κατά μήκος της κλίσης της συνάρτησης.

Από την άλλη πλευρά, η αντιδιαμετρική κίνηση (αναρρίχηση), η οποία υλοποιείται αποκλειστικά στο σχήμα ολικής βελτιστοποίησης, αποσκοπεί στον απεγκλωβισμό του απλόκου από το τοπικό ακροτάτο, γύρω από το οποίο διατάσσονται οι κορυφές του. Εκτελείται ένας συγκεκριμένος αριθμός βημάτων αναρρίχησης (μέχρι πέντε) και η διαδικασία διακόπτεται εφόσον βρεθεί μια λύση καλύτερη από την αμέσως προηγούμενή της, γεγονός που υποδηλώνει την υπερπήδηση του «υδροκρίτη» και τον εντοπισμό μιας γειτονικής περιοχής έλξης, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του Σχήματος 5.17.

Στην αυθεντική μέθοδο Nelder-Mead, όπως και στον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου, αν αποτύχουν όλοι οι προηγούμενοι μετασχηματισμοί του απλόκου, όλες οι κορυφές του μετατοπίζονται στην κατεύθυνση του καλύτερου σημείου, με συνέπεια τη δραστική μείωση του όγκου του αρχικού

¹ Πρόκειται για το ελάχιστο πλήθος σημείων που απαιτείται για την αριθμητική προέγγιση της παραγώγου μιας πολυμεταβλητής συνάρτησης. Προφανώς, η εν λόγω προσέγγιση είναι εξαιρετικά αδρομερής, πλην όμως επαρκής για τον γρήγορο εντοπισμό πρόσφορων διαδρομών σε μη κυρτούς χώρους.

σχήματος. Η μείωση του όγκου του απλόκου υποδηλώνει ότι η τοπογραφία της επιφάνειας απόκρισης στην περιοχή μοιάζει με μια στενή χαράδρα, οπότε ο εν λόγω μετασχηματισμός είναι αναγκαίος για να συγκλίνει η διαδικασία προς το ακρότατο της συνάρτησης. Στην πολυκριτηριακή όμως αναζήτηση, η σύγκλιση δεν είναι επιθυμητή, δεδομένου ότι η διαδικασία οφείλει να εντοπίσει έναν ικανοποιητικά διεσπαρμένο πληθυσμό, πάνω στο μέτωπο Pareto. Συνεπώς, ένας αντίστοιχος μετασχηματισμός του απλόκου θα είχε ως αποτέλεσμα, σε κάθε γενιά κατά την οποία η διαδικασία αποτυγχάνει να εντοπίσει μια βελτιωμένη λύση, τη συγκέντρωση n μελών του πληθυσμού γύρω από ένα και μόνο σημείο. Με δεδομένο ότι η καλύτερη κορυφή προστατεύεται εκ κατασκευής, θα υπήρχε ο κίνδυνος πρόωρου τερματισμού της διαδικασίας, με τη δημιουργία πυκνών θυλάκων γύρω από τοπικά μη κυριαρχούμενα σημεία. Για το λόγο αυτό, στην πολυκριτηριακή εκδοχή του αλγορίθμου, μόνο η συμβατικά χειρότερη κορυφή έλκεται προς την πλευρά της αντικειμενικά καλύτερης, σύμφωνα με τη σχέση (5.35).



Σχήμα 5.17: Γραφικό παράδειγμα αναρρίχησης του απλόκου, στην προσπάθεια εντοπισμού μιας γειτονικής περιοχής έλξης ακροτάτων.

5.4.8 Συναρτήσεις μετάλλαξης

Στους αλγορίθμους ανόπτησης-απλόκου, η μετάλλαξη¹ αποτελεί βοηθητική και όχι κύρια διαδικασία, όπως συμβαίνει στους συνήθεις εξελικτικούς αλγορίθμους. Χρησιμοποιούνται διαφορετικοί τελεστές για τη μονοκριτηριακή και την πολυκριτηριακή εκδοχή, που ενεργοποιούνται μόνο στην περίπτωση που οι διαδικασίες αναπαραγωγής, με εφαρμογή των μετασχηματισμών του απλόκου, αποτύχουν στον εντοπισμό μιας βελτιωμένης, σε σχέση με τη συμβατικά χειρότερη κορυφή, λύσης. Τα σημεία που γεννώνται μέσω μετάλλαξης δεν είναι εντελώς τυχαία, αλλά διατηρούν μια στατιστική συνέπεια με τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

Συγκεκριμένα, στην ολική βελτιστοποίηση ο τελεστής αποσκοπεί στη γέννηση απομακρυσμένων, σε σχέση με το μέσο όρο του πληθυσμού, σημείων, επιτυγχάνοντας αποτελεσματικότερη διερεύνηση του

¹ Ο όρος χρησιμοποιείται μάλλον καταχρηστικά σε σχέση με την φυσική του ερμηνεία, η οποία υποδηλώνει μια ελάχιστη τυχαία μεταβολή στα γενετικά χαρακτηριστικά ενός ατόμου, που μπορεί ωστόσο να επιφέρει σημαντικές επιπτώσεις στο φαινότυπό του.

εφικτού χώρου. Από την άλλη πλευρά, στην πολυκριτηριακή εξελικτική μέθοδο ανόπτησης-απλόκου υλοποιούνται δύο διαδικασίες μετάλλαξης, με ίση πιθανότητα εφαρμογής σε κάθε γενιά (βλ. 5.3.10). Η πρώτη αποσκοπεί στη γέννηση τυχαίων λύσεων μακριά από το κεντροειδές του πληθυσμού (μετάλλαξη μεγάλης κλίμακας), ενώ η δεύτερη παράγει τυχαία σημεία στην ευρύτερη «γειτονιά» της συμβατικά χειρότερης κορυφής (μετάλλαξη μικρής κλίμακας). Οι διερευνήσεις που έγιναν με βάση τις συναρτήσεις ελέγχου απέδειξαν ότι η παραπάνω στρατηγική βελτίωσε αρκετά την επίδοση του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου, κυρίως στα πιο απαιτητικά προβλήματα.

Η χρήση εναλλακτικών τελεστών μετάλλαξης εξασφαλίζει την απαιτούμενη ευελιξία σε επιφάνειες απόκρισης με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Οι πρόσφατες έρευνες στους εξελικτικούς αλγορίθμους για ολική βελτιστοποίηση συνεχών συναρτήσεων αναφέρουν ότι σε μη κυρτούς χώρους με πολλά τοπικά ακρότατα, απαιτούνται διαδικασίες μετάλλαξης που υλοποιούν μεγάλες διαταραχές, ενώ σε πιο ομαλές περιοχές υπερτερούν οι τελεστές που υλοποιούν μικρές διαταραχές. Για το λόγο αυτό, έχουν προταθεί βελτιωμένα εξελικτικά σχήματα, που είτε προσαρμόζουν τις παραμέτρους των τελεστών μετάλλαξης κατά την εξελικτική διαδικασία (βλ. σχετική επισκόπηση των Eiben *et al.*, 1999) ή ενσωματώνουν δύο ή περισσότερους γενετικούς τελεστές, για την παραγωγή των απογόνων. Για παράδειγμα, ο Chellapilla (1998) εισήγαγε έναν γραμμικό συνδυασμό συναρτήσεων μετάλλαξης, που χρησιμοποιεί τις κατανομές πιθανοτήτων Cauchy, για μεγάλα βήματα, και Gauss, για μικρά. Οι Lee and Yao (2004) εισήγαγαν στον τελεστή μετάλλαξης μια κατανομή πιθανοτήτων Lévy, με τέσσερις διαφορετικές παραμέτρους κλίμακας¹, όπου σε κάθε μετάλλαξη επιλέγουν την καλύτερη λύση. Τέλος, οι Dong *et al.* (2007) εισήγαγαν επίσης μια μικτή στρατηγική, με χρήση τεσσάρων τελεστών μετάλλαξης. Στις εφαρμογές που εξέτασαν, όρισαν ίση πιθανότητα επιλογής καθενός από τους τέσσερις τελεστές, και απέδειξαν ότι η μικτή στρατηγική εξασφαλίζει καλύτερη επίδοση σε σχέση με τη χρήση ενός και μόνου τελεστή.

¹ Με κατάλληλη ρύθμιση της παραμέτρου κλίμακας, η συνάρτηση Lévy γεννά τυχαία σημεία που ακολουθούν κατανομή που κυμαίνεται από Gauss μέχρι Cauchy.

6 Αξιολόγηση αλγορίθμων

6.1 Τεχνικές αξιολόγησης αλγορίθμων βελτιστοποίησης

6.1.1 Γενικά

Ένα θεμελιώδες ζητούμενο κατά την ανάπτυξη ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης είναι η τεκμηρίωσή του, με εφαρμογή κάποιας συστηματικής μεθοδολογίας. Η καθιερωμένη πρακτική βασίζεται στην εμπειρική προσέγγιση, σύμφωνα με την οποία ο αλγόριθμος εφαρμόζεται για ένα πλήθος θεωρητικών ή/και πραγματικών προβλημάτων. Στα πρώτα εντάσσονται οι λεγόμενες *συναρτήσεις ελέγχου* (test functions), που είναι ειδικά διαμορφωμένες συναρτήσεις με ειδικά χαρακτηριστικά, κάθε μία από τις οποίες ελέγχει συγκεκριμένες πτυχές του αλγορίθμου. Από την άλλη πλευρά, τα πραγματικά προβλήματα ποικίλλουν ανάλογα με το ερευνητικό πεδίο όπου εστιάζεται η χρήση του αλγορίθμου.

Η εμπειρική προσέγγιση βασίζεται σε μια διαδικασία Monte Carlo, σύμφωνα με την οποία ο αλγόριθμος εφαρμόζεται πολλές φορές στο ίδιο πρόβλημα ελέγχου, ξεκινώντας από διαφορετικές τυχαίες αρχικές συνθήκες (σημείο ή πληθυσμός). Μετά από κάθε επίλυση, καταγράφεται η επίδοση του αλγορίθμου ως προς ορισμένα ποσοτικά κριτήρια, και στο πέρας της διαδικασίας προκύπτει μια μέση επίδοση για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για ένα επαρκές δείγμα προβλημάτων, οπότε προκύπτει μια γενική εικόνα της επίδοσης του αλγορίθμου. Με τον τρόπο αυτό, ελέγχεται η προσαρμοστικότητα του αλγορίθμου σε ένα φάσμα αντιπροσωπευτικών συνθηκών, κάτι που αποτελεί τεκμήριο της γενικότητάς του.

Στη συνέχεια εξετάζεται το πλαίσιο εφαρμογής των προβλημάτων ελέγχου σε προβλήματα ολικής και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, με έμφαση στη διατύπωση ποσοτικών μέτρων αποτίμησης της καταλληλότητας των αλγορίθμων. Ακολουθώς, πραγματοποιούνται δύο ομάδες αναλύσεων, με σκοπό την αξιολόγηση του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου (MEAS) σε σχέση με δύο υφιστάμενες τεχνικές (NSGA, SPEA). Η πρώτη αφορά σε 11 θεωρητικές συναρτήσεις ελέγχου, που έχουν ληφθεί από τη βιβλιογραφία, και η δεύτερη σε ένα πραγματικό μαθηματικό πρόβλημα που παρουσιάζει σημαντικό υδρολογικό ενδιαφέρον, και αναφέρεται στην αποσύνθεση των μητρών συνδιασπορών των στοχαστικών μοντέλων.

6.1.2 Βαθμωτές συναρτήσεις ελέγχου

Σε προβλήματα αναζήτησης ολικού ακροτάτου, η επίδοση ενός αλγορίθμου αποτιμάται ως προς δύο θεμελιώδη αλλά και ανταγωνιστικά μεταξύ τους χαρακτηριστικά, που είναι η ακρίβεια εντοπισμού του ακροτάτου (αποτελεσματικότητα) και η ταχύτητα σύγκλισης (αποδοτικότητα). Ζητούμενο είναι η προσέγγιση μιας λύσης όσο το δυνατό πιο κοντά στην ολικά βέλτιστη, με μικρό αριθμό δοκιμών.

Οι συναρτήσεις ελέγχου των αλγορίθμων ολικής βελτιστοποίησης διαφοροποιούνται ως προς τα ακόλουθα χαρακτηριστικά τους:

- το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου·
- το πλήθος των ακροτάτων·
- τη γνώση ή όχι της θέσης του ολικού ακροτάτου·
- τη γεωμετρία της επιφάνειας απόκρισης·
- την ύπαρξη θορύβου ή ασυνεχειών στην στοχαστική συνάρτηση.

Εφόσον είναι γνωστή η θέση (ή η τιμή) του ολικού ακροτάτου, τότε, για δεδομένο αριθμό δοκιμών, μέτρο της αποτελεσματικότητας είναι η απόσταση της λύσης που εντοπίζει ο αλγόριθμος σε σχέση με τη θεωρητική, είτε στο πεδίο αναζήτησης (π.χ. ευκλείδεια απόσταση από το θεωρητικό διάνυσμα) είτε στο πεδίο τιμών. Αν το πραγματικό ακρότατο δεν είναι γνωστό, τότε αποτιμάται η σχετική επίδοση του αλγορίθμου, σε σχέση με την επίδοση κάποιας άλλης μεθοδολογίας με την οποία συγκρίνεται. Όσον αφορά στην αποδοτικότητα, ελέγχεται το πλήθος των δοκιμών που απαιτείται για τον εντοπισμό ή την προσέγγιση της ολικά βέλτιστης λύσης.

6.1.3 Διανυσματικές συναρτήσεις ελέγχου

Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί και στο εδάφιο 4.3.3, τα κυρίαρχα ζητούμενα μιας εξελικτικής τεχνικής πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, η οποία αποσκοπεί στον ταυτόχρονο εντοπισμό ενός συνόλου μη κατωτέρων λύσεων, είναι (βλ. και Zitzler *et al.*, 2000):

- η ελαχιστοποίηση της απόστασης του τελικού πληθυσμού από το πραγματικό μέτωπο Pareto·
- μεγιστοποίηση της διασποράς του πληθυσμού αυτού στο εν λόγω μέτωπο·
- η μεγιστοποίηση του αριθμού των μη κατωτέρων λύσεων.

Τα παραπάνω, σε συνδυασμό με την προφανή ανάγκη ελαχιστοποίησης του υπολογιστικού φόρτου, καθιστούν αρκετά πιο σύνθετη τη διαδικασία αποτίμησης της επίδοσης των πολυκριτηριακών εξελικτικών μεθόδων, σε σχέση με του αλγορίθμους ολικής βελτιστοποίησης. Τα τελευταία χρόνια, τα οποία παρατηρείται ραγδαία ανάπτυξη των πρώτων, η έρευνα έχει εστιαστεί και στο ζήτημα της διατύπωσης κατάλληλων μέτρων επίδοσης (Coello Coello, 2005). Ορισμένα από τα μέτρα που έχουν προταθεί, και αξιολογούν τις τρεις απαιτήσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως, είναι:

α) Η απόσταση από το μέτωπο Pareto (generational distance, GD), η οποία προτάθηκε από τους Van Venlhuizen and Lamont (2000) και ορίζεται ως:

$$GD = \frac{1}{p} \sqrt{\sum_{i=1}^p d_i^2} \quad (6.1)$$

όπου p το μέγεθος του τρέχοντος πληθυσμού και d_i η ευκλείδεια απόσταση του μέλους i από το εγγύτερο σημείο του πραγματικού μετώπου Pareto. Η θεωρητικά βέλτιστη τιμή του παραπάνω μέτρου είναι $GD = 0$, που υποδηλώνει ότι το σύνολο του πληθυσμού ανήκει στο πραγματικό μέτωπο.

β) Η αραιότητα (sparsing, SP), η οποία προτάθηκε από τον Schott (1995) και ορίζεται ως:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{p-1} \sum_{i=1}^p (E[d] - d_i)^2} \quad (6.2)$$

όπου p το μέγεθος του πληθυσμού, $d_i = \min(|f_{i1} - f_{j1}| + |f_{i2} - f_{j2}| + \dots + |f_{im} - f_{jm}|)$ για $j = 1, \dots, p$ (ο δείκτης j συμβολίζει το αντίστοιχο μέλος του πληθυσμού), m το πλήθος των κριτηρίων και $E[d]$ η μέση τιμή των d_i στον πληθυσμό. Η θεωρητικά βέλτιστη τιμή του παραπάνω μέτρου είναι $SP = 0$, που υποδηλώνει ότι όλα τα μέλη του πληθυσμού ισαπέχουν.

γ) Το ποσοστό λανθασμένων λύσεων (error ratio, ER), το οποίο είναι αδιάστατο μέτρο που προτάθηκε από τον Van Venlhuizen (1999) και ορίζεται ως:

$$ER = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p e_i \quad (6.3)$$

όπου p το μέγεθος του τρέχοντος πληθυσμού μη κατωτέρων λύσεων και e_i δείκτης που ισούται με μηδέν αν το μέλος i ανήκει στο πραγματικό μέτωπο, διαφορετικά $e_i = 1$. Η θεωρητικά βέλτιστη τιμή του παραπάνω μέτρου είναι $ER = 0$, που υποδηλώνει ότι ο πληθυσμός ανήκει στο πραγματικό μέτωπο.

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφορα ακόμη μέτρα επίδοσης, ωστόσο ορισμένες θεωρητικές εργασίες αναφέρουν ότι η αξιοπιστία τους είναι περιορισμένη, καθώς συχνά οδηγούν σε αντιφατικά αποτελέσματα (Knowles and Corne, 2000· Zitzler *et al.*, 2003· Coello Coello, 2005). Αναγκαία προϋπόθεση για τον ορισμό των παραπάνω μέτρων είναι η γνώση του πραγματικού μετώπου Pareto. Ωστόσο, για πολλές από τις θεωρητικές συναρτήσεις αλλά και για τα περισσότερα προβλήματα της πράξης, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό, γεγονός που καθιστά την εφαρμογή τέτοιων προσεγγίσεων προβληματική. Γενικά, είναι δύσκολη η διατύπωση ενός καθολικού και αντιπροσωπευτικού μέτρου αποτίμησης των αλγορίθμων πολυκριτηριακής αναζήτησης, με δεδομένο ότι οι προαναφερθέντες στόχοι που επιτελεί είναι, στις περισσότερες περιπτώσεις, αντικρουόμενοι.

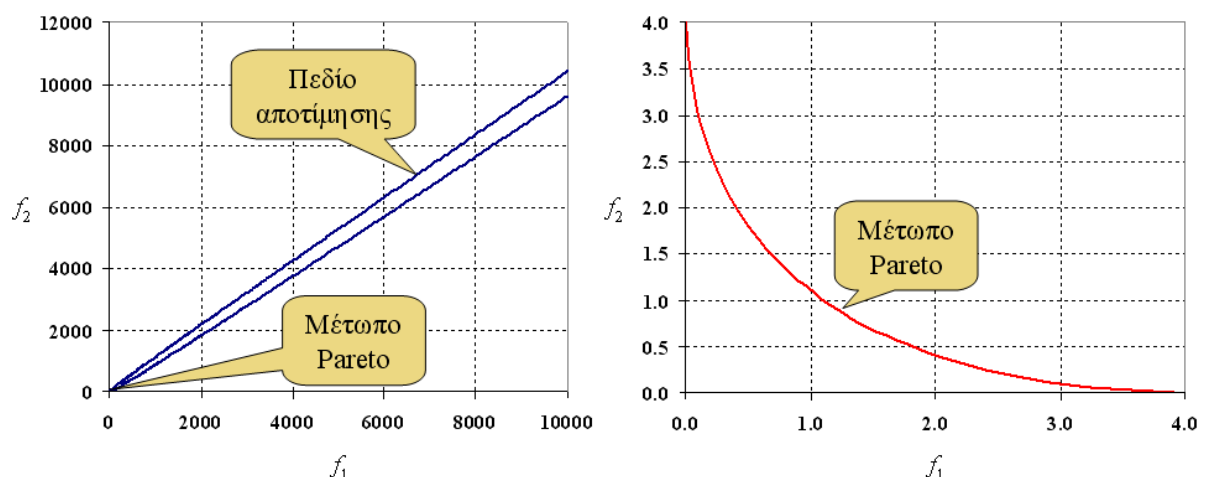
6.2 Πολυκριτηριακά προβλήματα ελέγχου

Η αποτίμηση της επίδοσης του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου σε σχέση με άλλες καταξιωμένες προσεγγίσεις βασίστηκε, σε πρώτη φάση, πάνω σε τυπικά μαθηματικά προβλήματα ελέγχου της βιβλιογραφίας. Ειδικότερα, εξετάστηκαν 11 διδιάστατες διανυσματικές συναρτήσεις ελέγχου, με αριθμό μεταβλητών ελέγχου από 1 έως 30, που καλύπτουν χαρακτηριστικές περιπτώσεις μετώπων Pareto (κυρτά και μη κυρτά, συνδεδεμένα και ασύνδετα). Τα προβλήματα είναι κλιμακωτής δυσκολίας, ώστε να ελεγχθούν, κατά περίπτωση, τόσο η ακρίβεια όσο και η ταχύτητα εντοπισμού ενός αντιπροσωπευτικού συνόλου μη κατωτέρων λύσεων. Στα εδάφια που ακολουθούν δίνεται η διατύπωση κάθε προβλήματος και συζητώνται οι ιδιαιτερότητές τους.

6.2.1 Πρόβλημα SCH-1

Το πρόβλημα, που αναφέρεται και ως σφαιροειδές, έχει προταθεί από τον Schaffer (1984) και είναι πολύ διαδεδομένο στην πολυκριτηριακή εξελικτική βελτιστοποίηση, έχοντας χρησιμοποιηθεί στην αξιολόγηση μεγάλου αριθμού αλγορίθμων (π.χ. Srinivas and Deb, 1994· Zitzler, 1999· Deb, 1999a· Deb *et al.*, 2002). Η διανυσματική στοχική συνάρτηση γράφεται:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= x^2 \\ \min f_2 &= (x - 2)^2 \end{aligned} \quad (6.4)$$



Σχήμα 6.1: Γραφική απεικόνιση του πεδίου αποτίμησης (αριστερά) και του μετώπου μη κατωτέρων σημείων (δεξιά), για τη συνάρτηση SCH-1.

Η στοχική συνάρτηση έχει μία μόνο μεταβλητή ελέγχου, x , τα επιτρεπόμενα όρια της οποίας τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-100, 100]$. Το σύνολο Pareto, δηλαδή η βέλτιστη λύση του προβλήματος, κυμαίνεται στο διάστημα $[0, 2]$, καταλαμβάνοντας το 1% του συμβατικού εφικτού χώρου. Πρόκειται

για ένα στοιχειώδες πρόβλημα ταυτόχρονης βελτιστοποίησης αντικρουόμενων συναρτήσεων, που δημιουργεί ένα *κυρτό* μέτωπο μη κατωτέρων σημείων, το οποίο κείται στη συμβολή δύο ευθειών που διαμορφώνουν το πεδίο αποτίμησης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1.

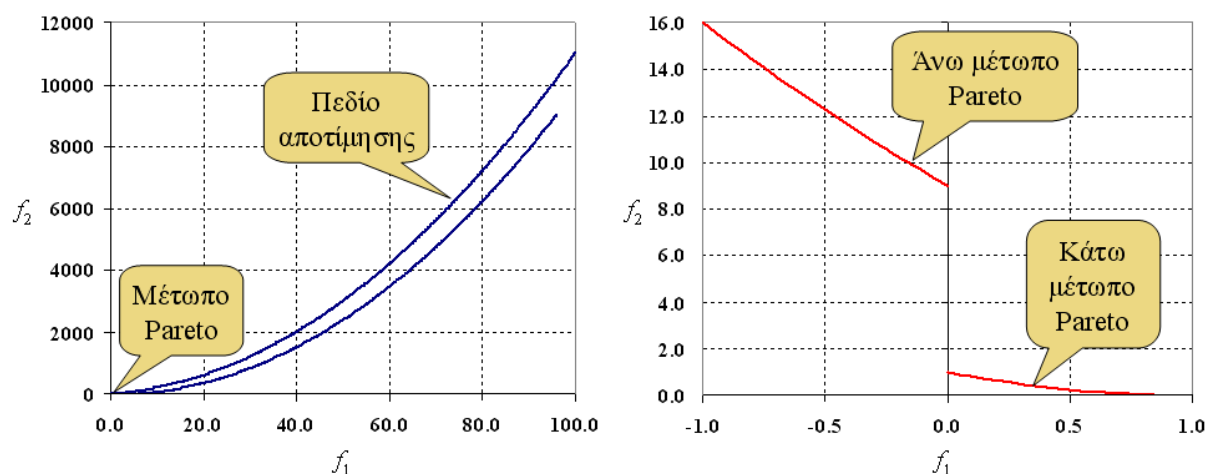
6.2.2 Πρόβλημα SCH-2

Το πρόβλημα έχει προταθεί από τον Shaffer (1984) και γράφεται:

$$\min f_1 = \begin{cases} -x & \text{αν } x \leq 1 \\ -2 + x & \text{αν } 1 < x \leq 3 \\ 4 - x & \text{αν } 3 < x \leq 4 \\ -4 + x & \text{αν } x > 4 \end{cases} \quad (6.5)$$

$$\min f_2 = (x - 5)^2$$

Η στοχική συνάρτηση έχει μία μόνο μεταβλητή ελέγχου, x , τα επιτρεπόμενα όρια της οποίας τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-100, 100]$. Το σύνολο Pareto είναι ασυνεχές, και αποτελείται από δύο υποσύνολα που περιλαμβάνουν όλα τα σημεία x στα διαστήματα $[1, 2]$ και $[4, 5]$. Το αντίστοιχο μέτωπο μη κατωτέρων σημείων που δημιουργείται είναι *κυρτό* και *ασύνδετο*, παρουσιάζοντας *άλμα* στη θέση $f_1 = 0$. Το μέτωπο κείται στη συμβολή των δύο κυρτών καμπυλών που διαμορφώνουν το πεδίο αποτίμησης (Σχήμα 6.2).



Σχήμα 6.2: Γραφική απεικόνιση του πεδίου αποτίμησης (αριστερά) και του μετώπου μη κατωτέρων σημείων (δεξιά), για τη συνάρτηση SCH-2.

6.2.3 Πρόβλημα FON-1

Το πρόβλημα αναφέρεται από τους Fonseca and Fleming (1995a) και γράφεται:

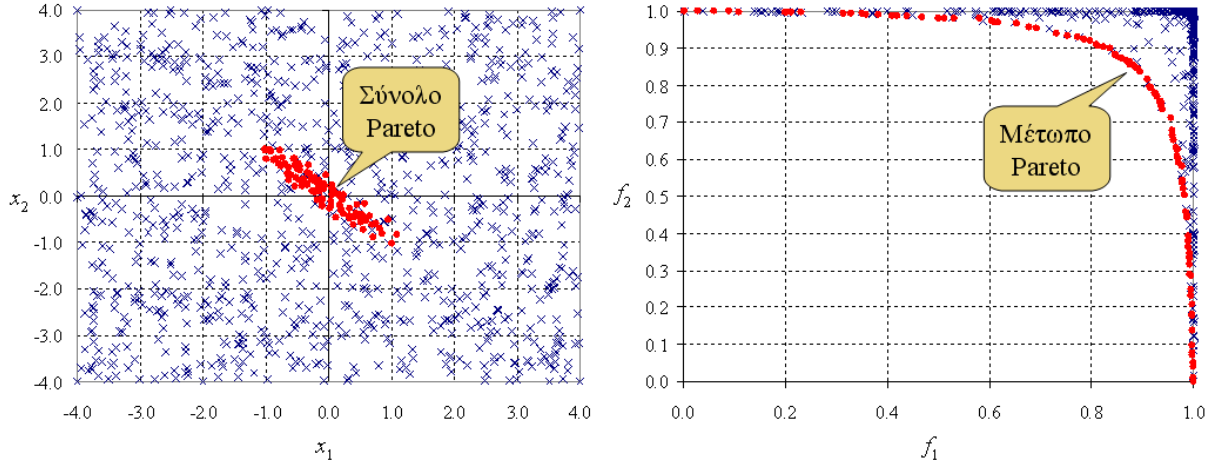
$$\min f_1 = 1 - \exp[-(x_1 - 1)^2 - (x_2 + 1)^2]$$

$$\min f_2 = 1 - \exp[-(x_1 + 1)^2 - (x_2 - 1)^2] \quad (6.6)$$

Η στοχική συνάρτηση έχει δύο μεταβλητές ελέγχου, x_1 και x_2 , τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-4, 4]$. Τα σημεία Pareto βρίσκονται στο διάστημα $[-1, 1]$, διατεταγμένα γύρω από τη διαγώνιο του πεδίου με συντεταγμένες $(-1, -1)$, $(-1, 1)$, $(1, -1)$ και $(1, 1)$, και δημιουργούν ένα *έντονα μη κυρτό* μέτωπο μη κατωτέρων σημείων στο πεδίο \mathcal{F} .

Στη γραφική παράσταση του Σχήματος 6.3, αριστερά, με το σύμβολο «x», απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία από μια ομοιόμορφη κατανομή, ενώ στο γράφημα δεξιά φαίνεται η απεικόνισή τους στο δισδιάστατο πεδίο αποτίμησης. Παρατηρείται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό του πληθυσμού

συγκεντρώνεται στην άνω δεξιά γωνία του πεδίου, στην αντίθετη δηλαδή κατεύθυνση από το μέτωπο Pareto, ενώ ελάχιστα είναι τα σημεία που παράγονται πάνω ή έστω κοντά στο εν λόγω μέτωπο. Το τελευταίο έχει προσεγγιστεί με τη μέθοδο MEAS, με εφαρμογή της οποίας έχουν παραχθεί 100 αντιπροσωπευτικές μη κατώτερες λύσεις του προβλήματος. Τα σημεία αυτό απεικονίζονται ως ρόμβοι, τόσο στο πεδίο αναζήτησης (αριστερά) όσο και στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά).



Σχήμα 6.3: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων στο πεδίο αναζήτησης και 100 σημείων από το σύνολο Pareto που έχουν παραχθεί με τη μέθοδο MEAS (αριστερά), και των αντίστοιχων απεικονίσεών τους στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά), για τη συνάρτηση FON-1.

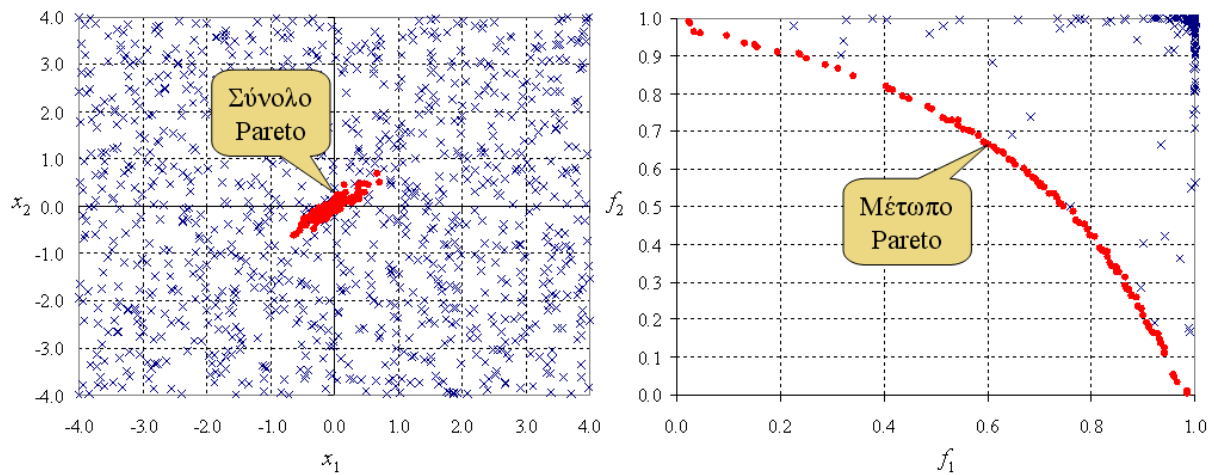
6.2.4 Πρόβλημα FON-2

Το πρόβλημα αναφέρεται από τους Fonseca and Fleming (1995b) και γράφεται:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^n (x_i - 1/\sqrt{3})^2\right] \\ \min f_2 &= 1 - \exp\left[-\sum_{i=1}^n (x_i + 1/\sqrt{3})^2\right] \end{aligned} \quad (6.7)$$

Στους ελέγχους θεωρείται ότι η στοχαστική συνάρτηση έχει τρεις μεταβλητές ελέγχου, x_1 , x_2 και x_3 , τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-4, 4]$. Το σύνολο Pareto δίνεται από τη σχέση $x_1 = x_2 = x_3$, με $\{x_1, x_2, x_3\} \in [-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}]$, κείται δηλαδή στη διαγώνιο του πεδίου με συντεταγμένες $(-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$, $(-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$, $(1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$ και $(1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$, δημιουργώντας ένα σχετικά ήπια μη κυρτό μέτωπο μη κατωτέρων σημείων στο πεδίο \mathcal{F} .

Στο Σχήμα 6.4, αριστερά, απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία, ομοιόμορφα καταναμημένα στο πεδίο αναζήτησης (ακριβέστερα, στην τομή x_1 - x_2 αυτού), καθώς και μια προσέγγιση του συνόλου Pareto, που έχει προκύψει με εφαρμογή της μεθόδου MEAS για πληθυσμό 100 ατόμων. Οι αντίστοιχες απεικονίσεις των εν λόγω σημείων στο πεδίο αποτίμησης (Σχήμα 6.4, δεξιά) παρουσιάζει ομοιότητες με την περίπτωση του προβλήματος FON-1, με τη διαφορά ότι το μέτωπο Pareto είναι εμφανώς πιο απομακρυσμένο από την περιοχή συγκέντρωσης του μεγαλύτερου μέρους του τυχαίου πληθυσμού. Από τα 1000 αυτά σημεία, μόλις ένα είναι Pareto βέλτιστο, κάτι που αντικατοπτρίζει τη δυσκολία του προβλήματος, καθώς μια τόσο πυκνή παραγωγή σημείων στον εφικτό χώρο (μη ρεαλιστική, για τα δεδομένα ενός πραγματικού προβλήματος) αδυνατεί να δώσει μια έστω και αδρή εικόνα των βέλτιστων συμβιβασμών μεταξύ των δύο αντικρουόμενων κριτηρίων.



Σχήμα 6.4: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων στο πεδίο αναζήτησης και 100 σημείων από το σύνολο Pareto που έχουν παραχθεί με τη μέθοδο MEAS (αριστερά), και των αντίστοιχων απεικονίσεών τους στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά), για τη συνάρτηση FON-2 ($n = 3$).

6.2.5 Πρόβλημα ZDT-1

Σε μια από τις σημαντικότερες θεωρητικές εργασίες στην πολυκριτηριακή εξελικτική βελτιστοποίηση, οι Zitzler *et al.* (2000) διατύπωσαν έξι ιδιαίτερα απαιτητικά προβλήματα ελέγχου, το πρώτο από τα οποία γράφεται στη γενική μορφή:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= x_1 \\ \min f_2 &= g(\mathbf{x}) [1 - \sqrt{x_1 / g(\mathbf{x})}] \end{aligned} \quad (6.8)$$

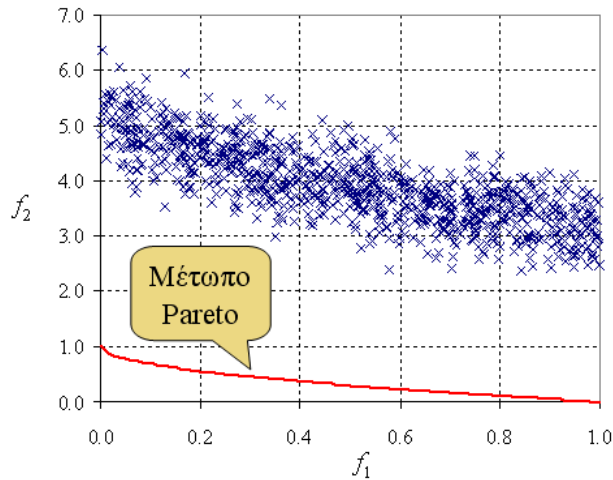
όπου:

$$g(\mathbf{x}) = 1 + 9 \sum_{i=2}^n x_i / (n - 1) \quad (6.9)$$

Η συνάρτηση έχει n μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[0, 1]$. Στους ελέγχους, ο αριθμός των μεταβλητών έχει τεθεί ίσος με $n = 30$. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος, δηλαδή το σύνολο Pareto, περιλαμβάνει όλα τα σημεία που επαληθεύουν τη σχέση $x_1 \in [0, 1]$ και $x_i = 0$ για κάθε $i > 1$, δημιουργώντας ένα *κυρτό* μέτωπο μη κατωτέρων σημείων στο πεδίο αποτίμησης \mathcal{F} , η αναλυτική έκφραση του οποίου είναι:

$$f_2 = 1 - \sqrt{f_1}, f_1 \in [0, 1] \quad (6.10)$$

Στο Σχήμα 6.5 απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία στο πεδίο αποτίμησης στη συνάρτησης, που έχουν προκύψει από μια ομοιόμορφη κατανομή στο 30-διάστατο πεδίο αναζήτησης, ενώ με συνεχή γραμμή απεικονίζεται το θεωρητικό μέτωπο Pareto. Παρατηρείται ότι το σύνολο των τυχαίων σημείων είναι συγκεντρωμένο μακριά από το εν λόγω μέτωπο, και δημιουργεί ένα νέφος σχεδόν παράλληλα μετατοπισμένων σημείων. Αυτό οφείλεται στην αθροιστική μορφή της συνάρτησης (6.9), που «μαζεύει» όλα τα αποτελέσματα για το κριτήριο f_2 γύρω από μια μέση τιμή, κάτι που αποτελεί άμεση συνέπεια του κεντρικού οριακού θεωρήματος. Έτσι, η ποικιλία εφικτών ανταγωνισμών των κριτηρίων περιορίζεται δραστικά, κάτι που αποτελεί χαρακτηριστικό της συνάρτησης ZDT-1. Αυτό συνεπάγεται ότι μια πλήρως στοχαστική μέθοδος αναζήτησης (π.χ. τεχνική Monte-Carlo) αδυνατεί να χειριστεί το συγκεκριμένο πρόβλημα, ακόμη και για πολύ μεγάλο μέγεθος δειγματοληψίας.



Σχήμα 6.5: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων και του μετώπου Pareto, για τη συνάρτηση ZDT-1 ($n = 30$).

6.2.6 Πρόβλημα ZDT-2

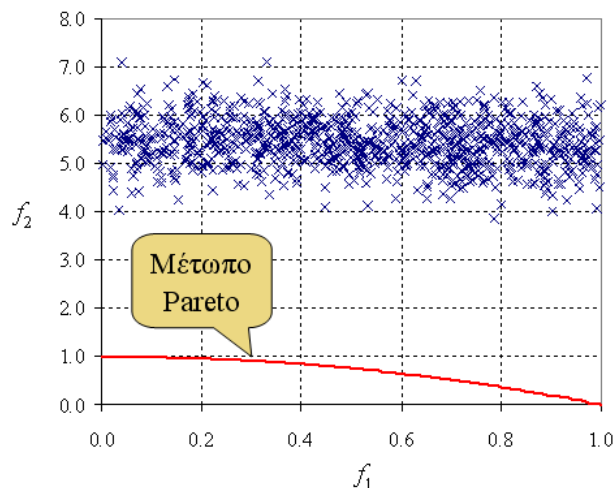
Το δεύτερο πρόβλημα των Zitzler *et al.* (2000) διατυπώνεται στη γενική μορφή:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= x_1 \\ \min f_2 &= g(\mathbf{x}) [1 - (x_1 / g(\mathbf{x}))^2] \end{aligned} \quad (6.11)$$

όπου η $g(\mathbf{x})$ δίνεται από την (6.9).

Η συνάρτηση έχει n μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[0, 1]$. Στους ελέγχους, ο αριθμός των μεταβλητών έχει τεθεί ίσος με $n = 30$. Το σύνολο Pareto, περιλαμβάνει όλα τα σημεία που επαληθεύουν τη σχέση $x_1 \in [0, 1]$ και $x_i = 0$ για κάθε $i > 1$, δημιουργώντας ένα μη κυρτό μέτωπο μη κατωτέρων σημείων στο πεδίο αποτίμησης \mathcal{F} , η αναλυτική έκφραση του οποίου είναι:

$$f_2 = 1 - f_1^2, f_1 \in [0, 1] \quad (6.12)$$



Σχήμα 6.6: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων και του μετώπου Pareto, για τη συνάρτηση ZDT-2 ($n = 30$).

Στο Σχήμα 6.6 απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία στο πεδίο αποτίμησης στη συνάρτησης, που έχουν προκύψει από μια ομοιόμορφη κατανομή στο 30-διάστατο πεδίο αναζήτησης, ενώ με συνεχή γραμμή

απεικονίζεται το θεωρητικό μέτωπο Pareto. Η διαφορά σε σχέση με τη συνάρτηση ZDT-1 έγκειται στο γεγονός η απεικόνιση των τυχαία γεννημένων σημείων στο πεδίο αποτίμησης δημιουργεί ένα νέφος που είναι παράλληλο, σχεδόν, στον άξονα f_1 και όχι στο μέτωπο Pareto. Αυτό δυσχεραίνει ακόμα περισσότερο τη διαδικασία αναζήτησης μη κατωτέρων λύσεων, καθιστώντας το ZDT-2 ως ένα από τα πλέον απαιτητικά προβλήματα ελέγχου που έχουν προταθεί για αλγορίθμους πολυκριτηριακής εξελικτικής βελτιστοποίησης.

6.2.7 Πρόβλημα ZDT-3

Το τρίτο πρόβλημα των Zitzler *et al.* (2000) διατυπώνεται στη γενική μορφή:

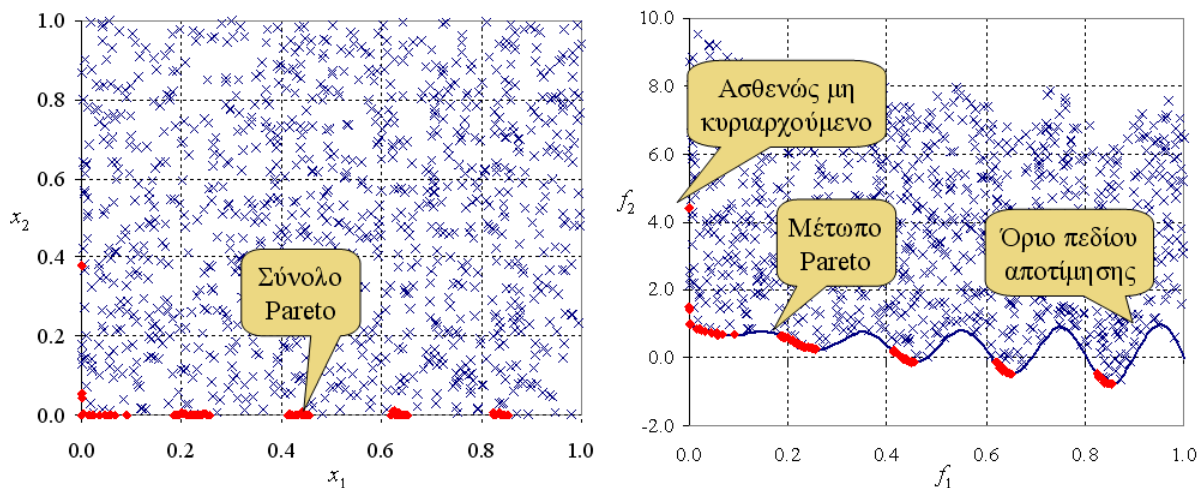
$$\begin{aligned} \min f_1 &= x_1 \\ \min f_2 &= g(\mathbf{x}) \left[1 - \sqrt{x_1 / g(\mathbf{x})} - \frac{x_1}{g(\mathbf{x})} \sin(10 \pi x_1) \right] \end{aligned} \quad (6.13)$$

όπου η $g(\mathbf{x})$ δίνεται από την (6.9).

Η συνάρτηση έχει n μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[0, 1]$. Στους ελέγχους, ο αριθμός των μεταβλητών έχει τεθεί ίσος με $n = 2$ και $n = 10$, ώστε να αναδειχθεί η κλιμακούμενη δυσκολία του προβλήματος σε σχέση με τη διάσταση του πεδίου αναζήτησης. Το σύνολο Pareto περιλαμβάνει τμήματα του εφικτού χώρου που ικανοποιούν τη σχέση $x_1 \in [0, 1]$ και $x_i = 0$ για κάθε $i > 1$. τα τμήματα αυτά δημιουργούν ένα μη κυρτό και ασύνδετο μέτωπο μη κατωτέρων σημείων, πάνω στο κυματοειδούς μορφής όριο του πεδίου αποτίμησης \mathcal{F} , που δίνεται από την αναλυτική σχέση:

$$f_2 = 1 - \sqrt{f_1} - f_1 \sin(10 \pi f_1), f_1 \in [0, 1] \quad (6.14)$$

Επιπλέον, όλα τα σημεία που ικανοποιούν τη σχέση $x_1 = 0$ δημιουργούν ένα ασθενές μέτωπο Pareto, που εκτείνεται κατά μήκος της ευθείας $f_1 = 0$



Σχήμα 6.7: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων στο πεδίο αναζήτησης και 100 σημείων από το σύνολο Pareto που έχουν παραχθεί με τη μέθοδο MEAS (αριστερά), και των αντίστοιχων απεικονίσεών τους στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά), για τη συνάρτηση ZDT-3 ($n = 2$).

Στο Σχήμα 6.7, αριστερά, απεικονίζονται, για τη συνάρτηση ZDT-3 δύο μεταβλητών, 1000 τυχαία σημεία, ομοιόμορφα κατανομημένα στο πεδίο αναζήτησης, καθώς και μια προσέγγιση του συνόλου Pareto, που έχει προκύψει με εφαρμογή της μεθόδου MEAS για πληθυσμό 100 ατόμων. Η απεικόνιση αυτών στο πεδίο αποτίμησης, καθώς και η προσέγγιση του μετώπου Pareto, φαίνονται στο Σχήμα 6.7, δεξιά. Το ισχυρό μέτωπο περιλαμβάνει πέντε ασύνδετα σύνολα ισχυρά μη κυριαρχούμενων σημείων, ενώ η μέθοδος MEAS έχει εντοπίσει και δύο ασθενώς μη κυριαρχούμενες λύσεις του προβλήματος.

6.2.8 Πρόβλημα ZDT-6

Το έκτο πρόβλημα των Zitzler *et al.* (2000) διατυπώνεται στη γενική μορφή:

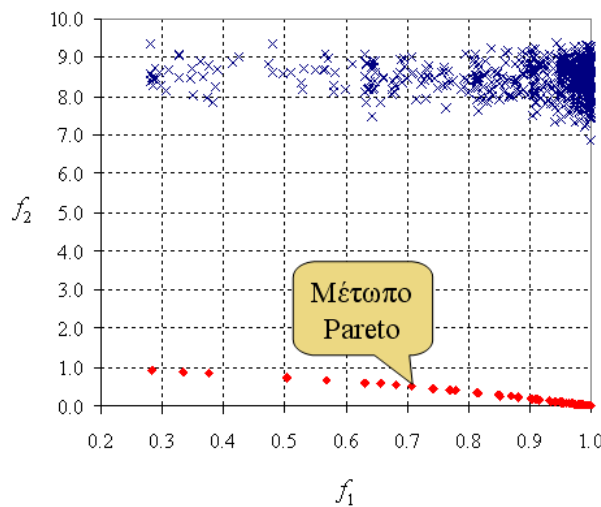
$$\begin{aligned} \min f_1 &= 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(6\pi x_1) \\ \min f_2 &= g(\mathbf{x}) [1 - (f_1 / g(\mathbf{x}))^2] \end{aligned} \quad (6.15)$$

όπου η χαρακτηριστικά συνάρτηση $g(\mathbf{x})$ διαφοροποιείται ελαφρά σε σχέση με τις προηγούμενες περιπτώσεις και γράφεται:

$$g(\mathbf{x}) = 1 + 9 \left[\sum_{i=2}^n x_i / (n-1) \right]^{0.25} \quad (6.16)$$

Η συνάρτηση έχει n μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[0, 1]$. Στους ελέγχους, ο αριθμός των μεταβλητών έχει τεθεί ίσος με $n = 10$. Το σύνολο Pareto δίνεται από την γενική σχέση $x_1 \in [0, 1]$ και $x_i = 0$ για κάθε $i > 1$, δημιουργώντας ένα μη κυρτό και ανομοιόμορφα εκτεταμένο μέτωπο μη κατωτέρων σημείων στο πεδίο \mathcal{F} .

Στο Σχήμα 6.8 απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία στο πεδίο αποτίμησης στη συνάρτησης, που έχουν προκύψει από μια ομοιόμορφη κατανομή στο 10-διάστατο πεδίο αναζήτησης, ενώ το μέτωπο Pareto έχει προσεγγιστεί από 100 σημεία που ισαπέχουν στο διάστημα $x_1 \in [0, 1]$, και απεικονίζονται ως ρόμβοι. Παρατηρείται ότι ο μετασχηματισμός που υλοποιεί η συνάρτηση ZDT-6 παράγει σημεία ανομοιόμορφης πυκνότητας κατά τον άξονα f_1 , που αποτελεί την πλέον χαρακτηριστική δυσχέρεια του προβλήματος. Συνεπώς, είναι ανέφικτη η παραγωγή ενός καλά καταναμημένου πληθυσμού μη κατωτέρων λύσεων, καθώς η διαδικασία μεροληπτεί κατά των επιλογών που είναι ευνοϊκές (δηλαδή ελαχιστοποιούν) ως προς το κριτήριο f_1 .



Σχήμα 6.8: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων και 100 σημείων του μετώπου Pareto που παράγονται στο διάστημα $[0, 1]$ με βήμα 0.01, για τη συνάρτηση ZDT-6 ($n = 10$).

6.2.9 Πρόβλημα POL

Το πρόβλημα έχει προταθεί από τον Poloni (1997) και γράφεται:

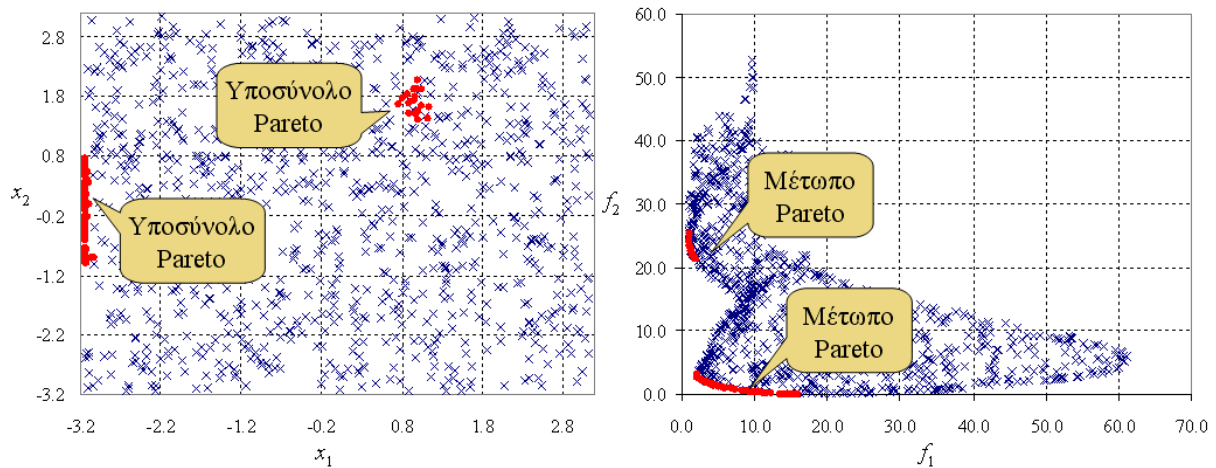
$$\begin{aligned} \min f_1 &= 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2 \\ \min f_2 &= (x_1 + 3)^2 + (x_2 + 1)^2 \end{aligned} \quad (6.17)$$

όπου:

$$\begin{aligned}
A_1 &= 0.5\sin(1) - 2\cos(1) + \sin(2) - 1.5\cos(2) \\
A_2 &= 1.5\sin(1) - \cos(1) + 2\sin(2) - 0.5\cos(2) \\
B_1 &= 0.5\sin(x_1) - 2\cos(x_1) + \sin(x_2) - 1.5\cos(x_2) \\
B_2 &= 1.5\sin(x_1) - \cos(x_1) + 2\sin(x_2) - 0.5\cos(x_2)
\end{aligned}
\tag{6.18}$$

Η συνάρτηση έχει δύο μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-\pi, \pi]$. Το σύνολο Pareto εκτείνεται σε δύο διακριτές περιοχές του πεδίου αναζήτησης, όπου η πρώτη περιλαμβάνει σημεία κατά μήκος του ορίου $x_1 = -\pi$, ενώ η δεύτερη περιλαμβάνει σημεία σε μια ενδιάμεση περιοχή του εφικτού χώρου. Το αντίστοιχο μέτωπο μη κατωτέρων σημείων που δημιουργείται είναι *μη κυρτό* και *ασύνδετο*, παρουσιάζοντας άλμα στη θέση $f_1 = 2$.

Στο Σχήμα 6.9, αριστερά, απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία, ομοιόμορφα κατανομημένα στο πεδίο αναζήτησης, καθώς και μια προσέγγιση των υποσυνόλων Pareto, που έχουν προκύψει με εφαρμογή της μεθόδου MEAS για πληθυσμό 100 ατόμων. Οι αντίστοιχες απεικονίσεις των εν λόγω σημείων στο πεδίο αποτίμησης φαίνονται στο Σχήμα 6.9, δεξιά. Χαρακτηριστικό είναι ότι η ομοιόμορφη παραγωγή τυχαίων εφικτών σημείων στο πεδίο ορισμού συνεπάγεται μια επίσης ομοιόμορφη κάλυψη του πεδίου αποτίμησης, που έχει ένα ακανόνιστο σχήμα. Συνεπώς, ακόμη και μέσω μιας διαδικασίας τυχαίας δειγματοληψίας είναι δυνατό να εντοπιστούν αρκετές μη κυριαρχούμενες λύσεις, οπότε ο στόχος ενός πολυκριτηριακού εξελικτικού σχήματος είναι να έλξει όλα τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού προς τις δύο διακριτές περιοχές του μετώπου Pareto.



Σχήμα 6.9: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων στο πεδίο αναζήτησης και 100 σημείων από το σύνολο Pareto που έχουν παραχθεί με τη μέθοδο MEAS (αριστερά), και των αντίστοιχων απεικονίσεών τους στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά), για τη συνάρτηση POL.

6.2.10 Πρόβλημα KUR

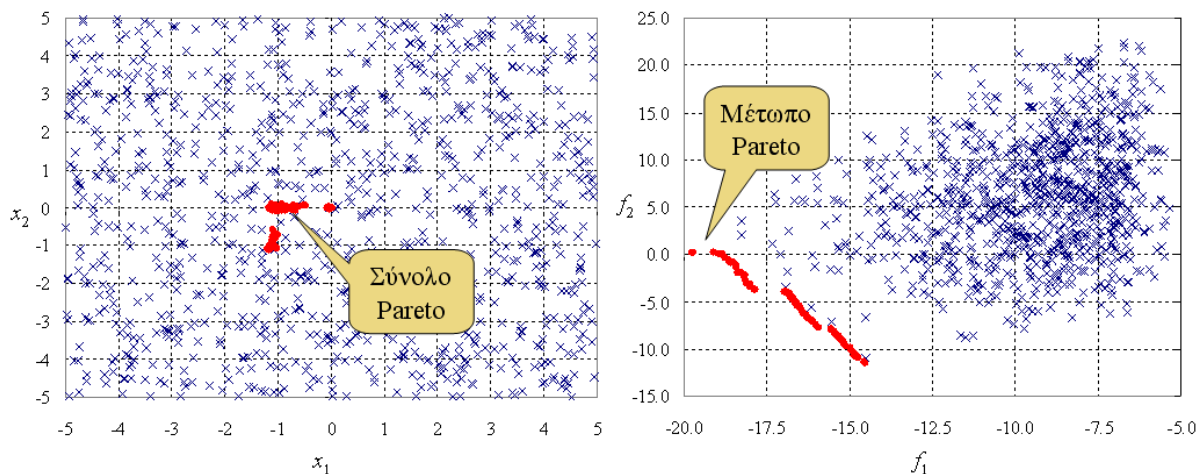
Το πρόβλημα έχει προταθεί από τον Kursawe (1991) και γράφεται στη γενική μορφή:

$$\begin{aligned}
\min f_1 &= \sum_{i=1}^{n-1} -10 \exp[-0.2 \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}] \\
\min f_2 &= \sum_{i=1}^n |x_i|^{0.8} + 5\sin(x_i^3)
\end{aligned}
\tag{6.19}$$

Στους ελέγχους θεωρείται ότι η συνάρτηση έχει τρεις μεταβλητές ελέγχου, τα επιτρεπόμενα όρια των οποίων τίθενται, συμβατικά, στο διάστημα $[-5, 5]$. Το σύνολο Pareto κείται σε δύο διακριτές περιοχές του πεδίου αναζήτησης, με την πρώτη να περιλαμβάνει ευθύγραμμα τμήματα κατά μήκος της ευθείας

$x_2 = 0$, ενώ η δεύτερη έχει ακανόνιστη μορφή. Το αντίστοιχο μέτωπο Pareto είναι *μη κυρτό* και *ασύνδετο*, παρουσιάζοντας πολλαπλές ασυνέχειες.

Στο Σχήμα 6.10, αριστερά, απεικονίζονται 1000 τυχαία σημεία, ομοιόμορφα καταναμημένα στο πεδίο αναζήτησης (ακριβέστερα, στην τομή x_1-x_2 αυτού), καθώς και μια προσέγγιση του συνόλου Pareto, που έχει προκύψει με εφαρμογή της μεθόδου MEAS για πληθυσμό 100 ατόμων. Οι αντίστοιχες απεικονίσεις των σημείων στο πεδίο αποτίμησης φαίνονται στο Σχήμα 6.10, δεξιά. Παρατηρείται ότι το σύνολο σχεδόν των σημείων που παράγονται μέσω τυχαίας δειγματοληψίας είναι συγκεντρωμένο μακριά από το μέτωπο Pareto. Χαρακτηριστικό είναι ακόμη ότι το σημείο με συντεταγμένες $(0, 0, 0)$, που αντιστοιχεί σε τιμές κριτηρίων $f_1 = 20$ και $f_2 = 0$, αποτελεί μια μεμονωμένη μη κατώτερη λύση του προβλήματος, ενώ όλες οι υπόλοιπες μη κατώτερες λύσεις είναι συγκεντρωμένες σε τρεις διακριτές περιοχές του εφικτού χώρου, δημιουργώντας έτσι ένα ασυνεχές μέτωπο στο πεδίο αποτίμησης.



Σχήμα 6.10: Γραφική απεικόνιση 1000 τυχαίων ομοιόμορφων σημείων στο πεδίο αναζήτησης και 100 σημείων από το σύνολο Pareto που έχουν παραχθεί με τη μέθοδο MEAS (αριστερά), και των αντίστοιχων απεικονίσεών τους στο πεδίο αποτίμησης (δεξιά), για τη συνάρτηση KUR ($n = 3$).

6.3 Συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων NSGA, SPEA και MEAS

6.3.1 Σκοπός και μεθοδολογία

Το πρώτο στάδιο των αναλύσεων, με τη χρήση των συναρτήσεων ελέγχου, αποσκοπεί στη σύγκριση της επίδοσης του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου (MEAS) σε σχέση με την επίδοση δύο από τις πλέον γνωστές τεχνικές της βιβλιογραφίας, συγκεκριμένα:

- τον γενετικό αλγόριθμο μη κυριαρχούμενης ταξινόμησης (NSGA).
- τον εξελικτικό αλγόριθμο Pareto ισχύος (SPEA).

Η τεχνική NSGA, που παρουσιάζεται στο εδάφιο 4.5.3, ανήκει στις μεθόδους δεύτερης γενιάς, ενώ η SPEA, που παρουσιάζεται στο εδάφιο 4.6.2, ανήκει στην τρίτη γενιά. Ο πηγαίος κώδικας, σε γλώσσα προγραμματισμού C, είναι ελεύθερα διαθέσιμος στις ιστοσελίδες www.jeo.org/emo/nsga.c και www.lania.mx/~ccoello/EMOO/spea.ce, αντίστοιχα.

Η διερεύνηση επιχειρεί να δώσει απάντηση σε δύο χαρακτηριστικά ερωτήματα που έχουν ιδιαίτερη σημασία σε πραγματικές εφαρμογές, όπου το πλήθος των δοκιμών αποτελεί τον κύριο περιοριστικό παράγοντα της υπολογιστικής διαδικασίας, εξαιτίας του υπολογιστικού φόρτου που απαιτείται για την αποτίμηση της συνάρτησης. Τα δύο ερωτήματα, που μπορούν να θεωρηθούν συμπληρωματικά, διατυπώνονται ως ακολούθως:

- Πόσες δοκιμές απαιτούνται ώστε να εντοπιστεί ένα συγκεκριμένο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων του προβλήματος;
- Πόσες μη κατώτερες λύσεις μπορούν να εντοπιστούν μετά από συγκεκριμένο αριθμό δοκιμών;

Τα δύο ερωτήματα μπορούν να συνδυαστούν σε ένα σύνθετο κριτήριο, που τερματίζει τη διαδικασία αναζήτησης αν ο τρέχων αριθμός δοκιμών ξεπεράσει μια μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή που ορίζει ο χρήστης (πρωτεύον κριτήριο) ή αν ο τρέχων αριθμός μη κατωτέρων λύσεων είναι ίσος με το μέγεθος του πληθυσμού, που επίσης ορίζει ο χρήστης. Σε όλες τις αναλύσεις, και ανεξαρτήτως της δυσκολίας του προβλήματος, θεωρείται σταθερό μέγεθος πληθυσμού και σταθερό όριο δοκιμών.

Για να είναι η προσέγγιση αμερόληπτη, και να μην επηρεάζεται από την εγγενή τυχαιότητα των διαδικασιών επιλογής και εξέλιξης, το κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης πρέπει να επιλυθεί αρκετές φορές, με διαφορετικό αρχικό πληθυσμό, που παράγεται μέσω μιας ομοιόμορφης κατανομής στον εφικτό χώρο. Τα μεμονωμένα αποτελέσματα κάθε επίλυσης, δηλαδή ο αριθμός των μη κατωτέρων λύσεων και το πλήθος των δοκιμών, συναθροίζονται ώστε να προκύψουν τελικά οι αντίστοιχες μέσες τιμές για κάθε πρόβλημα ελέγχου. Συγκρίνοντας τα «πειραματικά» αποτελέσματα της μεθόδου MEAS ως προς τα αντίστοιχα των μεθόδων NSGA και SPEA, εξακριβώνεται αν το αλγοριθμικό σχήμα που αναπτύχθηκε μπορεί να χειριστεί αντιπροσωπευτικά πολυκριτηριακά προβλήματα κυμαινόμενης δυσκολίας, τουλάχιστον εξίσου καλά με καταξιωμένα σχήματα της βιβλιογραφίας.

Σημειώνεται ότι η διερεύνηση που επιχειρείται επικεντρώνεται στην αποδοτικότητα των αλγορίθμων και όχι στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των παραγόμενων λύσεων, δηλαδή την εγγύτητά τους ως προς το πραγματικό μέτωπο Pareto του εξεταζόμενου προβλήματος (εφόσον βεβαίως αυτό είναι εκ των προτέρων γνωστό) και τη διατήρηση επαρκούς διασποράς του τελικού πληθυσμού μη κατωτέρων σημείων. Τα χαρακτηριστικά αυτά διερευνώνται στο δεύτερο στάδιο των αναλύσεων (ενότητα 6.4). Επιπλέον, η προτεινόμενη μέθοδος παρέχει επιπλέον καινοτομίες, που δεν διαθέτουν τα υφιστάμενα βιβλιογραφικά σχήματα, όπως ο χειρισμός των πολυδιάστατων προβλημάτων (με περισσότερα των δύο κριτηρίων) και η ενσωμάτωση «εξωτερικών» περιορισμών στο πεδίο αποτίμησης, για την παραγωγή του πλέον πρόσφορου τμήματος του μετώπου Pareto. Οι δυνατότητες αυτές εξετάζονται, εκτός από την ενότητα 6.4, και στο Κεφάλαιο 11, που πραγματεύεται την εκτίμηση των παραμέτρων ενός σύνθετου υδρολογικού μοντέλου.

6.3.2 Διατύπωση αλγορίθμων και λοιπές παραδοχές

Για τα 11 προβλήματα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 6.2, πραγματοποιήθηκαν 10 ανεξάρτητες επιλύσεις με τις μεθόδους NSGA, SPEA και MEAS, θεωρώντας μέγεθος πληθυσμού ίσο με 100 και μέγιστο επιτρεπόμενο πλήθος δοκιμών ίσο με 10000. Χαρακτηριστικό των εν λόγω σχημάτων (όπως και κάθε υβριδικής μεθόδου βελτιστοποίησης) είναι η πληθώρα επιλογών όσον αφορά παραμέτρους εισόδου που ορίζει ο χρήστης, που σχετίζονται με διάφορες υπολογιστικές διαδικασίες. Για τον λόγο αυτό, σε κάθε μεθοδολογία ελέγχθηκε με διαφορετικές εκδοχές της, και με την αυστηρή προϋπόθεση ότι ισχύουν οι ίδιες ακριβώς συνθήκες για όλα τα προβλήματα (δηλαδή δεν αναζητήθηκε η διατύπωση εκείνη που ταιριάζει καλύτερα στα χαρακτηριστικά του εκάστοτε προβλήματος).

Οι μέθοδοι NSGA και SPEA, που ανήκουν στη δεύτερη και τρίτη γενιά εξελικτικών αλγορίθμων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, αντίστοιχα, διαφοροποιούνται μόνο ως προς το σχήμα αποτίμησης λύσεων και τον τελεστή επιλογής, ενώ διαθέτουν την ίδια δομή όσον αφορά τις διαδικασίες αναζήτησης, δηλαδή τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης. Η εφαρμογή των εν λόγω μεθόδων έγινε θεωρώντας δυαδική και πραγματική κωδικοποίηση, ενώ στην τελευταία περίπτωση ελέγχθηκαν δύο διαφορετικά σχήματα διασταύρωσης, ήτοι μονόπλευρη και ομοιόμορφη. Με τον τρόπο αυτό, διατυπώθηκαν εναλλακτικές εκδοχές της εξελικτικής διαδικασίας, και συγκεκριμένα:

Στην περίπτωση δυαδικής κωδικοποίησης των μεταβλητών, θεωρήθηκαν μεγέθη χρωμοσώματος ίσα με 10 και 100. Εφόσον μια μεταβλητή ελέγχου παρίσταται από 10 ψηφία (γονίδια), με εφικτές τιμές 0 ή 1, μπορεί να λάβει $2^{10} = 1024$ διακριτές τιμές, ενώ αν παρίσταται με 100 λαμβάνει περίπου 10^{30} τιμές. Εφαρμόστηκαν ο τυπικός δυαδικός τελεστής μονόπλευρης διασταύρωσης, που πραγματοποιεί ανταλλαγή όλων των γονιδίων των δύο γονέων πέρα από μια τυχαία θέση της συμβολοσειράς, και ο τελεστής δυαδικής μετάλλαξης, που υλοποιεί το τυπικό σχήμα μεταβολής τυχαίων ψηφίων του γονότυπου από 0 σε 1 ή από 1 σε 0, αντίστοιχα, με κάποια μικρή πιθανότητα (βλ. 3.7.4).

Στις περιπτώσεις όπου υλοποιήθηκε πραγματική κωδικοποίηση των μεταβλητών, θεωρήθηκαν δύο εναλλακτικοί τελεστές διασταύρωσης, μονόπλευρη και ομοιόμορφη. Στη μονόπλευρη διασταύρωση (βλ. 5.4.7), οι γονείς ανταλλάζουν συντεταγμένες, σε μια τυχαία θέση μεταξύ 1 έως n (η διαδικασία δεν έχει νόημα για πρόβλημα μίας μεταβλητής). Στην ομοιόμορφη διασταύρωση, ανταλλάσσονται οι συντεταγμένες των δύο γονέων σε ποσοστό 50% (όπως γίνεται στην μονόπλευρη διασταύρωση), ενώ οι υπόλοιπες συντεταγμένες παράγονται από μια κανονική κατανομή, γύρω από τη μέση τιμή των δύο γονέων. Όσον αφορά στον τελεστή μετάλλαξης, αυτός βασίστηκε στην αλλαγή της τιμής μιας τυχαίας συντεταγμένης του προς αντικατάσταση σημείου, με χρήση μιας πολυωνυμικής κατανομής.

Σε όλες τις εκδοχές των αλγορίθμων, οι συχνότητες διασταύρωσης και μετάλλαξης τέθηκαν ίσες με 70% και 5%, αντίστοιχα.

Για την πολυκριτηριακή εξελικτική μέθοδο ανόπτησης-απλόκου (αλγόριθμος MEAS), εξετάστηκαν τέσσερις εκδοχές, διαφοροποιώντας τις παραμέτρους του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης (ρυθμός ψύξης, πολλαπλασιαστικός παράγοντας). Συγκεκριμένα, εξετάστηκαν οι συνδυασμοί που περικλύουν με $\lambda = \{0.99, 0.95\}$ και $\beta = \{1, 2\}$. Οι λοιπές παράμετροι εισόδου του αλγορίθμου ορίστηκαν ως εξής:

- διακριτοποίηση πεδίου αποτίμησης, για τον ορισμό των θυλάκων, $\Delta = 10$.
- ελάχιστη εφικτή τιμή της θερμοκρασίας, $T_{\min} = 0.10$.
- συχνότητα μετάλλαξης, $p_m = 5\%$.

Τέλος, όσον αφορά στα πεδία ορισμού των μεταβλητών, τέθηκαν κοινά όρια του εξωτερικού και εσωτερικού πεδίου, ώστε η διαδικασία να είναι αμερόληπτη σε σχέση με τις δύο άλλες μεθόδους που εξετάστηκαν.

6.3.3 Αποτελέσματα και σχολιασμός αναλύσεων

Κάθε πρόβλημα επιλύθηκε 10 φορές, με διαφορετικές εκδοχές των αλγορίθμων, και υπολογίστηκαν ο μέσος αριθμός δοκιμών που απαιτείται για τον εντοπισμό 100 μη κατωτέρων σημείων, με όριο τις 10 000 δοκιμές, και, αντίστροφα, το μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων που εντοπίζονται, με όριο τις 10 000 δοκιμές¹. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων για τις μεθόδους NSGA, SPEA και MEAS συνοψίζονται στους Πίνακες 6.1 έως 6.10.

Στη συνέχεια επιχειρείται η εξαγωγή ορισμένων βασικών συμπερασμάτων σχετικά με την επίδοση των τριών αλγορίθμων, σε σχέση και με τις διάφορες εκδοχές τους. Συγκεκριμένα:

Η μέθοδος NSGA, τα αποτελέσματα την οποίας δίνονται στους Πίνακες 6.1 και 6.2, παρουσιάζει εξαιρετικά κακή επίδοση, τόσο με δυαδική όσο και με πραγματική κωδικοποίηση, καθώς ούτε σε ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα δεν κατόρθωσε να παράξει έναν πλήρη πληθυσμό 100 Pareto βέλτιστων σημείων, με όριο τερματισμού 100 γενιές. Βεβαίως, αλλάζοντας την κωδικοποίηση των μεταβλητών από δυαδική σε πραγματική αυξήθηκε σημαντικά το μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων σχεδόν για το σύνολο των συναρτήσεων ελέγχου. Για παράδειγμα, για τη συνάρτηση Schaffer 1 (SCH-1) το μέσο

¹ Στις μεθόδους NSGA και SPEA, ορίστηκε ως κριτήριο τερματισμού οι 100 γενιές, που για μέγεθος πληθυσμού 100 άτομα συνεπάγεται την παραγωγή έως 10 100 λύσεων (μαζί με τον αρχικό πληθυσμό).

πλήθος αυξήθηκε από 11 σε 91, για τη Fonseca 2 (FON-2) από 9 σε 83 και για την Poloni (POL) από 19 σε 88. Τα παραπάνω καταδεικνύουν ότι η εν λόγω μεθοδολογία, αν και δεν έχει συμπληρώσει ούτε 15 χρόνια από τότε που δημοσιεύτηκε, είναι πλέον παρωχημένη. Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι η δυαδική κωδικοποίηση των μεταβλητών, που αποτελεί συνήθη πρακτική των γενετικών αλγορίθμων, επιδρά αρνητικά στην επίδοση των τελεστών διασταύρωσης (κυρίως) και μετάλλαξης, όπως έχει επισημανθεί και στο εδάφιο 5.4.7.

Πίνακας 6.1: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο NSGA, με δυαδική κωδικοποίηση.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	10 100	11
SCH-2	10 100	12
FON-1	10 100	20
FON-2	10 100	9
ZDT-1	10 100	13
ZDT-2	10 100	4
ZDT-3(2)	10 100	17
ZDT-3(10)	10 100	10
ZDT-6	10 100	4
POL	10 100	19
KUR	10 100	11
Μέσος όρος	10 100	12

Πίνακας 6.2: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο NSGA, με πραγματική κωδικοποίηση.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	10 100	91
SCH-2	10 100	90
FON-1	10 100	73
FON-2	10 100	83
ZDT-1	10 100	7
ZDT-2	10 100	2
ZDT-3(2)	10 100	10
ZDT-3(10)	10 100	7
ZDT-6	10 100	2
POL	10 100	88
KUR	10 100	76
Μέσος όρος	10 100	48

Η επίδοση της μεθόδου SPEA διαφοροποιείται ανάλογα με τη διαμόρφωση των εξεταζόμενων αλγοριθμικών παραμέτρων (ήτοι μέγεθος χρωμοσώματος, για δυαδική κωδικοποίηση, και τελεστής διασταύρωσης, για πραγματική κωδικοποίηση). Σε κάθε περίπτωση, υπερτερεί εμφανώς έναντι της μεθόδου NSGA, ακόμα και στη χειρότερη εκδοχή της, που είναι η δυαδική κωδικοποίηση με μέγεθος χρωμοσώματος 10. Με τη συγκεκριμένη διατύπωση, όπως φαίνεται στον Πίνακα 6.3, κατορθώνει να παράξει πλήρη μέτωπα Pareto για τις δύο συναρτήσεις Fonseca (FON-1, FON-2), την τρίτη συνάρτηση των Zitzler, Deb και Thiele, με $n = 2$ μεταβλητές ελέγχου (ZDT-3(2)), και τις συναρτήσεις Poloni (POL) και Kursawe (KUR). Αυξάνοντας το μήκος του χρωμοσώματος από 10 σε 100, που συνεπάγεται πολύ πιο λεπτομερή διακριτοποίηση του πεδίου αναζήτησης, η επίδοση του αλγορίθμου

βελτιώνεται σημαντικά, τόσο ως προς τον απαιτούμενο αριθμό δοκιμών όσο και ως προς το παραγόμενο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων (Πίνακας 6.4). Αλλάζοντας την κωδικοποίηση από δυαδική σε πραγματική, με χρήση ωστόσο του απλοϊκού τελεστή διασταύρωσης που υλοποιεί τυχαία ανταλλαγή συντεταγμένων, η μέθοδος αντιμετωπίζει με μεγάλη άνεση τα σχετικά εύκολα προβλήματα (SCH-1, SCH-2, FON-1, FON-2, POL, KUR), αλλά αποτυγχάνει πληρως στο χειρισμό της ομάδας συναρτήσεων των Zitzler, Deb και Thiele, για τις οποίες ενοπίζει από 1 μέχρι 8 μη κατώτερες λύσεις, κατά μέσο όρο (Πίνακας 6.5). Η σαφώς πιο καλή συμπεριφορά παρατηρείται όταν η πραγματική κωδικοποίηση συνδυάζεται με τον τελεστή ομοιόμορφης διασταύρωσης (Πίνακας 6.6). Στην περίπτωση αυτή, ο αλγόριθμος χειρίζεται με επιτυχία όλα τα προβλήματα, εκτός από τα ZDT-2 και ZDT-6.

Πίνακας 6.3: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο SPEA, με δυαδική κωδικοποίηση για μήκος χρωμοσώματος 10.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	10 100	10
SCH-2	10 100	13
FON-1	1 045	100
FON-2	2 325	100
ZDT-1	10 100	20
ZDT-2	10 100	2
ZDT-3(2)	2 150	100
ZDT-3(10)	10 100	40
ZDT-6	10 100	2
POL	1 275	100
KUR	2 860	100
Μέσος όρος	6 387	53

Πίνακας 6.4: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο SPEA, με δυαδική κωδικοποίηση για μήκος χρωμοσώματος 100.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	765	100
SCH-2	760	100
FON-1	745	100
FON-2	1555	100
ZDT-1	10 100	34
ZDT-2	10 100	13
ZDT-3(2)	1 335	100
ZDT-3(10)	10 100	73
ZDT-6	10 100	10
POL	920	100
KUR	2 080	100
Μέσος όρος	4 415	75

Πίνακας 6.5: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο SPEA, με πραγματική κωδικοποίηση και εφαρμογή μονόπλευρης διασταύρωσης.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	1 210	100
SCH-2	1 175	100
FON-1	705	100
FON-2	1 340	100
ZDT-1	10 100	5
ZDT-2	10 100	1
ZDT-3(2)	10 100	8
ZDT-3(10)	10 100	4
ZDT-6	10 100	1
POL	785	100
KUR	1 580	100
Μέσος όρος	5 209	56

Πίνακας 6.6: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο SPEA, με πραγματική κωδικοποίηση και εφαρμογή ομοιόμορφης διασταύρωσης.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	1 120	100
SCH-2	1 090	100
FON-1	950	100
FON-2	1 450	100
ZDT-1	9 425	95
ZDT-2	10 100	8
ZDT-3(2)	1 575	100
ZDT-3(10)	7 190	98
ZDT-6	10 100	14
POL	1 295	100
KUR	2 125	100
Μέσος όρος	4 220	83

Η μέθοδος MEAS, τα αποτελέσματα της οποίας δίνονται στους Πίνακες 6.7 μέχρι 6.10, παρουσιάζει εξαιρετική επίδοση, με μικρή διαφοροποίηση ως προς τις δύο παραμέτρους του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Συγκεκριμένα, χειρίζεται ιδιαίτερα αποτελεσματικά, και με περιορισμένο υπολογιστικό φόρτο, 9 από τα 11 προβλήματα ελέγχου, για τα οποία εντοπίζει πλήρη μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων στο 100% των δοκιμών. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι για τη συνάρτηση ελέγχου ZDT-6, όπου η μέθοδος SPEA εντοπίζει μόλις 14 βέλτιστες λύσεις, κατά μέσο όρο, με εξάντληση του ορίου δοκιμών, ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε εντοπίζει 100 λύσεις, μετά από μόλις 2 243 δοκιμές, κατά μέσο όρο. Ομοίως, για τη συνάρτηση ZDT-2, η μέθοδος SPEA εντοπίζει μόλις 8 βέλτιστες λύσεις, κατά μέσο όρο, ενώ η MEAS, στην εκδοχή της με $\lambda = 0.99$ και $\beta = 2$, εντοπίζει 76 μη κατώτερες λύσεις, μετά από 8 178 δοκιμές, κατά μέσο όρο (Πίνακας 6.7). Μοναδική εξαίρεση αποτελεί η συνάρτηση ZDT-1, για την οποία η μέθοδος SPEA παρουσιάζει καλύτερη επίδοση, παράγοντας 95 μη κατώτερες λύσεις, κατά μέσο όρο, ενώ ο αλγόριθμος MEAS παράγει από 53 έως 67 τέτοιες λύσεις, ανάλογα με τις τιμές των παραμέτρων λ και β .

Πίνακας 6.7: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο MEAS, με $\lambda = 0.99$ και $\beta = 2$.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	719	100
SCH-2	790	100
FON-1	808	100
FON-2	1 158	100
ZDT-1	10 000	53
ZDT-2	8 178	76
ZDT-3(2)	1 034	100
ZDT-3(10)	5 859	100
ZDT-6	2 243	100
POL	813	100
KUR	4 426	100
Μέσος όρος	3 275	94

Πίνακας 6.8: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο MEAS, με $\lambda = 0.95$ και $\beta = 2$.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	707	100
SCH-2	785	100
FON-1	654	100
FON-2	951	100
ZDT-1	9 668	57
ZDT-2	9 678	47
ZDT-3(2)	797	100
ZDT-3(10)	5 199	100
ZDT-6	3 591	100
POL	714	100
KUR	3 879	100
Μέσος όρος	3 329	91

Πίνακας 6.9: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο MEAS, με $\lambda = 0.99$ και $\beta = 1$.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	709	100
SCH-2	809	100
FON-1	800	100
FON-2	1 130	100
ZDT-1	10 000	61
ZDT-2	9 514	49
ZDT-3(2)	1 067	100
ZDT-3(10)	5 256	100
ZDT-6	3 075	100
POL	788	100
KUR	3 999	100
Μέσος όρος	3 377	92

Πίνακας 6.10: Αποτελέσματα αναλύσεων με τη μέθοδο MEAS, με $\lambda = 0.95$ και $\beta = 1$.

Συνάρτηση ελέγχου	Μέσο πλήθος δοκιμών	Μέσο πλήθος μη κατωτέρων λύσεων
SCH-1	698	100
SCH-2	776	100
FON-1	708	100
FON-2	970	100
ZDT-1	9 549	67
ZDT-2	9 116	47
ZDT-3(2)	841	100
ZDT-3(10)	5 385	100
ZDT-6	3 210	100
POL	705	100
KUR	3 839	100
Μέσος όρος	3 254	92

6.4 Εφαρμογή στο πρόβλημα αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών

6.4.1 Σκοπός και μεθοδολογία

Η αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών είναι ένα τυπικό πρόβλημα της στοχαστικής υδρολογίας, που απαντά σε πληθώρα εφαρμογών. Υπό προϋποθέσεις, το εν λόγω πρόβλημα έχει αναλυτική λύση, διαφορετικά αναζητάται μια προσεγγιστική λύση αυτού. Ο Koutsoyiannis (1999) διατύπωσε μια γενική μεθοδολογία χειρισμού του προβλήματος, μέσω βελτιστοποίησης, στο οποίο χρησιμοποίησε τρία κριτήρια προσαρμογής, σταθμισμένα σε μια ενιαία στοχαστική συνάρτηση.

Στα πλαίσια της εργασίας, το πρόβλημα αποσύνθεσης των μητρώων συνδιασπορών αντιμετωπίστηκε ως πολυκριτηριακό, με στόχο την εμβάθυνση στα ποιοτικά χαρακτηριστικά της μεθόδου MEAS, σε σύγκριση με τον αλγόριθμο SPEA. Ειδικότερα, διαμορφώθηκε ένα πρόβλημα 64 μεταβλητών ελέγχου και δύο κριτηξρίων, που παρουσιάζει σημαντικές ιδιαιτερότητες όσον αφορά στο εύρος τιμών των κριτηρίων (που διαφοροποιείται κατά αρκετές τάξεις μεγέθους), τη γεωμετρία του μετώπου Pareto και την ύπαρξη εκτενών περιοχών αυτού που είναι μη αποδεκτές από υδρολογική σκοπιά. Στις εφαρμογές

εξετάστηκε ένα από τα κύρια σημεία καινοτομίας του πολυκριτηριακού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου, που είναι η δυνατότητα εντοπισμού πρόσφορων υπο-μετώπων μη κατωτέρων λύσεων.

6.4.2 Επισκόπηση του προβλήματος

Μια τυπική δομή στοχαστικών υδρολογικών μοντέλων είναι:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{b} \mathbf{V} \quad (6.20)$$

όπου \mathbf{Y} m -διάστατο διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών, στοχαστικά εξαρτημένων, \mathbf{V} m -διάνυσμα τυχαίων ανεξάρτητων μεταβλητών και \mathbf{b} $m \times m$ μητρώο παραμέτρων, το οποίο αναπαράγει τις από κοινού στατιστικές παραμέτρους (δηλαδή τις συνδιασπορές) των \mathbf{Y} . Τέτοια μοντέλα χρησιμοποιούνται σε πολυμεταβλητά σχήματα, στα οποία επιδιώκεται η ταυτόχρονη γέννηση συνθετικών χρονοσειρών που αναπαριστούν διαφορετικές διεργασίες σε διαφορετικές θέσεις, σε σχήματα που αναπαράγουν μια διεργασία (π.χ. βροχόπτωση δεδομένης διάρκειας) σε πολλαπλές χρονικές κλίμακες καθώς και σε σχήματα επιμερισμού μιας στοχαστικής ανέλιξης σε χαμηλότερη χρονική κλίμακα (π.χ. από ετήσια με μηνιαία).

Το μητρώο \mathbf{b} προκύπτει από την αποσύνθεση του $n \times n$ μητρώου συνδιασπορών \mathbf{c} , που προϋποθέτει την επίλυση της μητρικής εξίσωσης:

$$\mathbf{c} = \mathbf{b} \mathbf{b}^T \quad (6.21)$$

Το παραπάνω μαθηματικό πρόβλημα, το οποίο αναφέρεται και ως εύρεση της «τετραγωνικής ρίζας» του \mathbf{c} , έχει άπειρες λύσεις, εφόσον το \mathbf{c} είναι θετικά ορισμένο, διαφορετικά δεν έχει λύση. Για θετικά ορισμένα μητρώα, η εξίσωση (6.21) αντιμετωπίζεται με τεχνικές αριθμητικής ανάλυσης, όπως η τριγωνοποίηση Cholesky και η μέθοδος των ιδιοτιμών (αλγόριθμος Jacobi).

Στις υδρολογικές εφαρμογές της πράξης, η απαίτηση ύπαρξης θετικά ορισμένων μητρώων δεν ισχύει όταν οι δειγματικές συνδιασπορές εκτιμώνται από ιστορικές χρονοσειρές διαφορετικού μήκους. Στην περίπτωση αυτή, προκύπτει η ανάγκη εντοπισμού μιας προσεγγιστικής λύσης, με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται η απόκλιση:

$$\varepsilon = \|\mathbf{c} - \mathbf{b} \mathbf{b}^T\| \quad (6.22)$$

Ανεξάρτητα από το αν υπάρχει ή όχι αναλυτική λύση στο πρόβλημα, ένα επιπλέον ζήτημα που προκύπτει αφορά στη διατήρηση των ασυμμετριών των μεταβλητών \mathbf{Y} . Οι εν λόγω ασυμμετρίες αναπαράγονται μέσω της συνάρτησης κατανομής των τυχαίων όρων \mathbf{V} (οι τελευταίες αναφέρονται και ως βοηθητικές μεταβλητές ή μεταβλητές ανανέωσης). Οι τρίτες ροπές τους, $\mu_3[\mathbf{V}]$, και κατ' επέκταση οι συντελεστές ασυμμετρίας τους, είναι ανάλογες του αντιστρόφου του μητρώου $\mathbf{b}^{(3)}$, δηλαδή του μητρώου \mathbf{b} του οποίου οι όροι είναι υψωμένοι στην τρίτη δύναμη. Πρώτος ο Todini (1980) ανέφερε ότι η εφαρμογή των τυπικών τεχνικών της αριθμητικής ανάλυσης για τον υπολογισμό του μητρώου \mathbf{b} οδήγησε σε ασυμμετρίες της τάξης του 30, τις οποίες δεν ήταν δυνατό να αναπαράξει. Θεωρητικά, σε ένα δείγμα μήκους N η μέγιστη τιμή του συντελεστή ασυμμετρίας είναι περίπου \sqrt{N} , ενώ στη πράξη ασυμμετρίες μεγαλύτερες από $0.5\sqrt{N}$ δεν είναι δυνατό να διατηρηθούν (Todini, 1980).

Η παραπάνω παρατήρηση εισάγει ένα επιπλέον κριτήριο στο πρόβλημα αποσύνθεσης του μητρώου \mathbf{c} , που αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση των όρων $\mu_3[\mathbf{V}]$. Η απαίτηση αυτή, σε συνδυασμό με την ελαχιστοποίηση της απόκλισης (6.22), αντιμετωπίστηκε από τον Koutsoyiannis (1999) σε ένα γενικό πλαίσιο μη γραμμικής βελτιστοποίησης, με το οποίο μπορεί πάντοτε να υπολογιστεί ένα μητρώο \mathbf{b} , ανεξάρτητα αν το μητρώο συνδιασπορών είναι ή όχι θετικά ορισμένο. Η μεθοδολογία περιγράφεται συνοπτικά στο εδάφιο που ακολουθεί.

6.4.3 Χειρισμός μέσω μη γραμμικής βελτιστοποίησης

Θεωρείται η γενική μορφή γραμμικών στοχαστικών μοντέλων:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{a} \mathbf{Z} + \mathbf{b} \mathbf{V} \quad (6.23)$$

όπου \mathbf{Y} διάνυσμα n στοχαστικών μεταβλητών των οποίων ζητείται η γέννηση, \mathbf{Z} διάνυσμα m στοχαστικών μεταβλητών με γνωστές τιμές (τα n και m μπορεί να ταυτίζονται ή όχι), \mathbf{V} διάνυσμα n τυχαίων ανεξάρτητων μεταβλητών, μοναδιαίας διασποράς, και \mathbf{a} , \mathbf{b} μητρώα παραμέτρων με διαστάσεις $n \times m$ και $m \times m$, αντίστοιχα.

Μια εκδοχή του παραπάνω μοντέλου, που χρησιμοποιείται και στα πλαίσια της εφαρμογής, είναι το πολυμεταβλητό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης, PAR(1), με το οποίο γεννώνται χωρικά συσχετισμένες μεταβλητές, σε μηνιαία κλίμακα. Το μοντέλο διατυπώνεται στη μορφή:

$$\mathbf{X}_\tau = \mathbf{a}_\tau \mathbf{X}_{\tau-1} + \mathbf{b}_\tau \mathbf{V}_\tau \quad (6.24)$$

όπου τ δείκτης που αναφέρεται στο μήνα και $n = m$. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_{\tau-1}] \{ \text{Cov} [\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \}^{-1} \quad (6.25)$$

$$\mathbf{b}_\tau \mathbf{b}_\tau^T = \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau, \mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau \text{Cov} [\mathbf{X}_{\tau-1}, \mathbf{X}_{\tau-1}] \mathbf{a}_\tau^T \quad (6.26)$$

Για απλούστευση των υπολογισμών, απαλείφονται οι όροι που περιέχουν τις ετεροσυσχετίσεις μη μηδενικού βήματος (καθώς δεν αποτελούν ουσιώδη πληροφορία του μοντέλου), οπότε το μητρώο \mathbf{a} γράφεται στη διαγώνια μορφή:

$$\mathbf{a}_\tau = \text{diag} (\text{Cov} [\mathbf{X}_\tau^1, \mathbf{X}_{\tau-1}^1] / \text{Var} [\mathbf{X}_{\tau-1}^1], \dots, \text{Cov} [\mathbf{X}_\tau^m, \mathbf{X}_{\tau-1}^m] / \text{Var} [\mathbf{X}_{\tau-1}^m]) \quad (6.27)$$

Οι μέσες τιμές των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V}_τ υπολογίζονται από την εξίσωση:

$$E[\mathbf{V}_\tau] = \mathbf{b}_\tau^{-1} \{ E[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau E[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (6.28)$$

Οι διασπορές των \mathbf{V}_τ είναι εξ ορισμού ίσες με τη μονάδα, δηλαδή:

$$\text{Var}[\mathbf{V}_\tau] = [1, \dots, 1]^T \quad (6.29)$$

Τέλος, οι τρίτες ροπές, οι οποίες σχετίζονται με την ασυμμετρία των τυχαίων όρων \mathbf{V}_τ , προκύπτουν από τη σχέση:

$$\mu_3[\mathbf{V}_\tau] = (\mathbf{b}^{(3)})_\tau^{-1} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)} \mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (6.30)$$

Το παραπάνω μοντέλο αναπαράγει όλα τα ουσιώδη στατιστικά χαρακτηριστικά της μηνιαία κλίμακας, δηλαδή τις μέσες τιμές, τις διασπορές, τις ασυμμετρίες, τις αυτοσυσχετίσεις για μοναδιαία υστέρηση και τις ετεροσυσχετίσεις των μεταβλητών για μηδενική υστέρηση. Ο καθορισμός των μητρώων \mathbf{a}_τ γίνεται άμεσα, ενώ ο υπολογισμός των μητρώου \mathbf{b}_τ γίνεται μέσω βελτιστοποίησης, όπως περιγράφεται ακολούθως.

Αρχικά, εφαρμόζεται μια διαδικασία κανονικοποίησης των σχετικών μητρώων και διανυσμάτων. Ειδικότερα, το μητρώο συνδιασπορών \mathbf{c} κανονικοποιείται ως εξής:

$$\mathbf{h} = \text{diag} (1/\sqrt{c_{11}}, \dots, 1/\sqrt{c_{mm}}) \quad (6.31)$$

έτσι ώστε:

$$\mathbf{c}' = \mathbf{h} \mathbf{c} \mathbf{h} \quad (6.32)$$

Με τον τρόπο αυτό, όλα τα διαγώνια στοιχεία του μητρώου \mathbf{c}' είναι μοναδιαία, ενώ τα μη διαγώνια στοιχεία λαμβάνουν τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$, εφόσον το \mathbf{c} είναι θετικά ορισμένο. Θέτοντας:

$$\mathbf{b}' = \mathbf{h} \mathbf{b} \quad (6.33)$$

η εξίσωση (6.21) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$\mathbf{b}' \mathbf{b}'^T = \mathbf{c}' \quad (6.34)$$

Ορίζεται ακόμη το διάνυσμα:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{h}^{(3)} \{ \mu_3[\mathbf{X}_\tau] - \mathbf{a}_\tau^{(3)} \mu_3[\mathbf{X}_{\tau-1}] \} \quad (6.35)$$

Τότε η σχέση (6.30) γράφεται:

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{b}'^{(3)})^{-1} \boldsymbol{\varphi} \quad (6.36)$$

Τα μητρώα \mathbf{h} και \mathbf{c}' καθώς και το διάνυσμα $\boldsymbol{\varphi}$ είναι γνωστά, ενώ τα $\boldsymbol{\xi}$ και \mathbf{b}' πρέπει να προσδιοριστούν. Δεδομένου ότι η εξίσωση (6.34) δεν έχει πάντοτε λύση, εισάγεται το μητρώο διαφορών:

$$\mathbf{d} = \mathbf{b}' \mathbf{b}'^T - \mathbf{c}' \quad (6.37)$$

τα στοιχεία του οποίου πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μηδέν. Η απαίτηση εκφράζεται μαθηματικά ως ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, δηλαδή:

$$\text{minimize } \|\mathbf{d}\|^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij}^2 \quad (6.38)$$

όπου ο τελεστής $\|\cdot\|$ εκφράζει τη νόρμα του μητρώου \mathbf{d} .

Στο παραπάνω πρόβλημα, τίθεται η επιπρόσθετη απαίτηση όλα τα διαγώνια στοιχεία του \mathbf{d} να είναι ακριβώς μηδέν. Με τον τρόπο αυτό δίνεται μεγαλύτερο βάρος στη διατήρηση των διασπορών έναντι των ετεροσυσχετίσεων. Εάν οριστεί το διαγώνιο μητρώο:

$$\mathbf{d}^* = \text{diag} (d_{11}, \dots, d_{mm}) \quad (6.39)$$

στο πρόβλημα βελτιστοποίησης (6.38) εισάγεται ο περιορισμός:

$$\|\mathbf{d}^*\|^2 = 0 \quad (6.40)$$

Ένας δεύτερος περιορισμός του προβλήματος σχετίζεται με τους συντελεστές ασυμμετρίας $\boldsymbol{\xi}$ των τυχαίων μεταβλητών \mathbf{V} , που υπολογίζονται από την (6.36) και πρέπει να διατηρούνται όσο το δυνατόν πιο χαμηλοί. Με δεδομένο ότι ο σχετικός περιορισμός αφορά σε όλες τις μεταβλητές του μοντέλου, ορίζεται η νόρμα:

$$\|\boldsymbol{\xi}\|_p = \left(\sum_{i=1}^m |\xi^i|^p \right)^{1/p} \quad (6.41)$$

η οποία τείνει στο μέγιστο των $|\xi^i|$ όταν $p \rightarrow \infty$ (στην πράξη, κρίνεται επαρκής η τιμή $p = 8$). Η διατήρηση των ασυμμετριών κάτω από το πρακτικό άνω όριο $\xi_u = 0.5\sqrt{N}$ εξασφαλίζεται μέσω του περιορισμού:

$$\|\boldsymbol{\xi}\|_p \leq 0.25 N \quad (6.42)$$

Οι περιορισμοί (6.40) και (6.42) εισάγονται στη στοχαστική συνάρτηση (6.38) ως όροι ποινής. Η τελική διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι:

$$\min \theta^2(\mathbf{b}') = \frac{\lambda_1}{m^2} \|\mathbf{d}(\mathbf{b}')\|^2 + \frac{\lambda_2}{m} \|\mathbf{d}^*(\mathbf{b}')\|^2 + \lambda_3 \|\boldsymbol{\xi}(\mathbf{b}')\|_p^2 \quad (6.43)$$

όπου λ_1 , λ_2 και λ_3 συντελεστές βάρους, με τυπικές τιμές $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 10^3$ και $\lambda_3 = 10^{-3}$ ως 10^{-6} . Σημειώνεται ότι οι συντελεστές λ_1 και λ_2 έχουν διαιρεθεί με το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων των μητρώων \mathbf{d} και \mathbf{d}^* , τα οποία είναι m^2 και m , αντίστοιχα.

Η συνάρτηση (6.43) είναι έντονα μη γραμμική, με τη δυσχέρεια του προβλήματος να εντείνεται όσο αυξάνει το πλήθος των προς αναπαραγωγή μεταβλητών m . Ο Koutsoyiannis (1999) προτείνει ως πλέον πρόσφορη στρατηγική χειρισμού του προβλήματος τη μέθοδο συζυγών κλίσεων με πολλαπλές εκκινήσεις, διατυπώνοντας αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού των παραγώγων της συνάρτησης $\theta^2(\mathbf{b}')$.

6.4.4 Διατύπωση προβλήματος ελέγχου και δεδομένα εισόδου

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης των παραμέτρων του μητρώου \mathbf{b} διατυπώνεται ως πολυκριτηριακό, εισάγοντας τη διανυσματική στοχική:

$$\begin{aligned} \min f_1 &= \|\mathbf{d}(\mathbf{b}')\|^2 \\ \min f_2 &= \|\xi\|_p^2 \end{aligned} \quad (6.44)$$

Ο πρώτος όρος αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση της (6.22), που εξασφαλίζει την αναπαραγωγή των δειγματικών συνδιασπορών, ενώ ο δεύτερος όρος αναφέρεται στην ελαχιστοποίηση της ασυμμετρίας των μεταβλητών ανανέωσης. Τα αντίστοιχα κριτήρια είναι έντονα αντικρουόμενα, όπως θα φανεί στις αναλύσεις που ακολουθούν. Το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου είναι $8 \times 8 = 64$, όσα δηλαδή τα στοιχεία του κανονικοποιημένου μητρώου \mathbf{b}' .

Το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε στις αναλύσεις είναι οι χρονοσειρές βροχόπτωσης και ισοδύναμου ύψους απορροής των τεσσάρων ταμιευτήρων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας (Μόρνος, Εύηνος, Υλίκη, Μαραθώνας), για τους μήνες Μάιο και Ιούνιο. Ζητούμενο είναι η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου PAR(1) για το μήνα Ιούνιο, που απαιτεί τον υπολογισμό των στατιστικών χαρακτηριστικών των οκτώ δειγμάτων, δηλαδή των μέσων τιμών, διασπορών, ασυμμετριών, αυτοσυσχετίσεων πρώτης τάξης, που περιγράφουν τη χρονική εξάρτηση των διεργασιών του Ιουνίου σε σχέση με αυτών του Μαΐου, και ετεροσυσχετίσεων μηδενικής τάξης, που περιγράφουν τη χωρική εξάρτηση των διεργασιών τον μήνα Ιούνιο. Ο εν λόγω μήνας επιλέχθηκε επειδή, λόγω της χαμηλής υδροφορίας του, εμφανίζει υψηλές ασυμμετρίες, που καθιστούν το πρόβλημα ιδιαίτερα απαιτητικό, αλλά και διαφορές τάξεων μεγέθους στις τιμές ορισμένων στατιστικών μεγεθών.

Στους Πίνακες 6.11, 6.12 και 6.13 συνοψίζονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά που χρησιμοποιούνται στη διατύπωση του προβλήματος βελτιστοποίησης των παραμέτρων του μητρώου \mathbf{b} . Τα πλήρη δείγματα δημοσιεύονται από τους Ευστρατιάδη και Μαμάση (2004). Συμβατικά, συμβολίζουμε με Y τις μεταβλητές του μηνός Ιουνίου και Z αυτές του Μαΐου.

Πίνακας 6.11: Στατιστικά χαρακτηριστικά (διασπορές, αυτοσυνδιασπορές, τρίτες ροπές) δειγμάτων Μαΐου (Z) και Ιουνίου (Y).

α/α	Θέση	Διεργασία	$\text{Var}[Y]$	$\text{Var}[Z]$	$\text{Cov}[Y, Z]$	$\mu_3[Y]$	$\mu_3[Z]$
1	Μόρνος	Βροχή	764.193	576.093	-46.261	264925.089	837360.294
2	Μόρνος	Απορροή	188.443	40.650	61.782	-383480.894	-44298.308
3	Εύηνος	Βροχή	1255.871	562.150	353.177	335318.254	151174.288
4	Εύηνος	Απορροή	450.262	55.618	95.531	38312.542	12200.364
5	Υλίκη	Βροχή	576.563	373.685	-44.545	675428.497	652727.113
6	Υλίκη	Απορροή	43.268	5.757	7.956	9329.671	822.129
7	Μαραθώνας	Βροχή	736.879	191.195	0.924	1316079.644	214809.841
8	Μαραθώνας	Απορροή	0.032	1.978	0.006	0.375	226.073

Πίνακας 6.12: Μητρώο συνδιασπορών διεγμάτων Μαΐου, $Cov[Z, Z]$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	764.193	137.715	636.302	257.613	332.964	8.235	145.125	0.640
2	137.715	188.443	142.746	229.225	44.380	69.793	154.064	0.897
3	636.302	142.746	1255.871	315.739	546.956	14.594	103.050	0.426
4	257.613	229.225	315.739	450.262	119.872	83.254	122.476	0.666
5	332.964	44.380	546.956	119.872	576.563	-2.442	204.891	1.203
6	8.235	69.793	14.594	83.254	-2.442	43.268	74.200	0.466
7	145.125	154.064	103.050	122.476	204.891	74.200	736.879	4.794
8	0.640	0.897	0.426	0.666	1.203	0.466	4.794	0.032

Πίνακας 6.13: Μητρώο συνδιασπορών δειγμάτων Ιουνίου, $Cov[Y, Y]$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	576.093	28.067	278.584	23.421	332.867	4.505	196.265	19.964
2	28.067	40.650	48.624	26.694	12.590	6.422	-11.828	-1.203
3	278.584	48.624	562.150	70.077	169.867	-5.751	116.911	11.892
4	23.421	26.694	70.077	55.618	3.444	4.239	-11.227	-1.142
5	332.867	12.590	169.867	3.444	373.685	7.244	167.531	17.041
6	4.505	6.422	-5.751	4.239	7.244	5.757	-4.343	-0.442
7	196.265	-11.828	116.911	-11.227	167.531	-4.343	191.195	19.448
8	19.964	-1.203	11.892	-1.142	17.041	-0.442	19.448	1.978

6.4.5 Αναζήτηση χαρακτηριστικών λύσεων

Αρχικά, αναζητήθηκαν τρεις χαρακτηριστικές λύσεις του προβλήματος, που αντιστοιχούν στα δύο ακραία και σε ένα ενδιάμεσο σημείο του μετώπου Pareto. Συγκεκριμένα, διαμορφώθηκε ένα τυπικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης με στοχαστικές συναρτήσεις: (α) το κριτήριο f_1 , (β) το κριτήριο f_2 , και (γ) έναν συνδυασμό τους, με εφαρμογή συντελεστών βάρους 1 και 0.001, αντίστοιχα (οι τιμές αυτές είναι συνεπείς με τις προτεινόμενες από τον Koutsoyiannis, 1999). Η επίλυση έγινε με τον εξελκτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου, θέτοντας ως όριο τις 100 000 δοκιμές. Ως εφικτό εύρος τιμών των μεταβλητών ελέγχου θεωρήθηκε το $[-1.5, 1.5]$ αντί του θεωρητικού $[-1, 1]$, αφού το δειγματικό μητρώο συνδιασπορών δεν είναι θετικά ορισμένο¹.

Πίνακας 6.14: Διατυπώσεις και αποτελέσματα προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης.

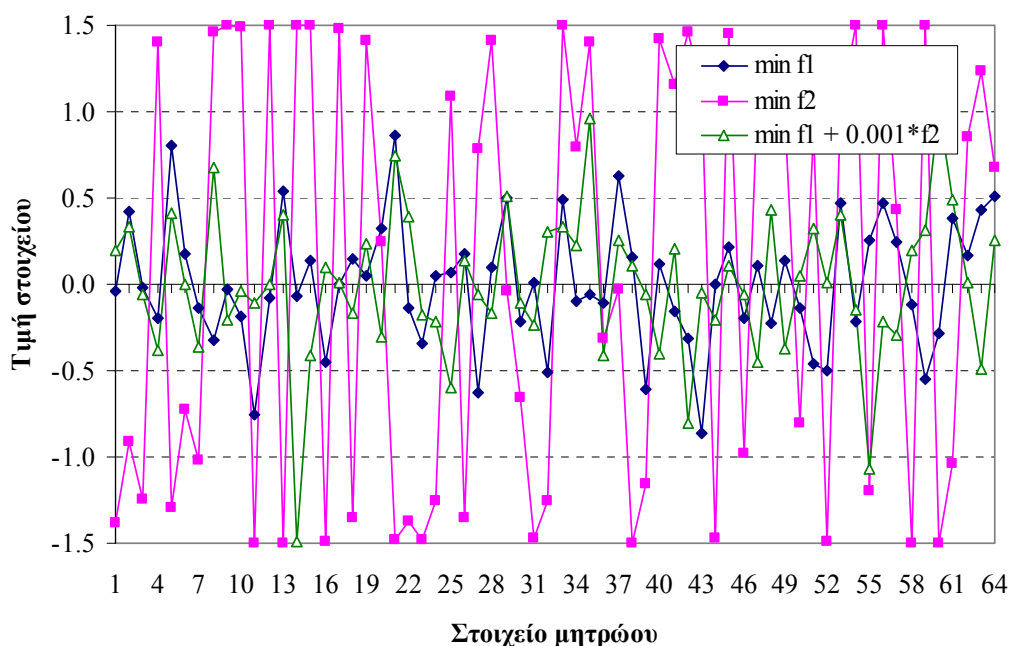
	Πρόβλημα (α)	Πρόβλημα (β)	Πρόβλημα (γ)
Συντελεστής βάρους κριτηρίου 1	1	0	1
Συντελεστής βάρους κριτηρίου 2	0	1	0.001
Βέλτιστη τιμή κριτηρίου 1	0.091	1942	10.387
Βέλτιστη τιμή κριτηρίου 2	6.94×10^8	153.17	6300

Τα αποτελέσματα, ως προς τις βελτιστοποιημένες τιμές των κριτηρίων, δίνονται στον Πίνακα 6.14, ενώ ως προς τις τιμές των μεταβλητών απεικονίζονται στο συγκριτικό διάγραμμα του Σχήματος 6.11. Είναι εμφανές ότι, ανάλογα με τη διατύπωση του προβλήματος, δηλαδή τα βάρη που εισάγονται στα δύο κριτήρια, προκύπτει ένα εξαιρετικά ευρύ φάσμα τιμών, όχι μόνο ως προς τα κριτήρια αλλά και ως

¹ Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι τα ιστορικά δείγματα έχουν διαφορετικό μήκος, καθώς και στη χρήση της απλοποιημένης έκφρασης (6.27).

προς τις τιμές των στοιχείων του μητρώου. Ειδικότερα, οι δύο ακραίες λύσεις, που προσδιορίζουν τα όρια του μετώπου Pareto, διαφοροποιούνται κατά 4 τάξεις μεγέθους για το πρώτο κριτήριο (ήτοι την ελαχιστοποίηση της απόκλιση του μητρώου συνδιασπορών) και κατά 5 τάξεις μεγέθους για το δεύτερο κριτήριο (ήτοι την ελαχιστοποίηση της ασυμμετρίας των μεταβλητών ανανέωσης). Είναι εμφανές ότι το εν λόγω μέτωπο είναι εξαιρετικά πιο εκτενές σε σχέση με τα θεωρητικά προβλήματα που εξετάστηκαν ως τώρα, κάτι που καθιστά το συγκεκριμένο πρόβλημα ιδιαίτερα απαιτητικό και κατάλληλο για την αξιολόγηση πολυκριτηριακών αλγορίθμων.

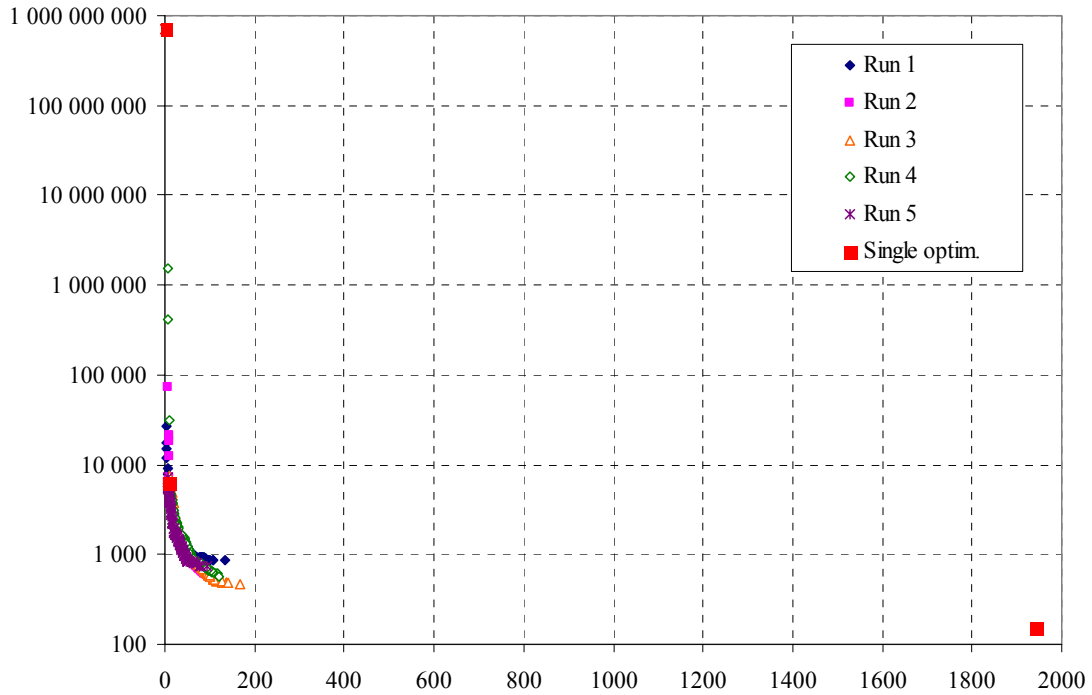
Επισημαίνεται ότι η λύση (β), η οποία προκύπτει με μοναδικό κριτήριο την ελαχιστοποίηση των ασυμμετριών, δεν έχει υδρολογική ερμηνεία, καθώς οδηγεί σε απαράδεκτα μεγάλες αποκλίσεις στην αναπαραγωγή του μητρώου συνδιασπορών. Αυτό, εξάλλου, γίνεται εμφανές και από τις τιμές των μεταβλητών, που κυμαίνονται εκτός των θεωρητικών ορίων $[-1, 1]$. Τέλος, η ενδιάμεση λύση (γ) είναι μια συμβιβαστική του προβλήματος, η οποία βρίσκεται, όσον αφορά στις τιμές των στοιχείων του μητρώου, σχετικά πιο κοντά σχετικά στη λύση (α).



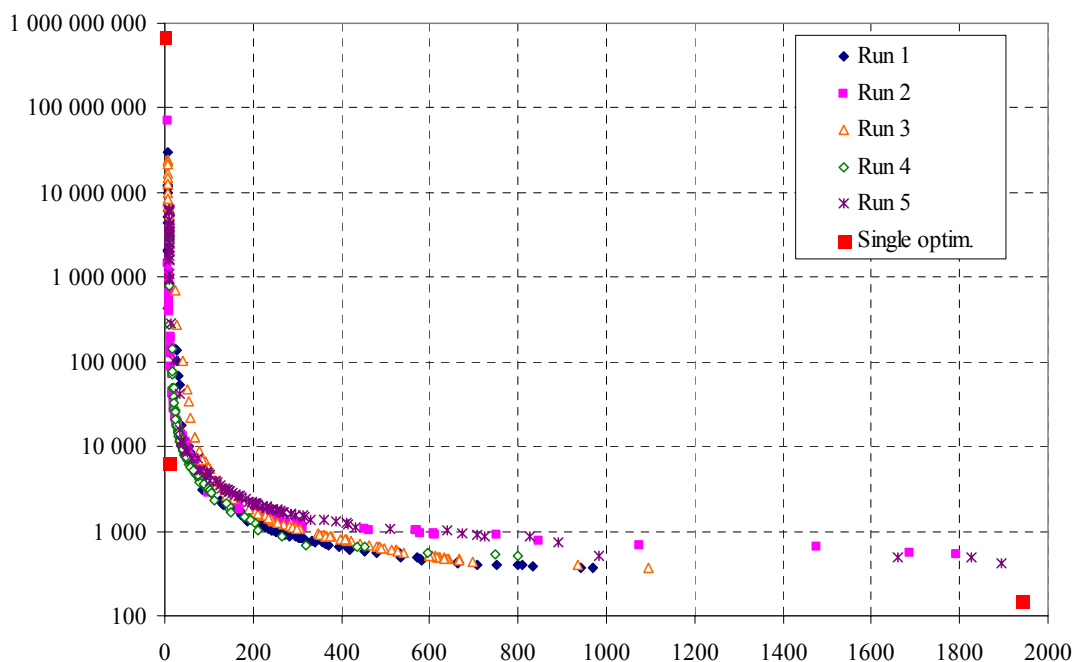
Σχήμα 6.11: Γραφική απεικόνιση των 64 στοιχείων του μητρώου \mathbf{b}' , για τις τρεις διατυπώσεις του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης.

6.4.6 Πολυκριτηριακή ανάλυση

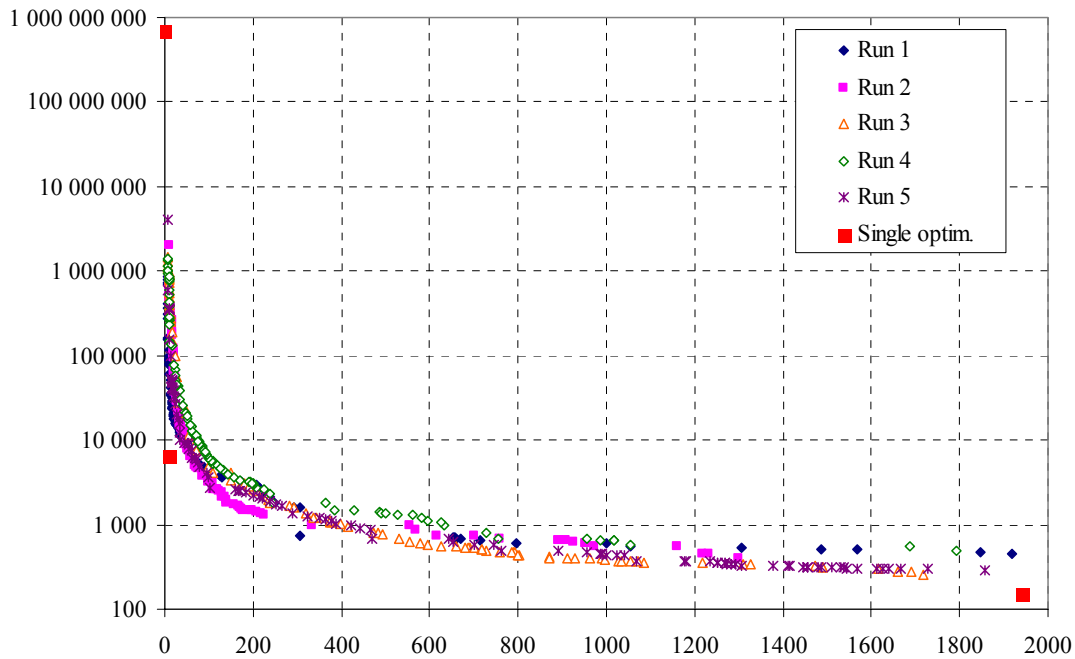
Οι αναλύσεις που αποσκοπούν στην προσέγγιση του μετώπου Pareto γίνονται με τις μεθόδους SPEA και MEAS, όπου σε όλες τις περιπτώσεις παράγονται πέντε ανεξάρτητοι πληθυσμοί 100 σημείων. Συγκεκριμένα, για τον αλγόριθμο SPEA θεωρήθηκε η εκδοχή του με πραγματική κωδικοποίηση των μεταβλητών και ομοιόμορφη διασταύρωση, η οποία, όπως αποδείχθηκε στις θεωρητικές αναλύσεις με τις συναρτήσεις ελέγχου εξασφαλίζει την καλύτερη επίδοση. Θέτοντας ως όριο τις 500 γενιές (δηλαδή $500 \times 100 = 50\,000$ δοκιμές), προκύπτουν τα μέτωπα του Σχήματος 6.12. Είναι φανερό ότι, ενώ η μέθοδος SPEA προσεγγίζει πολύ ικανοποιητικά την ενδιάμεση περιοχή του πραγματικού μετώπου Pareto (μάλιστα, εντοπίζει τη συμβιβαστική λύση που προέκυψε με την ολική βελτιστοποίηση), αποτυγχάνει πλήρως στην περιγραφή των δύο «ουρών» του μετώπου. Αν μάλιστα δεν ήταν γνωστές οι δύο ακραίες λύσεις του Πίνακα 6.14, τότε η εικόνα που θα αποκτούσαμε θα ήταν εντελώς παραπλανητική ως προς την ανταγωνιστικότητα των δύο κριτηρίων.



Σχήμα 6.12: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου SPEA, με 50 000 δοκιμές. Στον οριζόντιο άξονα παρίσταται το σφάλμα αναπαραγωγής των συνδιασπορών (κριτήριο 1) και στον κατακόρυφο (με λογαριθμικό μετασχηματισμό) ο όρος ποινής για τις ασυμμετρίες (κριτήριο 2). Στο ίδιο διάγραμμα απεικονίζονται οι τρεις χαρακτηριστικές λύσεις που προέκυψαν μέσω ολικής βελτιστοποίησης.



Σχήμα 6.13: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$).



Σχήμα 6.14: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$).

Η μέθοδος MEAS εφαρμόστηκε για δύο εκδοχές της, που διαφοροποιούνται μόνο ως προς τον ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας. Θεωρήθηκαν οι δύο τυπικές τιμές της παραμέτρου λ , που αντιστοιχούν σε αργό ($\lambda = 0.99$) και σχετικά ταχύ ρυθμό ψύξης ($\lambda = 0.95$), ενώ η παράμετρος β διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 2. Επισημαίνεται ότι σε προκαταρκτικές διερευνήσεις με $\beta = 1$ ο αλγόριθμος παρουσίασε μέτρια επίδοση, καθώς δημιουργούσε υπερβολικά πυκνά μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων, απαιτώντας μάλιστα πολύ μεγάλο αριθμό δοκιμών. Ως όριο δοκιμών τέθηκαν οι 40 000, με την προϋπόθεση ότι ο τελικός πληθυσμός αποτελείται από αποκλειστικά μη κατώτερες λύσεις.

Τα μέτωπα που διαμορφώθηκαν από τις 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS απεικονίζονται στα Σχήματα 6.13 και 6.14, αντίστοιχα. Σε σχέση με τη μέθοδο SPEA, η MEAS παρέχει μια εμφανώς πιο αντιπροσωπευτική εικόνα του πραγματικού μετώπου Pareto, καθώς οι λύσεις που παράγονται είναι καλά διεσπαρμένες, απέχοντας μάλιστα κατά αρκετές τάξεις μεγέθους. Χαρακτηριστικό είναι ότι η εκδοχή της με τον αργό ρυθμό ψύξης ($\lambda = 0.99$) ευνοεί την παραγωγή λύσεων στην κατεύθυνση της ελαχιστοποίησης του πρώτου κριτηρίου, δηλαδή του όρου αναπαραγωγής των συνδιασπορών (Σχήμα 6.13), ενώ η εναλλακτική εκδοχή, με σχετικά ταχύ ρυθμό ψύξης ($\lambda = 0.95$), ευνοεί την παραγωγή λύσεων στην κατεύθυνση της ελαχιστοποίησης του όρου ποινής για τις ασυμμετρίες (Σχήμα 6.14).

Από τις πολυκριτηριακές αναλύσεις με τη μέθοδο MEAS προέκυψε μια πολύ ικανοποιητική εικόνα της ανταγωνιστικότητας των δύο κριτηρίων, χαρακτηριστικό της οποίας είναι η διαμόρφωση ενός μετώπου που σχηματίζει πολύ απότομη γωνία. Βεβαίως, εξετάζοντας το πρόβλημα από πρακτική σκοπιά, ένα μικρό, σχετικά, τμήμα του μετώπου έχει νόημα, με δεδομένο ότι η ελαχιστοποίηση του σφάλματος συνδιασπορών οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλες ασυμμετρίες των μεταβλητών ανανέωσης, που δεν είναι εφικτό να αναπαραχθούν από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών, ενώ η αντίθετη πορεία οδηγεί σε απαράδεκτα μεγάλες αποκλίσεις (εξ. 6.22), που σημαίνει ότι το στοχαστικό μοντέλο δεν διατηρεί τα στατιστικά χαρακτηριστικά των ιστορικών δειγμάτων.

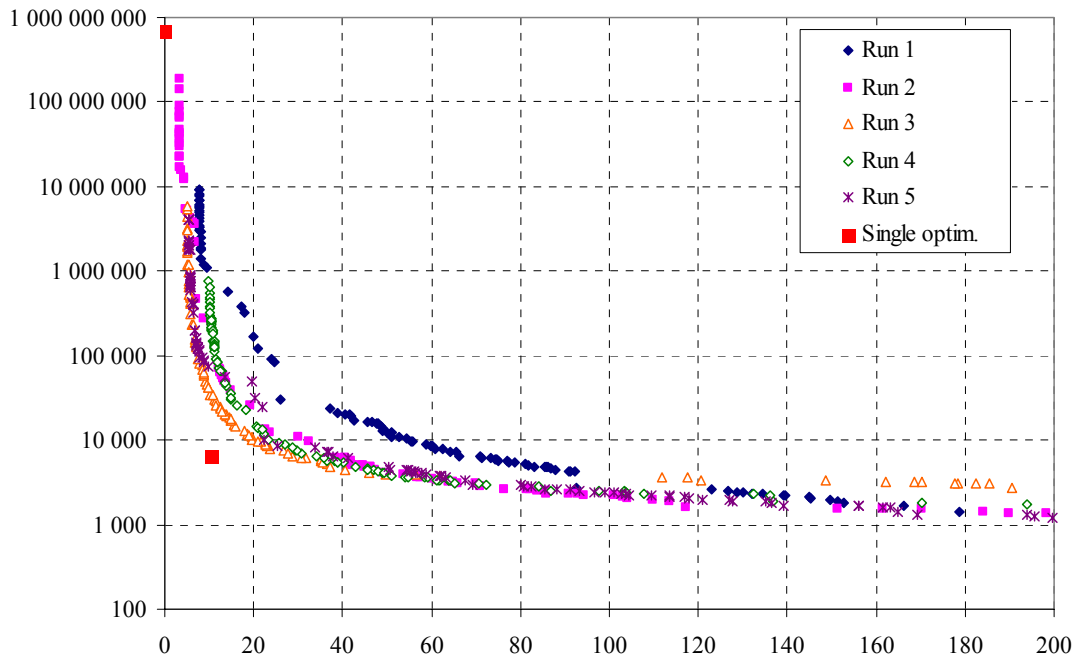
6.4.7 Διαμόρφωση υπομετώπων Pareto

Μετά τη σύγκριση των δύο μεθόδων, ως προς την ικανότητα παραγωγής αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων, έγινε μια δεύτερη ομάδα αναλύσεων, με σκοπό τη διερεύνηση χαρακτηριστικών υποπεριοχών του μετώπου Pareto. Στο εν λόγω πλαίσιο αξιοποιήθηκε η καινοτομία του αλγορίθμου MEAS στο να «εστιάζει» σε συγκεκριμένο εύρος τιμών των κριτηρίων, εισάγοντας την έννοια της εφικτότητας στο πεδίο αποτίμησης (βλ. 5.4.5). Σε πρώτη φάση, τέθηκαν μεγάλα όρια εφικτότητας, που σταδιακά συρρικνώνονταν, μέχρι να προσεγγιστεί μια σχετικά «στενή» περιοχή του μετώπου Pareto, που περιλαμβάνει τις λύσεις εκείνες που είναι στην πράξη αποδεκτές για μια υδρολογική εφαρμογή. Σε όλες τις αναλύσεις, ελέγχθηκαν οι δύο προαναφερθείσες εκδοχές του αλγορίθμου, με αργό και σχετικά ταχύ ρυθμό ψύξης (ήτοι $\lambda = 0.99$ και $\lambda = 0.95$, αντίστοιχα), και τα αποτελέσματα απεικονίζονται στα διαγράμματα των Σχημάτων 6.15 έως 6.28.

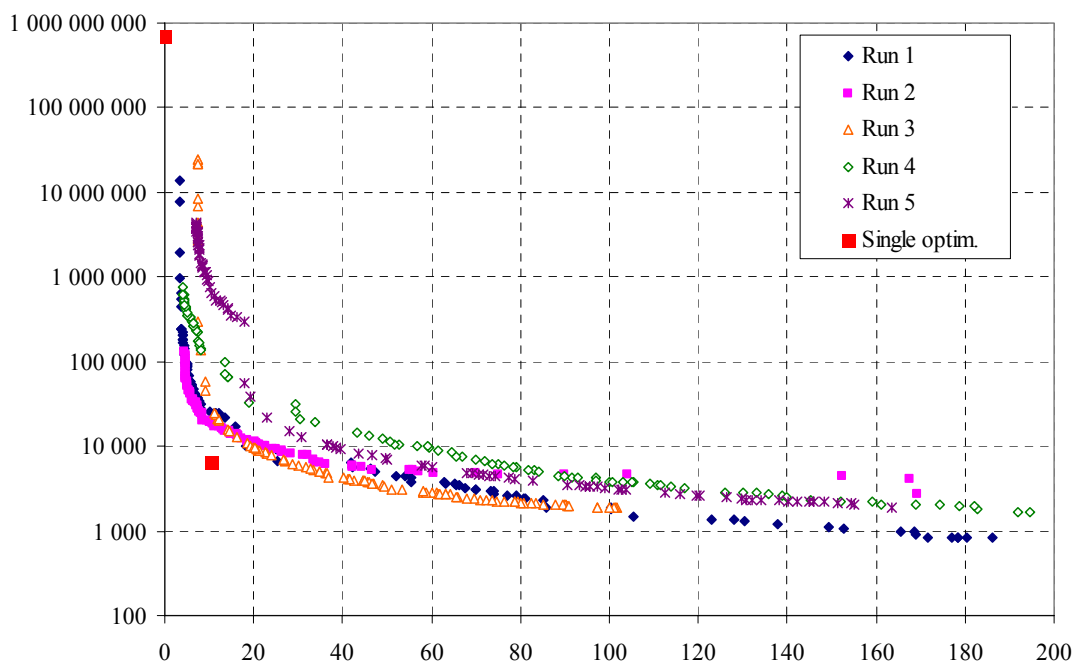
Συγκεκριμένα, στα Σχήματα 6.15 έως 6.20 απεικονίζονται τα υπομέτωπα που παράγονται με σταδιακή συρρίκνωση του εφικτού χώρου για το κριτήριο ελαχιστοποίησης της απόκλισης στην αναπαραγωγή των συνδιασπορών (οριζόντιος άξονας), χωρίς περιορισμό για το κριτήριο ελαχιστοποίησης των ασυμμετριών (κατακόρυφος άξονας). Ο σχετικός περιορισμός εφικτότητας μειώνεται κατά 3 τάξεις μεγέθους, δηλαδή από $e_1 = 2000$, που είναι κοντά στη μέγιστη τιμή που επιτυγχάνεται, θεωρώντας ελαχιστοποίηση του δεύτερου κριτηρίου, σε $e_1 = 2$. Παρατηρείται ότι, καθώς το μέτωπο μετατοπίζεται προς τα αριστερά, με μείωση του αντίστοιχου εφικτού χώρου αποτίμησης (δηλαδή από $e_1 = 2000$ σε $e_1 = 2$), υπάρχει μια σχετική δυσκολία στην παραγωγή αντιπροσωπευτικών λύσεων κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα, στην κατεύθυνση ελαχιστοποίησης του πρώτου κριτηρίου και μεγιστοποίηση του δεύτερου. Πάντως, σε αρκετές από τις δοκιμές, ο αλγόριθμος κατορθώνει να εντοπίσει σημεία που είναι μη κατώτερα σε σχέση με τη συμβιβαστική λύση του Πίνακα 6.14, η οποία απεικονίζεται με παχύ τετράγωνο. Τέλος, δεν προκύπτουν σαφή συμπεράσματα σχετικά με την επίδοση της μεθόδου ως προς την παράμετρο ψύξης, λ .

Στα Σχήματα 6.21 έως 6.26 απεικονίζονται τα υπομέτωπα που παράγονται με σταδιακή συρρίκνωση του εφικτού χώρου για το κριτήριο ελαχιστοποίησης της ασυμμετρίας (κατακόρυφος οριζόντιος), χωρίς περιορισμό για το κριτήριο ελαχιστοποίησης του σφάλματος αναπαραγωγής των συνδιασπορών (οριζόντιος άξονας). Ο σχετικός περιορισμός εφικτότητας μειώνεται κατά 6 τάξεις μεγέθους, δηλαδή από $e_2 = 10^9$, που είναι κοντά στη μέγιστη τιμή που επιτυγχάνεται με ελαχιστοποίηση του πρώτου κριτηρίου, σε $e_2 = 10^3$. Η γενική εικόνα είναι αντίστοιχη της προηγούμενης ομάδας αναλύσεων, δηλαδή καθώς το μέτωπο μετατοπίζεται προς τα κάτω, με μείωση του αντίστοιχου εφικτού χώρου (δηλαδή από $e_2 = 10^9$ σε $e_2 = 10^3$), υπάρχει μια σχετική δυσκολία στην παραγωγή αντιπροσωπευτικών λύσεων κατά μήκος του οριζόντιου άξονα.

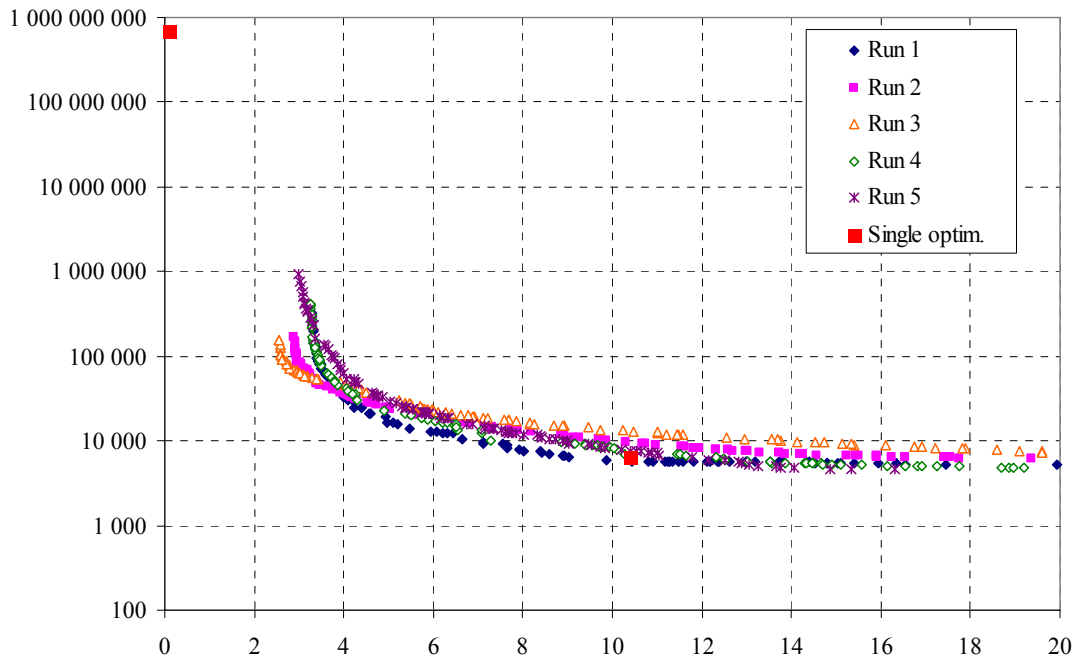
Τέλος, στα Σχήματα 6.27 και 6.28 απεικονίζονται τα υπομέτωπα που παράγονται σε μια πιο στενή περιοχή του πεδίου αποτίμησης, που προσδιορίζεται από το διάστημα $e = [20, 10^4]$, για $\lambda = 0.99$ και 0.95 , αντίστοιχα. Στην περιοχή αυτή βρίσκεται και η συμβιβαστική λύση του Πίνακα 6.14, ως προς την οποία κυριαρχεί ένα από τα δέκα συνολικά μέτωπα που παράγονται.



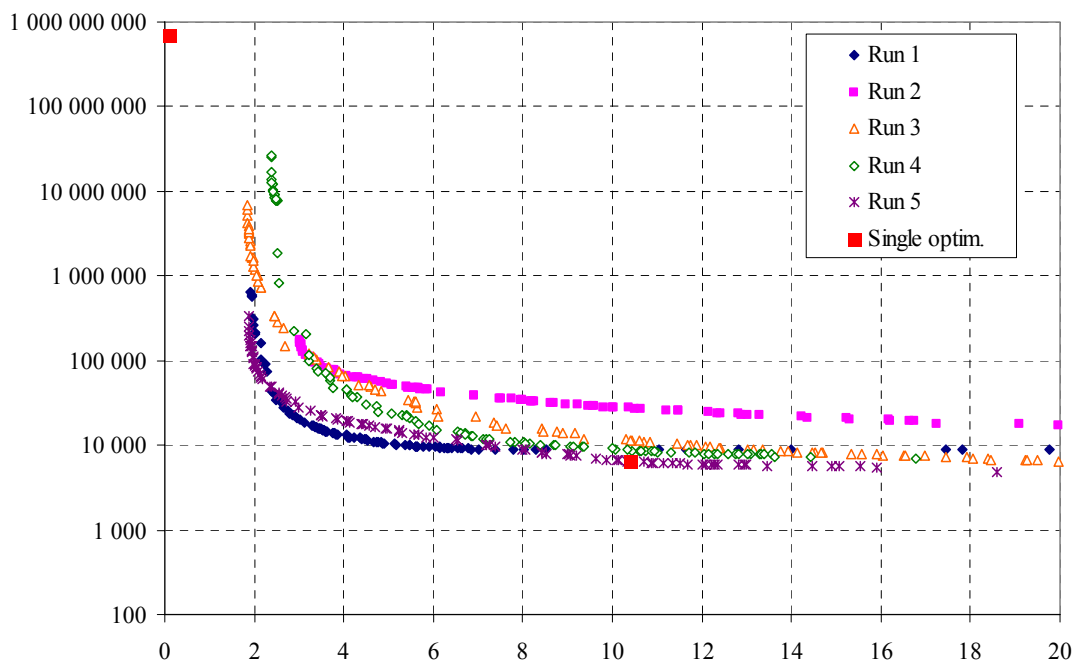
Σχήμα 6.15: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 200$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



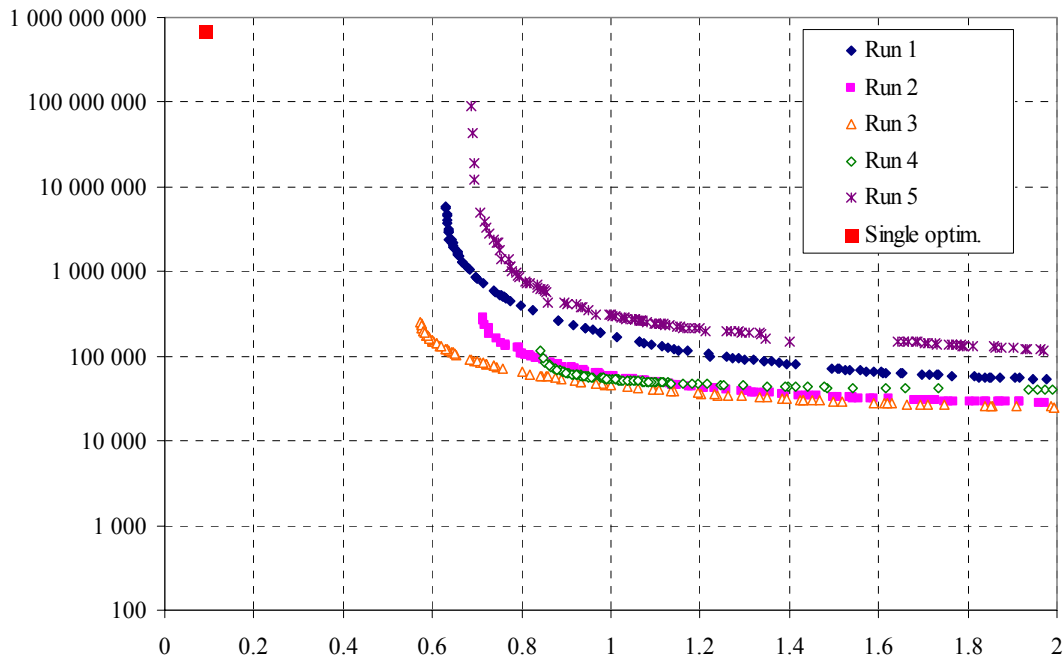
Σχήμα 6.16: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 200$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



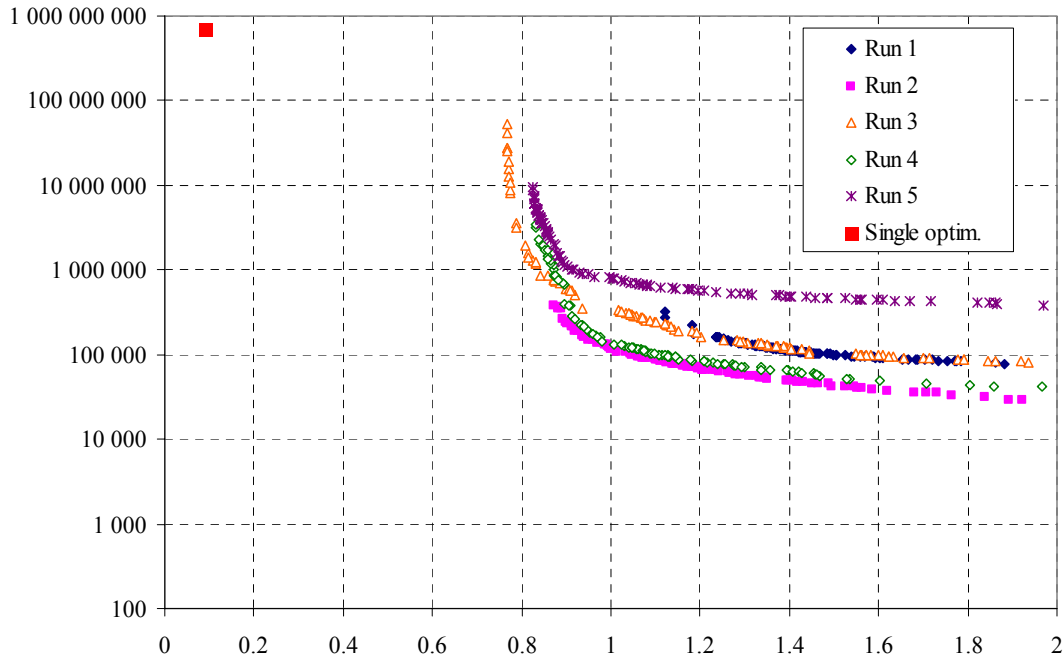
Σχήμα 6.17: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 20$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



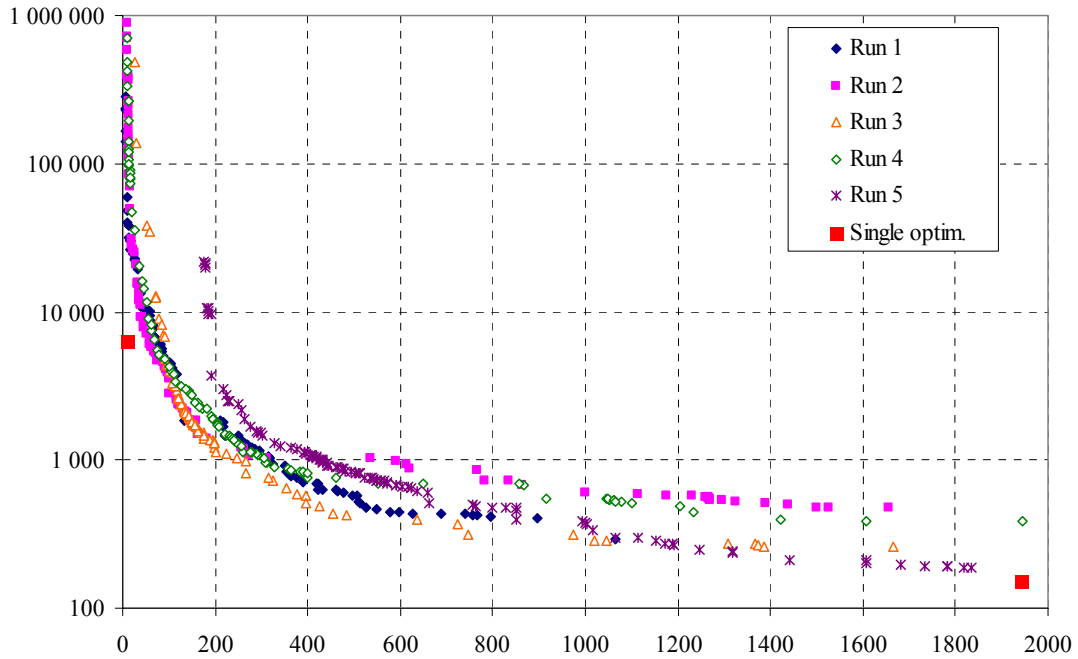
Σχήμα 6.18: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 20$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



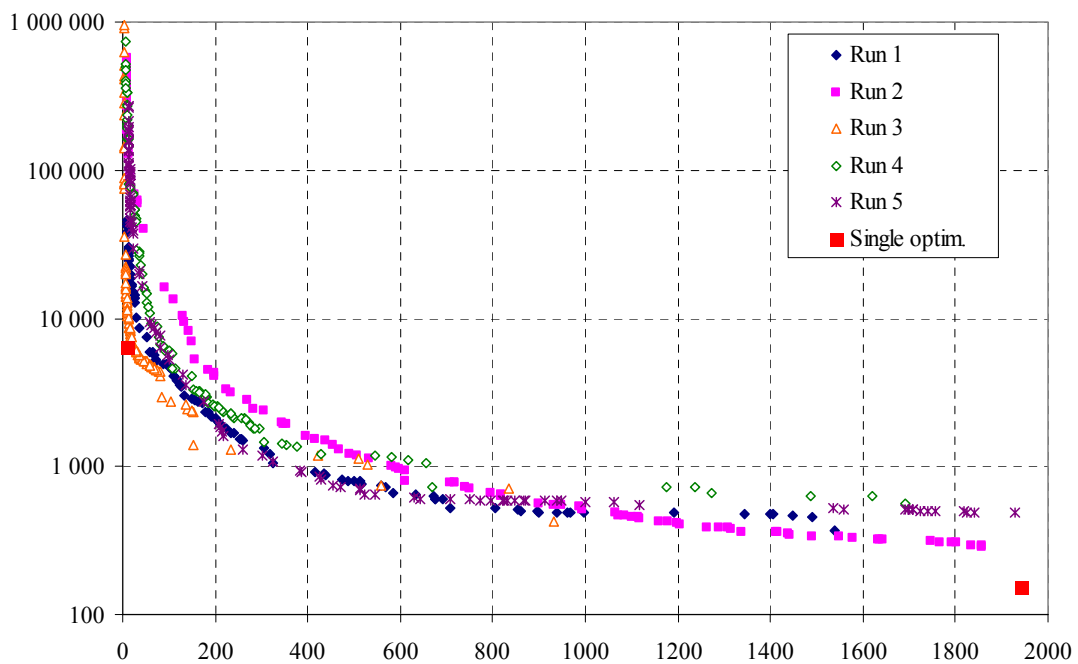
Σχήμα 6.19: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



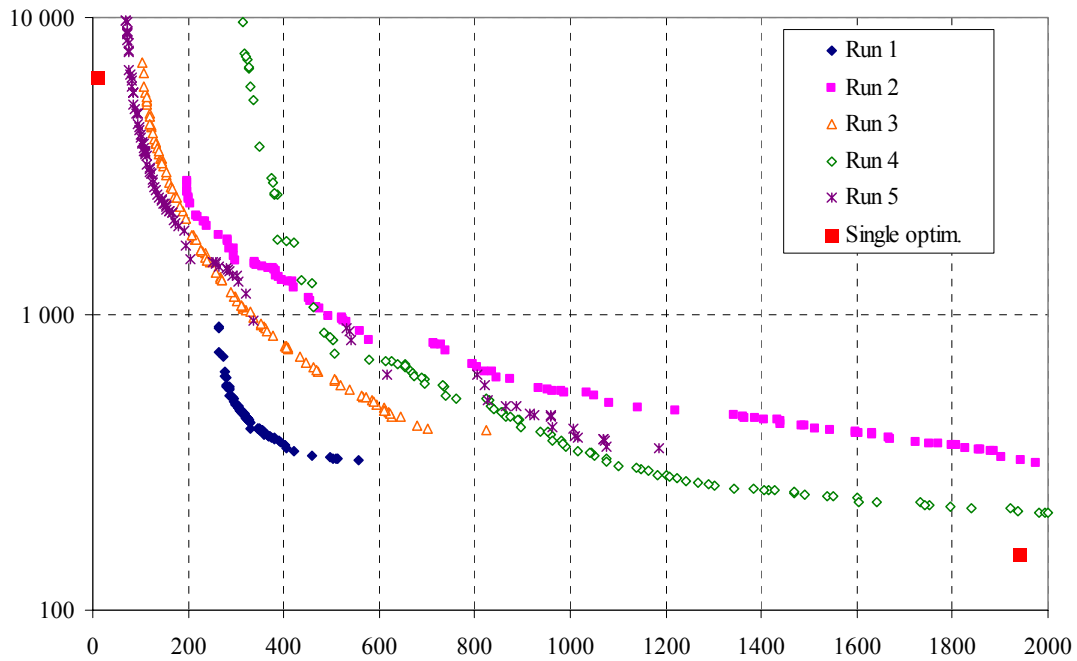
Σχήμα 6.20: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^9$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



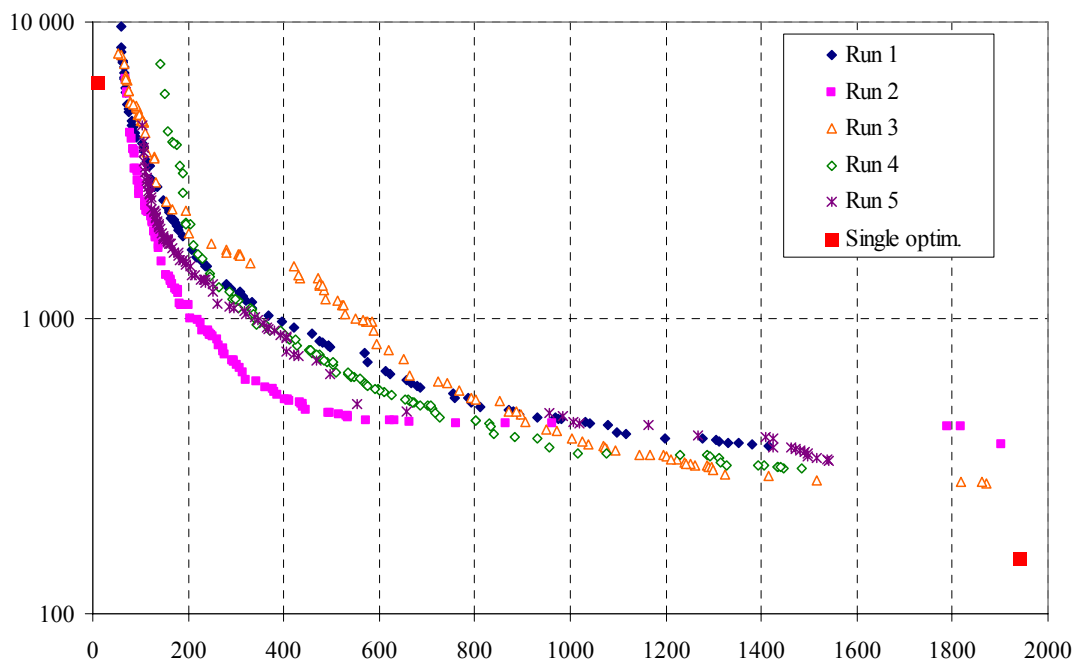
Σχήμα 6.21: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^6$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



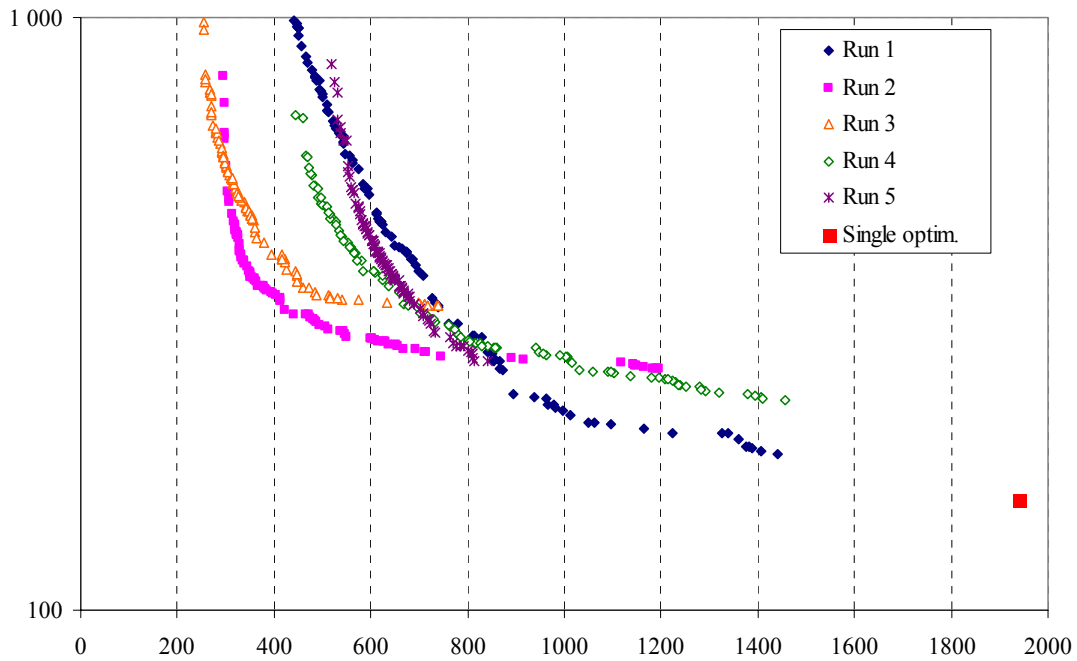
Σχήμα 6.22: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^6$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



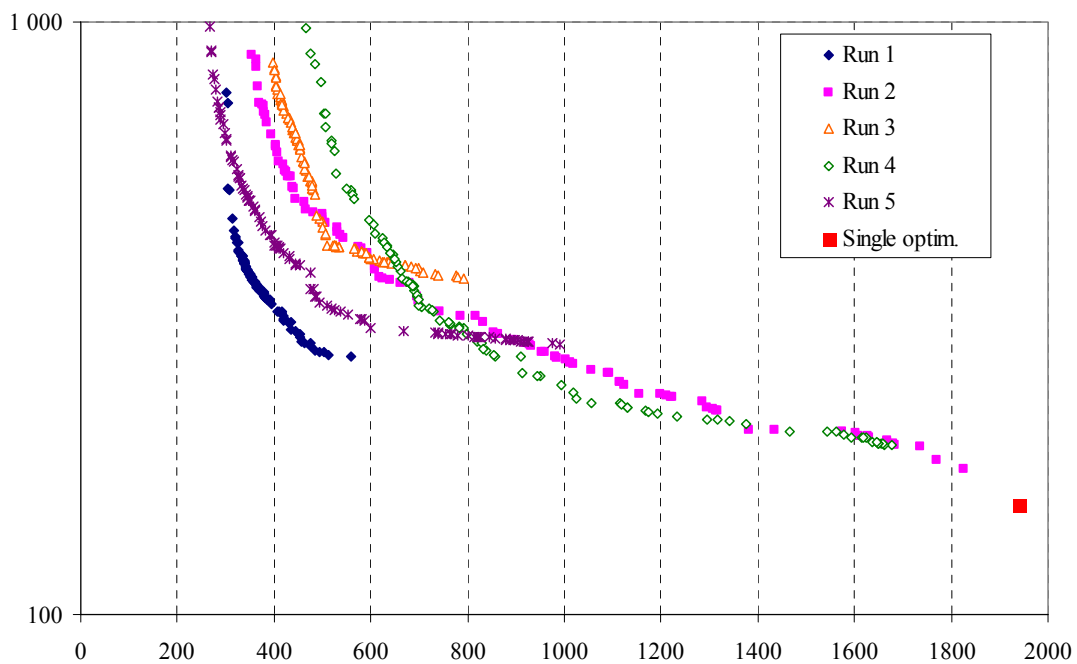
Σχήμα 6.23: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^4$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



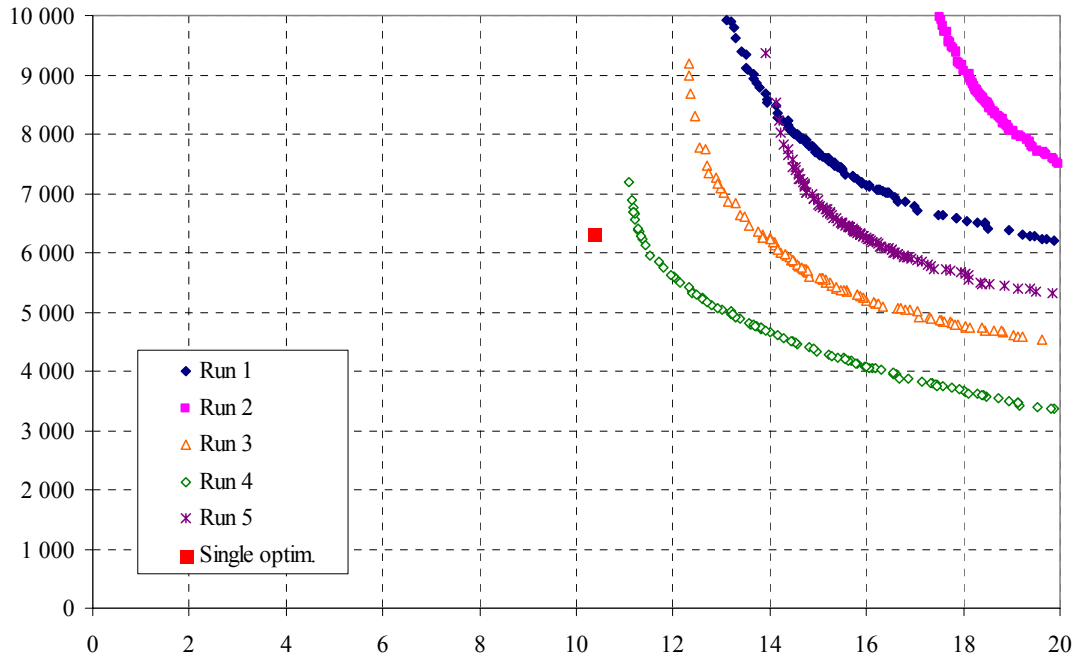
Σχήμα 6.24: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^4$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



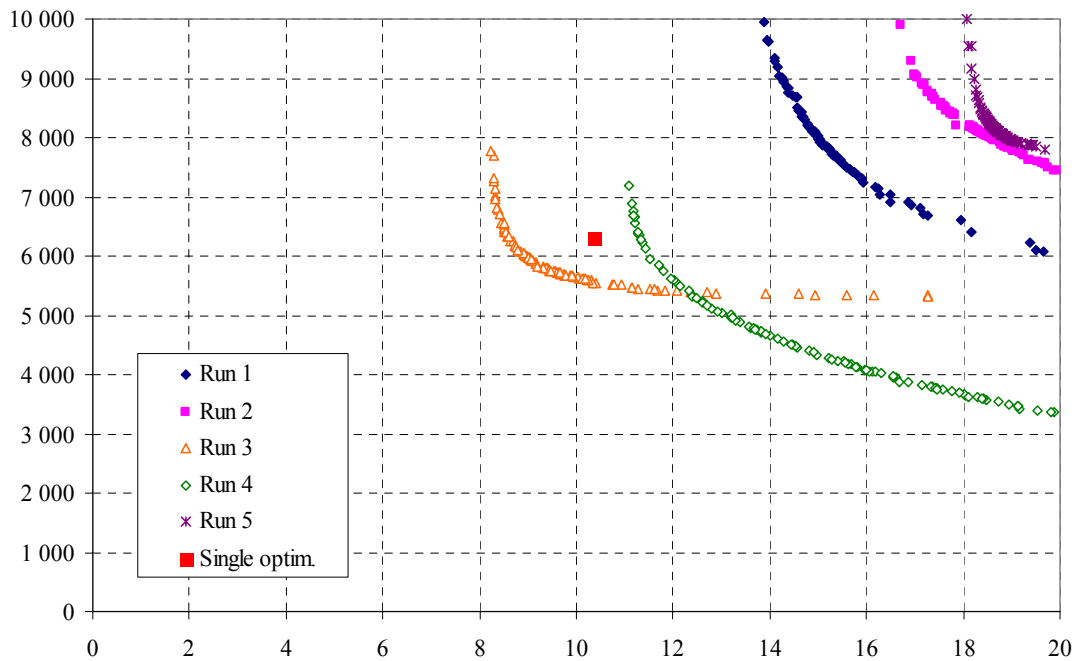
Σχήμα 6.25: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^3$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



Σχήμα 6.26: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 2000$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^3$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



Σχήμα 6.27: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με αργό ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.99$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 20$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^4$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).



Σχήμα 6.28: Μέτωπα μη κατωτέρων λύσεων που παράγονται από 5 ανεξάρτητες εφαρμογές της μεθόδου MEAS, με σχετικά ταχύ ρυθμό μείωσης της θερμοκρασίας ($\lambda = 0.95$), θέτοντας όρια εφικτότητας $e_1 = 20$ (κριτήριο αναπαραγωγής συνδιασπορών, οριζόντιος άξονας) και $e_2 = 10^4$ (κριτήριο ελαχιστοποίησης ασυμμετριών, κατακόρυφος άξονας).

6.5 Γενικά συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό, με το οποίο ολοκληρώνεται το πρώτο μέρος της διατριβής, που αφορά στην επισκόπηση και ανάπτυξη υπολογιστικών εργαλείων βελτιστοποίησης μη γραμμικών διανυσματικών συναρτήσεων, διερευνήθηκαν τα χαρακτηριστικά του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου (MEAS) ως προς ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων, και σε σχέση με δύο γνωστά αλγοριθμικά σχήματα. Τα προβλήματα που εξετάστηκαν είναι δύο κατηγοριών, αρχικά μια ομάδα τυπικών συναρτήσεων ελέγχου και στη συνέχεια μια αριθμητική εφαρμογή, από τον χώρο της στοχαστικής υδρολογίας.

Από το σύνολο των αναλύσεων που έγιναν προκύπτουν εξαιρετικά θετικά συμπεράσματα, ως προς τις δυνατότητες της μεθόδου MEAS να αντιμετωπίζει προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης κάθε δυσκολίας. Συγκεκριμένα, η μέθοδος γεννά αντιπροσωπευτικά σύνολα μη κατωτέρων λύσεων που περιγράφουν με ικανοποιητική ακρίβεια και ομοιομορφία μέτωπα Pareto με διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά, όπως κυρτά ή μη κυρτά, συνεχή ή μη συνεχή, συνδεδεμένα ή όχι, με ομαλή ή έντονη ανταγωνιστικότητα κριτηρίων, κτλ. Προβλήματα που είναι σχετικά εύκολα στο χειρισμό τους ή έχουν μικρό αριθμό μεταβλητών ελέγχου, επιλύονται με σημαντική οικονομία (δηλαδή λίγες σχετικά δοκιμές), ενώ τα πιο σύνθετα προβλήματα, όπως ορισμένες από τις θεωρητικές συναρτήσεις των Zitzler, Deb και Thiele και η εφαρμογή που αναφέρεται την αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, απαιτούν εύλογα μεγαλύτερο αλλά όχι και υπερβολικό υπολογιστικό φόρτο. Πάντως, σε τέτοιου τύπου εφαρμογές, συστήνεται η επανάληψη της υπολογιστικής διαδικασίας, με τη θεώρηση ενός μικρού αριθμού στοχαστικά ανεξάρτητων αρχικών πληθυσμών, ώστε να εξασφαλιστεί η σύγκλιση στο πραγματικό (ολικό) και όχι σε ένα τοπικό μέτωπο Pareto.

Οι αναλύσεις που αφορούν στο πρόβλημα της στοχαστικής υδρολογίας ανέδειξαν ένα καινοτόμο χαρακτηριστικό του αλγορίθμου, που είναι η δυνατότητα παραγωγής πρόσφορων υπομετώπων Pareto. Στην προκειμένη περίπτωση, η ανταγωνιστικότητα των δύο κριτηρίων που εξετάστηκαν και αφορούν στην αναπαραγωγή των δειγματικών συνδιασπορών, που είναι βεβαίως το πρωτεύον κριτήριο, με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση των ασυμμετριών των τυχαίων όρων, έχει ως συνέπεια την ανάπτυξη του μετώπου και προς τους δύο άξονες, σε ένα εύρος τιμών που διαφέρει κατά αρκετές τάξεις μεγέθους, αφήνοντας ένα πολύ περιορισμένο ενδιάμεσο τμήμα του για την αναζήτηση αποδεκτών συμβιβασμών. Εστιάζοντας στο πρόβλημα από καθαρά μαθηματική σκοπιά, επιχειρήθηκε η αναζήτηση μη κατωτέρων λύσεων τόσο στα άκρα (που δεν έχουν υδρολογική σημασία) όσο και στο κέντρο του μετώπου. Ο αλγόριθμος συμπεριφέρθηκε αρκετά καλά, αν και η εισαγωγή περιορισμών εφικτότητας στο πεδίο αποτίμησης είχε ως συνέπεια την παραγωγή λιγότερο καλά κατανομημένων μετώπων, σε σχέση με την πολυκριτηριακή αναζήτηση χωρίς περιορισμούς, με την οποία γεννώνται εξαιρετικά καλά διεσπαρμένες Pareto βέλτιστες λύσεις, αδυναμία που προφανώς οφείλεται στον τρόπο διατύπωσης του σχετικού όρου ποινής για απόρριψη των μη εφικτών λύσεων.

Ένα σημείο στο οποίο δόθηκε έμφαση ήταν η διερεύνηση της επίδοσης της μεθόδου MEAS ως προς τις παραμέτρους λ και β του χρονοδιαγράμματος ψύξης. Υπενθυμίζεται ότι οι εν λόγω παράμετροι καθορίζουν τη στρατηγική μείωσης της θερμοκρασίας, με την οποία ρυθμίζεται η τυχαιότητα στη διαδικασία επιλογής του προς αντικατάσταση γονέα σε κάθε γενιά. Από τις αναλύσεις φάνηκε ότι, για τα περισσότερα προβλήματα, δεν υπάρχει μια ξεκάθαρη υπεροχή κάποιου συνδυασμού τιμών των παραμέτρων. Ωστόσο, σε ένα μικρό αριθμό εφαρμογών η μορφή του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης φάνηκε να παίζει σημαντικό ρόλο. Για παράδειγμα, στην αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, αποδείχθηκε πως για την παράμετρο β , η χρήση της ελάχιστης τιμής $\beta = 1$ είχε πολύ αρνητικές επιπτώσεις στην επίδοση του αλγορίθμου, γεγονός που αποδίδεται στην ανάγκη διατήρησης υψηλής θερμοκρασίας, και συνακόλουθα τυχαιότητας, κατά τη διαδικασία αναζήτησης, σε κάποιο τόσο πολύ απαιτητικό πρόβλημα. Γενικά, για συνήθεις πολυκριτηριακές εφαρμογές, προτείνονται ως τυπικές οι

τιμές $\lambda = 0.99$ και $\beta = 2$, διαφορετικά, αν το πρόβλημα κρίνεται υψηλής δυσκολίας, συστήνεται μια προκαταρκτική διερεύνηση των παραπάνω παραμέτρων.

Συγκρίνοντας τις δύο άλλες τεχνικές που εξετάστηκαν, δηλαδή την NSGA και τη SPEA, γίνεται φανερό η πρόοδος που έχει επιτευχθεί μέσα σε πολύ λίγα χρόνια, στο πεδίο της πολυκριτηριακής εξελικτικής βελτιστοποίησης. Η μέθοδος NSGA, που στις αρχές της προηγούμενης δεκαετίας, όταν και παρουσιάστηκε, θεωρήθηκε εξαιρετικά σημαντική καινοτομία, απέτυχε σε όλα τα προβλήματα ελέγχου. Αντίθετα, η μέθοδος SPEA, αν και διερευνήθηκε στην αρχική εκδοχή της (η βελτιωμένη εκδοχή της, SPEA-II παρουσιάζεται στο εδάφιο 4.6.7), αποδείχθηκε πολύ πιο αποτελεσματική, με την προϋπόθεση κατάλληλων ρυθμίσεων για την κωδικοποίηση των μεταβλητών και στις διαδικασίες του τελεστή διασταύρωσης. Αντίστοιχες ρυθμίσεις δεν απαιτούνται στον αλγόριθμο MEAS, όπου όλες οι παραγωγικές διαδικασίες πραγματοποιούνται στον συνεχή χώρο, έχοντας ως βάση την τροποποιημένη μέθοδο κατερχόμενου απλόκου.

Ολοκληρώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι η τεχνική που αναπτύχθηκε δεν υστερεί σε τίποτα έναντι των πλέον σύγχρονων αλγοριθμικών σχημάτων, και μπορεί να αποτελέσει ένα εξαιρετικά εύχρηστο εργαλείο γενικής χρήσης. Ειδικά στα προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης συστημάτων υδατικών πόρων, που χαρακτηρίζονται από έντονη πολυπλοκότητα καθώς και την ανάγκη εντοπισμού συμβιβαστικών λύσεων, η εν λόγω μεθοδολογία είναι ιδιαίτερα χρήσιμη, αφού μπορεί να χειριστεί χώρους ιδιαίτερα σύνθετης γεωμετρίας και να αναζητήσει πρόσφορους συμβιβασμούς σε περιοχές του μετώπου Pareto που παρουσιάζουν υδρολογικό ενδιαφέρον. Τέτοιου τύπου προβλήματα, με έμφαση στο πρόβλημα βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, εξετάζονται στο δεύτερο μέρος της διατριβής.

ΜΕΡΟΣ Β: ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

7 Βελτιστοποίηση και πολυκριτηριακή ανάλυση συστημάτων υδατικών πόρων

7.1 Εισαγωγή

Στο δεύτερο μέρος της διατριβής εξετάζονται εφαρμογές της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης σε πραγματικές εφαρμογές από τον χώρο των υδατικών πόρων. Τέτοιου είδους προβλήματα είναι εξαιρετικά απαιτητικά τόσο στη διατύπωση όσο και στην επίλυσή τους εξαιτίας παραγόντων όπως ο μεγάλος αριθμός των μεταβλητών ελέγχου και περιορισμών, η μη γραμμικότητα της δυναμικής των υδατικών συστημάτων, η χωρική και χρονική ετερογένεια των διεργασιών, οι πολλαπλές πηγές αβεβαιότητας και η πληθώρα των λειτουργικών και διαχειριστικών αρχών που διέπουν τα εν λόγω συστήματα. Επιπλέον, η ανάγκη ταυτόχρονης ικανοποίησης πολλαπλών στόχων και περιορισμών, που αλληλεπιδρούν κατά τρόπο ιδιαίτερα σύνθετο και συχνά είναι αντικρουόμενοι, δημιουργεί την ανάγκη πολυκριτηριακής αντιμετώπισής τους, κάτι που θεωρείται από τις μεγαλύτερες προκλήσεις των σχετικών με τα υδραυλικά έργα και τους υδατικούς πόρους επιστημών (Burgas, 2001).

Γενικά, μπορούμε να διακρίνουμε δύο κατηγορίες προβλημάτων βελτιστοποίησης, που χρήζουν διαφορετικής αντιμετώπισης. Στην πρώτη κατηγορία εντάσσονται αυτά για τα οποία η δομή του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει τη λειτουργία του συστήματος (είτε στατική είτε δυναμική) θεωρείται εκ των προτέρων γνωστή (στην πραγματικότητα, βεβαίως, πρόκειται για μια απλοποίηση της πραγματικής κατάστασης, όπου αναπαρίστανται αποκλειστικά οι διεργασίες που ενδιαφέρουν στην εκάστοτε μελέτη). Στην περίπτωση αυτή, αναζητώνται τα χαρακτηριστικά *μεγέθη σχεδιασμού* (πρόβλημα διαστασιολόγησης) ή *δράσεις* επί του εν λόγω συστήματος (πρόβλημα διαχείρισης), που να βελτιστοποιούν ένα μέτρο επίδοσης. Στα προβλήματα αυτά, η βελτιστοποίηση αφορά σε μια υποθετική μελλοντική κατάσταση του συστήματος, που μπορεί να αναφέρεται, ανάλογα με το στόχο της μελέτης, σε τυπικές (μέσες) συνθήκες, ακραίες (δυσμενείς) συνθήκες ή ένα ευρύ φάσμα εφικτών συνθηκών, με στόχο την πιθανοτική/στοχαστική αποτίμηση του μέτρου επίδοσης. Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, το αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης είναι μονοσήμαντο, είτε αφορά σε μια ολική λύση είτε σε ένα μέτωπο μη κατωτέρων λύσεων. Τα χαρακτηριστικότερα προβλήματα τέτοιου τύπου εξετάζονται σε παρόν κεφάλαιο, με τη μορφή μιας σύντομης βιβλιογραφικής επισκόπησης. Η έμφαση δίνεται στη δυνατότητα πολυκριτηριακής τους διατύπωσης, που αποτελεί και την κεντρική ιδέα της διατριβής. Αρχικά, δίνονται οι απαραίτητοι ορισμοί, που αφορούν στις έννοιες των συστημάτων υδατικών πόρων και την ανάλυσή τους και αναδεικνύεται η ανάγκη πολυκριτηριακής αντιμετώπισης τέτοιων προβλημάτων (ενότητα 7.2), ενώ στην ενότητα 7.3 συζητώνται ορισμένες χαρακτηριστικές εφαρμογές. Σημειώνεται ότι οι εν λόγω εφαρμογές αυτές είχαν αντιμετωπιστεί, κατά το παρελθόν, ως τυπικά προβλήματα βαθμωτής βελτιστοποίησης, που πρόσφατα επανεξετάστηκαν από μια πολυκριτηριακή οπτική.

Η δεύτερη κατηγορία προβλημάτων, στην οποία και επικεντρώνεται το ενδιαφέρον των επόμενων κεφαλαίων, αναφέρεται στη βελτιστοποίηση της ίδιας της μαθηματικής δομής των εξισώσεων των μοντέλων που αναπαριστούν τη δυναμική λειτουργία ενός συστήματος. Συγκεκριμένα, οι εν λόγω εξισώσεις, που περιγράφουν φυσικές διεργασίες, περιέχουν *παραμέτρους*, οι οποίες δεν είναι δυνατό να προσδιοριστούν εκ των προτέρων, καθώς δεν πρόκειται για μετρήσιμα μεγέθη. Συνεπώς, ο μόνος ορθολογικός τρόπος εκτίμησής τους είναι με τεχνικές *δοκιμής-σφάλματος* (trial-and-error), βάσει των

οποίων δοκιμάζονται τιμές των εν λόγω παραμέτρων και ελέγχεται κατά πόσο η προσομοιωμένη απόκριση του μοντέλου ταιριάζει με την παρατηρημένη απόκριση του πραγματικού συστήματος (δηλαδή τη συμπεριφορά του συστήματος σε μετρημένες συνθήκες του παρελθόντος). Αποδεικνύεται ότι η παραπάνω διαδικασία μπορεί να τυποποιηθεί και να διατυπωθεί ως ένα ειδικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, που συχνά αναφέρεται με τον όρο *βαθμονόμηση μοντέλου* (calibration). Ειδικότερα, τα προβλήματα βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, δηλαδή μαθηματικών σχημάτων που αναπαριστούν τις διεργασίες του υδρολογικού κύκλου σε λεκάνες απορροής, θεωρούνται από τα πλέον απαιτητικά της επιστήμης των υδατικών πόρων, και παρουσιάζουν, χωρίς αμφιβολία, τις πιο πολλές ιδιαιτερότητες. Στα Κεφάλαια 8, 9 και 10 επιχειρείται μια πλήρης θεωρητική διερεύνηση των προβλημάτων βαθμονόμησης, η οποία καταλήγει σε ένα πλαίσιο αρχών που, με κεντρικό άξονα τον πολυκριτηριακό χειρισμό τους, αποτελεί ένα από τα κύρια σημεία συμβολής της διατριβής. Τέλος, στο Κεφάλαιο 11 εξετάζεται ένα απαιτητικό πρόβλημα πολυκριτηριακής βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, με εφαρμογή στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού.

7.2 Συστήματα υδατικών πόρων και βελτιστοποίηση

7.2.1 Ιστορικό των προβλημάτων ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης στην επιστημονική περιοχή των υδατικών πόρων προϋποθέτουν μια συστημική προσέγγιση, στην οποία η αντιμετώπιση των πολύπλοκων δομών και φαινομένων τους γίνεται χωρίς λεπτομερειακή θεώρηση των σχέσεων ή φυσικών διεργασιών που τα διέπουν (Dingman, 1994, σ. 382). Η εν λόγω προσέγγιση καθιερώθηκε τις δεκαετίες του 1960 και 1970, βασιζόμενη στη χρήση παραδοσιακών τεχνικών, όπως ο γραμμικός και ο δυναμικός προγραμματισμός, αλλά και πιο σύνθετων στρατηγικών, όπως η ιεραρχική ανάλυση. Στα κλασικά εγχειρίδια των Buras (1972), De Neufille and Marks (1974), Biswas (1976), Haimes (1977), Loucks *et al.* (1981) και Mays and Tung (1996), επισκοπούνται οι εν λόγω τεχνικές και δίνονται χαρακτηριστικά παραδείγματα, που αφορούν σε προβλήματα ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων¹.

Κοινό μειονέκτημα των παραπάνω προσεγγίσεων είναι η ανάγκη υπερβολικής απλοποίησης της δομής του συστήματος, ώστε αυτή να μπορεί να περιγραφεί από γραμμικές, αποκλειστικά, εξισώσεις (στην περίπτωση επίλυσής τους με γραμμικό προγραμματισμό), ή να αποδομηθεί σε διακριτά στάδια, και με χρήση διακριτών μεταβλητών ελέγχου, ώστε να ικανοποιεί τις θεμελιώδεις απαιτήσεις ενός μοντέλου δυναμικού προγραμματισμού. Χωρίς να εμβαθύνουμε σε περισσότερες λεπτομέρειες, είναι προφανές ότι τέτοιες απλοποιήσεις έρχονται σε αντίφαση με την έντονη μη γραμμικότητα των υδρολογικών, υδραυλικών και άλλων διεργασιών, ενώ άλυτο ζήτημα αποτελεί ο χειρισμός των πολυάριθμων μαθηματικών περιορισμών, που πρέπει να ενταχθούν ρητά μέσα στο μοντέλο βελτιστοποίησης.

Η ραγδαία εξέλιξη των υπολογιστικών εργαλείων, με την ανάπτυξη πολυάριθμων αλγορίθμων ολικής βελτιστοποίησης που χαρακτηρίζονται από μεγάλη ακρίβεια και ταχύτητα εντοπισμού επαρκών λύσεων, ακόμη και σε εξαιρετικά σύνθετους χώρους αναζήτησης, αποτέλεσε κίνητρο για την επαναδιατύπωση των περισσότερων από τα μοντέλα ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων, ώστε να μπορούν να αντιμετωπιστούν ως προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Μάλιστα, η πλέον πρόσφορη στρατηγική συνίσταται στη διαμόρφωση ενός συνδυαστικού πλαισίου προσομοίωσης-

¹ Στη βιβλιογραφία των υδατικών πόρων, οι όροι *ανάλυση* και *βελτιστοποίηση* χρησιμοποιούνται, πολλές φορές, με το ίδιο νόημα, για να υποδηλώσουν την υπολογιστική διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης τιμής του μέτρου επίδοσης του συστήματος. Στην πραγματικότητα, ο όρος *ανάλυση* είναι ευρύτερος, καθώς περιλαμβάνει όλα τα στάδια, από τη διαμόρφωση του μαθηματικού μοντέλου του συστήματος μέχρι και τη διαδικασία λήψης αποφάσεων, η οποία βασίζεται στα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης.

βελτιστοποίησης (Ranjithan, 2005), που επιτρέπει την περιγραφή οσοδήποτε πολύπλοκων δομών και τον χειρισμό των περιορισμών μέσω ενός μοντέλου προσομοίωσης, αποτέλεσμα της οποίας είναι ένα βαθμωτό μέτρο επίδοσης, που ταυτίζεται με τη στοχική συνάρτηση ενός μοντέλου μη γραμμικής βελτιστοποίησης (βλ. 3.1.2).

7.2.2 Η ανάγκη πολυκριτηριακής προσέγγισης

Τα περισσότερα προβλήματα που σχετίζονται με τη λήψη αποφάσεων, όπως είναι, αναμφίβολα, αυτά που καλείται να αντιμετωπίσει ένας υδρολόγος-υδραυλικός μηχανικός, προϋποθέτουν την ταυτόχρονη ικανοποίηση πολλαπλών και, συχνά, αντικρουόμενων στόχων, μεταξύ των οποίων η ελαχιστοποίηση του κόστους, η μεγιστοποίηση της αξιοπιστίας, καθώς και η ελαχιστοποίηση της απόκλισης από επιθυμητά μεγέθη, τα οποία επιβάλλονται από ποικίλους τεχνικούς, λειτουργικούς, θεσμικούς, διοικητικούς και περιβαλλοντικούς περιορισμούς. Στους παραπάνω στόχους, συνήθως εμπλέκονται διαφορετικοί χρήστες και διαφορετικές ομάδες ενδιαφέροντος, που προβάλλουν διαφορετικά συμφέροντα και διαφορετικές προτεραιότητες.

Ο κύριος στόχος της μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης είναι ο εντοπισμός μιας μονοσήμαντης λύσης του προβλήματος, που αποτελεί έναν συγκερασμό όλων των παραπάνω απαιτήσεων. Αυτός ο τύπος βελτιστοποίησης είναι χρήσιμος, ως εργαλείο εντοπισμού μιας πρόσφορης λύσης. Από την άλλη πλευρά, η πολυκριτηριακή προσέγγιση προβλημάτων σχεδιασμού έργων και προγραμματισμού δράσεων εξασφαλίζει σημαντικά πλεονεκτήματα, στις ακόλουθες κατευθύνσεις (Savic, 2002):

- τη ρεαλιστικότερη διατύπωση του προβλήματος·
- τον προσδιορισμό εναλλακτικών επιλογών-στρατηγικών·
- την εμπλοκή του κοινού στη διαδικασία λήψης αποφάσεων.

Είναι προφανές ότι σε σύνθετα συστήματα, η χρήση ενός και μόνο κριτηρίου (π.χ. κόστος) μπορεί να οδηγήσει σε απαράδεκτα μεροληπτικές λύσεις, και είναι σαφώς αντίθετη με την ολιστική αντίληψη που επιβάλλουν οι σύγχρονες κοινωνικοπολιτικές ανάγκες. Ακόμη και όταν πολλαπλά κριτήρια εντάσσονται σε μια ενιαία στοχική συνάρτηση, η υποκειμενικότητα της προσέγγισης εξακολουθεί να είναι έντονη, καθώς η βέλτιστη λύση εξαρτάται από τη μεθοδολογία συνάθροισης των επιμέρους στόχων. Με τον τρόπο αυτό, μάλιστα, καθίσταται σχετικά εύκολη η προεπιλογή της απόφασης (κάτι που επιτυγχάνεται με κατάλληλη στάθμιση των κριτηρίων), και η οποία «τεκμηριώνεται» μέσω μιας θεωρητικά αντικειμενικής διαδικασίας, όπως είναι η βελτιστοποίηση. Μια ακόμη τεχνική δυσχέρεια, που συχνά απαντά σε προβλήματα υδατικών πόρων και έχει συζητηθεί στην ενότητα 4.7, είναι η ανάγκη χειρισμού μη σύμμετρων κριτηρίων, όπως κόστος-ρίσκο (ή αξιοπιστία), ποσοτικοί-ποιοτικοί δείκτες, κτλ.

Εκτός του ότι είναι μη ρεαλιστική, η μονοκριτηριακή προσέγγιση έρχεται και σε αντίφαση με την υποχρέωση του μηχανικού να προτείνει εναλλακτικές επιλογές, η αξιολόγηση των οποίων είναι ζήτημα δημόσιου διαλόγου, με τον εντοπισμό της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης να αποτελεί μια καθαρά πολιτική και σε καμία περίπτωση τεχνοκρατική απόφαση (Cohon, 1978, σ. 2-4· Loucks *et al.*, 1981, σ. 205). Με τον τρόπο αυτό, η ευθύνη του μηχανικού περιορίζεται (και ορθώς) στην αναζήτηση και πρόωση τεχνικά αποδεκτών και οικονομικά πρόσφορων λύσεων, κάτι που αποτελεί μια αντικειμενική διαδικασία, για την οποία και έχει καταρτιστεί. Από την άλλη πλευρά, η ευθύνη της οργανωμένης κοινωνίας είναι η επιλογή μίας εκ των προσφερόμενων λύσεων, με βάση «μακροσκοπικά» κριτήρια οικονομικής ανάπτυξης και κοινωνικής ευημερίας, τα οποία δεν είναι εφικτό (ούτε και επιθυμητό) να ενταχθούν στα στενά πλαίσια μιας μελέτης σχεδιασμού ή προγραμματισμού.

Τα παραπάνω έγιναν γρήγορα κατανοητά από την υδρολογική κοινότητα, που ήδη από τη δεκαετία του 1970 στράφηκε στη χρήση τεχνικών πολυκριτηριακής ανάλυσης των συστημάτων υδατικών

πόρων (Haimes and Hall, 1974· Cohon and Marks, 1975· Haith and Loucks, 1976· Cohon, 1978). Βεβαίως, τα τότε διαθέσιμα εργαλεία δεν επέτρεπαν τον ταυτόχρονο εντοπισμό ενός ικανοποιητικού αριθμού μη κατωτέρων λύσεων, ώστε να είναι δυνατή η χάραξη του μετώπου Pareto. Πράγματι, η προσέγγιση αφορούσε αποκλειστικά σε κλασικές τεχνικές συνάθροισης ή σε γραμμικά πολυστοχικά προβλήματα, για τα οποία μπορεί να βρεθεί μια αναλυτική περιγραφή του εν λόγω μετώπου (βλ. 2.9.2). Μόλις τα τελευταία 10-15 έτη, χάρη στη ραγδαία ανάπτυξη των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων, κατέστη εφικτή η ολοκληρωμένη αντιμετώπιση του προβλήματος, επιτρέποντας την παραγωγή αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων, που καλύπτουν ομοιόμορφα το μέτωπο Pareto.

Στη συνέχεια εξετάζονται χαρακτηριστικές εφαρμογές ανάλυσης συστημάτων υδατικών πόρων, και δίνεται ένα σύντομο ιστορικό της μεθοδολογίας χειρισμού τους, από τις απλουστευμένες απόπειρες με κλασικά εργαλεία βελτιστοποίησης μέχρι τις πλέον σύγχρονες προσεγγίσεις, που βασίζονται στη χρήση πολυκριτηριακών μεθόδων.

7.3 Χαρακτηριστικές εφαρμογές

7.3.1 Διαχείριση ταμιευτήρων

Τα προβλήματα ανάλυσης υδροσυστημάτων, τόσο σε επίπεδο σχεδιασμού των σχετικών έργων όσο και σε επίπεδο διαχείρισής τους, αποτελούν το κατ' εξοχή πεδίο εφαρμογής πολλαπλών κριτηρίων προς βελτιστοποίηση. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η σχετική έρευνα ξεκίνησε από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, με τη μεγαλύτερη έμφαση να δίνεται στους επιφανειακούς υδατικούς πόρους και, πιο συγκεκριμένα, στα συστήματα ταμιευτήρων.

Ως γνωστό, ο ταμιευτήρας είναι ένα έργο πολλαπλού σκοπού, που εξυπηρετεί πλήθος στόχων, όπως ύδρευση, άρδευση, παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας, αντιπλημμυρική προστασία, ναυσιπλοΐα, κτλ. Επιπλέον, η λειτουργία του ταμιευτήρα διέπεται με μια πληθώρα περιβαλλοντικών, ποιοτικών, λειτουργικών και θεσμικών περιορισμών, που σε συνδυασμό με την αβεβαιότητα των υδρολογικών εισροών, καθιστούν εξαιρετικά πολύπλοκη τη διαχείρισή του. Ειδικότερα, η υδρολογική αβεβαιότητα εισάγει την έννοια της διακινδύνευσης σε κάθε συνιστώσα λήψης αποφάσεων, καθώς η κάθε δράση οφείλει να εξασφαλίζει αειφορική αξιοποίηση των υδατικών πόρων.

Προφανώς, το παραπάνω πρόβλημα γίνεται πιο σύνθετο όταν δεν αφορά σε μια μεμονωμένη διάταξη αλλά σε συστήματα ταμιευτήρων, όπου η ικανοποίηση κάθε στόχου μπορεί να γίνει με συνδυασμό απολήψεων από πολλαπλές πηγές. Σε κάθε περίπτωση, η προσέγγιση δεν μπορεί παρά να είναι πολυκριτηριακή, που υποδηλώνει την ανάγκη διερεύνησης εναλλακτικών επιλογών και όχι την διατύπωση μονοσήμαντων λύσεων, ειδικά όταν εμπλέκονται αντικρουόμενα κοινωνικά ή οικονομικά συμφέροντα. Επιπλέον, με την ένταξη νέων απαιτήσεων, που ξεφεύγουν από τον κλασικό ποσοτικό χαρακτήρα των προς βελτιστοποίηση κριτηρίων, η εν λόγω προσέγγιση καθίσταται, πλέον, επιτακτική¹.

Η βιβλιογραφία που αναφέρεται σε προβλήματα βελτιστοποίησης συστημάτων ταμιευτήρων είναι εξαιρετικά εκτενής, και η λεπτομερής παράθεσή της ξεφεύγει από τους σκοπούς της διατριβής. Μια

¹ Χαρακτηριστικά αναφέρουμε το παράδειγμα του ταμιευτήρα Πλαστήρα, που αν και σχεδιάστηκε ως έργο ενεργειακού και, δευτερευόντως, αρδευτικού σκοπού, αποτελεί πλέον πόλο έντονη τουριστικής ανάπτυξης. Αυτό κατέστησε αναγκαία την ένταξη νέων κριτηρίων στη διαχείρισή του, όπως η αισθητική του τοπίου και η ποιότητα του νερού, που συναρτώνται με τη διακύμανση της στάθμης του. Στα πλαίσια πρόσφατου ερευνητικού έργου, επιχειρήθηκε για πρώτη φορά στον ελληνικό χώρο μια πολυκριτηριακή θεώρηση της λειτουργίας του εν λόγω έργου. Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε και τα συμπεράσματα που προέκυψαν περιγράφονται από τους Christofides *et al.* (2005) και Hadjibiros *et al.* (2005).

πρόσφατη και αρκετά πλήρης επισκόπηση των διαφόρων τεχνικών που έχουν αναπτυχθεί γίνεται από τον Labadie (2004). Ως επί το πλείστον, ο χειρισμός συνίσταται στη διατύπωση ενός μέτρου επίδοσης που αναφέρεται σε ένα πρωτεύον διαχειριστικό κριτήριο (π.χ. κόστος, απώληση, ενέργεια), ενώ τα υπόλοιπα κριτήρια εισάγονται στο μοντέλο βελτιστοποίησης με τη μορφή περιορισμών. Με αυτό τον τρόπο προκύπτει μια ολικά βέλτιστη διαχειριστική πολιτική (ή σχεδιασμός), χωρίς ωστόσο να μπορεί να ελεγχθεί η αλληλεπίδραση των κριτηρίων. Αντίθετα, η καθαρά πολυκριτηριακή αντιμετώπιση του προβλήματος, με χρήση μάλιστα σύγχρονων υπολογιστικών εργαλείων (εξελικτικοί αλγόριθμοι), απουσιάζει από τη βιβλιογραφία, με εξαίρεση κάποιες μάλλον παρωχημένες προσεγγίσεις, οι οποίες βασίζονται σε κλασικές τεχνικές, όπως μέθοδοι βαρών, προγραμματισμού στόχων, κτλ. (Ko *et al.*, 1992). Το γεγονός αυτό προκαλεί έκπληξη, καθώς σε άλλες υδρολογικές εφαρμογές, όπως αυτές που εξετάζονται στα επόμενα εδάφια, φαίνεται να υπάρχει πολύ καλύτερη αξιοποίηση των σύγχρονων τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

Ο λόγος είναι ότι η χρήση των εν λόγω τεχνικών προϋποθέτει αφενός τον διαχωρισμό του μοντέλου προσομοίωσης από το μοντέλο βελτιστοποίησης και αφετέρου τη θεώρηση ενός εύλογα μικρού αριθμού μεταβλητών ελέγχου. Ωστόσο, τα προβλήματα ανάλυσης συστημάτων ταμειωτήρων έχουν παραδοσιακά αντιμετωπιστεί με τη λογική απορρόφησης του μοντέλου προσομοίωσης (το οποίο περιγράφει, στην πραγματικότητα, το σύνολο των φυσικών και διαχειριστικών περιορισμών, για τον χρονικό ορίζοντα ελέγχου) από το μοντέλο βελτιστοποίησης, λαμβάνοντας μάλιστα ως μεταβλητές ελέγχου τις εκροές από κάθε συνιστώσα του συστήματος, σε κάθε χρονικό βήμα. Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει ένα εξαιρετικά μεγάλο πλήθος περιορισμών και μεταβλητών, ο χειρισμός των οποίων είναι αδύνατο, βεβαίως, να γίνει με μεθόδους μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Συνακόλουθα, δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν οι πολυκριτηριακές εκδοχές των εν λόγω εργαλείων για την παραγωγή μη κατωτέρων λύσεων, εφόσον τίθενται περισσότερα του ενός κριτήρια προς βελτιστοποίηση. Έτσι, η συντριπτική πλειονότητα των σχετικών εφαρμογών αντιμετωπίζεται με τεχνικές όπως ο γραμμικός, δυναμικός και στοχαστικός δυναμικός προγραμματισμός, που εκ φύσεως οδηγούν σε μια μεμονωμένη βέλτιστη λύση.

7.3.2 Έλεγχος ποιότητας υδροφορέων

Τα προβλήματα που σχετίζονται με την παρακολούθηση, προστασία και διαχείριση της ποιότητας των υπόγειων υδροφορέων είναι από τα λίγα καλά μελετημένα πεδία εφαρμογής των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων στους υδατικούς πόρους. Σε τέτοια προβλήματα, η διαχειριστική πολιτική εξαρτάται από ένα πλήθος κριτηρίων, όπως η ελαχιστοποίηση του κόστους, η ελαχιστοποίηση του κινδύνου που προκαλείται για την υγεία, η ελαχιστοποίηση του χρόνου που απαιτείται για τον καθαρισμό του υδροφορέα και η μεγιστοποίηση της αξιοπιστίας (Erickson *et al.*, 2002). Είναι κοινά αποδεκτό ότι η πολυκριτηριακή προσέγγιση παρέχει πολύ καλύτερη εποπτεία, επιτρέποντας τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

Παραδοσιακά, τα προβλήματα ελέγχου της ποιότητας των υπόγειων νερών έχουν αντιμετωπιστεί στα πλαίσια μονοκριτηριακών μοντέλων βελτιστοποίησης, με τη θεώρηση αυθαίρετων συντελεστών βάρους για τα επιμέρους κριτήρια. Εναλλακτικά, έχουν προταθεί διατυπώσεις στις οποίες ένα από τα κριτήρια θεωρείται πρωτεύον, ενώ τα υπόλοιπα εισάγονται στο μοντέλο βελτιστοποίησης ως περιορισμοί (Das and Data, 1999). Μάλιστα, για την επίλυση του προβλήματος έχει χρησιμοποιηθεί ένα ευρύ φάσμα τεχνικών βελτιστοποίησης, μεταξύ άλλων γραμμικός προγραμματισμός, μικτός-ακέραιος προγραμματισμός, προσομοιωμένη ανόπτηση και γενετικοί αλγόριθμοι (π.χ. Karatzas and Pinder, 1993· Erickson *et al.*, 2002).

Οι Ritzel *et al.* (1994) ήταν από τους πρώτους που επιχείρησαν την επίλυση ενός πολυκριτηριακού μοντέλου βελτιστοποίησης της ποιότητας υδροφορέων. Το πρόβλημα αναφέρεται σε έναν υποθετικό υδροφορέα, έκτασης 10 στρεμμάτων, στον οποίο εισάγεται μια ρυπαντική φλέβα. Το πεδίο ροής

θεωρείται διδιάστατο και διακριτοποιείται με τη μορφή ενός κανάβου 30×30 κυττάρων, ενώ η υδραυλική αγωγιμότητα αποτελεί τη μόνη παράμετρο αβεβαιότητας του συστήματος, και ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή, με γνωστή μέση τιμή, διασπορά και μήκος συσχέτισης. Εξαιτίας της αβεβαιότητας, η προσομοίωση γίνεται για 100 στοχαστικά ανεξάρτητα σενάρια τιμών αγωγιμότητας, που παράγονται με τη μέθοδο Monte Carlo. Στη βελτιστοποίηση αναζητώνται η θέση και την παροχή άντλησης ή επαναφόρτισης 16 φρεάτων, με κριτήρια την αξιοπιστία και το κόστος. Η αξιοπιστία ορίζεται ως το ποσοστό των σεναρίων για τα οποία επιτυγχάνεται καθαρισμός του υδροφορέα, ενώ το κόστος σχετίζεται τόσο με την παροχή λειτουργίας των φρεάτων (θεωρήθηκε κοινό κόστος για άντληση και επαναφόρτιση) όσο και την πάγια δαπάνη εγκατάστασής τους. Στόχος ήταν η διερεύνηση της επίδοσης των μεθόδων VEGA (Schaffer, 1984), ενός γενετικού αλγορίθμου Pareto που ανέπτυξαν οι ερευνητές, και μιας τεχνικής μικτού-ακέραιου προγραμματισμού για προβλήματα βελτιστοποίησης με περιορισμούς (μέθοδος MICCP), με το οποίο είχε αντιμετωπιστεί η ίδια εφαρμογή παλαιότερα. Η ανάλυση κατέδειξε ότι ο γενετικός αλγόριθμος που αναπτύχθηκε προσέγγισε καλύτερα το μέτωπο Pareto σε σχέση με τη μέθοδο VEGA, τα μειονεκτήματα της οποίας έχουν ήδη συζητηθεί στο εδάφιο 4.4.2, υπερτερώντας σε ταχύτητα σε σύγκριση με τη μέθοδο MICCP.

Σχεδόν ταυτόχρονα με τους παραπάνω, οι Cieniawski *et al.* (1995) δημοσίευσαν μια συναφή εργασία που αναφέρεται στον πολυκριτηριακό χειρισμό ενός προβλήματος παρακολούθησης της ρύπανσης υπόγειων νερών. Στην προκειμένη περίπτωση, η εφαρμογή αναφέρεται στη διάχυση μιας ποσότητας στραγγισμάτων που διοχετεύεται κατάντη μιας χωματερής, εξετάζοντας διάφορα σενάρια διάχυσης της φλέβας, που παράγονται με προσομοίωση Monte Carlo. Ζητούμενο του ήταν η διαμόρφωση ενός δικτύου φρεάτων παρακολούθησης, με κριτήρια τη ελαχιστοποίηση του πλήθους των σεναρίων μη επιτυχούς παρακολούθησης του φαινομένου (που σχετίζεται με την αξιοπιστία του δικτύου) και την ελαχιστοποίηση της έκτασης που ρυπαίνεται από τα στραγγίσματα, προτού γίνει αντιληπτό από το δίκτυο. Τα παραπάνω κριτήρια είναι αντικρουόμενα, δεδομένου ότι για να γίνει αντιληπτή η ρύπανση θα πρέπει τα φρεάτια παρακολούθησης να τοποθετηθούν όσο το δυνατό πιο κατάντη της χωματερής (αφού, λόγω της διάχυσης, το πλάτος της φλέβας αυξάνει καθώς αυτή μεταφέρεται), κάτι που ωστόσο θα σημαίνει ότι θα πληγεί από τη ρύπανση μεγαλύτερη έκταση του υδροφορέα. Η αναζήτηση του μετώπου Pareto έγινε με τη χρήση γενετικών αλγορίθμων, εξετάζοντας τέσσερις διατυπώσεις τους: (α) με σταθμισμένη στοχαστική συνάρτηση, (β) με τη μέθοδο VEGA, (γ) ενσωματώνοντας σε υφιστάμενο γενετικό αλγόριθμο τη μεθοδολογία ταξινόμησης του Goldberg (βλ. 4.5.1), και (δ) με συνδυασμό των δύο παραπάνω. Το τελευταίο σχήμα αποδείχθηκε το πλέον αποτελεσματικό, καθώς εστιάζει στις περιοχές εκείνες του μετώπου που έχουν πρακτικό ενδιαφέρον σε τέτοιου τύπου προβλήματα.

Οι Reed *et al.* (2001) εξέτασαν ένα πολυκριτηριακό πρόβλημα προγραμματισμού της μακροχρόνιας παρακολούθησης των υπόγειων νερών, με την αυθεντική μέθοδο NSGA (Srinivas and Deb, 1995) και μια εκλεκτική παραλλαγή της. Στο μοντέλο προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκαν ιστορικά δεδομένα παρατηρήσεων, που προέρχονται από την διείσδυση μιας φλέβας PCE σε έναν έντονα ετερογενή αλλουβιακό υδροφορέα. Η ρύπανση ελέγχεται δέκα έτη μετά τη λειτουργία μιας υπόγειας δεξαμενής καυσίμων. Τα προς βελτιστοποίηση κριτήρια αφορούν στο κόστος δειγματοληψίας και το σφάλμα εκτίμησης των συγκεντρώσεων, ενώ οι μεταβλητές ελέγχου αναφέρονται στην επιλογή των σημείων δειγματοληψίας. Προφανώς, όσο περισσότερα σημεία επιλέγονται τόσο πιο ακριβείς είναι οι υπολογισμοί της κατανομής της συγκέντρωσης του ρύπου, αλλά ταυτόχρονα αυξάνει το κόστος. Μετά από συστηματική διερεύνηση, οι ερευνητές κατέληξαν σε ένα πλαίσιο προτάσεων σχετικά με τη χρήση ενός πλήθους συνιστωσών της μεθόδου NSGA, που σχετίζονται με το μέγεθος του πληθυσμού, τη διαμόρφωση των θυλάκων και την χρήση σχημάτων εκλεκτισμού, που εξασφαλίζουν προστασία των καλύτερων λύσεων.

Το παραπάνω πρόβλημα αποτέλεσε πεδίο εφαρμογής της μεθόδου NSGA-II (Deb, 2000), από τους Reed and Minsker (2002). Η εν λόγω μέθοδος χρησιμοποιήθηκε για την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση

τεσσάρων κριτηρίων, που αναφέρονται στο κόστος δειγματοληψίας, το σημειακό σφάλμα εκτίμησης των συγκεντρώσεων, το σχετικό ολικό σφάλμα εκτίμησης της μάζας και η τοπική αβεβαιότητα της μεθόδου χωρικής ολοκλήρωσης. Από τις συνολικά 500 εκατομμύρια λύσεις που παρήχθησαν κατά τη διαδικασία αναζήτησης, οι 1156 ήταν Pareto βέλτιστες. Ωστόσο, μόλις για 7 από αυτές το κόστος ήταν μη κατώτερο σε σχέση με τα άλλα τρία κριτήρια. Αυτό επέτρεψε τον δραστικό περιορισμό των προς διερεύνηση λύσεων, βοηθώντας στην επιλογή του πλέον συμβιβαστικού σχεδιασμού.

Μια άλλη γνωστή τεχνική που εξετάστηκε σε πρόβλημα αποκατάστασης της ποιότητας υδροφορέων είναι η μέθοδος NPGA (Horn *et al.*, 1994). Οι Erickson *et al.* (2002) διατύπωσαν ένα πολυκριτηριακό μοντέλο, με κριτήρια το κόστος και τη μάζα του ρύπου που απομένει μετά το πέρας του ορίζοντα ελέγχου. Η εφαρμογή έγινε για έναν υποθετικό υδροφορέα, έκτασης 1010×1000 m και πάχους 30 m, με μεταβλητές ελέγχου την παροχή άντλησης σε προκαθορισμένες θέσεις (εξετάστηκαν διατυπώσεις με δύο, πέντε και 15 μεταβλητές). Δεδομένου ότι μια πλήρης προσομοίωση απαιτούσε χρόνο 2.5 min, ο μέγιστος αριθμός των δοκιμών περιορίστηκε στις 2000. Από την έρευνα πάνω στα χαρακτηριστικά του αλγορίθμου NPGA διαπιστώθηκε ότι υπάρχει μια «βέλτιστη» τιμή πληθυσμού, με την οποία εξασφαλίζεται καλή διασπορά λύσεων και ακρίβεια στην προσέγγιση του μετώπου Pareto. Στην περίπτωση αυτή, μάλιστα, αποδείχθηκε ότι η επίδραση των λοιπών αλγοριθμικών παραμέτρων, όπως οι συχνότητες αναπαραγωγής και μετάλλαξης, περιορίζεται σημαντικά.

Μια άλλη κατηγορία προβλημάτων ποιότητας των υπόγειων νερών αναφέρεται στην προστασία των παράκτιων υδροφορέων από υφαλμύριση. Στην περίπτωση αυτή, οι δύο εμφανώς αντικρουόμενοι στόχοι είναι η μεγιστοποίηση των απολήψεων και η ελαχιστοποίηση του εύρους διείσδυσης της αλάτινης σφήνας. Το σχετικό πρόβλημα βελτιστοποίησης αντιμετωπίζεται, ως επί το πλείστον, με τη θεώρηση της αντλούμενης ποσότητας, ως στοχικής συνάρτησης, και του βάθους της αλάτινης σφήνας, ως περιορισμού. Πρόσφατα, οι Park and Aral (2004) εξέτασαν μια πολυκριτηριακή διατύπωση, με τη χρήση γενετικών αλγορίθμων. Οι μεταβλητές ελέγχου του προβλήματος ήταν η θέση και η παροχή άντλησης των γεωτρήσεων, ώστε να μεγιστοποιείται η συνολική παροχή και να ελαχιστοποιείται η απόσταση των γεωτρήσεων από το σημείο ισορροπίας της αλάτινης σφήνας (stagnation point). Οι αναλύσεις κατέδειξαν ότι επιτυγχάνεται καλύτερη εκμετάλλευση του υδροφορέα, σε σύγκριση με προηγούμενες προσεγγίσεις του προβλήματος.

7.3.3 Σχεδιασμός και αποκατάσταση δικτύων ύδρευσης

Η μελέτη ενός δικτύου διανομής υδρευτικού νερού είναι από τα τυπικά προβλήματα του υδραυλικού μηχανικού, έχοντας ως ζητούμενο έναν σχεδιασμό που είναι ταυτόχρονα ασφαλής και οικονομικός. Με τον όρο ασφάλεια νοείται η εξασφάλιση επαρκών παροχών και πιέσεων στο δίκτυο, για διάφορες συνθήκες λειτουργίας του, ενώ η οικονομικότητα συναρτάται τόσο με το πάγιο κόστος κατασκευής, όσο και το κόστος λειτουργίας και συντήρησης του δικτύου. Κατά κανόνα, το παραπάνω πρόβλημα αντιμετωπίζεται εμπειρικά, αξιολογώντας έναν περιορισμένο αριθμό εναλλακτικών διατάξεων, που διαμορφώνονται κατά την κρίση του μηχανικού. Ωστόσο, το σχεδόν βέβαιο αποτέλεσμα μιας τέτοιας προσέγγισης είναι η υπερδιαστασιολόγηση του δικτύου, που με τη σειρά της οδηγεί σε υπερβολικά μεγάλες δαπάνες, αν λάβει κανείς υπόψη το γεγονός ότι το δίκτυο διανομής μιας αστικής περιοχής καταλαμβάνει έκταση εκατοντάδων ή και χιλιάδων χιλιομέτρων.

Αν και η πρώτη απόπειρα αναλυτικού χειρισμού του προβλήματος αναφέρεται ήδη από τα τέλη της δεκαετίας του 1930 (Camp, 1939), η συστηματική του αντιμετώπιση, με μαθηματικές τεχνικές ανάλυσης συστημάτων, έχει καταστεί εφικτή τα τελευταία 30 έτη, χάρη στην ανάπτυξη των υπολογιστών. Στις ποικίλες προσεγγίσεις της βιβλιογραφίας περιλαμβάνονται ο γραμμικός, ακέραιος και δυναμικός προγραμματισμός, σχήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης, όπως οι μέθοδοι τομής-ορίου (branch-and-bound), ευρετικές τεχνικές και, από τις αρχές της δεκαετίας του 1990, γενετικοί και εξελικτικοί αλγόριθμοι (Alperovits and Shamir, 1977· Bhave, 1983· Goulter and Morgan, 1985· Walski *et al.*,

1987· Duan *et al.*, 1990· Fujiwara and Khang, 1990· Goulter, 1992· Eiger *et al.*, 1994· Simpson *et al.*, 1994· Dandy *et al.*, 1996· Savic and Walters, 1997). Συνοπτική επισκόπηση, με παράλληλη κριτική, των παραπάνω προσεγγίσεων γίνεται από τον Lansley (2000). Σημειώνεται ότι οι αρχικές απόπειρες αποσκοπούσαν σε απλουστεύσεις του προβλήματος, όπως τον μετασχηματισμό του βροχωτού δικτύου σε ένα ισοδύναμο ακτινωτό, η υδραυλική επίλυση του οποίου είναι τετριμμένη. Σήμερα, με την κυριαρχία των εξελικτικών αλγορίθμων, ο χειρισμός του γίνεται, πλέον, με μοντέλα υδραυλικής προσομοίωσης, τα οποία αναλαμβάνουν την επίλυση του δικτύου, δηλαδή τους υπολογισμούς των χαρακτηριστικών της ροής (παροχές και ταχύτητες αγωγών, ενεργειακά υψόμετρα και πιέσεις κόμβων), με τα οποία ελέγχεται αν η εκάστοτε διάταξη εξασφαλίζει επαρκή λειτουργία του δικτύου.

Στη συνήθη διατύπωση του προβλήματος, η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού ενός δικτύου συνίσταται στην εύρεση των κατάλληλων διαμέτρων όλων των κλάδων, ώστε να ικανοποιούνται οι φυσικοί και λειτουργικοί περιορισμοί και να ελαχιστοποιείται το κόστος των αγωγών, που είναι συνάρτηση των διαμέτρων. Άλλες παράμετροι σχεδιασμού, όπως η γενική διάταξη του δικτύου σε οριζοντιογραφία, σπανίως εντάσσονται στο μοντέλο βελτιστοποίησης, αφού προσδιορίζονται σε πολύ μεγάλο βαθμό από τις πολεοδομικές συνθήκες και τη ρυμοτομία. Αντίθετα, επιπλέον οικονομικές συνιστώσες, όπως τα κόστη άντλησης, μπορούν επίσης να εισαχθούν στη στοχαστική συνάρτηση του προβλήματος, με την προϋπόθεση ότι η προσομοίωση γίνεται για χρονικά μεταβαλλόμενη κατάσταση. Ως φυσικοί περιορισμοί νοούνται οι εξισώσεις συνέχειας στους κόμβους και διατήρησης της ενέργειας στους βρόχους. Όσον αφορά στους λειτουργικούς περιορισμούς, κατά μείζονα λόγο αναφέρονται στην εξασφάλιση επαρκούς ύψους πίεσης σε κάθε κόμβο του δικτύου (που είναι συνάρτηση του ύψους των κτηρίων που εξυπηρετείται στη γειτονιά του), για διάφορα σενάρια φόρτισης¹. Σε άλλες περιπτώσεις, εισάγονται επιπλέον περιορισμοί, που αποσκοπούν στον έλεγχο των ταχυτήτων ή των ενεργειακών απωλειών που αναπτύσσονται στους κλάδους.

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος έχει ως εξής (Prasad and Park, 2004):

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^{NP} C_i(D_i, L_i) \\ g_l(\mathbf{D}) = 0 \\ H_j(\mathbf{D}) \geq H_j^* \\ D_i \in \Phi \end{aligned} \quad (7.1)$$

όπου $C_i(D_i, L_i)$ το κόστος του αγωγού i με διάμετρο D_i και μήκος L_i , NP το σύνολο των αγωγών του δικτύου, $g_l(\mathbf{D}) = 0$ φυσικοί περιορισμοί που αναφέρονται στους κόμβους (εξισώσεις συνέχειας) και τους βρόχους (εξισώσεις διατήρησης της ενέργειας), και είναι συνάρτηση όλων των διαμέτρων του δικτύου, $H_j(\mathbf{D})$ το ενεργειακό υψόμετρο κάθε κόμβου j , H_j^* το απαιτούμενο ενεργειακό υψόμετρο, και Φ το σύνολο των εφικτών διαμέτρων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στους αγωγούς.

Αναμφίβολα, πρόκειται για μία από τα πλέον απαιτητικές εφαρμογές βελτιστοποίησης από τον χώρο της τεχνολογίας υδατικών πόρων, με τη δυσκολία του προβλήματος να οφείλεται:

- στο διακριτό πεδίο ορισμού των μεταβλητών ελέγχου·
- στο πολύ μεγάλο πλήθος των μεταβλητών ελέγχου και περιορισμών·
- στη μη γραμμικότητα των περιορισμών·
- στον υπολογιστικό φόρτο που απαιτείται για την αποτίμηση της στοχαστικής συνάρτησης, δεδομένου ότι η τελευταία προϋποθέτει την υδραυλική επίλυση του δικτύου.

¹ Τα τελευταία αναφέρονται στις συνθήκες αιχμής της κατανάλωσης στο πέρας του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού του δικτύου, και συνήθως διαφοροποιούνται με βάση τα σενάρια πυρκαγιάς που εξετάζονται.

Είναι γνωστό ότι οι διάμετροι των κλάδων του δικτύου δεν είναι συνεχείς μεταβλητές, αλλά λαμβάνουν τιμές από ένα διακριτό σύνολο τιμών εμπορίου. Το γεγονός αυτό αποκλείει τη χρήση των περισσότερων από τα γνωστά εργαλεία μη γραμμικής βελτιστοποίησης, τα οποία υποθέτουν συνεχές πεδίο αναζήτησης. Εξαιρέση αποτελούν οι γενετικοί αλγόριθμοι, που παρέχουν τεράστια ευελιξία όσον αφορά στη μορφή των μεταβλητών ελέγχου (βλ. 3.7.3). Επισημαίνεται ότι σε παλαιότερες προσεγγίσεις, το πρόβλημα είχε διατυπωθεί με συνεχείς μεταβλητές ελέγχου, και συγκεκριμένα το μήκος κάθε κλάδου που αντιστοιχεί σε κάθε διάμετρο. Σε μια τέτοια διατύπωση, ωστόσο, η βελτιστοποίηση μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την ανεξέλεγκτη εναλλαγή διαμέτρων, σε μήκη που δεν είναι υλοποιήσιμα, από κατασκευαστική άποψη.

Παρά τη σημαντική πρόοδο που έχει επιτευχθεί, και αφορά στην ανάπτυξη τεχνικών αποτελεσματικού χειρισμού του προβλήματος βελτιστοποίησης, η όλη προσέγγιση έχει δεχτεί κριτική, καθώς θεωρείται ότι δεν ανταποκρίνεται πλήρως στις ανάγκες της πράξης. Για παράδειγμα, ο Walski (2001) απαριθμεί τα πλέον χαρακτηριστικά μειονεκτήματα, μεταξύ των οποίων αναφέρονται τα εξής:

- οι μηχανικοί συναντούν δυσκολία στην κατάστρωση των στόχων και περιορισμών·
- δεν υπάρχει ένα ολικό δυσμενές σενάριο κατανάλωσης για όλο το δίκτυο·
- η βελτιστοποίηση δεν μπορεί να λάβει υπόψη το γεγονός ότι το δίκτυο κατασκευάζεται σταδιακά·
- η βελτιστοποίηση τείνει να ελαχιστοποιήσει το κόστος μειώνοντας τις διαμέτρους των αγωγών ή ακόμη και απαλείφοντας κλάδους, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει η δυνατότητα αντιμετώπισης έκτακτων συνθηκών που οφείλονται σε βλάβες, θραύσεις αγωγών ή ειδικές συνθήκες αιχμής της κατανάλωσης, που δεν προβλέπονται από τα συνήθη σενάρια φόρτισης·
- στη βελτιστοποίηση δεν λαμβάνονται υπόψη πρακτικά ζητήματα, δημιουργώντας για παράδειγμα συνδέσεις αγωγών με μεγάλη απόκλιση διαμέτρων.

Ειδικότερα, όταν η βελτιστοποίηση γίνεται με μοναδικό κριτήριο το κόστος των αγωγών και μάλιστα αναφέρεται σε ένα σενάριο φόρτισης, αποδεικνύεται ότι το αποτέλεσμα είναι ο εκφυλισμός του βροχωτού δικτύου σε ακτινωτό (Goulter and Morgan, 1985). Είναι προφανές ότι η ακτινωτή διάταξη αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή ως προς το κόστος, δεδομένου ότι με αυτή ελαχιστοποιείται το συνολικό μήκος του δικτύου. Ωστόσο, πρόκειται για έναν μη αποδεκτό σχεδιασμό, καθώς καθιστά το δίκτυο εξαιρετικά ευάλωτο σε περίπτωση βλάβης (δεδομένου ότι η παύση λειτουργίας ενός αγωγού συνεπάγεται διακοπή της τροφοδότησης του κατάντη δικτύου), αυξάνοντας παράλληλα τον κίνδυνο εμφάνισης υδραυλικού πλήγματος, που συνεπάγεται έντονη μηχανική καταπόνηση του δικτύου σε περίπτωση απότομης μεταβολής της κατανάλωσης.

Για τους παραπάνω λόγους, τα τελευταία χρόνια, έχει δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στον πολυκριτηριακό χαρακτήρα του προβλήματος, εντάσσοντας επιπλέον, του κόστους, συνιστώσες προς βελτιστοποίηση, όπως η αξιοπιστία, η αντοχή και η ποιότητα του νερού. Οι Halhal *et al.* (1997) ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν πολυκριτηριακούς γενετικούς αλγόριθμους σε εφαρμογή αποκατάστασης δικτύων, με μεταβλητές ελέγχου τη συντήρηση ή, εναλλακτικά, την αντικατάσταση υφιστάμενων χαλύβδινων αγωγών από νέους πλαστικούς αγωγούς, ίδιας ή μεγαλύτερης διαμέτρου. Στο παράδειγμά τους, εισήγαγαν ως στοχικές συναρτήσεις την ελαχιστοποίηση του κόστους και τη μεγιστοποίηση του οφέλους, όπου το όφελος περιλαμβάνει τις ακόλουθες συνιστώσες, σταθμισμένες με κατάλληλους συντελεστές βάρους:

- το υδραυλικό όφελος, που ορίζεται ως η διαφορά της απόκλισης (θετικής και αρνητικής) σε σχέση με την απαιτούμενη πίεση σε κάθε κόμβο, πριν και μετά την αποκατάσταση του δικτύου
- η φυσική ακεραιότητα, που αποτιμάται ως το μελλοντικό κόστος αντικατάστασης των αγωγών·
- η ευελιξία, που ορίζεται ως το άθροισμα των διαμέτρων των αγωγών που κατασκευάζονται παράλληλα σε υφιστάμενους, αυξάνοντας έτσι την ασφάλεια του δικτύου·

- το ποιοτικό όφελος, που ορίζεται ως το άθροισμα μηκών των αγωγών που αντικαθίστανται, με δεδομένο ότι στους παλαιούς, μεταλλικούς αγωγούς αναπτύσσονται παθογόνοι μικροοργανισμοί.

Οι ερευνητές εξέτασαν δύο εφαρμογές, μία εικονική και μία πραγματική. Η πρώτη αναφέρεται σε ένα υποθετικό δίκτυο 9 κόμβων και 15 κλάδων, ενώ η δεύτερη στο δίκτυο μιας πόλης 500 000 κατοίκων στο Μαρόκο, αποτελούμενο από 115 κόμβους και 167 κλάδους. Η υδραυλική προσομοίωση των δικτύων έγινε με το μοντέλο EPANET, ενώ για τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε ένας απλός και ένας πολυκριτηριακός γενετικός αλγόριθμος (structured messy genetic algorithm, SMGA), που προσαρμόστηκε ώστε να χειρίζεται προβλήματα πολλών μεταβλητών ελέγχου. Χαρακτηριστικό της μεθόδου είναι ότι από την πληθώρα των παραμέτρων του προβλήματος, προτείνει κάθε φορά έναν περιορισμένο αριθμό αλλαγών, που είναι καίριες για την καλή λειτουργία του δικτύου. Η εν λόγω προσέγγιση είναι απόλυτα ρεαλιστική, δεδομένου ότι σε ένα υφιστάμενο δίκτυο διανομής δεν είναι εφικτό να γίνουν ευρείας κλίμακας αντικαταστάσεις.

Οι Walters *et al.* (1999) επέκτειναν το πεδίο εφαρμογής της μεθόδου SMGA σε δίκτυα με επιπλέον, των διαμέτρων, μεταβλητές ελέγχου, που αφορούν στην εγκατάσταση υδρευτικών αντλιοστασίων και τον σχεδιασμό (επιλογή υψομέτρου και χωρητικότητας) δεξαμενών. Η εφαρμογή έγινε στο εικονικό δίκτυο της πόλης «Anytown» που εισήγαγαν οι Walski *et al.* (1987), και έχει ευρέως χρησιμοποιηθεί για τη σύγκριση αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε τέτοιου τύπου προβλήματα. Με την πολυκριτηριακή προσέγγιση, δηλαδή την εισαγωγή μιας επιπλέον, του κόστους, στοχικής συνάρτησης που αναφέρεται στη μεγιστοποίηση του οφέλους, εντοπίστηκαν δύο συμβιβαστικές λύσεις, που είναι 4-5% πιο οικονομικές σε σχέση με όσες είχαν στο παρελθόν προταθεί, για το συγκεκριμένο δίκτυο.

Ο Todini (2000) εισήγαγε ένα νέο κριτήριο ελέγχου, που ονόμασε *δείκτη ευκαμψίας* (resilience index). Ο εν λόγω δείκτης αναφέρεται στην επιπλέον ενέργεια που πρέπει να εισαχθεί στο δίκτυο, με την οποία εξασφαλίζεται μεγαλύτερη, σε σχέση με την απαιτούμενη, πίεση στους κόμβους, ώστε σε περίπτωση βλάβης (π.χ. θραύση αγωγών) να μην υπάρξει εκτεταμένη υδραυλική αστοχία (έλλειμμα πίεσης) του δικτύου. Πρόκειται για ένα μέτρο αξιοπιστίας, που είναι προφανώς αντικρουόμενο ως προς το πάγιο κόστος των αγωγών και το κόστος λειτουργίας των αντλιοστασίων.

Οι Prasad and Park (2004) χρησιμοποίησαν πολλαπλά μέτρα αξιοπιστίας, που αφορούν στην ελάχιστη ενεργειακή περίσσεια, την ολική ενεργειακή περίσσεια, τον δείκτη ευκαμψίας του Todini (2000), και έναν ολικό δείκτη ευκαμψίας του δικτύου (network resilience), που λαμβάνει υπόψη το επιπλέον ενεργειακό διαθέσιμο, εξασφαλίζοντας την παραγωγή «ομοιομορφών» συνόλων διαμέτρων που συντρέχουν σε κάθε κόμβο. Το τελευταίο κριτήριο εγγυάται ότι, σε περίπτωση θραύσης ενός αγωγού, οι υπόλοιποι αγωγοί που τροφοδοτούν τον κόμβο θα έχουν συγκρίσιμες διαμέτρους, έτσι ώστε η ενεργειακή περίσσεια που θα είναι διαθέσιμη για τον εν λόγω κόμβο να μην αναλωθεί σε υπερβολικά μεγάλες γραμμικές απώλειες, εξαιτίας των μικρών διαμέτρων. Στα παραδείγματά τους, οι ερευνητές χρησιμοποίησαν τη μέθοδο MOGA των Srinivas and Deb (1994).

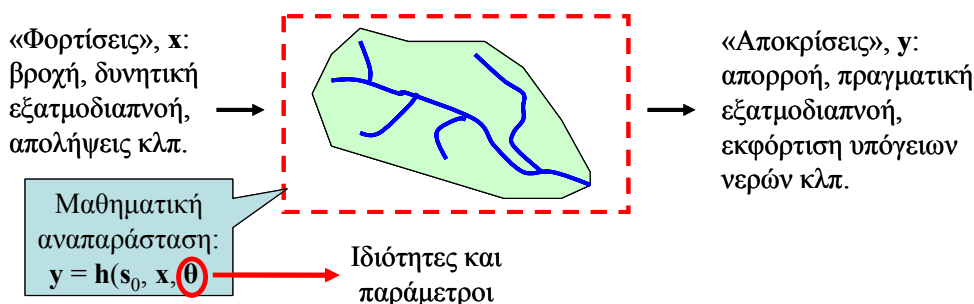
Τέλος, οι Farmani *et al.* (2005) διατύπωσαν ένα πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης για το υποθετικό δίκτυο της πόλης «Anytown», εισάγοντας ένα κριτήριο κόστους και ένα κριτήριο που συνδυάζει διάφορα μέτρα αξιοπιστίας. Στις καινοτομίες τους περιλαμβάνεται η χρήση μιας πληθώρας μεταβλητών ελέγχου, που αφορούν στους αγωγούς (συντήρηση, τοποθέτηση δίδυμου παράλληλου, αντικατάσταση), στις δεξαμενές (χωροθέτηση, εμβαδό πυθμένα, κατώτατη στάθμη λειτουργίας, όριο υπερχειλίσης) και τα αντλιοστάσια (αριθμός αντλιών που λειτουργούν ταυτόχρονα). Ως αλγοριθμικό εργαλείο, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος NSGA-II των Deb *et al.* (2000).

8 Εκτίμηση παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων

8.1 Υδρολογική προσομοίωση με χρήση μαθηματικών μοντέλων

8.1.1 Ορισμοί

Ο όρος *υδρολογικό μοντέλο* αναφέρεται σε ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών μετασχηματισμών που χρησιμοποιούν δεδομένα πεδίου και εύλογες υποθέσεις σχετικά με τους φυσικούς μηχανισμούς, με στόχο την ποσοτική εκτίμηση υδρολογικών μεταβλητών που ενδιαφέρουν σε εφαρμογές της πράξης. Τα μοντέλα αυτά είτε περιγράφουν μεμονωμένα γεγονότα (event-type), όπως ένα υδρογράφημα ή την αιχμή μιας πλημμύρας, είτε περιγράφουν τη διαχρονική εξέλιξη του υδρολογικού κύκλου σε μια πεπερασμένη χωρική ενότητα (π.χ. μια λεκάνη απορροής). Στην πρώτη περίπτωση, η αναπαράσταση του γεγονότος γίνεται μέσω εμπειρικών ή συστημικών, συνήθως, προσεγγίσεων (π.χ. ορθολογική μέθοδος, μοναδιαίο υδρογράφημα), παραλείποντας τις διεργασίες του υδρολογικού κύκλου που δεν αφορούν στη μελέτη, όπως η εξατμοδιαπνοή και η διήθηση. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση η προσέγγιση διέπεται, εν μέρει έστω, από κάποιο φυσικό ή εννοιολογικό υπόβαθρο, αναπαριστώντας σε συνεχή χρόνο (continuous-time) τις κύριες, τουλάχιστον, διεργασίες που επηρεάζουν τον κύκλο του νερού, με τη χρήση εργαλείων *προσομοίωσης*.



Σχήμα 8.1: Σχηματική απεικόνιση ενός μοντέλου υδρολογικής προσομοίωσης.

Ειδικότερα, τα μοντέλα υδρολογικής προσομοίωσης, στα οποία επικεντρώνεται το ενδιαφέρον στη συνέχεια της παρούσας εργασίας, αναπαριστούν τις συνεχείς φυσικές διεργασίες που περιγράφονται από συστήματα διαφορικών εξισώσεων, μέσω μαθηματικών σχέσεων, καθορισμένης χωρικής και χρονικής διακριτότητας. Με την παραπάνω παραδοχή, κάθε τέτοιο μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί ως ένας μη γραμμικός μετασχηματισμός της μορφής:

$$y = h(s_0, x, \theta) \quad (8.1)$$

όπου s_0 οι αρχικές και οριακές συνθήκες του φυσικού συστήματος (π.χ. ύψη εδαφικής υγρασίας, στάθμες υπόγειου νερού) στην έναρξη της προσομοίωσης, δηλαδή στο χρονικό βήμα $t = 0$, x οι υδρολογικές μεταβλητές εισόδου ή αλλιώς *φορτίσεις* (π.χ. βροχόπτωση, δυνητική εξατμοδιαπνοή), θ τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συστήματος, και y οι μεταβλητές εξόδου ή *αποκρίσεις* του μοντέλου (π.χ. απορροή, εξατμοδιαπνοή, εκφόρτιση υπόγειων νερών). Όλες οι μεταβλητές μεταβάλλονται στο χρόνο, δίνονται με τη μορφή χρονοσειρών για χρονικό ορίζοντα T , και αναπαριστούν διεργασίες σε συγκεκριμένη θέση ή περιοχή της λεκάνης. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη που περιγράφονται από το διάνυσμα θ αποτυπώνουν τις ιδιότητες του φυσικού συστήματος, που είτε είναι απευθείας γνωστές

από μετρήσεις πεδίου (π.χ. έκταση λεκάνης) είτε εκτιμώνται έμμεσα, με τρόπο ώστε το μοντέλο να αποτυπώνει όσο το δυνατόν πιο αξιόπιστα την παρατηρημένη συμπεριφορά του συστήματος. Στην τελευταία περίπτωση, τα εν λόγω χαρακτηριστικά καλούνται *παράμετροι* του μοντέλου, η διαδικασία εκτίμησης των οποίων αποτελεί τον ερευνητικό πυρήνα του δεύτερου αυτού μέρους της διατριβής. Στο Σχήμα 8.1 δίνονται οι παραπάνω θεμελιώδεις έννοιες ενός υδρολογικού μοντέλου.

Τα υδρολογικά μοντέλα χρησιμοποιούνται τόσο για τη χωρική όσο και τη χρονική «επέκταση» των παρατηρημένων δειγμάτων, εφόσον είναι γνωστές οι αρχικές συνθήκες και τα δεδομένα εισόδου του συστήματος, δηλαδή οι φορτίσεις και οι παράμετροι (Beven, 2001, σ. 1). Πράγματι, με τα μοντέλα επιτυγχάνεται η προσομοίωση πολλαπλών διεργασιών του φυσικού συστήματος και σε πολλαπλές θέσεις ενδιαφέροντος (ακόμα και εκτός της ίδιας λεκάνης), που περιγράφονται από τις διάφορες μεταβλητές εξόδου. Βεβαίως, αν και οι έξοδοι ενός υδρολογικού μοντέλου είναι πολύ περισσότερες από τις εισόδους, είναι συνήθως μη ελεγχόμενες, αφού δεν μπορούν να τεκμηριωθούν από μετρήσεις. Από την άλλη πλευρά, η χρονική επέκταση υποδηλώνει ότι ένα υδρολογικό μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο πρόγνωσης, για τη διερεύνηση των επιπτώσεων διαφόρων κλιματικών, διαχειριστικών και άλλων σεναρίων στο υδατικό δυναμικό μιας λεκάνης.

8.1.2 Στάδια ανάπτυξης υδρολογικών μοντέλων

Η ανάπτυξη ενός υδρολογικού μοντέλου περιλαμβάνει τα εξής στάδια (Beven, 2001, σ. 3-6):

- (1) Επιλογή διεργασιών για προσομοίωση (perceptual model)
- (2) Διατύπωση μαθηματικών εξισώσεων (conceptual model)
- (3) Κωδικοποίηση υπολογιστικής διαδικασίας (procedural model)
- (4) Υπολογισμός παραμέτρων (model calibration)
- (5) Αποτίμηση συνέπειας και ακρίβειας (model validation)

Σε αρκετές περιπτώσεις, οι απαιτήσεις των βημάτων (1) και (2), που συνιστούν τη μαθηματική δομή του μοντέλου, καλύπτονται από κάποιον υφιστάμενο κώδικα (βήμα 3). Ωστόσο, δεν είναι ασυνήθιστο να επιβάλλεται η εξ υπαρχής ανάπτυξη της δομής του μοντέλου, δεδομένου ότι τα κριτήρια επιλογής διαφέρουν, ανάλογα με τις τοπικές συνθήκες. Γενικά, η επιλογή του μοντέλου εξαρτάται από τους ακόλουθους παράγοντες (Μιμίκου, 1994, σ. 264):

- το σκοπό της μελέτης·
- την εμπειρία του μελετητή·
- τα διαθέσιμα δεδομένα.

Ειδικότερα, η ποσότητα αλλά και ποιότητα των διαθέσιμων στοιχείων αποτελεί, συχνά, τον κύριο περιοριστικό παράγοντα σε μια έρευνα ή μελέτη, καθώς η επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας, η οποία θεωρητικά εξασφαλίζεται από την χρήση αναλυτικότερων σχημάτων προσομοίωσης, προσκρούει στην ανεπάρκεια υδρολογικών μετρήσεων και άλλων δεδομένων (π.χ. κατανεμημένη γεωγραφική πληροφορία), που είναι απαραίτητα για την κατάστρωση και σχηματοποίηση του μοντέλου.

Την επιλογή του κώδικα, έτοιμου ή όχι, ακολουθεί η διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων (βήμα 4), που καθορίζει τελικά και τα χαρακτηριστικά της επίδοσης του μοντέλου (βήμα 5).

8.2 Κατηγορίες υδρολογικών μοντέλων

8.2.1 Ιστορικό

Η πρώτη απόπειρα προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου αποδίδεται στον Thornthwaite (1948), που ανέπτυξε ένα μονοπαραμετρικό σχήμα μηνιαίου υδατικού ισοζυγίου για την εκτίμηση της

πραγματικής εξατμοδιαπνοής απλών λεκανών, εφήμερης δίαιτας και χωρίς συνεισφορά των υπόγειων νερών (Dingman, 1994, σ. 299-301· Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999, σ. 236-243). Αργότερα, οι Thornthwaite and Mather (1955) παρουσίασαν μια τροποποιημένη εκδοχή του, η οποία αποτέλεσε τη βάση όλων των μεταγενέστερων σχημάτων υδρολογικής προσομοίωσης. Η εκτεταμένη χρήση των τελευταίων ξεκίνησε από τη δεκαετία του 1960, ταυτόχρονα με την ραγδαία εξάπλωση των υπολογιστικών εργαλείων. Οι Singh and Woolhiser (2002), σε μια εκτενή βιβλιογραφική επισκόπηση, ξεχωρίζουν ένα πλήθος 70 περίπου καταξιωμένων υδρολογικών σχημάτων, τα οποία χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, ανάλογα με:

- το πεδίο εφαρμογής τους·
- τη χωρική τους κλίμακα·
- την μαθηματική τους δομή·
- τη χρονική τους διακριτότητα.

Τα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας εξετάζονται στα εδάφια που ακολουθούν.

8.2.2 Πεδίο εφαρμογής

Κατά κανόνα, το πεδίο εφαρμογής των υδρολογικών μοντέλων είναι είτε η λεκάνη απορροής είτε ο υδροφορέας. Η ανάπτυξη ξεχωριστών μοντέλων για κάθε πεδίο επιβάλλεται λόγω των διαφορετικών πρακτικών διαχείρισής τους, αλλά και λόγω της διαφορετικής χωροχρονικής κλίμακας εξέλιξης των σχετικών φυσικών διεργασιών.

Η πρώτη περίπτωση αναφέρεται, συνήθως, σε σχήματα υδατικού ισοζυγίου, τα οποία προσφέρουν συνολική αναπαράσταση του υδρολογικού κύκλου σε μια συγκεκριμένη χωρική ενότητα (που είναι είτε η ενιαία λεκάνη είτε διακριτά τμήματα αυτής), περιγράφοντας τον μετασχηματισμό των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων σε απορροή (απ' όπου και η παραδοσιακή ορολογία *μοντέλα βροχής-απορροής*). Η απορροή της λεκάνης είναι η κύρια έξοδος του μοντέλου, αλλά και η μεταβλητή εκείνη με την οποία ελέγχεται η προσαρμογή του. Η υπόγεια (βασική) ροή θεωρείται συνιστώσα της συνολικής απορροής, και συνήθως εκτιμάται συγκεντρωτικά, με βάση απλοποιημένες παραδοχές (π.χ. θεωρώντας τον υδροφορέα ως γραμμικό ταμιευτήρα, η εκφόρτιση του οποίου τροφοδοτεί την υπόγεια απορροή).

Στην δεύτερη περίπτωση προσομοιώνεται ο μηχανισμός κίνησης του υπόγειου νερού, με την χωρική (ή και χρονική) διακριτότητα της προσομοίωσης να είναι, ως επί το πλείστον, πολύ πιο λεπτομερής σε σχέση με τα μοντέλα επιφανειακής υδρολογίας. Πρόκειται για αριθμητικά σχήματα προσομοίωσης του πεδίου ροής του υδροφορέα, που προϋποθέτουν τη διακριτοποίησή του σε στοιχειώδη τμήματα, που καλούνται *κύτταρα* (cells). Για το σύνολο των κυττάρων, διατυπώνονται οι διαφορικές εξισώσεις συνέχειας και ροής, που επιλύονται με μεθόδους πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων στοιχείων, πεπερασμένων όγκων, κτλ. Οι αρχικές και οριακές συνθήκες, καθώς και οι φορτίσεις (κατείσδυση από την ακόρεστη ζώνη, αντλήσεις) θεωρούνται γνωστές και δίνονται «εξωτερικά» (από τον χρήστη του μοντέλου), ενώ η προσαρμογή του μοντέλου γίνεται με βάση παρατηρήσεις στάθμης.

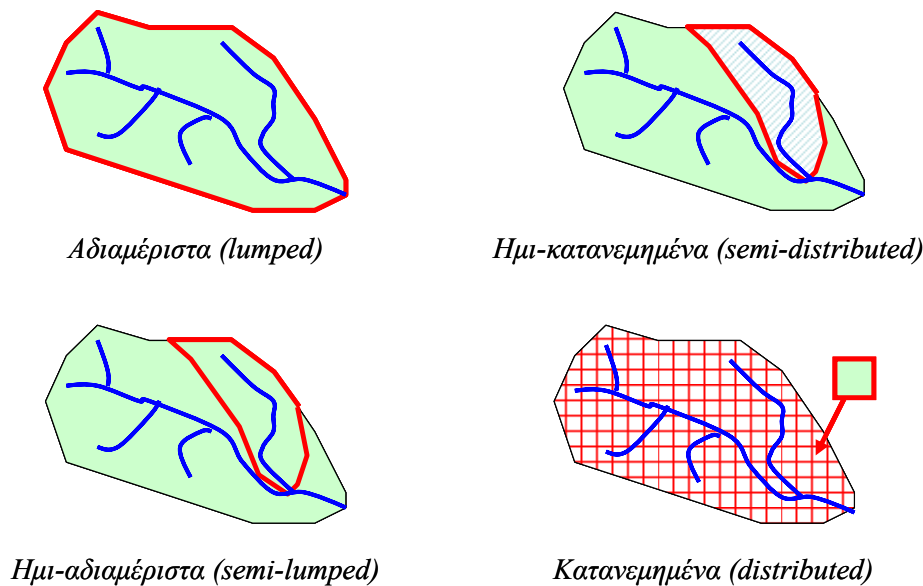
Αν και η περίπτωση συνδυασμένης προσομοίωσης των επιφανειακών και υπόγειων διεργασιών είναι λιγότερο συχνή, θεωρείται επιβεβλημένη όταν υπάρχουν συνδυασμένες χρήσεις νερού και σημαντική συνεισφορά του υπόγειου δυναμικού στη συνολική απορροή της λεκάνης (Singh and Bhallamudi, 1998· Panday and Huyakorn, 2004· Rozos *et al.*, 2004). Επιπλέον, είναι αναγκαία στην περίπτωση που, εξαιτίας του διαπερατού γεωλογικού υποβάθρου της λεκάνης (π.χ. ανθρακικά πετρώματα, έντονα καρστικοποιημένα), ο χρόνος απόκρισης του υπόγειου συστήματος είναι συγκρίσιμος με το χρόνο απόκρισης του επιφανειακού. Βεβαίως, για να είναι αποδοτική από πλευράς υπολογιστικού φόρτου, η συνδυασμένη προσομοίωση προϋποθέτει, αναγκαστικά, λιγότερο λεπτομερή περιγραφή του φυσικού συστήματος. Ωστόσο, παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη και, συνεπώς, πιο ρεαλιστική εικόνα των

υδρολογικών διεργασιών. Για παράδειγμα, η κατείσδυση από τη βροχόπτωση, που αποτελεί την κύρια φόρτιση του υδροφορέα, υπολογίζεται από το ίδιο το μοντέλο και δεν εκτιμάται, κατά αυθαίρετο τρόπο, από τον χρήστη. Επιπλέον, οι παράμετροι του μοντέλου που σχετίζονται με τις επιφανειακές και υπόγειες διεργασίες εκτιμώνται συνδυαστικά, αξιοποιώντας μετρήσεις που αναφέρονται τόσο στα επιφανειακά (παροχές υδατορευμάτων) όσο και στα υπόγεια νερά (παροχές πηγών, στάθμες πιεζομέτρων).

Τα τελευταία χρόνια, η υδρολογική προσομοίωση εντάσσεται σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, το οποίο επιβάλλεται από την ανάγκη αντιμετώπισης όλο και πιο σύνθετων προβλημάτων, που προϋποθέτουν ολιστική θεώρηση των φυσικών διεργασιών και των επιπτώσεων των πρακτικών διαχείρισης των υδατικών πόρων σε αυτές. Έτσι, τα μοντέλα επιφανειακής και υπόγειας υδρολογίας δεν λειτουργούν πλέον αυτόνομα, αλλά αποτελούν συνιστώσες συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων (Nalbantis *et al.*, 2002), στα οποία εντάσσονται κλιματικά, διαχειριστικά και υδροδυναμικά μοντέλα, μοντέλα διαίτας ρύπων σε υδάτινα σώματα και στο υπέδαφος, καθώς και μοντέλα στερεομεταφοράς.

8.2.3 Χωρική κλίμακα

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγική ενότητα 8.1, τα υδρολογικά μοντέλα ανάγουν τις *σημειακές διεργασίες* (point processes) σε επιφανειακές, ολοκληρώνοντας τις υδρολογικές μεταβλητές εισόδου και εξόδου (βροχόπτωση, εξατμοδιαπνοή, απορροή, κατείσδυση), καθώς και τις παραμέτρους που περιγράφουν τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, σε κάποια πεπερασμένη χωρική κλίμακα.



Σχήμα 8.2: Κατάταξη υδρολογικών μοντέλων με βάση τη χωρική τους κλίμακα.

Η χωρική διακριτότητα αποτελεί θεμελιώδες χαρακτηριστικό των υδρολογικών μοντέλων, με βάση την οποία προκύπτουν τέσσερις κατηγορίες σχηματοποίησης και παραμετροποίησης, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 8.2 (Gupta *et al.*, 2003):

- *Αδιαμέριστη* ή *συγκεντρωτική* (lumped): Οι χρονοσειρές φόρτισης ολοκληρώνονται σε όλη την επιφάνεια της λεκάνης, για την οποία θεωρούνται ενιαίες τιμές παραμέτρων. Το μοντέλο προσομοίωσης αναπαριστά τις κύριες μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης, για την εκτίμηση της απορροής στην έξοδο αυτής.
- *Ημικατανεμημένη* (semi-distributed): Η λεκάνη χωρίζεται σε διακριτές περιοχές, που αντιστοιχούν είτε σε φυσικές υπολεκάνες (συνηθέστερα) είτε σε χωρικές ενότητες με κοινά υδρολογικά και γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά, σε κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχούν διαφορετικές

χρονοσειρές φόρτισης και διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Μετά το πέρας των υπολογισμών για κάθε χωρική ενότητα, η αντίστοιχη απόκριση (δηλαδή η απορροή) «μεταφέρεται» στην έξοδο της λεκάνης, κάτι που σε μικρή χρονική κλίμακα προϋποθέτει την εφαρμογή σχημάτων διόδευσης.

- *Ημιαδιαμέριστη* (semi-lumped): Πρόκειται για μια ενδιάμεση μορφή μεταξύ της αδιαμέριστης και της ημικατανεμημένης σχηματοποίησης, στην οποία θεωρούνται διακριτές χωρικές ενότητες που δέχονται διαφορετικές φορτίσεις, ωστόσο οι παράμετροι που εφαρμόζονται είναι κοινές για όλες τις ενότητες (Ajami *et al.*, 2004).
- *Κατανεμημένη* (distributed): Γίνεται κατάτμηση του φυσικού συστήματος σε χωρικές ενότητες μικρής κλίμακας, ήτοι κύτταρα, τα οποία προκύπτουν είτε από την εφαρμογή ενός ορθογωνικού κανάβου δεδομένης ισοδιάστασης είτε έχουν ακανόνιστο γεωμετρικό σχήμα (π.χ. πεπερασμένα στοιχεία, πεπερασμένοι όγκοι). Σε κάθε περίπτωση, η χωρική διαμέριση δεν έχει γεωγραφικό ή φυσικό νόημα, και τα κύτταρα αντιπροσωπεύουν ομοιογενή και ισότροπα εδαφικά τμήματα, στα οποία αντιστοιχούν διαφορετικές χρονοσειρές φόρτισης και διαφορετικές τιμές παραμέτρων (ή φυσικών ιδιοτήτων).

Στην παραπάνω κατηγοριοποίηση, ο όρος *σχηματοποίηση* αναφέρεται στη διακριτοποίηση του πεδίου βροχόπτωσης σε επιφανειακές χωρικές ενότητες, εφόσον αναφερόμαστε σε μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας, ή του πεδίου κατείσδυσης σε κύτταρα υδροφορέα, εφόσον αναφερόμαστε σε μοντέλο υπόγειας υδρολογίας. Η *παραμετροποίηση*, δηλαδή η χωρική διακριτότητα των παραμέτρων, συνήθως ταυτίζεται με τη σχηματοποίηση (σε κάθε ενότητα αντιστοιχούν διαφορετικές τιμές παραμέτρων), χωρίς αυτό να αποτελεί γενικό κανόνα. Η σημασία διάκρισης των δύο εννοιών, ιδίως σε σύνθετα μοντέλα με πολλές παραμέτρους, αναλύεται στο εδάφιο 10.4.2.

8.2.4 Χρονική διακριτότητα

Όσον αφορά στη χρονική διακριτότητα, αυτή είναι άμεσα εξαρτώμενη από τον σκοπό του μοντέλου. Σχήματα προσομοίωσης που χρησιμοποιούνται για διαχειριστικούς σκοπούς υιοθετούν τη μηνιαία ή, σπανιότερα, την ημερήσια κλίμακα, ενώ τα μοντέλα πλημμυρών ή τα συνδυαστικά υδρολογικά-υδροδυναμικά μοντέλα υιοθετούν μικρότερες κλίμακες, με μέγιστη την ημερήσια.

Προφανώς, μια λεπτή χρονική κλίμακα επιβάλλει αντίστοιχα μικρή διακριτότητα των μεταβλητών εισόδου του μοντέλου. Η ανάπτυξη τέτοιων μοντέλων προϋποθέτει κατάλληλη μετρητική υποδομή στη λεκάνη, από καταγραφικά όργανα σε συνεχή χρόνο, όπως βροχογράφους και σταθμηγράφους. Επισημαίνεται ότι σε τέτοιες κλίμακες, η επιφανειακή ολοκλήρωση των σημειακών υδρολογικών χρονοσειρών είναι ιδιαίτερα δύσκολη, αφού τα δείγματα πρέπει να είναι κατάλληλα χρονισμένα, ώστε να αποτυπώνουν τους πραγματικούς χρόνους υστέρησης.

8.2.5 Μαθηματική δομή

Τα υδρολογικά μοντέλα, ανάλογα με τη μαθηματική τους δομή, εντάσσονται στις εξής κατηγορίες:

- μοντέλα φυσικής βάσης·
- εννοιολογικά μοντέλα·
- στατιστικά και στοχαστικά μοντέλα·
- μοντέλα «μαύρου κουτιού».

Στον Πίνακα 8.1 συνοψίζονται τα χαρακτηριστικά των τεσσάρων τύπων μοντέλων, και επιχειρείται μια συγκριτική αξιολόγησή τους με βάση το θεωρητικό τους υπόβαθρο και τη φυσική συνέπεια που εξασφαλίζουν. Αναλυτικότερα:

Τα μοντέλα *φυσικής βάσης* (physically-based) είναι εξ ορισμού κατανεμημένα, καθώς αναπαριστούν τις υδρολογικές διεργασίες μικρής κλίμακας, βασιζόμενα στους φυσικούς νόμους που σχετίζονται με την κίνηση του νερού (δηλαδή τις ακόρεστης και κορεσμένης ροής), καθώς και σε ημιεμπειρικές

σχέσεις που έχουν προκύψει από έρευνες σε πειραματικές λεκάνες. Επειδή η χωρική ανάλυση των μοντέλων αυτών είναι πυκνή, το πλήθος των χαρακτηριστικών μεγεθών τους είναι εξαιρετικά μεγάλο. Θεωρητικά, τα μεγέθη αυτά αντιπροσωπεύουν τις φυσικές ιδιότητες του εδάφους και του υπεδάφους, οπότε είναι δυνατό να εκτιμηθούν με βάση τα φυσικά χαρακτηριστικά της λεκάνης (τοπογραφικά, εδαφολογικά, γεωλογικά, υδρογεωλογικά κτλ.), καθώς και από παρατηρήσεις πεδίου. Αυτό βεβαίως προϋποθέτει γνωστή χωρική κατανομή των εν λόγω χαρακτηριστικών (η επεξεργασία των οποίων γίνεται με συστήματα γεωγραφικής πληροφορίας) και εκτεταμένο πλήθος μετρήσεων. Από την άλλη πλευρά, είναι τα μοναδικά σχήματα που δεν βασίζονται σε δείγματα παρατηρημένων αποκρίσεων, δηλαδή μετρήσεις παροχής και πιεζομετρίας, για την προσαρμογή των παραμέτρων τους. Για το λόγο αυτό, θεωρούνται κατάλληλα για την εκτίμηση υδρολογικών μεγεθών σε λεκάνες χωρίς μετρητικές υποδομές, κάτι που αποτελεί μια από τις μεγαλύτερες προκλήσεις των υδρολογικών επιστημών τα τελευταία 10-15 έτη¹.

Τα *εννοιολογικά* (conceptual) μοντέλα διατυπώνουν όχι τους φυσικούς νόμους αλλά παραμετρικές σχέσεις σε υδραυλικά ανάλογα που αναπαριστούν τις υδρολογικές διεργασίες στην ελάχιστη χωρική ενότητα που υποστηρίζεται από την σχηματοποίηση (λεκάνη, υπολεκάνη). Συγκεκριμένα, θεωρούν όγκους ελέγχου στους οποίους ολοκληρώνονται χωρικά και χρονικά οι μεταβλητές κατάστασης και οι ροές του συστήματος, αποφεύγοντας έτσι τα προβλήματα κλίμακας που εισάγουν τα μοντέλα φυσικής βάσης (Nash and Sutcliffe, 1970). Ειδικότερα, τα επιφανειακά εννοιολογικά μοντέλα αναφέρονται και ως *μοντέλα εδαφικής υγρασίας* (soil moisture accounting models), καθώς το υδραυλικό ανάλογο που χρησιμοποιούν είναι μια υποθετική δεξαμενή νερού, η στάθμη της οποίας αναπαριστά το μέσο ύψος υγρασίας στην ακόρεστη ζώνη του εδάφους.

Το κύριο πλεονέκτημα των εννοιολογικών σχημάτων είναι η απλότητά τους, που επιτρέπει την προσομοίωση πολύπλοκων φυσικών διεργασιών με έντονη χωρική ανομοιογένεια, μέσω ενός μικρού αριθμού παραμέτρων. Οι εν λόγω παράμετροι, αν και δεν έχουν πλήρη φυσική ερμηνεία, μπορούν να θεωρηθούν αντιπροσωπευτικές των «μακροσκοπικών» χαρακτηριστικών της χωρικής ενότητας. Τα εννοιολογικά μοντέλα έχουν αναπτυχθεί σε διάφορες χρονικές διακριτότητες (ωριαία, ημερήσια, μηνιαία) και διάφορους βαθμούς πολυπλοκότητας, που κυμαίνονται από πολύπλοκα σχήματα με 10 έως 20 παραμέτρους, τα οποία είναι κατάλληλα για άνυδρες ή ημιάνυδρες λεκάνες, έως πολύ απλά σχήματα ελάχιστων παραμέτρων, που θεωρούνται επαρκή για λεκάνες με πλούσιο υδατικό δυναμικό (Alley, 1984· Makhlof and Michel, 1994· Ye *et al.*, 1997· Xu and Singh, 1998).

Σε αρκετά υδρολογικά εγχειρίδια, είθισται τα εννοιολογικά μοντέλα να αναφέρονται αποκλειστικά στην αδιαμέριστη, ημιαδιαμέριστη και ημικατανεμημένη χωρική κλίμακα, ενώ η κατανεμημένη σχηματοποίηση θεωρείται ταυτόσημη μιας προσέγγισης φυσικής βάσης. Ωστόσο, αρκετοί ερευνητές εκφράζουν έντονο σκεπτικισμό ως προς τη δυνατότητα γενίκευσης των σημειακών φυσικών νόμων, που ισχύουν στην απειροστή κλίμακα (ήτοι σε έναν απειροστό όγκο αναφοράς), για την προσομοίωση χωρικά κατανεμημένων διεργασιών, έστω και σε μια σχετικά μικρή επιφάνεια. Έτσι, θεωρούν ότι ακόμη και τα κατανεμημένα σχήματα είναι στην πραγματικότητα εννοιολογικά, όχι όμως σε κλίμακα λεκάνης ή υπολεκάνης αλλά στη μονάδα χωρική διακριτότητας που αναφέρεται η σχηματοποίηση του μοντέλου, στην οποία το σύστημα θεωρείται ομοιογενές και ισότροπο (Beven, 1989). Επιπλέον, υπάρχει μια κατηγορία μοντέλων φυσικής βάσης, όπως το TOPMODEL (Beven and Kirby, 1979), η παραμετροποίηση των οποίων δεν αναφέρεται στην κλίμακα της χωρικής ενότητας, αλλά σε χωρικές συναρτήσεις κατανομής των χαρακτηριστικών της λεκάνης (Beven, 2001, σ. 18).

¹ Οι ερευνητικές απόπειρες παγκοσμίως δεν έχουν καταλήξει σε σαφή συμπεράσματα σχετικά με τη αξιοπιστία της εφαρμογής μοντέλων φυσικής βάσης σε λεκάνες χωρίς μετρήσεις. Βλ. σχετική συζήτηση στην επισκόπηση των Sivapalan *et al.* (2003).

Το σημαντικότερο μειονέκτημα των καταναμημένων μοντέλων προκύπτει από την έντονη ετερογένεια των φυσικών διεργασιών, που προϋποθέτει την ύπαρξη των σχετικών πληροφοριών σε όσο το δυνατό πιο λεπτομερή χωρική κλίμακα (ειδικά όταν η μελέτη γίνεται για μικρές λεκάνες και σχετικά ξηρά κλίματα). Συνήθως, τα μοντέλα φυσικής βάσης χρησιμοποιούνται για πιο εξειδικευμένες έρευνες, όπως για την εκτίμηση των επιπτώσεων που επιφέρει σε μια λεκάνη η αλλαγή στο κλιματικό καθεστώς, τη φυτοκάλυψη ή τις χρήσεις γης, ενώ συχνά συνδυάζονται με υδροδυναμικά μοντέλα, μοντέλα μεταφοράς-διάχυσης ρύπων στο νερό και το έδαφος, καθώς και μοντέλα μεταφοράς φερτών. Από την άλλη πλευρά, η διεθνής εμπειρία καταδεικνύει ότι η χρήση τους αποκλειστικά για την πρόγνωση της απορροής μιας λεκάνης, όχι μόνο είναι υπολογιστικά ασύμφορη, αλλά και δεν παρέχει κανένα πλεονέκτημα ως προς την ακρίβεια των προγνώσεων σε σχέση με τα εννοιολογικά μοντέλα (Grayson *et al.*, 1992· Ye *et al.*, 1997· Boyle *et al.*, 2001).

Πίνακας 8.1: Σύγκριση υδρολογικών μοντέλων με βάση τη μαθηματική τους δομή.

Τύπος μοντέλου	Θεωρητικό υπόβαθρο	Φυσική συνέπεια
Φυσικής βάσης	Εξισώσεις ακόρεστης και κορεσμένης ροής, άλλες εμπειρικές εξισώσεις από πειραματικές λεκάνες	Θεωρητικά πλήρης, αλλά μόνο σε πολύ μικρή (απειροστή;) χωρική κλίμακα
Εννοιολογικά	Παραμετρικές σχέσεις σε υδραυλικά ανάλογα που αναπαριστούν τις κύριες υδρολογικές διεργασίες	Σχετική, εφόσον οι παράμετροι θεωρηθούν αντιπροσωπευτικές των μακροσκοπικών ιδιοτήτων της λεκάνης
Στατιστικά και στοχαστικά	Σχέσεις που αναπαράγουν την στατιστική δομή των παρατηρημένων δειγμάτων	Στοιχειώδης φυσική συνέπεια, ελεγχόμενη (από το μοντέλο) στατιστική συνέπεια
«Μαύρου κουτιού»	Μη γραμμικοί μετασχηματισμοί σχέσεων αιτίου-αποτελέσματος	Απολύτως καμία

Η επόμενη ομάδα μοντέλων περιλαμβάνει δύο υποκατηγορίες, τα *στατιστικά* και *στοχαστικά* μοντέλα, που βασίζονται στην πιθανοτική προσέγγιση των υδρολογικών διεργασιών, τις οποίες αντιμετωπίζουν ως τυχαίες μεταβλητές, είτε μεμονωμένες είτε από κοινού. Τα πρώτα χρησιμοποιούν μεθόδους της επαγωγικής στατιστικής, και είναι κατάλληλα όταν η πραγματοποίηση ενός υδρολογικού φαινομένου (π.χ. η αιχμή μιας πλημμύρας) είναι ή μπορεί, κατά προσέγγιση, να θεωρηθεί ανεξάρτητη από κάθε άλλη πραγματοποίηση του ίδιου φαινομένου. Από την άλλη πλευρά, τα στοχαστικά μοντέλα, τα οποία βασίζονται στη θεωρία των στοχαστικών ανελίξεων, είναι πληρέστερα, καθώς λαμβάνουν υπόψη και τη χρονική αλληλεπίδραση ή αλλιώς στοχαστική δομή των διεργασιών, και συνεπώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν για προσομοίωση (Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999, σ. 62). Οι παράμετροι των παραπάνω μοντέλων προκύπτουν με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων δειγμάτων, τα οποία και αναπαράγουν, και όχι από τα ίδια τα δείγματα. Σε απλές δομές μοντέλων, η εκτίμηση των παραμέτρων τους γίνεται αναλυτικά, ενώ σε πιο σύνθετες δομές χρησιμοποιούνται μέθοδοι προσαρμογής αντίστοιχες των εννοιολογικών μοντέλων, με τη διαφορά ότι δεν επιδιώκεται η αναπαραγωγή της ίδιας της απόκρισης αλλά των στατιστικών χαρακτηριστικών της. Υπενθυμίζεται ότι στην ενότητα 6.4 έχει εξεταστεί μια τέτοια εφαρμογή, όπου οι παράμετροι ενός πολυμεταβλητού στοχαστικού μοντέλου εκτιμήθηκαν μέσω βελτιστοποίησης.

Σε αντίθεση με την καθαρά προσδιοριστική προσέγγιση που υιοθετούν τα μοντέλα φυσικής και εννοιολογικής βάσης, τα πιθανοτικά μοντέλα δεν δίνουν μονοσήμαντες προγνώσεις των μεταβλητών που αναπαριστούν, αλλά ποσοτικοποιούν την αβεβαιότητα των προγνώσεων. Αναπαράγοντας τα στατιστικά μεγέθη των παρατηρημένων δειγμάτων (για την ακρίβεια, εκείνων που προδιαγράφονται

από τη μαθηματική δομή του συγκεκριμένου μοντέλου), όχι μόνο εξασφαλίζουν στατιστική συνέπεια, αλλά διατηρούν και μια στοιχειώδη, έστω, συνέπεια με τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος (π.χ. για παράδειγμα, οι υψηλοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης σε μια μηνιαία χρονοσειρά απορροής υποδηλώνουν ύπαρξη μεγάλης υστέρησης, που οφείλεται στο λιώσιμο του χιονιού ή την τροφοδοσία του ποταμού από πηγές). Το ζήτημα αυτό εξετάζεται, μεταξύ άλλων, στην εισαγωγή του κλασικού εγχειριδίου στοχαστικής υδρολογίας των Salas *et al.* (1980).

Στην τελευταία κατηγορία μοντέλων εντάσσονται τα σχήματα τύπου *μαύρου κουτιού* (black-box), οι εξισώσεις των οποίων δεν αναπαριστούν τις ενδιάμεσες διεργασίες τον υδρολογικού κύκλου, είτε σε μεγάλη είτε σε μικρή κλίμακα, όπως συμβαίνει με τα εννοιολογικά και τα φυσικής βάσης μοντέλα, αντίστοιχα¹. Το μείζον πλεονέκτημά τους είναι η δυνατότητα περιγραφής οσοδήποτε πολύπλοκων συστημάτων, με πολύ μικρότερο (αμελητέο, πρακτικά) υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με τα αναλυτικά μοντέλα προσομοίωσης. Στην υδρολογία, ως σχήματα μαύρου κουτιού αναφέρονται κυρίως τα αποκαλούμενα *νευρωνικά δίκτυα*, που διατυπώνουν έντονα μη γραμμικούς μετασχηματισμούς των μεταβλητών εισόδου σε εξόδους (Govindaraju and Rao, 2002). Η δομή (αριθμός νευρώνων, αριθμός κρυμμένων επιπέδων) και οι παράμετροί τους (συντελεστές βάρους, σταθερές συναρτήσεων μεταφοράς) δεν έχουν φυσικό υπόβαθρο, και εκτιμώνται μέσω μιας αυτοματοποιημένης διαδικασίας προσαρμογής στις αντίστοιχες μετρημένες αποκρίσεις του συστήματος, με τη χρήση γενετικών, κατά κανόνα, αλγορίθμων, και αναφέρεται ως *εκπαίδευση* (training) του δικτύου. Στην πράξη, το νευρωνικό δίκτυο δεν είναι παρά ένας πολύπλοκος υπολογιστικός κώδικας, στον οποίο δεν έχει πρόσβαση ο χρήστης.

Μια άλλη ομάδα σχημάτων μαύρου κουτιού είναι τα μοντέλα *γενετικού προγραμματισμού*, στα οποία χρησιμοποιείται ένας γενετικός αλγόριθμος που εντοπίζει μια «βέλτιστη» σχέση ή και σύστημα εξισώσεων μεταξύ φορτίσεων και αποκρίσεων. Η διαφορά σε σχέση με τα νευρωνικά δίκτυα είναι ότι οι εξισώσεις του μοντέλου, αν και επίσης δεν έχουν φυσική ερμηνεία, είναι ορατές στον χρήστη, οπότε προσεγγίζουν περισσότερο την κατηγορία των εννοιολογικών προσεγγίσεων.

Η διάδοση των νευρωνικών δικτύων στις υδρολογικές επιστήμες ξεκίνησε στις αρχές της δεκαετίας του 1990, και η συνηθέστερη εφαρμογή τους είναι για την βραχυπρόθεσμη πρόγνωση πλημμυρικών φαινομένων (Zealand *et al.*, 1999· Brath *et al.*, 2002· Giustolisi and Laucelli, 2005). Από την άλλη πλευρά, ο γενετικός προγραμματισμός έχει μικρό χρόνο ζωής στις επιστήμες των υδατικών πόρων, και ακόμα μικρότερη εφαρμογή στην προσομοίωση υδρολογικών διεργασιών (Liong *et al.*, 2002).

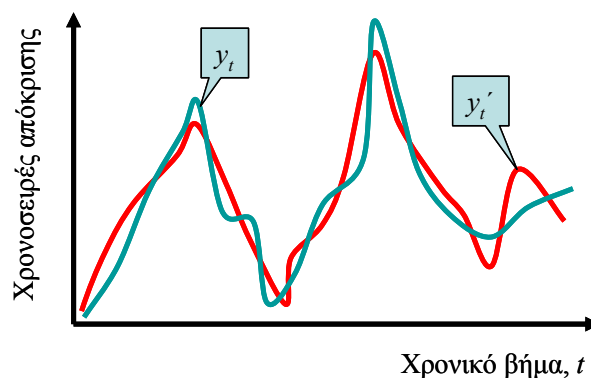
8.3 Βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων

8.3.1 Ορισμός του προβλήματος

Ο όρος *βαθμονόμηση* (calibration), που προέρχεται από τις στατιστικές επιστήμες, υποδηλώνει μια συστηματική διαδικασία προσαρμογής των τιμών των παραμέτρων ενός υδρολογικού μοντέλου, έτσι ώστε οι προσομοιωμένες αποκρίσεις του να προσεγγίζουν όσο το δυνατό περισσότερο τις αντίστοιχες παρατηρημένες τιμές. Διαφοροποιείται από τον γενικότερο όρο *εκτίμηση παραμέτρων*, που μπορεί να αναφέρεται σε μια εμπειρική ή διαισθητική διαδικασία «εκ των προτέρων» ορισμού των παραμέτρων του μοντέλου, χωρίς «εκ των υστέρων» έλεγχο της επίδοσής του, με βάση πραγματικά δεδομένα. Για το λόγο αυτό, η βαθμονόμηση ενός μοντέλου προϋποθέτει ένα επαρκές χρονικό διάστημα για το οποίο διατίθενται συστηματικές μετρήσεις (χρονοσειρές) απόκρισης του φυσικού συστήματος, ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση των ιστορικών με τα προσομοιωμένα δεδομένα (Σχήμα 8.3).

¹ Σύμφωνα με τους Kuczera and Parent (1998), τα εννοιολογικά υδρολογικά μοντέλα μπορεί να θεωρηθούν ως ενδιάμεσες διατυπώσεις μεταξύ των μοντέλων φυσικής βάσης και των σχημάτων μαύρου κουτιού.

Σε όλα τα μοντέλα βελτιστοποίησης υδατικών συστημάτων που εξετάστηκαν στο Κεφάλαιο 7, οι μεταβλητές που περιγράφουν τις φυσικές διεργασίες του υδροσυστήματος θεωρούνται γνωστές, και αναζητώνται κάποια τεχνικά (πρόβλημα διαστασιολόγησης) ή λειτουργικά (πρόβλημα διαχείρισης) χαρακτηριστικά, τα οποία αποτελούν τις μεταβλητές ελέγχου του μαθηματικού μοντέλου. Σε κάθε περίπτωση, το πρόβλημα είναι πλήρως ορισμένο, και από την επίλυσή του αναμένεται να προκύψει μία ολική λύση, που βελτιστοποιεί τις μεταβλητές ελέγχου ως προς το συγκεκριμένο μέτρο επίδοσης που ορίζεται. Αντίθετα, στο πρόβλημα βαθμονόμησης οι παράμετροι που περιγράφουν τις εσωτερικές διεργασίες δεν είναι γνωστές, οπότε αυτό που ζητείται δεν είναι η βελτιστοποίηση της απόκρισης του συστήματος ως προς κάποιο εξωτερικό κριτήριο (π.χ. κόστος), αλλά η βελτιστοποίηση της ίδιας της μαθηματικής δομής του, με τρόπο ώστε η προσομοιωμένη απόκριση να προσεγγίζει καλύτερα την παρατηρημένη συμπεριφορά του υδρολογικού συστήματος. Συνεπώς, σε αντιδιαστολή με την ευθεία διατύπωση των προβλημάτων βελτιστοποίησης υδροσυστημάτων, η εκτίμηση των παραμέτρων των υδρολογικών μοντέλων είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως *αντίστροφο πρόβλημα* (inverse problem).



Σχήμα 8.3: Η έννοια της προσαρμογής ενός μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα, με σύγκριση των προσομοιωμένων και παρατηρημένων αποκρίσεων.

Το πρόβλημα της βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, αν και έχει διερευνηθεί διεξοδικά εδώ και παραπάνω από τρεις δεκαετίες, όχι μόνο δεν έχει αντιμετωπιστεί αλλά παραμένει επίκαιρο όσο ποτέ, δεδομένου ότι τα μοντέλα τείνουν να γίνουν όλο και πιο σύνθετα στη δομή και τον αριθμό των παραμέτρων τους, αλλά και όλο και πιο απαιτητικά σε δεδομένα και σε υπολογιστικό φόρτο. Όπως προκύπτει και από την ανάλυση της ενότητας 8.2, το εν λόγω πρόβλημα, αν και παραδοσιακά έχει θεωρηθεί ότι αφορά αποκλειστικά στα εννοιολογικά σχήματα, αποδεικνύεται τελικά κοινό και για τις υπόλοιπες κατηγορίες μοντέλων (φυσικής βάσης, πιθανοτικά ή «μαύρου κουτιού»), καθώς σε όλες τις περιπτώσεις προκύπτει η ανάγκη προσαρμογής των παραμέτρων στις παρατηρήσεις του παρελθόντος.

Στο σημείο αυτό οφείλουμε να επισημάνουμε ότι η επιστημονική κοινότητα εμφανίζεται αρκετά επιφυλακτική, όσον αφορά στην καταλληλότητα του όρου «παράμετρος» για τις σταθερές εισόδου των μοντέλων φυσικής βάσης. Αρκετοί ερευνητές (π.χ. O'Connell and Todini, 1996) υποστηρίζουν ότι πρόκειται για πραγματικές ιδιότητες του φυσικού συστήματος, που μπορούν να γίνουν γνωστές από πληροφορίες πεδίου. Κατά κανόνα όμως, οι πληροφορίες αυτές είτε δεν είναι διαθέσιμες είτε προέρχονται από σημειακές μετρήσεις, που εξαιτίας της έντονης χωρικής ανομοιογένειας των χαρακτηριστικών της λεκάνης δεν είναι εφικτό να αναχθούν στη χωρική κλίμακα του μοντέλου¹, οσοδήποτε μικρή και αν είναι αυτή (ακόμη και τα πιο λεπτομερή καταναμημένα σχήματα θεωρούν χωρική διακριτότητα όχι μικρότερη των μερικών στρεμμάτων). Η περιορισμένη, λοιπόν, χωρική

¹ Στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται ο αγγλικός όρος *incommensurate* για να υποδηλώσει τη διαφορά μεταξύ ενός φυσικού μεγέθους που μετρείται σημειακά και του αντίστοιχου μεγέθους που χρησιμοποιείται από το μοντέλο ως παράμετρος (Beven, 2001, σ. 20).

πληροφορία οδηγεί σε μια υβριδική προσέγγιση, στην οποία η εκτίμηση ορισμένων τουλάχιστον χαρακτηριστικών μεγεθών, που υποτίθεται ότι αντιπροσωπεύουν μετρήσιμες ιδιότητες του φυσικού συστήματος, γίνεται με τις ίδιες τεχνικές που εφαρμόζονται στα εννοιολογικά μοντέλα, θεωρώντας τα εν λόγω χαρακτηριστικά ως (άγνωστες) παραμέτρους προς βελτιστοποίηση (βλ. 10.4.1). Με μια τέτοια, ωστόσο, στρατηγική αναιρείται ο χαρακτηρισμός του μοντέλου ως φυσικής βάσης, αφού αν έστω και μία παράμετρος του προκύπτει μέσω βαθμονόμησης, τότε αυτή δεν αντιπροσωπεύει πλέον κάποιο φυσικό μέγεθος, και η όλη προσέγγιση αντιμετωπίζεται ως εννοιολογική (Mroczkowski *et al.*, 1997).

Παρόμοια με τα μοντέλα φυσικής βάσης, έτσι και στα μοντέλα τύπου «μαύρου κουτιού», όπως τα νευρωνικά δίκτυα, δεν είναι γενικά αποδεκτή η χρήση του όρου παράμετρος. Μάλιστα, οι εν λόγω προσεγγίσεις συχνά αναφέρονται και ως *μη παραμετρικές* (non-parametric), σε αντιδιαστολή με τα εννοιολογικά μοντέλα τα οποία θεωρούνται εξ' ορισμού παραμετρικά. Θεωρούμε ότι η παραπάνω διάκριση δίνει μια εσφαλμένη εικόνα, καθώς και οι δύο κατηγορίες μοντέλων προσαρμόζονται ή αλλιώς «ωθούνται» από τις διαθέσιμες πληροφορίες (στην ξένη ορολογία χρησιμοποιείται ο σχετικός όρος *data-driven*), και δεν υπάρχει άλλος τρόπος υπόθεσης ή, πολύ περισσότερο, απευθείας μέτρησης των χαρακτηριστικών μεγεθών τους.

8.3.2 Χειρισμός του προβλήματος

Έστω \mathbf{h} η *προσδιοριστική* υπολογιστική διαδικασία που υλοποιεί το μοντέλο προσομοίωσης μιας υδρολογικής λεκάνης (εννοιολογικό ή φυσικής βάσης), και περιέχει n το πλήθος *βαθμούς ελευθερίας*. Έστω \mathbf{s}_0 οι αρχικές και οριακές συνθήκες του μοντέλου, \mathbf{x} οι χρονοσειρές φόρτισης, που είναι διαθέσιμες για χρονικό ορίζοντα T , και \mathbf{y} οι χρονοσειρές των παρατηρημένων αποκρίσεων του συστήματος, για τον ίδιο χρονικό ορίζοντα. Αν $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ είναι ένα δεδομένο σύνολο τιμών των παραμέτρων του μοντέλου, τότε η προσομοιωμένη απόκριση \mathbf{y}' προκύπτει ως:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{h}(\mathbf{s}_0, \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \quad (8.2)$$

Επισημαίνεται ότι η απόκριση \mathbf{y} μπορεί να αναφέρεται σε μια μεμονωμένη υδρολογική μεταβλητή σε συγκεκριμένη θέση (π.χ. απορροή εξόδου) ή σε πολλές μεταβλητές, σε διάφορες θέσεις της λεκάνης. Ως βαθμονόμηση νοείται ο εντοπισμός των πλέον πρόσφορων τιμών των παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$, με τις οποίες εξασφαλίζεται η προσαρμογή των αποκρίσεων του μοντέλου \mathbf{y}' στις αντίστοιχες παρατηρήσεις \mathbf{y} , μέσω μιας διαδικασίας δοκιμής-σφάλματος (trial and error). Συνεπώς, η βαθμονόμηση προϋποθέτει τη σύγκριση των προσομοιωμένων αποκρίσεων της λεκάνης σε σχέση με τις παρατηρημένες, με βάση κάποιο ποσοτικό, ποιοτικό ή εμπειρικό κριτήριο αξιολόγησης της συμπεριφοράς του μοντέλου. Εξετάζοντας διαφορετικούς συνδυασμούς παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}$, επιλέγεται εκείνος ο συνδυασμός $\boldsymbol{\theta}^*$ που επιτυγχάνει την καλύτερη (σύμφωνα με το κριτήριο που υιοθετείται) προσαρμογή στις ιστορικές αποκρίσεις της λεκάνης. Ο χειρισμός του προβλήματος γίνεται με τους εξής τρόπους:

Εμπειρική βαθμονόμηση: Πρόκειται για χειρωνακτική, και συνεπώς όχι αυστηρά συστηματική διαδικασία, που βασίζεται στη διερεύνηση εναλλακτικών συνδυασμών παραμέτρων που επιλέγει, σύμφωνα με την κρίση και εμπειρία του, ο μελετητής. Η τελική επιλογή των παραμέτρων γίνεται ελέγχοντας «με το μάτι» την προσαρμογή του μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα. Αν και η εμπειρική μέθοδος είναι μη αντικειμενική (αφού η επιλογή δεν βασίζεται σε κάποιο αριθμητικό κριτήριο σφάλματος) και εξαιρετικά επίπονη (ιδιαίτερα όταν ο αριθμός των παραμέτρων είναι σχετικά μεγάλος), εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα από ορισμένους υδρολόγους. Αυτό γίνεται με το σκεπτικό ότι η εν λόγω διαδικασία ενσωματώνει την υδρολογική εμπειρία, οδηγώντας έτσι σε τιμές παραμέτρων που είναι ρεαλιστικές και αντιπροσωπευτικές των φυσικών χαρακτηριστικών της λεκάνης.

Αυτόματη βαθμονόμηση: Διατυπώνεται ένα μέτρο καλής προσαρμογής των προσομοιωμένων σε σχέση με τις παρατηρημένες αποκρίσεις της λεκάνης, το οποίο θεωρείται ως η στοχαστική συνάρτηση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης, με μεταβλητές ελέγχου τις παραμέτρους του μοντέλου. Η τελική επιλογή των παραμέτρων προκύπτει ως αποτέλεσμα της βελτιστοποίησης. Το προφανές πλεονέκτημα της μεθόδου είναι η ευκολία και η αντικειμενικότητά της, ενώ το κύριο μειονέκτημά της είναι η πλήρης εξάρτηση των αποτελεσμάτων από το μέτρο προσαρμογής που χρησιμοποιείται, τα σφάλματα που μεταφέρονται από τα δεδομένα, τις υπολογιστικές αδυναμίες της διαδικασίας αναζήτησης και άλλες πηγές αβεβαιότητας, που συζητώνται στην ενότητα 9.2. Για τους παραπάνω λόγους, σε ορισμένες περιπτώσεις ένα υδρολογικό μοντέλο, παρόλο που δείχνει να προσαρμόζεται ικανοποιητικά στις μετρήσεις, στην πραγματικότητα μπορεί να λειτουργεί υπό μορφή «μαύρου κουτιού», με παραμέτρους που δεν έχουν φυσικό νόημα και χωρίς να μπορεί να αναπαράξει όλο το επιθυμητό φάσμα των δυνατών αποκρίσεων της λεκάνης.

Ημιαυτόματη βαθμονόμηση: Πρόκειται για μια διαδραστική μέθοδο, βάσει της οποίας ο μελετητής παρακολουθεί την πορεία της βελτιστοποίησης και επεμβαίνει σε αυτή, μεταβάλλοντας τα κριτήρια και τις υποθέσεις του προβλήματος, ώστε να κατευθύνει την πορεία αναζήτησης προς την επιθυμητή κατεύθυνση. Η μέθοδος αυτή αποσκοπεί να συνδυάσει τα πλεονεκτήματα της εμπειρικής και αυτόματης βαθμονόμησης, και θεωρείται ως η πλέον πρόσφορη, ιδιαίτερα στην περίπτωση των σύνθετων σχημάτων, στα οποία είναι και πιο έντονη η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων, λόγω της ύπαρξης πολλών ισοδύναμα καλών λύσεων (Boyle *et al.*, 2000· Mazi *et al.*, 2004). Στο εδάφιο 10.4.4 δίνονται ορισμένες πρακτικές αρχές, που αφορούν στην εφαρμογή της εν λόγω στρατηγικής για την εκτίμηση των παραμέτρων τέτοιων μοντέλων.

Ανεξάρτητα από τη στρατηγική που υιοθετείται, η βαθμονόμηση ενός υδρολογικού μοντέλου κρίνεται αξιόπιστη εφόσον:

- το μοντέλο διαθέτει επαρκή προγνωστική ικανότητα, δηλαδή μπορεί να αναπαράξει όλο το φάσμα των αποκρίσεων μιας λεκάνης, με ικανοποιητική ακρίβεια·
- στις βελτιστοποιημένες παραμέτρους του μοντέλου μπορεί να αποδοθεί κάποιο φυσικό νόημα, ώστε να θεωρηθούν συμβατές με τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος.

Πρόκειται για δύο θεμελιώδεις απαιτήσεις, που εξασφαλίζουν ότι το μοντέλο αναπαριστά με συνέπεια τους υδρολογικούς μηχανισμούς της λεκάνης, και, συνεπώς, το πεδίο εφαρμογής του δεν περιορίζεται στο διάστημα που υπάρχουν ιστορικές παρατηρήσεις (βάσει των οποίων έχει γίνει η προσαρμογή των παραμέτρων του) αλλά επεκτείνεται για οποιοδήποτε χρονικό ορίζοντα, είτε στο παρελθόν είτε στο μέλλον. Είναι προφανές ότι αυτό προϋποθέτει ότι τα ιστορικά δείγματα φορτίσεων και αποκρίσεων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου είναι αντιπροσωπευτικά της υδρολογικής δίαιτας της λεκάνης.

Στη συνέχεια του κεφαλαίου δίνεται έμφαση στην αυτόματη προσέγγιση, που έχει αντιμετωπιστεί παραδοσιακά ως ένα τυπικό πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Στο Κεφάλαιο 9 εξετάζεται η προγνωστική ικανότητα που εξασφαλίζει ένα βαθμονομημένο μοντέλο και η αλληλεπίδρασή της με τις διάφορες πηγές αβεβαιότητας, ενώ στο Κεφάλαιο 10 διερευνάται η γενικευμένη διατύπωση του προβλήματος ως πολυκριτηριακού.

8.3.3 Μαθηματικό πλαίσιο αυτόματης βαθμονόμησης

Η αυτόματη βαθμονόμηση ενός υδρολογικού μοντέλου μπορεί να αντιμετωπιστεί μαθηματικά ως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης της μορφής:

$$\begin{aligned} \max \mathbf{g}(\mathbf{e}) &= \mathbf{g}[\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{s}_0, \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})] \\ \text{s.t. } \boldsymbol{\theta} &\in \Theta \end{aligned} \quad (8.3)$$

όπου $\mathbf{g}(\cdot)$ ένα σύνολο μέτρων καλής προσαρμογής (goodness-of-fit), $\Theta \subset \mathcal{R}^p$ ο εφικτός χώρος, και \mathbf{e} διάνυσμα σφάλματος ή αλλιώς υπόλοιπο (residual) του μοντέλου, που ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ των παρατηρημένων και προσομοιωμένων αποκρίσεων, δηλαδή:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}' \quad (8.4)$$

Συνήθως, ο εφικτός χώρος ορίζεται από δύο διανύσματα ακραίων τιμών θ_{\min} και θ_{\max} , που εκφράζουν τα επιτρεπόμενα όρια διακύμανσης των τιμών των παραμέτρων.

Δεδομένου ότι η συνάρτηση προσαρμογής \mathbf{g} είναι μη γραμμική ως προς τις παραμέτρους του μοντέλου, το πεδίο ορισμού των οποίων είναι ένα υπερεπίπεδο στο R^n , η αυτόματη βαθμονόμηση ενός υδρολογικού μοντέλου αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης, με στοχική συνάρτηση το μέτρο προσαρμογής \mathbf{g} και μεταβλητές ελέγχου τις παραμέτρους θ . Επισημαίνεται ότι, με τον τρόπο που διατυπώνεται στην (8.3), το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι πολυκριτηριακό, δεδομένου ότι η συνάρτηση \mathbf{g} είναι διανυσματική (βλ. 10.2.2). Για να αναχθεί σε μονοκριτηριακό, ώστε να μπορεί να αντιμετωπιστεί με τετριμμένες μεθόδους αναζήτησης ακροτάτων, πρέπει να διατυπωθεί μια ενιαία αριθμητική έκφραση ως προς τα σφάλματα \mathbf{e} , που να περιγράφει ένα καθολικό κριτήριο καλής προσαρμογής του μοντέλου στις μετρημένες αποκρίσεις \mathbf{y} . Η προσέγγιση αυτή αποσκοπεί στην εύρεση ενός ολικά βέλτιστου συνδυασμού παραμέτρων θ^* , και βασίζεται στην τυπική στατιστική θεώρηση περί της προσαρμογής εμπειρικών μοντέλων σε μετρήσεις (Gupta *et al.*, 1998).

Συνοψίζοντας, η αυτόματη βαθμονόμηση ενός μοντέλου περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1: Επιλέγονται οι παράμετροι (μεταβλητές ελέγχου) του μοντέλου, θ .

Βήμα 2: Επιλέγεται ένα δείγμα παρατηρήσεων ως προς τις αποκρίσεις \mathbf{y} , για χρονικό ορίζοντα T , που θεωρείται αντιπροσωπευτικό της υδρολογικής δίαιτας του φυσικού συστήματος.

Βήμα 3: Διαμορφώνεται ένα βαθμωτό μέτρο προσαρμογής g μεταξύ των προσομοιωμένων, \mathbf{y}' , και των παρατηρημένων, \mathbf{y} , χρονοσειρών απόκρισης.

Βήμα 4: Ορίζεται το πεδίο αναζήτησης Θ των παραμέτρων, που κατά κανόνα δίνεται με τη μορφή άνω και κάτω ορίων τους.

Βήμα 5: Διατυπώνεται το πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης:

$$\max g(\theta), \theta \in \Theta \quad (8.5)$$

Βήμα 6: Με εφαρμογή ενός αλγορίθμου μη γραμμικής βελτιστοποίησης, εντοπίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων, θ^* .

8.4 Κριτήρια καλής προσαρμογής

8.4.1 Κανονικά σφάλματα

Εφόσον τα υπόλοιπα του υδρολογικού μοντέλου, που δίνονται από τη σχέση $e_t = y_t - y'_t$, θεωρηθούν τυχαίες μεταβλητές, τότε ανάλογα με την μαθηματική δομή τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν στατιστικά μέτρα σφάλματος, η ελαχιστοποίηση των οποίων εξασφαλίζει την θεωρητικά βέλτιστη προσαρμογή των προσομοιωμένων αποκρίσεων y'_t στις αντίστοιχες παρατηρήσεις y_t .

Στη συνήθη περίπτωση τα σφάλματα θεωρούνται λευκός γκαουσιανός θόρυβος, που σημαίνει ότι:

- ακολουθούν κανονική κατανομή·
- έχουν μηδενική μέση τιμή, δηλαδή $E[e_t] = 0$ ·
- διατηρούν σταθερή διασπορά σ_e^2 για κάθε $t = 1, \dots, T$ ·

- είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους¹, δηλαδή $\text{Cov}[e_t, e_s] = 0$ για κάθε $t \neq s$.

Σύμφωνα με τη θεωρία μέγιστης πιθανοφάνειας, η αναπαραγωγή των παραπάνω χαρακτηριστικών εξασφαλίζεται με το κριτήριο *απλών ελαχίστων τετραγώνων* (simple least squares, SLS), που αποτελεί το πλέον διαδεδομένο μέτρο προσαρμογής των τιμών μεταβλητών που εκτιμώνται εμπειρικά, μέσω μοντέλων προσομοίωσης ή στατιστικών μοντέλων, στις αντίστοιχες τιμές που προκύπτουν από μετρήσεις. Η μαθηματική του διατύπωση είναι:

$$\text{SLS} = \sum_{t=1}^T (y_t - y_t')^2 \quad (8.6)$$

Συχνά, αντί της παραπάνω έκφρασης, χρησιμοποιείται ο μαθηματικά ισοδύναμος μετασχηματισμός:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \text{SLS}} \quad (8.7)$$

που καλείται *μέσο τετραγωνικό σφάλμα* (root mean square error, RMSE). Η συνάρτηση RMSE παρέχει μια ένδειξη του τυπικού μεγέθους των σφαλμάτων e_t , σε σχέση με τις παρατηρημένες αποκρίσεις y_t .

Γενικεύοντας, η συνάρτηση προσαρμογής μπορεί να διατυπωθεί ως κάποιο μέτρο απόστασης μεταξύ της παρατηρημένης και προσομοιωμένης χρονοσειράς, δηλαδή:

$$A(\xi) = \left(\sum_{t=1}^T |y_t - y_t'|^\xi \right)^{1/\xi} \quad (8.8)$$

όπου ξ αδιάστατη παράμετρος, με $\xi > 0$. Για $\xi = 1$ προκύπτει το σφάλμα απόλυτων τιμών, που εκφράζει τη μέση διαφορά της προσομοιωμένης από την παρατηρημένη τιμή σε κάθε χρονικό βήμα, δηλαδή:

$$\text{ABSERR} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - y_t'| \quad (8.9)$$

Για $\xi < 1$, το μετασχηματισμένο μέτρο προσαρμογής (8.8) δίνει μεγαλύτερη έμφαση στην αναπαραγωγή των χαμηλών τιμών της παρατηρημένης απόκρισης σε σχέση με τις υψηλές (όπως συμβαίνει και με τους μετασχηματισμούς του εδαφίου 8.4.2, που εισάγονται για τον χειρισμό της ετεροσκεδαστικότητας). Η τιμή $\xi = 2$ αντιστοιχεί στη συνάρτηση ελαχίστων τετραγώνων, η οποία εκφράζει την ευκλείδεια απόσταση μεταξύ των y_t' και y_t . Για τιμές $\xi > 2$, η έμφαση δίνεται στην αναπαραγωγή των υψηλών τιμών της παρατηρημένης απόκρισης. Τέλος, για $\xi \rightarrow \infty$, η συνάρτηση προσαρμογής εκφράζει το μέγιστο, κατ' απόλυτη τιμή, σφάλμα, δηλαδή:

$$\text{MAXERR} = (\max |y_t - y_t'|) \quad (8.10)$$

Με χρήση διαφορετικών μέτρων απόστασης σε σχέση με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, είναι δυνατή η προσαρμογή του μοντέλου στα ειδικά χαρακτηριστικά ενός υδρογραφήματος. Τυπικό παράδειγμα είναι ένα υδρολογικό μοντέλο πλημμυρών, η προγνωστική ικανότητα του οποίου εξαρτάται από την αξιόπιστη αναπαραγωγή των αιχμών του υδρογραφήματος, και όχι της βασικής ροής, όπως συμβαίνει με ένα μοντέλο διαχειριστικού προσανατολισμού. Σε μια τέτοια περίπτωση, είναι εύλογο να δοθεί μεγαλύτερη έμφαση στις υψηλές τιμές της παροχής, παρά στις χαμηλές, εισάγοντας τροποποιημένες συναρτήσεις προσαρμογής, όπως το *σταθμισμένο ως προς την αιχμή μέσο τετραγωνικό σφάλμα* (peak-weighted root mean square error), που δίνεται από τη σχέση (USACE, 2000):

¹ Κάτι που, ωστόσο, σπανίως εξετάζεται εκ των υστέρων (βλ. 8.4.3).

$$\text{PWRMS} = \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(y_t + \bar{y})}{2\bar{y}} (y_t - y_t')^2 \right]^{1/2} \quad (8.11)$$

όπου \bar{y} η μέση τιμή της παρατηρημένης χρονοσειράς. Στην παραπάνω σχέση, οι παρατηρήσεις που ξεπερνούν τη μέση τιμή πολλαπλασιάζονται με συντελεστή βάρους μεγαλύτερου της μονάδας, σε αντίθεση με αυτές που είναι μικρότερες της μέσης τιμής, και οι οποίες σταθμίζονται με συντελεστή μικρότερο της μονάδας. Ο μέγιστος συντελεστής αναφέρεται στην αιχμή του υδρογραφήματος. Με το παραπάνω μέτρο, επιδιώκεται η συνδυαστική αναπαραγωγή του παρατηρημένου όγκου και της αιχμής ενός πλημμυρικού επεισοδίου.

Σε προβλήματα προσαρμογής όχι μόνο υδρολογικών αλλά γενικά μη γραμμικών μοντέλων, αντί του τετραγωνικού σφάλματος και των εναλλακτικών διατυπώσεων αυτού, χρησιμοποιείται ο *συντελεστής προσδιορισμού* (determination coefficient) ή αλλιώς *επεξηγηόμενη διασπορά* (explained variance), που δίνεται από τη σχέση:

$$\text{EV} = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_y^2} \quad (8.12)$$

όπου σ_e^2 η διασπορά των σφαλμάτων του μοντέλου, που υπολογίζεται ως:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - y_t')(\bar{y} - \bar{y}') \quad (8.13)$$

όπου \bar{y} , \bar{y}' η μέση τιμή της παρατηρημένης και προσομοιωμένης χρονοσειράς¹, αντίστοιχα, ενώ σ_y^2 η διασπορά της παρατηρημένης χρονοσειράς, που αποτελεί μέτρο της υδρολογικής αβεβαιότητας και υπολογίζεται ως:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2 \quad (8.14)$$

Από τον ορισμό προκύπτει ότι ο συντελεστής προσδιορισμού είναι αδιάστατο μέτρο προσαρμογής, που συγκρίνει την διασπορά των σφαλμάτων με τη διασπορά των παρατηρήσεων, εκφράζοντας έτσι το ποσοστό της στατιστικής αβεβαιότητας που «εξηγείται» από το μοντέλο.

Σχεδόν ισοδύναμο μέτρο είναι ο λεγόμενος δείκτης *αποτελεσματικότητας* (efficiency), που γράφεται:

$$\text{EFF} = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t')^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (8.15)$$

Από τους ορισμούς προκύπτει ότι $\text{EV} \geq \text{EFF}$, ενώ η ισότητα ισχύει εφόσον τα σφάλματα είναι αμερόληπτα, έχουν δηλαδή έχουν μηδενική μέση τιμή (Ναλμπάντης, 1992). Επειδή στη συγκεκριμένη περίπτωση η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου διατυπώνεται ως πρόβλημα μεγιστοποίησης, συνήθως χρησιμοποιείται ο δείκτης *αποτελεσματικότητας*, που είναι πιο δυσμενής. Στις υδρολογικές επιστήμες, η αποτελεσματικότητα αναφέρεται συχνά και ως *δείκτης Nash-Sutcliffe*, από τα ονόματα των δύο γνωστών υδρολόγων που τεκμηρίωσαν την καταλληλότητα του συγκεκριμένου μέτρου σε προβλήματα βαθμονόμησης εννοιολογικών μοντέλων (Nash and Sutcliffe, 1970).

¹ Τονίζεται ότι, σε περίπτωση που το δείγμα των παρατηρήσεων είναι μικρότερο από το δείγμα των μετρήσεων, η μέση τιμή των τελευταίων πρέπει να υπολογιστεί για την κοινή χρονική περίοδο.

Πρακτικά, και οι δύο συντελεστές ελέγχουν κατά πόσο η προσομοιωμένη χρονοσειρά είναι καλύτερη εκτιμήτρια σε σχέση με τη μέση τιμή των παρατηρήσεων. Η θεωρητικά μέγιστη τιμή τους είναι μονάδα, που υποδηλώνει τέλεια προσαρμογή του μοντέλου, ενώ δεν υπάρχει κάτω όριο ως προς την ελάχιστη τιμή τους. Για την αναπαράσταση της απορροής εξόδου μιας λεκάνης, τιμές της τάξης του 0.80-0.90 θεωρούνται πολύ ικανοποιητικές, ενώ τιμές της τάξης του 0.30 θεωρούνται οριακές για την αποδοχή ενός μοντέλου ως αντιπροσωπευτικού του φυσικού συστήματος (Freer *et al.*, 1996). Η μηδενική τιμή υποδηλώνει ότι το μοντέλο αποτελεί ισοδύναμη εκτιμήτρια με την παρατηρημένη μέση τιμή, ενώ σε περίπτωση αρνητικής τιμής το μοντέλο θεωρείται εντελώς αναξιόπιστο για προγνώσεις. Πάντως, ακόμα και υψηλές τιμές του δείκτη Nash-Sutcliffe δεν εγγυώνται απαραίτητα μια καλή προσαρμογή του μοντέλου, με δεδομένο ότι το εν λόγω μέτρο είναι ευαίσθητο σε παράγοντες όπως το μέγεθος και η χρονική διακριτότητα του δείγματος¹, η ύπαρξη εξωκείμενων τιμών και η μεροληψία (McCuen *et al.*, 2006).

8.4.2 Ετεροσκεδαστικά σφάλματα

Η *ετεροσκεδαστικότητα* υποδηλώνει μη σταθερή διασπορά των σφαλμάτων του μοντέλου, που σημαίνει ότι η αβεβαιότητα των παρατηρήσεων δεν είναι κοινή για όλο το δείγμα. Στην περίπτωση αυτή, το μοντέλο ελαχίστων τετραγώνων καθώς και όλα τα ισοδύναμα μέτρα προσαρμογής, όπως ο συντελεστής προσδιορισμού, δεν αναπαράγουν τη στατιστική δομή των σφαλμάτων.

Στην πράξη, η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας ελέγχεται με την γραφική απεικόνιση των σφαλμάτων συναρτήσει των αντίστοιχων παρατηρημένων τιμών. Εφόσον η σημειοσειρά (y_i, e_i) κατανέμεται με τρόπο ώστε να σχηματίζεται ένα τυχαίο νέφος, χωρίς συστηματικές διαφοροποιήσεις, γύρω από τον οριζόντιο άξονα $e = 0$, τότε θεωρείται ότι υπάρχει ομοσκεδαστικότητα. Αντίθετα, εφόσον υπάρχει συστηματικότητα στη διάταξη των σημείων (για παράδειγμα, τα σημεία σχηματίζουν κάποια καμπύλη ή τα σημεία αποκλίνουν λιγότερο από την οριζόντιο για μικρές τιμές της y_i και περισσότερο για μεγάλες τιμές της y_i), τότε υπάρχει ετεροσκεδαστικότητα (Κουτσογιάννης, 1997, σ. 219). Εκτός από την εμπειρική γραφική μέθοδο, ο έλεγχος μπορεί να γίνει και μέσω τυπικών στατιστικών δοκιμών, όπως η *Kruskal-Wallis*.

Κατά κανόνα, θεωρείται ότι η διασπορά των σφαλμάτων είναι ανάλογη του μεγέθους τους, που αιτιολογείται από την αυξημένη αβεβαιότητα των παρατηρήσεων που αναφέρονται στις υψηλές τιμές της μετρούμενης μεταβλητής σε σχέση με τις χαμηλότερες τιμές τους, κάτι που αποτελεί εγγενές χαρακτηριστικό των χρονοσειρών παροχής που προέρχονται από αναγωγές παρατηρήσεων στάθμης (βλ. 9.2.5). Στην περίπτωση αυτή, η διόρθωση της ετεροσκεδαστικότητας γίνεται μέσω κατάλληλων μετασχηματισμών των χρονοσειρών απόκρισης y_i και y_i' , όπως ο απλός λογαριθμικός ή η γενικευμένη διατύπωση αυτού, γνωστή ως *μετασχηματισμός Box-Cox*:

$$y_i^* = \begin{cases} \frac{(y_i + a)^\xi - 1}{\xi} & \xi \neq 0 \\ \log(y_i + a) & \xi = 0 \end{cases} \quad (8.16)$$

όπου a , ξ σταθερές. Η σταθερά a εισάγεται για να εξασφαλίσει θετικές τιμές της ποσότητας μέσα στην παρένθεση, ενώ η σταθερά ξ επιλέγεται με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιεί την ασυμμετρία των μετασχηματισμένων μεταβλητών (Kuczera, 1983). Με τον τρόπο αυτό, η διατύπωση της συνάρτησης προσαρμογής γίνεται με βάση τα μετασχηματισμένα σφάλματα $e_i^* = y_i^* - y_i'^*$, τα οποία θεωρούνται, κατά προσέγγιση, ομοσκεδαστικά. Στην πραγματικότητα, η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας δεν είναι εξασφαλισμένη, και πρέπει να ελεγχθεί εκ των υστέρων.

¹ Όσο πιο πυκνές είναι οι παρατηρήσεις σε ένα υδρολογικό γεγονός (π.χ. το υδρογράφημα μια πλημμύρας), τόσο μειώνεται η τιμή της αποτελεσματικότητας του μοντέλου που το περιγράφει.

Μια άλλη μέθοδος χειρισμού του προβλήματος είναι η διατύπωση συναρτήσεων σταθμισμένων τετραγωνικών σφαλμάτων, στις οποίες κάθε μεμονωμένο σφάλμα e_t πολλαπλασιάζεται επί ένα συντελεστή βάρους w_t , η τιμή του οποίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της αντίστοιχης διασποράς σ_t^2 . Οι Sorooshian and Dracup (1980) ανέπτυξαν ένα τέτοιο μέτρο προσαρμογής, το οποίο ονόμασαν *ετεροσκεδαστικό σφάλμα μέγιστης πιθανοφάνειας* (heteroscedastic maximum likelihood error, HMLE) και διατυπώνεται ως:

$$\text{HMLE} = \frac{\sum_{t=1}^T w_t (y_t - y_t')^2}{T \left(\prod_{t=1}^T w_t \right)^{1/T}} \quad (8.17)$$

Οι συντελεστές βάρους w_t εκτιμώνται από τη σχέση:

$$w_t = y_t^{2(\lambda-1)} \quad (8.18)$$

όπου λ ο συντελεστής μετασχηματισμού της (8.16) που, όπως και οι παράμετροι θ του μοντέλου, προκύπτουν με ελαχιστοποίηση της συνάρτησης HMLE (Sorooshian *et al.*, 1982). Επισημαίνεται ότι σε αρκετές εφαρμογές που δημοσιεύτηκαν τα τελευταία χρόνια, το ετεροσκεδαστικό σφάλμα έχει χρησιμοποιηθεί συνδυαστικά είτε με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ή τον συντελεστή προσδιορισμού, για την πολυκριτηριακή βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων (βλ. 10.5).

8.4.3 Συσχετισμένα σφάλματα

Μια άλλη περίπτωση ακαταλληλότητας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και των μαθηματικών ισοδυνάμων του προκύπτει όταν τα σφάλματα είναι χρονικά εξαρτημένα, δηλαδή $\text{Cov}[e_t, e_s] \neq 0$ για $t \neq s$. Ειδικότερα, όταν υπάρχει θετική συσχέτιση, δηλαδή ένα θετικό σφάλμα τείνει να ακολουθείται από ένα επίσης θετικό σφάλμα, και αντίστροφα, τότε η συνάρτηση SLS υπεκτιμά την πραγματική διασπορά των υπολοίπων, σ_e^2 .

Η ύπαρξη θετικής αυτοσυσχέτισης οφείλεται στη μαθηματική δομή των υδρολογικών μοντέλων που αναπαριστούν φυσικά συστήματα με διεργασίες αποθήκευσης, s . Για παράδειγμα, η συνιστώσα του υδρογραφήματος που αναπαριστά τη βασική ροή b , η οποία οφείλεται στην αργή εκφόρτιση του υπόγειου υδροφορέα, περιγράφεται από διαφορικές εξισώσεις της μορφής:

$$b = f(s) \sim \frac{ds}{dt} \quad (8.19)$$

Η διακριτοποιημένη μορφή της παραπάνω εξίσωσης είναι:

$$b_t = f(b_{t-1}) \quad (8.20)$$

Λόγω της αναδρομικότητας της (8.20), μια διαταραχή της βασικής ροής στο χρονικό βήμα k κατά e_k οδηγεί μετά από j χρονικά βήματα σε ένα αθροιστικό σφάλμα της μορφής:

$$e_{k+j} = e_k \prod_{t=1}^j \left(\frac{df}{db} \right)^{k+t} + O(e_k^2) \quad (8.21)$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει μια τυπική δομή αυτοσυσχέτισης, που υποδηλώνει ότι η επίδραση του αρχικού σφάλματος e_k φθίνει με το χρόνο. Το αρχικό σφάλμα μπορεί να οφείλεται, για παράδειγμα, σε εσφαλμένη εκτίμηση της βροχόπτωσης στο βήμα k , που με τη σειρά της οδηγεί σε εσφαλμένη εκτίμηση της επίκαιρης αποθήκευσης s_k , άρα και της εκφόρτισης του υδροφορέα για όλα τα επόμενα χρονικά βήματα. Η επίδραση του e_k εξαλείφεται στο τέλος του υδρολογικού έτους, όταν στην

κορεσμένη ζώνη αποκαθίστανται ξηρές συνθήκες, οπότε ελαχιστοποιείται (ή ακόμα και μηδενίζεται) η τιμή της αποθήκευσης s (Kavetski *et al.*, 2002).

Όπως και στην περίπτωση της ετεροσκεδαστικότητας, η απαλοιφή της αυτοσυσχέτισης γίνεται είτε με κατάλληλο μετασχηματισμό των σφαλμάτων ή με χρήση κατάλληλης στοχαστικής συνάρτησης. Στην πρώτη περίπτωση, ο μετασχηματισμός γίνεται με εφαρμογή μοντέλων αυτοπαλινδρόμησης, όπως συναρτήσεις τύπου ARMA (Kuczera, 1983). Για παράδειγμα, αν υποθεθεί υψηλή συσχέτιση των σφαλμάτων αποκλειστικά για μοναδιαία χρονική υστέρηση, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί το γνωστό μοντέλο AR(1), που βασίζεται στην υπόθεση:

$$e_t = \alpha e_{t-1} + \xi_t \quad (8.22)$$

όπου α παράμετρος αυτοσυσχέτισης και ξ_t ασυσχέτιστες τυχαίες μεταβλητές (λευκός θόρυβος), που ακολουθούν κανονική κατανομή $N(0, \sigma_\xi^2)$. Με βάση τα παραπάνω, το μετασχηματισμένο κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων διατυπώνεται ως (Sorooshian and Dracup, 1980· Alley, 1984):

$$\sum_{t=1}^T (e_t - \alpha e_{t-1})^2 \quad (8.23)$$

Εναλλακτικά, για την περίπτωση συσχετισμένων σφαλμάτων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κριτήριο καλής προσαρμογής ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης, δηλαδή:

$$\rho_1 = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - y'_t)(y_{t-1} - y'_{t-1})}{\sigma_y \sigma_{y'}} \quad (8.24)$$

όπου $\sigma_y, \sigma_{y'}$ η τυπική απόκλιση της παρατηρημένης και της προσομοιωμένης χρονοσειράς απόκρισης, αντίστοιχα. Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης είναι αδιάστατο μέγεθος, που λαμβάνει τιμές από -1 έως 1 . Εφόσον χρησιμοποιείται ως μέτρο βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, η θεωρητικά βέλτιστη τιμή του είναι μηδέν, που υποδηλώνει μηδενική συσχέτιση των σφαλμάτων.

Ένας άλλος τρόπος ελέγχου της αυτοσυσχέτισης των σφαλμάτων είναι μέσω στατιστικών ελέγχων, όπως η δοκιμή *Durbin-Watson*. Η σχετική συνάρτηση ελέγχου διατυπώνεται ως:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} \quad (8.25)$$

Οι κρίσιμες τιμές της ελεγχοσυνάρτησης (8.25) δίνονται από πίνακες. Γενικά, τιμές κοντά στο 2 υποδηλώνουν απουσία θετικής συσχέτισης και πολύ καλή προσαρμογή του μοντέλου (Hines and Montgomery, 1990, σ. 531).

8.4.4 Βοηθητικά κριτήρια ελέγχου

Η τετριμμένη αντιμετώπιση του προβλήματος βαθμονόμησης συνίσταται στη βελτιστοποίηση των παραμέτρων ενός μοντέλου με χρήση ενός και μόνο μέτρου καλής προσαρμογής, που επιλέγεται με βάση τα χαρακτηριστικά των υπολοίπων του. Επειδή όμως η χρήση ενός και μόνο μέτρου αποκρύπτει κάποιες από τις πτυχές της προσαρμογής ενός μοντέλου, ζητείται η εκ των υστέρων αξιολόγηση της βαθμονόμησης βάσει επιπλέον κριτηρίων, που θεωρούνται βοηθητικά, δεδομένου ότι δεν χρησιμοποιούνται, τουλάχιστον αυτούσια, στην προς βελτιστοποίηση στοχαστική συνάρτηση. Για παράδειγμα, στις οδηγίες του National Weather Service των ΗΠΑ για την εκτίμηση των παραμέτρων

του μοντέλου Sacramento¹, ζητείται ο έλεγχος εννέα διαφορετικών μέτρων καλής προσαρμογής. Για παράδειγμα, ενώ το χρονικό βήμα του μοντέλου είναι ημερήσιο, το μέσο τετραγωνικό του σφάλμα υπολογίζεται όχι μόνο στην ημερήσια αλλά και στη μηνιαία χρονική κλίμακα, που είναι σημαντική από διαχειριστική άποψη (Anderson, 1997).

Μια στοιχειώδης απαίτηση, που συχνά τίθεται στα μοντέλα, είναι η αναπαραγωγή του ιστορικού υπερετήσιου υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης, που σημαίνει ότι η μέση τιμή της προσομοιωμένης απόκρισης πρέπει να είναι όσο το δυνατό πιο κοντά στην αντίστοιχη μέση παρατηρημένη τιμή. Ωστόσο, εξαιτίας της μη γραμμικότητας των υδρολογικών μοντέλων, η παραπάνω υπόθεση δεν προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (αυτό ισχύει μόνο στην περίπτωση γραμμικών μοντέλων, όπως είναι η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων). Για τον έλεγχο της αναπαραγωγής της παρατηρημένης μέσης τιμής του δείγματος εισάγεται ένα μέτρο *μεροληψίας* (bias), που ορίζεται ως:

$$\text{BIAS} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - y'_t) \quad (8.26)$$

Είναι προφανές ότι αν $\text{MSE} = 0$ (ή ισοδύναμα $E = 1$), τότε $\text{BIAS} = 0$, χωρίς ωστόσο να ισχύει το αντίστροφο. Συνεπώς, ένα μοντέλο ενδέχεται να αναπαράγει με εξαιρετικά μεγάλη ακρίβεια τη μέση τιμή της παρατηρημένης απόκρισης, χωρίς αυτό απαραίτητα να συνεπάγεται γενικά καλή προσαρμογή του. Ως χαρακτηριστικό παράδειγμα αναφέρεται το στοιχειώδες μοντέλο $y'_t = \bar{y}$, για το οποίο ισχύουν $\text{BIAS} = 0$ (μηδενική μεροληψία) αλλά $\text{MSE} = \sigma_y$, όπου σ_y η τυπική απόκλιση της παρατηρημένης απόκρισης. Δηλαδή, η αβεβαιότητα του μοντέλου «μέσης τιμής» ταυτίζεται με την υδρολογική αβεβαιότητα, όπως αυτή εκφράζεται μέσω της τυπικής απόκλισης σ_y .

Όπως αναφέρεται στο εδάφιο 8.4.1, η μεροληψία της μέσης τιμής μπορεί να ελεγχθεί και με σύγκριση των δεικτών αποτελεσματικότητας και εξηγούμενης διασποράς. Εκτός της μέσης τιμής, μέτρα μεροληψίας μπορούν να διατυπωθούν και ως προς άλλα στατιστικά χαρακτηριστικά του δείγματος (διασπορά, ασυμμετρία, κτλ.), τα οποία ελέγχονται μετά την βαθμονόμηση του μοντέλου.

Ένα βοηθητικό μέτρο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί παράλληλα με τον συντελεστή προσδιορισμού είναι η λεγόμενη *αποτελεσματικότητα της εμμονής* του μοντέλου (persistence model efficiency, PME), που δίνεται από τη σχέση:

$$\text{PME} = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - y'_t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - y_{t-1})^2} \quad (8.27)$$

Ο δείκτης αυτός ελέγχει αν η προσομοιωμένη απόκριση του μοντέλου είναι καλύτερη εκτιμήτρια σε σχέση με την αμέσως προηγούμενη παρατήρηση. Η θεωρητικά μέγιστη τιμή του είναι μονάδα, ενώ η ελάχιστη αποδεκτή τιμή του είναι μηδέν (Gupta *et al.*, 1999).

Ένα τελευταίο βοηθητικό κριτήριο προσαρμογής είναι η *συχνότητα αλλαγής προσήμου των σφαλμάτων* (number of sign changes), που αποτελεί μέτρο της ανεξαρτησίας των σφαλμάτων στο χρόνο (Gupta *et al.*, 1998).

¹ Πρόκειται για ένα από τα γνωστότερα εννοιολογικά μοντέλα εδαφικής υγρασίας, το οποίο αναπτύχθηκε τη δεκαετία του 1970 και χρησιμοποιείται από τη μετεωρολογική υπηρεσία των ΗΠΑ ως βασικό εργαλείο πρόγνωσης πλημμυρών. Το μοντέλο Sacramento έχει 17 παραμέτρους, και έχει διατυπωθεί ειδική μεθοδολογία για τον υπολογισμό τους.

8.4.5 Συνδυαστικά κριτήρια

Τα μέτρα καλής προσαρμογής που αναφέρθηκαν προηγουμένως μπορούν να διατυπωθούν όχι μόνο αυτόνομα αλλά και συνδυαστικά, εντάσσοντας δηλαδή στη στοχική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης περισσότερα του ενός αριθμητικά κριτήρια. Αυτό γίνεται με εφαρμογή τυπικών τεχνικών συνάθροισης, γνωστών από την κλασική θεωρία πολυκριτηριακής ανάλυσης (βλ. 4.2), με πλέον συνήθη την αθροιστική μέθοδο των βαρών. Βεβαίως, στην περίπτωση αυτή, η συνδυαστική στοχική συνάρτηση δεν έχει κάποια στατιστική ερμηνεία, αλλά αντιπροσωπεύει ένα εμπειρικό μέτρο προσαρμογής, με στόχο την ταυτόχρονη αναπαραγωγή διαφορετικών πτυχών των αποκρίσεων του μοντέλου.

Εφόσον διατυπώνεται μια πολυκριτηριακή συνάρτηση προσαρμογής, έχει νόημα ο εκ των προτέρων έλεγχος του βαθμού συσχέτισης μεταξύ των επιμέρους κριτηρίων. Για παράδειγμα, υπάρχει προφανής ισχυρή συσχέτιση μεταξύ του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και του συντελεστή προσδιορισμού, καθώς πρόκειται για δύο μέτρα που αντιπροσωπεύουν κοινή δομή σφαλμάτων. Αυτό σημαίνει ότι τα δύο μέτρα τείνουν να προσαρμόσουν παρόμοια χαρακτηριστικά της παρατηρημένης απόκρισης, οπότε η συνδυαστική χρήση τους δεν παρέχει επιπλέον πληροφορία στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Από την άλλη πλευρά, κριτήρια όπως η μεροληψία και η συχνότητα αλλαγής προσήμου των σφαλμάτων παρουσιάζουν σαφώς μικρότερη συσχέτιση με το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, οπότε είναι κατάλληλο να ελεγχθούν σε ένα κοινό πλαίσιο, καθώς εστιάζουν σε διαφορετικές πτυχές των αποκρίσεων (Gupta *et al.*, 1998).

8.5 Επαλήθευση μοντέλων

Γενικά, με τον όρο *επαλήθευση* (validation) νοείται μια διαδικασία αξιολόγησης μαθηματικών μοντέλων, ώστε να διαπιστωθεί αν αποτελούν αντιπροσωπευτικές αναπαραστάσεις του συστήματος που προσομοιώνουν.

Παραδοσιακά, η επαλήθευση ενός υδρολογικού μοντέλου γίνεται για το βέλτιστο σύνολο παραμέτρων που έχει προκύψει από τη βαθμονόμηση, ελέγχοντας το ίδιο κριτήριο προσαρμογής για μια άλλη (κατά κανόνα μεταγενέστερη της βαθμονόμησης) χρονική περίοδο, για την οποία επίσης διατίθενται μετρημένες φορτίσεις και αποκρίσεις της λεκάνης. Η προσέγγιση είναι γνωστή ως *διαχωρισμός δεδομένων* (data-split), και για να έχει νόημα θα πρέπει τα χαρακτηριστικά του συστήματος να έχουν διατηρηθεί αμετάβλητα για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα ελέγχου του μοντέλου (περίοδοι βαθμονόμησης και επαλήθευσης μαζί). Διαφορετικά, οι παράμετροι πρέπει να θεωρηθούν διαχρονικά μεταβαλλόμενες, γεγονός που περιορίζει δραστικά την επιχειρησιακή χρησιμότητα του μοντέλου (βλ. 9.2.9).

Τονίζεται ότι μια επιτυχής βαθμονόμηση δεν συνεπάγεται απαραίτητα επιτυχή επαλήθευση του μοντέλου. Πράγματι, υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες παρατηρείται πολύ καλή προσαρμογή ενός υδρολογικού μοντέλου στα ιστορικά δεδομένα κατά την περίοδο βαθμονόμησης, ενώ αντίθετα κατά την περίοδο επαλήθευσης η επίδοση του μοντέλου με βάση το ίδιο κριτήριο (στοχική συνάρτηση) είναι κατά πολύ χαμηλότερη. Με την προϋπόθεση της μονιμότητας, αυτό υποδηλώνει εμφανώς ότι οι βελτιστοποιημένες παράμετροι του μοντέλου δεν αντιπροσωπεύουν χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος (έστω και σε μακροσκοπική κλίμακα), αλλά το μοντέλο λειτουργεί ως «μαύρο» κουτί, υλοποιώντας μη γραμμικούς μετασχηματισμούς, χωρίς φυσικό νόημα. Έτσι, ενώ από τη διαδικασία βελτιστοποίησης έχει εντοπιστεί ένα σύνολο παραμέτρων που φαίνεται ότι αναπαριστά πολύ καλά τις παρατηρημένες αποκρίσεις της περιόδου βαθμονόμησης, το μοντέλο δεν αναπαράγει τις ανεξάρτητες αποκρίσεις μιας άλλης χρονικής περιόδου. Το φαινόμενο αναφέρεται και ως *υπερ-προσαρμογή* (over-

fitting) του μοντέλου, και αποτελεί ένα από τα πλέον προβληματικά ζητήματα σχημάτων με μεγάλο αριθμό βαθμών ελευθερίας, όπως τα νευρωνικά δίκτυα (Giustolisi and Laucelli, 2005).

Ορισμένοι ερευνητές πιστεύουν ότι η παραδοσιακή προσέγγιση, που βασίζεται στον διαχωρισμό των δεδομένων, δεν αποτελεί ιδιαίτερα αξιόπιστη πρακτική για την αξιολόγηση της προγνωστικής ικανότητας ενός μοντέλου (Klemeš, 1986). Επιπλέον, πιστεύουν ότι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ισχυρό τεστ για την αξιολόγηση μοντέλων με κατανεμημένη δομή (Refsgaard and Knudsen, 1996). Ένα ερώτημα που εγείρεται είναι κατά πόσο η βαθμονόμηση και η επαλήθευση πρέπει να υλοποιούνται ως εντελώς ανεξάρτητες διαδικασίες ή, διαφορετικά, αν μέσω της ίδιας της βαθμονόμησης μπορεί να ελεγχθεί όχι μόνο η προσαρμογή αλλά και η προγνωστική ισχύς του μοντέλου. Οι Mroczkowski *et al.* (1997) προτείνουν μια γενικευμένη στρατηγική βαθμονόμησης, η οποία βασίζεται σε πολλαπλές αποκρίσεις της λεκάνης και δίνει βάρος στα ακραία υδρολογικά γεγονότα, με σκοπό να εξασφαλίσει επιτυχή επαλήθευση. Σε μια ακριβώς αντίθετη προσέγγιση, οι Vogel and Sankarasubramanian (2003) εισάγουν ένα πλαίσιο εκτίμησης της προγνωστικής ικανότητας των υδρολογικών μοντέλων χωρίς την παραδοσιακή διαδικασία βαθμονόμησης, ελέγχοντας την παρατηρημένη στατιστική συσχέτιση μεταξύ των χρονοσειρών φόρτισης (βροχόπτωση, δυνητική εξατμοδιαπνοή) και της απορροής. Βεβαίως, η μεθοδολογία που προτείνουν εξετάστηκε μόνο σε πολύ απλές δομές μοντέλων, με πολύ λίγες παραμέτρους (3 έως 4), και μάλιστα σε ετήσια χρονική κλίμακα.

9 Εκτίμηση παραμέτρων και προγνωστική αβεβαιότητα

9.1 Προγνωστική αβεβαιότητα υδρολογικών μοντέλων

9.1.1 Η έννοια της αβεβαιότητας

Ο όρος *αβεβαιότητα* (uncertainty), με τη χρήση της θεωρίας πιθανοτήτων, αποκτά έναν αυστηρά ποσοτικό προσδιορισμό, που εκφράζεται μέσω χαρακτηριστικών στατιστικών μεγεθών σε δείγματα μετρήσεων, όπως η τυπική απόκλιση, τα όρια εμπιστοσύνης, κτλ. Η αβεβαιότητα αποτελεί δομικό και αναπόφευκτο χαρακτηριστικό των φυσικών διεργασιών, και οφείλεται πρωτίστως στην εγγενή πολυπλοκότητα των φυσικών συστημάτων.

Στις εφαρμογές του μηχανικού, η διαχείριση της αβεβαιότητας έχει τεράστια σημασία, και αφορά τόσο στον σχεδιασμό των έργων όσο και στη λειτουργία τους. Η ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας συνεπάγεται γνώση της διακινδύνευσης που εμπεριέχει μια συγκεκριμένη δράση, κάτι που αποτελεί προϋπόθεση για τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

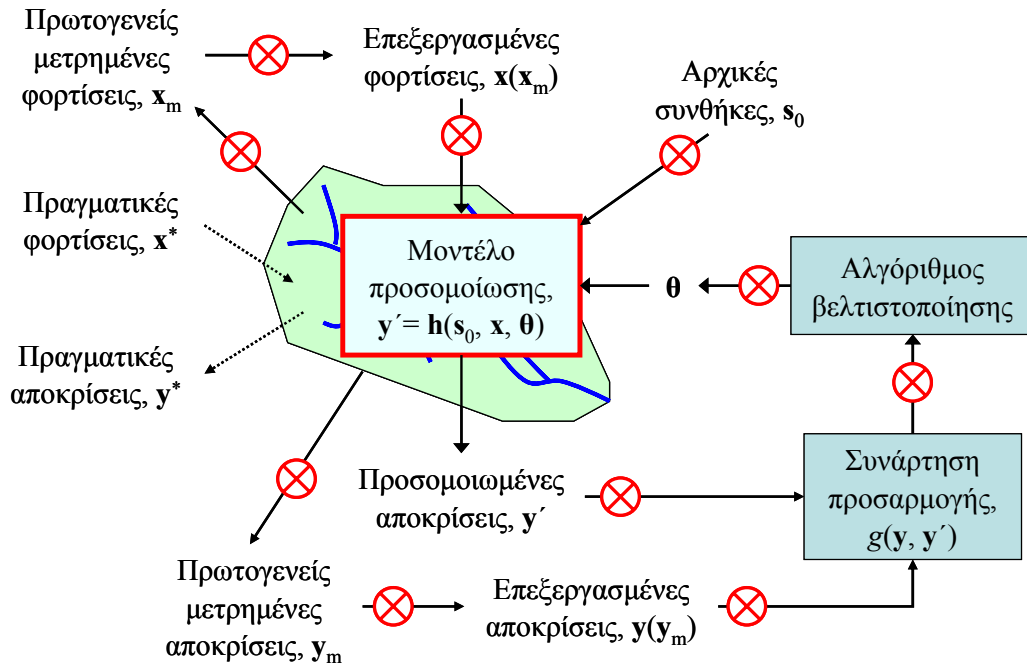
Η ευρεία χρήση προσδιοριστικών μοντέλων προσομοίωσης για την πρόγνωση φυσικών διεργασιών δυσχεραίνει τον χειρισμό της αβεβαιότητας, καθώς η τελευταία δεν εξαρτάται πλέον μόνο από την εγγενή μεταβλητότητα των διεργασιών αλλά και από ένα πλήθος σφαλμάτων που διέπουν τη δομή του εκάστοτε μοντέλου και τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων του. Ένα μοντέλο χαμηλής αξιοπιστίας ενδέχεται να οδηγήσει σε αύξηση της αβεβαιότητας, που σημαίνει ότι η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του μοντέλου είναι μικρότερη ακόμη και από την αξιοπιστία μιας απλής στατιστικής πρόγνωσης. Όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 8.4.1, αυτό μπορεί να τεκμηριωθεί μαθηματικά από το πρόσημο του συντελεστή προσδιορισμού. Εφόσον το πρόσημο είναι αρνητικό, το μοντέλο αποτελεί χειρότερη εκτιμήτρια από τη μέση τιμή των παρατηρήσεων και είναι, προφανώς, εντελώς ακατάλληλο για προγνώσεις.

9.1.2 Αυτόματη βαθμονόμηση και αβεβαιότητα

Τα υδρολογικά μοντέλα λειτουργούν ως προγνωστικά εργαλεία, εκτιμούν δηλαδή τα υδρολογικά μεγέθη (χρονοσειρές απόκρισης) τόσο του παρελθόντος, χρησιμοποιώντας τις ιστορικές φορτίσεις του συστήματος, όσο και τα μελλοντικά, χρησιμοποιώντας κατάλληλα σενάρια φορτίσεων για κάποιο χρονικό ορίζοντα. Τα σενάρια αυτά προκύπτουν είτε από εμπειρικές υποθέσεις είτε από άλλα προσδιοριστικά μοντέλα πρόγνωσης των φορτίσεων είτε μέσω στοχαστικών προσεγγίσεων. Σε κάθε περίπτωση, οι εκτιμήσεις των υδρολογικών αποκρίσεων διέπονται από πληθώρα αβεβαιοτήτων, οι οποίες οφείλονται σε σφάλματα που, ενώ προέρχονται από διαφορετικές πηγές, συνδυάζονται και αλληλεπιδρούν κατά τρόπο μη ελεγχόμενο, μέσω της διαδικασίας βαθμονόμησης (Beven and Binley, 1992· Wagener and Gupta, 2005· Rosbjerg and Madsen, 2005).

Στο Σχήμα 9.1 απεικονίζονται οι συνιστώσες (ήτοι τα δεδομένα εισόδου-εξόδου και υπολογιστικές διαδικασίες) του γενικού πλαισίου αυτόματης βαθμονόμησης ενός υδρολογικού μοντέλου, στο οποίο επισημαίνονται οι διάφορες πηγές σφαλμάτων και οι σχετικές τους αλληλεπιδράσεις. Με βάση το διάγραμμα του σχήματος, οι πηγές αβεβαιότητας ενός μοντέλου προέρχονται από τις ακόλουθες συνιστώσες:

- δομικά σφάλματα μοντέλου·
- σφάλματα δεδομένων·
- μη αντιπροσωπευτικότητα υδρολογικής πληροφορίας·
- αδυναμία προσδιορισμού αρχικών και οριακών συνθηκών προσομοίωσης·
- ακαταλληλότητα μέτρου προσαρμογής·
- λανθασμένη εκτίμηση ορίων πεδίου αναζήτησης·
- αδυναμίες αλγορίθμου αναζήτησης ακροτάτων·
- μη ελεγχόμενες μεταβλητές απόκρισης·
- μεταβολή των χαρακτηριστικών του συστήματος·



Σχήμα 9.1: Σχηματική απεικόνιση της διαδικασίας βαθμονόμησης ενός εννοιολογικού υδρολογικού μοντέλου. Με διαγραμμισμένο κύκλο απεικονίζονται όλες οι πιθανές πηγές σφαλμάτων.

Τα παραπάνω αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με τρόπο εξαιρετικά πολύπλοκο, γεγονός που καθιστά αδύνατο τον, έστω και κατά προσέγγιση, διαχωρισμό τους. Μάλιστα, μέσω της αυτοματοποιημένης διαδικασίας βελτιστοποίησης τα σφάλματα αυτά «ανακυκλώνονται», και κατά κανόνα αμβλύνονται καθώς προσεγγίζεται η βέλτιστη λύση. Αυτό συμβαίνει επειδή αποκλίσεις που εμφανίζονται μεταξύ των παρατηρημένων και προσομοιωμένων αποκρίσεων και οφείλονται, λόγω χάρη, σε εσφαλμένες παρατηρήσεις ή και ανεπαρκείς υποθέσεις σχετικά με την αναπαράσταση των διεργασιών, τείνουν να εξομαλυνθούν, καθώς ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αναζητά περιοχές του εφικτού χώρου με όσο το δυνατό μικρότερες τιμές της στοχικής συνάρτησης σφάλματος. Οι περιοχές αυτές, ωστόσο, ενδέχεται να αντιστοιχούν σε τιμές παραμέτρων που δεν ανταποκρίνονται στα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, αλλά «ταιριάζουν» με τα δεδομένα εισόδου. Με τον τρόπο αυτό, οι βελτιστοποιημένες παράμετροι που προκύπτουν αποκρύπτουν μέρος, τουλάχιστον, των αβεβαιοτήτων του μοντέλου, και ταυτόχρονα περιορίζουν την προσαρμοστικότητά του μόνο για την περίοδο της βαθμονόμησης. Συνεπώς, μια «τυφλή» διαδικασία, όπως είναι η πλήρως αυτοματοποιημένη βαθμονόμηση, μπορεί να εκφυλιστεί σε ένα «μαθηματικό παιχνίδι», ανατρέποντας το φυσικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίζεται το μοντέλο και καθιστώντας το μη αξιόπιστο για προγνώσεις. Αυτό έρχεται σε πλήρη αντίφαση με τον θεμελιώδη στόχο της διαδικασίας εκτίμησης των παραμέτρων, που συζητήθηκε στο εδάφιο 8.3.2.

Στην επόμενη ενότητα εξηγούνται οι ποικίλες πηγές αβεβαιότητας των υδρολογικών μοντέλων, και διερευνάται ο τρόπος που αυτές επιδρούν στη διαδικασία βαθμονόμησης.

9.2 Ανάλυση αβεβαιοτήτων υδρολογικών μοντέλων

9.2.1 Δομικά σφάλματα μοντέλου

Τα υδρολογικά μοντέλα, μη εξαιρώντας τα κατανεμημένα σχήματα φυσικής βάσης, δεν υλοποιούν παρά μια αδρή αναπαράσταση των εξαιρετικά πολύπλοκων και χωρικά ανομοιογενών διεργασιών, που πραγματοποιούνται στην χωρική κλίμακα της σχηματοποίησης. Στις εξισώσεις κάθε διεργασίας περιέχονται μία ή περισσότερες παράμετροι, από τις οποίες κάποιες μπορούν να θεωρηθούν γνωστές (εφόσον προκύπτουν από μετρήσεις ή εκτιμώνται έμμεσα, από πληροφορίες πεδίου), ενώ οι υπόλοιπες αποτελούν τις μεταβλητές ελέγχου του προβλήματος βελτιστοποίησης. Η παραμετροποίηση ενός μοντέλου έχει άμεση σχέση με τη σχηματοποίηση που επιλέγεται· σε πολλές, μάλιστα, περιπτώσεις υπάρχει άμεση συσχέτιση των δύο εννοιών (Refsgaard, 1997).

Υπάρχει προφανής εξάρτηση μεταξύ της μαθηματικής δομής ενός μοντέλου και της αξιοπιστίας των προγνώσεων (Butts *et al.*, 2004). Πράγματι, το εγγενές αίτιο της αβεβαιότητας είναι είτε η ανεπαρκής περιγραφή των διεργασιών, που υποδηλώνει τη χρήση μικρότερου αριθμού παραμέτρων σε σχέση με την φυσική του συστήματος και τις απαιτήσεις της ανάλυσης (*υπο-παραμετροποίηση*) ή, αντίστροφα, η εφαρμογή μεγαλύτερου αριθμού παραμέτρων σε σχέση με αυτές που μπορούν να υποστηρίξουν η πολυπλοκότητα των φυσικών διεργασιών, σε συνδυασμό με τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα (*υπερ-παραμετροποίηση*).

Ειδικότερα, η υπο-παραμετροποίηση μπορεί να οφείλεται σε τρεις παράγοντες:

- υπεραπλουστευμένη αναπαράσταση των διεργασιών·
- απόκρυψη σημαντικών διεργασιών του υδρολογικού κύκλου·
- χρήση μικρότερης χρονικής κλίμακας σε σχέση με αυτήν που υποστηρίζει το μοντέλο.

Ο πρώτος παράγοντας υποδηλώνει ότι η μαθηματική αναπαράσταση των διεργασιών δεν επαρκεί για να περιγράψει τη μεταβλητότά τους στο χώρο και το χρόνο. Το πρόβλημα οφείλεται, συνήθως, στη χρήση γραμμικών ή σχεδόν γραμμικών νόμων (που είναι βεβαίως οι απλούστεροι δυνατοί) για την περιγραφή έντονα μη γραμμικών διεργασιών. Η ανεπαρκής παραμετροποίηση συχνά δυσχεραίνει την αναπαραγωγή των ακραίων παρατηρημένων τιμών των μεταβλητών, τόσο των υψηλών (π.χ. αιχμές πλημμυρογραφημάτων) όσο και των χαμηλών (π.χ. στείρευση ροής σε ποταμούς και πηγές).

Ο δεύτερος παράγοντας αποτελεί ένα από τα καθοριστικά δομικά σφάλματα της μοντελοποίησης, και οφείλεται σε ανεπαρκή γνώση των ιδιοτεροτήτων του συστήματος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση μη κλειστών λεκανών, στο υδατικό ισοζύγιο των οποίων δεν λαμβάνεται υπόψη η συνιστώσα των υπόγειων διαφυγών. Ένα άλλο παράδειγμα είναι όταν υπάρχουν μη ελεγχόμενες, από το μαθηματικό μοντέλο, «εξωτερικές» επεμβάσεις στην υδρολογική δίαυτα, μέσω τεχνικών έργων ή διαχειριστικών πρακτικών. Στην περίπτωση αυτή, δεν αρκεί η περιγραφή των φυσικών και μόνο διεργασιών, αλλά πρέπει να ληφθούν υπόψη στη μοντελοποίηση και οι παραπάνω επεμβάσεις, κάτι που πιθανόν προϋποθέτει κάποια επιπρόσθετη παραμετροποίηση.

Ο τρίτος παράγοντας, δηλαδή η συλλήβδην εφαρμογή ενός μοντέλου για οποιαδήποτε χρονική κλίμακα, αποτελεί σύνηθες σφάλμα των μη έμπειρων χρηστών. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η χρήση ενός μηνιαίου υδρολογικού μοντέλου για την περιγραφή πλημμυρών, σε χρονική κλίμακα ημερήσια ή μικρότερη. Στην περίπτωση αυτή, η αναπαράσταση των πλημμυρογραφημάτων επιβάλλει την εισαγωγή επιπλέον παραμέτρων, δεδομένου ότι οι σχετικές διεργασίες συνδυάζονται μεταξύ τους με τρόπο πολύ πιο σύνθετο σε σχέση με τα μηνιαία μοντέλα βροχής-απορροής (Ye *et al.*, 1997).

Επιπλέον, στις χαμηλές χρονικές κλίμακες είναι καθοριστική η σημασία των χρονικών υστερήσεων μεταξύ των διαφόρων υδρολογικών διεργασιών. Κατά συνέπεια, απαιτείται η εισαγωγή παραμέτρων που περιγράφουν φαινόμενα διάδευσης, τα οποία είναι σημαντικά σε κλίμακα μικρότερη ή και ίση της ημέρας, ενώ εξομαλύνονται σε μηνιαία κλίμακα.

Γενικά, τα σφάλματα που οφείλονται σε υπο-παραμετροποίηση ανιχνεύονται σχετικά εύκολα, καθώς σε αυτά, συνήθως, οφείλονται οι αδικαιολόγητα μεγάλες αποκλίσεις μεταξύ των προσομοιωμένων και παρατηρημένων αποκρίσεων, που παρατηρούνται συστηματικά και σε χαρακτηριστικές, μάλιστα, πτυχές αυτών (π.χ. αιχμές, κλάδοι υστέρησης, κτλ.). Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με την εισαγωγή επιπλέον παραμέτρων στις εξισώσεις του μοντέλου που περιγράφουν τις εν λόγω διεργασίες, έτσι ώστε μετά τη βαθμονόμηση να προκύπτει εμφανής βελτίωση της προσαρμογής του. Θεωρητικά, η ευαισθησία των παραμέτρων μπορεί να διερευνηθεί μέσω του μητρώου συσχέτισής τους (Kuczera and Mroczkowski, 1998), καθώς και με την εφαρμογή τυπικών στατιστικών δοκιμών, βάσει των οποίων ελέγχεται αν η προσθήκη μιας παραμέτρου είναι στατιστικά σημαντική (Xu, 2001).

Από την άλλη πλευρά, η χρήση ενός υπερ-παραμετροποιημένου σχήματος προσομοίωσης σχετίζεται με ένα πολύ πιο σύνθετο πλέγμα αβεβαιοτήτων χωρίς, κατ' ανάγκη, εμφανή επίδραση στην ποιότητα της προσαρμογής του. Η υπερ-παραμετροποίηση προέρχεται από την απλοϊκή όσο και λανθασμένη λογική ότι μια αναλυτικότερη περιγραφή των διεργασιών, που αναγκαστικά επιβάλλει τη χρήση περισσότερων παραμέτρων, αυξάνει την ακρίβεια του μοντέλου (Rosbjerg and Madsen, 2005). Στην πραγματικότητα όμως, αυτό που αυξάνει είναι η αβεβαιότητα, εφόσον η διαθέσιμη πληροφορία, αντικειμενική (μετρήσεις) και υποκειμενική (υδρολογική εμπειρία), δεν επαρκεί για να υποστηρίξει ένα τόσο μεγάλο αριθμό βαθμών ελευθερίας. Με άλλα λόγια, η πολυπλοκότητα του μοντέλου δεν είναι συμβατή με τη γνώση του φυσικού συστήματος, με συνέπεια το υδρολογικό μοντέλο να καθίσταται ένα ανεξέλεγκτο εργαλείο, παράγοντας αποτελέσματα που δεν μπορούν να τεκμηριωθούν.

Οι επιπλέον παράμετροι όχι μόνο δεν παρέχουν ουσιαστική πληροφορία στο μοντέλο (κάτι που αποδεικνύεται εμπειρικά όταν η προσθήκη τους συνεπάγεται αμελητέα βελτίωση του κριτηρίου καλής προσαρμογής), αλλά οδηγούν και σε μη ευσταθή σχήματα. Η αστάθεια προκύπτει επειδή η διαδικασία βαθμονόμησης δεν μπορεί να εντοπίσει τις θεωρητικά βέλτιστες τιμές των παραμέτρων, αλλά εγκλωβίζεται σε τοπικά ακρότατα, κάτι που οφείλεται σε δύο λόγους. Ο πρώτος, και πλέον προφανής, είναι η διατύπωση του προβλήματος με μεγάλο αριθμό παραμέτρων, που δυσχεραίνει σημαντικά την υπολογιστική διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Πρόκειται για τη γνωστή «κατάρτα της διαστατικότητας», που περιγράφει εύγλωττα την αδικαιολόγητα μεγάλη αύξηση του υπολογιστικού φόρτου της βελτιστοποίησης, σε σχέση με την αύξηση του αριθμού των μεταβλητών ελέγχου (βλ. 3.1.3). Η δεύτερη συνιστώσα σχετίζεται με το γεγονός ότι πολλές από τις παραμέτρους του μοντέλου, μη ελεγχόμενες επαρκώς από τη στοχική συνάρτηση, δηλαδή το μέτρο καλής προσαρμογής, είτε παρουσιάζουν χαμηλή ευαισθησία είτε αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, δημιουργώντας εξαιρετικά τραχιές επιφάνειες απόκρισης. Με τον τρόπο αυτό προκύπτουν πολλαπλοί συνδυασμοί παραμέτρων που προσαρμόζονται εξίσου καλά στις παρατηρήσεις, κάτι που υποδηλώνει πολλά τοπικά ακρότατα, με σχετικά κοντινή τιμή της στοχικής συνάρτησης (βλ. 9.2.7). Αυτό βεβαίως συνεπάγεται έντονη αβεβαιότητα, καθώς δεν είναι ξεκάθαρη η επιλογή ενός ολικά βέλτιστου συνδυασμού παραμέτρων του προβλήματος βαθμονόμησης.

Από τα παραπάνω διαφαίνεται ότι αριθμός των παραμέτρων αποτελεί ίσως τον πλέον καθοριστικό παράγοντα ευστάθειας ενός υδρολογικού, και γενικά μαθηματικού, μοντέλου. Για τον λόγο αυτό, η δομή του μοντέλου πρέπει να είναι συμβατή με τη λεγόμενη *αρχή της φειδωλής παραμετροποίησης* (principle of parsimony). Πρόκειται για μια θεμελιώδη απαίτηση, σύμφωνα με την οποία ένα μοντέλο που βαθμονομείται με στατιστικές μεθόδους προσαρμογής οφείλει να έχει την απλούστερη δυνατή παραμετροποίηση (Box and Jenkins, 1976). Αυτό σημαίνει ότι οι παράμετροι πρέπει να είναι τόσες

όσες μπορούν να υποστηρίξουν τα δεδομένα, με βάση τα οποία γίνεται η βαθμονόμηση. Συνεπώς, η βέλτιστη δομή ενός μοντέλου είναι αυτή που επιτυγχάνει το επιθυμητό αποτέλεσμα με τα ελάχιστα πλήθος παραμέτρων. Εκτενής συζήτηση των παραπάνω γίνεται από τους Reichert and Omlin (1997) και Rosbjerg and Madsen (2005).

Η πολυετής εμπειρία καταδεικνύει ότι στα μηνιαία μοντέλα βροχής-απορροής, που βαθμονομούνται με μοναδικό κριτήριο την προσαρμογή του προσομοιωμένου στο παρατηρημένο υδρογράφημα στην έξοδο της λεκάνης, αρκούν μόλις πέντε έως έξι παράμετροι για μια ικανοποιητική αναπαραγωγή των χαρακτηριστικών του υδρογραφήματος (Beven, 1989· Jakeman and Hornberger, 1993· Ye *et al.*, 1997· Kuczera and Mroczkowski, 1998· Wagener *et al.*, 2001). Η εμπειρική αυτή διαπίστωση μπορεί να γενικευτεί για σύνθετα υδρολογικά μοντέλα, που βαθμονομούνται με βάση περισσότερα του ενός κριτήρια καλής προσαρμογής ή περισσότερες χρονοσειρές απόκρισης. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να θεωρηθεί ότι ο αριθμός των παραμέτρων αυξάνει αναλογικά με το πλήθος των κριτηρίων ελέγχου (βλ. 10.3.1).

Συνοψίζοντας, η διατύπωση της κατάλληλης παραμετροποίησης βασίζεται στην υδρολογική εμπειρία, σε συνδυασμό με την καλή γνώση των χαρακτηριστικών του συστήματος, και επιπλέον από:

- τις φυσικές διεργασίες που κρίνονται σημαντικές για την ορθή αναπαράσταση του συστήματος·
- τη χωρική και χρονική κλίμακα των διεργασιών·
- την υδρολογική πληροφορία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διατύπωση του απαιτούμενου αριθμού μέτρων καλής προσαρμογής·
- τους χρονικούς περιορισμούς της βελτιστοποίησης.

9.2.2 Σφάλματα δεδομένων

Είναι προφανές ότι η βαθμονόμηση ενός υδρολογικού μοντέλου επηρεάζεται από τα υδρολογικά δεδομένα που χρησιμοποιούνται. Σε αυτά περιλαμβάνονται τόσο οι χρονοσειρές φόρτισης, δηλαδή οι υδρολογικές εισόδου του μοντέλου, όσο και οι χρονοσειρές απόκρισης, που χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της προσαρμογής του. Για να είναι η προσαρμογή του μοντέλου ικανοποιητική, θα πρέπει τα ιστορικά δεδομένα εισόδου να είναι αξιόπιστα και αντιπροσωπευτικά, δηλαδή να προσεγγίζουν όσο το δυνατό περισσότερο τα πραγματικά μεγέθη του συστήματος και, επιπλέον, να είναι συμβατά με την υδρολογική δίαιτα της λεκάνης (το τελευταίο εξετάζεται στο εδάφιο 9.2.3).

Είναι γνωστό ότι οι χρονοσειρές εισόδου και ελέγχου ενός υδρολογικού μοντέλου αποτελούν, στην πραγματικότητα, τριτογενή πληροφορία, η οποία προέρχεται από την αναγωγή σημειακών, στο χώρο και το χρόνο, δειγμάτων, τα οποία με τη σειρά τους προέρχονται από την επεξεργασία πρωτογενών μετρήσεων¹. Μεταξύ των πρωτογενών μετρήσεων και των τελικών χρονοσειρών που εισάγονται στο μοντέλο, παρεμβάλλεται ένα πλήθος αβεβαιοτήτων, που περιορίζει σημαντικά την αξιοπιστία των δεδομένων. Χαρακτηριστικά αναφέρονται οι ακόλουθες συνιστώσες σφαλμάτων, που μεταφέρονται στο μοντέλο είτε άμεσα, ήτοι μέσω των «παρατηρημένων» φορτίσεων, είτε έμμεσα, ήτοι μέσω των «παρατηρημένων» αποκρίσεων που εισάγονται στη στοχαστική συνάρτηση προσαρμογής:

- συστηματικά και τυχαία σφάλματα μετρήσεων·
- σφάλματα χρονικής μεταβλητότητας·
- σφάλματα χωρικής μεταβλητότητας·

¹ Ακόμη και όταν χρησιμοποιούνται μετεωρολογικά ραντάρ για την χωρική απεικόνιση της βροχόπτωσης, απαιτείται η παράλληλη λειτουργία σταθμών εδάφους για τη βαθμονόμηση του ραντάρ. Στην περίπτωση αυτή, επιτυγχάνεται βεβαίως πολύ καλύτερη απόδοση του πεδίου μεταβολής της βροχής, εισάγονται ωστόσο εγγενή σφάλματα αναγωγής (το ραντάρ μετρά ανακλαστικότητα νεφών, από την οποία υπολογίζεται έμμεσα το ύψος βροχής), που δεν απαντώνται στα συμβατικά επιφανειακά όργανα (βροχόμετρα, βροχογράφοι).

- σφάλματα αναγωγής της δευτερογενούς πληροφορίας σε πρωτογενή.
- σφάλματα κλίμακας.

Τα *σφάλματα πρωτογενών μετρήσεων*, τυχαία και συστηματικά, είναι εγγενή και μεταφέρονται σε όλα τα επόμενα στάδια των επεξεργασιών, ώσπου τελικά να «ανακυκλωθούν» μέσω της διαδικασίας βαθμονόμησης. Ορισμένα τυχαία σφάλματα μεγάλης, βέβαια, κλίμακας μπορούν να εντοπιστούν σχετικά εύκολα, εφόσον προκύπτουν αδικαιολόγητα υψηλές διαφορές μεταξύ των παρατηρημένων και προσομοιωμένων αποκρίσεων, σε μικρό αριθμό γεγονότων που δεν έχουν ενδείξεις κάποιας συστηματικότητας (π.χ. αναπαράγονται οι περισσότερες αιχμές μιας χρονοσειράς απορροής, αλλά κάποιες μεμονωμένες αιχμές δεν αναπαράγονται για κανένα συνδυασμό παραμέτρων). Αναμφίβολα, όταν υπάρχει υποψία σοβαρού σφάλματος όσον αφορά ορισμένες τιμές μιας μεταβλητής εισόδου, είναι προτιμότερο αυτές να μη λαμβάνονται υπόψη στη βαθμονόμηση. Για παράδειγμα, αν κατά τη διάρκεια μιας έντονης βροχόπτωσης δεν έχει καταγραφεί σωστά η τιμή της στάθμης, είτε λόγω βλάβης του οργάνου είτε λόγω αμέλειας του παρατηρητή, η αντίστοιχη εκτίμηση της παροχής πρέπει να αφαιρεθεί από το δείγμα ελέγχου που χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση. Διαφορετικά, η διαδικασία βελτιστοποίησης δυσχεραίνει σημαντικά, καθώς γίνεται πολύ δύσκολη η προσαρμογή του μοντέλου σε τιμές που είναι ασύμβατες με τα δεδομένα εισόδου του. Επιπλέον, αλλοιώνονται τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης, και οι τιμές των παραμέτρων δεν ανταποκρίνονται στη φυσική του συστήματος αλλά τείνουν να αναπαράγουν λανθασμένες παρατηρήσεις.

Τα *σφάλματα χρονικής μεταβλητότητας* οφείλονται στο γεγονός ότι, ενώ οι υδρολογικές διεργασίες πραγματοποιούνται σε συνεχή χρόνο, οι αντίστοιχες χρονοσειρές που τις περιγράφουν εκτιμώνται από μετρήσεις σε διακριτά χρονικά βήματα. Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα είναι η κατασκευή δειγμάτων απορροής (δηλαδή συγκέντρωσης όγκου νερού) από δείγματα παροχής (δηλαδή στιγμιαίας παρατήρησης του ρυθμού μεταβολής του εν λόγω όγκου). Όσο πιο αραιές είναι οι τιμές της παροχής και όσο μικρότερος είναι ο χρόνος συγκέντρωσης της λεκάνης, τόσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα της χρονοσειράς απορροής. Δυστυχώς, δεν είναι ασυνήθιστη η εκτίμηση του υδατικού δυναμικού λεκανών με μοντέλα που προσαρμόζονται σε δείγματα μηνιαίας απορροής, τα οποία έχουν προκύψει από μεμονωμένες (ακόμα και μία ανά μήνα) υδρομετρήσεις.

Τα *σφάλματα χωρικής μεταβλητότητας* οφείλονται στην ετερογένεια των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών, που αναγκαστικά εκτιμώνται από μικρό αριθμό σημειακών δειγμάτων. Αυτό αναφέρεται κυρίως στις δύο βασικές φορτίσεις ενός υδρολογικού μοντέλου, την βροχόπτωση και τη δυνητική εξατμοδιαπνοή. Επιπρόσθετη συνιστώσα αβεβαιότητας αποτελεί και η εκτίμηση της συνεισφοράς της χιονόπτωσης στο υδατικό δυναμικό ορεινών λεκανών, όχι μόνο γιατί η μέτρηση του χιονοκαλύμματος είναι πιο δύσκολη σε σχέση με αυτή του πεδίου βροχής, αλλά και επειδή η διαδικασία της τήξης γίνεται με μεγάλη χρονική υστέρηση.

Τα *σφάλματα αναγωγής* οφείλονται στις απλοποιήσεις που εισάγουν οι διαδικασίες μετασχηματισμού των δεδομένων που μπορούν να μετρηθούν στο πεδίο σε δεδομένα που χρησιμοποιούνται από τα υδρολογικά μοντέλα (π.χ. στάθμη-παροχή, θερμοκρασία-εξάτμιση, κτλ.).

Τέλος, τα *σφάλματα κλίμακας* οφείλονται σε σημειακές μετρήσεις πεδίου, οι οποίες εισάγονται στα καταναμημένα μοντέλα για να περιγράψουν έντονα ετερογενείς διεργασίες που αναφέρονται στην κλίμακα της σχηματοποίησης (Beven, 2000). Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η αξιοποίηση των μετρήσεων υδραυλικής αγωγιμότητας σε πολυκυτταρικά μοντέλα υπόγειων νερών, στα οποία η εννοιολογική παράμετρος που αντιστοιχεί στη χωρική κλίμακα του μοντέλου ενδέχεται να διαφέρει ακόμη και δύο τάξεις μεγέθους σε σχέση με τη φυσική μέτρηση.

Η επίδραση των διαφόρων σφαλμάτων των δεδομένων εισόδου στη βαθμονόμηση των υδρολογικών μοντέλων μελετήθηκε διεξοδικά, σε θεωρητικό, καταρχήν, επίπεδο (Kuczera, 1982· Sorooshian *et al.*, 1983· Gupta and Sorooshian, 1985· Yapo *et al.*, 1996· Kavetski *et al.*, 2002). Τα τελευταία χρόνια, η

εξέλιξη της τηλεματικής και η ραγδαία εξάπλωση των επιφανειακών μετρητικών συστημάτων (μετεωρολογικά ραντάρ, δορυφόροι) έχουν επιτρέψει την «πειραματική» διερεύνηση της χωρικής μεταβλητότητας των υδρολογικών διεργασιών, με συστηματικές αναλύσεις σε μεγάλο αριθμό λεκανών απορροής. Οι έρευνες καταλήγουν στο κοινό συμπέρασμα ότι ευαισθησία των υδρολογικών μοντέλων επηρεάζεται σημαντικά από τη χωρική μεταβλητότητα της βροχοπτώσης, ειδικά σε μικρές λεκάνες και σε μικρές χρονικές κλίμακες (Paturel *et al.*, 1995· Shah *et al.*, 1996· Gan *et al.*, 1997· Merz and Bárdossy, 1998· Chaubey *et al.*, 1999· Watson *et al.*, 2000· Andréassian *et al.*, 2001). Οι αναλύσεις για τη συνιστώσα της δυναμικής εξατμοδιαπνοής (που δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα, αλλά εκτιμάται με βάση μετεωρολογικές μεταβλητές και δεδομένα κάλυψης γης) είναι πιο περιορισμένες. Από αυτές ξεχωρίζει η έρευνα των Andréassian *et al.* (2004), που βασίζεται σε αναλύσεις σε περισσότερες από 60 υδρολογικές λεκάνες στη Γαλλία και αλλού, και καταδεικνύει ότι η ακρίβεια της εξατμοδιαπνοής δεν επηρεάζει την επίδοση των αδιαμέριστων εννοιολογικών μοντέλων, τα οποία βασίζονται σε απλές υποθέσεις, σε αντίθεση με τα πολύπλοκα σχήματα φυσικής βάσης, που δείχνουν να είναι πολύ πιο ευαίσθητα.

Εξαιτίας των σφαλμάτων των δεδομένων εισόδου, οι αναφερόμενες ως υδρολογικές «παρατηρήσεις» διαφέρουν από τα αντίστοιχα πραγματικά μεγέθη. Οφείλουμε ωστόσο να αποδεχτούμε το γεγονός ότι οι προοπτικές βελτίωσης της ποσότητας αλλά και αξιοπιστίας της υδρολογικής πληροφορίας είναι μάλλον περιορισμένες. Ειδικότερα, για την άμβλυνση των έντονων, όπως έχει αποδειχθεί, αβεβαιοτήτων που σχετίζονται με τη χωροχρονική μεταβλητότητα των υδρολογικών διεργασιών απαιτούνται σημαντικές επενδύσεις, τόσο σε μετρητικές υποδομές όσο και σε ανθρώπινο δυναμικό (τεχνικοί υδρομετρήσεων), που είναι εξαιρετικά αμφίβολο αν θα πραγματοποιηθούν ποτέ.

9.2.3 Αντιπροσωπευτικότητα υδρολογικής πληροφορίας

Η αντιπροσωπευτικότητα, ή αλλιώς η *ποικιλία της πληροφορίας* (informativeness), αποτελεί ένα άλλο χαρακτηριστικό των υδρολογικών δεδομένων εισόδου, που φαίνεται ότι επιδρά σημαντικά στην ευρωστία ενός μοντέλου. Ορισμένες φορές, κυριαρχεί η αντίληψη ότι η προσαρμογή του μοντέλου είναι τόσο καλύτερη όσο μεγαλύτερο είναι το δείγμα των παρατηρήσεων. Ωστόσο, η εμπειρία δύο και πλέον δεκαετιών καταδεικνύει ότι η προγνωστική ικανότητα εξαρτάται σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από την αντιπροσωπευτικότητα παρά από το μήκος της υδρολογικής πληροφορίας (Kuszera, 1982· Sorooshian *et al.*, 1983· Gupta and Sorooshian, 1985· Yapo *et al.*, 1996· Gan *et al.*, 1997). Πράγματι, η βαθμονόμηση με βάση ένα μη αντιπροσωπευτικό δείγμα αποκρίσεων δεν επιτρέπει την προσαρμογή των παραμέτρων σε όλο το φάσμα των υδρολογικών καταστάσεων της λεκάνης, τόσο των «μέσων» όσο και των «ακραίων». Για παράδειγμα, όταν ένα μοντέλο πλημμυρών δεν έχει βαθμονομηθεί με βάση ιδιαίτερα έντονα επεισόδια, είναι αρκετά πιθανό να μην μπορεί να αναπαράγει τις υψηλές αιχμές των πλημμυρογραφημάτων, κάτι που προφανώς περιορίζει δραστικά την επιχειρησιακή δυνατότητα του μοντέλου. Από την άλλη πλευρά, μια χρονοσειρά ελέγχου, έστω και αν είναι μικρού σχετικά μήκους, η οποία ωστόσο περιέχει ποικιλία πλημμυρικών επεισοδίων, παρέχει στο μοντέλο ουσιαστική πληροφορία και συμβάλλει στην καλύτερη προσαρμογή των παραμέτρων του.

9.2.4 Προσδιορισμός αρχικών συνθηκών

Ως αρχικές συνθήκες ενός υδρολογικού μοντέλου νοούνται μεγέθη που αντιστοιχούν σε μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης που εκφράζουν αποθήκευση νερού (π.χ. εδαφική υγρασία, υπόγεια αποθήκευση, κτλ.). Πρόκειται για «εσωτερικές», συχνά μη μετρήσιμες μεταβλητές του μοντέλου, για τις οποίες απαιτείται η γνώση της τιμής τους στο χρονικό βήμα $t = 0$, ώστε να είναι δυνατή η εκκίνηση της προσομοίωσης. Υπό την προϋπόθεση συνήθους υδρολογικής διαίτας, και εφόσον η προσομοίωση ξεκινά την αρχή του υδρολογικού έτους, για ορισμένες τέτοιες μεταβλητές μπορούν να θεωρηθούν μηδενικές τιμές. Εναλλακτικά, η αρχική τιμή μιας μεταβλητής αποθήκευσης

μπορεί να τεθεί ίση με την τελική, εξασφαλίζοντας κατ' αυτό τον τρόπο συνθήκες μόνιμης κατάστασης (steady-state). Γενικά, απαιτείται μια προκαταρκτική ανάλυση ευαισθησίας του μοντέλου έναντι των αρχικών συνθηκών, ώστε να εντοπιστούν εκείνες για τις οποίες απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση.

Παρόλο που στη βιβλιογραφία η αδυναμία αντικειμενικού προσδιορισμού των αρχικών συνθηκών θεωρείται από τους τυπικούς παράγοντες αβεβαιότητας των υδρολογικών μοντέλων, θεωρείται ότι η επίδρασή τους όσον αφορά την προγνωστική τους λειτουργία είναι περιορισμένη (Kitanidis and Bras, 1980). Αν και, θεωρητικά, υποτίθεται ότι οι αρχικές (ομοίως και οι οριακές) συνθήκες ενός μοντέλου δεν πρέπει να αντιμετωπίζονται ως μεταβλητές προς βελτιστοποίηση, στην πράξη γίνεται αποδεκτός ο χειρισμός τους κατά τον ίδιο τρόπο με τις υπόλοιπες παραμέτρους του (Beven, 1993). Για το λόγο αυτό, ένα υδρολογικό μοντέλο που περιέχει μεγάλο αριθμό μεταβλητών αποθήκευσης με άγνωστες τιμές εκκίνησης είναι πιο δύσκολο να βαθμονομηθεί σε σχέση με ένα μοντέλο που περιέχει ίσο πλήθος παραμέτρων, αλλά λιγότερες τέτοιες μεταβλητές.

Για την άρση της ασάφειας που προκύπτει εξαιτίας του υποκειμενικού τρόπου προσδιορισμού των αρχικών συνθηκών, ορίζεται συνήθως μια *περίοδος προθέρμανσης* (warm-up period) κατά την οποία δεν ελέγχεται η προσαρμογή του μοντέλου (δηλαδή δεν υπολογίζεται η τιμή του μέτρου επίδοσης) ώστε να μην επηρεάζεται η διαδικασία βαθμονόμησης από εγγενή σφάλματα εκτίμησης των αρχικών συνθηκών. Για παράδειγμα, σε υδρολογικά μοντέλα μηνιαίου βήματος, για τα οποία διατίθενται δεδομένα αρκετών ετών, η περίοδος θέρμανσης μπορεί να διαρκεί ακόμη και ένα πλήρες υδρολογικό έτος. Στην περίπτωση αυτή, δεν απαιτείται βελτιστοποίηση των μεταβλητών αποθήκευσης, παρά μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές αρχικές τιμές που δεν επηρεάζουν, τελικά, τις βέλτιστες τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων.

9.2.5 Διατύπωση μέτρου καλής προσαρμογής

Η εκτίμηση των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων μέσω αυτόματης βαθμονόμησης προϋποθέτει τη διατύπωση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης, που περιλαμβάνει δύο συνιστώσες:

- τον ορισμό ενός αριθμητικού μέτρου καλής προσαρμογής $g(\theta)$ του μοντέλου, που ταυτίζεται με τη βαθμωτή στοχαστική συνάρτηση ενός προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης·
- τον προσδιορισμό ενός εφικτού εύρους διακύμανσης των παραμέτρων $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, που ταυτίζεται με το πεδίο αναζήτησης θ .

Όπως εξηγείται στην ενότητα 8.4, το μέτρο προσαρμογής πρέπει να είναι συμβατό με τη στατιστική δομή των σφαλμάτων του μοντέλου, ώστε το τελευταίο να μπορεί να αναπαράγει τα πραγματικά χαρακτηριστικά των παρατηρημένων αποκρίσεων. Στην πραγματικότητα όμως, η εν λόγω δομή είναι άγνωστη, ενώ τα σφάλματα διέπονται συχνά και από ετεροσκεδαστικότητα (η διασπορά τους είναι μεταβλητή στο χρόνο). Βεβαίως, για πρακτικούς λόγους, υποτίθεται συγκεκριμένη μαθηματική δομή των σφαλμάτων, που σύμφωνα με την κλασική θεωρία στατιστικής επαγωγής οφείλει να αναπαράγει η συνάρτηση $g(y, y')$.

Πολύ συχνά, και χωρίς προηγούμενη διερεύνηση, επιλέγεται ως μέτρο καλής προσαρμογής κάποια συνάρτηση τετραγωνικού σφάλματος (π.χ. μέσο τετραγωνικό σφάλμα, συντελεστής προσδιορισμού). Βεβαίως, τέτοια μέτρα ενδείκνυνται μόνο στην τριτοβάθμια περίπτωση που η μαθηματική δομή των υπολοίπων (ή κατάλληλων μετασχηματισμών αυτών) έχει τα χαρακτηριστικά αθροιστικού λευκού γκαουσιανού θορύβου, που προϋποθέτει ότι τα σφάλματα (βλ. 8.4.1):

- ακολουθούν κανονική κατανομή, με μηδενική μέση τιμή·
- είναι ομοσκεδαστικά, δηλαδή διατηρούν σταθερή διασπορά·
- είναι ασυσχέτιστα στον χώρο και τον χρόνο.

Ειδικότερα, η υπόθεση της αθροιστικής δομής δεν είναι προφανής, καθώς τα υπόλοιπα του μοντέλου μπορούν να έχουν άλλου τύπου δομή, όπως πολλαπλασιαστική. Χαρακτηριστικά αναφέρονται τα σφάλματα που οφείλονται σε λανθασμένη εκτίμηση (υποεκτίμηση ή υπερεκτίμηση) της επιφανειακής βροχόπτωσης, ιδιαίτερα σε μικρές χρονικές κλίμακες (π.χ. κλίμακα επεισοδίου καταιγίδας). Έχει αποδειχθεί ότι ανάλογα με τη γεωγραφική κατανομή των βροχομετρικών σταθμών, η ένταση μιας καταιγίδας μπορεί να υποεκτιμάται ή να υπερεκτιμάται, γεγονός που επηρεάζει όλα τις σχετικές υδρολογικές διεργασίες της λεκάνης. Στην περίπτωση αυτή, η απρόσκοπτη υιοθέτηση κριτηρίων μορφής ελαχίστων τετραγώνων οδηγεί σε μεροληπτική αναπαραγωγή του υδρογραφήματος (Kavetski *et al.*, 2002).

Ωστόσο, η τυπικότερη συνιστώσα αβεβαιότητας οφείλεται στην ετεροσκεδαστικότητα, που κατά κανόνα αποδίδεται στο γεγονός ότι το σφάλμα μέτρησης κρίσιμων υδρολογικών μεταβλητών (ειδικά της παροχής) μεγεθύνεται με την αύξηση της τιμής τους. Στα υδρολογικά μοντέλα, εγγενές αίτιο της ετεροσκεδαστικότητας είναι η κατασκευή των υδρογραφημάτων από αναγωγή μετρήσεων στάθμης, μέσω καμπυλών στάθμης-παροχής. Οι τελευταίες είναι αμφιμονοσήμαντες σχέσεις που προκύπτουν με προσαρμογή των γνωστών, από υδρομετρήσεις, τιμών παροχής, q_i , στις αντίστοιχες παρατηρημένες τιμές στάθμης, h_i . Η συνάρτηση $q = f(h)$ περιγράφεται μέσω σχέσεων δύναμης της μορφής:

$$q = \alpha (h - h_0)^\beta \quad (9.1)$$

όπου h_0 η στάθμη στην οποία μηδενίζεται η τιμή της παροχής και α , β παράμετροι. Η εκτίμηση των α και β γίνεται μέσω γραμμικής παλινδρόμησης, θεωρώντας οι λογάριθμοι της παροχής q και της διαφοράς στάθμης $h - h_0$ συνδέονται με μια γραμμική σχέση. Το μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης υποθέτει ομοσκεδαστικότητα των σφαλμάτων μεταξύ των παρατηρημένων και των εκτιμημένων λογαρίθμων των παροχών. Αν εφαρμοστεί ο αντίστροφος μετασχηματισμός (απολογαριθμοποίηση), τότε η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας δεν ισχύει. Κατά συνέπεια, η διασπορά των σφαλμάτων, άρα και η αβεβαιότητα, των υψηλών παροχών είναι μεγαλύτερη της διασποράς των χαμηλών παροχών. Η παραπάνω υπόθεση ενισχύεται ακόμη περισσότερο από το γεγονός ότι: (α) οι καμπύλες στάθμης-παροχής αναπροσαρμόζονται κατά περιόδους, λόγω αλλαγής των χαρακτηριστικών της διατομής, και (β) τα υδρομετρικά δεδομένα, βάσει των οποίων κατασκευάζονται οι καμπύλες, περιλαμβάνουν κυρίως χαμηλές, σχετικά, τιμές στάθμης και παροχής, δεδομένου ότι κατά τη διάρκεια πλημμυρικών επεισοδίων είναι εξαιρετικά δύσκολη η διενέργεια υδρομετρήσεων.

Άμεση συνέπεια της ετεροσκεδαστικότητας είναι η έντονη δυσκολία προσαρμογής των υδρολογικών μοντέλων στις παρατηρημένες αιχμές. Στη θέση των υψηλών τιμών, η βαρύτητα του τετραγωνικού σφάλματος είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με άλλες περιοχές των υδρογραφημάτων, αναγκάζοντας έτσι τη διαδικασία βελτιστοποίησης να δώσει μεγαλύτερη έμφαση στην αναπαραγωγή τους. Αυτό έχει ως συνέπεια να «χαλαίει» η προσαρμογή των μεσαίων και χαμηλών τιμών παροχής, προς όφελος των υψηλών τιμών. Από την άλλη πλευρά όμως, η αξιοπιστία των υψηλών τιμών είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με την αξιοπιστία των χαμηλών, ακριβώς λόγω της ετεροσκεδαστικότητας. Συνεπώς, μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης, το υδρολογικό μοντέλο τείνει, κατά μείζονα λόγο, να προσαρμοστεί στα γεγονότα έντονης αβεβαιότητας, παρά στα γεγονότα περιορισμένης αβεβαιότητας.

Μία ακόμη εγγενής πηγή αβεβαιότητας που σχετίζεται με τη στοχική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης προκύπτει όταν επιχειρείται η προσαρμογή του μοντέλου σε πολλαπλές μετρημένες αποκρίσεις ή σε πολλαπλά χαρακτηριστικά κάθε απόκρισης, συναθροίζοντας τα επιμέρους κριτήρια προσαρμογής σε μια αυθαίρετη αριθμητική έκφραση (βλ. 8.4.5). Η διαδικασία συνάθροισης ενδέχεται να λειτουργεί αντίθετα από τον αρχικό στόχο, διαμορφώνοντας ένα υποτιθέμενο «καθολικό» μέτρο επίδοσης που στην πραγματικότητα αποκρύπτει σημαντικές πτυχές του προβλήματος. Αυτό συμβαίνει όταν π.χ. δίνεται υπερβολικά μεγάλο βάρος σε ένα κριτήριο, μεροληπτώντας έτσι προς συγκεκριμένες

περιοχές του πεδίου αναζήτησης. Γενικά, η προσέγγιση αυτή παρουσιάζει αρκετά μειονεκτήματα, τόσο θεωρητικά όσο και πρακτικά, τα οποία έχουν συζητηθεί διεξοδικά στο εδάφιο 4.2.8.

Συνοψίζοντας, η επιλογή του κατάλληλου κριτηρίου καλής προσαρμογής θεωρείται από τους πλέον καθοριστικούς παράγοντες αξιοπιστίας της βαθμονόμησης, όπως καταδεικνύει η εκτενής ενασχόληση μεγάλου αριθμού ερευνητών με το συγκεκριμένο ζήτημα (Nash and Sutcliffe, 1970· Diskin and Simon, 1977· Sorooshian and Dracup, 1980· Kuczera, 1983· Gan *et al.*, 1997). Η έρευνα τριών και πλέον δεκαετιών αδυνατεί να καταλήξει σε σαφή συμπεράσματα σχετικά με το ποια δομή στοχικής συνάρτησης είναι η πλέον κατάλληλη για τη βαθμονόμηση ενός υδρολογικού μοντέλου. Ωστόσο, μία κοινή εμπειρική διαπίστωση είναι ότι η προσαρμογή με βάση διαφορετικά κριτήρια οδηγεί συχνά σε πολύ διαφορετικές βέλτιστες τιμές παραμέτρων. Επιπλέον, ενώ μια μεμονωμένη βαθμονόμηση μπορεί να αναπαραστήσει με μεγάλη ακρίβεια συγκεκριμένες πτυχές μιας παρατηρημένης χρονοσειράς απόκρισης, δεν υπάρχει μια καθολική βαθμονόμηση που να είναι εξίσου ακριβής για το σύνολο της χρονοσειράς (Gupta *et al.*, 1998). Οι παραπάνω διαπιστώσεις αποτέλεσαν τα βασικότερα κίνητρα για τη διατύπωση της θεμελιώδους αρχής της *ισοδυναμίας* (equifinality), που εξηγείται στην ενότητα 9.3.

9.2.6 Πεδίο αναζήτησης παραμέτρων

Όσον αφορά στον καθορισμό των ορίων του εφικτού χώρου, δηλαδή των διανυσμάτων θ_{\min} και θ_{\max} , αυτά είτε προκύπτουν με βάση τον ορισμό των παραμέτρων (κυρίως όταν πρόκειται για συντελεστές που εκφράζουν αδιάστατα μεγέθη, και συνεπώς κυμαίνονται μεταξύ 0 και 1) είτε ορίζονται κατά την κρίση του μελετητή, με βάση τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος. Σε αρκετές περιπτώσεις, και ειδικά όταν ο αριθμός των παραμέτρων είναι αρκετά μεγάλος, οπότε τίθεται το ζήτημα της εξοικονόμησης υπολογιστικού φόρτου, ο χώρος περιορίζεται σε ένα μικρό εύρος γύρω από μια μέση τιμή, που προκύπτει με βάση αρχικές διερευνήσεις ή κατά την κρίση του μελετητή. Λαμβάνοντας, ωστόσο, υπόψη την πολυπλοκότητα του προβλήματος βαθμονόμησης, η υπολογιστική διαδικασία μπορεί να επηρεαστεί δραστικά από τις τιμές των ορίων θ_{\min} και θ_{\max} , με αποτέλεσμα διαφορετικά όρια να κατευθύνουν την πορεία αναζήτησης σε διαφορετικές βέλτιστες τιμές παραμέτρων.

9.2.7 Γεωμετρικά χαρακτηριστικά επιφάνειας απόκρισης

Ακόμα και στην ιδεατή περίπτωση της διαμόρφωσης ενός μοντέλου απαλλαγμένου από κάθε άλλου είδους σφάλματα, και συνεπώς ικανού να αναπαράγει με ακρίβεια την υδρολογική συμπεριφορά μιας λεκάνης, για το οποίο διατίθενται συστηματικά και αντιπροσωπευτικά δεδομένα, που βασίζονται σε μετρήσεις υψηλής ακρίβειας, η αξιοπιστία των παραμέτρων του, και συνεπώς η προγνωστική του ικανότητα, περιορίζεται εξαιτίας των εγγενών δυσχερειών της διαδικασίας βελτιστοποίησης, τις οποίες αδυνατούν να χειριστούν αποτελεσματικά ακόμα και οι πιο εξελιγμένοι αλγόριθμοι.

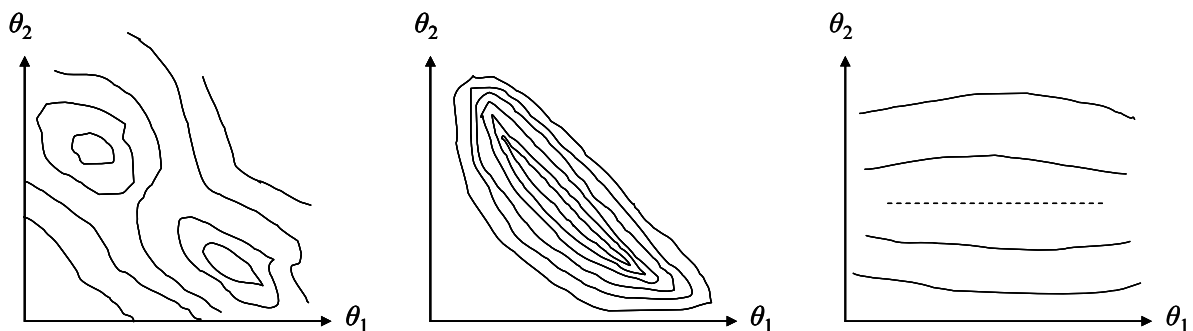
Πράγματι, η αυτόματη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων έχει αποδειχθεί ως ένα από τα πλέον απαιτητικά προβλήματα μη γραμμικής βελτιστοποίησης, καθώς η στοχική συνάρτηση, στην οποία περιλαμβάνονται ένα ή περισσότερα κριτήρια προσαρμογής, είναι έντονα μη κυρτή. Είναι γνωστό ότι σε οποιοδήποτε τέτοιο πρόβλημα, εξαιτίας της μη κυρτότητας, δημιουργούνται πολυσχηματικές επιφάνειες απόκρισης, που χαρακτηρίζονται από πολλά τοπικά ακρότατα καθώς και άλλες μη ομαλές γεωμετρικές μορφές όπως ανχένες, μακρόστενες χαράδρες, εκτενείς κοιλάδες, ασυνέχειες, κτλ. Τα χαρακτηριστικά αυτά δυσχεραίνουν δραματικά μια διαδικασία βελτιστοποίησης, καθώς καθίσταται εξαιρετικά δύσκολος ο εντοπισμός της πορείας βελτίωσης της τιμής της στοχικής συνάρτησης, ενώ υπάρχει ισχυρή πιθανότητα εγκλωβισμού της διαδικασίας σε κάποιο τοπικό ακρότατο (βλ. 3.1.3).

Οι Duan *et al.* (1992), σε μια από τις πλέον δημοφιλείς δημοσιεύσεις πάνω στο αντικείμενο της ολικής βελτιστοποίησης υδρολογικών μοντέλων, διερεύνησαν διεξοδικά τα χαρακτηριστικά των επιφανειών

απόκρισης των προβλημάτων αυτόματης βαθμονόμησης. Στην ανάλυσή τους ξεχωρίζουν πέντε σημεία που είναι:

- η ύπαρξη πολλών περιοχών έλξης, στις οποίες μπορεί να κατευθυνθεί η διαδικασία αναζήτησης, ανάλογα με τις συνθήκες εκκίνησης·
- η ύπαρξη τοπικών ακροτάτων μικρής κλίμακας, δηλαδή πολλών στάσιμων σημείων εντός κάθε περιοχής έλξης·
- η τραχεία γεωμετρία του χώρου αναζήτησης, σε συνδυασμό με την ύπαρξη ασυνεχειών που οφείλονται σε περιορισμούς τύπου κατωφλίου·
- η ευαισθησία της επιφάνειας απόκρισης, που οφείλεται στην αλληλεπίδραση των παραμέτρων·
- η έντονα τραχεία γεωμετρία, εξαιτίας της ύπαρξης «αυχένων» και μακρόστενων «χαραδρών».

Η ύπαρξη *τοπικών ακροτάτων* οφείλεται όχι μόνο στη μαθηματική πολυπλοκότητα του προβλήματος, αλλά και σε εγγενή αίτια, που σχετίζονται με το φυσικό υπόβαθρο του μοντέλου. Για παράδειγμα, η απορροή μιας λεκάνης αναλύεται σε διάφορες συνιστώσες (π.χ. άμεση, επίγεια, υποδερμική, υπόγεια), κάθε μία από τις οποίες περιγράφεται από διαφορετικές συνιστώσες του μοντέλου, στις οποίες αντιστοιχούν διαφορετικές παράμετροι. Συνεπώς, η αναπαραγωγή μιας παρατηρημένης χρονοσειράς, ως αθροίσματος επιμέρους συνιστωσών, είναι δυνατό να επιτευχθεί σχεδόν εξίσου ικανοποιητικά με πολλαπλούς συνδυασμούς τιμών των παραμέτρων, που αντιστοιχούν σε διαφορετικά ακρότατα, με πολύ κοντινές τιμές του μέτρου προσαρμογής (Beven and Kirby, 1979). Γενικά, τα τοπικά ακρότατα εμφανίζονται με δύο τρόπους. Στη μεγάλη κλίμακα, διασκορπίζονται σε υποπεριοχές του εφικτού χώρου, δημιουργώντας ισχυρούς πόλους έλξης, ενώ στη μικρή κλίμακα συγκεντρώνονται γύρω από την κύρια κορυφή κάθε περιοχής (Σχήμα 9.2, αριστερά).



Σχήμα 9.2: Χαρακτηριστικές γεωμετρικές ιδιαιτερότητες της επιφάνειας απόκρισης προβλημάτων βαθμονόμησης: (α) αριστερά, σχηματίζονται δύο τοπικά ακρότατα, (β) στο κέντρο, σχηματίζεται μια μακρόστενη χαράδρα, εξαιτίας της ισχυρής αλληλεπίδρασης των παραμέτρων θ_1 και θ_2 , (γ) δεξιά, σχηματίζεται μια πλατιά κοιλάδα, επειδή η παράμετρος θ_1 παρουσιάζει πολύ χαμηλή ευαισθησία ως προς τη στοχαστική συνάρτηση.

Σε κάθε περίπτωση, τα τοπικά ακρότατα συνιστούν από τους ισχυρότερους παράγοντες αβεβαιότητας, αφού από διαφορετικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις καθώς και από διαφορετικές θέσεις εκκίνησης της διαδικασίας αναζήτησης, ενδέχεται να προκύψουν ακόμα και πολύ διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Μάλιστα, ο εγκλωβισμός σε κάποιο τοπικό στάσιμο σημείο της στοχαστικής συνάρτησης, με σημαντικά πιο χαμηλή επίδοση σε σχέση με το ολικό της ακρότατο, συνεπάγεται απαράδεκτα κακή προσαρμογή του μοντέλου σε σύγκριση με αυτή που θα μπορούσε να επιτευχθεί θεωρητικά, με βάση τη συγκεκριμένη μαθηματική δομή του μοντέλου και τη διαθέσιμη υδρολογική πληροφορία.

Εκτός από τα τοπικά ακρότατα, η αλληλεπίδραση των παραμέτρων είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία αυχένων και απότομων χαραδρών. Στις χαρακτηριστικές αυτές περιοχές της επιφάνειας απόκρισης, είναι εξαιρετικά δύσκολη η επιλογή της κατεύθυνσης βελτιστοποίησης. Ειδικότερα, οι αυχένες είναι

σημεία μηδενισμού της κλίσης, χωρίς ωστόσο να αντιστοιχούν σε τοπικά ακρότατα. Από την άλλη πλευρά, η κίνηση στις μακρόστενες χαράδρες είναι εξαιρετικά δύσκολη, αφού κατά μήκος της χαράδρας η κλίση της συνάρτησης είναι πρακτικά μηδενική (ακριβώς λόγω της αλληλεπίδρασης των παραμέτρων), ενώ η εγκάρσια πορεία, δηλαδή η υπερπήδηση των τοιχωμάτων της χαράδρας, οδηγεί σε αδικαιολόγητα μεγάλη επιδείνωση της τιμής της στοχικής συνάρτησης (Σχήμα 9.2, κέντρο).

Μια άλλη χαρακτηριστική ιδιαιτερότητα των επιφανειών απόκρισης που δημιουργούν οι συναρτήσεις προσαρμογής των υδρολογικών μοντέλων είναι η πολύ χαμηλή ευαισθησία ορισμένων, τουλάχιστον, παραμέτρων. Αυτό σημαίνει ότι η επίδραση των εν λόγω παραμέτρων στην επίδοση του μοντέλου είναι εξαιρετικά ασθενής. Ένα πιθανό αίτιο είναι η διατύπωση μιας υπερ-παραμετροποιημένης δομής, δηλαδή η χρήση μεγαλύτερου αριθμού παραμέτρων από όσες μπορούν να υποστηρίξουν τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στη βαθμονόμηση (βλ. 9.2.1), ενώ άλλο αίτιο είναι η εισαγωγή παραμέτρων που ενεργοποιούνται σπάνια (π.χ. κατώφλια χωρητικότητας, τα οποία ξεπερνώνται μόνο κάτω από ακραίες υδρολογικές συνθήκες). Όταν οι παράμετροι του μοντέλου είναι ελάχιστα ευαίσθητες ως προς τη στοχική συνάρτηση, τότε δημιουργείται μια εξαιρετικά ήπια επιφάνεια απόκρισης, η οποία μοιάζει με εκτεταμένη κοιλάδα μηδενικής, πρακτικά, κλίσης. Μια τέτοιας μορφής γεωμετρία επιβραδύνει δραματικά την διαδικασία βελτιστοποίησης, δεδομένου ότι για τον εντοπισμό μιας πορείας βελτίωσης του μέτρου προσαρμογής, απαιτούνται εξαιρετικά μικρά βήματα (Σχήμα 9.2, δεξιά).

Η διατύπωση μιας μεθόδου βελτιστοποίησης που να μπορεί να χειριστεί αποτελεσματικά όλες τις παραπάνω γεωμετρικές ιδιαιτερότητες απασχόλησε έντονα την υδρολογική κοινότητα, ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1970. Για μια περίοδο 20 περίπου ετών, η αυτόματη βαθμονόμηση των υδρολογικών μοντέλων γινόταν αποκλειστικά με μεθόδους τοπικής αναζήτησης (Nash and Sutcliffe, 1970· Johnston and Pilgrim, 1976· Sorooshian and Gupta, 1983· Hendrickson *et al.*, 1988). Ως γνωστόν, οι εν λόγω μέθοδοι, ξεκινώντας από ένα αρχικό εφικτό σημείο, εφαρμόζουν μια πλήρως προσδιοριστική διαδικασία αναζήτησης, η οποία αποσκοπεί στην παραγωγή όλο και πιο βελτιωμένων λύσεων. Η διαδικασία αυτή εξασφαλίζει σύγκλιση στο εγγύτερο ακρότατο, το οποίο ταυτίζεται με το ολικό ακρότατο της στοχικής συνάρτησης μόνο υπό την αυστηρή προϋπόθεση ότι αυτή είναι κυρτή. Διαφορετικά, το σημείο που εντοπίζεται ενδέχεται να είναι κάποιο από τα, άγνωστα τον αριθμό, τοπικά της ακρότατα. Επιπλέον μειονέκτημα ορισμένων από τις μεθόδους τοπικής αναζήτησης, και συγκεκριμένα των τεχνικών κλίσης (βλ. 3.4.2), είναι η απαίτηση της γνώσης των μερικών παραγώγων της στοχικής συνάρτησης. Επισημαίνεται ότι για κανένα από τα μέτρα καλής προσαρμογής δεν μπορεί να διατυπωθεί η αναλυτική έκφραση των παραγώγων, κάτι που καθιστά αναγκαία την αριθμητική εκτίμηση αυτών. Η αριθμητική προσέγγιση των παραγώγων, εκτός του ότι είναι χρονοβόρα και πολλές φορές δημιουργεί προβλήματα αριθμητικής ευστάθειας, είναι ανέφικτη στην περίπτωση που στην επιφάνεια απόκρισης της συνάρτησης υπάρχουν ασυνέχειες, οφειλόμενες κατά κύριο λόγο στην ύπαρξη περιορισμών τύπου κατωφλίου.

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 βρήκαν ευρεία εφαρμογή οι μέθοδοι ολικής βελτιστοποίησης, που μάλιστα, για ένα μικρό διάστημα, αντιμετωπίστηκαν ως «πανάκεια» του προβλήματος αυτόματης βαθμονόμησης των υδρολογικών μοντέλων (Wang, 1991· Duan *et al.*, 1992· Gan and Biftu, 1996· Sumner *et al.*, 1997· Pan and Wu, 1998· Franchini *et al.*, 1998· Solomatine *et al.*, 1999· Thyer *et al.*, 1999· Madsen *et al.*, 2002). Γρήγορα ωστόσο έγινε αντιληπτό ότι, παρά τη σημαντική βελτίωση που επιτεύχθηκε όσον αφορά τόσο στην αποτελεσματικότητα όσο και στην αποδοτικότητα των τεχνικών μη γραμμικής βελτιστοποίησης, ο εντοπισμός της θεωρητικά βέλτιστης λύσης εξακολουθούσε να είναι εξαιρετικά δυσχερές, και αυτό επειδή αυξήθηκαν θεαματικά τόσο η πολυπλοκότητα όσο και οι υπολογιστικές απαιτήσεις των μοντέλων. Είναι απόλυτα προφανές ότι οι γεωμετρικές ιδιαιτερότητες που συζητήθηκαν προηγουμένως είναι τόσο πιο δύσκολα αντιμετωπίσιμες όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των παραμέτρων. Για τον λόγο αυτό, η τήρηση της αρχής της φειδωλής παραμετροποίησης, που εξηγήθηκε στο εδάφιο 9.2.1, είναι ιδιαίτερα κρίσιμη για τον περιορισμό των αβεβαιοτήτων.

Οφείλουμε, ωστόσο, να επισημάνουμε ότι η σύγχρονη τάση είναι μάλλον στην κατεύθυνση της διατύπωσης σχημάτων με πολλούς βαθμούς ελευθερίας.

Βεβαίως, πέρα από τις μαθηματικές δυσχέρειες που οφείλονται στα χαρακτηριστικά του προβλήματος βαθμονόμησης, υπάρχουν και πρακτικοί λόγοι που καθιστούν, ως επί το πλείστον, ανέφικτη την εύρεση του αντικειμενικά καταλληλότερου ή, αλλιώς, ολικά βέλτιστου συνδυασμού παραμέτρων. Εξαιτίας των πάσης φύσεως σφαλμάτων που σχετίζονται με τη δομή, την παραμετροποίηση και τα δεδομένα εισόδου κάθε υδρολογικού μοντέλου, η έννοια της ύπαρξης μίας και μοναδικής ολικά βέλτιστης λύσης τίθεται υπό αμφισβήτηση. Για το λόγο αυτό, ο πρακτικός στόχος της βαθμονόμησης είναι η εύρεση μιας ικανοποιητικής λύσης, με λογικό πλήθος δοκιμών. Πολύ συχνά, το επιτρεπόμενο πλήθος των δοκιμών αποτελεί τον κύριο περιοριστικό παράγοντα της βαθμονόμησης, δεδομένου του υπολογιστικού φόρτου που απαιτεί κάθε μεμονωμένη εκτέλεση του μοντέλου. Πράγματι, πολύπλοκες δομές, και ειδικότερα όσον αφορά μοντέλα φυσικής βάσης ή ακόμη και εννοιολογικά μοντέλα με σχετικά λεπτομερή διακριτοποίηση, προϋποθέτουν μεγάλο φόρτο υπολογισμών. Για το λόγο αυτό, και παρά την αλματώδη αύξηση της υπολογιστικής ισχύος των επεξεργαστών, συνήθως η βελτιστοποίηση διακόπτεται επειδή εξαντλείται το όριο δοκιμών που θέτει ο χρήστης, πολύ προτού να ικανοποιηθούν τα αλγοριθμικά κριτήρια σύγκλισης.

9.2.8 Μη ελεγχόμενες μεταβλητές απόκρισης

Είναι γνωστό ότι τα υδρολογικά μοντέλα, και ειδικά τα μοντέλα φυσικής βάσης, βαθμονομούνται με βάση πολύ λιγότερες μεταβλητές απόκρισης σε σχέση με αυτές που παράγουν. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η βαθμονόμηση γίνεται αποκλειστικά με σύγκριση της προσομοιωμένης με την παρατηρημένη απορροή στην έξοδο της λεκάνης. Οι υπόλοιπες αποκρίσεις, είτε αναφέρονται στην απορροή σε άλλες θέσεις της λεκάνης είτε σε άλλες μεταβλητές εξόδου (π.χ. πραγματική εξατμοδιαπνοή, εκροές εκτός λεκάνης) ή ακόμη και σε «εσωτερικές» μεταβλητές του μοντέλου (π.χ. αποθήκευση εδαφική υγρασία, αποθήκευση υπόγειου νερού), είναι μη ελεγχόμενες. Αυτό σημαίνει ότι, ακόμη και αν η προσαρμογή των παραμέτρων του μοντέλου με βάση την παρατηρημένη απορροή δείχνει να είναι πολύ ικανοποιητική, ενδέχεται να είναι μη ρεαλιστική όσον αφορά την αναπαραγωγή των υπόλοιπων μεταβλητών απόκρισης, καθιστώντας έτσι το μοντέλο αναξιόπιστο. Κατά κανόνα, δεν είναι δυνατή η μέτρηση των εν λόγω μεταβλητών, οπότε είναι ανέφικτη η διατύπωση τυπικών στατιστικών κριτηρίων προσαρμογής. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θεωρείται καθοριστική η εμπειρία του μελετητή, που μπορεί να αξιολογήσει την επίδοση του μοντέλου με βάση ποιοτικά ή ημιεμπειρικά κριτήρια, που αναφέρονται στις μεταβλητές του υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης, για τις οποίες υπάρχει μια «αίσθηση μηχανικού» σχετικά με χαρακτηριστικές πτυχές της υδρολογικής τους διάταξης, όπως η μέση ετήσια τιμή και η μεταβλητότητά τους (Rozos *et al.*, 2004). Οι Seibert and McDonnell (2002) χαρακτηρίζουν τέτοια εμπειρικά κριτήρια ως «μαλακή» πληροφορία (soft data), σε αντίθεση με τις μετρήσεις που αποτελούν την «ισχυρή» υδρολογική πληροφορία (hard data) ενός προβλήματος βαθμονόμησης (βλ. και 10.4.3).

9.2.9 Αλλαγή των χαρακτηριστικών του συστήματος

Το τυπικό μοντέλο αυτόματης βαθμονόμησης βασίζεται στην υπόθεση ότι τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος, και συνακόλουθα οι παράμετροι του υδρολογικού μοντέλου που μακροσκοπικά εκφράζουν τα εν λόγω χαρακτηριστικά, είναι χρονικά αμετάβλητες (βλ. 8.5). Αναμφίβολα, και στη χρονική κλίμακα εφαρμογής μιας υδρολογικής μελέτης, για κάποια από τα χαρακτηριστικά αυτά, όπως π.χ. η γεωλογία, η υπόθεση είναι προφανής. Άλλα όμως χαρακτηριστικά, τα οποία επηρεάζουν δραστικά τις διεργασίες του υδρολογικού κύκλου, είναι εύκολο να τροποποιηθούν, είτε λόγω φυσικών αιτιών είτε λόγω ανθρωπογενών επεμβάσεων. Στην περίπτωση αυτή, οι παράμετροι του μοντέλου δεν μπορούν να έχουν διαχρονική ισχύ. Συνεπώς, αν επιλεγεί δείγμα βαθμονόμησης που αναφέρεται σε

μεταβλητές συνθήκες της λεκάνης, τότε οι παράμετροι θα τείνουν να προσαρμοστούν σε κάποιες μέσες συνθήκες, ώστε να ελαχιστοποιήσουν την απόκλιση από το σύνολο των παρατηρήσεων. Προφανώς, οι μέσες αυτές συνθήκες δεν είναι αντιπροσωπευτικές ούτε του παρελθόντος ούτε, πολύ περισσότερο, του μέλλοντος, καθιστώντας έτσι την προγνωστική ικανότητα του μοντέλου έντονα αμφισβητήσιμη.

Γενικά, μπορούμε να επισημάνουμε τρεις τυπικές περιπτώσεις μεταβολής των χαρακτηριστικών μιας λεκάνης απορροής:

- αλλαγή των κλιματικών συνθηκών·
- αλλαγή των επιφανειακών χαρακτηριστικών της λεκάνης·
- αλλαγή του καθεστώτος των απολήψεων νερού.

Είναι προφανές ότι μια συστηματική μεταβολή των κλιματικών συνθηκών (π.χ. αύξηση της μέσης θερμοκρασίας) επηρεάζει άμεσα την δίαυτα των μεταβλητών φόρτισης ενός υδρολογικού μοντέλου, δηλαδή των κατακρημνισμάτων και της δυνητικής εξατμοδιαπνοής. Θεωρητικά, αυτό δεν πρέπει να επιδρά στις παραμέτρους του μοντέλου, εφόσον οι τελευταίες έχουν προσαρμοστεί σε ένα δείγμα αντιπροσωπευτικών αποκρίσεων του συστήματος (βλ. 9.2.3). Για τον λόγο αυτό, όλες πρακτικά οι απόπειρες αποτίμησης των επιπτώσεων διαφόρων σεναρίων κλιματικής αλλαγής στα χαρακτηριστικά της απορροής (που αναφέρονται μάλιστα σε μεσο- ή και μακροπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα), χρησιμοποιούν τις μεταβλητές εξόδου των κλιματικών μοντέλων γενικής κυκλοφορίας ως μεταβλητές εισόδου των βαθμονομημένων, με βάση ιστορικά δεδομένα, μοντέλων, βασιζόμενες στη θεμελιώδη υπόθεση της σταθερότητας των παραμέτρων (π.χ. Mimikou *et al.*, 2000· Varanou *et al.*, 2002).

Αντίθετα, η συστηματική μεταβολή των επιφανειακών χαρακτηριστικών μιας λεκάνης, που οφείλεται στην αλλαγή των χρήσεων γης (λόγω π.χ. αλλαγής των καλλιεργειών), στην αστικοποίηση, τις πυρκαγιές, κτλ., σαφώς και αναιρεί τη σταθερότητα των παραμέτρων, καθιστώντας προβληματική την χρήση των εννοιολογικών υδρολογικών μοντέλων για προγνώσεις. Αξίζει να επισημανθεί ότι οι μεταβολές αυτές μπορούν να είναι είτε σημειακές (δηλαδή να οφείλονται σε κάποιο συγκεκριμένο γεγονός, που πραγματοποιήθηκε σε μικρό χρονικό διάστημα) είτε να λαμβάνουν χώρα σε συνεχή χρόνο. Κατά συνέπεια, ο χειρισμός του προβλήματος, που τα τελευταία χρόνια απασχολεί έντονα την υδρολογική κοινότητα (Nandakumar and Mein, 1997· Hundecha and Bárdossy, 2004· Brath *et al.*, 2006· Ewen *et al.*, 2006), γίνεται αποκλειστικά με μοντέλα φυσικής βάσης, που λαμβάνουν ρητά υπόψη τις ιδιότητες του συστήματος, και όχι έμμεσα, ήτοι μέσω των βελτιστοποιημένων παραμέτρων (π.χ. Prikounis *et al.*, 2003). Ως γνωστό, τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούν κατανεμημένη γεωγραφική πληροφορία, που όχι μόνο περιγράφει με πληρότητα τη χωρική ετερογένεια των χαρακτηριστικών μιας λεκάνης, αλλά και μπορεί να διαφοροποιείται στο χρόνο.

Τέλος, η αλλαγή του καθεστώτος των απολήψεων μπορεί να οφείλεται στην προσθήκη νέων χρήσεων νερού, στην κατασκευή σημαντικών υδραυλικών έργων (ταμιευτήρες, αρδευτικά δίκτυα, συστήματα γεωτρήσεων) που τροποποιούν την υδρολογική δίαυτα, ή ακόμη και στην αλλαγή των πρακτικών διαχείρισης των υδατικών πόρων της λεκάνης. Με άλλα λόγια, πρόκειται για τεχνητά χαρακτηριστικά, που δεν εξαρτώνται από τις φυσικές διεργασίες αλλά τις επηρεάζουν, τα οποία υπόκεινται σε αλλαγές, οπότε κακώς αφήνονται να περιγραφούν, έστω και έμμεσα, μέσω των παραμέτρων. Για τον λόγο αυτό, στην περίπτωση τέτοιων έντονα διαταραγμένων συστημάτων, κρίνεται επιβεβλημένη η ρητή μοντελοποίηση των απολήψεων, ώστε να εξασφαλίζεται ότι οι παράμετροι προσαρμόζονται στα αμετάβλητα, υπό προϋποθέσεις, φυσικά χαρακτηριστικά και όχι στις μεταβαλλόμενες ανθρωπογενείς επεμβάσεις (Rozos *et al.*, 2004· Nalbantis *et al.*, 2007).

9.3 Η έννοια της ισοδυναμίας

Άμεση συνέπεια των πολλαπλών και αλληλοεξαρτώμενων σφαλμάτων και αβεβαιοτήτων που διέπουν ένα υδρολογικό μοντέλο είναι η αδυναμία εντοπισμού μιας εμφανώς καλής λύσης του προβλήματος βαθμονόμησης. Αντίθετα, η τυπική περίπτωση είναι η ύπαρξη πληθώρας διαφορετικών διατυπώσεων ενός μοντέλου (είτε η διατύπωση αναφέρεται, γενικά, στη μαθηματική δομή είτε, ειδικά, στις τιμές των παραμέτρων), που παράγουν σχεδόν ισοδύναμα ικανοποιητικές αποκρίσεις της λεκάνης. Ακόμα και στα απλά εννοιολογικά σχήματα, για τα οποία μπορεί να εντοπιστεί εύκολα ο ολικά βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων για ένα συγκεκριμένο κριτήριο προσαρμογής και μια συγκεκριμένη περίοδο ελέγχου, η αντίστοιχη βέλτιστη λύση διαφοροποιείται (πολλές φορές, μάλιστα, σημαντικά), εφόσον θεωρηθούν εναλλακτικά κριτήρια προσαρμογής ή εναλλακτικές περιόδους βαθμονόμησης. Το γεγονός αυτό συνεπάγεται υψηλή αβεβαιότητα ως προς την προγνωστική ικανότητα των μοντέλων, που γίνεται πιο έντονη όσο αυξάνει το πλήθος των παραμέτρων, άρα και η πολυπλοκότητα του μοντέλου. Παρόλο που το εν λόγω πρόβλημα απασχολεί την επιστημονική κοινότητα περισσότερες από τρεις δεκαετίες (Johnston and Pilgrim, 1976· Sorooshian and Gupta, 1983· Hendrickson *et al.*, 1988· Beven and Binley, 1992· Gupta *et al.*, 1998· Boyle *et al.*, 2000· Wagener *et al.*, 2001), δεν έχει βρεθεί ένα κοινά αποδεκτό κριτήριο αξιολόγησης (με τη μορφή μιας στοχαστικής συνάρτησης γενικού χαρακτήρα), που να οδηγεί μονοσήμαντα στην αντικειμενικά καλύτερη λύση του προβλήματος.

Μέχρι τις αρχές της περασμένης δεκαετίας, η ύπαρξη των πολλαπλών βέλτιστων λύσεων θεωρείτο ως συνέπεια των εγγενών αδυναμιών των αλγορίθμων βελτιστοποίησης να χειριστούν το πρόβλημα των τοπικών ακροτάτων, που προκύπτουν εξαιτίας των έντονα μη κυρτών αντικειμενικών συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται ως μέτρα καλής προσαρμογής των υδρολογικών μοντέλων (Duan *et al.*, 1992). Η ανάπτυξη εξαιρετικά ισχυρών αλγοριθμικών σχημάτων, σε συνδυασμό με την εντυπωσιακή αύξηση της διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος, έδωσαν την ευκαιρία μιας πολύ πιο συστηματικής διερεύνησης των χαρακτηριστικών του προβλήματος βαθμονόμησης, όχι μόνο σε θεωρητικό πλαίσιο αλλά και στην πράξη, και μάλιστα σε ιδιαίτερα απαιτητικές εφαρμογές. Τότε, διαπιστώθηκε ότι τα τοπικά ακρότατα δεν είναι παρά μία μόνο (και, κατά τη γνώμη μας, όχι η πιο σημαντική) από τις πολλαπλές συνιστώσες αβεβαιότητας των μοντέλων, όπως εξάλλου έχει συζητηθεί στο εδάφιο 9.2.7. Συνεπώς, ο αρχικός ενθουσιασμός που προέκυψε μετά τις πρώτες εφαρμογές των εξελιγμένων μεθόδων ολικής βελτιστοποίησης, έδωσε γρήγορα τη θέση του στην αμφισβήτηση σχετικά με το αν ζητούμενο της βαθμονόμησης είναι απλά η αναζήτηση της μίας και μοναδικής «ολικά βέλτιστης» λύσης ή η εύρεση ενός συνόλου αποδεκτών λύσεων, βάσει των οποίων μπορούν να καθοριστούν τα όρια αβεβαιότητας του μοντέλου (Gupta *et al.*, 1998).

Ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1980, το ζήτημα της αβεβαιότητας τέθηκε σε συνδυασμό με την θεμελιώδη αρχή της *ισοδυναμίας* (equifinality). Πρόκειται για έναν γενικό όρο, που υποδηλώνει ότι ένα ανοιχτό σύστημα μπορεί να βρεθεί στην ίδια τελική κατάσταση, με πολλαπλούς εφικτούς τρόπους. Χρησιμοποιήθηκε πρώτη φορά στις υδρολογικές επιστήμες από τους Spear and Hornberger (1980), αλλά καταξιώθηκε αρκετά χρόνια μετά, στα πλαίσια της θεωρούμενης ως κλασικής εργασίας των Beven and Binley (1992)¹. Στην υδρολογία, η αρχή της ισοδυναμίας βασίζεται στην αναγνώριση ότι δεν υπάρχει μία και μοναδική «βέλτιστη» δομή μοντέλου ούτε ένας και μοναδικός «βέλτιστος» συνδυασμός παραμέτρων, που να αναπαράγουν καλύτερα από όλες τις άλλες δομές ή συνδυασμούς παραμέτρων τις διεργασίες μιας λεκάνης απορροής. Αντίθετα, είναι αποδεκτό ότι μπορούν να διατυπωθούν πολλά εναλλακτικά σχήματα προσομοίωσης, τα οποία προσαρμόζονται καλύτερα σε διαφορετικά χαρακτηριστικά κάθε μεταβλητής απόκρισης, και σε διαφορετικές περιόδους ελέγχου.

¹ Φαίνεται ότι οι όροι «αβεβαιότητα» και «ισοδυναμία» έχουν διχάσει τον επιστημονικό κόσμο. Για τις πλέον επίκαιρες ερμηνείες τους, αλλά και ενστάσεις, βλ. Beven (2006), Montanari (2007) και Hamilton (2007).

Η αρχή της ισοδυναμίας βασίζεται στην υπόθεση ότι εξαιτίας των πολλαπλών και αλληλεξαρτώμενων πηγών αβεβαιότητας, δεν μπορεί να υπάρξει ένα και μοναδικό σχήμα προσομοίωσης που να υπερτερεί σαφώς έναντι των υπολοίπων. Ένα μοντέλο μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα για κάποια περίοδο της χρονοσειράς βαθμονόμησης, ωστόσο θα υπάρχουν πολλά ακόμη μοντέλα που θα παρουσιάζουν επίσης καλή προσαρμογή, με ορισμένα από αυτά να αντιστοιχούν σε εντελώς διαφορετικές περιοχές του εφικτού χώρου. Βεβαίως, από τις θεωρητικά άπειρες εφικτές διαμορφώσεις ενός μοντέλου, κάποιες θα παρουσιάζουν εμφανώς μη ικανοποιητική προσαρμογή, οπότε κρίνονται απορριπτέες, ενώ όλες οι υπόλοιπες, ελλείψει περαιτέρω πληροφορίας, οφείλουν να γίνουν αποδεκτές. Υιοθετώντας την ορολογία των Spear and Hornberger (1980), κάθε αποδεκτό σχήμα προσομοίωσης, που εξασφαλίζει ικανοποιητική προσαρμογή στα παρατηρημένα γεγονότα, καλείται *αντιπροσωπευτικό* (behavioral), ενώ κάθε μη αποδεκτό σχήμα θεωρείται *μη αντιπροσωπευτικό* (non-behavioral) της συμπεριφοράς του φυσικού συστήματος.

9.4 Ποσοτικές προσεγγίσεις της αβεβαιότητας

9.4.1 Γενικά

Αναμφίβολα, από τις αρχές της περασμένης δεκαετίας έχει παρατηρηθεί εντυπωσιακή πρόοδος όσον αφορά στην ανάπτυξη και εφαρμογή υπολογιστικών τεχνικών αυτόματης βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, ικανών να χειριστούν σύνθετες επιφάνειες απόκρισης και να εντοπίσουν ικανοποιητικές λύσεις του προβλήματος, με λογικό αριθμό δοκιμών. Ωστόσο, οι προσεγγίσεις αυτές έχουν δεχτεί έντονη κριτική, καθώς δεν μπορούν να χειριστούν το ζήτημα της αβεβαιότητας (Beven and Binley, 1992· Gupta *at al.*, 1998· Thiemann *at al.*, 2001· Vrugt *at al.*, 2003b). Πιο συγκεκριμένα, η φιλοσοφία μιας στρατηγικής αυτόματης βαθμονόμησης βασίζεται στην υπόθεση ενός και μοναδικού καθολικά βέλτιστου συνδυασμού παραμέτρων, η επίδοση του οποίου αποτιμάται πλήρως μέσω της στοχαστικής συνάρτησης, όπου ενσωματώνονται ένα ή περισσότερα στατιστικά μέτρα προσαρμογής. Όμως, η βελτιστοποιημένη τιμή της συνάρτησης θεωρείται ότι παρέχει περιορισμένη πληροφορία σχετικά με την προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, ενώ η μία και μοναδική απόκριση που παράγεται, ως αποτέλεσμα του μοναδικού αποδεκτού συνδυασμού παραμέτρων, δεν επιτρέπει καμία ποσοτική εκτίμηση των ορίων εμπιστοσύνης των προγνώσεων.

Η ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας βασίζεται στη θεώρηση των παραμέτρων (αλλά και της ίδιας της μαθηματικής δομής του μοντέλου) ως τυχαίων μεταβλητών. Αυτό σημαίνει ότι σε κάθε παράμετρο θ_j αντιστοιχεί μια *εκ των υστέρων* (a posteriori) συνάρτηση κατανομής, που διαφοροποιείται σε σχέση με την *εκ των προτέρων* (a priori) κατανομή, όπως αυτή εκφράζεται μέσω των ορίων $[\theta_{j,\min}, \theta_{j,\max}]$. Η μορφή της συνάρτησης κατανομής προκύπτει εμπειρικά, μέσω στοχαστικής προσομοίωσης (δηλαδή εφαρμογής του μοντέλου με μεγάλο αριθμό διαφορετικών τιμών παραμέτρων). Άμεση συνέπεια της παραπάνω προσέγγισης είναι η παραγωγή όχι μιας μεμονωμένης απόκρισης για κάθε χρονικό βήμα αλλά ενός νέφους εφικτών αποκρίσεων, που όταν είναι «στενό» υποδηλώνει χαμηλή αβεβαιότητα, ενώ όταν είναι «πεπλατυσμένο» υποδηλώνει υψηλή αβεβαιότητα.

Αρχικά, ο χειρισμός του προβλήματος της αβεβαιότητας επιχειρήθηκε πάνω στο πλαίσιο της κλασικής στατιστικής θεωρίας, που βασίζεται στις μερικές παραγώγους της συνάρτησης σφάλματος και την διατύπωση πολυωνυμικών κατανομών των παραμέτρων (Vrugt *et al.*, 2003b). Μάλιστα, οι Kuczera and Mroczkowski (1998) επισημαίνουν τη σημασία της πληροφορίας που περιέχεται όχι μόνο στις πρώτες αλλά και στις δεύτερες παραγώγους της συνάρτησης. Βεβαίως, η ανάγκη αριθμητικής εκτίμησης των παραγώγων, και μάλιστα σε έντονα μη γραμμικά προβλήματα πολλών παραμέτρων, καθιστά μια τέτοια προσέγγιση μη πρακτική.

Τελικά, στη βιβλιογραφία, έχουν κυριαρχήσει ευρετικές μεθοδολογίες, οι οποίες εντάσσονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη αναφέρονται οι τεχνικές που βασίζονται στην τυχαία δειγματοληψία και στο νόμο του Bayes, έχουν δηλαδή ως υπόβαθρο την κλασική επαγωγική στατιστική. Οι γνωστότερες από τις τεχνικές αυτές εξετάζεται στη συνέχεια της ενότητας. Η εναλλακτική προσέγγιση βασίζεται στην πολυκριτηριακή βαθμονόμηση των υδρολογικών μοντέλων, και εξετάζεται στο Κεφάλαιο 10.

9.4.2 Η μέθοδος γενικευμένης πιθανοφάνειας (GLUE)

Η μέθοδος *εκτίμησης αβεβαιότητας γενικευμένης πιθανοφάνειας* (Generalized Likelihood Uncertainty Estimation, GLUE) είναι μια στοχαστική τεχνική που χρησιμοποιείται για την ανάλυση ευαισθησίας και την εκτίμηση της αβεβαιότητας των υδρολογικών μοντέλων, με προσομοίωση Monte Carlo. Το ερέθισμα προήλθε από την ανάγκη συστηματικής αναγνώρισης των θεμελιωδών περιορισμών των υδρολογικών μοντέλων ως προσομοιωτών των πολύπλοκων διεργασιών μιας λεκάνης απορροής (Beven, 1989, 1993· Freer *et al.*, 1996). Η μέθοδος GLUE αναπτύχθηκε από τους Beven and Binley (1992), και παρουσιάστηκε αρχικά ως επέκταση της διαδικασίας *γενικευμένης ανάλυσης ευαισθησίας* (Generalized Sensitivity Analysis, GSA) των Spear and Hornberger (1980). Σε σύντομο χρονικό διάστημα, καταξιώθηκε ως η πλέον δημοφιλής μέθοδος ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας, έχοντας βρει εφαρμογή στην ανάλυση υδρολογικών μοντέλων (κυρίως φυσικής βάσης, όπως το TOPMODEL και το SWAT), καθώς και μοντέλων υδραυλικής, περιβάλλοντος και χημείας (Romanowicz *et al.*, 1996· Franks and Beven, 1997· Romanowicz and Beven, 1998· Lamb *et al.*, 1998· Franks *et al.*, 1999· Dunn, 1999· Beven and Freer, 2001· Ratto *et al.*, 2001· Freer *et al.*, 2004· Muleta and Nicklow, 2005).

Η λογική της μεθόδου GLUE είναι συμβατή με τη θεμελιώδη αρχή της ισοδυναμίας, που εξηγήθηκε στην ενότητα 9.3, απορρίπτει δηλαδή την έννοια της μοναδικότητας. Σε αντιστοιχία με την προσέγγιση των Spear and Hornberger (1980), χρησιμοποιεί κάποιο ποσοτικό κριτήριο για να χωρίσει τα μοντέλα σε αντιπροσωπευτικά και μη, όπως εξηγείται στη συνέχεια. Μια δομή μοντέλου (π.χ. ένα σύνολο τιμών παραμέτρων) που χαρακτηρίζεται αντιπροσωπευτική θεωρείται εφικτός προσομοιωτής, με το μέτρο εφικτότητας να διατυπώνεται πιθανοτικά. Συνεπώς, σε κάθε τέτοιο μοντέλο αντιστοιχεί μια μη μηδενική πιθανότητα να αποτελεί τον βέλτιστο προσομοιωτή της λεκάνης, ενώ η αντίστοιχη πιθανότητα ενός μη αντιπροσωπευτικού μοντέλου είναι μηδενική. Είναι λοιπόν προφανής η αντίθεση με την αυστηρά προσδιοριστική προσέγγιση που εισάγει μια στρατηγική αυτόματης βαθμονόμησης, σύμφωνα με την οποία το ολικό βέλτιστο σύνολο τιμών των παραμέτρων (στην πραγματικότητα, οι τιμές που εντοπίζει ο αλγόριθμος αναζήτησης) γίνεται *de facto* αποδεκτό, με πιθανότητα δηλαδή 100%, ενώ κάθε άλλη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης απορρίπτεται, είτε απέχει πολύ είτε ελάχιστα από την βέλτιστη λύση.

Στη γενική περίπτωση, με τον όρο «μοντέλο» νοείται ο συνδυασμός μιας συγκεκριμένης μαθηματικής δομής f και ενός συνόλου παραμέτρων θ_i . Σε κάθε μοντέλο $f(\theta_i)$ αντιστοιχεί ένα μέτρο πιθανοφάνειας $L[f(\theta_i)]$, που εκφράζει την καταλληλότητα της προσαρμογής της δομής f , με παραμέτρους τα θ_i , στα ιστορικά δεδομένα y . Με βάση μια κρίσιμη τιμή του δείκτη L , γίνεται η διάκριση των μοντέλων, σε αντιπροσωπευτικά και μη. Στη συνέχεια, τα αντιπροσωπευτικά μοντέλα κατατάσσονται ως προς την τιμή του μέτρου πιθανοφάνειας, για τη διαμόρφωση μιας αθροιστικής κατανομής (προφανώς, εφόσον θεωρηθούν άλλο μέτρο πιθανοφάνειας ή άλλα δεδομένα προσαρμογής, η εικόνα όσον αφορά την κατάταξη των μοντέλων και τις τιμές των παραμέτρων ενδέχεται να είναι πολύ διαφορετική). Σε κάθε χρονικό βήμα t , η τιμή της προσομοιωμένης απόκρισης q_{ii}' σταθμίζεται με βάση την τιμή του μέτρου L_i . Με τον τρόπο αυτό, προκύπτει μια εμπειρική κατανομή για τη μεταβλητή q_{ii}' , βάσει της οποίας μπορούν να υπολογιστούν διάφορα πιθανοτικά μεγέθη για την εν λόγω μεταβλητή, όπως πιθανότητες υπέρβασης, όρια εμπιστοσύνης, κτλ. Στην επιθυμητή κατάσταση, τα όρια εμπιστοσύνης καλύπτουν ένα στενό εύρος γύρω από την παρατηρημένη τιμή q_t , κάτι που υποδηλώνει ισχυρή αξιοπιστία του μοντέλου και μικρή επιρροή των άσπης φύσεως σφαλμάτων στην αναπαραγωγή της απόκρισης της

λεκάνης. Πολύ συχνά, ωστόσο, οι ζώνες εμπιστοσύνης που προκύπτουν είναι πλατιές, ενώ σε άλλες περιπτώσεις δεν περικλείουν την παρατηρημένη τιμή q_i . Το γεγονός αυτό υποδηλώνει είτε ότι η μοντελοποίηση που εφαρμόστηκε αδυνατεί να περιγράψει τις φυσικές διεργασίες είτε ότι υπάρχουν σοβαρά σφάλματα στα δεδομένα του μοντέλου.

Η μέθοδος GLUE προϋποθέτει τον καθορισμό τριών βασικών υπολογιστικών διαδικασιών:

- μιας μεθοδολογίας γέννησης ενός αρχικού δείγματος μοντέλων, δηλαδή ενός συνόλου εφικτών συνδυασμών παραμέτρων·
- ενός μέτρου πιθανοφάνειας, που αποτιμά την καταλληλότητα του μοντέλου με όρους πιθανοτήτων·
- μιας συστηματικής διαδικασίας αποδοχής των μοντέλων που θεωρούνται αντιπροσωπευτικά, με βάση το συγκεκριμένο μέτρο πιθανοφάνειας.

Η αρχική δειγματοληψία προϋποθέτει τη γέννηση N τυχαίων διανυσμάτων θ , από τον εφικτό χώρο Θ , όπου N ένας επαρκώς μεγάλος αριθμός. Για να είναι η διαδικασία αμερόληπτη, θεωρείται ομοιόμορφη κατανομή των παραμέτρων θ , οπότε η δειγματοληψία γίνεται με προσομοίωση Monte Carlo, παράγοντας τυχαίους ομοιόμορφους αριθμούς στο διάστημα $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$. Αυτό υποδηλώνει ότι, ελλείψει οποιασδήποτε εκ των προτέρων γνώσης σχετικά με τα χαρακτηριστικά της επιφάνειας απόκρισης, κάθε εφικτό μοντέλο $\theta \in \Theta$ λαμβάνεται ως ισοπίθανα αποδεκτός προσομοιωτής του υδρολογικού συστήματος.

Εκτός της ομοιόμορφης κατανομής, στη μέθοδο GLUE έχουν εφαρμοστεί και άλλες δειγματοληπτικές τεχνικές. Μία από αυτές είναι η μέθοδος του *λατινικού υπερκύβου* (latin hypercube), βάσει της οποίας διαμορφώνεται ένα ομοιόμορφο πλέγμα που καλύπτει όλο τον εφικτό χώρο, και γεννιέται ένα ακριβώς τυχαίο σημείο σε κάθε κελί του πλέγματος στην περίπτωση αυτή, η διάσταση κάθε κελιού, που αντιστοιχεί σε μια υποπεριοχή του εφικτού χώρου Θ , είναι ίση ακριβώς με το $1/N$ της διάστασης του Θ . Αυτό εξασφαλίζει την παραγωγή μίας και μόνο μίας λύσης σε κάθε υποπεριοχή του χώρου των παραμέτρων, που δεν μπορεί να εγγυηθεί η μέθοδος ομοιόμορφης δειγματοληψίας (Yu *et al.*, 2001).

Οι προηγούμενες μέθοδοι δειγματοληψίας υποθέτουν ότι δεν υπάρχει καμία πληροφορία σχετικά με τη διακύμανση των παραμέτρων, παρά μόνο ένα αδρό εύρος διακύμανσης, που μπορεί και να ταυτίζεται με τα φυσικά-μαθηματικά τους όρια (π.χ. αδιάστατοι συντελεστές στείρευσης). Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις που θεωρείται, έστω και κατά προσέγγιση, γνωστή η μέση τιμή μιας παραμέτρου, οπότε η δειγματοληψία γίνεται με παραγωγή τυχαίων διαταραχών γύρω από την εν λόγω τιμή (π.χ. θεωρώντας ότι η παράμετρος ακολουθεί κανονική κατανομή), που λαμβάνεται ως η πλέον πιθανή κατανομή. Αυτό ισχύει αποκλειστικά στα μοντέλα φυσικής βάσης, στα οποία οι τιμές ορισμένων, τουλάχιστον, παραμέτρων εκτιμώνται από δεδομένα πεδίου.

Το μέτρο πιθανοφάνειας L που αντιστοιχεί στη μαθηματική δομή f και στο σύνολο παραμέτρων θ_i , υπό τη συνθήκη των παρατηρημένων αποκρίσεων y , γράφεται με τη μορφή δεσμευμένης πιθανότητας $L[f(\theta_i) | y]$. Στη βιβλιογραφία προτείνονται διάφορες διατυπώσεις του μέτρου πιθανοφάνειας. Στην πρώτη δημοσίευση της μεθόδου GLUE, οι Beven and Binley (1992) χρησιμοποίησαν το κριτήριο:

$$L[f(\theta_i) | y] = (1 / \sigma_\varepsilon^2)^\xi \quad (9.2)$$

όπου σ_ε^2 η διασπορά των σφαλμάτων του μοντέλου $f(\theta_i)$ και ξ συντελεστής σχήματος. Οι Freer *et al.* (1996) εισήγαγαν δύο μέτρα πιθανοφάνειας. Το πρώτο βασίζεται στον ακόλουθο μετασχηματισμό του συντελεστή προσδιορισμού (με την υπόθεση ότι είναι θετικός¹):

¹ Η υπόθεση ισχύει πάντοτε, με δεδομένο ότι αρνητικές τιμές του συντελεστή προσδιορισμού απορρίπτονται ως μη αντιπροσωπευτικές.

$$L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = (1 - \sigma_\varepsilon^2 / \sigma_y^2)^\zeta \quad (9.3)$$

όπου σ_y^2 η διασπορά των παρατηρημένων αποκρίσεων. Για $\zeta = 1$, η σχέση (9.3) ταυτίζεται με το γνωστό κριτήριο Nash-Sutcliffe, ενώ για $\zeta > 1$ το κριτήριο γίνεται πιο αυστηρό, καθώς ορίζεται υψηλό μέτρο καταλληλότητας μόνο στις περιπτώσεις πολύ καλής προσαρμογής (βλ. 8.4.1). Το δεύτερο μέτρο πιθανοφάνειας των Freer *et al.* (1996) βασίζεται σε έναν εκθετικό μετασχηματισμό της διασποράς των σφαλμάτων της μορφής:

$$L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = \exp(-\zeta \sigma_\varepsilon^2) \quad (9.4)$$

Τέλος, οι Romanowicz *et al.* (1996) προτείνουν ένα μέτρο πιθανοφάνειας βασισμένο σε ένα μοντέλο γκαουσιανών συσχετισμένων σφαλμάτων.

Από το αρχικό δείγμα μεγέθους N , απορρίπτονται ως μη αντιπροσωπευτικές οι λύσεις εκείνες που αντιστοιχούν σε τιμές του μέτρου πιθανοφάνειας L μικρότερες από κάποιο αυθαίρετο ελάχιστο όριο, L^* . Για παράδειγμα, όταν ως μέτρο πιθανοφάνειας χρησιμοποιείται ο συντελεστής προσδιορισμού, προτείνεται ως κατώφλι η τιμή $L^* = 0.30$ (που σημαίνει ότι για να είναι ένα μοντέλο αποδεκτό, οφείλει να ερμηνεύει τουλάχιστον το 30% της διασποράς των παρατηρημένων αποκρίσεων). Στη συνέχεια, το δείγμα των αντιπροσωπευτικών μοντέλων που απομένει, υπό την προϋπόθεση ότι είναι επαρκώς μεγάλο, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή προγνώσεων. Συγκεκριμένα, κάθε μοντέλο $f(\theta_i)$ σταθμίζεται με βάση την τιμή του μέτρου L_i , και τα βάρη που προκύπτουν χρησιμοποιούνται για τη διαμόρφωση των αθροιστικών κατανομών της πιθανότητας υπέρβασης της μεταβλητής απόκρισης Y_t σε κάθε χρονικό βήμα t , δηλαδή:

$$P(Y_t > y) = \sum_{i=1}^{n_y} L[f(\theta_i) | y_{it}' > y] \quad (9.5)$$

όπου y_{it}' είναι η τιμή της απόκρισης του μοντέλου i κατά το χρονικό βήμα t και n_y είναι το πλήθος των μοντέλων $f(\theta_i)$ για τα οποία $y_{it}' > y$. Τα ποσοστημόρια $P(Y_t > y)$ εκφράζουν τα όρια αβεβαιότητας του μοντέλου, και εξαρτώνται τόσο από τις ιστορικές χρονοσειρές όσο και από τις διάφορες παραδοχές της μεθόδου GLUE. Οι τελευταίες αναφέρονται σε τέσσερις συνιστώσες (Franks *et al.*, 1999):

- στη μέθοδο αρχικής δειγματοληψίας·
- στον ορισμό του μέτρου πιθανοφάνειας L ·
- στην επιλογή του κατωφλίου L_{\min} ·
- στην τιμή της παραμέτρου σχήματος ζ .

Διαφορετικά μέτρα πιθανοφάνειας είναι δυνατό να συνδυαστούν είτε στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται διαφορετικοί τύποι προσαρμογής του μοντέλου (π.χ. κριτήρια καλής προσαρμογής για διαφορετικές αποκρίσεις του μοντέλου) είτε όταν εισάγεται νέα πληροφορία που προέρχεται από επικαιροποίηση των δεδομένων του μοντέλου. Ο χειρισμός των παραπάνω περιπτώσεων γίνεται μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών επικαιροποιήσεων των μέτρων πιθανοφάνειας, σύμφωνα με την οποία κάθε πρότερη εκτίμηση $L_0[f(\theta_i)]$ μπορεί να επικαιροποιηθεί με βάση ένα νέο μέτρο πιθανοφάνειας $L[f(\theta_i) | \mathbf{y}]$, διαμορφώνοντας μια ύστερη εκτίμηση $L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}]$. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται διάφοροι τελεστές, όπως:

$$L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = L_0[f(\theta_i)] L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] / C \text{ (πολλαπλασιαστικός)} \quad (9.6)$$

$$L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = L_0[f(\theta_i)] + L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] / C \text{ (προσθετικός)} \quad (9.7)$$

$$L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = L_0[f(\theta_i)] \cdot L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] / C \text{ (ασαφής ένωση)} \quad (9.8)$$

$$L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}] = L_0[f(\theta_i)] \wedge L[f(\theta_i) | \mathbf{y}] / C \text{ (ασαφής τομή)} \quad (9.9)$$

όπου:

$$C = \sum_{i=1}^N L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}] \quad (9.10)$$

Ο πολλαπλασιαστικός τελεστής, που είναι και ο πλέον συνηθισμένος, βασίζεται στον γνωστό από τη θεωρία πιθανοτήτων νόμο του Bayes. Η διαδοχική εφαρμογή του μειώνει βαθμιαία την επίδραση της παρελθούσας πληροφορίας \mathbf{y} , άρα και της αντίστοιχης πιθανοφάνειας. Στην περίπτωση, μάλιστα, που σε μια νέα εκτίμηση προκύψει μηδενικό μέτρο πιθανοφάνειας $L[f(\theta_i) | \mathbf{y}]$, υποδηλώνοντας έτσι ακαταλληλότητα του συγκεκριμένου μοντέλου (δηλαδή μη αντιπροσωπευτικότητα, με βάση την ορολογία της μεθόδου GLUE), τότε η ύστερη εκτίμηση της πιθανοφάνειας $L_p[f(\theta_i) | \mathbf{y}]$ θα είναι επίσης μηδενική, ανεξάρτητα από το πόσο καλή είναι η πρότερη εκτίμηση $L_0[f(\theta_i)]$. Εμπειρικά, έχει διαπιστωθεί ότι, με την εφαρμογή του νόμου του Bayes, ο αριθμός των μοντέλων που παρουσιάζουν υψηλές τιμές πιθανοφάνειας συνήθως μειώνεται, και ως εκ τούτου περιορίζεται το εύρος των ορίων αβεβαιότητας. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι ιδιαίτερα επιθυμητό, και επιπλέον είναι συμβατό με την υπόθεση ότι η αύξηση της διαθέσιμης πληροφορίας οφείλει να οδηγεί σε πιο αξιόπιστες προγνώσεις (Freer *et al.*, 1996).

Η μέθοδος GLUE μπορεί να εφαρμοστεί με συνδυασμένη χρήση πολλαπλών μέτρων πιθανοφάνειας, στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες παρατηρημένες αποκρίσεις ή εξετάζονται διαφορετικές πτυχές μιας απόκρισης ή όταν η περίοδος ελέγχου χωρίζεται σε υποπεριόδους. Η πολυκριτηριακή αυτή προσέγγιση επιδιώκει τον περιορισμό της αβεβαιότητας, ως προφανή συνέπεια της αύξησης της διαθέσιμης πληροφορίας (Lamb *et al.*, 1998· Franks *et al.*, 1999). Μια διατύπωση του συνδυαστικού μέτρου πιθανοφάνειας, θεωρώντας m τον αριθμό παρατηρημένες αποκρίσεις \mathbf{y}_j , σταθμισμένες κατά την ποσότητα w_j , είναι:

$$L[f(\theta_i) | \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m] = \frac{1}{C} \exp \left[- \sum_{j=1}^m w_j L[f(\theta_i) | \mathbf{y}_j] \right] \quad (9.11)$$

Συνοψίζοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι η μέθοδος GLUE αποτελεί μια πρόσφορη τεχνική ανάλυσης της αβεβαιότητας υδρολογικών μοντέλων, που έχει ως θεωρητικό υπόβαθρο την επαγωγική στατιστική, με βασικό πλεονέκτημα την απλότητα και αποτελεσματικότητά της, ανεξαρτήτως της δομής του μοντέλου. Ωστόσο, λόγω της τυχαίας δειγματοληψίας που υλοποιεί, πρόκειται για μια ιδιαίτερα απαιτητική σε υπολογιστικό φόρτο διαδικασία, καθώς προϋποθέτει την εκτέλεση πολύ μεγάλου πλήθους ανεξάρτητων προσομοιώσεων, ώστε να αποκτηθεί μια επαρκώς αντιπροσωπευτική εικόνα του εφικτού χώρου και να μπορεί να εκτιμήσει ακραίες τιμές πιθανότητας¹. Μάλιστα, υπόκειται στην γνωστή κατάρα της διαστατικότητας, που την καθιστά μη πρακτική, με εξαίρεση προβλήματα λίγων παραμέτρων. Επιπλέον, προκειμένου να είναι δυνατός ο υπολογισμός των ορίων αβεβαιότητας, η μέθοδος προϋποθέτει την αποθήκευση του συνόλου των αποτελεσμάτων κάθε προσομοίωσης (για την ακρίβεια, όλων των χρονοσειρών απόκρισης που ενδιαφέρουν στις αναλύσεις), και συνεπώς καθίσταται εξαιρετικά απαιτητική όχι μόνο σε ταχύτητα αλλά και σε υπολογιστική μνήμη.

Αναμφίβολα, η μέθοδος GLUE υπόκειται σε αυθαιρεσίες, που αφορούν κυρίως στη διατύπωση του μέτρου πιθανοφάνειας L και τον ορισμό του κατωφλίου L^* , βάσει του οποίου ένα σύνολο παραμέτρων (ή, στη γενική περίπτωση, το μαθηματικό πλαίσιο ενός μοντέλου) αξιολογείται ως αντιπροσωπευτικό ή μη (Thiemann *et al.*, 2001). Τέλος, παρόλο που επιχειρεί να αποτιμήσει την προγνωστική ικανότητα ενός μοντέλου όχι μέσω ενός μεμονωμένου αριθμητικού δείκτη αλλά με όρους πιθανοτήτων, δεν επιτυγχάνει με κανένα τρόπο τον διαχωρισμό των διαφόρων πηγών σφάλματος, με αποτέλεσμα να

¹ Επειδή το πρόβλημα του υπολογιστικού φόρτου οφείλεται στον εξαιρετικά μεγάλο αριθμό των απαιτούμενων προσομοιώσεων, σε συνδυασμό με τον χρόνο που απαιτεί μεμονωμένη προσομοίωση, οι Khu and Werner (2003) προτείνουν μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση, στην οποία αντικαθιστούν το υδρολογικό μοντέλο από ένα εκπαιδευμένο νευρωνικό δίκτυο, ο χρόνος εκτέλεσης του οποίου είναι συγκριτικά αμελητέος.

παρέχει, τελικά, ιδιαίτερα ουσιαστική πληροφορία σχετικά με τα πραγματικά αίτια της αβεβαιότητας των προγνώσεων (Kavetski *et al.*, 2002).

9.4.3 Στοχαστικές αλυσίδες Markov

Η μέθοδος των στοχαστικών (Monte Carlo) αλυσίδων Markov (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) είναι μια εναλλακτική διαδικασία, που χρησιμοποιείται αντί της ομοιόμορφης δειγματοληψίας για την προσέγγιση της ύστερης κατανομής των παραμέτρων των υδρολογικών μοντέλων, που απαιτείται για την ανάλυση των αβεβαιοτήτων, π.χ. την παραγωγή ορίων εμπιστοσύνης της απορροής (Kuczera and Parent, 1998· Engeland and Gottschalk, 2002· Engeland *et al.*, 2005). Η μέθοδος γεννά μια αλυσίδα Markov, δηλαδή έναν τυχαίο περίπατο από εφικτούς συνδυασμούς παραμέτρων, με τρόπο ώστε το δείγμα που δημιουργείται να συγκλίνει στην πραγματική συνάρτηση κατανομής. Ως γεννήτρια νέων λύσεων χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Metropolis (Metropolis *et al.*, 1953), που αποτελεί και το υπόβαθρο της μεθόδου προσομοιωμένης απόπτωσης (βλ. 3.8.2).

9.4.4 Στοχαστική βελτιστοποίηση παραμέτρων – Η μέθοδος SCEM-UA

Η ερευνητική ομάδα του Πανεπιστημίου της Αριζόνα, που από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 έχει παρουσιάσει πλούσιο έργο όσον αφορά στα προβλήματα βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, έχοντας μεταξύ άλλων αναπτύξει την γνωστή μέθοδο ολικής βελτιστοποίησης SCE (βλ. 3.9.5) και την πολυκριτηριακό σχήμα MOCOM (βλ. 4.5.5), επιχειρεί τα τελευταία χρόνια να παρουσιάσει ένα εννοποιημένο πλαίσιο στοχαστικής βελτιστοποίησης, που ταυτόχρονα αποσκοπεί στην εκτίμηση των παραμέτρων και την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητάς τους.

Η πρώτη απόπειρα προέρχεται από τους Thiemann *et al.* (2001), που ανέπτυξαν μια μέθοδο γνωστή ως BaRE (Bayesian Recursive Estimation). Πρόκειται για μια στοχαστική διαδικασία αναδρομικής βελτιστοποίησης των παραμέτρων, που βασίζεται στην επαγωγική στατιστική (δηλαδή το νόμο του Bayes), με σκοπό την ανάλυση υδρολογικών μοντέλων για τα οποία διατίθεται ανεπαρκές δείγμα παρατηρήσεων (π.χ. όταν η λεκάνη απορροής έχει πρόσφατα εξοπλιστεί με υδρομετρικά όργανα). Εξαιτίας του μικρού και, προφανώς, μη αντιπροσωπευτικού, δείγματος, η εκτίμηση των παραμέτρων με εφαρμογή της τυπικής διαδικασίας αυτόματης βαθμονόμησης συνεπάγεται, αναπόφευκτα, πολύ μεγάλη αβεβαιότητα (βλ. 9.2.3). Οι ερευνητές προτείνουν ένα πλαίσιο επιχειρησιακού χαρακτήρα, βάσει του οποίου οι προβλέψεις, και συνεπώς τα όρια αβεβαιότητας, προσαρμόζονται με βάση κάθε νέα πληροφορία που εισάγεται στο μοντέλο. Η πληροφορία αυτή αξιολογείται, θεωρώντας ότι τα σφάλματα των μετρήσεων είναι αμοιβαία ανεξάρτητα, με το κάθε μεμονωμένο σφάλμα να ακολουθεί εκθετική κατανομή.

Λίγο αργότερα, οι Vrugt *et al.* (2002) συνδύασαν την μέθοδο GSA (Spear and Hornberger, 1980), τον αλγόριθμο BaRE (Thiemann *et al.*, 2001) καθώς και τον αλγόριθμο Metropolis (Metropolis *et al.*, 1953), σε ένα γενικευμένο πλαίσιο που ονόμασαν PIMLI (Parameter Identification Method based on Localization of Information). Σκοπός της μεθόδου είναι να αξιοποιήσει κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο τις υδρολογικές παρατηρήσεις, ώστε να ελαχιστοποιήσει τις αβεβαιότητες που οφείλονται στα σφάλματα των δεδομένων εισόδου. Ξεκινά θεωρώντας μια αρχική συνάρτηση πιθανότητας για τις παραμέτρους, την οποία αναθεωρεί λαμβάνοντας σταδιακά υπόψη τις παρατηρήσεις. Σε κάθε βήμα της διαδικασίας, χρησιμοποιείται η πλέον αντιπροσωπευτική μέτρηση (δηλαδή αυτή που προσθέτει την περισσότερη πληροφορία στο μοντέλο) για την παραγωγή ενός βελτιωμένου δείγματος, με εφαρμογή του αλγορίθμου Metropolis.

Πρόσφατα, οι Vrugt *et al.* (2003b) παρουσίασαν μια στρατηγική στοχαστικής βελτιστοποίησης των παραμέτρων, γνωστή ως SCEM (Shuffled Complex Evolution Metropolis). Πρόκειται για ένα σχήμα ολικής βελτιστοποίησης γενικού σκοπού, που εκτιμά το πλέον πιθανό σύνολο παραμέτρων καθώς και

την σχετική συνάρτηση κατανομής τους, με μία μόνο εκτέλεση του αλγορίθμου. Στη βάση μιας στοχαστικής αλυσίδας Markov (βλ. 9.4.3), παράγεται μια ακολουθία εφικτών συνόλων παραμέτρων $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{k+1}\}$, που συγκλίνει στην πραγματική συνάρτηση κατανομής τους, για μεγάλο μέγεθος δειγματοληψίας k . Ο αλγόριθμος έχει άμεση σχέση με την επιτυχή μέθοδο ολικής βελτιστοποίησης SCE (βλ. 3.9.5), όπου όμως χρησιμοποιεί ως σχήμα εξέλιξης τον αλγόριθμο Metropolis-Hastings αντί του κατερχόμενου απλόκου. Η εφαρμογή της εν λόγω μεθόδου για τη βαθμονόμηση του μοντέλου Sacramento κατέδειξε ότι η προγνωστική αβεβαιότητα που σχετίζεται με την διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων είναι μικρή σε σχέση με την αβεβαιότητα που οφείλεται στα δομικά σφάλματα του μοντέλου (Vrugt *et al.*, 2005). Χαρακτηριστικό είναι ότι, για τις περισσότερες παραμέτρους, αρκούσε μία περίοδος μόλις 2-3 ετών, για να εντοπιστεί μια ευσταθής εκτίμηση, σε αντίθεση με προηγούμενες προσεγγίσεις που απαιτούσαν αρκετά μεγαλύτερο δείγμα παρατηρήσεων (Boyle *et al.*, 2000).

9.4.5 Τελικές επισημάνσεις

Σε πρόσφατο άρθρο (Pappenberger and Beven, 2006), απαριθμούνται τα κυριότερα αίτια που η υδρολογική κοινότητα στέκεται με μεγάλη αμφισβήτηση απέναντι στις μεθόδους ανάλυσης και ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας, θεωρώντας ότι μια τέτοια προσέγγιση:

- κρίνεται μη αναγκαία, δεδομένου ότι τα μοντέλα έχουν πλήρες φυσικό υπόβαθρο·
- δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για υδρολογικούς και υδραυλικούς ελέγχους υποθέσεων·
- οι κατανομές πιθανοτήτων στις οποίες καταλήγει δεν είναι εύκολα αντιληπτές από τους λήπτες αποφάσεων και το κοινό·
- δεν μπορεί να ενσωματωθεί στη διαδικασία λήψης αποφάσεων·
- βασίζεται σε υποκειμενικές υποθέσεις·
- είναι πολύ δύσκολη στην υλοποίησή της·
- δεν παρέχει την μονοσήμαντα «βέλτιστη» λύση, που είναι χρήσιμη για πρακτικούς σκοπούς.

Η αλήθεια είναι ότι το αντικείμενο είναι σχετικά νέο, και η επιστήμη δεν έχει κατασταλάξει σε ένα σαφές πλαίσιο εφαρμογής της ανάλυσης αβεβαιοτήτων και, πολύ περισσότερο, αξιοποίησης των αποτελεσμάτων της. Επιπλέον, όλα τα μεθοδολογικά εργαλεία καταλήγουν σε μια συνολική θεώρηση της αβεβαιότητας, χωρίς να διαχωρίζουν τις επιμέρους συνιστώσες τους σε σφάλματα δεδομένων, σφάλματα δομής, σφάλματα κριτηρίων, κτλ. Ακόμη και οι κορυφαίοι ερευνητές ομολογούν ότι είναι εξαιρετικά αμφίβολο αν θα βρεθεί ποτέ μια μέθοδος ρητής διάκρισης των σφαλμάτων (Beven, 2006). Έτσι, μεταφέρεται στην κρίση του μηχανικού το καθήκον να ερμηνεύσει τα συμπεράσματα των αναλύσεων, ώστε να εντοπίσει και, εφόσον είναι δυνατό, να διορθώσει, τις εγγενείς πηγές της αβεβαιότητας, με σκοπό να πετύχει όσο το δυνατόν πιο αξιόπιστες προγνώσεις.

10 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων

10.1 Εισαγωγή

Εξαιτίας των ποικίλων πηγών αβεβαιότητας και των μη ελεγχόμενων αλληλεπιδράσεών τους, το πρόβλημα βελτιστοποίησης των παραμέτρων ενός υδρολογικού μοντέλου χαρακτηρίζεται ως *ασθενώς τοποθετημένο* (ill-posed), που σημαίνει ότι δεν μπορεί να υπάρξει ακριβής λύση που να προσαρμόζει τέλεια τις προσομοιωμένες στις παρατηρημένες αποκρίσεις. Συνεπώς, η διαδικασία βαθμονόμησης δεν είναι παρά μια απόπειρα συμβιβασμού της πληθώρας των αβεβαιοτήτων και σφαλμάτων, που εμφανίζονται σε όλες τις φυσικές διεργασίες, τις οποίες αναπαριστά το μοντέλο, και σε όλα τα χρονικά βήματα.

Η παραδοσιακή «χειρωνακτική» αντιμετώπιση του προβλήματος είχε ως βάση αυτήν ακριβώς τη φιλοσοφία συμβιβασμού των αβεβαιοτήτων, αποσκοπώντας στον εντοπισμό μιας αποδεκτής λύσης, τέτοιας ώστε να αναπαράγονται ικανοποιητικά οι σημαντικές πτυχές των υδρογραφημάτων (αιχμές, κλάδοι υστέρησης, χαμηλές ροές), εξασφαλίζοντας, παράλληλα, «εύλογες» τιμές των παραμέτρων, δηλαδή συνεπείς ως προς την εννοιολογική τους ερμηνεία.

Αλλά και αν ανατρέξει κανείς στην αρχική διατύπωση του προβλήματος αυτόματης βαθμονόμησης (εξ. 8.3), είναι σαφές ότι πρόκειται για ένα τυπικό πολυκριτηριακό μοντέλο, που ανάγεται, τελικά, σε μονοκριτηριακό, σταθμίζοντας όλες τις συνιστώσες σφάλματος σε ένα ενιαίο κριτήριο καλής προσαρμογής. Εξετάζοντας το πρόβλημα από καθαρά μαθηματική σκοπιά, μπορεί να ειπωθεί ότι εφόσον το εν λόγω κριτήριο είναι αντιπροσωπευτικό της στατιστικής δομής των σφαλμάτων, από την βελτιστοποίησή του θα προκύψει ο, θεωρητικά, πλέον πρόσφορος συνδυασμός παραμέτρων, που προσαρμόζει όσο το δυνατόν πιο πιστά τις αποκρίσεις του μοντέλου στις παρατηρήσεις. Ωστόσο, μια βελτιστοποιημένη προσαρμογή δεν εγγυάται ούτε επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου ούτε φυσική συνέπεια των παραμέτρων του. Η αιτία του, φαινομενικά παράδοξου, αυτού γεγονότος είναι οι πολλαπλές πηγές σφαλμάτων που διέπουν όλες τις συνιστώσες ενός υδρολογικού μοντέλου (από τη μέτρηση των μεταβλητών πεδίου μέχρι την αλγοριθμική διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων του), οι οποίες αναλύθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρθηκε στο εδάφιο 9.1.2, η βελτιστοποίηση ενός υδρολογικού μοντέλου, ως αυτοματοποιημένη-μηχανιστική διαδικασία, μπορεί να εκφυλιστεί σε ένα μαθηματικό παιχνίδι ανακύκλωσης αβεβαιοτήτων και σφαλμάτων, από την οποία προκύπτουν, τελικά, μη ρεαλιστικές, από υδρολογική σκοπιά, τιμές παραμέτρων, οι οποίες τελικά εισάγονται σε εξισώσεις που δεν είναι συνεπείς με την φυσική του συστήματος. Έτσι λοιπόν ανακύπτει μια σύγκρουση φιλοσοφιών, από την οποία έχει γίνει γενικά αποδεκτό ότι η αρχή της *συνέπειας* (consistency) είναι πολύ πιο σημαντική από την αρχή του *βελτίστου* (optimality), ακριβώς επειδή η τελευταία διέπεται από αβεβαιότητες (Seibert and McDonnell, 2002· Wagener and Gupta, 2005· Beven, 2006).

Στην πραγματικότητα, η προσέγγιση που οδηγεί σε μονοσήμαντη λύση, υποκρύπτει τον εξ ορισμού πολυκριτηριακό χαρακτήρα του προβλήματος, που εξηγείται στην ενότητα 10.2. Ταυτόχρονα, έρχεται σε πλήρη αντίφαση με την θεμελιώδη αρχή της ισοδυναμίας (βλ. 9.3), όπως αυτή τεκμηριώνεται από την καθολική αναγνώριση του γεγονότος ότι δεν υπάρχει μια «ολικά βέλτιστη» δομή μοντέλου ούτε ένας «ολικά βέλτιστος» συνδυασμός παραμέτρων για μια συγκεκριμένη δομή, που να αναπαράγουν

αντικειμενικά καλύτερα τις υδρολογικές διεργασίες μιας λεκάνης. Με βάση, λοιπόν, και την εκτενή διερεύνηση του Κεφαλαίου 9, καθίσταται προφανές ότι:

- η αβεβαιότητα στη βαθμονόμηση είναι αναπόφευκτη, καθώς οφείλεται σε εγγενή (μη ελεγχόμενα από τον υδρολόγο μηχανικό) σφάλματα·
- η βελτιστοποίηση, ως πλήρως αυτοματοποιημένη διαδικασία, δεν εγγυάται επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου και φυσική συνέπεια των παραμέτρων του.

Λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι τα σχήματα υδρολογικής προσομοίωσης γίνονται όλο και πιο σύνθετα, άρα και πιο απαιτητικά σε δεδομένα και παραμέτρους, δεν προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι ένα τόσο «παραδοσιακό» ερευνητικό αντικείμενο, όπως είναι η βέλτιστη προσαρμογή μαθηματικών μοντέλων σε παρατηρήσεις, το οποίο ξεκίνησε να απασχολεί την υδρολογική κοινότητα ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, είναι τώρα επίκαιρο όσο ποτέ. Γενικά, η έρευνα των τελευταίων ετών δείχνει να έχει στραφεί προς δύο κατευθύνσεις:

- την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας·
- τη διατύπωση μιας «συμβιβαστικής» βαθμονόμησης, που είναι αναγκαία για την επιχειρησιακή λειτουργία του μοντέλου (δηλαδή την παραγωγή προγνώσεων).

Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι οι δύο παραπάνω συνιστώσες του προβλήματος βαθμονόμησης έχουν δημιουργήσει δύο ανεξάρτητες «σχολές». Η πρώτη, με επικεφαλής τον Keith Beven, και με έδρα το Πανεπιστήμιο του Lancaster, έχοντας ως αξίωμα την αρχή της ισοδυναμίας και εξετάζοντας το πρόβλημα από καθαρά στατιστική σκοπιά, αποδέχεται τον ρητό διαχωρισμό των μοντέλων σε αντιπροσωπευτικά και μη αντιπροσωπευτικά, ενώ απορρίπτει πλήρως την έννοια της βαθμονόμησης και την ιδέα ενός συμβιβαστικού, έστω, συνόλου παραμέτρων (βλ. 9.4.2). Η δεύτερη σχολή, με επικεφαλής τους Hoshin Gupta και Soroosh Sorooshian, και με έδρα το Πανεπιστήμιο της Αριζόνα, εργάζεται εδώ και δύο δεκαετίες στην ανάπτυξη όλο και πιο βελτιωμένων σχημάτων βελτιστοποίησης υδρολογικών μοντέλων, στοχεύοντας πλέον σε μια ολοκληρωμένη αντιμετώπιση του προβλήματος, με στρατηγικές στοχαστικής βελτιστοποίησης, που επιδιώκουν την ποσοτικοποίηση των αβεβαιοτήτων, σε συνδυασμό με την εντοπισμό των «πλέον πιθανών» τιμών των παραμέτρων (βλ. 9.4.4).

Κοινή απαίτηση των δύο παραπάνω προσεγγίσεων είναι η διατύπωση ενός αυστηρού στατιστικού κριτηρίου (με την μορφή ενός μέτρου πιθανοφάνειας), βάσει του οποίου αποτιμάται η καταλληλότητα μιας λύσης. Η προσέγγιση αυτή δεν επιτρέπει την ενσωμάτωση επιπλέον κριτηρίων, κυρίως αυτών που αναφέρονται στη λεγόμενη «χαλαρή» πληροφορία (βλ. 9.2.8), και ακόμη περισσότερο την ένταξη της υδρολογικής εμπειρίας στην διαδικασία βαθμονόμησης. Έτσι λοιπόν, το ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο (που βασίζεται, όμως, σε μάλλον αμφισβητούμενες παραδοχές), προσκρούει στην έλλειψη πρακτικού πνεύματος που διακρίνει κάθε προσέγγιση μηχανικού, και που επιτρέπει τον εμπειρικό χειρισμό εξαιρετικά σύνθετων προβλημάτων, με συγκερασμό πολλαπλών και αντικρουόμενων στόχων και περιορισμών. Στην προκειμένη περίπτωση, το ζητούμενο είναι η αξιοποίηση έστω και της ελάχιστης διαθέσιμης πληροφορίας, σε συνδυασμό με την κρίση του υδρολόγου μηχανικού, με σκοπό τη διαμόρφωση ευσταθών και αξιόπιστων σχημάτων υδρολογικής προσομοίωσης.

Στο Κεφάλαιο αυτό αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο μπορούν να επιτευχθούν οι παραπάνω στόχοι, μέσω μιας πολυκριτηριακής προσέγγισης του προβλήματος βαθμονόμησης. Ειδικότερα, στην ενότητα 10.2 διατυπώνεται το μαθηματικό πλαίσιο του προβλήματος, ενώ στην ενότητα 10.3 εξετάζονται τα πρακτικά πλεονεκτήματα της προσέγγισης. Στην ενότητα 10.4 προτείνεται ένα γενικευμένο πλαίσιο εκτίμησης των παραμέτρων ενός μοντέλου, με έμφαση στον χειρισμό των σύνθετων σχημάτων προσομοίωσης, που αποσκοπεί στην άμβλυνση των αβεβαιοτήτων τους, με κατάλληλες στρατηγικές σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και βαθμονόμησης. Τέλος, στην ενότητα 10.5 παρουσιάζονται οι πρόσφατες βιβλιογραφικές εφαρμογές πολυκριτηριακής ανάλυσης υδρολογικών μοντέλων.

10.2 Μαθηματική τεκμηρίωση

10.2.1 Απορρίπτοντας την έννοια της μοναδικής στοχικής συνάρτησης

Η πολυετής ενασχόληση με το ζήτημα της εκτίμησης των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων έχει καταλήξει στο ξεκάθαρο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει συγκεκριμένη στοχική συνάρτηση που να είναι αντικειμενικά πιο ταιριαστή για ένα πρόβλημα βαθμονόμησης, σε σύγκριση με κάποια άλλη (Diskin and Simon, 1977· Sorooshian *et al.*, 1983· Yapo *et al.*, 1996). Όπως εξηγείται στο εδάφιο 8.3.3, η επιλογή της στοχικής συνάρτησης του προβλήματος αυτόματης βαθμονόμησης, δηλαδή του κριτηρίου καλής προσαρμογής, αποσκοπεί στην αναπαραγωγή της στατιστικής δομής των σφαλμάτων των μεταβλητών εξόδου (π.χ. αν τα υπόλοιπα ακολουθούν κατανομή Gauss, ενδείκνυται η χρήση μέτρων τετραγωνικού σφάλματος). Ωστόσο, στην προσέγγιση αυτή δεν λαμβάνονται υπόψη οι υπόλοιπες πηγές αβεβαιότητας, και κυρίως τα εγγενή σφάλματα του μοντέλου, τα οποία, εξαιτίας της έντονης μη γραμμικότητας και της αλληλεπίδρασης των σχετικών διεργασιών, δεν ακολουθούν κάποια τυπική στατιστική κατανομή. Στην πραγματικότητα, αφού δεν μπορεί να υπάρξει μια «στατιστικά ορθή» επιλογή της συνάρτησης προσαρμογής, δεν μπορεί, συνακόλουθα, να υπάρξει και μια στατιστικά ορθή επιλογή του «ολικά βέλτιστου» συνόλου παραμέτρων (Gupta *et al.*, 1998).

10.2.2 Πολυκριτηριακή θεώρηση της αρχής της ισοδυναμίας

Η υδρολογική κοινότητα έχει αποδεχθεί, στην πλειονότητά της, την αρχή της ισοδυναμίας, αναγνωρίζοντας ότι μπορούν να υπάρξουν πολλαπλές δομές μοντέλων ή πολλαπλοί συνδυασμοί παραμέτρων για κάθε δομή, που να αναπαράγουν εξίσου ικανοποιητικά τις διαφορετικές πτυχές των αποκρίσεων ενός φυσικού συστήματος. Η διαπίστωση αυτή είναι απόλυτα συμβατή τη θεμελιώδη έννοια της κυριαρχίας, που είναι γνωστή από τη θεωρία πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης (βλ. 2.9.1). Όπως δηλαδή τα μοντέλα χωρίζονται σε αντιπροσωπευτικά και μη αντιπροσωπευτικά, αντίστοιχα θα μπορούσαν να χωριστούν σε κυρίαρχα και κυριαρχούμενα. Μάλιστα, η πρώτη προσέγγιση, όπως υλοποιείται στις τεχνικές ανάλυσης αβεβαιοτήτων (π.χ. GLUE) βασίζεται σε μια σειρά αυθαιρεσιών, όπως την επιλογή της δειγματοληπτικής στρατηγικής, του μέτρου πιθανοφάνειας και του κατωφλίου αποδοχής (βλ. 9.4.2). Αντίθετα, η πολυκριτηριακή θεώρηση της ισοδυναμίας, επειδή βασίζεται σε αυστηρούς μαθηματικούς ορισμούς, είναι σαφώς πιο αντικειμενική, όπως εξηγείται στη συνέχεια.

Στην αρχική μαθηματική διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης (βλ. 8.3.3), διαμορφώνεται μια διανυσματική στοχική συνάρτηση, στην οποία αντιστοιχεί μία συνιστώσα για κάθε όρο σφάλματος, $e_i = y_i - y_i'$. Κατά συνέπεια, ζητούμενο του προβλήματος είναι η ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση της απόκλισης κάθε παρατηρημένης από κάθε προσομοιωμένη τιμή μίας ή περισσότερων μεταβλητών εξόδου, δηλαδή:

$$\min |\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})| = \{|e_1(\boldsymbol{\theta})|, |e_2(\boldsymbol{\theta})|, \dots, |e_T(\boldsymbol{\theta})|\}, \boldsymbol{\theta} \in \Theta \quad (10.1)$$

όπου Θ το πεδίο ορισμού των παραμέτρων, που είναι ένα υπερ-ορθογώνιο στο n -διάστατο ευκλείδειο χώρο, ορίζεται δηλαδή με βάση μια ανώτερη και μια κατώτερη τιμή για κάθε παράμετρο.

Δεδομένου ότι το μοντέλο είναι ένας ατελής προσομοιωτής του συστήματος, το παραπάνω πρόβλημα διανυσματικής βελτιστοποίησης είναι ασθενώς τοποθετημένο. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει μια ολικά βέλτιστη λύση τέτοια που να ελαχιστοποιεί ταυτόχρονα όλους τους όρους σφάλματος. Ωστόσο, υπάρχουν άπειροι συνδυασμοί που είναι βέλτιστοι κατά Pareto, και έχουν ως χαρακτηριστικό την επιδείνωση ενός τουλάχιστον όρου της συνάρτησης, δεδομένης της βελτίωσης ενός άλλου όρου. Η μαθηματική αυτή ερμηνεία είναι συμβατή με την εμπειρική διαπίστωση όλων όσων έχουν ασχοληθεί με προβλήματα βαθμονόμησης, που γνωρίζουν ότι προκειμένου να προσεγγίσουν καλύτερα κάποια χαρακτηριστικά του παρατηρημένου υδρογραφήματος, έστω και με μικρή μεταβολή των τιμών των παραμέτρων, «χαλάνε», αναγκαστικά, κάποια άλλα.

Τελικά, η παραπάνω προσέγγιση καταλήγει στην κατάταξη των πιθανών λύσεων του προβλήματος βαθμονόμησης (δηλαδή των άπειρων εφικτών συνδυασμών παραμέτρων) σε δύο κατηγορίες, τις μη κυριαρχούμενες (ή Pareto βέλτιστες) και τις κυριαρχούμενες. Από μαθηματική σκοπιά, όλες οι κατά Pareto βέλτιστες λύσεις του προβλήματος (10.1) είναι ισοδύναμα αποδεκτές ή, με βάση την ορολογία των μεθόδων ανάλυσης αβεβαιοτήτων, αντιπροσωπευτικές της δίαιτας της λεκάνης. Κατ' αντιστοιχία, ως μη αντιπροσωπευτικές χαρακτηρίζονται οι κυριαρχούμενες λύσεις, που παρουσιάζουν χειρότερη επίδοση ως προς το σύνολο των όρων σφάλματος, σε σχέση με συνδυασμούς παραμέτρων που βρίσκονται στο μέτωπο Pareto.

Συμπερασματικά, η πολυκριτηριακή θεώρηση του προβλήματος βαθμονόμησης τεκμηριώνει πλήρως την αρχή της ισοδυναμίας, που έως τώρα είχε γίνει «αξιωματικά» αποδεκτή. Εξαιρετικά σημαντικό είναι το γεγονός ότι ο διαχωρισμός του πεδίου εφικτών λύσεων δεν γίνεται ως προς κάποιο αυθαίρετο αριθμητικό κριτήριο, αλλά με βάση την έννοια της κυριαρχίας. Συνεπώς, η διαδικασία είναι πλήρως απαλλαγμένη όχι μόνο από κάθε υποψία υποκειμενικότητας, αλλά και από τα πάσης φύσεως σφάλματα που εμπεριέχονται στην επιλογή του εν λόγω κριτηρίου αποδοχής.

10.2.3 Απλοποιημένη διατύπωση του προβλήματος

Πρακτικοί λόγοι καθιστούν αναγκαία την σημαντική απλοποίηση του προβλήματος (10.1), καθώς με την εισαγωγή T το πλήθος κριτηρίων, όπου T το μήκος της παρατηρημένης πληροφορίας (που, στη γενική περίπτωση, αναφέρεται σε πολλαπλές μεταβλητές απόκρισης), οδηγούμαστε σε ένα ακραία εκτεταμένο μέτωπο Pareto στον T -διάστατο χώρο, που δεν βοηθά στην ερμηνεία της συμπεριφοράς του μοντέλου ούτε στη λήψη αποφάσεων, με σκοπό τον εντοπισμό μιας συμβιβαστικής λύσης για την παραγωγή προγνώσεων. Κατά συνέπεια, αντί της γενικευμένης διατύπωσης (10.1), που επιδιώκει τον διακριτό χειρισμό όλων των όρων σφάλματος, κρίνεται πιο πρόσφορη μια ενοποιημένη διατύπωση, της μορφής:

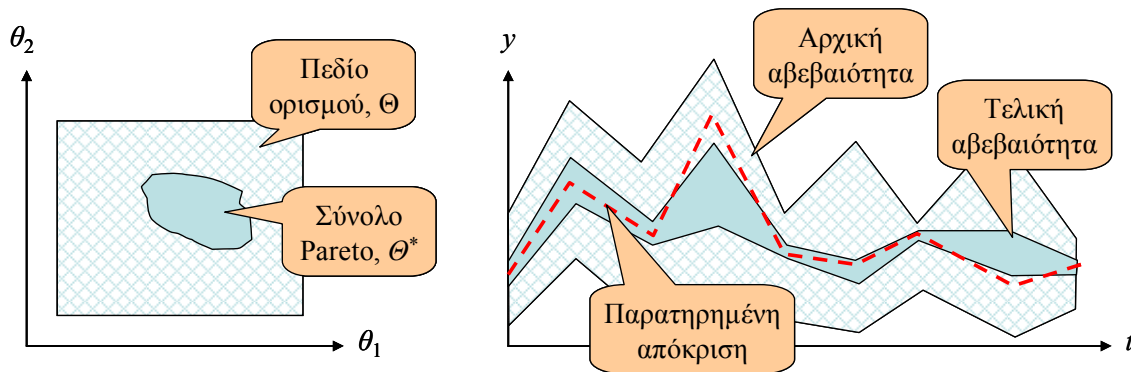
$$\max \mathbf{g}[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})] = \{g_1[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})], g_2[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})], \dots, g_m[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})]\}, \boldsymbol{\theta} \in \Theta \quad (10.2)$$

όπου $g_i[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})]$ τυπικά κριτήρια καλής προσαρμογής, στα οποία συναθροίζονται οι επιμέρους όροι σφάλματος, είτε συνολικά είτε κατά ομάδες. Στην πρώτη περίπτωση, τα κριτήρια εκφράζουν συνήθως τις διαφορετικές πτυχές μιας απόκρισης (οι οποίες αξιολογούνται μέσω διαφορετικών στατιστικών μέτρων), ενώ στη δεύτερη περίπτωση τα κριτήρια αναφέρονται είτε σε διαφορετικές περιόδους ελέγχου είτε σε διαφορετικές αποκρίσεις του μοντέλου.

Στην πολυκριτηριακή διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης, το πεδίο ορισμού Θ θεωρείται ότι εκφράζει την αρχική αβεβαιότητα των παραμέτρων, που ελλείπει άλλης πληροφορίας περιγράφεται από μια ομοιόμορφη κατανομή, ενώ το σύνολο Pareto $\Theta^* \subset \Theta$, το οποίο προκύπτει με ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των m κριτηρίων $g_i[\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})]$, εκφράζει την ύστερη αβεβαιότητά τους. Συνακόλουθα, το σύνολο των αποκρίσεων $\mathbf{y}(\boldsymbol{\theta})$ που παράγονται με βάση κάθε εφικτό συνδυασμό παραμέτρων $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$, εκφράζει την αρχική αβεβαιότητα του μοντέλου, ενώ το σύνολο των «βέλτιστων» αποκρίσεων $\mathbf{y}^*(\boldsymbol{\theta}^*)$, που παράγονται με βάση κάθε μη κατώτερο συνδυασμό παραμέτρων $\boldsymbol{\theta}^* \in \Theta^*$, εκφράζει την ύστερη αβεβαιότητα, που οφείλει βεβαίως να είναι πολύ μικρότερη της αρχικής.

Τα παραπάνω εξηγούνται στο παράδειγμα του Σχήματος 10.1, που αφορά στη βελτιστοποίηση ενός υποθετικού μοντέλου δύο παραμέτρων. Αριστερά, απεικονίζεται το πεδίο ορισμού των παραμέτρων, ορθογώνιου σχήματος, εσωτερικά του οποίου φαίνεται με σκούρο χρώμα το υποσύνολο των Pareto βέλτιστων συνδυασμών τους. Δεξιά, απεικονίζονται, με διακεκομμένη γραμμή, η χρονοσειρά της παρατηρημένης απόκρισης, το αρχικό εύρος αβεβαιοτήτων, που προκύπτει με βάση τις ακραίες τιμές των προσομοιωμένων αποκρίσεων από το σύνολο των εφικτών παραμέτρων, και το τελικό εύρος αβεβαιοτήτων, που προκύπτει με βάση μόνο τις βέλτιστες Pareto τιμές παραμέτρων. Παρατηρείται ότι τα όρια των βελτιστοποιημένων εκτιμήσεων είναι πολύ στενότερα των αρχικών, χωρίς απαραίτητα να

περικλείουν όλες τις παρατηρήσεις. Κάτι τέτοιο θα πρέπει να δημιουργήσει υποψίες περί πιθανών σφαλμάτων είτε στα δεδομένα το συγκεκριμένου χρονικού βήματος είτε στη μαθηματική διατύπωση του μοντέλου. Συνεπώς, η πολυκριτηριακή προσέγγιση αποτελεί, εκτός των άλλων, και ένα εξαιρετικά πρόσφορο εργαλείο ανάλυσης αβεβαιοτήτων που, όπως εξηγείται στο εδάφιο 10.3.4, είναι πολύ πιο απλό στην εφαρμογή του αλλά και πολύ πιο «εύληπτο» σε σχέση με τις ποσοτικές προσεγγίσεις που βασίζονται στην επαγωγική στατιστική, και βοηθά τον μηχανικό στον εντοπισμό των εγγενών σφαλμάτων μιας υδρολογικής ανάλυσης. Αντίθετα, μια μονοκριτηριακή θεώρηση, η οποία οδηγεί σε μονοσήμαντες τιμές παραμέτρων (και, συνακόλουθα, σε μονοσήμαντη αναπαραγωγή των αποκρίσεων της περιόδου ελέγχου) παρέχει ελάχιστη πληροφορία σχετικά με τα πιθανά σφάλματα του μοντέλου.



Σχήμα 10.1: Απεικόνιση των ορίων αβεβαιότητας στο πεδίο των παραμέτρων (αριστερά) και το πεδίο των αποκρίσεων (δεξιά), με την πολυκριτηριακή προσέγγιση του προβλήματος βαθμονόμησης.

10.3 Πλεονεκτήματα της πολυκριτηριακής προσέγγισης

Έως τώρα, εξετάστηκε το μαθηματικό πλαίσιο της πολυκριτηριακής διατύπωσης του προβλήματος βαθμονόμησης. Επισημαίνεται ότι ο όρος πολυκριτηριακή βαθμονόμηση υποδηλώνει μια στρατηγική διαμόρφωσης κατάλληλων κριτηρίων προσαρμογής και αξιοποίησής τους για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων ενός μοντέλου, χωρίς να επεκτείνεται, κατ' ανάγκη, στην διαδικασία εντοπισμού του μετώπου Pareto. Το δεύτερο σκέλος αποτελεί ένα επιπλέον στάδιο, που αποσκοπεί στη διερεύνηση της ανταγωνιστικότητας των επιμέρους κριτηρίων, επιτρέποντας την ποιοτική και ποσοτική ερμηνεία των αβεβαιοτήτων. Τα πλεονεκτήματα της εν λόγω προσέγγισης εξηγούνται στα επόμενα εδάφια, ενώ η πρακτική τους σκοπιά εξετάζεται στην ολοκληρωμένη εφαρμογή του Κεφάλαιου 11.

10.3.1 Συμβατότητα παραμέτρων και κριτηρίων

Στο εδάφιο 9.2.1 διατυπώθηκε η αρχή της φειδωλής παραμετροποίησης, που εγγυάται την ελάχιστη αβεβαιότητα όσον αφορά στη συνιστώσα που αναφέρεται στα εγγενή σφάλματα της δομής του μοντέλου. Μάλιστα, τονίστηκε η εμπειρική διαπίστωση ότι αρκούν πέντε έως έξι παράμετροι για την αναπαραγωγή των χαρακτηριστικών πτυχών μιας μηνιαίας χρονοσειράς απορροής, καθώς η προσθήκη επιπλέον βαθμών ελευθερίας δεν συνεπάγεται καμία ουσιαστική βελτίωση του σχετικού μέτρου προσαρμογής.

Το ερώτημα που τίθεται είναι πώς η παραπάνω αρχή μπορεί να εφαρμοστεί στα πιο σύνθετα μοντέλα, που περιγράφουν πολλές διεργασίες και, μάλιστα, χωρικά ετερογενείς, οπότε περιέχουν, αναγκαστικά, πολύ μεγαλύτερο αριθμό παραμέτρων. Μια συνεπή απάντηση δίνει η πολυκριτηριακή αντιμετώπιση του προβλήματος βαθμονόμησης, με την οποία γενικεύεται ο παραπάνω εμπειρικός κανόνας, εφόσον διατηρείται μια σταθερή αναλογία, της τάξης του 5:1 ή 6:1, μεταξύ των παραμέτρων και των προς βελτιστοποίηση μέτρων προσαρμογής. Είναι προφανές ότι εισάγοντας πολλαπλά κριτήρια ερμηνείας

των προσομοιωμένων αποκρίσεων του μοντέλου, περιορίζονται οι αρνητικές συνέπειες μιας πιθανής υπερπαραμετροποιημένης δομής, καθώς δεν επιτρέπεται στην αυτοματοποιημένη διαδικασία αναζήτησης να συμπεριφέρεται ανεξέλεγκτα, οδηγούμενη σε λύσεις μειωμένης φυσικής σημασίας και χαμηλής προγνωστικής ικανότητας.

Η παραπάνω απαίτηση αλλάζει δραστικά την παραδοσιακή διαδικασία ανάπτυξης ενός μοντέλου, όπως παρουσιάστηκε στο εδάφιο 8.1.2. Στην εν λόγω διαδικασία, η βαθμονόμηση των παραμέτρων έπεται του σταδίου της επιλογής των κυρίαρχων διεργασιών και της εννοιολογικής περιγραφής τους, μέσω των εξισώσεων. Αυτό σημαίνει ότι τα κριτήρια προσαρμογής που εισάγονται στο πρόβλημα βελτιστοποίησης διαμορφώνονται *αφού* έχει καθοριστεί η δομή του μοντέλου, και συνακόλουθα ο αριθμός των παραμέτρων. Αυτό όμως δεν εγγυάται συμβατότητα μεταξύ παραμέτρων και κριτηρίων, που θα εξασφάλιζε έναν πρόσφορο συμβιβασμό μεταξύ μιας φειδωλής παραμετροποίησης και μιας επαρκώς αναλυτικής σχηματοποίησης. Στην ενότητα 10.4, ειδικότερα στο εδάφιο 10.4.2, προτείνεται ένα πλαίσιο διαμόρφωσης σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, που διαφοροποιείται σε σχέση με το υπόδειγμα του εδαφίου 8.1.2, καθώς ενσωματώνει τις απαιτήσεις της βαθμονόμησης στα δομικά χαρακτηριστικά της μοντελοποίησης.

10.3.2 Έλεγχος πολλαπλών αποκρίσεων

Είναι γνωστό ότι τα ημικαταμεμημένα και καταμεμημένα σχήματα περιγράφουν τις υδρολογικές αποκρίσεις μιας λεκάνης απορροής σε διάφορες θέσεις (π.χ. στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου), και όχι αποκλειστικά στην έξοδο του συστήματος. Ομοίως, τα συνδυαστικά σχήματα (π.χ. μοντέλα επιφανειακών και υπόγειων νερών, υδροχημικά μοντέλα, μοντέλα νερού-εδάφους, κτλ.), περιγράφουν αποκρίσεις που αναφέρονται σε διαφορετικές διεργασίες. Όταν λοιπόν υπάρχουν μετρήσεις για περισσότερες των μία αποκρίσεων, που προφανώς πρέπει να ελεγχθούν μέσω της διαδικασίας βαθμονόμησης, τότε η ανάγκη της πολυκριτηριακής προσέγγισης καθίσταται προφανής. Για παράδειγμα, σε ημερημικές περιοχές, με διαλείποντα χαρακτήρα της απορροής, μπορεί δυνητικά να χρησιμοποιηθεί η στάθμη του υπόγειου νερού ως επιπλέον δείκτης για τη βαθμονόμηση ενός μοντέλου, κατά τις περιόδους μηδενικής υδροφορίας (Mazi *et al.*, 2004).

Τα πλεονεκτήματα της χρήσης συνδυασμένης πληροφορίας κατά τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων ενός μοντέλου διαμέσου ενός πολυκριτηριακού πλαισίου, συζητείται, μεταξύ άλλων, από τους Gupta *et al.* (1998) και Kuczera and Mroczkowski (1998). Οι τελευταίοι εισάγουν τον όρο *από κοινού βαθμονόμηση* (joint-calibration), την οποία θεωρούν ως ένα πρόσφορο εργαλείο συμβιβασμού της συνθετότητας ενός μοντέλου με την αρχή της φειδωλής παραμετροποίησης, που συζητήθηκε στο εδάφιο 10.3.1.

Η προσαρμογή ενός μοντέλου σε πολλαπλές αποκρίσεις δεν προϋποθέτει, κατ' ανάγκη, την ύπαρξη συστηματικών μετρήσεων για όλες τις εν λόγω μεταβλητές. Αρκούν λίγες μετρήσεις ή και χονδρικές εκτιμήσεις μέσω των μεγεθών και της διαχρονικής τους διακύμανσης, βασιζόμενες στην εμπειρία του μελετητή, που μπορούν να εισαχθούν σε ένα πολυκριτηριακό πλαίσιο, αυξάνοντας την πληροφορία που εισάγεται στη διαδικασία βαθμονόμησης των παραμέτρων και συμβάλλοντας, τελικά, στον δραστικό περιορισμό των αβεβαιοτήτων (βλ. 10.4.3). Πρόκειται για μια εξαιρετικά σημαντική προσέγγιση, που αποσκοπεί στην ενσωμάτωση πολύ περισσότερων κριτηρίων από όσα επιτρέπουν οι, κατά κανόνα, περιορισμένες μετρητικές υποδομές μιας λεκάνης. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία στα σχήματα πολλών βαθμών ελευθερίας, για τα οποία επιβάλλεται αντίστοιχα μεγάλος αριθμός μέτρων προσαρμογής.

10.3.3 Διακριτός χειρισμός μέτρων προσαρμογής

Ως τώρα, αναδείχθηκε η ανάγκη μιας πολυκριτηριακής προσέγγισης του προβλήματος βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, χωρίς να εξετάζεται η αλγοριθμική του αντιμετώπιση. Η τελευταία μπορεί να πραγματοποιηθεί με δύο τρόπους:

- με κλασικές μεθόδους που επιδιώκουν τη διατύπωση ενός προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης, με συνάθροιση των κριτηρίων σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση·
- με σύγχρονες εξελικτικές τεχνικές ταυτόχρονης παραγωγής ενός πληθυσμού μη κατωτέρων λύσεων, που εξασφαλίζουν διακριτό χειρισμό των επιμέρους κριτηρίων.

Με την πρώτη προσέγγιση, εντοπίζεται μία και μοναδική λύση του πολυκριτηριακού προβλήματος, που λαμβάνεται ως καλύτερα συμβιβαστική. Αντίθετα, με τη δεύτερη προσέγγιση, πρώτα εντοπίζεται ένα σύνολο αντιπροσωπευτικών βέλτιστων Pareto λύσεων, και ακολουθεί η επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής από αυτές, λαμβάνοντας υπόψη επιπλέον περιορισμούς και κριτήρια.

Ο ρητός χειρισμός των κριτηρίων παρέχει σημαντικά πλεονεκτήματα, ορισμένα από τα οποία έχουν ήδη συζητηθεί στην ενότητα 4.7. Εξειδικεύοντας στο πρόβλημα πολυκριτηριακής βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, τονίζεται το γεγονός ότι τα κριτήρια προσαρμογής που χρησιμοποιούνται, όταν σταθμίζονται σε μια ενιαία στοχική συνάρτηση, ενδέχεται να συμπεριφέρονται ανεξέλεγκτα, δηλαδή άλλοτε ανταγωνιστικά και άλλοτε όχι. Αυτό συμβαίνει επειδή σε κάποιες περιοχές του πεδίου των παραμέτρων ενεργοποιούνται διεργασίες που είναι συνεπείς με την παρατηρημένη συμπεριφορά της λεκάνης (όπως αυτή αποτυπώνεται μέσω των κριτηρίων), ενώ σε άλλες περιοχές οι διεργασίες που ενεργοποιούνται δεν είναι συμβατές. Ένα άλλο αίτιο της εν λόγω συμπεριφοράς είναι τα *προβλήματα κλίμακας*, που προκύπτουν στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- όταν τα κριτήρια προσαρμογής αναφέρονται σε πολλαπλές μεταβλητές ελέγχου, για τις οποίες χρησιμοποιείται διαφορετική μονάδα μέτρησης (π.χ. παροχές, στάθμες, συγκεντρώσεις φερτών, συγκεντρώσεις ρυπαντικών φορτίων)·
- όταν στη στοχική συνάρτηση σταθμίζονται διαφορετικές στατιστικές εκφράσεις, και ειδικότερα όταν συνδυάζονται αδιάστατα μέτρα, όπως ο συντελεστής προσδιορισμού, με διαστατά, όπως τα τετραγωνικά σφάλματα·
- όταν εισάγονται αυστηρά στατιστικά μέτρα ταυτόχρονα με εμπειρικά κριτήρια προσαρμογής, όπως ασαφείς (fuzzy) συναρτήσεις.

Στις παραπάνω περιπτώσεις, που μπορεί να προκύψουν μεμονωμένα ή συνδυαστικά, ο μηχανικός δεν έχει καμία εποπτεία ως προς τη στοχική συνάρτηση που διαμορφώνεται, και κρίνεται εξαιρετικά επισφαλής η απρόσκοπτη χρήση της για τον εντοπισμό των βέλτιστων τιμών των παραμέτρων. Βεβαίως, η λύση που θα προκύψει θα είναι μία από τις άπειρες το πλήθος μη κατώτερες του προβλήματος, αυτό όμως δεν σημαίνει ότι θα έχει επιτευχθεί ένας πρόσφορος συμβιβασμός των κριτηρίων. Χαρακτηριστικά, παραπέμπουμε στην εφαρμογή του εδαφίου 10.5.7, όπου ο εκ των υστέρων ρητός χειρισμός των κριτηρίων οδήγησε στην απόρριψη της λύσης που είχε εντοπιστεί με τη χρήση μιας σταθμισμένης αριθμητικής έκφρασης.

Επιπλέον, τα προβλήματα κλίμακας που συζητήθηκαν παραπάνω επιβαρύνουν σημαντικά την ίδια τη διαδικασία βελτιστοποίησης, καθώς συμβάλλουν στη δημιουργία εξαιρετικά ανώμαλων επιφανειών απόκρισης. Όπως αναφέρθηκε στο εδάφιο 9.2.7, οι εγγενείς δυσχέρειες της διαδικασίας αναζήτησης των βέλτιστων τιμών των παράμετρων, αποτελούν έναν επιπλέον παράγοντα αβεβαιότητας, καθώς εγκλωβίζουν την υπολογιστική διαδικασία σε περιοχές τοπογραφικών ιδιαιτεροτήτων, όπως τοπικά ακρότατα, αυχένες, μακρόστενες χαράδρες και εκτενείς κοιλάδες, καταλήγοντας πολύ μακριά από μια αποδεκτή λύση. Μια τέτοια «αποτυχημένη» βελτιστοποίηση οδηγεί σε σχήματα χαμηλής αξιοπιστίας,

τη στιγμή που η αύξηση της πληροφορίας, που επιτυγχάνεται, θεωρητικά, με την ενσωμάτωση των πολλαπλών κριτηρίων προσαρμογής, όφειλε να εξασφαλίσει σαφώς πιο βελτιωμένες προγνώσεις.

Το ζητούμενο λοιπόν είναι ένας προσεκτικός χειρισμός του πολυκριτηριακού προβλήματος, που προϋποθέτει όχι μόνο την επιλογή των κατάλληλων κριτηρίων αλλά και μια διεξοδική διερεύνηση της αλληλεπίδρασής τους, είτε αναλυτικά (δηλαδή με την εφαρμογή πολυκριτηριακών εξελικτικών τεχνικών) είτε εξετάζοντας πολλές εναλλακτικές διατυπώσεις ενός σταθμισμένου μέτρου επίδοσης, που επιτρέπει μια αδρή, έστω, προσέγγιση του μετώπου Pareto.

10.3.4 Ανίχνευση αβεβαιοτήτων και σφαλμάτων

Στο εδάφιο 10.2.3, εξετάστηκε το θεωρητικό πλαίσιο της πολυκριτηριακής βαθμονόμησης από την σκοπιά μιας διαδικασίας εκτίμησης αβεβαιοτήτων, σε αντιστοιχία με τις ποσοτικές προσεγγίσεις των επαγωγικών στατιστικών τεχνικών. Δεδομένου ότι, με βάση τη θεμελιώδη αρχή της κυριαρχίας, ο χώρος των παραμέτρων και, συνακόλουθα, ο χώρος των αποκρίσεων επιμερίζεται στις αντίστοιχες περιοχές των «αποδεκτών» και «μη αποδεκτών» λύσεων, για κάθε συνιστώσα του προβλήματος (παράμετρο ή μεταβλητή απόκρισης) προκύπτει ένα εφικτό εύρος τιμών, που ανήκει στο σύνολο Pareto, τα στατιστικά χαρακτηριστικά του οποίου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ποσοτικές εκτιμήσεις της αβεβαιότητας.

Αλλά και από «ποιοτική» σκοπιά, η πολυκριτηριακή προσέγγιση μπορεί να δώσει πολύτιμες πληροφορίες σχετικά με την ύπαρξη εγγενών σφαλμάτων είτε στη δομή του μοντέλου είτε στα δεδομένα εισόδου του. Για παράδειγμα, όταν το μέτωπο Pareto παρουσιάζει ασύμμετρη γεωμετρία, που σημαίνει ότι το εύρος τιμών ως προς κάποιο κριτήριο είναι ασυνήθιστα πιο μεγάλο σε σχέση με τα υπόλοιπα, υπάρχει υψηλή αβεβαιότητα ως προς την αναπαραγωγή των διεργασιών που ελέγχονται από το συγκεκριμένο κριτήριο. Ομοίως, όταν το μέτωπο που σχηματίζεται έχει τη μορφή ορθής γωνίας, αυτό αποτελεί ένδειξη υψηλής ευαισθησίας των σχετικών παραμέτρων, δεδομένου ότι μια μικρή διαταραχή στις τιμές τους συνεπάγεται απότομη επιδείνωση του ενός κριτηρίου σε σχέση με τη βελτίωση των υπολοίπων. Τέλος, όταν σε κάποιο χρονικό βήμα το εύρος τιμών της προσομοιωμένης απόκρισης δεν περιέχει την παρατηρημένη τιμή, υπάρχει το ενδεχόμενο σφάλματος στη δομή του μοντέλου (λόγω υπο-παραμετροποίησης) ή, πιο συνηθισμένα, στα δεδομένα.

Με βάση και τα παραπάνω, δεν πρέπει να προκαλεί εντύπωση το γεγονός ότι η πολυκριτηριακή ανάλυση θεωρείται, από πολλούς ερευνητές, ισodύναμο ή και καλύτερο εργαλείο σε σύγκριση με τις στατιστικές προσεγγίσεις τύπου GLUE, όσον αφορά στη δυνατότητα χειρισμού των αβεβαιοτήτων.

10.3.5 Παγίδευση της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης

Στο εδάφιο 10.3.3 τονίστηκαν οι δυσκολίες μιας αθροιστικής προσέγγισης, στην οποία όλα τα κριτήρια προσαρμογής σταθμίζονται σε μια ενιαία αριθμητική έκφραση. Πράγματι, με τον τρόπο αυτό προκύπτει ένα εξαιρετικά απαιτητικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης που, σε συνδυασμό με τον μεγάλο, κατά κανόνα, αριθμό παραμέτρων και την, συνακόλουθα, τεράστια έκταση του πεδίου αναζήτησής τους, είναι αδύνατο να αντιμετωπιστεί με συμβατικές αλγοριθμικές μεθόδους (βλ. 9.2.6). Σε μια τέτοια περίπτωση, η συνδυασμένη αξιοποίηση των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων και των ισχυρών μεθόδων ολικής βελτιστοποίησης μπορεί να συνδράμει σε έναν αποτελεσματικό χειρισμό του προβλήματος, με βάση μια υβριδική στρατηγική βαθμονόμησης δύο βημάτων. Πρώτα, εφαρμόζεται η πολυκριτηριακή μέθοδος για τον περιορισμό των αρχικών ορίων αβεβαιότητας των παραμέτρων (που εκτιμώνται είτε εμπειρικά είτε με βάση τα φυσικά/μαθηματικά όρια διακύμανσης), επιτυγχάνοντας έτσι δραστηκή μείωση του εύρους του πεδίου αναζήτησης. Στη συνέχεια, επιλύεται το πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης πάνω στο περιορισμένο πεδίο, στο οποίο θεωρείται ότι έχει παγιδευτεί η καλύτερα συμβιβαστική λύση του προβλήματος.

Στην παραπάνω προσέγγιση, δεν είναι απαραίτητο να λαμβάνονται υπόψη τα ίδια ακριβώς κριτήρια στα δύο βήματα. Συνήθως, η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με βάση τα μείζονα κριτήρια προσαρμογής, ενώ για τον εντοπισμό των πλέον συμβιβαστικών τιμών των παραμέτρων εισάγονται επιπλέον κριτήρια, ενσωματωμένα στην ενιαία στοχική συνάρτηση του προβλήματος. Οι εν λόγω τιμές χρησιμοποιούνται στις επιχειρησιακές εφαρμογές του μοντέλου, όπως ο υδρολογικός σχεδιασμός και η παραγωγή προγνώσεων.

10.4 Χειρισμός σύνθετων υδρολογικών μοντέλων

10.4.1 Σύνθετα υδρολογικά μοντέλα και τυπικές δυσχέρειες

Σήμερα, διαπιστώνουμε ότι η τάση ως προς τις εξελίξεις της υδρολογίας είναι προς τη συνθετότητα παρά προς την απλότητα και, γενικά, τη φειδωλή φιλοσοφία που αντιπροσωπεύουν τα παλαιότερα εννοιολογικά μοντέλα βροχής-απορροής (Sivapalan *et al.*, 2003). Πράγματι, τα σύγχρονα σχήματα υδρολογικής προσομοίωσης αποσκοπούν στο να συνδυάσουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- λεπτομερή χωρική και χρονική κλίμακα προσομοίωσης·
- φυσική προσέγγιση των διεργασιών (με σκοπό την μοντελοποίηση λεκανών χωρίς μετρήσεις)·
- αξιοποίηση κατανεμημένης γεωγραφικής πληροφορίας·
- συνδυασμένη αναπαράσταση επιφανειακών και υπόγειων υδρολογικών διεργασιών·
- σύζευξη με κλιματικά, διαχειριστικά, υδροδυναμικά και υδροχημικά μοντέλα·
- παραγωγή πολλαπλών αποκρίσεων, σε πολλαπλές θέσεις·
- λειτουργία σε πραγματικό χρόνο (πρόγνωση).

Ωστόσο, η κυριαρχία των σύνθετων, κατανεμημένων μοντέλων, καθιστά το παραδοσιακό πρόβλημα εκτίμησης των παραμέτρων τους μέσω βελτιστοποίησης εξαιρετικά δύσκολο στον χειρισμό του. Υπάρχουν τρεις παράγοντες που συμβάλλουν, τόσο μεμονωμένα όσο και συνδυαστικά, σε αυτό:

- ο έντονος υπολογιστικός φόρτος της προσομοίωσης·
- οι εξαιρετικά αυξημένες απαιτήσεις σε δεδομένα·
- το υπερβολικά μεγάλο πλήθος των βαθμών ελευθερίας.

Ο αυξημένος υπολογιστικός φόρτος δεν επιτρέπει τη διεξαγωγή του απαιτούμενου αριθμού δοκιμών, ώστε να εντοπιστεί με σχετική ασφάλεια μια πρόσφορη λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης, για τον δεδομένο αριθμό παραμέτρων. Μάλιστα, όταν μια μεμονωμένη προσομοίωση απαιτεί χρόνο της τάξης ακόμα και ώρας, είναι μη ρεαλιστική οποιαδήποτε απόπειρα έστω και μιας εξαιρετικά αδρής διερεύνησης του χώρου αναζήτησης. Αλλά και για μοντέλα μικρότερων χρονικών απαιτήσεων (π.χ. της τάξης λίγων λεπτών), ο χειρισμός του προβλήματος εξακολουθεί να είναι ιδιαίτερα δυσχερής, δεδομένου ότι ο χρήστης δεν έχει τη δυνατότητα «παρακολούθησης» της διαδικασίας αναζήτησης, που ενδέχεται να απαιτεί υπολογιστικό φόρτο ακόμα και ημερών (βλ. δεύτερη εφαρμογή εδαφίου 10.5.12).

Η λεπτομερής προσέγγιση των διεργασιών προϋποθέτει εκτεταμένη χωρική πληροφορία, ώστε να αποτυπωθεί η ετερογένεια των φυσικών χαρακτηριστικών της λεκάνης. Μια τέτοια πληροφορία είναι αρκετά δύσκολο να αποκτηθεί, ακόμα και σε κράτη που διαθέτουν προηγμένες μετρητικές υποδομές. Έτσι, πολλοί καταφεύγουν στο να χρησιμοποιούν λιγότερα στοιχεία από αυτά που απαιτεί το μοντέλο ή να αντικαθιστούν τις αντικειμενική πληροφορία (μετρήσεις) από στοιχεία που βασίζονται σε εμπειρικές εκτιμήσεις. Με τον τρόπο αυτό όμως, η αβεβαιότητα των δεδομένων εισόδου μεταφέρεται στην όλη τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων (βλ. 9.2.2), επιτείνοντας τις δυσχέρειες της διαδικασίας αυτόματης βαθμονόμησης.

Τέλος, η μη φειδωλή παραμετροποίηση, που οφείλεται τόσο στην εξαιρετικά αναλυτική περιγραφή των διεργασιών (σε αντίθεση με τα εννοιολογικά σχήματα, όπου αναπαρίστανται μόνο οι κυρίαρχες διεργασίες) όσο και στην ανάγκη περιγραφής της ετερογένειας, οδηγεί σε εξαιρετικά μεγάλο αριθμό παραμέτρων (της τάξης των εκατοντάδων ή και χιλιάδων), που είναι βεβαίως αδύνατο να χειριστούν ακόμη και οι πλέον εξελιγμένες τεχνικές βελτιστοποίησης.

Με γνωστές τις παραπάνω δυσκολίες, και επειδή η τάση προς τη χρήση μοντέλων φυσικής βάσης, έχει δημιουργηθεί η εντύπωση ότι δεν υπάρχει πλέον η ανάγκη προσαρμογής των παραμέτρων μέσω βαθμονόμησης, με δεδομένο ότι οι τελευταίες εκφράζουν ιδιότητες που μπορούν να μετρηθούν στο πεδίο ή να εκτιμηθούν με βάση τα γεωμορφολογικά χαρακτηριστικά του συστήματος (βλ. 8.2.5). Η διεθνής, ωστόσο, πρακτική αποδεικνύει ότι ακόμη και για τα φυσικής βάσης υδρολογικά σχήματα, είναι επιβεβλημένη η αυτόματη εκτίμηση των κυρίαρχων, τουλάχιστον, παραμέτρων τους, ακριβώς όπως στα εννοιολογικά μοντέλα, που εξ ορισμού βαθμονομούνται σε παρατηρημένα δείγματα. Στη βιβλιογραφία, μπορεί κανείς να βρει πληθώρα τέτοιων εφαρμογών, στις οποίες επιλέγονται αρχικά οι πλέον ευαίσθητες παράμετροι του μοντέλου για βελτιστοποίηση (υποθέτοντας, κατά κανόνα, κοινές τιμές για όλη της έκταση της λεκάνης), ενώ για τις υπόλοιπες παραμέτρους τίθενται σταθερές τιμές (Refsgaard, 1997· Yu *et al.*, 2001· Eckhardt and Arnold, 2001· Madsen and Jacobsen, 2001· Beven, 2001· Beven and Freer, 2001· Madsen, 2002· Vrugt *et al.*, 2004· Muleta and Nicklow, 2005).

Στη συνέχεια της ενότητας διερευνώνται οι αρχές ενός προτεινόμενου πλαισίου σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και πολυκριτηριακής βαθμονόμησης σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, που συνοψίζεται στα εξής:

- τη διατύπωση μαθηματικών δομών συμβατών με τα δεδομένα και τις ανάγκες της μελέτης·
- την αξιοποίηση κάθε τύπου πληροφορίας, σε συνδυασμό με την υδρολογική εμπειρία·
- τη διαδραστική επέμβαση του μηχανικού στη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων.

Η εφαρμογή των παραπάνω αρχών θεωρούμε ότι καθιστά εφικτή τη διαμόρφωση ευσταθών και αξιόπιστων μοντέλων προσομοίωσης, που εξασφαλίζουν επαρκώς λεπτομερή όσο και ρεαλιστική αναπαραγωγή της υδρολογικής δίκαιας, ακόμη και εξαιρετικά σύνθετων συστημάτων.

10.4.2 Αρχές σχηματοποίησης και παραμετροποίησης

Στο εδάφιο 8.2.3 παρουσιάστηκε η κατηγοριοποίηση των υδρολογικών μοντέλων, σε σχέση με τη χωρική κλίμακα αναπαράστασης των διεργασιών (σχηματοποίηση) και μεταβολής των τιμών των παραμέτρων (παραμετροποίηση). Αναφέρθηκε ότι σε αρκετές περιπτώσεις, τα δύο επίπεδα χωρικής ανάλυσης ταυτίζονται, με συνέπεια να αυξάνει υπερβολικά ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου. Αυτό αληθεύει στα καταναμημένα σχήματα, όπου για κάθε χωρική ενότητα ισχύουν, θεωρητικά, διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι διεργασίες κάθε ενότητας περιγράφονται από εννοιολογικές ή φυσικές εξισώσεις, που περιλαμβάνουν περί τις 10 παραμέτρους, ενώ ο αριθμός των ενοτήτων μπορεί να φτάνει τις εκατοντάδες, προκύπτει ένα τεράστιο πλήθος αγνώστων, της τάξης των χιλιάδων ή ακόμη και δεκάδων χιλιάδων. Έτσι, ο αριθμός των παραμέτρων ενός καταναμημένου μοντέλου είναι δύο έως τρεις τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος σε σχέση με ένα αδιαμερίστο, για την ίδια λεκάνη. Βεβαίως, για να είναι εφικτή η επίλυση του προβλήματος βαθμονόμησης, θα πρέπει να επιδιωχθεί δραστική μείωση του αριθμού των μεταβλητών ελέγχου.

Ο Refsgaard (1997) επισημαίνει τρεις θεμελιώδεις στόχους της διαδικασίας παραμετροποίησης ενός καταναμημένου μοντέλου:

- η παραμετροποίηση πρέπει να είναι συμβατή με τα δεδομένα πεδίου, ώστε για τις κατηγορίες παραμέτρων που επιλέγονται (τύποι εδάφους, τύποι βλάστησης, κλιματολογικές ζώνες, γεωλογικά επίπεδα, κτλ.) να είναι όσο το δυνατόν πιο εύκολη η αντιστοίχιση αντιπροσωπευτικών τιμών·

- πρέπει να μπορεί να αποτιμάται ρητά ποιες παράμετροι εκτιμώνται άμεσα από δεδομένα πεδίου και ποιες απαιτούν κάποιου είδους προσαρμογή, μέσω βαθμονόμησης· για τις τελευταίες, θα πρέπει να μπορεί να οριστεί ένα εύρος αποδεκτών τιμών, με βάση τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος·
- ο αριθμός των προς βελτιστοποίηση παραμέτρων πρέπει να διατηρείται όσο το δυνατόν πιο μικρός, κάτι που μπορεί να επιτευχθεί με τη θέσπιση ενός χωρικού προτύπου (spatial pattern) μεταβολής τους, το οποίο περιγράφεται από μια σταθερή τιμή.

Η τελευταία απαίτηση είναι η πλέον δύσκολη στην εφαρμογή της (καθώς μπορεί εύκολα να καταλήξει σε μια ανεπίτρεπτη απλούστευση του συστήματος), και αναδεικνύει το συγκρουσιακό χαρακτήρα μεταξύ της θεμελιώδους αρχής της φειδωλής παραμετροποίησης και του εγγενούς πλεονεκτήματος των κατανεμημένων σχημάτων, που είναι η αποτύπωση της έντονης ετερογένειας που χαρακτηρίζει τις υδρολογικές διεργασίες μιας λεκάνης (ή ενός υδροφορέα).

Ο πλέον προφανής χειρισμός του προβλήματος είναι η θέσπιση ενιαίων τιμών των παραμέτρων για όλη τη λεκάνη. Μια τέτοια πρακτική έχει νόημα όταν το σύστημα που μελετάται είναι ομοιογενές ως προς τα φυσικά χαρακτηριστικά του, που σημαίνει ότι ενώ οι φορτίσεις (βροχόπτωση, χιονόπτωση, θερμοκρασία) διαφοροποιούνται χωρικά, οι μηχανισμοί απόκρισης είναι κοινοί. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα ημιαδιαμέριστα σχήματα, τα οποία συζητήθηκαν στο εδάφιο 8.2.3, όπου ενώ οι υδρολογικές διεργασίες αναπαρίστανται σε κλίμακα υπολεκάνης (όπως στα ημικατανεμημένα μοντέλα), οι τιμές των παραμέτρων είναι κοινές σε όλη την έκταση της λεκάνης απορροής (όπως στα αδιαμέριστα μοντέλα). Μια τέτοια προσέγγιση, στην λεπτομερή ωστόσο κλίμακα, υιοθετήθηκε από τους Μαντούδη κ.ά. (2004), που εφάρμοσαν ενιαίες τιμές παραμέτρων σε ένα πλήρως κατανεμημένο μοντέλο, το οποίο προσάρμοσαν στη σχετικά ομοιογενή λεκάνη απορροής του Αχελώου, ανάντη του φράγματος των Κρεμαστών. Σε σύγκριση με την αντίστοιχη αδιαμέριστη μοντελοποίηση, επιτεύχθηκε οριακή βελτίωση της επίδοσης του κατανεμημένου σχήματος για την περίοδο της βαθμονόμησης, και αρκετά μεγαλύτερη βελτίωση κατά την περίοδο της επαλήθευσης.

Μια άλλη πρακτική, την οποία ακολουθεί, μεταξύ άλλων, και το μοντέλο πλημμυρών HEC-RAS, είναι ο διαχωρισμός σε υπολεκάνες, που σημαίνει ότι υιοθετείται μια κατανεμημένη περιγραφή των υδρολογικών διεργασιών, σε συνδυασμό με μια ημικατανεμημένη διακριτοποίηση των παραμέτρων. Πιστεύουμε ότι μια τέτοια προσέγγιση στερείται φυσικού υποβάθρου, καθώς δεν υπάρχει κανένας προφανής λόγος συσχετισμού της ετερογένειας των χαρακτηριστικών της λεκάνης με ένα συμβατικό γεωγραφικό όριο, όπως ο υδροκρίτης.

Η πλέον συνεπής, κατά τη γνώμη μας, προσέγγιση στην κατεύθυνση της διατύπωσης μιας φειδωλής αλλά ταυτόχρονα ρεαλιστικής παραμετροποίησης, είναι η θεώρηση της λεκάνης ως ενός συνόλου από ετερογενείς ενότητες, κάθε μία από τις οποίες έχει συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και ενιαίες τιμές παραμέτρων. Στη βιβλιογραφία, οι χωρικές αυτές ενότητες είναι γνωστές και ως *μονάδες υδρολογικής απόκρισης* (hydrological response units· συντμ. ΜΥΑ). Ο όρος εισήχθη από τον Flügel (1995), για να περιγράψει ομογενείς επιφανειακές μονάδες με παρόμοιες γεωμορφολογικές και υδροδυναμικές ιδιότητες. Η χρήση της έννοιας των ΜΥΑ στη διαμόρφωση της δομής του μοντέλου προϋποθέτει δύο επίπεδα διακριτοποίησης του συστήματος, ένα λεπτομερές για τη σχηματοποίηση και ένα πολύ πιο αδρό (δεδομένου ότι ο στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των μεταβλητών ελέγχου) για την παραμετροποίηση.

Υπάρχουν ποικίλες πρακτικές διαμόρφωσης των χωρικών ενοτήτων ή αλλιώς ΜΥΑ, που βασίζονται στην ομαδοποίηση των επιφανειακών χαρακτηριστικών της λεκάνης σε κατηγορίες, συνδυάζοντας επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας. Για παράδειγμα, στο μοντέλο SWAT οι ΜΥΑ διαμορφώνονται από την ένωση δύο επιπέδων, των χρήσεων γης και των τύπων εδάφους (Srinivasan *et al.*, 2000). Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ένα νέο επίπεδο πληροφορίας, σε κάθε κατηγορία του οποίου

αντιστοιχούν διαφορετικές τιμές παραμέτρων. Μια πιο γενικευμένη εννοιολογική προσέγγιση, στην οποία συνδυάζονται πολλαπλά επίπεδα πληροφορίας, υλοποιείται στο μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, το οποίο παρουσιάζεται στην ενότητα 11.3. Μια τέτοια διαμόρφωση παρέχει την απαιτούμενη ευρωστία και ευελιξία, καθώς εξασφαλίζει μια παραμετροποίηση συνεπή τόσο με την φυσική του προβλήματος όσο και με τη διαθέσιμη πληροφορία, διατηρώντας, παράλληλα, μια μαθηματική δομή φειδωλή σε παραμέτρους.

Με βάση την προηγούμενη ανάλυση, μπορούμε να καταλήξουμε σε ένα πλαίσιο αρχών που πρέπει να διέπουν τη σχηματοποίηση και παραμετροποίηση ενός μοντέλου:

- η σχηματοποίηση του μοντέλου αναφέρεται στην κλίμακα χωρικής ανάλυσης των διεργασιών, και όχι των παραμέτρων·
- η λεπτομέρεια της σχηματοποίησης καθορίζεται με βάση την χωρική ετερογένεια των φορτίσεων, τις ανάγκες της μελέτης (σε ποιες, δηλαδή, θέσεις της λεκάνης επιδιώκεται η αναπαράσταση των διεργασιών και σε ποιες θέσεις υπάρχουν μετρήσεις, ώστε να μπορεί να ελεγχθεί η επίδοση του μοντέλου) και τους περιορισμούς στον υπολογιστικό φόρτο της προσομοίωσης·
- η παραμετροποίηση οφείλει να αποτυπώνει με ρεαλιστικό τρόπο τη χωρική ετερογένεια των γεωμορφολογικών και φυσιογραφικών χαρακτηριστικών της λεκάνης, χωρίς ωστόσο να εστιάζει στη λεπτομέρεια, έτσι ώστε να εξασφαλίζει το μικρότερο δυνατό πλήθος παραμέτρων·
- η πλέον πρόσφορη προσέγγιση βασίζεται στον διαχωρισμό της λεκάνης σε ομοιογενείς χωρικές ενότητες ή μονάδες υδρολογικής απόκρισης, εξασφαλίζοντας έτσι μια εννοιολογική συσχέτιση των υδρολογικών διεργασιών με τα χαρακτηριστικά του συστήματος·
- η διαμόρφωση των ΜΥΑ πρέπει να είναι συμβατή με τη διαθέσιμη γεωγραφική πληροφορία, σε συνδυασμό με την απαίτηση διατήρησης μιας φειδωλής δομής, που καθιστά εφικτό τον χειρισμό του προβλήματος εκτίμησης των παραμέτρων με τυπικές στρατηγικές βαθμονόμησης.

Οι παραπάνω αρχές εφαρμόστηκαν στη διαμόρφωση του μοντέλου προσομοίωσης της λεκάνης και του υδροσυστήματος του Βοιωτικού Κηφισού, που συζητείται στο Κεφάλαιο 11, και ειδικότερα στα εδάφια 11.4.1 και 11.4.2.

10.4.3 Μη συστηματικές μετρήσεις και αξιοποίηση της υδρολογικής εμπειρίας

Στην ενότητα 10.3 εξετάστηκαν τα πρακτικά πλεονεκτήματα της πολυκριτηριακής προσέγγισης του προβλήματος βαθμονόμησης. Η πολυκριτηριακή προσαρμογή των υδρολογικών μοντέλων μπορεί να πραγματοποιηθεί στη βάση των ακόλουθων συνιστωσών τους (Madsen and Khu, 2002):

- για πολλαπλές μεταβλητές απόκρισης (π.χ. απορροή, στάθμη υπόγειου νερού, ύψος εδαφικής υγρασίας, συγκέντρωση ρύπων)·
- για πολλαπλά χαρακτηριστικά κάθε μεμονωμένης απόκρισης (διατήρηση του υδατικού ισοζυγίου, αναπαραγωγή αιχμών, αναπαραγωγή χαμηλών τιμών, κτλ.)·
- για πολλαπλές θέσεις μέτρησης μιας απόκρισης.

Η προσέγγιση αυτή αποκτά ιδιαίτερη σημασία για τα σύνθετα υδρολογικά μοντέλα, που οφείλουν να εξασφαλίζουν συμβατότητα μεταξύ των κριτηρίων προσαρμογής τους και του (αναγκαστικά) μεγάλου πλήθους των παραμέτρων των. Ειδικότερα, στο εδάφιο 10.3.1, τονίστηκε η ανάγκη διατήρησης μιας σταθερής αναλογίας, της τάξης του 1:5-1:6, μεταξύ των δύο μεγεθών, ώστε να μην επιτρέπεται στη διαδικασία βελτιστοποίησης να συμπεριφέρεται ανεξέλεγκτα.

Ωστόσο, η τήρηση του παραπάνω κανόνα είναι εξαιρετικά δύσκολο να επιτευχθεί με την αξιοποίηση αποκλειστικά και μόνο των συστηματικών μετρήσεων, καθώς είναι μάλλον απίθανο να είναι υπάρχει πάντοτε επαρκής αριθμός παρατηρημένων χρονοσειρών απόκρισης για κάθε τύπο μοντέλου. Έτσι, λοιπόν, ο μηχανικός είναι υποχρεωμένος να καταφύγει στη διαμόρφωση μη συμβατικών εμπειρικών

κριτηρίων, που βασίζονται είτε σε μη συστηματικές μετρήσεις είτε, σε περίπτωση πλήρους έλλειψης μετρήσεων, σε χονδρικές ποσοτικές και ποιοτικές εκτιμήσεις των βασικών υδρολογικών μεγεθών του συστήματος.

Σύμφωνα με τους Seibert and McDonnell (2002), η μη συμβατική ή αλλιώς «μαλακή» πληροφορία (soft data) που ενσωματώνεται στη διαδικασία βαθμονόμησης συμβάλλει στον περιορισμό των αβεβαιοτήτων, ενώ παρέχει σημαντικά πλεονεκτήματα, στις ακόλουθες κατευθύνσεις:

- επιτρέπει τον «διάλογο» μεταξύ του εμπειρογνώμονα που πραγματοποιεί μετρήσεις πεδίου και αυτού που αναπτύσσει μοντέλα·
- ελέγχει τη λογική και συνέπεια της εσωτερικής δομής του μοντέλου και των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης·
- εγγυάται ρεαλιστικές τιμές παραμέτρων, που αδυνατεί να εξασφαλίσει μια αυτοματοποιημένη διαδικασία βελτιστοποίησης.

Υπάρχουν πολλαπλές πτυχές της παραπάνω προσέγγισης, καθώς η αξιοποίηση της μη συμβατικής πληροφορίας εξαρτάται από τα διαθέσιμα δεδομένα και την εμπειρία του μελετητή. Οφείλουμε ωστόσο να αναφέρουμε ότι τα παραδείγματα της βιβλιογραφίας είναι μάλλον περιορισμένα. Οι Franks and Beven (1997) εισήγαγαν ασαφή μέτρα προσαρμογής για τον έλεγχο της εξατμοδιαπνοής, ενώ οι Franks *et al.* (1998) χρησιμοποίησαν χάρτες εδαφικής υγρασίας για τον περιορισμό του εύρους των παραμέτρων του μοντέλου TOPMODEL. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη των Seibert and McDonnell (2002), που προσάρμοσαν ένα εννοιολογικό μοντέλο τριών δεξαμενών στην πειραματική λεκάνη Maimai της Νέας Ζηλανδίας, έκτασης 3.8 ha. Η βαθμονόμηση βασίστηκε σε μετρήσεις απορροής και στάθμης υπόγειου νερού, μαζί με ένα πλήθος εμπειρικών κριτηρίων που αναφέρονται σε μη αξιοποιήσιμες μετρήσεις πεδίου, σε ένα πλαίσιο ασαφούς λογικής. Παρατήρησαν ότι με την εισαγωγή της επιπλέον πληροφορίας, η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού μειώθηκε από 93% σε 84%, κάτι που χαρακτηρίζουν ως το «τίμημα που πληρώνεται» προκειμένου να εξασφαλιστεί μια ρεαλιστική συμπεριφορά του μοντέλου ως προς όλες τις διεργασίες του, και όχι αποκλειστικά ως προς τις μετρούμενες αποκρίσεις (βλ. και 9.2.8).

Ειδικότερα, όσον αφορά στις διεργασίες που είναι εξαιρετικά δύσκολο ή και αδύνατο να μετρηθούν, όπως η εξατμοδιαπνοή, η κατείδυση, οι διαφυγές εκτός λεκάνης, κτλ., καθώς και στις μεταβλητές του μοντέλου που εκφράζουν αποθήκευση νερού, μπορούν να θεσπιστούν κριτήρια ελέγχου, με βάση την υδρολογική εμπειρία και τη γνώση των χαρακτηριστικών του συστήματος. Για παράδειγμα, μια προσομοιωμένη χρονοσειρά αποθήκευσης οφείλει να ακολουθεί μια περιοδικότητα, ώστε να είναι συμβατή με την ετήσια δίαιτα των βροχοπτώσεων. Ομοίως, σε μια λεκάνη με σχετικά αδιαπέρατους γεωλογικούς σχηματισμούς, η περίσσεια μεταξύ της παρατηρημένης βροχόπτωσης και απορροής αναμένεται να ευνοεί τη συνιστώσα της εξάτμισης έναντι της κατείδυσης.

Ομοίως με προηγουμένως, καταλήγουμε σε ένα πλαίσιο αρχών που πρέπει να διέπουν τη διατύπωση των κριτηρίων προσαρμογής ενός μοντέλου:

- θεωρείται επιβεβλημένη η διατήρηση μιας εύλογης αναλογίας μεταξύ αριθμού παραμέτρων και αριθμού κριτηρίων, ώστε να αποφεύγεται ο κίνδυνος υπερ-παραμετροποίησης του μοντέλου·
- η πολυκριτηριακή προσέγγιση δεν περιορίζεται στην κλασική προσαρμογή των προσομοιωμένων σε παρατηρημένες χρονοσειρές, αλλά αποκτά ένα πολύ πιο ευρύ νόημα, με την ένταξη εμπειρικών κριτηρίων·
- στη διατύπωση των εν λόγω κριτηρίων είναι απαραίτητο να αξιοποιείται κάθε τύπου πληροφορία που υπάρχει για το σύστημα, καθώς ακόμη και σποραδικές μετρήσεις μιας μεταβλητής μπορούν να αποδειχθούν εξαιρετικά πολύτιμες·
- επιπλέον κριτήρια μπορούν να εισαχθούν για τον έλεγχο των μη μετρούμενων διεργασιών, με βάση την υδρολογική εμπειρία και τη γνώση των χαρακτηριστικών του συστήματος·

- η ένταξη πολλαπλών εμπειρικών κριτηρίων στη βαθμονόμηση συμβάλλει στη διαμόρφωση πολύ πιο εύρωστων και αξιόπιστων μοντέλων, παρόλο που ενδέχεται να επιδεινώσει τους τυπικούς στατιστικούς δείκτες προσαρμογής.

Είναι προφανές ότι η επιλογή των κριτηρίων ελέγχου και ο τρόπος αξιοποίησής τους, με σκοπό την παραγωγή ρεαλιστικών τιμών παραμέτρων, εξαρτάται από την εκάστοτε εφαρμογή. Επιπλέον, πρέπει να ειπωθεί ότι με την ταυτόχρονη ενσωμάτωση στατιστικών και εμπειρικών μέτρων προσαρμογής στη στοχική συνάρτηση του προβλήματος, δυσχεραίνει σημαντικά η διαδικασία βελτιστοποίησης. Για τον λόγο αυτό, είναι αναγκαία η υιοθέτηση μιας υβριδικής στρατηγικής βαθμονόμησης, το μεθοδολογικό πλαίσιο της οποίας παρουσιάζεται στη συνέχεια.

10.4.4 Στρατηγικές ημιαυτόματης βαθμονόμησης παραμέτρων

Η έννοια της ημιαυτόματης βαθμονόμησης, για τη οποία έγινε μια πρώτη αναφορά στο εδάφιο 8.3.2, υποδηλώνει μια διαδραστική προσέγγιση που επιδιώκει την επέμβαση του χρήστη στη διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων, με σκοπό να κατευθύνει την αναζήτηση προς τις πλέον πρόσφορες περιοχές του πεδίου ορισμού τους. Ουσιαστικά, πρόκειται για έναν συνδυασμό της παραδοσιακής χειρωνακτικής βαθμονόμησης και της πλήρως αυτοματοποιημένης προσέγγισης, που βασίζεται στη χρήση αλγορίθμων μη γραμμικής βελτιστοποίησης.

Μια τέτοια υβριδική στρατηγική προτείνεται από τους Boyle *et al.* (2000), οι οποίοι παρουσιάζουν μια διαδικασία τριών επιπέδων. Στο μηδενικό επίπεδο, ορίζονται ένα προσεγγιστικό εύρος τιμών για τις παραμέτρους του μοντέλου, που εκφράζει την πρότερη αβεβαιότητα του μοντέλου. Στο πρώτο επίπεδο επιδιώκεται η μείωση του εύρους διακύμανσης, προσδιορίζοντας περιόδους των μεταβλητών απόκρισης, κατά τις οποίες θεωρείται κυρίαρχη η επίδραση μεμονωμένων παραμέτρων (ή μικρών ομάδων παραμέτρων) που απομονώνονται και εκτιμώνται ανεξάρτητα. Επισημαίνεται ότι στο στάδιο αυτό αγνοούνται οι αλληλεπιδράσεις των παραμέτρων. Τέλος, στο δεύτερο επίπεδο επιτυγχάνεται ακόμα πιο δραστική μείωση του εύρους τιμών, με ενδελεχή ανάλυση των αλληλεπιδράσεων των παραμέτρων και της ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων προσαρμογής.

Δύο είναι οι βασικοί λόγοι που προτιμάται μια υβριδική στρατηγική βαθμονόμησης αντί μιας πλήρως αυτοματοποιημένης μεθόδου:

- εξαιτίας των πολλαπλών πηγών αβεβαιότητας, μια αυτοματοποιημένη διαδικασία δεν εγγυάται τον εντοπισμό μιας λύσης που να εξασφαλίζει επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, σε συνδυασμό με ρεαλιστικές τιμές των παραμέτρων του·
- εξαιτίας της πολυπλοκότητας του μαθηματικού προβλήματος βελτιστοποίησης (μεγάλος αριθμός παραμέτρων και κριτηρίων), είναι εξαιρετικά δυσχερής η προσέγγιση μιας ικανοποιητικής λύσης.

Για τους παραπάνω λόγους, θεωρείται προτιμητέα μια ημιαυτόματη προσέγγιση, που με κατάλληλες επεμβάσεις του χρήστη μπορεί να οδηγήσει στον εντοπισμό πρόσφορων λύσεων του προβλήματος. Μια τέτοια στρατηγική οφείλει να διέπεται από τις ακόλουθες αρχές:

- επειδή σε ένα σύνθετο μοντέλο δεν είναι ρεαλιστική η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση όλων των παραμέτρων και όλων των κριτηρίων, επιδιώκεται μια τμηματική αντιμετώπιση του προβλήματος, επιδιώκοντας κάθε φορά την βελτιστοποίηση ενός μικρού, σχετικά, αριθμού παραμέτρων, που επηρεάζουν συγκεκριμένες και όσο το δυνατόν καλύτερα ελεγχόμενες διεργασίες·
- στα αρχικά στάδια δίνεται έμφαση στα χονδροειδή σφάλματα, εξασφαλίζοντας έτσι μια γενικά καλή εικόνα όλων των πτυχών του μοντέλου·
- όταν η διαδικασία βελτιστοποίησης οδηγεί σε τιμές παραμέτρων που δεν είναι συμβατές με την εννοιολογική τους ερμηνεία, και εφόσον έχει αποκλειστεί η περίπτωση δομικών σφαλμάτων ή

σημαντικών σφαλμάτων στα δεδομένα εισόδου, απορρίπτεται η τρέχουσα λύση και δοκιμάζεται μια άλλη διατύπωση του προβλήματος βαθμονόμησης·

- όταν οι βελτιστοποιημένες τιμές των παραμέτρων είναι πολύ κοντά στα όρια του πεδίου αναζήτησης, τα εν λόγω όρια διευρύνονται και επαναλαμβάνεται η επίλυση του προβλήματος, καθώς υπάρχει το ενδεχόμενο να βρεθεί μια καλύτερη λύση εκτός του τρέχοντος εφικτού χώρου·
- λύσεις που παρουσιάζουν ακραία συμπεριφορά όσον αφορά στην ανταγωνιστικότητα των κριτηρίων, δηλαδή παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση ως προς ορισμένα μέτρα προσαρμογής και πολύ κακή ως προς τα υπόλοιπα απορρίπτονται, ανεξάρτητα αν το σταθμισμένο αποτέλεσμα της στοχαστικής συνάρτησης φαίνεται ικανοποιητικό.

Είναι προφανές ότι η παραπάνω υβριδική διαδικασία είναι εξαιρετικά δύσκολο να τυποποιηθεί και, πολύ περισσότερο, να αυτοματοποιηθεί ως εφαρμογή λογισμικού. Απαιτεί σημαντικό φόρτο εργασίας και προϋποθέτει την πολύπλευρη αξιοποίηση της κρίσης και εμπειρίας του μηχανικού, σε συνδυασμό με την χρήση ισχυρών υπολογιστικών εργαλείων. Ωστόσο, αποτελεί τη μοναδική, κατά τη γνώμη μας, ορθολογική προσέγγιση του προβλήματος βαθμονόμησης των σύνθετων υδρολογικών μοντέλων κατανεμημένης δομής, τα οποία δείχνουν να κυριαρχούν στο μέλλον.

10.5 Χαρακτηριστικές εφαρμογές

10.5.1 Ιστορικό

Η πρωτόλεια απόπειρα ένταξης πολλαπλών κριτηρίων στην αυτόματη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων αναφέρεται στην εργασία του Harlin (1991), στην οποία διατυπώνεται μια επαναληπτική διαδικασία που εστιάζει σε διαφορετικές περιγραφές των διεργασιών και των σχετικών τους μέτρων προσαρμογής (Madsen and Khu, 2002).

Στην πραγματικότητα, η ιστορία της πολυκριτηριακής βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, με σκοπό την ταυτόχρονη παραγωγή μη κατωτέρων λύσεων και την ανάλυση αβεβαιοτήτων, ξεκίνησε μόλις το 1998, με δύο παράλληλες εργασίες των Gupta *et al.* (1998) και Yapo *et al.* (1998). Η πρώτη είχε περισσότερο θεωρητικό χαρακτήρα, ενώ η δεύτερη έγινε με αφορμή την πρώτη δημοσίευση του αλγορίθμου MOCOM-UA (βλ. 4.5.5).

Οι πρώτες αναλύσεις αφορούσαν σε απλά, εννοιολογικά μοντέλα αδιαμέριστης δομής, ενώ σταδιακά οι εφαρμογές επεκτάθηκαν και σε πιο πολύπλοκα σχήματα προσομοίωσης, δηλαδή κατανεμημένα μοντέλα φυσικής βάσης. Σε κάποιες περιπτώσεις εξετάστηκαν διαφορετικά μέτρα προσαρμογής μιας μεμονωμένης απόκρισης, ενώ σε άλλες η προσαρμογή έγινε με βάση διαφορετικές αποκρίσεις του υπό μελέτη συστήματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται συνοπτικά οι κυριότερες από τις δημοσιευμένες εφαρμογές, κατά χρονολογική σειρά.

10.5.2 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου SAC-SMA με τη μέθοδο MOCOM

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η πρώτη καθαρά πολυκριτηριακή προσέγγιση έγινε από τους Yapo *et al.* (1998). Πεδίο εφαρμογής ήταν η λεκάνη του ποταμού Leaf στο Mississippi των ΗΠΑ, έκτασης 1950 km², στην οποία προσαρμόστηκε το εννοιολογικό μοντέλο εδαφικής υγρασίας Sacramento (SAC-SMA), με βάση ημερήσιες τιμές παροχής. Πρόκειται για μια από τις καλύτερα μελετημένες λεκάνες των ΗΠΑ, καθώς διατίθενται συστηματικές μετρήσεις από τα τέλη της δεκαετίας του 1950. Στις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε το ημερήσιο δείγμα παροχών του πλέον υγρού υδρολογικού έτους (1979-80), με βάση το οποίο εκτιμήθηκαν 13 από τις συνολικά 16 παραμέτρους του μοντέλου, με ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο αντικρουόμενων στατιστικών μέτρων:

- του μέσου ημερήσιου τετραγωνικού σφάλματος (DRMS)·

- του ετεροσκεδαστικού σφάλματος μέγιστης πιθανοφάνειας (HMLE).

Ειδικότερα, το πρώτο κριτήριο δίνει έμφαση στην αναπαραγωγή των αιχμών, ενώ το δεύτερο τείνει να ισοσκελίσει την επίδοση του μοντέλου για όλο το εύρος τιμών παροχής (βλ. 8.4.2). Η βελτιστοποίηση έγινε με βάση έναν πληθυσμό 500 σημείων (διερευνήθηκαν και άλλες τιμές μεγέθους πληθυσμού), για τον οποίο απαιτήθηκαν περί τις 70 000 προσομοιώσεις. Οι παράμετροι που εμφάνισαν την υψηλότερη αβεβαιότητα σχετίζονται με τις χαμηλές ροές και τους κλάδους στέρησης, ενώ τα όρια αβεβαιότητας των παραμέτρων που σχετίζονται με την αναπαραγωγή των πλημμυρικών επεισοδίων ήταν εμφανώς πιο στενά.

10.5.3 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE 11/NAM με τη σταθμισμένη μέθοδο SCE

Ο Madsen (2000) προσάρμοσε το εννοιολογικό μοντέλο βροχής-απορροής NAM, που εντάσσεται στην υπολογιστική πλατφόρμα του γνωστού υδροδυναμικού μοντέλου MIKE 11, για την υδρολογική προσομοίωση της λεκάνης Tyggenaelde της Δανίας, έκτασης 130 km², χρησιμοποιώντας ένα δείγμα ημερήσιων παροχών πέντε ετών. Στη βαθμονόμηση των εννέα παραμέτρων του μοντέλου τέθηκαν οι ακόλουθοι στόχοι:

- να υπάρχει καλή συμφωνία μεταξύ του μέσου προσομοιωμένου και παρατηρημένου όγκου απορροής, δηλαδή να διατηρείται το υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης·
- να διατηρείται η γενική μορφή του σχήματος του υδρογραφήματος·
- να αναπαράγονται οι αιχμές του υδρογραφήματος·
- να αναπαράγονται οι χαμηλές ροές.

Οι παραπάνω στόχοι διατυπώθηκαν με τη μορφή κριτηρίων σφάλματος, τα οποία σταθμίστηκαν σε μια ενιαία στοχική συνάρτηση. Η παραγωγή αντιπροσωπευτικών σημείων του μετώπου Pareto έγινε διαφοροποιώντας τις τιμές των συντελεστών βάρους, και επιλύοντας το εκάστοτε πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης με τη μέθοδο SCE. Η γεωμετρία του μετώπου καταδεικνύει ότι υπάρχει ένα εκτενές πεδίο αποδεκτών τιμών των παραμέτρων, που συμβιβάζουν τα επιμέρους κριτήρια. Κατά συνέπεια, η αβεβαιότητα των προγνώσεων αποδείχθηκε σημαντική, αντίθετα με την έως τότε μονοκριτηριακή θεώρηση του προβλήματος.

10.5.4 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου πλημμυρών με χρήση νευρωνικών δικτύων

Οι Liong *et al.* (2001) ανέπτυξαν μια ενδιαφέρουσα μεθοδολογία, μέσω της οποίας ένα διδιάστατο μέτωπο Pareto προσεγγίζεται σε δύο βήματα. Πρώτα, παράγεται ένας περιορισμένος αριθμός μη κατωτέρων σημείων, με εφαρμογή ενός τροποποιημένου γενετικού αλγορίθμου, και στη συνέχεια χρησιμοποιείται ένα εκπαιδευμένο νευρωνικό δίκτυο για τη συμπλήρωση του απαιτούμενου μεγέθους πληθυσμού. Η παραπάνω στρατηγική εφαρμόστηκε για την πολυκριτηριακή βαθμονόμηση του μοντέλου πλημμυρών HydroWorks, σε μια αστική μικρή λεκάνη της Σιγκαπούρης, έκτασης 6.11 km². Η προσαρμογή των 8 παραμέτρων του μοντέλου έγινε για έξι χαρακτηριστικά πλημμυρικά επεισόδια, θέτοντας τα εξής κριτήρια:

- την αναπαραγωγή της αιχμής του υδρογραφήματος·
- την αναπαραγωγή του πλημμυρικού όγκου.

Από τις αναλύσεις προέκυψαν εκτενή μέτωπα Pareto, ενώ το προτεινόμενο πλαίσιο αποδείχθηκε ότι εξασφαλίζει πολύ καλή επίδοση ως προς την ταχύτητα και ικανοποιητική ακρίβεια, συγκρινόμενο με τις τότε διαδεδομένες πολυκριτηριακές εξελκτικές τεχνικές (VEGA, MOGA, NSGA).

10.5.5 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE 11/NAM με τη μέθοδο PROSCE

Οι Madsen and Khu (2002) επανεξέτασαν το πρόβλημα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης των παραμέτρων του μοντέλου MIKE 11/NAM στη λεκάνη Tryggevælde (βλ. 10.5.3), ελέγχοντας, αυτή την φορά, δύο κριτήρια προσαρμογής:

- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των υψηλών παροχών, θέτοντας ως κατώφλι τα $4.0 \text{ m}^3/\text{s}$.
- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα των χαμηλών παροχών, θέτοντας ως ανώφλι τα $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Υλοποιήθηκαν δύο στρατηγικές πολυκριτηριακής ανάλυσης, η τυπική σταθμισμένη μέθοδος SCE για τη διαδοχική αναζήτηση σημείων από το μέτωπο Pareto, καθώς και μια παραλλαγή της, η PROSCE, που εφαρμόζει ένα σχήμα ταξινόμησης Pareto για την ταυτόχρονη γέννηση μη κατωτέρων λύσεων (βλ. 4.5.1). Αρχικά, επιχειρήθηκε μια εκτενής διερεύνηση του μετώπου, για την οποία απαιτήθηκαν 109 000 προσομοιώσεις του μοντέλου με την πρώτη μέθοδο, και 1 500 000 με τη δεύτερη. Στη συνέχεια, διερευνήθηκε η επίδοση του αλγορίθμου PROSCE για μικρότερα μεγέθη πληθυσμού. Γενικά, διαπιστώθηκε ότι καθώς μειώνεται το μέγεθος του πληθυσμού, η μέθοδος τείνει να ευνοήσει την παραγωγή λύσεων με ενδιάμεση συμπεριφορά, αποτυγχάνοντας έτσι να προσεγγίσει τις ακραίες περιοχές του μετώπου Pareto. Ωστόσο, αυτό επιτυγχάνεται με σημαντικά μικρότερο υπολογιστικό φόρτο σε σχέση με την κλασική προσέγγιση (δηλαδή μια μέθοδο βαρών), που σε συνδυασμό με το γεγονός ότι προσεγγίζει την πλέον ενδιαφέρουσα, από την σκοπιά του μηχανικού, περιοχή του μετώπου, την καθιστά πρόσφορο εργαλείο για επιχειρησιακές εφαρμογές.

10.5.6 Πολυκριτηριακή προσαρμογή μοντέλου φυσικής βάσης με τη μέθοδο MOCOM

Ο Beldring (2002) προσάρμοσε ένα σχήμα φυσικής βάσης στη μικρή λεκάνη Saeternbekken της Νορβηγίας, έκτασης 6.32 km^2 . Το μοντέλο έχει 23 συνολικά παραμέτρους, για 12 από τις οποίες θεωρήθηκαν σταθερές τιμές. Οι υπόλοιπες παράμετροι προσαρμόστηκαν με βάση ωριαία δεδομένα αποκρίσεων, για μια περίοδο δύο μηνών, συγκεκριμένα παρατηρήσεις παροχής στην έξοδο και παρατηρήσεις στάθμης σε δύο πιεζόμετρα, τοποθετημένα σε περιοχές της λεκάνης με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Η βελτιστοποίηση των παραμέτρων έγινε με τη μέθοδο MOCOM-UA, εξετάζοντας εναλλακτικές διατυπώσεις του προβλήματος, με διαφορετικούς συνδυασμούς κριτηρίων. Η ανάλυση ανέδειξε την εξαιρετική σημασία της εισαγωγής επιπλέον πληροφορίας στη βαθμονόμηση, η οποία αναφέρεται σε διαφορετικές αποκρίσεις του συστήματος. Πράγματι, με την εισαγωγή των δειγμάτων στάθμης, μειώθηκαν σημαντικά τα όρια αβεβαιότητας των προγνώσεων, τόσο για την περίοδο της βαθμονόμησης όσο και για την περίοδο της επαλήθευσης του μοντέλου.

10.5.7 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MIKE-SHE με τη σταθμισμένη μέθοδο SCE

Ο Madsen (2003) ήταν από τους πρώτους που αντιμετώπισαν ως πολυκριτηριακό το πρόβλημα βαθμονόμησης κατανεμημένων μοντέλων, και συγκεκριμένα του MIKE-SHE, ελέγχοντας μάλιστα διαφορετικές μεταβλητές απόκρισης (βλ. και Madsen and Jacobsen, 2001). Πεδίο εφαρμογής ήταν η λεκάνη απορροής του ποταμού Karp της Δανίας, έκτασης 440 km^2 , για την οποία υιοθετήθηκε η σχηματοποίηση και παραμετροποίηση που περιγράφεται σε προγενέστερη εργασία του Refsgaard (1997). Για τη λεκάνη, διατίθενται ημερήσιες μετρήσεις παροχής στη έξοδο, καθώς και συστηματικές (δύο ανά μήνα) παρατηρήσεις στάθμης σε 17 πιεζόμετρα, ομοιόμορφα κατανεμημένα στην έκτασή της. Βελτιστοποιήθηκαν 12 κύριες παράμετροι του μοντέλου, με βάση δύο κριτήρια:

- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της παρατηρημένης παροχής
- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα όλων των παρατηρήσεων στάθμης.

Η πολυκριτηριακή ανάλυση έγινε με την σταθμισμένη μέθοδο SCE, από την οποία προέκυψε ένα εξαιρετικά γωνιώδες μέτωπο Pareto, που καταδεικνύει τον έντονο ανταγωνισμό μεταξύ των δύο κριτηρίων (μικρή βελτίωση του ενός προκαλεί σημαντική επιδείνωση του άλλου). Θεωρώντας ίσα βάρη για τα δύο κριτήρια, προέκυψε μια συμβιβαστική λύση του προβλήματος, που βρίσκεται στην κάτω αριστερά άκρη του μετώπου. Αντίθετα, η βέλτιστη λύση που είχε εντοπιστεί από τον Refsgaard (1997) με τη συμβατική μονοκριτηριακή προσέγγιση, ενώ βελτίωνε οριακά την τιμή του σφάλματος που αφορά στην αναπαραγωγή των χρονοσειρών στάθμης, παρουσίαζε εμφανώς χειρότερη επίδοση όσον αφορά στην αναπαραγωγή της παρατηρημένης απορροής.

10.5.8 Βελτιστοποίηση εναλλακτικών δομών του μοντέλου SAC-SMA με χρήση πολλαπλών κριτηρίων

Οι Ajami *et al.* (2004) διερεύνησαν διάφορες δομές του μοντέλου SAC-SMA (αδιαμέριστη, ημι-αδιαμέριστη, ημικατανεμημένη), σε συνδυασμό με ένα υδραυλικό μοντέλο κινηματικού κύματος, για την προσομοίωση της απορροής κατά μήκος του ποταμού Illinois των ΗΠΑ, η λεκάνη του οποίου καταλαμβάνει έκταση 1645 km². Η εκτίμηση των παραμέτρων βασίστηκε σε ωριαίες τιμές παροχής της περιόδου 1993-1999, λαμβάνοντας υπόψη δύο κριτήρια προσαρμογής:

- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της ωριαίας χρονοσειράς παροχών (HRMS)
- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της ωριαίας χρονοσειράς των λογαρίθμων των παροχών.

Το πρώτο κριτήριο δίνει έμφαση στις αιχμές των υδρογραφημάτων, ενώ το δεύτερο στις μεσαίες και χαμηλές τιμές παροχής. Υιοθετήθηκε μια στρατηγική βελτιστοποίησης τριών βημάτων (με εφαρμογή της μεθόδου SCE σε κάθε βήμα), που είναι συμβατή με την εμπειρική προσέγγιση μιας χειρωνακτικής βαθμονόμησης. Αρχικά, βελτιστοποιήθηκαν όλες οι παράμετροι καθώς και οι αρχικές συνθήκες του μοντέλου, με βάση το λογαριθμικό κριτήριο. Στη συνέχεια, επανεκτιμήθηκαν μόνο οι παράμετροι της ανώτερης εδαφικής ζώνης, οι οποίες επηρεάζουν τους μηχανισμούς γέννησης πλημμυρών, με βάση το κριτήριο HRMS. Τέλος, επανεκτιμήθηκαν αποκλειστικά οι παράμετροι της κατώτερης ζώνης, με βάση το λογαριθμικό κριτήριο. Οι αναλύσεις κατέδειξαν ότι η επίδοση του μοντέλου μειώνεται με την αύξηση της πολυπλοκότητας της μαθηματικής δομής του (μεταβαίνοντας από την αδιαμέριστη στην ημικατανεμημένη σχηματοποίηση), και αυτό επειδή αυξάνεται η αβεβαιότητα, τόσο εξαιτίας της ετερογένειας των δεδομένων εισόδου όσο και λόγω σφαλμάτων μαθηματικών υποθέσεων (π.χ. όσον αφορά στο σχήμα διόδου). Συμπερασματικά, αν ο στόχος αναφέρεται άπλα στην αναπαραγωγή της απορροής στην έξοδο μιας λεκάνης, και όχι στην εκτίμηση των παροχών σε εσωτερικά σημεία του υδρογραφικού δικτύου, η αδιαμέριστη προσέγγιση πλεονεκτεί σαφώς έναντι της ημικατανεμημένης.

10.5.9 Συνδυασμένη ανάλυση αβεβαιότητας και βαθμονόμηση μοντέλου SWAT

Οι Muleta and Nicklow (2005) διατύπωσαν ένα πλαίσιο ανάλυσης ευαισθησίας και αβεβαιοτήτων, σε συνδυασμό με την αυτόματη βαθμονόμηση των παραμέτρων του κατανεμημένου μοντέλου SWAT. Η εφαρμογή του μοντέλου έγινε στη λεκάνη απορροής Big Creek, έκτασης 133 km², που βρίσκεται στο Illinois των ΗΠΑ. Η περίοδος προσομοίωσης ήταν τέσσερα έτη (1998-2001), με ημερήσιο χρονικό βήμα. Αρχικά, εντοπίστηκαν οι πλέον σημαντικές παράμετροι, μέσω ανάλυσης ευαισθησίας. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε ένας γενετικός αλγόριθμος για τη βελτιστοποίηση 16 από τις συνολικά 35 παραμέτρους του μοντέλου. Διατυπώθηκε μια σταθμισμένη στοχική συνάρτηση, που περιλαμβάνει τον συντελεστή προσδιορισμού δύο μετρημένων αποκρίσεων του συστήματος:

- της παροχής στην έξοδο της λεκάνης
- της στερεοαπορροής.

Παρά τη σχετικά ικανοποιητική εικόνα για την περίοδο βαθμονόμησης, το μοντέλο παρουσίασε απαράδεκτα χαμηλή επίδοση στην επαλήθευση, όσον αφορά και στις δύο αποκρίσεις του. Περαιτέρω

αναλύσεις με τη μέθοδο GLUE ανέδειξαν το εξαιρετικά μεγάλο φάσμα αβεβαιοτήτων που διέπει το μοντέλο, το οποίο οφείλεται σε συνδυασμό δομικών σφαλμάτων, σφαλμάτων των δεδομένων και σφαλμάτων της διαδικασίας εκτίμησης των παραμέτρων. Επιπλέον, διαπιστώθηκε ότι είχαν θεωρηθεί υπερβολικά στενά όρια του πεδίου αναζήτησης. Τελικά, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η πληροφορία που διατίθεται για την προσαρμογή του μοντέλου δεν είναι επαρκής.

10.5.10 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση μοντέλου MOD-HMS με τη μέθοδο MOSCEM

Οι Shoups *et al.* (2005b) ήταν οι πρώτοι που επιχείρησαν να χειριστούν ένα πρόβλημα βαθμονόμησης μοντέλου υπόγειων νερών, μέσω πολυκριτηριακής ανάλυσης. Πεδίο εφαρμογής ήταν μια αρδευόμενη περιοχή έκτασης 1400 km², στην κοιλάδα San Joaquin της Καλιφόρνια, όπου προσαρμόστηκε το υδρογεωλογικό μοντέλο MOD-HMS, που βασίζεται στο γνωστό πακέτο MODFLOW για να επιλύσει το τρισδιάστατο πρόβλημα υπόγειας ροής. Η περιοχή εκτείνεται σε δύο υδατικά διαμερίσματα (Westlands Water District, Broadview Water District), όπου οι αντίστοιχοι φορείς ελέγχου τη διανομή του νερού και τη διαχείριση των αποστραγγιστικών δικτύων. Τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν στη βαθμονόμηση, τα οποία αναφέρονται στην περίοδο 1984-1997, ήταν:

- παρατηρήσεις στάθμης σε 242 φρέατα, στην αρχή κάθε υδρολογικού έτους (2236 μετρήσεις)·
- ετήσια απόληψη νερού με άντληση στο υδατικό διαμέρισμα Westlands (13 μετρήσεις)·
- ετήσιοι όγκοι αποστράγγισης στο υδατικό διαμέρισμα Broadview (11 μετρήσεις).

Επισημαίνεται ότι για την περιοχή υπήρχαν πιεζομετρικές παρατηρήσεις και για άλλες εποχές του έτους (από τον Απρίλιο έως τον Ιούλιο), που δεν ελήφθησαν, ωστόσο, υπόψη στη βαθμονόμηση, δεδομένου ότι σκοπός της μελέτης ήταν η μακροχρόνια και όχι η ενδοετήσια πρόγνωση. Το μοντέλο βαθμονομήθηκε ως προς 10 παραμέτρους του, υιοθετώντας αρχικά μια μονοκριτηριακή προσέγγιση, στην οποία σταθμίστηκαν τα μέσα τετραγωνικά σφάλματα των τριών δειγμάτων, σε μια ενιαία στοχαστική συνάρτηση. Η βελτιστοποίηση έγινε με την μέθοδο SCEM-UA (βλ. 9.4.4), και αποτελεί μία από τις πιο σημαντικές επιχειρησιακές εφαρμογές της. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος MOSCEM-UA (Vrugt *et al.*, 2003a) για την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση των παραμέτρων. Και στις δύο περιπτώσεις θεωρήθηκε ένας αρχικός πληθυσμός 500 σημείων, ενώ πραγματοποιήθηκαν 4000 προσομοιώσεις του μοντέλου, για κάθε μία από τις οποίες απαιτήθηκαν 70 ώρες υπολογισμών σε επεξεργαστή Pentium IV 1.5 GHz.

Οι παράμετροι που προέκυψαν με την πρώτη προσέγγιση, δηλαδή μέσω ολικής βελτιστοποίησης, παρουσίασαν μικρή αβεβαιότητα, αν και αρκετές από αυτές προσέγγισαν το κάτω όριο του αρχικού εύρους τιμών, που υποτέθηκε με βάση τη φυσική του συστήματος και εκφράζει μια ρεαλιστική «πρότερη» κατανομή τους. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με την επισήμανση των Boyle *et al.* (2000), που τονίζουν ότι μια μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση ενδέχεται να καταλήξει σε πολύ καλή προσαρμογή του μοντέλου, πλην όμως οι εκτιμήσεις των παραμέτρων του να μην έχουν φυσική σημασία (βλ. και 10.1).

Στην παραπάνω προσέγγιση, η αναπαραγωγή των ιστορικών δειγμάτων ήταν πολύ ικανοποιητική για τις αντλήσεις και τις στραγγίσεις, όχι όμως και για τις στάθμες. Το γεγονός οφείλεται στη μορφή της στοχαστικής συνάρτησης, που δίνει μικρότερη έμφαση στις τελευταίες. Με βάση τις δισδιάστατες τομές του μετώπου Pareto που προέκυψε μέσω της πολυκριτηριακής ανάλυσης, φάνηκε ότι υπάρχει αρκετά έντονος ανταγωνισμός μεταξύ του σφάλματος αναπαραγωγής των δειγμάτων στάθμης και άντλησης, και ελαφρή εξάρτηση του σφάλματος αναπαραγωγής των στραγγίσεων με τα δύο προηγούμενα. Η ανάλυση αβεβαιοτήτων κατέδειξε ότι τα όρια εμπιστοσύνης των προγνώσεων για τις στάθμες είναι πολύ ευρέα, κάτι που δεν ισχύει για τις άλλες δύο μεταβλητές. Τελικά, επιχειρήθηκε η εύρεση μιας συμβιβαστικής λύσης, εξετάζοντας τη δυνατότητα χωρικής κατανομής δύο σημαντικών παραμέτρων

του μοντέλου, ώστε να περιοριστεί ο ανταγωνισμός των κριτηρίων, και ενσωματώνοντας επιπλέον μέτρα προσαρμογής για τις προσομοιωμένες στάθμες.

10.5.11 Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση συνδυαστικού υδρολογικού μοντέλου με τη μέθοδο MOSCEM

Οι Shoups *et al.* (2005a), σε συνέχεια της προηγούμενης προσέγγισης, προσάρμοσαν ένα συνδυαστικό σχήμα προσομοίωσης επιφανειακών και υπόγειων νερών στην παράκτια αρδευόμενη περιοχή Yaqui Valley, έκτασης 6800 km², στο Μεξικό. Με εφαρμογή της μεθόδου MOSCEM-UA, εκτιμήθηκαν 10 κύριες παράμετροι του μοντέλου, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη τέσσερα κριτήρια προσαρμογής, που αναφέρονται στις εξής κατηγορίες δεδομένων:

- παρατηρήσεις στάθμης φρεάτων, στην αρχή κάθε υδρολογικού έτους·
- μετρήσεις υδραυλικού φορτίου υδροφορέα·
- ετήσιες ποσότητες αποστράγγισης·
- ετήσιες απώλειες νερού από διηθήσεις στα αρδευτικά κανάλια.

Το χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης εφαρμογής ήταν η ανάδειξη της πολυκριτηριακής ανάλυσης ως εργαλείου μηχανικού, καθώς συνέβαλε στην κατανόηση των φυσικών μηχανισμών και στη λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

10.5.12 Συγκριτική ανάλυση σύγχρονων πολυκριτηριακών εξελικτικών προσεγγίσεων στη βαθμονόμηση μοντέλων

Οι Tang *et al.* (2006) διερεύνησαν την επίδοση τριών μεθοδολογιών αιχμής, και συγκεκριμένα των αλγορίθμων NSGA-II (βλ. 4.6.6), SPEA-II (βλ. 4.6.7) και MOSCEM-UA, ως προς ένα μαθηματικό και δύο υδρολογικά προβλήματα¹.

Το πρώτο υδρολογικό πρόβλημα αναφέρεται στην προσαρμογή του μοντέλου SAC-SMA στη λεκάνη απορροής του ποταμού Leaf (βλ. 10.5.2), για την περίοδο 1952-1954. Ως κριτήρια χρησιμοποιήθηκαν το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της ημερήσιας χρονοσειράς παροχής, και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της ανηγμένης χρονοσειράς, με βάση το μετασχηματισμό Box-Cox (βλ. 8.4.2). Για τον έλεγχο της επίδοσης κάθε αλγορίθμου, πραγματοποιήθηκαν 50 στοχαστικά ανεξάρτητες βελτιστοποιήσεις, για κάθε μία από τις οποίες απαιτήθηκαν 100 000 δοκιμές.

Το δεύτερο πρόβλημα αναφέρεται στην προσαρμογή ενός εξαιρετικά λεπτομερούς μοντέλου φυσικής βάσης στην πειραματική λεκάνη Shale Hills, η οποία βρίσκεται στην Pennsylvania των ΗΠΑ. Τα δεδομένα των αναλύσεων προέρχονται από ένα εκτενές πείραμα που πραγματοποιήθηκε το 1970 σε μια υπολεκάνη εμβαδού 19.8 εκταρίων. Η πολυκριτηριακή ανάλυση βασίστηκε σε τρία κριτήρια, που αναφέρονται σε διαφορετικές πτυχές της παρατηρημένης απορροής (για μέσες, υψηλές και χαμηλές τιμές παροχής), για διάρκεια ενός μήνα. Οι υπολογιστικές απαιτήσεις ήταν τεράστιες, καθώς για τις 5000 προσομοιώσεις του μοντέλου που τέθηκαν ως όριο δοκιμών απαιτήθηκε χρόνος σχεδόν μίας εβδομάδας, σε επεξεργαστή Pentium IV 3.0 GHz.

Οι αναλύσεις κατέδειξαν την υπεροχή της μεθόδου SPEA-II, που αποδείχθηκε εξαιρετικά αξιόπιστη αλλά και ικανή να διατηρεί μια καλή κατανομή του πληθυσμού. Όσον αφορά στη μέθοδο MOSCEM-UA, που ως γνωστό έχει αναπτυχθεί από υδρολόγους (Vrugt *et al.*, 2003a), φαίνεται επαρκής για μοντέλα λίγων παραμέτρων και μικρού υπολογιστικού φόρτου, χρειάζεται ωστόσο βελτιώσεις ώστε να μπορεί να αντιμετωπίσει τα πιο απαιτητικά προβλήματα βαθμονόμησης.

¹ Το μαθηματικό πρόβλημα αναφέρεται στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση τυπικών συναρτήσεων ελέγχου, όπως αυτών της ενότητας 6.2, και δεν συζητείται περαιτέρω

11 Υδρολογική προσομοίωση λεκάνης απορροής και υδροσυστήματος Βοιωτικού Κηφισού

11.1 Εισαγωγή

11.1.1 Διάρθρωση κεφαλαίου

Στο Κεφάλαιο αυτό εξετάζεται ένα ιδιαίτερα απαιτητικό πρόβλημα πολυκριτηριακής βαθμονόμησης, που αναφέρεται στην προσαρμογή ενός συνδυαστικού μοντέλου επιφανειακής και υπόγειας υδρολογίας καθώς και ενός σχήματος διαχείρισης των υδατικών πόρων, στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού. Στην ενότητα 11.2 περιγράφονται τα χαρακτηριστικά του συστήματος (μαζί με μια ενδιαφέρουσα αναδρομή στο ιστορικό του) και εξηγούνται οι ιδιαιτερότητες του προβλήματος αναπαράστασης των φυσικών και ανθρωπογενών διεργασιών. Στην ενότητα 11.3 παρουσιάζεται, συνοπτικά, το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, αρκετές συνιστώσες του οποίου αποτελούν πρωτότυπη εργασία και υλοποιήθηκαν στα πλαίσια της παρούσας διατριβής. Στην ενότητα 11.4 εξηγείται η διαδικασία σχηματοποίησης και παραμετροποίησης, και παρουσιάζονται τα πρωτογενή και παράγωγα γεωγραφικά δεδομένα. Στην ενότητα 11.5 εξηγείται η διαδικασία κατασκευής των υδρολογικών χρονοσειρών και οι εκτιμήσεις των υδατικών αναγκών. Στην ενότητα 11.6 διατυπώνονται οι παράμετροι και τα κριτήρια ελέγχου του μοντέλου, ενώ στην ενότητα 11.7 παρουσιάζεται μια υβριδική, ημιαυτόματη, στρατηγική εκτίμησης των παραμέτρων του. Η βαθμονόμηση αναφέρεται στη δεκαετία 1984-1994, για την οποία υπάρχουν λεπτομερή υδρολογικά δεδομένα σε διάφορες θέσεις του συστήματος. Στην ενότητα 11.8 εξετάζονται οι πολυκριτηριακές εκδοχές του προβλήματος, με σκοπό τη διερεύνηση της ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων, την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας των παραμέτρων και την ανίχνευση εναλλακτικών λύσεων του προβλήματος βαθμονόμησης. Τέλος, στην ενότητα 11.9 επιχειρείται η επαλήθευση του μοντέλου για μια εκτενή περίοδο 96 ετών, που τεκμηριώνει την υψηλή προγνωστική του ικανότητα: πρόκειται για μία από τις πλέον μακροχρόνιες εφαρμογές επαλήθευσης υδρολογικών μοντέλων που έχουν αναφερθεί στη βιβλιογραφία.

11.1.2 Προηγούμενες προσεγγίσεις

Η λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού είναι μία από τις καλύτερα μελετημένες περιοχές της Ελλάδας, καθώς μετά την ολοκλήρωση των έργων αποξήρανσης της Κοπαΐδας, στα τέλη του 19ου αιώνα, εγκαταστάθηκε ένα αρκετά πυκνό δίκτυο βροχομετρικών και υδρομετρικών σταθμών. Από το 1907, μετράται καθημερινά η στάθμη νερού ανάντη της Σήραγγας Καρδίτσας, που είναι η τεχνητή έξοδος του συστήματος προς τη λίμνη Υλίκη. Μάλιστα, το αντίστοιχο δείγμα απορροής είναι το μεγαλύτερο του ελληνικού χώρου. Επιπλέον, από τα μέσα της δεκαετίας του 1930 μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1950, στην λεκάνη πραγματοποιούνταν αρκετά συστηματικές υδρομετρήσεις, κυρίως στην περιοχή του άνω ρου του ποταμού, όπου και αναπτύσσονται σημαντικές καρστικές πηγές. Τα στοιχεία αυτά αξιοποιήθηκαν για την εκτίμηση του υδατικού δυναμικού της λεκάνης, σε μια σειρά αξιολογών μελετών που εκπονήθηκαν μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1970 (Αλτηγός κ.ά., 1964· Παπαγιαννοπούλου και Λέτσιος, 1971· Λαδόπουλος και Χωραφάς, 1974).

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980, το Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών (ΙΓΜΕ) εκπονεί ένα ερευνητικό πρόγραμμα παρακολούθησης της λεκάνης, στα πλαίσια του οποίου έχει αναπτύξει ένα εκτεταμένο δίκτυο ερευνητικών γεωτρήσεων καθώς και υδρομετρικών σταθμών

κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού και κατάντη των κύριων καρστικών πηγών (Παγούνης κ.ά., 1994). Πολλά από τα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν για την προσαρμογή του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ κατά την περίοδο 1984-1994, όπως περιγράφεται στη συνέχεια του κεφαλαίου.

Την περίοδο 1997-2000 εκπονήθηκε (μετά από ανάθεση του ΥΠΕΧΩΔΕ) μελέτη με τίτλο «*Διαχείριση Υδατικών Πόρων Λεκανών Β. Κηφισού και Λιμνών Υλίκης και Παραλίμνης*». Αντικείμενό της ήταν η υδρολογική και υδρογεωλογική προσομοίωση της λεκάνης και η ανάπτυξη συστήματος υποστήριξης αποφάσεων. Στη μελέτη χρησιμοποιήθηκαν τα μοντέλα SACRAMENTO, MODFLOW και RIBASIM (Περλέρου, 1998· ΕΤΜΕ κ.ά., 2000). Ωστόσο, η «εν σειρά» χρήση διαφορετικών μοντέλων δεν επέτρεψε την ικανοποιητική απεικόνιση των αλληλεπιδράσεων των διεργασιών του συστήματος.

Την περίοδο 1999-2004, εκπονήθηκε από τον Τομέα Υδατικών Πόρων του ΕΜΠ το ερευνητικό έργο «*Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*», που ανατέθηκε από την ΕΥΔΑΠ. Στα πλαίσια αυτού, επιχειρήθηκαν οι πρώτες προσπάθειες ολοκληρωμένης προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου και της διαχείρισης των υδατικών πόρων στη λεκάνη. Κύριος στόχος ήταν η εκτίμηση των επιπτώσεων των υδρευτικών απολήψεων από το δίκτυο γεωτρήσεων που διατηρεί η ΕΥΔΑΠ στην περιοχή του μέσου ρου, στο υδατικό δυναμικό του ποταμού, δεδομένου ότι αυτό τροφοδοτεί την Υλίκη, που είναι ένας από τους τέσσερις ταμιευτήρες του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας. Κατά τη διάρκεια του έργου εξετάστηκαν διαδοχικές προσεγγίσεις, που περιγράφονται από τους Ναλμπάντη και Ρόζο (2000), Nalbantis *et al.* (2002), και Ευστρατιάδη κ.ά. (2004). Πιο συγκεκριμένα:

Οι Ναλμπάντη και Ρόζο (2000), έχοντας ως βάση τη μελέτη του Περλέρου (1998), προσάρμοσαν το μοντέλο MODFLOW, με το οποίο πέτυχαν μια μάλλον μέτρια αναπαράσταση της διαίτας του καρστικού υδροφορέα. Επιπλέον, επειδή το μοντέλο δεν μπορεί να περιγράψει τις επιφανειακές υδρολογικές διεργασίες ούτε την λειτουργία των αρδευτικών και υδρευτικών έργων, και δεδομένου του μεγάλου φόρτου υπολογισμών που απαιτεί μια μεμονωμένη προσομοίωση, κρίθηκε ανεπαρκές.

Οι Nalbantis *et al.* (2002) ανέπτυξαν δύο εναλλακτικά σχήματα προσομοίωσης, ένα αδιαμέριστο εννοιολογικό μοντέλο με πέντε παραμέτρους, για την αναπαραγωγή της απορροής εξόδου, και ένα υβριδικό ημικατανεμημένο σχήμα, στο οποίο ο υδροφορέας χωρίστηκε σε τέσσερα κύτταρα. Το τελευταίο περιλάμβανε 18 παραμέτρους, που εκτιμήθηκαν με βάση δεδομένα απορροής στην έξοδο της λεκάνης και κατάντη τεσσάρων πηγών. Ακόμη, περιγράφηκε αδρομερώς η διαδικασία κατανομής των απολήψεων από επιφανειακά και υπόγεια νερά. Η προσαρμογή του υβριδικού μοντέλου στα δεδομένα απορροής των πηγών ήταν, γενικά, καλύτερη από το MODFLOW, ενώ και ο υπολογιστικός φόρτος ήταν τρεις τάξεις μεγέθους μικρότερος.

Οι Ευστρατιάδης κ.ά. (2004· βλ. και Efstratiadis *et al.*, 2003· Rozos *et al.*, 2004) ανέπτυξαν ένα ολοκληρωμένο πληροφορικό σύστημα που επιτρέπει την προσομοίωση των κύριων διεργασιών του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη του ποταμού Βοιωτικού Κηφισού. Ειδικότερα, για την προσομοίωση των επιφανειακών διεργασιών, η λεκάνη χωρίστηκε σε δυο τμήματα, πεδινό, στο οποίο κυριαρχούν οι παραποτάμιες αποθέσεις (προσχώσεις), και ορεινό, στο οποίο κυριαρχούν οι ημιπερατοί και περατοί σχηματισμοί. Για την προσομοίωση της κίνησης των υπογείων υδάτων υιοθετήθηκε μια σχηματική διάταξη 4 × 4 κυττάρων, σε κάθε ένα από τα οποία αντιστοιχεί μια εννοιολογική δεξαμενή. Ορισμένες αναπαριστούν την λειτουργία του υδροφορέα, άλλες προσομοιώνουν τη λειτουργία πηγών, ενώ δύο συγκεντρώνουν τις υπόγειες διαφυγές νερού. Τέλος, για την αναπαράσταση της λειτουργίας του υδροσυστήματος, διαμορφώθηκε ένα στοιχειώδες δίκτυο που περιλαμβάνει τον κύριο κλάδο του Βοιωτικού Κηφισού, τους κύριους παραποτάμους του, που θεωρείται ότι τροφοδοτούνται από τις αντίστοιχες καρστικές πηγές, και τις αρδευτικές και υδρευτικές γεωτρήσεις. Οι 22 παράμετροι του συστήματος, καθώς και οι μεταβλητές που περιγράφουν τις αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης, βελτιστοποιήθηκαν με βάση πολλαπλά κριτήρια προσαρμογής. Από τη βελτιστοποίηση προέκυψε ένα

πλήθος εναλλακτικών πρόσφορων λύσεων, από τις οποίες επιλέχθηκε η καλύτερα συμβιβαστική. Επισημαίνεται ότι η δομή του μοντέλου, ο αλγόριθμος ολικής βελτιστοποίησης, και η στρατηγική βαθμονόμησης αποτέλεσαν, σε μια πρώτη προσέγγιση, τη βάση για την ανάπτυξη του μεθοδολογικού πλαισίου που παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Τέλος, η πρόσφατη προσέγγιση της Κ/Ξ Διαχείρισης Υδάτων Κεντρικής & Δυτικής Ελλάδος (2005) επιχειρήσε να προσομοιώσει τις υδρολογικές διεργασίες της λεκάνης με το μοντέλο MIKE-SHE, χωρίς να λάβει υπόψη τις διαταραχές στη δίατα του υδρολογικού κύκλου εξαιτίας των απολήψεων, με εύλογη συνέπεια την κακή προσαρμογή του μοντέλου κατά τη θερινή περίοδο.

11.2 Περιγραφή της περιοχής μελέτης

11.2.1 Γενικά - Ιστορικό

Η λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού, που απεικονίζεται στο Σχήμα 11.1, έχει έκταση 1955.6 km² και είναι η μεγαλύτερη και η σημαντικότερη, από πλευράς υδατικού δυναμικού, της Ανατολικής Στερεάς Ελλάδας. Ο υδροκρίτης της λεκάνης ορίζεται βόρεια και βορειοανατολικά από τα όρη Οίτη, Καλλίδρομο, Σφίγγιο και Χλωμό, και νότια και νοτιοδυτικά από τα όρη Γκιώνα, Παρνασσός και Ελικώνας. Το μέσο υψόμετρο της λεκάνης ανέρχεται σε 481.4 m, ενώ το μέγιστο υψόμετρό της είναι στην κορυφή Λιάκουρα του Παρνασσού, η οποία φτάνει τα +2457 m.

Στην πραγματικότητα, πρόκειται για μια κλειστή (ενδοροϊκή) λεκάνη, οι απορροές της οποίας τροφοδοτούσαν τη ρηχή λίμνη της Κωπαΐδας, που καταλάμβανε μια έκταση που κυμαινόταν από 150 km², σε περιόδους ανομβρίας, μέχρι 250 km², σε περιόδους υψηλής υδροφορίας. Τα νερά αυτά, με τη σειρά τους, αποστραγγίζονταν προς γειτονικές λεκάνες και τη θάλασσα, μέσω ενός πολύπλοκου συστήματος καταβόθρων. Στην περιοχή έχουν εντοπιστεί 23 μεγάλες καταβόθρες, η σημαντικότερη των οποίων βρίσκεται στον ανατολικό μυχό της λίμνης.



Σχήμα 11.1: Γεωφυσικός χάρτης της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού, στην οποία απεικονίζονται ακόμη οι οικισμοί και τα υδραγωγεία της ΕΥΔΑΠ.

Η ονομασία της λίμνης προέρχεται από την πόλη Κώπαι, που ανήκε στους Μινύες και ήταν κτισμένη στο ΒΑ της άκρο. Οι Μινύες ήταν γεωργικός λαός, με προέλευση τη Θεσσαλία, που άκμασε τον 14ο και 13ο αιώνα π.Χ. Οι Μινύες κατασκεύασαν σημαντικά αρδευτικά έργα, μεταξύ των οποίων εικάζεται μια σήραγγα μήκους 2230 m, με την οποία εικάζεται ότι πέτυχαν πλήρη αποξήρανση της λίμνης. Λεπτομερείς περιγραφές δίνει ο Στράβωνας, ο οποίος αναφέρει ότι «η λίμνη εκαλλιεργείτο». Τα έργα αυτά εγκαταλείφθηκαν στο τέλος της Μυκηναϊκής περιόδου, με αποτέλεσμα η Κωπαΐδα να μεταβληθεί ξανά σε ελώδη λίμνη και να παραμείνει έτσι για τρεις περίπου χιλιετίες. Σύμφωνα με τον Θουκυδίδη, ο ανασχηματισμός της Κωπαΐδας οφείλεται στους μεγάλους σεισμούς που έγιναν «μάλιστα εν Ορχομενών τη Βοιωτία» και «προς τη λίμνη πλησίον των Κωπών». Την κλασική περίοδο, η Κωπαΐδα ήταν λίμνη, στις όχθες της οποίας είχαν αναπτυχθεί πολλοί οικισμοί. Την περίοδο του Μεγάλου Αλεξάνδρου έγιναν διάφορες απόπειρες αποξήρανσης, από τον Χαλκιδαίο μηχανικό Κράτη, με περιορισμένα αποτελέσματα. Επίσης, αναφέρεται ότι τον 1ο αιώνα μ.Χ., ο πλούσιος Ακραιφνιώτης Επαμεινώνδας διέθεσε ένα μεγάλο ποσό για την αποξήρανση της λίμνης. Τα έργα της αρχαιότητας ήταν ορατά μέχρι τον 19ο αιώνα, και αποτέλεσαν οδηγό για τις μελέτες των Γάλλων μηχανικών, που ανέλαβαν την υλοποίηση των σύγχρονων έργων αποστράγγισης, τα οποία εγκαινίασαν τον Μάιο του 1886. Η αποξήρανση ολοκληρώθηκε από την βρετανικών συμφερόντων εταιρεία Lake Copais Co., η οποία ανέλαβε και την αξιοποίηση των καλλιεργούμενων εκτάσεων, προτού αυτές περιέλθουν στο ελληνικό κράτος, τον Ιούλιο του 1953 (Λάμπρου, 2000).

Τα έργα αποξήρανσης περιλαμβάνουν μια πληθώρα από αντιπλημμυρικά και αποστραγγιστικά έργα, που διοχετεύουν τα νερά της λεκάνης σε ένα κεντρικό κανάλι (τη λεγόμενη Συγκεντρωτική Διώρυγα), και στη συνέχεια, μέσω της Σήραγγας Καρδίτσας, που βρίσκεται στο ύψος της Εθνικής Οδού, τα εκτρέπουν προς τη γειτονική λίμνη Υλίκη. Η τελευταία αποτελεί έναν από τους τέσσερις ταμιευτήρες του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας· μάλιστα, κατά την περίοδο 1950-1980 υπήρξε ο κύριος υδατικός της πόρος. Η χωρητικότητα της Υλίκης φτάνει τα 600 hm³, ενώ η μέγιστη στάθμη της ανέρχεται στα +80 m (από τα +40 m, περίπου, που ήταν πριν την αποξήρανση της Κωπαΐδας).

11.2.2 Γεωλογικά χαρακτηριστικά

Η γεωλογική-τεκτονική δομή της λεκάνης χαρακτηρίζεται από την πτύχωση και την διάρρηξη των πετρωμάτων, αλλά και από την κλιμακωτή τοποθέτηση των διαφόρων τεμαχίων κατά μήκος της. Οι πολλαπλές παρεμβολές των υδατοστεγανών σχηματισμών στα ασβεστολιθικά τεμάχια είχαν ως αποτέλεσμα την δημιουργία ποικίλων γεωμορφολογικών δομών, και ειδικότερα τη διαμόρφωση πολλαπλών υδρογεωλογικών ενοτήτων που άλλες είναι ανεξάρτητες, ενώ ορισμένες επικοινωνούν μεταξύ τους. Οι ασβεστόλιθοι αποτελούν τον κύριο γεωλογικό σχηματισμό της λεκάνης (περίπου 40% της επιφάνειας), μέσα στον οποίο διαμορφώνονται οι υδροφόροι ορίζοντες. Η τυπική κατάσταση είναι η ύπαρξη ενός ανώτερου υδροφόρου ορίζοντα μέσα σε τεταρτογενείς αποθέσεις και νεογενή, καθώς και ενός κατώτερου, μείζονος, καρστικού υδροφόρου ορίζοντα, σε ασβεστόλιθους διαφόρων τύπων και ηλικιών (Παγούνης κ.ά., 1994).

Λόγω της ιδιόμορφης γεωλογικής και υδρογεωλογικής της δομής, που οφείλεται στην κυριαρχία των ασβεστολιθικών πετρωμάτων, η λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού διαθέτει πολύ αξιόλογο υπόγειο και πηγαίο υδατικό δυναμικό. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η συνεισφορά της βασικής απορροής στο συνολικό επιφανειακό υδατικό δυναμικό της λεκάνης ξεπερνά το 50%, ενώ σημαντικό μέρος του υπόγειου δυναμικού εκφορτίζεται εκτός λεκάνης, είτε επιφανειακά (μέσω πηγών) είτε υποθαλάσσια. Τα μέτωπα των υποθαλάσσιων διαφυγών είναι ιδιαίτερα εκτενή, με κατεύθυνση προς τον Μαλιακό και τον Βόρειο Ευβοϊκό Κόλπο, ενώ επιφανειακές εκφορτίσεις εμφανίζονται στις περιοχές Τραγάνας και Λάρυμνας. Επιπλέον, είναι αρκετά πιθανό μέρος των υπόγειων εκροών να τροφοδοτεί την Υλίκη, όταν η στάθμη της λίμνης είναι χαμηλά, όπως προκύπτει από τη ανάλυση του ιστορικού υδατικού ισοζυγίου της (Ευστρατιάδης κ.ά., 2004).

11.2.3 Υδρογραφικό δίκτυο – Καρστικές πηγές

Ο κύριος κλάδος του Βοιωτικού Κηφισού έχει μήκος 102 km, περιλαμβανομένων και των τοπικών διακοπών της κοίτης του. Ο ποταμός διέρχεται από δύο μεγάλες χαράδρες στις περιοχές Μοδίου-Αμφίκλειας και Ανθοχωρίου-Μαυρονερίου, μέσω των οποίων διαμορφώνονται τρεις χαρακτηριστικές υδρογεωλογικές ενότητες, του άνω, μέσου και κάτω ρου. Ο μεγαλύτερος κλάδος του ξεκινά από τις υπώρειες του όρους Καλλίδρομο, και ακολούθως εμπλουτίζεται από τα νερά των χειμάρρων Γραβιάς και Αγοριανίτου, που τροφοδοτούνται από πολυάριθμες καρστικές πηγές. Οι κυριότερες από αυτές αναβλύζουν στις υπώρειες του Παρνασσού, σε υψόμετρα περί τα +300 m (Αγία Ελεούσα, Γκατσινός, Άβυσσος, Κάτω Αγόριανη ή Ανατολικό Κεφαλόβρυσο, Δυτικό Κεφαλόβρυσο, Μαριολάτα), ενώ σε μεγαλύτερα υψόμετρα αναπτύσσονται τα συγκροτήματα των πηγών της Άνω Σουβάλας (από +640 ως +745 m) και της Άνω Αγόριανης (από +725 ως +755 m).

Κατά μήκος του μέσου ρου του Βοιωτικού Κηφισού, και ιδιαίτερα στην περιοχή Αμφίκλειας-Μοδίου, πραγματοποιούνται σημαντικές διηθήσεις, με συνέπεια τη σημαντική μείωση (έως και μηδενισμό) της παροχής του, στο ύψος της γέφυρας Ανθοχωρίου. Στην περιοχή δεν υπάρχουν αξιόλογες καρστικές πηγές, με εξαίρεση αυτές της Αγίας Παρασκευής και του Προφήτη Ηλία, σε υψόμετρο +130 m.

Στη συνέχεια, ο ποταμός διέρχεται από τα στενά της Δαύλειας, και εισέρχεται στην υπολεκάνη του κάτω ρου, όπου ενισχύεται από τα νερά των καρστικών πηγών Μαυρονερίου και των χειμάρρων Πλατανιάς και Αγίου Βλασίου. Οι πηγές Μαυρονερίου, που αναβλύζουν στις ανατολικές υπώρειες του Παρνασσού (Φιλοβοιωτό όρος), και σε υψόμετρα από +120 έως +124 m, διαθέτουν πολύ πλούσιο υδατικό δυναμικό, που καταδεικνύει ότι τα όρια της υδρογεωλογικής τους λεκάνης εκτείνονται πολύ πέρα από τα όρια της αντίστοιχης υδρολογικής. Μετά τη θέση του φράγματος αναρρύθμισης BOOT¹, κοντά στο χωριό Ρωμαίικο, ο ποταμός ακολουθεί πλέον την τεχνητή του κοίτη, που διανοίχθηκε στα πλαίσια των έργων αποξήρανσης της Κωπαΐδας, για να καταλήξει στην Υλίκη.

Το δεύτερο σημαντικότερο υδατόρευμα της λεκάνης είναι ο Μέλανας (Μαυροπόταμος). Παλαιότερα, όπως ο Βοιωτικός Κηφισός, έτσι και ο Μέλανας τροφοδοτούσε απευθείας την λίμνη της Κωπαΐδας. Σήμερα, τα νερά του, ενισχυόμενα και από τις εκροές των πηγών Πολυγύρας, εκτρέπονται μέσω διευθετημένης κοίτης (Τάφρος Μέλανα) προς τη Συγκεντρωτική Τάφρο και, ακολούθως, τη Διάρρυγα Καρδίτσας, ενώ ένα μικρό μέρος τους, ακολουθώντας την παλιά κοίτη, κατευθύνεται προς το Κάστρο και καταλήγει στις καταβόθρες του Αγίου Ιωάννη, στην περιοχή Τοπόλια (ΒΑ του χωριού Κόκκινο).

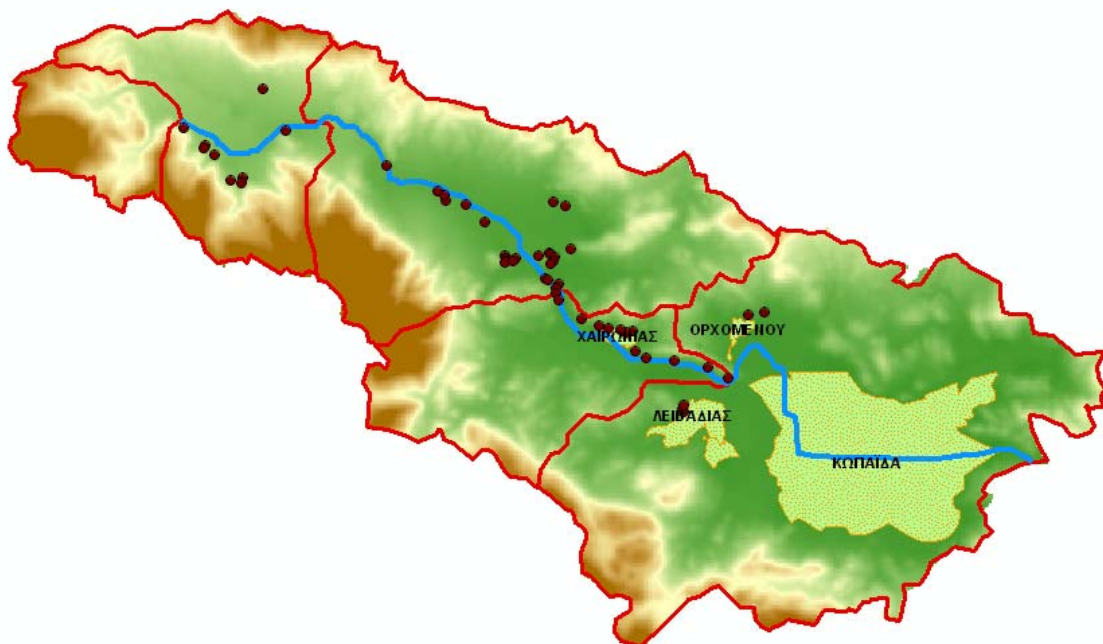
Ο Μέλανας πηγάζει από τις ομώνυμες καρστικές πηγές, κοντά στο χωριό Ορχομενός, γνωστές στην αρχαιότητα ως πηγές Χαρίτων. Οι εν λόγω πηγές αναβλύζουν στις υπώρειες του όρους Ακόντιο, σε υψόμετρα που κυμαίνονται από +101 m μέχρι +98 m. Συνολικά, έχουν καταγραφεί 69 εμφανίσεις τους, που εκτείνονται σε μια ζώνη άνω των 2 km. Πρόκειται για εξαιρετικά πλούσιες πηγές, που παρουσιάζουν μικρές μόνο διακυμάνσεις, τόσο σε ετήσια όσο και σε υπερετήσια βάση. Ο μηχανισμός λειτουργίας τους δεν είναι γνωστός. Αρκετά παλιότερα είχε διατυπωθεί η εκδοχή ότι τροφοδοτούνται από έναν υπόγειο καρστικό ποταμό, με ροή από δυτικά προς ανατολικά, δηλαδή από τον Παρνασσό προς την Κωπαΐδα. Νεότερες απόψεις αναφέρουν ότι πρόκειται για καρστικές πηγές υπερχειλίσις, τα σημεία εκροής των οποίων συμπίπτουν με διασταυρώσεις δευτερευόντων ρηγμάτων με το κύριο ρήγμα του Ακοντίου όρους και όχι με καρστικούς αγωγούς (Παπαγιαννοπούλου και Λέτσιος, 1971). Όσον αφορά στις πηγές Πολυγύρας, πρόκειται για τέσσερις καρστικές εκφορτίσεις, που εμφανίζονται σε υψόμετρα περί τα +96 m, ενώ λόγω της γεωλογικής διαμόρφωσης της περιοχής θεωρείται αδύνατη η υδραυλική επικοινωνία τους με τις πηγές Μέλανα.

¹ Από το όνομα της αγγλικής εταιρείας που κατασκεύασε ένα σημαντικό αριθμό αντιπλημμυρικών έργων στην περιοχή, κατά τη δεκαετία του 1930.

Άλλος ποταμός με σημαντική ροή είναι η Έρκυνα, που πηγάζει από τις πηγές Κρύας στη Λειβαδιά και τελικά εκτρέπεται στη Συγκεντρωτική Διώρυγα. Οι εν λόγω πηγές αναπτύσσονται στις υπώρειες του Ελικώνα, σε υψόμετρο +200 m. Τέλος, μικρότερης σημασίας πηγές, οι οποίες τροφοδοτούν μικρά ποτάμια που παλαιότερα απέρρεαν στην Κωπαΐδα, είναι αυτές του Λόφι, που αναπτύσσονται νότια του χωριού Μάζι, του Αγίου Ιωάννη, που αναβλύζουν νοτιοανατολικά του χωριού Λαφύστιο, και του Υψηλάντη, κοντά στο χωριό Σωληνάριο.

11.2.4 Χρήσεις νερού και πρακτικές διαχείρισης

Η κύρια χρήση νερού στη λεκάνη είναι η αρδευτική. Στην περιοχή λειτουργούν τέσσερις τοπικοί οργανισμοί εγγείων βελτιώσεων (ΤΟΕΒ), που διαθέτουν οργανωμένα αρδευτικά δίκτυα. Ο πλέον σημαντικός είναι ο Οργανισμός Κωπαΐδας, που διαχειρίζεται μια έκταση 180 km² (από τα οποία αρδεύονται τα 160 km²), ενώ οι ΤΟΕΒ Λειβαδιάς, Ορχομενού και Χαιρώνειας διαχειρίζονται μια πολύ μικρότερη έκταση, της τάξης των 10 km². Εκτός των ΤΟΕΒ, καλλιεργήσιμες εκτάσεις που δεν εξυπηρετούνται από δημόσια δίκτυα αναπτύσσονται και στις πεδινές περιοχές του κάτω, μέσου και άνω ρου του Βοιωτικού Κηφισού. Με βάση στοιχεία του 1996, οι αντίστοιχες αρδευόμενες εκτάσεις ανέρχονται σε 104.5, 50.5 και 19.3 km² (Ζαρρής κ.ά., 1999). Οι οργανωμένες αρδευόμενες περιοχές της λεκάνης απεικονίζεται στο Σχήμα 11.2.



Σχήμα 11.2: Οργανωμένες αρδευόμενες περιοχές (ΤΟΕΒ) και γεωτρήσεις λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού.

Η άρδευση πραγματοποιείται με αντλήσεις από υπόγεια νερά (από δημόσιες, δημοτικές και ιδιωτικές γεωτρήσεις) και με απευθείας απολήψεις επιφανειακών νερών σε διάφορες θέσεις του Βοιωτικού Κηφισού, όπου τοποθετούνται πρόχειρα αναχώματα, και από μικρά αρδευτικά έργα στην περιοχή Μαυρονερίου. Μάλιστα, λόγω των απολήψεων, η παροχή στη Διώρυγα Καρδίτσας μηδενίζεται κατά τους θερινούς μήνες. Επιπλέον, η περιοχή της Κωπαΐδας ενισχύεται από αντλούμενα νερά της Υλίκης. Στα μέσα της δεκαετίας του 1980, οι ετήσιες αρδευτικές απολήψεις από τη λίμνη κυμαίνονταν στα επίπεδα των 50 hm³, ενώ τα τελευταία χρόνια έχουν σταθεροποιηθεί στα επίπεδα των 15-20 hm³.

Οι δημόσιες αρδευτικές γεωτρήσεις ανήκουν, κυρίως, στο Υπουργείο Γεωργίας, και λειτουργούν από τα τέλη της δεκαετίας του 1970. Οι γεωτρήσεις έχουν διανοιχτεί στα κράσπεδα των αλλουβιακών

αποθέσεων του Βοιωτικού Κηφισού, πάνω στους καρστικούς ασβεστόλιθους, ώστε εκμεταλλεύονται το πλούσιο υπόγειο υδατικό δυναμικό της λεκάνης. Οι περισσότερες βρίσκονται κατάντη του Μαυρονερίου, με εξαίρεση αυτές της Σφάκας και του Προφήτη Ηλία. Ορισμένες καλύπτουν τοπικές ανάγκες, ενώ οι υπόλοιπες διοχετεύουν τα νερά τους στο Υδραγωγείο Κωπαΐδας, που εκτείνεται κατά μήκος του όρους Ακόντιο. Όλες οι κρατικές γεωτρήσεις της λεκάνης απεικονίζονται στο Σχήμα 11.2.

Εκτός των τοπικών χρήσεων (κατά μείζονα λόγο αρδευτικών), οι υδατικοί πόροι της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού χρησιμοποιούνται για την ενίσχυση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας. Αυτό γίνεται με δύο τρόπους:

- μέσω της Υλίκης, στην οποία και εκτρέπεται το σύνολο των επιφανειακών νερών της λεκάνης·
- μέσω των υδρευτικών γεωτρήσεων του μέσου ρου (κυρίως στην περιοχή Βασιλικών-Παρορίου), ανάντη των πηγών Μαυρονερίου.

Από την Υλίκη, η οποία σήμερα λειτουργεί επικουρικά του συστήματος Εύηνου-Μόρνου, ξεκινά ένα υδραγωγείο μήκους 100 km, που μεταφέρει νερό, μέσω άντλησης, στο διωλιστήριο των Κιούρκων και τον ταμιευτήρα Μαραθώνα. Οι υδρευτικές γεωτρήσεις Βασιλικών-Παρορίου, που διανοίχθηκαν από την ΕΥΔΑΠ, το ΥΠΕΧΩΔΕ και το ΙΓΜΕ στις αρχές της δεκαετίας του 1990, με σκοπό την άμεση αντιμετώπιση της έντονης λειψυδρίας την εποχής, αξιοποιήθηκαν εντατικά για μια περίοδο 3-4 ετών, με αμφισβητούμενα αποτελέσματα (βλ. 11.2.5). Από τις εν λόγω γεωτρήσεις μεταφέρεται νερό, μέσω άντλησης, στο κανάλι του Μόρνου, μέσω του υδραγωγείου Διστόμου, το οποίο έχει δυνατότητα αμφίδρομης ροής· μάλιστα, τα τελευταία χρόνια λειτουργεί αποκλειστικά προς την ανάστροφη κατεύθυνση, ενισχύοντας το αρδευτικό δίκτυο της Κωπαΐδας. Το παραπάνω υδραγωγείο της ΕΥΔΑΠ απεικονίζονται στον χάρτη του Σχήματος 11.1.

11.2.5 Τοποθέτηση του προβλήματος προσομοίωσης

Από την περιγραφή των χαρακτηριστικών της περιοχής μελέτης, προκύπτει ένα πλήθος απαιτήσεων ενός μοντέλου υδρολογικής προσομοίωσης, που θα αποτυπώνει τις πολύπλοκες, επιφανειακές και υπόγειες, διεργασίες και τις αλληλεπιδράσεις τους, καθώς και τις πρακτικές διαχείρισης του νερού, για την ικανοποίηση των διαφόρων χρήσεων. Υπάρχουν αρκετές συνιστώσες του προβλήματος, που δημιουργούν έντονη αβεβαιότητα και χρήζουν ειδικής αντιμετώπισης:

- Εξαιτίας του έντονου καρστικού υποβάθρου, δημιουργούνται εκτεταμένα μέτωπα διαφυγών προς την Υλίκη και την θάλασσα. Αυτό σημαίνει ότι το συνολικό ισοζύγιο της λεκάνης δεν «κλείνει», οπότε είναι αδύνατη η εκτίμηση των υδρολογικών απωλειών με βάση τα ιστορικά υδρολογικά στοιχεία. Αν και στο παρελθόν έχουν επιχειρηθεί κάποιες ποσοτικές προσεγγίσεις, τα μεγέθη που αναφέρονται στις μελέτες παρουσιάζουν πολύ μεγάλες διαφορές.
- Η συνεισφορά της βασικής ροής στο επιφανειακό υδατικό δυναμικό της λεκάνης, καθώς και οι χρόνοι απόκρισης του καρστικού υδροφορέα, είναι ασυνήθιστα υψηλοί. Επιπλέον, η εξαιρετικά σύνθετη πιεζομετρία της περιοχής καθιστά τουλάχιστον προβληματική την εφαρμογή της τυπικής σχηματοποίησης που επιβάλλουν τα συνήθη υδρογεωλογικά μοντέλα, η οποία βασίζεται στην υπόθεση δύο κυρίων κάθετων αξόνων, κατά μήκος και εγκάρσια της κύριας διαδρομής της ροής.
- Οι αναλύσεις των υδρομετρικών δεδομένων των κυριότερων καρστικών πηγών της λεκάνης οδηγεί σε αντιφατικά συμπεράσματα. Για παράδειγμα, η μηνιαία απορροή των πηγών Μέλανα και Πολυγύρας παρουσιάζει εξαιρετικά χαμηλή (και σε ορισμένες περιπτώσεις αρνητική) συσχέτιση με τη βροχόπτωση, αντίθετα με την απορροή των πηγών Μαυρονερίου.
- Λόγω των διηθήσεων κατά μήκος του ποταμού, το καρστ ανατροφοδοτείται από ανάντη πηγαία νερά, καθιστώντας αδύνατη την κατάρτιση ενός αξιόπιστου υδατικού ισοζυγίου, ακόμη και σε μικρές χωρικές κλίμακες (π.χ. κλίμακα υπολεκάνης).

- Στην περιοχή αναπτύσσονται ανταγωνιστικές χρήσεις νερού (άρδευση, ύδρευση Αθήνας μέσω Υλίκης και γεωτρήσεων). Ωστόσο, τα ακριβή μεγέθη των αρδευτικών απολήψεων και, κυρίως, η κατανομή τους από επιφανειακά και υπόγεια νερά, είναι άγνωστα.
- Το φυσικό σύστημα είναι έντονα διαταραγμένο, καθώς οι αντλήσεις επηρεάζουν δραστικά την υδραυλική λειτουργία των πηγών (με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα τη διακοπή της ροής των πηγών Μαυρονερίου, εξαιτίας της εντατικής χρήσης των γεωτρήσεων του μέσου ρου), ενώ και η θερινή παροχή του Βοιωτικού Κηφισού στην έξοδο μηδενίζεται εξαιτίας των ανάντη αρδευτικών εκτροπών.
- Όσον αφορά στην αξιοποίηση του υδατικού δυναμικού της λεκάνης για την ύδρευση της Αθήνας, προκύπτει ένα ιδιαίτερα σύνθετο διαχειριστικό πρόβλημα, καθώς οι εισροές της Υλίκης είναι εξαρτώμενες από τις ανάντη επιφανειακές αλλά και υπόγειες απολήψεις. Ειδικότερα, όταν τίθεται η ανάγκη χρήσης των γεωτρήσεων Βασιλικών-Παρορίου, είναι γνωστό ότι η λειτουργία τους επηρεάζει σημαντικά τη δίαυτα των γειτονικών πηγών Μαυρονερίου, που συνεισφέρουν περί το 15% της απορροής της λεκάνης που διοχετεύεται στην Υλίκη. Το πρόβλημα έχει απασχολήσει έντονα την ΕΥΔΑΠ, και μάλιστα αποτέλεσε έναν από τους κύριους στόχους του ερευνητικού προγράμματος, για το οποίο έγινε μνεία στο εδάφιο 11.1.2.

Για την ολοκληρωμένη αναπαράσταση του υδρολογικού κύκλου ενός τόσο σύνθετου και, ταυτόχρονα, έντονα διαταραγμένου υδροσυστήματος, χρησιμοποιήθηκε το καινοτόμο μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, που περιγράφεται στην ενότητα που ακολουθεί.

11.3 Το μοντέλο γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ

11.3.1 Ιστορικό και συλλογιστική του μοντέλου

Το υπολογιστικό σύστημα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ είναι ένα νέο εργαλείο, το οποίο αναπτύχθηκε στα πλαίσια του ερευνητικού έργου «*Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*», που ανατέθηκε από τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας (Ευστρατιάδης κ.ά., 2006). Το λογισμικό υλοποιεί ένα συνδυαστικό (επιφανειακό και υπόγειο) μοντέλο αναπαράστασης των υδρολογικών διεργασιών στο έδαφος και το υπέδαφος, σε συνδυασμό με ένα σχήμα διαχείρισης συστημικού προσανατολισμού, το οποίο εκτιμά τις πραγματικές απολήψεις του υδροσυστήματος, λαμβάνοντας υπόψη τα χαρακτηριστικά και τους περιορισμούς των τεχνικών έργων αξιοποίησης των υδατικών πόρων. Η ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ έχει έως τώρα εφαρμοστεί, εκτός από τη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού, στα υδροσυστήματα Δυτικής Θεσσαλίας (Τέγος, 2005) και Σμοκόβου (Ευστρατιάδης κ.ά., 2007), ενώ έχουν παρουσιαστεί το θεωρητικό της υπόβαθρο και τα αποτελέσματα των εφαρμογών (Efstratiadis *et al.*, 2005a· Efstratiadis *et al.*, 2005b· Efstratiadis *et al.*, 2006· Efstratiadis *et al.*, 2007· Nalbantis *et al.*, 2007).

Ως προς τη λογική του μοντέλου, επιχειρείται μια προσέγγιση φυσικής βάσης, διατηρώντας ωστόσο μια δομή φειδωλή σε παραμέτρους, με εννοιολογική συσχέτιση των υδρολογικών διεργασιών της λεκάνης με τα γεωμορφολογικά και φυσιογραφικά χαρακτηριστικά της. Η σχηματοποίηση του επιφανειακού συστήματος βασίζεται σε μια ημικατανομημένη προσέγγιση, ενώ η περιγραφή του πεδίου υπόγειας ροής βασίζεται σε μια πολυκυτταρική διακριτοποίηση του υδροφορέα. Τέλος, η περιγραφή της διαχείρισης των υδατικών πόρων βασίζεται σε μια δικτυακή αναπαράσταση του φυσικού συστήματος και των τεχνικών έργων. Ως προς τη χρονική κλίμακα, το μοντέλο υποστηρίζει μηνιαίο και ημερήσιο βήμα προσομοίωσης. Στα αποτελέσματα περιλαμβάνονται χρονοσειρές παροχής υδατορευμάτων και πηγών, στάθμες υδροφορέα και απολήψεις από επιφανειακά και υπόγεια νερά.

11.3.2 Συνιστώσες και δεδομένα εισόδου

Ως προς την αναπαράσταση του φυσικού συστήματος, η λεκάνη απορροής χωρίζεται σε διάφορα θεματικά επίπεδα, και συγκεκριμένα:

- το *επιφανειακό σύστημα*, που περιλαμβάνει το υδρογραφικό δίκτυο, τις υπολεκάνες ανάντη κάθε κόμβου του δικτύου και τις πηγές·
- τις *μονάδες υδρολογικής απόκρισης*, που είναι γεωγραφικές ενότητες (στην πραγματικότητα, τύποι εδάφους) με κοινά γεωλογικά, γεωμορφολογικά και υδρολογικά χαρακτηριστικά·
- το *υπόγειο σύστημα* (υδροφορέας) που αναπαρίσταται ως ένα σύστημα κυττάρων πολυγωνικού σχήματος, στα οποία αντιστοιχούν εννοιολογικές δεξαμενές αποθήκευσης υπόγειου νερού και στοιχεία μεταφοράς·
- το *υδροσύστημα*, δηλαδή μια σχηματική αναπαράσταση για την διαχείριση των υδατικών πόρων της λεκάνης (επιφανειακών και υπόγειων), που περιλαμβάνει, εκτός από το υδρογραφικό δίκτυο, τα υδραυλικά έργα (υδραγωγεία, έργα εκτροπής, ομάδες γεωτρήσεων) και τα σημεία ζήτησης (π.χ. αρδευτικοί κόμβοι).

Το πρόγραμμα συνεργάζεται με σύστημα γεωγραφικής πληροφορίας (ΣΓΠ) για την σχηματοποίηση του μοντέλου του υδροσυστήματος, δηλαδή την παραγωγή των γεωγραφικών δεδομένων, με τη μορφή θεματικών επιπέδων. Επιπλέον, χρησιμοποιεί υδρολογικά και διαχειριστικά δεδομένα εισόδου, για την προσαρμογή των παραμέτρων του μοντέλου στις παρατηρημένες συνθήκες του παρελθόντος. Σε αυτά περιλαμβάνονται χρονοσειρές επιφανειακής βροχόπτωσης και δυναμικής εξατμοδιαπνοής ανά υπολεκάνη, χρονοσειρές υδατικών αναγκών, καθώς και χρονοσειρές παρατηρημένων αποκρίσεων (παροχές ποταμών, παροχές πηγών, στάθμες υδροφορέα).

11.3.3 Μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας

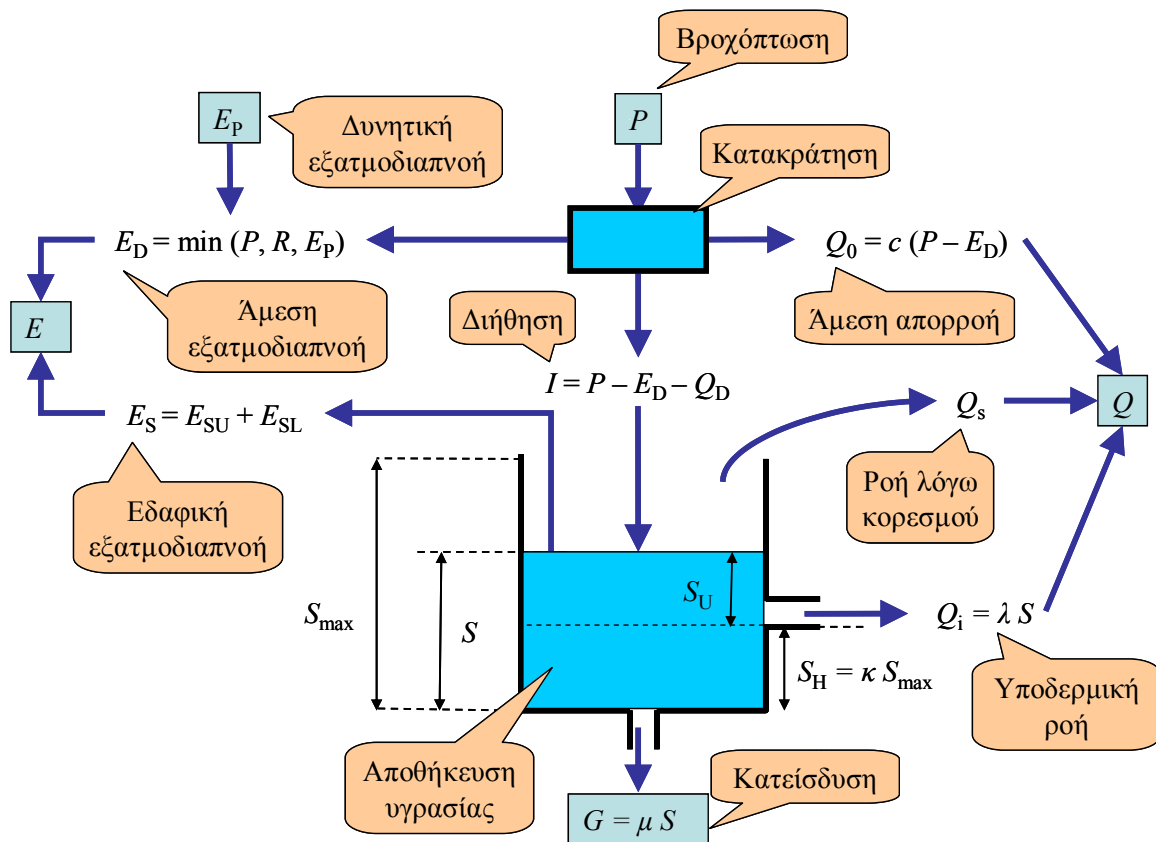
Η διακριτοποίηση της λεκάνης προϋποθέτει τη διαμόρφωση του υδρογραφικού δικτύου, τον ορισμό των σημείων ελέγχου (επιπλέον κόμβοι, όπου ζητείται ο υπολογισμός του υδατικού ισοζυγίου) και τη χάραξη των υπολεκάνων ανάντη κάθε κόμβου. Η σχηματοποίηση γίνεται με τη βοήθεια ΣΓΠ. Αρχικά, ο χρήστης ορίζει ένα κατώφλι της επιφάνειας συγκέντρωσης της απορροής (flow accumulation), με βάση το οποίο παράγεται η τοπολογία του υδρογραφικού δικτύου (κλάδοι, κόμβοι συμβολής). Στη συνέχεια, πάνω στο δίκτυο ορίζονται σημεία ελέγχου, που αναφέρονται σε θέσεις υδρομέτρησης, θέσεις εισροής ή απόληξης, κτλ. Στο τέλος παράγονται οι υπολεκάνες, ανάντη του συνόλου των κόμβων, με τρόπο ώστε από κάθε υπολεκάνη να διέρχεται ένας μόνο κλάδος του υδρογραφικού δικτύου (υδατόρευμα).

Για κάθε υπολεκάνη δίνονται οι χρονοσειρές υψών βροχόπτωσης και δυναμικής εξατμοδιαπνοής, και υπολογίζονται η μεταβολή του αποθέματος εδαφικής υγρασίας, η πραγματική εξατμοδιαπνοή, η κατείδυση προς τον υδροφορέα και η επιφανειακή απορροή. Η τελευταία μεταφέρεται στην έξοδο της υπολεκάνης, ως σημειακή εισροή στον αντίστοιχο κόμβο του υδρογραφικού δικτύου.

Η παραμετροποίηση του μοντέλου επιφανειακής υδρολογίας βασίζεται στη διαμόρφωση μονάδων υδρολογικής απόκρισης (MYA), που αντιπροσωπεύουν εδαφικούς τύπους με κοινά γεωμορφολογικά και φυσιογραφικά χαρακτηριστικά, και παράγονται από την ένωση σχετικών γεωγραφικών επιπέδων¹, όπως η περατότητα, η κάλυψη γης, η κλίση του εδάφους, κτλ. (βλ. 10.4.2). Κατά συνέπεια, δεν πρόκειται για αυστηρά οριοθετημένες συμπαγείς γεωγραφικές ενότητες, αλλά για ένα σύνολο από ανεξάρτητα τμήματα, τυχαίας γεωμετρίας, που εκτείνονται ακανόνιστα σε όλη τη λεκάνη. Σε κάθε

¹ Ο αυστηρός μαθηματικός όρος είναι *κοινή εκλέπτυνση* (common refinement) των μερών (partitions) που απαρτίζουν κάθε επίπεδο γεωγραφικής πληροφορίας, και το αποτέλεσμα του το γινόμενο των εν λόγω μερών. Για απλούστευση, χρησιμοποιείται ο όρος *ένωση* (union), που είναι τυπική συνάρτηση του GIS.

ΜΥΑ, ο μηχανισμός γέννησης της απορροής θεωρείται ενιαίος, κάτι που εκφράζεται με τη χρήση κοινών παραμέτρων σε όλη την έκταση που καλύπτει η συγκεκριμένη μονάδα.



Σχήμα 11.3: Σχηματική απεικόνιση των διεργασιών του μοντέλου εδαφικής υγρασίας.

Η προσομοίωση των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών αναφέρεται στα εδαφικά στοιχεία που προκύπτουν από την ένωση των υπολεκανών και των ΜΥΑ, και έχουν κοινές φορτίσεις και κοινές παραμέτρους. Έστω ότι στην αρχή του χρονικού βήματος t είναι γνωστές η κατακρήμνιση, P_t , η δυνητική εξατμοδιαπνοή, $E_{p,t}$, και η αποθήκευση εδαφικής υγρασίας, S_t . Ζητούμενο είναι η εκτίμηση της απορροής, Q_t , της πραγματικής εξατμοδιαπνοής, E_t , της κατείδυσης, G_t , και του ύψους εδαφικής υγρασίας στο πέρας του χρονικού διαστήματος, S_{t+1} . Η γενική εξίσωση υδατικού ισοζυγίου γράφεται:

$$S_{t+1} = S_t + P_t - Q_t - E_t - G_t \quad (11.1)$$

Όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 11.3, η υδρολογική λειτουργία του εδαφικού στοιχείου, ανηγμένη σε μοναδιαία επιφάνεια, εξομοιώνεται με τη λειτουργία μιας εννοιολογικής δεξαμενής συγκέντρωσης υγρασίας, εφαρμόζοντας ένα τροποποιημένο μοντέλο Thornthwaite, προηγούμενη εκδοχή του οποίου περιγράφεται από τους Rozos *et al.* (2004). Η δεξαμενή, χωρητικότητας S_{max} , περιλαμβάνει δύο ζώνες, το όριο των οποίων βρίσκεται σε στάθμη $S_H = \kappa S_{max}$. Το απόθεμά της αναπαριστά την αποθήκευση εδαφικής υγρασίας στο υπέδαφος (ακόρεστη ζώνη), ενώ η εισροή οφείλεται στη διήθηση της βροχής μέσω της επιφάνειας του εδάφους. Η δεξαμενή παρέχει τη δυνατότητα εξάτμισης, πλευρικής και κατακόρυφης εκροής νερού, καθώς και εκροής λόγω υπερχείλισης. Ο μηχανισμός εξάτμισης είναι διαφορετικός από κάθε ζώνη, όπως εξηγείται παρακάτω. Η πλευρική εκροή πραγματοποιείται από οπή που βρίσκεται στο όριο της ανώτερης ζώνης, ενώ η κατακόρυφη από οπή που βρίσκεται στον πυθμένα. Ο ρυθμός πραγματοποίησης της πλευρικής και κατακόρυφης εκροής ελέγχεται μέσω των συντελεστών στείρευσης λ και μ , αντίστοιχα, που είναι παράμετροι του μοντέλου.

Η εισροή από διήθηση προκύπτει αφαιρώντας από τη βροχόπτωση την άμεση εξατμοδιαπνοή, E_{Dt} , και την άμεση απορροή, Q_{Dt} . Η πρώτη αναφέρεται στην ποσότητα βροχής που κατακρατείται επιφανειακά και εξατμίζεται, μην προλαβαίνοντας να διηθηθεί στο έδαφος. Η κατακράτηση οφείλεται στην παγίδευση μέρους νερού στις μικροκοιλότητες του εδάφους και τα φυλλώματα, και δεν μπορεί να ξεπεράσει την ποσότητα R , που αποτελεί παράμετρο του μοντέλου, με διαστάσεις ισοδύναμου ύψους νερού. Με την παραπάνω παραδοχή, η άμεση εξατμοδιαπνοή εκτιμάται από τη σχέση:

$$E_{dt} = \min (P_t, R, E_{Pt}) \quad (11.2)$$

Η άμεση απορροή εκφράζει το ποσοστό της περίσσειας βροχής που μετασχηματίζεται σε απορροή εντός του χρονικού βήματος, χωρίς να τροφοδοτήσει τη δεξαμενή υγρασίας, και δίνεται από τη σχέση:

$$Q_{Dt} = c (P_t - E_{Dt}) \quad (11.3)$$

όπου c αδιάστατη παράμετρος.

Η διήθηση στο έδαφος, δηλαδή η τροφοδοσία της δεξαμενής υγρασίας, υπολογίζεται από τη σχέση:

$$I_t = P_t - E_{Dt} - Q_{Dt} \quad (11.4)$$

Λόγω της διήθησης, το απόθεμα εδαφικής υγρασίας της δεξαμενής αυξάνει σε:

$$S_t^* = S_t + I_t \quad (11.5)$$

Επισημαίνεται ότι το τρέχον απόθεμα S_t^* ενδέχεται να ξεπερνά τη χωρητικότητα της δεξαμενής, S_{\max} . Πρακτικά, η περίσσεια εδαφικής υγρασίας πάνω από το όριο υπερχειλίσης αντιπροσωπεύει την ποσότητα νερού που δεν μπορεί να απορροφηθεί από το κορεσμένο έδαφος, οπότε αφήνεται να λιμνάσει και, ακολούθως, μέρος του να εξατμιστεί και μέρος του να κατεισδύσει. Η υπόθεση αυτή επιτρέπει την παραγωγή πιο ρεαλιστικών αποκρίσεων, οι οποίες είναι συνεπείς με τη μεταβλητότητα της βροχόπτωσης. Το απόθεμα S_t^* κατανέμεται στις δύο ζώνες της δεξαμενής ως εξής:

$$S_{Ut} = \min (0, S_t^* - S_H), S_{Lt} = S_t^* - S_{Ut} \quad (11.6)$$

όπου S_{Ut} το απόθεμα της ανώτερης και S_{Lt} το απόθεμα της κατώτερης ζώνης.

Οι εκροές από τη δεξαμενή οφείλονται στην εδαφική εξατμοδιαπνοή από την ανώτερη και κατώτερη ζώνη, την πλευρική αποστράγγιση και την κατεϊσδυση. Η εδαφική εξατμοδιαπνοή, E_{St} , αναφέρεται στην ικανοποίηση του ελλείμματος της δυνητικής εξατμοδιαπνοής μέσω της διαθέσιμης εδαφικής υγρασίας, και πραγματοποιείται κατά προτεραιότητα από την ανώτερη ζώνη, με βάση τη σχέση:

$$E_{SUt} = \min (S_{Ut}, E_{Pt} - E_{Dt}) \quad (11.7)$$

Στη συνέχεια, ποσοστό λ της περίσσειας υγρασίας της ανώτερης ζώνης διαφεύγει πλευρικά μέσω της οριζόντιας οπής, παράγοντας υποδερμική ροή με βάση τη σχέση:

$$Q_{It} = \lambda (S_{Ut} - E_{SUt}) \quad (11.8)$$

Εφόσον το απόθεμα της ανώτερης ζώνης είναι μηδενικό ή δεν επαρκεί για να καλύψει τη ζήτηση για εξατμοδιαπνοή, τότε μέρος του ελλείμματος καλύπτεται από την αποθήκευση υγρασίας στην κατώτερη ζώνη. Ο σχετικός μηχανισμός βασίζεται στην υπόθεση του Thornthwaite (1948), σύμφωνα με την οποία ο ρυθμός πραγματοποίησης της εξάτμισης είναι ανάλογος του βαθμού κορεσμού του εδάφους. Στην προκειμένη περίπτωση, προκύπτει η ακόλουθη ημιεμπειρική σχέση υπολογισμού της επιπλέον εξάτμισης από την κατώτερη ζώνη:

$$E_{SLt} = (E_{Pt} - E_{Dt} - E_{SUt}) [1 - \exp (-S_{Lt} / S_H)] \quad (11.9)$$

Τέλος, η κατεϊσδυση προς τον υπόγειο υδροφορέα πραγματοποιείται μέσω της οπής στον πυθμένα, και είναι ανάλογη της συνολικής διαθέσιμης υγρασίας (μετά την αφαίρεση των εκροών λόγω εδαφικής εξάτμισης και υποδερμικής ροής) και του συντελεστή στείρευσης μ , δηλαδή:

$$G_t = \mu (S_t^* - E_{SU_t} - E_{SL_t} - Q_{It}) \quad (11.10)$$

Μετά την ολοκλήρωση των υπολογισμών, εκτιμάται η ροή λόγω κορεσμού του εδάφους σε υγρασία, εφόσον πραγματοποιείται υπερχειλίση της δεξαμενής, από τη σχέση:

$$Q_{St} = \max (0, S_t^* - E_{SU_t} - E_{SL_t} - Q_{It} - G_t - S_{\max}) \quad (11.11)$$

Προφανώς, εφόσον πραγματοποιηθεί υπερχειλίση, το απόθεμα υγρασίας στο πέρας του χρονικού βήματος θα είναι ίσο με τη χωρητικότητα της δεξαμενής, S_{\max} .

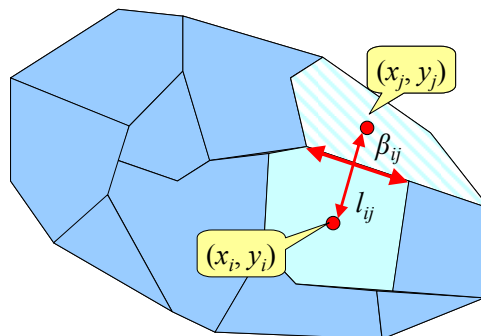
Οι τιμές των μεταβλητών εξόδου του μοντέλου ανά εδαφικό στοιχείο ολοκληρώνονται στην επιφάνεια των αντίστοιχων υπολεκανών. Στην επιφανειακή απορροή, προστίθεται η εκροή όλων των πηγών της υπολεκάνης, δηλαδή η βασική ροή. Στο σημείο αυτό, δεχόμαστε ότι η πηγαία απορροή είναι γνωστή από την επίλυση του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας, κάτι που στην πράξη επιβάλλει την εφαρμογή μιας επαναληπτικής διαδικασίας, όπως εξηγείται στο εδάφιο 11.3.6. Στη συνέχεια, το σύνολο της απορροής μεταφέρεται ως συγκεντρωμένη εισροή στον κόμβο εξόδου.

Κατά τη διαδρομή του νερού στο υδρογραφικό δίκτυο, πραγματοποιούνται επιπλέον απώλειες λόγω διήθησης, που τροφοδοτούν τον υδροφορέα της λεκάνης. Οι εν λόγω απώλειες θεωρούνται σταθερό ποσοστό, δ , επί της διερχόμενης παροχής, όπου δ αδιάστατη παράμετρος του μοντέλου, η οποία διαφοροποιείται για κάθε τμήμα του υδρογραφικού δικτύου. Οι διηθήσεις που οφείλονται στην απορροή της υπολεκάνης που διατρέχει το εκάστοτε υδατόρευμα είναι γνωστές, ενώ είναι άγνωστες οι διηθήσεις που οφείλονται στην απορροή των ανάντη υπολεκανών. Συνεπώς, όπως συμβαίνει με τις εκροές των πηγών, ο υπολογισμός τους απαιτεί μια επαναληπτική διαδικασία, δεδομένου ότι, κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου, είναι δυνατό να πραγματοποιούνται εισροές από υδραγωγεία ή απολήψεις, που προκύπτουν από την επίλυση του μοντέλου διαχείρισης.

11.3.4 Μοντέλο υπόγειας υδρολογίας

Η προσομοίωση της υπόγειας κίνησης του νερού (κορεσμένη ροή) υλοποιείται με την απλή εκδοχή του μοντέλου που περιγράφουν οι Rozos and Koutsoyiannis (2006), στο οποίο η διακριτοποίηση του πεδίου ροής γίνεται με τη μορφή πολυγωνικών κυττάρων που αναπαρίστανται από δεξαμενές, ενώ η ανταλλαγή νερού μεταξύ των γειτονικών δεξαμενών βασίζεται στη γραμμική εξίσωση Darcy. Κατά την σχηματοποίηση του πεδίου ροής υιοθετούνται δύο θεμελιώδεις κανόνες:

- οι ακμές των κυττάρων είναι παράλληλες προς τις ισοδυναμικές γραμμές·
- τα κέντρα βάρους γειτονικών κυττάρων ορίζουν ευθεία κάθετη στην κοινή ακμή.



Σχήμα 11.4: Παράδειγμα διακριτοποίησης υδροφορέα σε πολυγωνικά κύτταρα και χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη.

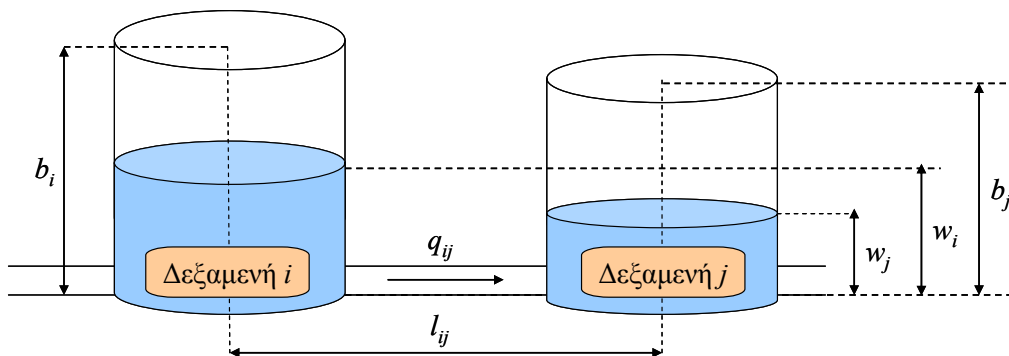
Το πολυγωνικό σχήμα των κυττάρων παρέχει ιδιαίτερη ευελιξία, καθώς επιτρέπει την περιγραφή μιας οσοδήποτε πολύπλοκης πιεζομετρίας, αντίθετα με τα περισσότερα σχήματα επίλυσης, που επιβάλλουν

την εφαρμογή ορθογωνικού κανάβου, με την υπόθεση κυρίων αξόνων διεύθυνσης της ροής. Επιπλέον, περιορίζει δραστικά τον υπολογιστικό φόρτο τόσο της προσομοίωσης όσο και της βαθμονόμησης, αφού επιτρέπει την εφαρμογή φειδωλού αριθμού κυττάρων και, συνακόλουθα, παραμέτρων. Τέλος, συμβάλλει στην καλύτερη εσοπτεία του συστήματος, αφού η χάραξη των κυττάρων, και συνακόλουθα η παραμετροποίηση του συστήματος, μπορεί να γίνει με βάση τα χαρακτηριστικά του υπεδάφους, που είναι προφανές ότι επηρεάζουν τις υπόγειες διεργασίες.

Η τοπολογία του δικτύου ροής (Σχήμα 11.4) ορίζεται από τις γεωγραφικές συντεταγμένες του κέντρου βάρους των κυττάρων, x_i και y_i , το μέσο μήκος που διανύει η ροή μεταξύ δύο γειτονικών κυττάρων, l_{ij} , και το μήκος της κοινής τους ακμής, β_{ij} (οι συνθήκες αδιαπέρατου ορίου αναπαρίστανται ορίζοντας μηδενικό μήκος κοινής ακμής). Οι διεργασίες κάθε κυττάρου αναπαρίστανται από τις αντίστοιχες εννοιολογικές δεξαμενές συγκέντρωσης του υπόγειου νερού, που δέχονται τριών ειδών φορτίσεις:

- την κατανεμημένη κατείσδυση της εδαφικής υγρασίας·
- την γραμμική διήθηση νερού κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου·
- την σημειακή άντληση νερού από τις γεωτρήσεις του υδροσυστήματος.

Η κατανεμημένη κατείσδυση κάθε εδαφικού στοιχείου, δηλαδή κάθε συνδυασμού υπολεκάνης-ΜΥΑ, όπως εκτιμάται από το μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας (βλ. 11.3.3), ολοκληρώνεται στην επιφάνεια των υποκειμένων κυττάρων. Οι απώλειες λόγω διήθησης, όπως εκτιμώνται από το μοντέλο κατανομής των υδατικών πόρων που περιγράφεται στο εδάφιο 11.3.5, επιμερίζονται στα υποκείμενα κύτταρα, ανάλογα με το μήκος ανάπτυξης κάθε κλάδου του δικτύου. Τέλος, οι υπόγειες απολήψεις, που επίσης εκτιμά το μοντέλο κατανομής, συναθροίζονται για το σύνολο των γεωτρήσεων που αντιστοιχούν σε κάθε κύτταρο. Στο σημείο αυτό, προκύπτει ξανά η ανάγκη μιας επαναληπτικής διαδικασίας, καθώς τόσο οι διηθήσεις όσο και οι αντλήσεις δεν είναι εκ των προτέρων γνωστές.



Σχήμα 11.5: Σχηματική παράσταση μοντέλου προσομοίωσης υπόγειων υδρολογικών διεργασιών.

Στο διακριτό μοντέλο του υδροφορέα που διαμορφώνεται, ισχύουν οι εξισώσεις συνέχειας σε κάθε πεπερασμένο όγκο, δηλαδή σε κάθε δεξαμενή, καθώς και οι εξισώσεις ροής, που αναφέρονται στην ανταλλαγή νερού μεταξύ των γειτονικών δεξαμενών. Η στάθμη του νερού, w_i , εντός της δεξαμενής i αποτελεί τη μεταβλητή κατάσταση του συστήματος, και αντιπροσωπεύει μια μέση κατάσταση του υδροφορέα στην περιοχή του αντίστοιχου κυττάρου. Σε συνθήκες φρεάτιου υδροφορέα, η στάθμη κυμαίνεται μεταξύ μιας κατώτατης και μιας ανώτατης τιμής, η οποία καθορίζεται κατά την σχηματοποίηση. Αν η στάθμη ξεπεράσει την οροφή της δεξαμενής, τότε ο υδροφορέας θεωρείται περιορισμένος. Συνεπώς, το υδραυλικό φορτίο, h_i , της δεξαμενής i υπολογίζεται από τη σχέση:

$$h_i = \begin{cases} w_i & w_i \leq b_i \\ b_i + (w_i - b_i) \theta & w_i > b_i \end{cases} \quad (11.12)$$

όπου θ είναι ο λόγος της ειδικής απόδοσης προς την αποθηκευτικότητα υπό συνθήκες πίεσης και b_i η διαφορά μεταξύ της ανώτατης και κατώτατης στάθμης, που εκφράζει το πάχος του υδροφορέα στην

περιοχή του κυττάρου. Ο άνω κλάδος στην εξίσωση (11.12) αντιστοιχεί σε φρεάτιες συνθήκες, ενώ ο κάτω κλάδος αντιστοιχεί σε συνθήκες περιορισμένου υδροφορέα.

Για δεδομένη στάθμη w_i , ο αντίστοιχος αποθηκευμένος όγκος νερού, V_i , υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_i = w_i F_i \quad (11.13)$$

όπου F_i το εμβαδόν της βάσης της δεξαμενής i , που ισούται με το εμβαδό του αντίστοιχου κυττάρου επί την ειδική απόδοση του υδροφορέα. Η μεταβλητότητα της στάθμης της δεξαμενής εξαρτάται από την τιμή της ειδικής απόδοσης, η οποία αποτελεί αδιάστατη παράμετρο του μοντέλου. Αν αυτή είναι μικρή, τότε η βάση της δεξαμενής είναι μικρή και απαιτείται μεγάλη μεταβολή στάθμης για την αποθήκευση συγκεκριμένου όγκου νερού, ενώ, αντίστροφα, αν η τιμή της ειδικής απόδοσης είναι μεγάλη, τότε η βάση της δεξαμενής είναι μεγάλη και απαιτείται μικρή μεταβολή στάθμης για την αποθήκευση του ίδιου όγκου. Άλλη χαρακτηριστική ιδιότητα της δεξαμενής, που επίσης αποτελεί παράμετρο του μοντέλου, είναι η υδραυλική αγωγιμότητα, K_i , με μονάδες ταχύτητας.

Η κίνηση του νερού θεωρείται ότι πραγματοποιείται μέσω ενός δικτύου αγωγών. Το μήκος l_{ij} κάθε αγωγού ισούται με την απόσταση των κέντρων βάρους των δεξαμενών i και j που αυτός συνδέει, όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.5. Το εμβαδόν της διατομής, A_{ij} , ισούται με την κοινή κορεσμένη επιφάνεια μέσω της οποίας το νερό περνάει από την περιοχή του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο i στην περιοχή του υδροφορέα που αντιστοιχεί στο κύτταρο j . Η τελευταία εξαρτάται από το μήκος της κοινής ακμής, β_{ij} , το υψόμετρο της βάσης του υδροφορέα και την επίκαιρη στάθμη του υδροφόρου ορίζοντα (η οποία υποτίθεται σταθερή εντός του υπολογιστικού βήματος). Η υδραυλική αγωγιμότητα K_{ij} του αγωγού εκτιμάται ως αριθμητικός ή γεωμετρικός μέσος των επιμέρους αγωγιμοτήτων, K_i και K_j . Αν υποθεθεί ότι η ροή πραγματοποιείται από τη δεξαμενή i προς τη δεξαμενή j , τότε η παροχή Q_{ij} υπολογίζεται από την εξίσωση Darcy ως εξής:

$$Q_{ij} = K_{ij} A_{ij} \frac{h_i - h_j}{l_{ij}} \quad (11.14)$$

όπου h_i και h_j τα αντίστοιχα υδραυλικά φορτία.

Η εκφόρτιση του υδροφορέα αναπαρίσταται με ειδικούς τύπους δεξαμενών, που αντιπροσωπεύουν είτε σημειακές εξόδους νερού στην επιφάνεια του εδάφους (πηγές) είτε περιοχές συγκέντρωσης του υπόγειου νερού που βρίσκονται εκτός της λεκάνης (π.χ., υποθαλάσσιες εκφορτίσεις). Και στις δύο περιπτώσεις θεωρούνται εικονικές δεξαμενές πολύ μεγάλης βάσης, έτσι ώστε η στάθμη τους να διατηρείται κατά προσέγγιση σταθερή. Οι δεξαμενές αυτές δεν δέχονται φορτίσεις ούτε τροφοδοτούν γειτονικές τους δεξαμενές.

Καταστρώνοντας τις εξισώσεις συνέχειας και τις εξισώσεις ροής για όλο το δίκτυο, προκύπτει ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων. Το πρόγραμμα υποστηρίζει δύο αριθμητικά σχήματα επίλυσης, ένα ρητό και ένα πεπλεγμένο. Προκειμένου να εξασφαλιστεί ευστάθεια, το χρονικό βήμα της επίλυσης ορίζεται μικρότερο από το βήμα της προσομοίωσης, ώστε οι μεταβολές στάθμης στις δεξαμενές να είναι όσο το δυνατόν πιο μικρές.

11.3.5 Μοντέλο βέλτιστης κατανομής υδατικών πόρων

Μία από τις σημαντικές καινοτομίες του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ είναι η δυνατότητα αναπαράστασης των ανθρωπογενών επεμβάσεων σε μια λεκάνη, υιοθετώντας μια σχηματική διάταξη δικτύου, που περιλαμβάνει τις ακόλουθες συνιστώσες:

- *κόμβους*, δηλαδή θέσεις προσφοράς ή ζήτησης νερού ή σημεία αλλαγής της γεωμετρίας και των χαρακτηριστικών μεγεθών του δικτύου·

- ομάδες γεωτρήσεων, δηλαδή συστήματα έργων υδροληψίας από υπόγειους υδατικούς πόρους, με γνωστή αντλητική ικανότητα και μοναδιαίο κόστος άντλησης·
- υδραγωγεία, δηλαδή στοιχεία μεταφοράς νερού που συνδέουν ζεύγη κόμβων και αναφέρονται σε ανοιχτούς ή κλειστούς αγωγούς, με γνωστή παροχετευτικότητα και μοναδιαίο κόστος μεταφοράς.

Οι παραπάνω συνιστώσες συνδέονται με το υδρογραφικό δίκτυο και τον υδροφορέα, διαμορφώνοντας έτσι ένα ευρύτερο δίκτυο που καλείται *υδροσύστημα*. Τα γνωστά μεγέθη του υδροσυστήματος είναι η προσφορά και ζήτηση νερού στους κόμβους. Η προσφορά νερού προέρχεται από:

- την απορροή των υπολεκανών·
- την υπόγεια αποθήκευση νερού·
- τις εισροές που εισάγονται στο υδροσύστημα από εξωτερικές πηγές.

Η ζήτηση νερού αναφέρεται σε στόχους κατανάλωσης για ύδρευση και άρδευση, που ορίζονται κατά σειρά προτεραιότητας. Εκτός των παραπάνω, στο δίκτυο μπορούν να οριστούν και μη καταναλωτικές χρήσεις, όπως περιορισμοί ελάχιστης και μέγιστης παροχής σε υδραγωγεία και υδατορεύματα.

Στο πρόγραμμα εφαρμόζει ένα σχήμα βέλτιστης κατανομής των υδατικών πόρων που, για δεδομένη προσφορά νερού στους κόμβους, δεδομένες χρήσεις νερού και προτεραιότητές τους, δεδομένους περιορισμούς στη λειτουργία του υδροσυστήματος, και δεδομένα χαρακτηριστικά των υδραυλικών έργων, υπολογίζει τα άγνωστα μεγέθη του δικτύου, δηλαδή:

- τις διερχόμενες παροχές στους κλάδους του υδρογραφικού δικτύου και στα υδραγωγεία·
- τις απολήψεις από τους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου και τις ομάδες γεωτρήσεων·
- τις απώλειες κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου λόγω διήθησης.

Το σχήμα βέλτιστης κατανομής βασίζεται σε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού, που απαιτεί τον μετασχηματισμό των συνιστωσών του συστήματος σε ένα μοντέλο διγράφου, δηλαδή ένα δίκτυο εννοιολογικών κόμβων και κλάδων. Οι χαρακτηριστικές ιδιότητες κάθε κλάδου είναι η χωρητικότητα και το μοναδιαίο κόστος, που αντιπροσωπεύουν είτε πραγματικές τιμές είτε εικονικά μεγέθη, τα οποία εισάγονται για να επιβάλουν ή να αποτρέψουν συγκεκριμένες διαδρομές νερού. Αποδεικνύεται ότι με τη θέσπιση κατάλληλων τιμών κόστους εξασφαλίζεται:

- αυστηρή τήρηση των φυσικών περιορισμών του συστήματος (εξισώσεις συνέχειας, περιορισμοί παροχετευτικότητας υδραγωγείων, περιορισμοί αντλητικής ικανότητας γεωτρήσεων)·
- κατά προτεραιότητα τήρηση των καταναλωτικών στόχων και των διαχειριστικών περιορισμών, με βάση την ιεραρχία που θέτει ο χρήστης·
- ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους άντλησης και μεταφοράς νερού.

Η επίλυση γίνεται με μια ειδική εκδοχή της μεθόδου simplex, κατάλληλη για μεγάλα συστήματα και αραιά μητρώα περιορισμών.

Επισημαίνεται ότι μια αντίστοιχη προσέγγιση έχει εφαρμοστεί για τη βελτιστοποίηση της διαχείρισης του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, όπως περιγράφεται από τους Koutsoyiannis *et al.* (2002), Efstratiadis *et al.* (2004) και Καραβοκυρό κ.ά. (2004).

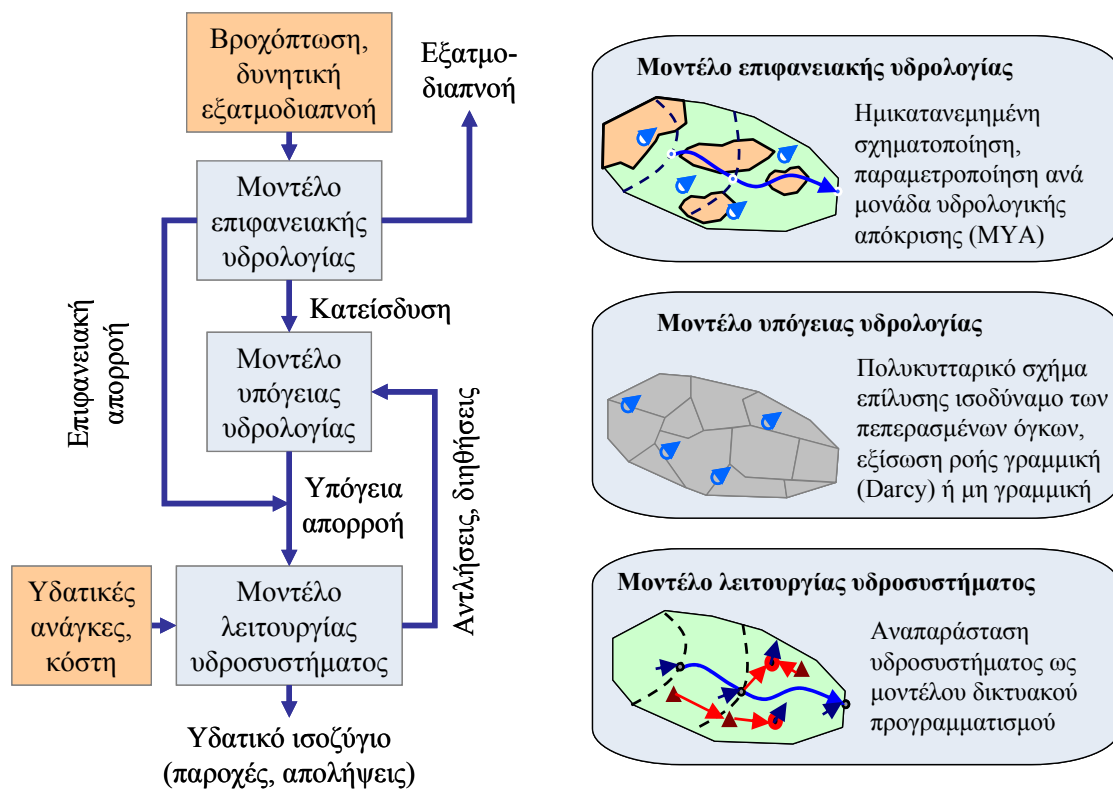
11.3.6 Σύζευξη μοντέλων μέσω της διαδικασίας προσομοίωσης

Στο διάγραμμα ροής του Σχήματος 11.6 απεικονίζεται το διάγραμμα ροής της προσομοίωσης σε ένα χρονικό βήμα, με συνδυασμένη εφαρμογή των τριών μοντέλων που συζητήθηκαν προηγουμένως.

Αρχικά, εφαρμόζεται το μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας, με διαφορετικές παραμέτρους για κάθε ΜΥΑ. Είσοδοι του μοντέλου είναι η βροχόπτωση και η δυνητική εξατμοδιαπνοή (διαφορετικές για κάθε υπολεκάνη), ενώ έξοδοι είναι ο επιμερισμός της βροχόπτωσης σε πραγματική εξατμοδιαπνοή, επιφανειακή απορροή, κατείσδυση και αποθήκευση εδαφικής υγρασίας (διαφορετικές για κάθε

εδαφικό στοιχείο). Η κατανεμημένη απορροή ολοκληρώνεται στην επιφάνεια κάθε υπολεκάνης, στην οποία προστίθεται η εκροή των πηγών της (υπόγεια απορροή), και μεταφέρεται ως συγκεντρωμένη παροχή στον αντίστοιχο κόμβο του υδρογραφικού δικτύου. Στο σημείο αυτό προκύπτει η ανάγκη επαναληπτικών κύκλων, δεδομένου ότι η παροχή των πηγών επηρεάζεται από τις ανάντη αντλήσεις, που με τη σειρά τους πραγματοποιούνται ανάλογα με τη διαθεσιμότητα επαρκούς παροχής στα ποτάμια. Ως αρχική εκτίμηση, θεωρείται η παροχή των πηγών του προηγούμενου χρονικού βήματος, διαφορετικά θεωρείται η παροχή που προκύπτει από την επίλυση του μοντέλου υπόγειων νερών.

Η επίλυση του προβλήματος υπόγειας ροής προϋποθέτει την εκτίμηση της φόρτισης κάθε κυττάρου, που υπολογίζεται αθροίζοντας την τροφοδοσία λόγω κατείσδυσης και διήθησης και αφαιρώντας τις αντλήσεις. Η κατείσδυση είναι ήδη γνωστή, ενώ οι διηθήσεις και οι αντλήσεις προκύπτουν από την επίλυση του σχήματος βέλτιστης κατανομής των ροών του υδροσυστήματος. Ως αρχική εκτίμηση, λαμβάνονται οι τιμές του προηγούμενου χρονικού βήματος, που στη συνέχεια διορθώνονται. Με δεδομένες τις φορτίσεις, επιλύεται το μοντέλο υπόγειας ροής, έξοδοι του οποίου είναι οι στάθμες των δεξαμενών, οι παροχές των πηγών και οι υπόγειες εκφορτίσεις εκτός λεκάνης (π.χ. απώλειες προς τη θάλασσα ή προς γειτονικές λεκάνες).



Σχήμα 11.6: Διάγραμμα ροής αλγορίθμου προσομοίωσης και συνοπτική περιγραφή των επιμέρους μοντέλων του λογισμικού ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ.

Οι συγκεντρωμένες παροχές στους κόμβους μεταφέρονται μέσω του υδρογραφικού δικτύου έως την έξοδο της λεκάνης, ενώ ενδιάμεσα πραγματοποιούνται απολήψεις μέσω των υδραγωγείων και των γεωτρήσεων. Οι παραπάνω διεργασίες αναπαρίστανται με τη μορφή ενός μοντέλου διγράφου, οι ιδιότητες του οποίου αναπροσαρμόζονται με βάση τα επίκαιρα χαρακτηριστικά του συστήματος (διαθεσιμότητα νερού, υδατικές ανάγκες, κόστη). Το μοντέλο προσομοίωσης διατυπώνει και επιλύει ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, έξοδοι του οποίου είναι οι παροχές στα υδατορεύματα και τα υδραγωγεία, οι απώλειες νερού λόγω διήθησης κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου, και οι απολήψεις από τους κόμβους και τις γεωτρήσεις.

Μετά την ολοκλήρωση κάθε κύκλου, ο αλγόριθμος ελέγχει αν η εκτίμηση της παροχής των πηγών διαφέρει σημαντικά σε σχέση με την προηγούμενη, οπότε επαναλαμβάνεται η διαδικασία, μέχρι η απόκλιση να γίνει μικρότερη από κάποια ανοχή. Συνήθως, για τη σταθεροποίηση της παροχής των πηγών, επαρκεί ένας μόνο κύκλος.

11.3.7 Εργαλεία βελτιστοποίησης παραμέτρων

Το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ περιλαμβάνει τους εξής τύπους παραμέτρων:

- έξι παραμέτρους για κάθε μονάδα υδρολογικής απόκρισης·
- μία παράμετρο για κάθε υδατόρευμα (συντελεστής διήθησης)
- δύο παραμέτρους για κάθε υπόγεια δεξαμενή (υδραυλική αγωγιμότητα, πορώδες)·
- μία παράμετρο για κάθε πηγή (υδραυλική αγωγιμότητα)·

Για την αυτόματη βαθμονόμησή τους, στο λογισμικό έχουν ενσωματωθεί τα σχήματα ολικής και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής, και περιγράφονται στο Κεφάλαιο 5. Το λογισμικό υποστηρίζει πλήθος κριτηρίων προσαρμογής για διάφορους τύπους αποκρίσεων, ενώ παρέχει τη δυνατότητα ομαδοποιημένης βαθμονόμησης, με θεώρηση ενιαίων τιμών για παραμέτρους της ίδιας κατηγορίας.

Αναλυτική παρουσίαση του συστήματος βαθμονόμησης γίνεται στο εδάφιο 11.6.3.

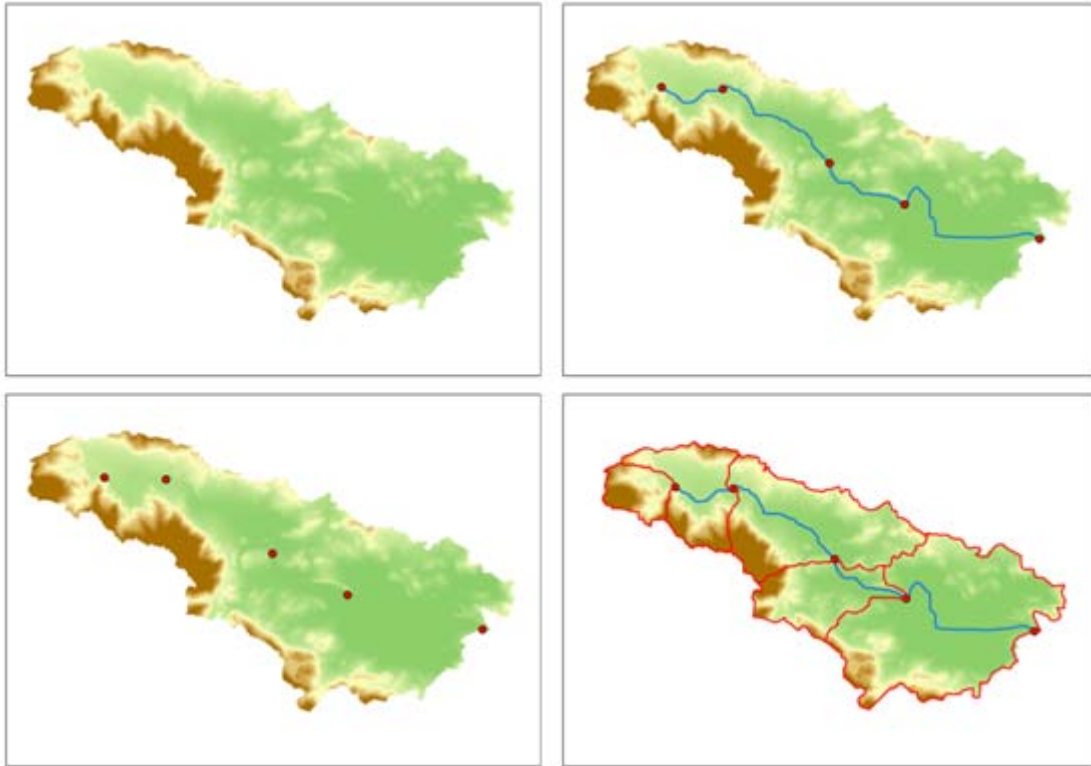
11.4 Γεωγραφικά δεδομένα

11.4.1 Σχηματοποίηση υδρογραφικού δικτύου

Για την αναπαράσταση των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών επιλέχθηκε η σχηματοποίηση του κύριου κλάδου του Βοιωτικού Κηφισού, με διαχωρισμό του σε τέσσερα τμήματα, από τα οποία προκύπτουν πέντε υπολεκάνες, όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.7. Στην πλέον ανάντη υπολεκάνη δεν αντιστοιχεί κάποιο υδατόρευμα, καθώς ο κύριος κλάδος του ποταμού, από το ύψος της Γραβιάς και άνω, επιμερίζεται σε πολλά μικρά τμήματα, που δεν είναι δυνατό να απεικονιστούν με το δεδομένο κατώφλι συγκέντρωσης απορροής. Στη συνέχεια, η σχηματοποίηση του συστήματος ακολουθεί τον συμβατικό χωρισμό της λεκάνης στις υδρογεωλογικές ενότητες του άνω, μέσου και κάτω ρου (βλ. 11.2.3). Τέλος, η τελευταία υπολεκάνη περιλαμβάνει το σύστημα κατάντη του Ορχομενού, όπου ο ποταμός δεν ακολουθεί, πλέον, κάποια φυσική κοίτη, αλλά εκτρέπεται, μέσω της Συγκεντρωτικής Διώρυγας, στην τεχνητή έξοδο του συστήματος, δηλαδή τη Σήραγγα Καρδίτσας. Τα χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη του υδρογραφικού δικτύου δίνονται στον Πίνακα 11.1.

Πίνακας 11.1: Χαρακτηριστικά υδρογραφικού δικτύου και υπολεκανών.

α/α	Υπολεκάνη	Κόμβος εξόδου	Μήκος κύριου κλάδου (km)	Έκταση (km ²)	Μέσο υψόμετρο (m)
1	Ανάντη άνω ρου	Γραβιά		106.2	957.9
2	Άνω ρου	Αμφίκλεια	26.0	244.8	707.5
3	Μέσου ρου	Δαύλεια	13.0	508.8	520.0
4	Κάτω ρου	Ορχομενός	17.2	245.9	470.7
5	Κωπαΐδας	Σήραγγα Καρδίτσας	33.3	849.9	286.4



Σχήμα 11.7: Επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας που χρησιμοποιήθηκαν στη σχηματοποίηση του επιφανειακού συστήματος: ψηφιακό μοντέλο υψομέτρων (πάνω αριστερά), κόμβοι υδρογραφικού δικτύου (κάτω αριστερά), κλάδοι δικτύου (πάνω δεξιά), υπολεκάνες (κάτω δεξιά).

11.4.2 Διαμόρφωση μονάδων υδρολογικής απόκρισης

Η έννοια της μονάδας υδρολογικής απόκρισης (ΜΥΑ) είναι από τις πλέον θεμελιώδεις του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, δεδομένου ότι επιτρέπει χωριστό χειρισμό της λεπτομέρειας της χωρικής ανάλυσης από την παραμετροποίηση, ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζει συνέπεια με τη φυσική του συστήματος. Για τη διαμόρφωση των ΜΥΑ, αξιοποιήθηκε η διαθέσιμη πληροφορία σχετικά με τα χαρακτηριστικά της λεκάνης που κρίνεται ότι επηρεάζουν σημαντικά την υδρολογική της συμπεριφορά. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν δύο αρχικά επίπεδα καταναμημένης πληροφορίας, που απεικονίζονται στο Σχήμα 11.8, αριστερά:

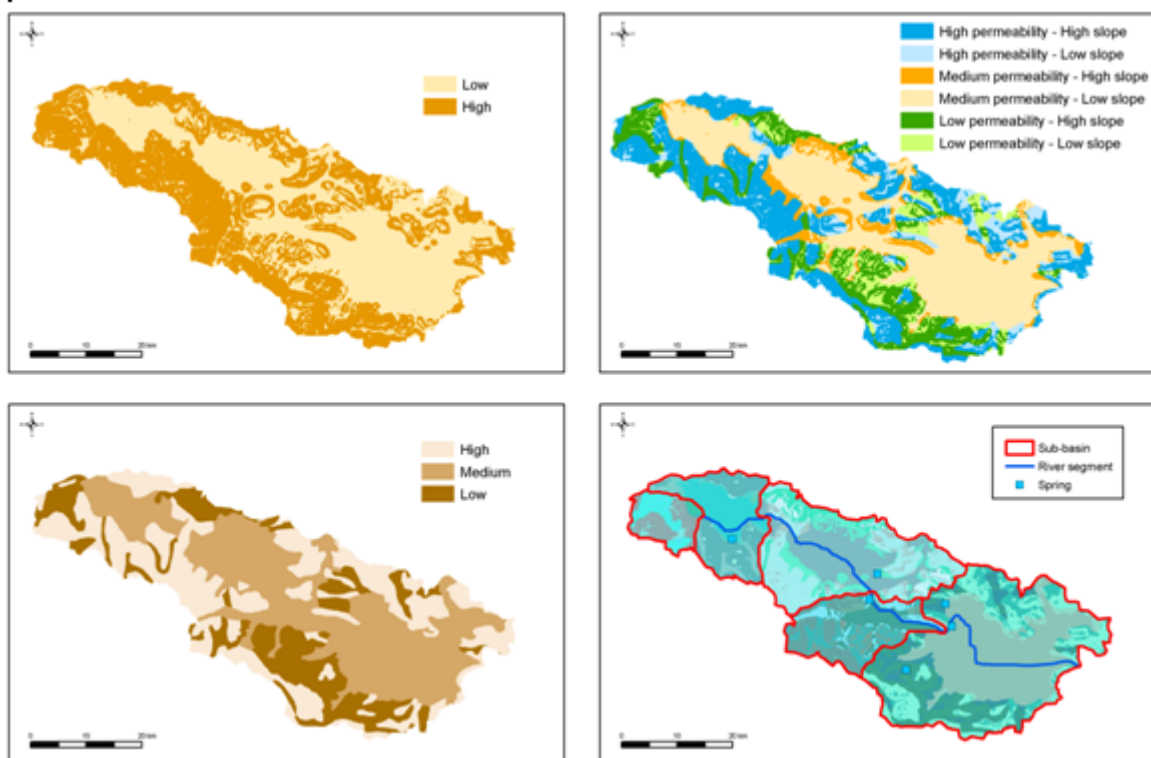
- δύο κατηγορίες κλίσεων εδάφους (χαμηλή, υψηλή)·
- τρεις κατηγορίες υδατοπερατότητας (χαμηλή, μέση, υψηλή).

Η κλίση του εδάφους επηρεάζει, κατά μείζονα λόγο, τις ταχύτητες πλημμυρικής απόκρισης, ενώ σχετίζεται έμμεσα με τη φυτοκάλυψη στη λεκάνη, καθώς οι περιοχές ισχυρών κλίσεων καλύπτονται από δασώδη βλάστηση, ενώ περιοχές ήπιων κλίσεων από μεσαία βλάστηση και καλλιέργειες. Από την άλλη πλευρά, η υδατοπερατότητα επηρεάζει, κυρίως, τη δυνατότητα κατακράτησης υγρασίας και την κατείδουση. Ο χάρτης κλίσεων (Σχήμα 11.7, πάνω αριστερά) κατασκευάστηκε με βάση το ψηφιακό μοντέλο υψομέτρων της λεκάνης, ενώ η διάκριση στις δύο κατηγορίες έγινε με όριο την τιμή 10%. Οι κατηγορίες περατότητας προέκυψαν από υδρολιθολογικό χάρτη του ΙΓΜΕ (ΥΠΑΝ κ.ά., 2003), που διακρίνει εννέα τύπους πετρωμάτων. Οι τύποι αυτοί συμπυκνώθηκαν σε τρεις, προκειμένου να αποφευχθεί η χρήση υπερβολικά μεγάλου αριθμού παραμέτρων. Συγκεκριμένα:

- *αδιαπέρατα* πετρώματα, στα οποία εντάσσονται ο φλύσχης και τα μεταμορφωμένα, ηφαιστειακά και πλουτώνια πετρώματα·

- περατά πετρώματα, στα οποία εντάσσονται οι ασβεστόλιθοι και τα μάρμαρα μέτριας έως υψηλής, καθώς και κυμαινόμενης περατότητας, και οι τριαδικοί λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι
- ημιπερατά πετρώματα, στα οποία εντάσσονται οι κοκκώδεις προσχωματικές, μη προσχωματικές και μολασικές αποθέσεις.

Από την ένωση των δύο επιπέδων προέκυψαν οι έξι μονάδες υδρολογικής απόκρισης που φαίνονται στο Σχήμα 11.8, άνω δεξιά, ενώ από την ένωση των πέντε υπολεκανών και των έξι ΜΥΑ προέκυψαν 30 κατηγορίες εδαφικών στοιχείων, που απεικονίζονται στο Σχήμα 11.8, κάτω δεξιά. Οι εκτάσεις που καταλαμβάνουν οι ΜΥΑ δίνονται στον Πίνακα 11.2. Οι πεδινές εκτάσεις της λεκάνης καλύπτονται από προσχωματικές αποθέσεις, μέτριας περατότητας, ενώ οι ορεινοί όγκοι, κυρίως προς την δυτική πλευρά του Παρνασσού, καλύπτονται σε μεγάλο βαθμό από καρστικά (ασβεστολιθικά) πετρώματα, υψηλής περατότητας.



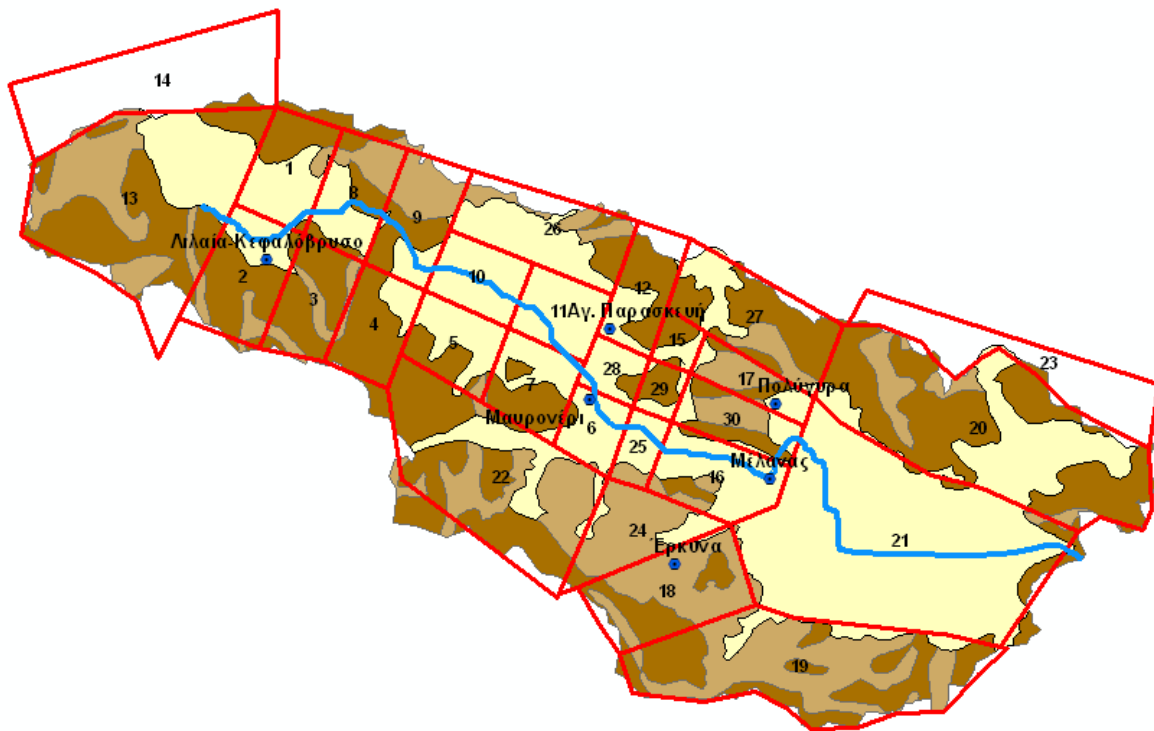
Σχήμα 11.8: Επίπεδα γεωγραφικής πληροφορίας που σχετίζονται με τη παραμετροποίηση του επιφανειακού συστήματος: κλίση εδάφους (πάνω αριστερά), υδατοπερατότητα (κάτω αριστερά), μονάδες υδρολογικής απόκρισης (ΜΥΑ· πάνω δεξιά), ένωση υπολεκανών-ΜΥΑ (κάτω δεξιά).

Πίνακας 11.2: Χαρακτηριστικά μονάδων υδρολογικής απόκρισης.

α/α	Κλίση εδάφους	Τύπος πετρωμάτων	Έκταση (km ²)	Ποσοστό (%)
1	Χαμηλή	Αδιαπέρατα	132.2	6.8
2	Χαμηλή	Περατά	154.1	7.9
3	Χαμηλή	Ημιπερατά (προσχωματικά)	679.0	34.8
4	Υψηλή	Αδιαπέρατα	288.0	14.8
5	Υψηλή	Περατά	539.8	27.7
6	Υψηλή	Ημιπερατά (προσχωματικά)	158.2	8.1

11.4.3 Σχηματοποίηση υδροφορέα

Λόγω της κυριαρχίας των ασβεστολιθικών πετρωμάτων και της τεκτονικής ιστορίας της περιοχής, ο υδροφορέας της λεκάνης χαρακτηρίζεται από εξαιρετικά σύνθετη πιεζομετρία, η λεπτομερής αποτύπωση της οποίας ξεφεύγει από τα σκοπό μιας προσέγγισης μηχανικού, που εστιάζει στο διαχειριστικό πρόβλημα. Έτσι, στόχος ήταν η αναπαράσταση των μειζόνων διεργασιών, που να επιτυγχάνει μια ρεαλιστική περιγραφή της λειτουργίας των σημαντικότερων καρστικών πηγών της λεκάνης, των αλληλεπιδράσεων μεταξύ επιφανειακών και υπόγειων νερών, και ορισμένων ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του συστήματος (διηθήσεις, υπόγειες διαφυγές). Λαμβάνοντας υπόψη την απαίτηση φειδωλής παραμετροποίησης, διαμορφώθηκε μια διαμέριση του πεδίου υπόγειας ροής σε 30 κύτταρα, που απεικονίζονται στο Σχήμα 11.9. Δύο από τα κύτταρα, τα οποία βρίσκονται εκτός λεκάνης, είναι εικονικά, και συγκεντρώνουν τις διαφυγές προς τον Μαλιακό (κύτταρο 14) και τον Βόρειο Ευβοϊκό κόλπο (κύτταρο 23). Η σχηματοποίηση έγινε λαμβάνοντας υπόψη την περατότητα των πετρωμάτων της λεκάνης, επιδιώκοντας μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην περιοχή του μέσου και κάτω ρου, όπου αναπτύσσονται οι κύριες πηγές και οι ταχύτητες ροής του υπόγειου νερού είναι μεγάλες.



Σχήμα 11.9: Πολυκύτταρική σχηματοποίηση υδροφορέα και θέσεις καρστικών πηγών του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας, με υπόβαθρο τον χάρτη υδατοπερατότητας (κίτρινο χρώμα: ημιπερατά πετρώματα, σκούρο καφέ: περατά, ανοιχτό καφέ: αδιαπέρατα).

Στο Σχήμα 11.9 φαίνονται οι θέσεις των έξι καρστικών πηγών που προσομοιώνονται, ήτοι:

- πηγές άνω ρου, σε υψόμετρο +300 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 2·
- πηγές Αγίας Παρασκευής, σε υψόμετρο +130 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 12·
- πηγές Μαυρονερίου, σε υψόμετρο +120 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 7·
- πηγές Μέλανα (Χαρίτων), σε υψόμετρο +100 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 30·
- πηγές Πολυγύρας, σε υψόμετρο +95 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 17·
- πηγές Έρκυνα, σε υψόμετρο +200 m, που τροφοδοτούνται από το κύτταρο 18·

Οι πηγές της υπολεκάνης του άνω ρου περιλαμβάνουν τις σημαντικότερες επιφανειακές εκφορτίσεις του Παρνασσού, στις περιοχές Λιλαΐα, Ανατολικό Κεφαλόβρυσο και Δυτικό Κεφαλόβρυσο. Οι πηγές

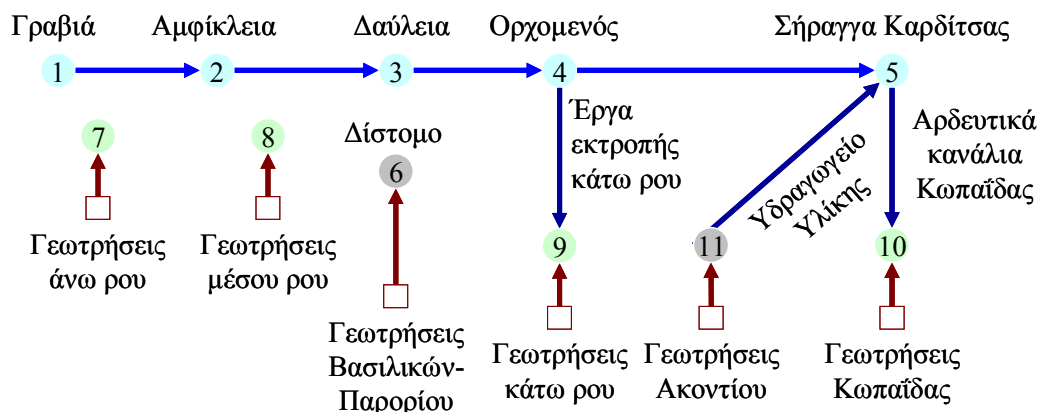
Αγίας Παρασκευής εκφορίζονται στην υπολεκάνη του μέσου ρου, ενώ οι πηγές Μαυρονερίου σε αυτή του κάτω ρου. Τέλος, οι πηγές Μέλανα, Πολυγύρας και Έρκυνα εκφορτίζονται στην κατάντη λεκάνη, οπότε η απορροή τους μεταφέρεται αθροιστικά ανάντη της Σήραγγας Καρδίτσας. Τα υψόμετρα όλων των πηγών, που επίσης αναπαρίστανται από εικονικές δεξαμενές πολύ μεγάλης επιφάνειας, ορίστηκαν με βάση την υδρογεωλογία της περιοχής (βλ. 11.2.3).

Για τη δεδομένη διακριτοποίηση του υδροφορέα, το ΣΓΠ παρήγαγε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του συστήματος (συντεταγμένες κέντρων βάρους κυττάρων, αποστάσεις μεταξύ κέντρων βάρους, μήκη κοινών ακμών). Μεταξύ των κυττάρων 15-17, 18-19, 22-24 και 17-30 τέθηκαν συνθήκες αδιαπέρατου ορίου, με σκοπό να ανεξαρτητοποιηθούν οι υδρογεωλογικές ενότητες που τροφοδοτούν τις καρστικές πηγές Πολυγύρας, Έρκυνα και Αγίας Παρασκευής. Τέλος, παρήχθησαν οι ενώσεις των κυττάρων με τα τρία επίπεδα πληροφορίας που σχετίζονται με τις αντίστοιχες συνιστώσες φόρτισης των δεξαμενών και απεικονίζονται στο Σχήμα 11.9, δεξιά, δηλαδή:

- η ένωση κυττάρων-υπολεκανών-ΜΥΑ, για τον υπολογισμό των εισροών λόγω κατείδυσης·
- η ένωση κυττάρων-υδρογραφικού δικτύου, για τον υπολογισμό των εισροών λόγω διήθησης·
- η ένωση κυττάρων-γεωτρήσεων, για τον υπολογισμό των απολήψεων λόγω άντλησης.

11.4.4 Σχηματοποίηση υδροσυστήματος

Το υδροσύστημα είναι μια αναπαράσταση της χωρικής κατανομής των υδατικών πόρων της λεκάνης, μετά την παρεμβολή των τεχνικών έργων και των ανθρωπογενών επεμβάσεων. Στην περιοχή μελέτης επιχειρείται μια αδρομερής περιγραφή της συνδυασμένης λειτουργίας του φυσικού και τεχνητού συστήματος, που απεικονίζεται στο εννοιολογικό δίκτυο του Σχήματος 11.10.



Σχήμα 11.10: Σχηματική απεικόνιση υδροσυστήματος (κόμβοι και κλάδοι υδρογραφικού δικτύου, αρδευτικοί και άλλοι κόμβοι, γεωτρήσεις, υδραγωγεία).

Οι κόμβοι του δικτύου, τα χαρακτηριστικά των οποίων δίνονται στον Πίνακα 11.3, αναπαριστούν σημεία κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού (έξοδοι υπολεκανών), ομάδες γεωτρήσεων, αρδευόμενες περιοχές και άλλες θέσεις ελέγχου. Οι κλάδοι αναφέρονται είτε στα επιμέρους τμήματα του ποταμού είτε σε υδραγωγεία, που αναπαριστούν τεχνητές διαδρομές, για την πραγματοποίηση απολήψεων από επιφανειακά και υπόγεια νερά. Στη σχηματική διάταξη εισάγονται τρία υποθετικά υδραγωγεία, που αναφέρονται στις ακόλουθες συνιστώσες του συστήματος:

- τα έργα εκτροπής για την εξυπηρέτηση των αρδευόμενων περιοχών του κάτω ρου, εκτιμώμενης παροχτετευτικότητας $1 \text{ m}^3/\text{s}$, στα οποία περιλαμβάνονται τα μικρά αρδευτικά έργα της περιοχής Μαυρονερίου και τα πρόχειρα φράγματα κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού, στην περιοχή του Ορχομενού·

- το δίκτυο των αρδευτικών καναλιών της Κωπαΐδας, εκτιμώμενης παροχетеυτικότητας 10 m³/s·
- το υδραγωγείο Υλίκης, εκτιμώμενης παροχетеυτικότητας 5 m³/s, που συγκεντρώνει τις αντλήσεις των γεωτρήσεων του Υπουργείου Γεωργίας στο Ακόντιο όρος, μεταφέροντας αρδευτικό νερό προς την περιοχή της Κωπαΐδας, το οποίο εισάγεται στον κόμβο 5.

Πίνακας 11.3: Κόμβοι υδροσυστήματος.

α/α	Ονομασία	Περιγραφή
1	Γραβιά	Έξοδος ανάντη υπολεκάνης
2	Αμφίκλεια	Έξοδος υπολεκάνης άνω ρου
3	Δαύλεια	Έξοδος υπολεκάνης μέσου ρου
4	Ορχομενός	Έξοδος υπολεκάνης κάτω ρου
5	Σήραγγα Καρδίτσας	Έξοδος υδροσυστήματος
6	Δίστομο	Κόμβος συγκέντρωσης απολήψεων από γεωτρήσεις ΕΥΔΑΠ
7	Αρδευόμενες περιοχές άνω ρου	Περιλαμβάνει τις αρδευόμενες εκτάσεις των κοινοτήτων Γραβιά, Λιλαία και Αμφίκλεια
8	Αρδευόμενες περιοχές μέσου ρου	Περιλαμβάνει τις αρδευόμενες εκτάσεις των κοινοτήτων Ελάτεια, Τιθορέα, Έξαρχος και Ανθοχώρι
9	Αρδευόμενες περιοχές κάτω ρου	Περιλαμβάνει τις αρδευόμενες εκτάσεις των κοινοτήτων Αγίου Βλασίου, Χαιρώνειας, Ακοντίου, Θουρίου, Προσηλίου και Ρωμαϊκού
10	Αρδευόμενες περιοχές Κωπαΐδας	Περιλαμβάνει τις αρδευόμενες εκτάσεις του Οργανισμού Κωπαΐδας, των ΤΟΕΒ Ορχομενού και Λειβαδιάς και της κοινότητας Κάστρου
11	Ακόντιο	Κόμβος συγκέντρωσης απολήψεων από γεωτρήσεις ΥΠΓΕ

Μία άλλη συνιστώσα του υδροσυστήματος είναι οι γεωτρήσεις, που ενώ στη σχηματοποίηση του υδροφορέα προσομοιώνονται ως μεμονωμένες διατάξεις άντλησης νερού, στο διαχειριστικό μοντέλο αναπαρίστανται ως ευρύτερες ομάδες, που τροφοδοτούν συγκεκριμένους κόμβους. Συγκεκριμένα, οι 54 συνολικά γεωτρήσεις της λεκάνης, οι οποίες απεικονίζονται στο Σχήμα 11.2 και αναφέρονται στις γνωστές δημόσιες και δημοτικές γεωτρήσεις, συμπυκνώθηκαν σε έξι εννοιολογικές ομάδες, για τις οποίες θεωρήθηκε κοινή τιμή παροχетеυτικότητας, ίση με 10 m³/s. Τα χαρακτηριστικά των ομάδων γεωτρήσεων δίνονται στον Πίνακα 11.4.

Πίνακας 11.4: Ομάδες γεωτρήσεων υδροσυστήματος.

α/α	Ονομασία	Κατάντη κόμβος	Πλήθος γεωτρήσεων
1	Αρδευτικές γεωτρήσεις άνω ρου	7	9
2	Αρδευτικές γεωτρήσεις μέσου ρου	8	25
3	Αρδευτικές γεωτρήσεις κάτω ρου	9	8
4	Αρδευτικές γεωτρήσεις Κωπαΐδας	10	6
5	Γεωτρήσεις Βασιλικών-Παρορίου	6	1
6	Γεωτρήσεις Ακοντίου	11	5

Στο υδροσύστημα ορίζονται έξι κατηγορίες λειτουργικών στόχων, με τους οποίους αναπαρίστανται, αδρομερώς, ο τρόπος διαχείρισης των υδατικών πόρων στην περιοχή μελέτης. Το μοντέλο επιδιώκει να ικανοποιήσει τους στόχους, με τη σειρά προτεραιότητας που δίνεται στον Πίνακα 11.5. Σε πρώτη προτεραιότητα τίθεται ο στόχος κατανάλωσης νερού στο Δίστομο, που αναπαριστά τη μεταφορά δεδομένων ποσοτήτων υδρευτικού νερού από τις γεωτρήσεις της ΕΥΔΑΠ (στην περιοχή Βασιλικών-Παρορίου) κατά την περίοδο 1990-1994. Στη συνέχεια, αναπαρίστανται η λειτουργία του υδραγωγείου Υλίκης, επιβάλλοντας έναν στόχο ελάχιστης ροής που ισούται με την ιστορική απόληψη νερού από

τις γεωτρήσεις του Υπουργείου Γεωργίας (στις παρυφές του όρους Ακόντιο), για την ικανοποίηση της αρδευτικής ζήτησης στην περιοχή της Κωπαΐδας. Οι επόμενοι στόχοι αναφέρονται στην τοπική αρδευτική ζήτηση των περιοχών άνω, μέσου και κάτω ρου, καθώς και της ευρύτερης περιοχής της Κωπαΐδας· η εν λόγω ζήτηση προσομοιώνεται ως συγκεντρωμένη (σημειακή) κατανάλωση νερού στους κόμβους 7, 8, 9 και 10.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.10, ορισμένοι στόχοι ικανοποιούνται από μεμονωμένες πηγές, ενώ άλλοι από πολλαπλές. Έτσι, η αρδευτική ζήτηση της περιοχής του κάτω ρου ικανοποιείται με απευθείας απόληψη νερού από τον Βοιωτικό Κηφισό, μέσω του κόμβου Ορχομενού και των έργων εκτροπής της περιοχής Μαυρονερίου, καθώς και από γεωτρήσεις. Επειδή το κόστος μεταφοράς νερού από το εικονικό υδραγωγείο που αναπαριστά τα έργα εκτροπής είναι μηδενικό, ενώ το κόστος λειτουργίας των γεωτρήσεων μη μηδενικό (θεωρώντας εικονικό κόστος μίας χρηματικής μονάδας ανά m^3 νερού), το μοντέλο του υδροσυστήματος επιδιώκει την καταρχήν ικανοποίηση των αρδευτικών αναγκών μέσω επιφανειακών απολήψεων (μέχρι να εξαντληθεί η παροχетеυτικότητα του εν λόγω υδραγωγείου) και, ακολούθως, μέσω των γεωτρήσεων.

Πίνακας 11.5: Λειτουργικοί στόχοι υδροσυστήματος.

α/α	Τύπος στόχου	Συνιστώσα υδροσυστήματος	Περιγραφή
1	Υδρευση	Δίστομο (κόμβος 6)	Μεταφορά νερού από τις γεωτρήσεις Βασιλικών-Παρορίου προς το κανάλι του Μόρνου
2	Ελάχιστη παροχή	Υδραγωγείο Υλίκης	Μεταφορά νερού από τις γεωτρήσεις Ακοντίου προς την Κωπαΐδα
3	Άρδευση	Άρδευτικός κόμβος 7	Άρδευση κοινοτήτων άνω ρου
4	Άρδευση	Άρδευτικός κόμβος 8	Άρδευση κοινοτήτων μέσου ρου
5	Άρδευση	Άρδευτικός κόμβος 9	Άρδευση κοινοτήτων κάτω ρου
6	Άρδευση	Άρδευτικός κόμβος 10	Άρδευση ευρύτερης περιοχής Κωπαΐδας

Κατ' αντιστοιχία, η ευρύτερη περιοχή της Κωπαΐδας, την οποία αναπαριστά ο αρδευτικός κόμβος 10, μπορεί να αρδευτεί με τέσσερις τρόπους, που υλοποιούνται με την ακόλουθη σειρά προτεραιότητας:

- με απευθείας άντληση νερού από την Υλίκη, που προσομοιώνεται ως γνωστή χρονοσειρά εισροής νερού στον κόμβο 10·
- με άντληση νερού από τις γεωτρήσεις Ακοντίου, και παροχέτευσή του μέσω του υδραγωγείου Υλίκης, που προσομοιώνεται ως στόχος ελάχιστης ροής στο εν λόγω υδραγωγείο·
- με επιφανειακή απόληψη νερού από τον κατάντη κλάδο του Βοιωτικού Κηφισού και μεταφορά του μέσω των αρδευτικών καναλιών, που πραγματοποιείται με μηδενικό κόστος·
- με άντληση νερού από τις τοπικές γεωτρήσεις, που πραγματοποιείται με εικονικό κόστος μίας μονάδας ανά m^3 .

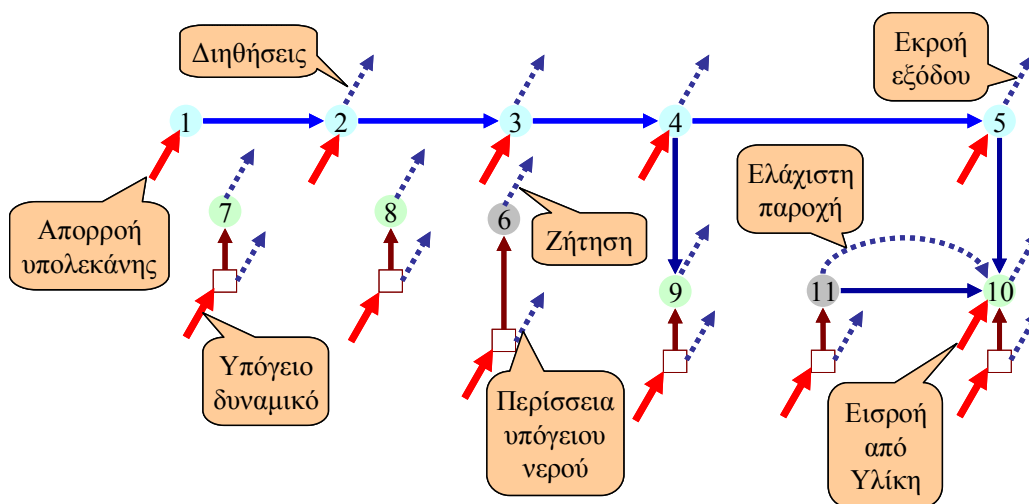
Στο Σχήμα 11.11 απεικονίζεται ο μετασχηματισμός του υδροσυστήματος σε μοντέλο διγράφου, κάθε στοιχείο του οποίου αντιπροσωπεύει συγκεκριμένη μεταβλητή του υδατικού ισοζυγίου. Στο μοντέλο διγράφου απεικονίζονται οι συνιστώσες (κόμβοι, κλάδοι) του πραγματικού δικτύου, και ένα πλήθος από εικονικές συνιστώσες. Είσοδοι νερού στο δίκτυο είναι:

- οι εισροές λόγω απορροής κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού, που μεταφέρονται ως σημειακές φορτίσεις από τις υπολεκάνες στους αντίστοιχους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου·
- το υπόγειο υδατικό δυναμικό, που απεικονίζεται ως εισροή σε κάθε ομάδα γεωτρήσεων, και για απλούστευση θεωρείται απεριόριστο (για μαθηματικούς λόγους τίθεται μια πολύ μεγάλη τιμή)·
- η γνωστή, εξωτερική εισροή (άντληση) νερού από την Υλίκη για την τροφοδοσία της Κωπαΐδας.

Έξοδοι νερού από το υδροσύστημα είναι:

- οι απώλειες από διήθηση, οι οποίες θεωρούνται σταθερό ποσοστό της διερχόμενης παροχής κάθε κλάδου, και αφαιρούνται από τον αντίστοιχο ανάντη κόμβο·
- η κατανάλωση νερού σε κάθε κόμβο ζήτησης, που μεταφέρεται μέσω ενός εικονικού κλάδου, με παροχετευτικότητα ίση με τη δεδομένη τιμή του στόχου σε κάθε χρονικό βήμα και αρνητικό μοναδιαίο κόστος, η τιμή του οποίου εξαρτάται από τη σειρά προτεραιότητας του στόχου·
- η περίσσεια υπόγειου νερού, δηλαδή η διαφορά μεταξύ της δυνητικής εισροής και της άντλησης νερού από κάθε ομάδα γεωτρήσεων·
- η απορροή που φτάνει στην έξοδο του υδροσυστήματος, δηλαδή τη Σήραγγα Καρδίτσας, μετά την αφαίρεση των απωλειών λόγω διήθησης και των επιφανειακών απολήψεων.

Όλες οι έξοδοι μεταφέρονται μέσω εικονικών κλάδων σε έναν συγκεντρωτικό κόμβο, που τίθεται για λόγους μαθηματικής ισορροπίας, εξασφαλίζοντας ότι το σύνολο των εισροών ισούται με το σύνολο των εκροών (εξίσωση γενικευμένου υδατικού ισοζυγίου).



Σχήμα 11.11: Μετασχηματισμός του υδροσυστήματος σε μοντέλο διγράφου. Με διακεκομμένη απεικονίζονται οι εικονικοί κλάδοι. Όλες οι έξοδοι νερού καταλήγουν σε έναν εικονικό συγκεντρωτικό κόμβο (δεν απεικονίζεται).

Στο μοντέλο διαμορφώνεται ένας ακόμη εικονικός κλάδος, παράλληλα στο υδραγωγείο Υλίκης, που έχει αρνητικό μοναδιαίο κόστος, ώστε να επιβάλει τη μεταφορά της αναγκαίας ποσότητας νερού που απαιτεί ο σχετικός στόχος ελάχιστης παροχής. Αντίθετα, το κόστος μεταφοράς από τον πραγματικό κλάδο είναι θετικό, εμποδίζοντας έτσι την άντληση επιπλέον ποσότητας νερού από τις γεωτρήσεις Ακοντίου σε σχέση με αυτή που έχει καταγραφεί ιστορικά.

Επισημαίνεται ότι η διαμόρφωση του μοντέλου και η επικαιροποίηση των χαρακτηριστικών μεγεθών του σε κάθε χρονικό βήμα (εισροές, παροχετευτικότητες, μοναδιαία κόστη) υλοποιείται ως εσωτερική διαδικασία του προγράμματος, που δεν απαιτεί επέμβαση του χρήστη. Από την επίλυση του μοντέλου, η οποία ανάγεται σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, προκύπτουν τα άγνωστα μεγέθη του υδροσυστήματος, δηλαδή:

- οι παροχές κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού·
- οι παροχές των υδραγωγείων·
- οι υδρολογικές απώλειες λόγω διήθησης·
- η κατανάλωση νερού σε κάθε κόμβο ζήτησης·
- η άντληση νερού από κάθε ομάδα γεωτρήσεων·
- η απορροή εξόδου.

Η βελτιστοποιημένη τιμή άντλησης από κάθε ομάδα γεωτρήσεων επιμερίζεται ομοιόμορφα στις μεμονωμένες γεωτρήσεις κάθε ομάδας. Με τον τρόπο αυτό, υπολογίζεται η σημειακή απόληψη νερού από κάθε υπόγεια δεξαμενή, που αφαιρείται από τις εισροές λόγω κατείσδυσης και διήθησης.

11.5 Υδρολογικά δεδομένα

11.5.1 Κατηγορίες δεδομένων και περίοδος ελέγχου

Τα υδρολογικά δεδομένα του συστήματος είναι:

- οι φορτίσεις κάθε υπολεκάνης, δηλαδή οι χρονοσειρές μηνιαίας βροχόπτωσης και δυναμικής εξατμοδιαπνοής, ανηγμένες σε μονάδες ισοδύναμου ύψους νερού·
- οι χρονοσειρές μέσης μηνιαίας παροχής στις θέσεις ελέγχου του δικτύου, που χρησιμοποιήθηκαν για την βαθμονόμηση του μοντέλου·
- οι χρονοσειρές υδατικών αναγκών, δηλαδή οι μηνιαίες τιμές των στόχων του υδροσυστήματος.

Στη συνέχεια περιγράφεται η διαδικασία κατασκευής των εν λόγω χρονοσειρών, για το διάστημα που υπήρχαν αξιόπιστα δεδομένα. Το κοινό διάστημα για το σύνολο των δειγμάτων ήταν η δεκαετία 1984-1994, που επιλέχθηκε ως κύρια περίοδος ελέγχου του μοντέλου. Πρόκειται για το πλέον πλούσιο σε κατανεμημένη υδρολογική πληροφορία διάστημα, κατά το οποίο πραγματοποιούνταν συστηματικές μετρήσεις παροχής σε πολλές θέσεις της λεκάνης, στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος του ΙΓΜΕ (βλ. 11.1.2). Επιπλέον, πρόκειται για μια περίοδο αντιπροσωπευτική της δίαιτας της λεκάνης, με αλληλουχία ετών υψηλής και χαμηλής υδροφορίας, περιλαμβανομένης της χαρακτηριστικής ξηρασίας που έπληξε ευρύτερες περιοχές της Ελλάδας, στα τέλη της δεκαετίας του 1980. Τέλος, παρουσιάζει έντονο διαχειριστικό ενδιαφέρον, καθώς στα μέσα της κατασκευάστηκαν τα υδρευτικά έργα στην περιοχή του μέσου ρου, με σημαντικές αρνητικές επιπτώσεις στο επιφανειακό και υπόγειο υδατικό δυναμικό της λεκάνης.

Με βάση τη συνήθη πρακτική που υιοθετείται στην προσαρμογή υδρολογικών μοντέλων, η περίοδος ελέγχου χωρίστηκε σε δύο χρονικές ενότητες. Η πρώτη περιλαμβάνει τα υδρολογικά έτη 1984-85 έως 1989-90 και χρησιμοποιήθηκε για τη βαθμονόμηση των παραμέτρων του μοντέλου, ενώ η δεύτερη, που περιλαμβάνει τα υδρολογικά έτη 1990-91 έως 1993-94, χρησιμοποιήθηκε για επαλήθευση. Για την σχηματοποίηση που περιγράφεται παραπάνω, μια προσομοίωση δέκα ετών (120 χρονικά βήματα) απαιτεί χρόνο 0.8 s, σε επεξεργαστή Pentium IV 2.8 GHz.

11.5.2 Χρονοσειρές επιφανειακής βροχόπτωσης

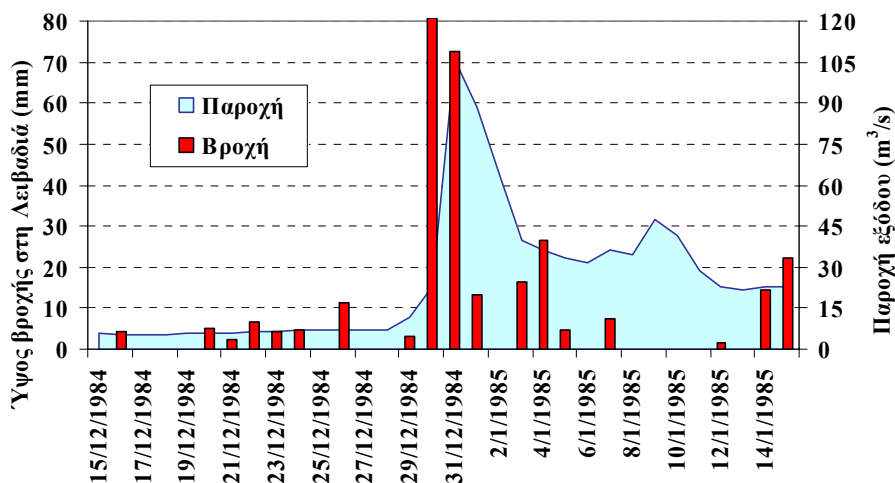
Ο υπολογισμός της επιφανειακής βροχόπτωσης των υπολεκάνων βασίστηκε στα σημειακά δείγματα 13 βροχομετρικών σταθμών της ευρύτερης περιοχής, οι θέσεις των οποίων φαίνονται στον χάρτη του Σχήματος 11.12. Ειδικότερα, οι σταθμοί Πυράς και Συκέας, που υπάγονται στην υδρολογική λεκάνη του Μόρνου, επιλέχθηκαν ως αντιπροσωπευτικοί ορεινοί σταθμοί, δεδομένου ότι στην περιοχή μελέτης υπάρχει ανεπάρκεια μετρήσεων βροχόπτωσης σε μεγάλα υψόμετρα. Τα χαρακτηριστικά των σταθμών φαίνονται στον Πίνακα 11.6. Η συλλογή και επεξεργασία των πρωτογενών δειγμάτων έγινε στα πλαίσια πρόσφατου ερευνητικού έργου του ΕΜΠ (Ευστρατιάδης και Μαμάσης, 2004).

Κατά τις προκαταρκτικές απόπειρες βαθμονόμησης του μοντέλου, παρατηρήθηκε ότι είναι εξαιρετικά δύσκολο να προσεγγιστεί η χαρακτηριστική αιχμή της χρονοσειράς παροχής του Βοιωτικού Κηφισού, τον Ιανουάριο του 1985, που φτάνει τα $36.7 \text{ m}^3/\text{s}$ (με αντίστοιχη μέση μηνιαία τιμή, για την περίοδο ελέγχου, τα $15.6 \text{ m}^3/\text{s}$), η οποία δεν αιτιολογείται από το ύψος βροχής του συγκεκριμένου μήνα. Συγκρίνοντας τα ημερήσια δείγματα βροχής και παροχής, διαπιστώθηκε ότι η υψηλή αυτή τιμή οφείλεται, κατά μείζονα λόγο, στο έντονο επεισόδιο βροχής που έλαβε χώρα από τις 30 έως τις

31/12/84, και στο οποίο η λεκάνη αποκρίθηκε με χρονική υστέρηση μίας έως δύο ημερών (Σχήμα 11.13). Έτσι, θεωρήθηκε σκόπιμη η χρονική μετατόπιση όλων των ημερήσιων δειγμάτων βροχής κατά δύο ημέρες (υστέρηση που αποτελεί τον εκτιμώμενο χρόνο συρροής της λεκάνης), έτσι ώστε να μην διαταράσσεται η σχέση απόκρισης μεταξύ μηνιαίας βροχόπτωσης και μηνιαίας απορροής, στις περιπτώσεις έντονων πλημμυρικών φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στην αλλαγή του μήνα. Όλες οι περαιτέρω αναλύσεις, με σκοπό την κατασκευή των χρονοσειρών επιφανειακής βροχόπτωσης, έγιναν με βάση τα μετατοπισμένα σημειακά δείγματα.



Σχήμα 11.12: Θέσεις βροχομετρικών σταθμών που χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό της επιφανειακής βροχόπτωσης των υπολεκανών.



Σχήμα 11.13: Γραφική απεικόνιση ημερήσιου ύψους βροχής στον σταθμό Λειβαδιάς και ημερήσιας παροχής στην διώρυγα Καρδίτσας, για την περίοδο 15/12/84 έως 15/1/85, για τον εμπειρικό καθορισμό του χρόνου συρροής της λεκάνης.

Πίνακας 11.6: Χαρακτηριστικά βροχομετρικών σταθμών.

Όνομασία	Υπηρεσία	Υψόμετρο (m)	Διαθέσιμο δείγμα	Μέση ετήσια τιμή (mm)
Αγία Τριάδα	ΥΠΕΧΩΔΕ	458.0	1/1963 – 12/2000	998.8
Αλιάρτος	ΕΜΥ	105.0	1/1907 – 12/2000	576.2
Άνω Μπράλος	ΥΠΕΧΩΔΕ	600.0	12/1969 – 12/2000	971.4
Αταλάντη	ΥΠΕΧΩΔΕ	78.1	1/1967 – 12/2000	558.7
Γραβιά	ΥΠΕΧΩΔΕ	380.7	1/1955 – 12/2000	916.6
Δαύλεια	ΥΠΕΧΩΔΕ	277.4	10/1962 – 12/2000	839.6
Δρυμαία	ΥΠΕΧΩΔΕ	502.6	11/1962 – 12/2000	724.1
Επτάλοφος	ΥΠΕΧΩΔΕ	830.0	12/1969 – 12/2000	1105.4
Κάτω Τιθορέα	ΥΠΕΧΩΔΕ	168.3	11/1962 – 12/2000	670.8
Λειβαδιά	ΥΠΕΧΩΔΕ	175.6	12/1954 – 12/2000	760.8
Παύλος	ΥΠΕΧΩΔΕ	212.7	11/1962 – 12/2000	497.3
Πυρά	ΥΠΕΧΩΔΕ	1137.1	8/1963 – 10/2000	1325.6
Συκέα	ΥΠΕΧΩΔΕ	707.8	1/1967 – 12/2000	1237.5

Πίνακας 11.7: Εμβαδά επιρροής και συντελεστές Thiessen βροχομετρικών σταθμών.

Υπολεκάνη	Σταθμός	Εμβαδό επιρροής (km ²)	Συντελεστής Thiessen
1	Επτάλοφος	1.3	0.012
1	Συκέα	16.3	0.153
1	Γραβιά	76.6	0.722
1	Πυρά	12.0	0.113
2	Επτάλοφος	87.3	0.357
2	Γραβιά	43.3	0.177
2	Δρυμαία	65.2	0.266
2	Άνω Μπράλος	45.6	0.186
2	Πυρά	3.3	0.013
3	Λειβαδιά	10.2	0.020
3	Δαύλεια	65.9	0.129
3	Επτάλοφος	17.0	0.034
3	Κάτω Τιθορέα	273.4	0.537
3	Αταλάντη	80.7	0.159
3	Δρυμαία	61.6	0.121
4	Λειβαδιά	73.8	0.300
4	Δαύλεια	172.1	0.700
5	Αγία Τριάδα	120.4	0.142
5	Αλιάρτος	208.3	0.245
5	Λειβαδιά	174.5	0.205
5	Παύλος	326.7	0.384
5	Αταλάντη	20.0	0.024

Η χωρική ολοκλήρωση των (μετατοπισμένων) σημειακών χρονοσειρών βροχής στην επιφάνεια των πέντε υπολεκανών έγινε με τη μέθοδο των πολυγώνων Thiessen, για το σύνολο της κοινής τους περιόδου, που περιλαμβάνει 31 υδρολογικά έτη (1969-70 μέχρι 1999-00). Με τη βοήθεια ΣΓΠ, για κάθε υπολεκάνη υπολογίστηκαν τα εμβαδά επιρροής κάθε σταθμού και τα αντίστοιχα ποσοστά, που

φαίνονται στον Πίνακα 11.7. Η επιφανειακή ολοκλήρωση έγινε σταθμίζοντας τα επιμέρους δείγματα βροχής, με βάση τα εν λόγω ποσοστά (συντελεστές Thiessen).

Στη συνέχεια, έγινε υψομετρική διόρθωση των αρχικών επιφανειακών δειγμάτων, με τη μέθοδο του συντελεστή υψομετρικής αναγωγής, που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\lambda = 1 + \beta \frac{z_s - z_\sigma}{h_s} \quad (11.15)$$

όπου z_s είναι το μέσο υψόμετρο της κάθε υπολεκάνης σε m (που αποτελεί χαρακτηριστική γεωμετρική ιδιότητα, και υπολογίστηκε στα πλαίσια των γεωγραφικών επεξεργασιών του εδαφίου 11.4.1), z_σ το μέσο υψόμετρο των σταθμών σε m (που υπολογίζεται ως σταθμισμένος, με βάση τους συντελεστές Thiessen, μέσος όρος των υψομέτρων των σταθμών), h_s το επιφανειακό μέσο ετήσιο ύψος βροχής (προ της αναγωγής), και β η βροχοβαθμίδα, σε mm/m. Στις επεξεργασίες, τα αποτελέσματα των οποίων δίνονται στον Πίνακα 11.8, θεωρήθηκε κοινή τιμή βροχοβαθμίδας, ίση με $\beta = 0.809$ mm/m. Η τιμή αυτή είχε υπολογιστεί με στατιστική ανάλυση των δειγμάτων μέσου ετήσιου ύψους βροχής και υψομέτρου σταθμών, για τη συνολική λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού (Ευστρατιάδης και Μαμάσης, 2004). Τα δύο δείγματα εμφανίζουν πολύ ικανοποιητική συσχέτιση, καθώς ο σχετικός συντελεστής προσδιορισμού ανέρχεται στα επίπεδα του 80%. Με βάση τα στοιχεία του Πίνακα 11.8, είναι σαφές ότι η χωρική μεταβλητότητα της βροχής στην περιοχή μελέτης είναι πολύ σημαντική, μεταβαίνοντας από ανάντη προς κατάντη. Χαρακτηριστικό είναι ότι η ετήσιος μέσος όρος για την υπολεκάνη 1, που είναι και η πλέον ορεινή, είναι σχεδόν διπλάσιος σε σχέση με την υπολεκάνη 5, όπου κυριαρχούν οι πεδινές εκτάσεις της Κωπαΐδας.

Πίνακας 11.8: Στοιχεία για τον υπολογισμό του συντελεστή υψομετρικής αναγωγής στις πέντε υπολεκάνες του Βοιωτικού Κηφισού.

Υπολεκάνη	1	2	3	4	5
Μέσο υψόμετρο υπολεκάνης (m)	957.9	707.5	520.0	470.7	286.4
Μέσο υψόμετρο σταθμών (m)	521.8	624.6	230.9	246.9	210.3
Επιφανειακό ετήσιο ύψος βροχής (mm)	986.9	934.1	688.5	793.1	636.9
Βροχοβαθμίδα (mm/m)	0.809	0.809	0.809	0.809	0.809
Συντελεστής υψομετρικής αναγωγής	1.358	1.072	1.340	1.228	1.097
Διορθωμένο ετήσιο ύψος βροχής (mm)	1339.8	1001.2	922.4	974.2	698.5

11.5.3 Χρονοσειρές δυνητικής εξατμοδιαπνοής

Η δυνητική εξατμοδιαπνοή της περιόδου ελέγχου υπολογίστηκε στα πλαίσια μελέτης του ΥΠΕΧΩΔΕ (2000). Στο μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, χρησιμοποιήθηκε κοινή χρονοσειρά για τις πέντε υπολεκάνες, καθώς δεν βρέθηκαν λεπτομερή δεδομένα που να επιτρέπουν τη χωρική κατανομή της. Πάντως, επειδή η επίδραση της ετερογένειας της δυνητικής εξατμοδιαπνοής στην προγνωστική αβεβαιότητα ενός υδρολογικού μοντέλου θεωρείται μικρή σε σχέση με την αντίστοιχη της βροχόπτωσης (βλ. 9.2.2), η προσέγγιση κρίνεται επαρκής. Η μέση ετήσια τιμή της δεκαετίας ανέρχεται σε 1035 mm.

11.5.4 Χρονοσειρές παροχής

Η «ασχυρή» πληροφορία της διαδικασίας βαθμονόμησης αναφέρεται σε μηνιαία υδρογραφήματα στην έξοδο της λεκάνης, καθώς και κατάντη των έξι κύριων καρστικών πηγών που αναπαριστά το μοντέλο. Τα δεδομένα για την κατασκευή των δειγμάτων συλλέχθηκαν στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος του ΕΜΠ (Ευστρατιάδης κ.ά., 2004). Η διαδικασία, που αφορά σε όλα τα στάδια των αναλύσεων (βλ. και 11.9), συνοψίζεται ως εξής:

- Το μηνιαίο υδρογράφημα του Βοιωτικού Κηφισού στην έξοδο της λεκάνης, που είναι και το μεγαλύτερο δείγμα παροχής στον ελληνικό χώρο (καθώς υπάρχουν συνεχή, σχεδόν, δεδομένα από τον Σεπτέμβριο του 1907), προέκυψε από αναγωγή ημερήσιων παρατηρήσεων στάθμης ανάντη της Σήραγγας Καρδίτσας.
- Το μηνιαίο υδρογράφημα των πηγών της υπολεκάνης του άνω ρου καλύπτει διάφορες περιόδους. Συγκεκριμένα, το τμήμα που αναφέρεται στην περίοδο 1984-1994 κατασκευάστηκε με χρονική ολοκλήρωση υδρομετρήσεων που πραγματοποίησε το ΙΓΜΕ στις πηγές Λιλαίας, Ανατολικού και Δυτικού Κεφαλόβρυσου. Επιπλέον, συμπαγή τμήματα που αναφέρονται στις περιόδους 1933-1942, 1946-1947, 1949-1953, ελήφθησαν από την μελέτη των Αλτηγού κ.ά. (1964), οι οποίοι δημοσιεύουν μηνιαία δείγματα απορροής από επεξεργασία ημερήσιων στοιχείων της ΕΕΥ. Τέλος, ένα μικρό τμήμα αναφέρεται σε θερινές τιμές παροχής της περιόδου 1969-1973, που εκτιμήθηκαν από δεδομένα υδρομετρήσεων των Λαδόπουλου και Χωραφά (1974).
- Το μηνιαίο υδρογράφημα των πηγών Αγίας Παρασκευής, που καλύπτει την περίοδο 1985-1989, κατασκευάστηκε με χρονική ολοκλήρωση υδρομετρήσεων του ΙΓΜΕ (περίπου μία ανά μήνα).
- Το μηνιαίο υδρογράφημα των πηγών Μαυρονερίου, που καλύπτει μια περίοδο 20 ετών (1981-2001) με κενά, κατασκευάστηκε με χρονική ολοκλήρωση αρκετά συστηματικών υδρομετρήσεων (δύο έως τριών ανά μήνα) που πραγματοποίησε το ΙΓΜΕ στην έξοδο της ομώνυμης τάφρου. Ακόμη, λίγες διάσπαρτες τιμές από προηγούμενες περιόδους ελήφθησαν από τις μελέτες των Αλτηγού κ.ά. (1964) και Λαδόπουλου και Χωραφά (1974).
- Τέλος, τα μηνιαία υδρογραφήματα των πηγών Μέλανα, Πολυγύρας και Έρκυνα, που καλύπτουν τις περιόδους 1981-1995, 1984-1990 και 1981-1995, αντίστοιχα, κατασκευάστηκαν με χρονική ολοκλήρωση σχετικά συστηματικών υδρομετρήσεων του ΙΓΜΕ, ενώ μεμονωμένες τιμές από προηγούμενες περιόδους εντοπίστηκαν, όπως και προηγουμένως, στις μελέτες των Αλτηγού κ.ά. (1964) και Λαδόπουλου και Χωραφά (1974).

Πίνακας 11.9: Μέση ετήσια παροχή Βοιωτικού Κηφισού και κύριων καρστικών πηγών του (m^3/s). Οι τιμές με αστερίσκο έχουν εκτιμηθεί από μικρά δείγματα, και δεν θεωρούνται αντιπροσωπευτικές.

Θέση ελέγχου	Περίοδος βαθμονόμησης (υδρολογικά έτη 1984-90)	Περίοδος επαλήθευσης (υδρολογικά έτη 1990-94)
Έξοδος λεκάνης	7.438	5.502
Πηγές άνω ρου	1.104	1.106*
Πηγές Αγίας Παρασκευής	0.202	-
Πηγές Μαυρονερίου	1.536	0.981
Πηγές Μέλανα	3.064	2.781*
Πηγές Πολυγύρας	0.916	-
Πηγές Έρκυνα	0.665	0.633*

Τα μέσα ετήσια μεγέθη των τελικών δειγμάτων μέσης μηνιαίας παροχής στις διάφορες θέσεις ελέγχου, για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης, συνοψίζονται στον Πίνακα 11.9. Από τα στοιχεία του πίνακα καθίσταται εμφανής η μείωση της υδροφορίας της λεκάνης κατά την περίοδο επαλήθευσης, που καλύπτει το μεγαλύτερο διάστημα της έμμονης ξηρασίας. Αντίθετα, η περίοδος της βαθμονόμησης περιλαμβάνει αρκετά πλούσια υδρολογικά έτη, με εξαίρεση τα δύο τελευταία. Η πιστή αναπαραγωγή της εν λόγω αλληλουχίας, όπως αποτυπώνεται στα υδρογραφήματα του ποταμού και των πηγών του, αποτέλεσε κεντρικό στόχο της όλης προσέγγισης, καθώς θεωρείται ισχυρό τεκμήριο της προγνωστικής αξιοπιστίας του μοντέλου.

11.5.5 Χρονοσειρές υδατικών αναγκών

Για κάθε στόχο και περιορισμό του υδροσυστήματος, εκτιμήθηκαν οι αντίστοιχες υδατικές ανάγκες. Οι στόχοι αναφέρονται (βλ. 11.4.4):

- στην άρδευση των περιοχών άνω, μέσου, κάτω ρου και Κωπαΐδας, που αναπαρίσταται ως στόχος κατανάλωσης στους κόμβους 7 έως 10, αντίστοιχα·
- στην άντληση αρδευτικού νερού από τις γεωτρήσεις Ακοντίου και μεταφορά του μέσω του υδραγωγείου Κωπαΐδας, που αναπαρίσταται ως περιορισμός ελάχιστης παροχής·
- στη άντληση υδρευτικού νερού από τις γεωτρήσεις Βασιλικών-Παρορίου για ενίσχυση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, που αναπαρίσταται ως στόχος κατανάλωσης στον κόμβο Διστόμου.

Αρχικά, υπολογίστηκαν οι συγκεντρωτικές αρδευτικές ανάγκες της λεκάνης, θεωρώντας ετήσιο ύψος θεωρητικών αναγκών σε νερό ίσο με 650 mm (η τιμή βασίζεται σε εκτιμήσεις του ΙΓΜΕ και του ΓΕΩΤΕΕ). Για συνολική αρδευόμενη έκταση 347.95 km², η θεωρητική αρδευτική ζήτηση στην περιοχή μελέτης ανέρχεται σε 226.2 hm³/έτος. Η χωρική κατανομή της έγινε ανάλογα με τις καλλιεργούμενες εκτάσεις των περιοχών άνω, μέσου, κάτω ρου και Κωπαΐδας, που δίνονται στον Πίνακα 11.10. Στη συνέχεια, η ετήσια τιμή κάθε κόμβου επιμερίστηκε στους μήνες της αρδευτικής περιόδου, με βάση την κατανομή του Πίνακα 11.11. Η τελευταία βασίζεται σε αναλυτικά στοιχεία καλλιεργειών από προηγούμενες μελέτες (Ναλμπάντης και Μαυροδήμου, 1999· Ευστρατιάδης κ.ά., 2004). Τελικά, για κάθε αρδευτικό κόμβο υπολογίστηκε μια μηνιαία τιμή ζήτησης, που θεωρήθηκε σταθερή για όλη την περίοδο ελέγχου.

Πίνακας 11.10: Χωρική κατανομή αρδευτικών αναγκών.

Αρδευόμενη περιοχή	Κόμβος δικτύου	Έκταση (km ²)	Ετήσιες ανάγκες (hm ³)
Άνω ρου	7	33.80	21 970
Μέσου ρου	8	50.50	32 825
Κάτω ρου	9	28.15	18 298
Κωπαΐδας	10	235.50	153 075
Σύνολο	-	347.95	226 168

Πίνακας 11.11: Μηνιαία κατανομή αρδευτικών αναγκών.

Μήνας	Ποσοστό (%)	Μήνας	Ποσοστό (%)
Απρίλιος	5.6	Ιούλιος	27.7
Μάιος	13.1	Αύγουστος	25.2
Ιούνιος	21.4	Σεπτέμβριος	7.0

Η χρονοσειρά ζήτησης νερού για τροφοδοσία του υδραγωγείου Κωπαΐδας μέσω των γεωτρήσεων Ακοντίου, που ανάγεται σε στόχο ελάχιστης παροχής, υπολογίστηκε με βάση στοιχεία του ΙΓΜΕ για το διάστημα από τον Μάιο του 1990 έως τον Οκτώβριο του 1993 (Παγούνης, 1993). Για την υπόλοιπη περίοδο ελέγχου θεωρήθηκε σταθερή τιμή παροχής 1.5 m³/s κατά τους μήνες Μάιο έως Αύγουστο, που αντιστοιχεί σε απόληψη της τάξης των 4.0 hm³ (Ζαρής κ.ά., 1999).

Τέλος, η χρονοσειρά ζήτησης νερού για ύδρευση της Αθήνας μέσω των γεωτρήσεων Βασιλικών-Παρορίου ελήφθη από στοιχεία της ΕΥΔΑΠ, για την περίοδο εντατικής λειτουργίας των γεωτρήσεων (Οκτώβριος 1993 έως Δεκέμβριος 1994). Στο διάστημα αυτό, αντλήθηκαν κοντά στα 80 hm³, με εξαιρετικά δυσμενείς επιπτώσεις στη διαίτα των υπόγειων νερών της ευρύτερης περιοχής.

11.6 Διατύπωση προβλήματος βαθμονόμησης

11.6.1 Παράμετροι και μεταβλητές ελέγχου

Οι παράμετροι του μοντέλου είναι συνολικά 106 και αναφέρονται στις συνιστώσες του επιφανειακού και υπόγειου συστήματος. Συγκεκριμένα:

- τους συντελεστές διήθησης κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού (συνολικά 4 παράμετροι)·
- τις έξι παραμέτρους ανά δεξαμενή συγκέντρωσης εδαφικής υγρασίας των αντίστοιχων μονάδων υδρολογικής απόκρισης (συνολικά 36 παράμετροι)·
- τις δύο παραμέτρους ανά δεξαμενή υπόγειου νερού των 30 κυττάρων στα οποία χωρίζεται ο υδροφορέας (συνολικά 60 παράμετροι)·
- τις υδραυλικές αγωγιμότητες των πηγών του υδροσυστήματος (συνολικά 6 παράμετροι).

Το πρόγραμμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ δίνει τη δυνατότητα ομαδοποίησης παραμέτρων της ίδιας κατηγορίας, επιτυγχάνοντας έτσι μείωση του αριθμού των μεταβλητών ελέγχου. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, η παράμετρος R , δηλαδή η χωρητικότητα της δεξαμενής κατακράτησης της βροχής, ομαδοποιήθηκε με βάση την κατηγορία κλίσης του εδάφους. Συνεπώς, αναζητήθηκαν διαφορετικές τιμές για τις ΜΥΑ με μικρή (<10%) και μεγάλη (>10%) κλίση. Ακόμη, ο συντελεστής διήθησης του κατάντη τμήματος του Βοιωτικού Κηφισού, που διατρέχει την περιοχή της Κωπαΐδας μέσω της Συγκεντρωτικής Διώρυγας, θεωρήθηκε μηδενικός. Τέλος, το πορώδες των δεξαμενών υπόγειου νερού που αντιπροσωπεύουν συγκέντρωση των απωλειών προς τη θάλασσα είναι εξ ορισμού μηδέν, καθώς δεν έχει νόημα η χρήση του σε εικονικά κύτταρα. Με τις παραπάνω απλοποιήσεις, ο τελικός αριθμός των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, δηλαδή των προς βελτιστοποίηση μεταβλητών ελέγχου, ανήλθε στις 99.

Για κάθε μεταβλητή ελέγχου ορίστηκαν άνω και κάτω όρια, τα οποία μεταβάλλονταν διαδραστικά κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης, όπως περιγράφεται στο εδάφιο 11.7.2.

11.6.2 Αρχικές συνθήκες

Οι αρχικές συνθήκες του μοντέλου αναφέρονται στις μεταβλητές κατάστασης του επιφανειακού και υπόγειου συστήματος στην αρχή της προσομοίωσης, δηλαδή τον Οκτώβριο του 1984. Συγκεκριμένα:

- στο ύψος υγρασίας κάθε εδαφικού στοιχείου, που δημιουργείται από την ένωση των τεσσάρων υπολεκανών και των έξι ΜΥΑ (συνολικά 30 μεταβλητές)·
- στη στάθμη υπόγειου νερού στις 30 δεξαμενές του υδροφορέα.

Συνεπώς, προκύπτουν 60 ακόμη άγνωστοι του προβλήματος, ο προσδιορισμός των οποίων, ωστόσο, δεν μπορεί να γίνει μέσω βελτιστοποίησης, όπως συμβαίνει με τις παραμέτρους του μοντέλου (αυτό θα ήταν, πρακτικά, εφικτό μόνο αν το πλήθος των αρχικών συνθηκών ήταν μικρό). Επιπλέον, εξαιτίας του μικρού, σχετικά, χρονικού ορίζοντα της περιόδου βαθμονόμησης (72 μήνες), δεν ήταν δυνατό να θεωρηθεί μια περίοδος προθέρμανσης του μοντέλου, ώστε να απαλείφει η αβεβαιότητα που εισάγεται λόγω των άγνωστων αρχικών συνθηκών (βλ. 9.2.4).

Για τους παραπάνω λόγους, οι αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης προσδιορίστηκαν εμπειρικά. Συγκεκριμένα, θεωρήθηκε μηδενικό ύψος εδαφικής υγρασίας στα 30 εδαφικά στοιχεία, κάτι εύλογο αν ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι η προσομοίωση ξεκινά στην αρχή του υδρολογικού έτους, οπότε έχουν αποκατασταθεί οι πλέον ξηρές συνθήκες (βεβαίως, θα πρέπει να επισημανθεί ότι το καλοκαίρι που προηγήθηκε ήταν σχετικά πλούσιο σε υδροφορία, όπως προκύπτει από τη σύγκριση των τιμών βροχόπτωσης ως προς τους αντίστοιχους μέσους όρους τους). Από την άλλη πλευρά, οι αρχικές στάθμες των υπόγειων κυττάρων υπολογίστηκαν με βάση τον μέσο πιεζομετρικό χάρτη της περιοχής που δημοσίευσε το ΙΓΜΕ (Παγούνης κ.ά., 1994). Γενικά, το μοντέλο δεν φάνηκε να είναι ευαίσθητο ως προς τις αρχικές στάθμες του υδροφορέα, με εξαίρεση τα κύτταρα που γειτνιάζουν με τις πηγές.

Οι αρχικές στάθμες των εν λόγω κυττάρων προσδιορίστηκαν μετά από δοκιμές, με ακρίβεια της τάξης του 1 m, στα πλαίσια προκαταρκτικών βαθμονομήσεων του μοντέλου.

11.6.3 Κριτήρια προσαρμογής

Το γεγονός ότι το μοντέλο περιλαμβάνει σχεδόν 100 μεταβλητές ελέγχου καθιστά απαραίτητη τη διατύπωση ενός ικανού αριθμού κριτηρίων προσαρμογής, συμβατού με τις αρχές που συζητήθηκαν στο εδάφιο 10.4.3.

Τα κριτήρια ελέγχου που χρησιμοποιήθηκαν χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- μέτρα προσαρμογής των προσομοιωμένων στις παρατηρημένες αποκρίσεις·
- εμπειρικά μέτρα ελέγχου της υπερετήσιας διακύμανσης των μη μετρούμενων αποκρίσεων.

Τα μέτρα προσαρμογής αναφέρονται στους υδρομετρικούς σταθμούς στην έξοδο της λεκάνης και κατάντη των έξι καρστικών πηγών. Το πρόγραμμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ υπολογίζει τα ακόλουθα μέτρα:

- την αποτελεσματικότητα (δείκτης Nash-Sutcliffe), που δίνεται από τη σχέση (8.15)·
- τη μεροληψία ως προς τρεις στατιστικούς δείκτες των δειγμάτων (μέση τιμή, τυπική απόκλιση, συντελεστής μεταβλητότητας)·
- το μέσο τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής των μηδενικών τιμών.

Ειδικότερα, το σφάλμα μηδενικών τιμών είναι ένα πρωτότυπο μέτρο, που εισάγεται για να ελέγξει αν το μοντέλο αναπαράγει φαινόμενα διακοπής της ροής ή, αντίστροφα, μηδενίζει αδικαιολόγητα την παροχή ενός ποταμού ή μιας πηγής. Πρόκειται για μια σημαντική πληροφορία, που μάλιστα δεν υπόκειται σε κανενός είδους σφάλμα μέτρησης, όπως συμβαίνει με τη μέση μηνιαία παροχή (που στις πηγές εκτιμάται με βάση αραιές υδρομετρήσεις). Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, η ορθή προσομοίωση των συνθηκών διακοπής της ροής του Βοιωτικού Κηφισού και των πηγών του θεωρήθηκε ως ένας καθοριστικός παράγοντας αξιοπιστίας του μοντέλου. Υπενθυμίζεται ότι, λόγω των ανάντη αρδευτικών απολήψεων, οι εισροές στην Υλίκη που προέρχονται από την απορροή της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού μηδενίζονται τους θερινούς μήνες. Επιπλέον, ο συνδυασμός των συνθηκών ξηρασίας και εντατικής χρήσης των γεωτρήσεων προκάλεσε στέρηση των πηγών του μέσου ρου, φαινόμενο που θεωρείται μείζονος σημασίας για το μοντέλο, καθώς αποτελεί μία από τις σημαντικότερες συνιστώσες του διαχειριστικού προβλήματος της περιοχής μελέτης (βλ. 11.2.5).

Για τη μαθηματική διατύπωση του μέτρου μηδενικών τιμών εισάγεται η ακόλουθη μεταβλητή:

$$z_t = \begin{cases} y_t & \text{αν } y_t' = 0 \\ y_t' & \text{αν } y_t = 0 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases} \quad (11.16)$$

όπου y_t και y_t' η παρατηρημένη και προσομοιωμένη απόκριση, αντίστοιχα. Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα αναπαραγωγής των μηδενικών τιμών υπολογίζεται ως:

$$e_0 = \sqrt{\frac{1}{T_0} \sum_{t=1}^T z_t^2} \quad (11.17)$$

όπου T ο χρονικός ορίζοντας της προσομοίωσης και T_0 ο αριθμός των χρονικών βημάτων κατά τα οποία το μοντέλο είτε δεν αναπαράγει την παρατηρημένη μηδενική τιμή ($y_t' > 0, y_t = 0$) είτε μηδενίζει την παροχή, ενώ κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα ($y_t' = 0, y_t > 0$).

Όσον αφορά στην υπερετήσια διακύμανση των μη μετρούμενων αποκρίσεων, επειδή πρόκειται για υδρολογικές διεργασίες με εγγενές αίτιο τη βροχόπτωση, είναι εύλογο να υποθεθεί ότι ακολουθούν παρόμοια δίαυτα, εμφανίζοντας υψηλές τιμές την υγρή και χαμηλές την ξηρή περίοδο. Μια τέτοια

χαρακτηριστική μεταβλητή απόκρισης είναι η στάθμη του υδροφορέα, που το μοντέλο υπολογίζει στο κέντρο βάρους κάθε κυττάρου. Επειδή η χωρική κλίμακα του κυττάρου είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με την τοπική κλίμακα ενός πιεζομέτρου, είναι σχετικά επισφαλής η προσαρμογή των παραμέτρων ενός μοντέλου με βάση παρατηρήσεις στάθμης· πρόκειται για μια γνωστή δυσχέρεια του αντίστροφου προβλήματος της υδρογεωλογίας. Ακόμα περισσότερο, όταν δεν υπάρχουν καθόλου μετρήσεις στάθμης ή όταν αυτές περιορίζονται σε μικρή έκταση του υδροφορέα, είναι πιθανό να δημιουργηθούν συνθήκες μη ρεαλιστικής αναδιανομής του αποθηκευμένου υπόγειου νερού. Αυτό αληθεύει ιδιαίτερα για τα συνδυαστικά μοντέλα, που βαθμονομούνται αποκλειστικά με βάση μετρήσεις επιφανειακών νερών. Στην περίπτωση αυτή, οι παράμετροι που σχετίζονται με τις υπόγειες δεξαμενές, ιδιαίτερα τις περιμετρικές, είναι, στην πράξη, μη ελεγχόμενες. Έτσι, προκειμένου να αναπαραχθούν οι χρονοσειρές παροχής, πραγματοποιούνται μη ρεαλιστικές μεταφορές υπόγειου νερού, με αποτέλεσμα κάποιες δεξαμενές να ταπεινώνονται και άλλες να γεμίζουν συστηματικά. Κατά συνέπεια, οι χρονοσειρές αποθήκευσης (ή στάθμης) παρουσιάζουν μια εικόνα θετικής ή αρνητικής τάσης που είναι ασύμβατη με τη φυσική του συστήματος.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, στο πρόγραμμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ υλοποιήθηκε ένα εμπειρικό μέτρο ποιότητος, μέσω του οποίου ελέγχεται η υπερετήσια τάση ανύψωσης ή ταπείνωσης της στάθμης των υπόγειων δεξαμενών, ώστε να είναι συνεπής με τις πιεζομετρικές παρατηρήσεις στη λεκάνη. Η ύπαρξη τάσης ανιχνεύεται μέσω της δοκιμής *Mann-Kendall* (rank correlation test), όπως περιγράφεται από τον Kottegoda (1980, p. 32-34).

Η δοκιμή *Mann-Kendall* υλοποιείται ως εξής: Για μια δεδομένη χρονοσειρά $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, υπολογίζεται η τυποποιημένη κανονική μεταβλητή:

$$T = r / \sqrt{\sigma_r^2} \quad (11.18)$$

όπου:

$$\begin{aligned} r &= 4P / [N(N-1)] \\ \sigma_r^2 &= 2(2N+5) / [9N(N-1)] \end{aligned} \quad (11.19)$$

και P ο αριθμός όλων των ζευγών $\{x_i, x_j, j > i\}$ με $x_i < x_j$. Θεωρώντας αμφίπλευρο έλεγχο (δηλαδή τόσο για θετική όσο και για αρνητική τάση) και επίπεδο σημαντικότητας α , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση μη ύπαρξης τάσης εφόσον $|T| < z_{\alpha/2}$.

Με βάση τον παραπάνω έλεγχο, και με θεώρηση επιπέδου σημαντικότητας $\alpha = 95\%$, οπότε $z_{\alpha/2} = 1.96$, εισάγεται ένα εμπειρικό μέτρο, για την εισαγωγή ποιότητος στα κύτταρα εκείνα των οποίων η μηνιαία στάθμη εμφανίζει στατιστικά σημαντική τάση. Το μέτρο αυτό υπολογίζεται από τη σχέση:

$$e_T = \max(0, |T| - 1.96) \quad (11.20)$$

Στη συγκεκριμένη εφαρμογή, ο έλεγχος έγινε για 22 από τα 30 συνολικά κύτταρα του μοντέλου. Εξαιρέθηκαν τα δύο εικονικά κύτταρα που αντιπροσωπεύουν συγκέντρωση των υπόγειων διαφυγών προς τη θάλασσα, τα οποία εξ ορισμού παρουσιάζουν θετική τάση, καθώς και τα έξι κύτταρα που επικοινωνούν με τις δεξαμενές που αναπαριστούν τη λειτουργία πηγών, η δίαιτα των οποίων ελέγχεται πιο εποπτικά από τα παρατηρημένα υδρογραφήματα των τελευταίων.

Συνοψίζοντας, μπορεί να ειπωθεί ότι με την προσθήκη ενός ικανού αριθμού εμπειρικών κριτηρίων, συμπληρώθηκε ο αριθμός των απαιτούμενων μέτρων προσαρμογής για μια ρεαλιστική βαθμονόμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Είναι σαφές ότι τα επιμέρους κριτήρια δεν έχουν την ίδια βαρύτητα. Έτσι, σε πρώτη προτεραιότητα είναι τα στατιστικά μέτρα (δείκτης *Nash-Sutcliffe*, μεροληψία μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης) της μηνιαίας χρονοσειράς παροχής στην έξοδο της λεκάνης, που είναι και η πλέον αξιόπιστη (αλλά και η πλέον σημαντική για τους σκοπούς της συγκεκριμένης μελέτης) παρατηρημένη απόκριση του υδροσυστήματος. Στην επόμενη προτεραιότητα τίθενται τα μέτρα

αποτελεσματικότητας των υδρογραφημάτων των πηγών, που έχουν κατασκευαστεί με βάση μικρό αριθμό υδρομετρήσεων ανά μήνα. Ακολουθούν οι δύο όροι ποινής, αφενός για την αναπαραγωγή των μηδενικών τιμών, που έχουν ιδιαίτερη σημασία στο συγκριμένο υδροσύστημα, και αφετέρου για έλεγχο της τάσης των μηνιαίων χρονοσειρών στάθμης των υπόγειων δεξαμενών, που εξασφαλίζει μια ομαλή υδρολογική συμπεριφορά του υδροφορέα.

11.7 Ημιαυτόματη βαθμονόμηση μοντέλου

11.7.1 Διαμόρφωση στοχικής συνάρτησης

Το πρόβλημα προσαρμογής του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ στη λεκάνη απορροής και το υδροσύστημα του Βοιωτικού Κηφισού αντιμετωπίστηκε με δύο τρόπους. Αρχικά, αναζητήθηκε η βέλτιστη λύση, ακολουθώντας μια υβριδική-ημιαυτόματη προσέγγιση του τυπικού προβλήματος βαθμονόμησης, με συνάθροιση όλων των κριτηρίων σε μια βαθμωτή στοχική συνάρτηση. Στη συνέχεια, διατυπώθηκαν διάφορες πολυκριτηριακές εκδοχές του προβλήματος, εστιάζοντας στον έλεγχο των αβεβαιοτήτων και των ανταγωνισμών των επιμέρους κριτηρίων. Η εν λόγω προσέγγιση εξετάζεται στην επόμενη ενότητα (11.8). Συνδυάζοντας τα αποτελέσματα των δύο προσεγγίσεων, επιλέχθηκε μια συμβιβαστική λύση, δηλαδή οι πλέον πρόσφορες τιμές των παραμέτρων του μοντέλου, με σκοπό το τελευταίο να χρησιμοποιείται ως προγνωστικό εργαλείο σε επιχειρησιακές εφαρμογές

Για τη διατύπωση του προβλήματος ολικής βελτιστοποίησης διαμορφώθηκε μια σταθμισμένη στοχική συνάρτηση, η οποία περιείχε τα επιμέρους μέτρα προσαρμογής που αναλύθηκαν στο εδάφιο 11.6.3, πολλαπλασιασμένα με κατάλληλους συντελεστές βάρους. Στον Πίνακα 11.12 δίνονται οι συνιστώσες της συνάρτησης και οι τελικές τιμές των βαρών. Οι τιμές αυτές επιλέχθηκαν μετά από ενδελεχή διερεύνηση της αντικρουόμενης συμπεριφοράς των κριτηρίων, με τρόπο ώστε να κατευθύνουν τη διαδικασία αναζήτησης προς μία λύση τέτοια που δίνει έμφαση στα πρωτεύοντα χαρακτηριστικά του συστήματος των οποίων ζητείται η αναπαραγωγή (δηλαδή στα παρατηρημένα υδρογραφήματα στην έξοδο της λεκάνης και κατάντη των κύριων καρστικών πηγών), χωρίς ωστόσο να αμελούνται τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά του. Δηλαδή, μέσω των τιμών των συντελεστών βάρους, αναζητήθηκε μια συμβιβαστική λύση τέτοια ώστε καμία από τις πτυχές του μοντέλου να μην υστερεί σημαντικά έναντι των υπολοίπων, γεγονός που διευκόλυνε σημαντικά την πορεία αναζήτησης.

Πίνακας 11.12: Συνιστώσες στοχικής συνάρτησης και συντελεστές βάρους, που χρησιμοποιήθηκαν στο τελικό στάδιο της βαθμονόμησης.

Μεταβλητή απόκρισης	Αποτελεσματικότητα (EFF)	Μεροληψία μέσου (BIAS)	Σφάλμα στείρευσης (e_0)	Σφάλμα τάσης (e_T)
Παροχή Β. Κηφισού (έξοδος)	8	0.1	1	-
Παροχή πηγών άνω ρου	2	0.1	1	-
Παροχή πηγής Αγ. Παρασκευής	2	0.1	1	-
Παροχή πηγών Μαυρονερίου	2	0.1	4	-
Παροχή πηγών Μέλανα	4	0.1	1	-
Παροχή πηγών Πολυγύρας	1	0.1	1	-
Παροχή πηγών Έρκυνα	1	0.1	1	-
Στάθμη κυττάρου 18	-	-	-	1
Στάθμη κυττάρου 19	-	-	-	1
Στάθμη κυττάρου 20	-	-	-	1

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 11.12, η αναπαραγωγή των παρατηρημένων υδρογραφημάτων έγινε με βάση τρία στατιστικά μέτρα, την αποτελεσματικότητα, τη μεροληψία της μέσης τιμής και το σφάλμα στέρησης. Συγκεκριμένα, όσον αφορά στην αποτελεσματικότητα, που αποτελεί το πλέον εποπτικό από τα μέτρα καλής προσαρμογής, τέθηκε συντελεστής βάρους ίσος με 8 για το υδρογράφημα εξόδου, 4 για τις πηγές Μέλανα, 2 για τις πηγές Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου και Μαυρονερίου, και 1 για τις λιγότερο σημαντικές πηγές Αγίας Παρασκευής, Πολυγύρας και Έρκυνα. Η μεροληψία ελήφθη υπόψη με ένα μικρό συντελεστή, ίσο με 0.1, ενώ για το σφάλμα στέρησης θεωρήθηκε μοναδιαίο βάρος για όλες τις θέσεις, εκτός από τις πηγές Μαυρονερίου, για τις οποίες τέθηκε βάρος ίσο με 4. Επιπλέον, στη στοχική συνάρτηση ενσωματώθηκαν μέτρα ελέγχου της τάσης για τα κύτταρα του υδροφορέα. Αρχικά, τέθηκαν βάρη για όλα τα κύτταρα, πλην αυτών που τροφοδοτούν πηγές (τα τελευταία ελέγχονται μέσω των αντίστοιχων υδρογραφημάτων). Ωστόσο, στο τελικό στάδιο της βαθμονόμησης, η έμφαση δόθηκε αποκλειστικά στα κύτταρα 18, 19 και 20, τα οποία βρίσκονται στην πλευρά της Κωπαΐδας, όπου παρατηρήθηκε έντονη τάση του μοντέλου να αποθηκεύσει νερά που προέρχονται από τις ανάντη κατεισδύσεις, οδηγώντας έτσι σε μια μη ρεαλιστική διαχρονική αύξηση της στάθμης.

11.7.2 Περιγραφή της διαδικασίας βαθμονόμησης

Η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου έγινε κατά στάδια, υιοθετώντας μια υβριδική στρατηγική εφαρμογής αυτόματων τεχνικών ολικής βελτιστοποίησης, σε συνδυασμό με την ανθρώπινη κρίση, με βάση τις αρχές που συζητήθηκαν στο εδάφιο 10.4.4. Ως εργαλείο βελτιστοποίησης χρησιμοποιήθηκε ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 5.2 και είναι ενσωματωμένος στο λογισμικό.

Επισημαίνεται ότι ο αρκετά μεγάλος αριθμός μεταβλητών ελέγχου (περίπου 100), αλλά και ο επίσης μεγάλος αριθμός κριτηρίων που συναθροίστηκαν σε ένα ενιαίο μέτρο επίδοσης, είχε ως συνέπεια τη δημιουργία μιας εξαιρετικά τραχείας επιφάνειας απόκρισης, με ανυπολόγιστα μεγάλο πλήθος τοπικών ακροτάτων. Η δυσχέρεια του προβλήματος οφείλεται και στο γεγονός ότι επιδιώκεται η ταυτόχρονη βελτιστοποίηση παραμέτρων διαφορετικής κλίμακας, όπως είναι οι παράμετροι του επιφανειακού μοντέλου (οι περισσότερες από τις οποίες είναι αδιάστατες) συγκριτικά με τους όρους υδραυλικής αγωγιμότητας των υπόγειων κυττάρων, που λαμβάνουν τιμές της τάξης του 10^{-8} έως 10^{-1} m/s. Το παραπάνω αντιμετωπίστηκε, σε κάποιο βαθμό, θεωρώντας ως μεταβλητές ελέγχου τους λογαρίθμους των αγωγιμοτήτων. Σε κάθε περίπτωση, υπήρχε σαφής δυσκολία ταυτόχρονου προσδιορισμού των βέλτιστων τιμών των χαρακτηριστικών μεγεθών του επιφανειακού και υπόγειου συστήματος, από μία μεμονωμένη εκτέλεση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης. Ρεαλιστικά, ο εντοπισμός ενός πρόσφορου συνόλου παραμέτρων, που να παρέχει μια ικανοποιητική τιμή για το σύνολο των κριτηρίων, θα απαιτούσε πολύ μεγάλα μεγέθη πληθυσμού και εκατοντάδες χιλιάδες δοκιμές, που συνεπάγεται υπερβολικά μεγάλο υπολογιστικό φόρτο. Μάλιστα, η θεωρητική αυτή λύση δεν θα ήταν καθόλου σίγουρο ότι θα εξασφάλιζε μια ικανοποιητική επίδοση ως προς άλλα, ποιοτικά αλλά και ποσοτικά κριτήρια, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για τον περαιτέρω έλεγχο των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από διάφορες επιλύσεις του προβλήματος, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

Αποκλείοντας κάθε περίπτωση χειρισμού του παραπάνω προβλήματος ως τυπικής εφαρμογής ολικής βελτιστοποίησης, υιοθετήθηκε μια ημιαυτόματη προσέγγιση, που υλοποιήθηκε στα ακόλουθα στάδια:

Στάδιο 1: Στο προκαταρκτικό αυτό στάδιο, έγινε ταυτόχρονη βαθμονόμηση του συνόλου (ή ομάδων) των παραμέτρων, επιτρέποντας ένα όσο το δυνατόν πιο μεγάλο εύρος διακύμανσης τους (ταυτιζόμενο, όπου δυνατό, με τα φυσικά όρια των παραμέτρων). Πραγματοποιήθηκε μεγάλος αριθμός ανεξάρτητων βελτιστοποιήσεων με τον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου, μεταβάλλοντας τόσο τα όρια του εφικτού χώρου όσο και τους συντελεστές βάρους των κριτηρίων, προκειμένου να αποκτηθεί μια γενική εικόνα των χαρακτηριστικών του προβλήματος. Με τον τρόπο αυτό, προσεγγίστηκαν οι

επιμέρους βέλτιστες τιμές των συντελεστών προσδιορισμού των υδρογραφημάτων (εντοπίστηκαν, δηλαδή, οι ακραίες τιμές του μετώπου Pareto), όχι όμως ένας πρόσφορος συμβιβασμός αυτών.

Στάδιο 2: Επιχειρήθηκε η βελτιστοποίηση των παραμέτρων του επιφανειακού μοντέλου καθώς και των κρίσιμων παραμέτρων του υπόγειου μοντέλου (υδραυλικές αγωγιμότητες πηγών και κυττάρων που τις τροφοδοτούν), ώστε να εξασφαλιστεί πρωτίστως μια πολύ ικανοποιητική βαθμονόμηση για το υδρογράφημα στην έξοδο της λεκάνης και, δευτερευόντως, μια σχετικά ικανοποιητική προσαρμογή των υδρογραφημάτων των πηγών και, γενικά, της υδρολογικής συμπεριφοράς του υδροφορέα. Στο ενδιάμεσο αυτό στάδιο, δόθηκε έμφαση στην φυσική ερμηνεία των παραμέτρων, θέτοντας ρεαλιστικά όρια διακύμανσής τους. Για παράδειγμα, όσον αφορά στους συντελεστές στείρευσης της κατείσδυσης, τέθηκαν διαφορετικά όρια για τα ημιπερατά, περατά και αδιαπέρατα εδάφη, που προκύπτουν με βάση την κατηγοριοποίηση των μονάδων υδρολογικής απόκρισης (βλ. 11.4.2).

Στάδιο 3: Στο τελικό στάδιο της διαδικασίας, έχοντας πλέον προσεγγίσει μια σχετικά ικανοποιητική λύση, επιχειρήθηκε η βήμα-προς-βήμα βελτίωση των επιμέρους πτυχών της, βελτιστοποιώντας τις παραμέτρους κατά επιλεγμένες ομάδες. Για παράδειγμα, η βελτίωση της προσαρμογής του μοντέλου στο παρατηρημένο υδρογράφημα μιας μεμονωμένης πηγής επιτεύχθηκε με προσαρμογή αποκλειστικά των παραμέτρων του υπόγειου συστήματος που επηρεάζουν την υδρολογική της διαίτα. Σε κάθε περίπτωση, δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στο να εξασφαλιστούν πρόσφοροι συμβιβασμοί, ενώ δεν ήταν ασυνήθιστες οι περιπτώσεις κατά τις οποίες απαιτούνταν η επιλογή μιας λύσης χειρότερης, ως προς την αθροιστική τιμή της στοχικής συνάρτησης, σε σχέση με την ήδη αποθηκευμένη, κάτι που αποτέλεσε τη μεγαλύτερη δυσκολία του όλου εγχειρήματος.

Η υβριδική αυτή στρατηγική, αν και αποδείχθηκε αρκετά χρονοβόρα, υποβοήθησε τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης να αποφύγει τα τοπικά ακρότατα και να επιτύχει αρκετά καλή προσαρμογή για το σύνολο των κριτηρίων, παρά το σχετικά μεγάλο (αν και εύλογο για τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης σχηματοποίησης) πλήθος μεταβλητών ελέγχου, την πολυπλοκότητα του μοντέλου, τις αβεβαιότητες που διέπουν τις φυσικές διεργασίες της λεκάνης, τις ανακρίβειες των χρονοσειρών ελέγχου των παροχών των πηγών, συνεπεία της κατασκευής τους από αραιές υδρομετρήσεις, και τις χονδροειδείς προσεγγίσεις που έγιναν κατά την εκτίμηση ορισμένων τουλάχιστον εκ των δεδομένων εισόδου του μοντέλου, κυρίως όσων αφορούν στην κατανομή των αρδευτικών αναγκών.

Όπως ήταν αναμενόμενο, κατά τη διαδικασία εντοπίστηκαν πολλοί συνδυασμοί παραμέτρων που προσαρμόζονταν ικανοποιητικά σε διαφορετικές συνιστώσες της στοχικής συνάρτησης. Η περαιτέρω αξιολόγηση των ισοδύναμων, από μαθηματική άποψη, αυτών λύσεων (που θεωρούνται Pareto βέλτιστες) έγινε εισάγοντας επιπλέον κριτήρια, ποιοτικά και εμπειρικά. Συγκεκριμένα, απορρίφθηκαν οι συνδυασμοί παραμέτρων για τους οποίους ίσχυε ένα από τα ακόλουθα:

- οι τιμές των παραμέτρων δεν ήταν συμβατές με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος και την υδρολογική τους ερμηνεία·
- η επίδοση του μοντέλου μειονεκτούσε σημαντικά ως προς ορισμένα από τα κριτήρια καλής προσαρμογής, υπερτερώντας ταυτόχρονα ως προς τα υπόλοιπα, με αποτέλεσμα να εξομαλύνεται το σταθμισμένο άθροισμα αυτών, όπως εκφράζεται από τη στοχική συνάρτηση·
- το μοντέλο παρουσίαζε αδικαιολόγητα χαμηλή προσαρμογή κατά την περίοδο επαλήθευσης, σε σύγκριση με την περίοδο βαθμονόμησης.

Ελέγχοντας τα παραπάνω κριτήρια, στα πλαίσια της ημιαυτόματης στρατηγικής των προηγούμενων σταδίων, επιλέχθηκε η θεωρούμενη ως συμβιβαστική λύση του προβλήματος βαθμονόμησης, τα χαρακτηριστικά της οποίας σχολιάζονται στα εδάφια που ακολουθούν.

11.7.3 Προσαρμογή μοντέλου στις θέσεις ελέγχου

Στους Πίνακες 11.13 και 11.14 παρουσιάζονται οι βελτιστοποιημένες τιμές των κριτηρίων καλής προσαρμογής, για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα, δίνονται οι τιμές της αποτελεσματικότητας (αδιάστατη), της μεροληψίας (αδιάστατη) της μέσης τιμής και του σφάλματος στειρέυσης των χρονοσειρών μέσης μηνιαίας παροχής (σε m³/s) στις επτά θέσεις ελέγχου. Υπενθυμίζεται ότι τα παραπάνω μεγέθη σταθμίστηκαν στη στοχική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης, με εφαρμογή των συντελεστών του Πίνακα 11.12. Ακόμη, για λόγους εποπτείας, δίνονται οι τιμές της μεροληψίας της τυπικής απόκλισης και του συντελεστή μεταβλητότητας (αδιάστατες), αν και δεν εντάχθηκαν στα κριτήρια βελτιστοποίησης. Οι σχετικές προσομοιωμένες και παρατηρημένες χρονοσειρές απεικονίζονται στα διαγράμματα των Σχημάτων 11.14 έως 11.20. Υπενθυμίζεται ότι τα δείγματα των περισσότερων πηγών παρουσιάζουν αρκετά κενά την περίοδο της επαλήθευσης (ειδικά τα έτη 1992 και 1993, κατά τα οποία δεν έγιναν υδρομετρήσεις), με συνέπεια οι τιμές των κριτηρίων να μην είναι πλήρως αντιπροσωπευτικές της επίδοσης του μοντέλου.

Πίνακας 11.13: Βέλτιστες τιμές κριτηρίων καλής προσαρμογής των χρονοσειρών μηνιαίας παροχής για την περίοδο βαθμονόμησης (Οκτ. 1984-Σεπτ. 1990).

Υδρογράφημα	Αποτελεσματικότητα	Μεροληψία μέσης τιμής	Μεροληψία τυπικής απόκλισης	Μεροληψία συντελεστή μεταβλητότητας	Σφάλμα στειρέυσης (m ³ /s)
Έξοδος λεκάνης	0.870	-0.054	-0.123	-0.073	0.841
Πηγές άνω ρου	0.806	-0.068	-0.225	-0.169	0.000
Πηγές Μαυρονερίου	0.693	-0.106	0.050	0.175	0.295
Πηγές Αγ. Παρασκευής	0.724	-0.063	-0.192	-0.138	0.000
Πηγές Έρκυνα	0.431	0.039	-0.227	-0.256	0.000
Πηγές Μέλανα	0.265	-0.008	-0.334	-0.328	0.000
Πηγές Πολυγύρας	0.372	0.006	-0.375	-0.378	0.000

Πίνακας 11.14: Βέλτιστες τιμές κριτηρίων καλής προσαρμογής των χρονοσειρών μηνιαίας παροχής για την περίοδο επαλήθευσης (Οκτ. 1990-Σεπτ. 1994).

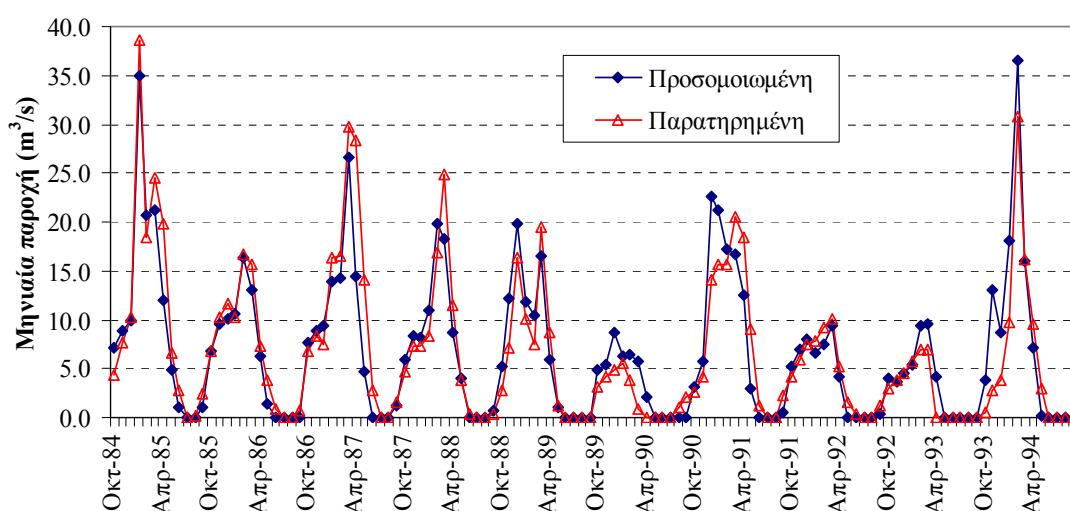
Υδρογράφημα	Αποτελεσματικότητα	Μεροληψία μέσης τιμής	Μεροληψία τυπικής απόκλισης	Μεροληψία συντελεστή μεταβλητότητας	Σφάλμα στειρέυσης (m ³ /s)
Έξοδος λεκάνης	0.756	0.107	0.156	0.044	1.220
Πηγές άνω ρου	0.607	-0.108	0.046	0.173	0.000
Πηγές Μαυρονερίου	0.601	-0.315	-0.404	-0.130	0.110
Πηγές Έρκυνα	0.458	0.068	-0.001	-0.064	0.000
Πηγές Μέλανα	0.095	-0.112	-0.446	-0.376	0.000

Τα συμπεράσματα που αφορούν στην προσαρμογή του μοντέλου στις διάφορες θέσεις ελέγχου του υδροσυστήματος συνοψίζονται ως εξής:

Έξοδος λεκάνης (Σήραγγα Καρδίτσας): Πρόκειται για το πλέον καθοριστικό υδρογράφημα του μοντέλου, καθώς αναφέρεται στην απόκριση με τη μεγαλύτερη διαχειριστική σημασία¹. Για τη συγκεκριμένη χρονοσειρά, επιτυγχάνεται πολύ καλή προσαρμογή, γεγονός που αποτυπώνεται από την

¹ Υπενθυμίζεται ότι η απορροή της λεκάνης αποτελεί τον κύριο τροφοδότη της Υλίκης, που είναι ο δεύτερος μεγαλύτερος ταμιευτήρας του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας.

αρκετά υψηλή τιμή του δείκτη αποτελεσματικότητας τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης (87.0%) όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης του μοντέλου (75.6%). Μάλιστα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.14, το μοντέλο αναπαράγει όλες τις σημαντικές πτυχές του υδρογραφήματος, δηλαδή τις αιχμές αλλά και την (εν μέρει τεχνητή) στείρευση της ροής κατά την θερινή περίοδο. Επιπλέον, αναπαράγει επιτυχώς την αλληλουχία υγρών και ξηρών περιόδων, που είναι ιδιαίτερα εμφανής κατά την περίοδο επαλήθευσης του μοντέλου. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι η τιμή της παροχής στην αρχή της προσομοίωσης (Οκτώβριος 1984) είναι αρκετά υψηλή για τις υδρολογικές συνθήκες της εποχής, καθώς φτάνει στα επίπεδα των 5 m³/s περίπου. Το γεγονός αυτό αποτέλεσε μία επιπλέον δυσχέρεια του προβλήματος βαθμονόμησης, που ωστόσο ξεπεράστηκε επιτυχώς, χωρίς να επιχειρηθεί κανενός είδους «ρύθμιση» των αρχικών συνθηκών.

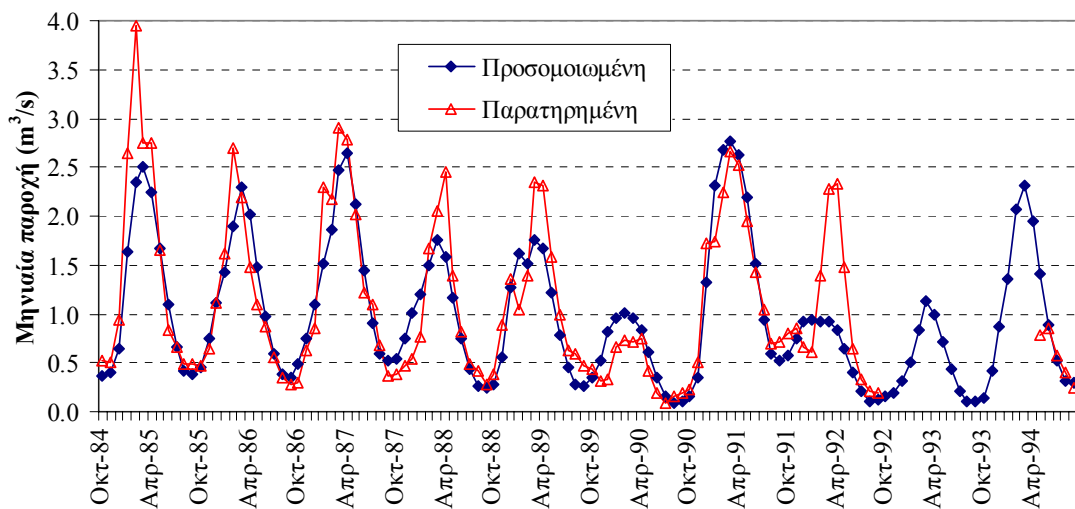


Σχήμα 11.14: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής Βοιωτικού Κηφισού στην έξοδο της λεκάνης (Σήραγγα Καρδίτσας).

Πηγές άνω ρου (Λιλαία, Ανατολικό και Δυτικό Κεφαλόβρυσο): Το μοντέλο προσαρμόζεται πολύ καλά κατά την περίοδο βαθμονόμησης, με τιμή αποτελεσματικότητας 80.6%, ενώ η αντίστοιχη τιμή είναι εξίσου ικανοποιητική και κατά την περίοδο επαλήθευσης (60.7%). Όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.15, αναπαράγεται με αξιοσημείωτη επιτυχία η ενδοετήσια διακύμανση της παροχής, καθώς και η εντυπωσιακή ανάκαμψη μετά την στείρευση των πηγών, το καλοκαίρι του 1990.

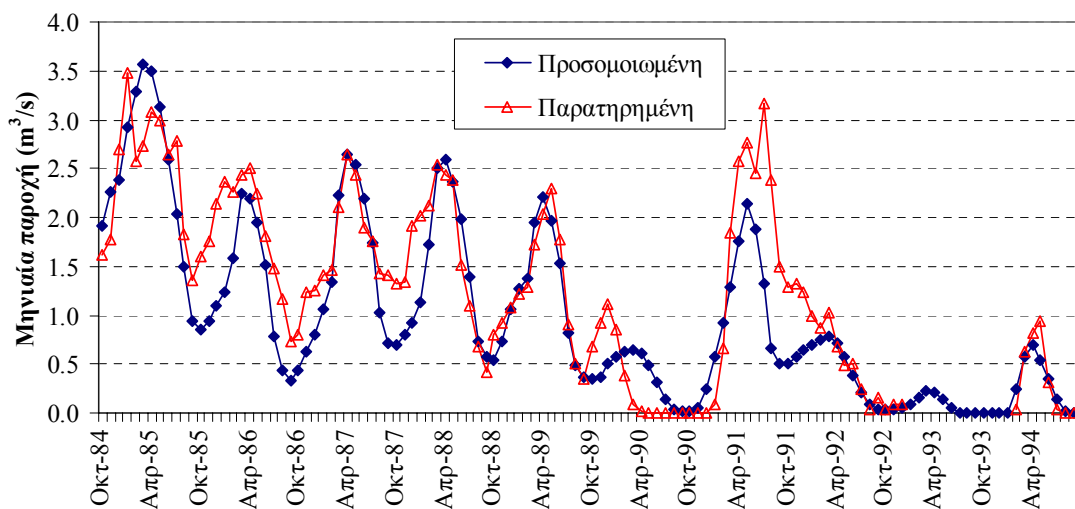
Εξαιρεση στην καλή εικόνα αποτελεί το υδρολογικό έτος 1992-93, το οποίο χαρακτηρίστηκε από χαμηλά ύψη βροχής αλλά ασυνήθιστα μεγάλα ύψη χιονόπτωσης. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι στον ορεινό σταθμό της Πυράς, όπου υπάρχει χιονοτράπεζα, καταγράφηκε η ελάχιστη ιστορική τιμή βροχόπτωσης (845.0 mm, με μέση ετήσια τιμή 1352.6 mm), ενώ η αντίστοιχη τιμή της χιονόπτωσης (146.0 mm) ήταν από τις υψηλότερες που παρατηρήθηκαν ποτέ. Δυστυχώς, η έλλειψη σχετικής πληροφορίας στο μοντέλο, που είναι απόρροια της αδυναμίας αξιόπιστης εκτίμησης της χιονοκάλυψης της λεκάνης με βάση δεδομένα πεδίου (ο προαναφερθείς σταθμός Πυράς ανήκει στη γειτονική λεκάνη του Μόρνου), δεν επέτρεψε μια πιο αξιόπιστη ρύθμιση του μοντέλου, στην οποία να λαμβάνονται υπόψη οι διεργασίες συγκέντρωσης χιονιού και τήξης. Ενδέχεται μάλιστα η εμφανώς καλή αναπαραγωγή της υδρολογικής διαίτας των πηγών του άνω ρου, η οποία προφανώς εξαρτάται σε σημαντικό βαθμό από τις χιονοπτώσεις στον Παρνασσό, να οφείλεται και σε μια ασυνεπή προς τις φυσικές συνθήκες ρύθμιση των παραμέτρων. Ο παραπάνω προβληματισμός ενισχύεται και από το γεγονός ότι, σε αντίθεση με άλλες αποκρίσεις του μοντέλου (π.χ. απορροή Βοιωτικού Κηφισού και πηγών Μαυρονερίου), απαιτήθηκε πολύ μεγάλη προσπάθεια για την επίτευξη μιας τέτοιας επίδοσης

για τις πηγές του άνω ρου, καθώς πολλά από τα σενάρια βαθμονόμησης, που τελικά απορρίφθηκαν, κατέληγαν σε τιμές αποτελεσματικότητας της τάξης του 30-40%, υποδιπλάσιες δηλαδή σε σχέση με την καλύτερα συμβιβαστική λύση.



Σχήμα 11.15: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών άνω ρου (Λιλαία, Ανατολικό και Δυτικό Κεφαλόβρυσο).

Πηγές Μαυρονερίου: Η αναπαραγωγή της διαίτας των πηγών Μαυρονερίου (Σχήμα 11.16) αποτελεί έναν από τους κεντρικούς στόχους της ανάλυσης, καθώς στην περιοχή τους βρίσκονται οι υδρευτικές γεωτρήσεις της ΕΥΔΑΠ (βλ. 11.2.5).

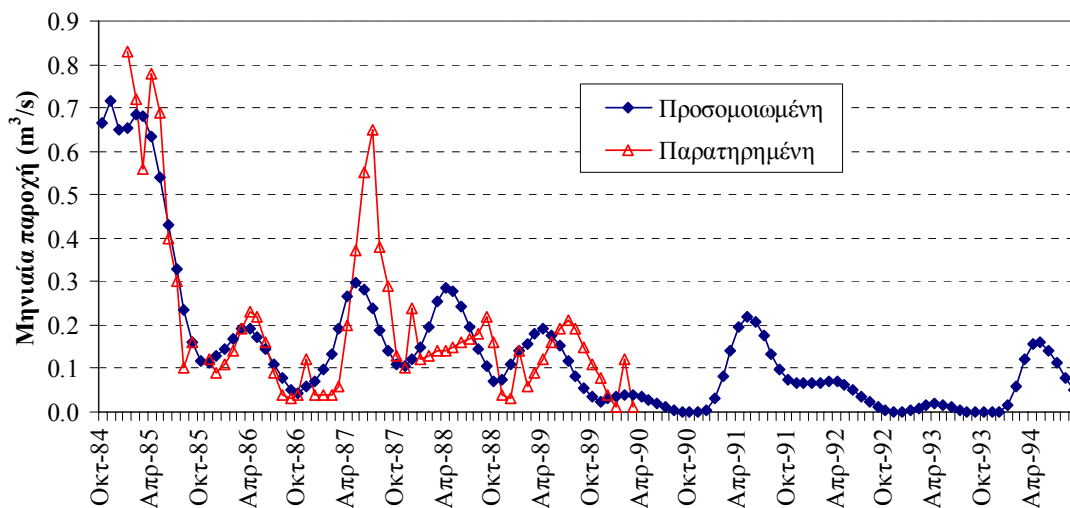


Σχήμα 11.16: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών Μαυρονερίου.

Το μοντέλο αναπαράγει με μεγάλη ακρίβεια τη διακύμανση της παροχής, τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης όσο και κατά την επαλήθευση, με τα αντίστοιχα μέτρα αποτελεσματικότητας να κυμαίνονται σε αρκετά υψηλά επίπεδα (69.3% και 60.1%). Μάλιστα, αποτυπώνονται πλήρως οι δύο χαρακτηριστικές περιόδους στείρευσης των πηγών, με την πρώτη (Μάιος-Δεκέμβριος 1990) να οφείλεται αποκλειστικά στις δυσμενείς υδρολογικές συνθήκες, και τη δεύτερη (από τα τέλη της θερινής περιόδου του 1992 μέχρι τις αρχές του 1994) να οφείλεται σε συνδυασμό χαμηλής

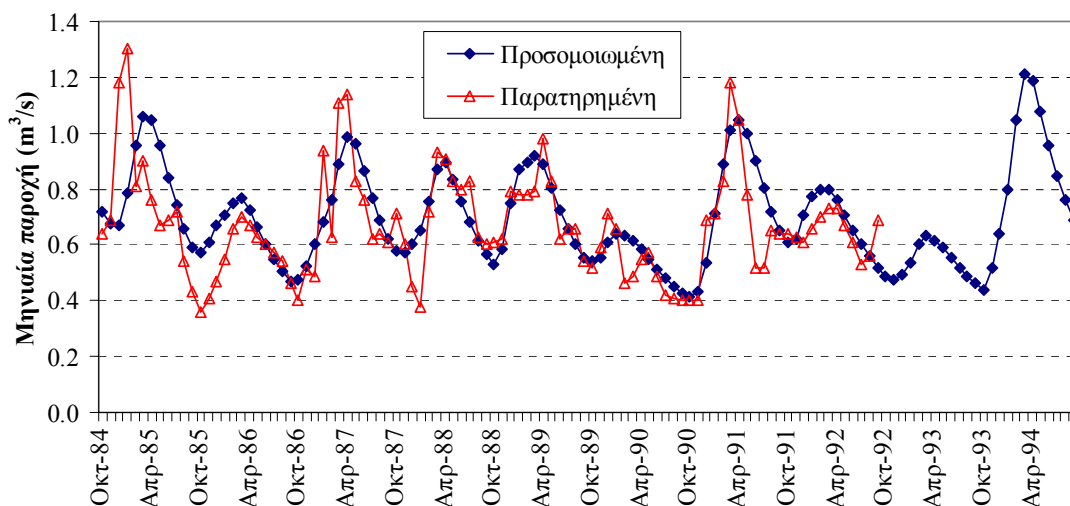
υδροφορίας και εντατικής χρήσης των γεωτρήσεων Βασιλικών-Παρορίου. Ενδιάμεσα, υπήρξε μια εντυπωσιακή ανάκαμψη, με αποτέλεσμα τη δεύτερη μεγαλύτερη αιχμή της δεκαετίας ελέγχου, την οποία το μοντέλο προσέγγισε ικανοποιητικά. Γενικά, τόσο τα ποσοτικά κριτήρια όσο και η ποιοτική εικόνα του υδρογραφήματος των πηγών Μαυρονερίου αποτελούν σημαντικούς δείκτες της προγνωστικής αξιοπιστίας του μοντέλου, λαμβάνοντας υπόψη και την πολυπλοκότητα του συγκεκριμένου καρστικού συστήματος.

Πηγές Αγίας Παρασκευής: Πρόκειται για τις μικρότερες σε σημασία πηγές του υδροσυστήματος (όσον αφορά στο υδατικό δυναμικό τους), το ιστορικό υδρογράφημα των οποίων κατασκευάστηκε με βάση περιορισμένο αριθμό υδρομετρήσεων. Οι εν λόγω πηγές αποτυπώνουν το υδρολογικό καθεστώς του βόρειου και κεντρικού τμήματος του υδροφορέα. Η τιμή αποτελεσματικότητας που επιτυγχάνεται για την περίοδο βαθμονόμησης (72.4%) χαρακτηρίζεται πολύ ικανοποιητική. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.17, το μοντέλο αναπαράγει την σταθερά πτωτική τάση, που καταλήγει σε διακοπή της ροής από τις αρχές του 1990. Κατά την περίοδο επαλήθευσης, αν και δεν υπάρχουν μετρήσεις ώστε να τεκμηριώσουν τη συμπεριφορά της προσομοιωμένης χρονοσειράς απόκρισης, η τελευταία φαίνεται ρεαλιστική, λαμβάνοντας υπόψη και την εικόνα τόσο των πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου όσο και των πηγών Μαυρονερίου.



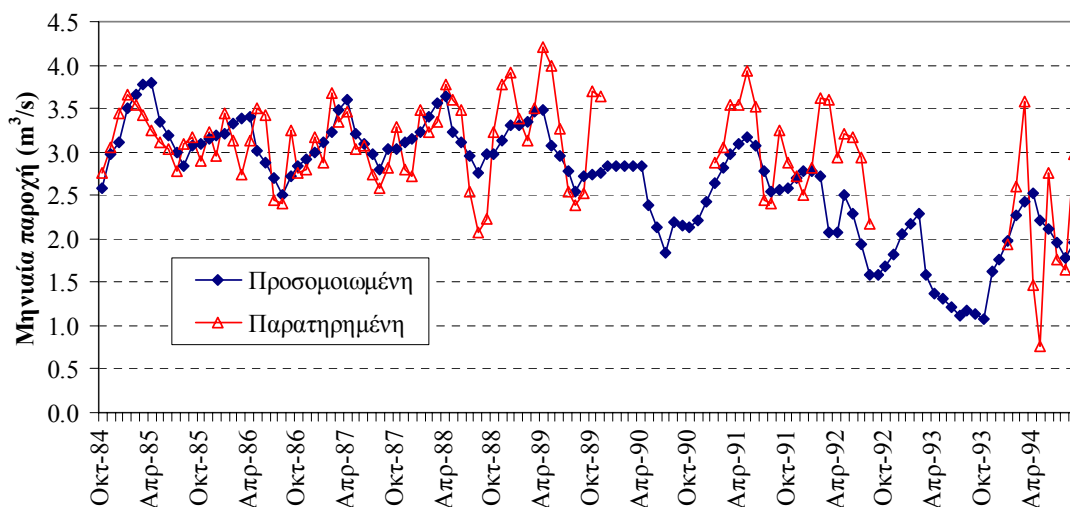
Σχήμα 11.17: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών Αγίας Παρασκευής.

Πηγές Έρκυνα: Η επίδοση του μοντέλου, όπως αποτιμάται με βάση το μέτρο αποτελεσματικότητας, κυμαίνεται στα ίδια, πρακτικά, επίπεδα τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης του μοντέλου (43.1 και 45.8%, αντίστοιχα). Με βάση την εικόνα του Σχήματος 11.18, η προσαρμογή κρίνεται ικανοποιητική, με δεδομένο ότι στη σχηματοποίηση του υπόγειου συστήματος, η αναπαράσταση της λειτουργίας των εν λόγω πηγών έχει υλοποιηθεί χωρίς ιδιαίτερη λεπτομέρεια. Επιπλέον, δεν έχουν ληφθεί υπόψη οι απολήψεις που πραγματοποιούνται ανάντη του υδρομετρικού σταθμού, κυρίως για την ύδρευση της πόλης της Λειβαδιάς.



Σχήμα 11.18: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών Έρκυνα.

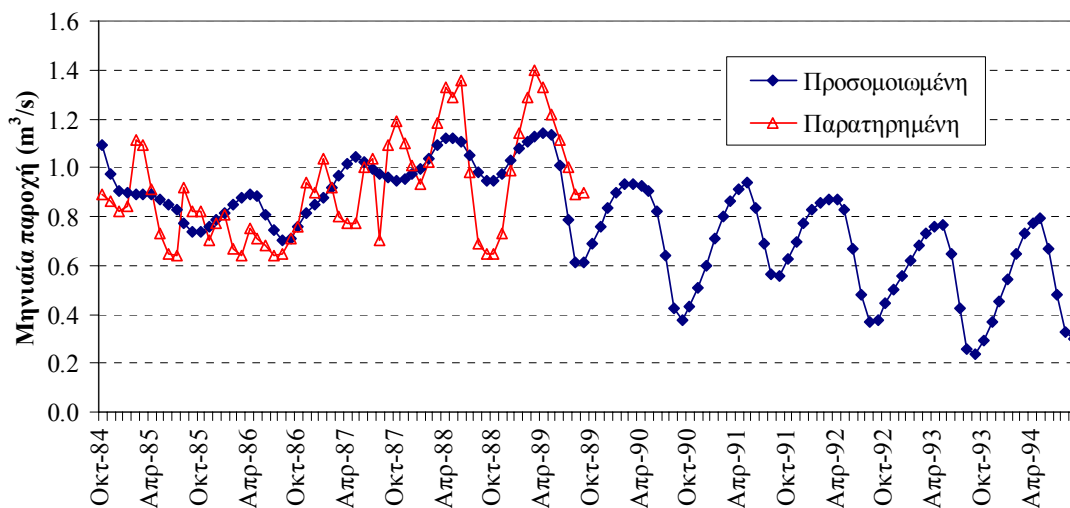
Πηγές Μέλινα: Όπως εξηγείται στο εδάφιο 11.2.3, πρόκειται για τις πλουσιότερες, σε υδατικό δυναμικό, καρστικές πηγές της λεκάνης, ο μηχανισμός λειτουργίας των οποίων αποτελεί μεγάλο ερωτηματικό για τους υδρογεωλόγους. Χαρακτηριστικό είναι ότι η απορροή των εν λόγω πηγών παρουσιάζει εξαιρετικά χαμηλή συσχέτιση με τη βροχόπτωση, κάτι που δεν αληθεύει για τις άλλες σημαντικές πηγές. Καθίσταται προφανές ότι κάθε «γραμμικό» μοντέλο υπόγειας ροής τύπου Darcy θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο, έως απίθανο, να επιτύχει μια ικανοποιητική προσαρμογή. Πράγματι, από προηγούμενες προσεγγίσεις με το μοντέλο MODFLOW προέκυψαν τιμές αποτελεσματικότητας της τάξης μόλις του 10% (Ναλμπάντης και Ρόζος, 2000). Αντίθετα, η επίδοση που επιτεύχθηκε με το συνδυαστικό σχήμα ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, τουλάχιστον για την περίοδο της βαθμονόμησης, ήταν εμφανώς καλύτερη, με την αντίστοιχη τιμή του μέτρου αποτελεσματικότητας να ανέρχεται στα επίπεδα του 26.5%. Η τιμή αυτή, που θεωρείται οριακά αποδεκτή για το υδρογράφημα ενός ποταμού (Freer *et al.*, 1996), κρίνεται αρκετά ικανοποιητική για μια πολύπλοκη καρστική πηγή. Πράγματι, όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.19, το υδρογράφημα του μοντέλου ακολουθεί την έντονη διακύμανση των μετρημένων παροχών, που οδηγεί σε μια σταθερά πτωτική τάση μέχρι το πέρας της περιόδου ελέγχου.



Σχήμα 11.19: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών Μέλινα.

Όσον αφορά στην περίοδο επαλήθευσης, η αποτελεσματικότητα, αν και χαμηλή, διατηρείται θετική (9.5%). Επισημαίνεται ότι η επίτευξη μιας έστω και οριακά θετικής τιμής αποτέλεσε έναν από τους δυσκολότερους στόχους της βαθμονόμησης, καθώς υπάρχει έντονη ανταγωνιστικότητα του εν λόγω κριτηρίου (που βεβαίως δεν μπορεί να ελεγχθεί από τη βελτιστοποίηση) σε σχέση με όλα τα υπόλοιπα (το χαρακτηριστικό αυτό διερευνάται στις πολυκριτηριακές αναλύσεις των εδαφίων 11.8.6 και 11.8.7). Η δυσκολία οφείλεται, αμφίβολα, και στην εντατική λειτουργία των τοπικών γεωτρήσεων (κυρίως αυτών του ΥΠΓΕ, που βρίσκονται στις υπώρειες του όρους Ακόντιο), για τις οποίες δεν κατέστη δυνατό να βρεθούν επαρκή ιστορικά στοιχεία.

Πηγές Πολυγύρας: Πρόκειται για πηγές μικρότερης σημασίας, ο μηχανισμός των οποίων είναι επίσης εξαιρετικά πολύπλοκος. Μάλιστα, η διαίτα των εν λόγω πηγών δείχνει να είναι εντελώς διαφορετική σε σχέση με αυτή των γειτονικών πηγών Μέλανα. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι σε αντίθεση με τα υπόλοιπα ιστορικά υδρογραφήματα της λεκάνης, το υδρογράφημα των πηγών Πολυγύρας, όπως τουλάχιστον προκύπτει με βάση τον περιορισμένο αριθμό υδρομετρήσεων, δείχνει να έχει μια ελαφρά ανοδική τάση κατά την περίοδο βαθμονόμησης (Σχήμα 11.20). Παρόλα αυτά, το μοντέλο επιτυγχάνει μια αρκετά αξιόπιστη αναπαραγωγή της εν λόγω ιδιαιτερότητας, κάτι που αποτυπώνεται από την ικανοποιητική τιμή του δείκτη αποτελεσματικότητας, που ανέρχεται στα επίπεδα του 37.2%.



Σχήμα 11.20: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά παροχής πηγών Πολυγύρας.

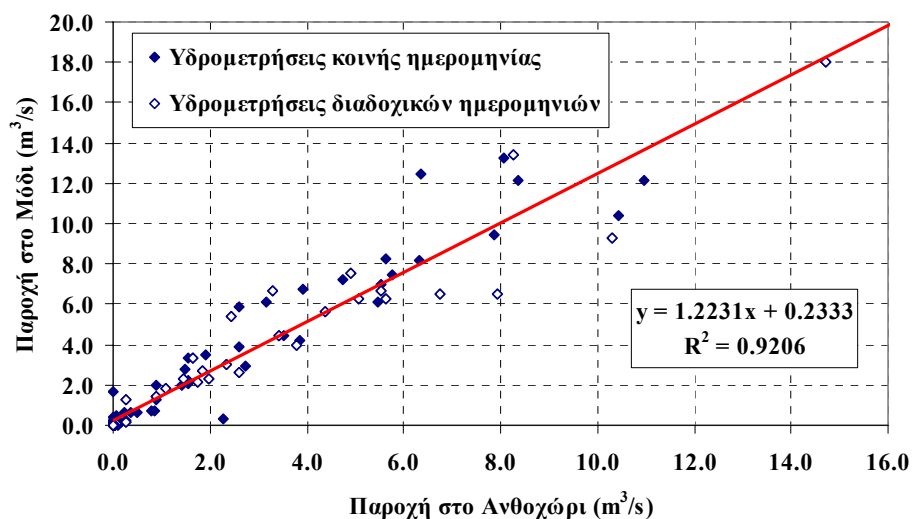
11.7.4 Φυσική ερμηνεία παραμέτρων

Όπως έχει επανειλημμένα τονιστεί, η προγνωστική αξία ενός υδρολογικού μοντέλου επιβεβαιώνεται από δύο παράγοντες, την επίτευξη αξιόλογα καλής προσαρμογής των ρυθμιζόμενων αποκρίσεων κατά την περίοδο επαλήθευσης, ταυτόχρονα με τον εντοπισμό τέτοιων τιμών παραμέτρων που επιδέχονται φυσική ερμηνεία. Ο πρώτος στόχος επιτεύχθηκε αναμφίβολα, όπως προκύπτει από τις ικανοποιητικές τιμές των στατιστικών μέτρων σε όλες σχεδόν τις θέσεις ελέγχου, που μάλιστα παρουσιάζουν σχετικά μικρές αποκλίσεις μεταξύ των περιόδων βαθμονόμησης και επαλήθευσης. Από την άλλη πλευρά, η φυσική συνέπεια των παραμέτρων εξασφαλίστηκε, τουλάχιστον σε ένα πρωταρχικό στάδιο, με τη θέσπιση κατάλληλων ορίων μεταβολής τους, με σκοπό την κατεύθυνση της διαδικασίας αναζήτησης προς εύλογες περιοχές του εφικτού χώρου.

Οι προς βελτιστοποίηση παράμετροι του επιφανειακού συστήματος αναφέρονται στους συντελεστές διήθησης των υδατορευμάτων και τις παραμέτρους των έξι μονάδων υδρολογικής απόκρισης (MYA), ενώ οι παράμετροι του υδροφορέα αναφέρονται στην υδραυλική αγωγιμότητα και το πορώδες των

υπόγειων κυττάρων, πραγματικών και εικονικών (πηγές). Επιχειρώντας μια εμβάθυνση στις επιμέρους βέλτιστες τιμές, προκύπτει μια αρκετά συνεπής εικόνα σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του φυσικού συστήματος που αποτυπώνει κάθε παράμετρος, επιβεβαιώνοντας τον χαρακτηρισμό του μοντέλου ως φυσικής βάσης. Συγκεκριμένα:

Όσον αφορά στους *συντελεστές διήθησης* των υδατορευμάτων, μεταβαίνοντας από ανάντη προς κατάντη προέκυψαν τιμές 26.4%, 8.5% και 3.1%, που αντιστοιχούν στο ποσοστό της παροχής που τροφοδοτεί τον υδροφορέα από το υδρογραφικό δίκτυο του άνω, μέσου και κάτω ρου του Βοιωτικού Κηφισού. Οι τιμές αυτές είναι συνεπείς με τις παρατηρήσεις του εδαφίου 11.2.3. Πράγματι, στην περιοχή του άνω ρου (ιδιαίτερα κατά μήκος της χαράδρας της Αμφίκλειας) πραγματοποιούνται οι μεγαλύτερες απώλειες διήθησης, που τεκμηριώνονται και από στοιχεία υδρομετρήσεων του ΙΓΜΕ. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.21, η μείωση της παροχής του ποταμού μεταξύ των θέσεων Ανθοχώρι και Μόδι, που πρακτικά ταυτίζονται με το κατάντη και ανάντη όριο της λεκάνης του άνω ρου του κύριου κλάδου, είναι της τάξης του 25%. Μάλιστα, η συσχέτιση μεταξύ κατάντη και ανάντη παροχής είναι πρακτικά γραμμική, όπως ακριβώς υποδηλώνει ο σταθερός συντελεστής διήθησης.



Σχήμα 11.21: Διάγραμμα διασποράς μετρημένων παροχών Βοιωτικού Κηφισού στις θέσεις Γέφυρα Ανθοχωρίου και Γέφυρα Μοδίου. Με συνεχή γραμμή απεικονίζεται η εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης (Πηγή: Ευστρατιάδης κ.ά., 2004).

Στον Πίνακα 11.15 απεικονίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των έξι ΜΥΑ, που επίσης φαίνεται να είναι συμβατές με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος. Αναλυτικότερα:

Οι *συντελεστές άμεσης απορροής, c*, επηρεάζονται εμφανώς τόσο από την περατότητα όσο και από την κλίση. Συγκεκριμένα, στις περιοχές της λεκάνης με χαμηλή κλίση οι τιμές τους κυμαίνονται από 5.4 ως 5.6% (για αδιαπέρατα και προσχωματικά εδάφη, αντίστοιχα), ενώ είναι ελαφρά πιο αυξημένες στις περιοχές με μεγάλη κλίση. Αντίθετα, οι εν λόγω συντελεστές στα εδάφη υψηλής περατότητας, δηλαδή στις καρστικές περιοχές της λεκάνης, εμφανίζουν μηδενικές, πρακτικά, τιμές. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με τους ιδιαίτερα υψηλούς συντελεστές στείρευσης της κατεΐσδυσης, οδηγεί στο εύλογο συμπέρασμα ότι η υπέργεια απορροή που παράγεται στα εν λόγω εδάφη είναι πολύ περιορισμένη, καθώς το μεγαλύτερο ποσοστό της προσπίπτουσας βροχής μετασχηματίζεται σε κατακόρυφη ροή διαμέσου του εδάφους, η οποία τροφοδοτεί τον υπόγειο υδροφορέα.

Οι *χωρητικότητες κατακράτησης* της βροχής, *R*, προκύπτουν πρακτικά ίδιες για όλη τη λεκάνη, και κυμαίνονται περί τα 80-85 mm. Κατά συνέπεια, σε μηνιαία κλίμακα, μια αντίστοιχη ποσότητα βροχής μπορεί να εξατμιστεί άμεσα, προτού απορρεύσει επιφανειακά ή διηθηθεί στην ακόρεστη ζώνη. Αυτό

πρακτικά σημαίνει ότι, τους θερινούς μήνες, και για τα συνήθη ύψη βροχής, όλη η προσπίπτουσα βροχή μεταχηματίζεται σε εξάτμιση, ενώ η περίσσεια της ζητούμενης εξατμοδιαπνοής καλύπτεται, κατά το δυνατό, από την αποθηκευμένη εδαφική υγρασία, μέχρι μηδενισμού της τελευταίας. Συνεπώς, η θερινή απορροή του Βοιωτικού Κηφισού προέρχεται σχεδόν αποκλειστικά από την εκροή των πηγών, και σε πολύ μικρότερο ποσοστό από την υποδερμική ροή.

Οι χωρητικότητες των δεξαμενών εδαφικής υγρασίας, S_{\max} , που θεωρούνται από τις πλέον κρίσιμες παραμέτρους, φαίνεται να εξαρτώνται κυρίως από την κλίση. Πράγματι, οι τιμές τους στις περιοχές μικρής κλίσης είναι αρκετά μεγαλύτερες (έως και διπλάσιες) σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές στις περιοχές μεγάλης κλίσης, για την ίδια κατηγορία περατότητας πετρωμάτων. Αυτό αιτιολογείται από το γεγονός ότι, εξαιτίας και των αντιπλημμυρικών έργων που κυρίως αναπτύσσονται στα πεδινά εδάφη, υπάρχει μεγαλύτερη δυνατότητα κατακράτησης της βροχής στην ακόρεστη ζώνη του εδάφους, σημαντικό μέρος της οποίας χάνεται τελικά λόγω εξάτμισης. Αυτό δεν ισχύει στις ορεινές περιοχές, όπου οι τιμές χωρητικότητας των δεξαμενών υγρασίας είναι εμφανώς χαμηλότερες, με συνέπεια να εμφανίζονται σημαντικά πλημμυρικά φαινόμενα, λόγω του κορεσμού του εδάφους σε υγρασία.

Όσον αφορά στους συντελεστές στείρευσης της κατείδυσης, μ , αυτοί επηρεάζονται εμφανώς από την περατότητα των πετρωμάτων. Μάλιστα, υπάρχει έντονη απόκλιση μεταξύ των τιμών που αφορούν σε καρστικά εδάφη σε σχέση με τους αδιαπέρατους σχηματισμούς (πχ. φλύσχης), ειδικά στις πεδινές περιοχές. Τέλος, όσον αφορά στις παραμέτρους κ και λ , που αφορούν στην παραγωγή υποδερμικής ροής, δηλαδή την πλευρική ροή που εμφανίζεται κατάντη ως απορροή, δεν μπορεί να εξαχθεί κάποιο γενικό συμπέρασμα, καθώς υπάρχει αρκετή ασάφεια ως προς τον ορισμό της εν λόγω διεργασίας.

Πίνακας 11.15: Βέλτιστες τιμές παραμέτρων μονάδων υδρολογικής απόκρισης.

α/α	Κλίση εδάφους	Τύπος πετρωμάτων	c	R (mm)	S_{\max} (mm)	κ	λ	μ
1	Χαμηλή	Αδιαπέρατα	0.054	79.1	523.2	0.351	0.108	0.138
2	Χαμηλή	Περατά	0.006	79.1	588.8	0.564	0.093	0.704
3	Χαμηλή	Προσχωματικά	0.056	79.1	443.2	0.359	0.096	0.057
4	Υψηλή	Αδιαπέρατα	0.066	85.6	227.4	0.479	0.019	0.210
5	Υψηλή	Περατά	0.006	85.6	242.0	0.147	0.000	0.421
6	Υψηλή	Προσχωματικά	0.026	85.6	263.6	0.180	0.212	0.175

Πίνακας 11.16: Χαρακτηριστικά μεγέθη και βέλτιστες τιμές υδραυλικής αγωγιμότητας πηγών.

Ονομασία πηγής	Ανάτη κύτταρο	Υψόμετρο	Υδραυλική αγωγιμότητα (m/s)
Λιλαία-Κεφαλόβρυσο	2	300	0.992
Μαυρονέρι	7	120	0.508
Αγία Παρασκευή	12	130	0.998
Έρκυνα	18	200	0.256
Μέλανας	30	100	0.080
Πολυγύρα	17	95	0.394

Στον Πίνακα 11.17 δίνονται οι βέλτιστες τιμές των δύο παραμέτρων των υπόγειων δεξαμενών (για την αρίθμησή τους, παραπέμπουμε στο Σχήμα 11.9), δηλαδή της υδραυλικής αγωγιμότητας και του πορώδους, μαζί με άλλα χαρακτηριστικά τους μεγέθη (έκταση, αρχική στάθμη). Υπενθυμίζεται ότι οι δεξαμενές που αντιστοιχούν στα κύτταρα 14 και 23 είναι εικονικές, αφού αναπαριστούν την συγκέντρωση των υπόγειων διαφυγών προς τον Μαλιακό και Βόρειο Ευβοϊκό κόλπο, αντίστοιχα. Για τον λόγο αυτό, η αρχική τους στάθμη είναι μηδέν (ταυτίζεται δηλαδή με τη στάθμη της θάλασσας), ενώ και το πορώδες τους θεωρείται μηδενικό (στην πραγματικότητα, δεν λαμβάνεται υπόψη στο

μοντέλο). Οι βελτιστοποιημένες τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας των πηγών, μαζί με άλλα χαρακτηριστικά τους μεγέθη, δίνονται ξεχωριστά στον Πίνακα 11.16.

Δεδομένης της ιδιομορφίας του υδροφορέα, αλλά και εξαιτίας της αδρής σχηματοποίησης που υιοθετήθηκε, η απόπειρα ερμηνείας των παραμέτρων του μοντέλου υπόγειας υδρολογίας κρίνεται αρκετά επισφαλής. Σε γενικές γραμμές πάντως, φαίνεται να υπάρχει συμβατότητα με τη φυσική του συστήματος. Χαρακτηριστικά αναφέρεται ότι οι τιμές αγωγιμότητας διαφέρουν έως και επτά τάξεις μεγέθους, κάτι που αιτιολογείται από την έντονη χωρική ετερογένεια του γεωλογικού καθεστώτος της λεκάνης. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι στις κεντρικές περιοχές της λεκάνης, οι ταχύτητες του υπόγειου νερού προκύπτουν εξαιρετικά υψηλές (της τάξης των 0.01 έως 0.1 m/s), γεγονός που υποδηλώνει πολύ γρήγορη απόκριση του καρστ. Αυτό δείχνει να είναι σύμφωνο με την εικασία ορισμένων υδρογεωλόγων σχετικά με την ύπαρξη ενός υπόγειου «ποταμού» που αναπτύσσεται κάτω από τον Βοιωτικό Κηφισό, το μεγαλύτερο μέρος του οποίου εκφορτίζεται επιφανειακά στις πηγές Μαυρονερίου και Μέλανα, ενώ το υπόλοιπο εκρέει εκτός λεκάνης.

Πίνακας 11.17: Χαρακτηριστικά μεγέθη και βέλτιστες τιμές παραμέτρων υπόγειων κυττάρων.

Κύτταρο	Έκταση (km ²)	Αρχική στάθμη (m)	Πορώδες	Υδραυλική αγωγιμότητα (m/s)
1	46.2	285	0.184	5.15E-05
2	58.8	302	0.061	7.15E-01
3	44.3	320	0.132	9.82E-06
4	42.0	190	0.021	9.90E-03
5	40.1	135	0.041	5.88E-05
6	26.1	120	0.169	1.00E+00
7	41.3	125	0.055	2.68E-01
8	46.6	190	0.210	3.10E-02
9	49.1	145	0.011	8.91E-05
10	36.2	140	0.015	1.76E-04
11	35.4	135	0.179	6.69E-03
12	40.9	132	0.250	1.92E-02
13	201.6	305	0.054	3.09E-06
14 ^(*)	114.3	0	-	9.43E-06
15	12.3	135	0.363	6.76E-01
16	52.1	115	0.371	2.79E-05
17	27.5	100	0.315	9.99E-02
18	73.5	205	0.069	1.01E-02
19	170.4	100	0.098	2.71E-01
20	220.1	50	0.084	2.05E-02
21	281.0	80	0.010	1.98E-06
22	153.2	135	0.045	1.08E-05
23 ^(*)	74.4	0	-	1.97E-03
24	50.3	210	0.180	3.93E-07
25	17.6	120	0.133	3.37E-02
26	71.9	150	0.099	5.00E-01
27	76.3	100	0.295	5.51E-07
28	18.6	120	0.106	3.13E-03
29	12.9	115	0.149	9.99E-01
30	35.7	115	0.018	1.40E-01

(*) Εικονικό κύτταρο, που αναπαριστά τις διαφυγές στη θάλασσα.

11.7.5 Προσομοιωμένο υδατικό ισοζύγιο λεκάνης

Στον Πίνακα 11.18 επιχειρείται η κατάρτιση του υδατικού ισοζυγίου των διαφόρων συνιστωσών του μοντέλου, με τελικό ζητούμενο το καθολικό ισοζύγιο της λεκάνης, για τον δεκαετή χρονικό ορίζοντα ελέγχου. Τα σχετικά μεγέθη δίνονται σε μονάδες ισοδύναμου ύψους και σε μονάδες όγκου, ενώ στην τελευταία στήλη εκφράζονται όλες οι συνιστώσες εκροής ως ποσοστό της αντίστοιχης εισροής.

Πίνακας 11.18: Μέσο ετήσιο υδατικό ισοζύγιο λεκάνης για την περίοδο 1984-1994.

Συνιστώσα ισοζυγίου	Μέσο ετήσιο ύψος (mm)	Μέσος ετήσιος όγκος (hm ³)	Ποσοστό
<i>Υδατικό ισοζύγιο υπολεκανών</i>			
Βροχόπτωση	810.0	1584.1	1.000
Εξατμοδιαπνοή	514.2	1005.6	0.635
Επιφανειακή απορροή	55.9	109.4	0.069
Κατείδυση	239.8	469.0	0.296
Διαφορά αποθήκευσης εδαφικής υγρασίας	0.1	0.2	0.000
<i>Υδατικό ισοζύγιο κυτάρων υδροφορέα</i>			
Εισροές λόγω κατείδυσης	239.8	469.0	
Εισροές λόγω διήθησης	13.8	26.9	
Αντλήσεις από γεωτρήσεις	67.8	132.6	
<i>Σύνολο φορτίσεων</i>	<i>185.8</i>	<i>363.3</i>	<i>0.955*</i>
Υπόγειες διαφυγές εκτός λεκάνης	85.5	167.1	0.460
Απορροή πηγών	101.1	197.7	0.544
Διαφορά αποθήκευσης υπόγειου νερού	-9.1	-17.8	-0.049
<i>Υδατικό ισοζύγιο κόμβων υδροσυστήματος</i>			
Εισροές από επιφανειακή απορροή	55.9	109.4	
Εισροές από απορροή πηγών	101.1	197.7	
Εισροές (αντλήσεις) από Υλίκη	14.8	28.9	
Εισροές (αντλήσεις) από γεωτρήσεις	67.8	132.6	
<i>Σύνολο προσφοράς νερού</i>	<i>239.6</i>	<i>468.5</i>	<i>1.000</i>
Απώλειες λόγω διήθησης	13.8	26.9	0.057
Υδρευτική και αρδευτική κατανάλωση	119.2	233.0	0.497
Απορροή εξόδου	106.7	208.7	0.445
<i>Ολικό ισοζύγιο λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού</i>			
Εισροές λόγω βροχόπτωσης	810.0	1584.1	
Εισροές (αντλήσεις) από Υλίκη	14.8	28.9	
<i>Σύνολο εισροών</i>	<i>824.8</i>	<i>1613.0</i>	<i>0.990</i>
Απώλειες λόγω εξατμοδιαπνοής	514.2	1005.6	0.623
Υδρευτική και αρδευτική κατανάλωση	119.2	233.0	0.144
Υπόγειες διαφυγές εκτός λεκάνης	85.5	167.1	0.104
Διαφορά αποθήκευσης εδαφικής υγρασίας	0.1	0.2	0.000
Διαφορά αποθήκευσης υπόγειου νερού	-9.1	-17.8	-0.011
Καθαρή απορροή στη έξοδο της λεκάνης	106.7	208.7	0.129

(*) Η διαφορά στο ισοζύγιο είναι εικονική, και οφείλεται στο γεγονός ότι τα όρια της λεκάνης δεν ταυτίζονται με τα όρια του υδροφορέα, με συνέπεια ένα μέρος της κατείδυσης να καταλήγει εκτός του υδροσυστήματος.

Τα κυριότερα συμπεράσματα από την ανάλυση των μεγεθών του ισοζυγίου έχουν ως εξής:

- Η προσπίπτουσα βροχή επιμερίζεται σε εξατμοδιαπνοή, επιφανειακή απορροή και κατείσδυση, με αντίστοιχα ποσοστά 63.5, 6.9 και 29.6%. Το ποσοστό απωλειών λόγω εξατμοδιαπνοής ταυτίζεται με τις εκτιμήσεις του ΕΜΠ που δημοσιεύονται στη μελέτη των ΥΠΑΝ κ.ά. (2003). Οι τελευταίες αναφέρονται στο υδατικό ισοζύγιο της περιόδου 1970-1992, κατά την οποία παρατηρήθηκαν παρόμοιες συνθήκες υδροφορίας με την περίοδο ελέγχου του μοντέλου (τα αντίστοιχα μέσα ετήσια ύψη βροχής εκτιμήθηκαν σε 765 και 810 mm).
- Η ιδιαίτερα υψηλή τιμή του ποσοστού κατείσδυσης (29.6%), και η συνακόλουθα μικρή τιμή του ποσοστού επιφανειακής απορροής, οφείλεται στη μεγάλη έκταση που καταλαμβάνουν οι καρστικοί σχηματισμοί της λεκάνης. Ο μέσος ετήσιος όγκος των εισροών λόγω κατείσδυσης και διήθησης ανέρχεται συνολικά στα 496 hm³, τιμή που συμβαδίζει με τις εκτιμήσεις του ΙΓΜΕ περί ρυθμιστικών αποθεμάτων του υδροφορέα της τάξης των 500 hm³ (Παγούνης και Σμυρνιώτης, 1994). Βεβαίως, σημαντικό μέρος της παραπάνω ποσότητας επιστρέφει στο υδρογραφικό δίκτυο, καθώς εκφορτίζεται σε πηγές εντός της λεκάνης, και ως εκ τούτου προσμετράται στην απορροή στην έξοδο, ενώ η υπόλοιπη ποσότητα είτε αντλείται είτε διαφεύγει υπόγεια.
- Οι διαφυγές εκτός λεκάνης εκτιμώνται σε 85 mm ή 167 hm³, ποσότητα που συμβαδίζει πλήρως με τις εκτιμήσεις του ΕΜΠ (ΥΠΑΝ κ.ά., 2003), αν και οι τελευταίες βασίζονται σε αδρομερείς προσεγγίσεις.
- Η προσφορά νερού στο υδροσύστημα προέρχεται από την επιφανειακή απορροή, την απορροή των πηγών, τις απολήψεις από τις γεωτρήσεις της λεκάνης και, σε πολύ μικρότερο βαθμό, τις απολήψεις από το αντλιστάσιο της Υλίκης (εξωτερικές εισροές). Ωστόσο, μόλις το 44.5% της εν λόγω προσφοράς καταλήγει στην έξοδο του υδροσυστήματος, καθώς η υπόλοιπη ποσότητα είτε καταναλώνεται για αρδευτικούς και υδρευτικούς σκοπούς είτε διηθείται, κατά τη διαδρομή του νερού στον κύριο κλάδο του Βοιωτικού Κηφισού.
- Συγκεντρώνοντας όλα τα προηγούμενα μεγέθη στην κλίμακα, πλέον, της λεκάνης, προκύπτει ότι, από το 36.7% της ποσότητας που απομένει αν αφαιρεθούν οι απώλειες λόγω εξατμοδιαπνοής, η κατανάλωση φτάνει στα επίπεδα του 14.4%, οι υπόγειες διαφυγές στο 10.4% και η καθαρή απορροή που καταλήγει στην έξοδο στο 12.9%. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημανθεί ότι, κατά την δεκαετή περίοδο ελέγχου, και ειδικά τα έτη 1993-1994, υπήρξαν εκτεταμένες απολήψεις για την ενίσχυση του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας, με συνέπεια η τιμή των απολήψεων να εμφανίζεται υπερεκτιμημένη, σε σύγκριση με τις συνήθεις συνθήκες της λεκάνης.

Συνοψίζοντας, από την ανάλυση του υδατικού ισοζυγίου επιβεβαιώνονται οι εκτιμήσεις των μελετών του ΙΓΜΕ και του ΕΜΠ, γεγονός που αποτελεί μία ακόμη ένδειξη της καλής συμπεριφοράς του μοντέλου. Βεβαίως, η χωρική κλίμακα της σχηματοποίησης επιτρέπει ακόμα καλύτερες προσεγγίσεις, καθώς είναι δυνατή η κατάρτιση ισοζυγίων σε όλες τις θέσεις ελέγχου του υδροσυστήματος, δηλαδή στους κόμβους του υδρογραφικού δικτύου και τους κόμβους των υδραγωγείων.

11.8 Πολυκριτηριακή ανάλυση

11.8.1 Σκοπός, μεθοδολογία και διατύπωση προβλημάτων

Στην προσέγγιση της ενότητας 11.7, η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου αντιμετωπίστηκε, τουλάχιστον ως προς την αλγοριθμική της συνιστώσα, ως τυπικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης. Βεβαίως, οι συνεχείς και καιρίες παρεμβάσεις στην πορεία της αναζήτησης, συνέβαλαν ουσιαστικά στον εντοπισμό μιας συμβιβαστικής λύσης, δεδομένου ότι απαιτήθηκε η προσαρμογή του μοντέλου σε ένα σημαντικό αριθμό κριτηρίων, στατιστικών και εμπειρικών, που σε μικρό ή μεγάλο βαθμό αποδείχθηκαν ανταγωνιστικά μεταξύ τους.

Παρά την εξονυχιστική διερεύνηση του προβλήματος και τους σημαντικούς χρονικούς πόρους που αναλώθηκαν στην ημιαυτόματη διαδικασία βελτιστοποίησης, είναι αδύνατο να ισχυριστεί κανείς ότι αποκτήθηκε μια πλήρης εικόνα της ανταγωνιστικότητας των κριτηρίων και, πολύ περισσότερο, ότι η λύση που εντοπίστηκε συμβιβάζει πολύ ικανοποιητικά τους πολλαπλούς στόχους της συγκεκριμένης έρευνας. Για το λόγο αυτό, επιχειρήθηκε μια εμβάθυνση στα χαρακτηριστικά του προβλήματος, μέσω μιας σειράς πολυκριτηριακών αναλύσεων. Κύριος στόχος ήταν να δοθεί μια αντικειμενική ερμηνεία των εξαιρετικών δυσχερειών που αντιμετωπίστηκαν στα πλαίσια της βαθμονόμησης και, αν αυτό ήταν εφικτό, να ενοπιστούν εναλλακτικές λύσεις του προβλήματος, σε περιοχές του εφικτού χώρου που πιθανόν δεν διερευνήθηκαν επαρκώς, είτε λόγω εκλωβισμού του αλγορίθμου βελτιστοποίησης είτε από χειροκίνητη παρέμβαση (απόρριψη λύσεων). Κάτι τέτοιο δεν θα προκαλούσε έκπληξη καθώς, όπως καταδεικνύει η διεθνής εμπειρία, που αποτυπώνεται στην ενότητα 10.5, η πολυκριτηριακή προσέγγιση των σύνθετων προβλημάτων βαθμονόμησης οδηγεί συχνά σε αναθεώρηση των λύσεων που έχουν προκύψει αρχικά, με βάση κλασικές μονοκριτηριακές στρατηγικές.

Πίνακας 11.19: Μεταβλητές ελέγχου προβλημάτων πολυκριτηριακής ανάλυσης και εφικτά όρια τους.

α/α	Τύπος παραμέτρου	Ελάχιστη τιμή	Μέγιστη τιμή
1	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 1 (mm)	0.0	700.0
2	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 2 (mm)	0.0	700.0
3	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 3 (mm)	0.0	700.0
4	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 4 (mm)	0.0	400.0
5	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 5 (mm)	0.0	400.0
6	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας ΜΥΑ 6 (mm)	0.0	400.0
7	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 1	0.000	0.200
8	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 2	0.300	0.800
9	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 3	0.000	0.300
10	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 4	0.000	0.200
11	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 5	0.300	0.600
12	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης ΜΥΑ 6	0.000	0.300
13	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου (m/s)	0.010	1.000
14	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Μαυρονερίου (m/s)	0.010	1.000
15	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Αγίας Παρασκευής (m/s)	0.010	1.000
16	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Έρκυνα (m/s)	0.010	1.000
17	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Μέλανα (m/s)	0.010	1.000
18	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Πολυγύρας (m/s)	0.010	1.000

Για να εξασφαλίσουμε καλύτερη εποπτεία του προβλήματος, σε όλες τις αναλύσεις περιορίσαμε το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου, εστιάζοντας στις πλέον καθοριστικές παραμέτρους του μοντέλου:

- τις χωρητικότητες των δεξαμενών υγρασίας των έξι μονάδων υδρολογικής απόκρισης·
- τους αντίστοιχους συντελεστές στέρησης της κατείδυσης·
- τις υδραυλικές αγωγιμότητες των κυττάρων που αναπαριστούν τη λειτουργία των έξι πηγών.

Με τον τρόπο αυτό, οι μεταβλητές ελέγχου των προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης ήταν 18, ενώ οι υπόλοιπες 81 παράμετροι του μοντέλου θεωρήθηκαν σταθερές και ίσες με τις τιμές που προέκυψαν από την ημιαυτόματη βαθμονόμηση (βλ. 11.7.4). Στον Πίνακα 11.19 δίνονται τα όρια του (κοινού) πεδίου αναζήτησης των πολυκριτηριακών αναλύσεων, δηλαδή οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές των παραμέτρων.

Διατυπώθηκαν τρεις εκδοχές προβλημάτων διανυσματικής βελτιστοποίησης, με διαφορετικό αριθμό κριτηρίων (2, 3 και 7), ενώ για κάθε εκδοχή το αντίστοιχο πρόβλημα επιλύθηκε χωρίς (διατύπωση Α) και με (διατύπωση Β) περιορισμούς εφικτότητας. Τα κριτήρια περιλαμβάνουν είτε μεμονωμένους όρους σφάλματος αναπαραγωγής υδρογραφημάτων ή αθροίσματα σφαλμάτων προς ελαχιστοποίηση. Ως σφάλμα νοείται η ποσότητα $e = 1 - \text{EFF}$, δηλαδή:

$$e = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - y_t')^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2} \quad (11.21)$$

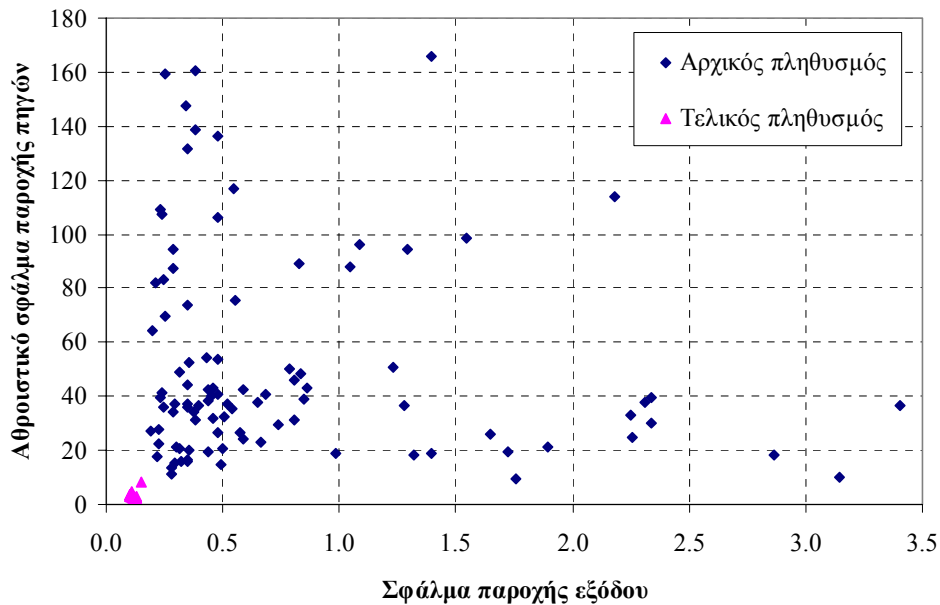
Στις αναλύσεις χρησιμοποιήθηκε ο πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου, για τον οποίο έγιναν ορισμένες προκαταρκτικές διερευνησεις, προκειμένου να επιλεγούν οι κατάλληλες τιμές των κύριων παραμέτρων εισόδου του (ρυθμός ψύξης λ , πολλαπλασιαστικός παράγοντας β , συχνότητα μετάλλαξης p_m). Τελικά, καταλήξαμε στις τιμές $\lambda = 0.95$, $\beta = 2$ και $p_m = 0.50$. Η υψηλή τιμή της τελευταίας αιτιολογείται από το γεγονός ότι, εξαιτίας της έντονης τραχύτητας της επιφάνειας απόκρισης, απαιτείται σημαντική τυχαιότητα ώστε να εξασφαλιστεί ικανοποιητική διασπορά λύσεων. Τέλος, σε όλες τις αναλύσεις τέθηκε ως ανώτατο όριο δοκιμών οι 5000 (χωρίς να εξετάζεται αν αυτές ανήκουν, στο σύνολό τους, στο μέτωπο Pareto), ενώ το μέγεθος του πληθυσμού ορίστηκε ίσο με 100. Με κατάλληλη ρύθμιση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών (σταθεροποίηση «σπόρου» τυχαιότητας), χρησιμοποιήθηκε κοινός πληθυσμός αρχικών λύσεων για όλα τα προβλήματα.

11.8.2 Πρόβλημα 1Α: Βελτιστοποίηση δύο κριτηρίων χωρίς περιορισμούς

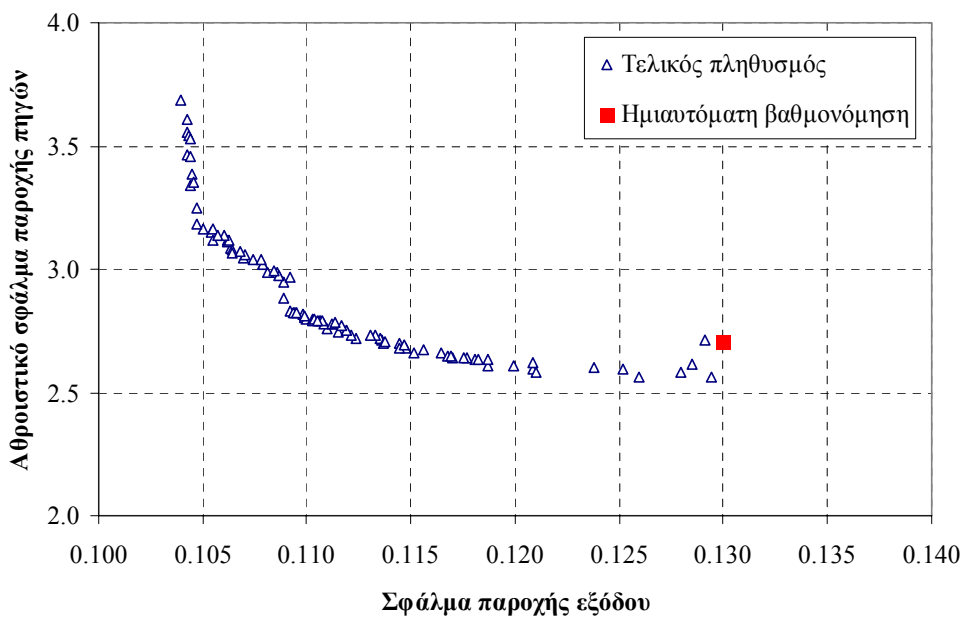
Στο πρόβλημα 1 θεωρήθηκαν ως συναρτήσεις προς ελαχιστοποίηση το σφάλμα αναπαραγωγής της μηνιαίας χρονοσειράς παροχής εξόδου της λεκάνης και το αθροιστικό σφάλμα αναπαραγωγής των χρονοσειρών παροχής των έξι πηγών. Στη διατύπωση Α το πολυκριτηριακό πρόβλημα επιλύθηκε χωρίς περιορισμούς στο πεδίο αποτίμησης. Στο Σχήμα 11.22 απεικονίζονται ο αρχικός και τελικός πληθυσμός, όπως προέκυψε μετά από 5000 δοκιμές, ενώ στο Σχήμα 11.23 απεικονίζεται ο τελικός πληθυσμός, ο οποίος περιλαμβάνει 54 βέλτιστα σημεία Pareto¹, καθώς και η θέση της λύσης που έχει προκύψει μέσω της ημιαυτόματης διαδικασίας.

Από τα διαγράμματα είναι φανερή η έντονη ανταγωνιστικότητα των δύο κριτηρίων, που εξηγεί τη δυσχέρεια του εγχειρήματος ταυτόχρονης αναπαραγωγής του υδρογραφήματος εξόδου της λεκάνης και των υδρογραφημάτων των κύριων καρστικών πηγών της, που είναι μάλιστα σχετιζόμενα (αφού οι παροχές των πηγών συμβάλλουν στο επιφανειακό δυναμικό της λεκάνης, απομειούμενες ωστόσο λόγω των θερινών απολήψεων και των απωλειών λόγω διήθησης και, εν συνεχεία, μεταφοράς τους προς τη θάλασσα). Παρατηρείται ότι, καθώς το σφάλμα τείνει προς την τιμή 0.10 (που σημαίνει ότι ο δείκτης Nash-Sutcliffe τείνει προς το 90%), το αθροιστικό σφάλμα των πηγών αυξάνει ραγδαία. Είναι ενδιαφέρον ότι η λύση που ενοπίστηκε από την ημιαυτόματη διαδικασία βαθμονόμησης κείται στο άκρο του μετώπου Pareto, χωρίς μάλιστα να είναι μη κατώτερη, υπάρχουν δηλαδή ορισμένες λύσεις που υπερτερούν, έστω για λίγο, και ως προς τα δύο κριτήρια. Βεβαίως, στην εν λόγω υβριδική διαδικασία δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στην αξιόπιστη αναπαραγωγή της διαίτας των πηγών, δεχόμενοι μια εύλογη μείωση της θεωρητικά βέλτιστης επίδοσης του μοντέλου όσον αφορά στην αναπαραγωγή του υδρογραφήματος εξόδου.

¹ Σε ένα τόσο απαιτητικό πρόβλημα θα απαιτούνταν αρκετά περισσότερες δοκιμές προκειμένου να συγκλίνει το σύνολο του πληθυσμού στο μέτωπο Pareto. Κάτι τέτοιο δεν κρίθηκε αναγκαίο, καθώς θεωρήθηκε επαρκές και ένα μικρότερο δείγμα για την εξαγωγή των συμπερασμάτων των αναλύσεων, προς όφελος της εξοικονόμησης υπολογιστικού φόρτου.



Σχήμα 11.22: Αρχικός και τελικός πληθυσμός προβλήματος 1Α στο πεδίο αποτίμησης.

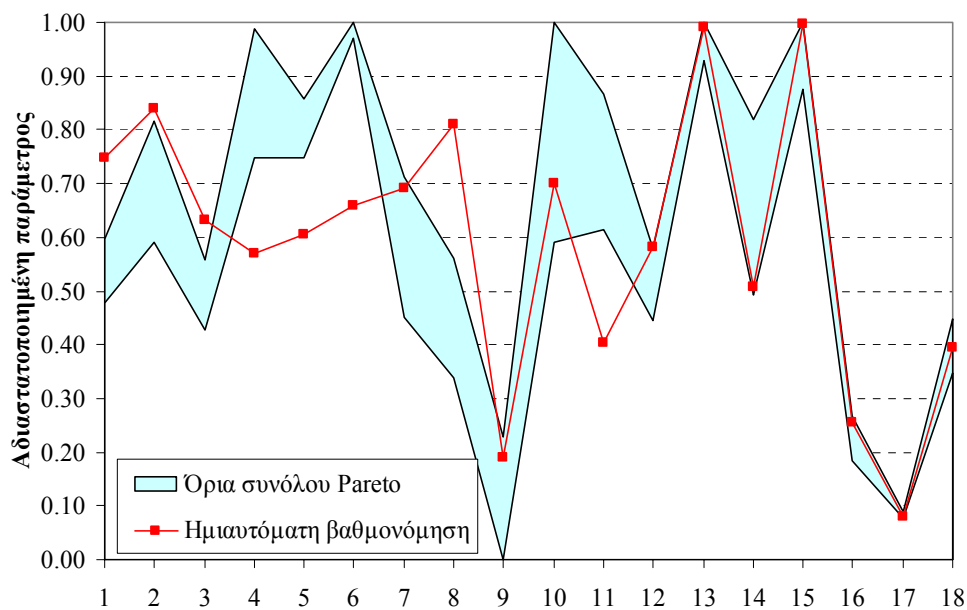


Σχήμα 11.23: Τελικός πληθυσμός προβλήματος 1Α και θέση βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης στο πεδίο αποτίμησης.

Στο Σχήμα 11.24 απεικονίζονται τα όρια του συνόλου Pareto, που υπολογίζονται εμπειρικά με βάση τις ακραίες τιμές των μεταβλητών ελέγχου των 54 μη κατωτέρων λύσεων στον τελικό πληθυσμό. Τα όρια αυτά, τα οποία δίνονται αδιαστατοποιημένα, με βάση τις ελάχιστες και μέγιστες τιμές του πεδίου αναζήτησης (Πίνακας 11.19), δίνουν μια εικόνα της αβεβαιότητας των παραμέτρων του μοντέλου. Για ορισμένες παραμέτρους, το εν λόγω εύρος είναι εξαιρετικά στενό (κάτι που υποδηλώνει μικρή αβεβαιότητα στις εκτιμήσεις), ενώ για άλλες είναι ιδιαίτερα μεγάλο σε σχέση με το εύρος του πεδίου αναζήτησης. Ειδικά όσον αφορά στις τιμές της παραμέτρου υδραυλικής αγωγιμότητας των κυττάρων που αναπαριστούν τη λειτουργία των πηγών, τα όρια είναι πολύ στενά για όλες τις περιπτώσεις εκτός των πηγών Μαυρονερίου (παράμετρος 14), για τις οποίες παρατηρείται έντονη μεταβλητότητα. Το

γεγονός αυτό δεν προκαλεί έκπληξη, λαμβάνοντας υπόψη τον κομβικό ρόλο των εν λόγω πηγών στη λειτουργία του υδροσυστήματος.

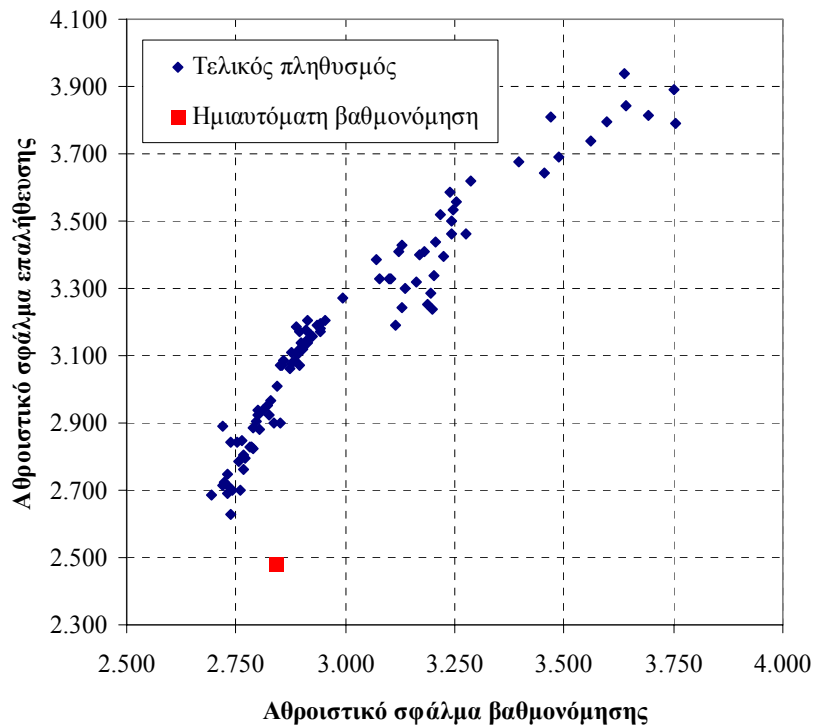
Στο ίδιο σχήμα απεικονίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης που, σε αρκετές περιπτώσεις, βρίσκονται εκτός των ορίων του συνόλου Pareto. Το τελευταίο ισχύει κατά μείζονα λόγο για τις χωρητικότητες των δεξαμενών εδαφικής υγρασίας, για τις οποίες η «ολικά» βέλτιστη λύση που έχει εντοπιστεί διαφοροποιείται σημαντικά σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του δείγματος μη κατωτέρων λύσεων, αλλά και για δύο από τους συντελεστές στείρευσης για την παραγωγή κατεΐσδυσης. Πρόκειται για τις παραμέτρους 8 και 11, που αντιστοιχούν στις μονάδες υδρολογικής απόκρισης 2 και 5, οι οποίες αντιπροσωπεύουν περιοχές της λεκάνης με υψηλή περατότητα, μικρής και μεγάλης κλίσης, αντίστοιχα. Με δεδομένο όμως ότι στη μία περίπτωση η κατεΐσδυση υπερεκτιμάται και στην άλλη υποεκτιμάται, δεν φαίνεται να υπάρχει ουσιώδης επίδραση στις εκτιμήσεις του συνολικού υδατικού ισοζυγίου της λεκάνης.



Σχήμα 11.24: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 1Α και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).

Μια από τις κρίσιμες απαιτήσεις της διαδικασίας υβριδικής βαθμονόμησης ήταν η εξασφάλιση ικανοποιητικής προγνωστικής ικανότητας του μοντέλου, όπως αυτή αποτυπώνεται από την επίδοσή του κατά την τετραετή περίοδο επαλήθευσης. Η διαδικασία αυτή αποδείχθηκε εξαιρετικά επίπονη, δεδομένου ότι ενώ υπήρχε πληθώρα επιλογών όσον αφορά σε πρόσφορους συμβιβασμούς των κριτηρίων κατά την περίοδο βαθμονόμησης, η οποία αποδεικνύεται και από το σημαντικό εύρος του συνόλου μη κατωτέρων λύσεων (όχι μόνο για τη συγκεκριμένη αλλά και για το σύνολο των διατυπώσεων του προβλήματος πολυκριτηριακής ανάλυσης), ήταν εξαιρετικά δύσκολος ο εντοπισμός συνδυασμών παραμέτρων με εύλογα ικανοποιητική επίδοση και κατά την περίοδο επαλήθευσης. Αυτό επιβεβαιώνεται emphatically στο διάγραμμα του Σχήματος 11.25, όπου απεικονίζεται το αθροιστικό σφάλμα όλων των χρονοσειρών παροχής, για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης. Στην πραγματικότητα, το διάγραμμα αυτό περιγράφει τους ανταγωνισμούς μεταξύ δύο ανεξάρτητων κριτηρίων και αποτελεί κρίσιμη πληροφορία για την αξιολόγηση της προγνωστικής ικανότητας του δείγματος των βέλτιστων Pareto λύσεων. Είναι σαφές ότι, με εξαίρεση δύο μόλις μέλη του πληθυσμού που βρίσκονται στο κάτω αριστερά άκρο του διαγράμματος, όλο το υπόλοιπο δείγμα απορρίπτεται καθώς κυριαρχείται (παρουσιάζει χειρότερη επίδοση) τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης όσο και

κατά την περίοδο επαλήθευσης. Αντίθετα, η λύση που ενοπίστηκε μέσω της εξονυχιστικής ημιαυτόματης βαθμονόμησης εμφανίζει το μικρότερο αθροιστικό σφάλμα κατά την περίοδο επαλήθευσης, διαμορφώνοντας ένα στοιχειώδες μέτωπο τριών σημείων μαζί με τις άλλες δύο προαναφερθείσες λύσεις, στο συγκεκριμένο πεδίο αποτίμησης.



Σχήμα 11.25: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 1A και θέση βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης.

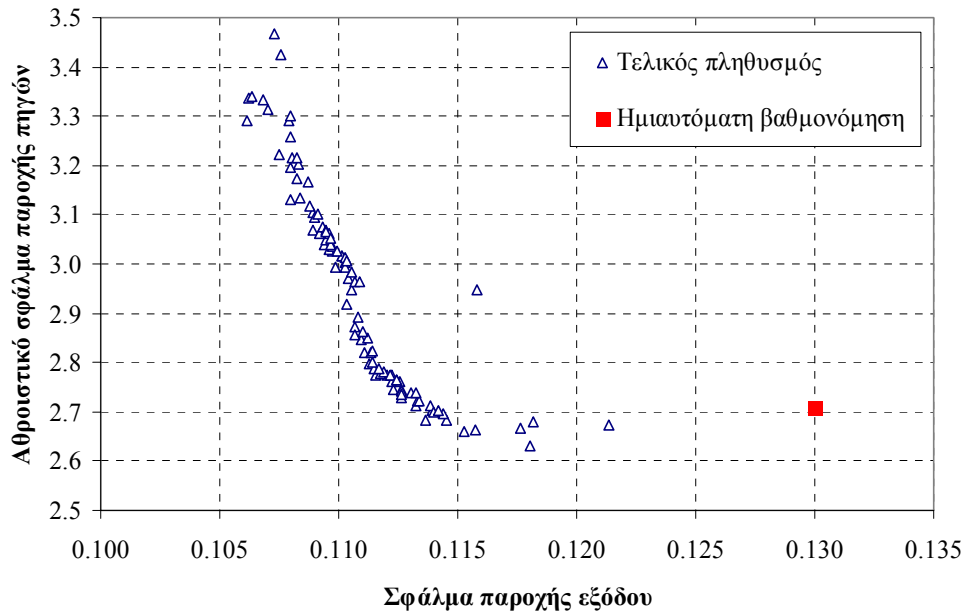
11.8.3 Πρόβλημα 1B: Βελτιστοποίηση δύο κριτηρίων με περιορισμούς

Στο πρόβλημα 1B θεωρήθηκαν ως συναρτήσεις προς ελαχιστοποίηση το σφάλμα αναπαραγωγής της μηνιαίας χρονοσειράς παροχής εξόδου της λεκάνης και το αθροιστικό σφάλμα αναπαραγωγής των χρονοσειρών παροχής των έξι πηγών, για τα οποία τέθηκαν ως εφικτά όρια οι τιμές 0.20 και 3.30, αντίστοιχα. Μετά από 5000 δοκιμές, εντοπίστηκαν μόλις 29 σημεία (στο σύνολο των 100 μελών του πληθυσμού) που είναι ταυτόχρονα εφικτά και βέλτιστα Pareto. Το πλήρες δείγμα απεικονίζεται στο Σχήμα 11.26. Με την εισαγωγή των περιορισμών εφικτότητας στο πεδίο αποτίμησης, ο χειρισμός των οποίων αποτελεί κομβική συνιστώσα του αλγοριθμικού σχήματος που αναπτύχθηκε, είναι φανερό ότι δυσχεραίνεται η υπολογιστική διαδικασία, καθώς απαιτούνται περισσότερες δοκιμές για τη σύγκλιση όλου του πληθυσμού προς εφικτές μη κατώτερες λύσεις.

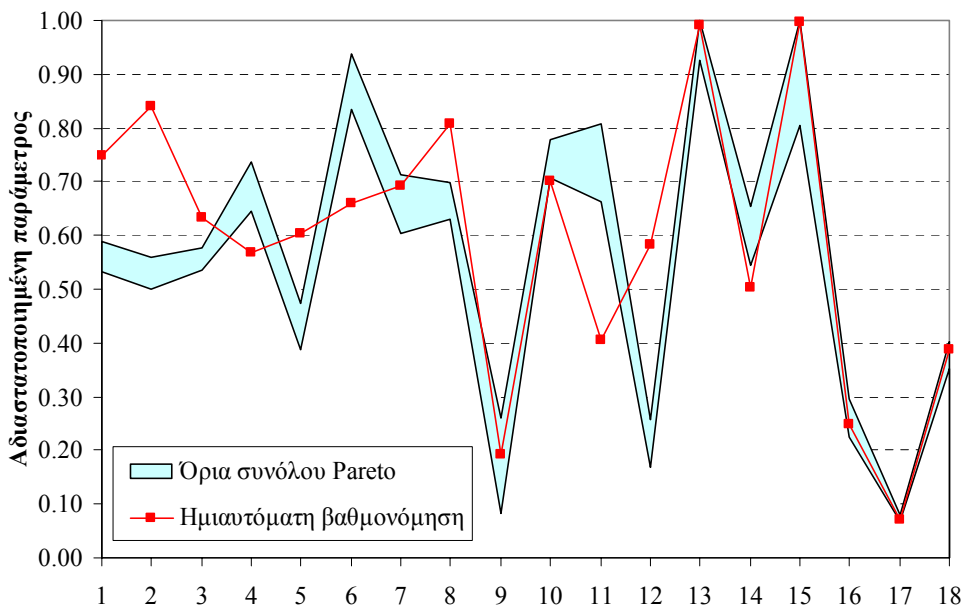
Στο Σχήμα 11.27 απεικονίζονται τα αδιαστατοποιημένα όρια διακύμανσης των μη κατωτέρων λύσεων στο πεδίο ορισμού τους. Τα εν λόγω όρια είναι πολύ στενότερα σε σχέση με τα αντίστοιχα του προβλήματος χωρίς περιορισμούς (Σχήμα 11.24), που σημαίνει ότι με την εισαγωγή των τελευταίων μελώνεται η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου. Η λύση που έχει ως τώρα εντοπιστεί εξακολουθεί να βρίσκεται, για ορισμένες τουλάχιστον παραμέτρους, εκτός των ορίων του συνόλου Pareto.

Στο διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 11.28 απεικονίζονται τα αθροιστικά μεγέθη του πληθυσμού για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης. Σε σύγκριση με το πρόβλημα 1A, η εικόνα είναι πολύ διαφορετική, καθώς η προσθήκη των περιορισμών εφικτότητας συμβάλλει στην παραγωγή πολύ

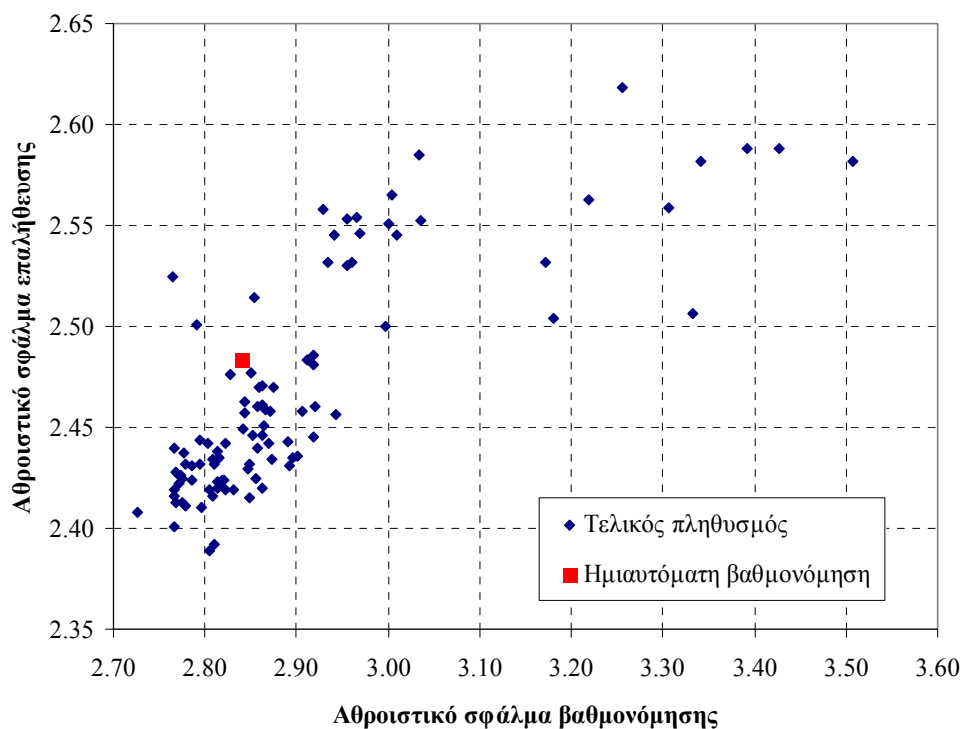
καλύτερων λύσεων. Πράγματι, σε σχέση με τη λύση που ενοπίστηκε από την υβριδική διαδικασία βελτιστοποίησης, μεγάλο ποσοστό του δείγματος εμφανίζει μικρότερο αθροιστικό σφάλμα, άρα και υψηλότερη προγνωστική ικανότητα, και για τις δύο περιόδους. Το γεγονός αυτό δημιουργεί υποψία σχετικά με την ύπαρξη καλύτερων λύσεων σε σχέση με αυτή που έχει εντοπιστεί ως τώρα, κάτι που αποτελεί ζητούμενο των επόμενων πολυκριτηριακών αναλύσεων.



Σχήμα 11.26: Τελικός πληθυσμός προβλήματος 1B και θέση βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης στο πεδίο αποτίμησης.



Σχήμα 11.27: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 1B και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).



Σχήμα 11.28: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 1B και θέση βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης.

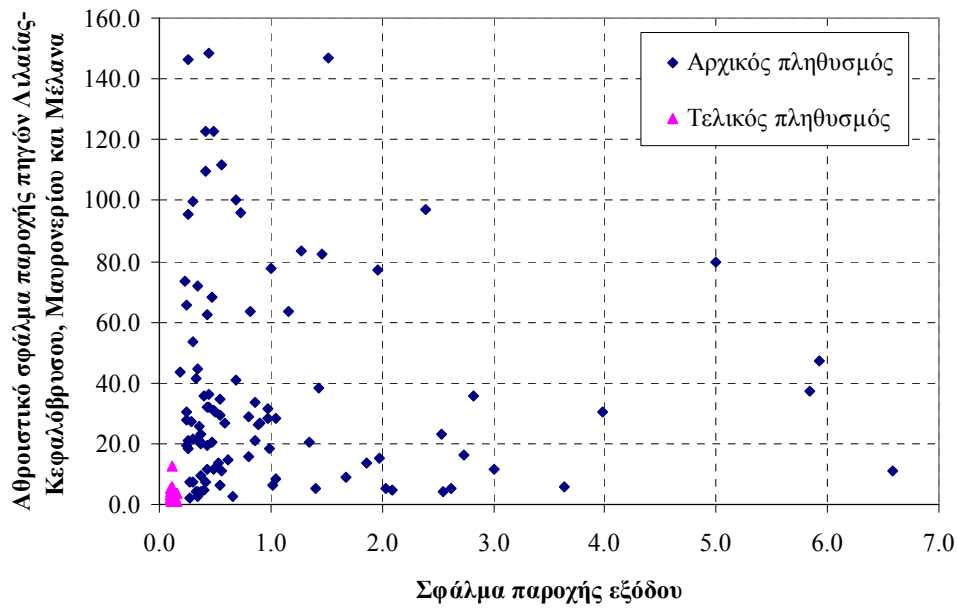
11.8.4 Πρόβλημα 2A: Βελτιστοποίηση τριών κριτηρίων χωρίς περιορισμούς

Στο πρόβλημα 2A διαχωρίστηκαν οι πηγές σε κύριες και δευτερεύουσες (ο διαχωρισμός έγινε με βάση το υδατικό δυναμικό τους), οπότε θεωρήθηκαν τρεις συναρτήσεις (κριτήρια) προς ελαχιστοποίηση, χωρίς περιορισμούς εφικτότητας:

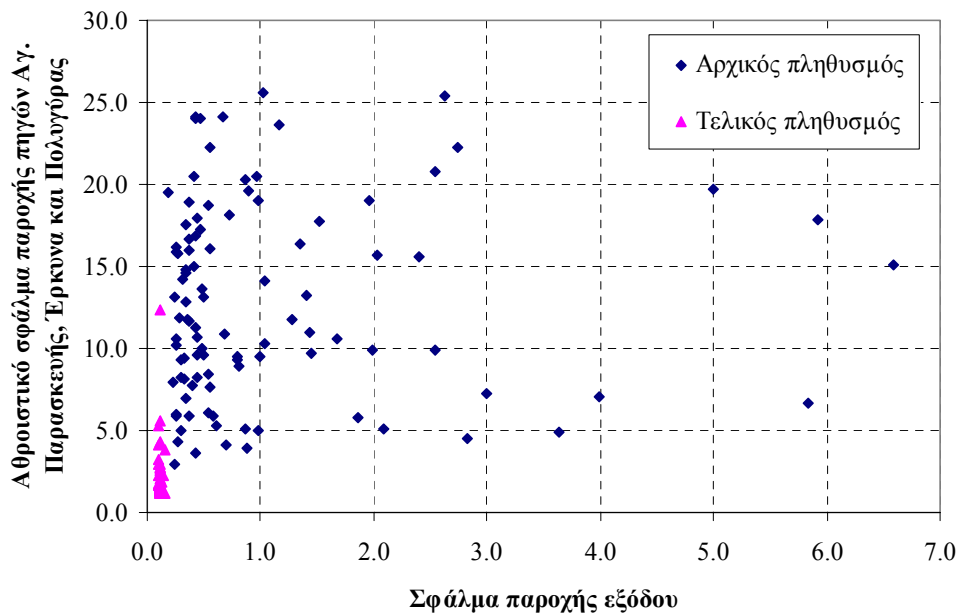
- το σφάλμα αναπαραγωγής της μηνιαίας χρονοσειράς παροχής εξόδου της λεκάνης·
- το αθροιστικό σφάλμα αναπαραγωγής των χρονοσειρών παροχής των πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου, Μαυρονερίου και Μέλανα (κύριες πηγές)·
- το αθροιστικό σφάλμα αναπαραγωγής των χρονοσειρών παροχής των πηγών Αγίας Παρασκευής, Έρκυνα και Πολυγύρας (δευτερεύουσες πηγές).

Με την εισαγωγή τριών κριτηρίων, οι ανταγωνισμοί τους και το μέτωπο Pareto δεν μπορούν πλέον να απεικονιστούν σε διδιάστατο γράφημα. Για το λόγο αυτό, απεικονίζουμε όλες τις δυνατές τομές τους, συνδυάζοντας τα κριτήρια ανά δύο. Έτσι, στα Σχήματα 11.29 ως 11.31 απεικονίζονται ο αρχικός και τελικός πληθυσμός, για τους συνδυασμούς κριτηρίων 1-2, 1-3 και 2-3, ενώ στα Σχήματα 11.32 ως 11.34 απεικονίζονται οι τομές του αντίστοιχου τελικού πληθυσμού και η θέση της λύσης που έχει προκύψει μέσω της ημιαυτόματης διαδικασίας. Επισημαίνεται ότι ο εν λόγω πληθυσμός αποτελείται αποκλειστικά από βέλιστα Pareto σημεία και διαμορφώθηκε μετά από 4653 δοκιμές¹.

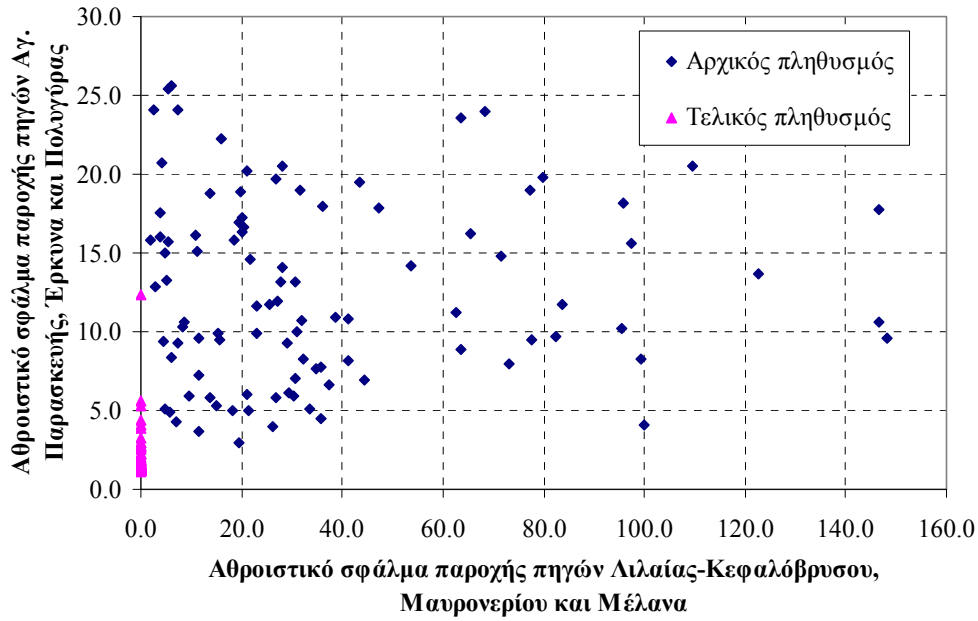
¹ Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, όπως και στο 2B, εισάγαμε ως κριτήριο σύγκλισης του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου την παραγωγή ενός πλήρους πληθυσμού εφικτών και μη κατωτέρων λύσεων, με ανώτατο όριο τις 5000 δοκιμές. Και στις δύο περιπτώσεις, ο αλγόριθμος εντόπισε έναν τέτοιο πληθυσμό, προτού εξαντλήσει το επιτρεπόμενο όριο δοκιμών. Θεωρούμε σχεδόν βέβαιο ότι ο εν λόγω πληθυσμός δεν ανήκει στο ολικό μέτωπο Pareto, αλλά σε ένα τοπικό, όχι ωστόσο πολύ μακριά από το πραγματικό.



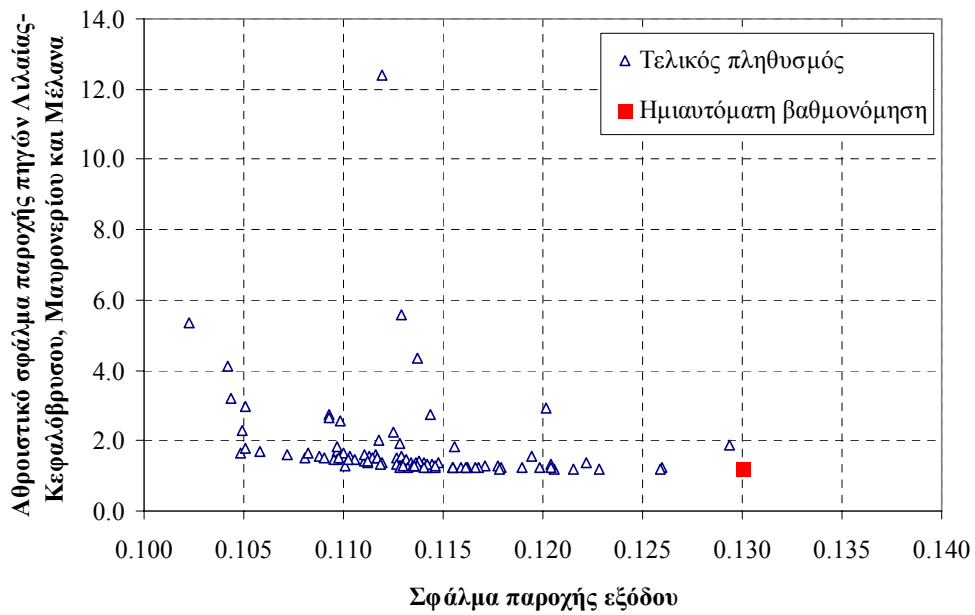
Σχήμα 11.29: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



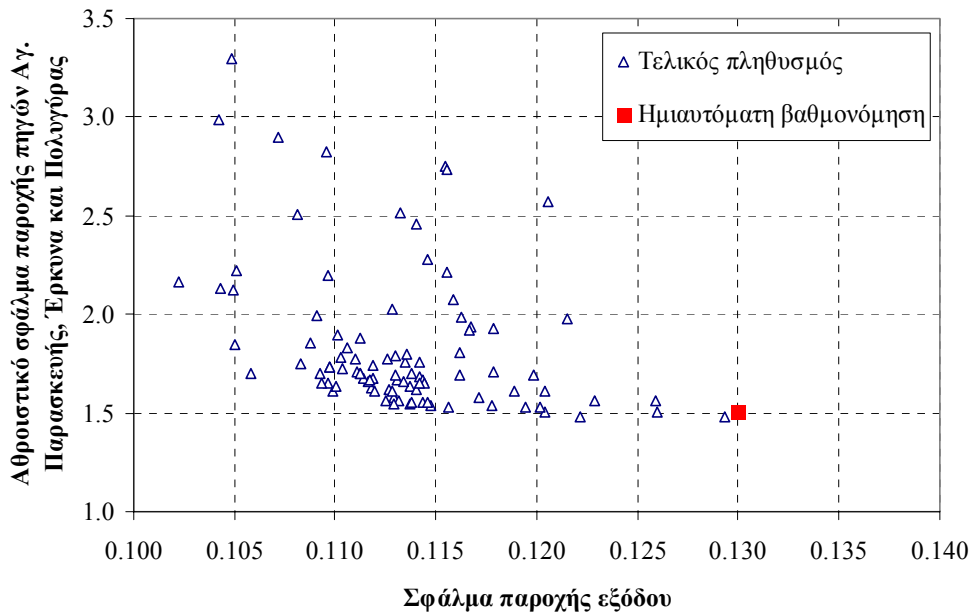
Σχήμα 11.30: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



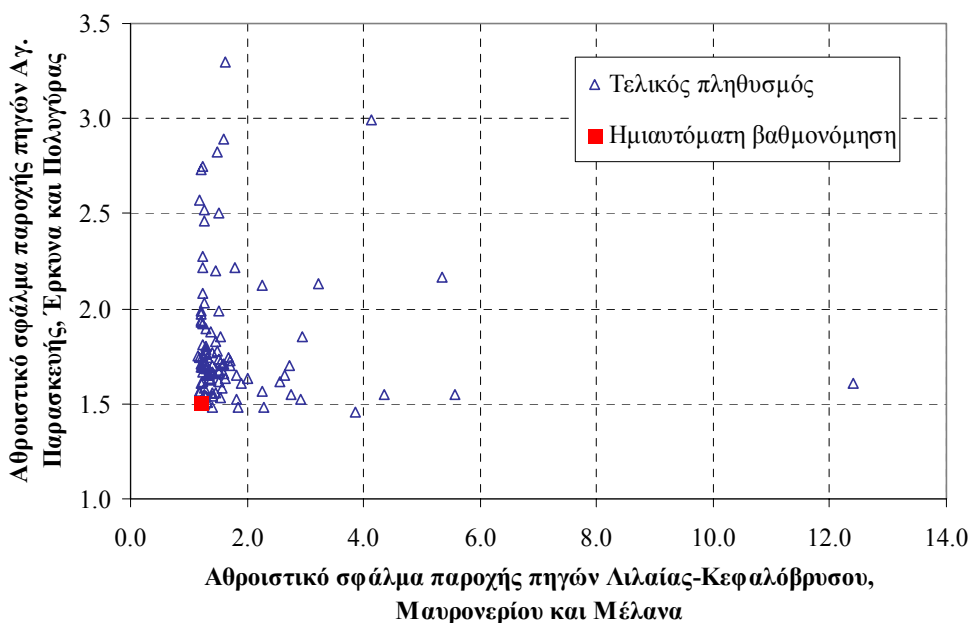
Σχήμα 11.31: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



Σχήμα 11.32: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A και θέση βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



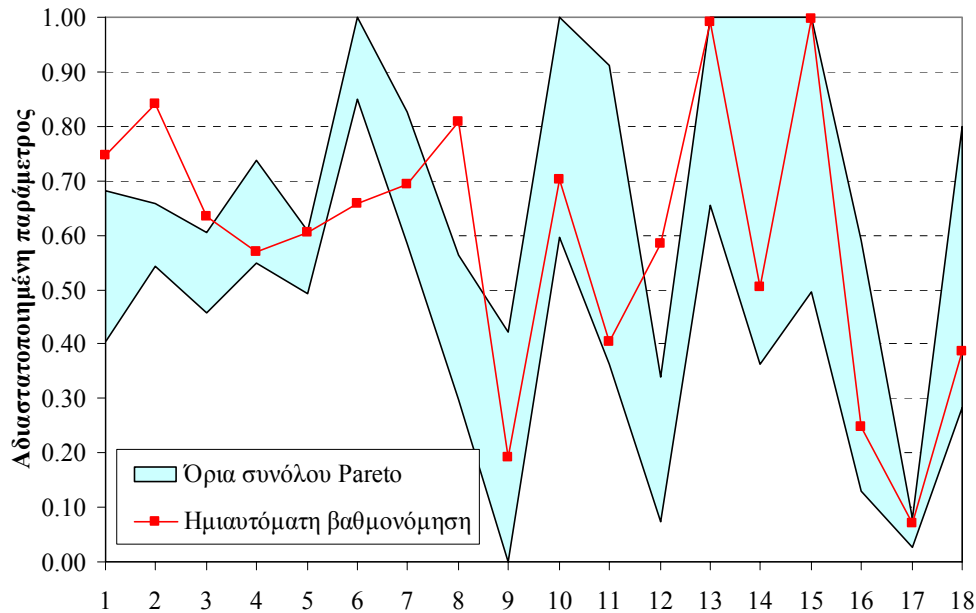
Σχήμα 11.33: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A και θέση βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



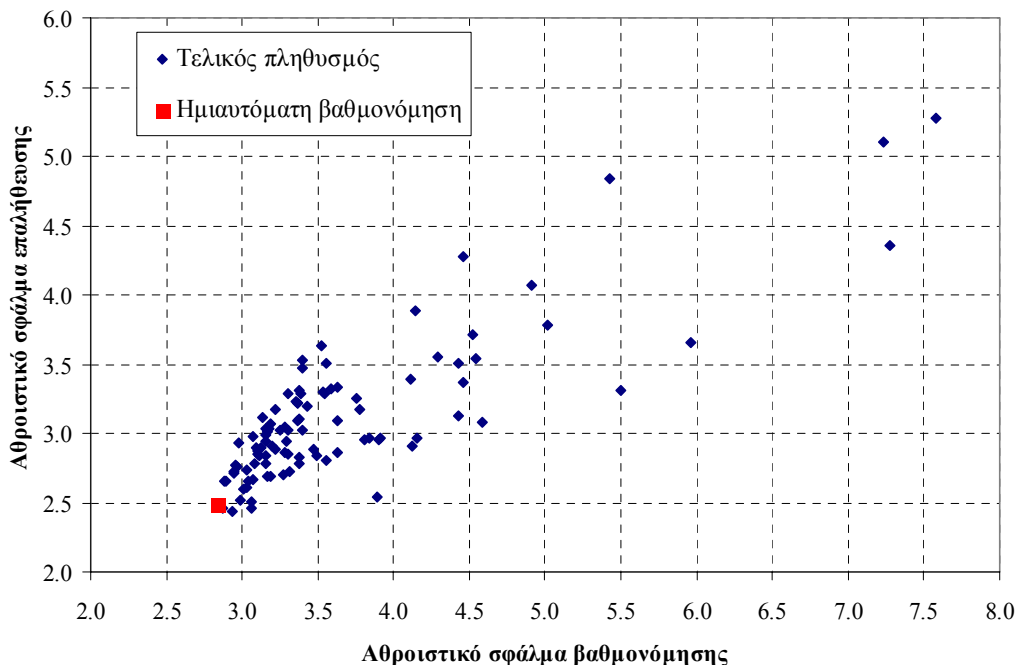
Σχήμα 11.34: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2A και θέση βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 2 και 3.

Από τα διαγράμματα παρατηρείται η έντονη ανταγωνιστικότητα που υπάρχει κυρίως μεταξύ των κριτηρίων 2 και 3, που δημιουργούν ένα εξαιρετικά γωνιώδες μέτωπο Pareto (Σχήμα 11.34). Αυτό αποτέλεσε έναν από τους μεγαλύτερους παράγοντες δυσκολίας κατά τη διαδικασία υβριδικής βαθμονόμησης, καθώς κάθε απόπειρα μικρής, έστω, βελτίωσης της προσαρμογής στις δίαιτες των κύριων πηγών οδηγούσε σε δραματική υποβάθμιση της επίδοσης των υπολοίπων, και αντίστροφα. Ομοίως, φαινόταν να επιτυγχάνεται οριακή (της τάξης του 1-3%) βελτίωση της επίδοσης του μοντέλου ως προς την αναπαραγωγή της συνολικής απορροής της λεκάνης, με απαράδεκτα μεγάλη διαταραχή της προσομοιωμένης δίαιτας των εν λόγω πηγών, κάτι που επιβεβαιώνεται στο διάγραμμα

του Σχήματος 11.33. Αντίθετα, η σχέση του σφάλματος αναπαραγωγής της υδρογραφήματος εξόδου και των υδρογραφημάτων των κύριων πηγών (κριτήρια 1 και 2), όπως αποτυπώνεται στο Σχήμα 11.32, είναι σαφώς πιο ομαλή, κάτι που κρίνεται αναμενόμενο, αν λάβει κανείς υπόψη τη σημαντική συνεισφορά των συγκεκριμένων πηγών στο υδατικό δυναμικό της λεκάνης.



Σχήμα 11.35: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 2Α και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).



Σχήμα 11.36: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 2Α και θέση βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης.

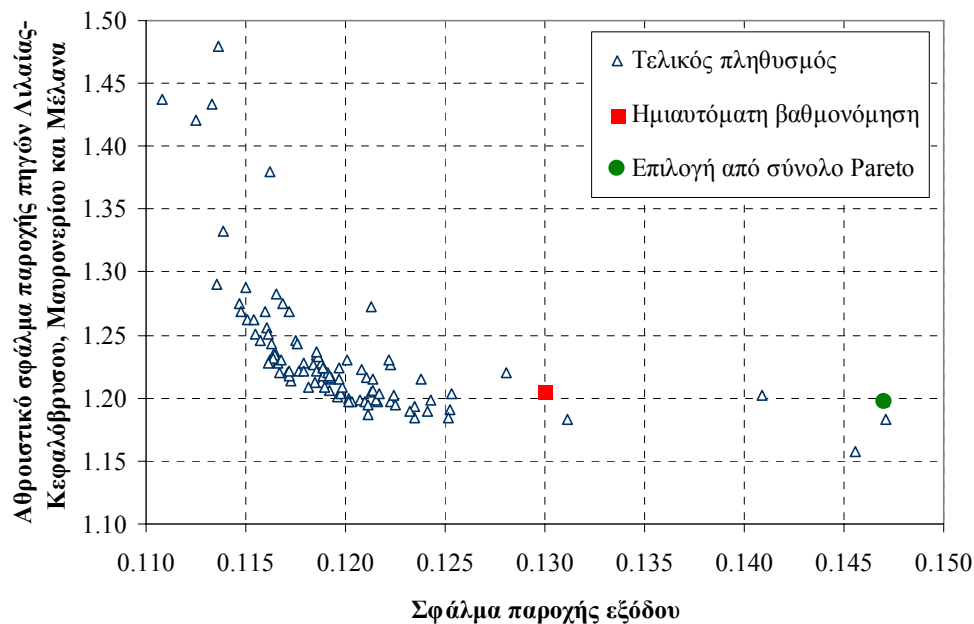
Με τον διαχωρισμό των κριτηρίων σφάλματος των πηγών, αυξάνει σημαντικά το εύρος αβεβαιότητας των σχετικών παραμέτρων υδραυλικής αγωγιμότητας αλλά και των συντελεστών στείρευσης για την

παραγωγή κατείδυσης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.35. Ωστόσο, 6 από τις 18 τιμές της βέλτιστης λύσης που προέκυψε από την ημιαυτόματη βαθμονόμηση εξακολουθούν να βρίσκονται εκτός των ορίων του συνόλου Pareto. Τέλος, όσον αφορά στη σύγκριση της επίδοσης του ολικού σφάλματος (που προκύπτει ως άθροισμα των τριών κριτηρίων) ως προς την έως τώρα βέλτιστη λύση, προκύπτει ότι η τελευταία υπερτερεί έναντι όλου του πληθυσμού κατά την περίοδο βαθμονόμησης και έναντι του μεγαλύτερου ποσοστού του, κατά την περίοδο επαλήθευσης (Σχήμα 11.36).

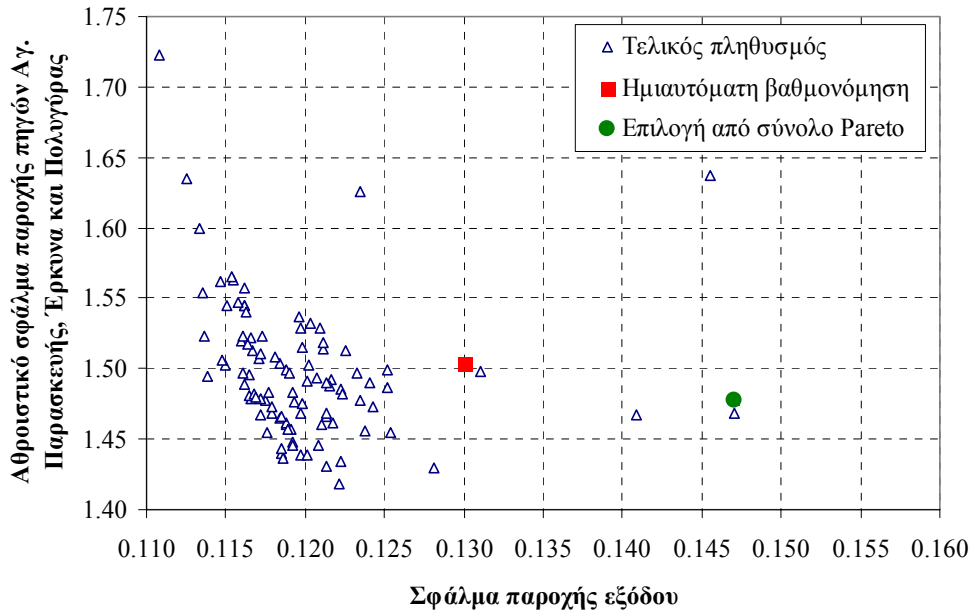
11.8.5 Πρόβλημα 2B: Βελτιστοποίηση τριών κριτηρίων με περιορισμούς

Στο πρόβλημα 2B θεωρήθηκαν τα τρία κριτήρια του προηγούμενου προβλήματος, για τα οποία τέθηκαν ως εφικτά όρια οι τιμές 0.20, 1.50 και 1.80, αντίστοιχα. Με την εισαγωγή των παραπάνω περιορισμών εξασφαλίζεται, σε μεγάλο βαθμό, ότι όλες οι λύσεις που είναι βέλτιστες Pareto είναι και «υδρολογικά» αποδεκτές, καθώς περιγράφουν πρόσφορους συμβιβασμούς των τριών κριτηρίων προσαρμογής του μοντέλου. Οι εν λόγω συμβιβασμοί απεικονίζονται στα γραφήματα των Σχημάτων 11.37 έως 11.39, που αντιστοιχούν στον πρώτο πλήρη πληθυσμό εφικτών μη κατωτέρων λύσεων, το οποίο εντόπισε ο πολυκριτηριακός αλγόριθμος μετά από 3476 δοκιμές.

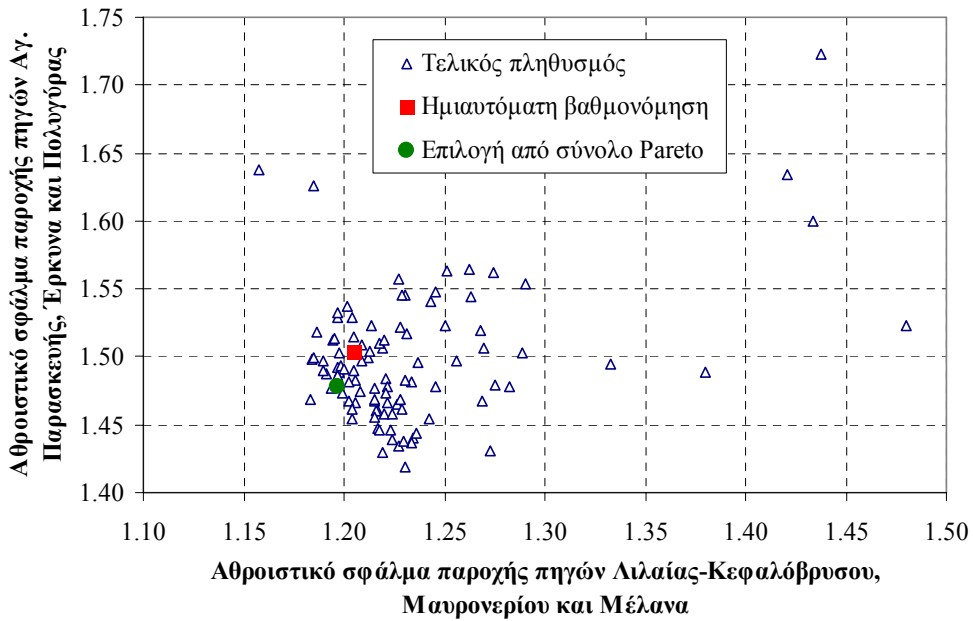
Το αντίστοιχο εύρος των λύσεων Pareto στο πεδίο των παραμέτρων απεικονίζεται στο Σχήμα 11.40. Το εύρος αυτό είναι σαφώς πιο στενό σε σχέση με το πρόβλημα χωρίς περιορισμούς (Σχήμα 11.35), που ενισχύει την άποψη ότι η εισαγωγή των τελευταίων συμβάλλει στην άμβλυση της αβεβαιότητας κατά τη βαθμονόμηση. Πάντως, όσον αφορά στις παραμέτρους υδραυλικής αγωγιμότητας των πηγών, η εμφανώς μεγαλύτερη αβεβαιότητα παρατηρείται για τις πηγές Μαυρονερίου, κάτι που είχε ήδη επισημανθεί στις αναλύσεις του εδαφίου 11.8.3.



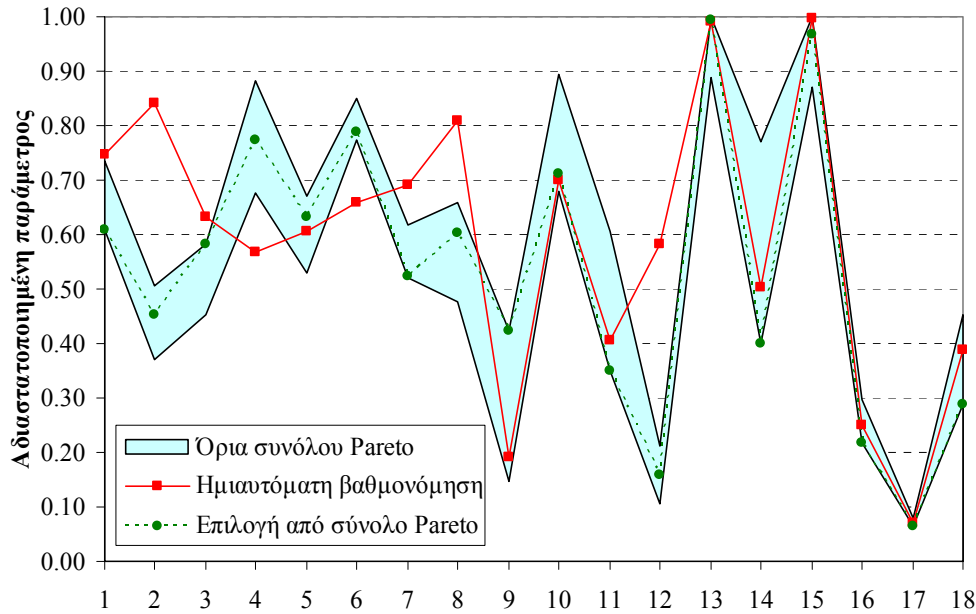
Σχήμα 11.37: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης Pareto και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



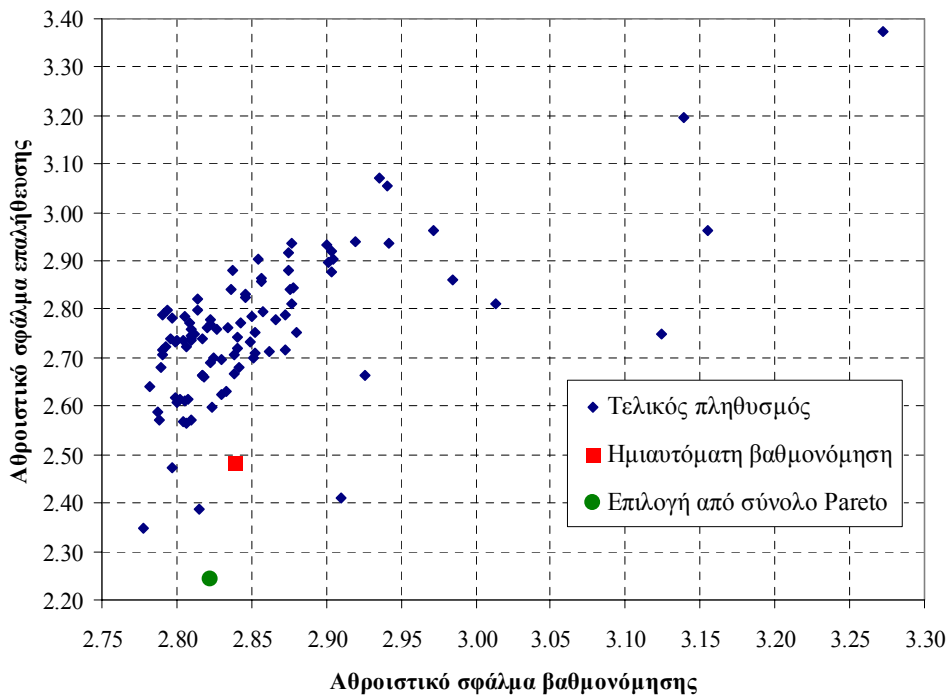
Σχήμα 11.38: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2B, και θέσεις συμβιβαστικής λύσης Pareto και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



Σχήμα 11.39: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 2B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης Pareto και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 2 και 3.



Σχήμα 11.40: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 2B, τιμές παραμέτρων συμβιβαστικής λύσης και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).



Σχήμα 11.41: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 2B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης Pareto και βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης.

Συγκρίνοντας τα αθροιστικά αποτελέσματα σε σχέση με την έως τώρα βέλτιστη λύση, προκύπτει ότι ένα τμήμα του πληθυσμού επιτυγχάνει βελτιωμένη επίδοση τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης του μοντέλου (Σχήμα 11.41). Συνεπώς, υπάρχουν λύσεις που υπερτερούν έναντι της θεωρούμενης έως βέλτιστης, με την υπεροχή αυτή να είναι πιο έντονη στην επαλήθευση. Μία από τις λύσεις του δείγματος, και συγκεκριμένα αυτή που εξασφαλίζει το ελάχιστο

αθροιστικό σφάλμα κατά την επαλήθευση, επισημαίνεται στα διάφορα διαγράμματα (αλλά και σε αυτά των επόμενων εδαφίων 11.8.6 και 11.8.7), και εξετάζεται στους ελέγχους της ενότητας 11.9, όπου οριστικοποιείται η καλύτερα συμβιβαστική βαθμονόμηση του μοντέλου. Όπως διακρίνεται στα Σχήματα 11.37 και 11.38, λύση αυτή βρίσκεται στο άκρο του μετώπου Pareto, καθώς παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή σφάλματος όσον αφορά στο κριτήριο αναπαραγωγής του υδρογραφήματος εξόδου.

Στον Πίνακα 11.20, συγκρίνονται οι δύο λύσεις ως προς τους δείκτες αποτελεσματικότητας, ενώ οι αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων, αδιαστατοποιημένες, φαίνονται στο διάγραμμα του Σχήματος 11.40. Την περίοδο βαθμονόμησης, η λύση που επιλέγεται από το σύνολο Pareto παρουσιάζει καλύτερη επίδοση σε σχέση με την ως τώρα βέλτιστη ως προς την αναπαραγωγή των παροχών στο Μαυρονέρι (75.5% έναντι 69.3%) και λίγο χαμηλότερη ως προς τις παροχές εξόδου (85.3% έναντι 87.0%) και κατάντη των πηγών Μέλανα (24.0% έναντι 26.5%). Οι διαφορές στις άλλες θέσεις ελέγχου είναι αμελητέες. Την περίοδο επαλήθευσης, η πολυκριτηριακή λύση υπερτερεί σε όλες πλην μίας θέσεις ελέγχου, βελτιώνοντας αρκετά την προσαρμογή του μοντέλου στην έξοδο της λεκάνης (79.9% έναντι 75.6%), και ακόμα περισσότερο στις πηγές Μαυρονερίου (73.4% έναντι 60.1%) και τις πηγές Μέλανα (19.5% έναντι 9.5%). Ο λόγος που η συγκεκριμένη λύση δεν κατέστη δυνατό να εντοπιστεί από την εξονυχιστική διαδικασία υβριδικής αναζήτησης οφείλεται στον τρόπο στάθμισης των κριτηρίων στη βαθμωτή στοχική συνάρτηση. Εισάγοντας μεγάλο συντελεστή βάρους για την αναπαραγωγή του υδρογραφήματος εξόδου, ο αλγόριθμος ολικής βελτιστοποίησης «αναγκάστηκε» να κατευθυνθεί σε αρκετά διαφορετικές περιοχές του πεδίου αναζήτησης σε σχέση με αυτές που υποδεικνύουν οι πολυκριτηριακές αναλύσεις. Το γεγονός αυτό καταδεικνύει την τεράστια αξία της εν λόγω προσέγγισης, στην οποία ο ρητός χειρισμός των διαφόρων κριτηρίων αίρει τέτοιου είδους μεροληψίες. Επιπλέον, η χρήση ενός παράλληλου πληθυσμού σημείων που αναζητούν διαφορετικές πρόσφορες λύσεις του προβλήματος εγγυάται μια πολύ πιο ευρεία διερεύνησή του, και μάλιστα με συγκριτικά ελάχιστο υπολογιστικό φόρτο.

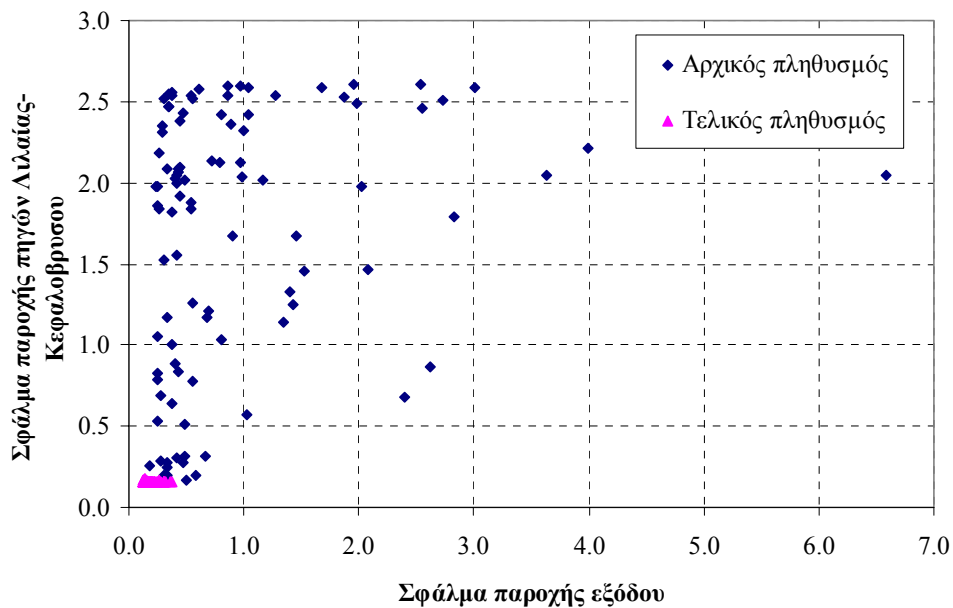
Πίνακας 11.20: Σύγκριση κριτηρίου αποτελεσματικότητας των χρονοσειρών μηνιαίας παροχής για τις λύσεις που προέκυψαν μέσω υβριδικής βαθμονόμησης και από τις αναλύσεις του προβλήματος 2B.

Υδρογράφημα	Ημιαυτόματη βαθμονόμηση		Πολυκριτηριακή ανάλυση	
	Βαθμονόμηση	Επαλήθευση	Βαθμονόμηση	Επαλήθευση
Έξοδος λεκάνης	0.870	0.756	0.853	0.799
Πηγές άνω ρου	0.806	0.607	0.808	0.559
Πηγές Μαυρονερίου	0.693	0.601	0.755	0.734
Πηγές Αγ. Παρασκευής	0.724	-	0.712	-
Πηγές Έρκυνα	0.431	0.458	0.429	0.471
Πηγές Μέλανα	0.265	0.095	0.240	0.195
Πηγές Πολυγύρας	0.372	-	0.381	-

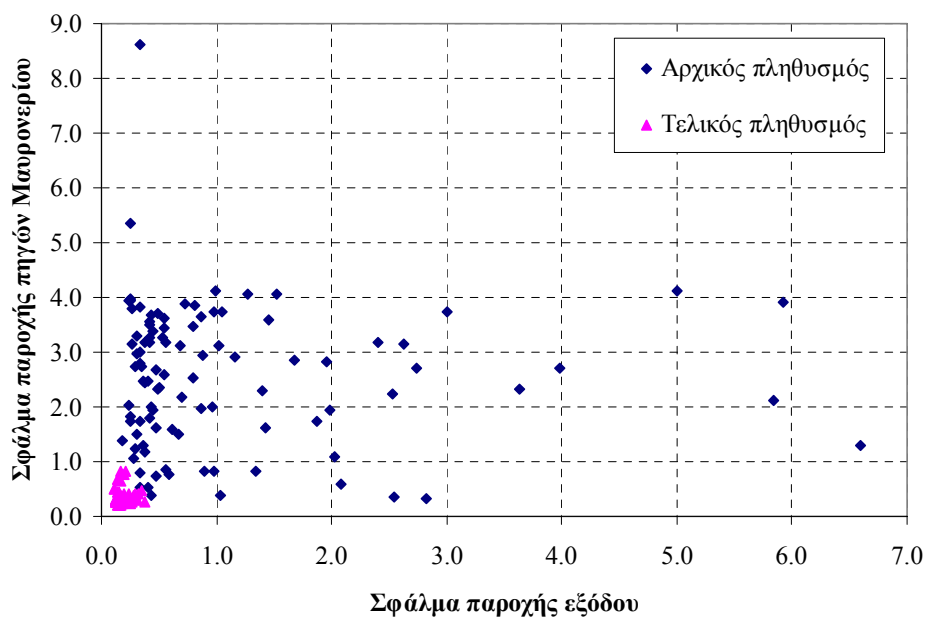
11.8.6 Πρόβλημα 3Α: Βελτιστοποίηση επτά κριτηρίων χωρίς περιορισμούς

Στην τρίτη ομάδα προβλημάτων όλα τα κριτήρια εξετάζονται ξεχωριστά, διαμορφώνοντας έτσι μια επταδιάστατη διανυσματική στοχική συνάρτηση. Σε προβλήματα με τόσο μεγάλο αριθμό κριτηρίων (τα οποία σπάνια απαντώνται σε πραγματικές εφαρμογές), είναι πολύ εύκολη η εύρεση μη κατωτέρων λύσεων (ακόμα και μη τυχαία γέννηση σημείων), που διαμορφώνουν τοπικά μέτωπα Pareto, μακριά από το θεωρητικό. Πράγματι, στις συγκεκριμένες αναλύσεις ο αλγόριθμος αναζήτησης εντόπιζε πλήρεις πληθυσμούς τοπικών βέλτιστων Pareto λύσεων μετά από μερικές δεκάδες δοκιμές. Έτσι, για τα προβλήματα 3Α και 3Β θεωρήσαμε ως αποκλειστικό κριτήριο τερματισμού την εξάντληση του απαιτούμενου αριθμού δοκιμών, ήτοι 5000.

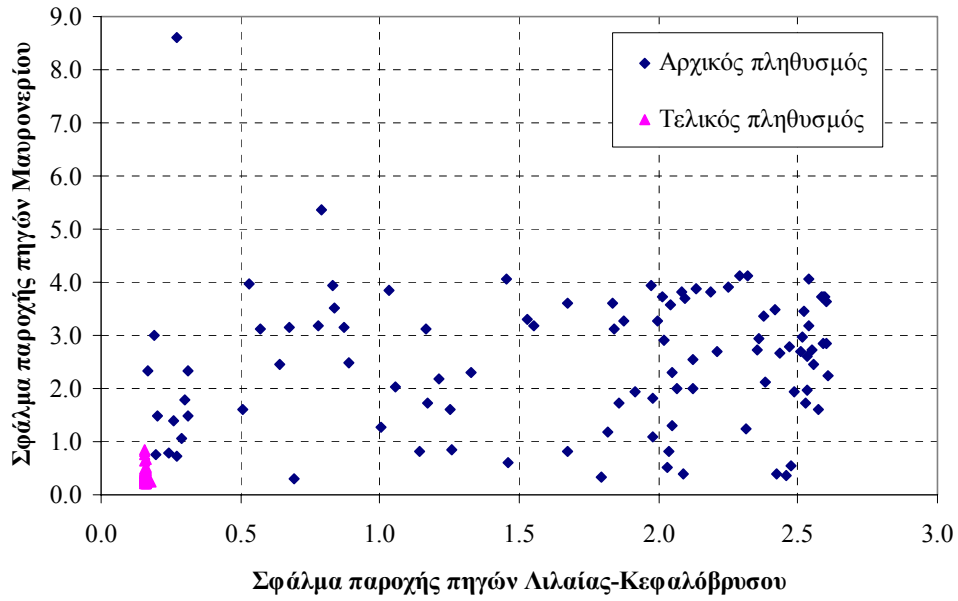
Ο ρητός διαχωρισμός όλων πλέον των βασικών μέτρων προσαρμογής του προβλήματος, δηλαδή των σφαλμάτων αναπαραγωγής των επτά υδρογραφημάτων ελέγχου, παρέχει πλήρη εποπτεία των μεταξύ τους ανταγωνισμών και βοηθά στην εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων σχετικά με την ύπαρξη αβεβαιοτήτων στα δεδομένα ελέγχου (χρονοσειρές παροχής) ή/και στη μοντελοποίηση των σχετικών διεργασιών. Στα Σχήματα 11.42 ως 11.47 απεικονίζονται ο αρχικός και τελικός πληθυσμός για τους πιο χαρακτηριστικούς συνδυασμούς κριτηρίων, ενώ στα Σχήματα 11.48 ως 11.53 απεικονίζονται οι τομές του αντίστοιχου τελικού πληθυσμού, καθώς και οι θέσεις των λύσεων που προέκυψαν από την υβριδική διαδικασία βαθμονόμησης και τις αναλύσεις του προβλήματος 2B.



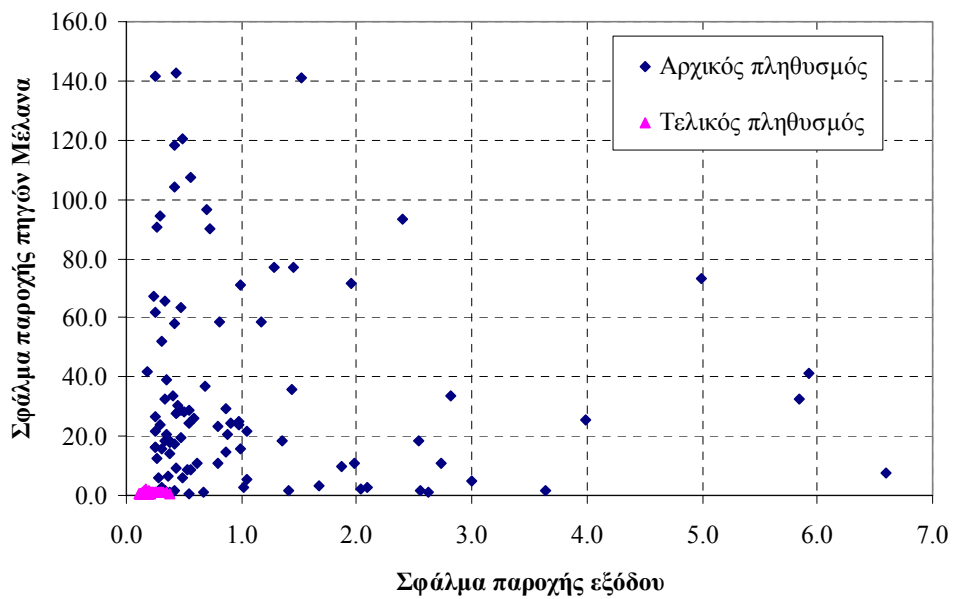
Σχήμα 11.42: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



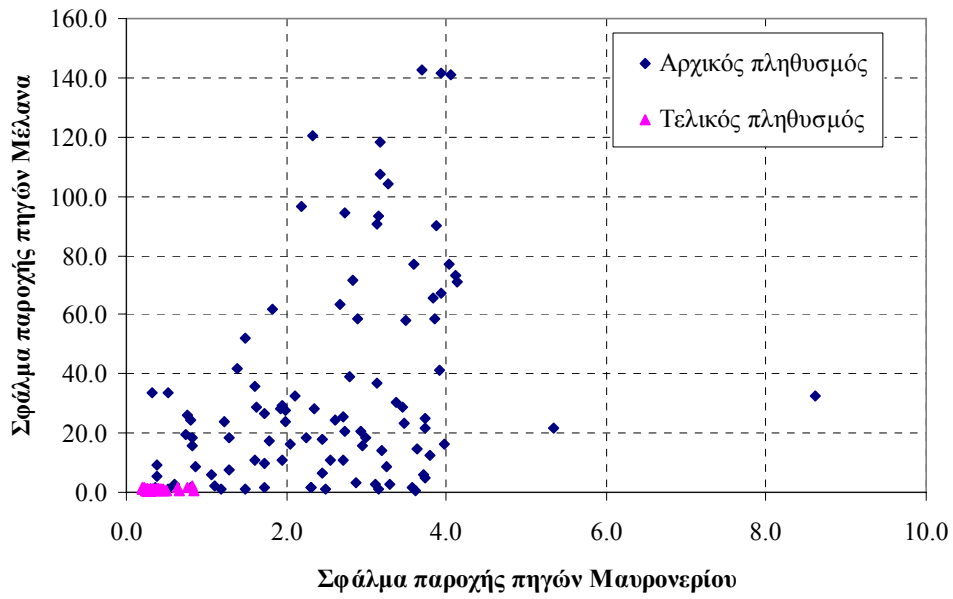
Σχήμα 11.43: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



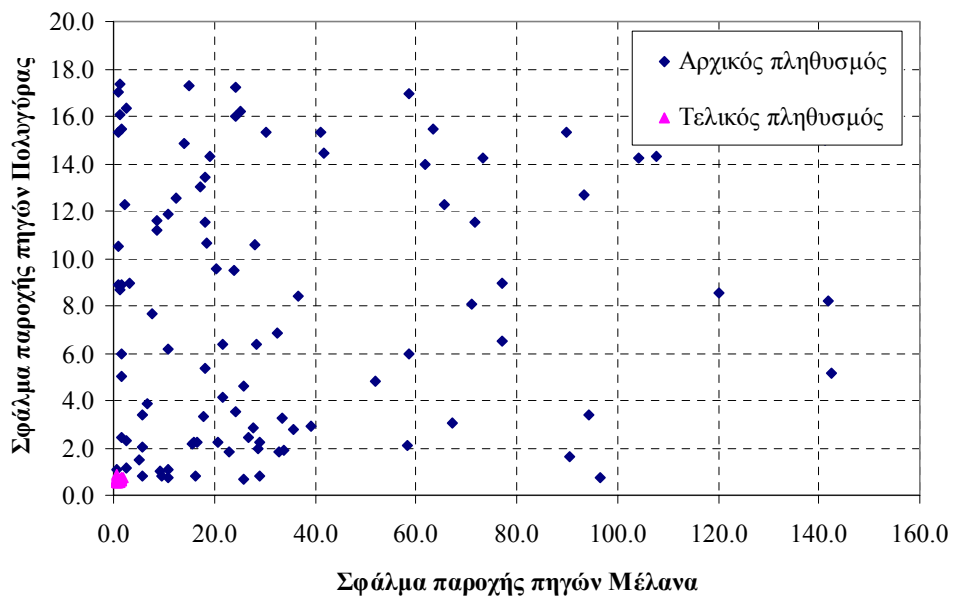
Σχήμα 11.44: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3Α στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 2 και 3.



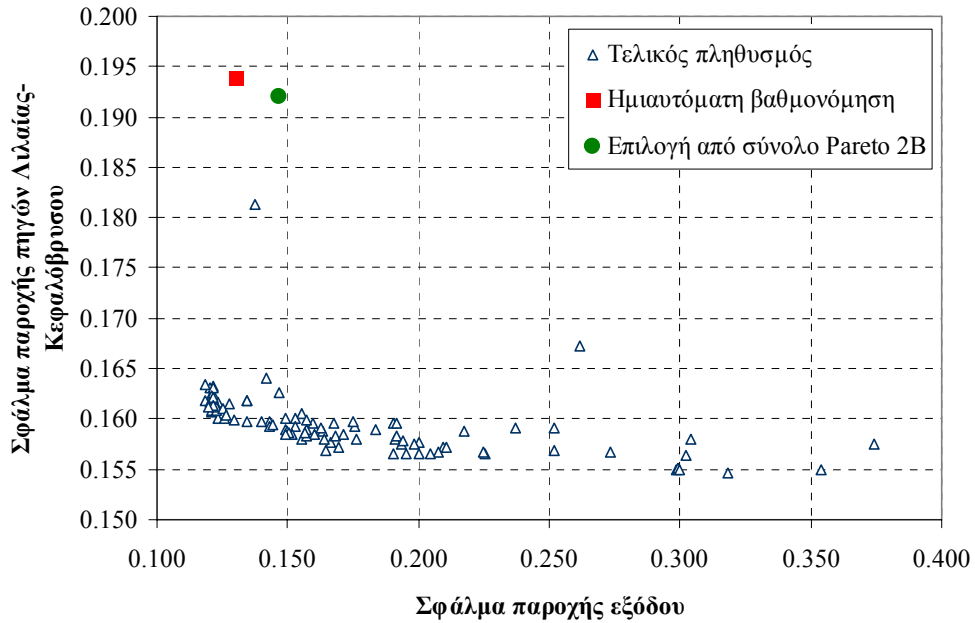
Σχήμα 11.45: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3Α στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 6.



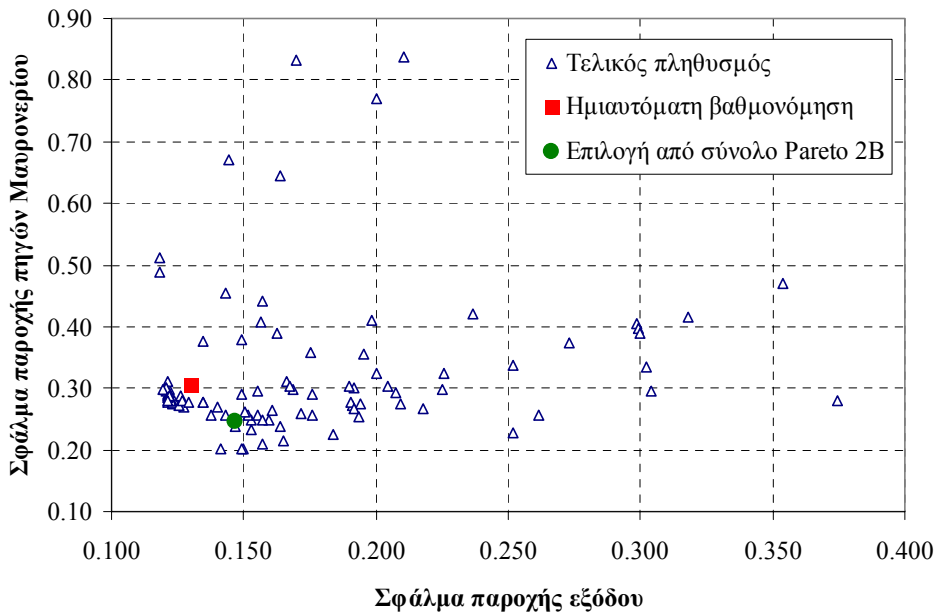
Σχήμα 11.46: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3Α στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 3 και 6.



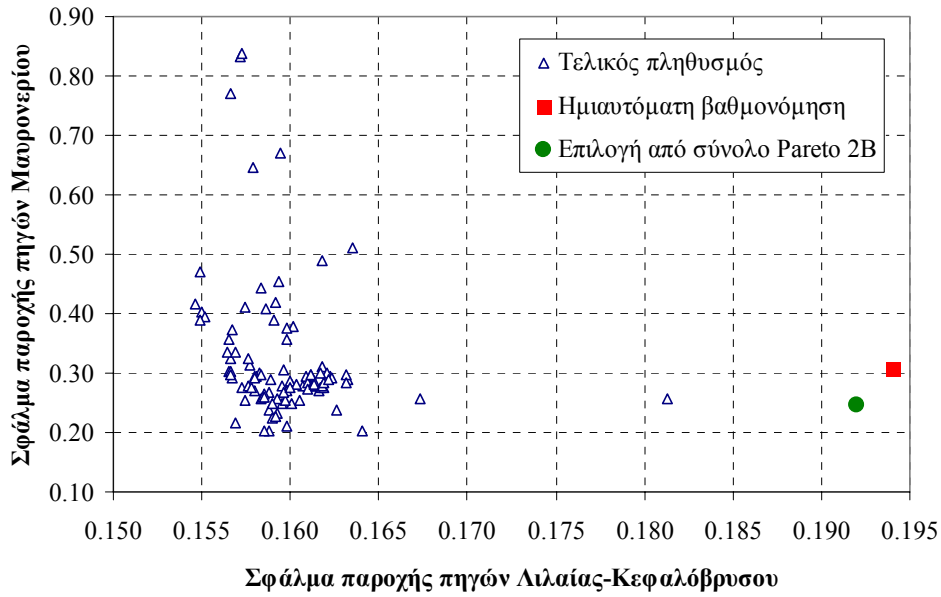
Σχήμα 11.47: Τομή αρχικού και τελικού πληθυσμού προβλήματος 3Α στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 6 και 7.



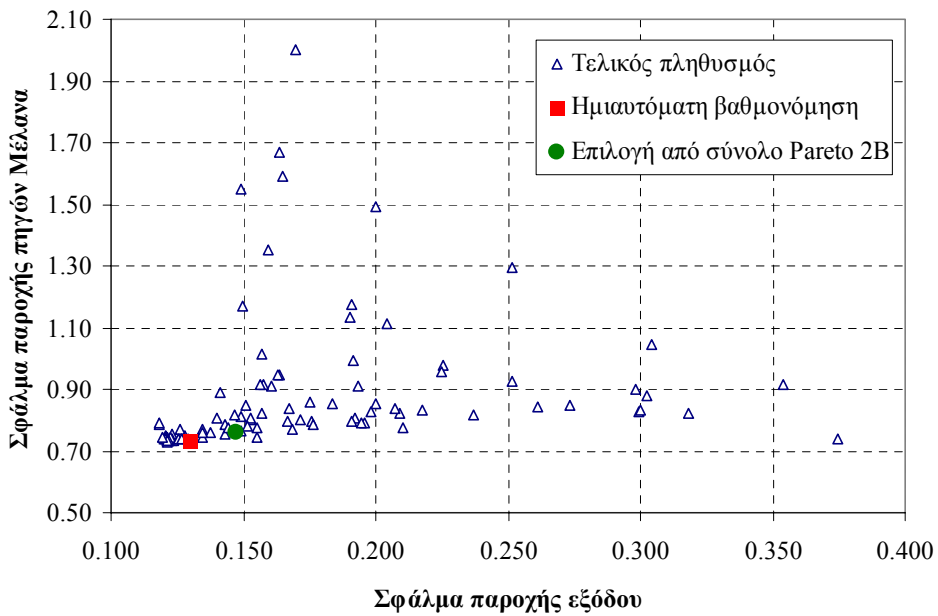
Σχήμα 11.48: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



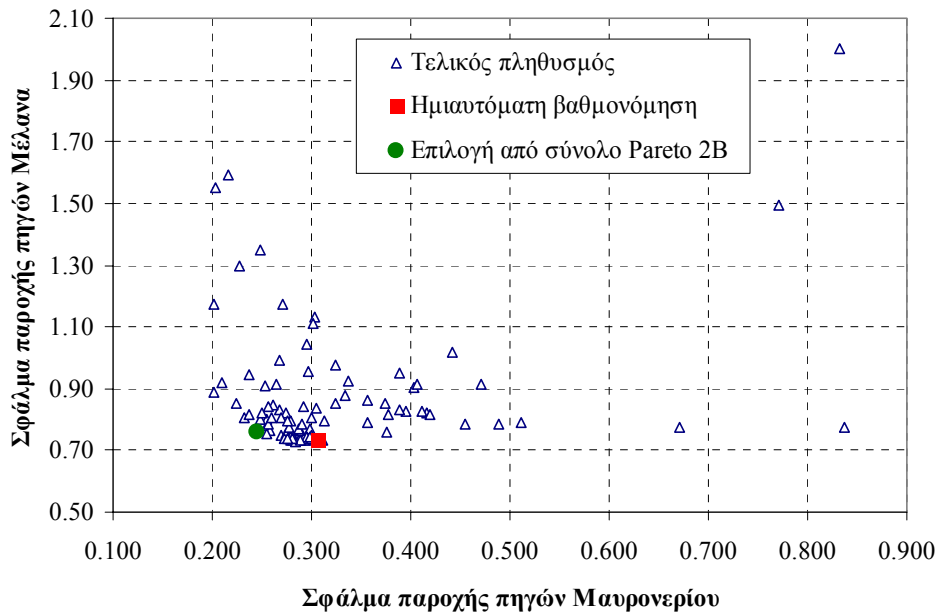
Σχήμα 11.49: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



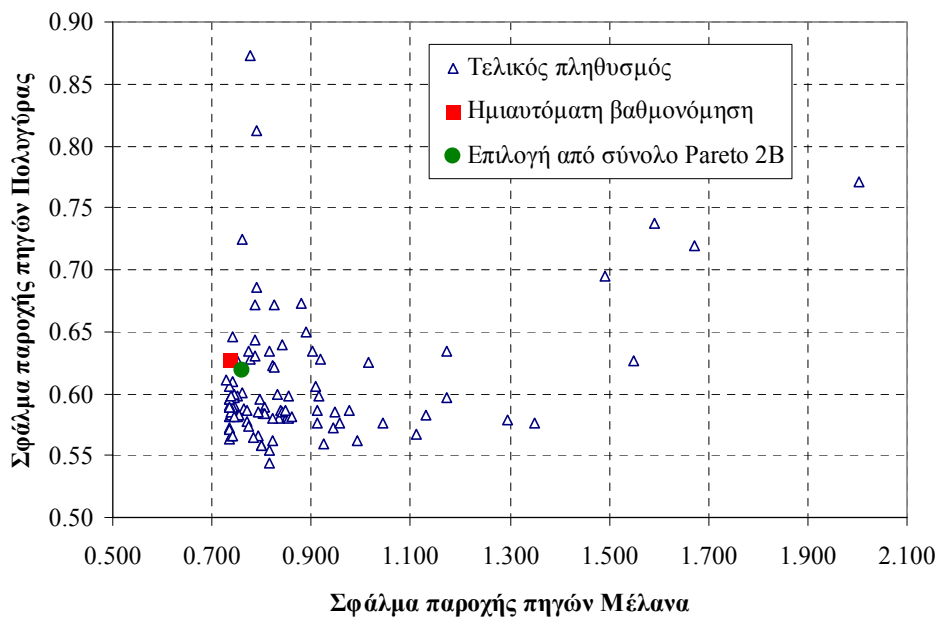
Σχήμα 11.50: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 2 και 3.



Σχήμα 11.51: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 6.



Σχήμα 11.52: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 3 και 6.



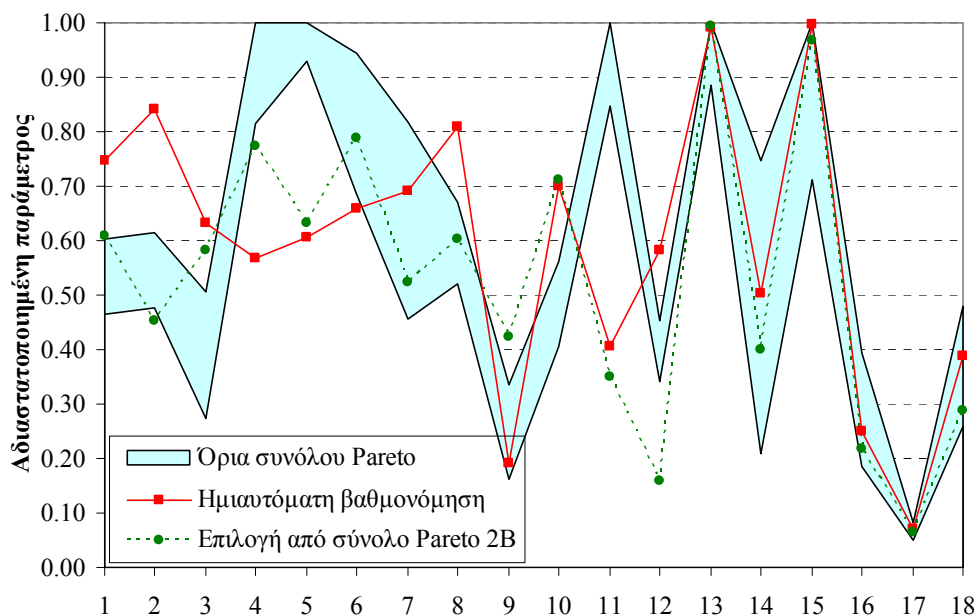
Σχήμα 11.53: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3A και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 6 και 7.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση των παραπάνω διαγραμμάτων είναι τα εξής:

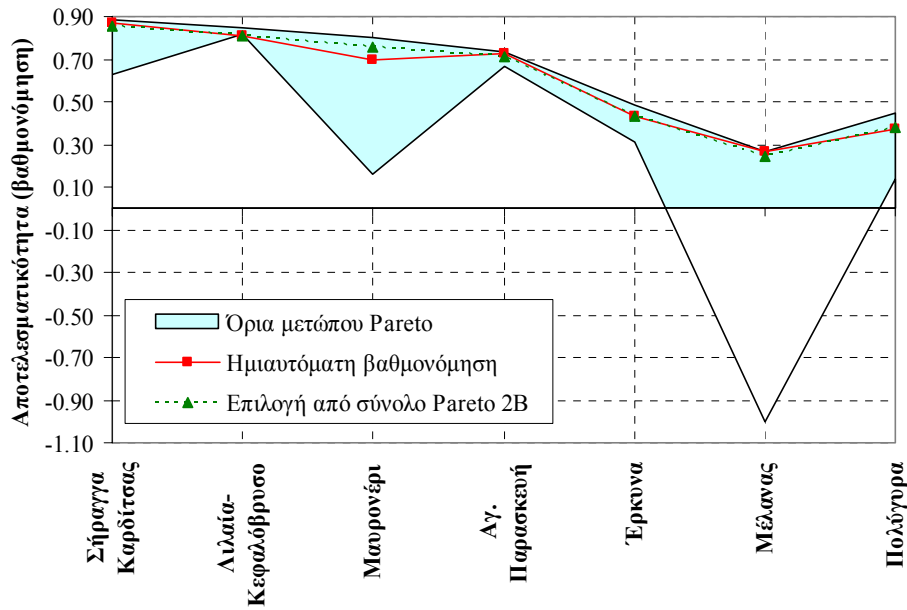
- Μικρή βελτίωση του σφάλματος αναπαραγωγής της παροχής των πηγών του άνω ρου (Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου) συνεπάγεται σημαντική αύξηση του αντίστοιχου σφάλματος στην έξοδο της λεκάνης (Σχήμα 11.48) και κατάντη των πηγών Μαυρονερίου (Σχήμα 11.50).

- Τα μέτρα προσαρμογής που αναφέρονται στην έξοδο της λεκάνης και τις πηγές Μαυρονερίου δεν είναι, γενικά, ανταγωνιστικά, αφού, ως επί το πλείστον, η μείωση του ενός συμβαδίζει με μείωση και του άλλου (Σχήμα 11.49).
- Αντίθετα, τα μέτρα που αναφέρονται στην έξοδο της λεκάνης και τις πηγές Μέλανα είναι έντονα ανταγωνιστικά, με τον τελικό πληθυσμό μη κατωτέρων λύσεων να διασπείρεται σχεδόν παράλληλα στους άξονες, διαμορφώνοντας ένα ιδιότυπο μέτωπο, σχεδόν ορθής γωνίας (Σχήμα 11.51). Αυτό σημαίνει ότι, η ίδια πρακτικά τιμή σφάλματος στην έξοδο της λεκάνης μπορεί να εξασφαλιστεί με ένα ευρύ φάσμα τιμών σφάλματος για τις πηγές του Μέλανα (που, με όρους αποτελεσματικότητας, κυμαίνεται από το βέλτιστο των 25% έως απαράδεκτα αρνητικές τιμές της τάξης του -200%), κάτι που αποτέλεσε και μια από τις σημαντικές δυσχέρειες της διαδικασίας υβριδικής βαθμονόμησης.
- Παρόμοια είναι η εικόνα μεταξύ Μαυρονερίου και Μέλανα, αν και το αντίστοιχο μέτωπο είναι κάπως πιο ομαλό στην κάτω αριστερά περιοχή των σχετικά καλών λύσεων (Σχήμα 11.52).
- Τέλος, μεταξύ των κριτηρίων προσαρμογής των υδρογραφημάτων των πηγών Μέλανα και Πολυγύρας υπάρχει επίσης έντονη ανταγωνιστικότητα, και μάλιστα στη βέλτιστη τιμή του μέτρου αποτελεσματικότητας στο Μέλανα (περίπου 25%) αντιστοιχεί ένα εύρος τιμών από 5% ως 45% για την Πολυγύρα (Σχήμα 11.53).

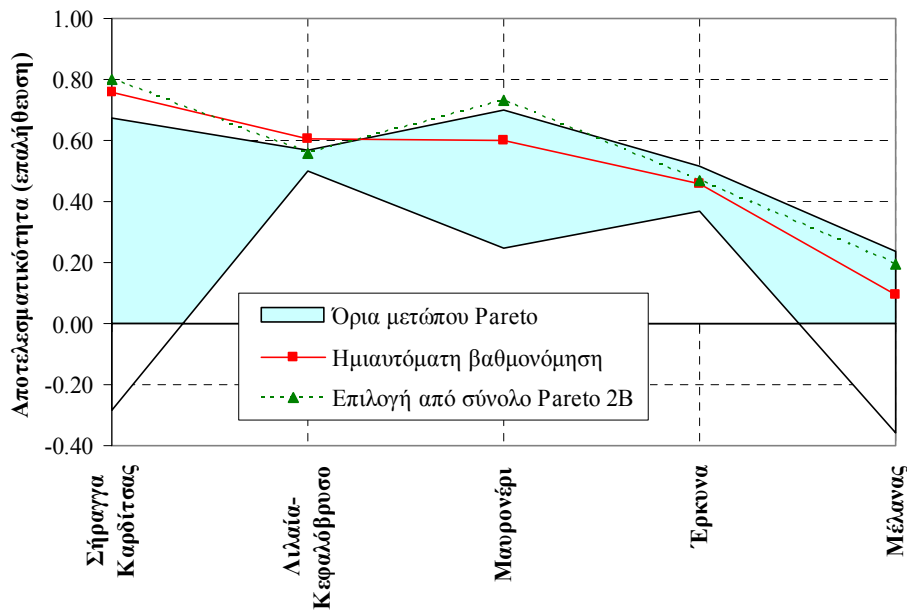
Η θεώρηση επτά αντί δύο ή τριών κριτηρίων προσαρμογής διαφοροποιεί το εύρος αβεβαιότητας των παραμέτρων, όπως αυτό αποτυπώνεται μέσω των ακραίων τιμών του συνόλου Pareto (Σχήμα 11.54). Έτσι, τα σχετικά όρια που αναφέρονται στον συντελεστές στρέιψης για παραγωγή κατεΐσδυσης είναι εμφανώς πιο στενά, ενώ κάποιες από τις τιμές της συμβιβαστικής λύσης του προβλήματος 2B βρίσκονται εκτός του εύρους τιμών του τρέχοντος προβλήματος 3A.



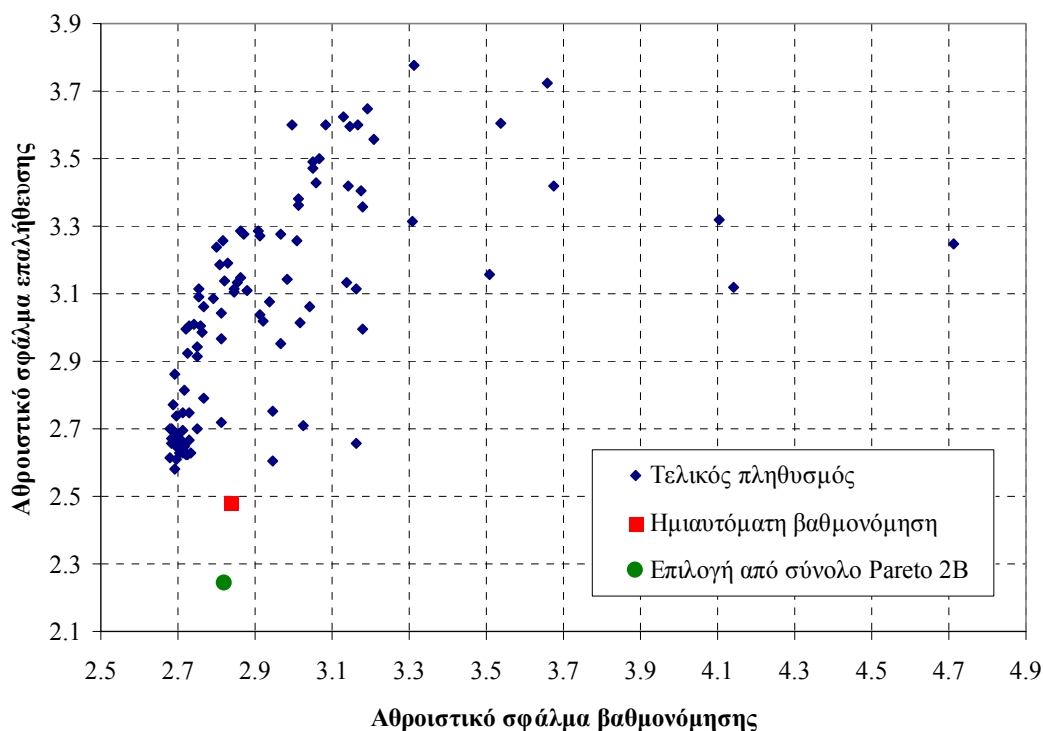
Σχήμα 11.54: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3A, τιμές παραμέτρων συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).



Σχήμα 11.55: Όρια μετώπου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3A (με όρους αποτελεσματικότητας) κατά την περίοδο βαθμονόμησης και αντίστοιχες τιμές συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης.



Σχήμα 11.56: Όρια μετώπου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3A (με όρους αποτελεσματικότητας) κατά την περίοδο επαλήθευσης και αντίστοιχες τιμές συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης.



Σχήμα 11.57: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 3A και θέσεις συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμολόγησης και επαλήθευσης.

Τα όρια του μετώπου Pareto, σε όρους αποτελεσματικότητας για τις περιόδους βαθμολόγησης και επαλήθευσης του μοντέλου, απεικονίζονται στα Σχήματα 11.55 και 11.56, αντίστοιχα. Είναι φανερό ότι, κατά την περίοδο βαθμολόγησης, για τα περισσότερα κριτήρια προκύπτει από μεγάλο έως πολύ μεγάλο εύρος τιμών, ιδιαίτερα όσον αφορά στην αναπαραγωγή των υδρογραφημάτων κατάντη των πηγών Μαυρονερίου και Μέλανα. Αντίθετα, μικρότερο εύρος εμφανίζουν οι βέλτιστες τιμές Pareto των εν λόγω κριτηρίων για τις πηγές Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου και Αγίας Παρασκευής. Πάντως, η άνω περιβάλλουσα του μετώπου περικλείει τόσο τις βέλτιστες τιμές των κριτηρίων που ενοπίστηκαν μέσω της υβριδικής βαθμολόγησης όσο και τις τιμές της συμβιβαστικής λύσης του προβλήματος 2B.

Αντίθετα, κατά την περίοδο επαλήθευσης του μοντέλου, ενώ η προηγούμενη παρατήρηση ισχύει για τα υδρογραφήματα των πηγών, δεν ισχύει για το κύριο υδρογράφημα ελέγχου, που αναφέρεται στην έξοδο της λεκάνης, για το οποίο οι τιμές αποτελεσματικότητας κυμαίνονται από -28% έως 67%, πολύ χαμηλότερα από τα αποδεκτά επίπεδα του 75-80%. Αυτό αμέσως μας οδηγεί στο να απορρίψουμε το σύνολο λύσεων που προέκυψε, καθώς καμία από αυτές δεν εξασφαλίζει ικανοποιητική προγνωστική ικανότητα, σε σύγκριση μάλιστα με τις δύο που έχουν εντοπιστεί από τις προηγούμενες αναλύσεις. Αυτό αποτυπώνεται και στο διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 11.57, όπου απεικονίζεται η σχέση ανταγωνισμού μεταξύ των αθροιστικών σφαλμάτων βαθμολόγησης και επαλήθευσης.

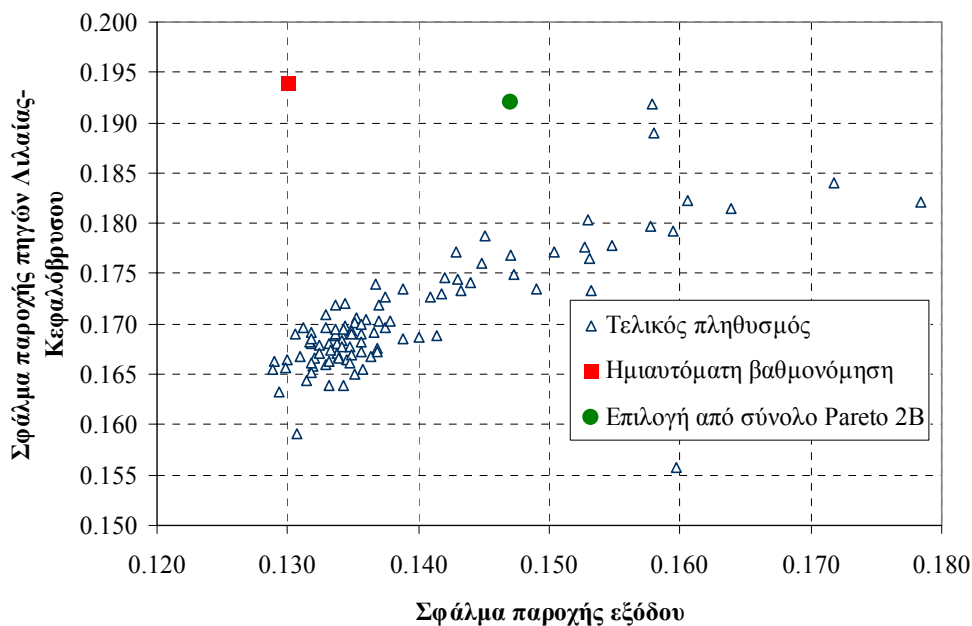
11.8.7 Πρόβλημα 3B: Βελτιστοποίηση επτά κριτηρίων με περιορισμούς

Στο πρόβλημα 3B βελτιστοποιήθηκαν τα μέτρα σφάλματος για τα επτά υδρογραφήματα ελέγχου, ορίζοντας τα όρια εφικτότητας του Πίνακα 11.21. Τα όρια αυτά είναι κατά 10-15% υψηλότερα σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές των δύο συμβιβαστικών λύσεων και τέθηκαν με στόχο να εντοπιστεί ένας πλήρης πληθυσμός 100 λύσεων που να είναι, στο σύνολό του, μη κατώτερος και ταυτόχρονα αποδεκτός (εφικτός) από υδρολογική άποψη.

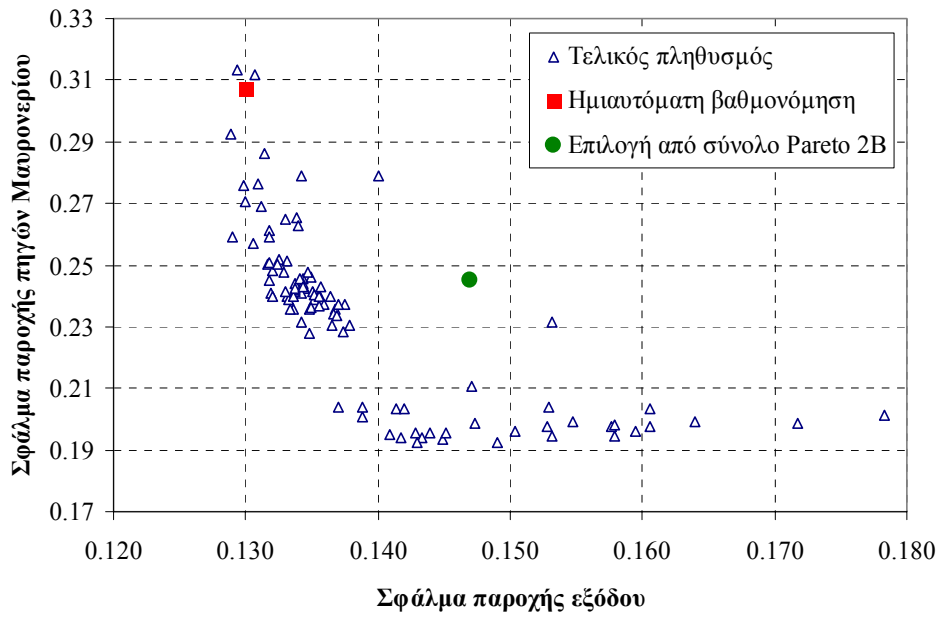
Στα Σχήματα 11.58 έως 11.63 απεικονίζονται οι τομές του τελικού πληθυσμού για χαρακτηριστικούς συνδυασμούς κριτηρίων και οι θέσεις των λύσεων που προέκυψαν από την υβριδική διαδικασία βαθμονόμησης και τις αναλύσεις του προβλήματος 2B. Στις τομές αυτές δημιουργούνται διάφοροι τύποι μετώπων, με σαφώς πιο περιορισμένο εύρος τιμών. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 11.64, το ίδιο ισχύει και για το εύρος διακύμανσης των παραμέτρων, που είναι από σχετικά στενό (αυτό αφορά κυρίως στις χωρητικότητες των δεξαμενών εδαφικής υγρασίας) έως πολύ στενό (κυρίως για τις υδραυλικές αγωγιμότητες των πηγών). Ωστόσο, αν και η επίδοση του πληθυσμού είναι σχεδόν στο σύνολό της βελτιωμένη όσον αφορά στην περίοδο βαθμονόμησης (όπως αποτυπώνεται στα Σχήματα 11.65 αλλά και 11.67), εξακολουθεί να μην μπορεί να εντοπιστεί κάποιο τμήμα του πληθυσμού με ικανοποιητική επίδοση όσον αφορά στο μείζον κριτήριο, ήτοι την αναπαραγωγή του υδρογραφήματος εξόδου, κατά την περίοδο επαλήθευσης (Σχήμα 11.66). Κατά συνέπεια, με τον ρητό διαχωρισμό όλων των κριτηρίων, δεν κατέστη δυνατή η εύρεση μιας εναλλακτικής συμβιβαστικής λύσης, που αποδίδεται στη συνθετότητα του προβλήματος, ήτοι τον ασυνήθιστα μεγάλο αριθμό κριτηρίων, σε συνδυασμό με το μέγεθος του πληθυσμού και το πλήθος των δοκιμών.

Πίνακας 11.21: Όρια εφικτότητας προβλήματος 3B και τιμές σφάλματος των υδρογραφημάτων για τις λύσεις που προέκυψαν μέσω υβριδικής βαθμονόμησης και από τις αναλύσεις του προβλήματος 2B.

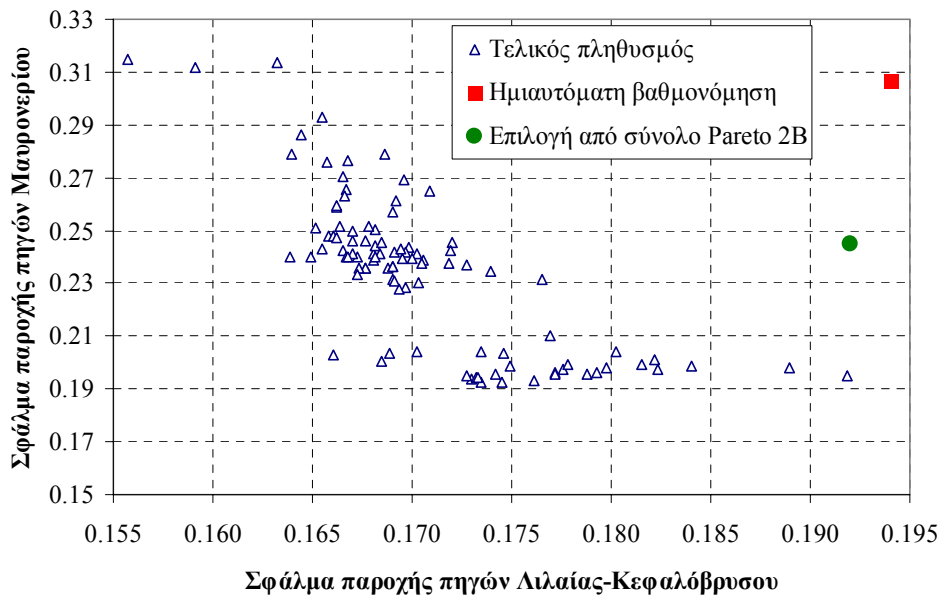
Υδρογράφημα	Όρια εφικτότητας προβλήματος 3B	Βέλτιστες τιμές συμβιβαστικών λύσεων	
		Ημιαυτόματη βαθμονόμηση	Πρόβλημα 2B
Έξοδος λεκάνης	0.250	0.130	0.147
Πηγές άνω ρου	0.300	0.194	0.192
Πηγές Μαυρονερίου	0.400	0.307	0.245
Πηγές Αγ. Παρασκευής	0.400	0.276	0.288
Πηγές Έρκυνα	0.700	0.569	0.551
Πηγές Μέλανα	0.900	0.735	0.760
Πηγές Πολυγύρας	0.800	0.628	0.619



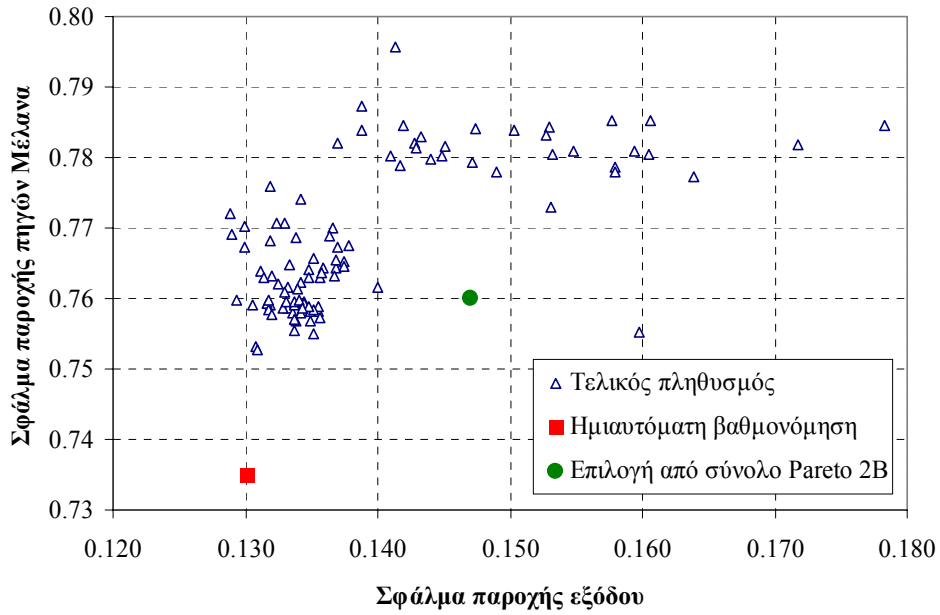
Σχήμα 11.58: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 2.



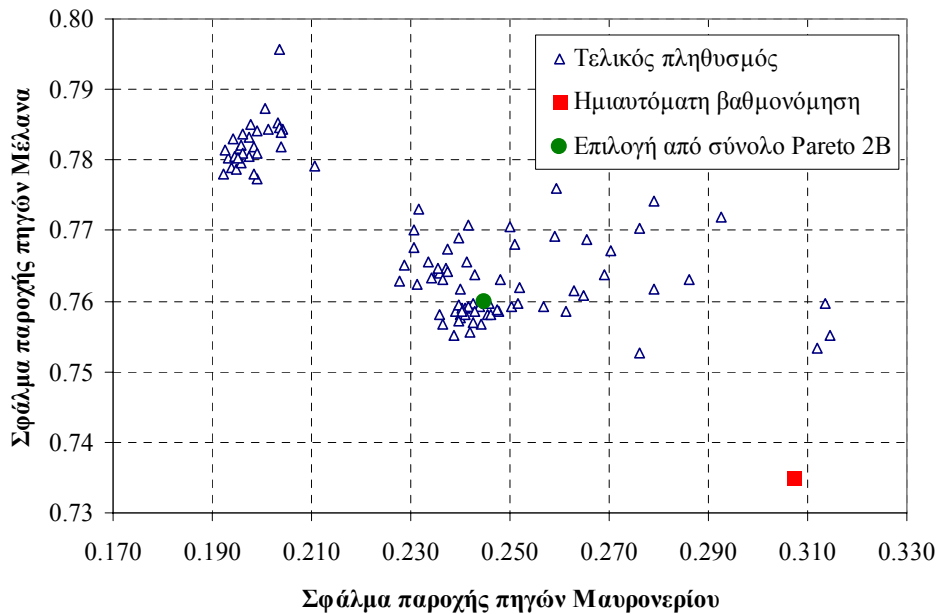
Σχήμα 11.59: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 3.



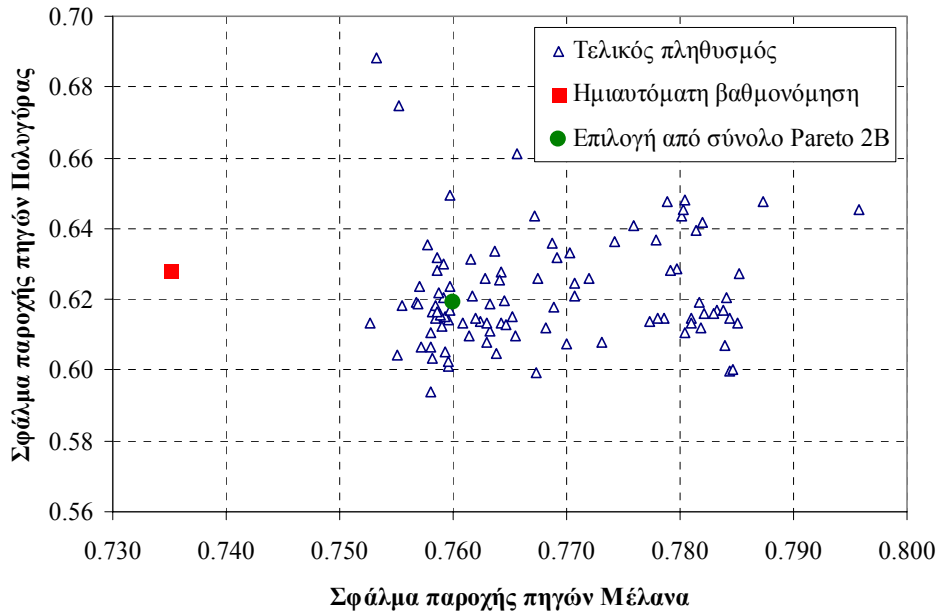
Σχήμα 11.60: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 2 και 3.



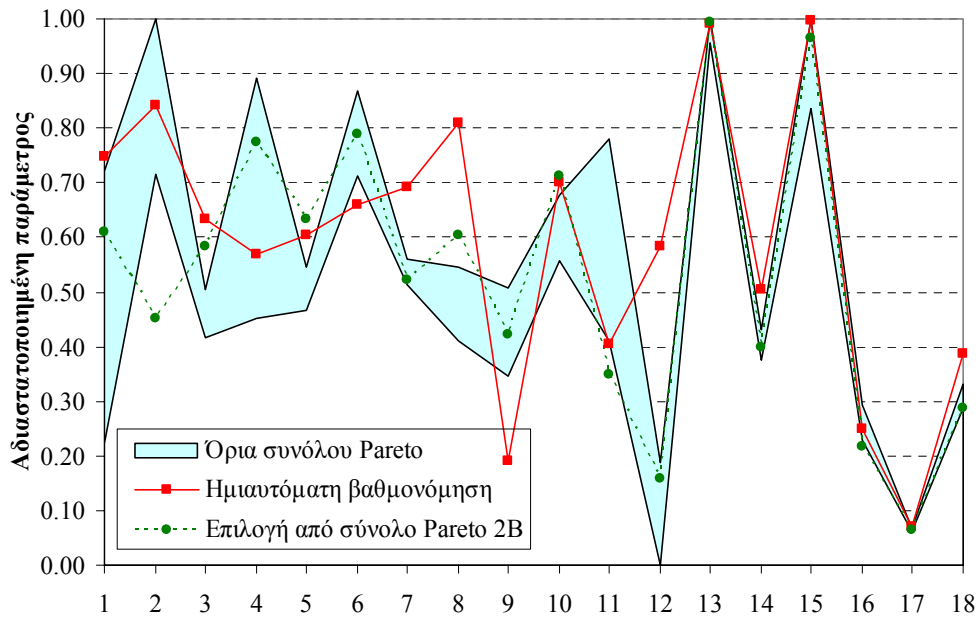
Σχήμα 11.61: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 1 και 6.



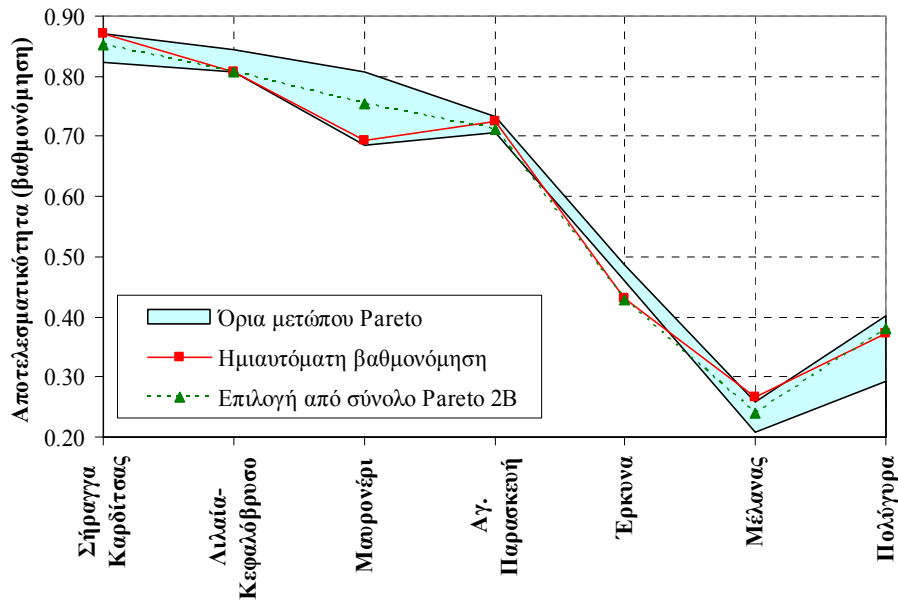
Σχήμα 11.62: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 3 και 6.



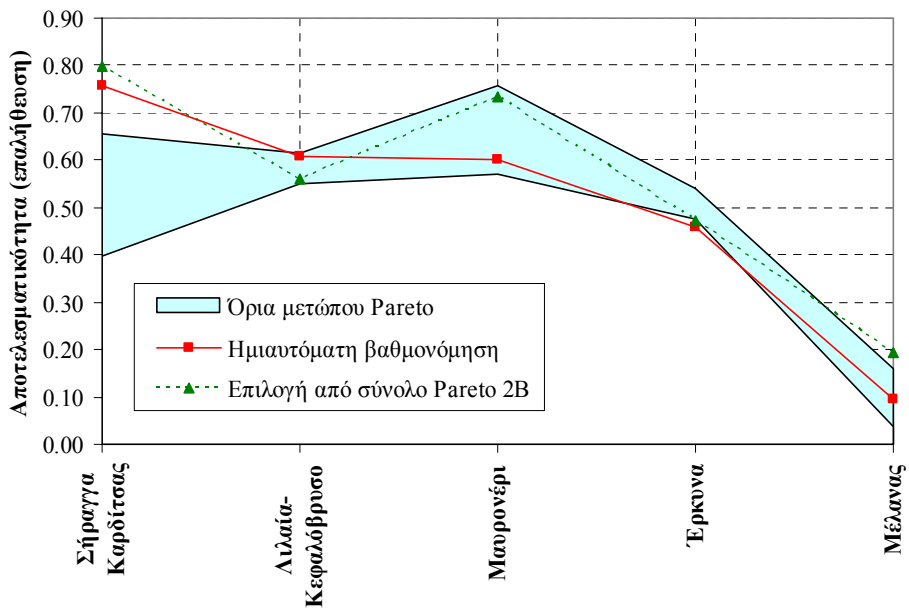
Σχήμα 11.63: Τομή τελικού πληθυσμού προβλήματος 3B και θέσεις συμβιαστικής λύσης πολυκριτηριακού προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης, στο πεδίο αποτίμησης των κριτηρίων 6 και 7.



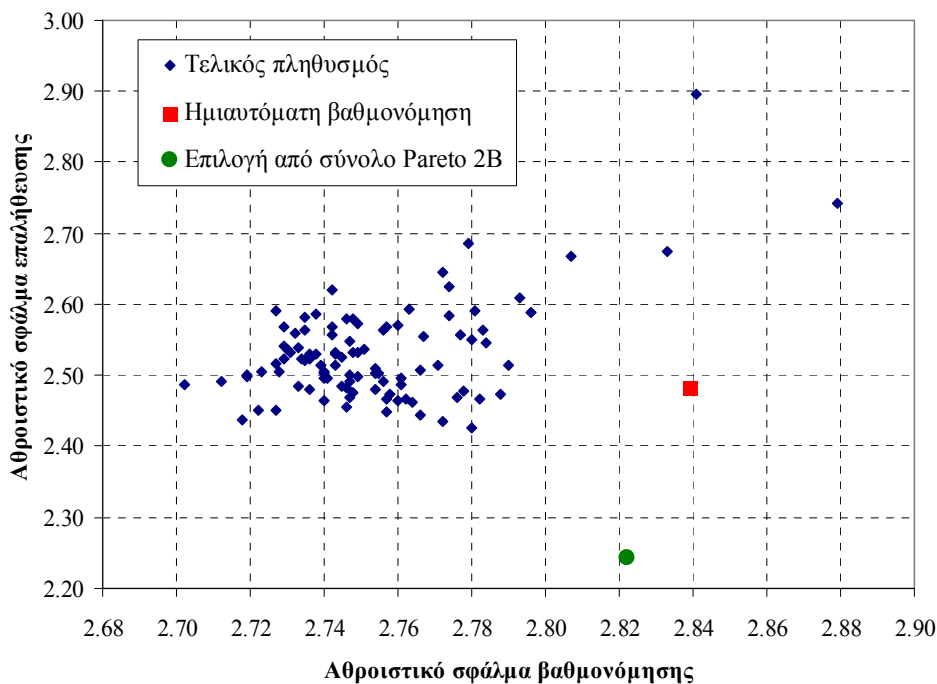
Σχήμα 11.64: Όρια συνόλου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3B, τιμές παραμέτρων συμβιαστικής λύσης προβλήματος 2B και βελτιστοποιημένες τιμές παραμέτρων του προβλήματος ημιαυτόματης βαθμονόμησης (μετά από αδιαστατοποίηση).



Σχήμα 11.65: Όρια μετώπου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3B (με όρους αποτελεσματικότητας) κατά την περίοδο βαθμολόγησης και αντίστοιχες τιμές συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και προβλήματος ημιαυτόματης βαθμολόγησης.



Σχήμα 11.66: Όρια μετώπου μη κατωτέρων λύσεων προβλήματος 3B (με όρους αποτελεσματικότητας) κατά την περίοδο επαλήθευσης και αντίστοιχες τιμές συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και προβλήματος ημιαυτόματης βαθμολόγησης.



Σχήμα 11.67: Διάγραμμα διασποράς αθροιστικού σφάλματος παροχών προβλήματος 3B και θέσεις συμβιβαστικής λύσης προβλήματος 2B και βέλτιστης λύσης για τις περιόδους βαθμολόγησης και επαλήθευσης.

11.9 Μακροχρόνιος έλεγχος μοντέλου

11.9.1 Σύγκριση τιμών παραμέτρων βέλτιστων λύσεων

Από τις προηγούμενες αναλύσεις προέκυψαν δύο σύνολα παραμέτρων, το πρώτο μέσω της υβριδικής διαδικασίας ημιαυτόματης βαθμολόγησης και το δεύτερο με επιλογή μιας μη κατώτερης λύσης του πολυκριτηριακού προβλήματος 2B (βλ. 11.8.5). Οι τιμές των κριτηρίων αποτελεσματικότητας στις επτά θέσεις ελέγχου, για τις περιόδους βαθμολόγησης και επαλήθευσης, δίνονται στον Πίνακα 11.20. Υπενθυμίζεται ότι στη διατύπωση των πολυκριτηριακών προβλημάτων θεωρήθηκαν ως μεταβλητές ελέγχου 18 κρίσιμες παράμετροι του μοντέλου, ενώ οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων τέθηκαν ίσες με αυτές της πρώτης λύσης.

Στον Πίνακα 11.22 δίνονται οι τιμές των 18 διαφοροποιημένων παραμέτρων για τα δύο σύνολα λύσεων. Για τις τρεις κατηγορίες παραμέτρων προκύπτουν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Σε σχέση με τη λύση που προέκυψε από την υβριδική βαθμολόγηση, στη λύση που έχει επιλεγεί από το σύνολο Pareto 2B αντιστοιχούν μικρότερες δεξαμενές υγρασίας στα εδάφη με μικρές κλίσεις (MYA 1, 2, 3) και μεγαλύτερες στα εδάφη με μεγάλες κλίσεις (MYA 4, 5, 6). Γενικά, οι διαφορές είναι μικρές (της τάξης του 10%) όσον αφορά στις δύο σημαντικότερες MYA, δηλαδή τα πεδινά προσχωματικά εδάφη (MYA 3) και τα ορεινά καρστικά (MYA 5).
- Οι τιμές του συντελεστή στέρειωσης για παραγωγή κατείδυσης παρουσιάζουν μικρές διαφορές, στις οποίες δεν μπορεί να αποδοθεί κάποια συστηματικότητα. Στα περατά εδάφη (MYA 2 και 5), όπου η σημασία της εν λόγω παραμέτρου είναι προφανής, προκύπτουν λίγο πιο χαμηλές τιμές.
- Οι υδραυλικές αγωγιμότητες των κυττάρων που αναπαριστούν τη λειτουργία των καρστικών πηγών διαφοροποιούνται μόνο στην περίπτωση του Μαυρονερίου και της Πολυγύρας, όπου οι ταχύτητες κίνησης του υπόγειου νερού είναι πιο χαμηλές.

Πίνακας 11.22: Βέλτιστες τιμές για τα δύο εναλλακτικά σύνολα παραμέτρων.

α/α	Τύπος παραμέτρου	Ημιαυτόματη βαθμονόμηση	Επιλογή από το σύνολο Pareto 2B
1	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 1 (mm)	523.2	426.1
2	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 2 (mm)	588.8	316.3
3	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 3 (mm)	443.2	408.3
4	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 4 (mm)	227.4	309.6
5	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 5 (mm)	242.0	253.3
6	Χωρητικότητα δεξαμενής υγρασίας MYA 6 (mm)	263.6	315.1
7	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 1	0.138	0.105
8	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 2	0.704	0.602
9	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 3	0.057	0.127
10	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 4	0.210	0.214
11	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 5	0.421	0.405
12	Συντελεστής στέρησης κατείδυσης MYA 6	0.175	0.048
13	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου (m/s)	0.992	0.993
14	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Μαυρονερίου (m/s)	0.508	0.405
15	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Αγίας Παρασκευής (m/s)	0.998	0.967
16	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Έρκυνα (m/s)	0.256	0.224
17	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Μέλανα (m/s)	0.080	0.075
18	Υδρ. αγωγιμότητα πηγών Πολυγύρας (m/s)	0.394	0.296

Οι διαφορές στο μέσο ετήσιο υδατικό ισοζύγιο της λεκάνης, από την εφαρμογή των δύο συνόλων παραμέτρων για τη δεκαετή περίοδο ελέγχου (1984-1994) είναι μη ουσιώδεις, και αφορούν στη σχέση απωλειών εξατμοδιαπνοής και κατείδυσης. Έτσι, ενώ από την υβριδική βαθμονόμηση προκύπτει ότι το 63.5% της βροχόπτωσης μετασχηματίζεται σε εξατμοδιαπνοή και το 29.6% σε κατείδυση, από την εναλλακτική λύση Pareto προκύπτουν αντίστοιχα ποσοστά 61.9% και 31.8%.

Τόσο με βάση τις τιμές των μέτρων προσαρμογής κατά τη δεκαετή περίοδο ελέγχου του μοντέλου (Πίνακας 11.20) όσο και με βάση τη φυσική ερμηνεία των παραμέτρων και τα αποτελέσματα του υδατικού ισοζυγίου, δεν προκύπτει σαφής υπεροχή της μιας λύσης σε σχέση με την άλλη. Για το λόγο αυτό, επιχειρήθηκε περαιτέρω έλεγχος της προγνωστικής ικανότητας του μοντέλου, που αναφέρεται σε μια εκτενή περίοδο μήκους σχεδόν 100 ετών, όπως περιγράφεται στη συνέχεια.

11.9.2 Δεδομένα εισόδου και προσομοίωση

Όπως έχει ήδη επισημανθεί, η λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού είναι από τις πλέον καλά μελετημένες στην Ελλάδα, καθώς λόγω του έντονου αγροτικού ενδιαφέροντος που παρουσιάζει (ιδιαίτερα η περιοχή της Κοπαΐδας) πραγματοποιούνται υδρολογικές παρατηρήσεις από τις αρχές του 20ου αιώνα. Τις μετρήσεις αυτές προσπαθήσαμε να αξιοποιήσουμε, προκειμένου να ελέγξουμε την καταλληλότητα του μοντέλου για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, από το 1907 μέχρι το 2003¹. Κατά πάσα πιθανότητα, πρόκειται για το μεγαλύτερο μήκος επαλήθευσης ενός υδρολογικού μοντέλου, που βασίστηκε στη χρήση πρωτογενών βροχομετρικών και υδρομετρικών δειγμάτων, όπου υπήρχαν, και

¹ Τα αποτελέσματα του μακροχρόνιου ελέγχου, όπως προέκυψαν από προηγούμενη εκδοχή του μοντέλου, με διαφορετικό σύνολο παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκαν για τη διερεύνηση σεναρίων κλιματικής αλλαγής (Koutsoyiannis *et al.*, 2007).

σε προσεγγιστικά δεδομένα, όσον αφορά σε τμήματα των χρονοσειρών βροχόπτωσης και στα δεδομένα των υδατικών αναγκών. Συγκεκριμένα:

- Η κατασκευή των δειγμάτων επιφανειακής βροχόπτωσης για τις 5 υπολεκάνες έγινε με τη μέθοδο Thiessen για την περίοδο 1969-2000, και οργανική συσχέτιση των εν λόγω βροχοπτώσεων με τη σημειακή μηνιαία βροχόπτωση στη Γραβιά, τη Λειβαδιά και την Αλιάρτο, για τα υπόλοιπα υδρολογικά έτη¹.
- Η χρονοσειρά δυναμικής εξατμοδιαπνοής (ενιαία για όλη τη λεκάνη), για όλη την περίοδο ελέγχου πλην των ετών 1984-1994, διαμορφώθηκε με προσαρμογή ενός ημιεμπειρικού μοντέλου στο δείγμα Penman (Κουτσογιάννης και Ξανθόπουλος, 1999, σ. 223) και επέκτασή του με βάση τη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας θερμοκρασίας στην Αλιάρτο.
- Κατά την περίοδο 1980-2003 οι αρδευτικές ανάγκες θεωρήθηκαν σταθερές, ενώ για την περίοδο 1907-1979 θεωρήθηκε ρυθμός ετήσιας αύξησής τους κατά 1%.
- Για τον έλεγχο της απορροής στην έξοδο της λεκάνης χρησιμοποιήθηκε το πλήρες δείγμα παροχών στη Διώρυγα Καρδίτσας από το 1907, που είναι και το μεγαλύτερο υδρομετρικό δείγμα στον ελληνικό χώρο (Ευστρατιάδης κ.ά., 2004).
- Για τις πηγές, αξιοποιήθηκαν τα πρόσφατα (από το 1980) συστηματικά δεδομένα υδρομετρήσεων του ΓΓΜΕ, καθώς και παλαιότερα δείγματα μετρήσεων του Υπουργείου Δημοσίων Έργων, του Οργανισμού Κωπαΐδας και άλλων φορέων (βλ. 11.5.4).

Όσον αφορά στις αρχικές συνθήκες του μοντέλου, θεωρήθηκαν μηδενικές στάθμες των δεξαμενών εδαφικής υγρασίας (υπόθεση εύλογη, με δεδομένο ότι η προσομοίωση ξεκινά τον Οκτώβριο), ενώ για τις δεξαμενές υπόγειου νερού, με την υπόθεση συνθηκών μονιμότητας (steady state), τέθηκαν οι αρχικές στάθμες του Οκτωβρίου 1984. Πάντως, η τελευταία υπόθεση είναι επισφαλής, καθώς στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού πραγματοποιείται συστηματική εκμετάλλευση των υπόγειων νερών για ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα, που δεν αποκλείει την ύπαρξη μακροπρόθεσμης πτωτικής τάσης του υδροφόρου ορίζοντα. Αυτό εξάλλου ενισχύεται από το γεγονός ότι τα βάθη άντλησης των γεωτρήσεων γίνονται όλο και μεγαλύτερα, κυρίως στην περιοχή του μέσου και κάτω ρου. Σε κάθε περίπτωση, υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα ως προς τις αρχικές συνθήκες του υπόγειου μοντέλου σε βάθος χρόνου εκατονταετίας.

Για την αποτίμηση της προγνωστικής ικανότητας των δύο εναλλακτικών συνόλων παραμέτρων, εφαρμόστηκε το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, για 96 υδρολογικά έτη (Οκτώβριος 1907 - Σεπτέμβριος 2003), με τα δεδομένα και παραδοχές που συζητήθηκαν προηγουμένως. Στον Πίνακα 11.23 δίνονται οι τιμές αποτελεσματικότητας και μεροληψίας μέσης τιμής για όλη την περίοδο προσομοίωσης και τις διάφορες θέσεις ελέγχου. Στην τρίτη στήλη αναγράφεται το μέγεθος του αντίστοιχου παρατηρημένου δείγματος, σε σύνολο 1152 χρονικών βημάτων (μηνών).

Με βάση τις τιμές αποτελεσματικότητας προκύπτει ότι οι δύο λύσεις επιτυγχάνουν ικανοποιητική προσέγγιση του παρατηρημένου υδρογραφήματος στην έξοδο της λεκάνης και των υδρογραφημάτων κατάντη των πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου και Μαυρονερίου. Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο, παρά τη σχετικά αδρή σχηματοποίηση και παραμετροποίησή του, περιγράφει με καλή ακρίβεια τις εξαιρετικά σύνθετες φυσικές και ανθρωπογενείς διεργασίες, σε ένα μεγάλο τμήμα της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού. Εξαίρεση αποτελεί το σύστημα πηγών Μέλανα-Πολυγύρας στον κάτω ρου, όπου

¹ Συγκεκριμένα, η επέκταση του δείγματος των υπολεκάνων 1, 2 και 3, όπως εκτιμήθηκε κατά Thiessen, έγινε με βάση τη χρονοσειρά βροχόπτωσης στη Γραβιά, για όσα έτη υπήρχαν μετρήσεις (1950-1968 και 2001-2003) και με τη χρονοσειρά στην Αλιάρτο, για τα έτη 1907-1949. Αντίστοιχα, για την υπολεκάνη 4 χρησιμοποιήθηκαν τα δείγματα Λειβαδιάς (1950-1968, 2001-2003) και Αλιάρτου (1907-1949), ενώ για την υπολεκάνη 5 μόνο το δείγμα Αλιάρτου.

η επίδοση του μοντέλου είναι κακή (πολύ περισσότερο για τις πηγές Πολυγύρας), γεγονός που αποδίδεται σε δομικά σφάλματα του μοντέλου (ανεπαρκής ή και εσφαλμένη περιγραφή της διαίτας του καρστικού υδροφορέα) αλλά και σε σφάλματα δεδομένων. Επισημαίνεται ότι οι προσεγγιστικές (καθώς προέρχονται από χρονική ολοκλήρωση αραιών μετρήσεων) χρονοσειρές παροχής των εν λόγω πηγών εμφανίζουν ακόμα και αρνητική συσχέτιση με τη βροχόπτωση, το οποίο δυσχεραίνει υπερβολικά την αναπαράστασή τους. Επιπλέον παράγοντα αβεβαιότητας αποτελούν οι στάθμες των υπόγειων δεξαμενών στην αρχή της προσομοίωσης, που είναι σαφές ότι δεν έχουν εκτιμηθεί σωστά, τουλάχιστον για την περιοχή του κάτω ρου.

Πίνακας 11.23: Σύγκριση κριτηρίων αποτελεσματικότητας (EFF) και μεροληψίας μέσης τιμής (BIAS) των χρονοσειρών παροχής για τις δύο συμβιβαστικές λύσεις.

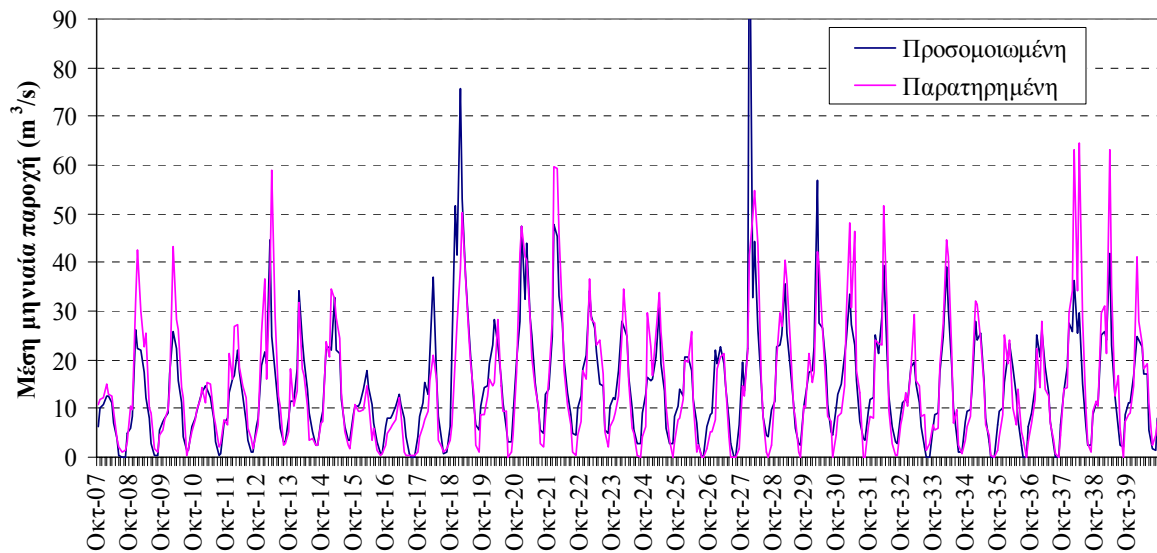
Υδρογράφημα	Δείγμα (μήνες)	Ημιαυτόματη βαθμονόμηση		Πολυκριτηριακή ανάλυση	
		EFF	BIAS	EFF	BIAS
Έξοδος λεκάνης	1152	0.723	-0.027	0.732	-0.041
Πηγές άνω ρου	297	0.538	-0.266	0.597	-0.184
Πηγές Μαυρονερίου	245	0.745	0.163	0.632	0.317
Πηγές Αγ. Παρασκευής	62	0.377	0.226	0.048	0.555
Πηγές Έρκυνα	171	-0.100	0.189	-0.099	0.194
Πηγές Μέλανα	166	-0.292	0.114	-0.606	0.178
Πηγές Πολυγύρας	83	-6.795	0.675	-7.766	0.734

11.9.3 Επιλογή καλύτερα συμβιβαστικής λύσης

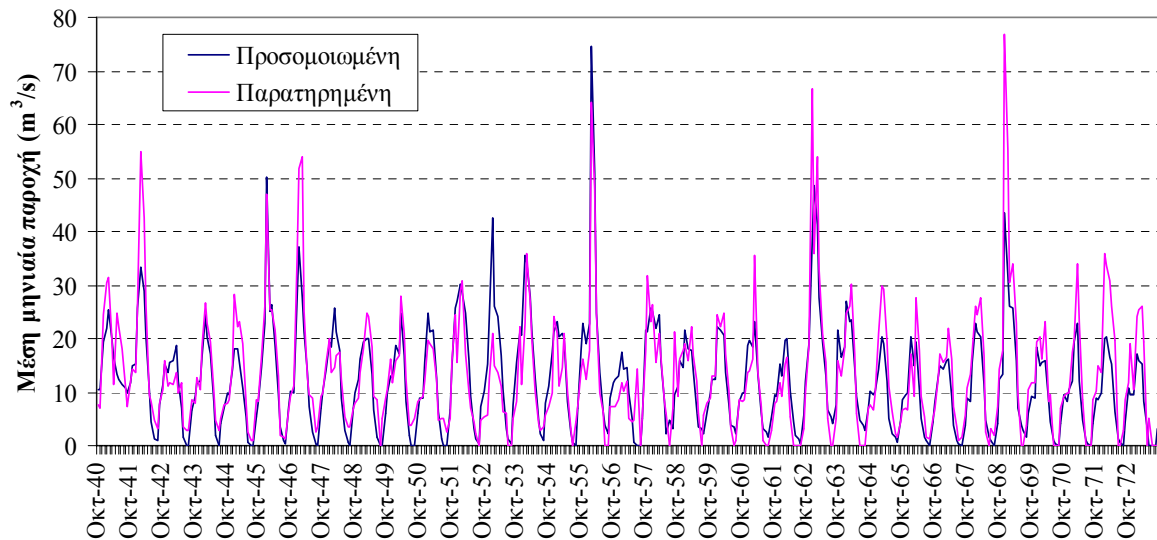
Γενικά, δεν υπάρχει εμφανής υπεροχή κάποιας από τις δύο λύσεις, με βάση τις τιμές των κριτηρίων καλής προσαρμογής. Συνεπώς, η επιλογή της πλέον συμβιβαστικής γίνεται με πρακτικά-διαχειριστικά κριτήρια, λαμβάνοντας υπόψη τους επιχειρησιακούς στόχους της έρευνας. Με το σκεπτικό αυτό, από τα δύο σύνολα παραμέτρων, επιλέγεται ως πιο αντιπροσωπευτικό αυτό που εντοπίστηκε στα πλαίσια των πολυκριτηριακών αναλύσεων του εδαφίου 11.8.5, καθώς παρουσιάζει ελαφρά καλύτερη εικόνα όσον αφορά στην αναπαραγωγή της παροχής εξόδου που, όπως εξηγήθηκε στο εδάφιο 11.2.5, είναι η σημαντικότερη συνιστώσα του υδροσυστήματος. Ακόμη, αναπαράγει με ελαφρά καλύτερη ακρίβεια τη διαίτα των πηγών του άνω ρου. Από την άλλη πλευρά, η εναλλακτική λύση που εντοπίστηκε μέσω της υβριδικής βαθμονόμησης, υπερτερεί ως προς την αναπαραγωγή της απορροής κατάντη των πηγών Μαυρονερίου, αν και η αβεβαιότητα ως προς την εκτίμηση των συνθηκών άντλησης σε τέτοιο βάθος χρόνου δεν επιτρέπει την εξαγωγή απόλυτα ασφαλών συμπερασμάτων (υπενθυμίζεται ότι η πολυκριτηριακή λύση παρουσίασε αρκετά καλύτερη επίδοση, στο διάστημα 1984-1994).

Στα Σχήματα 11.68 έως 11.70 απεικονίζονται, για τη λύση που επιλέχθηκε, οι παρατηρημένες και προσομοιωμένες χρονοσειρές μέσης μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης, χωρισμένες, για λόγους εποπτείας, σε τρεις χρονικές περιόδους. Η σύγκριση επιβεβαιώνει την εντυπωσιακά καλή, για τέτοιο μήκος επαλήθευσης, προσαρμογή του μοντέλου, το οποίο αναπαράγει τα χαρακτηριστικά της επιφανειακής απορροής της λεκάνης για όλο, πρακτικά, το φάσμα καταστάσεων υδροφορίας της (εξίσου καλή είναι η εικόνα και για την εναλλακτική λύση). Ειδικότερα, σε συνθήκες μέσης και χαμηλής υδροφορίας, όπου εστιάζει μια διαχειριστική εφαιμογή, το μοντέλο εμφανίζει πολύ καλή προγνωστική ικανότητα. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η προσομοίωση της θερινής διαίτας της λεκάνης, που είναι έντονα διαταραγμένη εξαιτίας των αρδευτικών απολήψεων. Το μοντέλο αναπαράγει με πολύ καλή ακρίβεια τη συγκεκριμένη διαίτα, παρά την αρδομερή προσέγγιση στην εκτίμηση των αρδευτικών αναγκών (ειδικά την προς τα πίσω επέκτασή τους, μέχρι τις αρχές του 20ου αιώνα) και των πρακτικών διαχείρισής τους. Εξαίρεση αποτελεί ένας πολύ μικρός αριθμός ακραία

υψηλών τιμών της μέσης μηνιαίας παροχής, με τις πιο έντονες συγκεντρωμένες τις πρώτες δεκαετίες της προσομοίωσης¹. Η αναπαραγωγή τους είναι προβληματική, λόγω της έλλειψης κατανεμημένης βροχομετρικής πληροφορίας στη λεκάνη (μέχρι το 1950, οι επιφανειακές βροχοπτώσεις των υπολεκανών υπολογίστηκαν με βάση το δείγμα στην Αλίαρτο) αλλά και λόγω της εκτίμησης της παροχής εξόδου από ημερήσιες παρατηρήσεις στάθμης (βλ. 9.2.2). Ένα άλλο πρόβλημα οφείλεται στην απουσία εκτιμήσεων της συνεισφοράς της χιονόπτωσης, που σε κάποιες περιπτώσεις φαίνεται να επιδρά δραστικά στο μέγεθος της απορροής, εφόσον αναπτύσσεται, με χρονική μάλιστα υστέρηση, αρκετά μεγαλύτερη υδροφορία σε σχέση με την αναμενόμενη από τις βροχοπτώσεις.

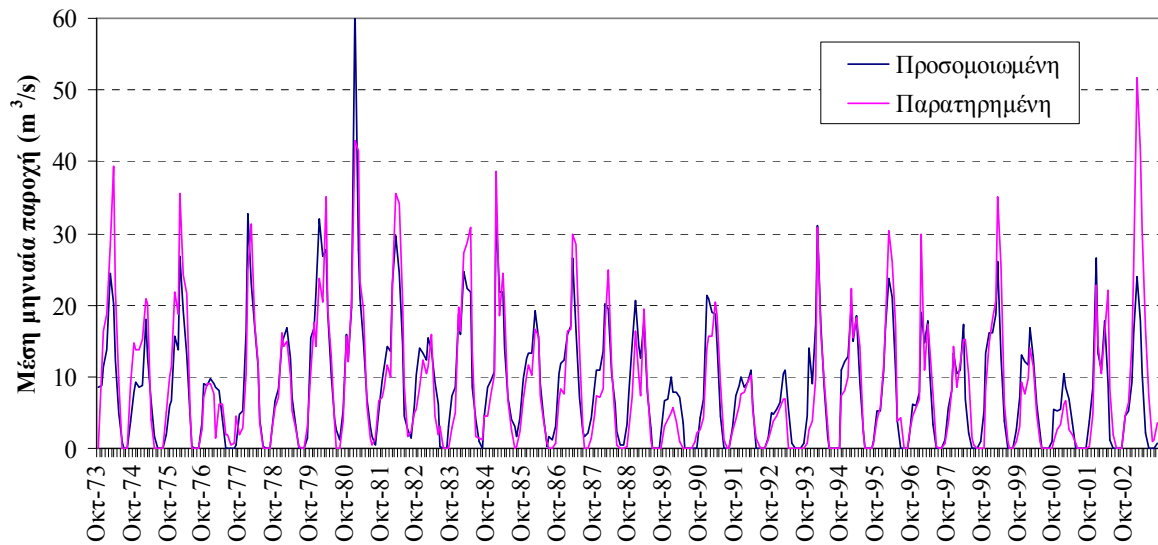


Σχήμα 11.68: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης, για την περίοδο Οκτωβρίου 1907-Σεπτεμβρίου 1940.



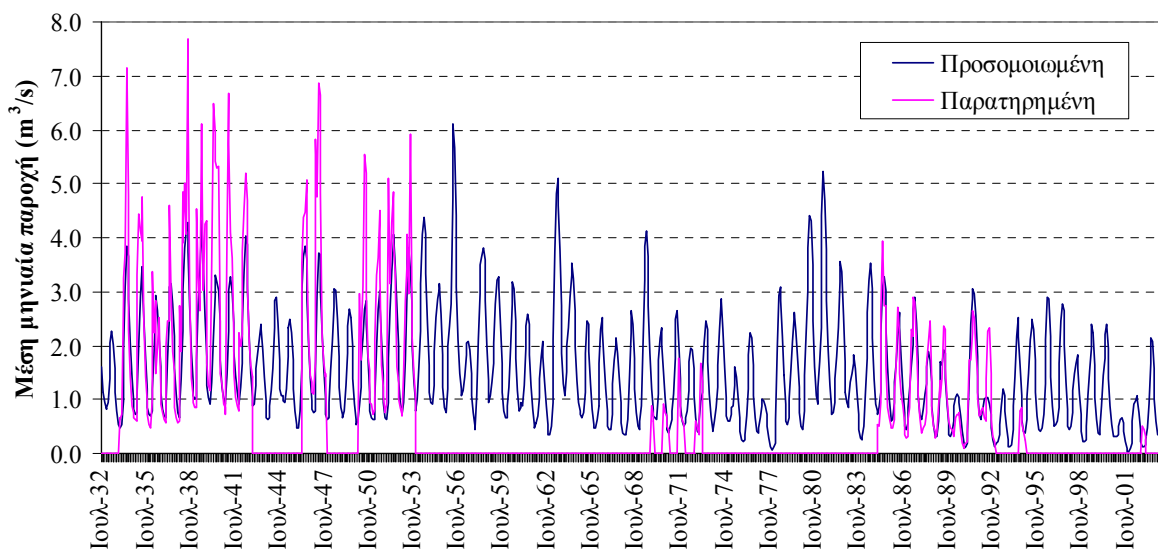
Σχήμα 11.69: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης, για την περίοδο Οκτωβρίου 1940-Σεπτεμβρίου 1973.

¹ Χαρακτηριστικά αναφέρουμε ότι αν αγνοηθούν οι τιμές των μηνών Ιανουαρίου 1919 και Ιανουαρίου 1928, τις οποίες το μοντέλο υπερεκτιμά σημαντικά, η αποτελεσματικότητά του αυξάνει από 73.2% σε 77.6%

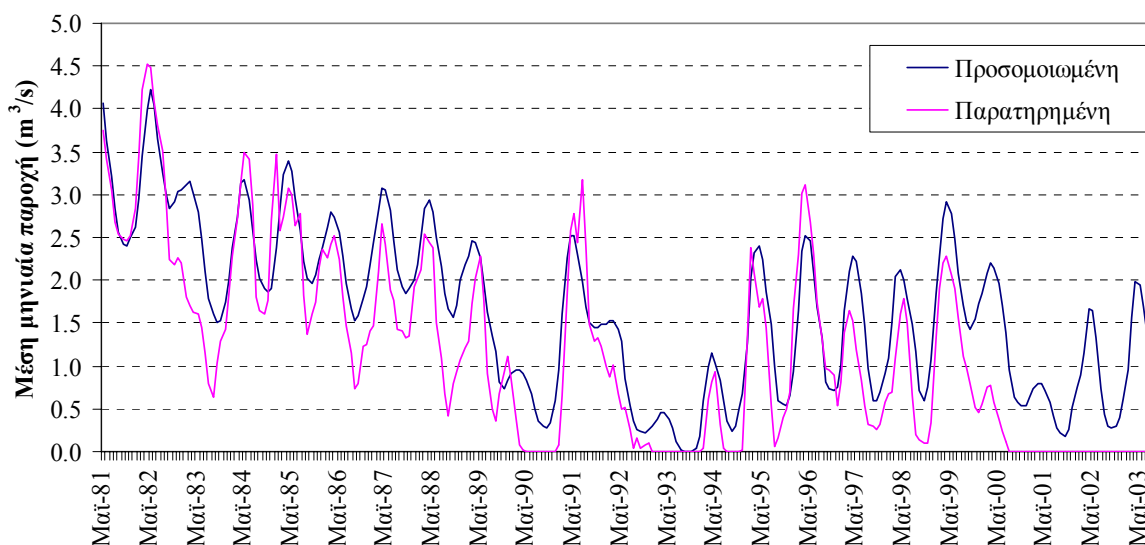


Σχήμα 11.70: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης, για την περίοδο Οκτωβρίου 1973-Σεπτεμβρίου 2003.

Στα Σχήματα 11.71 και 11.72 απεικονίζονται η προσομοιωμένη και η παρατηρημένη χρονοσειρά μηνιαίας παροχής των πηγών άνω ρου, από τις αρχές της δεκαετίας του 1930 μέχρι πρόσφατα, και των πηγών Μαυρονερίου, για την περίοδο 1981-2003. Για τις πηγές άνω ρου το μοντέλο αναπαράγει πολύ καλά τις πρόσφατες μετρήσεις, αλλά δείχνει να υποεκτιμά τις παροχές μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1950. Ωστόσο, το σχετικό δείγμα περιλαμβάνει μετρήσεις και σε άλλες καρστικές πηγές του Παρνασσού, που δεν έχουν ληφθεί υπόψη στη μοντελοποίηση. Τέλος, η αναπαραγωγή της διαίτας των πηγών Μαυρονερίου, οι οποίες επηρεάζονται σημαντικά από το καθεστώς των γειτονικών αντλήσεων, είναι ικανοποιητική, παρόλο που το μοντέλο έχει ρυθμιστεί σε ένα πολύ μικρότερο δείγμα παροχών. Μάλιστα, είναι ιδιαίτερα θετικό το γεγονός ότι αναπαράγεται με καλή ακρίβεια η ανάκαμψη της υδροφορίας τους από τα μέσα της δεκαετίας του 1990, αφότου δηλαδή διακόπηκαν οι απολήψεις για ύδρευση από τις γεωτρήσεις Βασιλικών-Παρορίου.



Σχήμα 11.71: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας παροχής κατάντη πηγών Λιλαίας-Κεφαλόβρυσου.



Σχήμα 11.72: Προσομοιωμένη και παρατηρημένη χρονοσειρά μέσης μηνιαίας παροχής κατάντη πηγών Μαυρονερίου.

11.10 Τελικές επισημάνσεις

Με τη χρήση του καινοτόμου λογισμικού ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, επιχειρήθηκε η ολοκληρωμένη αναπράσταση ενός από τα πλέον σύνθετα υδροσυστήματα του ελληνικού χώρου, που εκτείνεται στη λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού. Η όλη προσέγγιση ήταν συμβατή με τις αρχές που αναπτύσσονται στην ενότητα 10.4 και αποσκοπούν στη διαμόρφωση μοντέλων υψηλής προγνωστικής ικανότητας, με διαδραστική συνεισφορά του χρήστη στο συνολικό πλαίσιο σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και βαθμονόμησής τους. Η εφαρμογή που έγινε ανέδειξε σημαντικές πτυχές του παραπάνω πλαισίου, και μπορεί να αποτελέσει πρότυπο για συναφείς έρευνες σε πολύπλοκα φυσικά συστήματα, μέσω του συγκεκριμένου εργαλείου.

Οι κύριες πτυχές καθώς και τα συμπεράσματα από την εφαρμογή αυτή συνοψίζονται ως εξής:

- Το επίπεδο χωρικής λεπτομέρειας στη απεικόνιση των διεργασιών, δηλαδή η σχηματοποίηση του μοντέλου, προσδιορίστηκε από τους διαχειριστικούς στόχους της συγκεκριμένης έρευνας. Με δεδομένη την αδρομερή (περισσότερο εννοιολογική παρά φυσική) περιγραφή των αρδευτικών και υδρευτικών έργων της λεκάνης, αλλά και την έλλειψη επαρκών δεδομένων για τον έλεγχο της απορροής κατά μήκος του Βοιωτικού Κηφισού¹, ήταν απόλυτα επαρκής ο διαχωρισμός σε πέντε υπολεκάνες, που μάλιστα αντιστοιχούν σε σαφώς οριοθετημένες υδρογεωλογικές ενότητες. Μια πιο αναλυτική σχηματοποίηση, με κατάτμηση της λεκάνης σε περισσότερες χωρικές ενότητες (υπολεκάνες) όχι μόνο δεν θα πρόσφερε καμία ουσιαστική πληροφορία στο μοντέλο αλλά και θα συνέβαλλε στην αύξηση του υπολογιστικού φόρτου της προσομοίωσης.
- Κομβικό σημείο της όλης προσέγγισης ήταν ο καθορισμός των βαθμών ελευθερίας του μοντέλου, ήτοι της παραμετροποίησης. Στην ανάπτυξη του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στο ζήτημα της φειδωλής χρήσης των παραμέτρων, το πλήθος των οποίων δεν εξαρτάται από τη

¹ Υπενθυμίζεται ότι κατά μήκος του ποταμού υπήρχαν δείγματα υδρομετρήσεων του ΙΓΜΕ, για τη δεκαετία ελέγχου 1984-1994, τα οποία όμως κρίθηκαν ανεπαρκή για την έστω και προσεγγιστική περιγραφή της διαίτας της επιφανειακής απορροής, ειδικά κατά την περίοδο υψηλής υδροφορίας. Αντίθετα, παρόμοια δείγματα σχετικά αραιών πλην όμως συστηματικών μετρήσεων παροχής αξιοποιήθηκαν για την κατασκευή των μηνιαίων υδρογραφημάτων των πηγών, καθώς η βασική ροή ενός ποταμού παρουσιάζει εμφανώς πιο ομαλή διαίτα.

λεπτομέρεια της σχηματοποίησης, που επιτυγχάνεται με τη θεώρηση των μονάδων υδρολογικής απόκρισης. Το σημαντικό αυτό πλεονέκτημα μας επέτρεψε να χρησιμοποιήσουμε τον ελάχιστο αριθμό παραμέτρων, συμβιβάζοντας τις διεργασίες που πρέπει να περιγραφούν με τα διαθέσιμα δεδομένα για την εξήγηση των παραμέτρων.

- Η απαίτηση περιγραφής των πολύπλοκων υδρολογικών διεργασιών της λεκάνης, επιφανειακών και υπόγειων, οδήγησε σε ένα σχήμα της τάξης των 100 παραμέτρων, η βαθμονόμηση των οποίων δεν ήταν δυνατό να αντιμετωπιστεί με συμβατικές πρακτικές, δηλαδή ως ένα τυπικό πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Εξάλλου, η θεωρητική προσέγγιση των Κεφαλαίων 9 και 10 εξηγεί σαφώς γιατί μια τέτοια πρακτική είναι επισφαλής, με δεδομένη την ύπαρξη πολλαπλών πηγών αβεβαιότητας στην όλη διαδικασία βαθμονόμησης ενός μοντέλου. Στην προκειμένη περίπτωση, ο χειρισμός των αβεβαιοτήτων έγινε με μεγιστοποίηση της πληροφορίας που παρέχεται κατά τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων. Η εν λόγω πληροφορία περιλάμβανε τυπικά στατιστικά μέτρα προσαρμογής, με βάση μετρήσεις παροχής στην έξοδο της λεκάνης και κατόπιν των έξι κύριων καρστικών πηγών της, καθώς και εμπειρικά μέτρα ποινής για τον έλεγχο σημαντικών πτυχών της υδρολογικής δίαιτας, όπως φαινομένων στείρευσης της ροής αλλά και της ύπαρξης τάσης στις μη ελεγχόμενες, από τις μετρήσεις, μεταβλητές (στάθμες δεξαμενών υπόγειου νερού). Συνεπώς, ο σχετικά μεγάλος αριθμός των παραμέτρων οδήγησε σε μια πολυκριτηριακή θεώρηση του προβλήματος βαθμονόμησης, με στόχο να ελέγξει με όσο το δυνατό μεγαλύτερη επάρκεια τη συμπεριφορά του μοντέλου, ως προς τις ποικίλες αποκρίσεις του.
- Η προσαρμογή του μοντέλου έγινε για τη δεκαετία 1984-1994, για την οποία πραγματοποιήθηκε συλλογή και επεξεργασία πληθώρας δεδομένων, υδρολογικών και διαχειριστικών. Η ύπαρξη εκτενών και αξιόπιστων δεδομένων αποτελεί, σχεδόν στο σύνολο των περιπτώσεων, ίσως το πιο καίριο περιοριστικό παράγοντα στην εφαρμογή των υδρολογικών μοντέλων, ιδιαίτερα αυτών που επιδιώκουν μια ημικατανομημένη ή και πλήρως κατανομημένη περιγραφή των διεργασιών μιας λεκάνης. Στην περίπτωση του Βοιωτικού Κηφισού, δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στον έλεγχο των πρωτογενών δεδομένων, καθώς η περίοδος προσαρμογής είναι μικρή και τυχόν σφάλματα θα δυσχαίρεναν δραστικά τη διαδικασία βαθμονόμησης.
- Στην εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου υιοθετήθηκε μια επίπονη υβριδική πρακτική, στην οποία ο ρόλος της υδρολογικής εμπειρίας και γνώσης των ιδιαιτεροτήτων του υδροσυστήματος ήταν καθοριστικός. Τα παραπάνω συνέβαλαν στον καθορισμό των πλέον υποσχόμενων περιοχών του εφικτού χώρου, η αναλυτική διερεύνηση των οποίων έγινε με τον εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου. Η αποτίμηση της προσαρμογής του μοντέλου στα πλαίσια της διαδικασίας αυτόματης βελτιστοποίησης βασίστηκε σε ένα σύνθετο μέτρο, στο οποίο σταθμίστηκε ένα πλήθος κριτηρίων ελέγχου (περίπου 40). Πέραν αυτού, οι λύσεις που παρήγαγε ο αλγόριθμος ελέγχονταν *εκ των υστέρων*, αφενός ως προς την προγνωστική τους επάρκεια (δηλαδή την αναπαραγωγή των υδρογραφημάτων κατά την περίοδο επαλήθευσης) και αφετέρου ως προς την αληθοφάνεια των παραμέτρων. Αποτέλεσμα της παραπάνω προσέγγισης ήταν ο εντοπισμός μιας πρόσφορης λύσης, η οποία καλύπτει κατά το δυνατό καλύτερα τους στόχους της έρευνας, δηλαδή την αξιόπιστη αναπαραγωγή των μετρημένων αποκρίσεων της λεκάνης, τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης (1984-1990) όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης (1990-1994), την εξασφάλιση ομαλής δίαιτας του υδροφορέα και τη συνέπεια των παραμέτρων, με βάση τη φυσική τους ερμηνεία.
- Κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης διαπιστώθηκαν έντονοι ανταγωνισμοί μεταξύ των κριτηρίων αλλά και ιδιαίτερα μεγάλη δυσκολία στον εντοπισμό λύσεων που εξασφαλίζουν εξίσου ικανοποιητική επίδοση του μοντέλου κατά τις δύο περιόδους ελέγχου. Για τον λόγο αυτό, επιχειρήθηκε ένα πλήθος αναλύσεων με εφαρμογή του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου ανόπτησης-απλόκου, θεωρώντας τις 18 πιο σημαντικές μεταβλητές ελέγχου του προβλήματος. Οι αναλύσεις που έγιναν διαφώτισαν σημαντικές πτυχές του προβλήματος, και έδωσαν εξήγηση σε αρκετές από τις δυσκολίες που αντιμετωπίσαμε στα πλαίσια της ημιαυτόματης προσέγγισης.

Διαπιστώθηκε ότι, τουλάχιστον για τις εκδοχές του προβλήματος που εξετάστηκαν, ορισμένες από τις τιμές των παραμέτρων που εντοπίστηκαν αρχικά βρίσκονται εκτός των ορίων των αντίστοιχων συνόλων Pareto. Τελικά, από τις αναλύσεις επιλέχθηκε μια μη κατώτερη λύση που υπερτερούσε της υφιστάμενης, όσον αφορά στην τιμή του καθολικού μέτρου επίδοσης κατά την περίοδο επαλήθευσης.

- Με σκοπό τον περαιτέρω έλεγχο της αξιοπιστίας του μοντέλου και την επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης του προβλήματος βαθμονόμησης, έγινε περαιτέρω επαλήθευσή του για μια περίοδο 96 υδρολογικών ετών (1907-2003). Τα σχετικά δεδομένα εισόδου κατασκευάστηκαν με βάση δύο από τα μεγαλύτερα δείγματα υδρολογικών παρατηρήσεων στην Ελλάδα, τη χρονοσειρά απορροής στη Διώρυγα Καρδίτσας και τη χρονοσειρά βροχόπτωσης στην Αλίαρτο. Από τις δύο λύσεις, επιλέχθηκε αυτή που προέκυψε μέσω της υβριδικής διαδικασίας, η οποία εξασφάλιζε λίγο καλύτερη επίδοση όσον αφορά στην αναπαραγωγή του υδρογραφήματος εξόδου, καθώς αυτός υπήρξε ο κύριος στόχος της μοντελοποίησης. Γενικά, το μοντέλο φαίνεται να αναπαράγει με εντυπωσιακή (με βάση το μήκος της βαθμονόμησης ως προς το μήκος της επαλήθευσης) ακρίβεια τις διεργασίες σε ένα μεγάλο τμήμα της λεκάνης, με εξαίρεση το εξαιρετικά πολύπλοκο καρστικό σύστημα του κάτω ρου, για το οποίο αποδεικνύεται ότι απαιτούνται πολύ περισσότερα δεδομένα για την ερμηνεία του.

Συμπερασματικά, με εξονυχιστική ανάλυση της διαθέσιμης πληροφορίας στη λεκάνη, την αξιοποίηση της υδρολογικής εμπειρίας και τη συνδυασμένη χρήση των εργαλείων ολικής και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής, επιτεύχθηκε μια πολύ ικανοποιητική αναπαράσταση ενός τόσο σύνθετου υδροσυστήματος. Ακόμα καλύτερη μοντελοποίηση είναι εφικτή, εφόσον υπάρχουν δεδομένα παροχής και σε άλλες θέσεις της λεκάνης καθώς και μετρήσεις στάθμης υπόγειων νερών. Μια άλλη προοπτική βελτίωσης της μέχρι τώρα προσέγγισης είναι η εφαρμογή του μοντέλου σε χαμηλότερη χρονική κλίμακα (ημερήσια), που θα συμβάλει στην καλύτερη κατανόηση των υδρολογικών μηχανισμών και θα αμβλύνει, κατ' ελάχιστο, τα σφάλματα που προέρχονται από τη χρήση δειγμάτων μηνιαίας απορροής με βάση αραιές υδρομετρήσεις.

12 Ανακεφαλαίωση, συμπεράσματα και προτάσεις

12.1 Ανακεφαλαίωση

12.1.1 Γενικά

Στα πλαίσια της διατριβής επιχειρήθηκε μια ολοκληρωμένη προσέγγιση του αντικειμένου της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, η οποία κάλυψε τόσο το μαθηματικό-υπολογιστικό του σκέλος (επισκόπηση και ανάπτυξη αλγορίθμων) όσο και το πρακτικό σκέλος, που αφορά στην εφαρμογή τέτοιων προσεγγίσεων στην επιστήμη και τεχνολογία υδατικών πόρων. Ως προς το τελευταίο, η έμφαση δόθηκε σε ένα από τα πλέον απαιτητικά προβλήματα, ήτοι στην εκτίμηση των παραμέτρων σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, με χρήση πολλαπλών κριτηρίων προσαρμογής. Το πρόβλημα εξετάστηκε ως προς διάφορες πτυχές του, από τη διαμόρφωση του μοντέλου (σχηματοποίηση, παραμετροποίηση) μέχρι τη διαδικασία βαθμονόμησης και την στρατηγική επιλογής της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης.

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε ήταν εκτενής και στραμμένη προς πολλαπλές κατευθύνσεις. Ένα πρώτο σκέλος των εργασιών αφορά στη θεωρητική ανάλυση των διαφόρων πτυχών του προβλήματος, ήτοι του γενικού-υπολογιστικού και του ειδικού-υδρολογικού, και περιλαμβάνει ολοκληρωμένη σύνοψη και κριτική επισκόπηση της υφιστάμενης εμπειρίας και των σχετικών μεθοδολογιών. Ένα δεύτερο σκέλος αναφέρεται στην ανάπτυξη γενικών υπολογιστικών εργαλείων για το χειρισμό προβλημάτων μη γραμμικής βελτιστοποίησης ενός ή πολλαπλών κριτηρίων. Τέλος, ένα τρίτο σκέλος εξειδικεύτηκε στο πρόβλημα της βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων, το οποίο εξετάστηκε στη βάση μιας πολυσύνθετης πιλοτικής εφαρμογής στο υδροσύστημα του Βοιωτικού Κηφισού.

12.1.2 Επισκόπηση θεωρητικού υποβάθρου και τεχνικών πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης

Η ανάλυση του προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης έγινε ξεκινώντας από την απλή δομή του, που αφορά σε βαθμωτές συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Εξηγήθηκαν οι θεμελιώδεις αρχές που προέρχονται από τη θεωρία μαθηματικής ανάλυσης, με έμφαση στο ζήτημα της κυρτότητας, από το οποίο εξαρτάται αν η γεωμετρική δομή της επιφάνειας απόκρισης της προς βελτιστοποίηση συνάρτησης είναι ομαλή, με ένα μοναδικό σημείο βελτίστου, ή τραχεία, με πολλαπλά ακρότατα. Το χαρακτηριστικό αυτό καθορίζει τη στρατηγική αναζήτησης, που στην πρώτη περίπτωση (ήτοι κυρτής στοχικής συνάρτησης) είναι πλήρως προσδιοριστική, ενώ στη δεύτερη είναι εν μέρει προσδιοριστική και εν μέρει στοχαστική. Επειδή τα περισσότερα προβλήματα μηχανικού αφορούν σε μη κυρτές συναρτήσεις, η αποτίμηση των οποίων συχνά προϋποθέτει μια σχετικά χρονοβόρα διαδικασία προσομοίωσης, το ενδιαφέρον επικεντρώθηκε στις τεχνικές αναζήτησης ολικού ακροτάτου, για τις οποίες τέθηκε ένα πλαίσιο απαιτήσεων (ευρωστία, αμεροληψία, γενικότητα, αποτελεσματικότητα, αποδοτικότητα, εγγυημένη σύγκλιση, ευκολία στη χρήση). Με βάση τις παραπάνω απαιτήσεις, αξιολογήθηκαν οι μεθοδολογίες που έχουν προταθεί, αρκετές από τις οποίες εμπνέονται από συναφείς φυσικές (π.χ. προσομοιωμένη απόπτηση) και βιολογικές διεργασίες (π.χ. γενετικοί αλγόριθμοι).

Ο χειρισμός του προβλήματος βελτιστοποίησης διαφοροποιείται ριζικά εφόσον λαμβάνονται υπόψη περισσότερα του ενός κριτήρια, ειδικά όταν αυτά είναι μεταξύ τους ανταγωνιστικά και δεν μπορούν να αποτιμηθούν σε κοινή μονάδα μέτρησης. Εξετάζοντας το υπόβαθρο μιας τέτοιας προσέγγισης,

εξηγήθηκε η θεμελιώδης έννοια της κυριαρχίας, η οποία καθιστά εφικτή τη σύγκριση λύσεων που προέρχονται από διανυσματικές στοχικές συναρτήσεις. Η έννοια της κυριαρχίας έχει ως συνέπεια την ύπαρξη πολλαπλών εναλλακτικών λύσεων που είναι από μαθηματική οπτική βέλτιστες. Οι λύσεις αυτές διαμορφώνουν το λεγόμενο μέτωπο Pareto στο πεδίο αποτίμησης. Μετακινούμενοι κατά μήκος του μετώπου, δεν είναι δυνατή η βελτίωση ενός κριτηρίου χωρίς την επιδείνωση ενός τουλάχιστον άλλου. Η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση αποσκοπεί στην παραγωγή ενός εύλογου πλήθους τέτοιων λύσεων (οι οποίες καλούνται μη κατώτερες ή μη κυριαρχούμενες ή βέλτιστες Pareto), ώστε να περιγράφεται όσον το δυνατό πιο αντιπροσωπευτικά το μέτωπο Pareto. Λαμβάνοντας υπόψη τις αντισταθμίσεις των κριτηρίων, σε συνδυασμό με επιπλέον κριτήρια που δεν έχουν ενταχθεί ρητά στο προς βελτιστοποίηση πλαίσιο, είναι δυνατή η επιλογή του πλέον πρόσφορου συμβιβασμού.

Επισκοπώντας τις μεθοδολογίες πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, διακρίναμε δύο προσεγγίσεις. Η πρώτη, γνωστή ως κλασική, υποθέτει τον μετασχηματισμό της διανυσματικής στοχικής συνάρτησης σε βαθμωτή, με συνάθροιση των κριτηρίων σε μια ενιαία μαθηματική έκφραση. Με τον τρόπο αυτό, διαμορφώνεται ένα τυπικό πρόβλημα ολικής βελτιστοποίησης, από την επίλυση του οποίου προκύπτει μια μοναδική μη κατώτερη λύση του πολυκριτηριακού που, συνήθως, λαμβάνεται ως η καλύτερα συμβιβαστική. Βεβαίως, διαφοροποιώντας τη διατύπωση της στοχικής συνάρτησης είναι δυνατή, υπό προϋποθέσεις (π.χ. κυρτότητα μετώπου Pareto), η βήμα-προς-βήμα παραγωγή ενός ικανού συνόλου μη κατωτέρων λύσεων, διαδικασία που απαιτεί, προφανώς, πολύ σημαντικό υπολογιστικό φόρτο.

Από την άλλη πλευρά, η σύγχρονη μεθοδολογική προσέγγιση αποσκοπεί στην ταυτόχρονη παραγωγή ενός προκαθορισμένου αριθμού βέλτιστων Pareto λύσεων. Η εκτενής επισκόπηση της βιβλιογραφίας ανέδειξε μια πληθώρα τέτοιων τεχνικών που, σχεδόν στο σύνολό τους, αποτελούν παραλλαγές των γενετικών αλγορίθμων. Συγκεκριμένα, πρόκειται για σχήματα εξελικτικής αναζήτησης που εισάγουν ευρετικές μεθοδολογίες αποτίμησης των μελών κάθε γενιάς, στις διαδικασίες επιλογής των ατόμων προς επιβίωση. Οι πολυκριτηριακές εξελικτικές τεχνικές εισάγουν εξειδικευμένες συναρτήσεις καταλληλότητας, που εξασφαλίζουν σύγκλιση της διαδικασίας αναζήτησης στο πραγματικό μέτωπο Pareto, με καλή διασπορά του πληθυσμού. Οι εν λόγω τεχνικές εμφανίστηκαν, σε πρωτόλεια μορφή, στα μέσα της δεκαετίας του 1980 (μέθοδοι πρώτης γενιάς, π.χ. VEGA), ενώ οι πρώτες καταξιωμένες πολυκριτηριακές εξελικτικές τεχνικές, οι οποίες αναφέρονται ως μέθοδοι δεύτερης γενιάς (με κύριες εκπροσώπους τις μεθόδους MOGA, NSGA, NPGA), διαμορφώνονται από τις αρχές της δεκαετίας του 1990. Τα τελευταία έτη, οι σχετικές μεθοδολογίες, οι οποίες αναφέρονται ως τρίτης γενιάς, εστιάζουν στα ποιοτικά χαρακτηριστικά των παραγόμενων πληθυσμών (διατήρηση ποικιλότητας) και την αποτελεσματικότητα των υπολογιστικών διαδικασιών (προστασία μη κατωτέρων λύσεων, ταχύτητα σχημάτων ταξινόμησης). Σε ορισμένες περιπτώσεις, πρόκειται για βελτιωμένες εκδοχές σχημάτων που είχαν ήδη καταξιωθεί (π.χ. NSGA-II, SPEA-II), ενώ άλλες είναι πρωτότυπες (π.χ. PAES, PESA, micro-GA).

12.1.3 Ανάπτυξη και αξιολόγηση αλγορίθμων

Κύριο προϊόν της διατριβής ήταν η ανάπτυξη εξελικτικών σχημάτων ανόπτησης-απλόκου, η δομή των οποίων προσαρμόστηκε στα χαρακτηριστικά των προβλημάτων μη γραμμικής βελτιστοποίησης που απαντούν στους υδατικούς πόρους, είτε αναφέρονται σε βαθμωτές (έντονα τραχεία γεωμετρία επιφάνειας απόκρισης, πολλαπλά ακρότατα σε διάφορες κλίμακες) είτε σε διανυσματικές στοχικές συναρτήσεις (ισχυρή ανταγωνιστικότητα κριτηρίων).

Σε πρώτη φάση, αντιμετωπίστηκε το βαθμωτό πρόβλημα, υιοθετώντας μια συνδυαστική στρατηγική αναζήτησης ακροτάτων σε μη κυρτούς χώρους. Η στρατηγική αυτή βασίζεται σε ένα πλέγμα ιδεών, προερχόμενων από καταξιωμένες μεθοδολογίες (εξελικτική αναζήτηση, προσομοιωμένη ανόπτηση, κατερχόμενο άπλοκο) αλλά και αρκετές πρωτότυπες ιδέες. Συγκεκριμένα, υιοθετείται ένα εξελικτικό σχήμα, δηλαδή ένας αρχικός πληθυσμός τυχαίων σημείων, τα οποία σταδιακά συγκλίνουν σε ένα

πρόσφορο ακρότατο της συνάρτησης, από ένα ευρύ φάσμα παραγωγικών διαδικασιών. Οι διαδικασίες αυτές έχουν ως υπόβαθρο μια παραλλαγή του γνωστού σχήματος κατερχόμενου απλόκου, στο οποίο εισαγάγαμε αρκετές καινοτομίες που εξασφαλίζουν ποικιλία εφικτών κινήσεων σε πολυδιάστατους χώρους. Οι κορυφές του απλόκου επιλέγονται τυχαία από τον τρέχοντα πληθυσμό, ενώ η προς αντικατάσταση κορυφή επιλέγεται στη βάση μιας τροποποιημένης στοχικής συνάρτησης, όπου στην πραγματική τιμή της έχει προστεθεί μια τυχαία μεταβλητή, που είναι ανάλογη της τρέχουσας «θερμοκρασίας». Ο όρος προέρχεται από τη μέθοδο προσομοιωμένης απόπτωσης, και υποδηλώνει έναν ρυθμιστή της τυχειότητας των διαδικασιών επιλογής· η υψηλή, αρχικά, θερμοκρασία επιτρέπει μεγάλη διασπορά κινήσεων στον εφικτό χώρο, ενώ με τη σταδιακή της μείωση (η οποία ελέγχεται από έναν αυτορυθμιζόμενο μηχανισμό ψύξης) εξασφαλίζεται σύγκλιση γύρω από τη βέλτιστη λύση. Για τη γέννηση νέων σημείων, πέρα από τους τυπικούς γεωμετρικούς μετασχηματισμούς της αυθεντικής μεθόδου κατερχόμενου απλόκου (ανάκλαση, επέκταση, συμπίεση, συρρίκνωση), προστέθηκαν οι κινήσεις πολλαπλής επέκτασης, στην κατεύθυνση της κλίσης της συνάρτησης, και αναρρίχησης, στην αντίθετη κατεύθυνση, με σκοπό την υπερπήδηση σε γειτονικές περιοχές έλξης ακροτάτων. Σε όλες τις συναρτήσεις μετασχηματισμού ενσωματώθηκαν στοχαστικοί όροι, οι οποίοι επιτρέπουν μεγαλύτερη ευελιξία, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις έντονα τραχείας επιφάνειας απόκρισης. Τέλος, εισήχθη μια διαδικασία «μετάλλαξης», στην περίπτωση που κανένας από τους μετασχηματισμούς δεν οδηγήσει σε βελτιωμένη λύση. Η τελευταία βασίζεται στην ελεγχόμενη γέννηση ενός τυχαίου σημείου, μακριά από το κέντρο βάρους του πληθυσμού. Σε όλες τις γεννήτριες συναρτήσεις, ορίζεται ένα διπλό εύρος αναζήτησης, ένα εξωτερικό (δεσμευτικό), που εκφράζει τα φυσικά-μαθηματικά όρια διακύμανσης των μεταβλητών ελέγχου και ένα εσωτερικό (χαλαρό), που εκφράζει τα αντίστοιχα επιθυμητά.

Η παραπάνω στρατηγική διατηρείται, με ορισμένες αναγκαίες τροποποιήσεις, και στην περίπτωση διανυσματικών συναρτήσεων, ο χειρισμός των οποίων γίνεται μέσω του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγόριθμου απόπτωσης-απλόκου (multiobjective evolutionary annealing-simplex, MEAS). Ο εν λόγω αλγόριθμος υλοποιεί μια διαδικασία δύο φάσεων, όπου στην πρώτη αποτιμάται η επίδοση των μελών του τρέχοντος πληθυσμού και στη δεύτερη επιχειρείται η παραγωγή μιας βελτιωμένης λύσης. Σε αντίθεση με τα βαθμωτά προβλήματα, όπου η καταλληλότητα ενός σημείου προκύπτει άμεσα, με βάση την τιμή της στοχικής συνάρτησης, στις πολυκριτηριακές εφαρμογές αυτό που ενδιαφέρει είναι η θέση του σημείου στο πεδίο αποτίμησης, σε σχέση με τα υπόλοιπα μέλη του πληθυσμού, και όχι οι απόλυτες τιμές των κριτηρίων καθεαυτές. Η διαδικασία αποτίμησης καταλήγει σε ένα σύνθετο μέτρο ποινής, που περιλαμβάνει τέσσερις όρους:

- έναν ακέραιο βαθμό τάξης, που αποτιμά τη σχετική επίδοση κάθε σημείου με βάση τον αριθμό των ατόμων επί των οποίων κυριαρχεί και τον αριθμό των ατόμων ως προς τα οποία κυριαρχείται (η τάξη των μη κυριαρχούμενων λύσεων είναι μηδενική)·
- έναν δεκαδικό βαθμό τάξης, που επιτρέπει τη σύγκριση ενός σημείου σε σχέση με αδιάφορες, ως προς αυτό, λύσεις, με βάση τον μέσο αριθμό κριτηρίων ως προς τα οποία υπερτερεί (ο όρος αυτός έχει νόημα σε προβλήματα τριών ή περισσότερων κριτηρίων)·
- έναν όρο ποινής, που εξαρτάται από την πυκνότητα του πληθυσμού στη γειτονία κάθε σημείου, δηλαδή το ποσοστό των λύσεων που ανήκουν σε κοινούς θύλακες·
- έναν όρο εφικτότητας, με τον οποίο εισάγεται ποινή στην περίπτωση που κάποια λύση βρίσκεται εκτός του επιθυμητού εύρους διακύμανσης των τιμών των κριτηρίων (στην περίπτωση, βεβαίως, που ο χρήστης έχει ορίσει τέτοιο).

Με συνάθροιση των παραπάνω προκύπτει μια εικονική επιφάνεια απόκρισης, που διαθέτει σημαντική ποικιλία τιμών (πιθανόν μεγαλύτερη από κάθε συναφή διαδικασία αποτίμησης της βιβλιογραφίας) και αναδιαμορφώνεται σε κάθε γενιά. Στην εν λόγω επιφάνεια εφαρμόζονται παραγωγικές διαδικασίες που προέρχονται από τη μέθοδο απόπτωσης-απλόκου για προβλήματα ολικής βελτιστοποίησης, χωρίς να ταυτίζονται πλήρως. Οι τροποποιήσεις αφορούν:

- στην κατάργηση του μετασχηματισμού ολικής συμπίεσης του απλόκου (έλξη όλων των κορυφών προς τη βέλτιστη), προς όφελος της διατήρησης της διασποράς του πληθυσμού·
- στην κατάργηση του μετασχηματισμού αναρρίχησης, αφού δεν έχει νόημα η έννοια των τοπικών ακροτάτων στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση·
- στη χρήση δύο (αντί ενός) τελεστών μετάλλαξης, για την ελεγχόμενη γέννηση σημείων «κοντά» και «μακριά» από μια τρέχουσα λύση·
- στη δυνατότητα τεχνητής αύξησης της θερμοκρασίας του συστήματος (επανανόπτηση), εφόσον αυτή έχει μειωθεί κάτω από κάποιο επιτρεπόμενο όριο, ώστε να διατηρεί ικανή τυχαιότητα στη διαδικασία επιλογής.

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου MEAS αξιολογήθηκε ως προς ικανό πλήθος θεωρητικών προβλημάτων και συγκρίθηκε ως προς δύο χαρακτηριστικές εκπροσώπους της δεύτερης και τρίτης γενιάς πολυκριτηριακών αλγορίθμων (NSGA και SPEA, αντίστοιχα). Πρώτα, εξετάστηκαν 11 συναρτήσεις ελέγχου της βιβλιογραφίας (δύο κριτηρίων), που διαφοροποιούνται ως προς το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου και τα γεωμετρικές δομές του μετώπου Pareto. Κάθε πρόβλημα επιλύθηκε 10 φορές, ξεκινώντας από διαφορετικούς τυχαίους πληθυσμούς, ενώ κάθε μεθοδολογία εξετάστηκε με εναλλακτικές δομές, τροποποιώντας χαρακτηριστικές αλγοριθμικές διαδικασίες ή παραμέτρους. Η μέθοδος MEAS αποδείχθηκε εξαιρετικά αποτελεσματική, όσον αφορά τόσο στην ακρίβεια όσο και στην ταχύτητα προσέγγισης του μετώπου Pareto. Σχεδόν στο σύνολο των περιπτώσεων, υπερίσχυσε εμφανώς έναντι των εξεταζόμενων διατυπώσεων των άλλων δύο μεθόδων, αποδεικνύοντας ότι αποτελεί μια ισχυρή τεχνική χειρισμού τέτοιων προβλημάτων.

Εκτός από τις θεωρητικές συναρτήσεις, εξετάστηκε και μια μαθηματική εφαρμογή πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης από το χώρο της στοχαστικής υδρολογίας, συγκεκριμένα την αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, που απαντά στην εκτίμηση των παραμέτρων γραμμικών πολυμεταβλητών μοντέλων. Το πρόβλημα διατυπώθηκε ως ταυτόχρονη βελτιστοποίηση δύο κριτηρίων, όπου το πρώτο κριτήριο αποσκοπεί στην αναπαραγωγή των δειγματικών συνδιασπορών (αυτοσυσχετίσεων και ετεροσυσχετίσεων) και το δεύτερο στην ελαχιστοποίηση της ασυμμετρίας του λευκού θορύβου (όσο πιο ασύμμετρη είναι μια κατανομή, τόσο πιο δύσκολη η παραγωγή τυχαίων αριθμών από αυτή). Η εφαρμογή που εξετάστηκε αφορά σε ένα περιοδικό σχήμα αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR1) οκτώ μεταβλητών, που αναφέρονται στις μεταβλητές απορροής και βροχόπτωσης των ταμιευτήρων Μόρνου, Ευήνου, Υλίκης και Μαραθώνα του μηνός Ιουνίου. Στις αναλύσεις διερευνήθηκε μια ιδιαίτερη πτυχή της μεθόδου MEAS, που αφορά στην ενσωμάτωση περιορισμών εφικτότητας στο πεδίο αποτίμησης. Η συγκεκριμένη ρύθμιση εξασφάλισε καλύτερη εποπτεία του προβλήματος, που έχει ως κυρίαρχο χαρακτηριστικό το τεράστιο εύρος διακύμανσης των τιμών των κριτηρίων, ενώ ανέδειξε και ορισμένες αδυναμίες του αλγορίθμου.

12.1.4 Υδρολογικές εφαρμογές – Το πρόβλημα βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων

Η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση βρίσκει πρόσφορο πεδίο εφαρμογής σε προβλήματα σχεδιασμού και ανάλυσης πολύπλοκων συστημάτων, όπως είναι τα συστήματα υδατικών πόρων. Στα πλαίσια της εργασίας, εξετάστηκαν, συνοπτικά, τρεις κατηγορίες τεχνολογικών, ως επί το πλείστον, προβλημάτων (διαχείριση ταμιευτήρων, έλεγχος ποιότητας υδροφορέων, σχεδιασμός και αποκατάσταση δικτύων ύδρευσης), ενώ διερευνήθηκε ενδελεχώς μια ειδική ομάδα εφαρμογών, που αφορά στη βαθμονόμηση των παραμέτρων μοντέλων υδρολογικής προσομοίωσης.

Στη βιβλιογραφία υπάρχει ένα μεγάλο φάσμα υδρολογικών μοντέλων, τα οποία κατατάχθηκαν σε κατηγορίες με βάση το πεδίο εφαρμογής τους, τη χωρική κλίμακα αναπαράστασης των διεργασιών (αδιαμέριστα, ημιαδιαμέριστα, ημικαταμεμημένα, καταμεμημένα), το χρονικό βήμα προσομοίωσης και το μαθηματικό τους υπόβαθρο (φυσικής βάσης, εννοιολογικά, στατιστικά, στοχαστικά, «μαύρου κουτιού»). Σε κάθε περίπτωση, η κλασική διαδικασία αυτόματης βαθμονόμησης αποσκοπεί στην

προσαρμογή μίας ή περισσότερων αποκρίσεων του μοντέλου σε ένα δείγμα παρατηρήσεων πεδίου, με βάση ένα καθολικό κριτήριο επίδοσης, που αντιστοιχεί στη στοχική συνάρτηση ενός προβλήματος μη γραμμικής βελτιστοποίησης. Στην επισκόπηση εξετάζονται διάφορα είδη κριτηρίων, που συνήθως αφορούν σε τυπικά στατιστικά μέτρα προσαρμογής.

Στη συνέχεια εξετάστηκε το ζήτημα της προγνωστικής αβεβαιότητας των υδρολογικών μοντέλων και του τρόπου με τον οποίο αυτή σχετίζεται με τη διαδικασία βαθμονόμησης. Διερευνήθηκε ένα πλήθος πηγών αβεβαιότητας, ορισμένες από τις οποίες είναι εγγενείς και, ως εκ τούτου, μη ελεγχόμενες από τον χρήστη (π.χ., σφάλματα δεδομένων), ενώ άλλες μπορούν να ελεγχθούν και να περιοριστούν κατά τη διαμόρφωση του μοντέλου (π.χ., παραμετροποίηση). Συζητήθηκε η έννοια της ισοδυναμίας λύσεων (equifinality), που στην πράξη υποδηλώνει ότι μοντέλα που διατυπώνονται με διαφορετική δομή ή με διαφορετικές τιμές παραμέτρων, μπορούν να παράξουν εξίσου αποδεκτές αποκρίσεις. Επιπλέον, παρουσιάστηκαν, συνοπτικά, οι τεχνικές ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας, που βασίζονται σε τυπικές στατιστικές υποθέσεις και αποσκοπούν στην εύρεση εμπειρικών συναρτήσεων κατανομής των παραμέτρων και, βάσει αυτών, ορίων εμπιστοσύνης των προσομοιωμένων αποκρίσεων.

Η θεωρητική ανάλυση του προβλήματος βαθμονόμησης ανέδειξε την ανάγκη μιας πολυκριτηριακής προσέγγισης, που υποδηλώνει την ενσωμάτωση πολλαπλών μέτρων για τον έλεγχο της επίδοσης ενός μοντέλου. Αφού εξετάστηκαν τα θεωρητικά και πρακτικά πλεονεκτήματα μιας τέτοιας θεώρησης, αναπτύχθηκε ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για το χειρισμό σύνθετων (ημικατανεμημένων ή πλήρως κατανεμημένων) υδρολογικών μοντέλων, που περιλαμβάνει:

- ένα πλέγμα αρχών που εξασφαλίζουν συνεπή σχηματοποίηση και παραμετροποίηση·
- κατευθύνσεις αξιοποίησης των μη συστηματικών μετρήσεων και της υδρολογικής εμπειρίας, σε όλα τα στάδια διαμόρφωσης του μοντέλου·
- στρατηγικές υβριδικής βαθμονόμησης, που συνδυάζουν την ανθρώπινη εμπειρία και τη χρήση αυτοματοποιημένων εργαλείων βελτιστοποίησης, με σκοπό την παραγωγή ρεαλιστικών (ως προς το φυσικό τους υπόβαθρο) τιμών παραμέτρων, που εξασφαλίζουν ικανοποιητική προγνωστική ικανότητα.

Η επισκόπηση του προβλήματος βαθμονόμησης ολοκληρώθηκε με τη βιβλιογραφική παράθεση πρόσφατων παραδειγμάτων που αφορούν στην εφαρμογή πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων για τον εντοπισμό του μετώπου Pareto, σε υδρολογικά μοντέλα που προσαρμόζονται σε πολλαπλά κριτήρια ελέγχου.

12.1.5 Έλεγχος μεθοδολογιών στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού

Οι μεθοδολογίες που αναπτύχθηκαν, ένα σκέλος των οποίων περιλαμβάνει τους αλγορίθμους ολικής και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και το άλλο τις στρατηγικές χειρισμού των σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, εφαρμόστηκε στο υδροσύστημα (λεκάνη απορροής και υδροφορέας) του Βοιωτικού Κηφισού. Όπως εξηγήθηκε, πρόκειται για ένα πολυσύνθετο σύστημα, με σημαντικές ιδιαιτερότητες όσον αφορά στο φυσικό του καθεστώς όσο και στο καθεστώς διαχείρισης των υδατικών πόρων. Η αναπαράσταση των υδρολογικών και ανθρωπογενών διεργασιών έγινε με το μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, αρκετές πτυχές του οποίου (θεωρητικό υπόβαθρο, εργαλεία βαθμονόμησης) αποτελούν άμεσο ή έμμεσο προϊόν της διατριβής. Ειδικότερα, πρόκειται για ένα καινοτόμο σχήμα συνδυαστικής προσομοίωσης, που υλοποιεί ένα μοντέλο επιφανειακής υδρολογίας, ένα μοντέλο υπόγειας υδρολογίας και ένα μοντέλο βέλτιστης κατανομής των υδατικών πόρων σε διαταραγμένες λεκάνες, ημικατανεμημένης δομής.

Μετά από συνοπτική παρουσίαση της περιοχής μελέτης και του μαθηματικού υποβάθρου του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, εξηγήθηκαν οι αρχές σχηματοποίησης και παραμετροποίησης, περιγράφηκε η κατασκευή των γεωγραφικών και υδρολογικών δεδομένων και διατυπώθηκαν τα κριτήρια ελέγχου

για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Τα τελευταία αφορούν σε τυπικά στατιστικά μέτρα προσαρμογής (αποτελεσματικότητα, μεροληψία, κτλ.) καθώς και σε εμπειρικά μέτρα, που επιτρέπουν καλύτερο έλεγχο των προσομοιωμένων αποκρίσεων ως προς τις μετρημένες (έλεγχος στείρευσης παροχής υδατορευμάτων και πηγών) και εξασφαλίζουν συνεπή δίαιτα των «εσωτερικών» αποκρίσεων που δεν ελέγχονται μέσω μετρήσεων (στάθμες δεξαμενών υπόγειου νερού). Ο κύριος έλεγχος του μοντέλου έγινε σε μηνιαίο χρονικό βήμα, για την περίοδο 1984-1994, κατά την οποία υπάρχουν συστηματικές (ημερήσιες) εκτιμήσεις παροχής στην έξοδο της λεκάνης και σποραδικές μετρήσεις παροχής κατάντη έξι κύριων καρστικών πηγών της. Το δεύτερο μισό της παραπάνω περιόδου χρησιμοποιήθηκε για την επαλήθευση του μοντέλου και συμπίπτει με ένα διάστημα έμμονης ξηρασίας, κατά το οποίο υπήρξε έντονη εκμετάλλευση του υπόγειου υδατικού δυναμικού της λεκάνης.

Για την παραπάνω περίοδο, διαμορφώθηκε ένα πρόβλημα βαθμονόμησης περίπου 100 παραμέτρων και 40 κριτηρίων, το οποίο αντιμετωπίστηκε σε δύο φάσεις. Αρχικά, σχηματίστηκε ένα καθολικό μέτρο επίδοσης και υιοθετήθηκε μια υβριδική προσέγγιση, στην οποία χρησιμοποιήθηκε ο εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου για τη σταδιακή βελτιστοποίηση των παραμέτρων κατά ομάδες. Μετά από επίπονη προσπάθεια, εντοπίστηκε μια λύση που εξασφαλίζει ικανοποιητική επίδοση του μοντέλου τόσο κατά την περίοδο βαθμονόμησης όσο και κατά την περίοδο επαλήθευσης, για όλες τις προσομοιωμένες αποκρίσεις (υδρογραφήματα, στάθμες υπόγειου νερού), ταυτόχρονα με ρεαλιστικές τιμές των μεταβλητών ελέγχου. Στη συνέχεια, αναλύθηκαν τα χαρακτηριστικά των υδρογραφημάτων, επιχειρήθηκε η φυσική ερμηνεία των βελτιστοποιημένων παραμέτρων και καταρτίστηκε το μέσο ετήσιο υδατικό ισοζύγιο του υδροσυστήματος.

Η δεύτερη φάση των αναλύσεων αναφέρεται στην επίλυση έξι πολυκριτηριακών προβλημάτων, στα οποία τέθηκαν ως μεταβλητές ελέγχου οι 18 σημαντικότερες παράμετροι του μοντέλου (οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων θεωρήθηκαν γνωστές, από την προηγούμενη μονοκριτηριακή προσέγγιση). Σε κάθε πρόβλημα, χρησιμοποιήθηκε διαφορετικός αριθμός κριτηρίων (από δύο έως επτά), με την εισαγωγή ή όχι περιορισμών εφικτότητας, ενώ η επίλυση έγινε με τον πολυκριτηριακό εξελικτικό αλγόριθμο ανόπτησης-απλόκου. Για κάθε πρόβλημα απεικονίστηκε το αντίστοιχο μέτωπο Pareto (ή χαρακτηριστικές τομές του, στις περιπτώσεις που τα κριτήρια ήταν περισσότερα από δύο), τα όρια του συνόλου Pareto, που εκφράζουν το εμπειρικό εύρος αβεβαιότητας των παραμέτρων, και το διάγραμμα διασποράς του αθροιστικού μέτρου επίδοσης, για τις περιόδους βαθμονόμησης και επαλήθευσης. Με τη βοήθεια των παραπάνω διαγραμμάτων διερευνήθηκαν οι ανταγωνισμοί των κριτηρίων, βάσει των οποίων επιχειρήθηκε η ερμηνεία των μη ομαλών γεωμετριών των μετώπων Pareto. Από τις αναλύσεις επιλέχθηκε μια μη κατώτερη λύση, που παρουσίασε καλύτερη επίδοση σε σχέση με την υφιστάμενη βέλτιστη κατά στην περίοδο επαλήθευσης.

Ένα τελευταίο στάδιο αναλύσεων αναφέρεται στον έλεγχο της προσαρμογής του μοντέλου για όλη την περίοδο ύπαρξης δειγμάτων μηνιαίας παροχής στην έξοδο της λεκάνης (1907-2003). Με βάση διάφορες παραδοχές, επεκτάθηκαν οι απαιτούμενες χρονοσειρές εισόδου (επιφανειακή βροχόπτωση και δυναμική εξατμοδιαπνοή υπολεκανών, αρδευτικές και υδρευτικές ανάγκες κόμβων), ώστε να είναι δυνατή η εκτέλεση της προσομοίωσης. Από τις δύο διαθέσιμες εναλλακτικές λύσεις, ελήφθη ως πλέον συμβιβαστική αυτή που προέκυψε από την πολυκριτηριακή ανάλυση, καθώς παρουσιάζει ελαφρά καλύτερη επίδοση ως προς την αναπαραγωγή του υδρογραφήματος εξόδου, που είναι η συνιστώσα με το μεγαλύτερο διαχειριστικό ενδιαφέρον. Γενικά, και για τις δύο λύσεις, η προσαρμογή του μοντέλου υπήρξε πολύ ικανοποιητική, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι η βελτιστοποίηση των παραμέτρων έγινε για μια περίοδο έξι μόλις υδρολογικών ετών (1984-1990), ενώ η πλήρης επαλήθευση του μοντέλου για μια υπερδεκαεπταπλάσια περίοδο. Το γεγονός αυτό τεκμηριώνει την καταλληλότητα του προτεινόμενου μεθοδολογικού πλαισίου, που διατρέχει όλα τα στάδια εφαρμογής ενός μοντέλου υδρολογικής προσομοίωσης (σχηματοποίηση, παραμετροποίηση, βαθμονόμηση).

12.2 Συμπεράσματα

Στη συνέχεια επισκοπούνται τα κύρια ερευνητικά συμπεράσματα της διατριβής, ταξινομημένα σε αντίστοιχες θεματικές ενότητες.

1. Πολυκριτηριακή προσέγγιση προβλημάτων βελτιστοποίησης σύνθετων συστημάτων

Στις εφαρμογές ανάλυσης πολύπλοκων συστημάτων σπανίως μπορεί να διατυπωθεί ένα μοναδικό αριθμητικό μέτρο, που να ποσοτικοποιεί την επίδοση του συστήματος ως προς τις μεταβλητές ελέγχου του. Κατά κανόνα, η επίδοση πρέπει να ελεγχθεί στη βάση πολλαπλών κριτηρίων, που σε πολλές περιπτώσεις είναι αντικρουόμενα και δεν μπορούν να αποτιμηθούν σε κοινή μονάδα μέτρησης, όπως π.χ. το χρηματικό όφελος. Η κλασική προσέγγιση, που αναφέρεται είτε στη θεώρηση ενός μείζονος κριτηρίου είτε στη διατύπωση ενός καθολικού μέτρου, όπου συναθροίζονται περισσότερα κριτήρια, και αποσκοπεί στην παραγωγή μιας «ολικά» βέλτιστης λύσης αποκρύπτει σημαντικές πτυχές του προβλήματος. Επιπλέον, ενέχει ισχυρή υποκειμενικότητα, που επιτρέπει ακόμα και την κατεύθυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης προς προαποφασισμένες λύσεις, ανάλογα με τη διατύπωση της στοχικής συνάρτησης (π.χ. με κατάλληλη στάθμιση των κριτηρίων).

Η πολυκριτηριακή προσέγγιση, με τη συμβολή των όλο και πιο βελτιωμένων τεχνικών διανυσματικής βελτιστοποίησης, απορρίπτει την έννοια του ολικού βελτίστου, καθώς επιδιώκει την παραγωγή πολλαπλών λύσεων που περιγράφουν πρόσφορους ανταγωνισμούς μεταξύ των κριτηρίων, πάνω στο λεγόμενο μέτωπο Pareto. Η σύγκριση των λύσεων δεν γίνεται με βάση ένα αυθαίρετο καθολικό μέτρο αλλά χρησιμοποιώντας τη θεμελιώδη έννοια της κυριαρχίας. Ζητούμενο της παραπάνω διαδικασίας είναι ένα δείγμα αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων του πολυκριτηριακού προβλήματος.

Η λήψη της τελικής απόφασης, δηλαδή η επιλογή της καλύτερα συμβιβαστικής λύσης, προϋποθέτει εμβάθυνση στα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών, με τη χρήση περαιτέρω κριτηρίων αξιολόγησης, ποσοτικών και ποιοτικών. Η πλέον επίκαιρη προοπτική στοχεύει σε ένα διαδραστικό πλαίσιο συνεργασίας του ανθρώπου με τον υπολογιστή, στο οποίο οι αλγοριθμικές διαδικασίες αναζήτησης και η αξιολόγηση των αποφάσεων θα εκπονούνται παράλληλα.

2. Κλασικές και σύγχρονες τεχνικές πολυκριτηριακής ανάλυσης

Η κλασική προσέγγιση του πολυκριτηριακού προβλήματος βασίζεται στο μετασχηματισμό του σε βαθμωτό, και την εφαρμογή μιας τυπικής μεθοδολογίας ολικής βελτιστοποίησης για τον εντοπισμό μιας μεμονωμένης μη κατώτερης λύσης. Τα χαρακτηριστικά της εν λόγω λύσης, που κατά κανόνα λαμβάνεται ως η πλέον συμβιβαστική, ορίζονται πριν τη διαδικασία αναζήτησης και εκφράζονται με τη μορφή βαρών, τιμών-στόχων, προτεραιοτήτων, κτλ. Με αλλαγή των παραπάνω χαρακτηριστικών και επανάληψη της διαδικασίας αναζήτησης για ένα εύλογο αριθμό διατυπώσεων του προβλήματος, είναι δυνατή η απόκτηση ενός επαρκούς δείγματος μη κατωτέρων λύσεων που, υπό προϋποθέσεις (π.χ. κυρτότητα μετώπου Pareto), μπορούν να περιγράψουν ικανοποιητικά τους ανταγωνισμούς των κριτηρίων.

Η ευρεία διάδοση των γενετικών-εξελικτικών αλγορίθμων, οι οποίοι βασίζονται στη υπόθεση ενός πληθυσμού σημείων που εξερευνούν παράλληλα διαφορετικές περιοχές του εφικτού χώρου, σε συνδυασμό με τη θεμελιώδη αρχή της ύπαρξης πολλαπλών βέλτιστων λύσεων σε ένα πρόβλημα διανυσματικής βελτιστοποίησης, αποτελούν την εξήγηση για τη ραγδαία ανάπτυξη εξελικτικών τεχνικών, που επιδιώκουν την ταυτόχρονη παραγωγή αντιπροσωπευτικών βέλτιστων λύσεων Pareto. Οι πλέον πρόσφατες εξελίξεις αφορούν σε όλο και πιο εύρωστα σχήματα, που δίνουν έμφαση στους ακόλουθους στόχους:

- την ελαχιστοποίηση της απόκλισης του πληθυσμού από το πραγματικό μέτωπο Pareto·

- τη μεγιστοποίηση της διασποράς του πληθυσμού στο εν λόγω μέτωπο·
- την προστασία των πλέον ικανών λύσεων, με τη χρήση εκλεκτικών μηχανισμών (π.χ. «εξωτερικά» σύνολα διατήρησης των μη κατωτέρων λύσεων)·
- την ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού φόρτου στις διαδικασίες ταξινόμησης του πληθυσμού (με βάση την έννοια της κυριαρχίας) και ελέγχου της πυκνότητάς του.

Κοινό μειονέκτημα του συνόλου των πολυκριτηριακών εξελικτικών τεχνικών είναι η διατήρηση των παραγωγικών διαδικασιών των γενετικών αλγορίθμων (τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης), χωρίς καμία αναφορά στις ιδιαιτερότητες της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Επιπλέον, παρά τη συνεχή βελτίωση των σχημάτων ταξινόμησης, το εύρος τιμών που παράγεται είναι σχετικά περιορισμένο, ενώ δεν λαμβάνεται καμία μέριμνα για το χειρισμό προβλημάτων με περισσότερα των δύο κριτηρίων. Τέλος, δεν υπάρχει δυνατότητα αποκλεισμού των μη επιθυμητών περιοχών του πεδίου αποτίμησης, ώστε να μην επιλέγονται μη κατώτερες λύσεις με «ακραία» ανταγωνιστική συμπεριφορά, δηλαδή λύσεις που παρουσιάζουν πολύ καλή επίδοση ως προς ορισμένα κριτήρια, αλλά πολύ κακή ως προς τα υπόλοιπα.

3. Ο απλός και πολυκριτηριακός εξελικτικός αλγόριθμος ανόπτησης-απλόκου

Ο χειρισμός του γενικού προβλήματος αναζήτησης ακροτάτων σε μη κυρτούς χώρους, που προκύπτει ανεξάρτητα με το αν η βελτιστοποίηση είναι μονοκριτηριακή είτε πολυκριτηριακή, έγινε στη βάση υβριδικών κανόνων, που ενσωματώνουν παραγωγικές διαδικασίες από διαφορετικές προσεγγίσεις. Συγκεκριμένα, με σύζευξη τριών από τις πλέον καταξιωμένες τεχνικές βελτιστοποίησης (εξελικτική βελτιστοποίηση, προσομοιωμένη ανόπτηση, μέθοδος κατερχόμενου απλόκου), εξασφαλίστηκε η ταυτόχρονη ικανοποίηση δύο κομβικών αλγοριθμικών απαιτήσεων, που στην πραγματικότητα είναι αντικρουόμενες, της αποτελεσματικότητας και της αποδοτικότητας. Στην ευρωστία του αλγορίθμου συνέβαλαν και τα αρκετά στοιχεία πρωτοτυπίας, όπως η έννοια του εσωτερικού και εξωτερικού ορίου του πεδίου αναζήτησης, το αυτορυθμιζόμενο χρονοδιάγραμμα ανόπτησης, η χρήση στοχαστικών αντί πλήρως προσδιοριστικών συναρτήσεων μετασχηματισμού του απλόκου, η προσθήκη επιπλέον (σε σχέση με την αυθεντική μέθοδο Nelder-Mead) μετασχηματισμών και η εισαγωγή διαδικασιών ελεγχόμενης μετάλλαξης. Με τα παραπάνω, εξασφαλίζεται όσο το δυνατό πιο εκτενής διερεύνηση του εφικτού χώρου, με ικανοποιητική οικονομία δοκιμών.

Η διαδικασία αποτίμησης, όπως υλοποιήθηκε στα πλαίσια του πολυκριτηριακού εξελικτικού αλγορίθμου (MEAS), αποσκοπεί στη διαμόρφωση ενός σύνθετου μέτρου ποιότητος για κάθε μέλος του πληθυσμού, μέσω του οποίου:

- ευνοούνται λύσεις που κυριαρχούν επί πολλών και κυριαρχούνται από λίγα σημεία·
- μεταξύ δύο αδιάφορων λύσεων, ευνοείται εκείνη που υπερτερεί ως προς το μεγαλύτερο ποσοστό κριτηρίων (η σύγκριση έχει νόημα όταν θεωρούνται τρία ή παραπάνω κριτήρια)·
- ευνοούνται λύσεις που ανήκουν σε θύλακες με μικρή πυκνότητα σημείων, προς όφελος της μεγιστοποίησης της διασποράς του πληθυσμού·
- απορρίπτονται ως μη εφικτές οι λύσεις εκείνες που βρίσκονται εκτός των επιθυμητών ορίων των κριτηρίων (εφόσον έχουν τεθεί τέτοια).

Όπως αποδείχθηκε από τα διάφορα στάδια αξιολόγησης του αλγορίθμου (θεωρητικές συναρτήσεις ελέγχου και προβλήματα εκτίμησης παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων), το προτεινόμενο σχήμα εξασφαλίζει ταχεία παραγωγή αντιπροσωπευτικών μη κατωτέρων λύσεων, που περιγράφουν όσο το δυνατό πιο ομοιόμορφα το πραγματικό μέτωπο Pareto.

4. Προσδιορισμός αλγοριθμικών παραμέτρων εισόδου

Είναι γνωστό ότι η επίδοση όλων ανεξαρτήτως των μεθόδων βελτιστοποίησης εξαρτάται, σε μικρό ή μεγάλο βαθμό, από κάποιες κρίσιμες αλγοριθμικές παραμέτρους εισόδου, που συνήθως καθορίζονται αυθαίρετα, μετά από δοκιμές ή με βάση εμπειρικά κριτήρια.

Στις αναλύσεις που έγιναν με βάση τα θεωρητικά προβλήματα ελέγχου, προέκυψε ότι, όσον αφορά στις πολυκριτηριακές εξελικτικές της βιβλιογραφίας (όπως η μέθοδος SPEA ή συναφείς), κρίνεται αναγκαία η χρήση πραγματικών και όχι κωδικοποιημένων, με τη μορφή δυαδικών συμβολοσειρών, μεταβλητών. Επιπλέον, θεωρείται σημαντική η εφαρμογή σχετικά σύνθετων τελεστών διασταύρωσης, ώστε να εξασφαλίζεται όσο το δυνατό μεγαλύτερη ποικιλία κινήσεων στον εφικτό χώρο. Αντίθετα, η χρήση των τυπικών γενετικών τελεστών αποδείχθηκε αναποτελεσματική.

Όσον αφορά στη μέθοδο MEAS, η διερεύνηση που έγινε αφορά στη συχνότητα μετάλλαξης και τις παραμέτρους του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης. Η πρώτη εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του προβλήματος, σε συνδυασμό με το πλήθος των μεταβλητών ελέγχου. Όσο πιο τραχεία είναι η επιφάνεια απόκρισης, τόσο πιο καθοριστικός γίνεται ο ρόλος της μετάλλαξης σε σχέση με τις γεννήτριες συναρτήσεις του απλόκου, για τον εντοπισμό βελτιωμένων λύσεων. Για το λόγο αυτό, στα εξαιρετικά απαιτητικά προβλήματα πολυκριτηριακής βαθμονόμησης του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ θεωρήθηκε συχνότητα $p_m = 0.50$, ενώ στα υπόλοιπα υιοθετήθηκε η τυπική τιμή $p_m = 0.10$. Από την άλλη πλευρά, με περιορισμένες μόνο εξαιρέσεις, δεν φάνηκε να υπάρχει αξιοσημείωτη επίδραση των χαρακτηριστικών μεγεθών του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης στην επίδοση του αλγορίθμου, με την προϋπόθεση ότι οι εφαρμοζόμενες τιμές των παραμέτρων είναι εντός των προτεινόμενων ορίων, συγκεκριμένα $[0.95, 0.99]$ για το ρυθμό ψύξης λ και $[1, 2]$ για τον πολλαπλασιαστή β . Σε κάθε περίπτωση, ιδίως για σχετικά απαιτητικά προβλήματα, συστήνεται μια προκαταρκτική διερεύνηση της ευαισθησίας των παραπάνω μεγεθών, προκειμένου να προσδιοριστούν οι πιο πρόσφορες τιμές τους.

5. Προοπτικές εφαρμογής των τεχνικών πολυκριτηριακής ανάλυσης στους υδατικούς πόρους

Παρά την ευρεία διάδοση των πολυκριτηριακών εξελικτικών αλγορίθμων τα τελευταία 10-15 χρόνια, σε διάφορες επιστημονικές περιοχές, το πεδίο εφαρμογής τους σε προβλήματα υδατικών πόρων είναι μάλλον περιορισμένο. Στη βιβλιογραφική επισκόπηση εντοπίστηκε μικρός αριθμός εφαρμογών, ορισμένες μάλιστα από τις οποίες υποθετικές, όπου χρησιμοποιήθηκαν καταξιωμένες τεχνικές παραγωγής μη κατωτέρων λύσεων (έλεγχος υδροφορέων, σχεδιασμός και αποκατάσταση δικτύων ύδρευσης). Αντίθετα, τα περισσότερα προβλήματα αντιμετωπίζονται με κλασικές προσεγγίσεις, όπως η μέθοδος των βαρών, που σημαίνει ότι επιδιώκουν τον εντοπισμό μιας «προδιαγεγραμμένης» συμβιβαστικής λύσης. Ακόμη και στο αναμφισβήτητο πλέον προνομιακό πεδίο εφαρμογής των πολυκριτηριακών τεχνικών, που είναι η διαχείριση υδροσυστημάτων πολλαπλού σκοπού, δεν έχουν δημοσιευτεί αξιόλογες έρευνες σχετικές με το αντικείμενο της πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης.

Γενικά, φαίνεται να υπάρχει μεγάλη καθυστέρηση στην αξιοποίηση των υπολογιστικών εργαλείων που αναπτύσσονται από επιστήμονες άλλων κλάδων (κυρίως της ηλεκτρονικής τεχνολογίας και της πληροφορικής) σε τυπικά προβλήματα μηχανικού των υδατικών πόρων. Η εξήγηση που δόθηκε είναι η αδυναμία προσαρμογής των μεθοδολογιών που υιοθετούνται στα προβλήματα διαχείρισης στις απαιτήσεις των μοντέλων πολυκριτηριακής ανάλυσης. Για παράδειγμα, η εμπειροτεχνική προσέγγιση (χωρίς βελτιστοποίηση) ή η χρήση τεχνικών, όπως ο γραμμικός και δυναμικός προγραμματισμός, που δεν επιδέχονται τροποποιήσεις στη δομή της στοχικής συνάρτησης (ήτοι την ανεξαρτητοποίηση των κριτηρίων), δεν επιτρέπουν την εφαρμογή των σύγχρονων εργαλείων πολυκριτηριακής ανάλυσης. Σημαντική τροχοπέδη αποτελεί η αδυναμία προσδιορισμού μιας μοναδικής βέλτιστης λύσης, που είναι ζητούμενο κάθε πρακτικού προβλήματος βελτιστοποίησης. Βεβαίως, όπως εξηγήθηκε εκτενώς

στα πλαίσια της διατριβής, αυτό πρέπει να αντιμετωπιστεί από την ακριβώς αντίθετη οπτική, δηλαδή ως πλεονέκτημα παρά ως αδυναμία.

6. Σύγχρονη οπτική του προβλήματος βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων

Το πρόβλημα βαθμονόμησης απασχολεί την υδρολογική κοινότητα από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, όταν και η καθιερωμένη προσέγγιση βασιζόταν στη «χειρωνακτική» προσαρμογή των παραμέτρων. Παλαιότερα, υπήρχε η άποψη ότι ο κύριος περιοριστικός παράγοντας ήταν η ανεπάρκεια των τότε διαθέσιμων σχημάτων βελτιστοποίησης, που ήταν αργά και αναποτελεσματικά και δεν μπορούσαν να χειριστούν τις εξαιρετικά τραχείες επιφάνειες απόκρισης που δημιουργούν οι τυπικές συναρτήσεις προσαρμογής στο πεδίο των παραμέτρων.

Τα τελευταία χρόνια, και παρά την εξαιρετική πρόοδο των υπολογιστικών εργαλείων, η αντιμετώπιση του προβλήματος από την οπτική μιας αυτοματοποιημένης αλγοριθμικής διαδικασίας αμφισβητείται έντονα. Λαμβάνοντας υπόψη και τις πρακτικές δυσχέρειες, οι οποίες έχουν ενταθεί με τη διάδοση των καταναμημένων μοντέλων, τέτοιες προσεγγίσεις δεν εγγυώνται τη διαμόρφωση εύρωστων σχημάτων. Πράγματι, ενώ μια καταξιωμένη μέθοδος βελτιστοποίησης μπορεί (υπό προϋποθέσεις) να εντοπίσει σχετικά εύκολα μια πρόσφορη λύση, που δείχνει να αναπαράγει καλά τις παρατηρημένες αποκρίσεις, η εν λόγω λύση ενδέχεται να μην εξασφαλίζει επαρκή προγνωστική ικανότητα του μοντέλου, εφόσον:

- η αναπαραγωγή των μετρημένων αποκρίσεων δεν είναι εξίσου ικανοποιητική, εφόσον θεωρηθεί άλλη περίοδος ελέγχου που χρησιμοποιείται για επαλήθευση του μοντέλου·
- οι μη ελεγχόμενες, από τις μετρήσεις, αποκρίσεις παρουσιάζουν μη ρεαλιστική διάταξη·
- οι τιμές των βελτιστοποιημένων παραμέτρων είναι ασυνεπείς προς τη φυσική τους ερμηνεία.

Η εκτενής διερεύνηση που έγινε στα πλαίσια της εργασίας ανέδειξε ότι η επιτυχία μιας διαδικασίας εκτίμησης παραμέτρων εξαρτάται όχι μόνο από τη χρήση των κατάλληλων υπολογιστικών εργαλείων (μοντέλα και αλγόριθμοι) αλλά πολύ περισσότερο από τον τρόπο που αυτά αξιοποιούνται, με βάση τη διαθέσιμη πληροφορία για το υπό μελέτη υδροσύστημα και την υδρολογική εμπειρία.

7. Η έννοια της προγνωστικής αβεβαιότητας και τεχνικές ποσοτικοποίησής της

Η αποδοχή της έννοιας της αβεβαιότητας είναι ουσιώδης για τον ορθό χειρισμό των προβλημάτων βαθμονόμησης. Στα πλαίσια της εργασίας, εντοπίστηκαν διάφορες συνιστώσες της αβεβαιότητας, οι οποίες αλληλεπιδρούν και ανακυκλώνονται κατά τη βελτιστοποίηση. Σε αυτές συγκαταλέγονται:

- δομικά σφάλματα της μοντελοποίησης, με τη μορφή υπό- ή υπερ-παραμετροποίησης·
- τυπικά σφάλματα των πρωτογενών και δευτερογενών δεδομένων·
- μη αντιπροσωπευτικότητα της πληροφορίας που εισάγεται στην αξιολόγηση της προσαρμογής του μοντέλου, δηλαδή τα δείγματα των παρατηρήσεων·
- αδυναμία προσδιορισμού των αρχικών και οριακών συνθηκών της προσομοίωσης·
- ακαταλληλότητα (από στατιστική άποψη) ή/και μεροληπτική διαμόρφωση των κριτηρίων προσαρμογής·
- λανθασμένες υποθέσεις σχετικά με τα όρια του εφικτού χώρου, ήτοι του εύρους διακύμανσης των παραμέτρων·
- εγγενείς δυσχέρειες της διαδικασίας βελτιστοποίησης, εξαιτίας της τραχύτητας της επιφάνειας απόκρισης·
- αδυναμία ελέγχου των μη μετρήσιμων αποκρίσεων του μοντέλου·
- μη σταθερότητα των τιμών των παραμέτρων, εξαιτίας αλλαγών στα χαρακτηριστικά της λεκάνης.

Τα παραπάνω έχουν οδηγήσει ένα σημαντικό τμήμα της επιστημονικής κοινότητας στο να απορρίψει την ύπαρξη ενός «ολικά» βέλτιστου συνόλου παραμέτρων, εισάγοντας την έννοια της ισοδυναμίας (equifinality). Στην πράξη, αυτή υποδηλώνει ότι, εξαιτίας των αβεβαιοτήτων, ένα μοντέλο μπορεί να

διατυπωθεί με πολλαπλές δομές και για κάθε τέτοια δομή μπορούν να εντοπιστούν εναλλακτικές βέλτιστες τιμές παραμέτρων, που είναι στο σύνολό τους αποδεκτές, από υδρολογική άποψη.

Η υπόθεση της ισοδυναμίας αποτελεί το θεωρητικό υπόβαθρο των τεχνικών ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας, οι οποίες προβάλλονται με όλο και μεγαλύτερη συχνότητα τα τελευταία χρόνια, με προεξάρχουσα τη μέθοδο GLUE. Η λογική της τελευταίας έχει ως βάση το νόμο του Bayes, αντιστοιχώντας ένα μέτρο πιθανοφάνειας σε κάθε αποδεκτό σύνολο παραμέτρων· με τον τρόπο αυτό μπορεί να ορίσει στατιστικές κατανομές για κάθε μεταβλητή ή παράμετρο του μοντέλου. Ωστόσο, εγείρονται αμφιβολίες σχετικά με την πρακτική χρησιμότητα τέτοιων προσεγγίσεων, καθώς είναι σε σημαντικό βαθμό υποκειμενικές, απαιτούν υπερβολικό φόρτο και δεν καθοδηγούν τον χρήστη σε μια συμβιβαστική λύση του προβλήματος, δηλαδή ένα πρόσφορο σύνολο παραμέτρων που θα μπορεί να χρησιμοποιείται για προγνώσεις.

δ. Αρχές σχηματοποίησης, παραμετροποίησης και βαθμονόμησης υδρολογικών μοντέλων

Σημαντική συνιστώσα της διατριβής ήταν η διατύπωση ενός ολοκληρωμένου πλαισίου για το χειρισμό σύνθετων υδρολογικών μοντέλων, με το οποίο αμβλύνονται (χωρίς να είναι δυνατό να εξαλειφθούν) οι αβεβαιότητες και εξασφαλίζεται επαρκής προγνωστική ικανότητα. Οι αρχές του εν λόγω πλαισίου διατρέχουν όλα τα στάδια εφαρμογής ενός μοντέλου, από τη διαμόρφωση της δομής του (σχηματοποίηση, παραμετροποίηση) μέχρι τη διαδικασία εκτίμησης των παραμέτρων.

Η διάκριση μεταξύ της χωρικής κλίμακας ανάλυσης των διεργασιών, ήτοι της σχηματοποίησης του υπό μελέτη συστήματος, και της παραμετροποίησης, ήτοι του προσδιορισμού των ιδιοτήτων εκείνων που αποτελούν μεταβλητές ελέγχου του προβλήματος βελτιστοποίησης, θεωρείται από τα πλέον καθοριστικά σημεία της προσέγγισης. Η λεπτομέρεια της σχηματοποίησης εξαρτάται από τις ανάγκες της μελέτης και τους περιορισμούς στον φόρτο της προσομοίωσης, ενώ η παραμετροποίηση πρέπει να αποτυπώνει τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος, χωρίς να είναι περισσότερο λεπτομερής από όσο επιτρέπει η διαθέσιμη πληροφορία, γεωγραφική και υδρολογική. Στο σημείο αυτό οφείλουμε να επισημάνουμε ότι η παραπάνω λογική είναι στην αντίθετη κατεύθυνση από τη σύγχρονη τάση, που επιβάλλει τη χρήση κατανεμημένων μοντέλων, με υπερβολικά μεγάλο πλήθος βαθμών ελευθερίας και υπερβολικές απαιτήσεις σε δεδομένα πεδίου. Θεωρούμε ότι η ευρεία διάδοση τέτοιων σχημάτων, σε συνδυασμό με την αλόγιστη χρήση τους από μηχανικούς περιορισμένης εμπειρίας, έχει αρνητικά αποτελέσματα.

Στο προτεινόμενο πλαίσιο είναι κομβική η χρήση μοντέλων που είναι φειδωλά τόσο ως προς τη δομή τους όσο και ως προς τις απαιτήσεις τους σε δεδομένα. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται όταν ζητείται η αναπαράσταση πολύπλοκων υδροσυστημάτων (όπως στην πιλοτική εφαρμογή), που αναγκαστικά προϋποθέτει τη χρήση σημαντικού αριθμού παραμέτρων για την περιγραφή της ετερογένειας των φυσικών διεργασιών. Σε μια τέτοια περίπτωση, είναι αναγκαία η διατήρηση μιας εύλογης αναλογίας (της τάξης του 1:5) μεταξύ παραμέτρων και κριτηρίων, τα οποία χρησιμοποιούνται στον έλεγχο της προσαρμογής του μοντέλου. Εδώ αναδεικνύεται η ανάγκη της πολυκριτηριακής προσέγγισης, που αφορά στη χρήση όχι μόνο των τυπικών στατιστικών μέτρων που αναφέρονται στις μετρημένες αποκρίσεις του συστήματος, αλλά και σε εμπειρικά-υβριδικά κριτήρια, με τα οποία αξιολογούνται τα ποιοτικά χαρακτηριστικά και η ευλογοφάνεια της προσαρμογής του μοντέλου. Γενικά, κρίνεται απαραίτητα η αξιοποίηση κάθε τύπου πληροφορίας, μη εξαιρουμένης ακόμα και μιας μεμονωμένης μέτρησης.

Η τελευταία συνιστώσα του προτεινόμενου πλαισίου αφορά στις πρακτικές πτυχές της βαθμονόμησης που, εξαιτίας των αβεβαιοτήτων αλλά και των εγγενών τεχνικών δυσχερειών του προβλήματος, όπως η «κατάρα της διαστατικότητας», δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί από την οπτική μιας μηχανιστικής-αυτοματοποιημένης διαδικασίας. Ένα τέτοιο πρόβλημα αντιμετωπίστηκε στην πιλοτική εφαρμογή,

όπου αναδείχθηκε η σημασία της διαδραστικής παρακολούθησης της βελτιστοποίησης από τον χρήστη. Ο συνδυασμός των ισχυρών υπολογιστικών εργαλείων και της βαθιάς γνώσης τόσο του μοντέλου όσο και του υδροσυστήματος, συνέβαλαν, μετά από επίπονη βεβαίως προσπάθεια, στον εντοπισμό μιας πολύ ικανοποιητικής λύσης, παρά τις εξαιρετικές δυσκολίες του προβλήματος.

9. Το μοντέλο γεω-υδρολογικής προσομοίωσης ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ

Η ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ είναι ένα πρόσφατο εργαλείο συνδυαστικής αναπαράστασης των επιφανειακών και υπόγειων υδρολογικών διεργασιών, σε σύζευξη με ένα σχήμα περιγραφής της διαχείρισης των απολήψεων σε ένα υδροσύστημα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση του υδατικού ισοζυγίου έντονα διαταραγμένων λεκανών, όπως αυτή του Βοιωτικού Κηφισού, με ανταγωνιστικές χρήσεις νερού και περιορισμένο πλήθος δεδομένων πεδίου. Υιοθετεί τις αρχές σχηματοποίησης και παραμετροποίησης που αναδείχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής, επιδιώκοντας μια προσέγγιση φυσικής βάσης και, ταυτόχρονα, φειδωλής σε παραμέτρους. Αυτό επιτυγχάνεται με την αντιστοίχιση των παραμέτρων του μοντέλου περιγραφής των επιφανειακών διεργασιών όχι στις υπολεκάνες (που είναι η μονάδα διακριτοποίησης του υδροσυστήματος) αλλά στις μονάδες υδρολογικής απόκρισης.

Για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου διατίθεται μια πληθώρα επιλογών και εργαλείων, τα οποία αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής. Συγκεκριμένα, παρέχεται η δυνατότητα διατύπωσης πολλαπλών κριτηρίων ελέγχου, για διαφορετικές αποκρίσεις του μοντέλου (παροχές υδατορευμάτων, παροχές πηγών, στάθμες υπόγειου νερού). Στα εν λόγω κριτήρια περιλαμβάνονται:

- τυπικά στατιστικά μέτρα προσαρμογής (αποτελεσματικότητα, μεροληψία μέσης τιμής, τυπικής απόκλισης και συντελεστή μεταβλητότητας)·
- μέτρα ποινής για τον έλεγχο της στέρησης της ροής υδατορευμάτων και πηγών·
- μέτρα ποινής για την διατήρηση ομαλής τάσης της στάθμης του υδροφορέα, που βασίζονται στη στατιστική μεταβλητή της δοκιμής Mann-Kendall.

Στο λογισμικό εντάχθηκαν οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι απλής και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, ενώ δίνεται η δυνατότητα βελτιστοποίησης των παραμέτρων ανά ομάδες και χρήσης εσωτερικών και εξωτερικών ορίων εφικτότητάς τους.

10. Πολυκριτηριακή βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων και προοπτικές της

Η πολυκριτηριακή ανάλυση σε προβλήματα εκτίμησης των παραμέτρων υδρολογικών μοντέλων έχει βρει πρόσφορο έδαφος τα τελευταία χρόνια, χωρίς ωστόσο να έχει αποσαφηνιστεί η πρακτική της χρησιμότητα. Στα πλαίσια των θεωρητικών διερευνήσεων καθώς και της πιλοτικής εφαρμογής αναδείχθηκαν τα πλεονεκτήματα μιας τέτοιας προσέγγισης. Συγκεκριμένα, η θεώρηση πολλαπλών κριτηρίων κατά τη διαδικασία βαθμονόμησης, όχι μόνο είναι αναγκαία ώστε να «εξηγήσει» τον μεγάλο αριθμό παραμέτρων που χρησιμοποιούν τα σύγχρονα μοντέλα, αλλά εξασφαλίζει πολύ μεγαλύτερη εποπτεία, καθώς επιτρέπει τον ταυτόχρονο έλεγχο διαφορετικών αποκρίσεων ενός μοντέλου ή και διαφορετικών πτυχών κάθε απόκρισης. Η εν λόγω στρατηγική προσομοιάζει στην παραδοσιακή χειροκίνητη βαθμονόμηση, στα πλαίσια της οποίας ένας έμπειρος υδρολόγος εξετάζει όλο το φάσμα των αποτελεσμάτων του μοντέλου (μεταβλητές εξόδου, μεταβλητές κατάσταση, υδατικά ισοζύγια), σε συνδυασμό με τη φυσική ερμηνεία των παραμέτρων, προκειμένου να αξιολογήσει την καταλληλότητα μιας λύσης.

Οι διανυσματικές τεχνικές ταυτόχρονης παραγωγής πολλαπλών μη κατωτέρων λύσεων παρέχουν περαιτέρω προοπτικές, καθώς συμβάλλουν στην αποσαφήνιση διαφόρων πτυχών του προβλήματος. Για παράδειγμα, με την κατασκευή των μετώπων Pareto οπτικοποιείται η σχέση ανταγωνιστικότητας μεταξύ των κριτηρίων και μπορούν να ανιχνευτούν τυχόν σφάλματα, που οφείλονται είτε σε δομική ακαταλληλότητα του μοντέλου (ανεπαρκής ή λανθασμένη περιγραφή των διεργασιών) είτε σε εγγενή

σφάλματα δεδομένων. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν μέτωπα με γεωμετρικές ιδιαιτερότητες, όπως τύπου «ορθής γωνίας» ή «μπαστουνιού». Το πρώτο υποδηλώνει κριτήρια με πολύ έντονη ανταγωνιστικότητα, ενώ το δεύτερο υποδηλώνει μεγάλη διαφορά στο εύρος διακύμανσης των τιμών των κριτηρίων. Επιπλέον, με την εισαγωγή περιορισμών εφικτότητας των κριτηρίων, η αναζήτηση μπορεί να εστιαστεί στις πλέον πρόσφορες περιοχές του μετώπου Pareto, διευκολύνοντας τον εντοπισμό καλά συμβιβαστικών λύσεων, όπως συνέβη στην περίπτωση της πιλοτικής εφαρμογής.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό που μπορεί να διερευνηθεί μέσω των πολυκριτηριακών προσεγγίσεων είναι η αβεβαιότητα τόσο των παραμέτρων όσο και των κριτηρίων. Πράγματι, για κάθε παράμετρο ή κριτήριο εντοπίζεται ένα δείγμα βέλτιστων Pareto τιμών, από τη στατιστική ανάλυση του οποίου προκύπτουν σημαντικές πληροφορίες. Οι πληροφορίες αυτές μπορούν να αξιοποιηθούν προκειμένου να εντοπιστούν τα κατάλληλα όρια διακύμανσης των παραμέτρων, διευκολύνοντας έτσι δραστικά τη διαδικασία αναζήτησης της συμβιβαστικής λύσης. Ειδικότερα, με τη θέσπιση ορίων εφικτότητας των κριτηρίων, είναι δυνατό να εντοπιστούν οι πλέον υποσχόμενες περιοχές, που εξασφαλίζουν αποδεκτή επίδοση για το σύνολο των κριτηρίων. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατή η παγίδευση της βέλτιστης λύσης με εξαιρετικά μικρό, σε σχέση με μια τυπική διαδικασία ολικής βελτιστοποίησης, υπολογιστικό φόρτο. Ωστόσο, αυτό πρέπει να γίνεται με προσοχή, δεδομένου ότι ακόμα και οι πλέον εξελιγμένοι πολυκριτηριακοί αλγόριθμοι δεν εγγυώνται τον εντοπισμό ενός πλήρους αντιπροσωπευτικού δείγματος βέλτιστων Pareto λύσεων. Επιπλέον, σε προβλήματα με σχετικά μεγάλο αριθμό κριτηρίων, η έννοια της κυριαρχίας οδηγεί στην αποδοχή εξαιρετικά μεγάλου ποσοστού λύσεων ως βέλτιστων Pareto, παρέχοντας έτσι ιδιαίτερα επισφαλή συμπεράσματα. Για το λόγο αυτό, σε σύνθετα προβλήματα βαθμονόμησης, όπως στην πιλοτική εφαρμογή, οι πολυκριτηριακοί αλγόριθμοι πρέπει να χρησιμοποιούνται επικουρικά και όχι αποκλειστικά.

12.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Προκειμένου να εξασφαλίσουμε ικανοποιητική κάλυψη ενός τόσο διερευμένου αντικειμένου, η έρευνα στράφηκε προς πολλαπλές κατευθύνσεις, που δεν ήταν δυνατό να διερευνηθούν στην πλήρη λεπτομέρειά τους. Ωστόσο, η παρούσα προσέγγιση συνέβαλε στο να αποκτηθεί μια ολοκληρωμένη, αν και σχετικά «μακροσκοπική», εικόνα του προβλήματος, για αρκετές συνιστώσες του οποίου μπορούμε να εντοπίσουμε σημεία για περαιτέρω διερεύνηση.

Όσον αφορά στο υπολογιστικό σκέλος, δεδομένης της πολυπλοκότητας του αλγορίθμου, προτείνεται η συστηματική διερεύνηση τόσο των αλγοριθμικών παραμέτρων (που υλοποιήθηκε σε κάποιο βαθμό) όσο και μεμονωμένων διαδικασιών, με βάση ένα ικανό δείγμα προβλημάτων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, ώστε να αξιολογηθεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια η αποτελεσματικότητά τους. Ειδικότερα, ενδείκνυται η χρήση συναρτήσεων ελέγχου με μεγαλύτερο πλήθος κριτηρίων, και με πεδίο σύγκρισης τις επίκαιρες μεθοδολογίες. Επιπλέον, ορισμένες αδυναμίες που διαφάνηκαν στην επίλυση των πλέον σύνθετων προβλημάτων, όπως η σχετική δυσκολία στην περιγραφή ενός μέρους του μετώπου Pareto όταν εισάγονται περιορισμοί εφικτότητας, μπορούν να αντιμετωπιστούν με μικρές βελτιώσεις στις σχετικές υπολογιστικές διαδικασίες. Ένα άλλο ζήτημα αφορά στους όρους τερματισμού της διαδικασίας αναζήτησης, όταν θεωρείται σχετικά μεγάλος αριθμός κριτηρίων· είναι γνωστό ότι σε μια τέτοια περίπτωση η εξελικτική διαδικασία μπορεί να συγκλίνει πάρα πολύ γρήγορα σε ένα τοπικό μέτωπο μη κατωτέρων σημείων, καθώς είναι εξαιρετικά εύκολο να εντοπιστεί ένας πληθυσμός λύσεων συμβιβαστικών λύσεων. Από την άλλη πλευρά, εφόσον έχει εντοπιστεί ένα τέτοιο μέτωπο και συνεχιστεί η διαδικασία αναζήτησης, δυσχαιρένεται σημαντικά η διατήρηση επαρκούς διασποράς του πληθυσμού.

Μια τυπική αδυναμία των υβριδικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι η ανάγκη προσδιορισμού από το χρήστη ενός πλήθους παραμέτρων εισόδου, από τις πλέον κοινότητες, όπως το μέγεθος του

πληθυσμού, μέχρι τις εξειδικευμένες κάθε επιμέρους τεχνικής. Οι «βέλτιστες» τιμές τους εξαρτώνται από τις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος, ενώ μπορεί να διαφοροποιούνται ανάλογα με την πρόοδο της διαδικασίας αναζήτησης. Το ζήτημα της «αυτορρύθμισης» των παραμέτρων αυτών είναι ένα ανοιχτό πεδίο σχετικής έρευνας, με την πλέον ενδιαφέρουσα προοπτική να αφορά στη δυναμική προσαρμογή τους κατά την εξελικτική διαδικασία. Στη μέθοδο MEAS, το παραπάνω πρόβλημα αντιμετωπίστηκε εν μέρει, όσον αφορά στη ρύθμιση του χρονοδιαγράμματος ανόπτησης.

Ένα από τα πλέον απαιτητικά προβλήματα διανυσματικής βελτιστοποίησης που εξετάστηκαν ήταν η αποσύνθεση των μητρώων συνδιασπορών, που για πρώτη φορά επιλύθηκε ως πολυκριτηριακό. Στις σχετικές αναλύσεις, το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε από καθαρά μαθηματική οπτική, προκειμένου να ελεγχθεί η επίδοση των αλγορίθμων. Πιστεύουμε ότι το συγκεκριμένο αξίζει να διερευνηθεί και ως προς την υδρολογική του πρακτική, με δεδομένο ότι απαντά σε πληθώρα εφαρμογών εκτίμησης παραμέτρων γραμμικών στοχαστικών μοντέλων, ώστε να προταθεί μια συστηματική στρατηγική για την επιλογή της πλέον πρόσφορης λύσης από το σύνολο Pareto.

Σε όλο το δεύτερο μέρος της διατριβής, που ασχολείται με το ζήτημα της βαθμονόμησης μοντέλων υδρολογικής προσομοίωσης, αναδείχθηκε η σημασία της διαθέσιμης πληροφορίας στη διαμόρφωση εύρωστων σχημάτων. Δόθηκε έμφαση στην έννοια της φειδωλής παραμετροποίησης, η οποία μπορεί εγγυηθεί καλύτερη προγνωστική ικανότητα ενός μοντέλου, και προτάθηκαν τρόποι τεχνητής αύξησης της πληροφορίας που εισάγεται στη διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων, με την εισαγωγή εμπειρικών μέτρων προσαρμογής. Τελικά, διατυπώθηκε ένα μεθοδολογικό πλαίσιο για την καλή προσαρμογή υδρολογικών μοντέλων, που ελέγχθηκε στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού. Το πλαίσιο αυτό θα μπορούσε να διερευνηθεί περαιτέρω, υποθέτοντας διαφορετικά επίπεδα χωρικής ανάλυσης στη σχηματοποίηση και παραμετροποίηση του μοντέλου ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, αλλά και συναφών εργαλείων. Επίσης, θα ήταν χρήσιμη η προσαρμογή του μοντέλου με διαφορετικής λεπτομέρειας δεδομένα εισόδου (γεωγραφικά και υδρολογικά), ώστε να αξιολογηθεί η ευαισθησία των παραμέτρων του.

Η προτεινόμενη στρατηγική εκτίμησης των παραμέτρων σύνθετων υδρολογικών μοντέλων απαιτεί την κατά στάδια βαθμονόμησή τους, με επίλυση διαδοχικών προβλημάτων βελτιστοποίησης: με το πέρας κάθε επίλυσης, τα αποτελέσματα αξιολογούνται, με βάση την υδρολογική καταλληλότητά τους (συμβιβασμοί επιμέρους κριτηρίων, επίδοση κατά την επαλήθευση, αληθοφάνεια παραμέτρων, κτλ.), οπότε διαμορφώνεται το επόμενο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η ημιαυτόματη αυτή διαδικασία, παρά την αποτελεσματικότητά της, αποδείχθηκε ιδιαίτερα χρονοβόρα. Θεωρούμε ότι, έστω και σε κάποιο βαθμό, θα μπορούσε να τυποποιηθεί, διευκολύνοντας έτσι και τους χρήστες σχετικά περιορισμένης εμπειρίας στη χρήση τέτοιων στρατηγικών. Για παράδειγμα, θα μπορούσαν να αυτοματοποιηθούν η διαδικασία βελτιστοποίησης των παραμέτρων κατά ομάδες και ο ποιοτικός-εμπειρικός έλεγχος των χαρακτηριστικών της εκάστοτε βέλτιστης λύσης, μετά την ολοκλήρωση συγκεκριμένου αριθμού δοκιμών. Αυτό προϋποθέτει την ανάπτυξη ενός διαδραστικού περιβάλλοντος «επικοινωνίας» του χρήστη με τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης, που να παρέχει δυνατότητες επέμβασης στη διατύπωση του προβλήματος (προτεραιότητες και σχετικά βάρη κριτηρίων, περιορισμοί, κτλ.).

Η πρακτική αξιοποίηση των δυνατοτήτων που παρέχουν οι πολυκριτηριακές εξελικτικές μέθοδοι στη βαθμονόμηση υδρολογικών μοντέλων αποτελεί, αναμφίβολα, σημαντικό πεδίο έρευνας. Επειδή οι τεχνικές αυτές μπορούν να εντοπίσουν πληθώρα συμβιβαστικών λύσεων, ο ενδεδειγμένος έλεγχος των οποίων απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό φόρτο, θα ήταν χρήσιμο να αξιοποιηθούν τα σύγχρονα τεχνολογικά μέσα, που παρέχουν δυνατότητες παράλληλης επεξεργασίας.

Στην εργασία παρουσιάστηκαν οι ποσοτικές μέθοδοι εκτίμησης της προγνωστικής αβεβαιότητας των υδρολογικών μοντέλων και συζητήθηκαν οι αδυναμίες τους. Οι πλέον πρόσφατες εξελίξεις στοχεύουν στην ολοκληρωμένη αντιμετώπιση του προβλήματος, με τη σύζευξη τεχνικών βελτιστοποίησης παραμέτρων και ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας. Η έρευνα βρίσκεται σε αρχικό στάδιο και τα

αποτελέσματά της, σε σχετικά απλά μοντέλα, με πολύ μικρό αριθμό παραμέτρων, είναι ικανοποιητικά (Vrugt *et al.*, 2003b· Vrugt *et al.*, 2006). Ωστόσο, δεν έχει επιχειρηθεί ο έλεγχος συναφών τεχνικών στα πιο σύνθετα μοντέλα, όπου το ζήτημα της αβεβαιότητας είναι ακόμα πιο έντονο. Θεωρούμε ότι μια πολυκριτηριακή θεώρηση, αντίστοιχη αυτής που υλοποιήθηκε στα πλαίσια της εφαρμογής, σε συνδυασμό με μια πιθανοτική ανάλυση των αποτελεσμάτων (π.χ. προσαρμογή εμπειρικών κατανομών στις παραμέτρους), μπορεί να διαφωτίσει και αυτή την πτυχή του προβλήματος, με πολύ μικρότερο μάλιστα φόρτο υπολογισμών. Κατά συνέπεια, στις ερευνητικές προοπτικές εντάσσεται η ενσωμάτωση των πιθανοτικών διερευνήσεων στη προτεινόμενη προσέγγιση και η σύγκρισή της με τις υφιστάμενες μεθοδολογίες, προκειμένου να αξιολογηθούν οι επιδόσεις και η λειτουργικότητά τους.

Η λεκάνη απορροής του Βοιωτικού Κηφισού, που είναι αντιπροσωπευτική ενός μεσαίας κλίμακας, διαταραγμένου καρστικού υδροσυστήματος, θα μπορούσε να αποτελέσει μια πρόσφορη πιλοτική περιοχή ελέγχου υδρολογικών μοντέλων, προσαρμοσμένων στις ελληνικές ιδιαιτερότητες. Αυτό προϋποθέτει βελτίωση των μετρητικών υποδομών της και συνεργασία διαφόρων φορέων που έχουν ασχοληθεί με την περιοχή, για την οργάνωση και διάθεση των δεδομένων που έχουν κατά καιρούς συλλεγεί (περιλαμβανομένων των μετρήσεων στάθμης υπόγειου νερού), ώστε να αξιοποιηθούν για ερευνητικούς σκοπούς.

Τέλος, όσον αφορά στο μοντέλο ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ, τμήματα του οποίου αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της διατριβής, η σημαντικότερη κατεύθυνση βελτίωσής του αφορά στη χρήση μικρότερων της μηνιαίας χρονικών κλιμάτων, για την αναπαράσταση πλημμυρικών φαινομένων. Αυτό θα απαιτήσει ορισμένες τροποποιήσεις στο σχήμα προσομοίωσης των επιφανειακών υδρολογικών διεργασιών και βεβαίως ενσωμάτωση σχημάτων διόδευσης, για την αναπαράσταση της μεταφοράς των πλημμυρικών παροχών κατά μήκος του υδρογραφικού δικτύου.

Αναφορές

Ελληνική βιβλιογραφία

- Αλτηγός, Ν., Κ. Κυριάκος, και Α. Μαχαίρας, Υδρολογική έρευνα λεκάνης Β. Κηφισού, *Υδρευσις Αθηνών – Προκαταρκτική Έκθεση*, Τεύχος 2, Αθήνα, Ιούλιος 1964.
- ΕΤΜΕ Πέππας-Αντωνίου και Συν/τες Ε.Ε., Β. Περγλέρος, Π. Μπότσογλου, Α. Σταματοπούλου, ENVECO Α.Ε., Delft Hydraulics, Διαχειριστικό ομοίωμα, *Μελέτη Διαχείρισης Υδατικών Πόρων των Λεκανών Απορροής του Βοιωτικού Κηφισού και των Λιμνών Υλίκης και Παραλίμνης – Φάση Δ*, Ανάθεση: ΥΠΕΧΩΔΕ – Τμήμα Υδρολογίας και Διαχείρισης των Υδατικών Πόρων, Δεκέμβριος 2000.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Ε. Ρόζος, Α. Τέγος, και Ι. Ναλμπάντης, Θεωρητική τεκμηρίωση μοντέλου προσομοίωσης των υδρολογικών και υδρογεωλογικών διεργασιών λεκάνης απορροής «ΥΔΡΟΓΕΙΟΣ», *Ολοκληρωμένη Διαχείριση Υδατικών Συστημάτων σε Σύζευξη με Εξελιγμένο Υπολογιστικό Σύστημα (ΟΔΥΣΣΕΥΣ)*, Ανάδοχος: ΝΑΜΑ, Τεύχος 4α, 103 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2006.
- Ευστρατιάδης, Α., Α. Κουκουβίνος, Ν. Μαμάσης, και Δ. Κουτσογιάννης, Εναλλακτικά σενάρια διαχείρισης και βέλτιστης λειτουργίας ταμιευτήρα Σμοκόβου και συναφών έργων, *Διερεύνηση σεναρίων διαχείρισης του ταμιευτήρα Σμοκόβου*, Τεύχος 3, 80 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2007.
- Ευστρατιάδης, Α., *Διερεύνηση μεθόδων αναζήτησης ολικού βελτίστου σε προβλήματα υδατικών πόρων*, Μεταπτυχιακή εργασία, 139 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2001.
- Ευστρατιάδης, Α., Ι. Ναλμπάντης, και Ε. Ρόζος, Μοντέλο προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού - Υλίκης, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 21, 196 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Ευστρατιάδης, Α., και Ν. Μαμάσης, Υδρομετεωρολογικά δεδομένα και επεξεργασίες, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 17, 72 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Ζαρρής, Δ., Ε. Ρόζος, και Δ. Σακελλαριάδης, Περιγραφή των υδατικών συστημάτων, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση 3*, Τεύχος 36, 160 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 1999.
- Καραβοκυρός, Γ., Α. Ευστρατιάδης, και Δ. Κουτσογιάννης, Υδρονομέας (έκδοση 3.2) - Σύστημα υποστήριξης της διαχείρισης των υδατικών πόρων, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 24, 142 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.

- Κ/Ξ Διαχείρισης Υδάτων Κεντρικής & Δυτικής Ελλάδος, *Ανάπτυξη Συστημάτων και Εργαλείων Διαχείρισης Υδατικών Πόρων Υδατικών Διαμερισμάτων Δυτικής Στερεάς Ελλάδας, Ανατολικής Στερεάς Ελλάδας, Ηπείρου, Θεσσαλίας και Αττικής, Φάση Α*, Υδατικό Διαμέρισμα Ανατολικής Στερεάς Ελλάδας (07), Έκθεση Επιφανειακής Υδρολογίας, Τεύχος 07-Α-ΠΙ-1, Αθήνα, 2005.
- Κουτσογιάννης, Δ., και Θ. Ξανθόπουλος, *Τεχνική Υδρολογία*, Έκδοση 3, 418 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1999.
- Κουτσογιάννης, Δ., *Στατιστική Υδρολογία*, Έκδοση 4, 312 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 1997.
- Λαδόπουλος, Π. Δ., και Ν. Δ. Χωραφάς, Υδρολογική μελέτη: Έκθεσις - Πίνακες, *Μελέτη υδατικού ισοζυγίου μετά υδρογεωλογικής ερεύνης κοιλάδος Βοιωτικού Κηφισού και πεδιάδων Κωπαΐδος και Θηβών*, Υπουργείο Δημοσίων Έργων, Υπηρεσία Υδραυλικών Έργων - Διεύθυνσις Δ2, Αθήνα, Φεβρουάριος 1974.
- Λάμπρου, Γ. Α., *Η Λίμνη της Κωπαΐδας: Αφετηρία Αγροτικής Ανάπτυξης*, Αγροτική Τράπεζα της Ελλάδας, Εκδόσεις Δεσμός, Αθήνα, 2000.
- Μαντούδη, Κ., Ν. Μαμάσης, και Δ. Κουτσογιάννης, Μοντέλο ισοζυγίου υδρολογικής λεκάνης με χρήση συστήματος γεωγραφικής πληροφορίας, *Τεχνικά Χρονικά*, 24(1-3), 43-52, 2004.
- Μιμίκου, Μ. Α., *Τεχνολογία Υδατικών Πόρων*, Έκδοση 2, Παπασωτηρίου, Αθήνα, 1994.
- Ναλμπάντης, Ι., και Ε. Ρόζος, Σύστημα προσομοίωσης του υδρολογικού κύκλου στη λεκάνη Β. Κηφισού, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας*, Τεύχος 10, 72 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Δεκέμβριος 2000.
- Ναλμπάντης, Ι., και Ρ. Μαυροδήμου, Εκτίμηση υδατικών αναγκών, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση 3*, Τεύχος 37, 63 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Ιανουάριος 1999.
- Ναλμπάντης, Ι., Προγράμματα προσομοίωσης της σχέσης βροχής-απορροής, *Εκτίμηση και Διαχείριση των Υδατικών Πόρων της Στερεάς Ελλάδας - Φάση 1*, Τεύχος 8, 106 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Οκτώβριος 1992.
- Παγούνης, Μ., Θ. Γκέρτσος, και Α. Γκατζογιάννης, *Υδρογεωλογική έρευνα λεκάνης Βοιωτικού Κηφισού*, Ινστιτούτο Γεωλογικών και Μεταλλευτικών Ερευνών, Αθήνα, 1994.
- Παντελίδης, Γ. Ν., *Μαθηματική Ανάλυση*, Τόμος ΙΙΙ, Εκδόσεις Ζήτη, Αθήνα, 1994.
- Παπαγιαννοπούλου, Α., και Α. Λέτσιος, *Υδρογεωλογική μελέτη Κωπαϊδικού πεδίου και Βοιωτικού Κηφισού*, Υπουργείο Γεωργίας, Αθήνα, 1971.
- Παγούνης, Μ., και Χ. Σμυρνιώτης, Προσέγγιση του υδατικού ισοζυγίου Βοιωτικού Κηφισού, *Πρακτικά 2ου υδρογεωλογικού συνεδρίου*, Τόμος Β', Ελληνική Υδρογεωλογική Εταιρεία, Αθήνα, 1994.
- Περλέρος, Β., Υδρογεωλογικό μοντέλο πηγών Βοιωτικού Κηφισού, *Μελέτη Διαχείρισης Υδατικών Πόρων των Λεκανών Απορροής του Βοιωτικού Κηφισού και των Λιμνών Υλίκης και Παραλίμνης - Φάση Β*, ΕΤΜΕ Πέππας-Αντωνίου και Συν/τες Ε.Ε., Β. Περλέρος, Π. Μπότσογλου, Α. Σταματοπούλου, ENVECO Α.Ε., Delft Hydraulics, Ανάθεση: ΥΠΕΧΩΔΕ - Τμήμα Υδρολογίας και Διαχείρισης των Υδατικών Πόρων, Νοέμβριος 1998.

- Τέγος, Α., *Συνδυασμένη προσομοίωση υδρολογικών-υδρογεωλογικών διεργασιών και λειτουργίας υδροσυστήματος Δυτικής Θεσσαλίας*, Διπλωματική εργασία, 132 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005.
- ΥΠΑΝ, ΕΜΠ, ΙΓΜΕ, και ΚΕΠΕ, *Σχέδιο προγράμματος διαχείρισης των υδατικών πόρων της χώρας, Συμπλήρωση της ταξινόμησης ποσοτικών και ποιοτικών παραμέτρων των υδατικών πόρων στα υδατικά διαμερίσματα της χώρας*, Ανάδοχος: Τομέας Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων - Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 549 σελίδες, Υπουργείο Ανάπτυξης, Αθήνα, Ιανουάριος 2003.
- ΥΠΕΧΩΔΕ, *Ανάλυση υδρομετεωρολογικών δεδομένων, Μελέτη διαχείρισης υδατικών πόρων των λεκανών απορροής του Βοιωτικού Κηφισού και των λιμνών Υλίκης και Παραλίμνης*, Έκθεση Β' Φάσης, 2000.

Διεθνής βιβλιογραφία

- Aarts, E. H. L., and P. J. M. van Laarhoven, Statistical cooling: A general approach to combinatorial optimization problems, *Philips Journal of Research*, 40(4), 193-226, 1985.
- Ajami, N. K., H. Gupta, T. Wagener, and S. Sorooshian, Calibration of a semi-distributed hydrologic model for streamflow estimation along a river system, *Journal of Hydrology*, 298, 112-135, 2004.
- Ali, M. M., A. Torn, and S. Viitanen, A direct search variant of the simulated annealing algorithm for optimization involving continuous variables, *Computers and Operations Research*, 29, 87-102, 2002.
- Ali, M. M., and C. Storey, Aspiration based simulated annealing algorithm, *Journal of Global Optimization*, 11, 181-191, 1997.
- Alley, W. M., On the treatment of evapotranspiration, soil moisture accounting and aquifer recharge in monthly water balance models, *Water Resources Research*, 20, 1137-1149, 1984.
- Alperovits, E., and U. Shamir, Design of optimal water distribution system, *Water Resources Research*, 13(6), 885-900.
- Anderson, E. A., *Hydrologic model calibration using the Interactive Calibration Program (ICP)*, Report, Hydrological Research Laboratory, U.S. National Weather Service, Silver Spring, 1997.
- Andréassian, V., C. Perrin, and C. Michel, Impact of imperfect potential evapotranspiration knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models, *Journal of Hydrology*, 286, 19-35, 2004.
- Andréassian, V., C. Perrin, C. Michel, I. Usart-Sanchez, and J. Lavabre, Impact of imperfect rainfall knowledge on the efficiency and the parameters of watershed models, *Journal of Hydrology*, 250, 206-223, 2001.
- Beldring, S., Multi-criteria validation of a precipitation-runoff model, *Journal of Hydrology*, 257, 189-211, 2002.
- Bellman, R., *Adaptive Control Processes: A Guided Tour*, Princeton University Press, 1961.
- Ben-Tal, A., Characterization of Pareto and lexicographic optimal solutions, in: *Multiple Criteria Decision Making Theory and Application*, G. Fandel and T. Gal (editors), 1-11, Springer-Verlag, 1980.
- Beven, K. J., A manifesto for the equifinality thesis, *Journal of Hydrology*, 320(1-2), 18-36, 2006.

- Beven, K. J., and A. M. Binley, The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction, *Hydrological Processes*, 6, 279-298, 1992.
- Beven, K. J., and J. Freer, Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the GLUE methodology, *Journal of Hydrology*, 249, 11-29, 2001.
- Beven, K. J., and M. J. Kirby, A physically-based, variable contributing area model of basin hydrology, *Hydrological Science Bulletin*, 24(1), 43-69, 1979.
- Beven, K. J., Changing ideas in hydrology – The case of physically-based models, *Journal of Hydrology*, 105, 157-172, 1989.
- Beven, K. J., How far can we go in distributed hydrological modelling?, *Hydrology and Earth System Sciences*, 5(1), 1-12, 2001.
- Beven, K. J., Prophecy, reality and uncertainty in distributed hydrological modelling, *Advances in Water Resources*, 16, 41-51, 1993.
- Beven, K. J., *Rainfall-Runoff Modelling: The Primer*, Wiley, 2001.
- Beven, K. J., Uniqueness of place and process representations in hydrological modelling, *Hydrology and Earth Systems Sciences*, 4(2), 203-213, 2000.
- Bhave, P. R., Optimization of gravity-fed water distribution systems: Theory, *Journal of Environmental Engineering*, 109(1), 189-205, 1983.
- Biswas, A. K., *Systems Approach to Water Management*, McGraw-Hill, New York, 1976.
- Bohachevsky, I. O., M. E. Johnson, and M. L. Stein, Generalized simulated annealing for function optimization, *Technometrics*, 28(3), 209-217, 1986.
- Box, G. E. P., and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1976.
- Boyle, D. P., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Toward improved calibration of hydrologic models: Combining the strengths of manual and automatic methods, *Water Resources Research*, 36(12), 3663-3674, 2000.
- Boyle, D. P., H. V. Gupta, S. Sorooshian, V. Koren, Z. Zhang, and M. Smith, Toward improved streamflow forecasts: Value of semidistributed modeling, *Water Resources Research*, 37(11), 2749–2760, 2001.
- Brath, A., A. Montanari, and E. Toth, Neural networks and non-parametric methods for improving real-time flood forecasting through conceptual hydrological models, *Hydrology and Earth System Sciences*, 6, 627-639, 2002.
- Brath, A., A. Montanari, and G. Moretti, Assessing the effect on flood frequency of land use change via hydrological simulation (with uncertainty), *Journal of Hydrology*, 324(1-4), 141-153, 2006.
- Brend, R. P., *Algorithms for Minimisation without Derivatives*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- Buras, N., *Scientific Allocation of Water Resources*, American Elsevier Publishing, New York, 1972.
- Buras, N., Water resources – Unresolved issues, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 353, 1-2, 2001.

- Butts, M. B., J. T. Payne, M. Kristensen, and H. Madsen, An evaluation of the impact of model structure on hydrological uncertainty for streamflow simulation, *Journal of Hydrology*, 298, 242-266, 2004.
- Camp, T., Economic pipe sizes for water distribution systems, *Transactions of ASCE*, 104, 190-213, 1939.
- Cardoso, M. F., R. L. Salcedo, and S. Feyo de Azevedo, The simplex-simulated annealing approach to continuous nonlinear optimization, *Computers and Chemical Engineering*, 20(9), 1065-1080, 1996.
- Chaubey, I., C. T. Haan, S. Grunwald, and J. M. Salisbury, Uncertainty in the model parameters due to spatial variability of rainfall, *Journal of Hydrology*, 220, 48-61, 1999.
- Chellapilla, K., Combining mutation operators in evolutionary programming, *IEEE Transactions of Evolutionary Computation*, 2(3), 91-96, 1998.
- Chelouah, R., and P. Siarry, Genetic and Nelder-Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multimimima functions, *European Journal of Operational Research*, 148, 335-348, 2003.
- Chelouah, R., and P. Siarry, Tabu search applied to global optimization, *European Journal of Operational Research*, 123, 256-270, 2000.
- Cheng, C. T., C. P. Ou, and K. W. Chau, Combining a fuzzy optimal model with a genetic algorithm to solve multi-objective rainfall-runoff model calibration, *Journal of Hydrology*, 268, 72-86, 2002.
- Christofides, A., A. Efstratiadis, D. Koutsoyiannis, G.-F. Sargentis, and K. Hadjibiros, Resolving conflicting objectives in the management of the Plastiras Lake: can we quantify beauty?, *Hydrology and Earth System Sciences*, 9(5), 507-515, 2005.
- Cieniawski, S. E., J. W. Eheart, and S. Ranjithan, Using genetic algorithms to solve a multiobjective groundwater monitoring problem, *Water Resources Research*, 31(2), 399-409, 1995.
- Coello Coello, C. A., and G. T. Pulido, Multiobjective structural optimization using a micro-genetic algorithm, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 30(5), 388-403, 2005.
- Coello Coello, C. A., A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization techniques, *Knowledge and Information Systems: An International Journal*, 1(3), 269-308, 1999.
- Coello Coello, C. A., and G. T. Pulido, A micro-genetic algorithm for multiobjective optimization, in: *First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele, C. A. Coello Coello, and D. Corne (editors), 126-140, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science, No 1993, 2001.
- Coello Coello, C. A., Recent trends in evolutionary multiobjective optimization, in: *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*, A. Abraham, L. Jain and R. Goldberg (editors), 7-32, Springer-Verlag, London, 2005.
- Cohon, J. L., and D. H. Marks, A review and evaluation of multi-objective programming techniques, *Water Resources Research*, 11(2), 208-220, 1975.
- Cohon, J. L., *Multiobjective Programming and Planning*, Academic Press, 1978.
- Cooper, V. A., V. T. V. Nguyen, and J. A. Nicell, Evaluation of global optimization methods for conceptual rainfall-runoff model calibration, *Water Science and Technology*, 36(5), 53-60, 1997.

- Corana, A., M. Marchesi, C. Martini, and S. Ridella, Minimizing multimodal functions of continuous variables with the simulated annealing algorithm, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 13(3), 262-280, 1987.
- Corne, D. W., J. D. Knowles, and M. J. Oates, The Pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization, in: *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, M. Schoenauer, K. Deb, G. Rudolph, X. Yao, E. Lutton, J. J. Merelo, and H.-P. Schwefel (editors), 839-848, Paris, France, 2000.
- Corne, D. W., N. R. Jerram, J. D. Knowles, and M. J. Oates, PESA-II: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization, in: *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)*, L. Spector, E. Goodman, A. Wu, W. B. Langdon, H.-M. Voigt, M. Gen, S. Sen, M. Dorigo, S. Pezeshk, M. H. Garzon, and E. Burke (editors), 283-290, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, California, July 2001.
- Cvetković, D., I. Parmee, and E. Webb, Multi-objective optimization and preliminary airframe design, *Proceedings of the ACDM'98* (Plymouth, U.K., April 1998), 255-267, 1998.
- Dandy, G. C., R. A. Simpson, and L. J. Murphy, An improved genetic algorithm for pipe network optimization, *Water Resources Research*, 32(2), 449-458, 1996.
- Das, B., and B. Datta, Development of multiobjective management problems for coastal aquifers, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125(2), 76-87, 1999.
- Davidon, W. C., Variable metric method for minimization, *AEC Research and Development Report*, ANL-5990, 21 pp., 1959.
- De Jong, K. A., *An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems*, PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor, 1975.
- De Neufville, R., and D. H. Marks, *Systems Planning and Design: Case Studies in Modelling, Optimization and Evaluation*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- Deb, K., A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197, 2002.
- Deb, K., and H. Gupta, Searching for robust Pareto-optimal solutions in multi-objective optimization, in: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Third International Conference, EMO 2005*, C. A. Coello Coello, A. Hernández Aguirre, and E. Zitzler (editors), 150-164, Springer Lecture Notes in Computer Science Vol. 3410, Guanajuato, México, March 2005.
- Deb, K., Evolutionary algorithms for multi-criterion optimization in engineering design, in: *Evolutionary Algorithms in Engineering and Computer Science*, C. Miettinen, M. M. Makella, P. Nitttanamaki, and J. Pieraux (editors), 135-161, John Wiley & Sons, New York, 1999a.
- Deb, K., Multi-objective genetic algorithms: Problem difficulties and construction of test problems *Evolutionary Computation*, 7(3), 205-230, 1999b.
- Deb, K., S. Agarwal, A. Pratap, and T. Meyarivan, A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, *Kanpur Genetic Algorithm Laboratory (KanGAL) Report*, No 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, 2000.
- Desai, R., and R. Patil, SALO: Combining simulated annealing and local optimization for efficient global optimization, in: *Proceedings of the 9th Florida Artificial Intelligence Research Symposium*, Key West, Florida, 233-237, 1996.
- Dingman, S. L., *Physical Hydrology*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.

- Diskin, M. H., and E. Simon, A procedure for selection of objective functions for hydrologic simulation models, *Journal of Hydrology*, 34(1/2), 129-149, 1977.
- Dong, H., J. He, H. Huang, and W. Hou, Evolutionary programming using a mixed mutation strategy, *Information Sciences*, 177(1), 312-327, 2007.
- Duan, N., L. W. Mays, and K. E. Lansley, Optimal reliability based design of pumping and distribution systems, *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(2), 249-268, 1990.
- Duan, Q., S. Sorooshian, and V. Gupta, Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resources Research*, 28(4), 1015-1031, 1992.
- Duan, Q., S. Sorooshian, and V. Gupta, Optimal use of SCE-UA global optimization method for calibrating watershed models, *Journal of Hydrology*, 158, 265-284, 1994.
- Dunn, S. M., Imposing constraints on parameter values of a conceptual hydrologic model using baseflow response, *Hydrology and Earth Systems Science*, 3(2), 271-284, 1999.
- Eckhardt, K., and J. G. Arnold, Automatic calibration of a distributed catchment model, *Journal of Hydrology*, 251, 103-109, 2001.
- Efstratiadis, A., A. Koukouvinos, E. Rozos, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Control of uncertainty in complex hydrological models via appropriate schematization, parameterization and calibration, *3rd General Assembly of the European Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 8, Vienna, 02181, European Geosciences Union, 2006.
- Efstratiadis, A., A. Tegos, I. Nalbantis, E. Rozos, A. Koukouvinos, N. Mamassis, S. Papalexiou, and D. Koutsoyiannis, Hydrogeios, an integrated model for simulating complex hydrographic networks - A case study to West Thessaly region, *7th Plinius Conference on Mediterranean Storms*, Rethymnon, Crete, European Geosciences Union, 2005a.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimisation of water resource systems, in: *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1423-1428, International Water Association, 2002.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, Fitting hydrological models on multiple responses using the multiobjective evolutionary annealing simplex approach, *Hydroinformatics in practice: computational intelligence and technological developments in water applications*, edited by R.J. Abrahart, L. M. See, and D. P. Solomatine, Springer, 2007 (υπό έκδοση).
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, Global optimisation techniques in water resources management, in: *26th General Assembly of the European Geophysical Society, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 3, Nice, European Geophysical Society, 2001.
- Efstratiadis, A., and D. Koutsoyiannis, The multiobjective evolutionary annealing-simplex method and its application in calibrating hydrological models, *2nd General Assembly of the European Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 7, Vienna, 04593, European Geosciences Union, 2005.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, and D. Xenos, Minimising water cost in the water resource management of Athens, *Urban Water Journal*, 1(1), 3-15, 2004.
- Efstratiadis, A., D. Koutsoyiannis, E. Rozos, and I. Nalbantis, Calibration of a conjunctive surface-groundwater simulation model using multiple responses, *EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 5, Nice, European Geophysical Society, 2003.

- Efstratiadis, A., E. Rozos, A. Koukouvinos, I. Nalbantis, G. Karavokiros, and D. Koutsoyiannis, An integrated model for conjunctive simulation of hydrological processes and water resources management in river basins, *2nd General Assembly of the European Geosciences Union, Geophysical Research Abstracts*, Vol. 7, Vienna, 03560, European Geosciences Union, 2005b.
- Efstratiadis, A., I. Nalbantis, A. Koukouvinos, E. Rozos, and D. Koutsoyiannis, HYDROGEIOS: A semi-distributed GIS-based hydrological model for disturbed river basins, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 4(3), 1947-1997, 2007.
- Eiben, A. E., R. Hinterding, and Z. Michalewicz, Parameter control in evolutionary algorithms, *IEEE Transactions of Evolutionary Computation*, 3(2), 124–141, 1999.
- Eiger, G., U. Shamir, and A. Ben-Tal, Optimal design of water distribution networks, *Water Resources Research*, 39(9), 2637-2646, 1994.
- Engeland, K., and L. Gottschalk, Bayesian estimation of parameters in a regional hydrological model, *Hydrology and Earth Systems Sciences*, 6(5), 883-898, 2002.
- Engeland, K., C.-Y Xu, and L. Gottschalk, Assessing uncertainties in a conceptual water balance model using Bayesian methodology, *Hydrological Sciences Journal*, 50(1), 45-63, 2005.
- Erickson, M., A. Mayer, and J. Horn, Multi-objective optimal design of groundwater remediation systems: Application of the niched Pareto genetic algorithm (NPGA), *Advances in Water Resources*, 25(1), 51-65, 2002.
- Ewen, J., G. O'Donnell, A. Burton, and E. O'Connell, Errors and uncertainty in physically-based rainfall-runoff modelling of catchment change effects, *Journal of Hydrology*, 330(3-4), 641-650, 2006.
- Farmani, R., G. A. Walters, and D. A. Savic, Trade-off between total cost and reliability for Anytown water distribution network, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 131(3), 161-171, 2005.
- Fletcher, R., and C. M. Reeves, Function minimization by conjugate gradients, *Computer Journal*, 7(2), 149-154, July 1964.
- Fletcher, R., and M. J. D. Powell, A rapidly convergent descent method for minimization, *Computer Journal*, 6, 163-168, July 1963.
- Flügel, W.-A., Delineating Hydrological Response Units (HRU's) by GIS analysis for regional hydrological modelling using PRMS/MMS in the drainage basin of the River Bröl, Germany, *Hydrological Processes*, 9, 423-436, 1995.
- Fonseca, C. M., and P. J. Fleming, An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization, *Evolutionary Computation*, 3(1), 1-16, 1995a.
- Fonseca, C. M., and P. J. Fleming, Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization, in: *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms* (San Mateo, California, July 1993), S. Forest (editor), 416-423, Morgan Kaufman, 1993.
- Fonseca, C. M., and P. J. Fleming, Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms: a unified formulation, *University of Sheffield Research Report 564*, Sheffield, U.K., 1995b.
- Forsythe, G. E., and T. S. Motzkin, Acceleration of the optimum gradient method – Preliminary report (abstract), *Bulletin of the American Mathematical Society*, 57, 304-305, July 1951.

- Fourman, M. P., Compaction of symbolic layout using genetic algorithm, in: *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms*, J. J. Grefenstette (editor), 141-153, 1985.
- Franchini, M., G. Galeati, and S. Berra, Global optimization techniques for the calibration of conceptual rainfall-runoff models, *Hydrological Sciences Journal*, 43(3), 443-458, 1998.
- Franks, S. W., K. J. Beven, and Gash, J. H. C., Multi-objective conditioning of a simple SVAT model, *Hydrology and Earth System Sciences*, 3(4), 477-489, 1999.
- Franks, S., and K. J. Beven, Bayesian estimation of uncertainty in land surface-atmosphere flux predictions, *Journal of Geophysical Research*, 102 (D20), 23991-23999, 1997.
- Freedman, V. L., V. L. Lopes, and M. Hernandez, Parameter identifiability for catchment-scale erosion modeling: a comparison of optimization algorithms, *Journal of Hydrology*, 207, 83-97, 1998.
- Freer, J., H. McMillan, J. J. McDonnell, and K. J. Beven, Constraining dynamic TOPMODEL responses for imprecise water table information using fuzzy rule based performance measures, *Journal of Hydrology*, 291, 254-277, 2004.
- Freer, J., K. J. Beven, and B. Ambrose, Bayesian estimation of uncertainty in runoff prediction and the value of data: an application of the GLUE approach, *Water Resources Research*, 32(7), 2161-2173, 1996.
- Fujiwara, O., and D. B. Khang, A two-phase decomposition method for optimal design of looped water distribution networks, *Water Resources Research*, 23(6), 977-982, 1990.
- Gan, T. Y., and G. F. Biftu, Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: Optimization theories, catchment conditions and model structure, *Water Resources Research*, 32(12), 3513-3524, 1996.
- Gan, T. Y., E. M. Dlamini, and G. F. Biftu, Effects of model complexity and structure, data quality, and objective functions on hydrologic modelling, *Journal of Hydrology*, 192, 81-103, 1997.
- Giustolisi, O., and D. Laucelli, Improving generalization of artificial neural networks in rainfall - runoff modelling. *Hydrological Sciences Journal*, 50(3) 439-457, 2005.
- Goffe, W. L., G. D. Ferrier, and J. Rogers, Global optimization of statistical functions with simulated annealing, *Journal of Econometrics*, 60(1-2), 65-99, 1994.
- Goldberg, D. E., and J. Richardson, Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization, in: *Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, J. J. Grefenstette (editor), 41-49, Lawrence Erlbaum, 1987.
- Goldberg, D. E., and K. Deb, A comparison of selection schemes used in genetic algorithms, in: *Foundations of Genetic Algorithms*, G. A. Rawlins (editor), 69-93, San Mateo, California, Morgan Kaufman, 1991.
- Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989a.
- Goldberg, D. E., Sizing populations for serial and parallel genetic algorithms, in: *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithm*, J. D. Schaffer (editor), 70-79, San Mateo, California, Morgan Kaufman, 1989b.

- Goulter, I. C., and D. R. Morgan, An integrated approach to the layout and design of water distribution networks, *Civil Engineering Systems*, 2(2), 104-113, 1985.
- Goulter, I. C., Systems analysis in water distribution network design: From theory to practice, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 118(3), 238-248, 1992.
- Govindaraju, R. S., and A. R. Rao, *Artificial Neural Networks in Hydrology*, Kluwer Academic, Boston, 2002.
- Grayson, R. B., I. D. Moore, and T. A. McMahon, Physically-based modeling 2: is the concept realistic?, *Water Resources Research*, 26(10), 2659-2666, 1992.
- Grefenstette, J. J., GENESIS: A system for using genetic search procedures, in: *Proceedings of the 1984 Conference on Intelligence Systems and Machines*, 161-165, 1984.
- Gupta, H. V., and S. Sorooshian, The relationship between data and the precision of parameter estimates of hydrologic models, *Journal of Hydrology*, 81, 57-77, 1985.
- Gupta, H. V., Khodatalab, N., Wagener, T. and S. Sorooshian, Advances in semi-distributed watershed modeling, *EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Geophysical Research Abstracts, Vol. 5*, Nice, April 2003, European Geophysical Society, American Geophysical Union, 2003.
- Gupta, H. V., S. Sorooshian, and P. O. Yapo, Status of automatic calibration for hydrologic models: Comparison with multilevel expert calibration, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 4(2), 135-143, 1999.
- Gupta, H. V., S. Sorooshian, and P. O. Yapo, Toward improved calibration of hydrologic models: Multiple and non-commensurable measures of information, *Water Resources Research*, 34(4), 751-763, 1998.
- Hadjibiros, K., A. Katsiri, A. Andreadakis, D. Koutsoyiannis, A. Stamou, A. Christofides, A. Efstratiadis, and G.-F. Sargentis, Multi-criteria reservoir water management, *Global Network for Environmental Science and Technology*, 7(3), 386-394, 2005.
- Haimes, Y. Y., and W. A. Hall, Multiobjectives in water resources systems analysis: the surrogate worth trade off method, *Water Resources Research*, 10(4), 615-624, 1974.
- Haimes, Y. Y., *Hierarchical Analysis of Water Resources Systems*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1977.
- Haith, D. A., and D. P. Loucks, Multi-objective water resources planning, in: *Systems Approach to Water Management*, A. K. Biswas (editor), McGraw-Hill, New York, 1976.
- Hajela, P., and C. Y. Lin, Genetic search strategies in multicriterion optimal design, *Structural Optimization*, 4, 99-107, 1992.
- Halhal, D., G. A. Walters, D. Ouazar, and D. A. Savic, Water network rehabilitation with structured messy genetic algorithm, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123(3), 137-146, 1997.
- Hamilton, S., Just say no to equifinality, *Hydrological Processes*, 21, 1979-1980, 2007.
- Harlin, J., Development of a process oriented calibration scheme for the HBV hydrological model, *Nordic Hydrology*, 22, 15-26, 1991.
- Hendrickson, J. D., S. Sorooshian, and L. E. Brazil, Comparison of Newton-type and direct search algorithms for calibration of conceptual rainfall-runoff models, *Water Resources Research*, 24(5), 691-700, 1988.

- Hines, W. W., and D. C. Montgomery, *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*, 3rd edition, John Wiley & Sons, 1990.
- Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control and Artificial Intelligence*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- Hooke, R., and T. A. Jeeves, Direct search solution of numerical and statistical problems, *Journal of the Association of Computing Machinery*, 8, 212-229, 1961.
- Horn, J., and N. Nafpliotis, Multiobjective optimization using the niched Pareto genetic algorithm, *IlligAL Report 91011*, Illinois Genetic Algorithms Laboratory, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1993.
- Horn, J., Multicriteria decision making, in: *Handbook of Evolutionary Computation*, T. Back, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz (editors), Bristol (UK), Institute of Physics Publishing, 1997.
- Horn, J., N. Nafpliotis, and D. E. Goldberg, A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization, in: *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, IEEE World Congress on Computational Intelligence, Vol. 1, 82-87, 1994.
- Huang, M. D., F. Romeo, and A. Sangiovanni-Vincentelli, An efficient general cooling schedule for simulated annealing, *IEEE Transactions on Computer Aided Design*, CAD-5 (1), 381-384, 1986.
- Hundecha, Y., and A. Bárdossy, Modeling of the effect of land use changes on the runoff generation of a river basin through parameter regionalization of a watershed model, *Journal of Hydrology*, 292(1-4), 281-295, 2004.
- Ishibuchi, H., and T. Murata, Multi-objective genetic local search algorithms, in: *Proceedings of the 1996 International Conference on Evolutionary Computation* (Naroya, Japan, 1996), T. Fukuda and T. Furuhashi (editors), 119-124, 1996.
- Jakeman A. J., and G. M. Hornberger, How much complexity is warranted in a rainfall-runoff model?, *Water Resources Research*, 29, 2637-2649, 1993.
- Johnston, P. R., and D. Pilgrim, Parameter optimization for watershed problems, *Water Resources Research*, 12(3), 477-486, 1976.
- Karatzas, G. P., and G. F. Pinder, Groundwater management using numerical simulation and the outer approximation method for global optimization, *Water Resources Research*, 29(10), 3371-3378, 1993.
- Karpouzou, D. K., F. Delay, K. L. Katsifarakis, and G. de Marsily, A multipopulation genetic algorithm to solve the inverse problem in hydrogeology, *Water Resources Research*, 37(9), 2291-2302, 2001.
- Kavetski, D., S. W. Franks, and G. Kuczera, Confronting input uncertainty in environmental modeling, in: *Calibration of Watershed Models*, Q. Duan, H. V. Gupta, S. Sorooshian, A. N. Rousseau, and R. Turcotte (editors), AGU Water Science and Applications Series Volume 6, 49-68, 2002.
- Khu, S. T., and M. G. F. Werner, Reduction of Monte-Carlo simulation runs for uncertainty estimation in hydrological modelling, *Hydrology and Earth System Sciences*, 7(5), 680-692, 2003.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatti, and M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.

- Kitanidis, P. K., and R. L. Bras, Real-time forecasting with a conceptual hydrologic model: analysis of uncertainty, *Water Resources Research*, 16(6), 1025-1033, 1980.
- Klemeš, V., Operational testing of hydrologic simulation models, *Hydrological Sciences Journal*, 31, 13-24, 1986.
- Knowles, J. D., and D. W. Corne, Approximating the nondominated front using the Pareto archived evolution strategy, *Evolutionary Computation*, 8(2), 149-172, 2000.
- Knowles, J. D., and D. W. Corne, Memetic algorithms for multiobjective optimization: issues, methods and prospects, in: *Recent Advances in Memetic Algorithms*, W. E. Hart, N. Krasnogor and J. E. Smith (editors), 313-352, Springer Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 166, 2005.
- Knowles, J. D., and D. W. Corne, On metrics for comparing nondominated sets, in: *Congress on Evolutionary Computation (CEC' 2002)*, Vol. 1, 711-716, IEEE Service Center, Piscataway, New Jersey, 2002.
- Ko, S.-K., D. G. Fontane, and J. W. Labadie, Multiobjective optimization of reservoir systems operation, *Water Resources Bulletin*, 28(1), 111-126, 1992.
- Kottogoda, N. T., *Stochastic Water Resources Technology*, McMillan Press, Honk Kong, 1980.
- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, and G. Karavokiros, A decision support tool for the management of multi-reservoir systems, *Journal of the American Water Resources Association*, 38(4), 945-958, 2002.
- Koutsoyiannis, D., A. Efstratiadis, and K. Georgakakos, Uncertainty assessment of future hydroclimatic predictions: A comparison of probabilistic and scenario-based approaches, *Journal of Hydrometeorology*, 8(3), 261-281, 2007.
- Koutsoyiannis, D., Optimal decomposition of covariance matrices for multivariate stochastic models in hydrology, *Water Resources Research*, Vol. 35(4), pp. 1219-1229, 1999.
- Kuczera, G., and E. Parent, Monte Carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models: The Metropolis algorithm, *Journal of Hydrology*, 211, 69-85, 1998.
- Kuczera, G., and M. Mroczkowski, Assessment of hydrologic parameter uncertainty and the worth of multiresponse data, *Water Resources Research*, 34(6), 1481-1489, 1998.
- Kuczera, G., Efficient subspace global parameter optimization for catchment models, *Water Resources Research*, 33(1), 177-185, 1997.
- Kuczera, G., On the relationship of the reliability of parameter estimates and hydrologic time series data used in calibration, *Water Resources Research*, 18, 146-154, 1982.
- Kuhn, H. W., and A. W. Tucker, Nonlinear programming, in: *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability* (Berkeley, California, 1951), J. Neyman (editor), 481-492, University of California Press, 1951.
- Kursawe, F., A variant of evolution strategies for vector optimization, in: *Parallel Problem Solving from Nature*, H. P. Schwefel and R. Manner (editors), 193-197, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- Kvasnicka, V., and J. Pospichal, A hybrid of simplex method and simulated annealing, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 39, 161-173, 1997.
- Labadie, J. W., Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(2), 193-111, 2004.

- Lagarias, J. C., J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions, *SIAM Journal on Optimization*, 9(1), 112-147, 1998.
- Lamb, R., K. J. Beven, and S. Myrabø, Use of spatially distributed water table observations to constrain uncertainty in a rainfall-runoff model, *Advances in Water Resources*, 22(4), 305-317, 1998.
- Lansey, K. E., Optimal design of water distribution systems, in: *Water Distribution Systems Handbook*, L.W. Mays (editor), Chapter 7, Mc-Graw Hill, 2000.
- Lee, C. Y., and X. Yao, Evolutionary programming using mutations based on the Lévy probability distribution, *IEEE Transactions of Evolutionary Computation*, 8(2), 1-13, 2004.
- Lewis, R. M., V. Torczon, and M. W. Trosset, Direct search methods: Then and now, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124, 191-207, 2000.
- Liong, S.-Y, S.-T Khu, and W.-T Chan, Derivation of Pareto front with genetic algorithm and neural network, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 6(1), 52-60, 2001.
- Liong, S.-Y, T. R. Gautam, S.-T Khu, V. Babovic, M. Keijzer, and N. Muttil, Genetic programming: a new paradigm in rainfall runoff modeling, *Journal of the American Water Resources Association*, 38(2), 705-718, 2002.
- Loucks, D. P., J. R. Stedinger, and D. A. Haith, *Water Resource Systems Planning and Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1981.
- Madsen, H., and S.-T Khu, Parameter estimation in hydrological modelling using multi-objective optimization, in: *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 1160-1165, International Water Association, 2002.
- Madsen, H., and T. Jacobsen, Automatic calibration of the MIKE-SHE integrated hydrological modeling system, *4th DHI Software Conference*, 6-8- June 2001, Helsingor, Denmark, 2001.
- Madsen, H., Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives, *Journal of Hydrology*, 235, 276-288, 2000.
- Madsen, H., G. Wilson, and H. C. Ammentorp, Comparison of different automated strategies for calibration of rainfall-runoff models, *Journal of Hydrology*, 261, 48-59, 2002.
- Madsen, H., Parameter estimation in distributed hydrological catchment modelling using automatic calibration with multiple objectives, *Advances in Water Resources*, 26, 205-216, 2003.
- Makhlouf, Z., and C. Michel, A two-parameter monthly water balance model for French watersheds, *Journal of Hydrology*, 162, 299-318, 1994.
- Marlow, W. H., *Mathematics for Operations Research*, Dover Publications New York, 1993.
- Mays, L. W., and Y.-K Tung, Systems analysis, in: *Water Resources Handbook*, L. W. Mays (editor), McGraw-Hill, New York, 1996.
- Mazi, A., A. D. Koussis, P. J. Restrepo, and D. Koutsoyiannis, A groundwater-based, objective-heuristic parameter optimisation method for a precipitation-runoff model and its application to a semi-arid basin, *Journal of Hydrology*, 290, 243-258, 2004.
- McCuen, R. H., Z. Knight, and A. G. Cutter, Evaluation of the Nash-Sutcliffe efficiency index, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 11(6), 597-602, 2006.
- McPhee, J., and W. Yeh, Multiobjective optimization for sustainable groundwater management in semi-arid regions, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(6), 490-497, 2004.

- Merz, B., and A. Bárdossy, Effects of spatial variability on the rainfall runoff process in a small loess catchment, *Journal of Hydrology*, 304-317, 1998.
- Metropolis, M., A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, and E. Teller, Equation of state calculations by fast computing machines, *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087-1092, 1953.
- Michalewicz, Z., *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- Mimikou, M., E. Baltas, E. Varanou, and K. Pantazis, Regional impacts of climate change on water resources quantity and quality indicators, *Journal of Hydrology*, 234, 95 - 109, 2000.
- Montanari, A., What do we mean by “uncertainty”? The need for a consistent wording about uncertainty assessment in hydrology, *Hydrological Processes*, 21, 841-845, 2007.
- Morse, J. N., Reducing the size of the nondominated set: pruning by clustering, *Computers and Operations Research*, 7(1-2), 55-66, 1980.
- Mroczkowski, M., G. P. Raper, and G. Kuczera, The quest for more powerful validation of conceptual catchment models, *Water Resources Research*, 33(10), 2325-2335, 1997.
- Muleta, M. K., and J. W. Nicklow, Sensitivity and uncertainty analysis coupled with automatic calibration for a distributed watershed model, *Journal of Hydrology*, 306, 127-145, 2005.
- Nalbantis, I., A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, On the use and misuse of semi-distributed rainfall-runoff models, *XXIV General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics*, Perugia, International Union of Geodesy and Geophysics, International Association of Hydrological Sciences, 2007.
- Nalbantis, I., E. Rozos, G. M. T. Tentes, A. Efstratiadis, and D. Koutsoyiannis, Integrating groundwater models within a decision support system, *Proceedings of the 5th International Conference of European Water Resources Association: "Water Resources Management in the Era of Transition"*, Athens, 279-286, European Water Resources Association, Athens, 2002.
- Nandakumar, N., and R. G. Mein, Uncertainty in rainfall-runoff model simulations and the implications for predicting the hydrologic effects of land-use change, *Journal of Hydrology*, 192(1-4), 211-232, 1997.
- Nash, J. E., and J. V. Sutcliffe, River flow forecasting through conceptual models, I, A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, 10(3), 282-290, 1970.
- Nelder, J. A., and R. Mead, A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, 7(4), 308-313, 1965.
- Osyczka, A., An approach to multicriterion optimization problems for engineering design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 15, 309-333, 1978.
- Osyczka, A., Multicriteria optimization problems for engineering design, in *Design Optimization*, J. S. Gero (editor), 193-227, 1985.
- Pan, L., and L. Wu, A hybrid global optimization method for inverse estimation of hydraulic parameters: annealing-simplex method, *Water Resources Research*, 34(9), 2261-2269, 1998.
- Panday, S., and P. S. Huyakorn, A fully coupled physically-based spatially distributed model for evaluating surface/subsurface flow, *Advances in Water Resources*, 27, 361-382, 2004.
- Pappenberger, F., and K. J. Beven, Ignorance is bliss: Or seven reasons not to use uncertainty analysis, *Water Resources Research*, 42, W05302, doi: 10.1029/2005WR004820, 2006.

- Pardalos, P. M., H. E. Romeijn, and H. Tuy, Recent developments and trends in global optimization, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124, 209-228, 2000.
- Park, C.-H., and M.M. Aral, Multi-objective optimization of pumping rates and well placement in coastal aquifers, *Journal of Hydrology*, 290, 80-99, 2004.
- Paturol, J. E., E. Servat, and A. Vassiliadis, Sensitivity of conceptual rainfall-runoff algorithms to errors in input data – Case of the GR2M model, *Journal of Hydrology*, 168, 111-125, 1995.
- Pierre, D. A., *Optimization Theory with Applications*, Dover Publications, New York, 1986.
- Pikounis, M., E. Varanou, E. Baltas, A. Dassaklis, and M. Mimikou, Application of the SWAT model in the Pinios river basin under different land use scenarios, *Global Nest: The International Journal*, 5(2), 71-79, 2003.
- Poloni, C., Hybrid GA for multiobjective aerodynamic shape optimization, in: *Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science*, G. Winter, J. Periaux, M. Galan, and P. Cuesta (editors), 399-424, New York: Wiley, 1997.
- Powell, M. J. D., An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, *Computer Journal*, 7(2), 155-162, 1964.
- Prasad, T. D., and N.-S Park, Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(1), 73-82, 2004.
- Press, W.H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Second edition, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1992.
- Pulido, G. T., and C. A. Coello Coello, The micro genetic algorithm 2: Towards online adaptation in evolutionary multiobjective optimization, in: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Second International Conference, EMO 2003*, C. M. Fonseca, P. J. Fleming, E. Zitzler, K. Deb, and L. Thiele (editors), 252-266, Springer Lecture Notes in Computer Science, Volume 2632, Faro, Portugal, April 2003.
- Ranjithan, S. Ranji, Role of evolutionary computation in environmental and water resources systems analysis, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 131(1), 1-2, 2005.
- Rao, S. S., Game theory approach to multiobjective structural optimization, *Computers and Structures*, 25(1), 119-127, 1986.
- Ratto, M., S. Tarantola, and A. Saltelli, Sensitivity analysis in model calibration: GAS-GLUE approach, *Computer Physics Communications*, 136, 212-224, 2001.
- Rechenberg, I., *Cybernetic solution path of an experimental problem*, Royal Aircraft Establishment, Library Translation No. 1122, Farnborough, UK, 1965.
- Reed, P., and B. S. Minsker, Discovery and negotiation using multiobjective genetic algorithms: a case study in groundwater monitoring problem, in: *Proceedings of the Fifth International Conference on Hydroinformatics*, Cardiff, UK, 988-993, International Water Association, 2002.
- Reed, P., B. S. Minsker, and D. E. Goldberg, A multiobjective approach to cost effective long-term groundwater monitoring using an elitist nondominated sorting genetic algorithm with historical data, *Journal of Hydroinformatics*, 03.2, 71-89, 2002.
- Refsgaard, J. C., and J. Knudsen, Operational validation and intercomparison of different types of hydrological models, *Water Resources Research*, 32, 2189-2202, 1996.

- Refsgaard, J. C., Parameterisation, calibration and validation of distributed hydrological models, *Journal of Hydrology*, 198, 69-97, 1997.
- Reichert, P. and M. Omlin, On the usefulness of overparameterized ecological models, *Ecological Modelling*, 95, 289-299, 1997.
- Richardson, J. T., M. R. Palmer, G. Liepins, and M. Hilliard, Some guidelines for genetic algorithms with penalty functions, in: *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms* (San Mateo, California), J. D. Schaffer (editor), 191-197, 1989.
- Ritzel, B. J., J. W. Eheart, and S. Ranjithan, Using genetic algorithm to solve a multiobjective groundwater pollution containment problem, *Water Resources Research*, 30(5), 1589-1603, 1994.
- Romanowicz R. J., and K. J. Beven, Dynamic real time predictions of flood inundation probabilities, *Hydrological Sciences Journal*, 43, 181-196, 1998.
- Romanowicz, R., K. J. Beven, and J. Tawn, Bayesian calibration of flood inundation models, in: *Floodplain Processes*, M. G. Anderson, D. E. Walling, and P. D. Bates (editors), Wiley Chichester, 1996.
- Rosberg, D., and H. Madsen, Concepts of hydrologic modelling, in: *Encyclopedia of Hydrological Sciences*, Chapter 10, John Wiley & Sons, 2005.
- Rosenberg, R. S., *Simulation of genetic populations with biochemical properties*, PhD thesis, University of Michigan, Ann Harbor, Michigan, 1967.
- Rosenbrock, I. H., An automatic method for finding the greatest and least value of a function, *Computer Journal*, 3(3), 175-184, 1960.
- Rozos, E., A. Efstratiadis, I. Nalbantis, and D. Koutsoyiannis, Calibration of a semi-distributed model for conjunctive simulation of surface and groundwater flows, *Hydrological Sciences Journal*, 49(5), 819-842, 2004.
- Rozos, E., and D. Koutsoyiannis, A multicell karstic aquifer model with alternative flow equations, *Journal of Hydrology*, 325(1-4), 340-355, 2006.
- Rubinstein, R. Y., *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queuing Networks*, John Willey, 1986.
- Salas, J. D., J. W. Delleur, V. Yevjevich, and W. L. Lane, *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, Colorado, 1980.
- Savic, D. A., Single-objective vs. multiobjective optimisation for integrated decision support, in: *Integrated Assessment and Decision Support, Proceedings of the First Biennial Meeting of the International Environmental Modelling and Software Society*, A. E. Rizzoli and A. J. Jakeman (editors), 24-27 June, Lugano, Switzerland, Vol. 1, 7-12, 2002.
- Savic, D., and G. Walters, Genetic algorithm for least cost design of water distribution networks, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123(2), 67-77, 1997.
- Schaffer, J., *Some experiments in machine learning using vector evaluated genetic algorithms*, PhD thesis, Vanderbilt University, Nashville, 1984.
- Schott, J. R., *Fault Tolerant Design Using Single and Multicriteria Genetic Algorithm Optimization*, Master thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1995.

- Schoups, G., C. Lee Addams, and S. M. Gorelick, Multi-objective calibration of a surface water-groundwater flow model in an irrigated agricultural region: Yaqui Valley, Sonora, Mexico, *Hydrology and Earth Systems Sciences*, 9, 549-568, 2005a.
- Schoups, G., J. W. Hopmans, C. A. Young, J. A. Vrugt, and W. W. Wallender, Multi-criteria optimization of a regional spatially-distributed subsurface water flow model, *Journal of Hydrology*, 311, 20-48, 2005b.
- Schwefel, H.-P., *Evolution and Optimum Seeking*, John Willey, 1994.
- See, L., D. Solomatine, R. Abrahart, and E. Toth, Hydroinformatics: Computational intelligence and technological developments in water science applications, Editorial, *Hydrological Sciences Journal*, 52(3), 391-396, 2007.
- Seibert, J., and J. J. McDonnell, On the dialog between experimentalist and modeler in catchment hydrology: use of soft data for multicriteria model calibration, *Water Resources Research*, 38(11), 1241, doi: 10.1029/2001WR000978, 2002
- Seibert, J., Multi-criteria calibration of a conceptual runoff model using a genetic algorithm, *Hydrology and Earth Systems Sciences*, 4(2), 215-224, 2000.
- Shah, S. M. S., P. E. O'Connell, and J. R. M. Hosking, Modelling the effects of spatial variability in rainfall on catchment response: 1. Formulation and calibration of a stochastic rainfall field model, *Journal of Hydrology*, 175, 67-88, 1996.
- Shah, S. M. S., P. E. O'Connell, and J. R. M. Hosking, Modelling the effects of spatial variability in rainfall on catchment response: 2. Experiments with distributed and lumped models, *Journal of Hydrology*, 175, 89-111, 1996.
- Shoen, F., Global optimization methods for high-dimensional problems, *European Journal of Operations Research*, 119, 345-352, 1999.
- Simpson, A.R., G. C. Dandy, and L. J. Murphy, Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(4), 423-443, 1994.
- Singh, V. P., and D. A. Woolhiser, Mathematical modeling of watershed hydrology, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 7(4), 270-292, 2002.
- Singh, V., and S. M. Bhallamudi, Conjunctive surface-sub-surface modeling of overland flow, *Advances in Water Resources*, 21, 567-579, 1998.
- Sivapalan, M., K. Takeuchi, S. W. Franks, V. K. Gupta, H. Karambiri, V. Lakshmi, X. Liang, J. J. McDonnell, E. M. Mendiondo, P. E. O'Connell, T. Oki, J. W. Pomeroy, D. Schertzer, S. Uhlenbrook, and E. Zehe, IAHS Decade on Predictions in Ungauged Basins (PUB), 2003-2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences, *Hydrological Sciences Journal*, 48(6), 857-880, 2003.
- Solomatine, D. P., Genetic and other global optimization algorithms - comparison and use in calibration problems, in: *Proceedings of the Third International Conference on Hydroinformatics*, Copenhagen, Denmark, 1021-1028, International Water Association Publishing, 1998.
- Solomatine, D. P., Two strategies of adaptive cluster covering with descent and their comparison to other algorithms, *Journal of Global Optimization*, 14(1), 55-78, 1999.
- Solomatine, D. P., Y. B. Dibiki, and N. Kukuric, Automatic calibration of groundwater models using global optimisation techniques, *Hydrological Sciences Journal*, 44(6), 879-894, 1999.

- Sorooshian, S., and J. A. Dracup, Stochastic parameter estimation procedures for conceptual rainfall-runoff models: Correlated and heteroscedastic error case, *Water Resources Research*, 16(2), 430-442, 1980.
- Sorooshian, S., V. K. Gupta, and J. L. Fulton, Evaluation of maximum likelihood parameter estimation techniques for conceptual rainfall-runoff models: Influence of calibration data variability and length on model credibility, *Water Resources Research*, 19(1), 251-259, 1983.
- Spear, R. C., and G. M. Hornberger, Eutrophication in Peel Inlet, II, Identification of critical uncertainties via the Generalized Sensitivity Analysis, *Water Research*, 14, 43-49, 1980.
- Spendley, W., G. R. Hext, and F. R. Himsforth, Sequential application of simplex designs in optimization and evolutionary operation, *Technometrics*, 4, 441-461, 1962.
- Srinivas, N., and K. Deb, Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms, *Technical Report*, Department of Mechanical Engineering, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, 1993.
- Srinivas, N., and K. Deb, Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms, *Evolutionary Computation*, 2(3), 221-248, 1994.
- Srinivasan, R., R. S. Muttiah, P. T. Dyke, C. Walker, and J. Arnold, *Hydrologic unit model for the United States (HUMUS)*, Texas Agricultural Experiment Station, Blackland Research Center, Temple, TX, 2000.
- Sumner, N. R., P.M. Fleming, and B. C. Bates, Calibration of a modified SFB model for twenty-five Australian catchments using simulated annealing, *Journal of Hydrology*, 197, 166-188, 1997.
- Tamaki, H., H. Kita, and S. Kobayashi, Multi-objective optimization by genetic algorithms: a review, in: *Proceedings of the 1996 International Conference on Evolutionary Computation* (Naroya, Japan, 1996), T. Fukuda and T. Furuhashi (editors), 517-522, 1996.
- Tamaki, H., M. Mori, M. Araki, and H. Ogai, Multicriteria optimization by genetic algorithms: a case of scheduling in hot rolling process, *Proceedings of the 3rd APORS*, 374-381, 1995.
- Tang, Y., P. Reed, and T. Wagener, How effective and efficient are multiobjective evolutionary algorithms at hydrologic model calibration?, *Hydrology and Earth System Sciences*, 10(2), 289-307, 2006.
- Thiemann, M., M. Trosser, H. Gupta, and S. Sorooshian, Bayesian recursive parameter estimation for hydrologic models, *Water Resources Research*, 37(10), 2521-2536, 2001.
- Thornthwaite, C. W., An approach toward a rational classification of climate, *Geographical Reviews*, 38(1), 55-94, 1948.
- Thornthwaite, C. W., and J. R. Mather, The water balance, *Publications in Climatology*, 8(8), 1-104, Laboratory of Climatology, Climatologic Dresel Institute of Technology, 1955.
- Thyer, M., G. Kuczera, and B. C. Bates, Probabilistic optimization for conceptual rainfall-runoff models: a comparison of the shuffled complex evolution and simulation annealing algorithms, *Water Resources Research*, 35(3), 767-773, 1999.
- Todini, E., Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach, *Urban Water*, 2(3), 115-122, 2000.
- Todini, E., The preservation of skewness in linear disaggregation schemes, *Journal of Hydrology*, 47, 199-214, 1980.

- Torczon, V., On the convergence of the multi-directional search algorithm, *SIAM Journal of Optimization*, 1(1), 123-145, 1991.
- Tseng, C. H., and T. W. Lu, Min-max multiobjective optimization in structural design, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 30, 1213-1228, 1990.
- U.S. Army Corp of Engineers (USACE), *HEC-1 Flood Hydrograph Package User's Manual*, Hydrologic Engineering Center, Davis, CA, 1998.
- Valenzuela-Rendón, M., and E. Uresti-Charre, A non-generational genetic algorithm for multiobjective optimization, in: *Proceedings of the Seventh International Conference on Genetic Algorithms* (San Mateo, California, July 1997), T. Bäck (editor), 658-665, Michigan State University, Morgan Kauffman, 1997.
- Van Laarhoven, P. J. M., and E. H. L. Aarts, *Simulated Annealing: Theory and Applications*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1987.
- Van Veldhuizen, D. A., and G. B. Lamont, Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-art, *Evolutionary Computation*, 8(2), 125-147, 2000.
- Van Veldhuizen, D. A., *Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses and New Innovations*, PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Graduate School of Engineering, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, OH, 1999.
- Vanderbilt, D., and S. G. Louie, A Monte Carlo simulated annealing approach to optimization over continuous variables, *Journal of Computational Physics*, 56, 259-271, 1984.
- Varanou, E., E. Gkouvatsou, E. Baltas, and M. Mimikou, M, Quantity and quality integrated catchment modelling under climatic change with use of Soil and Water Assessment Tool Model, *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE, 7(3), 228 – 244, 2002.
- Varian, H. R., *Intermediate Microeconomics - A Modern Approach*, Fifth edition, W.W. Norton & Company, New York, 1999.
- Vogel, R. M., and A. Sankarasubramanian, Validation of a watershed model without calibration, *Water Resources Research*, 39(10), 1292, doi: 10.1029/2002WR001940, 2003.
- Vrugt, J. A., G. Schoups, J. W. Hopmans, C. Young, W. W. Wallender, T. Harter, and W. Bouten, Inverse modeling of large-scale spatially distributed vadose zone properties using global optimization, *Water Resources Research*, 40, W06503, doi: 10.1029/2003WR002706, 2004.
- Vrugt, J. A., H. V. Gupta, L. A. Bastidas, W. Bouten, and S. Sorooshian, Effective and efficient algorithm for multiobjective optimization of hydrologic models, *Water Resources Research*, 39(8), 1214, doi: 10.1029/2002WR001746, 2003a.
- Vrugt, J. A., H. V. Gupta, S. C. Dekker, S. Sorooshian, T. Wagener, and W. Bouten, Application of stochastic parameter optimization to the Sacramento Soil Moisture Accounting model, *Journal of Hydrology*, 325, 288-307, 2006.
- Vrugt, J. A., H. V. Gupta, W. Bouten, and S. Sorooshian, A Shuffled Complex Evolution Metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrologic model parameters, *Water Resources Research*, 39(8), doi: 10.1029/2002WR001642, 2003b.
- Vrugt, J. A., W. Bouten, H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Toward improved identifiability of hydrologic model parameters: the information content of experimental data, *Water Resources Research*, 38(12), 1312, doi: 10.1029/2001WR001118, 2002.

- Wagener, T., and H. V. Gupta, Model identification for hydrological forecasting under uncertainty, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19, 378-387, 2005.
- Wagener, T., D. P. Boyle, M. J. Lees, H. S. Wheater, H. V. Gupta, and S. Sorooshian, A framework for development and application of hydrological models, *Hydrology and Earth System Sciences*, 5(1), 13-26, 2001.
- Walski, T. M., E. D. Brill, J. Gessler, I. C. Goulter, R. M. Jeppson, K. Lansey, Han-Lin Lee, J. C. Liebman, L. Mays, D. R. Morgan, and L. Ormsbee, Battle of the network models: epilogue, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 113(2), 191-203, 1987.
- Walski, T. M., The wrong paradigm – Why water distribution optimization doesn't work, *Journal of Water Resources Planning and Management*, 127(4), 203-225, 2001.
- Walters, G. A., D. Halhal, D. A. Savic, and D. Ouzar, Improved design of “Anytown” distribution network using messy genetic algorithms, *Urban Water*, 1(1), 23-38, 1999.
- Wang, P. P., and D. Chen, Continuous optimization by a variant of simulated annealing, *Journal of Computational Optimization and Applications*, 6, 59-71, 1996.
- Wang, Q. J., The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models, *Water Resources Research*, 27(9), 2467-2471, 1991.
- Watson, F. G. R., R. B. Grayson, R. A. Vertessy, and T. A. McMahon, Large scale distribution modelling and the utility of detailed ground data, in: *Hydrological Applications of GIS*, A. M. Gurnell and D. R. Montgomery (editors), 53-68, Wiley, 2000.
- Whitley, D., The genitor algorithm and selection pressure: why rank-based allocation of reproductive trials is best, in: *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms* (San Mateo, California), J. D. Schaffer (editor), 116-121, 1989.
- Winker, P., and M. Gilli, Applications of optimization heuristics to estimation and modeling problems, *Computational Statistics and Data Analysis*, 47(2), 211-223, 2004.
- Wright, M. H., Direct search methods: once scorned, now respectable, in: *Proceedings of the 1995 Dundee Biennial Conference in Numerical Analysis*, D. F. Griffiths and G. A. Watson (editors), Addison Wesley Longman, Harlow, UK, 191-208, 1996.
- Xu, C.-Y., and V. P. Singh, A review of monthly water balance models for water resources investigations, *Water Resources Management*, 12, 31-50, 1998.
- Xu, C.-Y., Statistical analysis of parameters and residuals of a conceptual water balance model – Methodology and case study, *Water Resources Management*, 15(2), 75-92, 2001.
- Yapo, P. O., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data, *Journal of Hydrology*, 181, 23-48, 1996.
- Yapo, P. O., H. V. Gupta, and S. Sorooshian, Multi-objective global optimization for hydrologic models, *Journal of Hydrology*, 204, 83-97, 1998.
- Ye, W., B. C. Bates, N. R. Vinley, M. Sivapalan, and A. J. Jackeman, Performance of conceptual rainfall-runoff models in low-yielding ephemeral catchments, *Water Resources Research*, 33(1), 153-166, 1997.
- Yu, P.-S., and T.-C Yang, Fuzzy multi-objective function for rainfall-runoff model calibration, *Journal of Hydrology*, 238, 1-14, 2000.

- Yu, P.-S, T.-C Yang, and S.-J Chen, Comparison of uncertainty analysis methods for a distributed rainfall–runoff model, *Journal of Hydrology*, 244, 43-59, 2001.
- Zealand, C. M., D. H. Burn, and S. P. Simonovic, Short term streamflow forecasting using artificial neural networks, *Journal of Hydrology*, 214, 32-48, 1999.
- Zitzler, E., and L. Thiele, An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: A comparative case study, *Parallel Problem Solving from Nature*, V, 292-301, 1998.
- Zitzler, E., *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*, PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland, 1999.
- Zitzler, E., K. Deb, and L. Thiele, Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results, *Evolutionary Computation*, 8(2), 173-195, 2000.
- Zitzler, E., L. Thiele, M. Laumanns, C. M. Fonseca, and V. G. da Fonseca, Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 7(2), 117-132, 2003.
- Zitzler, E., M. Laumanns, and L. Thiele, SPEA 2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm, *TIK-Report 103*, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland, 2001.