ΓΕΩΡΓΙΟΥ Κ. ΝΟΥΤΣΟΠΟΥΛΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ Ε. Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗΣ
ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

ΤΕΥΧΟΣ Β!

ΡΟΗ ΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ
ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

ΑΘΗΝΑΙ 1973

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τό παρόν τεῦχος καλύπτει τμῆμα τῆς ὕλης, τοῦ δευτέρου μέρους τοῦ μαθήματος τῆς Θεωρητικῆς καί Ἐφηρμοσμένης Ὑδραυλικῆς, τοῦ διδασκομένου εἰς τούς τριτοετεῖς σπουδαστάς τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν Πολιτικῶν Μηχανικῶν καί Ἀγρονόμων - Τοπογράφων Μηχανικῶν τοῦ Ε.Μ. Πολυτεχνείου. Συνιστᾶ τό πρῶτον τμῆμα τῆς Ἐφηρμοσμένης Ὑδραυλικῆς καί διαπραγματεύεται μίαν σημαντικήν κατηγορίαν προβλημάτων, ἐξαιρετικοῦ ἐνδιαφέροντος διά τόν Ὑδραυλικόν Μηχανικόν, ἤτοι τήν ροήν εἰς κλειστούς ἀγωγούς ὑπό πίεσιν.

Τό παρόν τεῦχος ἐγράφη μέ ἀποκλειστικόν σκοπόν νά ἀποτελέσῃ βοήθημα τῶν σπουδαστῶν, διά τήν εὐχερῆ παρακολούθησιν τῆς διδασκαλίας τοῦ μαθήματος καί ἐμπέδωσιν τῆς γνώσεως αὐτῶν, ἐπί ἐνδιαφερόντων προβλημάτων τῆς Ἐφηρμοσμένης Ὑδραυλικῆς.

Κατά τήν διάταξιν καί ἀνάπτυξιν τῆς ὕλης τοῦ παρόντος τεύχους κατεβλήθη προσπάθεια διά τήν κατά τό δυνατόν αὐτοτελῆ καί ὁλοκληρωμένην ἀντιμετώπισιν τῶν προβλημάτων ροῆς εἰς κλειστούς ἀγωγούς ὑπό πίεσιν. Μολαταῦτα ἡ εἰς βάθος κατανόησις τῆς ὕλης τοῦ παρόντος τεύχους προαπαιτεῖ τήν γνῶσιν βασικῶν ἀρχῶν καί ἐννοιῶν ἀναπτυχθεισῶν κατά τό πρῶτον μέρος τοῦ μαθήματος, ἤτοι τήν Μηχανικήν τῶν Ρευστῶν διά Ὑδραυλικούς Μηχανικούς.

Τό παρόν τεῦχος συνιστᾶ πρώτην ἔκδοσιν καί ὡς ἐκ τούτου δύναται νά κατηγορηθῆ δι᾽ ἀτελείας καί ἐλλείψεις. Ἰδιαιτέρως αἰσθητή εἶναι ἡ ἔλλειψις ἀριθμητικῶν παραδειγμάτων ἀναφερομένων εἰς προβλήματα ἀναλύσεως συστημάτων ἀγωγῶν. Εὐελπιστῶ ὅτι αἱ ἀτέλειαι καί ἐλλείψεις αὗται θέλουν συμπληρωθῆ εἰς μελλοντικήν βελτιωμένην ἔκδοσιν τοῦ παρόντος τεύχους

Ἀθῆναι, Ἰανουάριος 1973

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Προβλήματα ροής, εις κλειστούς αγωγούς υπό πίεσιν, συνιστούν μίαν των σημαντικωτέρων κατηγοριών προβλημάτων, ενδιαφερόντων τόν υδραυλικόν μηχανικόν. Η ροή ρευστών, μέσω συστήματος κλειστών αγωγών υπό πίεσιν, συνιστά ένα εύχερή καί οικονομικόν τρόπον μεταφοράς καί διανομής αυτών. Διά κλειστών αγωγών, σωλήνων, ύδωρ μεταφέρεται καί διανέμεται διά τήν εξυπηρέτησιν των εις ύδωρ καταναλωτικών αναγκών του ανθρώπου (δίκτυα υδρεύσεως), διά τήν άρδευσιν γεωργικών εκτάσεων (δίκτυα τεχνητής βροχής), διά παραγωγήν υδροηλεκτρικής ενεργείας (σήραγγες, αγωγοί πτώσεως). Διά κλειστών αγωγών πραγματοποιείται ή μεταφορά πετρελαίου καί πετρελαιοειδών γενικώτερον, ως καί φυσικών αερίων, χρησιμοποιουμένων διά παραγωγήν ενεργείας διά καύσεως αυτών.

Κύριον χαρακτηριστικόν της ροής εις κλειστούς αγωγούς υπό πίεσιν είναι, ότι ό αγωγός παραμένει συνεχώς πληρωμένος υπό ρευστού, αποκλειομένης της εμφανίσεως εντός αυτού ελευθέρας επιφανείας. Τούτο σημαίνει, ότι τά γεωμετρικά όρια της ροής παραμένουν τά αυτά, υφ' οιασδήποτε συνθήκας ροής.

Πολλάκις ή ροή υγρών, μέσω γεωμετρικώς κλειστών αγωγών, πραγματοποιείται μέ ελευθέραν επιφάνειαν, ως εις τούς υπονόμους. Η περίπτωσις αυτή συνιστά διακεκριμένην κατηγορίαν προβλημάτων, ήτις αντιμετωπίζεται κεχωρισμένως

Εις τό παρόν τεύχος, αντιμετωπίζονται, μετ' επαρκούς λεπτομερείας, προβλήματα ροής εις κλειστούς αγωγούς υπό πίεσιν, όπου τά γεωμετρικά όρια της ροής παραμένουν τά αυτά, υφ' οιασδήποτε συνθήκας ροής.

Εἷς κλειστός ἀγωγός καλεῖται ὁμοιόμορφος, ἐφ' ὅσον ἡ διατομή αὐτοῦ παραμένει σταθερά ἀπό ἀπόψεως σχήματος καί διαστάσεων καί ἡ κλίσις αὐτοῦ εἶναι ἑνιαία. Εἰς τήν τεχνικήν χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, διατομαί μέ ἀξονικήν συμμετρίαν, ὡς κυκλικαί, τετραγωνικαί, ὀρθογωνικαί διατομαί. Ἡ συνηθέστερον χρησιμοποιουμένη διατομή εἶναι ἡ κυκλική, λόγῳ τῆς ἁπλότητος μορφῆς, τῶν στατικῶν πλεονεκτημάτων καί τῆς εὐχεροῦς δυνατότητος βιομηχανικῆς παραγωγῆς ἀγωγῶν. Ἀγωγοί κυκλικῆς διατομῆς καλοῦνται σωλῆνες.

Ἡ ροή ἐντός κλειστῶν ἀγωγῶν ὑπό πίεσιν δύναται νά εἶναι ὁμοιόμορφος ἤ ἀνομοιόμορφος, μόνιμος ἤ μή μόνιμος, στρωτή ἤ τυρβώδης.

Μόνιμος ὁμοιόμορφος ροή πραγματοποιεῖται ἐντός ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν ἱκανοῦ μήκους. Αἱ γραμμαί ροῆς εἶναι παράλληλοι μεταξύ των καί πρός τήν κατά μῆκος κατεύθυνσιν τοῦ ἀγωγοῦ. Ἡ ταχύτης δέν μεταβάλλεται (παραμένει σταθερά) κατά μῆκος ἑκάστης γραμμῆς ροῆς, μολονότι διαφέρει ἀπό γραμμῆς ροῆς εἰς γραμμήν ροῆς, μηδενιζομένη εἰς τά σταθερά ὅρια, ἤτοι τά τοιχώματα τοῦ ἀγωγοῦ. Ἡ πίεσις διανέμεται ὑδροστατικῶς εἰς ἑκάστην διατομήν, νοουμένην κάθετον πρός τάς γραμμάς ροῆς, ἤτοι τήν κατεύθυνσιν τοῦ ἀγωγοῦ.

Μόνιμος ἀνομοιόμορφος ροή χαρακτηρίζεται ἡ ροή, κατά τήν ὁποίαν τό ἄνυσμα τῆς ταχύτητος κατά μῆκος γραμμῆς ροῆς μεταβάλλεται.

Ἡ ἀνομοιόμορφος ροή δύναται νά εἶναι ἐπιταχυνομένη – συγκλίνουσα ἤ ἐπιβραδυνομένη – ἀποκλίνουσα. Πραγματοποιεῖται, συνήθως, λόγῳ μεταβολῆς τῆς γεωμετρίας τῶν ὁρίων, ἤτοι εἰς μή ὁμοιόμορφα τμήματα ἀγωγῶν καί βασικῶς εἰς περιοχάς μεταβάσεως ἀπό ἕν τμῆμα ὁμοιομόρφου ἀγωγοῦ εἰς ἕτερον, μέ διαφορετικά γεωμετρικά στοιχεῖα. Οὕτω, ἀνομοιόμορφος ῥοή πραγματοποιεῖται κατά τήν εἴσοδον ἀγωγοῦ ἐκ δεξαμενῆς, κατά τήν ἀλλαγήν διαμέτρων σωλήνων (συστολαί, διαστολαί), κατά τήν μεταβολήν κλίσεων ὁμοιομόρφου ἀγωγοῦ ἤ τήν ἀλλαγήν ὁριζοντιογραφικῆς χαράξεως αὐτοῦ (καμπύλαι), ὡς καί μέσῳ συσκευῶν ἐλέγχου τῆς ῥοῆς (μετρηταί παροχῆς, δικλεῖδες κ.λ.π.).

Ἡ ῥοή ἐντός κλειστοῦ ἀγωγοῦ ὑπό πίεσιν θεωρεῖται μόνιμος, ἐφ' ὅσον ἡ διά τοῦ ἀγωγοῦ διερχομένη παροχή καί ἑπομένως καί ἡ ταχύτης εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου.

Μή μόνιμος ῥοή θεωρεῖται ἡ ῥοή, ὅταν ἡ διά τοῦ ἀγωγοῦ διερχομένη παροχή καί, ἑπομένως, ἡ ταχύτης μεταβάλλεται μετά τοῦ χρόνου. Ἡ μετά τοῦ χρόνου μεταβολή τῆς ταχύτητος καί τῆς παροχῆς πραγματοποιεῖται λόγῳ χρονικῶν μεταβολῶν, ἐπιβαλλομένων ἐξωτερικῶς εἰς τά ἀνάντη καί κατάντη πέρατα τοῦ ἀγωγοῦ. Οὕτω, μή μόνιμος ῥοή παρατηρεῖται ἐντός κλειστοῦ ἀγωγοῦ, λόγῳ συνεχοῦς πτώσεως τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος εἰς τήν δεξαμενήν ὑδροδοτήσεως αὐτοῦ ἤ λόγῳ ἀνοίγματος ἤ κλεισίματος δικλεῖδος διά τήν μεταβολήν τῆς παροχῆς.

Ἐφ' ὅσον αἱ μετά τοῦ χρόνου μεταβολαί τῆς παροχῆς εἶναι μικραί, ἡ μή μονιμότης τῆς ῥοῆς ἔχει ἀμελητέαν ἐπίδρασιν ἐπί τῶν δυναμικῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ῥοῆς. Ἐάν αἱ μετά τοῦ χρόνου μεταβολαί τῆς παροχῆς εἶναι μεγάλαι, τότε ἡ μή μονιμότης τῆς ῥοῆς ἔχει μεγάλην ἐπίδρασιν ἐπί τῶν δυναμικῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ῥοῆς. Τοιαῦται μεταβολαί πραγματοποιοῦνται, συνήθως, λόγῳ ἀποτόμου (ἐντός μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος) ἀνοίγματος ἤ κλεισίματος δικλεῖδος. Εἰς τοιαῦτα προβλήματα ῥοῆς, τόσον ἡ μικρά συμπιεστότης τοῦ ὕδατος, ὅσον καί ἡ ἐλαστικότης τῶν τοιχωμάτων τοῦ ἀγωγοῦ, παίζουν σημαντικόν ρόλον καί λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν πρός ἀντιμετώπισιν αὐτῶν.

Αἱ ταχεῖαι μετά τοῦ χρόνου μεταβολαί τῆς ταχύτητος συνεπάγονται τήν δημιουργίαν σημαντικῶν πιέσεων, διαδιδομένων κατά μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ, μέ ἀποτέλεσμα σημαντικήν ὑπερφόρτισιν αὐτοῦ. Τό φαινόμενον αὐτό εἶναι γνωστόν ὡς ὑδραυλικόν πλῆγμα.

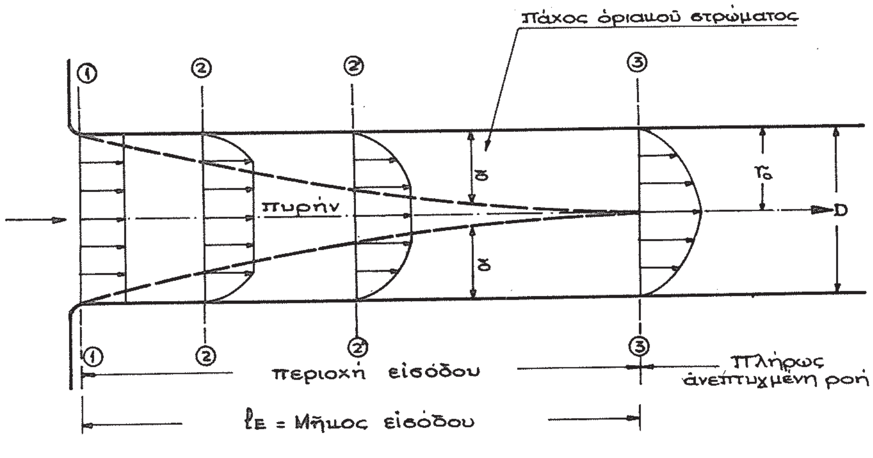
Ἡ ῥοή ἐντός κλειστοῦ ἀγωγοῦ ὑπό πίεσιν δύναται νά εἶναι στρωτή ἤ τυρβώδης. Τό βασικόν κριτήριον, διά τόν χαρακτηρισμόν τοῦ τύπου ῥοῆς, συνιστᾷ ὁ ἀριθμός τοῦ Reynolds $\mathbb{R} = \frac{VL}{\nu}$, ὅπου V ἡ μέση ταχύτης $= \frac{Q}{E}$, L χαρακτηριστικόν μῆκος τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ καί ν συντελεστής κινηματικῆς συνεκτικότητος. Δι' ἑκάστην γεωμετρικήν μορφήν διατομῆς ἀγωγοῦ ὑφίσταται μία κρίσιμος τιμή τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, $\mathbb{R}_{\kappa\rho}$, κάτω τῆς ὁποίας ἡ ῥοή παραμένει πάντοτε στρωτή καί ἄνω τῆς ὁποίας ἡ ῥοή μεταβάλλεται εἰς τυρβώδη. Αἱ συναρτησιακαί ~~συσχετίσεις~~ μεταξύ μεγεθῶν τῆς ῥοῆς ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ τύπου ῥοῆς, ἤτοι εἶναι διάφοροι διά τήν στρωτήν καί τυρβώδη ῥοήν.

Εἰς τό παρόν τεῦχος θά ἀναπτυχθοῦν προβλήματα μονίμου ῥοῆς εἰς κλειστούς ἀγωγούς ὑπό πίεσιν, ὁμοιομόρφου καί ἀνομοιομόρφου, τόσον διά στρωτήν, ὅσον καί διά τυρβώδη ῥοήν. Τό περιωρισμένον τῶν ὡρῶν διδασκαλίας δέν ἐπιτρέπει τήν ἐπέκτασιν καί εἰς προβλήματα μή μονίμου ῥοῆς, ἤτοι εἰς προβλήματα ὑδραυλικοῦ πλήγματος.

Ι. ΜΟΝΙΜΟΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΡΟΗ ΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

1. ΠΕΡΙΟΧΗ ΕΙΣΟΔΟΥ ΚΑΙ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΡΟΗ

Ἄς μελετήσωμεν τήν μόνιμον ροήν ρευστοῦ ἐντός ὁμοιομόρφου κλειστοῦ ἀγωγοῦ, σημαντικοῦ μήκους. Ῥευστόν εἰσέρχεται εἰς τόν ἀγωγόν ἐκ μεγάλης δεξαμενῆς, αἱ δέ ὁριακαί συνθῆκαι ἐξασφαλίζουν τήν μονιμότητα τῆς ροῆς. Ἡ ροή εἰς τήν περιοχήν εἰσόδου τοῦ ἀγωγοῦ καί εἰς ἕν ἱκανόν μῆκος, καλούμενον μῆκος εἰσόδου, εἶναι ἀνομοιόμορφος. Εἰς τό σχῆμα Ι.1 δίδεται ἡ εἰκών μονίμου ροῆς ἐντός κλειστοῦ ἀγωγοῦ κυκλικῆς διατομῆς (σωλῆνος).



Σχ. Ι.1. Μόνιμος ροή ἐντός κλειστοῦ ἀγωγοῦ κυκλικῆς διατομῆς

Εἰς τήν διατομήν εἰσόδου ① τοῦ ἀγωγοῦ, ἡ ταχύτης εἶναι ὁμοιομόρφως διανεμημένη. Εἰς κατάντη διατομάς ② ②', ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῶν διατμητικῶν τάσεων, ἡ διανομή ταχύτητος μεταβάλλεται, ἀναπτυσσομένων εἰς τήν γειτονίαν τῶν τοιχωμάτων τοῦ ἀγωγοῦ ὁριακῶν στρωμάτων. Εἰς τάς διατομάς αὐτάς, ἕν τμῆμα τοῦ ῥευστοῦ παρά τά τοιχώματα τοῦ ἀγωγοῦ ἔχει ἐπηρεασθῆ (ἐπιβραδυνθῆ) ἐκ τῶν διατμητικῶν τάσεων, ἐνῷ εἰς τόν κεντρικόν πυρῆνα ἡ διανομή ταχυτήτων παραμένει ὁμοιόμορφος. Λόγῳ συνεχείας, ἡ ταχύτης τοῦ πυρῆνος αὐξάνει, καθώς μεταβαίνομεν εἰς κατάντη διατομάς. Εἰς τήν διατομήν ③ ὁλόκληρος ἡ ῥοή ἔχει ὑποστῆ τήν ἐπίδρασιν τῶν διατμητικῶν τάσεων, ὁ κεντρικός πυρήν ὁμοιομόρφου διανομῆς τῶν ταχυτήτων ἐξαφανίζεται καί καταλήγομεν εἰς μίαν ὁμοιόμορφον κατάστασιν, ἄνευ περαιτέρω (κατάντη) μεταβολῆς τῆς διανομῆς τῆς ταχύτητος. Ἡ ἀπόστασις μεταξύ διατομῆς ① καί ③ καλεῖται μῆκος εἰσόδου. Εἰς τό τμῆμα τοῦτο, τά ἀναπτυσσόμενα ὁριακά στρώματα εἶναι ἀνομοιόμορφα, ὅμοια περίπου μέ τό ὁριακόν στρῶμα ὑπεράνω λεπτῆς ἐπιπέδου πλακός. Εἰς τήν περιοχήν τοῦ μήκους εἰσόδου, ἡ κλίσις τοῦ πιεζομετρικοῦ ὕψους $\frac{d(P/\rho+h)}{dx}$ μεταβάλλεται συναρτήσει τῆς ἀποστάσεως x ἐκ τῆς διατομῆς εἰσόδου. Ἡ μεταβολή αὐτή ὀφείλεται, ἀφ' ἑνός μέν εἰς μεταβολήν τῶν διατμητικῶν τάσεων, ἀφ' ἑτέρου δέ εἰς μεταβολήν τῆς ποσότητος κινήσεως ἀπό διατομῆς εἰς διατομήν.

Ἡ ῥοή κατάντη τῆς διατομῆς ③ καλεῖται πλήρως ἀνεπτυγμένη ῥοή, τά ὁριακά στρώματα παραμένουν ὁμοιόμορφα καί ἡ ῥοή εἶναι πραγματικῶς ὁμοιόμορφος, καθ' ὅσον ἡ ταχύτης παραμένει σταθερά κατά μῆκος ἑκάστης γραμμῆς ῥοῆς. Αἱ δυνάμεις ἀδρανείας μηδενίζονται καί αἱ δυνάμεις πιέσεως καί βαρύτητος ἰσοζυγίζονται μόνον ἐκ τῶν διατμητικῶν τάσεων, αἱ ὁποῖαι παραμένουν ἀμετάβλητοι ἀπό διατομῆς εἰς διατομήν, λόγῳ τοῦ ἀμεταβλήτου τῆς διανομῆς τῆς ταχύτητος. Ἡ κλίσις τοῦ πιεζομετρικοῦ ὕψους $\frac{d(P/\rho+h)}{dx}$ παραμένει σταθερά.

Τὸ μέγεθος τοῦ μήκους εἰσόδου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τύπου τῆς ῥοῆς, στρωτῆς ἢ τυρβώδους, ἤτοι ἐκ τοῦ τύπου ῥοῆς τοῦ ἀναπτυσσομένου ὁριακοῦ στρώματος.

Διὰ κλειστοὺς ἀγωγοὺς κυκλικῆς διατομῆς, τὸ μέγεθος τοῦ μήκους εἰσόδου ἔχει διερευνηθῆ ἐπαρκῶς, θεωρητικῶς καὶ πειραματικῶς.

Διὰ τὴν περίπτωσιν στρωτῆς ῥοῆς, ὁ Bousinesq ὑπελόγισεν ἀναλυτικῶς τὸ μῆκος εἰσόδου ὡς:

$$\frac{l_E}{D} = 0{,}065\,\mathbb{R},$$

ὅπου l_E μῆκος εἰσόδου,

D διάμετρος τοῦ ἀγωγοῦ,

$\mathbb{R}$ ἀριθμὸς τοῦ Reynolds $= \frac{VD}{\nu}$,

ἥτις καὶ ἐπηληθεύθη καὶ πειραματικῶς

Διὰ $\mathbb{R} = 2000$ εἶναι $l_E = 130D$

Ἐὰν τὸ ὁριακὸν στρῶμα μεταβάλληται εἰς τυρβῶδες, τότε τὸ μῆκος εἰσόδου εἶναι μικρότερον, κυμαινόμενον μεταξὺ 50D καὶ 100D, τοῦ ἀκριβοῦς μήκους ἐξαρτωμένου ἐκ τῆς θέσεως μεταβάσεως ἐκ τοῦ στρωτοῦ εἰς τὸ τυρβῶδες ὁριακὸν στρῶμα. Ὁ Nikuradse διεπίστωσεν πειραματικῶς, ὅτι ἡ διανομὴ ταχυτήτων τῆς πλήρως ἀνεπτυγμένης ῥοῆς ὑφίσταται ἤδη μετὰ μῆκος εἰσόδου $l_E = 25D \sim 40D$.

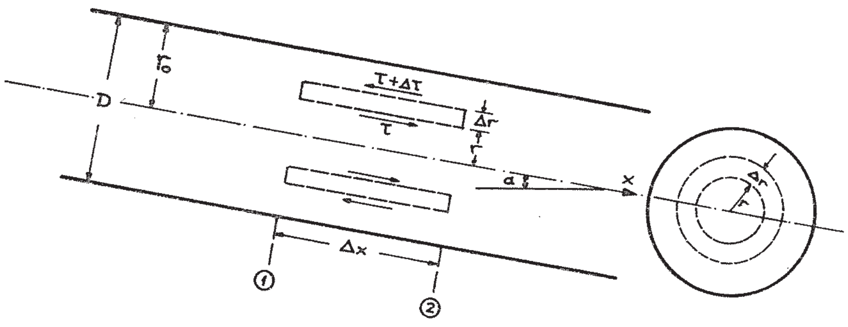
Τὸ πρόβλημα μονίμου ὁμοιομόρφου ῥοῆς εἰς κλειστοὺς ἀγωγοὺς κυκλικῆς διατομῆς, ἤτοι πλήρως ἀνεπτυγμένης ῥοῆς, ἔχει διερευνηθῆ ἐξονυχιστικῶς, θεωρητικῶς καὶ πειραματικῶς, λόγῳ τῆς ἐξαιρετικῆς πρακτικῆς σημασίας αὐτοῦ. Προκειμένου περὶ τυρβώδους ῥοῆς, ἡ γνῶσις, ἡ ἀποκτηθεῖσα ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης τοῦ προβλήματος, συνεισφέρει σημαντικῶς εἰς τὴν κατανόησιν τοῦ γενικωτέρου προβλήματος τυρβώδους ῥοῆς.

2. ΜΟΝΙΜΟΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΡΟΗ ΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

Ἡ μόνιμος ὁμοιόμορφος ῥοή, ἤτοι πλήρως ἀνεπτυγμένη ῥοή εἰς κλειστούς ἀγωγούς κυκλικῆς διατομῆς συνιστᾷ τήν πλέον διερευνηθεῖσαν περίπτωσιν ῥοῆς, κυρίως, λόγῳ τῆς μεγάλης πρακτικῆς σημασίας τοῦ προβλήματος.

Ἡ ὁμοιόμορφος ῥοή εἰς κλειστούς ἀγωγούς κυκλικῆς διατομῆς δύναται νά θεωρηθῇ, ὅτι συνιστᾷ μίαν ἰδιάζουσαν περίπτωσιν δισδιαστάτου ῥοῆς, μέ ἀξονικήν συμμετρίαν. Αἱ γραμμαί ῥοῆς εἶναι παράλληλοι μεταξύ των καί πρός τόν κατά μῆκος ἄξονα τοῦ σωλῆνος. Αἱ διανομαί ταχυτήτων παρουσιάζουν τήν αὐτήν εἰκόνα, εἰς οἱονδήποτε ἐπίπεδον, διερχόμενον διά τοῦ ἄξονος τοῦ σωλῆνος. Αἱ ἀξονοσυμμετρικαί διανομαί ταχυτήτων ἔχουν τήν μορφήν δύο ὁμοίων ὁριακῶν στρωμάτων, τά ὁποῖα εἶναι συνεπίπεδα δι' ἑκάστην ἀκτῖνα τοῦ σωλῆνος. Πραγματικῶς, δισδιάστατος ῥοή εἶναι δυσχερέστατον νά ἐπιτευχθῇ πρακτικῶς εἰς κλειστούς ἀγωγούς. Διά τήν περίπτωσιν σωλῆνος, τά χαρακτηριστικά τῶν ὁμοιομόρφων ὁριακῶν στρωμάτων εἶναι περίπου τά αὐτά πρός τά χαρακτηριστικά τοῦ ἀνομοιομόρφου ὁριακοῦ στρώματος ὑπεράνω λεπτῆς ἐπιπέδου πλακός.

Ἄς θεωρήσωμεν τήν μόνιμον ὁμοιόμορφον ῥοήν εἰς κλειστόν ἀγωγόν κυκλικῆς διατομῆς διαμέτρου D, λαμβάνοντες ὡς κατεύθυνσιν x τήν τοῦ ἄξονος τοῦ σωλῆνος, ὡς εἰκονίζεται εἰς τό σχῆμα Ι.2 τῆς ἑπομένης σελίδος :



Σχ. Ι.2. Μόνιμος ὁμοιόμορφος ροή εἰς σωλῆνα

Ἡ ροή εἶναι παράλληλος, ὥστε ἡ μόνη συνιστῶσα τῆς ταχύτητος εἶναι ἡ u κατά τήν κατεύθυνσιν x. Λόγῳ συμμετρίας καί ὁμοιομορφίας, ἡ ταχύτης u εἶναι συνάρτησις μόνον τῆς ἀκτῖνος θέσεως r, ἤτοι $u=u(r)$ καί αἱ εἰκόνες διανομῆς τῆς ταχύτητος εἶναι αἱ αὐταί εἰς ἑκάστην διατομήν τοῦ ἀγωγοῦ. Λόγῳ τοῦ παραλλήλου τῆς ροῆς, ἡ πίεσις διανέμεται ὑδροστατικῶς εἰς ἑκάστην διατομήν (νοουμένην κάθετον πρός τάς γραμμάς ροῆς), ἤτοι $\frac{p}{\gamma}+h=$σταθερόν εἰς ἑκάστην διατομήν ἤ ἄλλως $\frac{p}{\gamma}+h$ εἶναι μόνον συνάρτησις τοῦ x καί ἀνεξάρτητον τοῦ r, ἤτοι $\frac{p}{\gamma}+h=\varphi(x)$. Τοῦτο σημαίνει, ὅτι καί $\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}$ κατά μῆκος ἑκάστης γραμμῆς ροῆς εἶναι μόνον συνάρτησις τοῦ x καί ἐπομένως $\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}$ ἔχει τήν αὐτήν τιμήν δι' ὅλας τάς γραμμάς ροῆς, τάς διερχομένας ἔκ τινος διατομῆς εἰς θέσιν x. Ἐπειδή $\frac{dh}{dx}=$σταθερόν κατά μῆκος οἱασδήποτε γραμμῆς ροῆς, ἕπεται, ὅτι καί $\frac{dp}{dx}$ ἔχει τήν αὐτήν τιμήν δι' ὅλας τάς γραμμάς ροῆς, τάς διερχομένας ἔκ τινος διατομῆς εἰς θέσιν x.

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω διευκρινίσεων καί διά τήν ἀναλυτικήν ἀντιμετώπισιν τοῦ προβλήματος, ἄς ἐκλέξωμεν ὡς σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς τόν ὁριζόμενον ἐξ ἑνός κυλινδρικοῦ δακτυλίου εἰς ἀπόστασιν r, πάχους Δr, καί περατούμενον μεταξύ δύο διατομῶν ① καί ②, ἀπεχουσῶν μεταξύ των ἀπόστασιν Δx

Ἡ ἐξίσωσις ποσότητος κινήσεως κατά τήν κατεύθυνσιν x γράφεται:

$$F_x = \rho q (u_2 - u_1) \qquad \text{I.2.1}$$

Ἐπειδή $u_2 = u_1$, θά εἶναι $F_x = 0$.

Ἀλλά $F_x = F_{px} + F_{gx} + F_{\tau x} = 0$, $\qquad$ I.2.2

ὅπου F_{px} ἡ κατά τόν ἄξονα τῶν x δύναμις, ἡ ἀσκουμένη ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ρευστοῦ, τοῦ καταλαμβάνοντος τόν σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς, ἡ ὀφειλομένη εἰς τάς πιέσεις p.

F_{gx} ἡ κατά τόν ἄξονα τῶν x δύναμις, ἡ ἀσκουμένη ἐπί τοῦ ρευστοῦ, τοῦ καταλαμβάνοντος τόν σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς, ἡ ὀφειλομένη εἰς τό πεδίον βαρύτητος g.

$F_{\tau x}$ ἡ κατά τόν ἄξονα τῶν x δύναμις, ἡ ἀσκουμένη ἐπί τῆς ἐπιφανείας τοῦ ρευστοῦ, τοῦ καταλαμβάνοντος τόν σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς, ἡ ὀφειλομένη εἰς τάς διατμητικάς τάσεις τ.

Αἱ κατά τόν ἄξονα τῶν x δυνάμεις, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τήν πίεσιν p ἀσκοῦνται μόνον ἐπί τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ σταθεροῦ ὄγκου ἀναφορᾶς, τῶν ὁριζομένων ὑπό τῶν διατομῶν ① καί ②.

Ἐάν p ἡ μέση πίεσις ἐπί τῆς διατομῆς ①, τότε ἡ μέση πίεσις ἐπί τῆς διατομῆς ② θά εἶναι $p + \Delta p$.

καί $F_{px} = p2\pi r\Delta r - (p+\Delta p)2\pi r\Delta r = -\Delta p 2\pi r\Delta r$ (I.2.3)

Ἡ κατά τόν ἄξονα τῶν x δύναμις, ἡ ὀφειλομένη εἰς τήν βαρύτητα θά εἶναι ἡ συνιστῶσα τοῦ βάρους τοῦ ρευστοῦ, τοῦ καταλαμβάνοντος τόν σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς, κατά τήν κατεύθυνσιν x.

Τό βάρος τοῦ ρευστοῦ $= \gamma 2\pi r\Delta r\Delta x$

καί $F_{gx} = \gamma 2\pi r\Delta r\Delta x \eta\mu\alpha$, (I.2.4)

ὅπου α ἡ γωνία τοῦ ἄξονος τῶν x μετά ὁριζοντίου ἐπιπέδου (θεωρουμένη θετική ὡς εἰς σχῆμα I.2)

Ἐάν h_1 καί h_2 τά ὑψόμετρα τοῦ ἄξονος τοῦ σωλῆνος εἰς τάς διατομάς ① καί ②, θά εἶναι:

$$\eta\mu\alpha = -\frac{(h_2-h_1)}{\Delta x} = -\frac{\Delta h}{\Delta x}, \qquad (I.2.5)$$

ὅπου Δh ἡ ὑψομετρική διαφορά μεταξύ τῶν διατομῶν ① καί ② ἑκάστης γραμμῆς ροῆς.

ὅτε $F_{gx} = -\gamma 2\pi r\Delta r\Delta x \frac{\Delta h}{\Delta x}$ (I.2.6)

Αἱ κατά τόν ἄξονα τῶν x δυνάμεις, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τάς διατμητικάς τάσεις τ, ἀσκοῦνται μόνον ἐπί τῶν δύο κυλινδρικῶν ὄψεων τοῦ σταθεροῦ ὄγκου ἀναφορᾶς. Ἐάν ἐπί τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας ἀκτῖνος r ἀσκῆται ἡ διατμητική τάσις τ, τότε ἐπί τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας ἀκτῖνος r+Δr ἀσκεῖται ἡ −(τ+Δτ) καί:

$$F_{\tau x} = \tau 2\pi r\Delta x - (\tau+\Delta\tau)2\pi(r+\Delta r)\Delta x =$$

$$= \tau 2\pi r\Delta x - \tau 2\pi r\Delta x - \tau 2\pi\Delta r\Delta x - \Delta\tau 2\pi r\Delta x - \Delta\tau 2\pi\Delta r\Delta x \qquad (I.2.7)$$

Ἀλλά $\Delta\tau 2\pi\Delta r\Delta x$ ὡς διαφορικόν ἀνωτέρας τάξεως ἀμελεῖται

ὅτε: $F_{\tau x} = -2\pi\tau\Delta r\Delta x - 2\pi\Delta\tau r\Delta x =$

$$= -2\pi\Delta(\tau r)\Delta x \qquad (I.2.8)$$

Ἡ ἐξίσωσις ποσότητος κινήσεως γράφεται:

$$-\Delta p 2\pi r\Delta r - \gamma 2\pi r\Delta r\Delta x \frac{\Delta h}{\Delta x} - 2\pi\Delta(\tau r)\Delta x = 0 \qquad (I.2.9)$$

Διαιροῦντες διά τοῦ ὄγκου $2\pi r\Delta r\Delta x$, ἔχομεν:

$$-\frac{\Delta p}{\Delta x} - \gamma\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{1}{r}\frac{\Delta(\tau r)}{\Delta r} \qquad (I.2.10)$$

καί διά $\Delta x \to 0$, $\Delta r \to 0$ ἡ ἐξίσωσις γράφεται:

$$-\frac{d(p+\gamma h)}{dx} = \frac{1}{r}\frac{d(\tau r)}{dr}, \qquad (I.2.11)$$

καθ᾽ ὅσον τ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς διανομῆς τῶν ταχυτήτων καί ἑπομένως τ μόνον συνάρτησις τοῦ r.

ἤ
$$-\frac{d(p/\gamma+h)}{dx} = \frac{1}{\gamma r}\frac{d(\tau r)}{dr} \qquad (I.2.12)$$

Ἐπειδή $\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}$ μόνον συνάρτησις τοῦ x, ἡ διαφορική ἐξίσωσις (I.2.12) δύναται νά ὁλοκληρωθῇ ὡς πρός r, ὅτε:

$$\tau r = -\gamma\frac{r^2}{2}\frac{d(p/\gamma+h)}{dx} + c \qquad (I.2.13)$$

Ἐπειδή δέ διά $r=0$ ἡ διατμητική τάσις πρέπει νά λαμβάνῃ πεπερασμένην τιμήν, θά πρέπῃ $c=0$, ὅτε

$$\tau = -\gamma\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}\frac{r}{2} \qquad (I.2.14)$$

Ἡ σχέσις αὕτη δεικνύει, ὅτι, διά μόνιμον ὁμοιόμορφον ροήν εἰς κλειστόν ἀγωγόν κυκλικῆς διατομῆς, αἱ διατμητικαί τάσεις, κατά τήν κατεύθυνσιν τῆς ῥοῆς, διανέμονται γραμμικῶς ὡς πρός τήν ἀκτῖνα καί ἰσχύει, τόσον διά στρωτήν, ὅσον καί διά τυρβώδη ῥοήν.

Ἡ διατμητική τάσις μηδενίζεται διά $r=0$, ἤτοι εἰς τόν ἄξονα τοῦ σωλῆνος, καί λαμβάνει τήν μεγίστην τιμήν εἰς τά τοιχώματα αὐτοῦ, ὅπου $r = r_0 = \frac{D}{2}$. Ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου (τοιχώματος) τ_0 γίνεται:

$$\tau_0 = -\gamma\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}\frac{D}{4} \qquad (I.2.15)$$

$$\text{ἤ} \quad -\frac{d(p/\gamma+h)}{dx} = \frac{4}{\gamma D}\tau_0$$

Ἡ σχέσις αὕτη δεικνύει, ὅτι ἡ κλίσις τοῦ πιεζομετρικοῦ ὕψους εἶναι ἀνάλογος τῆς διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου τ_0. Ἐπειδή τ_0 ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς διανομῆς τῶν ταχυτήτων $\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}$, παραμένει σταθερόν κατά μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ, ἀνεξάρτητον τοῦ x, ἤτοι, διά μόνιμον ὁμοιόμορφον σωλῆνα, ἡ κλίσις τοῦ πιεζομετρικοῦ ὕψους ἤ ἄλλως ἡ κλίσις τῆς πιεζομετρικῆς γραμμῆς παραμένει σταθερά.

Ἡ τελευταία αὕτη σχέσις δύναται νά ἀποδειχθῇ, ἐπίσης, εὐχερέστατα, ἐάν γράψωμεν τήν ἐξίσωσιν ποσότητος κινήσεως διά σταθερόν πεπερασμένον ὄγκον ἀναφορᾶς, ὁριζόμενον ὑπό τῆς ἐσωτερικῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος καί περατούμενον εἰς τάς διατομάς ① καί ②.

Διά τόν σταθερόν αὐτόν ὄγκον ἀναφορᾶς, ἡ ἐξίσωσις ἐνεργείας γράφεται:

$$H_1 = H_2 + \Delta H_{a(1-2)}, \qquad (I.2.16)$$

ὅπου $H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + h_1 + a_1 \frac{V_1^2}{2g}$

$H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + h_2 + a_2 \frac{V_2^2}{2g}$

καί $\Delta H_{a(1-2)}$ ὕψος ἀπωλειῶν μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ συστήματος εἰς θερμότητα

Ἀλλά $V_1 = V_2$, λόγῳ συνεχείας, καί $a_1 = a_2$ λόγω τῆς αὐτῆς διανομῆς τῶν ταχυτήτων εἰς ἑκάστην διατομήν, ὅτε:

$$\Delta H_{a(1-2)} = \left(\frac{p_1}{\gamma} + h_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + h_2\right)$$

ἤ $$\Delta H_{a(1-2)} = -\Delta\left(\frac{p}{\gamma} + h\right) = -\Delta H = H_2 - H_1 \qquad (I.2.17)$$

Διαιροῦντες διά Δx, ἔχομεν:

$$\frac{\Delta H_{a(1-2)}}{\Delta x} = -\frac{\Delta\left(\frac{p}{\gamma}+h\right)}{\Delta x} = -\frac{\Delta H}{\Delta x} \qquad (I.2.18)$$

καί διά $\Delta x \to 0$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \qquad (I.2.19)$$

Ἀλλά $-\frac{dH}{dx} = J_E$ = κλίσις γραμμῆς ἐνεργείας, ὅτε:

$$J_E = -\frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \qquad (I.2.20)$$

ἤτοι, διά μόνιμον ὁμοιόμορφον ῥοήν εἰς σωλῆνα, ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς ἐνεργείας ἰσοῦται μέ τήν κλίσιν τῆς πιεζομετρικῆς γραμμῆς καί ἑπομένως εἶναι σταθερά κατά μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ.

Λόγῳ τῆς (I.2.15), ἡ (I.2.20) γράφεται:

$$J_E = \frac{4}{\gamma D} \tau_o \qquad (I.2.21)$$

Ἡ σχέσις (I.2.21) συσχετίζει τήν κλίσιν τῆς γραμμῆς ἐνεργείας ἤ, ἄλλως, τάς ἀνά μονάδα μήκους τοῦ σωλῆνος ἀπωλείας ἐνεργείας μετά τῶν διατμητικῶν τάσεων τοῦ ὁρίου. Ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου τ_o συνιστᾶ τό μέτρον τῶν ἐπιφανειακῶν ἀντιστάσεων τριβῆς. Αὕτη ἐκφράζεται, συνήθως, ὡς:

$$\tau_o = C_f \rho \frac{V^2}{2}, \qquad (I.2.22)$$

ὅπου ρ ἡ πυκνότης

V ἡ μέση ταχύτης $= \frac{Q}{E}$

καί C_f συντελεστής τριβῶν

Εἰσάγοντες τήν (I.2.22) εἰς τήν (I.2.21) ἔχομεν:

$$J_E = 4C_f \frac{1}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (I.2.23)$$

καί ὁρίζοντες $4C_f = f$, ὅπου f συντελεστής τριβῶν διά σωλῆνας, ἔχομεν τήν σχέσιν:

$$J_E = f\frac{1}{D}\frac{V^2}{2g} \qquad (I.2.24)$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι γνωστή ὡς ἐξίσωσις Darcy-Weisbach διά τόν ὑπολογισμόν τῶν ἀπωλειῶν εἰς σωλῆνας. Συνήθως, προκειμένου περί ὁμοιομόρφων κλειστῶν ἀγωγῶν, αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ΔH_a συμβολίζονται διά h_f. Δι' ἕν μῆκος L τοῦ ἀγωγοῦ, αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας $h_f = J_E L$

$$\text{ἤ} \quad h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}, \qquad (I.2.25)$$

σχέσις ἰσοδύναμος πρός τήν (I.2.24).

Ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς διανομῆς τῆς ταχύτητος, ἥτις πάλιν ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ τύπου ροῆς (στρωτῆς ἤ τυρβώδους). Παραμένει, ὅθεν, νά καθορισθῆ ἡ διανομή ταχυτήτων καί, ἐν συνεχείᾳ, ὁ συσχετισμός διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου τ_o καί διανομῆς ταχυτήτων, ὥστε νά δύναται νά ὑπολογισθῆ ὁ συντελεστής τριβῶν f, τόσον διά τήν περίπτωσιν στρωτῆς ροῆς, ὅσον καί διά τήν πρακτικῶς λίαν ἐνδιαφέρουσαν περίπτωσιν τυρβώδους ροῆς.

Στρωτή Ροή

Ἡ βασική ἐξίσωσις, ἡ συσχετίζουσα τήν διατμητικήν τάσιν μετά τῆς κλίσεως τῆς πιεζομετρικῆς γραμμῆς, εἶναι ἡ (I.2.14), ἤτοι:

$$\tau = -\gamma \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \frac{r}{2} \qquad (I.2.14)$$

Ἐφ' ὅσον ἡ ῥοή εἶναι στρωτή, ἡ διατμητική τάσις τ ὀφείλεται ἀποκλειστικῶς εἰς τήν συνεκτικότητα καί εἶναι:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}, \qquad (I.2.26)$$

ὅτε ἡ (I.2.14) γράφεται:

$$\frac{du}{dr} = + \frac{\gamma}{\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \frac{r}{2} \qquad (I.2.27)$$

Ὁλοκληροῦντες, ἔχομεν:

$$u = + \frac{\gamma}{\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \frac{r^2}{4} + C$$

Ἡ σταθερά C καθορίζεται ἐκ τῆς ὁριακῆς συνθήκης: διά $r = r_o = \frac{D}{2} \longrightarrow u = 0$, ὅτε:

$$C = -\frac{\gamma}{\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} \frac{r_o^2}{4}$$ καί ἐπομένως:

$$u = -\frac{\gamma}{4\mu} \frac{d(p/\gamma + h}{dx} (r_o^2 - r^2) \qquad (I.2.28)$$

Ἡ διανομή τῆς ταχύτητος εἶναι παραβολική μέ μεγίστην τιμήν $u_{max} = -\frac{\gamma}{4\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r_o^2$ διά $r = 0$ καί μέσην ταχύτητα V, ὁριζομένην ἐκ τῆς σχέσεως $V\pi r_o^2 = \int_0^r u 2\pi r dr$, ὅτε:

$$V = \frac{1}{2} u_{max} = -\frac{\gamma}{8\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r_o^2 \qquad (I.2.29)$$

Ἡ διατμητική τάσις, $\tau = -\mu \frac{du}{dr}$ εἶναι:

$$\tau = -\frac{\gamma}{2} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r, \qquad (I.2.30)$$

ἤτοι γραμμική ὡς πρός τήν ἀκτῖνα καί ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου:

$$\tau_o = -\frac{\gamma}{2} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r_o \qquad (I.2.31)$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς τ_o ὡς $\tau_o = \frac{f}{4} \rho \frac{V^2}{2}$ προκύπτει:

$$-\frac{\gamma}{2} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r_o = \frac{f}{4} \rho \frac{V^2}{2}$$

καί ἐπειδή $V = -\frac{\gamma}{8\mu} \frac{d(p/\gamma + h)}{dx} r_o^2$, ἔχομεν:

$$-\frac{\gamma}{2}\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}\,r_0 = \frac{f}{8}\,\rho V\left[-\frac{\gamma}{8\mu}\frac{d(p/\gamma+h)}{dx}\,r_0^2\right],$$

ὅτε $f = \frac{32\mu}{\rho V r_0} = \frac{64}{VD/\nu} = \frac{64}{\mathbb{R}}$, ὅπου $\mathbb{R} = \frac{VD}{\nu}$,

ἤτοι τελικῶς:

$$f = \frac{64}{\mathbb{R}} \qquad (I.2.32)$$

f συντελεστής τριβῶν διά σωλῆνας καί στρωτήν ροήν.

Τυρβώδης ροή - Λεῖοι σωλῆνες

Ἡ διανομή ταχυτήτων εἰς σωλῆνας, διά τήν περίπτωσιν τυρβώδους ροῆς, εἶναι ὁμοία μέ τήν περιγραφεῖσαν διά τό ἀνομοιόμορφον τυρβῶδες ὁριακόν στρῶμα ὑπεράνω λεπτῆς ἐπιπέδου πλακός, μέ μικροδιαφοράς εἰς τάς λεπτομερείας

Διακρίνονται καί πάλιν αἱ δύο βασικαί περιοχαί ἰσχύος τοῦ ἐσωτερικοῦ νόμου καί τοῦ νόμου διαφορᾶς τῶν ταχυτήτων.

Οὐσιώδης διαφορά μεταξύ τῶν δύο περιπτώσεων εἶναι, ὅτι, εἰς τήν περίπτωσιν σωλῆνος, ἡ πλήρως τυρβώδης ζώνη ἐκτείνεται εἰς ὅλην τήν περιοχήν μετά τήν μεταβατικήν ζώνην καί δέν ὑφίσταται περιοχή, ὅπου ἡ τύρβη ἐμφανίζεται κατά χρονικά διαστήματα.

Εἰς τήν περιοχήν ἰσχύος τοῦ ἐσωτερικοῦ νόμου διακρίνονται αἱ αὐταί ζῶναι, ἤτοι

Στρωτόν ὁριακόν ὑπόστρωμα $0 < \frac{u_* y}{\nu} < 4$

Μεταβατική ζώνη $4 < \frac{u_* y}{\nu} < 30 \sim 70$

Τυρβώδης ζώνη $\frac{u_* y}{\nu} > 30 \sim 100 \quad \frac{y}{\delta} < 0{,}2,$

ὅπου ἐν προκειμένῳ $y = r_0 - r$ καί $\delta = r_0$

Εἰς τό στρωτόν ὁριακόν ὑπόστρωμα εἶναι:

$$\tau \simeq \tau_0 = \mu \frac{du}{dy}\Big|_{y=0} = \mu \frac{u}{y},$$

ὅτε $\frac{\tau_0}{\rho} = \nu \frac{u}{y} = u_*^2$

καί $\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu}$ (I.2.33)

Τό πάχος δ' τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ ὑποστρώματος εἶναι:

$\frac{u_* \delta'}{\nu} = 4$ ἤ $\delta' = \frac{4\nu}{u_*}$ (I.2.34)

Ἐπειδή $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{f}{8} V^2} = V\sqrt{\frac{f}{8}}$,

θά εἶναι $\delta' = \frac{4\nu}{V\sqrt{f/8}} = 4\sqrt{8}\, D \frac{1}{\frac{VD}{\nu}\sqrt{f}} = 4\sqrt{8}\, D \frac{1}{\mathbb{R}\sqrt{f}}$

ἤ $\frac{\delta'}{D} = \frac{8\sqrt{2}}{\mathbb{R}\sqrt{f}}$ (I.2.35)

Ὁ συντελεστής τριβῆς f ὀλίγον ἐλαττοῦται, αὐξανομένου τοῦ $\mathbb{R}$, ὥστε τό σχετικόν πάχος τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ ὑποστρώματος $\frac{\delta'}{D}$ ἐλαττοῦται, αὐξανομένου τοῦ $\mathbb{R}$

Εἰς τήν τυρβώδη ζώνην ἰσχύος τοῦ ἐσωτερικοῦ νόμου διά τῆς αὐτῆς διαδικασίας, ὡς καί εἰς τήν περίπτωσιν τοῦ διισταστάτου ὁριακοῦ στρώματος, ὑπεράνω λείας λεπτῆς ἐπιπέδου πλακός, ἀναπαράγεται ὁ λογαριθμικός νόμος διανομῆς τῶν ταχυτήτων.

Εἶναι $\tau = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} - \rho\overline{u'v'}$

Θεωροῦμεν, ὅτι $\rho\overline{u'v'} >> \mu\frac{d\bar{u}}{dy}$, ὥστε

$$\tau \simeq -\rho\overline{u'v'}$$

Εἰς τήν περιοχήν ἰσχύος τοῦ ἐσωτερικοῦ νόμου καί γειτονίαν τοῦ τοιχώματος, θεωροῦμεν, ὅτι:

$$\tau_o \simeq \tau \simeq -\rho\overline{u'v'}$$

Συμφώνως πρός τήν θεωρίαν μήκους μίξεως τοῦ L. Prandtl

$$-\rho\overline{u'v'} = \rho l^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|\frac{d\bar{u}}{dy},$$

ὅτε $\tau_o = \rho l^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|\frac{d\bar{u}}{dy}$

Ἐάν ὑποθέσωμεν, ἀκολουθοῦντες τόν L. Prandtl, ὅτι $l = Ky$

$$\frac{\tau_o}{\rho} = u_*^2 = K^2y^2\left|\frac{d\bar{u}}{dy}\right|\frac{d\bar{u}}{dy}$$

ἤ $\frac{u_*}{K}\frac{1}{y} = \frac{d\bar{u}}{dy}$

καί ὁλοκληροῦντες τήν διαφορικήν ἐξίσωσιν, ἔχομεν:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{K}\ln y + C \qquad (I.2.36)$$

Ἡ σταθερά C προσδιορίζεται ἐκ τῆς συνθήκης, ὅτι ἡ ἀνωτέρω εὑρεθεῖσα διανομή διά τήν τυρβώδη ζώνην, πρέπει νά προσαρμόζηται πρός τήν διανομήν τῆς ταχύτητος εἰς τό στρωτόν ὁριακόν ὑπόστρωμα εἰς τήν ἄμεσον γειτονίαν τοῦ τοιχώματος:

$u = 0$ διά $y = y'$ ὥστε:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{K}\left[\ln y - \ln y'\right] \qquad (I.2.37)$$

Ἡ ἀπόστασις y' εἶναι τῆς τάξεως μεγέθους τοῦ πάχους τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ ὑποστρώματος. Ἐκ διαστατῆς ἀναλύσεως προκύπτει, ὅτι $y' \propto \frac{\nu}{u_*}$ ἤ $y' = \beta \frac{\nu}{u_*}$, ὅπου β ἀδιάστατος σταθερά. Ὑπό τάς ἀνωτέρω προϋποθέσεις, ἡ (I.2.37) γράφεται:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k}\left[\ln\frac{u_* y}{\nu} - \ln\beta\right] \qquad (I.2.38)$$

Διά μετρήσεων εἰς λείους σωλῆνας, αἱ σταθεραί k καί β καθωρίσθησαν ὡς $k = 0{,}4$ καί $\beta = 0{,}111$, ὅτε ἡ (I.2.38) γράφεται

$$\left.\begin{aligned} \frac{\bar{u}}{u_*} &= 2{,}5 \ln\frac{u_* y}{\nu} + 5{,}5 \\ \text{ἤ} \quad \frac{\bar{u}}{u_*} &= 5{,}75 \log\frac{u_* y}{\nu} + 5{,}5 \end{aligned}\right\} \qquad (I.2.39)$$

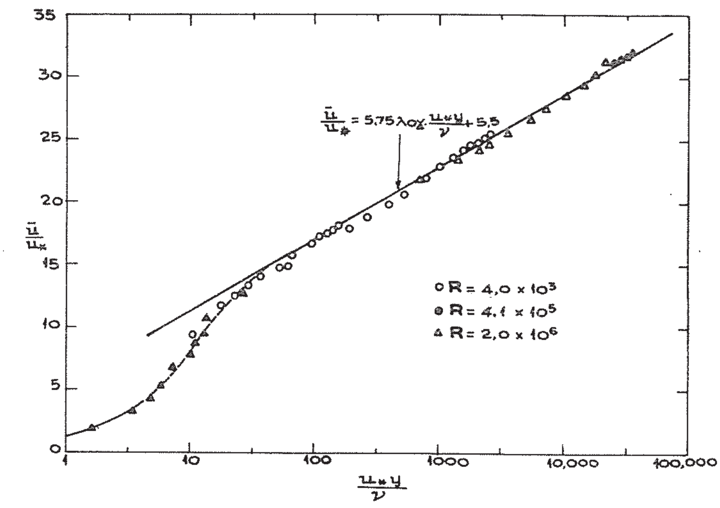
Ἡ ἀνωτέρω διανομή ταχυτήτων ἀναμένεται νά ἰσχύῃ εἰς τήν περιοχήν ἰσχύος τοῦ ἐσωτερικοῦ νόμου, λόγῳ τῆς ὑποθέσεως $\tau \simeq \tau_o$. Ἐν τούτοις, προκειμένου περί λείων σωλήνων, ἡ ἀνωτέρω διανομή ταχυτήτων παριστᾷ λίαν ἱκανοποιητικῶς τήν διανομήν ταχυτήτων, εἰς ὅλην τήν τυρβώδη ζώνην, μέχρι καί τοῦ ἄξονος τοῦ σωλῆνος. Ἡ σχέσις (I.2.39), καλουμένη καί παγκόσμιος νόμος διανομῆς τῶν ταχυτήτων κατά Prandtl ἤ καί λογαριθμικός νόμος διανομῆς τῶν ταχυτήτων, ἰσχύων διά λείους σωλῆνας, ἀπεικονίζεται γραφικῶς, συγκρινόμενος μετά πειραματικῶν δεδομένων εἰς τό σχῆμα I.3.

Εἰς τήν ἐξωτερικήν περιοχήν, ὅπου ἰσχύει ὁ νόμος διαφορᾶς τῶν ταχυτήτων, ἤτοι εἰς τήν περιοχήν $0{,}2 < \frac{y}{r_o} < 1$, εἶναι δυνατόν, βάσει τοῦ λογαριθμικοῦ νόμου διανομῆς ταχυτήτων, νά εὑρεθῇ ἡ ἔκφρασις τοῦ νόμου διαφορᾶς ταχυτήτων.

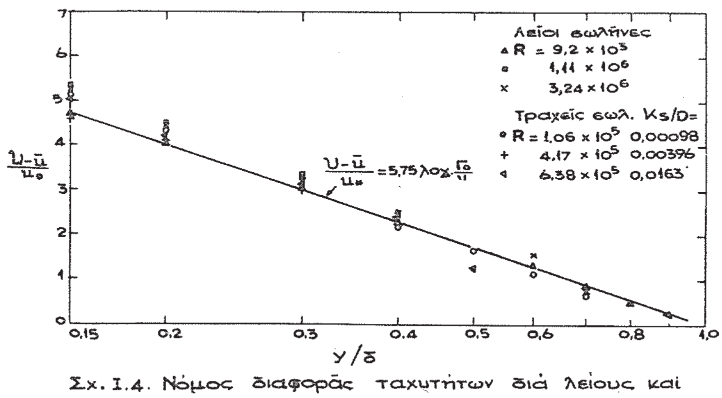
Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (I.2.39) θέτοντες $u = u_{max} = U$ διά $y = r_o$ ἔχομεν $\frac{U}{u_*} = 5{,}75 \log\frac{u_* r_o}{\nu} + 5{,}5$ καί ἀφαιροῦντες ἐξ αὐτῆς τήν (I.2.39) λαμβάνομεν:

$$\frac{U - \bar{u}}{u_*} = 5{,}75 \log\frac{r_o}{y} \qquad (I.2.40)$$

Ἡ ἀνωτέρω ἔκφρασις διανομῆς τῶν ταχυτήτων, καλουμένη καί νόμος διαφορᾶς ταχυτήτων διεπιστώθη, ὅτι ἰσχύει,



Σχ. Ι.3. Λογαριθμικός νόμος διανομής ταχυτήτων εἰς λείους σωλῆνας.
— Ἐσωτερική περιοχή



Σχ. Ι.4. Νόμος διαφορᾶς ταχυτήτων διά λείους καί τραχεῖς σωλῆνας.
— Ἐξωτερική περιοχή.

τόσον διά λείους σωλῆνας, ὅσον καί διά τραχεῖς σωλῆνας εἰς τήν περιοχήν ἰσχύος αὐτοῦ, ἤτοι δια $0,2<\frac{y}{r_0}<1$, ἀπεικονίζεται δέ γραφικῶς εἰς τό σχῆμα Ι.4, συγκρινομένη μετά πειραματικῶν δεδομένων.

Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν, ὅτι $\tau_0=\frac{f}{4}\rho\frac{V^2}{2}$ καί $u_*=\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, ὅτε $u_*=V\sqrt{\frac{f}{8}}$, αἱ σχέσεις διανομῆς ταχύτητος εἶναι δυνατόν νά μετατραποῦν εἰς σχέσεις συντελεστοῦ τριβῆς f

Ἡ μέση ταχύτης V δύναται νά προσδιορισθῆ δι' ὁλοκληρώσεως τῆς διανομῆς ταχύτητος, τῆς διδομένης ὑπό τοῦ λογαριθμικοῦ νόμου ἐκ τῆς σχέσεως:

$$V\pi r_0^2=\int_0^{r} u\,2\pi r\,dr \qquad (\text{I}.2.41)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν ἀνωτέρω σχέσιν $u_*=V\sqrt{\frac{f}{8}}$ λαμβάνομεν σχέσιν τῆς μορφῆς:

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=A\,\lambda o\gamma\,\mathbb{R}\sqrt{f}+B, \qquad (\text{I}.2.42)$$

ὅπου $\mathbb{R}=\frac{VD}{\nu}$ καί A, B σταθεραί.

Λόγῳ τῆς μή ἰσχύος τοῦ λογαριθμικοῦ νόμου εἰς τήν ἄμεσον γειτονίαν τοῦ ὁρίου (στρωτόν ὁριακόν ὑπόστρωμα, μεταβατική ζώνη), αἱ σταθεραί A καί B δέν προσδιορίζονται μαθηματικῶς, ἀλλά πειραματικῶς. Δηλαδή, διά τῆς προαναφερθείσης διαδικασίας καθορίζεται ἡ ὀρθή συναρτησιακή συσχέτισις τοῦ f μετά τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, αἱ δέ σταθεραί ἐκ πειραματικῶν δεδομένων, ὥστε ἡ σχέσις νά προσαρμόζηται τό καλλίτερον δυνατόν πρός τά πειραματικά δεδομένα.

Ἐκ μετρήσεων εἰς λείους σωλῆνας εὑρέθησαν $A=2,0$ καί $B=-0,8$, ὅτε ἡ σχέσις (Ι.2.42) γράφεται

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=2\,\lambda o\gamma\,\mathbb{R}\sqrt{f}-0,8, \qquad (\text{I}.2.43)$$

ἰσχύουσα διά λείους σωλῆνας καί ἔχουσα παγκόσμιον ἐφαρμογήν, ἤτοι ἰσχύουσα διά τυρβώδη ροήν εἰς σωλῆνα δι' οἱανδήποτε τιμήν τοῦ $\mathbb{R}>\mathbb{R}_{\kappa\rho}$.

Ἡ πρώτη σημαντική προσπάθεια συσχετισμοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f καί $\mathbb{R}$ καί διανομῶν ταχυτήτων, διά τυρβώδη ροήν εἰς λείους σωλῆνας, ἐγένετο ὑπό τοῦ Blasius τό 1911. Οὗτος κατέληξεν εἰς τήν κατωτέρω ἁπλῆν σχέσιν:

$$f = \frac{0{,}316}{\mathbb{R}^{1/4}}, \qquad (I.2.44)$$

ἰσχύουσαν διά τό πεδίον διακυμάνσεων τῶν τότε ὑπαρχόντων πειραματικῶν δεδομένων, διά τυρβώδη ροήν εἰς λείους σωλῆνας, ἤτοι $10^4 < \mathbb{R} < 10^5$. Διά τήν ἀνωτέρω ἔκφρασιν τοῦ συντελεστοῦ τριβῆς f, μία συμβιβαστή διανομή ταχυτήτων δίδεται ὑπό τοῦ καλουμένου ἐκθετικοῦ νόμου διανομῆς ταχυτήτων, ἤτοι:

$$\left(\frac{\bar{u}}{U}\right) = \left(\frac{y}{r_0}\right)^{1/7}, \qquad (I.2.45)$$

ἐπαληθευομένη πειραματικῶς διά $10^4 < \mathbb{R} < 10^5$

Τυρβώδης ῥοή – Τραχεῖς σωλῆνες

Τά προηγουμένως ἀναπτυχθέντα περί διανομῆς ταχυτήτων καί συντελεστοῦ τριβῆς f ἰσχύουν ὑπό τήν προϋπόθεσιν, ὅτι τά τοιχώματα τοῦ σωλῆνος εἶναι λεῖα, ἤτοι ἄνευ μικροπροεξοχῶν τραχύτητος. Ὡς λεῖοι σωλῆνες δύνανται νά θεωρηθοῦν οἱ ὑάλινοι καί οἱ πλαστικοί σωλῆνες. Οἱ πλεῖστοι τῶν σωλήνων, τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τήν τεχνικήν διά τήν μεταφοράν ῥευστῶν, εἶναι τραχεῖς σωλῆνες, ἤτοι ἡ ἐσωτερική ἐπιφάνεια τῶν τοιχωμάτων αὐτῶν παρουσιάζει μικροπροεξοχάς.

Ἡ ἀντίστασις εἰς τήν ῥοήν, τήν ὁποίαν παρουσιάζουν τοιαῦτα τοιχώματα, εἶναι σημαντικῶς μεγαλυτέρα τῆς ἀντιστάσεως λείων τοιχωμάτων. Τοῦτο σημαίνει, ὅτι ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου T_0 καί ἡ διανομή ταχυτήτων ἐπηρεάζεται σημαντικῶς ἐκ τῆς τραχύτητος τῶν τοιχωμάτων.

Ἡ πλήρης ποσοτική περιγραφή τῶν στοιχείων τῆς τραχύτητος, τά ὁποῖα ἐπηρεάζουν ὑδροδυναμικά μεγέθη, εἶναι δυσχερεστάτη. Οὕτω, διά τήν πλήρη περιγραφήν τῆς τραχύτητος παράγοντες, ὡς τό μέγεθος τῶν προεξοχῶν, ἡ πυκνότης αὐτῶν ἀνά μονάδα ἐπιφανείας, ἡ μορφή τῶν προεξοχῶν καί ὁ τύπος διατάξεως αὐτῶν, δέον νά ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν. Τό ὕψος τῶν προεξοχῶν, συμβολιζόμενον διά τοῦ K, συνιστᾷ ἕν βασικόν μέγεθος ποσοτικῆς περιγραφῆς τῆς τραχύτητος, ἀτυχῶς, ὅμως, ὄχι καί τό μοναδικόν

Ἀπό φυσικήν ἄποψιν ἔχει γίνει κατανοητόν, ὅτι ἡ οὐσιώδης παράμετρος, ἡ ὁποία διέπει τήν ἐπίδρασιν τῆς τραχύτητος ἐπί ὑδροδυναμικῶν μεγεθῶν, εἶναι ὁ λόγος $\frac{K}{\delta'}$, ὅπου δ' τό πάχος τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ ὑποστρώματος.

Ἐφ' ὅσον $K<\delta'$, αἱ προεξοχαί εἶναι πλήρως βυθισμέναι ἐντός τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ ὑποστρώματος καί οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἀσκοῦν ἐπί τῆς διανομῆς τῶν ταχυτήτων καί τῆς διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου τ_o, ἑπομένως καί ἐπί τοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, τά τοιχώματα χαρακτηρίζονται ὡς ὑδραυλικῶς λεῖα καί ὁ συντελεστής τριβῆς ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds.

Ἐφ' ὅσον $K >> \delta'$, ἔχει διαπιστωθῆ πειραματικῶς, ὅτι ὁ συντελεστής τριβῶν f καθίσταται ἀνεξάρτητος τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds καί ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἐκ τῆς τραχύτητος, ἤτοι τοῦ σχετικοῦ μεγέθους αὐτῆς, ἐκφραζομένου ὡς $\frac{K}{r_o}$ ἤ $\frac{K}{D}$. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, τό στρωτόν ὁριακόν ὑπόστρωμα διασπᾶται πλήρως καί ὁ συντελεστής τριβῶν f ὀφείλεται ἀποκλειστικῶς εἰς ἀντιστάσεις σχήματος τῶν προεξοχῶν. Διά ἐνδιαμέσους τιμάς τοῦ K, ἤτοι $K > \delta'$, ἀλλά οὐχί σημαντικῶς μεγαλύτερον, ὁ συντελεστής τριβῶν f ἐξαρτᾶται, τόσον ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, ὅσον καί ἐκ τῆς σχετικῆς τραχύτητος, καθ' ὅσον εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν τό μέγεθος αὐτοῦ ὀφείλεται, ἀφ' ἑνός μέν εἰς ἀντιστάσεις τριβῶν τῶν προεξοχῶν, ἀφ' ἑτέρου δέ εἰς ἀντιστάσεις σχήματος αὐτῶν.

Λίαν συστηματικάς μετρήσεις ἐπί τραχέων σωλήνων διεξήγαγεν ὁ Nikuradse (1933). Οὗτος ἐχρησιμοποίησεν κυκλικούς σωλῆνας, ἐπί τῶν τοιχωμάτων τῶν ὁποίων προσεκόλλησεν εἰς τήν πυκνοτέραν δυνατήν διάταξιν ἰσομεγέθεις κόκκους ἄμμου μεγέθους K_s. Πειραματιζόμενος μέ σωλῆνας διαφόρων διαμέτρων καί κόκκους ἄμμου διαφόρου μεγέθους K_s διηρεύνησεν εὐρυτάτην περιοχήν διακυμάνσεων τῶν $\mathbb{R}$ καί $\frac{K_s}{r_o}$

Τά ἀποτελέσματα τῆς ἐρεύνης τοῦ Nikuradse ἀπεικονίζονται εἰς τό σχῆμα I.5.

Ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων τοῦ Nikuradse ἐξάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα.

Διά στρωτήν ῥοήν εἰς τραχεῖς σωλῆνας, ἤτοι διά $R<2000$ ὅλοι οἱ τραχεῖς σωλῆνες παρουσιάζουν συντελεστήν τριβῶν f τόν αὐτόν μέ λείους σωλῆνας, ἤτοι $f=\frac{64}{\mathbb{R}}$

Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, τό πάχος τοῦ στρωτοῦ ὁριακοῦ στρώματος εἶναι $r_o=\frac{D}{2}$

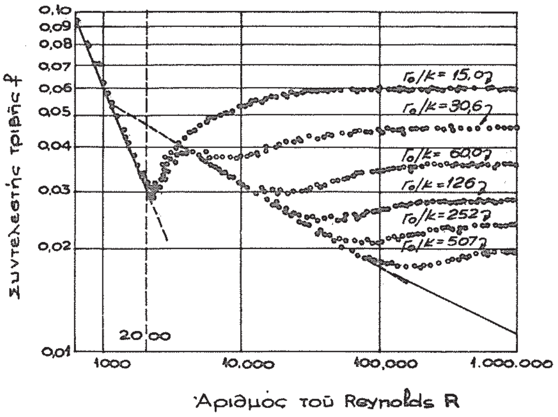
Διά τυρβώδη ῥοήν εἰς τραχεῖς σωλῆνας, ἡ συμπεριφορά τοῦ f εἶναι ἡ ἀκόλουθος:

Δι' ἑκάστην τιμήν τῆς σχετικῆς τραχύτητος $\frac{K_s}{D}$ ἤ $\frac{K_s}{r_o}$, ὑφίσταται μία μικρά περιοχή διακυμάνσεων τοῦ $\mathbb{R}$, ὅπου ἡ συμπεριφορά τοῦ σωλῆνος ἀπό ἀπόψεως συντελεστοῦ τριβῶν f εἶναι ἡ αὐτή μέ λεῖον σωλῆνα. Εἰς τήν περιοχήν αὐτήν διακυμάνσεων τοῦ $\mathbb{R}$ ὁ σωλήν δύναται νά χαρακτηρισθῇ ὡς ὑδραυλικῶς λεῖος καί ὁ συντελεστής τριβῆς ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, διδόμενος ὑπό τῆς σχέσεως (I.2.43).

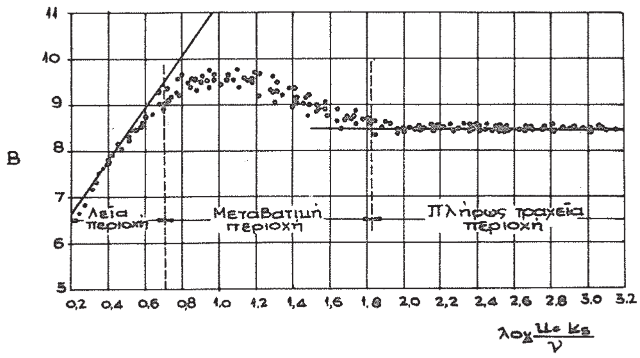
$$\frac{1}{\sqrt{f}}=2\,\lambda o\gamma(\mathbb{R}\sqrt{f})-0{,}8 \qquad (\text{I.2.43})$$

Ἀπό τινα τιμήν τοῦ $\mathbb{R}$ καί διά μεγαλυτέρας τιμάς αὐτοῦ, ὁ συντελεστής τριβῆς f αὐξάνει, ἐν σχέσει πρός τόν λεῖον σωλῆνα καί τελικῶς, διά σχετικῶς μεγάλας τιμάς τοῦ $\mathbb{R}$ λαμβάνει σταθεράν τιμήν, ἀνεξάρτητον τοῦ $\mathbb{R}$, ἐξαρτωμένην ἀποκλειστικῶς ἐκ τῆς σχετικῆς τραχύτητος.

Οὕτω, διακρίνονται αἱ ἀκόλουθοι τρεῖς περιοχαί διαφόρου ἀλληλοεξαρτήσεως τοῦ f μετά τῶν παραμέτρων, αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν αὐτόν:



Σχ. I.5. Μεταβολὴ συντελεστοῦ τριβῆς f συναρτήσει R κ' σχετικῆς τραχύτητος κατὰ Nikuradse.



Σχ. I.6. Μεταβολὴ τοῦ B συναρτήσει $\frac{u_* k_s}{\nu}$ συμφώνως πρὸς τὰ πειράματα τοῦ Nikuradse.

α) Ὑδραυλικῶς λεία περιοχή $\qquad 0 < \frac{K_s u_*}{\nu} < 4$

$$f = f(\mathbb{R})$$

β) Μεταβατική περιοχή $\qquad \sim 4 < \frac{K_s u_*}{\nu} < \sim 70$

$$f = f\left(\mathbb{R}, \frac{K_s}{D}\right)$$

γ) Πλήρως τραχεῖα περιοχή $\qquad \frac{K_s u_*}{\nu} > \sim 70$

$$f = f\left(\frac{K_s}{D}\right)$$

Μετρήσεις τῆς διανομῆς ταχυτήτων εἰς τραχεῖς σωλῆνας δεικνύουν, ὅτι ἡ διανομή ταχυτήτων περιγράφεται ὑπό σχέσεως τῆς μορφῆς:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = A\,\lambda o \gamma \frac{y}{K_s} + B, \qquad (I.2.46)$$

ὅπου A καί B σταθεραί

Ἡ σχέσις αὐτη διανομῆς τῶν ταχυτήτων πρέπει νά εἶναι συμβιβαστή μέ τόν νόμον διαφορᾶς τῶν ταχυτήτων, ὅστις ἰσχύει, τόσον διά λείους, ὅσον καί διά τραχεῖς σωλῆνας, εἰς τήν ἐξωτερικήν περιοχήν, ἤτοι

$$\frac{U - \bar{u}}{u_*} = 5{,}75\,\lambda o \gamma \frac{r_0}{y} \qquad (I.2.40)$$

Θέτοντες εἰς τήν (I 2.46) $y = r_0$, ὅτε $\bar{u} = U$, ἔχομεν:

$$\frac{U}{u_*} = A\,\lambda o \gamma \frac{r_0}{K_s} + B \qquad (I.2.47)$$

καί ἀφαιροῦντες ἐκ τῆς (I.2.47) τήν (I.2.46), ἔχομεν:

$$\frac{U - \bar{u}}{u_*} = A\,\lambda o \gamma \frac{r_0}{y} \qquad (I.2.48)$$

Συγκρίνοντες τήν (I.2.48) μετά τῆς (I.2.40), ἔχομεν $A = 5{,}75$, ὅτε ἡ σχέσις (I.2.46) γράφεται:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5{,}75\,\lambda o \gamma \frac{y}{K_s} + B \qquad (I.2.49)$$

Ἡ σταθερά B λαμβάνει διακεκριμένας τιμάς εἰς τάς τρεῖς περιοχάς διαφόρου ἐπηρεασμοῦ τῆς τραχύτητος ἐπί τοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f καί ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς παραμέτρου $\frac{u_* K_s}{\nu}$. Ἡ συσχέτισις αὐτή διά τραχύτητα K_s, κατά Nikuradse, ἀπεικονίζεται εἰς τό σχῆμα I.6

Διά τήν ὑδραυλικῶς λείαν περιοχήν ἡ σχέσις (I.2.49) πρέπει νά ταυτίζεται μετά τῆς σχέσεως (I.2.39), ἐξ οὗ προκύπτει $B = 5{,}5 + 5{,}75\ λογ \frac{u_* K_s}{\nu}$ (I.2.50)

Εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν $B = 8{,}5$, ὅτε ἡ σχέσις διανομῆς ταχυτήτων γράφεται:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5{,}75\ λογ \frac{y}{K_s} + 8{,}5 \qquad (I.2.51)$$

Εἰς τήν μεταβατικήν περιοχήν, ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος I.6, τό B ὁρίζεται μονοτίμως ἐκ τοῦ $\frac{u_* K_s}{\nu}$, ἀλλά οὐχί ὑπό ἁπλῆν ἀναλυτικήν ἔκφρασιν.

Αἱ ἀνωτέρω σχέσεις διανομῆς ταχυτήτων διά τραχεῖς σωλῆνας δύνανται νά μετατραποῦν εἰς σχέσεις συσχετισμοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f καί παραμέτρων ἐπιδράσεων ἐπ' αὐτοῦ διά τῆς αὐτῆς διαδικασίας, ὡς καί εἰς τήν περίπτωσιν λείων σωλήνων.

Ἡ συσχέτισις εἶναι ἁπλουστέρα εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἡ προκύπτουσα σχέσις εἶναι τῆς μορφῆς:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = Γ\ λογ \frac{K_s}{D} + Δ \qquad (I.2.51)$$

Αἱ σταθεραί Γ καί Δ διά τραχύτητα κατά Nikuradse λαμβάνουν τιμάς $Γ = -2$ καί $Δ = 1{,}14$, ὅτε ἡ σχέσις (I.2.51) γράφεται:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ λογ\left(\frac{K_s}{D}\right) + 1{,}14 \qquad (I.2.51)$$

ἰσχύουσα διά τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν

Ἀναλυτική ἔκφρασις τοῦ f διά τήν μεταβατικήν περιοχήν εἶναι δυσχερέστερον νά καθορισθῇ

Ἅπασαι αἱ ἀνωτέρω συσχετίσεις ἐβασίσθησαν εἰς τά πειράματα τοῦ Nikuradse, ὅστις ἐχρησιμοποίησε πυκνήν διάταξιν ὁμοιομόρφων κόκκων ἄμμου, μεγέθους K_s.

Διά τούς σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου, ἔχει ἀναγνωρισθῆ ὡς χαρακτηριστικός τρόπος περιγραφῆς τῆς τραχύτητος ὁ ἀκόλουθος: Μία ἐπιφάνεια τραχέος τοιχώματος θεωρεῖται, ὅτι ἔχει τήν ἰσοδύναμον τραχύτητα ἄμμου K_s, ἡ ὁποία διδει τόν αὐτόν συντελεστήν f εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν.

Εἶναι φανερόν, ὅτι εἰς τήν μεταβατικήν περιοχήν μεταξύ ὑδραυλικῶς λείας περιοχῆς, ὅπου ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\,\lambda o\gamma\, \mathbb{R}\sqrt{f} - 0{,}8$$

καί τῆς πλήρως τραχείας περιοχῆς, ὅπου ἰσχύει ἡ σχέσις:

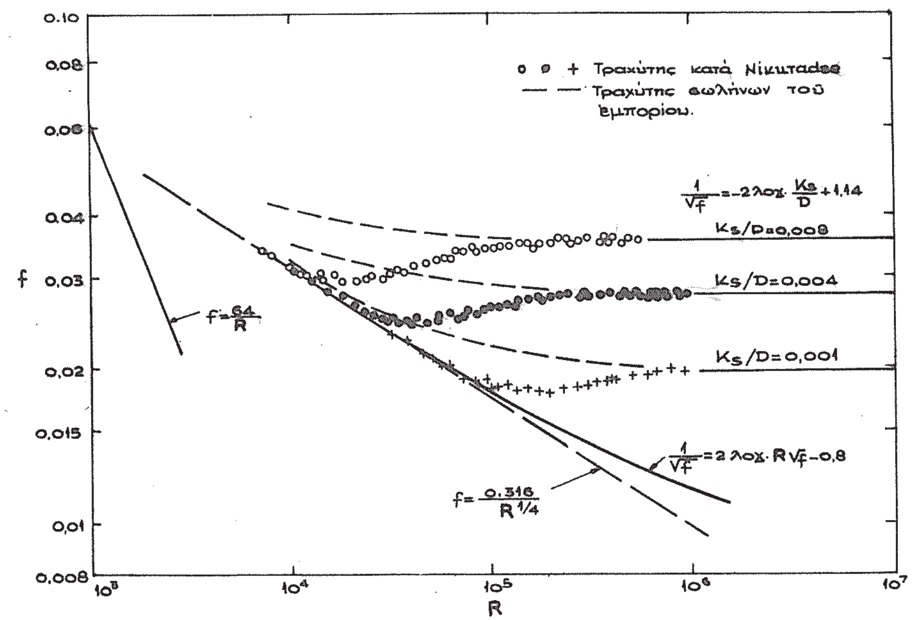
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\,\lambda o\gamma \frac{K_s}{D} + 1{,}14$$

ἡ μεταβολή τοῦ f μετά τῶν $\frac{K_s}{D}$ καί $\mathbb{R}$ εἶναι διάφορος τῆς τῶν πειραμάτων τοῦ Nikuradse, καθ' ὅσον τό f ἐξαρτᾶται οὐχί μόνον ἐκ τῶν $\frac{K_s}{D}$ καί $\mathbb{R}$, ἀλλά καί ἐκ τῆς μορφῆς τῶν προεξοχῶν, πυκνότητος αὐτῶν καί διατάξεως, ἤτοι ἐκ παραγόντων, οἱ ὁποῖοι διαφέρουν εἰς τούς σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου ἀπό τούς ἀντιστοίχους τῶν πειραμάτων τοῦ Nikuradse.

Σχηματική σύγκρισις τῆς μεταβολῆς τοῦ f εἰς σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου μετά τῆς μεταβολῆς τοῦ f κατά Nikuradse ἀποδίδεται εἰς τό σχῆμα I.7.

Ἐκ τῆς συγκρίσεως προκύπτουν τά ἀκόλουθα συμπεράσματα: Διά σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου, τῶν ὁποίων γενικῶς τά χαρακτηριστικά τῆς τραχύτητος τῶν τοιχωμάτων διαφέρουν τῆς πειραματικῶς ἐρευνηθείσης ὑπό τοῦ Nikuradse, ὁ συντελεστής τριβῶν f εἰς τήν μεταβατικήν περιοχήν παρουσιάζει διάφορον μεταβολήν ἀπό τήν διαπιστωθεῖσαν ὑπό τοῦ Nikuradse. Διά τήν περίπτωσιν τραχύτητος κατά Nikuradse, ἡ τιμή τοῦ f εἰς τήν ἀρχήν τῆς μεταβατικῆς περιοχῆς εἶναι περίπου ἡ αὐτή μέ τήν τελικήν τιμήν τοῦ f εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν.

Διά τήν περίπτωσιν τραχύτητος σωλήνων τοῦ ἐμπορίου, ἡ τιμή τοῦ f εἰς τήν ἀρχήν τῆς μεταβατικῆς περιοχῆς εἶναι μεγαλυτέρα, ἤτοι ἡ μεταβατική περιοχή ἀρχίζει διά



Σχ. I.7. Σύγκρισις συντελεστοῦ τριβῆς f διά σωλῆνας μέ τραχύτητα κατά Nikuradse καί τραχύτητα σωλήνων τοῦ ἐμπορίου.

μικροτέρους ἀριθμούς τοῦ Reynolds. Ἐκ τῆς τιμῆς αὐτῆς ὁ συντελεστής f ἐλαττοῦται συνεχῶς μέχρι τῆς τελικῆς αὐτοῦ τιμῆς εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν, ὅπου εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ $\mathbb{R}$.

Ὁ συντελεστής f εἰς τήν μεταβατικήν περιοχήν διά τραχεῖς σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου δίδεται ὑπό τῆς ἡμιεμπειρικῆς σχέσεως τῶν Colebrook καί White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} + 2\log\frac{K_s}{D} = 1{,}14 - 2\log\left[1 + 9{,}35\frac{D/k_s}{\mathbb{R}\sqrt{f}}\right] \qquad (I.2.52)$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι ἀσυμπτωτική πρός τάς σχέσεις (I.2.43) καί (I.2.51) καί δύναται νά χρησιμοποιηθῇ εἰς ὅλην τήν περιοχήν πλήρως ἀνεπτυγμένης τυρβώδους ροῆς εἰς σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου.

Ἀνακεφαλαιοῦντες τά περί συντελεστῶν τριβῶν f διά τραχεῖς σωλῆνας ἐμπορίου, ἔχομεν:

α) Ὑδραυλικῶς λεία περιοχή:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(\mathbb{R}\sqrt{f}) - 0.8 \qquad (I.2.43)$$

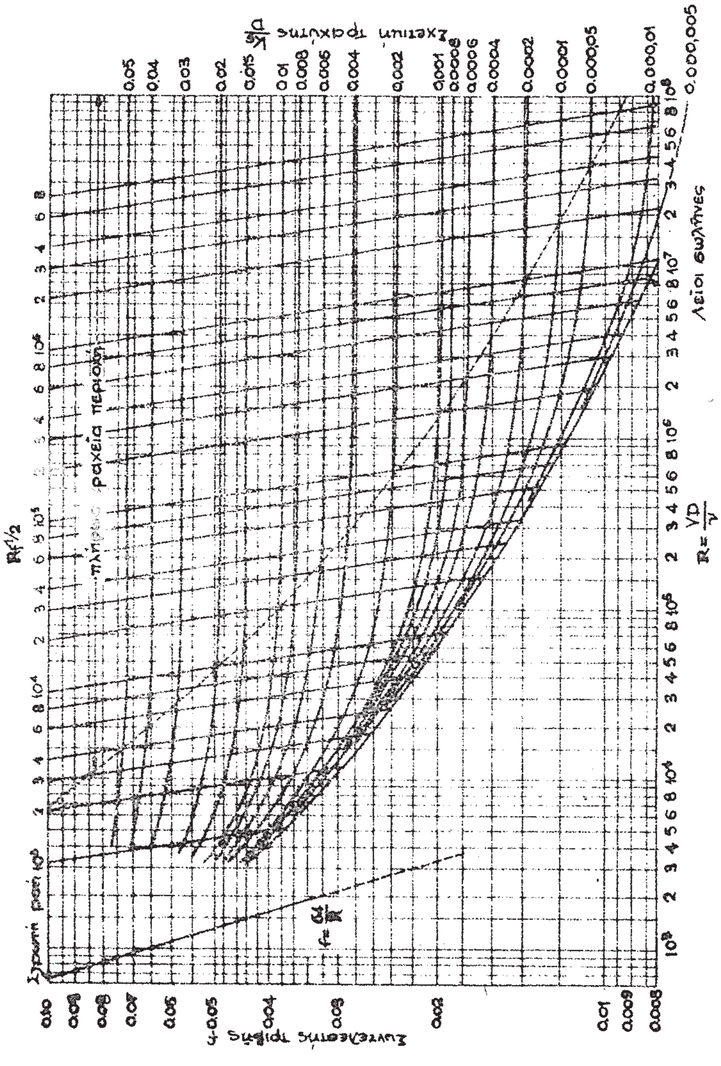
β) Μεταβατική περιοχή:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} + 2\log\frac{K_s}{D} = 1{,}14 - 2\log\left[1 + 9{,}35\frac{D/k_s}{\mathbb{R}\sqrt{f}}\right] \qquad (I.2.52)$$

γ) Πλήρως τραχεῖα περιοχή:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\frac{K_s}{D} + 1{,}14 \qquad (I.2.51)$$

Λόγῳ τῆς δυσχερείας ἐπιλύσεως ὡς πρός f τῶν σχέσεων (I.2.43) καί (I.2.52), ἅπασαι αἱ ἀνωτέρω σχέσεις ἔχουν ἀξιοποιηθῆ ὑπό τοῦ Moody εἰς ἕν γενικόν διάγραμμα συντελεστοῦ τριβῶν f, συναρτήσει τῶν $\mathbb{R}$ καί $\frac{K_s}{D}$. Τό διάγραμμα Moody δίδεται εἰς τό σχῆμα I.8.



Σχ. I.8 Γενικευμένον διάγραμμα συντελεστού τριβών f (κατά Moody).

3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΩΛΗΝΩΝ ΔΙΑ ΜΟΝΙΜΟΝ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΝ ΡΟΗΝ

Ὁ ὑπολογισμός χαρακτηριστικῶν μεγεθῶν ροῆς ὑγρῶν ἐντός σωλήνων (ὁμοιομόρφων κλειστῶν ἀγωγῶν κυκλικῆς διατομῆς) συνιστᾶ βασικόν πρόβλημα τοῦ ὑδραυλικοῦ μηχανικοῦ.

Αἱ βασικαί ἐξισώσεις πρός ἐπίλυσιν εἶναι:

Ἐξίσωσις συνεχείας $Q = E \cdot V$, ὅπου $E = \frac{\pi D^2}{4}$ (I.3.1)

Σχέσις Darcy-Weisbach : $h_f = f \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$, (I.3.2)

ὅπου f συντελεστής τριβῶν $= f(\mathrm{R}, \frac{K_s}{D})$, τῆς σχέσεως ἀποδιδομένης ὑπό τοῦ διαγράμματος Moody.

Αἱ δύο ἀνωτέρω ἐξισώσεις, ὁμοῦ μετά τοῦ διαγράμματος Moody, θά ἀξιοποιηθοῦν κατωτέρω, διά τήν ἐπίλυσιν τυπικῶν προβλημάτων.

Τά τιθέμενα, συνήθως, προβλήματα εἶναι τά ἀκόλουθα:

A

Δεδομένα	Ζητούμενα
Παροχή Q	Ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας h_f
Ὑγρόν ν	
Γεωμετρικά στοιχεῖα:	
Μῆκος ἀγωγοῦ L	
Διάμετρος ἀγωγοῦ D	
Εἶδος ἀγωγοῦ K_s	

Λύσις

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως συνεχείας (I.3.1) ὑπολογίζομεν τήν V

$$V = \frac{Q}{E} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}$$

Ἐν συνεχείᾳ ὑπολογίζομεν $\mathrm{R} = \frac{VD}{\nu}$ καί $\frac{K_s}{D}$

Βάσει τῶν ὑπολογισθεισῶν τιμῶν τῶν R καί $\frac{K_s}{D}$ ἐκ τοῦ διαγράμματος Moody ὁρίζομεν τήν τιμήν τοῦ f

Τελικῶς, ἐκ τῆς σχέσεως Darcy-Weisbach (I.3.2) ὑπολογίζομεν τό ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

B

Δεδομένα		Ζητούμενα
Ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας	h_f	Παροχή Q
Ὑγρόν	ν	
Γεωμετρικά στοιχεῖα:		
Μῆκος ἀγωγοῦ	L	
Διάμετρος ἀγωγοῦ	D	
Εἶδος ἀγωγοῦ	K_s	

Λύσις

Λύοντες τήν σχέσιν Darcy-Weisbach ὡς πρός V, ἔχομεν.

$$V = \left[2 g h_f \frac{D}{L}\right]^{1/2} \frac{1}{\sqrt{f}}, \qquad (I.3.3)$$

ὅτε $\mathbb{R} = \frac{VD}{\nu} = \left[2 g h_f / L\right]^{1/2} \frac{D^{3/2}}{\nu} \frac{1}{\sqrt{f}}$

καί $\mathbb{R}\sqrt{f} = \left[2 g h_f / L\right]^{1/2} \frac{D^{3/2}}{\nu} \qquad (I.3.4)$

Τό δεξιόν μέλος τῆς ἐξισώσεως (I.3.4) ὑπολογίζεται ἐκ τῶν δεδομένων τοῦ προβλήματος καί ἑπομένως ἡ τιμή τοῦ $\mathbb{R}\sqrt{f}$ εἶναι γνωστή. Ἐάν ὁ συντελεστής f παρουσιασθῆ γραφικῶς ὡς συνάρτησις τοῦ $\mathbb{R}\sqrt{f}$, τότε ἡ λύσις τοῦ προβλήματος καθίσταται ἁπλῆ. Ἡ γραφική ἀπεικόνισις τοῦ f συναρτήσει τῶν $\mathbb{R}\sqrt{f}$ καί $\frac{K_s}{D}$ ἀποδίδεται, ἐπίσης, εἰς τό σχῆμα I.8

Τῆ βοηθεία τοῦ διαγράμματος I.8 ἡ λύσις τοῦ προβλήματος καθίσταται ἄμεσος.

Οὕτω, ὑπολογίζοντες τήν τιμήν τοῦ $\mathbb{R}\sqrt{f}$ ἐκ τῆς (I.3.4) καί $\frac{K_s}{D}$, ἐκ τοῦ διαγράμματος I.8 ὁρίζομεν τήν τιμήν τοῦ f.

Ἐκ τῆς σχέσεως (I.3.3) ὑπολογίζομεν τήν V καί ἐκ τῆς ἐξισώσεως συνεχείας (I.3.1) ὑπολογίζομεν τήν $Q = EV = \frac{\pi D^2}{4} V$.

Γ

Δεδομένα		Ζητούμενα
Παροχή	Q	Διάμετρος ἀγωγοῦ D
Ὑγρόν	ν	
Ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας	h_f	
Γεωμετρικά στοιχεῖα		
Μῆκος ἀγωγοῦ	L	
Εἶδος ἀγωγοῦ	K_s	

Λύσις

Ἄμεσος λύσις τοῦ ἀνωτέρω προβλήματος δέν εἶναι δυνατή καί τοῦτο, διότι ἀμφότεραι αἱ παράμετροι $\mathbb{R}$ καί $\frac{K_s}{D}$, ἐκ τῶν ὁποίων ὁρίζεται ὁ συντελεστής f ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς ἀγνώστου διαμέτρου D.

Ὡς ἐκ τούτου, ἡ λύσις ἀποκτᾶται διά δοκιμῶν, διά μεθόδων διαδοχικῶν προσεγγίσεων.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως συνεχείας ἔχομεν λύοντες ὡς πρός V

$$V = \frac{Q}{E} = \frac{4Q}{\pi D^2} \qquad (I.3.5)$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν ἀνωτέρω ἔκφρασιν τῆς V εἰς τήν σχέσιν Darcy - Weisbach, λαμβάνομεν:

$$\frac{D}{f^{1/5}} = \left[\frac{8LQ^2}{\pi^2 g h_f}\right]^{1/5} \qquad (I.3.6)$$

Ὑποθέτοντες ἀρχικῶς μίαν τιμήν τοῦ f πρώτης δοκιμῆς f_1 ἐκ τῆς (I.3.6) ὑπολογίζομεν τήν διάμετρον D πρώτης δοκιμῆς D_1

Βάσει τῆς D_1 ἐκ τῆς (I.3.5) ὑπολογίζομεν τήν V_1 καί ἐν συνεχείᾳ $\mathbb{R}_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu}$ καί $\frac{K_s}{D_1}$

Ἐκ τοῦ $\mathbb{R}_1$ καί $\frac{K_s}{D_1}$ τῇ βοηθείᾳ τοῦ διαγράμματος Moody, ὁρίζομεν νέαν τιμήν τοῦ f τήν f_2. Ἐάν $f_1 = f_2$ τότε ἡ ἀρχικῶς ἐκλεγεῖσα τιμή τοῦ f εἶναι ἡ ὀρθή, ἤτοι $f = f_1 = f_2$ καί ἡ ὑπολογισθεῖσα διάμετρος D_1 συνιστᾷ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος. Ἐάν $f_1 \neq f_2$, τότε ἐπαναλαμβάνομεν τοὺς ὑπολογισμούς, λαμβάνοντες ὡς ἀρχικὴν τιμὴν τοῦ f, τὴν εὑρεθεῖσαν f_2 κ.ο.κ., μέχρις ὅτου $f_n = f_{n+1}$.

Ἡ ἀνωτέρω μέθοδος διαδοχικῶν προσεγγίσεων συγκλίνει ταχύτατα καὶ εἰς τὰς πλείστας τῶν πρακτικῶν ἐφαρμογῶν $f_2 \approx f_3$. Εἰς προβλήματα ἐφαρμογῆς, ὁ συντελεστὴς f κυμαίνεται, συνήθως, ἀπό 0,015 μέχρι 0,030. Ἡ ἐκτίμησις τοῦ f ἐκ τοῦ διαγράμματος Moody κρίνεται σκόπιμον, ὅπως γίνεται διά δύο σημαντικῶν ψηφίων. Ἡ πρακτικὴ δυσχέρεια ἐφαρμογῆς τῆς ἀνωτέρω μεθόδου ἔγκειται εἰς τὴν ἀπαίτησιν ἐξαγωγῆς τῆς πέμπτης ρίζης ἀριθμοῦ, ἡ ὁποία δύναται νὰ γίνῃ τῇ χρήσει λογαρίθμων. Ὡς ἐναλλακτικὴ μέθοδος τῆς ἀνωτέρω δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ ἡ ἀκόλουθος:

Ὑποθέτομεν ἀρχικῶς τὴν διάμετρον D πρώτης δοκιμῆς D_1. Ἐκ τῆς (I.3.5) ὑπολογίζομεν τὴν V_1 ὡς $V_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2}$ καὶ ἐν συνεχείᾳ $\mathbb{R}_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu}$ καὶ $\frac{K_s}{D}$.

Ἐκ τοῦ διαγράμματος Moody, βάσει τῶν $\mathbb{R}_1$ καὶ $\frac{K_s}{D_1}$, ὁρίζομεν f_1 καὶ ἐκ τῆς σχέσεως Darcy-Weisbach ὑπολογίζομεν τὸ ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας $h_{f_1} = f_1 \frac{L}{D_1} \frac{V_1^2}{2g}$.

Ἐάν $h_{f_1} = h_f$, ἡ ἐκλεγεῖσα διάμετρος D_1 εἶναι ἡ ζητουμένη.

Ἐάν $h_{f_1} \neq h_f$, ἐκλέγομεν νέαν διάμετρον καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τοὺς ὑπολογισμούς, μέχρις ὅτου $h_{f_n} = h_f$

Ἐάν $h_{f_1} > h_f$, ἐκλέγομεν διάμετρον δευτέρας δοκιμῆς $D_2 > D_1$

Ἐάν $h_{f_1} < h_f$, ἐκλέγομεν διάμετρον δευτέρας δοκιμῆς $D_2 < D_1$

Μὲ τὴν ἀπόκτησιν μικρᾶς ἐμπειρίας, ἡ δευτέρα μέθοδος δύναται νὰ ἀποβῇ πρακτικῶς ταχυτάτη, μολονότι ὑστεροῦσα εἰς συστηματικότητα τῆς πρώτης μεθόδου.

4. ΜΟΝΙΜΟΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΡΟΗ ΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΜΗ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

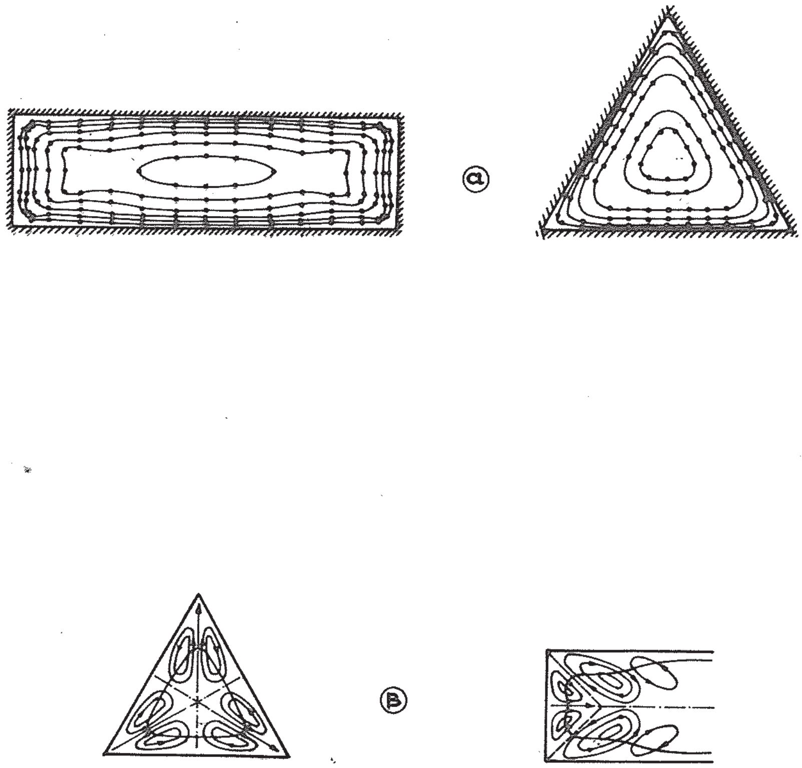
Ὁμοιόμορφοι ἀγωγοί μή κυκλικῆς διατομῆς δέν τυγχάνουν εὐρείας καί γενικῆς ἐφαρμογῆς διά τήν μεταφοράν ὑγρῶν. Ἐν τούτοις, δύνανται νά χρησιμοποιηθοῦν εἰς μᾶλλον μικρά μήκη καί διά εἰδικούς σκοπούς.

Κλειστοί ἀγωγοί ὀρθογωνικῆς διατομῆς καί διατομῆς ἰσοσκελοῦς τριγώνου ἔχουν διερευνηθῆ πειραματικῶς. Τυπικαί διανομαί ταχυτήτων δι᾽ ἀγωγούς τῶν ἀνωτέρω διατομῶν ἀπεικονίζονται εἰς τό σχῆμα I.9

Λόγῳ σχήματος διατομῆς, αἱ διανομαί ταχυτήτων κατά τήν κάθετον πρός τά τοιχώματα διαφέρουν ἀπό θέσεως εἰς θέσιν. Ἀποτέλεσμα τούτου εἶναι, ὅτι ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου τ_o δέν εἶναι ὁμοιομόρφως κατανεμημένη καθ᾽ ὅλην τήν περίμετρον τῆς διατομῆς, ἰδιαιτέρως δέ παρά τάς γωνίας αὐτῆς. Ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου τ_o παρά τάς γωνίας, ὡς ἐμφαίνεται ἐκ τῶν διανομῶν ταχυτήτων (σχ. I.9), εἶναι μικροτέρα τῆς μέσης διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου τ_{om}.

Δευτερεύουσα ῥοή εἰς τό ἐπίπεδον τῆς διατομῆς λαμβάνει πάντοτε χώραν παρά τάς γωνίας, ὡς ἀπεικονίζεται σχηματικῶς εἰς τό σχῆμα I.9. Ἡ δευτερεύουσα αὐτή ῥοή λαμβάνει χώραν συνεπείᾳ μεταφορᾶς ποσότητος κινήσεως ἐκ ζωνῶν ὑψηλῆς τιμῆς αὐτῆς πρός ζώνας χαμηλῆς τιμῆς, μέ ἀποτέλεσμα τήν τάσιν πρός ὁμοιόμορφον κατανομήν τῆς διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου τ_o.

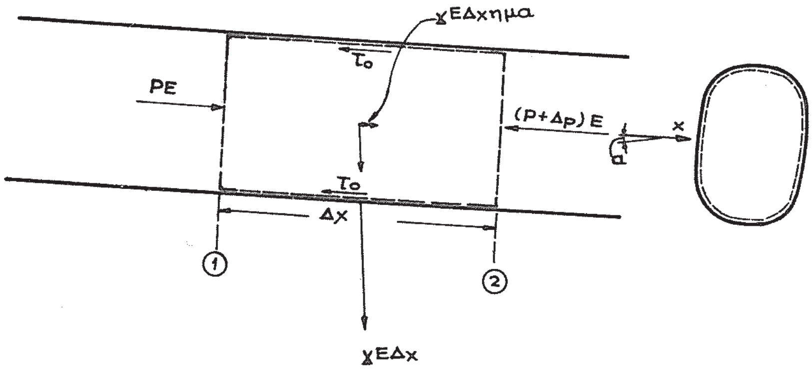
Οὕτω, ἐνῷ ἐν λεπτομερείᾳ τό πρόβλημα τῆς ῥοῆς εἰς κλειστούς ἀγωγούς μή κυκλικῆς διατομῆς εἶναι τρισδιάστατον, δύναται νά τύχῃ ἱκανοποιητικῆς προσεγγιστικῆς ἀντιμετωπίσεως, ἐπί τῇ βάσει ἀναλύσεως ὁμοιομόρφου (πα-



Σχ. I.9 (a) – Διανομαί ταχυτήτων (ἰσοταχεῖς) εἰς ὀρθογωνικάς κ' Τριγωνικάς διατομάς.

(β) – Δευτερεύουσα ροή εἰς ὀρθογωνικάς και τριγωνικάς διατομάς ραλλήλου) ροῆς.

Ἄς θεωρήσωμεν ὁμοιόμορφον κλειστόν ἀγωγόν τυχούσης διατομῆς, ὡς ἐν σχήματι Ι.10, καί ἄς ἐκλέξωμεν τήν κατεύθυνσιν αὐτοῦ (κατεύθυνσις κινήσεως) ὡς κατεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τῶν x. Ἄς ἐκλέξωμεν ὡς σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς τόν εἰς τό σχῆμα Ι.10 εἰκονιζόμενον καί ὁριζόμενον ὑπό τῆς ἐσωτερικῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀγωγοῦ καί δύο διατομῶν ① καί ②, καθέτων πρός τήν κατεύθυνσιν τῆς ροῆς καί ἀπεχουσῶν ἀπόστασιν Δx.



Σx. I-10. Μόνιμος ὁμοιόμορφος ροή εἰς κλειστόν ἀγωγόν τυχούσης διατομῆς.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς ποσότητος κινήσεως κατά τήν κατεύθυνσιν x, διά τόν ἐκλεγέντα σταθερόν ὄγκον ἀναφορᾶς, γράφεται:

$$F_x = F_{px} + F_{gx} + F_{\tau x} = \rho Q(\beta_2 V_{2x} - \beta_1 V_{1x}) \qquad (I.4.1)$$

Ἐπειδή $V_{2x} = V_{1x}$ καί $\beta_2 = \beta_1$ ἡ (I.4.1), γράφεται

$$F_x = F_{px} + F_{gx} + F_{\tau x} = 0 \qquad (I.4.2)$$

Ἀλλά εἶναι: $F_{px} = pE - (p+\Delta p)E = -\Delta p E$ (I.4.3)

$$F_{gx} = \gamma E \Delta x \eta\mu\alpha = -\gamma E \Delta x \frac{\Delta h}{\Delta x} \qquad (I.4.4)$$

καί $F_{\tau x} = -\tau_{o\mu} \Pi \Delta x,$ (I.4.5)

ὅπου Π ἡ βρεχομένη περίμετρος τῆς διατομῆς καί $\tau_{o\mu}$ ἡ μέση τιμή τῆς διατμητικῆς τάσεως τοῦ ὁρίου.

Ἡ ἐξίσωσις (I.4.5) συνιστᾶ καί τήν ἐξίσωσιν ὁρισμοῦ τῆς $\tau_{o\mu}$.

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω, ἡ ἐξίσωσις ποσότητος κινήσεως (I.4.2) γράφεται:

$$-\Delta p E - \gamma E \Delta x \frac{\Delta h}{\Delta x} - \tau_{o\mu} \Pi \Delta x = 0$$

καί διαιροῦντες διά τοῦ ὄγκου $E\Delta x$, ἔχομεν

$$-\frac{\Delta p}{\Delta x} - \gamma \frac{\Delta h}{\Delta x} = \tau_{o\mu} \frac{\Pi}{E} \qquad (I.4.6)$$

Διά $\Delta x \to 0$ ἡ (I.4.6) γράφεται:

$$-\frac{d(p+\gamma h)}{dx} = \tau_{o\mu} \frac{\Pi}{E}$$

ἤ

$$-\frac{d(p/\gamma + h)}{dx} = \frac{\tau_{o\mu}}{\gamma} \frac{\Pi}{E} \qquad (I.4.7).$$

Τό πηλίκον τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς διατομῆς πρός τήν βρεχομένην περίμετρον αὐτῆς, ἤτοι $\frac{E}{\Pi}$, καλεῖται ὑδραυλική ἀκτίς καί συμβολίζεται διά τοῦ R,

$$R = \frac{E}{\Pi} \qquad (I.4.8)$$

Ἡ ὑδραυλική ἀκτίς R συνιστᾶ οὐσιώδη γεωμετρικήν παράμετρον, ἐξαρτωμένην ἐκ τοῦ σχήματος τῆς διατομῆς.

Διά τοῦ εἰσαχθέντος ὁρισμοῦ τῆς R ἡ σχέσις (I.4.7) γράφεται:

$$-\frac{d(p/\gamma + h)}{dx} = \frac{\tau_{o\mu}}{\gamma R} \qquad (I.4.8)$$

Ἡ σχέσις (I.4.8) εἶναι ὁμοία πρός τήν σχέσιν (I.2.15) δι' ἀγωγούς κυκλικῆς διατομῆς, ὅπου ἡ διάμετρος D ἔχει ἀντικατασταθῆ διά τοῦ τετραπλασίου τῆς ὑδραυλικῆς ἀκτῖνος, ἤτοι $D = 4R$. Πράγματι προκειμένου περί κυκλικῆς διατομῆς, ἡ ὑδραυλική ἀκτίς $R = \frac{E}{\Pi} = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4}$

Ἀκολουθοῦντες, ἐν προκειμένῳ, τήν αὐτήν διαδικασίαν, ὡς καί εἰς τούς ἀγωγούς κυκλικῆς διατομῆς, ἔχομεν:

$$J_E = -\frac{d(P/\gamma + h)}{dx} = \frac{\tau_{o\mu}}{\gamma R} \qquad (I.4.9)$$

Θεωροῦντες, ὅτι ἡ μέση διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου $\tau_{o\mu}$, συσχετίζεται, ὡς καί ἡ διατμητική τάσις τοῦ ὁρίου τ_o κυκλικοῦ ἀγωγοῦ, γράφομεν:

$$\tau_{o\mu} = \frac{f}{4}\rho\frac{V^2}{2}, \qquad (I.4.10)$$

ὅτε ἡ (I.4.9) γράφεται:

$$\left.\begin{aligned} J_E &= f\frac{1}{4R}\frac{V^2}{2g} \\ \text{ἤ}\quad h_f &= f\frac{L}{4R}\frac{V^2}{2g} \end{aligned}\right\rangle \qquad (I.4.11)$$

Αἱ ἰσοδύναμοι ἐκφράσεις (I.4.11) συνιστοῦν τήν γενικευμένην ἐξίσωσιν Darcy-Weisbach, διά τόν ὑπολογισμόν τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας δι' ὁμοιόμορφον ῥοήν, εἰς κλειστούς ἀγωγούς μή κυκλικῆς διατομῆς, ὅπου ἡ γεωμετρία τῆς διατομῆς ὁρίζεται διά τῆς ὑδραυλικῆς ἀκτῖνος. Ὁ συντελεστής τριβῶν, ἐν προκειμένῳ, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, ὁριζομένου ὡς $\mathbb{R}_R = \frac{V4R}{\nu}$, τῆς σχετικῆς τραχύτητος ὁριζομένης ὡς $\frac{K_s}{4R}$ καί τῆς μορφῆς τῆς διατομῆς. Ἡ συσχέτισις τοῦ f μετά τῆς μορφῆς τῆς διατομῆς δέν ἔχει ἐρευνηθῆ μέ ἐπαρκῆ πληρότητα. Γενικῶς, πάντως, πρέπει νά παρατηρηθῇ, ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀνομοιόμορφος εἶναι ἡ διανομή τῆς τ_o κατά μῆκος τῆς βρεχομένης περιμέτρου, τόσον ἐντονωτέρα εἶναι ἡ δευτερεύουσα ῥοή καί ἑπομένως μεγαλυτέρα ἡ ἀπόκλισις τοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f ἀπό τόν τῆς ἀντιστοίχου ἰσοδυνάμου κυκλικῆς διατομῆς D=4R.

Τό διάγραμμα Moody δύναται νά χρησιμοποιηθῇ μέ ἱκανοποιητικά ἀποτελέσματα, διά τήν ἐκτίμησιν τοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f, ἐφ' ὅσον τό σχῆμα τῆς διατομῆς δέν διαφέρει σημαντικῶς τῆς κυκλικῆς διατομῆς ἤ, ἄλλως, ἐφ' ὅσον ἡ ὑδραυλική ἀκτίς τῆς διατομῆς δέν διαφέρει σημαντικῶς τῆς ὑδραυλικῆς ἀκτῖνος ἀγωγοῦ κυκλικῆς διατομῆς τοῦ αὐτοῦ ἐμβαδοῦ

Ἡ μόνη τροποποίησις κατά τήν χρῆσιν τοῦ διαγράμματος Moody εἶναι, ὅτι, ὅπου ὑπεισέρχεται ἡ διάμετρος D, αὕτη πρέπει νά ἀντικατασταθῇ ὑπό τοῦ ἰσοδυνάμου μήκους 4R, ἤτοι:

$$\mathbb{R} = \frac{V4R}{\nu} \quad \text{ἀντί} \quad \mathbb{R} = \frac{VD}{\nu}$$

$$\text{καί} \quad \frac{K_s}{4R} \quad \text{ἀντί} \quad \frac{K_s}{D}$$

5. ΕΜΠΕΙΡΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΔΙΑ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΝ ΡΟΗΝ ΚΛΕΙΣΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

Ἡ γενικευμένη σχέσις Darcy-Weisbach, ἐξίσωσις (Ι.4.11) διά τόν ὑπολογισμόν ἀπωλειῶν ἐνεργείας δι' ὁμοιόμορφον ροήν ἐντός κλειστῶν ἀγωγῶν ὑπό πίεσιν, ἐπιλυομένη ὡς πρός V, δίδει:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}}\sqrt{R\frac{h_f}{L}}, \qquad (I.5.1)$$

ὅπου $\frac{h_f}{L} = J_E = -\frac{d(P/\rho+h)}{dx}$

J_E = κλίσις γραμμῆς ἐνεργείας = κλίσις πιεζομετρικῆς γραμμῆς εἰς ὁμοιόμορφον ροήν

Ἡ (Ι.5.1) γράφεται καί:

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}}\sqrt{RJ_E} \qquad (I.5.2)$$

Θέτοντες $C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$, ἡ Ι.5.2 γράφεται:

$$V = C\sqrt{RJ_E} \qquad (I.5.3)$$

ἤ καί $Q = C\,E\sqrt{RJ_E}$

Ἡ σχέσις (Ι.5.3) εἶναι γνωστή ὡς τύπος ἀπωλειῶν τοῦ Chézy, καί C ὡς συντελεστής τοῦ Chézy, διετυπώθη δέ τό πρῶτον ὑπό τοῦ Γάλλου μηχανικοῦ Chézy κατά τόν 18^{ον} αἰῶνα. Εἶναι φανερόν, ἐκ τῆς ἀνωτέρω αναλύσεως, ὅτι ὁ συντελεστής Chézy C δέν εἶναι σταθερός, ἀλλ' ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ συντελεστοῦ τριβῶν f καί, ἐπομένως, ἐκ τῶν παραμέτρων $\mathbb{R}$ καί $\frac{K_s}{4R}$, αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν αὐτόν.

Οἱ ὑδραυλικοί μηχανικοί, πολύ πρίν διευκρινισθοῦν καί κατανοηθοῦν λεπτομερῶς αἱ παράμετροι, αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν τόν συντελεστήν ἀντιστάσεως ἐπιφανειακῆς τριβῆς καί κατ' ἀκολουθίαν τάς ἀπωλείας ἐνεργείας, ἐβασίσθησαν, διά τήν ἐκτίμησιν τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας, εἰς κλειστούς ἀγωγούς, ὑπό πίεσιν εἰς ἐμπειρικούς τύπους (ἐμπειρικάς συσχετίσεις).

Ὑφίσταται, οὕτω, μία σωρεία ἐμπειρικῶν τύπων ὑπολογισμοῦ τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας, ἕκαστος τῶν ὁποίων δίδει ἱκανοποιητικὰ ἀποτελέσματα δι' ἕν περιωρισμένον, συνήθως, πεδίον διακυμάνσεων τῶν παραμέτρων.

Γενικῶς δύναται νά λεχθῇ, ὅτι οἱ πλεῖστοι τῶν ἐμπειρικῶν τύπων ὑπολογισμοῦ ἀπωλειῶν, εἴτε ἐβασίσθησαν ἐπί πειραματικῶν δεδομένων, εἰς τήν πλήρως τραχεῖαν περιοχήν, εἴτε συνιστοῦν ἁπλοποιημένας ἀναλυτικάς ἐκφράσεις συσχετισμοῦ πειραματικῶν δεδομένων, ἀποδίδοντες ἱκανοποιητικῶς αὐτά ἐντός τοῦ περιωρισμένου πεδίου τῶν πειραματικῶν δεδομένων.
Ὁ δι' ἕκαστον τύπον συντελεστής ἀπωλειῶν ἐκφράζεται, συνήθως, μόνον συναρτήσει τῆς ποιότητος τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀγωγοῦ, ἤτοι συναρτήσει τῆς τραχύτητος αὐτοῦ.
Οἱ ἐμπειρικοί τύποι δέν ἐκδηλώνουν, τοὐλάχιστον, ἀμέσως τήν ἐπίδρασιν τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds ἐπί τοῦ συντελεστοῦ ἀπωλειῶν.
Ἕν ἕτερον μειονέκτημα τῶν ἐμπειρικῶν τύπων εἶναι, ὅτι κατά κανόνα ὁ συντελεστής ἀπωλειῶν ἐμφανίζεται ὡς διαστατός ἀριθμός, ἐξαρτώμενος ἐκ τῶν μονάδων.

Παρά τάς περιγραφείσας ἀτελείας τῶν ἐμπειρικῶν τύπων καί τοῦ κινδύνου σοβαρῶν σφαλμάτων, ἐκ τῆς χρήσεως αὐτῶν πέραν τοῦ πεδίου ἰσχύος ἑκάστου ἐξ αὐτῶν, πλεῖστοι τούτων χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα, ἀκόμη καί σήμερον, ὑπό τῶν ὑδραυλικῶν μηχανικῶν, διά τούς κάτωθι λόγους

α) Πλεῖστοι τῶν ἐμπειρικῶν τύπων εἶναι ἁπλῆς μαθηματικῆς μορφῆς, ἐπιδεχόμενοι ἄμεσον ἐπίλυσιν, ὡς πρός οἱανδήποτε τῶν μεταβλητῶν.

β) Πλεῖστοι ὅσοι πίνακες καί νομογραφήματα ὑπολογισμοῦ ὑφίστανται διά τήν εὐχερῆ ἀριθμητικήν ἐπίλυσιν προβλημάτων.

γ) Λόγῳ ἐξοικειώσεως τῶν ὑδραυλικῶν μηχανικῶν μέ τινας τῶν ἐμπειρικῶν τύπων καί κατ' ἀκολουθίαν ἀδρανείας εἰς τήν ἀποδοχήν νέων μεθόδων ὑπολογισμοῦ, ἤτοι διά τῆς σχέσεως Darcy – Weisbach καί καθορισμόν τοῦ f ἐκ τοῦ διαγράμματος Moody.

Κατωτέρω δίδονται δύο μόνον ἐκ τῶν συνήθως χρησιμοποιουμένων ἐμπειρικῶν τύπων, οἱ ὁποῖοι καί διασαφηνίζουν καλῶς τάς προηγηθείσας παρατηρήσεις.

<u>Τύπος τοῦ Kutter</u>

$$V = \frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}}\sqrt{RJ} \quad \text{ἤ Chézy } C = \frac{100\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}},$$

ὅπου V μέση ταχύτης εἰς μ/δλ,

R ὑδραυλική ἀκτίς εἰς μ,

J κλίσις πιεζομετρικῆς γραμμῆς, κλίσις γραμμῆς ἐνεργείας,

m Ἐμπειρικός συντελεστής τοῦ Kutter λαμβάνων τάς κάτωθι τιμάς:

Διά σχετικῶς καθαρόν ὕδωρ $m = 0{,}25$

Διά μή καθαρόν ὕδωρ $m = 0{,}35$

Ὁ τύπος οὗτος ἔτυχεν εὐρείας χρήσεως ἐν Ἑλλάδι μέχρι σήμερον

<u>Τύπος τοῦ Manning</u>

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}J^{1/2} \quad \text{ἤ Chézy } C = \frac{1}{n}R^{1/6},$$

ὅπου V μέση ταχύτης εἰς μ/δλ,

R ὑδραυλική ἀκτίς εἰς μ,

J κλίσις πιεζομετρικῆς γραμμῆς = κλίσις γραμμῆς ἐνεργείας

n συντελεστής τραχύτητος τοῦ Manning, ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς φύσεως τῶν τοιχωμάτων τοῦ ἀγωγοῦ, λαμβάνων τάς κάτωθι τιμάς·

$n = 0{,}011 \sim 0{,}013$ διά ἐπιμελοῦς κατασκευῆς σιμεντοσωλῆνας,

$n = 0{,}013 - 0{,}017$ διά χυτοσιδήρους σωλῆνας

Ὁ τύπος τοῦ Manning τυγχάνει εὐρείας χρήσεως εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς ὁμοιομόρφου ῥοῆς, εἰς ἀγωγοὺς μὲ ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν, καὶ θὰ ἐπανέλθωμεν ἐπ' αὐτοῦ εἰς τὸ ἀντίστοιχον κεφάλαιον.

1955

II. ΜΟΝΙΜΟΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΡΟΗ ΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ ΥΠΟ ΠΙΕΣΙΝ

1. ΓΕΝΙΚΑ

Ἡ ῥοή χαρακτηρίζεται ὡς ἀνομοιόμορφος, ὅταν τό ἄνυσμα τῆς ταχύτητος κατά μῆκος γραμμῆς ῥοῆς μεταβάλληται, εἴτε κατά μέγεθος, εἴτε κατά διεύθυνσιν ἤ ἀμφότερα.

Κατά τήν μεταφοράν ῥευστῶν διά κλειστῶν ἀγωγῶν ὑπό πίεσιν, ἡ ὁποία συνήθως πραγματοποιεῖται δι' ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν, εἶναι πολλάκις ἐπιβεβλημένη ἡ μεταβολή τῶν γεωμετρικῶν χαρακτηριστικῶν τῶν ἀγωγῶν. Τοιαῦται ἐπιβεβλημέναι γεωμετρικαί μεταβολαί λαμβάνουν συνήθως χώραν, εἰς μικρόν μῆκος κατά τήν κατεύθυνσιν τῆς κυρίας ῥοῆς καί ὁποία συνιστοῦν συνδέσεις μεταξύ μεγάλου μήκους τμημάτων ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν.

Αἱ συνήθως ἐπιβαλλόμεναι γεωμετρικαί μεταβολαί εἶναι αἱ κάτωθι:

1) Μεταβολαί διατομῆς

Ἡ μετάβασις ἀπό μίαν διατομήν ἀγωγοῦ, εἰς ἑτέραν μικροτέρου ἐμβαδοῦ καλεῖται συστολή καί ἡ ῥοή εἰς τήν περιοχήν τῆς συστολῆς εἶναι συγκλίνουσα

Ἡ μετάβασις ἀπό μίαν διατομήν ἀγωγοῦ, εἰς ἑτέραν μεγαλυτέρου ἐμβαδοῦ καλεῖται διαστολή καί ἡ ῥοή εἰς τήν περιοχήν τῆς διαστολῆς εἶναι ἀποκλίνουσα.

Διαστολαί καί συστολαί δύνανται νά πραγματοποιηθοῦν, εἴτε βαθμιαίως, εἴτε ἀποτόμως.

2) Μεταβολαί κατευθύνσεως τοῦ ἀγωγοῦ.

Αἱ ἀλλαγαί κατευθύνσεως ἀγωγοῦ ἐπιβάλλονται ἐκ λόγων χαράξεως αὐτοῦ, εἴτε ἐν ὁριζοντιογραφίᾳ, εἴτε ἐν μηκοτομῇ. Αὗται δύνανται νά εἶναι ἀπότομοι, ὑπό μορφήν γωνιῶν, ἤ βαθμιαῖαι, ὑπό μορφήν καμπυλῶν.

3) Μεταβολαί ὀφειλόμεναι εἰς τήν παρεμβολήν συσκευῶν μετρήσεως τῆς παροχῆς ἤ συσκευῶν ἐλέγχου τῆς ῥοῆς.

Οἱ συνήθως χρησιμοποιούμενοι μετρηταί παροχῆς ἐπιβάλλουν μεταβολήν τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ, μέ συνέπειαν μεταβολήν τῆς πιέσεως, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους τῆς παροχῆς.

Αἱ συσκευαί ἐλέγχου τῆς ῥοῆς συνιστοῦν συσκευάς ῥυθμίσεως τῆς παροχῆς. Ὁ ἔλεγχος τῆς ῥοῆς πραγματοποιεῖται διά ῥυθμιζομένης μεταβολῆς τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ, ἥτις εἰσάγει σημαντικάς ἀπωλείας ἐνεργείας. Ρυθμίσεις τῆς παροχῆς πραγματοποιοῦνται διά τῶν διαφόρων τύπων δικλείδων.

4) Μεταβολαί τοῦ ἀγωγοῦ ὀφειλόμεναι εἰς διακλαδώσεις αὐτοῦ, ἤτοι πολλαπλάς ἀλλαγάς κατευθύνσεως μετά ἤ ἄνευ μεταβολῆς τῆς διατομῆς αὐτοῦ.

Αἱ μεταβολαί αὗται ἐπιτυγχάνονται εἰς τούς σωλῆνας διά πλῆθος εἰδικῶν καλουμένων τεμαχίων.

Οἱαδήποτε γεωμετρική μεταβολή ὁμοιομόρφου ἀγωγοῦ συνεπάγεται γενικῶς διατάραξιν τῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ὁμοιομόρφου ῥοῆς. Εἰς περιοχάς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς παρατηροῦνται, γενικῶς, ἐπιταχύνσεις ἤ ἐπιβραδύνσεις τῆς ῥοῆς, μετά τῶν συνεπαγομένων μεταβολῶν πιέσεως, ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς ἐκ τῶν στερεῶν ὁρίων, δευτερεύουσα ῥοή, ἀνάπτυξις ὁριακῶν στρωμάτων κλπ. Ἀποτέλεσμα τῶν ἀνωτέρω χαρακτηριστικῶν τῆς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς εἶναι, ὅτι ἀπώλειαι ἐνεργείας λαμβάνουν χώραν μή ὀφειλόμεναι εἰς ἀντιστάσεις ἐπιφανειακῶν τριβῶν, ἀλλά εἰς τήν μορφήν τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς καλούμεναι ἀπώλειαι σχήματος. Αἱ ἀπώλειαι αὗται ἐνεργείας ὀφείλονται κυρίως εἰς τήν παραγωγήν ἐντόνου τύρβης μεγάλης κλίμακος. Λαμβάνουν χώραν ἐντός μικροῦ συνήθως μήκους κατά τήν κατεύθυνσιν τῆς κυρίας ῥοῆς καί διά τοῦτο καλοῦνται καί τοπικαί ἀπώλειαι.

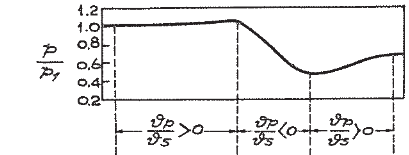
Ὁ ἀναλυτικός ὑπολογισμός τῶν ἀπωλειῶν σχήματος ἤ τοπικῶν ἀπωλειῶν εἶναι δυσχερής, ἄν μή ἀδύνατος, λόγω τοῦ πολυπλόκου τῆς ῥοῆς. Μόνον εἰς ἐξαιρετικῶς ἁπλᾶς γεωμετρικάς μεταβολάς εἶναι δυνατός ὁ ἀναλυτικός ὑπολογισμός τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν, ἐπί τῇ βάσει τῶν ἐξισώσεων τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως. Οὐσιώδη χαρακτηριστικά τῆς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς εἶναι διάφορα εἰς τάς περιπτώσεις συγκλινούσης (ἐπιταχυνομένης) καί ἀποκλινούσης (ἐπιβραδυνομένης) ῥοῆς. Τά χαρακτηριστικά ταῦτα ἀναλύονται κατωτέρω.

2. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΥΓΚΛΙΝΟΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΝΟΥΣΗΣ ΡΟΗΣ

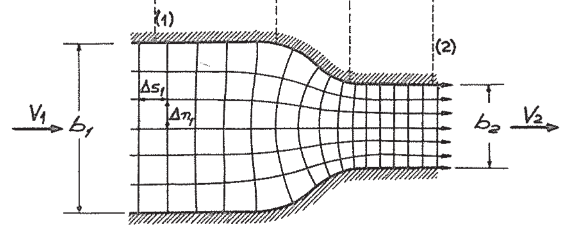
Πρός διασάφισιν τῶν χαρακτηριστικῶν συγκλινούσης καί ἀποκλινούσης ῥοῆς, ἄς θεωρήσωμεν τήν περίπτωσιν δισδιαστάτου ῥοῆς ἐντός τῆς βαθμιαίας συστολῆς τῆς ἀπεικονιζομένης εἰς τό σχῆμα ΙΙ.1

Ἡ ῥοή εἰς τάς διατομάς 1 καί 2 εἶναι ὁμοιόμορφος (παράλληλος ῥοή), ἐνῷ εἰς τό τμῆμα μεταξύ τῶν διατομῶν 1 καί 2 εἶναι ἀνομοιόμορφος.

Ἀναφερόμενοι εἰς μέσας τιμάς μεγεθῶν τῆς ῥοῆς, θά εἶναι λόγῳ συνεχείας $V_2 > V_1$ καθ' ὅσον $b_1 > b_2$.



β_ Διανομή πιέσεως κατά μήκος στερεοῦ ὁρίου.—



α_Δίκτυον ροῆς.—

Σχ. ΙΙ.1. Βαθμιαία συστολή.

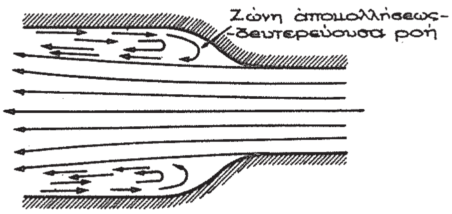
Ἀμελοῦντες ἀπωλείας ἐνεργείας εἰς τό τμῆμα μεταξύ διατομῶν ① καί ②, ἐκ τῆς μονοδιαστάτου ἐξισώσεως ἐνεργείας, $\frac{p_1}{\rho}+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{V_2^2}{2g}$, προκύπτει ὅτι $p_1>p_2$. Ὅθεν ἡ μέση πίεσις ἐλαττοῦται κατά τήν κατεύθυνσιν τῆς κυρίας ροῆς. Ἐκ τῶν ἐξισώσεων λοιπόν τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως θά ἠδύνατο νά ἐξαχθῇ τό συμπέρασμα, ὅτι ἀποκόλλησις τῆς ροῆς ἐκ τοῦ στερεοῦ ὁρίου δέν εἶναι δυνατή, ἐφ' ὅσον $p_1>p_2$. Τό συμπέρασμα ὅμως τοῦτο εἶναι ἐσφαλμένον, καθ' ὅσον λόγῳ τῆς ἐντόνου καμπυλώσεως τῶν γραμμῶν ροῆς εἰς τό τμῆμα ①-②, ὑφίστανται καί κλίσεις πιέσεως καθέτως πρός τάς γραμμάς ροῆς, καί ἑπομένως ἡ μονοδιάστατος ἀνάλυσις δέν δύναται νά ἀποδώσῃ λεπτομερείας τοῦ πεδίου ταχυτήτων καί πιέσεων, παρά μόνον συσχετίσεις μέσων μεγεθῶν.

Διά τήν άπεικονισθεῖσαν περίπτωσιν διοδιαστάτου ῥοῆς καί ὑπό τήν προϋπόθεσιν ἀμελητέων ἀπωλειῶν ἐνεργείας μεταξύ ①-②, τό λεπτομερές πεδίον ταχυτήτων δύναται νά ἀποδοθῆ ἱκανοποιητικῶς διά τῆς κατασκευῆς τοῦ δικτύου ῥοῆς, ἤτοι θεωρουμένης τῆς ῥοῆς ὡς ἀστροβίλου. Τό δίκτυον ῥοῆς συνιστᾶ γραφικήν λύσιν τῆς ἐξισώσεως Laplace. Ἐκ τοῦ δικτύου ῥοῆς ἡ διανομή ταχυτήτων κατά μῆκος τοῦ στερεοῦ ὁρίου εἶναι δυνατόν νά ὑπολογισθῆ, ὅτε ἐκ τῆς ἐξισώσεως Bernoulli διά κλειστά συστήματα, $\frac{p}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}=H=$ σταθερόν, εἶναι δυνατός ὁ ὑπολογισμός τῶν πιέσεων κατά μῆκος τοῦ στερεοῦ ὁρίου. Εἰς τό σχῆμα II.1a δίδεται τό δίκτυον ῥοῆς καί εἰς τό σχῆμα II.1β ἡ διανομή πιέσεων κατά μῆκος τοῦ στερεοῦ ὁρίου. Ἐκ τῆς διανομῆς πιέσεων ἀναγνωρίζονται δύο περιοχαί κατά μῆκος τοῦ στερεοῦ ὁρίου, ①-β καί γ-② εἰς τάς ὁποίας ὑφίσταται ἀνάστροφος κλίσις πιέσεων, ἤτοι $\frac{\partial p}{\partial s}>0$. Ἀποκόλλησις τοῦ ὁριακοῦ στρώματος εἶναι, ὡς ἐκ τούτου, δυνατή εἰς τάς δύο αὐτάς περιοχάς. Ἐφ' ὅσον ἡ ἀνάστροφος κλίσις πιέσεων εἶναι μικρά καί ἡ ἀποκόλλησις ἀποφεύγεται, ἡ θεώρησις τῆς ῥοῆς ὡς ἀστροβίλου καί ἐπομένως τό δίκτυον ῥοῆς καί ἡ ἐξίσωσις Bernoulli ἀποδίδουν λίαν ἱκανοποιητικῶς τό πεδίον ταχυτήτων καί πιέσεων. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας εἶναι πράγματι ἀμελητέαι καί ὀφείλονται εἰς ἀντιστάσεις τριβῆς.

Ἐάν ἡ ἀνάστροφος κλίσις πιέσεων εἶναι σημαντική τότε ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς ἐκ τοῦ στερεοῦ ὁρίου εἶναι δυνατή. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν τό δίκτυον ῥοῆς δέν ἀποδίδει ἱκανοποιητικῶς τήν διανομήν ταχυτήτων, καθ' ὅσον ἡ γεωμετρία τῶν γραμμῶν ῥοῆς μεταβάλλεται καὶ δὲν ὑφίσταται ταύτισις τῆς κυρίας ῥοῆς μετὰ τῶν στερεῶν ὁρίων. Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν δὲν εἶναι ἀμελητέαι.

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω διερευνήσεως προκύπτει, ὅτι ἀκόμη καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν βαθμιαίων συστολῶν, ἤτοι συγκλινούσης ῥοῆς, ἡ ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς ἐκ τοῦ στερεοῦ ὁρίου εἶναι δυνατὴ λόγῳ τοπικῶν ἐπιβραδύνσεων. Εἰς τὰς περιπτώσεις διοδιαστάτου ῥοῆς εἰς βαθμιαίας συστολάς, τὸ δίκτυον ῥοῆς καὶ ἡ ἐξίσωσις Bernoulli προσφέρουν ἕνα εὐχερῆ τρόπον ὑπολογισμοῦ τῆς διανομῆς πιέσεων κατὰ μῆκος τῶν στερεῶν ὁρίων καὶ ἑπομένως ἐλέγχου τυχὸν ζωνῶν ἀποκολλήσεως τῆς ῥοῆς. Οὕτω διοδιάστατοι βαθμιαῖαι συστολαὶ σχεδιαζόμεναι δι' ἐλαχιστοποίησιν τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας δύνανται νὰ μελετηθοῦν, οὕτως ὥστε ἡ κλίσις πιέσεως κατὰ μῆκος τῶν στερεῶν ὁρίων, νὰ εἶναι πάντοτε ἀρνητική, ὥστε νὰ ἀποφευχθῇ ἡ δυνατότης ἀποκολλήσεως.

Ἐὰν εἰς τὴν ἀπεικονισθεῖσαν περίπτωσιν βαθμιαίας συστολῆς, θεωρήσωμεν τὴν ῥοὴν λαμβάνουσαν χώραν ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά, τότε ἔχομεν τὴν περίπτωσιν διοδιαστάτου ῥοῆς εἰς βαθμιαίαν διαστολήν. Προκειμένου περὶ ἰδεατοῦ ῥευστοῦ, τὸ δίκτυον ῥοῆς καὶ ἡ διανομὴ πιέσεων παραμένουν τὰ αὐτά. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτὴν καὶ εἰς τὴν περιοχὴν μεταξὺ τῶν σημείων γ-β, κατὰ μῆκος τοῦ στερεοῦ ὁρίου, ὑφίσταται μία σημαντικὴ ἀνάστροφος κλίσις πιέσεων ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$), ἥτις συνεπάγεται ἀποκόλλησιν τῆς ῥοῆς. Προκειμένου περὶ ῥοῆς πραγματικοῦ ῥευστοῦ, τὸ δίκτυον ῥοῆς οὔτε κατὰ προσέγγισιν δέν ἀποδίδει τό πεδίον ταχυτήτων. Ἡ γεωμετρία τῆς ροῆς μεταβάλλεται οὐσιωδῶς καί ἀπεικονίζεται εἰς τό σχῆμα ΙΙ.2. Ἀποτέλεσμα τῆς ἀποκολλήσεως εἶναι ἡ δημιουργία σημαντικῆς ζώνης δευτερευούσης ροῆς, ἡ ὁποία καταναλίσκει ἐνέργειαν ἐκ τῆς κυρίας ροῆς διά τήν διατήρησίν της. Ἀφ' ἑτέρου αἱ μεγά-

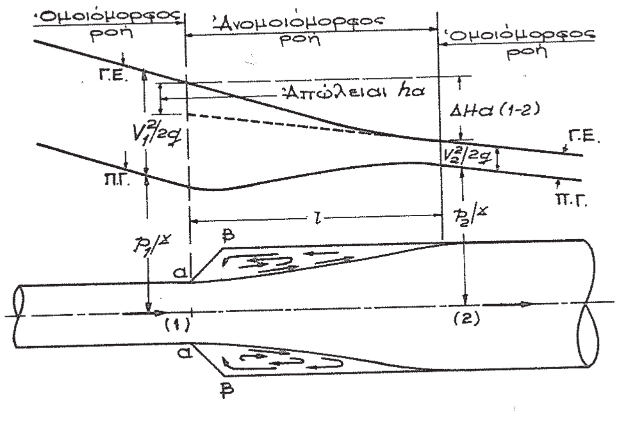


Σχ.ΙΙ.2 Ἀποκόλλησις εἰς βαθμιαίαν διαστολήν.

λαι κλίσεις ταχύτητος εἰς τήν ἐπιφάνειαν διαχωρισμοῦ γίνονται πρόξενοι μεγάλης κλίμακος ἐλευθέρας τύρβης, ἥτις μεταφέρεται κατάντη μετατρεπομένη τελικῶς εἰς θερμότητα διά τῆς ἐπ' αὐτῆς ἐπιδράσεως τῆς συνεκτικότητος. Οὕτω σημαντικαί ἀπώλειαι ἐνεργείας λαμβάνουν χώραν εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. Συνθῆκαι πραγματικῆς ὁμοιομόρφου ροῆς ἀποκαθίστανται εἰς ἱκανόν μῆκος κατάντη τοῦ πέρατος τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς. Ἡ οὐσιώδης διαφορά μεταξύ συγκλινούσης καί ἀποκλινούσης ροῆς ἔγκειται εἰς τό μέγεθος τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας. Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας εἶναι σημαντικῶς μεγαλύτεραι εἰς τήν περίπτωσιν ἀποκλινούσης ροῆς, ὅπου ἀποκόλλησις τῆς ροῆς εἶναι κατά κανόνα ἀναπόφευκτος, παρά εἰς τάς περιπτώσεις συγκλινούσης ροῆς, ὅπου ἡ ἀποκόλλησις τῆς ροῆς εἶναι εὐχερέστερον νά ἀποφευχθῇ, διά καταλλήλου σχεδιασμοῦ τῶν στερεῶν ὁρίων. Κύριον μέλημα τοῦ ὑδραυλικοῦ μηχανικοῦ συνιστᾶ ἡ ὀρθή ἐκτίμησις τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας εἰς περιοχάς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς. Ἐπειδή ὁ ἀναλυτικός ὑπολογισμός αὐτῶν, ἐπί τῇ βάσει τῶν ἐξισώσεων τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως, εἶναι δυσχερής καί εἰς τάς πλείστας τῶν περιπτώσεων ἀδύνατος, διά τοῦτο εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νά βασισθῶμεν εἰς συστηματικάς πειραματικάς ἐρεύνας διά τήν ἐκτίμησιν τοῦ μεγέθους αὐτῶν.

3. ΑΠΩΛΕΙΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΕΙΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΝ ΡΟΗΝ

Τὸ πολύπλοκον τῆς ῥοῆς, εἰς περιοχὰς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς, καθιστᾶ τὴν λεπτομερῆ μελέτην τῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῆς ἐξαιρετικῶς δυσχερῆ. Αἱ γεωμετρικαὶ μεταβολαί, αἱ προκαλοῦσαι ἀνομοιόμορφον ῥοήν, πραγματοποιοῦνται, κατὰ κανόνα, ἐντὸς μικροῦ μήκους ἐν σχέσει πρὸς τὰ διασυνδεόμενα τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν. Ἀπὸ πρακτικῆς ἀπόψεως ἐνδιαφερόμεθα, βασικῶς, διὰ τὰς ὁλικὰς ἀπωλείας ἐνεργείας, τὰς ὀφειλομένας εἰς τὴν γεωμετρικὴν μεταβολὴν καὶ οὐχὶ διὰ τὴν λεπτομερῆ μορφὴν τῆς γραμμῆς ἐνεργείας, κατὰ μῆκος τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς. Εἰς τὸ σχῆμα ΙΙ.3 ἀπεικονίζεται ἡ περίπτωσις μιᾶς σχετικῶς ἀποτόμου διαστολῆς.



Σχ.ΙΙ.3. Ἀπώλειαι ἐνερχείας δι' ἀπότομον διαστολήν.

Ὀλίγον ἀνάντη τῆς ἀρχῆς τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς καὶ εἰς μεγαλύτερον συνήθως μῆκος κατάντη τοῦ πέρατος τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς ἀποκαθίστανται συνθῆκαι ὁμοιομόρφου ῥοῆς, ἐντὸς τῶν διασυνδεομένων τμημάτων ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν. Ἐὰν θεωρήσωμεν δύο διατομάς ① καί ②, ἀνάντη καί κατάντη τῶν ⓐ καί ⓑ τῶν ὁριζουσῶν τήν γεωμετρικήν μεταβολήν, οὕτως ὥστε ἀνάντη καί κατάντη τῶν διατομῶν ① καί ② ἡ ροή νά εἶναι ὁμοιόμορφος καί εἰς τό τμῆμα ①-② ἀνομοιόμορφος, τότε ἡ μονοδιάστατος ἐξίσωσις ἐνεργείας μεταξύ τῶν διατομῶν ① καί ② γράφεται:

$$H_1 - H_2 = \Delta Ha_{(1-2)}$$

ἤ

$$\left(h_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}\right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}\right) = \Delta Ha_{(1-2)} \quad (\text{II}.3.1)$$

ὅπου $\Delta Ha_{(1-2)}$ αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας μεταξύ τῶν διατομῶν ① καί ② αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τήν ἀνομοιόμορφον ροήν.

Εἰς τά τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν, ἀνάντη καί κατάντη τῶν διατομῶν ① καί ② ἀντιστοίχως, αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ὑπολογίζονται βάσει τῶν εἰς τό κεφ. I ἀναπτυχθέντων περί ὁμοιομόρφου ροῆς. Ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς ἐνεργείας εἶναι σταθερά εἰς τά τμήματα αὐτά. Διά τόν καθορισμόν τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας κατά μῆκος τοῦ ἀγωγοῦ ἀπαιτεῖται ὁ ἀκριβής καθορισμός τοῦ μήκους ℓ ἐντός τοῦ ὁποίου ἐκτείνεται ἡ ἀνομοιόμορφος ροή. Τοῦτο ὅμως ἀπαιτεῖ τήν λεπτομερῆ γνῶσιν τῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ροῆς. Ἐπειδή τοῦτο εἶναι δυσχερέστατον καί γενικῶς αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ἀνομοιομόρφου ροῆς πραγματοποιούμεναι ἐντός μικροῦ σχετικῶς μήκους ℓ εἶναι μικραί, ἐν σχέσει πρός τάς ἀπωλείας ἐνεργείας τάς πραγματοποιουμένας εἰς τά μεγάλα διασυνδεόμενα τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν, καταφεύγομεν συνήθως εἰς τόν ἀκόλουθον ἐμπειρικόν τρόπον καθορισμοῦ τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας ἀνομοιομόρφου ροῆς. Ἡ ἀνάντη τῆς διατομῆς ① γραμμή ἐνεργείας καί ἡ κατάντη τῆς διατομῆς ② γραμμή ἐνεργείας ἐπεκτείνονται ἀμφότεραι μέχρι τῆς διατομῆς α (ἀρχῆς τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς). Ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο γραμμῶν ἐνεργείας εἰς τήν διατομήν α θεωρεῖται, ὡς ἡ ἀπώλεια ἐνεργείας ἡ ὀφειλομένη εἰς τήν ἀνομοιόμορφον ῥοήν τήν ἐπιβαλλομένην ἐκ τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς. Αἱ οὕτω ὁριζόμεναι ἀπώλειαι ἐνεργείας θεωροῦνται, ὅτι λαμβάνουν χώραν τοπικῶς, ἐξ οὗ καί καλοῦνται τοπικαί ἀπώλειαι, συμβολίζονται δέ περαιτέρω διά τοῦ h_a. Διά τοῦ ἀνωτέρω τρόπου καθορισμοῦ τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν καθίσταται εὐχερής ἡ ἐπίλυσις πλείστων ὅσων πρακτικῶν προβλημάτων

Ὑπό ἀδιάστατον μορφήν αἱ τοπικαί ἀπώλειαι h_a ἐκφράζονται συνήθως, ὡς $\frac{h_a}{V^2/2g}$, ὅπου V καταλλήλως ἐκλεγεῖσα ταχύτης ἀναφορᾶς. Συνήθως ὡς ταχύτης ἀναφορᾶς ὁρίζεται ἡ μεγαλυτέρα μεταξύ τῶν μέσων ταχυτήτων τῆς ἀνάντη καί κατάντη τῆς γεωμετρικῆς μεταβολῆς μέσης ταχύτητος ὁμοιομόρφου ῥοῆς.

Τό πηλίκον $\frac{h_a}{V^2/2g}$ εἶναι ἀδιάστατον μέγεθος καί συμβολίζεται διά τοῦ K, καλεῖται δέ καί συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν:

$$\text{Συντελεστής τοπ. ἀπωλειῶν} \quad K = \frac{h_a}{V^2/2g} \qquad (\text{II}.3.2)$$

Βάσει τῶν ἀρχῶν τῆς δυναμικῆς ὁμοιότητος διά κλειστά συστήματα καί ῥοήν ἀσυμπιέστων συνεκτικῶν ῥευστῶν, ὁ συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν δέον νά ἀναμένηται, ὅτι θά ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς γεωμετρίας καί ἑνός χαρακτηριστικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, ἤτοι:

$$K = \varphi(\text{γεωμετρία}, \mathbb{R}) \qquad (\text{II}.3.3)$$

Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ἀνομοιομόρφου ῥοῆς πραγματοποιοῦνται κατά κανόνα λόγῳ τῆς δημιουργίας σημαντικῆς ἐντάσεως τύρβης εἰς τάς ζώνας ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἐπίδρασις τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds ἐπί τοῦ συντελεστοῦ τοπικῶν ἀπωλειῶν ἀναμένεται νά εἶναι σημαντική, μόνον εἰς τάς περιπτώσεις, ὅπου αἱ θέσεις τῶν σημείων ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς ἐπηρεάζονται ἐκ τῆς συνεκτικότητος. Εἰς τάς περισσοτέρας ὅμως τῶν περιπτώσεων γεωμετρικῶν μεταβολῶν, αὗται λαμβάνουν χώραν σχετικῶς ἀποτόμως, διά λόγους οἰκονομίας τῆς κατασκευῆς, καί τά σημεῖα ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς ὁρίζονται ἐκ τῆς γεωμετρίας μή ἐπηρεαζόμενα ἐκ τῆς συνεκτικότητος. Εἰς τάς περιπτώσεις αὐτάς καί διά πλήρως ἀνεπτυγμένην τυρβώδη ροήν, ὁ συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν εἶναι, πρακτικῶς, ἀνεπηρέαστος ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds καί ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἐκ τῆς γεωμετρίας, ἤτοι

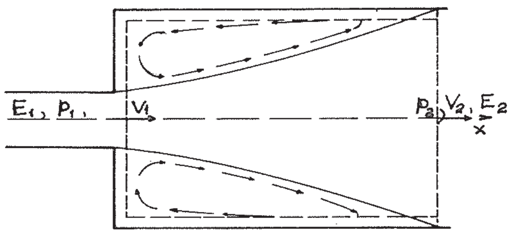
$$K = \varphi(\text{γεωμετρία}) \qquad (\text{II}.3.4)$$

Μόνον εἰς τήν περίπτωσιν, κατά τήν ὁποίαν ἡ ροή πλησιάζει πρός τήν στρωτήν ροήν, δέον νά ἀναμένηται ἐξάρτησις τοῦ συντελεστοῦ K καί ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds. Ὁ κύριος στόχος πειραματικῶν ἐρευνῶν ἐπί προβλημάτων ἀνομοιομόρφου ροῆς συνίσταται, εἰς τόν καθορισμόν τῆς σχέσεως (II.3.3) ἤ (II.3.4) διά διαφόρους πρακτικῶς ἐφαρμοσίμους γεωμετρικάς μεταβολάς

Ὑπό τό πρίσμα τῶν ἀνωτέρω ἀναπτυχθέντων παρουσιάζονται καί ἐξετάζονται περαιτέρω λεπτομερῶς αἱ συνηθέστερον ἀπαντώμεναι εἰς τήν πρᾶξιν περιπτώσεις γεωμετρικῶν μεταβολῶν.

4. ΔΙΑΣΤΟΛΑΙ - ΑΠΟΚΛΙΝΟΥΣΑ ΡΟΗ.

Ἡ ἁπλουστέρα μορφή διαστολῆς εἶναι ἡ ἀξονοσυμμετρική ἀπότομος μεταβολή διατομῆς ἀγωγοῦ ἀπό E_1 εἰς E_2, ὅπου $E_1 < E_2$ ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τό σχῆμα ΙΙ.4.



Σχ.ΙΙ.4 Ἀπότομος Διαστολή

Ἡ περίπτωσις αὕτη συνιστᾶ καί τήν μοναδικήν περίπτωσιν, κατά τήν ὁποίαν εἶναι δυνατός, ὁ ἀναλυτικός ὑπολογισμός τοῦ συντελεστοῦ τοπικῶν ἀπωλειῶν, ἐπί τῇ βάσει τῶν ἐξισώσεων τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως. Ἡ περίπτωσις αὕτη ἀντεμετωπίσθη τό πρῶτον ὑπό τῶν Borda καί Carnot. Θεωροῦμεν τόν σταθερόν πεπερασμένον ὄγκον ἀναφορᾶς, τόν ἐνδεικνυόμενον διά διακεκομμένης γραμμῆς, εἰς τό σχῆμα ΙΙ.4 καί γράφομεν τάς ἐξισώσεις τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως:

- Ἐξίσωσις συνεχείας $Q = E_1 V_1 = E_2 V_2$ (ΙΙ.4.1)
- Ἐξίσωσις ἐνεργείας $\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H a(1-2)$ (ΙΙ.4.2)
- Ἐξίσωσις ποσότητος κινήσεως κατά τήν ὁριζοντίαν κατεύθυνσιν x: $F = F_{p_x} + F_{\tau x} + F_{g_x} = \rho Q (V_2 - V_1)$ (ΙΙ.4.3)

Προκειμένου περί τυρβώδους ῥοῆς καί ἐν ὄψει τῆς ἀκριβείας τῆς ἀναλύσεως, οἱ συντελεσταί συνορθώσεως ποσότητος κινήσεως καί ἐνεργείας θεωροῦνται ἴσοι πρός τήν μονάδα.

Ἡ $F_{gx}=0$

Ἡ $F_{\tau x}\simeq 0$ αἱ δυνάμεις ἀντιστάσεως ἐπιφανειακῆς τριβῆς ἐπὶ τῆς πλευρικῆς ἐπιφανείας τοῦ σταθεροῦ πεπερασμένου ὄγκου ἀναφορᾶς θεωροῦνται ἀμελητέαι.

Ἡ $F_{px}=p_1E_2-p_2E_2=(p_1-p_2)E_2$ (ΙΙ.4.4)

Ἡ σχέσις (ΙΙ.4.4) βασίζεται ἐπὶ τῆς παραδοχῆς, ὅτι ἡ πίεσις ἀριστερὰ καὶ δεξιὰ τῆς διατομῆς ① εἶναι ἡ αὐτὴ p_1. Ὑπὸ τὰς ἀνωτέρω παραδοχὰς ἡ ἐξίσωσις (ΙΙ.4.3) γράφεται:

$$E_2(p_1-p_2)=\rho Q(V_2-V_1)$$

καὶ βάσει τῆς ἐξισώσεως συνεχείας (ΙΙ.4.1)

$$p_1-p_2=\rho V_2(V_2-V_1) \qquad (\text{II}.4.5)$$

Ἡ ἐξίσωσις ἐνεργείας (ΙΙ.4.2) γράφεται:

$$h_a=\frac{p_1-p_2}{\gamma}+\frac{V_1^2-V_2^2}{2g} \qquad (\text{II}.4.6)$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες εἰς αὐτὴν τὴν ἔκφρασιν τῆς p_1-p_2 ἐκ τῆς (ΙΙ.4.5) ἔχομεν:

$$h_a=\frac{V_2(V_2-V_1)}{g}+\frac{V_1^2-V_2^2}{2g}$$

ἤ, ἄλλως:

$$h_a=\frac{(V_1-V_2)^2}{2g} \qquad (\text{II}.4.7)$$

Ὁ συντελεστὴς ἀπωλειῶν K θὰ εἶναι:

$$K=\frac{h_a}{V_1^2/2g}=\left[1-\frac{V_2}{V_1}\right]^2 \qquad (\text{II}.4.8)$$

Λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν, ὅτι λόγῳ συνεχείας εἶναι $\frac{V_2}{V_1}=\frac{E_1}{E_2}$ ἔχομεν

$$K=\left[1-\frac{E_1}{E_2}\right]^2 \qquad (\text{II}.4.9)$$

ἤτοι ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν διὰ τὴν περίπτωσιν ἀποτόμου διαστολῆς ἐξεφράσθη συναρτήσει τῆς γεωμετρίας, ἀναλυτικῶς, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἐξισώσεων τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως.

Δι' ἀξονοσυμμετρικὴν ἀπότομον διαστολὴν εἰς σωλῆνας (ἀρμωμοὺς κυκλικῆς διατομῆς) ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν θὰ εἶναι:

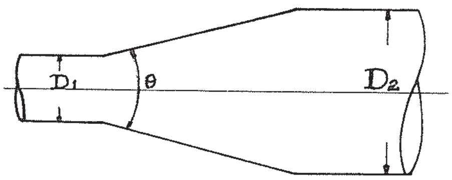
$$k=\left[1-\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2 \qquad (\text{II}.4.10)$$

ὅπου D_1 καὶ D_2 αἱ διάμετροι τῶν σωλήνων.

Πειραματικὰ ἀποτελέσματα συμφωνοῦν λίαν ἱκανοποιητικῶς μὲ τὴν σχέσιν (II.4.10) ἐπιβεβαιοῦντα τὴν κατ' ἀρχὴν ὀρθότητα τῶν γενομένων παραδοχῶν, κατὰ τὸν ἀναλυτικὸν ὑπολογισμὸν τοῦ συντελεστοῦ τοπικῶν ἀπωλειῶν.

Δια $D_2 \to \infty$ ἔχομεν τὴν περίπτωσιν ἐκβολῆς σωλῆνος εἰς μεγάλην δεξαμενήν, ἤτοι τὴν ἐκροὴν ἐκ σωλῆνος ἐντὸς ἠρεμοῦντος ὕδατος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι $K=1$, ἤτοι $h_a=\frac{V_1^2}{2g}$. Τοῦτο ἀνεμένετο, καθ' ὅσον ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς ἐκρεούσης ἐντὸς ἠρεμοῦντος ὕδατος ὑδατίνης φλεβός, ἀναλίσκεται ὑπὸ μορφὴν παραγομένης καὶ διαχεομένης τύρβης. Αἱ ἀπώλειαι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν καλοῦνται καὶ ἀπώλειαι ἐξόδου.

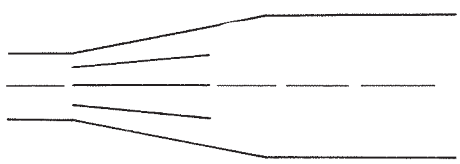
Ἡ μετάβασις ἀπὸ ἕνα σωλῆνα διαμέτρου D_1, εἰς ἕτερον μεγαλυτέρας διαμέτρου D_2 εἶναι δυνατή, ἐκτὸς τῆς μελετηθείσης ἁπλῆς περιπτώσεως ἀποτόμου μεταβολῆς, διὰ μιᾶς εὐρείας ποικιλίας βαθμιαίων γεωμετρικῶν συναρμογῶν. Τὰ εἰδικὰ τεμάχια διὰ τῶν ὁποίων πραγματοποιοῦνται τοιαῦται βαθμιαῖαι μεταβολαὶ τῆς γεωμετρίας καλοῦνται συνήθως διαχυταί. Διαχυταὶ χρησιμοποιοῦνται καὶ σχεδιάζονται διὰ τὴν ἐλαχιστοποίησιν τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας, εἰς τὰς περιπτώσεις ὅπου ἀπαιτεῖται μείωσις τῆς μέσης ταχύτητος κατὰ τὴν κατεύθυνσιν τῆς ῥοῆς. Τοιαῦται ἀπαιτήσεις ἐπιβάλλονται εἰς τούς μετρητάς Venturi κατάντη τῆς διατομῆς στενώσεως καί εἰς τούς ἀγωγούς ἐξόδου ὑδροστροβίλων καί ἀντλιῶν. Διαχυταί χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης διά τήν μεγιστοποίησιν μετατροπῆς κινητικῆς ἐνεργείας εἰς πιεζομετρικόν ὕψος. Κωνικοί διαχυταί ἔχουν διερευνηθῆ πειραματικῶς ὑπό τοῦ Gibson. Ἡ γεωμετρία κωνικῶν διαχυτῶν (σχῆμα II.5) ὁρίζεται πλήρως ὑπό τοῦ λόγου $\frac{D_1}{D_2}$ καί τῆς γωνίας θ. Ἐκ τῶν πειραματικῶν ἀποτελεσμάτων ἐξάγονται τά ἀκόλουθα συμπεράσματα:



Σχ. II.5 Κωνικός Διαχυτής

Ἡ βελτίστη γωνία κωνικοῦ διαχυτοῦ διά τήν ἐλαχιστοποίησιν τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας εἶναι $\theta \simeq 7°$. Διά μικροτέρας γωνίας αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας αὐξάνουν, λόγῳ σημαντικῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ διαχυτοῦ καί ὡς ἐκ τούτου ἀπωλειῶν ὀφειλομένων εἰς ἀντιστάσεις ἐπιφανειακῆς τριβῆς. Διά μεγαλυτέρας γωνίας αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας αὐξάνουν σημαντικῶς λόγῳ ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς καί ὡς ἐκ τούτου παραγωγῆς ἐντόνου τύρβης καί δευτερευούσης ροῆς.

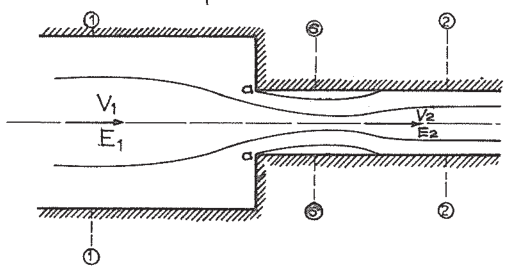
Ὁ σχεδιασμός διαχυτῶν διέπεται κυρίως ὑπό δύο κριτηρίων. Πρῶτον, ἡ ροή μέσω τοῦ διαχυτοῦ πρέπει νά πραγματοποιῆται μέ τάς κατά τό δυνατόν ἐλαχίστας ἀπωλείας ἐνεργείας καί δεύτερον, ἡ κατασκευή αὐτοῦ νά εἶναι οἰκονομικῶς συμφέρουσα. Ἡ ὑδραυλική συμπεριφορά διαχυτῶν μέ γωνίαν θ μεγαλυτέραν τῆς βελτίστης τῶν 7° εἶναι δυνατόν νά βελτιωθῆ διά τῆς παρεμβολῆς ὁδηγῶν πτερυγίων (σχῆμα II.6), τά ὁποῖα ἀποτελεσματικῶς μεταβάλλουν τήν γωνίαν θ τοῦ διαχυτοῦ εἰς ἀριθμόν μικροτέρων γωνιῶν. Πειράματα ἀπέδειξαν, ὅτι τό μῆκος τῶν ὁδηγῶν πτερυγίων πρέπει νά εἶναι μικρότερον τοῦ μήκους τοῦ διαχυτοῦ καθ' ὅσον εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἡ ῥοή εἶναι πλέον εὐσταθής.



Σχ.ΙΙ.6 Κωνικός διαχυτής μετά ὁδηγῶν πτερυγίων

5. ΣΥΣΤΟΛΑΙ - ΣΥΓΚΛΙΝΟΥΣΑ ΡΟΗ

Κατ' ἀντιστοιχίαν πρός τήν περίπτωσιν τῆς ἀποτόμου διαστολῆς διακρίνομεν καί τήν περίπτωσιν τῆς ἀξονοσυμμετρικῆς ἀποτόμου συστολῆς. Κατ' αὐτήν ἡ μετάβασις ἀπό μίαν διατομήν E_1, εἰς ἑτέραν διατομήν E_2, ὅπου $E_1 > E_2$ λαμβάνει χώραν ἀποτόμως, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τό σχῆμα ΙΙ 7.



Σχ. ΙΙ.7. Ἀπότομος Συστολή

Τά κύρια χαρακτηριστικά τῆς ῥοῆς εἰς τήν ἀπεικονιζομένην περίπτωσιν ἀποτόμου συστολῆς εἶναι τά ἀκόλουθα: Εἰς τάς διατομάς ① καί ② ἡ ῥοή εἶναι ὁμοιόμορφος, ἐνῷ εἰς τό τμῆμα ①–②, λόγῳ μεταβολῆς τῆς γεωμετρίας, ἀνομοιόμορφος. Λόγῳ τῆς ἀποτόμου μεταβολῆς τῆς γεωμετρίας, ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς λαμβάνει χώραν εἰς τὴν διατομὴν a, σχηματιζομένης ἀμέσως κατάντη ζώνης ἀποκολλήσεως καὶ δευτερευούσης ῥοῆς. Ἡ ἐνεργὸς διατομὴ τῆς κυρίας ῥοῆς, ἀμέσως κατάντη τῆς διατομῆς a, ὑφίσταται συστολὴν φθάνουσα τὴν μεγίστην (πλήρη) συστολὴν εἰς τὴν διατομὴν σ (διατομὴ πλήρους συστολῆς). Ἀπὸ διατομῆς 1 μέχρι διατομῆς σ ἡ ῥοὴ εἶναι συγκλίνουσα. Ἀπὸ διατομῆς σ πρὸς τὰ κατάντη ἡ ῥοὴ εἶναι ἀποκλίνουσα ἀποκαθισταμένης ὁμοιομόρφου ῥοῆς εἰς τὴν κατάντη διατομὴν 2. Ἀπώλειαι ἐνεργείας λαμβάνουν χώραν ὀφειλόμεναι, ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὴν δευτερεύουσαν ῥοήν, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὴν παραγωγὴν τύρβης κατὰ τὴν ἀπόκλισιν τῆς συνεσταλμένης ὑδατίνης φλεβός. Μικρὸν μέρος τῶν ὁλικῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας πραγματοποιεῖται κατὰ τὴν συγκλίνουσαν ῥοὴν ἀπὸ διατομῆς 1 ἕως διατομῆς σ, τὸ σημαντικώτερον δὲ μέρος κατὰ τὴν ἀποκλίνουσαν ῥοὴν ἀπὸ διατομῆς σ ἕως διατομῆς 2.

Ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν δι' ἀπότομον συστολὴν

$$K = \frac{h_a}{V_2^2/2g} \qquad (\text{II}.5.1)$$

ἔχει διερευνηθῆ πειραματικῶς καὶ δίδεται συναρτήσει τοῦ λόγου $\frac{E_2}{E_1}$ εἰς τὸν πίνακα 1

Θεωροῦντες τὰς ἀπωλείας ἐνεργείας μεταξὺ τῶν διατομῶν σ καὶ 2, ὡς ἐκφραζομένας ὑπὸ τῆς σχέσεως Borda-Carnot τῆς ἀποτόμου διαστολῆς, θὰ ἔχωμεν:

$$h_{a(\sigma-2)} = \frac{(V_\sigma - V_2)^2}{2g} \qquad (\text{II}.5.2)$$

ἤ

$$h_{a(\sigma-2)} = \frac{\left(\frac{V_2}{c} - V_2\right)^2}{2g} = \left(\frac{1}{c} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g} \qquad (\text{II}.5.3)$$

ὅπου C συντελεστὴς πλήρους συστολῆς.

Ὁ συντελεστὴς πλήρους συστολῆς ἀπεδείχθη πειραματικῶς, ὅτι ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ λόγου $\frac{E_2}{E_1}$ καὶ δίδεται εἰς τὸν πίνακα 1 ὁμοῦ μετὰ τῶν τιμῶν $(\frac{1}{C}-1)^2$. Παρατηρεῖται, ὅτι $K > (\frac{1}{C}-1)^2$. Βάσει τῶν ἀνωτέρω στοιχείων εἶναι δυνατὴ ἡ ἐκτίμησις τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας κατὰ τὴν συγκλίνουσαν ροήν, μεταξὺ τῶν διατομῶν ①–②.

Εἶναι: $h_a = h_{a(1-2)} = h_{a(1-\sigma)} + h_{a(\sigma-2)}$

καὶ $$K\frac{V_2^2}{2g} = h_{a(1-\sigma)} + \left(\frac{1}{C}-1\right)^2\frac{V_2^2}{2g} \qquad (\text{II}.5.4)$$

ἐξ ἧς προκύπτει:

$$h_{a(1-\sigma)} = \left[K-\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]\frac{V_2^2}{2g} \qquad (\text{II}.5.6)$$

Ἐκφράζοντες τὰς ἀπωλείας ἐνεργείας συγκλινούσης ροῆς $h_{a(1-\sigma)}$, ὑπὸ ἀδιάστατον ἔκφρασιν, διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τοῦ συντελεστοῦ τοπικῶν ἀπωλειῶν συγκλινούσης ροῆς K_σ, καὶ ταχύτος ἀναφορᾶς τῆς V_σ, θὰ ἔχωμεν:

$$h_{a(1-\sigma)} = K_\sigma\frac{V_\sigma^2}{2g} = \left[K-\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]\frac{V_2^2}{2g} \qquad (\text{II}.5.7)$$

ἤ

$$K_\sigma\frac{V_2^2}{C^2 2g} = \left[K-\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right]\frac{V_2^2}{2g}$$

ὅτε:

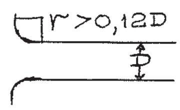
$$K_\sigma = C^2\left[K-\left(\frac{1}{C}-1\right)^2\right] \qquad (\text{II}.5.8)$$

Τιμαὶ τῶν συντελεστῶν $[K-(\frac{1}{C}-1)^2]$ καὶ $K_\sigma = C^2[K-(\frac{1}{C}-1)^2]$ δίδονται εἰς τὸν πίνακα 1

Πειράματα ἐνδεικνύουν ὅτι αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας συγκλινούσης ροῆς εἶναι τῆς τάξεως μεγέθους τῶν ὑπολογιζομένων διὰ τοῦ ὡς ἄνω συντελεστοῦ K_σ. Ὁ ὡς ἄνω ὑπολογισθεὶς συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν συγκλινούσης ροῆς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐκτίμησιν τοπικῶν ἀπωλειῶν εἰς τὴν περίπτωσιν μικροῦ μήκους ἐπιστομίων.

Πιναξ 1 Χαρακτηριστικά ἀποτόμων συστολῶν											
$\frac{E_2}{E_1}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
C	0,617	0,624	0,632	0,643	0,659	0.681	0,712	0,755	0,813	0,892	1,000
$(\frac{1}{C}-1)^2$	0,38	0,36	0,34	0,31	0,27	0,22	0,16	0,10	0,05	0,02	0
K	0,50	0,46	0,41	0,36	0,30	0,24	0,18	0,12	0,06	0,02	0
$K-(\frac{1}{C}-1)^2$	0,12	0,10	0,07	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0	0
$C^2[K-(\frac{1}{C}-1)^2$	0,045	0,04	0,03	0,02	0,015	0,01	0,01	0,01	0,005	0	0

Δια $E_1 \to \infty$ ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν λαμβάνει τὴν τιμὴν $K_E = 0,50$ καὶ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀποτόμου στομίου ὑδροληψίας ἐκ μεγάλης δεξαμενῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ συντελεστὴς K_E καλεῖται καὶ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν εἰσόδου. Ὁ συντελεστὴς οὗτος δύναται νὰ μειωθῇ σημαντικῶς διὰ καταλλήλου σχεδιασμοῦ τοῦ στομίου εἰσόδου διὰ βαθμιαίων καμπυλογράμμων συναρμογῶν. Ἀκόμη καὶ διὰ σχετικῶς μικρᾶς στρογγυλεύσεως τοῦ στομίου εἰσόδου, ὡς εἰς τὸ εἰκονιζόμενον σκαρίφημα, ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν εἰσόδου

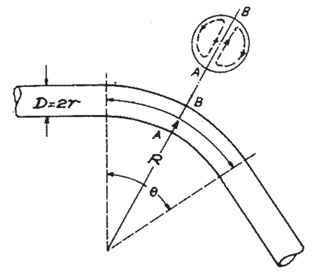


δύναται νὰ μειωθῇ μέχρι τῆς τιμῆς $K_E = 0,1$. Διὰ μεγάλα ἔργα χρησιμοποιοῦνται συνήθως ἐλλειπτικαὶ συναρμογαὶ διαμορφώσεως τοῦ στομίου εἰσόδου. Διὰ καλοσχεδιασμένας βαθμιαίας συναρμογὰς τοῦ στομίου εἰσόδου, ὁ συντελεστὴς τοπικῶν ἀπωλειῶν δύναται νὰ εἶναι τῆς τάξεως 0,05 ἢ καὶ ἔτι μικρότερος.

6. ΑΛΛΑΓΑΙ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΩΣ – ΚΑΜΠΥΛΑΙ – ΓΩΝΙΑΙ

Ἀλλαγαί κατευθύνσεως ὁμοιομόρφου ἀγωγοῦ πραγματοποιοῦνται, εἴτε βαθμιαίως διά κυκλικῶν καμπυλῶν, εἴτε ἀποτόμως διά γωνιῶν.

Ἡ ῥοή περί καμπύλην κλειστοῦ ἀγωγοῦ εἶναι οὐσία τριοδιάστατος. Κύριον χαρακτηριστικόν τῆς ῥοῆς εἶναι ἡ ἐμφάνισις δευτερευούσης ῥοῆς ὑπό μορφήν ἑλικοειδοῦς κινήσεως. Ἡ δευτερεύουσα αὐτη ῥοή δημιουργεῖται λόγω ἀνομοιομόρφου κατανομῆς τῶν πιέσεων εἰς ἑκάστην διατομήν περί τήν καμπύλην καί ἐμφανίζεται ὑπό μορφήν διδύμων στροβίλων εἰς τό ἐπίπεδον τῆς διατομῆς, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τό σχῆμα II.8



Σχ. II.8. Καμπύλη κυκλικοῦ ἀγωγοῦ. –

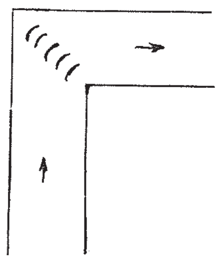
Ἡ ἑλικοειδής αὐτη κίνησις ὑφίσταται εἰς ἱκανόν μῆκος κατάντη τοῦ πέρατος τῆς καμπύλης καί εἶναι πρόξενος ἀπωλειῶν ἐνεργείας.

Ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς λόγω ἀναστρόφου κλίσεως πιέσεων, ἰδιαιτέρως παρά τήν ἐσωτερικήν παρειάν κατά τό κατάντη ἥμισυ τῆς καμπύλης, πραγματοποιεῖται κατά κανόνα καί γίνεται αἰτία προσθέτων ἀπωλειῶν ἐνεργείας. Τά σημεῖα ἀποκολλήσεως ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς γεωμετρίας τῆς καμπύλης καί τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds. Οὕτω τά χαρακτηριστικά τῆς ῥοῆς περί τήν καμπύλην καί ἀμέσως κατάντη αὐτῆς εἶναι δυσχερέστατον νά μελετηθοῦν λεπτομερῶς καί ποσοτικῶς

Ἡ γεωμετρία καμπύλης ἀγωγοῦ κυκλικῆς διατομῆς ὁρίζεται ἐκ τῆς ἐπικέντρου γωνίας θ καί τοῦ λόγου $\frac{R}{r}$ (σχ. II.8). Ὁ συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν διά καμπύλην, $K = \frac{h_a}{V^2/2g}$ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς γεωμετρίας τῆς καμπύλης καί τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds

Συστηματικά πειραματικά δεδομένα, καλύπτοντα ὁλόκληρον τό πρακτικῶς ἐνδιαφέρον πεδίον μεταβολῶν τῶν παραμέτρων, αἱ ὁποῖαι ἐπηρεάζουν τόν συντελεστήν K δέν ὑφίστανται. Ἡ περίπτωσις καμπύλης ἐπικέντρου γωνίας $\theta = 90°$ εἶναι ἡ πλέον ἐκτεταμένως διερευνηθεῖσα πειραματικῶς. Διά τήν περίπτωσιν αὐτήν ὁ συντελεστής K διακυμαίνεται μεταξύ 0,15 καί 0,40 ἀναλόγως τοῦ λόγου $\frac{R}{r}$. Ὁ συντελεστής K λαμβάνει τήν ἐλαχίστην τιμήν διά $\frac{R}{r} \simeq 4$.

Ἡ ὁριακή περίπτωσις καμπύλης, διά $R = 0$, εἶναι ἡ ἀπότομος ἀλλαγή κατευθύνσεως ὑπό μορφήν γωνίας, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τό παραπλεύρως σκαρίφημα. Τόσον ἡ ἑλικοειδής κίνησις, ὅσον καί ἡ ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς εἶναι ἐξαιρετικῶς ἔντονοι εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας εἶναι σημαντικαί. Ὁ συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν K, διά τήν περίπτωσιν ἀποτόμου ἀλλαγῆς κατευθύνσεως ὑπό γωνίαν 90°, λαμβάνεται γενικῶς ἴσος πρός 1,1



Μολαταῦτα, διά σωλῆνας μεγάλων διαμέτρων, αἱ ὑπό γωνίαν ἀλλαγαί κατευθύνσεως συνιστοῦν μίαν οἰκονομικήν κατασκευήν. Ἡ ὑδραυλική συμπεριφορά γωνιῶν δύναται νά βελτιωθῆ σημαντικῶς, διά ἐσωτερικῶν ὁδηγῶν πτερυγίων (ὡς εἰς τό σκαρίφημα), μειουμένης οὕτω τῆς ἐπιδράσεως τῆς ἑλικοειδοῦς κινήσεως καί τῆς ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς. Ὁ συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν δύναται νά μειωθῆ μέχρι καί $K=0,2$

7. ΔΙΚΛΕΙΔΕΣ

Αἱ δικλεῖδες συνιστοῦν συσκευάς ρυθμίσεως τῆς παροχῆς εἰς ἕνα ἀγωγόν. Ἀπό τεχνικῆς ἀπόψεως ἡ ρύθμισις ἐπιτυγχάνεται διά τῆς δυνατότητος αὐξομειώσεως τῆς διατομῆς διόδου τοῦ ρευστοῦ μέσω τῆς δικλεῖδος. Ἀπό ὑδραυλικῆς ἀπόψεως ἡ ρύθμισις ἐπιτυγχάνεται διά τῆς δυνατότητος εἰσαγωγῆς ρυθμιζομένων τοπικῶν ἀπωλειῶν, λόγῳ παρεμβολῆς τῆς δικλεῖδος εἰς τόν ἀγωγόν. Διά τήν μεταφοράν ρευστοῦ μέσω ἑνός ὁμοιομόρφου ἀγωγοῦ ὑφίσταται πάντοτε μία διαθέσιμος ἐνέργεια, ἥτις ἀναλίσκεται εἰς ἀπωλείας τριβῆς. Ἡ μεγίστη παροχή λαμβάνεται, ὅταν ὁλόκληρος ἡ διαθέσιμος ἐνέργεια ἀναλίσκεται εἰς τήν ὑπερνίκησιν τῶν ἀντιστάσεων τριβῆς. Διά τῆς παρεμβολῆς τῆς δικλεῖδος εἰς τόν ὁμοιόμορφον ἀγωγόν εἰσάγεται μία πρόσθετος ρυθμιζομένη τοπική ἀπώλεια, ὅτε ἡ διαθέσιμος ἐνέργεια πρός ὑπερνίκησιν τῶν ἀντιστάσεων τριβῆς ἐντός τοῦ ἀγωγοῦ μειοῦται, μέ συνέπειαν τήν μείωσιν τῆς διερχομένης διά τοῦ ἀγωγοῦ παροχῆς

Αἱ διά τῆς δικλεῖδος εἰσαγόμεναι τοπικαί ἀπώλειαι ἐκφράζονται ὡς $h_a = K \frac{V^2}{2g}$

ὅπου K συντελεστής ἐξαρτώμενος ἐκ τοῦ βαθμοῦ περιορισμοῦ τῆς διατομῆς τῆς ἐπιβαλλομένης διά τῆς δικλεῖδος. Ὁ συντελεστής οὗτος δίδεται κατά κανόνα ὑπό τοῦ κατασκευαστοῦ τῆς δικλεῖδος.

Ὑφίσταται μία εὐρεῖα ποικιλία τύπων δικλείδων, ἑκάστου τύπου προσαρμοζομένου εἰς τό μέγεθος καί τάς λειτουργικάς ἀπαιτήσεις τοῦ ἔργου μεταφορᾶς καί διανομῆς ῥευστῶν.

Εἷς κοινός τύπος δικλεῖδος εἶναι ἡ συρταρωτή δικλείς. Αὕτη συνίσταται ἐξ ἑνός δίσκου, ἔχοντος περίπου τό σχῆμα τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ. Δι' ἀνυψώσεως ἡ ταπεινώσεως τοῦ δίσκου, μεγαλύτερον ἤ μικρότερον τμῆμα τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ παραμένει ἐλεύθερον διά τήν παροχέτευσιν τοῦ ῥευστοῦ. Ἀναλόγως τοῦ βαθμοῦ περιορισμοῦ τῆς διατομῆς τοῦ ἀγωγοῦ παρατηρεῖται ἀποκόλλησις τῆς ῥοῆς καί σημαντικαί ἀπώλειαι ἐνεργείας. Ἀκόμη καί εἰς τήν περίπτωσιν πλήρως ἀνοικτῆς δικλεῖδος, λόγῳ κατασκευαστικῶν ἀπαιτήσεων ὑφίστανται τοπικαί μικρομεταβολαί τῆς γεωμετρίας τοῦ ἀγωγοῦ καί ἐπομένως μικραί τοπικαί ἀπώλειαι.

Διά συρταρωτήν δικλεῖδα, εἰς ἀγωγόν κυκλικῆς διατομῆς, δίδονται κατωτέρω ἐνδεικτικαί τιμαί τοῦ συντελεστοῦ K διά διαφόρους βαθμούς ἀνοίγματος τῆς δικλεῖδος.

Θέσις δικλείδος	Ανοικτή	$\frac{3}{4}$ Ανοικτή	$\frac{1}{2}$ Ανοικτή	$\frac{1}{4}$ Ανοικτή
K	0,2	1,15	5,6	24,0

8. ΑΡΧΗ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΑΙ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΠΙΚΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

Διά πλήρως άνεπτυγμένην τυρβώδη ροήν έντός σωλήνων, ό συντελεστής τοπικών άπωλειών όρίζεται, κατά κανόνα, πλήρως ύπό τής γεωμετρίας τής μεταβολής. Διά τήν διευκόλυνσιν τού ύπολογισμού τών όλικών άπωλειών ένεργείας είς έν σύστημα σωλήνων, άπαρτιζόμενον έκ διασυνδεομένων τμημάτων όμοιομόρφων άγωγών, είναι δυνατόν αί τοπικαί άπώλειαι ha νά έκφρασθούν διά τής άρχής τού ίσοδυνάμου μήκους. Κατά τήν άρχήν αύτήν αί τοπικαί άπώλειαι διά δεδομένην παροχήν έξισούνται μέ τάς άπωλείας ένεργείας όμοιομόρφου άγωγού διαμέτρου D καί μήκους Lε διά τήν δεδομένην παροχήν

Ήτοι: $h_a = h_f$ ή $K\frac{V^2}{2g} = f\frac{L_\varepsilon}{D}\frac{V^2}{2g}$

ότε $$L_\varepsilon = \frac{K}{f}D \qquad (\text{II}.8.1)$$

όπου L_ε τό ίσοδύναμον μήκος όμοιομόρφου άγωγού διαμέτρου D, διά τό όποίον διά δεδομένην παροχήν αί άπώλειαι ένεργείας όμοιομόρφου ροής ίσούνται πρός τάς τοπικάς άπωλείας.

Είς τάς περιπτώσεις, όπου τό f είναι γνωστόν μέ έπαρκή άκρίβειαν, αί τοπικαί άπώλειαι δύνανται νά έκφρασθούν δι' ίσοδυνάμων μηκών έπιπροστιθεμένων είς τά πραγματικά μήκη τών όμοιομόρφων άγωγών. Ούτω τό όλον σύστημα σωλήνων δύναται νά θεωρήται, κατά τήν άνάλυσιν, ώς άπαρτιζόμενον μόνον ἐκ τμημάτων ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν μεγαλυτέρου μήκους.

Ἡ σημασία τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας, εἰς ἕν σύστημα σωλήνων, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ μεγέθους αὐτῶν ἐν σχέσει πρός τάς ἀπωλείας ἐνεργείας τάς πραγματοποιουμένας ἐντός τῶν διασυνδεομένων τμημάτων ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν. Ἐάν τά διασυνδεόμενα τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν εἶναι μικροῦ μήκους, καί αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ὁμοιομόρφου ῥοῆς θά εἶναι μικραί, καί ὁ ῥόλος τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν θά εἶναι σημαντικός. Ἀντιστρόφως ἐάν τά διασυνδεόμενα τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν εἶναι μεγάλα, καί αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ὁμοιομόρφου ῥοῆς θά εἶναι μεγάλαι, καί ὁ ῥόλος τῶν τοπικῶν ἀπωλειῶν μικρός, ὅτε καί δύνανται αὗται ἄνευ σοβαροῦ σφάλματος νά ἀμεληθοῦν. Ἐν γένει, ἀκόμη καί διά νέους σωλῆνας, ἡ ἀκρίβεια ἐκτιμήσεως τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας ὁμοιομόρφου ῥοῆς εἶναι τῆς τάξεως τοῦ ±5%. Διά παλαιούς σωλῆνας ἡ ἀκρίβεια ἐκτιμήσεως εἶναι ἔτι μικροτέρα. Ἐφ' ὅσον εἰς ἕν σύστημα ἀγωγῶν αἱ τοπικαί ἀπώλειαι δέν ὑπερβαίνουν τό 5% τῶν ὁλικῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας τότε δύνανται αὗται νά ἀμεληθοῦν παντελῶς. Συνήθως, ἐφ' ὅσον τά διασυνδεόμενα τμήματα ὁμοιομόρφων σωλήνων ἔχουν μήκη μεγαλύτερα τῶν 1000D, αἱ τοπικαί ἀπώλειαι εἶναι ἀσήμαντοι καί δύνανται νά ἀμεληθοῦν.

III ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΙΣ

Εἰς τά κεφάλαια Ι καί ΙΙ ἐμελετήθησαν μέ ἐπαρκῆ πληρότητα τά χαρακτηριστικά μονίμου ροῆς, ἀσυμπιέστων ρευστῶν (ὑγρῶν), εἰς κλειστούς ἀγωγούς ὑπό πίεσιν, τόσον διά τήν περίπτωσιν ὁμοιομόρφου ροῆς δυναμένης νά λάβη χώραν ἐντός ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν, ὅσον καί διά τήν περίπτωσιν ἀνομοιομόρφου ροῆς λαμβανούσης χώραν εἰς μή ὁμοιόμορφα τμήματα ἀγωγῶν.

Ἡ περίπτωσις ὁμοιομόρφου ροῆς εἰς κλειστούς ἀγωγούς κυκλικῆς διατομῆς (σωλῆνας), λόγῳ τοῦ ἐξαιρετικοῦ πρακτικοῦ ἐνδιαφέροντος, ἀντεμετωπίσθη ἐν λεπτομερείᾳ.

Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ὁμοιομόρφου ροῆς εἰς σωλῆνας, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τάς ἀντιστάσεις ἐπιφανειακῆς τριβῆς, ἐκφράζονται διά τῆς σχέσεως Darcy-Weisbach:

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g} \qquad (\text{I}.2.25)$$

ὅπου f συντελεστής τριβῶν διά σωλῆνας, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, $\mathbb{R} = \frac{VD}{\nu}$, καί τῆς σχετικῆς τραχύτητος $\frac{K_s}{D}$. Ἡ σχέσις $f = f(\mathbb{R}, \frac{K_s}{D})$ διά σωλῆνας τοῦ ἐμπορίου ἀποδίδεται γραφικῶς ὑπό τοῦ διαγράμματος Moody (σελίς 32)

Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ὁμοιομόρφου ροῆς εἶναι ἀνάλογοι τοῦ μήκους τοῦ ἀγωγοῦ, διά τοῦτο καί καλοῦνται συνήθως εἰς τήν πρᾶξιν καί γραμμικαί ἀπώλειαι.

Τά κύρια χαρακτηριστικά ἀνομοιομόρφου ροῆς ἐδόθησαν ἐπίσης διά τάς πλέον συνήθεις περιπτώσεις γεωμετριῶν ἀγωγῶν. Κατά κανόνα ἀνομοιόμορφος ροή παρατηρεῖται ἐντός μικρῶν τμημάτων κατά μῆκος τῆς ροῆς καί εἰς τάς περιοχάς διασυνδέσεως, διά γεωμετρικῶν συναρμογῶν, ὁμοιομόρφων τμημάτων ἀγωγῶν. Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ἀνομοιομόρφου ροῆς ὀφείλονται κυρίως εἰς ἀντιστάσεις σχήματος καί πραγματοποιοῦνται συνήθως ἐντός μικροῦ μήκους ἐν σχέσει πρός τά μήκη τῶν διασυνδεομένων τμημάτων ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν. Ὁ φυσικός μηχανισμός πραγματοποιήσεως τῶν ἀπωλειῶν ἐνεργείας, εἰς περιοχάς ἀνομοιομόρφου ροῆς, εἶναι ἀφ' ἑνός μέν μέσῳ τῆς παραγωγῆς ἐλευθέρας τύρβης μεγάλης κλίμακος εἰς τάς ζώνας ἀποκολλήσεως τῆς ροῆς, ἀφ' ἑτέρου δέ μέσω δευτερευούσης ροῆς ἀναπτυσσομένης πολλάκις εἰς τάς ζώνας ἀποκολλήσεως.

Αἱ ἀπώλειαι ἐνεργείας ἀνομοιομόρφου ροῆς, λαμβάνουσαι χώραν ἐντός σχετικῶς μικροῦ μήκους, θεωροῦνται πρακτικῶς πραγματοποιούμεναι τοπικῶς, ἐξ οὗ καί καλοῦνται τοπικαί ἀπώλειαι. Αὗται ἐκφράζονται γενικῶς ὑπό τῆς σχέσεως:

$$h_a = K\frac{V^2}{2g}$$

ὅπου K συντελεστής τοπικῶν ἀπωλειῶν ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς γεωμετρίας καί ἑνός χαρακτηριστικοῦ ἀριθμοῦ Reynolds. Διά πλήρως ἀνεπτυγμένην τυρβώδη ροήν εἰς τάς περισσοτέρας τῶν περιπτώσεων ἡ ἐπίδρασις τοῦ $\mathbb{R}$ εἶναι μικρά καί ὁ συντελεστής K ἐξαρτᾶται οὐσιωδῶς μόνον ἐκ τῆς γεωμετρίας.

Ἡ μεταφορά ὕδατος (γενικώτερον ἀσυμπιέστων ρευστῶν) διά κλειστῶν ἀγωγῶν ὑπό πίεσιν λαμβάνει συνήθως χώραν διά συστήματος άρμωμών, ήτοι τμημάτων ὁμοιομόρφων άρμωμών διασυνδεομένων δι' εἰδικῶν τεμαχίων. Συστήματα μεταφορᾶς ὕδατος διά σωλήνων δύνανται νά εἶναι ἁπλᾶ ἤ σύνθετα. Ἕν σύστημα σωλήνων δύναται νά ὑδροδοτῆται ἐξ ἑνός ἤ περισσοτέρων σημείων καί νά ὑδροδοτῇ ἕν ἤ περισσότερα σημεῖα.

Εἰς ἕν σύστημα σωλήνων, μεταξύ τοῦ ἀνάντη καί κατάντη πέρατος αὐτοῦ, δέον ὅπως ὑφίσταται διαθέσιμος ἐνέργεια διά τήν μεταφοράν τοῦ ὕδατος. Ἡ διαθέσιμος αὕτη ἐνέργεια δύναται νά ὑφίσταται φυσικῶς, λόγῳ διαφορᾶς στάθμης ὑδροληψίας καί σημείου ὑδροδοτήσεως, ὅτε λέγομεν ὅτι τό σύστημα ὑδροδοτεῖται διά τῆς βαρύτητος. Δύναται ὅμως ἡ διαθέσιμος, πρός μεταφοράν τοῦ ὕδατος, ἐνέργεια νά παρέχηται ἐξωτερικῶς δι' ἀντλίας.

Ἡ ἑκάστοτε διαθέσιμος ἐνέργεια πρός μεταφοράν ὕδατος, μεταξύ ἀνάντη καί κατάντη πέρατος ἑνός συστήματος σωλήνων, ἀναλίσκεται εἰς τάς γραμμικάς καί τοπικάς ἀπωλείας τοῦ συστήματος, ὑπό τήν προϋπόθεσιν βεβαίως μή ὑπάρξεως ὑδροστροβίλου εἰς τό σύστημα, δι' οὗ εἶναι δυνατή ἡ ἀπόληψις μηχανικῆς ἐνεργείας ἐκ τοῦ συστήματος.

Ἡ ἀνάλυσις καί ὁ σχεδιασμός συστήματος σωλήνων βασίζεται ἐπί τῶν ἐξισώσεων τῆς μονοδιαστάτου ἀναλύσεως καί δή τῆς ἐξισώσεως ἐνεργείας καί ἐξισώσεως συνεχείας. Συμβολίζοντες μέ ① τό ἀνάντη πέρας ἑνός συστήματος καί μέ ⓝ τό κατάντη πέρας αὐτοῦ, ἡ μονοδιάστατος ἐξίσωσις ἐνεργείας δι' ἑκάστην άπλήν διαδρομήν σωλήνων ἀπό ① ἕως ⓝ γράφεται:

$$H_1 = H_n + \Delta H_\mu + \Delta Ha(1-n)$$

H_1 καί H_n τά ὕψη ὁλικῆς ἐνεργείας ἀνάντη καί κατάντη πέρατος τοῦ συστήματος.

ΔH_μ τό μηχανικῶς ἀπολαμβανόμενον ἔργον ἐκ τοῦ συστήματος ἀνά μονάδα βάρους ῥέοντος ὑγροῦ

ΔH_μ θετικόν διά τήν περίπτωσιν ὑδροστροβίλου

ΔH_μ ἀρνητικόν διά τήν περίπτωσιν ἀντλίας

ΔH_μ = μηδέν τῇ ἀπουσίᾳ ὑδροστροβίλου καί ἀντλίας εἰς τό σύστημα.

$\Delta Ha(1-n)$ τό ὕψος ἀπωλειῶν ἐνεργείας τό ἀναλισκόμενον εἰς γραμμικάς καί τοπικάς ἀπωλείας κατά μῆκος τῆς ἁπλῆς διαδρομῆς ἀπό ① εἰς ⓝ

Γενικῶς εἶναι: $\Delta Ha(1-n) = \Sigma hf + \Sigma ha$

τῶν ἀθροίσεων νοουμένων δι' ὅλα τά τμήματα ὁμοιομόρφων ἀγωγῶν κατά μῆκος ἁπλῆς διαδρομῆς ἀπό ① εἰς ⓝ καί δι' ὅλας τάς περιοχάς ἀνομοιομόρφου ῥοῆς κατά μῆκος ἁπλῆς διαδρομῆς ἀπό ① εἰς ⓝ.

Δι' ἕκαστον ἀγωγόν τοῦ συστήματος θά εἶναι Q=EV.

Ἡ ἀρχή τῆς συνεχείας ἐπιβάλλει, ὅπως εἰς ἕκαστον κόμβον τοῦ συστήματος ἡ εἰσερχομένη παροχή ἰσοῦται πρός τήν ἐξερχομένην.

Ἐπί τῇ βάσει τῶν δύο ἀνωτέρω ἀρχῶν καί τῶν ἀναπτυχθεισῶν μεθόδων καί σχέσεων ὑπολογισμοῦ τῶν γραμμικῶν καί τοπικῶν ἀπωλειῶν καθίσταται δυνατή ἡ ἀνάλυσις καί ὁ σχεδιασμός συστημάτων ἀγωγῶν μεταφορᾶς ὕδατος. Κατά τήν διδασκαλίαν τοῦ μαθήματος ἡ ἀξιοποίησις τῆς κτηθείσης γνώσεως διά τήν ἀνάλυσιν συστημάτων θέλει διευκρινισθῆ διά σειρᾶς ἀριθμητικῶν παραδειγμάτων καί ἀσκήσεων.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Fluid Dynamics
James W. Daily - Donald R. F. Harleman
Addison-Wesley Publishing Co, Inc. Mass. (1966)

2 Elementary Mechanics of Fluids
Hunter Rouse
John Wiley & Sons, Inc. New York

3. Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers
Hunter Rouse
Dover Publications, Inc. New York

4. Fluid Mechanics
V. L. Streeter
Mc Graw-Hill Book Co, Inc. New York (1962)

5. Fluid Mechanics with Engineering Applications
R. L. Daugherty - J. B. Franzini
Mc Graw-Hill Book Co, Inc. New York (1965)

6. Handbook of Fluid Dynamics
L. Streeter
Mc Graw-Hill Book Co, Inc. New York (1961)

7. Boundary Layer Theory
Herman Schlichting
Mc Graw-Hill Book Co, Inc. New York

8. _Engineering Hydraulics_, Chapter VI
edited by Hunter Rouse
John Wiley & Sons, Inc. New York (1958)