

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΧΩΡΙΚΗΣ ΔΟΜΗΣ ΤΗΣ ΒΡΟΧΗΣ



Παρουσίαση διπλωματικής εργασίας

Αθανάσιος Πασχάλης

Επιβλέπων καθηγητής: Δημήτρης Κουτσογιάννης

Διάρθρωση της παρουσίασης



- Εισαγωγή
- Στατιστική επεξεργασία δεδομένων
- Ορισμός και ανάλυση στοχαστικού μοντέλου
- Πεδία εφαρμογής
- Συμπεράσματα

Εισαγωγή (1)

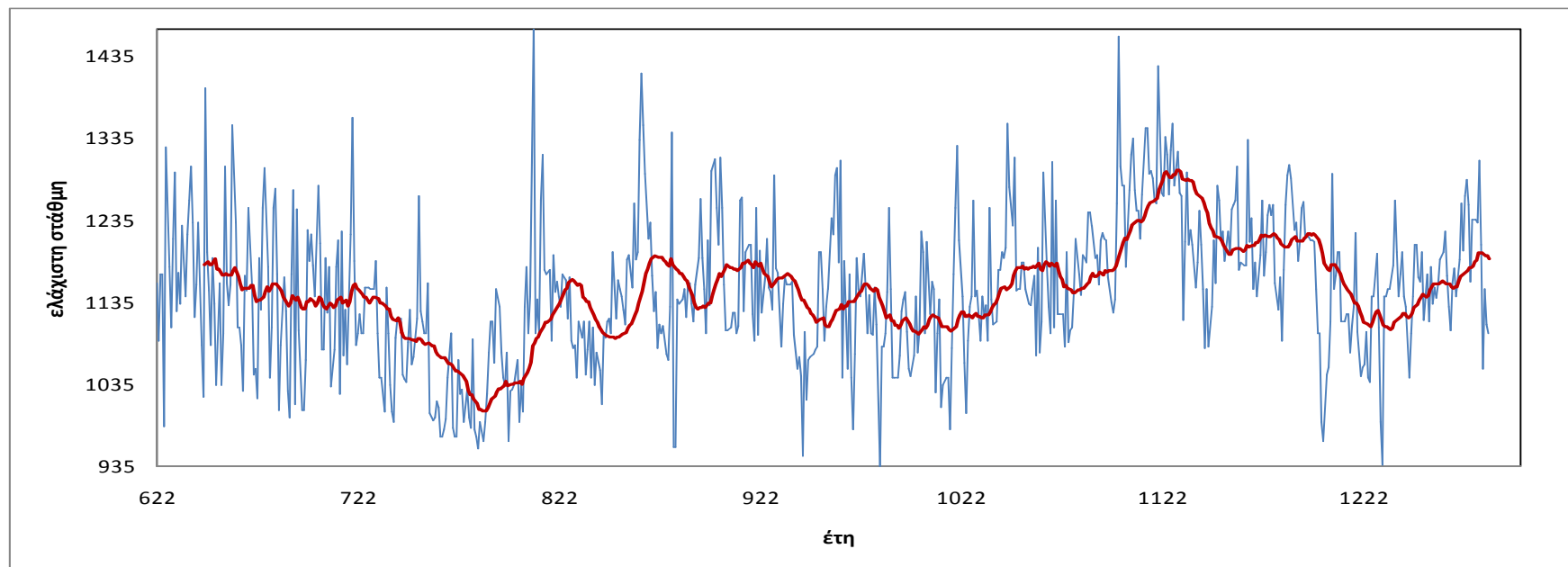


Αντικείμενο της εργασίας αυτής είναι η διερεύνηση της ύπαρξης χωρικής εμμονής (δηλαδή τάση ομαδοποίησης υψηλών και χαμηλών τιμών στις δύο χωρικές διαστάσεις) καθώς και η προσπάθεια ανάπτυξης συνεπούς στοχαστικού μοντέλου που αναπαράγει την φυσική συμπεριφορά ικανοποιητικά. Επίσης θα γίνει προσπάθεια χρήσης κατάλληλων στατιστικών μεθόδων έτσι ώστε να υπάρχει θεωρητική συνέπεια μεταξύ στατιστικής επεξεργασίας δεδομένων και παρατηρούμενης φυσικής συμπεριφοράς.

Εισαγωγή (2)

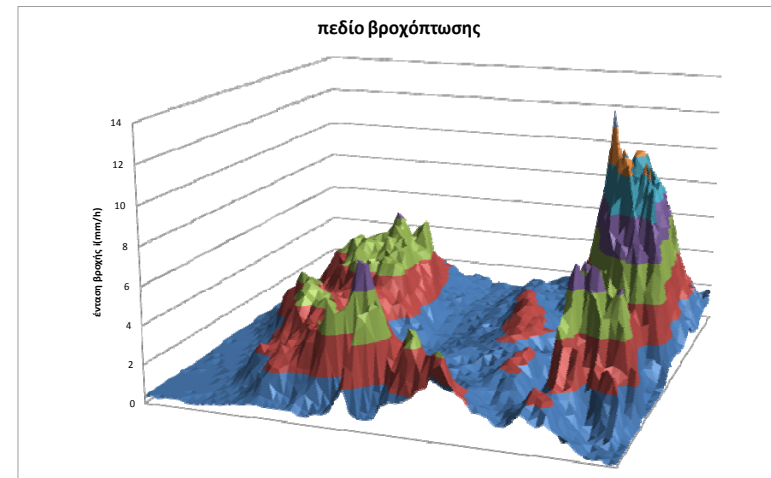
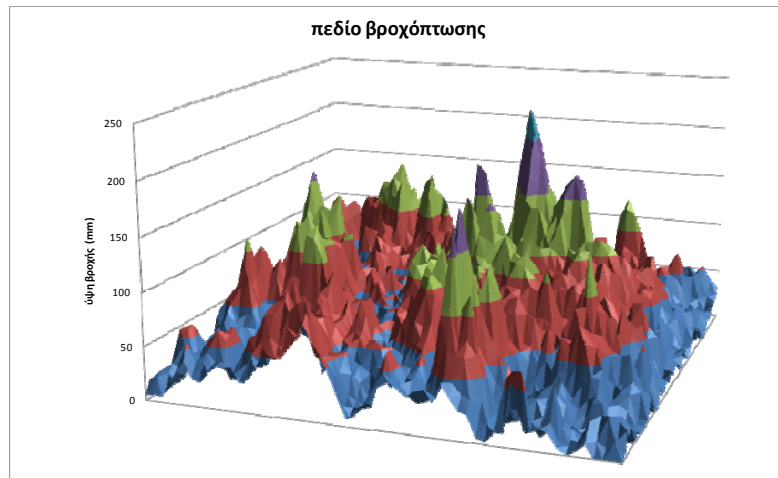
Φαινόμενο Hurst

Το 1951 παρατηρήθηκε για πρώτη φορά σε υδρολογική χρονοσειρά από τον H.E.Hurst η τάση για ομαδοποίηση υψηλών και χαμηλών τιμών στην διάσταση του χρόνου (υγρές και ξηρές περιόδους). Η χρονοσειρά αυτή απεικόνιζε την ελάχιστη ετήσια στάθμη του Νείλου για χρονική περίοδο 600 ετών περίπου.



Εισαγωγή (3)

Στην εργασία αυτή δείχνουμε ότι η τάση για ομαδοποίηση υψηλών και χαμηλών τιμών αντίστοιχα, επεκτεινόμενοι από την μία χρονική διάσταση στις δύο χωρικές, εμφανίζεται επίσης και μάλιστα αντίθετα με την δυσνόητη έννοια της στην διάσταση του χρόνου, στις διαστάσεις του χρόνου είναι προφανής όταν αναφερόμαστε σε πεδία βροχής και αυτό οφείλεται στην διαδικασία γένεσης των επεισοδίων βροχής.



Εισαγωγή (4)

Ανέλιξη απλής ομοιοθεσίας FGN (Fractional Gaussian Noise)
(Mandelbrot, 1965)

$$\left(Z_i^{(k)} - \mu\right) =_d \left(k/l\right)^{H-1} \left(Z_j^{(l)} - \mu\right)$$

όπου

$$Z_i^{(k)} = \frac{1}{k} \sum_{i=(j-1)k+1}^{jk} Z_i^{(1)}$$

απ' όπου συμπεραίνεται

$$\gamma_0^{(k)} = k^{2H-2} \gamma_0$$

Εισαγωγή (5)

Τυχαίο πεδίο απλής ομοιθεσίας FGN (Fractional Gaussian Noise)

$$(Z^{(k)} - \mu) =_d \left(\frac{k^2}{l^2} \right)^{H-1} (Z^{(l)} - \mu)$$

όπου

$$Z^{(k)}(m, n) = \frac{1}{k^2} \sum_{i=(m-1)k+1}^{mk} \sum_{j=(n-1)k+1}^{nk} Z(i, j)$$

απ' όπου συμπεραίνεται

$$\gamma_0^{(k)} = k^{4H-4} \gamma_0$$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (1)

Στατιστικές εκτιμήσεις κλασσικής στατιστικής

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εκτιμήσεις αυτές στην περίπτωση εμφάνισης φαινομένου Hurst;

Καθώς οι γεωφυσικές διεργασίες είναι αυτοσυσχετιζόμενες είτε στην διάσταση χρόνου η χώρου, παραβιάζεται η συνθήκη για την χρήση εκτιμήσεων κλασσικής στατιστικής ότι οι εκάστοτε μετρήσεις μπορούν να θεωρηθούν απεικονίσεις ανεξάρτητα πανομοιότυπα κατανεμημένων τυχαίων μεταβλητών. Οι εκτιμήσεις δεν είναι πια αμερόληπτες.

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (2)

Αμερόληπτες εκτιμήσεις ανέλιξης απλής ομοιθεσίας

Μέση τιμή	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
Διασπορά	$\tilde{S}^2 := \frac{n-1}{n-n^{2H-1}} S^2$
Τυπική απόκλιση	$\tilde{S} := \sqrt{\frac{n-1/2}{n-n^{2H-1}}} S$
Συντελεστής αυτοσυσχέτισης	$\tilde{R}_l := R_l \left(1 - \frac{1}{n^{2-2H}}\right) + \frac{1}{n^{2-2H}}$
Ισοδύναμο δείγμα	$n' = n^{2(1-H)}$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (3)

Για τον υπολογισμό των αμερόληπτων στατιστικών χαρακτηριστικών είναι αναγκαίος ο προσδιορισμός του συντελεστή Hurst.

Υπολογίζεται ελαχιστοποιώντας το τετραγωνικό σφάλμα

$$e^2(\sigma, H) := \sum_{k=1}^{k'} \frac{[\ln \sigma^k - \ln s^k]^2}{k^p} = \sum_{k=1}^{k'} \frac{[\ln \sigma + H \ln k + \ln c_k(H) - \ln k s'^{(k)}]^2}{k^p}$$

όπου

$$s^{(k)} \approx c_k(H) k^{H-1} \sigma \quad \mu\epsilon \quad c_k(H) := \sqrt{\frac{\frac{n}{k} - \left(\frac{n}{k}\right)^{2H-1}}{\frac{n}{k} - 1/2}}$$

και

$$s'^{(k)} = k s^{(k)}$$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (4)

Κατ' αντιστοιχία έχουμε τις αμερόληπτες εκτιμήσεις για τυχαίο πεδίο απλής ομοιθεσίας.

Μέση τιμή	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$
Διασπορά	$\tilde{S}^2 := \frac{n-1}{n-n^{4H-3}} S^2$
Συντελεστής αυτοσυσχέτισης	$\tilde{R}_l = R_l \left(1 - \frac{1}{n^{4-4H}} \right) + \frac{1}{n^{4-4H}}$
Ισοδύναμο δείγμα	$n' = n^{4-4H}$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (5)

Για τον υπολογισμό των αμερόληπτων στατιστικών χαρακτηριστικών είναι αναγκαίος ο προσδιορισμός του συντελεστή Hurst.

Υπολογίζεται ελαχιστοποιώντας το τετραγωνικό σφάλμα

$$e^2(\sigma^2, H) := \sum_{k=1}^{k'} \frac{[\ln \sigma^{2(k)} - \ln s^{2(k)}]^2}{k^p} = \sum_{k=1}^{k'} \frac{[\ln \sigma^2 + H \ln k^4 + \ln c_k(H) - \ln k^4 s'^{2(k)}]^2}{k^p}$$

όπου

$$s^{2(k)} \approx c_k(H) k^{4H-4} \sigma^2 \quad \mu\epsilon \quad c_k(H) := \frac{\frac{n}{k^2} - \left(\frac{n}{k^2}\right)^{4H-3}}{\frac{n}{k^2} - 1}$$

και

$$s'(k) = k^4 s(k)$$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (6)

Κανονικοποίηση αρχικών δεδομένων

Προκειμένου να μετασχηματιστούν τα δεδομένα έτσι ώστε να ακολουθούν την τυποποιημένη κανονική κατανομή $N(0,1)$ χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός

$$g(x) = (\alpha x^{-\nu} + \beta) \left\{ \psi + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \ln[\kappa(x - \psi)^2 + 1]} \right\}$$

του οποίου οι συντελεστές υπολογίζονται αριθμητικά με χρήση γενετικού αλγορίθμου και επίσης ο αντίστροφος μετασχηματισμός υπολογίζεται και πάλι αριθμητικά με χρήση μεθόδου διχοτόμησης.

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (7)

Ημιμεταβλητόγραμμα

Ορίζεται ως

$$2\gamma(h) = E\{[z(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}')]^2\} = 2\text{Var}[z(\mathbf{x})] - 2\text{Cov}[z(\mathbf{x})], h = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|$$

και αντίστοιχα το πειραματικό ημιμεταβλητόγραμμα ορίζεται ως

$$\hat{\gamma}(h_k) = \frac{1}{2N_k} \sum_{i=1}^{N_k} [z(\mathbf{x}_i) - z(\mathbf{x}'_i)]^2 \quad \text{όπου} \quad h_k^l \leq \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}'_i\| < h_k^u$$

και

$$h_k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}'_i\|$$

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων (8)

Χρήσιμες ιδιότητες πειραματικού ημιμεταβλητογράμματος.

- Κατώφλι και εύρος που σχετίζονται με την διασπορά και την απόσταση συσχέτισης ενός δείγματος αντίστοιχα.
- Επίδραση διεύθυνσης που φαίνεται με την κατάρτιση πειραματικού ημιμεταβλητογράμματος σε διάφορες διευθύνσεις και μπορούμε να συμπεράνουμε αν ένα πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ισότροπο ή όχι.
- Στρωμάτωση Ο διαχωρισμός ενός συνόλου δεδομένων σε ομάδες πολλές φορές ελαττώνει την χωρική μεταβλητότητα

Ορισμός - Ανάλυση Στοχαστικού μοντέλου (1)

Το χωρικό στοχαστικό μοντέλο αποτελεί επέκταση του στοχαστικού μοντέλου SMA (Koutsoyiannis, 2000) και ορίζεται ως

$$Z(i, j) = \sum_{m=-q}^q \sum_{n=-q}^q a(m, n) V(i - m, j - n)$$

Το μοντέλο αυτό μετασχηματίζει ανεξάρτητο πανομοιότυπα κατανεμημένο τυχαίο πεδίο σε τυχαίο πεδίο απλής ομοιθεσίας (FGN)

Βασική παραδοχή του μοντέλου είναι η θεώρηση ομογενούς ισότροπου πεδίου.

Ορισμός - Ανάλυση Στοχαστικού μοντέλου (2)

Βασικές σχέσεις του μοντέλου (1)

Διασπορά

$$\gamma_0 \approx \sum_{i=-q}^q \sum_{j=-q}^q (a(i, j))^2$$

Συνδιασπορά

$$\gamma(\eta, \xi) = \sum_{-q}^q \sum_{-q}^q \alpha(u, v) \alpha(u + \eta, v + \xi)$$

Φάσμα ισχύος

$$s_a(\varphi, \omega) = \sqrt{s_\gamma(\varphi, \omega)}$$

Συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς σε συνεχή χώρο (παραδοχή)

$$\gamma(r) = Ar^{-b} \quad \text{με} \quad H = 1 - \frac{b}{4}$$

Ορισμός - Ανάλυση Στοχαστικού μοντέλου (3)

Βασικές σχέσεις του μοντέλου (2)

Διακρίτοποιώντας την εξίσωση αυτοσυνδιασποράς ολοκληρώνοντας στα χωρία A και B έχουμε την αριθμητική λύση

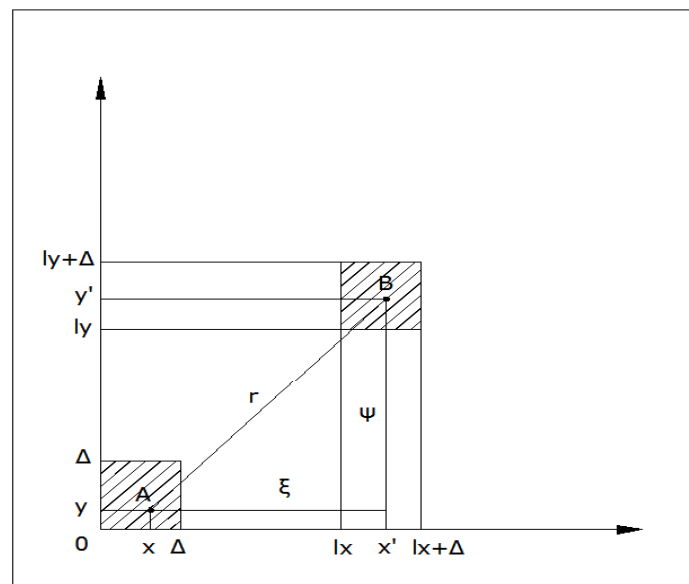
$$\gamma(s) = A(b) \left(s - \frac{0.1b^{1.4}}{s} \right)^{-b}$$

όπου

$$A(b) = \frac{\gamma_0}{\frac{2\pi}{2-b} - \frac{7\pi-6}{2(3-b)} + \frac{2\pi}{3(4-b)}}$$

και τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

$$\rho(s) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{2\pi}{2-b} - \frac{7\pi-6}{2(3-b)} + \frac{2\pi}{3(4-b)}} \left(s - \frac{0.1b^{1.4}}{s} \right)^{-b}, & s \geq 1 \\ 1, & s = 0 \end{cases}$$



Ορισμός - Ανάλυση Στοχαστικού μοντέλου (4)

Βασικές σχέσεις του μοντέλου (3)

Με την παραδοχή που έγινε στην συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς το φάσμα ισχύος υπολογίζεται ως

$$s_{\gamma}(q) = A\pi^{b-1} \frac{\Gamma(1 - \frac{b}{2})}{\Gamma(\frac{b}{2})} q^{b-2} \quad \text{όπου} \quad \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

ή

$$s_{\gamma}(q) = \gamma_0 c(b) d(b) q^{b-2}$$

με

$$d(b) = \pi^{b-1} \frac{\Gamma(1 - \frac{b}{2})}{\Gamma(\frac{b}{2})}$$

Ορισμός - Ανάλυση Στοχαστικού μοντέλου (5)

Βασικές σχέσεις του μοντέλου (4)

Από τα παραπάνω προκύπτουν οι σχέσεις προσαρμογής του μοντέλου

$$\alpha_0 = \sqrt{\gamma_0} \frac{\sqrt{c(b)}\sqrt{d(b)}}{c(b')d(b')} \quad \text{και} \quad \alpha(s) = \alpha_0 c(b') \left(s - \frac{0.1b'^{1.4}}{s} \right)^{-b'}$$

όπου

$$s = \sqrt{i^2 + j^2}$$

$$d(b) = \pi^{b-1} \frac{\Gamma(1 - \frac{b}{2})}{\Gamma(\frac{b}{2})}$$

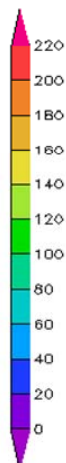
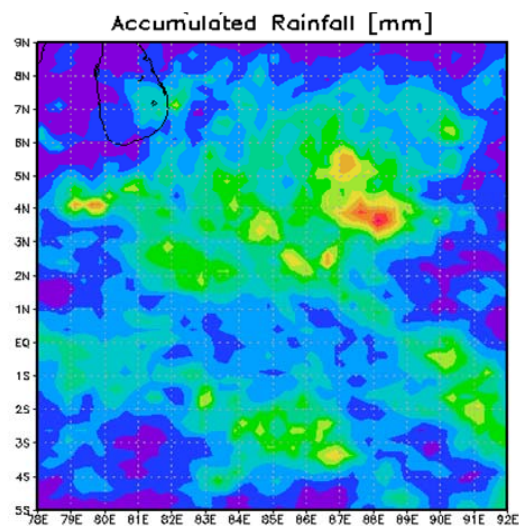
$$b' = \frac{b}{2} + 1$$

$$c(b) = \frac{1}{\frac{2\pi}{2-b} - \frac{7\pi-6}{2(3-b)} + \frac{2\pi}{3(4-b)}}$$

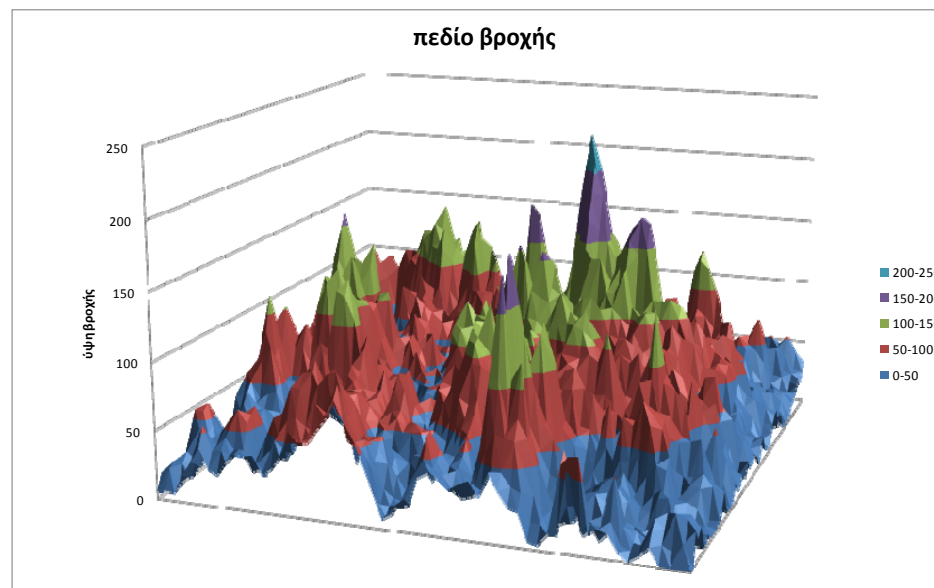
Εφαρμογές (1)

Η πρώτη εφαρμογή είναι από δεδομένα καταγεγραμμένα μέσω δορυφόρου της NASA του προγράμματος TRMM (Tropical Rainfall Measuring Mission). Το καταγεγραμμένο πεδίο βροχής είναι

και σε τρισδιάστατη απεικόνιση



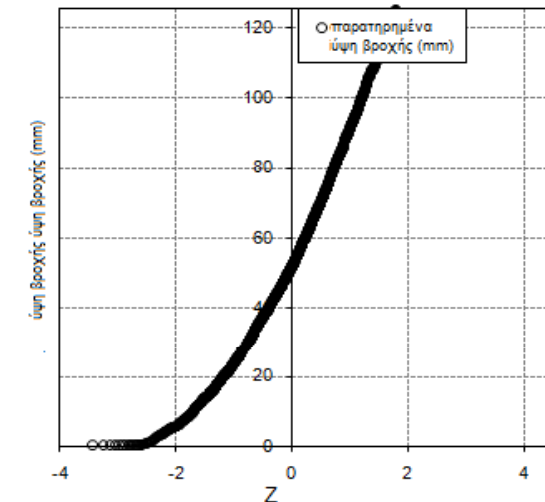
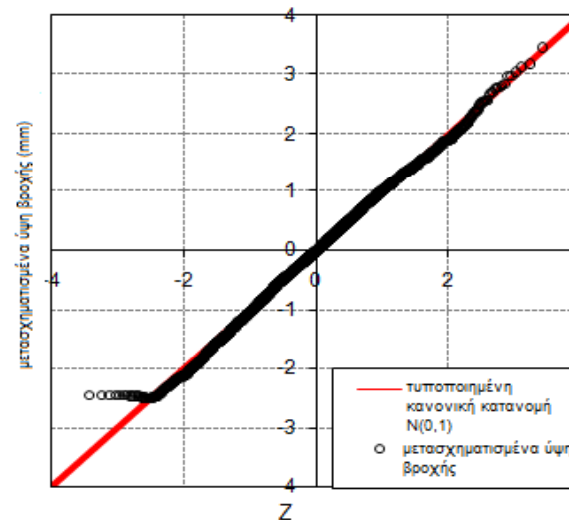
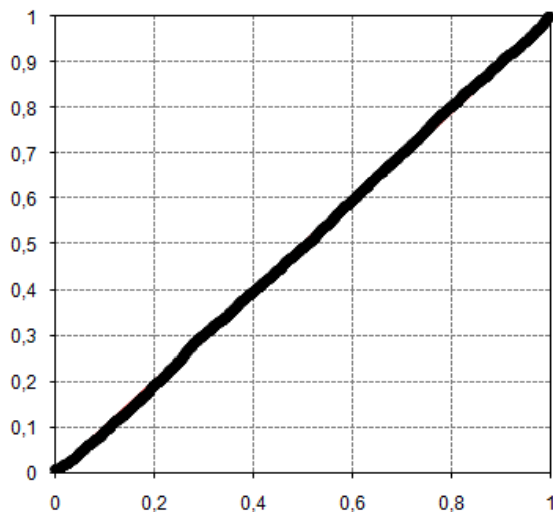
Generated by NASA's Giovanni (giovanni.gsfc.nasa.gov)



Εφαρμογές (2)

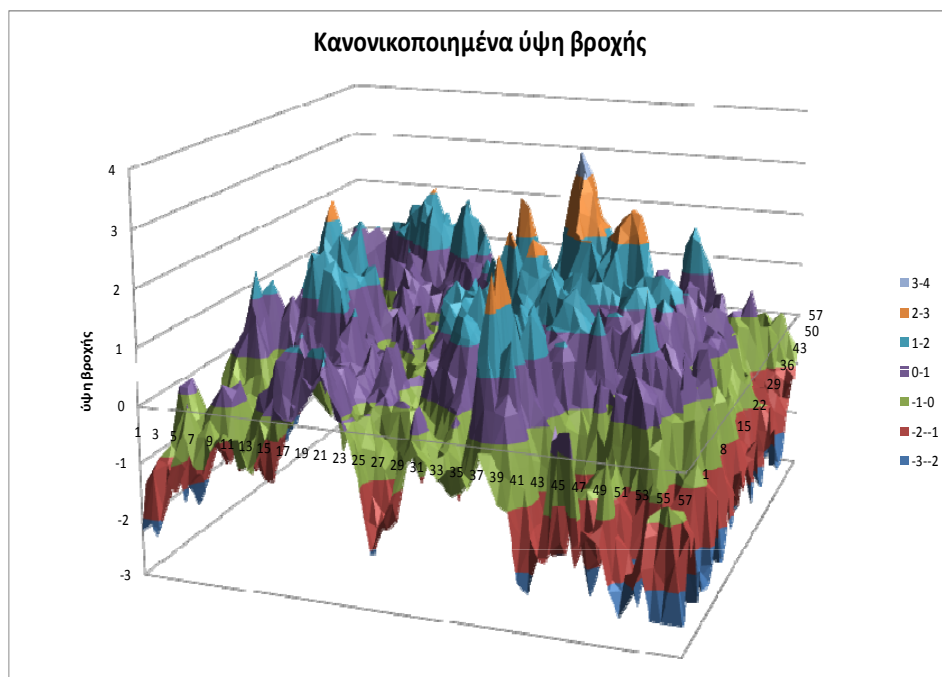
Το πεδίο μετασχηματίζεται έτσι ώστε να ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή $N(0,1)$ με συντελεστές

Συντελεστές μετασχηματισμού	
α	0.62524
ν	-0.49168
β	6.43984
ψ	-6.12041
κ	$5,459 \cdot 10^9$



Εφαρμογές (3)

Το κανονικοποιημένο πεδίο έχει την μορφή

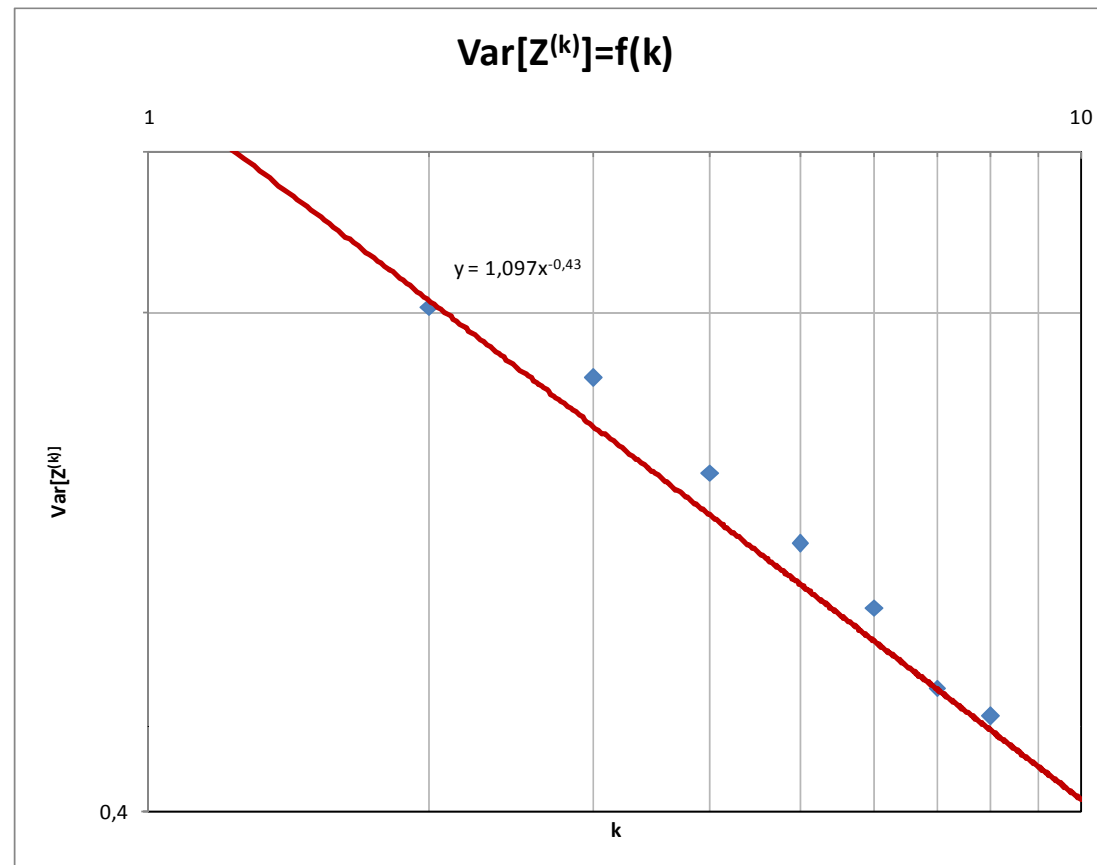


Στατιστικά χαρακτηριστικά (κλασικές εκτιμήσεις)

μέση τιμή	-0.03
τυπική απόκλιση	1.01
συντελεστής ασυμμετρίας	-0.04
συντελεστής κύρτωσης	-0.18

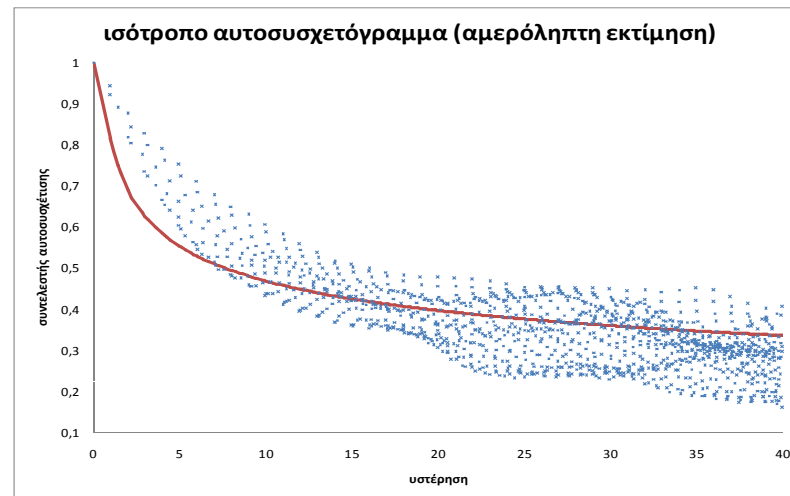
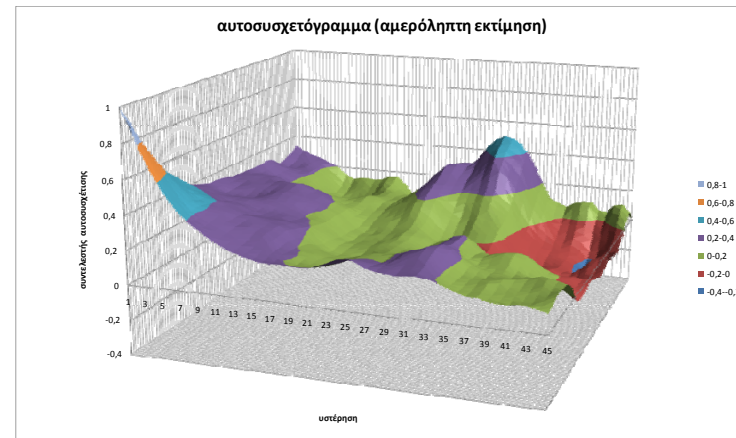
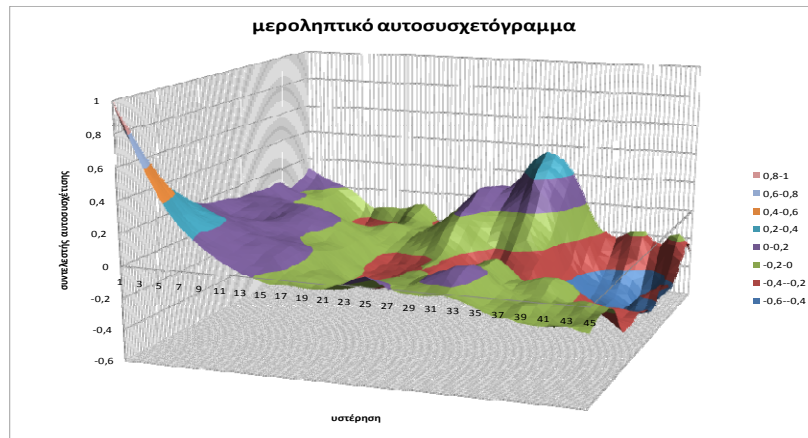
Εφαρμογές (4)

Η μεροληπτική εκτίμηση του συντελεστή Hurst είναι $H=0,89$ ενώ η αμερόληπτη $H=0,94$.



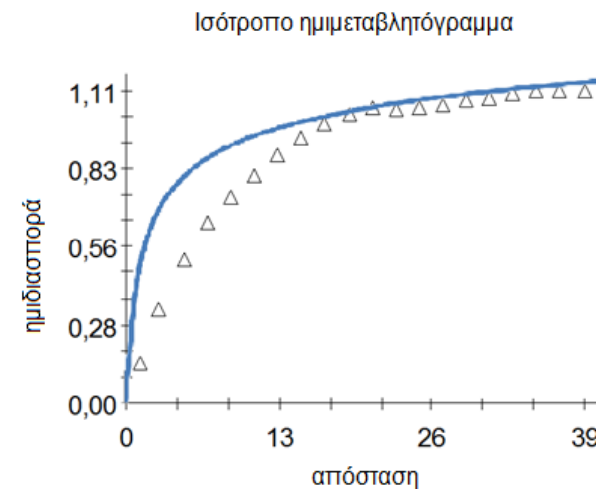
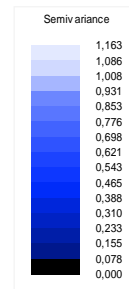
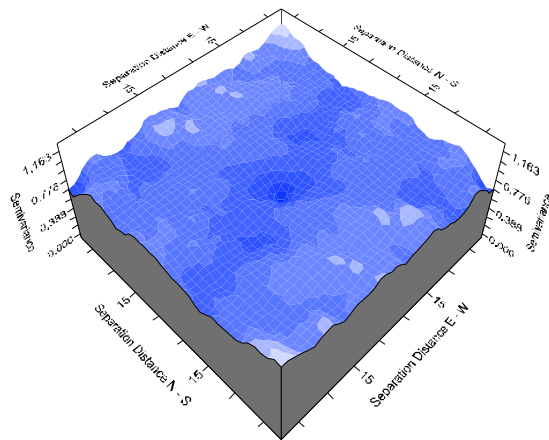
Εφαρμογές (5)

Για το κανονικοποιημένο πεδίο έχουμε



Εφαρμογές (6)

Για να δούμε κατά πόσο είναι αποδεκτή η θεώρηση ισότροπου πεδίου έχουμε



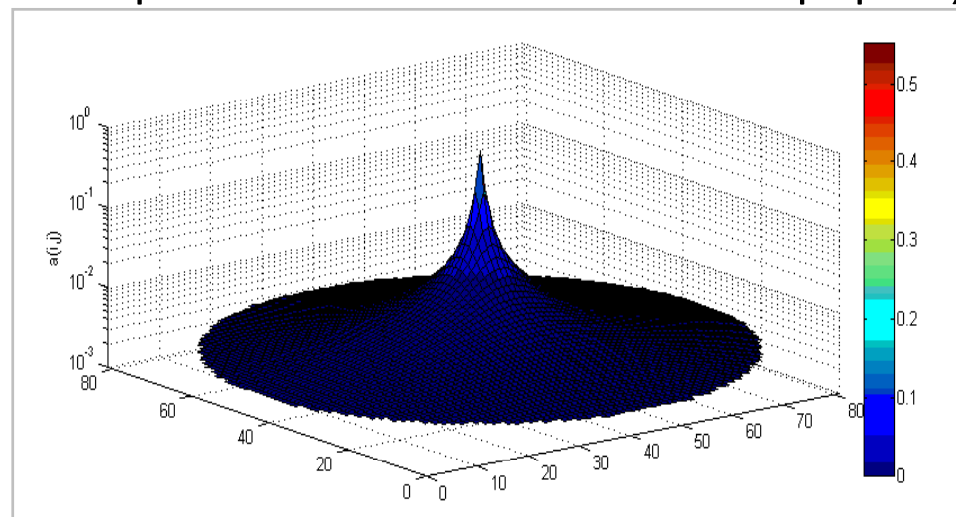
Απ' όπου φαίνεται ότι η θεώρηση είναι ικανοποιητική

Εφαρμογές (7)

Για την εφαρμογή του μοντέλου υπολογίζονται

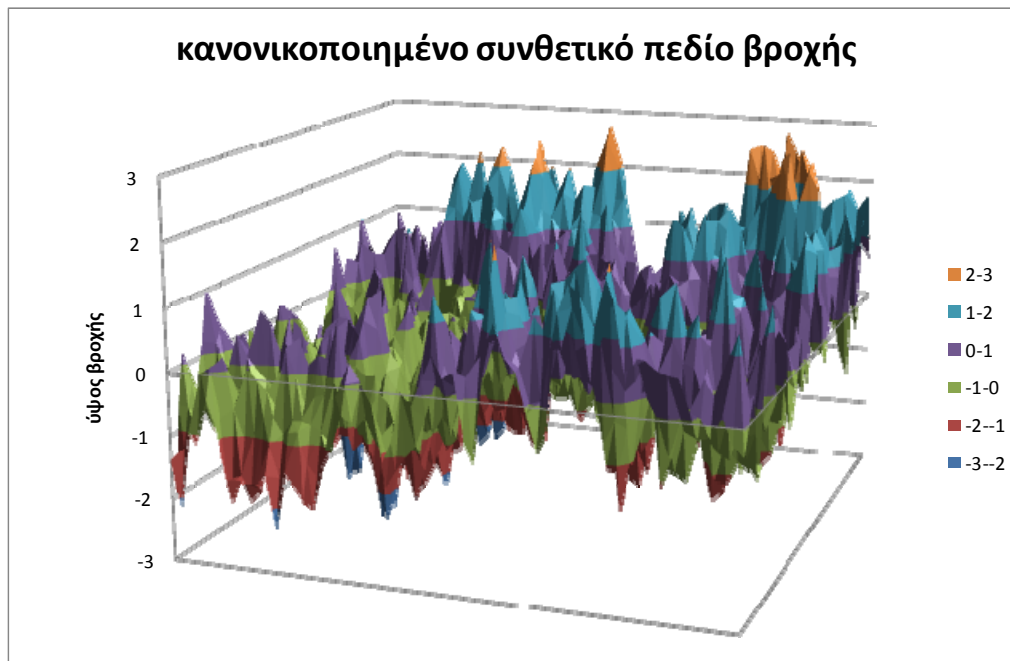
Συντελεστές προσαρμογής μοντέλου	
b	0.24
c(b)	0.812966
d(b)	0.057825
b'	1.12
d(b')	1
c(b')	0.276683
B	1.2
γ_0	1.016202
a_0	0.652026

Και η ακολουθία των συντελεστών βάρους



Εφαρμογές (8)

Μια απεικόνιση του κανονικοποιημένου συνθετικού τυχαίου πεδίου είναι

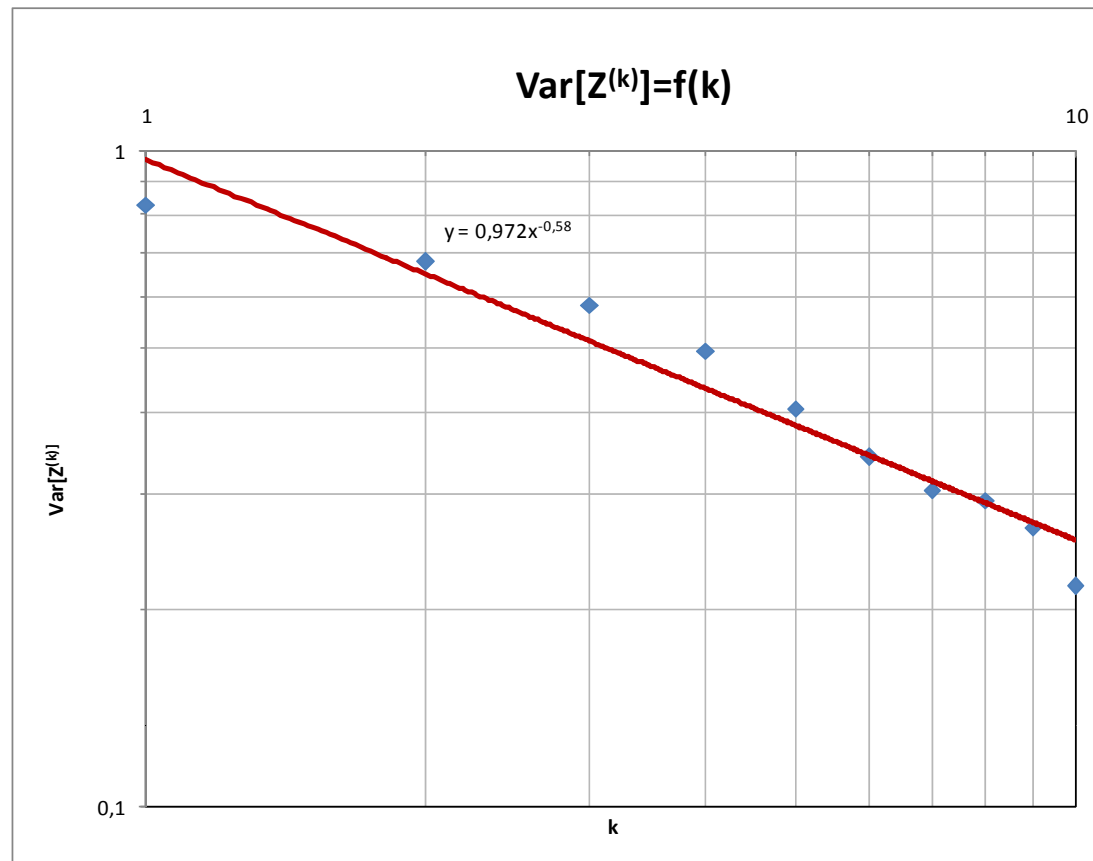


Στατιστικά χαρακτηριστικά (κλασικές εκτιμήσεις)

μέση τιμή	-0.06
τυπική απόκλιση	0.91
συντελεστής ασυμμετρίας	0.21
συντελεστής κύρτωσης	-0.07

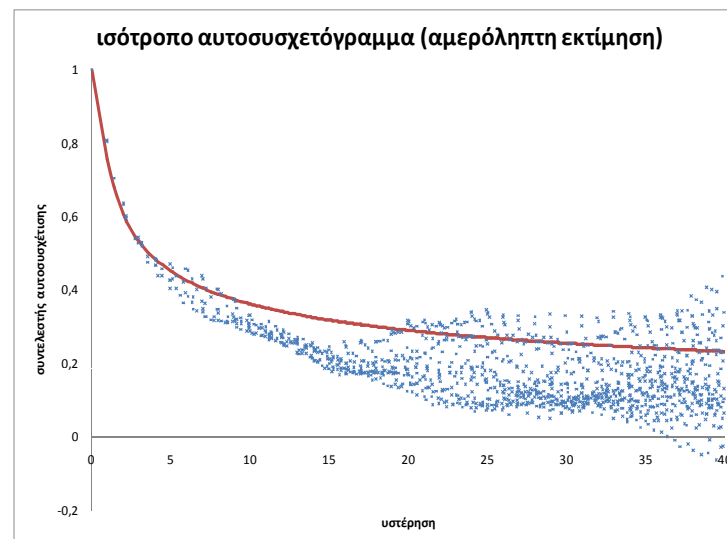
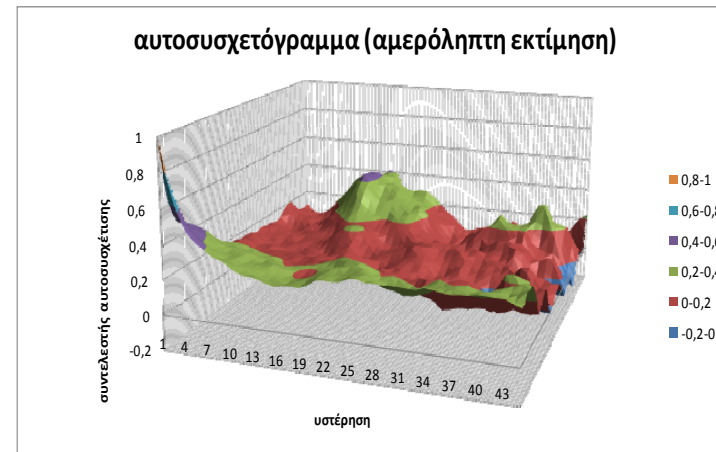
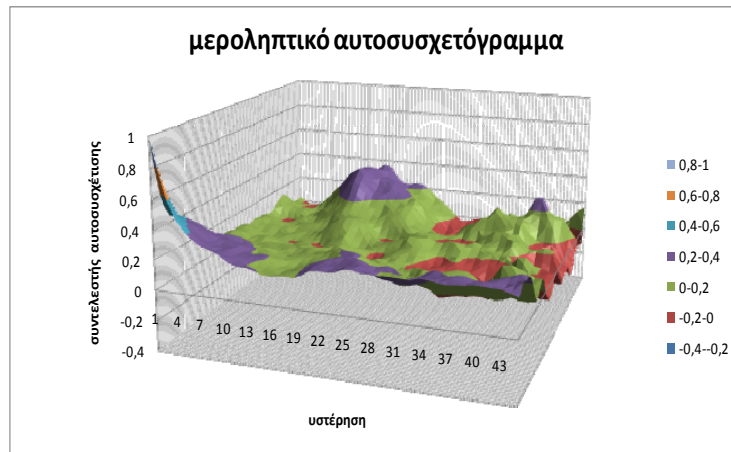
Εφαρμογές (9)

Η μεροληπτική εκτίμηση του συντελεστή Hurst είναι $H=0,85$ ενώ η αμερόληπτη $H=0,92$.



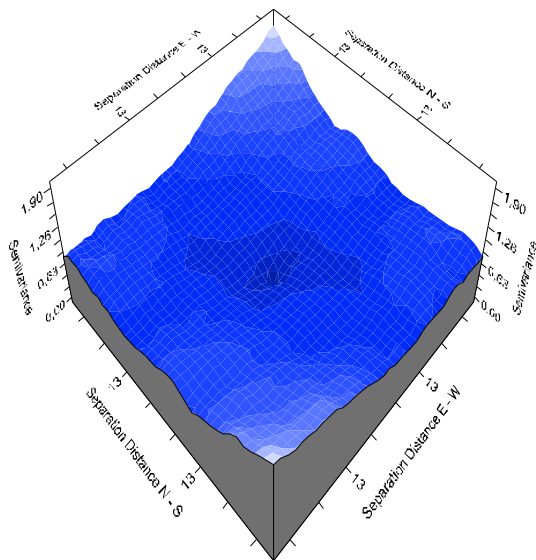
Εφαρμογές (10)

Για την απεικόνιση αυτή έχουμε

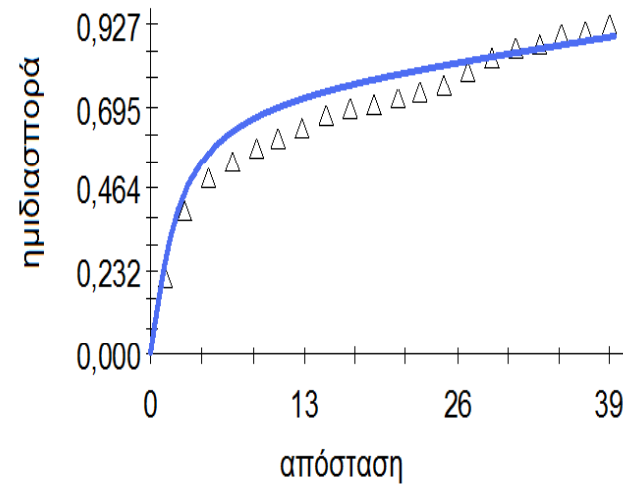


Εφαρμογές (11)

Το παραγόμενο πεδίο είναι όντως ισότροπο όπως φαίνεται

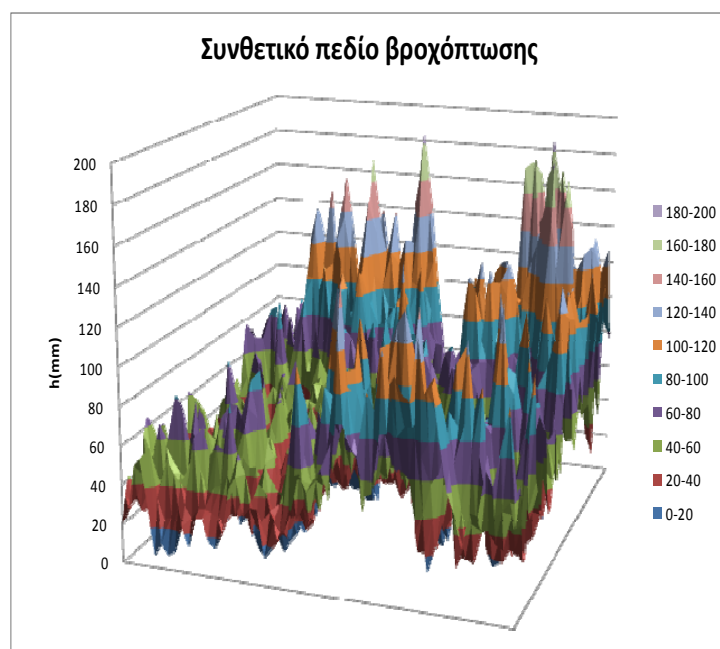


Ισότροπο ημιμεταβλητόγραμμα



Εφαρμογές (12)

Το αποκανονικοποιημένο πεδίο είναι



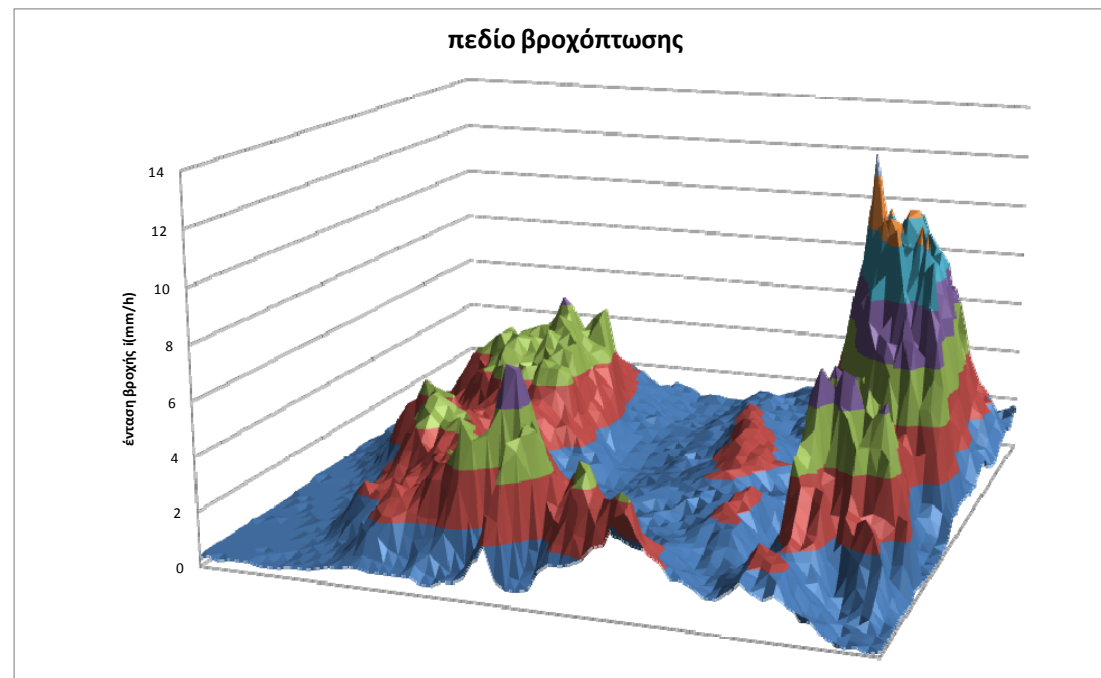
Και η σύγκριση αρχικού και συνθετικού

Σύγκριση μετρήσεων και παραγομένου πεδίου

κανονικοποιημένα πεδία			
		ιστορικό	συνθετικό
κλασικές εκτιμήσεις	μέση τιμή	-0.03	-0.06
	τυπική απόκλιση	1.01	0.91
	συντελεστής ασυμμετρίας	-0.04	0.21
	συντελεστής κύρτωσης	-0.18	-0.07
	συντελεστής Hurst	0.89	0.85
αμερόληπτες εκτιμήσεις	ισοδύναμο δείγμα	6.96	13.30
	συντελεστής Hurst	0.94	0.92
	διασπορά	1.4	0.87
αποκανονικοποιημένα πεδία			
κλασικές εκτιμήσεις	μέση τιμή	56.54	54.57
	τυπική απόκλιση	33.58	30.88
	συντελεστής ασυμμετρίας	0.83	1.02
	συντελεστής κύρτωσης	0.88	1.14

Εφαρμογές (13)

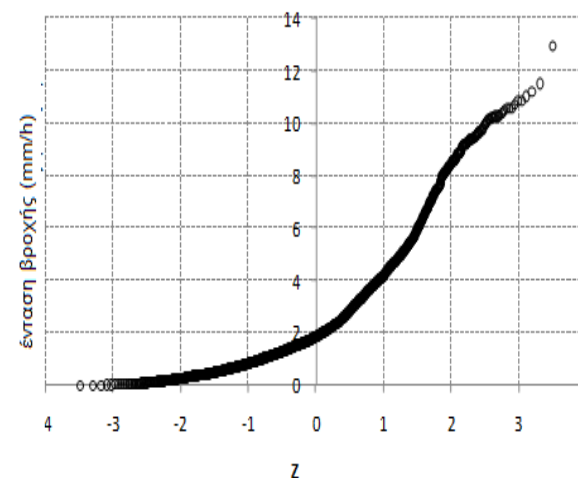
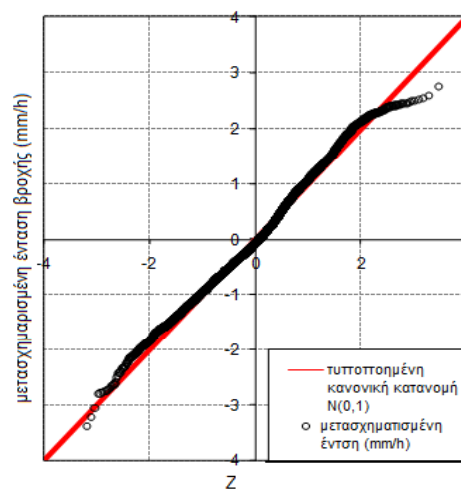
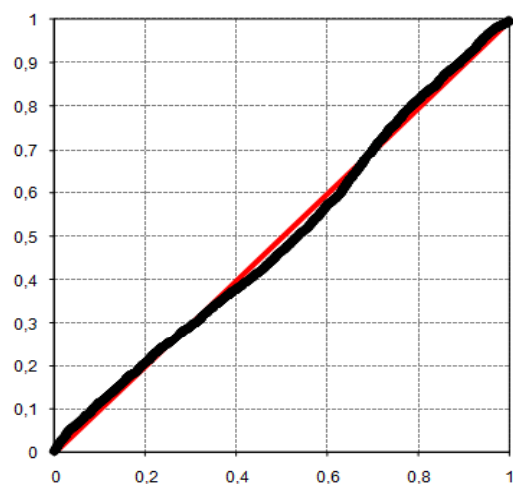
Η δεύτερη εφαρμογή είναι από δεδομένα καταγεγραμμένα μέσω radar – doppler της μετεωρολογικής υπηρεσίας των ΗΠΑ (NOAA) στην περιοχή της Alabama και αναφέρονται σε ένταση βροχής (3λέπτου).



Εφαρμογές (14)

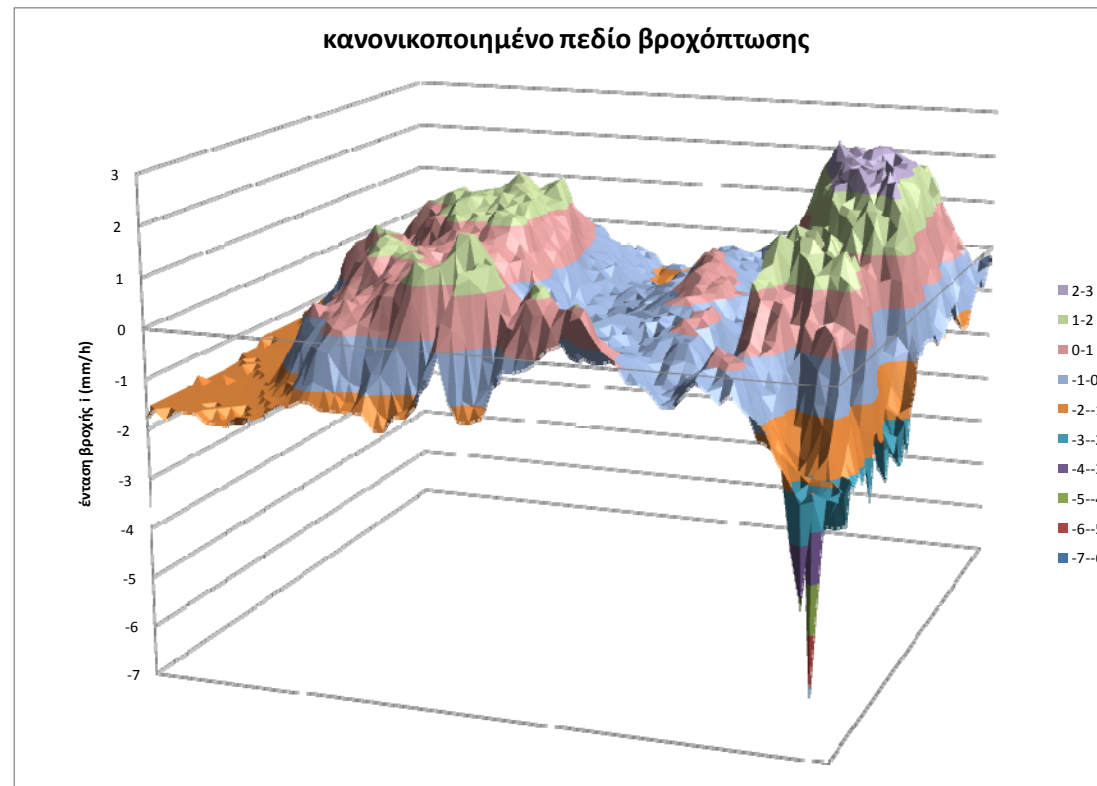
Το πεδίο μετασχηματίζεται έτσι ώστε να ακολουθεί την τυποποιημένη κανονική κατανομή $N(0,1)$ με συντελεστές

Συντελεστές μετασχηματισμού	
α	6.48931
ν	0.17430
β	2.73770
ψ	-2.78656
κ	93.75485



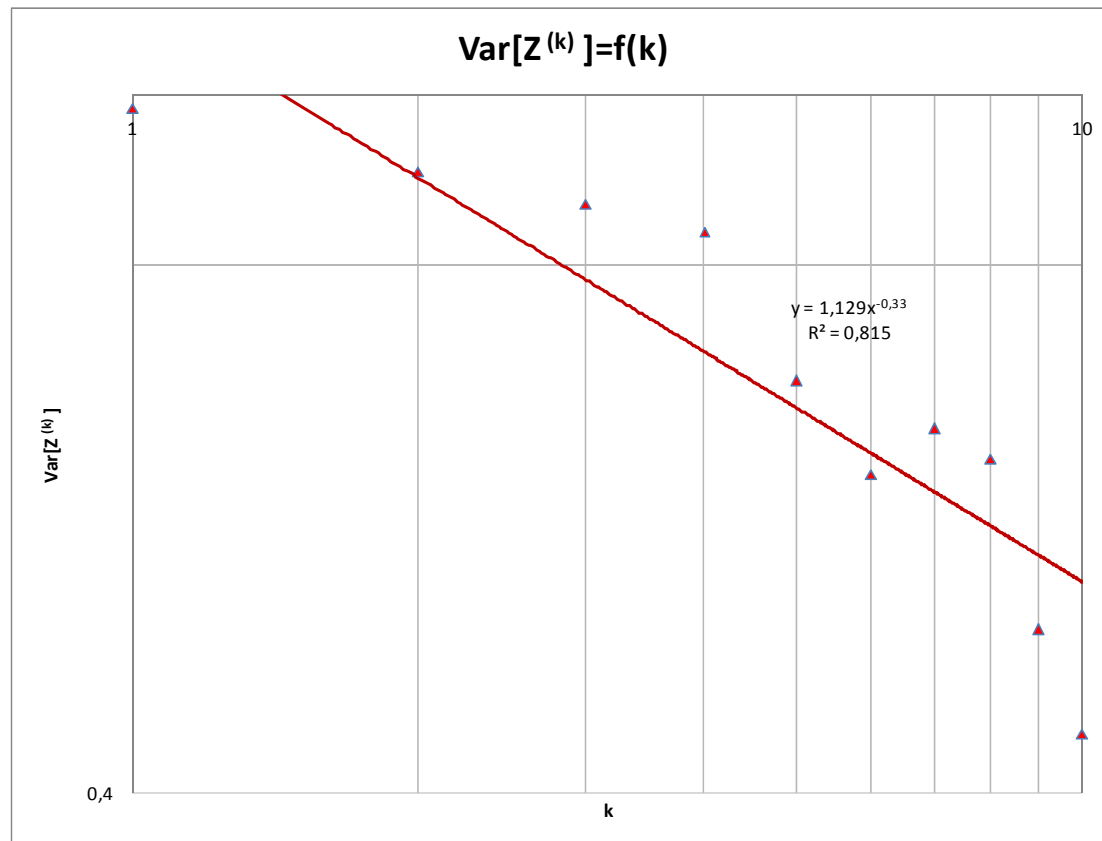
Εφαρμογές (15)

Το κανονικοποιημένο πεδίο έχει την μορφή



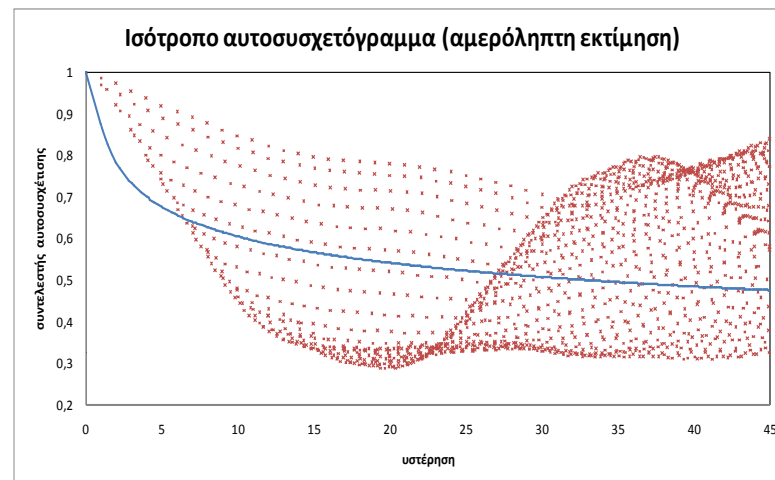
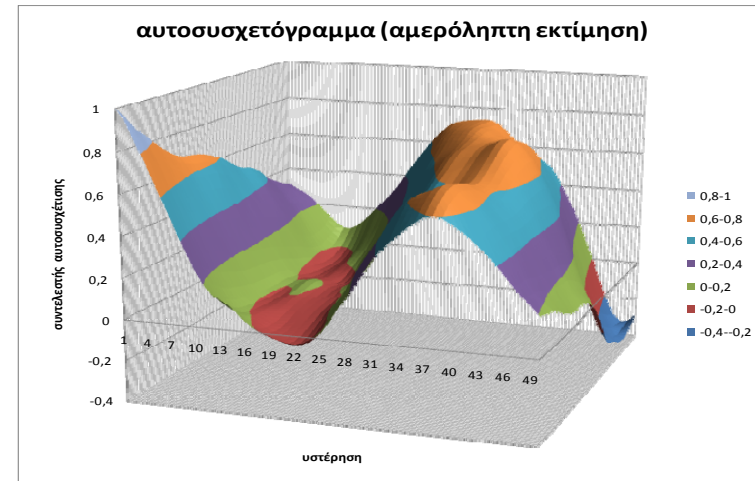
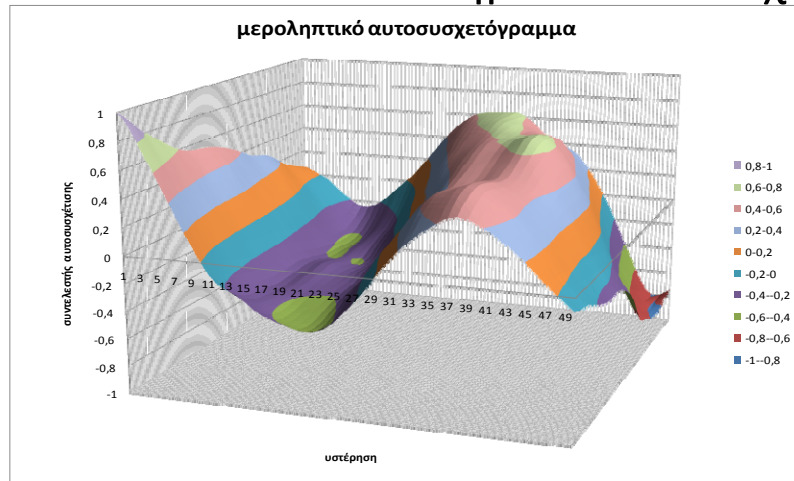
Εφαρμογές (16)

Η μεροληπτική εκτίμηση του συντελεστή Hurst είναι H=0,89 ενώ η αμερόληπτη H=0,96.



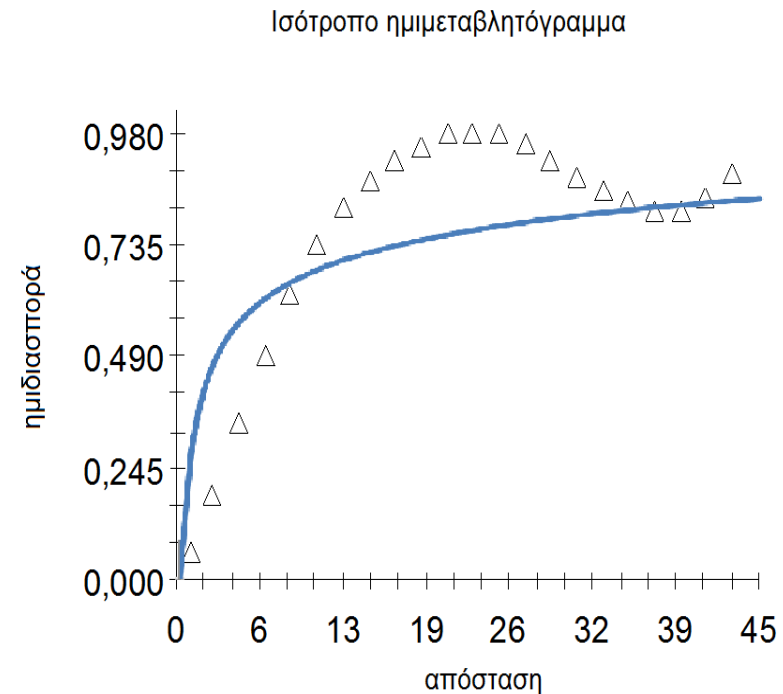
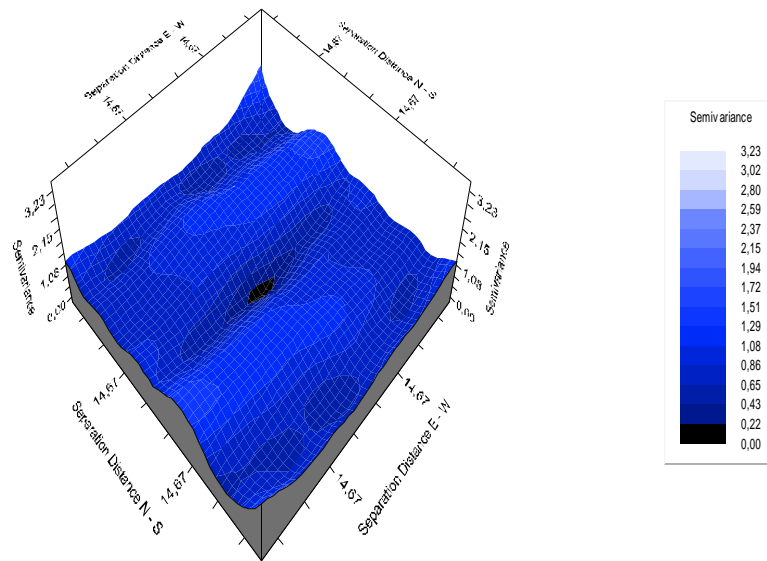
Εφαρμογές (17)

Για το κανονικοποιημένο πεδίο έχουμε



Εφαρμογές (18)

Για να δούμε κατά πόσο είναι αποδεκτή η θεώρηση ισότροπου πεδίου έχουμε



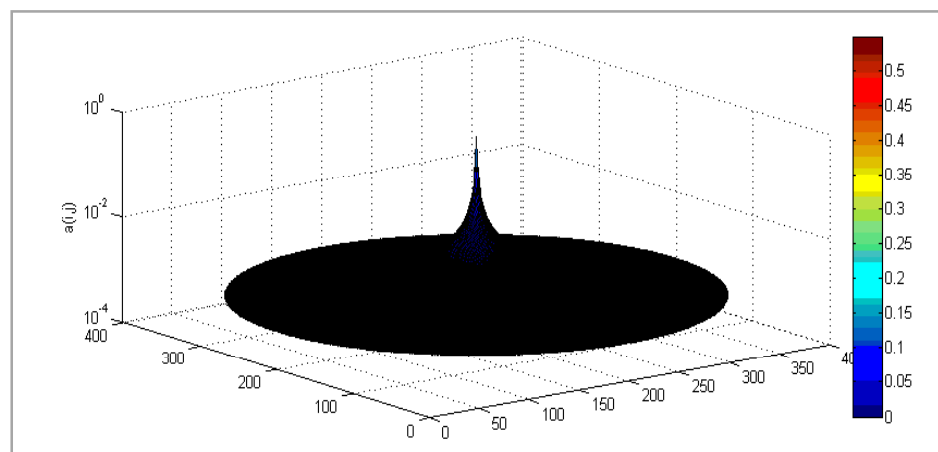
Απ' όπου φαίνεται ότι η θεώρηση είναι αρκετά μακριά απ' την πραγματικότητα

Εφαρμογές (19)

Για την εφαρμογή του μοντέλου υπολογίζονται

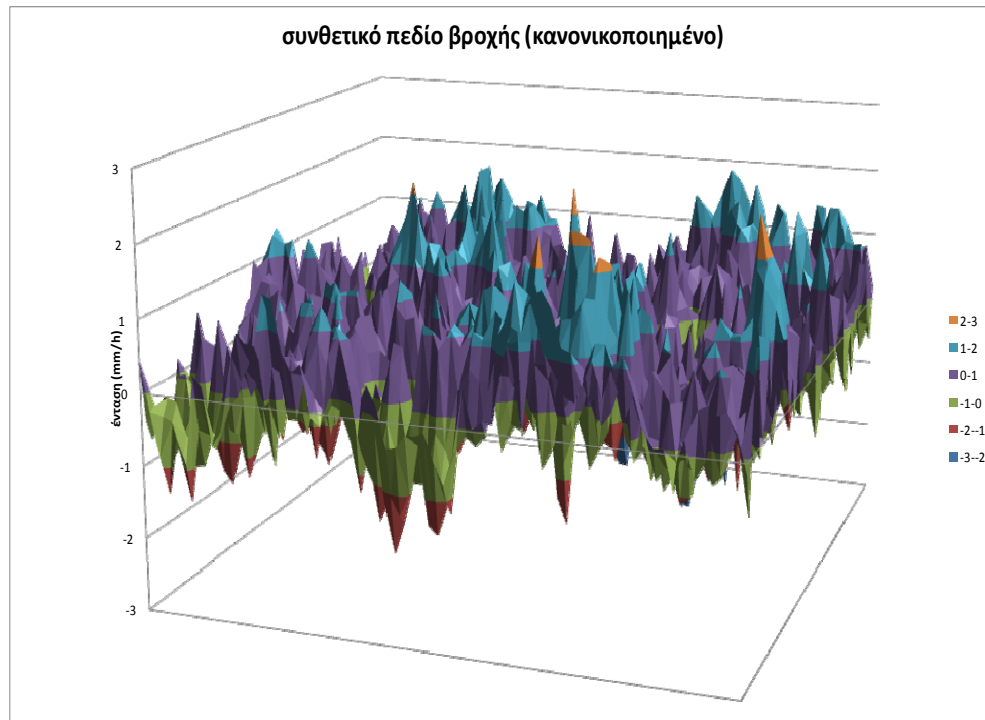
Συντελεστές προσαρμογής μοντέλου	
b	0.16
c(b)	0.873479
d(b)	0.033556
b'	1.08
d(b')	1.282767
c(b')	0.295644
B	1.21
γ_0	0.982681
a_0	0.541486

Και η ακολουθία των συντελεστών βάρους



Εφαρμογές (20)

Μια απεικόνιση του κανονικοποιημένου συνθετικού τυχαίου πεδίου είναι

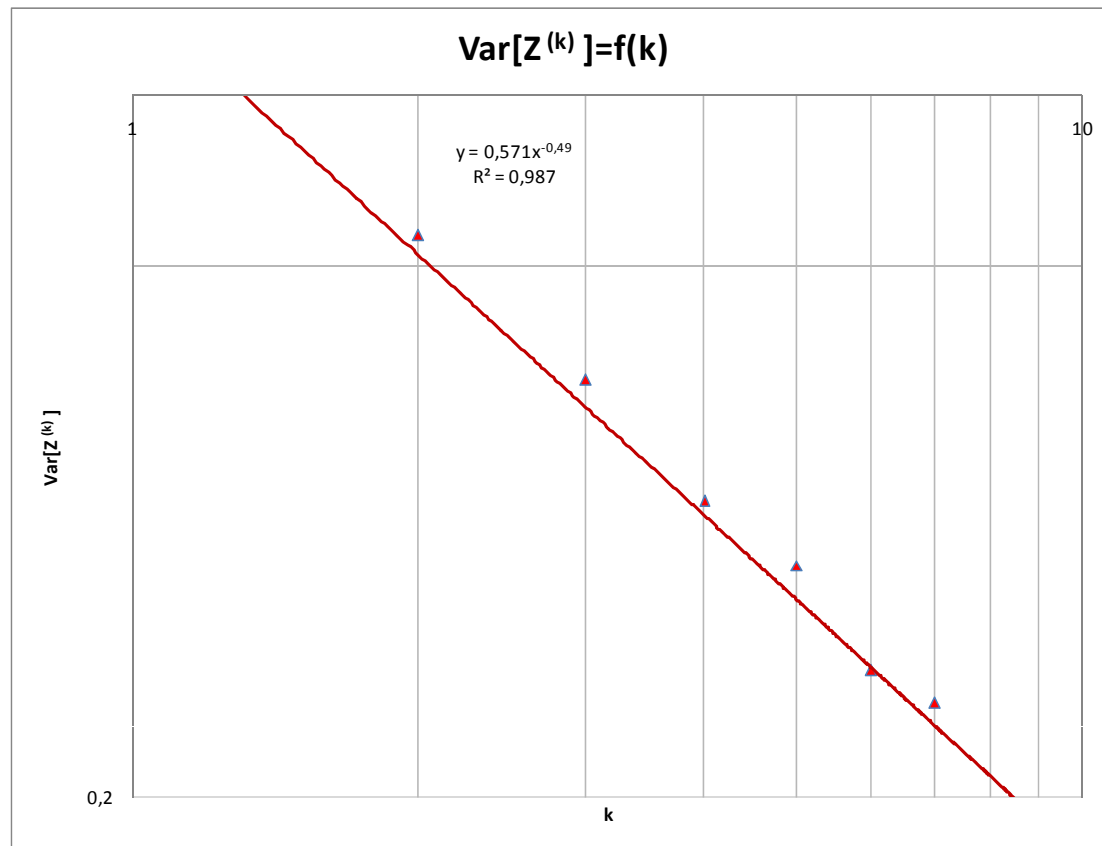


Στατιστικά χαρακτηριστικά (κλασικές εκτημήτριες)

μέση τιμή	0.04
τυπική απόκλιση	0.73
συντελεστής ασυμμετρίας	-0.08
συντελεστής κύρτωσης	-0.02

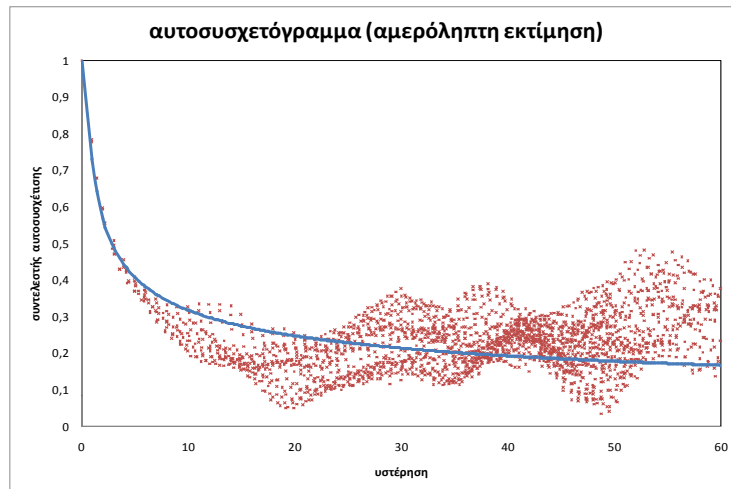
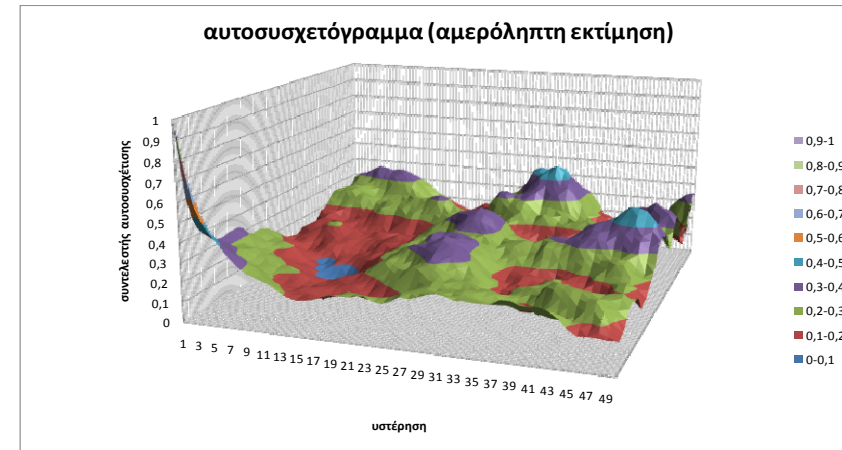
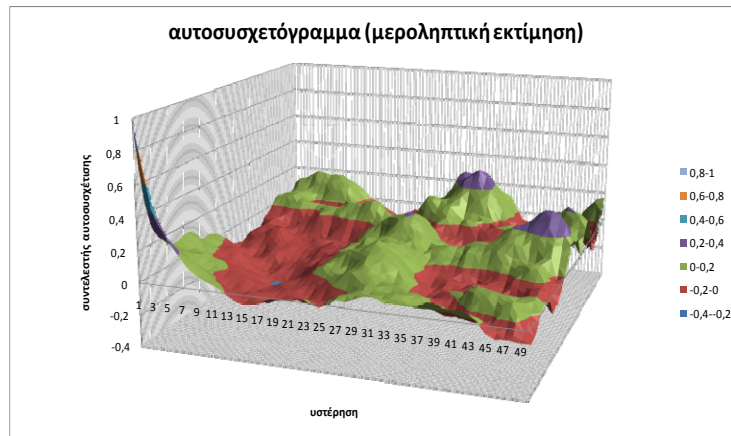
Εφαρμογές (21)

Η μεροληπτική εκτίμηση του συντελεστή Hurst είναι $H=0,88$ ενώ η αμερόληπτη $H=0,91$.



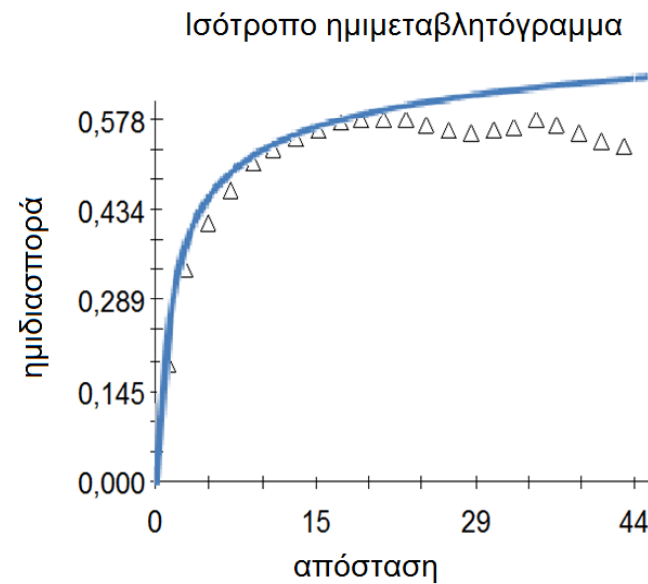
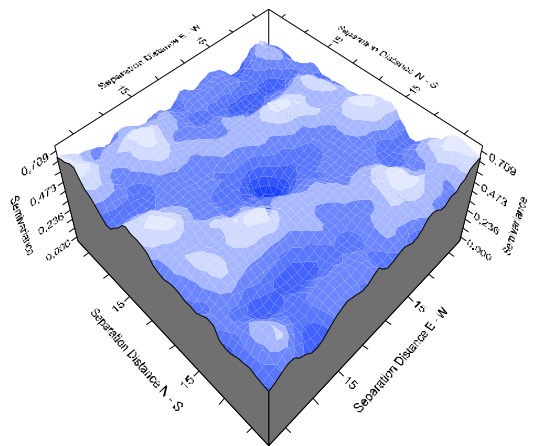
Εφαρμογές (22)

Για την απεικόνιση αυτή έχουμε



Εφαρμογές (23)

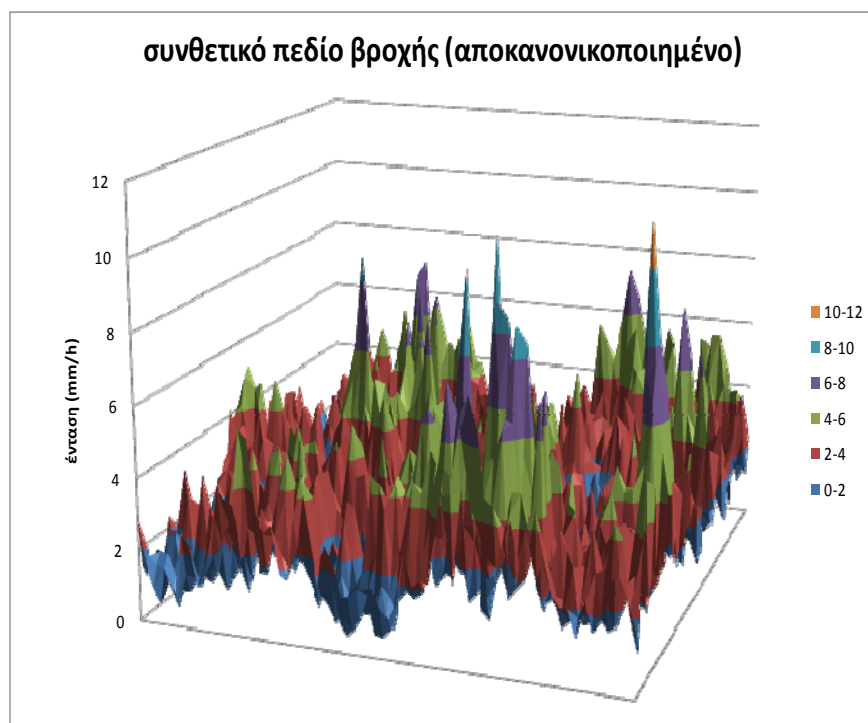
Το παραγόμενο πεδίο είναι όντως ισότροπο όπως φαίνεται



Εφαρμογές (24)

Το αποκανονικοποιημένο πεδίο είναι

Και η σύγκριση αρχικού και συνθετικού



Σύγκριση μετρήσεων και παραγομένου πεδίου			
κανονικοποιημένα πεδία			
		Ιστορικό	συνθετικό
κλασικές εκτιμήσεις	μέση τιμή	-0.00	0.04
	τυπική απόκλιση	0.99	0.73
	συντελεστής ασυμμετρίας	0.13	-0.08
	συντελεστής κύρτωσης	0.12	-0.02
	συντελεστής Hurst	0.89	0.88
αμερόληπτες εκτιμήσεις	ισοδύναμο δείγμα	3.78	19.97
	συντελεστής Hurst	0.96	0.91
	διασπορά	1.33	0.76
αποκανονικοποιημένα πεδία			
κλασικές εκτιμήσεις	μέση τιμή	2.51	2.34
	τυπική απόκλιση	2.00	1.31
	συντελεστής ασυμμετρίας	1.61	1.21
	συντελεστής κύρτωσης	2.76	2.57

Συμπεράσματα (1)

Περί του μοντέλου

- Το μοντέλο αναπαράγει ικανοποιητικά το φαινόμενο της χωρικής εμμοχής (Hurst).
- Απλή εφαρμογή μοντέλου καθώς απαιτείται μόνο ο συντελεστής H
- Αναλυτική λύση μοντέλου – θεωρητικά τεκμηριωμένο.
- Ικανοποιητική διατήρηση ροπών χαμηλής τάξης αλλά όχι υψηλότερων.
- Λόγω της απαίτησης χρήσης μεγάλου πλήθους συντελεστών βάρους υπάρχουν επιπτώσεις στην ταχύτητα αναπαραγωγής απεικονίσεων συνθετικού τυχαίου πεδίου.

Συμπεράσματα (2)

Περί στατιστικών εκτιμήσεων

Η χρήση εκτιμήσεων κλασσικής στατιστικής δεν είναι κατάλληλη καθώς παραβιάζεται η προϋπόθεση ανεξάρτητου πανομοιότυπα κατανεμημένου τυχαίου πεδίου καθώς τα φυσικά παρατηρημένα πεδία παρουσιάζουν ισχυρή δομή αυτοσυσχέτισης και το αποτέλεσμα είναι

- Υποεκτίμηση του συντελεστή Hurst.
- Υποεκτίμηση στατιστικών χαρακτηριστικών (πχ διασπορά, συντελεστή αυτοσυσχέτισης).
- Υποεκτίμηση αβεβαιότητας αυξανόμενου του συντελεστή Hurst.

Προβληματισμοί

- Η παραδοχή ομογενούς πεδίου είναι ικανοποιητική; (πχ. Η γνωστή επιρροή της γεωγραφικής θέσης και του υψομέτρου με την ένταση της βροχής)
- Η παραδοχή ισότροπου πεδίου είναι εύλογη;
- Η παραδοχή εργοδικού πεδίου μιας και ο υπολογισμός του συνθετικού πεδίου βασίστηκε σε ένα μόνο επεισόδιο βροχή. (ανάγκη διερεύνησης εξάρτησης συντελεστή Hurst με διάφορα επεισόδια βροχής διαφορετικών εντάσεων και διαφορετικών χρονικών περιόδων).
- Η παραδοχή μοντέλου απλής ομοιοθεσίας.
- Η χρήση διαφορετικού μετασχηματισμού κανονικοποίησης με δυνατότητα επεξεργασίας μηδενικών τιμών.
- Ανάγκη προσδιορισμού σφάλματος όπου χρησιμοποιήθηκαν αριθμητικές επιλύσεις.

Ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας