ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

Ανάπτυξη υπολογιστικού συστήματος για τον πολυμεταβλητό στοχαστικό επιμερισμό μηνιαίων σε ημερήσιες υδρολογικές χρονοσειρές.

Ιωάννης – Μηνάς Διαλυνάς

Αθήνα, Μάρτιος 2011
Επιβλέπων Καθηγητής: Δημήτρης Κουτσογιάννης

Εισαγωγή

- Το σύστημα«***Κασταλία***» δημιουργήθηκε από την ερευνητική ομάδα «*ΙΤΙΑ*» του ΕΜΠ, στα πλαίσια του ερευνητικού έργου «*Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας» (1999-2003).*

- Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού **Object Pascal –Delphi**, και λειτουργεί σε αυτόνομο περιβάλλον, αλλά και ως πρόσθετο του λογισμικού Υδρογνώμων.

- Χρησιμοποιείται επιχειρησιακά από την **ΕΥΔΑΠ**, για τη βελτιστοποίηση της διαχείρισης του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας και έχει χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια τεχνολογικών μελετών και ερευνητικών έργων , για **διαχειριστικές αναλύσεις** σύνθετων συστημάτων υδατικών πόρων (ταμιευτήρες Πλαστήρα, Σμοκόβου και Αποσελέμη, Δυτική Θεσσαλία, Βοιωτικός Κηφισός, Ρόδος).

Εισαγωγή

- Στο σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης ***Κασταλία*** εφαρμόζεται ένα πρωτότυπο σχήμα στοχαστικής ανάλυσης πολλών μεταβλητών και δύο χρονικών επιπέδων (από την ετήσια στη μηνιαία χρονική κλίμακα) που αναπαράγει:

❖ Το ελάχιστο σύνολο ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων :

1. Μέση τιμή
2. Διασπορά
3. Συντελεστής Ασυμμετρίας

(1–3: Παράμετροι περιθώριων συναρτήσεων κατανομής)

4. Συντελεστές αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης
5. Συντελεστές ετεροσυσχέτισης μηδενικής τάξης

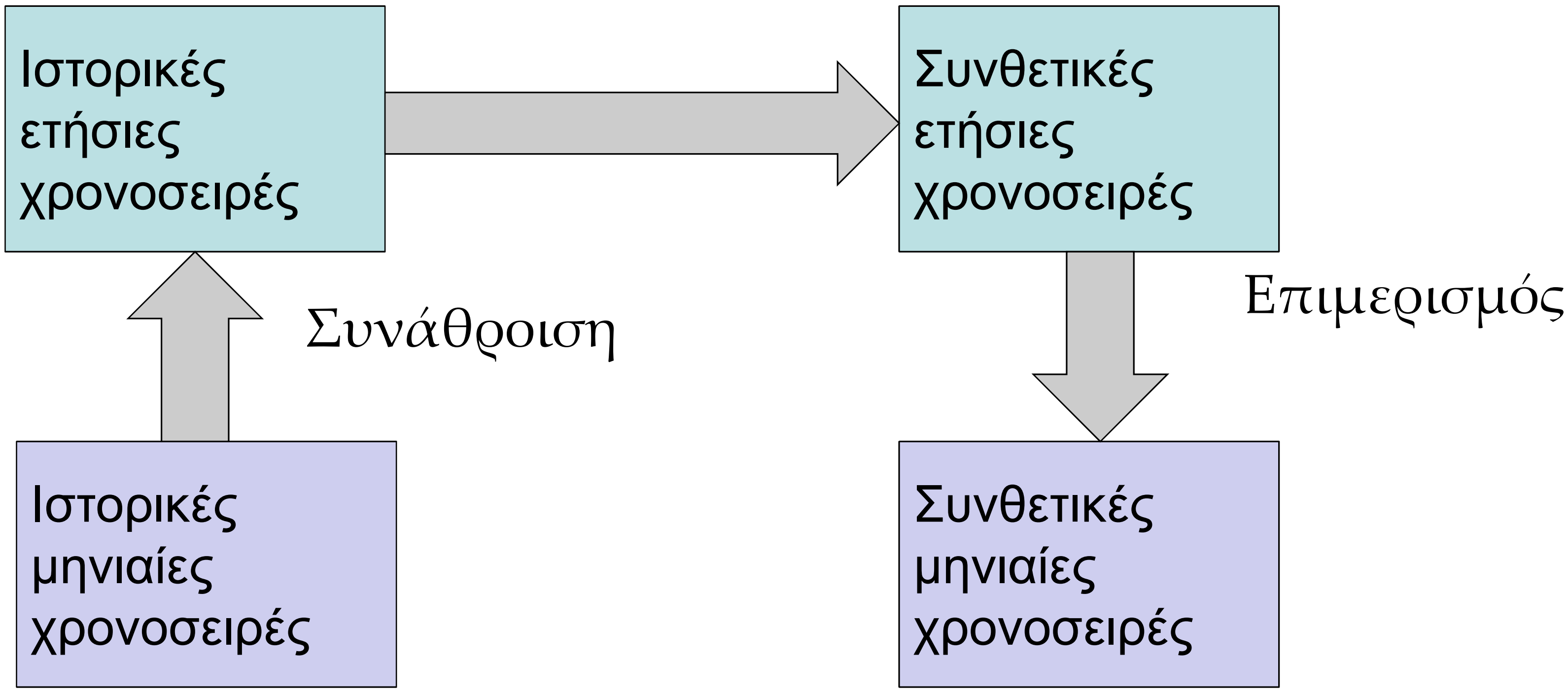
(4–5: Παράμετροι από κοινού συναρτήσεων κατανομής)

❖ Τις χαρακτηριστικές ιδιαιτερότητες των υδρολογικών ανελίξεων:

1. Μακροπρόθεσμη Εμμονή
2. Περιοδικότητα

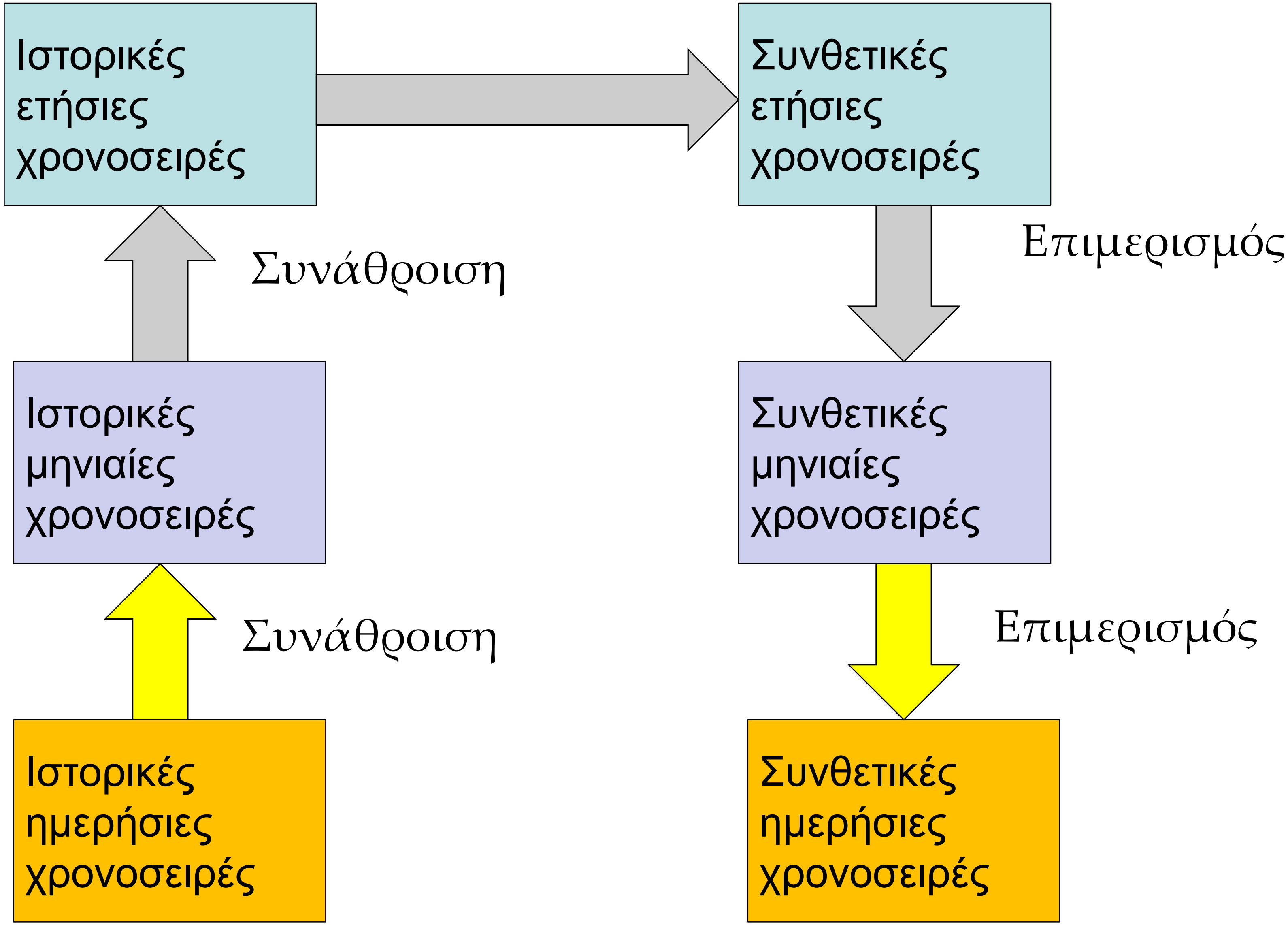
Κασταλία (1)

Σχήμα προσομοίωσης



Κασταλία (2)

Σχήμα προσομοίωσης



Δυσκολίες προσομοίωσης σε ημερήσια κλίμακα

- Επιπρόσθετες ιδιαιτερότητες των υδρολογικών ανελίξεων που πρέπει να ληφθούν υπόψη στην ημερήσια χρονική κλίμακα:

❖ Υψηλός Συντελεστής Μεταβλητότητας

$$C\mathrm{v}_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X}$$

❖ Υψηλός Συντελεστής Ασυμμετρίας

$$C\mathrm{s}_X = \frac{{\mu_X}^{(3)}}{{\sigma_X}^3}$$

❖ Διαλείπουσα Συμπεριφορά (διατήρηση Probability Dry)

Γέννηση ημερήσιων χρονοσειρών

- Περιοδικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης πρώτης τάξης (PAR (1))

$$\mathbf{Y}_{s,\,\tau} = \mathbf{a}_s \mathbf{Y}_{s,\,\tau-1} + \mathbf{b}_s \mathbf{V}_{s,\,\tau}$$

όπου:

$\mathrm{Y}_{s,\tau} = (Y_{s,\tau}^{1}, \ldots, Y_{s,\tau}^{m})^T$: διάνυσμα που αντιπροσωπεύει την ταυτόχρονη πραγματοποίηση *m* στοχαστικά εξαρτημένων ανελίξεων κατά την υποπερίοδο τ (ημέρα), την περίοδο s (μήνα),

$\mathbf{a}_s$, $\mathbf{b}_s$: μητρώα παραμέτρων διαστάσεων (m x m) για κάθε περίοδο (μήνα), τα οποία εξαρτώνται με περιοδικό τρόπο από την υποπερίοδο και

$\mathrm{V}_{s,\tau} = (V_{s,\tau}^{1}, \ldots, V_{s,\tau}^{m})^T$: το διάνυσμα του λευκού θορύβου (στοχαστικά ανεξάρτητων μεταβλητών, στο χώρο και στο χρόνο) μεγέθους m.

Παρατηρήσεις

Στο PAR(1) αναπαράγεται το ελάχιστο σύνολο ουσιωδών στατιστικών παραμέτρων, που περιλαμβάνει:

- τις ***παραμέτρους των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής*** (μέσες τιμές, διασπορές και ασυμμετρίες)

- τις ***παραμέτρους των από κοινού συναρτήσεων κατανομής*** (συντελεστές ετεροσυσχέτισης για lag μηδέν και συντελεστές αυτοσυσχέτισης για lag ένα).

Υπολογισμός μητρώου παραμέτρων b

- **Αποσύνθεση του μητρώου συνδιασπορών** $\mathbf{c}_s = \mathbf{b}_s \, \mathbf{b}_s^T$ (decomposition):

$$\mathbf{b}_s \, \mathbf{b}_s^T = \mathrm{Cov}\,[\mathbf{Y}_{s,\,\tau}\,,\, \mathbf{Y}_{s,\,\tau}] - \mathbf{a}_s \, \mathrm{Cov}\,[\mathbf{Y}_{s,\,\tau-1},\, \mathbf{Y}_{s,\,\tau-1}]\, \mathbf{a}_s^T$$

- Στην ***Κασταλία*** γίνεται χρήση γενικευμένου αλγόριθμου προσδιορισμού μιας βέλτιστης λύσης (Koutsoyiannis, 1999) για **c είτε θετικά ορισμένο** (ακριβής λύση) **είτε όχι** (προσεγγιστική λύση).

- Οι τυχαίες μεταβλητές $\mathbf{V}_{s,\,\tau}$ παράγονται μέσω γεννήτριας τυχαίων αριθμών που θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III).

- Οι παράμετροι της κατανομής εκτιμώνται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών των $\mathbf{V}_{s,\,\tau}$ (μέση τιμή $E[\mathbf{V}_{s,\,\tau}]$, διασπορά $\mathrm{Var}[\mathbf{V}_{s,\,\tau}]$ και ασυμμετρία ($\mu_3[\mathbf{V}_{s,\,\tau}]$)).

Διατήρηση της ασυμμετρίας (1)

- Οι ημερήσιες υδρολογικές χρονοσειρές παρουσιάζουν **έντονη ασυμμετρία.**

- Το σύστημα προσομοίωσης (διαδικασία αναγωγής) αναπαράγει τις ροπές **πρώτης** και **δεύτερης** τάξης, **όχι** όμως και τις ροπές **τρίτης** τάξης.

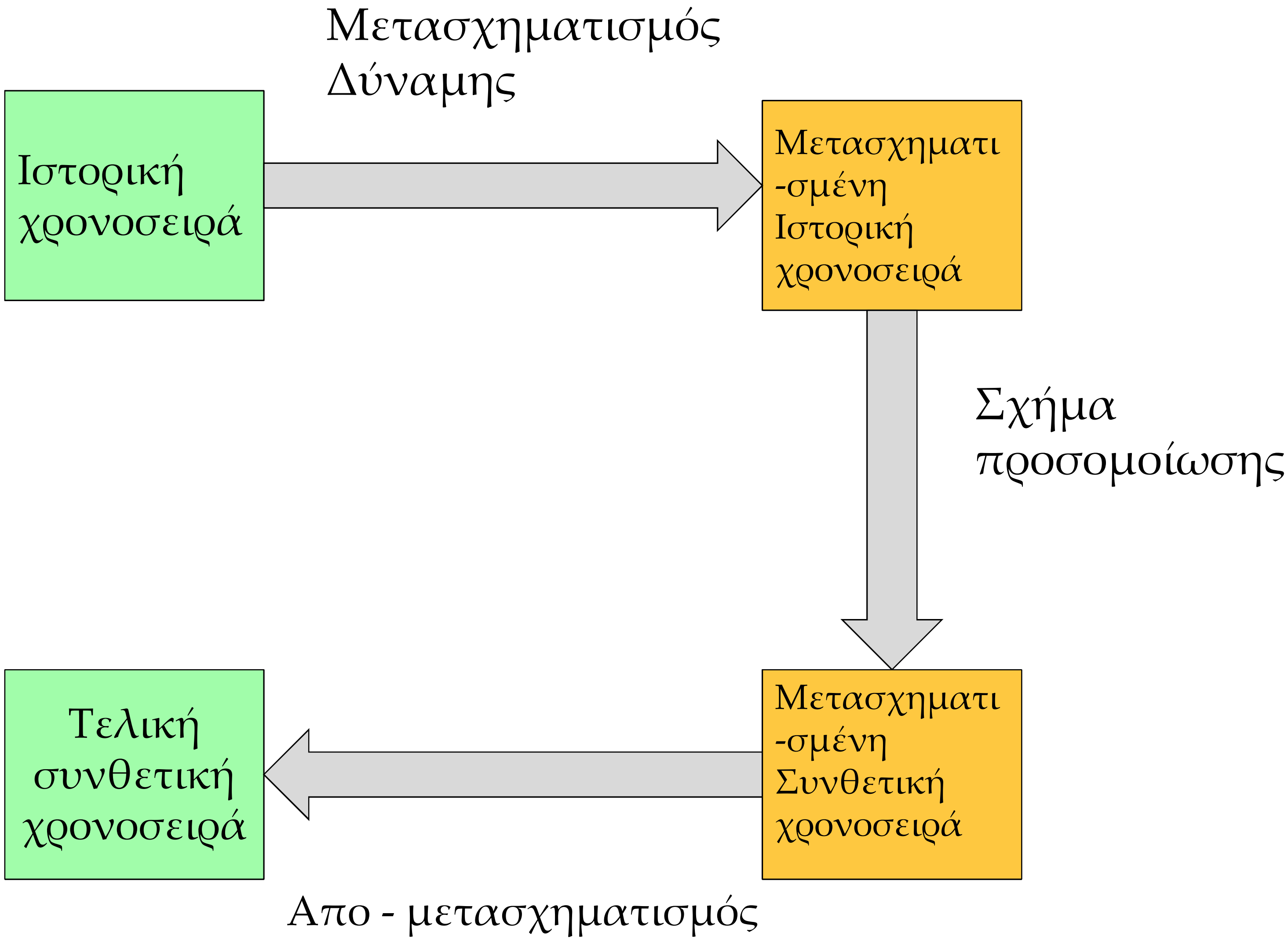
- Για τη διατήρηση της ασυμμετρίας οι *Koutsoyiannis, Onof* και *Wheater*, (2003) εξέτασαν μη γραμμικούς μετασχηματισμούς.

- Εφαρμογή μετασχηματισμού δύναμης:

$$\mathbf{X}_t := \mathbf{X}_t^{(m)}$$

όπου $\mathbf{X}_t^{(m)}$ συμβολίζει το διάνυσμα $\mathbf{X}_t$ με στοιχεία υψωμένα στη δύναμη m, $0 < m < 1$

Διατήρηση της ασυμμετρίας (2)



Διατήρηση του Probability Dry (1)

- Η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων (Probability Dry) αποτελεί **πολύ σημαντική πληροφορία** στην ημερήσια κλίμακα και η διατήρησή της καθίσταται απαραίτητη.

- Το μοντέλο γέννησης ημερήσιων χρονοσειρών βροχόπτωσης :

  1. **δεν κάνει διάκριση** μεταξύ ξηρών και υγρών περιόδων
  2. είναι αναμενόμενο να φέρει **πολύ μικρότερα ποσοστά ξηρών** περιόδων σε σχέση με την πραγματικότητα

- Επομένως, η φύση των υδρολογικών διεργασιών απαιτεί την επιβολή ορισμένων **αριθμητικών περιορισμών** στο σχήμα προσομοίωσης, προκειμένου να προσεγγίσουμε καλύτερα την πραγματικότητα.

Διατήρηση του Probability Dry (2)

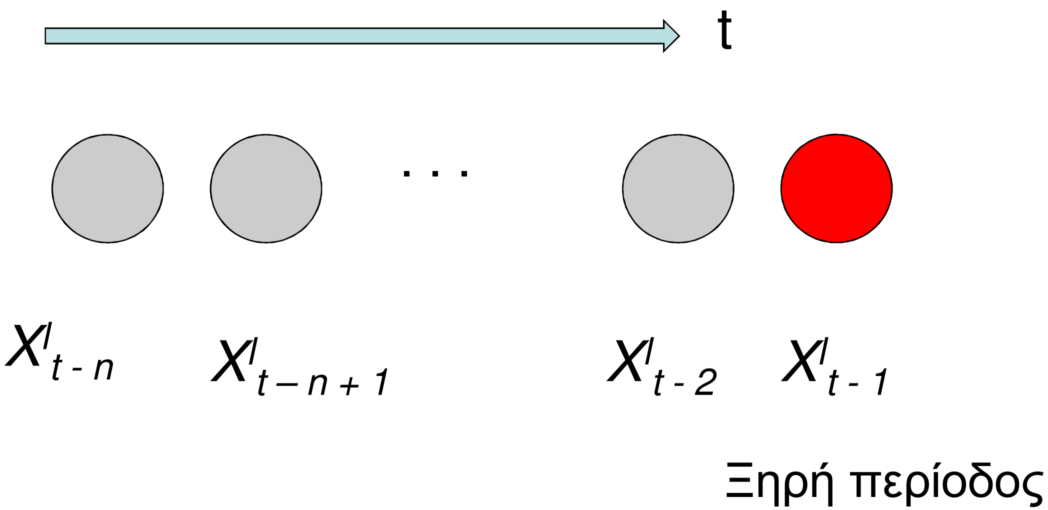
- Το **συνολικό** ποσοστό ξηρών περιόδων προκύπτει από το άθροισμα των ημερών μηδενικού ύψους βροχής ως εξής (*Koutsoyiannis, Onof and Wheater*, 2003):

1. Οι **αρνητικές τιμές** (μικρές μέσες τιμές, μεγάλοι συντελεστές μεταβλητότητας) που παράγονται από το ημερήσιο PAR(1) **μηδενίζονται**.
2. Ένα ποσοστό π_0 των πολύ μικρών τιμών (μικρότερες από ένα όριο (**threshold**) l_0 (π.χ 0.1 – 0.3 mm)) τίθενται μηδέν.

- Εντούτοις, δεν διατηρείται πλήρως η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων → **απαίτηση επιπλέον περιορισμού.**
- Μία επιπλέον τεχνική δοκιμάζεται, η οποία λαμβάνει υπόψην (στη διάσταση του χώρου) τις ημέρες που υπάρχει **ηλιοφάνεια** και επίσης η επιλογή των ξηρών περιόδων γίνεται με τυχαίο τρόπο λαμβάνοντας υπόψη την ιδιότητα του μοντέλου **Μαρκόφ**.

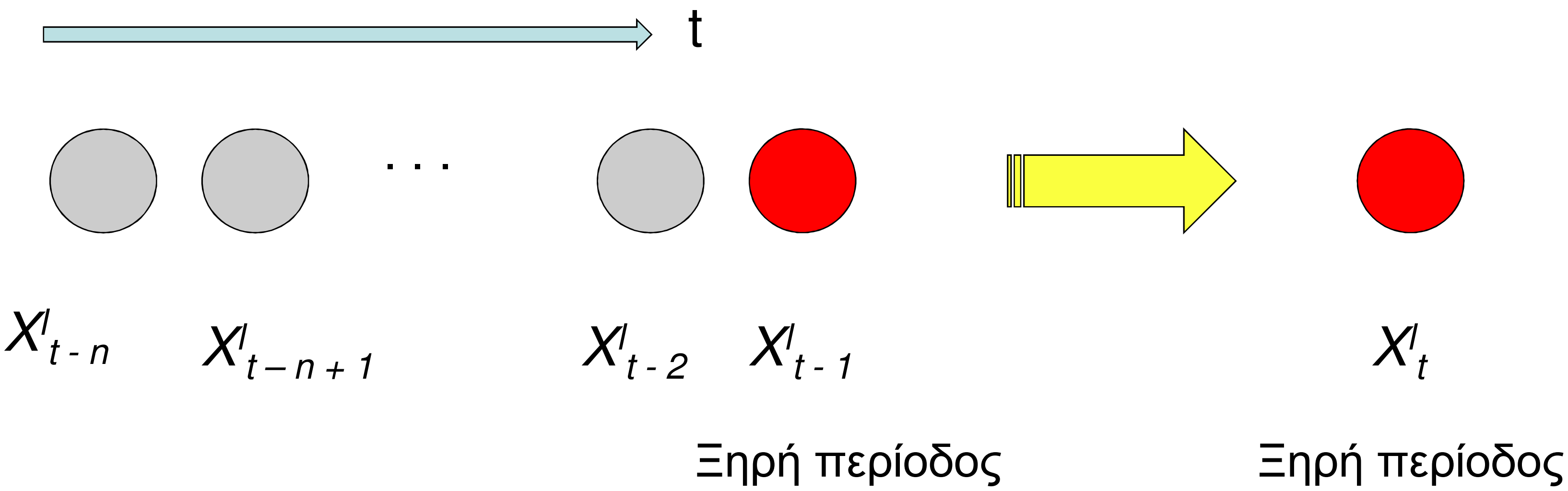
Διατήρηση του Probability Dry (3)

- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε ξηρή περίοδο, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).
- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε υγρή περίοδο, τότε υπάρχει μικρότερη πιθανότητα ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).



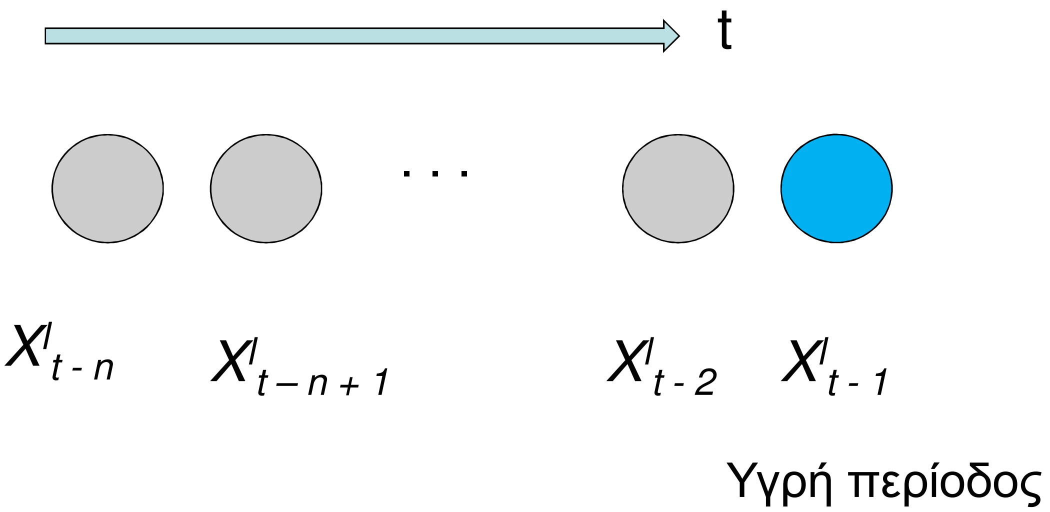
Διατήρηση του Probability Dry (3)

- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε ξηρή περίοδο, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).
- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε υγρή περίοδο, τότε υπάρχει μικρότερη πιθανότητα ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).



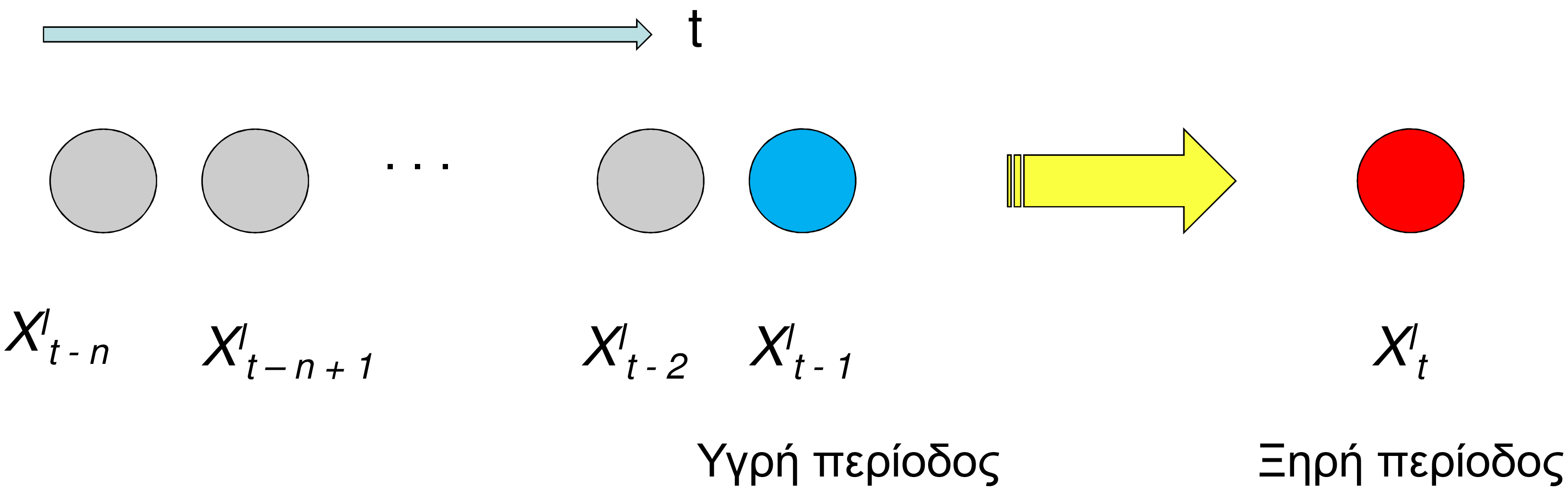
Διατήρηση του Probability Dry (3)

- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε ξηρή περίοδο, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).
- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε υγρή περίοδο, τότε υπάρχει μικρότερη πιθανότητα ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).



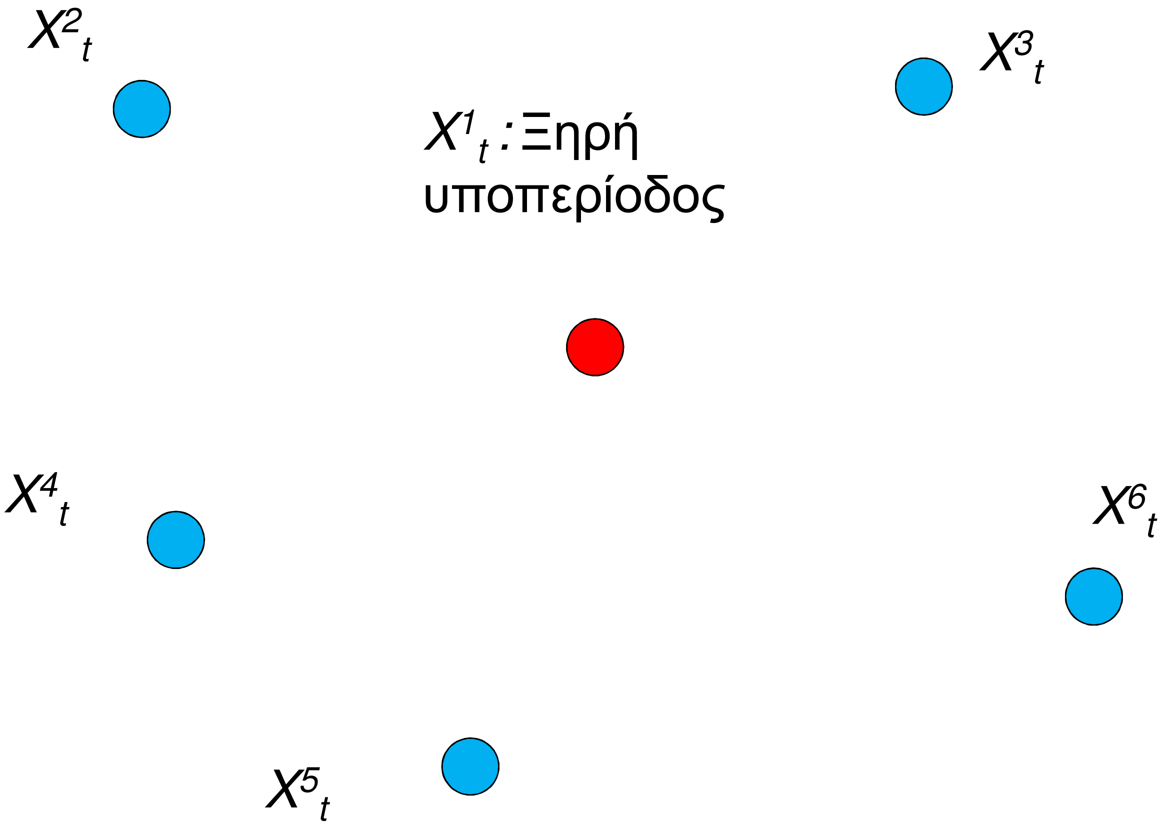
Διατήρηση του Probability Dry (3)

- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε ξηρή περίοδο, τότε υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).
- Αν σε κάποιο χρονικό βήμα (X^l_{t-1}) έχουμε υγρή περίοδο, τότε υπάρχει μικρότερη πιθανότητα ακολουθεί ξηρή περίοδος (X^l_t).



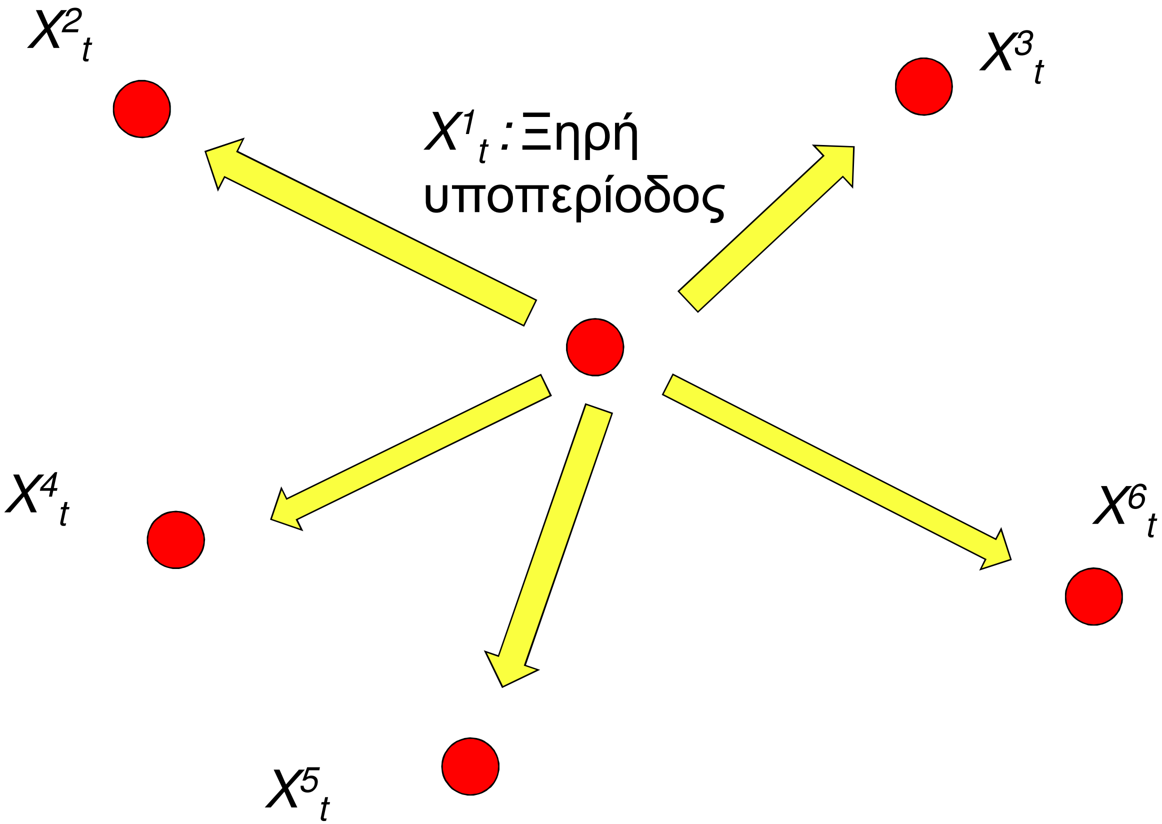
Διατήρηση του Probability Dry (4)

- Αν τουλάχιστον **σε ένα** σταθμό έχουμε ξηρή περίοδο με αυτή τη μέθοδο, τότε υπάρχει μια πιθανότητα να έχουμε μηδενικό ύψος βροχής και **σε όλους** τους υπόλοιπους σταθμούς στο ίδιο χρονικό βήμα. Έτσι, λαμβάνονται υπόψην (**στο χώρο**) οι ημέρες που υπάρχει **ηλιοφάνεια**.



Διατήρηση του Probability Dry (4)

- Αν τουλάχιστον **σε ένα** σταθμό έχουμε ξηρή περίοδο με αυτή τη μέθοδο, τότε υπάρχει μια πιθανότητα να έχουμε μηδενικό ύψος βροχής και **σε όλους** τους υπόλοιπους σταθμούς στο ίδιο χρονικό βήμα. Έτσι, λαμβάνονται υπόψην (**στο χώρο**) οι ημέρες που υπάρχει **ηλιοφάνεια**.



Διατήρηση του Probability Dry (5)

- Η τελευταία μέθοδος λαμβάνει υπόψη την Probability Dry του δείγματος.

- Διατηρείται ικανοποιητικά η πιθανότητα εμφάνισης ξηρών περιόδων.

- Μέσω των αριθμητικών περιορισμών προκύπτει μια μικρή αλλοίωση της αποτελεσματικότητας του σχήματος προσομοίωσης.

Περιγραφή της γενικής διαδικασίας αναγωγής

- Αν $\mathbf{Y}_\tau = (Y_\tau^1, \ldots, Y_\tau^m)^T$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών χαμηλού επιπέδου, και $\mathbf{X} = (X^1, \ldots, X^m)^T$ το διάνυσμα μεταβλητών υψηλού επιπέδου, τότε σε κάθε χρονική περίοδο, τα διανύσματα $\mathbf{Y}_\tau$ και $\mathbf{X}$ πρέπει να ικανοποιούν την **αθροιστική ιδιότητα**:

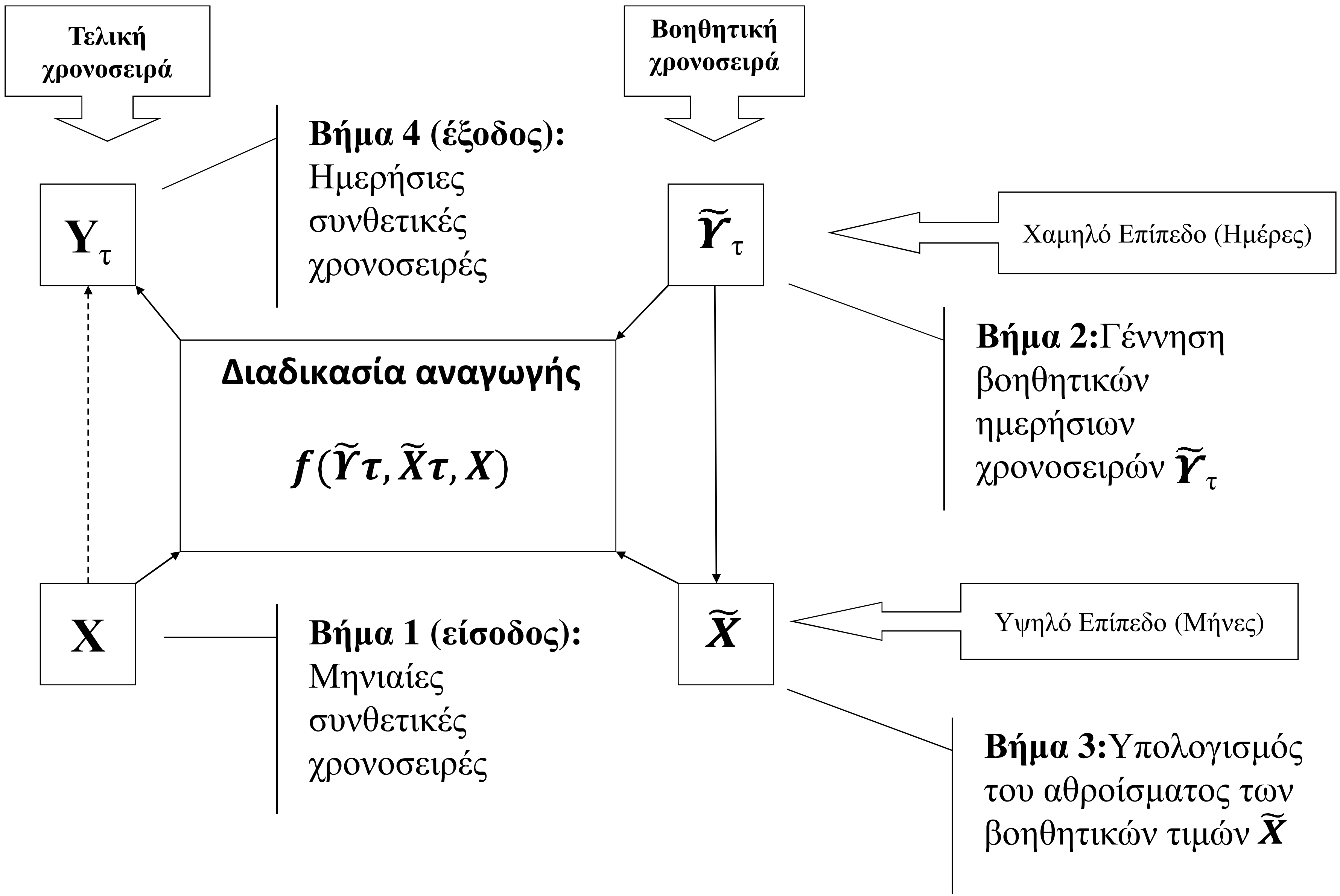
$$\sum_{\tau=1}^{s} \mathbf{Y}_\tau = \mathbf{X}$$

όπου s το πλήθος των υποπεριόδων κάθε περιόδου.

- We denote the higher- and lower-level discrete time processes by $\mathbf{X} = (X^1, \ldots, X^m)^T$ *and* $\mathbf{Y}_\tau = (Y_\tau^1, \ldots, Y_\tau^m)^T$, respectively, where superscript T denotes the transpose of a vector or matrix

- Οι *Koutsoyiannis and Manetas* (1996) και *Koutsoyiannis* (2001) ανέπτυξαν ένα **πλήθος σχημάτων επιμερισμού** (με χρήση μικρού πλήθους παραμέτρων).

Μοντέλο γραμμικής αναγωγής



Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

- Η διαδικασία γραμμικής αναγωγής:

$$Y_\tau = \tilde{Y}_\tau + \lambda_\tau (X - \tilde{X})$$

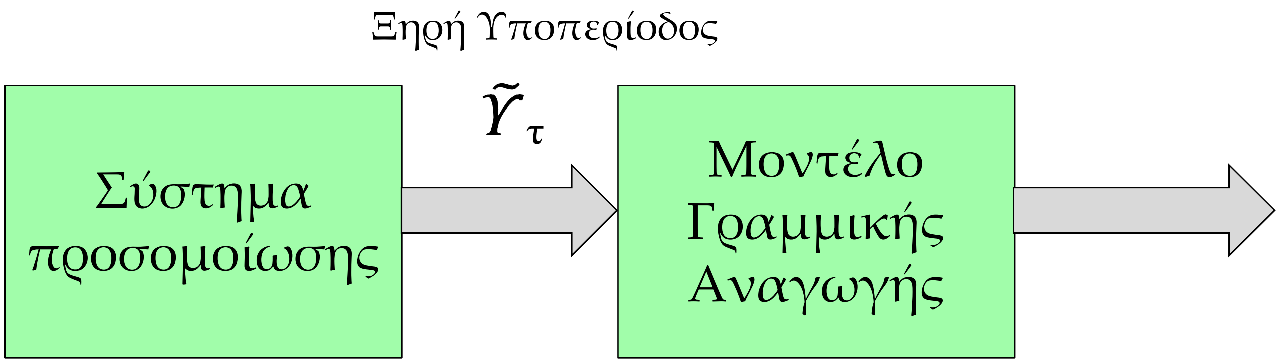
όπου : $\tilde{X} = \sum_{\tau=1}^{s} \tilde{Y}_\tau$

- Για κάθε υποπερίοδο αντιστοιχεί ένας συντελεστής λ_τ.
- Για τους συντελεστές λ_τ είναι: $\sum_{\tau=1}^{s} \lambda_\tau = 1$
- Οι συντελεστές λ_τ για τον επιμερισμό των **ετήσιων** χρονοσειρών υπολογίζονται με βάση τις **συνδιασπορές** των μεταβλητών.

Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

Όμως αυτή η μέθοδος δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τα ημερήσια δεδομένα !

Έστω $\tilde{Y}_\tau$ ξηρή υποπερίοδος που προκύπτει από το ημερήσιο PAR(1)



Η Y_τ δεν είναι ξηρή υποπερίοδος!

$$Y_\tau = \tilde{Y}_\tau + \lambda_\tau \, (X - \tilde{X})$$

- Άρα τελικά **δε μπορεί να διατηρηθεί** η Probability Dry με αυτή τη μέθοδο

Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

- Δοκιμάζεται μια μέθοδος επιμερισμού της διαφοράς $(X - \tilde{??})$ **μονάχα στις υγρές υποπεριόδους**:

1. Για κάθε περίοδο Χ (μήνας) μετράται ο αριθμός $\boldsymbol{n}$ των υγρών υποπεριόδων.
2. Οι συντελεστές λ_τ για λαμβάνονται από τη σχέση:

$$\lambda_\tau = \frac{1}{\boldsymbol{n}}$$

- Το ποσοστό λ_τ είναι **ίδιο** για κάθε υποπερίοδο.
- Προφανώς ισχύει: $\sum_{\tau=1}^{s} \lambda_\tau = 1$

Μοντέλο γραμμικής αναγωγής

Άρα:

❖ Ο αριθμός των ημερών με μηδενικό ύψος βροχής τελικά δεν επηρεάζεται.

❖ Διατήρηση του Probability Dry.

❖ Ισχύει η **αθροιστική ιδιότητα:** $\sum_{\tau=1}^{s} \mathbf{Y}_{\tau} = \mathbf{X}$

PAR(1): Επαναληπτική διαδικασία Monte Carlo

- Εφαρμογή επαναληπτικής διαδικασίας τύπου Monte Carlo.

- Για κάθε χρονική περίοδο, παράγεται ένα πλήθος πραγματοποιήσεων των ημερήσιων μεταβλητών μέσω του μοντέλου PAR(1), μέχρι η απόσταση:

$$\Delta X = \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{\left|X^{l}-\tilde{X}^{l}\right|}{\sqrt{Var[X^{l}]}}$$

να γίνει μικρότερη από μια τιμή ΔX_{max}.

- Με αυτό τον τρόπο **περιορίζεται** η αλλοίωση στατιστικών χαρακτηριστικών λόγω της γραμμικής αναγωγής.

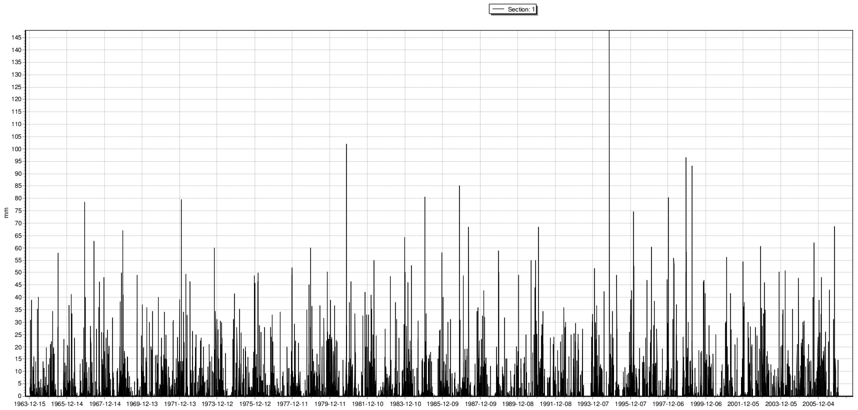
Εφαρμογή

- Παραγωγή ημερήσιων συνθετικών χρονοσειρών βροχόπτωσης μήκους 1000 ετών μέσω πολυμεταβλητού επιμερισμού με εφαρμογή του συστήματος "**Κασταλία**" από ημερήσια δεδομένα τριών σταθμών:

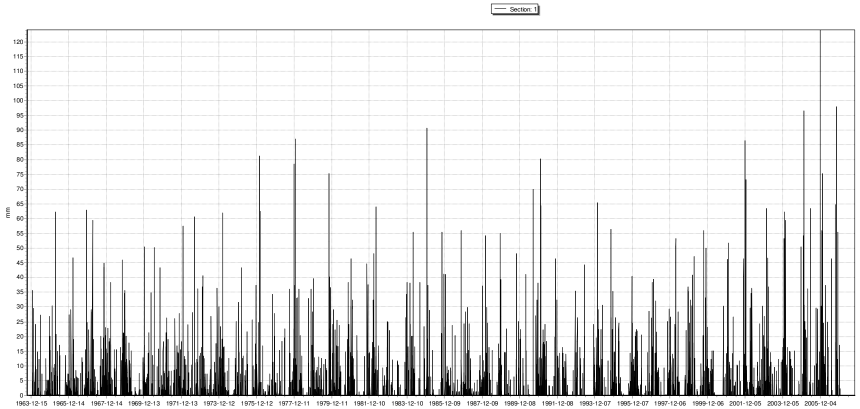
- **Τιθορέα**
- **Παύλος**
- **Δρυμαία**

Μήκος ημερήσιων χρονοσειρών: **43 έτη**
(01/01/1964 – 31/12/2006)

Ιστορικές Ημερήσιες Χρονοσειρές

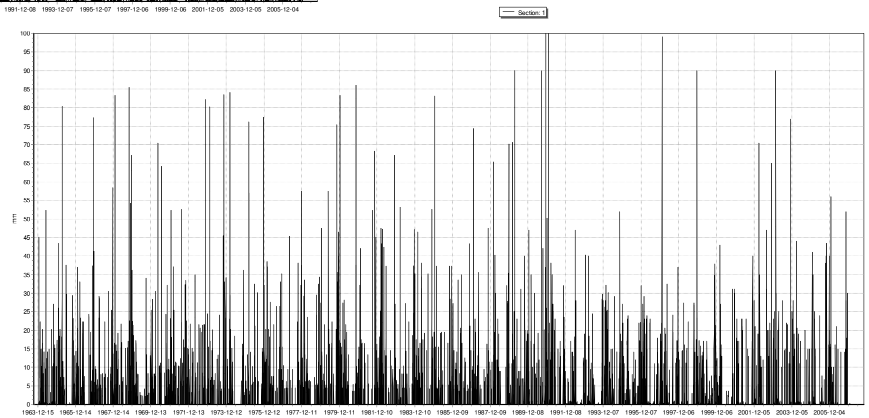


Τιθορέα

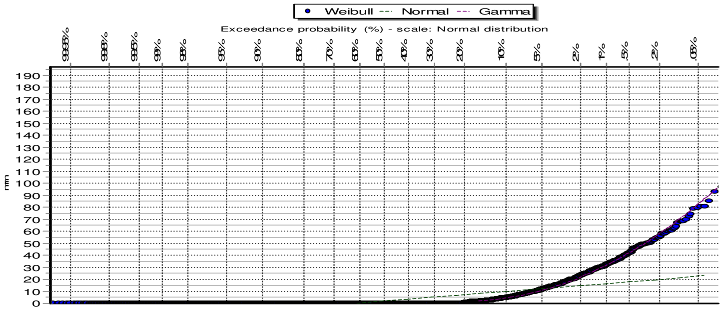


Παύλος

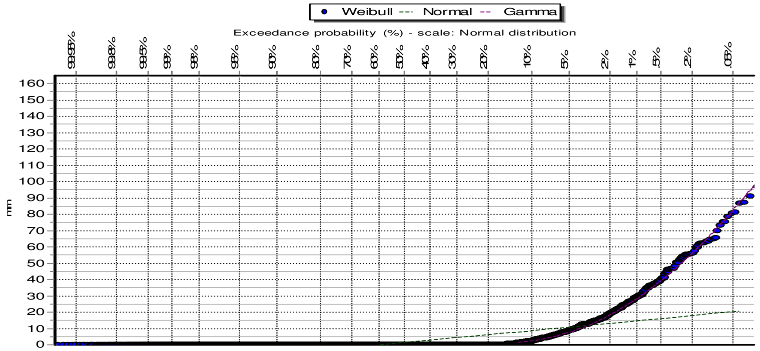
Δρυμαία



Ιστορικές Ημερήσιες Χρονοσειρές

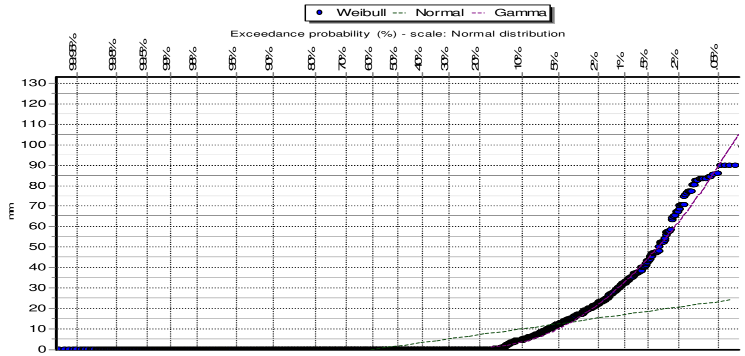


Τιθορέα



Παύλος

Δρυμαία



Παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν

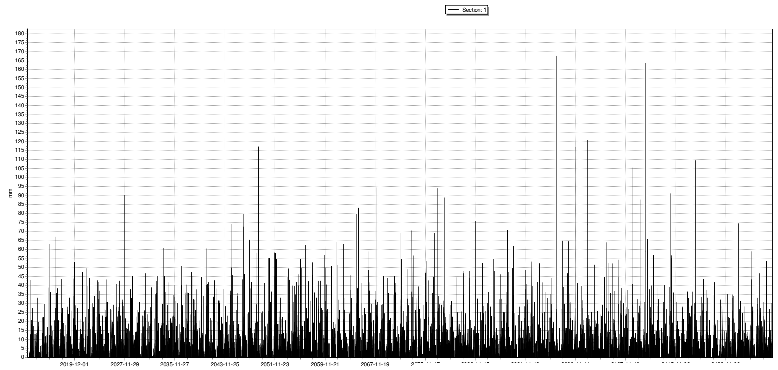
Στο **υδρολογικό σενάριο** χρησιμοποιήθηκε:

– ο εκθέτης **m=0.95** στο μετασχηματισμό δύναμης των ημερήσιων χρονοσειρών,

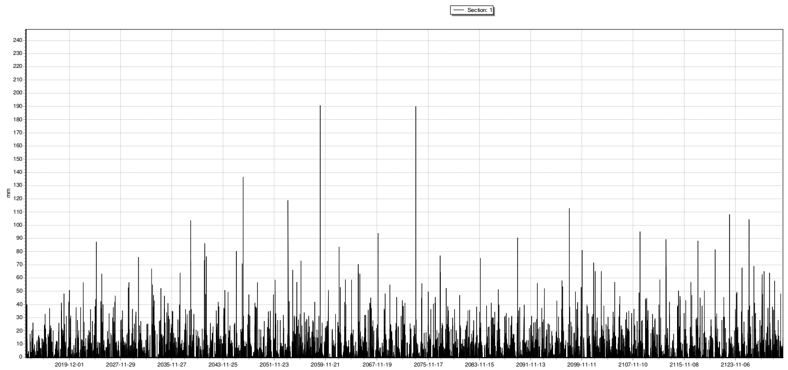
– το ποσοστό $\boldsymbol{\pi_0}$**=0.99** και το όριο (*threshold*) $\boldsymbol{l_0}$**=0.3mm** για τη στρογγυλοποίηση των πολύ μικρών τιμών ύψους βροχόπτωσης,

– τα ποσοστά $\boldsymbol{\lambda_1}$**=0.28** και $\boldsymbol{\lambda_2}$**=0** και η πιθανότητα $\boldsymbol{k_3}$**=0.60** για την εφαρμογή της μεθόδου διατήρησης της Probability dry.

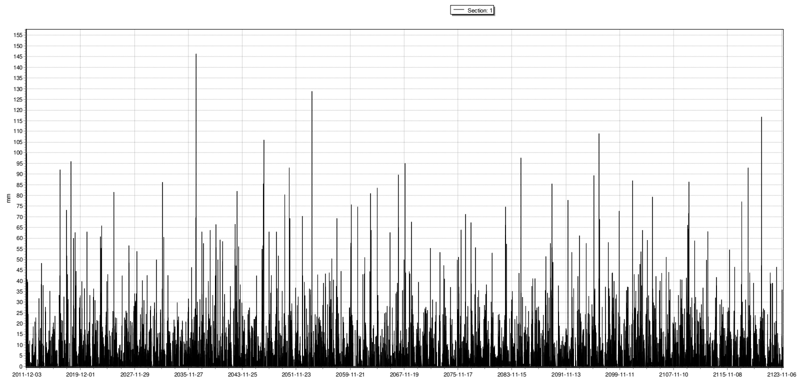
Συνθετικές Ημερήσιες Χρονοσειρές



Τιθορέα

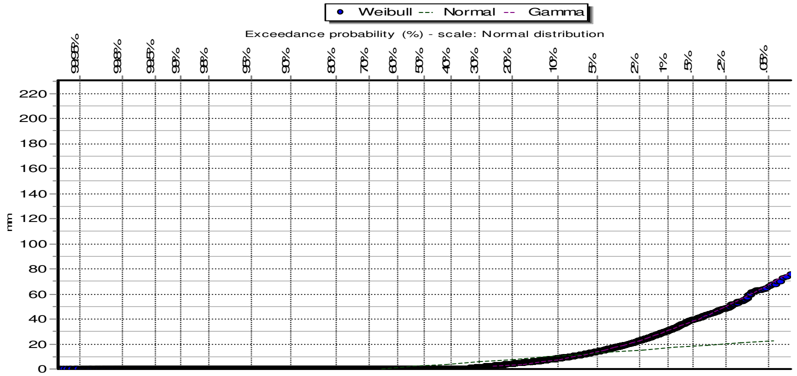


Παύλος

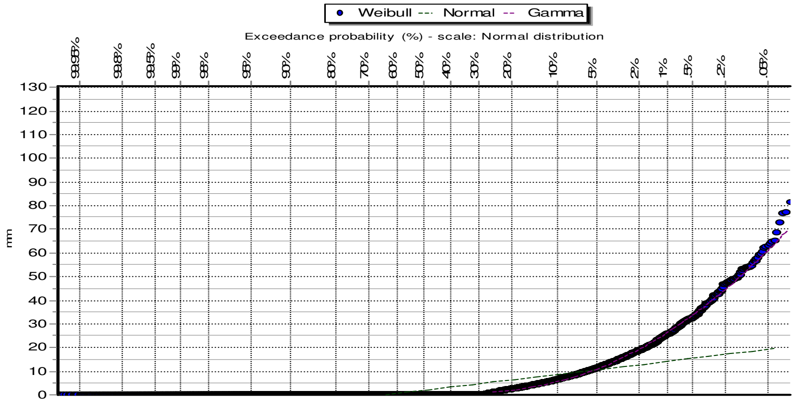


Δρυμαία

Συνθετικές Ημερήσιες Χρονοσειρές

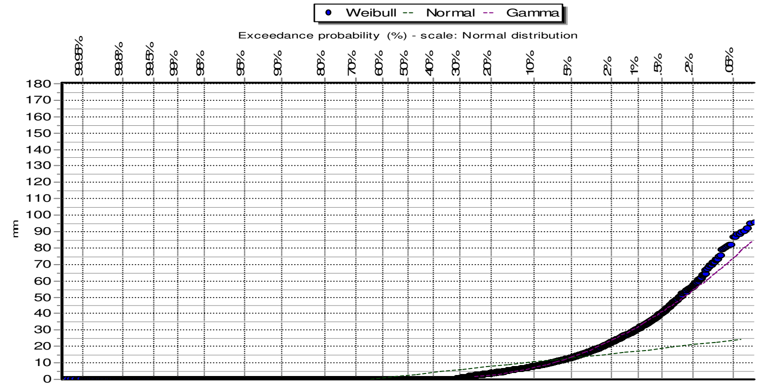


Τιθορέα

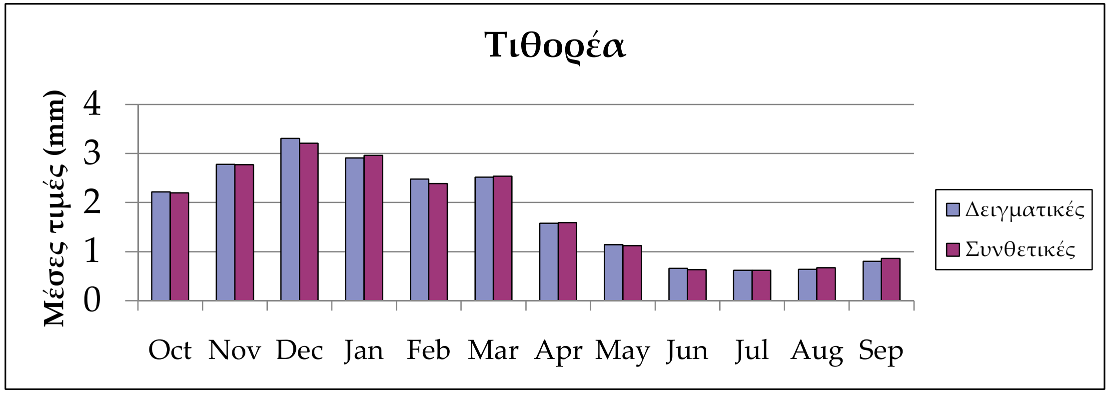


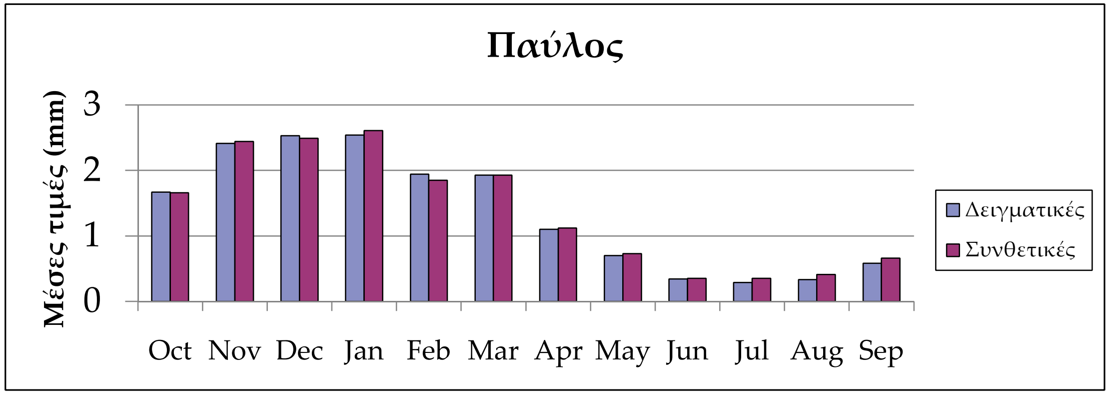
Παύλος

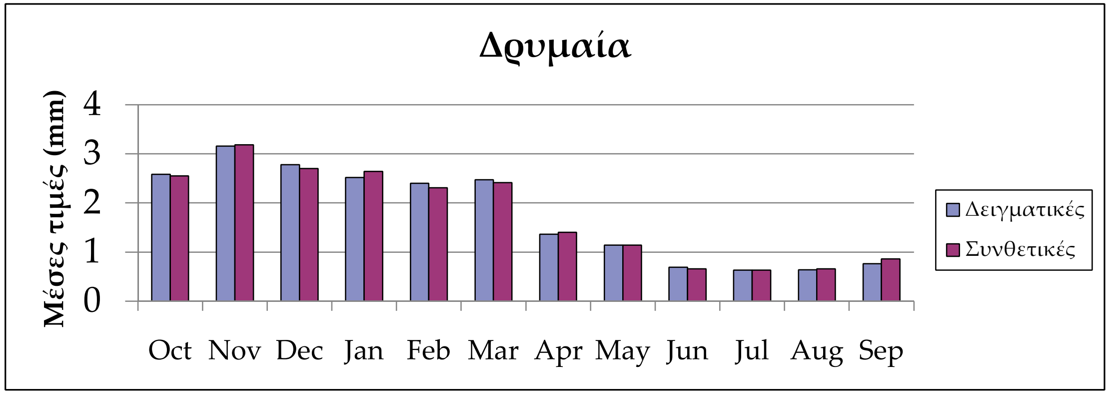
Δρυμαία



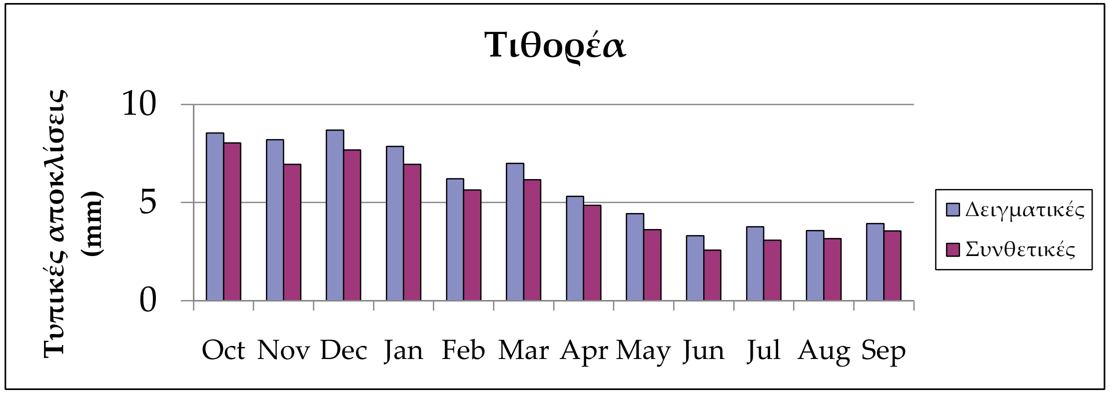
Ημερήσια Μέση Τιμή

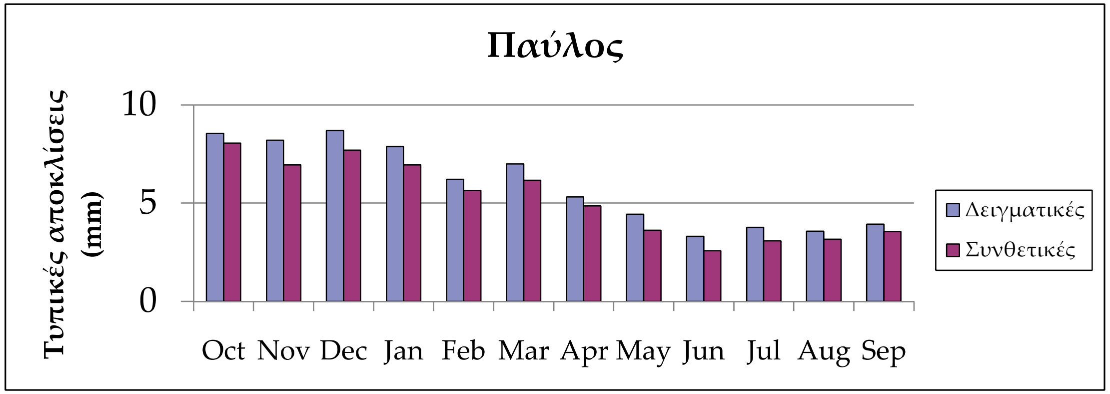


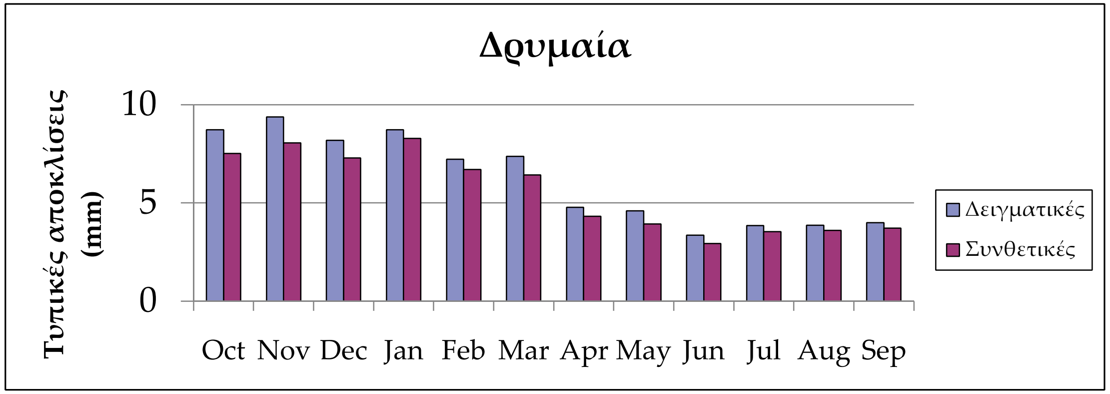




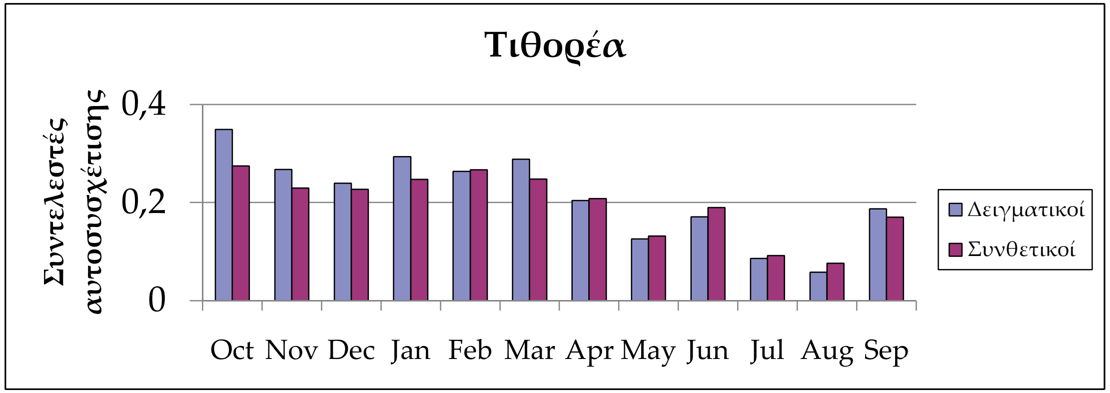
Ημερήσια Τυπική Απόκλιση

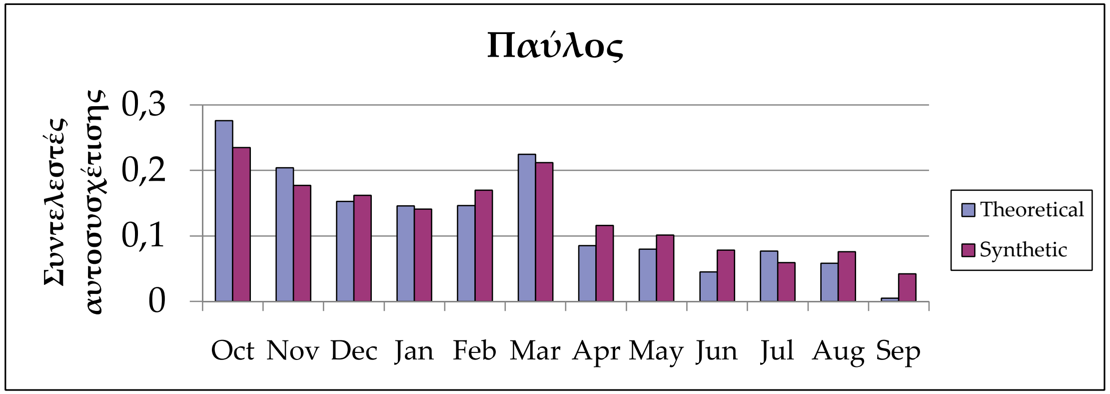


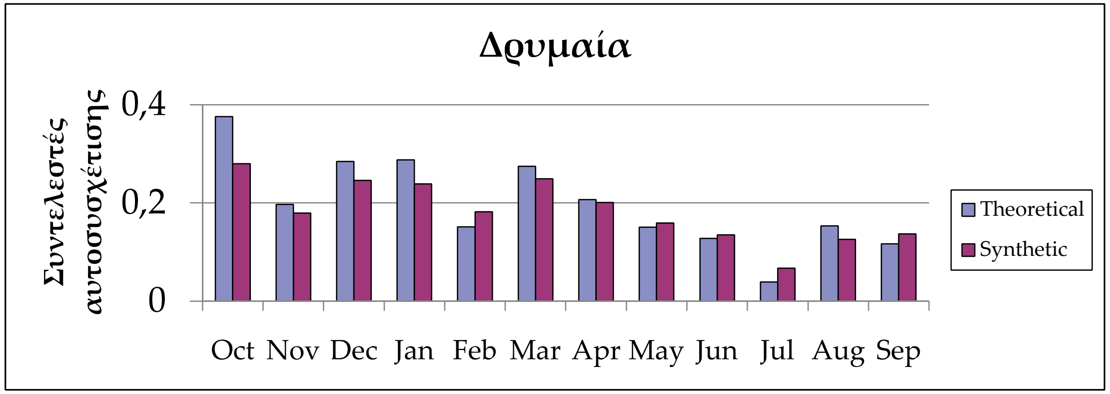




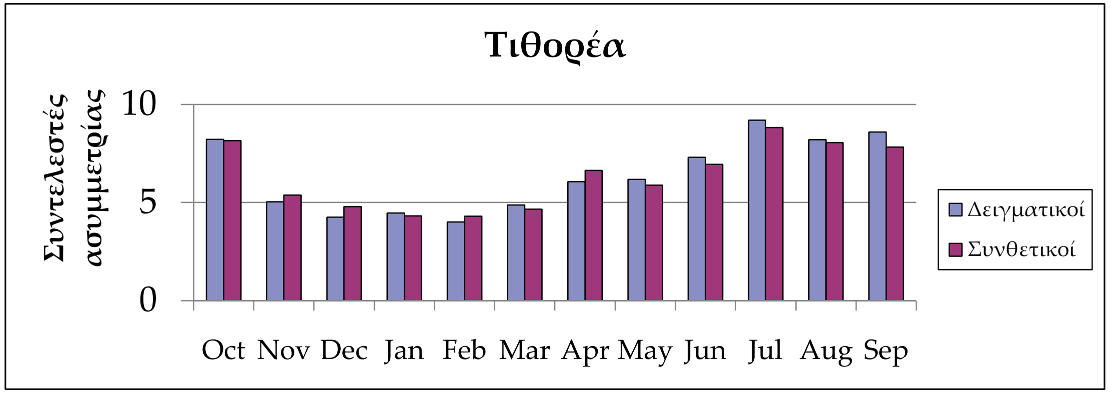
Ημερήσιος Συντελεστής Αυτοσυσχέτισης

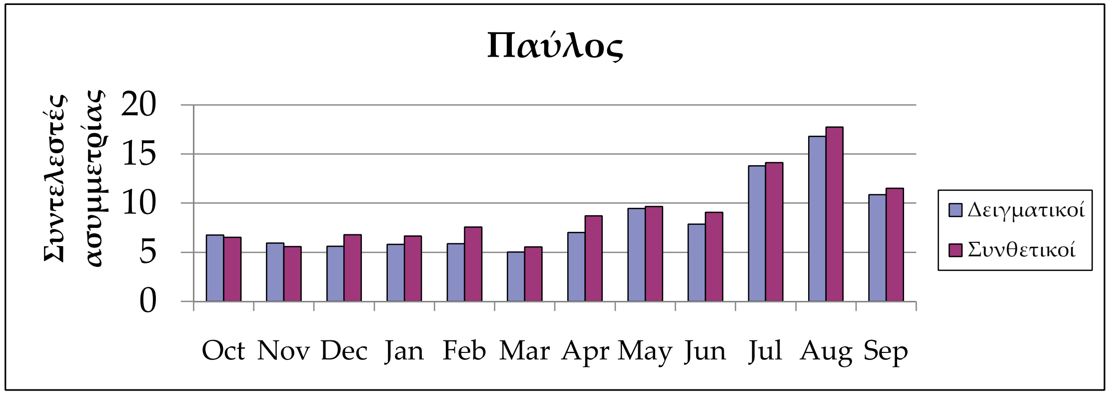


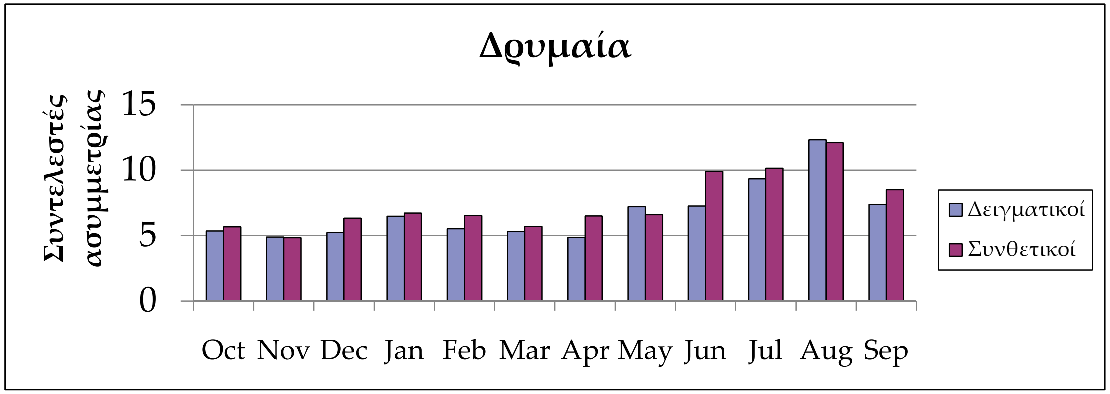




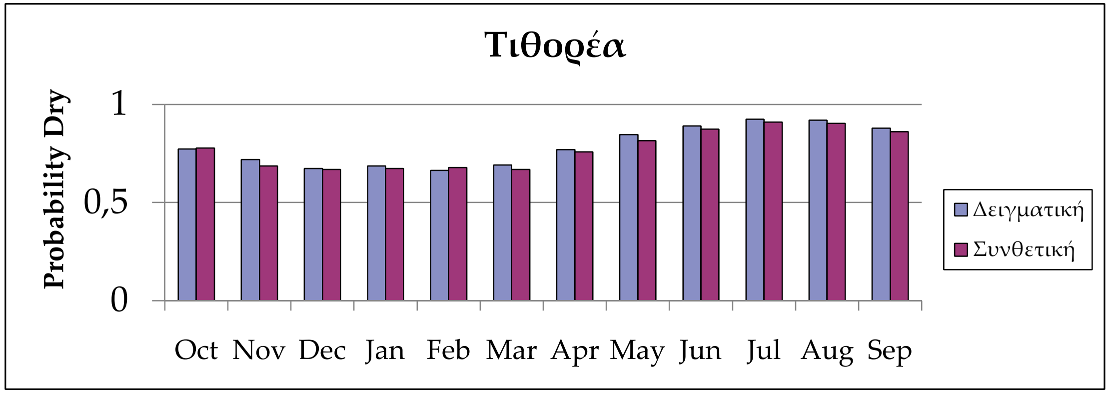
Ημερήσιος Συντελεστής Ασυμμετρίας

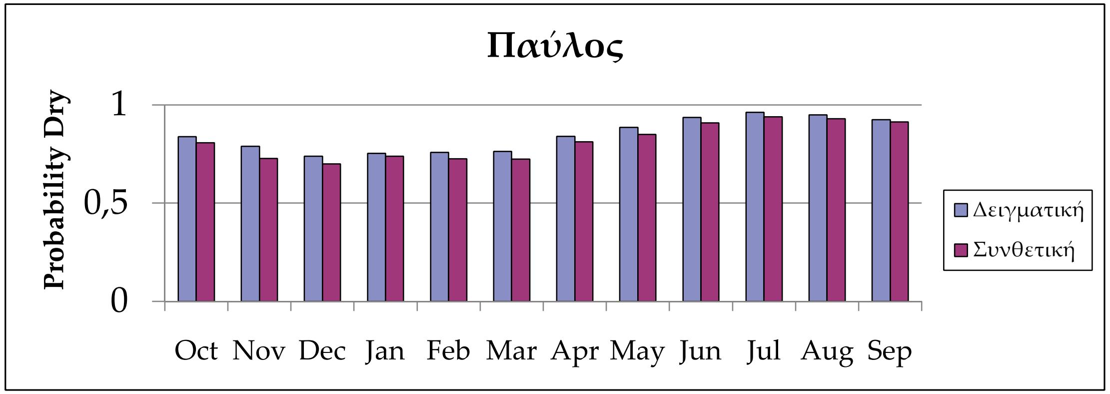


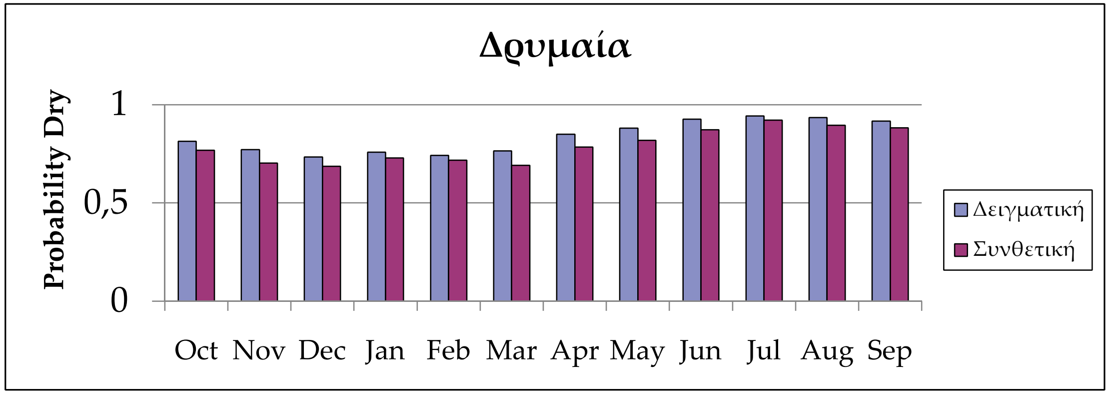




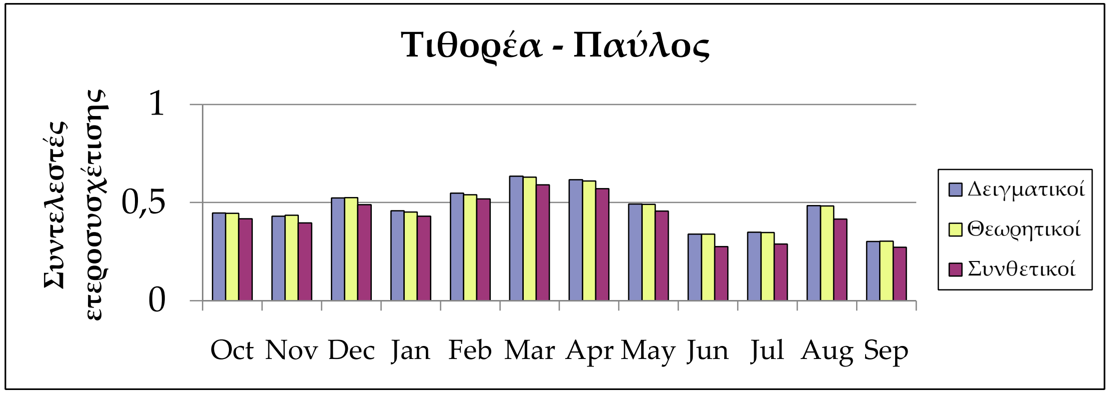
Probability Dry

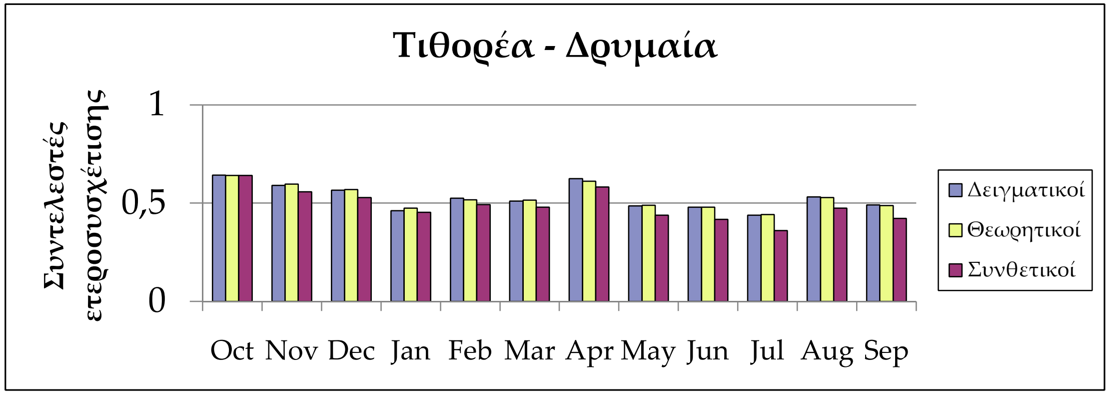


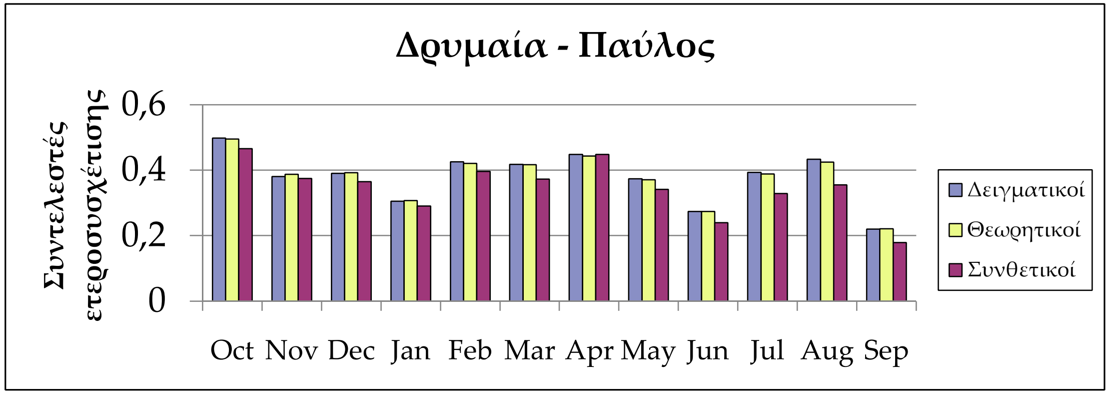




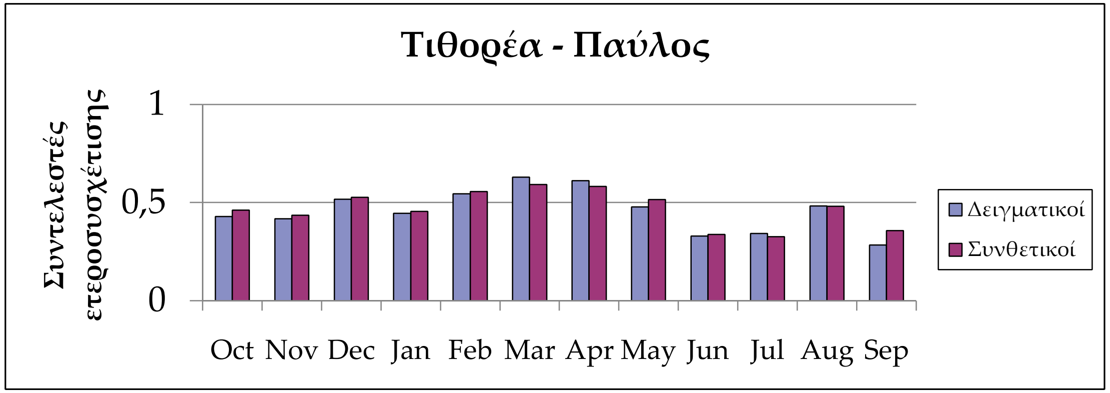
Συντελεστής ετεροσυσχέτισης (transformed)

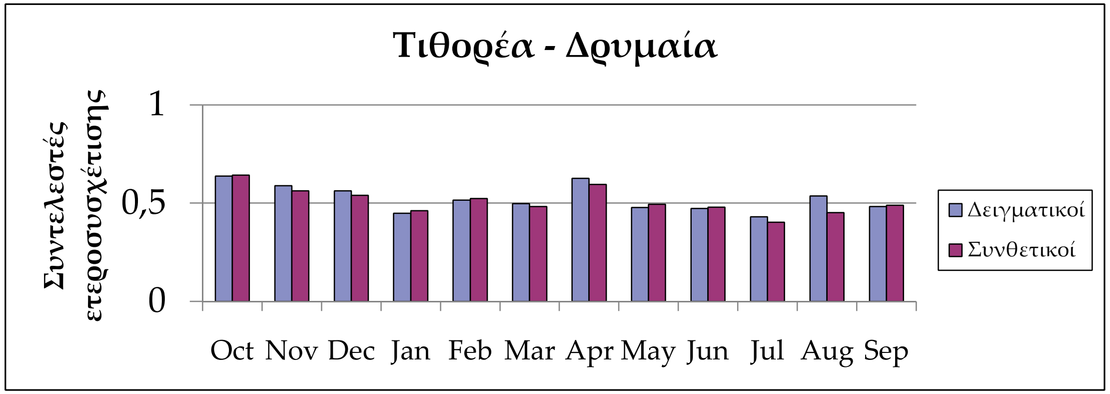


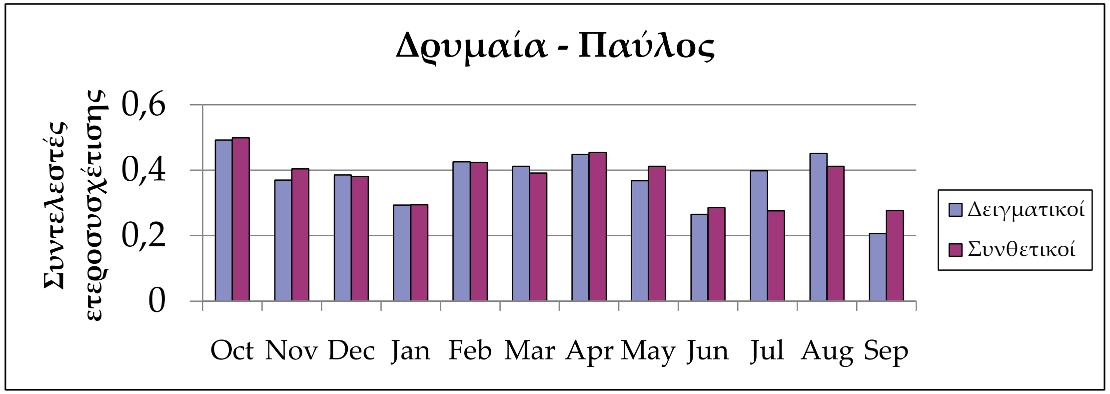




Συντελεστής ετεροσυσχέτισης







Συμπεράσματα

- Η *Κασταλία* χρησιμοποιεί ένα πρωτότυπο πολυμεταβλητό σχήμα προσομοίωσης δύο επιπέδων (από ετήσια σε μηνιαία χρονική κλίμακα) ιδανικό για τη διατήρηση **των ουσιωδών στατιστικών χαρακτηριστικών** και για την αναπαραγωγή της **μακροπρόθεσμης εμμονής** και της **περιοδικότητας**.
- Αναπτύχθηκε ένα υπολογιστικό σύστημα που εφαρμόζει μια μεθοδολογία πολυμεταβλητού στοχαστικού επιμερισμού μηνιαίων υδρολογικών χρονοσειρών σε **ημερήσιες**.
- Η αναβαθμισμένη έκδοση της *Κασταλίας:*
  1) Αναπαράγει τα παραπάνω χαρακτηριστικά **ταυτόχρονα** για την ετήσια, τη μηνιαία **και την ημερησια** χρονική κλίμακα.
  2) Χειρίζεται αποτελεσματικά **επιπρόσθετες δυσκολίες** που εμφανίζονται σε ημερήσιες υδρολογικές χρονοσειρές, όπως ο υψηλός συντελεστής μεταβλητότητας, η υψηλή ασυμμετρία και η διαλείπουσα συμπεριφορά.
  3) Μπορεί να χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια **συστήματος λήψης αποφάσεων** για τη διαχείριση υδροσυστημάτων.

Αναφορές

- Ευστρατιάδης, Α., Στοχαστική προσομοίωση υδρολογικών διεργασιών – Το λογισμικό Κασταλία, Σημειώσεις μαθήματος "Στοχαστικές Μέθοδοι στους Υδατικούς Πόρους", 18 σελίδες, Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ιανουάριος 2011.
- Ευστρατιάδης, Α., και Δ. Κουτσογιάννης, Κασταλία (έκδοση 2.0) - Σύστημα στοχαστικής προσομοίωσης υδρολογικών μεταβλητών, *Εκσυγχρονισμός της εποπτείας και διαχείρισης του συστήματος των υδατικών πόρων ύδρευσης της Αθήνας, Τεύχος 23, 103 σελίδες, Τομέας Υδατικών* Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων – ΕΜΠ, Αθήνα, Ιανουάριος 2004.
- Bras, R. L. and Rodriguez-Iturbe, I., *Random functions and hydrology, Addison-Wesley, USA*, 1985.
- Koutsoyiannis, D., A generalized mathematical framework for stochastic simulation and forecast of hydrologic time series, *Water Resources Research, 36(6), 1519-1533, 2000.*
- Koutsoyiannis, D., Coupling stochastic models of different time scales, *Water Resources Research, 37(2), 379*-392, 2001.
- Koutsoyiannis, D., Optimal decomposition of covariance matrices for multivariate stochastic models in hydrology, *Water Resources Research 35(4), 1219-1229, 1999.*
- Koutsoyiannis, D., and A. Efstratiadis, A stochastic hydrology framework for the management of multiple reservoir systems, Geophysical Research Abstracts, Vol. 3, European Geophysical Society, 2001.
- Koutsoyiannis, D., and A. Manetas, Simple disaggregation by accurate adjusting procedures, *Water Resources Research, 32(7) 2105-2117, 1996.*
- Koutsoyiannis, D., C. Onof, and H. S. Wheater, Multivariate rainfall disaggregation at a fine timescale, Water Resources Research, 39 (7), 1173, doi:10.1029/2002WR001600, 2003.
- Matalas, N.C. and Wallis, J.R., Generation of synthetic flow sequences, in *Systems approach to water management, A.K. Biswas editor, McGraw Hill, 1976.*
- Salas, J. D., Analysis and modeling of hydrologic time series, Chapter 19, *Handbook of Hydrology, edited by D. Maidment, McGraw-Hill, New York, 1993.*
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., and Lane, W. L., *Applied Modelling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publications, Littleton, Co., USA, 1988.*

Τέλος Παρουσίασης

Ευχαριστώ