

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΕΔΡΑ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΓΕΩΡΓΙΟΣ Κ. ΝΟΥΤΣΟΠΟΥΛΟΣ

ΔΙΕΙΣΔΥΣΗ ΦΛΕΒΑΣ

ΣΕ ΑΝΤΙΘΕΤΗ ΡΟΗ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΙΡΗΝΗΣ ΚΑΡΑΚΩΣΤΗ

ΔΗΜΗΤΡΗ ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗ

ΑΘΗΝΑ, 1978

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	Ε
Α. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ	7
1. Ἀντικείμενο	8
2. Περιγραφή	8
3. Συμβολισμοί	12
4. Ἐξισώσεις	13
5. Ὁλοκλήρωση τῆς ἐξίσωσης κίνησης	13
6. Πρῶτα συμπεράσματα	15
7. Ἀντιμετώπιση τοῦ προβλήματος με' διαστατική ἀνάλυση	16
8. Πειραματικά ἀποτελέσματα	18
9. Ἄλλες ἐργασίες στο' ἴδιο θέμα	21
10. Ἡ φλέβα πού ἐκτοξεύεται βε' ἡρεμο ἀποδέκτι	24
Β. ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ	26
1. Συσκευή	27
2. Μετρούμενα μεγέθη, ὄργανα καί μέθοδοι μέτρησης	29
2.1 Ταχύτητα βαρικήs ροῆs	29
2.2 Μέση ταχύτητα τῆς φλέβας στὴ διατομή ἐξόδου	30
2.3 Μέτρηση ταχυτήτων με' σωλῆνα Pitot	36
2.4. Κινηματογραφική μέθοδος γιὰ τὴ μέτρηση μηκῶν διείδυσης καί ταχυτήτων	37
2.4.1 Μέτρηση μηκῶν διείδυσης	37

2.42	Μέτρηση ταχυτήτων με την κινηματογραφική μέθοδο.	40
2.43	Όργανα και τεχνικές λεπτομέρειες της κινηματογραφικής μεθόδου	41
2.5	Ανακεφαλαίωση των μεθόδων μέτρησης των διαφόρων μεθεθών	46
3.	Πεδία διακύμανσης των χαρακτηριστικών παραμέτρων του φαινομένου στα πειράματα	47
Γ	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	49
	Γενικά	50
1.	Μήκη διείδωσης	51
1.1	Έπεξεργασία πειραματικών δεδομένων	51
1.2	Παρουσίαση δεδομένων και αποτελεσμάτων	54
2.	Έπεξεργασία μετρήσεων άξονικών ταχυτήτων με Pitot	59
2.1.	Άξονική ταχύτητα στη διατομή έξοδου της φλέβας	59
2.2.	Κατανομή άξονικών ταχυτήτων στην περιοχή αναπτυγμένης ροής	61
2.3.	Παρατήρηση για την σχέση μήκους διείδωσης και κατανομής ταχύτητας	70
2.4.	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	71
3	Κατανομές ταχυτήτων σε έγκυρτες διατομές	126
4.	Έπεξεργασία των μετρήσεων άξονικών ταχυτήτων με την κινηματογραφική μέθοδο	136
4.1	Γενικές παρατηρήσεις για τη μέθοδο	136

4.2	Ἑρμηνεία ἀξιοποίησης τῆς κινημα- τογραφικῆς μεθόδου	137
4.3	Ὁλοκλήρωση τῶν σχέσεων $u_m(t)$	138
4.4	Τρόπος ἐπεξεργασίας τῶν φίλμς	140
4.5	Παρουσίαση ἀποτελεσμάτων	142
Δ	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	192

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τό θέμα πού διαπραγματευόμασθε βέ αὐτὴ τὴ δι-
πλωματικὴ ἐργασία ἔχει κύρια θεωρητικόν, παρὰ πρα-
κτικόν ἐνδιαφέρον. Ἀνήκει εἰς τὴ κατηγορίαν τῶν προβλη-
μάτων "ἐλεύθερης τύρβης", καὶ εἰδικώτερα τῶν προ-
βλημάτων φλεβῶν (jets), πού ἐκτοξεύονται βέ ἀποδέ-
κτες ἴδιας πυκνότητος.

Τό πρόβλημα μελετήθηκε εἰς ἐργαστήριον θεωρητικῆς
καὶ Ἐφαρμοσμένης Ὑδραυλικῆς. Στὸ πειραματικόν μέρος
χρησιμοποιήθηκαν δύο μέθοδοι μετρήσεων: Ἡ κινηματο-
γραφικὴ καὶ ἡ κλασσικὴ μέ βωλῆνες Pitot. Ἡ πρώτη ἔ-
χει εἰσαχθεῖ ἀπὸ τὸν κ. Ι. Δημητρίου, βοηθὸ τῆς Ἑδρας
θεωρητικῆς καὶ Ἐφαρμοσμένης Ὑδραυλικῆς, καὶ ἔχει
χρησιμοποιηθεῖ ἀπὸ τὸν ἴδιον βέ παρόμοιας φύσεως πρό-
βλημα.

Ἀρχικὸς μας στόχος ἦταν ἡ βχεδὸν καθολικὴ χρησιμο-
ποίησις τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου, ἀλλὰ ὅπως θὰ
φανεῖ παρακάτω δὲν μπόρεσε νὰ τηρηθεῖ. Πάντως
ὅσο ἀφορᾷ τὸ πειραματικόν μέρος τῆς ἐργασίας μας, τὸ
μεγαλύτερον κομμάτι τῆς δουλειᾶς μας ἀφιερώθηκε εἰς
ἐφαρμογὴν τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου παρὰ τῆς
κλασσικῆς μέ βωλῆνες Pitot, πράγμα πού ἴσως δὲν φαί-
νεται εἰς τὸ κείμενον πού ἀκολουθεῖ.

Ἡ θέσις αὕτη νομίζουμε πὺς εἶναι ἡ πῖο κατάλληλη γιὰ νὰ ἐκφράσουμε τὶς εὐχαριστίες μας :

- ἐτὸν κ. Γ. Νουτσόπουλο , καθηγητὴ τῆς ἑδρας Θεωρητικῆς καὶ Ἑφαρμοσμένης Ὑδραυλικῆς , ποὺ εἶχε τὴν ἐποπτεία πᾶνῳ ἐπὶ δουλείᾳ μας
- ἐτὸν κ. Ι. Δημητρίου , βοηθὸ τῆς ἑδρας , ποὺ μᾶς βοήθησε ἐπὶ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου ἀλλὰ καὶ ἄλλῳ
- ἐτὸν κ. Γ. Χριστοδούλου , εἰδικὸ ἐπιβτήμονα καὶ
- ἐτὸν κ. Δ. Σωτηρόπουλο , ἐπιβτημονικὸ διευρχάτη τῆς ἑδρας γιὰ τὴ βοήθειά τους ἐπὶ διάφορες φάσεις τῆς δουλειᾶς μας
- ἐτὸν κ. Β. Δημητράκοπουλο καὶ ἐτὸν κ. Α. Κουκόπουλο ποὺ ἀποτελοῦν τὸ τεχνικὸ προσωπικὸ τοῦ Ἐργαστηρίου γιὰ τὴ βοήθειά τους ἐπὶ κατασκευαστικὰ καὶ τεχνικὰ προβλήματα

Εἰρήνη Καρακωστῇ

Δημήτρης Κουτσογιάννης

Α. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

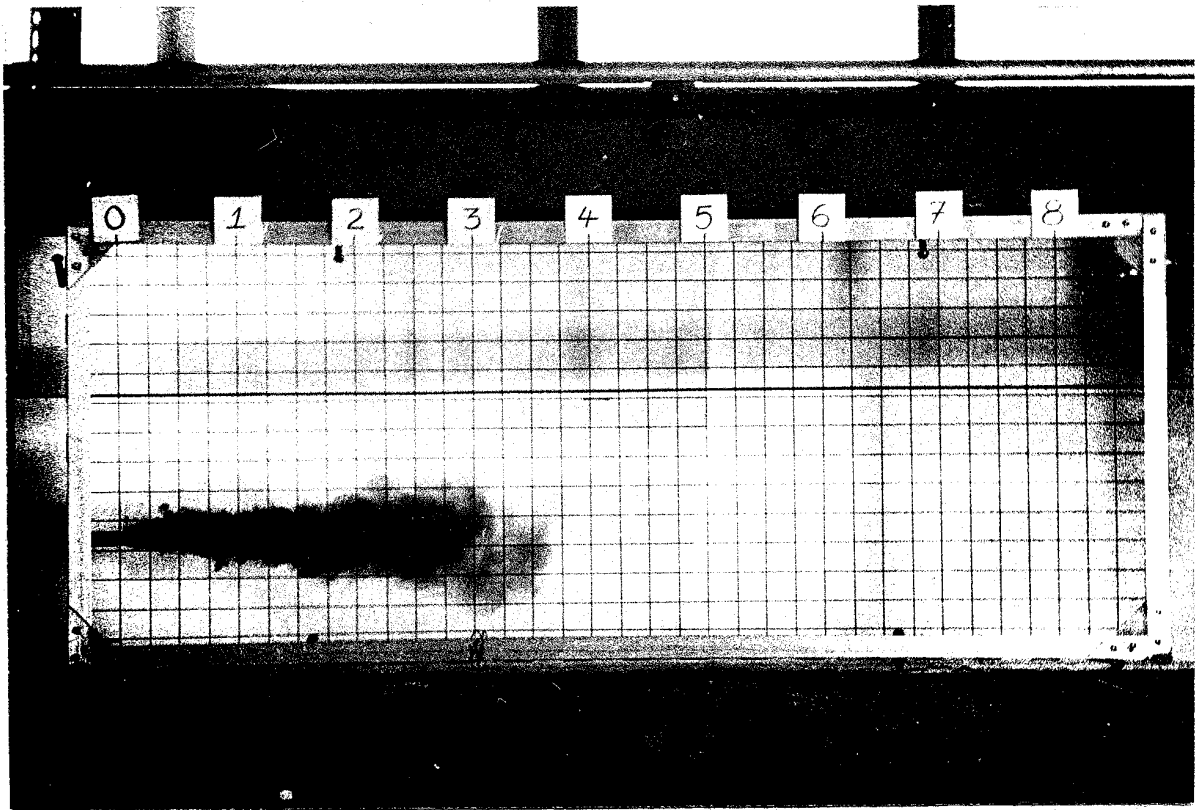
ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

1. Αντικείμενο

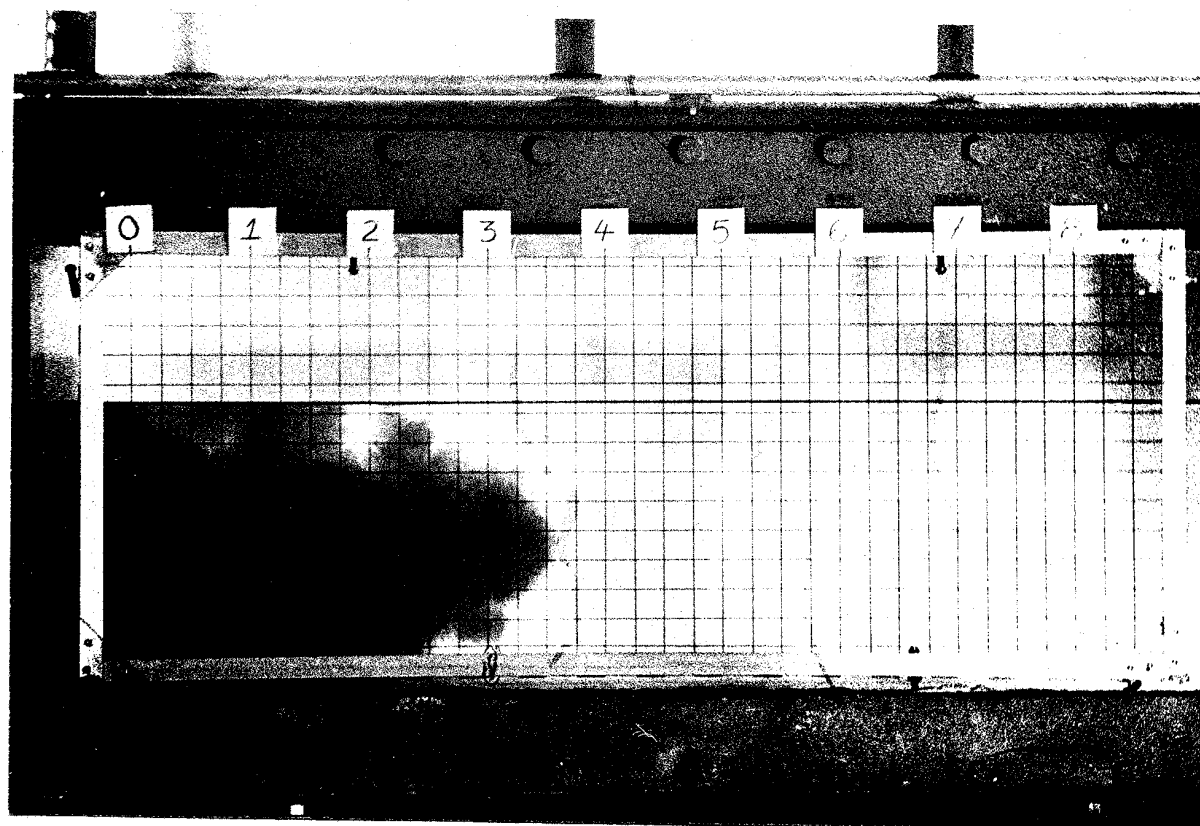
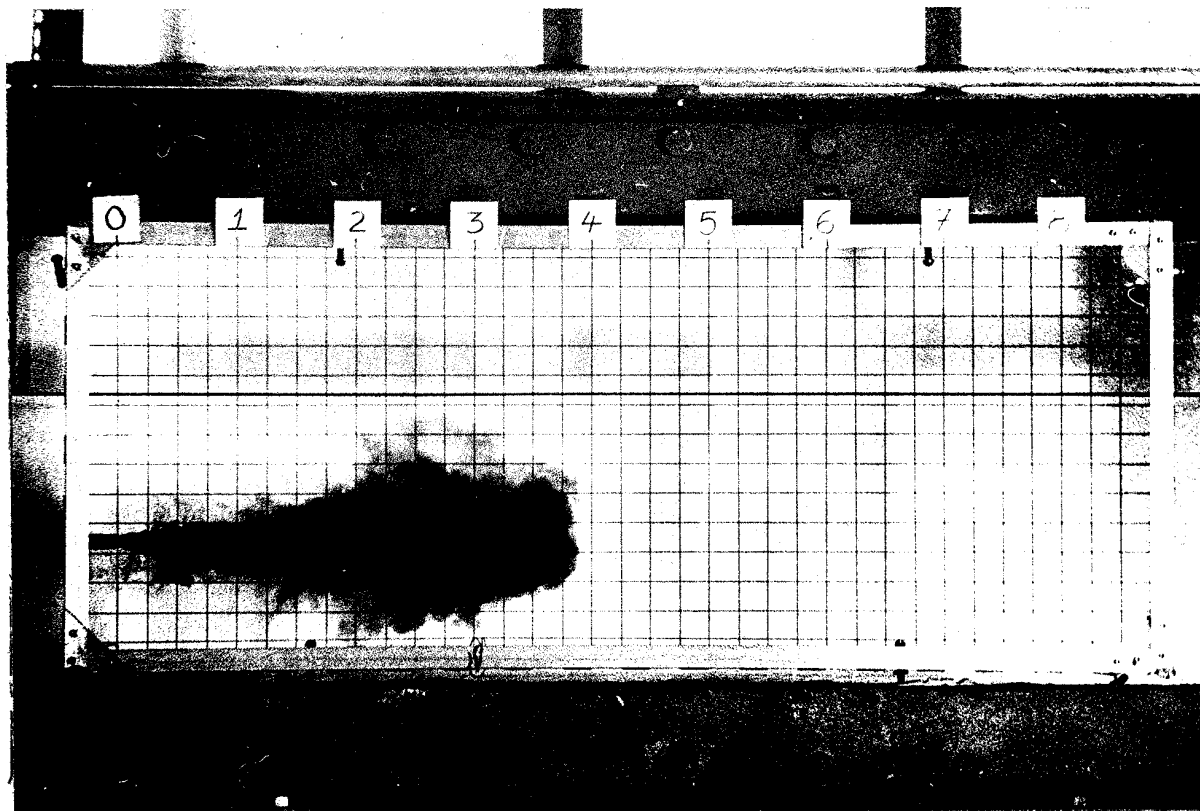
Ενδιαφερόμαστε για τη γεωμετρία και το πεδίο ταχυτήτων της ροής μιας φλέβας κυκλικής διατομής που εκτοξεύεται μέσα σε μία αντίθετη, ομοιόμορφη και σταθερής ταχύτητας ροή μεγάλης έκτασης. Πιο συγκεκριμένα μας απασχολεί εδώ το μήκος διείσδυσης της φλέβας μέσα στην αντίθετη ροή και η κατανομή ταχυτήτων κατά μήκος του άξονα της φλέβας.

Το φαινόμενο έρευνάται σε μόνιμη κατάσταση ροής και τα δύο ρευστά έχουν ίδια χαρακτηριστικά ρ.μ

2. Περιγραφή



Σχήμα 1(a)



Σχ. 2 (β) κ'(γ)

Και οι τρεις φωτογραφίες αντιστοιχούν σε μο-
νική ροή αλλά σε διαφορετική φάση προωθη-
σης του χρώματος

μορφῆς πού ἐξ ὅλα του τὰ ἐημεῖα ἡ ταχύτητα εἶναι σταθερή καὶ ἴση μὲ U_0 . Ἡ ζώνη αὕτη ἐκτείνεται ἐξ μήκος L_0 . "Ἐτεῖ ἐπὶ ζώνη αὕτη ἡ ἀξονική ταχύτητα εἶναι σταθερή καὶ ἴση μὲ U_0 , ἐνῶ ὁδο προχωρᾷ πρὸς τὰ θετικά x τὸ διάγραμμα ταχυτήτων παραμορφώνεται βαθμιαῖα μέχρι νὰ καταλήξει ἐξ μιᾶς τυπικῆς μορφῆς ἐπὶ τέλος τῆς περιοχῆς ἀνάπτυξης ροῆς.

Στὴν ἐπόμενῃ περιοχῇ, πού ἀναφέρεται ἐπὶ περιοχῇ ἀναπτυχμένης ροῆς παρουσιάζει ἐνδιαφέρον τὸ ἐημεῖο P ἐπὶ ὁποῖο μηδενίζεται ἡ ἀξονική ταχύτητα u_m , καὶ πού ἐπὶ ἐκτὸς ἀναφέρεται ἐπὶ ὁρίῳ διείδυσης τῆς φλέβας. Τὸ ἐημεῖο P βρίσκεται ἐξ ἀπόστασιν x_P ἀπὸ τὸ ἐτόμιο, πού θὰ τὴν ποῦμε μήκος διείδυσης τῆς φλέβας.

Στὴν ἐρχομὰ αὕτη ἐνδιαφερόμαστε γιὰ τὴν περιοχῇ πού ἐπεκτείνεται ἀπὸ τὸ ἐτόμιο μέχρι τὸ ἐημεῖο P ἂν καὶ ὑπάρχουν διαταραχὲς τῆς ροῆς καὶ πρὸ πέρα ἀπὸ αὐτό.

Σημειώνουμε ἀπὸ τῶρα ὅτι ἐπὶν χειτονιά τοῦ ἐημεῖου P γίνονται ἀρκετὰ ἀπτόμετες μεταβολὲς τῶν χαρακτηριστικῶν τῆς ροῆς.

Τέλος ἀξίζει νὰ τονίσουμε ἐδῶ τὸν ἐντονα τυρβῶδη χαρακτῆρα τοῦ φαινομένου, παρ' ὅλο ὅτι δὲν εἶναι ἄμεσο ἀντικείμενο τῆς ἐρχομὰς τὰ τυρβῶδη χαρακτηριστικά τῆς ροῆς.

4. Έξιότητες

Η πρώτη από τις έξιότητες του Reynolds και η έξιωση συνέχειας χρησιμοποιούνται για την ανάλυση του φαινομένου, όπως βέβαια τα παρόμοια προβλήματα.

Κάνουμε την υπόθεση ότι η κλίση πίεσης $\frac{\partial p}{\partial x}$ είναι αμελητέα, εκτός ίσως από τη γειτονιά του σημείου P, οπότε οι έξιότητες παίρνουν την παρακάτω μορφή σε κυλινδρικές συντεταγμένες:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial r \tau}{\partial r} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

Στόν όρο τ περιλαμβάνονται τάσεις συνεκτικότητας και τυρβώδεις τάσεις

Οι όριακές συνθήκες είναι

$$r=0 \quad u=0, \tau=0 \quad (\text{για λόγους συμμετρίας})$$

$$r=\infty \quad u=-u_1 \quad (U=0), \tau=0$$

5. Ολοκλήρωση της έξιωσης κίνησης

Η έξιωση του Reynolds γίνεται

$$ru \frac{\partial(u+u_1)}{\partial x} + rv \frac{\partial(u+u_1)}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial r \tau}{\partial r}$$

Ολοκληρώνουμε ως προς r από $r=0$ μέχρι ∞

Ο δεύτερος όρος δίνει :

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} r u \frac{\partial(u+u_1)}{\partial r} dr &= r u (u+u_1) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} (u+u_1) \frac{\partial r u}{\partial r} dr = \\ &= 0 + \int_0^{\infty} (u+u_1) \frac{\partial(r u)}{\partial x} dr \end{aligned}$$

γιατί από την εξίσωση συνέχειας $\frac{\partial r u}{\partial r} = - \frac{\partial r u}{\partial x}$

Ο τρίτος όρος :

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\rho} \frac{\partial r \tau}{\partial r} dr = \frac{1}{\rho} \int_0^{\infty} \frac{\partial r \tau}{\partial r} dr = \frac{1}{\rho} r \tau \Big|_0^{\infty} = 0$$

Άρα

$$\int_0^{\infty} r u \frac{\partial(u+u_1)}{\partial x} dr + \int_0^{\infty} (u+u_1) \frac{\partial r u}{\partial x} dr = 0$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} [r u (u+u_1)] dr = 0 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} r u (u+u_1) dr &= 0 \\ \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} r (U-u_1) U dr &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

και άρα

$$\left. \begin{aligned} J &= 2\pi\rho \int_0^{\infty} r u (u+u_1) dr = 6\pi a\theta \\ J &= 2\pi\rho \int_0^{\infty} r U (U-u_1) dr = 6\pi a\theta \end{aligned} \right\} (4)$$

6. Πρώτα συμπεράσματα

Το ολοκλήρωμα των δαξέων (4) ούδιαβτικά ευμβολίζει τήν ποσότητα κίνησης πού είδαχει ή φλέβα ετή ροή. 'Ο όρος $2\pi r dr u$ μετράει τήν παροχή ένω ό όρος $(u+u_1)$ τή εχετική ταχύτητα ως πρós τή βασική ροή.

Στήν όριακή περίπτωση $u=0$ (δέν ύπάρχει φλέβα) έχουμε $J=0$ ένω ετήν όριακή περίπτωση $u_1=0$ έχου-
με

$$J = 2\pi r \int_0^\infty r u^2 dr = 6\pi a\theta \quad (\text{χαρκτηριστική}$$

έξίεωση ποσότητας κίνησης εέ άκίνητο άποδέκτη)

Σημειώνουμε ότι τó αντίστοιχο ολοκλήρωμα $\int_0^\infty 2\pi r r u^2 dr$ δέν είναι πεπεραεμένο αντίθετα άπό ότι ευμβάίνει ετίς φλέβες πού βγαίνουν εέ ήρεμους άποδέκτες, ετίς όποιες τó τελευταίο άποτελετ και χαρκτηριστική παράμετρο. Ένα βασικό ευμπέρασμα πού βγαίνει άπό τή μορφή τού ολοκληρώματος (4) είναι ότι δέν μπορεί νά ύπάρξει πλήρης όμοιότητα ετό νόμο ταχυτήτων, δηλαδή νά ίεχύν-
ουν ταυτόχρονα όί δύο δαξέις

$$\frac{U}{U_m} = f\left(\frac{r}{x}\right) \quad (5)$$

$$U_m = 6\pi a\theta \cdot x^q \quad (6)$$

Πράγματι, άν ύποθέσουμε ότι ίεχύνει ή (5) και άν

$$u = \frac{r}{x} \quad \text{τότε ή δαξέη (4)}$$

$$J' = 6\pi a\theta = \int_0^\infty r U (U - u_1) dr = \int_0^\infty r U u dr$$

άφού $u = U_m f\left(\frac{r}{x}\right) - u_1$ μεταδχηματίζεται:

$$\begin{aligned}
 J' &= \int_0^\infty r U_m f(n) (U_m f(n) - u_1) dr = \\
 &= x^2 U_m^2 \int_0^\infty \frac{r}{x} f^2(n) - \frac{u_1}{U_m} f(n) d\left(\frac{r}{x}\right) = \\
 &= x^2 U_m^2 \int_0^\infty n f^2(n) - \frac{u_1}{U_m} f(n) dn
 \end{aligned}$$

Για να υπάρχει πλήρης ομοιότητα, έπειδή $J' = \text{σταθ}$ θα έπρεπε $\int_0^\infty n f^2(n) - \frac{u_1}{U_m} f(n) dn = \text{σταθ}$ πράγμα

όμως που δεν μπορεί να συμβεί έπειδή εμφανίζεται ο όρος $\frac{u_1}{U_m}$ που εξαρτάται από το x

Πάντως για αρκετά μεγάλα $\alpha = \frac{u_0}{u_1}$ και για x αρκετά μικρά ώστε το U_m να έχει μεγάλες τιμές μπορεί να αμεληθεί ο όρος $\frac{u_1}{U_m}$ στο παραπάνω ολοκλήρωμα. Τότε κάνοντας την παραδοχή ότι $\frac{U}{U_m} = f(n)$ βγάζουμε το συμπέρασμα ότι $x^2 U_m^2 \sim x^0 \Rightarrow U_m^2 \sim x^{-2} \Rightarrow U_m \sim x^{-1}$

Η παραδοχή που αναφέρθηκε, καθώς και το συμπέρασμα που βγήκε επαληθεύονται πειραματικά (βλέπε κεφ. Γ 2 και Γ 3)

7 Αντιμετώπιση του προβλήματος με διαστατική ανάλυση

"Αν εξαιρέσουμε την πυκνότητα και τη συνεκτικότητα από τους παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο, μπορούμε να γράψουμε την εξής συναρτησιακή σχέση

$$\Phi_1(d, D, x, r, u, u_1, u_0) = 0 \quad (7)$$

Τὸ D ἔχει εἰσαχθεῖ γιὰ νὰ μετράει τὴν ἐπίδραση τῶν ὀρίων καὶ εἶναι ἓνα χαρακτηριστικό πλάτος τῆς βασικῆς ροῆς.

Ἐπειδὴ ἐδῶ δὲν ἐνδιαφερόμαστε γιὰ τὴν ἐπίδραση τῶν ὀρίων, μπορούμε νὰ μὴ πάρουμε ὑπ' ὄψη μας τὸ D . Ἄν ἐνδιαφερόμαστε γιὰ τὸ μῆκος διείδυσης x_r ἔχουμε : $x = x_r$, $r = 0$, $u = 0$ ὁπότε ἡ (7) μπορεῖ νὰ γραφτεῖ.

$$\Phi_2(d, x_r, u_1, u_0) = 0 \quad (8)$$

Ἡ (8) παίρνει τὴν ἀδιάστατη μορφή

$$\Phi_3\left(\frac{x_r}{d}, \frac{u_0}{u_1}\right) = 0 \Rightarrow \Phi_3\left(\frac{x_r}{d}, \alpha\right) = 0 \quad (9)$$

Ἄν ἐνδιαφερόμαστε γιὰ τὴν κατανομὴ ἀξονικῶν ταχυτήτων ἡ (7) γίνεταί ἀφοῦ $r = 0$, $u = u_m$

$$\Phi_4(d, x, u_m, u_1, u_0) = 0 \quad (10)$$

ἢ μὲ ἀδιάστατα μονώνυμα

$$\Phi_5\left(\frac{x}{d}, \frac{u_m}{u_0}, \frac{u_0}{u_1}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_5\left(\frac{x}{d}, \frac{u_m}{u_0}, \alpha\right) = 0 \quad (11)$$

Τὰ πειράματα ἔδειξαν ὅτι ὁ λόγος τῶν σχετικῶν ταχυτήτων $\frac{u_m}{u_0}$ παρουσιάζει καλὴτερή συσχέτιση μὲ τὰ x/d καὶ α . Μὲ βάση αὐτὸ καὶ τὴν παρατήρηση ὅτι

$$\frac{u}{u_m} = \frac{\frac{u_m}{u_0} + \frac{1}{\alpha}}{1 + \frac{1}{\alpha}} \quad \text{μποροῦμε νὰ γράψουμε}$$

$$\Phi_6\left(\frac{x}{d}, \frac{u_m}{u_0}, \alpha\right) = 0 \quad (12)$$

Τέλος επανερχόμενοι στην επίδραση των όριων, κάνουμε την υπόθεση, ότι αν υπάρχει τέτοια θα πρέπει για μονώνυμα της (12) να μπει και το $\chi r/D$ που ενδεχόμενα περιγράφει καλύτερα την επίδραση των όριων

8. Πειραματικά αποτελέσματα

Στην παράγραφο αυτή θα συνοψίσουμε τις αναλυτικές σχέσεις που προκύπτουν από την αξιοποίηση του πειραματικού υλικού

Πριν από αυτό όμως πρέπει να δηλώσουμε ορισμένες αποκλίσεις της εργαστηριακής εξομοίωσης του φαινομένου από το θεωρητικό σχήμα που περιγράφηκε.

1) Η βασική ροή δεν είναι άπειρη αλλά πεπερασμένη. Όπως αναλυτικά περιγράφεται στο κεφάλαιο Β, η βασική ροή υλοποιήθηκε με οριζόντια δώρυχα στην οποία οι διαστάσεις της υγρής διατομής είναι 25×25 cm. Αυτό όμως δεν φαίνεται ότι παραμορφώνει ιδιαίτερα το πεδίο ροής (όσο αφορά βέβαια τα μεγέθη που μας ενδιαφέρουν άμεσα). Η διαπίστωση αυτή θα δικαιολογηθεί παρακάτω.

2) Η βασική ροή δεν έχει τελείως σταθερή ταχύτητα με μια διατομή επειδή εμφανίζονται οριακά στρώματα στα όρια της υγρής διατομής. Επειδή όμως δεν παρατηρούνται σημαντικές κλίσεις ταχύτητας στην κύρια μάζα της ροής, φαίνεται ότι ούτε και αυτή η απόκλιση επηρεάζει το φαινόμενο.

Διευκρινίζουμε ότι εδώ εάν ταχύτητα της βασικής ροής (u_1) θα θεωρούμε την ταχύτητα στο κέντρο βάρος

τῆς διατομῆς τῆς βασικῆς ροῆς, πού εἶχουρα εἶναι πιο ἀντιπροσωπευτική ἀπό τὴν μέση ταχύτητα ἐπὶ διατομῇ 3). Ἡ ταχύτητα τῆς φλέβας ἐπὶ ἐτόμιο ἐξόδου δὲν εἶναι σταθερή, ἀλλὰ παρουσιάζει μιὰ κατανομή, ὅμοια μὲ τὴν κατανομή τῆς ταχύτητας μέσα ἐν σωλῆνα. Αὐτὸ ὀφείλεται ἐπὶ πειραματικῇ ὑλοποίησιν τῆς ἐκτόξευσης τῆς φλέβας μὲ ἓνα σωλῆνα μεγάλου μήκους ($\sim 100d$) μέσα ἐπὶ ὁποῖο ἔχει ὁλοκληρωθεῖ ὁ σχηματισμὸς δριακοῦ στρώματος. Ἐδῶ ἐὰν ἀρχικὴ ταχύτητα u_0 θεωρήθηκε ἡ μέση ταχύτητα τῆς ροῆς ἐπὶ διατομῇ ἐξόδου, γιατί περιγράφει καλύτερα τὴν ἀρχικὴ ποσότητα κίνησης.

Ἡ ἀπόκλιση αὕτη ἔχει σοβαρὰς συνέπειες μόνο ἐπὶ τὴν περιοχὴ ἀνάπτυξης τῆς ροῆς. Πράγματι, ἐπὶ τὴν περιοχὴ αὕτη δὲν ἱσχύει ἡ ἐξέση $\frac{u_m}{u_0} = 1$ ἀλλὰ $\frac{u_m}{u_0} = 1,2$ (βλέπε κεφ Γ.2.1)

Τὰ πειραματικὰ μας δεδομένα ἀναφέρονται ἐπὶ παρακάτω διακυμάνσεις τῶν ἀντιστοίχων μεγεθῶν

$$u_0 : 50 \div 250 \text{ cm/sec}$$

$$u_1 : 5 \div 50 \text{ cm/sec}$$

$$\alpha : 5 \div 30$$

$$d = 0,94 \text{ cm}$$

Συνοψίζουμε τώρα τὶς ἀναλυτικὰς ἐξέσεις τοῦ φαινομένου.

- Γὰ τὸ μήκος διείδυσης προκύει ἡ γραμμικὴ ἐξέση

$$\frac{x_p}{d} = 2,77 \alpha \quad (13)$$

Ἐπάρχει μικρὴ ἀλλὰ ἀξιόλογη διασπορά τῶν πειραματικῶν σημείων. Τὸ μήκος x_p μετρήθηκε γεωμετρικὰ. Ἐπίδραση τῶν δριῶν πού συνεπάγεται τροποποίησιν τῆς

παραπάνω σχέσης παρατηρήθηκε για $x_p/D > 1,8$

• Για την κατανομή άξονιων ταχυτήτων στην περιοχή αναπτυγμένης ροής προκύπτει η σχέση

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{\kappa}{x/d} \quad \text{για } \kappa \leq \frac{x}{d} \leq 12,5 \quad (14)$$

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{1,8803 \kappa}{(x/d)^{1,25}} \quad \text{για } 12,5 \leq \frac{x}{d} < \frac{x_p}{d}$$

$$\kappa = \kappa(\alpha) = 6,64 - 8,40/\alpha \quad (15)$$

Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να λυθούν και ως προς U_m/U_0 οπότε προκύπτει

$$\frac{U_m}{U_0} = \kappa \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{1}{x/d} - \frac{1}{\alpha} \quad \kappa \leq \frac{x}{d} \leq 12,5 \quad (16)$$

$$\frac{U_m}{U_0} = 1,8803 \kappa \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \frac{1}{(x/d)^{1,25}} - \frac{1}{\alpha} \quad 12,5 \leq \frac{x}{d} < \frac{x_p}{d}$$

Επίδραση των δρίων δεν διαπιστώθηκε αν και η μεγαλύτερη τιμή του λόγου x_p/D ήταν 2,25

Οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν μέχρι κάποιο σημείο πολύ κοντά στο όριο διείδυσης. Όπως ήδη αναφέρθηκε στο όριο διείδυσης η ταχύτητα μηδενίζεται άποτομα χωρίς να ακολουθεί την κατανομή (16).

Η περιοχή ανάπτυξης της ροής θεωρείται ότι επεκτείνεται μέχρι το σημείο όπου $\frac{U_m}{U_0} = 1$ δηλαδή μέχρι $x/d = \kappa$

Η κατανομή ταχυτήτων σε αυτή την περιοχή δεν μας ενδιαφέρει ιδιαίτερα γιατί όπως αναφέρθηκε προκύπτει από την όχι σταθερή ταχύτητα έξόδου της φλέβας. Πάντως σε πρώτη προσέγγιση και για το άρχικό τμήμα της μπορούμε να δεχτούμε ότι $\frac{U_m}{U_0} = 1,2$

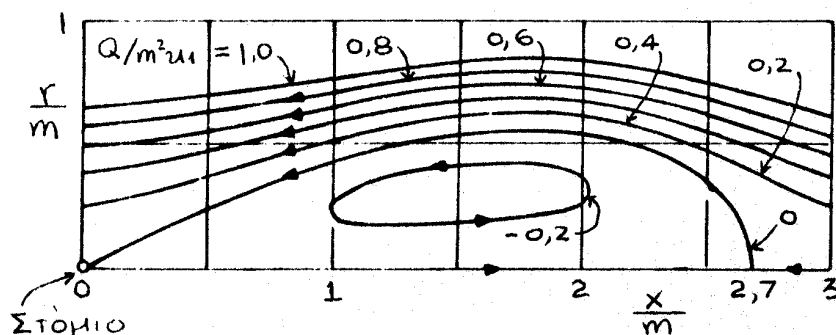
9. Άλλες έργασιες στο ίδιο θέμα

Δέν είναι πολύ πλούσια ή βιβλιογραφία βέ αυτό τό θέμα. Αναφέρουμε έδω δύο βχετικές έργασιες. Η πρώτη είναι τών Arendt, Babcock Schuster (με τη συμβολή του H. Rouse) και δημοσιεύτηκε τό 1956 στο Hydraulic Division. Οι παραπάνω έρευνητές έκαναν πειράματα μέ άέρο βάν ρευστό βέ ένα άγωό μέ διατομή 3×3 πόδια, ένω ή φλέβα τους είχε άρχική διάμετρο 0,015 ft. Οι μετρήσεις τους έγιναν μέ βωλάνες Pitot. Η βασική τους παραδοχή είναι ότι τό φαινόμενο έκφράζεται μέ μία συναρτησιακή σχέση της μορφής

$$\Phi \left(\frac{x}{m}, \frac{r}{m}, \frac{u}{u_1} \right) = 0 \quad (17)$$

όπου $m = \sqrt{M/\rho}/u_1$ $M = \frac{\pi d^2}{4} \rho u_0^2$

Μέ βάση αυτή την παραδοχή αξιοποίησαν τά πειραματικά τους δεδομένα: Καταέτρωσαν διαγράμματα της μορφής $2\pi r u / m u_m$ βέ διάφορες διατομές τά όποια ολοκλήρωσαν γραφικά ως πρós r/m και πήραν διαγράμματα $Q/m^2 u_1$. Μέ τά τελευταία κατέληξαν βέ ένα αδιάστατο διάγραμμα μέ άξονες x/m , r/m μέ παράμετρο τό $Q/m^2 u_1$.



Σχήμα 4

Το διάγραμμα αυτό που δίνεται στο σχήμα (4) δίνει την εικόνα του πεδίου ροής. Οι καμπύλες $Q/m^2 u_1 = \text{const.}$ είναι οι γραμμές ροής.

Από το διάγραμμα αυτό διαπιστώνεται ότι το όριο διείσδυσης βρίσκεται στη θέση $x/m = 2,7$, οπότε καταλήξαν ότι
$$\frac{x_p}{d} = 2,7 \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{u_0}{u_1} = 2,39 \alpha \quad (18)$$

Η άλλη έρχαβία είναι πιο πρόσφατη. Έχει το 1973 από τους Μπέλταο και Rajaratnam. Στην έρχαβία αυτή προτείνονται οι σχέσεις:

Για το μήκος διείσδυσης $\frac{x_p}{d} = 2,7 \alpha \quad (19)$

Για την κατανομή ταχυτήτων στον άξονα $\frac{u_m}{u_0} = 5,83 \left(\frac{x}{d} \right)^{-1} \quad (20)$

Για την έρκαβια κλίμακα πλατών τη σχέση

$$b = 0,2 \times \sqrt{\left(\frac{2,24}{x/x_p} \right)^{2/3} - 1} \quad (21)$$

όπου το b ορίζεται εάν $b=r$ όταν $\frac{u}{u_m} = 0,5$

Τέλος αναφέρουν ότι το φαινόμενο είναι πρακτικά ανεπηρέαστο από τα όρια όταν $D/x_p > 2$ όπου D είναι το πλάτος της βασικής ροής.

Σύγκριση με τα δικά μας πειραματικά αποτελέσματα.

1. Όσο αφορά το μήκος διείσδυσης οι σχέσεις που προτείνονται τόσο στις δύο έρχαβίες όσο και στη δικιά μας είναι παρόμοιες. Η σχέση (13) που προτείνουμε είναι πιο κοντά με αυτή του Rajaratnam (19)

2. Η σχέση $\frac{u_m}{u_0} = \frac{5,83}{x/d}$ που προτείνεται από τους Μπέλταο

και Rajaratnam συμφωνεί με τη γενική συναρτησιακή σχέση (17) που δίνει ο Arrendt.

Πράγματι με την παρατήρηση ότι όταν αναφερόμαστε στον άξονα της φλέβας ή σχέση (17) γίνεται

$$\Phi'\left(\frac{x}{m}, \frac{u_m}{u_1}\right) = 0 \quad \text{και ότι}$$

$$m = \sqrt{\frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho u_0^2}{\rho}} / u_1 = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \frac{d u_0}{u_1} = 6 \tau a \theta \cdot d \cdot a \quad \text{έχουμε}$$

$$\frac{u_m}{u_0} = \frac{6 \tau a \theta}{x/d} \Rightarrow \frac{u_m}{u_1} = \frac{a \cdot 6 \tau a \theta}{x/d}$$

$$\frac{u_m + u_1}{u_1} = 6 \tau a \theta \cdot \frac{1}{x/m} \Rightarrow \frac{u_m}{u_1} = 6 \tau a \theta \frac{1}{x/m} - 1 \Rightarrow$$

$$\frac{u_m}{u_1} = f\left(\frac{x}{m}\right)$$

3. Η σχέση (14) που προτείνουμε εμείς:

$$\frac{u_m}{u_1} = \frac{k}{(x/d)^8}, \quad \text{διαφέρει από την γενική συναρτη-}$$

σιακή σχέση (17) στο ότι παίρνει υπ' όψη και την επίδραση του a .

$$\text{Πράγματι} \quad \frac{u_m}{u_1} = \frac{k}{(x/d)^8} \Rightarrow \frac{u + u_1}{u_0 + u_1} = \frac{k}{(x/d)^8} \Rightarrow$$

$$\frac{u}{u_1} = \frac{k(a+1)}{(x/d)^8} - 1 \Rightarrow \frac{u}{u_1} = 6 \tau a \theta \frac{k(a+1)}{a^8} \frac{1}{(x/m)^8} - 1$$

$$\text{Άρα} \quad \frac{u}{u_1} = f\left(\frac{x}{m}, a\right)$$

Επίσης η σχέση (14) διαφέρει από την (20) κύρια για μεγάλα x/d , ως προς τον εκθέτη του δεύτερου μέλους. Πάντως για μικρά x/d και για αρκετά μεγάλα a η σχέση (14) πλησιάζει αρκετά τις

δύο άλλες, γιατί είναι $\beta=1$ και $\frac{\kappa(\alpha+1)}{\alpha^6} = \kappa \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) =$
 $= \left(6,64 - \frac{8,4}{\alpha}\right) \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$

Στο τελευταίο γινόμενο η εξάρτηση από το α είναι αρκετά μικρή

Τέλος πρέπει να αναφέρουμε ότι δεν παρατηρήθηκε στα πειράματα επίρροη των όριων για $D/x_p < 2$ όπως αναφέρει ο Rajaratnam αλλά για $D/x_p < \sim 0,5$

10. Η φλέβα που εκτοξεύεται σε ακίνητο αποδέκτη

Αναφέρουμε συνοπτικά για σύγκριση τα αποτελέσματα της θεωρίας και των πειραμάτων πάνω στο αντίστοιχο φαινόμενο εκτόξευσης φλέβας κυκλικής διατομής σε ακίνητο αποδέκτη.

Στην περίπτωση αυτή η θεωρία δίνει για την ποσότητα κίνησης

$$J = 2\pi\rho \int_0^\infty r u^2 dr = 6\alpha\theta \quad (22)$$

Αν ορίσεται συμβατικά ένα πλάτος b της φλέβας σε μία διατομή (π.χ $b=r$ για $u/u_m = 0,5$) τότε μπορεί να αποδειχτεί ότι το b είναι ανάλογο του $1/x$

Με βάση αυτό η σχέση (22) μπορεί να γραφεί

$$J = 6\alpha\theta \cdot \rho u_m^2 b^2 \quad (23) \quad \text{όποτε}$$

$$u_m = 6\alpha\theta \frac{1}{b} \sqrt{\frac{J}{\rho}} = 6\alpha\theta \frac{1}{x} \sqrt{\frac{J}{\rho}}$$

$$\text{και έπειδι } J = 6\alpha\theta = \frac{\pi d^2}{4} \rho u_0^2 \Rightarrow \frac{u_m}{u_0} = \frac{\kappa}{x/d} \quad (24)$$

Η σταθερά κ υπολογίζεται πειραματικά. Από διάφο-

ρους έρευνήτες δίνονται διάφορες τιμές του κ που κυμαίνονται στο διάστημα από $\kappa = 5,75$ μέχρι $\kappa = 7,32$

Τέλος για την κατανομή ταχυτήτων στις διάφορες διατομές αναφέρουμε δύο απλές σχέσεις που αναφέρονται στη βιβλιογραφία

$$\frac{u}{u_m} = \frac{1}{[1 + r^2/0,016x^2]^2} \quad (25)$$

$$\log_{10} \frac{u}{u_0} \frac{x}{d} = 0,79 - 33 \frac{r^2}{x^2} \quad (26)$$

Σε σχέση με τα αποτελέσματα στη φλέβα που εκτοξεύεται σε αντίθετη ροή μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής:

- Υπάρχει ούσιαστική διαφορά στο αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης της εξίσωσης Reynolds, που συνεπάγεται τροποποίηση των κατανομών ταχύτητας σε έχκαρες τομές. Η διαφορά αυτή επιβεβαιώνεται και πειραματικά.

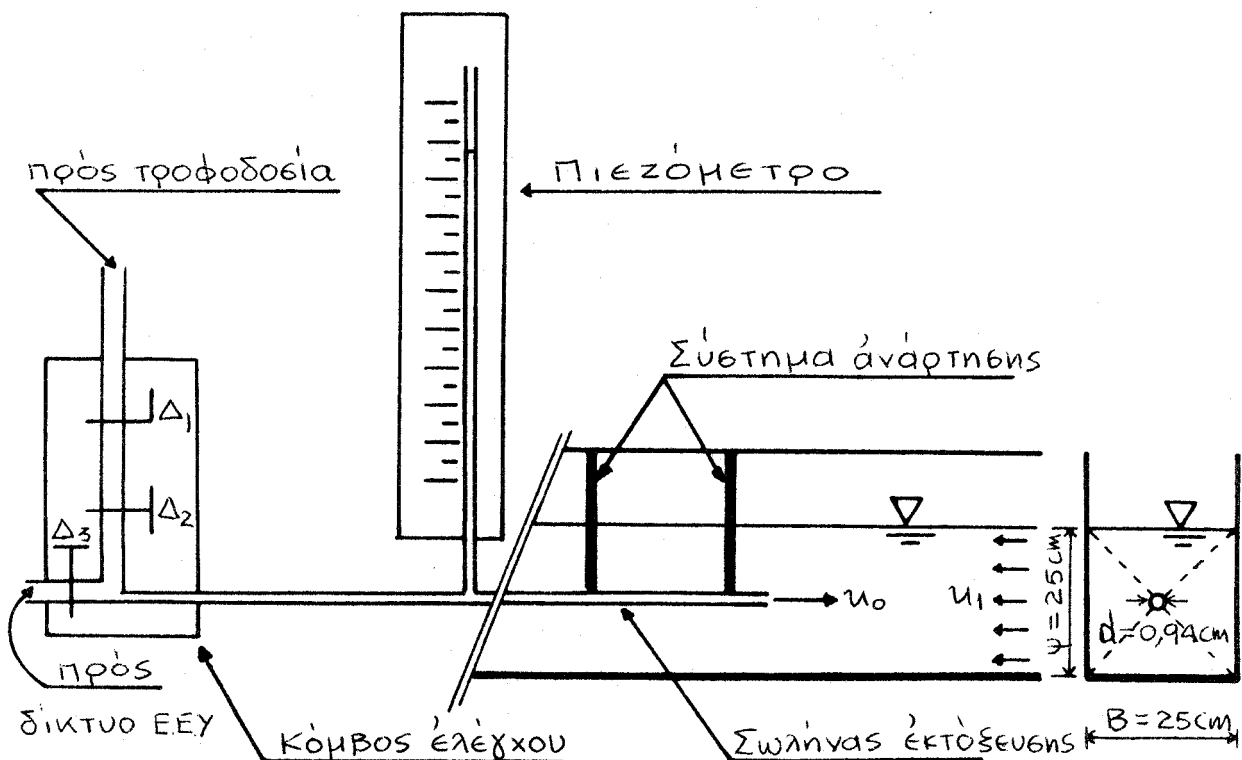
- Υπάρχει ομοιότητα στην κατανομή των σχετικών άξονικών ταχυτήτων, κύρια για μικρά x/d . Σημειώνουμε ότι η σχέση (14) $\frac{U_m}{U_0} = \frac{\kappa}{x/d}$ στην όρια περίπτωση $a = \infty$ (πραγμα που σημαίνει ότι ο αποδέκτης είναι ακίνητο ρευστό) γίνεται $\frac{u}{u_0} = \frac{6,64}{x/d}$. Ο συντελεστής 6,64 είναι μέσα στα όρια των συντελεστών που δίνονται για το φαινόμενο της εκτόξευσης φλέβας σε ακίνητο αποδέκτη

Β. ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΜΕΛΕΤΗ

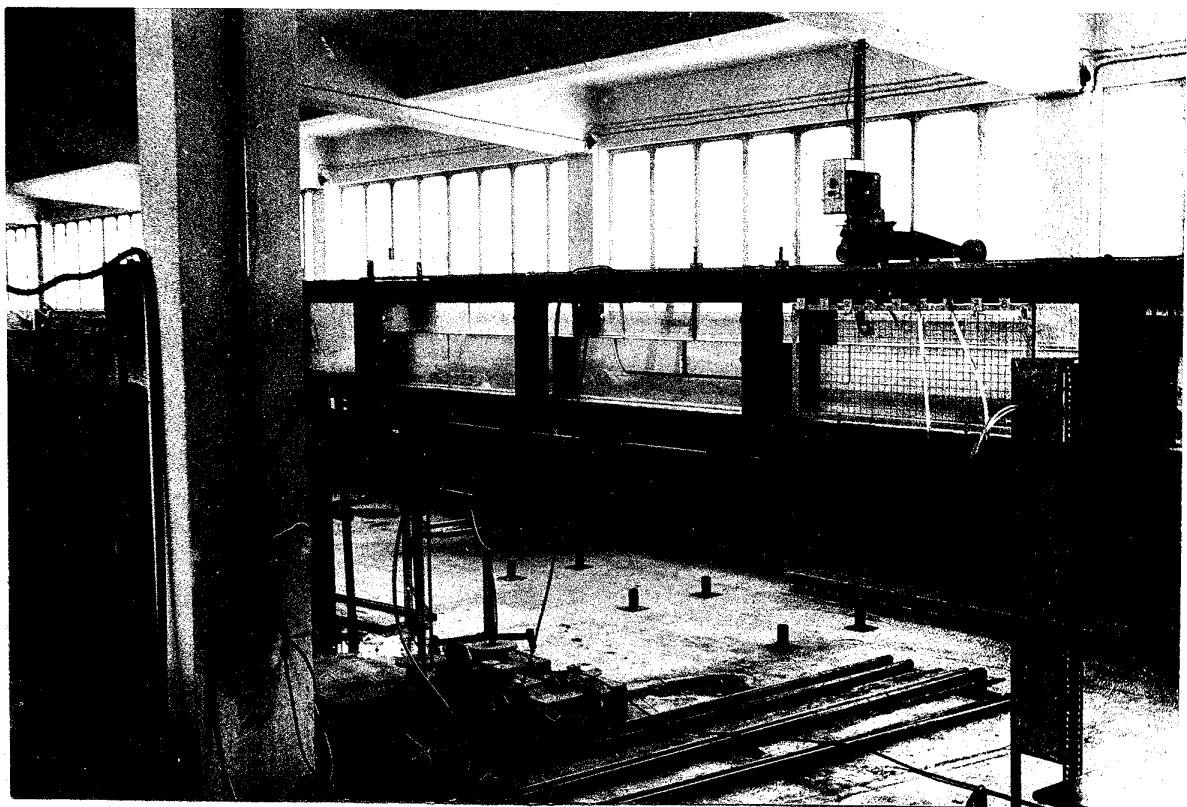
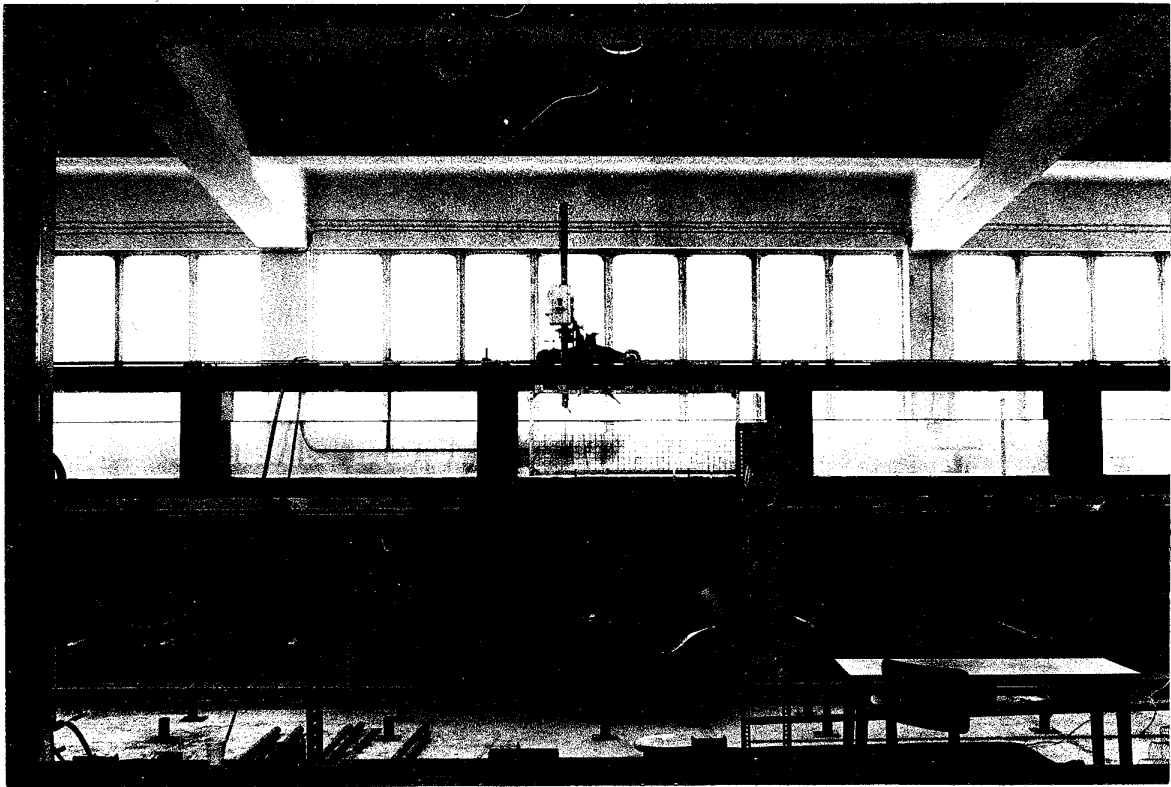
ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ

1. ΣΥΣΚΕΥΗ

- Για την υλοποίηση της βασικής ροής χρησιμοποιήθηκε οριζόντια διώρυγα ορθογωνικής διατομής πλάτους 25 cm και μήκους 10 m. Τα πλευρικά της τοιχώματα είναι διαφανή. Στο κατάντι άκρο έχει θυρόφραγμα για τη ρύθμιση του βάθους ροής. Τροφοδοτείται από το κλειστό δίκτυο του έρχατηρίου.
- Για την εκτόξευση της φλέβας χρησιμοποιήθηκε άνοξεϊδωτος βωλήνας διαμέτρου $d = 0,94$ cm βυθιστά ανασπινόμενος παράλληλα με τον πυθμένα της διώρυγας. Η τροφοδοσία του γίνεται με πλαστικό βωλήνα από δεξαμενή τοποθετημένη σε υψόμετρο περίπου +6 m από το βότμιο έξοδου.



Σχῆμα 5



Για λόγους ευμετρίας το βάθος ροής επί διώρυγα διαλέχθηκε 25 cm , οπότε η ύψχη διατομή της βαθικής ροής είναι $25 \times 25\text{ cm}$, και ο βωλινός εκτόξευσης τοποθετήθηκε στο κέντρο της διατομής. Και για το δύο ρευστά χρησιμοποιήθηκε νερό.

Περισσότερες τεχνικές λεπτομέρειες για τη συσκευή δίνονται παρακάτω.

2. Μετρούμενα μεγέθη όργανα και μέθοδοι μέτρησης

2.1. Ταχύτητα βαθικής ροής.

Όπως αναφέρθηκε εδώ μας ενδιαφέρει η ταχύτητα στην περιοχή γύρω από το κέντρο βάθους της διατομής. Η μέτρηση της ταχύτητας αυτής γινόταν απλά, με ρίψη χρώματος στο μέσο της διατομής και μέτρηση το χρόνου που απαιτείται, ώστε το μέτωπο του χρώματος στο ύψος του κατά μήκος άξονα της ροής, να διατρέξει μία γνωστή απόσταση ανάμεσα σε δύο σταθεροποιημένα. Γινόνταν τρεις μετρήσεις και έβγαине ο μέσος όρος των τριών ταχυτήτων. Η σχετική απόκλιση των τριών ταχυτήτων μεταξύ τους ήταν της τάξης του $3 \div 4\%$.

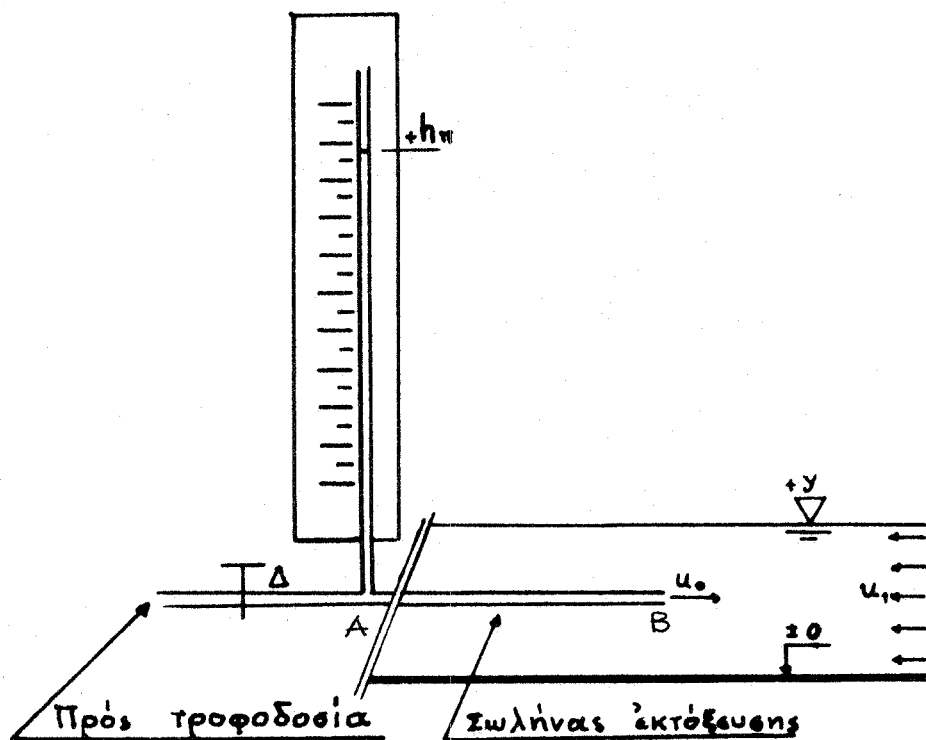
Η μέθοδος αυτή προτιμήθηκε από άλλες επειδή οι ταχύτητες u_1 ήταν αρκετά μικρές για να μετρηθούν με Pitot ($5 \div 40\text{ cm/sec}$)

Στις υψηλότερες ταχύτητες γινόταν επαλήθευση του άρτελέματος με βωλινά Pitot

Σημείωση: Στην περίπτωση που χρησιμοποιούσαμε κινηματογραφική τεχνική για τη μέτρηση ταχυτήτων της φλέβας, χρησιμοποιούσαμε την ίδια τεχνική και για την ταχύτητα της βασικής ροής.

2.2 Μέση ταχύτητα της φλέβας στη διατομή εξόδου

Για την μέτρηση της ταχύτητας αυτής προετοιμάστηκε στο σωλήνα τροφοδοσίας της φλέβας πιεζόμετρο (βλέπε σχ. 7) σε κάποιο σταθερό σημείο Α.



Σχήμα 7

Η διαφορά $\Delta h_p = h_p - y$ μετράει τις απώλειες ενέργειας στο διάστημα AB του σωλήνα που είναι συνάρτηση της παροχής της φλέβας.

Επειδή τα u_1 είναι πολύ μικρά το y μπορεί να μετρηθεί και κατ'εὐθείαν από το πιεζόμετρο όταν

ἡ δίκλειδα Δ εἶναι κλειστή, ὅποτε ἔχουμε μιά ἐνδειξη h_p . Ἐτὶ $\Delta h_p = h_p - h_p$

Τὸ πιεζόμετρο βαθμολογήθηκε ὀγκομετρικὰ (μέ κενή βέβαια τὴ διώρυγα). Γιά κάθε παροχὴ γινόνταν τρεῖς μετρήσεις καὶ ἔβγαινε ὁ μέσος ὅρος.

Ἡ μέση ταχύτητα βῆκε ἀπὸ τὴ σχέση $u_0 = \frac{Q}{\pi d^2/4}$

Τὰ σημεία $\Delta h_p - u_0$ περιγράφονται ἀπὸ τὴ σχέση

$$u_0 \text{ (cm/sec)} = 18,669 (\Delta h_{\text{cm}})^{0,54475}$$

ποὺ βῆκε σύμφωνα μέ τὴ θεωρίαν τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων.

Ἡ βαθμολόγησις ἐλέγχθηκε βέ ἐποχὴ μεγάλων θερμοκρασιῶν περιβάλλοντος μέ τὴν ἴδια πειραματικὴ διαδικασία. Ὁ ἐλέγχος δὲν ἔδωκε καμιά ἀπόκλιση τῆς καμπύλης.

Τὰ παραπάνω πειραματικὰ δεδομένα, οἱ ὑπολογισμοὶ καὶ ἡ καμπύλη φαίνονται ἐπὶ παρακάτω πίνακα καὶ ἐπὶ διάγραμμα τοῦ βχ. 8.

Σημειώνουμε ὅτι ἡ ἀκρίβεια τοῦ πιεζομέτρου εἶναι πολὺ μεγάλη, γιατί εἶναι ἀμελητέα ἡ ἀπόκλιση τῶν πειραματικῶν σημείων καὶ τῆς ἀναλυτικῆς καμπύλης, ἀλλὰ καὶ γιατί τὸ πεδίο ἀνάγνωσης ξεπερνᾷ τὸ 1 m

ΠΙΝΑΚΑΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΟΥ

$\Delta h_{(cm)}$	$V_i (cm^3)$	$t_i (sec)$	$Q_i (cm^3/sec)$	$Q (cm^3/sec)$	$U_0 (cm/sec)$
2,5	475	22,45	21,16	21,33	30,74
	419	19,48	21,50		
7,5	487	12,70	38,35	38,43	55,38
	420	10,90	38,53		
12,5	582	11,10	52,43	52,21	75,23
	525	10,10	51,98		
17,3	530	8,62	61,48	61,43	88,52
	578	9,34	61,88		
	660	10,83	60,94		
22,4	708	10,20	69,41	70,18	101,13
	705	9,92	71,07		
	800	11,42	70,05		
27,5	792	10,10	78,42	78,43	113,02
	804	10,25	78,44		
32,3	620	7,21	85,99	85,69	123,48
	765	8,96	85,38		
37,5	640	6,89	92,89	93,06	134,10
	742	7,96	93,22		
42,5	630	6,20	101,61	100,40	144,67
	750	7,53	99,60		
	800	8,00	100,00		
47,5	810	7,63	106,16	106,59	153,59
	758	7,07	107,21		
	831	7,81	106,40		
52,5	760	6,81	111,60	112,09	161,52
	700	6,20	112,90		
	741	6,63	111,76		

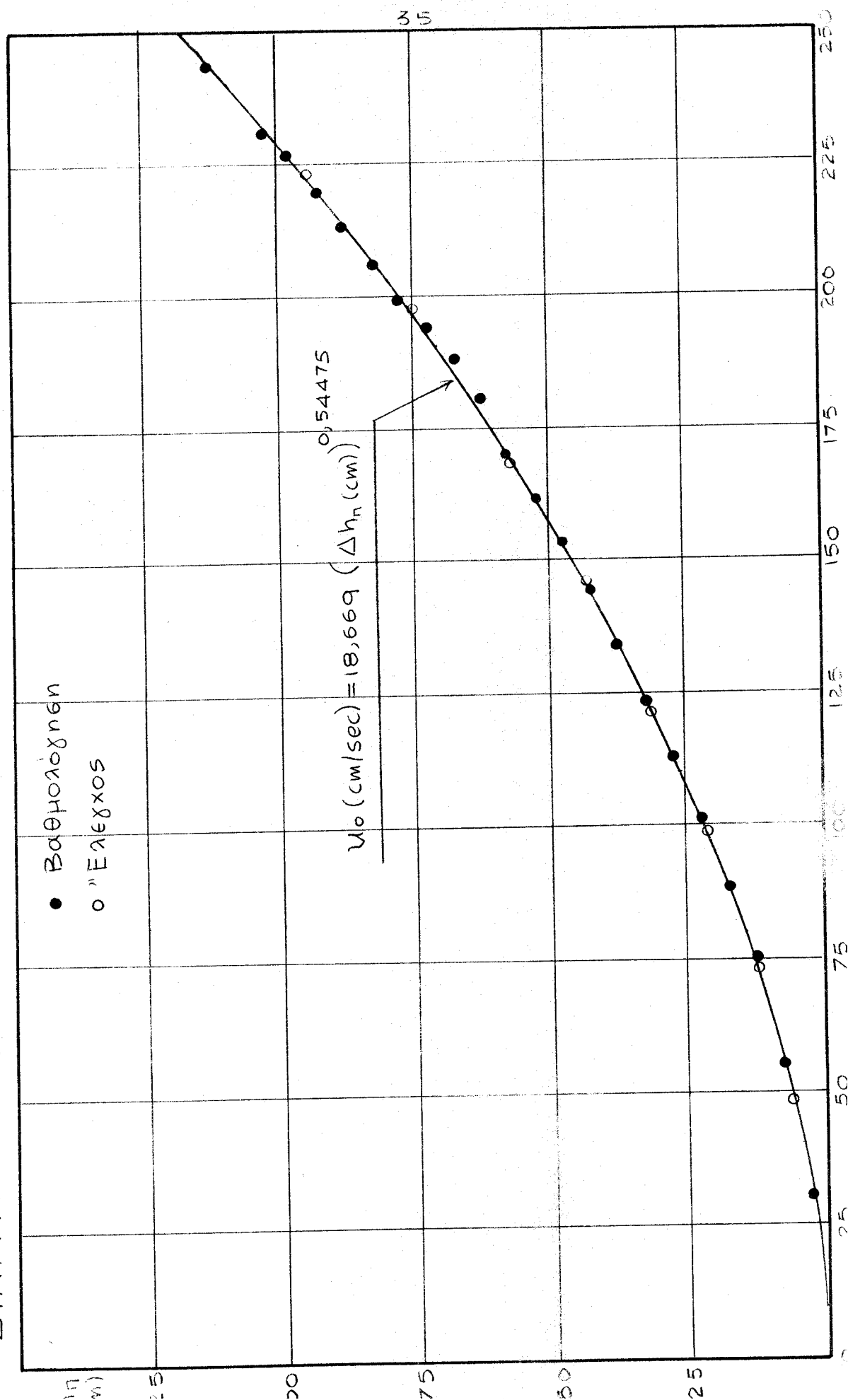
ΠΙΝΑΚΑΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΟΥ (συνέχεια)

$\Delta h_{(cm)}$	$V_i (cm^3)$	$t_i (sec)$	$Q_i (cm^3/s)$	$Q (cm^3/s)$	$U_0 (cm/s)$
57,7	775	6,59	117,60	117,83	169,79
	765	6,48	118,05		
62,5	735	5,92	124,16	124,86	179,92
	806	6,42	125,55		
67,6	711	5,48	129,74	130,03	187,37
	654	5,03	130,02		
	692	5,31	130,32		
72,6	716	5,32	134,59	134,30	193,52
	725	5,41	134,01		
77,3	4150	29,95	138,56	138,24	199,20
	4300	31,18	137,91		
82,3	4290	30,00	143,00	142,88	205,89
	3888	27,18	142,75		
87,9	3090	20,95	147,49	147,75	212,90
	3730	25,20	148,02		
	4760	32,22	147,73		
92,4	4100	26,82	152,87	152,23	219,36
	3820	25,20	151,59		
97,4	4620	29,40	157,14	157,12	226,40
	4000	25,46	157,10		
102,5	4625	28,88	160,15	159,91	230,43
	4750	29,75	159,67		
112,5	5115	30,30	168,81	168,92	243,41
	4890	28,93	169,03		
119,5	4500	25,76	174,69	175,19	252,44
	4480	25,50	175,68		

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΤΗΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

Δh (cm)	V_i (cm ³)	t_i (sec)	Q_i (cm ³ /sec)	Q (cm ³ /sec)	u_0 (cm/sec)
6,0	551	16,63	33,13	33,32	47,87
	628	18,74	33,51		
12,0	761	15,23	49,97	50,29	72,47
	755	14,92	50,60		
21,0	748	10,80	69,26	68,65	98,97
	645	9,48	68,03		
31,0	730	8,70	83,91	84,31	121,49
	748	8,83	84,71		
43,0	640	6,38	100,31	100,82	145,28
	760	7,50	101,33		
57,0	4130	35,23	117,23	117,51	169,33
	3700	31,41	117,80		
75,0	3480	25,32	137,44	136,91	197,28
	4375	32,08	136,38		
93,9	4790	31,06	154,21	154,75	222,99
	4500	28,98	155,28		
117,0	4270	24,60	173,58	174,24	251,07
	4250	24,30	174,90		

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΟΥ ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΟΥ



2.3 Μέτρηση ταχυτήτων με βωλήνα Pitot

Ο βωλήνας Pitot που φαίνεται στο σχήμα 9 χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση ταχυτήτων στον άξονα αλλά και στις διατομές.

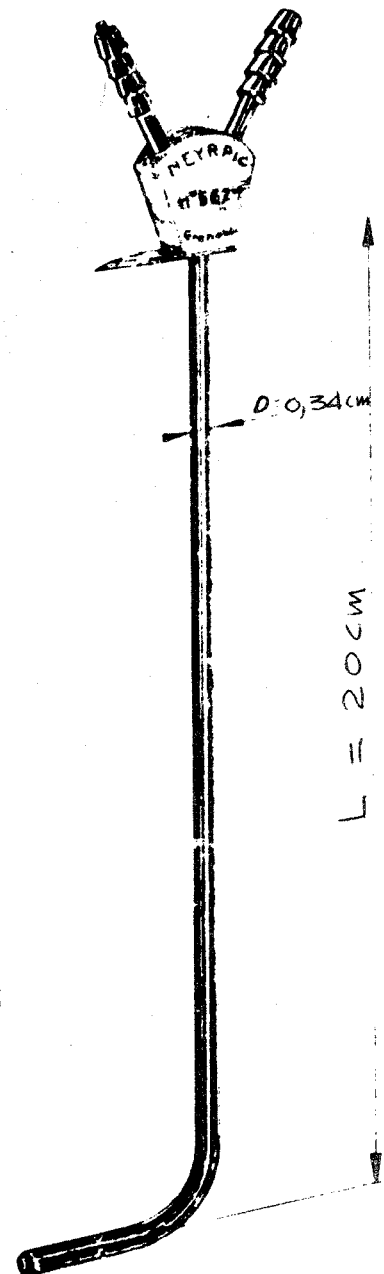
Όπως αναφέρεται στις οδηγίες χρήσης το βφάλμα στη μέτρηση είναι άμελητέο όταν ο άξονας της κεφαλής του βχιματίζει γωνία μικρότερη από 7° με τη διεύθυνση της ταχύτητας και φθάνει στο 2% για γωνία 20° .

Έτσι, επειδή στο συγκεκριμένο πεδίο ροής, δεν εμφανίζονται μεγάλες γωνίες των γραμμών ροής σε σχέση με τον άξονα της φλέβας (έκτος από τη γειτονιά του όριου διεύδυσης) ο βωλήνας Pitot είναι κατάλληλος για μέτρηση ταχυτήτων σε οποιοδήποτε σημείο.

Επειδή οι διαστάσεις του είναι πολύ μικρές δεν παραμόρφωνε το πεδίο ροής (διαπιστώθηκε με χρωματισμό της εκτοξευόμενης φλέβας).

Όταν όμως αντίστροφotan για τη μέτρηση αρνητικών ταχυτήτων το κατακόρυφο βτέλεχος παραμόρφωνε ισχυρά το φαινόμενο, και έτσι δεν είχε δυνατό να μετρηθούν αρνητικές ταχύτητες.

Ο βωλήνας Pitot ανάρτηθηκε από συσκευή σταθμημέτρου που επέτρεπε εύκολα την οριζόντια και κατακόρυ-



Σχήμα 9

φη μετακίνηση του.

Το διαφορικό μανόμετρο με το οποίο συνδέθηκε περιείχε τετραχλωράνθρακα με ειδικό βάρος $\gamma_T = 1,595 \text{ gT}^*/\text{cm}^3$ οπότε η σταθερά κ της σχέσης $V (\text{cm/sec}) = k \sqrt{\Delta H (\text{mm})}$ προκύπτει

$$k = \sqrt{\frac{2g(\gamma_T - \gamma_v)}{10\gamma_v}} = 10,8046$$

Άρα $V (\text{cm/sec}) = 10,8046 \sqrt{\Delta H (\text{mm})}$ (28)

Η σχέση (28) ελέγχθηκε πειραματικά με μέτρηση της ταχύτητας της διώρυγας για ταχύτητες $u_1 \approx 30 \text{ cm/sec}$ μέχρι $u_1 = 100 \text{ cm/sec}$. Επίσης ελέγχθηκε έμμεσα και για μεγαλύτερες ταχύτητες μέχρι 300 cm/sec . (βλέπε κεφάλαιο Γ.2.1). Η ακρίβεια ανάγνωσης του όργανου είναι πάντως αμφιβιβητική για ταχύτητες $< 20 \text{ cm/sec}$ (Ανάγνωση $\Delta H \approx 5 \text{ mm}$)

Ο απαιτούμενος χρόνος για να ισορροπήσει το μανόμετρο και να γίνει μία ανάγνωση ΔH ήταν περίπου 3 min.

2.4. Κινηματογραφική μέθοδος για τη μέτρηση μηκών διείδυσης και ταχυτήτων.

2.4.1 Μέτρηση μηκών διείδυσης

Για τη μέτρηση του μήκους διείδυσης πρέπει να παρατηρήσουμε ότι η μέτρησή του με σωλήνα Pitot με βάση τη συνθήκη $x_p = x$ όταν $u_m = 0$ ήταν αδύνατη ή τουλάχιστον επιφαινή για τους εξής λόγους

- Ένδεχόμενα οι κλίσεις πίεσης στη χειτονιά του όριου διείδυσης δεν είναι μηδενικές οπότε ο σωλήνας Pitot θα δίνει μία διαφορά πίεσης βέ θέσεις που η

ταχύτητα είναι μηδενική

- Οι αναγνώσεις του μανόμετρου για μικρές ταχύτητες είναι πολύ άσφαις γιατί είναι πολύ μικρές. (π.χ. για $v = 10 \text{ cm/sec} \Rightarrow \Delta h_m = 0,96 \text{ mm}$) που προφανώς δεν μπορεί να διαβαστεί με ακρίβεια.

- Αν υποθέσουμε ότι μετακινούμε βαθμιαία τον σωλήνα Pitot

προς την κατεύθυνση

των θετικών x ,

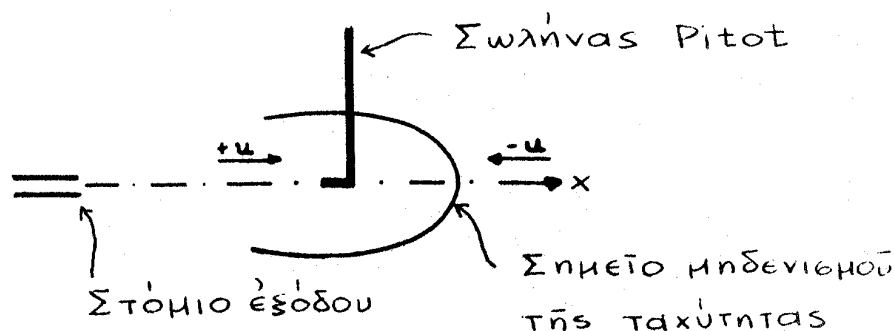
και αν ακόμα

υποθέσουμε ότι

οι κλίσεις πίε-

σης είναι μηδε-

νικές και ότι



Σχήμα 10

οι αναγνώσεις μπορούν να γίνουν με σχετική ακρίβεια, πάλι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε με ακρίβεια το x_p γιατί ο Pitot δίνει μηδενική ένδειξη και για $x > x_p$ (όταν έχει μπει σε πεδίο αρνητικών ταχυτήτων)

Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία θα έπρεπε να ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία:

Μετράμε τις θετικές ταχύτητες κατά μήκος του άξονα των x μετακινώντας τον Pitot προς τα θετικά x

Όταν διαπιστώ-

σουμε ότι δίνει μη-

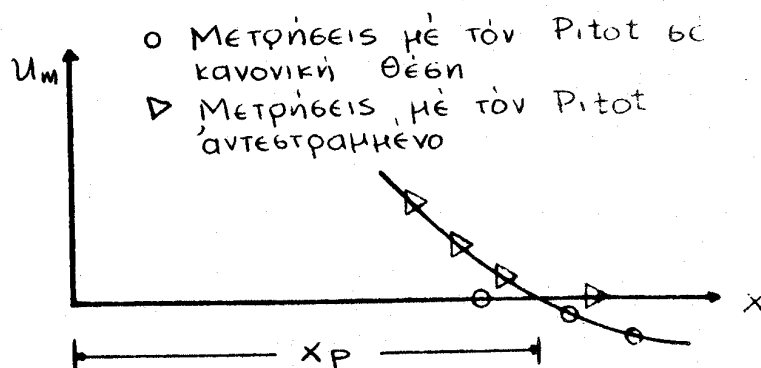
δενικές ενδείξεις.

αντιπρόσμενα το

σωλήνα και μετρά-

με τις αρνητικές

ταχύτητες μετακι-



Σχήμα 11

νώντας τον Pitot πρὸς τὰ ἀρνητικά x .

Πλοττάρουμε ἐν ἄξονες $u-x$ τὰ πειραματικά ἐπιμέτα, χαράσσουμε τὴν καμπύλη τῆς κατανομῆς καὶ προσδιορίζουμε ἔμμεσα τὸ x_p (βλ. σχ. 11)

Ὅπως ὁμως ἤδη ἔχουμε παρατηρήσει ὁ Pitot ὅταν ἀντιτρέφεται τροποποιεῖ τὸ πεδίο ταχυτήτων καὶ ἔτσι καὶ αὕτη ἡ διαδικασία θὰ ἦταν λανθασμένη.

Γιὰ τὸ λόγο αὐτὸ προτιμήθηκε ἡ γεωμετρικὴ μέθοδος μέτρησης τοῦ μήκους διείδυσης πού ἐπηρεάζεται ἐπὶ παρατήρησιν ὅτι τὸ ρευστὸ τῆς φλέβας φτάνει μέχρι τοῦ σημείου P ὅπου μηδενίζεται ἡ ταχύτητα του καὶ ἐπὶ συνέχεια χυρνάει πρὸς τὰ πῶα μπαίνοντας ἐν περιοχῇ ἀρνητικῶν ταχυτήτων.

Ἐπειὰ χρωματίζοντας τὸ νερὸ τῆς φλέβας καὶ παίρνοντας μιὰ φωτογραφία τοῦ φαινομένου, μπορούμε πάνω ἐπὶ φωτογραφία νὰ μετρήσουμε τὸ μήκος x_p .

Ἐπειδὴ ὁμως ἡ ροὴ εἶναι τυρβῶδης μετὰ ἐντάσεως ὑπάρχει μετὰ χρονικὴ διακύμανση τοῦ μήκους καὶ ἔτσι χρειάζονται περισσότερες φωτογραφίες, ὥστε τὸ μέσο μήκος x_p νὰ προκύψει ἐὰν ὁ ἀριθμητικὸς μέσος τῶν διαφορῶν μετρήσεων.

Γιὰ τὸ λόγο αὐτὸ προτιμήθηκε ἡ λίγη κινηματογραφικὴ ταινίας. Ἡ μέτρηση τοῦ μήκους διείδυσης μὲ κινηματογραφικὴν τεχνικὴν συνδυάσθηκε μὲ μέτρηση τῶν ἀξονικῶν ταχυτήτων μὲ κινηματογραφικὴν τεχνικὴν. (βλέπε κεφ Β242)

Γιὰ τίς τεχνικὰς λεπτομέρειες αὐτῆς τῆς μεθόδου βλέπε κεφάλαιο Β24.3.

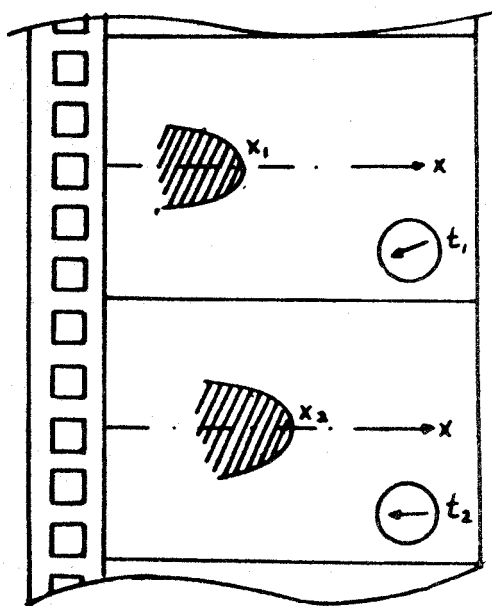
2.4.2. Μέτρηση ταχυτήτων με την κινηματογραφική μέθοδο

Η αρχή της μεθόδου αυτής είναι η εξής: "Αν ξέρουμε με την τροχιά ενός βωματιδίου $x(t)$ τότε η ταχύτητα βέ κάποιο σημείο A της τροχιάς του προκύπτει από τη σχέση $u = \frac{dx}{dt}$ (Αυτό βέβαια αν $u \neq 0$ και $u = w = 0$, δηλ αν η τροχιά είναι ευθύγραμμη. "Αν όχι πρέπει να γράψουμε $\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ κλπ)

Για την υλοποίηση του "βωματιδίου" μπορούμε να χρωματίσουμε τοπικά το ρευστό, όποτε την τροχιά του βωματιδίου μας τη δίνει η τροχιά του μετώπου του χρώματος. Η πορεία του μετώπου μπορεί να κινηματογραφηθεί.

Για να έχουμε και χρονικές ενδείξεις κινηματογραφούμε ταυτόχρονα και ένα χρονόμετρο, ενώ για να μπορούν να διαβαστούν τα x χρειάζεται να μηεί ένας κάναβος μπροστά από τη ροή. Έτσι βέ κάθε "κάρρέ" της ταινίας έχουμε μια ένδειξη x για το μέτωπο του χρώματος και μια χρονική ένδειξη t . Για ένα σημείο A η ταχύτητα μπορεί να προκύγει από τη σχέση

$$u \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \text{ όπου}$$



Σχήμα 12

τά x_1 και x_2 αναφέρονται βέ δύο βημετά μπροστά και πίσω από το βημετό Α.

Η μέθοδος αυτή υλοποιήθηκε στη δικιά μας περίπτωση με χρωματισμό του ρευματοῦ τῆς φλέβας, από κάποια χρονική στιγμή που είχε αποκατασταθεί ἡ μόνη ροή, και κινηματογράφηση του φαινομένου.

Σε περίπτωση έντονα τυρβώδους ροῆς με τὴν τεχνική αὐτή δὲν παίρνουμε τὴν μέση χρονική τιμή τῆς ταχύτητας ἀλλὰ κάποια τιμή ἀνάμεσα στη μέση και στη στιγμιαία. Γι' αὐτό πρέπει τὸ πείραμα νὰ ἐπαναλαμβάνεται πολλές φορές και νὰ βγαίνει μέσος ὅρος τῶν διαφόρων τιμῶν. Στὴ δική μας περίπτωση κάθε πείραμα γινόταν δύο φορές. Ὄταν τὸ μέτωπο τοῦ χρώματος ἔφτανε στὸ ὅριο διείσδυσης, ἡ λήψη συνεχιζόταν ὥστε νὰ γίνει ταυτόχρονα μέτρηση τοῦ χρ.

Οἱ τεχνικὲς λεπτομέρειες αναφέρονται στὸ παρακάτω κεφάλαιο.

Κριτικὴ τῆς μεθόδου γίνεται στὸ κεφ. Γ.4

2.4.3 Ὀργανα και τεχνικὲς λεπτομέρειες τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου.

- Κινηματογραφικὴ μηχανή και φιλμ

Χρησιμοποιήθηκε μηχανή Cannon με ταχύτητα λήψης 2,4 καρρέ/sec και φιλμ Super 8 mm

- Φωτισμός

Χρησιμοποιήθηκαν προβολεῖς με συνολικὴ ἰσχύ 5000 watt. Σημειώνουμε ὅτι ἡ τεχνικὴ τοῦ φωτισμοῦ εἶναι ἰδιαίτερα λεπτή και εἶναι ὁ σημαντικότερος λόγος ἀποτυ-

χίας μιᾶς λήυης.

- Μουβιόλα

Γιὰ τὴν προβολή τοῦ φιλμ καρρέ πρὸς καρρέ χρησιμοποιοῦντο μούβιόλα χειροκίνητη μὲ διαστάσεις ὁθόνης $15 \cdot 15$ cm καὶ λάμπα μὲ ἰσχύ 10 watt.

- Χρονόμετρο

Χρησιμοποιήθηκε κοινὸ χρονόμετρο μὲ ὑποδιαρέσεις ἀνά $1/10$ sec. Ἐπίσης χρησιμοποιήθηκε κατὰ τὴ λήυη μεχενθυντικός φακὸς γιὰ τὴ μεχένθυσι τοῦ καντράν, ὡς ὅτι ἡ κινηματογράφισι τοῦ βέ φυσικοῦ μέγεθος δὲν ἦταν ἀναχνώσιμη.

Στὸ φιλμ δὲν φαίνονται καλὰ οἱ ὑποδιαρέσεις τοῦ χρονομέτρου, παρὰ μόνον ὁ δείκτης. Γι' αὐτὸ τὸ λόγον χρειάζεται κατὰ τὴ λήυη νὰ γίνῃ ὑλοποίησι κάποιου ἄξονα πού νὰ περνάει ἀπὸ τὸ κέντρο τοῦ καντράν, ὥστε κατὰ τὴν προβολή νὰ μετρίεται ἡ γωνία δειγματοληψίας, μὲ ἓνα γωνιόμετρο πού νὰ δίνει ἀνάχνωσι κατ' εὐθείαν βέ δέκατα τοῦ sec.

Πάντως ἡ μέτρησι τοῦ χρόνου μπορεῖ νὰ γίνῃ πολὺ πρὶς εὐκόλως καὶ μὲ ἀρκετὰ μεγάλη ἀκρίβεια, μὲ βάσει τὴν παρατήρησι ὅτι ἡ χρονικὴ ἀπόστασι δύο διαδοχικῶν καρρέ εἶναι σταθερή. Γιὰ νὰ γίνῃ αὐτὸ βέβαια πρέπει νὰ ἐλεγχθεῖ ἡ σταθερότητα αὐτὴ μὲ τὸ χρονόμετρο καὶ νὰ βρεθεῖ ἡ σταθερά πού δὲν συμπίπτει ἀκριβῶς μὲ αὐτὴ πού προκύπτει ἀπὸ τὴν ὀνομαστικὴν συχνότητα τῆς μηχανῆς (24 καρρέ/sec)

Στὴ δική μας περίπτωσι αὐτὴ ἡ σταθερά βρέθηκε $0,04$ sec/καρρέ (συχνότητα 25 καρρέ/sec)

- Κάναβος

Κατασκευάστηκε κάναβος με μεταλλικό πλαίσιο στον οποίο οι εύθειες υλοποιήθηκαν με βχοινιά μαύρου χρώματος ώστε να αποτυπώνονται καλά κατά την λήψη. Η ισοδιάσταση των εύθειων ήταν 2,5 cm

Ο κάναβος στερεώθηκε στο πλευρικό τοίχωμα της διώρυγας. Για να μη έχουμε παραμόρφωση των μηχανών ως προς τον κάναβο από τη διάθλαση, η μηχανή λήψης τοποθετήθηκε αρκετά μακριά και κάθετα προς τη διεύθυνση της ροής (σε απόσταση ~ 6 m)

- Συσκευή έγχυσης χρώματος

Η διαδικασία έγχυσης του χρώματος είναι το πιο λεπτό σημείο της μεθόδου. Αυτό γιατί πρέπει να γίνει ενώ έχει μονιμοποιηθεί η ροή και ικανοποιώντας τους εξής δύο όρους :

1. Να μη μεταβάλλονται οι συνθήκες ροής της φλέβας όταν βγαίνει το χρωματισμένο νερό
2. Το μέτωπο του χρώματος να είναι όσο γίνεται πιο βαφές για να διακρίνεται με ακρίβεια στην προβολή της ταινίας

Εφαρμόσαμε δύο τεχνικές που να ικανοποιούν τους παραπάνω όρους

1. Η πρώτη τεχνική χρησιμοποιήθηκε για πειράματα στα οποία θέλαμε να βρούμε και την ταχύτητα και τη γεωμετρία της ροής, οπότε χρειάζεται μεγάλη ποσότητα χρωματισμένου νερού.

Η όλη τεχνική στηρίζεται στο παρακάτω σύστημα που φαίνεται στο σχήμα 13

Η δικλείδα Λ₂ είναι περιστροφική και χειριέται χείρ

κινείται το νερό της φλέβας ενώ συγχρόνως το μέτωπο του χρώματος από την αρχική του θέση μετακινείται προς το στόμιο έκτοξευσης

- Όταν έχει πλησιάσει αρκετά το μέτωπο στο στόμιο (όπως είναι διαφανής και παρακολουθείται η κίνηση του μετώπου) αρχίζουμε την κινηματογράφιση

- Η κινηματογράφιση σταματάει όταν έχει περάσει αρκετός χρόνος ($\sim 10 \text{ sec}$) από την άφιξη του μετώπου του χρώματος στο όριο διείσδυσης.

- Κλείνει η δικλείδα Δ_1 και επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για το επόμενο πείραμα.

Με το σύστημα αυτό μεσολαβούσε ένα χρονικό διάστημα από το άνοιγμα της δικλείδας Δ_1 μέχρι να φτάσει το μέτωπο του χρώματος στο στόμιο. Ο χρόνος αυτός πρέπει να είναι αρκετά μικρός ώστε να μη καταστρέφεται η βαφήνεια του μετώπου του χρώματος και αρκετά μεγάλος ώστε να φτάνει για τη μονιμοποίηση της ροής.

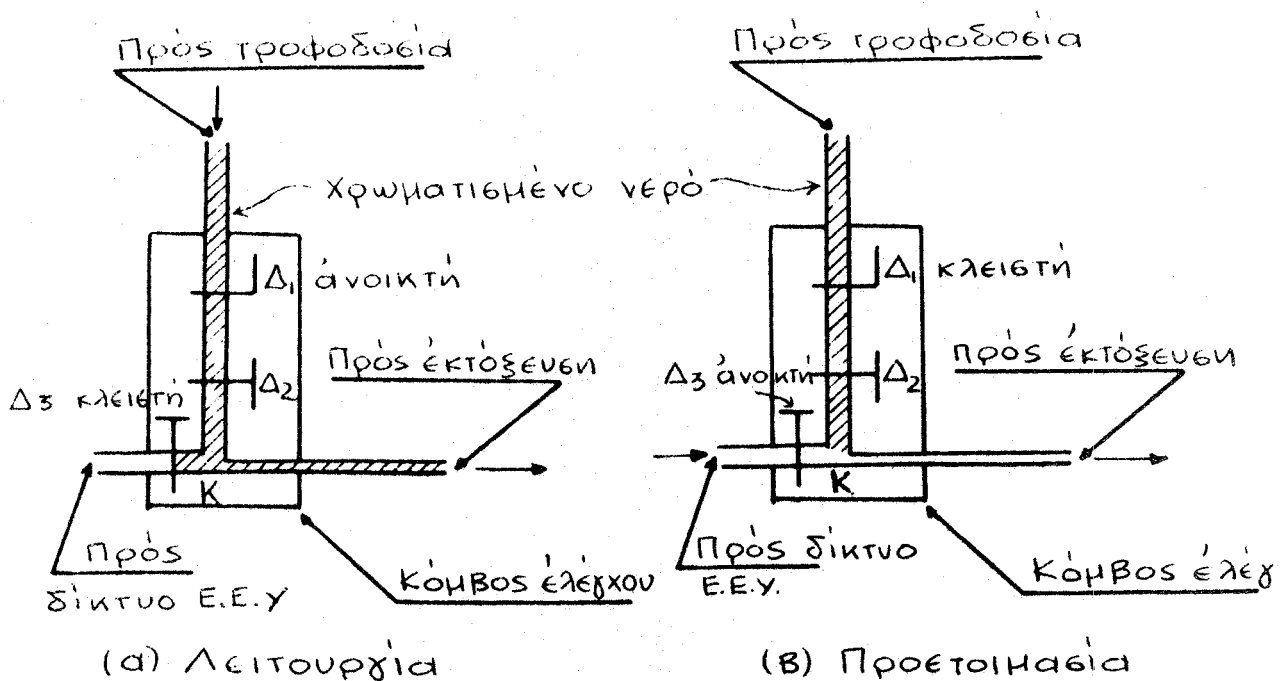
Αυτό που καθορίζει το χρόνο αυτό είναι το μήκος του σωλήνα από τον κόμβο μέχρι το στόμιο και η ταχύτητα της φλέβας. Το μήκος εκλέχτηκε έτσι ώστε ο χρόνος να είναι στη χειρότερη περίπτωση $\sim 7 \text{ sec}$.

Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι η τιμή του χρόνου διαδρομής ενός σωματιδίου από το στόμιο μέχρι το όριο διείσδυσης της φλέβας είναι $\sim 1,5 \text{ sec}$

2. Η δεύτερη τεχνική χρησιμοποιήθηκε για πειράματα στα οποία θέλαμε να μετρήσουμε ταχύτητες μόνο.

Εδώ η δικλείδα Δ_3 ήταν μόνιμα κλειστή.

Η τροφοδοσία της φλέβας γινόταν με καθαρό νερό



Σχήμα 13

τή ρύθμιση της ταχύτητας της φλέβας. Η δικλείδα Δ 6 έ όλη τη διάρκεια ενός πειράματος είναι κλειστή. Η δικλείδα Δ_1 μπορεί να είναι ή τελείως άνοικτη ή τελείως κλειστή, και χρησιμεύει στο να μπορεί να εναληφθεί ένα πείραμα χωρίς να μεταβληθούν οι συνθήκες ροής (ή δικλείδα Δ_2 είναι σε σταθερή θέση)

Η διαδικασία ενός πειράματος είναι ή παρακάτω

- Το νερό της δεξαμενής τροφοδοσίας της φλέβας χρωματίζεται καθολικά. Έτσι από το σωλήνα έκτοξευσης μπορεί να βγαίνει χρωματισμένο νερό συνεχώς
- Ρυθμίζουμε την επιθυμητή παροχή με τη δικλείδα Δ_2
- Κλείνουμε την δικλείδα Δ_1
- Άνοίχουμε την δικλείδα Δ_3 που τροφοδοτεί με καθαρό νερό, ώστε να καθαρίσει τελείως το χρώμα από τον κόμβο μέχρι το σωλήνα έκτοξευσης (σχήμα 13 β)
- Κλείνουμε την δικλείδα Δ_3 . Τώρα το σύστημα είναι έτοιμο. Με το άνοιγμα της δικλείδας Δ_1 αρχίζει να

Τὸ χρώμα ἔμπαινε στὸν κόμβο Κ με' ἔνευε βέ μικρὴ ποσότητα ὅταν ἡ δικλείδα Δ₁ ἦταν κλειστή. Τὰ ὑπόλοιπα εἶναι ἀκριβῶς ἴδια, ὅπως εἴναι πρῶτη μέθοδος. Ἡ δευτέρη μέθοδος ἔδωκε καλύτερα ἀποτελέσματα ὅ-
 βο ἀφορᾷ τῇ βαφίνειᾳ τοῦ μετώπου τοῦ χρώματος.

2.5 Ἀνακεφαλαιώση τῶν μεθόδων μέτρησης
 τῶν διαφόρων μεθεθῶν.

1) Ταχύτητα βαθικῆς ροῆς u_1

Μέθοδος: Μέτρηση με' χρονόμετρο τοῦ χρόνου ποῦ ἀ-
 παυτεῖται γιὰ νὰ διανύσει ἓνα βωματίδιο μιὰ γνωστὴ ἀπό-
 σταση.

2) Μέση ταχύτητα τῆς φλέβας στὸ στόμιο u_0

Μέθοδος: Μέτρηση τῶν ἀπωλειῶν ἐνερχείας β' ἓνα στα-
 θερὸ μῆκος τοῦ βωλῆνα ἐκτόξευσης με' πιεζόμετρο,
 βαθμολογημένο ὀγκομετρικὰ ὥστε νὰ δίνει ταχύτητα

3) Μῆκος διείδυσης τῆς φλέβας

Μέθοδος: Ἀποτύπωση βέ κινηματογραφικὸ φιλμ τῆς μό-
 νιμης εἰκόνας ροῆς τῆς φλέβας, ἀφοῦ προηγηθεῖ χρω-
 ματισμὸς τοῦ ρευστοῦ τῆς.

Μέτρηση τοῦ μήκους γεωμετρικὰ ἀπὸ τὸ κινηματογραφι-
 κὸ φιλμ.

4) Ταχύτητες στὸν ἄξονα τῆς φλέβας

Μέθοδοι: 1) Μέτρηση με' βωλῆνα Pitot μικρῶν διαβά-
 σεων 2) Με' κινηματογραφικὴν τεχνικὴν ποῦ συνίστα-
 ται εἰς τὴν ἀποτύπωση βέ κινηματογραφικὸ φιλμ τῆς εἰ-
 κόνας τῆς μετατόπισης ἑνὸς χρωματισμένου μετώπου
 εἰς τὸ πεδίο ροῆς τῆς φλέβας

5. Ταχύτητες βέ διατομές κάθετες στον άξονα της φλέβας

Μέθοδος: Μέτρηση με βωλήνα Pitot

3 Πεδία διακύμανσης των χαρακτηριστικών παραμέτρων του φαινομένου στα πειράματα

Οι συνδυασμοί των τιμών των μεγεθών u_0 και u_1 επί βειρά των πειραμάτων που έγιναν καθορίστηκαν από δύο βασικούς περιορισμούς

Ο πρώτος προκύπτει από τις δυνατότητες της πειραματικής συσκευής και αφορά τη μέγιστη ταχύτητα της φλέβας u_0 . Με δοσμένη την υδρομετρική διαφορά του βωλήνα έκτοξευσης από τη δεξαμενή τροφοδοσίας και με καθορισμένα τα μήκη των βωληνώσεων από λόγους που αναφέρονται στην εφαρμογή της κινηματογραφικής τεχνικής (βλέπε κεφ. Β 2.4.3) η μέγιστη τιμή της u_0 ήταν η $\max u_0 = 250 \text{ cm/sec}$

Ο δεύτερος αναφέρεται στις συνθήκες μετρήσεων και αφορά το λόγο ταχυτήτων $\alpha = u_0/u_1$

Για να μπορούν να γίνουν οι μετρήσεις με ακρίβεια το μήκος διεύδυσης έπρεπε να είναι πάνω από ένα ελάχιστο όριο περίπου 15 cm. Αυτό βέ συνδυασμό με την τιμή της διαμέτρου του βτομίου $d = 0,94 \text{ cm}$ και με βάση την πειραματική σχέση που συσχετίζει το α με το x_p/d δίνει μία ελάχιστη τιμή για το λόγο α , την $\min \alpha \approx 5$

Οι δύο αυτοί περιορισμοί βέ συνδυασμό δίνουν

$$\max u_1 = \max u_0 / \min \alpha \approx 250/5 \approx 50 \text{ cm/sec}$$

Ἡ μικρότερη τιμή τῆς u_1 ἐπὶ πειράματα διαλέχθηκε ἔτσι, ὥστε νὰ μὴν ἔχουμε πολὺ μεγάλες τιμές τοῦ α (πάνω ἀπὸ 30, γιατί ἔχουμε βαφῇ ἐπηρεασμὸ ἀπὸ τὰ ὅρια), γιὰ u_0 μέσα ἐπὶ πεδίο δυνατοτήτων τῆς συσκευῆς, καὶ καθορίσθηκε $\min u_1 = 5 \text{ cm/sec}$

Γιὰ κάθε τιμὴ τῆς u_1 τὸ $\min u_0$ ἐπὶ βεῖρὰ τῶν πειραμάτων προεδιορίζοταν ἀπὸ τὴ σχέση $\min \alpha \approx 5$

Μὲ βάση αὐτὲς τὶς παρατηρήσεις, τὰ πεδία διακύμανσης τῶν διαφορῶν μεγεθῶν ἐπὶ πειράματα ἦταν

$$u_0 \quad 50 \div 250 \text{ cm/sec}$$

$$u_1 \quad 5 \div 50 \text{ cm/sec}$$

$$\alpha \quad 5 \div 30$$

$$\frac{X_P}{d} \quad 15 \div 60$$

Γ. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.

Γενικά

Τὸ κεφάλαιο αὐτὸ εἶναι χωρισμένο εἰς τρεῖς ἐνότητες ἀνεξάρτητες μεταξύ τους, πού ἀναφέρονται εἰς τὸ μῆκος διείδουσης, εἰς τὴν κατανομὴν ἄξονικῶν ταχυτήτων σύμφωνα με τὰς μετρήσεις πού ἔχιναν με τὸ βολῆνα Pitot, εἰς τὴν ἐγκάρσια κατανομὴν ταχυτήτων καὶ τέλος εἰς τὴν ἀξιολογήσιν τῶν μετρήσεων ἄξονικῶν ταχυτήτων τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου.

Σε καθὲ ἐνότητα γίνεται: ἀνάπτυξις τοῦ τρόπου ἐπεξεργασίας τῶν δεδομένων, ἐκθεσις τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς ἐπεξεργασίας, πού συνοδεύεται ἀπὸ σχόλια καὶ παρατηρήσεις, καὶ παρουσίασις τῶν πειραματικῶν δεδομένων καθὼς καὶ τῶν ἀναλυτικῶν σχέσεων εἰς μορφήν πινάκων καὶ διαγραμμάτων.

Τὸ σύνολο τῶν ἀρκετὰ ὀγκωδῶν ὑπολογισμῶν, πού χρειάστηκε ἡ ἐπεξεργασία τῶν πειραματικῶν δεδομένων, ἔχινε μετὰ τὸν ὑπολογιστὴ τοῦ Ἐργαστηρίου COMPUCORP 425 G

Σημειώνουμε ὅτι ὅσα μετέθις βίους πίνακες καὶ τὰ διαγράμματα δὲν εἶναι ἀδιάσπαστα ἀναφέρονται εἰς τὸ σύστημα C.G.S δηλαδὴ

μῆκος εἰς cm
 χρόνος εἰς sec
 μᾶζα εἰς g
 (ταχύτητα εἰς cm/sec)

1. Μήκη διείδυσης χ_p

1.1. Έπεξεργασία πειραματικών δεδομένων

Σε κάθε πείραμα το μήκος διείδυσης μετρίοταν ανά χρονικά διαστήματα 5 δεκάτων του δευτερολέπτου. Έτσι προκύπτει μία σειρά 8-10 στοιχείων. Στην συνέχεια βρίσκονται ο μέσος όρος χ_p και η τυπική απόκλιση των στοιχείων της κάθε σειράς.

Αφού τελείωσε αυτή η διαδικασία κατασκευάστηκε διάγραμμα μέσων χ_p/d και $\alpha = u_0/u_1$, όπου παρατηρήθηκε ότι υπάρχει γραμμική συσχέτιση των σημείων $(\chi_p/d, \alpha)$, για $\alpha \leq 17,5$, ενώ για μεγαλύτερες τιμές του α υπάρχει απόκλιση από το γραμμικό νόμο κατανομής και βάρη διαφορά των σημείων. Αυτό αποδόθηκε στην επίδραση των όριων, λόγω μεγάλης τιμής του λόγου χ_p/D . Στην αιτιολόγησή αυτή συνήχθη και η προβεκτικότερη εξέταση της εικόνας ροής για τα πειράματα που αντιστοιχούν στα σημεία που αποκλίνουν, όπου φαίνεται ότι το ρευστό της φλέβα επεκτείνεται βέβαια στο πεδίο ροής, πράγμα που δεν συμβαίνει για μικρότερα α .

Μετά από τις παρατηρήσεις αυτές εφαρμόστηκε η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων για την έκφραση της σχέσης $\phi(\chi_p/d, \alpha)$, χρησιμοποιώντας τα σημεία που αντιστοιχούν βέβαια $\alpha \leq 17,5$.

Τα αποτελέσματα είναι τα εξής

$$\Sigma N = 56$$

$$\Sigma K = 559,5$$

$$\sum X^2 = 6257,65$$

$$\sum Y = 1566,20$$

$$\sum Y^2 = 48274,07$$

$$\sum XY = 17309,95 \quad (X=a)$$

"Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $Y = aX$ προκύπτει

$$a = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = 2,77$$

"Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $Y = a_0 + a_1 X$ προκύπτει

$$a_1 = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{N \sum X^2 - (\sum X)^2} = 2,49$$

$$a_0 = \frac{\sum Y}{N} - a_1 \frac{\sum X}{N} = 3,10$$

Ο συντελεστής συσχέτισης προκύπτει

$$r_{xy} = a_1 \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}} = 0,96$$

πραγμα που δείχνει ότι η συσχέτιση $Y = a_0 + a_1 X$ είναι πολύ καλή.

Παρατηρούμε ότι οι δύο γραμμικές σχέσεις διαφέρουν πολύ λίγο. Για το λόγο αυτό μπορούμε να διαλέξουμε την πρώτη για την περιγραφή της συσχέτισης, μία που δίνει $x_p = 0$ για $y_0 = 0$

"Έτσι έχουμε

$$\frac{x_p}{a} = 2,77 a \quad (13)$$

Κλείνουμε την παράγραφο αυτή με ορισμένα επίπλεον λόγια

- Σε κάθε πείραμα ή τυπική απόκλιση των τιμών του

μήκους διεύθυνσης κυμαίνεται στα όρια $3\% \div 10\%$ του χ_1

- Πιο βαρύνει είναι η σχετική απόκλιση των μέσων τιμών του χ_p δύο όμοιων πειραμάτων (μέ το ίδιο α), που φτάνει μέχρι και 15%

- Σε κάθε πείραμα παρατηρείται ότι η μέση τιμή του χ_p παρουσιάζει ίδιες αποκλίσεις από την ελάχιστη και μέγιστη τιμή του, δηλαδή $\chi_p \approx \frac{1}{2} (\chi_{p\max} + \chi_{p\min})$

1.2. Παρουσίαση δεδομένων και αποτελεσμάτων

Οι πειραματικές τιμές των x_p που βγήκαν με τη διαδικασία που αναφέρθηκε φαίνονται στον πίνακα 1. Στον ίδιο πίνακα για λόγους ευχρηστίας γράφονται και οι τιμές των x_{pmax} και x_{pmin} .

Στο διάγραμμα 1 φαίνεται η συσχέτιση $\left(\frac{x_p}{a}, a\right)$ (πειραματικά σημεία και αναλυτική καμπύλη). Τα σημεία που προέρχονται από δύο ίδια πειράματα ενώνονται μεταξύ τους με εὐθύγραμμα τμήματα για διάκριση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

A/A	u_i	u_o	α	$x_{P_{min}}$	$x_{P_{max}}$	x_P	$\frac{x_P}{\alpha}$
1α	6,76	196,6	29,1	54,8	60,0	57,6	61,3
1β	"	"	"	56,5	61,5	59,2	63,0
2α	"	170,8	25,3	52,2	63,5	56,9	60,5
2β	"	"	"	52,0	57,8	55,1	58,6
3α	"	145,0	21,4	36,8	46,4	42,1	44,8
3β	"	141,5	20,9	44,0	52,5	47,8	50,8
4α	"	118,8	17,6	38,0	48,6	44,1	47,0
4β	"	"	"	42,5	44,8	43,1	45,8
5α	"	101,8	15,10	39,5	42,4	41,0	43,6
5β	"	"	"	37,5	43,0	40,9	43,5
6α	"	76,8	11,4	27,5	30,5	29,3	31,2
6β	"	"	"	30,0	35,0	32,8	34,9
7	"	52,2	7,7	20,0	25,0	23,5	25,0
8	7,62	250,3	32,8	47,5	57,5	52,9	56,3
9α	"	192,1	25,2	42,5	45,0	43,5	45,2
9β	"	"	"	48,5	50,0	49,8	51,6
10	"	143,0	18,8	37,5	41,0	39,2	41,7
11α	"	104,7	13,7	32,6	35,0	33,6	35,8
11β	"	"	"	32,5	35,0	34,0	36,2
12	"	53,5	7,0	16,7	20,0	18,0	19,3
13α	11,60	250,2	21,6	46,0	48,5	47,4	50,4
13β	"	"	"	42,5	47,5	45,0	47,9
14α	"	218,4	18,8	38,8	48,0	41,5	44,1
14β	"	"	"	41,5	50,8	46,1	49,0
15	"	194,9	16,8	35,5	45,0	41,6	44,3
16α	"	168,1	14,5	25,0	35,0	30,3	32,2
16β	"	"	"	30,0	41,0	36,3	38,6

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 (συνέχεια)

A/A	u_1	u_0	a	$x_{P_{min}}$	$x_{P_{max}}$	x_P	$\frac{x_P}{a}$
17α	11,60	142,8	12,3	30,0	35,0	32,7	34,8
17β	"	133,9	11,5	30,0	32,0	30,8	32,8
18α	"	119,9	10,3	27,5	31,8	29,5	31,4
18β	"	"	"	27,0	31,5	29,9	31,8
19α	"	98,5	8,5	22,0	26,5	24,7	26,3
19β	"	81,3	7,0	14,0	16,5	15,2	16,2
20α	"	71,6	6,2	12,5	17,5	14,7	15,6
20β	"	"	"	14,5	"	16,2	17,2
21α	12,31	249,8	20,3	43,0	47,5	45,8	48,7
21β	"	"	"	42,5	46,0	44,4	47,2
22α	"	183,3	14,9	36,0	42,5	39,3	41,8
22β	"	"	"	34,0	"	37,6	40,0
23	"	157,3	12,8	27,5	37,8	34,2	36,4
24α	"	97,3	7,9	20,0	26,0	23,2	24,7
24β	"	"	"	20,0	27,6	23,8	25,3
25α	"	48,2	3,9	10,1	12,5	11,1	11,8
25β	"	"	"	10,8	13,0	12,8	12,8
26α	19,84	249,9	12,6	27,5	30,5	28,7	30,5
26β	"	"	"	29,0	38,0	34,4	36,6
27α	"	220,0	11,1	23,8	28,5	27,2	28,9
27β	"	221,6	11,2	24,5	30,5	27,7	29,5
28α	"	193,8	9,8	28,0	30,5	29,1	30,9
28β	"	"	"	23,5	26,5	25,2	26,8
29α	"	170,2	8,6	20,0	25,0	22,8	24,3
29β	"	"	"	20,8	25,2	23,5	25,0
30α	"	143,0	7,2	20,0	24,5	22,3	23,9
30β	"	"	"	15,2	21,0	18,7	19,9

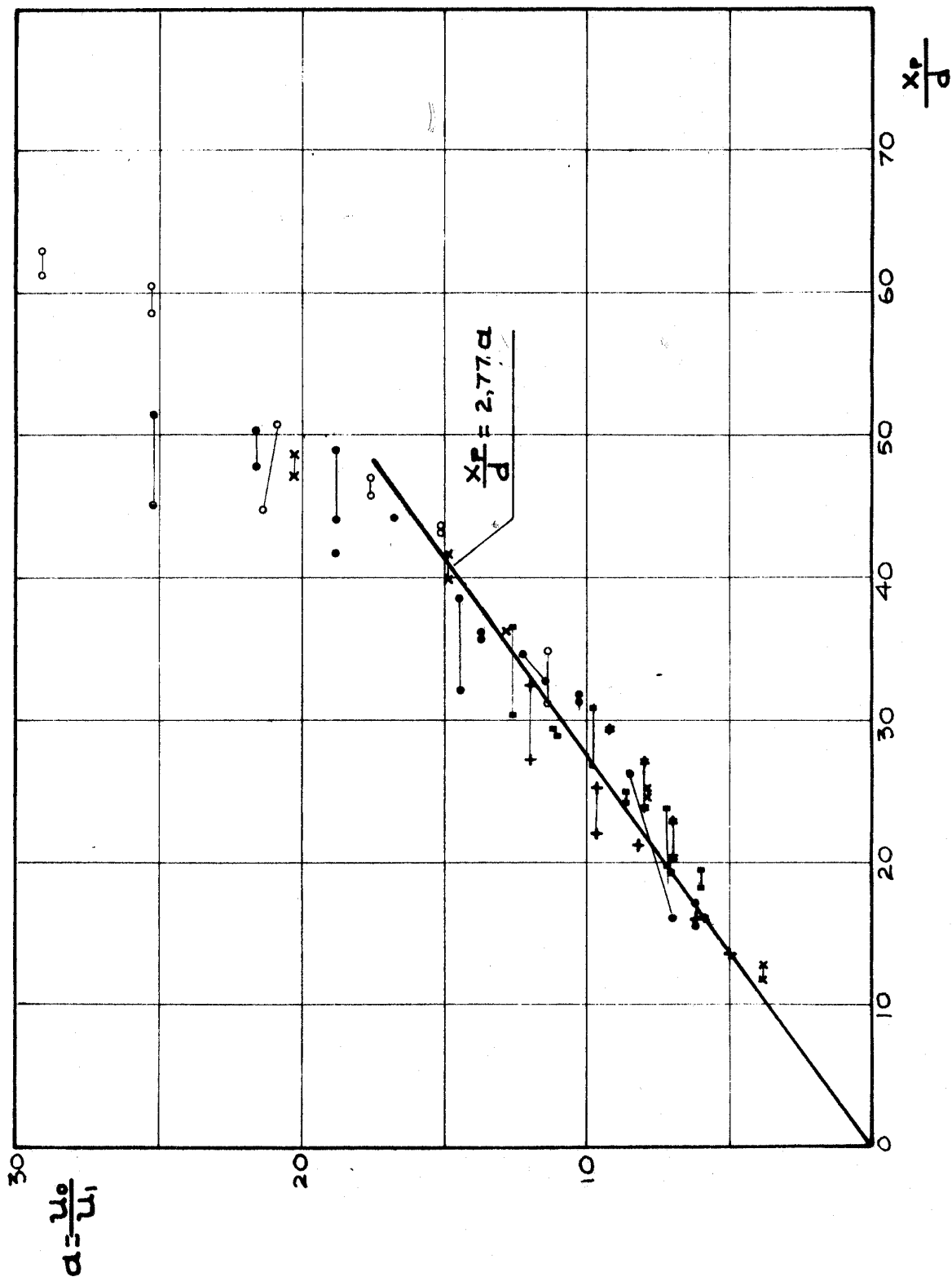
ΠΙΝΑΚΑΣ 1 (συνέχεια)

A/A	u_1	u_0	α	$X_{P_{min}}$	$X_{P_{max}}$	X_P	$\frac{X_P}{\alpha}$
31α	19,84	119,9	6,0	15,0	20,0	17,6	18,7
31β	"	"	"	17,3	21,2	18,3	19,5
32α	20,87	249,6	12,0	27,5	35,0	30,5	32,5
32β	"	"	"	22,5	28,0	25,7	27,3
33α	"	201,5	9,7	22,5	27,5	23,8	25,3
33β	"	"	"	17,5	22,5	20,8	22,1
34	"	170,8	8,2	15,0	25,0	20,0	21,3
35	"	128,9	6,2	12,5	19,0	15,2	16,1
36	"	104,7	5,0	10,0	15,0	12,8	13,6
37α	24,18	250,0	10,3	24,8	33,0	29,4	31,3
37β	"	"	"	25,5	32,2	28,3	30,1
38	"	221,9	9,2	24,6	31,1	27,7	29,5
39α	"	194,7	8,0	20,1	28,0	25,2	26,8
39β	"	"	"	18,0	27,5	22,6	24,0
40α	"	168,9	7,0	19,8	22,8	21,7	23,1
40β	"	"	"	17,5	21,3	19,2	20,4
41α	"	142,8	5,9	13,0	17,3	15,3	16,3
41β	"	137,5	5,7	12,5	17,1	14,8	15,7

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1

Συνέχιση μνή-
κους διείδους
καί λόγου $\alpha = \frac{\mu_0}{\mu_1}$

- $\mu_1 = 6,76$
- $\mu_1 = 7,62$
- $\mu_1 = 11,60$
- $\mu_1 = 12,31$
- $\mu_1 = 19,84$
- + $\mu_1 = 20,87$
- $\mu_1 = 24,18$



2. Ἐπεξεργασία τῶν μετρήσεων τῶν ἀξονικῶν ταχυτήτων με Pitot

2.1. Ἀξονικὴ ταχύτητα ἐπὶ διατομὴ ἐξόδου τῆς φλέβας

Ὅπως ἤδη ἔχουμε ἀναφέρει, ἡ ἀξονικὴ ταχύτητα ἐπὶ διατομὴ ἐξόδου τῆς φλέβας διαφέρει ἀπὸ τὴν ἀντίστοιχη μέση ταχύτητα, γιατί ὑπάρχει κατανομὴ ὁμοία με τὴν κατανομὴ πού παρατηρεῖται ἐν βωλῆνες.

Θεωρῶντας τὸν ἐκθετικὸ νόμο διανομῆς πού ἱσχύει ἐν λείους βωλῆνες :

$$\frac{u}{u_m} = \left(\frac{r_0 - r}{r_0} \right)^{1/7} \quad \text{καὶ ολοκληρώνοντας ὡς πρ}$$

$$r \quad \text{βρίσκουμε} \quad u_m = 0,816 u_{\text{π}} \quad \text{ἢ}$$

$$u_m = 1,224 u_{\text{π}}$$

ὅπου u_m εἶναι ἡ μέση ταχύτητα

Ἔτσι περιμένουμε ὅτι μιά τέτοια σχέση θὰ ἱσχύει καὶ ἀνάμεσα ἐπὶ μεξέθι u_0 καὶ u_m ἐπὶ διατομὴ ἐξόδου

Με βάση τὰ πειραματικὰ δεδομένα πού ὑπάρχουν καὶ θεωρῶντας ὅτι ἡ u_m ἐπὶ διατομὴ ἐξόδου εἶναι ἴση με αὐτὴ πού μετρήθηκε ἐπὶ θέση $x=1 \text{ cm}$ (ἡ u_m δὲν ἦταν δυνατόν νὰ μετρηθεῖ ἐπὶ διατομὴ ἐξόδου) συντάσσεται ὁ παρακάτω πίνακας τιμῶν τοῦ λόγου $\frac{u_{m0}}{u_0}$ ἀπ' ὅπου φαίνεται ὅτι πράγματι $u_{m0}/u_0 = 6\pi\theta$

Βάζοντας τὸ μέσο ὄρο τῶν παρακάτω τιμῶν βρίσκουμε

$$\frac{u_{m0}}{u_0} = 1,217 \quad \text{ἢ} \quad u_{m0} = 1,217 u_0$$

$$\bar{u} \approx \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{1,217} = 1\%$$

Η τιμή 1,217 είναι πολύ κοντά στη 1,224 που προκύπτει θεωρητικά

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ $\frac{u_{mo}}{u_o}$

a/a	u_o	u_{mo}	$\frac{u_{mo}}{u_o}$	a/a	u_o	u_{mo}	$\frac{u_{mo}}{u_o}$
1	197,42	239,90	1,215	14	98,29	120,80	1,229
2	172,26	209,23	1,215	15	72,93	90,40	1,240
3	144,68	176,22	1,218	16	252,21	306,36	1,215
4	121,00	146,56	1,211	17	221,42	269,68	1,218
5	98,55	120,31	1,221	18	196,28	235,73	1,201
6	73,90	91,04	1,232	19	168,42	203,29	1,207
7	47,72	60,15	1,260	20	144,86	173,88	1,200
8	252,10	306,36	1,215	21	121,42	146,16	1,204
9	222,07	268,81	1,210	22	252,21	306,55	1,215
10	197,13	239,41	1,214	23	221,80	269,25	1,214
11	167,44	203,00	1,212	24	196,13	238,07	1,214
12	144,13	175,88	1,220	25	168,74	205,29	1,217
13	121,21	147,75	1,219	26	145,04	173,88	1,199

Μία που διαπιστώνεται ότι η ταχύτητα της φλέβας στην έξοδο δεν είναι σταθερή διότι όλα τα σημεία της διατομής πρέπει να περιμένουμε ότι στην περιοχή εγκατάστασης της ροής η άξονική ταχύτητα δεν είναι επίσης σταθερή. πράγμα που διαπιστώνεται κοιτώντας κάποιο από τα διαγράμματα 2.α ή 2.β

Το βχόλιο αυτό έγινε για να εξηγηθεί η κατανομή

τῆς ἄξονικῆς ταχύτητας ἐπὶ τὴν περιοχὴ ἀνάπτυξης τῆς ροῆς, ποὺ ἐπὶ ἐξῆς δὲν θὰ μᾶς ξαναπροεχολήσει.

Ἐνα τελευταῖο συμπέρασμα ποὺ προκύπτει, εἶναι ὅτι τὰ παραπάνω ἀποτελοῦν καὶ ἔλεγχο τῆς σχέσης τοῦ μα-
νομέτρου τοῦ βωλῆνα Pitot $V(\text{cm/sec}) = 10,8046 \sqrt{\Delta H(\text{mm})}$
ἐπὶ μιᾶ περιοχῇ ταχυτήτων $60 \div 300 \text{ cm/sec}$, ποὺ ἄλλωστε
ἐλέγχθηκε πρὶ ἡμέρα ἐπὶ μιᾶ περιοχῇ ταχυτήτων $25 \div 100 \text{ cm/sec}$
(βλ. κεφάλαιο Β.2.3)

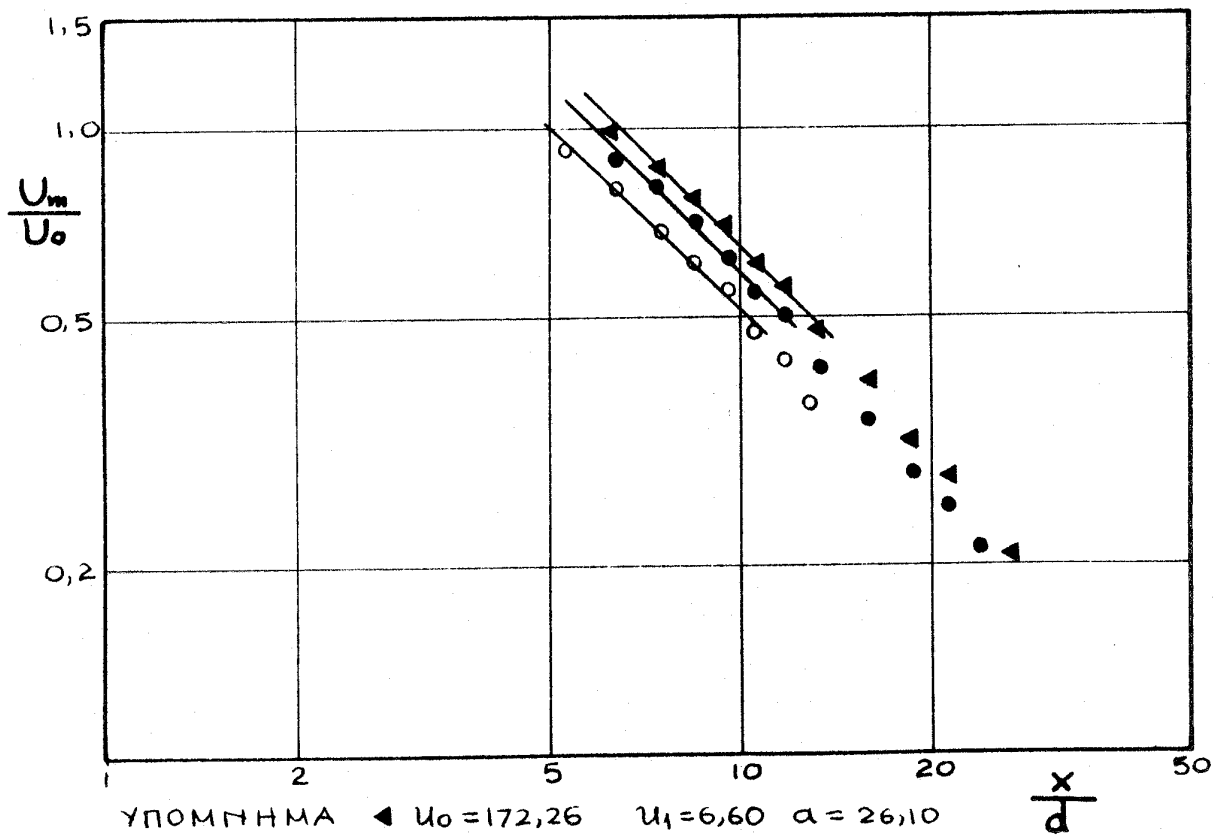
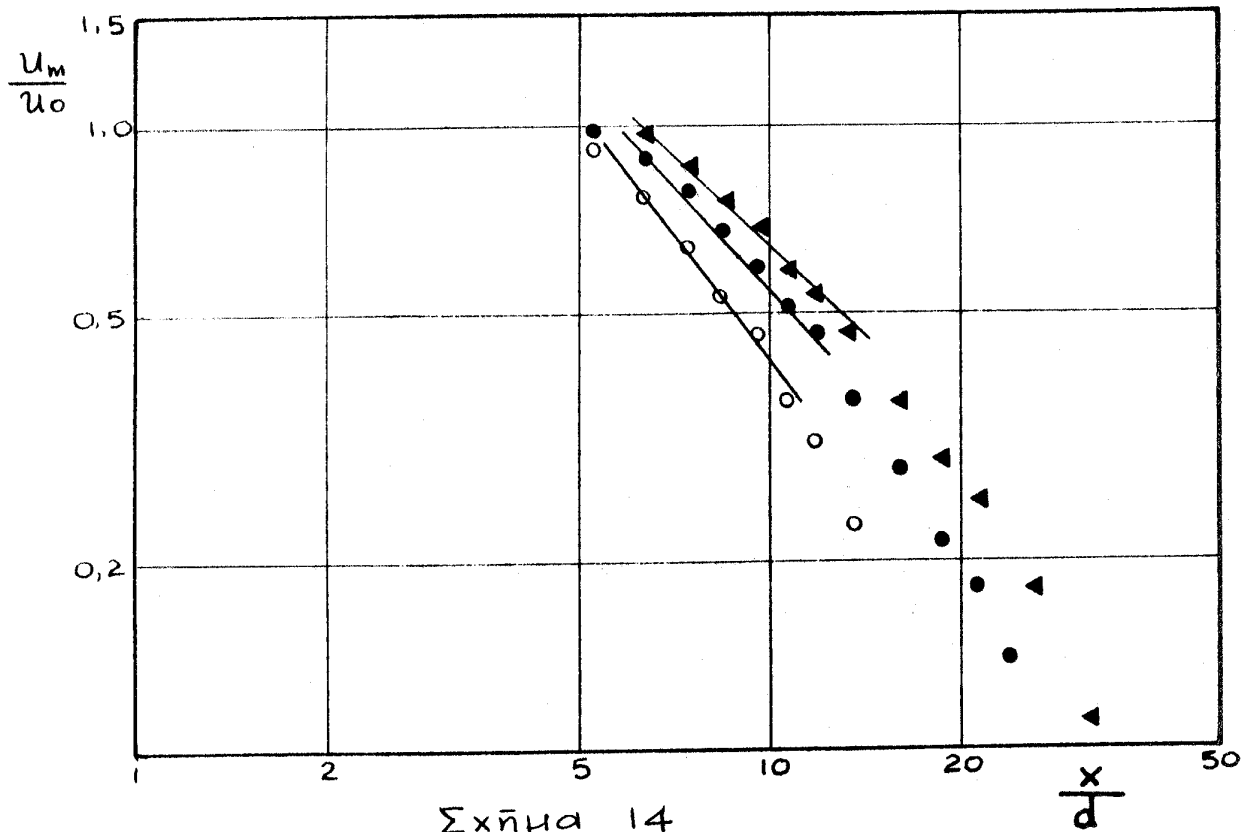
2.2. Κατανομὴ ἄξονικῶν ταχυτήτων ἐπὶ τὴν περιοχὴ ἀναπτυχένης ροῆς

Ὁ σκοπὸς αὐτῆς τῆς παραγράφου εἶναι νὰ ἀναπτυχθῇ ἡ διαδικασία μὲ τὴν ὁποία φτάσαμε εἰς ἀναλυτικὰ σχέ-
σεις (14) ἀξιοποιώντας τὰ πειραματικὰ δεδομένα

1) Τὸ πρῶτο ποὺ διαπιστώθηκε εἶναι ὅτι ὑπάρχει μιᾶ
συνχέτιση $\left(\frac{u_m}{u_0}, \frac{x}{d}\right)$ ἢ $\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{x}{d}\right)$ ἐπὶ τὴν ὁποία ἡ ἐπιρ-

ροὴ τοῦ α εἶναι ἀρκετὰ μικρὴ. Ἀλλες συνχέτισεις
τῆς μορφῆς $\left(\frac{u_m}{u_0}, \frac{x}{x_p}\right)$ ἀπορρίφθηκαν ἁμέσως

2) Ἀπὸ τὶς δύο παραπάνω πιθανὲς συνχέτισεις προκρίθη-
κε ἐπὶ συνέχεια ἡ δευτέρη. Αὐτὸ ἔγινε ἀφοῦ συνάχτη-
καν διαγράμματα ἐπὶ χαρτὶ $\log-\log$ εἰς αὐτὸ τοῦ
σχήματος 14 φάνηκε ἔτσι καὶ οἱ δύο συνχέτι-
σεις γιὰ μετὰ x_p/d εἶναι τῆς μορφῆς $\frac{U_m}{U_0} \sim \left(\frac{x}{d}\right)^{-\theta}$
καὶ τὸ θ (δυν. ἢ κλίση τῶν εὐθειῶν ἐπὶ χαρτὶ $\log-\log$)
γιὰ τὴν συνχέτιση $\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{x}{d}\right)$ εἶναι σταθερὸ καὶ ἴσο μὲ 1,
ἐνῶ γιὰ τὴν συνχέτιση $\left(\frac{u_m}{u_0}, \frac{x}{d}\right)$ εἶναι μεταβλητὸ



καί μεγαλύτερο τοῦ 1.

3) Ἡδὴ ἔχει φανεῖ (βλ. 14) ὅτι, ἐξ ἑνὸς πρῶτο τμήματος τῆς ἀναπτυγμένης ροῆς, πρέπει νὰ ἴσχυει ἡ βχέβη

$\frac{U_m}{U_0} \sim \left(\frac{x}{d}\right)^{-1}$. Αὐτὸ βέβαια ἦταν καὶ πρὶν τὸ περι-
μέναμε, γιατί προκύπτει καὶ ἀπὸ τὴ θεωρητικὴ ἀνα-
λυση (κεφ. Α 6), καὶ ἀπὸ τὴν ἀντιστοιχία μὲ τὸ φαι-
νόμενο τῆς φλέβας ἐξ ἡρέμο ἀποδείκνυται (κεφ. Α 10)

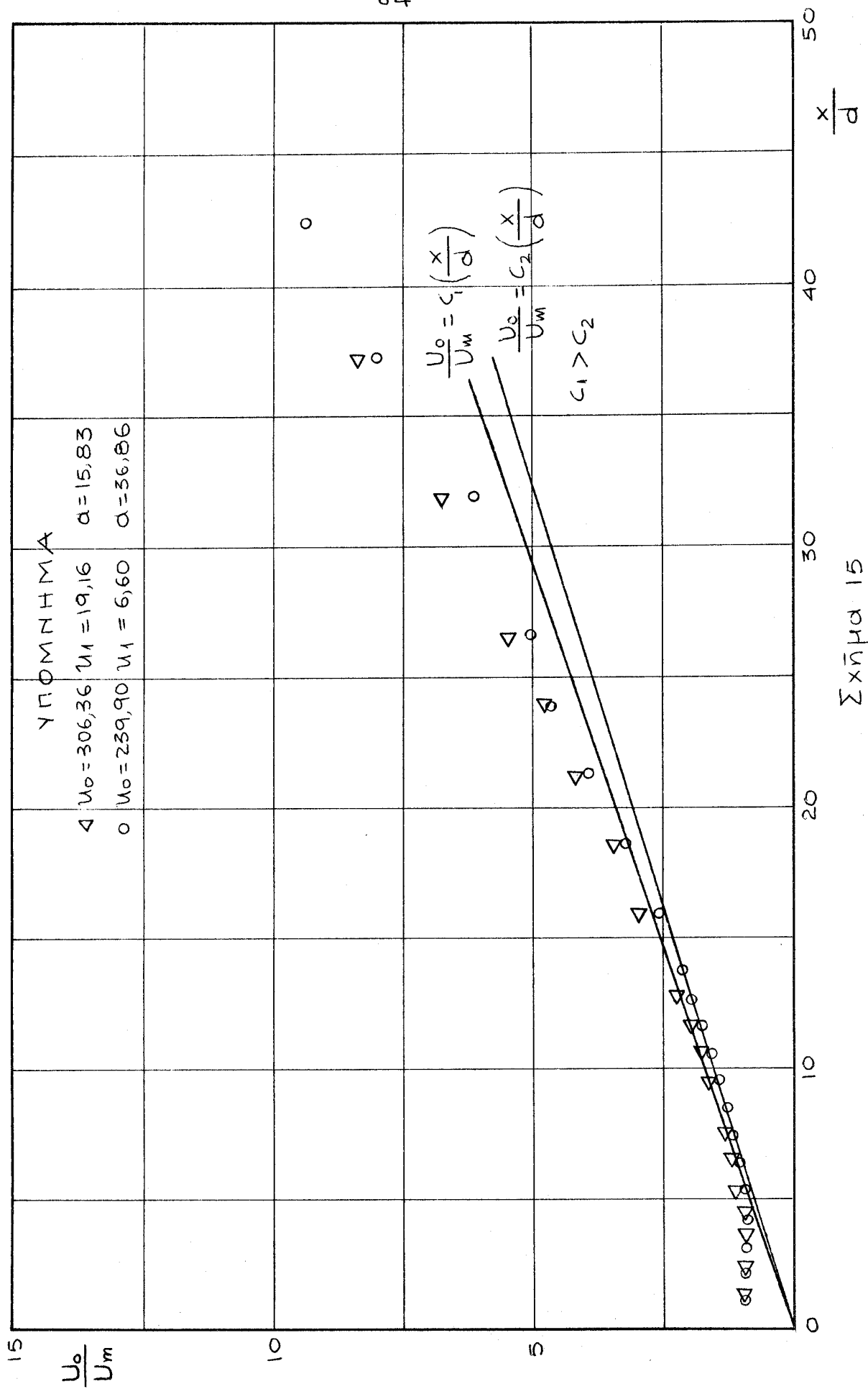
Ἀκόμα ἀπὸ τὸ βλῆμα 14 φαίνεται ὅτι μιὰ τέτοια
βχέβη δὲν ἴσχυει ἐξ ὅλου τοῦ μήκους τῆς φλέβας. Τὰ ἴδια
πράγματα φαίνονται καλῶτερα ἐν τῷ βλῆματι 15, ὅπου
ἔχει συνταχθεῖ διαγράμμα $\left(\frac{U_0}{U_m}, \frac{x}{d}\right)$. Στὸ διαγράμμα
αὐτὸ φαίνεται ἡ βαφὴς γραμμικὴ συσχέτιση $\left(\frac{U_0}{U_m}, \frac{x}{d}\right)$
γιά μικρὰ x/d καὶ ἡ ἀπόκλιση ἀπὸ αὐτῆς γιά μεγα-
λῦτερα x/d .

4) Παρατηρῶντας τὰ διαγράμματα εἰς αὐτὰ τῶν βλημά-
των 14 καὶ 15 διαπιστώνουμε ἡδὴ ὅτι ἡ σταθερὰ κ
τῆς βχέβης $\frac{U_m}{U_0} = \kappa \left(\frac{x}{d}\right)^{-1}$ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ λόγος α ,
καὶ μάλιστα μεγαλύνει μαζὶ μὲ τὸ α

5) Σὲ πρώτη φάσιν ἀφήνουμε τὴ μελέτη τῆς παραμέ-
τρου κ , πού ἀφορᾷ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ α ἐπὶ τὴ βχέβη
 $\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{x}{d}\right)$, καὶ ἐνδιαφερόμαστε γιά τὴν ἐκφράσιν αὐτῆς
τῆς βχέβης ἐξ ἑκάστης βεῖρας μετρήσεων, θεωρῶντας
 $\kappa = \text{σταθ}$.

Μέχρι τῶρα εἶδαμε ὅτι ἐξ ἑνὸς βεῖρας δεδομένων τὰ
πρῶτα ἀπὸ αὐτὰ περιγράφονται ἐξ ἑνὸς χαρτί log-log μὲ
μιὰ εὐθεῖα μὲ κλίση -1.

Προβλεπτικότερες παρατηρήσεις πάντως ἐπὶ τῶν ἴδιων διαγράμ-
ματι δείχνουν ὅτι καὶ τὰ ὑπόλοιπα βήματα μποροῦν
νὰ περιγραφοῦν μὲ ἄλλαν εὐθεῖαν μὲ κλίση ἀπόλυτα



μεγαλύτερη από 1.

Για την επιβεβαίωση αυτής της παρατήρησης ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία.

Για κάθε βημιοσειρά $\left(\frac{U}{U_m}, \frac{x}{d}\right)$ βρέθηκαν με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων διαδοχικά οι εκθέτες β της σχέσης $\frac{U}{U_m} = K' \left(\frac{x}{d}\right)^{-\beta}$ ξεκινώντας από τα βημέα με μεγαλύτερα x/d και προχωρώντας προς τα πίσω. Για το σκοπό αυτό συντάχθηκε ειδικό πρόγραμμα υπολογιστή.

Με αυτό τον τρόπο βγήκε για κάθε βημιοσειρά μία βερά από εκθέτες β . Παρατηρώντας όλες τις βερες αυτές είδαμε ότι: 1) Οι εκθέτες β που αντιστοιχούσαν στο εύρος των βημίων της αναπτυγμένης ροής είχαν μία διακύμανση από 1,00 μέχρι 1,20 και μάλλον εκθέτη 1,00 παρουσίαζαν εκείνες που είχαν μικρό εύρος x/d (μέχρι $x/d = 12 \div 13$) 2) Οι εκθέτες β που αντιστοιχούσαν στα απομακρυσμένα βημέα (με $x/d > 12 \div 13$) ήταν βέ όλες τις βημιοσειρές πάνω κάτω ίσοι (πεδίο διακύμανσης $1,2 \div 1,3$). Βρέθηκε μετά ότι ο μέσος όρος τους ήταν 1,25 και η τυπική απόκλιση τους 5% του 1,25.

Μετά από αυτά καθορίστηκε δάν μορφή της συσχέτισης $\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{x}{d}\right)$ η εξής

$$\frac{U_m}{U_0} = K \left(\frac{x}{d}\right)^{-1} \quad \text{για } \frac{x}{d} < 12,5$$

$$\frac{U_m}{U_0} = K' \left(\frac{x}{d}\right)^{-1,25} \quad \text{για } \frac{x}{d} > 12,5$$

Αυτές οι σχέσεις είναι σύμφωνες με τις παραπάνω

δύο παρατηρήσεις. Στη συνέχεια οι σχέσεις αυτές μεταφέρθηκαν και στα λογαριθμικά διαγράμματα, όπου φάνηκε ότι προεχχίζουν πολύ καλά τα πειραματικά σημεία.

Έτσι προκρίθηκαν για να εκφράσουν τη συσχέτιση

$\left(\frac{U_m}{U_0}, \frac{x}{d}\right)$. Σημειώνουμε ότι, αντί να εκλεχτεί το όριο άνωμετα τις δύο σχέσεις με την εξίσωση $x/d = 12,5$, θα μπορούσε να εκλεχτεί με μία εξίσωση της μορφής $\frac{U_m}{U_0} = 4,5 \div 5$. Και οι δύο μορφές είναι συμβατές όπως φαίνεται από τα διαγράμματα 2α,β. Το πλεονέκτημα της πρώτης μορφής είναι ότι δίνει σχέσεις άμεσα επιλύσιμες ως προς U_m/U_0 , ενώ της δεύτερης είναι ότι έχει το φυσικό περιεχόμενο ότι, όταν η άξονική ταχύτητα γίνει ίση με το μισό της αρχικής ταχύτητας, η παραπέρα μείωση της είναι έντονότερη από όλο ήταν πριν.

6) Στην επόμενη φάση μελετήθηκε η συμπεριφορά των παραμέτρων κ και κ' των παραπάνω σχέσεων, που όπως αναφέρθηκε εξαρτώνται από το λόγο d .

Παρατηρούμε αρχικά ότι για να υπάρχει συνέχεια στη κατανομή ταχυτήτων πρέπει $\kappa \cdot (12,5)^{-1} = \kappa' \cdot (12,5)^{-1,25}$

$$\Rightarrow \kappa' = \kappa \cdot 1,8803$$

Έτσι οι εν λόγω σχέσεις γίνονται

$$\frac{U_m}{U_0} = \kappa \left(\frac{x}{d}\right)^{-1} \quad \frac{x}{d} \leq 12,5$$

$$\frac{U_m}{U_0} = 1,8803 \kappa \left(\frac{x}{d}\right)^{-1} \quad \frac{x}{d} \geq 12,5$$

Το κ για κάθε σημειοσειρά μπορεί να υπολογιστεί με κάποια σύνθετη διαδικασία ελαχίστων τετραγώνων

Η θεωρία ελαχίστων τετραγώνων για την πρώτη σχέση δίνει, αν $Y = \frac{U_m}{U_0}$ $X = \frac{x}{a}$

$$K = \frac{1}{N_1} \sum (\ln Y_i + \ln X) \quad \text{ένω για τη δεύτερη}$$

$$K = \frac{1}{N_2} \sum (\ln Y_i + 1,25 \ln X_i - \ln 1,8803)$$

Χρησιμοποιώντας συγχρόνως και τα δύο τμήματα κάθε σημειοσειράς βρίσκουμε

$$K = \frac{\sum \ln Y_i + \sum_{x_i \leq 12,5} \ln X_i + 1,25 \sum_{x_i > 12,5} (\ln X_i - \ln 1,8803)}{N}$$

Αυτή άκριβως είναι η σχέση που χρησιμοποιήθηκε αφού μεταφράστηκε σε κατάλληλο πρόγραμμα υπολογιστή. Οι τιμές του K που υπολογίστηκαν για τις διάφορες σημειοσειρές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Με τα στοιχεία K, a του πίνακα συντάχθηκαν διαγράμματα με άξονες (K, a) και $(K, \frac{1}{a})$.

Το δεύτερο διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα 16 έδωσε διπλούστερη συσχέτιση από το πρώτο. Πράγματι τα σημεία $(K, \frac{1}{a})$ μπορούν να προεχχιστούν με ευθεία της μορφής $K = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{a}$

Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων βρέθηκε πάλι ότι η γραμμική αυτή συσχέτιση εκφράζεται με τη σχέση

$$K = 6,64 - 8,40/a$$

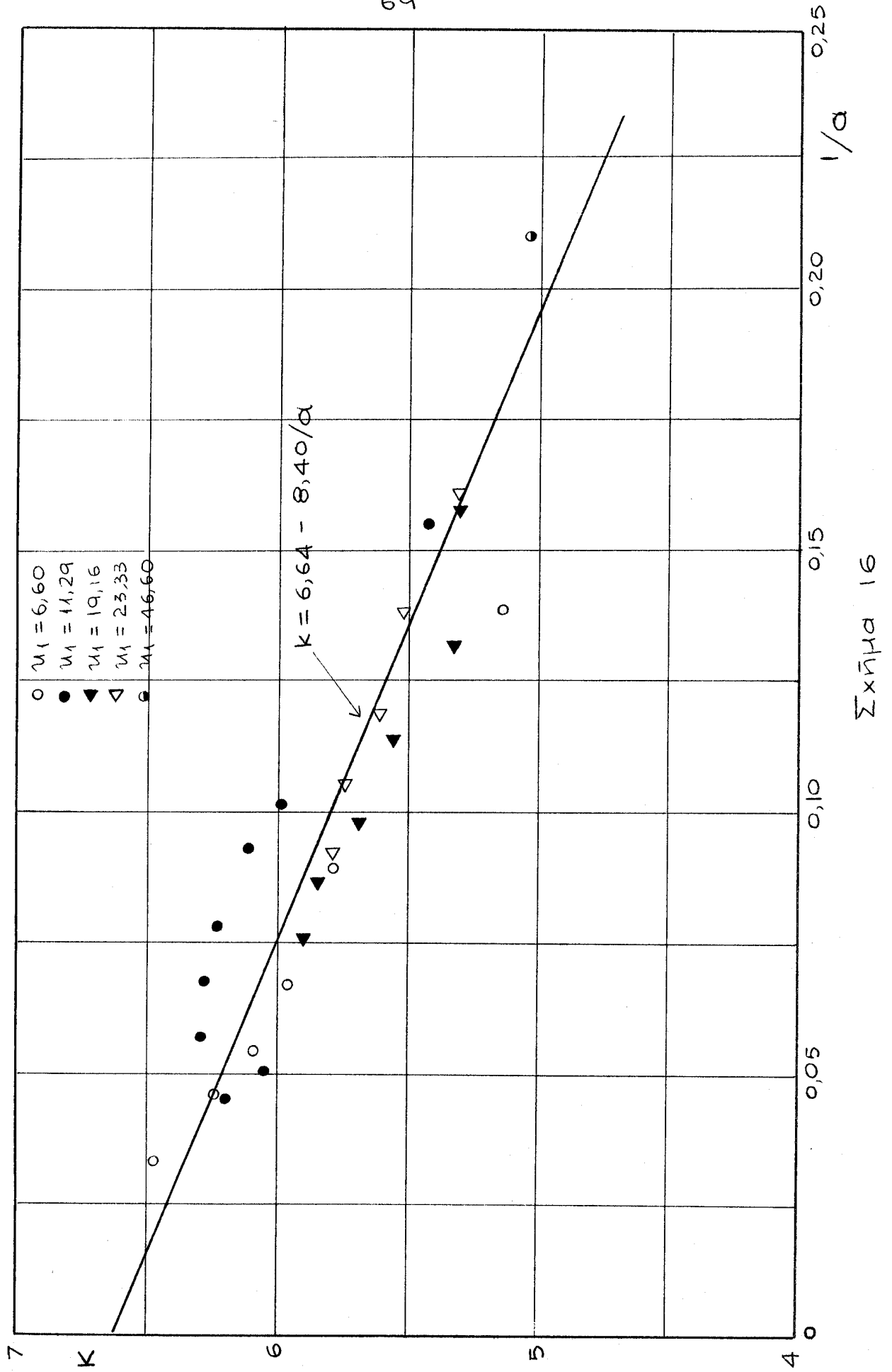
ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ Κ

a/a	u ₁	u ₀	a	κ	a/a	u ₁	u ₀	a	κ
1	6,60	197,42	29,91	6,47	16	19,16	252,22	13,16	5,90
2	"	172,26	26,10	6,48	17	"	221,42	11,56	5,85
3	"	144,68	21,92	6,15	18	"	196,28	10,24	5,72
4	"	121,00	18,33	6,00	19	"	168,42	8,79	5,56
5	"	98,55	14,93	5,96	20	"	144,86	7,56	5,38
6	"	73,90	11,20	5,79	21	"	121,42	6,34	5,40
7	"	47,72	7,23	5,14	22	23,33	252,22	10,81	5,89
8	11,29	252,10	22,33	6,20	23	"	221,81	9,51	5,75
9	"	222,07	19,67	6,05	24	"	196,14	8,41	5,56
10	"	197,13	17,46	6,37	25	"	168,74	7,23	5,44
11	"	167,44	14,83	6,28	26	"	145,04	6,22	5,22
12	"	144,13	12,77	6,23	27	46,60	221,81	4,76	4,87
13	"	121,21	10,74	6,11					
14	"	98,29	8,71	6,05					
15	"	72,93	6,46	5,70					

7) Με αυτή τη διαδικασία καταλήξαμε στις σχέσεις (14) και (15) που αναφέρονται στην αρχή του κεφαλαίου για την περιοχή αναπτυγμένης ροής δηλ.

$$\frac{U_m}{U_0} = \begin{cases} \frac{\kappa}{(x/d)} & \kappa \leq \frac{x}{d} \leq 12,5 \\ \frac{1,8803 \kappa}{(x/d)^{1,25}} & 12,5 \leq \frac{x}{d} < \frac{x_P}{d} \end{cases} \quad (14)$$

$$\kappa = 6,64 - 8,40/\alpha \quad (15)$$



2.3. Παρατήρηση για τη σχέση μήκους διείδυσης και κατανομής ταχύτητας

Αν στη σχέση κατανομής ταχύτητας βάλουμε τις συνθήκες του όριου διείδυσης δηλαδή $u=0, x=x_p$ έχουμε

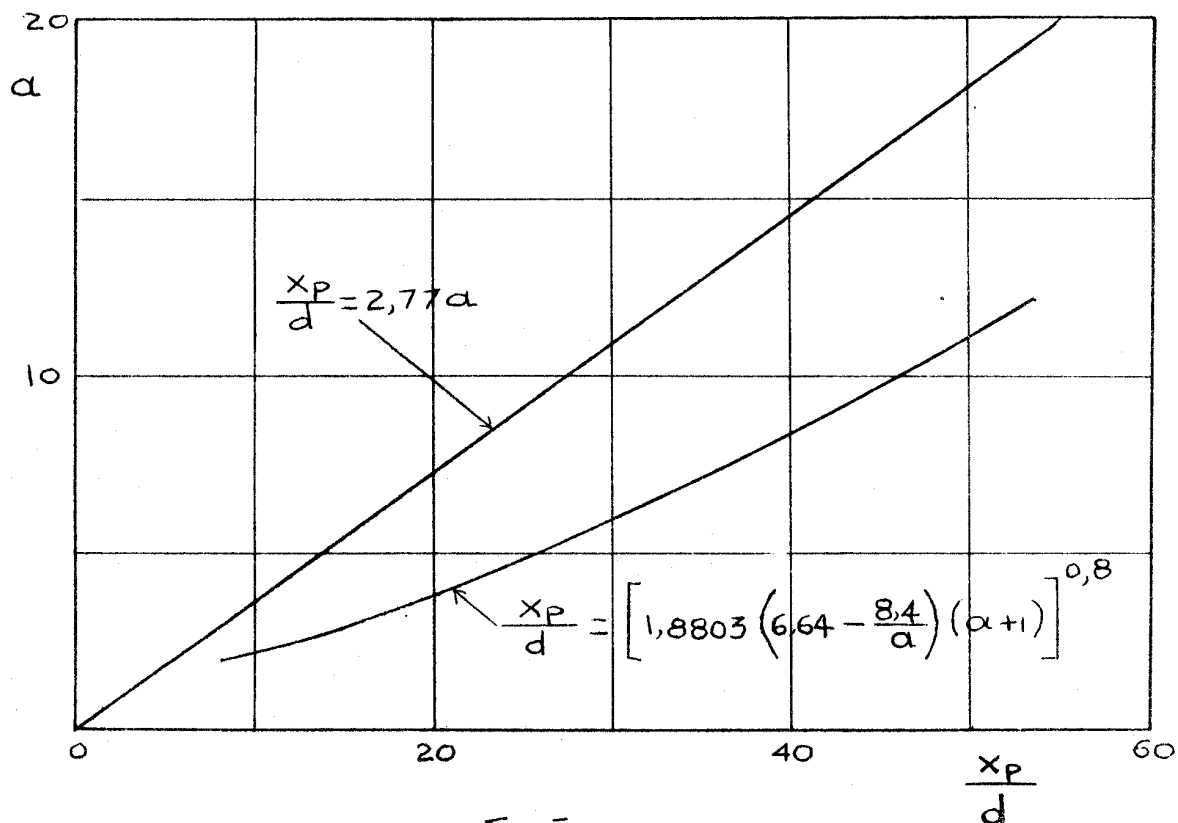
$$0 = 1,8803 \kappa \left(1 + \frac{1}{a}\right) \frac{1}{(x_p/d)^{1,25}} - \frac{1}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x_p}{d} = \left[1,8803 \kappa (a+1)\right]^{0,8} \Rightarrow \frac{x_p}{d} = \left[1,8803 \left(6,64 - \frac{8,40}{a}\right)(a+1)\right]^{0,8} \quad (29)$$

Η τελευταία σχέση διαφέρει πολύ από την

$\frac{x_p}{d} = 2,77a$ που έχει βρεθεί για το μήκος διείδυσης. Η διαφορά αυτή φαίνεται αν απεικονιστούν και οι δύο στο ίδιο διάγραμμα $(a - \frac{x_p}{d})$.

Παρατηρούμε όμως ότι δημέτα πολύ κοντά στο όριο διείδυσης ακολουθούν την κατανομή 14 (βλέπε διαγράμματα 2α ή 2β). Η παραπάνω αντίστοιχία μπορεί να εξηγηθεί με την παραδοχή του άποτου μηδενισμού της ταχύτητας στο όριο διείδυσης



Σχήμα 17

2.4 Παρουσίαση τῶν ἀποτελεσμάτων

Στους πίνακες καὶ τὰ διαγράμματα ποὺ ἀκολουθοῦν παρουσιάζονται γιὰ κάθε συνδυασμὸ u_0 καὶ u_1

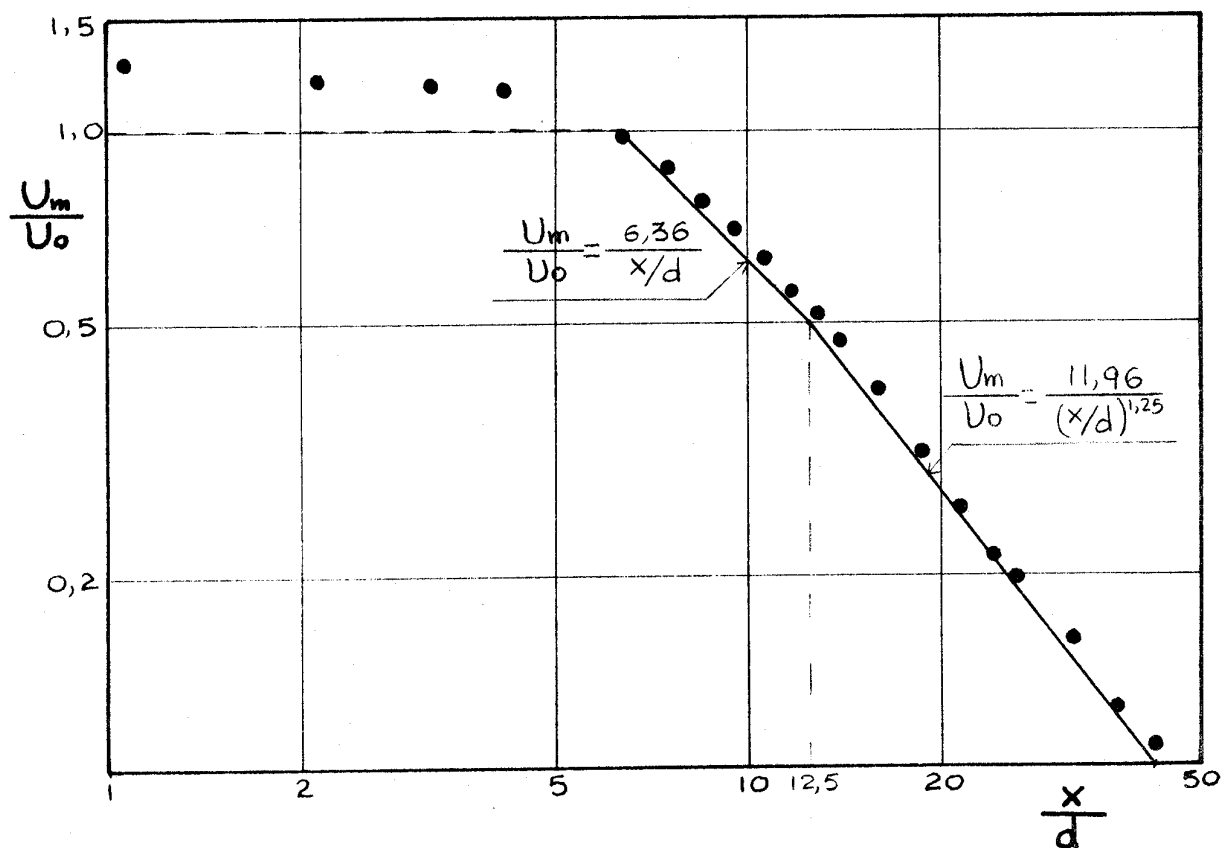
- Οἱ τιμές τῶν ἄξονικῶν ταχυτήτων u_m γιὰ κάθε θέ-
ση x/d καθὼς καὶ οἱ ἀντίστοιχες τιμές $\frac{u_m}{u_0} = \frac{u_m + u_1}{u_0 + u_1}$
(Πίνακας 2)
- Ἡ γραφικὴ ἀπεικόνιση τῶν πειραματικῶν σημείων
 $\left(\frac{x}{d}, \frac{u_m}{u_0}\right)$ καθὼς καὶ τῶν ἀναλυτικῶν ἐκφράσεων γιὰ
τὴν κάθε περίπτωση, ἐν ἁπλῷ καὶ ἐν λογαριθμικῷ
χαρτί. Οἱ καμπύλες σταματᾶνε ἐπὶ θέση $\frac{x}{d} = \frac{x_p}{d}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1.

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 197,42$	$a = 29,91$
--------------	----------------	-------------

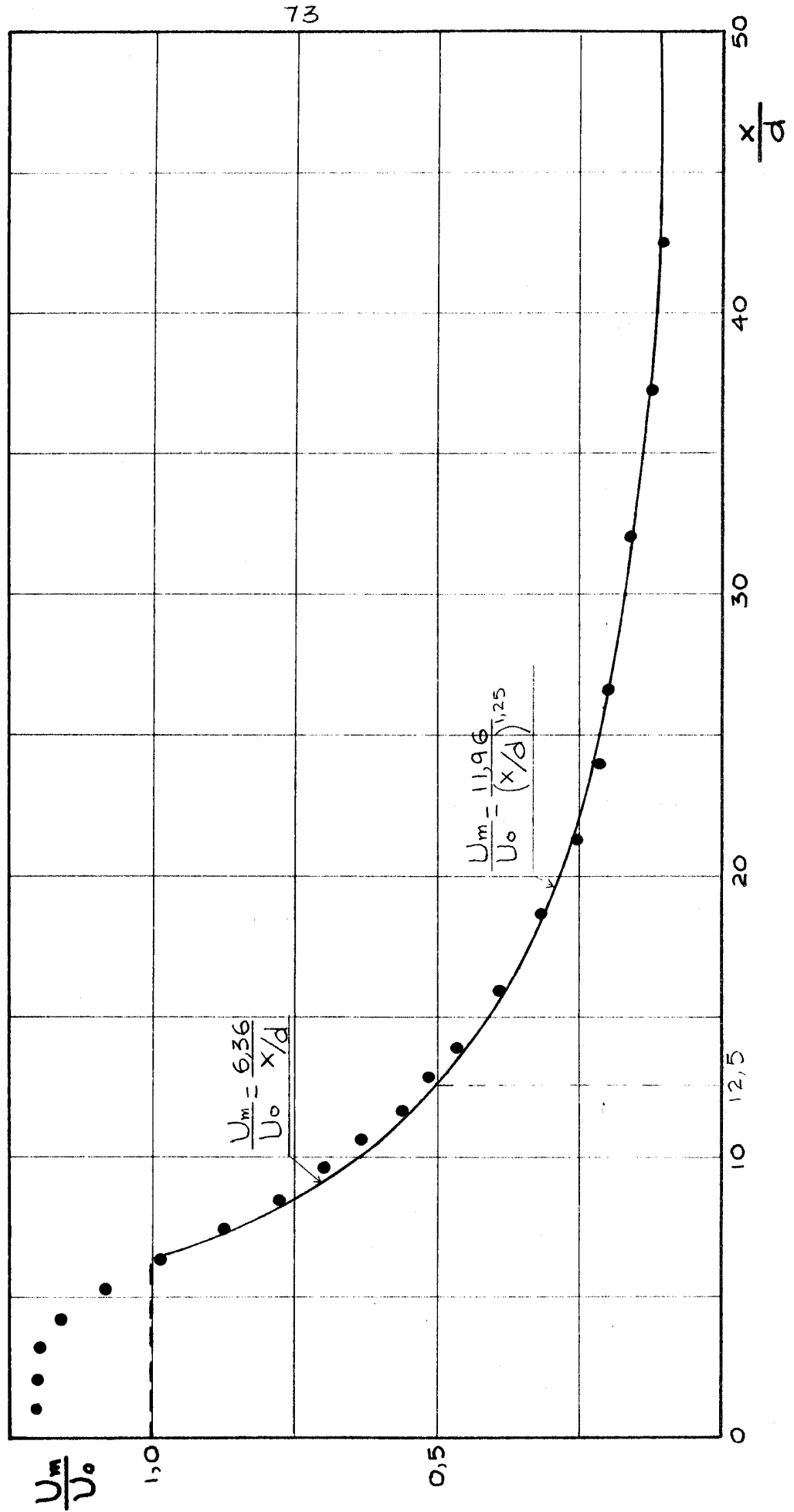
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	239,90	1,208	11,70	108,04	0,562
2,13	238,19	1,200	12,77	98,43	0,515
3,19	236,22	1,190	13,83	89,09	0,469
4,26	229,70	1,158	15,96	73,28	0,392
5,32	214,73	1,085	18,62	57,17	0,313
6,38	194,78	0,987	21,28	45,84	0,257
7,45	172,19	0,876	23,94	37,42	0,216
8,51	152,41	0,779	26,60	34,16	0,200
9,57	136,24	0,700	31,91	26,46	0,162
10,64	123,19	0,636	37,23	18,71	0,124
			42,55	15,28	0,107

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α 1



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β.1

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 197,42$	$\alpha = 29,91$
--------------	----------------	------------------

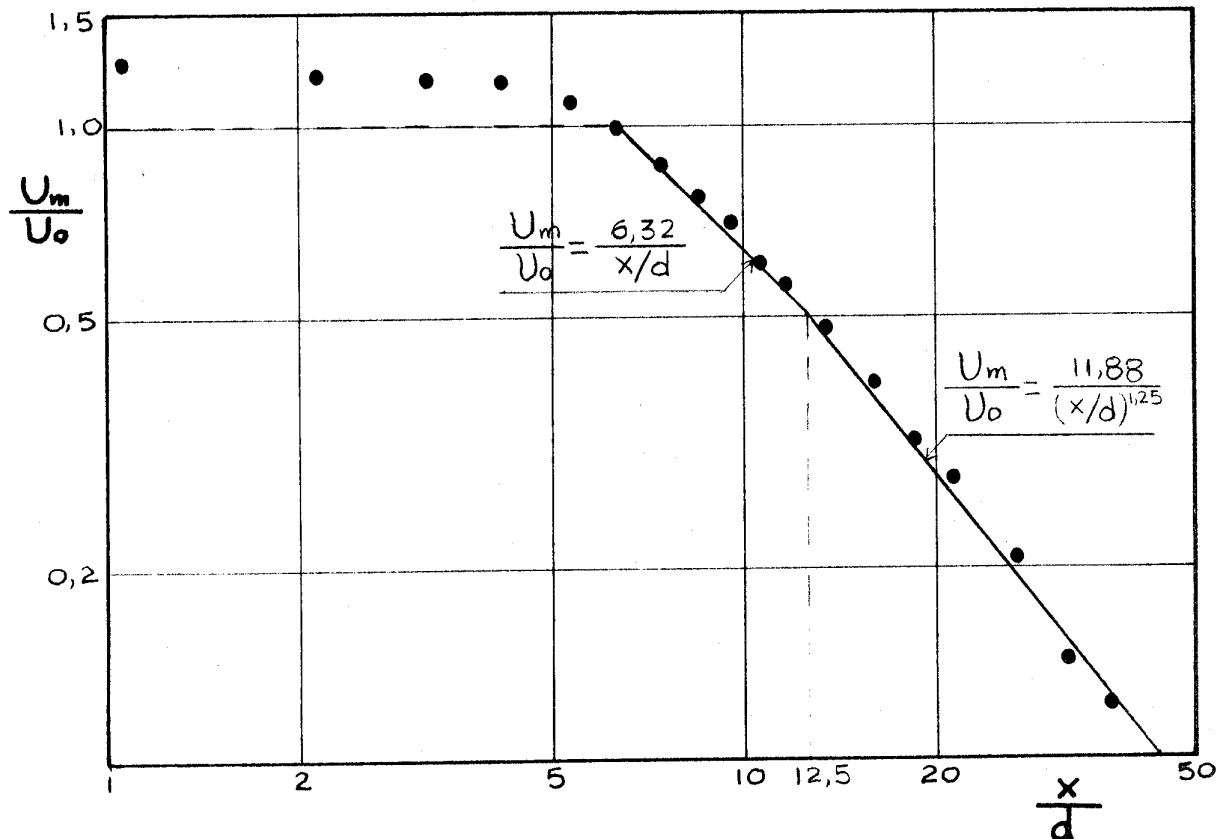


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 172,26$	$d = 26,10$
--------------	----------------	-------------

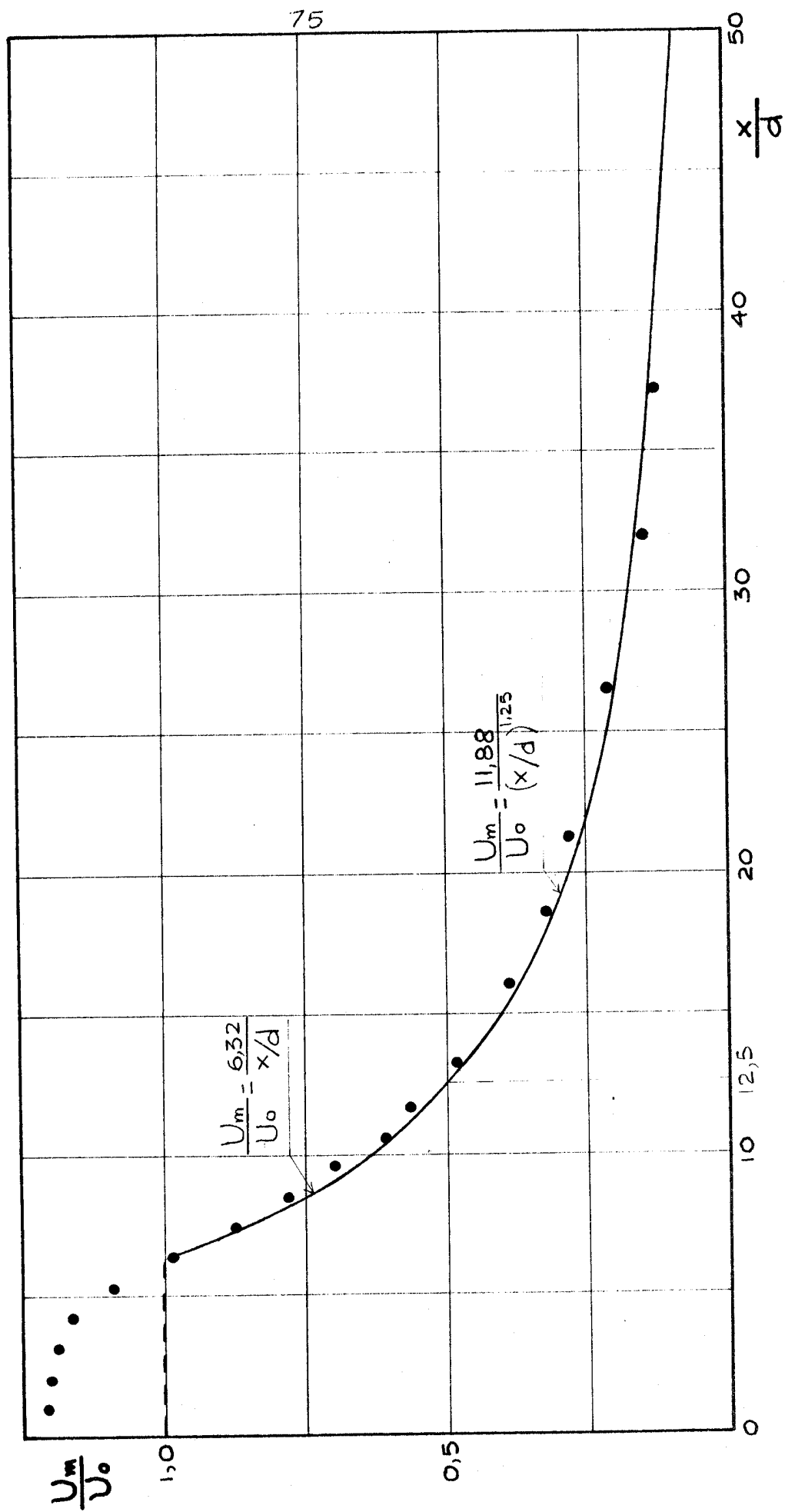
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	209,23	1,207	11,70	94,19	0,564
2,13	208,11	1,200	13,30	79,39	0,481
3,19	206,13	1,189	15,96	63,00	0,389
4,26	201,84	1,165	18,62	50,67	0,320
5,32	188,38	1,090	21,28	43,21	0,279
6,38	169,80	0,986	26,60	30,56	0,208
7,45	149,71	0,874	31,91	18,71	0,142
8,51	132,32	0,777	37,23	15,28	0,122
9,57	119,34	0,704			
10,64	102,50	0,610			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.2



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β.2

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 172,26$	$\alpha = 26,10$
--------------	----------------	------------------

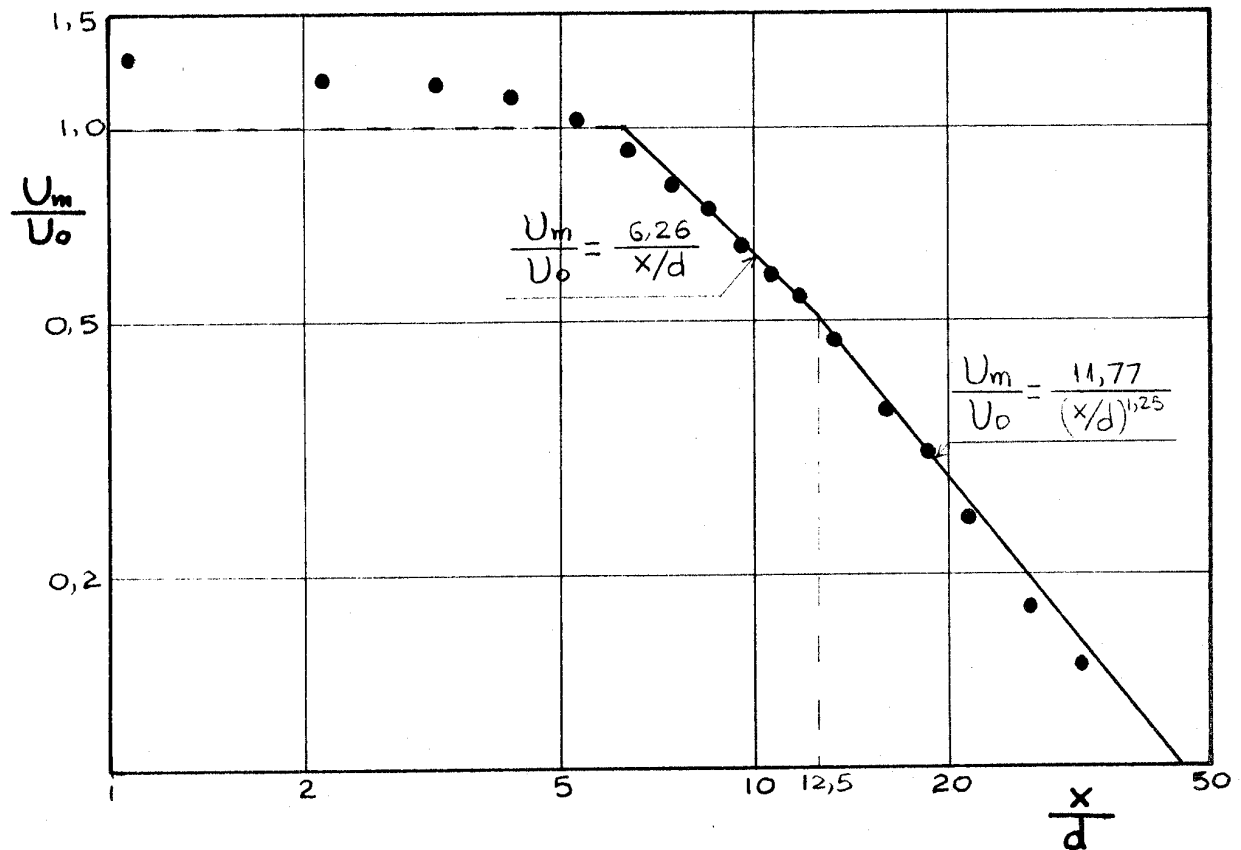


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 144,68$	$a = 21,92$
--------------	----------------	-------------

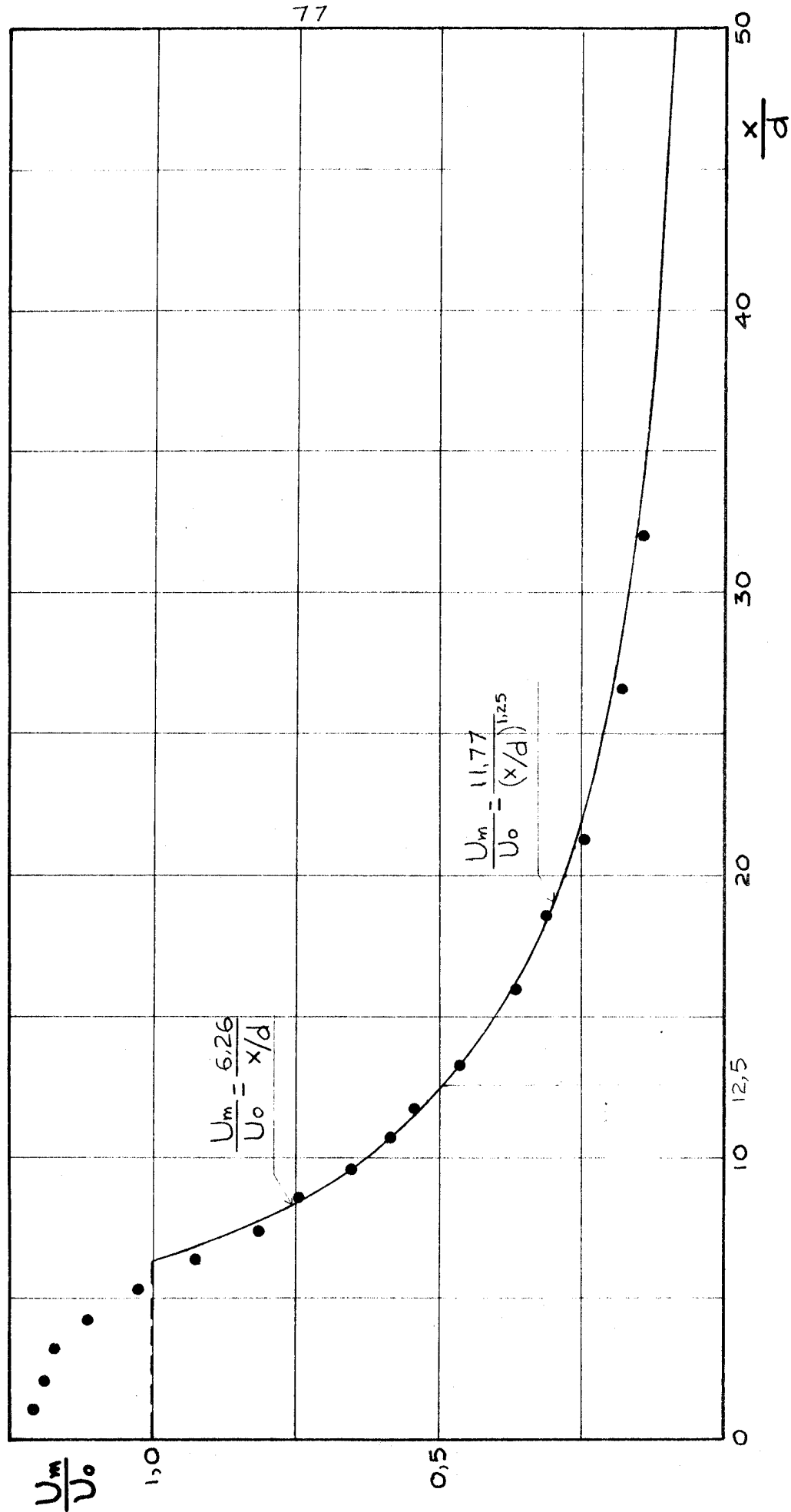
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	176,21	1,208	11,70	75,63	0,544
2,13	173,54	1,191	13,30	63,92	0,466
3,19	170,49	1,171	15,96	48,31	0,363
4,26	162,06	1,115	18,62	40,42	0,311
5,32	148,93	1,028	21,28	30,56	0,246
6,38	133,20	0,924	26,60	20,21	0,177
7,45	117,36	0,819	31,91	15,28	0,145
8,51	106,41	0,747			
9,57	92,31	0,654			
10,64	82,99	0,592			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.3



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β.3

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 144,68$	$a = 21,92$
--------------	----------------	-------------

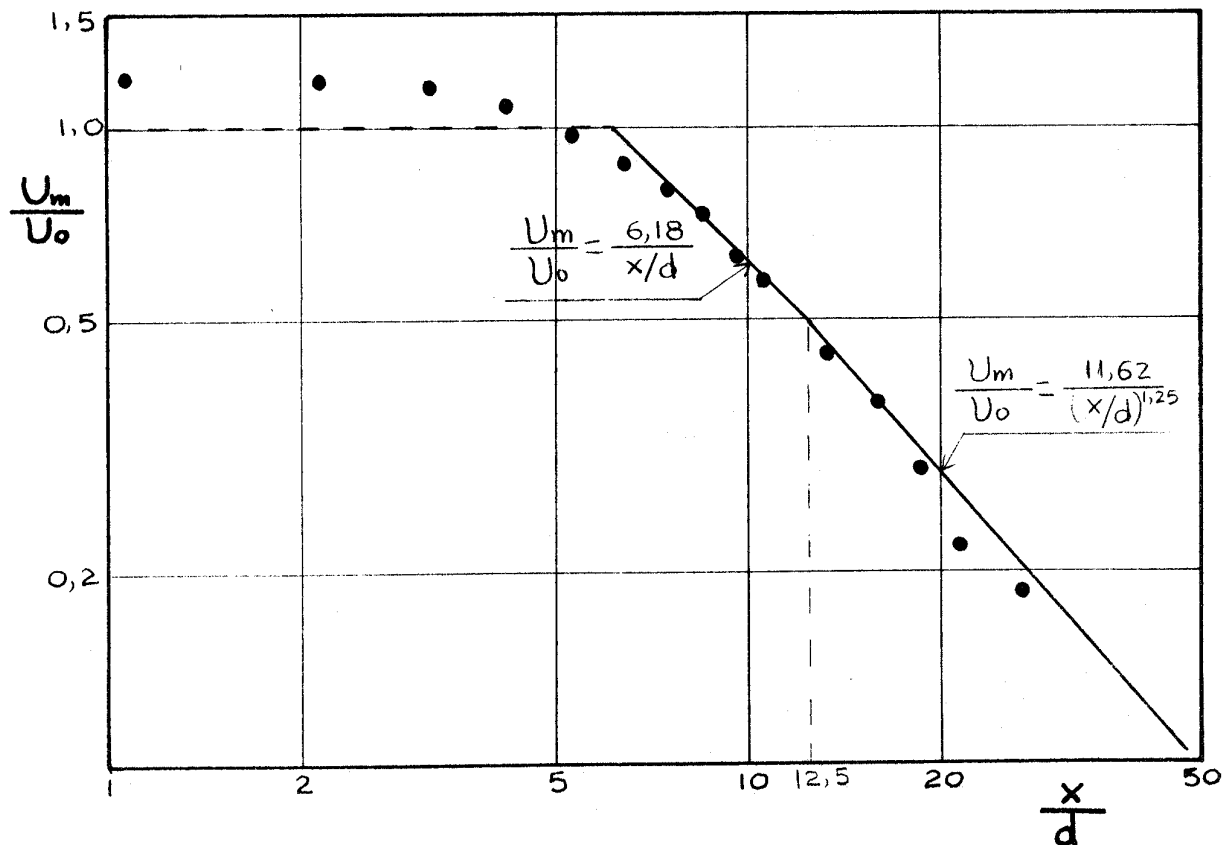


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 121,00$	$a = 18,33$
--------------	----------------	-------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	146,56	1,200	13,30	49,51	0,440
2,13	144,95	1,188	15,96	40,42	0,369
3,19	140,87	1,156	18,62	30,56	0,291
4,26	133,20	1,096	21,28	21,60	0,221
5,32	118,35	0,979	26,60	17,08	0,186
6,38	105,31	0,877			
7,45	96,03	0,804			
8,51	87,10	0,734			
9,57	74,07	0,632			
10,64	67,47	0,581			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.4.

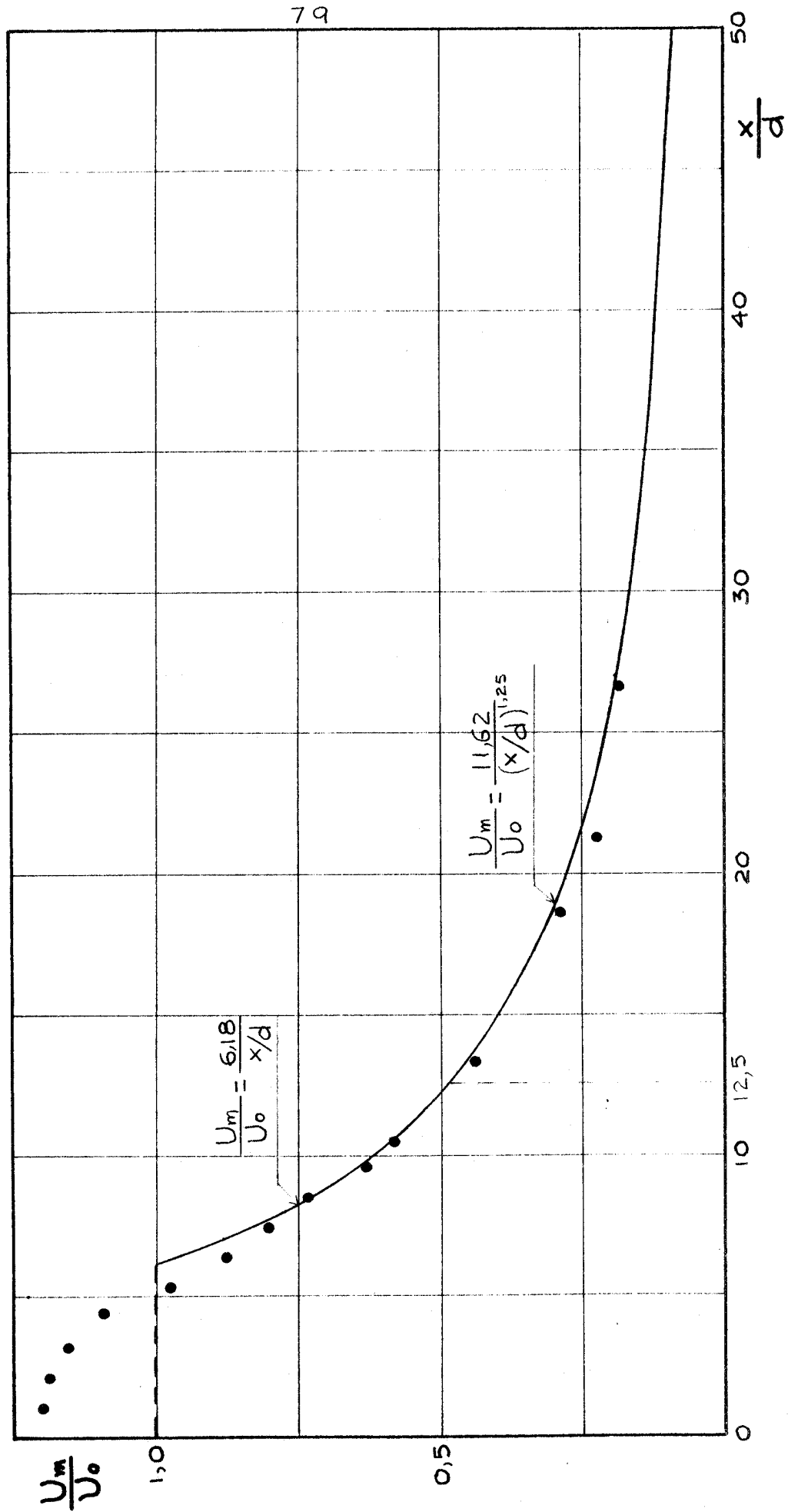


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.4

$U_1 = 6,60$

$U_0 = 121,00$

$a = 18,33$

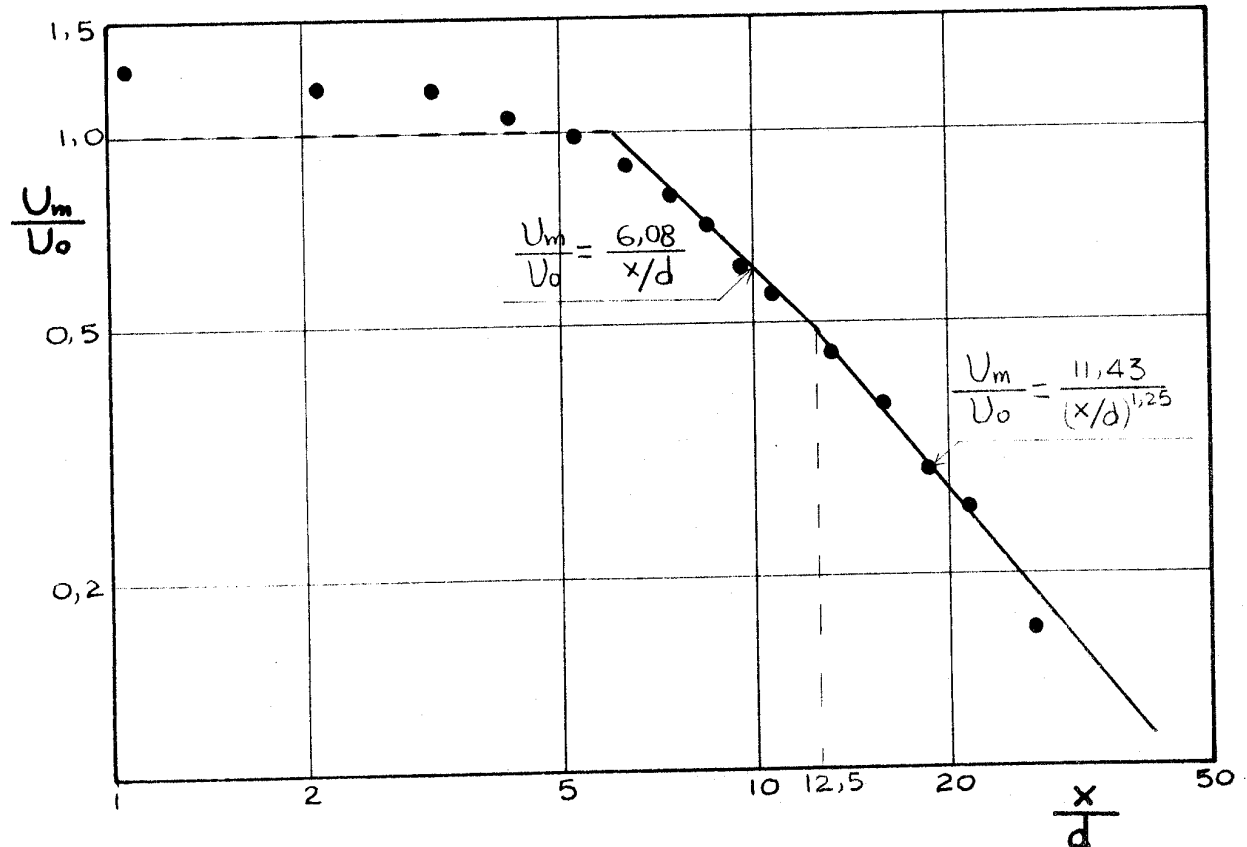


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 98,55$	$a = 14,93$
--------------	---------------	-------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	120,31	1,207	13,30	40,42	0,447
2,13	118,35	1,188	15,96	32,41	0,371
3,19	116,36	1,169	18,62	24,15	0,293
4,26	109,65	1,106	21,28	20,21	0,255
5,32	97,24	0,988	26,60	10,80	0,166
6,38	87,10	0,891			
7,45	77,16	0,797			
8,51	68,33	0,713			
9,57	58,18	0,616			
10,64	51,81	0,556			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α 5

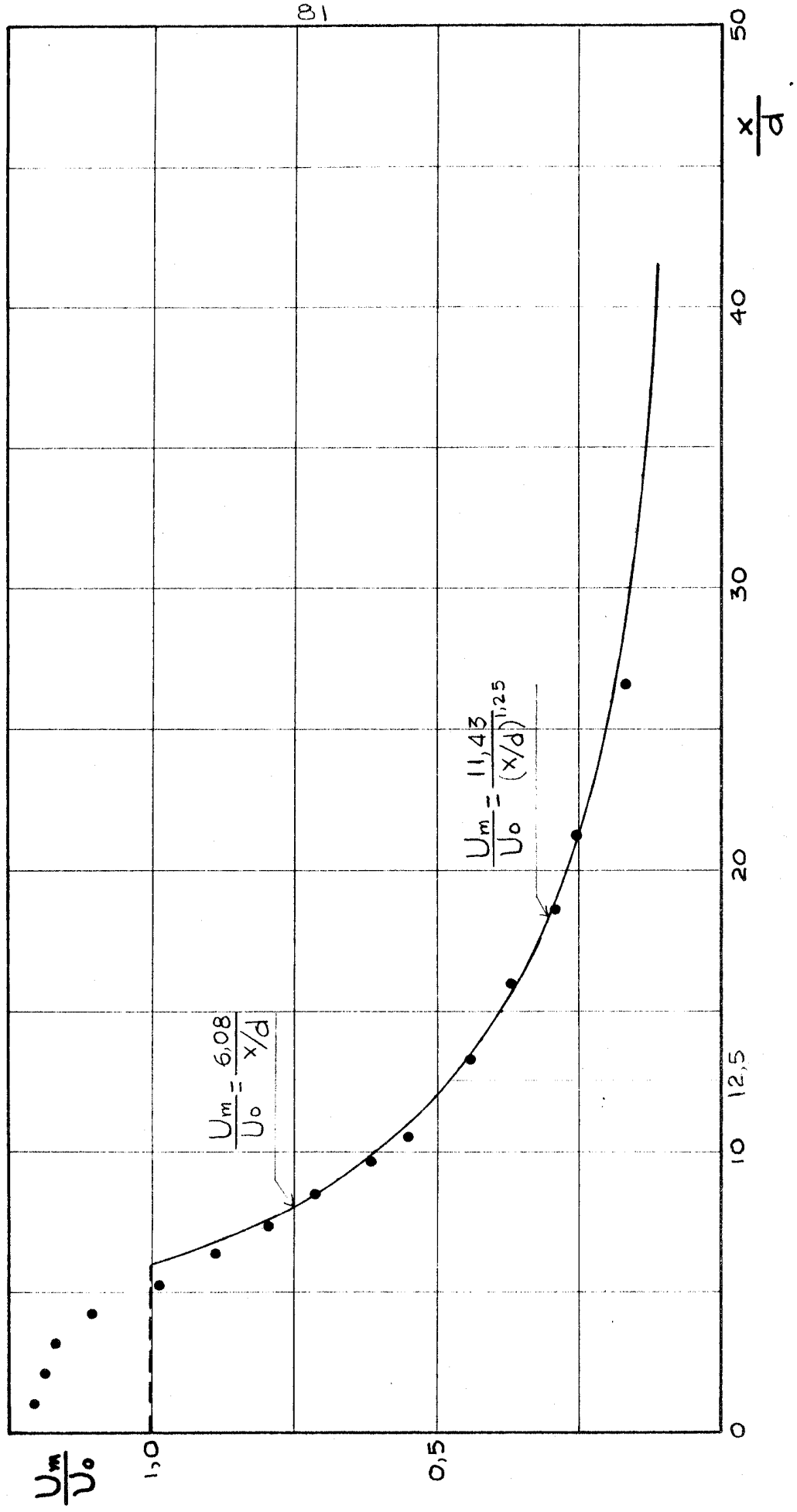


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.5

$U_1 = 6,60$

$U_0 = 98,55$

$a = 14,93$

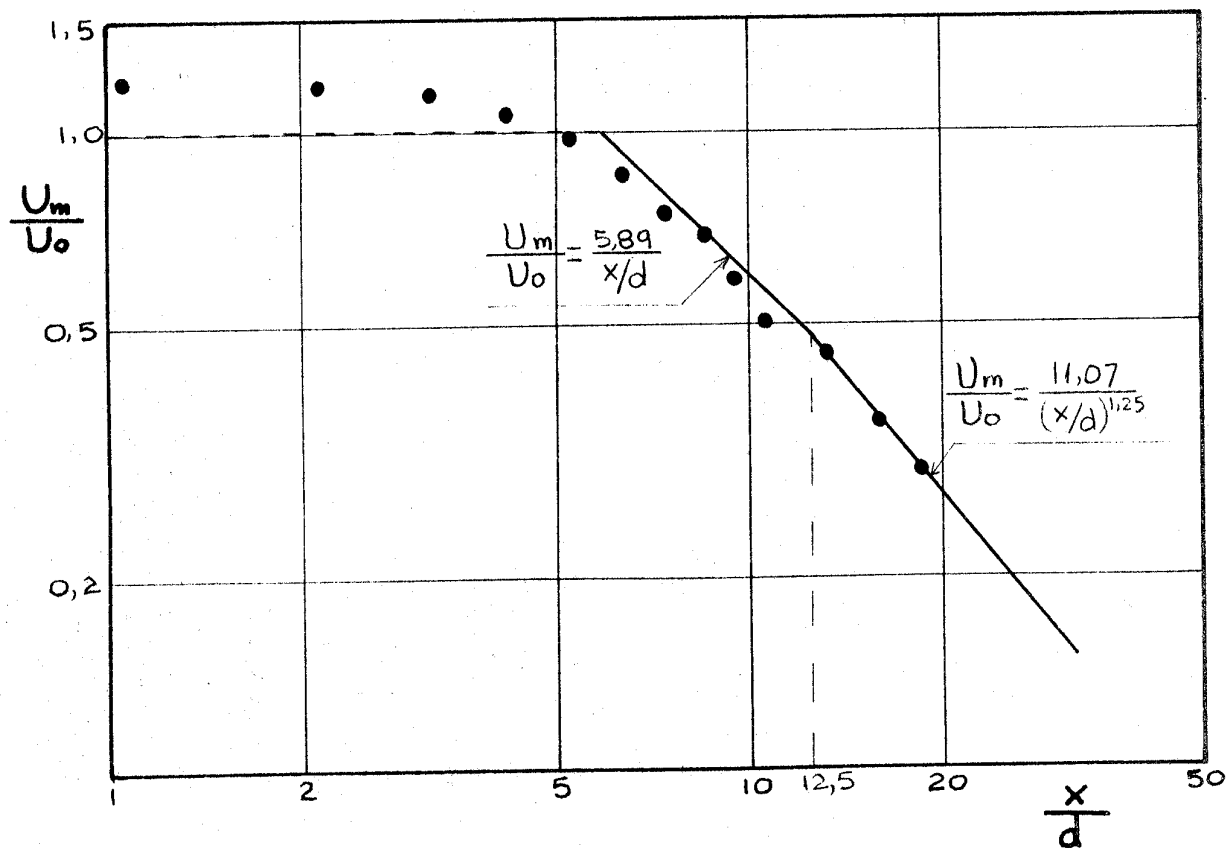


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.6

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 73,90$	$a = 11,20$
--------------	---------------	-------------

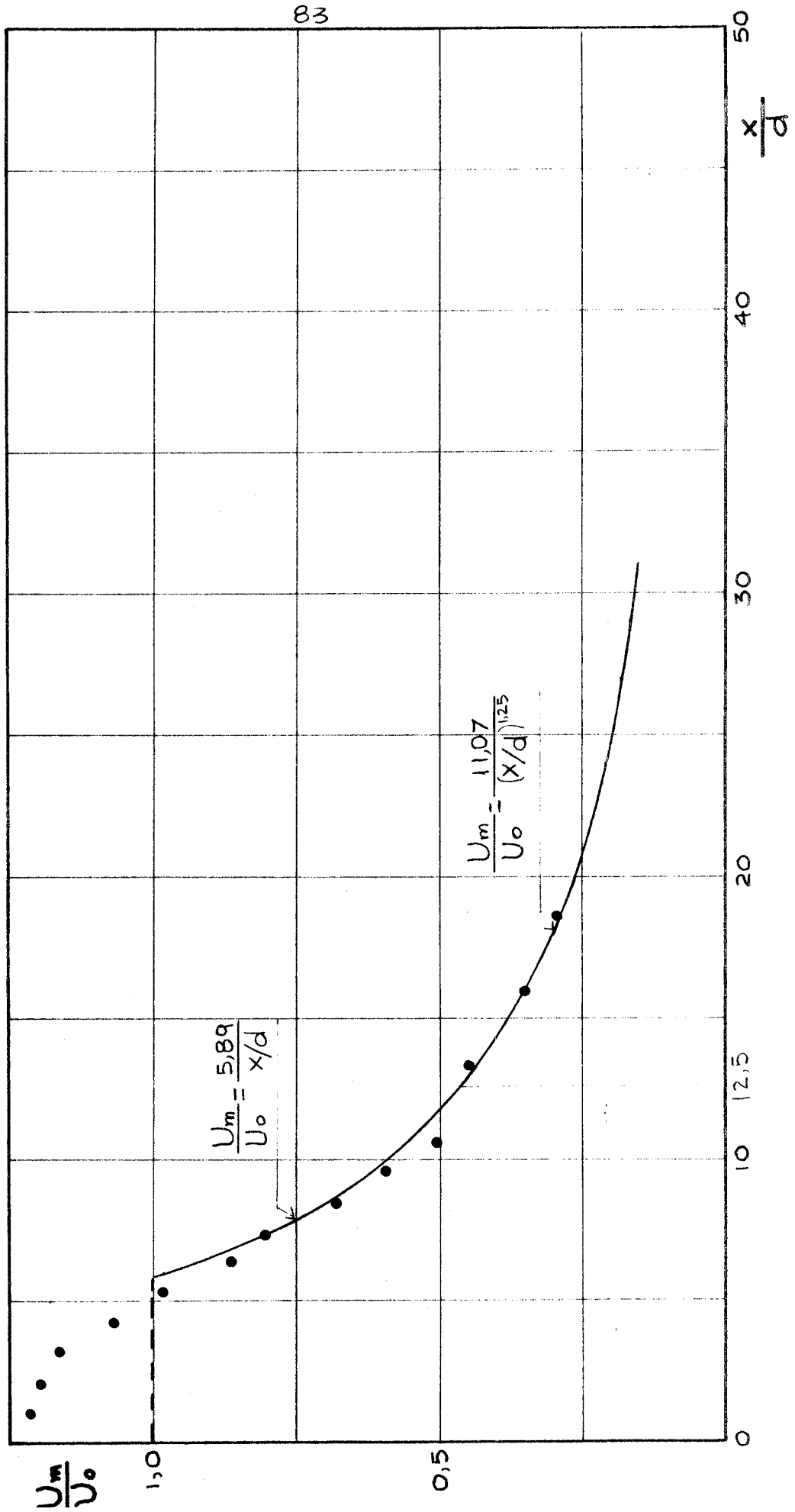
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	91,04	1,213	13,30	29,58	0,450
2,13	89,74	1,197	15,96	21,60	0,350
3,19	87,10	1,164	18,62	17,08	0,294
4,26	79,39	1,068			
5,32	72,47	0,982			
6,38	63,00	0,865			
7,45	54,02	0,753			
8,51	48,31	0,682			
9,57	41,14	0,593			
10,64	34,16	0,506			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.6



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2Β.6

$U_1 = 6,60$	$U_0 = 73,90$	$a = 11,20$
--------------	---------------	-------------

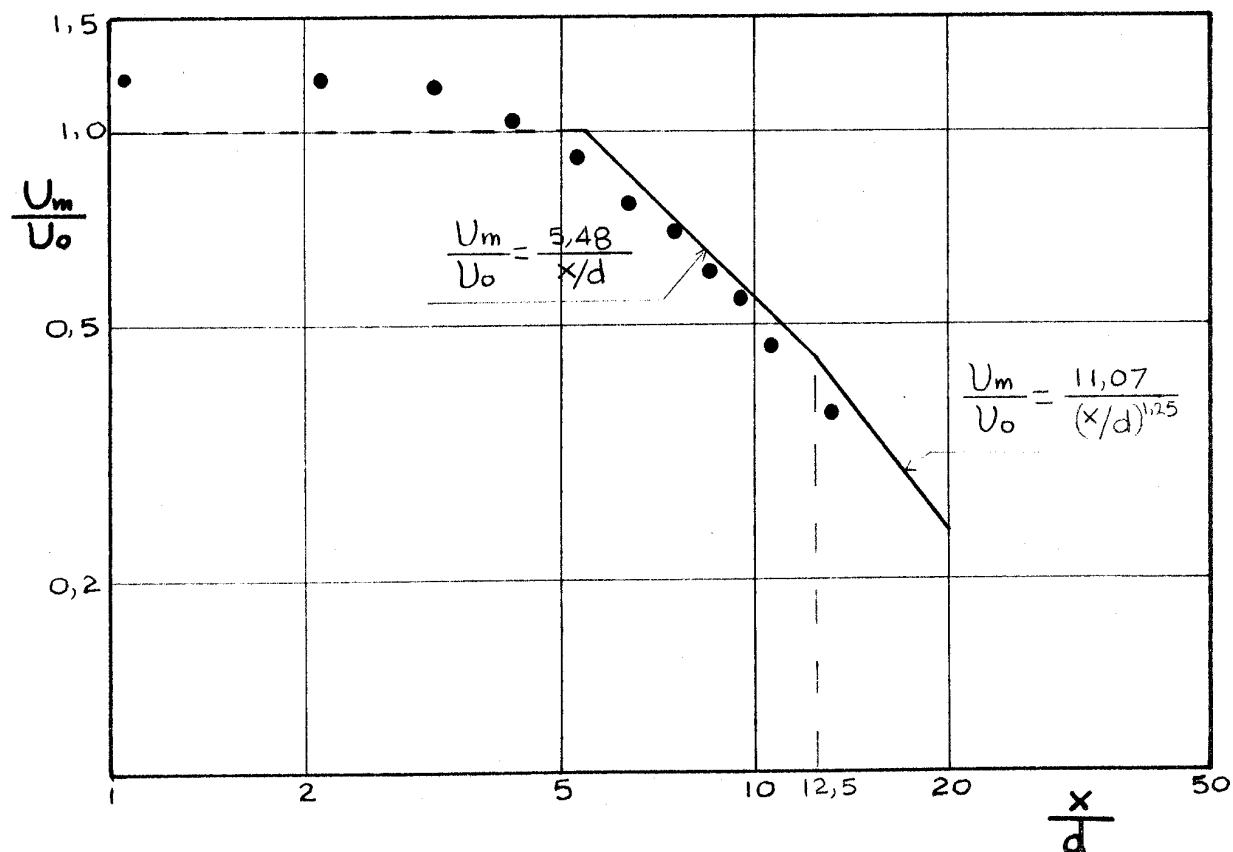


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.7.

$u_1 = 6,60$	$u_0 = 47,72$	$d = 7,23$
--------------	---------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	60,15	1,229	13,30	13,23	0,365
2,13	59,17	1,211			
3,19	57,17	1,174			
4,26	50,09	1,044			
5,32	43,21	0,917			
6,38	36,64	0,796			
7,45	31,50	0,701			
8,51	26,46	0,609			
9,57	24,15	0,566			
10,64	18,71	0,466			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.7

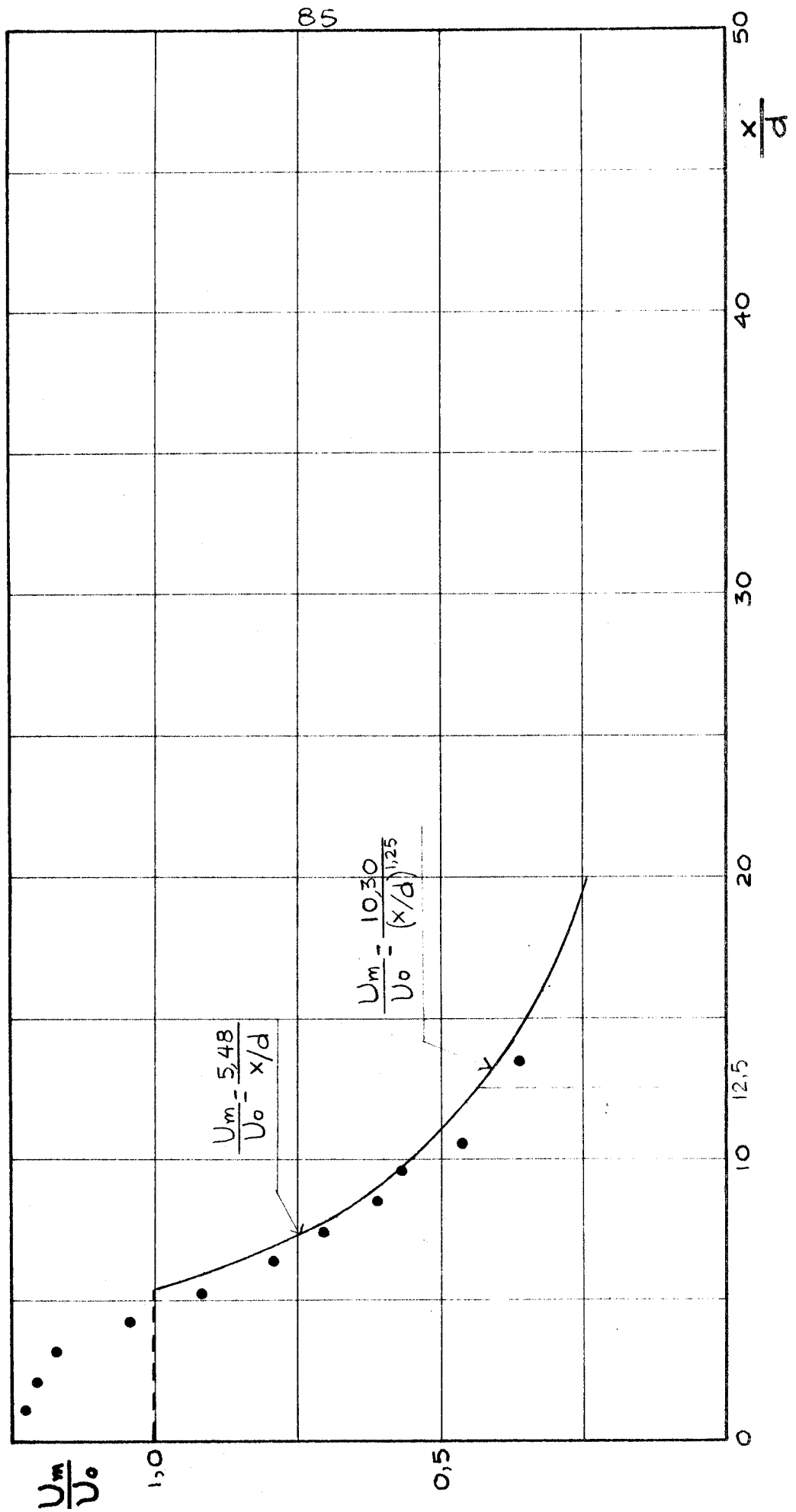


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.7.

$U_1 = 6,60$

$U_0 = 47,72$

$a = 7,23$

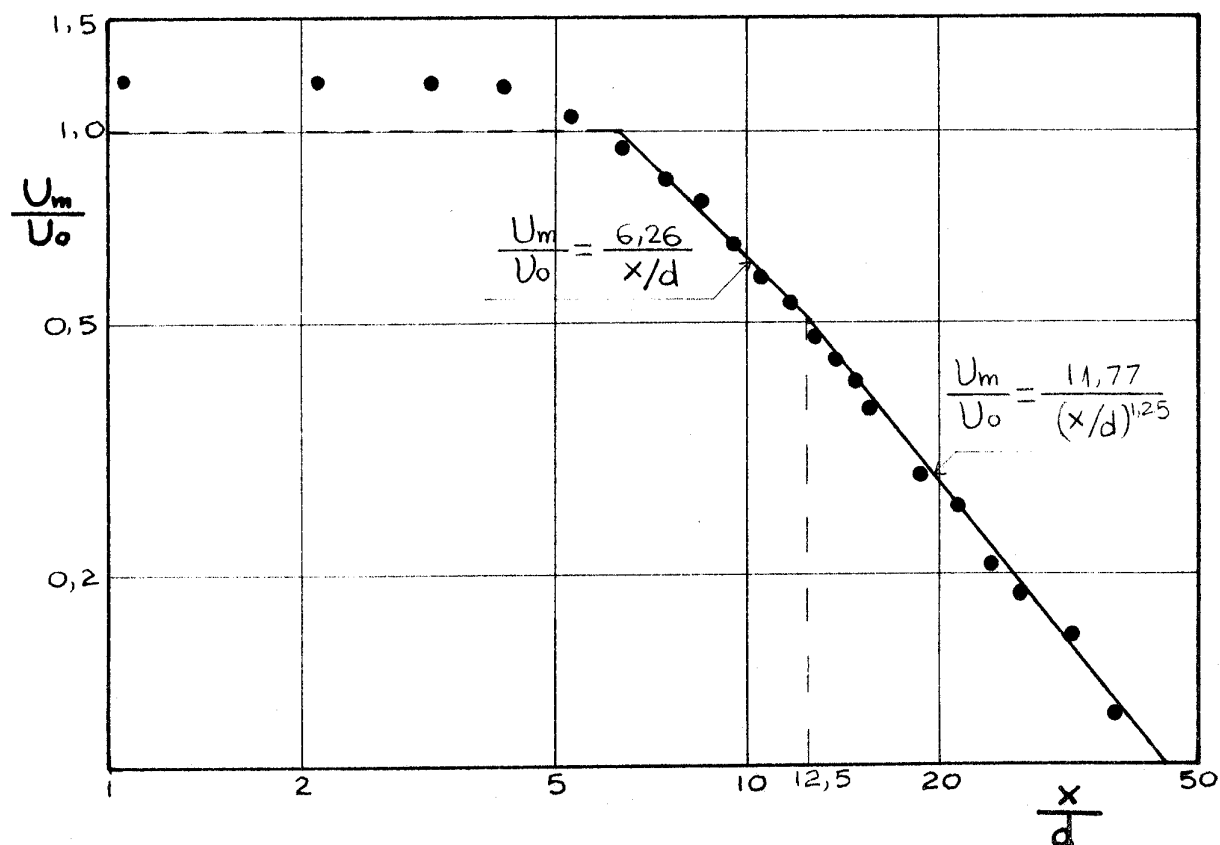


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.8.

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 252,10$	$a = 22,33$
---------------	----------------	-------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	306,36	1,206	12,77	113,31	0,473
2,13	306,17	1,205	13,83	104,19	0,438
3,19	304,26	1,198	14,89	95,42	0,405
4,26	298,84	1,177	15,96	85,07	0,366
5,32	268,59	1,063	18,62	63,92	0,286
6,38	237,70	0,945	21,28	56,14	0,256
7,45	211,45	0,846	23,94	43,88	0,209
8,51	191,45	0,770	26,60	38,20	0,188
9,57	163,85	0,665	31,91	31,50	0,162
10,64	145,36	0,595	37,23	20,21	0,120
11,70	130,99	0,540			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.8.

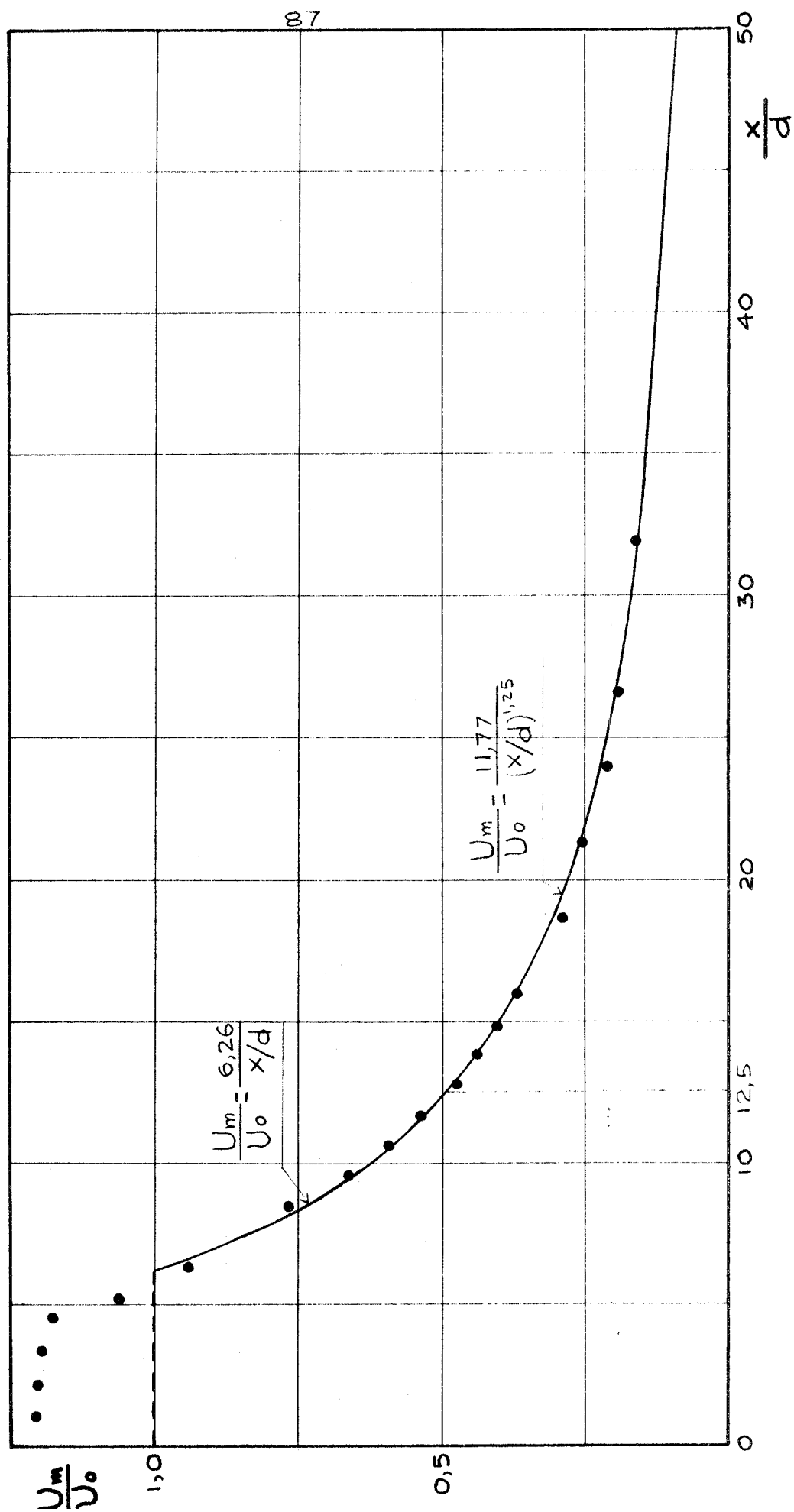


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β. 8.

$u_1 = 11,29$

$u_0 = 252,10$

$a = 22,33$

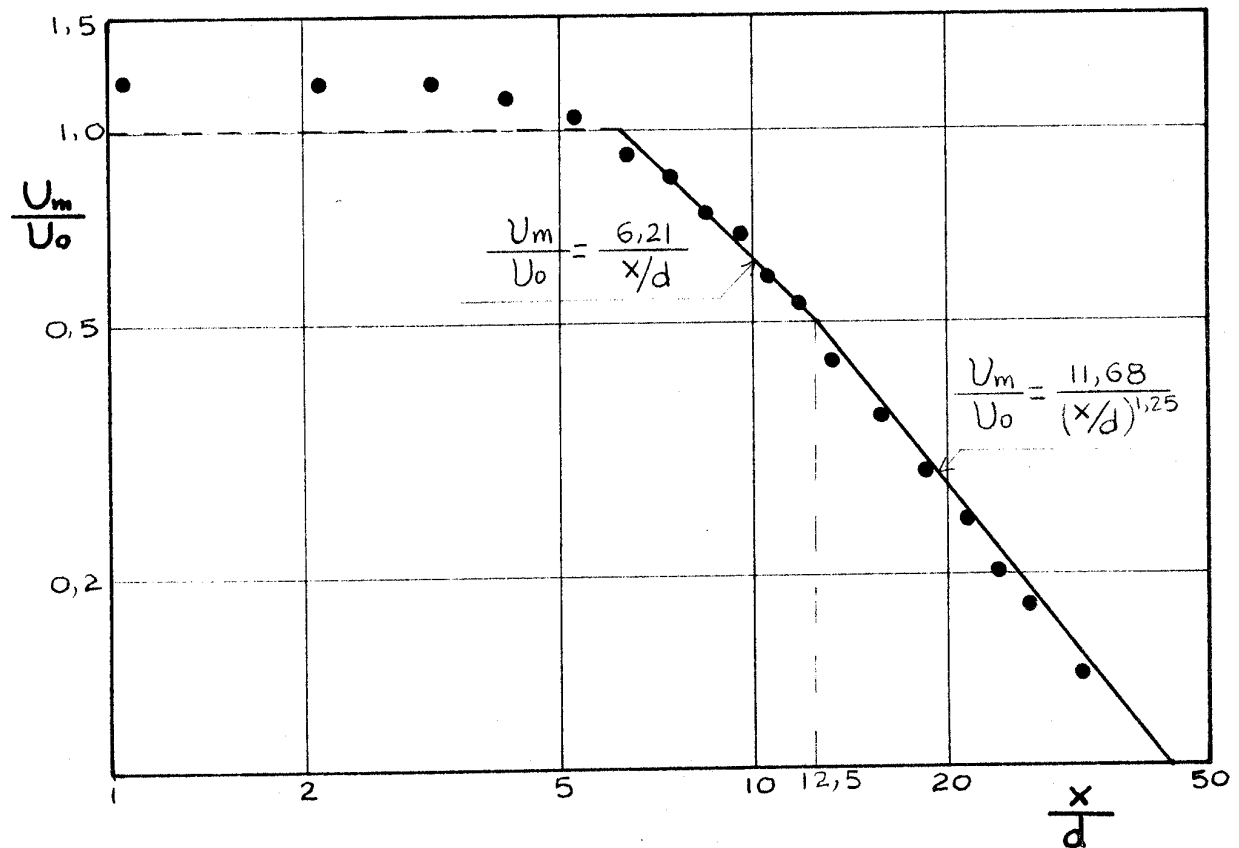


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.9.

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 222,07$	$a = 19,67$
---------------	----------------	-------------

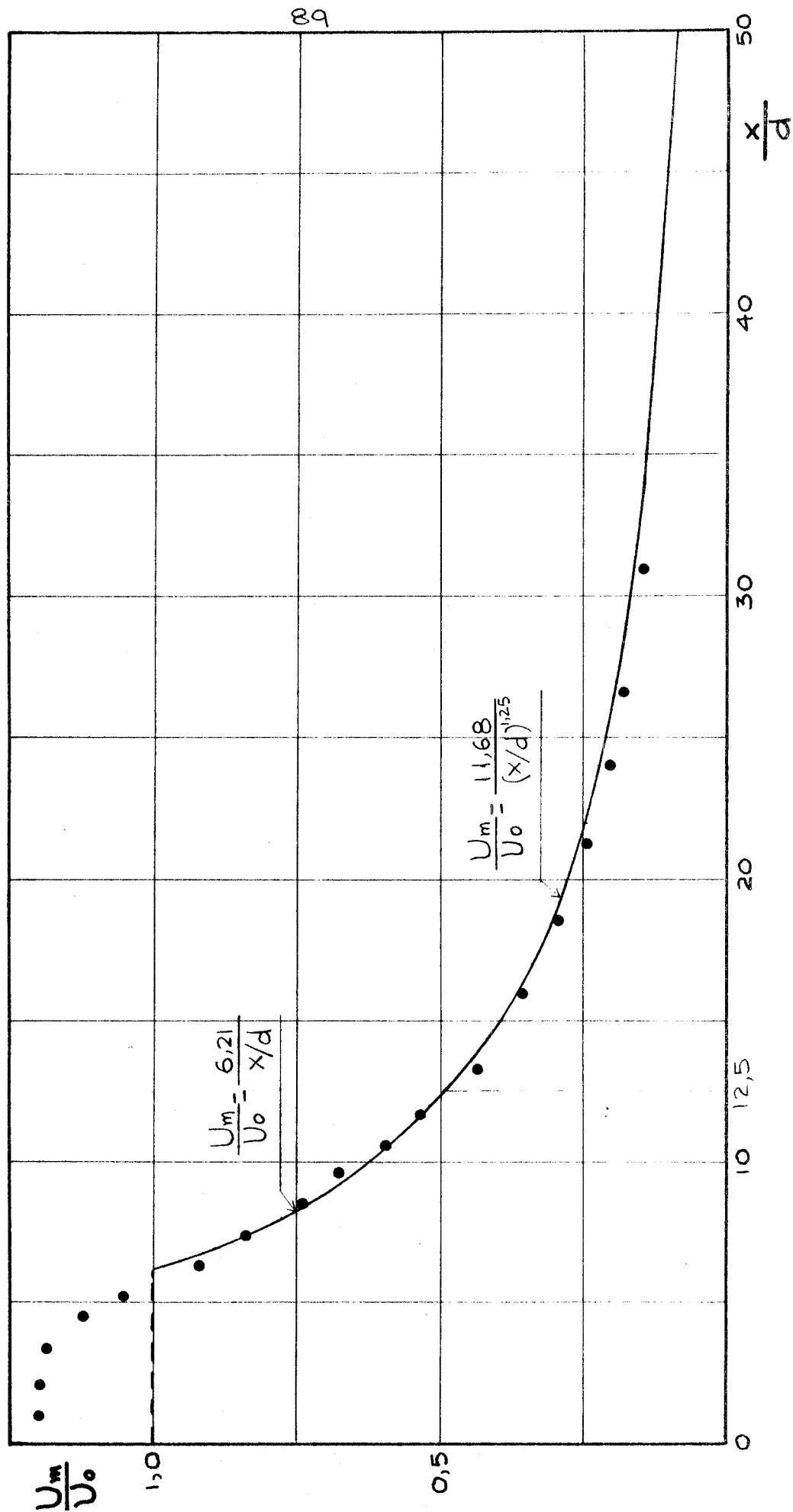
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	268,81	1,200	11,70	113,83	0,536
2,13	267,94	1,197	13,30	90,39	0,436
3,19	265,09	1,184	15,96	71,66	0,356
4,26	252,92	1,132	18,62	57,17	0,293
5,32	234,23	1,052	21,28	45,84	0,245
6,38	203,28	0,920	23,94	35,83	0,202
7,45	184,94	0,841	26,60	30,56	0,179
8,51	161,70	0,751	31,91	21,60	0,141
9,57	147,75	0,682			
10,64	127,38	0,594			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.9.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.9

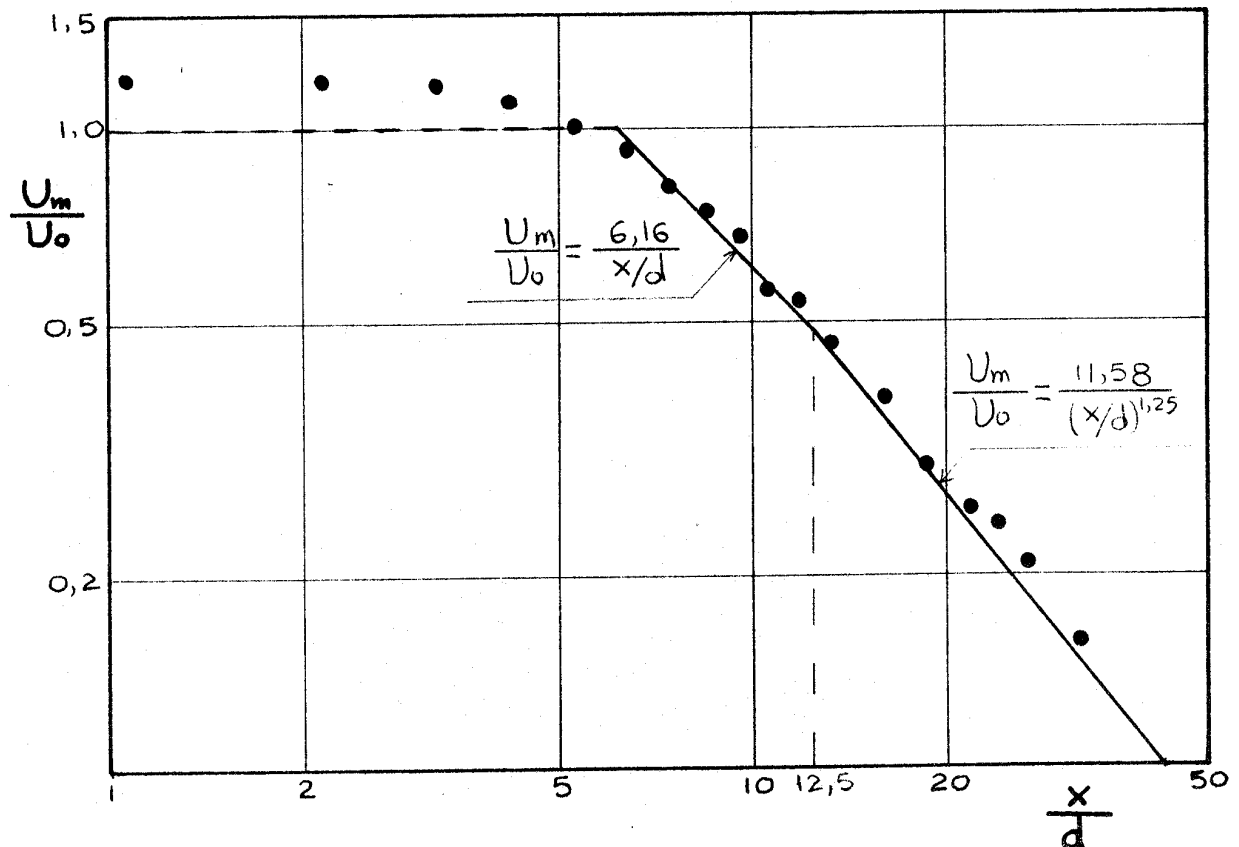
$U_1 = 11,29$	$U_0 = 222,07$	$a = 19,67$
---------------	----------------	-------------



ΠΙΝΑΚΑΣ 2.10

$u_1 = 11,29$			$u_0 = 197,13$		$a = 17,46$
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	239,41	1,203	11,70	101,93	0,543
2,13	236,96	1,191	13,30	86,43	0,469
3,19	231,98	1,167	15,96	68,33	0,382
4,26	218,24	1,101	18,62	50,67	0,297
5,32	198,93	1,009	21,28	41,84	0,255
6,38	182,72	0,931	23,94	38,95	0,241
7,45	159,16	0,818	26,60	32,41	0,210
8,51	144,15	0,746	31,91	21,60	0,158
9,57	130,99	0,683			
10,64	107,50	0,570			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.10.

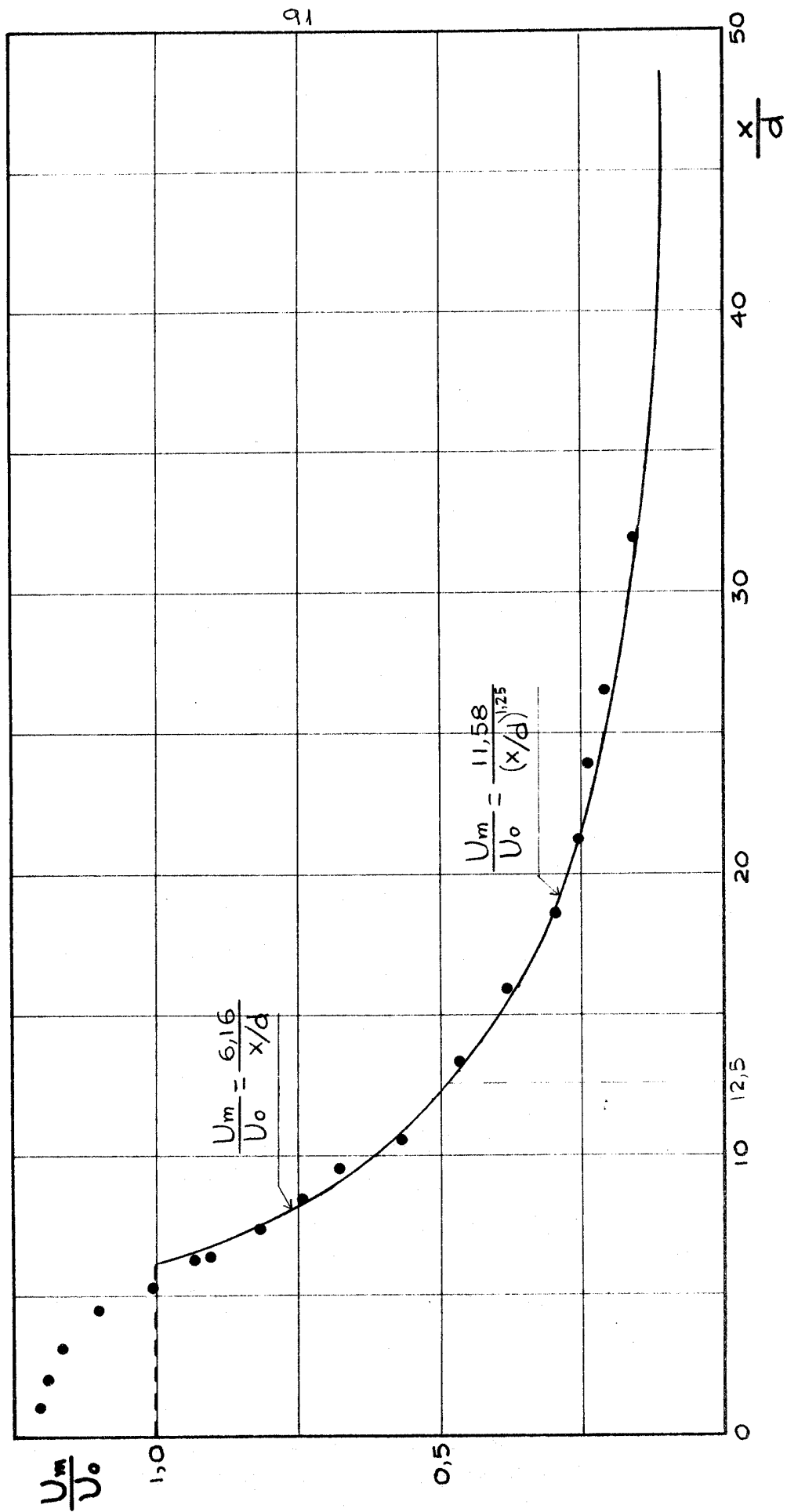


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 10

$u_1 = 11,29$

$u_0 = 197,13$

$a = 17,46$

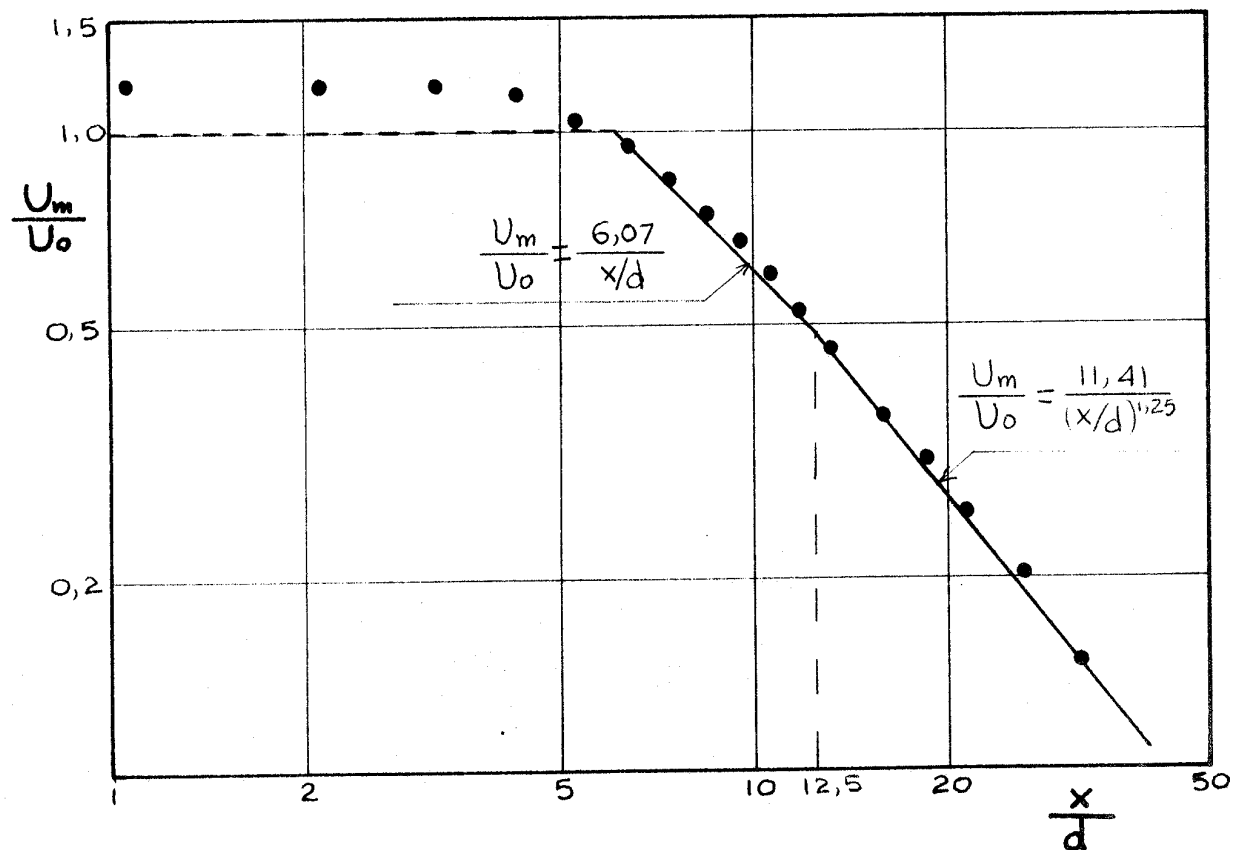


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.11

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 167,44$	$a = 14,83$
---------------	----------------	-------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	203,00	1,199	11,70	83,69	0,531
2,13	200,97	1,188	13,30	70,45	0,460
3,19	198,64	1,175	15,96	52,93	0,359
4,26	192,06	1,138	18,62	43,21	0,305
5,32	175,55	1,045	21,28	34,16	0,254
6,38	159,52	0,956	26,60	25,33	0,205
7,45	139,62	0,844	31,91	15,28	0,149
8,51	122,24	0,747			
9,57	110,18	0,680			
10,64	96,63	0,604			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.11.

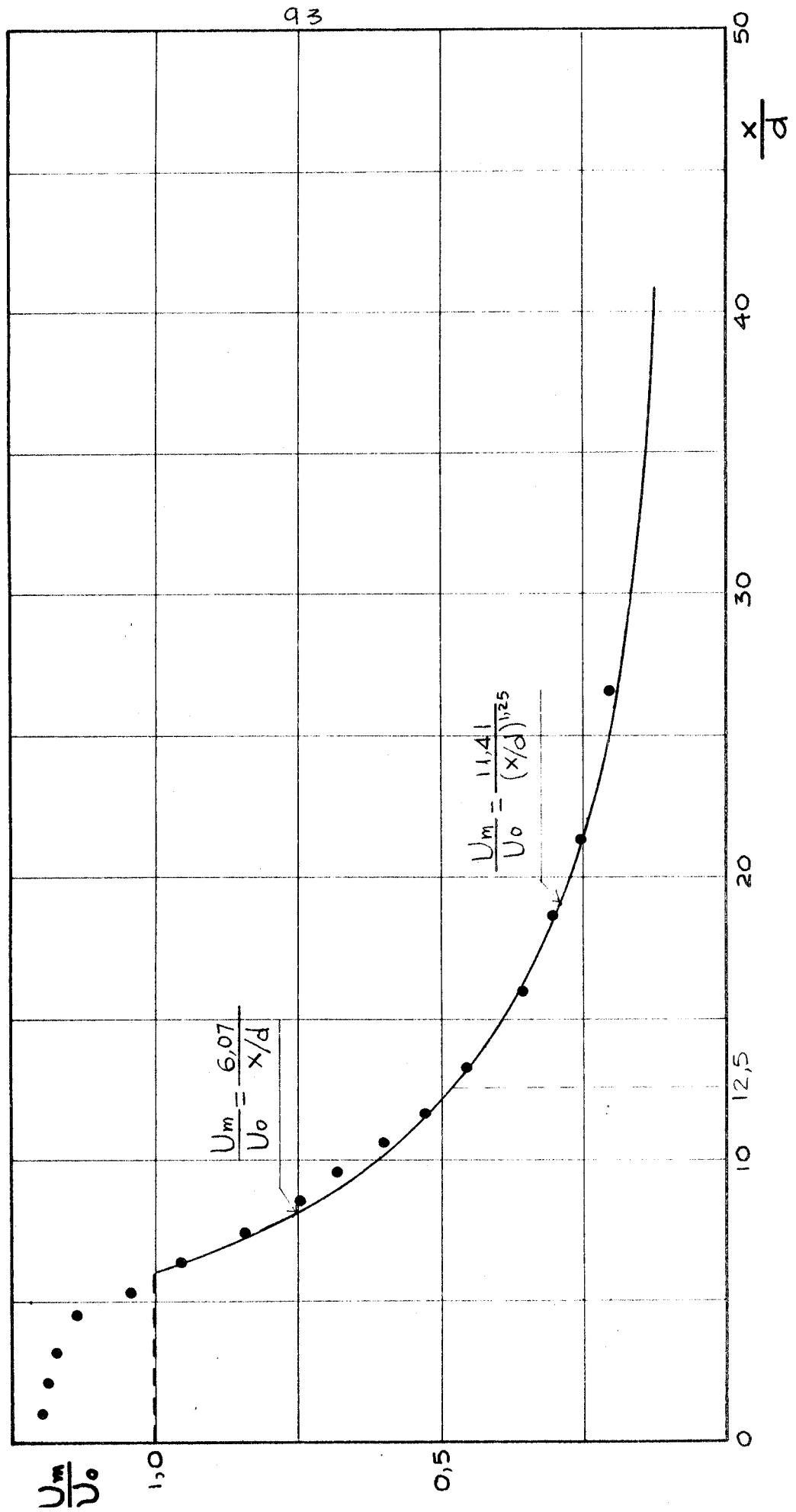


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.11

$u_1 = 11,29$

$u_0 = 167,44$

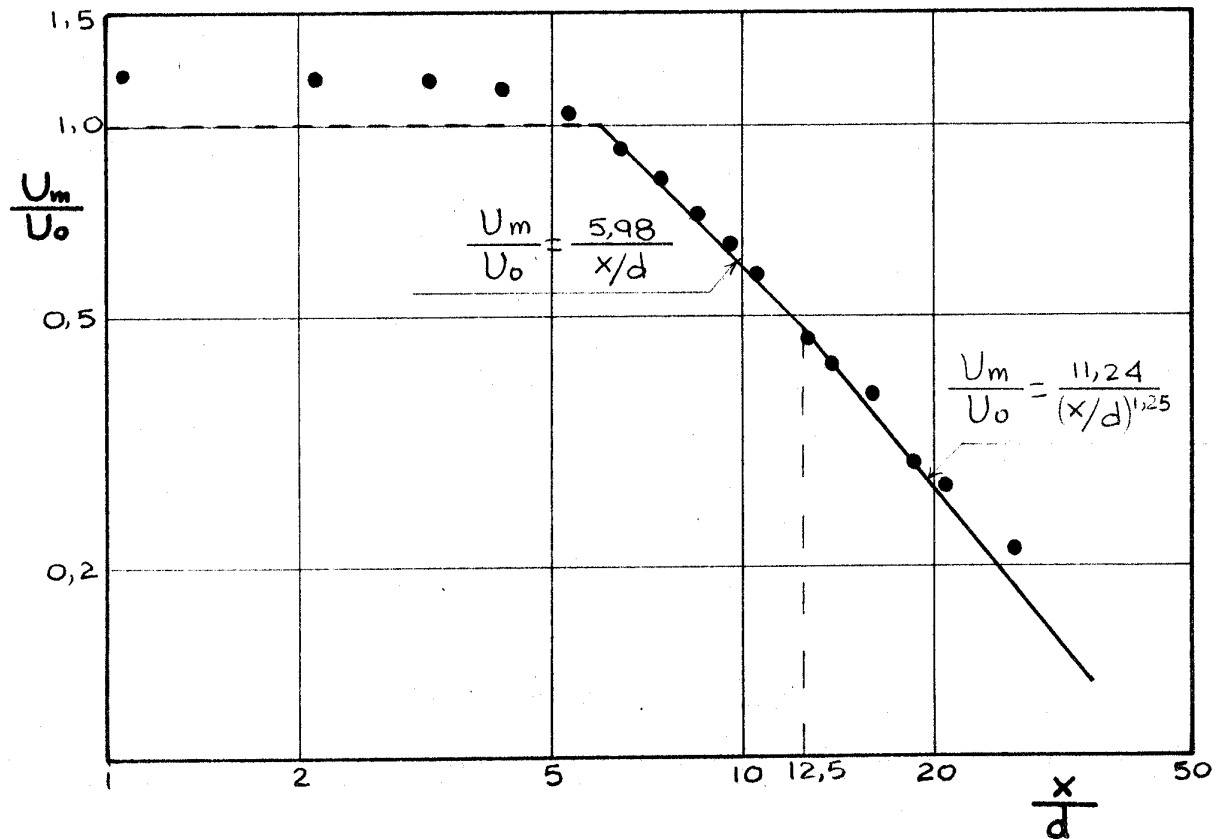
$a = 14,83$



ΠΙΝΑΚΑΣ 2.12.

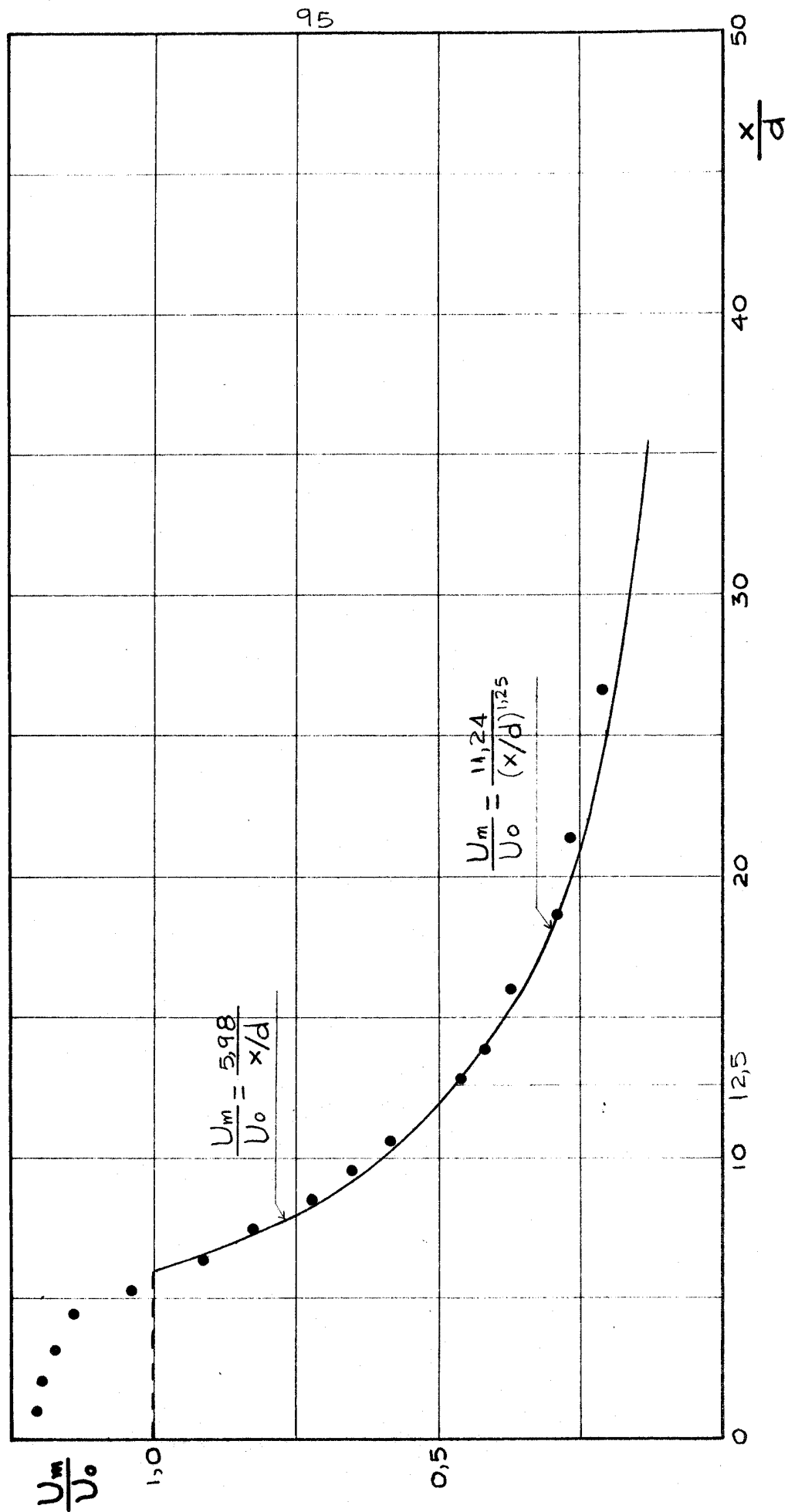
$u_1 = 11,29$			$u_0 = 144,13$		$a = 12,77$
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	175,88	1,204	12,77	60,15	0,460
2,13	174,55	1,196	13,83	54,02	0,420
3,19	171,51	1,176	15,96	47,09	0,376
4,26	165,98	1,141	18,62	34,16	0,292
5,32	150,49	1,041	21,28	30,56	0,269
6,38	131,44	0,918	26,60	21,60	0,212
7,45	116,86	0,825			
8,51	101,35	0,725			
9,57	90,39	0,654			
10,64	79,39	0,583			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.12.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.12.

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 144,13$	$\alpha = 12,77$
---------------	----------------	------------------

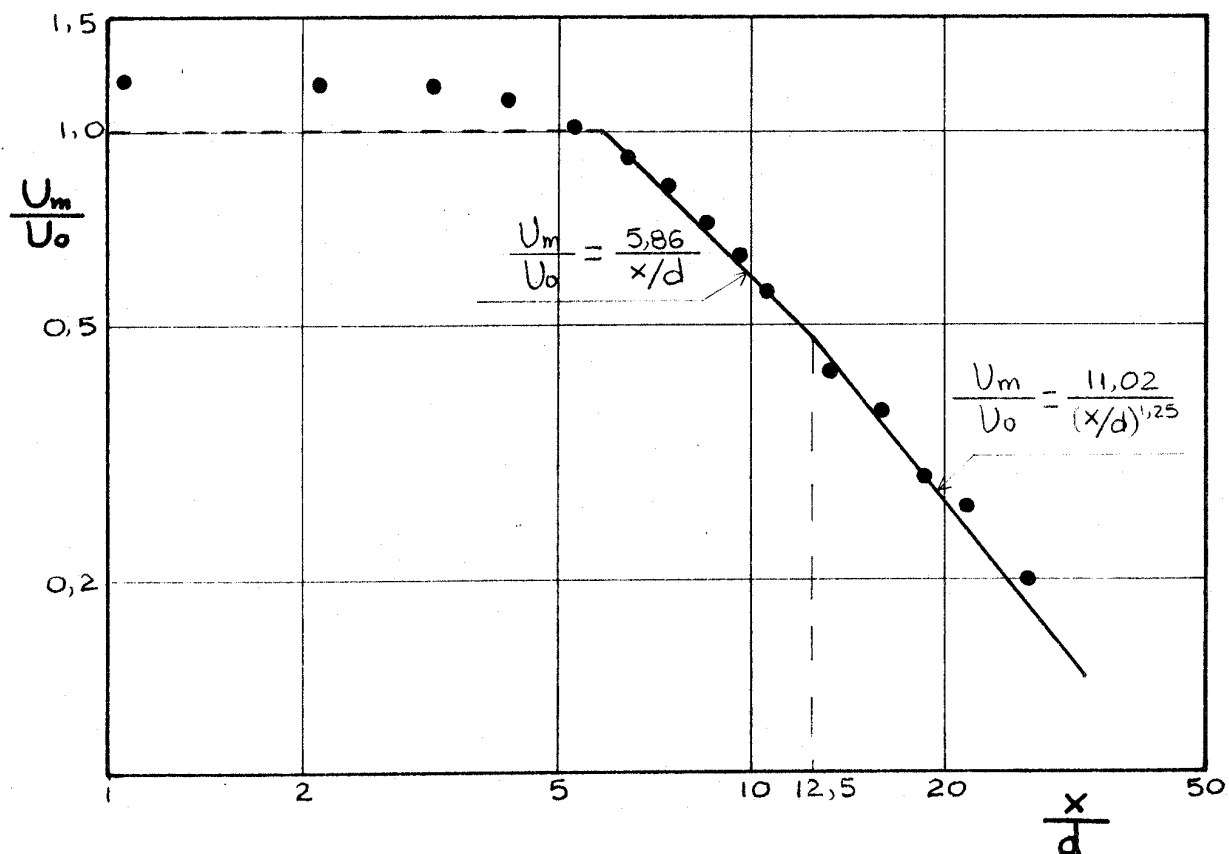


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.13.

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 121,21$	$a = 10,74$
---------------	----------------	-------------

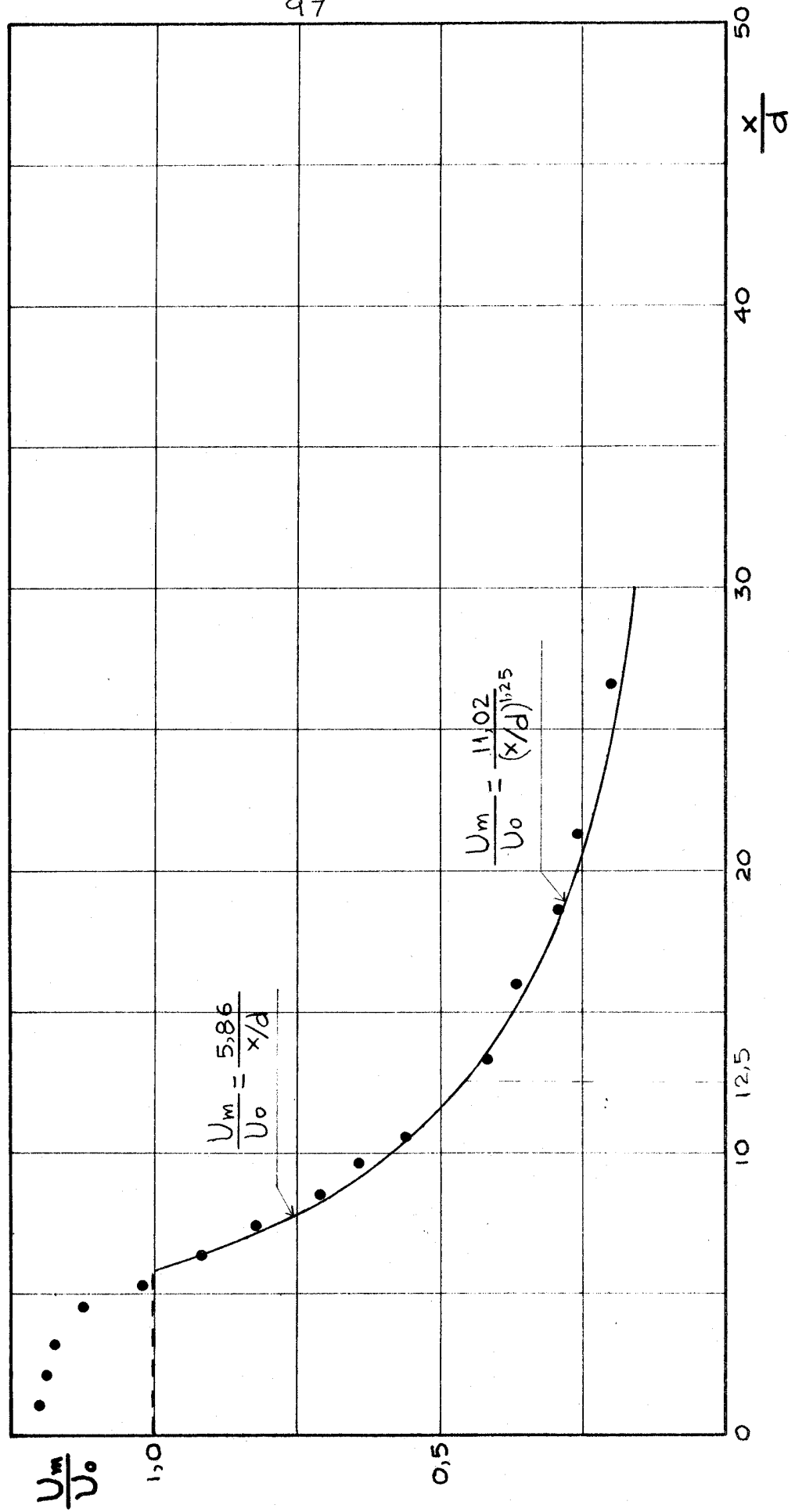
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	147,75	1,200	13,30	44,54	0,421
2,13	146,16	1,188	15,96	37,42	0,368
3,19	144,55	1,176	18,62	27,54	0,293
4,26	137,73	1,125	21,28	22,92	0,260
5,32	124,13	1,022	26,60	15,28	0,201
6,38	110,18	0,917			
7,45	97,83	0,824			
8,51	82,99	0,712			
9,57	74,07	0,644			
10,64	63,00	0,561			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2a.13.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.13.

$U_1 = 11,29$	$U_0 = 121,21$	$a = 10,74$
---------------	----------------	-------------

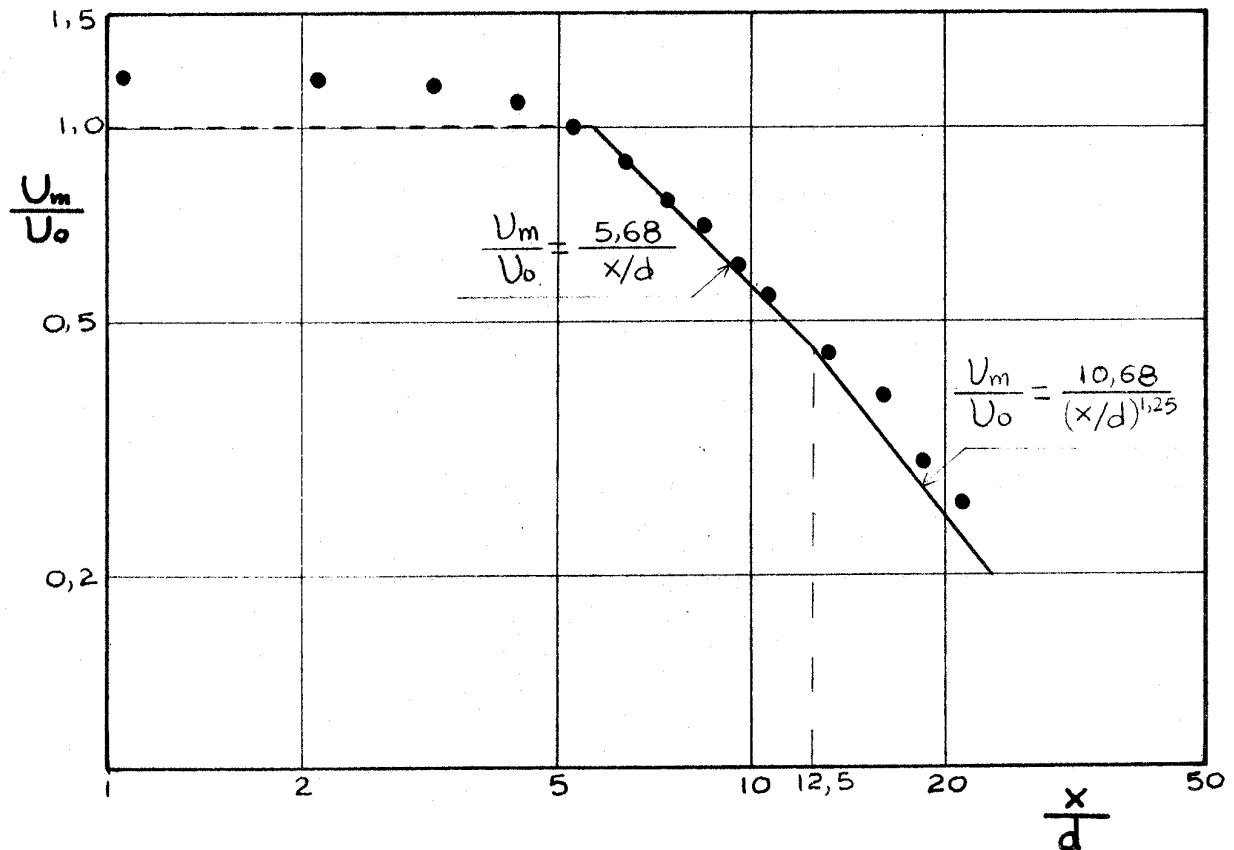


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.14

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 98,29$	$a = 8,71$
---------------	---------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	120,79	1,205	13,30	37,42	0,445
2,13	119,82	1,197	15,96	30,56	0,382
3,19	117,36	1,174	18,62	21,60	0,300
4,26	109,65	1,104	21,28	17,08	0,259
5,32	100,19	1,017			
6,38	85,75	0,886			
7,45	74,07	0,779			
8,51	65,72	0,703			
9,57	56,14	0,615			
10,64	48,31	0,544			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 α. 14.

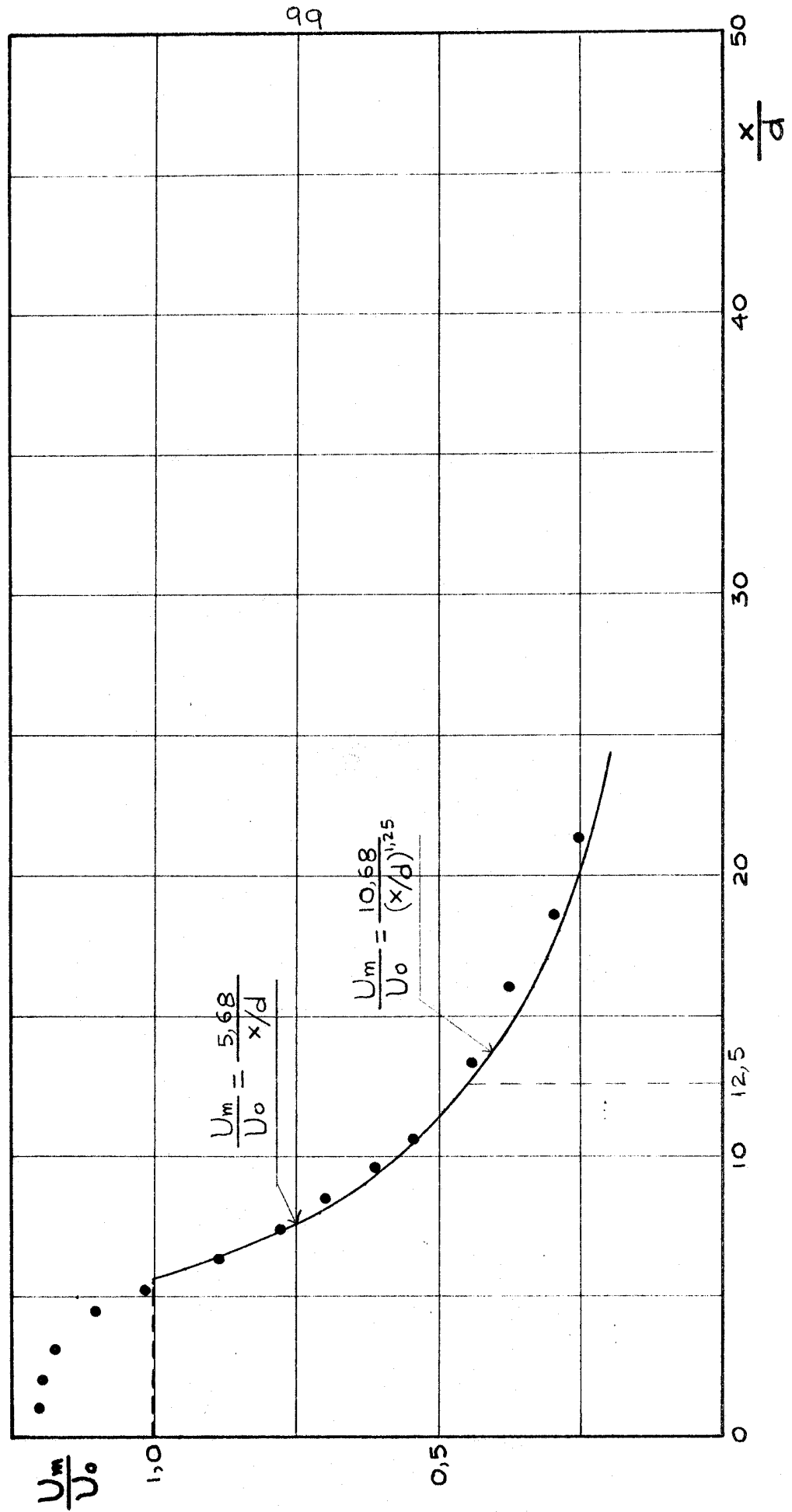


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.14

$u_1 = 11,29$

$u_0 = 98,29$

$\alpha = 8,71$

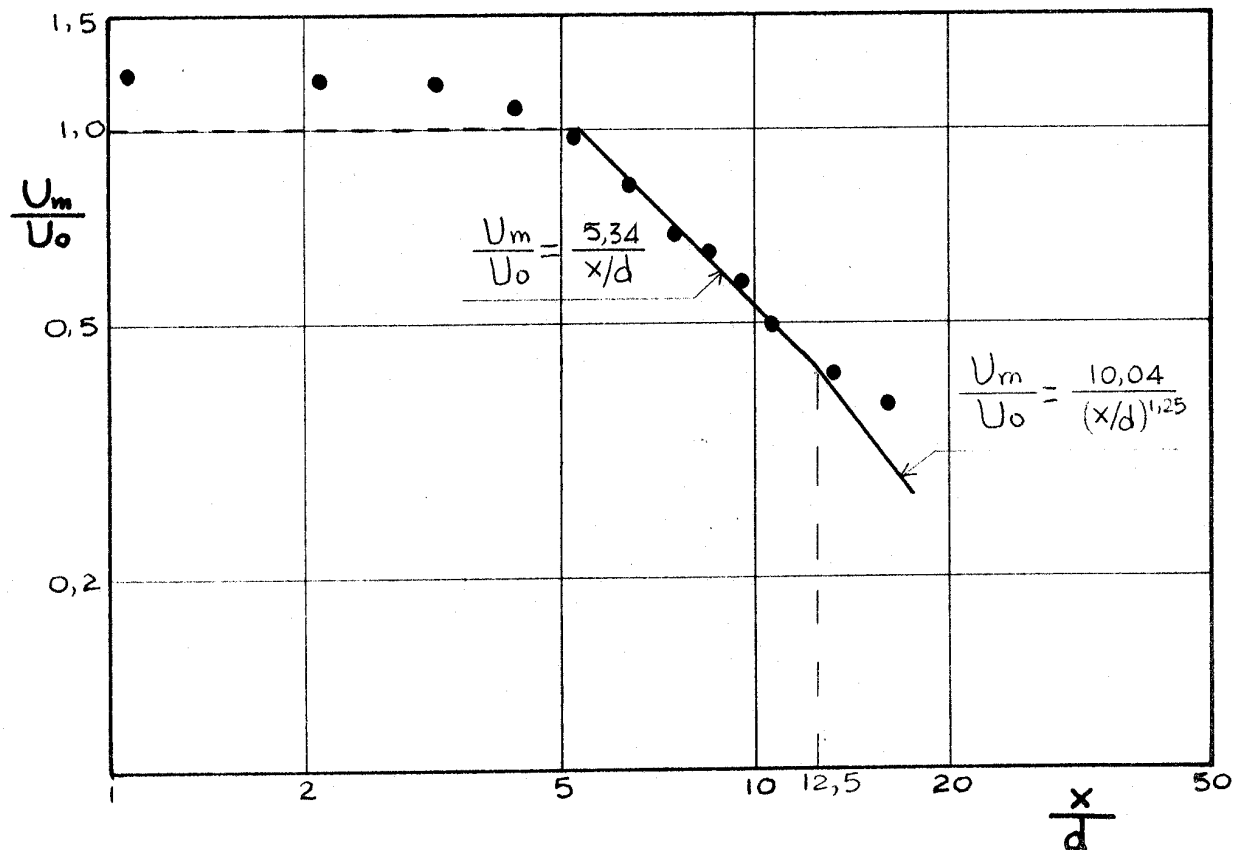


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.15.

$u_1 = 11,29$	$u_0 = 72,93$	$a = 6,46$
---------------	---------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	90,39	1,207	13,30	24,15	0,421
2,13	89,74	1,200	15,96	20,21	0,374
3,19	87,10	1,168			
4,26	79,76	1,081			
5,32	71,66	0,985			
6,38	58,18	0,825			
7,45	47,09	0,693			
8,51	43,21	0,647			
9,57	37,42	0,578			
10,64	30,56	0,479			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ

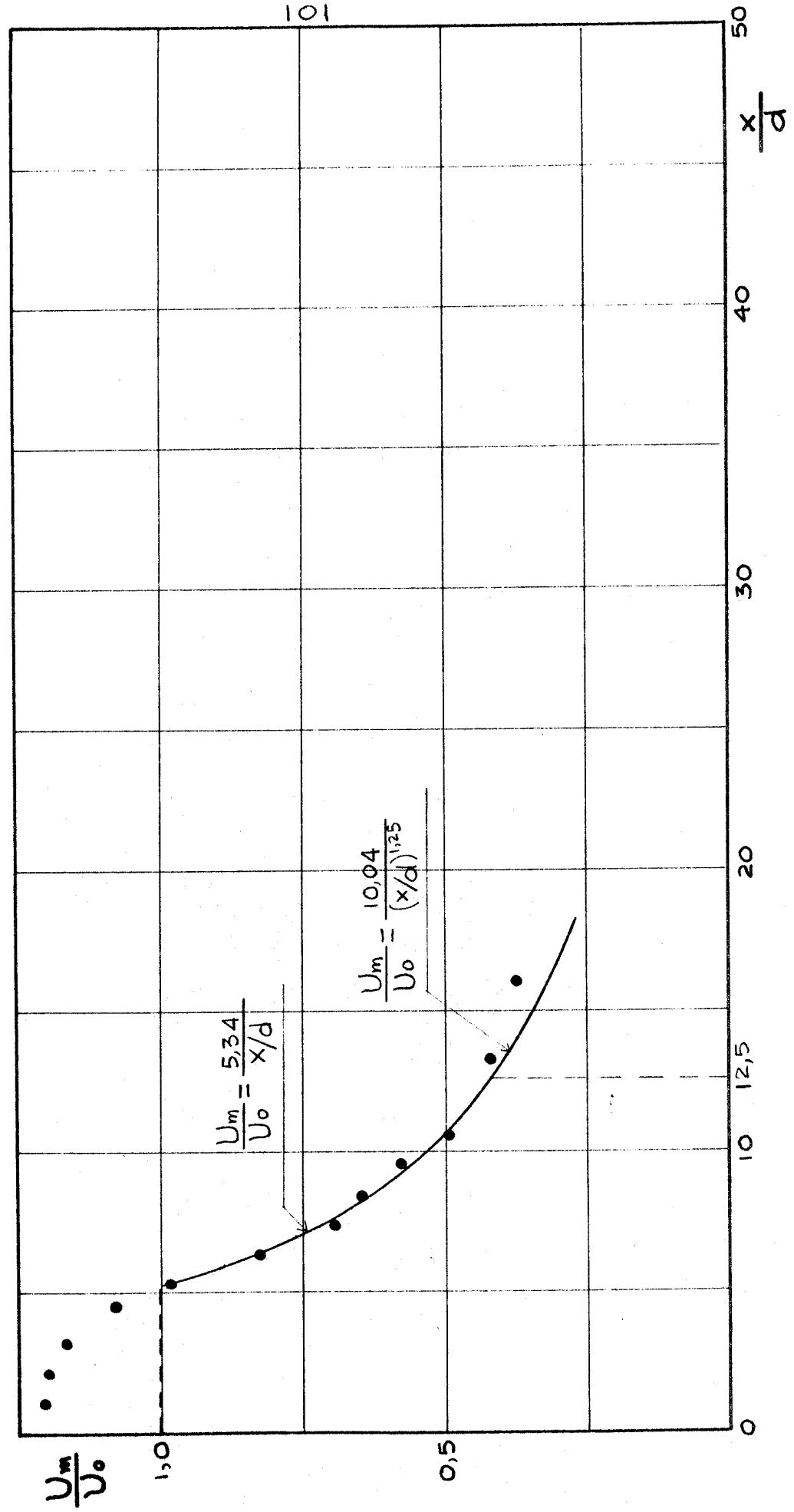


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.15.

$$U_1 = 11,29$$

$$U_0 = 72,93$$

$$\alpha = 6,46$$

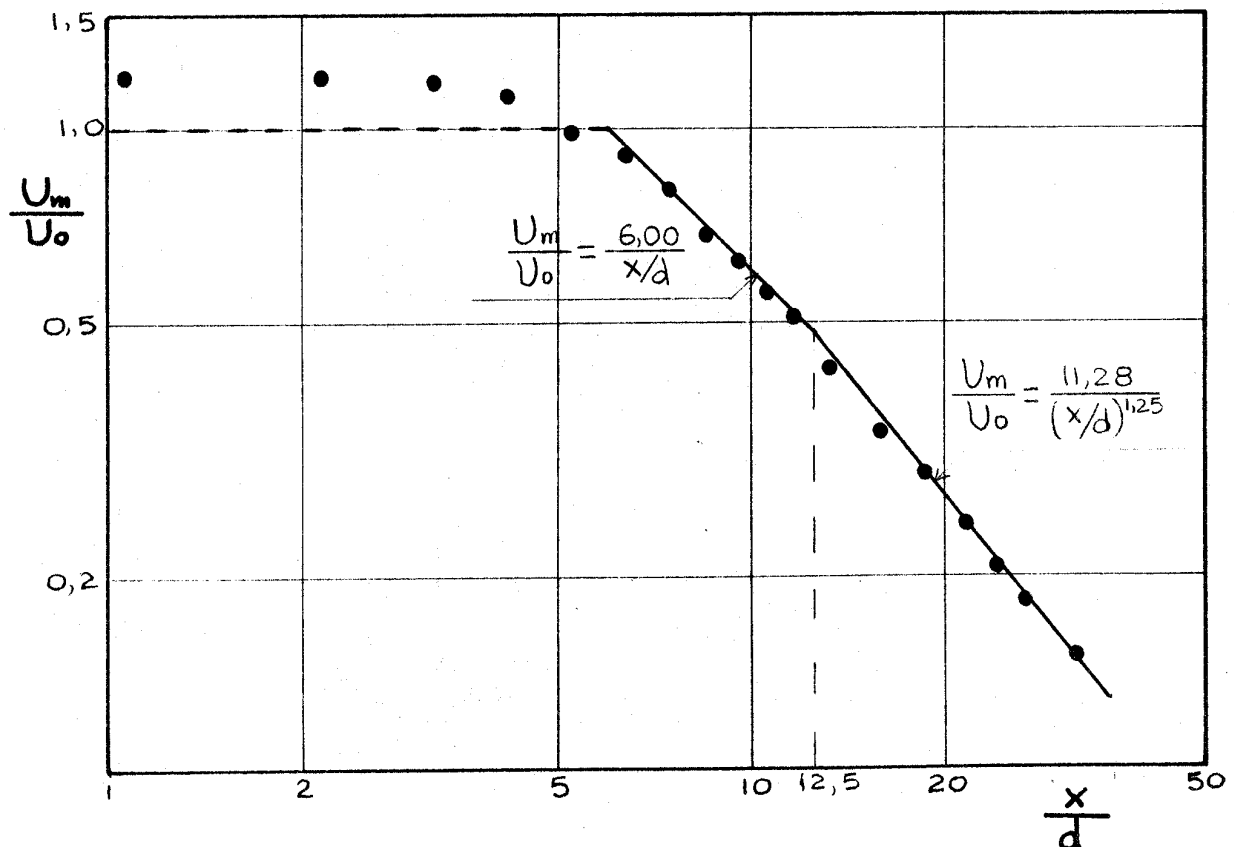


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.16.

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 252,22$	$a = 13,16$
---------------	----------------	-------------

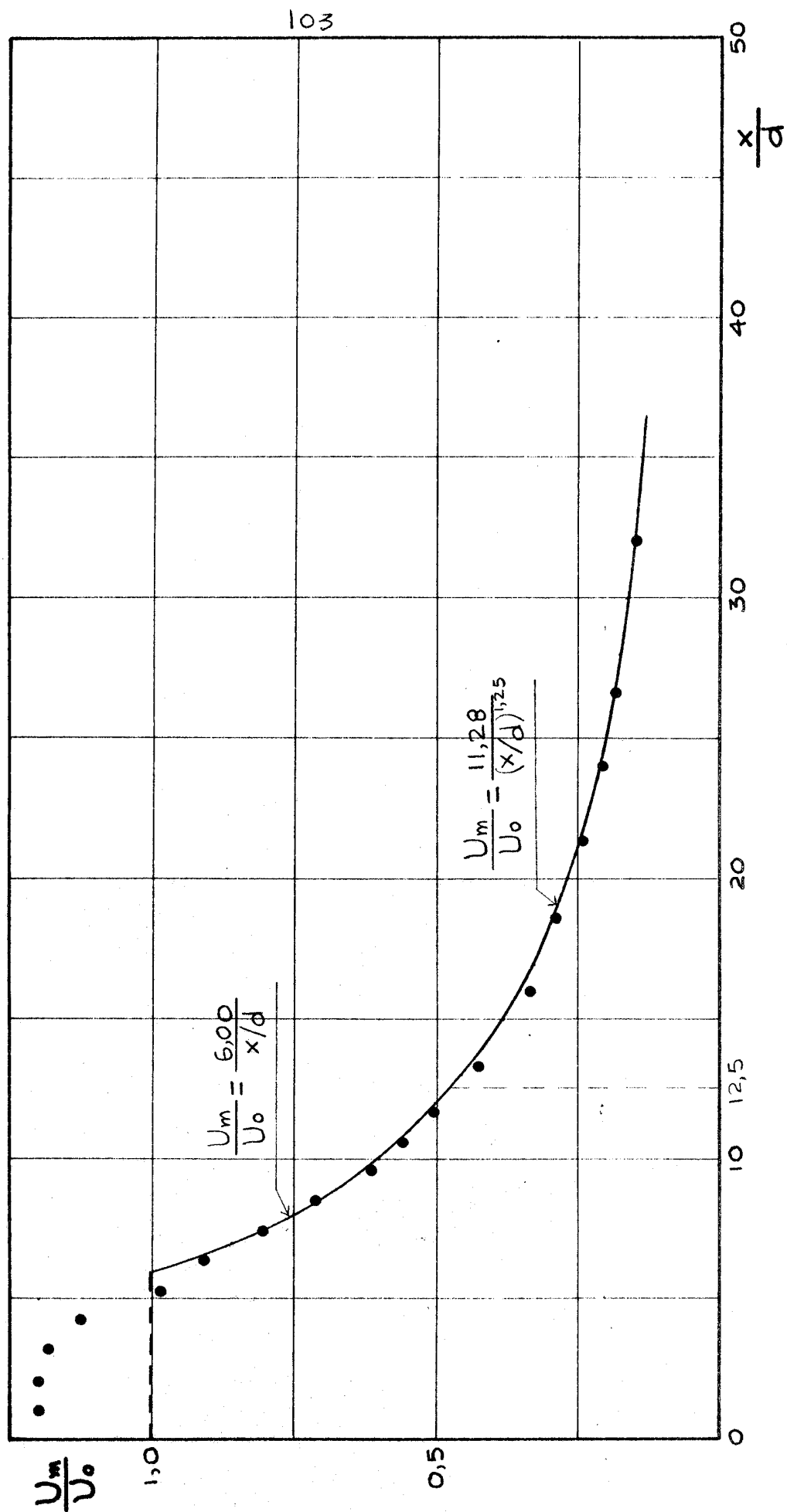
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	306,36	1,200	11,70	118,85	0,509
2,13	306,36	1,200	13,30	96,03	0,424
3,19	301,94	1,183	15,96	71,66	0,335
4,26	286,94	1,128	18,62	59,17	0,289
5,32	248,27	0,985	21,28	45,84	0,240
6,38	227,92	0,910	23,94	37,42	0,209
7,45	198,93	0,804	26,60	30,56	0,183
8,51	174,21	0,713	31,91	21,60	0,150
9,57	148,14	0,616			
10,64	132,76	0,560			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.16.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.16

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 252,22$	$a = 13,16$
---------------	----------------	-------------

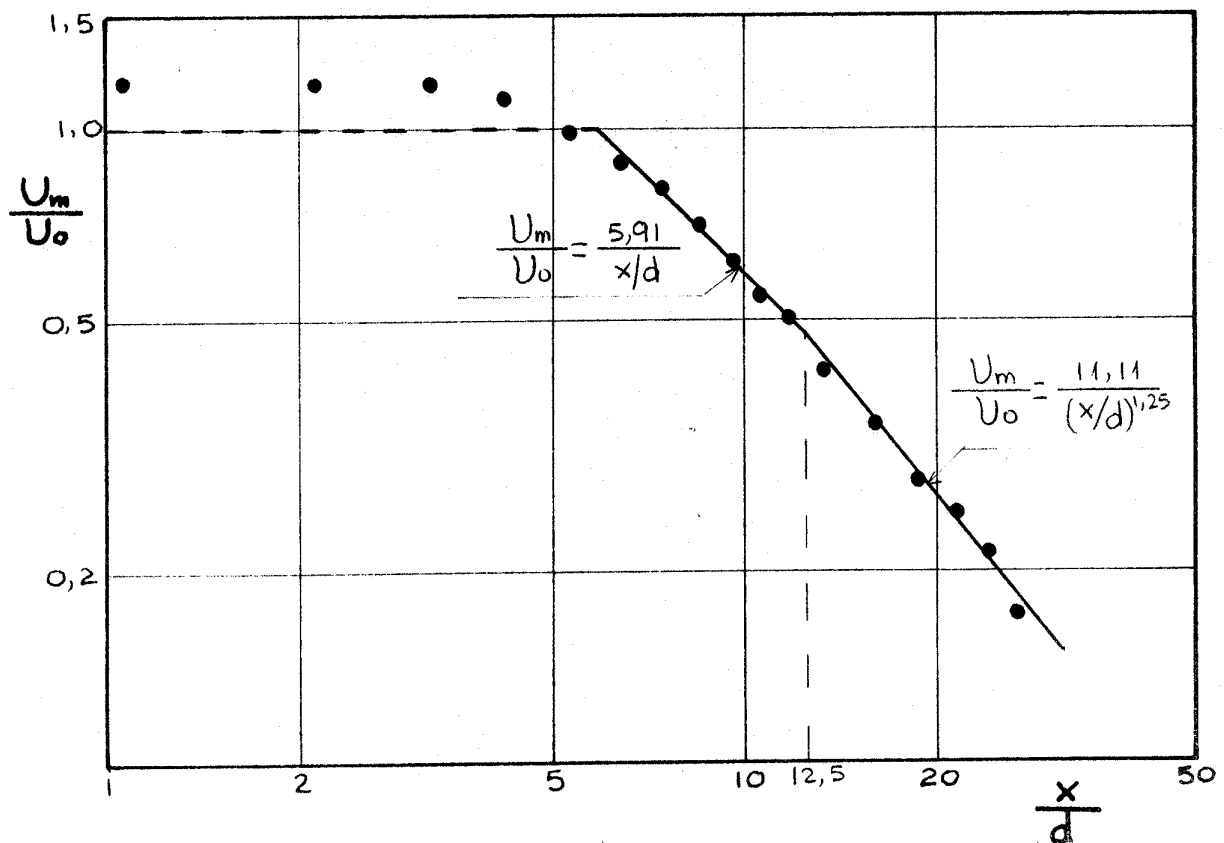


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.17

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 221,42$	$a = 11,56$
---------------	----------------	-------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	269,68	1,201	11,70	102,50	0,506
2,13	268,16	1,194	13,30	80,85	0,416
3,19	262,66	1,171	15,96	63,00	0,342
4,26	249,44	1,116	18,62	48,31	0,280
5,32	219,57	0,992	21,28	40,42	0,248
6,38	197,16	0,899	23,94	32,41	0,214
7,45	175,55	0,809	26,60	21,60	0,169
8,51	151,26	0,708			
9,57	130,10	0,620			
10,64	113,31	0,551			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.17

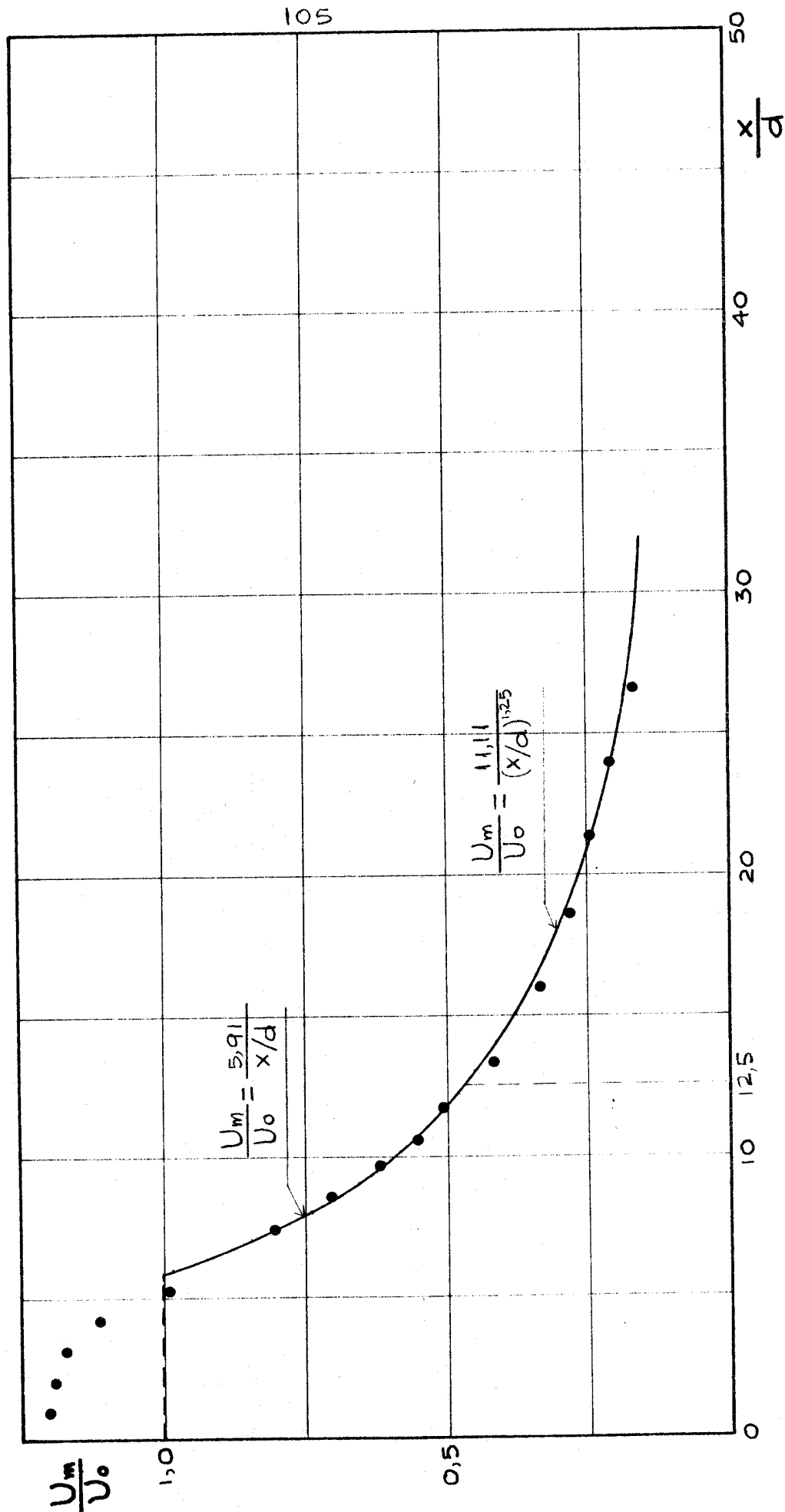


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.17.

$u_1 = 19,16$

$u_0 = 221,42$

$\alpha = 11,56$

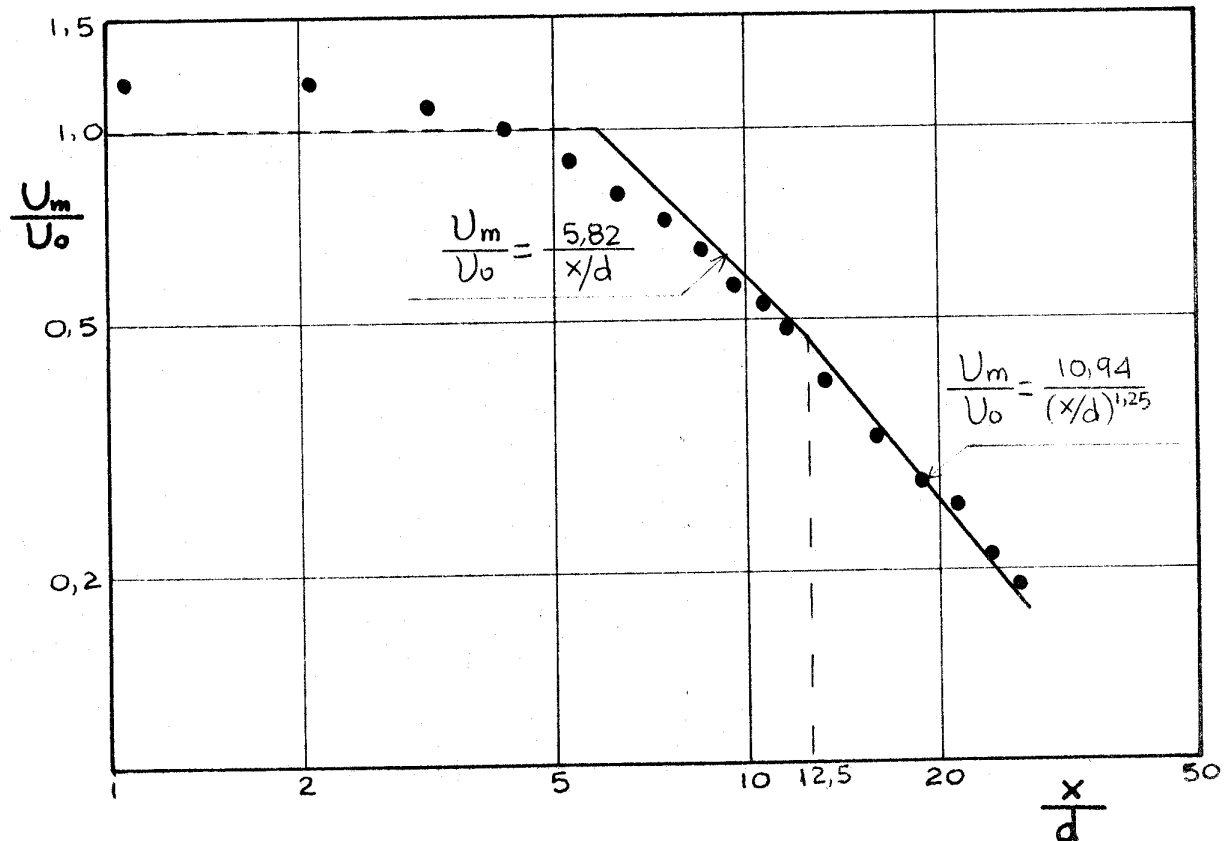


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.18.

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 196,28$	$a = 10,24$
---------------	----------------	-------------

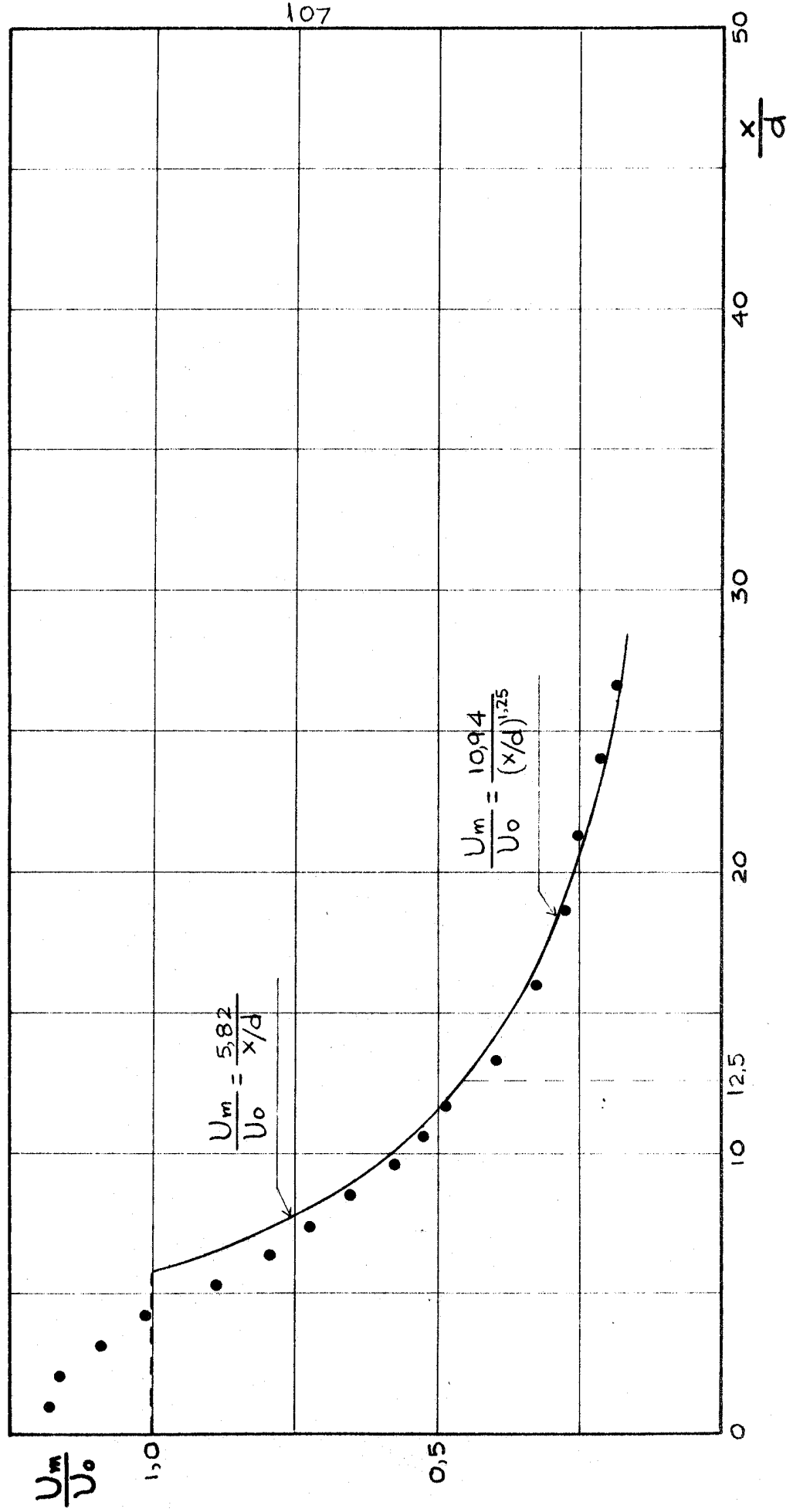
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	235,72	1,183	11,70	85,75	0,487
2,13	231,98	1,166	13,30	66,60	0,398
3,19	216,90	1,096	15,96	51,81	0,329
4,26	199,81	1,016	18,62	40,42	0,277
5,32	172,53	0,890	21,28	35,83	0,255
6,38	152,80	0,798	23,94	26,46	0,212
7,45	136,66	0,723	26,60	21,60	0,189
8,51	121,76	0,654			
9,57	104,19	0,573			
10,64	94,80	0,529			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α. 18.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 18

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 196,28$	$a = 10,24$
---------------	----------------	-------------

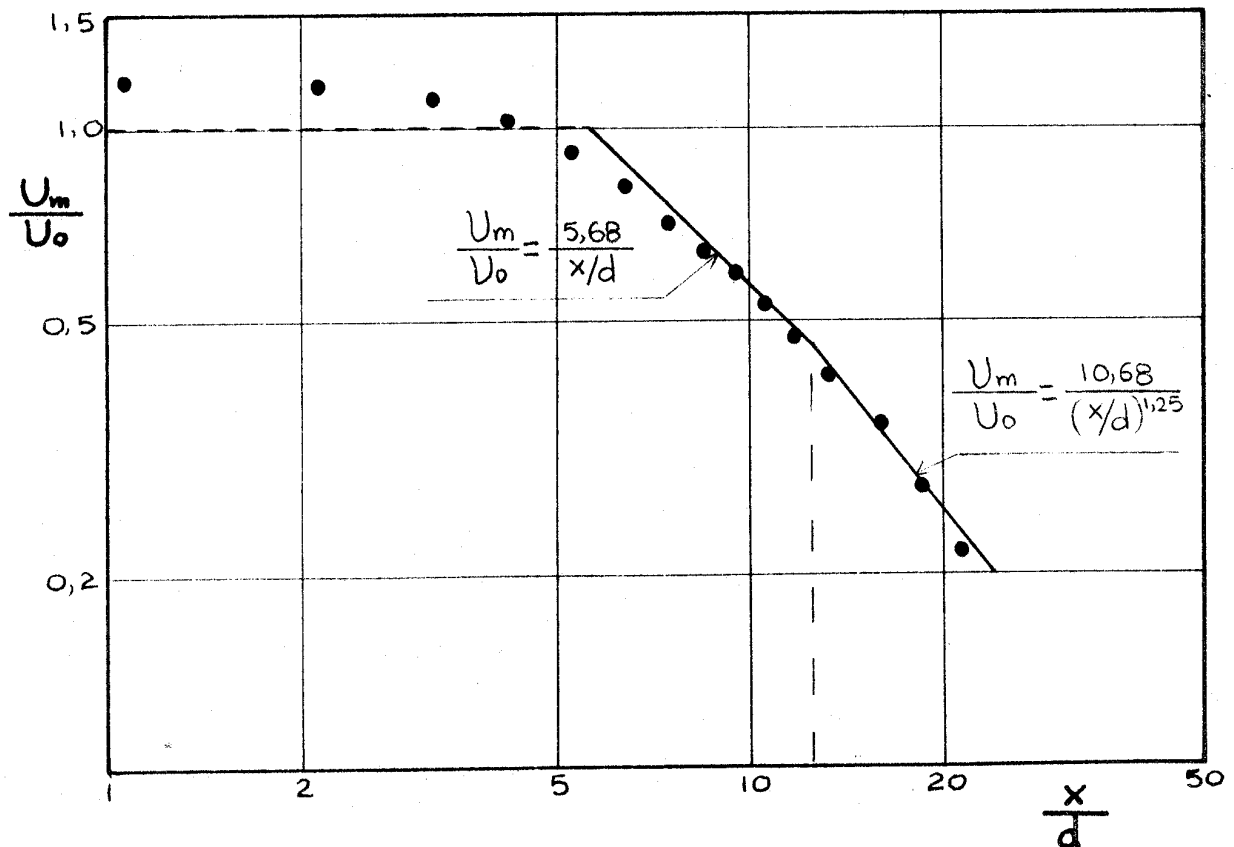


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.19.

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 168,42$	$a = 8,79$
---------------	----------------	------------

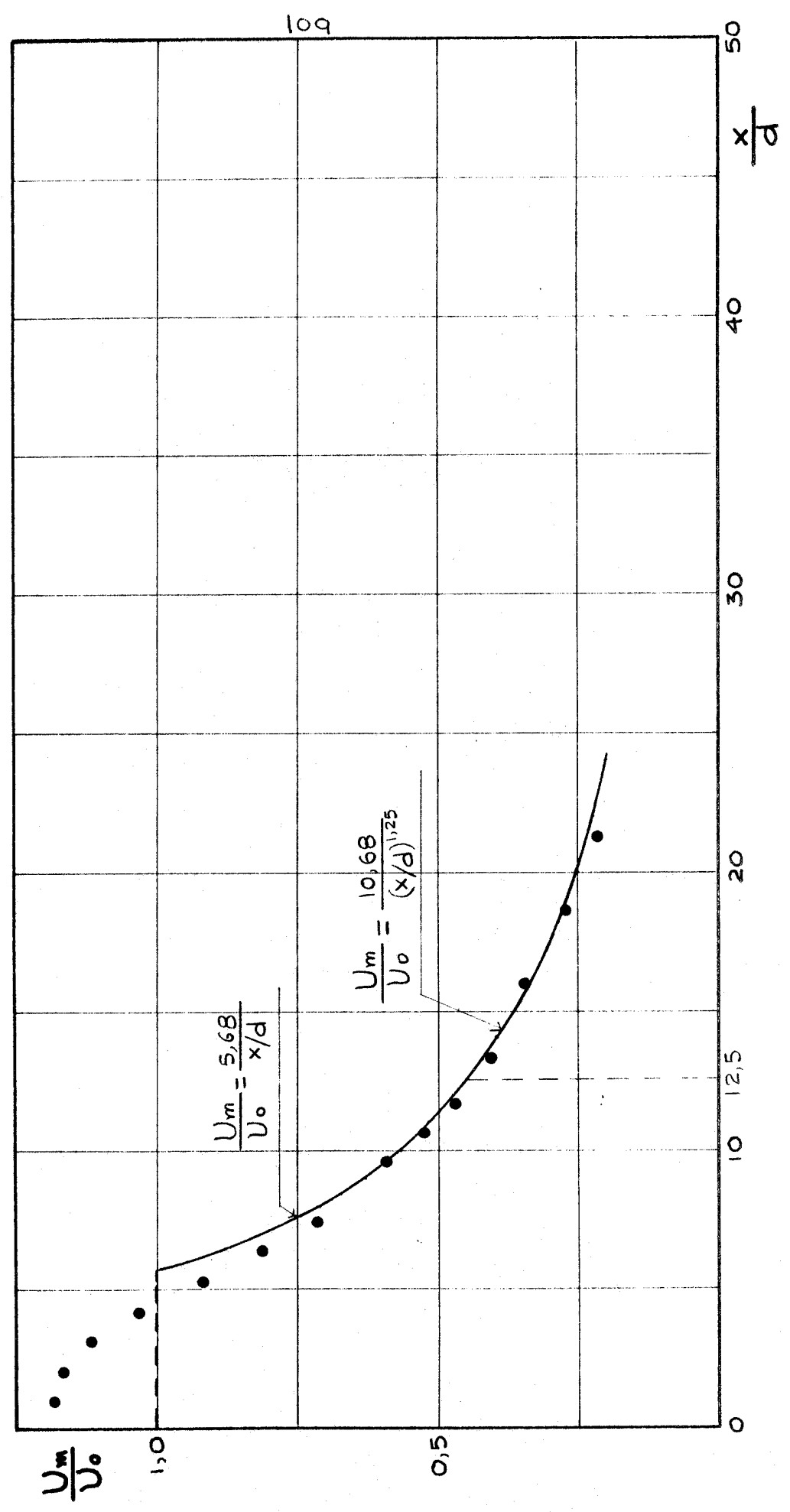
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	203,28	1,186	11,70	69,18	0,471
2,13	199,81	1,167	13,30	57,17	0,407
3,19	190,54	1,118	15,96	45,84	0,347
4,26	174,55	1,033	18,62	32,41	0,275
5,32	153,56	0,921	21,28	21,60	0,217
6,38	133,64	0,815			
7,45	115,36	0,717			
8,51	103,06	0,652			
9,57	92,31	0,594			
10,64	80,12	0,529			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.19.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 19.

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 168,42$	$a = 8,79$
---------------	----------------	------------

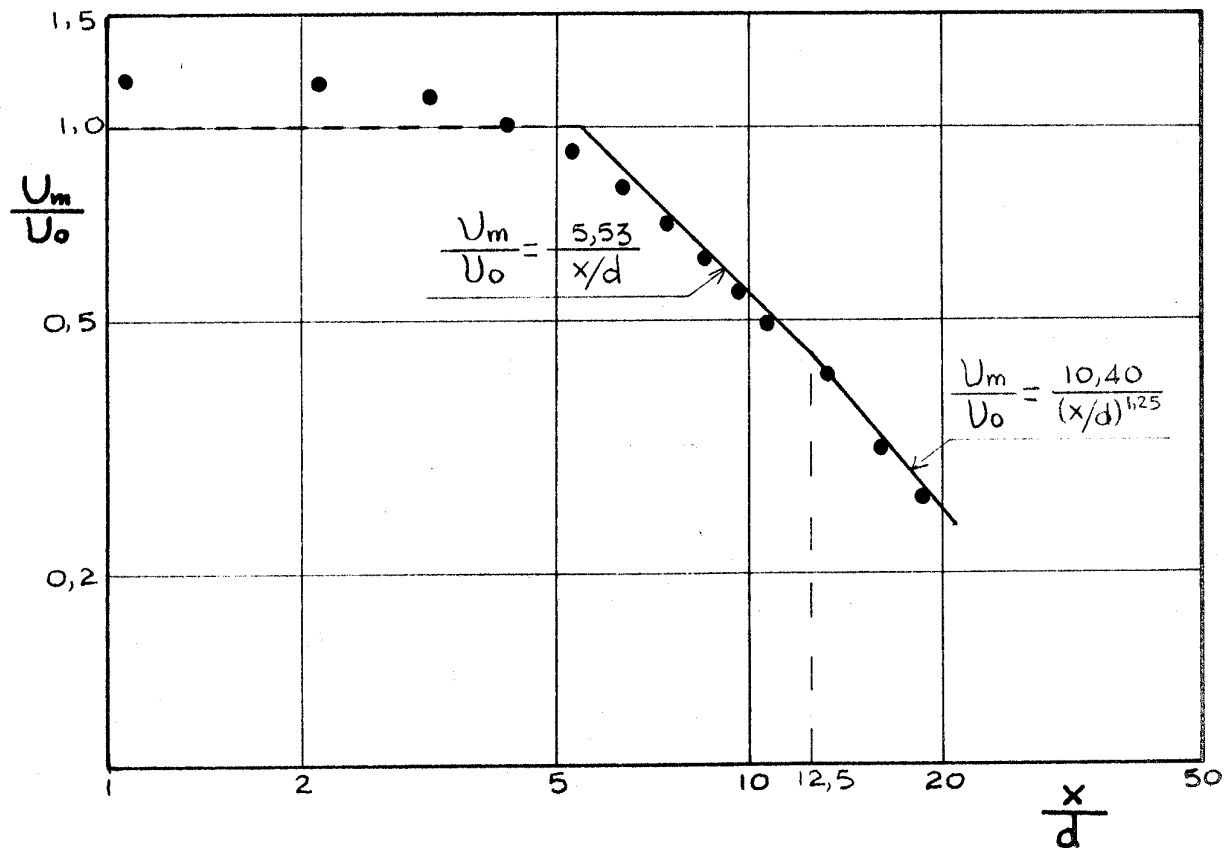


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.20.

$u_1 = 19,16$	$u_0 = 144,86$	$d = 7,56$
---------------	----------------	------------

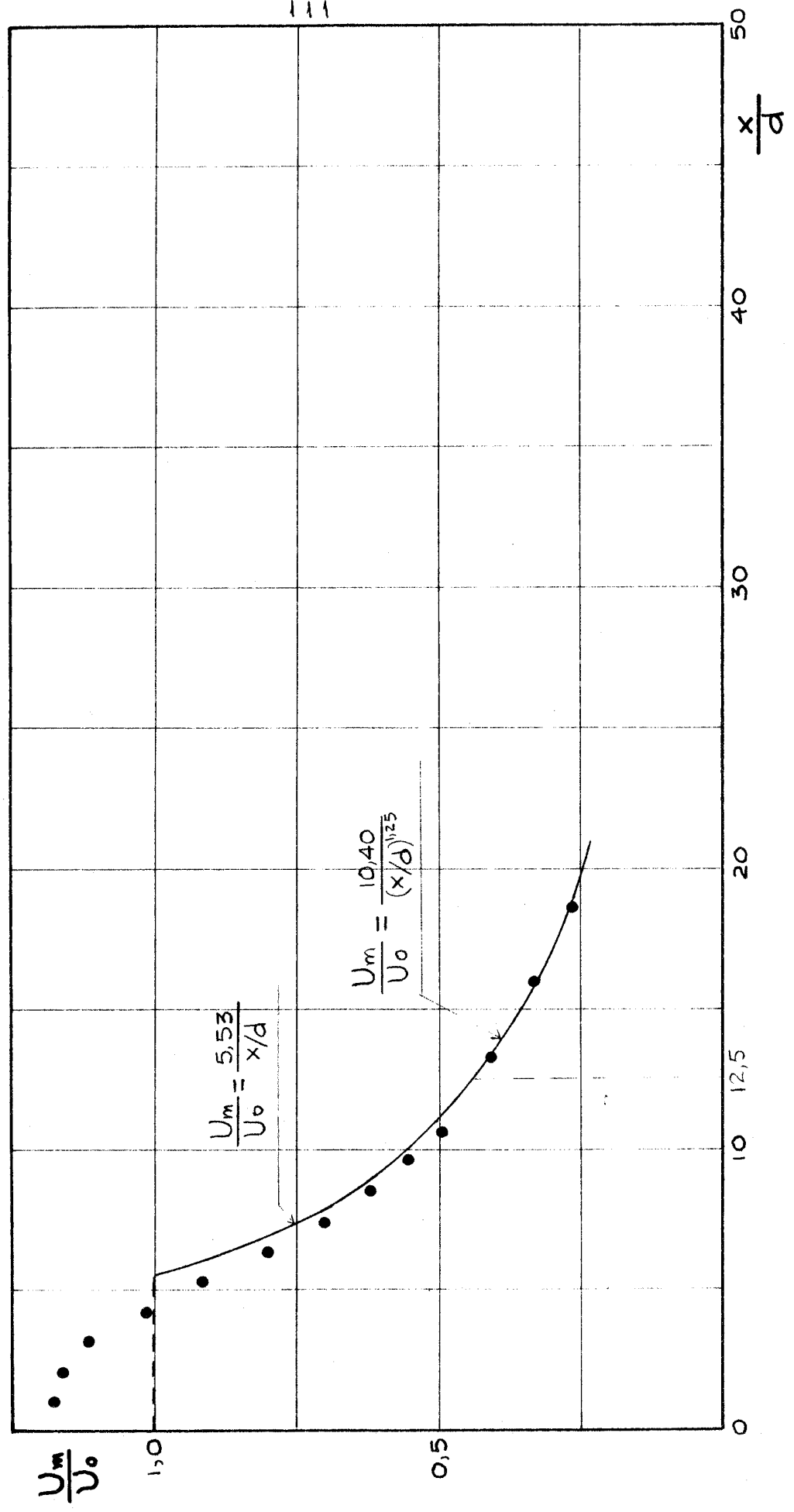
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	173,88	1,177	13,30	48,31	0,411
2,13	171,17	1,160	15,96	32,41	0,314
3,19	163,85	1,116	18,62	24,15	0,264
4,26	147,35	1,015			
5,32	131,44	0,918			
6,38	112,28	0,801			
7,45	96,03	0,702			
8,51	82,99	0,623			
9,57	71,66	0,554			
10,64	62,06	0,495			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α. 20



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 20

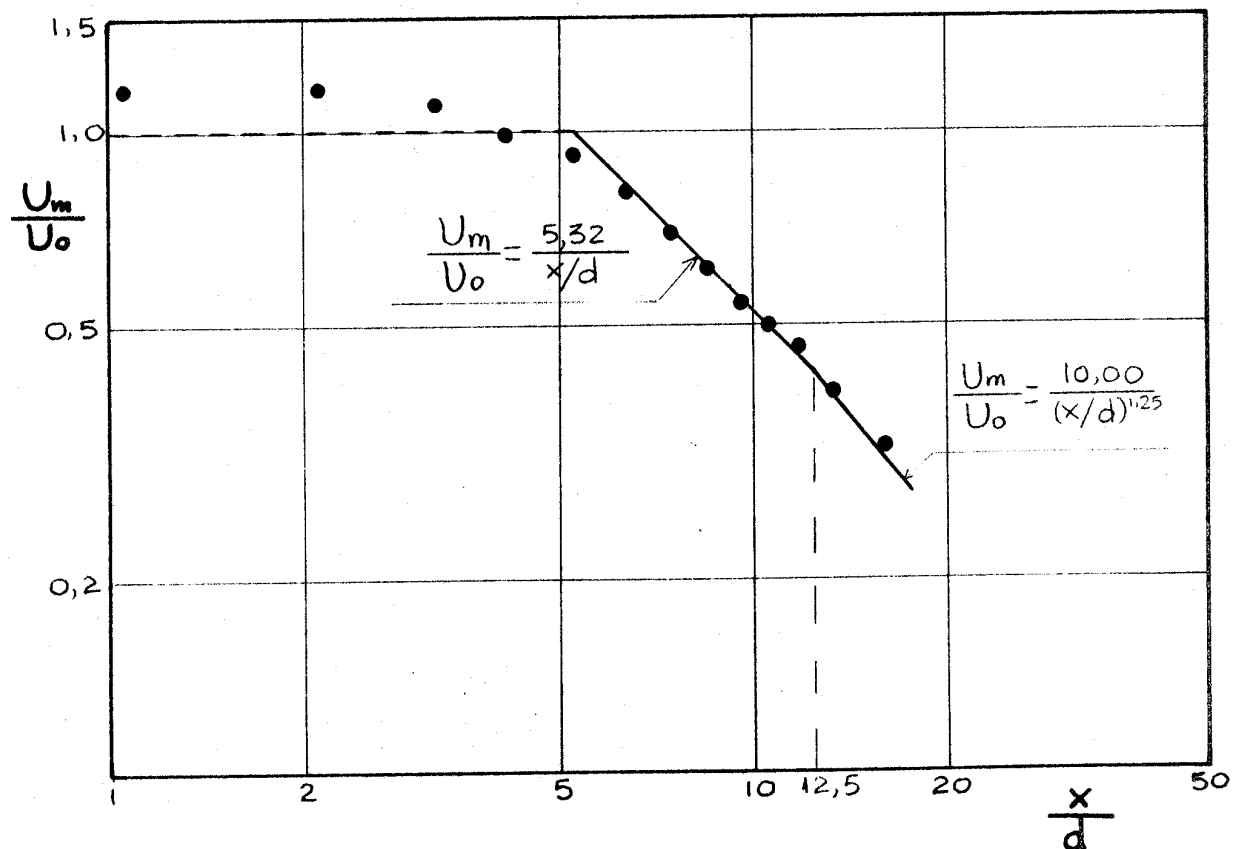
$U_1 = 19,16$	$U_0 = 144,86$	$\alpha = 7,56$
---------------	----------------	-----------------



ΠΙΝΑΚΑΣ 2.21.

$u_1 = 19,16$			$u_0 = 121,42$		$a = 6,34$
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	146,16	1,176	11,70	45,84	0,462
2,13	144,55	1,165	13,30	35,83	0,391
3,19	137,52	1,115	15,96	26,46	0,325
4,26	120,79	0,996			
5,32	110,18	0,920			
6,38	93,57	0,802			
7,45	78,65	0,696			
8,51	67,47	0,616			
9,57	57,17	0,543			
10,64	50,67	0,497			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.21.

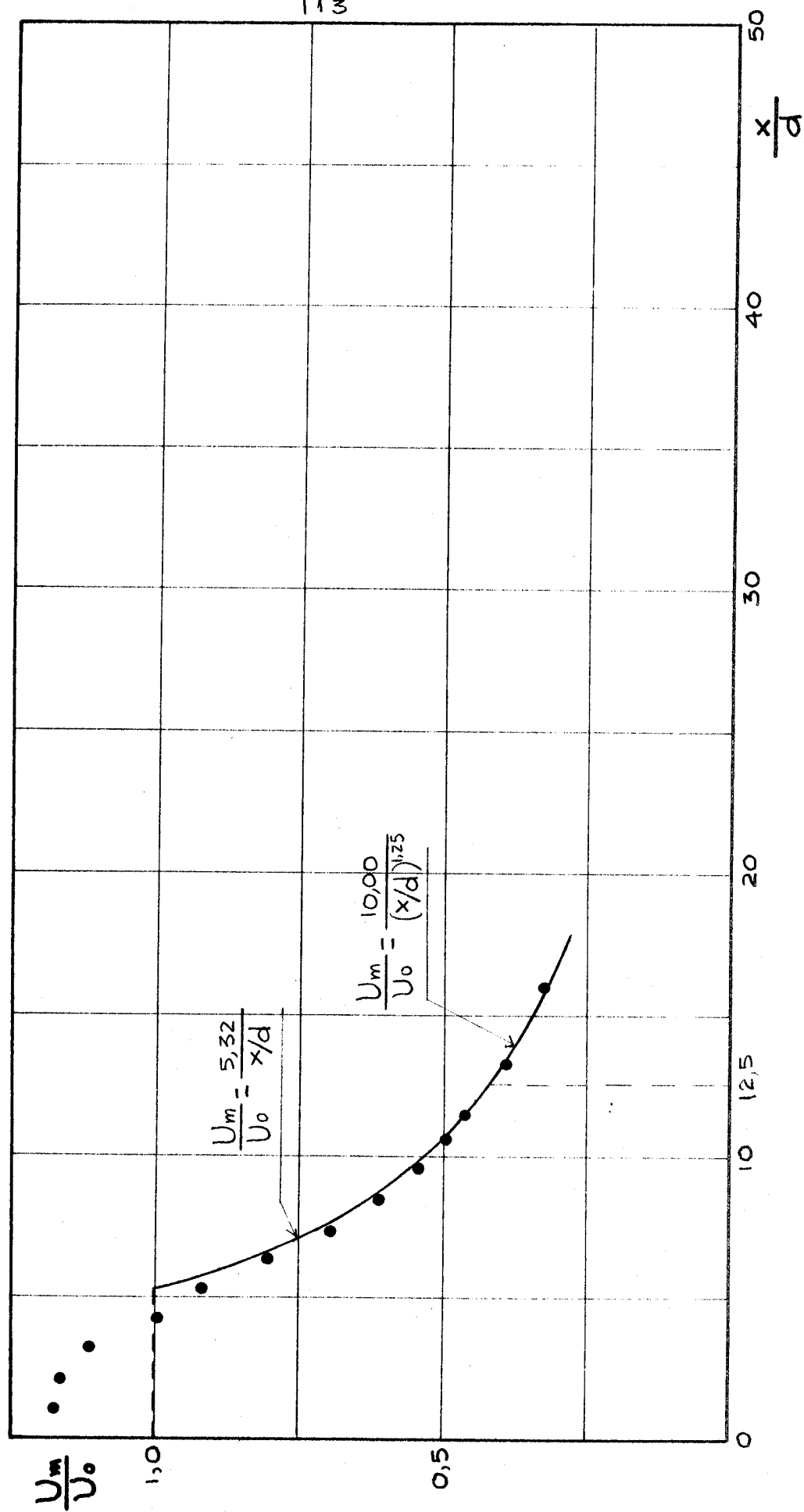


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.21.

$u_1 = 19,16$

$u_0 = 121,42$

$a = 6,34$

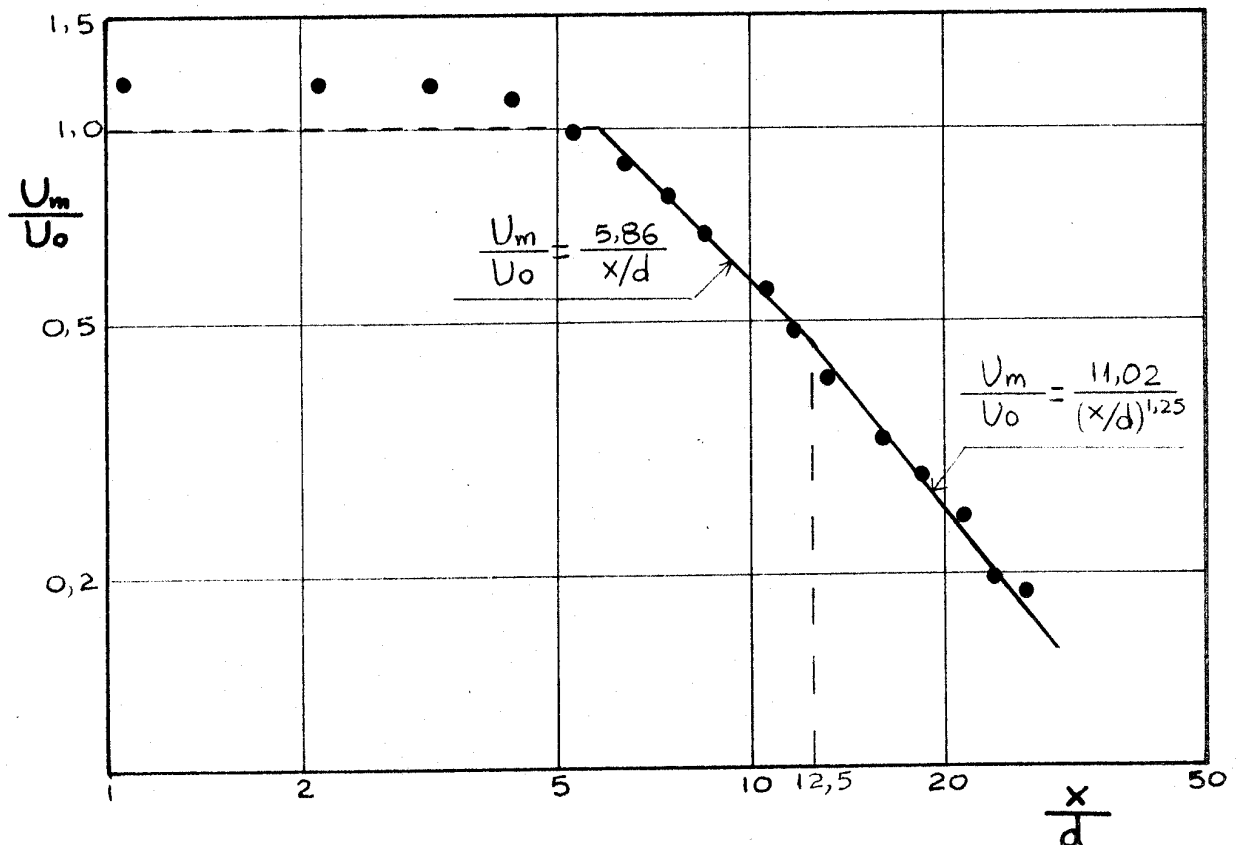


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.22.

$u_1 = 23,33$	$u_0 = 252,22$	$a = 10,81$
---------------	----------------	-------------

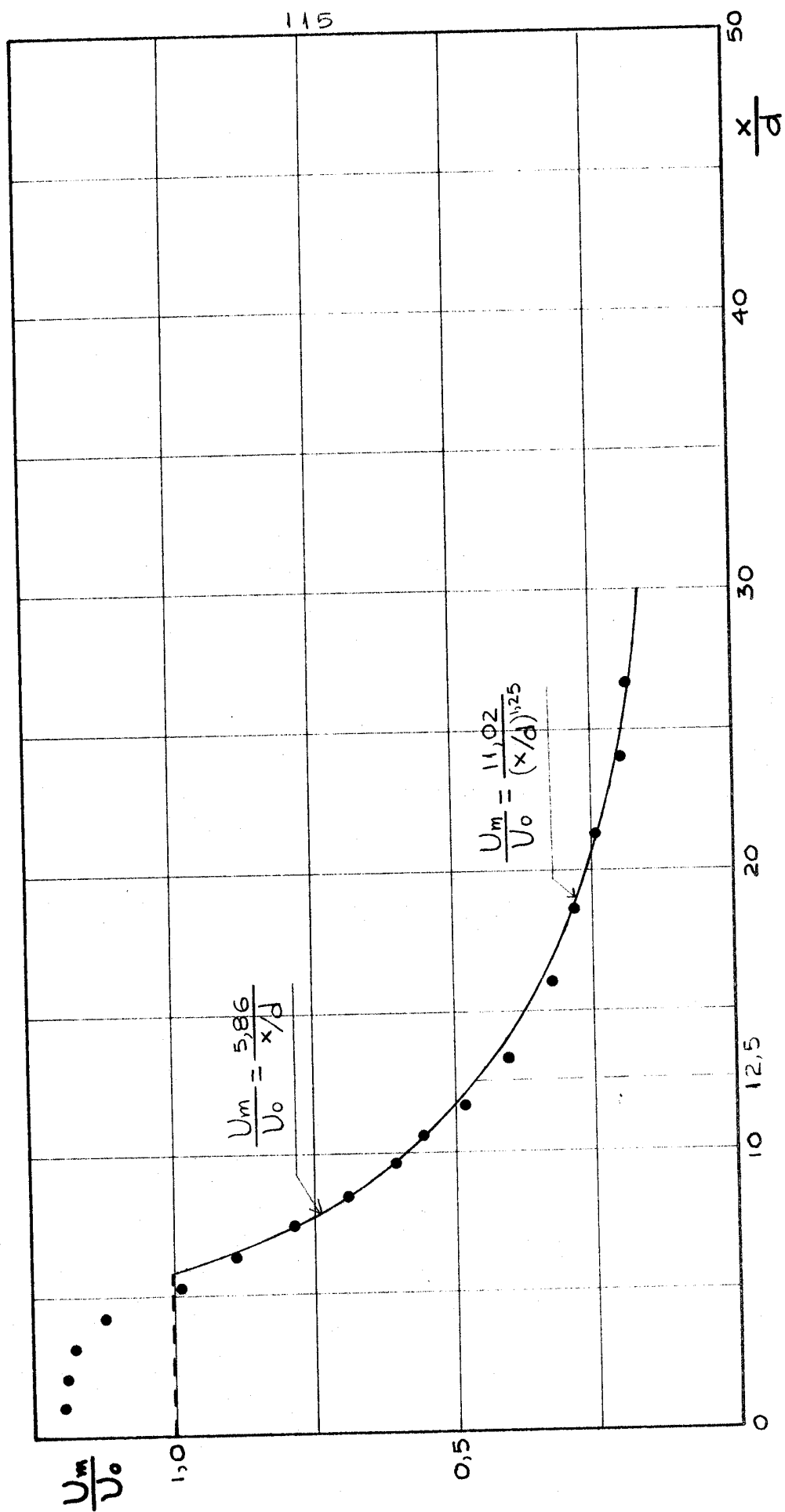
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	306,55	1,197	11,70	109,65	0,483
2,13	304,64	1,190	13,30	88,43	0,406
3,19	301,36	1,178	15,96	66,60	0,326
4,26	285,86	1,122	18,62	55,09	0,285
5,35	248,97	0,988	21,28	44,54	0,246
6,38	219,04	0,880	23,94	31,50	0,199
7,45	192,97	0,785	26,60	28,58	0,188
8,51	167,73	0,693			
9,57	144,55	0,609			
10,64	130,99	0,560			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.22



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 22.

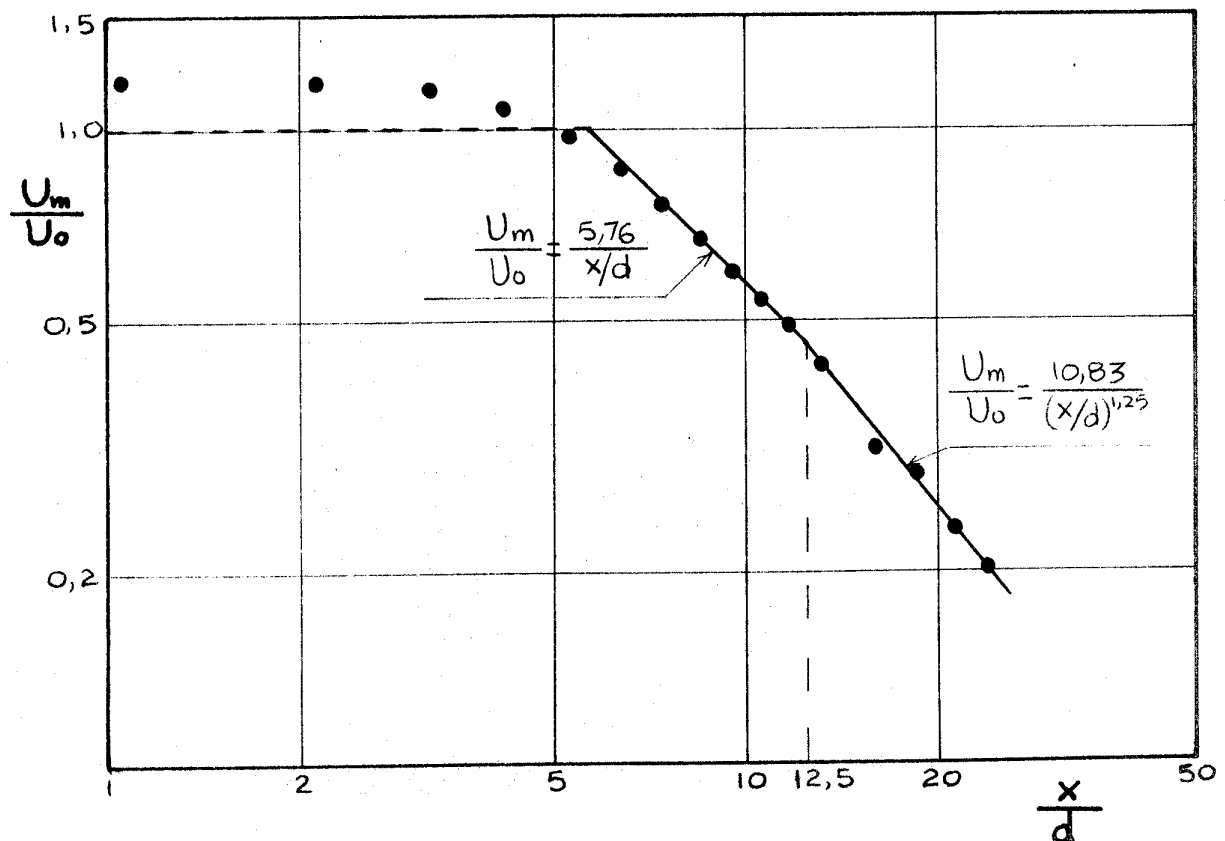
$u_1 = 23,33$	$u_0 = 252,22$	$a = 10,81$
---------------	----------------	-------------



ΠΙΝΑΚΑΣ 2.23.

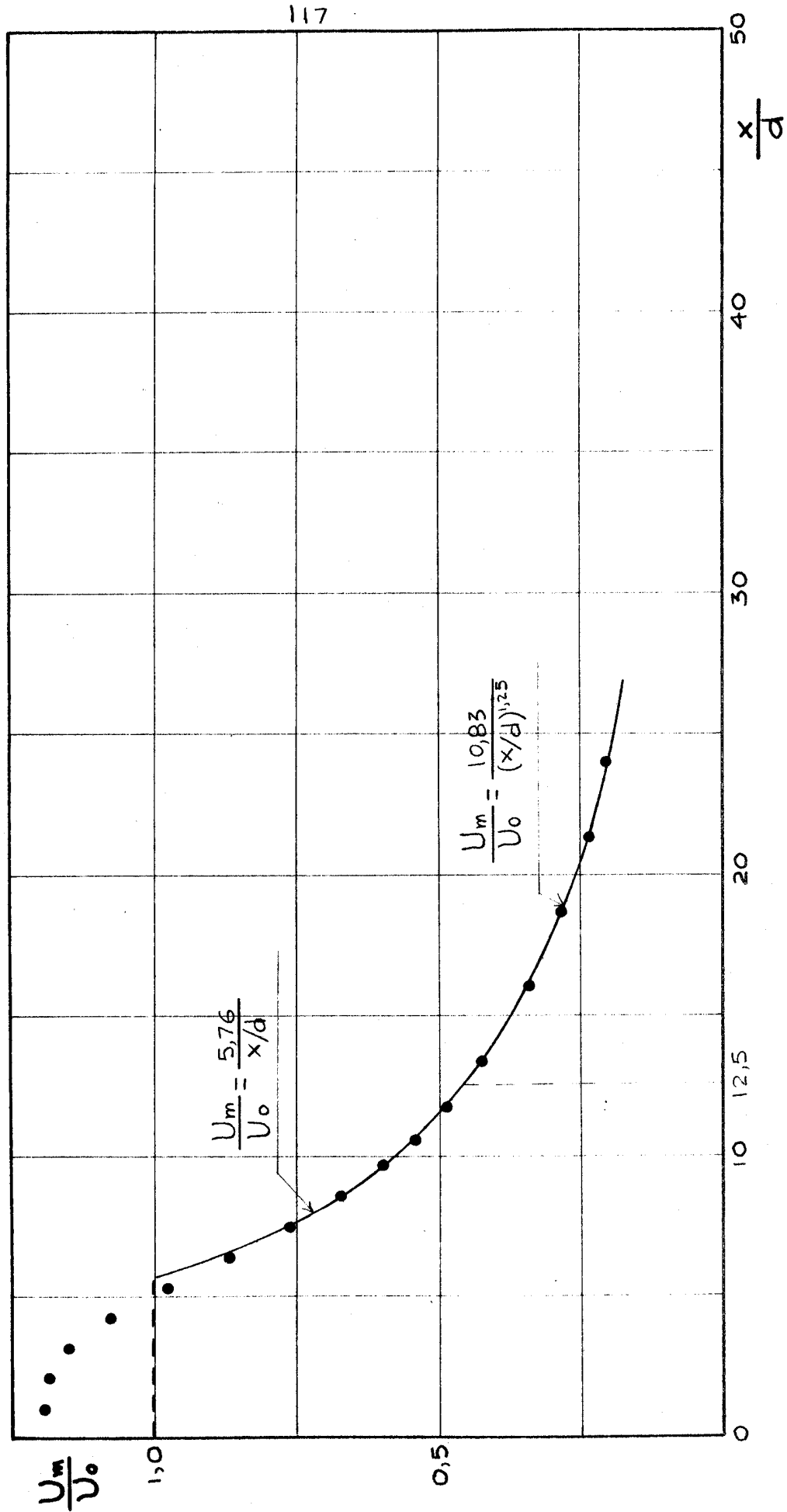
$u_1 = 23,33$			$u_0 = 221,81$		$a = 9,51$	
$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	
1,06	269,03	1,193	11,70	96,63	0,489	
2,13	267,83	1,188	13,30	80,85	0,425	
3,19	259,31	1,153	15,96	58,18	0,333	
4,26	241,35	1,080	18,62	47,09	0,287	
5,32	216,90	0,980	21,28	34,16	0,235	
6,38	189,92	0,870	23,94	26,46	0,203	
7,45	164,21	0,765				
8,51	142,11	0,675				
9,57	123,66	0,600				
10,64	109,12	0,540				

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2d.23.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2 β. 23.

$U_1 = 23,33$	$U_0 = 221,81$	$\alpha = 9,51$
---------------	----------------	-----------------

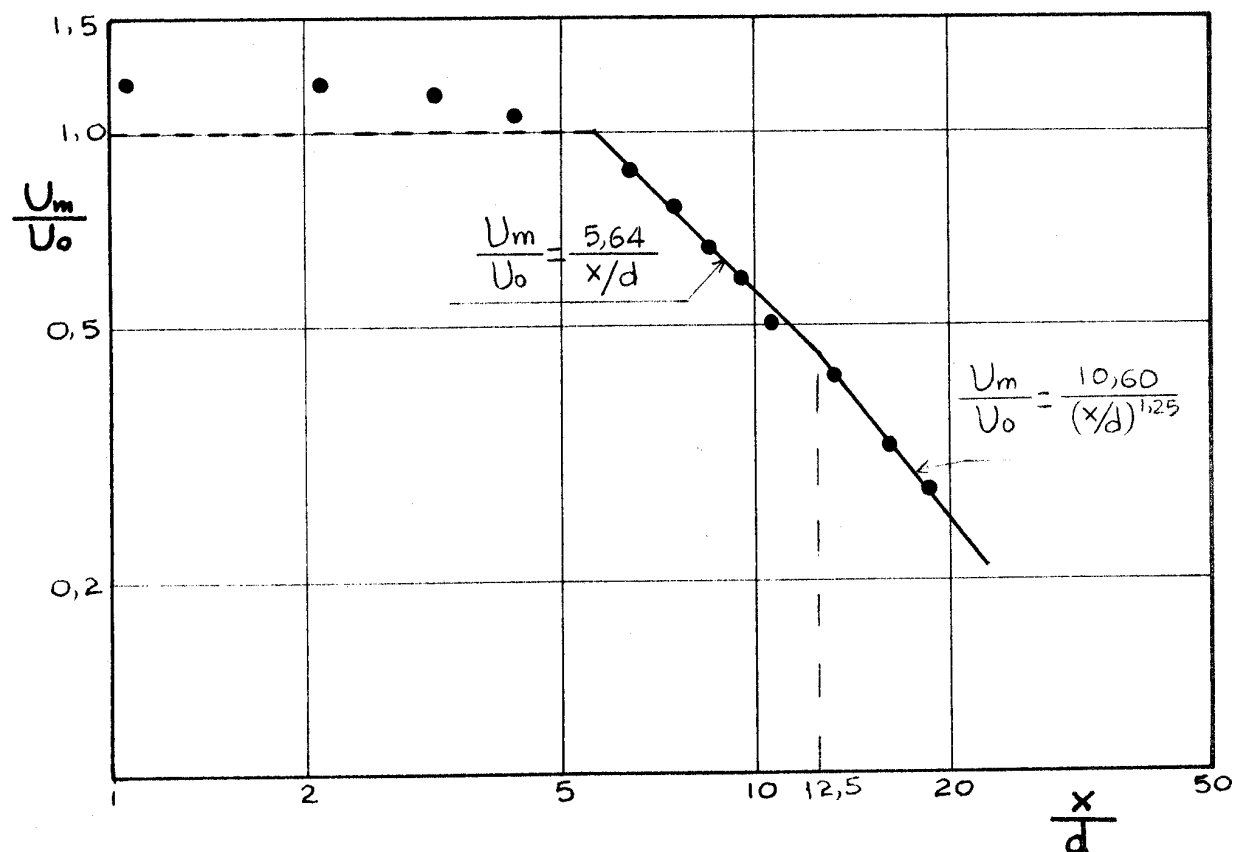


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.24

$u_1 = 23,33$	$u_0 = 196,14$	$a = 8,41$
---------------	----------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{u_m}{u_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{u_m}{u_0}$
1,06	238,19	1,192	13,30	68,33	0,418
2,13	235,72	1,180	15,96	48,31	0,326
3,19	228,94	1,149	18,62	37,42	0,277
4,26	210,20	1,064	21,28	26,46	0,227
5,32	189,31	0,969			
6,38	166,68	0,866			
7,45	144,55	0,765			
8,51	122,71	0,665			
9,57	107,50	0,596			
10,64	87,10	0,503			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.24.

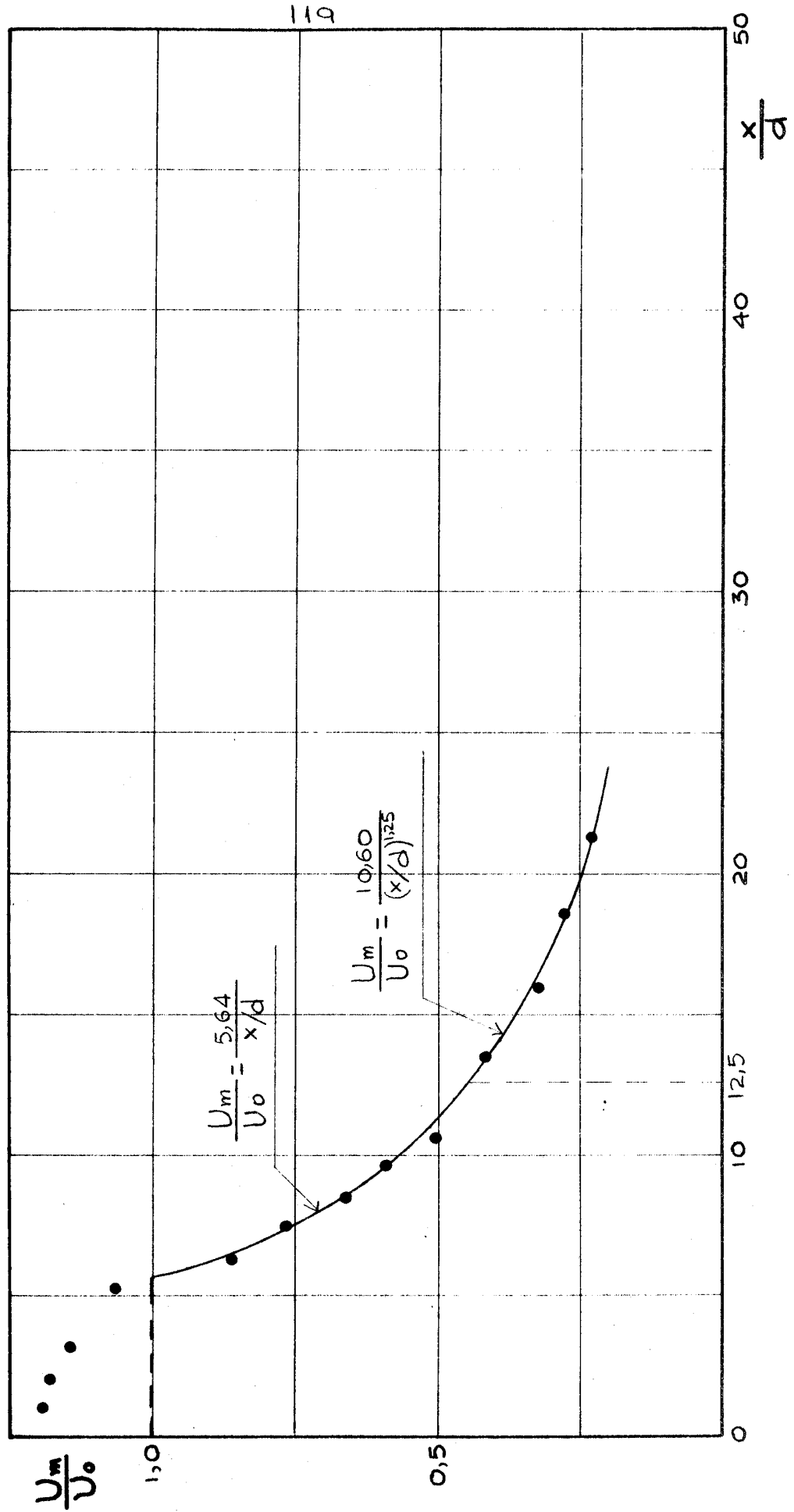


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.24.

$u_1 = 23,33$

$u_0 = 196,14$

$a = 8,41$

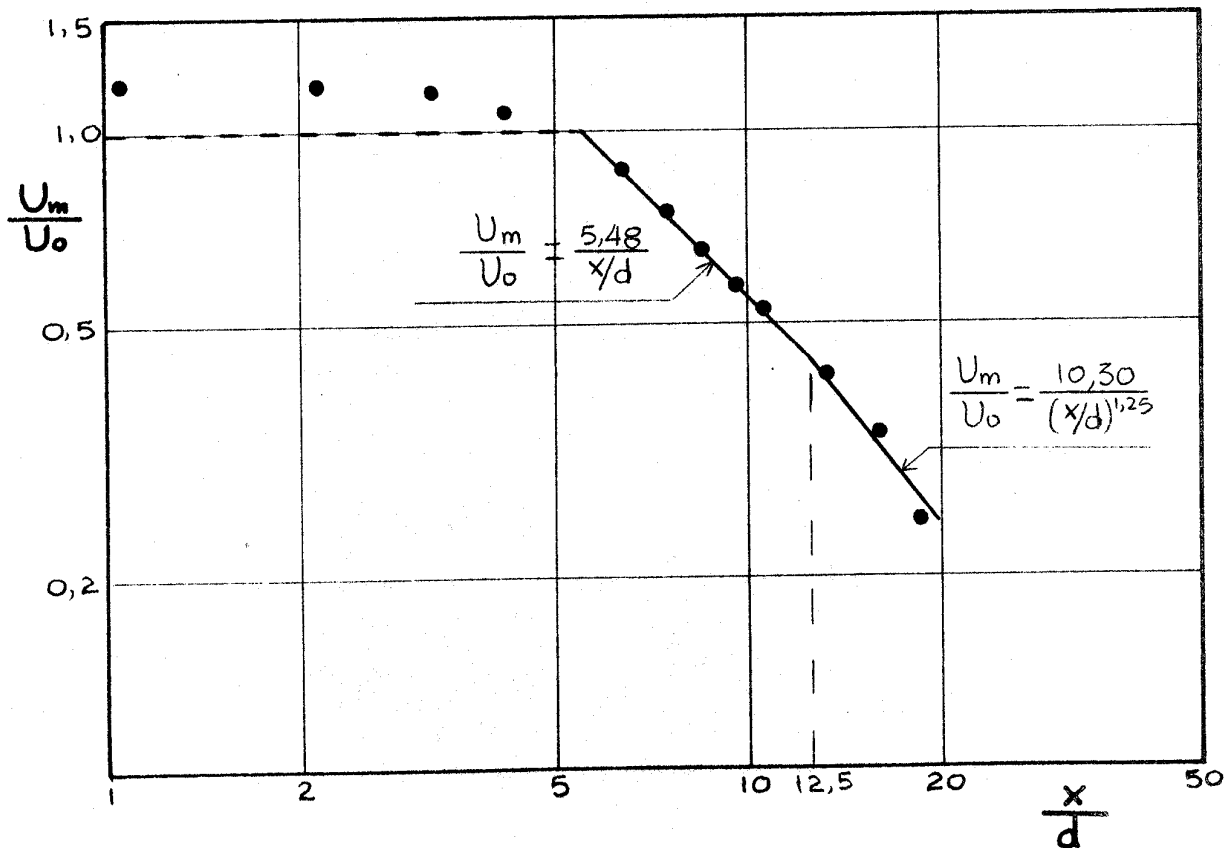


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.25.

$u_1 = 23,33$	$u_0 = 168,74$	$a = 7,23$
---------------	----------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	205,28	1,190	13,30	56,14	0,414
2,13	203,86	1,183	15,96	41,84	0,339
3,19	199,51	1,160	18,62	24,15	0,247
4,26	183,36	1,076			
5,32	163,50	0,973			
6,38	144,95	0,876			
7,45	120,79	0,750			
8,51	102,50	0,655			
9,57	87,77	0,578			
10,64	77,91	0,527			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α 25.

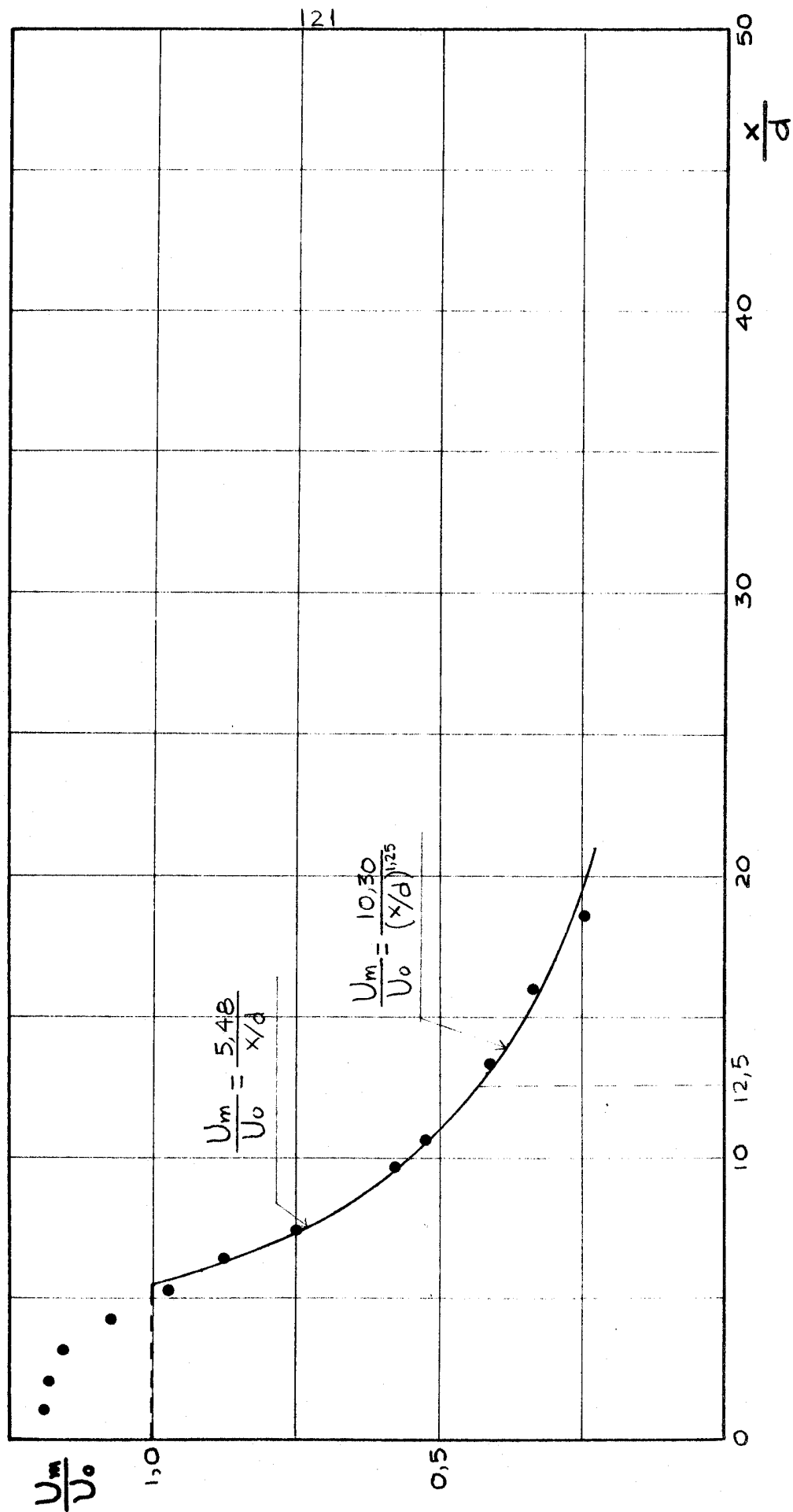


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.25.

$$u_1 = 23,33$$

$$u_0 = 168,74$$

$$\alpha = 7,23$$

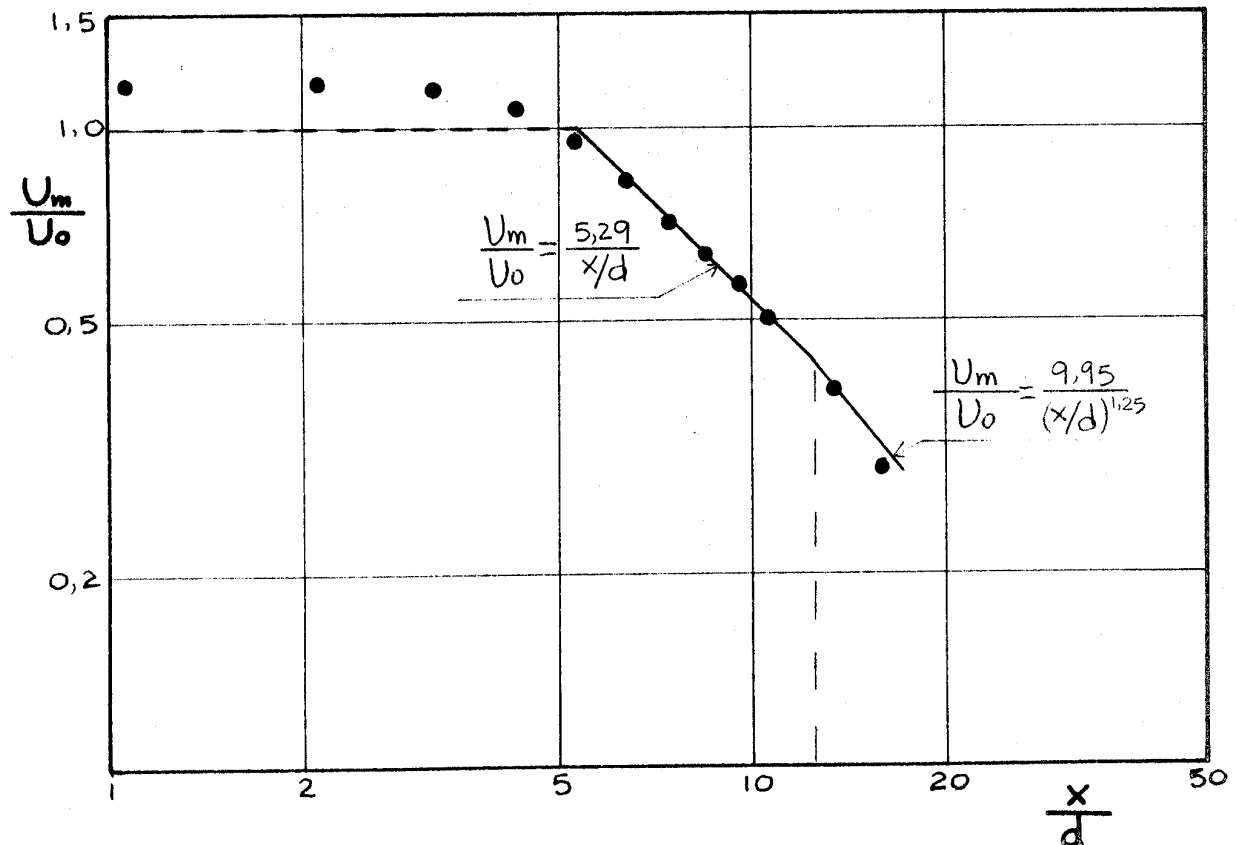


ΠΙΝΑΚΑΣ 2 26

$u_1 = 23,33$	$u_0 = 145,04$	$a = 6,22$
---------------	----------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{u_m}{u_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{u_m}{u_0}$
1,06	173,88	1,171	13,30	41,84	0,387
2,13	173,88	1,171	15,96	26,46	0,296
3,19	169,80	1,147			
4,26	156,94	1,071			
5,32	136,24	0,948			
6,38	116,86	0,833			
7,45	96,63	0,713			
8,51	84,38	0,640			
9,57	73,28	0,574			
10,64	62,06	0,507			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.26.

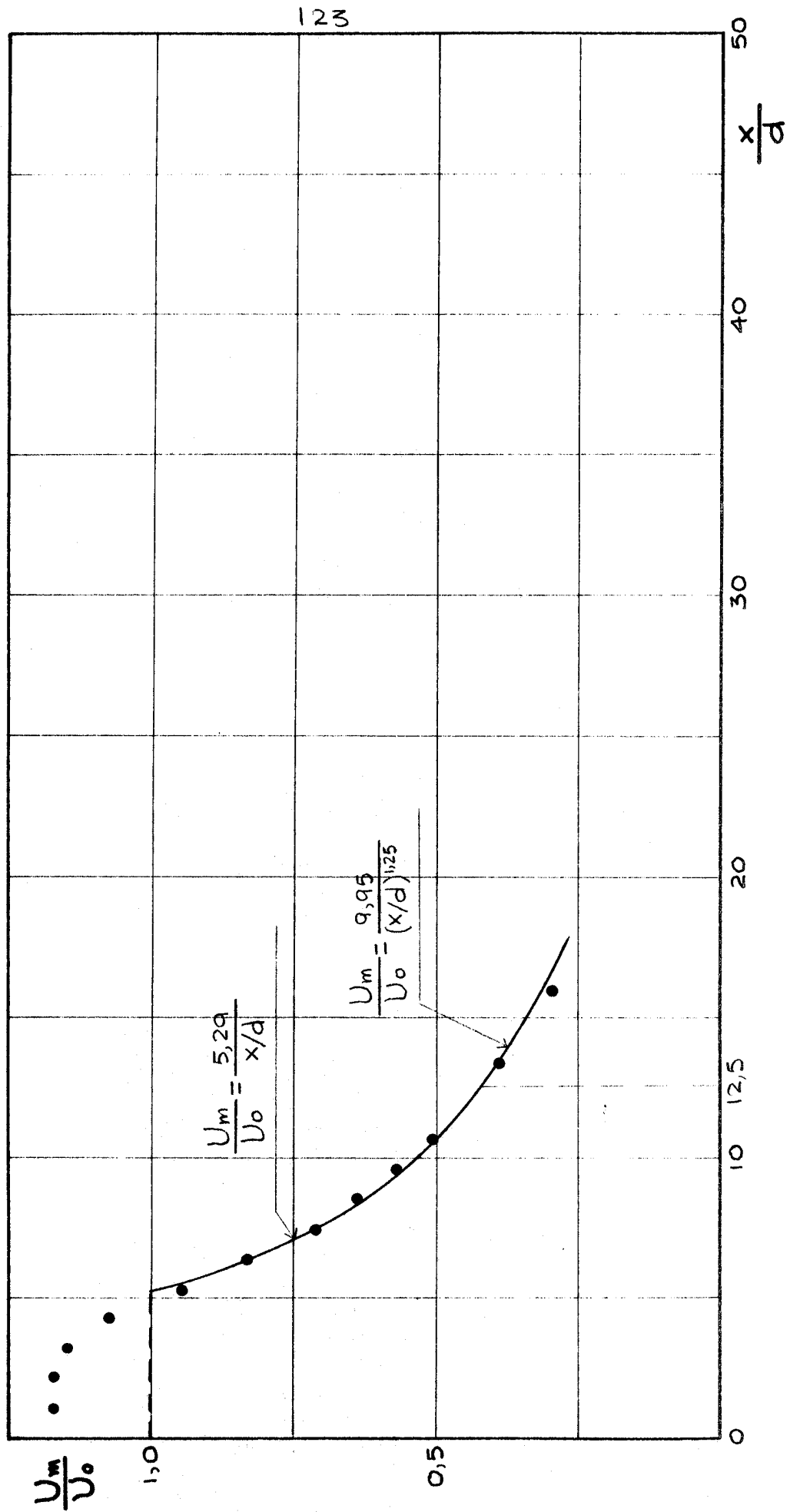


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.26

$u_1 = 23,33$

$u_0 = 145,04$

$\alpha = 6,22$

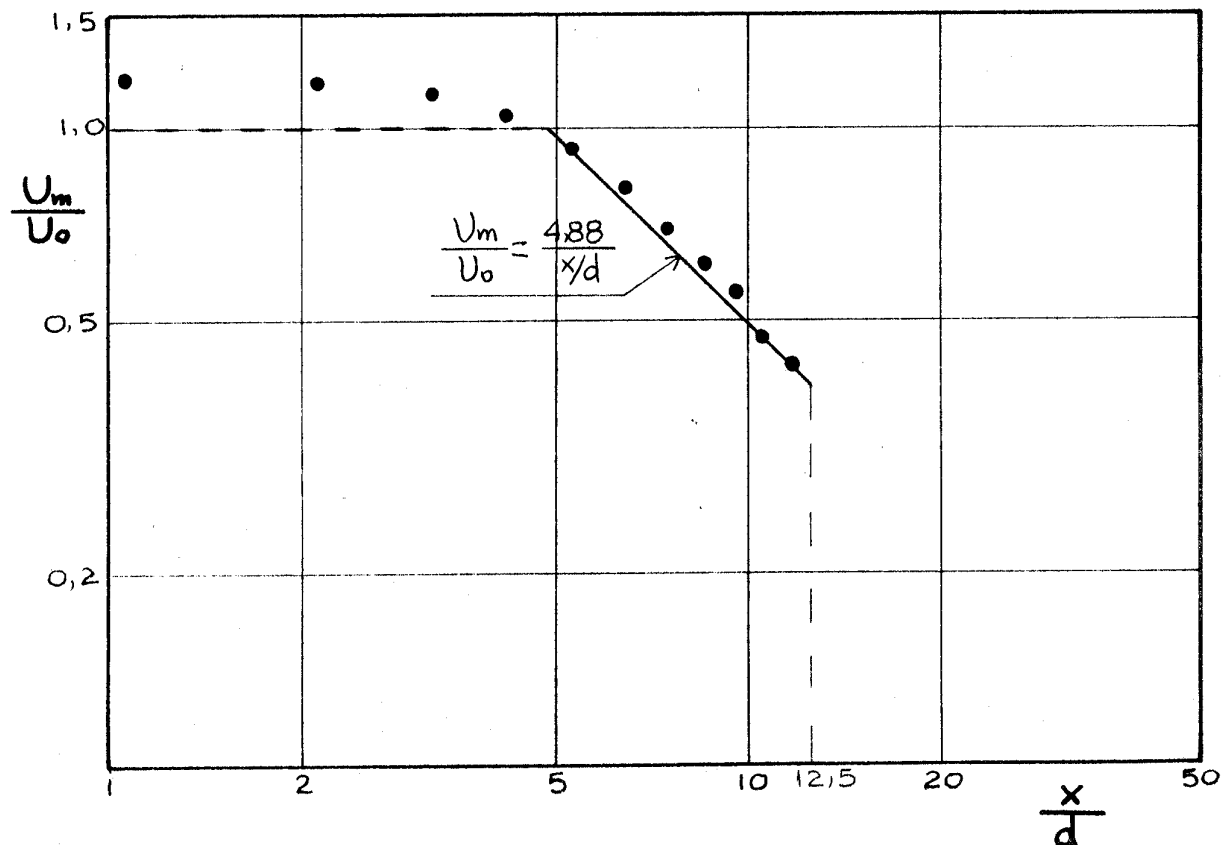


ΠΙΝΑΚΑΣ 2.27

$u_1 = 46,60$	$u_0 = 221,81$	$a = 4,76$
---------------	----------------	------------

$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$	$\frac{x}{d}$	u	$\frac{U_m}{U_0}$
1,06	273,76	1,194	11,70	68,33	0,428
2,13	269,68	1,178	12,77	50,67	0,362
3,19	259,98	1,142			
4,26	234,73	1,048			
5,32	203,57	0,932			
6,38	171,17	0,811			
7,45	140,87	0,698			
8,51	118,35	0,615			
9,57	101,93	0,553			
10,64	80,12	0,472			

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2α.27.

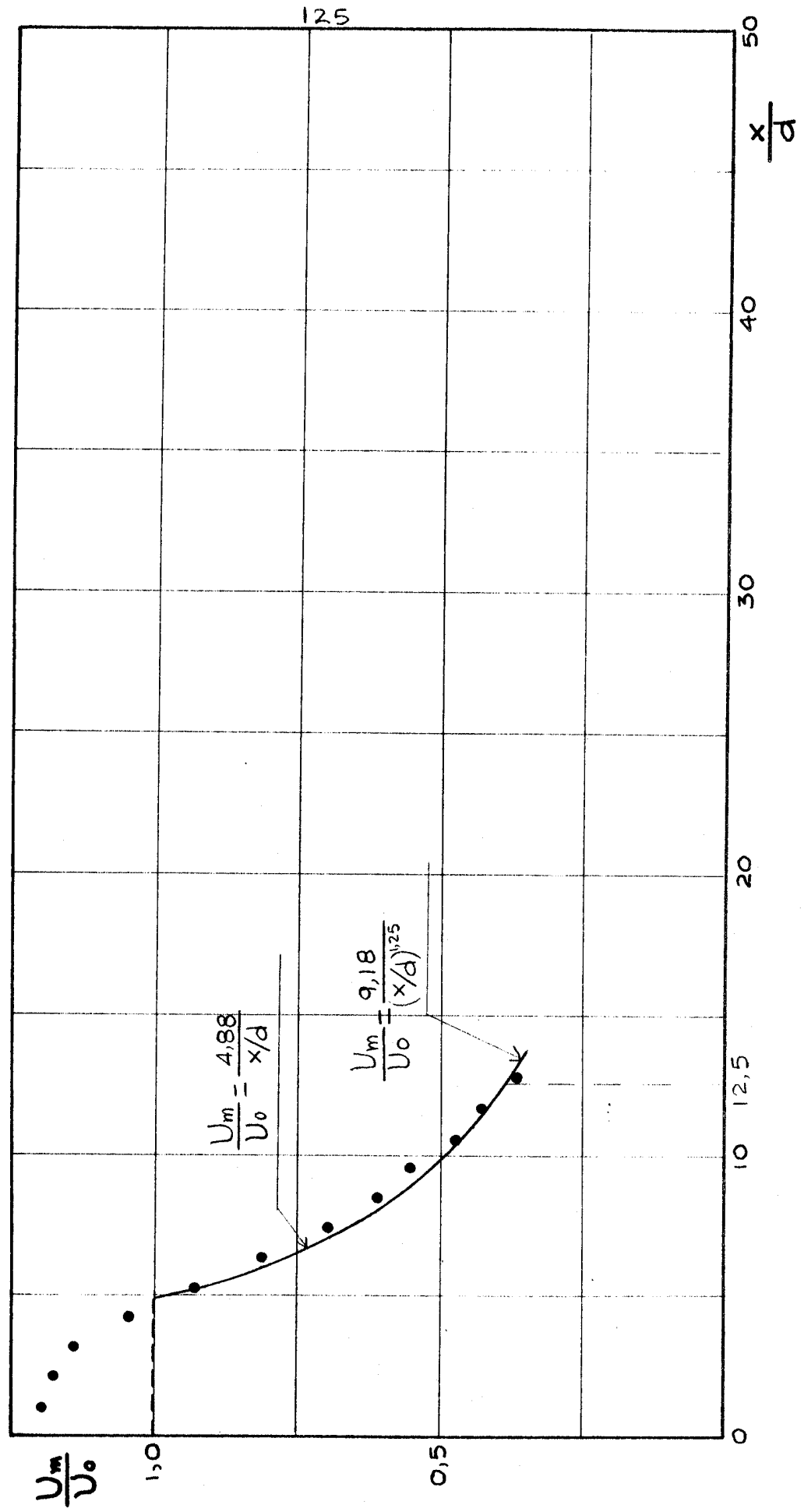


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2β.27

$u_1 = 46,60$

$u_0 = 221,81$

$a = 4,76$



3. Κατανομές ταχυτήτων βέ ἐγκάρσιες διατομές.

Στὸ θέμα αὐτὸ δὲν ἔχουμε νὰ παρουσιάσουμε συστηματικὴν δουλειά. Τὰ πειραματικὰ δεδομένα πού ἀναφέρονται βέ αὐτὸ εἶναι πολὺ λίγα ὥστε νὰ γίνει ἀπόπειρα ἐπεξεργασίας. Πάρθηκαν μόνο καὶ μόνο γιὰ νὰ ἔχουμε μιὰ συνολικὴ ἐποπτεία τοῦ φαινομένου.

Τὰ πειραματικὰ δεδομένα παρουσιάζονται εἰς πίνακες (3) πού ἀκολουθοῦν. Ἀναφέρονται βέ δύο συνδυασμοὺς u_1 καὶ u_0 . Στὰ ἀντίστοιχα διαγράμματα ἔχουν ἔχουν πλοτταριστέ τὰ πειραματικὰ ἐημεῖα βέ ἄξονες $\left(\frac{u}{u_m}, \frac{r}{x}\right)$ καὶ $\left(\frac{U}{U_m}, \frac{r}{x}\right)$

Ὅλα τὰ ἐημεῖα ἀναφέρονται εἰς τὴν τμήμα τῶν θετικῶν ταχυτήτων u , γιατί ὅπως ἀναφέρθηκε δὲν ἦταν δυνατό νὰ μετρηθοῦν ἀρνητικὲς ταχύτητες.

Ἀκολουθοῦν μερικὲς παρατηρήσεις πού ἔχουν εὖν βᾶδι τὰ διαγράμματα

- 1) Σέ κάθε συνδυασμὸ u_1, u_0 παρατιροῦμε ὅτι οἱ κατανομές $\left(\frac{U}{U_m}, \frac{r}{x}\right)$ εἶναι ἴδιες ἐφ' ὅσον ἡ διατομή ἀνήκει εἰς τὴν περιοχὴ τῆς ἀναπτυγμένης ροῆς.
- 2) Οἱ κατανομές πού ἀναφέρονται εἰς τὴν περιοχὴ ἀνάπτυξης τῆς ροῆς καὶ μάλιστα πολὺ κοντὰ εἰς τὸ στόμιον ($x=1\text{cm}$) δίνουν εὖν τὴν εἰκόνα τῆς περίπου σταθερῆς ταχύτητας εἰς τὸ κέντρο τῆς διατομῆς, πρᾶγμα πού χαρακτηρίζει τὴν περιοχὴ αὐτή.
- 3) Οἱ κατανομές διαφέρουν πολὺ ἀπὸ τὶς ἀντίστοιχες εἰς τὸ φαινόμενο τῆς φλέβας βέ ἡρεμὸ ἀποδέκτη καὶ μάλιστα εἶναι πρὸ πεπλατυσμένες.

Ἐπίθεις παρατηρεῖται ὅτι οἱ κατανομές πλαταίνουν ὥστε μικραίνει τὸ α . Αὐτὸ εἶναι συμβεβηγμένον μετὰ τὸ γεγονός ὅτι ἐπὶ ὁριστικῇ περιπτώσει $\alpha = \infty$ πρέπει νὰ πάρουμε τὴν τυπικὴν κατανομή τῆς φλέβας ἐν ἡρεμῷ ἀποδοκτικῇ.

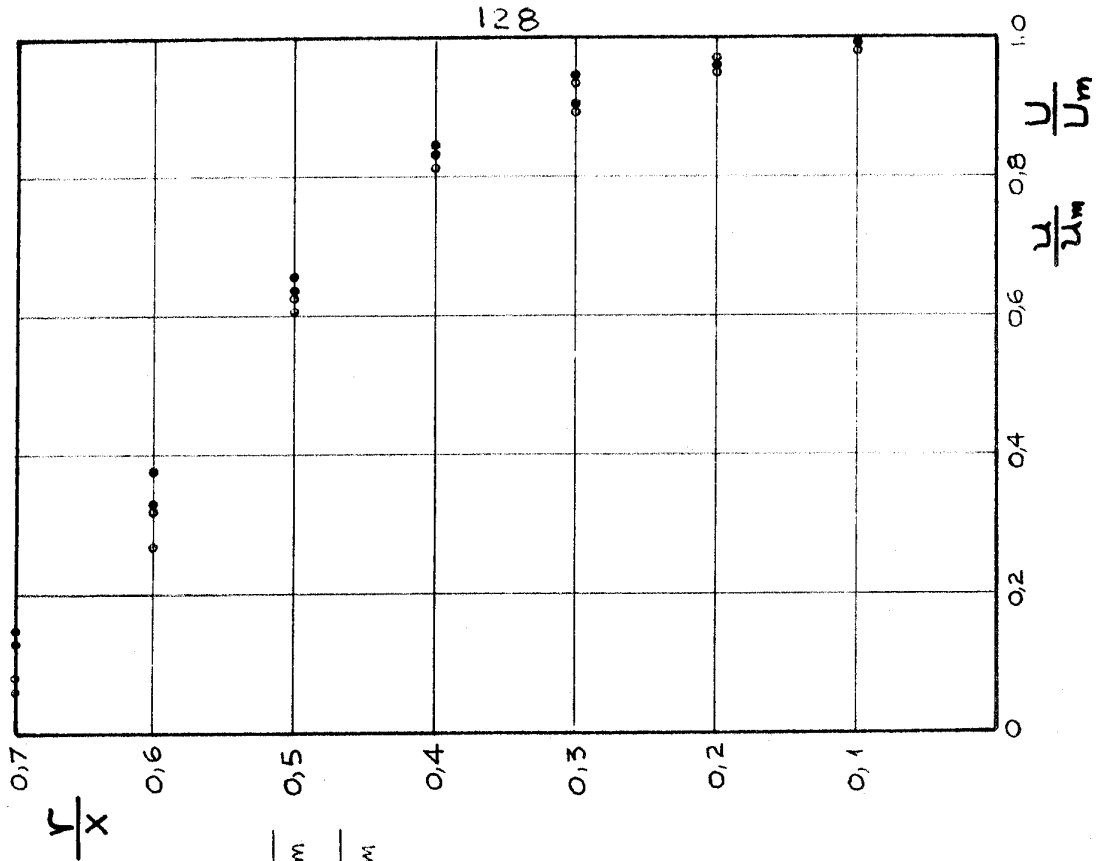
Σημείωσις: Οἱ μετρήσεις ταχυτήτων ποὺ φαίνονται ἐν τοῖς πίνακες ἀναφέρονται ἐπὶ τὸν κατακόρυφο ἄξονα. Γιὰ νὰ γίνῃ διακρίσιμη αὐτῶν ποὺ ἀναφέρονται ἐν ἡμεῖς πάνω ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς φλέβας ἀπὸ αὐτὰς ποὺ ἀναφέρονται ἐν ἡμεῖς κάτω ἀπὸ τὸν ἄξονα, ἐπὶς δευτέρως τὰ y καὶ $\frac{y}{x}$ συμβολίζονται ἀρνητικῶς.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1

$u_1 = 23,08$	$u_0 = 221,31$	$a = 9,61$	$\frac{x}{a} = 1,06$
---------------	----------------	------------	----------------------

r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$	$\frac{U}{U_m}$
0,0	0,00	270,10	1,00	1,00
0,1	0,10	269,67	0,998	0,999
-0,1	-0,10	266,84	0,988	0,989
0,2	0,20	261,54	0,968	0,971
-0,2	-0,20	256,81	0,951	0,955
0,3	0,30	246,84	0,914	0,921
-0,3	-0,30	242,31	0,897	0,905
0,4	0,40	224,82	0,832	0,846
-0,4	-0,40	220,89	0,818	0,832
0,5	0,50	168,76	0,625	0,654
-0,5	-0,50	163,49	0,605	0,636
0,6	0,60	86,43	0,320	0,374
-0,6	-0,60	72,48	0,268	0,326
0,7	0,70	21,61	0,080	0,152
-0,7	-0,70	15,28	0,057	0,131

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.1



Υπόμνημα

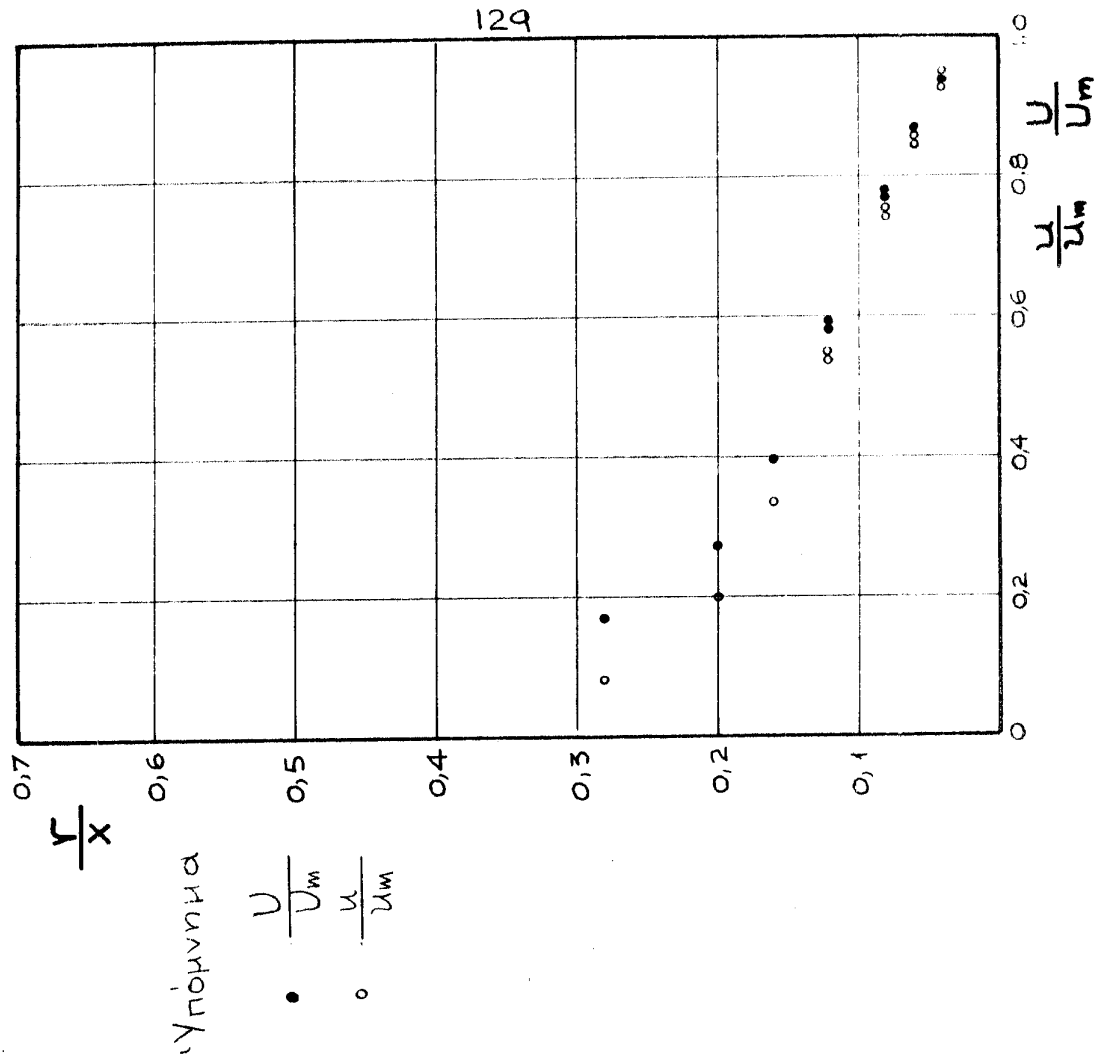
• $\frac{U}{U_m}$
 o $\frac{u}{u_m}$

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2

$u_1 = 23,08$	$u_0 = 221,82$	$\alpha = 9,61$	$\frac{x}{\alpha} = 5,32$
---------------	----------------	-----------------	---------------------------

r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$	$\frac{U}{U_m}$
0,0	0,00	222,99	1,000	1,000
0,2	0,04	209,22	0,938	0,944
-0,2	-0,04	206,41	0,926	0,933
0,3	0,06	190,22	0,853	0,867
-0,3	-0,06	187,75	0,842	0,857
0,4	0,08	168,07	0,754	0,777
-0,4	-0,08	165,27	0,741	0,765
0,6	0,12	119,82	0,537	0,581
-0,6	-0,12	122,23	0,548	0,591
0,8	0,16	74,85	0,336	0,398
-0,8	-0,16	74,85	0,336	0,398
1,0	0,20	44,55	0,200	0,275
-1,0	-0,20	44,55	0,200	0,275
1,4	0,28	18,71	0,084	0,170
-1,4	-0,28	18,71	0,084	0,170

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.2.

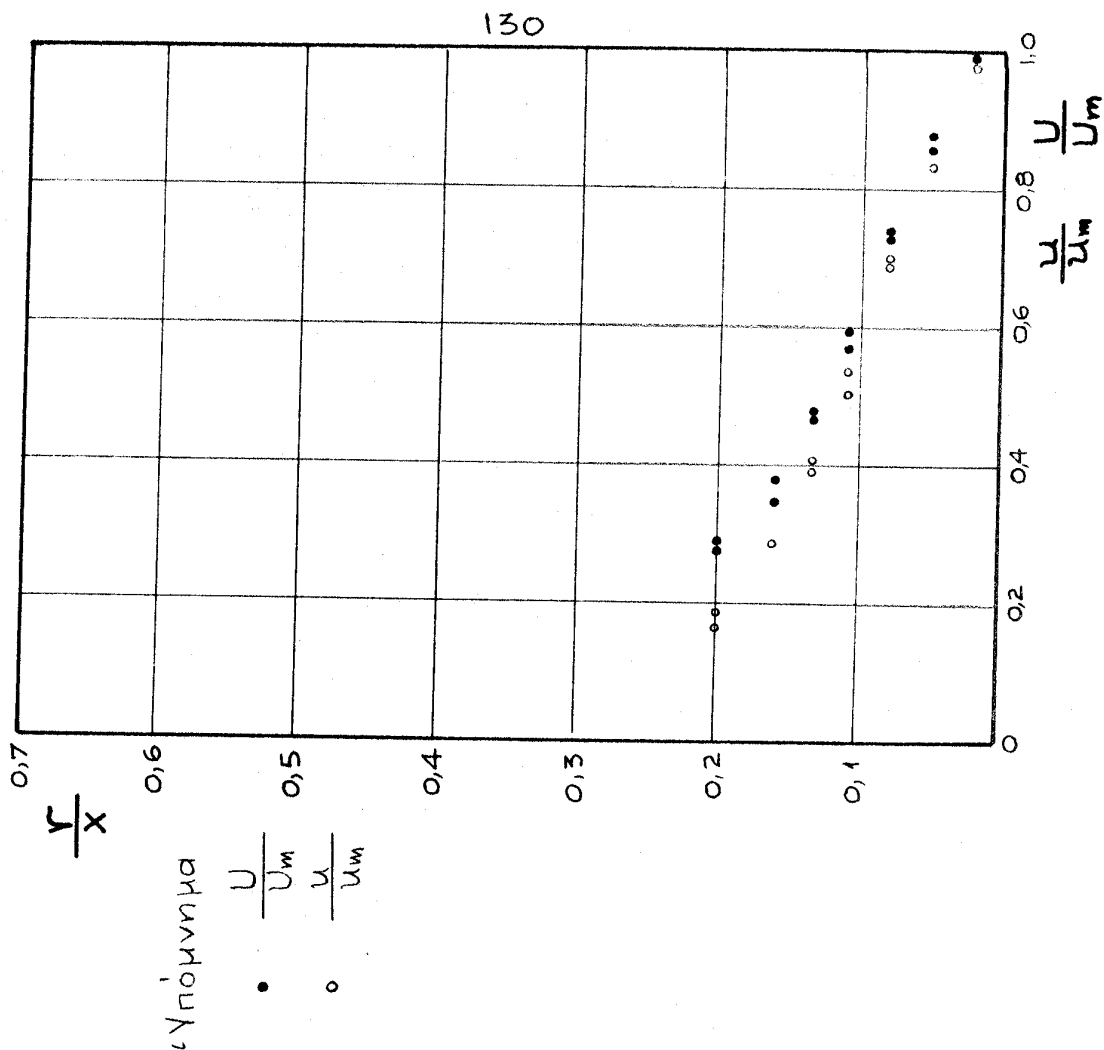


ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3.

$\mu_1 = 23,08$	$\mu_0 = 221,82$	$\alpha = 9,61$	$\frac{x}{d} = 7,98$
-----------------	------------------	-----------------	----------------------

r	$\frac{r}{x}$	μ	$\frac{\mu}{\mu_m}$	$\frac{\mu}{\mu_m}$
0,0	0,00	156,57	1,000	1,000
0,2	0,03	154,31	0,986	0,987
-0,2	-0,03	154,31	0,986	0,987
0,4	0,05	134,07	0,856	0,875
-0,4	-0,05	130,10	0,831	0,853
0,6	0,08	109,12	0,697	0,736
-0,6	-0,08	106,95	0,683	0,724
0,8	0,11	83,69	0,535	0,594
-0,8	-0,11	78,65	0,502	0,566
1,0	0,13	63,00	0,402	0,479
-1,0	-0,13	63,00	0,402	0,479
1,2	0,16	44,55	0,285	0,376
-1,2	-0,16	38,95	0,249	0,345
1,5	0,20	28,59	0,183	0,288
-1,5	-0,20	26,46	0,169	0,276

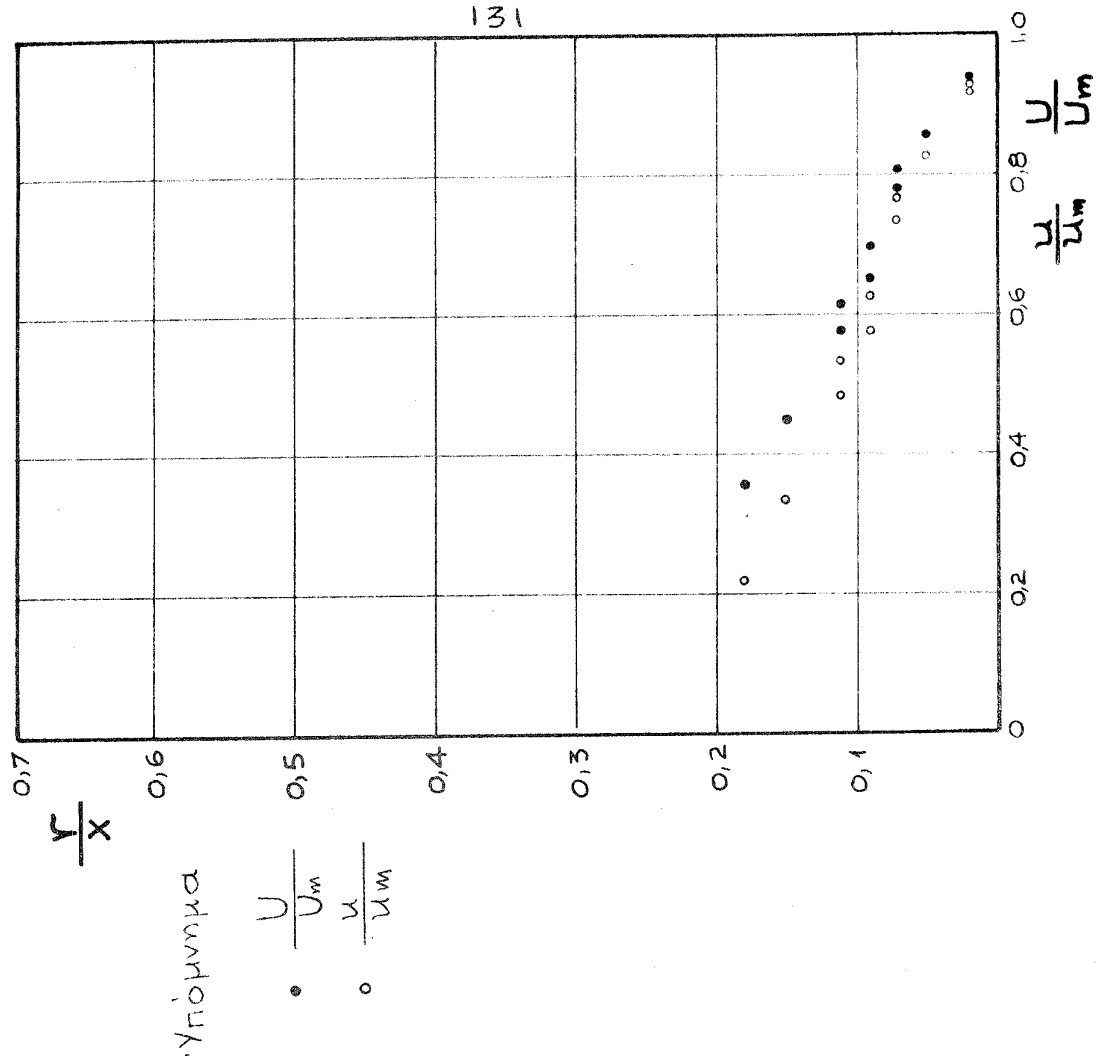
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.3.



ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4.

$u_1 = 23,08$	$u_0 = 221,81$	$\alpha = 9,61$	$\frac{x}{a} = 10,64$
r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$
0,0	0,00	111,23	1,000
0,2	0,02	101,35	0,911
-0,2	-0,02	103,06	0,927
0,5	0,05	92,31	0,830
-0,5	-0,05	92,31	0,830
0,7	0,07	85,07	0,765
-0,7	-0,07	81,57	0,733
0,9	0,09	70,02	0,629
-0,9	-0,09	63,92	0,575
1,1	0,11	59,18	0,532
-1,1	-0,11	54,02	0,486
1,5	0,15	37,43	0,336
-1,5	-0,15	37,43	0,336
1,8	0,18	24,16	0,217
-1,8	-0,18	24,16	0,217

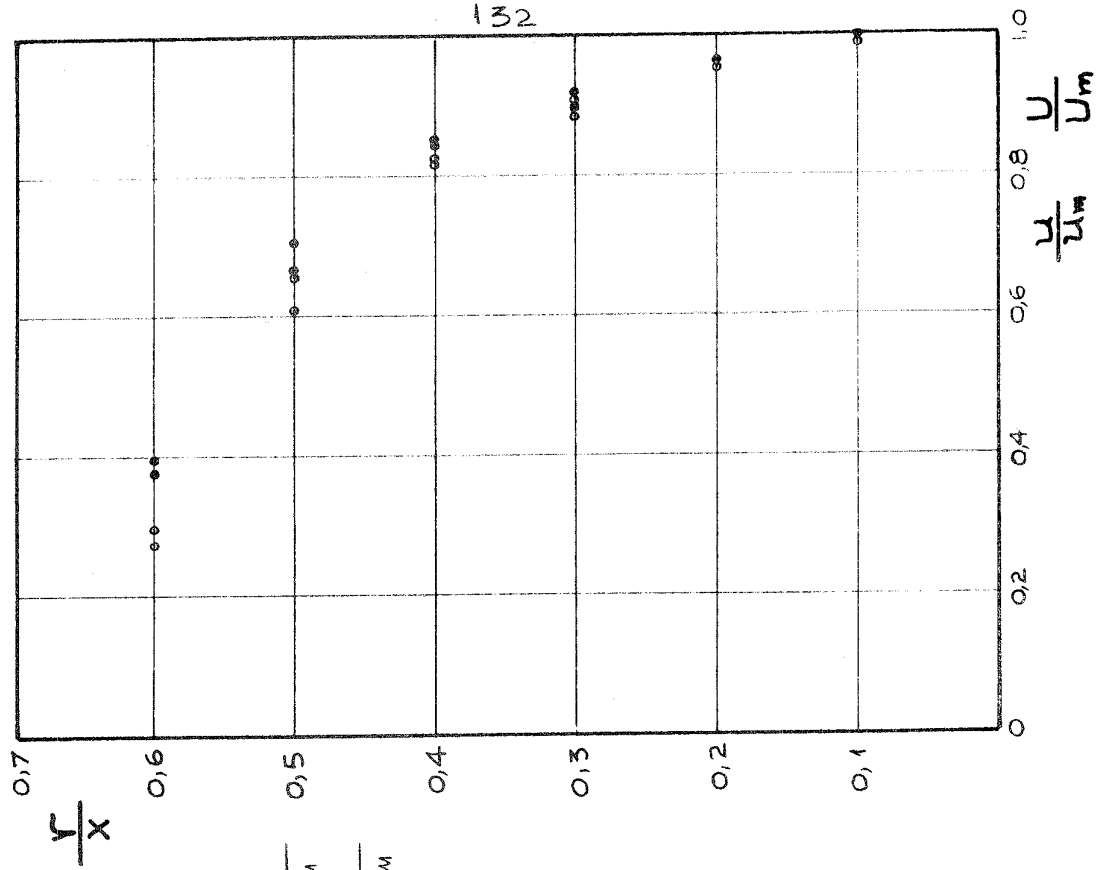
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.4.



ΠΙΝΑΚΑΣ 3.5.

$\mu_1 = 46,60$	$\mu_0 = 221,82$	$\alpha = 4,76$	$\frac{x}{\alpha} = 1,06$
r	$\frac{r}{x}$	μ	$\frac{\mu}{\mu_m}$
0,0	0,00	271,61	1,000
0,1	0,10	269,45	0,992
-0,1	-0,10	268,37	0,988
0,2	0,20	259,30	0,955
-0,2	-0,20	259,30	0,955
0,3	0,30	245,42	0,904
-0,3	-0,30	240,13	0,884
0,4	0,40	222,73	0,820
-0,4	-0,40	224,30	0,826
0,5	0,50	164,92	0,607
-0,5	-0,50	178,51	0,657
0,6	0,60	80,85	0,298
-0,6	-0,60	82,28	0,303
0,8	0,80	24,16	0,089
-0,8	-0,80	18,71	0,069
			0,205

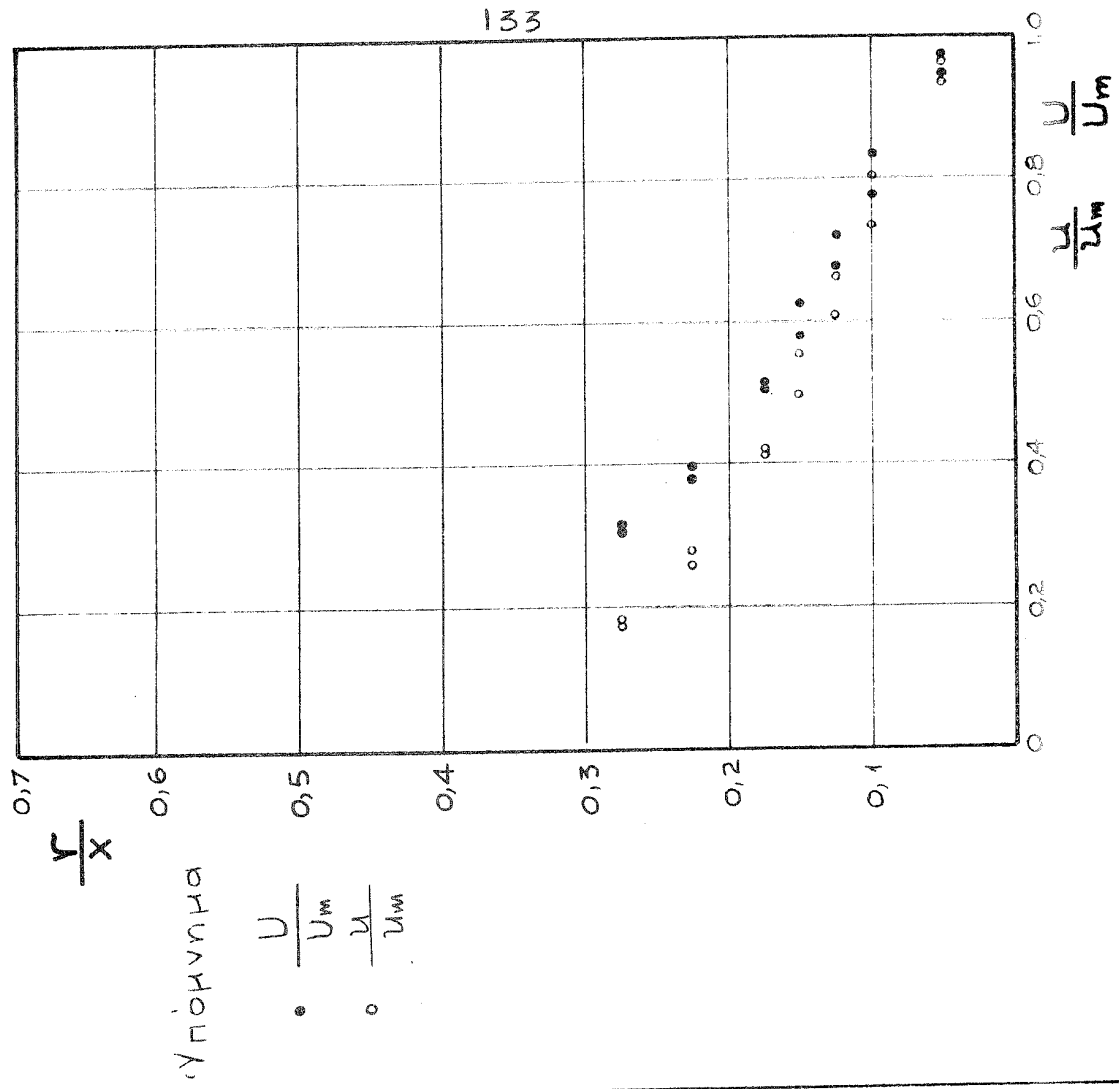
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.5.



ΠΙΝΑΚΑΣ 3.6

$u_1=46,6$	$u_0=221,82$	$\alpha=4,76$	$\frac{x}{a}=4,26$
r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$
0,0	0,00	232,22	1,000
0,2	0,05	224,30	0,966
-0,2	-0,05	217,70	0,937
0,4	0,10	186,19	0,802
-0,4	-0,10	170,83	0,736
0,5	0,12	155,07	0,668
-0,5	-0,12	142,10	0,612
0,6	0,15	129,20	0,556
-0,6	-0,15	115,86	0,499
0,7	0,17	97,24	0,419
-0,7	-0,17	96,03	0,414
0,9	0,22	63,92	0,275
-0,9	-0,22	59,18	0,255
1,1	0,27	41,84	0,180
-1,1	-0,27	40,42	0,174

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.6

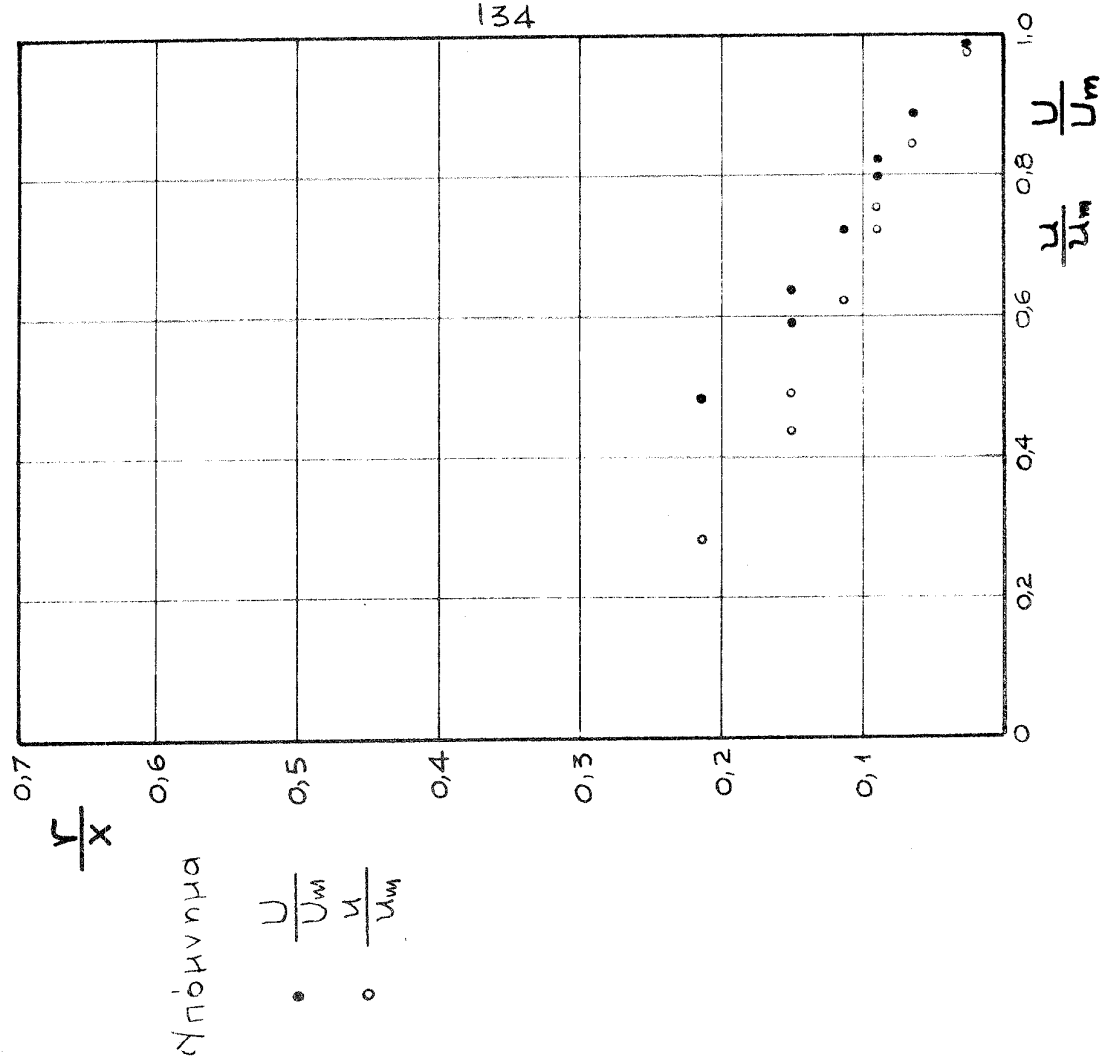


ΠΙΝΑΚΑΣ 3.7

$u_1 = 46,6$	$u_0 = 221,82$	$\alpha = 4,76$	$\frac{x}{d} = 8,51$
--------------	----------------	-----------------	----------------------

r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$	$\frac{U}{U_m}$
0,0	0,00	118,84	1,000	1,000
0,2	0,03	115,86	0,975	0,982
-0,2	-0,03	115,86	0,975	0,982
0,5	0,06	100,77	0,848	0,891
-0,5	-0,06	100,77	0,848	0,891
0,7	0,09	89,75	0,755	0,824
-0,7	-0,09	85,75	0,722	0,800
0,9	0,11	74,07	0,623	0,729
-0,9	-0,11	74,85	0,630	0,734
1,2	0,15	59,18	0,498	0,639
-1,2	-0,15	51,81	0,436	0,595
1,7	0,21	34,17	0,287	0,488
-1,7	-0,21	34,17	0,287	0,488

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.7



ΠΙΝΑΚΑΣ 3.8

$\mu_1 = 46,60$	$\mu_0 = 221,82$	$\alpha = 4,76$	$\frac{x}{\sigma} = 12,77$
-----------------	------------------	-----------------	----------------------------

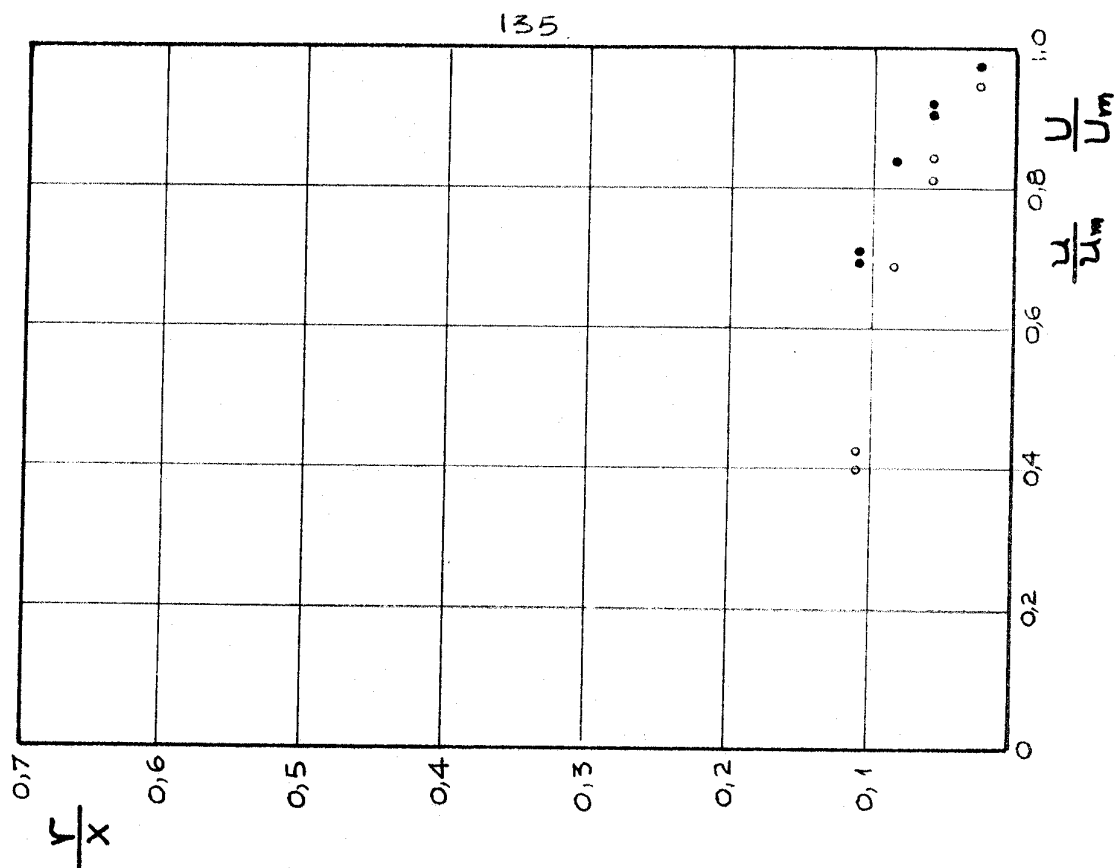
r	$\frac{r}{x}$	u	$\frac{u}{u_m}$	$\frac{U}{U_m}$
0,0	0,00	47,09	1,000	1,000
0,3	0,03	44,55	0,946	0,973
-0,3	-0,03	44,55	0,946	0,973
0,7	0,06	39,70	0,843	0,921
-0,7	-0,06	38,20	0,811	0,905
1,0	0,08	32,41	0,688	0,843
-1,0	-0,08	32,41	0,688	0,843
1,3	0,11	20,21	0,429	0,713
-1,3	-0,11	18,71	0,397	0,697

υπόμνημα

• $\frac{U}{U_m}$

ο $\frac{u}{u_m}$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3.8.



4. Έπεξεργασία τῶν μετρήσεων τῶν ἀξονικῶν ταχυ- τήτων με κινηματογραφικὴ μέθοδο.

4.1. Γενικὲς παρατηρήσεις γιὰ τὴ μέθοδο.

Στὴν ἐνότητα αὕτη δὲν θὰ κάνουμε ἄμεση ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου, ὅπως περιγράφηκε ἐνὶ κεφάλαιῳ Β2.4.2, δηλαδὴ δὲν θὰ ὑπολογίζουμε ταχύτητες ἀπὸ διαγράμματα $x(t)$, παρὰ θὰ προσπαθήσουμε νὰ ἐπαληθεύσουμε τίς σχέσεις πού βγάλαμε ἀπὸ τὴν ἀξιοποίηση τῶν μετρήσεων με Pitot.

Αὐτὸ γίνεται γιὰτὶ ἡ μέθοδος αὕτη δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβὴς γιὰ τὴν μελέτη τοῦ φαινομένου πού μᾶς ἐνδιαφέρει. Οἱ λόγοι πού κάνουν τὴ μέθοδο ἀνακριβῆ ἐνὶ συγκεκριμένῳ θέμα εἶναι:

1) Χρησιμοποιοῦμε πολὺ μεγάλες ταχύτητες u_0 (καὶ αὐτὸ γιὰ νὰ ἔχουμε μεγάλα μήκη x_p) ἐνῶ παράλληλα συμβαίνουν πολὺ μεγάλες μεταβολὲς ταχύτητας ἐν μικρᾷ μήκῃ. Ἔτσι γιὰ ταχύτητα π.χ 200 cm/sec ἡ μετακίνηση τοῦ μετώπου τοῦ χρώματος ἐν δύο διαδοχικὰ καρρὲ εἶναι $\Delta x = 200 \text{ cm/sec} \cdot 0,04 \text{ sec/καρρὲ} = 8 \text{ cm}$

Σὲ διάστημα ὅμως $\Delta x = 8 \text{ cm}$ συμβαίνουν πολὺ μεγάλες μεταβολὲς τῆς ταχύτητας u . Ἔτσι δὲν ἔχουμε καλὴ περιγραφή τοῦ φαινομένου κύρια γιὰ τὰ μικρὰ x .

2) Ὁ σημαντικότερος λόγος εἶναι ὅτι ἐνὶ φαινόμενο πού ἐξετάζουμε ἔχουμε τὴν πολὺ μεγάλην ἐντάσιν καὶ με μεγάλη χρονικὴ κλίμακα διακύμανσης τῆς ταχύτητας. Αὐτὸ σημαίνει: πολὺ μεγάλες ἀποκλίσεις τῆς μέσης ταχύτητας ἀπὸ τὴν ἐπιχειρία ἄρα καὶ ἀπὸ αὕτη

πού μετράμε με τον κινηματογράφο, πού λόγω τῆς μεγάλης χρονικῆς κλίμακας πλησιάζει τὴν βιγνιαία ταχύτητα. Ἐνδεικτικὰ ἀναφέρουμε ὅτι ἐπὶ ἴδιο πείραμα δύο διαφορετικὰ μέτωπα δίνουν γιὰ τὴν ἴδια περιοχή ἐπὶ ἄξονα ταχυτήτες πού διαφέρουν μέχρι 100%

Ἄν ὁμως ἡ κινηματογραφικὴ μέθοδος δὲν ἔδωκε ἀποτελέσματα ἄμεσα ἀξιοποιήσιμα ἐπὶ τὴν περίπτωσιν μας, αὐτὸ δὲν σημαίνει ὅτι δὲν μπορεῖ νὰ ἐφαρμοστῇ μετὰ μετὰ ἐπιτυχία ἐπὶ ἄλλα προβλήματα, φτάνει νὰ μὴ ὑπάρχουν οἱ δυσκολίες πού ἀναφέρθηκαν ἔδῳ. Ἡ χρησιμοποίησις τῆς μπορεῖ νὰ εἶναι ἐπιτακτικὴ ἐπὶ προβλήματα πού δὲν μπορεῖ νὰ χρησιμοποιηθῇ βωληνας Pitot ἢ ἄλλες μέθοδοι.

Σημειώνουμε ὅτι ἡ πρώτη δυσκολία μπορεῖ νὰ ξεπεραστῇ χρησιμοποιώντας πρὸ τέλειες μηχανές λήψης, πού ἡ ἱκανότητα λήψης τους μπορεῖ νὰ φτάνει μέχρι 80 καρ/sec. Ὑπο γιὰ τὴ δεύτερη δυσκολία πού εἶναι καθοριστικὴ, αὐτὴ μπορεῖ νὰ ξεπεραστῇ μόνο ἐπὶ περιπτώσεις τύρβης μικρότερης ένταθης καὶ χρονικῆς κλίμακας μετὰ διαφορὰς μεθόδους μετὰ βεβαιὴ προυνόθεσιν τὴν ἐπανάληψιν τοῦ πειράματος πολλές φορές

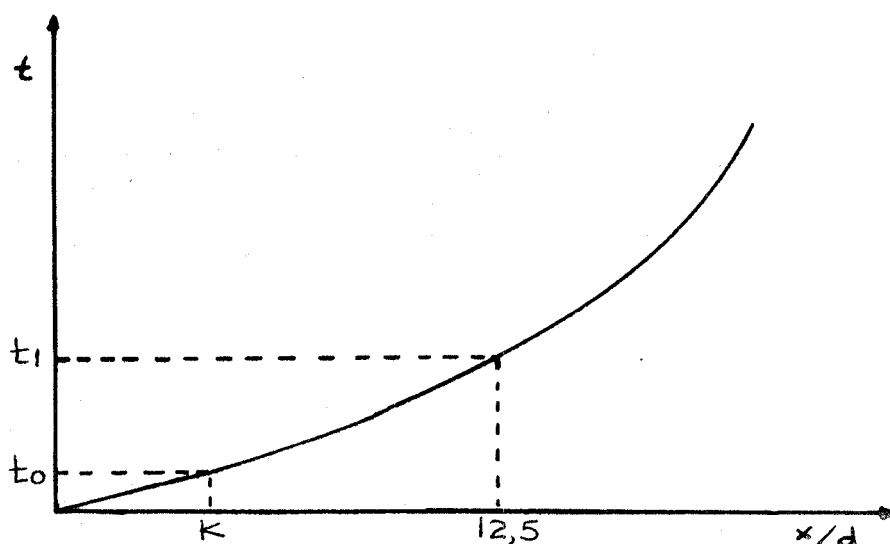
4.2 Ἑρμῆσιν ἀξιοποίησιν τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου

Μία πού δὲν ἦταν ἔδῳ πρόβλεψη ἡ εὕρεσιν ταχυτήτων μετὰ κάποια ἀριθμητικὴ παραχώριση καμπυλῶν (x,t) , δοκιμάσαμε τὴν ἀντιετροφὴ διαδικασία δηλαδὴ τὴν ολοκληρωσὴν καμπυλῶν $u(x)$, ὅπως προέκυαν ἀπὸ τὶς μετρήσεις μετὰ βωληνα Pitot μετὰ διορθὴν τὴν εὐχρησὴν τῶν δύο

μεθόδων μέτρησης. Η δεύτερη διαδικασία περιμέναμε ότι θα είχε καλύτερα αποτελέσματα, γιατί η αριθμητική ολοκλήρωση είναι γενικά ακριβέστερη από την αριθμητική παραχώριση. Πράγματι από τη διαδικασία αυτή προκύπτει μία αξιολογήσιμη σύγκριση των δύο μεθόδων και εύχρηστα επαληθεύτηκαν οι σχέσεις κατανομής ταχύτητων (14,15)

4.3. Ολοκλήρωση των σχέσεων $u_m(t)$

1. Στην περιοχή ανάπτυξης της ροής δηλαδή για $x < \kappa \cdot d$ θεωρούμε ότι η ταχύτητα u_m είναι σταθερή και ότι $\frac{u_m}{u_0} = 1,15$ άρα προκύπτει γραμμική σχέση



Σχήμα 18

$x(t)$ Έτσι έχουμε $u_m = 1,15(u_0 + u_1) - u_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow u_m = 1,15 u_0 - 0,15 u_1 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 1,15 u_0 - 0,15 u_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dt = \frac{d(x/d)}{1,15\alpha - 0,15} \frac{d}{u_1} \Rightarrow t_0 = \int_0^{\kappa} \frac{d(x/d)}{1,15\alpha - 0,15} \frac{d}{u_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{\kappa}{1,15\alpha - 0,15} \frac{d}{u_1} \quad (30)$$

2. Στην περιοχή $\kappa \leq \frac{x}{d} \leq 12,5$ έχουμε

$$u_m = \left[\kappa \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{1}{x/d} - \frac{1}{\alpha} \right] u_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_m = u_0 \left[\kappa(\alpha+1) \frac{1}{x/d} - 1 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = u_1 \left[\frac{\kappa(\alpha+1) - x/d}{x/d} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dt = \frac{d}{u_1} \frac{x/d \, d(x/d)}{\kappa(\alpha+1) - x/d} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{u_1} \int \frac{x/d \, d(x/d)}{\kappa(\alpha+1) - x/d} + c' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{d}{u_1} \left[-\frac{x}{d} - \kappa(\alpha+1) \ln \left(\kappa(\alpha+1) - \frac{x}{d} \right) + c \right] \quad (31)$$

Η σταθερά κ υπολογίζεται από την οριακή συνθήκη
 $t=t_0 \quad x=\kappa$ οπότε προκύπτει

$$c = \kappa \left[1 + (\alpha+1) \ln \kappa + \frac{1}{1,15\alpha - 0,15} \right] \quad (32)$$

Η οριακή τιμή του χρόνου $t=t_1$ που αντιστοιχεί σε
 $x/d = 12,5$ προκύπτει

$$t_1 = \frac{d}{u_1} \left[-12,5 + \kappa(\alpha+1) \ln \left(\kappa(\alpha+1) - 12,5 \right) + c \right] \quad (33)$$

3) Στην περιοχή $x/d > 12,5$ η αντίστοιχη σχέση κατανομής ταχυτήτων δεν ολοκληρώνεται αναλυτικά και γι' αυτό στην περιοχή αυτή κάνουμε αριθμητική ολοκλήρωση. Είναι

$$u_m = \left[1,8803 \kappa \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{1}{(x/d)^{1,25}} - \frac{1}{\alpha} \right] u_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = u_1 \left[\frac{1,8803 \kappa(\alpha+1) - (x/d)^{1,25}}{(x/d)^{1,25}} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dt = \frac{d}{u_1} \frac{(x/d)^{1,25} \, d(x/d)}{1,8803 \kappa(\alpha+1) - (x/d)^{1,25}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{d}{u_1} \frac{(x/d)^{1,25}}{1,8803K(\alpha+1) - (x/d)^{1,25}} \cdot \Delta\left(\frac{x}{d}\right)$$

$$\text{Όπου} \quad \left(\frac{x}{d}\right)_n = \left(\frac{x}{d}\right)_{n-1} + \Delta\left(\frac{x}{d}\right) \quad (34)$$

$$t_n = t_{n-1} + \Delta t$$

Καί οί τρεῖς παραπάνω ἐκφράσεις μεταφράστηκαν εἰς πρόγραμμα ὑπολογιστῇ ὥστε ὅταν εἰσάχεται τὸ α νὰ δίνει τὰ σημεία $\left(\frac{x}{d}, t\right)$ μέ βῆμα $\Delta\left(\frac{x}{d}\right) = 1$. Ἡ ἀριθμητικὴ ολοκλήρωση γιὰ μεγαλύτερη ἀκρίβεια ἔχινε μέ βῆμα $\Delta\left(\frac{x}{d}\right) = 0,5$.

Τὰ ἀποτελέσματα αὐτῆς τῆς διαδικασίας παρουσιάζονται ἐν πίνακες πού ἀκολουθοῦν.

4.4. Τρόπος ἐπεξεργασίας τῶν φιλμς

Ὅπως ἀναφέρθηκε γιὰ κάθε συνδυασμὸ u_1 καὶ u_0 ἡ κινηματογράφηση γινόταν δύο φορές.

Στὸ χρονικὸ διάστημα μιᾶς λήψης συνήθως ἐκχρηματίζονταν περισσότερα ἀπὸ ἓνα μέτωπα καὶ ἔτσι ἐν καθέ πείραμα ἔχουμε $3 \div 5$ μέτωπα.

Στὴν προβολὴ τοῦ φιλμ καταγράφονταν ἡ πορεία τῶν μετώπων ἐν μορφῇ ἐνδείξεων x ἢ x/d καὶ t . Τὰ σημεία $\left(x/d, t\right)$ ὅλων τῶν μετώπων καὶ τοῦ ἴδιου συνδυασμοῦ x/d ἔμπαιναν ἐν συνεχείᾳ ἐν ἴδιῳ διαγράμματι $\left(x/d, t\right)$ ἐν ὅποιο εἶχε σχεδιαστέτ καὶ ἡ καμπύλη πού προέκυπτε ἀπὸ τὴν ολοκλήρωση τῶν σχέσεων $u\left(x/d\right)$. Ἐντε πᾶν ἐν τῷ διαγράμματι ἐκχρηματίζονταν διάφορες σημειοθεσίες, μίᾳ γιὰ καθ-

Θε μέτωπο δηλαδή στο ίδιο x/d αντιστοιχοῦσαν διαφορετικά t' μιά που τὰ διάφορα μέτωπα σχηματίζονται σε διαφορετικούς χρόνους.

Γιὰ νὰ εἶναι πιὸ σαφὴς ἡ εἰκόνα τῶν σημειοσειρῶν γινόταν ἐπὶ συνέχεια ἴση χρονικὴ μετάθεσι ὅλων τῶν σημείων καθε χρονοσειρᾶς βάσει τῆς σχέσεως $t = t' - \Delta t$ ὅπου τὸ Δt προεδιορίζεται ἐὰν ἡ μέση χρονικὴ ἀπόστασι τῆς σημειοσειρᾶς ἀπὸ τὴν καμπύλη τῆς ολοκληρώσεως. Μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο ἔγινε ἐνοποίηση ὅλων τῶν σημειοσειρῶν γιὰ καθε συνδυασμὸ u_0 καὶ u_1 .

4.5. Παρουσίαση τῶν ἀποτελεσμάτων

Ἡ παρουσίαση ὅλων τῶν πειραματικῶν δεδομένων, ὑπολογιστικῶν δεδομένων καὶ οἱ συζητήσεις γίνονται στους πίνακες καὶ τὰ διαγράμματα πού ἀκολουθοῦν.

Στους πίνακες 4.α φαίνονται γιὰ κάθε συνδυασμό u_0 καὶ u_1 τὰ δεδομένα τῆς ἐπεξεργασίας τοῦ κινηματογραφικοῦ βλίκου.

Τό t' σημαίνει χρονικὴ ἔνδειξη ὅπως πάρθηκε ἀπὸ τὸ φιλμ ἐνῶ τὸ t σημαίνει τροποποιημένη χρονικὴ ἔνδειξη $t = t' - \Delta t$ (βλ. παρ. Γ.4.4)

Στους πίνακες 3.6 παρουσιάζονται γιὰ κάθε συνδυασμό u_1 καὶ u_0 τὰ ἀντίστοιχα ἀποτελέσματα τῆς ολοκλήρωσης τῆς σχέσης $u(x)$

Τὰ σύμβολα πού χρησιμοποιοῦνται ἔχουν τὴν ἔννοια πού τοὺς δόθηκε ἐπὶ τὴν παρ. Γ.4.3. δηλαδὴ

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= \delta \text{ χρόνος γιὰ νὰ διανυθεῖ διάστημα } x = 12,5d \\ t_1 &= \delta \text{ χρόνος γιὰ νὰ διανυθεῖ διάστημα } x = 12,5d \\ c &= \text{ἡ σταθερὰ ολοκλήρωσης τῆς σχέσης (34)} \end{aligned} \right\}$$

Στὰ διαγράμματα 4 γίνεται σύγκριση τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν δύο μεθόδων μέτρησης. Τὰ διαγράμματα αὐτὰ ἔχουν ἐὰν ὀριζόντιο ἄξονα τὸν x/d (γιὰ ὁμοιομορφία μὲ τὰ ἄλλα διαγράμματα) ἐνῶ ἐὰν κατακόρυφο τὸν ἄξονα t (ἐν sec).

Οἱ καμπύλες τοῦ διαγράμματος σταματᾶνε ἐπὶ τὴν θέση

$$x/d = x_p/d$$

Τὰ βήματα τῆς κινηματογραφικῆς μεθόδου παριστάνονται μὲ διαφορετικὸ σύμβολο γιὰ κάθε ἓνα ἀπὸ τὰ δύο ἴδια πειράματα, ἐνῶ γίνεται καὶ διάκριση τῶν σημείων πού ἀντιστοιχοῦν ἐνῶ καὶ μέτωπο

ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.1

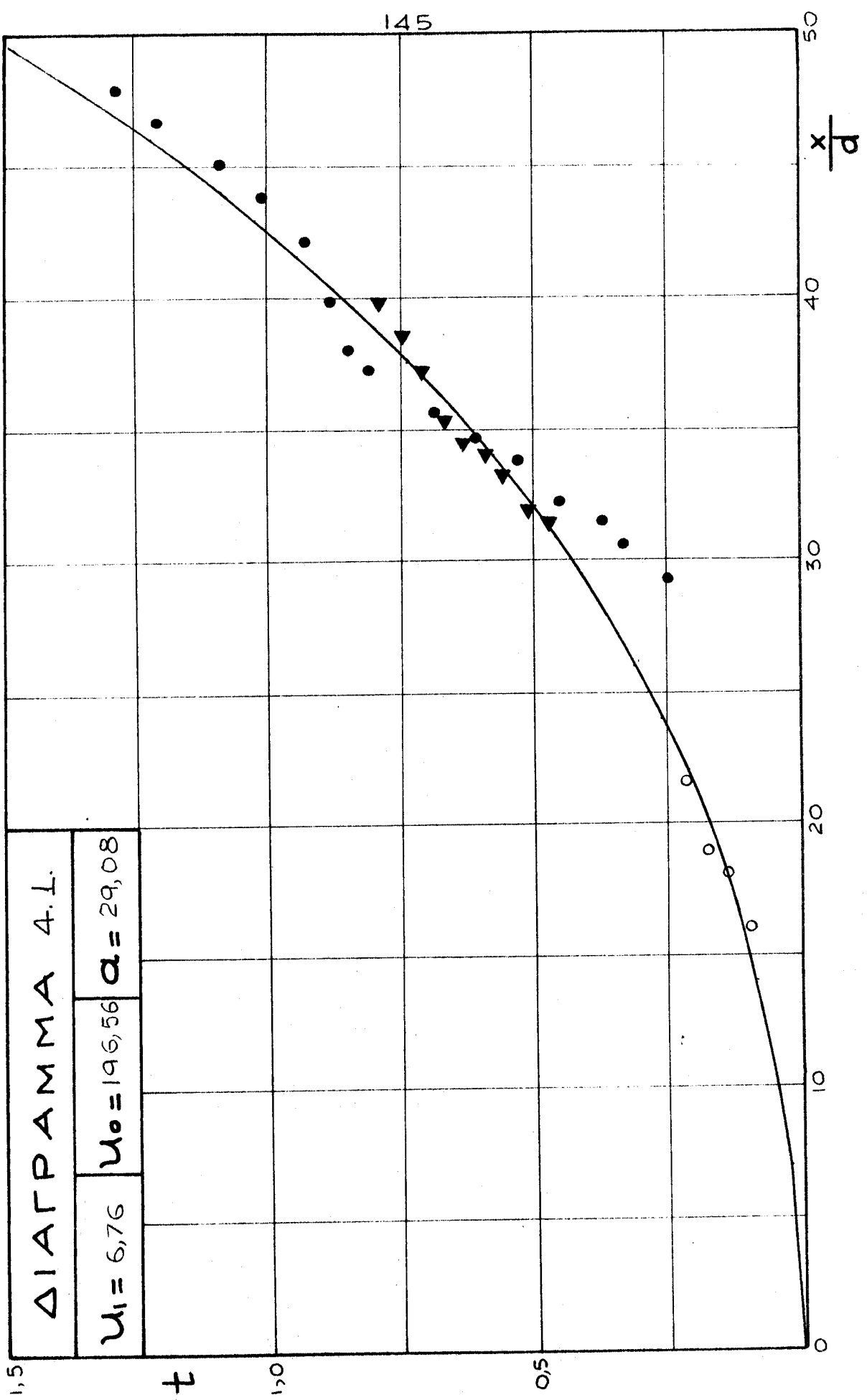
$u_1 = 6,76$	$u_0 = 196,56$	$a = 29,08$
--------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,32	15,0	15,96	0,10	0,84	29,6	31,49	0,47
0,36	17,0	18,09	0,14	0,88	30,0	31,91	0,51
0,40	17,8	18,94	0,18	0,92	31,2	33,19	0,55
0,44	20,3	21,60	0,22	0,96	32,0	34,04	0,59
				1,00	32,5	34,57	0,63
1,60	27,5	29,26	0,25	1,04	33,0	35,11	0,67
1,68	28,8	30,64	0,33	1,08	35,0	37,23	0,71
1,72	29,5	31,38	0,37	1,12	36,2	38,51	0,75
1,80	30,3	32,23	0,45	1,16	37,5	39,89	0,79
1,88	31,8	33,83	0,53				
1,96	32,5	34,57	0,61				
2,04	33,5	35,64	0,69				
2,16	35,0	37,23	0,81				
2,20	35,7	37,98	0,85				
2,24	36,3	38,62	0,89				
2,28	37,5	39,89	0,93				
2,36	39,6	42,13	1,01				
2,44	41,2	43,83	1,09				
2,56	42,3	45,00	1,21				
2,64	43,8	46,60	1,29				
2,72	45,0	47,87	1,37				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.1.

$u_1 = 6,76$	$u_0 = 196,56$	$a = 29,08$	
$K = 6,35$	$C = 1003,43$	$t_0 = 0,0265$	$t_1 = 0,0710$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,030	26,0	0,308	45,0	1,156
8,0	0,035	27,0	0,335	46,0	1,223
9,0	0,042	28,0	0,365	47,0	1,293
10,0	0,049	29,0	0,395	48,0	1,367
11,0	0,057	30,0	0,428	49,0	1,443
12,0	0,066	31,0	0,462	50,0	1,522
13,0	0,076	32,0	0,498		
14,0	0,086	33,0	0,536		
15,0	0,098	34,0	0,576		
16,0	0,111	35,0	0,617		
17,0	0,125	36,0	0,661		
18,0	0,140	37,0	0,707		
19,0	0,156	38,0	0,755		
20,0	0,174	39,0	0,805		
21,0	0,193	40,0	0,857		
22,0	0,213	41,0	0,912		
23,0	0,234	42,0	0,969		
24,0	0,257	43,0	1,029		
25,0	0,282	44,0	1,091		



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.2.

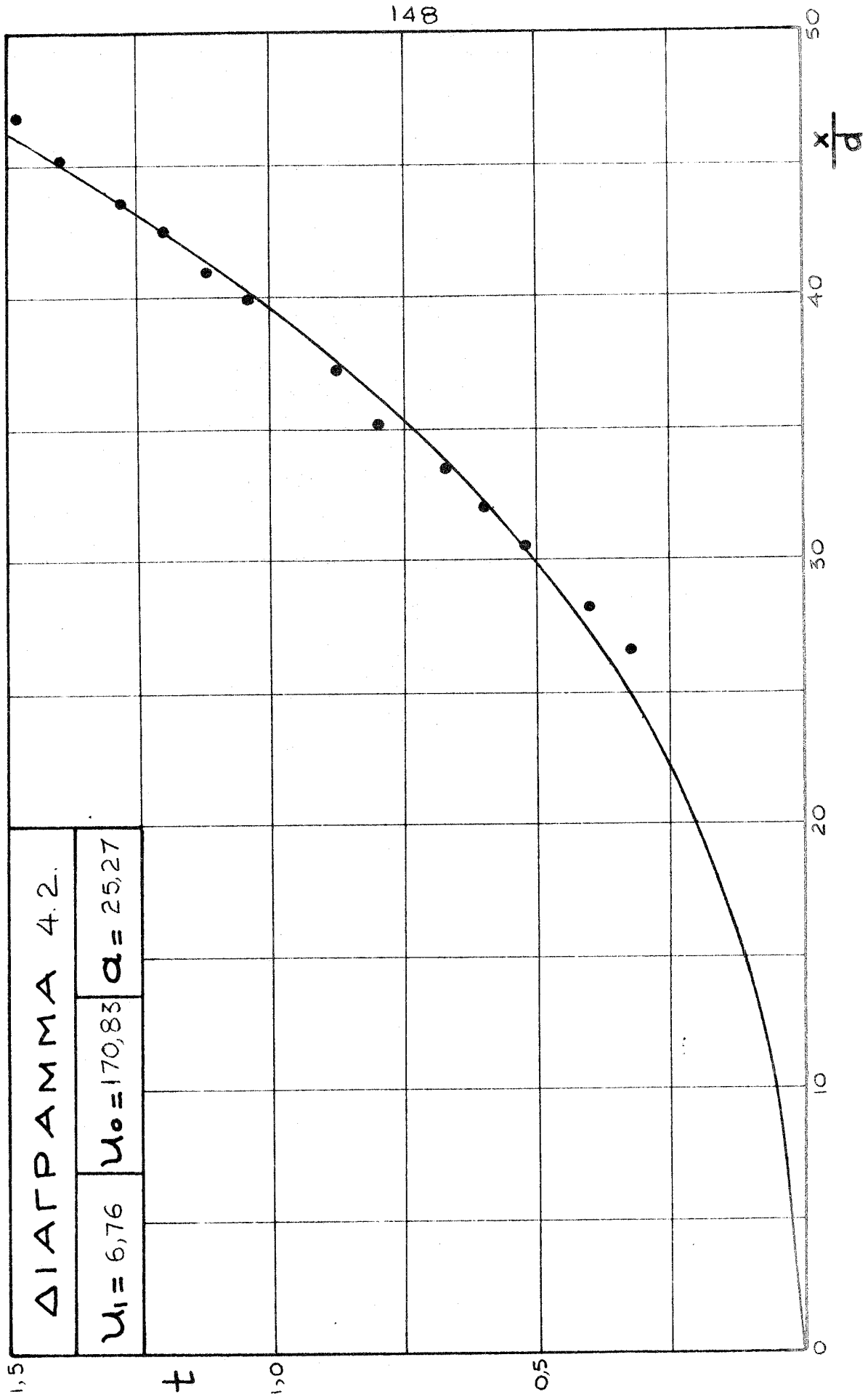
$u_1 = 6,76$	$u_0 = 170,83$	$a = 25,27$
--------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,16	25,0	26,60	0,32				
0,24	26,5	28,19	0,40				
0,36	28,7	30,53	0,52				
0,44	30,0	31,91	0,60				
0,52	31,5	33,51	0,68				
0,64	33,0	35,11	0,80				
0,72	35,0	37,23	0,88				
0,88	37,5	39,89	1,04				
0,96	38,5	40,96	1,12				
1,04	40,0	42,55	1,20				
1,12	41,0	43,62	1,28				
1,24	42,5	45,21	1,40				
1,32	44,0	46,81	1,48				
1,40	45,0	47,87	1,56				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.2.

$u_1 = 6,76$	$u_0 = 170,83$	$a = 25,27$	
$K = 6,31$	$C = 846,88$	$t_0 = 0,0303$	$t_1 = 0,0823$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,034	26,0	0,361	45,0	1,392
8,0	0,041	27,0	0,394	46,0	1,476
9,0	0,048	28,0	0,429	47,0	1,564
10,0	0,057	29,0	0,465	48,0	1,656
11,0	0,066	30,0	0,504	49,0	1,751
12,0	0,077	31,0	0,545	50,0	1,852
13,0	0,088	32,0	0,589		
14,0	0,100	33,0	0,634		
15,0	0,114	34,0	0,682		
16,0	0,129	35,0	0,732		
17,0	0,145	36,0	0,785		
18,0	0,163	37,0	0,841		
19,0	0,182	38,0	0,899		
20,0	0,202	39,0	0,960		
21,0	0,225	40,0	1,024		
22,0	0,249	41,0	1,091		
23,0	0,274	42,0	1,162		
24,0	0,301	43,0	1,235		
25,0	0,330	44,0	1,312		



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.3.

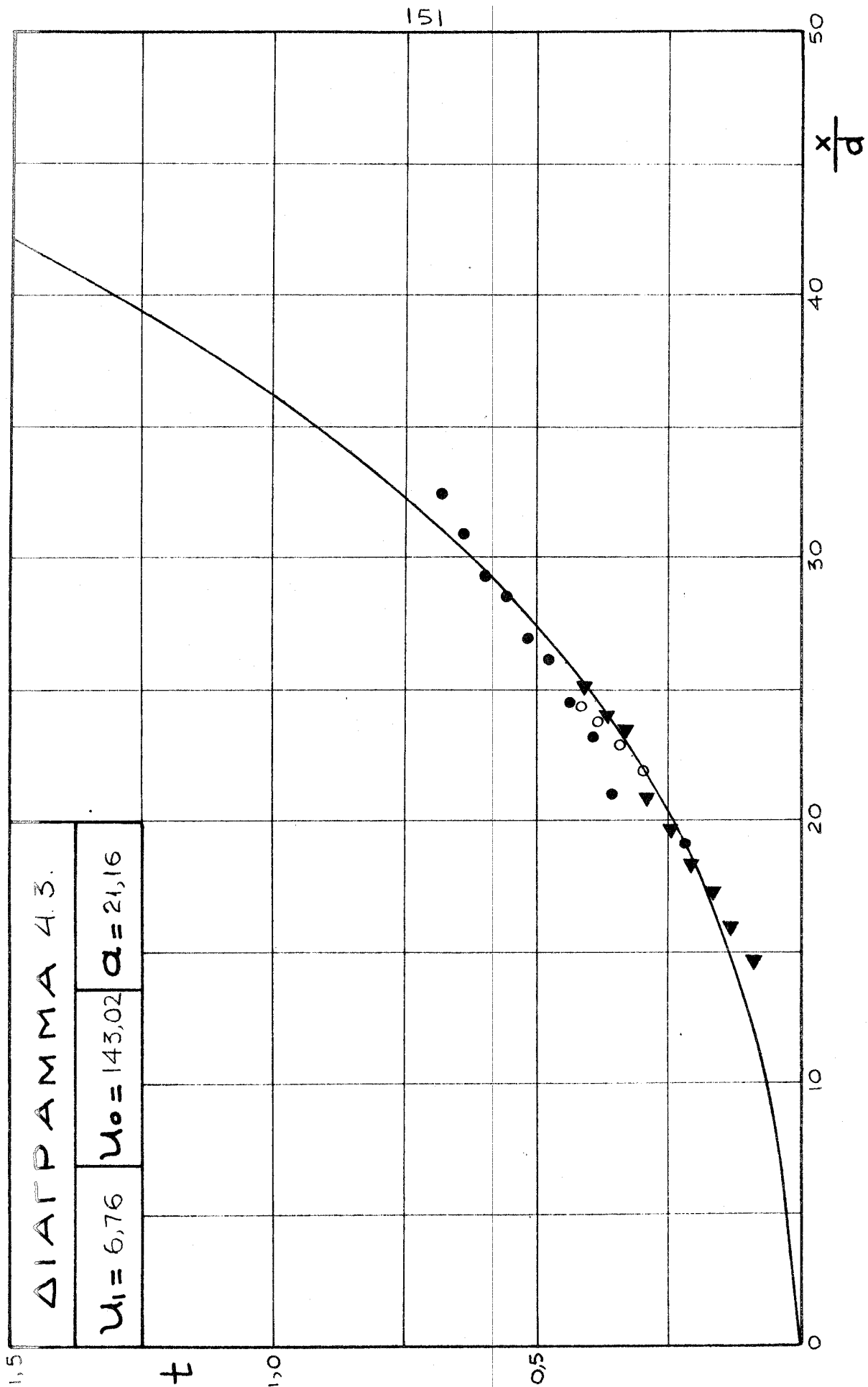
$u_1 = 6,76$	$u_0 = 143,02$	$a = 21,16$
--------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,64	13,8	14,68	0,09	0,72	20,5	21,80	0,30
0,68	15,0	15,95	0,13	0,76	21,5	22,87	0,34
0,72	16,3	17,34	0,17	0,80	22,5	23,93	0,38
0,76	17,3	18,40	0,21	0,84	22,8	24,25	0,42
0,84	18,5	19,68	0,25				
0,88	19,6	20,85	0,29	0,84	18,0	19,14	0,32
1,00	22,0	23,40	0,33	0,88	19,8	21,06	0,36
1,04	22,5	23,93	0,37	0,92	21,8	23,19	0,40
1,08	23,5	25,00	0,41	0,96	23,0	24,46	0,44
				1,00	24,5	26,06	0,48
				1,04	25,3	26,91	0,52
				1,08	26,8	28,51	0,56
				1,12	27,5	29,25	0,60
				1,16	29,0	30,85	0,64
				1,20	30,5	32,44	0,68

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.3.

$u_1 = 6,76$	$u_0 = 143,02$	$a = 21,16$	
$K = 6,24$	$C = 681,98$	$t_0 = 0,0359$	$t_1 = 0,0993$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,041	26,0	0,445	45,0	
8,0	0,049	27,0	0,486	46,0	
9,0	0,058	28,0	0,529	47,0	
10,0	0,069	29,0	0,576	48,0	
11,0	0,080	30,0	0,625	49,0	
12,0	0,093	31,0	0,677	50,0	
13,0	0,106	32,0	0,733		
14,0	0,121	33,0	0,791		
15,0	0,129	34,0	0,852		
16,0	0,156	35,0	0,917		
17,0	0,176	36,0	0,986		
18,0	0,198	37,0	1,058		
19,0	0,221	38,0	1,134		
20,0	0,247	39,0	1,215		
21,0	0,274	40,0	1,299		
22,0	0,304	41,0	1,388		
23,0	0,336	42,0	1,481		
24,0	0,370	43,0	1,580		
25,0	0,406	44,0	1,683		



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.4.

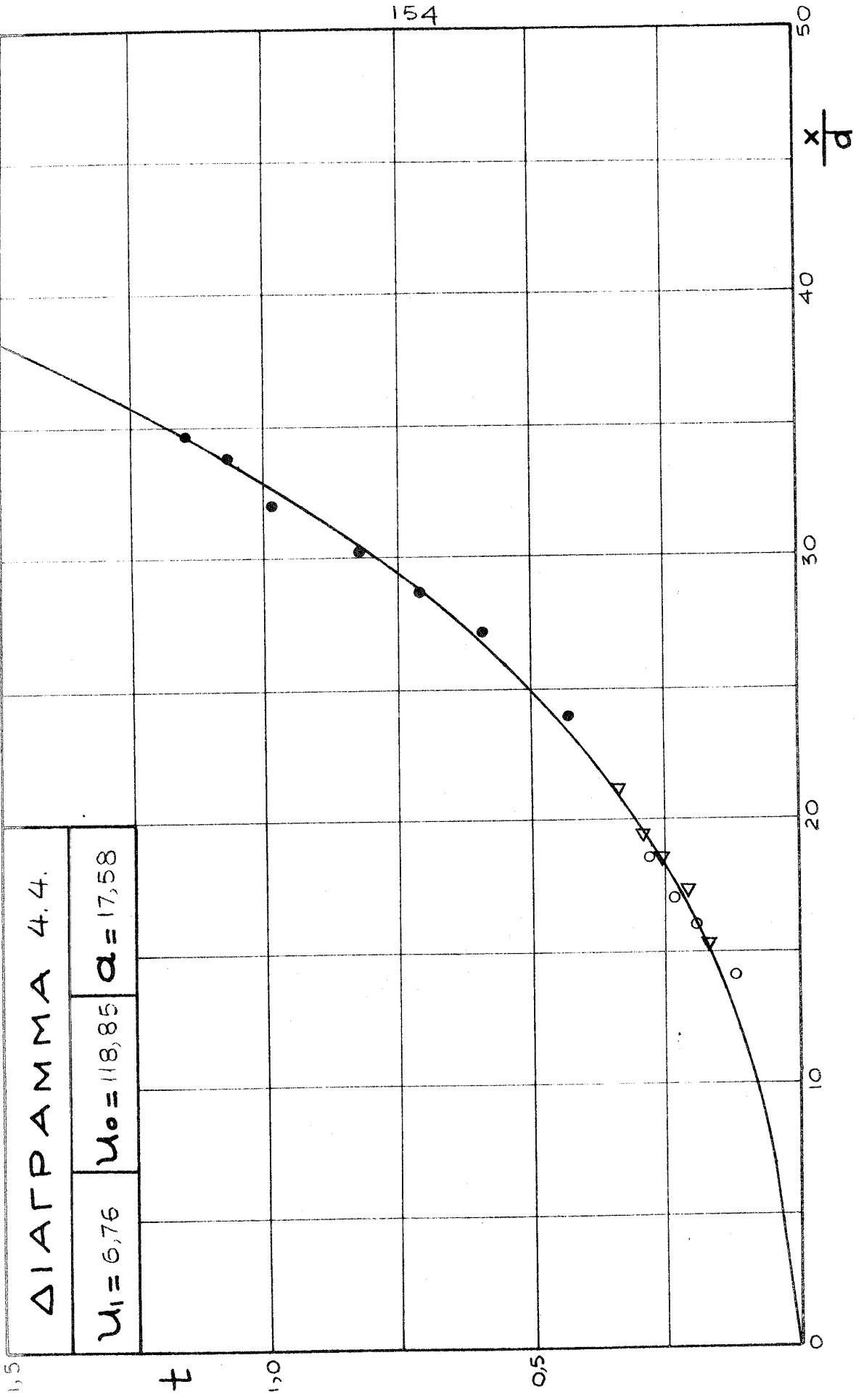
$u_1 = 6,76$	$u_0 = 118,85$	$a = 17,58$
--------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,64	14,5	15,4	0,18	0,72	13,2	14,04	0,12
0,68	16,4	17,4	0,22	0,80	15,0	15,95	0,20
0,72	17,5	18,6	0,26	0,84	16,0	17,02	0,24
0,76	18,2	19,4	0,30	0,88	17,5	18,61	0,28
0,80	20,0	21,3	0,34				
				0,88	22,5	23,93	0,43
				1,04	25,5	27,12	0,59
				1,16	27,0	28,72	0,71
				1,28	28,5	30,31	0,83
				1,44	30,0	31,91	0,99
				1,52	31,8	33,82	1,07
				1,60	32,5	34,57	1,15

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.4.

$u_1 = 6,76$	$u_0 = 118,85$	$a = 17,58$	
$k = 6,16$	$c = 542,94$	$t_0 = 0,0427$	$t_1 = 0,1212$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,050	26,0	0,556		
8,0	0,060	27,0	0,609		
9,0	0,071	28,0	0,666		
10,0	0,083	29,0	0,726		
11,0	0,097	30,0	0,791		
12,0	0,113	31,0	0,859		
13,0	0,130	32,0	0,932		
14,0	0,148	33,0	1,009		
15,0	0,169	34,0	1,049		
16,0	0,191	35,0	1,178		
17,0	0,216	36,0	1,270		
18,0	0,243	37,0	1,368		
19,0	0,273	38,0	1,472		
20,0	0,305	39,0	1,582		
21,0	0,340	40,0	1,699		
22,0	0,377				
23,0	0,417				
24,0	0,460				
25,0	0,507				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.5.

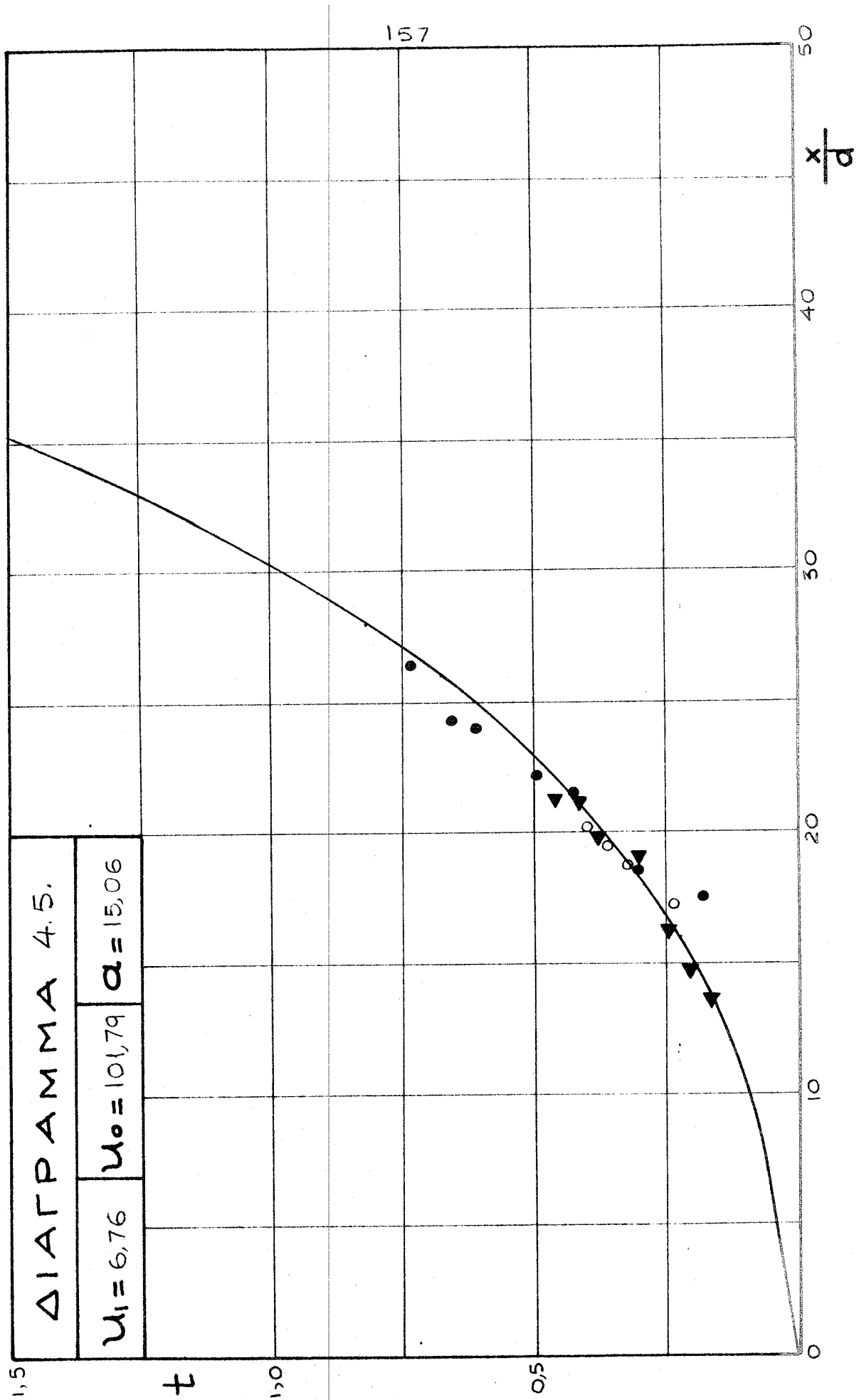
$u_1 = 6,76$	$u_0 = 101,79$	$a = 15,06$
--------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,44	16,2	17,23	0,24	0,48	12,8	13,62	0,17
0,52	17,6	18,72	0,32	0,52	13,8	14,68	0,21
0,56	18,3	19,47	0,36	0,56	15,2	16,17	0,25
0,60	19,0	20,21	0,40	0,92	17,7	18,83	0,30
				1,00	18,8	20,00	0,38
1,20	16,5	17,55	0,18	1,04	19,8	21,06	0,42
1,32	17,5	18,62	0,30	1,08	20,0	21,28	0,46
1,44	20,0	21,28	0,42				
1,52	20,8	22,13	0,50				
1,64	22,5	23,94	0,62				
1,68	22,8	24,26	0,66				
1,76	24,8	26,38	0,74				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.5.

$u_1 = 6,76$		$u_0 = 101,79$		$a = 15,06$	
$K = 6,08$	$C = 447,64$		$t_0 = 0,0493$		$t_1 = 0,1435$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,058	26,0	0,677		
8,0	0,070	27,0	0,744		
9,0	0,083	28,0	0,815		
10,0	0,098	29,0	0,891		
11,0	0,115	30,0	0,973		
12,0	0,134	31,0	1,061		
13,0	0,154	32,0	1,154		
14,0	0,176	33,0	1,255		
15,0	0,201	34,0	1,361		
16,0	0,228	35,0	1,476		
17,0	0,258	36,0	1,598		
18,0	0,291				
19,0	0,327				
20,0	0,366				
21,0	0,408				
22,0	0,454				
23,0	0,504				
24,0	0,558				
25,0	0,615				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.6.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 253,25$	$a = 23,84$
---------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	10,5	11,70	0,02	0,04	7,0	7,5	0,02
0,12	12,5	13,62	0,06	0,08	12,5	13,30	0,06
0,16	16,0	17,02	0,10	0,12	16,5	17,60	0,10
0,20	19,0	20,21	0,14	0,16	18,0	19,20	0,14
0,24	21,0	22,34	0,18	0,20	19,0	20,21	0,18
0,28	23,0	24,47	0,22	0,24	20,0	21,28	0,22
0,32	25,3	26,91	0,26	0,28	22,0	23,40	0,26
0,36	26,8	28,51	0,30	0,32	23,5	25,00	0,30
0,40	30,2	32,13	0,34	0,36	25,5	27,10	0,34
0,48	32,3	34,36	0,42	0,40	27,5	29,26	0,38
				0,44	29,2	31,10	0,42
0,72	36,5	38,80	0,66	0,48	30,8	32,80	0,46
0,76	37,5	39,90	0,70	0,52	32,5	34,57	0,50
0,80	38,0	41,00	0,74				
0,84	39,3	41,80	0,78	1,04	37,9	40,30	0,72
0,88	40,2	42,80	0,82	1,08	39,0	41,50	0,76
0,92	41,0	43,80	0,86	1,12	40,0	42,55	0,80
0,96	42,3	45,00	0,90	1,16	40,2	42,80	0,84
1,00	43,0	45,74	0,94	1,20	40,5	43,10	0,88
1,04	44,0	46,81	0,98	1,24	41,5	44,20	0,92
1,08	44,8	47,90	1,02	1,28	42,3	45,00	0,96
				1,32	42,6	45,30	1,00
				1,36	42,8	45,50	1,04
				1,40	43,3	46,10	1,08
				1,44	44,3	47,10	1,12
				1,48	44,7	47,60	1,16
				1,52	45,1	47,98	1,20
				1,56	45,4	48,30	1,24
				1,60	46,1	48,98	1,28
				1,64	46,4	49,60	1,32

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.6.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 253,25$	$a = 23,84$	
$K = 6,29$	$C = 789,28$	$t_0 = 0,0204$	$t_1 = 0,0557$

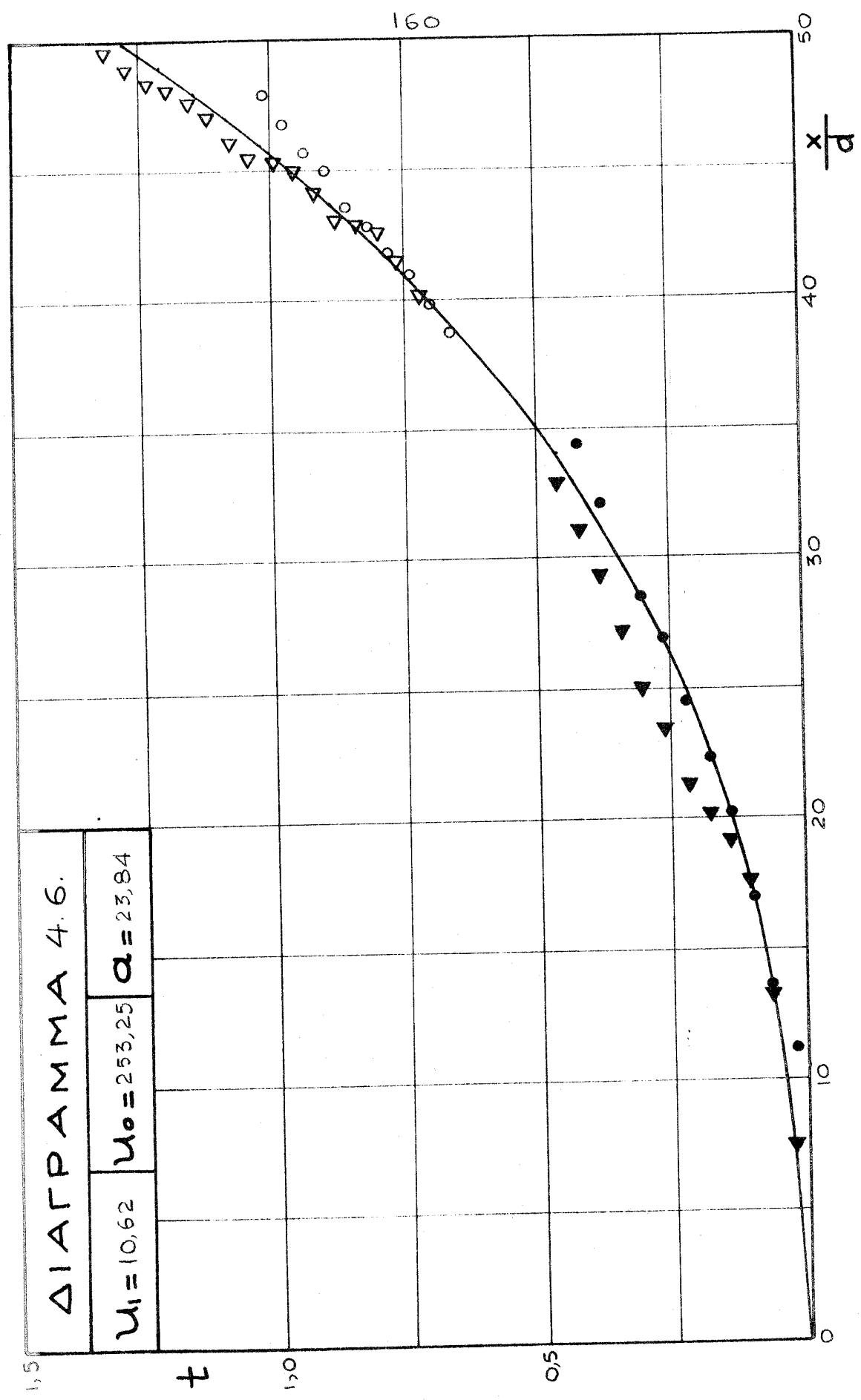
$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,023	26,0	0,246	45,0	0,960
8,0	0,028	27,0	0,268	46,0	1,019
9,0	0,033	28,0	0,292	47,0	1,081
10,0	0,038	29,0	0,317	48,0	1,145
11,0	0,045	30,0	0,344	49,0	1,213
12,0	0,052	31,0	0,372	50,0	1,283
13,0	0,060	32,0	0,402		
14,0	0,068	33,0	0,433		
15,0	0,077	34,0	0,466		
16,0	0,087	35,0	0,501		
17,0	0,098	36,0	0,538		
18,0	0,110	37,0	0,576		
19,0	0,123	38,0	0,617		
20,0	0,137	39,0	0,659		
21,0	0,153	40,0	0,703		
22,0	0,169	41,0	0,750		
23,0	0,186	42,0	0,799		
24,0	0,205	43,0	0,850		
25,0	0,225	44,0	0,904		

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.6.

$u_1 = 10,62$

$u_0 = 253,25$

$\alpha = 23,84$



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α 7.

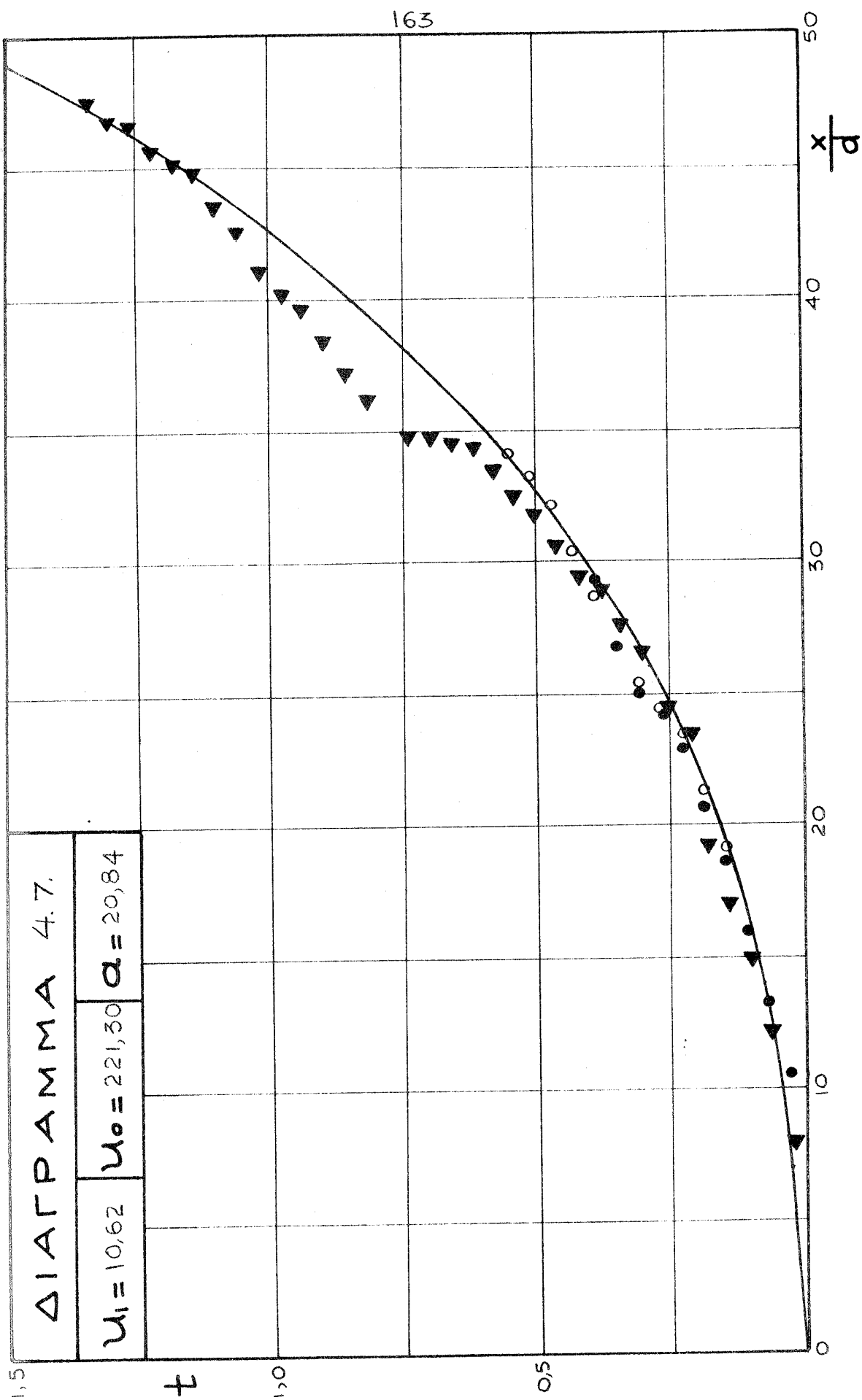
$u_1 = 10,62$	$u_0 = 221,30$	$a = 20,84$
---------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	10,0	10,64	0,03	0,04	6,0	6,38	
0,12	12,5	13,30	0,07	0,08	7,5	7,98	0,02
0,16	15,0	16,00	0,11	0,12	11,5	12,20	0,06
0,20	17,5	18,60	0,15	0,16	14,0	14,90	0,10
0,24	19,5	20,70	0,19	0,20	16,0	17,00	0,14
0,28	21,5	22,90	0,23	0,24	18,0	19,20	0,18
0,32	22,7	24,20	0,27	0,28	22,0	23,40	0,22
0,36	23,5	25,00	0,31	0,32	22,9	24,40	0,26
0,40	25,0	26,60	0,35	0,36	24,9	26,49	0,30
0,44	27,5	29,26	0,39	0,40	25,9	27,60	0,34
				0,44	27,2	28,90	0,38
0,40	18,0	19,20	0,15	0,48	27,6	29,40	0,42
0,44	20,0	21,28	0,19	0,52	28,8	30,60	0,46
0,48	22,0	23,40	0,23	0,56	29,9	31,80	0,50
0,52	22,8	24,30	0,27	0,60	30,5	32,50	0,54
0,56	23,8	25,30	0,31	0,64	31,5	33,50	0,58
0,60	25,0	26,60	0,35	0,68	32,2	34,30	0,62
0,64	27,0	28,70	0,39	0,72	32,4	34,50	0,66
0,68	28,6	30,40	0,43	0,76	32,6	34,70	0,70
0,72	30,2	32,10	0,47	0,80	32,7	34,80	0,74
0,76	31,2	33,20	0,51	0,88	34,0	36,20	0,82
0,80	32,0	34,00	0,55	0,92	35,0	37,20	0,86
				0,96	36,1	38,40	0,90
				1,00	37,2	39,57	0,94
				1,04	37,7	40,11	0,98
				1,08	38,6	41,10	1,02
				1,12	40,0	42,55	1,06
				1,16	40,9	43,51	1,10
				1,20	42,1	44,80	1,14
				1,24	42,5	45,21	1,18
				1,28	42,9	45,60	1,22
				1,32	43,8	46,60	1,26
				1,36	44,0	46,81	1,30
				1,40	44,6	47,50	1,34

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.7.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 221,30$	$a = 20,84$	
$K = 6,24$	$C = 669,41$	$t_0 = 0,0204$	$t_1 = 0,0557$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,027	26,0	0,288	45,0	1,167
8,0	0,032	27,0	0,315	46,0	1,242
9,0	0,038	28,0	0,343	47,0	1,320
10,0	0,044	29,0	0,373	48,0	1,403
11,0	0,052	30,0	0,406	49,0	1,491
12,0	0,060	31,0	0,439	50,0	1,583
13,0	0,069	32,0	0,475		
14,0	0,078	33,0	0,513		
15,0	0,089	34,0	0,553		
16,0	0,101	35,0	0,596		
17,0	0,114	36,0	0,640		
18,0	0,128	37,0	0,687		
19,0	0,143	38,0	0,737		
20,0	0,160	39,0	0,789		
21,0	0,178	40,0	0,845		
22,0	0,197	41,0	0,903		
23,0	0,217	42,0	0,964		
24,0	0,239	43,0	1,028		
25,0	0,263	44,0	1,095		



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α 8.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 195,00$	$a = 18,36$
---------------	----------------	-------------

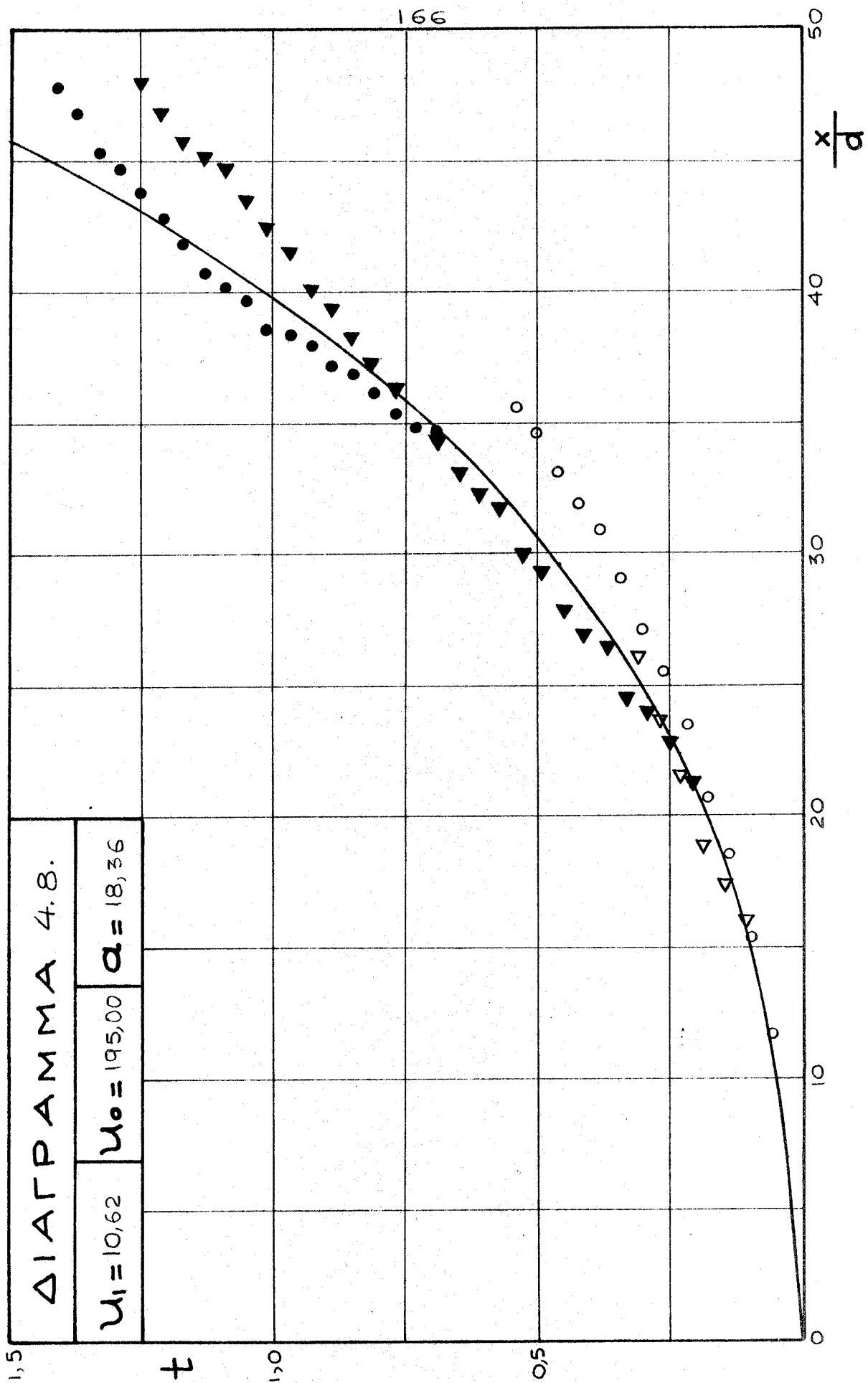
t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	7,5	8,00	0,02	0,20	15,0	15,96	0,11
0,12	11,0	11,70	0,06	0,24	16,3	17,34	0,15
0,16	14,5	15,40	0,10	0,28	17,8	18,94	0,19
0,20	17,5	18,60	0,14	0,32	20,2	21,49	0,23
0,24	19,5	20,74	0,18	0,36	22,4	23,83	0,27
0,28	22,0	23,40	0,22	0,40	24,5	26,06	0,31
0,32	24,0	25,50	0,26				
0,36	25,5	27,10	0,30	0,40	20,0	21,28	0,21
0,40	27,3	29,00	0,34	0,44	21,4	22,77	0,25
0,44	29,0	30,90	0,38	0,48	22,5	23,94	0,29
0,48	30,0	31,91	0,42	0,52	23,0	24,47	0,33
0,52	31,0	33,00	0,46	0,56	24,9	26,49	0,37
0,56	32,5	34,57	0,50	0,60	25,3	26,91	0,41
0,60	33,5	35,60	0,54	0,64	26,1	27,77	0,45
				0,68	27,5	29,26	0,49
0,84	32,6	34,70	0,69	0,72	28,2	30,00	0,53
0,88	32,8	34,90	0,73	0,76	29,8	31,70	0,57
0,92	33,3	35,40	0,77	0,80	30,3	32,23	0,61
0,96	34,0	36,17	0,81	0,84	31,1	33,09	0,65
1,00	34,7	36,90	0,85	0,88	32,5	34,57	0,69
1,04	35,0	37,20	0,89	0,92	32,9	35,00	0,73
1,08	35,7	38,00	0,93	0,96	34,2	36,38	0,77
1,12	36,1	38,40	0,97	1,00	35,1	37,34	0,81
1,16	36,3	38,60	1,01	1,04	36,0	38,30	0,85
1,20	37,4	39,70	1,05	1,08	37,2	39,57	0,89
1,24	37,8	40,20	1,09	1,12	37,7	40,11	0,93
1,28	38,3	40,70	1,13	1,16	39,1	41,60	0,97
1,32	39,3	41,80	1,17	1,20	40,0	42,55	1,01
1,36	40,2	42,80	1,21	1,24	40,9	43,51	1,05
1,40	41,2	43,80	1,25	1,28	42,0	44,68	1,09
1,44	42,0	44,68	1,29	1,32	42,5	45,21	1,13
1,48	44,0	46,81	1,33	1,36	43,0	45,74	1,17
1,52	44,9	47,80	1,37	1,40	44,0	46,81	1,21
1,56	45,3	48,20	1,41	1,44	45,1	47,98	1,25

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β. 8.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 195,00$	$a = 18,36$	
$K = 6,18$	$C = 572,89$	$t_0 = 0,0261$	$t_1 = 0,0736$

$\frac{x}{a}$	t	$\frac{x}{a}$	t	$\frac{x}{a}$	t
7,0	0,030	26,0	0,336	45,0	1,421
8,0	0,036	27,0	0,367	46,0	1,517
9,0	0,043	28,0	0,401	47,0	1,619
10,0	0,051	29,0	0,437	48,0	1,728
11,0	0,059	30,0	0,476		
12,0	0,069	31,0	0,516		
13,0	0,079	32,0	0,560		
14,0	0,090	33,0	0,606		
15,0	0,102	34,0	0,654		
16,0	0,116	35,0	0,706		
17,0	0,131	36,0	0,760		
18,0	0,147	37,0	0,818		
19,0	0,165	38,0	0,880		
20,0	0,185	39,0	0,944		
21,0	0,205	40,0	1,013		
22,0	0,228	41,0	1,085		
23,0	0,252	42,0	1,162		
24,0	0,278	43,0	1,243		
25,0	0,306	44,0	1,329		

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.8.		
$u_1 = 10,62$	$u_0 = 195,00$	$a = 18,36$



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.9.

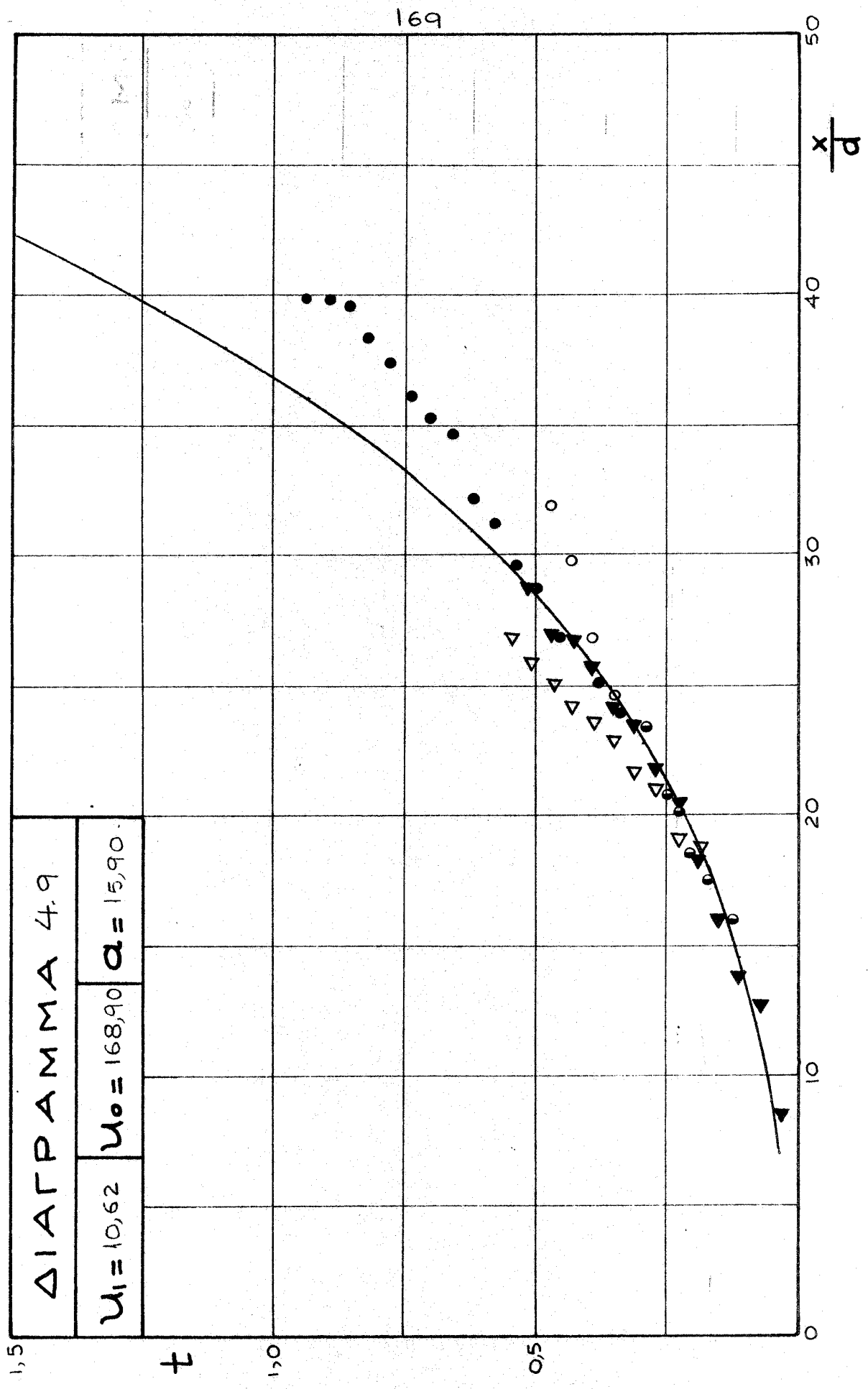
$u_1 = 10,62$	$u_0 = 168,90$	$a = 15,90$
---------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	8,0	8,51	0,03	0,16	15,0	15,96	0,13
0,12	12,0	12,77	0,07	0,20	16,5	17,55	0,17
0,16	13,0	13,83	0,11	0,24	17,5	18,62	0,21
0,20	15,0	15,96	0,15	0,28	19,5	20,74	0,25
0,24	17,2	18,30	0,19	0,32	22,0	23,40	0,29
0,28	19,2	20,43	0,23				
0,32	20,5	21,81	0,27	0,36	19,0	20,21	0,23
0,36	22,1	23,51	0,31	0,40	20,5	21,81	0,27
0,40	22,7	24,15	0,35	0,44	22,1	23,51	0,31
0,44	24,2	25,74	0,39	0,48	23,1	24,57	0,35
0,48	25,1	26,70	0,43	0,52	25,2	26,81	0,39
0,52	25,3	26,91	0,47	0,56	28,0	29,79	0,43
0,56	27,0	28,72	0,51	0,60	30,0	31,91	0,47
0,44	17,7	18,83	0,19	0,64	22,5	23,94	0,34
0,48	18,0	19,15	0,23	0,68	23,6	25,11	0,38
0,52	19,8	21,06	0,27	0,76	25,3	26,91	0,46
0,56	20,4	21,70	0,31	0,80	27,0	28,72	0,50
0,60	21,5	22,87	0,35	0,84	27,8	29,57	0,54
0,64	22,2	23,62	0,39	0,88	29,3	31,17	0,58
0,68	22,7	24,15	0,43	0,92	30,2	32,13	0,62
0,72	23,6	25,11	0,47	0,96	32,5	34,60	0,66
0,76	24,3	25,85	0,51	1,00	33,1	35,20	0,70
0,80	25,0	26,60	0,55	1,04	34,0	36,17	0,74
				1,08	35,2	37,45	0,78
				1,12	36,1	38,40	0,82
				1,16	37,2	39,57	0,86
				1,20	37,5	39,89	0,90
				1,24	37,5	39,89	0,94

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β. 8.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 168,90$	$a = 15,90$	
$K = 6,11$	$C = 479,30$	$t_0 = 0,0298$	$t_1 = 0,0860$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,035	26,0	0,402		
8,0	0,042	27,0	0,441		
9,0	0,050	28,0	0,483		
10,0	0,059	29,0	0,527		
11,0	0,069	30,0	0,575		
12,0	0,080	31,0	0,626		
13,0	0,092	32,0	0,680		
14,0	0,105	33,0	0,738		
15,0	0,120	34,0	0,800		
16,0	0,136	35,0	0,866		
17,0	0,154	36,0	0,936		
18,0	0,174	37,0	1,011		
19,0	0,195	38,0	1,090		
20,0	0,218	39,0	1,175		
21,0	0,243	40,0	1,266		
22,0	0,271	41,0	1,362		
23,0	0,300	42,0	1,466		
24,0	0,331	43,0	1,576		
25,0	0,365	44,0	1,694		



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.10

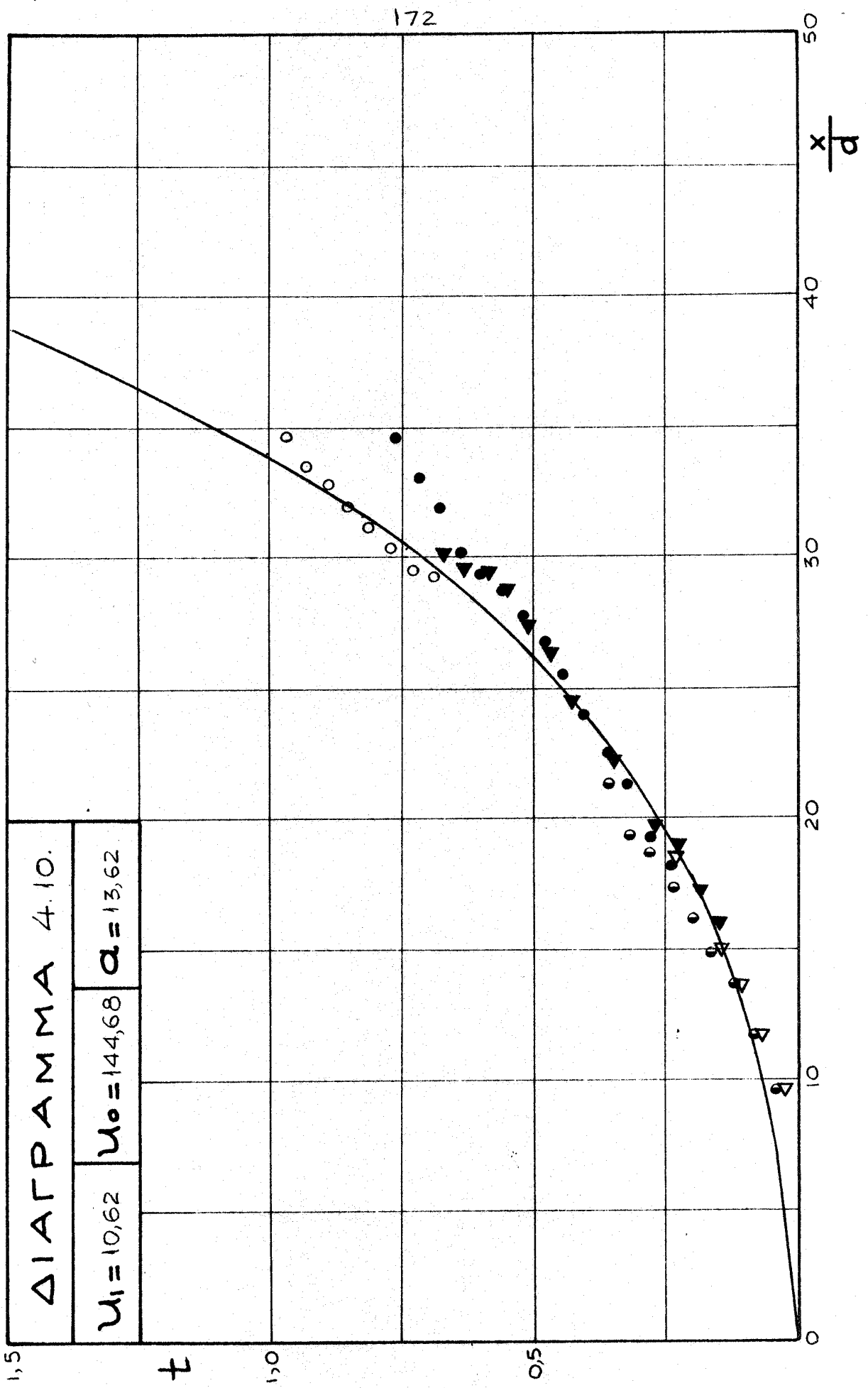
$u_1 = 10,62$	$u_0 = 144,68$	$a = 13,62$
---------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	7,5	7,98		0,08	7,5	7,98	
0,12	9,0	9,57	0,04	0,12	9,0	9,57	0,03
0,16	11,0	11,70	0,08	0,16	11,0	11,70	0,07
0,20	12,8	13,62	0,12	0,20	12,7	13,51	0,11
0,24	14,0	14,89	0,16	0,24	14,0	14,89	0,15
0,28	15,2	16,17	0,20	0,28	16,0	17,02	0,19
0,32	16,2	17,23	0,24	0,32	17,5	18,62	0,23
0,36	17,6	18,72	0,28				
0,40	18,1	19,26	0,32	0,36	15,0	15,96	0,15
0,44	20,0	21,28	0,36	0,40	16,0	17,02	0,19
				0,44	17,5	18,62	0,23
0,44	17,0	18,09	0,24	0,48	18,5	19,68	0,27
0,48	18,1	19,26	0,28	0,52	20,0	21,28	0,31
0,52	20,0	21,28	0,32	0,56	21,0	22,34	0,35
0,56	21,2	22,55	0,36	0,60	22,4	23,83	0,39
0,60	22,5	23,94	0,40	0,64	23,0	24,47	0,43
0,64	24,0	25,53	0,44	0,68	24,8	26,38	0,47
0,68	25,1	26,70	0,48	0,72	25,8	27,45	0,51
0,72	26,0	27,66	0,52	0,76	27,0	28,72	0,55
0,76	27,0	28,72	0,56	0,80	27,6	29,36	0,59
0,80	27,6	29,36	0,60	0,84	27,8	29,57	0,63
0,84	28,4	30,21	0,64	0,88	28,3	30,11	0,67
0,88	30,0	31,91	0,68				
0,92	31,1	32,98	0,72				
0,96	32,5	34,57	0,76				
0,96	27,5	29,26	0,69				
1,00	27,7	29,47	0,73				
1,04	28,5	30,32	0,77				
1,08	29,2	31,06	0,81				
1,12	30,0	31,91	0,85				
1,16	30,8	32,77	0,89				
1,20	31,5	33,51	0,93				
1,24	32,5	34,57	0,97				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.10.

$u_1 = 10,62$	$u_0 = 144,68$	$a = 13,62$	
$K = 6,02$	$C = 394,62$	$t_0 = 0,0344$	$t_1 = 0,1021$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
7,0	0,041	26,0	0,492		
8,0	0,050	27,0	0,542		
9,0	0,059	28,0	0,595		
10,0	0,070	29,0	0,652		
11,0	0,082	30,0	0,714		
12,0	0,095	31,0	0,780		
13,0	0,109	32,0	0,852		
14,0	0,125	33,0	0,928		
15,0	0,143	34,0	1,011		
16,0	0,163	35,0	1,099		
17,0	0,185	36,0	1,195		
18,0	0,208	37,0	1,297		
19,0	0,234	38,0	1,408		
20,0	0,263				
21,0	0,294				
22,0	0,328				
23,0	0,364				
24,0	0,404				
25,0	0,446				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.11.

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 252,33$	$a = 12,95$
---------------	----------------	-------------

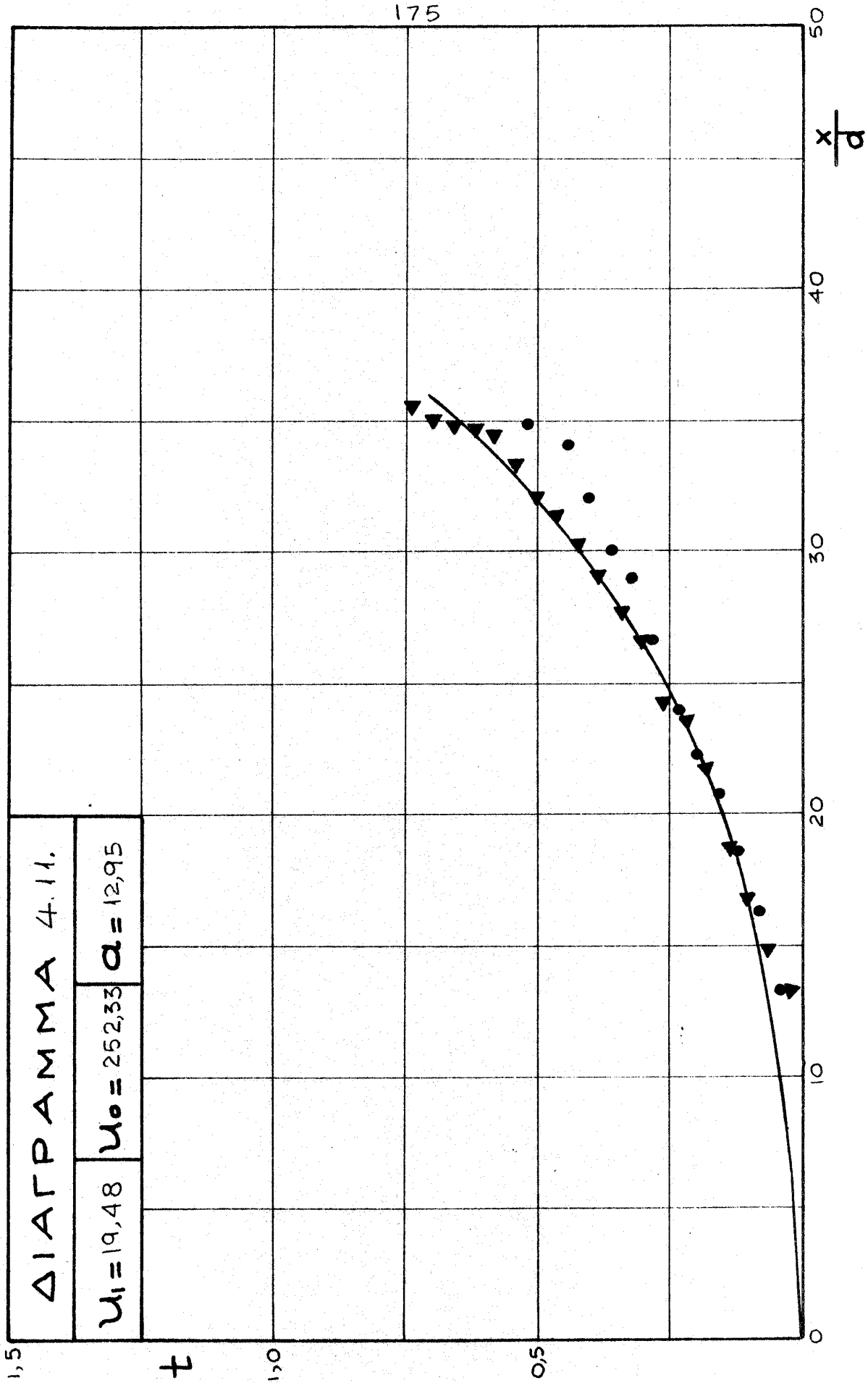
t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,04	5,0	5,32		0,04	5,0	5,32	
0,08	10,0	10,64		0,08	9,0	9,57	
0,12	12,5	13,30	0,02	0,12	12,5	13,30	0,04
0,16	14,0	14,89	0,06	0,16	15,3	16,28	0,08
0,20	15,8	16,81	0,10	0,20	17,5	18,62	0,12
0,24	17,7	18,83	0,14	0,24	19,5	20,74	0,16
0,28	20,5	21,81	0,18	0,28	21,0	22,34	0,20
0,32	22,2	23,62	0,22	0,32	22,5	23,94	0,24
0,36	22,8	24,26	0,26	0,36	25,0	26,60	0,28
0,40	25,0	26,60	0,30	0,40	27,3	29,04	0,32
0,44	26,0	27,66	0,34	0,44	28,2	30,00	0,36
0,48	27,3	29,04	0,38	0,48	30,0	31,91	0,40
0,52	28,5	30,32	0,42	0,52	32,0	34,04	0,44
0,56	29,5	31,38	0,46	0,60	32,7	34,79	0,52
0,60	30,2	32,13	0,50				
0,64	31,3	33,30	0,54				
0,68	32,4	34,47	0,58				
0,72	32,6	34,68	0,62				
0,76	32,7	34,79	0,66				
0,80	32,9	35,0	0,70				
0,84	33,5	35,64	0,74				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4 β. 11.

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 252,33$	$a = 12,95$	
$K = 5,99$	$C = 370,21$	$t_0 = 0,0196$	$t_1 = 0,0589$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
6,0	0,020	25,0	0,260		
7,0	0,024	26,0	0,287		
8,0	0,028	27,0	0,317		
9,0	0,034	28,0	0,348		
10,0	0,040	29,0	0,382		
11,0	0,047	30,0	0,419		
12,0	0,055	31,0	0,459		
13,0	0,063	32,0	0,502		
14,0	0,072	33,0	0,548		
15,0	0,083	34,0	0,598		
16,0	0,094	35,0	0,652		
17,0	0,107	36,0	0,710		
18,0	0,121				
19,0	0,136				
20,0	0,153				
21,0	0,171				
22,0	0,190				
23,0	0,212				
24,0	0,235				

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.11.		
$u_1 = 19,48$	$u_0 = 252,33$	$a = 12,95$



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.12

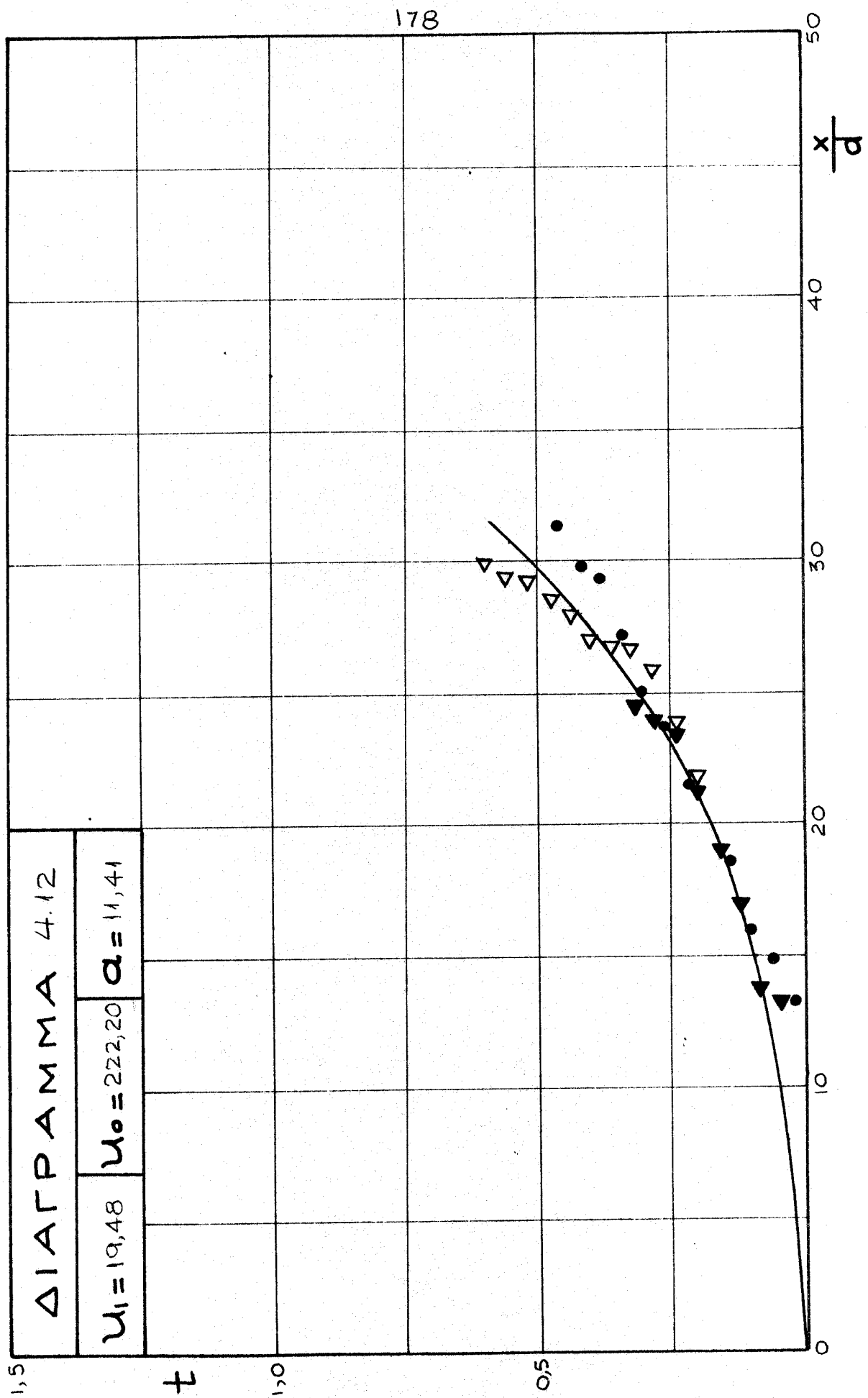
$u_1 = 19,48$	$u_0 = 222,20$	$a = 11,41$
---------------	----------------	-------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,04	5,0	5,32		0,04	5,0	5,32	
0,08	8,0	8,51		0,08	9,0	9,57	
0,12	10,1	10,74		0,12	12,5	13,30	0,04
0,16	12,5	13,30	0,02	0,16	13,0	13,83	0,08
0,20	14,0	14,89	0,06	0,20	16,0	17,02	0,12
0,24	15,0	15,96	0,10	0,24	17,8	18,94	0,16
0,28	17,5	18,62	0,14	0,28	20,0	21,28	0,20
0,32	19,2	20,43	0,18	0,32	22,0	23,40	0,24
0,36	20,2	21,49	0,22	0,36	22,5	23,94	0,28
0,40	22,3	23,72	0,26	0,40	23,0	24,47	0,32
0,44	23,5	25,0	0,30				
0,48	25,6	27,23	0,34	0,40	20,5	21,81	0,20
0,52	27,5	29,26	0,38	0,44	22,3	23,72	0,24
0,56	28,0	29,79	0,42	0,48	24,3	25,85	0,28
0,60	29,5	31,38	0,46	0,52	25,1	26,70	0,32
				0,56	25,2	26,81	0,36
				0,60	25,5	27,13	0,40
				0,64	26,3	27,98	0,44
				0,68	26,9	28,62	0,48
				0,72	27,5	29,26	0,52
				0,76	27,6	29,36	0,56
				0,80	28,1	29,89	0,60

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β. 12.

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 222,20$	$a = 11,41$	
$K = 5,90$	$C = 314,69$	$t_0 = 0,0220$	$t_1 = 0,0680$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
6,0	0,022	25,0	0,311		
7,0	0,027	26,0	0,344		
8,0	0,033	27,0	0,381		
9,0	0,039	28,0	0,421		
10,0	0,046	29,0	0,464		
11,0	0,054	30,0	0,511		
12,0	0,063	31,0	0,562		
13,0	0,073	32,0	0,618		
14,0	0,084				
15,0	0,096				
16,0	0,110				
17,0	0,125				
18,0	0,141				
19,0	0,159				
20,0	0,179				
21,0	0,201				
22,0	0,225				
23,0	0,251				
24,0	0,280				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α 13

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 195,71$	$a = 10,05$
---------------	----------------	-------------

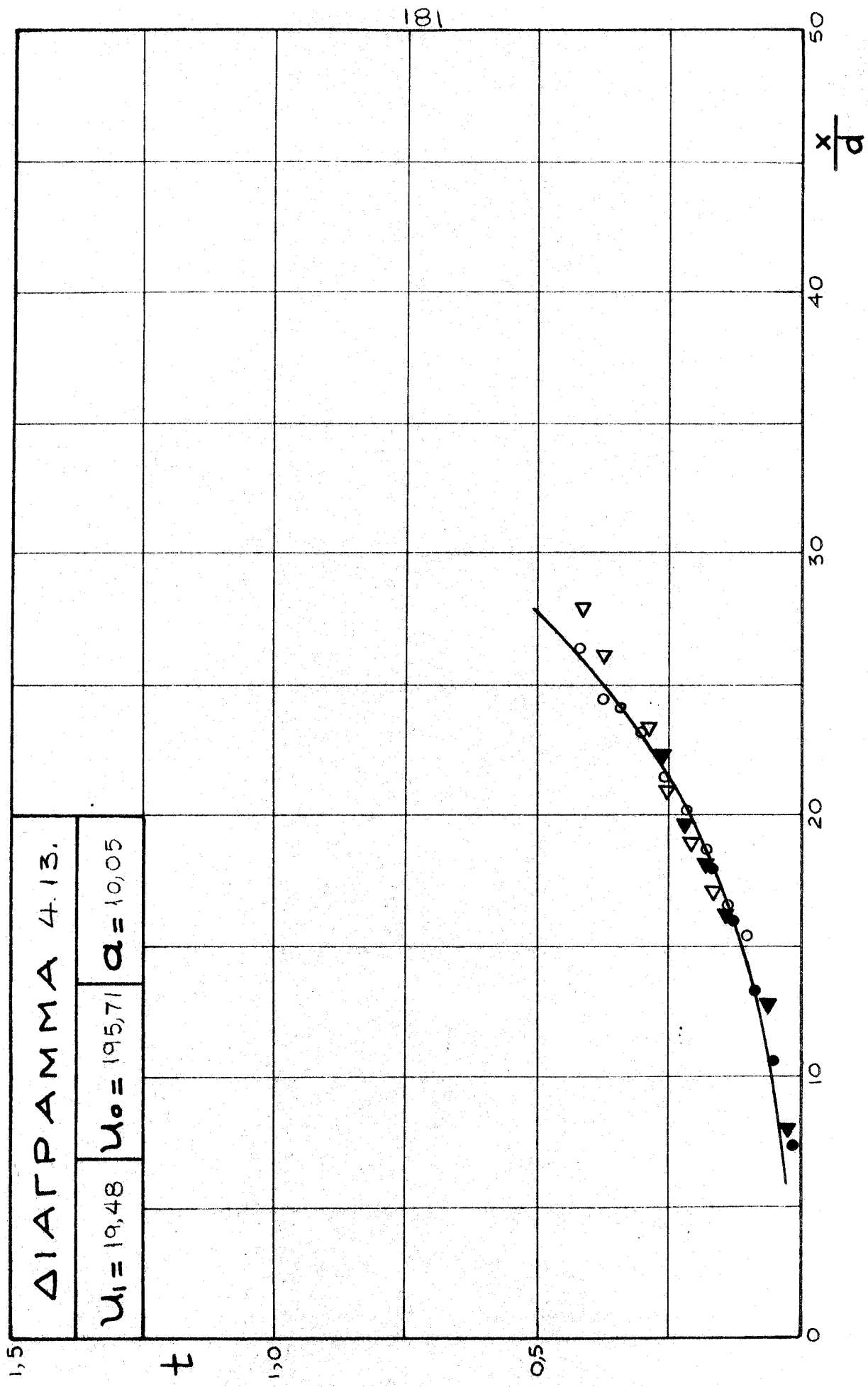
t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,04	7,0	7,45	0,01	0,04	5,0	5,32	
0,08	10,0	10,64	0,05	0,08	7,5	7,98	0,02
0,12	12,5	13,30	0,09	0,12	12,0	12,77	0,06
0,16	15,0	15,96	0,13	0,20	15,2	16,17	0,14
0,20	17,0	18,09	0,17	0,24	17,0	18,09	0,18
				0,28	18,5	19,68	0,22
0,20	14,5	15,43	0,10	0,32	21,0	22,34	0,26
0,24	15,6	16,60	0,14				
0,28	17,6	18,72	0,18	0,20	12,5	13,30	0,09
0,32	19,0	20,21	0,22	0,24	15,0	15,96	0,13
0,36	20,2	21,49	0,26	0,28	16,0	17,02	0,17
0,40	21,8	23,19	0,30	0,32	17,8	18,94	0,21
0,44	22,6	24,04	0,34	0,36	19,8	21,06	0,25
0,48	23,0	24,47	0,38	0,40	22,0	23,40	0,29
0,52	24,8	26,38	0,42	0,44	22,7	24,15	0,33
				0,48	24,5	26,06	0,37

180

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.13.

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 195,71$	$a = 10,05$	
$K = 5,80$	$C = 266,99$	$t_0 = 0,0246$	$t_1 = 0,0788$

$\frac{x}{a}$	t	$\frac{x}{a}$	t	$\frac{x}{a}$	t
6,0	0,026	25,0	0,375		
7,0	0,031	26,0	0,417		
8,0	0,037	27,0	0,464		
9,0	0,045	28,0	0,516		
10,0	0,053				
11,0	0,063				
12,0	0,073				
13,0	0,085				
14,0	0,097				
15,0	0,112				
16,0	0,128				
17,0	0,146				
18,0	0,166				
19,0	0,188				
20,0	0,212				
21,0	0,239				
22,0	0,268				
23,0	0,300				
24,0	0,336				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.14.

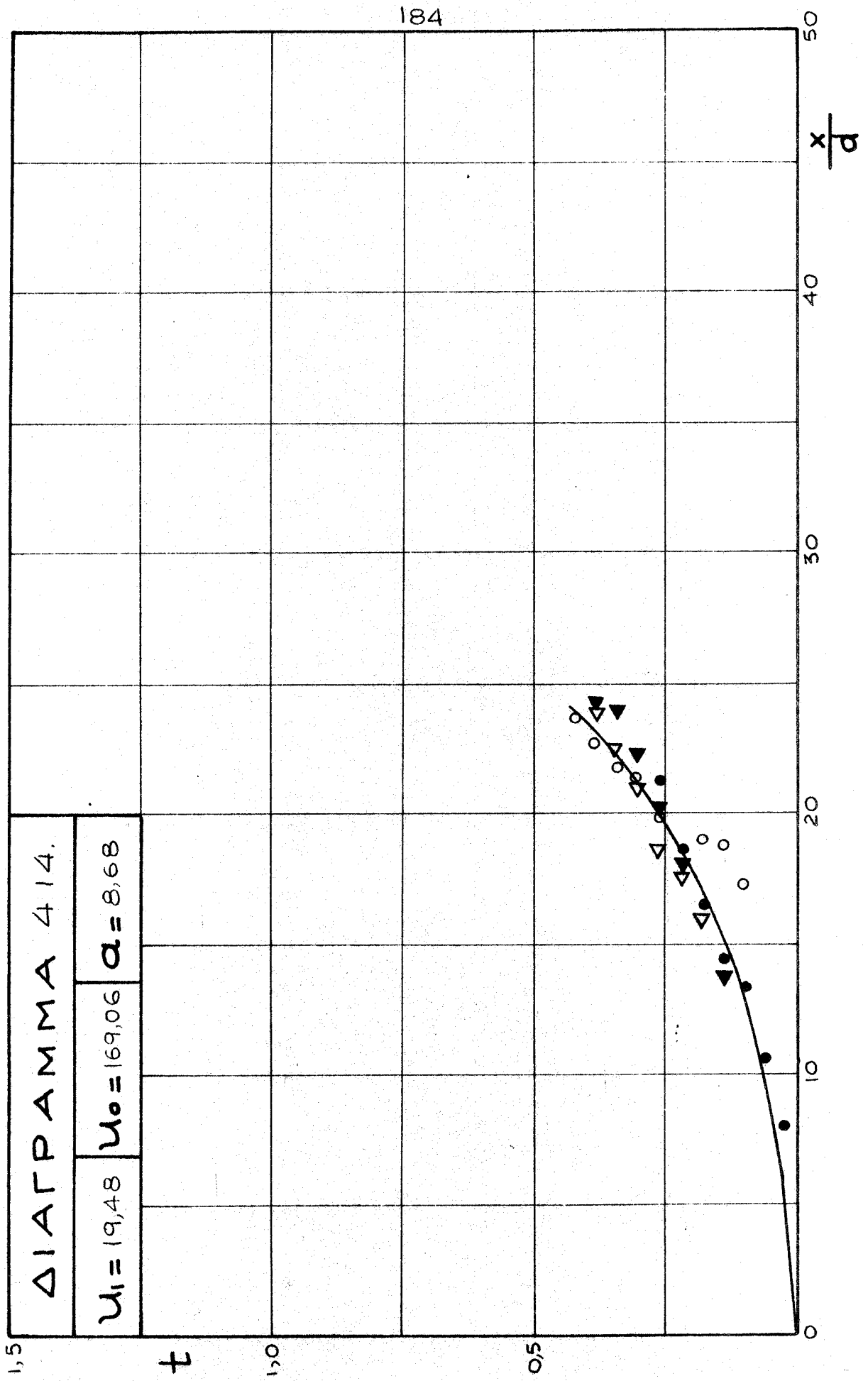
$u_1 = 19,48$	$u_0 = 169,06$	$a = 8,68$
---------------	----------------	------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	7,5	7,98	0,02	0,08	7,5	7,98	0,02
0,12	10,0	10,64	0,06	0,12	10,0	10,64	0,06
0,16	12,5	13,30	0,10	0,16	12,5	13,30	0,10
0,20	13,5	14,36	0,14	0,20	13,0	13,83	0,14
0,24	15,5	16,49	0,18	0,24	15,0	15,96	0,18
0,28	17,5	18,62	0,22	0,28	17,0	18,09	0,22
0,32	20,0	21,28	0,26	0,32	19,0	20,21	0,26
				0,36	21,0	22,34	0,30
0,40	16,3	17,34	0,10	0,40	22,5	23,94	0,34
0,44	17,7	18,83	0,14				
0,48	18,0	19,15	0,18	0,44	15,0	15,96	0,18
0,56	18,7	19,89	0,26	0,48	16,7	17,77	0,22
0,60	20,0	21,28	0,30	0,52	17,6	18,72	0,26
0,64	20,5	21,81	0,34	0,56	19,8	21,06	0,30
0,68	21,3	22,66	0,38	0,60	21,1	22,45	0,34
0,72	22,3	23,72	0,42	0,64	22,5	23,94	0,38
0,76	22,6	24,04	0,46				

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β. 14

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 169,06$	$a = 8,68$	
$K = 5,67$	$C = 220,16$	$t_0 = 0,0278$	$t_1 = 0,0939$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
6,0	0,030				
7,0	0,036				
8,0	0,044				
9,0	0,053				
10,0	0,063				
11,0	0,074				
12,0	0,087				
13,0	0,101				
14,0	0,117				
15,0	0,134				
16,0	0,154				
17,0	0,177				
18,0	0,202				
19,0	0,229				
20,0	0,260				
21,0	0,295				
22,0	0,333				
23,0	0,375				
24,0	0,423				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.15

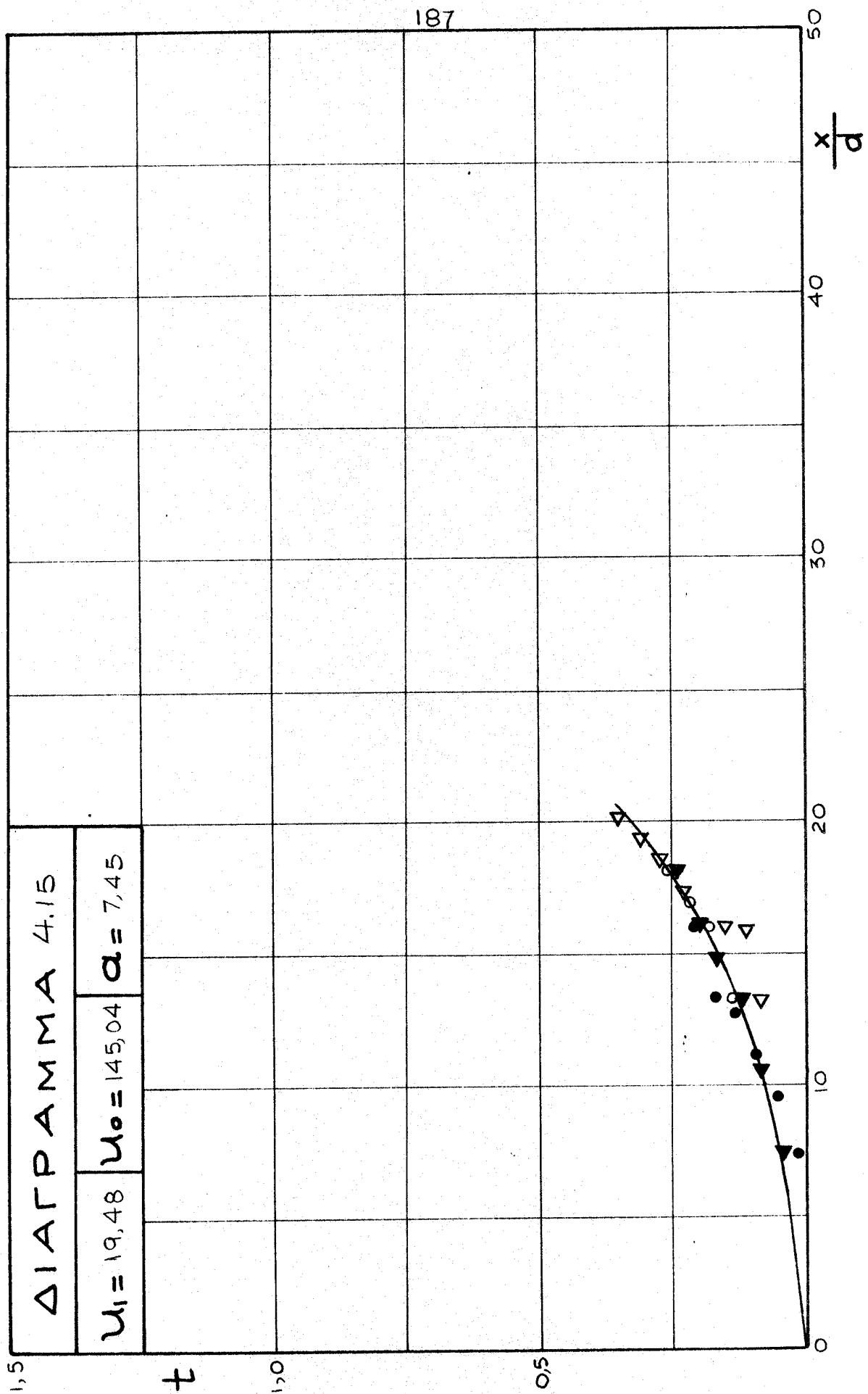
$u_1 = 19,48$	$u_0 = 145,04$	$a = 7,45$
---------------	----------------	------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	7,0	7,45	0,01	0,08	7,0	7,45	0,04
0,12	9,0	9,57	0,05	0,12	10,0	10,64	0,08
0,16	10,5	11,17	0,09	0,16	12,5	13,30	0,12
0,20	12,0	12,77	0,13	0,20	14,0	14,89	0,16
0,24	12,6	13,40	0,17	0,24	15,1	16,06	0,20
0,28	15,0	15,96	0,21	0,28	17,1	18,19	0,24
0,32	12,7	13,51	0,14	0,32	12,5	13,30	0,07
0,36	15,0	15,96	0,18	0,36	15,0	15,96	0,11
0,40	16,0	17,02	0,22	0,40	15,0	15,96	0,15
0,44	17,1	18,09	0,26	0,44	15,3	16,28	0,19
				0,48	16,3	17,34	0,23
				0,52	17,5	18,62	0,27
				0,56	18,2	19,36	0,31
				0,60	19,0	20,21	0,35

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β 15

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 145,04$	$a = 7,45$	
$k = 5,51$	$c = 179,09$	$t_0 = 0,0316$	$t_1 = 0,1137$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
6,0	0,035				
7,0	0,043				
8,0	0,052				
9,0	0,063				
10,0	0,075				
11,0	0,089				
12,0	0,105				
13,0	0,123				
14,0	0,142				
15,0	0,165				
16,0	0,190				
17,0	0,219				
18,0	0,251				
19,0	0,287				
20,0	0,329				
21,0	0,375				



ΠΙΝΑΚΑΣ 4α.16

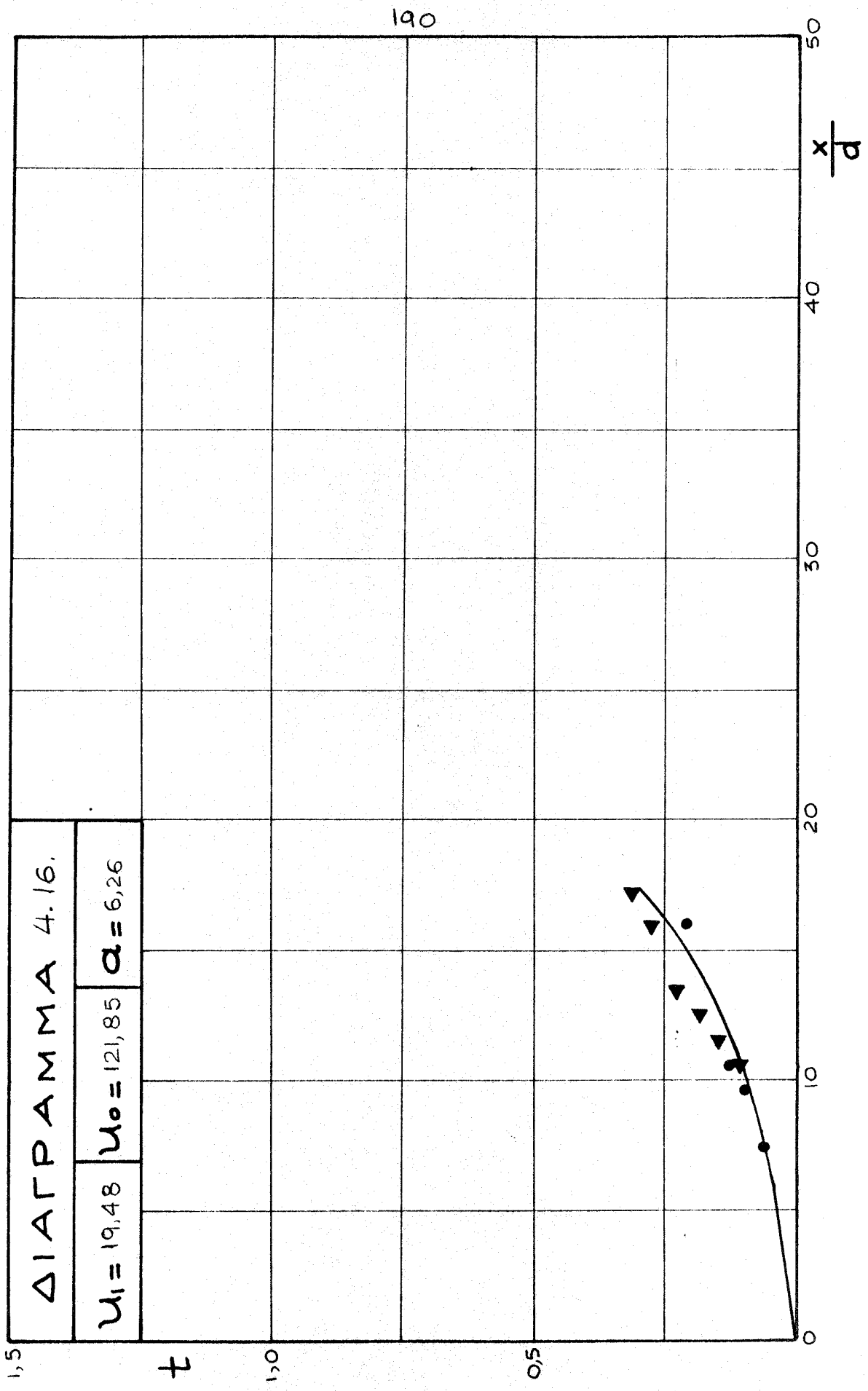
$u_1 = 19,48$	$u_0 = 121,85$	$a = 6,26$
---------------	----------------	------------

t'	x	$\frac{x}{a}$	t	t'	x	$\frac{x}{a}$	t
0,08	6,0	6,38	0,01	0,40	10,0	10,64	0,11
0,12	7,0	7,45	0,05	0,44	10,8	11,49	0,15
0,16	9,0	9,57	0,09	0,48	11,8	12,55	0,19
0,20	10,0	10,64	0,13	0,52	12,7	13,51	0,23
0,28	15,0	15,96	0,21	0,56	15,0	15,96	0,27
				0,60	16,3	17,34	0,31

ΠΙΝΑΚΑΣ 4β.16

$u_1 = 19,48$	$u_0 = 121,85$	$a = 6,26$	
$K = 5,30$	$C = 140,58$	$t_0 = 0,0363$	$t_1 = 0,1433$

$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t	$\frac{x}{d}$	t
6,0	0,042				
7,0	0,052				
8,0	0,064				
9,0	0,077				
10,0	0,093				
11,0	0,111				
12,0	0,132				
13,0	0,155				
14,0	0,181				
15,0	0,211				
16,0	0,245				
17,0	0,285				
18,0	0,331				



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Γ. Κ. Νουτσοπούλου "Μαθήματα Θεωρητικής και Εφαρμοσμένης Υδραυλικής", 'Αθήνα 1972
2. Daily - Harleman "Fluid Dynamics" Addison-Wesley Co. Inc 1966
3. H. Schlichting "Boundary Layer Theory" Mc Graw Hill 1960
4. Ι. Δημητρίου "Θεωρία του όριακού στρώματος" 'Αθήνα 1976
5. N. Rajaratnam "Turbulent Jets" Elsevier scientific publishing Co.
6. Albertson - Dai - Jensen - Rouse "Diffusion of submerged jets" Hydraulic Division, 1950
7. Arrendt - Babcock - Shuster "Penetration of a jet into a counterflow" Hydraulic Division 1956

