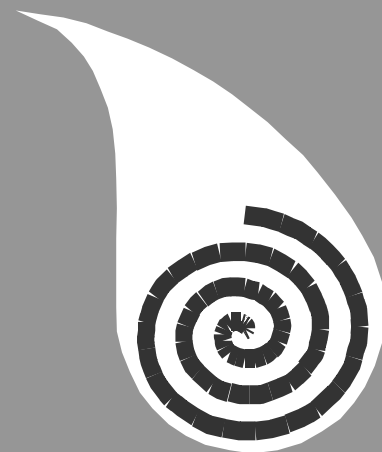
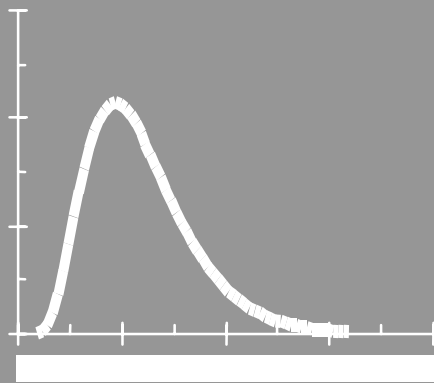


**Δημήτρης Κουτσογιάννης**  
**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
**Τομέας Υδατικών Πόρων**

# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ



**Έκδοση 4**  
**Αθήνα 1997**



---

---

# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

---

---

**Δημήτρης Κουτσογιάννης**  
Επίκουρος Καθηγητής  
Τομέας Υδατικών Πόρων  
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Έκδοση 4  
Αθήνα 1997

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Έκδοση 4

Ανατύπωση 1998

Copyright © Δ. Κουτσογιάννης, 1995, 1996, 1997, 1998.

Δεν επιτρέπεται η αναπαραγωγή του βιβλίου, τμηματική ή ολική, σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς την έγγραφη άδεια του συγγραφέα.

Πληκτρολόγηση και επεξεργασία κειμένου: Δ. Κουτσογιάννης

Επιμέλεια κειμένου: Δ. Κουτσογιάννης

Σχέδια: Δ. Κουτσογιάννης

Μακέτα εξωφύλλου: Α. Πατρικίου

Εκτύπωση Offset και βιβλιοδεσία : Τυπογραφείο Εθνικού Μετσοβίου

Πολυτεχνείου

Τεχνική επιμέλεια εκτύπωσης και βιβλιοδεσίας: Γ. Καραγκιοζόπουλος,

Ν. Γκάνης, Α. Μιχαλόπουλος

Αφιερώνεται στην Αννούσκα



---

---

# Πρόλογος

---

---

Οι σημειώσεις αυτές απευθύνονται, ως ένα συμπληρωματικό βοήθημα, στους φοιτητές που παρακολουθούν το εισαγωγικό μάθημα της τεχνικής υδρολογίας. Καλύπτουν μόνο ένα μέρος της ύλης του μαθήματος και συγκεκριμένα τις πιθανοθεωρητικές και στατιστικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην τεχνική υδρολογία.

Θα ήθελα να κάνω απ' την αρχή μια προειδοποίηση προς τους φοιτητές: το αντικείμενο αυτών των σημειώσεων δεν είναι εύκολο. Η θεωρία πιθανοτήτων και η στατιστική είναι από τους πιο δύσκολους κλάδους των μαθηματικών. Επιπλέον, η φυσική υδρολογική πραγματικότητα με την μεγάλη ποικιλία φαινομένων, κατά κανόνα χαοτικού χαρακτήρα, δύσκολα τυποποιείται και προσαρμόζεται στα αφαιρετικά μαθηματικά μοντέλα της θεωρίας πιθανοτήτων. Ωστόσο, η εφαρμογή των πιθανοθεωρητικών και στατιστικών μεθόδων στην τεχνική υδρολογία αποτελεί το μόνο επιστημονικά άρτιο τρόπο ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας που διέπει τα υδρολογικά φαινόμενα και των κινδύνων για τα έργα του μηχανικού που αυτή συνεπάγεται.

Στην παρουσίαση της ύλης απέφυγα την εύκολη μέθοδο της προσανατολισμένης προς την εφαρμογή τεχνητής απλούστευσης του αντικειμένου. Αντίθετα, επιδίωξα να παρουσιάσω τα θέματα σε βάθος και συνεκτικά. Έτσι, το κείμενο αυτό αντανακλά την πραγματική δυσκολία του επιστημονικού αντικειμένου που διαπραγματεύεται. Για το λόγο αυτό είναι πολύ πιθανό (ίσως και στατιστικώς βέβαιο) ότι η πρώτη ανάγνωσή του δεν θα ενθουσιάσει το φοιτητή. Ελπίζω όμως, ότι η βαθύτερη μελέτη

του θα οδηγήσει σε εξοικείωση με τις πολλαπλές αρετές της τεχνικής υδρολογίας.

Για λόγους πληρότητας και αυτοτέλειας έχω συμπεριλάβει (κεφάλαια 2 και 3) μια εισαγωγή στις απαραίτητες έννοιες της πιθανοθεωρίας και της στατιστικής. Η ανάπτυξη των εννοιών αυτών είναι περιληπτική και σαφώς προσανατολισμένη στα προβλήματα της υδρολογίας. Για πληρέστερη και αυστηρότερη μαθηματική ανάπτυξη αυτού του θεωρητικού υποβάθρου, οι ενδιαφερόμενοι φοιτητές παραπέμπονται στα βιβλία θεωρίας πιθανοτήτων και στατιστικής (βλ. βιβλιογραφικές αναφορές στο τέλος του βιβλίου). Οι εξοικειωμένοι με αυτές τις έννοιες φοιτητές μπορούν να παραλείψουν τη μελέτη αυτών των κεφαλαίων, ή να περιοριστούν στην ανάγνωση των παραδειγμάτων, τα οποία βοηθούν στη σύνδεση της πιθανοθεωρίας και στατιστικής με την τεχνική υδρολογία.

Δεν θα αποκρύψω από τους φοιτητές ότι η σημερινή τάση των υδρολογικών επιστημών στο διεθνή χώρο, είναι προς την κατεύθυνση της πληρέστερης κατανόησης των φυσικών υδρολογικών διεργασιών, εις βάρος ίσως της αυστηρότητας στη μαθηματική αναπαράστασή τους. Αυτή η τάση αντανακλάται και στα πιο σύγχρονα καθιερωμένα συγγράμματα υδρολογίας, στα οποία η αναφορά στις στατιστικές μεθοδολογίες είναι σχετικά περιορισμένη και συχνά έχει εμπειρικό χαρακτήρα. Αυτό το κείμενο δεν ακολουθεί αυτή την τάση, αλλά αντίθετα προβάλλει τα μαθηματικό χαρακτήρα του αντικειμένου που διαπραγματεύεται προσπαθώντας να διατηρεί ένα βαθμό μαθηματικής αυστηρότητας. Δεν νομίζω ότι αυτό είναι μια άσκοπη θεωρητικοποίηση που μειώνει τον τεχνολογικό προσανατολισμό του κειμένου. Αντίθετα, η ακολουθούμενη προσέγγιση νομίζω ότι είναι βαθειά τεχνολογική, δεδομένου ότι καλύπτει τις πραγματικές ανάγκες των εφαρμογών, οι οποίες δεν απαιτούν κατ' ανάγκη την πλήρη κατανόηση των πολύπλοκων φυσικών μηχανισμών που κρύβονται πίσω από τις υδρολογικές διεργασίες. Άλλωστε, “η υψηλή τεχνολογία είναι η μαθηματική τεχνολογία”.<sup>†</sup>

---

<sup>†</sup> Διαπίστωση του Εθνικού Συμβουλίου Έρευνας των ΗΠΑ (βλ. και άρθρο του Γ. Ν. Παντελίδη, “Τα Πολυτεχνεία πρέπει να εκπαιδεύουν μηχανικούς για την τεχνολογία του μέλλοντος”, Πρακτικά του διημέρου *Το γενικό επιστημονικό υπόβαθρο στις σπουδές του μηχανικού του ΕΜΠ και ο ρόλος του Γενικού Τμήματος*, ΕΜΠ, Αθήνα, 1994).



Τελειώνοντας αυτό τον πρόλογο θα ήθελα να γράψω και μερικά λόγια για τη δική μου πρώτη (αντιφατική) εμπειρία με την τεχνική υδρολογία, που απέκτησα το 1976, ως τριτοετής φοιτητής της Σχολής Πολιτικών Μηχανικών του ΕΜΠ. Ομολογώ ότι η πρώτη μου εντύπωση από το μάθημα της υδρολογίας ήταν τελείως αρνητική. Είχα κάνει πολλές συζητήσεις με τους συμφοιτητές μου στις οποίες είχα εκφράσει την άποψη ότι το μάθημα αυτό ήταν εντελώς άχρηστο για έναν πολιτικό μηχανικό. Οι περισσότεροι συμφωνούσαν μαζί μου· θυμάμαι μόνο τον Π. Παπανικολάου να έχει τεκμηριωμένη αντίθετη άποψη: ότι η υδρολογία αποτελεί ένα απαραίτητο κρίκο στην αλυσίδα των μαθημάτων γύρω από το νερό. Το βασικό έναυσμα για να αλλάξω γνώμη ήταν το διάβασμα του βιβλίου του Θ. Ξανθόπουλου “Μαθήματα στατιστικής υδρολογίας” (έκδοση Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, 1975), το οποίο μας μοιράστηκε περί το τέλος του εξαμήνου. Διαβάζοντας το βιβλίο αυτό άρχισα να καταλαβαίνω το επιστημονικό βάθος και τη γοητεία της τεχνικής υδρολογίας, τη χρησιμότητα των μεθόδων που χρησιμοποιεί σε εφαρμογές και άλλων επιστημονικών και τεχνολογικών κλάδων, αλλά και τη συμβολή της στην κατανόηση και μαθηματική περιγραφή των πιο πολύπλοκων φυσικών διεργασιών. Στην πορεία μου η υδρολογία έγινε η βασική δίοδος επικοινωνίας μου με την επιστημονική και τεχνική κοινότητα και τους φοιτητές. Θα ήθελα, λοιπόν, να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου, τωρινούς συνεργάτες, που με μύησαν σε αυτή την κατεύθυνση: τον Θ. Ξανθόπουλο, τον Μ. Αφτιά, τη Μ. Μιμίκου και τον Η. Βασιλόπουλο. Ακόμη, θα ήθελα να αναφέρω στο σημείο αυτό και τον αείμνηστο Ι. Παπαδάκη, τότε επιμελητή της Έδρας Υδρολογίας και Υδραυλικών Έργων, που ακόμη θυμάμαι τον ιδιότυπο ορισμό του για την τεχνική υδρολογία: “είναι η επιστήμη που σου δίνει το  $Q$ ”.

Τέλος, ευχαριστώ θερμά τους συνεργάτες Ηλία Βασιλόπουλο, Αντώνη Χριστοφίδη και Νίκο Μαμάση για τις παρατηρήσεις τους στο κείμενο και τις υποδείξεις τους.

Αθήνα, Φεβρουάριος 1996  
Δημήτρης Κουτσογιάννης



---

---

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

---

<b>Κεφάλαιο 1 Σύνδεση τεχνικής υδρολογίας και πιθανοθεωρίας .....</b>	<b>1</b>
Μη προβλεψιμότητα και τύχη.....	3
<b>Κεφάλαιο 2 Εισαγωγικές έννοιες θεωρίας πιθανοτήτων .....</b>	<b>9</b>
2.1 Αξιοματική θεμελίωση της θεωρίας πιθανοτήτων.....	9
2.2 Τυχαία μεταβλητή και συνάρτηση κατανομής.....	11
Εφαρμογή 2.2.....	13
2.3 Ανεξάρτητα και εξαρτημένα γεγονότα, δεσμευμένη πιθανότητα.....	15
Εφαρμογή 2.3.....	16
2.4 Αναμενόμενες τιμές και παράμετροι κατανομών.....	18
2.4.1 Παράμετροι θέσης.....	20
2.4.2 Παράμετροι διασποράς .....	20
2.4.3 Παράμετροι ασυμμετρίας.....	21
2.4.4 Παράμετροι κύρτωσης .....	21
Εφαρμογή 2.4.....	23
Χρονική κλίμακα και σχήμα κατανομής.....	24
2.5 Αλλαγή μεταβλητής .....	25
Εφαρμογή 2.5.α.....	26
Εφαρμογή 2.5.β.....	27

2.6 Από κοινού και περιθώριες συναρτήσεις κατανομής.....	27
2.6.1 Αναμενόμενες τιμές - ροπές.....	29
2.6.2 Ανεξαρτησία μεταβλητών .....	30
2.6.3 Αθροίσματα μεταβλητών .....	30
Εφαρμογή 2.6.3.....	31
2.6.4 Πολλές μεταβλητές .....	33
2.7 Η έννοια της στοχαστικής ανέλιξης .....	34
2.7.1 Συνάρτηση κατανομής .....	35
2.7.2 Ροπές .....	35
2.7.3 Στασιμότητα .....	36
2.7.4 Εργοδικότητα .....	36
2.8 Το κεντρικό οριακό θεώρημα και μερικές συναρτήσεις κατανομής.....	37
2.8.1 Το κεντρικό οριακό θεώρημα και η σημασία του.....	38
2.8.2 Η κανονική κατανομή .....	41
Εφαρμογή 2.8.2.....	42
2.8.3 Η κατανομή $\chi^2$ .....	42
2.8.4 Η κατανομή Student ( $t$ ).....	43
Παράρτημα 2.A: Σχέση κεντρικών ροπών και ροπών περί την αρχή .....	45
Παράρτημα 2.B: Ιδιότητες της συνάρτησης $\Gamma(\cdot)$ .....	45
<b>Κεφάλαιο 3 Εισαγωγικές έννοιες στατιστικής.....</b>	<b>47</b>
3.1 Εννοιολογία και ορισμοί .....	48
3.1.1 Δείγμα.....	48
3.1.2 Στατιστική συνάρτηση .....	49
3.1.3 Εκτιμήτριες και εκτιμήσεις .....	50
3.1.4 Εκτίμηση διαστήματος και όρια εμπιστοσύνης .....	51
3.2 Τυπικές σημειακές εκτιμήτριες .....	53
3.2.1 Γενικά για τις εκτιμήτριες ροπών.....	53
3.2.2 Δειγματική μέση τιμή.....	55
3.2.3 Διασπορά και τυπική απόκλιση.....	55
3.2.4 Τρίτη κεντρική ροπή και συντελεστής ασυμμετρίας .....	58
3.2.5 Συνδιασπορά και συσχέτιση.....	60
3.3 Τυπικά όρια εμπιστοσύνης.....	62
3.3.1 Μέση τιμή - γνωστή διασπορά πληθυσμού.....	62

3.3.2 Μέση τιμή - άγνωστη διασπορά πληθυσμού.....	64
Εφαρμογή 3.3.2.....	65
3.3.3 Διασπορά και τυπική απόκλιση.....	67
Εφαρμογή 3.3.3.....	67
3.3.4 Ποσοστημόριο κανονικής κατανομής – Τυπικό σφάλμα .....	68
Εφαρμογή 3.3.4.....	70
3.3.5 Συντελεστής συσχέτισης .....	71
3.4 Εκτίμηση παραμέτρων συναρτήσεων κατανομής.....	72
3.4.1 Η μέθοδος των ροπών .....	73
Υπολογισμός παραμέτρων της κανονικής κατανομής με τη μέθοδο των ροπών .....	74
3.4.2 Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας.....	75
Υπολογισμός παραμέτρων της κανονικής κατανομής με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας.....	76
3.5 Έλεγχος υποθέσεων.....	77
3.5.1 Ορολογία .....	78
3.5.2 Διαδικασία ελέγχου.....	80
3.5.3 Έλεγχος σημαντικότητας του συντελεστή συσχέτισης.....	81
Εφαρμογή 3.5.3.....	83

## **Κεφάλαιο 4 Ειδικές έννοιες θεωρίας πιθανοτήτων στην υδρολογία .....**

**85**

4.1 Πιθανοθεωρητική περιγραφή υδρολογικών διεργασιών.....	85
4.1.1 Ανελίζεις σε διακριτό χρόνο .....	87
4.1.2 Ανελίζεις ακροτάτων.....	90
4.1.3 Βασικές απλουστευτικές παραδοχές .....	92
4.1.4 Τελικό συμπέρασμα .....	94
Εφαρμογή 4.1.....	94
4.2 Η έννοια της περιόδου επαναφοράς .....	96
Εφαρμογή 4.2.....	98
4.3 Η έννοια της διακινδύνευσης .....	98
Εφαρμογή 4.3.....	101

<b>Κεφάλαιο 5 Τυπική στατιστική ανάλυση μιας υδρολογικής μεταβλητής.....</b>	<b>103</b>
5.1 Στατιστικά χαρακτηριστικά δείγματος.....	104
Εφαρμογή 5.1.....	107
5.2 Ιστογράμματα.....	112
Εφαρμογή 5.2.....	112
5.3 Εμπειρική συνάρτηση κατανομής.....	113
5.3.1 Κλασική εμπειρική συνάρτηση κατανομής.....	114
5.3.2 Θέσεις σχεδίασης.....	114
5.3.3 Χαρτιά πιθανότητας.....	117
Εφαρμογή 5.3.....	119
5.4 Επιλογή και προσαρμογή θεωρητικής συνάρτησης κατανομής.....	120
Ενδείξεις καταλληλότητας της κανονικής κατανομής για υδρολογικές μεταβλητές.....	122
Εφαρμογή 5.4.....	124
5.5 Έλεγχος προσαρμογής συνάρτησης κατανομής.....	124
5.5.1 Η δοκιμή $\chi^2$ .....	124
Εφαρμογή 5.5.....	127
5.6 Στατιστική πρόγνωση.....	129
Εφαρμογή 5.6.....	129
<b>Κεφάλαιο 6 Τυπικές συναρτήσεις κατανομής στην τεχνική υδρολογία.....</b>	<b>131</b>
6.1 Κανονική κατανομή και μετασχηματισμοί της.....	131
6.1.1 Κανονική κατανομή.....	131
Τυπικοί υπολογισμοί.....	133
Εκτίμηση παραμέτρων.....	134
Τυπικό σφάλμα ποσοστημορίου και όρια εμπιστοσύνης.....	134
Χαρτί κανονικής κατανομής.....	134
6.1.2 Λογαριθμοκανονική κατανομή δύο παραμέτρων.....	135
Τυπικοί υπολογισμοί.....	136
Εκτίμηση παραμέτρων.....	136
Τυπικό σφάλμα ποσοστημορίου και όρια εμπιστοσύνης.....	137

Χαρτί λογαριθμοκανονικής κατανομής .....	138
Εφαρμογή 6.1.2.....	138
6.1.3 Λογαριθμοκανονική κατανομή τριών παραμέτρων (Galton) .....	141
Τυπικοί υπολογισμοί.....	141
Εκτίμηση παραμέτρων .....	142
6.2 Η ομάδα των κατανομών γάμα.....	143
6.2.1 Εκθετική κατανομή .....	143
6.2.2 Κατανομή γάμα δύο παραμέτρων .....	144
Τυπικοί υπολογισμοί.....	146
Εκτίμηση παραμέτρων .....	147
Τυπικό σφάλμα ποσοστημορίου και όρια εμπιστοσύνης .....	147
Χαρτί κατανομής γάμα .....	148
Εφαρμογή 6.2.2.....	148
6.2.3 Κατανομή γάμα τριών παραμέτρων (Pearson III).....	150
6.2.4 Κατανομή Log-Pearson III.....	151
Τυπικοί υπολογισμοί.....	152
Εκτίμηση παραμέτρων .....	153
Χαρτί κατανομής Log-Pearson III .....	153
6.3 Ασυμπτωτικές κατανομές ακροτάτων .....	153
6.3.1 Κατανομή μεγίστων τύπου I (Gumbel).....	155
Τυπικοί υπολογισμοί.....	155
Εκτίμηση παραμέτρων .....	156
Τυπικό σφάλμα ποσοστημορίου και όρια εμπιστοσύνης .....	157
Χαρτί κατανομής Gumbel.....	158
Εφαρμογή 6.3.1 .....	158
6.3.2 Κατανομή ελαχίστων τύπου I (Gumbel) .....	160
6.3.3 Κατανομή ελαχίστων τύπου III (Weibull) .....	162
Τυπικοί υπολογισμοί.....	163
Εκτίμηση παραμέτρων .....	163
Χαρτί κατανομής Weibull.....	164
Εφαρμογή 6.3.3.....	164
6.4 Άλλες χρήσιμες κατανομές.....	167
6.4.1 Κατανομή βήτα δύο παραμέτρων.....	167

6.4.2 Κατανομή Pareto .....	168
Παράρτημα 6.A: Αριθμητικές προσεγγίσεις της κανονικής κατανομής.....	170
Παράρτημα 6.B: Αριθμητικές προσεγγίσεις της κατανομής γάμα .....	171
<b>Κεφάλαιο 7 Ανάλυση δύο τυχαίων μεταβλητών - Εκτιμήσεις ελάχιστων τετραγώνων .....</b>	<b>177</b>
7.1 Τυπική γραμμική παλινδρόμηση.....	179
7.1.1 Προσδιοριστική αντιμετώπιση.....	179
Γεωμετρική ερμηνεία.....	179
Αναλυτική προσέγγιση .....	180
Συντελεστής προσδιορισμού.....	182
Αντιστροφή του γραμμικού νόμου .....	185
7.1.2 Πιθανοτική αντιμετώπιση .....	187
Εξισώσεις εκτίμησης παραμέτρων.....	187
Η έννοια της παλινδρόμησης .....	189
Ροπές του σφάλματος εκτίμησης.....	190
Ροπές της εκτιμήτριας.....	191
Συντελεστής προσδιορισμού.....	191
Εφαρμογή 7.1.....	192
7.2 Άλλες γραμμικές εκτιμήσεις δύο μεταβλητών.....	200
7.2.1 Ομογενής ευθεία.....	200
7.2.2 Οργανική συσχέτιση.....	202
Εφαρμογή 7.2.....	205
7.3 Γενίκευση της γραμμικής παλινδρόμησης .....	207
7.3.1 Γραμμική παλινδρόμηση πολλών μεταβλητών.....	207
7.3.2 Μη γραμμική παλινδρόμηση με γραμμικούς συντελεστές.....	209
7.3.3 Γραμμικοποίηση με μετασχηματισμούς μεταβλητών .....	209
Εφαρμογή 7.3.3.....	210
7.4 Γενική παλινδρόμηση.....	213
7.4.1 Μεταβλητές με τυχούσα συνάρτηση κατανομής .....	213
7.4.2 Μεταβλητές με κανονική κατανομή.....	215
Εισαγωγικές έννοιες για τη διδιάστατη κανονική κατανομή.....	215



Η γραμμική παλινδρόμηση ως συνέπεια της γενικής παλινδρόμησης.....	215
Ομοσκεδαστικότητα.....	219
Εφαρμογή 7.4.2.....	219
7.5 Όρια εμπιστοσύνης και δοκιμές σημαντικότητας .....	222
Εφαρμογή 7.5.....	225
7.6 Συμπλήρωση και επέκταση δειγμάτων.....	227
7.6.1 Χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης χωρίς όρο σφάλματος.....	230
7.6.2 Χρήση της οργανικής συσχέτισης.....	233
7.6.3 Χρήση της ομογενούς ευθείας.....	234
7.6.4 Χρήση της γραμμικής παλινδρόμησης με όρο σφάλματος.....	234
Γεννήτριες τυχαίων αριθμών ομοιόμορφης και κανονικής κατανομής.....	236
Εφαρμογή 7.6.....	238
Παράρτημα 7Α: Παραγωγή των εκτιμήσεων του διευρυμένου δείγματος και σχετικές αποδείξεις .....	243

## **Κεφάλαιο 8 Ανάλυση τυχαίας μεταβλητής εξαρτημένης από παράμετρο - Όμβριες καμπύλες .....249**

8.1 Έννοια και τρόπος κατασκευής των μεταβλητών .....	251
Εφαρμογή 8.1.....	254
8.2 Συμβατική στατιστική μέθοδος εξαγωγής όμβριων καμπυλών .....	256
8.2.1 Μεμονωμένες καμπύλες για κάθε διάρκεια .....	257
Εφαρμογή 8.2.1.....	258
8.2.2 Ενιαία ημιεμπειρική έκφραση όμβριων καμπυλών.....	265
Εφαρμογή 8.2.2.....	267
8.3 Συνεπείς μέθοδοι εξαγωγής όμβριων καμπυλών.....	270
8.3.1 Εναλλακτικοί τύποι συνάρτησης κατανομής .....	271
Κατανομή Gumbel.....	271
Κατανομή γάμα.....	272
Κατανομή Log Pearson III.....	273
Κατανομή Pareto.....	273
Εκθετική κατανομή.....	274

8.3.2 Εκτίμηση παραμέτρων .....	275
Εκτίμηση με ενοποίηση διαρκειών .....	276
Καθολική εκτίμηση.....	278
Εφαρμογή 8.3.2.....	279
8.4 Συμπληρωματικά στοιχεία .....	284
8.4.1 Ενοποίηση δειγμάτων διαφορετικών σταθμών .....	284
8.4.2 Επίδραση της χρονικής ευκρίνειας.....	286
8.4.3 Σχέση σειρών ετήσιων μεγίστων και σειρών υπεράνω κατωφλίου .....	287
8.4.4 Όρια εμπιστοσύνης όμβριων καμπυλών .....	288
8.5 Εξαγωγή όμβριων καμπυλών με χρήση δεδομένων από βροχόμετρα.....	289
8.6 Γεωγραφική μεταβλητότητα των όμβριων καμπυλών .....	293
<b>Παράρτημα Στατιστικοί πίνακες.....</b>	<b>299</b>
<b>Αναφορές.....</b>	<b>307</b>