

---

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ, ΧΩΡΟΤΑΞΙΑΣ ΚΑΙ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ  
ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ ΔΗΜΟΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ-Δ/ΝΣΗ ΕΡΓΩΝ ΥΔΡΕΥΣΗΣ-ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ  
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ, ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ

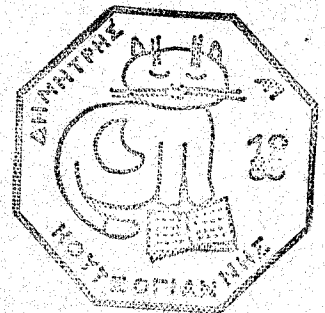
MINISTRY OF ENVIRONMENT, PLANNING AND PUBLIC WORKS  
GENERAL SECR. OF PUBLIC WORKS - DEPART. OF WATER SUPPLY & SEWAGE  
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS  
DIVISION OF WATER RESOURCES, HYDRAULIC AND MARITIME ENGINEERING

---

ΕΡ.3.13

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ:  
**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΡΟΣΘΕΡΟΜΕΝΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ  
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΝΙΣΧΥΣΗ ΤΗΣ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΜΕΙΖΟΝΟΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΑΘΗΝΩΝ**  
RESEARCH PROJECT:  
**APPRAISAL OF EXISTING POTENTIAL  
FOR IMPROVING THE WATER SUPPLY OF GREATER ATHENS**

ΤΕΥΧΟΣ 13:  
**ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**  
VOLUME 13:  
**STOCHASTIC SIMULATION OF HYDROLOGICAL VARIABLES**



---

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ: ΘΕΜ. ΞΑΝΘΟΠΟΥΛΟΣ  
SCIENTIFIC DIRECTOR: THEM. XANTHOPOULOS  
ΣΥΝΤΑΞΗ: Δ. ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗΣ - Ν. ΜΑΜΑΣΗΣ - Ι. ΝΑΛΜΠΑΝΤΗΣ  
AUTHOR: D. KOUTSOYIANNIS - N. MAMASSIS - I. NALBANTIS

ΑΘΗΝΑ ΜΑΡΤΙΟΣ 1990 - ATHENS MARCH 1990

---

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|   | <u>Σελίδα</u> |
|---|---------------|
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ   |               |
| 1.1. Ιστορικό   | 1             |
| 1.2. Αντικείμενο της έκθεσης  | 1             |
| 1.3. Διάρθρωση του τεύχους  | 3             |
| 2. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ ΑΠΟ ΠΑΛΙΟΤΕΡΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ   | 4             |
| 3. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΙΣΡΟΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ                                     |               |
| 3.1. Τοποθέτηση του προβλήματος   | 6             |
| 3.2. Κύρια χαρακτηριστικά στοχαστικής δομής εισροής   | 9             |
| 3.3. Σύγκριση εναλλακτικών μοντέλων εισροής   | 12            |
| 3.3.1. Εισαγωγή   | 12            |
| 3.3.2. Εναλλακτικά στοχαστικά μοντέλα εισροής   | 13            |
| 3.3.3. Μεθοδολογία διερεύνησης - Εξισώσεις λειτουργίας μεμονωμένου ταμιευτήρα - Αποτελέσματα    | 17            |
| 3.4. Γενικές αρχές μοντελοποίησης υδρολογικών μεταβλητών συστήματος ταμιευτήρων ύδρευσης Αθηνών | 23            |
| 3.4.1. Βασικές παρατηρήσεις και Παραδοχές   | 23            |
| 3.4.2. Γενικό σχήμα προσομοίωσης της απορροής-βροχής  | 25            |
| 4. ΤΟ ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΤΗΣΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ  | 34            |
| 5. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ   |               |
| 5.1. Διατύπωση του προβλήματος  | 37            |
| 5.1.1. Εισαγωγικές έννοιες - Ορισμοί  | 37            |
| 5.1.2. Περιγραφή του μονδιάστατου προβλήματος επιμερισμού                                       | 40            |
| 5.1.3. Μορφοποίηση και χαρακτηρισμός του μοντέλου επιμερισμού                                   | 42            |
| 5.1.4. Το πολυδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού   | 44            |
| 5.1.5. Πλεονεκτήματα των μοντέλων επιμερισμού   | 45            |
| 5.2. Το γραμμικό μοντέλο (VALENCIA - SCHAAKE)   | 47            |
| 5.2.1. Γενική περιγραφή και αρχική διατύπωσή του  | 47            |
| 5.2.2. Γενική συμπεριφορά και χρήσεις του γραμμικού μοντέλου                                    | 50            |
| 5.2.3. Παραλλαγές του μοντέλου με αθροιστική μνήμη  | 51            |

|   |    |
|---|----|
| 5.2.4. Παραλλαγές του μοντέλου για μη κανονικές κατανομές                   | 53 |
| <b>6. ΤΕΛΙΚΟ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ</b>                  |    |
| 6.1. Εισαγωγή   | 58 |
| 6.2. Η γενική δευτεροβάθμια διαδικασία διχασμού                             | 59 |
| 6.3. Η διαδικασία υπολογισμού ροπών για την πολυδιάστατη Μαρκοβιανή ανέλιξη | 65 |
| 6.4. Ιδιότητες και περιορισμοί του μοντέλου                                 | 69 |
| <b>7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ</b>                                    |    |
| 7.1. Ιστορικά δεδομένα  | 73 |
| 7.1.1. Εισαγωγή   | 73 |
| 7.1.2. Λεκάνη Ευήνου  | 74 |
| 7.1.2.α. Βροχόπτωση   | 74 |
| 7.1.2.β. Απορροή  | 74 |
| 7.1.2.γ. Εξάτμιση   | 76 |
| 7.1.3. Λεκάνη Μόρνου  | 76 |
| 7.1.3.α. Βροχόπτωση   | 76 |
| 7.1.3.β. Απορροή  | 77 |
| 7.1.3.γ. Εξάτμιση   | 79 |
| 7.1.4. Λεκάνη Υλίκης  | 79 |
| 7.1.4.α. Γενικά   | 79 |
| 7.1.4.β. Βροχόπτωση   | 80 |
| 7.1.4.γ. Απορροή  | 80 |
| 7.1.4.δ. Εξάτμιση   | 82 |
| 7.2. Διερεύνηση χρονοσειρών υδρολογικών μεταβλητών λεκάνης Υλίκης           | 82 |
| 7.2.1. Εισαγωγή   | 82 |
| 7.2.2. Στατιστικές δοκιμές για την ανίχνευση και αφαίρεση πτωτικής τάσης    | 84 |
| 7.2.2.α. Δοκιμή του Κένταλ (Kendall's test)                                 | 84 |
| 7.2.2.β. Δοκιμή γραμμικής συσχέτισης για γραμμική τάση (Regression test)    | 85 |
| 7.2.2.γ. Αφαίρεση γραμμικής τάσης   | 86 |
| 7.2.3. Βροχόπτωση   | 87 |
| 7.2.4. Απορροή  | 90 |
| 7.2.5. Εξάτμιση   | 91 |

|   |     |
|---|-----|
| 7.3. Κύρια χαρακτηριστικά της στοχαστικής δομής των υδρολογικών μεταβλητών      | 93  |
| 7.3.1. Εισαγωγή   | 93  |
| 7.3.2. Στατιστικά χαρακτηριστικά  | 94  |
| 7.3.3. Περιθώριες συναρτήσεις κατανομής   | 95  |
| 7.4. Τελικές εκτιμήσεις και αξιοπιστία του υδατικού δυναμικού των τριών λεκανών | 97  |
| 7.4.1. Εισαγωγή   | 97  |
| 7.4.2. Διάστημα εμπιστοσύνης  | 98  |
| 7.4.3. Αξιοπιστία μέσω τιμών δειγμάτων απορροής Ευήνου-Μόρνου-Β. Κηφισού        | 99  |
| 7.5. Υδρολογικές απώλειες ταμιευτήρων   | 100 |
| 7.5.1. Γενικά   | 100 |
| 7.5.2. Απώλειες εξάτμισης   | 101 |
| 7.5.3. Υπόγειες διαφυγές Μόρνου   | 102 |
| 7.5.4. Υπόγειες διαφυγές Υλίκης   | 105 |
| <br>  |     |
| 8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ                     | 120 |
| 8.1. Γενικά   | 120 |
| 8.2. Παραγωγή ετήσιων χρονοσειρών απορροής και βροχής                           | 121 |
| 8.3. Παραγωγή μηνιαίων χρονοσειρών βροχής και απορροής                          | 122 |
| 8.4. Παραγωγή ετήσιων χρονοσειρών εξάτμισης                                     | 124 |
| 8.5. Παραγωγή μηνιαίων χρονοσειρών εξάτμισης                                    | 124 |



## ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Α

ΤΕΛΙΚΑ ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

|            |   |
|------------|---|
| ΠΙΝΑΚΑΣ 1  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ                   |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 2  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ                  |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 3  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ                       |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 4  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΙΣ ΘΕΣΕΙΣ ΦΡΑΓΜΑΤΩΝ ΕΥΗΝΟΥ                          |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 5  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣΤΑΣ               |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 6  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ                              |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 7  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΜΟΡΝΟΥ                         |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 8  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ                             |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 9  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΝΟΥ                                    |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 10 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ                         |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 11 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ                          |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 12 | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ                                     |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 13 | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ  |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 14 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ) |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 15 | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ)             |
| ΠΙΝΑΚΑΣ 16 | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ)                |

## ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Β

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΙΣΤΟΡΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ  
ΣΕ ΜΗΝΙΑΙΑ ΚΑΙ ΕΤΗΣΙΑ ΒΑΣΗ

|                 |   |
|-----------------|---|
| ΠΙΝΑΚΕΣ 1 - 13  | ΠΕΡΙΘΩΡΙΕΣ ΡΟΠΕΣ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΒΡΟΧΗΣ-ΑΠΟΡΡΟΗΣ            |
| ΠΙΝΑΚΕΣ 14 - 26 | ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΒΡΟΧΗΣ-ΑΠΟΡΡΟΗΣ |
| ΠΙΝΑΚΕΣ 27 - 39 | ΠΕΡΙΘΩΡΙΕΣ ΡΟΠΕΣ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ                  |
| ΠΙΝΑΚΕΣ 40 - 52 | ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ       |

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Γ

ΠΕΡΙΘΟΡΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΒΡΟΧΗΣ-ΑΠΟΡΡΟΗΣ-ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
ΣΕ ΜΗΝΙΑΙΑ ΚΑΙ ΕΤΗΣΙΑ ΒΑΣΗ

|                  |   |
|------------------|---|
| ΣΧΗΜΑΤΑ 1 - 12   | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                     |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 13 - 24  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                         |
| ΣΧΗΜΑ 25         | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                      |
| ΣΧΗΜΑ 26         | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                          |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 27 - 38  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΜΟΡΝΟΥ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                       |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 39 - 50  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                           |
| ΣΧΗΜΑ 51         | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΜΟΡΝΟΥ (ΕΤΗΣΙΑ)                        |
| ΣΧΗΜΑ 52         | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ (ΕΤΗΣΙΑ)                            |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 53 - 64  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                       |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 65 - 76  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ) |
| ΣΧΗΜΑ 77         | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΕΤΗΣΙΑ)  |
| ΣΧΗΜΑ 78         | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                        |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 79 - 87  | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΟΥΡΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                                   |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 88 - 96  | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΟΥΡΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)             |
| ΣΧΗΜΑ 97         | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΟΥΡΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                                    |
| ΣΧΗΜΑ 98         | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΟΥΡΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΕΤΗΣΙΑ)              |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 99 - 100 | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΝΟΥ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                                  |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 101-102  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                                |
| ΣΧΗΜΑ 103        | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΝΟΥ (ΕΤΗΣΙΑ)                                   |
| ΣΧΗΜΑ 104        | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                                 |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 105-106  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                                      |
| ΣΧΗΜΑΤΑ 107-108  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΜΗΝΙΑΙΑ)                |
| ΣΧΗΜΑ 109        | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                                       |
| ΣΧΗΜΑ 110        | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ (ΕΤΗΣΙΑ)                 |

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Δ

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΦΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ  
ΣΥΝΘΕΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΒΡΟΧΗΣ-ΑΠΟΡΡΟΗΣ-ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
ΣΕ ΕΤΗΣΙΑ ΚΑΙ ΜΗΝΙΑΙΑ ΒΑΣΗ

- Δ 1 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΤΗΣΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΑΠΟΡΡΟΗΣ - ΒΡΟΧΗΣ
- Δ 2 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΑΠΟΡΡΟΗΣ - ΒΡΟΧΗΣ
- Δ 3 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΑΠΟΡΡΟΗΣ - ΒΡΟΧΗΣ
- Δ 4 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΕΤΗΣΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ
- Δ 5 ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ
- Δ 6 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΣΥΝΘΕΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Ε

ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΝΘΕΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ  
ΜΕ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

- ΣΧΗΜΑΤΑ 1 - 6 ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ-ΒΡΟΧΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 6 - 12 ΤΥΠΙΚΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ-ΒΡΟΧΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 13 - 18 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ-ΒΡΟΧΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 19 - 24 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ-ΒΡΟΧΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 25 - 39 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ-ΒΡΟΧΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 40 - 42 ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 43 - 45 ΤΥΠΙΚΕΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΙΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 46 - 48 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 49 - 51 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ
- ΣΧΗΜΑΤΑ 52 - 54 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΕΤΕΡΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1. Ιστορικό

Το Υπουργείο Περιβάλλοντος, Χωροταξίας και Δημόσιων Έργων με την από 25 Φεβρ. 1988 απόφασή του, ανέθεσε στον Τομέα Υδατικών Πόρων, Υδραυλικών και Θαλάσσιων Έργων του Εθν. Μετσόβιου Πολυτεχνείου, με επιστημονικό υπεύθυνο τον καθηγητή θεμ. Ξανθόπουλο, το ερευνητικό έργο με τίτλο "Διερεύνηση προσφερομένων δυνατοτήτων για την ενίσχυση της ύδρευσης μείζονος περιοχής Αθηνών".

Το ερευνητικό αυτό έργο περιλαμβάνει δύο μέρη. Το πρώτο μέρος που εκπονήθηκε στο Β' εξάμηνο του 1988 και παραδόθηκε στις αρχές του 1989, αφορούσε κυρίως στη συγκέντρωση και αξιολόγηση των προγενέστερων υδρολογικών μελετών των λεκανών Μόρνου και Ευήνου, και στη συλλογή, συστηματοποίηση, αξιολόγηση και αρχειοθέτηση των υδρομετεωρολογικών δεδομένων των λεκανών αυτών. Το Β' μέρος αποσκοπούσε κατ' αρχήν στις τελικές εκτιμήσεις του υδατικού δυναμικού των δύο λεκανών και των εναλλακτικών δυνατοτήτων αξιοποίησης του για την ύδρευση της Αθήνας. Μετά από πρόταση της ερευνητικής ομάδας, το αντικείμενο αυτό διευρύνθηκε με την προσθήκη και της διερεύνησης του υδατικού δυναμικού της Υλίκης. Η ανάθεση του διευρυμένου αντικειμένου του Β' μέρους έγινε με την από 31 Μαΐου 1988 απόφαση του υπουργού ΠΕΧΩΔΕ.

### 1.2. Αντικείμενο της έκθεσης

Αντικείμενο της έκθεσης αυτής είναι η ανάλυση, οι τελικές εκτιμήσεις και η μοντελοποίηση των υδρολογικών μεταβλητών που υπεισέρχονται στην προσομοίωση του συστήματος ταμιευτήρων Μόρνου-Υλίκης-Ευήνου. Πιο συγκεκριμένα, στο τεύχος αυτό καλύπτονται τα ακόλουθα επιμέρους συμβατικά αντικείμενα, όπως αυτά περιγράφονται στο παράρτημα της απόφασης ανάθεσης του ερευνητικού έργου.

2.1.α. Τελική εκτίμηση του υδατικού δυναμικού της λεκάνης Μόρνου (στατιστική κατανομή της ετήσιας εισροής, εκτίμηση της μέσης υπερετήσιας εισροής, αξιοπιστία της εκτίμησης, τελικά συμπεράσματα).

- 2.1.β. Εκτίμηση των κύριων απωλειών ταμιευτήρα Μόρνου (απώλειες εξάτμισης, διαφυγές Πύρνου και σήραγγας Γκιώνας).
- 2.1.γ. Τελική εκτίμηση του υδατικού δυναμικού της λεκάνης Ευήνου, στις θέσεις των 3 πιθανών θέσεων φραγμάτων (στατιστική κατανομή της ετήσιας απορροής, εκτίμηση της μέσης υπερετήσιας απορροής, αξιοπιστία της εκτίμησης, τελικά συμπεράσματα).
- 2.1.δ. Εκτίμηση των κύριων απωλειών των υπό μελέτη ταμιευτήρων Ευήνου (απώλειες εξάτμισης).
- 2.1.ε. Επισκόπηση και συγκριτική εξέταση στοχαστικών μοντέλων εισροής και ισοζυγίου ταμιευτήρα, που έχουν χρησιμοποιηθεί σε παλιότερες μελέτες των λεκανών Μόρνου και Ευήνου. (Σημείωση: Πληρέστερα το αντικείμενο αυτό καλύπτεται στο τεύχος 14).
- 2.1.ζ. Τελική επιλογή στοχαστικών μοντέλων εισροής για κάθε μεμονωμένο ταμιευτήρα και για το σύνολο των ταμιευτήρων, σε συνδυασμό.
- 2.2.ζ. Επιλογή στοχαστικού μοντέλου εισροής και απωλειών της λίμνης Υλίκης, μεμονωμένα και σε συνδυασμό με τους ταμιευτήρες Μόρνου και Ευήνου.

Πέρα από τα παραπάνω αντικείμενα, ένα σημαντικό τμήμα του τεύχους αυτού αφιερώνεται στη μοντελοποίηση των υδρολογικών μεταβλητών και ιδιαίτερα στην περιγραφή ενός νέου μοντέλου προσομοίωσης των υδρολογικών μεταβλητών, που αναπτύχθηκε με σκοπό να χρησιμοποιηθεί στο παρόν ερευνητικό πρόγραμμα. Πρόκειται για ένα πολυδιάστατο μοντέλο επιμερισμού, το οποίο ξεκινώντας από τις γνωστές ετήσιες χρονοσειρές (οι οποίες παράγονται βάσει ενός τυπικού πολυδιάστατου Μαρκοβιανού μοντέλου) των υδρολογικών μεγεθών, παράγει αντίστοιχες μηνιαίες χρονοσειρές, που συμφωνούν με τις ετήσιες χρονοσειρές.

Διευκρινίζεται ότι στο τεύχος αυτό δεν καλύπτονται τα θέματα που αφορούν στη μοντελοποίηση της λειτουργίας του υδροδοτικού

συστήματος, τα οποία εξετάζονται στο τεύχος 14.

### 1.3. Διάρθρωση του τεύχους

Το τεύχος περιλαμβάνει 8 κεφάλαια, το πρώτο από τα οποία είναι η παρούσα εισαγωγή.

Στο κεφάλαιο 2 συνοψίζονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν σε παλιότερες μελέτες για την προσομοίωση των εισροών στους ταμιευτήρες.

Στο κεφάλαιο 3 τοποθετείται το γενικό πρόβλημα της μοντελοποίησης ενός συστήματος ταμιευτήρων, εξετάζονται διάφορα εναλλακτικά μοντέλα εισροών, και εισάγεται το γενικό σχήμα μοντελοποίησης των υδρολογικών του συγκεκριμένου συστήματος ταμιευτήρων Μόρνου-Υλίκης-Ευήνου.

Στο κεφάλαιο 4 περιγράφεται το πολυδιάστατο Μαρκοβιανό μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των ετήσιων χρονοσειρών απορροής, βροχής και εξάτμισης.

Στο κεφάλαιο 5 γίνεται μια εισαγωγή στα μοντέλα επιμερισμού, και στο κεφάλαιο 6 περιγράφεται αναλυτικά το πολυδιάστατο μοντέλο επιμερισμού που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή των μηνιαίων χρονοσειρών απορροής, βροχής και εξάτμισης.

Στο κεφάλαιο 7 παρουσιάζεται η στατιστική ανάλυση των ιστορικών δειγμάτων απορροής, βροχής και εξάτμισης, εξετάζονται οι στατιστικές κατανομές των μεταβλητών και εξάγονται οι τελικές εκτιμήσεις των υπερετήσιων μέσων τιμών των μεταβλητών καθώς και τα όρια αξιοπιστίας των εκτιμήσεων αυτών.

Τέλος στο κεφάλαιο 8 αναλύονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης των υδρολογικών μεταβλητών, τα οποία συγκρίνονται ως προς τη στατιστική συμφωνία τους με τα ιστορικά δεδομένα.

Στο τεύχος αυτό προσαρτώνται και σειρές από πίνακες και διαγράμματα, τα οποία αναφέρονται στα ιστορικά και συνθετικά δεδομένα και τη στατιστική ανάλυση τους (Συμπληρώματα Α, Β, Γ, Δ και Ε).

## 2. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ ΑΠΟ ΠΑΛΙΟΤΕΡΕΣ ΜΕΛΕΤΕΣ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται συνοπτικά τα μαθηματικά μοντέλα εισροής που χρησιμοποιήθηκαν σε παλιότερες μελέτες. Μία εκτενής αναφορά στις μεθοδολογίες των παλιότερων μελετών με έμφαση τόσο στη μοντελοποίηση των εισροών όσο και την προσομοίωση λειτουργίας του υδρευτικού συστήματος της Αθήνας γίνεται στο Τεύχος 14. Επίσης πολλά από τα στοιχεία αυτά των ίδιων μελετών έχουν αναφερθεί στα τεύχη 1 και 2 του παρόντος ερευνητικού έργου (Α' μέρος). Εδώ περιοριζόμαστε μόνο στις μελέτες που έχουν εφαρμόσει κάποιο μαθηματικό μοντέλο εισροής και όχι απλά τα αποτελέσματα άλλων ερευνών με τη μορφή έτοιμων διαγραμμάτων.

Πρώτος μελετητής που εφάρμοσε μοντέρνες υδρολογικές μεθόδους είναι, η ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Α.Ε. - Ν. Αλτηγός - Α. Μαχαίρας - Κ. Ζέρης - Σ. Δάλλας στην "Υδρολογία του φράγματος Μόρνου" (Σεπτ. 1966) στα πλαίσια της "Μελέτης έργων υδρεύσεως περιοχής Πρωτεύουσας εκ Μόρνου - Γενική Διάταξη Έργων". Κατασκευάστηκε συνθετική σειρά ετήσιων τιμών της εισροής στον ταμιευτήρα Μόρνου και με βάση αυτή τη σειρά έγινε στη συνέχεια εικονική λειτουργία ή αλλιώς προσομοίωση λειτουργίας του ταμιευτήρα. Στη μέθοδο αυτή, γνωστή ως μέθοδο Monte Carlo, για την παραγωγή της συνθετικής σειράς, χρησιμοποιήθηκε το μονοδιάστατο μοντέλο Markov με περιθώρια κατανομή των εισροών την κατανομή γάμα.

Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης των εισροών  $\rho_1$  εκτιμήθηκε από τα ιστορικά στοιχεία ίσος με  $-0.2$ . Η αρνητική τιμή, αυτή που διατηρήθηκε στο μοντέλο του μελετητή, δεν έχει καμιά απολύτως φυσική εξήγηση και επί πλέον οδηγεί σε υποδιαστασιολόγηση του ταμιευτήρα.

Η εγκυρότητα του μοντέλου της Υδρομηχανικής αμφισβητήθηκε από τον Σύμβουλο του Υπουργείου Δημ. Έργων Lahmeyer Int στην έκθεση "Project Mornos - Report on Reservoir Operation Studies", 1972. Οι επιφυλάξεις που διατυπώθηκαν αφορούσαν ειδικότερα την αρνητική τιμή του  $\rho_1$  καθώς και το συντελεστή διασποράς που βρέθηκε ίσος με  $0.30$  αντί του  $0.48$  της Υδρομηχανικής. Αντί του μοντέλου Markov ο Σύμβουλος πρότεινε την προσομοίωση των εισροών σε 2 στάδια και σε μηνιαία χρονική βάση. Έγινε καταρχήν παραγωγή συνθετικής σειράς

μηνιαίων βροχών μήκους 500 ετών, με μοντέλο αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης και περιθώρια κατανομή κανονική. Στη συνέχεια οι βροχές μετασχηματίστηκαν σε μηνιαίες απορροές με τη βοήθεια ενός απλού μοντέλου βροχής-απορροής. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκε ένα απλό μοντέλο τύπου συνάρτησης μεταφοράς με μνήμη ίση με 3 μήνες. Το μοντέλο αυτό έδωσε ευνοϊκότερα αποτελέσματα, δηλαδή απολήψιμους όγκους νερού από το Μόρνο μεγαλύτερους από εκείνους της Υδρομηχανικής για τον ίδιο πάντα ωφέλιμο όγκο ταμιευτήρα.

Τέλος οι ΤΕΤΡΑΚΤΥΣ Ο.Ε., Δ. Κόμης (1977) στη μελέτη "Ενίσχυσης του υδατικού δυναμικού του ταμιευτήρος Μόρνου - Αναγνωριστική Εκθεση" αντιμετώπισαν το πρόβλημα της ταυτόχρονης παραγωγής συνθετικών εισροών σε περισσότερους από ένα ταμιευτήρες. Οι συνδυασμοί ταμιευτήρων που εξετάστηκαν, αντιστοιχούσαν στις θέσεις φραγμάτων στον Αν. Αχελώο (Τρικεριώτη), στον Εύηνο (Δενδροχώρι, Αγ. Δημήτριος, Περίστα) και στο Μόρνο. Χρησιμοποιήθηκε το πολυδιάστατο μοντέλο Markov (multi-site Markov model) σε μηνιαία χρονική βάση. Από τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών το μοντέλο αυτό μπορεί να διατηρήσει γενικά τους μέσους όρους, τις τυπικές αποκλίσεις καθώς και συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης και ετεροσυσχέτισης μηδενικής και 1ης τάξης μεταξύ των θέσεων. Πάντως, από την περιγραφή του μοντέλου (Τεύχος Υδρολογικής Εκθέσης) συμπεραίνεται ότι διατηρούνται οι μέσοι όροι των εισροών για κάθε μήνα και για κάθε θέση ενώ για τις διασπορές και συνδιασπορές γίνεται η παραδοχή ότι αυτές δε μεταβάλλονται από τον ένα μήνα στον άλλο αλλά μόνο από την μια θέση στην άλλη. Η παραδοχή αυτή οδηγεί ασφαλώς σε μία αρκετά χονδροειδή προσέγγιση της πραγματικότητας δεδομένου ότι οι διαφορές μεταξύ των μηνών ως προς τα μεγέθη της διασποράς και της συνδιασποράς τους είναι ιδιαίτερα σημαντική.



### 3. ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΙΣΡΟΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΕΛΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

#### 3.1. Τοποθέτηση του προβλήματος

Η αντιμετώπιση του σχεδιασμού και της λειτουργίας ενός συστήματος ταμιευτήρων (reservoir system) είναι ένα πρόβλημα αρκετά πολύπλοκο, που χαρακτηρίζεται από σύνθετες αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών που το περιγράφουν. Οι κυριότερες από αυτές τις μεταβλητές μπορούν να ομαδοποιηθούν με τον ακόλουθο τρόπο<sup>1</sup>

##### (α) Υδρολογικές μεταβλητές

- (α1) εισροή,  $I_1$  (inflow)
- (α2) κατακρημνίσματα,  $P_1$  (precipitation)
- (α3) εξάτμιση,  $E_1$  (evaporation)
- (α4) υπόγεια διαφυγή,  $L_1$  (leakage)
- (α5) καθαρή εισροή,  $N_1 (= I_1 + P_1 - E_1 - L_1)$  (net inflow)

##### (β) Ζήτηση ή επιθυμητή απόληψη $D_j$ (demand, desired draft)<sup>2</sup>

##### (γ) Χαρακτηριστικά συστήματος

- (γ1) χωρητικότητα ταμιευτήρα,<sup>3</sup>  $K_1$  (storage capacity)
- (γ2) παροχτευτικότητα κάθε αγωγού,  $C_1$  (discharge capacity)

1. Γενικά, ο δείκτης  $i$  χαρακτηρίζει ένα συγκεκριμένο ταμιευτήρα ( $i=1, \dots, \kappa$ ), ενώ ο δείκτης  $j$  αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη θέση κατανάλωσης νερού.

2. Σε μεμονωμένους ταμιευτήρες συχνά η ολική ζήτηση  $D_1$  εκφράζεται ως ποσοστό της μέσης ετήσιας καθαρής εισροής  $I$ . Το μέγεθος αυτό περιγράφεται με τους όρους επίπεδο ανάπτυξης (level of development) ή βαθμός ρύθμισης (degree of regulation) και είναι προφανώς μικρότερο από 100%.

3. Η χωρητικότητα εκφράζεται συχνά ως ποσοστό της μέσης εισροής  $I$  ή της τυπικής απόκλισης  $\sigma_i$ . Τα μεγέθη αυτά περιγράφονται με τους όρους συντελεστής χωρητικότητας (storage capacity coefficient) ή λόγος χωρητικότητας (storage ratio).

(δ) Λειτουργικές μεταβλητές

- (δ1) αποθήκευση (ή απόθεμα),  $S_i$  (storage)  
 (δ2) στάθμη,  $Z_i$  (water level)  
 (δ3) επιφάνεια ταμιευτήρα,  $A_i$  (reservoir area)  
 (δ4) απόληψη,  $R_i$  (draft, release)  
 (δ5) έλλειμμα,  $DF_i$  (deficit), που είναι η διαφορά της ζήτησης μείον την απόληψη, και πραγματοποιείται όταν ο ταμιευτήρας είναι άδειος  
 (δ6) υπερχειλίση,  $SP_i$  (spill), που πραγματοποιείται μόνον όταν ο ταμιευτήρας είναι πλήρης και ταυτόχρονα η εισροή είναι μεγαλύτερη από τη ζήτηση.

(ε) Μεταβλητές αξιοπιστίας συστήματος

- (ε1) αξιοπιστία  $a$  (reliability), η οποία εκφράζεται με έναν από τους ακόλουθους τρόπους

$$a_1 = n'/n$$

$$a_2 = t'/t$$

$$a_3 = \mu_R/D$$

όπου  $n'$ : αριθμός των ετών στα οποία ικανοποιείται η ζήτηση

$n$ : συνολικός αριθμός ετών

$t'$ : χρονική περίοδος στην οποία ικανοποιείται η ζήτηση

$t$ : συνολική χρονική περίοδος

$\mu_R$ : μέση απόληψη

$D$ : ζήτηση

Προφανώς ισχύει  $a_1 \leq a_2 \leq a_3$  δεδομένου ότι η μη ικανοποίηση της ζήτησης σε ένα έτος, δε σημαίνει ότι εκτείνεται σε όλη τη διάρκεια του έτους, και ακόμα κατά την περίοδο που δεν ικανοποιείται η ζήτηση η απόληψη δεν είναι μηδενική αλλά  $0 \leq R \leq D$ .

- (ε2) πιθανότητα αστοχίας  $a' = 1 - a$  (probability of failure)

- (ε3) χρόνος επαναφοράς εκκένωσης  $T = 1/(1 - a_1)$  (recurrence time of emptiness), χρησιμοποιείται συνήθως σε μεμονωμένους ταμιευτήρες.

Στην απλή περίπτωση ενός μεμονωμένου ταμιευτήρα μιας

σκοπιμότητας, με καθορισμένη ζήτηση  $D$  οι μαθηματικές σχέσεις που ενδιαφέρουν είναι:

- για την περίπτωση της διαστασιολόγησης

$$K = f(I, P, E, L, D, R) \quad (3.1)$$

- για την περίπτωση της λειτουργίας

$$D = g(I, P, E, L, K, R) \quad (3.2)$$

Οι λειτουργικές μεταβλητές, αποτελούν ενδιάμεσες μεταβλητές και δεν υπεισέρχονται στις (3.1) και (3.2).

Στην περίπτωση πολλαπλών ταμειυτήρων απλής ή πολλαπλής σκοπιμότητας δεν είναι γνωστή η ζήτηση  $D_i$  από κάθε ταμειυτήρα. Μπορεί όμως να είναι γνωστή η ολική ζήτηση  $D = \sum D_i$ , αλλά και αυτό δεν είναι γενικός κανόνας. Σε αυτή την περίπτωση, προϋπόθεση για τη μελέτη αποτελεί η κατάστρωση ενός κανόνα λειτουργίας (operation rule) που στη γενικότερη μορφή του, είναι ένα σύνολο από μαθηματικές σχέσεις της μορφής

$$h(D_i, I_i, P_i, E_i, L_i, K_i, C_i, S_i, Z_i, A_i, R_i, DF_i, SP_i) = 0 \quad (3.3)$$

Οι τελικές μαθηματικές σχέσεις που ενδιαφέρουν είναι πάλι παρόμοιες με τις (3.1) και (3.2), με τη διαφορά ότι οι μεταβλητές ικανοποιούν και τις δεσμεύσεις (3.3).

Έτσι έχουμε

- για την περίπτωση της διαστασιολόγησης

$$K_i = f_i(I_i, P_i, E_i, L_i, D_i, R_i) \quad (3.4)$$

- για την περίπτωση της λειτουργίας

$$D_i = g_i(I_i, P_i, E_i, L_i, K_i, R_i) \quad (3.5)$$

Γενικά έχουν αναπτυχθεί διάφορες μέθοδοι για την κατάστρωση και επίλυση των εξισώσεων μεμονωμένου ταμειυτήρα (3.1) και (3.2) από εμπειρικές (γραφικές ή υπολογιστικές) μέχρι αναλυτικές, αλλά μόνο

για απλές συνθήκες υδρολογικών εισόδων (π.χ. ανεξάρτητες χρονοσειρές διακριτών εισροών χωρίς να παίρνονται υπόψη οι άλλες μεταβλητές). Ωστόσο η μόνη γενικευμένη, ορθολογική και μαθηματικά συνεπής μέθοδος είναι η μέθοδος της προσομοίωσης. Η μέθοδος αυτή μπορεί πολύ εύκολα να επεκταθεί και στην περίπτωση συστήματος ταμιευτήρων (εξισώσεις (3.4) και (3.5)).

Το πρώτο βήμα για την προσομοίωση του συστήματος ταμιευτήρων είναι η προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών. Πρόκειται για την παραγωγή παράλληλων συνθετικών χρονοσειρών μεγάλου μήκους, η οποία γίνεται με τη χρήση τυχαίων αριθμών (μέθοδος Monte Carlo). Βασική απαίτηση για την παραγωγή των συνθετικών χρονοσειρών είναι η διατήρηση ορισμένων βασικών χαρακτηριστικών της στοχαστικής δομής των μεταβλητών (περιθώριες κατανομές, συσχετίσεις), όπως αυτή προκύπτει από τα υπάρχοντα δεδομένα.

### 3.2. Κύρια χαρακτηριστικά στοχαστικής δομής εισροής

Προκειμένου να εξετάσουμε τα κύρια χαρακτηριστικά της εισροής που επηρεάζουν την αξιοπιστία ενός ταμιευτήρα, θα θεωρήσουμε μια απλουστευμένη περίπτωση ταμιευτήρα υπερετήσιας εξίσωσης, κάνοντας τις ακόλουθες υποθέσεις

- α) Οι απώλειες εξάτμισης και οι υπόγειες διαφυγές θεωρούνται αμελητέες
- β) θεωρείται ότι η εισροή και η απόληψη γίνονται στιγμιαία και άπαξ του έτους, σε τρόπο ώστε η απόληψη να προηγείται της αποθήκευσης.

Με την παραδοχή (β) ουσιαστικά αγνοούμε τη διακύμανση, κατά τη διάρκεια ενός έτους, της εισροής και της απόληψης. Στην πραγματικότητα η διακύμανση αυτή υπάρχει πάντοτε και οδηγεί σε επαύξηση της χωρητικότητας του ταμιευτήρα. Απλουστευτικά μπορεί να θεωρηθεί ότι η ολική χωρητικότητα ενός ταμιευτήρα υποδιαιρείται στη χωρητικότητα που διατίθεται για υπερετήσια εξίσωση και στη χωρητικότητα για την κάλυψη των διακυμάνσεων μέσα στο έτος. Εδώ, λοιπόν, η παραδοχή (β) ουσιαστικά σημαίνει ότι παίρνουμε υπόψη

μόνο τη χωρητικότητα υπερετήσιας εξίσωσης. Σημειώνεται ότι σε ταμειυτήρες υψηλού βαθμού ρύθμισης, όπως ο ταμειυτήρας Μόρνου η χωρητικότητα υπερετήσιας εξίσωσης αποτελεί το μεγαλύτερο ποσοστό της συνολικής χωρητικότητας (στον ταμειυτήρα Μόρνου το ποσοστό αυτό είναι περίπου 80%).

Στην απλουστευμένη περίπτωση που εξετάζουμε ενδιαφέρουν μόνο τα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς των ετήσιων εισροών και μόνο. Πιο συγκεκριμένα μπορούμε να απομονώσουμε τα ακόλουθα χαρακτηριστικά της χρονοσειράς της εισροής:

- (1) Τη μέση τιμή  $\mu$  και την τυπική απόκλιση  $\sigma$
- (2) Τον τύπο της περιθώριας συνάρτησης κατανομής
- (3) Τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της χρονοσειράς.

Για δεδομένη χωρητικότητα ταμειυτήρα  $K$ , και ζήτηση  $D$ , η αξιοπιστία  $R$  αυξάνει προφανώς με την αύξηση της μέσης τιμής  $\mu$ . Η αξιοπιστία  $a$  θα είναι περίπου σταθερή, αν τα μεγέθη  $D$  και  $\mu$  μεταβάλλονται με τρόπο ώστε ο βαθμός ρύθμισης  $D/\mu$  να παραμένει σταθερός.

Για δεδομένη χωρητικότητα ταμειυτήρα  $K$  και ζήτηση  $D$  η αξιοπιστία  $R$  προφανώς μειώνεται με την αύξηση της τυπικής απόκλισης  $\sigma$ . Η αξιοπιστία θα είναι περίπου σταθερή αν τα μεγέθη  $K$  και  $\sigma$  μεταβάλλονται με τρόπο ώστε η ανηγμένη χωρητικότητα  $K/\sigma$  να παραμένει σταθερή.

Για δεδομένα  $K$  και  $D$  φαίνεται κατ' αρχήν ότι συναρτήσεις κατανομής με θετική ασυμμετρία δίνουν μικρότερη αξιοπιστία, σε σχέση με την κανονική κατανομή (μηδενική ασυμμετρία).

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης των εισροών επηρεάζει καθοριστικά την αξιοπιστία του ταμειυτήρα. Η μελέτη της επίδρασης αυτής είναι αρκετά πολύπλοκη. Κατ' αρχήν υπάρχει το θέμα της επιλογής ορισμένων χαρακτηριστικών παραμέτρων που αντιπροσωπεύουν τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Η πλέον χαρακτηριστική παράμετρος είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης για βήμα 1,  $\rho_1$ , ενώ ενδεχόμενα ενδιαφέρει και ένας πεπερασμένος αριθμός συντελεστών αυτοσυσχέτισης για μεγαλύτερα βήματα  $\rho_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ . Ένα μοντέλο τύπου

ARMA, κατάλληλου βαθμού, μπορεί να αναπαραστήσει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στην περιοχή  $1 \leq i \leq k$ . Το υπόλοιπο τμήμα της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης, για  $i > k$ , περιγράφεται από μια φθίνουσα εκθετική συνάρτηση, και αυτό ανεξάρτητα από την τάξη και τις παραμέτρους του μοντέλου ARMA. Κατά συνέπεια στα μοντέλα ARMA, το ολοκλήρωμα της συνάρτησης, από βήμα 0 μέχρι άπειρο, είναι πεπερασμένο. Το ολοκλήρωμα αυτό εκφράζει μαθηματικά την εμμονή (persistence) της στοχαστικής ανέλιξης. Το φυσικό νόημα της εμμονής είναι η παρατηρούμενη ιδιότητα των φυσικών χρονοσειρών, σύμφωνα με την οποία υψηλές τιμές ενός μεγέθους τείνουν να συσσωρεύονται και παράλληλα το ίδιο συμβαίνει και με τις χαμηλές τιμές, (φαινόμενο Ιωσήφ).

Στο θέμα της εμμονής, αξίζει να σημειωθεί η ανακάλυψη του Hurst, ότι τα μεγάλα μεγέθη δείγματα γεωφυσικών μεγεθών εμφανίζουν ορισμένα χαρακτηριστικά που δε μπορούν να περιγραφούν από τα μοντέλα ARMA (φαινόμενο Hurst). Τα χαρακτηριστικά αυτά αποδίδονται με μία παράμετρο, που ο ορισμός της είναι αρκετά πολύπλοκος (βλέπε και παράγραφο 3.3.2) και η εκτίμηση της αρκετά δύσκολη: Πρόκειται για την παράμετρο Hurst,  $h$ , που παίρνει τιμές στο διάστημα  $0 \leq h \leq 1$ . Ο Hurst εξέτασε περίπου 800 ιστορικές χρονοσειρές υδρολογικών και γεωφυσικών μεταβλητών, από διάφορα μέρη της γής, με μεγέθη από 40 μέχρι 2000 έτη, και βρήκε ότι η παράμετρος  $h$  γι' αυτές κυμαίνεται από 0.46 μέχρι 0.96 με μέση τιμή 0.73 και τυπική απόκλιση 0.09. Αντίθετα, όπως θεωρητικά αποδεικνύεται, τα μοντέλα ARMA δίνουν συντελεστές  $h$  που ασυμπτωτικά τείνουν στην τιμή  $h = 0.5$  για μεγάλο μέγεθος δείγματος. Ο Hurst απέδωσε την αναντιστοιχία αυτή στο γεγονός ότι οι ιστορικές χρονοσειρές εμφανίζουν πολύ μεγάλη μνήμη. Το γεγονός αυτό οδήγησε στην εισαγωγή και χρήση μιας άλλης κατηγορίας μοντέλων, που λέγονται μοντέλα κλασματικού γκαουσιανού θορύβου (fractional gaussian noise - FGN), με τα οποία αντί της διατήρησης (τμήματος) της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης, επιδιώκεται η διατήρηση του συντελεστή  $h$ . Οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης που προκύπτουν από τα μοντέλα FGN οδηγούν σε άπειρη εμμονή, ενώ δεν είναι δυνατή η παραγωγή χρονοσειράς με καθορισμένη εκ των προτέρων συνάρτηση αυτοσυσχέτισης (πέρα από τη διατήρηση του συντελεστή  $h$ , που είναι κατ' αρχήν δυνατή). Σημειώνεται ότι η προσομοίωση των εισροών με μοντέλα FGN είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα,

(οι υπολογιστικοί χρόνοι συγκρινόμενοι με τους αντίστοιχους χρόνους των μοντέλων ARMA μπορεί να είναι μεγαλύτεροι κατά  $10^3$  φορές ή και περισσότερο).

Δύο ακόμη κατηγορίες μοντέλων έχουν αποδειχτεί ότι μπορούν να διατηρήσουν το συντελεστή Hurst, εισάγοντας τα χαρακτηριστικά μεγάλης μνήμης στις παραγόμενες χρονοσειρές. Πρόκειται για τα μοντέλα ανεπίξεων τεθλασμένης γραμμής (broken-line processes) και τα μοντέλα ARIMA, κάτω από ειδικές συνθήκες.

Επισημαίνεται τέλος ότι το βασικό συμπέρασμα του Hurst για την πολύ μεγάλη μνήμη των ιστορικών χρονοσειρών έχει αμφισβητηθεί (WMO, 1983) με το επιχείρημα ότι οι ανακαλύψεις του Hurst είναι δυνατό να αποδοθούν π.χ. σε μη μονιμότητα της μέσης τιμής της χρονοσειράς, η οποία μπορεί να είναι το αποτέλεσμα κλιματικών αλλαγών, ανθρωπίνων δραστηριοτήτων ή απλώς της ανομογένειας των δεδομένων.

### 3.3. Σύγκριση εναλλακτικών μοντέλων εισροής

#### 3.3.1. Εισαγωγή

Στην παράγραφο αυτή περιγράφονται καταρχήν συνοπτικά τα στοχαστικά μοντέλα εισροής σε μεμονωμένο ταμιευτήρα τα οποία διερευνήθηκαν κατά τη διάρκεια της Β' φάσης του ερευνητικού έργου.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μεθοδολογία της διερεύνησης και τα αποτελέσματά της σε σχέση πάντα με το ισοζύγιο του μεμονωμένου ταμιευτήρα Μόρνου καθώς και του συνδυασμού ταμιευτήρων Μόρνου-Ευήνου θεωρουμένου όμως ισοδύναμου μεμονωμένου ταμιευτήρα.

Το πρόβλημα που εξετάζεται συνίσταται στο σχεδιασμό ταμιευτήρα ή την εκτίμηση του απολήψιμου όγκου από ήδη κατασκευασμένο ταμιευτήρα, για δεδομένη πάντα και εκλεγμένη εκ των προτέρων αξιοπιστία. Πρόκειται δηλαδή για την αναζήτηση μιας σχέσης μεταξύ της χωρητικότητας  $K$  του ταμιευτήρα, της ζήτησης νερού  $D$ , της αξιοπιστίας  $a$  και για δεδομένα χαρακτηριστικά εισροών (σχέση

χωρητικότητας-ζήτησης-αξιοπιστίας). Τα μεγέθη  $K$ ,  $D$ ,  $a$  ορίζονται στην παράγραφο 3.1. Η πολύπλοκη σχέση  $f(K, D, a \text{ εισροές})$  είναι γενικά αδύνατο να επιλυθεί αναλυτικά και για τον πρόσθετο λόγο ότι οι εισροές έχουν στοχαστική δομή. Όπως προαναφέρθηκε, η πιο σύγχρονη μέθοδος επίλυσης της εξίσωσης αυτής είναι η μέθοδος της προσομοίωσης των εισροών. Οι συνθετικές εισροές που χρησιμοποιούνται παράγονται με τη βοήθεια μαθηματικού μοντέλου το οποίο μετασχηματίζει τυχαίους αριθμούς μιας ορισμένης κατανομής σε σειρά εισροών. Ανάλογα με τα στατιστικά χαρακτηριστικά που διατηρούνται, είχαν προταθεί στο παρελθόν διάφορα μοντέλα.

Στα πλαίσια του παρόντος ερευνητικού έργου εξετάσαμε την επιρροή στη σχέση χωρητικότητας-ζήτησης-αξιοπιστίας των εξής εναλλακτικών μοντέλων εισροής: Μαρκοβιανό μοντέλο με περιθώρια κατανομή των τυχαίων υπόλοιπων κανονική, λογαριθμοκανονική και γάμα, μοντέλο ARMA (1, 1) με κανονικές τυχαίες μεταβλητές και τέλος το μοντέλο Ταχέος Κλασματικού Γκαουσιανού Θορύβου (Fast Fractional Gaussian Noise, FFGN). Τα μοντέλα αυτά εφαρμόστηκαν σε σειρές ετήσιων εισροών, αγνοήθηκε δηλαδή η ετήσια ρύθμιση στην οποία αντιστοιχεί ένας επιπλέον όγκος ρύθμισης πέραν εκείνου της υπερετήσιας ρύθμισης.

Στη συνέχεια γίνεται μια σύντομη περιγραφή των μαθηματικών μοντέλων εισροής που εξετάστηκαν. Μια συνοπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων με παράλληλο σχολιασμό τους γίνεται στην παράγραφο 3.3.3.

### 3.3.2. Εναλλακτικά στοχαστικά μοντέλα εισροής

Το απλούστερο στοχαστικό μοντέλο με το οποίο επιτυγχάνεται ικανοποιητική προσομοίωση των εισροών μεμονωμένου ταμειευτήρα είναι το Μαρκοβιανό μοντέλο (Tomas, Fiering, 1962). Η γενική μαθηματική μορφή του είναι:

$$(I_t - \mu) = \phi_1 (I_{t-1} - \mu) + e_t \quad (3.6)$$

όπου:

- $I_t$ ,  $I_{t-1}$  είναι η ετήσια εισροή κατά τα έτη  $t$  και  $t-1$  αντίστοιχα



- $\mu, \sigma, \rho_1$  είναι η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης των εισροών  $I_t$
- $\phi_1$  είναι η μοναδική παράμετρος του μοντέλου που είναι ίση με  $\rho_1$
- $e_t$  είναι το τυχαίο υπόλοιπο με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση  $\sigma(1-\rho_1^2)^{1/2}$

Πολύ σημαντικό στοιχείο για τη χρησιμοποίηση του μοντέλου σε προσομοιώσεις εισροών είναι η κατανομή των τυχαίων υπολοίπων. Τρεις τέτοιες κατανομές εξετάστηκαν εδώ: η κανονική (normal), η γάμα (Gamma) και η λογαριθμοκανονική (Log-Normal) κατανομή. Οι τρεις αυτές κατανομές έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως στην Υδρολογία για τη στατιστική περιγραφή των εισροών.

Στην πιο απλή περίπτωση της κανονικής κατανομής αρκεί η παραγωγή τυχαίων αριθμών κανονικής κατανομής με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση  $\sigma(1-\rho_1^2)^{1/2}$ .

Στην περίπτωση που το τυχαίο υπόλοιπο ακολουθεί κατανομή γάμα, χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός Wilson - Hilferty (Kirby, 1972)

$$e_t = \left( \left[ 1 - \left( \frac{g}{6} \right)^2 + \left( \frac{g}{6} \right) \eta_t \right]^3 - 1 \right) \left( \frac{z}{g} \right) \quad (3.7)$$

όπου:

$\eta_t$ : τυποποιημένη κανονική μεταβλητή

$$g = 2(\sigma/\mu) (1-\rho_1^3)/(1-\rho_1^2)^{1.5}$$

Τέλος, όταν το τυχαίο υπόλοιπο ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή τότε το Μαρκοβιανό μοντέλο (3.6) γίνεται:

$$I_t = \exp[\mu\gamma (1-\rho\gamma)] I_{t-1}^{\rho_1, \gamma} \exp \eta_t \quad (3.8)$$

όπου:

$\eta_t$ : τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση  $\sigma\gamma \sqrt{(1-\rho_1, \gamma)^2}$

$\mu\gamma, \sigma\gamma, \rho_1, \gamma$ : μέση τιμή, τυπική απόκλιση και συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης της μετασχηματισμένης εισροής  $Y_t = \ln I_t$ . Οι σχέσεις που συνδέουν

τα στατιστικά χαρακτηριστικά  $\mu_Y$ ,  $\sigma_Y$ ,  $\rho_{1,Y}$  με τα αντίστοιχα τους της χρονοσειράς  $I_t$  ( $\mu, \sigma, \rho$ ) είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} \sigma_Y^2 &= \ln(1 + \sigma^2/\mu^2) \\ \mu_Y &= \ln(\mu) - \sigma^2/2 \\ \rho_{1,Y} &= 1/\sigma_Y^2 \ln(\rho_1 \sigma^2/\mu^2 + 1) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \lrcorner \\ | \\ \rceil \end{array} \right\} (3.9)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι εδώ δε γίνεται λεπτομερής παρουσίαση των περιθωρίων κατανομών (κανονικής, γάμα, λογαριθμοκανονική) ούτε των τεχνικών παραγωγής τυχαίων αριθμών. Μια τέτοια παρουσίαση γίνεται από τον Δ. Κουτσογιάννη (1988).

Μια δεύτερη κατηγορία μοντέλων που εξετάστηκε είναι τα μοντέλα αυτοσυσχέτισης-κινουμένων μέσων όρων (autoregressive-moving average) ή ARMA. Η διερεύνηση περιορίστηκε στο μοντέλο ARMA(1,1) που είναι και το απλούστερο. Η γενική εξίσωση του μοντέλου αυτού δίνεται από τη σχέση:

$$(I_t - \mu) = \phi_1 (I_{t-1} - \mu) + \theta_1 a_{t-1} + a_t \quad (3.10)$$

όπου:

$\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  είναι η μέση τιμή, τυπική απόκλιση και οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης και 2ης τάξης των εισροών αντίστοιχα.

$\phi_1$ ,  $\theta_1$  είναι οι παράμετροι του μοντέλου

$a_t$ : κανονική μεταβλητή με μέση τιμή μηδέν και τυπική απόκλιση

$$\sigma[(1-\phi_1^2)/(1+\theta_1^2-2\phi_1\theta_1)]^{1/2}$$

Οι συντελεστές του μοντέλου εκτιμώνται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \rho_2/\rho_1 \\ \rho_1 &= (1-\phi_1\theta_1)(\phi_1-\theta_1)/(1+\theta_1^2-2\phi_1\theta_1) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \lrcorner \\ | \\ \rceil \end{array} \right\} (3.11)$$

Όλα τα μοντέλα που παρουσιάστηκαν ως τώρα είναι μοντέλα βραχείας μνήμης. Αυτό σημαίνει ότι η επιρροή παλιότερων τιμών της

μεταβλητής που εξετάζεται πάνω σε νεότερες τιμές της γίνεται πρακτικά αμελητέα μετά από ένα μικρό αριθμό χρονικών βημάτων. Ωστόσο μακροπρόθεσμες στατιστικές εξαρτήσεις έχουν διαπιστωθεί σε διάφορες μεταβλητές μεταξύ των οποίων και υδρολογικές (Hurst, 1951). Ο συντελεστής Hurst, που αποτελεί μια εναλλακτική μαθηματική έκφραση της εμμονής (Mandelbrot & Wallis, 1968) συνδέει το εύρος διακύμανσης της θεωρούμενης χρονοσειράς,  $R$ , με το μήκος  $N$  της χρονοσειράς ως εξής:

$$R/\sigma = aN^h \quad (3.12)$$

με  $\sigma$  την τυπική απόκλιση της σειράς

$R$  το εύρος διακύμανσης (range) που είναι το άθροισμα της μέγιστης και της ελάχιστης απόκλισης της σειράς από τη μέση τιμή της, σε αθροιστική βάση.

Η εκτίμηση  $h$  του συντελεστή Hurst βρίσκεται από τα ιστορικά στοιχεία με τη βοήθεια του διαγράμματος Pox (Mandelbrot & Wallis, 1969a,b). Όπως προαναφέρθηκε (παρ. 3.1) το μοντέλο ARMA δεν είναι κατάλληλο για τη διατήρηση του συντελεστή Hurst. Διάφορα άλλα μοντέλα που διατηρούν την εμμονή έχουν προταθεί στο παρελθόν. Από τα μοντέλα αυτά με μακρά μνήμη (long memory models) επιλέξαμε το μοντέλο του κλασματικού Γκαουσιανού θορύβου και μάλιστα την πιο ταχεία από άποψη υπολογισμών έκδοσή του (Fast Fractional Gaussian Noise ή FFGN), (Mandelbrot, 1971). Το μοντέλο έχει ήδη εφαρμοστεί σε ελληνικές λεκάνες (Mimikou & Nalbantis, 1987).

Η παραγωγή των τυποποιημένων μεταβλητών  $X_t$  του μοντέλου FFGN γίνεται ως εξής:

Κατασκευάζεται μια πρώτη συνιστώσα  $X_t^{(L)}$  που αναπαράγει τα φαινόμενα χαμηλής συχνότητας δηλαδή ουσιαστικά την μακρά μνήμη. Η συνιστώσα είναι άθροισμα  $M$  τυποποιημένων κανονικών ανεξίτηλων  $AR(1)$ :

$$X_t^{(L)} = \sum_{i=1}^M W_i X'_t(i) \quad (3.13)$$

όπου,

$X'_t(i)$ : τυποποιημένη κανονική ανέλιξη  $AR(1)$  με συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης  $\rho_1(i) = \exp(-B^{-1})$  και

παράμετρο  $B$ .

$W_i$ : βάρος της ανέλιξης  $i$  που δίνεται από τη σχέση

$$W_i^2 = h(2h-1) (B^{1-h} - B^{h-1}) B^{-2(1-h)i} / \Gamma(3-2h) \quad (3.14)$$

Μια δεύτερη συνιστώσα  $X_t^{(H)}$  προστίθεται για να διορθώσει τα σφάλματα ψηλών συχνοτήτων που δημιουργεί η  $X_t^{(L)}$ . Η νέα αυτή συνιστώσα είναι μία μεμονωμένη ανέλιξη  $AR(1)$  με μέση τιμή μηδέν, διασπορά  $1-B^{h-1} (2h^2-h)/\Gamma(3-2h)$  και συντελεστή αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης

$$\rho_1' = 2^{2h-1} - 1 + \frac{N}{\sum_{i=1}^N} W_i (1-\rho_1(1)) - B^{-(1-h)} h(h-1) / \Gamma(3-2h) \quad (3.15)$$

Παράμετροι του μοντέλου είναι ο συντελεστής Hurst  $h$ , ο αριθμός  $M$  των ανελίξεων  $AR(1)$ , και η παράμετρος  $B$  που καθορίζει την αυτοσυσχέτιση των διαδικασιών αυτών.

### 3.3.3. Μεθοδολογία διερεύνησης - Εξισώσεις λειτουργίας μεμονωμένου ταμιευτήρα - Αποτελέσματα

Οι μεταβλητές που υπεισέρχονται στη διερεύνησή μας είναι οι εξής:

- α) Ετήσια εισροή  $I_t$  (inflow) το χρόνο  $t$ , θεωρούμενη ως καθαρή ( $I_t = N_t$ )
- β) Ζήτηση ή επιθυμητή απόληψη  $D$  (demand desired draft) θεωρούμενη σταθερή στο χρόνο.
- γ) Χωρητικότητα του ταμιευτήρα  $K$  (storage capacity)
- δ) Αποθήκευση (ή απόθεμα)  $S_t$  στο τέλος του χρόνου  $t$  (storage)
- ε) Απόληψη  $R_t$  κατά το έτος  $t$  (draft, release)
- στ) Υπερχείλιση  $SP_t$  (spill)
- ζ) Αξιοπιστία  $\alpha(\%)$  (reliability) είναι η πιθανότητα που έχει ο

ταμειευτήρας να ανταποκριθεί στη ζήτηση νερού για κάθε έτος λειτουργίας του, ή αλλιώς ο αριθμός των ετών όπου  $R_t = D$  μέσα σε μια μεγάλη χρονική περίοδο (π.χ. 10000 έτη) προς την περίοδο αυτή.

Οι μεταβλητές αυτές συνδέονται με αλγεβρικές και λογικές σχέσεις που προσομοιώνουν τη λειτουργία του θεωρούμενου ταμειευτήρα.

Ο διαθέσιμος για απόληψη όγκος νερού κατά το έτος  $t$  είναι ίσος με  $S_{t-1} + I_t$  ενώ η επιθυμητή απόληψη είναι ίση με  $D$ . Η πραγματική απόληψη είναι επομένως:

$$R_t = \begin{cases} D & \text{αν } S_{t-1} + I_t \geq D \\ S_{t-1} + I_t & \text{αν } S_{t-1} + I_t < D \end{cases} \quad (3.16)$$

Μετά από την απόληψη  $R_t$  μονάδων όγκου νερού ο διαθέσιμος για αποθήκευση όγκος νερού είναι από το ισοζύγιο του ταμειευτήρα:

$$S_{at} = S_{t-1} + I_t - R_t \quad (3.17)$$

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- 1)  $S_{at} \leq K$  οπότε  $S_t = S_{at}$  και  $SP_t = 0$
- 2)  $S_{at} > K$  οπότε  $S_t = K$  και  $SP_t = S_{at} - K$

Υπενθυμίζουμε εδώ τη μέθοδο της προσομοίωσης όπως αυτή εφαρμόστηκε εδώ. Τα διάφορα βήματα της μεθόδου είναι:

- α) Παραγωγή χρονοσειράς εισροών  $I_t$   $t = 1, 2, 3, \dots, n$  για μεγάλη χρονική περίοδο  $n$  (εδώ 10000 χρόνια)
- β) Εφαρμογή των παραπάνω εξισώσεων λειτουργίας του ταμειευτήρα για συγκεκριμένη τιμή της χωρητικότητας  $K$  και της ζήτησης  $D$  και απόκτηση της σειράς των απολήψεων  $R_t$   $t = 1, 2, 3, \dots, n$
- γ) Υπολογισμός του αριθμού των ετών  $n'$  όπου  $R_t = D$  και εκτίμηση της αξιοπιστίας  $\alpha = n'/n$ .

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών που διατηρούνται από όλα τα μοντέλα αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης (AR(1)) που εξετάστηκαν, είναι:

- Η μέση τιμή  $\mu$
- Η τυπική απόκλιση  $\sigma$
- Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης  $\rho_1$

Στο μοντέλο ARMA (1,1) διατηρείται επιπλέον και ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης 2ης τάξης  $\rho_2$ . Τέλος στο μοντέλο FFGN, αντί του  $\rho_1$  διατηρείται ο συντελεστής Hurst,  $h$ .

Για κάθε τιμή των  $K$  και  $D$  καθώς και των  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  η προσομοίωση δίνει την αξιοπιστία του ταμιευτήρα  $a$ , δηλαδή τη σχέση

$$a = f(K, D, \mu, \sigma, \rho)$$

Για τη μελέτη της σχέσης αυτής, η μέθοδος της διαστατικής ανάλυσης μας επιτρέπει την απαλοιφή μιας μόνο μεταβλητής με δημιουργία των εξής αδιάστατων μονωνύμων:

- Ανηγμένη χωρητικότητα ταμιευτήρα  $K/\sigma$
- Βαθμός ρύθμισης ταμιευτήρα  $D/\mu$
- Συντελεστής μεταβλητότητας των εισροών  $\sigma/\mu$
- Συντελεστής αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης των εισροών

Εγινε πλήρης διερεύνηση της σχέσης  $a = f(K/\sigma, D/\mu, \sigma/\mu, \rho)$  για διάφορες τιμές των μεγεθών αυτών και τα αποτελέσματα δόθηκαν υπό μορφή διαγραμμάτων για κάθε κατανομή (σχ. 3.1 έως 3.9), (βλέπε και Μπώκου, 1990). Για τα μοντέλα AR(1) με περιθώρια κατανομή κανονική, γάμα ή λογαριθμοκανονική ή διεξοδική μελέτη περιέλαβε τα παρακάτω διαστήματα μεταβολής των παραπάνω αδιάστατων μεγεθών:

$$0 \leq K/\sigma \leq 15, \quad 0.75 \leq D/\mu \leq 1, \quad 0.10 \leq \sigma/\mu \leq 1, \quad 0 \leq \rho \leq 0.30$$

Η σειρά των διαγραμμάτων που κατασκευάστηκε αποτελεί ένα αξιόλογο εργαλείο για γρήγορες εκτιμήσεις σε θέματα διαστασιολόγησης ταμιευτήρων υπερετήσιας εξίσωσης. Εδώ παρουσιάζεται μόνο η εφαρμογή των αποτελεσμάτων στην περίπτωση που μας ενδιαφέρει για

τη διερεύνηση των δυνατοτήτων του υδροδοτικού συστήματος της Αθήνας.

Ειδικότερα εξετάστηκε η περίπτωση του μεμονωμένου ταμιευτήρα Μόρνου και του συστήματος ταμιευτήρων Μόρνου-Ευήνου θεωρουμένου ως ισοδύναμου μεμονωμένου ταμιευτήρα. Από τις τρεις εναλλακτικές θέσεις φραγμάτων θεωρείται εκείνη της Περίστας.

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά των εισροών Μόρνου και Ευήνου όπως υπολογίστηκαν στο παρόν ερευνητικό έργο είναι:

| ΜΕΓΕΘΟΣ                                | ΜΟΡΝΟΣ | ΕΥΗΝΟΣ |
|--|--------|--------|
| Μέση τιμή ( $10^6 \text{ m}^3$ )       | 319.2  | 361.9  |
| Τυπική απόκλιση ( $10^6 \text{ m}^3$ ) | 77.8   | 125.1  |
| Συντ. αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης         | 0.03   | 0.17   |
| Συντ. ετεροσυσχέτισης 0ης τάξης        | 0.87   |        |

Για δεδομένη αξιοπιστία  $\alpha=99\%$  και τον υπάρχοντα ταμιευτήρα Μόρνου με χωρητικότητα  $643 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  για υπερετήσια και ετήσια εξίσωση μαζί, έγινε μια χονδρική εκτίμηση του όγκου υπερετήσιας εξίσωσης ίση με  $0.80 \cdot 643 = 513 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ . Με βάση τα στοιχεία αυτά έχουμε για το Μόρνο  $\sigma/\mu = 0.24$ ,  $\rho = 0.0$ ,  $K/\sigma = 6.6$  ενώ η κατανομή των εισροών βρέθηκε να περιγράφεται ικανοποιητικά τόσο από την κανονική κατανομή όσο και τη γάμα. Για την κανονική κατανομή το Σχ. 3.1 δίνει για  $\sigma/\mu = 0.2$  και  $\rho = 0 \rightarrow D/\mu = 0.952$  ενώ το Σχ. 3.3 για  $\sigma/\mu = 0.3$  και  $\rho = 0 \rightarrow D/\mu = 0.930$ . Τελικά για  $\sigma/\mu = 0.24$  παίρνουμε την εκτίμηση  $D/\mu = 0.939 \rightarrow D = 0.939 \cdot 319.2 = 299 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ . Από τις παραπάνω τιμές του D θα πρέπει βέβαια να αφαιρεθούν οι απώλειες εξάτμισης και υπόγειων διαφυγών.

Αντίστοιχα για τη γάμα κατανομή για  $\sigma/\mu = 0.2$  (Σχ. 3.5) και  $\rho = 0$  έχουμε  $D/\mu = 0.952$  ενώ για  $\sigma/\mu = 0.3$  (Σχ. 3.7) έχουμε  $D/\mu = 0.925$  οπότε τελικά  $D/\mu = 0.935 \rightarrow D = 298 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ .

Στη συνέχεια έγινε εφαρμογή στο σύστημα συνδυασμένων ταμιευτήρων

Μόρνου και Ευήνου όπου τίθεται το πρόβλημα διαστασιολόγησης του αντίστοιχου ισοδύναμου ταμιευτήρα. Για τα στοιχεία εισόδου για τη χρήση των διαγραμμάτων που κατασκευάστηκαν λήφθηκαν  $\mu = 681,1 * 10^6 \text{ m}^3$ ,  $\sigma = 196.6 * 10^6 \text{ m}^3$ ,  $\rho = 0.17$ ,  $\alpha = 99\%$ ,  $D = 550 * 10^6 \text{ m}^3$  ή σε αδιάστατη μορφή  $\sigma/\mu=0.29$ ,  $D/\mu=0.81$ .

Οι υπολογισμοί φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα .

| $\sigma/\mu$ | $\rho$ | K/σ               |               |
|--------------|--------|-------------------|---------------|
|              |        | Κανονική Κατανομή | Γάμα Κατανομή |
| 0.20         | 0.10   | 2.0               | 1.8           |
| 0.20         | 0.20   | 2.5               | 2.0           |
| 0.30         | 0.10   | 3.1               | 2.6           |
| 0.30         | 0.20   | 4.2               | 3.9           |
| 0.20         | 0.17   | 2.35              | 1.94          |
| 0.30         | 0.17   | 3.87              | 3.51          |
| 0.29         | 0.17   | 3.72              | 3.35          |

Αν δεχτούμε τη μεγαλύτερη τιμή του K/σ (=3.72) η απαιτούμενη χωρητικότητα του ισοδύναμου ταμιευτήρα για υπερετήσια ρύθμιση θα είναι:

$$K = 3.72 * 196.6 = 732 * 10^6 \text{ m}^3$$

δηλαδή ο ταμιευτήρας Περίστας για υπερετήσια ρύθμιση θα πρέπει να έχει χωρητικότητα  $732 - 513 = 219 * 10^6 \text{ m}^3$ , και ολική χωρητικότητα κατά προσέγγιση  $219/0.8 = 273 * 10^6 \text{ m}^3$ . Πρέπει πάντως να τονιστεί ότι στους παραπάνω υπολογισμούς για γρήγορες εκτιμήσεις έγιναν οι εξής παραδοχές:

- 1) Δε λαμβάνεται υπόψη η εισροή στον ταμιευτήρα λόγω βροχής ούτε και οι απώλειες λόγω εξάτμισης και υπόγειων διαφυγών.



- 2) Λαμβάνεται μόνο χονδρικός υπόψη η ετήσια ρύθμιση
- 3) Υπάρχουν σφάλματα λόγω παρεμβολών μεταξύ διαφόρων διαγραμμάτων.

Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της συγκριτικής διερεύνησης των μοντέλων FFGN, ARMA(1,1) και AR(1) πάντα με περιθώριες κανονικές κατανομές των εισροών. Η διερεύνηση έγινε για μία συγκεκριμένη τιμή του συντελεστή Hurst  $h=0.65$  που αντιστοιχεί σε μια τιμή συνηθισμένη για παροχές ελληνικών ποταμών (Ναλμπάντης, 1988). Για να είναι συγκρίσιμα τα αποτελέσματα του μοντέλου FFGN που διατηρεί την τιμή αυτή του  $h$ , τα άλλα μοντέλα ARMA(1,1) και AR(1) ρυθμίστηκαν με βάση τα στατιστικά χαρακτηριστικά της χρονοσειράς που παρήγαγε το μοντέλο FFGN. Τα στατιστικά αυτά χαρακτηριστικά ήταν οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης και 2ης τάξης  $\rho_1$  και  $\rho_2$  που βρέθηκαν ίσοι με 0.25 και 0.12 αντίστοιχα. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων έδειξε ότι οι αποκλίσεις μεταξύ των μοντέλων δεν είναι μεγάλες για συνήθεις τιμές της αξιοπιστίας ( $\alpha \leq 99\%$ ) και για συνήθη μεγέθη ταμιευτήρων υψηλής υπερετήσιας ρύθμισης ( $2 \leq K/\sigma \leq 6$ ). Πάντως υπάρχει μια τάση των μοντέλων FFGN και ARMA(1,1), τα οποία και βρίσκονται σχεδόν σε απόλυτη συμφωνία μεταξύ τους, να δίνουν πιο συντηρητικά αποτελέσματα (μικρότερες απολήψεις για την ίδια τιμή της ανηγμένης χωρητικότητας).

Συμπερασματικά, πρέπει να επισημάνουμε ότι η συστηματική διερεύνηση των μοντέλων, έδειξε ότι η ευαισθησία των αποτελεσμάτων στην περιθώρια κατανομή των εισροών είναι γενικά πολύ μικρή για το πεδίο μεταβολής των μεγεθών που ενδιαφέρουν στο σχεδιασμό ταμιευτήρων. Αντίθετα η στοχαστική δομή της εισροής (συνάρτηση αυτοσυσχέτισης - εμμονή) παίζει πιο σημαντικό ρόλο στην αξιοπιστία του ταμιευτήρα.

Τονίζεται ότι η παραπάνω ανάλυση δεν είχε σκοπό να δώσει τελικές εκτιμήσεις των παραμέτρων σχεδιασμού και λειτουργίας των έργων αλλά να διερευνήσει την ευαισθησία των παραμέτρων αυτών σε σχέση με τα εναλλακτικά μοντέλα εισροής και τις παραμέτρους τους.

### 3.4. Γενικές αρχές μοντελοποίησης υδρολογικών μεταβλητών συστήματος ταμιευτήρων ύδρευσης Αθηνών

#### 3.4.1. Βασικές παρατηρήσεις και Παραδοχές (Βλέπε και κεφάλαιο 7)

1. Το τελικό υδροδοτικό σύστημα περιλαμβάνει τρεις θέσεις κύριων ταμιευτήρων (τους υφιστάμενους ταμιευτήρες Μόρνου και Υλίκης, και το μελλοντικό ταμιευτήρα Ευήνου) και υπάρχει έντονη στοχαστική εξάρτηση κάθε υδρολογικής μεταβλητής στις διάφορες θέσεις. Κατά συνέπεια είναι επιβεβλημένη η χρήση πολυδιάστατων μοντέλων υδρολογικής προσομοίωσης.
2. Το κύριο μέγεθος που ενδιαφέρει είναι προφανώς η απορροή της κάθε λεκάνης, δηλαδή η εισροή σε κάθε ταμιευτήρα.
3. Οι όγκοι της βροχόπτωσης και της εξάτμισης εξαρτώνται από την επιφάνεια του ταμιευτήρα, και σε τελική ανάλυση από τη στάθμη του. Κατά συνέπεια οι όγκοι αυτοί μπορούν να προσδιοριστούν μόνο στη φάση της προσομοίωσης του συστήματος ταμιευτήρων. Στη φάση της προσομοίωσης των υδρολογικών μεταβλητών παράγονται χρονοσειρές ύψους βροχής και ύψους εξάτμισης.
4. Οι απώλειες υπόγειων διαφυγών είναι σημαντικές για τον ταμιευτήρα Μόρνου και ακόμα πιο σημαντικές για τον ταμιευτήρα Υλίκης. Για τους εναλλακτικούς ταμιευτήρες Ευήνου δε μπορεί να γίνει από τώρα εκτίμηση των απωλειών, αλλά πάντως αναμένεται ότι θα είναι μικρές (μικρότερες από την αβεβαιότητα των υδρολογικών υπολογισμών) και γι' αυτό θα αγνοηθούν. Σύμφωνα με τα συμπεράσματα των αναλύσεων του Α' μέρους του ερευνητικού έργου, οι απώλειες του Μόρνου μπορούν να περιγραφούν ικανοποιητικά, χωρίς σημαντικό σφάλμα, με μια σχέση στάθμης-όγκου απωλειών. Αντίστοιχη σχέση έχει προκύψει και για την Υλίκη, με τη διαφορά ότι υπάρχει σημαντική διασπορά των σημείων γύρω από τη σχέση αυτή. Η διασπορά αυτή λαμβάνεται υπόψη για την προσομοίωση, και η απώλεια της Υλίκης θα θεωρηθεί ως τυχαία μεταβλητή, με μέση τιμή εξαρτώμενη από τη στάθμη και διασπορά σταθερή. Λόγω της εξάρτησης των απωλειών από τη στάθμη των ταμιευτήρων, η

προσομοίωση τους έχει υπαχθεί στην επόμενη φάση της προσομοίωσης του συστήματος ταμειευτήρων.

5. Η απορροή και η βροχόπτωση εμφανίζουν (προφανώς) έντονη στοχαστική εξάρτηση μεταξύ τους, και γι' αυτό η προσομοίωσή τους δε μπορεί να γίνει ανεξάρτητα, αλλά συνδυασμένα.
6. Η εξατμηση δεν είναι στοχαστικά εξαρτημένη με τη βροχόπτωση και την απορροή, και γι' αυτό η προσομοίωσή της μπορεί να γίνει ανεξάρτητα από την προσομοίωση των άλλων δύο.
7. Η προσομοίωση γίνεται σε μηνιαία βάση. Η χρονική αυτή βάση είναι υπερεπαρκής για την παρακολούθηση και της ετήσιας και της υπερετήσιας ρύθμισης των ταμειευτήρων. Λόγω της σαφούς υπεροχής των χωρητικότητων για υπερετήσια ρύθμιση, σε σχέση με αυτές για ετήσια ρύθμιση, οι κρίσιμες χρονοσειρές είναι οι ετήσιες, ενώ οι μηνιαίες είναι δευτερεύουσες.
8. Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των ετήσιων χρονοσειρών που εξετάστηκαν δε διαφέρουν σημαντικά από το μηδέν. Ειδικότερα οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των απορροών είναι πολύ μικροί, ( $0 \div 0.17$ ). Αυτό σημαίνει ότι οι απορροές δε χαρακτηρίζονται από σημαντική εμμονή. Εν πάση περιπτώσει, κατά την προσομοίωση των εισροών επιδιώκεται η διατήρηση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης των απορροών. Αντίθετα οι αντίστοιχοι συντελεστές των βροχών θεωρούνται ίσοι με μηδέν, πράγμα που δικαιολογείται θεωρητικά. Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης  $\rho$  των εξατμίσεων έχουν τιμές από  $-0.06$  μέχρι  $0.26$ , και οι τιμές αυτές επιδιώκεται να διατηρηθούν.
9. Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των μηνιαίων εισροών είναι εν γένει σημαντικοί (τους θερινούς μήνες φθάνουν την τιμή  $0.80$ ) και επιδιώκεται η διατήρησή τους. Αντίθετα, οι αντίστοιχοι συντελεστές για τις βροχές είναι ασήμαντοι (όπως άλλωστε αναμενόταν) και γι' αυτό θεωρούνται ίσοι με μηδέν. Τέλος οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των εξατμίσεων είναι σε μερικές περιπτώσεις αρκετά υψηλοί (μέχρι  $0.85$ ).
10. Η κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, με παραμέτρους που

υπολογίζονται με τη μέθοδο των ροπών (από τη μέση τιμή και διασπορά) προσαρμόζεται ικανοποιητικά στα δείγματα ετήσιων και μηνιαίων βροχών και απορροών. Επειδή τα μεγέθη των δειγμάτων είναι πολύ μικρά για ασφαλείς εκτιμήσεις της τρίτης ροπής, θεωρείται ότι ο συντελεστής ασυμμετρίας κάθε μεταβλητής είναι αυτός που προκύπτει θεωρητικά για την κατανομή γάμα 2 παραμέτρων. Αντίθετα για τις εξατμίσεις είναι γενικά δεκτή η κανονική κατανομή.

### 3.4.2. Γενικό σχήμα προσομοίωσης της απορροής-βροχής

Το γενικό σχήμα που υιοθετήθηκε για τη συνδυασμένη προσομοίωση απορροής-βροχής συνίσταται από

- Ένα Μαρκοβιανό μοντέλο ετήσιων απορροών 6 διαστάσεων (2 μεγέθη \* 3 θέσεις) το οποίο διατηρεί τους συντελεστές ετήσιας αυτοσυσχέτισης  $\rho_1$ , τους συντελεστές ετεροσυσχέτισης (βροχής-βροχής, απορροής-απορροής, απορροής-βροχής σε όλους τους συνδυασμούς θέσεων) καθώς και τις τρεις πρώτες ροπές των περιθώριων κατανομών κάθε μεταβλητής (μέση τιμή - διασπορά - ασυμμετρία).
- Ένα Μαρκοβιανό μοντέλο επιμερισμού ετήσιων σε μηνιαίες απορροές, 6 διαστάσεων και 12 τμηματικών μεταβλητών, ήτοι συνολικά 72 μεταβλητών. Το μοντέλο αυτό διατηρεί τις ίδιες ομάδες στατιστικών χαρακτηριστικών για κάθε μήνα, και επί πλέον διατηρεί τη λεγόμενη προσθετική ιδιότητα (το άθροισμα των μηνιαίων τιμών σε ένα έτος είναι ίσο με την ετήσια τιμή).

Η δομή αυτή του μοντέλου δύο φάσεων αν και είναι πολλαπλώς πολυπλοκότερη, προτιμήθηκε από την απευθείας παραγωγή μηνιαίων τιμών και στη συνέχεια την άθροισή τους για παραγωγή ετήσιων τιμών, γιατί η άμεση, σε πρώτη φάση, παραγωγή των ετήσιων χρονοσειρών υπερτερεί στα εξής:

- a) Αποφεύγονται τα σφάλματα που υπάρχουν στις εκτιμήσεις των μηνιαίων στατιστικών χαρακτηριστικών. Οι συνδυασμοί

οφαλμάτων και αποκλίσεων θα μπορούσε να δώσουν πολλαπλασιαστικές αποκλίσεις για τις ετήσιες χρονοσειρές.

- β) Με τη χρησιμοποίηση πολυδιάστατου μοντέλου σε μηνιαία βάση και στη συνέχεια άθροιση των μηνιαίων τιμών για την εξαγωγή ετήσιων, είναι σχεδόν αδύνατο να διατηρηθούν οι πολύ σημαντικές ιδιότητες της εμμοής. Αυτή η μέθοδος θα οδηγούσε σε πρακτικά μηδενικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης των ετήσιων τιμών.
- γ) Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι ετήσιες χρονοσειρές, και όχι οι μηνιαίες, είναι κρίσιμες για τη μελέτη μας.

Το μαρκοβιανό μοντέλο ετήσιων εισροών θεωρείται επαρκές λόγω των χαμηλών συντελεστών αυτοσυσχέτισης που παρατηρήθηκαν (μικρή εμμοή). Η χρήση μοντέλων FGN κλπ. για τη διατήρηση συντελεστών Hurst (που άλλωστε δε θα ήταν εύκολο να εκτιμηθούν) δε θα είχε νόημα στην περίπτωση των μικρών συντελεστών αυτοσυσχέτισης. Εξ άλλου δεν είναι βέβαιο αν με τέτοια μοντέλα μακράς μνήμης είναι δυνατό να παράγουμε χρονοσειρές με τόσο μικρούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης.

Οι όροι διατήρησης των χαρακτηριστικών των μηνιαίων χρονοσειρών που τέθηκαν είναι απόλυτα ικανοποιητικοί, δεδομένου μάλιστα ότι οι χρονοσειρές αυτές είναι δευτερεύουσας σημασίας (π.χ. δε θα επηρέαζε σε τίποτα ένας όρος για τη διατήρηση συντελεστών αυτοσυσχέτισης μεγαλύτερου βήματος).

Σε σχέση με τους λόγους που μας οδήγησαν στην υιοθέτηση ενός μοντέλου συνδυασμένης προσομοίωσης της απορροής και της βροχόπτωσης αντί ενός τυπικού μοντέλου βροχής-απορροής στο οποίο η βροχή θα ήταν η είσοδος και η απορροή η έξοδος, έχουμε να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα:

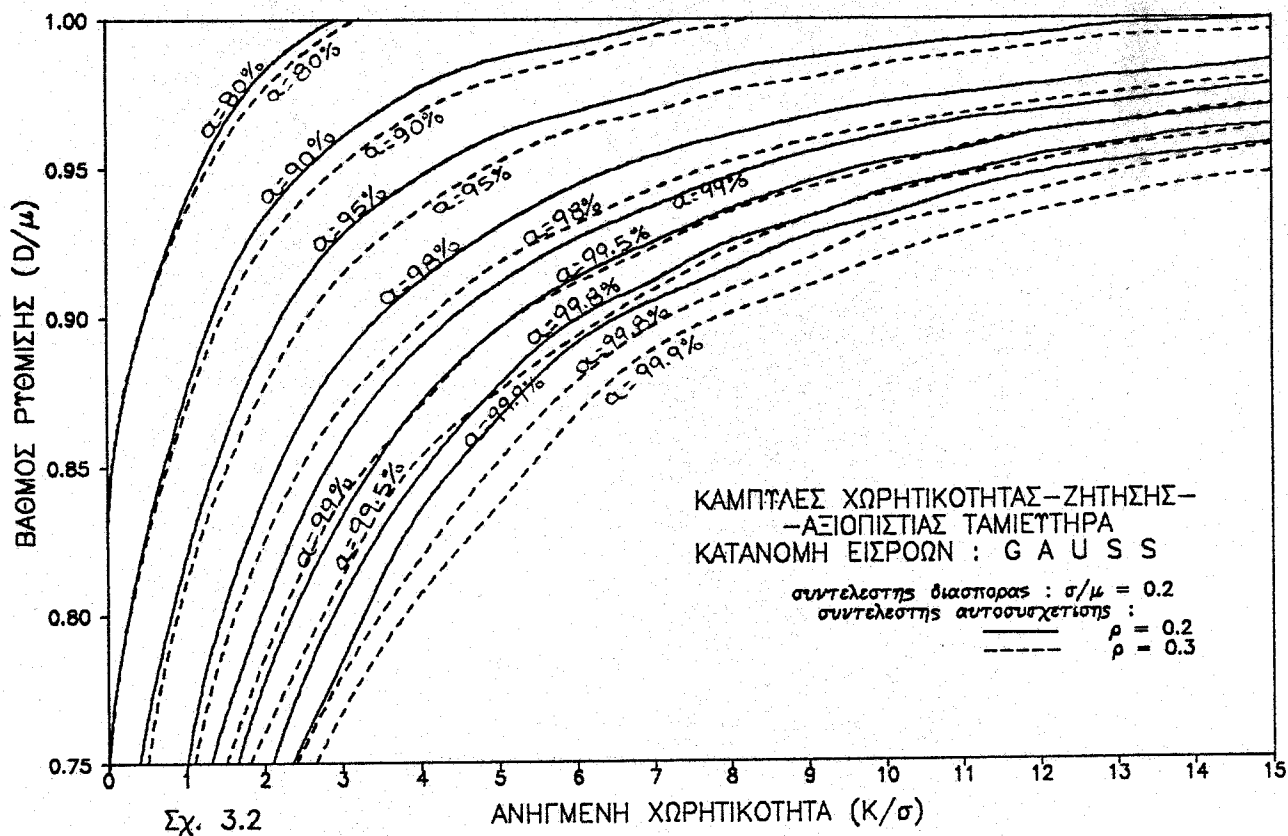
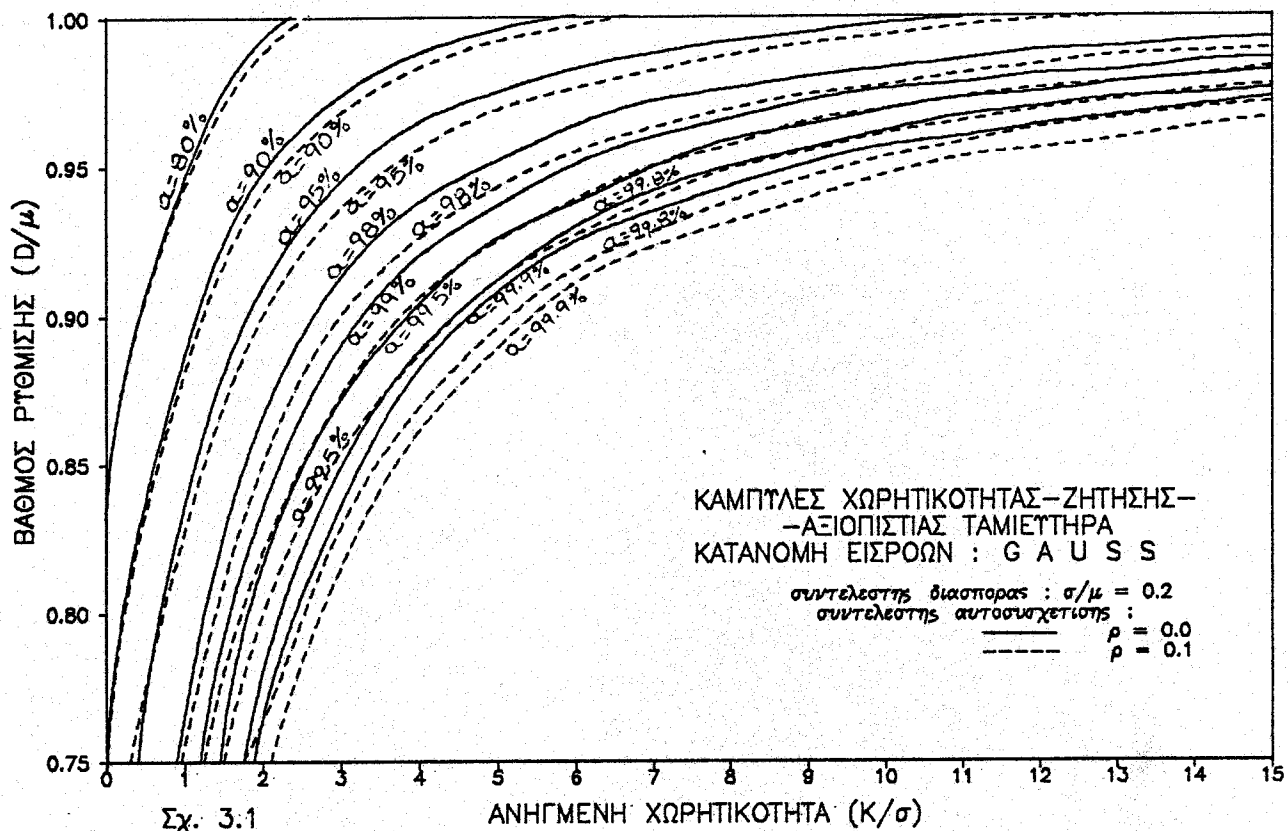
- Όπως προέκυψε από την επεξεργασία των δεδομένων κατά το Α' μέρος του ερευνητικού έργου, τα βροχομετρικά δεδομένα είναι γενικά μειωμένης αξιοπιστίας, ενώ υπάρχουν και αναντιστοιχίες μεταξύ των δεδομένων βροχής και παροχής.
- Τα μεγέθη των δειγμάτων της βροχής δεν ήταν σημαντικά μεγαλύτερα αυτών της απορροής (25 έναντι 19 έτη για τις

λεκάνες Μόρνου και Ευήνου). Εξ άλλου η τυχόν στατιστική επέκταση των δειγμάτων απορροής με βάση τα μεγαλύτερα δείγματα βροχής θα οδηγούσε σε υποεκτιμήσεις των διασπορών των δειγμάτων απορροής, οι οποίες είναι απαραίτητο να εκτιμηθούν με τη μεγαλύτερη δυνατή αμεροληψία προκειμένου να χρησιμοποιηθούν για την προσομοίωση.

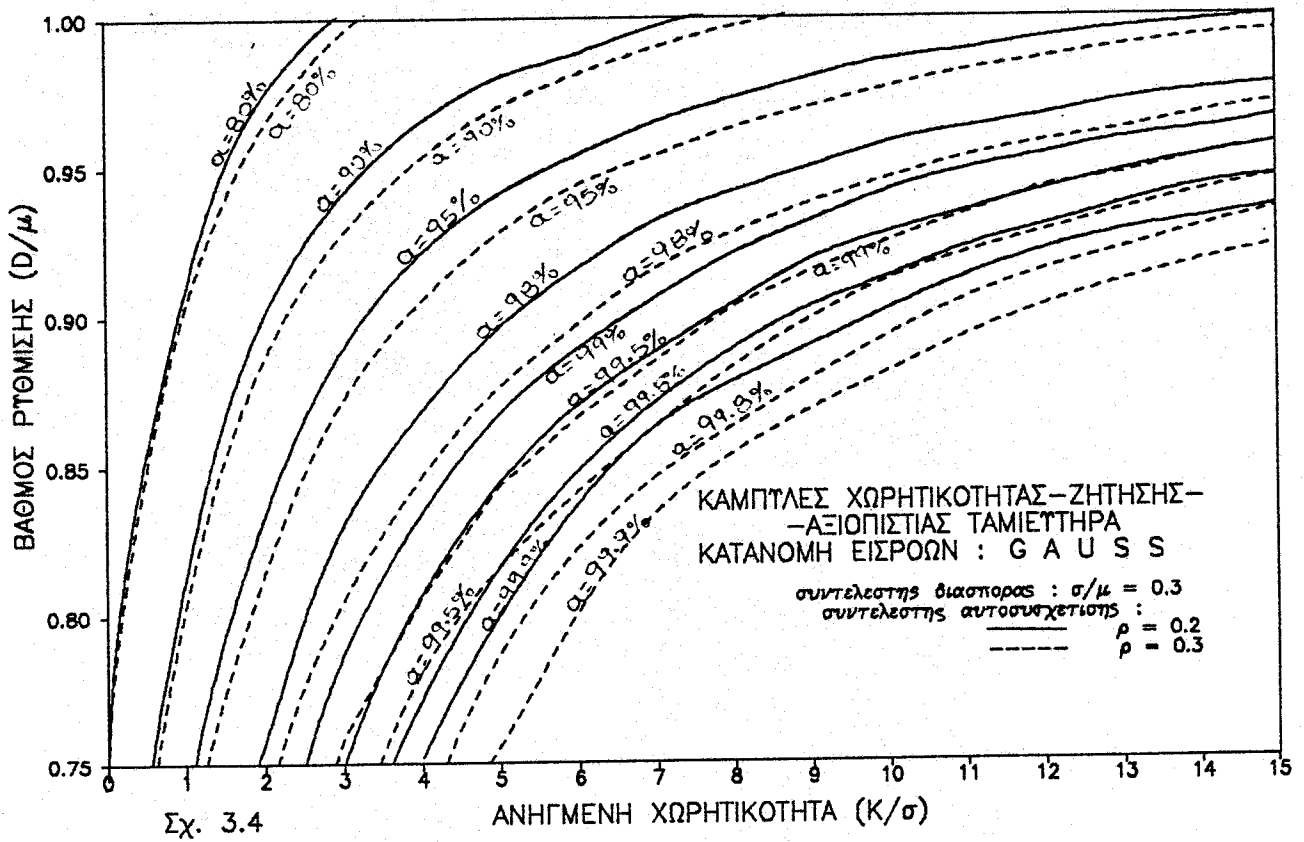
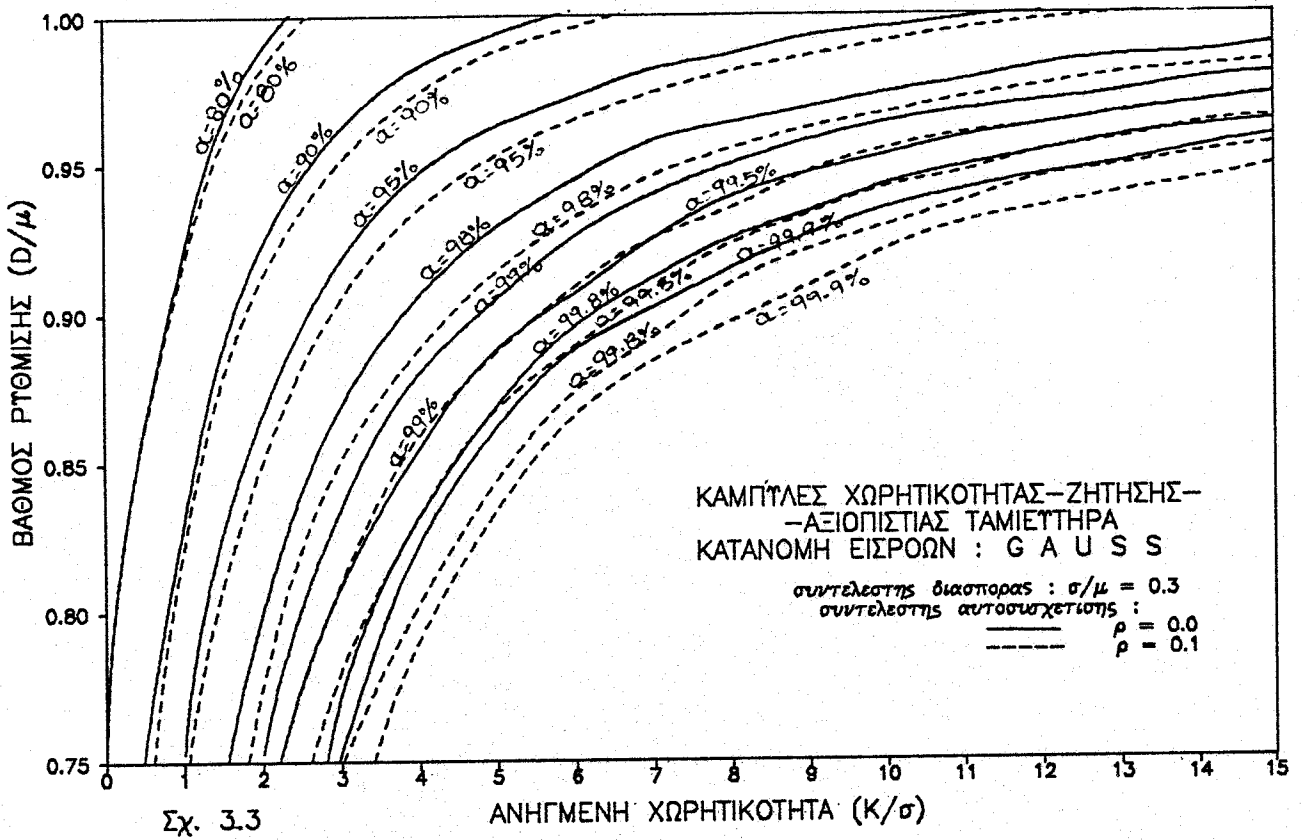
- Η χρήση ενός στοχαστικού μοντέλου βροχής-απορροής τύπου μαύρου κουτιού (black box) δε θα έδινε μεγαλύτερη αξιοπιστία στην προσομοίωση της απορροής. Ουσιαστικά το μοντέλο που υιοθετήθηκε υπερτερεί από ένα τέτοιο μοντέλο, γιατί αφ' ενός λαμβάνει υπόψη τις αλληλοσυσχετίσεις μεταξύ βροχής και απορροής και τις αυτοσυσχετίσεις της κάθε χρονοσειράς, ενώ παράλληλα θεωρεί τις χρονοσειρές της απορροής ως πρωτεύουσα πληροφορία και όχι ως παράγωγη της βροχομετρικής πληροφορίας.
- Η χρήση ενός εννοιολογικού (conceptual) μοντέλου βροχής-απορροής, είναι πιθανό ότι θα έδινε ικανοποιητικές χρονοσειρές απορροής, υπό τις προϋποθέσεις ότι (α) θα εφαρμόζονταν σε ημερήσια χρονική κλίμακα και (β) τα βροχομετρικά δεδομένα θα ήταν επαρκώς αξιόπιστα και σε πλήρη αντιστοιχία με τα δεδομένα απορροής, ώστε να μπορεί να γίνει σωστή ρύθμιση του μοντέλου. Ο δεύτερος όρος όμως δεν εκπληρώνεται, ενώ η ημερήσια χρονική κλίμακα δεν είναι απαραίτητη για την προσομοίωση του συστήματος ταμιευτήρων. Επίσης το όφελος από μια τέτοια αρκετά επίπονη προσπάθεια δεν θα ήταν σημαντικό, λόγω της μικρής διαφοράς των χρονικών μεγεθών των δειγμάτων βροχής και απορροής που προαναφέρθηκε. Για τους λόγους αυτούς εγκαταλείφθηκε και αυτή η προσέγγιση του θέματος.
- Ένας τελευταίος λόγος που συνηγορεί υπέρ της απόρριψης της προσέγγισης του μοντέλου βροχής-απορροής, είναι το γεγονός ότι μια τέτοια προσπάθεια είχε γίνει παλιότερα για τον ταμιευτήρα Μόρνου από την Lahmeyer, με αποτελέσματα που δεν ανταποκρίνονταν στην πραγματικότητα.

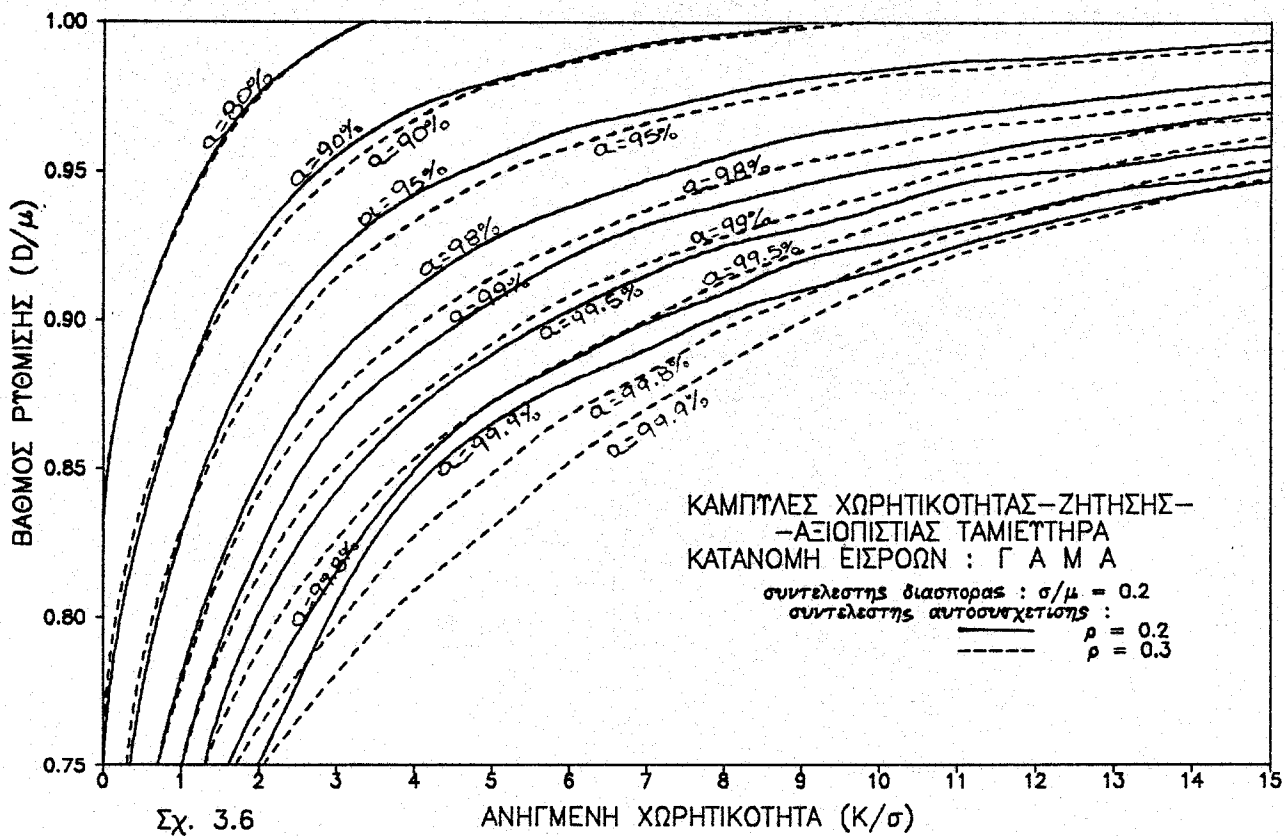
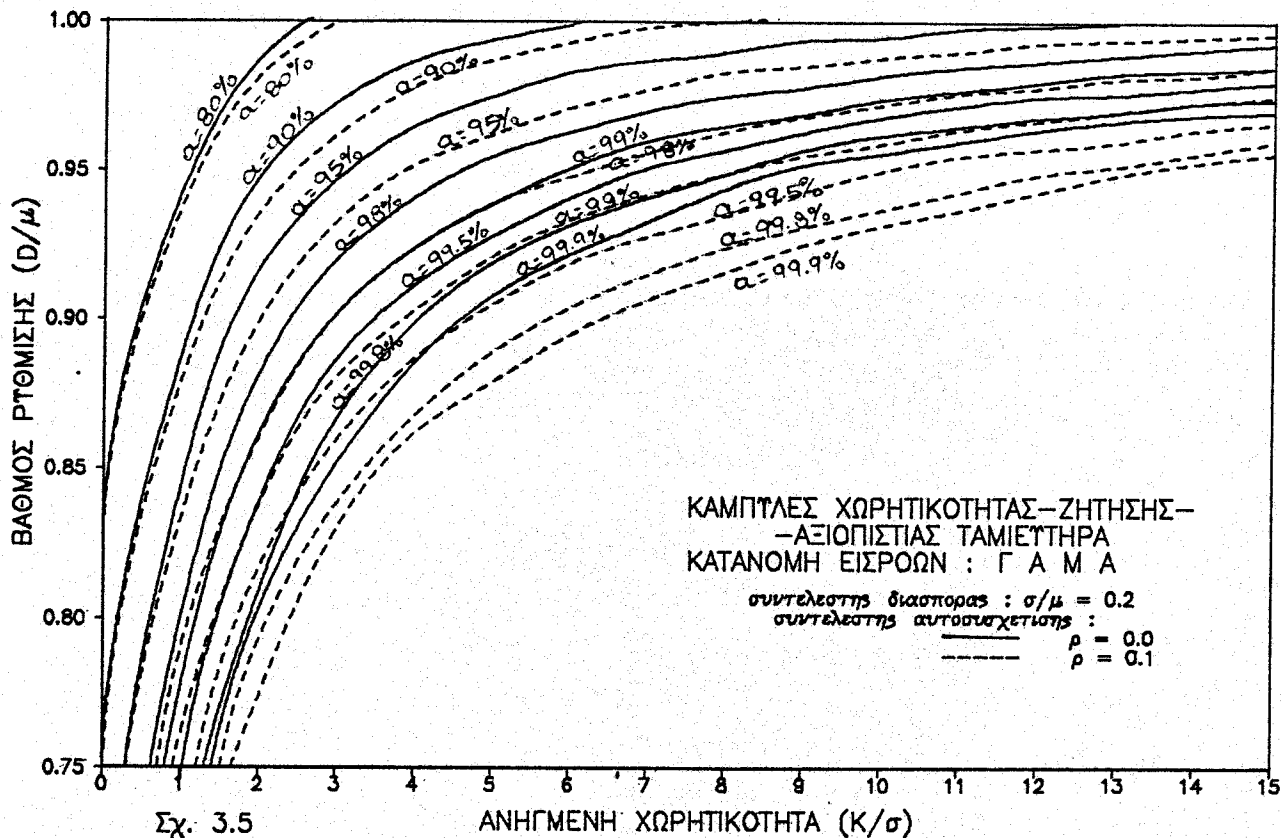
Το ίδιο σχήμα προσομοίωσης που υιοθετήθηκε, εφαρμόζεται επίσης και για τις εξατμίσεις, και αυτό είναι ένα επιπλέον

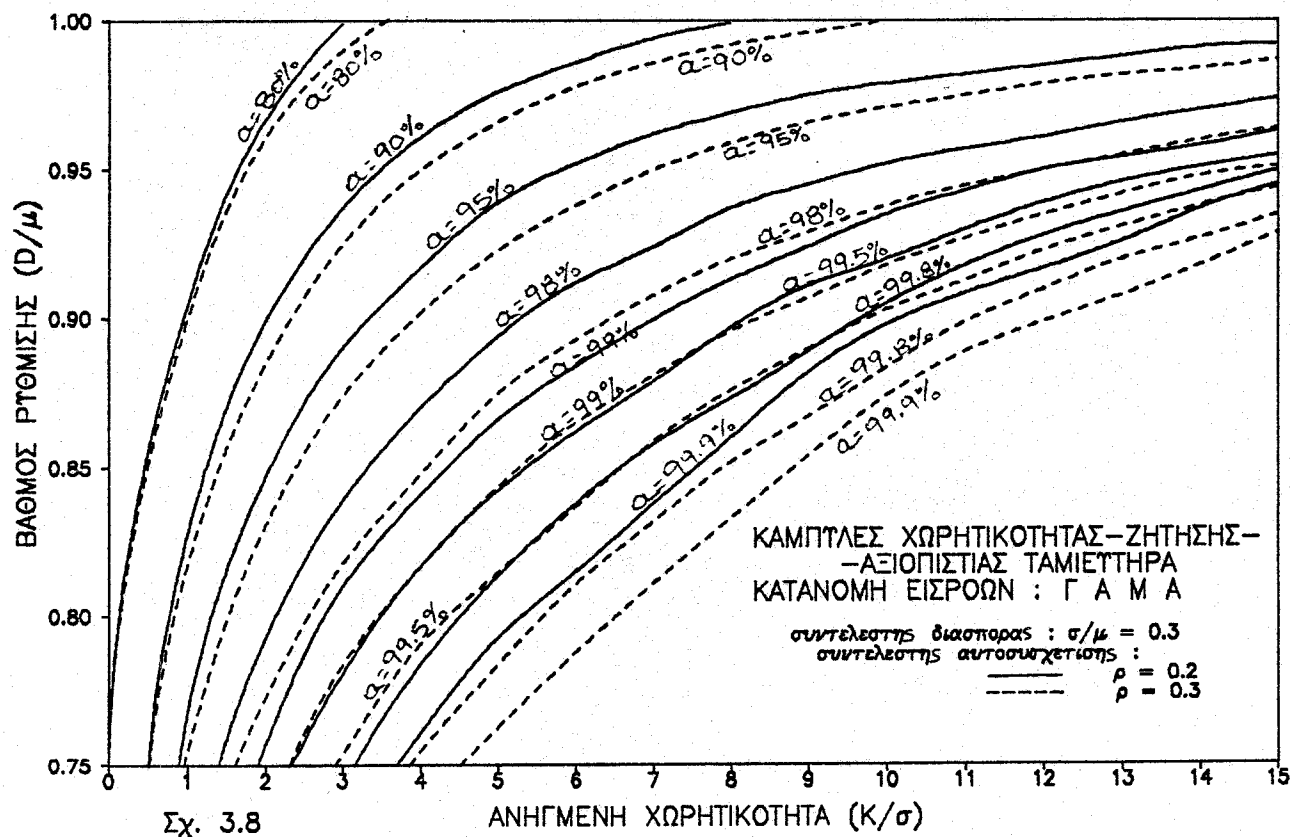
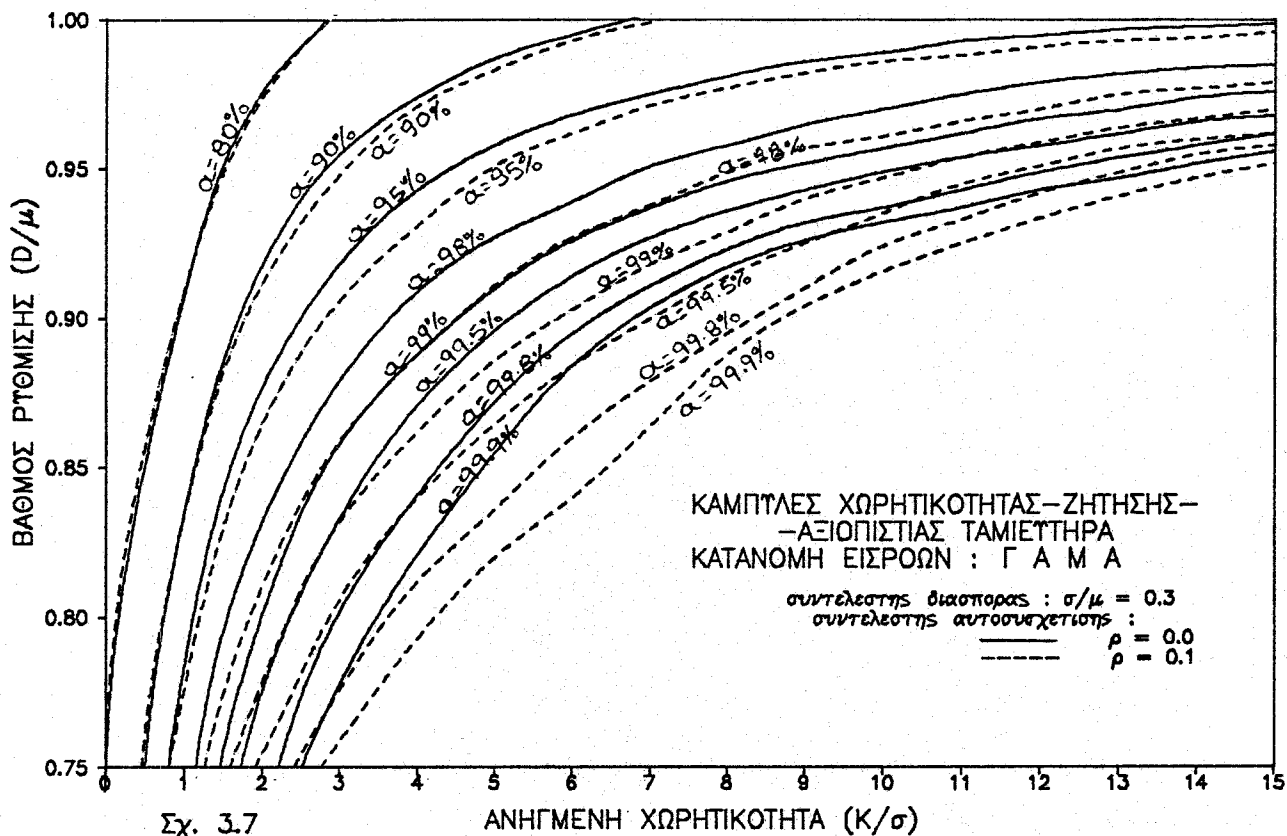
πλεονέκτημα του σχήματος. Στην περίπτωση αυτή το μοντέλο είναι τριών διαστάσεων (3 θέσεις ταμιευτήρων).

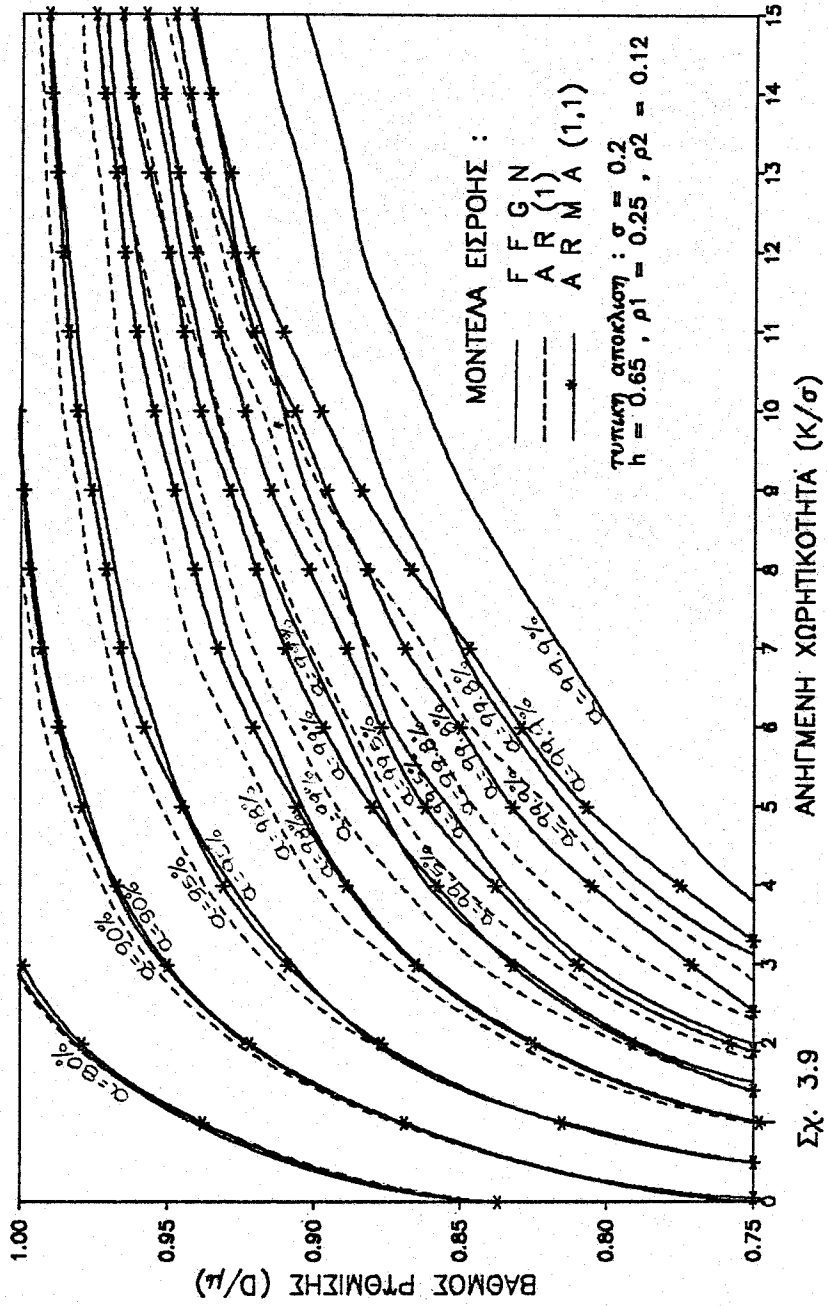












Σχ. 3.9

#### 4. ΤΟ ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΤΗΣΙΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

Εστω το διάνυσμα στοχαστικών ανεξάρτητων  $\underline{X}^t = [X_1^t, X_2^t, \dots, X_n^t]^T$  με  $n$  διαστάσεις.

Το διάνυσμα αυτό θεωρείται ότι έχει μαρκοβιανή δομή όταν ικανοποιεί την εξίσωση διαφορών

$$\underline{X}^t = \underline{a}^t \underline{X}^{t-1} + \underline{b}^t \cdot \underline{V}^t \quad (4.1)$$

όπου  $\underline{a}^t = \text{diag} (a_1^t, a_2^t, \dots, a_n^t) =$  διαγώνιος πίνακας σταθερών

$\underline{b}^t = [b_{ij}^t], i, j = 1, \dots, n =$  τετραγωνικός πίνακας σταθερών

$\underline{V}^t = [V_1^t, \dots, V_n^t]^T =$  διάνυσμα τυχαίων μεταβλητών στοχαστικά ανεξάρτητων μεταξύ τους καθώς και με τις μεταβλητές  $V_j^{t-k}$ , για κάθε  $j, k \neq 0$

Η σχέση (3.6) γράφεται ισοδύναμα,

$$\underline{X}^t - \underline{\xi}^t = \underline{a}^t (\underline{X}^{t-1} - \underline{\xi}^{t-1}) + \underline{b}^t (\underline{V}^t - \underline{\eta}^t) \quad (4.2)$$

όπου  $\underline{\xi}^t = [\xi_1^t, \dots, \xi_n^t]^T =$  διάνυσμα των μέσων τιμών των μεταβλητών  $X^t$ , και

$\underline{\eta}^t = [\eta_1^t, \dots, \eta_n^t]^T =$  διάνυσμα των μέσων τιμών των μεταβλητών  $V^t$

Το μαρκοβιανό μοντέλο διατηρεί τις ακόλουθες ομάδες στατιστικών παραμέτρων των μεταβλητών  $X_1^t$

- Μέσες τιμές
- Διασπορές
- Συντελεστές ασυμμετρίας
- Συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης  $\rho_{11}^t$  (μεταξύ των μεταβλητών  $X_1^t$  και  $X_1^{t-1}$ )
- Συντελεστές ετεροσυσχέτισης  $r^{t,11}$  (μεταξύ των μεταβλητών  $X_1^t$  και  $X_1^t$ )

Η διατήρηση εξασφαλίζεται από τον τρόπο προσδιορισμού των παραμέτρων του μοντέλου, ο οποίος συνοψίζεται στα ακόλουθα.

Οι παράμετροι  $a_i^t$  προσδιορίζονται από τη σχέση

$$a_i^t = \frac{\text{Cov} [X_i^t, X_i^{t-1}]}{\text{Var} [X_i^{t-1}]} \quad (4.3)$$

Υπό την προϋπόθεση ότι  $\text{Var} [V_i^t] = 1$  για κάθε  $i$ , ο πίνακας παραμέτρων  $\underline{b}^t$  προσδιορίζεται έμμεσα από τη σχέση

$$\underline{b}^t (\underline{b}^t)^T = \underline{\sigma}^t - \underline{a}^t \underline{\sigma}^{t-1} \underline{a}^t \quad (4.4)$$

$$\text{όπου } \underline{\sigma}^t = \text{Cov} [\underline{X}^t, \underline{X}^t] = E [(\underline{X}^t - \underline{\xi}^t)(\underline{X}^t - \underline{\xi}^t)^T] \quad (4.5)$$

Ο πίνακας

$$\underline{c}^t = \underline{b}^t (\underline{b}^t)^T \quad (4.6)$$

δηλαδή ο γκραμιανός πίνακας του  $\underline{b}^t$ , είναι προφανώς συμμετρικός και επί πλέον έχει τη δομή ενός πίνακα συνδιασπορών αφού ισχύει

$$\underline{c}^t = \text{Cov} [(\underline{X}^t - \underline{a}^t \underline{X}^{t-1}), (\underline{X}^t - \underline{a}^t \underline{X}^{t-1})] \quad (4.7)$$

Αυτό σημαίνει ότι για κάθε  $i, j$  πρέπει να ισχύει

$$-1 \leq \frac{c_{ij}^t}{\sqrt{(c_{ii}^t c_{jj}^t)}} \leq 1 \quad (4.8)$$

Μία επί πλέον βασική περιοριστική συνθήκη αποτελεί το γεγονός ότι ο πίνακας  $\underline{c}^t$  πρέπει να είναι θετικά ορισμένος, αλλιώς δεν υπάρχει πραγματικός πίνακας  $\underline{b}^t$  ώστε να ισχύει η (4.6). Αντίθετα αν ισχύουν οι παραπάνω θεωρητικές προϋποθέσεις, τότε υπάρχει απειρία πινάκων  $\underline{b}^t$  που ικανοποιούν την (4.11). Ο απλούστερος και πλεονεκτικότερος από άποψη αριθμητικών χειρισμών πίνακας  $\underline{b}^t$  είναι ο κάτω τριγωνικός, με στοιχεία που υπολογίζονται διαδοχικά με τις σχέσεις

$$\left. \begin{aligned} b_{ij}^t &= 0 & (i < j) \\ b_{jj}^t &= [c_{jj}^t - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk}^t)^2]^{1/2} & (i=j) \\ b_{ij}^t &= [c_{ij}^t - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk}^t b_{ik}^t] / b_{jj}^t & (i > j) \end{aligned} \right\} > \quad (4.9)$$

Η ακόλουθη σχέση που προκύπτει άμεσα από την (4.1) χρησιμοποιείται για την παραγωγή των  $X^t$ , αφού πρώτα παραχθούν ως τυχαίοι αριθμοί οι  $V^t$ :

$$X_j^t = a_j^t X_j^{t-1} + \sum_{k=1}^j b_{jk}^t V_k^t \quad (4.10)$$

Από την (4.10) προκύπτουν και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των  $V^t$  (μετά από διαδοχική εφαρμογή):

$$E [V_j^t] = \eta_j^t = (\xi_j^t - a_j^t \xi_j^{t-1} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk}^t \eta_k^t) / b_{jj}^t \quad (4.11)$$

$$\text{Var} [V_j^t] = 1 \text{ (εξ ορισμού)}$$

$$\mu_3 [V_j^t] = \gamma_j^t = (\lambda_j^t - (a_j^t)^3 \lambda_j^{t-1} - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk}^t)^3 \gamma_k^t) / (b_{jj}^t)^3 \quad (4.12)$$

$$\text{όπου } \lambda_j^t = \mu_3 [X_j^t]$$

## 5. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ<sup>1</sup>

### 5.1. Διατύπωση του προβλήματος

#### 5.1.1. Εισαγωγικές έννοιες - Ορισμοί

Ας θεωρήσουμε δύο στοχαστικές ανελίξεις  $I(t)$  και  $H(t)$ , σε συνεχή χρόνο  $t$ , που συνδέονται με τη σχέση :

$$H(t) = \int_0^t I(\tau) d\tau \quad (5.1)$$

Τέτοια ζεύγη στοχαστικών ανελίξεων, σαν το  $I(t) - H(t)$ , συναντούμε πολύ συχνά στην Υδρολογία, όπως για παράδειγμα τα ζεύγη: "ένταση βροχής" - "ύψος βροχής" και "παροχή" - "όγκος απορροής". Σε όλες σχεδόν τις στοχαστικές ανελίξεις που αντιπροσωπεύουν υδρολογικές μεταβλητές, η ανέλιξη  $I(t)$  είναι μη αρνητική, δηλαδή :

$$I(t) \geq 0 \quad (5.2)$$

Συνεπώς η  $H(t)$  είναι ανέλιξη μονότονα αύξουσα ως προς το χρόνο  $t$ .

Θεωρούμε τώρα μια τυχούσα διαίρεση του χρόνου:

$$t_1, t_2, t_3, \dots, t_j, t_{j+1}, \dots, \text{ όπου } t_j \leq t_{j+1} \text{ και } t_0 = 0$$

Τη διαίρεση αυτή θα την ονομάσουμε αθροιστική χρονική κλίμακα ή μακροκλίμακα. Επίσης για κάθε χρονικό διάστημα  $[t_j, t_{j+1}]$  ορίζουμε ανά μία υποδιαίρεση του χρόνου με πεπερασμένο αριθμό διαστημάτων  $k(j)$ , που θα την ονομάσουμε τμηματική χρονική κλίμακα ή μικροκλίμακα, ως εξής:

$$t_{j,0} = t_{j-1}, t_{j,1}, t_{j,2}, \dots, t_{j,k(j)} = t_j \quad \text{ με } t_{j,i} \leq t_{j,i+1}$$

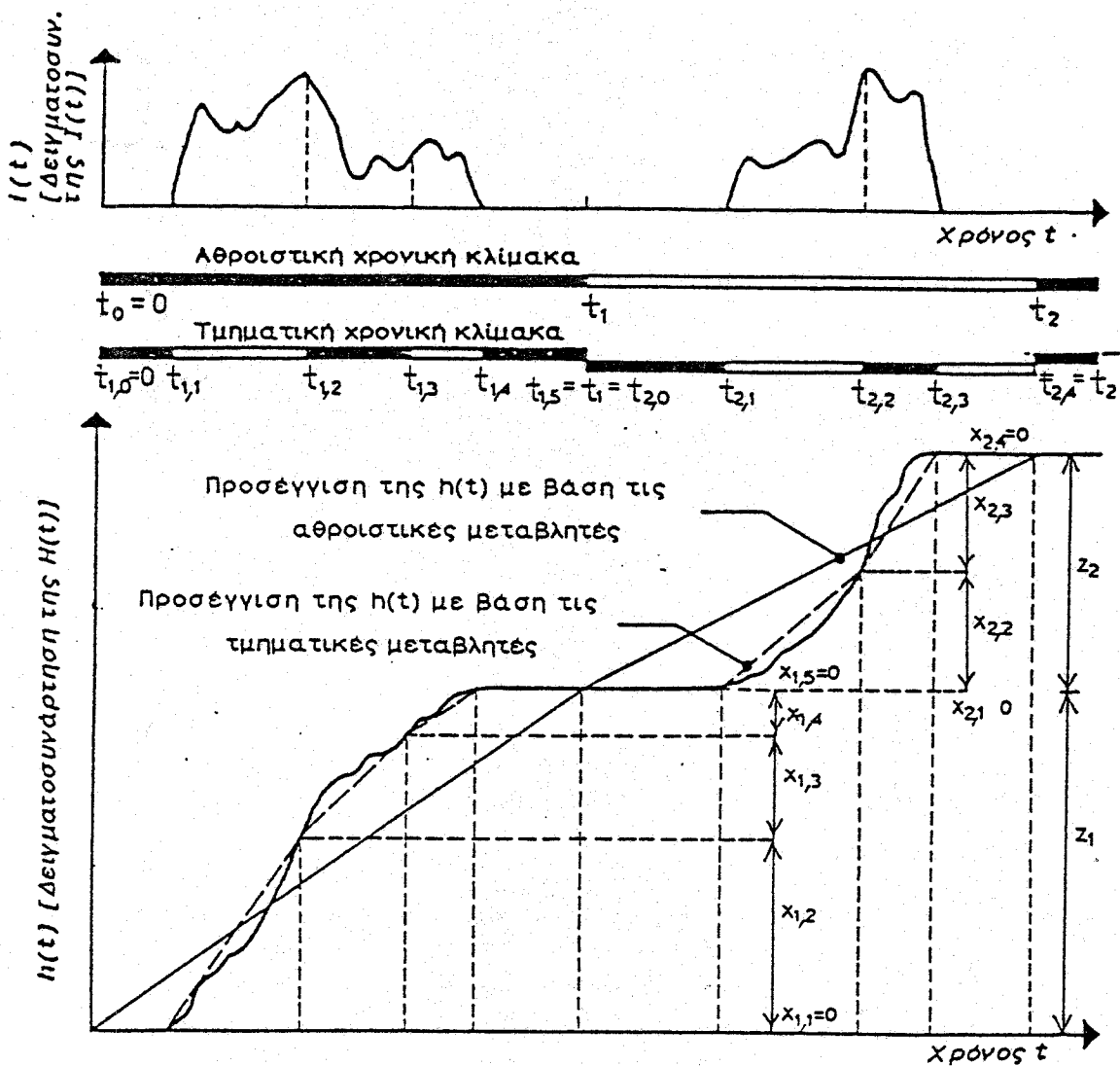
1. Το κεφάλαιο αυτό βασίστηκε στην εργασία του Δ. Κουτσογιάννη, [1988]



Τέλος ορίζουμε τις εξής δύο ακολουθίες στοχαστικών μεταβλητών (ή συναρτήσεων):

α. τις αθροιστικές μεταβλητές ή μεταβλητές μακροκλίμακας:

$$Z_j = \int_{t_{j-1}}^{t_j} I(t) dt = H(t_j) - H(t_{j-1}) \quad (5.3)$$



Σχήμα 5.1: Επεξηγηματικό σκαρίφημα για τον ορισμό των χρονικών κλιμάκων και των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών.

β. τις τμηματικές μεταβλητές ή μεταβλητές μικροκλίμακας:

$$X_{j,k} = \int_{t_{j,i-1}}^{t_{j,i}} I(t) dt = H(t_{j,i}) - H(t_{j,i-1}), \quad i = 1..k(j) \quad (5.4)$$

Σύμφωνα με τους παραπάνω ορισμούς θα ισχύει:

$$X_{j,1} + X_{j,2} + \dots + X_{j,k(j)-1} + X_{j,k(j)} = Z_j \quad (5.5)$$

ενώ αν ισχύει η (5.2) θα είναι:

$$Z_j \geq 0 \quad \text{και} \quad X_{j,i} \geq 0, \quad i = 1..k(j) \quad (5.6)$$

Ένα παράδειγμα δειγματοσυναρτήσεων των ανελιξεων  $I(t)$  και  $H(t)$  και των αντίστοιχων τιμών των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών  $X$  και  $Z$  φαίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 5.1.

Οι μεταβλητές  $X$  και  $Z$  μπορούν να ορισθούν επίσης και για την περίπτωση που η  $I(t)$  είναι ανέλιξη σε διακριτό χρόνο. Τότε βέβαια θα πρέπει να αντικατασταθούν τα ολοκληρώματα στις σχέσεις (5.1), (5.3) και (5.4), με τα αντίστοιχα αθροίσματα.

Η εξίσωση (5.5) (σε συνδυασμό και με τις ανισώσεις (5.6)), είναι η βασική σχέση του προβλήματος επιμερισμού. Για λόγους απλοποίησης, θα την ξαναγράψουμε με παράλειψη του δείκτη  $j$ , και η απλοποιημένη αυτή σχέση θα χρησιμοποιείται όταν δεν παίζει κάποιο ρόλο το διάστημα της αθροιστικής χρονικής κλίμακας, στο οποίο αναφερόμαστε:

$$X_1 + X_2 + \dots + X_{k-1} + X_k = Z \quad \text{ή} \quad \sum_{i=1}^k X_i = Z \quad (5.7)$$

Αντίστοιχα οι ανισώσεις (5.6) γράφονται

$$Z \geq 0, \quad X_i \geq 0 \quad (5.8)$$

### 5.1.2. Περιγραφή του μονοδιάστατου προβλήματος επιμερισμού

Η μέθοδος του επιμερισμού ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των μεθόδων προσομοίωσης (simulation). Το γενικό πρόβλημα της προσομοίωσης είναι η παραγωγή δειγματοσυναρτήσεων ή συνθετικών χρονοσειρών των στοχαστικών ανελιξεων που συνδέονται με κάποιο σύστημα, προκειμένου να μελετηθεί με βάση αυτές, πειραματικά, η συμπεριφορά του συστήματος. Η μέθοδος χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που οι μεταβλητές του συστήματος έχουν στοχαστικό χαρακτήρα και οι εξισώσεις που το διέπουν δεν επιδέχονται αναλυτική επίλυση.

Οι τεχνικές που διαθέτουμε για την συνθετική παραγωγή δειγματοσυναρτήσεων μιας στοχαστικής ανέλιξης, εντάσσονται σε δύο γενικές κατηγορίες μεθόδων. Σύμφωνα με την κλασική (ή σειριακή) μέθοδο, αποκτούμε, μία μετά την άλλη, τιμές  $h(t_1)$  της δειγματοσυνάρτησης  $h(t)$ , για διαδοχικούς χρόνους  $t_1$ , που συνήθως ισαπέχουν κατά ένα διάστημα  $\Delta t$ . Αντίθετα με τη δεύτερη μέθοδο, του επιμερισμού, ξεκινάμε από ορισμένα γνωστά σημεία της δειγματοσυνάρτησης, που αντιστοιχούν στην αθροιστική χρονική κλίμακα, και στη συνέχεια πυκνώνουμε τα σημεία αυτά, υπολογίζοντας τιμές των τμηματικών μεταβλητών  $X$ , σε συμφωνία με τις γνωστές τιμές των αθροιστικών μεταβλητών  $Z$  (βλέπε και σχήμα 5.1). Προφανώς μπορούμε να συνδυάσουμε τις δύο μεθόδους, υπολογίζοντας πρώτα με μία σειριακή τεχνική αραιά σημεία της δειγματοσυνάρτησης και στη συνέχεια να τα πυκνώσουμε, με μια τεχνική επιμερισμού.

Η μέθοδος του επιμερισμού, λοιπόν, συνίσταται σε μία τεχνική παραγωγής χρονοσειρών των τμηματικών μεταβλητών  $X$ , όταν είναι γνωστή μία σειρά τιμών των αθροιστικών μεταβλητών  $Z$ , σε τρόπο ώστε να ικανοποιείται η πολυδιάστατη, τάξης  $m$ , συνάρτηση κατανομής, για οποιαδήποτε τιμή του  $m$ :

$$F = F_{x,z} (x_{1,1}, \dots, x_{1,k(1)}, \dots, x_{m,1}, \dots, x_{m,k(m)} ; z_1, \dots, z_m) \quad (5.9)$$

Από τον ορισμό των  $X$  και  $Z$  προκύπτει ότι, εφόσον ικανοποιείται η πολυδιάστατη συνάρτηση κατανομής (5.9), θα ικανοποιούνται και οι

σχέσεις (5.5), που αφορούν τη διατήρηση των δεδομένων τιμών των αθροιστικών μεταβλητών  $Z$ .

Στην πιο πάνω συνάρτηση κατανομής, κανονικά, η τιμή του  $m$  θα πρέπει να θεωρηθεί ίση με το συνολικό αριθμό των διαστημάτων της αθροιστικής χρονικής κλίμακας, που αφορά το εξεταζόμενο, κάθε φορά, πρόβλημα επιμερισμού (δηλαδή ίση με το πλήθος των γνωστών τιμών του  $Z$ ). Τότε, βέβαια, η παραγωγή των τιμών των τυχαίων μεταβλητών  $X$  ταυτόχρονα σε όλη τη χρονική κλίμακα, με διατήρηση της συνάρτησης κατανομής (5.9), είναι πρακτικά ανέφικτη. Για το λόγο αυτό εισάγεται η σταδιακή αντιμετώπιση του προβλήματος και η σταδιακή διατήρηση της συνάρτησης κατανομής. Η πορεία παραγωγής τιμών γίνεται σε διαδοχικά στάδια, όπου σε κάθε στάδιο παράγονται τιμές των τμηματικών μεταβλητών ενός διαστήματος της αθροιστικής χρονικής κλίμακας. Ο όρος που τίθεται τώρα, αντί της πλήρους διατήρησης της κατανομής (5.9), είναι η διατήρηση της από κοινού συνάρτησης κατανομής των μεταβλητών  $X$  και  $Z$  του παρόντος σταδίου ( $j$ ), και ορισμένου αριθμού ( $h$ ) προηγούμενων σταδίων. Δηλαδή, για το  $j$  στάδιο και για  $h \leq j$ , παράγονται οι τιμές  $x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,k(j)}$  με διατήρηση της πολυδιάστατης συνάρτησης κατανομής:

$$F_{j,h} = F_{x,z}(x_{j-h,1}, \dots, x_{j-h,k(j-h)}, \dots, x_{j,1}, \dots, x_{j,k(j)}; z_{j-h}, \dots, z_j) \quad (5.10)$$

Τον αριθμό  $h$ , που δείχνει πόσα προς τα πίσω χρονικά διαστήματα της αθροιστικής χρονικής κλίμακας επηρεάζουν τις μεταβλητές του υπό μελέτη διαστήματος, θα τον ονομάσουμε **αθροιστική μνήμη**. Ειδικότερα, αν θεωρήσουμε μηδενική αθροιστική μνήμη ( $h = 0$ ), τότε στην ουσία δεν παίρνουμε υπόψη καμιά συσχέτιση με μεταβλητές των προηγούμενων διαστημάτων της αθροιστικής χρονικής κλίμακας, οπότε το κάθε στάδιο είναι ανεξάρτητο από τα προηγούμενα. Για αυτή την περίπτωση, παραλείποντας το δείκτη  $j$ , όπως και στις σχέσεις (5.7) και (5.8), η (5.10) παίρνει την απλούστερη μορφή:

$$F_0 = F_{x,z}(x_1, x_2, \dots, x_k; z) \quad (5.11)$$

Στην πραγματικότητα οι συναρτήσεις κατανομής (5.10) και (5.11) έχουν πολύπλοκη μαθηματική έκφραση, και, εκτός από ειδικές

οριακές περιπτώσεις, είναι αδύνατο ακόμη και να διατυπωθούν μαθηματικά. Έτσι, αντί να θέσουμε σαν όρο στο πρόβλημα του επιμερισμού την ικανοποίηση των πλήρων εκφράσεων των συναρτήσεων κατανομής, αρκούμαστε στον όρο της διατήρησης περιορισμένου αριθμού στατιστικών ροπών (περιθώριων και από κοινού) των αθροιστικών και τμηματικών μεταβλητών που εμφανίζονται στις συναρτήσεις κατανομής (5.10) ή (5.11). Στην περίπτωση αυτή πρέπει να θεωρηθεί σαν ξεχωριστός όρος η διατήρηση της βασικής σχέσης επιμερισμού (5.5) (ή (5.7)) εφόσον τώρα η ικανοποίηση της δεν απορρέει από τη διατήρηση των ροπών. Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι αναγκαία και η εισαγωγή πρόσθετων ειδικών όρων, όπως στην περίπτωση που οι περιθώριες συναρτήσεις των τμηματικών μεταβλητών παρουσιάζουν ασυνέχεια, οπότε θα τεθεί ο όρος της διατήρησης αυτής της ασυνέχειας. Όσο αφορά την τάξη των ροπών που λαμβάνονται υπόψη, είναι σαφές ότι όσο μεγαλύτερη είναι αυτή, τόσο μεγαλύτερη είναι και η ακρίβεια του μοντέλου. Στην πραγματικότητα όμως είναι πρακτικά ανέφικτη η γενική χρησιμοποίηση ροπών τάξης μεγαλύτερης από 2. Είναι δυνατό πάντως να χρησιμοποιηθούν και οι τρίτης τάξης περιθώριες ροπές.

### 5.1.3. Μορφοποίηση και χαρακτηρισμός του μοντέλου επιμερισμού

Σύμφωνα με όσα περιγράφηκαν παραπάνω, μια τεχνική επιμερισμού είναι μια μεθοδολογία παραγωγής τιμών των τμηματικών μεταβλητών, όταν είναι γνωστές οι τιμές των αθροιστικών μεταβλητών, σε τρόπο ώστε, στο (j) στάδιο επιμερισμού, να διατηρούνται τα ακόλουθα:

1. Η βασική σχέση επιμερισμού (5.5) ή (5.7), και, αν η ανέλιξη αφετηρίας  $I(t)$  είναι μη αρνητική, οι ανισώσεις (5.6) ή (5.8), αντίστοιχα.
2. Οι μέσες τιμές, οι διασπορές, ή και μεγαλύτερης τάξης περιθώριες ροπές των τμηματικών μεταβλητών του σταδίου.
3. Οι συνδιασπορές ή και μεγαλύτερης τάξης από κοινού ροπές των τμηματικών μεταβλητών του σταδίου μεταξύ τους, με την αθροιστική μεταβλητή του σταδίου, καθώς και με τις τμηματικές και αθροιστικές μεταβλητές ή προηγούμενων

σταδίων.

4. Τυχόν ειδικά χαρακτηριστικά των περιθώριων συναρτήσεων κατανομής, όπως ασυνέχειες των συναρτήσεων. (π.χ. πιθανότητες μηδενικής τιμής των  $X_i$ , αν αυτές είναι πεπερασμένες).

Ο όρος μοντέλο επιμερισμού χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη συστηματική ανάλυση και σύνθεση της τεχνικής επιμερισμού, και περιλαμβάνει:

- α. Τη θεωρητική θεμελίωση της τεχνικής, που συμπεριλαμβάνει και τις μαθηματικές εξισώσεις υπολογισμού των παραμέτρων του μοντέλου.
- β. Τον αλγόριθμο υπολογισμού των παραμέτρων και τον αλγόριθμο παραγωγής των τιμών των τμηματικών μεταβλητών, με βάση τυπικές γεννήτριες τυχαίων αριθμών.
- γ. Την κωδικοποίηση των παραπάνω αλγορίθμων σε πρόγραμμα ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Τα κύρια σημεία που χαρακτηρίζουν ένα μοντέλο επιμερισμού είναι σε κωδικοποιημένη μορφή τα ακόλουθα:

- i. Η δυνατότητα του να λειτουργεί με σταθερή ή μεταβλητή αθροιστική και τμηματική χρονική κλίμακα κατά στάδιο επιμερισμού. Συνέπεια αυτής είναι η δυνατότητα του να επιδέχεται σταθερό ή μεταβλητό πλήθος τμηματικών μεταβλητών σε κάθε στάδιο επιμερισμού.
- ii. Η αθροιστική μνήμη του.
- iii. Η μέγιστη τάξη των περιθώριων και από κοινού ροπών των μεταβλητών που παίρνει υπόψη και διατηρεί.
- iv. Η δυνατότητα του να επεξεργάζεται μεταβλητές με ασυνεχείς περιθώριες συναρτήσεις κατανομής, διατηρώντας τις ασυνέχειες αυτές.

- v. Η ασυμπτωτική ή οριακή συμπεριφορά του, που εκφράζεται με τη μορφή των συναρτήσεων κατανομής που μπορεί να διατηρηθούν από το μοντέλο σε πλήρη μορφή, κάτω από ειδικές οριακές συνθήκες.

#### 5.1.4. Το πολυδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού

Χωρίς σημαντικές προσθήκες σε όσα αναφέρθηκαν παραπάνω για το μονοδιάστατο πρόβλημα, μπορεί να διατυπωθεί και το πολυδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού. Θα θεωρήσουμε τώρα  $n$  παράλληλες ομοειδείς στοχαστικές ανελίξεις αφετηρίας, που θα τις συμβολίσουμε με το διάνυσμα  $\underline{I}(t)$ , με διάσταση  $n$ . Από τη σχέση (5.1), εφαρμοζόμενη για όλες τις συνιστώσες της  $\underline{I}(t)$ , προκύπτουν  $n$  συνιστώσες στοχαστικές ανελίξεις, που αποτελούν το διάνυσμα  $\underline{H}(t)$ . Υποτίθεται ότι ο χρόνος  $t$  είναι ενιαίος για όλες τις συνιστώσες των  $\underline{I}(t)$  και  $\underline{H}(t)$ . Αν τώρα θεωρήσουμε μία διαίρεση του χρόνου χαμηλού επιπέδου και μια αντίστοιχη υψηλού επιπέδου, κοινή για όλες τις συνιστώσες των πολυδιάστατων στοχαστικών ανελίξεων  $\underline{I}(t)$  και  $\underline{H}(t)$ , τότε από τις σχέσεις (5.3) και (5.4), εφαρμοζόμενες για όλες τις συνιστώσες, προκύπτουν οι διανυσματικές αθροιστικές και τμηματικές μεταβλητές  $\underline{Z}_j(t)$  και  $\underline{X}_{j,k}(t)$ , που θα ικανοποιούν την αντίστοιχη με την (5.5) διανυσματική σχέση :

$$\underline{X}_{j,1} + \underline{X}_{j,2} + \dots + \underline{X}_{j,k(j)-1} + \underline{X}_{j,k(j)} = \underline{Z}_j \quad (5.12)$$

και εφόσον ισχύει και η (5.2) θα είναι :

$$\underline{Z}_j \geq \underline{0} \quad \text{και} \quad \underline{X}_{j,i} \geq \underline{0}, \quad i = 1..k(j) \quad (5.13)$$

όπου με  $\underline{0}$  συμβολίζεται το μηδενικό διάνυσμα, και η σχέση ανισότητας εννοείται ότι εφαρμόζεται σε όλες τις συνιστώσες, μία προς μία.

Μετά τα παραπάνω, είναι σαφές, ότι το πολυδιάστατο πρόβλημα επιμερισμού αφορά την παραγωγή όλων των συνιστωσών τμηματικών μεταβλητών, δηλαδή στο  $j$  στάδιο αφορά την παραγωγή  $n * k(j)$  αριθμητικών τιμών. Θεωρητικά και εδώ θα πρέπει να διατηρούνται οι

πολυδιάστατες συναρτήσεις κατανομής (5.10) ή (5.11) γραμμένες με διανυσματικά ορίσματα  $\underline{x}$  και  $\underline{z}$ . Δηλαδή εδώ θεωρούμε, ως ορίσματα των συναρτήσεων κατανομής, το σύνολο των  $n$  συνιστωσών των μεταβλητών  $X$  και  $Z$ .

Στην πράξη το πρόβλημα μορφοποιείται όπως και το αντίστοιχο μονοδιάστατο (υποπαράγραφος 5.3), με τη διαφορά ότι η βασική σχέση επιμερισμού είναι η (5.12) αντί της (5.5) και η βασική ανίσωση είναι η (5.13), αντί της (5.6) (εδάφιο 1.). Διευκρινίζεται για το εδάφιο (3.) ότι ως συνδιασπορές μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών εδώ θα εννοούνται οι συνδιασπορές κάθε συνιστώσας τμηματικής μεταβλητής με όλες τις συνιστώσες όλων των άλλων τμηματικών μεταβλητών (οριζόντια και κατακόρυφη έννοια). Το ίδιο ισχύει και για τις συνδιασπορές των τμηματικών μεταβλητών με τις αθροιστικές, καθώς και για τις συνδιασπορές μεταβλητών διαφορετικών σταδίων.

#### 5.1.5. Πλεονεκτήματα των μοντέλων επιμερισμού

Τα μοντέλα επιμερισμού, αν συγκριθούν με τα μοντέλα σειριακής προσομοίωσης, παρουσιάζουν μερικά σαφή πλεονεκτήματα, που προκύπτουν από την ιδιότητα τους να πυκνώνουν τη δειγματοσυνάρτηση αφετηρίας, διατηρώντας όσα σημεία της είναι γνωστά από πριν.

Το πρώτο πλεονέκτημα τους είναι ότι μπορούν να προχωρούν σταδιακά στην όλο και ακριβέστερη αναπαράσταση μιας στοχαστικής ανέλιξης, πυκνώνοντας μια δειγματοσυνάρτηση αφετηρίας, με δυνατότητα πολλαπλής διαδοχικής εφαρμογής του ίδιου βασικού μοντέλου σε όλο και πυκνότερες χρονικές (τμηματικές) κλίμακες. Στην πράξη, βέβαια, υπάρχει κάποιο όριο στην πυκνωση που μπορεί να φτάσουμε, το οποίο καθορίζεται από την συμφωνία της πραγματικής στοχαστικής δομής της ανέλιξης με την ασυμπτωτική συμπεριφορά του μοντέλου.

Ένα δεύτερο πλεονέκτημα τους είναι η ευελιξία τους να συνδυάζονται με οποιοδήποτε μοντέλο σειριακής προσομοίωσης, κατάλληλο να παράγει τις τιμές αφετηρίας των αθροιστικών μεταβλητών. Αυτή η δυνατότητα αποκτά ιδιαίτερη σημασία όταν η μακροδομή, δηλαδή η στοχαστική δομή των αθροιστικών μεταβλητών



είναι διαφορετική από τη μικροδομή, τη στοχαστική δομή, δηλαδή των τμηματικών μεταβλητών. Σε μια τέτοια περίπτωση η απευθείας χρησιμοποίηση ενός σειριακού μοντέλου σε βάση τμηματικής χρονικής κλίμακας, θα έδινε μια συνθετική χρονοσειρά με σωστή μικροδομή, αλλά με μακροδομή ασύμφωνη με την πραγματική. Αντίθετα η χρήση ενός σειριακού μοντέλου για τη μακροκλίμακα, σε συνδυασμό με ένα μοντέλο επιμερισμού για τη μικροκλίμακα, θα δώσει συνθετικές χρονοσειρές που διατηρούν και τη μακροδομή και τη μικροδομή.

Το δεύτερο πλεονέκτημα έχει μεγάλη σημασία στην Υδρολογία, όπου συχνά εμφανίζονται αναντιστοιχίες μακροδομής - μικροδομής. Πολλές φορές εμφανίζονται ανελιξεις με πολύ απλή μακροδομή (π.χ. μόνιμες χρονοσειρές με κατανομή Gauss ή εκθετική) αλλά με σύνθετη μικροδομή (π.χ. χωρίς μονιμότητα, με περιοδικότητες, και πολύπλοκες εσωτερικές συσχετίσεις). Συχνά συμβαίνει και το αντίστροφο, δηλαδή πολύπλοκες ιδιότητες της μακροδομής να μη ανιχνεύονται και στη μικροδομή. Τέτοιο παράδειγμα είναι το φαινόμενο Hurst, που χαρακτηρίζει τους ετήσιους όγκους απορροής, και που η αντιμετώπιση του απαιτεί ειδικά μοντέλα σειριακής προσομοίωσης. Στην ίδια κατηγορία συγκαταλέγεται και το αποκαλούμενο φαινόμενο του Ιωσήφ (Kottegoda, 1980).

Το τρίτο πλεονέκτημα των μοντέλων επιμερισμού είναι η δυνατότητα τους να συνδυάζονται με πραγματικά δεδομένα, με αποτέλεσμα να μπορούν να πυκνώνουν ιστορικές χρονοσειρές με συνθετικά δεδομένα. Αυτή η ιδιότητα τους τα κάνει χρήσιμα όταν οι υπάρχουσες μετρήσεις είναι αραιές, ενώ η ανάλυση του υπό μελέτη συστήματος απαιτεί πυκνότερα δεδομένα.

Ένα τελευταίο πλεονέκτημα τους αφορά τη δυνατότητα τους να δίνουν πολλαπλές λεπτομερείς (πυκνωμένες) εκδοχές της ίδιας βασικής πραγματοποίησης μιας στοχαστικής ανέλιξης. Αν θεωρήσουμε ένα συγκεκριμένο "επεισόδιο" της στοχαστικής ανέλιξης με καθορισμένα αθροιστικά χαρακτηριστικά, ένα μοντέλο επιμερισμού μπορεί να μας δώσει μια σειρά από λεπτομερή σενάρια του επεισοδίου, ώστε να μελετηθεί με μεγαλύτερη αξιοπιστία η απόκριση του υπό μελέτη συστήματος στο συγκεκριμένο επεισόδιο.

Τα βασικά μειονεκτήματα των μοντέλων επιμερισμού, που τα κάνει να

έχουν περιορισμένη χρήση, είναι η πολυπλοκότητα στη μαθηματική δομή και υπολογιστική διαδικασία τους, και παράλληλα το περιορισμένο εύρος στοχαστικών ανελίξεων, που μπορούν να αναπαραστήσουν με ακρίβεια.

## 5.2. Το γραμμικό μοντέλο (VALENCIA - SCHAAKE)

### 5.2.1. Γενική περιγραφή και αρχική διατύπωσή του

Το σπουδαιότερο μοντέλο που έχει αναπτυχθεί και χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα υδρολογικής προσομοίωσης, είναι το γραμμικό μοντέλο των Valencia και Schaake (VS), είτε στην αρχική του διατύπωση (Valencia και Schaake [1972], [1973]), είτε σε μεταγενέστερες τροποποιημένες εκδόσεις του. Στην ουσία είναι το μόνο μοντέλο της βιβλιογραφίας με θεωρητική θεμελίωση και ευρύτητα εφαρμογών, και για το λόγο αυτό ο όρος "μοντέλο επιμερισμού" (disaggregation model) έχει επικρατήσει να χρησιμοποιείται αποκλειστικά για το μοντέλο αυτό. Εδώ όμως, για διάκριση από το προτεινόμενο μοντέλο, προσθέσαμε το χαρακτηρισμό "γραμμικό", που δικαιολογείται από το γραμμικό τύπο σχέσεων, που χρησιμοποιεί για την παραγωγή των τμηματικών μεταβλητών. Στην παράγραφο αυτή (5.2.) γίνεται μία συνοπτική επισκόπηση των διάφορων εκδόσεων του μοντέλου.

Στην παρουσίαση του μοντέλου που ακολουθεί, έχουν γίνει ορισμένες επουσιώδεις τροποποιήσεις στον αυθεντικό συμβολισμό του, ώστε να τηρηθεί συμβολισμός ενιαίος με αυτόν της παραγράφου 5.1. Έτσι οι αθροιστικές μεταβλητές του  $t$  διαστήματος της μακροκλίμακας, υπό μορφή διάνυσματος, είναι:

$$\underline{Z}^t = [Z_1^t, Z_2^t, \dots, Z_n^t]^T \quad (5.14)$$

Το σύμβολο  $T$  σημαίνει το ανάστροφο μητρώο. Ο κάτω δείκτης στις μεταβλητές του δεύτερου μέλους φανερώνει την "θέση αναφοράς" της μεταβλητής (στο χώρο) και παίρνει η τιμές. Αντίστοιχα το σύνολο των τμηματικών μεταβλητών του  $t$  διαστήματος αποτελεί το διάνυσμα:

$$\underline{X}^t = [X_{11}^t, \dots, X_{1k}^t ; X_{21}^t, \dots, X_{2k}^t ; \dots ; X_{n1}^t, \dots, X_{nk}^t]^T \quad (5.15)$$

Το μοντέλο έχει διατυπωθεί με την υπόθεση ότι  $E[\underline{X}] = E[\underline{Y}] = \underline{0}$  και συνεπώς σε όλες τις συνιστώσες των παραπάνω διανυσμάτων έχουν αφαιρεθεί προηγούμενα οι μέσες τιμές των αρχικών μεταβλητών.

Η βασική σχέση επιμερισμού στο μοντέλο VS εκφράζεται με μια εξίσωση πιο γενική από την (5.5), ήτοι:

$$\underline{Z}^t = \underline{C} \underline{X}^t \quad (5.16)$$

όπου  $\underline{C}$  = μητρώο διαστάσεων  $kn \times n$ . Στην πράξη βέβαια οι όροι του μητρώου  $\underline{C}$  είναι ίσοι με 0 ή 1 και η μορφή του είναι τέτοια ώστε να προκύπτουν  $n$  εξισώσεις αθροισμάτων τύπου (5.5)

Η παραγωγή των τιμών των τμηματικών μεταβλητών γίνεται με βάση τις παρακάτω γραμμικές σχέσεις, που συνιστούν το μοντέλο VS:

$$\underline{X}^t = \underline{A} \underline{Z}^t + \underline{W}^t \quad (5.17)$$

$$\underline{W}^t = \underline{B} \underline{V}^t \quad (5.18)$$

όπου

$\underline{A}$  = μητρώο παραμέτρων διαστάσεων  $kn \times k$ ,

$\underline{B}$  = μητρώο παραμέτρων διαστάσεων  $kn \times kn$ ,

$\underline{W}^t$  = διάνυσμα τυχαιών μεταβλητών στοχαστικά ανεξάρτητων από τις  $Z$  αλλά στοχαστικά εξαρτημένων μεταξύ τους, με διάσταση  $kn$ ,

$\underline{V}^t$  = διάνυσμα τυποποιημένων τυχαιών μεταβλητών στοχαστικά ανεξάρτητων και από τις  $Z$ , και μεταξύ τους, με διάσταση  $kn$ .

Στην περίπτωση του μονοδιάστατου μοντέλου ( $n=1$ ) οι παραπάνω σχέσεις απλοποιούνται ως εξής (με παράλειψη και του δείκτη θέσης των μεταβλητών):

$$X_i^t = a_i Z^t + W_i^t \quad (5.19)$$

$$X_i^t = a_i Z^t + \sum_{r=1}^k b_{ir} V_r^t \quad (5.20)$$

Τα μητρώα παραμέτρων του μοντέλου υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\underline{A} = \underline{S}_{xz} \underline{S}_{zz}^{-1} \quad (5.21)$$

$$\underline{B} \underline{B}^T = \underline{S}_{xx} - \underline{S}_{xz} \underline{S}_{zz}^{-1} \underline{S}_{zx} \quad (5.22)$$

όπου

$\underline{S}_{zz} = E[Z^t(Z^t)^T]$  = μητρώο διασπορών / συνδιασπορών των Z,

$\underline{S}_{xx} = E[X^t(X^t)^T]$  = μητρώο διασπορών / συνδιασπορών των X,

$\underline{S}_{xz} = \underline{S}_{zx}^T = E[X^t(Z^t)^T]$  = μητρώο συνδιασπορών μεταξύ των μεταβλητών Z και X, και

$E[.]$  = σύμβολισμός της αναμενόμενης τιμής.

Η τελευταία εξίσωση επιδέχεται πολλαπλές λύσεις ως προς το μητρώο  $\underline{B}$ . Στο μοντέλο VS έχει αναπτυχθεί μια τεχνική για την εύρεση μιας λύσης της (5.22) που συνίσταται σε ένα τριγωνικό μητρώο  $\underline{B}$ .

Οι ιδιότητες διατήρησης του μοντέλου είναι:

- Διατήρηση της μέσης τιμής των X, ανεξάρτητα από τις τιμές των παραμέτρων  $\underline{A}$  και  $\underline{B}$ , υπό τον όρο ότι  $E[W] = E[V] = 0$ .
- Διατήρηση των συνδιασπορών μεταξύ των X και Z, εφόσον οι παράμετροι  $\underline{A}$  υπολογίζονται από την (5.21).
- Διατήρηση των διασπορών και συνδιασπορών μεταξύ των X, εφόσον οι παράμετροι  $\underline{B}$  υπολογίζονται από την (5.22).
- Διατήρηση της βασικής εξίσωσης επιμερισμού (5.16).
- Σε περίπτωση που οι μεταβλητές X και Z ακολουθούν πολυδιάστατη κανονική κατανομή, το μοντέλο διατηρεί πλήρως την κατανομή, οπότε πρέπει και αρκεί οι μεταβλητές V να είναι κανονικές.

### 5.2.2. Γενική συμπεριφορά και χρήσεις του γραμμικού μοντέλου

Όπως προκύπτει από την παραπάνω σύντομη παρουσίαση, και σύμφωνα με την κωδικοποίηση χαρακτηριστικών της υποπαραγράφου 5.13, το μοντέλο VS μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα πολυδιάστατο μοντέλο, σταθερής αθροιστικής και τμηματικής χρονικής κλίμακας, άρα και σταθερού πλήθους τμηματικών μεταβλητών. Δεν διαθέτει αθροιστική μνήμη, πράγμα που είναι και το μεγαλύτερο μειονέκτημα του, ενώ διατηρεί τις ροπές πρώτης και δεύτερης τάξης των μεταβλητών.

Προκειμένου να μελετήσουμε την ασυμπτωτική του συμπεριφορά, ας θεωρήσουμε την  $i$  συνιστώσα του διανύσματος τυχαίων αποκλίσεων  $W^t$ , όπως προκύπτει από τη σχέση (5.18) :

$$W_i^t = \sum_{r=1}^k b_{ir} V_r^t \quad (5.23)$$

Δεδομένου ότι οι μεταβλητές  $V_r^t$  (άρα και οι  $(b_{ir} \cdot V_r^t)$ ) είναι στοχαστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους, από το κεντρικό οριακό θεώρημα προκύπτει ότι για μεγάλο αριθμό μεταβλητών  $k$ , η κατανομή της  $W_i^t$  τείνει στην κανονική κατανομή, και αυτό ανεξάρτητα από την κατανομή των  $V_r^t$ . Κατά μείζονα λόγο και η κατανομή των τμηματικών μεταβλητών  $X_i^t$  τείνει στην κανονική κατανομή. Συνεπώς η ασυμπτωτική ή οριακή συμπεριφορά του μοντέλου VS είναι Gauss. Ένα άλλο συμπέρασμα που προκύπτει άμεσα από την προηγούμενη ανάλυση είναι ότι το μοντέλο δεν είναι κατάλληλο για μεταβλητές που παρουσιάζουν ασυνεχείς κατανομές, αφού οι βασικές σχέσεις (5.17) και (5.18) δεν είναι δυνατό να παράγουν συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών, με πεπερασμένη συχνότητα.

Σε ότι αφορά την υπολογιστική διαδικασία εφαρμογής του μοντέλου θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι οι παράμετροι του, δηλαδή τα στοιχεία των μητρώων  $A$  και  $B$ , δεν υπολογίζονται αναλυτικά, αλλά μόνο αριθμητικά. Τα σχετικά υπολογιστικά προβλήματα που ανακύπτουν αναφέρονται κυρίως στην αποθήκευση και αντιστροφή των μεγάλου μεγέθους μητρώων συνδιασπορών των μεταβλητών. Για μείωση του μεγέθους των μητρώων, γίνεται συνήθως πολλαπλή σταδιακή εφαρμογή του μοντέλου για όλο και πυκνότερες τμηματικές χρονικές

κλίμακες. Έτσι προκειμένου να παραχθούν μηνιαίες τιμές ενός μεγέθους, ξεκινώντας από ετήσιες τιμές, είναι προτιμότερο να παραχθούν πρώτα εποχιακές τιμές, και στη συνέχεια να επιμεριστούν σε μηνιαίες.

Σε μεταγενέστερες εκδόσεις του μοντέλου, που εξετάζονται στη συνέχεια, έγιναν σημαντικές τροποποιήσεις του με στόχο την εισαγωγή αθροιστικής μνήμης. Επίσης άλλες τροποποιήσεις του αναφέρονται στη δυνατότητα να επεξεργάζεται μεταβλητές με κατανομές διαφορετικές από την κανονική.

Το γραμμικό μοντέλο, στην αρχική ή τις τροποποιημένες εκδόσεις του, έχει χρησιμοποιηθεί σε πολλές υδρολογικές εφαρμογές. Αυτές αφορούν κυρίως τον επιμερισμό των απορροών σε διάφορες θέσεις μιας λεκάνης, από ετήσια βάση, σε εποχιακή, μηνιαία, και ημερήσια. Επίσης έχει χρησιμοποιηθεί και για επιμερισμό υψών βροχής διαφόρων σταθμών μιας λεκάνης, από ετήσια βάση σε εποχιακή ή μηνιαία, αλλά όχι σε μικρότερη χρονική κλίμακα, επειδή βέβαια οι βροχοπτώσεις σε μικρότερες χρονικές κλίμακες παρουσιάζουν τεράστιες αποκλίσεις από την κανονική κατανομή.

### 5.2.3. Παραλλαγές του μοντέλου με αθροιστική μνήμη

Οι Valencia και Schaake [1972], είναι και οι πρώτοι που έδωσαν μια βελτιωμένη παραλλαγή του μοντέλου τους, που του δίνει μια μορφή αθροιστικής μνήμης για ένα στάδιο προς τα πίσω. Στην παραλλαγή αυτή η σχέση (5.17) αντικαθίσταται από την:

$$\underline{X}^t = \underline{A} \underline{Z}^{*t} + \underline{W}^t \quad (5.24)$$

όπου

$$\underline{Z}^{*t} = [(\underline{Z}^t)^T ; (\underline{Z}^{t-1})^T]^T = \\ [Z_1^t, Z_2^t, \dots, Z_n^t ; Z_1^{t-1}, \dots, Z_n^{t-1}]^T \quad (5.25)$$

Οι σχέσεις υπολογισμού των μητρώων των παραμέτρων παραμένουν οι ίδιες, μόνο που τώρα το μητρώο  $\underline{A}$  έχει  $k_n \times 2k$  στοιχεία. Στην πραγματικότητα το πρόβλημα της αθροιστικής μνήμης δεν λύνεται με αυτό τον τρόπο, γιατί και πάλι αγνοείται η συσχέτιση μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών των διαδοχικών σταδίων  $(t-1)$  και  $(t)$ .

Αυτό που παίρνεται υπόψη είναι οι συσχέτιση των τμηματικών μεταβλητών του (t) σταδίου με τις αθροιστικές μεταβλητές του (t-1) σταδίου.

Σε πληρέστερη μορφή το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε από τους Mejia και Rousselle [1976], οι οποίοι αντικατέστησαν τις σχέσεις (1.2.4) και (1.2.5) με την ακόλουθη:

$$\underline{X}^t = \underline{A} \underline{Z}^t + \underline{D} \underline{X}^{t-1} + \underline{B} \underline{V}^t \quad (5.26)$$

όπου το  $\underline{D}$  είναι ένα νέο μητρώο παραμέτρων, με διαστάσεις  $k_n \times k_n$ .

Ο υπολογισμός των μητρώων παραμέτρων γίνεται τώρα με βάση τις σχέσεις:

$$\underline{A} = (\underline{S}_{xz} - \underline{S}_{xy} \underline{S}_{yy}^{-1} \underline{S}_{yz}) (\underline{S}_{zz} - \underline{S}_{zy} \underline{S}_{yy}^{-1} \underline{S}_{yz})^{-1} \quad (5.27)$$

$$\underline{D} = (\underline{S}_{xy} - \underline{A} \underline{S}_{zy}) \underline{S}_{yy}^{-1} \quad (5.28)$$

$$\underline{B} \underline{B}^T = \underline{S}_{xx} - \underline{A} \underline{S}_{zz} \underline{A}^T - \underline{A} \underline{S}_{zy} \underline{B}^T - \underline{D} \underline{S}_{yz} \underline{A}^T - \underline{D} \underline{S}_{yy} \underline{D}^T \quad (5.29)$$

όπου το σύμβολο  $\underline{S}_{kl}$  παριστάνει το μητρώο συνδιασπορών μεταξύ των διανυσμάτων  $\underline{K}^t$  και  $\underline{L}^t$ , ήτοι  $\underline{S}_{kl} = E[\underline{K}^t (\underline{L}^t)^T]$ , και για απλοποίηση των συμβολισμών έχει εισαχθεί το σύμβολο  $\underline{Y}$  στη θέση του  $\underline{X}^{t-1}$ , ενώ το σύμβολο  $\underline{X}$  χρησιμοποιείται για το  $\underline{X}^t$ .

Είναι σαφές από τις πιο πάνω σχέσεις, ότι σε αυτή την έκδοση του μοντέλου παίρνονται υπόψη οι πλήρεις συσχετίσεις μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών δύο διαδοχικών σταδίων.

Μια διαφορετική αντιμετώπιση του προβλήματος - όχι όμως τόσο πλήρης - προτείνεται στην εργασία των Hoshi και Burges [1979], όπου η εισαγωγή μνήμης στο αρχικό μοντέλο Valejcia - Schaake, δεν γίνεται μέσω της προσθήκης νέων όρων, αλλά μέσω της θεώρησης στοχαστικής εξάρτησης μεταξύ των διανυσμάτων τυχαίων αποκλίσεων  $\underline{W}^t$  και  $\underline{W}^{t-1}$ .

Το όλο θέμα αντιμετώπισαν διεξοδικά σε μια πρόσφατη δημοσίευση τους οι Stedinger και Vogel [1984], όπου έδειξαν ότι το μοντέλο

τύπου Valencia - Schaake, σε οποιαδήποτε παραλλαγή του, είναι πολύ δύσκολο ή και αδύνατο να διατηρήσει επακριβώς τις συσχετίσεις από στάδιο σε στάδιο, λόγω θεμελιωδών περιορισμών, που επιβάλλονται από τη δομή του μοντέλου. Επίσης στην εν λόγω εργασία τους παρουσίασαν μια νέα παραλλαγή του μοντέλου, στο οποίο (όπως και στην παραλλαγή Hoshi - Burges) η εισαγωγή μνήμης στο αρχικό μοντέλο Valencia - Schaake, γίνεται μέσω της θεώρησης στοχαστικά εξαρτημένων χρονικά διαδοχικών διανυσμάτων τυχαίων αποκλίσεων  $\underline{W}^t$  και  $\underline{W}^{t-1}$ , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\underline{W}^t = \underline{L} \underline{W}^{t-1} + \underline{V}^t \quad (5.30)$$

όπου  $\underline{W}^t$  το διάνυσμα τυχαίων υπολοίπων της σχέσης (5.17) και  $\underline{L}$  ένα νέο μητρώο παραμέτρων διαστάσεων  $k_n \times k_n$ . που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\underline{L} = \underline{S}_{ww'} \cdot \underline{S}_{ww}^{-1} \quad (5.31)$$

όπου  $\underline{S}_{ww'} = E[\underline{W}^t (\underline{W}^{t-1})^T]$  και  $\underline{S}_{ww} = E[\underline{W}^t \underline{W}^{(t-1)T}]$  Το μητρώο  $\underline{A}$  της σχέσης (5.17) υπολογίζεται και πάλι από την (5.21). Εννοείται ότι στατιστικές ροπές που υπεισέρχονται σε εκτιμήτριες παραμέτρων, όπως τα στοιχεία των μητρώων διασπορών της σχέσης (5.31), κλπ., εκτιμώνται με βάση ιστορικά δεδομένα των υπόψη χρονοσειρών.

Στην εν λόγω εργασία δίνονται και άλλες εκτιμήτριες του  $\underline{L}$ , κατάλληλες για διάφορες ειδικές απαιτήσεις διατήρησης. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρεται, το μοντέλο αυτό, όπως και τα προηγούμενα, δεν διατηρεί, αλλά μόνο προσεγγίζει συνδιασπορές μεταξύ μεταβλητών που αναφέρονται σε διαφορετικά (διαδοχικά) στάδια.

#### 5.2.4. Παραλλαγές του μοντέλου για μη κανονικές κατανομές

Επειδή οι φυσικές χρονοσειρές, σε μικρές χρονικές κλίμακες, σπάνια ακολουθούν κανονικές κατανομές, προκύπτει ένα πρόβλημα αξιοπιστίας του γραμμικού μοντέλου, που όπως προαναφέρθηκε έχει ασυμπτωτικά κανονική συμπεριφορά. Προκειμένου να αποκτήσει τη δυνατότητα για αναπαράσταση μεταβλητών με άλλες, εκτός της



δυνατότητα για αναπαράσταση μεταβλητών με άλλες, εκτός της κανονικής, κατανομές, έχουν προταθεί δύο κατηγορίες μεθόδων, που αναλύονται παρακάτω.

Σύμφωνα με την πρώτη κατηγορία μεθόδων, το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με τη χρησιμοποίηση ασύμμετρων κατανομών για την παραγωγή των μεταβλητών  $V$ , σε τρόπο ώστε να διατηρούνται οι περιθώριες ροπές τρίτης τάξης των τμηματικών μεταβλητών.

Οι πρώτοι που έθεσαν το πρόβλημα σε αυτή τη βάση είναι οι Valencia και Schaake [1972]. Πρότειναν μάλιστα δύο μεθόδους για την εκτίμηση της ασυμμετρίας που πρέπει να έχουν οι μεταβλητές  $V$ . Η πρώτη μέθοδος είναι αρκετά απλή στην εφαρμογή, αλλά, όπως παρατηρούν οι ίδιοι, δεν διατηρεί την ασυμμετρία των τμηματικών μεταβλητών, παρά μόνο ορισμένες τριτοβάθμιες εκφράσεις ροπών μεταξύ των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών. Η δεύτερη μέθοδος είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη και οι συγγραφείς περιορίστηκαν στην θεωρητική διατύπωση της, χωρίς να προχωρήσουν σε εφαρμογή. Η παρουσίαση των μεθόδων αυτών ξεφεύγει από τα όρια αυτής της σύντομης επισκόπησης του γραμμικού μοντέλου.

Οι Tao και Delleur [1976] εντόπισαν το πρόβλημα στη διατήρηση της ασυμμετρίας των τυχαίων αποκλίσεων  $W$ , και εισήγαγαν ένα μη γραμμικό μετασχηματισμό της μορφής:

$$W' = (W - \eta)^\xi$$

όπου οι παράμετροι  $\eta$  και  $\xi$  υπολογίστηκαν από εκφράσεις τρίτων ροπών των  $W$ , όπως προκύπτουν από τις ιστορικές χρονοσειρές  $X$  και  $Z$ . Στη θέση της σχέσης (5.18) χρησιμοποίησαν την

$$\underline{W}' = \underline{B} \underline{V} + E\{\underline{W}'\}$$

σε συνδυασμό με τον αντίστροφο του παραπάνω μετασχηματισμού, προκειμένου να υπολογιστούν τα  $W$  από τα  $W'$ . Από τις εφαρμογές που έγιναν από τους ίδιους, με την παραπάνω διαδικασία, προέκυψε ότι οι ασυμμετρίες των συνθετικών χρονοσειρών υπολείπονταν κατά 40% περίπου από τις αντίστοιχες ιστορικές τιμές. Αλλά σύμφωνα με τα παραπάνω αυτή η ασυμφωνία θα πρέπει να θεωρηθεί λογική, αφού η

διατηρηθεί και η ασυμμετρία των  $X$ .

Μια συστηματική και εφαρμόσιμη μέθοδο, αυτής της κατηγορίας, έδωσε ο Todini [1980]. Αρχικά παρατηρεί ότι η δυσκολία στην εκτίμηση της ασυμμετρίας των τμηματικών μεταβλητών  $V$ , οφείλεται στο γεγονός ότι το μητρώο  $B$ , με τον τρόπο υπολογισμού που προτάθηκε από τους Valencia και Scaake, δεν είναι αντιστρέψιμο. Δεδομένου ότι το εν λόγω μητρώο δεν είναι μονοσήμαντο, προτείνει άλλους αλγόριθμους υπολογισμού που δίνουν αντιστρέψιμα μητρώα. Οι τελικές εξισώσεις υπολογισμού του διανύσματος ασυμμετρίας των μεταβλητών  $V$ , είναι:

$$\underline{a}_V = \underline{G}^{-1} (\underline{m}_{3X} - \underline{m}_{3D}) \quad (5.32)$$

όπου

$\underline{a}_V = E\{\underline{V}^t^{(3)}\}$  = διάνυσμα ασυμμετρίας των αποκλίσεων  $V$ ,

$\underline{G} = \underline{B}^{(3)}$ ,

$\underline{m}_{3X} = E\{\underline{X}^t^{(3)}\}$  = διάνυσμα περιθωρίων ροπών τρίτης τάξης των τμηματικών μεταβλητών  $X$ , και

$\underline{m}_{3D} = E\{(\underline{A} \underline{Z}^t)^{(3)}\}$  στην περίπτωση που χρησιμοποιείται το μοντέλο Valencia - Schaake (σχέσεις (5.17), (5.18), ή

$\underline{m}_{3D} = E\{(\underline{A} \underline{Z}^t + \underline{D} \underline{X}^{t-1})^{(3)}\}$  στην περίπτωση που χρησιμοποιείται το τροποποιημένο μοντέλο Mejia - Roussele (σχέση (5.29))

Στα παραπάνω το σύμβολο  $[.]^{(3)}$ , σημαίνει ότι όλα τα στοιχεία του μητρώου  $[.]$  έχουν υψωθεί στον κύβο, στοιχείο προς στοιχείο.

Από την εφαρμογή που παρουσιάζεται στη δημοσίευση του Todini, που αφορά τον επιμερισμό των ετησίων παροχών του Νείλου σε μηνιαίες, για το σταθμό του Aswan (μονοδιάστατο μοντέλο), προκύπτουν τα ακόλουθα ενδεικτικά στοιχεία: Οι συντελεστές ασυμμετρίας των ιστορικών μηνιαίων παροχών κυμαίνονται από 0 μέχρι 2.1, ενώ οι συντελεστές ασυμμετρίας των μεταβλητών  $V$ , που απαιτούνται για τη διατήρηση της ασυμμετρίας των παροχών, όπως υπολογίστηκαν από τη σχέση (5.32), φθάνουν σε πολύ μεγάλες τιμές, μέχρι και την τιμή 31. Τέλος οι τιμές των συντελεστών ασυμμετρίας των συνθετικών χρονοσειρών, που έδωσε το μοντέλο, συμφωνούν με τις αντίστοιχες

χρονοσειρών, που έδωσε το μοντέλο, συμφωνούν με τις αντίστοιχες ιστορικές, όταν οι τελευταίες είναι μικρές (κάτω από 1), αλλά διαφέρουν σημαντικά (περίπου 50%), όταν οι τελευταίες ξεπερνούν την τιμή 1. Όπως παρατηρεί ο Todini, οι αποκλίσεις αυτές οφείλονται στο γεγονός ότι είναι αδύνατο να παραχθεί δείγμα με ασυμμετρία μεγαλύτερη από  $(j - 2) / (j-1)^{1/2}$ , όπου  $j$  το μέγεθος του δείγματος, ενώ οι ασυμμετρίες που θα πρέπει να έχουν οι μεταβλητές  $V$ , συχνά ξεπερνούν το όριο αυτό.

Πέρα από την παραπάνω αδυναμία, θα πρέπει ακόμα να σημειώσουμε ότι με τη διατήρηση και της τρίτης ροπής δεν είναι σίγουρο ότι επιτυγχάνεται και η διατήρηση των βασικών ιδιοτήτων της πραγματικής κατανομής, και ακόμα, για μικρά ιστορικά δείγματα, είναι αναξιόπιστη η εκτίμηση της τρίτης ροπής.

Τα παραπάνω προβλήματα αποφεύγονται με τη δεύτερη κατηγορία μεθόδων, που βασίζεται σε ένα μη γραμμικό μετασχηματισμό των τμηματικών και αθροιστικών μεταβλητών, σε τρόπο ώστε οι προκύπτουσες μετασχηματισμένες μεταβλητές  $X$  και  $Z$ , να ακολουθούν την κανονική κατανομή. Στην περίπτωση αυτή, πριν εφαρμοσθεί το γραμμικό μοντέλο επιμερισμού, μελετώνται οι περιθώριες κατανομές των αθροιστικών και τμηματικών μεταβλητών, και επιλέγεται ο κατάλληλος μετασχηματισμός τους, με στόχο την κανονικοποίηση των κατανομών. Οι παράμετροι του μοντέλου εκτιμούνται τότε από τις μετασχηματισμένες χρονοσειρές, και τα διανύσματα αποκλίσεων  $W$  ή  $V$  παράγονται με βάση την κανονική κατανομή.

Οι πρώτοι που εισήγαγαν αυτή την αντιμετώπιση είναι και πάλι οι Valencia και Schaake [1972], χρησιμοποιώντας ένα μετασχηματισμό τετραγωνικής ρίζας στις εποχιακές και μηνιαίες βροχοπτώσεις. Οι Hoshi και Burges [1979] εφάρμοσαν εκθετικούς μετασχηματισμούς στις ετήσιες και μηνιαίες παροχές, της μορφής:

$$Q' = a + \exp(Q)$$

και βρήκαν ότι οι μετασχηματισμένες παροχές ακολουθούν κανονικές κατανομές, πράγμα που ισοδυναμεί με θεώρηση λογαριθμοκανονικής κατανομής 3 παραμέτρων για τις μεταβλητές. Στη συνέχεια εφάρμοσαν το γραμμικό μοντέλο επιμερισμού για τις μετασχηματισμένες τιμές,

κάνοντας και την εκτίμηση των παραμέτρων, και την παραγωγή συνθετικών χρονοσειρών στη βάση των μετασχηματισμένων τιμών.

Θα πρέπει να σημειώσουμε για την τελευταία κατηγορία μεθόδων, ότι παρόλο που μπορεί να δίνει λύση στο πρόβλημα της προσέγγισης των πραγματικών περιθώριων κατανομών των φυσικών χρονοσειρών, εντούτοις στην ουσία αναιρούν το μοντέλο επιμερισμού, αφού οι σχέσεις διατήρησης, καθώς και η βασική σχέση επιμερισμού (5.5), δεν αναφέρονται πλέον στις πραγματικές τιμές των μεταβλητών, αλλά σε μη γραμμικούς μετασχηματισμούς τους. Ανακύπτουν συνεπώς δύο προβλήματα. Πρώτο ότι οι μέσες τιμές, οι διασπορές και συνδιασπορές των συνθετικών σειρών των τμηματικών μεταβλητών δεν είναι ίσες με τις αντίστοιχες ροπές των ιστορικών χρονοσειρών. Δεύτερο και κυριότερο, ότι το άθροισμα των τιμών των τμηματικών μεταβλητών, που παράγονται από το μοντέλο σε ένα διάστημα της αθροιστικής χρονικής κλίμακας, δεν είναι πλέον ίσο με την τιμή της αντίστοιχης αθροιστικής μεταβλητής. Για την εξάλειψη αυτού του τελευταίου σοβαρού μειονεκτήματος οι τιμές των τμηματικών μεταβλητών, που παράγονται από το μοντέλο, θα πρέπει στη συνέχεια να διορθωθούν κατάλληλα. Μια τέτοια διορθωτική διαδικασία έχει προταθεί από τους Stedinger και Vogel [1984].

Συμπερασματικά σημειώνουμε ότι οι λύσεις που δόθηκαν και για τις δύο αδυναμίες του γραμμικού μοντέλου, δηλαδή την έλλειψη αθροιστικής μνήμης και την αδυναμία αντιπροσώπευσης μη κανονικών μεταβλητών, δεν έχουν την θεωρητική πληρότητα και συνέπεια της αρχικής διατύπωσης του μοντέλου, αλλά θα πρέπει να χαρακτηριστούν προσεγγιστικές μέθοδοι που δίνουν πρακτικά ικανοποιητικές λύσεις στα σχετικά προβλήματα.

## 6. ΤΕΛΙΚΟ ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΕΠΙΜΕΡΙΣΜΟΥ

### 6.1. Εισαγωγή

Το δυναμικό μοντέλο επιμερισμού έχει διατυπωθεί (Κουτσογιάννης, 1988, Koutsoyiannis & Xanthopoulos, 1990) ως μία γενικευμένη βήμα-προς-βήμα προσέγγιση των προβλημάτων στοχαστικού επιμερισμού. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή, ο επιμερισμός μιας αθροιστικής μεταβλητής,  $Z$ , στις  $k$  συνιστώσες της (τμηματικές μεταβλητές  $X_i$ ,  $i=1, \dots, k$ ), διασπάται σε  $k-1$  διαδοχικά βήματα. Σε κάθε βήμα πραγματοποιείται μια στοιχειώδης διαδικασία διχασμού, που παράγει τη  $X_i$  έχοντας ως δεδομένη την "αδιάθετη ποσότητα"  $S_i$ , και μεταφέρει τη νέα διαφορά  $S_{i+1} = S_i - X_i$  στο επόμενο βήμα. Ένα άλλο ξεχωριστό μέρος του μοντέλου είναι η λεγόμενη διαδικασία υπολογισμού ροπών, η οποία, σε κάθε βήμα, υπολογίζει δεσμευμένες ροπές της συνάρτησης κατανομής των  $(X_i, S_i)$ , έχοντας ως δέσμευση την πληροφορία που έχει παραχθεί προηγουμένως. Οι ροπές αυτές χρησιμοποιούνται στη συνέχεια από τη διαδικασία διχασμού για την παραγωγή της  $X_i$ .

Η διατύπωση του μοντέλου επιτρέπει μια ποικιλία σχηματισμών του, ανάλογα με τη συγκεκριμένη διαδικασία διχασμού και τη διαδικασία υπολογισμού ροπών που χρησιμοποιούνται. Η πρώτη επηρεάζεται κυρίως από τη συγκεκριμένη περιθώρια κατανομή των διαδοχικών τμηματικών μεταβλητών, ενώ η δεύτερη σχετίζεται με τον τύπο της στοχαστικής εξάρτησης τους. Οι πρώτες μορφές του μοντέλου που μελετήθηκαν (Koutsoyiannis and Xanthopoulos, 1990), αφορούσαν προβλήματα μονοδιάστατα (μιας θέσης) που αντιπροσωπεύονται από Μαρκοβιανές ακολουθίες με κατανομές Gauss ή γάμα.

Το μοντέλο που αναλύεται εδώ είναι γενικευμένο και αναφέρεται στο πολυδιάστατο Μαρκοβιανό πρόβλημα. Το μοντέλο αυτό διατηρεί ροπές μέχρι τρίτης τάξης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορες υδρολογικές εφαρμογές, όπως στον επιμερισμό ετήσιων απορροών ή βροχών σε μηνιαίες, εβδομαδιαίες ή ημερήσιες ποσότητες.

Σε αντίθεση με το καθολικά γραμμικό μοντέλο επιμερισμού Valencia-Schaake (1972) το παρόν μοντέλο συνδυάζει ένα γραμμικό τμήμα που εφαρμόζεται στη διαδικασία υπολογισμού ροπών και ένα μη γραμμικό

τμήμα, που χρησιμοποιείται στη διαδικασία διχασμού. Το μοντέλο αυτό μοιάζει με την έκδοση του γραμμικού μοντέλου του Todini (1980) στο γεγονός ότι διατηρεί και την ασυμμετρία των τμηματικών μεταβλητών. Ωστόσο το παρόν μοντέλο εξαιτίας της Μαρκοβιανής δομής των μεταβλητών που υποθέτει χρησιμοποιεί ένα μικρό υποσύνολο των ροπών δεύτερης τάξης μεταξύ των τμηματικών μεταβλητών και συγκεκριμένα αυτές που αναφέρονται σε χρονικά βήματα υστέρησης 0 και 1.

Οι δύο συνιστώσες του μοντέλου, ήτοι η διαδικασία διχασμού και η διαδικασία υπολογισμού ροπών, εξετάζονται ξεχωριστά στις επόμενες παραγράφους 6.2 και 6.3 αντίστοιχα. Οι γενικές ιδιότητες και οι περιορισμοί του μοντέλου αναλύονται στην παράγραφο 6.4. Τέλος η εφαρμογή του μοντέλου και τα αποτελέσματα της περιγράφονται στο κεφάλαιο 8.

## 6.2. Η γενική δευτεροβάθμια διαδικασία διχασμού

Εστω η αθροιστική μεταβλητή  $S$ , η οποία συντίθεται από τις τμηματικές μεταβλητές  $X$  και  $Y$ , ήτοι

$$X + Y = S \quad (6.1)$$

Όπως έχει διαπιστωθεί από τους Koutsoyiannis & Xanthopoulos (1990), το γραμμικό σχήμα επιμερισμού, που ορίζεται από τη σχέση

$$X = a \cdot S + b \cdot W \quad (6.2)$$

όπου  $a$  και  $b$  είναι σταθερές και  $W$  μια τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητη από την  $S$ , δε μπορεί να διατηρήσει μη μηδενικές τρίτες ροπές των  $X$  and  $Y$ .

Η πλήρης διατήρηση των πρώτων, δεύτερων και τρίτων ροπών των  $X$ ,  $Y$  και  $S$  προϋποθέτει τη διατήρηση των ακόλουθων έξι ποσοτήτων:

$$\eta_1 = E[X], \quad \zeta_{11} = \text{Cov}[X, S], \quad \eta_2 = \text{Var}[X], \quad (6.3)$$

$$\zeta_{12} = \mu_{12}[X, S], \quad \zeta_{21} = \mu_{21}[X, S], \quad \eta_3 = \mu_3[X]$$

Προϋποτίθεται ότι έχει εξασφαλιστεί η διατήρηση των αντίστοιχων περιθώριων ροπών της  $S$ , ήτοι των  $\lambda_1' = E[S]$ , και  $\lambda_1 = E[(S - \lambda_1')^2]$ . Αν ενδιαφέρουν μόνο οι περιθώριες τρίτες ροπές των  $X$  και  $Y$ , και όχι οι από κοινού τρίτες ροπές τους, τότε μπορεί να αντικατασταθούν τα  $\zeta_{12}$  και  $\zeta_{21}$  από τη διαφορά τους.

Στην παρακάτω ανάλυση, για λόγους μαθηματικής ευκολίας και χωρίς απώλεια της γενικότητας θα υποθεθεί ότι και οι τρεις μεταβλητές έχουν μηδενική μέση τιμή. Εστω λοιπόν ο ακόλουθος κανόνας παραγωγής της  $X$ , που αποτελεί τη γενική δευτεροβάθμια διαδικασία δισχασμού:

$$X = g(S) + f(S) \cdot W \quad (6.4)$$

$$g(S) = a_0 + a_1 \cdot S + a_2 \cdot S^2 \quad (6.5)$$

$$f(S) = b_0 + b_1 \cdot S + b_2 \cdot S^2 \quad (6.6)$$

όπου  $a_i$  και  $b_i$ ,  $i = 0, \dots, 2$  είναι σταθερές και  $W$  είναι τυχαία μεταβλητή, ανεξάρτητη της  $S$ , με μηδενική μέση τιμή και μοναδιαία διασπορά. Το παραπάνω σχήμα περιέχει συνολικά επτά παραμέτρους, ήτοι τις 6 σταθερές  $a_i$  και  $b_i$  και την ασυμμετρία της  $W$ ,  $\theta_3 = E[W^3]$ . Έτσι ο αριθμός των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται από το σχήμα αυτό υπερβαίνει κατά ένα τους περιορισμούς, προσφέροντας ένα βαθμό ελευθερίας.

Οι ακόλουθες εξισώσεις μπορούν εύκολα να παραχθούν αφού γίνουν οι κατάλληλοι μετασχηματισμοί της (6.4) και στη συνέχεια ληφθούν οι αναμενόμενες τιμές.

$$E[X] = E[g(S)] \quad (6.7)$$

$$E[XS] = E[S \cdot g(S)] \quad (6.8)$$

$$E[X^2] = E[g^2(S)] + E[f^2(S)] \cdot E[W^2] \quad (6.9)$$

$$E[XS^2] = E[S^2 g(S)] \quad (6.10)$$

$$E[X^2 S] = E[S \cdot g^2(S)] + E[S \cdot f^2(S)] \cdot E[W^2] \quad (6.11)$$

$$E[X^3] = E[g^3(S)] + 3E[g(S)f^2(S)]E[W^2] + E[f^3(S)]E[W^3] \quad (6.12)$$

Οι εξισώσεις (6.7), (6.8) και (6.10) προσδιορίζουν πλήρως τη συνάρτηση  $g(S)$ . Εκφράζοντας τα αριστερά τους μέλη με βάση τα  $a_1$ , και στη συνέχεια επιλύοντας ως προς αυτά παίρνουμε

$$a_1 = \frac{(\lambda_4 - \lambda_2^2)\zeta_{11} - \lambda_3 \zeta_{12}}{(\lambda_4 - \lambda_2^2)\lambda_2 - \lambda_3^2} \quad (6.13)$$

$$a_2 = \frac{\lambda_2 \zeta_{12} - \lambda_3 \zeta_{11}}{(\lambda_4 - \lambda_2^2)\lambda_2 - \lambda_3^2} \quad (6.14)$$

$$a_0 = -a_2 \lambda_2 \quad (6.15)$$

Κάπως πολυπλοκότερες είναι οι εξισώσεις καθορισμού της  $f(S)$ , που παράγονται από τις (6.9) και (6.11), μετά από πλήθος πράξεων, και αφού τεθεί  $E[W^2] = 1$ . Ο βαθμός ελευθερίας που υπάρχει δόθηκε στην παράμετρο  $b_2$ , σε τρόπο ώστε αυτή να παίρνει την απολύτως ελάχιστη δυνατή τιμή.

$$b_0 = \left[ \frac{p}{\beta_2^2 \lambda_4 + 2\beta_1 \beta_2 \lambda_3 + (\beta_1^2 + 2\beta_2)\lambda_2 + 1} \right]^{1/2} \quad (6.16)$$

$$b_1 = \beta_1 b_0 \quad (6.17)$$

$$b_2 = \beta_2 b_0 \quad (6.18)$$

όπου,



$$\beta_2 = \begin{cases} 0, & \tau_0 \geq 0 \\ (-\tau_1 + \sqrt{\Delta_2}) / \tau_2, & \tau_0 < 0, \tau_1 \geq 0 \\ (-\tau_1 - \sqrt{\Delta_2}) / \tau_2, & \tau_0 < 0, \tau_1 < 0 \end{cases} \quad (6.19)$$

$$\beta_1 = \begin{cases} \frac{-(\lambda_4 - q^\circ \lambda_3)\beta_2 - \lambda_2 \pm \sqrt{\Delta_1}}{\lambda_3 - q^\circ \lambda_2}, & \lambda_3 - q^\circ \lambda_2 \neq 0 \\ \frac{1}{2} \frac{q - (\lambda_5 - q^\circ \lambda_4)\beta_2^2}{\lambda_2 + (\lambda_4 - q^\circ \lambda_3)\beta_2}, & \lambda_3 - q^\circ \lambda_2 = 0 \end{cases} \quad (6.20)$$

$$\tau_0 = (\lambda_3 - q^\circ \lambda_2) q + \mu_2^2 \quad (6.21)$$

$$\tau_1 = (\lambda_4 - q^\circ \lambda_3)\lambda_2 - (\lambda_3 - q^\circ \lambda_2)^2 \quad (6.22)$$

$$\tau_2 = (\lambda_4 - q^\circ \lambda_3)^2 - (\lambda_3 - q^\circ \lambda_2)(\lambda_5 - q^\circ \lambda_4) \quad (6.23)$$

$$\Delta_2 = \tau_1^2 - \tau_0 \tau_2 \quad (6.24)$$

$$\Delta_1 = \tau_0 + 2\tau_1 \beta_2 + \tau_2 \beta_2^2 \quad (6.25)$$

$$q = \frac{[\zeta_2 i - a_2^2 \lambda_5 - 2a_1 a_2 (\lambda_4 - \lambda_2^2) - (a_1^2 - 2a_2^2 \lambda_2) \lambda_3]}{p} \quad (6.26)$$

$$p = \eta_2 - a_2^2(\lambda_4 - \lambda_2^2) - 2a_1 a_2 \lambda_3 - a_1^2 \lambda_2 \quad (6.27)$$

Σημειώνεται ότι η (6.20) μπορεί να δώσει δύο διαφορετικές τιμές του  $\beta_1$  και κατά συνέπεια δύο ζεύγη τιμών  $(b_0, b_1)$  που ισχύουν και τα δύο. Συνιστάται να επιλέγεται το ζεύγος τιμών που οδηγεί στην απολύτως ελάχιστη τιμή της ασυμμετρίας  $\theta_3$ . Η  $\theta_3$  μπορεί να υπολογιστεί από την (6.12), που μπορεί να γραφεί με την ακόλουθη μορφή,

$$\theta_3 = [\eta_3 - \Phi(a, a, a) - 3\Phi(a, b, b)] / \Phi(b, b, b) \quad (6.28)$$

να είναι απλός σε μερικές περιπτώσεις που η κατανομή της  $S$  είναι τυπική. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η χρήση των στατιστικών παραμέτρων που αναφέρονται με το όνομα "αθροίζουσες (cumulants)" μπορεί να εξυπηρετήσει στον υπολογισμό των ροπών, με τη χρήση των σχέσεων:

$$\lambda_4 = \kappa_4 + 3 \cdot \lambda_2^2 \quad (6.33)$$

$$\lambda_5 = \kappa_5 + 10 \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_2 \quad (6.34)$$

$$\lambda_6 = \kappa_6 + 15 \cdot \kappa_4 \cdot \lambda_2 + 10 \cdot \lambda_3^2 + 15 \cdot \lambda_2^3 \quad (6.35)$$

όπου  $\kappa_4$ ,  $\kappa_5$  και  $\kappa_6$  είναι οι αθροίζουσες της  $S$ , τάξεως 4 έως 6 [Kendall and Stuart, 1962, σελ. 70]. Τονίζονται οι ακόλουθες δύο περιπτώσεις, (βλέπε και Kendall and Stuart, 1962, σελ. 70). Στην περίπτωση της κανονικής κατανομής ισχύει

$$\kappa_4 = \kappa_5 = \kappa_6 = 0 \quad (6.36)$$

ενώ στην περίπτωση της κατανομής γάμα ισχύει

$$\kappa_r = (r-1) \cdot \kappa_{r-1} \cdot \lambda_3 / 2\lambda_2, \quad r > 3 \quad (6.37)$$

όπου  $\kappa_3 = \lambda_3$ . Οι σχέσεις (6.36) ή (6.37), συνδυαζόμενες με τις (6.33) έως (6.35) μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για προσεγγιστικές εκτιμήσεις των ροπών της  $S$ , αν η κατανομή της  $S$  δεν είναι αυστηρά καθορισμένη, αλλά μπορεί να θεωρηθεί ότι προσεγγίζεται από τις κατανομές Gauss και γάμα, αντίστοιχα.

Στην περίπτωση που οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  περιγράφονται από τη διδιάστατη κανονική κατανομή, το δευτεροβάθμιο σχήμα διχασμού μεταπίπτει στο αντίστοιχο γραμμικό και οι εξισώσεις (6.4) έως (6.6) μεταπίπτουν στην (6.3). Σε αυτή την περίπτωση η κατανομή της  $W$  είναι επίσης κανονική, και η στατιστική διατήρηση επεκτείνεται σε πλήρη διατήρηση της συνάρτησης κατανομής των  $(X, Y)$ . Μια άλλη περίπτωση πλήρους διατήρησης εμφανίζεται όταν οι  $X$  και  $Y$  είναι ανεξάρτητες, έχοντας κατανομές γάμα με κοινή παράμετρο κλίμακας. Αποδεικνύεται ότι στην τελευταία περίπτωση οι  $g(S)$  και  $f(S)$  μεταπίπτουν σε γραμμικές συναρτήσεις, και η  $W$  μπορεί να

όπου το σύμβολο  $\Phi(\cdot, \cdot, \cdot)$  χρησιμοποιείται ως συντομογραφία για την ακόλουθη έκφραση

$$\begin{aligned} \Phi(k, l, m) = & k_{010}m_0 + \\ & + (k_{010}m_2 + k_{011}m_1 + k_{012}m_0 + k_{110}m_1 + k_{111}m_0 + k_{210}m_0) \cdot \lambda_2 \\ & + (k_{011}m_2 + k_{012}m_1 + k_{110}m_2 + k_{111}m_1 + k_{112}m_0 + k_{210}m_1 \\ & \qquad \qquad \qquad + k_{211}m_0) \cdot \lambda_3 \\ & + (k_{012}m_2 + k_{111}m_2 + k_{112}m_1 + k_{210}m_2 + k_{211}m_1 + k_{212}m_0) \cdot \lambda_4 \\ & + (k_{112}m_2 + k_{211}m_2 + k_{212}m_1) \cdot \mu_5 + k_{212}m_2 \cdot \lambda_6 \end{aligned} \quad (6.29)$$

Ορισμένοι περιορισμοί για τις παραπάνω παραμέτρους προέρχονται άμεσα από τις αντίστοιχες έκφρασης. Ο πρώτος είναι

$$p > 0 \quad (6.30)$$

και αποτελεί την αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη της  $g(S)$ , δεδομένου ότι  $p = E[X^2] - E[g^2(X)]$ . Οι άλλοι δύο αναφέρονται στην ύπαρξη της  $f(S)$ , και είναι

$$t_0 \geq 0 \quad \text{ή} \quad \Delta_2 \geq 0 \quad (6.31)$$

$$\beta_2^2 \lambda_4 + 2\beta_1 \beta_2 \lambda_3 + (\beta_1^2 + 2\beta_2) \lambda_2 + 1 > 0 \quad (6.32)$$

Οι τελευταίοι περιορισμοί σχετίζονται με τις (6.19) και (6.16), αντίστοιχα.

Σημειώνεται ότι η διατήρηση της τρίτης ροπής δεν εξαντλείται στην ασυμμετρία της  $X$ , αλλά επεκτείνεται και στις δύο από κοινού ροπές με την  $S$ .

Σε αρκετές από τις παραπάνω εξισώσεις παρουσιάζονται ροπές υψηλής τάξης της μεταβλητής  $S$ , ήτοι οι  $\lambda_4$ ,  $\lambda_5$  και  $\lambda_6$ . Οι ροπές αυτές πρέπει να είναι γνωστές, προκειμένου να μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι εξισώσεις, και τελικά να γίνει η διατήρηση των χαμηλότερης τάξης ροπών των  $X$  and  $Y$ . Ο προσδιορισμός τους μπορεί

μετασχηματιστεί γραμμικά σε τρόπο ώστε να έχει κατανομή βήτα. Η κατανομή βήτα, χρησιμοποιήθηκε και γενικότερα στο μοντέλο επιμερισμού, ως προσέγγιση της κατανομής της  $W$ , (μετά από ένα κατάλληλο γραμμικό μετασχηματισμό), στην περίπτωση που η κατανομή των  $(X, Y)$  δεν είναι κανονική.

### 6.3. Η διαδικασία υπολογισμού ροπών για την πολυδιάστατη Μαρκοβιανή ανέλιξη

Εστώ τα  $k$  διανύσματα τμηματικών μεταβλητών  $\underline{X}^t$ ,  $t = 1, \dots, k$  με διάσταση  $n$ , που προστιθέμενα δίνουν το διάνυσμα των αντίστοιχων αθροιστικών μεταβλητών  $\underline{Z}$ , ήτοι

$$\underline{X}^1 + \underline{X}^2 + \dots + \underline{X}^k = \underline{Z} \quad (6.38)$$

όπου  $\underline{X}^t = [X_1^t, X_2^t, \dots, X_n^t]^T$ ,  $\underline{Z} = [Z_1, Z_2, \dots, Z_n]^T$ , και ο εκθέτης  $T$  συμβολίζει το ανάστροφο ενός διανύσματος ή μητρώου. Οι τμηματικές μεταβλητές θεωρούνται ως ένα υποσύνολο μιας άπειρης στοχαστικής ακολουθίας, ήτοι της  $(\dots, \underline{X}^{-1}, \underline{X}^0, \underline{X}^1, \dots, \underline{X}^k, \underline{X}^{k+1}, \dots)$ . Το συγκεκριμένο υποσύνολο αναφέρεται στο παρόν στάδιο του επιμερισμού. Υποτίθεται ότι η διαδικασία επιμερισμού έχει ολοκληρωθεί στα προηγούμενα στάδια και έτσι όλα τα προηγούμενα διανύσματα  $\underline{X}^t$  έχουν γνωστές τιμές ( $\underline{X}^0 = \underline{x}^0$ ,  $\underline{X}^{-1} = \underline{x}^{-1}$ , ...). Ακόμη έστω το βήμα επιμερισμού  $t$ , στο παρόν στάδιο, και στη θέση  $j$ , που αναφέρεται στην παραγωγή της μεταβλητής  $X_j^t$ . Το βήμα αυτό διέπεται από την εξίσωση

$$X_j^t + S_j^{t+1} = S_j^t \quad (6.39)$$

όπου η "αδιάθετη ποσότητα",  $S_j^t$ , είναι

$$S_j^t = X_j^t + X_j^{t+1} + \dots + X_j^k = Z_j - X_j^1 - \dots - X_j^{t-1} \quad (6.40)$$

Λόγω της ομοιότητας της (6.39) με την (6.1), η παραγωγή της  $X_j^t$  μπορεί να γίνει με τη χρήση της διαδικασίας διχασμού της προηγούμενης παραγράφου η οποία ορίζεται από την (6.4). Εδώ στη θέση των περιθώριων ροπών της (6.3), πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι αντίστοιχες δεσμευμένες ροπές, δηλαδή ροπές της μορφής

$E[(X_j^t - \xi_j^t)^k (S_j^t - \mu_j^t)^l ; \Omega_j^t]$ , όπου  $\eta_j^t = E[X_j^t ; \Omega_j^t]$ ,  $\mu_j^t = E[S_j^t ; \Omega_j^t]$ , και  $\Omega_j^t$  είναι μια συντομογραφία της πληροφορίας που έχει ήδη παραχθεί. Ανάλογα με την πορεία που ακολουθείται σε κάθε στάδιο επιμερισμού, μπορούν να προκύψουν δύο διαφορετικές διαδικασίες επιμερισμού: η οριζόντια, όταν κάθε βήμα έπεται του προηγούμενου βήματος στην ίδια θέση, και η κατακόρυφη, όταν κάθε βήμα ακολουθείται από το ίδιο βήμα στην επόμενη θέση. Στην πρώτη περίπτωση, η οποία έχει υιοθετηθεί στην παρούσα μελέτη η  $\Omega_j^t$  αναλυτικά είναι:  $(X_j^{t-1} = x_j^{t-1}, \dots, X_j^0 = x_j^0, \dots, X_{j-1}^k = x_{j-1}^k, \dots, X_{j-1}^t = x_{j-1}^t, \dots, X_{j-1}^0 = x_{j-1}^0, \dots, X_1^k = x_1^k, \dots, X_1^0 = x_1^0, \dots)$ .

Η διαδικασία υπολογισμού ροπών διευκολύνεται αν γίνει κάποια συγκεκριμένη υπόθεση για τη στοχαστική δομή της ακολουθίας των τμηματικών μεταβλητών. Η υιοθέτηση μη γραμμικών δομών φαίνεται ότι δεν είναι δυνατή, γιατί θα οδηγούσε σε αξεπέραστη μαθηματική πολυπλοκότητα. Η απλούστερη περίπτωση προκύπτει όταν η ακολουθία των  $\underline{X}^t$  είναι Μαρκοβιανή [Matalas and Wallis, 1976], και ορίζεται από την εξίσωση

$$\underline{X}^t = \underline{a}^t \underline{X}^{t-1} + \underline{b}^t \underline{V}^t \quad (6.41)$$

ή την ισοδύναμη

$$X_j^t = a_j^t X_j^{t-1} + \sum_{r=1}^j b_{jr}^t V_r^t, \quad j = 1, \dots, n \quad (6.42)$$

όπου  $\underline{a}^t = \text{diag}(a_1^t, a_2^t, \dots, a_n^t)$  είναι ένα διαγώνιο μητρώο συντελεστών διαστάσεων  $(n \times n)$ ,  $\underline{b}^t = [b_{ij}^t]$  είναι ένα μητρώο συντελεστών διαστάσεων  $(n \times n)$  οριζόμενο ως κατώτερο τριγωνικό, και  $\underline{V}^t = [V_j^t]$  είναι ένα διάνυσμα  $n$  τυχαίων μεταβλητών πλήρως ανεξάρτητων, και κατά τις δύο διευθύνσεις. Υποθέτουμε ότι οι μέσες τιμές  $\underline{\xi}^t = E[\underline{X}^t]$  και  $\underline{\beta}^t = E[\underline{V}^t]$  δεν είναι αναγκαστικά μηδενικές. Επίσης θέτουμε (για λόγους μαθηματικής άνεσης)  $\text{Var}[\underline{V}^t] = \underline{1}$ , και συμβολίζουμε  $\underline{\gamma}^t = \mu_3[\underline{V}^t]$ . Η μονιμότητα της ανέλιξης δεν είναι απαραίτητη, και γι' αυτό δεν υπονοείται στους συμβολισμούς που έχουν υιοθετηθεί.

Για τη μορφοποίηση της διαδικασίας επιμερισμού είναι προτιμότερο να αντικατασταθούν τα  $V_r^t$  στην (6.42) με εκφράσεις των αντίστοιχων  $X_r^t$ . Αυτό μπορεί να γίνει ως εξής: Εστω  $\underline{e}^t$  ένα διαγώνιο μητρώο ( $n \times n$ ) του οποίου το στοιχείο  $(j, j)$  είναι  $e_j^t = b_{jj}^t$ . Είναι εύκολο να αποδειχθεί ότι το μητρώο  $\underline{d}^t$  διαστάσεων ( $n \times n$ ) οριζόμενο από την εξίσωση

$$\underline{d}^t = \underline{I} - \underline{e}^t (\underline{b}^t)^{-1} \quad (6.43)$$

όπου  $\underline{I}$  είναι το μοναδιαίο μητρώο, έχει μηδενικά όλα τα στοιχεία του άνω τριγώνου, μαζί με αυτά που ανήκουν στην κύρια διαγώνιο του. Με τη χρήση των  $\underline{d}^t$  and  $\underline{e}^t$  η (6.41) γίνεται

$$\underline{X}^t = \underline{a}^t \underline{X}^{t-1} + \underline{d}^t (\underline{X}^t - \underline{a}^t \underline{X}^{t-1}) + \underline{e}^t \underline{V}^t \quad (6.44)$$

και κατά συνέπεια

$$X_j^t = a_j^t X_j^{t-1} + \sum_{r=1}^{j-1} d_{jr}^t (X_r^t - a_r^t X_r^{t-1}) + e_j^t V_j^t \quad (6.45)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$X_j^t = T_j^t + U_j^t + W_j^t \quad (6.46)$$

όπου

$$T_j^t = a_j^t X_j^{t-1} \quad (6.47)$$

$$U_j^t = \sum_{r=1}^{j-1} d_{jr}^t (X_r^t - a_r^t X_r^{t-1}) \quad (6.48)$$

$$W_j^t = e_j^t V_j^t \quad (6.49)$$

Σημειώνεται ότι τα  $T_j^t$  και  $U_j^t$  είναι εκφράσεις των τμηματικών μεταβλητών που περιέχονται στην πληροφορία  $Q_j^t$  ενώ η  $W_j^t$  είναι μία τυχαία μεταβλητή ανεξάρτητη των  $T_j^t$  και  $U_j^t$ . Έτσι, οι δεσμευμένες ροπές των  $X_j^t$  (τάξης μεγαλύτερης του 1), για δεδομένη

$Q_j^t$  εκφράζεται συναρτήσει μόνο ροπών της  $W_j^t$ .

Η έκφραση των δεσμευμένων ροπών της  $S_j^t$ , καθώς και των από κοινού ροπών της με την  $X_j^t$ , στην εξεταζόμενη περίπτωση Μαρκοβιανής ακολουθίας, απλοποιείται σημαντικά, και μπορεί να καταρτιστεί εύκολα ένας συστηματικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό των ροπών σε κάθε βήμα. Χρησιμοποιώντας τις (6.46) έως (6.49), η  $S_j^t$  μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των μεταβλητών που περιέχονται στην  $Q_j^t$  και της  $W_j^t$ , ήτοι

$$S_j^t = a_j^t \pi_j^t X_j^{t-1} + \sum_{r=t}^k \pi_j^r U_j^r + \sum_{r=t}^k \pi_j^r W_j^r \quad (6.50)$$

όπου

$$\pi_j^r = 1 + \sum_{u=r+1}^k a_j^{r+1} \cdot a_j^{r+2} \dots a_j^u \quad (6.51)$$

Με αξιοποίηση των παραπάνω εκφράσεων, καταρτίζεται ο βήμα-προς-βήμα αλγόριθμος, που αποτελείται από τις ακόλουθες εξισώσεις. Οι εξισώσεις αυτές υπολογίζουν τις ροπές που απαιτούνται στη διαδικασία διχασμού (σε παρένθεση, στην αρχή κάθε γραμμής, τίθεται το σύμβολο της ροπής που χρησιμοποιείται στη διαδικασία διχασμού, όπως ορίζεται στην (6.3)).

$$(\eta_1) \quad E[X_j^t ; Q_j^t] = a_j^t x_j^{t-1} + \delta_j^t \quad (6.52)$$

$$(\lambda_1) \quad E[S_j^t ; Q_j^t] = a_j^t \pi_j^t x_j^{t-1} + \tau_j^t \quad (6.53)$$

$$(\eta_2) \quad \text{Var}[X_j^t ; Q_j^t] = \varepsilon_j^t \quad (6.54)$$

$$(\lambda_2) \quad \text{Var}[S_j^t ; Q_j^t] = \varphi_j^t \quad (6.55)$$

$$(\zeta_{11}) \quad \text{Cov}[X_j^t, S_j^t ; Q_j^t] = \pi_j^t \varepsilon_j^t \quad (6.56)$$

$$(\eta_3) \quad \mu_3[X_j^t ; Q_j^t] = \theta_j^t \quad (6.57)$$

$$(\lambda_3) \quad \mu_3[S_j^t ; Q_j^t] = \psi_j^t \quad (6.58)$$

$$(Z_{12}) \quad \mu_{12}[X_j^t, S_j^t ; Q_j^t] = (\pi_j^t)^2 \theta_j^t \quad (6.59)$$

$$(Z_{21}) \quad \mu_{21}[X_j^t, S_j^t ; Q_j^t] = \pi_j^t \theta_j^t \quad (6.60)$$

όπου

$$\begin{aligned} \delta_j^t &= E[U_j^t ; Q_j^t] + E[W_j^t] \\ &= \sum_{r=1}^{j-1} d_{jr}^t (x_r^t - a_r^t x_r^{t-1}) + e_j^t \beta_j^t \end{aligned} \quad (6.61)$$

$$\varepsilon_j^t = \text{Var}[W_j^t] = (e_j^t)^2 \quad (6.62)$$

$$\theta_j^t = \mu_3[W_j^t] = (e_j^t)^3 \gamma_j^t \quad (6.63)$$

ενώ τα ακόλουθα σύμβολα ορίζονται με τις αντίστοιχες αναδρομικές εξισώσεις

$$\pi_j^t = 1 + a_j^{t+1} \pi_j^{t+1}, \quad \pi_j^{k+1} = 0 \quad (6.64)$$

$$\tau_j^t = \delta_j^t \pi_j^t + \tau_j^{t+1}, \quad \tau_j^{k+1} = 0 \quad (6.65)$$

$$\varphi_j^t = (\pi_j^t)^2 \varepsilon_j^t + \varphi_j^{t+1}, \quad \varphi_j^{k+1} = 0 \quad (6.66)$$

$$\psi_j^t = (\pi_j^t)^3 \theta_j^t + \psi_j^{t+1}, \quad \psi_j^{k+1} = 0 \quad (6.67)$$

#### 6.4. Ιδιότητες και περιορισμοί του μοντέλου

Με κατάλληλη σύνδεση των δύο παραπάνω ξεχωριστών διαδικασιών, μορφοποιείται το μοντέλο επιμερισμού για την πολυδιάστατη Μαρκοβιανή ανέλιξη. Η γενική συμπεριφορά του μοντέλου είναι παρόμοια με αυτή του τυπικού σειριακού Μαρκοβιανού μοντέλου, εκτός του ότι οι τμηματικές μεταβλητές αθροιζόμενες δίνουν τις εκ των προτέρων γνωστές τιμές των αθροιστικών μεταβλητών. Σημειώνεται ότι η "αθροιστική ιδιότητα" εξασφαλίζεται πάντα από το παρόν μοντέλο. Αυτή η ιδιότητα κάνει το μοντέλο επιμερισμού να υπερτερεί, σε σχέση με το αντίστοιχο σειριακό, επειδή δεν έχουμε



απώλεια "στατιστικής ομοιότητας" των αθροιστικών μεταβλητών. Αντί της παραγωγής των αθροιστικών μεταβλητών ως αθροισμάτων των τμηματικών μεταβλητών, το μοντέλο επιμερισμού επιτρέπει την ξεχωριστή παραγωγή των πρώτων, βασισμένη στη διατήρηση των δικών τους στατιστικών παραμέτρων.

Οι αρχικές στατιστικές παράμετροι των τμηματικών μεταβλητών που διατηρούνται από το μοντέλο επιμερισμού, είναι οι ίδιες με αυτές του σειριακού Μαρκοβιανού μοντέλου, ήτοι σχηματίζουν τις ακόλουθες ομάδες:

- α. Μέσες τιμές των  $X_j^t$  ( $\xi_j^t$ ).
- β. Διασπορές των  $X_j^t$ .
- γ. Συντελεστές ασυμμετρίας των  $X_j^t$ .
- δ. Συντελεστές αυτοσυσχέτισης μεταξύ των  $X_j^t$  και  $X_j^{t-1}$  για βήμα 1.
- ε. Συντελεστές ετεροσυσχέτισης μεταξύ των  $X_j^t$  και  $X_j^{t-1}$  για βήμα 0.

Η διαδικασία διχασμού εγγυάται επίσης τη διατήρηση των τρίτων από κοινού ροπών, αλλά στην πραγματικότητα αυτές δε θεωρούνται ως ανεξάρτητες παράμετροι, αφού οι τιμές τους στην περίπτωση της Μαρκοβιανής ανέλιξης προκύπτουν συναρτήσει των παραπάνω στατιστικών παραμέτρων.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι, με την εξαίρεση της κατανομής Γκάους, η "στατιστική ομοιότητα" δεν ισχύει αυστηρά. Γενικά οι συνθετικές σειρές που παράγονται από το μοντέλο έχουν ροπές οι οποίες είναι καλές προσεγγίσεις των αντίστοιχων θεωρητικών τιμών, αλλά δεν είναι ίσες με αυτές. Ο κύριος λόγος είναι το γεγονός ότι η διαδικασία διχασμού χρησιμοποιεί ροπές τάξης μεγαλύτερης του 3, η εκτίμηση των οποίων δεν είναι ακριβής, όπως αναλυτικά περιγράφηκε στην παράγραφο 6.2. Άλλοι λόγοι όπως η χρησιμοποίηση των πλευρικών διαδικασιών, που εξηγούνται παρακάτω, εισάγουν πρόσθετη μεροληψία.

Οι παραπάνω ομάδες στατιστικών παραμέτρων  $\beta$  έως  $\epsilon$  μεταχηματίζονται εύκολα στις τρεις ομάδες παραμέτρων της παραγράφου 6.3, ήτοι στις  $\underline{a}^t$ ,  $\underline{b}^t$  και  $\underline{\gamma}^t$ , μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$a_j^t = \frac{\text{Cov}[X_j^t, X_j^{t-1}]}{\text{Var}[X_j^{t-1}]} \quad (6.68)$$

$$\underline{b}^t (\underline{b}^t)^T = \underline{\sigma}^t - \underline{a}^t \underline{\sigma}^{t-1} \underline{a}^t \quad (6.69)$$

$$\gamma_j^t = \frac{\mu_3[X_j^t] - (a_j^t)^3 \mu_3[X_j^{t-1}] - \sum_{k=1}^{j-1} (b_{jk}^t)^3 \gamma_k^t}{(b_{jj}^t)^3} \quad (6.70)$$

όπου

$$\underline{\sigma}^t = \text{Cov}[\underline{X}^t, \underline{X}^t] = E[(\underline{X}^t - \underline{\xi}^t) (\underline{X}^t - \underline{\xi}^t)^T] \quad (6.71)$$

και το  $\underline{a}^t$  και το  $\underline{b}^t$  έχουν οριστεί ως διαγώνιο και κατώτερο τριγωνικό μητρώο αντίστοιχα.

Οι ουσιαστικοί περιορισμοί του μοντέλου επιμερισμού σχετίζονται με την εκτίμηση των παραμέτρων αυτών. Το μητρώο  $\underline{c}^t = \underline{b}^t (\underline{b}^t)^T$  μπορεί να γραφεί

$$\underline{c}^t = \text{Cov}[(\underline{X}^t - \underline{a}^t \underline{X}^{t-1}), (\underline{X}^t - \underline{a}^t \underline{X}^{t-1})] \quad (6.72)$$

και κατά συνέπεια τα στοιχεία του πρέπει να ικανοποιούν την ανισότητα

$$-1 \leq \frac{c_{jk}^t}{(c_{jj}^t c_{kk}^t)^{1/2}} \leq 1 \quad \text{για κάθε } j, k \quad (6.73)$$

Επιπλέον, για να υπάρχει το μητρώο  $\underline{b}^t$  απαιτείται το μητρώο  $\underline{c}^t$  να είναι θετικά ημιορισμένο. Είναι δυνατό να μην ικανοποιούνται από ορισμένα υδρολογικά δεδομένα αυτοί οι δύο δομικοί περιορισμοί του μοντέλου. Τέλος η εξίσωση (6.70) μπορεί να δώσει απαράδεκτες τιμές του συντελεστή ασυμμετρίας. Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει όριο για το συντελεστή ασυμμετρίας  $\gamma_j^t$ , δεδομένου ότι ο παρανομαστής της εξίσωσης (6.70) μπορεί να πάρει πολύ μικρές τιμές. Αυτά τα προβλήματα είναι πολύ συχνότερα σε περιπτώσεις όπου τα διαθέσιμα ιστορικά δεδομένα αναφέρονται σε διαφορετικές

χρονικές περιόδους για κάθε μία από τις χρονοσειρές. Για το ξεπέρασμα τέτοιων προβλημάτων μπορεί να αποδειχτεί αναγκαία η κατάλληλη μείωση των συντελεστών αυτοσυσχέτισης ή ετεροσυσχέτισης ή ακόμα των συντελεστών ασυμμετρίας των ιστορικών δεδομένων. Μια τέτοια μείωση των χαρακτηριστικών των ιστορικών δεδομένων αποτελεί ένα μείζον πρόβλημα, αλλά θα πρέπει να τονιστεί ότι στην περίπτωση ενός μοντέλου επιμερισμού δεν προκαλούνται μεταβολές στα χαρακτηριστικά των αθροιστικών μεταβλητών.

Ορισμένοι δευτερεύοντες περιορισμοί προκύπτουν από τους περιορισμούς της διαδικασίας διχασμού, δηλαδή από τις ανισότητες (6.30) έως (6.32). Ωστόσο έχει παρατηρηθεί στις εφαρμογές ότι αυτοί οι περιορισμοί ικανοποιούνται εφόσον οι συντελεστές ασυμμετρίας γ<sub>j</sub><sup>t</sup> έχουν λογικές τιμές.

Σε σύγκριση με το γραμμικό μοντέλο των Valencia-Schaake, το παρόν μοντέλο έχει σαφώς διαφορετική δομή. Οι κύριες διαφορές αφορούν την βήμα-προς-βήμα πορεία του τελευταίου και το μή γραμμικό τμήμα του. Ωστόσο τα δύο μοντέλα είναι μαθηματικώς ισοδύναμα, εφόσον η ακολουθία των τμηματικών μεταβλητών είναι Μαρκοβιανή με κατανομή Γκάους. Το δυναμικό Μαρκοβιανό μοντέλο χρησιμοποιεί μόνο ένα υποσύνολο των ροπών δεύτερης τάξης του μοντέλου Valencia-Schaake. Αυτό μπορεί να είναι σημαντικό όταν είναι επιθυμητή η χρήση του ελάχιστου δυνατού αριθμού παραμέτρων. Οι τρίτες ροπές επεξεργάζονται από το δυναμικό μοντέλο με απλές αναλυτικές σχέσεις, χωρίς την απώλεια της προσθετικής ιδιότητας.

Χάρη στην βήμα-προς-βήμα πορεία του δυναμικού μοντέλου, αποφεύγονται οι δυσκολίες χειρισμού της εξάρτησης μεταξύ τμηματικών μεταβλητών που ανήκουν σε αθροιστικές μεταβλητές διαδοχικών σταδίων. Στην πραγματικότητα η μαθηματική περιγραφή είναι η ίδια, όπως στο εσωτερικό μιας αθροιστικής μεταβλητής. Παράλληλα η βήμα-προς-βήμα πορεία επιτρέπει τη χρήση πλευρικών διαδικασιών, με τις οποίες μπορούν να γίνονται κατάλληλες τροποποιήσεις στις παραγόμενες μεταβλητές, χωρίς απώλεια της αθροιστικής ιδιότητας. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που έχουν νόημα μόνο θετικές τιμές των μεταβλητών, μια κατάλληλη πλευρική διαδικασία μπορεί να απορρίπτει ή να τροποποιεί τις αρνητικές τιμές που ενδεχόμενα παράγονται.

## 7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

### 7.1. Ιστορικά δεδομένα

#### 7.1.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται τα τελικά ιστορικά δείγματα των υδρολογικών μεταβλητών που ενδιαφέρουν τη μελέτη των λεκανών Ευήνου, Μόρνου και Υλίκης, γίνεται η στατιστική τους ανάλυση και εξάγονται οι τελικές στατιστικές εκτιμήσεις τους. Οι υδρολογικές μεταβλητές που εξετάστηκαν είναι η απορροή και η επιφανειακή βροχόπτωση στις αντίστοιχες λεκάνες απορροής και η εξάτμισή στους τρεις ταμιευτήρες. Εδώ πρέπει να αναφερθεί ότι ο υπό μελέτη ταμιευτήρας στον Ευήνο δεν έχει ακόμη συγκεκριμενοποιηθεί αλλά εξετάζονται εναλλακτικά τρεις θέσεις, ήτοι η Περίστα, ο Αγ. Δημήτριος και το Δενδροχώρι. Τα δείγματα του Ευήνου που αναλύθηκαν αναφέρονται στη θέση Περίστα ενώ λόγω της ομοιότητας των αντίστοιχων μεγεθών στις άλλες υπολεκάνες, για τη μετάβαση στις άλλες θέσεις χρησιμοποιούνται απλοί συντελεστές αναγωγής. Ακόμη, προκειμένου να υπολογιστεί η ολική εισροή στους υπάρχοντες ταμιευτήρες Μόρνου και Υλίκης εξετάζονται και οι επιφανειακές βροχοπτώσεις στους δύο ταμιευτήρες.

Στο Α' μέρος του ερευνητικού έργου είχαν καταρτιστεί τα δείγματα των υδρολογικών μεταβλητών των λεκανών Μόρνου και Ευήνου. Στο παρόν Β' μέρος καταρτίστηκαν τα δείγματα των υδρολογικών μεταβλητών της λεκάνης Υλίκης. Επίσης έγιναν περιορισμένες αναθεωρήσεις καθώς και ενημέρωση των δειγμάτων του Α' μέρους, ώστε να ληφθούν υπόψη και τα δεδομένα του υδρολογικού έτους 1987-88. Στις επόμενες παραγράφους περιγράφονται αναλυτικά οι αναθεωρήσεις που έγιναν στα δείγματα κάθε υδρολογικής λεκάνης. Στο Συμπλήρωμα Α στο τέλος αυτού του τεύχους παρατίθενται τα τελικά δείγματα των υδρολογικών μεταβλητών των λεκανών Μόρνου-Ευήνου-Υλίκης.

### 7.1.2. Λεκάνη Ευήνου

#### 7.1.2.α. Βροχόπτωση

Για την επέκταση των τελικών δειγμάτων των επιφανειακών βροχοπτώσεων στις λεκάνες απορροής των πιθανών θέσεων φράγματος της λεκάνης Ευήνου, συλλέχθηκαν και αρχειοθετήθηκαν τα νεότερα ημερήσια βροχομετρικά δεδομένα (έτος 1987-88) των σταθμών Πλάτανος, Γραμμένη Οξυά, Γρηγόριο και Αράχωβα. Τα τελικά δείγματα των επιφανειακών βροχοπτώσεων των λεκανών Δενδροχωρίου, Αγ. Δημητρίου και Περίστας περιλαμβάνουν τώρα 26 υδρολογικά έτη και παρατίθενται στους πίνακες 1, 2 και 3 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένα σε mm.

#### 7.1.2.β. Απορροή

Όπως έχει αναπτυχθεί στο Α' μέρος της μελέτης οι παροχές στις θέσεις των τριών φραγμάτων εκτιμήθηκαν με αναγωγή των παροχών του υδρομετρικού σταθμού Πόρου Ρηγανίου βάσει του λόγου των επιφανειών των αντίστοιχων λεκανών απορροής.

Για την επέκταση του τελικού δείγματος απορροών στις θέσεις φραγμάτων αρχειοθετήθηκαν οι στάθμες του σταθμού Πόρου Ρηγανίου για το 1987-88 και με βάση τις υδρομετρήσεις αυτού του διαστήματος χαράχτηκαν καμπύλες στάθμης-παροχής. Στο χρόνο εκπόνησης του Α' μέρους της μελέτης η πιο πρόσφατη διαθέσιμη υδρομέτρηση του Πόρου Ρηγανίου ήταν αυτή του Μαΐου 1987. Τότε όμως είχε αποφασιστεί να επεκταθεί η τελευταία καμπύλη στάθμης-παροχής του σταθμού μέχρι και το Σεπτέμβρη του 1987 ώστε το τελικό δείγμα απορροών να συμπεριλαμβάνει και το υδρολογικό έτος 1986-87.

Κατά το Β' μέρος της μελέτης ήταν διαθέσιμες οι υδρομετρήσεις από το Μάιο του 1987 μέχρι και το Μάρτιο του 1989. Έτσι εκτός από την προσθήκη δύο νέων καμπυλών στάθμης-παροχής για το υδρολογικό έτος 1987-88, έγινε διαφοροποίηση του χρονικού διαστήματος ισχύος της τελευταίας καμπύλης του Α' μέρους. Πιο συγκεκριμένα η καμπύλη στάθμης-παροχής που αναφέρεται με τον αριθμό 16 στο Α' μέρος ισχύει τώρα μέχρι 18/5/1987 αντί 30/9/1987. Επί πλέον χαράχτηκαν

βάσει των καινούργιων υδρομετρήσεων και οι καμπύλες 17 και 18 που καλύπτουν το χρονικό διάστημα μέχρι 30/9/1988.

Οι συμπληρωματικές υδρομετρήσεις του σταθμού Πόρου Ρηγανίου παρατίθενται στον Πίνακα 7.1 ενώ οι καμπύλες στάθμης-παροχής που εκπονήθηκαν φαίνονται στο σχήμα 7.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΥΔΡΟΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΟΡΟΥ ΡΗΓΑΝΙΟΥ

| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ | ΣΤΑΘΜΗ(Μ) | ΠΑΡΟΧΗ(Μ3/sec) |
|------------|-----------|----------------|
| 22/07/87   | 0.46      | 3.047          |
| 10/09/87   | 0.41      | 2.148          |
| 20/10/87   | 0.46      | 2.980          |
| 20/11/87   | 0.62      | 3.625          |
| 23/12/87   | 0.80      | 26.090         |
| 05/01/88   | 0.72      | 21.100         |
| 05/02/88   | 0.75      | 25.211         |
| 22/03/88   | 0.80      | 33.100         |
| 22/04/88   | 0.56      | 15.770         |
| 03/06/88   | 0.34      | 6.418          |
| 01/07/88   | 0.28      | 3.340          |
| 01/09/88   | 0.24      | 2.060          |
| 21/10/88   | 0.23      | 2.310          |
| 15/11/88   | 0.46      | 9.734          |
| 05/01/89   | 0.28      | 17.400         |
| 24/02/89   | 0.02      | 7.510          |
| 09/03/89   | 0.52      | 26.030         |

Στον πίνακα 4 του Συμπληρώματος Α δίδεται το τελικό δείγμα απορροών στις θέσεις φραγμάτων που περιλαμβάνει 20 υδρολογικά έτη και είναι εκφρασμένο σε mm. Για τη μετατροπή των mm σε όγκους νερού στις διάφορες θέσεις δίδονται παρακάτω τα εμβαδά των λεκανών απορροής.

| <u>ΛΕΚΑΝΗ</u>  | <u>ΕΜΒΑΔΟΝ (km<sup>2</sup>)</u> |
|----------------|---------------------------------|
| Δενδροχωρίου   | 255,2                           |
| Αγ. Δημητρίου  | 349                             |
| Περίστας       | 393                             |
| Πόρου Ρηγανίου | 884                             |

### 7.1.2.γ. Εξάτμιση

Για την επέκταση στο υδρολογικό έτος 1987-88 των τελικών δειγμάτων εξατμίσεων στις τρεις θέσεις φραγμάτων έγινε συλλογή και επεξεργασία όλων των μετεωρολογικών δεδομένων που είναι αναγκαία για την εφαρμογή της ημιεμπειρικής μεθόδου Penman, όπως περιγράφεται και στο Α' μέρος.

Επίσης έγινε αναθεώρηση των τιμών της εξάτμισης και στα προηγούμενα υδρολογικά έτη. Στο Α' μέρος είχε θεωρηθεί ότι το ανεμόμετρο του σταθμού της Αλιάρτου ήταν στα 6.5 m και όχι στα 2.5 m που είναι πραγματικά, με αποτέλεσμα να γίνει λανθασμένη εκτίμηση της ταχύτητας ανέμου στα 2 m που χρειάζεται για τον τύπο του Penman. Στο Β' μέρος υπολογίστηκε η σωστή ταχύτητα ανέμου στα 2 m και διορθώθηκαν τα δείγματα εξατμίσεων. Το διορθωμένο και συμπληρωμένο δείγμα εξατμίσεων των ταμιευτήρων Αγ. Δημητρίου και Περίστας δίδεται στον Πίνακα 5 ενώ αυτό του ταμιευτήρα Δενδροχωρίου στον πίνακα 6 του Συμπληρώματος Α. Και τα δύο δείγματα είναι εκφρασμένα σε mm και περιλαμβάνουν 18 υδρολογικά έτη.

### 7.1.3. Λεκάνη Μόρνου

#### 7.1.3.α. Βροχόπτωση

Για την επέκταση του τελικού δείγματος της επιφανειακής βροχόπτωσης της λεκάνης στη θέση φράγματος Μόρνου στο υδρολογικό έτος 1987-88 συλλέχτηκαν και αρχειοθετήθηκαν τα νεότερα ημερήσια ύψη βροχής των σταθμών Λιδωρίκι, Καρούτες, Αθ. Διάκος, Κονιακός, Μαλανδρίνο, Πενταγιοί, Πύρα και Συκέα. Το τελικό δείγμα της επιφανειακής βροχόπτωσης της λεκάνης του Μόρνου περιλαμβάνει 26 υδρολογικά έτη και δίδεται στον πίνακα 7 του Συμπληρώματος Α

εκφρασμένο σε mm.

### 7.1.3.β. Απορροή

Όπως έχει αναπτυχθεί στο Α' μέρος της μελέτης το τμήμα του τελικού δείγματος απορροής στο φράγμα του Μόρνου που αναφέρονταν στην περίοδο 1951-52 έως 1955-56 υπολογίστηκε από αναγωγή των παροχών του υδρομετρικού σταθμού του Στενού (συντελεστής αναγωγής 1.53). Από μεταγενέστερη έρευνα διαπιστώθηκε ότι είχαν υπερεκτιμηθεί οι παροχές στη θέση Στενό για την περίοδο 1/7/1954 έως 31/11/54. Πιο συγκεκριμένα κάποιο πρόχειρο φράγμα που έγινε στον ποταμό Μόρνο την περίοδο αυτή είχε σαν αποτέλεσμα να ανυψωθεί η στάθμη του ποταμού στη θέση του σταθμημέτρου. Κατά συνέπεια η εφαρμογή της καμπύλης στάθμης-παροχής για αυτή την περίοδο οδήγησε σε υπερβολικά μεγάλες για την εποχή παροχές. Λόγω του ότι οι υδρομετρήσεις αυτής της περιόδου ήταν ελάχιστες για να μπορεί να εξαχθεί η μηνιαία παροχή ως ο μέσος όρος υδρομετρήσεων, ακολουθήθηκε η παρακάτω μεθοδολογία για τον υπολογισμό των μηνιαίων παροχών, που φαίνεται και στο σχήμα 7.2'. Η μέθοδος στηρίζεται στην παραδοχή εκθετικής μείωσης της παροχής συναρτήσει του χρόνου, σύμφωνα με την εξίσωση

$$Q = Q_0 e^{-at} \quad (7.1)$$

όπου,

$Q$  η παροχή στο χρόνο  $t$ ,

$Q_0$  η παροχή στο χρόνο  $t_0=0$ , και

$a$  = σταθερά

Η σχέση προσεγγίζει ικανοποιητικά τη διαίτα της παροχής τους θερινούς μήνες.

Σε ημιλογαριθμικό χαρτί απεικονίστηκαν οι υδρομετρήσεις συναρτήσει του χρόνου παίρνοντας σαν αρχή μέτρησης του χρόνου την 1/5/1954. Παρακάτω δίδονται οι διαθέσιμες υδρομετρήσεις και η διαφορά του χρόνου από την 1/5/1954 σε ημέρες.



| <u>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ</u> | <u>Q (m<sup>3</sup>/sec)</u> | <u>t (ημέρες)</u> |
|-------------------|------------------------------|-------------------|
| 13/5/1954         | 8.87                         | 13                |
| 7/6/1954          | 4.57                         | 38                |
| 21/6/1954         | 3.37                         | 52                |
| 9/9/1954          | 0.14                         | 132               |

Η πιο πάνω εκθετική σχέση δίνει  $\ln Q = \ln Q_0 - at$  που απεικονίζεται ως ευθεία στο ημιλογαριθμικό χαρτί. Με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων μπορούμε, χρησιμοποιώντας τα ανωτέρω σημεία, να υπολογίσουμε με τα  $t_0$  και το  $a$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση υπολογίστηκε η ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων των τεσσάρων σημείων έδωσε  $a=0,036$ ,  $\ln Q_0=2.836$  και  $Q_0=17.047$ .

Έχοντας δεδομένη τη σχέση  $Q-t$ , η μηνιαία παροχή μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο:

$$Q_{\text{μην}} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} Q_0 e^{-at}}{t_2 - t_1} = \frac{Q_0}{(t_2 - t_1) \cdot a} (e^{-at_1} - e^{-at_2}) \quad (7.2)$$

όπου,  $t_1$ ,  $t_2$  οι χρόνοι σε ημέρες της αρχής και του τέλους του μήνα με βάση την 1/5/1954. Συνεπώς:

Για τον Ιούλιο έχουμε  $t_1=61$ ,  $t_2=92$ , άρα

$$Q_{\text{Ιουλίου}} = 1.1 \text{ m}^3/\text{sec}$$

Για τον Αύγουστο έχουμε  $t_1=92$ ,  $t_2=123$ , άρα

$$Q_{\text{Αυγούστου}} = 0.4 \text{ m}^3/\text{sec}$$

Για το Σεπτέμβριο έχουμε  $t_1=123$ ,  $t_2=153$ , άρα

$$Q_{\text{Σεπτεμβρίου}} = 0.1 \text{ m}^3/\text{sec}$$

Οι παροχές του Οκτωβρίου και του Νοεμβρίου υπολογίστηκαν ως οι μέσοι όροι των αντίστοιχων υδρομετρήσεων και είναι:

$$Q_{\text{Οκτωβρίου}} = 0.5 \text{ m}^3/\text{sec} \text{ και}$$

$$Q_{\text{Νοεμβρίου}} = 1.5 \text{ m}^3/\text{sec}.$$

Οι μηνιαίες παροχές της περιόδου Ιουλίου-Νοεμβρίου 1954 του τελικού δείγματος απορροών στο φράγμα Μόρνου που δίδονται στα τεύχη του Α' μέρους αντικαταστάθηκαν από τις μηνιαίες παροχές που υπολογίστηκαν παραπάνω.

Το τελικό δείγμα απορροών του Α' μέρους στην περίοδο 1979-88

υπολογίστηκε από το υδατικό ισοζύγιο του ταμιευτήρα Μόρνου και περιλαμβάνει και τη βροχή που πέφτει απ'ευθείας στην επιφάνεια του ταμιευτήρα (ολική εισροή στον ταμιευτήρα). Για να είναι ομογενές το δείγμα των απορροών, εκφρασμένο σε mm, από την ολική εισροή αφαιρέθηκε κατ' αρχήν η βροχόπτωση στη λίμνη, και στη συνέχεια έγινε αναγωγή διαιρώντας με την εκάστοτε καθαρή εδαφική επιφάνεια της λεκάνης (συνολικό εμβαδό - εμβαδό λίμνης).

Το τελικό δείγμα απορροών στη θέση φράγματος Μόρνου περιλαμβάνει 19 υδρολογικά έτη και δίδεται στον Πίνακα 8 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένο σε ισοδύναμο ύψος (mm). Για τη μετατροπή σε όγκο νερού υπενθυμίζεται ότι το εμβαδό της λεκάνης ανάντη του φράγματος Μόρνου ανέρχεται σε 557.5 km<sup>2</sup>.

#### 7.1.3.γ. Εξατμηση

Για την επέκταση στο υδρολογικό έτος 1987-88 του τελικού δείγματος εξατμίσεων στη θέση φράγματος Μόρνου έγινε συλλογή και επεξεργασία όλων των μετεωρολογικών δεδομένων που είναι αναγκαία για την εφαρμογή της ημιεμπειρικής μεθόδου Penman, όπως περιγράφεται και στο Α' μέρος. Επίσης έγινε διόρθωση της ταχύτητας ανέμου στα 2 μέτρα όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 7.1.2.γ με αποτέλεσμα να διορθωθεί και το δείγμα εξατμίσεων.

Το διορθωμένο και συμπληρωμένο δείγμα εξατμίσεων στη θέση φράγματος δίδεται στον Πίνακα 9 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένο σε χιλιοστά.

#### 7.1.4. Λεκάνη Υλίκης

##### 7.1.4.α. Γενικά

Η συλλογή και επεξεργασία των μετεωρολογικών και υδρομετρικών δεδομένων της λεκάνης Υλίκης με σκοπό την εκπόνηση τελικών δειγμάτων των υδρολογικών μεταβλητών αποτέλεσε αντικείμενο του Β' μέρους του ερευνητικού έργου. Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζονται κάποια συνοπτικά στοιχεία για τα τελικά δείγματα των

τριών υδρολογικών μεταβλητών της λεκάνης Υλίκης ενώ στο τεύχος 11 αναλύεται η επεξεργασία των μετεωρολογικών και υδρομετρικών στοιχείων. Βασικό χαρακτηριστικό των χρονοσειρών των τριών υδρολογικών μεταβλητών της λεκάνης είναι μια ευδιάκριτη πτωτική τάση, θέμα που αναλύεται διεξοδικά στο κεφάλαιο 7.2 του παρόντος τεύχους.

#### 7.1.4.β. Βροχόπτωση

Στη λεκάνη Υλίκης λειτουργούν οι βροχομετρικοί σταθμοί Αλιάρτος, Μουρίκι, Καλλιθέα, Τανάγρα. Το τελικό δείγμα επιφανειακής βροχόπτωσης υπολογισμένο με βάση τα δεδομένα αυτών των σταθμών περιλαμβάνει 34 υδρολογικά έτη και δίνεται στον Πίνακα 10 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένο σε χιλιοστά.

Επίσης για τις ανάγκες εκπονήσεως υδατικού ισοζυγίου της λίμνης Υλίκης υπολογίστηκε από τους σταθμούς Μουρικίου και Αλιάρτου δείγμα επιφανειακής βροχόπτωσης στη λίμνη Υλίκη που περιλαμβάνει 34 υδρολογικά έτη και δίδεται στον Πίνακα 11 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένο σε χιλιοστά.

#### 7.1.4.γ. Απορροή

Η υδρολογική μεταβλητή που ενδιαφέρει στην προκειμένη περίπτωση είναι η εισροή στη λίμνη Υλίκη. Η κύρια συνιστώσα της εισροής προέρχεται από την παροχέτευση της λεκάνης του Βοιωτικού Κηφισού έκτασης 2010 km<sup>2</sup>. Η εισροή του νερού στη λίμνη Υλίκη γίνεται μέσω της Συγκεντρωτικής Διώρυγας Καρδίτσας και της Σήραγγας Καρδίτσας. Μετρήσεις γίνονται από το 1907 με ενδιάμεσες ελλείψεις όπως αναλυτικά περιγράφονται στο τεύχος 11. Από τα διαθέσιμα στοιχεία σχηματίστηκαν τα εξής δύο δείγματα.

- α. Το δείγμα ετήσιων παροχών της Διώρυγας που ξεκινάει από το 1907-08 και περιλαμβάνει 63 υδρολογικά έτη (μετά την αφαίρεση των ελλείψεων). Στο δείγμα αυτό δεν είναι διαθέσιμες πάντα ημερήσιες ή μηνιαίες παροχές και γι' αυτό χρησιμοποιήθηκε μόνο για την ανάλυση της στατιστικής

συμπεριφοράς της απορροής σε ετήσια βάση (ανίχνευση τάσεων, κλπ).

- β. Το πλήρες αλλά περιορισμένης διάρκειας δείγμα απορροών που ξεκινάει από τον Οκτώβριο του 1960 και περιλαμβάνει ετήσιες μηνιαίες και ημερήσιες τιμές. Το δείγμα αυτό αναφέρεται σε 23 υδρολογικά έτη μετά την αφαίρεση των ελλείψεων και φαίνεται στον Πίνακα 12 του Συμπληρώματος Α.

Η δευτερεύουσα συνιστώσα της εισροής στη λίμνη Υλίκη είναι η απορροή της λεκάνης Υλίκης, έκτασης 421,9 km<sup>2</sup> που περιλαμβάνει και 82.9 km<sup>2</sup> της κλειστής υπολεκάνης Βάγιας. Δυστυχώς δεν υπάρχουν δεδομένα μετρήσεων για την απορροή της λεκάνης Υλίκης και γι' αυτό έγινε προσπάθεια να εκτιμηθεί η απορροή της λεκάνης με τις μεθόδους που περιγράφονται ακολούθως.

### 1. Σύγκριση με τη Λεκάνη Βοιωτικού Κηφισού

Η μέση βροχόπτωση της λεκάνης Β. Κηφισού σύμφωνα με την πρόσφατη οριστική μελέτη ανιπλημμυρικών έργων (Δ.Κωνσταντινίδης) εκτιμάται σε 748.5 mm. Θεωρώντας την μέση απορροή του δείγματος (β) (185.9 mm) προκύπτει ο συντελεστής απορροής της λεκάνης ίσος με 0.25.

Αναλογικά, στη λίμνη Υλίκη η μικρότερη τιμή της υπερετήσιας βροχόπτωσης (509.6 mm για την περίοδο 1954-55 έως 1987-88) οδηγεί στην επιλογή ενός μικρότερου συντελεστή απορροής της τάξης του 0.10 έως 0.15. Σ' αυτό συνηγορούν και οι εμφανίσεις καρστικών σχηματισμών και της κλειστής υπολεκάνης Βάγιας μέσα στη λεκάνη. Κατά συνέπεια η μέση ετήσια απορροή της λεκάνης Υλίκης εκτιμάται σε 51 έως 76.5 mm που αντιστοιχεί σε 21.5 έως 32 \* 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>.

### 2. Μέθοδος Turk

Για τη λεκάνη Υλίκης έχουμε μέση ετήσια επιφανειακή βροχόπτωση 509.6 mm και μέση θερμοκραία αέρα 16.5 °C. Με αυτά τα δεδομένα εφαρμόζοντας τη μέθοδο Turk έχουμε:

$$L = 300 + 25 * 16.5 + 0.05 * 16.5^3 = 937.1 \quad \text{και}$$

$$ET = \frac{509.6}{[0.9 + (509.6/931.1)^2]^{1/2}} = 466.0 \text{ mm}$$

Αρα η απορροή εκτιμάται σε  $509.6 - 466.0 = 43.6$  mm δηλαδή ποσοστό 8.6% της επιφανειακής βροχόπτωσης, εκτίμηση παραπλήσια με αυτή της πρώτης μεθόδου.

Τελικά υιοθετήθηκε η τιμή των  $21.5 * 10^6$  m<sup>3</sup> η οποία αντιστοιχεί στο 6% της παροχής της διώρυγας Καρδίτσας. Κατά συνέπεια για να συνυπολογιστεί η απορροή της λεκάνης Υλίκης στις συνολικές εισροές στη λίμνη πολλαπλασιάζουμε την παροχή της διώρυγας Καρδίτσας με το συντελεστή 1.06.

#### 7.1.4.δ. Εξάτμιση

Παλαιότερα οι εξατμίσεις, της λίμνης Υλίκης υπολογίζονταν με βάση τα δεδομένα του εξατμισίμετρου της λίμνης Μαραθώνα. Μετά από διεξοδική ενασχόληση και επί τόπου έρευνα συμπεράναμε ότι τα δεδομένα αυτά δεν είναι επαρκώς αξιόπιστα και έτσι η εξάτμιση της λίμνης υπολογίστηκε με τη μέθοδο Penman, με βάση τα μετεωρολογικά δεδομένα του σταθμού Αλιάρτου της ΕΜΥ. Το τελικό δείγμα εξατμίσεων της λίμνης Υλίκης περιλαμβάνει 32 υδρολογικά έτη και δίδεται στον Πίνακα 13 του Συμπληρώματος Α εκφρασμένο σε mm.

### 7.2. Διερεύνηση χρονοσειρών υδρολογικών μεταβλητών λεκάνης Υλίκης

#### 7.2.1. Εισαγωγή

Κατά τη διερεύνηση των υδρολογικών μεταβλητών της λεκάνης Υλίκης εξετάστηκαν οι χρονοσειρές της απορροής του Βοιωτικού Κηφισού της βροχόπτωσης της Αλιάρτου και της εξάτμισης της λίμνης Υλίκης. Οι δύο πρώτες χρονοσειρές έχουν μεγάλο μήκος (αρχίζουν από το έτος 1907-08) και συνδέονται άμεσα με τις αντίστοιχες υδρολογικές μεταβλητές της εισροής στη λίμνη και της επιφανειακής βροχόπτωσης στη λεκάνη Υλίκης.

Κατά τη διερεύνηση των χρονοσειρών της απορροής και της βροχής διαπιστώθηκε μία ανοδική τάση μέχρι το υδρολογικό έτος 1920-21 και κατόπιν μία πτωτική τάση μέχρι σήμερα. Επίσης η χρονοσειρά των εξατμίσεων εμφανίζει πτωτική τάση σε όλο της το εύρος, δηλαδή από το υδρολογικό έτος 1956-57 μέχρι σήμερα. Στο σχήμα 7.3 παρατίθενται οι τρεις χρονοσειρές σε όλο τους το μήκος. Η τάση πάντως είναι περισσότερο ευδιάκριτη στα σχήματα 7.4, 7.5 όπου απεικονίζονται οι σειρές των κινουμένων μέσων όρων (moving average) 5 και 10 ετών αντίστοιχα (π.χ. στο σχήμα 7.4 η τιμή του έτους 1960-61 είναι ο μέσος όρος των τιμών της πενταετίας 1956-57 μέχρι 1960-61).

Η τάση που εμφανίζει η χρονοσειρά των απορροών της διώρυγας Καρδίτσας μετά το 1920 θα μπορούσε ενδεχόμενα να εξηγηθεί από την αυξανόμενη εκμετάλλευση της απορροής για άρδευση που πραγματοποιείται τους θερινούς μήνες. Επίσης είναι δυνατό να έχουν επιδράσει και τα αντιπλημμυρικά έργα της BOOT που κατασκευάστηκαν στη λεκάνη του Βοιωτικού Κηφισού γύρω στο 1940. Η προσωρινή αποθήκευση των πλημμυρών ανάντη των θυροφραγμάτων θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι μειώνει την απορροή στη σήραγγα Καρδίτσας επειδή πιθανόν ένα τμήμα της επιφανειακής απορροής κατεισδύει προς τους υπόγειους υδροφορείς.

Παρόλα αυτά υπάρχουν 3 λόγοι που μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η πτωτική τάση είναι αποτέλεσμα κλιματικής μεταβολής. Οι λόγοι αυτοί είναι:

1. Η εμφανιζόμενη μείωση της μέσης απορροής από το 1920 μέχρι σήμερα είναι πολύ μεγάλη και δε μπορεί να δικαιολογηθεί από τις επιπλέον ποσότητες που χρησιμοποιήθηκαν για άρδευση.
2. Η εμφανιζόμενη πτωτική τάση είναι συνεχής και δεν παρουσιάζεται με τη μορφή άλματος οπότε θα μπορούσε να αποδοθεί στα αντιπλημμυρικά έργα που κατασκευάστηκαν, και ο κυριότερος
3. Η πτωτική τάση της απορροής συνοδεύεται από αντίστοιχη πτωτική τάση της βροχής και της εξατμίσης.

Στο ίδιο συμπέρασμα συνηγορεί και το σχήμα 7.6 όπου παρουσιάζεται

η διπλή αθροιστική καμπύλη των χρονοσειρών βροχής-απορροής. Η ενιαία κλίση της καμπύλης για όλη την περίοδο από το 1907-08 επιβεβαιώνει την αντιστοιχία των τάσεων απορροής και βροχής.

Ανάλογη διερεύνηση έγινε και για τις χρονοσειρές των υδρολογικών μεταβλητών των λεκανών Μόρνου και Ευήνου, χωρίς όμως να διαπιστωθούν τάσεις παράλληλες με αυτές των χρονοσειρών της λεκάνης Υλίκης. Στο σχήμα 7.7 παρατίθενται οι χρονοσειρές των απορροών των τριών λεκανών ενώ στα σχήματα 7.8 και 7.9 παρατίθενται οι χρονοσειρές των βροχοπτώσεων και των εξατμίσεων αντίστοιχα. Πρέπει να σημειωθεί πάντως ότι οι χρονοσειρές των υδρολογικών μεταβλητών των λεκανών Μόρνου και Ευήνου έχουν μικρό μήκος με αποτέλεσμα να μη μπορούν να διαπιστωθούν με σαφήνεια τυχόν τάσεις.

Οι στατιστικές δοκιμές που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο (ύπαρξης) τάσης στις χρονοσειρές, περιγράφονται στην επόμενη παράγραφο αναλυτικά. Τα αποτελέσματα των στατιστικών δοκιμών, οι μαθηματικές εξισώσεις των τάσεων όπως και η διαδικασία αφαίρεσης τους από τις χρονοσειρές δίδονται στις επόμενες παραγράφους ξεχωριστά για κάθε υδρολογική μεταβλητή.

#### 7.2.2. Στατιστικές δοκιμές για την ανίχνευση και αφαίρεση πτωτικής τάσης

##### 7.2.2.α. Δοκιμή του Κένταλ (Kendall's test)

Για να εφαρμόσουμε τη δοκιμή σε μια παρατηρημένη χρονοσειρά  $X_1, X_2, \dots, X_n$  πρέπει να εξετάσουμε όλα τα δυνατά ζεύγη παρατηρήσεων  $X_i, X_j$  με  $j > i$ , και να μετρήσουμε το συνολικό αριθμό  $p$  των ζευγών αυτών που πληρούν τη συνθήκη  $X_j > X_i$ . Ο αριθμός  $p$  γίνεται μέγιστος για μια συνεχώς αύξουσα χρονοσειρά. Αποδεικνύεται ότι για μια χρονοσειρά χωρίς τάση η αναμενόμενη τιμή του  $p$  είναι  $E(p) = N(N-1)/4$ .

Η δοκιμή βασίζεται στην τυποποιημένη μεταβλητή

$$\tau = [4p/N(N-1)] - 1$$

(7.3)

που προφανώς έχει αναμενόμενη τιμή  $E(\tau)=0$  για μια τυχαία διαδοχή της χρονοσειράς. Αποδεικνύεται ότι η διασπορά του  $\tau$  είναι

$$\text{Var}(\tau) = 2(2N+5)/9N(N-1) \quad (7.4)$$

και ότι η κατανομή της στατιστικής παραμέτρου  $\tau/(\text{var}(\tau))^{1/2}$  συγκλίνει ραγδαία στην κανονική κατανομή όσο το  $N$  μεγαλώνει.

Η μηδενική στατιστική υπόθεση που διατυπώνεται είναι ότι δεν υπάρχει τάση στη χρονοσειρά με εναλλακτική υπόθεση ότι υπάρχει πτωτική τάση. Η διατύπωση αυτή των υποθέσεων συνεπάγεται ένα μονόπλευρο στατιστικό έλεγχο της παραμέτρου  $\tau/(\text{var}(\tau))^{1/2}$  του Kendall για διάφορα επίπεδα σημαντικότητας. Η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης στη χρονοσειρά απορρίπτεται για κάποιο επίπεδο σημαντικότητας,  $\alpha$ , όταν η παράμετρος του Kendall είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή  $Z$  της κατανομής Gauss για πιθανότητα υπέρβασης  $\alpha$ . Σημειώνεται ότι εφόσον ο στατιστικός έλεγχος είναι μονόπλευρος για πτωτική τάση, το  $\tau$  αλλά και το  $Z$  είναι αρνητικά.

#### 7.2.2.β. Δοκιμή γραμμικής συσχέτισης για γραμμική τάση (Regression test)

Αυτή είναι μια εναλλακτική δοκιμή και για να εφαρμοστεί γίνεται η παραδοχή ότι η τάση είναι προσεγγιστικά γραμμική. Έτσι η τιμή  $X_t$  της παρατηρημένης χρονοσειράς  $X_1, \dots, X_N$ , στη χρονική στιγμή  $t$  μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση

$$X_t = X_0 + \beta t + \xi_t \quad (7.5)$$

όπου  $X_0$ ,  $\beta$ , σταθερές,  $t$  ο χρόνος, θεωρούμενος ως διακριτή μεταβλητή και  $\xi_t$  ένα στοχαστικό υπόλοιπο με μέση τιμή μηδέν. Για τη σειρά των στοχαστικών υπολοίπων γίνεται η παραδοχή ότι είναι μόνιμη, διαδοχικά ανεξάρτητη και ακολουθεί την κανονική κατανομή. Η μηδενική υπόθεση που διατυπώνεται είναι ότι δεν υπάρχει τάση άρα  $\beta=0$  και η εναλλακτική υπόθεση είναι ότι υπάρχει πτωτική τάση άρα  $\beta<0$ . Η διατύπωση αυτή των υποθέσεων συνεπάγεται ένα μονόπλευρο στατιστικό έλεγχο της παραμέτρου  $\beta/S_\beta$  για διάφορα



επίπεδα εμπιστοσύνης, όπου  $\beta$  και  $S^2_\beta$  είναι η εκτίμηση του  $\beta$  και της διασποράς του αντίστοιχα. Πρακτικά σε μια παρατηρημένη χρονοσειρά αποδεικνύεται ότι

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (t - \bar{t}) (x_t - \bar{x})}{\sum (t - \bar{t})^2} \quad \text{και} \quad (7.6)$$

$$S^2_\beta = \frac{\sum (x_t - \bar{x}) - \hat{\beta}^2 \sum (t - \bar{t})^2}{(N - 2) \sum (t - \bar{t})^2} \quad (7.7)$$

όπου  $\bar{t} = \sum t/v$ ,  $\bar{x} = \sum x/v$  και η άθροιση γίνεται για όλα τα  $v$  διαθέσιμα στοιχεία.

Η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης στη χρονοσειρά απορρίπτεται για κάποιο επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$  όταν η προαναφερθείσα παράμετρος  $\hat{\beta}/S_\beta$  είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή  $t$  της κατανομής Student για  $N-2$  βαθμούς ελευθερίας. Η κατανομή Student προσεγγίζει την κανονική κατανομή για μεγάλο  $N$ . Σημειώνεται ότι εφόσον ο στατιστικός έλεγχος είναι μονόπλευρος για πτωτική τάση η παράμετρος  $\hat{\beta}/S_\beta$  και η ανηγμένη μεταβλητή  $t$  της κατανομής Student έχουν αρνητικές τιμές.

#### 7.2.2.γ. Αφαίρεση γραμμικής τάσης

Εστω η ιστορική ετήσια χρονοσειρά  $X_1, X_2, \dots, X_N$  της οποίας η τάση μπορεί να εκφραστεί ως γραμμική συνάρτηση του χρόνου. Η αναμενόμενη μέση τιμή της  $X_t$  στο χρόνο  $t$  είναι, σύμφωνα με τα προηγούμενα

$$E[X_t] = T_t = X_0 + \beta t \quad (7.8)$$

Αν δεχτούμε ότι η διασπορά της  $X_t$  είναι σταθερή, ανεξάρτητη του χρόνου  $t$ , τότε η αφαίρεση της τάσης, δηλαδή η παραγωγή μιας διαφοροποιημένης χρονοσειράς χωρίς τάση, μπορεί να γίνει με απλή αφαίρεση της τιμής  $T_t$  από κάθε τιμή της αρχικής χρονοσειράς  $X_t$ . Πράγματι, η χρονοσειρά  $X'_t = X_t - T_t$  έχει μέση τιμή μηδενική και σταθερή διασπορά, για κάθε  $t$ .

Αντίστοιχα αν δεχτούμε ότι η διασπορά της  $X_t$  μεταβάλλεται

συναρτήσει του  $t$ , σε αναλογία με το τετράγωνο της  $T_t$ , ή ισοδύναμα ότι η τυπική απόκλιση της  $X_t$  μεταβάλλεται σε γραμμική αναλογία με την τάση  $T_t$ , ήτοι

$$\{\text{Var}[X_t]\}^{1/2} = \kappa T_t = \kappa(X_0 + \beta t) \quad (7.9)$$

όπου  $\kappa$  ο συντελεστής αναλογίας, τότε για τη μεταβλητή

$$X'_t = X_t * T_N/T_t \quad (7.10)$$

ισχύουν τα ακόλουθα

$$E[X'_t] = T_N \quad (7.11)$$

$$\text{Var}[X'_t] = \kappa T_N \quad (7.12)$$

Κατά συνέπεια τα στατιστικά χαρακτηριστικά της  $X'_t$  είναι ανεξάρτητα του χρόνου  $t$ . Επομένως η αφαίρεση της τάσης σε αυτή την περίπτωση μπορεί να γίνει με πολλαπλασιασμό κάθε στοιχείου της χρονοσειράς με το λόγο  $T_N/T_t$ . Ο συντελεστής αυτός γίνεται ίσος με τη μονάδα για  $t=N$ . Σημειώνεται ότι αντί του  $T_N$  στο αριθμητή του παραπάνω λόγου θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε άλλη χαρακτηριστική τιμή της τάσης, αλλά με την επιλογή του  $T_N$  γίνεται αναγωγή όλης της χρονοσειράς στην πιο πρόσφατη τιμή της τάσης.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο συντελεστής μετατροπής της (7.10) μπορεί να εφαρμοστεί και για την αναγωγή μηνιαίων τιμών  $X_{1t}$ , ...  $X_{12t}$  των οποίων το άθροισμα ή ο μέσος όρος μας δίνει τη  $X_t$ .

### 7.2.3. Βροχόπτωση

Εφαρμόζοντας τη δοκιμή του Kendall (παράγραφος 3.2.2.α) στη χρονοσειρά των ετήσιων βροχοπτώσεων της Αλιάρτου έχουμε:

$$N = 68 \quad p = 818 \quad \tau = \frac{4 * 818}{68 * 67} - 1 = -0.282$$

$$E(\tau) = 0 \quad \text{var}(\tau) = \frac{2(2 * 68 + 5)}{9 * 68 * 67} = 0.00687 \text{ άρα } \sigma_\tau = 0.0829$$

Η παράμετρος του Kendall  $\tau/\sigma_1 = -3.40$  είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή Gauss για συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5% και 1%, άρα γι' αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να δεχτούμε επίπεδο σημαντικότητας 0.03%, άρα η πτωτική τάση της χρονοσειράς πρέπει να θεωρείται δεδομένη.

Η πτωτική τάση της βροχόπτωσης μπορεί να εκφραστεί ως γραμμική συνάρτηση του χρόνου. Η συνάρτηση που προκύπτει εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της γραμμικής παλινδρόμησης είναι:

$$P = 776.5 - 3.20t \quad (7.13)$$

όπου,

$P$  : ετήσια βροχόπτωση της Αλιάρτου σε mm

$t$  : ο χρόνος σε έτη με αφετηρία ( $t=0$ ) το υδρολογικό έτος 1919-20

Ο συντελεστής συσχέτισης στην παραπάνω γραμμική σχέση είναι  $r=0.44$ .

Για μια περαιτέρω επιβεβαίωση της ύπαρξης τάσης ελέγχεται η σημαντικότητα του συντελεστή της ανεξάρτητης μεταβλητής της γραμμικής σχέσης που έχει προκύψει. Εφαρμόζοντας τη δοκιμή γραμμικής συσχέτισης (παρ. 3.2.2.β) έχουμε:

$$\hat{\beta} = -3.20 \quad S_{\beta} = 0.828$$

και η παράμετρος είναι  $\hat{\beta}/S_{\beta} = -3.87$ .

Για βαθμούς ελευθερίας  $\nu = 68-2 = 66$  η κατανομή Student προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Η εξεταζόμενη παράμετρος  $\beta/S_{\beta}$  είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή Gauss που αντιστοιχεί στα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5% και 1% και άρα για αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να δεχτούμε επίπεδο σημαντικότητας 0.001%.

Όπως φαίνεται από τις στατιστικές δοκιμές πρέπει να θεωρείται δεδομένη η ύπαρξη πτωτικής τάσης στη βροχόπτωση της Αλιάρτου από

το υδρολογικό έτος 1920-21 και μετά, που εκφράζεται από την εξίσωση (1). Στο σχήμα 7.10 απεικονίζεται η χρονοσειρά της βροχόπτωσης από το 1920-21 και η γραμμική τάση της εξίσωσης (7.13).

Στα σχήματα 7.11 και 7.12 παρατίθενται οι σειρές κινουμένων μέσων όρων των 5 και 10 ετών αντίστοιχα καθώς και η απεικόνιση της εξίσωσης της πτωτικής τάσης.

Η υδρολογική μεταβλητή της επιφανειακής βροχόπτωσης της λεκάνης Υλίκης συνδέεται άμεσα με τη βροχόπτωση στο σταθμό της Αλιάρτου δεδομένης της μεγάλης αξιοπιστίας των στοιχείων του σταθμού, της μεγάλης χρονοσειράς που διαθέτει αλλά και της μεγάλης συμμετοχής του στον υπολογισμό του τελικού δείγματος της επιφανειακής βροχόπτωσης. Για τους παραπάνω λόγους θεωρήθηκε ότι η εξίσωση (7.13) εκφράζει αναλογικά και την πτωτική τάση της επιφανειακής βροχόπτωσης και αυτή η πτωτική τάση είναι εκείνη που θα αφαιρεθεί. Η αφαίρεση γίνεται εφαρμόζοντας την εξίσωση (7.10). Αρα έχουμε:

$$P'_t = P_t \frac{(-3.20 * 68 + 776.5)}{(-3.20 * t + 776.5)} \quad (7.14)$$

όπου,

$P'_t$  : η επιφανειακή βροχόπτωση το έτος  $t$  χωρίς τάση

$P_t$  : η παρατηρημένη τιμή της επιφανειακής βροχόπτωσης το έτος  $t$

$t$  : ο χρόνος σε έτη ( $t=1$  για το υδρολογικό έτος 1920-21)

Το τελικό δείγμα επιφανειακής βροχόπτωσης της λεκάνης Υλίκης με αφαίρεση της τάσης παρατίθεται στον Πίνακα 14 του Συμπληρώματος Α και προέρχεται από τον Πίνακα 10 μετασχηματισμένο σύμφωνα με τη σχέση (7.14).

#### 7.2.4. Απορροή

Εφαρμόζοντας τη δοκιμή του Kendall (Παρ. 3.2.2.α) για την ανίχνευση πτωτικής τάσης στη χρονοσειρά ετήσιων παροχών της Διώρυγας Καρδίτσας έχουμε:

$$N = 63 \quad p = 707 \quad \tau = \frac{4 * 707}{63 * 62} - 1 = -0.276$$

$$E(\tau) = 0 \quad \text{Var}(\tau) = \frac{2(2*63+5)}{9*63*62} = 0.0745 \quad \text{άρα} \quad \sigma_{\tau} = 0.0806$$

Η παράμετρος του Kendall  $\tau/\sigma_{\tau} = -3.21$  είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή Gauss για τα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5%, 1% και άρα γι' αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται μόνο για τα επίπεδα σημαντικότητας μικρότερα του 0.07% άρα η πτωτική τάση της χρονοσειράς πρέπει να θεωρείται δεδομένη.

Η συνάρτηση της τάσης που προκύπτει για τη χρονοσειρά των απορροών της Διώρυγας Καρδίτσας σύμφωνα με τη μεθοδολογία της γραμμικής παλινδρόμησης δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$Q = 265.52 - 1.54 t \quad (7.15)$$

όπου,

$Q$  : ετήσια απορροή της Διώρυγας Καρδίτσας σε mm

$t$  : ο χρόνος σε έτη με αφετηρία ( $t=0$ ) το υδρολογικό έτος 1919-20

Ο συντελεστής συσχέτισης της (7.15) είναι  $r = 0.43$ .

Για επιβεβαίωση της ύπαρξης τάσης εφαρμόζεται η δοκιμή γραμμικής συσχέτισης (Παρ. 7.2.2.β) για να γίνει έλεγχος της σημαντικότητας του συντελεστή της ανεξάρτητης μεταβλητής της σχέσης (7.15). Υπολογίζεται ότι:

$$\hat{\beta} = -1.54 \quad S_{\beta} = 0.42$$

άρα η παράμετρος που εξετάζεται είναι:

$$\hat{\beta}/S_{\beta} = -3.67$$

Για βαθμούς ελευθερίας  $v = 63-2 = 61$  η κατανομή Student προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Η εξεταζόμενη παράμετρος είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή Gauss που αντιστοιχεί στα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5% και 1% και άρα γι' αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να δεχτούμε επίπεδο σημαντικότητας 0.01%.

Όπως φαίνεται από τις στατιστικές δοκιμές είναι στατιστικά σημαντική η πτωτική τάση στην απορροή της διώρυγας Καρδίτσας από το υδρολογικό έτος 1920-21 και μετά, που εκφράζεται από την εξίσωση (7.15). Η χρονοσειρά από το 1920-21 και μετά και η πτωτική τάση απεικονίζονται στο σχήμα 7.10. Στα σχήματα 7.11 και 7.12 φαίνονται οι σειρές κινουμένων μέσων όρων των 5 και 10 ετών αντίστοιχα.

Η αφαίρεση της τάσης από το παρατηρημένο δείγμα της απορροής γίνεται εφαρμόζοντας τη σχέση (7.10). Άρα ισχύει

$$Q'_t = Q_t \frac{(-1.54 * 68 + 265.5)}{(-1.54 * t + 265.5)} \quad (7.16)$$

όπου,

$Q'_t$  : η απορροή το έτος  $t$  χωρίς τάση

$Q_t$  : η παρατηρημένη τιμή της απορροής το έτος  $t$

$t$  : ο χρόνος σε έτη ( $t=1$  για το υδρολογικό έτος 1920-21)

Το τελικό δείγμα απορροής της Διώρυγας Καρδίτσας με αφαίρεση της τάσης παρατίθεται στον Πίνακα 15 του Συμπληρώματος Α και προέρχεται από τον Πίνακα 12 μετασχηματισμένο σύμφωνα με τη σχέση (7.16) αυτής της παραγράφου.

#### 7.2.5. Εξάτμιση

Εφαρμόζοντας τη δοκιμή του Kendall (παρ. 7.2.2.α) για την ανίχνευση πτωτικής τάσης στη χρονοσειρά ετησίων εξατμίσεων της Λίμνης Υλίκη έχουμε:

$$N = 32 \quad P = 148 \quad \tau = \frac{4 * 148}{32 * 31} - 1 = -0.403$$

$$E(\tau) = 0 \quad \text{Var}(\tau) = \frac{2 * (2 * 32 + 5)}{9 * 32 * 31} = 0.0154 \quad \text{άρα} \quad \sigma_{\tau} = 0.124$$

Η παράμετρος του Kendall  $\tau/\sigma_{\tau} = -3.25$  είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή Gauss για τα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5% και 1% και άρα για αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται μόνο για τα επίπεδα σημαντικότητας μικρότερα του 0.06%, άρα η πτωτική τάση της χρονοσειράς πρέπει να θεωρείται δεδομένη.

Η συνάρτηση της τάσης που προκύπτει για τη χρονοσειρά των εξατμίσεων της λίμνης Υλίκης σύμφωνα με τη μεθοδολογία της γραμμικής παλινδρόμησης δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$E = 1506.84 - 4.47t \quad (7.17)$$

όπου,

$E$  : ετήσια εξατμηση της λίμνης Υλίκης σε mm

$t$  : ο χρόνος σε έτη με αφετηρία ( $t=0$ ) το υδρολογικό έτος 1955-56

Ο συντελεστής συσχέτισης της (7.17) είναι  $r = 0.56$ .

Για να επιβεβαιωθεί η ύπαρξη γραμμικής τάσης εφαρμόζεται η δοκιμή γραμμικής συσχέτισης (Παρ. 7.2.2.β) για τον έλεγχο της σημαντικότητας του συντελεστή της ανεξάρτητης μεταβλητής της σχέσης (7.17). Υπολογίζεται ότι:

$$\hat{\beta} = -4.47 \quad S_{\beta} = 1.41$$

άρα η παράμετρος που εξετάζεται είναι:

$$\hat{\beta}/S_{\beta} = -3.17$$

Για βαθμούς ελευθερίας  $v = 32 - 2 = 30$  η κατανομή Student προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Η εξεταζόμενη παράμετρος είναι μικρότερη από την ανηγμένη μεταβλητή της κανονικής κατανομής που

αντιστοιχεί στα συνήθη επίπεδα σημαντικότητας 10%, 5% και 1% και άρα για αυτά τα επίπεδα η μηδενική υπόθεση περί μη ύπαρξης τάσης απορρίπτεται. Για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση πρέπει να δεχτούμε επίπεδο σημαντικότητας 0.07%.

Όπως φαίνεται από τις στατιστικές δοκιμές είναι στατιστικά σημαντική η πτωτική τάση στην εξάτμιση της λίμνης Υλίκης από το υδρολογικό έτος 1956-57 και μετά που εκφράζεται από την εξίσωση (7.17). Η χρονοσειρά και η πτωτική τάση απεικονίζονται στα σχήμα 7.10 ενώ στα σχήματα 7.11 και 7.12 φαίνονται οι σειρές κινουμένων μέσων όρων των 5 και 10 ετών αντίστοιχα.

Η αφαίρεση της τάσης από το παρατηρούμενο δείγμα της εξάτμισης γίνεται εφαρμόζοντας τον τύπο 7.10). Άρα ισχύει:

$$E't = E_t \frac{(-4.47*32+1506.84)}{(-4.47*t+1506.84)} \quad (7.18)$$

όπου,

$E't$  : η εξάτμιση το έτος  $t$  χωρίς τάση

$E_t$  : η παρατηρημένη τιμή της εξάτμισης το έτος  $t$

$t$  : ο χρόνος σε έτη ( $t=1$  για το υδρολογικό έτος 1956-57)

Το τελικό δείγμα εξάτμισης της λίμνης Υλίκης με αφαίρεση της τάσης δίδεται στον Πίνακα 16 του Συμπληρώματος Α και προέρχεται από τον Πίνακα 13 μετασχηματισμένο σύμφωνα με τη σχέση (7.18).

### 7.3. Κύρια χαρακτηριστικά της στοχαστικής δομής των υδρολογικών μεταβλητών

#### 7.3.1. Εισαγωγή

Για την αντιμετώπιση του σχεδιασμού και της λειτουργίας του συστήματος ταμιευτήρων και κατά συνέπεια για την επίλυση των εξισώσεων που διέπουν το σύστημα στην παρούσα μελέτη εφαρμόστηκε η μέθοδος της προσομοίωσης. Το πρώτο βήμα για την προσομοίωση του συστήματος ταμιευτήρων είναι η προσομοίωση των υδρολογικών μεταβλητών, δηλαδή η παραγωγή παράλληλων συνθετικών χρονοσειρών μεγάλου μήκους η οποία γίνεται με τη χρήση τυχαίων αριθμών (μέθοδος Monte Carlo). Βασική απαίτηση για την παραγωγή των



συνθετικών χρονοσειρών είναι η διατήρηση ορισμένων βασικών χαρακτηριστικών της στοχαστικής δομής των μεταβλητών όπως αυτά προκύπτουν από τις παρατηρημένες χρονοσειρές. Τα χαρακτηριστικά αυτά συνήθως είναι η μέση τιμή και η διασπορά της κάθε χρονοσειράς ο τύπος της περιθώριας συνάρτησης κατανομής και οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης για δεδομένη χρονική υστέρηση (εδώ μόνο για υστέρηση ίση με 1). Επίσης ενδιαφέρουν οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μεταξύ των διαφόρων χρονοσειρών (εδώ μόνο για μηδενική υστέρηση). Η στατιστική ανάλυση των δειγμάτων των υδρολογικών μεταβλητών του συστήματος Μόρνου-Ευήνου-Υλίκης ο υπολογισμός των απαιτούμενων παραμέτρων όπως και η προσαρμογή σ' αυτά μιας από τις γνωστές συναρτήσεις κατανομής περιγράφονται παρακάτω. Σημειώνεται ότι η ανάλυση έγινε ξεχωριστά σε μηνιαία και ετήσια βάση.

### 7.3.2. Στατιστικά χαρακτηριστικά

Όπως αναφέρεται και σε προηγούμενα κεφάλαια για τη συνδυασμένη προσομοίωση απορροής-βροχής υιοθετήθηκε ένα γνωστό σχήμα που συνίσταται από:

- Ένα Μαρκοβιανό μοντέλο ετήσιων απορροών 6 διαστάσεων (2 μεγέθη επί 3 θέσεις), το οποίο διατηρεί τους συντελεστές ετήσιας αυτοσυσχέτισης με βήμα 1, τους συντελεστές ετεροσυσχέτισης για βήμα 0 σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς θέσεων και υδρολογικών μεταβλητών καθώς και τις τρεις πρώτες ροπές των περιθώριων κατανομών κάθε μεταβλητής (μέση τιμή - διασπορά - ασυμμετρία).
- Ένα Μαρκοβιανό μοντέλο επιμερισμού ετήσιων σε μηνιαίες απορροές, 6 διαστάσεων και 12 τμηματικών μεταβλητών. Το μοντέλο αυτό διατηρεί τις ίδιες ομάδες στατιστικών χαρακτηριστικών και επί πλέον διατηρεί την προσθετική ιδιότητα, δηλαδή το άθροισμα των μηνιαίων τιμών σε ένα έτος είναι ίσο με την ετήσια τιμή.

Για την προσομοίωση των εξατμίσεων υιοθετήθηκε το ίδιο σχήμα με τη διαφορά ότι το μοντέλο είναι τριών διαστάσεων (3 θέσεις

ταμειευτήρων).

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά για την απορροή και τη βροχή παρατίθενται στους Πίνακες 1 έως 13 του Συμπληρώματος Β. Συγκεκριμένα στους Πίνακες 1 έως 12 δίδονται τα στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής και απορροής στις τρεις λεκάνες απορροής σε μηνιαία βάση ενώ η ίδια πληροφορία σε ετήσια βάση δίδεται στον Πίνακα 13. Οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης μεταξύ όλων των δυνατών θέσεων και υδρολογικών μεταβλητών δίδονται στους Πίνακες 14 έως 25 σε μηνιαία βάση και στον Πίνακα 26 σε ετήσια βάση.

Αντίστοιχα για τις εξατμίσεις κατά Penman στους τρεις ταμειευτήρες τα στατιστικά χαρακτηριστικά δίδονται στους Πίνακες 27 έως 38 σε μηνιαία βάση και στον Πίνακα 39 σε ετήσια βάση. Οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης της εξατμίσσης μεταξύ όλων των δυνατών θέσεων δίδονται στους Πίνακες 40 έως 51 σε μηνιαία βάση και στον Πίνακα 52 σε ετήσια βάση.

Τέλος πρέπει να σημειωθεί ότι στις υδρολογικές μεταβλητές των οποίων η χρονοσειρά παρουσίαζε τάση, η στατιστική ανάλυση έγινε αφού αφαιρέθηκε πρώτα η προσδιορισμένη τάση.

### 7.3.3. Περιθώριες συναρτήσεις κατανομής

Για την προσαρμογή μιας συνάρτησης κατανομής στα μηνιαία και ετήσια δείγματα των υδρολογικών μεταβλητών των τριών λεκανών εφαρμόστηκε η μέθοδος της απεικόνισης των δειγμάτων σε πιθανολογικό χαρτί κανονικής κατανομής (Gauss). Η μέθοδος αυτή, αν και υποκειμενική, θεωρείται ικανοποιητική για τα συγκεκριμένα ιστορικά δείγματα, που κατά κανόνα έχουν μικρά μεγέθη. Σημειώνεται ότι οι αντικειμενικές στατιστικές μέθοδοι, (δοκιμή  $\chi^2$  κλπ) δίνουν αβέβαια αποτελέσματα για τόσο μικρά δείγματα. Οι συναρτήσεις κατανομής που εξετάστηκαν αν προσαρμόζονται στα δείγματα ήταν η κανονική κατανομή και η κατανομή γάμα δύο παραμέτρων. Από ότι φαίνεται στα σχήματα του Συμπληρώματος Γ η κανονική κατανομή προσαρμόζεται πολύ καλά στα δείγματα των εξατμίσεων σε ετήσια και μηνιαία βάση. Αντίστοιχα, στα δείγματα

των μηνιαίων βροχών και απορροών η κατανομή γάμα ταιριάζει καλύτερα από την κανονική κατανομή, και γι' αυτό υιοθετήθηκε τελικά. Τέλος στα δείγματα των ετήσιων βροχών και απορροών και η κανονική κατανομή και η κατανομή γάμα, ταιριάζουν αρκετά καλά, και διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους. Και για αυτή την περίπτωση έχει επιλεγεί τελικά η κατανομή γάμα, ως ελαφρώς καλύτερη στην προσαρμογή με τα ιστορικά δείγματα. Στον Πίνακα 7.8 που ακολουθεί δίδεται η αντιστοιχία μεταξύ των σχημάτων του Συμπληρώματος Γ και των δειγμάτων των υδρολογικών μεταβλητών. Σημειώνεται ότι για τα μηνιαία δείγματα εξατμίσεων τα σχήματα αναφέρονται μόνο στους μήνες με τη μέγιστη και ελάχιστη εξατμηση, ενώ όσον αφορά την απορροή της διώρυγας Καρδίτσας δεν έγιναν σχήματα για τους μήνες Ιούνιο, Ιούλιο και Αύγουστο όπου συνήθως η διώρυγα κλείνει λόγω άρδευσης του Κωπαϊδικού πεδίου.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 7.2**  
**ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ**

| ΔΕΙΓΜΑ   | ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ |
|--|------------------|
| Μηνιαίων βροχοπτώσεων Ευήνου                     | 1 - 12           |
| " απορροών "                                     | 13 - 24          |
| Ετήσιων βροχοπτώσεων "                           | 25               |
| " απορροών "                                     | 26               |
| Μηνιαίων βροχοπτώσεων Μόρνου                     | 27 - 38          |
| " απορροών "                                     | 39 - 50          |
| Ετήσιων βροχοπτώσεων "                           | 51               |
| " απορροών "                                     | 52               |
| Μηνιαίων βροχοπτώσεων Υλίκης                     | 53 - 64          |
| " βροχοπτώσεων Υλίκης<br>(με αφαίρεση της τάσης) | 65 - 76          |
| Ετήσιων βροχοπτώσεων "                           | 77               |
| " βροχοπτώσεων Υλίκης                            | 78               |
| Μηνιαίων απορροών Υλίκης                         | 79 - 87          |
| " απορροών Υλίκης<br>(με αφαίρεση της τάσης)     | 88 - 96          |
| Ετήσιων απορροών Υλίκης                          | 97               |
| " απορροών Υλίκης<br>(με αφαίρεση της τάσης)     | 98               |
| Μηνιαίων εξατμίσεων Μόρνου                       | 99 - 100         |
| " " Ευήνου                                       | 101 - 102        |
| Ετήσιων " Μόρνου                                 | 103              |
| " " Ευήνου                                       | 104              |
| Μηνιαίων " Υλίκης                                | 105 - 106        |
| " " "  |                  |
| (με αφαίρεση της τάσης)                          | 107 - 108        |
| Ετήσιων εξατμίσεων Υλίκης                        | 109              |
| " " Υλίκης<br>(με αφαίρεση της τάσης)            | 110              |

#### 7.4. Τελικές εκτιμήσεις και αξιοπιστία του υδατικού δυναμικού των τριών λεκανών

##### 7.4.1. Εισαγωγή

Τα τελικά δείγματα απορροής των λεκανών Μόρνου-Ευήνου-Υλίκης δίδονται στους πίνακες 4, 8 και 15 του Συμπληρώματος Α. Για την εκτίμηση της αξιοπιστίας του υδατικού δυναμικού των τριών λεκανών είναι σκόπιμο να εξετάσουμε την αξιοπιστία των μέσων τιμών της απορροής στις τρεις λεκάνες, ορίζοντας τα διαστήματα εμπιστοσύνης των σχετικών εκτιμήσεων. Στην επόμενη παράγραφο 7.4.2. περιγράφεται γενικά η μέθοδος αυτή ενώ στην παράγραφο 7.4.3 εφαρμόζεται για τα τελικά δείγματα απορροής των τριών λεκανών. Τα αποτελέσματα δίδονται στον πίνακα 7.3 εκφρασμένα σε mm και  $10^6 \text{ m}^3$ .

#### 7.4.2. Διάστημα εμπιστοσύνης

Για να εκτιμήσουμε, με βάση την παρατηρημένη χρονοσειρά μιας υδρολογικής μεταβλητής, την αξιοπιστία της μέσης τιμής της μεταβλητής αυτής, υπολογίζουμε το διάστημα εμπιστοσύνης της. Αν θεωρήσουμε την παρατηρημένη χρονοσειρά  $X_t$ , μεγέθους  $n$  ετών, της υδρολογικής μεταβλητής  $X$ . Εστω  $M_x$  και  $S_x$  η δειγματική μέση τιμή και τυπική απόκλιση αντίστοιχα, που θεωρούνται ως τυχαίες μεταβλητές, και  $\mu$  η πραγματική μέση τιμή της υδρολογικής μεταβλητής. Το πρόβλημα είναι να εκτιμήσουμε τα όρια που θα κυμαίνεται η πραγματική μέση τιμή  $\mu$  για κάποιο βαθμό βεβαιότητας (εμπιστοσύνης)  $\alpha$ . Για το σκοπό αυτό εξετάζουμε την παράμετρο:

$$W = \frac{M_x - \mu}{S_x \sqrt{n}} \quad (7.19)$$

Εάν η υδρολογική μεταβλητή  $X$  ακολουθεί την κανονική κατανομή τότε αποδεικνύεται ότι και η μεταβλητή  $W$  ακολουθεί είτε την κατανομή Student για  $n \leq 30$  είτε την κανονική κατανομή  $N(0,1)$  για  $n > 30$ . Το προηγούμενο συμπέρασμα ισχύει προσεγγιστικά και στην περίπτωση που η κατανομή της  $X$  προσεγγίζει την κανονική κατανομή. Τα όρια εμπιστοσύνης της  $\mu$  προσδιορίζονται με βάση τη σχέση:

$$P[-t_{(1-\alpha)/2} \leq \frac{M_x - \mu}{S_x \sqrt{n}} \leq t_{(1-\alpha)/2}] = \alpha \quad (7.20)$$

όπου  $t_{(1-\alpha)/2}$  είναι εκείνη η τιμή που αντιστοιχεί σε πιθανότητα υπέρβασης  $(1-\alpha)/2$  και προκύπτει είτε από την κανονική κατανομή  $N(0,1)$  για  $n > 30$  είτε από την κατανομή Student για  $n-1$  βαθμούς ελευθερίας όταν  $n \leq 30$ . Από την (7.20) προκύπτει:

$$P\left[M_x - \frac{t_{(1-\alpha)/2} * S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq M_x + \frac{t_{(1-\alpha)/2} * S_x}{\sqrt{n}}\right] = \alpha \quad (7.21)$$

Κατά συνέπεια το διάστημα εμπιστοσύνης της  $\mu$  για βαθμό εμπιστοσύνης  $\alpha$  είναι:

$$\left[ m_x - \frac{t_{(1-\alpha)/2} * s_x}{\sqrt{n}}, \quad m_x + \frac{t_{(1-\alpha)/2} * s_x}{\sqrt{n}} \right] \quad (7.22)$$

όπου  $m_x$  και  $s_x$  οι συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές των  $M_x$ ,  $S_x$  όπως προκύπτουν από το ιστορικό δείγμα.

### 7.4.3. Αξιοπιστία μέσω των τιμών δειγμάτων απορροής Ευήνου-Μόρνου-Β. Κηφισού

Για την εκτίμηση της αξιοπιστίας των μέσω των τιμών των τριών δειγμάτων απορροής θα προσδιορίσουμε τα αντίστοιχα διαστήματα εμπιστοσύνης για βαθμό 95% σύμφωνα με τις σχέσεις της προηγούμενης παραγράφου. Στη συγκεκριμένη περίπτωση έχει υποτεθεί ότι οι τρεις υδρολογικές μεταβλητές ακολουθούν την κατανομή Γάμα, αλλά όπως προαναφέρθηκε και η κανονική κατανομή τις προσεγγίζει ικανοποιητικά. Έτσι θα θεωρήσουμε ότι για κάθε περίπτωση η παράμετρος  $W$  ακολουθεί την κατανομή Student με  $n-1$  βαθμούς ελευθερίας όπου  $n$  το εκάστοτε μέγεθος του δείγματος.

#### α) Ευήνος

Το τελικό δείγμα παροχών του ποταμού Ευήνου περιλαμβάνει 20 υδρολογικά έτη με μέση τιμή και τυπική απόκλιση 920,9 και 318.2 mm αντίστοιχα.

Από πίνακες της κατανομής Student για  $20-1 = 19$  βαθμούς ελευθερίας και  $\alpha=0.95$  έχουμε  $t_{(1-\alpha)/2} = 2.1$ . Αντικαθιστώντας στην 7.22 έχουμε το διάστημα εμπιστοσύνης:

$$\left[ 920.9 - \frac{2.1 * 318.2}{\sqrt{20}}, 920.9 + \frac{2.1 * 318.2}{\sqrt{20}} \right]$$

που μετά τις πράξεις προκύπτει [771.5, 1070.3].

#### β) Μόρνος

Το τελικό δείγμα παροχών του ποταμού Μόρνου περιλαμβάνει 19 υδρολογικά έτη με μέση τιμή και τυπική απόκλιση 573.0 και 139.8 mm αντίστοιχα. Από πίνακες της κατανομής Student για  $19-1 = 18$  βαθμούς ελευθερίας και  $\alpha = 0.95$  έχουμε  $t_{(1-\alpha)/2} = 2.1$ . Αντικαθιστώντας στην (7.22) έχουμε το διάστημα εμπιστοσύνης:

$$\left[ 573.0 - \frac{2.1 * 139.8}{\sqrt{19}}, 573.0 + \frac{2.1 * 139.8}{\sqrt{19}} \right]$$

που μετά από πράξεις προκύπτει [505.6, 640.4].

#### γ) Β. Κηφισός

Το τελικό δείγμα παροχών του Β. Κηφισού περιλαμβάνει 23

υδρολογικά έτη με μέση τιμή και τυπική απόκλιση 165.8 και 57.6 mm αντίστοιχα. Από πίνακες της κατανομής Student για  $23-1 = 22$  βαθμούς ελευθερίας και  $\alpha = 0.95$  έχουμε  $t_{(1-\alpha)/2} = 2.08$ . Αντικαθιστώντας στην (7.22) έχουμε το διάστημα εμπιστοσύνης:

$$\left[ 165.8 - \frac{2.08 * 57.6}{\sqrt{23}}, 165.8 + \frac{2.08 * 57.6}{\sqrt{23}} \right]$$

που μετά από πράξεις προκύπτει [140.8, 190.8].

### ΠΙΝΑΚΑΣ 7.3

#### ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ ΠΑΡΟΧΩΝ ΜΟΡΝΟΥ-ΕΥΗΝΟΥ-Β.ΚΗΦΙΣΟΥ, ΓΙΑ ΒΑΘΜΟ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 95%

|           | ΕΥΗΝΟΣ                                       | ΜΟΡΝΟΣ | Β. ΚΗΦΙΣΟΣ |
|-----------|--|--------|------------|
|           | <u>Υψος σε mm</u>                            |        |            |
| ΑΝΩ ΟΡΙΟ  | 771.5  | 505.6  | 140.8      |
| ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ | 920.9  | 573.0  | 165.8      |
| ΚΑΤΩ ΟΡΙΟ | 1070.3                                       | 640.4  | 190.8      |
|           | <u>Όγκος σε m<sup>3</sup>*10<sup>6</sup></u> |        |            |
| ΑΝΩ ΟΡΙΟ  | 303.2  | 281.9  | 283.0      |
| ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ | 361.9  | 319.4  | 333.3      |
| ΚΑΤΩ ΟΡΙΟ | 420.6  | 357.0  | 383.5      |

### 7.5. Υδρολογικές απώλειες ταμιευτήρων

#### 7.5.1. Γενικά

Οι υδρολογικές απώλειες ενός ταμιευτήρα συνίστανται από την εξάτμιση από την επιφάνεια του ταμιευτήρα (E) και την υπόγεια διαφυγή (L). Η εξάτμιση είναι συνάρτηση του εμβαδού της ελεύθερης επιφάνειας του ταμιευτήρα (και σε τελευταία ανάλυση της στάθμης) και των κλιματικών χαρακτηριστικών της περιοχής ενώ η υπόγεια διαφυγή εξαρτάται κυρίως από τη γεωλογία της λεκάνης κατάκλυσης του ταμιευτήρα και τη στάθμη του νερού.

Η εκτίμηση των υδρολογικών μεταβλητών της εξάτμισης (E) και της

υπόγειας διαφυγής (L) του συστήματος ταμιευτήρων Μόρνου-Ευήνου και Υλίκης γίνεται στις επόμενες παραγράφους. Ειδικότερα για τον ταμιευτήρα Ευήνου που δεν έχει κατασκευαστεί δεν έγινε εκτίμηση των υπογείων διαφυγών, οι οποίες θεωρήθηκαν αμελητέες. Εγινε όμως εκτίμηση της εξάτμισης στις τρεις εναλλακτικές θέσεις που προβλέπεται να κατασκευαστεί ο ταμιευτήρας. Οι υπόγειες διαφυγές του ταμιευτήρα Μόρνου όπως και της λίμνης Υλίκης έχουν εκτιμηθεί αναλυτικά στα τεύχη 3, 8 και 11 αυτής της μελέτης. Σ' αυτό το κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη περιγραφή και η τελική παρουσίαση των εξισώσεων που περιγράφουν την υπόγεια διαφυγή κάθε ταμιευτήρα.

Στον πίνακα 7.8 στο τέλος του κεφαλαίου δίδεται η τελική εκτίμηση των ετήσιων υδρολογικών απωλειών κάθε ταμιευτήρα για χαρακτηριστικές στάθμες.

#### 7.5.2. Απώλειες εξάτμισης

Ο υπολογισμός κατά Penman των τελικών δειγμάτων εξάτμισης αποτέλεσε αντικείμενο των τευχών 6 και 11 και οι τελικοί πίνακες δίνονται στο Συμπλήρωμα Α αυτού του τεύχους. Στον πίνακα 7.4 συγκεντρώθηκαν οι μέσες μηνιαίες εξατμίσεις, στις θέσεις των ταμιευτήρων του συστήματος. Οι εναλλακτικοί ταμιευτήρες του ποταμού Ευήνου στις θέσεις Αγίου Δημητρίου και Περίστας έχουν κατά μεγάλο ποσοστό κοινή λεκάνη κατάκλυσης και γι' αυτό υπολογίστηκε κοινό δείγμα εξάτμισης, στις δύο αυτές θέσεις.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.4

ΜΕΣΕΣ ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΙΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΜΟΡΝΟΥ-ΕΥΗΝΟΥ-ΥΛΙΚΗΣ

| ΜΗΝΑΣ/<br>ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑΣ       | ΟΚΤ. | ΝΟΕ. | ΔΕΚ. | ΙΑΝ. | ΦΕΒ. | ΜΑΡ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ.  | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|-----------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ                | 64.8 | 32.7 | 21.4 | 24.5 | 33.4 | 66.4 | 98.3  | 145.3 | 188.4 | 209.9 | 174.9 | 118.4 | 1178.5 |
| ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ<br>& ΠΕΡΙΣΤΑΣ | 69.9 | 36.7 | 23.3 | 28.5 | 39.3 | 72.7 | 108.0 | 156.6 | 196.9 | 221.9 | 197.6 | 134.3 | 1285.7 |
| ΜΟΡΝΟΥ                      | 66.1 | 35.7 | 25.2 | 29.8 | 39.4 | 76.0 | 113.1 | 165.6 | 205.4 | 223.6 | 195.9 | 133.1 | 1309.0 |
| ΥΛΙΚΗΣ                      | 72.4 | 40.4 | 28.2 | 30.3 | 43.4 | 69.8 | 116.4 | 170.3 | 211.4 | 230.4 | 211.5 | 139.1 | 1363.8 |



Ο όγκος των απωλειών εξάτμισης ενός ταμιευτήρα είναι μια συνάρτηση του ύψους εξάτμισης και του εμβαδού της εκάστοτε ελεύθερης επιφάνειας, και σε τελευταία ανάλυση της εκάστοτε στάθμης του. Στον πίνακα 7.5 παρουσιάζεται ο ετήσιος όγκος των απωλειών εξάτμισης για χαρακτηριστικές στάθμες κάθε ταμιευτήρα ξεχωριστά, εκφρασμένος σε  $10^6 \text{ m}^3$ . Σημειώνεται ότι η σχέση στάθμης και εμβαδού ελεύθερης επιφάνειας δίδεται από τις καμπύλες στάθμης-επιφάνειας που έχουν καταρτιστεί για κάθε ταμιευτήρα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.5

ΕΤΗΣΙΕΣ ΑΠΟΛΕΙΕΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΜΟΡΝΟΥ-ΕΥΗΝΟΥ-ΥΛΙΚΗΣ  
ΓΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ (σε  $10^6 \text{ m}^3$ )

| Ε Υ Η Ν Ο Σ |         |               |         |         |         | ΜΟΡΝΟΣ |         | ΥΛΙΚΗ  |         |
|-------------|---------|---------------|---------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|
| ΔΕΝΔΡΟΧΟΡΙ  |         | ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ |         | ΠΕΡΙΣΤΑ |         |        |         |        |         |
| ΣΤΑΘΜΗ      | ΑΠΩΛ/ΕΣ | ΣΤΑΘΜΗ        | ΑΠΩΛ/ΕΣ | ΣΤΑΘΜΗ  | ΑΠΩΛ/ΕΣ | ΣΤΑΘΜΗ | ΑΠΩΛ/ΕΣ | ΣΤΑΘΜΗ | ΑΠΩΛ/ΕΣ |
| 600         | 0.5     | 440           | 0.5     | 420     | 0.5     | 390    | 10.3    | 45     | 11.3    |
| 620         | 1.0     | 460           | 1.3     | 440     | 1.4     | 395    | 11.5    | 50     | 14.6    |
| 640         | 1.9     | 480           | 2.3     | 460     | 2.5     | 400    | 12.8    | 55     | 18.5    |
| 660         | 2.9     | 500           | 3.4     | 480     | 3.9     | 405    | 14.4    | 60     | 21.5    |
| 680         | 3.9     | 520           | 4.7     | 500     | 5.4     | 410    | 16.5    | 65     | 24.1    |
| 700         | 5.5     |               |         | 520     | 7.2     | 415    | 18.2    | 70     | 26.7    |
|             |         |               |         |         |         | 420    | 19.5    | 75     | 29.6    |
|             |         |               |         |         |         | 425    | 20.8    | 80     | 34.0    |
|             |         |               |         |         |         | 430    | 22.6    |        |         |
|             |         |               |         |         |         | 435    | 23.8    |        |         |

### 7.5.3. Υπόγειες διαφυγές Μόρνου

Όπως αναλυτικά περιγράφεται στο τεύχος 3 αυτής της μελέτης οι διαπιστωμένες διαφυγές από το φράγμα και τον ταμιευτήρα του Μόρνου μπορούν να χωριστούν σε τέσσερις κατηγορίες.

- α) Τις διαφυγές από τον Πύρνο
- β) Τις διαφυγές από το σώμα του φράγματος και την κουρτίνα σιμεντενέσεων, και
- γ) Τις διαφυγές προς την πηγή κατάντη του φράγματος.
- δ) Τις μη μετρούμενες διαφυγές από τυχόν άλλες περιοχές του ταμιευτήρα

Γενικά οι συνολικές υπόγειες διαφυγές του Μόρνου που μπορούν να μετρηθούν με τις υπάρχουσες μετρητικές εγκαταστάσεις έχουν άμεση

σχέση με τη στάθμη του ταμιευτήρα.

Οι απώλειες που μπορούν να μετρηθούν είναι:

1. Οι διαρροές από τον Πύρνο που καταλήγουν στις σήραγγες αποχετεύσεως. Σύμφωνα με τις υπάρχουσες μετρήσεις οι διαρροές αυτές εκτιμώνται σε 225 lt/sec για στάθμη +435 και σε 200 lt/sec για στάθμη +430. Πάντως η συμπεριφορά του έργου για στάθμες μεγαλύτερες του +430 παραμένει προς διερεύνηση εφόσον κατά την πρώτη περίοδο λειτουργίας του φράγματος (1979-83) είχαν μετρηθεί διαρροές της τάξης των 400-500 lt/sec. Η τελική σχέση απωλειών Πύρνου-στάθμης ταμιευτήρα που δεχόμαστε είναι:

$$Q = 4.43 * (H-390) + 25.6 \text{ (lt/sec)} \quad \} \text{ (7.23)}$$

$$Q = 0.01165 (H-390) + 0.0673 \text{ (m}^3 \text{ * 10}^6 \text{/μήνα)}$$

όπου:

Q η παροχή των απωλειών και

H το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης σε m

2. Οι διαρροές από το φράγμα και την κουρτίνα σιμεντενέσεων. Δεν έγινε ακριβής υπολογισμός των διαρροών αυτών. Πάντως σύμφωνα με τις υπάρχουσες μετρήσεις δεν υπερβαίνουν τα 100 lt/sec για τη μέγιστη στάθμη λειτουργίας του ταμιευτήρα, δηλαδή  $3.2 * 10^6 \text{ m}^3$  το χρόνο.
3. Οι απώλειες από την πηγή κατάντη του φράγματος. Σύμφωνα με τις υπάρχουσες μετρήσεις οι απώλειες αυτές εκτιμώνται σε 3-5 lt/sec, ποσότητα αμελητέα.

Οι απώλειες του ταμιευτήρα που δε μπορούν να μετρηθούν είναι:

1. Οι υπόλοιπες διαρροές του Πύρνου. Πρόκειται για τις διαρροές που πραγματοποιούνται κάτω από τη στοά Πύρνου ή από απ' ευθείας κατεισδύσεις με αποτέλεσμα να μην καταλήγουν στις σήραγγες αποχέτευσης και να μένουν απροσδιόριστες.

2. Άλλες πιθανές διαρροές. Υπάρχει πιθανότητα διαρροών σε ασβεστολιθικούς σχηματισμούς που υπάρχουν στη λεκάνη κατακλύσεως, όπως αυτός της περιοχής Στενό-Στόχοβα.

Για την κάλυψη όλων των παραπάνω αβεβαιοτήτων και για την τελική εκτίμηση των υπόγειων διαφυγών του Μόρνου θεωρήθηκε ότι οι συνολικές υπόγειες διαφυγές είναι διπλάσιες των απωλειών του Πύρνου που εκφράζονται από τη σχέση (7.23).

Έχουμε δηλαδή

$$Q_L = 2 * Q_P$$

άρα λόγω της (7.23)

$$Q_L = 2 * [4.43 * (H-390) + 25.6] \quad (\text{lt/sec})$$

$$Q_L = 2 * [0.01165 (H-390) + 0.0673] \quad (\text{m}^3 * 10^6 / \text{μήνα})$$

(7.24)

όπου

$Q_L$  η παροχή των υπόγειων διαφυγών του ταμιευτήρα

$Q_P$  οι απώλειες στον Πύρνο

Η το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης σε μέτρα.

Στον πίνακα 7.6 υπολογίζονται με βάση την εξίσωση (7.24) οι υπόγειες διαφυγές του ταμιευτήρα Μόρνου για χαρακτηριστικές στάθμες εκφρασμένες σε  $10^6 \text{ m}^3$ .

#### ΠΙΝΑΚΑΣ 7.6

ΕΤΗΣΙΕΣ ΥΠΟΓΕΙΕΣ ΔΙΑΦΥΓΕΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΝΟΥ  
ΓΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ (σε  $10^6 \text{ m}^3 / \text{έτος}$ )

|            |      |      |      |      |     |     |     |     |     |     |  |
|------------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| ΣΤΑΘΜΗ     |      |      |      |      |     |     |     |     |     |     |  |
| ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ | 435  | 430  | 425  | 420  | 415 | 410 | 405 | 400 | 395 | 390 |  |
| ΥΠΟΓΕΙΕΣ   |      |      |      |      |     |     |     |     |     |     |  |
| ΔΙΑΦΥΓΕΣ   | 14.2 | 12.8 | 11.4 | 10.0 | 8.6 | 7.2 | 5.8 | 4.4 | 3.0 | 1.6 |  |

#### 7.5.4. Υπόγειες διαφυγές Υλίκης

Όπως αναλυτικά περιγράφεται στο τεύχος 11 αυτής της μελέτης οι υπόγειες διαφυγές της λίμνης Υλίκης υπολογίζονται από το υδατικό ισοζύγιο της λίμνης με δεδομένα:

1. Την εισροή (απορροή από Βοιωτικό Κηφισό και Λεκάνη Υλίκης και βροχόπτωση στη λίμνη)
2. Την εξάτμιση
3. Την απόληψη από το υδραγωγείο Μουρικίου (εκτιμάται από την ΕΥΔΑΠ με βάση τις ώρες λειτουργίας αντλιών) και Κωπαΐδας (εκτιμάται επίσης από την ΕΥΔΑΠ)
4. Τη διαφορά αποθήκευσης στη λίμνη (προκύπτει άμεσα από τις μετρήσεις στάθμης)

Η εκτίμηση των υπόγειων διαφυγών είναι ακριβέστερη κατά τους θερινούς μήνες (Ιούνιος-Σεπτέμβριος), οπότε μηδενίζονται οι εισροές από τη σήραγγα Καρδίτσας (λόγω έμφραξης της διώρυγας) και από τη λεκάνη απορροής της Υλίκης.

Όπως περιγράφεται στο τεύχος 11 όπου έχουν υπολογιστεί οι διαφυγές σε συνάρτηση με τη στάθμη της λίμνης υπάρχει σαφής συσχέτιση των διαφυγών με τη στάθμη, γεγονός άλλωστε αναμενόμενο.

Η σχέση διαφυγών-στάθμης περιγράφεται ικανοποιητικά από τις ακόλουθες δύο δευτεροβάθμιες εξισώσεις που ισχύουν η μεν πρώτη για τους καλοκαιρινούς μήνες (Απρίλιο-Σεπτέμβριο) η δε δεύτερη για τους χειμερινούς μήνες (Οκτώβριο-Μάρτιο).

$$Q = 0.0124 * H^2 - 0.999 * H + 17.461 - \text{Θερινοί μήνες} \quad (7.25)$$

$$Q = 0.0124 * H^2 - 0.999 * H + 22.161 - \text{Χειμερινοί μήνες} \quad (7.26)$$

όπου

Q οι υπόγειες διαφυγές σε  $m^3 * 10^6$  ανά μήνα

H το απόλυτο υψόμετρο της στάθμης της λίμνης Υλίκης.

Σημειώνεται ότι τα τυπικά σφάλματα των σχέσεων (7.25) και (7.26) είναι  $2.636 * 10^6 \text{ m}^3/\text{μήνα}$  και  $5.960 * 10^6 \text{ m}^3/\text{μήνα}$ . Αυτά τα τυπικά σφάλματα δε θεωρούνται υπερβολικά αφού η δίαιτα της ροής σε καρστικούς ασβεστόλιθους εμφανίζει τυχαίες διακυμάνσεις.

Στον πίνακα 7.7 υπολογίζονται οι ετήσιες υπόγειες διαφυγές της λίμνης Υλίκης εκφρασμένες σε  $10^6 \text{ m}^3$  για χαρακτηριστικές στάθμες. Για τον υπολογισμό των ετήσιων απωλειών χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (1) και (2) για έξι μήνες η κάθε μία.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.7

ΕΤΗΣΙΕΣ ΥΠΟΓΕΙΕΣ ΔΙΑΦΥΓΕΣ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ  
ΓΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ (σε  $10^6 \text{ m}^3$ )

| ΣΤΑΘΜΗ ΛΙΜΝΗΣ     | 45    | 50   | 55   | 60   | 65   | 70    | 75    | 80    |
|-------------------|-------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| ΥΠΟΓΕΙΕΣ ΔΙΑΦΥΓΕΣ |       |      |      |      |      |       |       |       |
| ΘΕΡΙΝΩΝ ΜΗΝΩΝ     | -14.3 | -8.9 | 0.2  | 13.0 | 29.5 | 49.7  | 73.7  | 101.4 |
| ΥΠΟΓΕΙΕΣ ΔΙΑΦΥΓΕΣ |       |      |      |      |      |       |       |       |
| ΧΕΙΜΕΡΙΝΩΝ ΜΗΝΩΝ  | 13.9  | 19.2 | 28.2 | 41.2 | 57.7 | 77.9  | 101.9 | 129.6 |
| ΕΤΗΣΙΕΣ ΥΠΟΓΕΙΕΣ  |       |      |      |      |      |       |       |       |
| ΔΙΑΦΥΓΕΣ          | -0.4  | 10.3 | 28.4 | 54.2 | 87.5 | 127.6 | 175.6 | 231.0 |

Οι αρνητικές απώλειες που εμφανίζονται για χαμηλές στάθμες της λίμνης ερμηνεύονται ως εισροές από τον υπόγειο ορίζοντα προς τη λίμνη. Η ύπαρξη εισροών για χαμηλές στάθμες δε θα πρέπει να θεωρηθεί αδύνατη αλλά πάντως δεν αποκλείεται οι αρνητικές τιμές να προέρχονται και από τις συνδυασμένες ανακρίβειες στις εκτιμήσεις των συνιστωσών του υδατικού ισοζυγίου.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.8

## ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΜΟΡΝΟΥ-ΕΥΗΝΟΥ-ΥΛΙΚΗΣ

ΓΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ (σε  $10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ )

| Ε Υ Η Ν Ο Σ |           |          |        |                 |           |          |        |          |           |          |        |
|-------------|-----------|----------|--------|-----------------|-----------|----------|--------|----------|-----------|----------|--------|
| ΛΕΝΑΡΟΧΩΡΙ  |           |          |        | ΑΓΙΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ |           |          |        | ΠΕΡΙΣΤΑ  |           |          |        |
| ΑΠΩΛΕΙΕΣ    |           | ΥΠΟΓΕΙΕΣ |        | ΑΠΩΛΕΙΕΣ        |           | ΥΠΟΓΕΙΕΣ |        | ΑΠΩΛΕΙΕΣ |           | ΥΠΟΓΕΙΕΣ |        |
| ΣΤΑΘΜΗ      | ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ | ΔΙΑΦΥΓΕΣ | ΣΥΝΟΛΟ | ΣΤΑΘΜΗ          | ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ | ΔΙΑΦΥΓΕΣ | ΣΥΝΟΛΟ | ΣΤΑΘΜΗ   | ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ | ΔΙΑΦΥΓΕΣ | ΣΥΝΟΛΟ |
| 600         | 0.5       | -        | 0.5    | 440             | 0.5       | -        | 0.5    | 420      | 0.5       | -        | 0.5    |
| 620         | 1.0       | -        | 1.0    | 460             | 1.3       | -        | 1.3    | 440      | 1.4       | -        | 1.4    |
| 640         | 1.9       | -        | 1.9    | 480             | 2.3       | -        | 2.3    | 460      | 2.5       | -        | 2.5    |
| 660         | 2.9       | -        | 2.9    | 500             | 3.4       | -        | 3.4    | 480      | 3.9       | -        | 3.9    |
| 680         | 3.9       | -        | 3.9    | 520             | 4.7       | -        | 4.7    | 500      | 5.4       | -        | 5.4    |
| 700         | 5.5       | -        | 5.5    |                 |           |          |        | 520      | 7.2       | -        | 7.2    |

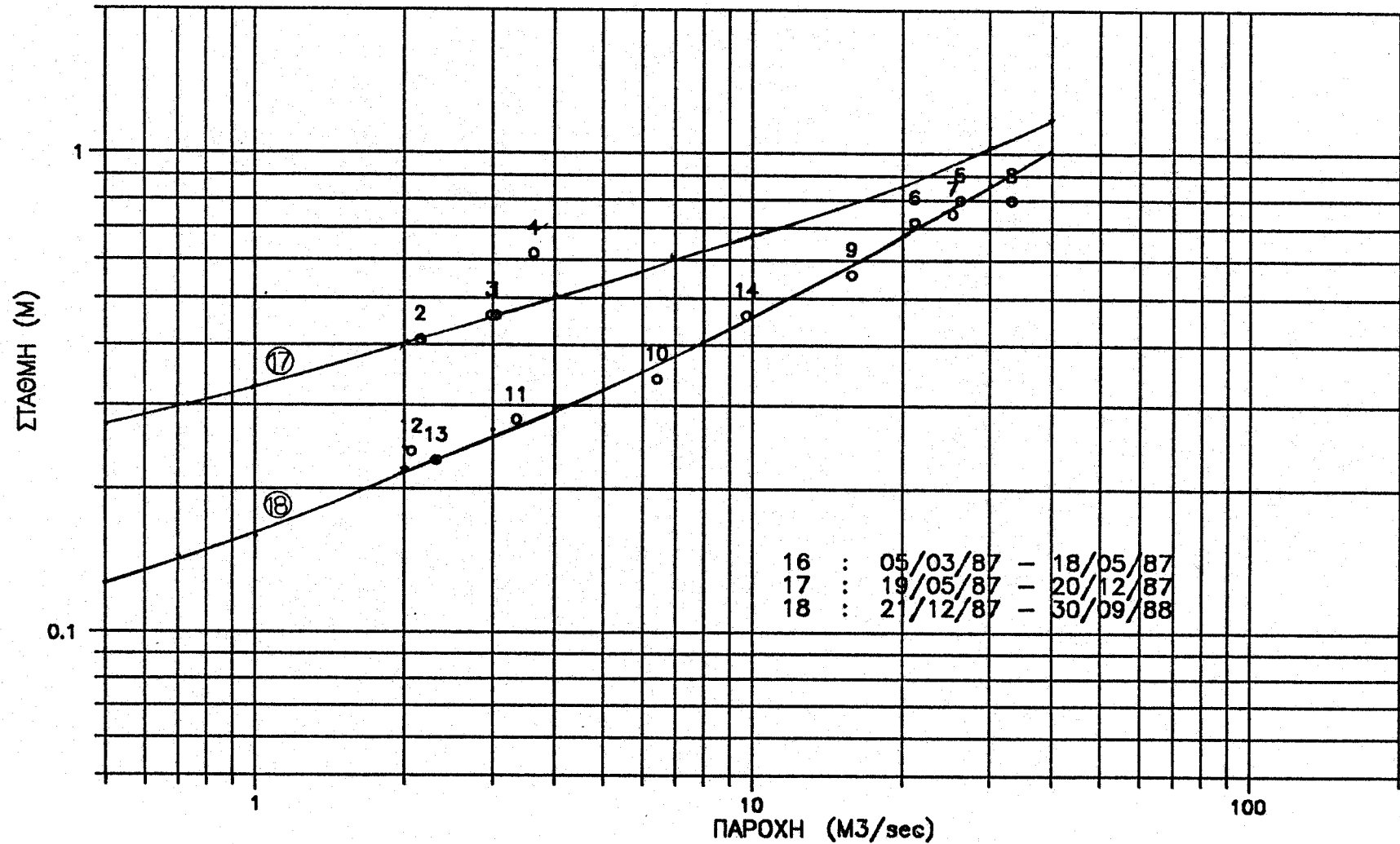
ΠΙΝΑΚΑΣ 7.8 (Συνέχεια)

## ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΑΠΩΛΕΙΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΜΟΡΝΟΥ-ΕΥΗΝΟΥ-ΥΛΙΚΗΣ

ΓΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΣΤΑΘΜΕΣ (σε  $10^6 \text{ m}^3/\text{έτος}$ )

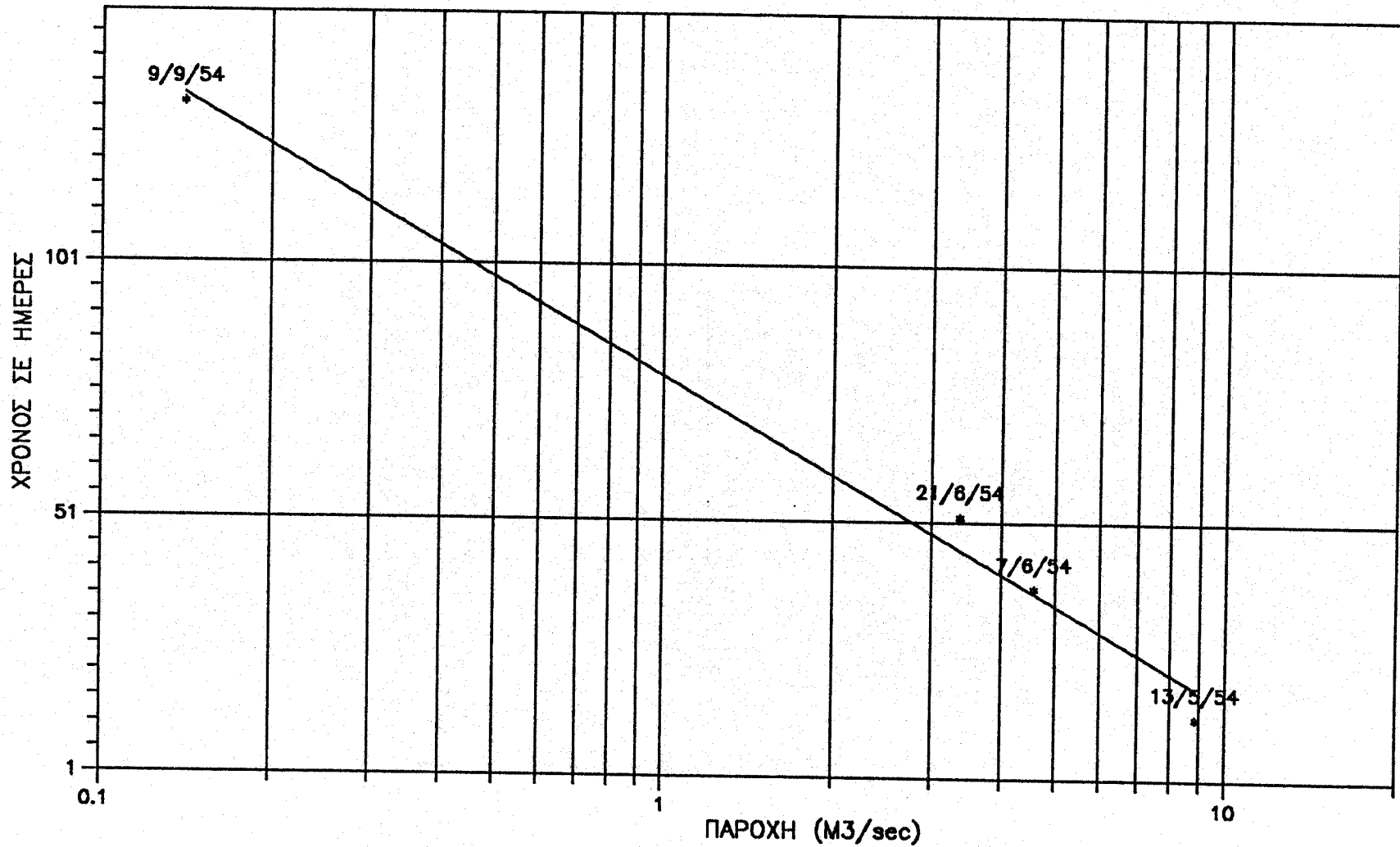
| Μ Ο Ρ Ν Ο Σ |           |          |        | Υ Λ Ι Κ Η |           |          |        |
|-------------|-----------|----------|--------|-----------|-----------|----------|--------|
| ΑΠΩΛΕΙΕΣ    |           | ΥΠΟΓΕΙΕΣ |        | ΑΠΩΛΕΙΕΣ  |           | ΥΠΟΓΕΙΕΣ |        |
| ΣΤΑΘΜΗ      | ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ | ΔΙΑΦΥΓΕΣ | ΣΥΝΟΛΟ | ΣΤΑΘΜΗ    | ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ | ΔΙΑΦΥΓΕΣ | ΣΥΝΟΛΟ |
| 390         | 10.3      | 1.6      | 11.9   | 45        | 11.3      | -0.4     | 10.9   |
| 395         | 11.5      | 3.0      | 14.5   | 50        | 14.6      | 10.3     | 24.9   |
| 400         | 12.8      | 4.4      | 17.2   | 55        | 18.5      | 28.4     | 46.9   |
| 405         | 14.4      | 5.8      | 20.2   | 60        | 21.5      | 54.2     | 75.7   |
| 410         | 16.5      | 7.2      | 23.7   | 65        | 24.1      | 87.5     | 111.6  |
| 415         | 18.2      | 8.6      | 26.8   | 70        | 26.7      | 127.6    | 154.3  |
| 420         | 19.5      | 10.0     | 29.5   | 75        | 29.6      | 175.6    | 205.2  |
| 425         | 20.8      | 11.4     | 32.2   | 80        | 34.0      | 231.0    | 265.0  |
| 430         | 22.6      | 12.8     | 35.4   |           |           |          |        |
| 435         | 23.8      | 14.2     | 38.0   |           |           |          |        |

# ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΣΤΑΘΜΗΣ – ΠΑΡΟΧΗΣ ΣΤΑΘΜΟΥ ΠΟΡΟΥ ΡΗΓΑΝΙΟΥ



ΣΧΗΜΑ 7.1

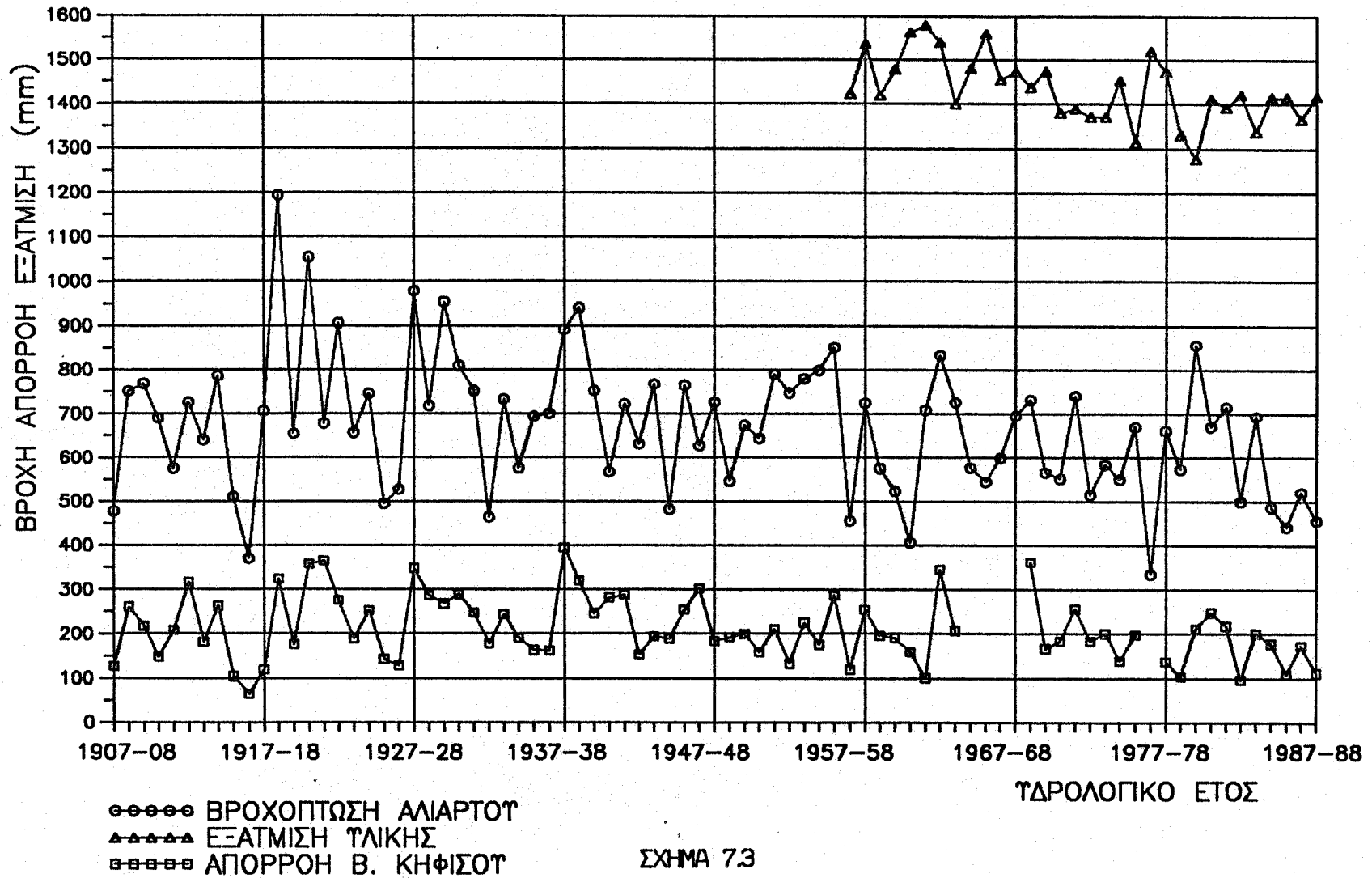
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΠΑΡΟΧΩΝ ΣΤΑΘΜΟΥ ΣΤΕΝΟΥ  
 ΤΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΛΙΟΥ - ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 1954



ΣΧΗΜΑ 7.2

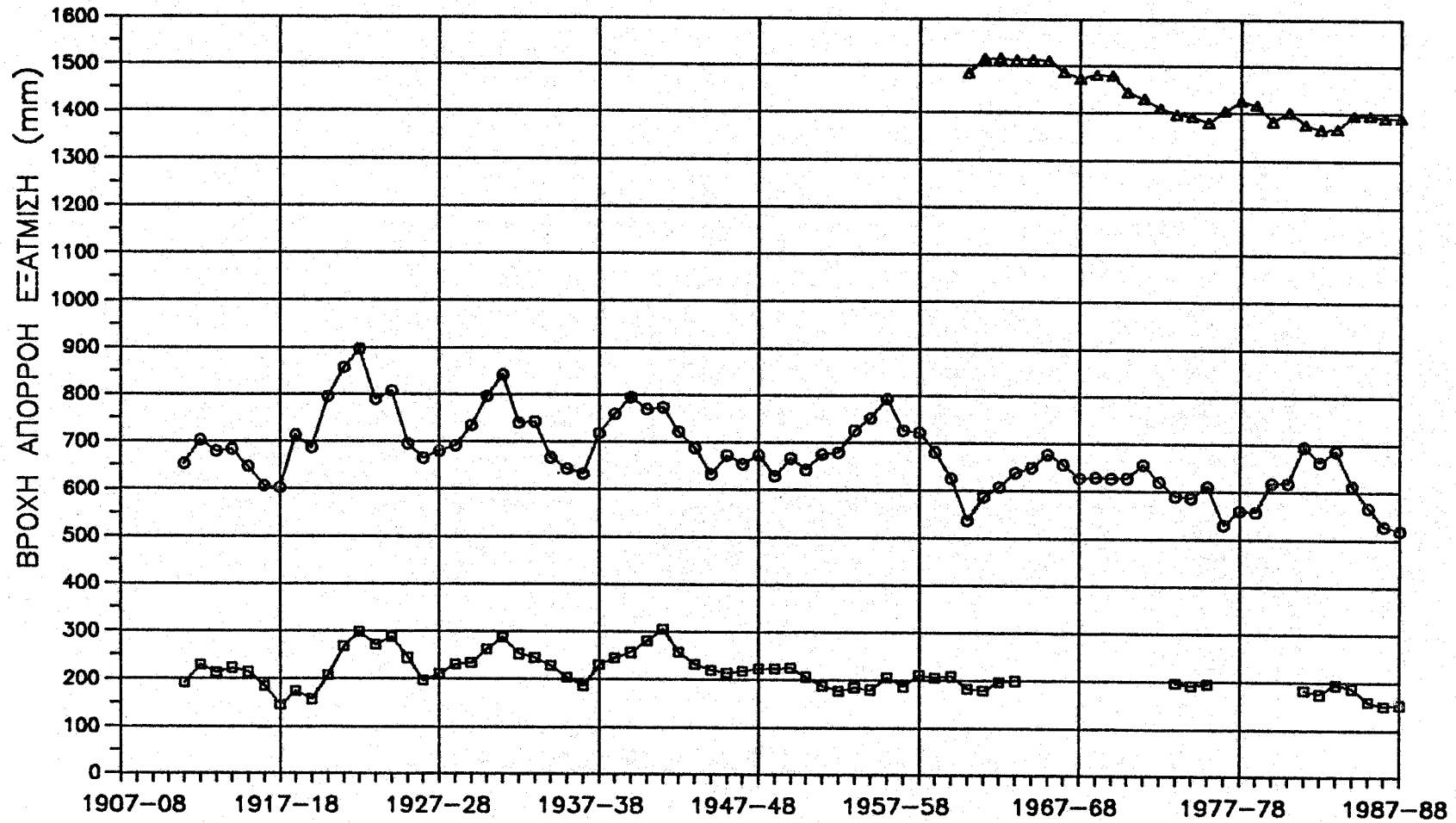


# ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΚΑΙ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ ΜΕΤΑ ΤΟ 1907-08



ΣΧΗΜΑ 7.3

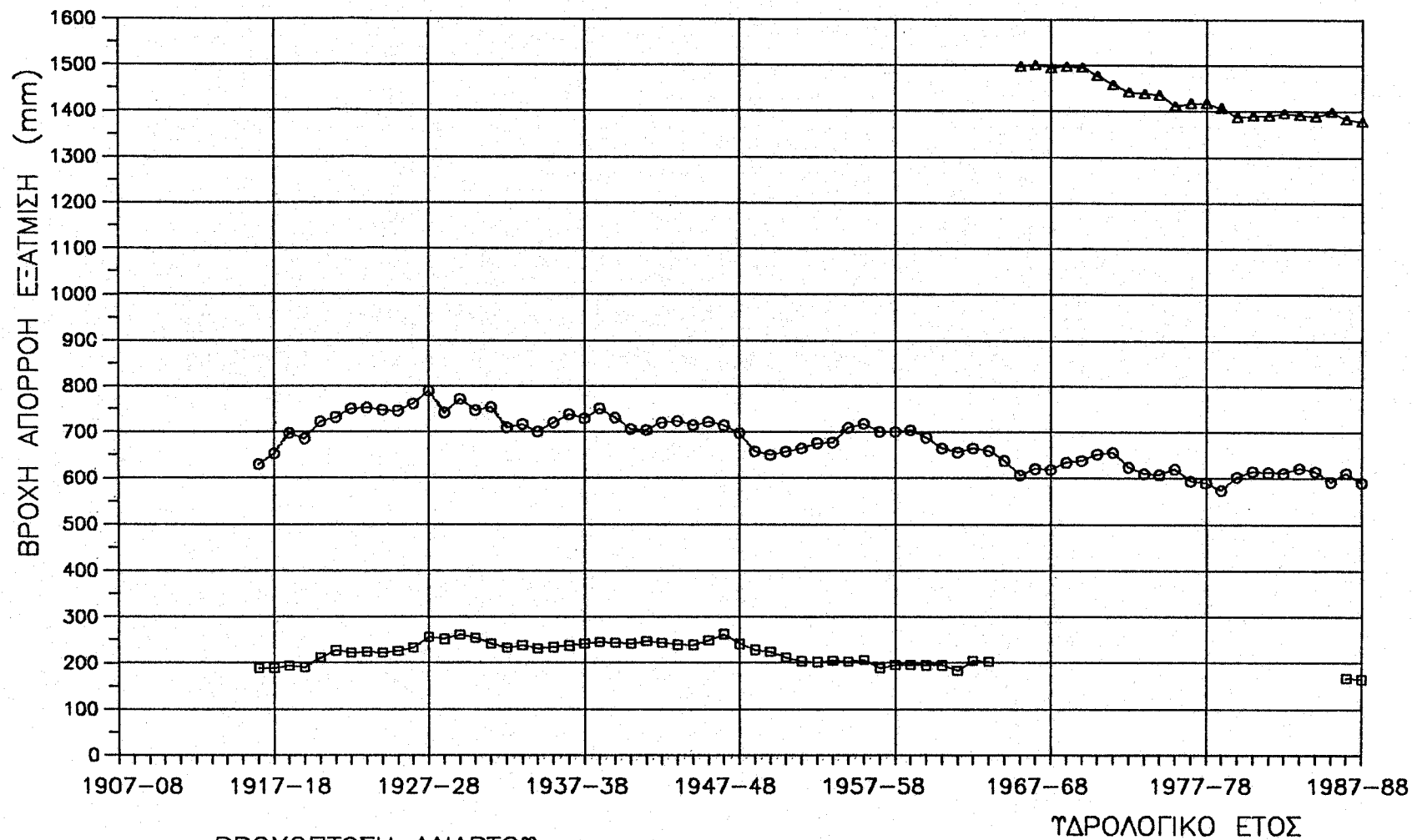
ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ 5ΕΤΙΑΣ  
 ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
 ΜΕΤΑ ΤΟ 1907-08



○-○-○-○ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΑΛΙΑΡΤΟΥ  
 ▲-▲-▲-▲ ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΨΑΛΙΚΗΣ  
 □-□-□-□ ΑΠΟΡΡΟΗ Β. ΚΗΦΙΣΟΥ

ΣΧΗΜΑ 7.4

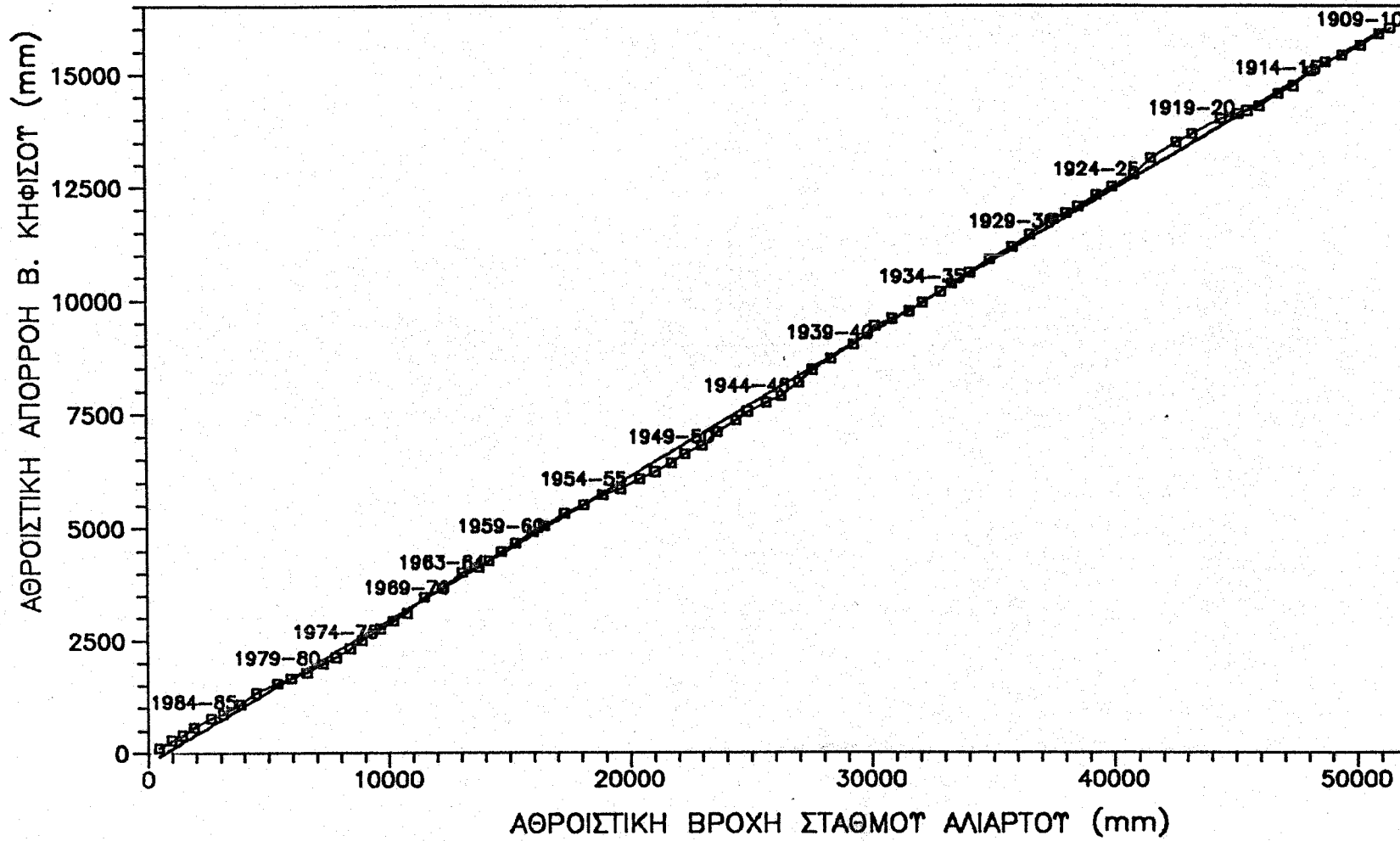
ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ 10ΕΤΙΑΣ  
 ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
 ΜΕΤΑ ΤΟ 1907-08



○-○-○-○ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΑΙΙΑΡΤΟΥ  
 ▲-▲-▲-▲ ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΥΛΙΚΗΣ  
 □-□-□-□ ΑΠΟΡΡΟΗ Β. ΚΗΦΙΣΟΥ

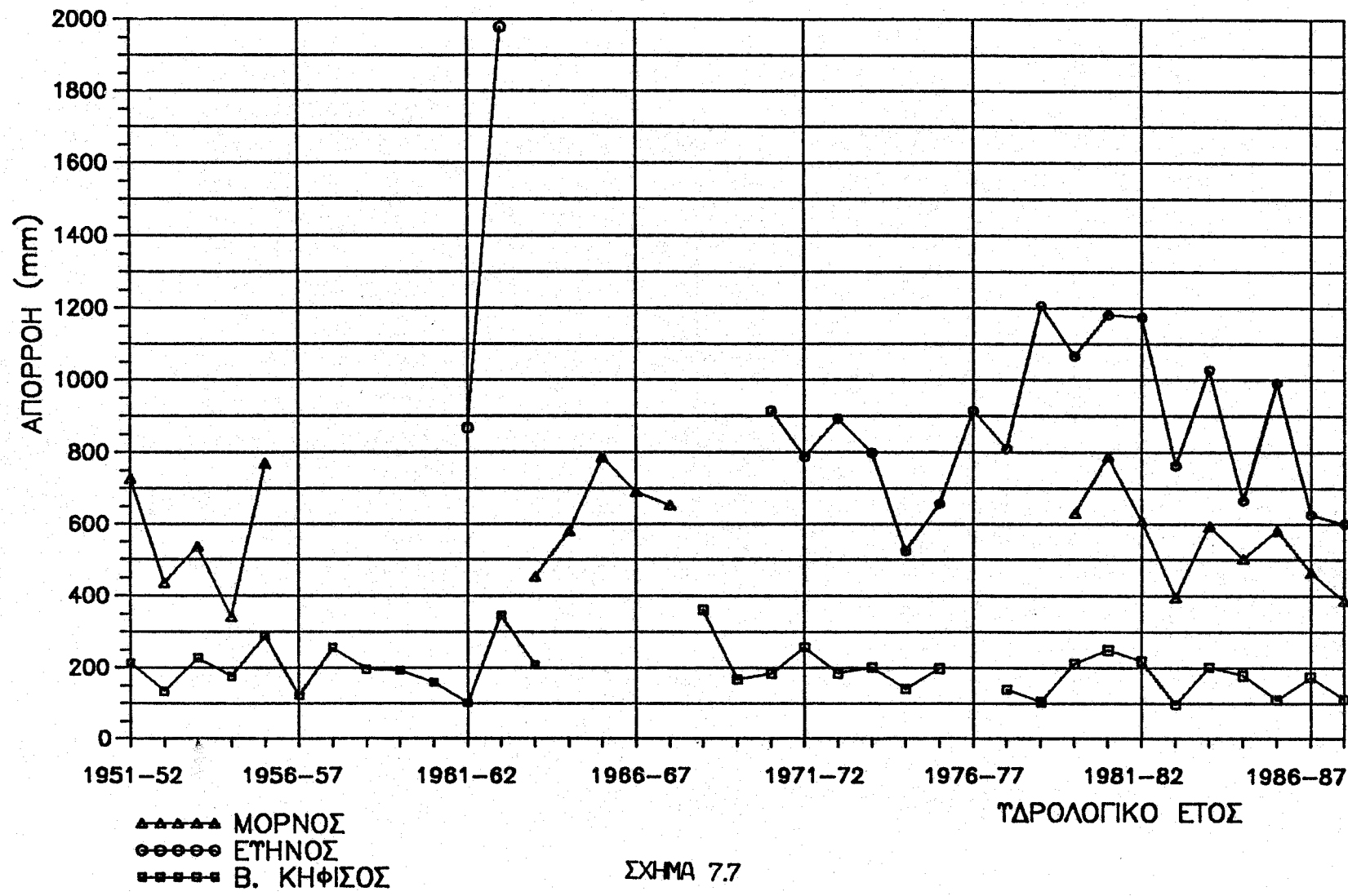
ΣΧΗΜΑ 7.5

# ΔΙΠΛΗ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΑΠΟΡΡΟΗ Β. ΚΗΦΙΣΟΥ – ΒΡΟΧΗ ΑΛΙΑΡΤΟΥ



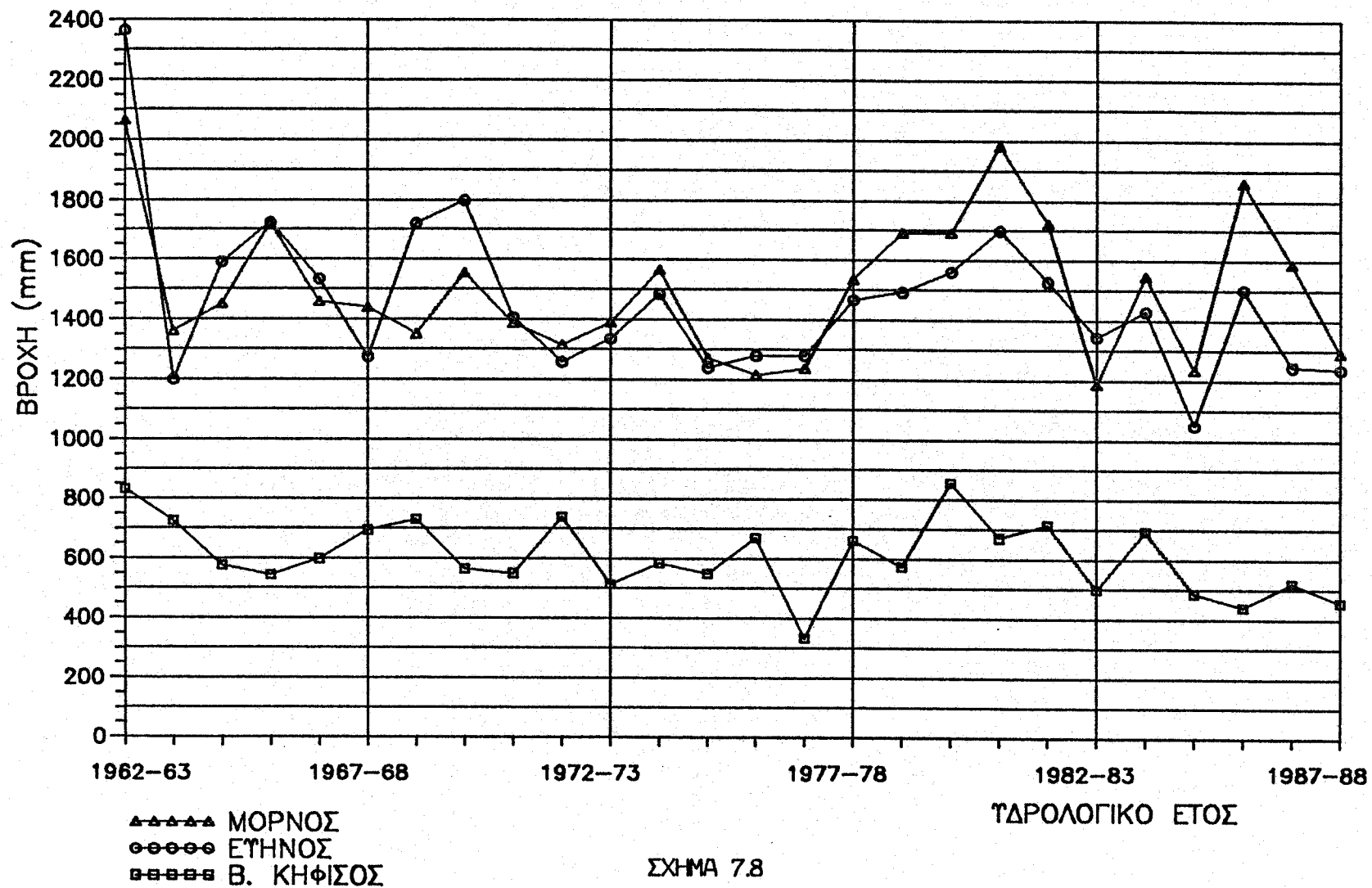
ΣΧΗΜΑ 7.6

# ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΠΟΡΡΟΩΝ



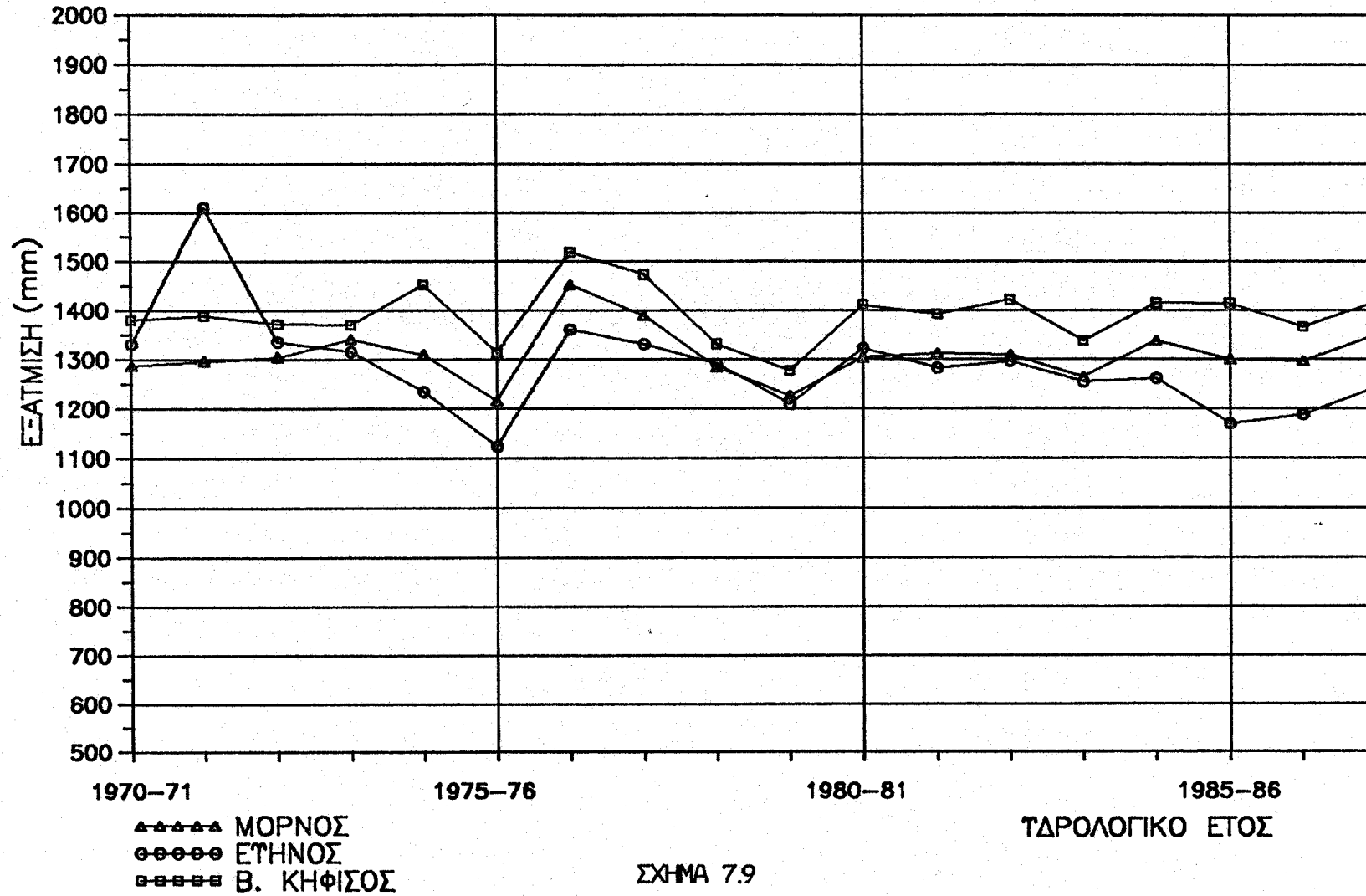
ΣΧΗΜΑ 7.7

# ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΒΡΟΧΩΝ



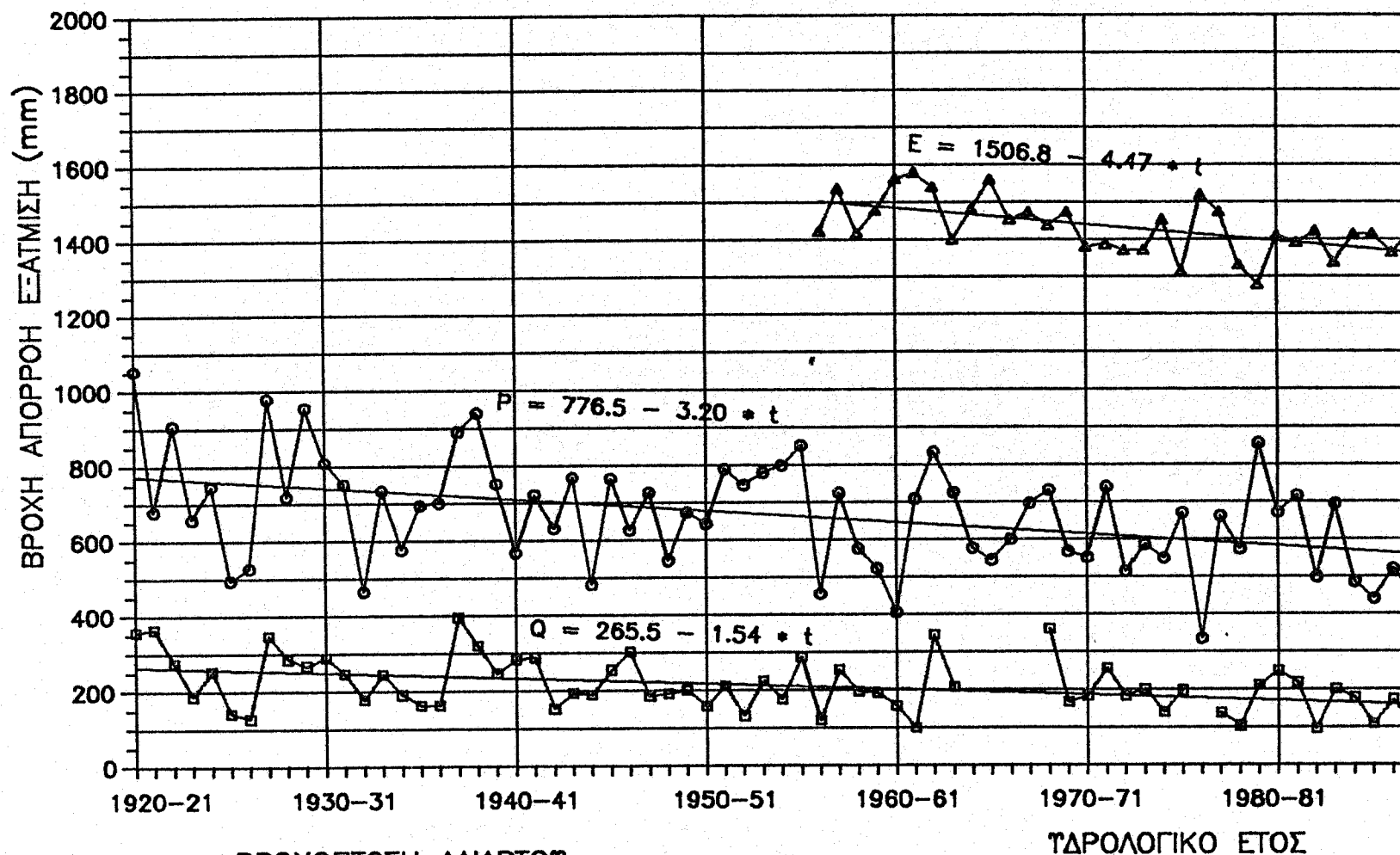
ΣΧΗΜΑ 7.8

# ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ



ΣΧΗΜΑ 7.9

# ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΚΑΙ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ ΜΕΤΑ ΤΟ 1920-21

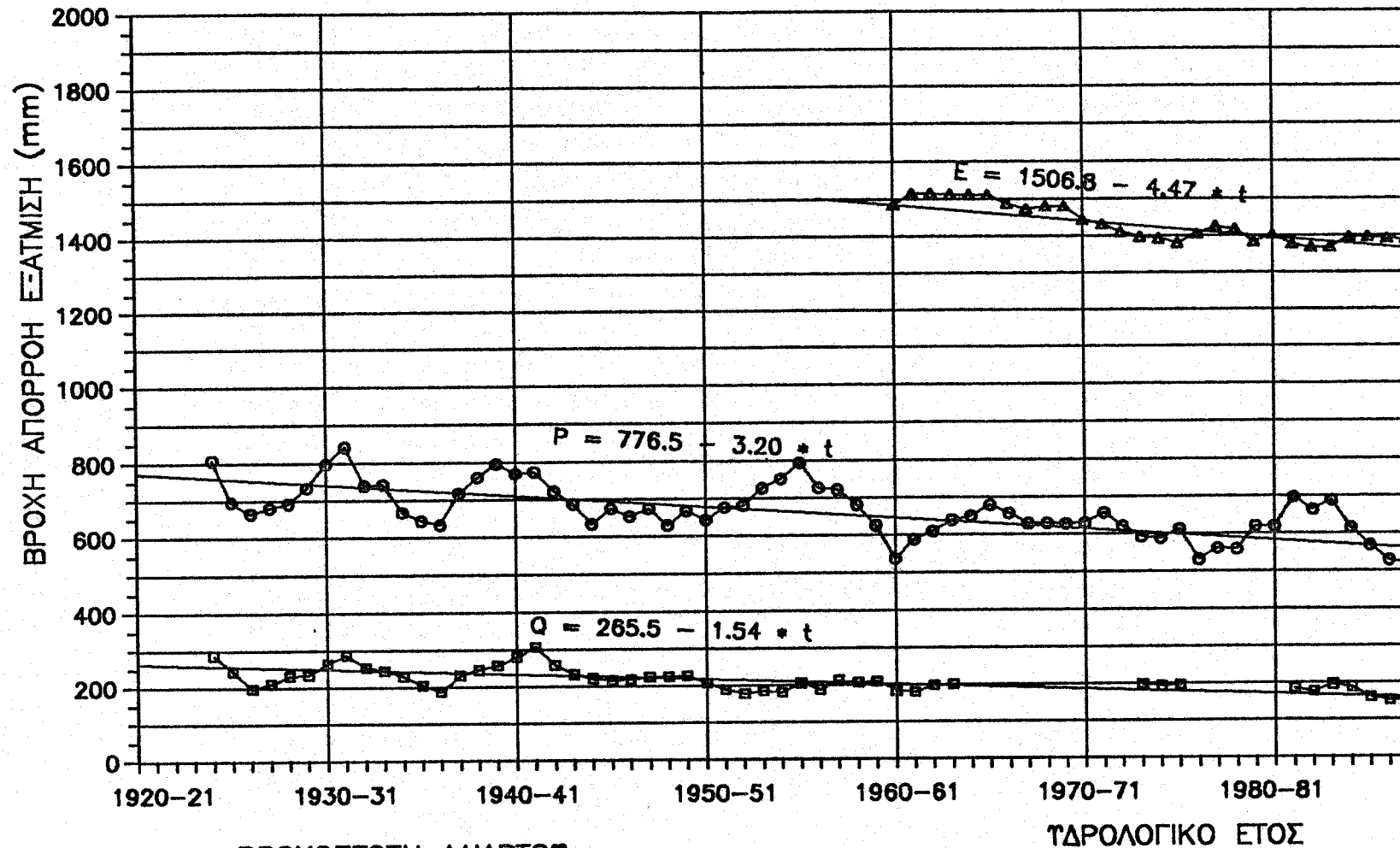


- ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΑΛΙΑΡΤΟΥ
- ▲-▲-▲-▲-▲ ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΛΙΚΗΣ
- ΑΠΟΡΡΟΗ Β. ΚΗΦΙΣΟΥ

ΣΧΗΜΑ 7.10



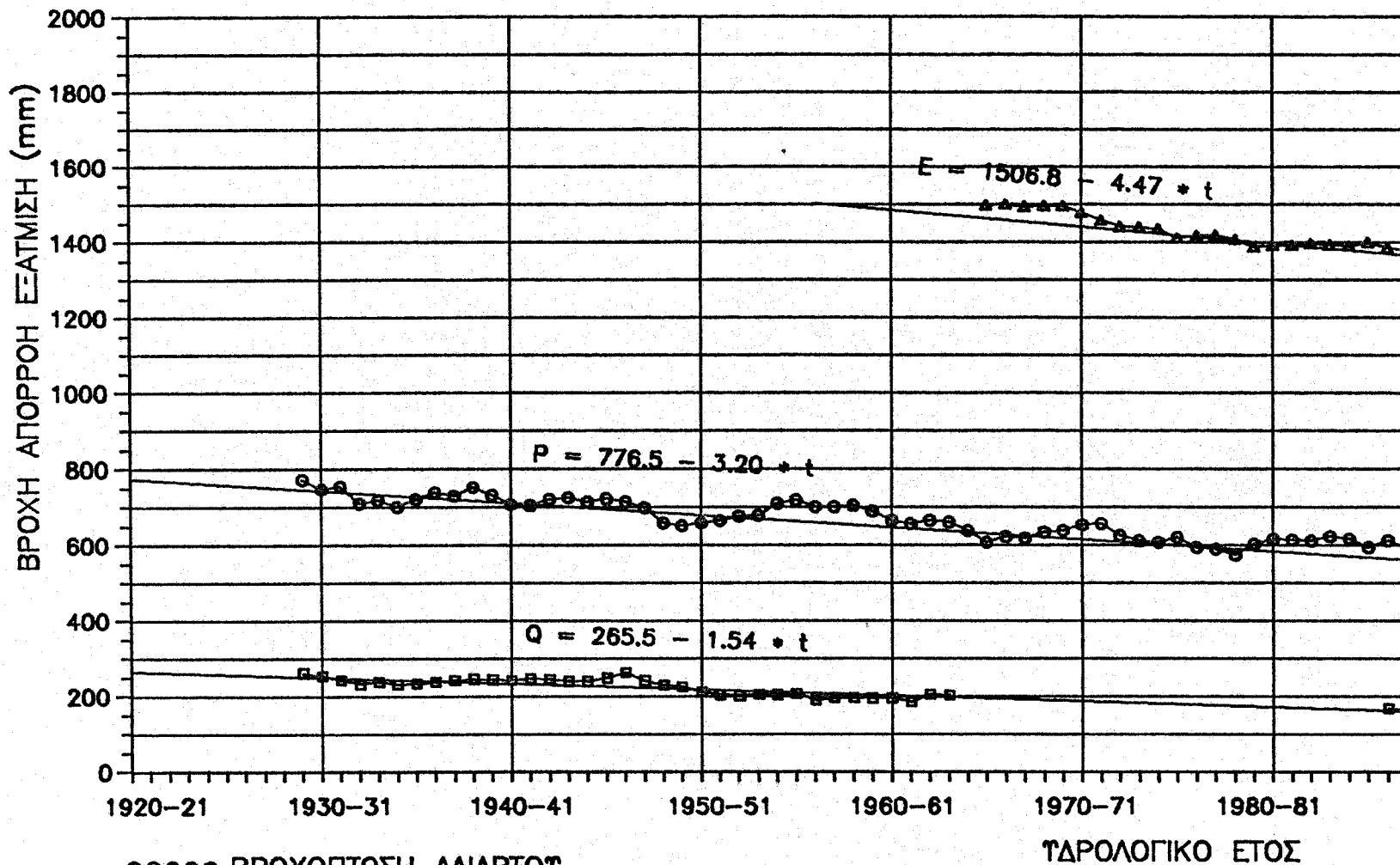
ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ 5ΕΤΙΑΣ  
 ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
 ΜΕΤΑ ΤΟ 1920-21



- ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΑΛΙΑΡΤΟΥ
- ▲-▲-▲-▲ ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΛΙΚΗΣ
- ΑΠΟΡΡΟΗ Β. ΚΗΦΙΣΟΥ

ΣΧΗΜΑ 7.11

ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ 10ΕΤΙΑΣ  
 ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΒΡΟΧΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΗΣ  
 ΜΕΤΑ ΤΟ 1920-21



ΣΧΗΜΑ 7.12

## 8. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

### 8.1. Γενικά

Το πολυδιάστατο δυναμικό μοντέλο επιμερισμού, όπως περιγράφηκε στο κεφάλαιο 6 χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή συνθετικών μηνιαίων χρονοσειρών απορροής, βροχής και εξάτμισης, για το σύστημα ταμιευτήρων Μόρνου-Υλίκης-Ευήνου. Το μοντέλο εφαρμόστηκε κατ' αρχήν για την ταυτόχρονη παραγωγή χρονοσειρών απορροής και βροχής, χρησιμοποιώντας 6 διαστάσεις (3 διαστάσεις για την απορροή στις 3 θέσεις και 3 διαστάσεις για τη βροχή). Μια δεύτερη εφαρμογή του μοντέλου έγινε για την παραγωγή αντίστοιχων μηνιαίων χρονοσειρών της εξάτμισης χρησιμοποιώντας 3 διαστάσεις, που αντιστοιχούν στους 3 ταμιευτήρες.

Όπως εξηγήθηκε και στην παράγραφο 3.4, λόγω των μεγάλων διαστάσεων των ταμιευτήρων, και του επιτυγχανόμενου υψηλού βαθμού ρύθμισης, οι ετήσιες χρονοσειρές είναι κρίσιμες για το υπό εξέταση πρόβλημα προσομοίωσης.

Σημειώνεται ότι, παρόλο που η επιτυγχανόμενη ρύθμιση είναι υπερετήσια, η μηνιαία χρονική κλίμακα είναι απαραίτητη για τη λεπτομερή προσομοίωση της λειτουργίας του συστήματος ταμιευτήρων, επειδή όλες οι υδρολογικές μεταβλητές και οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος παρουσιάζουν σημαντικές μεταβολές κατά τη διάρκεια ενός υδρολογικού έτους.

Η παραγωγή των ετήσιων χρονοσειρών, έγινε ανεξάρτητα, πριν από την παραγωγή των μηνιαίων χρονοσειρών, και στη συνέχεια αυτές επιμερίστηκαν για την πύκνωση τους στη μηνιαία χρονική κλίμακα. Χρησιμοποιήθηκε για το σκοπό αυτό το πολυδιάστατο Μαρκοβιανό μοντέλο που εξετάστηκε στο κεφάλαιο 6. Το μοντέλο αυτό θεωρήθηκε κατάλληλο για το υπό μελέτη πρόβλημα, δεδομένου ότι τα ιστορικά δεδομένα δεν έδειξαν να υπάρχει σημαντική εμμονή: Όπως προκύπτει από τις αναλύσεις του προηγούμενου κεφαλαίου ο μέγιστος συντελεστής αυτοσυσχέτισης για βήμα 1 εμφανίζεται στην περίπτωση της απορροής του Ευήνου, και η τιμή του είναι 0.17, που κρίνεται ως σχετικά χαμηλή. Παρ' όλα αυτά αν είχε επιλεγεί η άμεση (σειριακή) εφαρμογή του Μαρκοβιανού μοντέλου σε μηνιαία κλίμακα,

χωρίς επιμερισμό των ετήσιων τιμών σε μηνιαίες, αυτό θα είχε σαν αποτέλεσμα οι ετήσιες τιμές, υπολογιζόμενες ως αθροίσματα των μηνιαίων τιμών, να εμφανίζουν μηδενικούς συντελεστές αυτοσυσχέτισης. Κατά συνέπεια το σχήμα δύο σταδίων που εφαρμόστηκε (πρώτα η παραγωγή των ετήσιων χρονοσειρών και στη συνέχεια των μηνιαίων) υπερέχει σαφώς από το σχήμα άμεσης παραγωγής μηνιαίων τιμών.

Σε όλες τις περιπτώσεις, τα συνθετικά δείγματα που σχηματίστηκαν έχουν μήκος 5000 ετών, που κρίθηκε ως ικανοποιητικό για το υπόψη πρόβλημα. Τα δείγματα αυτά χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για την προσομοίωση της λειτουργίας του συστήματος ταμειευτήρων, είτε στο σύνολό τους, είτε μετά από διαίρεσή τους σε υποδείγματα δεδομένου μήκους, ανάλογα με το πρόβλημα που αντιμετωπίζεται κάθε φορά.

Σε όλες τις περιπτώσεις η επιδίωξη ήταν να διατηρούν οι συνθετικές χρονοσειρές τις περιθώριες ροπές τάξης από 1 έως 3 και τις από κοινού ροπές τάξης 2. Αναλυτικά οι επιμέρους παραδοχές και τα αποτελέσματα της προσομοίωσης περιγράφονται στις επόμενες παραγράφους.

## 8.2. Παραγωγή ετήσιων χρονοσειρών απορροής και βροχής

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά της βροχής και απορροής που χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδος στο Μαρκοβιανό μοντέλο φαίνονται στο Συμπλήρωμα Δ1, Τμήμα Α. Λόγω του μικρού μήκους των ιστορικών δειγμάτων η τρίτη ροπή δε μπορεί να υπολογιστεί με αξιοπιστία από τα δείγματα αυτά. Δεδομένου ότι όλα τα ιστορικά δείγματα περιγράφονται ικανοποιητικά από την κατανομή γάμα δύο παραμέτρων, χρησιμοποιήθηκε ως εκτίμηση της τρίτης ροπής αυτή που θεωρητικά προκύπτει από την κατανομή ( $m_3 = 2\sigma^4/\mu$ ). Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης 1ης τάξης των βροχοπτώσεων που δε διαφέρουν σημαντικά από το μηδέν (όπως θεωρητικά αναμένονταν) και γι' αυτό τέθηκαν ίσοι με μηδέν.

Αντίθετα, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης των απορροών θεωρητικά δικαιολογείται να έχουν τιμές διάφορες από το μηδέν, και μάλιστα θετικές. Έτσι στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκαν αυτούσιες οι τιμές που υπολογίστηκαν από τα δείγματα, (0.0 έως 0.17) εκτός αν

προέκτυπταν αρνητικές, οπότε τέθηκαν ίσες με μηδέν.

Για όλες τις υπόλοιπες στατιστικές παραμέτρους διατηρήθηκαν οι τιμές που υπολογίστηκαν από τα δείγματα.

Στο τμήμα Β του Συμπληρώματος Δ1 παρουσιάζονται οι τελικές τιμές των παραμέτρων του μοντέλου, όπως προέκυψαν μετά τις ενδεχόμενες υποχρεωτικές τροποποιήσεις που επιβάλλονται θεωρητικά από το Μαρκοβιανό μοντέλο (βλ. κεφάλαιο 4).

Οι τροποποιήσεις αυτής της μορφής αφορούν στους συντελεστές ετεροσυσχέτισης. Οι συνθετικές ετήσιες χρονοσειρές που κατασκευάστηκαν, μεγέθους 5000 ετών, αποθηκεύτηκαν σε κατάλληλο δυαδικό αρχείο ηλεκτρονικού υπολογιστή. Με βάση ειδικό πρόγραμμα υπολογίστηκαν τα εμπειρικά στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών αυτών, που φαίνονται στο τμήμα Α του Συμπληρώματος Δ3. Η σύγκριση με τα θεωρητικά αναμενόμενα χαρακτηριστικά (τμήμα Β Συμπληρώματος Δ1) επιβεβαιώνει ότι το μοντέλο επιτυγχάνει τη διατήρηση των περιθώριων ροπών πρώτης έως τρίτης τάξης, και των σύνθετων (από κοινού) ροπών δεύτερης τάξης.

Σημειώνεται ότι όλα τα μεγέθη στο Συμπλήρωμα Δ εκφράζονται σε mm.

### 8.3. Παραγωγή μηνιαίων χρονοσειρών βροχής και απορροής

Τα στατιστικά χαρακτηριστικά της απορροής και της βροχής σε μηνιαία βάση, που χρησιμοποιήθηκαν ως είσοδοι στο δυναμικό μοντέλο επιμερισμού, φαίνονται στο Συμπλήρωμα Δ2, τμήμα Α. Και εδώ έγιναν, σε ότι αφορά τις ροπές 3ης τάξης και τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης βροχών, οι ίδιες αρχικές εκτιμήσεις/τροποποιήσεις παραμέτρων όπως και στην προσομοίωση των ετήσιων χρονοσειρών.

Στο τμήμα Β του Συμπληρώματος Δ2 συνοψίζονται οι απαραίτητες τροποποιήσεις, που επιφέρει το ίδιο το μοντέλο στα μητρώα των συντελεστών ετεροσυσχέτισης. Οι τροποποιήσεις αυτές απορρέουν από τους θεωρητικούς περιορισμούς των παραμέτρων του Μαρκοβιανού μοντέλου (βλέπε κεφάλαιο 4 και παράγραφο 6.4).

Στο τμήμα Γ του Συμπληρώματος Δ1 φαίνονται οι ροπές και λοιπές

στατιστικές παράμετροι των αθροιστικών (ετήσιων) χρονοσειρών, όπως θεωρητικά θα προέκυπταν βάσει των αντίστοιχων ροπών των τμηματικών (μηνιαίων) μεταβλητών, με τη χρήση του Μαρκοβιανού μοντέλου. Οι τιμές αυτές βέβαια δεν ισχύουν, επειδή οι ετήσιες χρονοσειρές παράγονται ανεξάρτητα, σύμφωνα με όσα γράφηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, και υπολογίζονται μόνο για λόγους σύγκρισης.

Στο τμήμα Δ του Συμπληρώματος Δ2 πινακοποιούνται τα τελικά στατιστικά χαρακτηριστικά των μεταβλητών του μοντέλου, μετά τις αναγκαίες τροποποιήσεις, και στο τμήμα Ε τα αντίστοιχα στατιστικά χαρακτηριστικά των βοηθητικών μεταβλητών ( $\underline{V}^t$ ) του μοντέλου. Τέλος στο τμήμα ΣΤ φαίνονται οι παράμετροι του μοντέλου διχασμού.

Οι συνθετικές μηνιαίες χρονοσειρές που κατασκευάστηκαν, μεγέθους 5000 ετών, αποθηκεύτηκαν σε κατάλληλο δυαδικό αρχείο ηλεκτρονικού υπολογιστή.<sup>1</sup> Τα στατιστικά χαρακτηριστικά των χρονοσειρών αυτών, υπολογισμένα με πρόγραμμα ειδικό για το σκοπό αυτό, φαίνονται στο τμήμα Β του Συμπληρώματος Δ3. Η σύγκριση με τα θεωρητικά αναμενόμενα χαρακτηριστικά (τμήμα Γ Συμπληρώματος Δ2) επιβεβαιώνει το γεγονός ότι, το μοντέλο επιμερισμού επιτυγχάνει τη διατήρηση των περιθώριων ροπών πρώτης έως τρίτης τάξης, και των συνθετικών ροπών δεύτερης τάξης. Τέτοιες συγκρίσεις για το σύνολο των στατιστικών παραμέτρων γίνονται καλύτερα με τη βοήθεια των σχημάτων του Συμπληρώματος Ε. Τέλος στο σχήμα 8.1 έχει ενδεικτικά απεικονιστεί η εμπειρική στατιστική κατανομή μιας μηνιαίας μεταβλητής, σε σύγκριση με τις κατανομές Gauss και Γάμα. Όπως προκύπτει η εμπειρική κατανομή βρίσκεται σε πολύ καλή συμφωνία με την κατανομή Γάμα, όπως θεωρητικά αναμενόταν.

---

1. Δε θα είχε νόημα η εκτύπωση των χρονοσειρών αυτών η οποία θα απαιτούσε περίπου 600 σελίδες.

#### 8.4. Παραγωγή ετήσιων χρονοσειρών εξάτμισης

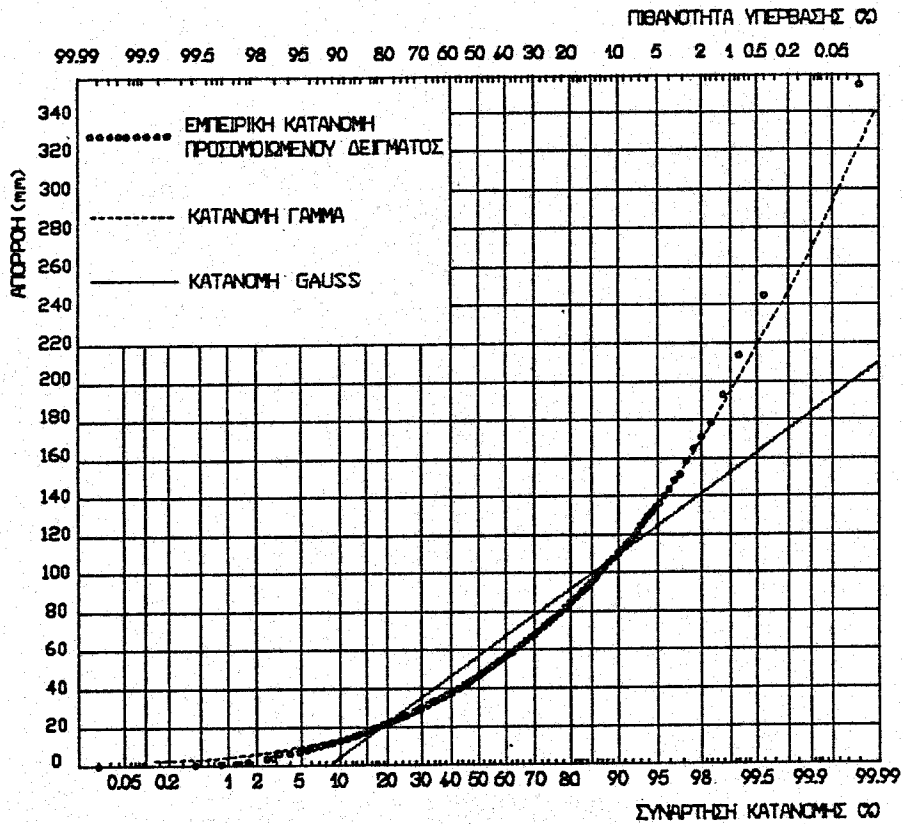
Γενικά ακολουθήθηκε η πορεία της παραγράφου 8.2, με τη μόνη διαφορά ότι, λόγω της καταλληλότητας της κανονικής κατανομής για τη στατιστική ανάλυση της εξάτμισης, οι τρίτες ροπές θεωρήθηκαν ίσες με μηδέν. Ακόμη δεν έγινε καμία τροποποίηση παραμέτρων στην εν λόγω εφαρμογή, δηλαδή κρατήθηκαν οι τιμές των στατιστικών παραμέτρων όπως υπολογίστηκαν από τα αντίστοιχα δείγματα.

Τα σχετικά δεδομένα του προγράμματος ηλεκτρονικού υπολογιστή φαίνονται στο Συμπλήρωμα Δ4 και τα στατιστικά χαρακτηριστικά των συνθετικών προσομοιωμένων χρονοσειρών φαίνονται στο τμήμα Α του Συμπληρώματος Δ6.

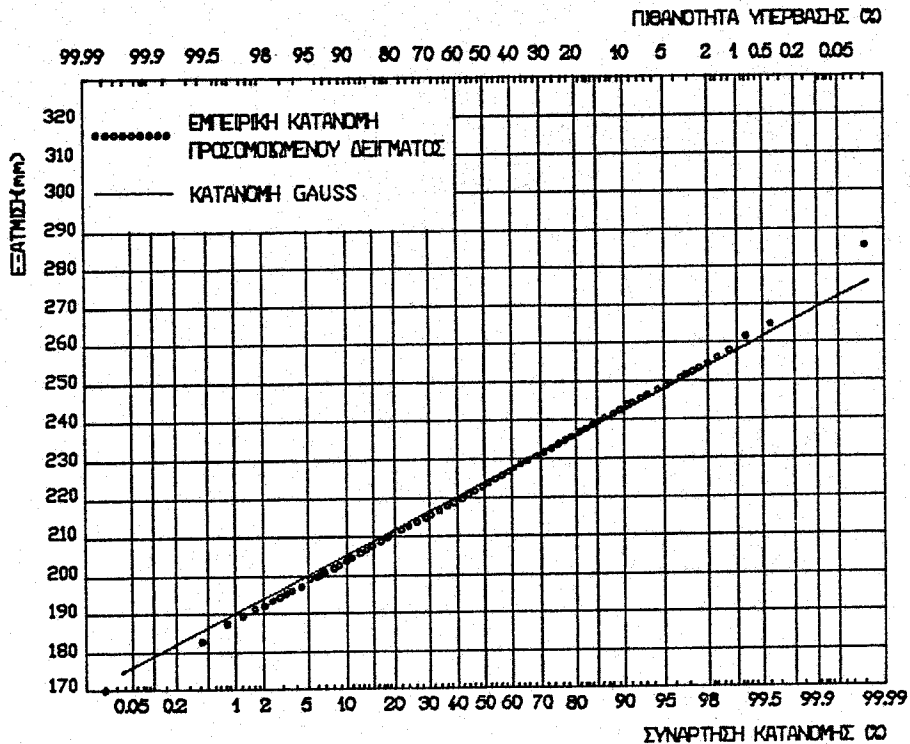
#### 8.5. Παραγωγή μηνιαίων χρονοσειρών εξάτμισης

Γενικά ακολουθήθηκε η πορεία της παραγράφου 8.3, με τη μόνη διαφορά ότι οι τρίτες ροπές θεωρήθηκαν ίσες με μηδέν, σε αντιστοιχία με την κανονική κατανομή των μηνιαίων εξατμίσεων. Δεν έγιναν τροποποιήσεις στις αρχικές παραμέτρους του μοντέλου. Ορισμένες μόνο αναγκαίες τροποποιήσεις επέφερε το ίδιο το μοντέλο στους συντελεστές ετεροσυσχέτισης. Όλα τα σχετικά δεδομένα φαίνονται στο Συμπλήρωμα Δ5, ενώ τα στατιστικά χαρακτηριστικά των προσομοιωμένων χρονοσειρών φαίνονται στο Συμπλήρωμα Δ6, τμήμα Β. Σχηματικά οι συγκρίσεις των εμπειρικών στατιστικών χαρακτηριστικών των συνθετικών σειρών με τις αντίστοιχες θεωρητικές τιμές, φαίνονται στο Συμπλήρωμα Ε. Τέλος στο σχήμα 8.2 έχει ενδεικτικά απεικονιστεί η εμπειρική στατιστική κατανομή μιας μηνιαίας μεταβλητής σε σύγκριση με την κατανομή Gauss. Όπως προκύπτει υπάρχει πολύ καλή συμφωνία εμπειρικής και θεωρητικής συνάρτησης κατανομής.

ΣΧΗΜΑ 8.1  
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΑΠΟΡΡΟΩΝ  
ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ



ΣΧΗΜΑ 8.2  
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ  
ΙΟΥΛΙΟΥ ΣΤΗ ΛΕΚΑΝΗ ΚΑΤΑΚΛΥΣΗΣ ΜΟΡΝΟΥ





BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Box G.E.P. and Jenkins G.M. (1970), "Time Series Analysis, Forecasting and Control", Holden Day, San Francisco, Fiering M.B. (1967) "Streamflow Synthesis", McMillan, London.
- Gomide, F.L.S. (1978), "Markovian inputs and the Hurst phenomenon", J. Hydrol. 37, 23-45.
- Hoshi, K. and Burges (1979), "Disaggregation of Streamflow Volumes", Journal of the Hydraulics Division, Proceedings ASCE, vol. 105, no. HY1, pp. 27-41.
- Hurst H.E. (1951), "Long term storage capacity of reservoirs", Trans ASCE, 116, paper 2447, 707-80.
- Kendall, M.G. and Stuart, A. (1963), "The advanced theory of Statistics", vol. 1, Distribution theory, 2nd edition, C. Griffin & Co, London.
- Kirby W. (1972), "Computer-Oriented Wilson-Hilferty Transformation that preserves the first three Moments nad the lower bound of the Pearson type 3 distribution", Water Resour. Res. 8 (5), pp 1251-54.
- Kottegoda N.T. (1980), "Stochastic Water Resources Technology", Mc Millan, London.
- Κουτσογιάννης, Δ. (1988), Μοντέλο επιμερισμού σημειακής βροχόπτωσης, Διδακτορική διατριβή, Τόμος Β, ΕΜΠ, Αθήνα.
- Koutsoyiannis, D. and Xanthopoulos (1990), Th., "A dynamic model for short-scale rainfall disaggregation", Hydrol. Sci. J., Vol. 43 (6).
- Mandelbrot B.B. (1971), "A fast fractional a gaussian noise generator", Water Resour. Res. 7, 543-53.

- Mandelbrot B.B. and Wallis J.R. (1968), "Noah, Joseph and operational hydrology", Water Resour. Res. 4, 909-20.  
  
(1969a), "Computer experiments with fractional gaussian noises, parts 1, 2 and 3, Water Resour. Res. 5, 228-67.  
  
(1969b), "Some long-run properties at geophysical records", Water Resour. Res. 5, 321-4a.
- Matalas, N.C. and Wallis (1976), J.R., "Generation of synthetic flow sequences, in Systems approach to water management", A.K. Biswas editor, McGraw Hill.
- Mejia, J. M. and Rousselle (1976), "Disaggregation Models in Hydrology Revisited", Water Resources Research, vol. 12, no. 2, pp. 185-186.
- Mimikou M. and I. Nalbantis (1987), "Influence of reservoir inflows persistence on Storage capacity", International Journal of Modeling at Simulation, IASTED, Vol, 7, No 29.
- Μπώκου Δ. (1990), "Εναλλακτικά μοντέλλα εισροής και αξιοπιστία ταμιευτήρα", Διπλωματική εργασία, ΕΜΠ, Αθήνα.
- Ναλμπάντης Ι. (1988), "Η εμμογή και η Επίδρασή της στο σχεδιασμό ταμιευτήρα", Τεχνικά Χρονικά - Επιστημονική έκδοση ΤΕΕ (Α - 1988), том. 8, τεύχος 2.
- Ξανθόπουλος Θεμ. (1987), "Εισαγωγή στην Τεχνική Υδρολογία", ΕΜΠ, Αθήνα.
- Pegram, G.G.S. (1980). "On Reservoir Reliability". Journal of Hydrology, 47, 269-296.
- Stedinger, J. R. and Vogel (1984), "Disaggregation Procedures for Generating Serially Correlated Flow Vectors", Water Resources Research, vol. 20, no. 1, pp. 47-56.

- Tao, P. C. and Delleur (1976), "Multistation, Multiyear Synthesis of Hydrologic Time Series by Disaggregation", Water Resources Research, vol. 12, no. 6, pp. 1303-1312.
- Thomas, H.A. and Fiering, M.B. (1962), "Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation", Water Resource Systems (eds A. Maass et al.), Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, chapter 12, pp 454-93.
- Todini, E. (1980), "The preservation of skewness in linear disaggregation schemes", J. Hydrol, 47, 199-214.
- Valencia, D. and Schaake (1972), J.C., "A disaggregation model for time series analysis and synthesis", Report no. 149, Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.
- Valencia D. and Schaake (1973), "Disaggregation Processes in Stochastic Hydrology", Water Resources Research, vol. 9, no. 3, pp. 211-219.
- W.M.O. (1983), "Guide to Hydrological Practices", Volume II, Chapter 7 - Applications to Water Management.

## ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ Α

ΤΕΛΙΚΑ ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

|         |    |   |
|---------|----|---|
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 1  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ                   |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 2  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ                  |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 3  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ                       |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 4  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΙΣ ΘΕΣΕΙΣ ΦΡΑΓΜΑΤΩΝ ΕΥΗΝΟΥ                          |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 5  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣΤΑΣ               |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 6  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ                              |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 7  | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΜΟΡΝΟΥ                         |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 8  | ΑΠΟΡΡΟΗ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ                             |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 9  | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΝΟΥ                                    |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 10 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ                         |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 11 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ                          |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 12 | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ                                     |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 13 | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ  |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 14 | ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ ΛΕΚΑΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ) |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 15 | ΠΑΡΟΧΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ)             |
| ΠΙΝΑΚΑΣ | 16 | ΕΞΑΤΜΙΣΗ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ (ΜΕ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ)                |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 1

## ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΙΣ (mm)

ΛΕΚ. ΑΠΟΡΡΟΝΗ : ΑΝΑΝΤΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΔΕΝΔΡΟΧΩΡΙΟΥ ΜΕΣΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ : 1259 m  
 ΣΤΑΘΜΟΙ: ΓΡΑΜ. ΟΞΥΑ (0.570) ΓΡΗΓΟΡΙΟ (0.289) ΑΡΑΧΩΒΑ (0.141)  
 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ : 1.053

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|--------|
| 1962-63  | 293.9 | 417.5 | 465.4 | 338.6 | 386.2 | 127.6 | 109.8 | 179.0 | 34.3  | 69.4  | 23.8 | 21.1  | 2466.5 |
| 1963-64  | 176.7 | 105.4 | 292.3 | 90.7  | 124.6 | 194.6 | 71.1  | 66.7  | 92.2  | 22.2  | 20.1 | 32.9  | 1289.6 |
| 1964-65  | 117.5 | 223.1 | 287.2 | 243.4 | 223.0 | 136.6 | 207.7 | 84.4  | 52.6  | 0.7   | 5.9  | 0.7   | 1582.7 |
| 1965-66  | 44.2  | 508.6 | 270.8 | 440.5 | 88.3  | 181.1 | 75.7  | 65.0  | 41.8  | 14.9  | 38.8 | 45.0  | 1814.7 |
| 1966-67  | 198.6 | 337.5 | 297.0 | 194.3 | 43.3  | 37.9  | 116.5 | 56.7  | 9.1   | 94.9  | 13.9 | 90.5  | 1490.2 |
| 1967-68  | 56.8  | 58.3  | 309.1 | 431.0 | 101.1 | 118.9 | 20.4  | 67.7  | 126.9 | 0.7   | 42.6 | 16.9  | 1350.5 |
| 1968-69  | 138.5 | 214.1 | 425.1 | 250.6 | 356.6 | 210.9 | 50.7  | 19.9  | 42.1  | 18.0  | 9.4  | 54.6  | 1790.6 |
| 1969-70  | 1.8   | 178.4 | 717.5 | 326.0 | 203.8 | 169.8 | 47.0  | 77.7  | 60.1  | 32.3  | 28.6 | 16.5  | 1859.4 |
| 1970-71  | 126.7 | 148.2 | 243.2 | 127.3 | 257.4 | 311.1 | 68.1  | 31.8  | 23.2  | 44.3  | 7.8  | 73.6  | 1462.6 |
| 1971-72  | 70.5  | 258.4 | 145.4 | 137.6 | 216.2 | 94.1  | 136.5 | 76.2  | 16.3  | 56.8  | 43.3 | 33.2  | 1284.5 |
| 1972-73  | 376.6 | 61.1  | 31.0  | 141.8 | 258.6 | 178.6 | 91.3  | 35.8  | 56.3  | 76.7  | 30.3 | 38.0  | 1376.0 |
| 1973-74  | 141.3 | 174.1 | 249.4 | 81.5  | 260.0 | 134.5 | 213.9 | 106.2 | 24.7  | 9.0   | 20.9 | 108.3 | 1523.7 |
| 1974-75  | 338.4 | 147.4 | 87.3  | 40.1  | 183.7 | 125.8 | 36.9  | 126.4 | 89.7  | 35.4  | 77.0 | 5.0   | 1293.2 |
| 1975-76  | 164.7 | 183.0 | 220.4 | 139.6 | 158.1 | 78.9  | 128.5 | 68.0  | 95.4  | 71.4  | 12.2 | 7.9   | 1328.0 |
| 1976-77  | 226.0 | 311.9 | 267.3 | 110.0 | 72.1  | 43.4  | 87.2  | 49.4  | 34.5  | 0.3   | 35.6 | 45.0  | 1282.6 |
| 1977-78  | 6.3   | 302.8 | 225.0 | 264.4 | 193.5 | 59.1  | 201.0 | 47.7  | 11.0  | 0.5   | 12.4 | 151.6 | 1475.4 |
| 1978-79  | 67.9  | 83.9  | 305.0 | 300.3 | 187.9 | 73.7  | 214.3 | 111.5 | 46.7  | 28.8  | 29.0 | 25.3  | 1474.2 |
| 1979-80  | 267.8 | 258.6 | 213.5 | 209.9 | 64.4  | 159.8 | 128.0 | 106.4 | 47.1  | 21.3  | 13.7 | 79.7  | 1570.2 |
| 1980-81  | 241.6 | 308.3 | 345.3 | 297.5 | 155.5 | 45.4  | 101.3 | 100.3 | 10.1  | 52.1  | 25.5 | 51.6  | 1734.4 |
| 1981-82  | 184.3 | 183.8 | 534.7 | 85.2  | 96.5  | 161.6 | 151.1 | 101.4 | 39.2  | 15.0  | 27.2 | 21.8  | 1601.8 |
| 1982-83  | 114.7 | 328.7 | 200.6 | 93.4  | 185.7 | 78.7  | 39.5  | 42.4  | 109.3 | 129.0 | 47.8 | 21.9  | 1391.6 |
| 1983-84  | 100.6 | 270.9 | 207.4 | 169.7 | 215.1 | 182.9 | 170.7 | 49.1  | 11.6  | 12.0  | 69.1 | 43.2  | 1502.4 |
| 1984-85  | 32.5  | 211.2 | 119.8 | 287.1 | 83.9  | 178.6 | 86.1  | 49.2  | 25.2  | 19.5  | 4.1  | 8.9   | 1106.0 |
| 1985-86  | 87.1  | 383.9 | 76.6  | 268.0 | 239.5 | 100.2 | 125.7 | 97.2  | 70.5  | 98.5  | 8.5  | 6.6   | 1562.3 |
| 1986-87  | 85.1  | 74.2  | 188.0 | 222.6 | 118.7 | 274.0 | 156.8 | 51.4  | 59.3  | 30.8  | 43.4 | 14.2  | 1318.3 |
| 1987-88  | 153.1 | 275.1 | 177.7 | 100.8 | 271.3 | 164.1 | 72.4  | 29.9  | 19.8  | 0.0   | 18.1 | 32.2  | 1314.7 |
| ΜΕΣΗ Τ.  | 146.4 | 229.3 | 269.0 | 211.6 | 178.9 | 138.3 | 113.4 | 74.7  | 49.2  | 38.2  | 27.6 | 40.6  | 1509.5 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.  | 98.5  | 114.0 | 147.1 | 109.0 | 87.6  | 68.0  | 57.2  | 35.8  | 32.5  | 34.9  | 18.6 | 35.7  | 269.2  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 2

## ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΙΣ (mm)

ΛΕΚ. ΑΠΟΡΡΟΗΣ : ΑΝΑΝΤΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΑΓΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΜΕΣΟ ΥΓΟΜΕΤΡΟ : 1194 m

ΣΤΑΘΜΟΙ: ΓΡΑΜ. ΟΞΥΑ (0.444) ΓΡΗΓΟΡΙΟ (0.241) ΑΡΑΧΩΒΑ (0.315)

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΥΓΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ : 1.036

| ΥΔΡ. ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|--------|
| 1962-63   | 270.2 | 405.9 | 466.8 | 329.2 | 363.8 | 120.9 | 109.4 | 164.4 | 35.7  | 64.6  | 33.8 | 21.5  | 2386.1 |
| 1963-64   | 171.3 | 93.6  | 273.2 | 84.6  | 125.1 | 182.1 | 68.4  | 66.8  | 82.2  | 25.7  | 18.5 | 32.7  | 1224.1 |
| 1964-65   | 103.7 | 230.0 | 304.4 | 239.3 | 234.1 | 124.4 | 207.2 | 79.6  | 47.5  | 1.6   | 11.6 | 1.6   | 1585.1 |
| 1965-66   | 42.2  | 483.2 | 266.6 | 436.0 | 82.4  | 173.3 | 63.9  | 62.1  | 40.8  | 16.8  | 36.7 | 38.8  | 1742.7 |
| 1966-67   | 186.1 | 356.5 | 306.4 | 194.1 | 50.5  | 41.3  | 119.0 | 59.1  | 11.6  | 90.1  | 13.3 | 83.7  | 1511.8 |
| 1967-68   | 54.1  | 53.2  | 288.8 | 409.3 | 103.3 | 108.1 | 26.6  | 64.4  | 112.1 | 1.6   | 51.0 | 21.3  | 1293.8 |
| 1968-69   | 123.9 | 202.6 | 449.3 | 234.0 | 329.7 | 192.0 | 53.3  | 24.8  | 38.2  | 21.8  | 10.3 | 58.8  | 1738.7 |
| 1969-70   | 1.4   | 162.0 | 743.8 | 295.7 | 189.5 | 165.0 | 56.2  | 73.0  | 52.7  | 29.3  | 25.1 | 17.8  | 1811.4 |
| 1970-71   | 113.9 | 150.8 | 225.2 | 121.2 | 247.2 | 301.2 | 62.4  | 34.3  | 22.9  | 49.1  | 10.5 | 76.0  | 1414.7 |
| 1971-72   | 62.7  | 245.7 | 139.6 | 128.5 | 208.1 | 93.3  | 131.8 | 73.6  | 17.6  | 79.6  | 44.9 | 31.8  | 1257.3 |
| 1972-73   | 358.2 | 69.6  | 34.2  | 121.3 | 255.3 | 173.9 | 94.8  | 31.9  | 55.1  | 73.7  | 28.0 | 39.7  | 1335.7 |
| 1973-74   | 131.6 | 167.6 | 242.1 | 79.3  | 252.7 | 132.4 | 216.6 | 104.2 | 24.0  | 9.0   | 17.7 | 114.0 | 1491.4 |
| 1974-75   | 324.0 | 145.9 | 89.1  | 37.4  | 170.5 | 123.4 | 35.9  | 117.2 | 80.9  | 35.7  | 81.8 | 7.8   | 1249.4 |
| 1975-76   | 159.0 | 177.9 | 212.6 | 131.1 | 146.6 | 75.5  | 134.7 | 65.7  | 98.2  | 68.6  | 11.4 | 8.1   | 1289.5 |
| 1976-77   | 212.4 | 312.3 | 283.3 | 102.2 | 77.2  | 43.3  | 86.5  | 47.0  | 29.9  | 0.2   | 37.3 | 41.5  | 1273.0 |
| 1977-78   | 5.5   | 301.7 | 221.0 | 255.3 | 187.9 | 64.2  | 204.4 | 46.8  | 15.8  | 1.0   | 9.7  | 149.8 | 1463.2 |
| 1978-79   | 67.0  | 102.0 | 280.3 | 321.2 | 200.2 | 71.7  | 211.1 | 103.2 | 40.0  | 23.5  | 26.8 | 28.0  | 1474.8 |
| 1979-80   | 263.3 | 258.3 | 206.1 | 203.5 | 68.8  | 172.4 | 133.4 | 96.8  | 46.1  | 18.6  | 16.8 | 72.8  | 1557.0 |
| 1980-81   | 226.2 | 305.9 | 355.4 | 268.8 | 162.5 | 51.2  | 100.0 | 99.3  | 11.5  | 53.1  | 25.1 | 47.5  | 1706.7 |
| 1981-82   | 172.4 | 163.9 | 541.6 | 81.2  | 107.5 | 153.3 | 147.3 | 85.8  | 33.6  | 11.5  | 27.9 | 20.4  | 1546.3 |
| 1982-83   | 117.9 | 310.0 | 232.9 | 84.0  | 170.8 | 84.3  | 34.6  | 45.1  | 106.1 | 113.5 | 37.3 | 21.2  | 1357.8 |
| 1983-84   | 98.4  | 261.1 | 206.2 | 160.7 | 204.9 | 165.7 | 174.7 | 49.6  | 9.0   | 10.2  | 62.3 | 45.0  | 1447.9 |
| 1984-85   | 28.6  | 204.5 | 116.4 | 278.9 | 83.2  | 166.7 | 80.5  | 54.3  | 22.1  | 15.3  | 3.3  | 9.9   | 1063.7 |
| 1985-86   | 76.8  | 389.6 | 67.6  | 278.9 | 221.5 | 90.9  | 120.3 | 98.8  | 62.8  | 91.5  | 8.6  | 5.1   | 1512.5 |
| 1986-87   | 80.8  | 62.2  | 191.8 | 224.3 | 111.7 | 266.9 | 142.7 | 51.9  | 54.9  | 24.2  | 41.6 | 12.0  | 1264.9 |
| 1987-88   | 149.7 | 268.1 | 178.9 | 101.0 | 248.3 | 149.8 | 75.7  | 25.0  | 18.5  | 0.0   | 15.8 | 28.6  | 1259.4 |
| ΜΕΣΗ Τ.   | 138.1 | 224.6 | 269.8 | 204.0 | 174.2 | 133.5 | 112.6 | 72.0  | 46.1  | 37.2  | 27.6 | 40.3  | 1471.5 |
| ΤΥΠ. ΑΠ.  | 94.0  | 112.1 | 152.5 | 107.4 | 80.4  | 64.0  | 57.2  | 32.2  | 29.8  | 33.2  | 18.5 | 35.2  | 263.2  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 3

ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ (σε mm)

ΔΕΚ. ΑΠΟΡΡΟΝΗΣ : ΑΝΑΝΤΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΠΕΡΙΣΤΑΣ ΜΕΣΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ : 1175 m  
 ΣΤΑΘΜΟΙ : ΠΛΑΤΑΝΟΣ (0.016) ΓΡΑΜ. ΟΞΥΑ (0.383) ΓΡΗΓΟΡΙΟ (0.208) ΑΡΑΧΩΒΑ (0.393)  
 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ : 1.035

| ΥΑΡ.ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|--------|
| 1962-63  | 261.0 | 403.7 | 470.7 | 327.6 | 357.9 | 117.4 | 109.1 | 158.3 | 35.9  | 62.4  | 38.4 | 22.4  | 2365.0 |
| 1963-64  | 169.3 | 91.2  | 265.2 | 81.5  | 125.8 | 175.4 | 67.6  | 68.0  | 77.9  | 27.1  | 17.9 | 32.3  | 1199.2 |
| 1964-65  | 98.2  | 232.5 | 312.8 | 240.5 | 239.5 | 118.7 | 206.7 | 77.8  | 45.1  | 2.0   | 14.3 | 2.0   | 1590.2 |
| 1965-66  | 41.6  | 474.7 | 267.1 | 441.4 | 80.2  | 169.4 | 57.9  | 60.9  | 41.1  | 17.6  | 35.8 | 36.4  | 1724.1 |
| 1966-67  | 181.4 | 370.2 | 312.4 | 197.7 | 54.2  | 43.2  | 119.9 | 60.9  | 12.8  | 87.6  | 13.0 | 80.9  | 1534.2 |
| 1967-68  | 53.6  | 50.5  | 280.8 | 402.9 | 104.9 | 103.3 | 29.5  | 63.5  | 106.1 | 2.0   | 54.9 | 23.4  | 1275.5 |
| 1968-69  | 117.1 | 197.3 | 462.0 | 228.3 | 319.8 | 183.7 | 54.0  | 27.6  | 36.3  | 23.7  | 10.5 | 61.4  | 1721.6 |
| 1969-70  | 1.2   | 155.7 | 759.4 | 282.3 | 184.9 | 164.5 | 60.0  | 71.5  | 49.4  | 27.9  | 23.2 | 19.0  | 1799.1 |
| 1970-71  | 110.0 | 152.4 | 217.6 | 120.2 | 244.7 | 300.3 | 59.8  | 36.2  | 22.8  | 51.4  | 12.4 | 78.1  | 1405.9 |
| 1971-72  | 59.9  | 242.5 | 138.5 | 125.0 | 205.8 | 94.1  | 131.9 | 72.7  | 18.7  | 91.2  | 46.4 | 31.7  | 1258.3 |
| 1972-73  | 353.0 | 74.3  | 36.6  | 115.1 | 257.2 | 173.9 | 97.6  | 30.4  | 54.8  | 73.2  | 27.8 | 41.3  | 1335.0 |
| 1973-74  | 127.0 | 164.4 | 240.3 | 78.4  | 251.1 | 131.9 | 218.9 | 104.2 | 24.1  | 9.3   | 16.3 | 118.0 | 1484.0 |
| 1974-75  | 319.2 | 148.0 | 91.8  | 36.7  | 165.1 | 123.3 | 35.9  | 113.0 | 78.2  | 36.6  | 83.8 | 9.3   | 1240.8 |
| 1975-76  | 156.8 | 177.7 | 210.3 | 127.8 | 141.7 | 74.2  | 138.3 | 65.0  | 99.6  | 67.8  | 11.6 | 8.5   | 1279.5 |
| 1976-77  | 208.1 | 316.3 | 293.5 | 99.4  | 79.9  | 43.7  | 86.5  | 46.0  | 28.3  | 0.2   | 38.6 | 40.3  | 1280.8 |
| 1977-78  | 5.3   | 303.1 | 219.4 | 253.7 | 187.5 | 67.5  | 207.2 | 47.0  | 18.3  | 1.3   | 8.4  | 148.5 | 1467.2 |
| 1978-79  | 67.5  | 113.0 | 269.7 | 335.0 | 210.0 | 72.0  | 210.5 | 100.7 | 37.0  | 21.0  | 26.1 | 29.4  | 1491.9 |
| 1979-80  | 261.5 | 259.5 | 204.5 | 201.9 | 71.6  | 179.5 | 137.3 | 92.9  | 46.3  | 17.8  | 18.3 | 69.1  | 1560.2 |
| 1980-81  | 219.8 | 305.2 | 360.7 | 254.8 | 167.1 | 54.6  | 99.6  | 99.8  | 12.1  | 54.0  | 24.4 | 45.7  | 1697.9 |
| 1981-82  | 167.6 | 155.1 | 545.6 | 79.6  | 113.7 | 149.6 | 146.4 | 79.3  | 31.8  | 10.0  | 28.2 | 20.0  | 1527.0 |
| 1982-83  | 120.1 | 299.4 | 249.5 | 80.7  | 164.9 | 86.6  | 32.5  | 47.0  | 105.2 | 105.1 | 32.5 | 21.1  | 1344.6 |
| 1983-84  | 97.6  | 257.1 | 206.5 | 158.1 | 201.2 | 158.0 | 176.6 | 50.3  | 7.9   | 9.4   | 58.8 | 46.7  | 1428.0 |
| 1984-85  | 26.9  | 203.2 | 114.5 | 278.3 | 83.4  | 161.8 | 77.8  | 56.9  | 20.5  | 13.3  | 2.9  | 10.8  | 1050.2 |
| 1985-86  | 72.7  | 394.5 | 64.4  | 287.9 | 215.9 | 86.7  | 118.3 | 100.3 | 59.6  | 87.8  | 8.6  | 5.1   | 1501.8 |
| 1986-87  | 79.7  | 56.4  | 194.1 | 226.5 | 110.0 | 265.1 | 134.9 | 52.8  | 52.9  | 21.4  | 41.4 | 11.0  | 1246.3 |
| 1987-88  | 148.9 | 265.4 | 180.8 | 101.6 | 237.3 | 142.8 | 77.1  | 22.7  | 18.7  | 0.6   | 14.6 | 27.0  | 1237.7 |
| ΜΕΣΗ Τ.  | 135.6 | 225.5 | 268.0 | 198.6 | 176.0 | 132.4 | 111.2 | 69.5  | 43.9  | 35.5  | 27.3 | 40.0  | 1463.3 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.  | 92.5  | 112.2 | 155.9 | 108.4 | 78.2  | 62.8  | 57.6  | 30.8  | 28.8  | 32.8  | 18.7 | 35.1  | 262.3  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 4

-----  
 ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΕΤΙΣ ΘΕΣΕΙΣ ΦΡΑΓΜΑΤΩΝ ΕΥΗΝΟΥ (mm)

-----  
 ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΟΡΟΥ ΡΗΓΑΝΙΟΥ (ΣΥΝΤΕΛ. 1.00)

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ   | ΟΚΤ  | ΝΟΕ   | ΔΕΚ   | ΙΑΝ   | ΦΕΒ   | ΜΑΡ   | ΑΠΡ   | ΜΑΙ  | ΙΟΥΝ | ΙΟΥΛ | ΑΥΓ  | ΣΕΠ  | ΕΤΟΣ   |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|--------|
| -----      |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ α |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| 1961-62    | 7.2  | 44.7  | 115.6 | 50.6  | 123.3 | 351.6 | 99.5  | 35.8 | 13.1 | 9.0  | 6.4  | 9.2  | 866.1  |
| 1962-63    | 36.8 | 279.5 | 418.2 | 396.9 | 447.0 | 115.6 | 98.3  | 91.0 | 46.9 | 24.5 | 11.2 | 11.4 | 1977.3 |
| -----      |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| Μ.ΤΙΜΗ     | 22.0 | 162.1 | 266.9 | 223.7 | 285.2 | 233.6 | 98.9  | 63.4 | 30.0 | 16.8 | 8.8  | 10.3 | 1421.7 |
| -----      |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ β |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| 1970-71    | 9.8  | 25.5  | 108.7 | 115.6 | 133.9 | 305.7 | 124.1 | 42.3 | 17.9 | 10.5 | 6.8  | 12.6 | 913.4  |
| 1971-72    | 11.8 | 67.6  | 135.9 | 83.9  | 146.3 | 135.6 | 90.9  | 60.7 | 17.7 | 14.8 | 11.3 | 9.2  | 785.9  |
| 1972-73    | 61.4 | 50.4  | 27.6  | 87.9  | 221.6 | 191.2 | 129.5 | 63.4 | 24.5 | 15.0 | 9.1  | 10.0 | 891.7  |
| 1973-74    | 16.1 | 35.4  | 138.5 | 54.4  | 172.5 | 112.7 | 157.8 | 65.4 | 18.7 | 8.4  | 6.6  | 10.9 | 797.5  |
| 1974-75    | 70.4 | 104.2 | 65.9  | 34.6  | 54.7  | 69.5  | 42.3  | 36.4 | 18.1 | 10.3 | 12.1 | 4.3  | 523.0  |
| 1975-76    | 20.4 | 52.7  | 177.9 | 53.8  | 85.3  | 68.2  | 98.2  | 47.2 | 24.0 | 14.5 | 7.6  | 6.0  | 655.9  |
| 1976-77    | 7.0  | 222.4 | 334.9 | 128.8 | 95.5  | 46.0  | 30.6  | 19.3 | 10.2 | 6.1  | 5.4  | 6.5  | 912.6  |
| 1977-78    | 6.6  | 43.5  | 93.5  | 136.3 | 202.4 | 75.6  | 144.0 | 56.1 | 21.7 | 9.8  | 7.0  | 12.1 | 808.8  |
| 1978-79    | 11.9 | 41.0  | 161.5 | 358.0 | 280.3 | 69.6  | 153.6 | 61.4 | 31.0 | 14.9 | 11.6 | 9.1  | 1203.9 |
| 1979-80    | 20.6 | 111.0 | 103.3 | 240.5 | 111.6 | 205.4 | 117.5 | 77.3 | 42.2 | 17.8 | 10.3 | 7.7  | 1065.3 |
| 1980-81    | 43.8 | 122.7 | 310.6 | 125.3 | 201.7 | 148.5 | 93.6  | 77.9 | 24.3 | 14.1 | 8.4  | 8.2  | 1179.0 |
| 1981-82    | 27.8 | 47.4  | 515.1 | 92.7  | 107.0 | 140.4 | 102.2 | 76.4 | 29.1 | 15.1 | 11.3 | 8.3  | 1172.7 |
| 1982-83    | 15.9 | 89.4  | 280.4 | 68.7  | 89.7  | 84.2  | 50.3  | 22.2 | 23.0 | 18.9 | 10.4 | 8.9  | 762.1  |
| 1983-84    | 11.1 | 112.0 | 210.1 | 150.7 | 189.8 | 121.0 | 103.4 | 73.1 | 23.4 | 12.3 | 10.2 | 8.3  | 1025.4 |
| 1984-85    | 7.2  | 56.4  | 24.5  | 200.9 | 95.2  | 121.0 | 80.6  | 38.1 | 19.4 | 14.5 | 5.2  | 1.6  | 664.6  |
| 1985-86    | 6.2  | 152.2 | 67.2  | 209.0 | 263.8 | 112.4 | 76.8  | 39.3 | 26.2 | 19.8 | 9.6  | 6.8  | 989.3  |
| 1986-87    | 8.9  | 14.0  | 34.8  | 114.5 | 110.5 | 148.4 | 95.7  | 47.3 | 25.2 | 12.1 | 7.6  | 5.8  | 624.8  |
| 1987-88    | 11.3 | 69.3  | 114.2 | 64.9  | 99.8  | 113.7 | 57.8  | 30.8 | 12.1 | 9.1  | 7.9  | 7.2  | 598.2  |
| -----      |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |
| Μ.ΤΙΜΗ     | 20.5 | 78.7  | 161.4 | 128.9 | 147.9 | 126.1 | 97.2  | 51.9 | 22.7 | 13.2 | 8.8  | 8.0  | 865.2  |
| ΤΥΠ.ΑΠ.    | 19.0 | 51.8  | 128.1 | 80.5  | 65.5  | 61.9  | 37.0  | 18.8 | 7.2  | 3.7  | 2.2  | 2.7  | 209.9  |
| -----      |      |       |       |       |       |       |       |      |      |      |      |      |        |

-----  
 ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ (ΠΕΡΙΟΔΟΙ α ΚΑΙ β)

|         |      |      |       |       |       |       |      |      |      |      |     |     |       |
|---------|------|------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|-----|-----|-------|
| Μ.ΤΙΜΗ  | 20.6 | 87.1 | 171.9 | 138.4 | 161.6 | 136.8 | 97.3 | 53.1 | 23.4 | 13.6 | 8.8 | 8.2 | 920.9 |
| ΤΥΠ.ΑΠ. | 18.6 | 67.1 | 134.7 | 99.1  | 91.6  | 77.4  | 35.0 | 20.2 | 9.0  | 4.4  | 2.2 | 2.7 | 318.2 |

-----



## ΠΙΝΑΚΑΣ 5

ΔΙΕΥΡΥΜΕΝΟ ΔΕΙΓΜΑ ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΩΝ ΠΕΡΙΣΤΑΣ ΚΑΙ ΑΓΙΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΚΑΤΑ ΡΕΝΜΑΝ (σε mm)

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ. | ΙΑΝ. | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ.  | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|----------|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1970-71  | 72.8  | 46.5  | 24.8 | 38.8 | 29.4  | 58.9  | 76.5  | 178.3 | 207.0 | 221.7 | 240.3 | 135.6 | 1330.6 |
| 1971-72  | 71.9  | 44.7  | 32.6 | 37.2 | 63.8  | 111.6 | 169.5 | 206.2 | 226.8 | 231.0 | 227.9 | 186.0 | 1609.2 |
| 1972-73  | 108.5 | 38.4  | 22.3 | 23.3 | 40.6  | 52.7  | 109.5 | 179.5 | 202.5 | 222.0 | 186.0 | 150.0 | 1335.3 |
| 1973-74  | 72.8  | 35.7  | 27.9 | 34.1 | 51.8  | 79.1  | 90.0  | 134.9 | 187.5 | 227.9 | 237.2 | 135.6 | 1314.5 |
| 1974-75  | 58.9  | 37.5  | 26.4 | 35.7 | 40.6  | 88.4  | 111.2 | 137.9 | 163.5 | 209.3 | 192.2 | 131.7 | 1233.3 |
| 1975-76  | 59.2  | 35.7  | 24.2 | 27.3 | 29.9  | 63.6  | 106.5 | 148.8 | 168.0 | 201.5 | 155.0 | 103.5 | 1123.2 |
| 1976-77  | 62.0  | 35.7  | 23.7 | 23.9 | 43.9  | 86.5  | 114.3 | 182.8 | 211.0 | 232.9 | 208.3 | 135.3 | 1360.3 |
| 1977-78  | 86.2  | 45.5  | 18.3 | 25.3 | 41.0  | 75.4  | 95.7  | 162.1 | 221.0 | 236.8 | 196.1 | 125.9 | 1329.5 |
| 1978-79  | 68.5  | 41.9  | 25.1 | 28.4 | 39.1  | 77.8  | 103.0 | 141.2 | 212.2 | 223.3 | 183.6 | 146.2 | 1290.2 |
| 1979-80  | 68.4  | 34.6  | 20.7 | 24.1 | 40.6  | 67.1  | 96.7  | 127.7 | 189.5 | 216.5 | 195.9 | 125.9 | 1207.5 |
| 1980-81  | 63.3  | 37.3  | 26.0 | 29.8 | 38.2  | 81.0  | 122.7 | 155.3 | 210.3 | 238.9 | 195.8 | 123.1 | 1321.6 |
| 1981-82  | 68.2  | 31.8  | 25.4 | 34.8 | 37.1  | 70.1  | 98.2  | 143.8 | 208.5 | 231.0 | 189.8 | 142.9 | 1281.5 |
| 1982-83  | 69.5  | 41.7  | 27.9 | 29.8 | 40.3  | 85.7  | 128.1 | 174.9 | 167.1 | 204.4 | 188.4 | 137.9 | 1295.7 |
| 1983-84  | 68.5  | 30.8  | 19.5 | 25.0 | 35.7  | 66.2  | 88.7  | 170.2 | 215.6 | 233.4 | 175.2 | 123.7 | 1252.6 |
| 1984-85  | 73.4  | 31.3  | 18.5 | 22.9 | 32.6  | 63.7  | 111.9 | 148.4 | 198.7 | 223.7 | 202.9 | 132.3 | 1260.3 |
| 1985-86  | 62.2  | 29.0  | 18.4 | 18.7 | 27.8  | 59.3  | 119.5 | 142.8 | 169.9 | 198.5 | 195.1 | 127.0 | 1168.3 |
| 1986-87  | 60.3  | 32.6  | 19.5 | 27.2 | 39.6  | 57.8  | 99.8  | 133.4 | 184.8 | 205.6 | 191.2 | 135.0 | 1186.9 |
| 1987-88  | 64.1  | 30.3  | 17.8 | 26.3 | 34.7  | 64.5  | 103.0 | 149.8 | 200.3 | 235.0 | 196.2 | 119.5 | 1241.6 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜ. | 69.9  | 36.7  | 23.3 | 28.5 | 39.3  | 72.7  | 108.0 | 156.6 | 196.9 | 221.9 | 197.6 | 134.3 | 1285.7 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.  | 11.7  | 5.5   | 4.2  | 5.6  | 8.4   | 14.5  | 20.0  | 21.2  | 19.7  | 13.0  | 20.8  | 16.7  | 103.3  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 6

## ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΒΕΛΤΙΣΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΟΥ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΔΕΝΑΡΟΧΟΡΙΟΥ

## ΜΕ ΑΝΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΠΕΡΙΣΤΑΣ (mm)

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ. | ΙΑΝ. | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ.  | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|----------|-------|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1970-71  | 67.5  | 41.3  | 22.8 | 33.4 | 25.0  | 53.8  | 69.6  | 165.5 | 198.1 | 209.7 | 212.7 | 119.6 | 1219.0 |
| 1971-72  | 66.7  | 39.7  | 30.0 | 32.0 | 54.3  | 101.9 | 154.2 | 191.4 | 217.0 | 218.5 | 201.7 | 164.1 | 1471.5 |
| 1972-73  | 100.6 | 34.1  | 20.5 | 20.1 | 34.6  | 48.1  | 99.6  | 166.6 | 193.8 | 210.0 | 164.6 | 132.3 | 1224.9 |
| 1973-74  | 67.5  | 31.7  | 25.7 | 29.4 | 44.1  | 72.2  | 81.9  | 125.2 | 179.4 | 215.6 | 209.9 | 119.6 | 1202.2 |
| 1974-75  | 54.6  | 33.3  | 24.3 | 30.7 | 34.6  | 80.7  | 101.2 | 128.0 | 156.5 | 198.0 | 170.1 | 116.2 | 1128.1 |
| 1975-76  | 54.9  | 31.7  | 22.3 | 23.5 | 25.4  | 58.1  | 96.9  | 138.1 | 160.8 | 190.6 | 137.2 | 91.3  | 1030.8 |
| 1976-77  | 57.5  | 31.7  | 21.8 | 20.6 | 37.4  | 79.0  | 104.0 | 169.7 | 201.9 | 220.3 | 184.4 | 119.3 | 1247.5 |
| 1977-78  | 79.9  | 40.5  | 16.9 | 21.8 | 34.9  | 68.9  | 87.1  | 150.4 | 211.5 | 224.0 | 173.5 | 111.1 | 1220.5 |
| 1978-79  | 63.5  | 37.2  | 23.0 | 24.4 | 33.3  | 71.0  | 93.7  | 131.0 | 203.1 | 211.2 | 162.5 | 128.9 | 1183.0 |
| 1979-80  | 63.4  | 30.8  | 19.0 | 20.8 | 34.5  | 61.3  | 88.0  | 118.5 | 181.3 | 204.8 | 173.3 | 111.0 | 1106.7 |
| 1980-81  | 58.6  | 33.2  | 23.9 | 25.6 | 32.5  | 73.9  | 111.7 | 144.1 | 201.3 | 226.0 | 173.3 | 108.6 | 1212.6 |
| 1981-82  | 63.2  | 28.3  | 23.4 | 29.9 | 31.6  | 64.0  | 89.3  | 133.4 | 199.6 | 218.5 | 168.0 | 126.0 | 1175.2 |
| 1982-83  | 64.4  | 37.0  | 25.7 | 25.7 | 34.3  | 78.2  | 116.6 | 162.3 | 159.9 | 193.4 | 166.7 | 121.6 | 1185.9 |
| 1983-84  | 63.5  | 27.4  | 17.9 | 21.5 | 30.4  | 60.4  | 80.8  | 158.0 | 206.3 | 220.8 | 155.0 | 109.1 | 1151.2 |
| 1984-85  | 68.0  | 27.8  | 17.0 | 19.8 | 27.7  | 58.1  | 101.8 | 137.7 | 190.2 | 211.7 | 179.5 | 116.7 | 1156.1 |
| 1985-86  | 57.6  | 25.8  | 16.9 | 16.1 | 23.7  | 54.1  | 108.8 | 132.5 | 162.6 | 187.8 | 172.7 | 112.0 | 1070.7 |
| 1986-87  | 55.9  | 29.0  | 17.9 | 23.4 | 33.7  | 52.8  | 90.8  | 123.8 | 176.8 | 194.5 | 169.2 | 119.1 | 1087.0 |
| 1987-88  | 59.4  | 26.9  | 16.4 | 22.7 | 29.5  | 58.9  | 93.7  | 139.0 | 191.7 | 222.3 | 173.7 | 105.4 | 1139.6 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜ. | 64.8  | 32.7  | 21.4 | 24.5 | 33.4  | 66.4  | 98.3  | 145.3 | 188.4 | 209.9 | 174.9 | 118.4 | 1178.5 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.  | 10.8  | 4.8   | 3.8  | 4.8  | 7.1   | 13.2  | 18.2  | 19.7  | 18.8  | 12.3  | 18.4  | 14.8  | 94.0   |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 7

## ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ (σε mm)

ΔΕΚ. ΑΠΟΡΡΟΗΣ : ΑΝΑΝΤΗ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΜΟΡΝΟΥ ΜΕΣΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ : 1082 m

ΣΤΑΘΜΟΙ: ΔΙΑΦΡΙΚΙ (0.185) ΚΑΡΟΥΤΕΣ (0.046) ΑΘ. ΔΙΑΚΟΣ (0.113) ΚΩΝΙΑΚΟΣ (0.133)

ΜΑΛΛΑΝΑΡΙΝΟ(0.133) ΠΕΝΤΑΓΙΟΙ (0.146) ΠΥΡΑ (0.135) ΣΥΚΕΑ (0.109)

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ : 1.215

| ΥΑΡ.ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ   |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|--------|
| 1962-63  | 162.6 | 317.8 | 405.4 | 308.1 | 365.0 | 105.7 | 93.5  | 112.0 | 87.0  | 59.3  | 12.5 | 34.7  | 2063.5 |
| 1963-64  | 228.4 | 75.6  | 336.2 | 93.4  | 106.0 | 153.5 | 85.1  | 86.6  | 86.3  | 41.3  | 31.7 | 36.6  | 1360.7 |
| 1964-65  | 89.2  | 174.1 | 261.8 | 224.4 | 303.4 | 104.9 | 141.6 | 74.6  | 53.3  | 12.7  | 7.2  | 4.2   | 1451.5 |
| 1965-66  | 43.6  | 409.7 | 230.2 | 524.5 | 120.7 | 167.3 | 37.5  | 54.4  | 47.8  | 15.0  | 10.7 | 61.2  | 1722.6 |
| 1966-67  | 100.7 | 404.9 | 286.4 | 238.1 | 59.6  | 47.2  | 92.5  | 51.3  | 7.0   | 82.6  | 15.8 | 72.4  | 1458.3 |
| 1967-68  | 72.6  | 60.2  | 374.6 | 490.8 | 117.8 | 117.9 | 16.7  | 57.0  | 82.6  | 1.1   | 22.7 | 25.1  | 1439.2 |
| 1968-69  | 135.9 | 141.6 | 351.9 | 189.8 | 264.0 | 142.8 | 31.5  | 13.8  | 20.5  | 10.9  | 9.5  | 38.4  | 1350.8 |
| 1969-70  | 4.7   | 167.7 | 520.0 | 271.0 | 206.0 | 163.9 | 38.2  | 40.7  | 40.7  | 35.9  | 22.1 | 43.6  | 1554.6 |
| 1970-71  | 126.8 | 126.7 | 229.2 | 140.3 | 259.7 | 297.9 | 35.2  | 36.3  | 7.4   | 30.1  | 18.9 | 77.8  | 1386.3 |
| 1971-72  | 72.3  | 226.2 | 145.4 | 163.9 | 169.6 | 96.4  | 144.1 | 88.7  | 30.8  | 92.7  | 45.2 | 38.7  | 1314.0 |
| 1972-73  | 247.8 | 101.5 | 49.3  | 217.3 | 281.9 | 182.2 | 81.8  | 59.4  | 49.6  | 67.0  | 28.2 | 24.4  | 1390.6 |
| 1973-74  | 145.9 | 177.6 | 249.4 | 94.5  | 308.5 | 127.9 | 198.8 | 109.2 | 38.6  | 14.7  | 20.1 | 79.9  | 1565.3 |
| 1974-75  | 220.7 | 190.4 | 109.3 | 73.3  | 217.7 | 128.2 | 31.4  | 91.3  | 114.6 | 28.6  | 58.9 | 8.0   | 1272.3 |
| 1975-76  | 102.3 | 151.0 | 245.4 | 186.3 | 170.2 | 90.7  | 85.3  | 63.1  | 44.7  | 45.8  | 12.2 | 19.8  | 1216.8 |
| 1976-77  | 144.8 | 257.7 | 302.2 | 99.6  | 104.6 | 43.4  | 115.3 | 43.5  | 34.9  | 9.0   | 10.1 | 71.7  | 1236.9 |
| 1977-78  | 7.1   | 294.2 | 235.1 | 297.5 | 205.6 | 127.6 | 179.4 | 23.0  | 14.3  | 1.6   | 9.7  | 139.9 | 1535.0 |
| 1978-79  | 95.5  | 235.9 | 218.3 | 433.0 | 225.2 | 80.1  | 159.7 | 93.2  | 38.6  | 61.2  | 33.6 | 16.6  | 1690.9 |
| 1979-80  | 223.8 | 237.1 | 259.3 | 277.2 | 105.7 | 260.0 | 132.3 | 67.7  | 50.1  | 4.8   | 11.4 | 62.0  | 1691.3 |
| 1980-81  | 301.5 | 268.8 | 403.9 | 505.6 | 172.7 | 29.6  | 137.1 | 84.1  | 9.0   | 12.5  | 21.4 | 36.7  | 1982.9 |
| 1981-82  | 144.4 | 217.2 | 527.1 | 64.7  | 190.8 | 214.8 | 162.6 | 109.6 | 22.5  | 8.3   | 29.7 | 30.1  | 1721.9 |
| 1982-83  | 82.7  | 188.8 | 230.2 | 87.9  | 162.4 | 109.5 | 40.9  | 50.3  | 124.0 | 68.7  | 31.0 | 10.6  | 1187.0 |
| 1983-84  | 121.1 | 266.4 | 272.6 | 166.3 | 261.0 | 167.3 | 177.6 | 44.4  | 9.8   | 11.2  | 27.1 | 21.6  | 1546.4 |
| 1984-85  | 15.5  | 205.0 | 118.1 | 426.4 | 106.5 | 161.1 | 95.9  | 69.8  | 11.7  | 8.9   | 5.6  | 9.5   | 1234.0 |
| 1985-86  | 97.7  | 469.3 | 108.0 | 301.2 | 323.0 | 116.4 | 134.9 | 77.3  | 139.8 | 52.1  | 31.7 | 10.5  | 1861.9 |
| 1986-87  | 193.8 | 66.5  | 259.1 | 288.7 | 144.4 | 343.0 | 106.2 | 62.4  | 60.3  | 13.8  | 39.6 | 9.9   | 1587.7 |
| 1987-88  | 126.8 | 245.8 | 189.1 | 150.3 | 295.1 | 134.1 | 56.0  | 33.2  | 14.8  | 12.6  | 10.8 | 21.8  | 1290.5 |
| ΜΕΣΗ Τ.  | 127.2 | 218.4 | 266.1 | 242.9 | 201.8 | 142.8 | 100.4 | 65.3  | 47.7  | 30.9  | 22.2 | 38.7  | 1504.3 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.  | 75.2  | 103.3 | 117.3 | 138.9 | 82.1  | 73.0  | 53.6  | 26.5  | 37.4  | 27.0  | 13.1 | 31.0  | 236.2  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 8

## ΤΕΛΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΠΟΡΡΟΗΣ ΣΤΟ ΦΡΑΓΜΑ ΜΟΡΦΟΥ (mm)

| ΥΔ.ΕΤΟΣ  | ΟΚΤ.  | ΝΟΕ.  | ΔΕΚ.   | ΙΑΝ.  | ΦΕΒ.  | ΜΑΡ.  | ΑΠΡ. | ΜΑΙ. | ΙΟΥΝ | ΙΟΥΛ | ΑΥΓ  | ΣΕΠ. | ΕΤΟΣ  |
|--|-------|-------|--------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|-------|
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ α ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΣΤΕΝΟ (ΣΥΝΤΕΛ. 1.56*0.98) |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |      |       |
| 1951-52  | 102.6 | 92.2  | 67.7   | 160.7 | 171.2 | 38.3  | 41.4 | 20.5 | 10.9 | 6.7  | 7.3  | 6.3  | 725.8 |
| 1952-53  | 12.0  | 75.0  | 67.9   | 65.6  | 57.7  | 18.3  | 27.2 | 25.1 | 48.3 | 13.1 | 11.5 | 11.7 | 433.3 |
| 1953-54  | 17.3  | 89.4  | 10.7   | 38.6  | 97.3  | 80.5  | 84.9 | 72.7 | 30.3 | 8.1  | 2.9  | 0.7  | 533.4 |
| 1954-55  | 3.7   | 10.7  | 100.2  | 39.6  | 34.9  | 53.6  | 46.7 | 16.5 | 7.9  | 9.3  | 9.5  | 8.2  | 340.8 |
| 1955-56  | 62.2  | 108.3 | 22.8   | 44.7  | 217.8 | 111.5 | 87.4 | 54.8 | 21.6 | 13.9 | 12.0 | 10.5 | 767.6 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜΗ   | 39.6  | 75.1  | 53.8   | 69.8  | 115.8 | 60.4  | 57.5 | 37.9 | 23.8 | 10.2 | 8.7  | 7.5  | 560.2 |
| ΤΥΠ.ΑΠΟΚ   | 41.9  | 37.9  | 36.6   | 52.0  | 77.0  | 36.5  | 27.1 | 24.6 | 16.3 | 3.1  | 3.7  | 4.3  | 184.0 |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ β ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟ ΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΟΛΙ (ΣΥΝΤΕΛ. 0.98)   |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |      |       |
| 1963-64  | 37.0* | 15.5* | 127.7* | 40.2* | 42.7  | 76.4  | 47.1 | 26.6 | 20.5 | 6.9  | 3.7  | 6.3  | 450.7 |
| 1964-65  | 6.7   | 20.7  | 77.8   | 112.9 | 70.2  | 79.3  | 87.0 | 76.3 | 32.3 | 6.9  | 4.0  | 3.8  | 577.9 |
| 1965-66  | 4.7   | 91.9  | 154.6  | 224.0 | 98.1  | 82.4  | 50.1 | 38.0 | 20.6 | 6.4  | 4.4  | 10.2 | 785.5 |
| 1966-67  | 11.9  | 159.4 | 135.3  | 122.5 | 86.3  | 33.9  | 45.8 | 40.0 | 11.3 | 28.2 | 5.7  | 8.9  | 689.0 |
| 1967-68  | 8.2   | 8.2   | 104.1  | 211.4 | 113.0 | 82.1  | 62.4 | 25.7 | 22.8 | 2.5  | 6.2  | 4.6  | 651.3 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜΗ   | 13.7  | 59.1  | 119.9  | 142.2 | 82.1  | 70.8  | 58.5 | 41.3 | 21.5 | 10.2 | 4.8  | 6.8  | 630.9 |
| ΤΥΠ.ΑΠΟΚ   | 13.3  | 65.4  | 29.7   | 76.0  | 27.0  | 20.8  | 17.3 | 20.6 | 7.5  | 10.2 | 1.1  | 2.7  | 125.5 |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ γ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΑΠΟ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ                      |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |      |       |
| 1979-80  | 0.0   | 49.8  | 100.5  | 92.9  | 60.4  | 121.1 | 72.0 | 65.4 | 37.8 | 13.4 | 8.3  | 6.6  | 628.2 |
| 1980-81  | 45.4  | 83.5  | 148.3  | 123.3 | 102.3 | 89.6  | 67.2 | 39.1 | 26.0 | 17.8 | 23.1 | 20.3 | 786.0 |
| 1981-82  | 25.0  | 27.3  | 191.5  | 60.2  | 43.6  | 65.0  | 70.1 | 58.9 | 17.2 | 7.2  | 21.2 | 20.0 | 607.3 |
| 1982-83  | 19.7  | 38.5  | 104.8  | 35.4  | 36.0  | 43.3  | 36.7 | 24.0 | 21.2 | 18.6 | 12.6 | 1.9  | 392.8 |
| 1983-84  | 14.8  | 41.7  | 103.5  | 66.0  | 98.9  | 64.7  | 60.0 | 72.4 | 41.5 | 3.2  | 11.8 | 13.5 | 592.3 |
| 1984-85  | 10.8  | 24.2  | 20.5   | 130.5 | 69.1  | 76.7  | 68.5 | 47.5 | 23.6 | 9.2  | 9.0  | 10.8 | 500.4 |
| 1985-86  | 7.2   | 75.6  | 47.8   | 96.1  | 113.8 | 71.3  | 61.3 | 42.0 | 23.0 | 23.3 | 12.9 | 4.7  | 578.9 |
| 1986-87  | 15.1  | 20.0  | 25.6   | 73.9  | 63.3  | 84.8  | 73.9 | 43.3 | 29.8 | 18.7 | 5.1  | 8.5  | 462.1 |
| 1987-88  | 12.5  | 25.1  | 52.7   | 29.7  | 61.7  | 88.6  | 47.4 | 32.2 | 13.7 | 5.5  | 8.1  | 7.3  | 384.4 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜΗ   | 16.7  | 42.9  | 88.4   | 78.7  | 72.1  | 78.4  | 61.9 | 47.2 | 26.0 | 13.0 | 12.5 | 10.4 | 548.0 |
| ΤΥΠ.ΑΠΟΚ   | 12.8  | 22.8  | 57.0   | 35.1  | 26.8  | 21.5  | 12.3 | 15.6 | 9.0  | 7.0  | 6.0  | 6.4  | 126.7 |
| ΔΕΙΓΜΑ Α (ΠΕΡΙΟΔΟΙ β ΚΑΙ γ)  |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |      |       |
| ΜΕΣ.ΤΙΜΗ   | 15.6  | 48.7  | 99.6   | 101.4 | 75.7  | 75.7  | 60.7 | 45.1 | 24.4 | 12.0 | 9.7  | 9.1  | 577.6 |
| ΤΥΠ.ΑΠΟΚ   | 12.6  | 41.3  | 50.4   | 59.5  | 26.4  | 20.9  | 13.8 | 17.1 | 8.5  | 8.0  | 6.1  | 5.6  | 128.6 |
| ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ Β (ΠΕΡΙΟΔΟΙ α,β,γ)                                   |       |       |        |       |       |       |      |      |      |      |      |      |       |
| ΜΕΣ.ΤΙΜΗ   | 21.9  | 55.6  | 87.6   | 93.1  | 86.2  | 71.7  | 59.9 | 43.2 | 24.2 | 11.5 | 9.4  | 8.7  | 573.0 |
| ΤΥΠ.ΑΠΟΚ   | 25.0  | 41.2  | 50.6   | 58.0  | 46.4  | 25.6  | 17.4 | 18.8 | 10.6 | 7.0  | 5.5  | 5.2  | 139.8 |

\* Οι τιμές προέκυψαν από μετρήσεις στο στενό (όπως αυτές της περιόδου α)

## ΠΙΝΑΚΑΣ 9

ΔΙΕΥΡΥΜΕΝΟ ΔΕΙΓΜΑ ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΕΞΑΤΜΙΣΕΩΝ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΑ ΜΟΡΦΟΥ ΚΑΤΑ ΠΕΝΜΑΝ (σε mm)

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ ΟΥΤ. | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ. | ΙΑΝ. | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ.  | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ         |
|---------------|-------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| 1970-71       | 62.0  | 43.5 | 24.8 | 38.8  | 31.6  | 62.0  | 79.5  | 179.8 | 210.0 | 209.3 | 227.9 | 117.0 1286.2 |
| 1971-72       | 55.9  | 33.0 | 24.2 | 32.6  | 32.5  | 111.6 | 129.0 | 161.2 | 213.0 | 209.3 | 165.9 | 127.5 1295.7 |
| 1972-73       | 54.3  | 34.5 | 27.9 | 27.9  | 42.0  | 55.8  | 109.5 | 190.7 | 209.4 | 224.8 | 193.8 | 133.5 1304.1 |
| 1973-74       | 66.7  | 32.8 | 29.5 | 26.4  | 41.5  | 79.1  | 88.5  | 162.5 | 211.4 | 240.3 | 227.9 | 132.9 1339.5 |
| 1974-75       | 72.9  | 32.8 | 29.5 | 25.1  | 22.4  | 86.8  | 126.0 | 164.3 | 192.0 | 217.0 | 175.2 | 165.0 1309.0 |
| 1975-76       | 61.8  | 33.2 | 29.6 | 24.8  | 26.1  | 68.2  | 120.0 | 162.5 | 190.5 | 208.1 | 167.4 | 123.0 1215.2 |
| 1976-77       | 68.5  | 37.5 | 24.8 | 29.3  | 52.3  | 93.3  | 128.6 | 186.0 | 219.3 | 247.1 | 224.8 | 140.7 1452.2 |
| 1977-78       | 78.1  | 44.0 | 30.0 | 31.6  | 45.4  | 87.2  | 108.5 | 178.0 | 222.5 | 239.0 | 201.0 | 122.9 1388.1 |
| 1978-79       | 69.9  | 42.4 | 26.5 | 30.4  | 44.7  | 82.7  | 103.9 | 138.3 | 207.9 | 211.7 | 182.9 | 141.4 1282.8 |
| 1979-80       | 62.6  | 35.3 | 25.4 | 24.7  | 44.2  | 69.4  | 103.3 | 145.4 | 188.7 | 213.5 | 189.7 | 122.5 1224.9 |
| 1980-81       | 69.9  | 35.2 | 24.7 | 33.1  | 41.9  | 82.8  | 123.9 | 158.4 | 199.4 | 220.9 | 193.2 | 119.3 1302.6 |
| 1981-82       | 72.1  | 31.4 | 22.7 | 33.4  | 40.4  | 76.5  | 103.4 | 148.8 | 215.6 | 227.5 | 193.6 | 146.3 1311.8 |
| 1982-83       | 70.2  | 36.1 | 25.5 | 28.1  | 44.4  | 86.2  | 137.3 | 183.2 | 182.6 | 201.8 | 182.5 | 129.6 1307.4 |
| 1983-84       | 63.4  | 32.8 | 21.2 | 24.8  | 34.8  | 63.9  | 89.2  | 178.6 | 216.6 | 232.4 | 175.4 | 129.8 1262.7 |
| 1984-85       | 73.1  | 34.1 | 24.0 | 31.1  | 36.8  | 59.5  | 118.6 | 160.5 | 212.6 | 231.3 | 217.4 | 137.6 1336.4 |
| 1985-86       | 62.3  | 34.2 | 20.2 | 27.1  | 41.3  | 65.1  | 143.2 | 160.7 | 197.5 | 208.8 | 208.7 | 130.0 1298.9 |
| 1986-87       | 60.2  | 33.8 | 21.6 | 34.7  | 43.0  | 66.1  | 109.6 | 152.6 | 198.0 | 236.0 | 195.2 | 144.6 1295.4 |
| 1987-88       | 66.9  | 35.9 | 21.9 | 31.9  | 44.2  | 71.7  | 114.1 | 170.0 | 210.1 | 245.8 | 204.3 | 131.7 1348.6 |
| ΜΕΣ.ΤΙΜ.      | 66.1  | 35.7 | 25.2 | 29.8  | 39.4  | 76.0  | 113.1 | 165.6 | 205.4 | 223.6 | 195.9 | 133.1 1309.0 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.       | 6.3   | 3.8  | 3.1  | 4.0   | 7.4   | 14.1  | 17.1  | 14.6  | 11.6  | 14.4  | 19.7  | 11.6 54.1    |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 10

## ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ (σε mm)

ΔΕΚ. ΑΠΟΡΡΟΗ : ΥΑΙΚΗΣ

ΜΕΣΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ : 201.4 m

ΣΤΑΘΜΟΙ: ΑΛΙΑΡΤΟΣ (0.308) ΜΟΥΡΙΚΙ (0.423) ΚΑΛΑΙΘΕΑ (0.231) ΤΑΝΑΓΡΑ (0.038)

| ΥΑΡ. ΕΤΟΣ | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ.  | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ  |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| 1954-55   | 54.6  | 106.1 | 109.6 | 70.1  | 17.3  | 55.4  | 102.5 | 4.2   | 16.3  | 3.7   | 14.6 | 61.7  | 616.0 |
| 1955-56   | 165.3 | 114.1 | 53.0  | 56.9  | 141.2 | 71.0  | 23.7  | 11.6  | 5.7   | 0.6   | 0.9  | 14.7  | 658.8 |
| 1956-57   | 12.8  | 57.0  | 33.2  | 88.6  | 21.3  | 42.6  | 24.0  | 31.1  | 12.1  | 1.4   | 12.3 | 35.3  | 371.6 |
| 1957-58   | 131.3 | 52.1  | 69.0  | 76.5  | 2.2   | 67.6  | 19.2  | 12.2  | 31.0  | 0.4   | 0.0  | 72.8  | 534.3 |
| 1958-59   | 42.7  | 86.6  | 14.8  | 72.8  | 30.7  | 42.6  | 48.4  | 9.7   | 15.4  | 12.0  | 2.1  | 38.6  | 416.4 |
| 1959-60   | 58.8  | 61.1  | 28.5  | 68.2  | 41.7  | 33.3  | 25.2  | 28.1  | 6.6   | 1.1   | 7.1  | 22.0  | 381.7 |
| 1960-61   | 17.5  | 36.1  | 66.0  | 73.6  | 46.0  | 104.4 | 22.2  | 9.0   | 12.1  | 3.3   | 1.2  | 2.7   | 394.3 |
| 1961-62   | 52.5  | 40.6  | 104.1 | 39.0  | 83.9  | 59.0  | 8.7   | 16.4  | 2.4   | 2.2   | 0.0  | 90.3  | 498.9 |
| 1962-63   | 175.5 | 106.9 | 170.9 | 58.4  | 33.3  | 66.7  | 19.9  | 56.8  | 13.6  | 8.1   | 0.6  | 0.9   | 711.6 |
| 1963-64   | 168.6 | 55.6  | 31.9  | 124.6 | 41.5  | 48.5  | 9.3   | 13.7  | 41.5  | 2.1   | 2.0  | 35.6  | 574.8 |
| 1964-65   | 10.1  | 11.4  | 61.4  | 67.3  | 102.9 | 76.2  | 35.1  | 34.1  | 30.6  | 1.6   | 6.5  | 0.0   | 437.3 |
| 1965-66   | 21.8  | 20.4  | 36.3  | 105.8 | 13.1  | 102.1 | 24.0  | 50.5  | 34.6  | 0.0   | 4.6  | 37.0  | 450.3 |
| 1966-67   | 38.4  | 128.5 | 70.5  | 37.2  | 58.4  | 42.7  | 43.9  | 25.2  | 7.9   | 1.7   | 19.7 | 31.2  | 505.3 |
| 1967-68   | 89.1  | 46.6  | 79.0  | 73.2  | 74.5  | 57.6  | 10.2  | 30.5  | 16.3  | 0.0   | 1.8  | 22.6  | 501.5 |
| 1968-69   | 91.5  | 91.5  | 174.1 | 96.5  | 41.3  | 74.4  | 17.6  | 2.0   | 0.4   | 0.3   | 0.1  | 13.9  | 603.6 |
| 1969-70   | 0.5   | 44.0  | 165.8 | 57.9  | 41.3  | 59.0  | 1.4   | 55.2  | 31.3  | 15.5  | 2.2  | 32.4  | 506.5 |
| 1970-71   | 84.3  | 11.0  | 64.4  | 58.1  | 69.2  | 97.1  | 39.8  | 15.0  | 5.7   | 17.3  | 33.1 | 18.1  | 513.1 |
| 1971-72   | 74.4  | 76.9  | 63.6  | 165.1 | 79.2  | 17.3  | 98.3  | 22.5  | 13.1  | 34.6  | 39.3 | 22.6  | 707.0 |
| 1972-73   | 132.0 | 36.2  | 47.1  | 83.7  | 67.0  | 43.1  | 17.9  | 5.1   | 23.3  | 20.7  | 7.3  | 43.5  | 526.8 |
| 1973-74   | 48.5  | 45.4  | 50.9  | 65.8  | 91.5  | 64.2  | 31.3  | 30.5  | 10.9  | 0.0   | 8.4  | 11.5  | 459.0 |
| 1974-75   | 13.4  | 68.4  | 40.7  | 64.3  | 112.8 | 20.7  | 19.6  | 26.0  | 51.3  | 14.1  | 12.0 | 18.5  | 461.8 |
| 1975-76   | 21.1  | 45.5  | 134.1 | 58.2  | 127.5 | 44.1  | 42.6  | 15.7  | 7.1   | 7.1   | 10.2 | 6.9   | 520.1 |
| 1976-77   | 81.5  | 56.9  | 47.2  | 21.5  | 3.6   | 32.5  | 14.8  | 1.4   | 24.4  | 0.0   | 0.4  | 15.5  | 299.8 |
| 1977-78   | 13.8  | 37.3  | 173.5 | 120.7 | 51.4  | 28.6  | 28.1  | 9.3   | 3.6   | 0.0   | 6.1  | 61.9  | 534.2 |
| 1978-79   | 53.9  | 32.6  | 140.7 | 29.5  | 45.6  | 17.7  | 18.9  | 42.1  | 2.1   | 23.2  | 23.5 | 13.1  | 442.9 |
| 1979-80   | 204.8 | 100.0 | 38.9  | 46.2  | 65.4  | 83.8  | 49.0  | 40.0  | 17.0  | 0.0   | 3.4  | 11.0  | 659.5 |
| 1980-81   | 110.5 | 25.7  | 140.1 | 214.4 | 39.6  | 8.7   | 28.0  | 12.7  | 0.0   | 0.4   | 6.3  | 8.8   | 595.2 |
| 1981-82   | 29.5  | 63.6  | 65.9  | 58.9  | 124.8 | 92.6  | 100.1 | 34.6  | 8.2   | 1.3   | 5.6  | 1.2   | 586.3 |
| 1982-83   | 36.8  | 118.0 | 41.9  | 27.9  | 69.7  | 47.4  | 1.3   | 9.6   | 55.5  | 8.7   | 7.4  | 0.0   | 424.1 |
| 1983-84   | 13.6  | 67.3  | 127.0 | 68.8  | 80.6  | 89.0  | 107.3 | 3.5   | 1.0   | 4.4   | 40.4 | 2.3   | 605.3 |
| 1984-85   | 1.3   | 101.8 | 92.4  | 126.2 | 25.8  | 63.2  | 27.2  | 3.0   | 0.4   | 0.4   | 0.0  | 4.2   | 445.8 |
| 1985-86   | 56.8  | 81.4  | 64.3  | 28.7  | 58.4  | 26.0  | 7.7   | 38.2  | 22.1  | 4.7   | 0.0  | 0.1   | 388.4 |
| 1986-87   | 81.0  | 16.9  | 67.8  | 38.1  | 36.7  | 172.7 | 69.5  | 4.7   | 6.3   | 5.1   | 10.8 | 0.0   | 509.5 |
| 1987-88   | 63.8  | 60.8  | 63.1  | 64.6  | 83.6  | 82.8  | 26.5  | 15.7  | 9.4   | 0.8   | 0.0  | 14.5  | 485.8 |
| ΜΕΣ. ΤΙΜ. | 66.2  | 61.9  | 80.3  | 73.7  | 59.5  | 59.8  | 34.2  | 21.2  | 15.9  | 5.8   | 8.5  | 22.5  | 509.6 |
| ΤΥΠ. ΑΠ.  | 54.4  | 32.2  | 46.4  | 40.0  | 35.2  | 32.4  | 28.9  | 15.8  | 14.4  | 8.2   | 10.9 | 22.5  | 98.3  |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 11

ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗΣ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ (σε mm)

ΛΙΜΝΗ ΥΛΙΚΗ ΜΕΣΗ ΣΤΑΘΜΗ : 70 m  
ΣΤΑΘΜΟΙ: ΑΛΙΑΡΤΟΣ (0.044) ΜΟΥΡΙΚΙ (0.956)

| ΥΔΡ.ΕΤΟΣ  | ΟΚΤ.  | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ.  | ΙΑΝ.  | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ. | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ. | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ  |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| 1954-55   | 49.7  | 89.3  | 106.0 | 57.1  | 13.8  | 46.1  | 83.3 | 7.8   | 8.9   | 4.5   | 9.8  | 44.2  | 520.6 |
| 1955-56   | 154.0 | 96.0  | 43.7  | 48.8  | 119.4 | 62.3  | 25.6 | 13.7  | 6.4   | 1.0   | 1.7  | 11.4  | 584.0 |
| 1956-57   | 12.5  | 45.6  | 34.0  | 90.0  | 16.0  | 36.6  | 19.2 | 24.8  | 10.8  | 2.1   | 11.4 | 21.2  | 324.4 |
| 1957-58   | 134.5 | 51.9  | 70.9  | 59.9  | 3.1   | 49.9  | 7.1  | 10.1  | 28.4  | 0.1   | 0.0  | 53.4  | 469.1 |
| 1958-59   | 35.1  | 68.9  | 11.3  | 60.1  | 22.1  | 24.6  | 33.3 | 6.3   | 10.4  | 7.8   | 1.5  | 13.3  | 294.6 |
| 1959-60   | 41.1  | 42.1  | 21.5  | 37.9  | 36.8  | 30.9  | 21.6 | 27.8  | 6.7   | 0.1   | 0.5  | 12.8  | 279.9 |
| 1960-61   | 11.7  | 36.4  | 89.1  | 52.1  | 34.9  | 72.5  | 25.9 | 11.8  | 11.6  | 4.2   | 0.2  | 3.0   | 353.2 |
| 1961-62   | 58.4  | 32.8  | 95.1  | 22.2  | 70.2  | 18.6  | 9.0  | 16.1  | 4.6   | 3.4   | 0.0  | 56.4  | 386.8 |
| 1962-63   | 232.4 | 74.9  | 168.0 | 42.2  | 17.2  | 45.3  | 22.4 | 32.7  | 3.9   | 6.9   | 0.1  | 1.3   | 647.3 |
| 1963-64   | 165.2 | 56.2  | 32.6  | 93.7  | 18.1  | 46.2  | 8.2  | 20.2  | 45.2  | 4.0   | 2.6  | 17.2  | 509.5 |
| 1964-65   | 5.7   | 10.7  | 51.4  | 44.5  | 84.4  | 64.0  | 18.1 | 25.8  | 22.3  | 0.2   | 8.5  | 0.0   | 335.8 |
| 1965-66   | 17.1  | 12.9  | 24.8  | 78.4  | 8.7   | 86.9  | 18.3 | 66.2  | 35.8  | 0.0   | 3.1  | 58.5  | 410.6 |
| 1966-67   | 29.9  | 97.0  | 31.9  | 15.6  | 15.0  | 13.3  | 28.8 | 23.6  | 3.9   | 1.2   | 3.9  | 15.4  | 279.5 |
| 1967-68   | 59.8  | 17.5  | 63.9  | 48.5  | 79.2  | 30.0  | 1.8  | 39.4  | 7.3   | 0.0   | 0.5  | 11.7  | 359.6 |
| 1968-69   | 41.0  | 45.6  | 124.8 | 74.4  | 10.1  | 61.4  | 14.5 | 4.4   | 0.4   | 0.6   | 0.2  | 20.6  | 398.0 |
| 1969-70   | 0.1   | 45.9  | 137.1 | 34.0  | 36.5  | 49.4  | 1.7  | 52.7  | 37.0  | 14.5  | 3.1  | 29.5  | 441.5 |
| 1970-71   | 87.8  | 7.6   | 76.5  | 50.4  | 53.3  | 90.0  | 35.4 | 15.2  | 7.9   | 26.0  | 29.0 | 11.6  | 490.8 |
| 1971-72   | 57.9  | 88.5  | 53.3  | 182.6 | 69.7  | 10.0  | 74.7 | 10.8  | 9.6   | 27.3  | 16.3 | 15.5  | 616.1 |
| 1972-73   | 126.3 | 22.5  | 32.9  | 46.8  | 61.9  | 22.8  | 20.6 | 3.4   | 16.7  | 8.4   | 1.3  | 34.0  | 397.5 |
| 1973-74   | 29.0  | 23.4  | 27.9  | 30.7  | 63.4  | 34.1  | 21.2 | 19.0  | 1.1   | 0.0   | 4.1  | 5.6   | 259.4 |
| 1974-75   | 5.3   | 54.2  | 29.2  | 36.9  | 92.2  | 17.0  | 14.9 | 26.3  | 47.8  | 8.3   | 2.0  | 26.3  | 360.3 |
| 1975-76   | 14.3  | 38.9  | 103.2 | 43.5  | 118.7 | 35.9  | 40.7 | 13.1  | 3.3   | 5.7   | 2.9  | 4.1   | 424.3 |
| 1976-77   | 92.0  | 49.7  | 31.9  | 9.2   | 3.2   | 17.1  | 1.7  | 0.9   | 12.6  | 0.0   | 0.1  | 15.7  | 234.1 |
| 1977-78   | 11.1  | 31.5  | 181.8 | 73.2  | 31.6  | 14.8  | 19.4 | 7.0   | 5.3   | 0.0   | 8.5  | 51.1  | 435.3 |
| 1978-79   | 47.5  | 21.6  | 121.5 | 21.3  | 26.5  | 14.4  | 16.1 | 33.4  | 2.2   | 19.4  | 13.3 | 10.2  | 347.5 |
| 1979-80   | 188.8 | 81.7  | 43.2  | 34.8  | 61.0  | 59.8  | 36.0 | 48.1  | 23.0  | 0.0   | 4.0  | 11.1  | 591.3 |
| 1980-81   | 107.5 | 27.3  | 142.9 | 268.5 | 35.8  | 6.0   | 10.0 | 19.0  | 0.0   | 0.0   | 2.6  | 1.3   | 620.9 |
| 1981-82   | 26.3  | 49.9  | 57.8  | 51.1  | 118.7 | 95.8  | 81.8 | 34.2  | 8.1   | 2.0   | 7.7  | 0.2   | 533.5 |
| 1982-83   | 36.3  | 117.6 | 40.0  | 18.1  | 52.2  | 52.0  | 0.1  | 6.7   | 52.4  | 5.7   | 9.1  | 0.0   | 390.3 |
| 1983-84   | 12.1  | 82.7  | 117.8 | 61.7  | 77.3  | 78.8  | 91.1 | 1.4   | 1.9   | 5.5   | 55.9 | 3.9   | 590.1 |
| 1984-85   | 1.9   | 109.2 | 76.9  | 136.0 | 21.3  | 46.1  | 26.1 | 0.4   | 0.0   | 0.1   | 0.0  | 2.4   | 420.4 |
| 1985-86   | 54.4  | 71.4  | 61.1  | 26.0  | 47.0  | 25.1  | 6.2  | 24.3  | 5.2   | 4.5   | 0.0  | 0.0   | 325.2 |
| 1986-87   | 65.1  | 11.7  | 51.3  | 30.3  | 32.9  | 166.5 | 78.1 | 3.7   | 6.9   | 7.8   | 8.4  | 0.0   | 462.7 |
| 1987-88   | 65.0  | 49.4  | 67.2  | 51.2  | 79.7  | 58.0  | 24.2 | 26.0  | 10.3  | 1.9   | 0.0  | 6.3   | 439.3 |
| ΜΕΣ. ΤΙΜ. | 61.1  | 51.8  | 71.3  | 59.8  | 48.0  | 46.5  | 27.6 | 19.9  | 13.5  | 5.1   | 6.2  | 16.7  | 427.5 |
| ΤΥΠ. ΑΠ.  | 58.1  | 30.1  | 44.4  | 50.2  | 33.9  | 32.2  | 25.1 | 15.7  | 14.5  | 7.0   | 10.7 | 17.6  | 112.3 |

## ΠΙΝΑΚΑΣ 12

## ΤΕΛΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ ΠΑΡΟΧΩΝ ΔΙΟΡΥΓΜΕΣ ΚΑΡΔΙΤΣΑΣ (mm)

## ΧΩΡΙΣ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ

| ΥΔΡ. ΕΤΟΣ                   | ΟΚΤ  | ΝΟΕ  | ΔΕΚ   | ΙΑΝ  | ΦΕΒ  | ΜΑΡ  | ΑΠΡ  | ΜΑΙ  | ΙΟΥΝ | ΙΟΥΛ | ΑΥΓ | ΣΕΠ  | ΕΤΟΣ  |
|-----------------------------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|-------|
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ Α                  |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |     |      |       |
| 1960-61                     | 11.2 | 11.0 | 18.1  | 18.8 | 19.5 | 47.4 | 17.7 | 9.7  | 1.0  | 0.0  | 0.0 | 3.5  | 157.6 |
| 1961-62                     | 10.4 | 10.5 | 15.9  | 12.2 | 18.3 | 21.9 | 6.9  | 0.0  | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 4.1  | 100.3 |
| 1962-63                     | 12.9 | 24.1 | 88.7  | 47.8 | 65.1 | 44.1 | 27.2 | 20.8 | 6.7  | 0.0  | 0.0 | 6.7  | 344.2 |
| 1963-64                     | 21.1 | 16.7 | 23.9  | 33.1 | 32.5 | 40.0 | 22.1 | 8.1  | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 9.2  | 206.9 |
| Μ.ΤΙΜΗ                      | 13.9 | 15.6 | 36.7  | 28.0 | 33.9 | 38.4 | 18.5 | 9.6  | 1.9  | 0.0  | 0.0 | 5.9  | 202.2 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.                     | 4.9  | 6.3  | 34.9  | 15.8 | 21.8 | 11.4 | 8.6  | 8.5  | 3.2  | 0.0  | 0.0 | 2.6  | 104.2 |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ Β                  |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |     |      |       |
| 1968-69                     | 19.1 | 22.9 | 102.2 | 73.4 | 36.7 | 45.2 | 29.6 | 12.8 | 0.0  | 0.0  | 5.0 | 13.6 | 360.3 |
| 1969-70                     | 15.9 | 15.0 | 25.7  | 27.2 | 19.5 | 30.9 | 10.4 | 12.6 | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 8.9  | 166.1 |
| 1970-71                     | 12.4 | 12.7 | 12.9  | 23.3 | 23.5 | 45.5 | 29.9 | 11.3 | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 11.2 | 182.8 |
| 1971-72                     | 13.4 | 19.0 | 18.1  | 47.7 | 42.1 | 41.0 | 33.6 | 26.3 | 0.0  | 0.0  | 4.0 | 11.0 | 256.2 |
| 1972-73                     | 15.9 | 24.7 | 14.1  | 32.0 | 30.5 | 34.5 | 25.0 | 0.0  | 6.6  | 0.0  | 0.0 | 0.0  | 183.3 |
| 1973-74                     | 0.0  | 14.5 | 21.8  | 24.9 | 34.0 | 52.4 | 28.5 | 12.5 | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 11.5 | 200.1 |
| 1974-75                     | 19.4 | 17.7 | 18.4  | 20.1 | 25.2 | 26.9 | 5.2  | 0.0  | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 6.3  | 139.3 |
| 1975-76                     | 13.4 | 14.6 | 28.9  | 25.1 | 44.3 | 32.2 | 27.9 | 7.1  | 0.0  | 0.0  | 0.0 | 3.3  | 196.8 |
| Μ.ΤΙΜΗ                      | 13.7 | 17.7 | 30.2  | 34.2 | 32.0 | 38.6 | 23.8 | 10.3 | 0.8  | 0.0  | 1.1 | 8.2  | 210.6 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.                     | 6.1  | 4.3  | 29.6  | 18.0 | 8.9  | 8.8  | 10.2 | 8.4  | 2.3  | 0.0  | 2.1 | 4.7  | 69.0  |
| ΠΕΡΙΟΔΟΣ Γ                  |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |     |      |       |
| 1977-78                     | 2.4  | 3.7  | 14.0  | 33.2 | 37.5 | 23.2 | 15.3 | 4.8  | 0.1  | 0.0  | 0.0 | 3.0  | 137.3 |
| 1978-79                     | 7.5  | 9.0  | 21.6  | 19.1 | 18.0 | 13.5 | 6.6  | 3.7  | 0.4  | 0.0  | 0.0 | 3.8  | 103.4 |
| 1979-80                     | 14.1 | 22.7 | 19.1  | 31.5 | 25.5 | 46.7 | 25.1 | 17.0 | 4.6  | 0.0  | 0.0 | 5.0  | 211.3 |
| 1980-81                     | 20.9 | 15.6 | 27.5  | 57.2 | 50.0 | 31.0 | 25.0 | 7.9  | 1.8  | 0.7  | 1.9 | 8.7  | 248.1 |
| 1981-82                     | 9.5  | 10.8 | 15.4  | 13.2 | 27.3 | 47.4 | 43.9 | 27.4 | 11.2 | 2.1  | 3.1 | 6.3  | 217.6 |
| 1982-83                     | 7.3  | 11.2 | 16.6  | 13.9 | 13.9 | 21.2 | 5.7  | 2.4  | 4.0  | 0.2  | 0.0 | 0.0  | 96.2  |
| 1983-84                     | 3.7  | 6.3  | 26.3  | 21.9 | 33.9 | 38.3 | 39.9 | 17.8 | 2.1  | 1.9  | 1.8 | 6.0  | 199.9 |
| 1984-85                     | 5.9  | 9.9  | 13.5  | 51.4 | 22.3 | 32.6 | 25.5 | 8.8  | 3.5  | 0.0  | 0.3 | 3.1  | 176.8 |
| 1985-86                     | 9.0  | 13.2 | 15.4  | 13.8 | 20.1 | 20.9 | 9.5  | 5.0  | 1.1  | 0.0  | 0.0 | 0.9  | 108.9 |
| 1986-87                     | 9.0  | 10.9 | 10.0  | 21.7 | 19.8 | 39.7 | 36.5 | 18.8 | 3.6  | 0.0  | 0.0 | 2.0  | 172.0 |
| 1987-88                     | 6.3  | 9.4  | 9.7   | 11.3 | 20.9 | 33.2 | 14.8 | 5.0  | 0.5  | 0.0  | 0.0 | 0.4  | 111.3 |
| Μ.ΤΙΜΗ                      | 8.7  | 11.1 | 17.2  | 26.2 | 26.3 | 31.6 | 22.5 | 10.8 | 3.0  | 0.4  | 0.6 | 3.6  | 162.1 |
| ΤΥΠ.ΑΠΚ                     | 5.1  | 5.0  | 5.9   | 15.7 | 10.5 | 11.0 | 13.4 | 8.1  | 3.2  | 0.8  | 1.1 | 2.7  | 53.3  |
| ΔΕΙΓΜΑ Α (ΠΕΡΙΟΔΟΙ Α, Β, Γ) |      |      |       |      |      |      |      |      |      |      |     |      |       |
| Μ.ΤΙΜΗ                      | 11.3 | 14.2 | 25.1  | 29.3 | 29.6 | 35.2 | 22.3 | 10.4 | 2.1  | 0.2  | 0.7 | 5.6  | 185.9 |
| ΤΥΠ.ΑΠ.                     | 5.8  | 5.7  | 22.9  | 16.2 | 12.3 | 10.5 | 11.3 | 7.9  | 2.9  | 0.6  | 1.4 | 4.0  | 69.6  |



## ΠΙΝΑΚΑΣ 13

ΔΙΕΥΡΥΜΕΝΟ ΔΕΙΓΜΑ ΜΗΝΙΑΙΩΝ ΕΒΑΤΗΡΙΣΕΩΝ ΤΗΣ ΛΙΜΝΗΣ ΥΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑ ΡΕΥΜΑΤΑ (σε mm)

| ΥΔΡ. ΕΤΟΣ ΟΚΤ. | ΝΟΕΜ. | ΔΕΚ. | ΙΑΝ. | ΦΕΒΡ. | ΜΑΡΤ. | ΑΠΡ. | ΜΑΙΟΣ | ΙΟΥΝ. | ΙΟΥΛ. | ΑΥΓ.  | ΣΕΠΤ. | ΕΤΟΣ         |
|----------------|-------|------|------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| 1956-57        | 71.3  | 45.0 | 31.0 | 29.5  | 67.2  | 62.0 | 115.0 | 164.3 | 213.0 | 238.7 | 241.8 | 144.0 1422.8 |
| 1957-58        | 89.9  | 42.0 | 29.5 | 40.3  | 79.8  | 79.1 | 132.0 | 206.1 | 222.0 | 248.0 | 244.9 | 123.0 1536.6 |
| 1958-59        | 64.5  | 42.0 | 32.6 | 27.9  | 16.8  | 74.4 | 114.0 | 182.9 | 222.0 | 257.3 | 254.2 | 129.5 1418.1 |
| 1959-60        | 51.2  | 37.2 | 35.7 | 38.8  | 55.1  | 58.9 | 114.0 | 186.0 | 226.5 | 260.4 | 268.5 | 145.8 1478.1 |
| 1960-61        | 116.3 | 55.5 | 40.3 | 30.9  | 25.2  | 76.5 | 141.0 | 192.2 | 228.0 | 260.4 | 252.7 | 144.0 1563.0 |
| 1961-62        | 70.1  | 60.0 | 26.4 | 34.4  | 23.0  | 86.8 | 126.0 | 201.5 | 228.0 | 268.5 | 269.5 | 184.5 1578.7 |
| 1962-63        | 71.3  | 58.5 | 29.5 | 29.5  | 61.6  | 57.9 | 109.5 | 165.9 | 228.5 | 268.2 | 273.5 | 186.0 1539.9 |
| 1963-64        | 71.9  | 54.0 | 32.9 | 14.0  | 24.7  | 66.0 | 114.0 | 171.0 | 225.0 | 244.9 | 241.8 | 139.5 1399.7 |
| 1964-65        | 92.1  | 48.0 | 29.5 | 34.4  | 21.0  | 67.9 | 105.0 | 166.2 | 225.5 | 272.8 | 232.5 | 184.5 1479.4 |
| 1965-66        | 62.0  | 52.5 | 34.1 | 28.2  | 78.4  | 68.2 | 133.5 | 175.2 | 224.0 | 272.8 | 270.2 | 160.5 1559.6 |
| 1966-67        | 126.5 | 54.0 | 27.9 | 29.1  | 25.5  | 71.3 | 117.6 | 176.7 | 210.0 | 223.2 | 237.2 | 154.5 1453.5 |
| 1967-68        | 80.6  | 38.1 | 27.9 | 24.8  | 62.4  | 66.7 | 135.0 | 202.0 | 210.1 | 241.8 | 226.3 | 157.0 1472.7 |
| 1968-69        | 65.1  | 43.5 | 28.0 | 29.1  | 67.2  | 68.8 | 107.0 | 200.0 | 224.6 | 221.7 | 226.3 | 156.1 1437.4 |
| 1969-70        | 65.1  | 51.0 | 31.0 | 43.7  | 70.0  | 86.5 | 144.0 | 164.8 | 219.8 | 235.6 | 232.0 | 129.5 1473.0 |
| 1970-71        | 66.7  | 37.8 | 29.5 | 40.3  | 39.2  | 71.3 | 112.5 | 186.2 | 224.8 | 226.3 | 217.0 | 128.5 1380.1 |
| 1971-72        | 57.4  | 38.1 | 31.0 | 33.5  | 43.5  | 71.9 | 130.5 | 175.0 | 225.3 | 231.0 | 204.6 | 146.1 1387.9 |
| 1972-73        | 57.0  | 37.5 | 31.0 | 29.3  | 53.5  | 47.2 | 125.5 | 192.0 | 213.0 | 240.1 | 190.7 | 154.5 1371.3 |
| 1973-74        | 76.5  | 34.5 | 29.6 | 28.2  | 53.2  | 68.2 | 104.5 | 170.5 | 219.5 | 235.6 | 204.6 | 145.5 1370.4 |
| 1974-75        | 105.4 | 38.1 | 31.0 | 27.6  | 24.9  | 99.2 | 131.0 | 184.5 | 214.5 | 238.7 | 195.3 | 162.0 1452.2 |
| 1975-76        | 74.0  | 37.2 | 31.3 | 31.0  | 27.6  | 65.1 | 125.0 | 167.4 | 210.1 | 229.4 | 176.7 | 138.0 1312.8 |
| 1976-77        | 77.5  | 38.7 | 28.2 | 31.8  | 57.3  | 89.3 | 131.1 | 199.9 | 231.6 | 253.6 | 230.9 | 148.9 1518.9 |
| 1977-78        | 82.1  | 48.5 | 28.3 | 28.2  | 53.0  | 88.2 | 119.3 | 191.0 | 245.7 | 246.9 | 208.3 | 133.0 1472.6 |
| 1978-79        | 74.8  | 43.5 | 30.8 | 36.4  | 47.2  | 84.1 | 119.6 | 144.1 | 230.3 | 219.8 | 175.6 | 124.5 1330.6 |
| 1979-80        | 64.8  | 39.2 | 24.7 | 28.5  | 40.3  | 73.2 | 109.4 | 156.0 | 200.9 | 222.1 | 196.0 | 121.8 1276.9 |
| 1980-81        | 76.5  | 38.4 | 32.3 | 33.3  | 43.5  | 88.4 | 127.6 | 178.8 | 219.7 | 236.1 | 207.4 | 129.0 1410.9 |
| 1981-82        | 86.5  | 35.0 | 41.8 | 35.3  | 39.4  | 77.7 | 104.3 | 152.9 | 228.7 | 234.1 | 204.4 | 151.2 1391.3 |
| 1982-83        | 82.6  | 36.5 | 31.3 | 27.7  | 43.4  | 85.6 | 145.1 | 199.9 | 204.6 | 219.8 | 200.3 | 144.3 1421.1 |
| 1983-84        | 71.0  | 32.5 | 21.2 | 27.1  | 37.9  | 66.9 | 95.3  | 187.9 | 231.7 | 238.0 | 184.1 | 143.1 1337.0 |
| 1984-85        | 82.9  | 33.8 | 22.9 | 38.4  | 36.5  | 62.3 | 127.7 | 172.9 | 228.6 | 240.6 | 227.1 | 140.5 1414.2 |
| 1985-86        | 65.5  | 38.4 | 21.9 | 34.5  | 46.6  | 68.4 | 151.7 | 171.7 | 225.9 | 226.5 | 223.6 | 139.5 1414.1 |
| 1986-87        | 68.1  | 33.2 | 22.6 | 41.3  | 46.2  | 64.5 | 121.4 | 165.7 | 213.2 | 246.9 | 195.5 | 146.3 1364.9 |
| 1987-88        | 67.7  | 38.9 | 22.7 | 31.0  | 47.7  | 80.8 | 120.2 | 175.1 | 228.5 | 249.5 | 211.9 | 143.4 1417.3 |
| ΜΕΣ. ΤΙΜ.      | 76.1  | 42.5 | 29.6 | 31.8  | 45.6  | 73.2 | 122.2 | 178.9 | 222.0 | 242.2 | 222.7 | 146.2 1433.0 |
| ΤΥΠ. ΑΠ.       | 16.3  | 7.8  | 4.7  | 5.8   | 17.0  | 11.2 | 13.4  | 15.6  | 9.2   | 15.7  | 27.8  | 16.6 74.9    |