

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ



ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ (Δ.Π.Μ.Σ.) "ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ"

**Θεωρητική και εμπειρική σύγκριση στοχαστικών
μεθόδων και μεθόδων μηχανικής μάθησης στην
πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών**

Γεωργία Παπαχαραλάμους

Μεταπτυχιακή Εργασία η οποία υποβάλλεται για μερική
εκπλήρωση των απαιτήσεων για το Διεπιστημονικό -
Διατμηματικό Δίπλωμα Ειδίκευσης του Δ.Π.Μ.Σ. του
Ε.Μ. Πολυτεχνείου "Επιστήμη και Τεχνολογία
Υδατικών Πόρων"

Αθήνα, Οκτώβριος 2016

Επιβλέπων: Δ. Κουτσογιάννης, Καθηγητής

**Εξεταστική επιτροπή:
Δ. Κουτσογιάννης, Καθηγητής
Χ. Μακρόπουλος, Αναπληρωτής Καθηγητής
Ν. Μαμάσης, Αναπληρωτής Καθηγητής**

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ το αγόρι μου Χρήστο Τύραλη, Δρα Πολιτικό Μηχανικό, διότι με εισήγαγε σε έναν νέο και όμορφο επιστημονικό κόσμο. Είχε την ιδέα του θέματος και υποστήριξε από το πρώτο μέχρι το τελευταίο βήμα την υλοποίηση της. Τον ευχαριστώ για τις θεωρητικές κατανοήσεις που μου προσέφερε, για τις δεξιότητες που μου δίδαξε, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και για το θάρρος που μου έδωσε κατά τη διάρκεια της εργασίας. Θα ήθελα να είναι ικανοποιημένος από το τελικό αποτέλεσμα. Θαυμάζω το μυαλό του απεριόριστα και είναι για εμένα ακόμη περισσότερο από αυτά που ταιριάζουν να γραφτούν στον πρόλογο μιας πανεπιστημιακής εργασίας. Πιστεύω πως το γνωρίζει.

Ευχαριστώ τον Καθηγητή κ. Δημήτρη Κουτσογιάννη για την ευκαιρία που μου έδωσε να εκπονήσω την παρούσα μεταπτυχιακή εργασία και για το γεγονός ότι ήταν πρόθυμος να συζητήσει για την πορεία της μαζί μου, όποτε το ζητούσα. Οι παρατηρήσεις του ήταν πολύ σημαντικές. Αποτελεί πρότυπο εκπαιδευτικού, ενώ για εμένα είναι επιπρόσθετα ο καθηγητής που μου ενέπνευσε την αγάπη για το αντικείμενο του υδραυλικού μηχανικού στο τρίτο έτος των προπτυχιακών σπουδών μου. Τον ευχαριστώ περισσότερο για αυτό.

Ευχαριστώ τους Αναπληρωτές Καθηγητές κκ. Χρήστο Μακρόπουλο και Νίκο Μαμάση, για τον χρόνο που αφιέρωσαν στην παρούσα εργασία. Είμαι χαρούμενη που συμμετείχαν στην εξεταστική επιτροπή.

Τέλος, ευχαριστώ τους ανθρώπους του περιβάλλοντος μου, που κάνουν την ζωή μου πλούσια σε εμπειρίες, ο καθένας με το δικό του μοναδικό τρόπο. Ανάμεσα τους είναι ο αδελφός μου Ανδρέας, όπως και η Μαρία, η Μάρθα και η Αντωνία, των οποίων η φιλία είναι ιδιαίτερος σημαντική για εμένα. Ένα ξεχωριστό «ευχαριστώ» οφείλω και στην μητέρα μου Ειρήνη για την ειλικρινή στήριξη και το καλό της παράδειγμα.

Περίληψη

Η πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς υδρολογικών διεργασιών είναι χρήσιμη στον σχεδιασμό και την λειτουργία των έργων υδραυλικού μηχανικού. Παράλληλα με τη διαρκώς αυξανόμενη χρήση των πιθανοτικών μεθόδων πρόβλεψης για τον εν λόγω σκοπό, μεγάλο πρακτικό και ερευνητικό ενδιαφέρον εξακολουθεί να υπάρχει και για τις μεθόδους σημειακής εκτίμησης. Γεγονός ακόμη είναι ότι οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης έχουν εισέλθει δυναμικά στον χώρο της υδρολογίας και ότι η έρευνα εστιάζει συχνά στην σύγκριση μεθόδων της συγκεκριμένης κατηγορίας με κλασικές στοχαστικές μεθόδους. Οι διενεργούμενες συγκρίσεις στη διεθνή βιβλιογραφία αφορούν συνήθως μελέτες περίπτωσης.

Η παρούσα εργασία διεξάγει μία θεωρητική σύγκριση της επίδοσης κλασικών στοχαστικών μεθόδων και μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη ανελίξεων πραγματοποιώντας υπολογιστικά πειράματα μεγάλης κλίμακας που βασίζονται σε προσομοιώσεις. Σκοπός της είναι η διατύπωση γενικών συμπερασμάτων επί του θέματος, τα οποία συνιστούν την βασική επιστημονική συνεισφορά της. Η συγκεκριμένη θεωρητική σύγκριση συνοδεύεται από εμπειρική μικρής κλίμακας σε γεωφυσικές διεργασίες με στόχο την ανάδειξη επιμέρους σημείων. Έμφαση δίνεται στις μεθόδους Support Vector Machines (SVM), που είναι οι δημοφιλέστερες από τις νεοεισαχθείσες στο πεδίο της υδρολογίας μέθοδοι μηχανικής μάθησης, ενώ στην σύγκριση συμμετέχουν και μέθοδοι Νευρωνικών Δικτύων - Neural Networks (NN), η χρήση των οποίων είναι μάλλον εδραιωμένη. Η σύγκριση αφορά μακροπρόθεσμες προβλέψεις στην χρονική κλίμακα των παρατηρήσεων, παρότι η βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη είναι επίσης χρήσιμη.

Όσον αφορά την μεθοδολογία που ακολουθείται, χρησιμοποιούνται συνολικά 28 μέθοδοι, από τις οποίες οι 9 είναι μέθοδοι μηχανικής μάθησης. Οι έξι από τις τελευταίες κατασκευάζονται βάσει ενός αλγορίθμου SVM και οι υπόλοιπες τρεις βάσει ενός αλγορίθμου NN. Πραγματοποιούνται 20 πειράματα προσομοίωσης, καθένα από τα οποία χρησιμοποιεί ως δεδομένα για την εφαρμογή των μεθόδων 2 000 χρονοσειρές, οι οποίες παράγονται με βάση ένα, κάθε φορά διαφορετικό, μοντέλο στοχαστικής ανελίξης από τις συχνά χρησιμοποιούμενες οικογένειες μοντέλων Autoregressive Moving Average (ARMA), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) και Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA). Συμπληρωματικά γίνονται 8 υπολογιστικά

πειράματα, τα οποία χρησιμοποιούν από μία ιστορική χρονοσειρά. Οι εκάστοτε χρονοσειρές χωρίζονται σε δύο τμήματα. Το πρώτο τμήμα χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων, τα οποία στην συνέχεια διενεργούν προβλέψεις που αντιστοιχούν στο δεύτερο τμήμα, ενώ το τελευταίο χρησιμοποιείται ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους. Η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης γίνεται με βάση τις τιμές που λαμβάνουν 22 μέτρα, τα οποία ποσοτικοποιούν την επίδοση των μεθόδων ως προς ορισμένα κριτήρια. Τα τελευταία αφορούν την αμεροληψία ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, την ακρίβεια και την συσχέτιση.

Το σημαντικότερο εξαγόμενο είναι ότι γενικώς δεν υπάρχουν μέθοδοι το ίδιο καλές ή κακές σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς το σύνολο των μέτρων που χρησιμοποιούνται, με αποτέλεσμα η συνολική εικόνα να είναι μάλλον ομοιόμορφη. Παρά ταύτα, υπάρχουν μέθοδοι που είναι σταθερά καλύτερες ή χειρότερες από άλλες ως προς συγκεκριμένα μέτρα, χωρίς αυτό να ισχύει για όλες τις μεθόδους. Προκύπτει ότι μία γενική κατάταξη των μεθόδων δεν είναι εφικτή, αλλά εφικτή είναι μια καταρχήν κατηγοριοποίηση τους με βάση την παρόμοια επίδοση στα διάφορα μέτρα. Άλλο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι μέθοδοι περισσότερο εξεζητημένες δεν δίνουν κατ' ανάγκην καλύτερες προβλέψεις από απλούστερες μεθόδους. Τονίζεται ότι οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης δεν διαφέρουν από τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους ως προς τα όσα διατυπώνονται παραπάνω, ενώ ενδιαφέρον παρουσιάζει και το γεγονός ότι οι αλγόριθμοι SVM και NN που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία προσφέρουν εν δυνάμει πολύ καλή επίδοση ως προς την ακρίβεια σε σχέση με την συνολική εικόνα. Επισημαίνεται ότι, παρότι η εργασία εστιάζει στην σημειακή πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών, τα ανωτέρω αλλά και τα υπόλοιπα συμπεράσματα που προκύπτουν είναι γενικού επιστημονικού ενδιαφέροντος, ενώ επίσης αφορούν όλες τις δυνατές χρονικές κλίμακες παρατήρησης.

Τέλος, παράλληλα με την χρήση συνθετικών χρονοσειρών, σημαντική συνεισφορά αποτελεί και η χρήση αρκετών μεθόδων και μέτρων. Λιγότερες μέθοδοι και λιγότερα μέτρα, ιδίως στην περίπτωση που τα τελευταία θα αντιστοιχούσαν σε λιγότερα κριτήρια, θα οδηγούσαν σε πολύ διαφορετική συνολική εικόνα. Για τον λόγο αυτό η μεθοδολογία της παρούσας εργασίας θεωρείται καταλληλότερη για αξιολόγηση οποιασδήποτε νέας μεθόδου σημειακής πρόβλεψης από την εφαρμογή μικρού αριθμού μεθόδων αναφοράς και μέτρων, η οποία συχνά απαντάται στην βιβλιογραφία.

Abstract

Forecasting the future behaviour of hydrological processes is useful in the design and operation of hydraulic engineering works. While the attention given to probabilistic forecasting is growing, there is still large practical and scientific interest in point estimation. It is also a fact that machine learning methods have established themselves as a promising approach to hydrological forecasting and, as a result, research within the field of hydrology often focuses on comparing machine learning methods to classical stochastic methods. The comparisons performed in the literature are usually based on case studies.

This thesis conducts a theoretical comparison on the forecasting performance between several classical stochastic and machine learning point estimation methods by performing large-scale computational experiments based on simulations. The purpose of the thesis is to provide generalized results. The theoretical comparison is accompanied by a small-scale empirical comparison to highlight important points. Emphasis is placed on Support Vector Machines (SVM), that consist the most popular new entrant machine learning category in the field of hydrology, while the well-established Neural Networks (NN) are also involved in the comparison. The comparison refers to long-term forecasting on the observation time scale, although short-term forecasting is also useful.

As regards the methodology, a total of 28 methods are used, among which 9 are machine learning methods. Six of the latter methods are built using a SVM algorithm and the remaining three using a NN algorithm. 20 simulation experiments are performed, while each of them uses 2 000 simulated time series. The time series are simulated using a stochastic model from the frequently used families of models Autoregressive Moving Average (ARMA), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) and Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA). Additionally, 8 computational experiments are carried out, each using one historical time series. Each time series is divided into two parts. The first part is used for training the model and the second for testing its forecast. The comparative assessment of the methods is based on 22 metrics, that quantify the methods' performance according to several criteria. These criteria are related to the bias with respect to the mean and standard deviation, the accuracy and the correlation.

The most important outcome of this thesis is that in general there is not a uniformly better or worse method. However, there are methods that are regularly better or worse

than others according to specific metrics. It appears that, although a general ranking of the methods is not possible, their classification based on their similar or contrasting performance in the various metrics is possible to some extent. Another important conclusion is that more sophisticated methods do not necessarily provide better forecasts compared to simpler methods. It is pointed out that machine learning methods do not differ dramatically from classical stochastic methods, while it is interesting that the SVM and NN algorithms used in this thesis offer potentially very good performance in terms of accuracy, compared to the overall picture. It should be noted that, although the present thesis focuses on hydrological processes, the results are of general scientific interest and they also concern all possible observation time scales.

In addition to the use of simulated processes, another important point in the present thesis is the use of several methods and metrics. Using fewer methods and fewer metrics would have led to a very different overall picture, particularly if those fewer metrics corresponded to fewer criteria. For this specific reason, the proposed methodology of the thesis is considered to be more appropriate for the evaluation of forecasting methods.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	iii
Περίληψη	v
Abstract	vii
Περιεχόμενα	ix
Κατάλογος σχημάτων.....	xiii
Κατάλογος πινάκων	xli
1. Εισαγωγή.....	1
1.1 Πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών.....	1
1.2 Πρόβλεψη με χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης.....	2
1.2.1 Εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη σε διάφορα επιστημονικά πεδία.....	2
1.2.2 Εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών.....	6
1.2.3 Χρήση Support Vector Machines για την πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών.....	9
1.3 Αντικείμενο και ερωτήματα της εργασίας.....	11
1.3.1 Η ευρύτερη οπτική.....	11
1.3.2 Αντικείμενο της εργασίας.....	13
1.3.3 Ερωτήματα της εργασίας.....	13
1.4 Μεθοδολογικό πλαίσιο της εργασίας	15
1.5 Διάρθρωση της εργασίας.....	16
2. Μεθοδολογία και σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης	19
2.1 Στοχαστικές ανελίξεις.....	19
2.1.1 Μοντέλα $AR(p)$, $MA(q)$, $ARMA(p,q)$	20
2.1.2 Μοντέλα $ARIMA(p,d,q)$	32
2.1.3 Μοντέλα $ARFIMA(p,d,q)$	37
2.1.4 Μοντέλα $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m$	42
2.2 Μέθοδοι πρόβλεψης	46
2.2.1 Μέθοδος Naive.....	46
2.2.2 Μέθοδος Seasonal Naive.....	47
2.2.3 Μέθοδοι Autoregressive Integrated Moving Average.....	47
2.2.4 Μέθοδοι Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average.....	48
2.2.5 Μέθοδοι Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average.....	49
2.2.6 Μέθοδοι exponential smoothing state space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal components (BATS).....	49
2.2.7 Μέθοδοι exponential smoothing state space model.....	50
2.2.8 Μέθοδος Holt.....	50
2.2.9 Μέθοδος Random Walk.....	50
2.2.10 Μέθοδος Simple Exponential Smoothing.....	51
2.2.11 Μέθοδος Theta.....	51
2.2.12 Μέθοδοι Neural Networks.....	51
2.2.13 Μέθοδοι Support Vector Machines.....	52
2.3 Μέτρα	53
2.3.1 Mean Error	54
2.3.2 Mean Absolute Error	55
2.3.3 Mean Percentage Error.....	55
2.3.4 Mean Absolute Percentage Error.....	55

2.3.5	Mean Square Error	55
2.3.6	Root Mean Square Error	56
2.3.7	Normalized Root Mean Square Error.....	56
2.3.8	Percent Bias	56
2.3.9	Λόγος του RMSE προς την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων	56
2.3.10	Λόγος των τυπικών αποκλίσεων.....	57
2.3.11	Nash-Sutcliffe Efficiency.....	57
2.3.12	Modified Nash-Sutcliffe Efficiency	57
2.3.13	Relative Nash-Sutcliffe Efficiency	58
2.3.14	Index of Agreement.....	58
2.3.15	Modified Index of Agreement.....	58
2.3.16	Relative Index of Agreement	58
2.3.17	Persistence Index.....	59
2.3.18	Pearson's Correlation Coefficient.....	59
2.3.19	Coefficient of Determination	59
2.3.20	Coefficient of Determination πολλαπλασιασμένος με την κλίση της ευθείας παλινδρόμησης μεταξύ των παρατηρήσεων και των προβλέψεων	59
2.3.21	Kling-Gupta Efficiency.....	59
2.3.22	Volumetric Efficiency	60
2.4	Σύνοψη μεθοδολογίας.....	60
3.	Θεωρητική σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης	71
3.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(p,q)	71
3.1.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	71
3.1.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$	112
3.1.3	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$	114
3.1.4	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$	116
3.1.5	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$	118
3.1.6	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$	120
3.1.7	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	122
3.1.8	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	124
3.1.9	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$	126
3.1.10	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$	128
3.1.11	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$	129
3.1.12	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	131
3.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(p,d,q)	134

3.2.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0).....	134
3.2.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	136
3.2.3	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$	138
3.3	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(p,d,q).....	140
3.3.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0)	140
3.3.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	142
3.4	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(p,d,q)(P,D,Q) _m	144
3.4.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0) ₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$	144
3.4.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1) ₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$	146
3.4.3	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2) ₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	148
3.5	Σύνοψη αποτελεσμάτων θεωρητικής σύγκρισης.....	150
4.	Εμπειρική σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης.....	157
4.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρές με ετήσιο χρονικό βήμα παρατήρησης.....	157
4.1.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέσης ετήσιας απορροής ποταμού.....	157
4.1.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέσης ετήσιας θερμοκρασίας.....	167
4.1.3	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ετήσιας κατακρήμνισης.....	176
4.1.4	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέγιστου ετήσιου βάθους ποταμού	185
4.1.5	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ελάχιστου ετήσιου βάθους ποταμού	195
4.1.6	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ανώτατης από τις μέσες μηνιαίες ετήσιας στάθμης λίμνης.....	204
4.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρές με μηνιαίο χρονικό βήμα παρατήρησης.....	212
4.2.1	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμνισης (Περίπτωση 1).....	213
4.2.2	Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμνισης (Περίπτωση 2).....	222
4.3	Σύνοψη αποτελεσμάτων εμπειρικής σύγκρισης.....	230
5.	Συνεισφορά της εργασίας.....	233
5.1	Συμπεράσματα.....	234
5.2	Περιορισμοί.....	238
5.3	Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	238
	Αναφορές.....	241

Παράρτημα Α	Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης.....	A.1
Παράρτημα Β	Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης.....	B.1
Παράρτημα Γ	Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης	Γ.1
Παράρτημα Δ	Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα	Δ.1

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 2.1. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με $\varphi_1 = 0.7$.	21
Σχήμα 2.2. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	22
Σχήμα 2.3. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	22
Σχήμα 2.4. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με $\varphi_1 = -0.7$.	23
Σχήμα 2.5. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	24
Σχήμα 2.6. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	24
Σχήμα 2.7. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(2) με $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$.	25
Σχήμα 2.8. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	25
Σχήμα 2.9. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	26
Σχήμα 2.10. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης MA(1) με $\theta_1 = 0.7$.	27
Σχήμα 2.11. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.10. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	27
Σχήμα 2.12. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.10. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	28
Σχήμα 2.13. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(1,1) με $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$.	29
Σχήμα 2.14. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	29
Σχήμα 2.15. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	30
Σχήμα 2.16. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(2,1) με $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$.	30
Σχήμα 2.17. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.16. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	31

Σχήμα 2.18. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.16. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	31
Σχήμα 2.19. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(0,1,0).....	32
Σχήμα 2.20. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.19. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	33
Σχήμα 2.21. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.19. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	33
Σχήμα 2.22. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(1,1,0) με $\varphi_1 = 0.7$	34
Σχήμα 2.23. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.22. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	35
Σχήμα 2.24. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.22. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	35
Σχήμα 2.25. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(0,1,1) με $\theta_1 = 0.7$	36
Σχήμα 2.26. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.25. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	37
Σχήμα 2.27. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.25. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	37
Σχήμα 2.28. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARFIMA(0,0.45,0).....	38
Σχήμα 2.29. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.28. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	39
Σχήμα 2.30. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.28. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	40
Σχήμα 2.31. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARFIMA(2,0.45,2) με $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	41
Σχήμα 2.32. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.31. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	41
Σχήμα 2.33. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.31. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	42
Σχήμα 2.34. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης SARIMA(0,0,0)(1,0,0) ₁₀ με $\Phi_1 = 0.7$	43
Σχήμα 2.35. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	43

Σχήμα 2.36. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	44
Σχήμα 2.37. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης SARIMA(0,0,0)(0,0,1) ₁₀ με $\theta_1 = 0.7$	45
Σχήμα 2.38. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.37. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	45
Σχήμα 2.39. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.37. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	46
Σχήμα 2.40. Χωρισμός συνθετικής χρονοσειράς 120 παρατηρήσεων που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με θετική την παράμετρο φ_1 σε δύο τμήματα 90 και 30 παρατηρήσεων για εφαρμογή των στοχαστικών μεθόδων.	65
Σχήμα 2.41. Χωρισμός συνθετικής χρονοσειράς 120 παρατηρήσεων που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με θετική την παράμετρο φ_1 σε τρία τμήματα 60, 30 και 30 παρατηρήσεων για εφαρμογή των μεθόδων μηχανικής μάθησης.	67
Σχήμα 3.1. Προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ και προβλέψεις για την εξέλιξη της.	72
Σχήμα 3.2. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Λεπτομέρεια από το Σχήμα 3.1.	73
Σχήμα 3.3. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	73
Σχήμα 3.4. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	74
Σχήμα 3.5. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	74
Σχήμα 3.6. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου Naive σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	75
Σχήμα 3.7. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου ARIMA_f σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	75
Σχήμα 3.8. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου auto_ARFIMA_f σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	76
Σχήμα 3.9. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου auto_ARFIMA_s σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	76
Σχήμα 3.10. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου ETS_s σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	77
Σχήμα 3.11. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου NN_3 σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	77
Σχήμα 3.12. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου SVM_6 σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	78

Σχήμα 3.13. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου Naive σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	79
Σχήμα 3.14. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου BATS σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	80
Σχήμα 3.15. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου ETS_s σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	80
Σχήμα 3.16. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου SES σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	81
Σχήμα 3.17. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου Theta σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	81
Σχήμα 3.18. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου NN_2 σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	82
Σχήμα 3.19. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου SVM_4 σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	82
Σχήμα 3.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που προβλέπουν οι μέθοδοι κατά την εφαρμογή τους στο σύνολο των προσομοιούμενων στοχαστικών ανελίξεων AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ σε σχέση με τις παρατηρούμενες.	84
Σχήμα 3.21. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο ME για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-2.22, 2.88], μέση τιμή = 0.02, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 0.81, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 1.09, ασυμμετρία = 0.09, κύρτωση = 0.03. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.....	86
Σχήμα 3.22. Κατανομή των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [66.87, 60145.07], μέση τιμή = 436.07, διάμεση τιμή = 197.44, τυπική απόκλιση = 2003.06, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 189.90, ασυμμετρία = 19.93, κύρτωση = 487.29. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.	86
Σχήμα 3.23. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-8.20, 0.66], μέση τιμή = -0.67, διάμεση τιμή = -0.40, τυπική απόκλιση = 0.90, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 0.78, ασυμμετρία = -2.75, κύρτωση = 11.31. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.	87
Σχήμα 3.24. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rd για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-247317.57, 1], μέση τιμή = -316.96, διάμεση τιμή = 0.57, τυπική απόκλιση = 6480.46, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 2.03, ασυμμετρία = -31.62, κύρτωση = 1116.19. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.	87
Σχήμα 3.25. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-0.86, 0.89], μέση τιμή = 0.03, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 0.32, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 0.46, ασυμμετρία = 0.01, κύρτωση = -0.54. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.....	88

Σχήμα 3.26. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο VE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-1791.41, 91635.23], μέση τιμή = 47.56, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 2051.52, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 6.35, ασυμμετρία = 44.49, κύρτωση = 1983.18. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.	88
Σχήμα 3.27. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες μέσες τιμές για τις κατανομές των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	91
Σχήμα 3.28. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες διάμεσες τιμές για τις κατανομές των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	91
Σχήμα 3.29. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες διάμεσες τιμές για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	92
Σχήμα 3.30. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ενδοτεταρτημοριακού εύρους για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	92
Σχήμα 3.31. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ασυμμετρίας για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	93
Σχήμα 3.32. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες μέσες τιμές για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....	93
Σχήμα 3.33. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές τυπικής απόκλισης για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....	94
Σχήμα 3.34. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές κύρτωσης για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....	94
Σχήμα 3.35. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ασυμμετρίας για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....	95
Σχήμα 3.36. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι πιο μακρινές τιμές που λαμβάνονται είναι για το σύνολο των μεθόδων δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη. Για τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ARIMA_s οι εν λόγω τιμές είναι οι μεγαλύτερες κατά απόλυτη τιμή.....	97
Σχήμα 3.37. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι πιο μακρινές που λαμβάνονται είναι για το σύνολο των μεθόδων δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη.....	98

Σχήμα 3.38. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	99
Σχήμα 3.39. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	100
Σχήμα 3.40. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για το σύνολο των μεθόδων. Η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή λαμβάνεται με διαφορά για την μέθοδο ARIMA_s, ενώ η δεύτερη μεγαλύτερη για την NN_1.....	101
Σχήμα 3.41. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο cr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, auto_ARIMA_s και ETS_s. Η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή λαμβάνεται με διαφορά για την μέθοδο NN_3.....	102
Σχήμα 3.42. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο R2 κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.	103
Σχήμα 3.43. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για όλες τις μεθόδους με εξαίρεση τις auto_ARIMA_f, auto_ARIMA_s, ETS_f και NN_1. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....	104
Σχήμα 3.44. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο VE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για το σύνολο των μεθόδων.	105
Σχήμα 3.45. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις μέσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό.	108

Σχήμα 3.46. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.....110

Σχήμα 3.47. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.....112

Σχήμα 3.48. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.114

Σχήμα 3.49. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.117

Σχήμα 3.50. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Στην γραμμή που αφορά το μέτρο bR2 (λευκή γραμμή) δεν γίνεται κατάταξη, αφού για το συγκεκριμένο λαμβάνεται για το σύνολο των μεθόδων ίδια διάμεση τιμή (μηδέν). Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.119

Σχήμα 3.51. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Στην γραμμή που αφορά το μέτρο bR2 (λευκή γραμμή) δεν γίνεται κατάταξη, αφού για το συγκεκριμένο λαμβάνεται για το σύνολο των μεθόδων ίδια διάμεση τιμή (μηδέν). Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.121

Σχήμα 3.52. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.123

Σχήμα 3.53. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.125

Σχήμα 3.54. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.127

Σχήμα 3.55. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.128

Σχήμα 3.56. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.130

Σχήμα 3.57. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.132

Σχήμα 3.58. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0) με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.135

Σχήμα 3.59. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.....137

Σχήμα 3.60. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.139

Σχήμα 3.61. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0) με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.141

Σχήμα 3.62. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.143

Σχήμα 3.63. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.145

Σχήμα 3.64. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1) ₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	147
Σχήμα 3.65. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2) ₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.....	149
Σχήμα 4.1. Ιστορική χρονοσειρά μέσης ετήσιας απορροής ποταμού 150 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	157
Σχήμα 4.2. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	158
Σχήμα 4.3. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	158
Σχήμα 4.4. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.....	160
Σχήμα 4.5. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	161
Σχήμα 4.6. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	161
Σχήμα 4.7. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	162
Σχήμα 4.8. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	162
Σχήμα 4.9. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	163
Σχήμα 4.10. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2.....	163
Σχήμα 4.11. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο VE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.....	164

Σχήμα 4.12. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	166
Σχήμα 4.13. Ιστορική χρονοσειρά μέσης ετήσιας θερμοκρασίας 248 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	168
Σχήμα 4.14. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	168
Σχήμα 4.15. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	169
Σχήμα 4.16. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.	170
Σχήμα 4.17. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.	171
Σχήμα 4.18. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.	171
Σχήμα 4.19. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.	172
Σχήμα 4.20. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο mNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.	172
Σχήμα 4.21. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2.	173
Σχήμα 4.22. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	175
Σχήμα 4.23. Ιστορική χρονοσειρά ετήσιας κατακρήμνισης 131 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	177

Σχήμα 4.24. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	177
Σχήμα 4.25. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	178
Σχήμα 4.26. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.....	179
Σχήμα 4.27. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	180
Σχήμα 4.28. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	180
Σχήμα 4.29. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	181
Σχήμα 4.30. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	181
Σχήμα 4.31. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	182
Σχήμα 4.32. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rd κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.	182
Σχήμα 4.33. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES, NN_3 και SVM_1 δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	184
Σχήμα 4.34. Ιστορική χρονοσειρά μέγιστου ετήσιου βάθους ποταμού 848 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	186
Σχήμα 4.35. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	186
Σχήμα 4.36. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	187
Σχήμα 4.37. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.....	188
Σχήμα 4.38. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.	189

Σχήμα 4.39. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο nRMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.	189
Σχήμα 4.40. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.	190
Σχήμα 4.41. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.	190
Σχήμα 4.42. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.	191
Σχήμα 4.43. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.....	191
Σχήμα 4.44. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.....	192
Σχήμα 4.45. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	194
Σχήμα 4.46. Ιστορική χρονοσειρά ελάχιστου ετήσιου βάρους ποταμού. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.....	195
Σχήμα 4.47. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	196
Σχήμα 4.48. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	196
Σχήμα 4.49. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.....	198
Σχήμα 4.50. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.	199
Σχήμα 4.51. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.	199
Σχήμα 4.52. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.	200
Σχήμα 4.53. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.....	200

Σχήμα 4.54. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.	201
Σχήμα 4.55. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.	201
Σχήμα 4.56. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.....	202
Σχήμα 4.57. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	204
Σχήμα 4.58. Ιστορική χρονοσειρά ανώτατης από τις μέσες μηνιαίες ετήσιας στάθμης λίμνης 96 παρατηρήσεων με ετήσιο χρονικό βήμα. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	205
Σχήμα 4.59. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	205
Σχήμα 4.60. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.....	206
Σχήμα 4.61. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.....	207
Σχήμα 4.62. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.	208
Σχήμα 4.63. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.	208
Σχήμα 4.64. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.	209
Σχήμα 4.65. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο mNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.	209
Σχήμα 4.66. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.....	210

Σχήμα 4.67. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	211
Σχήμα 4.68. Ιστορική χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμνισης 768 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	213
Σχήμα 4.69. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	214
Σχήμα 4.70. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	214
Σχήμα 4.71. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.	215
Σχήμα 4.72. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	216
Σχήμα 4.73. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	217
Σχήμα 4.74. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	217
Σχήμα 4.75. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	218
Σχήμα 4.76. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	218
Σχήμα 4.77. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.	219
Σχήμα 4.78. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4.	219
Σχήμα 4.79. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4.	220

Σχήμα 4.80. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	222
Σχήμα 4.81. Ιστορική χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμνισης 1 572 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.	223
Σχήμα 4.82. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	223
Σχήμα 4.83. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.	224
Σχήμα 4.84. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.	225
Σχήμα 4.85. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.	226
Σχήμα 4.86. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.	226
Σχήμα 4.87. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.	227
Σχήμα 4.88. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.	227
Σχήμα 4.89. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, auto_SARIMA_f, ETS_f, SES, NN_3 και SVM_1.	228
Σχήμα 4.90. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive, auto_SARIMA_f, ETS_f, SES και SVM_1 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.	229
Σχήμα A.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = -0.7$	A.1
Σχήμα A.2. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\phi_1 = 0.7$ και $\phi_2 = 0.2$	A.2

Σχήμα A.3. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$.	A.3
Σχήμα A.4. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$.	A.4
Σχήμα A.5. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$.	A.5
Σχήμα A.6. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.	A.6
Σχήμα A.7. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.	A.7
Σχήμα A.8. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2.	A.8
Σχήμα A.9. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$.	A.9
Σχήμα A.10. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.	A.10
Σχήμα A.11. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και ARIMA_s εμποδίζουν την σύγκριση.	A.11
Σχήμα A.12. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0).	A.12
Σχήμα A.13. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για την μέθοδο auto_ARIMA_s είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη.	A.13
Σχήμα A.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.	A.14

Σχήμα A.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0).	A.15
Σχήμα A.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$...	A.16
Σχήμα A.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0) ₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους NN_1 και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.	A.17
Σχήμα A.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1) ₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$	A.18
Σχήμα A.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2) ₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$	A.19
Σχήμα B.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, ETS_s και auto_ARIMA_s.	B.1
Σχήμα B.2. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2, RW, Holt και Naive.	B.2
Σχήμα B.3. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους Holt και auto_ARIMA_s.	B.3
Σχήμα B.4. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο NN_2.	B.4
Σχήμα B.5. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, NN_3 και auto_ARIMA_s.	B.5

Σχήμα B.6. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3 και NN_1..... B.6

Σχήμα B.7. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, NN_3 και auto_ARIMA_s..... B.7

Σχήμα B.8. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, NN_1, NN_2, Holt και RW..... B.8

Σχήμα B.9. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο ETS_s..... B.9

Σχήμα B.10. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο NN_3. B.10

Σχήμα B.11. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη ιδίως για τις μεθόδους Holt, ETS_s, NN_2, auto_ARIMA_s και NN_3..... B.11

Σχήμα B.12. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη ιδίως για τις μεθόδους ETS_s, Holt, ARIMA_s, auto_ARIMA_s και NN_3..... B.12

Σχήμα B.13. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0). Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη σχεδόν για το σύνολο των μεθόδων. B.13

Σχήμα B.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους auto_ARIMA_s, Holt, ETS_s, BATS, auto_ARIMA_f, SVM_6, SVM_3, NN_1, NN_2, και SVM_1. B.14

Σχήμα B.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη κυρίως για τις μεθόδους Holt, ETS_s και NN_2. B.15

Σχήμα B.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0). Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, Holt, NN_2 και ETS_s. B.16

Σχήμα B.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, Holt και ETS_s. B.17

Σχήμα B.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2, NN_1 και Holt. B.18

Σχήμα B.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2 και Holt. B.19

Σχήμα B.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ETS_s. B.20

Σχήμα Γ.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES. Γ.1

Σχήμα Γ.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.Γ.14

Σχήμα Γ.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES.....Γ.15

Σχήμα Γ.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0). Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....Γ.16

Σχήμα Γ.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....Γ.17

Σχήμα Γ.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.Γ.18

Σχήμα Γ.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.Γ.19

Σχήμα Γ.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.....Γ.20

Σχήμα Δ.1. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.....Δ.1

Σχήμα Δ.2. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.Δ.2

Σχήμα Δ.3. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.3

Σχήμα Δ.4. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.4

Σχήμα Δ.5. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.5

Σχήμα Δ.6. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.6

Σχήμα Δ.7. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.7

Σχήμα Δ.8. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.8

Σχήμα Δ.9. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.9

Σχήμα Δ.10. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.10

Σχήμα Δ.11. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.11

Σχήμα Δ.12. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.12

Σχήμα Δ.13. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0) με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.13

Σχήμα Δ.14. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.14

Σχήμα Δ.15. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.15

Σχήμα Δ.16. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0) με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.16

Σχήμα Δ.17. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.17

Σχήμα Δ.18. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.18

Σχήμα Δ.19. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.19

Σχήμα Δ.20. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Δ.20

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 2.1. Προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους.....	61
Πίνακας 2.2. Ιστορικές χρονοσειρές. Η πρώτη και οι πέντε τελευταίες είναι διαθέσιμες στον σύνδεσμο http://datamarket.com/data/list/?q=provider:tsdl	62
Πίνακας 2.3. Μέθοδοι πρόβλεψης. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τον τρόπο που περιγράφεται στην Ενότητα 2.2.	63
Πίνακας 2.4. Χρήση μεθόδων πρόβλεψης στα δεδομένα.	64
Πίνακας 2.5. Μέτρα. Τα μέτρα ορίζονται και σχολιάζονται στην Ενότητα 2.3. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τον τρόπο που περιγράφεται στην τελευταία.....	68
Πίνακας 2.6. Χρήση μέτρων στην συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης. Τα μέτρα ορίζονται και σχολιάζονται στην Ενότητα 2.3.	69
Πίνακας 3.1. Περιγραφικά στατιστικά για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE υπολογιζόμενο για εφαρμογή εκάστης των μεθόδων πρόβλεψης πάνω στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$	90

1. Εισαγωγή

1.1 Πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών

Η πρόβλεψη της εξέλιξης υδρολογικών διεργασιών είναι χρήσιμη στον σχεδιασμό και τη λειτουργία των έργων υδραυλικού μηχανικού. Το εγχείρημα της πρόβλεψης υποστηρίζεται από την επιδίωξη για βαθιά κατανόηση της συμπεριφοράς της υπό διερεύνηση διεργασίας και προϋποθέτει την ύπαρξη αξιόπιστης και επαρκούς ιστορικής πληροφορίας. Τέλεια κατανόηση θα σήμαινε δυνατότητα για απολύτως ασφαλείς σημειακές προβλέψεις. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό, καθώς η αβεβαιότητα είναι εγγενής ιδιότητα των συγκεκριμένων διεργασιών.

Η αποδοχή της εν λόγω αδυναμίας από τους υδρολόγους έχει οδηγήσει στην καθιέρωση της μοντελοποίησης των υδρολογικών διεργασιών με στοχαστικές ανελίξεις και την περιγραφή και πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς τους με στοχαστικές μεθόδους. Σημαντική θέση στον χώρο της στοχαστικής υδρολογίας κατέχει η ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας που συνοδεύει τις προβλέψεις, όπως γίνεται για παράδειγμα στους Koutsoyiannis et al. (2007) και Tyralis and Koutsoyiannis (2014). Η πρώτη εργασία υπολογίζει τα διαστήματα εμπιστοσύνης χρησιμοποιώντας κλασική στατιστική, ενώ η δεύτερη τις περιοχές εμπιστοσύνης χρησιμοποιώντας μπεϋζιανή στατιστική.

Ο Murphy (1993) διατυπώνει τρία κριτήρια για την αξιολόγηση των προβλέψεων, τα οποία υιοθετούνται ως θεμέλιο συζήτησης σε αρκετές μεταγενέστερες εργασίες, όπως είναι αυτές των Ramos et al. (2010) και Weijs et al. (2010). Τα εν λόγω κριτήρια είναι η συνέπεια κατά την εξαγωγή των προβλέψεων, η ποιότητα ή ο βαθμός αντιστοιχίας των προβλέψεων με τις παρατηρήσεις - στόχους και η αξία ή το όφελος που οι προβλέψεις παρέχουν τελικώς στους χρήστες. Οι Weijs et al. (2010) διαπιστώνουν ότι το δεύτερο κριτήριο είναι αυτό που ενδιαφέρει περισσότερο την καθαρή επιστήμη, ενώ το τρίτο είναι στενότερα συνδεδεμένο με τις αποφάσεις που λαμβάνονται σε εφαρμογές μηχανικού παρά με την επιστήμη αυτή καθαυτή.

Γεγονός είναι ότι η χρήση των μεθόδων πιθανοτικής πρόβλεψης στον χώρο της υδρολογίας συνεχώς αυξάνεται (Ramos et al. 2013, Weijs et al. 2010). Έρευνες που εξετάζουν από πρακτικής πλευράς το θέμα είναι αυτές των Ramos et al. (2010) και Ramos et al. (2013). Αυτές αναδεικνύουν ορισμένα βασικά ζητήματα σχετικά με την αξιοποίηση των πιθανοτικών προβλέψεων από τους χρήστες κατά τρόπο επωφελή, η αντιμετώπιση

των οποίων προϋποθέτει αρκετή εργασία. Μεγάλο πρακτικό και ερευνητικό ενδιαφέρον εξακολουθεί να υπάρχει και για τις μεθόδους σημειακής εκτίμησης, καθώς τα περισσότερα επιχειρησιακά υδρολογικά προγνωστικά συστήματα συνεχίζουν να παράγουν σημειακές προβλέψεις (Krzysztofowicz 2001).

1.2 Πρόβλεψη με χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης

Η μηχανική μάθηση είναι επιστημονικός κλάδος στενά συνδεδεμένος με την στατιστική. Διερευνά την ανάπτυξη αλγορίθμων οι οποίοι δεν είναι αναλυτικά διατυπωμένοι, ενώ βασίζονται στην ικανότητα των υπολογιστικών μηχανών να «μαθαίνουν» από τα δεδομένα, προσφέροντας έτσι μεγάλη ευελιξία ως προς την αξιοποίηση της ιστορικής πληροφορίας.

Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης βρίσκονται στο προσκήνιο τις τελευταίες τρεις δεκαετίες ανταγωνιζόμενες με δυναμικό τρόπο τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς διεργασιών (Bontempi 2013). Για το εγχείρημα της πρόβλεψης χρησιμοποιούνται γενικώς μοντέλα, των οποίων οι παράμετροι έχουν πρωτύτερα προσαρμοστεί στα δεδομένα εισόδου μέσω αναλύσεων παλινδρόμησης. Δημοφιλείς μέθοδοι μηχανικής μάθησης που εφαρμόζονται για τον εν λόγω σκοπό είναι τα παλαιότερα και ευρέως διαδεδομένα Νευρωνικά Δίκτυα - Neural Networks (NN), καθώς και τα πιο πρόσφατα και λιγότερο δοκιμασμένα στους περισσότερους επιστημονικούς κλάδους Support Vector Machines (SVM), των οποίων η σημερινή μορφή παρουσιάστηκε από τους Cortes and Vapnik (1995, βλ. επίσης Vapnik 1995, 1999).

Στην Ενότητα 1.2 γίνεται βιβλιογραφική επισκόπηση της ερευνητικής προσπάθειας που έχει γίνει στον χώρο της πρόβλεψης με χρήση αλγορίθμων μηχανικής μάθησης με σκοπό την τοποθέτηση της παρούσας έρευνας στο ευρύτερο πλαίσιο της και την τεκμηρίωση της πρωτοτυπίας της και της επιστημονικής συνεισφοράς της.

1.2.1 Εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη σε διάφορα επιστημονικά πεδία

Στους περισσότερους επιστημονικούς κλάδους χρησιμοποιούνται μέθοδοι μηχανικής μάθησης που εστιάζουν στην πρόβλεψη. Οι Zhang et al. (1998) προβαίνουν σε βιβλιογραφική επισκόπηση που αφορά την χρήση NN για πρόβλεψη σε διάφορα επιστημονικά πεδία. Κατά τη διάρκεια της έρευνας αυτής μελετώνται περισσότερες από 250 εργασίες, που θεωρούνται αντιπροσωπευτικές από τους συγγραφείς για την

σκιαγράφηση του θέματος, ενώ τονίζεται ότι η έρευνα τους δεν θα μπορούσε να είναι σε καμία περίπτωση εξονυχιστική, λόγω του εξαιρετικά μεγάλου και συνεχώς αυξανόμενου αριθμού εργασιών της εν λόγω κατηγορίας στη διεθνή βιβλιογραφία.

Λίγο αργότερα οι Hippert et al. (2001) μελετούν βιβλιογραφικά την χρησιμοποίηση NN στην πρόβλεψη της ζήτησης ηλεκτρικής ενέργειας περιλαμβάνοντας περίπου 100 εργασίες στην έρευνα τους, ενώ και οι Sarpankevych and Sankar (2009) δημοσιεύουν βιβλιογραφική εργασία με επίσης περίπου 100 εργασίες, η οποία πραγματεύεται την χρήση των SVM για πρόβλεψη σε διάφορους τομείς της επιστήμης. Η τελευταία εργασία συμπεραίνει μεταξύ άλλων μεγαλύτερη εξάπλωση της συγκεκριμένης μεθόδου στον κλάδο των οικονομικών επιστημών και στον κλάδο της ενέργειας.

Στους συγκεκριμένους επιστημονικούς χώρους η χρήση μεθόδων μηχανικής μάθησης για το εγχείρημα της πρόβλεψης είναι μάλλον συνηθισμένη. Η εργασία των Szkuta et al. (1999), που πραγματεύεται την χρήση NN στη βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη της τιμής της ηλεκτρικής ενέργειας, καθώς και εκείνες των Xu and Zhang (2008) και των Wu et al. (2007), που εφαρμόζουν μοντέλα SVM σε ιστορικές χρονοσειρές με σκοπό την πρόβλεψη της ζήτησης προϊόντων και την πρόβλεψη εταιρικής αποτυχίας αντίστοιχα, είναι μόνο λίγες από τις εργασίες της εν λόγω κατηγορίας στη διεθνή βιβλιογραφία. Άλλη σχετική εργασία είναι αυτή των Tay and Cao (2002), οι οποίοι εστιάζουν στην κατάλληλη προσαρμογή αλγορίθμων SVM για την πρόβλεψη μη στάσιμων οικονομικών διεργασιών. Αρκετές είναι ακόμη οι εργασίες που επιχειρούν την σύγκριση μεθόδων μηχανικής μάθησης μεταξύ τους ή και με κλασικές στοχαστικές μεθόδους πειραματιζόμενες πάνω σε παρατηρηθείσες οικονομικές χρονοσειρές. Το 1993 ο Nakhaeizadeh αποπειράται την σύγκριση ορισμένων μεθόδων μηχανικής μάθησης τονίζοντας την (τότε) πρωτοτυπία της έρευνας του, ενώ αργότερα το ίδιο κάνουν ο Kim (2003) και οι Plakandaras et al. (2015b) για τα σήμερα εδραιωμένα NN και τα περισσότερο πρόσφατα μα επίσης δημοφιλή SVM.

Παράλληλα, άλλοι ερευνητές του χώρου επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους στην σύγκριση μεθόδων μηχανικής μάθησης με κλασικές στοχαστικές μεθόδους. Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης για τις οποίες συνηθέστερα διενεργούνται τέτοιες συγκρίσεις είναι τα NN (Tang et al. 1991) και τα SVM (Hansen et al. 2006, Gao et al. 2007, Carbonneau et al. 2008, Mahjoob et al. 2008, Pai and Hong 2005, Pai et al. 2010, Plakandaras et al. 2015a). Στις εργασίες των Mahjoob et al. (2008) και Pai and Hong (2005) τα SVM συγκρίνονται επιπροσθέτως και με NN.

Άλλη μια κατηγορία άρθρων αφορά την εφαρμογή υβριδικών μοντέλων στην πρόβλεψη οικονομικών διεργασιών. Στην συγκεκριμένη ανήκουν η εργασία των Pai and Lin (2005), οι οποίοι συνδυάζουν κλασικά στοχαστικά μοντέλα Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) και SVM για να προβλέψουν τιμές μετοχών, καθώς και εκείνη των Tsai and Wang (2009), οι οποίοι επιχειρούν τη χρήση ενός υβριδικού μοντέλου αμιγώς μηχανικής μάθησης για το ίδιο εγχείρημα.

Ξεχωριστό ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι εργασίες των Chen et al. (2012) και Wan et al. (2014), οι οποίοι συνοδεύουν τις σημειακές προβλέψεις που παράγουν με NN για την τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας, στην πρώτη περίπτωση, και την παραγωγή αιολικής ενέργειας, στη δεύτερη περίπτωση, με τα διαστήματα εμπιστοσύνης των συγκεκριμένων προβλέψεων. Οι αβεβαιότητες που ποσοτικοποιούνται πηγάζουν τόσο από τα μοντέλα πρόβλεψης όσο και από τα δεδομένα, ενώ η εν λόγω ποσοτικοποίηση λαμβάνει χώρα με εφαρμογή της υπολογιστικής στατιστικής τεχνικής bootstrap.

Από τον τομέα της ενέργειας αναφέρεται επίσης η εργασία των Salcedo-Sanz et al. (2011), όπου προτείνεται μια μεθοδολογία στην οποία χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι SVM για την πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου σε αιολικό πάρκο στην Ισπανία. Με την πρόβλεψη στο πεδίο των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας ασχολείται και η ερευνητική εργασία των Sharma et al. (2011). Οι συγγραφείς χρησιμοποιούν SVM για να προβλέψουν την παραγωγή ενέργειας σε ηλιακά πάρκα. Ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιούνται καταγραφές της έντασης της ηλιακής ακτινοβολίας, καθώς και άλλων μεταβλητών του κλίματος.

Γενικότερα, προβλέψεις χρήσει μεθόδων μηχανικής μάθησης επιχειρούνται με σκοπό την υποστήριξη διαφόρων ειδών αποφάσεων. Στο συγκεκριμένο πλαίσιο, οι Herrera et al. (2010) και Adamowski et al (2012) προβαίνουν σε πρόβλεψη αστικής ζήτησης νερού χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα για την ίδια την ζήτηση αλλά και για κλιματικές μεταβλητές που σχετίζονται με αυτή. Για τις προβλέψεις τους χρησιμοποιούν η μεν πρώτη εργασία διάφορες μεθόδους μηχανικής μάθησης ανάμεσα στις οποίες τα NN και SVM, η δε δεύτερη NN και ορισμένες κλασικές στοχαστικές μεθόδους.

Στο πεδίο της ιατρικής το 2006 οι Cruz and Wishart ερευνούν βιβλιογραφικά την χρήση διαφόρων μεθόδων μηχανικής μάθησης, ανάμεσα στις οποίες και τα NN, στην πρόβλεψη του καρκίνου και τονίζουν την απουσία μεθοδολογικής προσέγγισης κατά την επιλογή των χρησιμοποιούμενων μεθόδων που διαπιστώνουν. Το ευρύ φάσμα

εφαρμογών των μεθόδων μηχανικής μάθησης για πρόβλεψη έχει επεκταθεί και στον κλάδο της ηλεκτρονικής, όπου επιχειρείται η χρήση αλγορίθμων SVM για τον συγκεκριμένο σκοπό από τους Suykens and Vandewalle (2000), Quan et al. (2010), κ.ά.

Στο πεδίο των επιστημών μηχανικού πολλή ερευνητική δουλειά έχει γίνει μέχρι στιγμής γύρω από μεθόδους μηχανικής μάθησης για πρόβλεψη. Ως παραδείγματα από την συγκεκριμένη κατηγορία αναφέρονται οι εργασίες των Wang et al. (2004) και Hou and Lian (2009), οι οποίοι παράγουν αποτελέσματα που αναμένεται να χρησιμοποιηθούν για τη διαχείριση μηχανολογικού εξοπλισμού και των Yao et al. (2010), οι οποίοι χρησιμοποιούν SVM για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς της βραχόμαζας ως προς τις μετατοπίσεις κατά τη διάνοιξη σήραγγας. Άλλες προβλέψεις που επιχειρούνται στην βιβλιογραφία αφορούν τη συγκέντρωση μεθανίου σε ανθρακωρυχείο χρήσει SVM (Cao et al. 2008) και την παραγωγή αστικών απορριμμάτων (Noori et al. 2009).

Συγκεκριμένα από τον χώρο της υδραυλικής αναφέρεται η εργασία των Goel and Pal (2009), στην οποία συγκρίνονται μέθοδοι SVM και NN στην πρόβλεψη του μέγιστου βάθους υδραυλικής υποσκαφής σε αναρρυθμιστικά φράγματα. Για την προσαρμογή των παραμέτρων των μοντέλων της έρευνας χρησιμοποιούνται προϋπάρχουσες μετρήσεις, τόσο εργαστηριακές όσο και πεδίου. Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης εφαρμόζονται και στο πεδίο της θαλάσσιας υδραυλικής. Για παράδειγμα, οι Deo and Naidu (1998) χρησιμοποιούν μεθόδους NN για την βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη των κυμάτων στην ανοιχτή θάλασσα. Τα μοντέλα δίνουν προβλέψεις για τις επόμενες ώρες, αφού προσαρμόσουν τις παραμέτρους τους πάνω σε πρόσφατες καταγραφές πεδίου ληφθείσες στην θέση ενδιαφέροντος. Επιπλέον, οι Zamani et al. (2008) και οι Mahjoobi and Mosabbab (2009) προβλέπουν το χαρακτηριστικό ύψος κύματος με μεθόδους μηχανικής μάθησης χρησιμοποιώντας ως δεδομένα εισόδου καταγραφές κυμάτων και ανέμου.

Σε εργασίες από τον χώρο της υδρολογίας γίνεται ειδική αναφορά στις Ενότητες 1.2.2 και 1.2.3, ενώ η παρούσα παράγραφος αφιερώνεται στο στενά συγγενεύον με αυτή πεδίο της μετεωρολογίας. Εργασίες από τον συγκεκριμένο χώρο είναι αυτές των Gill (2006), Ji et al. (2007), Anandhi et al. (2008), Anandhi et al. (2009), Radhika and Shashi (2009) και Rajasekaran et al. (2008), οι οποίες χρησιμοποιούν μεθόδους SVM για να προβλέψουν τις μεταβλητές ενδιαφέροντος. Η πρώτη ασχολείται με την βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη της εδαφικής υγρασίας, η δεύτερη με την πρόβλεψη της ταχύτητας του ανέμου, οι επόμενες τρεις με την πρόβλεψη της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας και η τελευταία με την

πρόβλεψη των κυμάτων καταιγίδας. Από τις προαναφερθείσες εργασίες οι Gill (2006) και οι Radhika and Shashi (2009) παρουσιάζουν επίσης συγκρίσεις των εν λόγω προβλέψεων με αντίστοιχες τους χρήσει NN.

Από τον κλάδο της διαστημικής μετεωρολογίας, αναφέρονται η εργασία των Weigend et al. (1990), οι οποίοι χρησιμοποιούν NN για να προβλέψουν ηλιακές κηλίδες, και η πρώτη εφαρμογή των SVM στον συγκεκριμένο επιστημονικό χώρο, η οποία δημοσιεύτηκε στους Gavrishchaka and Ganguli (2001). Στην τελευταία εργασία επιχειρείται η εφαρμογή αλγορίθμων SVM στην πρόβλεψη των γεωμαγνητικών καταιγίδων, φαινομένου που οφείλεται στον ηλιακό άνεμο.

Όλες οι παραπάνω ερευνητικές δουλειές εξετάζουν εφαρμογή αλγορίθμων μηχανικής μάθησης για πρόβλεψη σε μία ή σε μικρό αριθμό χρονοσειρών. Αναμφισβήτητα, η μελέτη συγκεκριμένων περιπτώσεων είναι μεθοδολογικό εργαλείο εξαιρετικά χρήσιμο στην έρευνα, ωστόσο τα αποτελέσματα τους δεν προσφέρουν γενίκευση. Η γενίκευση αυτή θα μπορούσε να επιτευχθεί, μέσω της εφαρμογής των υπό διερεύνηση μεθόδων σε ικανό αριθμό διαφορετικών περιπτώσεων - χρονοσειρών. Μια εργασία που επιχειρεί γενίκευση είναι αυτή των Ahmed et al. (2010). Οι συγκεκριμένοι ερευνητές συγκρίνουν 8 μεθόδους μηχανικής μάθησης σε 1045 ιστορικές χρονοσειρές από διάφορα επιστημονικά πεδία, ενώ επίσης εξετάζουν την αποτελεσματικότητα της εφαρμογής ορισμένων προπαρασκευαστικών μεθόδων στις χρονοσειρές αυτές ως προς την βελτίωση της ακρίβειας των προβλέψεων.

Εκτός από την συγκεκριμένη έρευνα μεγάλης κλίμακας, μία άλλη εργασία που επίσης διαφοροποιείται από τις προαναφερθείσες είναι αυτή των Thissen et al. (2003) από τον χώρο της χημειομετρίας. Στο πλαίσιο της οι συγγραφείς προβαίνουν σε προσομοίωση δύο χρονοσειρών μεγάλου μήκους παράλληλα με την χρήση μιας ιστορικής χρονοσειράς για να εξετάσουν πώς ανταποκρίνονται τα υπό διερεύνηση μοντέλα στην πρόβλεψη διαφορετικών συμπεριφορών.

1.2.2 Εφαρμογές μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών
Είναι γεγονός ότι οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης χρησιμοποιούνται ευρέως στον χώρο της υδρολογίας. Διαδεδομένοι αλγόριθμοι για την πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς υδρολογικών διεργασιών είναι τα διάφορα NN. Στην μεγάλη κατηγορία των εργασιών που τα χρησιμοποιούν ανήκει η έρευνα των Liong et al. (2000), στην οποία

επιχειρείται η βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη του βάθους του ύδατος σε συγκεκριμένη θέση ποταμού χρησιμοποιώντας δεδομένα ανάντη σταθμών.

Το ενδιαφέρον επικεντρώνεται συχνά στην σύγκριση διαφορετικών μεθόδων NN μεταξύ τους με σκοπό την τελική επιλογή αυτής που προσφέρει μεγαλύτερη ακρίβεια στην πρόβλεψη. Οι εργασίες των Thirumalaiah and Deo (1998), Atiya et al. (1999), Coulibaly et al. (2001) και Kisi (2007) επιχειρούν τέτοιες συγκρίσεις, η πρώτη για την πρόβλεψη του βάθους του νερού σε συγκεκριμένη θέση ποταμού, η δεύτερη και η τέταρτη για την πρόβλεψη της παροχής ποταμών σε δεδομένες θέσεις επίσης και η τρίτη για την πρόβλεψη των εισροών ταμιευτήρα με υδροηλεκτρικό έργο. Από τις συγκεκριμένες εργασίες αυτή των Atiya et al. (1999) προβαίνει και σε θεωρητική σύγκριση ορισμένων από τις μεθόδους που συγκρίνει εμπειρικά προβαίνοντας σε μικρής κλίμακας προσομοιώσεις. Τα αποτελέσματα της εν λόγω θεωρητικής σύγκρισης υπόκεινται σε σχολιασμό από τους συγγραφείς, χωρίς ωστόσο να παρουσιάζονται μέσω διαγραμμάτων.

Άλλες εργασίες παρουσιάζουν συγκρίσεις μεθόδων που βασίζονται σε αλγόριθμους NN με κλασικές στοχαστικές μεθόδους, όπως για παράδειγμα η εργασία των Koutsoyiannis et al. (2008). Στο πλαίσιο της οι συγγραφείς συγκρίνουν μεθόδους των δύο παραπάνω κατηγοριών και την μέθοδο των αναλόγων μεταξύ τους σε χρονοσειρές παροχής του Νείλου με μηνιαίο και ετήσιο χρονικό βήμα. Σχολιάζουν τα αποτελέσματα της εν λόγω σύγκρισης, χαρακτηρίζοντας ως καλή την επίδοση όλων των συγκρινόμενων μοντέλων, ενώ παράλληλα αναφέρουν ορισμένα στοιχεία στα οποία υπερέχει το στοχαστικό, τα οποία αφορούν κυρίως τις δυνατότητες που αυτό προσφέρει για μακροπρόθεσμες προβλέψεις και καλύτερη κατανόηση της υπό διερεύνηση φυσικής διεργασίας. Άλλες εργασίες που συμπεριλαμβάνουν τέτοιες συγκρίσεις είναι εκείνες των Jain et al. (1999), Kisi (2004) και Belayneh et al. (2014). Η πρώτη ασχολείται με πρόβλεψη εισροών ταμιευτήρα, η δεύτερη με πρόβλεψη της μέσης μηνιαίας παροχής ποταμού και η τρίτη με την μακροπρόθεσμη πρόβλεψη ξηρασίας σε λεκάνη απορροής ποταμού. Στην τελευταία δοκιμάστηκαν προπαρασκευαστικές μέθοδοι στα ιστορικά δεδομένα, πριν την είσοδο τους στο μοντέλο.

Εργασίες στις οποίες χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι NN στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών είναι επίσης αυτές των Tokar and Johnson (1999), Dibike and Solomatine (2001) και Solomatine and Xue (2004), στις οποίες εκτός από ιστορικά δεδομένα για την μεταβλητή ενδιαφέροντος χρησιμοποιούνται ως δεδομένα εισόδου και ιστορικές

χρονοσειρές άλλων κλιματικών μεταβλητών, καθώς και άλλα δεδομένα που αφορούν το τοπογραφικό ανάγλυφο των λεκανών απορροής. Οι παραπάνω εργασίες στοχεύουν στην πρόβλεψη της επιφανειακής απορροής.

Ενδιαφέρουσα είναι η εργασία των Maier and Dandy (2000), οι οποίοι προβαίνουν σε βιβλιογραφική επισκόπηση εργασιών που χρησιμοποιούν NN στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών με σκοπό την ανάδειξη των λεπτών σημείων του θέματος. Πρόκειται για μια έρευνα με περίπου 200 αναφορές, στο πλαίσιο της οποίας μελετώνται και κατηγοριοποιούνται 43 εργασίες ως προς τις μεθοδολογικές συνιστώσες του συγκεκριμένου ερευνητικού εγχειρήματος, αφού πρώτα οριστούν οι τελευταίες μέσα από την βιβλιογραφία. Οι συγγραφείς τονίζουν ότι η κατανόηση αρχών της στατιστικής και η μη παράλειψη τους κατά την κατασκευή των μοντέλων μπορεί να βελτιώσει σημαντικά την επίδοση των συγκεκριμένων. Τέλος, επισημαίνουν ότι έμφαση θα πρέπει να δοθεί και στην ενσωμάτωση τεχνικών ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας στις μεθόδους πρόβλεψης που βασίζονται σε αλγορίθμους NN.

Την ποσοτικοποίηση των αβεβαιοτήτων στην πρόβλεψη με μεθόδους μηχανικής μάθησης πραγματεύονται οι Shrestha and Solomatine (2006), οι Shrestha et al. (2009) και οι Shrestha et al. (2014) χρησιμοποιώντας για τον συγκεκριμένο σκοπό μεθόδους που βασίζονται σε αλγορίθμους της ίδιας κατηγορίας. Η πρώτη εργασία εφαρμόζει την προτεινόμενη από τους συγγραφείς μέθοδο σε ορισμένες ιστορικές και συνθετικές χρονοσειρές, ενώ προβαίνει και στην σύγκριση της με άλλες μεθόδους εκτίμησης των ορίων εμπιστοσύνης. Η δεύτερη από τις προαναφερθείσες εργασίες παρουσιάζει μια διαφορετική μεθοδολογία ποσοτικοποίησης της αβεβαιότητας που συνοδεύει τις προβλέψεις η οποία βασίζεται σε αλγορίθμους NN. Το μοντέλο εκπαιδεύεται με την βοήθεια δεδομένων που σχετίζονται με την παράμετρο αβεβαιότητα και προκύπτουν μέσω προσομοιώσεων Monte Carlo, που όμως λαμβάνουν χώρα για έναν συγκεκριμένο τύπο διεργασίας μία φορά (στην αρχή), ενώ στο εξής το εκπαιδευμένο μοντέλο χρησιμοποιείται ως έχει για την εκτίμηση ορίων εμπιστοσύνης στην πρόβλεψη μελλοντικών τιμών με νέα δεδομένα εισόδου. Η έρευνα των Shrestha et al. (2014) εξελίσσει την μεθοδολογία που αναπτύσσεται στους Shrestha et al. (2009) επιστρατεύοντας και άλλα μοντέλα μηχανικής μάθησης για το συγκεκριμένο εγχείρημα.

Αναφέρεται τέλος η μέθοδος μηχανικής μάθησης Relevance Vector Machine (RVM), η οποία παράλληλα με τις σημειακές προβλέψεις δίνει και τα όρια εμπιστοσύνης των συγκεκριμένων. Σε αντίθεση με τις παραπάνω μεθοδολογίες, στην πρόβλεψη χρήσει της

πιθανοτικής μεθόδου RVM η κάθε περίπτωση αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστή. Οι Ghosh and Mujumdar (2008) χρησιμοποιούν την συγκεκριμένη μέθοδο στην πρόβλεψη επιφανειακής απορροής σε περιοχή που πλήττεται από μουσώνες. Ως δεδομένα εισόδου χρησιμοποιούνται ιστορικά δεδομένα από την περιοχή τα οποία αφορούν την ίδια την επιφανειακή απορροή, καθώς και άλλες μεταβλητές του τοπικού κλίματος.

1.2.3 Χρήση Support Vector Machines για την πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών

Μέθοδοι SVM χρησιμοποιούνται όλο και συχνότερα στην πρόβλεψη της εξέλιξης υδρολογικών διεργασιών. Πρακτικές εφαρμογές της εν λόγω κατηγορίας είναι αυτές των Bray and Han (2004), Pai and Hong (2007) και Lu and Wang (2011). Η πρώτη επιχειρεί την πρόβλεψη της βροχόπτωσης και της παροχής ποταμών εστιάζοντας σε προβλήματα που συνοδεύουν την εφαρμογή μεθόδων SVM στην υδρολογία. Η δεύτερη και η τρίτη στοχεύουν στην πρόβλεψη της βροχόπτωσης με χρονικά βήματα μίας ώρας και έξι ωρών αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι οι Pai and Hong (2007) δίνουν έμφαση στον τρόπο με τον οποίο βελτιστοποιούνται οι παράμετροι των μοντέλων.

Ο εκθετικά αυξανόμενος αριθμός των εργασιών που χειρίζονται αλγορίθμους SVM για την πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών, όπως οι παραπάνω αναφερθείσες, καθρεφτίζει τη δημοτικότητα των αλγορίθμων αυτών εντός του υπό συζήτηση επιστημονικού χώρου. Οι Raghavendra and Deka (2014) προβαίνουν σε βιβλιογραφική έρευνα επί του θέματος, αναδεικνύοντας το ευρύ φάσμα των σχετικών πρακτικών εφαρμογών. Η εργασία τους κατασκευάζεται με βάση 75 αναφορές, από τις οποίες οι 39 αποτελούν τις πρακτικές εφαρμογές SVM.

Όπως προαναφέρθηκε, η έρευνα εστιάζει συχνά στην σύγκριση μεθόδων μηχανικής μάθησης μεταξύ τους. Εργασίες στις οποίες τα SVM συγκρίνονται με άλλες μεθόδους μηχανικής μάθησης στο πεδίο της υδρολογίας είναι αυτές των Sivapragasam et al. (2001), Liong and Sivapragasam (2002), Khan and Coulibaly (2006), Lin et al. (2006), Wu et al. (2008), Wang et al. (2009), Herrera et al. (2010), Guo et al. (2011), Yoon et al. (2011), Kisi and Cimen (2012), Hipni et al. (2013), Kalteh (2013), He et al. (2014). Με εξαίρεση την εργασία των Wang et al. (2009), όλες οι προαναφερθείσες εργασίες περιλαμβάνουν μεθόδους NN στις συγκρίσεις τους.

Από τις εργασίες της προηγούμενης παραγράφου εκείνες των Khalil et al. (2006), Lin et al. (2006), Guo et al. (2011) και Kalteh (2013) προτείνουν μεθοδολογίες στις οποίες ενσωματώνονται προπαρασκευαστικές τεχνικές των δεδομένων εισόδου ή τεχνικές που

υποστηρίζουν με άλλους τρόπους το έργο των SVM, για παράδειγμα μέσω της επιλογής των υπερπαραμέτρων των μοντέλων, αποσκοπώντας στην βελτίωση των τελευταίων.

Άλλες εργασίες στις οποίες εφαρμόζονται και προτείνονται παραπλήσιες μεθοδολογίες, χωρίς ωστόσο να λαμβάνει χώρα κάποια σύγκριση στο πλαίσιο τους σε αντίθεση με τις προαναφερθείσες, είναι αυτές των Yu et al. (2004), Shi and Han (2007) και Kisi and Cimen (2011). Η πρώτη από αυτές αποτελεί εφαρμογή σε δύο ιστορικές χρονοσειρές παροχής ποταμών μεγάλου μήκους με ημερήσιο χρονικό βήμα, η δεύτερη πειραματίζεται πάνω σε ορισμένες χρονοσειρές μεταξύ των οποίων μία προσομοιωμένη μεγάλου μήκους και μία χρονοσειρά συντιθέμενη από ετήσιες τιμές επιφανειακής απορροής, ενώ η τρίτη από αυτές εφαρμόζει την μεθοδολογία που προτείνει σε μία επίσης ιστορική χρονοσειρά παροχής ποταμού με μηνιαίο χρονικό βήμα.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αρκετές είναι οι φορές που ερευνητές συνδυάζουν διαφορετικούς αλγορίθμους πρόβλεψης στην επιδίωξη τους για ακριβέστερες προβλέψεις. Όσον αφορά τον χώρο της υδρολογίας, στη βιβλιογραφία υπάρχουν εργασίες οι οποίες συνδυάζουν τα SVM με NN (Hong 2008) ή με RVM (Khalil et al. 2006) κατασκευάζοντας υβριδικά μοντέλα κατανόησης και πρόβλεψης της συμπεριφοράς διεργασιών της υπό συζήτηση κατηγορίας. Τα μοντέλα αυτά, όπως άλλωστε και τα υπόλοιπα, δοκιμάζονται συνήθως σε μικρό αριθμό ιστορικών χρονοσειρών.

Πολλές είναι ακόμη οι εργασίες στις οποίες τα SVM συγκρίνονται με κλασικές στοχαστικές μεθόδους. Ανάμεσα σε αυτές είναι η έρευνα των Han et al. (2007), στην οποία επιχειρείται η πρόβλεψη πλημμυρών. Οι συγγραφείς τονίζουν ότι οι κλασικές μέθοδοι παίζουν στην εργασία τους τον ρόλο των μεθόδων αναφοράς, ώστε να αποφευχθούν φαινόμενα υπερπροσαρμογής των χρησιμοποιούμενων μοντέλων. Άλλες εργασίες που επιδίδονται σε ανάλογες συγκρίσεις είναι η ήδη αναφερθείσα εργασία των Khan and Coulibaly (2006) και εκείνη των Yu and Liong (2007). Η πρώτη πραγματεύεται την πρόβλεψη της στάθμης των υδάτων λίμνης, ενώ η δεύτερη την πρόβλεψη επιφανειακής απορροής και παροχής ποταμού. Οι εργασίες των Lin et al. (2006) και Wang et al. (2009), που επίσης προαναφέρθηκαν, ανήκουν και στην συγκεκριμένη κατηγορία.

Όλες οι παραπάνω εργασίες της Ενότητας 1.2.3 επιχειρούν την πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών χρησιμοποιώντας μόνο ιστορικές χρονοσειρές - πραγματοποιήσεις των ίδιων των διεργασιών ενδιαφέροντος ως δεδομένα εισόδου.

Εργασίες που χρησιμοποιούν αλγορίθμους SVM για τη δημιουργία μοντέλων, τα οποία επιλέγουν τις παραμέτρους τους βάσει ιστορικών δεδομένων που αφορούν και άλλες κλιματικές μεταβλητές πέραν της μεταβλητής ενδιαφέροντος ή ακόμη και τοπογραφικά στοιχεία για την υπό διερεύνηση λεκάνη απορροής, είναι επίσης συνηθισμένες στην βιβλιογραφία. Η υδρολογική μεταβλητή ενδιαφέροντος ποικίλει ανάλογα με τον σκοπό της έρευνας. Μπορεί να είναι η κατακρήμνιση (Tripathi et al. 2006, Chen et al. 2010, Kalra and Ahmad 2012) ή η βροχόπτωση (Hong and Pai 2007, Lin et al. 2009b, Okkan and Serbes 2012), η επιφανειακή απορροή σε υδρολογικές λεκάνες (Lin et al. 2013, Okkan and Serbes 2012), η παροχή (Behzad et al. 2009, Li et al. 2010) και η στερεοπαροχή ποταμών (Lafdani et al. 2013), οι εισροές (Lin et al. 2009a) ή η εξάτμιση σε ταμειυτήρες (Samui and Dixon 2012), η στάθμη του νερού κατά τη διάρκεια πλημμυρών (Yu et al. 2006, Chen and Yu 2007), ή κάποια άλλη.

Εν είδει κατακλείδας, αναφέρεται ότι με αφορμή την εργασία των Box and Jenkins (1968) με την οποία εισάγονται τα στοχαστικά μοντέλα ARIMA για την κατανόηση και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς διαφόρων διεργασιών, οι Carlson et al. (1970) χρησιμοποιούν τα νέα αυτά μοντέλα για την πρόβλεψη σε τέσσερις ιστορικές χρονοσειρές παροχής ποταμών με ετήσιο χρονικό βήμα. Στην ίδια λογική κινούνται οι περισσότερες εργασίες που περιλήφθηκαν στην βιβλιογραφική επισκόπηση της Ενότητας 1.2.

1.3 Αντικείμενο και ερωτήματα της εργασίας

Στην Ενότητα 1.3 σκιαγραφείται το γενικότερο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, διατυπώνεται το αντικείμενο της, καθώς και τα βασικά ερωτήματα που επιχειρεί να απαντήσει.

1.3.1 Η ευρύτερη οπτική

Όπως διαπιστώνεται στην Ενότητα 1.1, παρά την αυξανόμενη χρήση των πιθανοτικών μεθόδων πρόβλεψης στον χώρο της υδρολογίας, πρακτικό και ερευνητικό ενδιαφέρον συνεχίζουν να παρουσιάζουν και οι μέθοδοι σημειακής πρόβλεψης.

Επιπρόσθετα, στην Ενότητα 1.2 αποτυπώνεται η δυναμική είσοδος των μεθόδων μηχανικής μάθησης στον συγκεκριμένο επιστημονικό χώρο αλλά και σε άλλους, ενώ ακόμη φαίνεται ότι η έρευνα συχνά εστιάζει στην σύγκριση μεθόδων της συγκεκριμένης κατηγορίας με κλασικές στοχαστικές μεθόδους. Παράλληλα, διαπιστώνεται το μεγάλο πλήθος μεθόδων μηχανικής μάθησης που κατασκευάζονται διαρκώς με ζητούμενο την

επίτευξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης ακρίβειας στην πρόβλεψη. Συμπεραίνεται ότι η χρήση των NN στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών είναι σήμερα εδραιωμένη, ενώ δημοφιλέστερες από τις νεοεισερχόμενες μεθόδους φαίνεται να είναι οι SVM.

Σημαντικό είναι να αναγνωρίζει κανείς το γεγονός ότι καθεμία από τις μεθόδους πρόβλεψης που κατασκευάζεται έχει ορισμένες θεωρητικές ιδιότητες, οι οποίες καθιστούν την επίδοση της καλύτερη ή χειρότερη σε σχέση με την επίδοση άλλων μεθόδων, σε μία εξεταζόμενη περίπτωση - εφαρμογή. Ωστόσο, η καθεμία από τις μεμονωμένες αυτές περιπτώσεις δεν μπορεί από μόνη της να οδηγήσει στην εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων για τις δυνατότητες που παρέχει μία μέθοδος συγκριτικά με άλλες μεθόδους στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς διεργασιών.

Όσον αφορά την εν λόγω γενίκευση, εντοπίζεται ένα κενό στη διεθνή βιβλιογραφία. Συγκεκριμένα, κατά την βιβλιογραφική επισκόπηση που παρουσιάζει η Ενότητα 1.2 διαπιστώνεται ότι οι περισσότερες έρευνες επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους στην σύγκριση μεθόδων σε μία ή γενικότερα σε μικρό αριθμό (μονοψήφιο) ιστορικών χρονοσειρών, ενώ μόνο οι εργασίες των Ahmed et al. (2010) και Thissen et al. (2003) επιχειρούν, σε διαφορετικό βαθμό η καθεμία, την εξαγωγή περισσότερο γενικών συμπερασμάτων από τις υπόλοιπες.

Σε προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχει αναλυτική λύση, ιδιαίτερος βοηθητική είναι η διενέργεια υπολογιστικών πειραμάτων που βασίζονται σε προσομοιώσεις. Στην περίπτωση της σύγκρισης μεθόδων πρόβλεψης, ικανό πλήθος προσομοιωμένων στοχαστικών ανελίξεων θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της αναμενόμενης επίδοσης για καθεμία από τις εκάστοτε συγκρινόμενες μεθόδους ως προς ορισμένα κριτήρια. Ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών πειραμάτων προσομοίωσης συνθέτει το υπόβαθρο για την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

Οι προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις θα μπορούσαν να προέρχονται από τις συχνά χρησιμοποιούμενες οικογένειες μοντέλων Autoregressive Moving Average (ARMA), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) και Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA), παρότι η εν λόγω μοντελοποίηση συνοδεύεται από ορισμένα προβλήματα (Koutsoyiannis 2016).

Τέλος, στη διεθνή βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετά μέτρα τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ποσοτικοποίηση της επίδοσης μιας μεθόδου ως προς τα

κριτήρια που το καθένα πρεσβεύει και άρα την συναξιολόγηση μεθόδων, ενώ συνηθίζεται η χρήση μικρού αριθμού μέτρων σε κάθε εργασία (Krause et al. 2005). Ο αριθμός των μεθόδων που συγκρίνονται στις διάφορες εργασίες είναι επίσης μικρός, αν και σχεδόν πάντοτε υπάρχει μια μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται ως αναφορά για την αξιολόγηση της επίδοσης της εκάστοτε προτεινόμενης μεθόδου (Pappenberger et al. 2015). Γεγονός, ωστόσο, είναι ότι όσο περισσότερες είναι οι συγκρινόμενες μέθοδοι και τα χρησιμοποιούμενα μέτρα, τόσο πιο γενικά αναμένονται τα συμπεράσματα της σύγκρισης.

1.3.2 Αντικείμενο της εργασίας

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας είναι η συγκριτική αξιολόγηση κλασικών στοχαστικών μεθόδων και μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς υδρολογικών διεργασιών. Έμφαση δίνεται στις μεθόδους SVM, ενώ στην σύγκριση συμμετέχουν και μέθοδοι NN. Η εν λόγω σύγκριση αφορά μακροπρόθεσμες προβλέψεις στην χρονική κλίμακα των παρατηρήσεων, παρότι η βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη είναι επίσης χρήσιμη. Πραγματοποιείται σε θεωρητικό επίπεδο με σκοπό την εξαγωγή γενικών συμπερασμάτων και σε εμπειρικό επίπεδο με σκοπό την ενίσχυση των συμπερασμάτων αυτών και την ανάδειξη επιμέρους σημείων του θέματος.

1.3.3 Ερωτήματα της εργασίας

Τα βασικά ερωτήματα τα οποία επιχειρεί να απαντήσει η παρούσα εργασία διατυπώνονται ως εξής:

- ♦ Διαφέρει η επίδοση μεθόδων μηχανικής μάθησης σε σχέση με εκείνη κλασικών στοχαστικών μεθόδων; Αν ναι, είναι καλύτερη ή χειρότερη;
- ♦ Έστω ότι για την συναξιολόγηση ορισμένων μεθόδων χρησιμοποιούνται αρκετά μέτρα από αυτά που υπάρχουν στην βιβλιογραφία. Πόσο καλή σε σχέση με το σύνολο μπορεί να είναι η επίδοση μιας μεθόδου ως προς όλα τα εκάστοτε υπολογιζόμενα μέτρα;
- ♦ Υπάρχουν μέθοδοι, οι οποίες συγκρινόμενες με άλλες θα έχουν εμφανώς καλύτερη ή χειρότερη επίδοση από αυτές;
- ♦ Εξεζητημένες μέθοδοι δίνουν καλύτερες προβλέψεις από απλούστερες μεθόδους;
- ♦ Τα SVM έχουν γενικώς καλή επίδοση; Έχουν καλύτερη επίδοση από τα NN;
- ♦ Πόσο μπορεί να διαφέρουν ως προς την επίδοση διαφορετικές μέθοδοι SVM;

- ◆ Πόσο μπορεί να διαφέρουν ως προς την επίδοση διαφορετικές μέθοδοι NN;
- ◆ Είναι εφικτή κάποια ομαδοποίηση μεθόδων που συναξιολογούνται με βάση την επίδοσή τους;
- ◆ Σε ποια συμπεράσματα οδηγεί η σύγκριση παρατηρούμενων και προβλεπόμενων τιμών με βάση καθεμία από τις εξεταζόμενες μεθόδους για ένα μεγάλο σύνολο δοκιμών; Το εύρος των τιμών των προβλέψεων είναι αναμενόμενα μεγαλύτερο ή μικρότερο από αυτό των αντίστοιχων παρατηρήσεων; Τι συμβαίνει με τις ακραίες παρατηρούμενες τιμές;
- ◆ Πόσο μπορεί να διαφέρει η επίδοση μιας μεθόδου πρόβλεψης συγκριτικά με τις υπόλοιπες κατά την εφαρμογή της σε δύο διαφορετικές χρονοσειρές;
- ◆ Πόσο μπορεί να διαφέρει η επίδοση μιας μεθόδου πρόβλεψης συγκριτικά με τις υπόλοιπες, όταν εφαρμόζεται σε ικανό αριθμό χρονοσειρών που έχουν παραχθεί βάσει ενός μοντέλου στοχαστικής ανέλιξης, από την επίδοση της ίδιας μεθόδου εφαρμοζόμενης σε χρονοσειρές που έχουν παραχθεί βάσει ενός διαφορετικού μοντέλου στοχαστικής ανέλιξης;
- ◆ Υπάρχουν μέθοδοι για τις οποίες οι παραπάνω διαφορές μπορεί να είναι εντονότερη ή λιγότερο έντονη σε σχέση με τις υπόλοιπες;
- ◆ Είναι δυνατή η διατύπωση πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων για μεθόδους πρόβλεψης με βάση τα αποτελέσματα αναλύσεων, όπως αυτών της παρούσας εργασίας;
- ◆ Πόσο διαφορετική πληροφορία παρέχει καθένα μέτρο σε σχέση με τα υπόλοιπα για τα διάφορα δεδομένα πάνω στα οποία γίνεται η σύγκριση; Υπάρχουν μέτρα που δίνουν τις περισσότερες φορές περίπου την ίδια πληροφορία;
- ◆ Υπάρχουν μέτρα που είναι περισσότερο δύσχρηστα; Τι συμβαίνει με τις έκτροπες τιμές;
- ◆ Πόσο διαφορετική θα ήταν η εικόνα που θα σχημάτιζε κάποιος για συγκεκριμένες μεθόδους, αν θα τις συνέκρινε εμπειρικά πειραματιζόμενος πάνω σε ένα μικρό (μονοψήφιο) σύνολο πραγματικών περιπτώσεων - χρονοσειρών, από αυτήν που θα σχημάτιζε, αν τις συνέκρινε θεωρητικά χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις και κλασική στατιστική;

- ♦ Πόσο διαφορετική θα ήταν η εικόνα που θα σχημάτιζε κάποιος, αν χρησιμοποιούσε συγχρόνως τα αποτελέσματα και των δύο περιπτώσεων σύγκρισης της προηγούμενης παραγράφου;
- ♦ Πόσο διαφορετική θα ήταν η εικόνα που θα σχημάτιζε κάποιος για την επίδοση μίας συγκεκριμένης μεθόδου, αν την συνέκρινε με λίγες άλλες μεθόδους, από αυτήν που θα σχημάτιζε, αν την συνέκρινε με αρκετές μεθόδους;
- ♦ Πόσο διαφορετική θα ήταν η εικόνα που θα σχημάτιζε κάποιος για συγκεκριμένες μεθόδους, αν τις συνέκρινε χρησιμοποιώντας ένα ή λίγα μέτρα, από αυτήν που θα σχημάτιζε, αν τις συνέκρινε υπολογίζοντας τις τιμές που λαμβάνουν αρκετά μέτρα;

1.4 Μεθοδολογικό πλαίσιο της εργασίας

Για να απαντηθούν τα ανωτέρω ερωτήματα σχεδιάστηκε μία σειρά από κατάλληλα υπολογιστικά πειράματα με το λογισμικό R, το οποίο προσφέρει συγκεκριμένα πλεονεκτήματα. Ακολούθησε η ανάπτυξη της μεθοδολογίας με τον καθορισμό των μεθόδων που θα συμπεριληφθούν σε αυτήν και την επιλογή των μέτρων μέσω των οποίων λαμβάνει χώρα η σύγκριση. Θεωρήθηκε σημαντικό να συγκριθούν μεταξύ τους αρκετές μέθοδοι οι οποίες βασίζονται σε ευρέως χρησιμοποιούμενους αλγορίθμους, ώστε να είναι πραγματοποιήσιμος ο στόχος της έρευνας, όπως αυτός αναπτύχθηκε στην Ενότητα 1.3. Από την άλλη πλευρά, έπρεπε ο αριθμός των μεθόδων να είναι διαχειρίσιμος. Τα μέτρα που υπολογίζονται για την συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων είναι επίσης αρκετά, καθώς καθένα από αυτά αναμένεται να δώσει διαφορετικό κομμάτι της συνολικής πληροφορίας, συμβάλλοντας στον σχηματισμό μιας περισσότερο σφαιρικής εικόνας. Ορισμένα από τα μέτρα που επιλέγονται χρησιμοποιούνται ευρύτατα στον χώρο της υδρολογίας.

Άλλες βασικές μεθοδολογικές συνιστώσες που καθορίστηκαν αφορούν τις προσομοιώσεις που λαμβάνουν χώρα και πιο συγκεκριμένα την επιλογή των στοχαστικών μοντέλων βάσει των οποίων γίνεται η σύνθεση των χρονοσειρών, καθώς και άλλα επιμέρους μεθοδολογικά στοιχεία, όπως το πλήθος των παραγόμενων χρονοσειρών ανά υπολογιστικό πείραμα και το μήκος τους. Οι συγκεκριμένες συνθετικές χρονοσειρές χρησιμοποιούνται για μια μεγάλης κλίμακας θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης της εργασίας, η οποία συνοδεύεται από εμπειρική σύγκριση μικρής κλίμακας. Για την συγκεκριμένη επιλέγονται ορισμένες ιστορικές χρονοσειρές. Η

εφαρμογή των μεθόδων χαρακτηρίζεται από συνέπεια, ενώ τα επιμέρους σημεία που την αφορούν παρουσιάζονται με τρόπο σαφή και κατανοητό.

1.5 Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα εργασία διαρθρώνεται σε πέντε κεφάλαια συμπεριλαμβανομένου του παρόντος και συνοδεύεται από τέσσερα παραρτήματα. Στο 2^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η μεθοδολογία που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της εργασίας. Καταρχάς, δίνεται συνοπτικά το μαθηματικό υπόβαθρο της τελευταίας, το οποίο συνθέτουν στοιχεία της θεωρίας των στοχαστικών ανελίξεων, και διερευνάται μέσω κατάλληλων σχημάτων η συμπεριφορά ορισμένων αντιπροσωπευτικών από τις στοχαστικές ανελίξεις που προσομοιώνονται για την θεωρητική σύγκριση των υπό διερεύνηση μεθόδων. Στην συνέχεια, περιγράφεται η κατασκευή των μεθόδων αυτών, ενώ γίνεται και αδρομερής περιγραφή τους, την οποία συμπληρώνουν παραπομπές σε έρευνες της διεθνούς βιβλιογραφίας, όπου η παρουσίαση είναι διεξοδικότερη. Τα μέτρα που επιλέγονται για την σύγκριση επίσης ορίζονται και σχολιάζονται ως προς τη διαφορετική πληροφορία που αναμένεται να προσφέρει το καθένα. Στην συνέχεια, γίνεται αναλυτική περιγραφή άλλων μεθοδολογικών στοιχείων που αφορούν τις προσομοιώσεις και την εφαρμογή των μεθόδων πάνω πάνω στις χρονοσειρές και αναφέρονται εν συντομία στοιχεία που αφορούν την στατιστική επεξεργασία και οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων. Η πληροφορία συνοψίζεται με τη βοήθεια πινάκων για τα δεδομένα, τις μεθόδους πρόβλεψης και τα μέτρα, που αποτελούν τα επιμέρους συστατικά των αναλύσεων που λαμβάνουν χώρα.

Τα αποτελέσματα των εν λόγω αναλύσεων παρουσιάζονται στο 3^ο Κεφάλαιο και στο 4^ο Κεφάλαιο. Το πρώτο εξ αυτών πραγματεύεται την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων, αποτελώντας τον κορμό της εργασίας. Αναμένεται δε να απαντήσει στα βασικά ερωτήματα της. Η πληροφορία παρουσιάζεται μέσα από πληθώρα σχημάτων, κυρίως των πιο περιεκτικών από τα συνταχθέντα, και υπόκειται σε σχολιασμό. Η σύγκριση γίνεται κατά βάση σε επίπεδο υπολογιστικού πειράματος, ενώ επιχειρούνται και συγκρίσεις ανάμεσα στα διάφορα υπολογιστικά πειράματα της εργασίας. Οι τελευταίες γίνονται με βάση την συνολική εικόνα που σχηματίζεται για τις μεθόδους σε επίπεδο μέτρου. Παράλληλα, σχολιάζονται στοιχεία που αφορούν την χρήση των μέτρων. Το 3^ο Κεφάλαιο κλείνει με την σύνοψη των αποτελεσμάτων της θεωρητικής σύγκρισης.

Ακολουθεί εμπειρική σύγκριση, η οποία διενεργείται στο 4^ο Κεφάλαιο. Διερευνάται κατάλληλα η συμπεριφορά των ιστορικών χρονοσειρών που χρησιμοποιούνται και παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των συγκρίσεων. Η μελέτη αυτών των μεμονωμένων περιπτώσεων αναμένεται να αναδείξει σημεία που δεν τονίζονται στο 3^ο Κεφάλαιο. Το 4^ο Κεφάλαιο προσφέρεται και για παρουσίαση των υπό διερεύνηση μεθόδων και των χρησιμοποιούμενων μέτρων στην πράξη, η οποία θεωρήθηκε επίσης σκόπιμη, καθώς συμπληρώνει την περιγραφική παρουσίαση που γίνεται στο 2^ο Κεφάλαιο. Το 4^ο Κεφάλαιο κλείνει με την σύνοψη των αποτελεσμάτων της εμπειρικής σύγκρισης.

Η εργασία ολοκληρώνεται στο 5^ο Κεφάλαιο με τα συμπεράσματα και τη διατύπωση προτάσεων για περαιτέρω διερεύνηση του θέματος.

Τέλος, στο Παράρτημα Α, στο Παράρτημα Β, στο Παράρτημα Γ και στο Παράρτημα Δ παρουσιάζονται ορισμένα περιεκτικά σχήματα από το σύνολο των περίπου 14 000 σχημάτων που καταρτίζονται για την οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων των στατιστικών αναλύσεων των πειραμάτων, τα οποία διενεργούνται με σκοπό την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

2. Μεθοδολογία και σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης

2.1 Στοχαστικές ανελίξεις

Στην παρούσα εργασία προσομοιώνονται στοχαστικές ανελίξεις Autoregressive Moving Average (ARMA), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) και Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA). Για την προσομοίωση των στοχαστικών ανελίξεων ARMA και ARIMA χρησιμοποιείται η συνάρτηση `arima.sim` του R (R Core Team 2016), ενώ για την προσομοίωση των στοχαστικών ανελίξεων ARFIMA και SARIMA χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις `fracdiff.sim` του πακέτου `fracdiff` του R (Maechler 2012) και `sarima.Sim` του πακέτου `CombMSC` του R (Smith 2012) αντίστοιχα. Η χρήση των συγκεκριμένων συναρτήσεων γίνεται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους.

Στην Ενότητα 2.1 δίνονται τα βασικά θεωρητικά στοιχεία για τις συγκεκριμένες στοχαστικές ανελίξεις και παρουσιάζεται μέσα από κατάλληλα και αντιπροσωπευτικά σχήματα η συμπεριφορά τους για διάφορες τιμές των παραμέτρων τους. Το μαθηματικό υπόβαθρο παρουσιάζεται συνοπτικά, ενώ λεπτομέρειες υπάρχουν στον Wei (2006 pp.6-87, 160-185, 489-506).

Μία χρονοσειρά σε διακριτό χρόνο είναι μία ακολουθία παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots ενός φαινομένου, ενώ ο χρόνος t δηλώνεται ως δείκτης της παρατήρησης x_t . Μπορεί δε να μοντελοποιηθεί από μία στοχαστική ανέλιξη. Η τελευταία είναι μία ακολουθία από τυχαίες μεταβλητές $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots$

Έστω μία στοχαστική ανέλιξη κανονικών τυχαίων μεταβλητών. Ορίζεται η συνάρτηση μέσης τιμής μ_t της στοχαστικής ανέλιξης με την εξ. (2.1).

$$\mu_t := E[\underline{x}_t] \quad (2.1)$$

Ορίζεται ακόμη η συνάρτηση τυπικής απόκλισης σ_t της στοχαστικής ανέλιξης με την εξ. (2.2).

$$\sigma_t := \sqrt{\text{Var}[\underline{x}_t]} \quad (2.2)$$

Η συνάρτηση συνδιασποράς μεταξύ των \underline{x}_{t_1} και \underline{x}_{t_2} , $\gamma(t_1, t_2)$ της στοχαστικής ανέλιξης ορίζεται με την εξ. (2.3).

$$\gamma(t_1, t_2) := E[(\underline{x}_{t_1} - \mu_{t_1})(\underline{x}_{t_2} - \mu_{t_2})] \quad (2.3)$$

Ορίζεται επίσης η συνάρτηση συσχέτισης μεταξύ των \underline{x}_{t_1} και \underline{x}_{t_2} , $\rho(t_1, t_2)$ της στοχαστικής ανέλιξης με την εξ. (2.4).

$$\rho(t_1, t_2) := \gamma(t_1, t_2) / (\sigma_{t_1} \sigma_{t_2}) \quad (2.4)$$

Όταν η στοχαστική ανέλιξη είναι αυστηρά στάσιμη ισχύουν οι εξ. (2.5) - (2.8).

$$\mu_t = \mu \quad \forall t \in \{1, 2, \dots\} \quad (2.5)$$

$$\sigma_t = \sigma \quad \forall t \in \{1, 2, \dots\} \quad (2.6)$$

$$\gamma(t_1, t_2) = \gamma(t_1 + k, t_2 + k) \quad \forall t_1, t_2, k \text{ ακέραιους} \quad (2.7)$$

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(t_1 + k, t_2 + k) \quad \forall t_1, t_2, k \text{ ακέραιους} \quad (2.8)$$

Σε αυτήν την περίπτωση έστω ότι:

$$t_1 := t - k, t_2 := t \quad (2.9)$$

Τότε ισχύουν οι εξ. (2.10) και (2.11):

$$\gamma(t_1, t_2) = \gamma(t - k, t) = \gamma(t, t + k) = \gamma_k \quad (2.10)$$

$$\rho(t_1, t_2) = \rho(t - k, t) = \rho(t, t + k) = \rho_k \quad (2.11)$$

Χρησιμοποιώντας λοιπόν τις εξ. (2.5) - (2.11), ορίζονται για μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη η συνάρτηση αυτοσυνδιασποράς γ_k με την εξ. (2.12), καθώς και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ρ_k (autocorrelation function, για συντομία ACF) με την εξ. (2.13).

$$\gamma_k := E[(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)] \quad (2.12)$$

$$\rho_k := \gamma_k / \sigma^2 \quad (2.13)$$

Για μια στάσιμη στοχαστική ανέλιξη ορίζεται επίσης η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης P_k (partial autocorrelation function, για συντομία PACF) με την εξ. (2.14).

$$P_k := \text{Corr}[(x_t, x_{t+k} \mid x_{t+1}, \dots, x_{t+k-1})] \quad (2.14)$$

Η συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης εκφράζει την αυτοσυσχέτιση μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών της στοχαστικής ανέλιξης, δεσμευμένων των χρονικά ενδιάμεσων παρατηρήσεων.

Μια αυστηρά στάσιμη στοχαστική ανέλιξη $\{a_t\}$ ονομάζεται λευκός θόρυβος, αν είναι μία σειρά από ασυσχέτιστες τυχαίες μεταβλητές. Στο εξής θα θεωρείται ότι ο λευκός θόρυβος έχει μηδενική συνάρτηση μέσης τιμής, εκτός αν αναφερθεί διαφορετικά, και συνάρτηση τυπικής απόκλισης ίση με σ_a .

2.1.1 Μοντέλα AR(p), MA(q), ARMA(p,q)

Ορίζεται η στοχαστική ανέλιξη $\{y_t\}$ με την εξ. (2.15).

$$y_t := x_t - \mu \quad (2.15)$$

Έστω ο τελεστής B που ορίζεται με την εξ. (2.16).

$$B^j \underline{x}_t = \underline{x}_{t-j} \quad (2.16)$$

Ορίζεται τότε ο τελεστής $\varphi_p(B)$ με την εξ. (2.17).

$$\varphi_p(B) := (1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p) \quad (2.17)$$

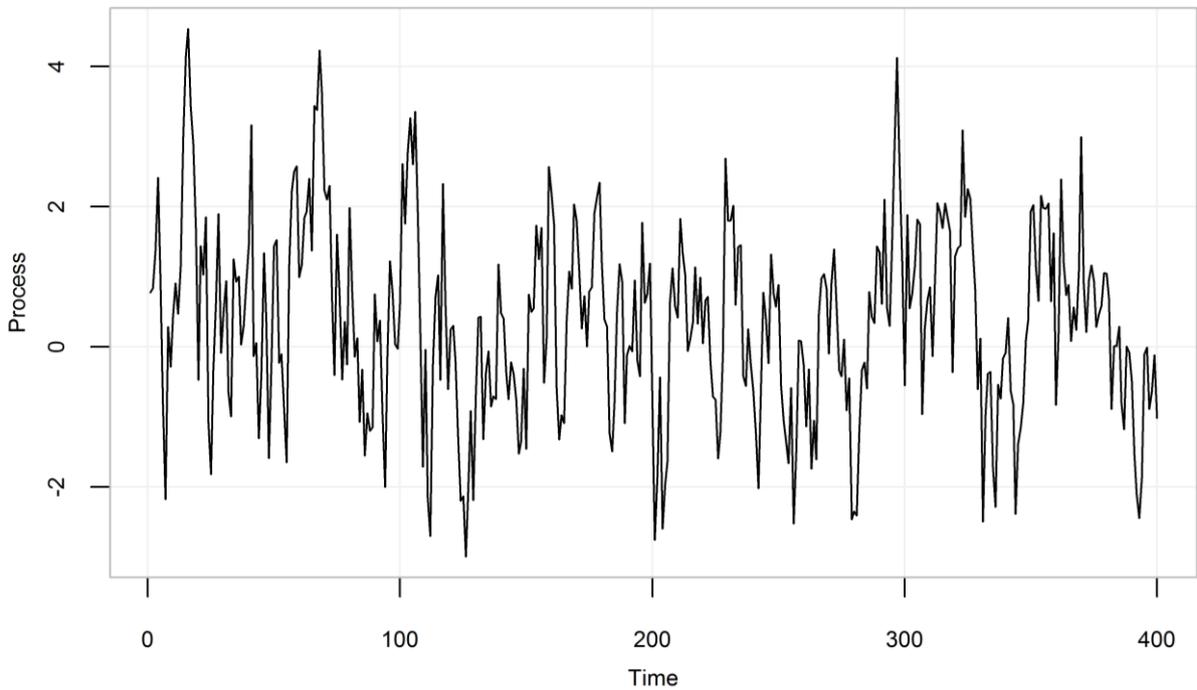
Η στοχαστική ανέλιξη $\{\underline{x}_t\}$ είναι μία $AR(p)$, αν ισχύει η εξ. (2.18)

$$\varphi_p(B) \underline{y}_t = \underline{a}_t \quad (2.18)$$

η οποία μπορεί να γραφτεί και με την μορφή της εξ. (2.19).

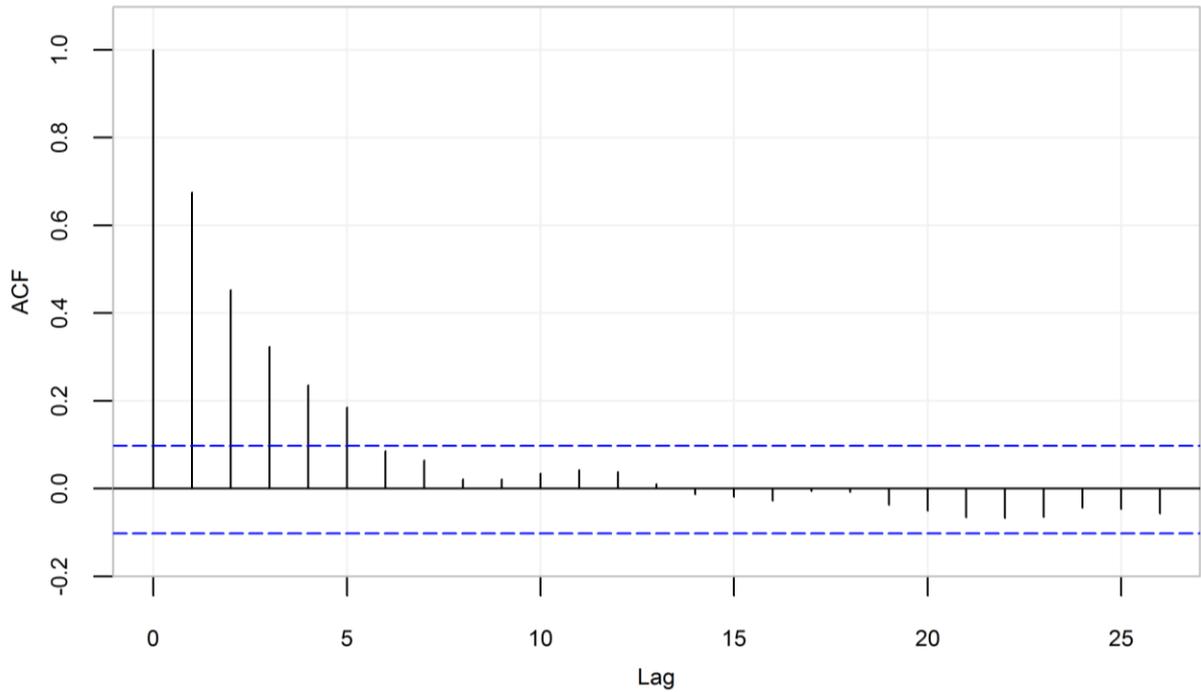
$$\underline{y}_t = \varphi_1 \underline{y}_{t-1} + \dots + \varphi_p \underline{y}_{t-p} + \underline{a}_t \quad (2.19)$$

Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $AR(1)$ με θετική την παράμετρο φ_1 . Η μορφή της είναι σχετικά ομαλή.

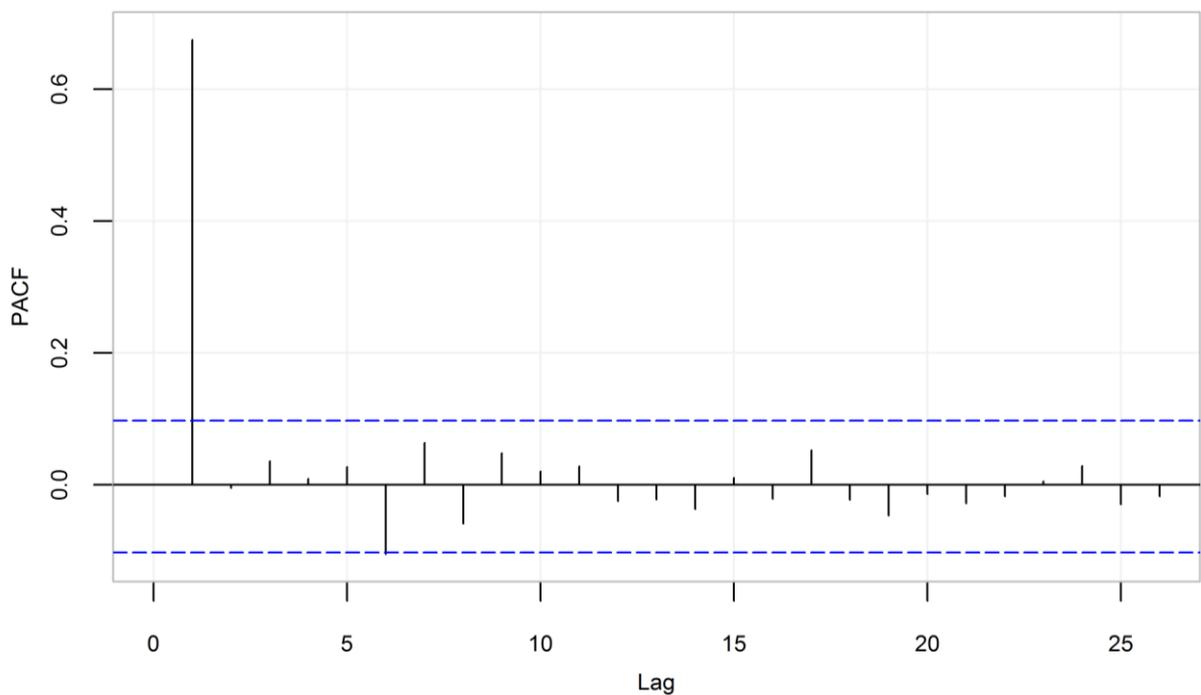


Σχήμα 2.1. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $AR(1)$ με $\varphi_1 = 0.7$.

Για την κατανόηση της συμπεριφοράς της εν λόγω προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.2 και στο Σχήμα 2.3 οι δειγματικές ACF και PACF αντίστοιχα. Οι δειγματικές ACF και PACF ορίζονται στον Wei (2006 pp.20-23). Λόγω του μεγάλου μήκους της χρονοσειράς οι δειγματικές ACF και PACF αναπαριστούν καλά τις αντίστοιχες θεωρητικές ACF και PACF.



Σχήμα 2.2. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

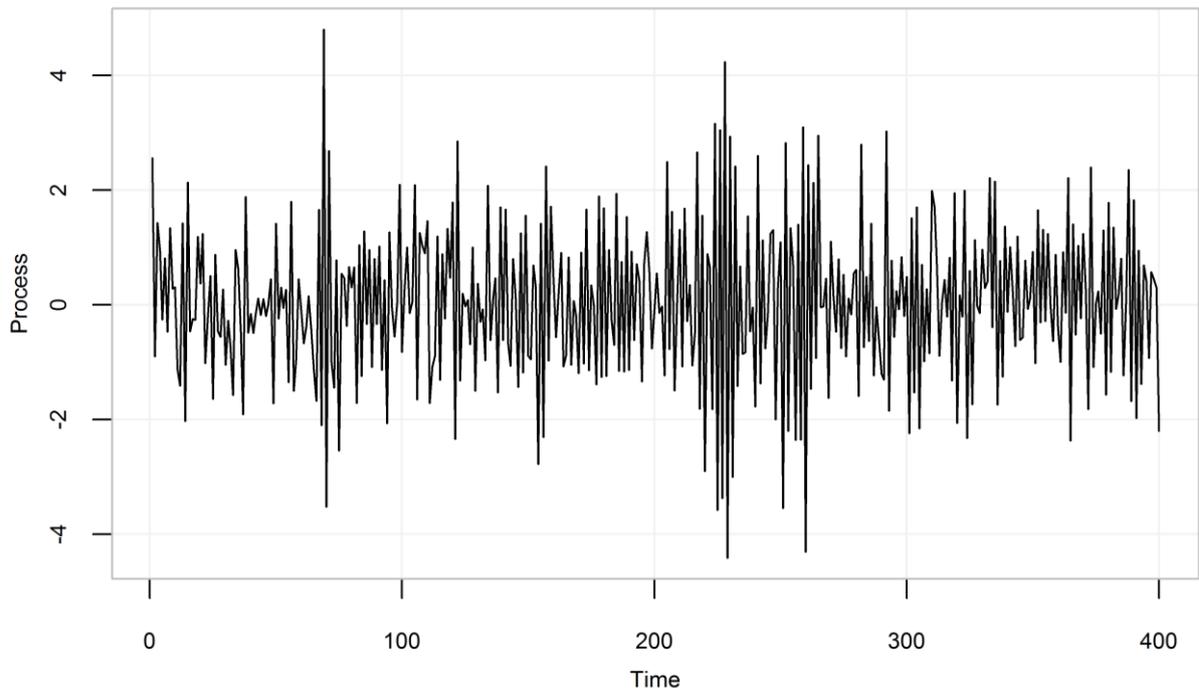


Σχήμα 2.3. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στο Σχήμα 2.2 φαίνεται ότι οι τιμές που λαμβάνει η ACF της προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) ακολουθούν κάποιον νόμο εκθετικής μείωσης για τις μικρότερες χρονικές υστερήσεις και για όλες τις υπόλοιπες είναι μη σημαντικές

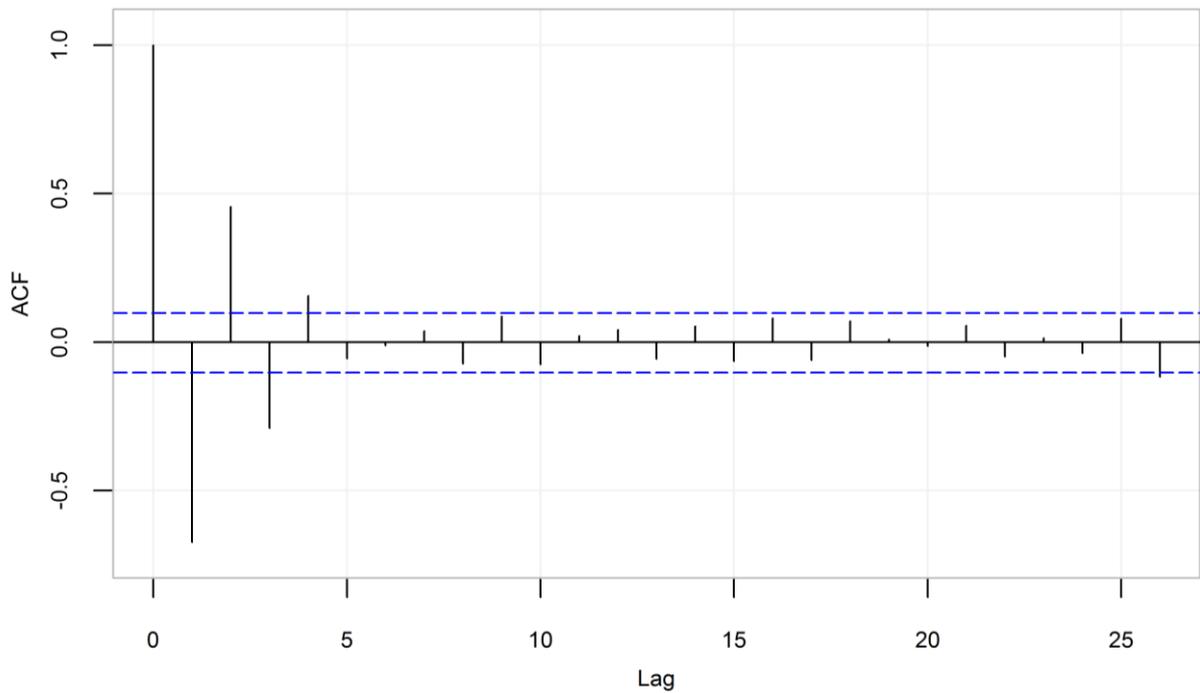
στατιστικά. Όσον αφορά την PACF, στο Σχήμα 2.3 μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η μοναδικά μεγάλη τιμή που λαμβάνει εμφανίζεται για χρονική υστέρηση (lag) ίση με ένα.

Άλλη συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με αρνητική την παράμετρο φ_1 παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.4. Η συγκεκριμένη χρονοσειρά είναι πριονωτής μορφής, σε αντίθεση με την συνθετική χρονοσειρά που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1, η οποία είναι περισσότερο ομαλή.

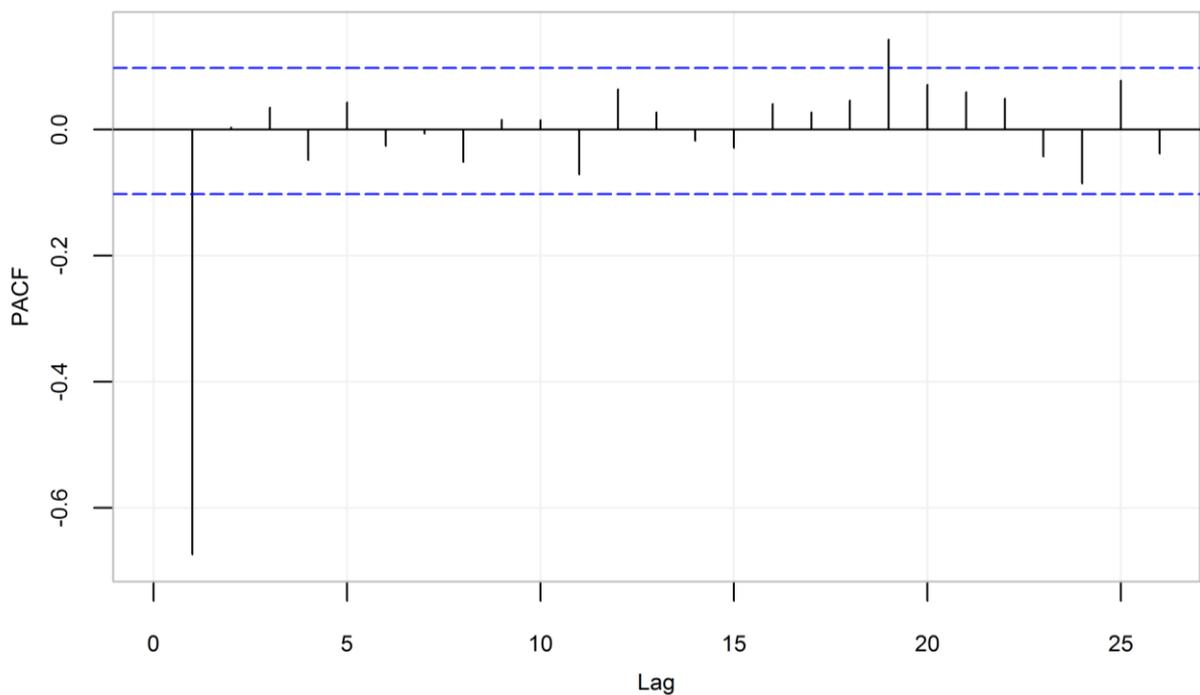


Σχήμα 2.4. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με $\varphi_1 = -0.7$.

Οι ACF και PACF που αφορούν την εν λόγω συνθετική χρονοσειρά δείχνονται στο Σχήμα 2.5 και στο Σχήμα 2.6 αντίστοιχα. Η εκθετική απομείωση των τιμών που λαμβάνει η ACF μιας στοχαστικής ανέλιξης AR(1) για τις μικρότερες χρονικές υστερήσεις, την οποία ακολουθούν σταθερά μη σημαντικές τιμές, φαίνεται και στο Σχήμα 2.5, ενώ οι διαφορές που εύκολα κανείς παρατηρεί ανάμεσα στο συγκεκριμένο σχήμα και στο Σχήμα 2.2 αφορούν τόσο το μοτίβο εναλλαγής των προσήμων όσο και το πρόσημο που εμφανίζουν οι ACF για χρονική υστέρηση ίση με την μονάδα. Οι ίδιες διαφορές παρατηρούνται ανάμεσα στις αντίστοιχες δύο PACF που παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.3 και στο Σχήμα 2.6. Για χρονική υστέρηση ίση με την μονάδα η απόλυτη τιμή της PACF είναι μοναδικά μεγάλη και στην περίπτωση αυτή.



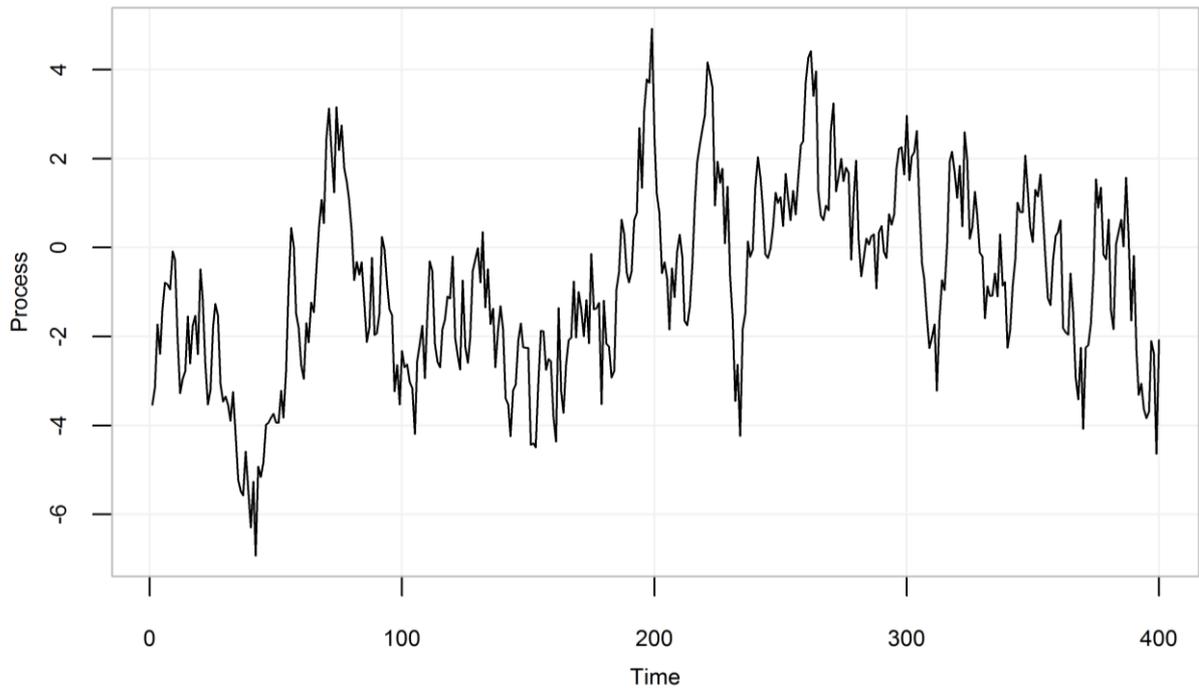
Σχήμα 2.5. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



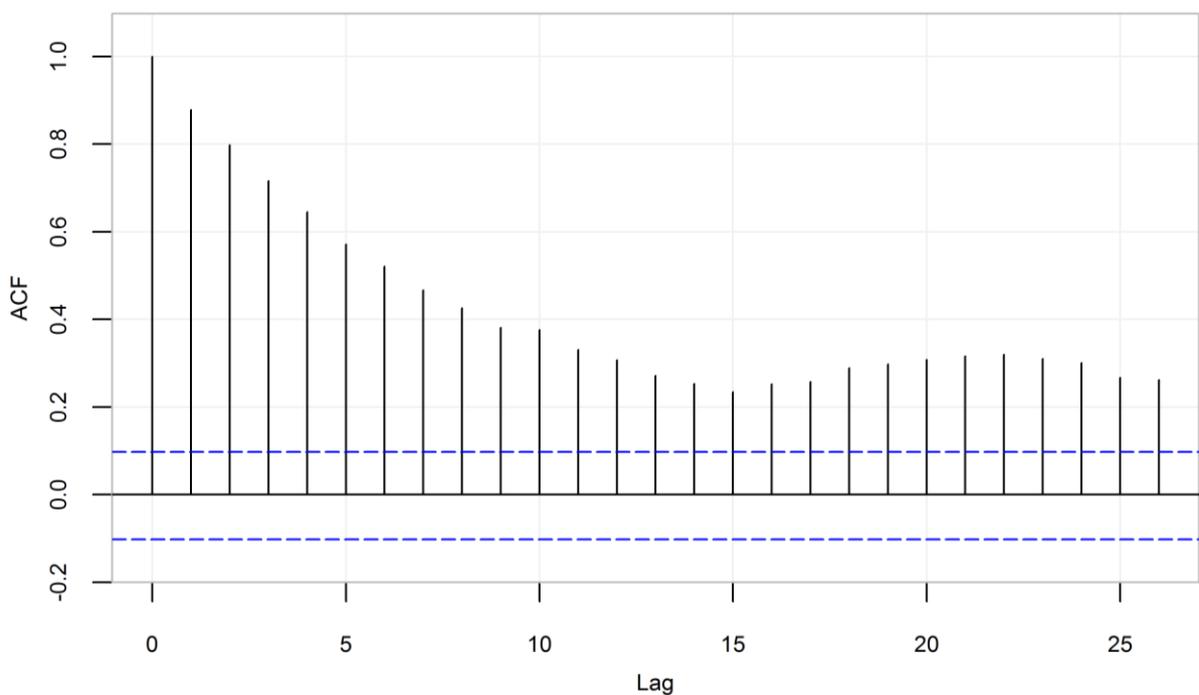
Σχήμα 2.6. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.4. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στο Σχήμα 2.7 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(2) με θετικές τις παραμέτρους φ_1 και φ_2 , ενώ οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.8 και Σχήμα 2.9 αντίστοιχα. Η συγκεκριμένη χρονοσειρά εμφανίζει ομοιότητες ως προς την συμπεριφορά

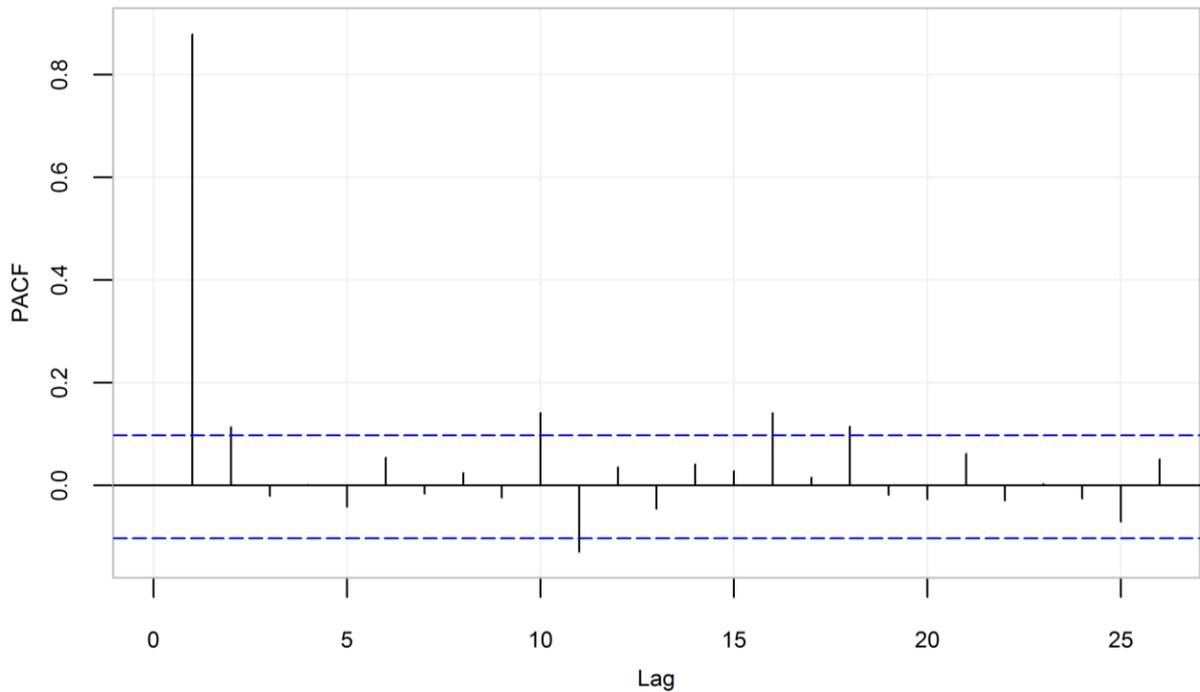
της με τις δύο προηγούμενες προσομοιωμένες στοχαστικές ανελίξεις AR(1), περισσότερο δε με εκείνη που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1, της οποίας η παράμετρος φ_1 είναι επίσης θετική.



Σχήμα 2.7. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανελίξης AR(2) με $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$.



Σχήμα 2.8. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.9. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Η ACF λαμβάνει και στην περίπτωση αυτή τις μεγαλύτερες τιμές της για τις μικρότερες χρονικές υστερήσεις, υπακούοντας για τις συγκεκριμένες σε κάποιον νόμο μείωσης που τελικά οδηγεί σε μικρότερες τιμές. Ωστόσο, για την συγκεκριμένη προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη οι εν λόγω μικρότερες τιμές είναι στατιστικά σημαντικές. Σχετικά με την PACF της υπό μελέτη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης, αυτή έχει ανάλογη μορφή με εκείνης που σχολιάστηκε πρωτύτερα και φαίνεται στο Σχήμα 2.3 με τη διαφορά ότι οι τιμές που λαμβάνει είναι σε μικρό βαθμό μεγαλύτερες για όλες τις χρονικές υστερήσεις, με αποτέλεσμα οι εκτιμημένες σημαντικές τιμές να είναι περισσότερες στην περίπτωση της.

Ορίζεται ακόμη ο τελεστής $\theta_q(B)$ σύμφωνα με την εξ. (2.20).

$$\theta_q(B) := 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q \quad (2.20)$$

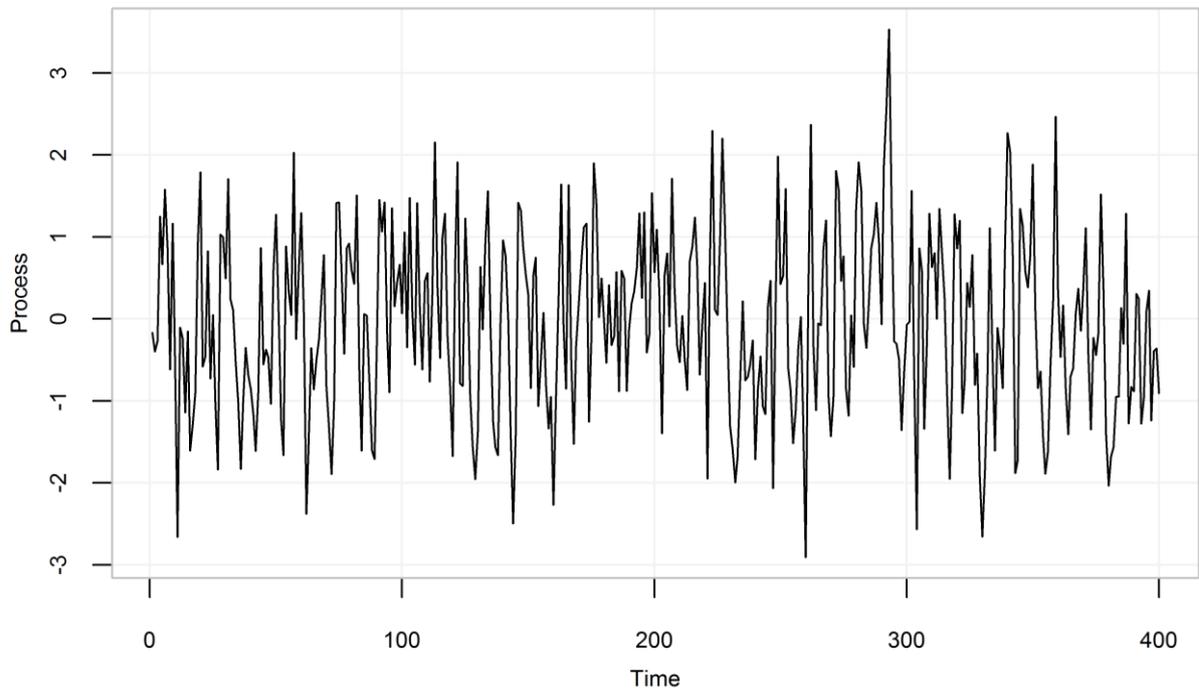
Η στοχαστική ανέλιξη $\{\underline{x}_t\}$ είναι μία $MA(q)$, αν ισχύει η εξ. (2.21).

$$\underline{y}_t = \theta_q(B)\underline{a}_t \quad (2.21)$$

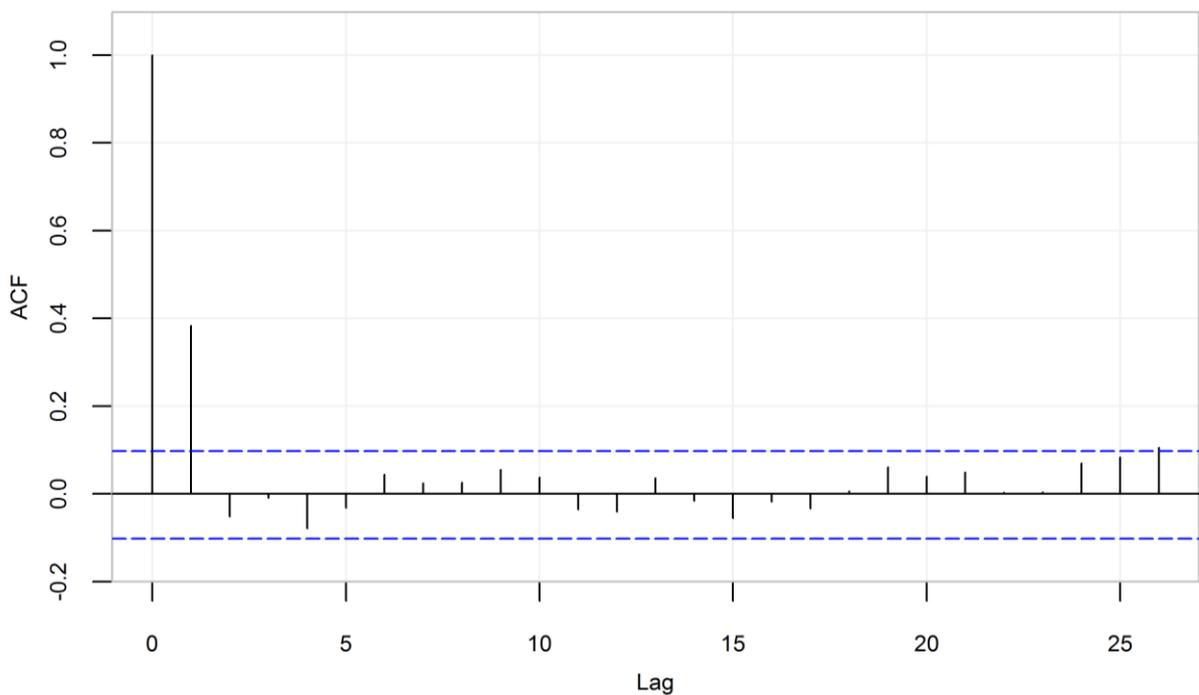
η οποία μπορεί να γραφτεί και με την μορφή της εξ. (2.22).

$$\underline{y}_t = \underline{a}_t + \theta_1 \underline{a}_{t-1} + \dots + \theta_q \underline{a}_{t-q} \quad (2.22)$$

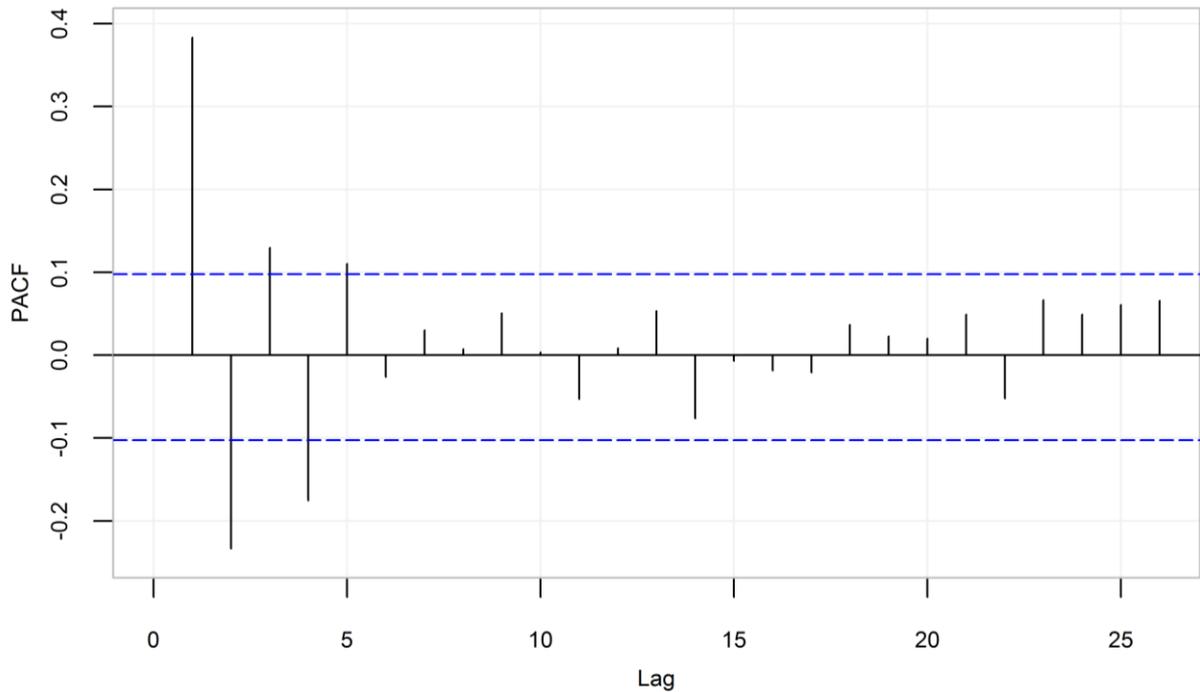
Στο Σχήμα 2.10 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $MA(1)$ με θετική την παράμετρο θ_1 , ενώ οι δειγματικές ACF και PACF δείχνονται στο Σχήμα 2.11 και Σχήμα 2.12 αντίστοιχα.



Σχήμα 2.10. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης MA(1) με $\theta_1 = 0.7$.



Σχήμα 2.11. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.10. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.12. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.10. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στην εν λόγω περίπτωση, η ACF λαμβάνει μία μοναδικά μεγάλη τιμή για χρονική υστέρηση ίση με την μονάδα και μία ακόμη οριακά στατιστικά σημαντική τιμή για όλες τις υπόλοιπες χρονικές υστερήσεις. Παράλληλα, η PACF μειώνεται σταδιακά κατά απόλυτη τιμή για τις μικρότερες χρονικές υστερήσεις, ενώ για τις μεγαλύτερες οι τιμές που λαμβάνει είναι σταθερά μη σημαντικές.

Η στοχαστική ανέλιξη $\{x_t\}$ είναι μία ARMA(p, q), αν ισχύει η εξ. (2.23).

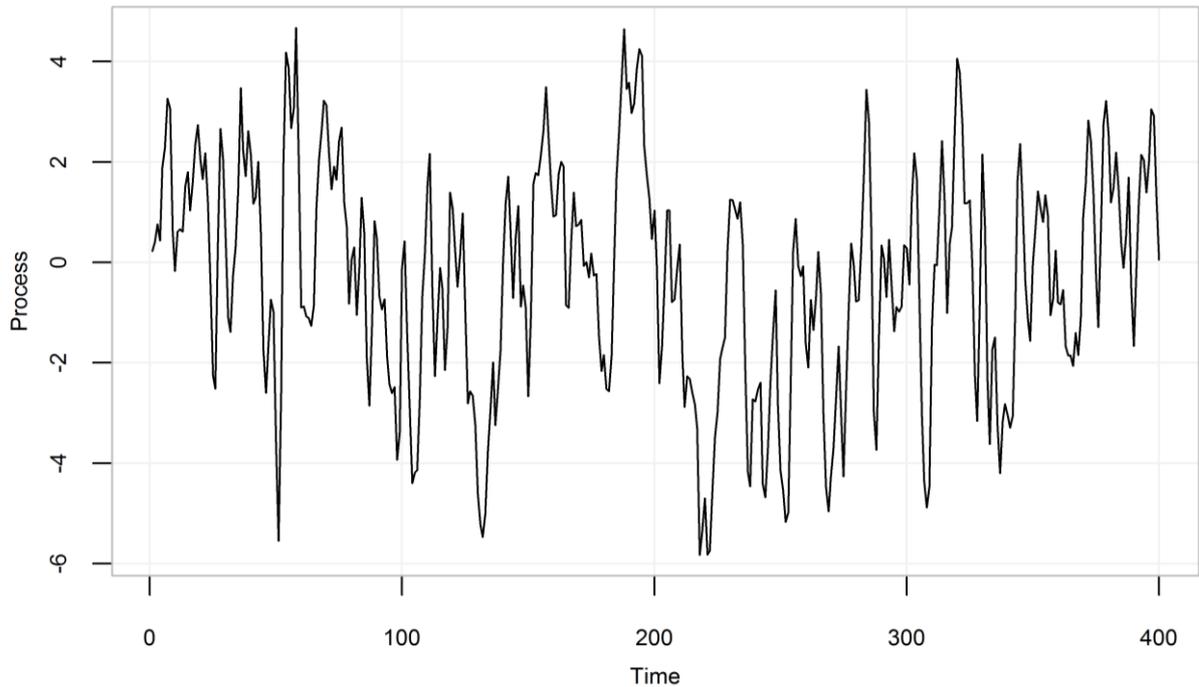
$$\varphi_p(B)y_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.23)$$

η οποία μπορεί να γραφτεί και με την μορφή της εξ. (2.24).

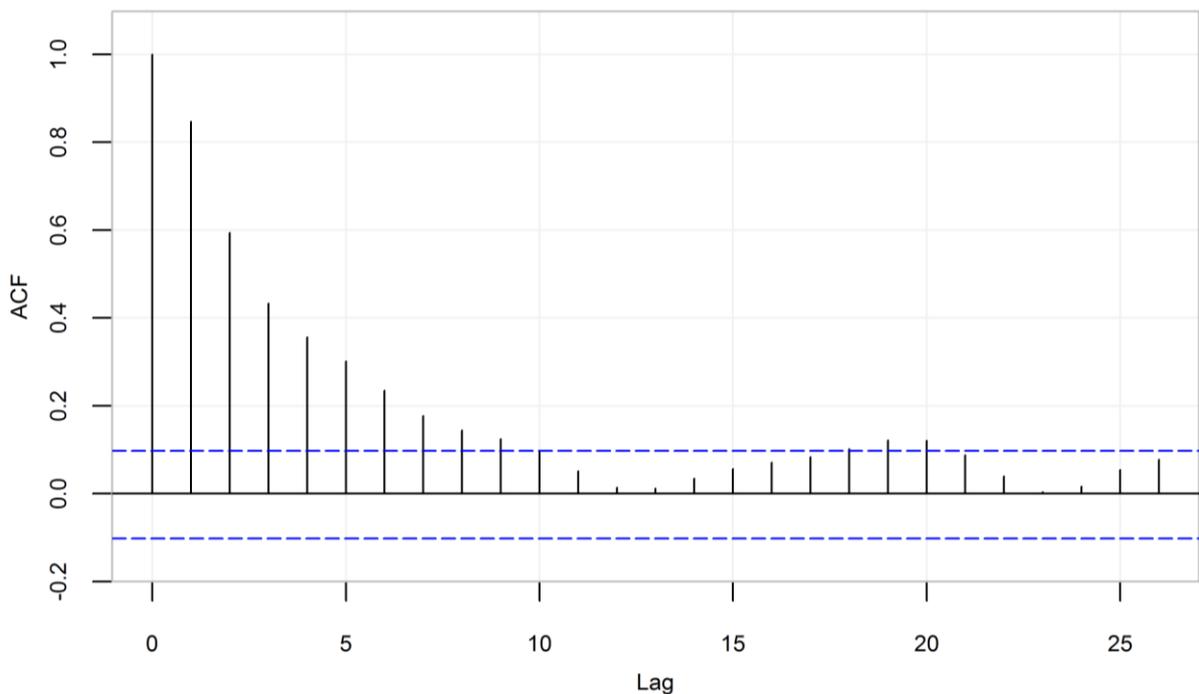
$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.24)$$

Στο Σχήμα 2.13 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(1,1) με θετικές τις παραμέτρους φ_1 και θ_1 . Οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.14 και στο Σχήμα 2.15 αντίστοιχα. Για την εν λόγω προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η ACF ακολουθεί ανάλογο μοτίβο με αυτό της ACF της προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με θετική την παράμετρο φ_1 (βλ. Σχήμα 2.2). Το μοτίβο που ακολουθεί η PACF, από την άλλη πλευρά, θυμίζει περισσότερο αυτό της PACF της προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης MA(1) (βλ. Σχήμα 2.12). Τόσο οι τιμές που

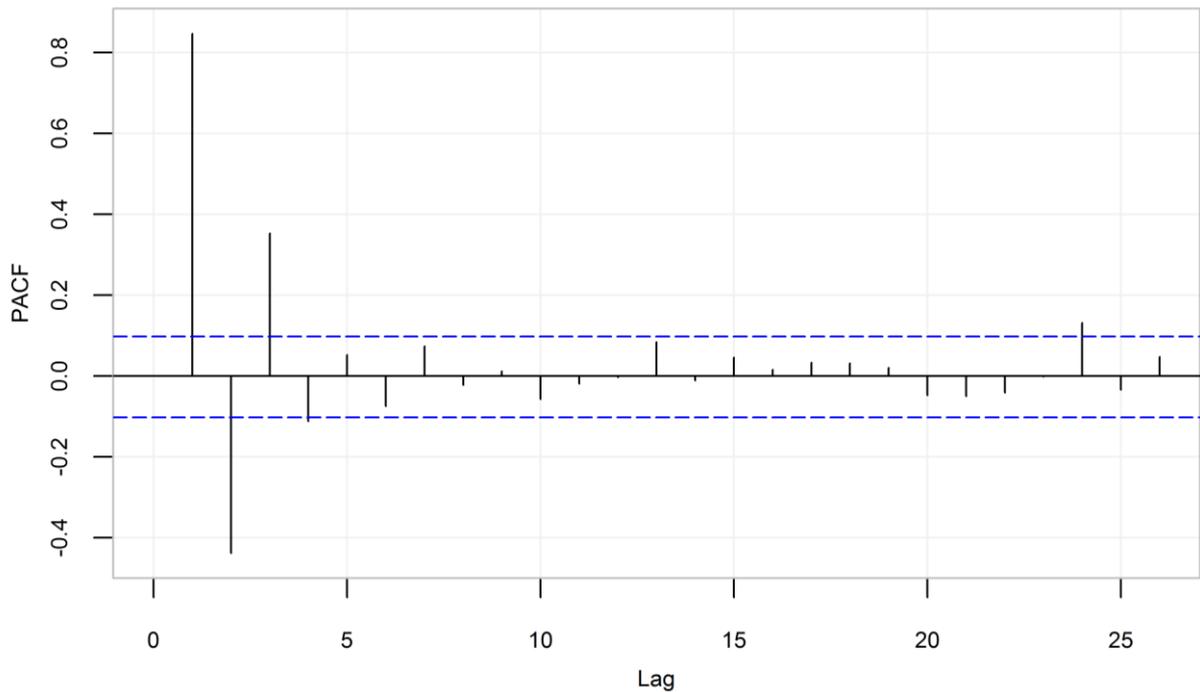
λαμβάνει η ACF όσο και εκείνες που λαμβάνει η PACF μειώνονται εκθετικά για τις μικρές χρονικές υστερήσεις, ενώ για τις υπόλοιπες εμφανίζουν σταθερά μικρότερες τιμές, ανάμεσα στις οποίες και ορισμένες στατιστικά σημαντικές.



Σχήμα 2.13. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(1,1) με $\phi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$.

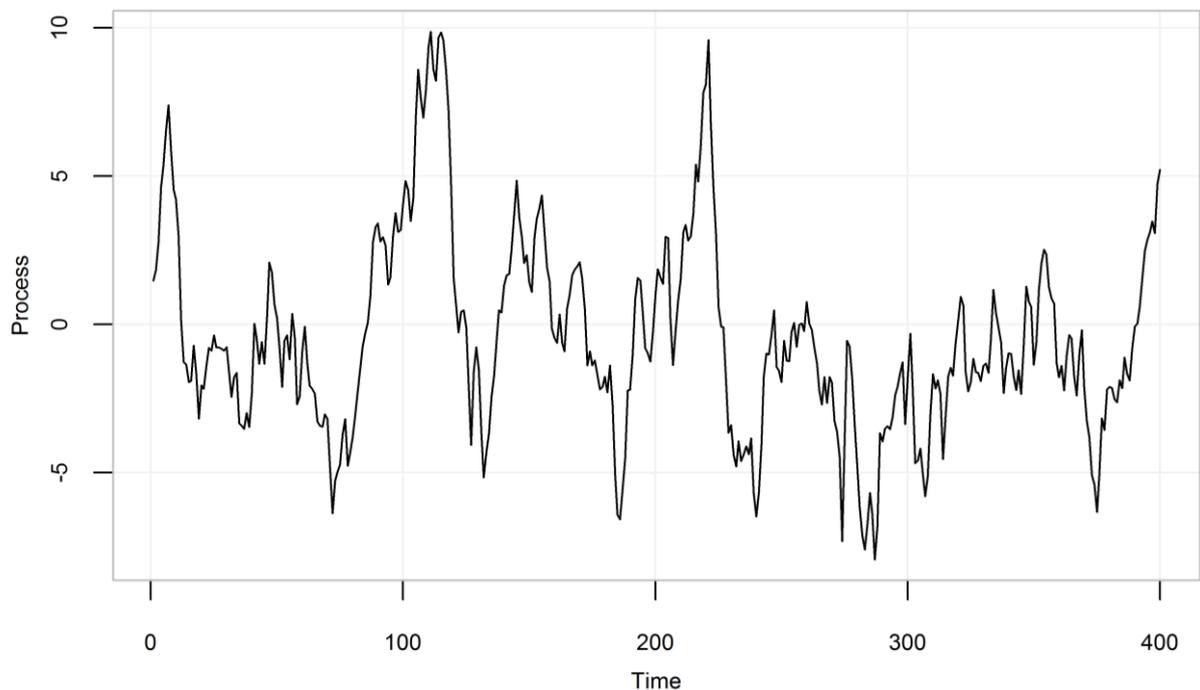


Σχήμα 2.14. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



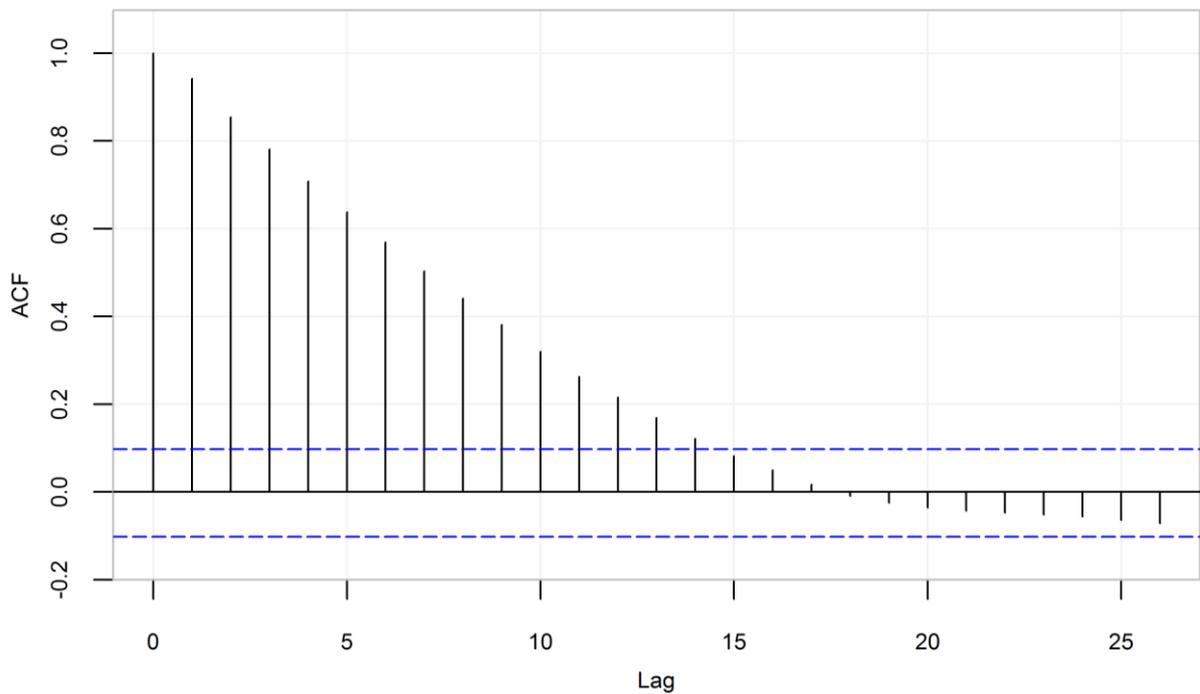
Σχήμα 2.15. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στο Σχήμα 2.16 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(2,1) με θετικές τις παραμέτρους φ_1 , φ_2 και θ_1 .

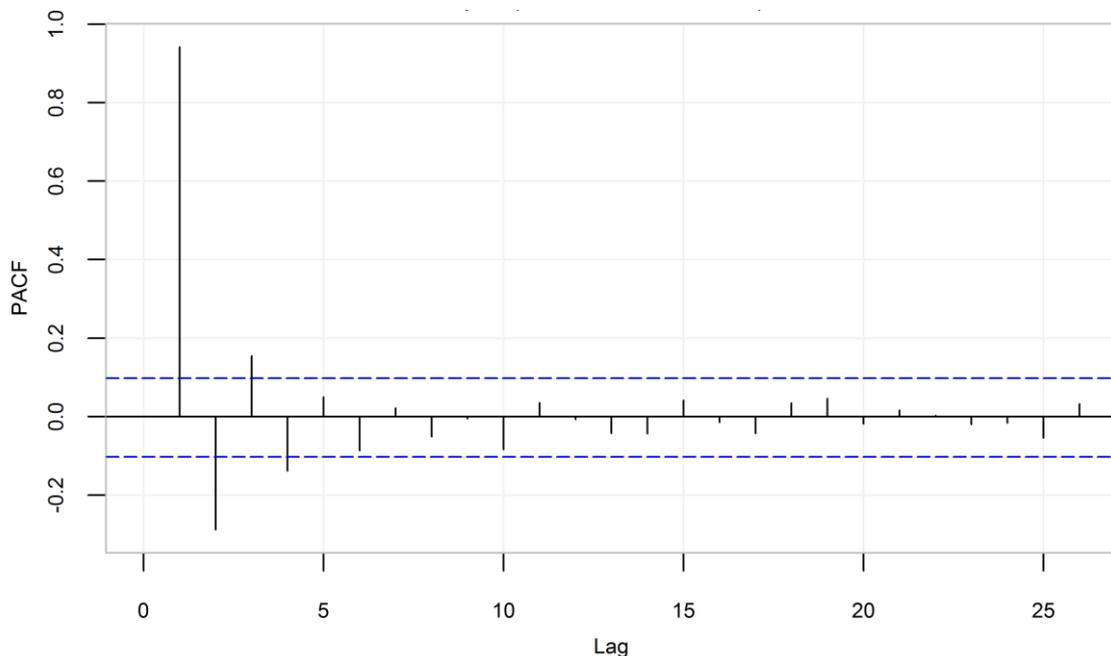


Σχήμα 2.16. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARMA(2,1) με $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$.

Οι δειγματικές ACF και PACF που αφορούν την εν λόγω προσομοιωμένη στοχαστική ανάλυση δείχνονται στο Σχήμα 2.17 και στο Σχήμα 2.18 αντίστοιχα.



Σχήμα 2.17. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.16. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.18. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.16. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Η συμπεριφορά της συγκεκριμένης προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης είναι παρόμοια με την συμπεριφορά της προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης ARMA(1,1) που δείχνεται στο Σχήμα 2.13, με τη διαφορά ότι η απομείωση των τιμών κυρίως της ACF γίνεται με διαφορετικό ρυθμό στην καθεμία περίπτωση.

2.1.2 Μοντέλα ARIMA(p,d,q)

Έστω d φυσικός αριθμός. Τότε η στοχαστική ανέλιξη $\{x_t\}$ είναι μία ARIMA(p,d,q), αν ισχύει η εξ. (2.25).

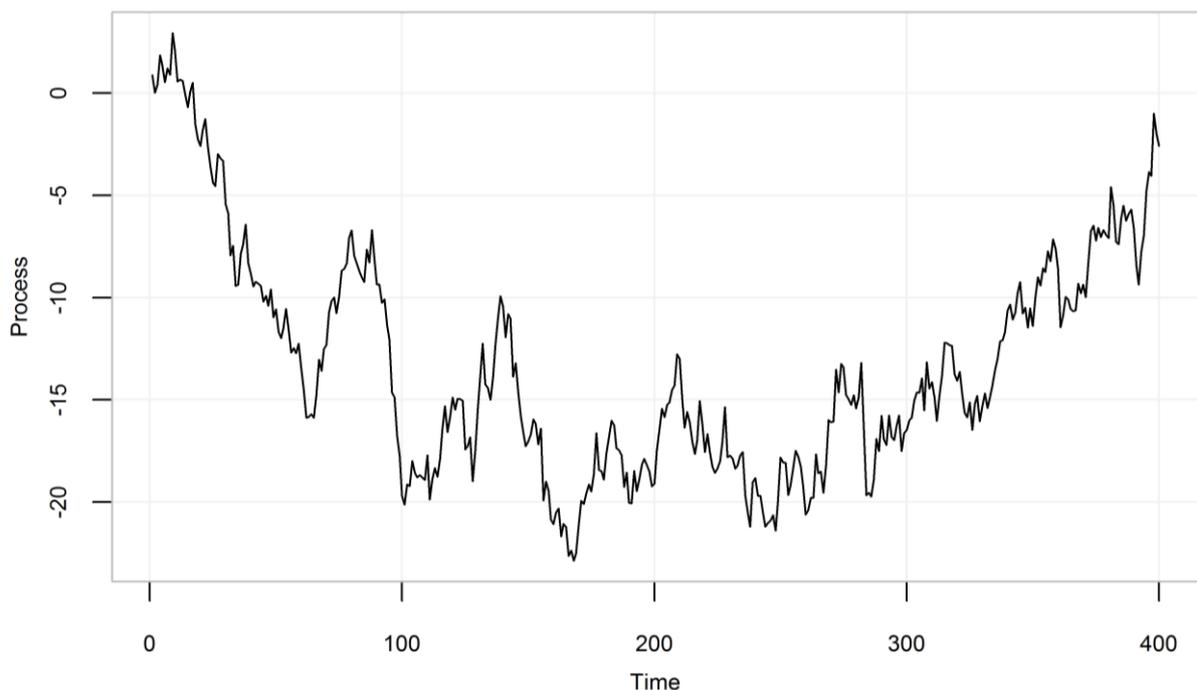
$$\varphi_p(B)(1-B)^d x_t = \theta_0 + \theta_q(B) a_t \quad (2.25)$$

Εάν $d = 0$, τότε έχουμε μία ARMA(p,q) και για το θ_0 ισχύει η εξ. (2.26).

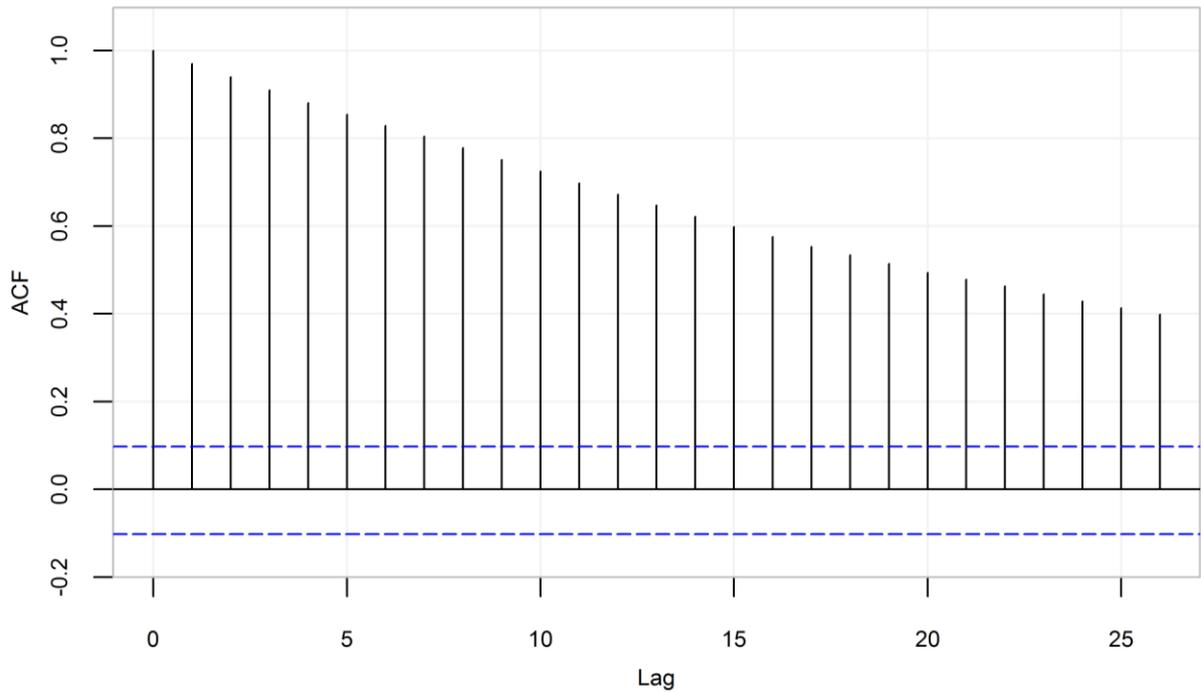
$$\theta_0 = (1 - \varphi_1 - \dots - \varphi_p) \mu \quad (2.26)$$

Εάν $d \geq 1$, τότε το θ_0 ονομάζεται όρος ντετερμινιστικής τάσης και συχνά παραλείπεται από το μοντέλο εκτός κι αν πραγματικά απαιτείται. Η συγκεκριμένη στοχαστική ανέλιξη είναι μη στάσιμη (Wei 2006, pp.69).

Στο Σχήμα 2.19 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(0,1,0). Η δειγματική ACF, που φαίνεται στο Σχήμα 2.20, χαρακτηρίζεται από πολύ αργή μείωση των τιμών της, η οποία αποτελεί ένδειξη μη στασιμότητας.

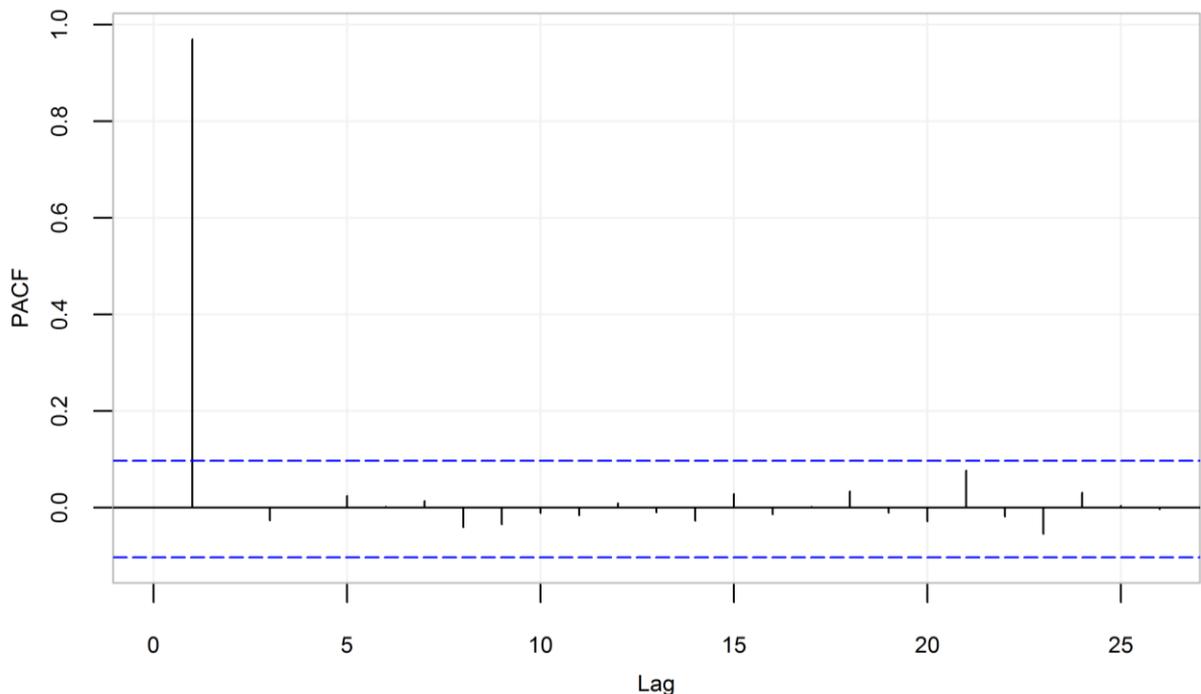


Σχήμα 2.19. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(0,1,0).



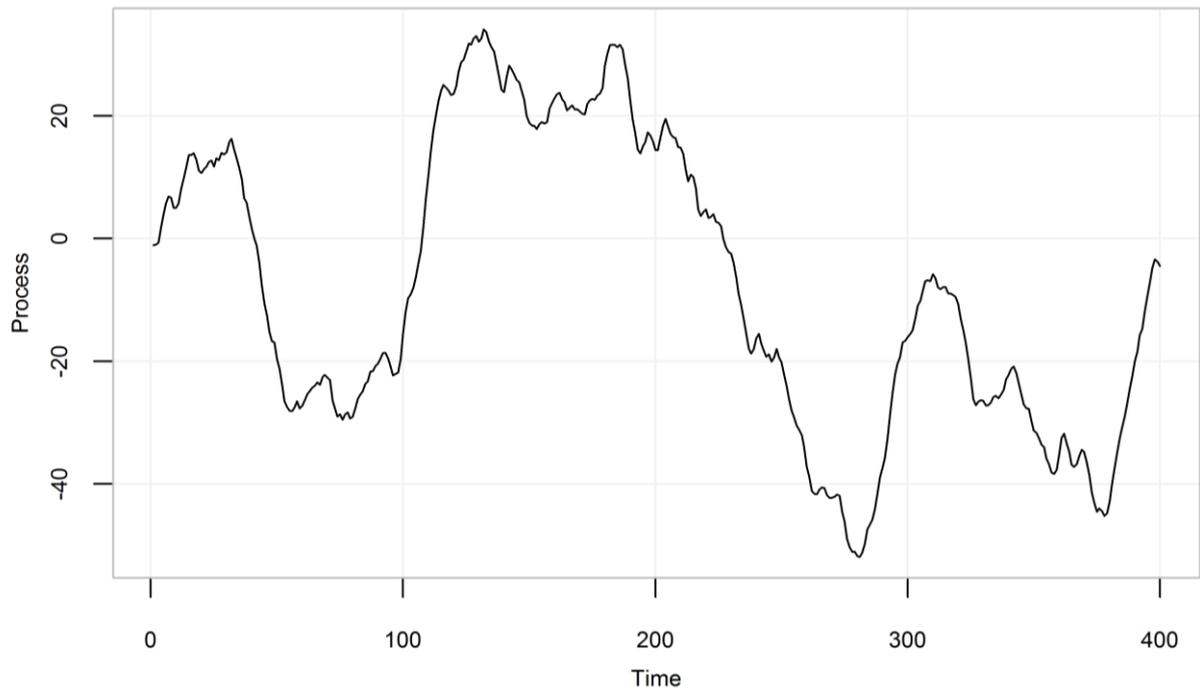
Σχήμα 2.20. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.19. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Όσον αφορά τη δειγματική PACF, αυτή φαίνεται στο Σχήμα 2.21. Η μοναδικά μεγάλη τιμή που λαμβάνει εμφανίζεται για χρονική υστέρηση ίση με ένα, ενώ για όλες τις υπόλοιπες χρονικές υστερήσεις οι εκτιμημένες τιμές είναι μη σημαντικές.



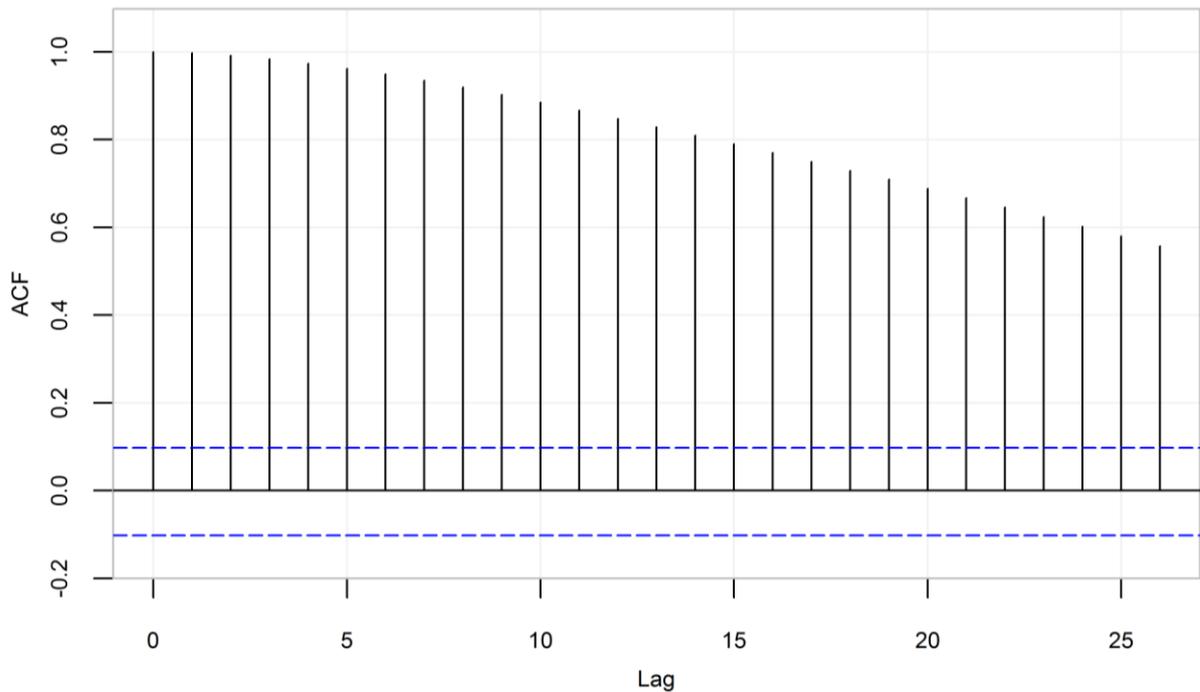
Σχήμα 2.21. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.19. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στο Σχήμα 2.22 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(1,1,0) με θετική την παράμετρο ϕ_1 . Οι δειγματικές ACF και PACF δείχνονται στο Σχήμα 2.23 και στο Σχήμα 2.24 αντίστοιχα.

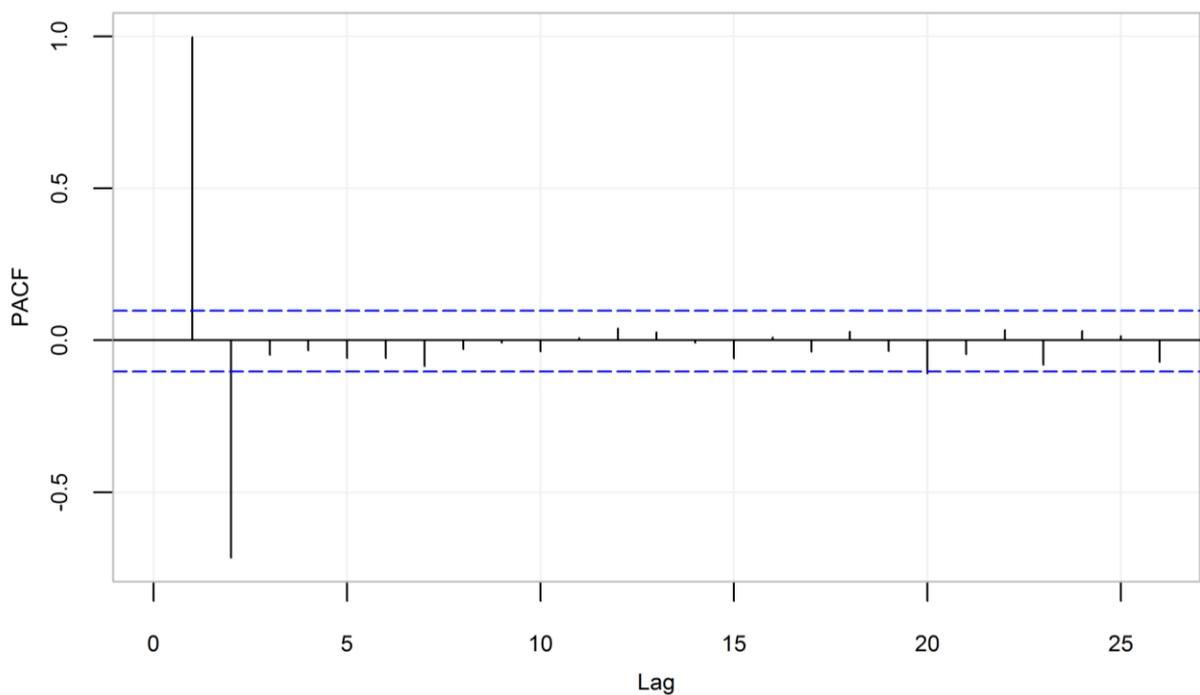


Σχήμα 2.22. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARIMA(1,1,0) με $\phi_1 = 0.7$.

Η ACF μειώνεται με πολύ αργό ρυθμό και στην συγκεκριμένη προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη (βλ. Σχήμα 2.23), ενώ η PACF εκτιμάται ότι είναι μοναδικά μεγάλη κατά απόλυτη τιμή για τις δύο μικρότερες χρονικές υστερήσεις και ότι για τις υπόλοιπες λαμβάνει τιμές μη σημαντικές στατιστικά (βλ. Σχήμα 2.24).



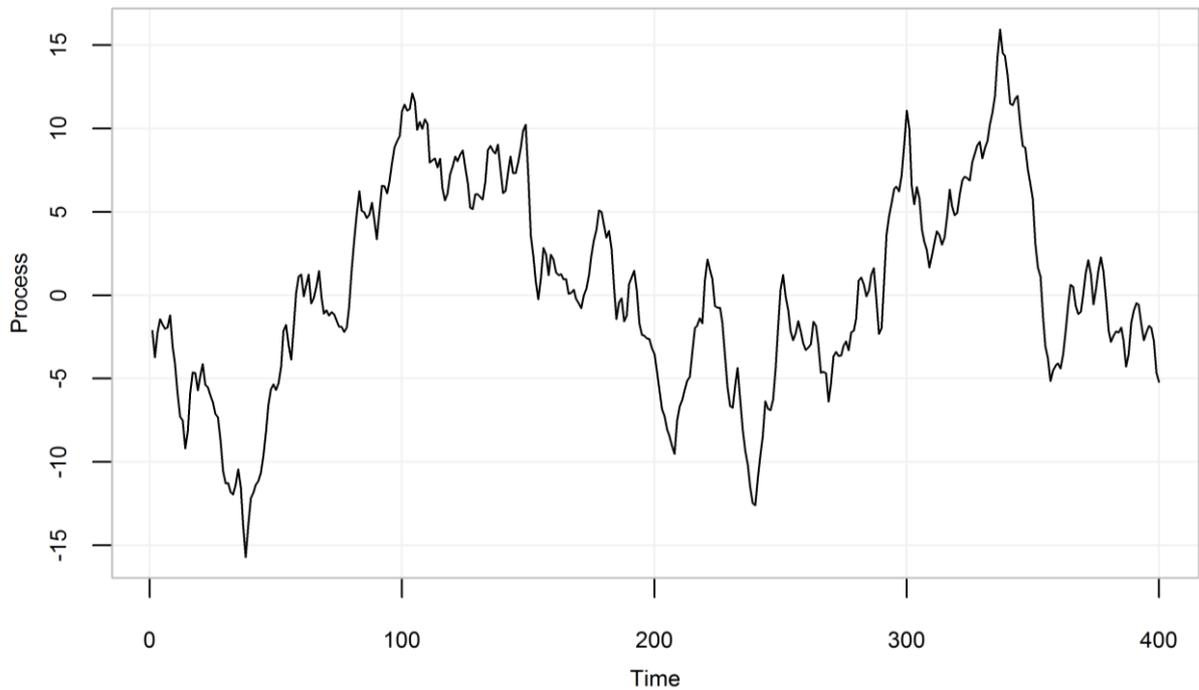
Σχήμα 2.23. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.22. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



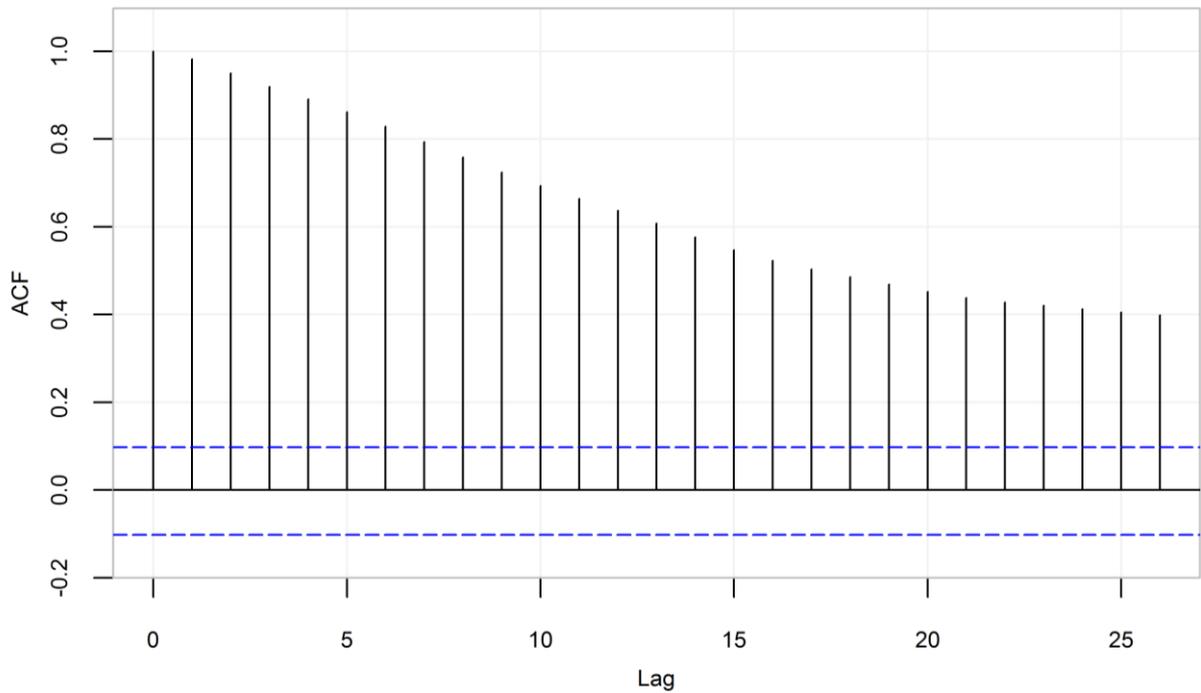
Σχήμα 2.24. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.22. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Στο Σχήμα 2.25 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $ARIMA(0,1,1)$ με θετική την παράμετρο θ_1 . Οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.26 και στο Σχήμα 2.27

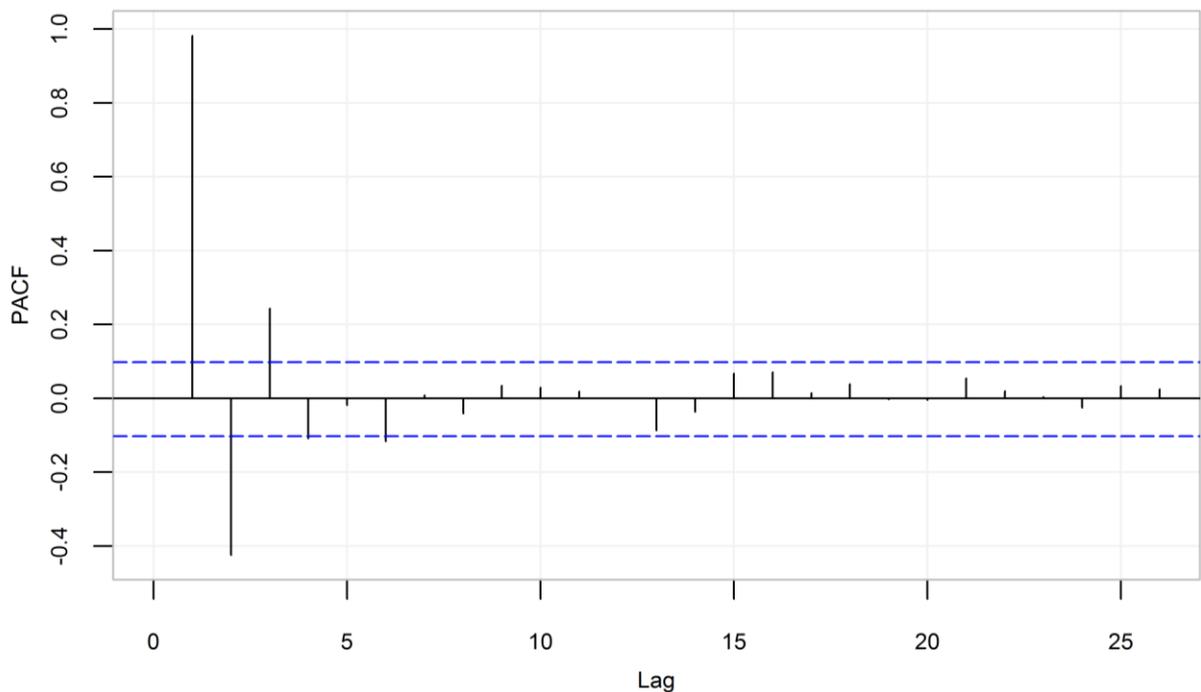
αντίστοιχα. Παρατηρείται ότι οι τιμές της ACF μειώνονται σταδιακά με αργό ρυθμό, ο οποίος ωστόσο είναι ταχύτερος από αυτόν της προηγούμενης προσομοιωμένης στοχαστικής ανάλιξης ARIMA(1,1,0) (βλ. Σχήμα 2.23 και Σχήμα 2.26). Συγκρίνοντας τις PACF των ίδιων προσομοιωμένων στοχαστικών ανελίξεων, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι η PACF της ARIMA (0,1,1) απομειώνεται βραδύτερα (βλ. Σχήμα 2.24 και Σχήμα 2.27).



Σχήμα 2.25. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανάλιξης ARIMA(0,1,1) με $\theta_1 = 0.7$.



Σχήμα 2.26. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.25. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.27. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.25. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

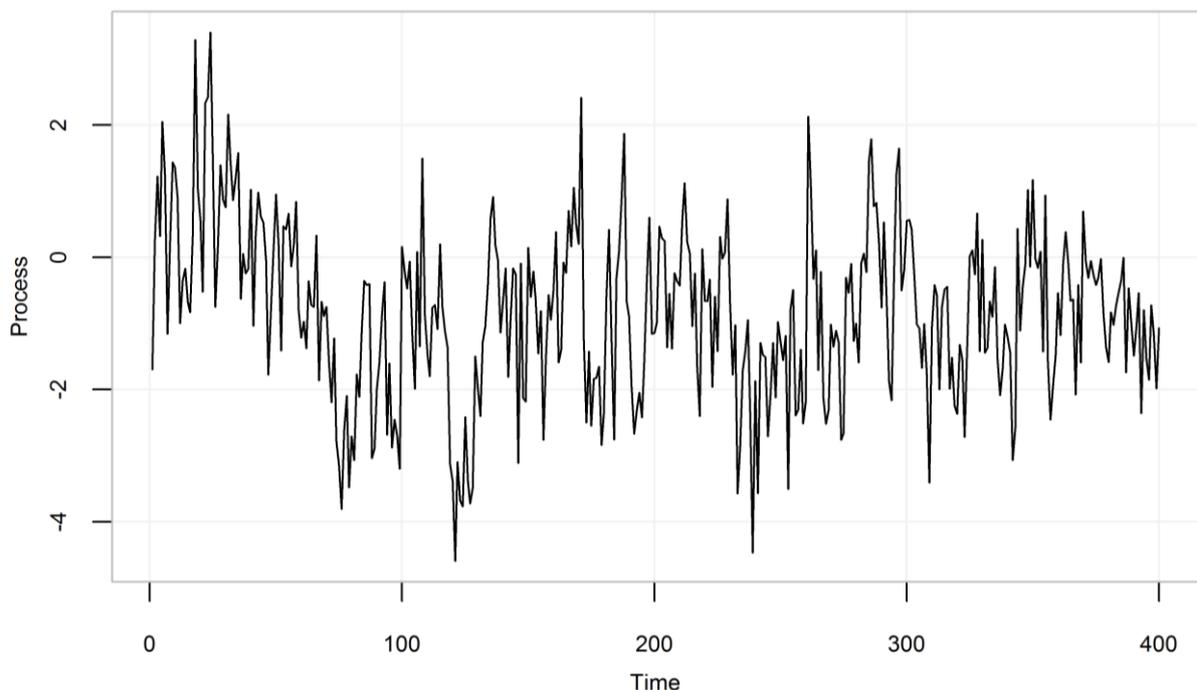
2.1.3 Μοντέλα ARFIMA(p,d,q)

Έστω $d \in (-0.5, 0.5)$. Η στοχαστική ανάλιξη $\{x_t\}$ είναι μία ARFIMA(p,d,q), αν ισχύει η εξ. (2.27).

$$\varphi_p(B)(1-B)^d \underline{x}_t = \theta_q(B) \underline{a}_t \quad (2.27)$$

Σε αντίθεση με την στοχαστική ανάλυση $ARIMA(p,d,q)$, η $ARFIMA(p,d,q)$ είναι στάσιμη (Wei 2006, pp.489). Με την εν λόγω στοχαστική ανάλυση προσομοιώνονται οι διεργασίες που εμφανίζουν μακροπρόθεσμη εμμονή.

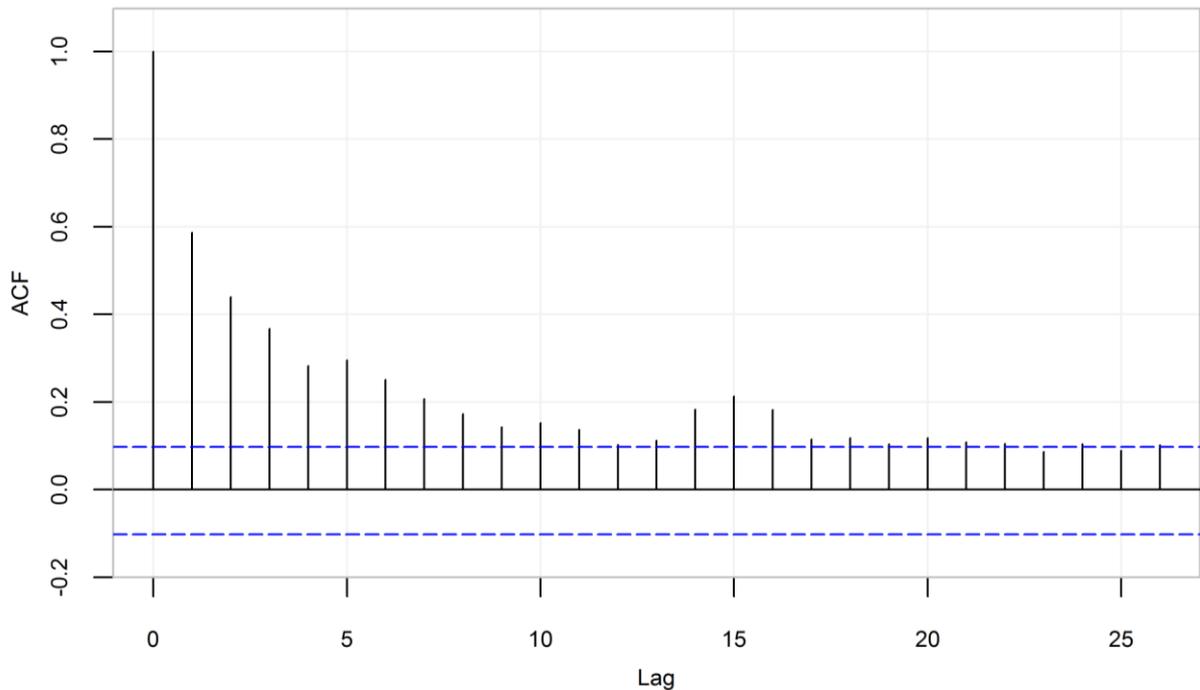
Στο Σχήμα 2.28 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανάλυσης $ARFIMA(0,0.45,0)$. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η σύγκριση της μορφής των συνθετικών χρονοσειρών που προέκυψαν από προσομοίωση της στοχαστικής ανάλυσης $ARMA(p,q)$ με εκείνη της συνθετικής χρονοσειράς που μελετάται εδώ. Η συγκεκριμένη είναι λιγότερο στρωτή από τις χρονοσειρές αυτές (βλ. Σχήμα 2.1, Σχήμα 2.4, Σχήμα 2.7, Σχήμα 2.10, Σχήμα 2.13, Σχήμα 2.16), λόγω της εντονότερης ομαδοποίησης των γεγονότων που την συνθέτουν (ανιόντες και κατιόντες κλάδοι της χρονοσειράς). Αξίζει δε να παρατηρήσει κανείς και την εντελώς διαφορετική μορφή που εμφανίζει η εν λόγω συνθετική χρονοσειρά σε σχέση με την χρονοσειρά που έχει προκύψει από προσομοίωση της μη στάσιμης στοχαστικής ανάλυσης $ARIMA(0,1,0)$, η οποία δείχνεται στο Σχήμα 2.19.



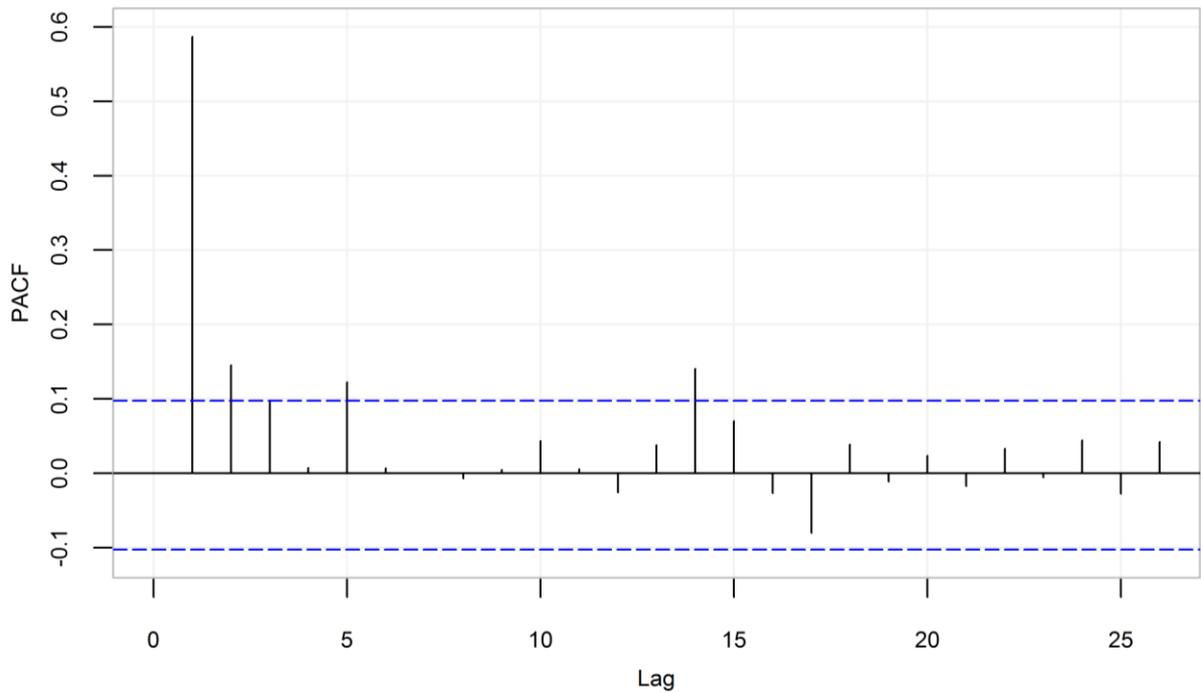
Σχήμα 2.28. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανάλυσης $ARFIMA(0,0.45,0)$.

Όσον αφορά την ACF, η οποία μελετάται στο Σχήμα 2.29, αυτή παρουσιάζει μια μονότονη μείωση κατά τις πρώτες χρονικές υστερήσεις και στις υπόλοιπες λαμβάνει σταθερά μικρότερες τιμές από τις αρχικές, οι περισσότερες από τις οποίες ωστόσο είναι

σημαντικές στατιστικά, γεγονός που αποτελεί ένδειξη της μακροπρόθεσμης εμμονής που, όπως προαναφέρθηκε, χαρακτηρίζει την υπό εξέταση προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη. Η δειγματική PACF δείχνεται στο Σχήμα 2.30 και λαμβάνει μία μεγάλη τιμή για χρονική υστέρηση ίση με την μονάδα, καθώς και ορισμένες ακόμη σημαντικές τιμές.

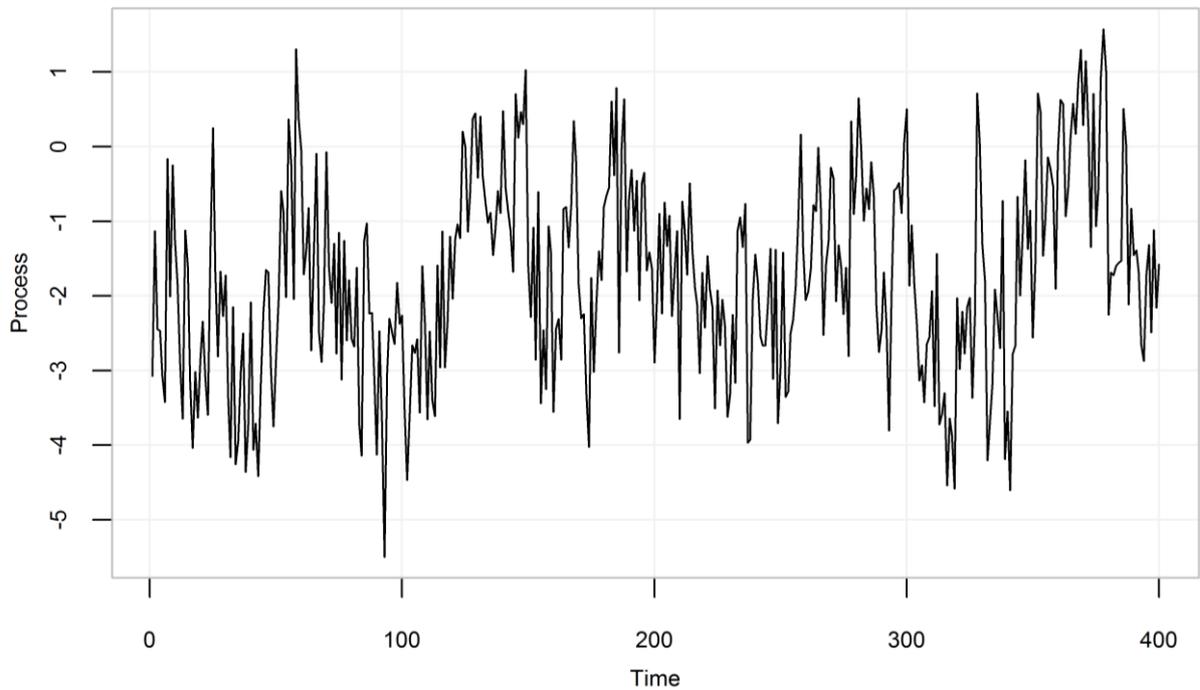


Σχήμα 2.29. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.28. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

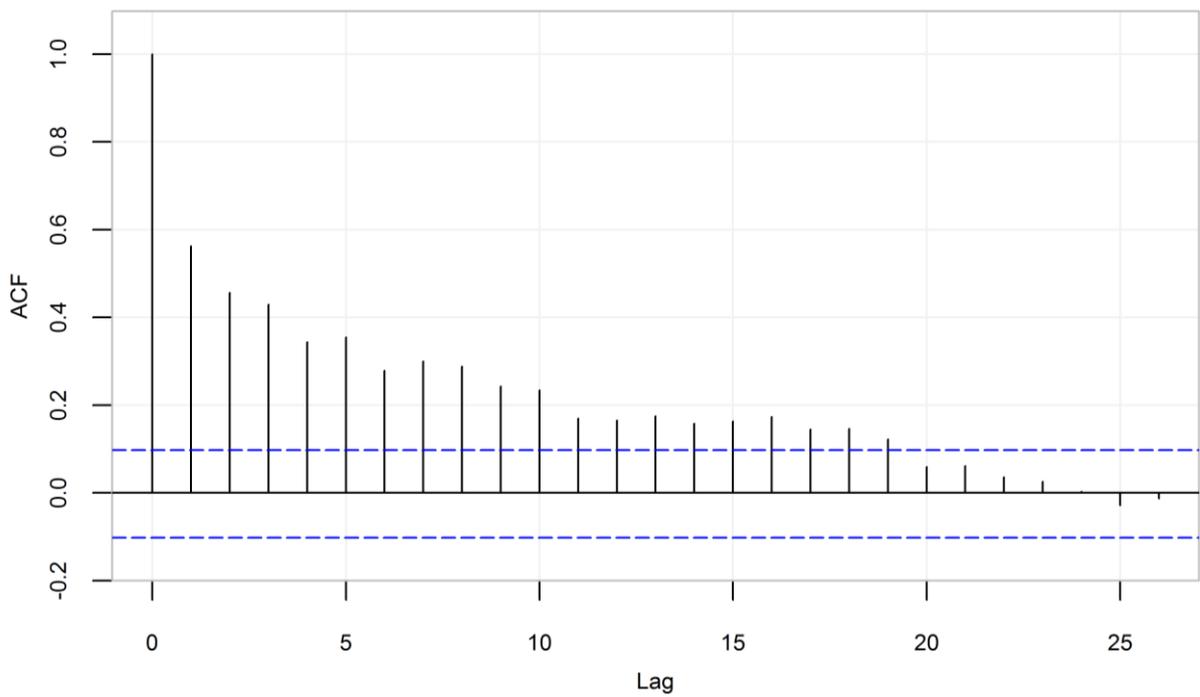


Σχήμα 2.30. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.28. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

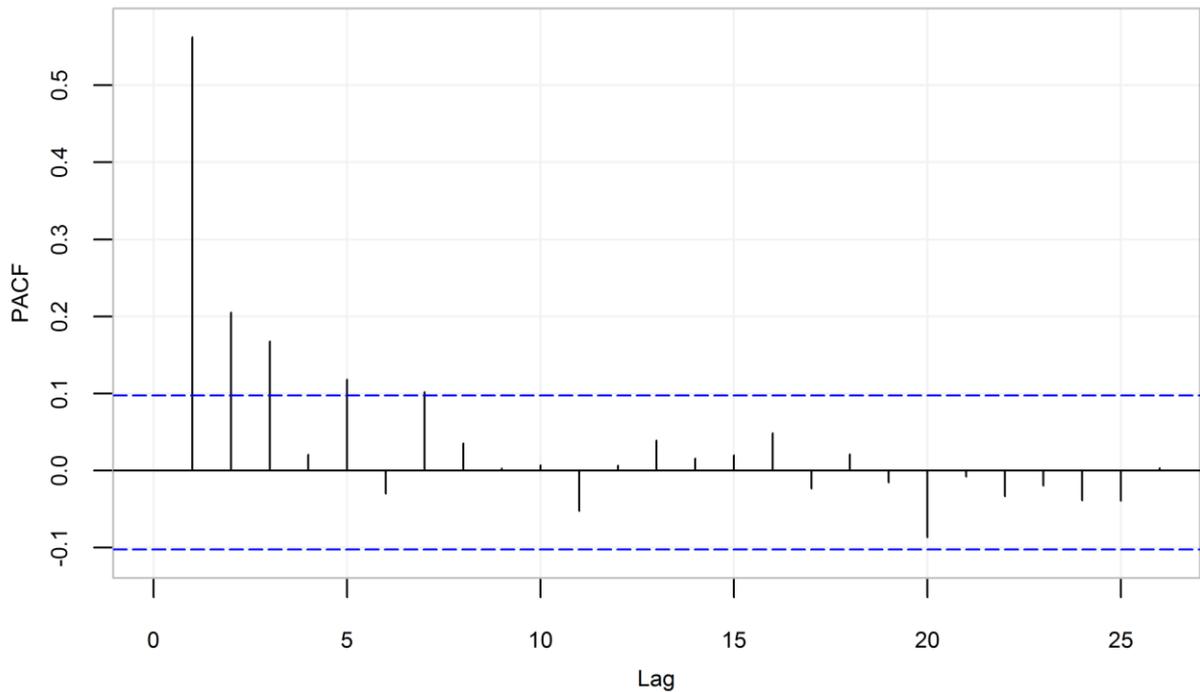
Παρόμοια συμπεράσματα εξάγονται και από την μελέτη της παρακάτω συνθετικής χρονοσειράς που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARFIMA(2,0.45,2) με θετικές τις παραμέτρους φ_1 , φ_2 , θ_1 και θ_2 και παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.31. Οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.32 και στο Σχήμα 2.33 αντίστοιχα.



Σχήμα 2.31. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης ARFIMA(2,0.45,2) με $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.



Σχήμα 2.32. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.31. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.33. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.31. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

2.1.4 Μοντέλα SARIMA(p,d,q)(P,D,Q) $_m$

Ορίζεται ο τελεστής $\Phi_P(B^m)$ με την εξ. (2.28).

$$\Phi_P(B^m) := 1 - \Phi_1 B^m - \dots - \Phi_P B^{Pm} \quad (2.28)$$

Ορίζεται ακόμη ο τελεστής $\theta_Q(B^m)$ με την εξ. (2.29).

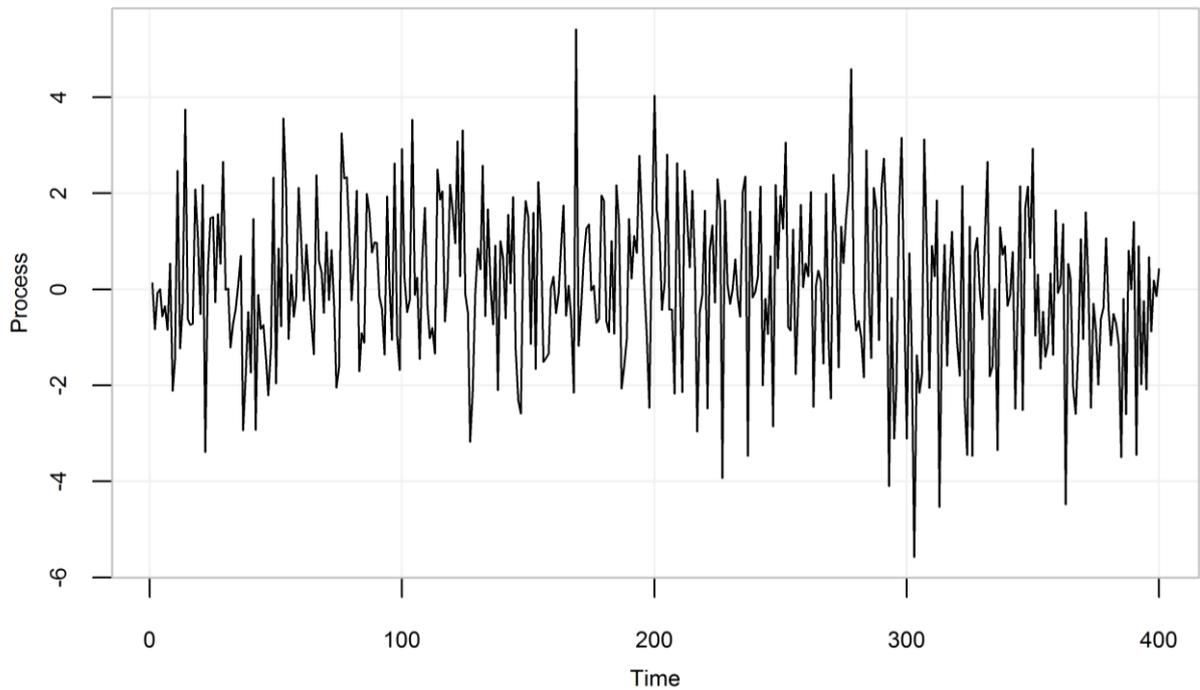
$$\theta_Q(B^m) := 1 + \theta_1 B^m + \dots + \theta_Q B^{Qm} \quad (2.29)$$

Η στοχαστική ανέλιξη $\{\underline{x}_t\}$ είναι μία SARIMA(p,d,q)(P,D,Q) $_m$, αν ισχύει η εξ. (2.30).

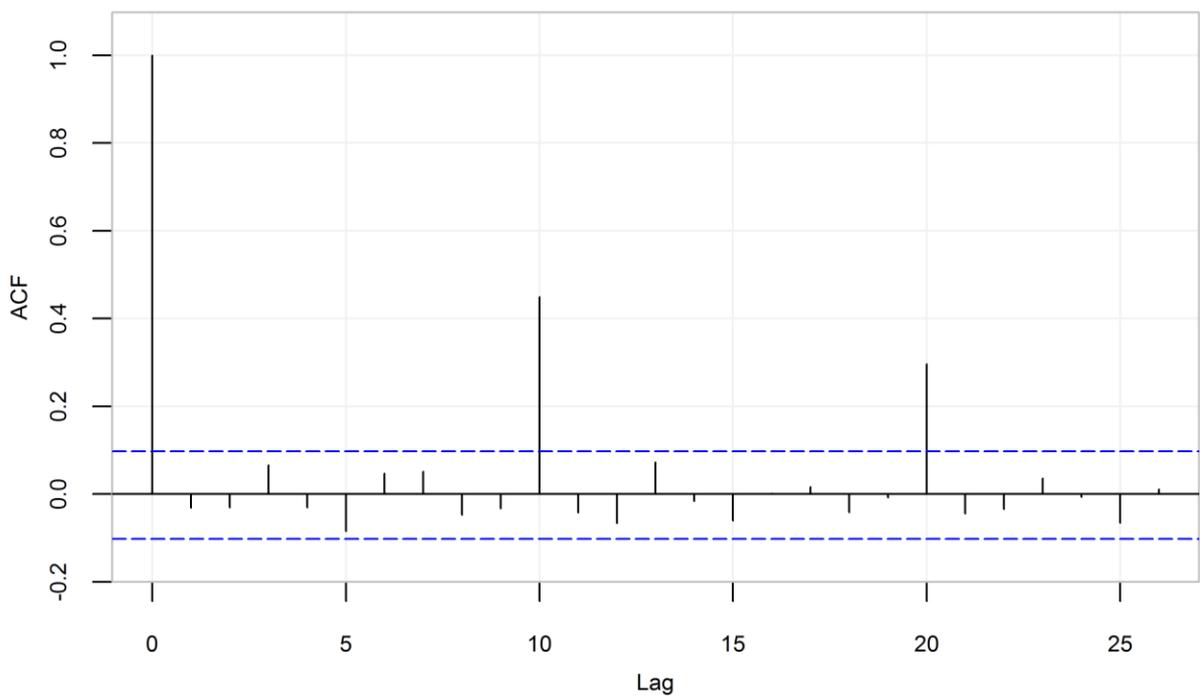
$$\Phi_P(B^m)\varphi_p(B)(1-B)^d(1-B^m)^D\underline{y}_t = \theta_q(B)\theta_Q(B^m)\underline{a}_t \quad (2.30)$$

Με τη συγκεκριμένη στοχαστική ανέλιξη προσομοιώνονται διεργασίες, των οποίων η μεταβολή χαρακτηρίζεται από κάποια περιοδικότητα.

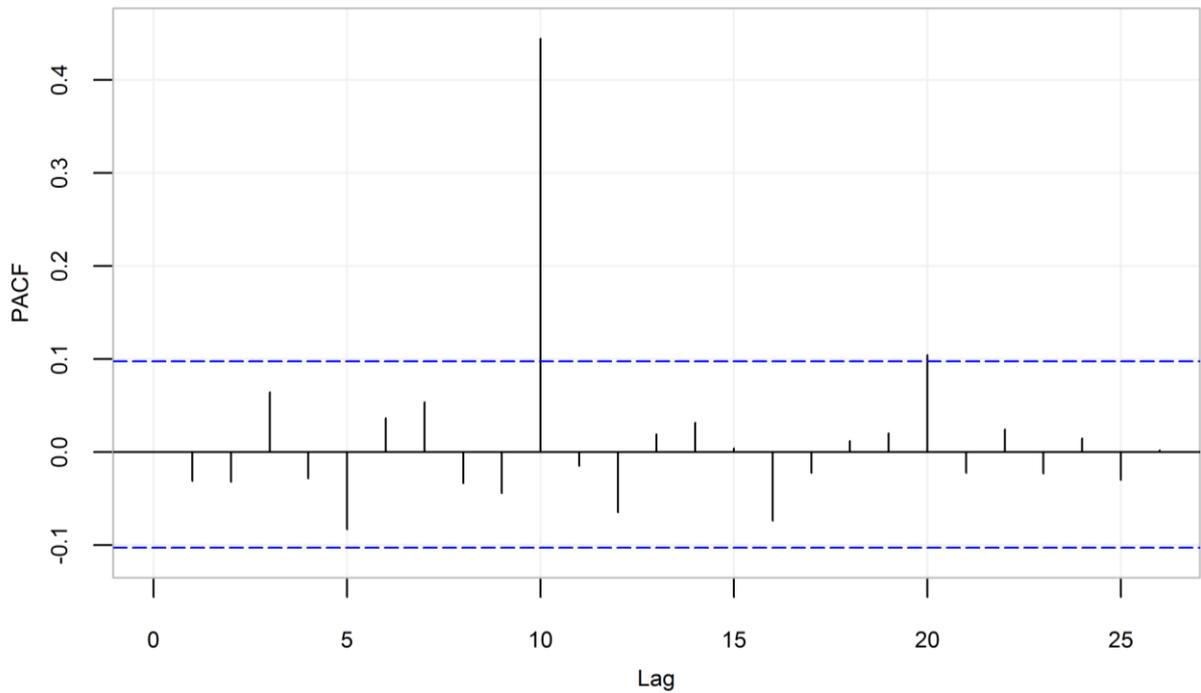
Στο Σχήμα 2.34 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης SARIMA(0,0,0)(1,0,0) $_{10}$ με θετική την παράμετρο Φ_1 . Οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.35 και στο Σχήμα 2.36 αντίστοιχα. Η περιοδικότητα που χαρακτηρίζει την υπό μελέτη προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη αποτυπώνεται στα συγκεκριμένα σχήματα, καθώς οι μόνες στατιστικά σημαντικές τιμές που εκτιμώνται τόσο για την ACF όσο και την PACF εμφανίζονται για χρονικές υστερήσεις ίσες με δέκα και είκοσι.



Σχήμα 2.34. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με $\Phi_1 = 0.7$.

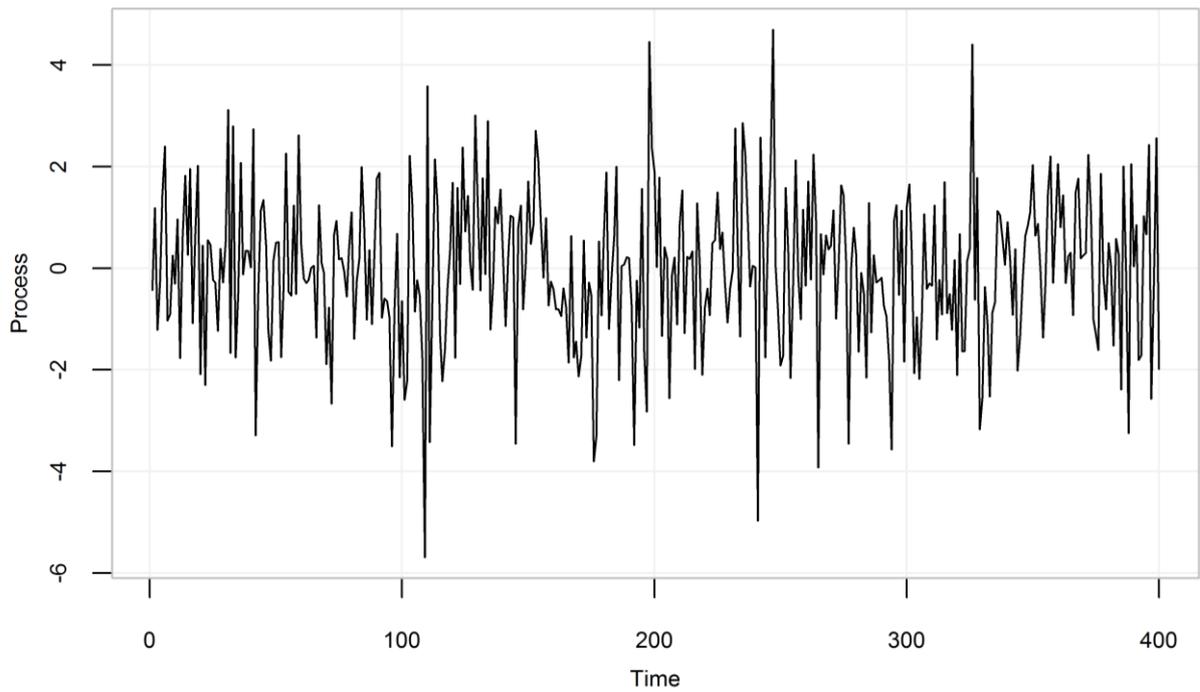


Σχήμα 2.35. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

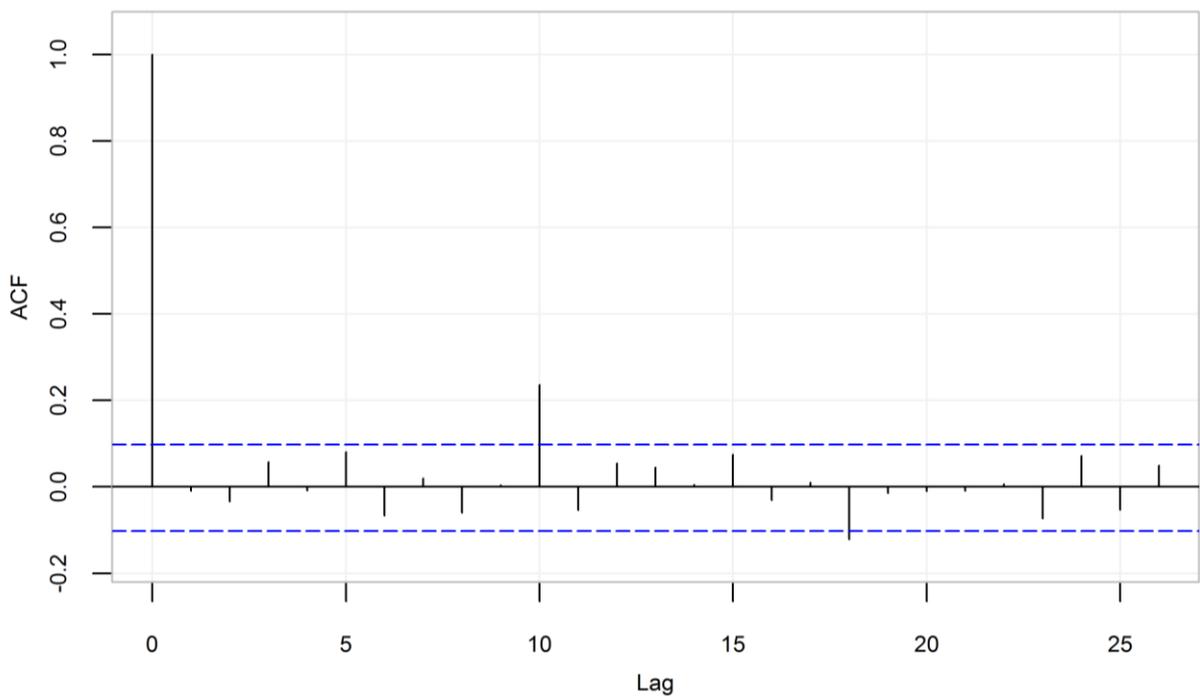


Σχήμα 2.36. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

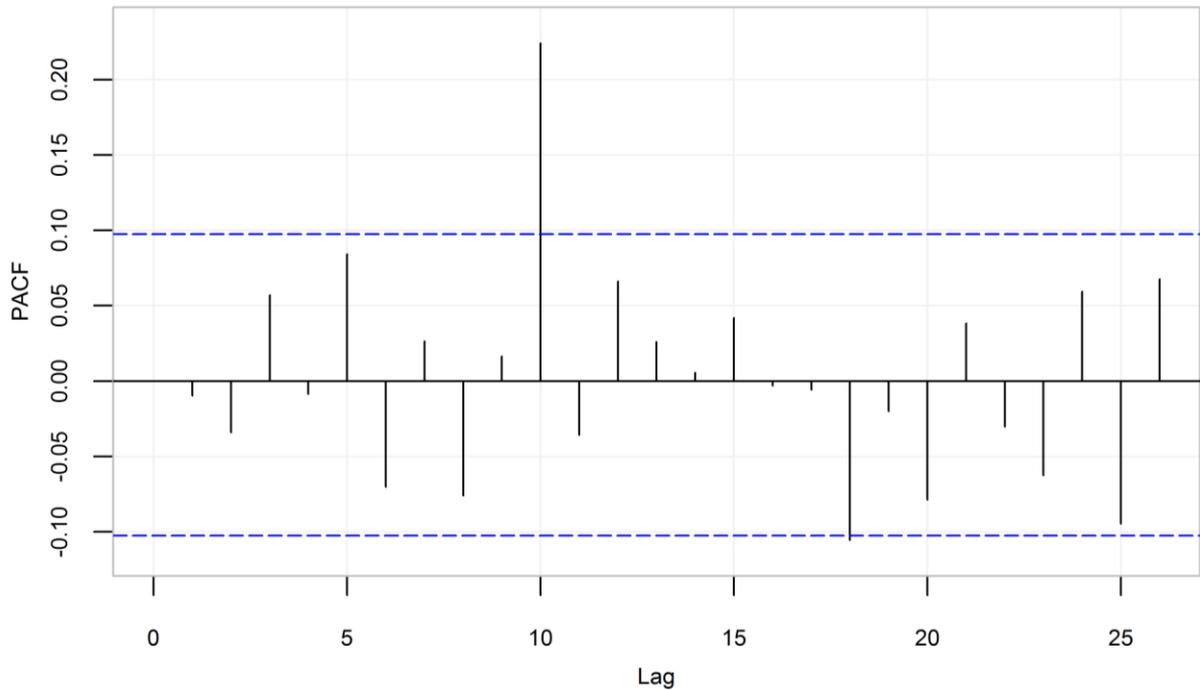
Στο Σχήμα 2.37 παρουσιάζεται μια συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $SARIMA(0,0,0)(0,0,1)_{10}$ με θετική την παράμετρο θ_1 . Οι δειγματικές ACF και PACF που την αφορούν δείχνονται στο Σχήμα 2.38 και στο Σχήμα 2.39 αντίστοιχα. Τόσο η ACF όσο και η PACF εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές τιμές για χρονική υστέρηση ίση με δέκα, αλλά όχι και για χρονική υστέρηση ίση με είκοσι, σε αντίθεση με την προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη $SARIMA(0,0,0)(1,0,0)_{10}$ που παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.34.



Σχήμα 2.37. Συνθετική χρονοσειρά από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης $SARIMA(0,0,0)(0,0,1)_{10}$ με $\theta_1 = 0.7$.



Σχήμα 2.38. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.37. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 2.39. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 2.37. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

2.2 Μέθοδοι πρόβλεψης

Στην Ενότητα 2.2 περιγράφονται οι μέθοδοι πρόβλεψης που συγκρίνονται στο 3^ο Κεφάλαιο και στο 4^ο Κεφάλαιο. Οι μέθοδοι αυτές μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες, τις κλασικές στοχαστικές, οι οποίες μπορεί να βασίζονται σε μοντέλα όπως αυτά που περιγράφονται στην Ενότητα 2.1 ή σε τεχνικές εκθετικής εξομάλυνσης (exponential smoothing), και τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Οι συγκρινόμενες μέθοδοι της δεύτερης κατηγορίας χρησιμοποιούν είτε NN είτε SVM. Η παρουσίαση ξεκινάει από τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους και ολοκληρώνεται με τις μεθόδους μηχανικής μάθησης.

Οι συναρτήσεις με τις οποίες κατασκευάζονται οι μέθοδοι αναφέρονται ονομαστικά στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους και τιμές, ενώ στις υπόλοιπες περιπτώσεις επιπροσθέτως παρατίθενται και αιτιολογούνται οι επιλογές που γίνονται. Αρκετές από τις συναρτήσεις που χρησιμοποιούνται για το τελικό στάδιο της πρόβλεψης έχουν ως εξαγόμενα τόσο σημειακές προβλέψεις όσο και προσεγγιστικά όρια εμπιστοσύνης. Τα όρια αυτά δεν χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο της εργασίας.

2.2.1 Μέθοδος Naive

Στην μέθοδο Naive για μη εποχιακά δεδομένα όλες οι σημειακές προβλέψεις είναι ίσες με την τελευταία διαθέσιμη παρατήρηση. Πρόκειται για μία μέθοδο που συνδυάζει δύο

σημαντικά πλεονεκτήματα, ούσα απλή και παράλληλα ιδιαίτερος αποδοτική σε πολλές περιπτώσεις χρονοσειρών. Για τον λόγο αυτό είθισται η χρησιμοποίηση της ως μεθόδου αναφοράς για την αξιολόγηση της επίδοσης άλλων προτεινόμενων μεθόδων πρόβλεψης (Parrenberger et al. 2015). Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται οι σημειακές προβλέψεις από την συνάρτηση `naive` του πακέτου `forecast` του R (Hyndman 2016, Hyndman and Khandakar 2008). Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης.

2.2.2 Μέθοδος Seasonal Naive

Για εποχιακά δεδομένα, κατάλληλη μέθοδος που κινείται στην ίδια λογική με την εκείνη της Ενότητας 2.2.1 είναι η Seasonal Naive. Η εν λόγω μέθοδος δίνει σημειακές προβλέψεις, καθεμία από τις οποίες είναι ίση με την τελευταία διαθέσιμη παρατήρηση για την εποχή που αφορά (Hyndman and Athanasopoulos 2013). Για παράδειγμα σε χρονοσειρά με μηνιαίο χρονικό βήμα, όλες οι προβλέψεις που αφορούν τον Ιανουάριο, θα είναι ίσες με την τελευταία διαθέσιμη παρατήρηση για τον μήνα αυτόν. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται οι σημειακές προβλέψεις από την συνάρτηση `snaive` του πακέτου `forecast` του R. Για την μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται η ονομασία `SNaive`. Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης.

2.2.3 Μέθοδοι Autoregressive Integrated Moving Average

Τα στοχαστικά μοντέλα $ARIMA(p,d,q)$, τα οποία παρουσιάστηκαν στην Ενότητα 2.1, χρησιμοποιούνται ευρέως για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς διεργασιών. Στην παρούσα εργασία εφαρμόζονται τέσσερις μέθοδοι που βασίζονται σε τέτοια μοντέλα: οι `ARIMA_f`, `ARIMA_s`, `auto_ARIMA_f` και `auto_ARIMA_s`.

Η `ARIMA_f` χρησιμοποιεί την συνάρτηση `arima` του R (R Core Team 2016) επιλέγοντας την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimation) για την εφαρμογή των μοντέλων στα εκάστοτε μη εποχιακά δεδομένα που αφιερώνονται για τον συγκεκριμένο σκοπό. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στο πλαίσιο των υπολογιστικών πειραμάτων που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARIMA(p,d,q)$. Οι παράμετροι των μοντέλων αυτών έχουν οριστεί να είναι κάθε φορά ίδιες με τις παραμέτρους των εκάστοτε προσομοιούμενων στοχαστικών ανελίξεων. Την συγκεκριμένη ακολουθεί η παραγωγή των προβλέψεων χρήσει της συνάρτησης `forecast`

του πακέτου `forecast` του R. Η μέθοδος `ARIMA_s` χρησιμοποιεί τα εφαρμοσμένα μοντέλα της `ARIMA_f` για την παραγωγή σημειακών προβλέψεων χρήσει της συνάρτησης `simulate` του R.

Η μέθοδος `auto_ARIMA_f` χρησιμοποιεί την συνάρτηση `auto.arima` του R για την προσαρμογή των παραμέτρων των μοντέλων στα εκάστοτε δεδομένα μετά από βελτιστοποίηση σύμφωνα με κάποιο κριτήριο πληροφορίας (*information criterion*). Στην συνέχεια χρησιμοποιείται η συνάρτηση, από την οποία λαμβάνονται οι προβλέψεις. Η μέθοδος `auto_ARIMA_s` χρησιμοποιεί τα εφαρμοσμένα στα δεδομένα μοντέλα από την `auto_ARIMA_f` για την παραγωγή σημειακών προβλέψεων χρήσει της συνάρτησης `simulate` του R. Οι τέσσερις μέθοδοι της Ενότητας 2.2.3 αναμένεται να έχουν καλύτερη επίδοση από τις υπόλοιπες στις συγκρίσεις πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARMA(p,q)$ και $ARIMA(p,d,q)$. Η επίδοση περισσότερο της `ARIMA_f` αλλά και της `auto_ARIMA_f` αναμένεται καλύτερη ως προς την ακρίβεια πρόβλεψης, κυρίως ως προς το RMSE, λόγω του τρόπου κατασκευής της (Wei 2006, pp.88-93), ενώ κυρίως η `ARIMA_s` αλλά και η `auto_ARIMA_s` αναμένονται καλύτερες όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Επιπλέον, η `ARIMA_f` και η `ARIMA_s` έχουν το πλεονέκτημα ότι δίνουν προβλέψεις για συνθετικές χρονοσειρές $ARIMA$, τις οποίες είναι κατασκευασμένες να μοντελοποιούν, ενώ συγχρόνως οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι εκ των προτέρων γνωστές.

2.2.4 Μέθοδοι Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average

Για πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς διεργασιών οι οποίες χαρακτηρίζονται από μακροπρόθεσμη εμμονή καταλληλότερα από τα μοντέλα $ARIMA(p,d,q)$ είναι τα μοντέλα $ARFIMA(p,d,q)$. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται η συνάρτηση `arfima` του πακέτου `forecast` του R (Hyndman 2016, Hyndman and Khandakar 2008) για την προσαρμογή του μοντέλου $ARFIMA(p,d,q)$ στα εκάστοτε δεδομένα. Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης.

Το προσαρμοσμένο στα δεδομένα μοντέλο εισάγεται στη συνέχεια στην συνάρτηση `forecast` του πακέτου `forecast` του R, από τα εξαγόμενα της οποίας χρησιμοποιούνται οι σημειακές προβλέψεις. Η εν λόγω μέθοδος φέρει την ονομασία `auto_ARFIMA`, διότι στο πλαίσιο της η επιλογή των παραμέτρων των μοντέλων γίνεται με αυτόματο τρόπο, και

αναμένεται να έχει καλύτερη επίδοση από τις υπόλοιπες στις συγκρίσεις πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARFIMA(p,d,q)$.

2.2.5 Μέθοδοι Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average

Τέσσερις από τις συγκρινόμενες μεθόδους βασίζονται στην εφαρμογή $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m$ μοντέλων. Οι μέθοδοι αυτές είναι οι `SARIMA_f`, `SARIMA_s`, `auto_SARIMA_f` και `auto_SARIMA_s` και κατασκευάζονται κατά αναλογία με τις τέσσερις μεθόδους `ARIMA` (βλ. Ενότητα 2.2.3), καθώς οι συναρτήσεις `arima` και `auto.arima` του R μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για εφαρμογή εποχιακών μοντέλων `ARIMA` σε δεδομένα.

Οι δύο πρώτες εφαρμόζονται στις εκάστοτε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m$. Κατά την εφαρμογή της συνάρτησης `arima` έχουν οριστεί τόσο οι παράμετροι που αφορούν το εποχιακό τμήμα του μοντέλου όσο και εκείνες του μη εποχιακού τμήματος να είναι ίδιες με αυτές των προσομοιούμενων στοχαστικών ανελίξεων.

Σχετικά με την συνάρτηση `auto.arima`, αυτή έχει ως προεπιλογή να δοκιμάζει την εφαρμογή και $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m$ μοντέλων στα δεδομένα στο πλαίσιο της βελτιστοποίησης που κάνει. Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης. Οι τέσσερις μέθοδοι της Ενότητας 2.2.5 αναμένεται να έχουν καλύτερη επίδοση από τις υπόλοιπες στις συγκρίσεις πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m$.

2.2.6 Μέθοδοι exponential smoothing state space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal components (BATS)

Κάποιες από τις πιο αποτελεσματικές μεθόδους πρόβλεψης βασίζονται στην τεχνική της εκθετικής εξομάλυνσης (Hyndman et al. 2008). Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται δύο μέθοδοι exponential smoothing state space model with Box-Cox transformation, ARMA errors, Trend and Seasonal components (BATS) εφαρμόζοντας την συνάρτηση `bats` από το πακέτο `forecast` του R. Η συγκεκριμένη συνάρτηση χρησιμοποιείται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους για εφαρμογή του μοντέλου στα μη εποχιακά δεδομένα (μέθοδος BATS), ενώ για εποχιακά δεδομένα εισάγεται σε αυτήν και η περίοδος (μέθοδος SBATS). Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης.

Ακολουθεί η χρήση της συνάρτησης `forecast` του πακέτου `forecast` του R, από την οποία προκύπτουν τελικώς οι προβλέψεις.

2.2.7 Μέθοδοι `exponential smoothing state space model`

Στην ίδια κατηγορία με τις μεθόδους της Ενότητας 2.2.6 ανήκουν οι μέθοδοι `exponential smoothing state space model (ETS)`. Η παρούσα εργασία περιλαμβάνει στις συγκρινόμενες μεθόδους δύο τέτοιες, τις `ETS_f` και `ETS_s`, οι οποίες χρησιμοποιούνται ίδιες για εποχιακά και μη εποχιακά δεδομένα. Η συνάρτηση που εφαρμόζεται για την εφαρμογή των μοντέλων στην πληροφορία που διατίθεται για τον συγκεκριμένο σκοπό είναι η `ets` από το πακέτο `forecast` του R. Στις περιπτώσεις των ιστορικών δεδομένων γίνεται κανονικοποίηση τους μέσω μετασχηματισμού Box-Cox χρήσει της επιλογής `BoxCox.lambda` της ίδιας συνάρτησης. Τα εφαρμοσμένα μοντέλα εισάγονται στην συνέχεια στην συνάρτηση `forecast` του πακέτου `forecast` του R, στην περίπτωση της `ETS_f`, και στην συνάρτηση `simulate` του R, στην περίπτωση της `ETS_s`, από τις οποίες τελικώς προκύπτουν οι προβλέψεις.

2.2.8 Μέθοδος Holt

Στην οικογένεια των `exponential smoothing` μεθόδων ανήκει και η μέθοδος Holt που χρησιμοποιεί η παρούσα εργασία. Η συγκεκριμένη μέθοδος εισήχθη από τον Holt για προβλέψεις σε χρονοσειρές που εμφανίζουν τάση (Hyndman and Athanasopoulos 2013). Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται είναι η `holt` του πακέτου `forecast` του R, η οποία εφαρμόζει τα αντίστοιχα μοντέλα στα εκάστοτε δεδομένα που αφιερώνονται στον συγκεκριμένο σκοπό και επιπροσθέτως παράγει προβλέψεις.

2.2.9 Μέθοδος Random Walk

Για προβλέψεις σε δεδομένα με τάση χρήσιμη είναι και μία παραλλαγή της Naive μεθόδου (Hyndman and Athanasopoulos 2013). Οι σημειακές προβλέψεις που προκύπτουν από την εν λόγω μέθοδο είναι ισοδύναμες με την προέκταση στο μέλλον του ευθύγραμμου τμήματος που διέρχεται από την πρώτη και την τελευταία παρατήρηση. Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας η υλοποίηση της συγκεκριμένης μεθόδου, η οποία φέρει την ονομασία RW, γίνεται χρήσει της συνάρτησης `rwf` του πακέτου `forecast` του R με ενεργοποιημένη την επιλογή `drift` για όλα τα υπολογιστικά πειράματα. Η συνάρτηση αυτή εφαρμόζει το εν λόγω μοντέλο στα εισαγόμενα σε αυτήν δεδομένα και στην συνέχεια παράγει τις προβλέψεις.

2.2.10 Μέθοδος Simple Exponential Smoothing

Η απλούστερη των μεθόδων εκθετικής εξομάλυνσης ονομάζεται Simple Exponential Smoothing. Για την εφαρμογή της η εργασία αυτή χρησιμοποιεί την συνάρτηση `ses` του πακέτου `forecast` του R. Από την συνάρτηση αυτή προκύπτουν κατευθείαν οι προβλέψεις. Η μέθοδος χρησιμοποιείται με την ονομασία `SES` και εφαρμόζεται αυτούσια σε όλα τα υπολογιστικά πειράματα της παρούσας εργασίας.

2.2.11 Μέθοδος Theta

Ανάμεσα στις συγκρινόμενες μεθόδους είναι και η μέθοδος Theta, η οποία είχε την καλύτερη επίδοση στον διαγωνισμό M3-Competition, στο πλαίσιο του οποίου εφαρμόστηκε σε 3003 ιστορικές χρονοσειρές από διάφορους επιστημονικούς χώρους (Makridakis and Hibon 2000), και παρουσιάστηκε στους Assimakopoulos and Nikolopoulos (2000). Για την εφαρμογή της χρησιμοποιείται η συνάρτηση `thetaf` του πακέτου `forecast` του R. Ανάμεσα στα εξαγόμενα από την εν λόγω συνάρτηση βρίσκονται και οι προς σύγκριση σημειακές προβλέψεις.

2.2.12 Μέθοδοι Neural Networks

Στην παρούσα εργασία εφαρμόζονται τρεις μέθοδοι NN, οι οποίες φέρουν τις ονομασίες `NN_1`, `NN_2` και `NN_3`. Για την `NN_3` χρησιμοποιείται καταρχάς η συνάρτηση `nnetar` του πακέτου `forecast` του R με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους, ενώ ακολουθεί η εισαγωγή του εκπαιδευμένου μοντέλου στην συνάρτηση `forecast` του πακέτου `forecast` του R, από την οποία τελικά προκύπτουν οι προς σύγκριση προβλέψεις.

Οι άλλες δύο μέθοδοι NN βασίζονται στο πακέτο `rminer` του R (Cortez 2010, 2015). Στο πλαίσιο τους δημιουργείται αρχικά ένας πίνακας με διανύσματα χρήσει των οποίων εκπαιδεύονται στην συνέχεια τα μοντέλα. Για τη δημιουργία του χρησιμοποιείται η συνάρτηση `CasesSeries`, στην οποία εισάγεται το τμήμα της εκάστοτε χρονοσειράς που χρησιμοποιείται για την εφαρμογή των μοντέλων και οι υστερήσεις που ορίζονται από τον χρήστη. Για τις μεθόδους αυτές οι εισαγόμενες υστερήσεις επιλέγεται να είναι εκείνες για τις οποίες υπολογίζει τιμή για τη δειγματική ACF η συνάρτηση `acf` του R. Ο εν λόγω πίνακας διανυσμάτων εισάγεται εν συνεχεία στην συνάρτηση `fit` του πακέτου `rminer` του R, η οποία χρησιμοποιείται επιλέγοντας το μοντέλο `mlp`. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί τη συνάρτηση `nnet` από το πακέτο `nnet` του R. Πρόκειται για μοντέλο multilayer perceptron (MLP) που αποτελεί την απλούστερη μορφή NN, όπου η πληροφορία κινείται προς μία

μόνο κατεύθυνση. Ο διαθέσιμος στο πακέτο `nnet` αλγόριθμος αφορά MLP με ένα κρυμμένο στρώμα (`hidden layer`), ο αριθμός κόμβων του οποίου (`hidden nodes`) μπορεί να ορισθεί ή να αναζητηθεί μέσω μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Η βελτιστοποίηση μπορεί να γίνει κατά την εφαρμογή της συνάρτησης `fit` του πακέτου `rminer` με τρόπο κατά τον οποίο ο χρήστης δεν παρεμβαίνει (επιλογές `heuristic`), ή ακόμη με βάση κάποια ενσωματωμένη στην εν λόγω συνάρτηση μέθοδο και από ένα σύνολο δοθεισών τιμών (`grid search`) που επιλέγονται από τον χρήστη. Στην παρούσα εργασία επιλέγεται ο δεύτερος τρόπος με δοθείσες τιμές τους ακεραίους από το μηδέν έως το τριάντα. Η μέθοδος που θεωρείται κατάλληλη για την προαναφερθείσα βελτιστοποίηση ορίζεται με την επιλογή `holdoutorder`, σύμφωνα με την οποία το τελευταίο τμήμα των δεδομένων εισαγωγής μήκους $1/3$ του συνολικού αφήνεται εκτός κατά την εφαρμογή των διαφορετικών μοντέλων, ώστε να ακολουθήσει δοκιμή σε αυτό, για την επιλογή της βέλτιστης τιμής ανάμεσα στις δοθείσες για την υπερπαραμέτρο που βελτιστοποιείται, η οποία στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο αριθμός των κρυμμένων κόμβων.

Στην εργασία αυτή η συγκεκριμένη επιλογή ορίζεται να γίνεται με βάση το μέτρο `Root Mean Square Error (RMSE)`, ενώ θέτοντας `convex = 0` εξασφαλίζεται ότι θα δοκιμαστούν όλες οι δοθείσες τιμές στην αναζήτηση της βέλτιστης και ότι η διαδικασία δεν θα σταματήσει σε κάποιο τοπικό ακρότατο. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες ορίζεται από τον χρήστη με την επιλογή `Runs`. Η διαφοροποίηση των δύο μεθόδων που κατασκευάζονται με τον παραπάνω τρόπο έγκειται στην συγκεκριμένη επιλογή, η οποία μπορεί να αυξήσει αρκετά τον υπολογιστικό φόρτο (Cortez 2010). Έτσι, για την μέθοδο `NN_1` τίθεται `Runs = 1`, ενώ για την `NN_2` τίθεται `Runs = 10`. Τα μοντέλα με τις βέλτιστες υπερπαραμέτρους εφαρμόζονται στην συνέχεια εκ νέου στον πίνακα διανυσμάτων μέσω της συνάρτησης `fit` του πακέτου `rminer` του R και τα εξαγόμενα από αυτήν εισάγονται με την σειρά τους στην συνάρτηση `lforecast` του πακέτου `rminer` του R, η οποία δίνει τις προβλέψεις από αυτά. Οι προβλέψεις αυτές είναι σημειακές.

2.2.13 Μέθοδοι Support Vector Machines

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται έξι μέθοδοι SVM, οι οποίες κατασκευάζονται κυρίως βάσει συναρτήσεων του πακέτου `rminer` του R. Οι μέθοδοι αυτές φέρουν τις ονομασίες `SVM_1`, `SVM_2`, `SVM_3`, `SVM_4`, `SVM_5` και `SVM_6`. Στις πρώτες τρεις οι χρονικές υστερήσεις που εισάγονται στην συνάρτηση `CasesSeries` του εν λόγω πακέτου του R ορίζονται με βάση την `acf` συνάρτηση του R με τον τρόπο που εξηγείται στην Ενότητα

2.2.12. Στις τρεις τελευταίες η επιλογή των υστερήσεων γίνεται σύμφωνα με την συνάρτηση `nnetar` του πακέτου `forecast` του R. Συγκεκριμένα, οι υστερήσεις που χρησιμοποιούνται είναι από 1 έως L , όπου L ο αριθμός των παραμέτρων του μοντέλου AR που προσαρμόζεται με το μικρότερο σφάλμα στα δεδομένα, όταν αυτά είναι μη εποχιακά. Για εποχιακά δεδομένα ο αλγόριθμος είναι πιο σύνθετος και λαμβάνει υπόψιν την περίοδο. Της μόρφωσης του πίνακα διανυσμάτων που κατασκευάζεται για την εκπαίδευση των μοντέλων έπεται η χρήση του στην συνάρτηση `fit` του ίδιου πακέτου του R.

Η συνάρτηση χρησιμοποιείται με παρόμοιο τρόπο με αυτόν που έχει ήδη περιγραφεί στην Ενότητα 2.2.12 με τη διαφορά ότι αντί του μοντέλου `mlp` χρησιμοποιείται το `ksvm`, το οποίο προέρχεται από το πακέτο `kernlab` του R, καθώς επίσης και ότι η βελτιστοποίηση αφορά διαφορετική υπερπαραμέτρο. Στις μεθόδους `SVM_1`, `SVM_2`, `SVM_4` και `SVM_5` βελτιστοποιείται η υπερπαραμέτρος `sigma` της συνάρτησης Radial Basis kernel "Gaussian", που είναι η προεπιλεγμένη συνάρτηση kernel (επιλογή `rbfdot`) με αναζήτηση της βέλτιστης ανάμεσα στις τιμές 2^n , $n = -8, -7, \dots, 6$ την στιγμή που οι υπερπαραμέτροι `C` και `epsilon` διατηρούνται σταθερές και ίσες με τις προεπιλεγμένες τιμές 1 και 0.1 αντίστοιχα.

Στις μεθόδους `SVM_3` και `SVM_6` η βελτιστοποίηση αφορά την συνάρτηση kernel που χρησιμοποιείται. Οι συναρτήσεις kernel που δύναται να επιλεγθούν για χρήση στις προβλέψεις έχει ορισθεί να είναι οι ANOVA RBF kernel (επιλογή `anovadot`), Bessel kernel (επιλογή `besseldot`), Laplacian kernel (επιλογή `laplacedot`), Polynomial kernel (επιλογή `polydot`), Radial Basis kernel "Gaussian" (επιλογή `rbfdot`), Spline kernel (επιλογή `splinedot`), Hyperbolic tangent kernel (επιλογή `tanhdot`), Linear kernel (επιλογή `vanilladot`).

Οι υπερπαραμέτροι που προκύπτουν εισάγονται στην συνάρτηση `fit`, με την οποία αυτήν την φορά γίνεται εφαρμογή των μοντέλων στο σύνολο της πληροφορίας του πίνακα διανυσμάτων. Ακολουθεί χρήση της συνάρτησης `lforecast` του πακέτου `rminer` του R, από την οποία προκύπτουν οι προς σύγκριση σημειακές προβλέψεις και για αυτές τις μεθόδους μηχανικής μάθησης.

2.3 Μέτρα

Στην αξιολόγηση της επίδοσης μιας μεθόδου πρόβλεψης θεμελιώδους σημασίας είναι η χρήση τεχνικών οπτικοποίησης των προβλέψεων σε σχέση με τις αντίστοιχες παρατηρημένες τιμές. Τέτοιες τεχνικές μπορούν να υποστηρίξουν ποιοτικές κατανοήσεις,

ωστόσο δεν προσφέρονται για μαζική αξιολόγηση, η οποία είναι πολλές φορές απαραίτητη, ούτε μπορούν να αποτελέσουν την βάση κάποιας αντικειμενικής κρίσης. Τα συγκεκριμένα ζητούμενα μπορεί να εξασφαλίσει η χρήση μέτρων - μαθηματικών εργαλείων που ποσοτικοποιούν την εξεταζόμενη επίδοση. Στην βιβλιογραφία προτείνονται πολλά τέτοια μέτρα, καθένα από τα οποία δίνει έμφαση σε συγκεκριμένη ιδιότητα από τις επιθυμητές για τις μεθόδους πρόβλεψης και με τη σειρά του χαρακτηρίζεται από ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Έρευνες που εξετάζουν συγκριτικά τα συνηθέστερα χρησιμοποιούμενα μέτρα είναι εκείνες των Armstrong (2001) και Hyndman and Koehler (2006).

Στην Ενότητα 2.3 ορίζονται τα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης πάνω στα δεδομένα της εργασίας, δηλαδή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις και τις ιστορικές χρονοσειρές. Τα μέτρα των Ενοτήτων 2.3.1, 2.3.2 και 2.3.5 έως 2.3.22 υπολογίζονται με την συνάρτηση `gof` του πακέτου `hydroGOF` του R (Zambrano-Bigiarini 2014) θέτοντας `norm = "maxmin"`, ενώ τα μέτρα των Ενοτήτων 2.3.3 και 2.3.4 με την συνάρτηση `accuracy` του πακέτου `forecast` του R (Hyndman 2016, Hyndman and Khandakar 2008). Η χρήση της τελευταίας συνάρτησης γίνεται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους. Η διαφορετική πληροφορία που φέρει το καθένα από αυτά τα μέτρα για την επίδοση των μεθόδων εξηγείται επίσης στις παραγράφους που ακολουθούν.

Τυχόν ακαταλληλότητα ορισμένων μέτρων για χρήση σε δεδομένα της εργασίας δεν εξετάζεται, καθώς αναμένεται να μην επηρεάσει τα συμπεράσματα που προκύπτουν. Ο λόγος είναι ότι στο πλαίσιο της οι τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα δεν χρησιμοποιούνται για απόλυτη αξιολόγηση εκάστης των μεθόδων, παρά μόνο για την συναξιολόγηση αυτών. Επιπρόσθετα, οι συγκρίσεις που λαμβάνουν χώρα ανάμεσα στα διάφορα υπολογιστικά πειράματα της εργασίας γίνονται με βάση την συνολική εικόνα των αποτελεσμάτων για κάθε μέτρο και όχι τις απόλυτες τιμές που εκάστη μέθοδος λαμβάνει κατά περίπτωση.

Για τον ορισμό των μέτρων θεωρείται μία χρονοσειρά N παρατηρήσεων. Έστω επίσης ότι προσαρμόζεται ένα μοντέλο στις $N - n$ πρώτες παρατηρήσεις της με σκοπό πρόβλεψη των τιμών των τελευταίων n παρατηρήσεων, έστω x_1, x_2, \dots, x_n . Έστω τέλος ότι οι προβλέψεις που προκύπτουν είναι οι f_1, f_2, \dots, f_n .

2.3.1 Mean Error

Το μέτρο Mean Error (ME) ορίζεται με την εξ. (2.31).

$$ME := (1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - x_i) \quad (2.31)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο ενδείκνυται για την αξιολόγηση μίας μεθόδου πρόβλεψης ως προς την ιδιότητα της αμεροληψίας.

2.3.2 Mean Absolute Error

Το μέτρο Mean Absolute Error (MAE) ορίζεται με την εξ. (2.32).

$$MAE := (1/n) \sum_{i=1}^n |f_i - x_i| \quad (2.32)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αξιολόγηση μίας μεθόδου πρόβλεψης ως προς την ακρίβεια που προσφέρει. Ωστόσο, επειδή οι τιμές που λαμβάνει εξαρτώνται από την κλίμακα στην οποία αυτές έχουν μετρηθεί, το εν λόγω μέτρο δεν μπορεί να υποστηρίξει την σύγκριση της επίδοσης μιας μεθόδου πάνω σε διαφορετικά σύνολα δεδομένων.

2.3.3 Mean Percentage Error

Το μέτρο Mean Percentage Error (MPE) ορίζεται με την εξ. (2.33).

$$MPE := (-1/n) \sum_{i=1}^n (100(f_i - x_i)/x_i) \quad (2.33)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο έχει την ίδια χρησιμότητα με το ME, παρέχοντας επίσης τη δυνατότητα σύγκρισης της επίδοσης μιας μεθόδου πάνω σε διαφορετικά σύνολα δεδομένων, λόγω της αδιαστατοποίησης που λαμβάνει χώρα κατά τον υπολογισμό του.

2.3.4 Mean Absolute Percentage Error

Το μέτρο Mean Absolute Percentage Error (MAPE) ορίζεται με την εξ. (2.34).

$$MAPE := (1/n) \sum_{i=1}^n |100(f_i - x_i)/x_i| \quad (2.34)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο είναι κατάλληλο για αξιολόγηση μεθόδων ως προς την ακρίβεια. Μπορεί επίσης να υποστηρίξει συγκρίσεις της επίδοσης μιας μεθόδου πρόβλεψης πάνω σε διαφορετικές χρονοσειρές, ενώ είναι ένα από τα πιο δημοφιλή μέτρα. Ωστόσο, παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι απειρίζεται θετικά για μηδενικές τιμές των παρατηρήσεων ή λαμβάνει ακραίες θετικές τιμές για πολύ μικρές τιμές των παρατηρήσεων.

2.3.5 Mean Square Error

Το μέτρο Mean Square Error (MSE) ορίζεται με την εξ. (2.35).

$$\text{MSE} := (1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2 \quad (2.35)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί όπως και το MAE, παρουσιάζοντας ωστόσο μεγαλύτερη ευαισθησία στις ακραίες τιμές.

2.3.6 Root Mean Square Error

Το μέτρο Root Mean Square Error (RMSE) ορίζεται με την εξ. (2.36).

$$\text{RMSE} := \sqrt{(1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2} \quad (2.36)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο χρησιμοποιείται ευρύτατα για την μέτρηση της ακρίβειας που προσφέρει μια μέθοδος πρόβλεψης. Σε σχέση με το MSE, παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι το σφάλμα μετριέται στις ίδιες μονάδες με τα δεδομένα.

2.3.7 Normalized Root Mean Square Error

Έστω x_{max} και x_{min} η μέγιστη τιμή και η ελάχιστη τιμή των παρατηρήσεων αντίστοιχα.

Τότε ορίζεται το μέτρο normalized Root Mean Square Error (nRMSE) με την εξ. (2.37).

$$\text{nRMSE} := (100/(x_{max} - x_{min})) \sqrt{(1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2} \quad (2.37)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί μία αδιαστατοποιημένη εκδοχή του μέτρου RMSE.

2.3.8 Percent Bias

Το μέτρο Percent Bias (PBias) ορίζεται με την εξ. (2.38).

$$\text{PBias} := 100 \sum_{i=1}^n (f_i - x_i) / \sum_{i=1}^n (x_i) \quad (2.38)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο είναι αδιάστατο και χρησιμοποιείται για μέτρηση της επίδοσης μιας μεθόδου ως προς την αμεροληψία.

2.3.9 Λόγος του RMSE προς την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων

Έστω \bar{x} η μέση τιμή και s_x η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων, οι οποίες ορίζονται με τις εξ. (2.39) και (2.40) αντίστοιχα.

$$\bar{x} := (1/n) \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.39)$$

$$s_x := \sqrt{(1/(n-1)) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.40)$$

Τότε ορίζεται το μέτρο λόγος του RMSE προς την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων (rSR) με την εξ. (2.41).

$$rSR := (1/s_x) \sqrt{(1/n) \sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2} \quad (2.41)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί μία αδιαστατοποιημένη εκδοχή του μέτρου RMSE.

2.3.10 Λόγος των τυπικών αποκλίσεων

Έστω \bar{f} η μέση τιμή και s_f η τυπική απόκλιση των προβλέψεων, οι οποίες ορίζονται με τις εξ. (2.42) και (2.43) αντίστοιχα.

$$\bar{f} := (1/n) \sum_{i=1}^n f_i \quad (2.42)$$

$$s_f := \sqrt{(1/(n-1)) \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2} \quad (2.43)$$

Τότε ορίζεται το μέτρο λόγος των τυπικών αποκλίσεων (rSD) με την εξ. (2.44).

$$rSD := s_f/s_x \quad (2.44)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο είναι αδιάστατο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μετρήσει την επίδοση μιας μεθόδου πρόβλεψης σε σχέση με την ιδιότητα της αμεροληψίας ως προς την τυπική απόκλιση.

2.3.11 Nash-Sutcliffe Efficiency

Το μέτρο Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE) ορίζεται με την εξ. (2.45).

$$NSE := 1 - (\sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2 / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2) \quad (2.45)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο είναι ευρέως χρησιμοποιούμενο στον χώρο της υδρολογίας (Krause et al. 2005). Είναι κατάλληλο για αξιολόγηση μιας μεθόδου πρόβλεψης ως προς την ακρίβεια. Τιμές μικρότερες του μηδενός καταδεικνύουν ότι η πρόβλεψη με βάση τη συγκεκριμένη μέθοδο είναι λιγότερο ακριβής από την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων.

2.3.12 Modified Nash-Sutcliffe Efficiency

Το μέτρο modified Nash-Sutcliffe Efficiency (mNSE) ορίζεται με την εξ. (2.46).

$$mNSE := 1 - (\sum_{i=1}^n |f_i - x_i| / \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|) \quad (2.46)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί παραλλαγή του μέτρου NSE παρουσιάζοντας μικρότερη ευαισθησία από αυτό όσον αφορά τις ακραίες τιμές.

2.3.13 Relative Nash-Sutcliffe Efficiency

Το μέτρο relative Nash-Sutcliffe Efficiency (rNSE) ορίζεται με την εξ. (2.47).

$$rNSE := 1 - \left(\sum_{i=1}^n \frac{((f_i - x_i)/\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n \frac{((x_i - \bar{x})/\bar{x})^2}{\bar{x}}} \right) \quad (2.47)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί παραλλαγή του μέτρου NSE, η οποία στοχεύει στην εξομίωση της επίδρασης άστοχων προβλέψεων για όλες τις παρατηρήσεις ανεξαρτήτως της τιμής τους.

2.3.14 Index of Agreement

Το μέτρο Index of Agreement (d) ορίζεται με την εξ. (2.48).

$$d := 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|f_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2} \right) \quad (2.48)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο χρησιμοποιείται για συναξιολόγηση μιας μεθόδου πρόβλεψης όσον αφορά την ακρίβεια και την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Εμφανίζει ευαισθησία ως προς τις ακραίες μεγάλες τιμές (Krause et al. 2005).

2.3.15 Modified Index of Agreement

Το μέτρο modified Index of Agreement (md) ορίζεται με την εξ. (2.49).

$$md := 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - f_i)}{\sum_{i=1}^n (|f_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)} \right) \quad (2.49)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί μια παραλλαγή του μέτρου d παρουσιάζοντας μικρότερη ευαισθησία από αυτό όσον αφορά τις ακραίες μεγάλες τιμές και μεγαλύτερη στις ακραίες μικρές τιμές.

2.3.16 Relative Index of Agreement

Ορίζεται το μέτρο relative Index of Agreement (rd) με την εξ. (2.50)

$$rd := 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{((x_i - f_i)/x_i)^2}{\sum_{i=1}^n \frac{((|f_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)/\bar{x})^2}{\bar{x}}} \right) \quad (2.50)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο αποτελεί παραλλαγή του μέτρου rd, η οποία στοχεύει στην εξομίωση της επίδρασης άστοχων προβλέψεων για όλες τις παρατηρήσεις ανεξαρτήτως της τιμής τους.

2.3.17 Persistence Index

Ορίζεται το μέτρο Persistence Index (cp) με την εξ. (2.51)

$$cp := 1 - \left(\frac{\sum_{i=2}^n (f_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2} \right) \quad (2.51)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο συγκρίνει τις προβλέψεις μιας μεθόδου με μια άλλη σειρά προβλέψεων της οποίας κάθε πρόβλεψη ισούται με την προηγούμενη παρατήρηση. Τιμές μικρότερες του μηδενός καταδεικνύουν εξαιρετικά χαμηλή επίδοση της υπό διερεύνηση μεθόδου.

2.3.18 Pearson' s Correlation Coefficient

Ορίζεται το μέτρο Pearson' s Correlation Coefficient (Pr) με την εξ. (2.52).

$$Pr := \left(\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(f_i - \bar{f})}{\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2 \right)^{0.5}} \right) \quad (2.52)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση μεθόδων ως προς την συσχέτιση μεταξύ προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων.

2.3.19 Coefficient of Determination

Ορίζεται το μέτρο Coefficient of Determination (R2) με την εξ. (2.53).

$$R2 := (Pr)^2 \quad (2.53)$$

2.3.20 Coefficient of Determination πολλαπλασιασμένος με την κλίση της ευθείας παλινδρόμησης μεταξύ των παρατηρήσεων και των προβλέψεων

Έστω b η κλίση της εκτιμημένης ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης ανάμεσα στις παρατηρημένες τιμές και στις αντίστοιχες τους προβλέψεις. Τότε ορίζεται το μέτρο Coefficient of Determination πολλαπλασιασμένος με την κλίση της ευθείας παλινδρόμησης μεταξύ των παρατηρήσεων και των προβλέψεων (bR2) με την εξ. (2.54).

$$bR2 := |b|(R2), |b| \leq 1 ; bR2 := (R2)/|b|, b > 1 \quad (2.54)$$

2.3.21 Kling-Gupta Efficiency

Ορίζεται το μέτρο Kling-Gupta Efficiency (KGE) με την εξ. (2.55)

$$KGE := 1 - \sqrt{(Pr - 1)^2 + ((s_f/s_x) - 1)^2 + ((\bar{f}/\bar{x}) - 1)^2} \quad (2.55)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την συναξιολόγηση μιας μεθόδου ως προς τις επιθυμητές ιδιότητες της συσχέτισης παρατηρήσεων - προβλέψεων και της αμεροληψίας ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

2.3.22 Volumetric Efficiency

Ορίζεται το μέτρο Volumetric Efficiency (VE) με την εξ. (2.56)

$$VE := 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n |f_i - x_i|}{\sum_{i=1}^n x_i} \right) \quad (2.56)$$

Το συγκεκριμένο μέτρο έχει προταθεί για χρήση στην υδρολογία, όπως και το μέτρο NSE. Μέσω του υπολογισμού του μπορεί να αξιολογηθεί η επίδοση μιας μεθόδου ως προς την ακρίβεια.

2.4 Σύνοψη μεθοδολογίας

Στην Ενότητα 2.4 γίνεται σύνδεση των όσων περιγράφονται αναλυτικά στις Ενότητες 2.1, 2.2 και 2.3. Παράλληλα, παρουσιάζονται επιμέρους μεθοδολογικά στοιχεία στα οποία δεν έχει γίνει αναφορά μέχρι στιγμής. Η μεθοδολογία συνοψίζεται με την μορφή πινάκων που αφορούν τόσο τις μεθοδολογικές συνιστώσες των αναλύσεων (δεδομένα, μεθόδους πρόβλεψης και μέτρα) όσο και τον τρόπο που αυτές συνδυάζονται.

Η θεωρητική σύγκριση περιλαμβάνει μια σειρά από 20 πειράματα προσομοίωσης. Πρόκειται για υπολογιστικά πειράματα μεγάλης κλίμακας σε καθένα από τα οποία συντίθενται 2 000 χρονοσειρές με βάση ένα, κάθε φορά διαφορετικό, μοντέλο στοχαστικής ανέλιξης για την εφαρμογή των μεθόδων σε αυτές και την μέτρηση της ποιότητας των προβλέψεων που δίνουν. Καθεμία από τις συνθετικές χρονοσειρές έχει μήκος 120 παρατηρήσεις. Ο Πίνακας 2.1 δείχνει τις προσομοιούμενες στην παρούσα εργασία στοχαστικές ανελίξεις, οι οποίες συνιστούν ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών περιπτώσεων.

Πίνακας 2.1. Προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τις προεπιλεγμένες παραμέτρους.

α/α	Μοντέλο	Παράμετροι	Χρησιμοποιούμενη συνάρτηση
1	AR(1)	$\varphi_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
2	AR(1)	$\varphi_1 = -0.7$	arima.sim {stats}
3	AR(2)	$\varphi_1 = 0.7, \varphi_2 = 0.2$	arima.sim {stats}
4	AR(2)	$\varphi_1 = -0.7, \varphi_2 = 0.2$	arima.sim {stats}
5	MA(1)	$\theta_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
6	MA(1)	$\theta_1 = -0.7$	arima.sim {stats}
7	MA(2)	$\theta_1 = 0.7, \theta_2 = 0.2$	arima.sim {stats}
8	MA(2)	$\theta_1 = -0.7, \theta_2 = 0.2$	arima.sim {stats}
9	ARMA(1,1)	$\varphi_1 = 0.7, \theta_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
10	ARMA(1,1)	$\varphi_1 = -0.7, \theta_1 = -0.7$	arima.sim {stats}
11	ARMA(2,1)	$\varphi_1 = 0.7, \varphi_2 = 0.2,$ $\theta_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
12	ARMA(2,2)	$\varphi_1 = 0.7, \varphi_2 = 0.2,$ $\theta_1 = 0.7, \theta_2 = 0.2$	arima.sim {stats}
13	ARIMA(0,1,0)		arima.sim {stats}
14	ARIMA(1,1,0)	$\varphi_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
15	ARIMA(0,1,1)	$\theta_1 = 0.7$	arima.sim {stats}
16	ARFIMA(0,0.45,0)		fracdiff.sim {fracdiff}
17	ARFIMA(2,0.45,2)	$\varphi_1 = 0.7, \varphi_2 = 0.2,$ $\theta_1 = 0.7, \theta_2 = 0.2$	fracdiff.sim {fracdiff}
18	SARIMA(0,0,0)(1,0,0) ₁₀	$\Phi_1 = 0.7$	sarima.Sim {CombMSC}
19	SARIMA(0,0,0)(0,0,1) ₁₀	$\theta_1 = 0.7$	sarima.Sim {CombMSC}
20	SARIMA(0,0,0)(2,0,2) ₁₀	$\Phi_1 = 0.7, \Phi_2 = 0.2,$ $\theta_1 = 0.7, \theta_2 = 0.2$	sarima.Sim {CombMSC}

Η εμπειρική σύγκριση περιλαμβάνει 8 υπολογιστικά πειράματα. Καθένα από τα συγκεκριμένα χρησιμοποιεί μία από τις ιστορικές χρονοσειρές που παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Οι επτά από τις συγκεκριμένες αφορούν υδρολογικές διεργασίες και η μία θερμοκρασία. Επιλέγονται γενικώς χρονοσειρές μεγάλου μήκους. Οι χρησιμοποιούμενες ιστορικές χρονοσειρές οπτικοποιούνται και η συμπεριφορά τους παρουσιάζεται μέσα από αντιπροσωπευτικά σχήματα. Για τις χρονοσειρές με ετήσιο χρονικό βήμα εκτιμάται επιπροσθέτως η παράμετρος Hurst H χρήσι της συνάρτησης mleHK του πακέτου HKprocess του R (Tyralis 2016). Η εκτίμηση μέσω της συγκεκριμένης συνάρτησης γίνεται με την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας (Tyralis and Koutsoyiannis 2011). Η παράμετρος H παίρνει τιμές στο διάστημα (0,1) και όσο μεγαλύτερη είναι τόσο μεγαλύτερη και η μακροπρόθεσμη εμμονή της στοχαστικής ανελίξης Hurst - Kolmogorov, η οποία χρησιμοποιείται συχνά για την μοντελοποίηση γεωφυσικών διεργασιών αντί του μοντέλου ARFIMA(0,d,0).

Πίνακας 2.2. Ιστορικές χρονοσειρές. Η πρώτη και οι πέντε τελευταίες είναι διαθέσιμες στον σύνδεσμο <http://datamarket.com/data/list/?q=provider:tsdl>.

α/α	Διεργασία	Περίπτωση	Παρατηρήσεις Αριθμός	Χρονικό βήμα	Πηγή
1	Απορροή ποταμού (μέση)	Ρήνος (Ελβετία), 1807 - 1956	150	Ετήσιο	Hipel and McLeod (1994)
2	Βάθος ποταμού (μέγιστο)	Νείλος, 622 - 1469	848	Ετήσιο	Koutsoyiannis (2013)
3	Βάθος ποταμού (ελάχιστο)	Νείλος, 622 - 1470	849	Ετήσιο	Koutsoyiannis (2013)
4	Θερμοκρασία (μέση)	Κεντρική Αγγλία, 1723 - 1970	248	Ετήσιο	Hipel and McLeod (1994)
5	Κατακρήμιση	Eastport ΗΠΑ, 1887 - 1950	768	Μηνιαίο	Hipel and McLeod (1994)
6	Κατακρήμιση	Φιλαδέλφεια, 1820 - 1950	131	Ετήσιο	Hipel and McLeod (1994)
7	Κατακρήμιση	Φιλαδέλφεια, 1820 - 1950	1 572	Μηνιαίο	Hipel and McLeod (1994)
8	Στάθμη λίμνης (ανώτατη από τις μέσες μηνιαίες)	Μίσιγκαν, 1860 - 1955	96	Ετήσιο	Roberts (1992)

Οι προσομοιούμενες στοχαστικές ανελιξίες και οι ιστορικές χρονοσειρές αποτελούν τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης, οι οποίες περιγράφονται στην Ενότητα 2.2. Τις ονομασίες των συγκεκριμένων αναγράφει ο Πίνακας 2.3, ο οποίος ταυτόχρονα συνοψίζει τα βασικά στοιχεία που τις αφορούν. Όπως έχει αναφερθεί, οι μέθοδοι αυτές μπορούν να χωριστούν σε δύο επιμέρους κατηγορίες, τις κλασικές στοχαστικές (19 μέθοδοι) και τις μεθόδους μηχανικής μάθησης (9 μέθοδοι).

Πίνακας 2.3. Μέθοδοι πρόβλεψης. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τον τρόπο που περιγράφεται στην Ενότητα 2.2.

α/α	Ονομασία	Κατηγορία	Χρησιμοποιούμενες Συναρτήσεις
1	Naive	Κλασικές	naive {forecast}
2	SNaive		snaive {forecast}
3	ARIMA_f		arima {stats}, forecast {forecast}
4	ARIMA_s		arima {stats}, simulate {stats}
5	auto_ARIMA_f		auto.arima {stats}, forecast {forecast}
6	auto_ARIMA_s		auto.arima {stats}, simulate {stats}
7	auto_ARFIMA		arfima {forecast}, forecast {forecast}
8	SARIMA_f		arima {stats}, forecast {forecast}
9	SARIMA_s		arima {stats}, simulate {stats}
10	auto_SARIMA_f		auto.arima {stats}, forecast {forecast}
11	auto_SARIMA_s		auto.arima {stats}, simulate {stats}
12	BATS		bats {forecast}, forecast {forecast}
13	SBATS		bats {forecast}, forecast {forecast}
14	ETS_f		ets {forecast}, forecast {forecast}
15	ETS_s		ets {forecast}, simulate {stats}
16	Holt		holt {forecast}
17	RW		rwf {forecast}
18	SES		ses {forecast}
19	Theta		thetaf {forecast}
20	NN_1	Μηχανικής μάθησης	acf {stats}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
21	NN_2		acf {stats}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
22	NN_3		nnetar {forecast}, forecast {forecast}
23	SVM_1		acf {stats}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
24	SVM_2		acf {stats}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
25	SVM_3		acf {stats}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
26	SVM_4		nnetar {forecast}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
27	SVM_5		nnetar {forecast}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}
28	SVM_6		nnetar {forecast}, CasesSeries {rminer}, fit {rminer}, lforecast {rminer}

Αναλόγως με τον τρόπο κατασκευής τους οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται ή όχι πάνω σε εποχιακά ή/και μη εποχιακά δεδομένα και άρα στα αντίστοιχα υπολογιστικά πειράματα της εργασίας. Την σχετική πληροφορία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.4.

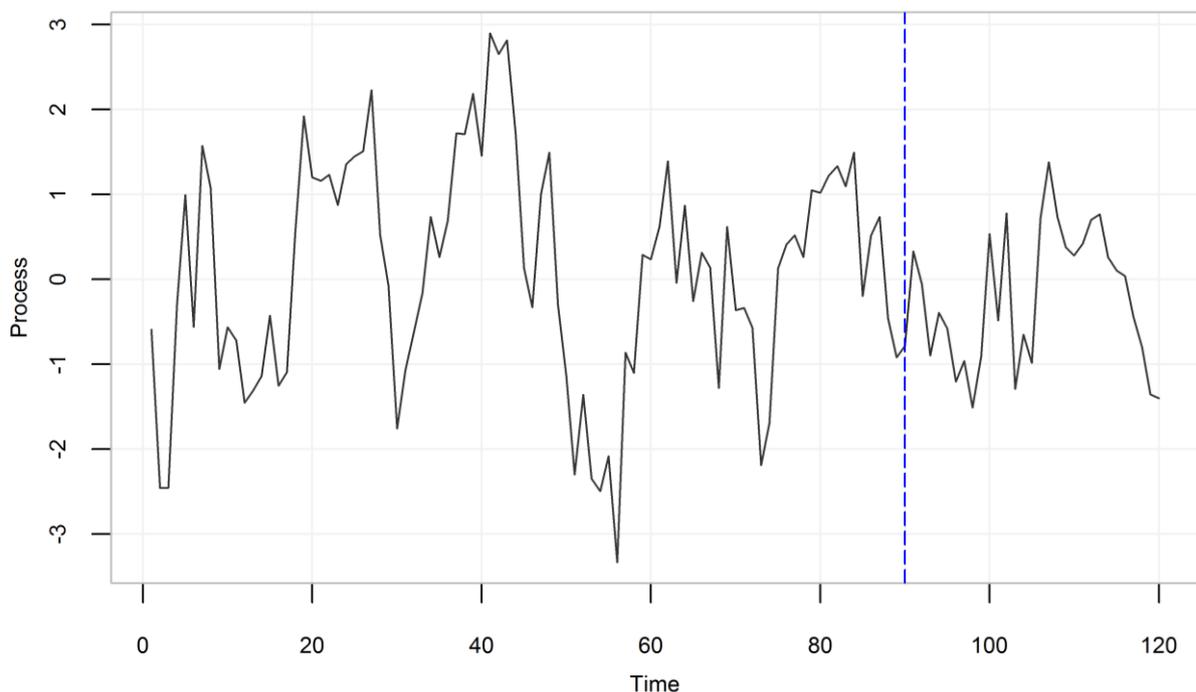
Πίνακας 2.4. Χρήση μεθόδων πρόβλεψης στα δεδομένα.

Μέθοδος Πρόβλεψης	Προσομοιούμενες στοχαστικές ανελιξίξεις				Ιστορικές χρονοσειρές	
	ARMA	ARIMA	ARFIMA	SARIMA	με ετήσιο χρονικό βήμα	με μηνιαίο χρονικό βήμα
Naive	✓	✓	✓	x	✓	x
SNaive	x	x	x	✓	x	✓
ARIMA_f	✓	✓	x	x	x	x
ARIMA_s	✓	✓	x	x	x	x
auto_ARIMA_f	✓	✓	x	x	x	x
auto_ARIMA_s	✓	✓	x	x	x	x
auto_ARFIMA	x	x	✓	x	✓	x
SARIMA_f	x	x	x	✓	x	✓
SARIMA_s	x	x	x	✓	x	✓
auto_SARIMA_f	x	x	x	✓	x	✓
auto_SARIMA_s	x	x	x	✓	x	✓
BATS	✓	✓	✓	x	✓	x
SBATS	x	x	x	✓	x	✓
ETS_f	✓	✓	✓	✓	✓	✓
ETS_s	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Holt	✓	✓	✓	✓	✓	✓
RW	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SES	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Theta	✓	✓	✓	✓	✓	✓
NN_1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
NN_2	✓	✓	✓	✓	✓	✓
NN_3	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_1	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_2	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_3	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_4	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_5	✓	✓	✓	✓	✓	✓
SVM_6	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Η εφαρμογή κλασικών στοχαστικών μεθόδων με σκοπό την αξιολόγηση τους συστήνεται να περιλαμβάνει δύο φάσεις, την φάση της εκπαίδευσης των μοντέλων πάνω σε ένα σύνολο δεδομένων εκπαίδευσης (training set) και την φάση της δοκιμής, η οποία ακολουθεί την προαναφερθείσα. Η δοκιμή γίνεται κατά κανόνα σε ανεξάρτητο σύνολο δεδομένων, το σύνολο δεδομένων δοκιμής (test set), και βάσει αυτής αξιολογούνται οι εκάστοτε μέθοδοι. Στο συγκεκριμένο πλαίσιο, τα παραπάνω σύνολα δεδομένων προκύπτουν μέσω του χωρισμού μιας χρονοσειράς σε δύο τμήματα κατάλληλου μεγέθους (Hyndman and Athanasopoulos 2013) ή εναλλακτικά αξιοποιώντας για έκαστο εξ αυτών

μία ή περισσότερες χρονοσειρές της υπό διερεύνηση διεργασίας, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στην εργασία των Pai and Hong (2007).

Στην παρούσα εργασία υιοθετείται ο πρώτος τρόπος που είναι και ο συνηθέστερος. Συγκεκριμένα, καθεμία από τις συντιθέμενες χρονοσειρές χωρίζεται σε δύο τμήματα 90 και 30 παρατηρήσεων για τις φάσεις της εκπαίδευσης και της δοκιμής αντίστοιχα, ικανοποιώντας την αναλογία 3:1, η οποία είναι μία από τις συστηνόμενες στην βιβλιογραφία. Άλλη συστηνόμενη αναλογία είναι η 4:1 (Hyndman and Athanassopoulos 2013). Η εν λόγω διαίρεση δείχνεται στο Σχήμα 2.40 για μία συνθετική χρονοσειρά που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



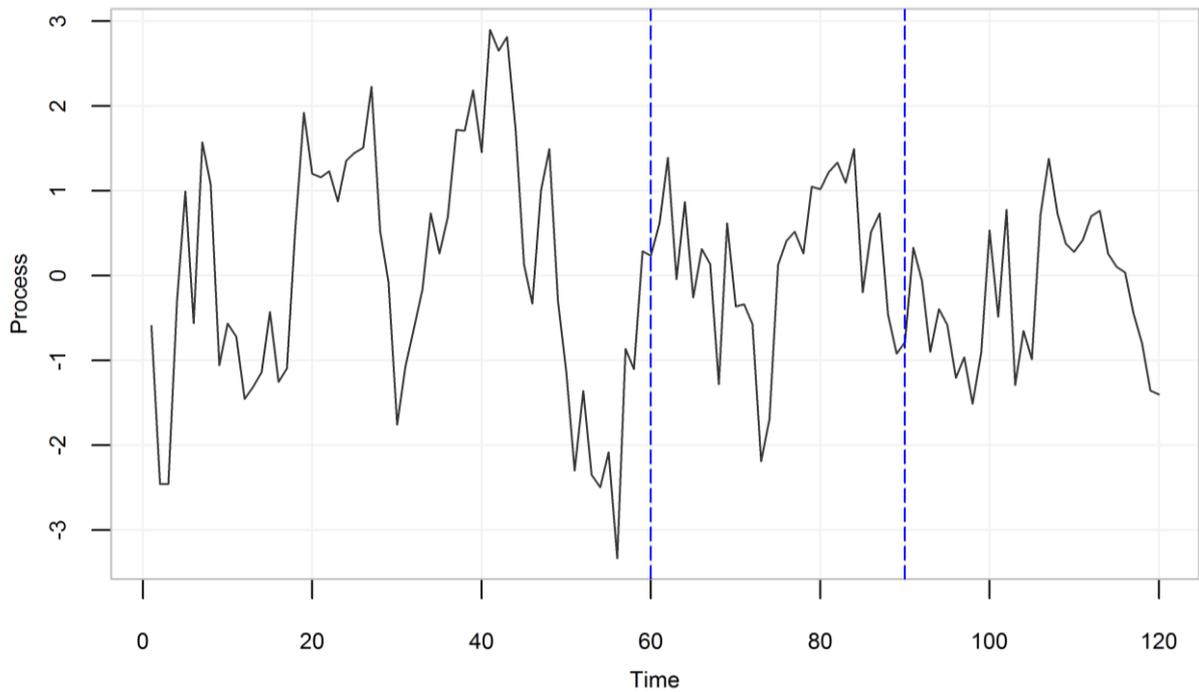
Σχήμα 2.40. Χωρισμός συνθετικής χρονοσειράς 120 παρατηρήσεων που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με θετική την παράμετρο ϕ_1 σε δύο τμήματα 90 και 30 παρατηρήσεων για εφαρμογή των στοχαστικών μεθόδων.

Όσον αφορά τις ιστορικές χρονοσειρές, στις συγκεκριμένες ο χωρισμός των εν λόγω συνόλων δεν γίνεται σύμφωνα με κάποια αναλογία, αλλά ορίζεται η χρονοσειρά δοκιμής να είναι οι τελευταίες 30 παρατηρήσεις για τις χρονοσειρές με ετήσιο χρονικό βήμα και οι παρατηρήσεις των τελευταίων 3 ετών (36 παρατηρήσεις) για τις χρονοσειρές με μηνιαίο χρονικό βήμα. Άλλωστε, δοκιμές για μεγαλύτερους από τους συγκεκριμένους χρονικούς ορίζοντες πρόβλεψης έχουν μικρό πρακτικό ενδιαφέρον.

Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης εφαρμόζονται ιδανικά σε τέσσερις φάσεις. Στην πρώτη εκπαιδεύονται πάνω στην ίδια πληροφορία διάφορα μοντέλα, τα οποία βασίζονται μεν

στον ίδιο αλγόριθμο, διαφέρουν δε ως προς τις υπερπαραμέτρους του συγκεκριμένου αλγορίθμου. Τα εκπαιδευμένα μοντέλα δοκιμάζονται στην συνέχεια στην πρόβλεψη ενός άλλου συνόλου δεδομένων, το οποίο καλείται σύνολο δεδομένων επικύρωσης (validation set). Από την σύγκριση αυτή προκύπτει ένα μοντέλο με το μικρότερο σφάλμα πρόβλεψης με βάση κάποιο μέτρο, συνήθως το RMSE. Η συγκεκριμένη διαδικασία βελτιστοποίησης ως προς τις υπερπαραμέτρους των μοντέλων μηχανικής μάθησης συστήνεται για τον περιορισμό της υπερπροσαρμογής των μοντέλων (Prechelt 1998). Η τελευταία είναι εξίσου μη επιθυμητή με την κακή προσαρμογή. Στην τρίτη φάση ένα νέο μοντέλο με ίδιες υπερπαραμέτρους με αυτές του μοντέλου - νικητή της δεύτερης φάσης προσαρμόζει τις παραμέτρους του στο σύνολο της πληροφορίας που χρησιμοποιείται στις πρώτες δύο φάσεις, δηλαδή στο σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης και το σύνολο δεδομένων επικύρωσης μαζί. Το μοντέλο που προκύπτει δοκιμάζεται στην τελευταία φάση στην πληροφορία που προορίζεται για τον συγκεκριμένο σκοπό.

Αυτός είναι και ο τρόπος με τον οποίο εφαρμόζονται οι μέθοδοι πρόβλεψης της παρούσας εργασίας. Στο συγκεκριμένο πλαίσιο το πρώτο τμήμα των χρονοσειρών, όπως αυτό έχει οριστεί για τις δοκιμές που αφορούν τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους, χωρίζεται σε δύο τμήματα, βάσει της αναλογίας 2:1, ώστε η χρονοσειρά εκπαίδευσης (για την πρώτη φάση) να είναι διπλάσιου μήκους από την χρονοσειρά επικύρωσης (για τη δεύτερη φάση). Έτσι, η εκπαίδευση των μοντέλων μηχανικής μάθησης, οι υπερπαραμέτροι των οποίων είναι πλέον οι βέλτιστες για τα εκάστοτε δεδομένα, γίνεται με βάση την ίδια χρονοσειρά που χρησιμοποιείται και για την εκπαίδευση των μοντέλων των κλασικών στοχαστικών μεθόδων, ενώ και οι δοκιμές που διενεργούνται στη συνέχεια για το σύνολο των μεθόδων χρησιμοποιούν ως δεδομένα - στόχο την ίδια πληροφορία. Ο χωρισμός σε τρία τμήματα για μια προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ φαίνεται στο Σχήμα 2.41.



Σχήμα 2.41. Χωρισμός συνθετικής χρονοσειράς 120 παρατηρήσεων που προκύπτει από προσομοίωση της στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με θετική την παράμετρο φ_1 σε τρία τμήματα 60, 30 και 30 παρατηρήσεων για εφαρμογή των μεθόδων μηχανικής μάθησης.

Από την εφαρμογή των μεθόδων προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων. Για την σύγκριση των συγκεκριμένων χρονοσειρών με τις χρονοσειρές - στόχους, δηλαδή τις χρονοσειρές δοκιμών, και κατά επέκταση την συναξιολόγηση των μεθόδων, η οποία είναι το ζητούμενο της εργασίας, χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές οπτικοποίησης στο πλαίσιο μιας διερευνητικής (πολυδιάστατης) ανάλυσης δεδομένων. Καταρχάς, οπτικοποιούνται τα αποτελέσματα των δοκιμών με στόχο την απόκτηση μιας αδρομερούς εικόνας για την επίδοση των μεθόδων, η οποία αναμένεται να αποδειχθεί σημαντική κατά τη διάρκεια της κυρίως σύγκρισης. Η τελευταία λαμβάνει χώρα με βάση τις τιμές που λαμβάνουν 22 μέτρα, για τα οποία γίνεται ειδική αναφορά στην Ενότητα 2.3. Καθένα από αυτά παρέχει ποσοτικοποίηση της ποιότητας των προβλέψεων ως προς συγκεκριμένο ή συγκεκριμένα κριτήρια. Ο Πίνακας 2.5 συγκεντρώνει ορισμένα σημαντικά στοιχεία που αφορούν τα εν λόγω μέτρα.

Πίνακας 2.5. Μέτρα. Τα μέτρα ορίζονται και σχολιάζονται στην Ενότητα 2.3. Οι συναρτήσεις χρησιμοποιούνται με τον τρόπο που περιγράφεται στην τελευταία.

α/α	Ονομασία	Επιθυμητές ιδιότητες που (συν)αξιολογούνται	Χρησιμοποιούμενη συνάρτηση
1	ME	Αμεροληψία	gof {hydroGOF}
2	MAE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
3	MPE	Αμεροληψία	accuracy {forecast}
4	MAPE	Ακρίβεια	accuracy {forecast}
5	MSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
6	RMSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
7	nRMSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
8	PBias	Αμεροληψία	gof {hydroGOF}
9	rSR	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
10	rSD	Αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση	gof {hydroGOF}
11	NSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
12	mNSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
13	rNSE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
14	d	Ακρίβεια, αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση	gof {hydroGOF}
15	md	Ακρίβεια, αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση	gof {hydroGOF}
16	rd	Ακρίβεια, αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση	gof {hydroGOF}
17	cp	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}
18	Pr	Συσχέτιση	gof {hydroGOF}
19	R2	Συσχέτιση	gof {hydroGOF}
20	bR2	Συσχέτιση	gof {hydroGOF}
21	KGE	Αμεροληψία ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, συσχέτιση	gof {hydroGOF}
22	VE	Ακρίβεια	gof {hydroGOF}

Οι τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα αυτά για τις προβλέψεις σε σχέση με τις τιμές - στόχους υπολογίζονται για κάθε δοκιμή. Στην περίπτωση των ιστορικών χρονοσειρών οι μέθοδοι συγκρίνονται απευθείας με βάση την (μία) τιμή που λαμβάνει κάθε μέτρο για αυτές, ενώ στην περίπτωση των συνθετικών χρονοσειρών η σύγκριση βασίζεται στις κατανομές των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα για κάθε μέθοδο ή στις τιμές που λαμβάνουν τα στατιστικά περιγραφικά μέτρα που αφορούν τις κατανομές αυτές. Για την σύγκριση των μεθόδων η πληροφορία που δίνουν τα μέτρα οργανώνεται και παρουσιάζεται μέσα από κατάλληλα σχήματα, ενώ οι τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα συναξιολογούνται για τις διάφορες μεθόδους με βάση τα στοιχεία που παρουσιάζει ο Πίνακας 2.6. Για την στατιστική ανάλυση και την οπτικοποίηση χρησιμοποιούνται

ενσωματωμένες συναρτήσεις του R, καθώς και τα πακέτα ggExtra (Attali 2016), ggplot2 (Wickham 2009) και EnvStats (Millard 2013) του R.

Πίνακας 2.6. Χρήση μέτρων στην συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης. Τα μέτρα ορίζονται και σχολιάζονται στην Ενότητα 2.3.

Μέτρο	Εύρος τιμών	Βέλτιστη τιμή	Συνθήκη σύγκρισης (επιθυμητό)
ME	$(-\infty, +\infty)$	0	μικρότερο $ ME $
MAE	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο MAE
MPE	$(-\infty, +\infty)$	0	μικρότερο $ MPE $
MAPE	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο MAPE
MSE	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο MSE
RMSE	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο RMSE
nRMSE	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο nRMSE
PBias	$(-\infty, +\infty)$	0	μικρότερο $ PBias $
rSR	$[0, +\infty)$	0	μικρότερο rSR
rSD	$[0, +\infty)$	1	μεγαλύτερο $\min\{rSD, 1/rSD\}$
NSE	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο NSE
mNSE	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο mNSE
rNSE	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο rNSE
d	$[0, 1]$	1	μεγαλύτερο d
md	$[0, 1]$	1	μεγαλύτερο md
rd	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο rd
cp	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο cp
Pr	$[-1, 1]$	1	μεγαλύτερο Pr
R2	$[0, 1]$	1	μεγαλύτερο R2
bR2	$[0, 1]$	1	μεγαλύτερο bR2
KGE	$(-\infty, 1]$	1	μεγαλύτερο KGE
VE	$(-\infty, +\infty)$	1	μικρότερο $ VE - 1 $

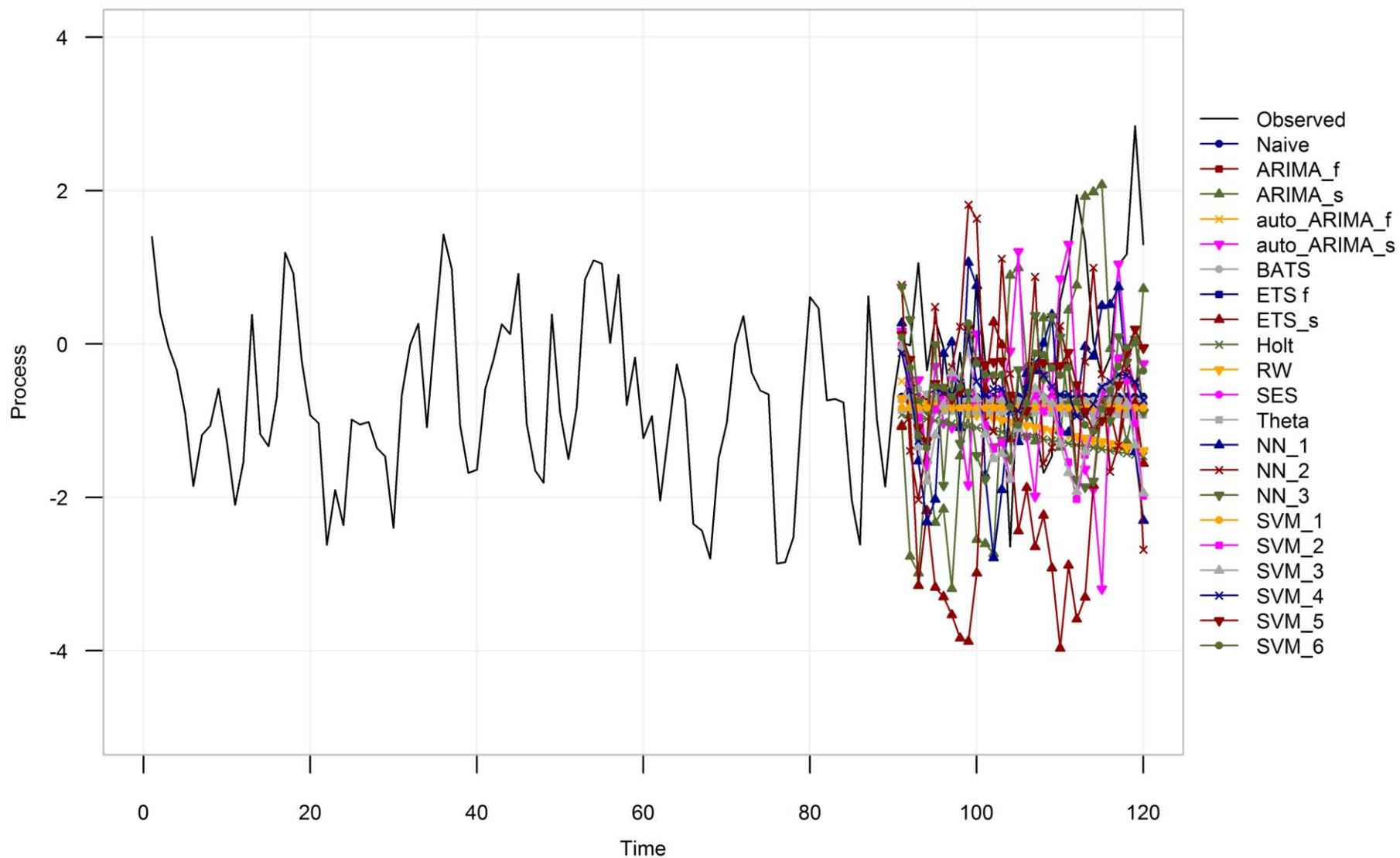
3. Θεωρητική σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης

3.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARMA(p,q)$

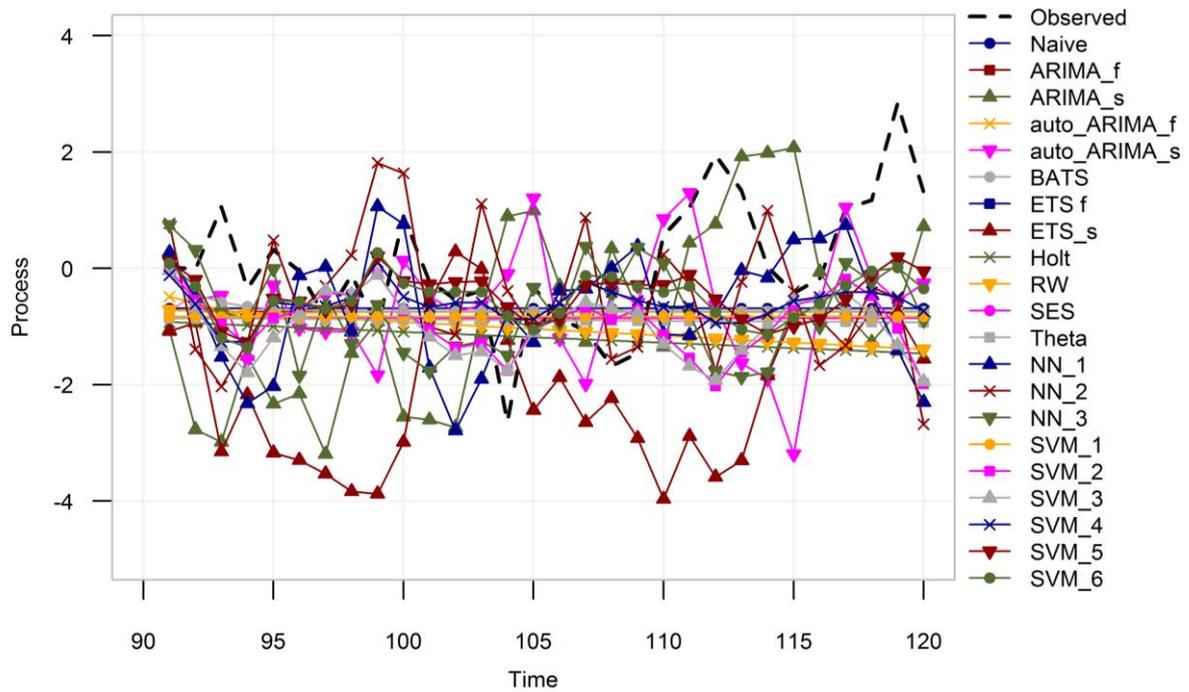
Στην Ενότητα 3.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων προσομοίωσης στοχαστικών ανελίξεων $ARMA(p,q)$ που πραγματοποιούνται με σκοπό την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης. Η παρουσίαση γίνεται με αναλυτικότερο τρόπο για την εφαρμογή των μεθόδων στις συνθετικές χρονοσειρές που προκύπτουν από προσομοίωση της στοχαστικής ανελίξης $AR(1)$ με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ (Ενότητα 3.1.1), ώστε παράλληλα να αποσαφηνιστούν επιμέρους στοιχεία του μεθοδολογικού πλαισίου, τα οποία αφορούν τις στατιστικές αναλύσεις και τον τρόπο οπτικοποίησης των αποτελεσμάτων εκάστου πειράματος προσομοίωσης. Το συγκεκριμένο πλαίσιο υποστηρίζει την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων, καθώς προσφέρει πολύπλευρη απεικόνιση της πληροφορίας που παρέχουν οι πραγματοποιούμενες δοκιμές. Τελικά, η πληροφορία που προκύπτει από κάθε πείραμα συνοψίζεται σε πολύ περιεκτικά σχήματα, η σύνταξη των οποίων χαρακτηρίζεται από συνέπεια, καθώς βασίζεται σε συγκεκριμένο αλγόριθμο που υιοθετήθηκε για τον εν λόγω σκοπό. Η πληροφορία στα σχήματα αυτά δίνεται ποιοτικά και όχι ποσοτικά, γεγονός που τα καθιστά ιδιαίτερος εύχρηστα. Μέσω τέτοιων περιεκτικών σχημάτων αποκλειστικά παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων προσομοίωσης των Ενότητων 3.1.2 έως 3.1.12.

3.1.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις $AR(1)$ με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$

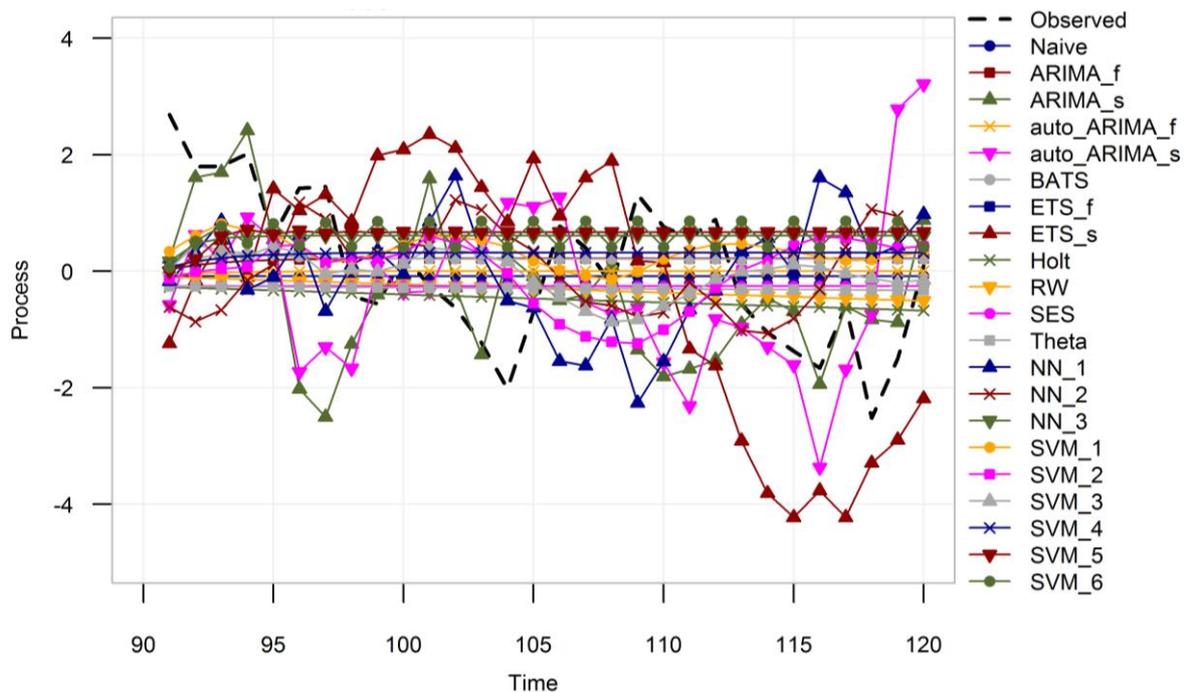
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται σε 2 000 προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $AR(1)$ με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Από την εφαρμογή αυτή προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με τις αντίστοιχες τους χρονοσειρές - στόχους. Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων με βάση διάφορα κριτήρια που ενδεχομένως μπορεί να θέσει. Η συγκεκριμένη οπτική παρατήρηση των προβλέψεων παρουσιάζει περισσότερο ενδιαφέρον, όταν οι προβλέψεις δείχνονται πάνω στην πλήρη χρονοσειρά (βλ. Σχήμα 3.1), ενώ διευκολύνεται ιδιαίτερα από σχήματα, όπως το Σχήμα 3.2 έως το Σχήμα 3.5.



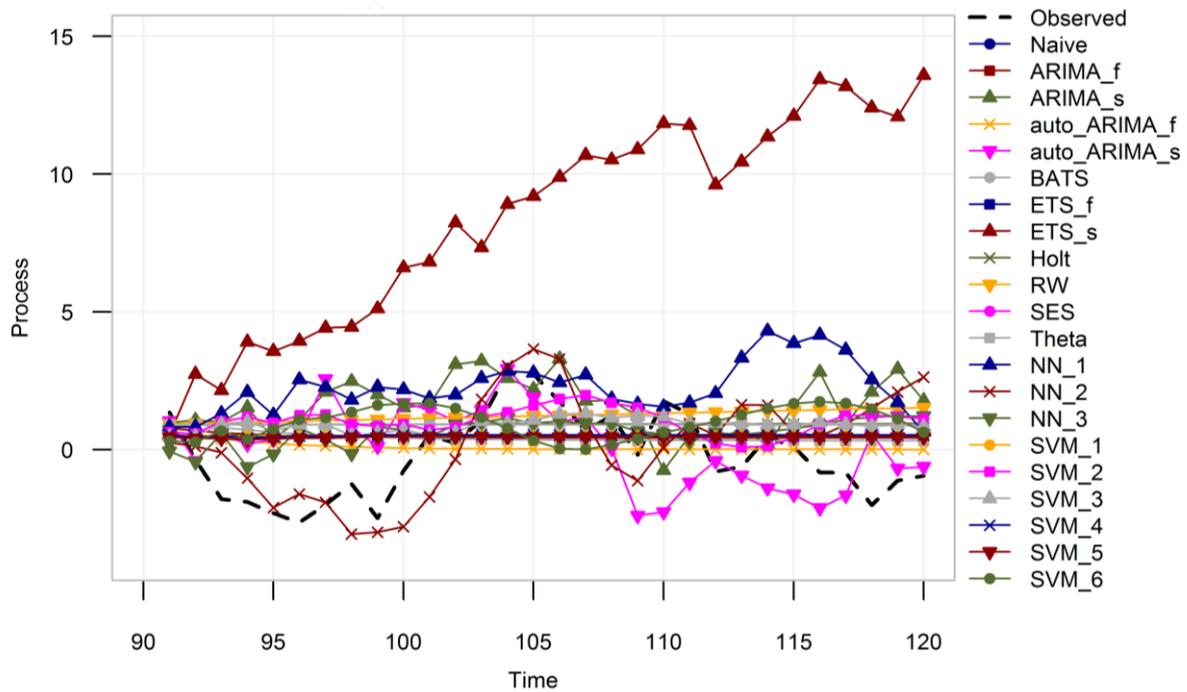
Σχήμα 3.1. Προσομοιωμένη στοχαστική ανέλιξη AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$ και προβλέψεις για την εξέλιξη της.



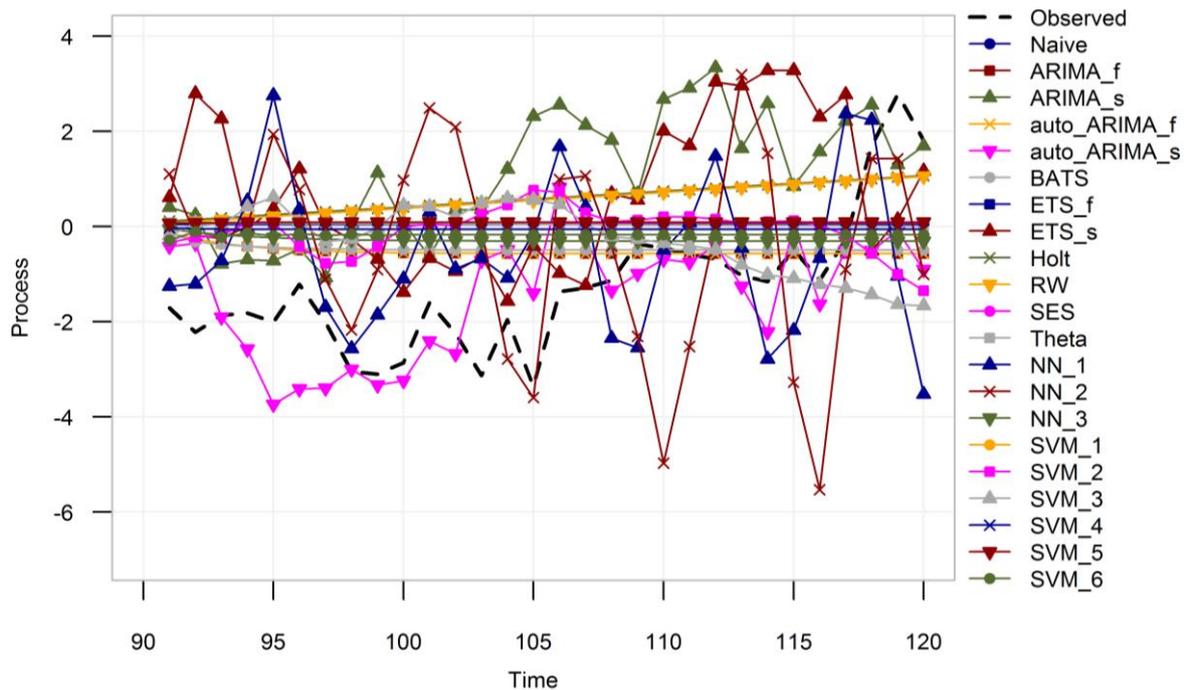
Σχήμα 3.2. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Λεπτομέρεια από το Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.3. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



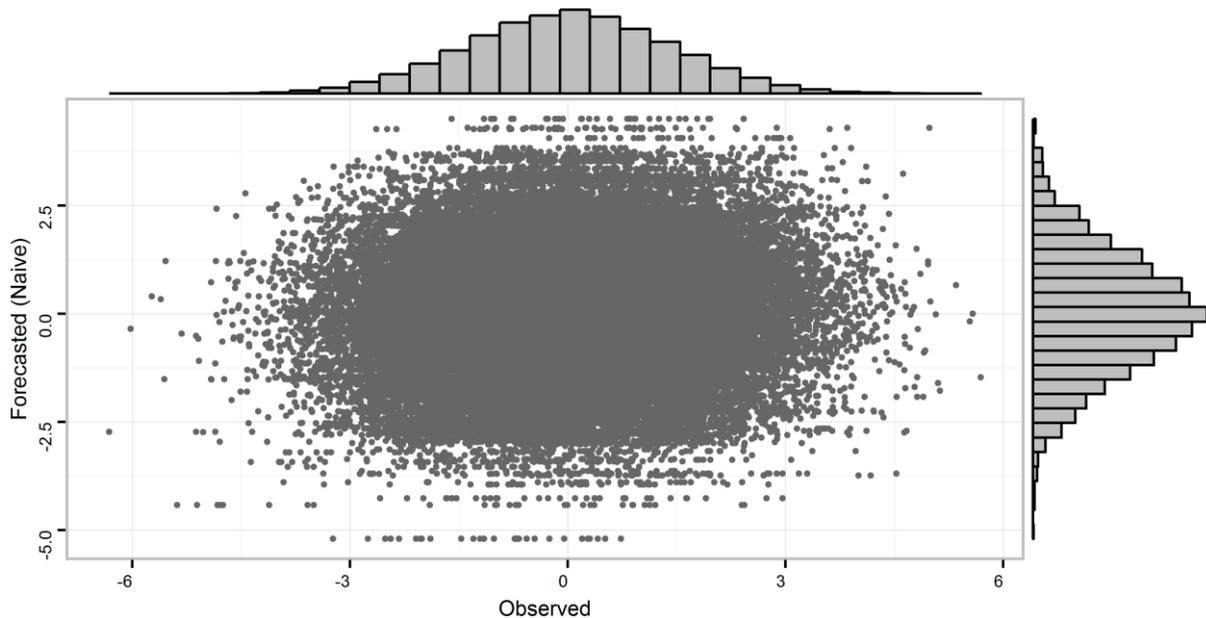
Σχήμα 3.4. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



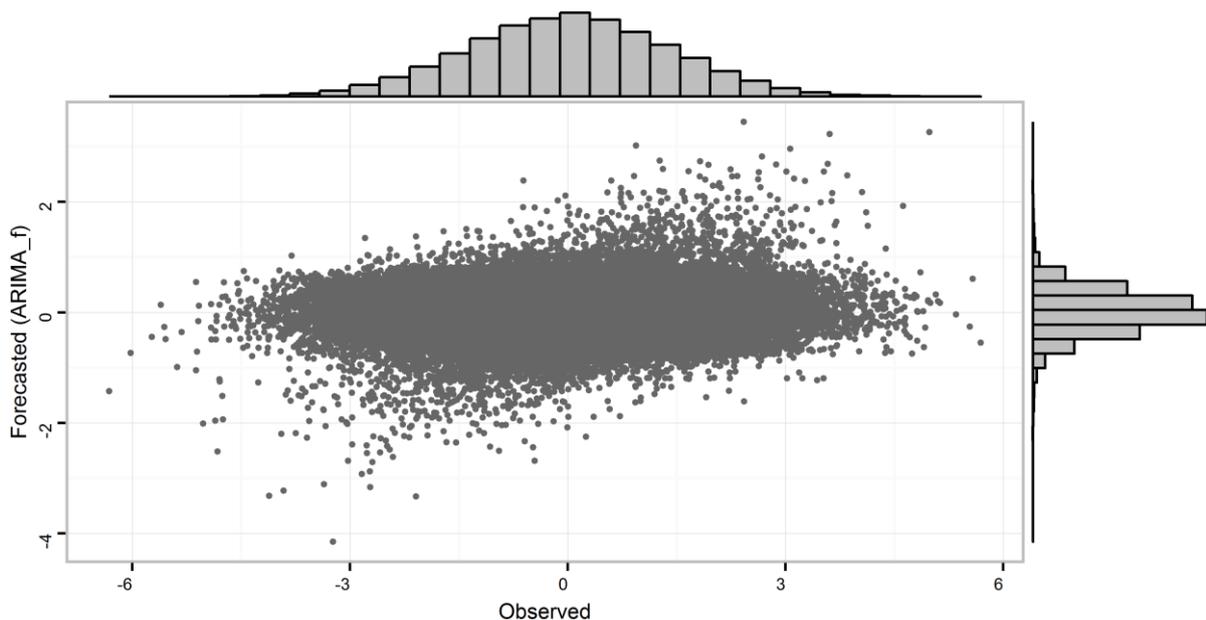
Σχήμα 3.5. Προβλέψεις για την εξέλιξη προσομοιωμένης στοχαστικής ανέλιξης AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.

Καταρτίζονται ακόμη διαγράμματα με σκοπό να διερευνηθεί η ύπαρξη κάποιας σχέσης ανάμεσα στο σύνολο των προβλεπόμενων τιμών που προκύπτουν από κάποια μέθοδο και στις αντίστοιχες τιμές - στόχους, όπως αυτά που δείχνονται στην συνέχεια (Σχήμα 3.6 έως Σχήμα 3.12). Πέραν της εικόνας που αποκτά κανείς με την βοήθεια των συγκεκριμένων διαγραμμάτων για την ύπαρξη ή όχι κάποιας ισχυρής συσχέτισης

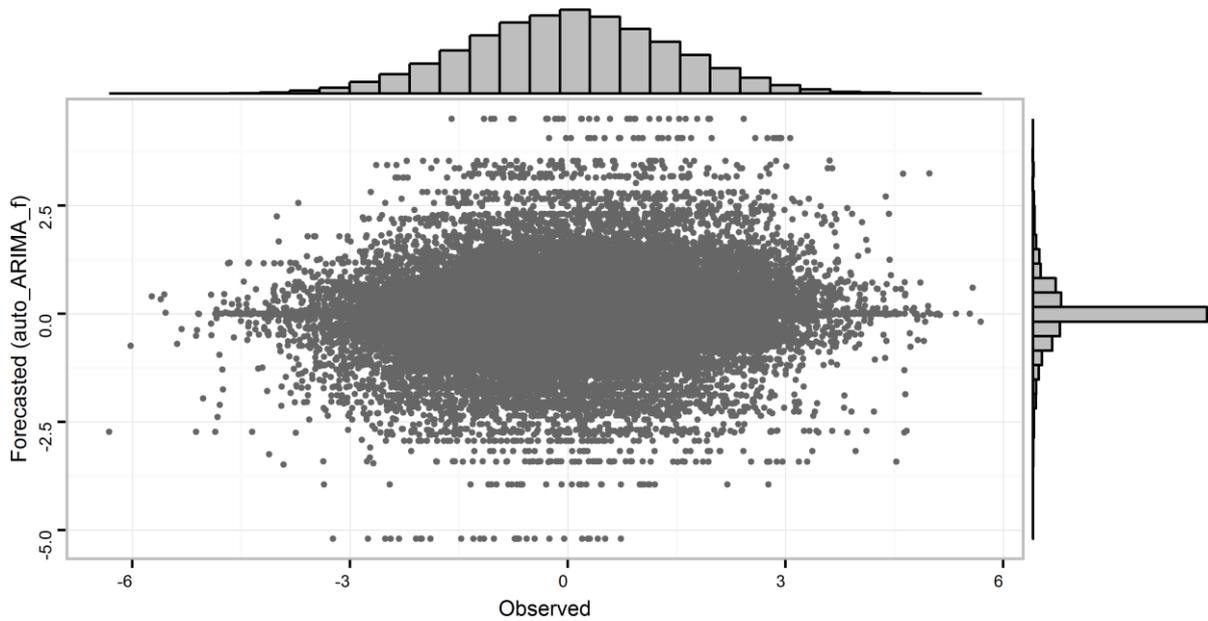
ανάμεσα στις προβλέψεις και τις παρατηρήσεις αναμενόμενα, μπορεί επίσης να αποφανθεί για ορισμένα βασικά στοιχεία για τις αντίστοιχες συνολικές κατανομές με βάση τους άξονες συμμετρίας και την κατά τόπους πυκνότητα του εικονιζόμενου νέφους, αλλά και να εντοπίσει τυχόν έκτροπες τιμές στις προβλέψεις ή ακόμη να διερευνήσει την επίδοση των συγκεκριμένων μεθόδων ως προς την πρόβλεψη των μακρινών από την μέση τιμή παρατηρήσεων σε σύγκριση με την συνολική τους επίδοση.



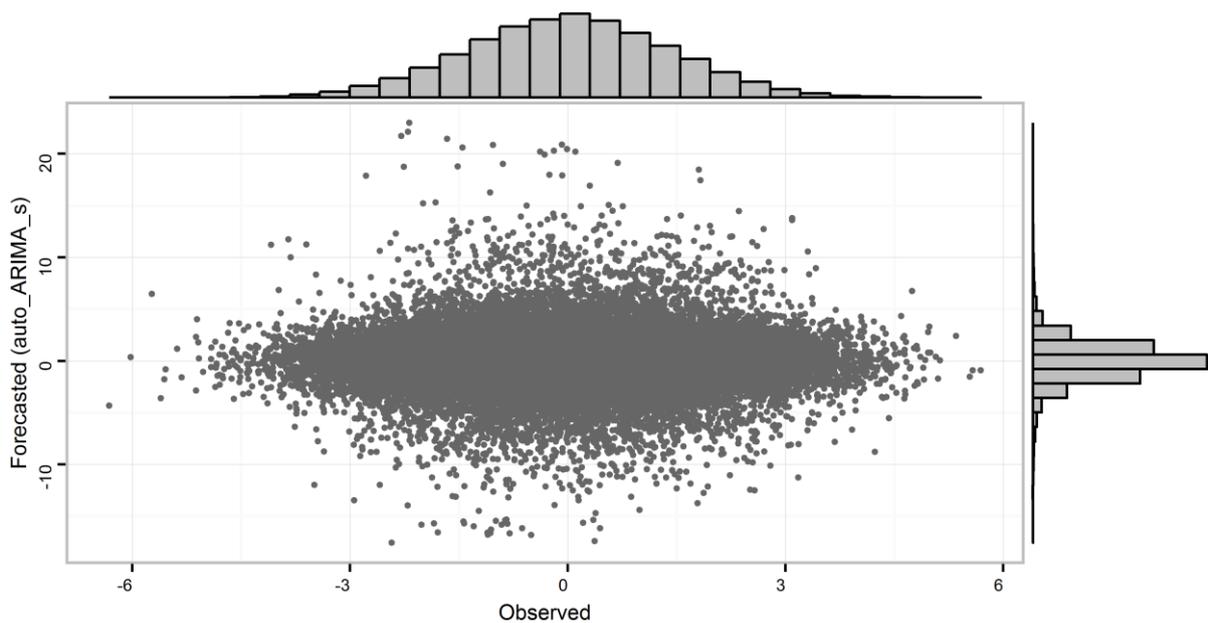
Σχήμα 3.6. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου Naive σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



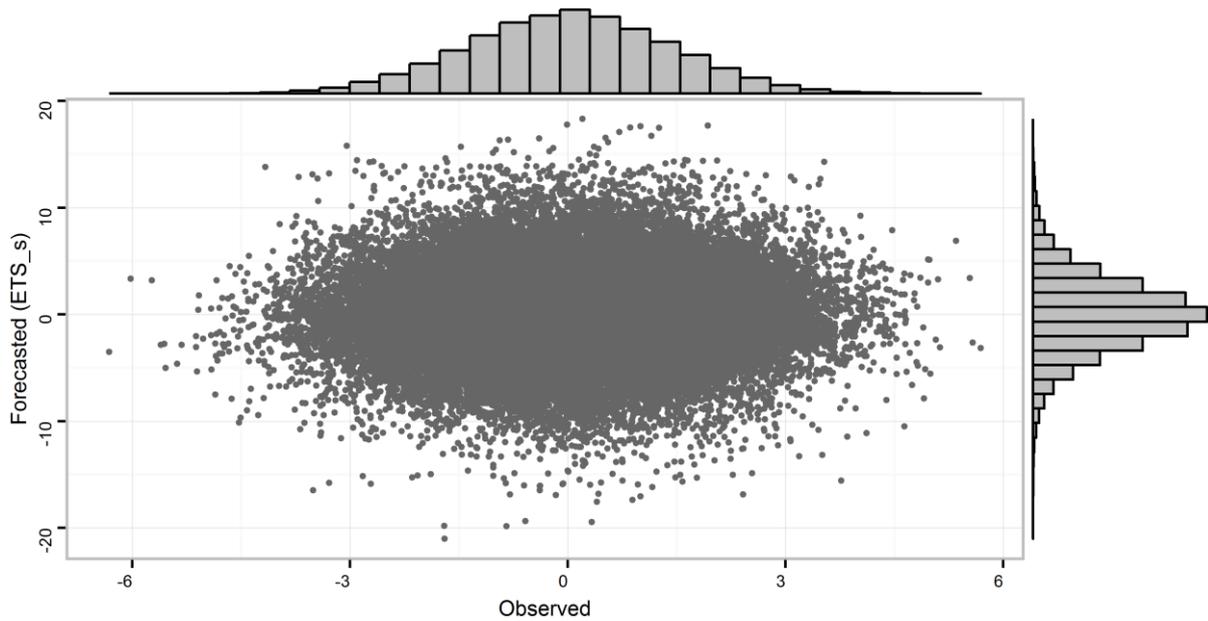
Σχήμα 3.7. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου ARIMA_f σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



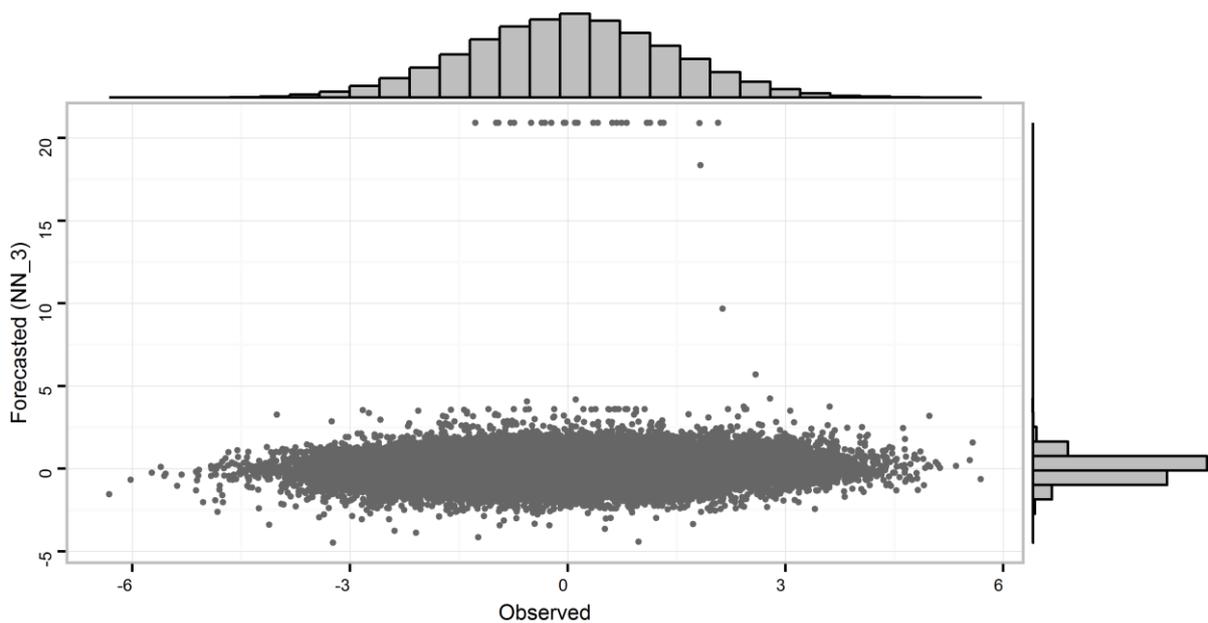
Σχήμα 3.8. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου `auto_ARFIMA_f` σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



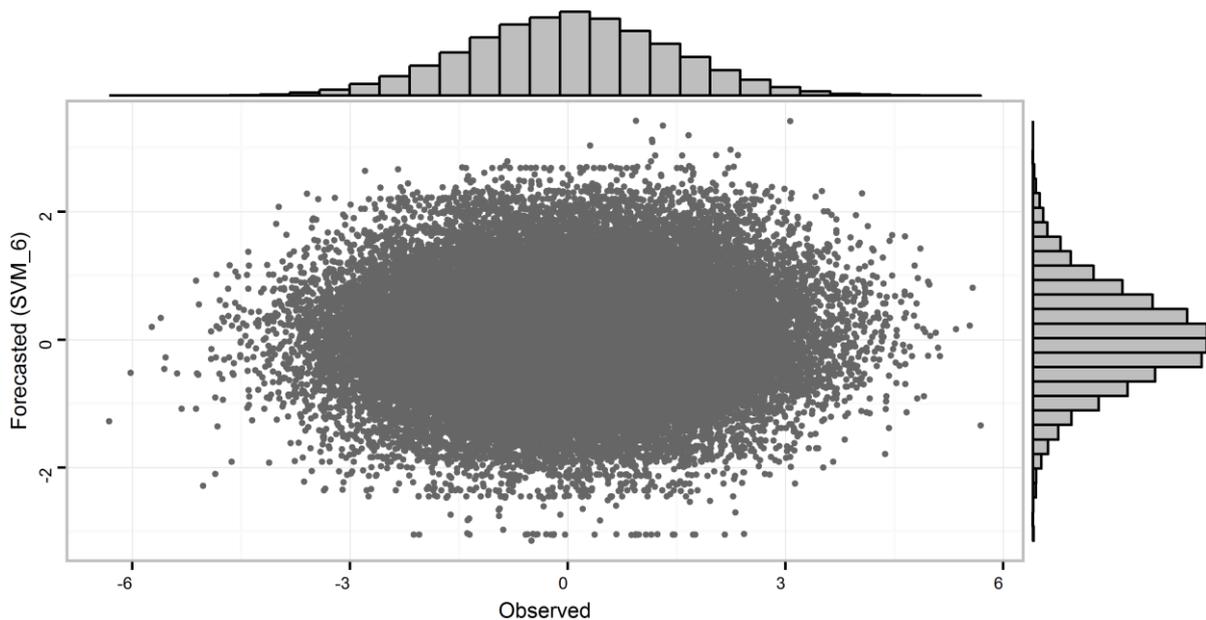
Σχήμα 3.9. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου `auto_ARFIMA_s` σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



Σχήμα 3.10. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου ETS_s σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



Σχήμα 3.11. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου NN_3 σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



Σχήμα 3.12. Προβλεπόμενες τιμές χρήσει της μεθόδου SVM_6 σε σχέση με τις παρατηρούμενες για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.

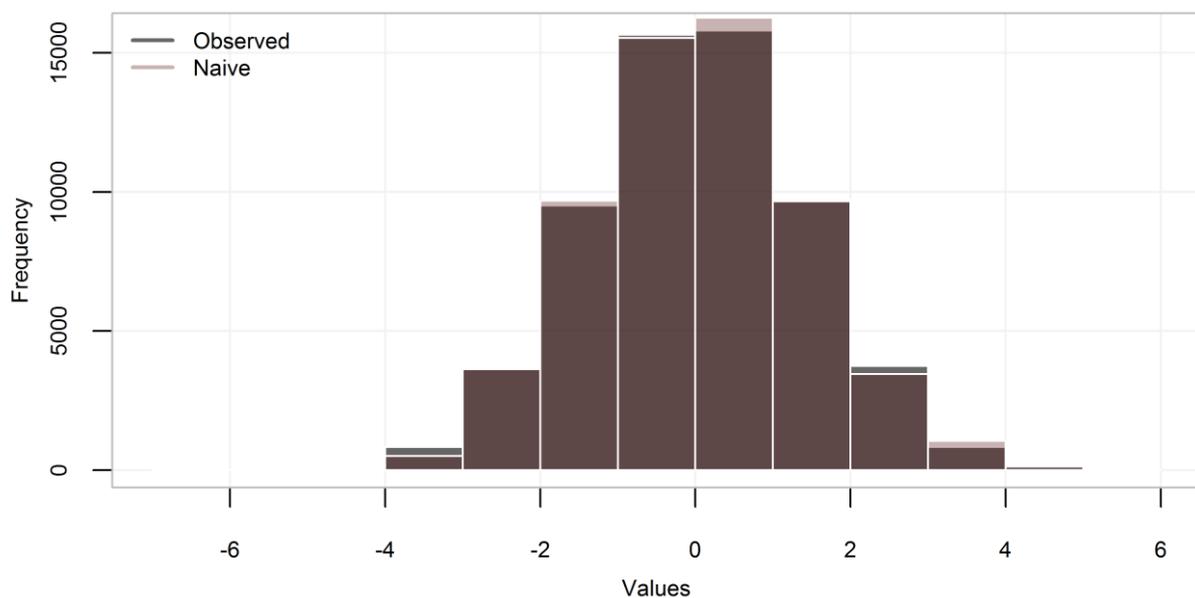
Όπως γίνεται αντιληπτό από τα διαγράμματα συσχέτισης που παρατίθενται σε γενικές γραμμές δεν φαίνεται να υπάρχει κάποια ισχυρή αναμενόμενη συσχέτιση ανάμεσα σε προβλεπόμενες και παρατηρούμενες τιμές για τα αποτελέσματα των δοκιμών που εξετάζονται. Το ίδιο ισχύει και για τα υπόλοιπα διαγράμματα συσχέτισης που καταρτίζονται για το συγκεκριμένο πείραμα προσομοίωσης.

Στο Σχήμα 3.11 που αφορά τις δοκιμές με την μέθοδο NN_3 μπορεί κανείς να εντοπίσει ορισμένες απομακρυσμένες από το νέφος τιμές κατά την κατακόρυφη έννοια και να εικάσει ότι πρόκειται για μια εξαιρετικά άστοχη χρονοσειρά πρόβλεψης. Οι άστοχες προβλέψεις είναι συχνότερες για τις μεθόδους auto_ARIMA_s (Σχήμα 3.9) και ETS_s (Σχήμα 3.10), καθώς τα αντίστοιχα νέφη παρουσιάζουν μεγαλύτερη εξάπλωση στον κατακόρυφο άξονα σε σχέση από την εξάπλωση στον οριζόντιο. Στην περίπτωση της μεθόδου auto_ARIMA_s η κατανομή των προβλέψεων παρουσιάζεται περισσότερο συγκεντρωμένη στο κέντρο του νέφους (θετική κυρτότητα), ενώ στην περίπτωση της μεθόδου ETS_s η κατανομή πλησιάζει περισσότερο στην κανονική.

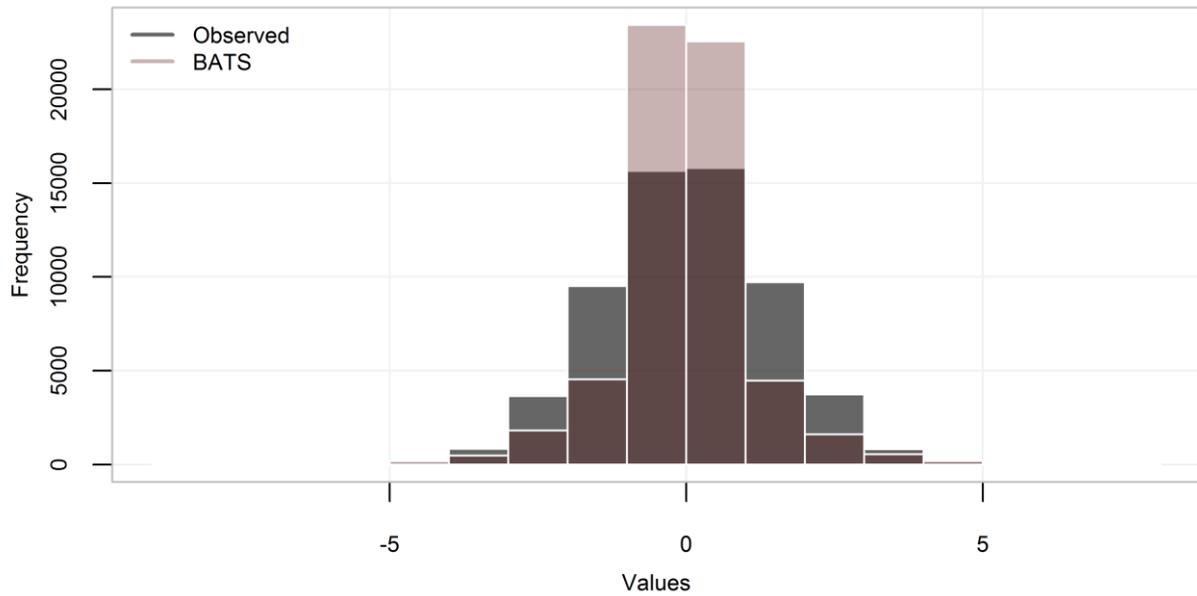
Στις περιπτώσεις των μεθόδων ARIMA_f, auto_ARIMA_f και SVM_6, που δείχνονται στο Σχήμα 3.7, στο Σχήμα 3.8 και στο Σχήμα 3.12 αντίστοιχα, τα νέφη εμφανίζονται περισσότερο συγκεντρωμένα κατά την κατακόρυφη έννοια, γεγονός που σημαίνει πως οι προβλέψεις είναι συχνότερα μικρότερες κατά απόλυτη τιμή από τις αντίστοιχες τους παρατηρήσεις. Για την μέθοδο auto_ARIMA_f παρατηρείται μεγαλύτερη συγκέντρωση

γύρω από τον οριζόντιο άξονα, γεγονός που αποτυπώνεται και στην αντίστοιχη κατανομή, η οποία παρουσιάζει εξαιρετικά αυξημένη κυρτότητα. Τέλος, για την μέθοδο Naive, η συνολική επίδοση της οποίας διερευνάται σε γενικές γραμμές στο Σχήμα 3.6, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ένα περισσότερο συμμετρικό νέφος με μικρή διαφορά στην εξάπλωση κατά τους δύο άξονες.

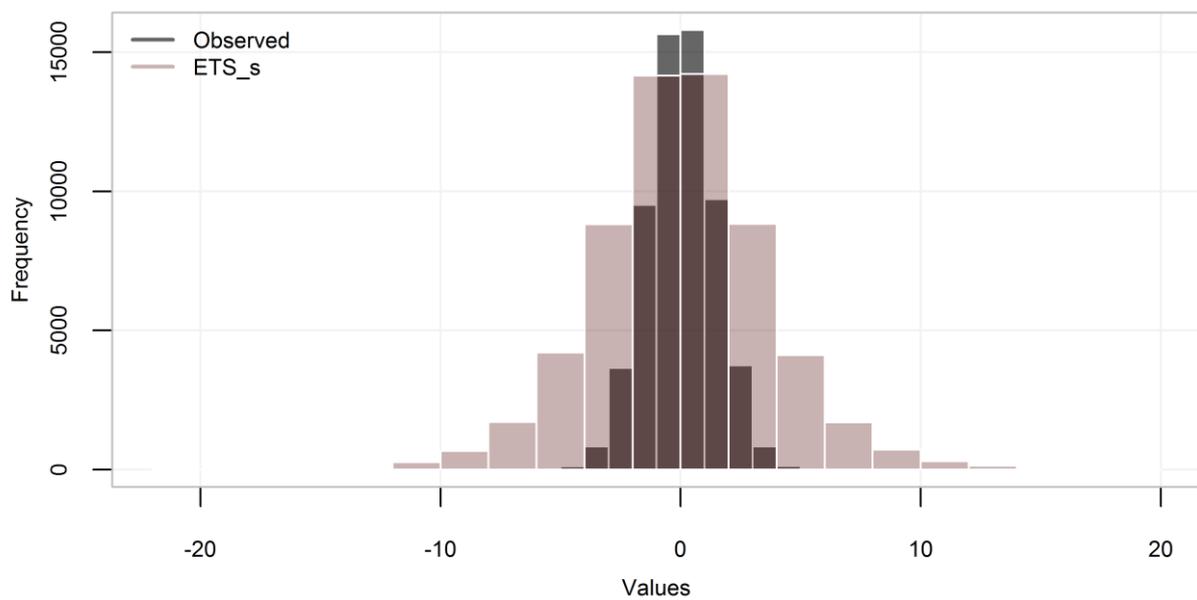
Για να διερευνηθεί ειδικότερα η κατανομή του συνόλου των προβλεπόμενων τιμών για το σύνολο των δοκιμών που αφορούν την κάθε μέθοδο ξεχωριστά σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων συντάσσονται σχήματα, όπως είναι το Σχήμα 3.13 έως το Σχήμα 3.19.



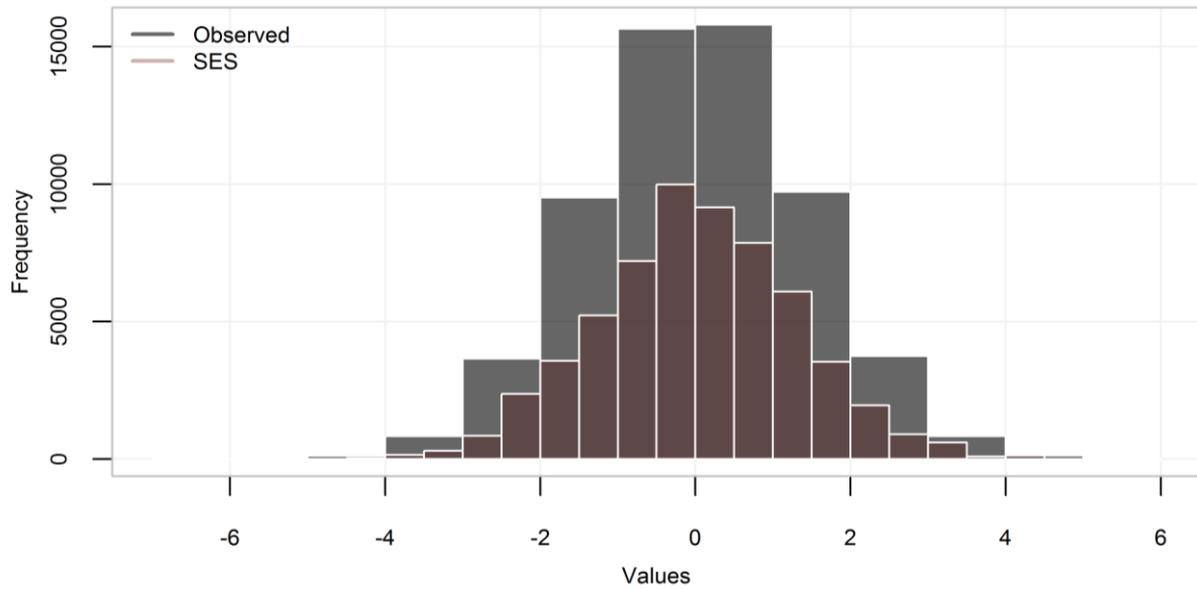
Σχήμα 3.13. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου Naive σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



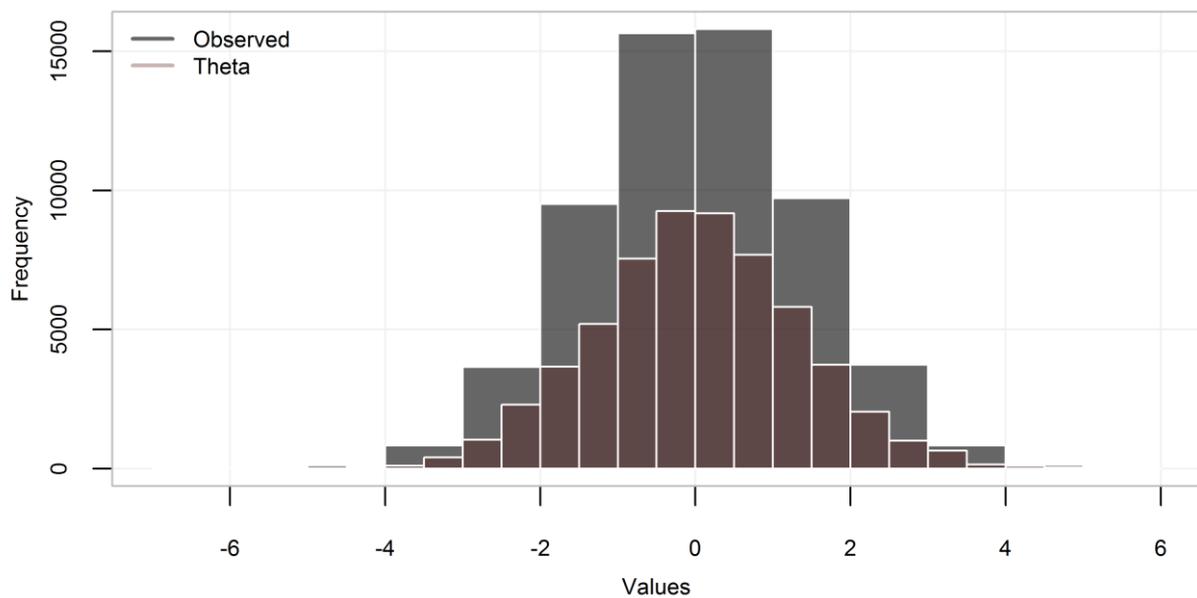
Σχήμα 3.14. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου BATS σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



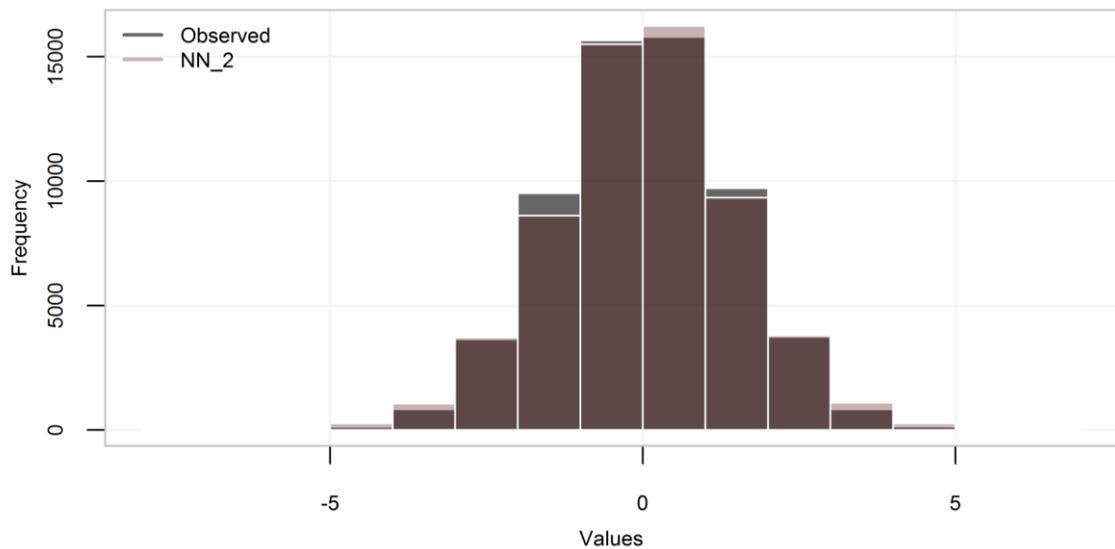
Σχήμα 3.15. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου ETS_s σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



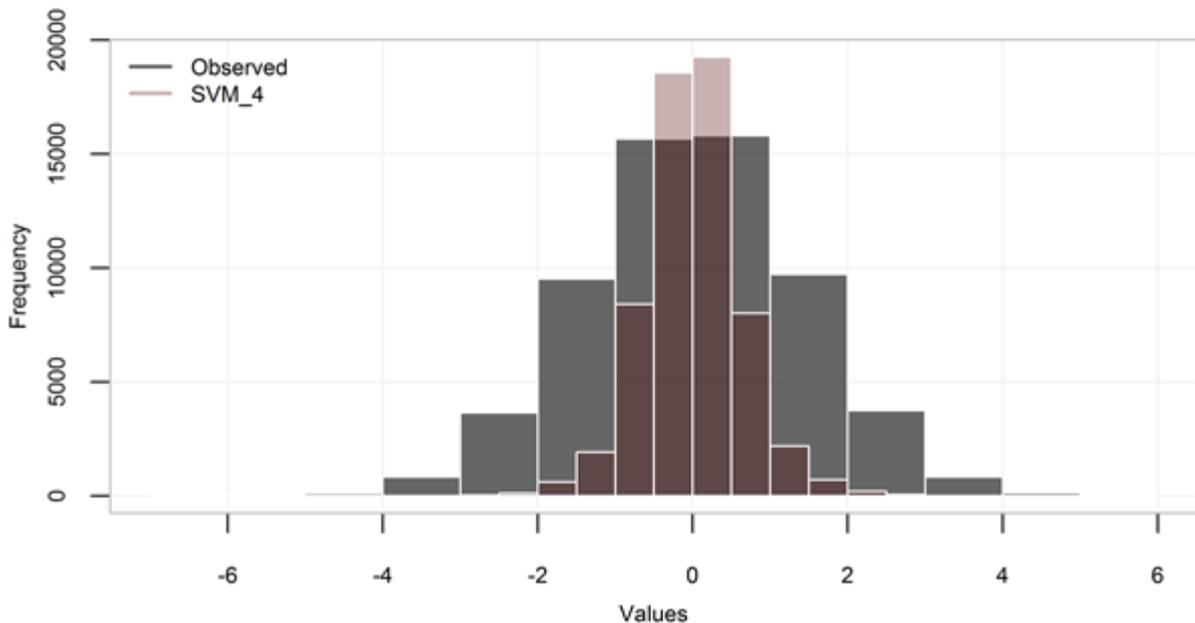
Σχήμα 3.16. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου SES σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



Σχήμα 3.17. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου Theta σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



Σχήμα 3.18. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου NN_2 σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



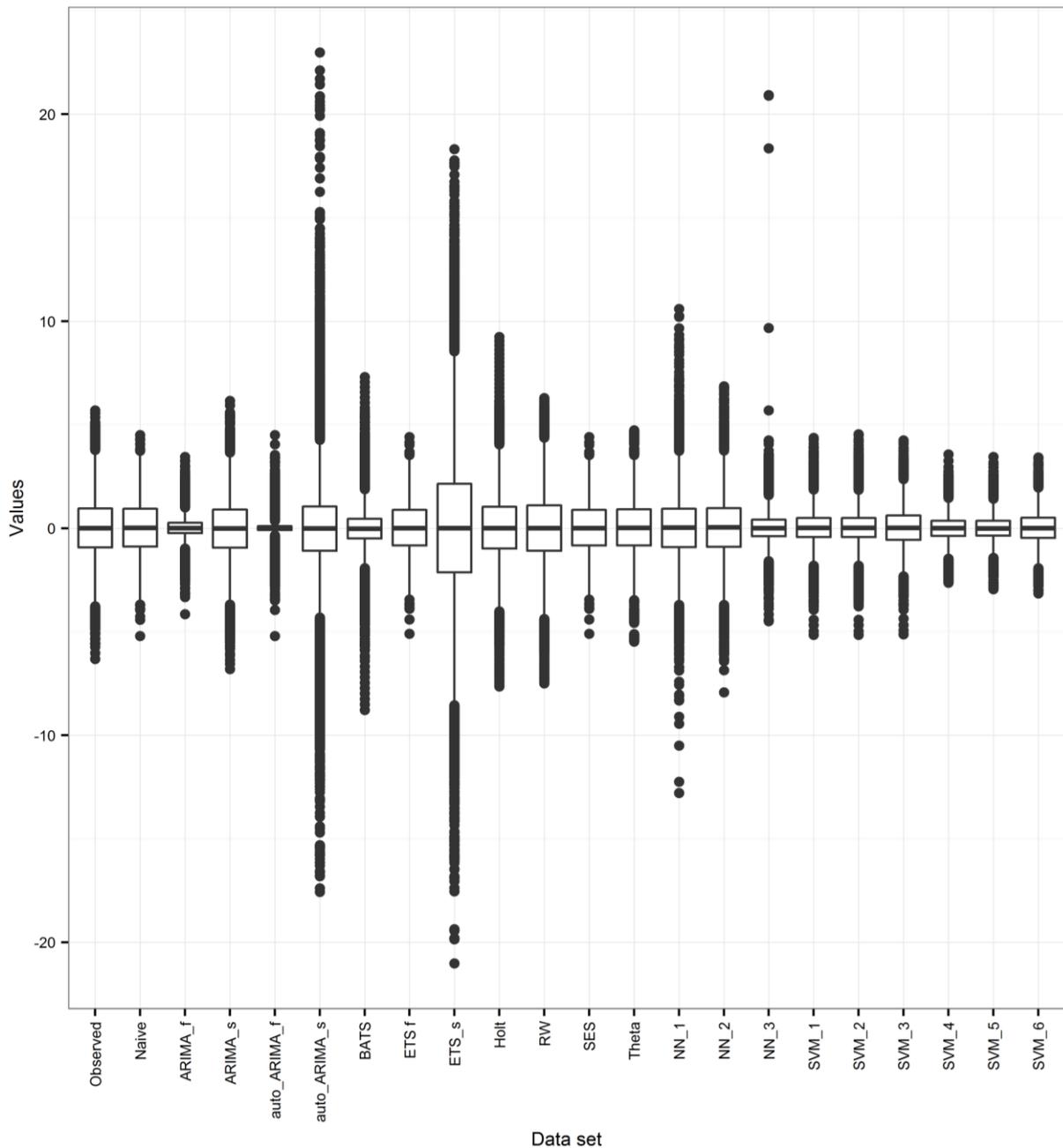
Σχήμα 3.19. Κατανομή προβλεπόμενων τιμών χρήσει της μεθόδου SVM_4 σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων για το σύνολο των δοκιμών πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.

Στο Σχήμα 3.13 εικονίζονται η κατανομή του συνόλου των προβλεπόμενων τιμών για το σύνολο των δοκιμών που αφορούν την μέθοδο Naive και η αντίστοιχη κατανομή των τιμών - στόχων. Παρατηρείται η σε μεγάλο βαθμό ταύτιση των συγκεκριμένων, γεγονός που αποτυπώνεται και στην συμμετρία του σχετικού νέφους, η οποία σχολιάζεται παραπάνω στην Ενότητα 3.1.1. Όσον αφορά τις τιμές που προβλέπονται χρήσει της μεθόδου BATS, μπορεί κανείς να παρατηρήσει στο Σχήμα 3.14 την μεγαλύτερη αναμενόμενη συχνότητα εμφάνισης προβλεπόμενων τιμών στο διάστημα από -1 έως 1

και την μικρότερη αναμενόμενη συχνότητα εμφάνισης των υπολοίπων τιμών σε σχέση με τις τιμές - στόχους. Για την περίπτωση της ETS_s, συμπληρωματικά με το διάγραμμα συσχέτισης που συζητείται παραπάνω παρατίθεται το Σχήμα 3.15, στο οποίο επίσης φαίνεται η περισσότερο απλωμένη κατανομή των προβλέψεων σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων.

Όσον αφορά τις μεθόδους SES και Theta αξίζει να παρατηρηθεί η μεγάλη ομοιότητα που εμφανίζουν οι κατανομές των προβλεπόμενων τιμών που αυτές δίνουν αναμενόμενα εφαρμοζόμενες πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ (βλ. Σχήμα 3.16 και Σχήμα 3.17). Οι κατανομές αυτές δεν διαφέρουν σημαντικά από την κατανομή των τιμών - στόχων. Παράλληλα, για την μέθοδο NN_2 διαπιστώνεται η σε μεγάλο βαθμό ταύτιση των εξεταζόμενων κατανομών (Σχήμα 3.18), ενώ για την μέθοδο SVM_4 (Σχήμα 3.19) η περισσότερο συγκεντρωμένη στο κέντρο του γραφήματος κατανομή των προβλέψεων σε σχέση με την κατανομή των τιμών - στόχων.

Ένα περιεκτικό διάγραμμα που συντάσσεται για καθένα από τα υπολογιστικά πειράματα είναι το θηκόγραμμα σύγκρισης των συνόλων των προβλεπόμενων τιμών εκάστης μεθόδου για όλες τις δοκιμές που λαμβάνουν χώρα μεταξύ τους και σε σχέση με το σύνολο των τιμών - στόχων. Τα θηκογράμματα ενδείκνυνται για αποτύπωση των σημαντικότερων στοιχείων που αφορούν τις διάφορες κατανομές. Τέτοια είναι η διάμεση τιμή, το ενδοτεταρτημοριακό εύρος (εύρος εκείνου του κεντρικού τμήματος της εκάστοτε κατανομής που περιλαμβάνει το 50% των τιμών) και οι έκτροπες τιμές. Στο συγκεκριμένο πλαίσιο, το θηκόγραμμα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.20 αποτελεί μια απλουστευτική και συγκεντρωτική παράθεση ορισμένων σημαντικών στοιχείων που αποτυπώνονται στα διαγράμματα συσχέτισης και στα συγκριτικά διαγράμματα των κατανομών, καθιστώντας ευκολότερη την σύγκριση των μεθόδων ως προς τις τιμές που αυτές δίνουν αναμενόμενα σε σχέση με το αντίστοιχο σύνολο των τιμών - στόχων εφαρμοζόμενες πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.



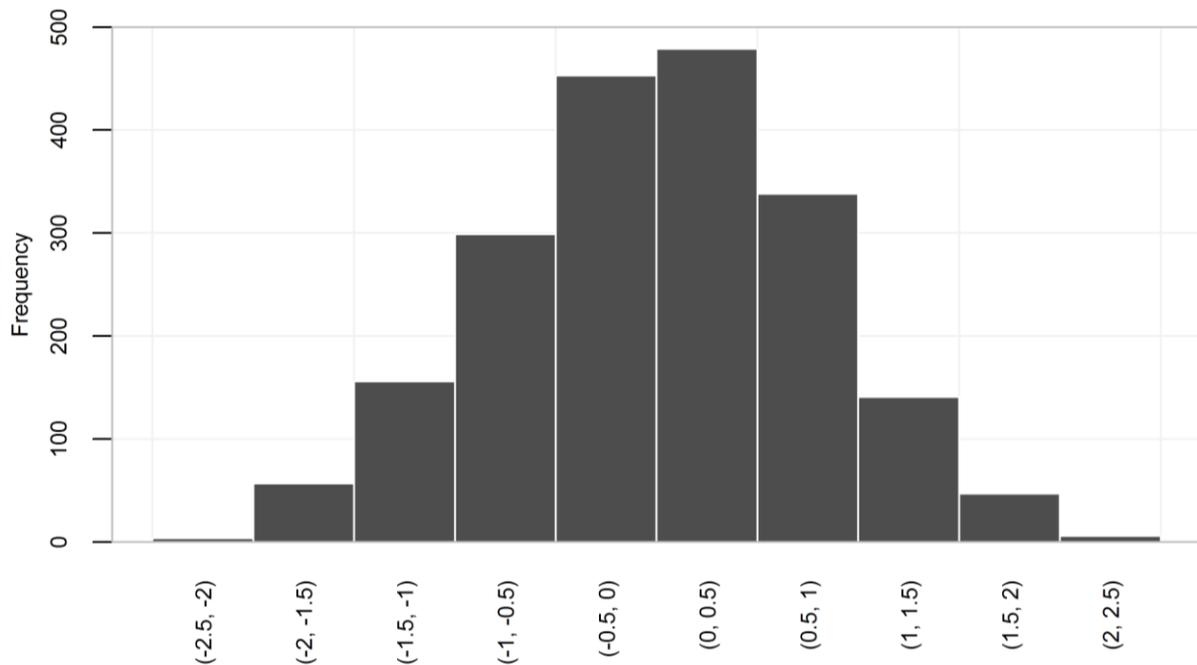
Σχήμα 3.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που προβλέπουν οι μέθοδοι κατά την εφαρμογή τους στο σύνολο των προσομοιούμενων στοχαστικών ανελίξεων AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ σε σχέση με τις παρατηρούμενες.

Το συγκεκριμένο σχήμα φανερώνει ότι οι διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που αναμενόμενα δίνουν όλες οι μέθοδοι εφαρμοζόμενες πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ σε σχέση με τις αντίστοιχες παρατηρούμενες είναι πολύ κοντινές μεταξύ τους, γεγονός που αποτυπώνεται και στα διαγράμματα που παρουσιάζονται παραπάνω (Σχήμα 3.6 έως Σχήμα 3.19) και καταδεικνύει την αμεροληψία που χαρακτηρίζει αναμενόμενα τις συγκεκριμένες

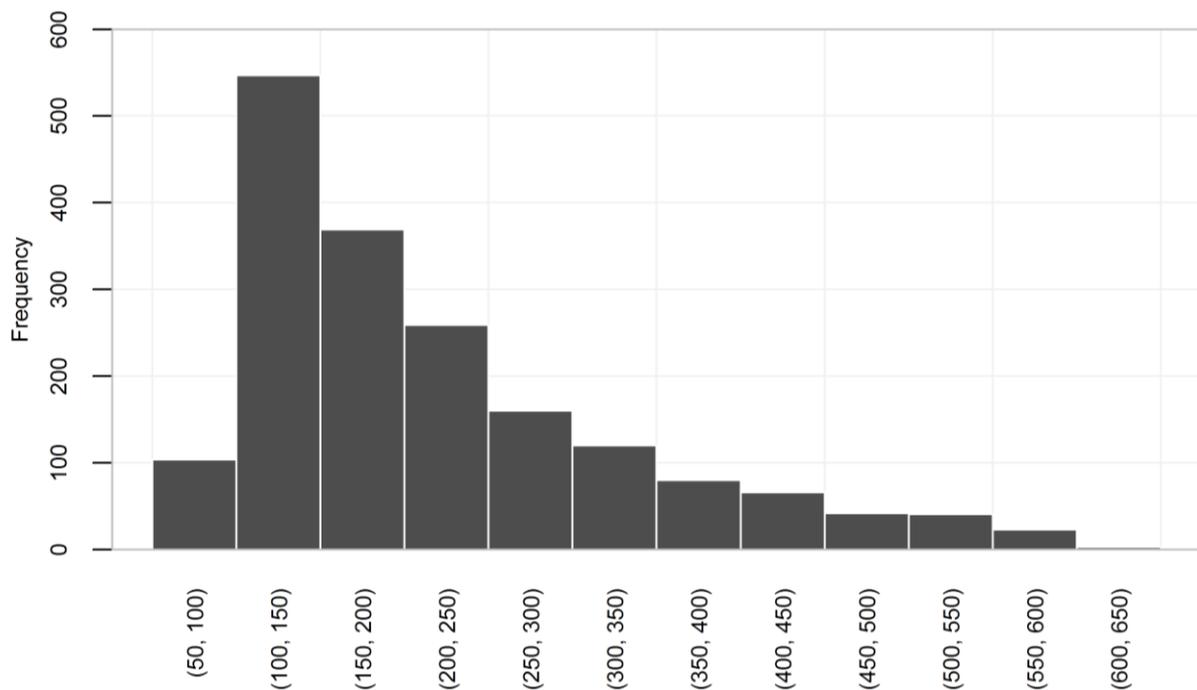
μεθόδους. Επίσης εύκολα μπορεί κανείς να διαπιστώσει την σχετική συμμετρία που εμφανίζει ο κορμός όλων των εικονιζόμενων κατανομών.

Άλλες ομοιότητες ή διαφορές που μπορεί κανείς να παρατηρήσει αφορούν τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη και άλλα βασικά στοιχεία που σχετίζονται με τη διασπορά των τιμών για το συγκεκριμένο πείραμα προσομοίωσης, όπως είναι οι έκτροπες τιμές. Ενδιαφέρον, για παράδειγμα, παρουσιάζει το γεγονός ότι ο κορμός των κατανομών των συνόλων των προβλεπόμενων τιμών που παράγονται χρήσει των μεθόδων Naive, ARIMA_s, auto_ARIMA_s, Holt, RW, SES, Theta, NN_1 και NN_2 δεν διαφέρει ιδιαίτερα από μέθοδο σε μέθοδο και σε σχέση με τις παρατηρούμενες τιμές, ενώ διαφορές εμφανίζονται ως προς τις έκτροπες τιμές. Ιδιαίτερως η μέθοδος auto_ARIMA_s, η οποία παραπάνω εξετάζεται με βάση το Σχήμα 3.9, παράγει περισσότερες έκτροπες τιμές, οι οποίες μάλιστα οδηγούν σε σχεδόν πενταπλάσιο του κορμού της κατανομής συνολικό εύρος. Μέθοδος που επίσης δίνει μεγάλο εύρος έκτροπων τιμών είναι η ETS_s, η οποία όπως αναφέρεται παραπάνω εμφανίζει γενικώς κατανομή με μεγάλα εύρη κορμού και συνολικό, ενώ η μέθοδος auto_ARIMA_f εμφανίζει μικρό εύρος κορμού, αλλά περίπου το ίδιο συνολικό εύρος με άλλες μεθόδους (Naive, ETS_f, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2). Μικρό εύρος κορμού και συνολικό εύρος χαρακτηρίζει και την περίπτωση της ARIMA_f. Τέλος, οι τιμές που δίνουν αναμενόμενα οι μέθοδοι BATS, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 εφαρμοζόμενες πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$ χαρακτηρίζονται επίσης από μικρότερη διασπορά σε σχέση με τις αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές. Από τα παραπάνω μπορεί κανείς να αποκτήσει μια γενική εικόνα για το αν οι μέθοδοι εμφανίζουν ή όχι αναμενόμενα αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση.

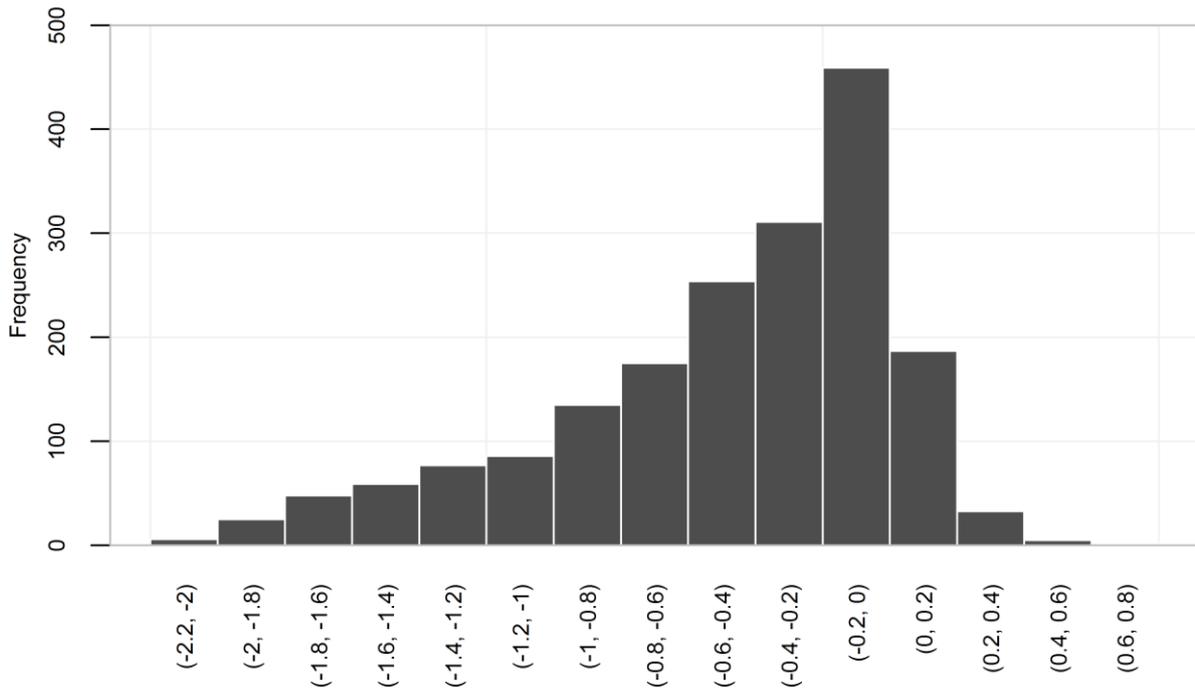
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα για καθεμία από τις χρονοσειρές των προβλέψεων, ο οποίος έχει σε κάθε περίπτωση ως αναφορά τις αντίστοιχες παρατηρούμενες χρονοσειρές. Υπολογίζονται τα βασικά περιγραφικά στατιστικά των κατανομών που προκύπτουν για καθένα από τα ζεύγη (μέθοδος πρόβλεψης, μέτρο), δηλαδή η μέγιστη τιμή, η ελάχιστη τιμή, η μέση τιμή, η διάμεση τιμή, η τυπική απόκλιση, το ενδοτεταρτημοριακό εύρος, η ασυμμετρία και η κύρτωση, ενώ παράλληλα οι κατανομές αποτυπώνονται σε ιστογράμματα, όπως είναι αυτά που παρουσιάζονται στο Σχήμα 3.21 έως το Σχήμα 3.26, τα οποία αφορούν τις υπολογιζόμενες τιμές των μέτρων ME, MAPE, NSE, rd, Pr και VE πάνω στα αποτελέσματα των δοκιμών που αφορούν την μέθοδο SVM_1.



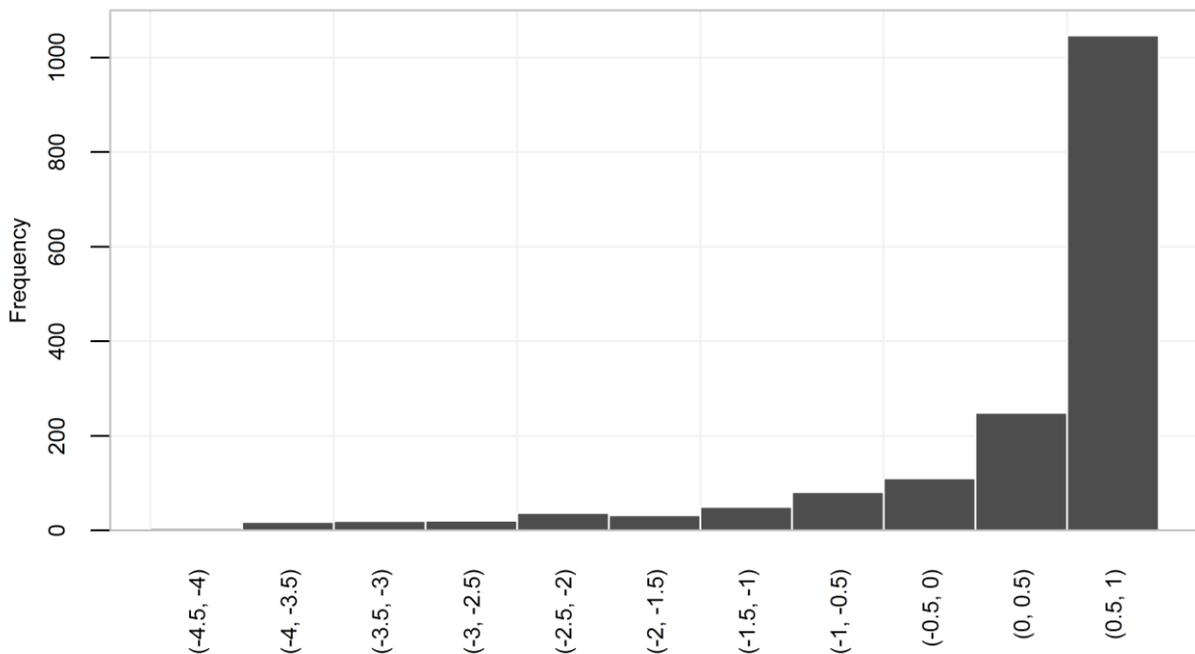
Σχήμα 3.21. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο ME για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [-2.22, 2.88], μέση τιμή = 0.02, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 0.81, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 1.09, ασυμμετρία = 0.09, κύρτωση = 0.03. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.



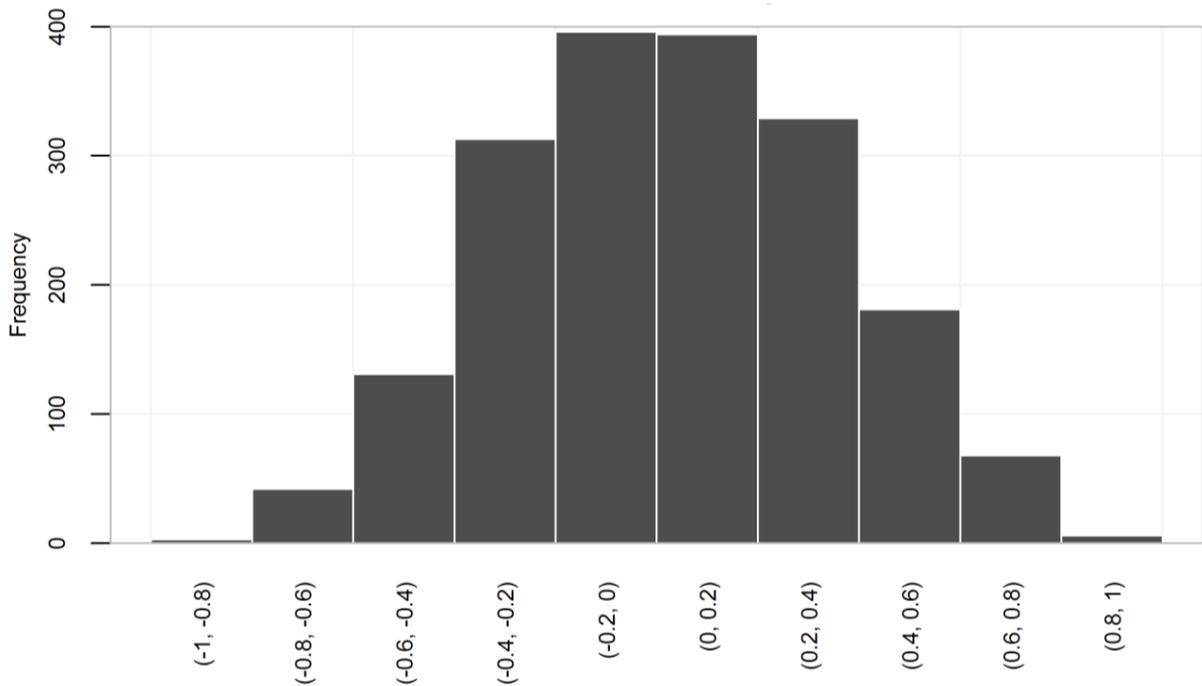
Σχήμα 3.22. Κατανομή των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = [66.87, 60145.07], μέση τιμή = 436.07, διάμεση τιμή = 197.44, τυπική απόκλιση = 2003.06, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 189.90, ασυμμετρία = 19.93, κύρτωση = 487.29. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.



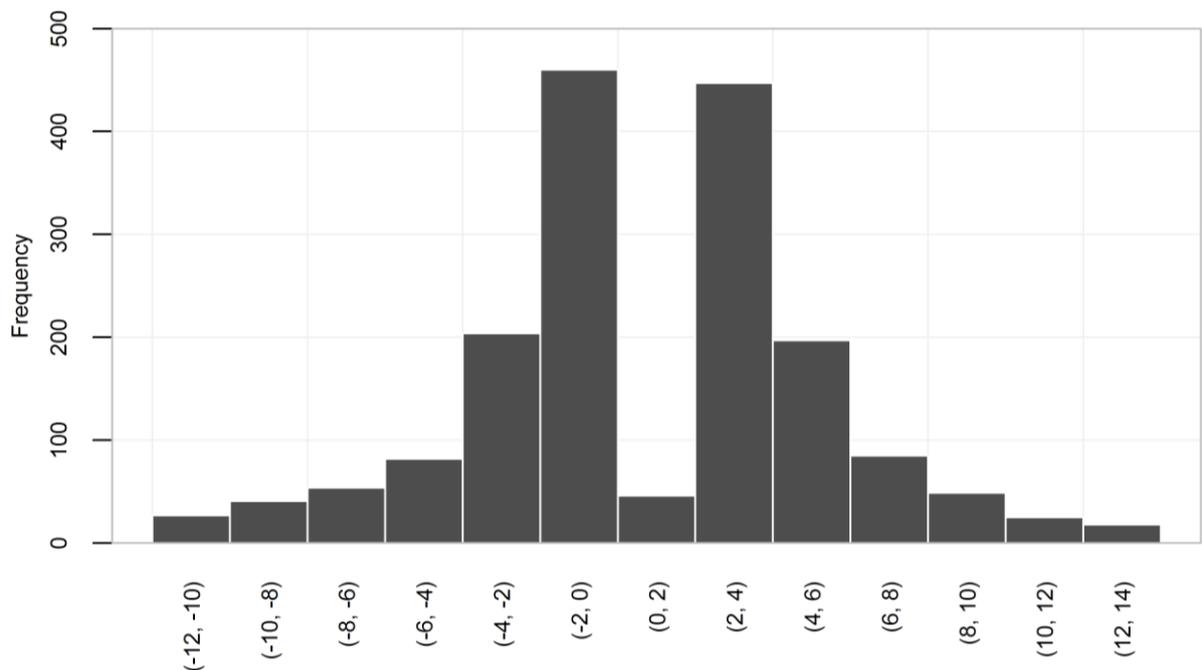
Σχήμα 3.23. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = $[-8.20, 0.66]$, μέση τιμή = -0.67 , διάμεση τιμή = -0.40 , τυπική απόκλιση = 0.90 , ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 0.78 , ασυμμετρία = -2.75 , κύρτωση = 11.31 . Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.



Σχήμα 3.24. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rd για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = $[-247317.57, 1]$, μέση τιμή = -316.96 , διάμεση τιμή = 0.57 , τυπική απόκλιση = 6480.46 , ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 2.03 , ασυμμετρία = -31.62 , κύρτωση = 1116.19 . Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.



Σχήμα 3.25. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = $[-0.86, 0.89]$, μέση τιμή = 0.03, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 0.32, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 0.46, ασυμμετρία = 0.01, κύρτωση = -0.54. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.



Σχήμα 3.26. Κατανομή των τιμών που λαμβάνει το μέτρο VE για εφαρμογή της μεθόδου SVM_1 στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Υπολογίζονται: εύρος τιμών = $[-1791.41, 91635.23]$, μέση τιμή = 47.56, διάμεση τιμή = 0.03, τυπική απόκλιση = 2051.52, ενδοτεταρτημοριακό εύρος = 6.35, ασυμμετρία = 44.49, κύρτωση = 1983.18. Οι έκτροπες τιμές έχουν αφαιρεθεί από το γράφημα.

Τα ιστογράμματα εικονίζουν τις κατανομές αφαιρουμένων των έκτροπων τιμών, ενώ ως έκτροπη τιμή ορίζεται εκείνη που είναι είτε μεγαλύτερη της μεγαλύτερης τιμής που οριοθετεί το ενδοτεταρτημοριακό εύρος κατά τουλάχιστον μιάμιση φορά το ενδοτεταρτημοριακό εύρος είτε μικρότερη της μικρότερης τιμής που οριοθετεί το ενδοτεταρτημοριακό εύρος κατά τουλάχιστον μιάμιση φορά το ενδοτεταρτημοριακό εύρος.

Η πληροφορία που παρέχουν τα συγκεκριμένα γραφήματα χρησιμοποιείται κατ' αρχήν για την κατανόηση ορισμένων στοιχείων που αναμένεται να βοηθήσουν σε επόμενο στάδιο. Εξετάζοντας το σύνολο των καταρτισμένων ιστογραμμάτων παρατηρείται ότι οι περισσότερες κατανομές προκύπτουν σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό ασύμμετρες (βλ. Σχήμα 3.22, Σχήμα 3.23, Σχήμα 3.24 και Σχήμα 3.26), ενώ λιγότερες είναι οι συμμετρικές κατανομές (βλ. Σχήμα 3.21 και Σχήμα 3.25). Επίσης, παρατηρείται η έντονη εμφάνιση έκτροπων τιμών στις κατανομές. Σε περιπτώσεις ασύμμετρων κατανομών ή όταν υπάρχουν ενδείξεις για αρκετές έκτροπες τιμές συνηθίζεται η χρήση της διάμεσης τιμής αντί της μέσης ως μέτρου κεντρικής τάσης και η χρήση της ενδοτεταρτημοριακού εύρους έναντι της τυπικής απόκλισης ως μέτρου απόκλισης. Σε κάθε περίπτωση η γνώση για τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των κατανομών είναι σημαντική.

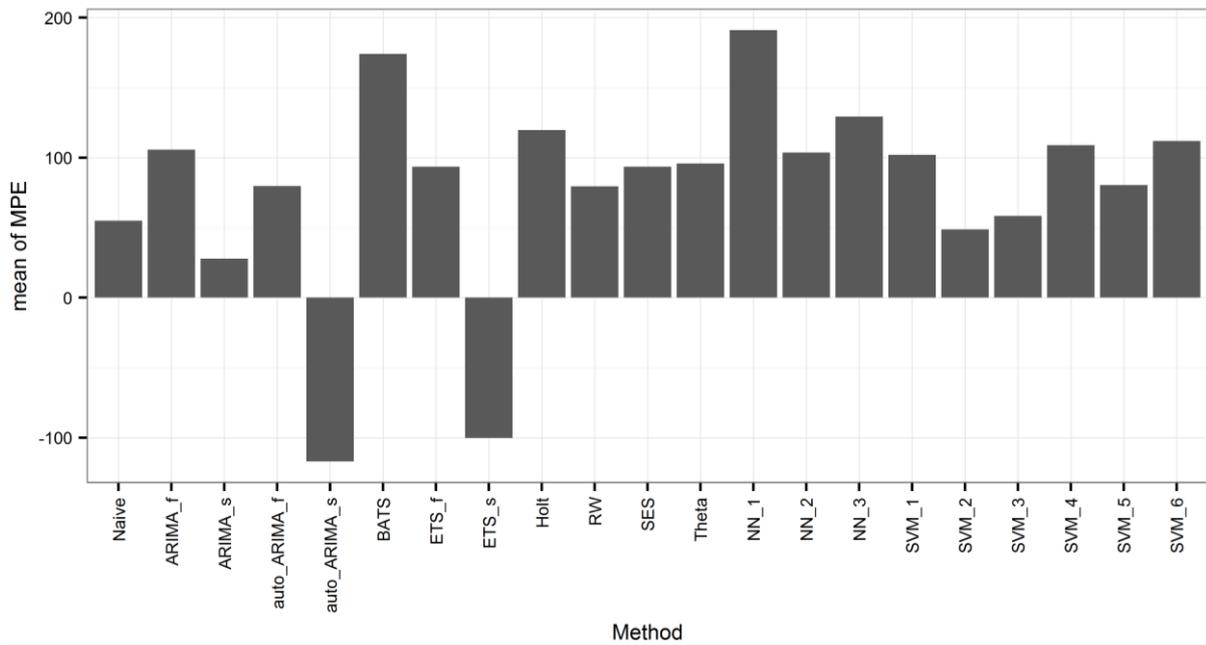
Ο Πίνακας 3.1 συγκεντρώνει τα περιγραφικά στατιστικά των κατανομών των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE υπολογιζόμενο για εφαρμογή εκάστης των μεθόδων πρόβλεψης πάνω στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Καταρχάς, εντοπίζεται η μοναδικά μεγάλη έκτροπη τιμή 19.60 της κατανομής που αφορά τα NN_3, η οποία είναι ήδη αναμενόμενη από το Σχήμα 3.11 και καθιστά την συγκεκριμένη κατανομή σε μεγάλο βαθμό διαφορετική από τις υπόλοιπες. Επιπρόσθετα, παρατηρείται η ομοιότητα των κατανομών των τιμών που λαμβάνει αναμενόμενα το μέτρο RMSE ανάμεσα στις μεθόδους SES και Theta, όπως έχουν αναφέρει οι Hyndman and Billah (2001). Ανάλογη ομοιότητα παρατηρείται και μεταξύ άλλων μεθόδων, όπως είναι οι μέθοδοι SVM, οι οποίες βασίζονται στο σύνολο τους στον ίδιο αλγόριθμο, ενώ διαφέρουν ως προς τον εισαγόμενο πίνακα διανυσμάτων μεταξύ των οποίων λαμβάνει χώρα η παλινδρόμηση ή/και ως προς τον τρόπο βελτιστοποίησης των υπερπαραμέτρων τους. Σημειώνεται ότι οι εν λόγω ομοιότητες αναδεικνύονται μέσω της εφαρμογής των μεθόδων στο σύνολο των συνθετικών χρονοσειρών, ενώ εκάστη των μεθόδων δίνει

διαφορετικές προβλέψεις σε σχέση με τις υπόλοιπες σε καθεμία από τις επιμέρους περιπτώσεις χρονοσειρών (βλ. Σχήμα 3.1, Σχήμα 3.2, Σχήμα 3.3 και Σχήμα 3.4).

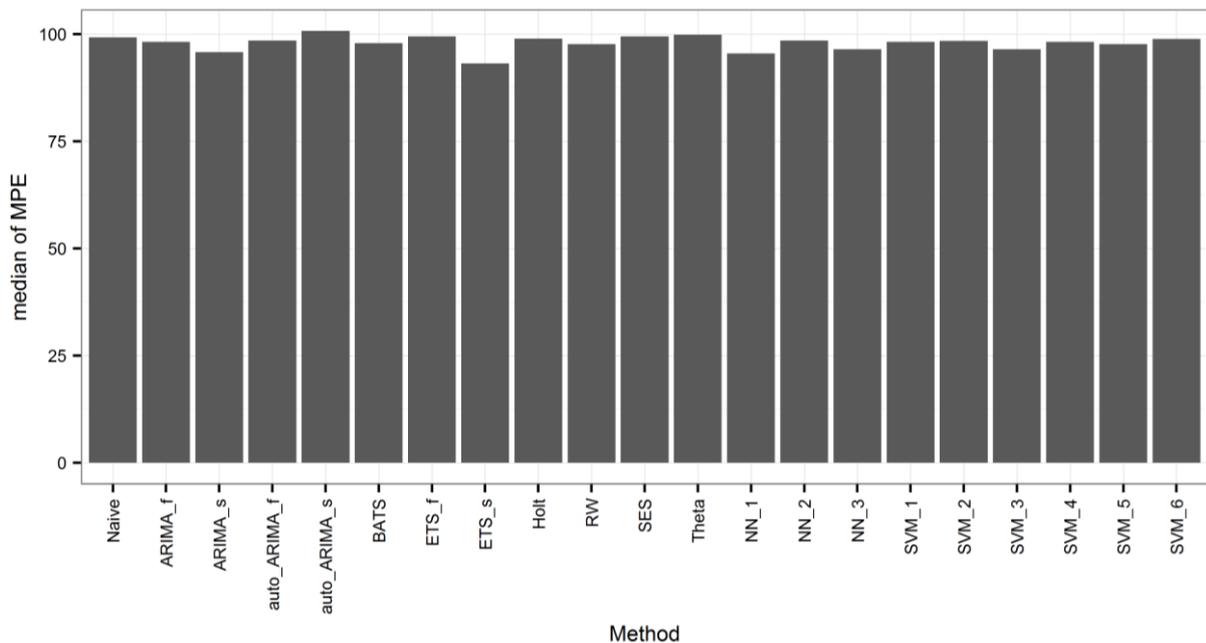
Πίνακας 3.1. Περιγραφικά στατιστικά για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE υπολογιζόμενο για εφαρμογή εκάστης των μεθόδων πρόβλεψης πάνω στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$.

Μέθοδος	Εύρος τιμών	Μέση τιμή	Διάμεση τιμή	Τυπική απόκλιση	Ενδοτεταρτημοριακό εύρος	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Naive	[0.63, 4.85]	1.79	1.64	0.64	0.75	1.22	1.72
ARIMA_f	[0.71, 2.68]	1.39	1.35	0.30	0.40	0.57	0.12
ARIMA_s	[0.91, 4.36]	1.90	1.86	0.42	0.54	0.78	1.29
auto_ARIMA_f	[0.75, 4.61]	1.46	1.38	0.43	0.48	2.04	7.97
auto_ARIMA_s	[0.85, 16.64]	2.26	1.96	1.18	0.71	4.14	26.99
BATS	[0.67, 6.26]	1.62	1.48	0.61	0.57	2.37	8.71
ETS_f	[0.64, 4.66]	1.74	1.61	0.60	0.73	1.25	1.93
ETS_s	[0.89, 12.86]	3.43	2.97	1.73	2.05	1.52	2.85
Holt	[0.67, 7.17]	1.89	1.70	0.75	0.88	1.41	2.94
RW	[0.64, 5.89]	1.94	1.76	0.78	0.92	1.28	1.83
SES	[0.64, 4.66]	1.74	1.61	0.60	0.73	1.25	1.93
Theta	[0.63, 4.67]	1.76	1.62	0.62	0.74	1.26	1.99
NN_1	[0.86, 6.64]	1.96	1.90	0.53	0.63	1.50	7.04
NN_2	[0.75, 4.43]	1.95	1.90	0.49	0.64	0.65	1.07
NN_3	[0.66, 19.60]	1.47	1.41	0.55	0.46	18.61	607.55
SVM_1	[0.72, 3.30]	1.55	1.50	0.39	0.51	0.72	0.59
SVM_2	[0.75, 3.23]	1.55	1.50	0.38	0.50	0.75	0.77
SVM_3	[0.71, 3.53]	1.59	1.55	0.40	0.53	0.74	0.70
SVM_4	[0.72, 3.30]	1.55	1.50	0.39	0.51	0.72	0.59
SVM_5	[0.71, 3.42]	1.45	1.41	0.35	0.46	0.96	1.92
SVM_6	[0.72, 3.60]	1.52	1.47	0.39	0.50	0.93	1.43

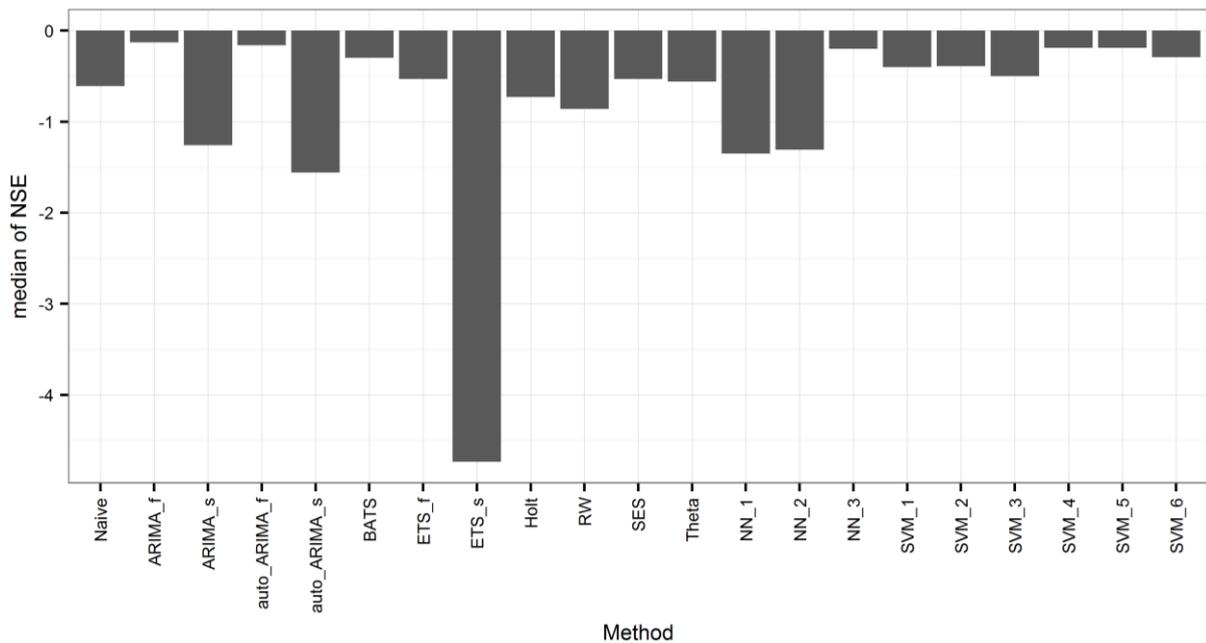
Για την ανάδειξη τέτοιων ομοιοτήτων και διαφορών ως προς την επίδοση των διαφόρων μεθόδων πρόβλεψης, αλλά και για την κατανόηση λεπτών σημείων που αφορούν τα αποτελέσματα των αναλύσεων τα οποία ενδεχομένως αποδειχθούν χρήσιμα, καταρτίζονται ραβδογράμματα σε επίπεδο μέτρου και περιγραφικού στατιστικού των εν λόγω κατανομών, όπως είναι αυτά που παρατίθενται στην συνέχεια (Σχήμα 3.27 έως Σχήμα 3.35).



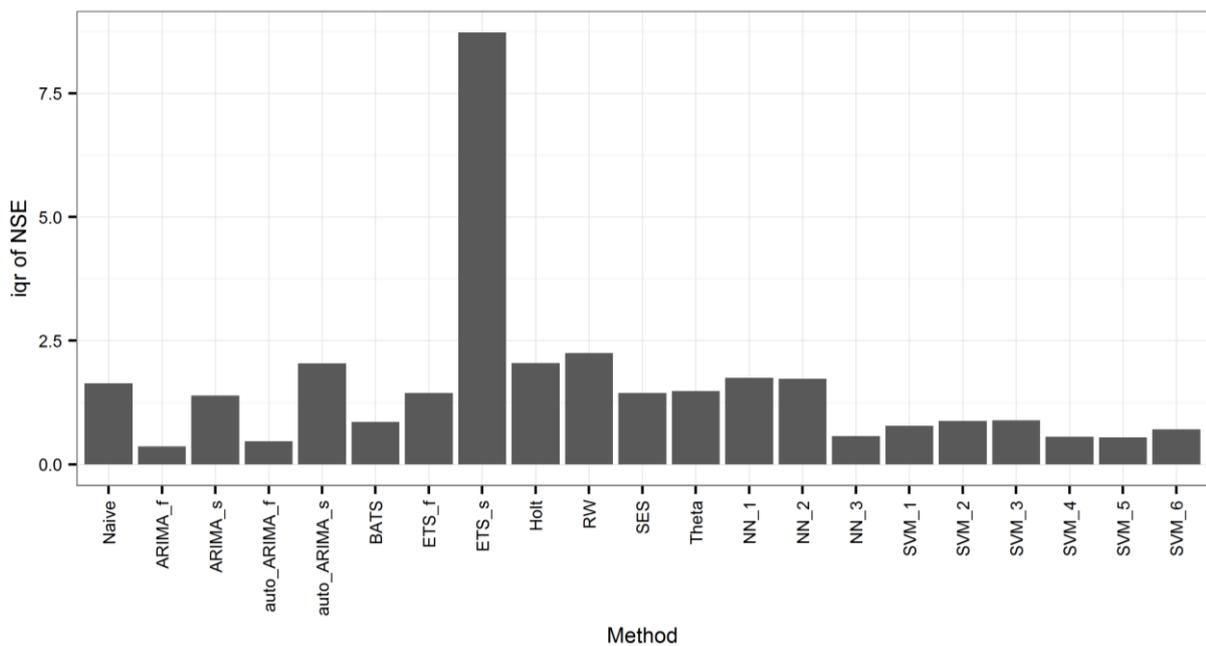
Σχήμα 3.27. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες μέσες τιμές για τις κατανομές των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



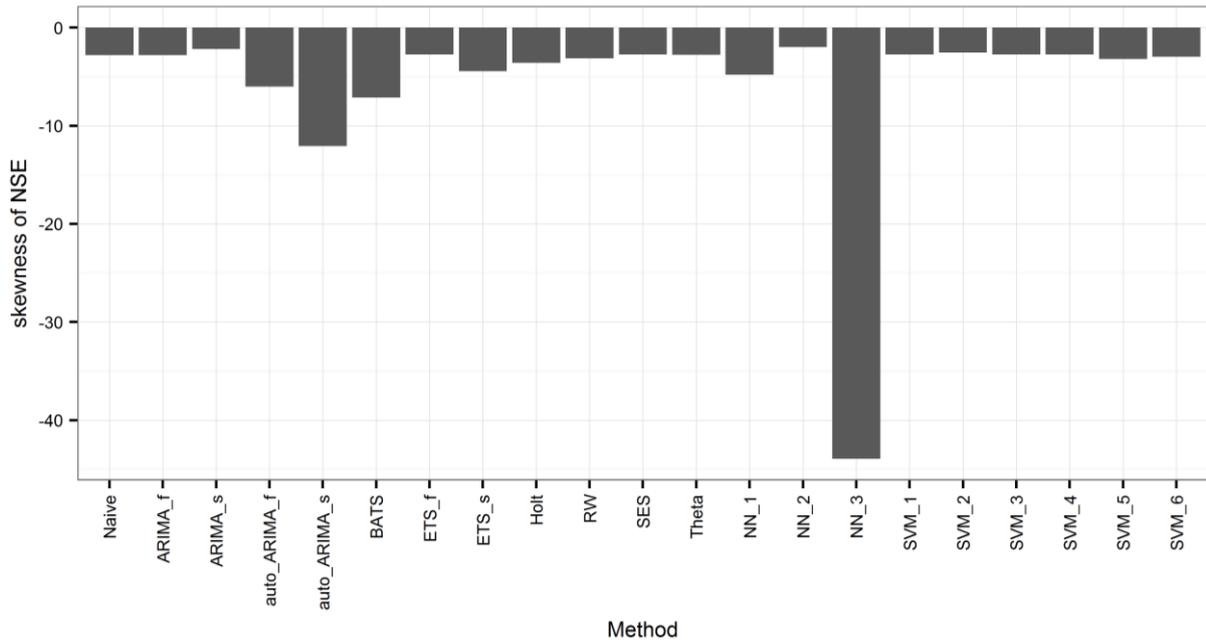
Σχήμα 3.28. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες διάμεσες τιμές για τις κατανομές των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



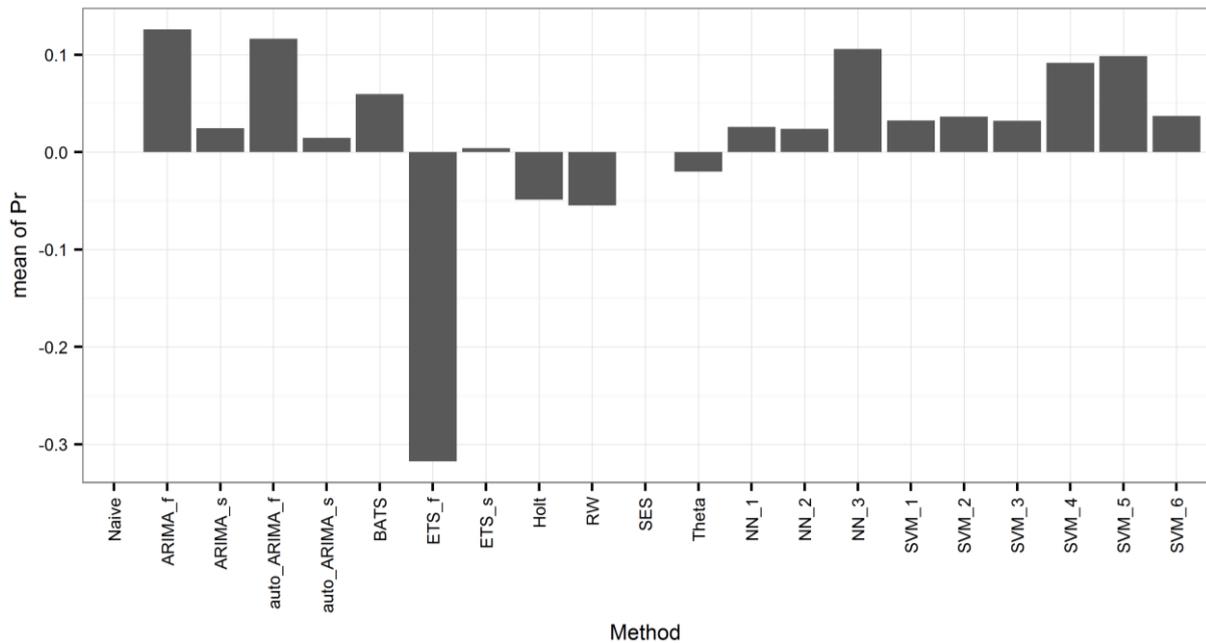
Σχήμα 3.29. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες διάμεσες τιμές για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



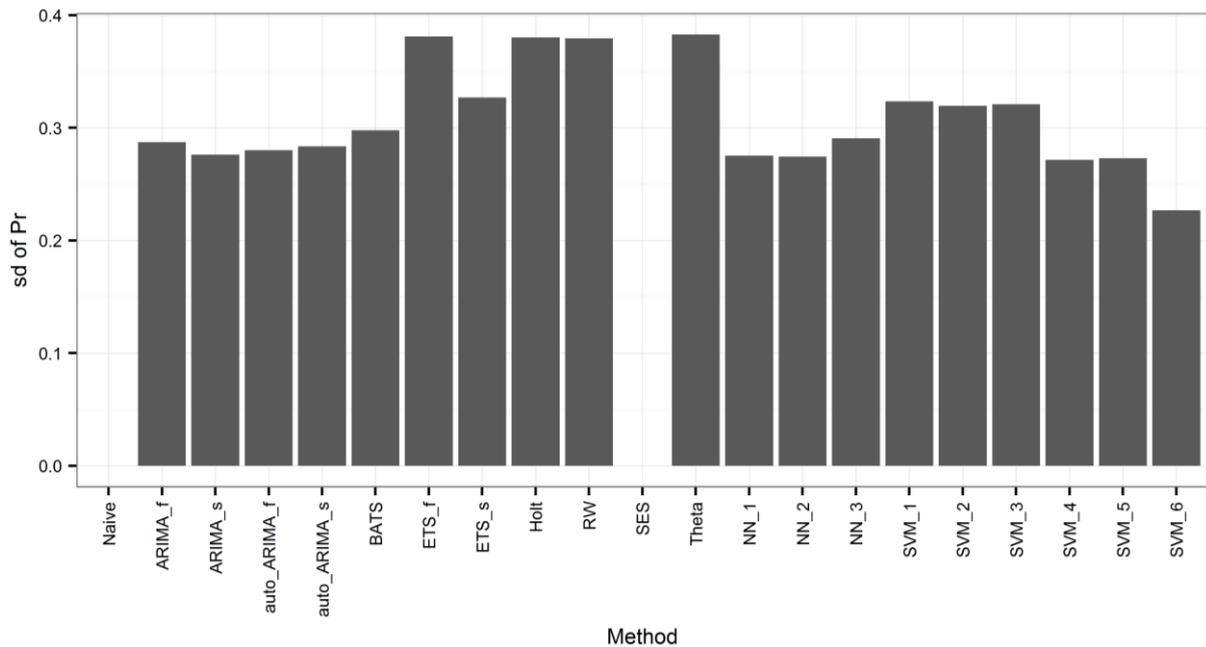
Σχήμα 3.30. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ενδοτεταρτημοριακού εύρους για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



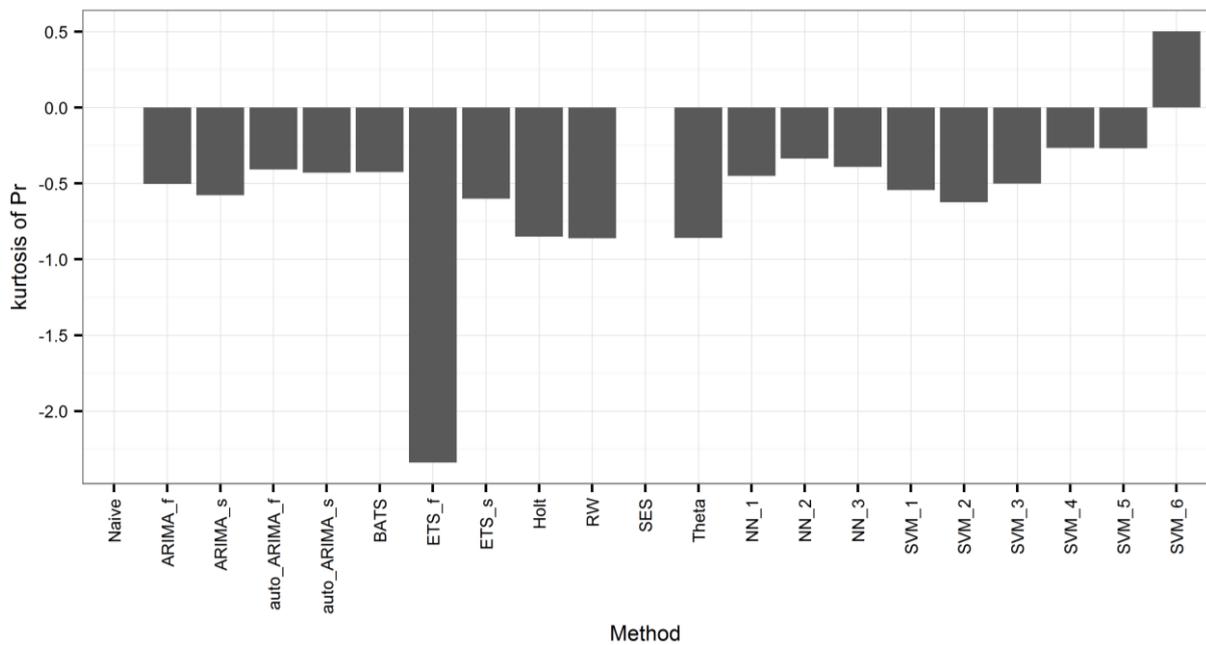
Σχήμα 3.31. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ασυμετρίας για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



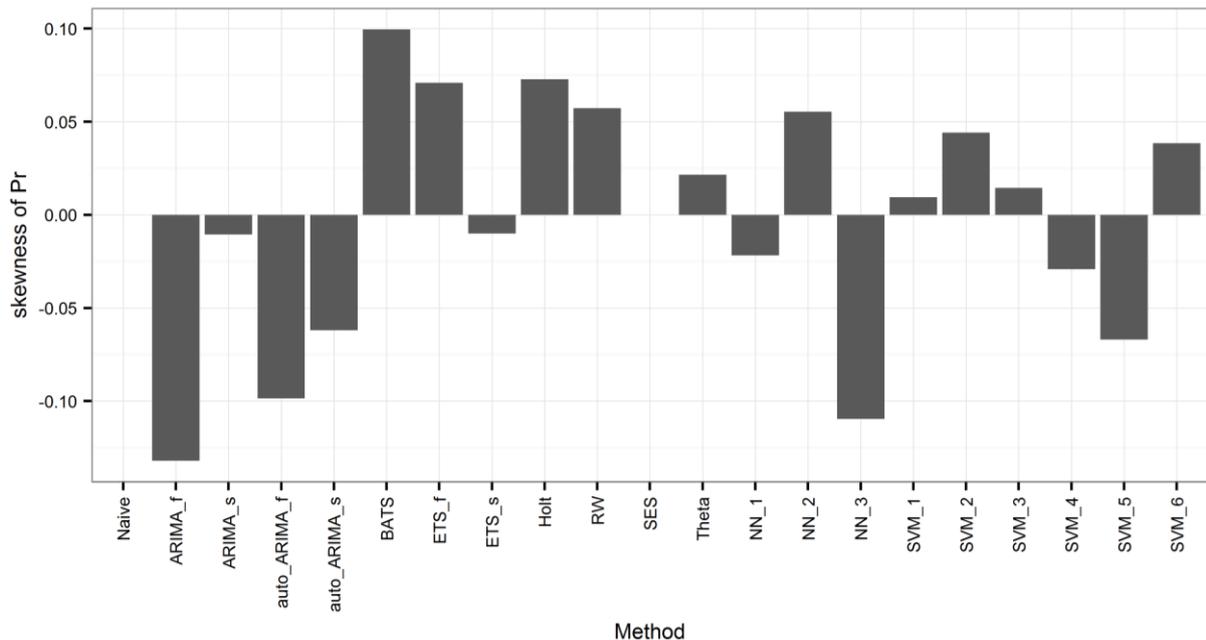
Σχήμα 3.32. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες μέσες τιμές για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα 3.33. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές τυπικής απόκλισης για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα 3.34. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές κύρτωσης για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα 3.35. Ραβδόγραμμα με τις υπολογιζόμενες τιμές ασυμμετρίας για τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.

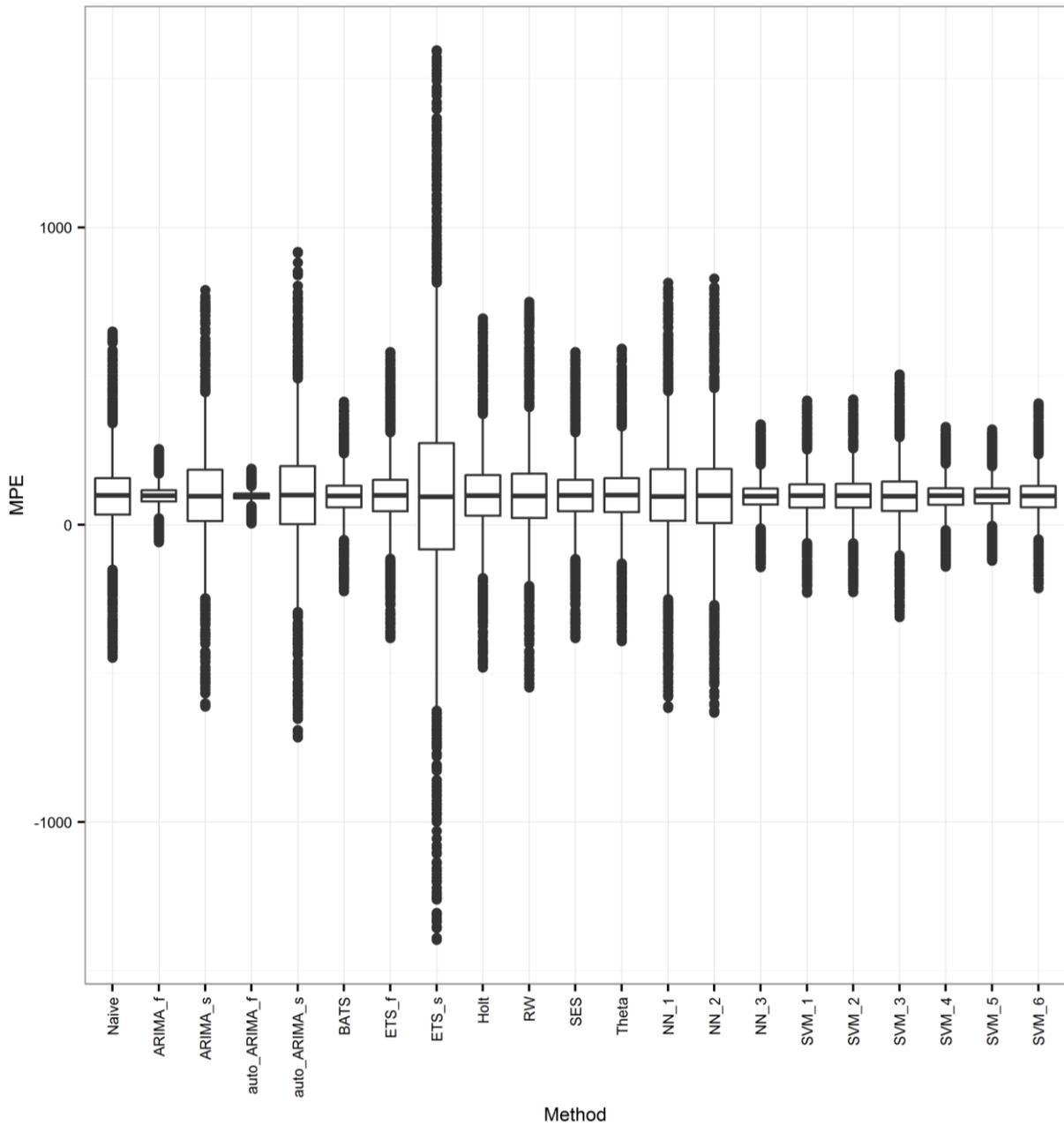
Ενδιαφέρον εμφανίζει η διαφορετική εικόνα που σχηματίζει κανείς για την κεντρική τάση στις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο MPE, εξετάζοντας την μέση τιμή (Σχήμα 3.27) και τη διάμεση τιμή (Σχήμα 3.28). Το συγκεκριμένο γεγονός οφείλεται στην έντονη εμφάνιση μεγάλων κατά απόλυτη τιμή έκτροπων τιμών σε σχέση με τα αντίστοιχα εύρη των κορμών των κατανομών που λαμβάνει το συγκεκριμένο μέτρο για την πλειονότητα των μεθόδων. Η εμφάνιση τέτοιων έκτροπων τιμών είναι συνηθισμένη στο πλαίσιο της συγκεκριμένης εργασίας και παρατηρείται και για διάφορα άλλα μέτρα (MAPE, MSE, PBias, NSE, rNSE, bR2, KGE, VE) ή σε περιπτώσεις μεθόδων που παρουσιάζουν ενδείξεις αστάθειας, όπως είναι η μέθοδος NN_3 για το υπό συζήτηση πείραμα προσομοιώσεων, ενώ εξαρτάται και από τα δεδομένα.

Όσον αφορά το μέτρο NSE, παρατηρείται στο Σχήμα 3.29 ότι οι διάμεσες τιμές των κατανομών που αυτό λαμβάνει για τις διάφορες μεθόδους είναι όλες μικρότερες από το μηδέν, γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όλες οι χρησιμοποιούμενες μέθοδοι δίνουν τουλάχιστον για τις μισές περιπτώσεις χρονοσειρών που εξετάζονται λιγότερο ακριβείς προβλέψεις για την εξέλιξη της εκάστοτε διεργασίας από την μέση τιμή των αντίστοιχων τους παρατηρήσεων. Μελετώντας κανείς το Σχήμα 3.29 σε συνδυασμό με το Σχήμα 3.30, μπορεί να συμπεράνει ότι το συγκεκριμένο σχόλιο που αφορά την ακρίβεια των προβλέψεων από τις διάφορες μεθόδους ισχύει τουλάχιστον για τα 3/4 του

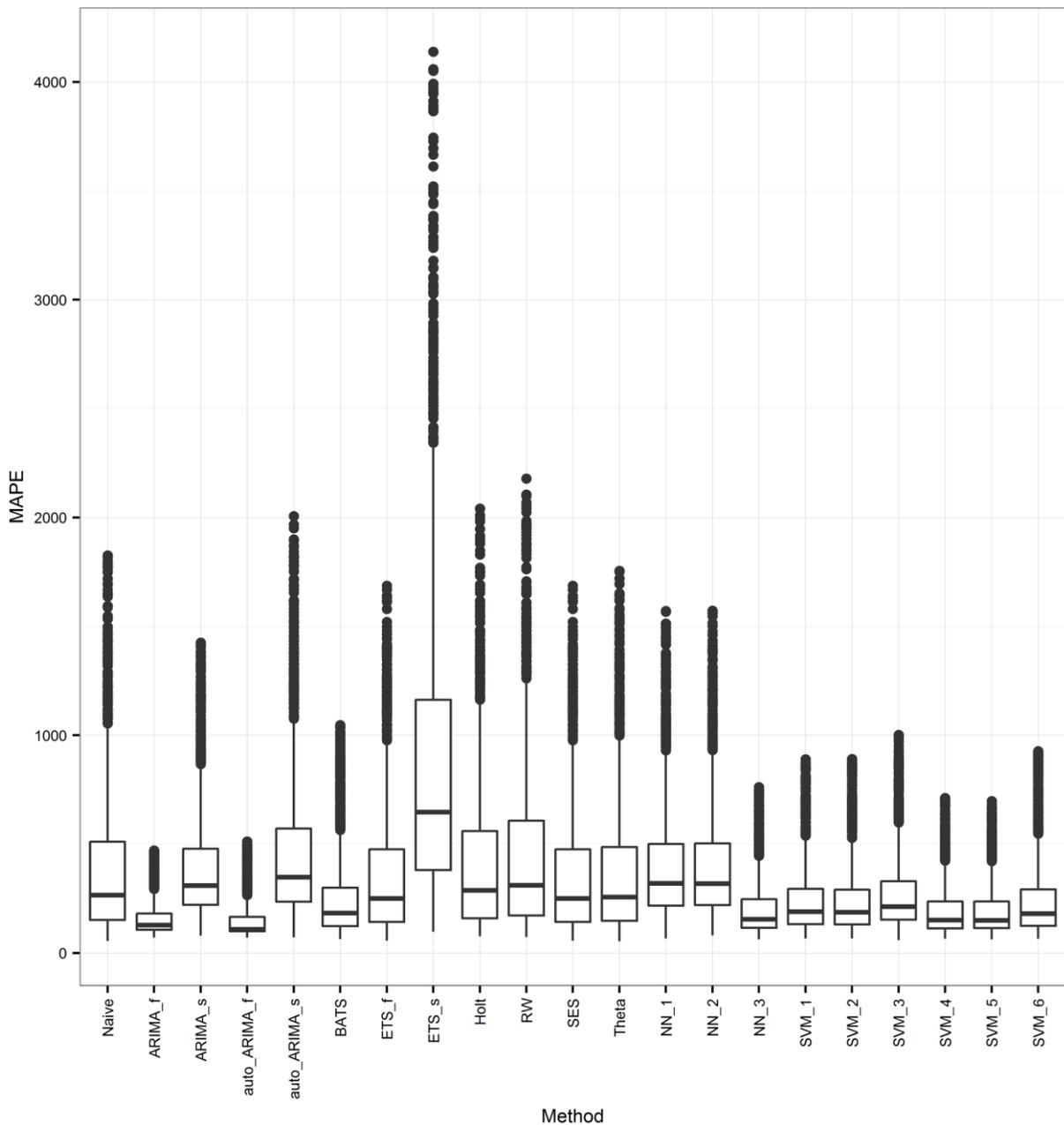
συνόλου των δοκιμών. Παράλληλα, στο Σχήμα 3.31 φαίνεται η σε μεγάλο βαθμό μεγαλύτερη ασυμμετρία της υπολογισμένης για την μέθοδο NN_3 κατανομής.

Για το μέτρο Pr παρατίθενται τα ραβδογράμματα σύγκρισης των μεθόδων με βάση την μέση τιμή (Σχήμα 3.32), την τυπική απόκλιση (Σχήμα 3.33), την κύρτωση (Σχήμα 3.34) και την ασυμμετρία (Σχήμα 3.35) των σχετικών κατανομών που προκύπτουν. Πρόκειται για κατανομές αρκετά κοντά στην κανονική, όπως δείχνουν οι μικρές τιμές κύρτωσης και ασυμμετρίας. Οι μέσες τιμές είναι μικρές (γύρω στο 1/10 της ιδανικής τιμής ή λιγότερο) και στις περισσότερες περιπτώσεις θετικές, ενώ για την μέθοδο ETS_f η μέση τιμή είναι αρνητική και μάλιστα αρκετά μεγαλύτερη κατά απόλυτη τιμή. Όσον αφορά την τυπική απόκλιση, αυτή είναι μεγάλη για όλες τις μεθόδους καταδεικνύοντας την μεγάλη εξάπλωση των τιμών που λαμβάνονται εντός του εφικτού εύρους.

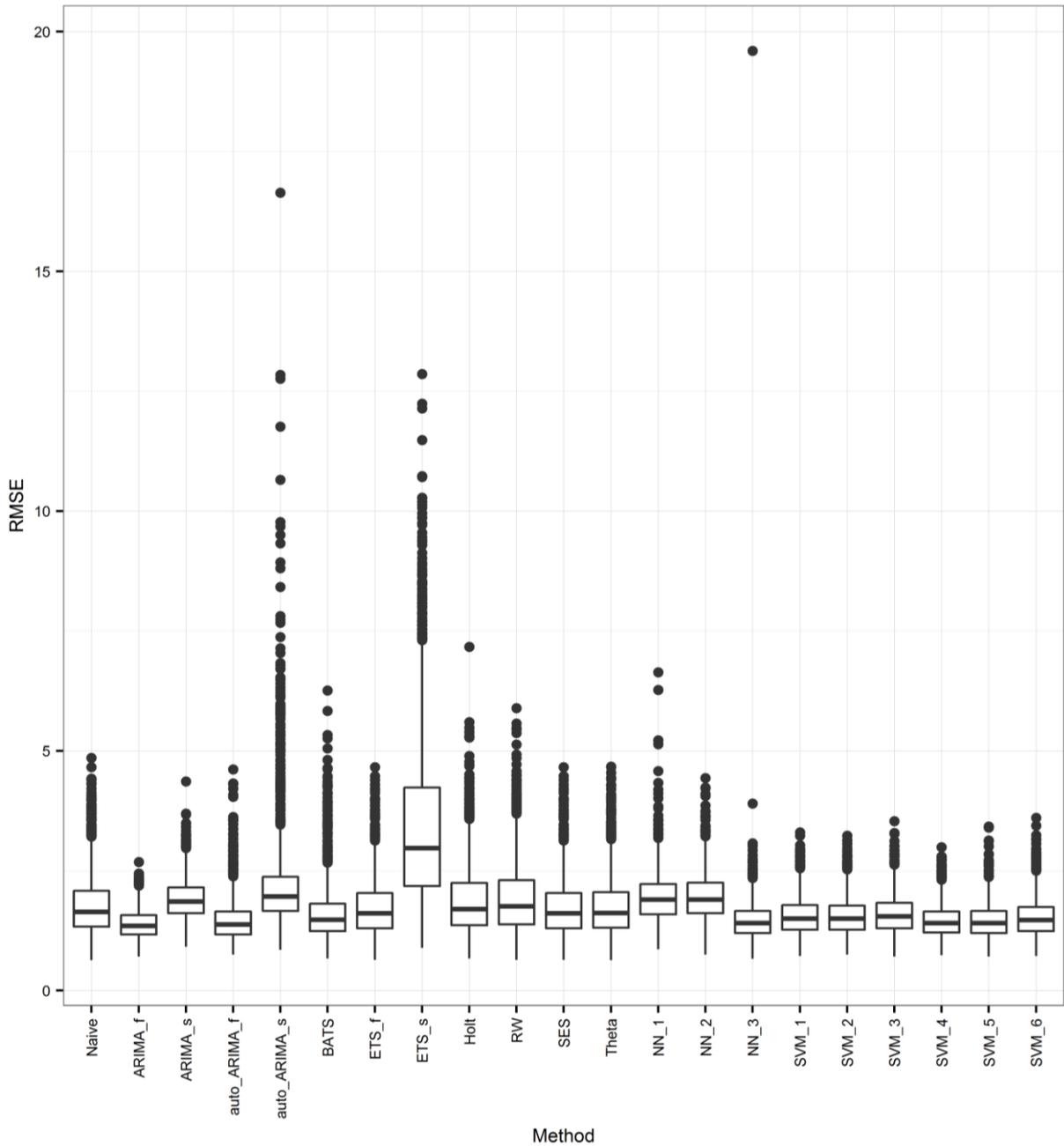
Για την σύγκριση των μεθόδων σε επίπεδο μέτρου καταρτίζονται επιπρόσθετα θηκογράμματα, όπως αυτά που παρατίθενται ενδεικτικά στην συνέχεια για την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ (Σχήμα 3.36 έως Σχήμα 3.44), καθώς και εκείνα που βρίσκονται στο Παράρτημα Α, στο Παράρτημα Β και στο Παράρτημα Γ για το σύνολο των διενεργούμενων πειραμάτων προσομοίωσης. Στα εν λόγω παραρτήματα παρουσιάζεται η ποσοτικοποίηση που αφορά τα μέτρα rSD, NSE και Pr αντίστοιχα. Τα βασικά στοιχεία των συγκρινόμενων κατανομών αποτυπώνονται στα διαγράμματα αυτά, γεγονός που αναμένεται να διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό την σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης. Σε περιπτώσεις, ωστόσο, που οι έκτροπες τιμές είναι τόσο απομακρυσμένες από τον κορμό των διατομών, ώστε να μην επιτρέπουν την σαφή αποτύπωση του τελευταίου και κατά συνέπεια την σύγκριση, αφαιρούνται από το σύνολο των εικονιζόμενων κατανομών οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers). Οι συγκεκριμένες ορίζονται ως εκείνες που είναι είτε μεγαλύτερες της μεγαλύτερης τιμής που οριοθετεί το ενδοτεταρτημοριακό εύρος κατά τουλάχιστον τρεις φορές το ενδοτεταρτημοριακό εύρος είτε μικρότερες της μικρότερης τιμής που οριοθετεί το ενδοτεταρτημοριακό εύρος κατά τουλάχιστον τρεις φορές το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Σημειώνεται ακόμη ότι την ανάγνωση των θηκογραμμάτων διευκολύνει σε μεγάλο βαθμό η παράλληλη χρήση των ραβδογραμμάτων που συγκεντρώνουν τις διάμεσες τιμές και τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη.



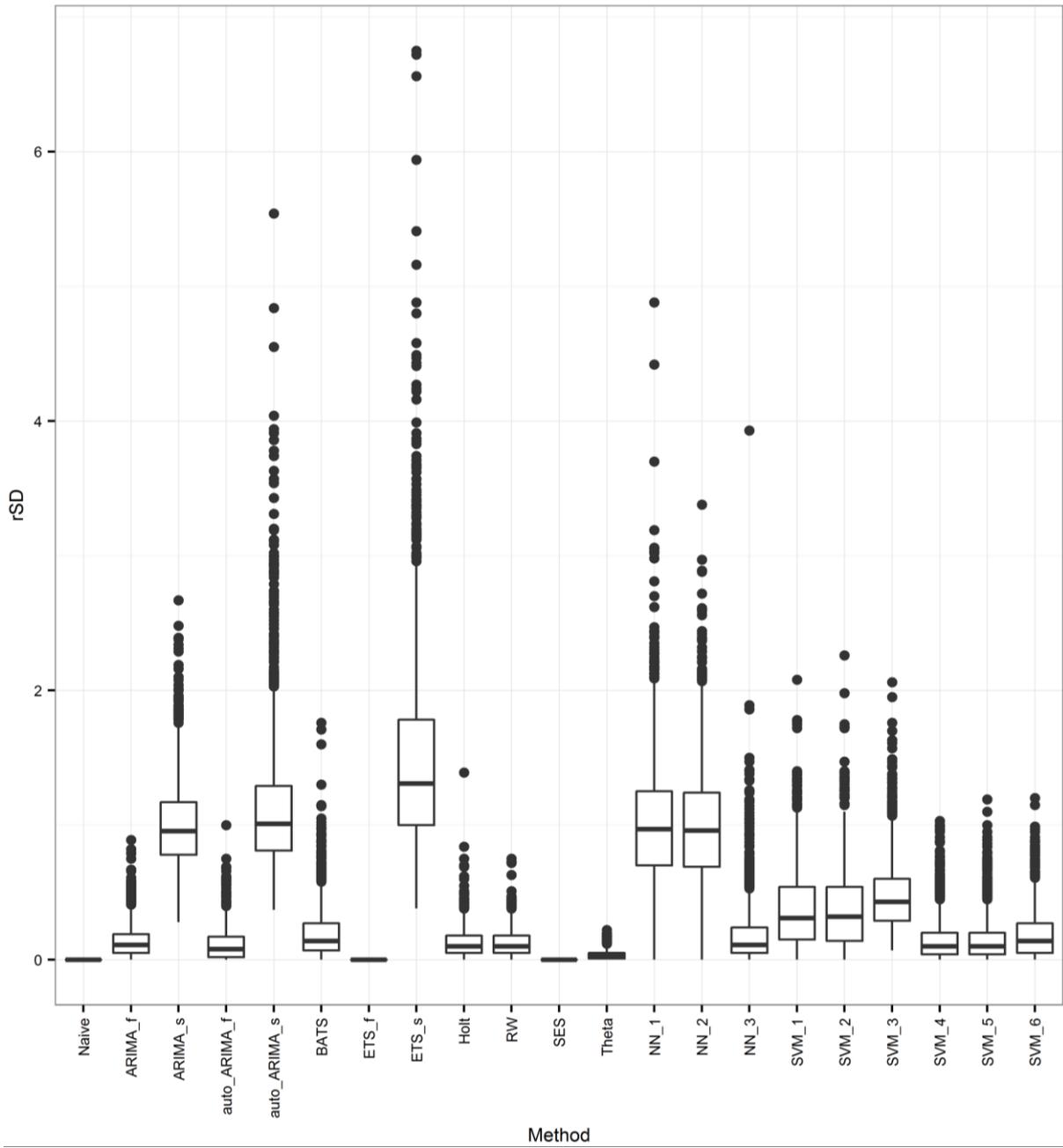
Σχήμα 3.36. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι πιο μακρινές τιμές που λαμβάνονται είναι για το σύνολο των μεθόδων δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη. Για τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ARIMA_s οι εν λόγω τιμές είναι οι μεγαλύτερες κατά απόλυτη τιμή.



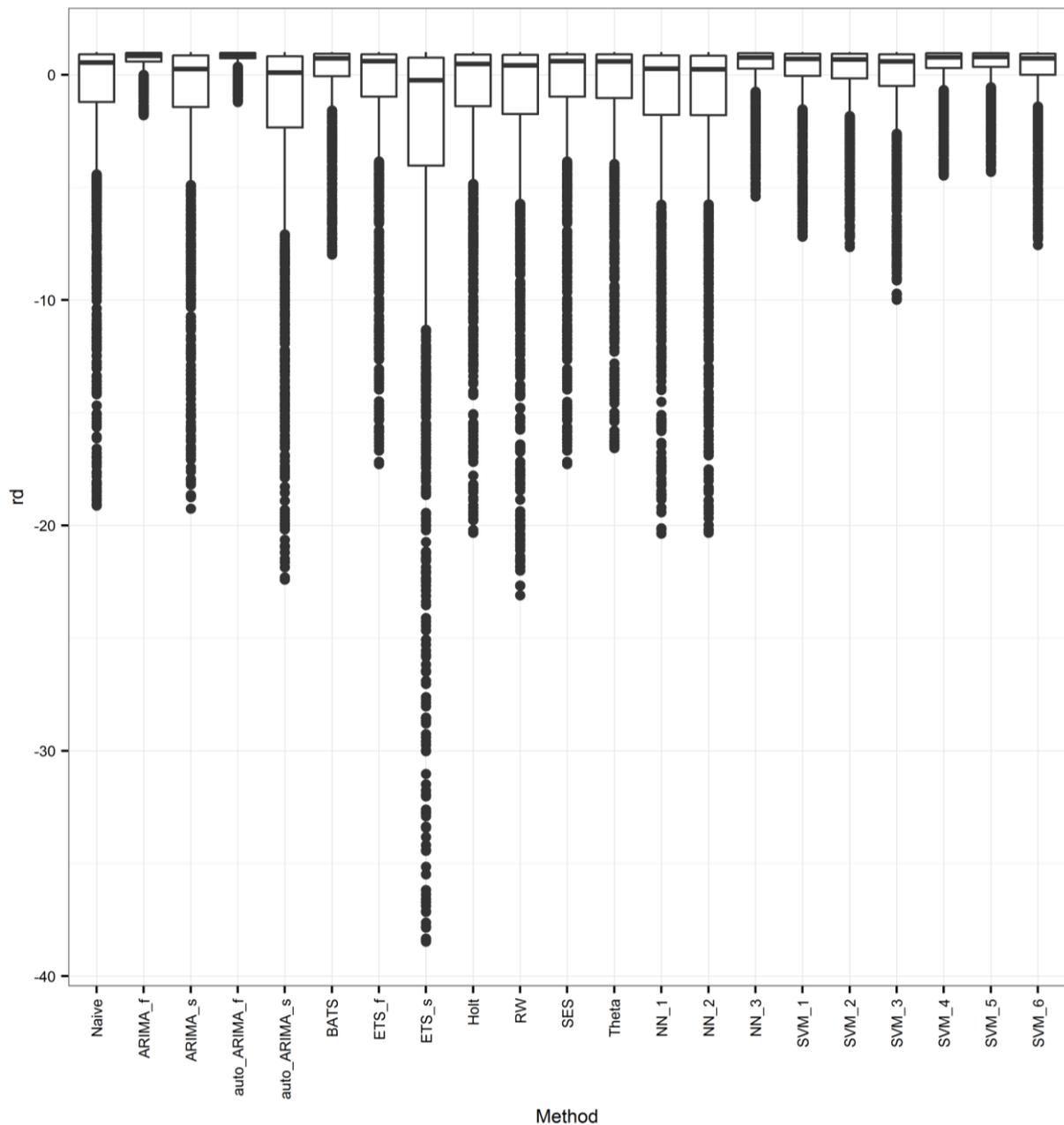
Σχήμα 3.37. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι πιο μακρινές που λαμβάνονται είναι για το σύνολο των μεθόδων δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη.



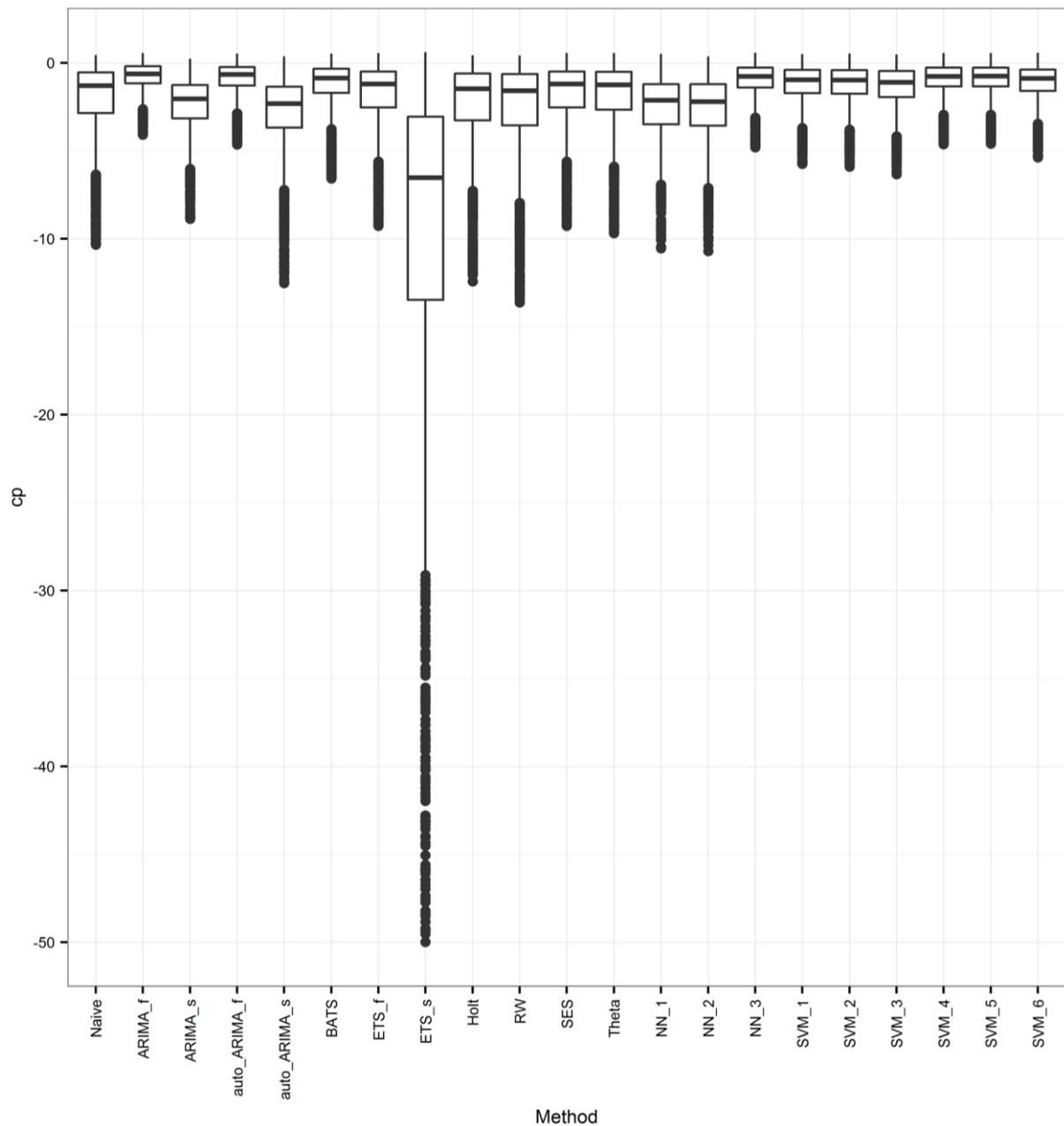
Σχήμα 3.38. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



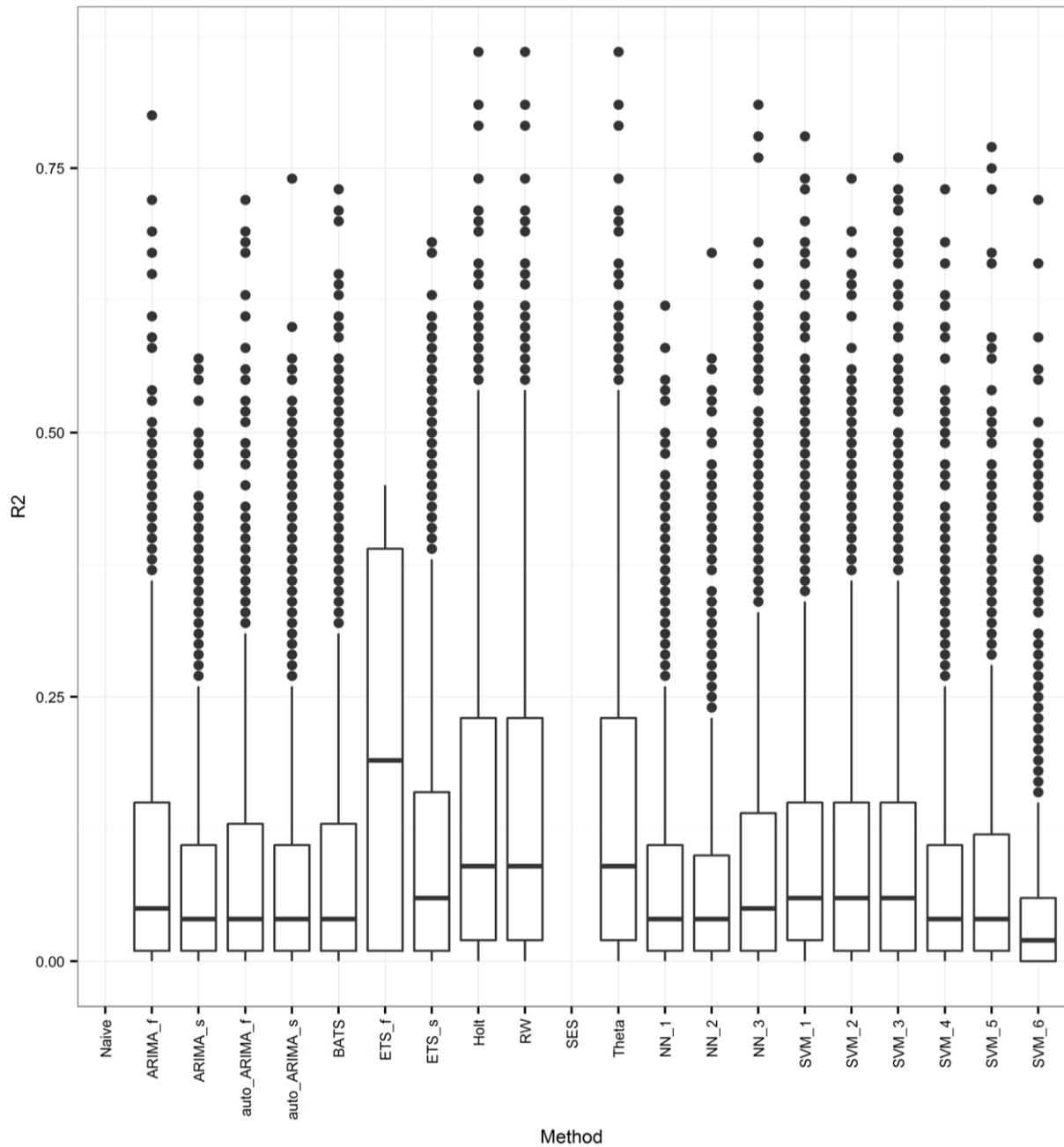
Σχήμα 3.39. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$.



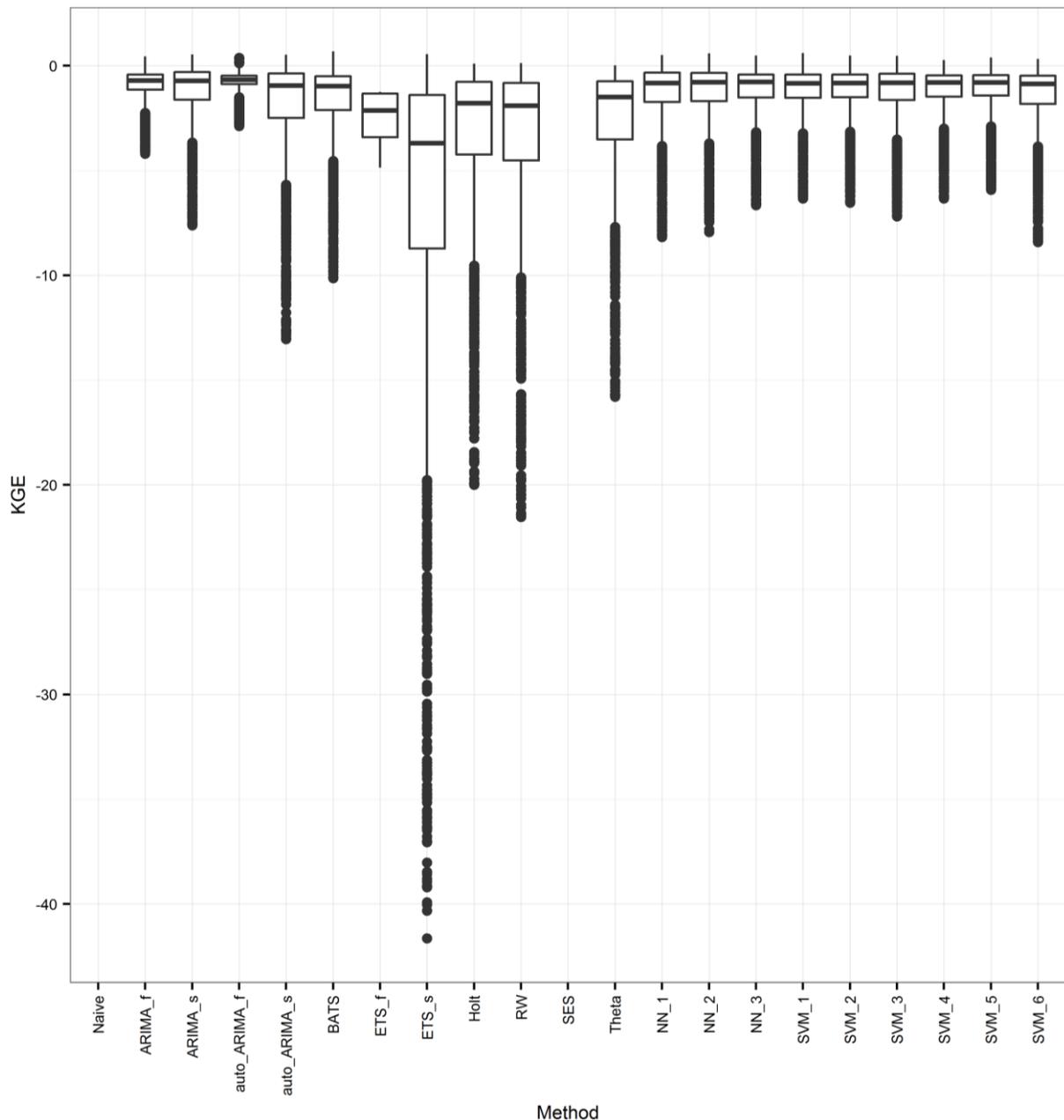
Σχήμα 3.40. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για το σύνολο των μεθόδων. Η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή λαμβάνεται με διαφορά για την μέθοδο ARIMA_s, ενώ η δεύτερη μεγαλύτερη για την NN_1.



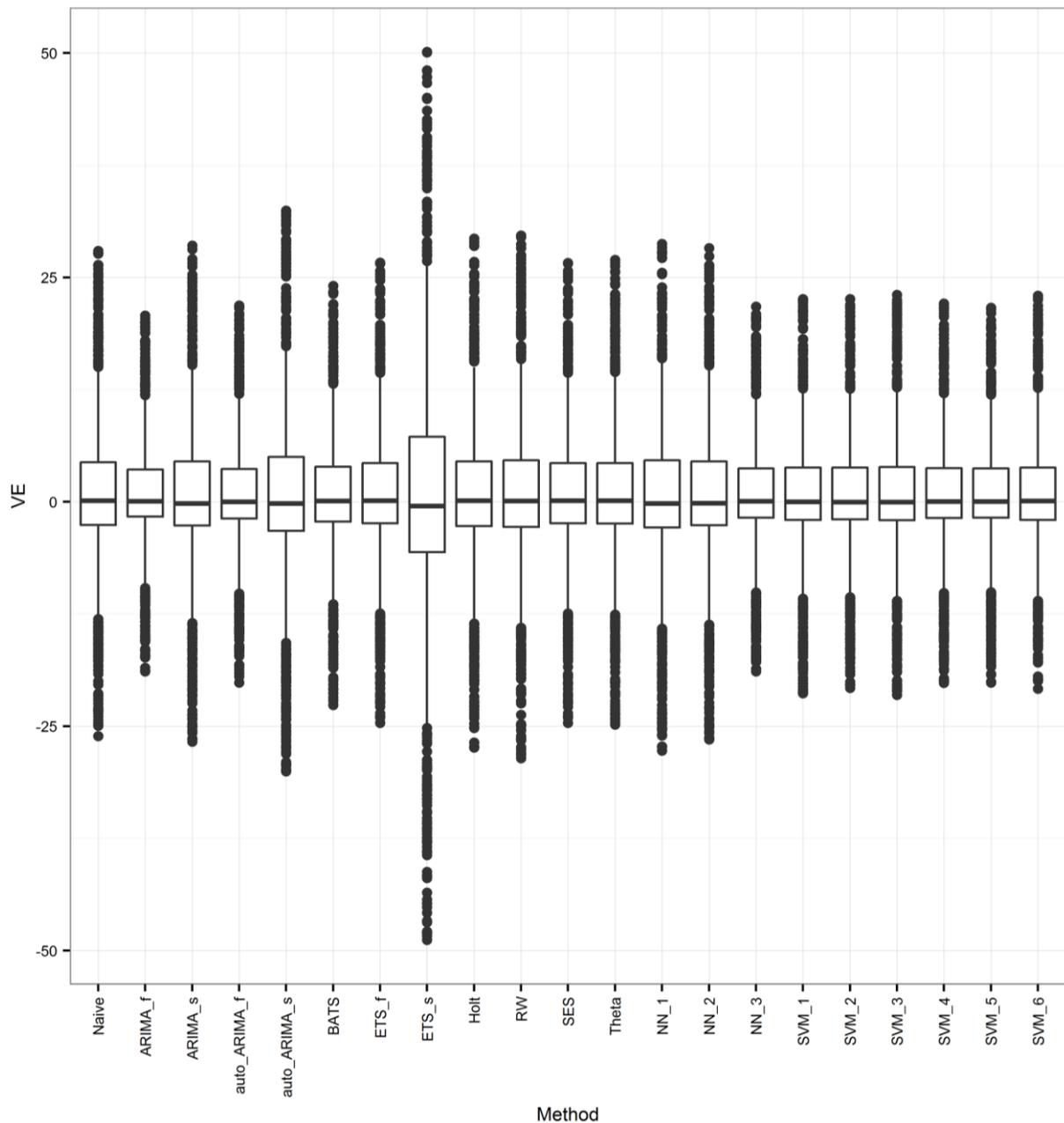
Σχήμα 3.41. Θηκόγραμμα με τα ποσοτήμια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο cp κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, auto_ARIMA_s και ETS_s. Η μεγαλύτερη απόλυτη τιμή λαμβάνεται με διαφορά για την μέθοδο NN_3.



Σχήμα 3.42. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο R2 κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα 3.43. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για όλες τις μεθόδους με εξαίρεση τις auto_ARIMA_f, auto_ARIMA_s, ETS_f και NN_1. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα 3.44. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο VE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για το σύνολο των μεθόδων.

Από το Σχήμα 3.36 φαίνεται ότι περισσότερο αμερόληπτες με βάση το μέτρο MPE προκύπτουν οι μέθοδοι auto_ARIMA_f και η ARIMA_f. Οι μέθοδοι SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 προκύπτουν ικανοποιητικές με βάση την συνολική εικόνα για το συγκεκριμένο μέτρο, γεγονός που ισχύει και για την NN_3 και την BATS. Σε σχέση με την Naive, η οποία χρησιμοποιείται ως μέθοδος αναφοράς στην παρούσα εργασία, χειρότερες είναι οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία σε επίδοση

είναι η ETS_s. Επιπρόσθετα, σύμφωνα με το υπό συζήτηση σχήμα οι υπόλοιπες μέθοδοι πρόβλεψης μεροληπτούν αναμενόμενα εξίσου με την μέθοδο Naive. Ακόμη, με βάση το Σχήμα 3.37 προκύπτει ότι ως προς το μέτρο MAPE πιο ακριβείς είναι οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f. Τόσο οι μέθοδοι SVM₁, SVM₂, SVM₃, SVM₄, SVM₅ και SVM₆ όσο και η NN₃ και η BATS είναι ικανοποιητικές και ως προς το συγκεκριμένο μέτρο, ενώ χειρότερη προκύπτει η μέθοδος ETS_s. Οι υπόλοιπες μέθοδοι είναι αναμενόμενα εξίσου ακριβείς με την μέθοδο Naive σύμφωνα με το εξεταζόμενο μέτρο.

Σχετικά με την πληροφορία που δίνει το μέτρο RMSE, παρατηρείται στο Σχήμα 3.38 καταρχάς η μακρινή σε σχέση με τον κορμό τις κατανομής έκτροπη τιμή που εμφανίζεται για την μέθοδο NN₃, η οποία εξηγείται με βάση το Σχήμα 3.11. Παρατηρείται επίσης η υπεροχή της ARIMA_f, καθώς και αυτή της auto_ARIMA_f, που είναι θεωρητικά αναμενόμενες (βλ. Ενότητα 2.2.3). Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM και η NN₃ με πολύ καλή επίδοση. Χειρότερη επίδοση από την μέθοδο Naive εμφανίζουν οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, ETS_s, Holt, RW, NN₁, NN₂, ενώ καλύτερη οι BATS, SES και Theta. Η ETS_s είναι η λιγότερο ακριβής ως προς το RMSE. Παράλληλα, στο Σχήμα 3.39 μπορεί κανείς να παρατηρήσει την γενικώς χαμηλή επίδοση των μεθόδων σε σχέση με την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Καλύτερες σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους είναι η ARIMA_s, auto_ARIMA_s, η NN₁ και η NN₂, ενώ ακολουθεί η ETS_s. Υπενθυμίζεται ότι οι συγκεκριμένες μέθοδοι είναι οι χειρότερες με βάση τα μέτρα MPE (βλ. Σχήμα 3.36) και MAPE (βλ. Σχήμα 3.37). Επίσης, σημειώνεται το γεγονός ότι οι χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν από τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES είναι σε κάθε δοκιμή ευθείες γραμμές (όσον αφορά την ETS_f, το συγκεκριμένο δεν ισχύει για όλα τα πειράματα προσομοίωσης της παρούσας εργασίας), με αποτέλεσμα οι τιμές που τις συνθέτουν να έχουν τυπική απόκλιση μηδέν. Το μέτρο rSD λαμβάνει συνεχώς μηδενική τιμή για τον συγκεκριμένο λόγο.

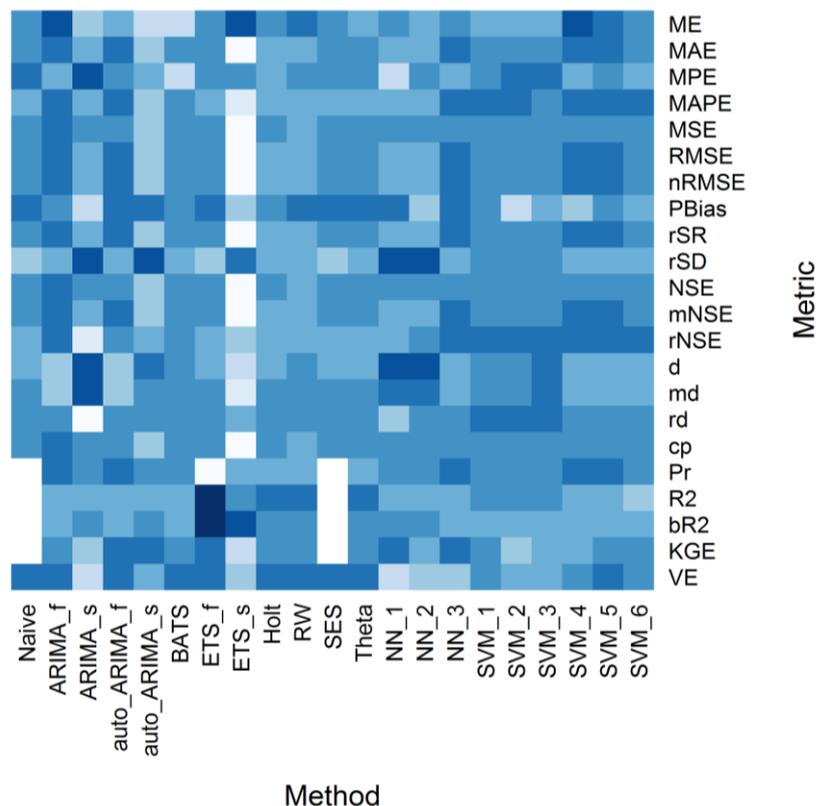
Από το Σχήμα 3.40 φαίνεται ότι περισσότερο ακριβείς σύμφωνα με το μέτρο rd είναι οι μέθοδοι auto_ARIMA_f και ARIMA_f και λιγότερο η ETS_s με διαφορά, ενώ όλες οι μέθοδοι εμφανίζουν τουλάχιστον για το 1/4 των δοκιμών τιμή ίση ή κοντά στην ιδανική. Η επίδοση του συνόλου των μεθόδων SVM, καθώς και των NN₃ και BATS είναι καλύτερη σε σχέση με την επίδοση των υπολοίπων μεθόδων, συμπεριλαμβανομένης της Naive. Επιπλέον, το Σχήμα 3.41 δείχνει την επίδοση των μεθόδων πρόβλεψης με βάση το μέτρο cp. Λιγότερο ακριβής σύμφωνα με το συγκεκριμένο είναι η μέθοδος ETS_s. Οι μέθοδοι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, SVM₁, SVM₂, SVM₃, SVM₄, SVM₅, SVM₆, BATS και NN₃, για

την οποία ωστόσο λαμβάνεται η χειρότερη τιμή (έχει αφαιρεθεί από το γράφημα), έχουν περίπου το ίδιο καλή επίδοση, καλύτερη από αυτήν της Naive. Οι υπόλοιπες μέθοδοι δεν διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό από την τελευταία για το εν λόγω μέτρο.

Όσον αφορά τη συσχέτιση προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων, από το Σχήμα 3.42 μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι η μέθοδος ETS_f δίνει προβλέψεις που συσχετίζονται περισσότερο σε όρους R² με τις χρονοσειρές - στόχους από τις προβλέψεις των υπολοίπων μεθόδων τουλάχιστον για τα 3/4 των δοκιμών, αν και δεν επιτυγχάνει για καμία δοκιμή τις μεγαλύτερες τιμές που δίνουν οι υπόλοιπες μέθοδοι. Την μέθοδο ETS_f ακολουθούν σε επίδοση οι μέθοδοι Holt, RW και Theta. Επιπρόσθετα, από το Σχήμα 3.43, το οποίο παρουσιάζει με απλουστευτικό τρόπο τις κατανομές των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE, προκύπτει ότι με βάση την συναξιολόγηση που προσφέρει το συγκεκριμένο σε σχέση με την αμεροληψία ως προς μέση τιμή και τυπική απόκλιση και την συσχέτιση χειρότερη μέθοδος μακράν είναι η ETS_s. Καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι auto_ARIMA_f και ARIMA_f, ενώ έπονται οι ARIMA_s, NN_1, NN_2, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5, SVM_6. Όσον αφορά το μέτρο VE, από το Σχήμα 3.44 προκύπτει ότι η μέθοδος ETS_s είναι η λιγότερο ακριβής με βάση και το συγκεκριμένο μέτρο. Από τις υπόλοιπες ελάχιστα ακριβέστερες από την Naive είναι οι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, BATS, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6.

Όλοι οι τύποι των διαγραμμάτων που παρουσιάζονται παραπάνω στην Ενότητα 3.1.1 είναι ιδιαιτέρως χρήσιμοι στην κατανόηση των διαφόρων πτυχών της πληροφορίας που δίνει καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης που εκτελούνται. Κάποια από τα διαγράμματα που καταρτίζονται είναι περισσότερο περιεκτικά, ενώ άλλα στοχεύουν στην ανάδειξη επιμέρους σημείων, συναποτελώντας μια στέρεη βάση για εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων. Ένα μειονέκτημα που παρουσιάζουν ως σύνολο σχετίζεται με το πλήθος τους, το οποίο καθιστά την μελέτη τους σε μεγάλο βαθμό δυσχερή. Το συγκεκριμένο μειονέκτημα αντιμετωπίζεται στην παρούσα εργασία με την κατάρτιση μιας επιπρόσθετης κατηγορίας σχημάτων, των heatmap. Η ανάγνωση των σχημάτων αυτών μπορεί να γίνει ανεξάρτητα, δίνοντας απαντήσεις στα περισσότερα από τα ερωτήματα που τίθενται στην Ενότητα 1.3.3, ενώ ιδανικά γίνεται παράλληλα με την μελέτη των υπολοίπων, κατευθύνοντας την. Μέσα από τα heatmap της εργασίας αυτής αναδεικνύονται επίσης περιπτώσεις στις οποίες η χρήση διαφορετικών μέτρων αποδεικνύεται ισοδύναμη.

Καταρτίζονται heatmap για σύγκριση με βάση καθένα από τα περιγραφικά στατιστικά μέγιστη τιμή, ελάχιστη τιμή, μέση τιμή, διάμεση τιμή, τυπική απόκλιση και ενδοτεταρτημοριακό εύρος των κατανομών των τιμών που λαμβάνονται για τα διάφορα ζεύγη (μέθοδος πρόβλεψης, μέτρο). Η πληροφορία των πειραμάτων προσομοίωσης συνοψίζεται στα σχήματα αυτά χρήσει αλγορίθμου, ο οποίος επιτρέπει την σύγκριση των μεθόδων με τρόπο περισσότερο αντικειμενικό. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος χρησιμοποιείται σύμφωνα με τις συνθήκες που παρουσιάζει ο Πίνακας 2.6 για τις περιπτώσεις της μέγιστης τιμής, της ελάχιστης τιμής, της μέσης τιμής και της διάμεσης τιμής, ενώ για την τυπική απόκλιση και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος ορίζεται οι μικρότερες τιμές να θεωρούνται καλύτερες από τις μεγαλύτερες. Ένα τέτοιο heatmap παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.45.



Σχήμα 3.45. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$ με βάση τις μέσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό.

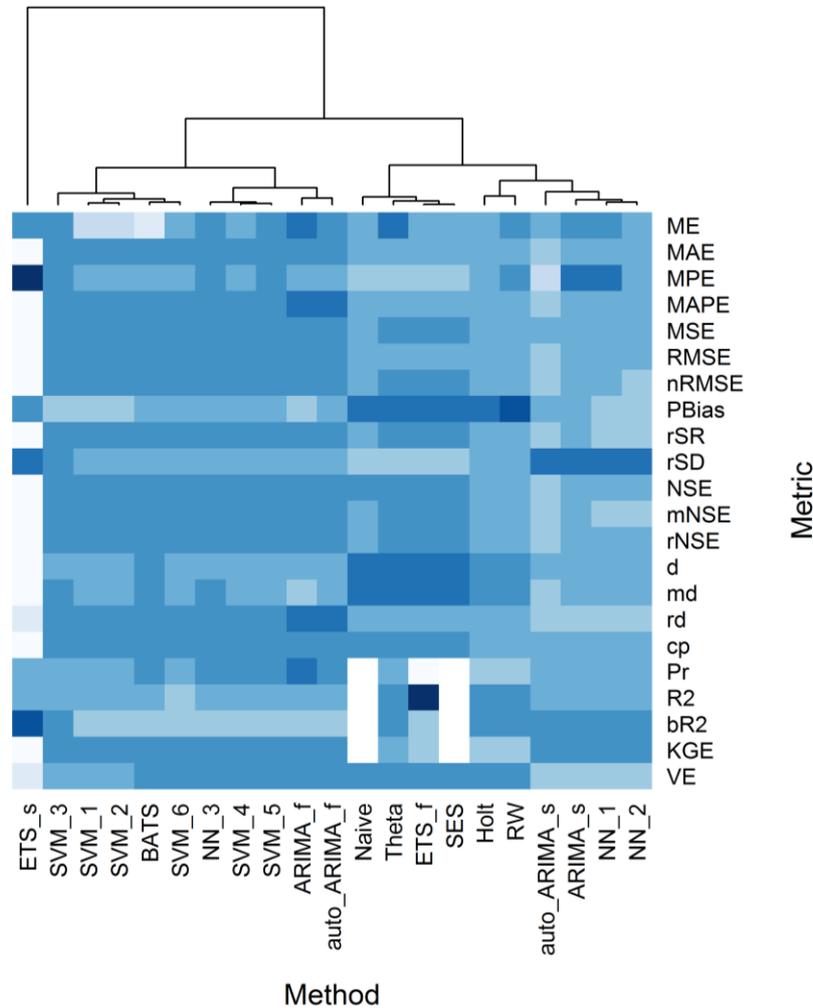
Στο Σχήμα 3.45 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις μέσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν ως μέτρο κεντρικής τάσης των εν λόγω τιμών, αν και στην παρούσα εργασία προτιμάται η χρήση των διάμεσων τιμών για τον συγκεκριμένο σκοπό.

Ως προς την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 υπερέχουν έναντι των άλλων μεθόδων SVM. Παράλληλα, παρατηρείται ότι οι NN_1 και NN_2 έχουν παρόμοια επίδοση στα περισσότερα μέτρα και διαφέρουν από την NN_3, ωστόσο όχι σε μεγάλο βαθμό συνολικά. Επίσης, όλες οι NN δεν διαφέρουν ιδιαίτερα σε σχέση με τις SVM_1, SVM_2, SVM_3 και SVM_6. Συγκρίνοντας τις υπόλοιπες μεθόδους με την ARIMA_f, η οποία θεωρητικά αναμένεται να είναι καλύτερη ως προς το RMSE (βλ. Ενότητα 2.2.3), φαίνεται ότι αυτή υπερέχει και ως προς τα υπόλοιπα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια. Η auto_ARIMA_f ακολουθεί σε επίδοση. Ως προς το rSD οι μέθοδοι ARIMA_s και auto_ARIMA_s υπερέχουν έναντι των ARIMA_f, auto_ARIMA_f και αρκετών άλλων μεθόδων πρόβλεψης (βλ. Ενότητα 2.2.3). Η μέθοδος ETS_s εμφανίζει συνολικά την χειρότερη επίδοση, η οποία αφορά κυρίως τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, αλλά και το KGE που παρέχει συναξιολόγηση ως προς όλα τα εξεταζόμενα κριτήρια πλην της ακρίβειας, ενώ αρκετά καλύτερες είναι οι ARIMA_s και auto_ARIMA_s. Αμέσως καλύτερες είναι οι μέθοδοι Holt και RW. Οι συγκεκριμένες έχουν χειρότερη επίδοση από τις Naive, BATS, ETS_f, SES και Theta, οι οποίες διαφέρουν μεταξύ τους σε μικρό βαθμό συνολικά. Ειδικά για τις μεθόδους SES και Theta η εν λόγω διαφορά είναι ελάχιστη.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να έχει ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη επίδοση από τις υπόλοιπες. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις μέσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα RMSE, nRMSE και rSR.

Οι ίδιες κατηγορίες heatmap καταρτίζονται με παράλληλη εφαρμογή αλγορίθμου ομαδοποίησης με βάση την επίδοση που εμφανίζουν συγκριτικά οι μέθοδοι ως προς τα διάφορα μέτρα. Κατά την ομαδοποίηση γίνεται αναδιάταξη των μεθόδων κατά την οριζόντια έννοια σύμφωνα με την συσχέτιση, θετική ή αρνητική, που εκτιμάται ότι υπάρχει ανάμεσα στις διάφορες μεθόδους πρόβλεψης για τα εκάστοτε δεδομένα που

εισάγονται. Η αναδιάταξη φανερώνει τις όποιες σχέσεις υπάρχουν ανάμεσα στις μεθόδους και συνοδεύεται από δενδρόγραμμα, το οποίο εικονίζει τις εν λόγω σχέσεις απλουστευτικά. Ένα τέτοιο heatmap φαίνεται στο Σχήμα 3.46.



Σχήμα 3.46. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης με βάση το Σχήμα 3.46, παρατηρείται καταρχάς ότι η πολύ διαφορετική επίδοση της μεθόδου ETS_s έχει ως αποτέλεσμα την θεώρηση της ως ανεξάρτητης από τις υπόλοιπες μεθόδους. Παρατηρείται ακόμη ότι η επίδοση της εν λόγω μεθόδου είναι η χειρότερη συνολικά, αλλά

καλή όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση και μέτρια όσον αφορά την συσχέτιση.

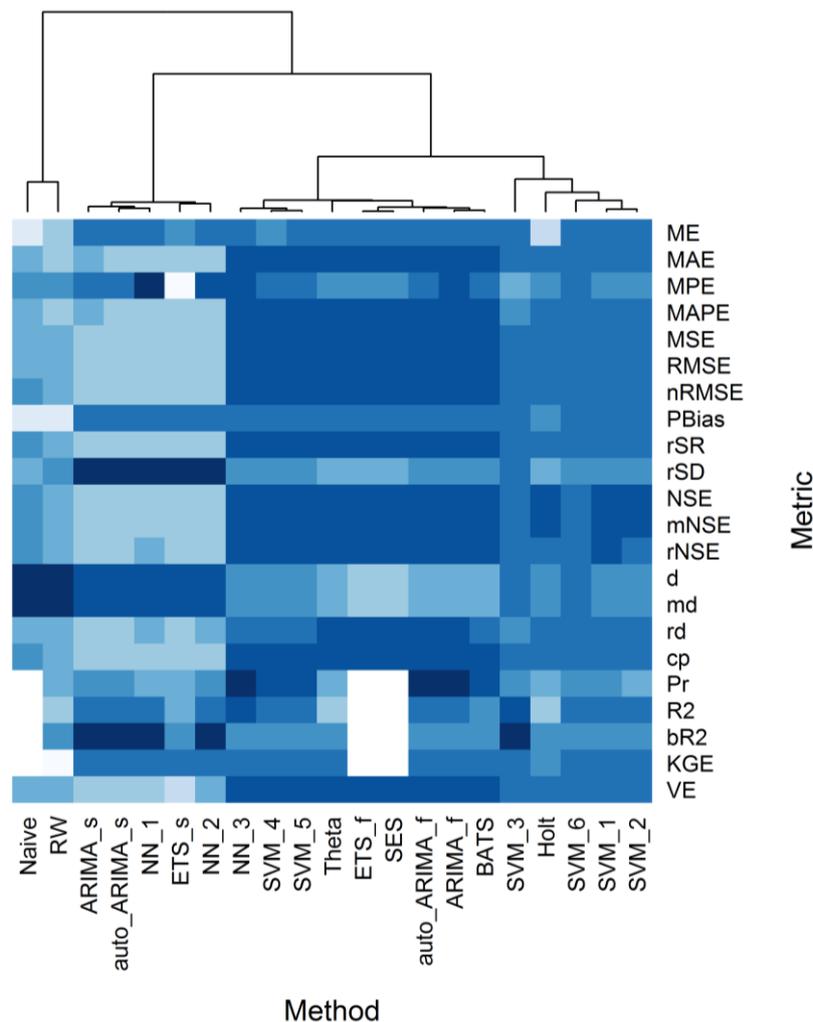
Οι υπόλοιπες μέθοδοι χωρίζονται σε δύο υποομάδες. Η υποομάδα με την καλύτερη επίδοση συνολικά περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους SVM, όπως και την μέθοδο NN_3 από την κατηγορία των μεθόδων NN. Καλύτερες σε επίδοση και ισοδύναμες μεταξύ τους είναι οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f. Επόμενες είναι οι NN_3, SVM_5 και SVM_4 με την σειρά που αναφέρονται, ενώ η τελευταία από αυτές είναι συνολικά εξίσου καλή με την BATS. Ακολουθεί η SVM_6, ενώ προτελευταία είναι η SVM_3 και τελευταίες είναι οι ισοδύναμες με βάση το σύνολο των μέτρων SVM_1 και SVM_2. Σχετικά με την υποομάδα που έρχεται δεύτερη σε επίδοση, καλύτερη σε αυτήν μέθοδος είναι η Theta, ενώ ακολουθούν οι ETS_f και SES, που είναι εξίσου καλές για όσα μέτρα υπολογίζονται για την μέθοδο SES, και έπειτα η Naive. Η μέθοδος Naive είναι συνολικά ισοδύναμη με την RW στα μέτρα που υπολογίζονται στην περίπτωση της πρώτης, η οποία είναι ελάχιστα καλύτερη της Holt. Η Holt φαίνεται να έχει εξίσου καλή συνολική επίδοση με την ARIMA_s, η οποία υπερέχει σε μικρό βαθμό της NN_1. Ακολουθούν οι NN_2 και auto_ARIMA_s με την σειρά που αναφέρονται.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$, δεν υπάρχουν μέτρα που να δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν.

Όπως μπορεί κάποιος να διαπιστώσει από τα παραπάνω, η συγκεκριμένη κατηγορία σχημάτων διευκολύνει σημαντικά την ανάγνωση της πληροφορίας. Όσον αφορά ειδικά τα heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα, αυτά υποστηρίζουν τον σχολιασμό των αποτελεσμάτων ικανοποιητικά και για τον λόγο αυτό παρουσιάζονται στο σύνολο τους στα επιμέρους κεφάλαια της παρούσας εργασίας. Παράλληλα, στο Παράρτημα Δ παρουσιάζονται τα αντίστοιχα σχήματα για τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη, τα οποία παρέχουν πληροφορία σχετικά με την σταθερότητα που χαρακτηρίζει την ποιότητα της επίδοσης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς τα διάφορα μέτρα.

3.1.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = -0.7$

Στο Σχήμα 3.47 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.47. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

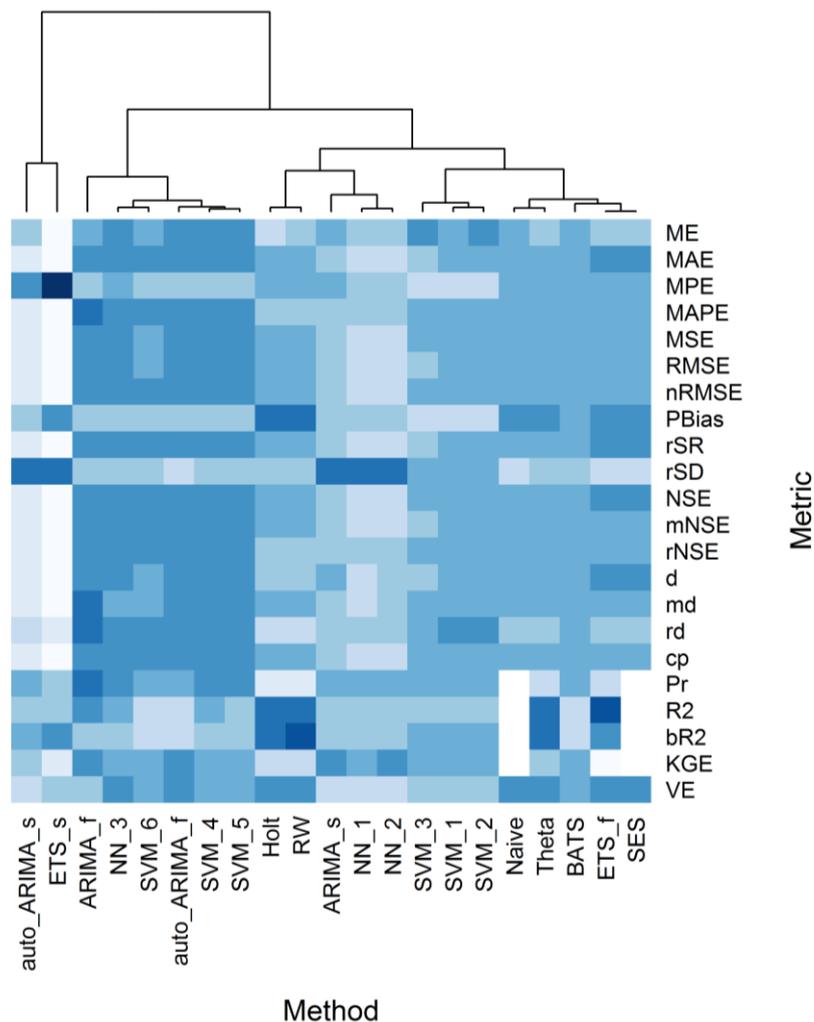
Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι Naive και RW αποτελούν μία ανεξάρτητη ομάδα μη εμφανίζοντας αξιοσημείωτη ομοιότητα ως προς την εξεταζόμενη επίδοση με τις υπόλοιπες μεθόδους. Οι υπόλοιπες μέθοδοι εμφανίζουν κάποια συσχέτιση μεταξύ τους όσον αφορά την επίδοση στα διάφορα μέτρα, ενώ χωρίζονται σε τρεις υποομάδες, εντός των οποίων η συσχέτιση είναι ισχυρότερη. Όσον αφορά την υποομάδα με την καλύτερη επίδοση, αυτή περιλαμβάνει τις μεθόδους SVM_4 και SVM_5, που υπερτερούν συνολικά των υπολοίπων μεθόδων SVM. Καλύτερη από τις τελευταίες προκύπτει η μέθοδος NN_3, η οποία αποδεικνύεται η καλύτερη της κατηγορίας των NN, και μάλιστα εξίσου καλή με τις καλύτερες μεθόδους συνολικά, δηλαδή τις ARIMA_f και auto_ARIMA_f. Στο συγκεκριμένο πείραμα προσομοίωσης προκύπτει ότι οι δύο προαναφερθείσες μέθοδοι διαφέρουν ελάχιστα μεταξύ τους ως προς την αναμενόμενη συμπεριφορά στην πρόβλεψη. Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM_5, SVM_4 και BATS με την σειρά που αναφέρονται. Τελευταίες από τις καλύτερες σε επίδοση μεθόδους είναι οι ETS_f, SES και Theta.

Η δεύτερη σε επίδοση κατηγορία μεθόδων περιλαμβάνει τις υπόλοιπες μεθόδους SVM και την μέθοδο Holt. Οι SVM_3 και SVM_6 είναι μάλλον ισοδύναμες συνολικά και ελαφρώς καλύτερες της SVM_1 που με την σειρά της είναι ελαφρώς καλύτερη της SVM_2. Η μέθοδος Holt είναι η τελευταία σε επίδοση της συγκεκριμένης ομάδας. Ακολουθεί η ομάδα των μεθόδων Naive και RW, με την πρώτη από αυτές να είναι καλύτερη της δεύτερης. Οι υπόλοιπες μέθοδοι συνιστούν την τελευταία σε επίδοση ομάδα, η οποία ωστόσο εμφανίζει συνολικά την καλύτερη επίδοση ως προς τα μέτρα rSD, R2 και bR2, αλλά και αρκετά καλή επίδοση στα μέτρα που εξετάζουν την αμεροληψία, όπως και τα μέτρα d και rd που συνεξετάζουν ακρίβεια και αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Χειρότερη μέθοδος είναι συνολικά η ETS_s. Οι υπόλοιπες μέθοδοι διαφέρουν λίγο μεταξύ τους και κάποιος θα μπορούσε να τις κατατάξει από την καλύτερη στην χειρότερη ως εξής: NN_1, NN_2 και ARIMA_s (ισοδύναμες), auto_ARIMA_s.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα ζεύγη MSE και RMSE, nRMSE και rSR, d και md.

3.1.3 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.48 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.48. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η ομάδα των μεθόδων *auto_ARIMA_s* και *ETS_s* που σχηματίζεται είναι ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες μεθόδους, οι οποίες συνθέτουν μία μεγάλη ομάδα εμφανίζοντας κάποιες ομοιότητες μεταξύ τους. Η μεγάλη αυτή ομάδα υποδιαιρείται σε τρεις επιμέρους ομάδες. Η καλύτερη σε επίδοση από τις συγκεκριμένες περιλαμβάνει τις μεθόδους *SVM_4*, *SVM_5*, *SVM_6* από την κατηγορία των *SVM* και την *NN_3* από τις μεθόδους *NN*. Καλύτερη συνολικά ως προς την εξεταζόμενη επίδοση είναι η *ARIMA_f*, ενώ δεύτερη είναι η *NN_3* με αμέσως επόμενη την *auto_ARIMA_f*. Ακολουθούν με την σειρά που αναφέρονται παραπάνω οι μέθοδοι *SVM* της εν λόγω υποομάδας. Οι υπόλοιπες μέθοδοι *SVM* ανήκουν στη δεύτερη σε επίδοση υποομάδα, έχοντας ως σύνολο σε μικρό βαθμό χειρότερη επίδοση από τις υπόλοιπες μεθόδους που ανήκουν σε αυτήν. Από τις συγκεκριμένες μεθόδους η *SVM_2* είναι ελαφρώς καλύτερη της *SVM_1*, η οποία υπερέχει με την σειρά της της *SVM_3*. Στην υπό συζήτηση ομάδα ανήκουν και οι *ETS_f*, *SES*, *Naive*, *BATS* και *Theta*. Οι δύο πρώτες έχουν εξίσου καλή επίδοση, σε μικρό βαθμό καλύτερη από την επίδοση των τριών τελευταίων που επίσης είναι σχεδόν ισοδύναμες μεταξύ τους. Η προτελευταία σε επίδοση υποομάδα περιλαμβάνει τις μεθόδους *Holt* και *RW*, με τη δεύτερη να παρουσιάζει ελαφρώς καλύτερη επίδοση από την πρώτη σε δύο μέτρα. Χειρότερη από τις συγκεκριμένες μέθοδος της ίδιας ομάδας είναι η *ARIMA_s*, η οποία εμφανίζει καλύτερη επίδοση από τις μεθόδους *NN* που παρουσιάζουν πολύ σχετική με αυτήν συμπεριφορά για τα διάφορα μέτρα. Από τις τελευταίες μεθόδους η *NN_2* είναι ελαφρώς καλύτερη. Η μέθοδος *NN_1* που είναι η τελευταία σε επίδοση της συγκεκριμένης υποομάδας είναι μάλλον ισοδύναμη με την μέθοδο *auto_ARIMA_s*. Η μέθοδος *ETS_s* είναι η χειρότερη, εμφανίζοντας μέτρια έως και καλύτερη συμπεριφορά από τις υπόλοιπες για ορισμένα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος με ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη επίδοση από τις υπόλοιπες. Ως προς το μέτρο *NSE*, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι της πρώτης σε επίδοση υποομάδας και οι *ETS_f* και *SES*. Ακολουθούν η *Holt* και η *RW*, από τις οποίες ελαφρώς χειρότερη προκύπτει η *ARIMA_s*. Χειρότερη επίδοση φαίνεται να έχουν οι μέθοδοι *auto_ARIMA_s*, *NN_1*, *NN_2* και, τέλος, η *ETS_s*.

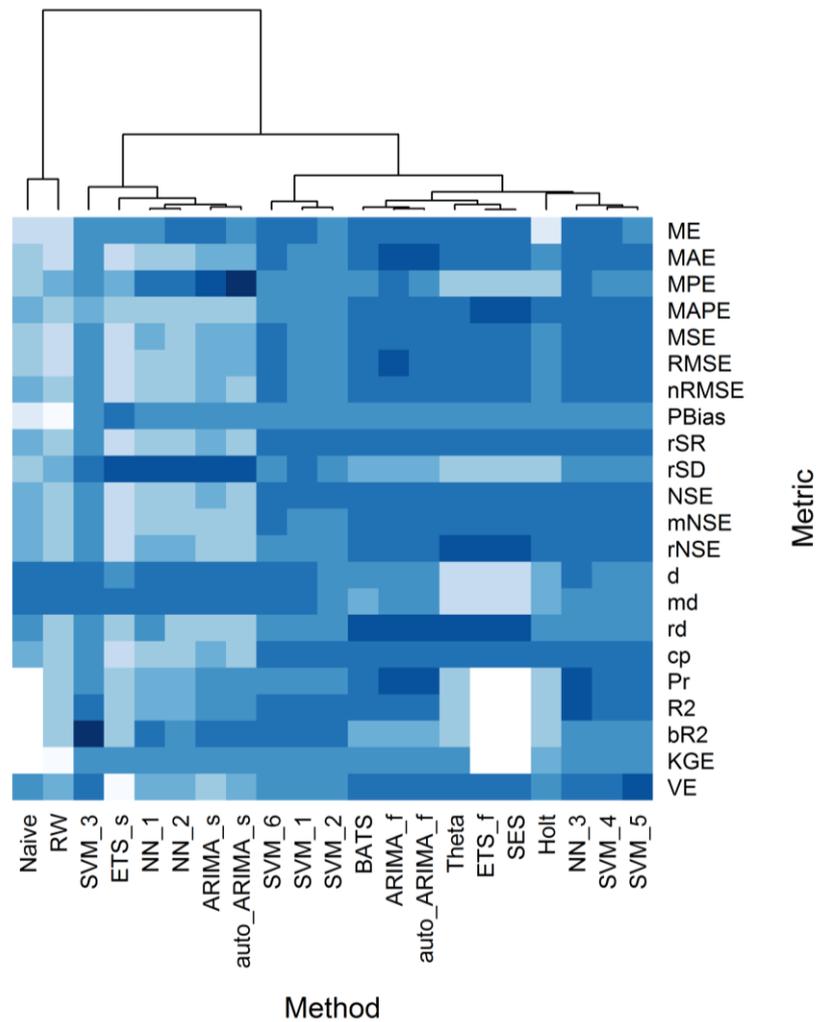
Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις *AR(2)* με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$, δεν υπάρχουν μέτρα που να δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν.

3.1.4 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.49 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς η πολύ διαφορετική συμπεριφορά των μεθόδων Naive και RW ως προς τα διάφορα μέτρα σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους, που έχει ως αποτέλεσμα την θεώρησή τους ως ανεξάρτητης ομάδας. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ο χωρισμός των υπολοίπων μεθόδων που συναποτελούν μια ομάδα σε δύο μεγάλες υποομάδες. Καλύτερη επίδοση παρουσιάζει η μεγαλύτερη εξ αυτών, στην οποία ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM εξαιρουμένης της SVM_3, όπως επίσης και η NN_3. Στην συγκεκριμένη υποομάδα ανήκουν και οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f, οι οποίες είναι η καλύτερη και η δεύτερη καλύτερη αντίστοιχα. Έπεται η NN_3, την οποία ακολουθούν οι SVM_4 και SVM_5, ούσες ισοδύναμες. Η BATS ανήκει επίσης στην εν λόγω υποομάδα εμφανίζοντας χειρότερη επίδοση από τις προαναφερθείσες μεθόδους και καλύτερη από τις ETS_f, SES και Theta, που έχουν ίδια περίπου επίδοση. Οι μέθοδοι αυτές μαζί με την Holt, που είναι η χειρότερη της ομάδας, εμφανίζουν συλλογικά την χειρότερη επίδοση ως προς το MPE, το rSD, το d, το rd και τα μέτρα που εξετάζουν την συσχέτιση. Καλύτερες από τις συγκεκριμένες μεθόδους είναι κατά σειρά οι SVM_6, SVM_1 και SVM_2. Η SVM_6 είναι περίπου ισοδύναμη με την BATS.

Η δεύτερη σε επίδοση υποομάδα περιέχει την μέθοδο SVM_3, της οποίας η επίδοση είναι εξίσου καλή συνολικά με αυτήν της SVM_2. Ακολουθούν οι ARIMA_s και auto_ARIMA_s με την σειρά που αναφέρονται. Η auto_ARIMA_s παρουσιάζει ισοδύναμη συμπεριφορά με την NN_1, η οποία είναι σε μικρό βαθμό καλύτερη από την NN_2. Η ETS_s είναι η χειρότερη συνολικά μαζί με την RW. Οι μέθοδοι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, ETS_s, NN_1 και NN_2 εμφανίζουν την καλύτερη συμπεριφορά ως προς τα μέτρα MPE και rSD, ενώ είναι ανάμεσα στις καλύτερες μεθόδους όσον αφορά τα d και md. Η μέθοδος Naive εμφανίζει συνολικά καλύτερη συμπεριφορά από την ETS_s και την RW, ενώ είναι μάλλον εξίσου καλή με την NN_2.



Σχήμα 3.49. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίτητες AR(2) με παραμέτρους $\phi_1 = -0.7$ και $\phi_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη μέθοδος. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες των υπολοίπων είναι οι μέθοδοι της υποομάδας με την καλύτερη επίδοση, ενώ ακολουθεί η SVM_3. Η Naive και η ARIMA_s έχουν την αμέσως καλύτερη επίδοση και έπειτα οι auto_ARIMA_s, RW, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίτητες AR(2) με

παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$, δεν υπάρχουν μέτρα που να δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν.

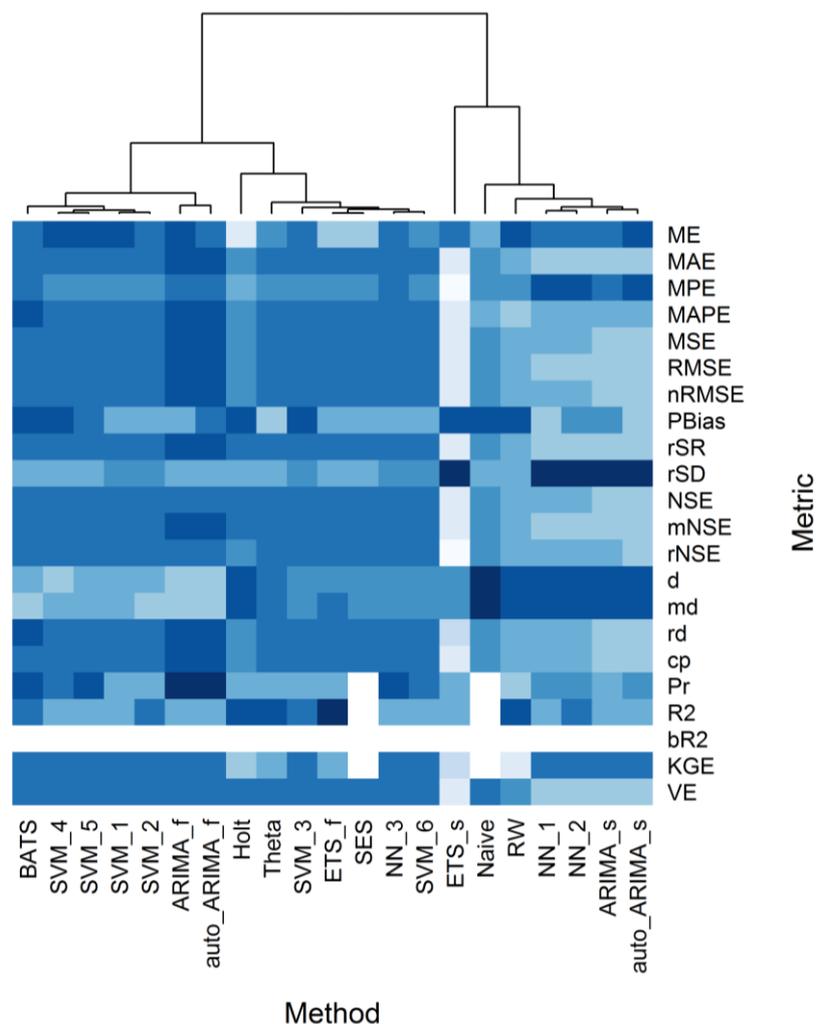
3.1.5 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.50 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ο χωρισμός των μεθόδων πρόβλεψης σε δύο μεγάλες ομάδες. Στην ομάδα με την καλύτερη επίδοση ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM και η NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Στην εν λόγω ομάδα ανήκουν και οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f, που είναι συνολικά οι καλύτερες όλων με την σειρά που αναφέρονται. Σημειώνεται, επίσης ότι η επίδοση των προαναφερθεισών μεθόδων δεν είναι ομοιόμορφα καλύτερη ως προς όλα τα μέτρα, γεγονός αναμενόμενο κυρίως για το rSD. Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM_3 και BATS, που είναι συνολικά ισοδύναμες, αν και ανήκουν σε διαφορετική υποομάδα, και έπεται η μέθοδος NN_3. Χειρότερη επίδοση από την συγκεκριμένη εμφανίζουν οι μέθοδοι ETS_f, SES, Theta και SVM_6 που έχουν την ίδια περίπου επίδοση συνολικά. Ισοδύναμες με τις προαναφερθείσες μεθόδους είναι οι SVM_1 και SVM_2, που υπερέχουν της μεθόδου Holt και παράλληλα υστερούν σε μικρό βαθμό της SVM_4, η οποία με την σειρά της είναι χειρότερη της SVM_5. Η NN_3 υπερτερεί της τελευταίας σε ελάχιστο βαθμό.

Στην ομάδα μεθόδων με την χειρότερη επίδοση ανήκει η Naive, η οποία είναι καλύτερη από τις μεθόδους που δεν αναφέρθηκαν μέχρι στιγμής σε όλα τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια. Η μέθοδος NN_2 είναι καλύτερη από την NN_1, ενώ ακολουθούν οι auto_ARIMA_s και ARIMA_s με την σειρά που αναφέρονται. Οι μέθοδοι αυτές είναι ανάμεσα στις καλύτερες με βάση το μέτρο rSD, γεγονός αναμενόμενο για τις δύο τελευταίες (βλ. Ενότητα 2.2.3). Επίσης είναι πολύ καλές σε σχέση με τις υπόλοιπες όσον αφορά τα μέτρα MPE, d και md και εμφανίζουν συνολικά χειρότερη επίδοση από την RW, η οποία υστερεί της Naive συνολικά. Χαμηλότερη επίδοση παρουσιάζει η ETS_s, η οποία ωστόσο είναι η καλύτερη μαζί με τις ARIMA_s, auto_ARIMA_s, NN_1 και NN_2 όσον αφορά

το μέτρο rSD, ενώ εμφανίζει καλή επίδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους και σε άλλα μέτρα.



Σχήμα 3.50. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Στην γραμμή που αφορά το μέτρο bR2 (λευκή γραμμή) δεν γίνεται κατάταξη, αφού για το συγκεκριμένο λαμβάνεται για το σύνολο των μεθόδων ίδια διάμεση τιμή (μηδέν). Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, οι μέθοδοι της καλύτερης ομάδας είναι εξίσου καλές μεταξύ τους και με την Naive. Ακολουθούν οι μέθοδοι RW, NN_1 και NN_2 και τελευταίες έρχονται οι ARIMA_s και auto_ARIMA_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα MSE και nRMSE.

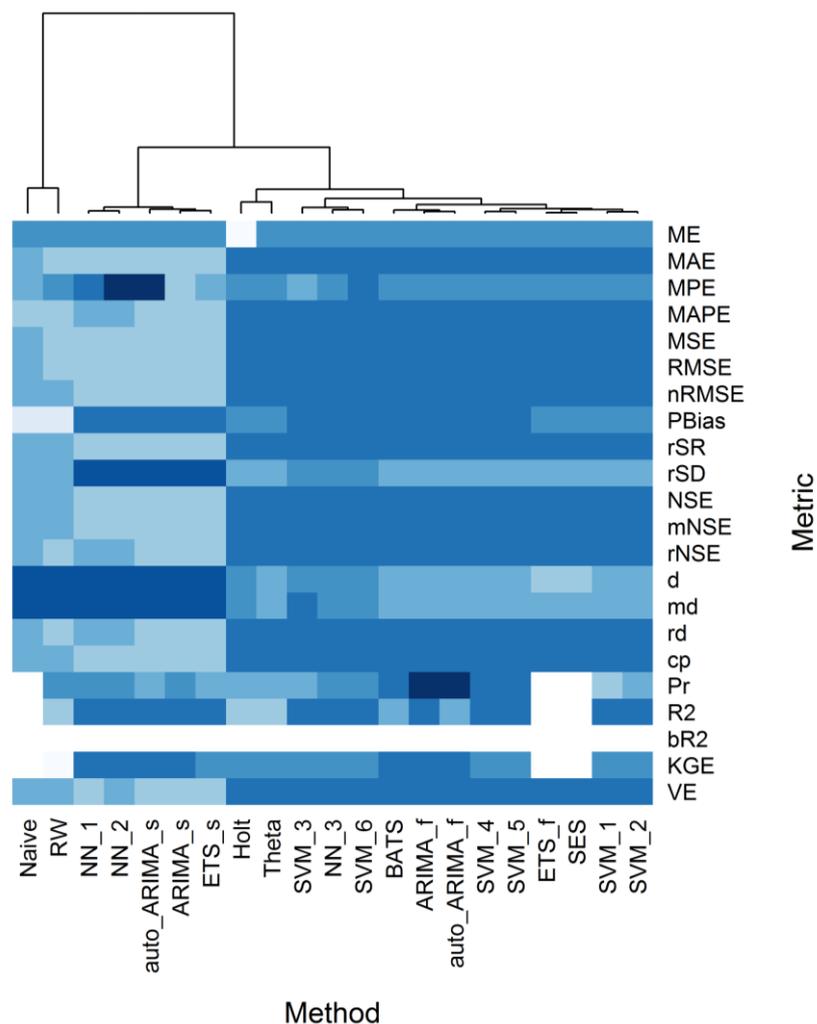
3.1.6 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$

Στο Σχήμα 3.51 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς μια αρκετά ομαλή εικόνα. Οι μέθοδοι Naive και RW παρουσιάζουν ξεχωριστή συμπεριφορά ως προς την επίδοση στα διάφορα μέτρα, με αποτέλεσμα να θεωρούνται μια ανεξάρτητη ομάδα. Οι υπόλοιπες μέθοδοι χωρίζονται σε δύο υποομάδες. Η υποομάδα με την καλύτερη επίδοση περιλαμβάνει το σύνολο των μεθόδων SVM και την NN_3. Καλύτερη συνολικά μέθοδος προκύπτει η SVM_6 και επόμενες οι SVM_3 και NN_3, ενώ ακολουθεί η ARIMA_f με την auto_ARIMA_f που την συναγωνίζεται. Παρατηρείται ότι, ενώ οι τελευταίες δύο μέθοδοι υπερτερούν συνολικά των υπολοίπων, υστερούν σημαντικά ως προς τα μέτρα rSD, d και md. Επίσης, παρατηρείται ότι όλες οι μέθοδοι της ίδιας υποομάδας εμφανίζουν το ίδιο καλή επίδοση ως προς το RMSE και άλλα μέτρα που αφορούν την ακρίβεια αποκλειστικά αλλά και το rd, ενώ έχουν χειρότερη επίδοση από αυτήν ως προς το μέτρο Pr. Των μεθόδων ARIMA_f και auto_ARIMA_f έπονται οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 που είναι ισοδύναμες ως προς όλα τα μέτρα. Από τις συγκεκριμένες μεθόδους ελαφρώς χειρότερη επίδοση εμφανίζει η μέθοδος BATS, την οποία ακολουθούν οι SVM_2 και SVM_1 με την σειρά που αναφέρονται. Οι τρεις αυτές μέθοδοι έχουν πολύ κοντινή επίδοση. Λιγότερο καλές από την συγκεκριμένη ομάδα είναι οι μέθοδοι ETS_f, Holt, SES και Theta.

Σχετικά με τις μεθόδους της δεύτερης σε επίδοση υποομάδας, η NN_2 είναι καλύτερη των NN_1 και auto_ARIMA_s που παρουσιάζουν ισοδυναμία αναφορικά με την συνολική επίδοση τους και υπερτερούν με την σειρά τους της μεθόδου ARIMA_s. Χειρότερη από την τελευταία είναι η μέθοδος ETS_s. Παράλληλα, η υπό συζήτηση υποομάδα υπερέρχει έναντι των υπολοίπων μεθόδων ως προς το μέτρο rSD, ενώ μαζί με τις Naive και RW είναι

η καλύτερη σε σχέση με τα d και md. Οι auto_ARIMA_s, ARIMA_s και ETS_s δεν διαφέρουν συνολικά σε μεγάλο βαθμό από την Naive και την RW.



Σχήμα 3.51. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Στην γραμμή που αφορά το μέτρο bR2 (λευκή γραμμή) δεν γίνεται κατάταξη, αφού για το συγκεκριμένο λαμβάνεται για το σύνολο των μεθόδων ίδια διάμεση τιμή (μηδέν). Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, οι μέθοδοι της καλύτερης υποομάδας είναι όλες εξίσου καλές. Ακολουθούν η Naive και η RW, ενώ τελευταίες έρχονται οι υπόλοιπες μέθοδοι με εξίσου κακή επίδοση σε σχέση με τις προαναφερθείσες μεθόδους.

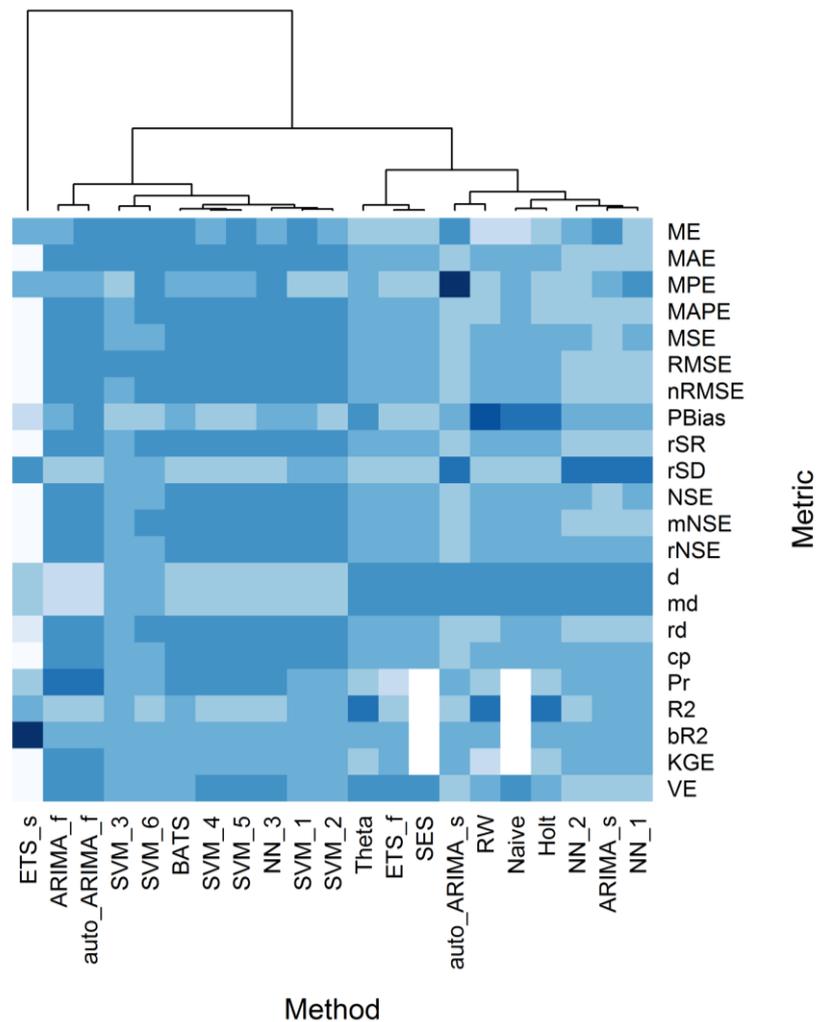
Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα ζεύγη MSE και RMSE, nRMSE και rSR, NSE και mNSE.

3.1.7 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.52 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς η εντελώς διαφορετική συμπεριφορά της μεθόδου ETS_s ως προς την κεντρική τάση των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους, η οποία έχει σαν αποτέλεσμα την θεώρηση της ως ανεξάρτητης. Οι υπόλοιπες μέθοδοι συνιστούν μια μεγάλη ομάδα που χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Στην υποομάδα με την καλύτερη επίδοση ανήκει το σύνολο των μεθόδων SVM και η NN_3 από τις μεθόδους NN. Καλύτερη επίδοση έχουν οι μέθοδοι auto_ARIMA_f και ARIMA_f, με την πρώτη να υπερέχει σε μικρό βαθμό της δεύτερης. Ακολουθούν οι μέθοδοι NN_3, SVM_5, SVM_4, BATS, SVM_1, SVM_2, SVM_6 και SVM_3 με την σειρά που αναφέρονται.

Για τη δεύτερη υποομάδα παρατηρείται ότι καλύτερη μέθοδος είναι η Theta. Έπονται οι ETS_f και SES, που είναι σχεδόν ισοδύναμες μεταξύ τους και με την Holt και ελάχιστα καλύτερες των Naive και RW. Οι ETS_f, Holt και SES είναι επίσης καλύτερες της NN_1, η οποία έχει καλύτερη επίδοση από την ARIMA_s. Ακολουθούν οι NN_2 και auto_ARIMA_s με την σειρά που αναφέρονται. Χειρότερη μέθοδος είναι συνολικά με διαφορά η ETS_s, η οποία ωστόσο παρουσιάζει καλή επίδοση ως προς τα μέτρα που εξετάζουν τη συσχέτιση και το rSD.



Σχήμα 3.52. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να εμφανίζει ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη επίδοση από τις υπόλοιπες. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, BATS, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_4 και SVM_5. Σε επίδοση έπονται οι Naive, ETS_f, Holt, Theta, SES, RW, NN_1, NN_2, SVM_3 και SVM_6. Ακολουθούν οι ARIMA_s και auto_ARIMA_s, ενώ τελευταία έρχεται η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με

παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα ζεύγη nRMSE και rSR, d και md.

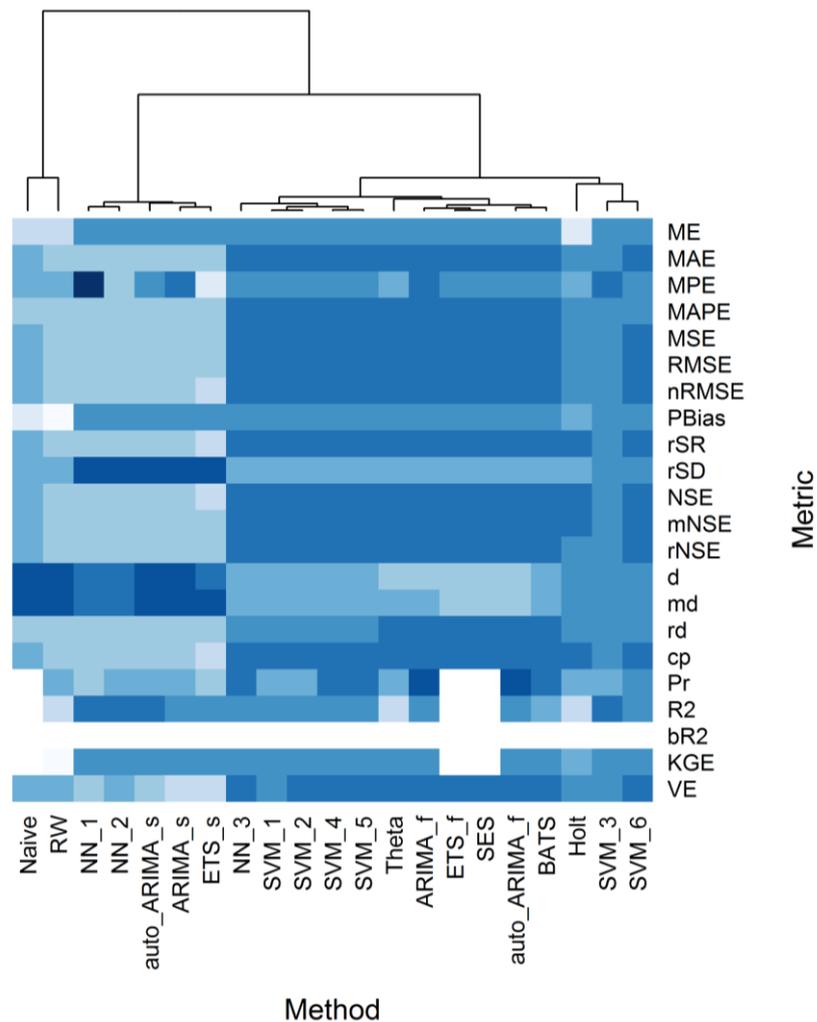
3.1.8 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.53 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι Naive και RW παρουσιάζουν ομοιότητες μεταξύ τους, διαφέροντας από τις υπόλοιπες μεθόδους σε τέτοιο βαθμό, ώστε να θεωρούνται μια ανεξάρτητη ομάδα. Η συγκεκριμένη ομάδα εμφανίζει την χειρότερη επίδοση συνολικά, αλλά είναι η καλύτερη μαζί με άλλες μεθόδους με βάση τα μέτρα d και md.

Οι υπόλοιπες μέθοδοι συνθέτουν μία μεγάλη ομάδα, η οποία χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Η καλύτερη σε επίδοση υποομάδα περιλαμβάνει το σύνολο των μεθόδων SVM και την μέθοδο NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη συνολικά μέθοδος είναι η ARIMA_f, ενώ έπεται η SVM_6 και μετά οι auto_ARIMA_f, BATS, NN_3, SVM_4 και SVM_5 που είναι μάλλον ισοδύναμες. Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM_2, SVM_1, Theta, SVM_3 και Holt. Η συγκεκριμένη υποομάδα παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση όσον αφορά τα μέτρα που εξετάζουν καθαρά την ακρίβεια, ενώ είναι σχετικά καλή ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την συσχέτιση. Ωστόσο, είναι μέτρια όσον αφορά την αμεροληψία και η χειρότερη με βάση τα μέτρα rSD, d και md.

Αντιθέτως, η δεύτερη σε επίδοση υποομάδα είναι η χειρότερη όσον αφορά τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια καθαρά, μέτρια όσον αφορά την αμεροληψία και την συσχέτιση, αλλά ιδιαιτέρως καλή με βάση το rSD, καθώς και τα d και md που συνεξετάζουν την ακρίβεια και την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Καλύτερη της συγκεκριμένης υποομάδας είναι οι μέθοδοι auto_ARIMA_s και NN_1 με ισοδύναμη επίδοση συνολικά. Έπονται οι ARIMA_s και NN_2 με την σειρά που αναφέρονται και τελευταία είναι η ETS_s.



Σχήμα 3.53. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος με ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη επίδοση από τις υπόλοιπες. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, BATS, ETS_f, Holt, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_4, SVM_5, SVM_6, ενώ ακολουθούν οι SVM_3 και Naive με την σειρά που αναφέρονται. Προτελευταίες έρχονται οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, RW, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με

παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα MSE, RMSE, rNSE, όπως και τα rSR και NSE.

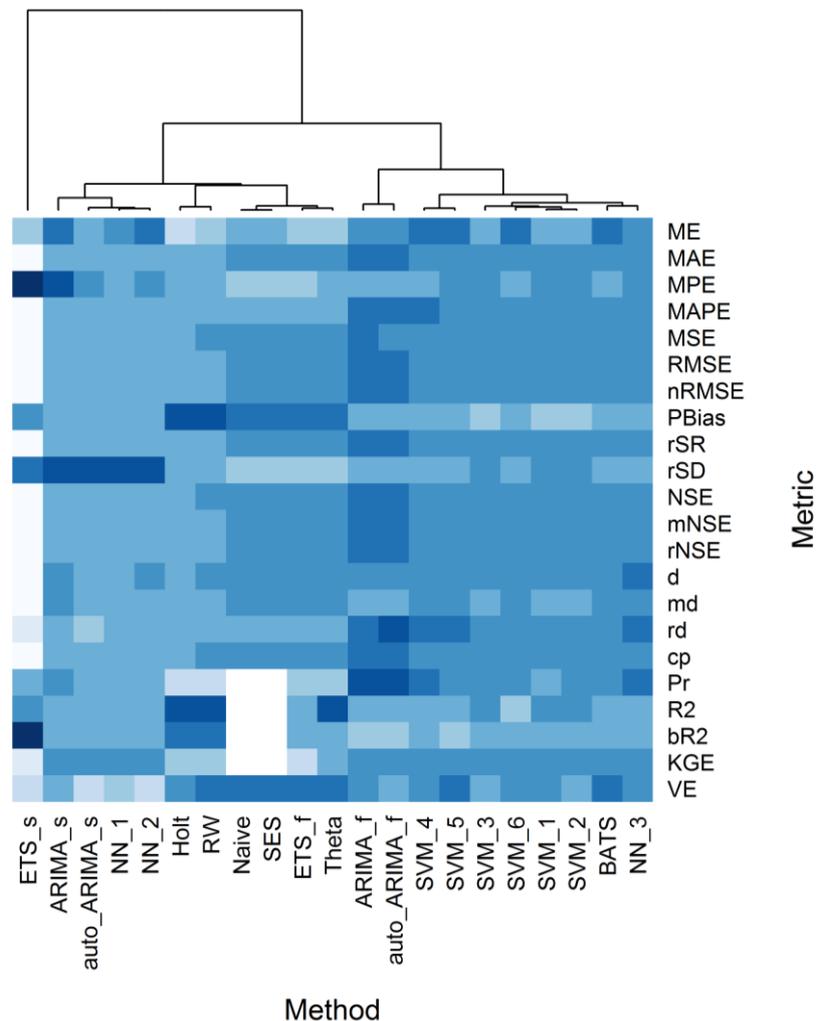
3.1.9 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.54 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η ETS_s έχει συμπεριφορά που δεν μπορεί να συσχετιστεί με την συμπεριφορά κάποιας άλλης μεθόδου με αποτέλεσμα να θεωρείται ανεξάρτητη. Οι υπόλοιπες μέθοδοι χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες, οι οποίες υποδιαιρούνται σε μικρότερες. Στην καλύτερη από τις δύο υποομάδες ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM και η NN_3 από τις μεθόδους NN. Καλύτερη συνολικά μέθοδος είναι η ARIMA_f, με την auto_ARIMA_f να έχει λίγο χειρότερη επίδοση. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι ξεχωρίζουν σε σχέση με τις υπόλοιπες όσον αφορά το RMSE και τα περισσότερα άλλα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια. Παράλληλα, ξεχωρίζουν και ως προς το Pr. Σε επίδοση συνολικά ακολουθεί η SVM_4, που με την σειρά της είναι καλύτερη των SVM_5 και NN_3. Των τελευταίων έπεται η BATS, η οποία υπερέχει της SVM_6. Οι μέθοδοι SVM_1, SVM_2 και SVM_3 είναι ισοδύναμες μεταξύ τους και έχουν λιγότερο καλή επίδοση σε σχέση με την SVM_6. Από τη δεύτερη σε επίδοση υποομάδα καλύτερες είναι οι Naive, ETS_f, SES και Theta, οι οποίες έχουν μικρές διαφορές μεταξύ τους, εκτός των Naive και SES που είναι ισοδύναμες ως προς όλα τα μέτρα. Αμέσως χειρότερη επίδοση εμφανίζουν συνολικά οι μέθοδοι RW, Holt, ARIMA_s, NN_2, NN_1 και auto_ARIMA_s με την σειρά που αναφέρονται. Χειρότερη είναι η σε μεγάλο βαθμό ασυσχέτιστη με τις υπόλοιπες όσον αφορά την επίδοση στα διάφορα μέτρα ETS_s.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f. Έπονται οι Naive, BATS, ETS_f, Theta, SES, RW, NN_3 και το σύνολο των μεθόδων SVM. Χειρότερη επίδοση από τις συγκεκριμένες εμφανίζουν οι ARIMA_s,

auto_ARIMA_s, Holt, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s, η οποία ωστόσο εμφανίζει καλή επίδοση ως προς ορισμένα κριτήρια.

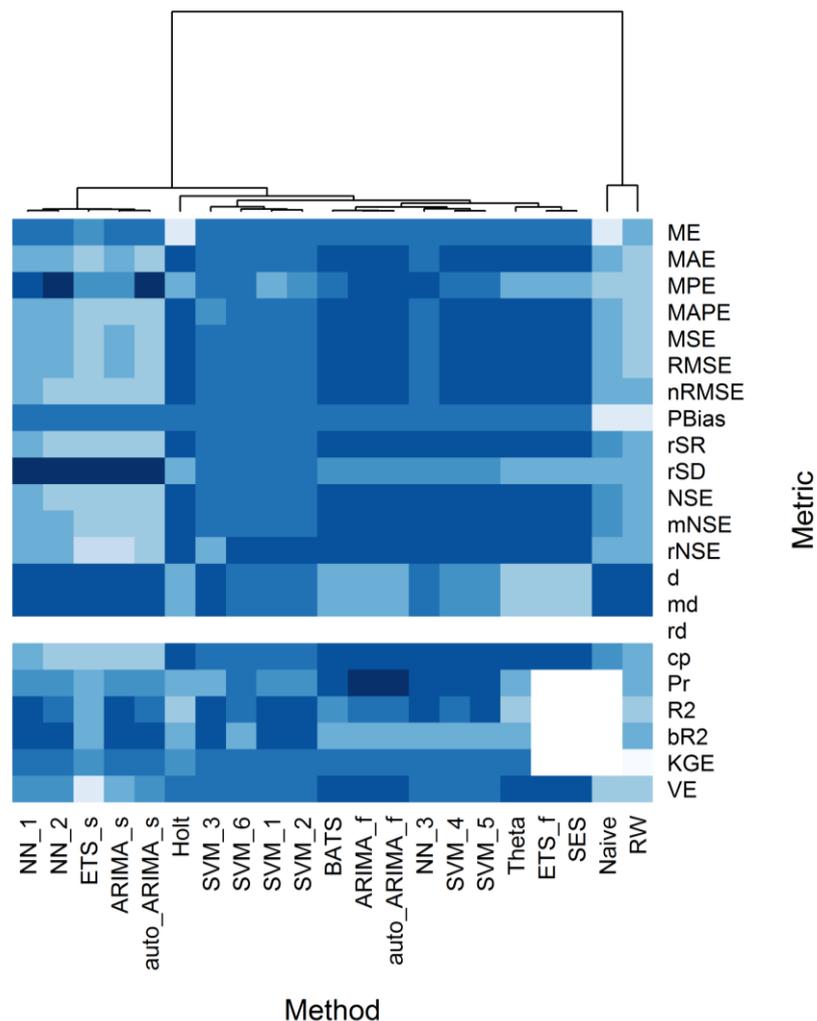


Σχήμα 3.54. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα RMSE, nRMSE και rSR, καθώς και τα mNSE και rNSE.

3.1.10 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$

Στο Σχήμα 3.55 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.55. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι Naive και RW εμφανίζουν επίδοση ως προς τα διάφορα μέτρα που σε ορισμένο βαθμό μοιάζει διαφέροντας αρκετά από την επίδοση των υπολοίπων μεθόδων, με αποτέλεσμα οι εν λόγω δύο μέθοδοι να συναποτελούν μια ανεξάρτητη ομάδα. Οι υπόλοιπες μέθοδοι συνθέτουν μία μεγάλη ομάδα, η οποία υποδιαιρείται σε δύο υποομάδες. Σε εκείνη την υποομάδα με την καλύτερη επίδοση συνολικά ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM και η NN_3 από τις μεθόδους NN. Την καλύτερη επίδοση εμφανίζουν οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f, οι οποίες παρουσιάζουν ισοδυναμία ως προς όλα τα μέτρα. Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM_5, SVM_4, NN_3, BATS, SVM_2, SVM_1, SVM_3 και SVM_6 με την σειρά που αναφέρονται. Χαμηλότερη επίδοση εντός της υπό συζήτηση υποομάδας έχει η μέθοδος Holt. Σχετικά με τη δεύτερη υποομάδα αυτή περιλαμβάνει τις μεθόδους NN_1 και NN_2, η πρώτη από τις οποίες έχει ελαφρώς καλύτερη επίδοση. Έπονται η auto_ARIMA_s και η ARIMA_s, που είναι σχεδόν ισοδύναμες μεταξύ τους, ενώ τελευταία είναι η ETS_s. Οι τρεις τελευταίες είναι οι χειρότερες ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, με εξαίρεση το d και το md που συνεξετάζουν ακρίβεια και αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση, ενώ επίσης είναι οι καλύτερες ως προς το rSD.

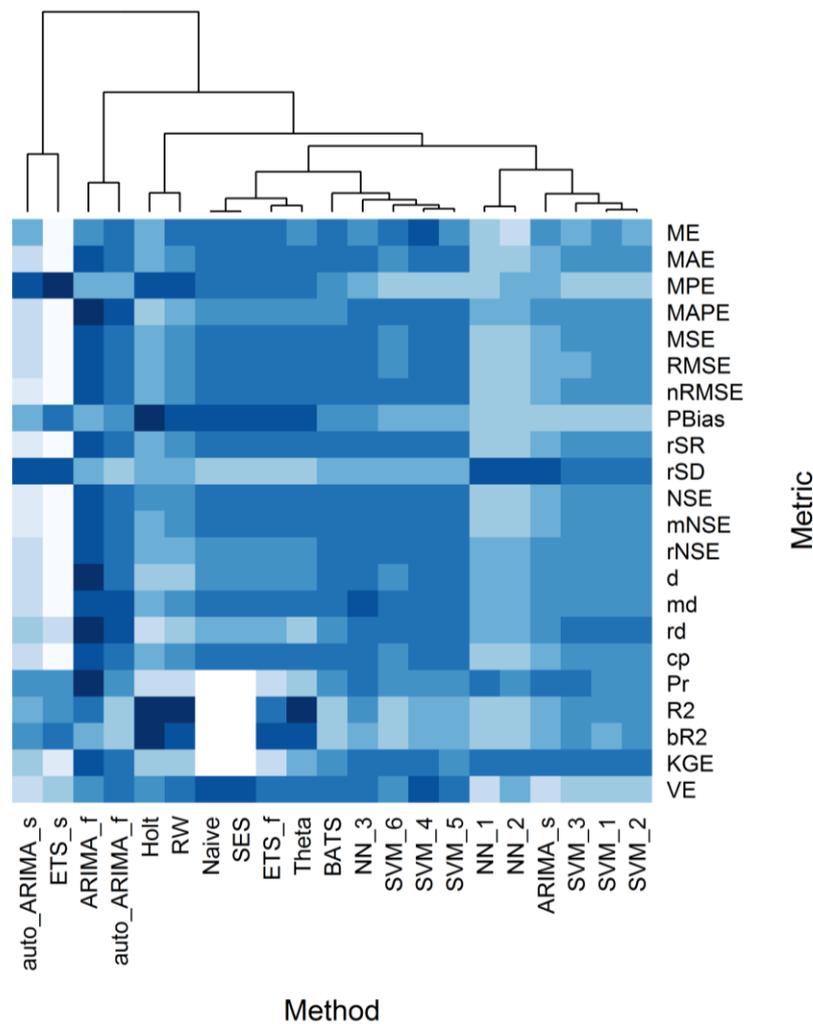
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, BATS, ETS_f, Holt, Theta και SES. Ακολουθούν οι μέθοδοι SVM_1, SVM_2, SVM_3 και SVM_6. Αμέσως χειρότερη σε επίδοση είναι η Naive, ενώ αυτής έπονται οι RW και NN_1. Τελευταίες από την συγκριτική αξιολόγηση με βάση το συγκεκριμένο μέτρο προέκυψαν οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, ETS_s και NN_2.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα ζεύγη MSE και RMSE, d και md.

3.1.11 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.56 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών

των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.56. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\phi_1 = 0.7$, $\phi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι auto_ARIMA_s και ETS_s εμφανίζουν μεταξύ τους ομοιότητες που τις κατατάσσουν στην ίδια ομάδα, η οποία φαίνεται να έχει μικρή συσχέτιση με τις υπόλοιπες μεθόδους που συνθέτουν μια μεγάλη ομάδα. Εντός της τελευταίας οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f παρουσιάζουν αρκετά διαφορετική συμπεριφορά ως προς τα διάφορα

μέτρα, ούσες συνολικά καλύτερες ως προς την επίδοση τους, ενώ παράλληλα υστερούν ως προς κάποια μέτρα. Οι μέθοδοι NN_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 είναι οι καλύτερες από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης και έπονται των ARIMA_f και auto_ARIMA_f σε συνολική επίδοση. Αναλυτικότερα, η NN_3 είναι σε μικρό βαθμό καλύτερη της SVM_4. Η συγκεκριμένη είναι καλύτερη από την SVM_5 σε ορισμένα μέτρα.

Οι μέθοδοι BATS και SVM_5 είναι μάλλον ισοδύναμες συνολικά και καλύτερες της SVM_6. Πολύ κοντά σε συνολική επίδοση βρίσκονται οι μέθοδοι Naive, ETS_f, Theta και SES, οι οποίες είναι ικανοποιητικές σε σχέση με το σύνολο ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια και την αμεροληψία, αλλά εμφανίζουν την χειρότερη επίδοση ως προς το rSD μαζί με την μέθοδο auto_ARIMA_f. Λιγότερο καλές συνολικά είναι οι μέθοδοι Holt και RW, οι οποίες ωστόσο εμφανίζουν ιδιαιτέρως καλή επίδοση ως προς ορισμένα μέτρα. Άλλη υποομάδα συνθέτουν οι μέθοδοι ARIMA_s, NN_1, NN_2, SVM_1, SVM_2 και SVM_3. Από αυτές καλύτερες είναι οι μέθοδοι SVM, οι οποίες μάλιστα είναι ισοδύναμες. Έπεται η ARIMA_s και τελευταίες είναι οι επίσης ισοδύναμες NN_1 και NN_2. Οι τελευταίες τρεις μέθοδοι, αν και δεν είναι ικανοποιητικές συνολικά, εμφανίζουν την καλύτερη επίδοση ως προς το μέτρο rSD μαζί με τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ETS_s, οι οποίες είναι οι χειρότερες όλων συνολικά.

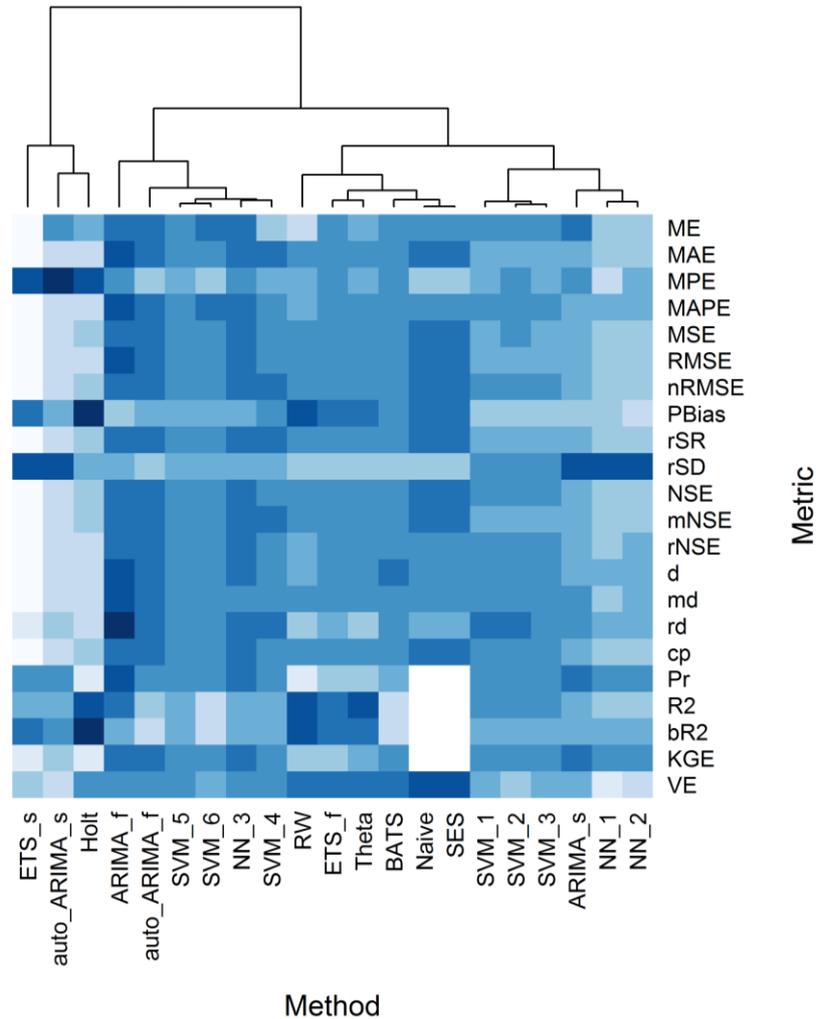
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερη προκύπτει η μέθοδος ARIMA_f. Ακολουθούν οι Naive, auto_ARIMA_f, BATS, ETS_f, Theta, SES, NN_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Κατώτερης επίδοσης ως προς το εν λόγω μέτρο είναι οι Holt, RW, SVM_1, SVM_2 και SVM_3, ενώ έπεται η ARIMA_s. Προτελευταίες στην κατάταξη είναι οι auto_ARIMA_s, NN_1 και NN_2 και τελευταία η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα nRMSE και rSR.

3.1.12 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.57 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με

παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.57. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι auto_ARIMA_s, ETS_s και Holt παρουσιάζουν συμπεριφορά ως προς τα διάφορα μέτρα που διαφέρει πολύ σε σχέση με την συμπεριφορά των υπολοίπων μεθόδων και για τον λόγο αυτό θεωρούνται μία ανεξάρτητη ομάδα. Οι τελευταίες χωρίζονται σε υποομάδες

επίσης με βάση την συσχέτιση. Στην υποομάδα με την καλύτερη επίδοση συνολικά ανήκουν οι μέθοδοι SVM_4, SVM_5 και SVM_6 από τις μεθόδους SVM και η μέθοδος NN_3 από την κατηγορία των NN. Συνολικά καλύτερη μέθοδος προκύπτει η ARIMA_f και δεύτερη καλύτερη η auto_ARIMA_f. Ωστόσο, οι εν λόγω μέθοδοι δεν εμφανίζουν ομοιόμορφα καλή επίδοση, όπως άλλωστε ήταν αναμενόμενο ιδίως για το μέτρο rSD. Έπονται οι μέθοδοι NN_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 με την σειρά που αναφέρονται.

Άλλη υποομάδα με μέτρια ως προς το σύνολο των μεθόδων επίδοση συνθέτουν οι μέθοδοι Naive, BATS, ETS_f, RW, SES και Theta. Ανάμεσα σε αυτές οι Naive και SES είναι οι καλύτερες ως προς την ακρίβεια. Επιπρόσθετα, παρατηρείται η ισοδυναμία ανάμεσα σε BATS και ETS_f, των οποίων έπεται σε επίδοση η Theta, που είναι με την σειρά της καλύτερη από την RW. Η συγκεκριμένη υποομάδα, αν και μέτρια σε επίδοση συνολικά, υστερεί σημαντικά ως προς το μέτρο rSD. Μια τρίτη υποομάδα αποτελείται από τις μεθόδους SVM_2, SVM_1, SVM_3, ARIMA_s, NN_2 και NN_1, που αναφέρονται σε σειρά από την καλύτερη στην χειρότερη. Οι τρεις τελευταίες από αυτές παρουσιάζουν ικανοποιητική επίδοση ως προς τα μέτρα Pr και KGE και παράλληλα την καλύτερη επίδοση ως προς το μέτρο rSD, μαζί με τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ETS_s. Οι τελευταίες μαζί με την Holt είναι οι χειρότερες σε επίδοση συνολικά, αλλά αξιοσημείωτα καλύτερες από άλλες και στα μέτρα MPE και PBias, πέραν του rSD που προαναφέρεται.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες είναι οι μέθοδοι Naive, ARIMA_f, auto_ARIMA_f, SES και NN_3. Ακολουθούν οι BATS, ETS_f, RW, Theta, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Αμέσως επόμενες είναι οι ARIMA_s και Holt. Προτελευταίες σε επίδοση με βάση το συγκεκριμένο μέτρο είναι οι auto_ARIMA_s, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$, δεν υπάρχουν μέτρα που να δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν.

3.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARIMA(p,d,q)$

Στην Ενότητα 3.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων προσομοίωσης στοχαστικών ανελίξεων $ARIMA(p,d,q)$ που πραγματοποιούνται με σκοπό την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

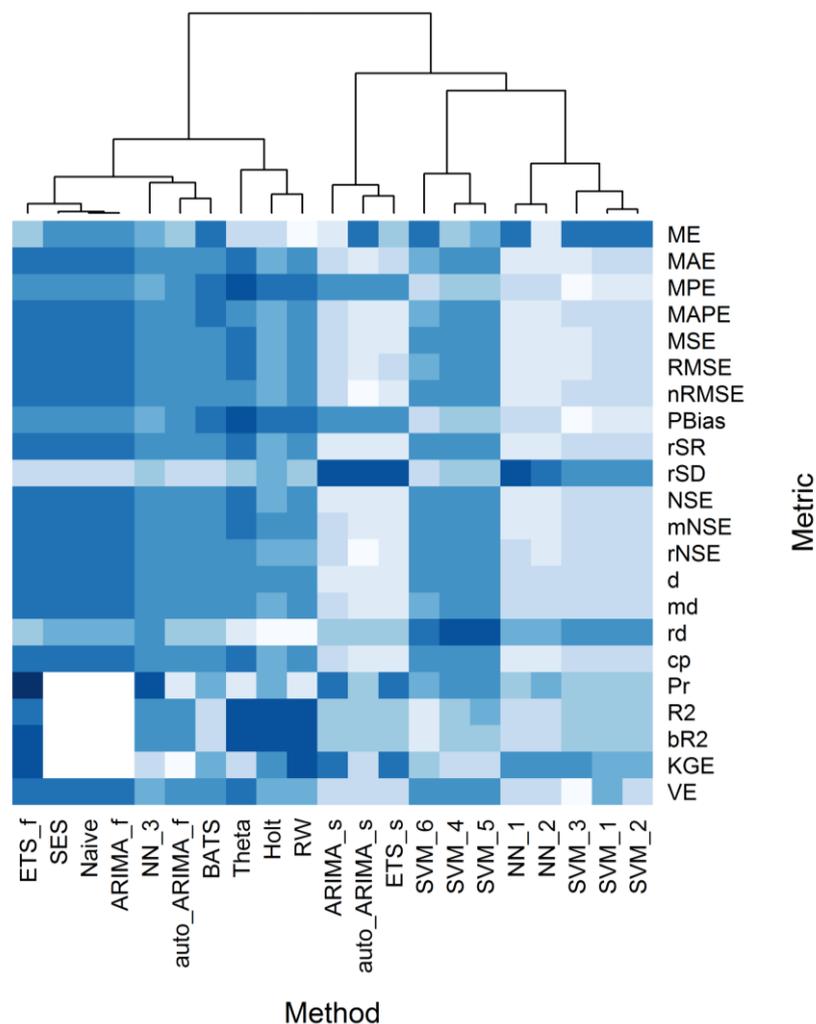
3.2.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις $ARIMA(0,1,0)$

Στο Σχήμα 3.58 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $ARIMA(0,1,0)$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες ανάλογα με τις ομοιότητες που εμφανίζουν ως προς την επίδοση τους με βάση τα διάφορα μέτρα. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ότι ανάμεσα στις καλύτερες μεθόδους βρίσκεται η *Naive*, η οποία χρησιμοποιείται ως μέθοδος αναφοράς. Εξίσου καλές σε όλα τα μέτρα είναι οι *ARIMA_f* και *SES*, ενώ η *ETS_f* εμφανίζει πολύ κοντινή επίδοση με τις συγκεκριμένες. Υπενθυμίζεται ότι η *ARIMA_f* έχει ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα εκ κατασκευής (βλ. Ενότητα 2.2.3), με βάση τα οποία είναι αναμενόμενη για αυτήν καλή επίδοση ως προς την ακρίβεια, κυρίως ως προς το μέτρο *RMSE*, και κακή επίδοση όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση, δηλαδή το μέτρο *rSD*. Για την μέθοδο *ARIMA_f* παρατηρούνται επίσης οι ελλείπουσες τιμές για τα μέτρα *Pr*, *R2*, *bR2* και *KGE*, οι οποίες είναι επίσης αναμενόμενες για τις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις που εξετάζονται.

Οι μέθοδοι *NN_3*, *SVM_4*, *SVM_5* και *SVM_6* έχουν καλύτερη επίδοση από τις υπόλοιπες μεθόδους μηχανικής μάθησης. Η *NN_3* είναι καλύτερη των μεθόδων *SVM_5*, *SVM_4* και *SVM_6*, οι οποίες αναφέρονται με σειρά από την καλύτερη στην χειρότερη. Παράλληλα, η *NN_3* παρουσιάζει σε μικρό βαθμό χαμηλότερη επίδοση από την *BATS*, το ίδιο και η *Holt*, ενώ η *auto_ARIMA_f* είναι συνολικά ισοδύναμη της *SVM_5*. Καλύτερη συνολική επίδοση από την *BATS* εμφανίζει με μικρή διαφορά η *RW*, ενώ και οι δύο υστερούν σε σχέση με την *Theta*. Εξαιρετικά χαμηλή επίδοση ως προς το σύνολο των μεθόδων εμφανίζουν με βάση τα περισσότερα μέτρα οι μέθοδοι *ARIMA_s*, *auto_ARIMA_s*, *ETS_s*, *NN_1*, *NN_2*, *SVM_1*, *SVM_2* και *SVM_3*. Για ορισμένα μέτρα, ωστόσο, φαίνεται ότι οι συγκεκριμένες

μέθοδοι είναι εξίσου καλές ή και καλύτερες από τις υπόλοιπες μεθόδους. Ιδίως για το μέτρο rSD εμφανίζουν την καλύτερη επίδοση.



Σχήμα 3.58. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0) με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερη επίδοση εμφανίζουν οι μέθοδοι Naive, ARIMA_f, ETS_f, SES και Theta. Ακολουθούν οι SVM_4, SVM5 και SVM_6 και στην συνέχεια οι auto_ARIMA_f, BATS, RW και NN_3. Προτελευταίες έρχονται οι SVM_1, SVM_2 και SVM_3 και τελευταίες οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, ETS_s, NN_1 και NN_2.

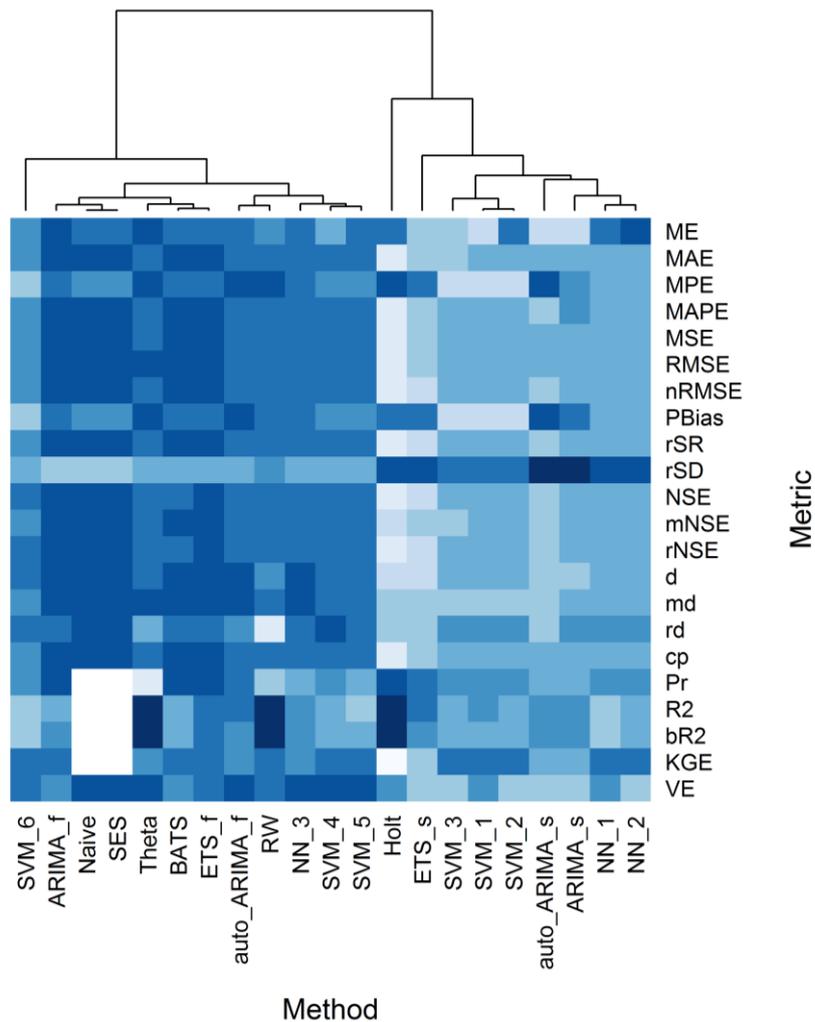
Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0), δεν υπάρχουν μέτρα που να δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν.

3.2.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.59 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι χωρίζονται σε δύο μεγάλες ομάδες ανάλογα με την επίδοσή τους στα διάφορα μέτρα. Η πρώτη εμφανίζει συνολικά την καλύτερη επίδοση, υστερώντας ως προς το μέτρο rSD σε σχέση με τη δεύτερη. Ανάμεσα στις μεθόδους με την καλύτερη επίδοση βρίσκονται οι NN_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη όλων των μεθόδων φαίνεται να είναι η ETS_f, ενώ αμέσως επόμενη με μικρή διαφορά έρχεται η ARIMA_f. Ακολουθούν οι μέθοδοι Naive, BATS και SES, με την πρώτη και την τρίτη να είναι ισοδύναμες ως προς όλα τα μέτρα. Έπονται οι μέθοδοι Theta, RW, NN_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 με την σειρά που αναφέρονται.

Σχετικά με την ομάδα με την χειρότερη επίδοση παρατηρείται ότι καλύτερες μέθοδοι σε σχέση με τις υπόλοιπες είναι κατά σειρά οι NN_2, NN_1 και ARIMA_s. Οι SVM_1 και SVM_2 είναι ισοδύναμες μεταξύ τους συνολικά και ακολουθούν σε επίδοση την ARIMA_s. Έπεται η SVM_3, η οποία είναι κατά μικρό βαθμό καλύτερη συνολικά της auto_ARIMA_s. Χειρότερες σε επίδοση είναι η ETS_s και η Holt. Οι συγκεκριμένες έχουν την χειρότερη επίδοση ως προς την ακρίβεια, ωστόσο είναι καλές με βάση το rSD και όσον αφορά την αμεροληψία και την συσχέτιση.



Σχήμα 3.59. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες είναι οι μέθοδοι Naive, ARIMA_f, ETS_f και SES, ενώ έπεται η SVM_6. Ακολουθούν οι μέθοδοι BATS, RW, auto_ARIMA_f, Theta, SVM_4 και SVM_5. Χαμηλότερη επίδοση από τις συγκεκριμένες εμφανίζουν οι ARIMA_s, NN_1, NN_2, SVM_1, SVM_2 και SVM_3. Προτελευταίες έρχονται οι auto_ARIMA_s και ETS_s, ενώ τελευταία είναι η Holt.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με

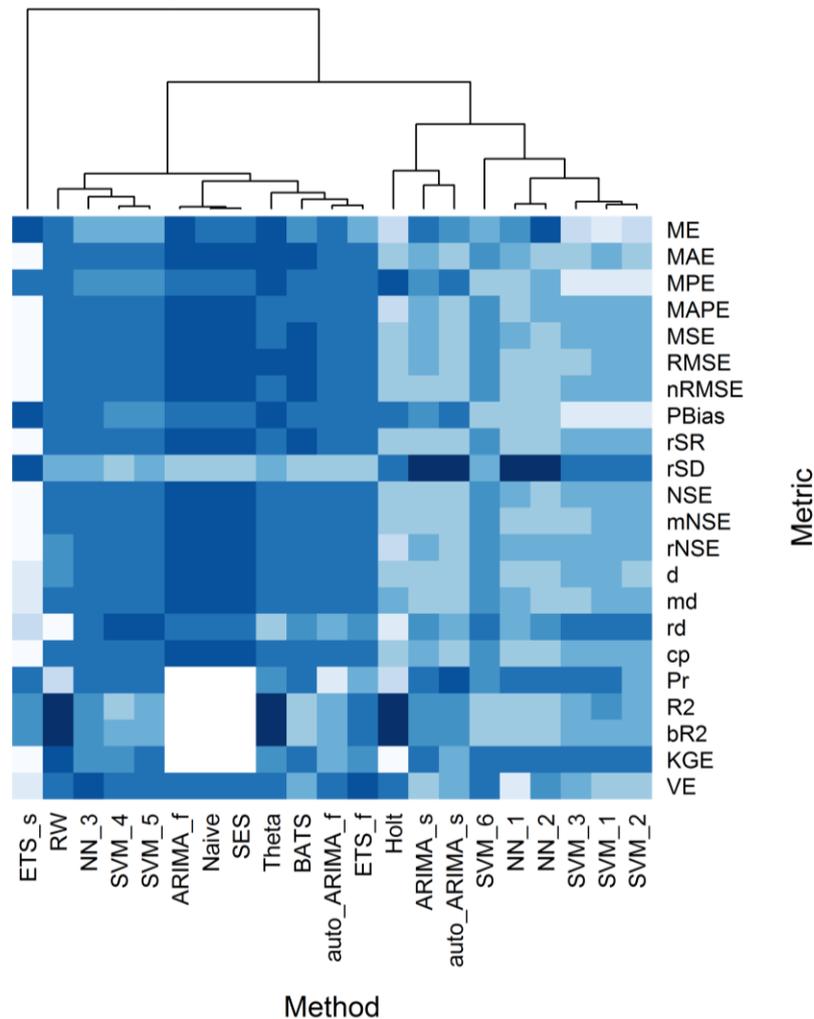
παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα ζεύγη nRMSE και rSR, NSE και rNSE.

3.2.3 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.60 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η μέθοδος ETS_s εμφανίζει πολύ διαφορετική επίδοση ως προς τα διάφορα μέτρα με αποτέλεσμα να θεωρείται ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες μεθόδους που συναποτελούν μια μεγάλη ομάδα. Η συγκεκριμένη ομάδα χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Στην υποομάδα με την καλύτερη συνολικά επίδοση ανήκουν οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 από την κατηγορία των SVM, όπως και η NN_3 από τις μεθόδους NN. Καλύτερη επίδοση εμφανίζει η μέθοδος ARIMA_f, ενώ ακολουθούν οι Naive και SES με ελάχιστη διαφορά. Όσον αφορά την μέθοδο ARIMA_f, παρατηρούνται επιπρόσθετα οι ελλείπουσες τιμές ως προς τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE.

Τις μεθόδους ARIMA_f, Naive και SES ακολουθούν με την σειρά που αναφέρονται οι μέθοδοι Theta, BATS, ETS_f και auto_ARIMA_f. Επόμενη σε επίδοση είναι συνολικά η RW, η οποία υπερέρχει σε μικρό βαθμό της NN_3. Η τελευταία είναι καλύτερη της SVM_5, η οποία είναι με την σειρά της καλύτερη της SVM_4. Από τη δεύτερη υποομάδα η μέθοδος SVM_6 εμφανίζει την καλύτερη επίδοση, ενώ έπεται η ARIMA_s. Χειρότερη από την συγκεκριμένη υποομάδα είναι η μέθοδος Holt και ενδιαμέσης επίδοσης είναι οι NN_1, NN_2, SVM_1, SVM_2 και SVM_3. Χειρότερη ως προς όλα τα μέτρα που (συν)εξετάζουν την ακρίβεια είναι μέθοδος είναι η ETS_s, η οποία ωστόσο εμφανίζει καλή επίδοση όσον αφορά τα μέτρα που εξετάζουν την αμεροληψία ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση και μέτρια επίδοση όσον αφορά την συσχέτιση των προβλέψεων που δίνει με τις χρονοσειρές - στόχους.



Σχήμα 3.60. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες είναι οι μέθοδοι Naive, ARIMA_f και SES, ενώ έπονται σε επίδοση οι auto_ARIMA_f, BATS, ETS_f, RW, Theta, NN_3, SVM_4 και SVM_5. Ακολουθεί η SVM_6, η οποία με την σειρά της είναι καλύτερη των NN_1, SVM_1, SVM_2 και SVM_3. Προτελευταίες σε επίδοση έρχονται οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s, Holt και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι το nRMSE και το rSR.

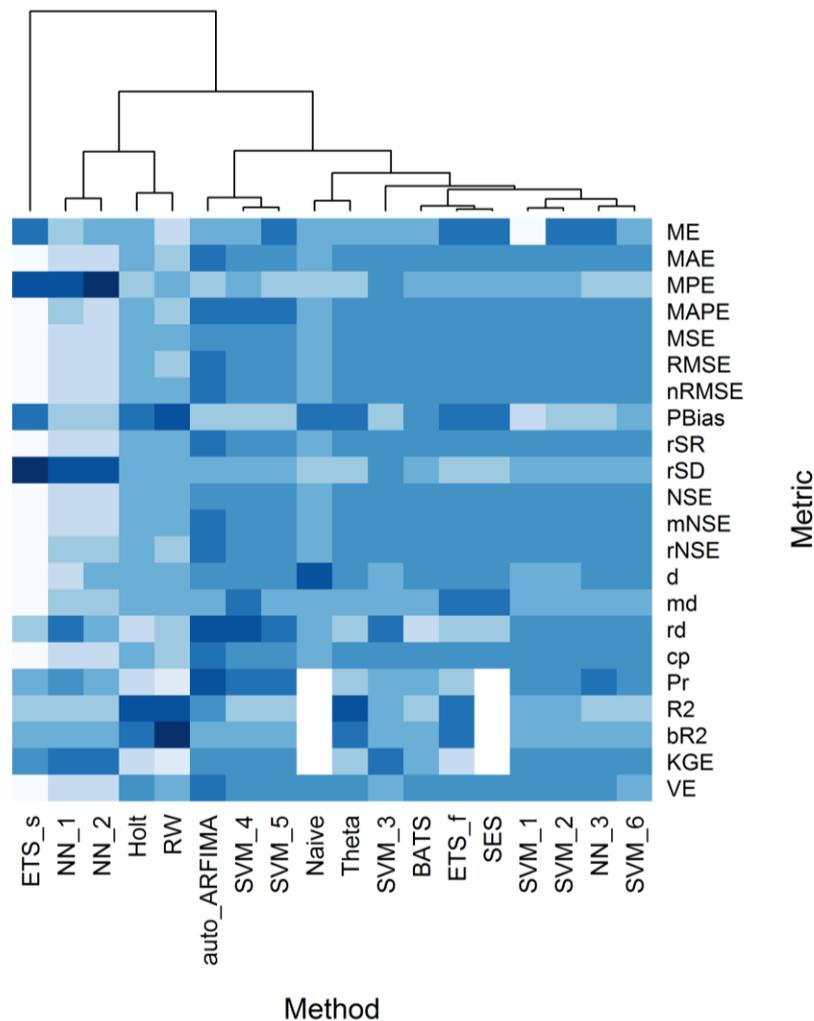
3.3 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(p,d,q)

Στην Ενότητα 3.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων προσομοίωσης στοχαστικών ανελίξεων ARFIMA(p,d,q) που πραγματοποιούνται με σκοπό την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

3.3.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0)

Στο Σχήμα 3.61 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0) με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η μέθοδος ETS_s εμφανίζει διαφορετική επίδοση ως προς τις υπόλοιπες μεθόδους με βάση τα διάφορα μέτρα, γεγονός που έχει ως αποτέλεσμα της θεώρησης της ως ανεξάρτητης. Οι υπόλοιπες μέθοδοι συναποτελούν μια μεγάλη ομάδα που χωρίζεται σε δύο βασικές ομάδες μεθόδων που εμφανίζουν μεταξύ τους περισσότερες ομοιότητες σχετικά με την επίδοση στα διάφορα μέτρα. Ανάμεσα στις καλύτερες μεθόδους βρίσκονται όλες οι μέθοδοι SVM και η NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη μέθοδος είναι η auto_ARFIMA, η οποία έχει ορισμένα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα εκ κατασκευής (βλ. Ενότητα 2.2.4), με βάση τα οποία είναι αναμενόμενη για αυτήν καλή επίδοση ως προς την ακρίβεια, κυρίως ως προς το RMSE, και κακή επίδοση όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση, δηλαδή το μέτρο rSD. Την μέθοδο auto_ARFIMA ακολουθούν σε επίδοση οι SVM_4 και SVM_5 με την σειρά που αναφέρονται. Η SVM_5 είναι μάλλον ισοδύναμη συνολικά με την ETS_f. Η τελευταία είναι ισοδύναμη με την SES, σε όλα τα μέτρα που υπολογίζονται για τη δεύτερη και καλύτερη από την Theta, η οποία είναι με την σειρά της συνολικά καλύτερη από την BATS. Χειρότερη από την τελευταία σε επίδοση είναι η SVM_6, ούσα παράλληλα ισοδύναμη με την NN_3. Έπονται σε επίδοση οι μέθοδοι SVM_2 και SVM_1 με την σειρά που αναφέρονται.



Σχήμα 3.61. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0) με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Σχετικά με τη δεύτερη υποομάδα, η μέθοδος RW είναι σε μικρό βαθμό καλύτερη από την Holt, ενώ ακολουθούν οι NN_1 και NN_2 με την σειρά που αναφέρονται. Οι τελευταίες δύο μέθοδοι υστερούν σε μεγάλο βαθμό ως προς την ακρίβεια των υπολοίπων μεθόδων με εξαίρεση την ETS_s. Παρόλα αυτά, εμφανίζουν πολύ καλή επίδοση όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση και το μέτρο MPE. Ακόμη μέτρια είναι η επίδοση τους ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την συσχέτιση. Τελευταία σε επίδοση μέθοδος συνολικά είναι η ETS_s, η οποία ωστόσο είναι η καλύτερη όσον αφορά την

αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση, καθώς και πολύ καλή ως προς την αμεροληψία και την συσχέτιση.

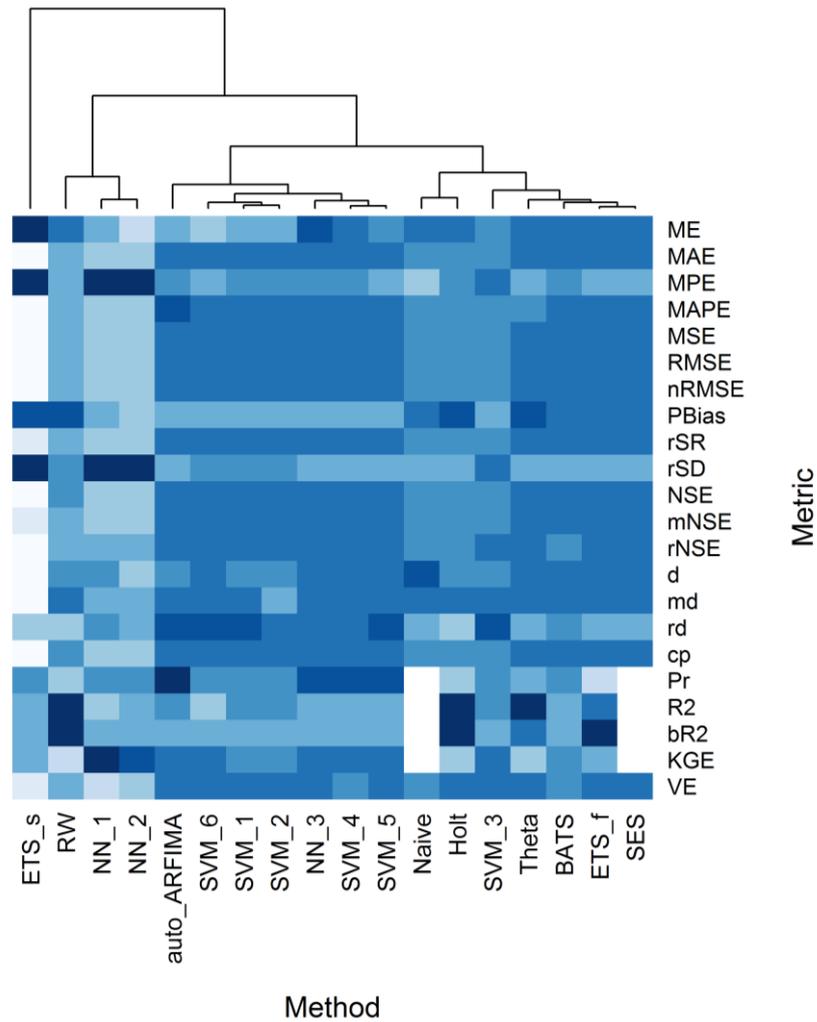
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες είναι οι μέθοδοι auto_ARFIMA_f, BATS, ETS_f, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Ακολουθούν οι Naive, Holt και RW. Προτελευταίες έρχονται οι NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0), μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα nRMSE και rSR.

3.3.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.62 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς το γεγονός ότι η πολύ διαφορετική επίδοση της μεθόδου ETS_s με βάση τα διάφορα μέτρα έχει ως αποτέλεσμα την θεώρηση της ως ανεξάρτητης από την μεγάλη ομάδα στην οποία ανήκουν οι υπόλοιπες μέθοδοι. Η συγκεκριμένη ομάδα χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Σε εκείνη με την καλύτερη επίδοση συνολικά ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM και η NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη σε επίδοση συνολικά είναι η auto_ARFIMA, ενώ ακολουθούν η NN_3, η SVM_4, SVM_5, SVM_6, SVM_1 και SVM_2 με την σειρά που αναφέρονται. Η μέθοδος Theta είναι εξίσου καλή με την ETS_f και καλύτερη της BATS, ενώ οι ETS_f και SES είναι ισοδύναμες ως προς όλα τα μέτρα που υπολογίζονται για την SES. Η Holt είναι καλύτερη της SVM_3, η οποία υπερέρχει της Naive. Οι μέθοδοι BATS, ETS_f, Holt, Theta και SVM_3 έχουν ικανοποιητική επίδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς την συσχέτιση.



Σχήμα 3.62. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίτητες ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\phi_1 = 0.7$, $\phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Η υποομάδα με την χειρότερη επίδοση περιλαμβάνει την μέθοδο RW, η οποία υπερέχει σημαντικά των υπολοίπων ως προς τα μέτρα R2 και bR2, εμφανίζοντας παράλληλα ικανοποιητική επίδοση ως προς το ME και το PBias. Ακολουθούν οι NN_1 και NN_2, εκ των οποίων η πρώτη έχει καλύτερη επίδοση. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι υστερούν των περισσότερων μεθόδων σε μεγάλο βαθμό, ωστόσο εμφανίζουν την καλύτερη επίδοση ως προς το μέτρο KGE, ενώ υπερέχουν επίσης ως προς τα μέτρα MPE και rSD. Ως προς τα δύο τελευταία μέτρα το ίδιο καλή επίδοση με τις NN_1 και NN_2 έχει και η ETS_s, η οποία είναι η χειρότερη μέθοδος συνολικά, αφού είναι ιδιαίτερος κακή σε σχέση με τις

υπόλοιπες ως προς την ακρίβεια και αρκετά κακή ως προς την συσχέτιση. Η συγκεκριμένη παρουσιάζει καλή επίδοση και ως προς τα μέτρα ME και PBias.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι auto_ARFIMA, BATS, ETS_f, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Ακολουθούν οι Naive, Holt και SVM_3 με αμέσως επόμενη την RW. Προτελευταίες σε επίδοση έρχονται οι NN_1 και NN_2, ενώ τελευταία είναι η ETS_s.

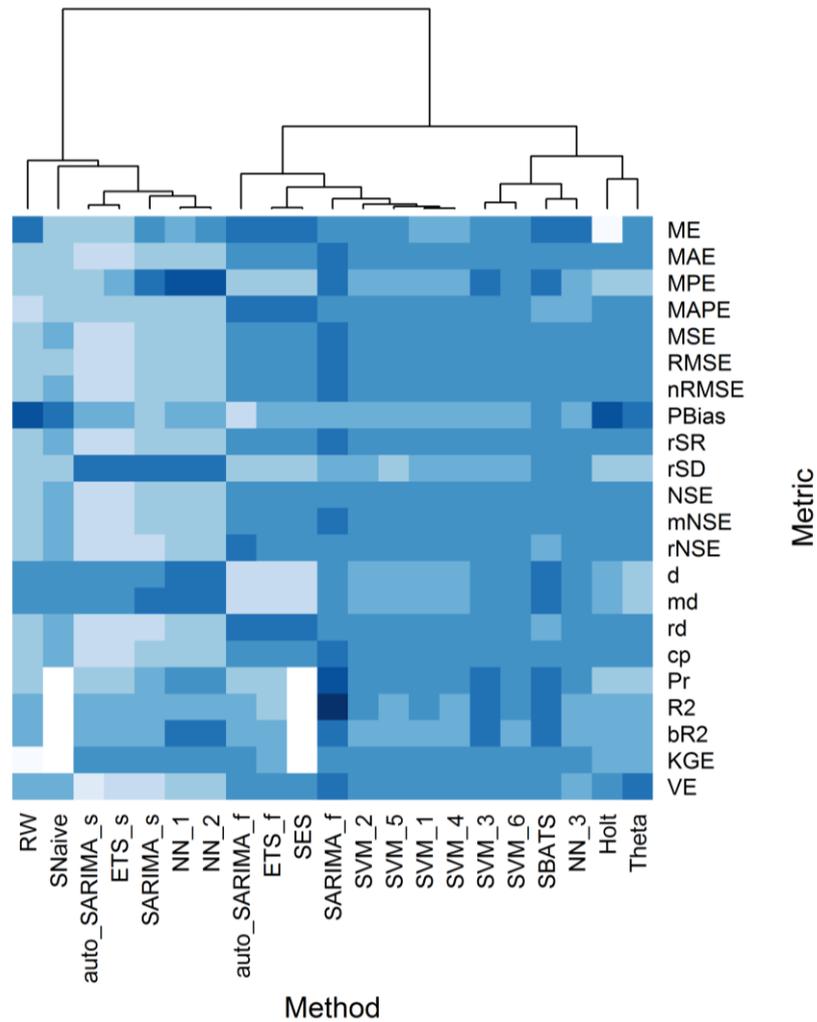
Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα MSE, RMSE, nRMSE και rSR.

3.4 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m

Στην Ενότητα 3.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των πειραμάτων προσομοίωσης στοχαστικών ανελίξεων SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_m που πραγματοποιούνται με σκοπό την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

3.4.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.63 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.63. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι χωρίζονται σε δύο ομάδες. Στην ομάδα με την καλύτερη επίδοση ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM, καθώς και η μέθοδος NN_3 από τις μεθόδους NN. Καλύτερη συνολικά μέθοδος είναι η SARIMA_f, της οποίας η υπεροχή ως προς την ακρίβεια και ιδίως το μέτρο RMSE ήταν αναμενόμενη ήδη από την Ενότητα 2.2.5. Παρατηρείται επίσης ότι η συγκεκριμένη μέθοδος υπερτερεί και ως προς τα υπόλοιπα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, ενώ υστερεί ως προς το rSD και είναι μέτρια ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την αμεροληψία,

καθώς και ως προς εκείνα που παρέχουν συναξιολόγηση σχετικά με την ακρίβεια και την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση.

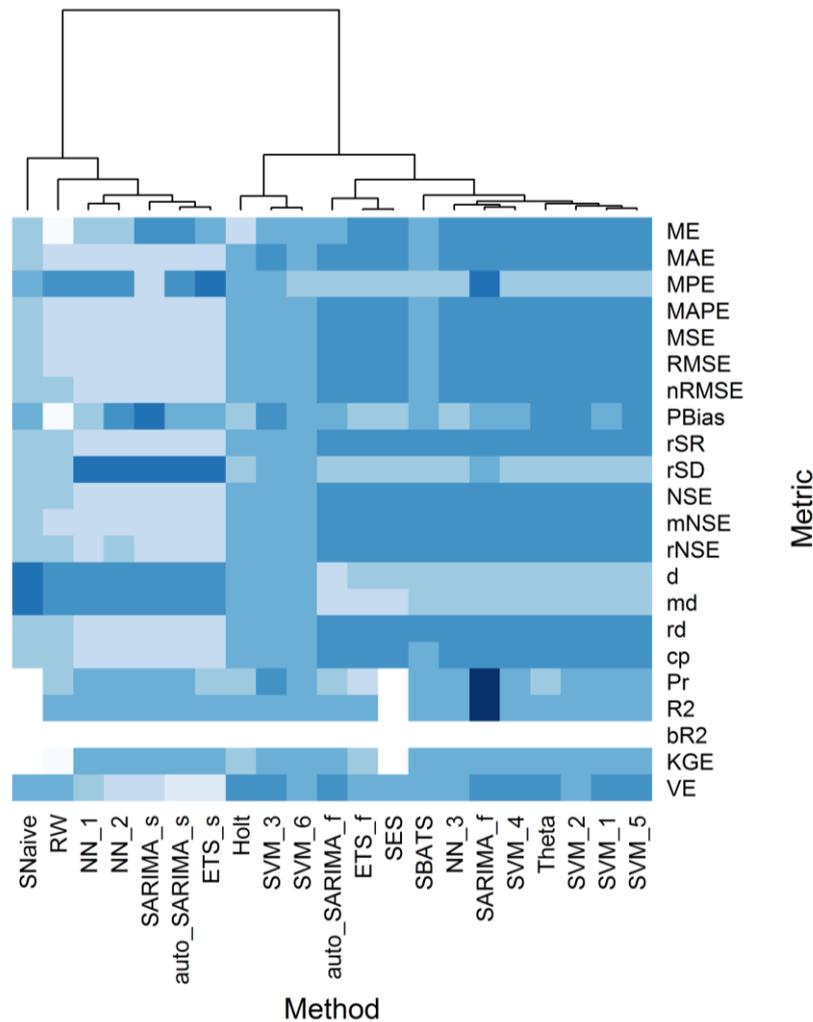
Ακολουθούν οι SBATS και SVM_3 που είναι ισοδύναμες συνολικά. Των συγκεκριμένων έπονται οι μέθοδοι SVM_6, NN_3, SVM_2 και SVM_1 με την σειρά που αναφέρονται. Η SVM_1 υστερεί των SVM_4 και Theta, που είναι ισοδύναμες και καλύτερες της Holt, η οποία υπερέχει της SVM_5. Χειρότερη της τελευταίας σε επίδοση είναι η auto_SARIMA_f και έπειτα η ETS_f. Η τελευταία είναι ισοδύναμη της SES με βάση όλα τα μέτρα που υπολογίζονται για τη δεύτερη. Οι μέθοδοι auto_SARIMA_f, ETS_f και SES είναι οι καλύτερες όλων όσον αφορά το μέτρο MAPE και το μέτρο rd, ενώ παρουσιάζουν από τις καλύτερες συνολικές επιδόσεις όσο αφορά την ακρίβεια. Ωστόσο, υστερούν σημαντικά σε σχέση με την συσχέτιση, καθώς και ως προς τα μέτρα MPE, rSD, d και md. Σχετικά με την χειρότερη σε επίδοση υποομάδα, αυτή υστερεί σε μεγάλο βαθμό ως προς την ακρίβεια, ενώ οι μέθοδοι που περιλαμβάνει εμφανίζουν καλή επίδοση συγκριτικά με τις υπόλοιπες σε ορισμένα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος καλύτερη ή χειρότερη σε επίδοση από τις υπόλοιπες ως προς το σύνολο των μέτρων. Ωστόσο, υπάρχουν μέθοδοι με καλή επίδοση ως προς όλα τα μέτρα. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι SARIMA_f, auto_SARIMA_f, SBATS, ETS_f, Holt, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Ακολουθεί η μέθοδος Snaive που είναι καλύτερη των SARIMA_s, RW, NN_1 και NN_2, ενώ τελευταίες σε επίδοση είναι η auto_SARIMA_s και η ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα MSE, nRMSE, rSR και mNSE.

3.4.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$

Στο Σχήμα 3.64 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.64. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ο χωρισμός των μεθόδων σε δύο ομάδες αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Παρατηρείται επίσης ότι οι συνολικά καλύτερες μέθοδοι υστερούν ως προς τα μέτρα MPE, rSD, d και md, ενώ οι συνολικά χειρότερες υπερτερούν ως προς τα συγκεκριμένα. Παράλληλα, οι Holt, SVM_3 και SVM_6 είναι μέτριες ως προς το σύνολο των μέτρων. Στην καλύτερη σε επίδοση ομάδα ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM, καθώς και η μέθοδος NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη μέθοδος συνολικά είναι η SARIMA_f, ενώ

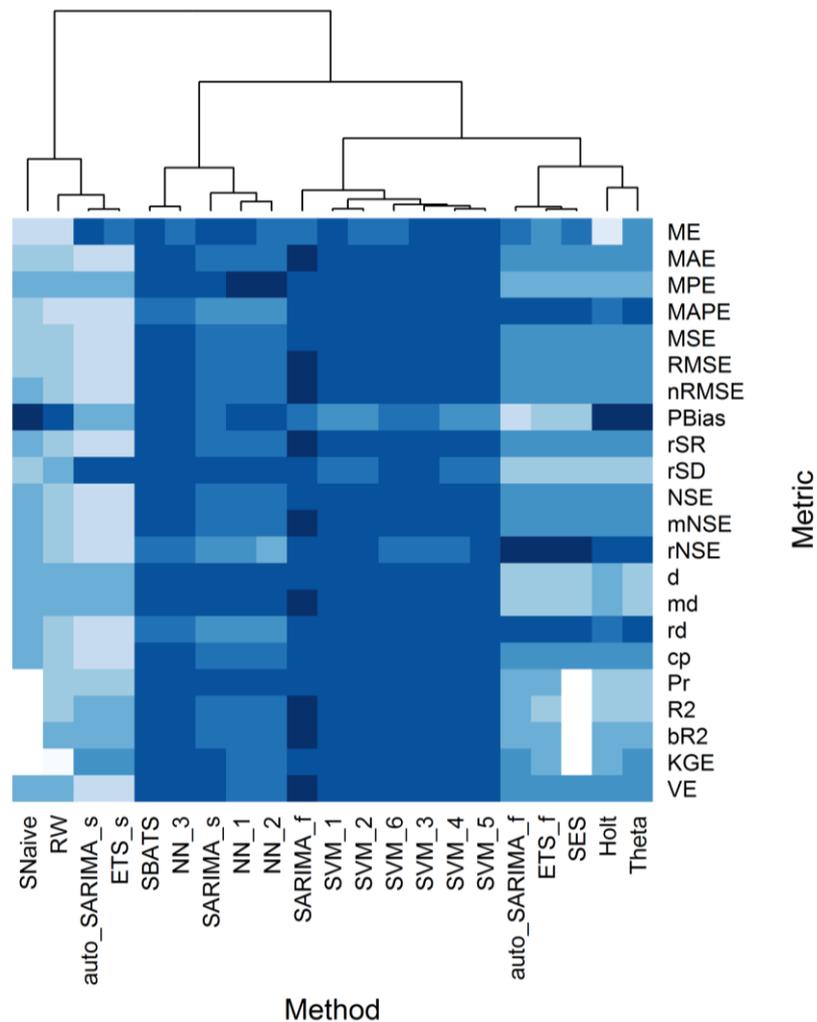
ακολουθούν οι ισοδύναμες Theta, SVM_1 και SVM_4. Ελάχιστα χειρότερη επίδοση έχουν οι επίσης ισοδύναμες μεταξύ τους SVM_2 και SVM_5. Ακολουθούν οι NN_3, auto_SARIMA_f, ETS_f, SES, SBATS, SVM_3, SVM_6 και Holt. Σχετικά με την χειρότερη σε επίδοση ομάδα, η SNaive είναι η καλύτερη από αυτήν, υπερτερώντας των υπολοίπων ως προς την ακρίβεια, καθώς και τα μέτρα που συνεξετάζουν ακρίβεια και αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση ως προς το σύνολο των μέτρων. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι SARIMA_f, auto_SARIMA_f, SBATS, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_4 και SVM_5. Έπονται οι μέθοδοι Holt, SVM_3 και SVM_6. Προτελευταίες έρχονται οι SNaive και RW, ενώ τελευταίες είναι οι SARIMA_s, auto_SARIMA_s, ETS_s, NN_1 και NN_2.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα MAPE, MSE και RMSE, όπως επίσης και τα rSR και NSE.

3.4.3 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$

Στο Σχήμα 3.65 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα, οι οποίες εκφράζουν την κεντρική τάση ως προς τις εν λόγω τιμές. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 3.65. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τις διάμεσες τιμές που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Όσον αφορά την συγκεκριμένη συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι SNaive, auto_SARIMA_s, ETS_s και RW παρουσιάζουν ομοιότητες ως προς την επίδοσή τους στα διάφορα μέτρα, διαφέροντας από τις υπόλοιπες μεθόδους σε βαθμό που έχει ως αποτέλεσμα την θεώρησή τους ως ανεξάρτητης ομάδας. Από την συγκεκριμένη ομάδα καλύτερη μέθοδος είναι η SNaive. Σχετικά με την ομάδα με την καλύτερη επίδοση, αυτή χωρίζεται σε δύο υποομάδες, η πρώτη από τις οποίες παρουσιάζει γενικά καλή επίδοση και περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους NN. Τη δεύτερη συγκροτούν δύο υποομάδες. Η πρώτη από τις συγκεκριμένες έχει την καλύτερη επίδοση συμπεριλαμβάνοντας όλες τις

μεθόδους SVM, ενώ η δεύτερη έχει μέτρια επίδοση συνολικά. Η τελευταία, παρότι ως προς τα μέτρα MAPE, rNSE και rd είναι ιδιαίτερος καλή, υστερεί σημαντικά ως προς τα μέτρα MPE, rSD, d και md.

Συνολικά καλύτερη μέθοδος είναι η SARIMA_f, ενώ ακολουθεί η SVM_3 με αρκετή διαφορά. Έπονται οι SBATS, SVM_1, SVM_5 και SVM_6 με ισοδύναμη συνολικά επίδοση. Σε μικρό βαθμό χειρότερη επίδοση από τις τελευταίες έχουν οι μέθοδοι NN_3, SVM_2 και SVM_4. Επόμενες είναι οι μέθοδοι SARIMA_s, NN_1 και NN_2 με την σειρά που αναφέρονται. Οι συγκεκριμένες έχουν αρκετά καλή επίδοση ως προς τα περισσότερα μέτρα, ενώ εμφανίζουν μέτρια επίδοση ως προς τα μέτρα MAPE, rNSE και rd. Ακολουθούν οι μέθοδοι auto_SARIMA_s και Theta ούσες συνολικά ισοδύναμες και έπειτα οι ETS_f, SES και Holt με την σειρά που αναφέρονται. Χειρότερες σε επίδοση μέθοδοι είναι οι SNaive, RW, auto_SARIMA_s και ETS_s. Οι SNaive και RW έχουν εξαιρετικά καλή επίδοση ως προς το PBias, ενώ οι auto_SARIMA_s και ETS_s ως προς το ME και το rSD.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση ως προς το σύνολο των μέτρων. Ωστόσο, υπάρχουν μέθοδοι με καλή επίδοση ως προς όλα τα μέτρα. Ως προς το μέτρο NSE, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι SARIMA_f, SBATS, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6. Ακολουθούν οι SARIMA_s, NN_1 και NN_2, ενώ χειρότερη επίδοση από τις συγκεκριμένες έχουν οι SNaive, auto_SARIMA_f, ETS_f, Holt, SES και Theta. Προτελευταία έρχεται η RW, ενώ τελευταίες οι auto_ARIMA_s και ETS_s.

Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$, $\theta_2 = 0.2$, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία με βάση τις διάμεσες τιμές των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν είναι τα nRMSE, rSR και mNSE.

3.5 Σύνοψη αποτελεσμάτων θεωρητικής σύγκρισης

Στις Ενότητες 3.1-3.4 γίνεται σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης πάνω σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις. Τα αποτελέσματα των 20 πειραμάτων προσομοίωσης που πραγματοποιούνται συνθέτουν την βάση για σύγκριση των μεθόδων σε θεωρητικό επίπεδο. Στην Ενότητα 3.5 συνοψίζονται τα αποτελέσματα της εν λόγω σύγκρισης και δίνεται απάντηση στα σχετικά με αυτήν ερωτήματα της Ενότητας 1.3.3. Σημειώνεται ότι ο σχολιασμός γίνεται με βάση το σύνολο των διαγραμμάτων που

συντάσσονται στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, ενώ το Σχήμα 3.46 έως το Σχήμα 3.65 αναμένεται να υποστηρίξουν ικανοποιητικά την ανάγνωση.

Κατά την μελέτη των συγκριτικών διαγραμμάτων που προκύπτουν από την στατιστική επεξεργασία των τιμών που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης εντοπίζονται ορισμένα ζεύγη μεθόδων που έχουν παρόμοια αναμενόμενη επίδοση. Αυτά είναι οι μέθοδοι SES και Theta, NN_1 και NN_2, SVM_1 και SVM_2, SVM_4 και SVM_5. Όσον αφορά το πρώτο ζεύγος, την εν λόγω ομοιότητα αναφέρουν και οι Hyndman and Billah (2001). Για καθένα από τα υπόλοιπα ζεύγη οι δύο επιμέρους μέθοδοι βασίζονται στον ίδιο αλγόριθμο, ενώ διαφέρουν ως προς τις επαναλήψεις που διενεργούνται κατά την βελτιστοποίηση των υπερπαραμέτρων τους, οι οποίες αυξάνουν τον υπολογιστικό φόρτο. Το εν λόγω γεγονός φανερώνει ότι ο χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος και η διαδικασία που ακολουθείται για την βελτιστοποίηση των υπερπαραμέτρων επηρεάζει περισσότερο το αποτέλεσμα από ό,τι οι επαναλήψεις που διενεργούνται για την συγκεκριμένη βελτιστοποίηση. Επισημαίνεται ότι οι συγκεκριμένες ομοιότητες αναδεικνύονται μέσω της εφαρμογής των μεθόδων στο σύνολο των συνθετικών χρονοσειρών, ενώ εκάστη των μεθόδων αυτών δίνει συνηθέστερα διαφορετικές προβλέψεις σε σχέση με την μέθοδο - ζευγάρι της σε καθεμία από τις επιμέρους περιπτώσεις χρονοσειρών.

Σημαντικό είναι το συμπέρασμα ότι γενικώς δεν υπάρχουν μέθοδοι το ίδιο καλές ή κακές σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς το σύνολο των μέτρων, με αποτέλεσμα η συνολική εικόνα να είναι μάλλον ομοιόμορφη. Παρά ταύτα, υπάρχουν μέθοδοι που είναι σταθερά καλύτερες ή χειρότερες από άλλες ως προς συγκεκριμένα μέτρα, χωρίς ωστόσο αυτό να ισχύει για όλες τις μεθόδους. Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης δεν διαφέρουν από τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους στα όσα αναφέρονται.

Όσον αφορά συγκεκριμένα τις μεθόδους SVM στις οποίες δίνεται έμφαση στην παρούσα εργασία, αυτές έχουν πάντοτε καλή ή μέτρια συνολική επίδοση αναφορικά με το σύνολο των μεθόδων. Ειδικότερα, στα περισσότερα από τα δώδεκα πειράματα που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 είναι ανάμεσα στις πέντε καλύτερες σε επίδοση μεθόδους λόγω της σχετικά καλής ακρίβειας των προβλέψεων που παράγουν. Στην ίδια πεντάδα ανήκουν οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f, οι οποίες έχουν ορισμένα πλεονεκτήματα στην συγκεκριμένη κατηγορία δεδομένων παράλληλα με ένα σημαντικό πλεονέκτημα όσον αφορά την ακρίβεια, κυρίως ως προς το μέτρο RMSE, ήδη από την κατασκευή τους (βλ. Ενότητα

2.2.3). Τέλος, στην ίδια πεντάδα ανήκει και η μέθοδος NN_3. Όσον αφορά την εν λόγω κατηγορία πειραμάτων προσομοίωσης, οι υπόλοιπες μέθοδοι SVM είναι πάντοτε καλές ή μέτριες ως προς την ακρίβεια σε σχέση με το σύνολο των μεθόδων, ενώ οι μέθοδοι NN_1 και NN_2 είναι σταθερά ανάμεσα στις χειρότερες ως προς την ακρίβεια, ούσες ωστόσο ανάμεσα στις καλύτερες μεθόδους όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Οι υπόλοιπες μέθοδοι που εμφανίζουν καλή επίδοση ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο είναι οι ARIMA_s, auto_ARIMA_s και ETS_s.

Στα τρία πειράματα που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA οι μέθοδοι NN_3, SVM_4 και SVM_5 εξακολουθούν να είναι πολύ καλές ως προς την ακρίβεια σε σχέση με το σύνολο των μεθόδων, υστερώντας ωστόσο έναντι περισσότερων μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Οι μέθοδοι που έχουν την καλύτερη επίδοση στην συγκεκριμένη κατηγορία δεδομένων είναι οι Naive, ARIMA_f, BATS, ETS_f, Holt, RW, SES και Theta. Το γεγονός ότι η Naive είναι ανάμεσα στις καλύτερες μεθόδους στην συγκεκριμένη κατηγορία πειραμάτων αποδεικνύει ότι οι περισσότερο εξεζητημένες μέθοδοι δεν υπερέχουν σε επίδοση των απλούστερων κατ' ανάγκη, γεγονός που αναφέρουν και οι Makridakis and Hibon (2000). Οι υπόλοιπες μέθοδοι SVM εμφανίζουν χειρότερη επίδοση από τις SVM_4 και SVM_5, γενικώς μέτρια. Οι μέθοδοι NN_1 και NN_2 υστερούν σημαντικά ως προς την ακρίβεια και στα εν λόγω πειράματα προσομοίωσης. Επίσης, υπερτερούν μαζί με τις ARIMA_s, auto_ARIMA_s και ETS_s όλων των υπολοίπων μεθόδων όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση και στην συγκεκριμένη κατηγορία πειραμάτων προσομοίωσης.

Παράλληλα, στα δύο πειράματα που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 είναι ανάμεσα στις τέσσερις καλύτερες μεθόδους, ενώ η μέθοδος NN_3 είναι η δεύτερη καλύτερη στο ένα εξ αυτών και αρκετά καλή στο δεύτερο. Οι υπόλοιπες μέθοδοι SVM έχουν ικανοποιητική έως πολύ καλή συνολική επίδοση, ενώ οι μέθοδοι NN_1 και NN_2 υστερούν σημαντικά ως προς τα περισσότερα μέτρα, ούσες ωστόσο μαζί με την μέθοδο ETS_s αξιοσημείωτα καλές όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση και στα εν λόγω πειράματα.

Τέλος, στα τρία πειράματα που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA οι μέθοδοι SVM είναι συνολικά καλές σε επίδοση, χωρίς να υπάρχουν μέθοδοι SVM με σταθερά καλύτερη επίδοση από άλλες της ίδιας κατηγορίας. Η μέθοδος NN_3 έχει καλή επίδοση συνολικά, ενώ επίσης καλές αποδεικνύονται και αρκετές κλασικές στοχαστικές μέθοδοι, όπως είναι οι SARIMA_f, SBATS και Theta. Οι μέθοδοι

NN_1 και NN_2 είναι συνολικά χειρότερες ως προς τα διάφορα κριτήρια, εκτός εκείνου που αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση.

Παρατηρείται ότι στις πρώτες θέσεις όσον αφορά την συνολική επίδοση βρίσκονται πάντοτε τόσο κλασικές στοχαστικές μέθοδοι όσο και μέθοδοι μηχανικής μάθησης και ότι μόνο για τα πειράματα που βασίζονται σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA ίσως θα μπορούσε κάποιος να πει ότι το σύνολο των μεθόδων μηχανικής μάθησης υστερεί έναντι αρκετών κλασικών στοχαστικών μεθόδων. Ακόμη και στην συγκεκριμένη περίπτωση, ωστόσο, οι μέθοδοι NN_3, SVM_4 και SVM_5 έχουν κοντινή επίδοση με εκείνη των καλύτερων μεθόδων. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι είναι μερικές από τις μεθόδους για τις οποίες θα μπορούσε να ειπωθεί ότι έχουν σταθερά καλή επίδοση σε σχέση με το σύνολο των μεθόδων.

Επίσης, προκύπτει ότι οι διάφορες μέθοδοι SVM διαφέρουν μεταξύ τους λιγότερο από ό,τι οι μέθοδοι ARIMA_f και auto_ARIMA_f σε σχέση με τις ARIMA_s και auto_ARIMA_s ή η μέθοδος NN_3 σε σχέση με τις NN_1 και NN_2. Το συγκεκριμένο γεγονός φανερώνει ότι ο αλγόριθμος SVM που χρησιμοποιείται και στις έξι μεθόδους SVM επηρεάζει περισσότερο την τελική επίδοση από άλλα στοιχεία που αφορούν την κατασκευή των μεθόδων, όπως είναι οι υπερπαραμέτροι και ο πίνακας των διανυσμάτων που χρησιμοποιούνται στην παλινδρόμηση, ενώ κάτι αντίστοιχο δεν συμβαίνει με τον αλγόριθμο NN που είναι επίσης κοινός στις τρεις μεθόδους NN. Ως συνέπεια των παραπάνω, η NN_3 είναι σταθερά η καλύτερη συνολικά από τις μεθόδους NN, ενώ οι μέθοδοι SVM_4 και SVM_5 προκύπτει ότι υστερούν έναντι άλλων μεθόδων SVM σε ορισμένες κατηγορίες δεδομένων.

Όσον αφορά διαφορές όπως η τελευταία, υπάρχουν και άλλες μέθοδοι με πολύ διαφορετική επίδοση κατά την εφαρμογή σε διαφορετικές κατηγορίες δεδομένων. Για παράδειγμα, η μέθοδος Naive υπερτερεί συνολικά έναντι των περισσότερων μεθόδων σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA, ενώ είναι μία από τις χειρότερες μεθόδους για τις περιπτώσεις εφαρμογής σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA και ARFIMA. Η μέθοδος SNaive είναι επίσης ανάμεσα στις χειρότερες μεθόδους συνολικά κατά την εφαρμογή σε προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA. Ακόμη και για την μέθοδο ARIMA_f, η οποία αναμένεται να είναι η καλύτερη στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA και ARIMA και γενικώς είναι μία από τις μεθόδους που παρουσιάζουν σταθερά καλή επίδοση, υπάρχουν υπολογιστικά πειράματα όπου άλλες μέθοδοι την ξεπερνούν σε συνολική επίδοση. Εξάγεται, συνεπώς, το συμπέρασμα ότι μία γενική κατάταξη των μεθόδων δεν είναι εφικτή.

Ωστόσο, εφικτή είναι η διατύπωση πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων για τις μεθόδους, όπως και μία καταρχήν ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα. Η εν λόγω ομαδοποίηση εξαρτάται σε κάποιον βαθμό από την κατηγορία των δεδομένων, όπως επιχειρείται και παραπάνω στην Ενότητα 3.5. Ενώ δεν υπάρχουν μέθοδοι καλύτερες ή χειρότερες ως προς το σύνολο των κριτηρίων που τίθενται, υπάρχουν μέθοδοι σταθερά καλύτερες και χειρότερες ως προς συγκεκριμένα κριτήρια. Τέτοιες είναι οι μέθοδοι ETS_s, ARIMA_s, auto_ARIMA_s, auto_ARFIMA, SARIMA_s, auto_SARIMA_s, NN_1 και NN_2, οι οποίες υπερέχουν έναντι όλων των υπολοίπων όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση, υστερώντας σταθερά ως προς την ακρίβεια. Επίσης, οι μέθοδοι ARIMA_f, auto_ARIMA_f, BATS, SVM_4, SVM_5, NN_3, οι οποίες υπερτερούν συχνότερα από άλλες σε ακρίβεια εφαρμοζόμενες σε μη εποχιακά δεδομένα και παράλληλα υστερούν όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Πέραν της ομαδοποίησης που μπορεί να γίνει με βάση την επίδοση στις διάφορες κατηγορίες μέτρων, κυρίως ως προς το rSD (βλ. και Παράρτημα Α) και τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια (βλ. και Παράρτημα Β), φαίνεται να μην μπορεί να γίνει κατηγοριοποίηση με κάποιο διαφορετικό κριτήριο.

Όσον αφορά την σταθερότητα που χαρακτηρίζει την ποιότητα της επίδοσης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς τα διάφορα μέτρα, αρκετά είναι τα συμπεράσματα που μπορεί να διατυπώσει κανείς εξετάζοντας ως προς τη διασπορά τις κατανομές των τιμών που λαμβάνονται. Τα σχήματα που παρουσιάζονται στο Παράρτημα Δ αφορούν την συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων ως προς τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα για τα διάφορα πειράματα προσομοίωσης και οδηγούν στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν μικρές ή μεγάλες διαφορές από μέθοδο σε μέθοδο όσον αφορά το πόσο μπορεί να διαφέρει η επίδοση εκάστης εξ αυτών κατά την εφαρμογή τους σε δύο διαφορετικές χρονοσειρές. Για παράδειγμα, η μέθοδος ETS_s χαρακτηρίζεται από πολύ μικρή σταθερότητα ως προς την εξεταζόμενη ποιότητα των προβλέψεων που παράγει όσον αφορά τα περισσότερα μέτρα σε σχέση με το σύνολο των μεθόδων. Παράλληλα, διαπιστώνεται ότι υπάρχουν μέθοδοι που δίνουν σπάνιες αλλά εξαιρετικά άστοχες έκτροπες προβλέψεις. Το χαρακτηριστικότερο παράδειγμα όσον αφορά την εν λόγω έλλειψη σταθερότητας είναι η μέθοδος NN_3, η οποία υπενθυμίζεται ότι προκύπτει ως μία από τις ακριβέστερες μεθόδους συνολικά.

Όλες οι μέθοδοι πρόβλεψης αδυνατούν να προβλέψουν παρατηρούμενες τιμές μακριά από την μέση τιμή. Το συγκεκριμένο γεγονός καταδεικνύουν τόσο τα διαγράμματα

συσχέτισης που καταρτίστηκαν για το σύνολο των προβλεπόμενων τιμών σε σχέση με τις τιμές - στόχους όσο και η οπτική παρατήρηση των προβλεπόμενων χρονοσειρών σε σχέση με τις αντίστοιχες χρονοσειρές - στόχους.

Όσον αφορά τις τιμές των προβλέψεων που δίνουν οι διάφορες μέθοδοι σε σχέση με τις αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές, υπάρχουν μέθοδοι που σε αρκετές κατηγορίες δεδομένων δίνουν αναμενόμενα μεγαλύτερα εύρη τιμών από τα αντίστοιχα πραγματικά (βλ. ενδεικτικά το Σχήμα 3.20), κυρίως η ETS_s, ενώ περισσότερες είναι οι μέθοδοι που στα περισσότερα πειράματα προσομοίωσης αναμενόμενα δίνουν μικρότερα εύρη τιμών (ARIMA_f, auto_ARIMA_f, auto_ARFIMA, SARIMA_f, auto_SARIMA_f, BATS, ETS_f, Holt, SES, Theta, NN₃, SVM₁, SVM₂, SVM₃, SVM₄, SVM₅, SVM₆). Στα υπολογιστικά πειράματα που χρησιμοποιούν προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA και ARIMA τα εύρη τιμών που δίνουν όλες οι μέθοδοι είναι κοντινά με τα αντίστοιχα πραγματικά.

Επίσης, από τα διαγράμματα συσχέτισης (βλ. ενδεικτικά Σχήμα 3.6 έως Σχήμα 3.12) προκύπτει ότι η αναμενόμενη συσχέτιση μεταξύ προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων δεν είναι ισχυρή για τις περιπτώσεις των στοχαστικών ανελίξεων ARMA και SARIMA, ενώ ισχυρότερη αναμένεται η συσχέτιση για τις στοχαστικές ανελίξεις ARIMA και ARFIMA. Το τελευταίο δεν επιβεβαιώνεται από τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr, οι οποίες δείχνουν μάλλον μικρή αναμενόμενη συσχέτιση για το σύνολο των πειραμάτων προσομοίωσης (βλ. Παράρτημα Γ).

Η χρήση αρκετών μεθόδων αποδεικνύεται σημαντική στις συγκρίσεις που γίνονται, ενώ σημαντική στην κατανόηση επιμέρους πτυχών της πληροφoρίας που αφορά την ποιότητα των προβλέψεων που δίνουν οι διάφορες μέθοδοι αποδεικνύεται και η χρήση αρκετών μέτρων. Τα περισσότερα μέτρα δίνουν διαφορετική πληροφορία όσον αφορά την τελική κατάταξη των μεθόδων στην οποία οδηγούν, γεγονός που σημαίνει ότι η χρήση λιγότερων μέτρων θα οδηγούσε σε διαφορετικά συμπεράσματα. Ωστόσο, υπάρχουν κάποια μέτρα τα οποία σε αρκετές περιπτώσεις δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία μεταξύ τους. Αυτά κυρίως είναι το ζεύγος nRMSE και rSR. Γενικότερα, δεν είναι όλα τα μέτρα το ίδιο κατανοητά. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι πρέπει να διερευνηθεί η σημασία των μέτρων μέσα από μεγάλης κλίμακας υπολογιστικά πειράματα, όπως αυτά της παρούσας εργασίας. Η κατάρτιση κατάλληλων διαγραμμάτων που θα εικονίζουν από πολλές πλευρές την πληροφορία με έμφαση στα ίδια τα μέτρα είναι επίσης απαραίτητη.

Τέλος, δεν είναι όλα τα μέτρα το ίδιο εύχρηστα. Όσον αφορά τις έκτροπες τιμές που βρίσκονται σε απόσταση δυσανάλογα μεγάλη από τους κορμούς των κατανομών με αποτέλεσμα να δυσχεραίνουν την χρήση των θηκογραμμάτων ως αποκλειστικού μέσου για την εξαγωγή των βασικών συμπερασμάτων, υπάρχουν ορισμένα περισσότερο επιρρεπή μέτρα. Συγκεκριμένα, οι κατανομές των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα MPE, MAPE, PBias, NSE, rNSE, KGE, VE εμφανίζουν συχνά μακρινές έκτροπες τιμές που δεν σχετίζονται απαραίτητα με κάποια εντελώς άστοχη πρόβλεψη.

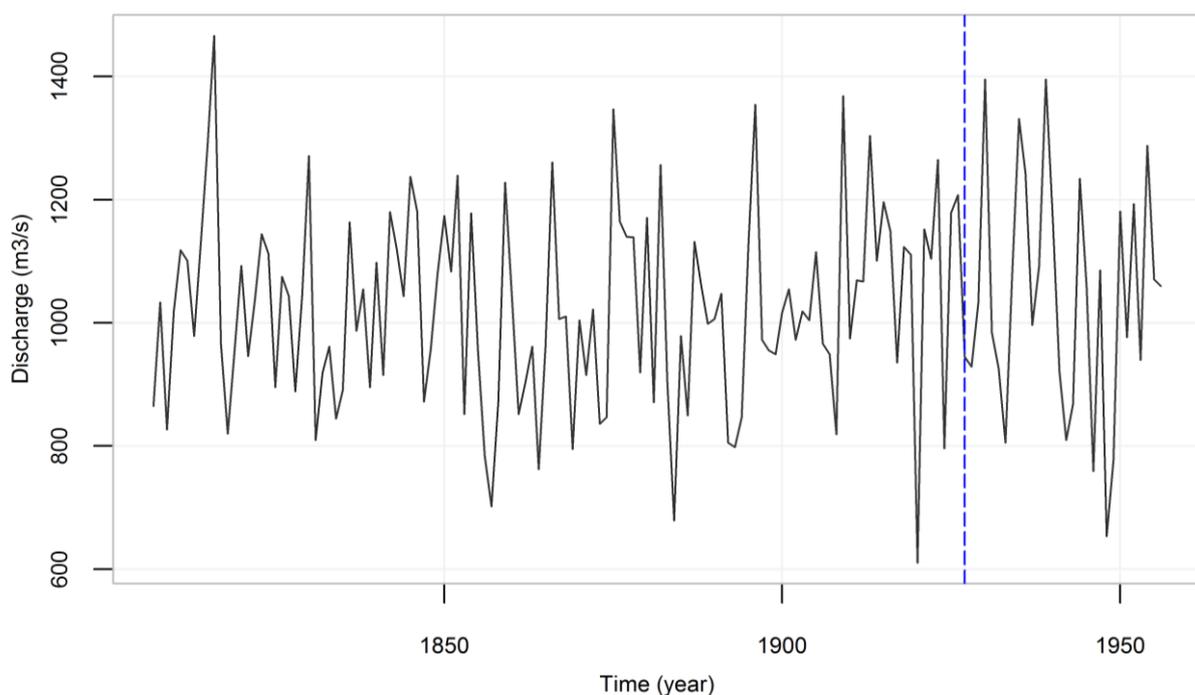
4. Εμπειρική σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης

4.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρές με ετήσιο χρονικό βήμα παρατήρησης

Στην Ενότητα 4.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε ιστορικές χρονοσειρές με ετήσιο χρονικό βήμα παρατήρησης. Τα εν λόγω υπολογιστικά πειράματα πραγματοποιούνται με σκοπό την εμπειρική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης.

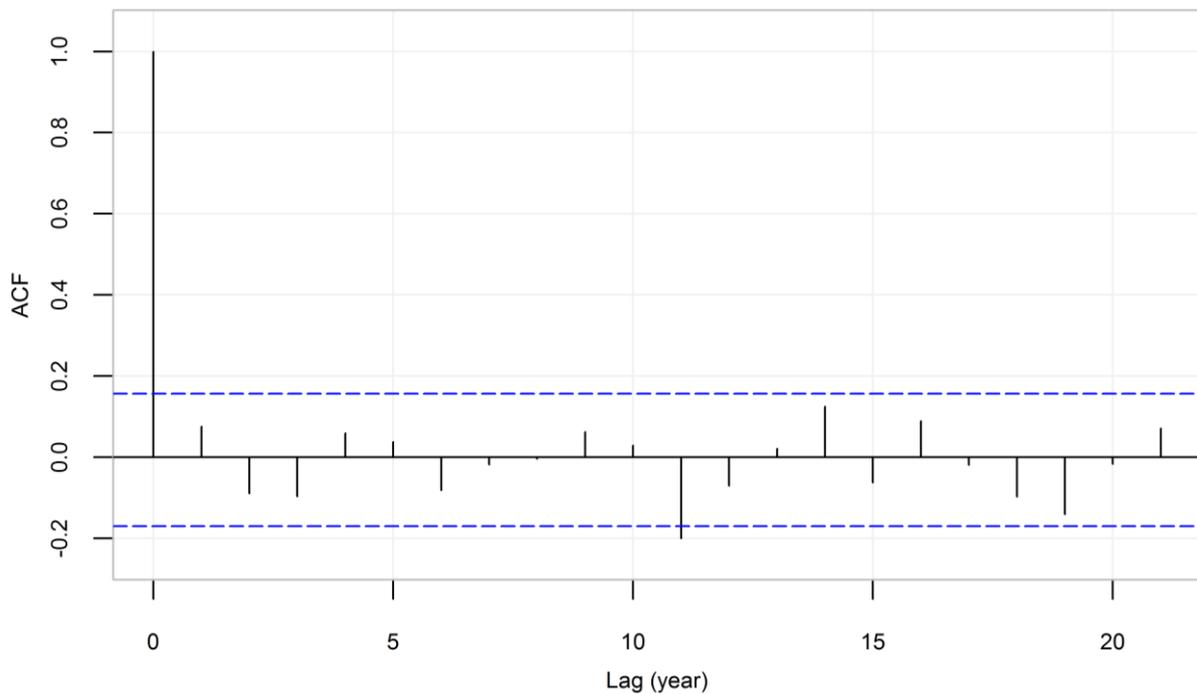
4.1.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέσης ετήσιας απορροής ποταμού

Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Πρόκειται για χρονοσειρά μέσης ετήσιας απορροής ποταμού 150 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.51$, που καταδεικνύει πολύ μικρή μακροπρόθεσμη εμμονή.

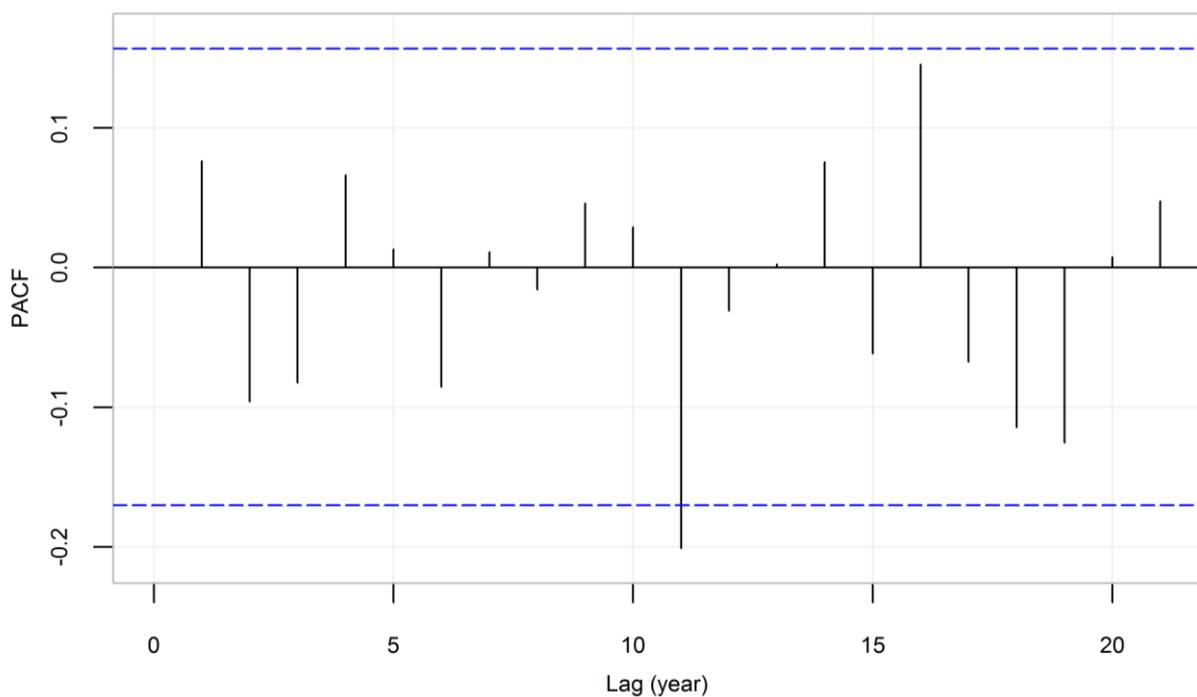


Σχήμα 4.1. Ιστορική χρονοσειρά μέσης ετήσιας απορροής ποταμού 150 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.

Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.2 και το Σχήμα 4.3 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



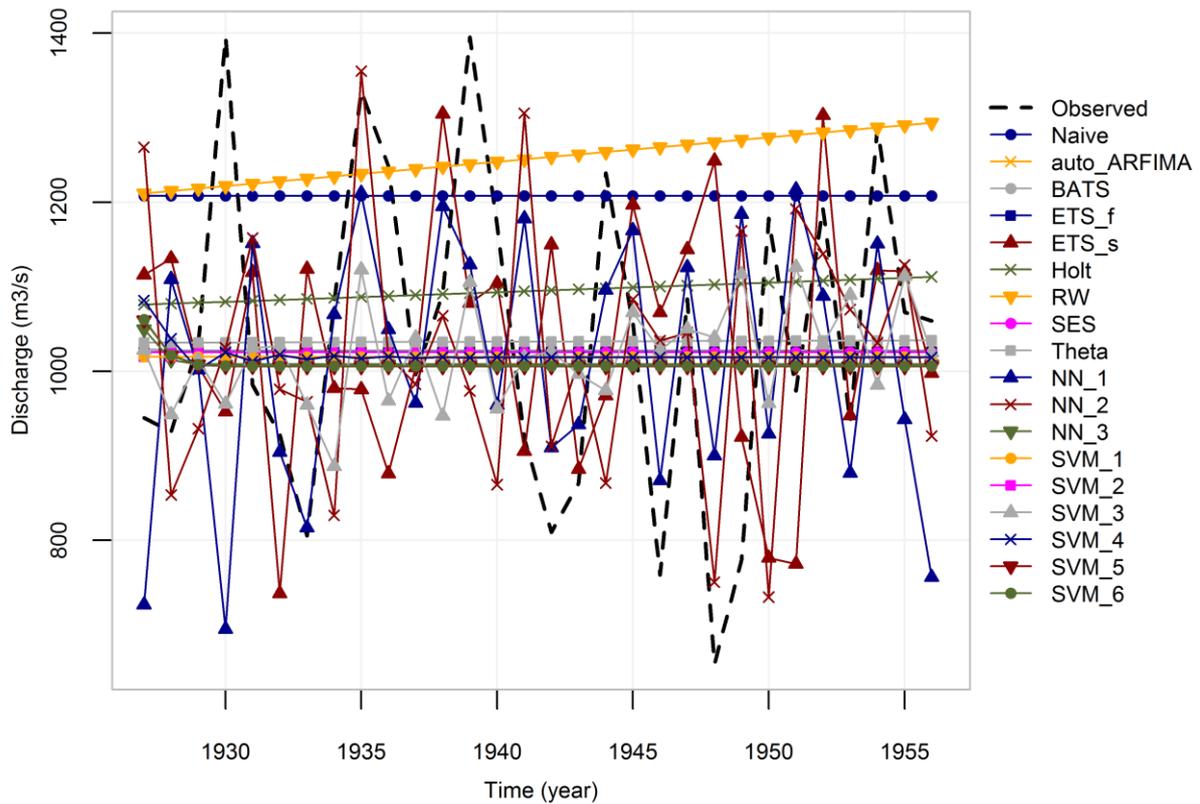
Σχήμα 4.2. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 4.3. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

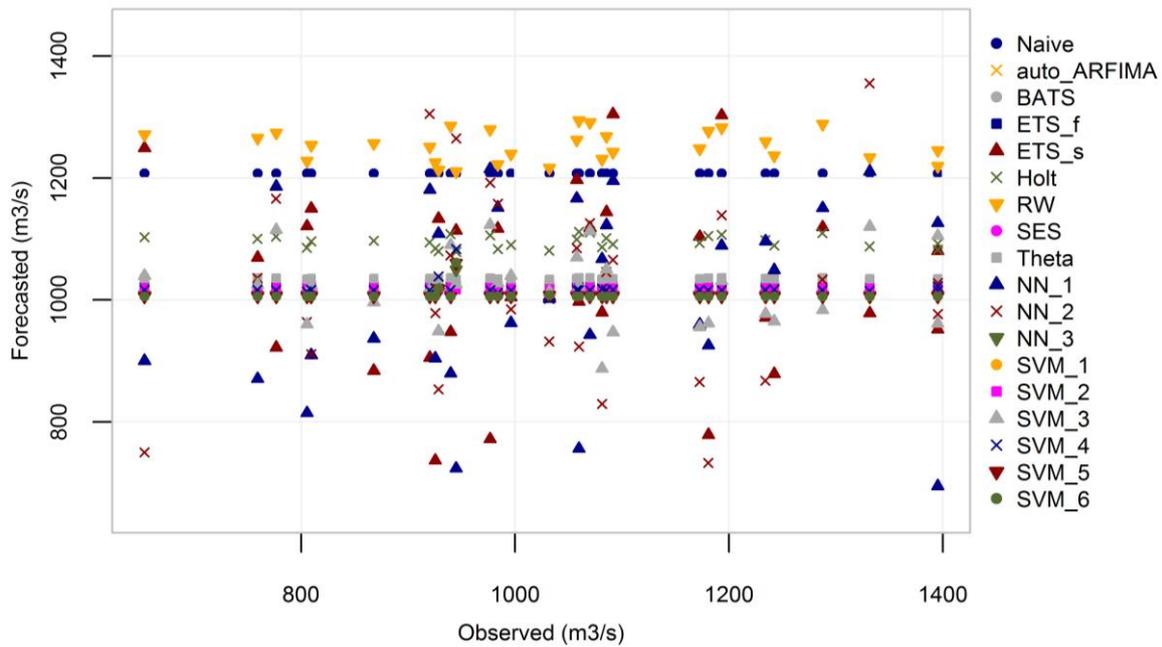
Καταρχάς, παρατηρείται ότι τόσο η δειγματική ACF όσο και η δειγματική PACF λαμβάνουν από μία μοναδική στατιστικά σημαντική τιμή για χρονική υστέρηση ίση με έντεκα χρόνια. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ότι τουλάχιστον για τις μικρές χρονικές υστερήσεις οι δειγματικές ACF και PACF ακολουθούν παρόμοιο μοτίβο.

Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.4). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Παρατηρείται για παράδειγμα ότι οι μέθοδοι ETS_s, NN_1 και NN_2 δίνουν προβλεπόμενες τιμές που έχουν μακράν κοντινότερη τυπική απόκλιση στην τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων που συνθέτουν την χρονοσειρά - στόχο (έντονη μαύρη διακεκομμένη γραμμή) από ό,τι οι υπόλοιπες μέθοδοι. Ακολουθεί η μέθοδος SVM_3, της οποίας η χρονοσειρά πρόβλεψης δεν είναι επίσης ευθύγραμμη ή σχεδόν ευθύγραμμη. Από τις τρεις πρώτες μεθόδους η NN_1 δίνει πρόβλεψη η οποία εμφανίζει μάλλον την μεγαλύτερη συσχέτιση με την χρονοσειρά των παρατηρήσεων, ενώ γενικότερα η εικόνα ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο είναι αρκετά κακή. Σχετικά με την ακρίβεια των προβλέψεων μπορεί κανείς να καταλήξει στο συμπέρασμα ότι οι μέθοδοι RW και Naive δίνουν προβλέψεις που υστερούν σε σχέση με το σύνολο, καθώς οι τελευταίες αποτελούνται από τιμές σταθερά μεγαλύτερες σε σημαντικό βαθμό από την μέση τιμή των αντίστοιχων τους παρατηρήσεων.



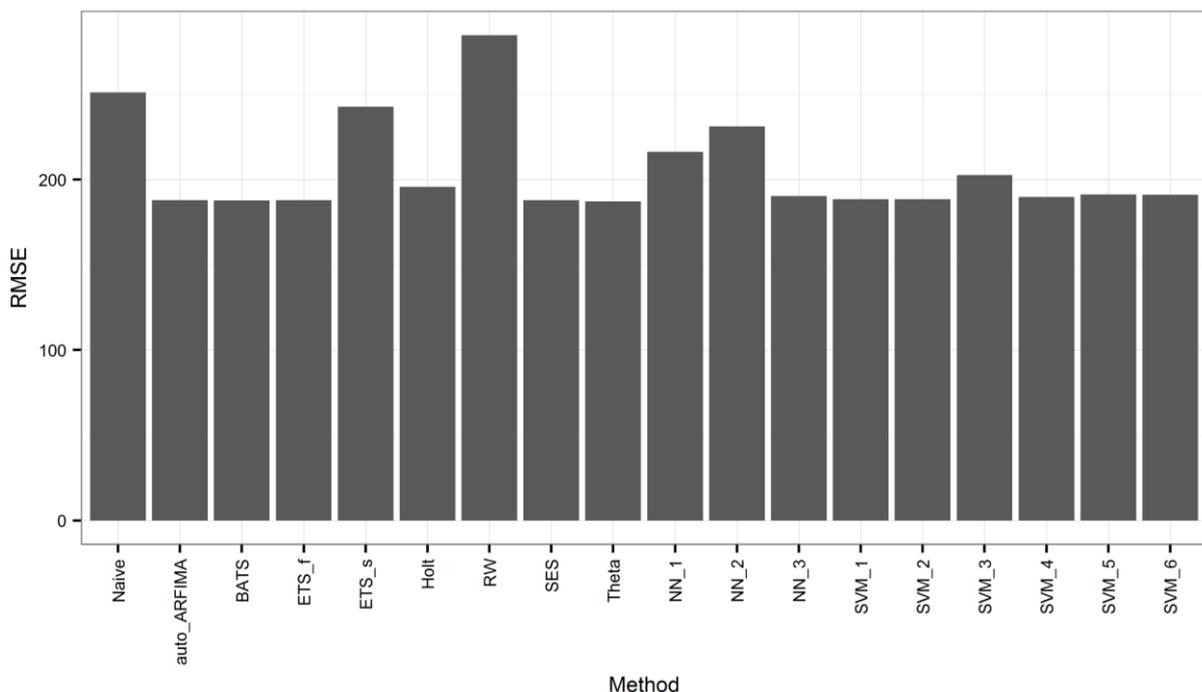
Σχήμα 4.4. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.5 και καταδεικνύει την μικρή συσχέτιση των προβλέψεων και των αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση, η οποία είναι φανερή ήδη από το Σχήμα 4.4.

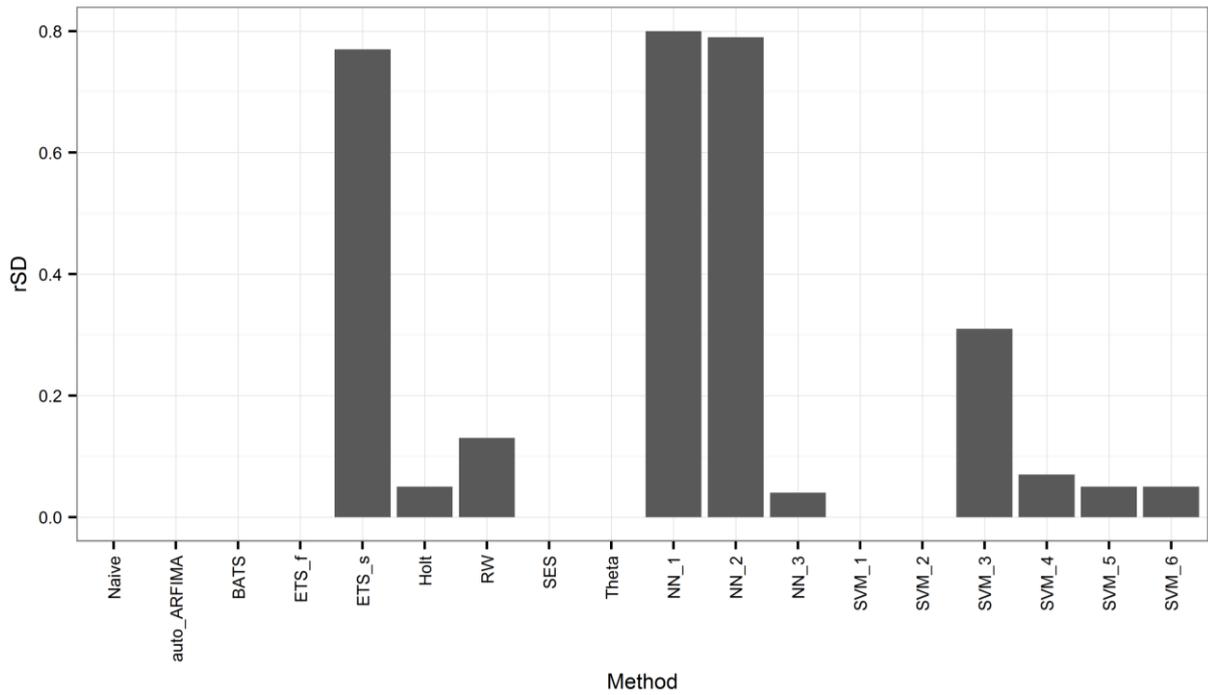


Σχήμα 4.5. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.

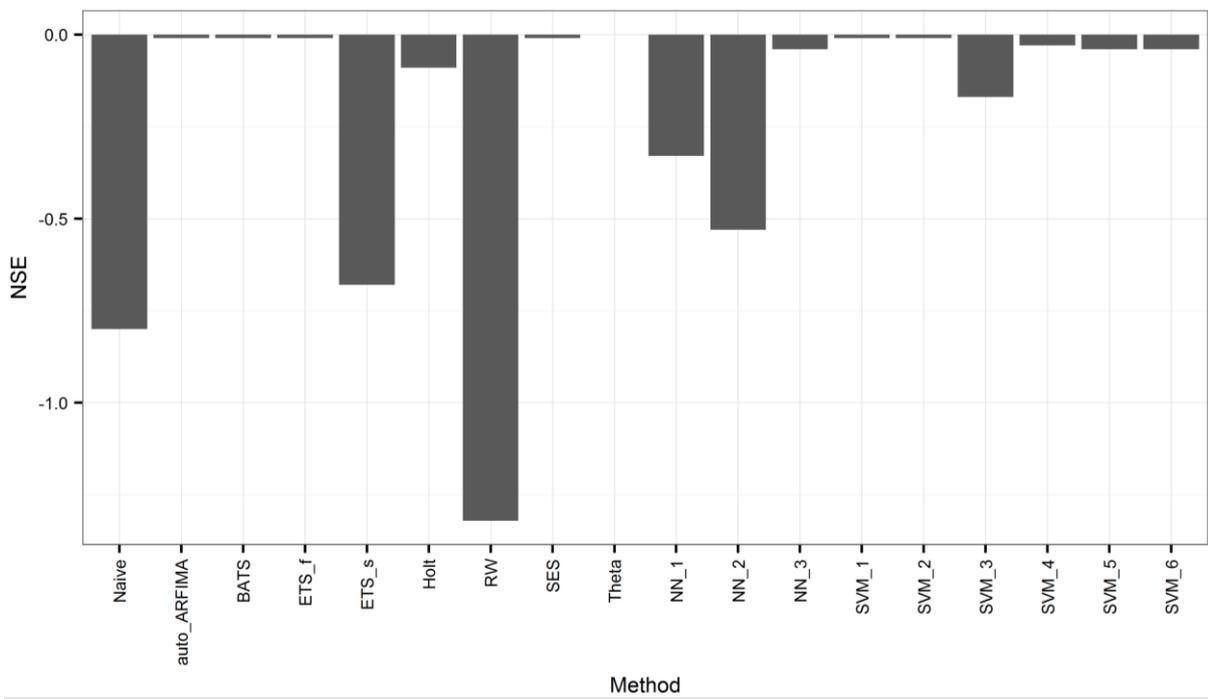
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδόγραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.6 έως το Σχήμα 4.11.



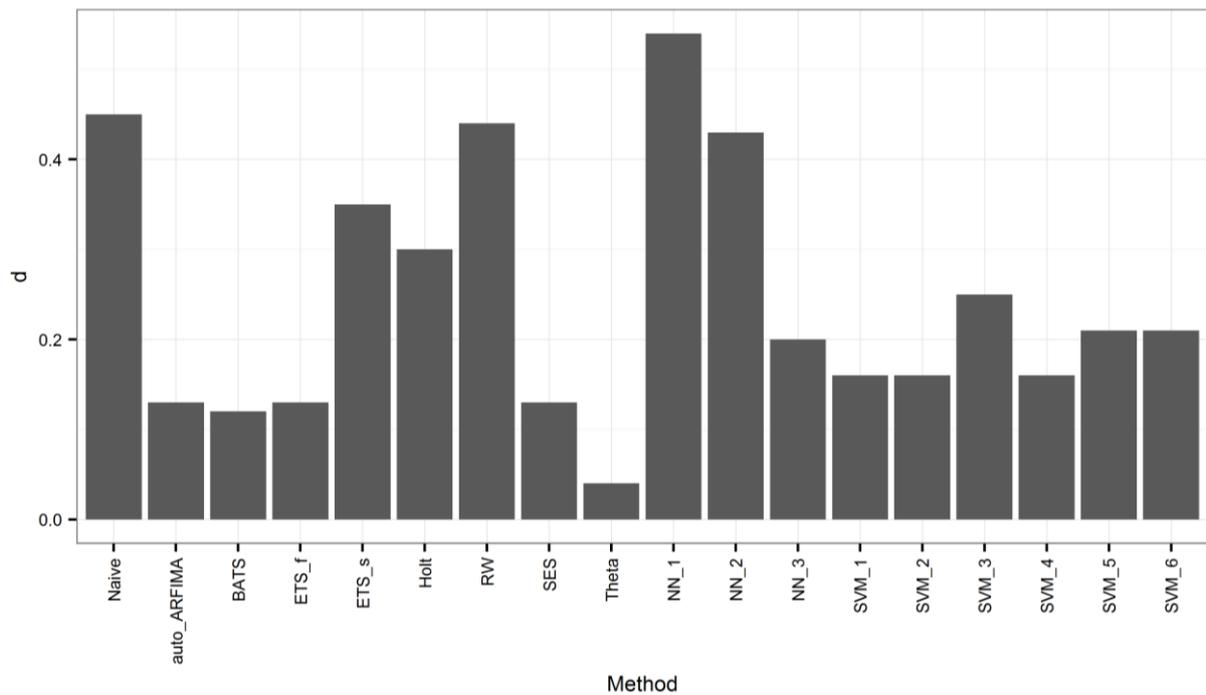
Σχήμα 4.6. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



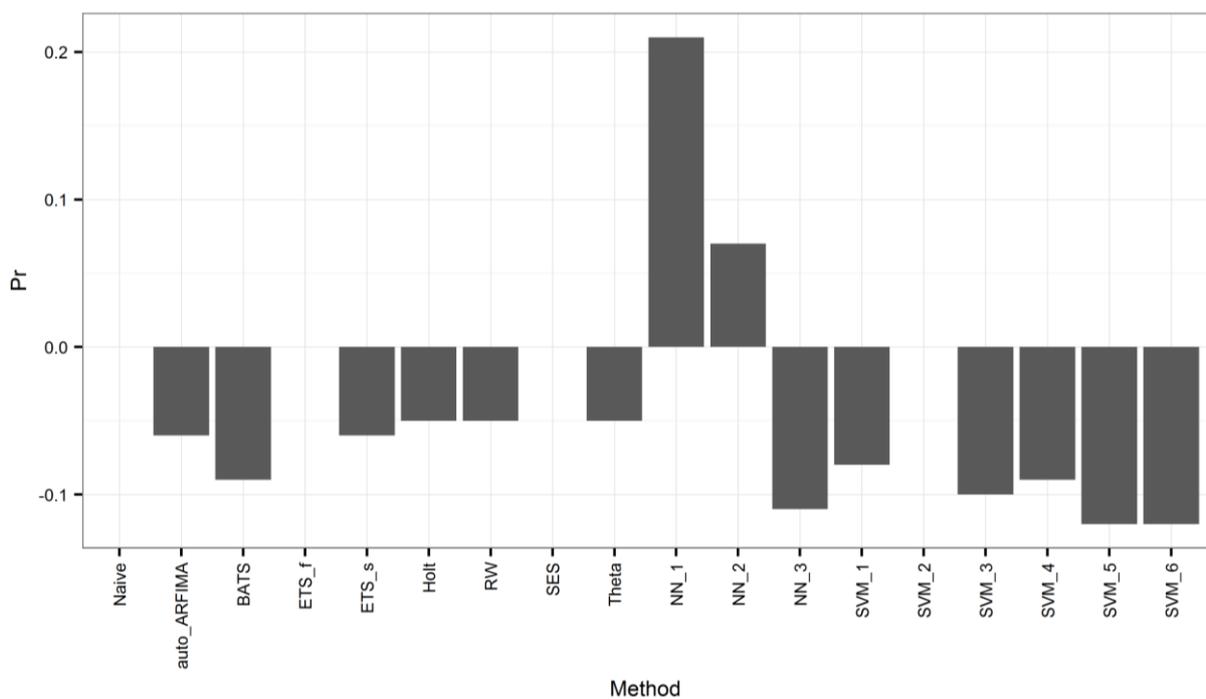
Σχήμα 4.7. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



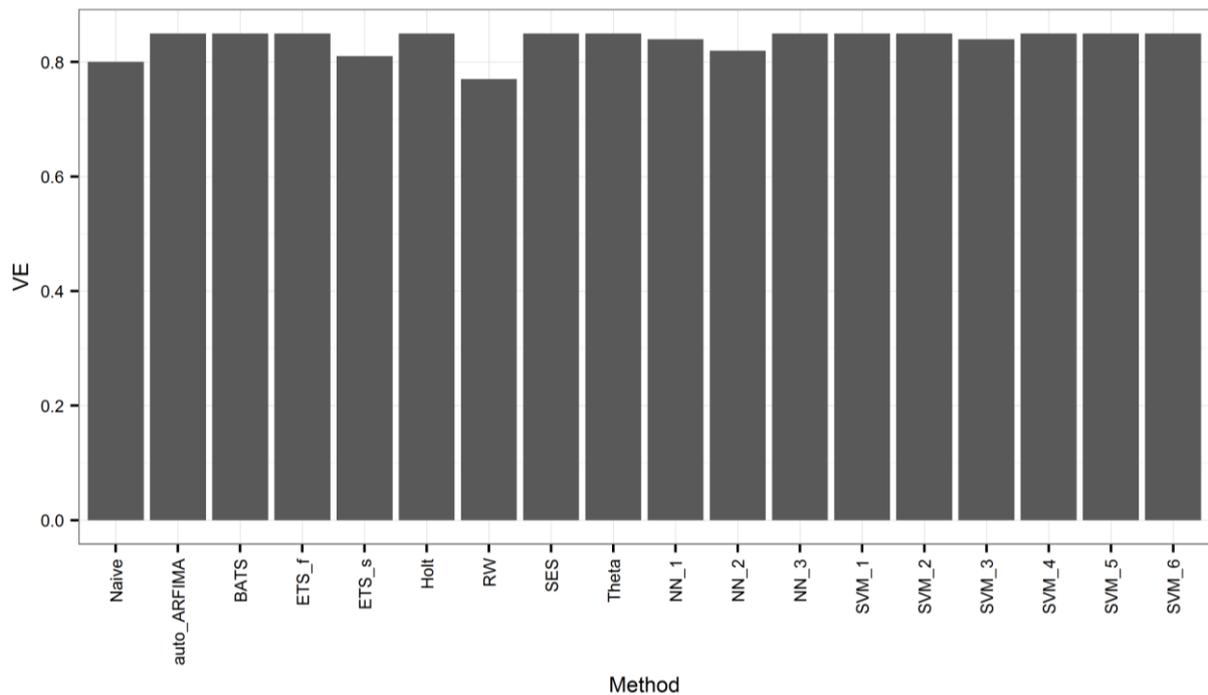
Σχήμα 4.8. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.9. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.10. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2.



Σχήμα 4.11. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο VE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.

Στο Σχήμα 4.6 παρατηρείται καταρχάς η ισοδυναμία που εμφανίζουν οι προβλέψεις των περισσότερων μεθόδων ως προς το μέτρο RMSE. Ακόμη παρατηρείται η μικρότερη ακρίβεια των προβλέψεων που δίνουν οι μέθοδοι RW και Naive με βάση το εν λόγω μέτρο. Η συγκεκριμένη είναι αναμενόμενη ήδη από το Σχήμα 4.4 και από το Σχήμα 4.5. Μικρότερη ακρίβεια εμφανίζουν και οι προβλέψεις των μεθόδων ETS_s, NN_1 και NN_2, των οποίων οι τιμές εμφανίζουν τυπική απόκλιση κοντινή με εκείνη των αντίστοιχων παρατηρήσεων, ενώ σε μικρό βαθμό χειρότερη είναι και η επίδοση της SVM_3 ως προς το RMSE. Όσον αφορά το μέτρο rSD, παρατηρώντας κανείς το Σχήμα 4.7 μπορεί να επιβεβαιώσει όσα ανέμενε για το συγκεκριμένο μέτρο ήδη από το Σχήμα 4.4 και από το Σχήμα 4.5.

Σχετικά με την επίδοση ως προς το μέτρο NSE, στο Σχήμα 4.8 φαίνονται οι τιμές που αυτό λαμβάνει. Ερμηνεύοντας τις συγκεκριμένες κανείς μπορεί να συμπεράνει ότι οι μέθοδοι auto_ARFIMA, BATS, ETS_f, SES, Theta, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 δίνουν προβλέψεις σχεδόν ισοδύναμες ως προς την ακρίβεια με την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων, όπως άλλωστε φαίνεται και από το Σχήμα 4.4. Σε μικρό βαθμό λιγότερο ακριβή πρόβλεψη δίνει η μέθοδος Holt. Έπεται η μέθοδος SVM_3, που είναι καλύτερη με την σειρά της από τις μεθόδους ETS_s, NN_1, NN_2 και Naive στην προκειμένη περίπτωση. Χειρότερη μέθοδος με βάση το συγκεκριμένο μέτρο προκύπτει η RW. Σύμφωνα με το ίδιο μέτρο παρατηρείται γενικώς η ίδια κατάταξη των προβλέψεων

ως προς την ακρίβεια με αυτήν που δίνει το μέτρο RMSE (βλ. Σχήμα 4.6). Παράλληλα, από το Σχήμα 4.9 μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι με βάση το μέτρο d καλύτερες προκύπτουν οι προβλέψεις των μεθόδων που έχουν την χειρότερη επίδοση ως προς τα μέτρα RMSE και NSE, δηλαδή των Naive, ETS_s, RW, NN_1 και NN_2. Λιγότερο καλή επίδοση με βάση το εν λόγω μέτρο προκύπτει εκείνη της μεθόδου Theta, ενώ οι υπόλοιπες μέθοδοι εμφανίζουν ενδιάμεση επίδοση.

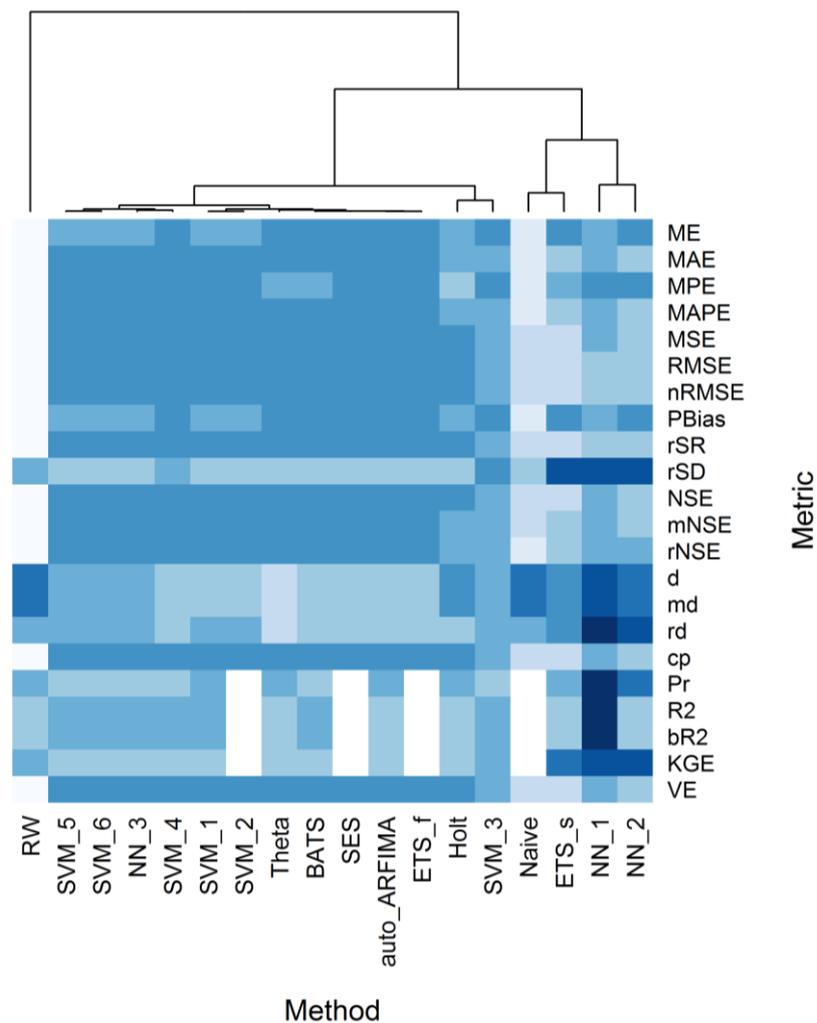
Όσον αφορά το μέτρο Pr, παρατηρείται στο Σχήμα 4.10 η κακή επίδοση ως προς την συσχέτιση όλων των μεθόδων, η οποία είναι ήδη αναμενόμενη από το Σχήμα 4.4 και το Σχήμα 4.5. Συγκεκριμένα οι περισσότερες μέθοδοι, ανάμεσα τους και η ETS_s που έχει καλή επίδοση ως προς το rSD, δίνουν προβλέψεις οι οποίες εμφανίζουν μικρή αρνητική συσχέτιση. Το εξεταζόμενο μέτρο λαμβάνει θετικές τιμές μόνο για τις μεθόδους NN_1 και NN_2, με την πρώτη να εμφανίζει την καλύτερη επίδοση. Ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι τιμές που λαμβάνει το μέτρο VE (βλ. Σχήμα 4.11), από τις οποίες προκύπτει το συμπέρασμα ότι με βάση το συγκεκριμένο μέτρο οι προβλέψεις όλων των μεθόδων είναι περίπου ισοδύναμες μεταξύ τους ως προς την ακρίβεια.

Τέλος, στο Σχήμα 4.12 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η μέθοδος RW διαφέρει ως προς την επίδοση της κατά τρόπο που έχει ως αποτέλεσμα την θεώρηση της ως ανεξάρτητης από την μεγάλη ομάδα που περιλαμβάνει όλες τις υπόλοιπες μεθόδους. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι παράλληλα η χειρότερη σε επίδοση συνολικά, αν και εμφανίζει ικανοποιητική συμπεριφορά σε σχέση με την συνολική εικόνα ως προς τα μέτρα d και md , τα οποία παρέχουν συναξιολόγηση των προβλέψεων αναφορικά με την ακρίβεια και τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών με την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων πραγματοποιημένων τιμών.

Αμέσως καλύτερη συνολικά μέθοδος είναι η Naive, της οποίας η πρόβλεψη είναι ελαφρώς ακριβέστερη με βάση τα διάφορα μέτρα που παρέχουν αξιολόγηση ως προς το σχετικό κριτήριο, εξαιρουμένων του d και του md , σύμφωνα με τα οποία είναι ελαφρώς χειρότερη. Η μέθοδος Naive ανήκει στην ίδια υποομάδα με τις ETS_s, NN_1 και NN_2, για τις οποίες παρατηρείται και παραπάνω στην Ενότητα 4.1.1 το γεγονός ότι εμφανίζουν

ομοιότητες ως προς την επίδοση τους στα διάφορα μέτρα. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι παρουσιάζουν την καλύτερη συμπεριφορά ως προς τα μέτρα rSD, d, md, rd και KGE, ενώ η NN_1 έχει παράλληλα την καλύτερη επίδοση ως προς τα Pr, R2 και bR2. Επίσης, οι τρεις αυτές μέθοδοι δίνουν προβλέψεις, των οποίων οι τιμές έχουν μέση τιμή κοντινότερη στην μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων σε σχέση με την συνολική εικόνα, αλλά είναι μέτριες έως κακές όσον αφορά τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια και δεν αναφέρθηκαν παραπάνω.



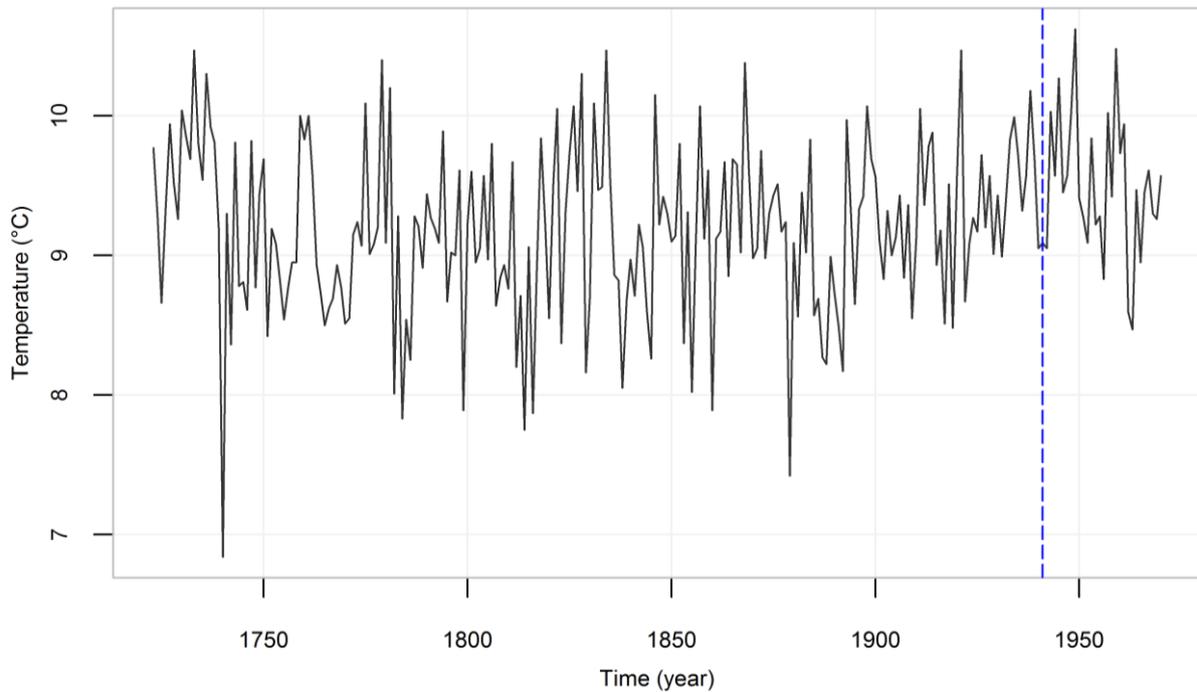
Σχήμα 4.12. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Σε διαφορετική υποομάδα ανήκουν όλες οι μέθοδοι SVM εκτός της SVM_3 και η NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης, όπως και οι μέθοδοι auto_ARFIMA, BATS, ETS_f, Holt, SES και Theta. Από αυτές χειρότερες είναι η Holt και η SVM_3, από τις οποίες η δεύτερη υπερέχει σε μικρό βαθμό της πρώτης σε συνολική επίδοση. Οι μέθοδοι auto_ARFIMA, BATS, ETS_f και SES είναι ισοδύναμες και καλύτερες της Theta, ενώ είναι χειρότερες από όλες τις μεθόδους μηχανικής μάθησης της υπό συζήτηση υποκατηγορίας με μικρή διαφορά. Οι προβλέψεις των μεθόδων SVM_4, SVM_5, SVM_6 και NN_3 προκύπτουν μάλλον ισοδύναμες και με ελάχιστη διαφορά καλύτερες των προβλέψεων των SVM_1 και SVM_2. Οι τελευταίες μέθοδοι παρουσιάζουν ιδιαιτέρως κοντινή επίδοση ως προς όλα τα μέτρα. Η εν λόγω υποομάδα παρουσιάζει καλύτερη επίδοση ως προς τις υπόλοιπες σε σχέση με τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, με εξαίρεση τα μέτρα d, md και rd, στα οποία υστερεί. Επιπρόσθετα, υπερέχει ως προς τον βαθμό συμφωνίας της μέσης τιμής των προβλεπόμενων τιμών με την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρημένων τιμών. Υστερεί, ωστόσο, της άλλης υποομάδας όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας των αντίστοιχων τιμών τυπικής απόκλισης, ενώ επίσης οι προβλέψεις που δίνει είναι σε μεγάλο βαθμό χειρότερες από αυτή της NN_1 ως προς την συσχέτιση.

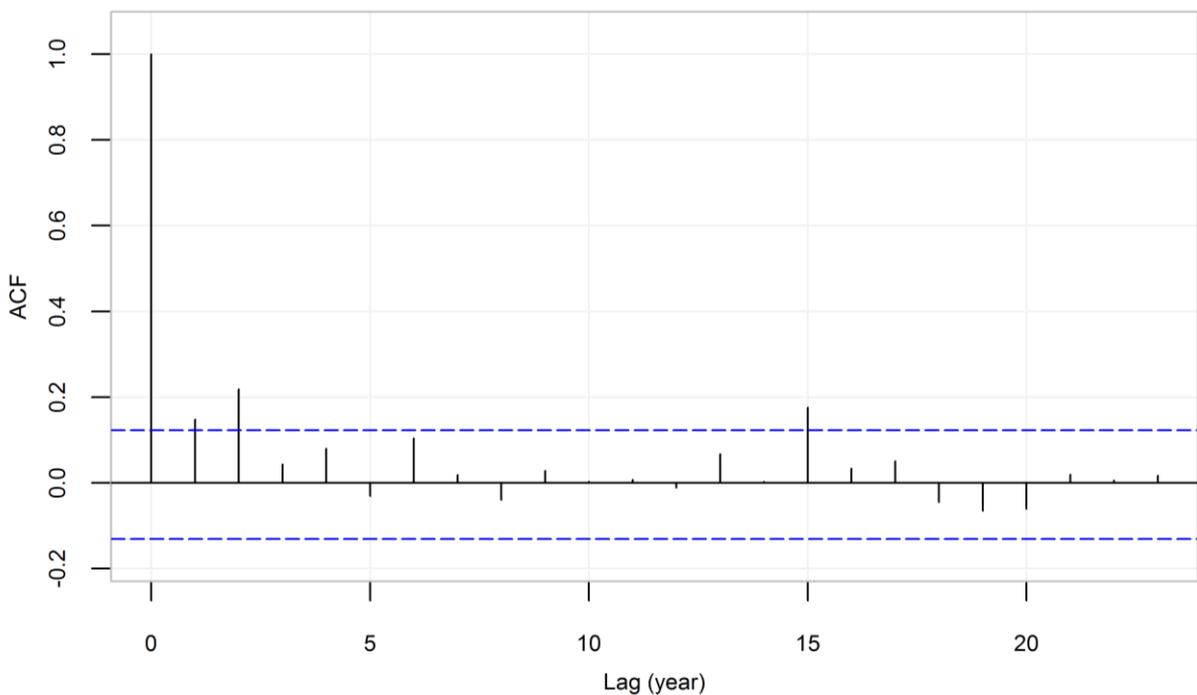
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.1, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα RMSE, nRMSE και rSR.

4.1.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέσης ετήσιας θερμοκρασίας

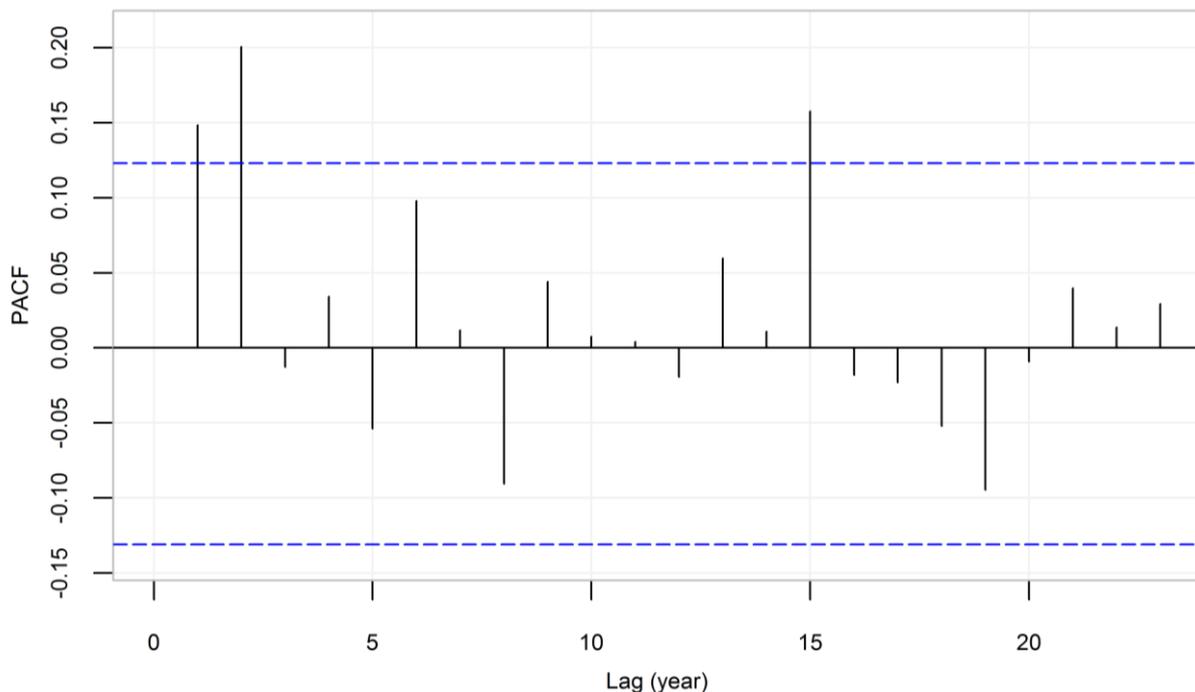
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Πρόκειται για χρονοσειρά μέσης ετήσιας θερμοκρασίας 248 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.61$. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.14 και το Σχήμα 4.15 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.13. Ιστορική χρονοσειρά μέσης ετήσιας θερμοκρασίας 248 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.14. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

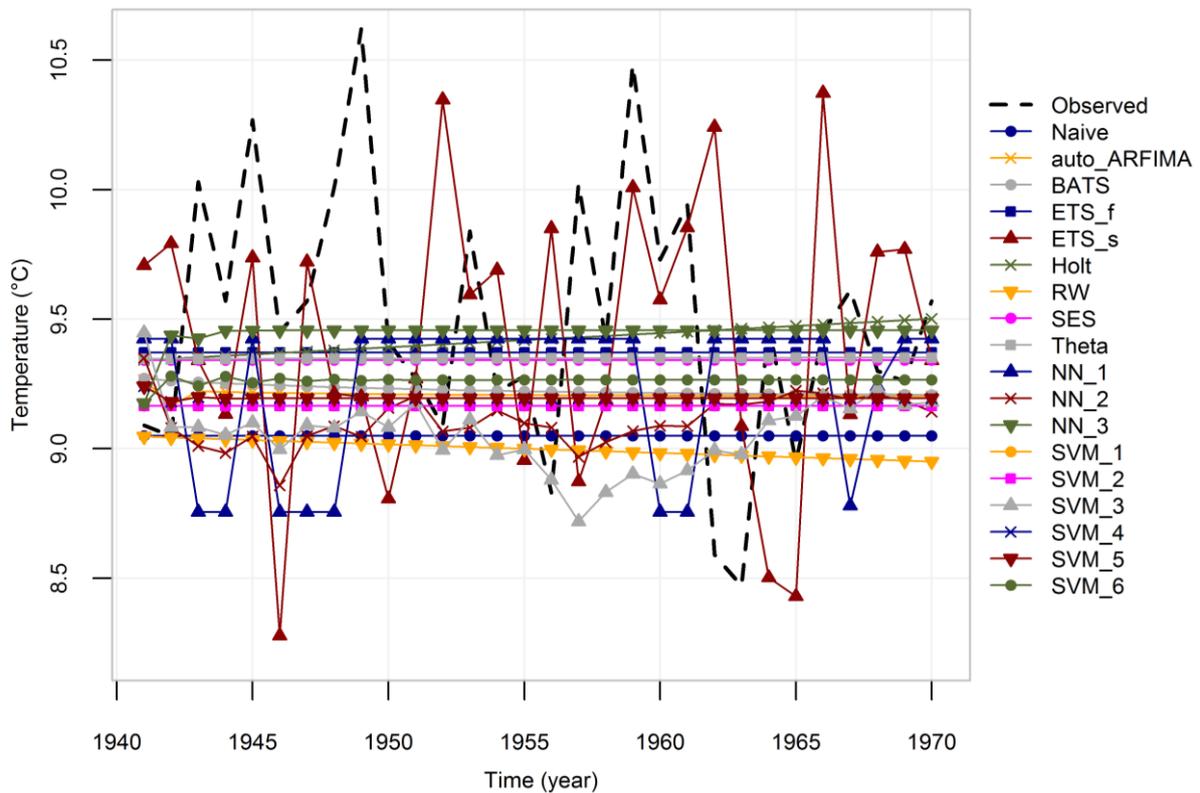


Σχήμα 4.15. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Παρατηρείται ότι οι δειγματικές ACF και PACF εμφανίζουν τρεις στατιστικά σημαντικές τιμές η καθεμία, οι οποίες αντιστοιχούν στις ίδιες χρονικές υστερήσεις (1, 2 και 15) και στις δύο περιπτώσεις.

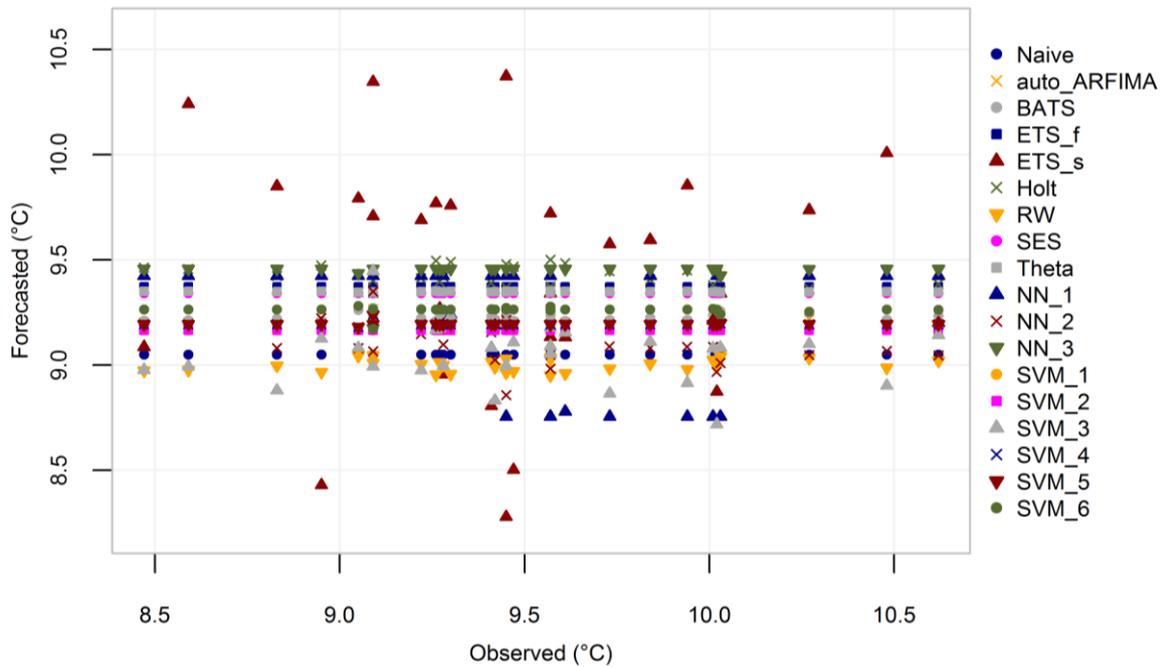
Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.16). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών με την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων που συνθέτουν την χρονοσειρά - στόχο, παρατηρείται ότι καλύτερη προκύπτει η μέθοδος ETS_s. Η πρόβλεψη της συγκεκριμένης μεθόδου εμφανίζει κοντινό εύρος τιμών με την παρατηρημένη χρονοσειρά. Σε απόσταση ακολουθεί η NN_1 και έπειτα η SVM_3, οι προβλέψεις των οποίων εμφανίζουν εύρη περίπου ίσα με τα 2/5 του εύρους των παρατηρημένων τιμών. Όσον αφορά την συσχέτιση, η εικόνα είναι ιδιαίτερος κακή, ενώ σχετικά με την ακρίβεια των προβλέψεων αναμένεται οι μέθοδοι που δίνουν σταθερά μακρινότερες προβλέψεις σε σχέση την μέση τιμή των παρατηρήσεων, η οποία φαίνεται να είναι αρκετά κοντά στους 9.5°C, να είναι χειρότερες από εκείνες που δίνουν τιμές σταθερά κοντινότερες σε αυτήν την τιμή με βάση τα περισσότερα από τα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την

αξιολόγηση ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο. Για την μέθοδο ETS_s αναμένονται επίσης μεγάλα σφάλματα.



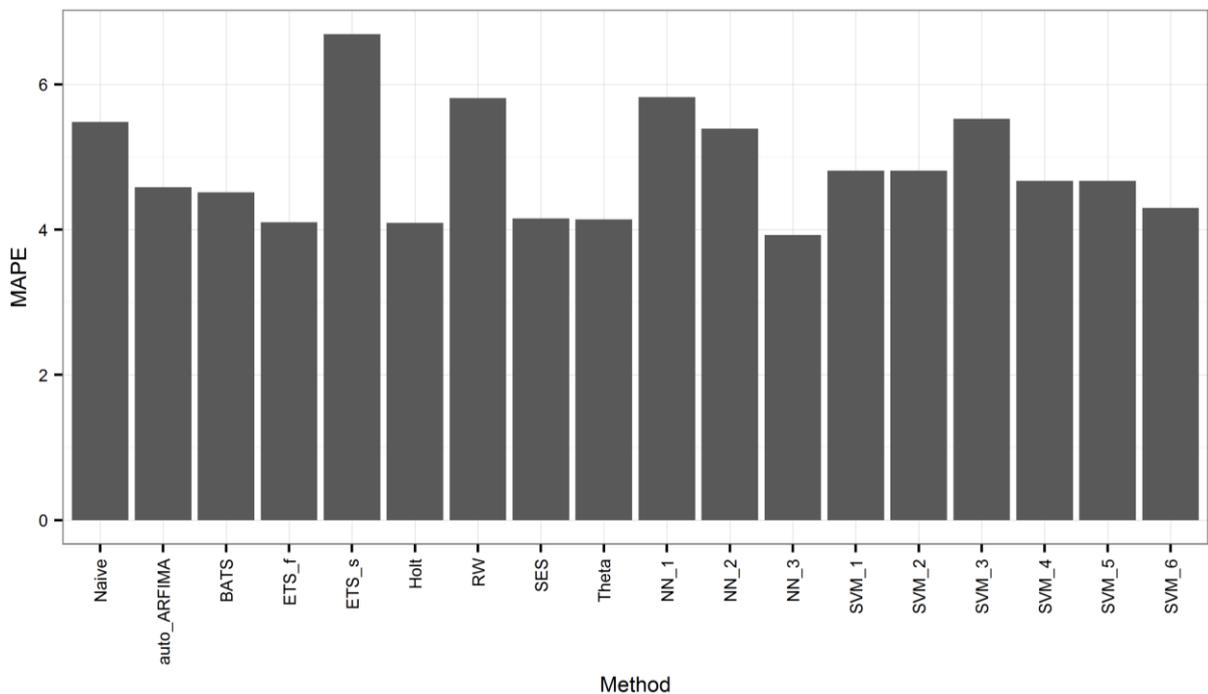
Σχήμα 4.16. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται, επιπρόσθετα, διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.17 και καταδεικνύει την μικρή συσχέτιση των προβλέψεων και των αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων, η οποία είναι φανερή ήδη από το Σχήμα 4.16.

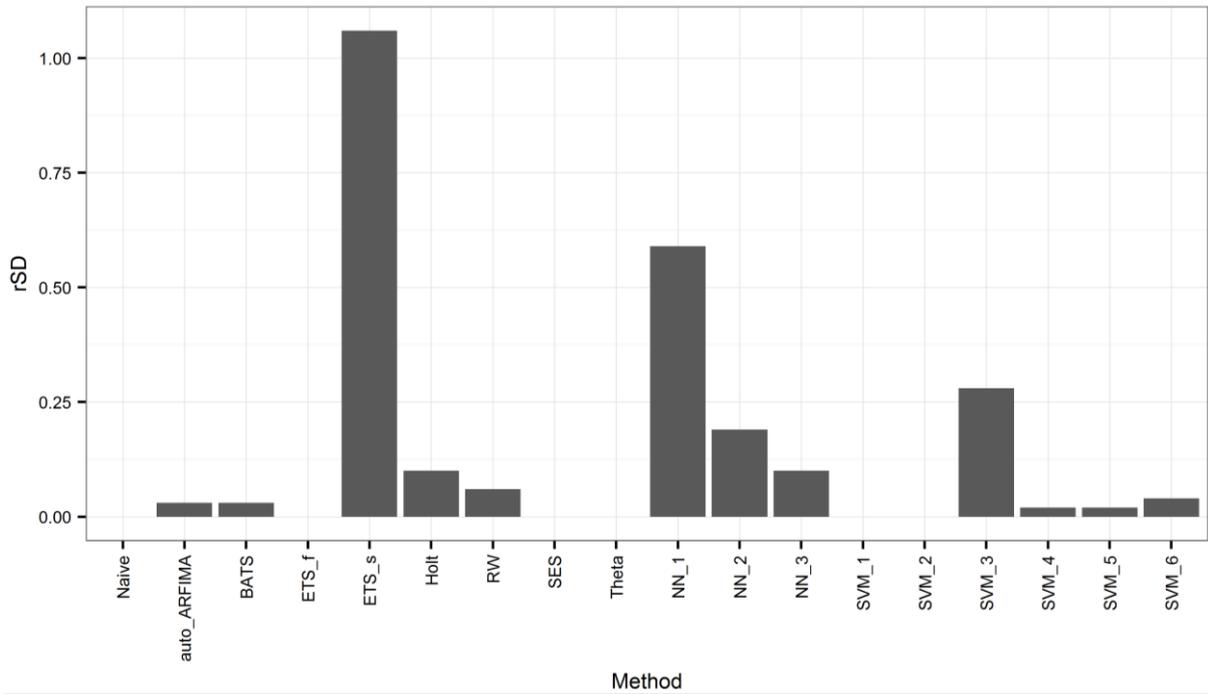


Σχήμα 4.17. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.

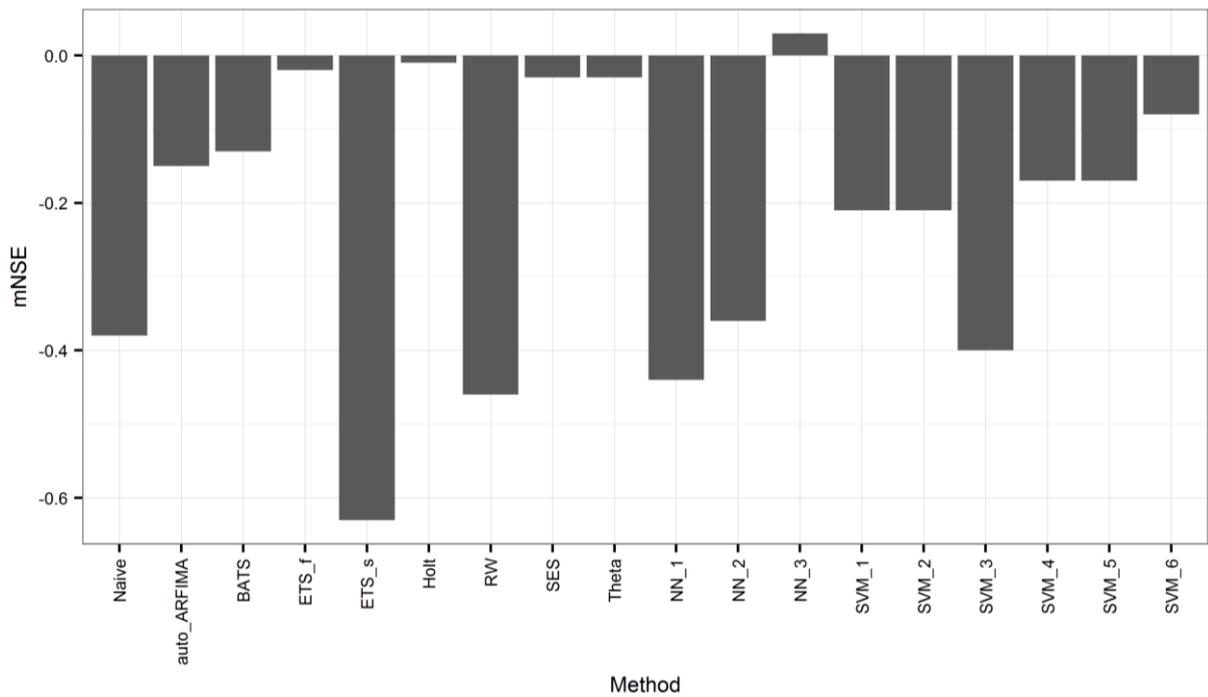
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.18 έως το Σχήμα 4.21.



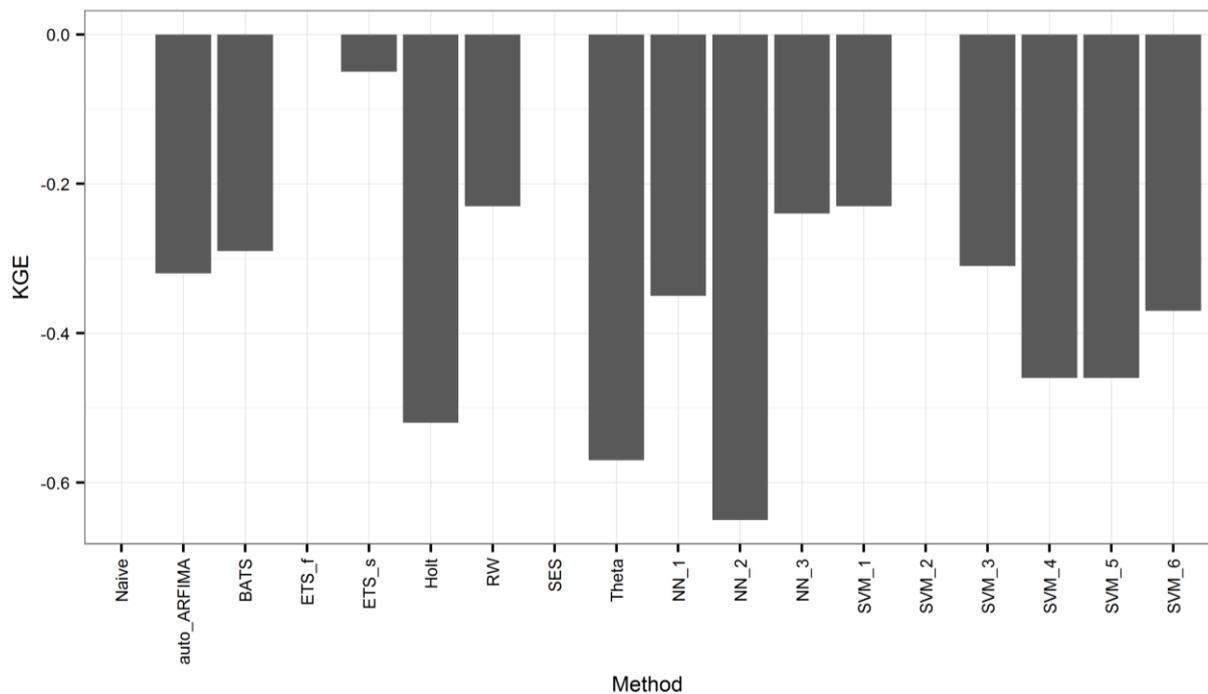
Σχήμα 4.18. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.



Σχήμα 4.19. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.



Σχήμα 4.20. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο mNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13.



Σχήμα 4.21. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2.

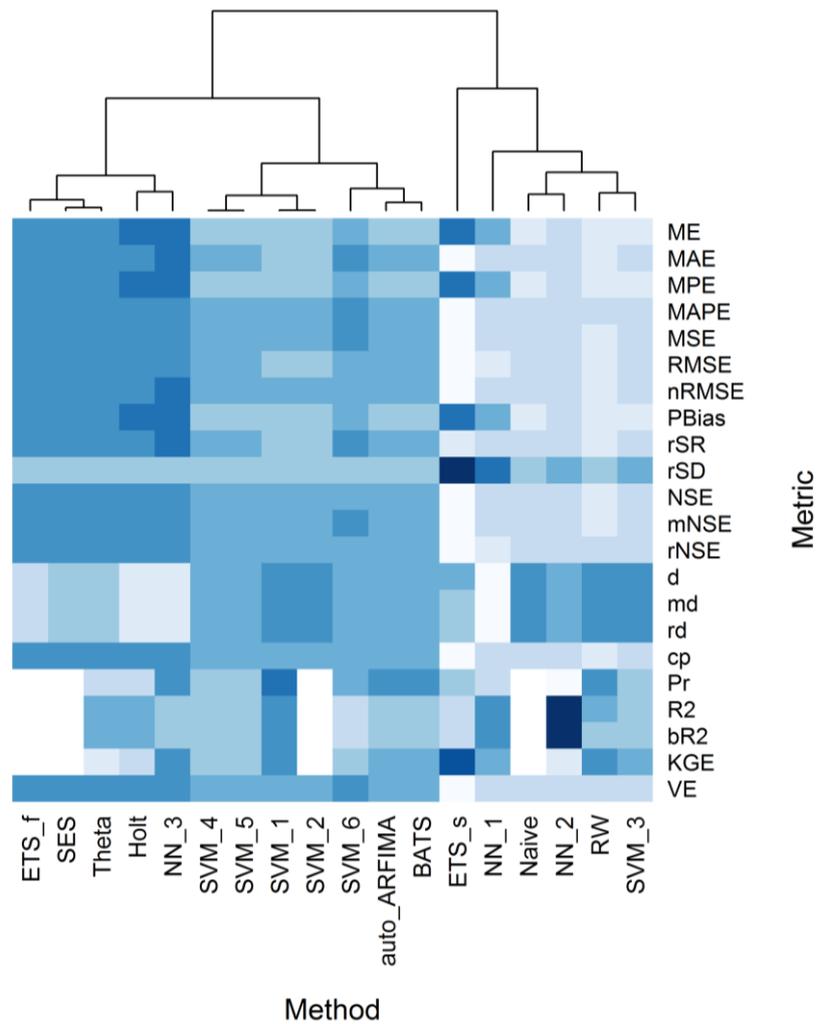
Στο Σχήμα 4.18 παρατηρείται καταρχάς η χειρότερη επίδοση ως προς την ακρίβεια σε όρους MAPE της μεθόδου ETS_s. Αρκετά χειρότερες από τις υπόλοιπες μεθόδους είναι οι Naive, RW, NN_1, NN_2, SVM_3 με πολύ κοντινές τιμές σφαλμάτων. Παρατηρείται επίσης η ισοδυναμία ορισμένων προβλέψεων ως προς το συγκεκριμένο μέτρο. Παράλληλα, στο Σχήμα 4.19 φαίνονται οι τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD, οι οποίες επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα με βάση το Σχήμα 4.16 και το Σχήμα 4.17 σχετικά με τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών με την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων πραγματοποιημένων τιμών.

Όσον αφορά το μέτρο mNSE, στο Σχήμα 4.20 παρατηρείται η καλύτερη επίδοση ως προς την ακρίβεια των μεθόδων NN_3, Holt, ETS_f, SES και Theta, οι οποίες συγκεκριμένα δίνουν εξίσου καλές προβλέψεις με την μέση τιμή των παρατηρήσεων. Το εν λόγω γεγονός είναι αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.16 και το Σχήμα 4.17. Ακολουθούν οι μέθοδοι BATS και auto_ARFIMA με την σειρά που αναφέρονται κι έπειτα τα ζεύγη ισοδύναμων μεθόδων SVM_4 και SVM_5, SVM_1 και SVM_2. Λιγότερο ακριβής προκύπτει η πρόβλεψη της μεθόδου NN_3, η οποία είναι ωστόσο σε μικρό βαθμό καλύτερη από εκείνη της μεθόδου Naive. Λιγότερο ακριβείς από την συγκεκριμένη μέθοδο αναφοράς προκύπτουν οι SVM_3, NN_1 και RW, ενώ χειρότερη όλων σε όρους mNSE είναι η ETS_s.

Σημειώνεται ότι η κατάταξη είναι η ίδια με αυτήν που γίνεται με βάση το μέτρο MAPE (βλ. Σχήμα 4.18).

Παρατηρώντας κανείς το Σχήμα 4.21 μπορεί να συμπεράνει ότι όσον αφορά το μέτρο KGE, που παρέχει συναξιολόγηση με βάση την συσχέτιση και την συμφωνία τόσο ανάμεσα στην μέση τιμή των προβλέψεων και την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων όσο και ανάμεσα στις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις, καλύτερη όλων προκύπτει η πρόβλεψη της μεθόδου ETS_s. Ακολουθούν οι προβλέψεις των RW, NN_3 και SVM_1, ούσες περίπου ισοδύναμες μεταξύ τους, και έπειτα αυτές των auto_ARFIMA, BATS και SVM_3, οι οποίες εμφανίζουν επίσης μικρές διαφορές. Χειρότερες σε επίδοση ως προς το συγκεκριμένο μέτρο προκύπτουν οι SVM_4 και SVM_5, ενώ τελευταίες από την περισσότερη στην λιγότερο καλή είναι οι μέθοδοι Holt, Theta και NN_2.

Τέλος, στο Σχήμα 4.22 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοσή τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 4.22. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES και SVM_2 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι χωρίζονται σε δύο ομάδες βάσει των ομοιοτήτων που εμφανίζουν ως προς την επίδοση τους σε σχέση με τα διάφορα μέτρα. Όσον αφορά την καλύτερη σε επίδοση ομάδα, αυτή περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους SVM με εξαίρεση την SVM_3. Επίσης περιλαμβάνει την μέθοδο NN_3 από την κατηγορία των NN. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι συνολικά καλύτερη από την Holt, η οποία με την σειρά της είναι σε μικρό βαθμό καλύτερη από την Theta. Η τελευταία προκύπτει ισοδύναμη με την SES και καλύτερη της ETS_f για όλα τα μέτρα που υπολογίζονται για αυτές. Οι μέθοδοι ETS_f, Holt, SES, Theta και NN_3

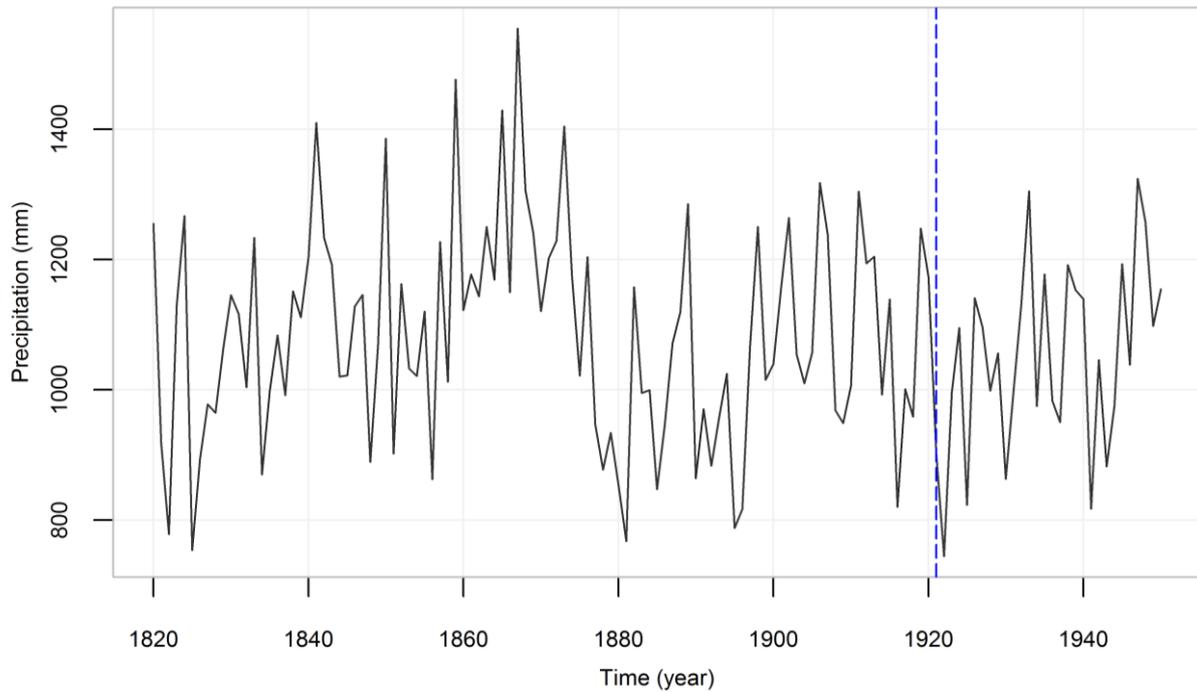
συναποτελούν μια υποομάδα εντός της υπό συζήτηση ομάδας με την καλύτερη επίδοση, η οποία αφορά κυρίως τα περισσότερα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, αλλά και εκείνα που αξιολογούν ως προς τον βαθμό συμφωνίας ανάμεσα στην μέση τιμή των προβλεπόμενων τιμών και την μέση τιμή των τιμών της χρονοσειράς - στόχου. Ωστόσο, η εν λόγω υποομάδα υστερεί σημαντικά ως προς τα μέτρα d , md και rd , καθώς και ως προς το rSD , ενώ εμφανίζει μάλλον μέτρια επίδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους ως προς την συσχέτιση.

Ακολουθεί η μέθοδος SVM_1 της δεύτερης υποομάδας, η οποία είναι ισοδύναμη της SVM_2 και καλύτερη συνολικά της SVM_6 σε μικρό βαθμό. Η τελευταία υπερέρχει των $auto_ARFIMA$ και $BATS$. Η SVM_1 προκύπτει συνολικά καλύτερη και από τις μεθόδους SVM_4 και SVM_5. Σχετικά με τη χειρότερη σε επίδοση ομάδα, η NN_2 είναι καλύτερη της SVM_3, η οποία με την σειρά της είναι καλύτερη της Naive. Η RW υστερεί σε σχέση με την τελευταία. Οι μέθοδοι Naive, RW, NN_2 και SVM_3 έχουν καλή επίδοση ως προς τα μέτρα d , md και rd , ενώ υστερούν σημαντικά με βάση τα μέτρα που εξετάζουν μόνο την ακρίβεια και ως προς τα μέτρα που εξετάζουν τον βαθμό συμφωνίας της μέσης τιμής των προβλεπόμενων τιμών με την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρημένων τιμών. Επίσης, εμφανίζουν μέτρια επίδοση όσον αφορά την συσχέτιση. Ιδιαίτερος κακή επίδοση συνολικά εμφανίζουν οι μέθοδοι NN_1 και ETS_s, οι οποίες ωστόσο παρουσιάζουν πολύ καλή συμπεριφορά όσον αφορά την συμφωνία της μέσης τιμής/τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών με την μέση τιμή/τυπική απόκλιση των τιμών της χρονοσειράς - στόχου, την συσχέτιση προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων ή και τα τρία αυτά κριτήρια μαζί.

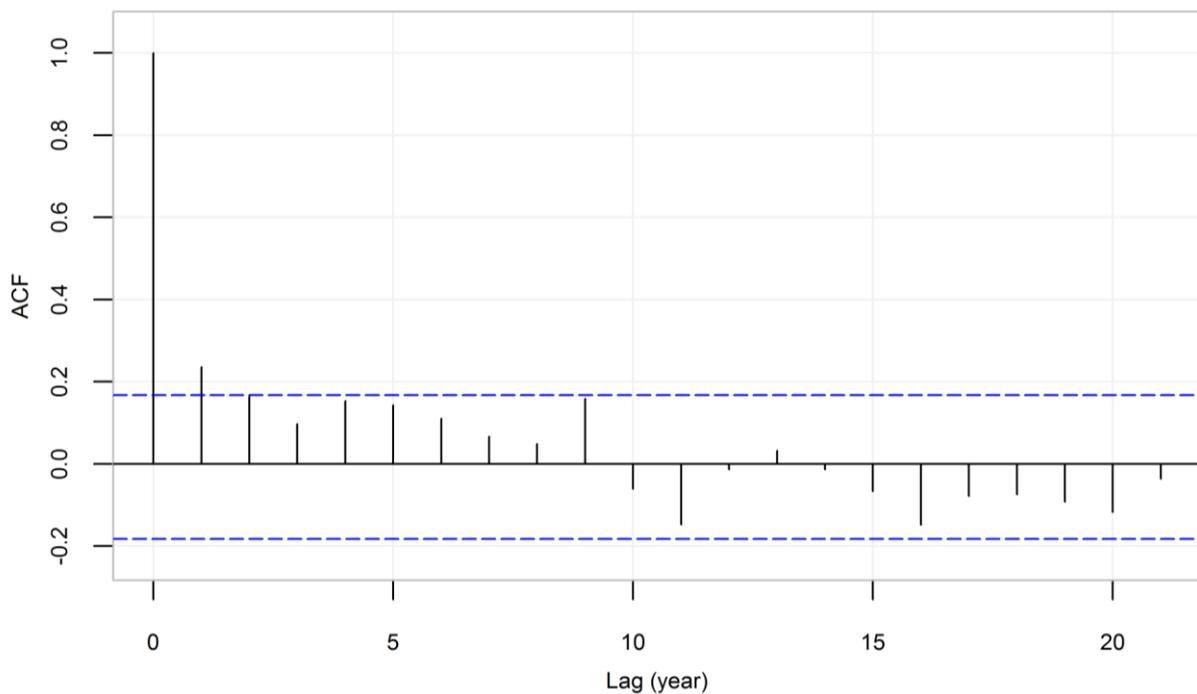
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.13, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα md και rd .

4.1.3 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ετήσιας κατακρήμνισης

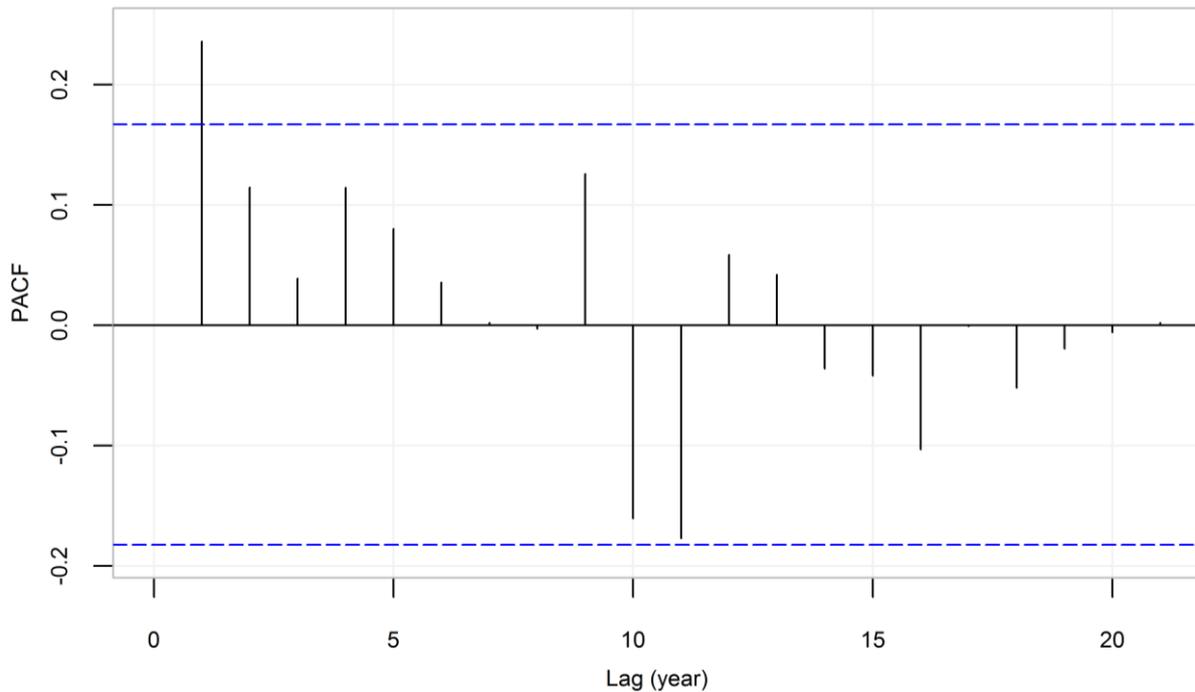
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Πρόκειται για χρονοσειρά ετήσιας κατακρήμνισης 131 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.66$. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.24 και το Σχήμα 4.25 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.23. Ιστορική χρονοσειρά ετήσιας κατακρήμνισης 131 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



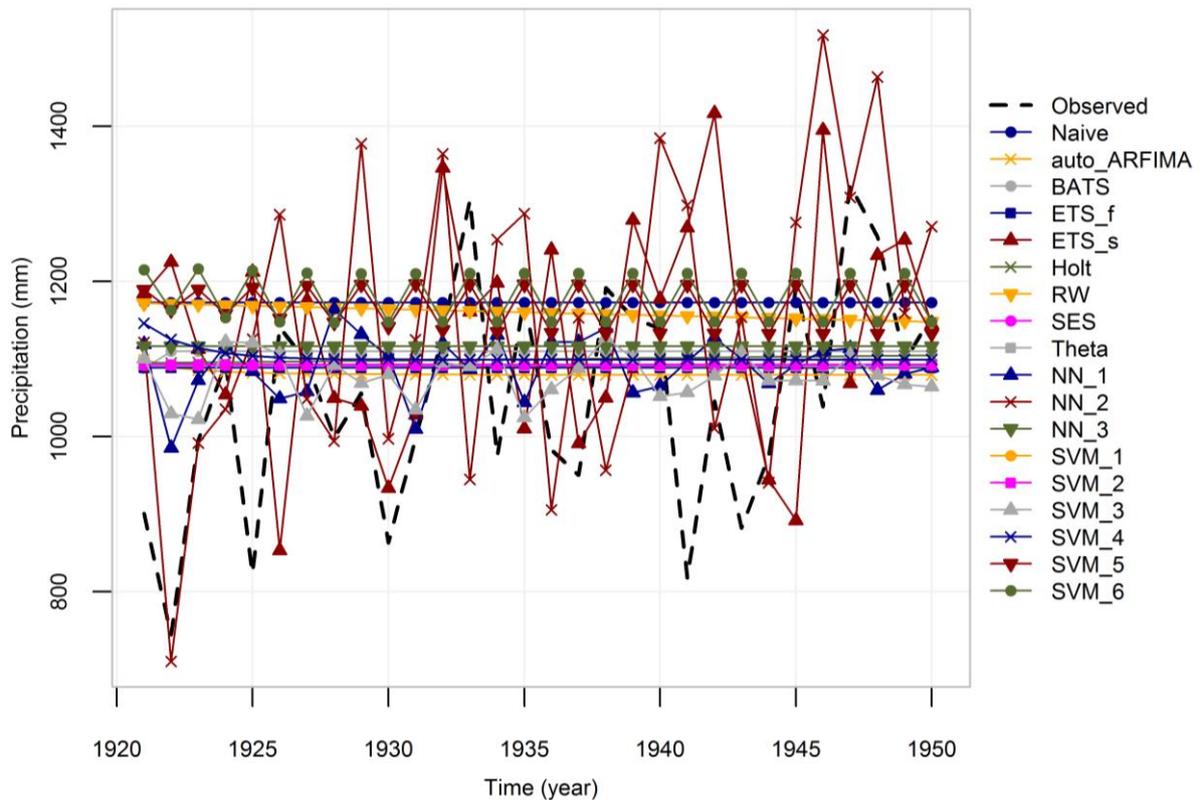
Σχήμα 4.24. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.



Σχήμα 4.25. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

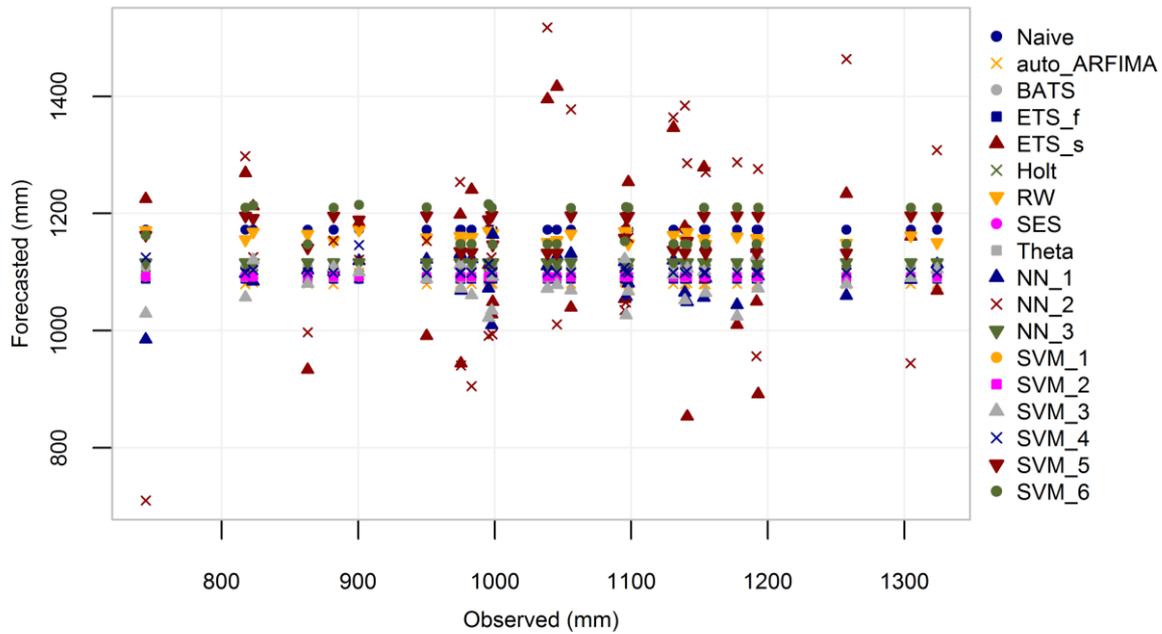
Παρατηρείται ότι τόσο η δειγματική ACF (βλ. Σχήμα 4.24) όσο και η δειγματική PACF (βλ. Σχήμα 4.25) εμφανίζουν από μία στατιστικά σημαντική τιμή για χρονική υστέρηση ίση με ένα.

Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.26). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας ανάμεσα στην τυπική απόκλιση των προβλεπόμενων τιμών και την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων τους παρατηρήσεων, παρατηρείται ότι καλύτερες μακράν είναι οι μέθοδοι ETS_s και NN_2, οι χρονοσειρές πρόβλεψης των οποίων εμφανίζουν κοντινά εύρη τιμών με την παρατηρημένη χρονοσειρά. Όσον αφορά την συσχέτιση η εικόνα είναι μάλλον κακή, ενώ σχετικά με την ακρίβεια των προβλέψεων αναμένεται οι μέθοδοι που δίνουν σταθερά μακρινότερες προβλέψεις σε σχέση την μέση τιμή των παρατηρήσεων, η οποία φαίνεται να είναι μικρότερη από τα 1100 mm, να υστερούν σε σχέση με εκείνες που δίνουν τιμές σταθερά κοντινότερες σε αυτήν την τιμή με βάση τα περισσότερα από τα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ως προς το εν λόγω κριτήριο. Για τις μεθόδους ETS_s και NN_2 αναμένονται επίσης μεγάλα σφάλματα.



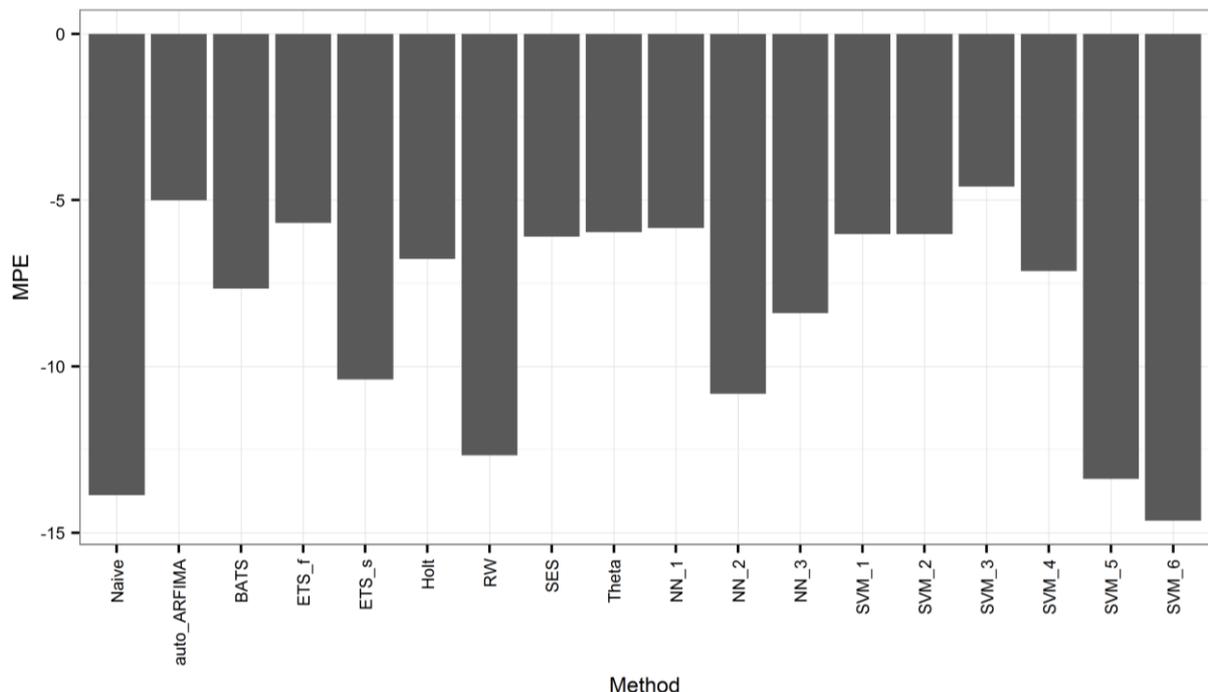
Σχήμα 4.26. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται, επιπρόσθετα, διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.27 και καταδεικνύει την μικρή συσχέτιση των προβλέψεων και των αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων, η οποία είναι φανερή ήδη από το Σχήμα 4.26.

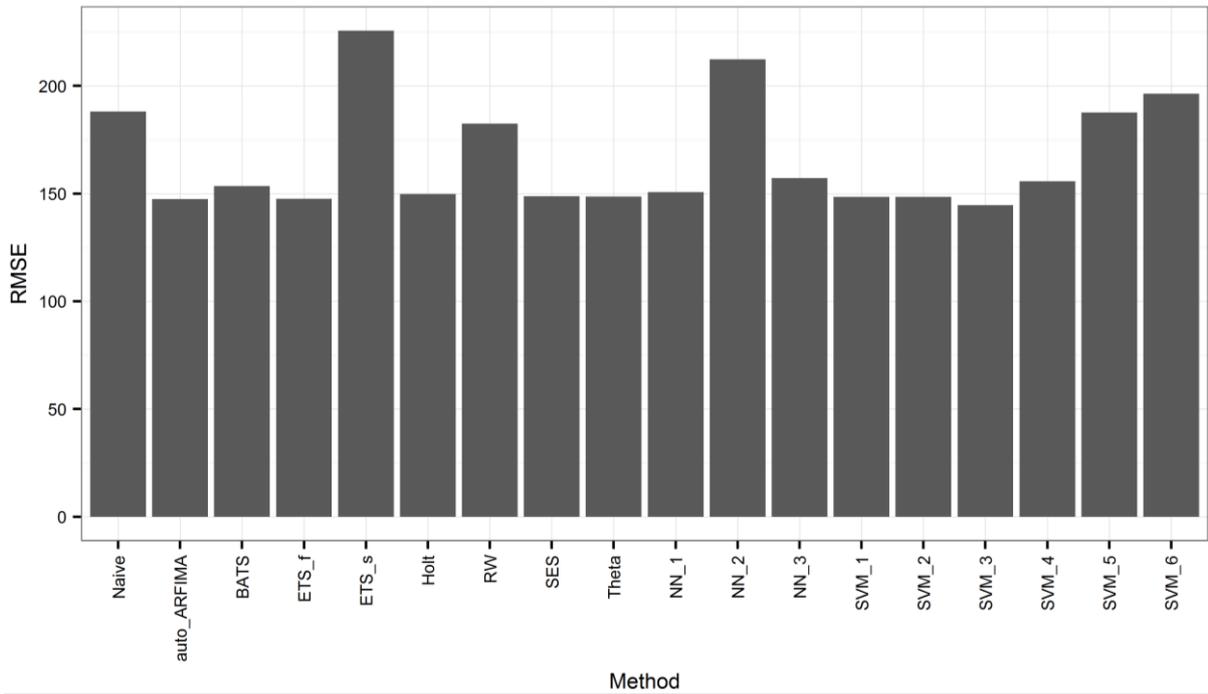


Σχήμα 4.27. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.

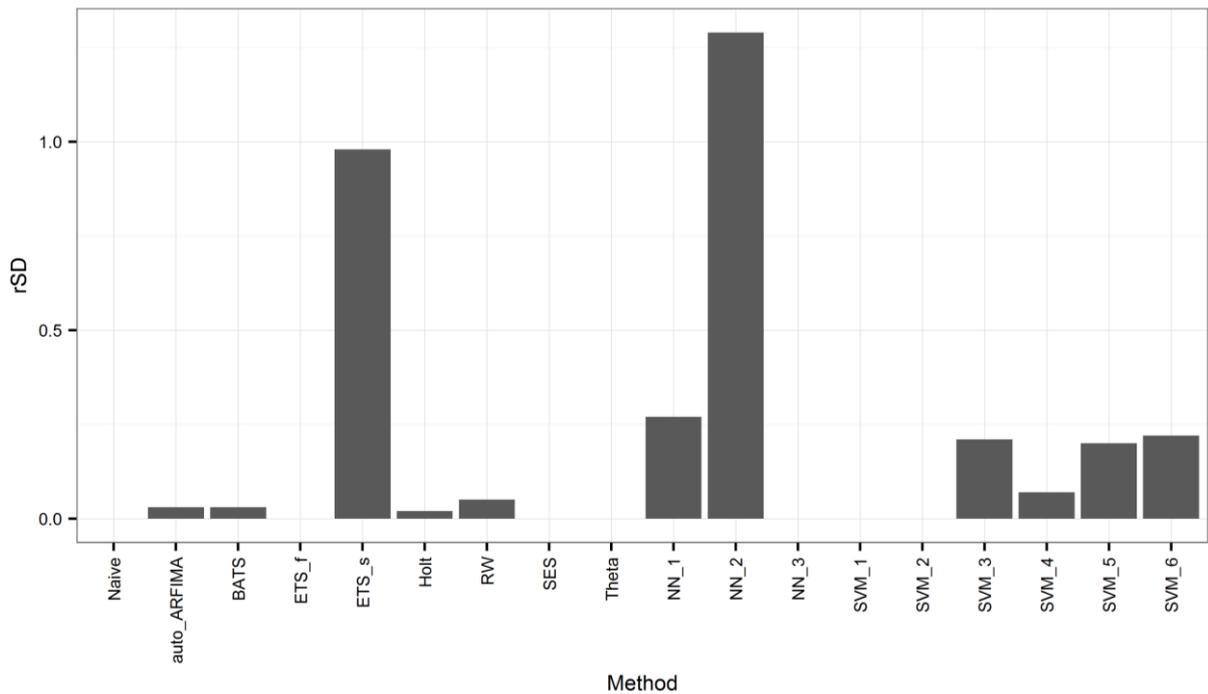
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.28 έως το Σχήμα 4.32.



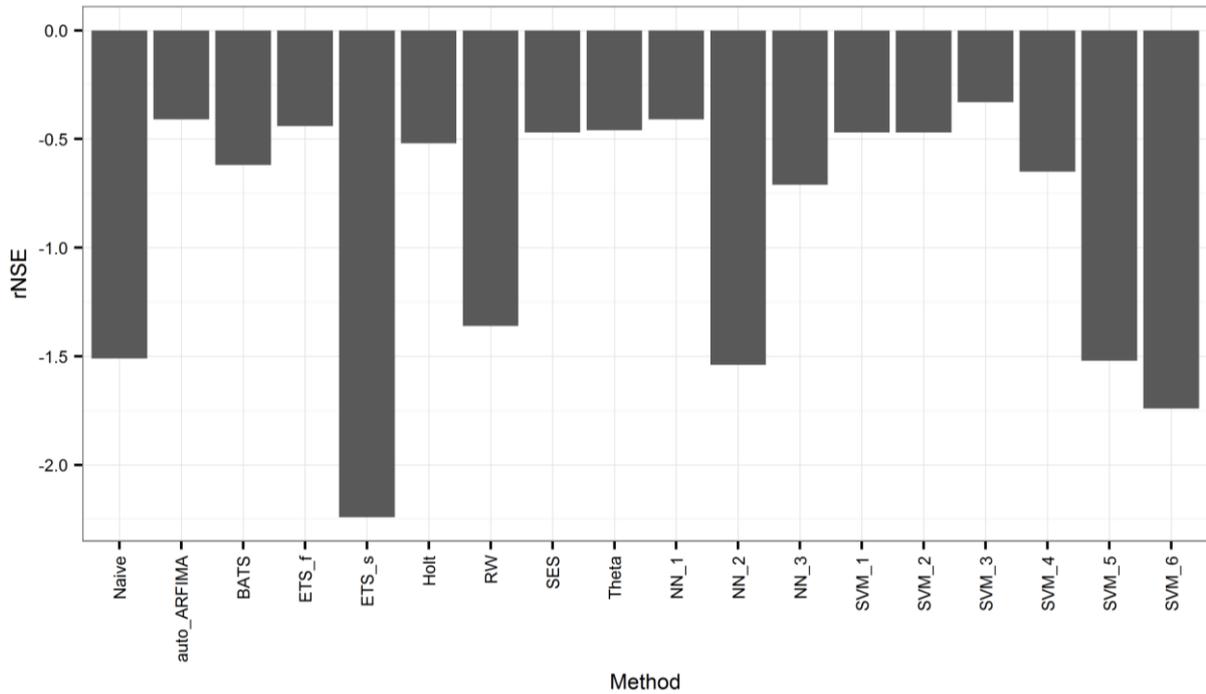
Σχήμα 4.28. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.



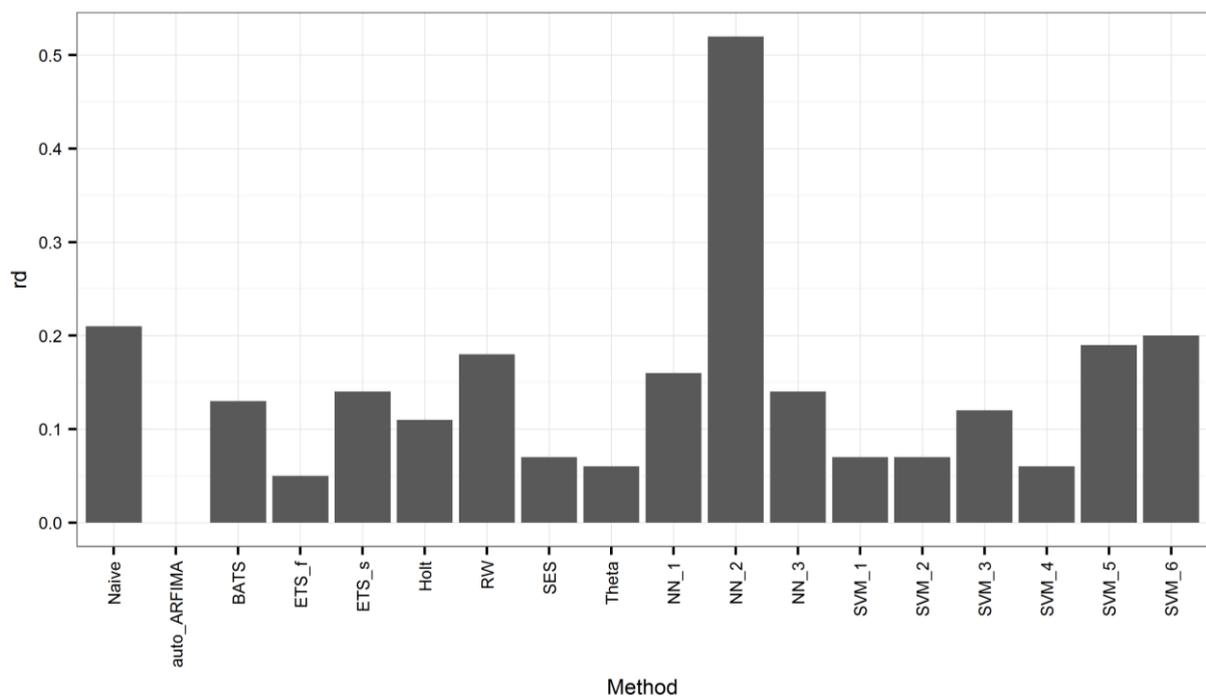
Σχήμα 4.29. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.



Σχήμα 4.30. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.



Σχήμα 4.31. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.



Σχήμα 4.32. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rd κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23.

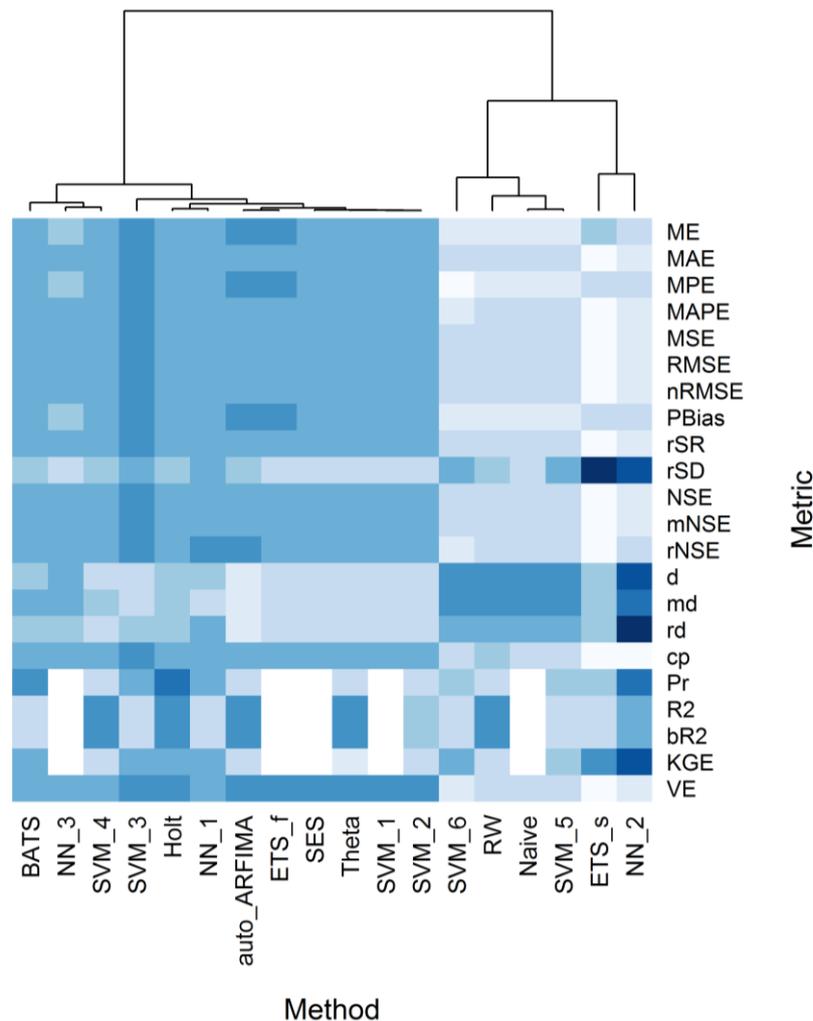
Στο Σχήμα 4.28 παρατηρείται καταρχάς ότι το μέτρο MPE λαμβάνει αρνητικές τιμές για όλες τις μεθόδους, γεγονός που σημαίνει ότι όλες οι μέθοδοι δίνουν προβλεπόμενες τιμές των οποίων η μέση τιμή είναι σε κάποιο βαθμό μεγαλύτερη από την μέση τιμή των τιμών - στόχων. Το συγκεκριμένο είναι αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.26 για τις

μεθόδους που δίνουν ευθύγραμμες ή σχεδόν ευθύγραμμες προβλέψεις. Προκύπτει ότι κοντινότερες στην μέση τιμή των παρατηρήσεων που συνθέτουν την χρονοσειρά - στόχο είναι οι μέσες τιμές των προβλεπόμενων τιμών των μεθόδων *auto_ARFIMA*, *ETS_f*, *Holt*, *SES*, *Theta*, *NN_1*, *SVM_1*, *SVM_2* και *SVM_3*, οι οποίες είναι περίπου ισοδύναμες με βάση το συγκεκριμένο κριτήριο, ενώ χειρότερες σε σχέση με τις υπόλοιπες είναι οι *Naive*, *RW*, *SVM_5* και *SVM_6*, όπως επίσης και οι *ETS_s* και *NN_2*.

Όσον αφορά το μέτρο *RMSE*, στο Σχήμα 4.29 παρατηρείται ότι οι περισσότερες μέθοδοι είναι εξίσου ακριβείς σύμφωνα με το συγκεκριμένο στην προκειμένη περίπτωση. Παράλληλα, οι μέθοδοι που δίνουν προβλέψεις με μακρινότερη μέση τιμή από την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων είναι οι λιγότερο ακριβείς σε όρους *RMSE*. Παρατηρείται επίσης ότι οι *ETS_s* και *NN_2* είναι χειρότερες ως προς την ακρίβεια σε σχέση με τις *Naive*, *RW*, *SVM_5* και *SVM_6*, οι οποίες δίνουν προβλεπόμενες τιμές με μικρότερη τυπική απόκλιση από εκείνη των τιμών - στόχων, παρότι οι δεύτερες παράγουν προβλέψεις με μεγαλύτερες μέσες τιμές από την αντίστοιχη των πραγματοποιημένων τιμών. Στο Σχήμα 4.30 φαίνονται οι τιμές που λαμβάνει το μέτρο *rSD*, οι οποίες επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα με βάση το Σχήμα 4.26 και το Σχήμα 4.27 σε σχέση με τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών με την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων παρατηρήσεων.

Παρατηρείται ακόμη στο Σχήμα 4.31 ότι όλες οι μέθοδοι δίνουν λιγότερο καλές προβλέψεις από την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων. Επίσης, παρατηρείται ότι οι περισσότερες μέθοδοι δίνουν εξίσου καλές προβλέψεις σε όρους *rNSE*, καθώς και ότι οι μέθοδοι που είναι οι χειρότερες με βάση το *RMSE* είναι οι χειρότερες και ως προς το συγκεκριμένο μέτρο. Ακόμη, σύμφωνα με το μέτρο *rd*, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.32, η μέθοδος *NN_2* παρουσιάζει την καλύτερη επίδοση με διαφορά. Οι υπόλοιπες μέθοδοι, καλύτερες ή χειρότερες ως προς την ακρίβεια με βάση τα *RMSE* και *rNSE*, φαίνεται να έχουν κοντινή επίδοση ως προς το εν λόγω μέτρο.

Τέλος, στο Σχήμα 4.33 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοσή τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 4.33. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f, SES, NN_3 και SVM_1 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ο χωρισμός των μεθόδων σε δύο ομάδες, καθεμία από τις οποίες εμφανίζει αρκετή ομοιομορφία. Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει τις μεθόδους SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, NN_1 και NN_3 από την κατηγορία των μεθόδων μηχανικής μάθησης. Η εν λόγω ομάδα εμφανίζει καλύτερη επίδοση από τη δεύτερη ως προς όλα τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια εκτός από τα d, md και rd, στα οποία υστερεί σημαντικά. Επίσης, είναι πολύ χειρότερη σε όρους rSD. Καλύτερη συνολικά μέθοδος προκύπτει η SVM_3. Ακολουθεί η μέθοδος Holt, η οποία είναι ισοδύναμη της ETS_f και συνολικά καλύτερη των μεθόδων SES και SVM_1. Αυτές είναι

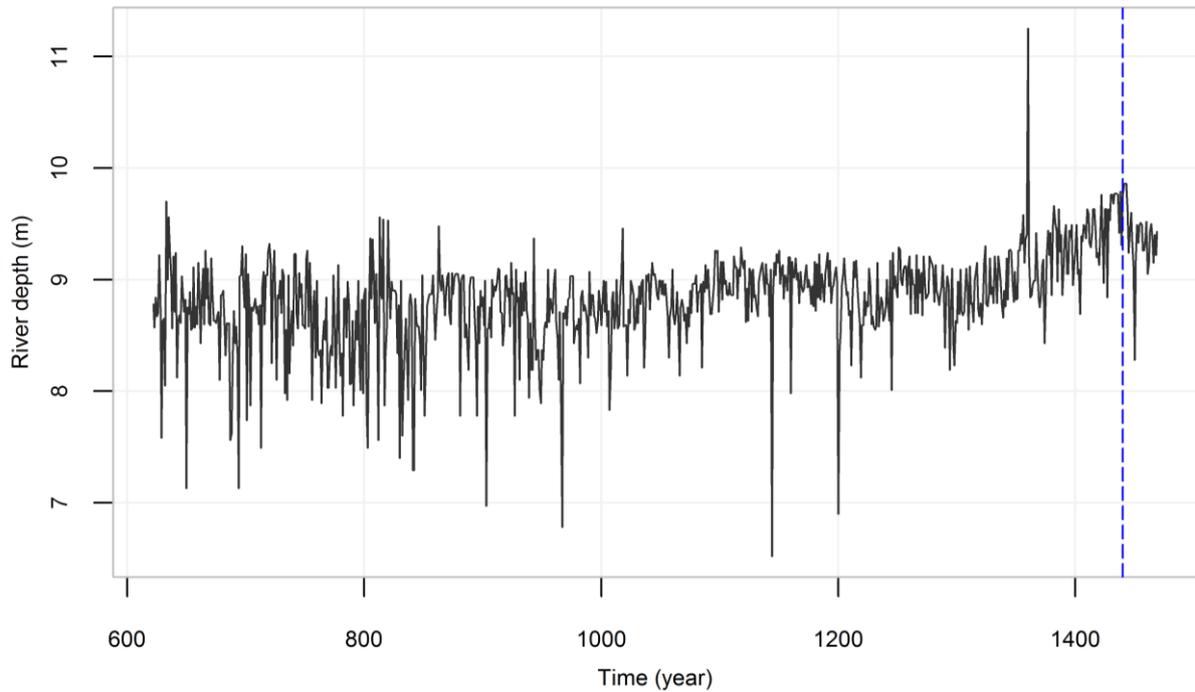
ισοδύναμες μεταξύ τους και με τις Theta και SVM_2 σε όσα μέτρα υπολογίζονται. Η Theta είναι καλύτερη της SVM_2 ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την συσχέτιση. Επιπρόσθετα, η ETS_f εμφανίζει καλύτερη επίδοση από την auto_ARFIMA σε εκείνα τα μέτρα που υπολογίζονται για αυτήν. Η τελευταία είναι σε μικρό βαθμό καλύτερη της Theta και της NN_1. Επίσης, η SVM_4 προκύπτει χειρότερη της BATS, ισοδύναμη με την NN_3 και σε μικρό βαθμό καλύτερη της Theta.

Σχετικά με τη δεύτερη ομάδα αυτή χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Η μία από αυτές περιλαμβάνει τις δύο μεθόδους που εμφανίζουν την καλύτερη επίδοση ως προς το μέτρο rSD και οι άλλη τις υπόλοιπες μεθόδους. Συνολικά η συγκεκριμένη ομάδα υπερτερεί ως προς τα μέτρα d, md και rd, ενώ υστερεί ως προς τα υπόλοιπα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια. Όσον αφορά την συσχέτιση των προβλέψεων με την χρονοσειρά - στόχο, η συγκεκριμένη ομάδα δεν εμφανίζει κάποια ιδιαίτερη διαφοροποίηση από την πρώτη. Χειρότερη μέθοδος συνολικά είναι η ETS_s, η οποία ωστόσο είναι η καλύτερη ως προς το rSD (βλ. και Σχήμα 4.30).

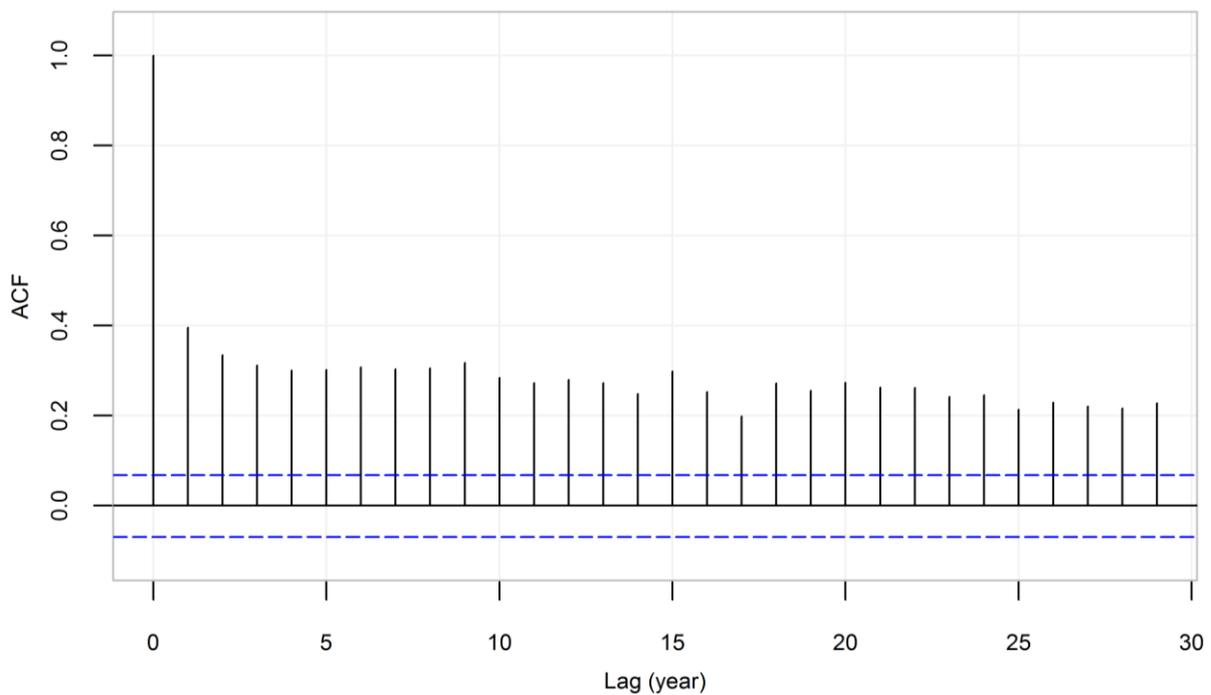
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.23, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα MAE, MSE, RMSE, nRMSE, rSR, NSE και mNSE, όπως και τα R2 και bR2.

4.1.4 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μέγιστου ετήσιου βάθους ποταμού

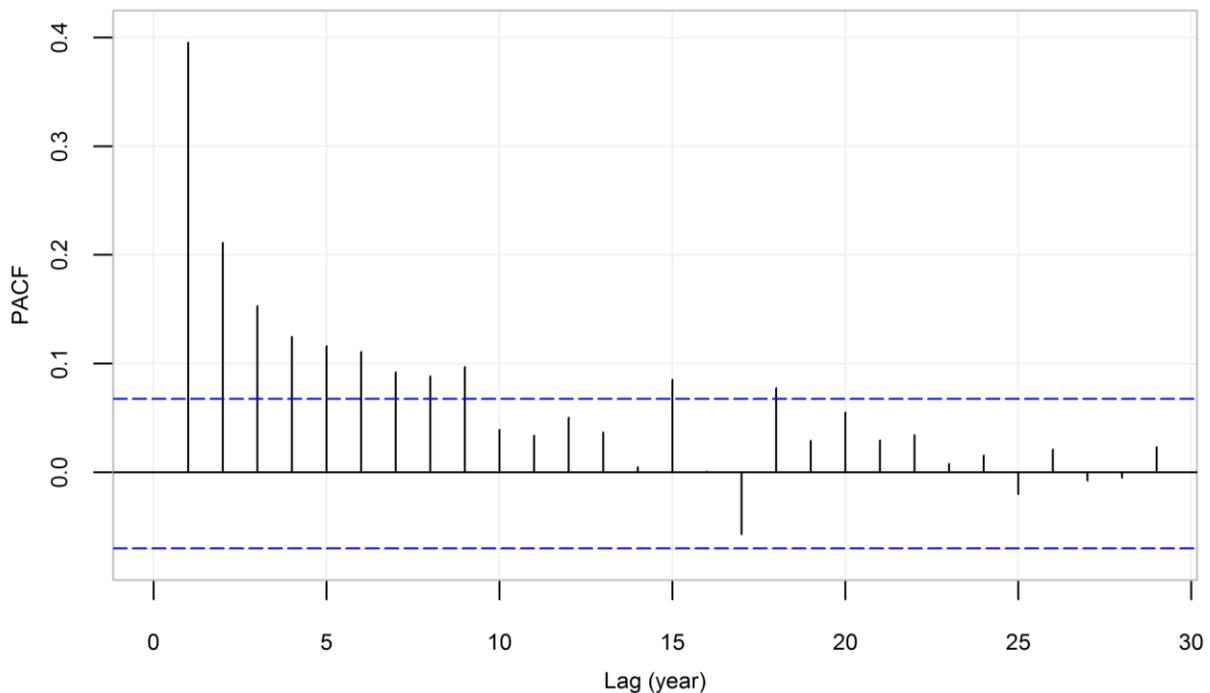
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Πρόκειται για χρονοσειρά μέγιστου ετήσιου βάθους ποταμού 848 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.72$. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.35 και το Σχήμα 4.36 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.34. Ιστορική χρονοσειρά μέγιστου ετήσιου βάθους ποταμού 848 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.35. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

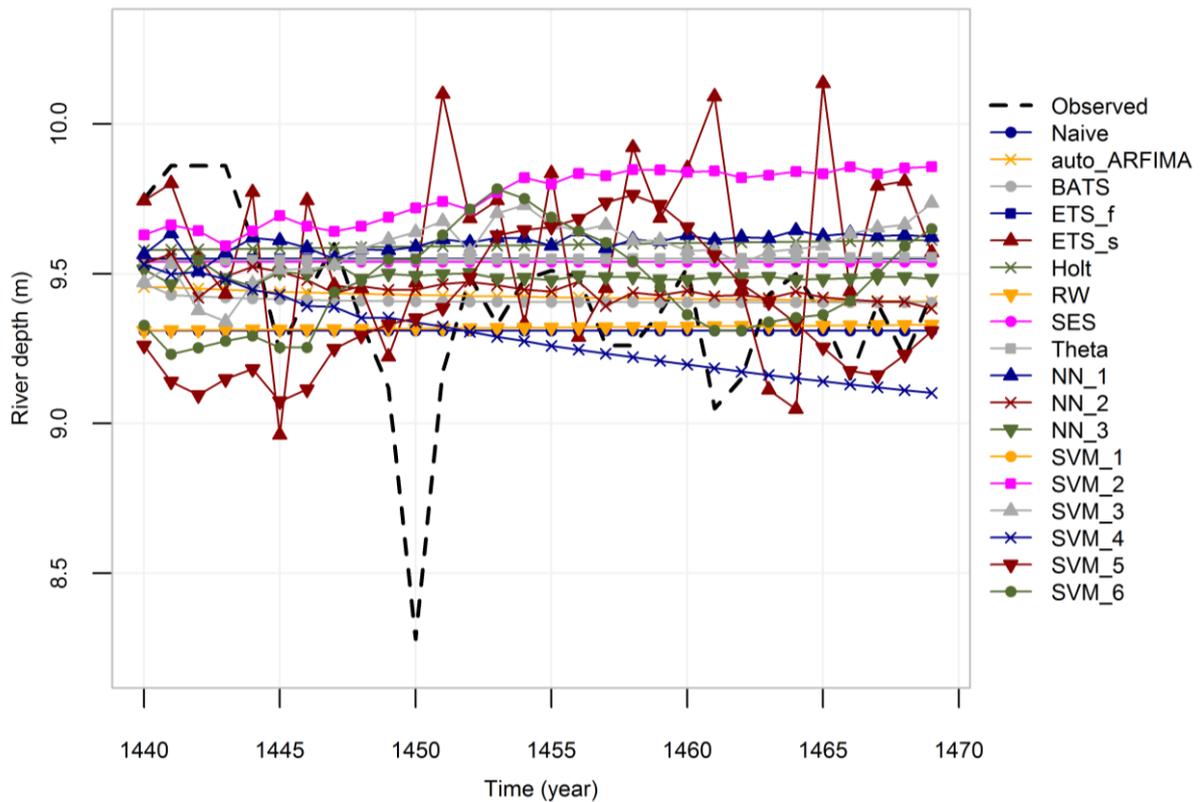


Σχήμα 4.36. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Από το Σχήμα 4.34 μπορεί κανείς να παρατηρήσει μια εικόνα μέτριας μακροπρόθεσμης εμμονής, καθώς και τις αρκετές ακραίες τιμές που εμφανίζει η υπό συζήτηση χρονοσειρά, μία από τις οποίες τυχαίνει να ανήκει στην χρονοσειρά - στόχο των προβλέψεων. Όσον αφορά τη δειγματική ACF παρατηρείται ότι οι 29 τιμές του αντίστοιχου γραφήματος (βλ. Σχήμα 4.35) είναι όλες στατιστικά σημαντικές. Παράλληλα, έντεκα από τις τιμές που λαμβάνει η δειγματική PACF είναι επίσης στατιστικά σημαντικές (βλ. Σχήμα 4.36). Όλα τα προαναφερθέντα, όπως και η εκτιμημένη τιμή για τον συντελεστή Hurst, καταδεικνύουν σημαντική μακροπρόθεσμη εμμονή.

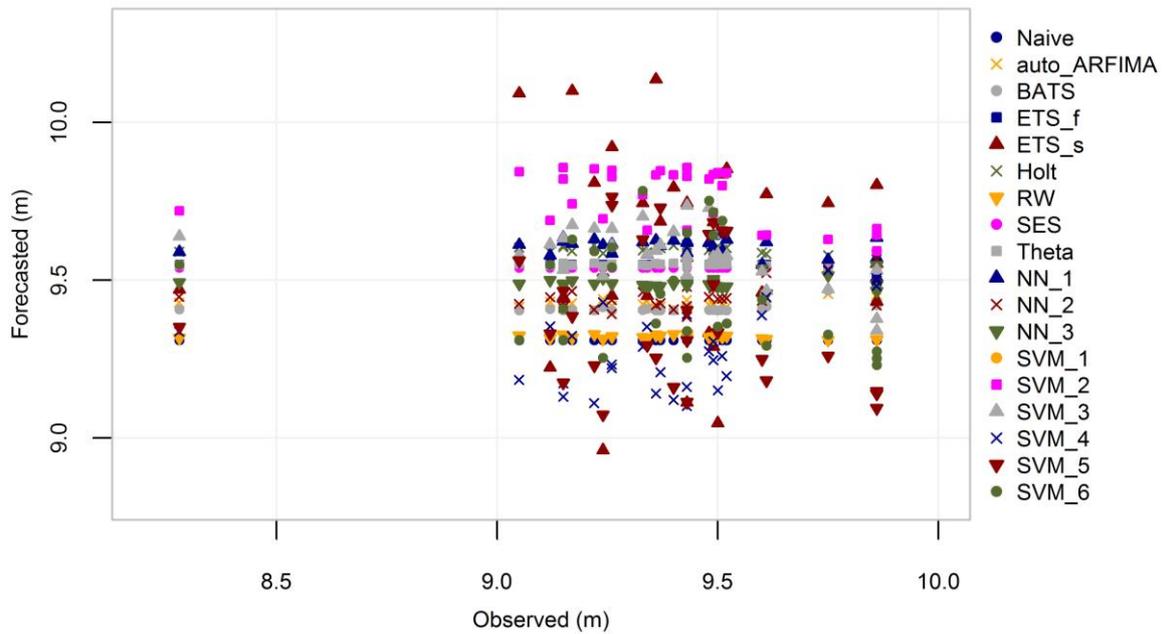
Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.37). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών εκάστης των μεθόδων και της παρατηρημένης χρονοσειράς - στόχου, παρατηρείται ότι η μέθοδος ETS_s υπερέρχει, χωρίς ωστόσο να δίνει το ίδιο εύρος προβλεπόμενων τιμών με το εύρος των τιμών - στόχων. Μέτριες όσον αφορά το μέτρο rSD αναμένεται να προκύψουν οι μέθοδοι SVM₄, SVM₅ και SVM₆. Όσον αφορά την συσχέτιση προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων, η εικόνα είναι μάλλον κακή για

τις περισσότερες μεθόδους, ενώ σχετικά με την ακρίβεια των προβλέψεων αναμένεται ότι εκείνες των μεθόδων ETS_s, SVM_1 και SVM_2 θα αποδειχθούν οι χειρότερες με βάση τα περισσότερα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ως προς το εν λόγω κριτήριο. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ότι καμία μέθοδος δεν προβλέπει σε οποιονδήποτε βαθμό την ακραία τιμή της χρονοσειράς - στόχου.



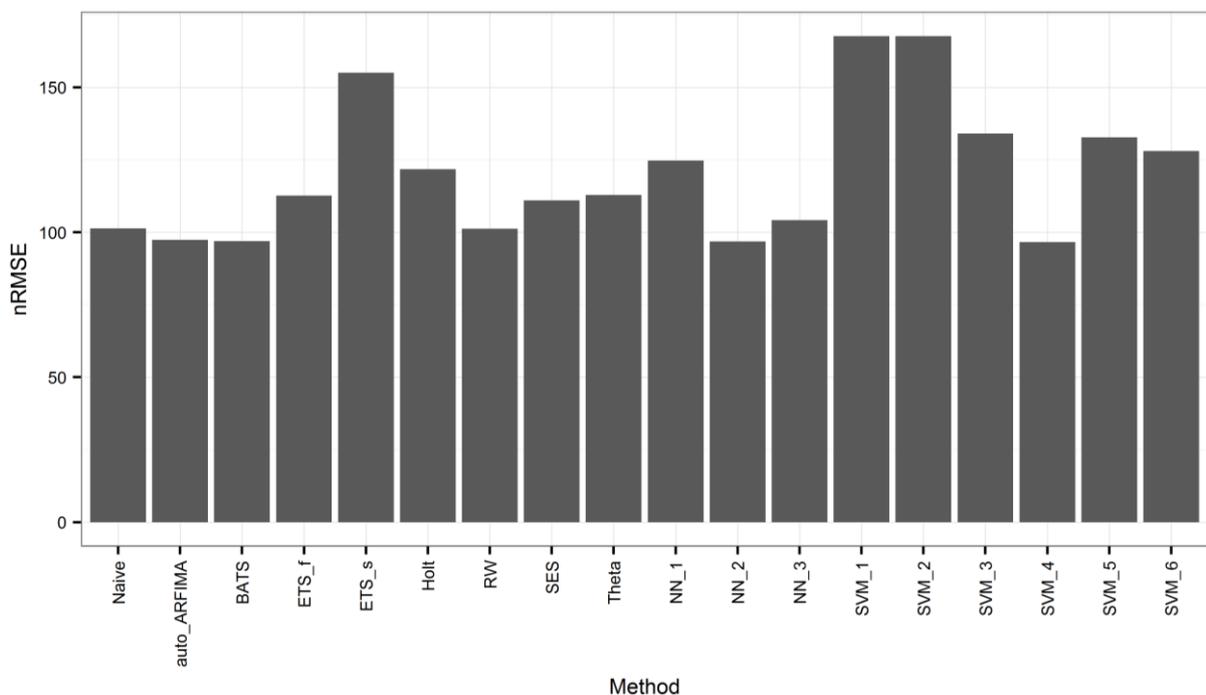
Σχήμα 4.37. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.38 και με βάση το συγκεκριμένο αναμένονται ορισμένες μέτριες τιμές για το μέτρο rSD και για την απόλυτη τιμή του μέτρου Pr. Οι αναμενόμενες τιμές για το μέτρα R2 και bR2 είναι γενικώς μικρές. Παράλληλα, παρατηρείται και στο συγκεκριμένο διάγραμμα η αστοχία όλων των μεθόδων όσον αφορά την πρόβλεψη της παρατηρημένης ακραίας τιμής.

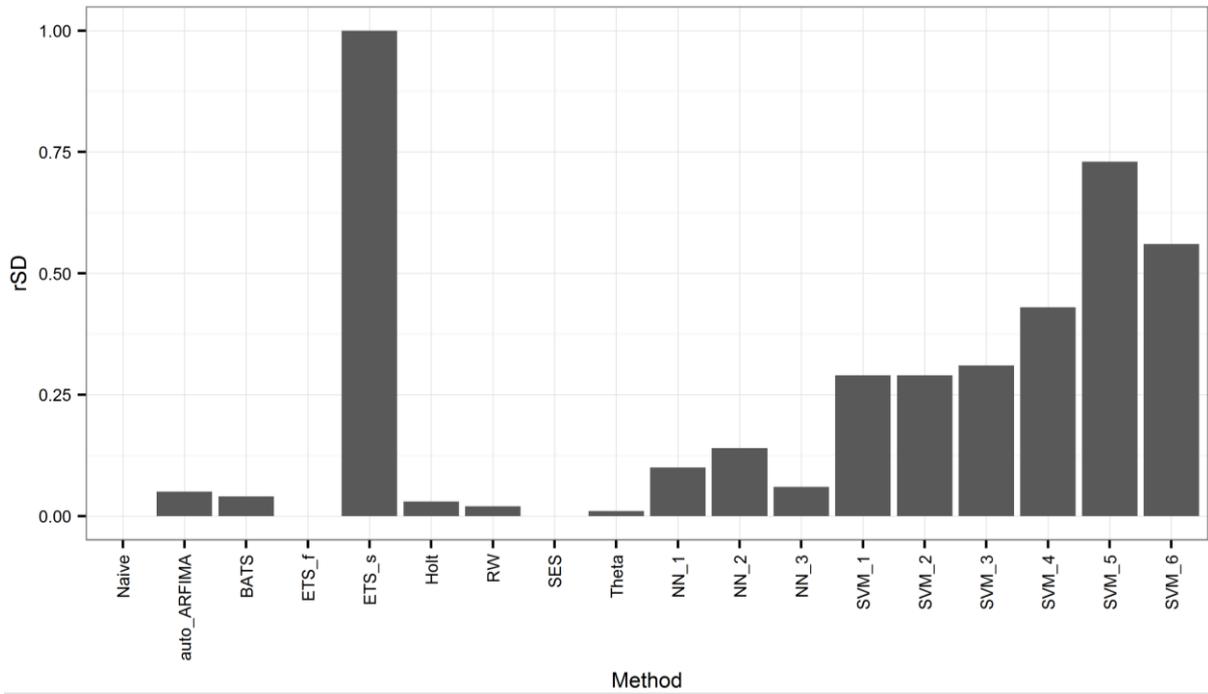


Σχήμα 4.38. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.

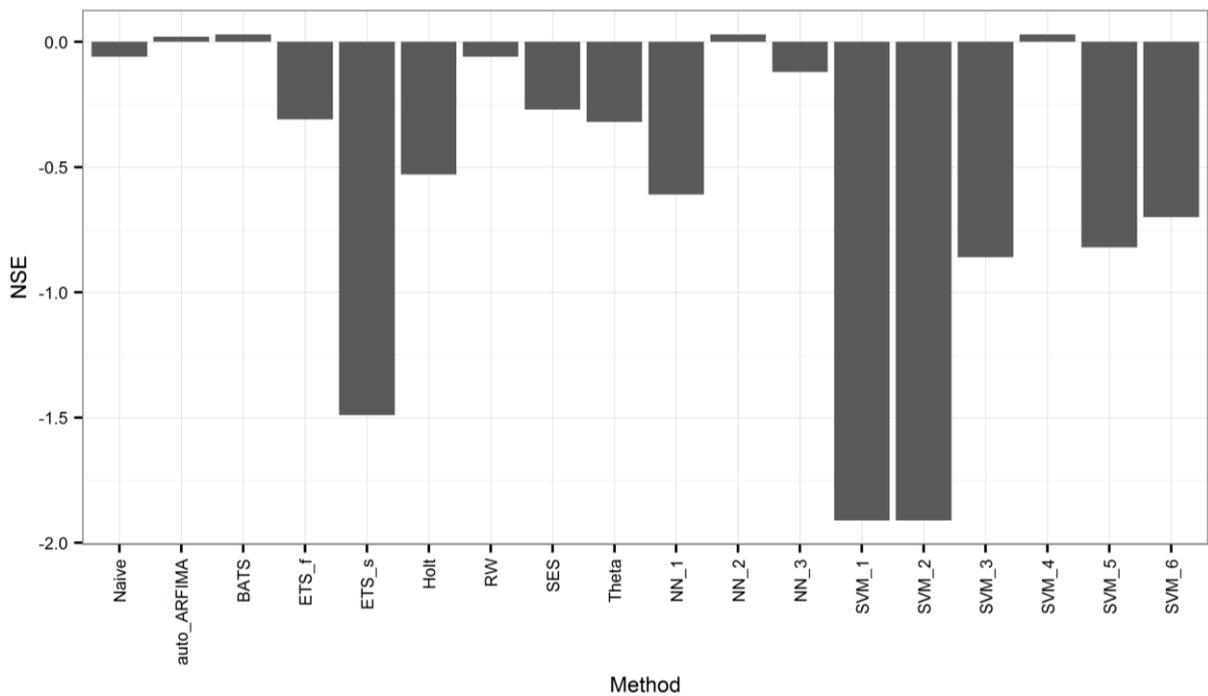
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.39 έως το Σχήμα 4.44.



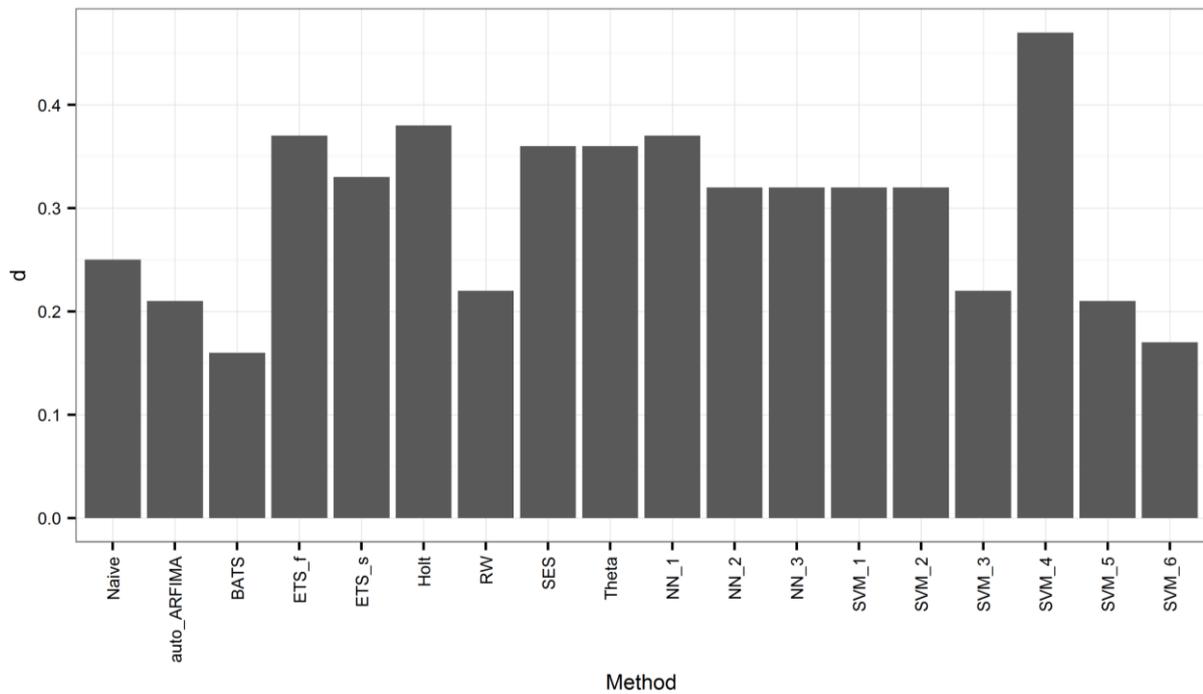
Σχήμα 4.39. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο nRMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.



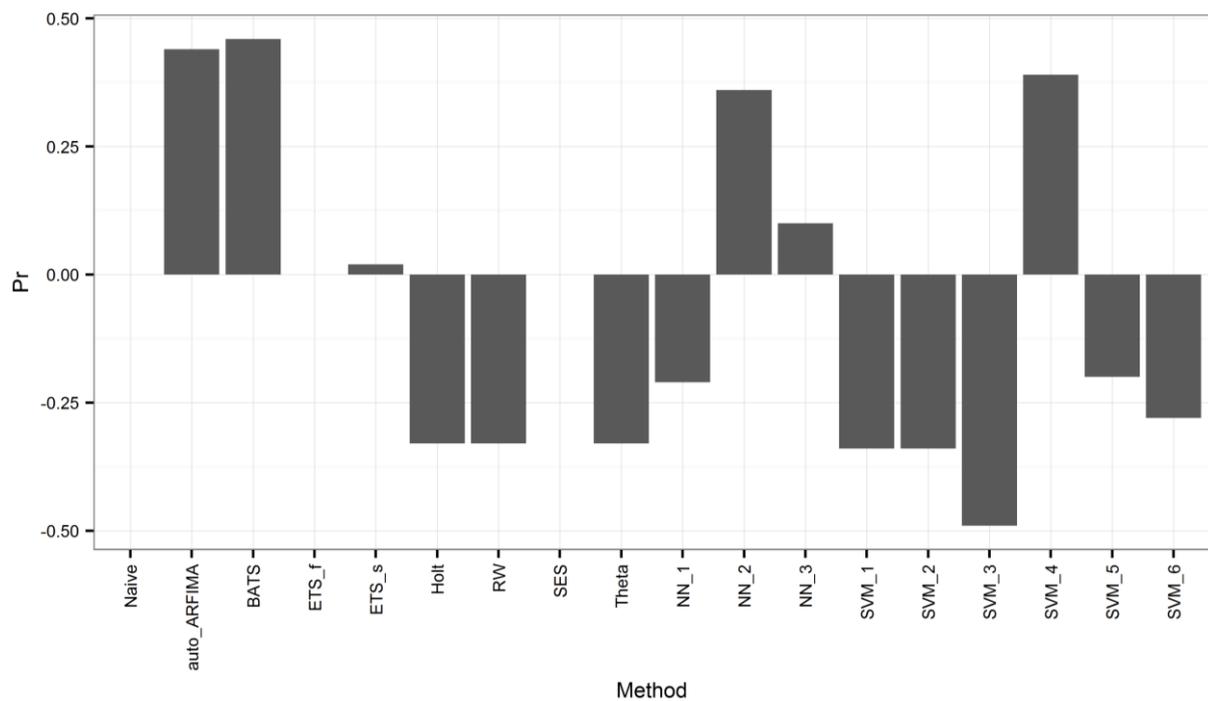
Σχήμα 4.40. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.



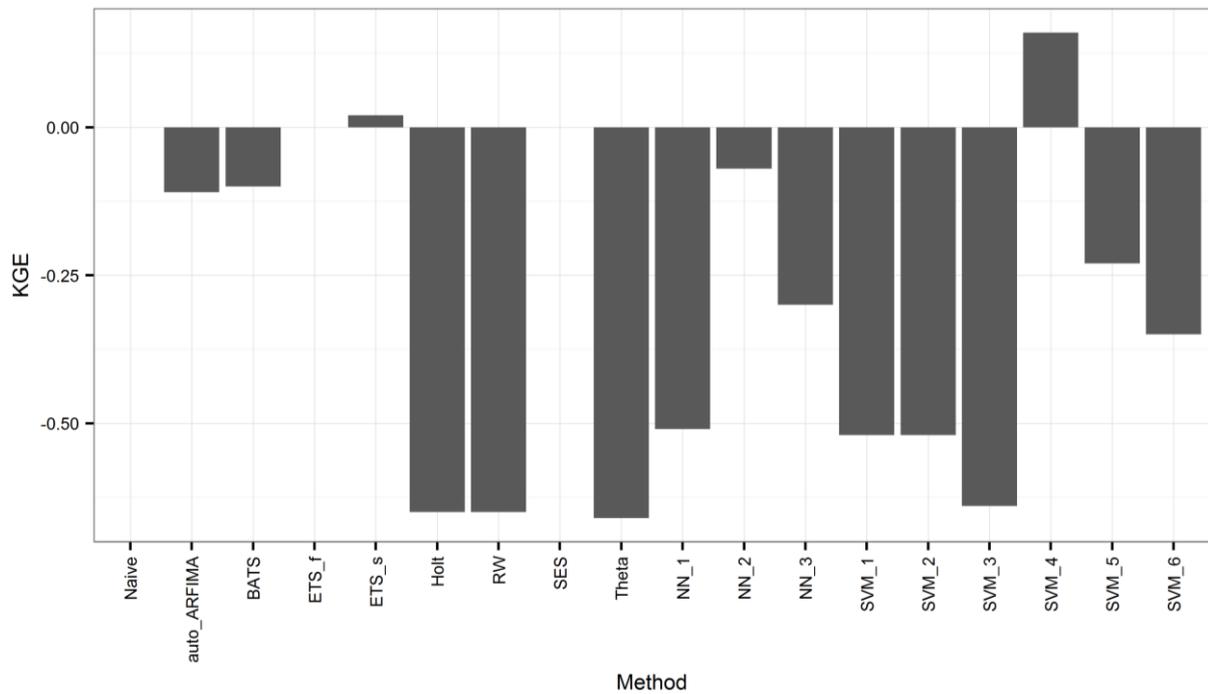
Σχήμα 4.41. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.



Σχήμα 4.42. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34.



Σχήμα 4.43. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



Σχήμα 4.44. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.

Όσον αφορά το μέτρο nRMSE (βλ. Σχήμα 4.39), παρατηρείται η μικρότερη ακρίβεια των προβλέψεων που δίνουν οι μέθοδοι SVM_1, SVM_2 και ETS_f. Επίσης, παρατηρείται η ισοδυναμία των περισσότερων από τις υπόλοιπες μεθόδους. Τα συγκεκριμένα είναι ήδη αναμενόμενα από το Σχήμα 4.37. Παράλληλα, παρατηρείται ότι με βάση το μέτρο rSD καλύτερη μέθοδος μακράν είναι η ETS_s και ακολουθούν οι SVM_5, SVM_6 και SVM_4 με την σειρά που αναφέρονται. Λιγότερο κακές από τις υπόλοιπες ως προς το συγκεκριμένο μέτρο είναι οι SVM_1, SVM_2 και SVM_3. Επιπρόσθετα, στο Σχήμα 4.41 παρατηρείται η αξιολόγηση με βάση το μέτρο NSE. Φαίνεται πως οι προβλέψεις από τις Naive, auto_ARFIMA, BATS, RW, NN_1, NN_2 και SVM_4 είναι ισοδύναμες σε ακρίβεια με την χρήση της μέση τιμής των αντίστοιχων παρατηρήσεων.

Ακόμη, στο Σχήμα 4.42 φαίνεται η υπεροχή της μεθόδου SVM_4 σε όρους d. Παρατηρείται επίσης ότι οι μέθοδοι Naive, auto_ARFIMA, BATS και RW που είναι ιδιαίτερα καλές με βάση το μέτρο NSE (βλ. Σχήμα 4.35) υστερούν όσον αφορά το μέτρο d, το οποίο παρέχει συναξιολόγηση ως προς την ακρίβεια και τον βαθμό συμφωνίας ανάμεσα στην τυπική απόκλιση των προβλεπόμενων τιμών και την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων παρατηρήσεων. Στο Σχήμα 4.43 παρατηρείται ότι οι προβλέψεις των μεθόδων auto_ARFIMA, BATS, NN_2 και SVM_4 εμφανίζουν θετική συσχέτιση μέτριας ισχύος με τις αντίστοιχες παρατηρήσεις. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ότι αρκετές

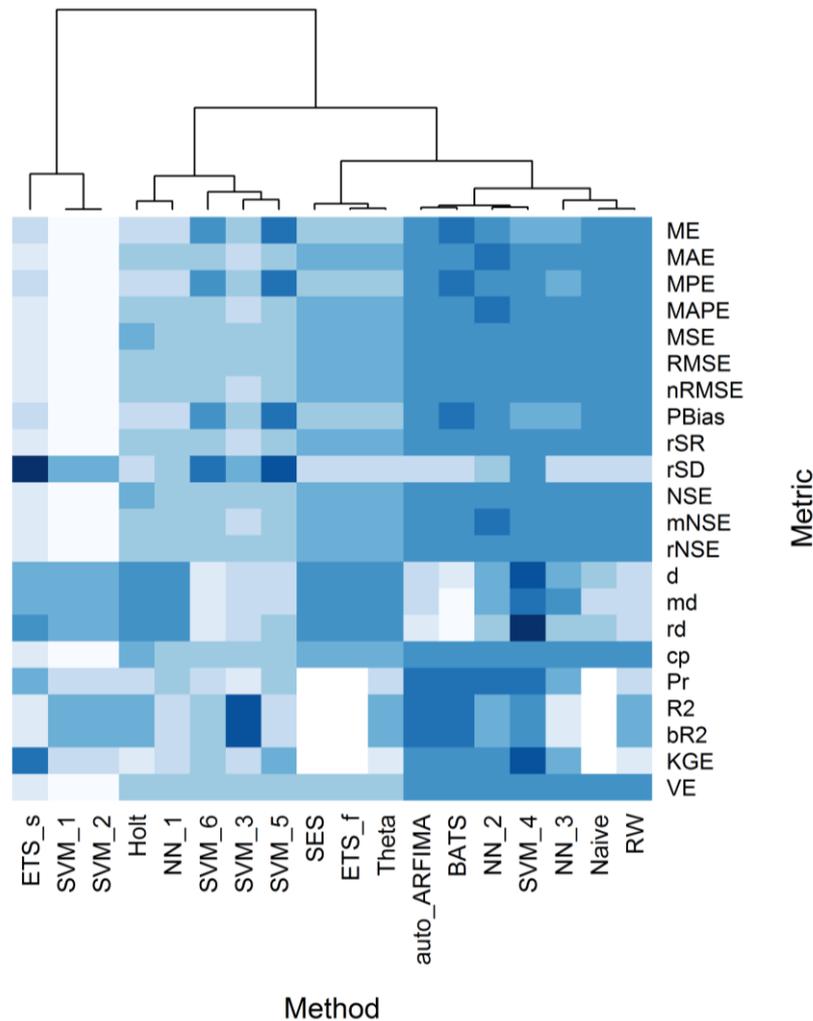
μέθοδοι δίνουν προβλέψεις που συσχετίζονται αρνητικά με τις τιμές - στόχους. Όσον αφορά το μέτρο KGE, στο Σχήμα 4.44 φαίνεται ότι, με βάση την συναξιολόγηση που αυτό παρέχει ως προς την συσχέτιση και την συμφωνία τόσο ανάμεσα στην μέση τιμή των προβλέψεων και την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων όσο και ανάμεσα στις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις, καλύτερη μέθοδος είναι η SVM_4 και ακολουθούν οι ETS_s, NN_3, BATS και auto_ARFIMA με την σειρά που αναφέρονται.

Τέλος, στο Σχήμα 4.45 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι ETS_s, SVM_1 και SVM_2 συναποτελούν μια ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες μεθόδους ομάδα, η οποία εμφανίζει την χειρότερη επίδοση ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια με εξαίρεση τα d, md και rd, βάσει των οποίων παρουσιάζει ικανοποιητική επίδοση. Αρκετά καλή είναι επίσης η επίδοση της συγκεκριμένης ομάδας ως προς το μέτρο rSD, ενώ μάλλον μέτρια είναι η επίδοση της όσον αφορά την συσχέτιση.

Η μεγάλη ομάδα που περιλαμβάνει όλες τις υπόλοιπες μεθόδους χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Η καλύτερη από αυτές περιλαμβάνει τις NN_2, NN_3 και SVM_4 από την κατηγορία των μεθόδων μηχανικής μάθησης, εκ των οποίων η SVM_4 είναι συνολικά η καλύτερη. Ακολουθεί η μέθοδος NN_2 που υπερέρχει της BATS, η οποία είναι με την σειρά της ελάχιστα καλύτερη από την auto.ARIMA. Επόμενες είναι οι NN_3, RW και Naive με την σειρά που αναφέρονται. Τελευταίες σε επίδοση από την συγκεκριμένη υποομάδα είναι οι ETS_f, SES και Theta, οι οποίες μάλιστα είναι ισοδύναμες. Η εν λόγω υποομάδα εμφανίζει την καλύτερη επίδοση σε σχέση με τα μέτρα που παρέχουν αξιολόγηση ως προς την ακρίβεια και καλή επίδοση όσον αφορά τόσο την συμφωνία της μέσης τιμής των προβλεπόμενων τιμών με την μέση τιμή των τιμών - στόχων όσο και την συσχέτιση σε σύγκριση με τις υπόλοιπες μεθόδους. Ωστόσο, έχει την χειρότερη επίδοση με βάση το μέτρο rSD. Λιγότερο καλή από την υποομάδα που συζητείται ακριβώς παραπάνω φαίνεται να είναι η υποομάδα που περιλαμβάνει τις μεθόδους Holt, NN_1, SVM_3, SVM_5 και SVM_6. Οι τρεις τελευταίες προκύπτουν καλές σε σχέση με το σύνολο όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας ανάμεσα στην μέση τιμή/τυπική απόκλιση των προβλεπόμενων τιμών και την μέση τιμή/τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων της χρονοσειράς - στόχου και

κακές ως προς τα μέτρα d, md και rd, ενώ για τις μεθόδους Holt και NN_1 συμβαίνει το αντίστροφο.

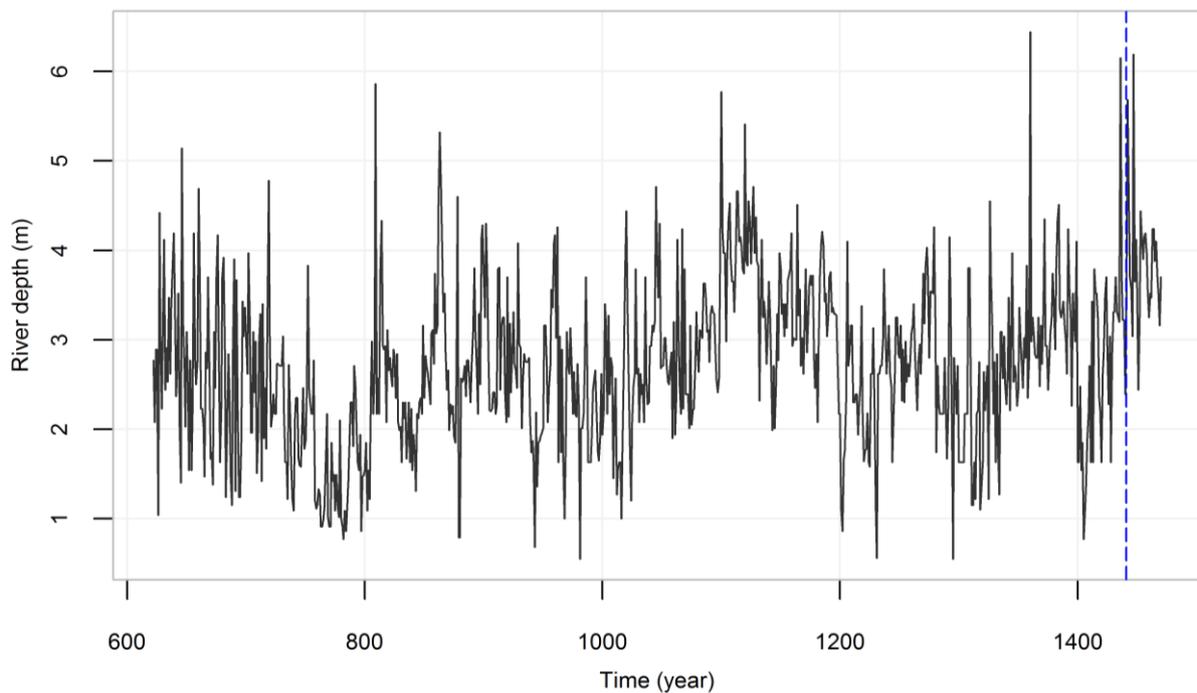


Σχήμα 4.45. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

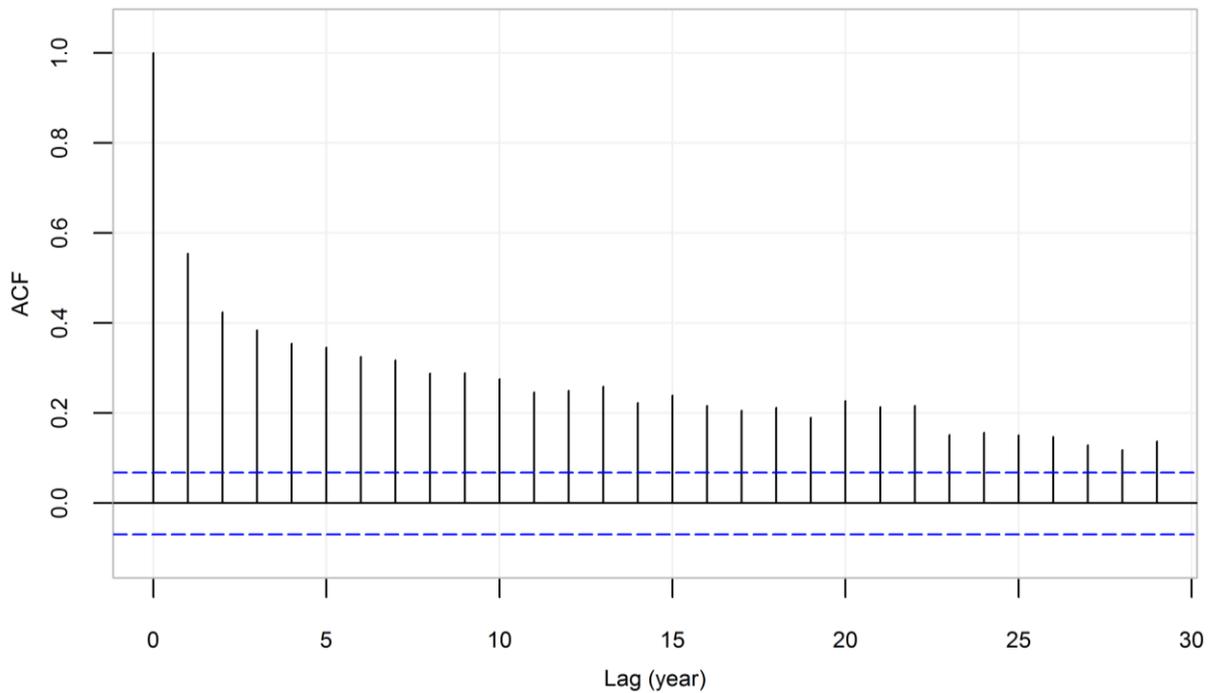
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.34, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα MAE και MAPE, όπως επίσης και τα nRMSE και rSR.

4.1.5 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ελάχιστου ετήσιου βάθους ποταμού

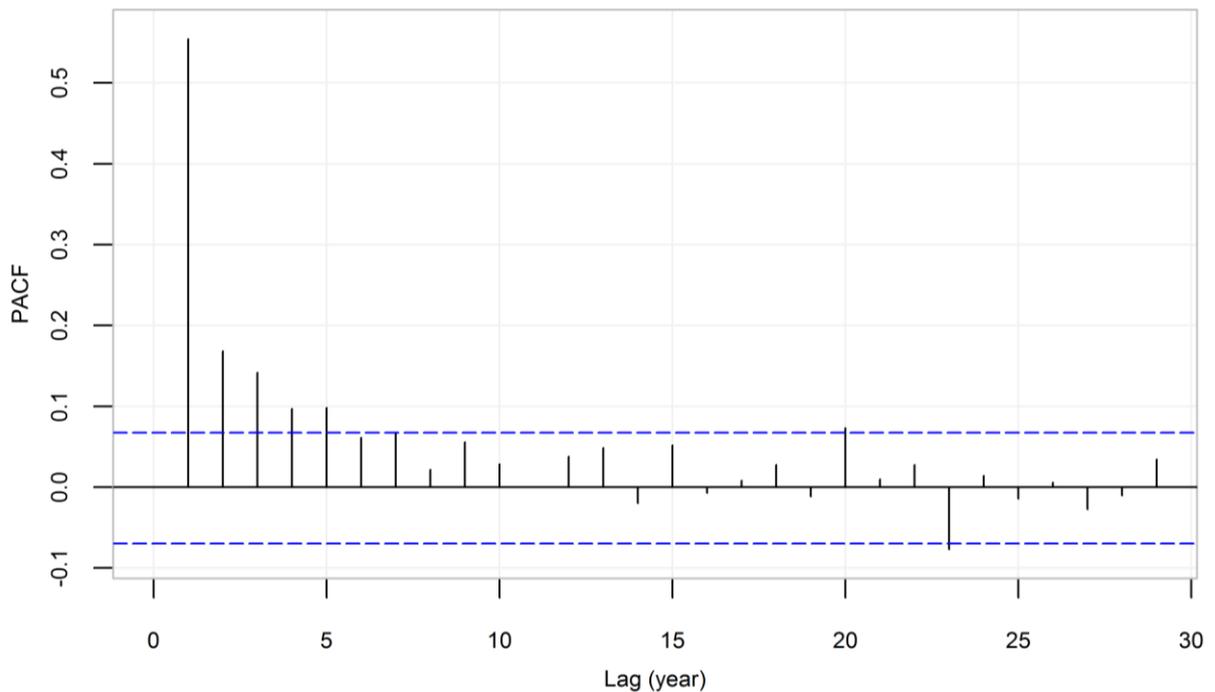
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Πρόκειται για χρονοσειρά ελάχιστου ετήσιου βάθους ποταμού 849 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.82$. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.47 και το Σχήμα 4.48 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.46. Ιστορική χρονοσειρά ελάχιστου ετήσιου βάθους ποταμού. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.47. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

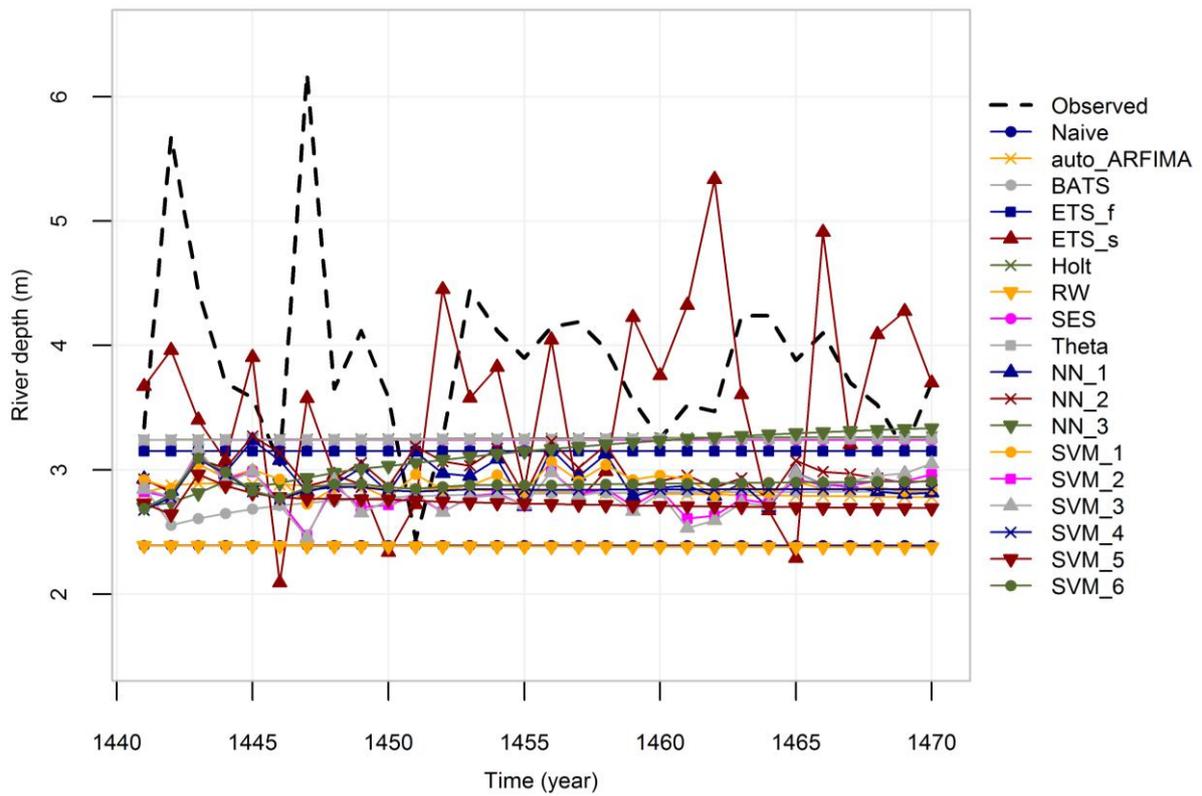


Σχήμα 4.48. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Όσον αφορά την υπό συζήτηση χρονοσειρά, στο Σχήμα 4.46 παρατηρούνται οι ανιόντες και κατιόντες κλάδοι που σχηματίζονται από ομαδοποιημένα γεγονότα, οι οποίοι αποτελούν ένδειξη σημαντικής μακροπρόθεσμης εμμονής. Παράλληλα,

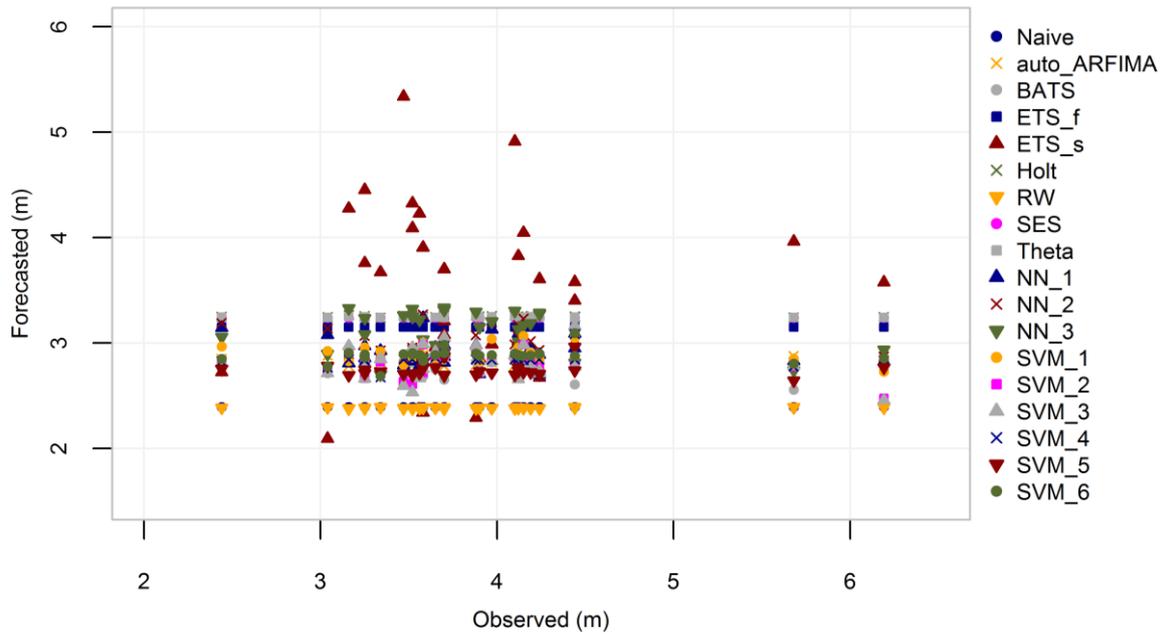
παρατηρείται ότι η χρονοσειρά - στόχος περιλαμβάνει στην αρχή της ορισμένες ακραίες τιμές, οι οποίες αποτελούν μάλλον το τελείωμα του ανιόντος κλάδου που έχει την αφετηρία του χρονικά λίγο μετά το έτος 1400. Όσον αφορά τη δειγματική ACF (βλ. Σχήμα 4.47), οι τιμές που αυτή λαμβάνει είναι όλες στατιστικά σημαντικές, ενώ από τις τιμές που εκτιμώνται για την PACF (βλ. Σχήμα 4.48) οι επτά είναι στατιστικά σημαντικές, συγκεκριμένα για τις χρονικές υστερήσεις που είναι ίσες με 1, 2, 3, 4, 5, 20 και 23.

Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.49). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών και της τυπικής απόκλισης των παρατηρήσεων που συνθέτουν την χρονοσειρά - στόχο, παρατηρείται ότι καλύτερη μακράν προκύπτει η μέθοδος ETS_s. Όσον αφορά την συσχέτιση, η συνολική εικόνα είναι μάλλον κακή. Ακόμη, κάποιος θα μπορούσε να οδηγηθεί στο συμπέρασμα ότι στην εξεταζόμενη περίπτωση η χρονοσειρά πρόβλεψης της ETS_s θα αποδειχθεί ακριβέστερη από τις αντίστοιχες άλλων μεθόδων που δίνουν ευθύγραμμες προβλέψεις, οι οποίες απέχουν σε μεγάλο βαθμό από τη διάμεση ευθεία των παρατηρήσεων, με βάση τα περισσότερα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ως προς το εν λόγω κριτήριο. Τέτοιες είναι η Naive και η RW. Η χρονοσειρά πρόβλεψης που προκύπτει από την ETS_s έχει μέση τιμή κοντινότερη στην μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων από τις υπόλοιπες χρονοσειρές πρόβλεψης. Επιπρόσθετα, παρατηρείται ότι καμία μέθοδος δεν προβλέπει τις δύο ακραίες τιμές στην αρχή της χρονοσειράς - στόχου.



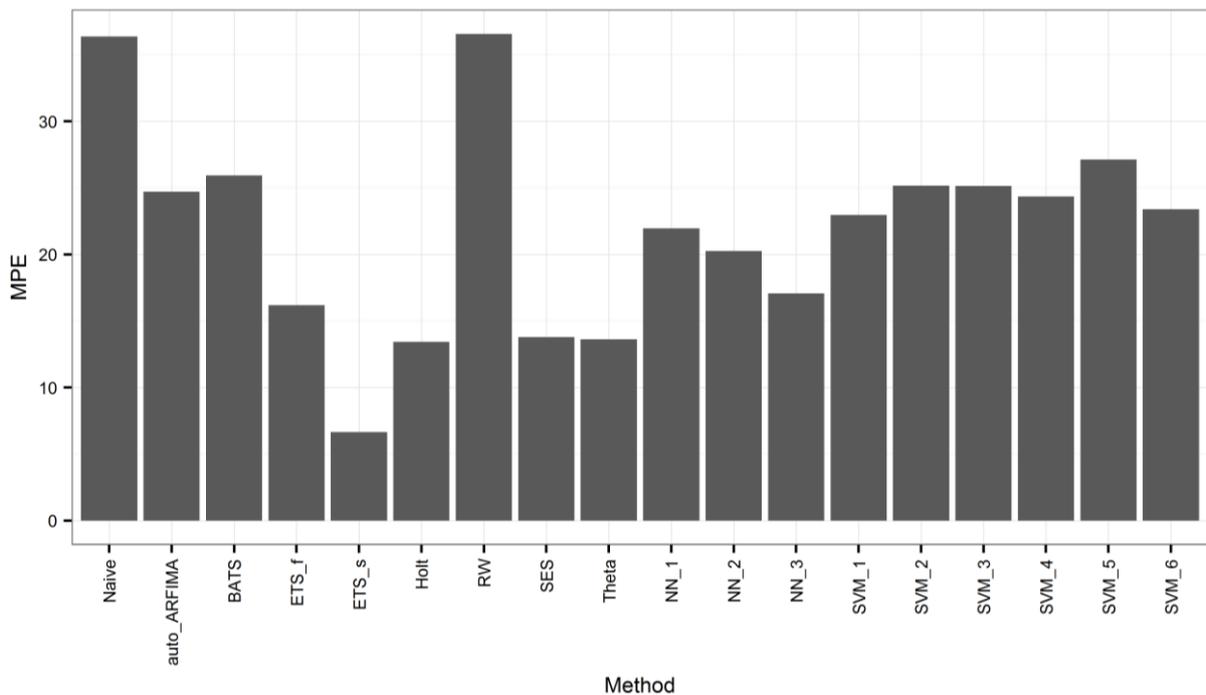
Σχήμα 4.49. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.50 και φανερώνει μάλλον μικρή συσχέτιση των προβλέψεων και των αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων, όπως εικάζεται ήδη από το Σχήμα 4.49.

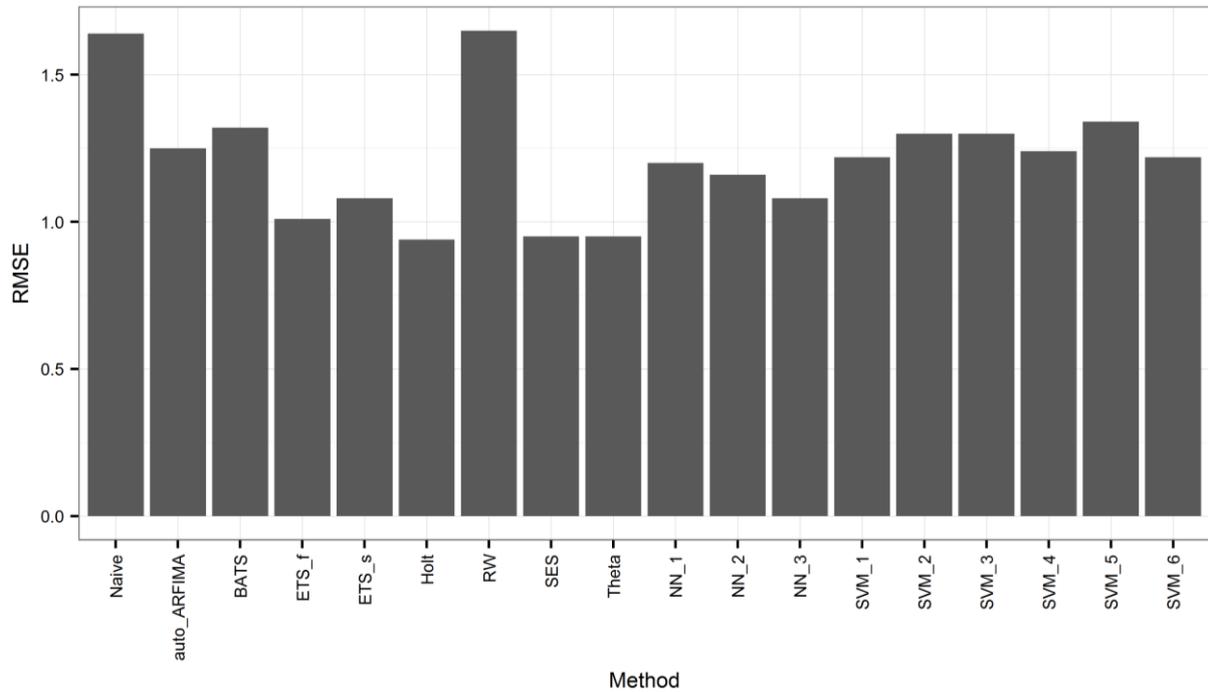


Σχήμα 4.50. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.

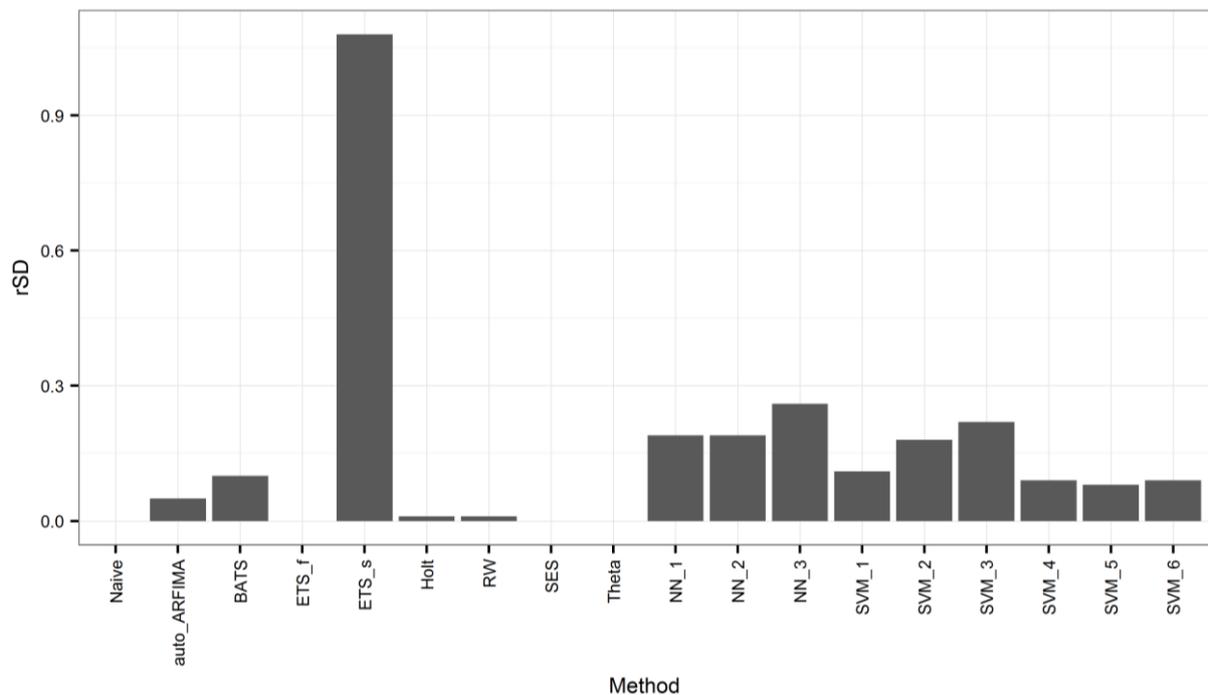
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.51 έως το Σχήμα 4.56.



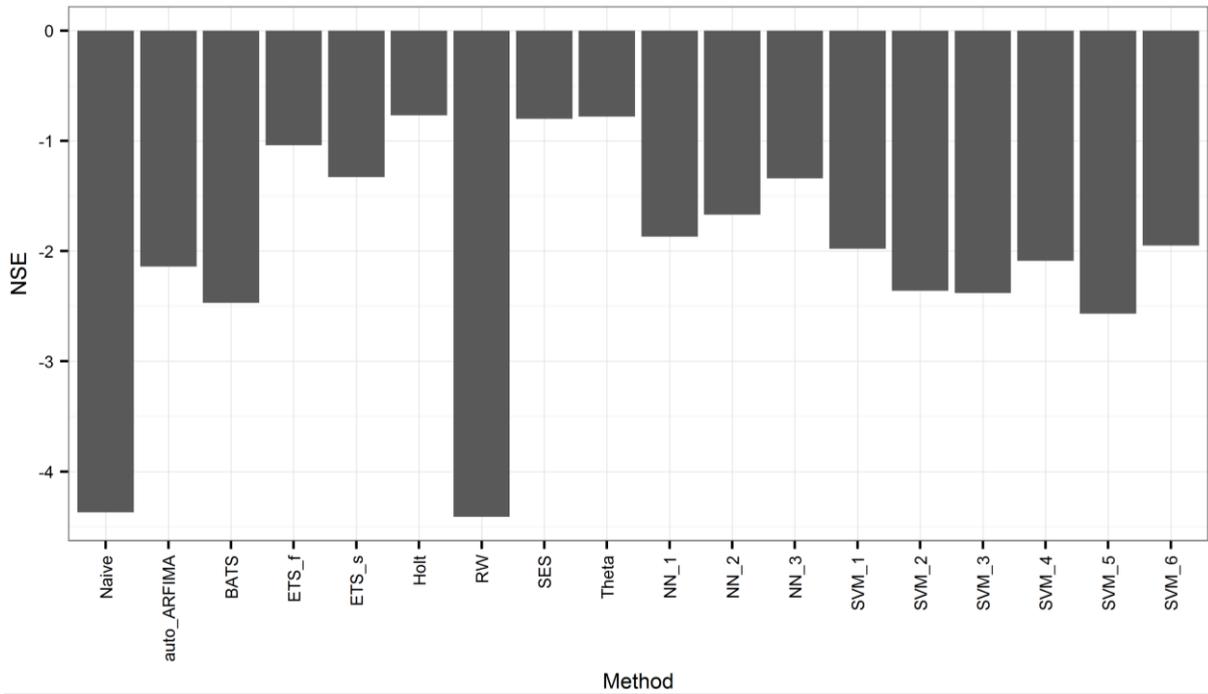
Σχήμα 4.51. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.



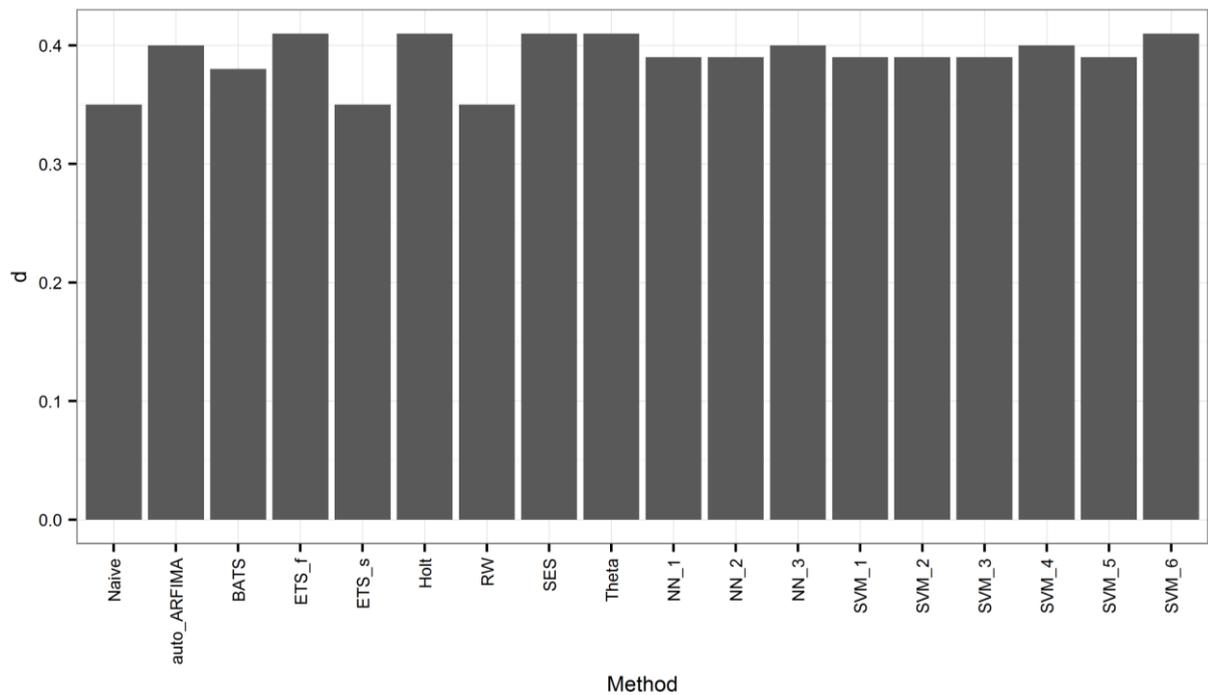
Σχήμα 4.52. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.



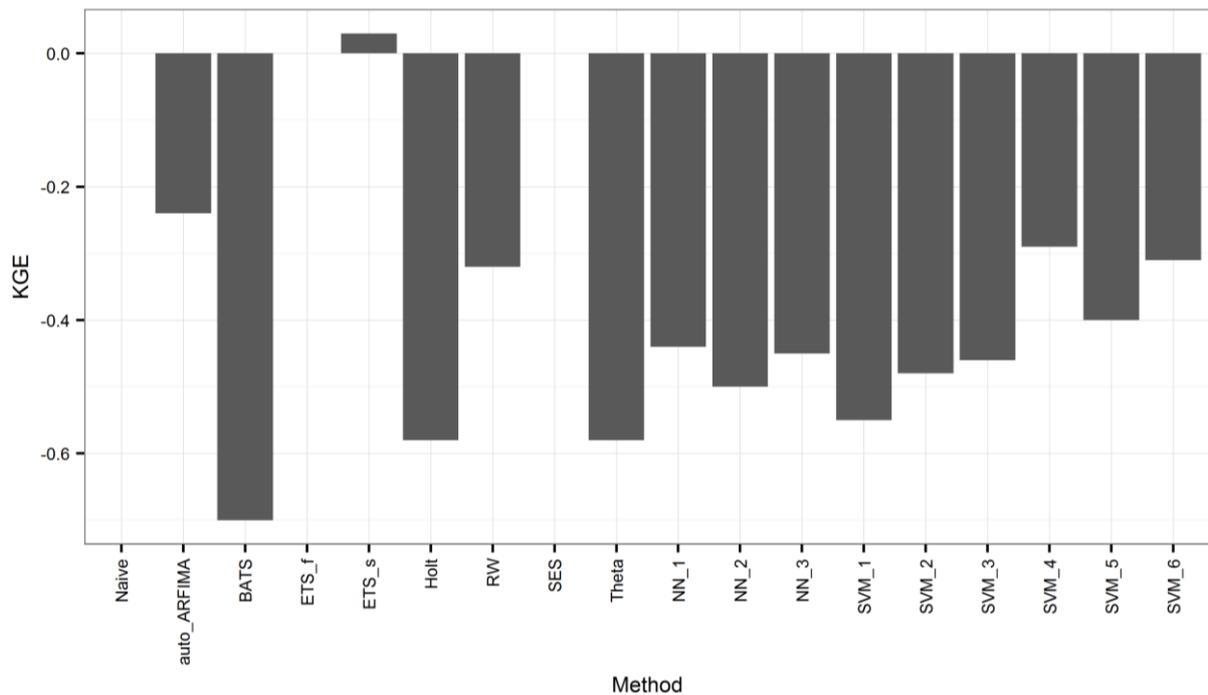
Σχήμα 4.53. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



Σχήμα 4.54. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.



Σχήμα 4.55. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46.



Σχήμα 4.56. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.

Στο Σχήμα 4.52 παρατηρείται καταρχάς ότι το μέτρο MPE λαμβάνει θετικές τιμές για όλες τις μεθόδους, γεγονός που σημαίνει ότι οι μέθοδοι δίνουν προβλέψεις με μικρότερη μέση τιμή από την μέση τιμή των τιμών - στόχων. Το συγκεκριμένο είναι αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.49, ιδίως για τις μεθόδους που δίνουν ευθύγραμμες ή σχεδόν ευθύγραμμες προβλέψεις. Προκύπτει ότι κοντινότερη μέση τιμή προβλεπόμενων τιμών στην μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων παρέχει η μέθοδος ETS_s.

Όσον αφορά το μέτρο RMSE (βλ. Σχήμα 4.52), παρατηρείται η μικρότερη ακρίβεια των προβλέψεων των μεθόδων Naive και RW, η οποία είναι αναμενόμενη ήδη από το Σχήμα 4.49. Παρατηρείται ακόμη ότι η μέθοδος ETS_s, της οποίας οι προβλεπόμενες τιμές έχουν μέση τιμή και τυπική απόκλιση κοντινότερες στην μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των τιμών - στόχων αντίστοιχα, έχει ικανοποιητική επίδοση και ως προς την ακρίβεια. Για το μέτρο rSD παρατηρείται στο Σχήμα 4.53 η ιδιαίτερα καλή τιμή που λαμβάνεται για την μέθοδο ETS_s, η οποία είναι αναμενόμενη ήδη από το Σχήμα 4.49. Παρατηρείται, ακόμη, ότι οι υπόλοιπες μέθοδοι υστερούν σημαντικά ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο.

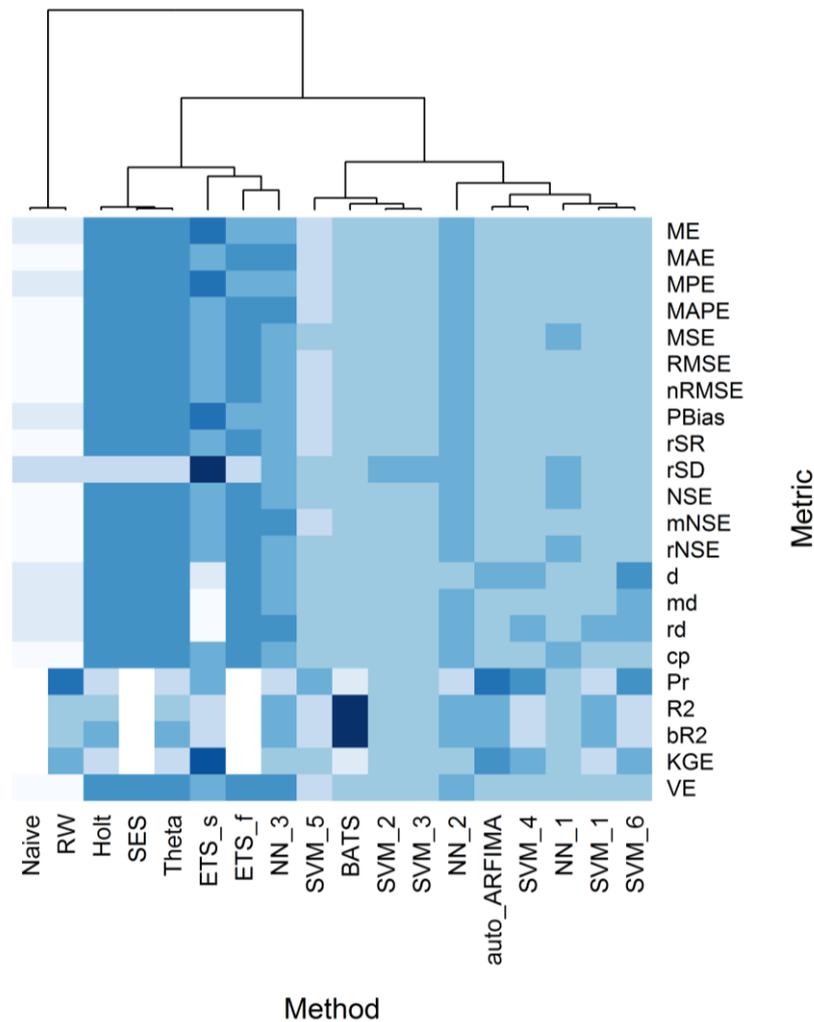
Στο Σχήμα 4.54 μπορεί κανείς να παρατηρήσει την επίδοση των μεθόδων ως προς την ακρίβεια σύμφωνα με το μέτρο NSE. Η συγκριτική αξιολόγηση των μεθόδων με βάση το υπό συζήτηση διάγραμμα οδηγεί στα ίδια συμπεράσματα με εκείνα που προκύπτουν από την αντίστοιχη της χρήσι του μέτρου RMSE (βλ. Σχήμα 4.52). Επιπρόσθετα, προκύπτει

πως ακόμη και οι ακριβέστερες προβλέψεις είναι λιγότερο ακριβείς από την μέση τιμή των παρατηρήσεων. Σχετικά με το μέτρο d (βλ. Σχήμα 4.56), αυτό λαμβάνει πολύ κοντινές τιμές για το σύνολο των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Επίσης, παρατηρείται ότι η μέθοδος ETS_s έχει εξίσου κακή επίδοση με τις χειρότερες ως προς τα μέτρα RMSE και NSE μεθόδους, δηλαδή την Naive και την RW (βλ. Σχήμα 4.52 και Σχήμα 4.54). Παρατηρείται ακόμη στο Σχήμα 4.56 ότι σύμφωνα με το μέτρο KGE, το οποίο παρέχει συναξιολόγηση ως προς την συσχέτιση και τον βαθμό συμφωνίας τόσο ανάμεσα στην μέση τιμή των προβλέψεων και την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων όσο και ανάμεσα στις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις, καλύτερη όλων προκύπτει η μέθοδος ETS_s.

Τέλος, στο Σχήμα 4.57 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι η ομοιότητα ανάμεσα στις μεθόδους RW και Naive και η έντονη διαφοροποίηση τους από τις υπόλοιπες μεθόδους έχει σαν αποτέλεσμα την θεώρηση τους ως μιας ανεξάρτητης ομάδας, η οποία έχει την χειρότερη επίδοση συνολικά. Παράλληλα, η ομάδα που περιλαμβάνει όλες τις υπόλοιπες μεθόδους χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Στην καλύτερη σε επίδοση υποομάδα ανήκει η μέθοδος NN_3 από τις μεθόδους μηχανικής μάθησης. Καλύτερη από την NN_3 είναι η ETS_f, η οποία υστερεί σε σχέση με τις Holt, SES και Theta που είναι οι καλύτερες συνολικά. Οι συγκεκριμένες είναι σε μικρό μόνο βαθμό καλύτερες της ETS_s, η οποία υπερέχει αυτών και των υπολοίπων μεθόδων σε πέντε μέτρα (ME, MPE, PBias, rSD, KGE), ούσα ωστόσο παράλληλα η χειρότερη ως προς τις μεθόδους της υποομάδας της από την άποψη της ακρίβειας. Σχετικά με τη δεύτερη υποομάδα, αυτή είναι καλύτερη των μεθόδων Naive και RW, αλλά πολύ χειρότερη όλων των υπολοίπων μεθόδων. Ανάμεσα σε αυτές καλύτερη είναι η μέθοδος NN_2.

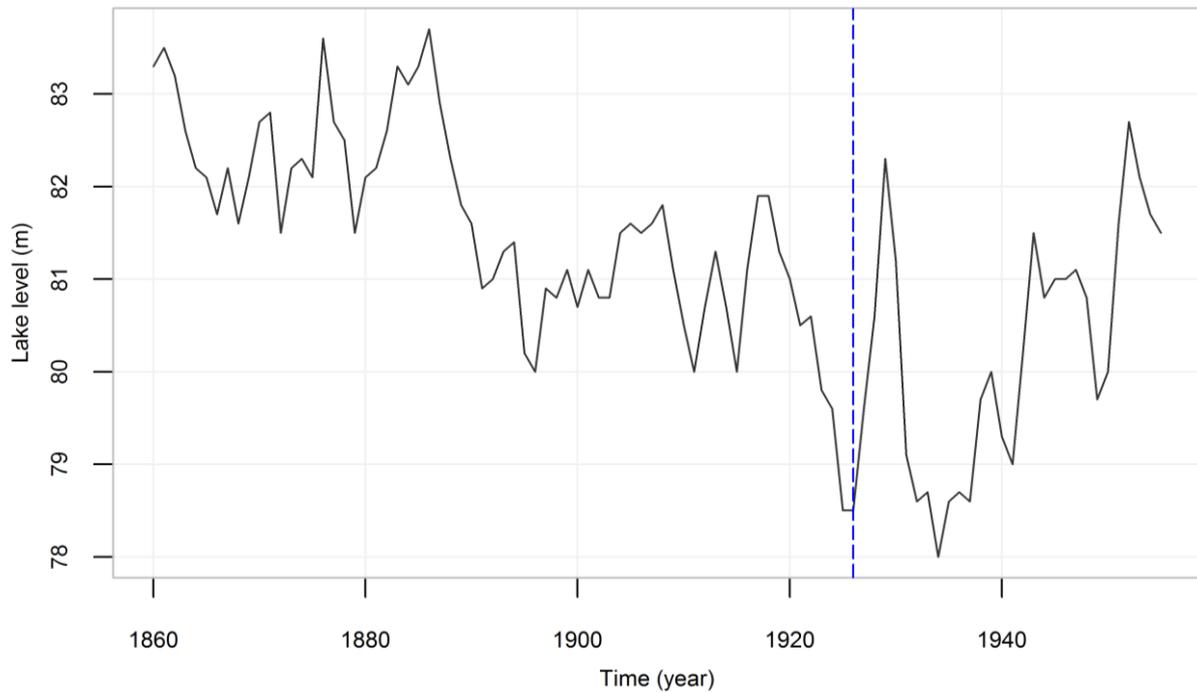
Από το σύνολο των μεθόδων δεν υπάρχει ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη μέθοδος. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα ME, MPE και PBias, όπως επίσης και τα MAE, MAPE, RMSE, nRMSE και rSR.



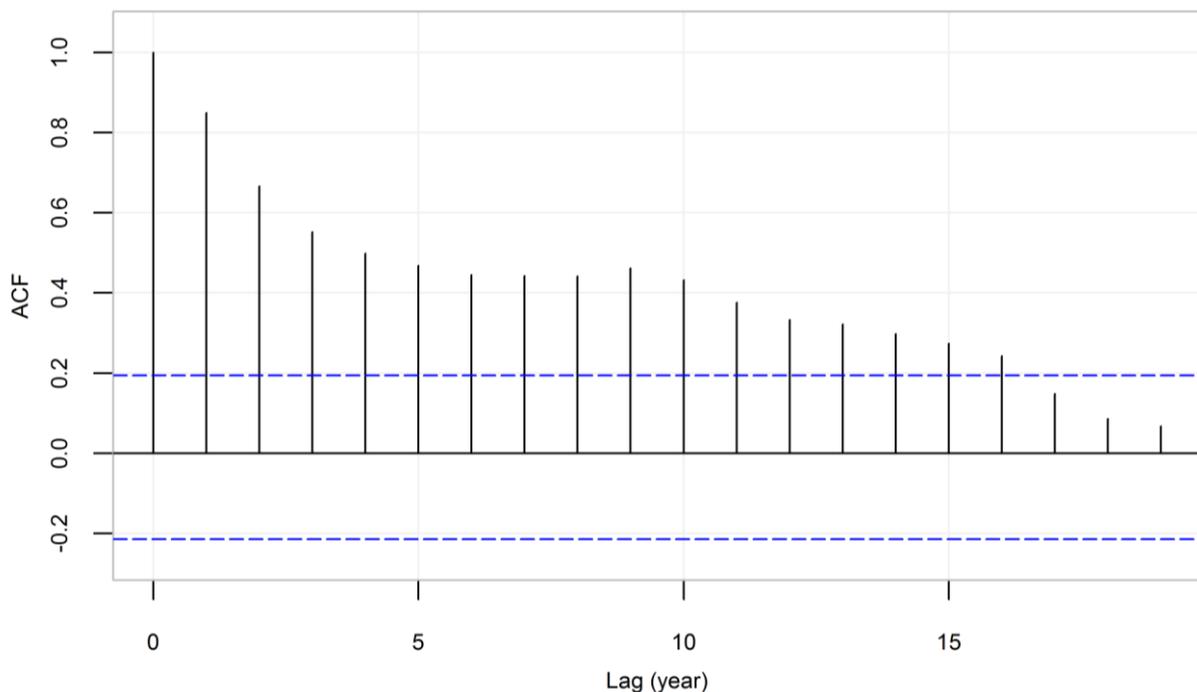
Σχήμα 4.57. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.46. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

4.1.6 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά ανώτατης από τις μέσες μηνιαίες ετήσιας στάθμης λίμνης

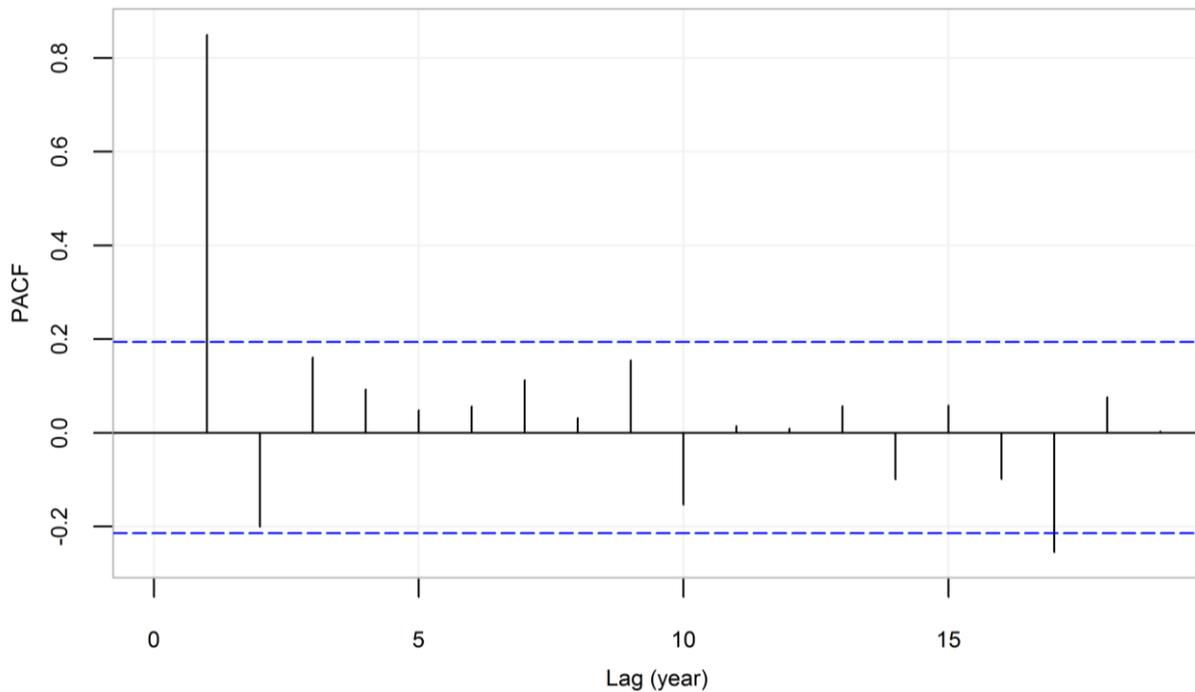
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Πρόκειται για χρονοσειρά ανώτατης από τις μέσες μηνιαίες ετήσιας στάθμης λίμνης 96 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Για την συγκεκριμένη χρονοσειρά εκτιμάται συντελεστής Hurst ίσος με $H = 0.99$. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.59 και το Σχήμα 4.60 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.58. Ιστορική χρονοσειρά ανώτατης από τις μέσες μηνιαίες ετήσιας στάθμης λίμνης 96 παρατηρήσεων με ετήσιο χρονικό βήμα. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.59. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

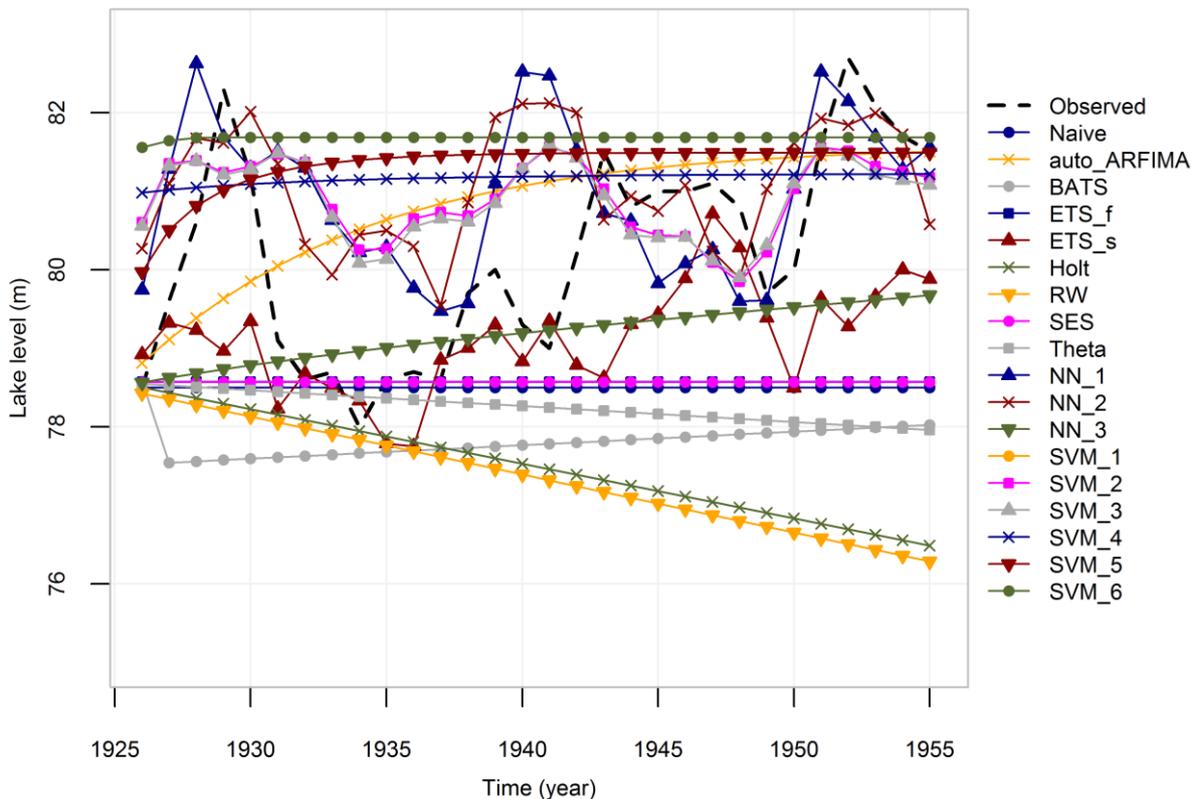


Σχήμα 4.60. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Παρατηρείται στο Σχήμα 4.59 ότι η δειγματική ACF εμφανίζει πολλές συνεχόμενες στατιστικά σημαντικές τιμές, συγκεκριμένα για τις χρονικές υστερήσεις 1 έως 16. Παράλληλα, παρατηρείται ότι η δειγματική PACF εμφανίζει μία μοναδική και μεγάλη στατιστικά σημαντική τιμή για χρονική υστέρηση ίση με 17 (βλ. Σχήμα 4.60).

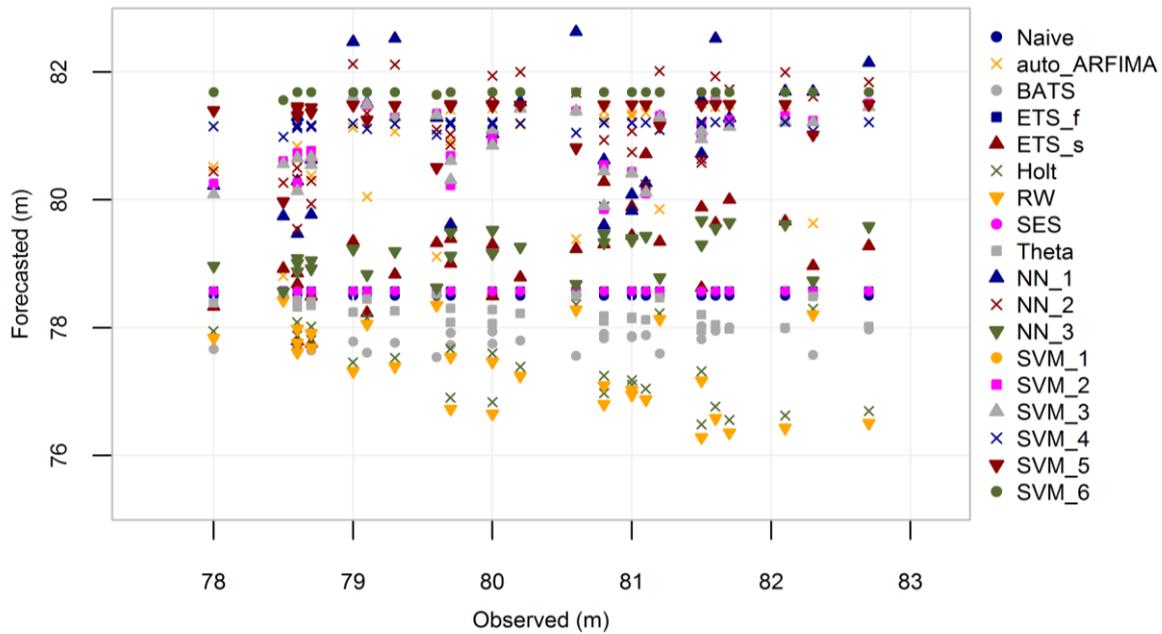
Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.61). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων στην προκειμένη περίπτωση. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας ανάμεσα στην τυπική απόκλιση των προβλεπόμενων τιμών εκάστης μεθόδου και στην τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων που συνθέτουν την χρονοσειρά - στόχο, παρατηρείται μία μάλλον μέτρια εικόνα. Καλύτερη μέθοδος σύμφωνα με το συγκεκριμένο κριτήριο αναμένεται να προκύψει η NN_1. Όσον αφορά την συσχέτιση, η εικόνα είναι μάλλον κακή για τις περισσότερες προβλέψεις, αλλά μέτρια έως αρκετά καλή για τις προβλέψεις των μεθόδων ETS_s, NN_2, NN_3 και auto_ARFIMA. Σχετικά με την ακρίβεια των προβλέψεων αναμένεται οι μέθοδοι Holt, RW, BATS, Theta, SES, ETS_f, Naive και SVM_6 να προκύψουν χειρότερες από την ETS_s, την NN_1 και την NN_2 με βάση τα περισσότερα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ως προς το εν λόγω κριτήριο, παρότι οι τελευταίες

παράγουν χρονοσειρές προβλέψεων οι οποίες εμφανίζουν διακύμανση συγκρίσιμη με αυτήν της παρατηρημένης χρονοσειράς.



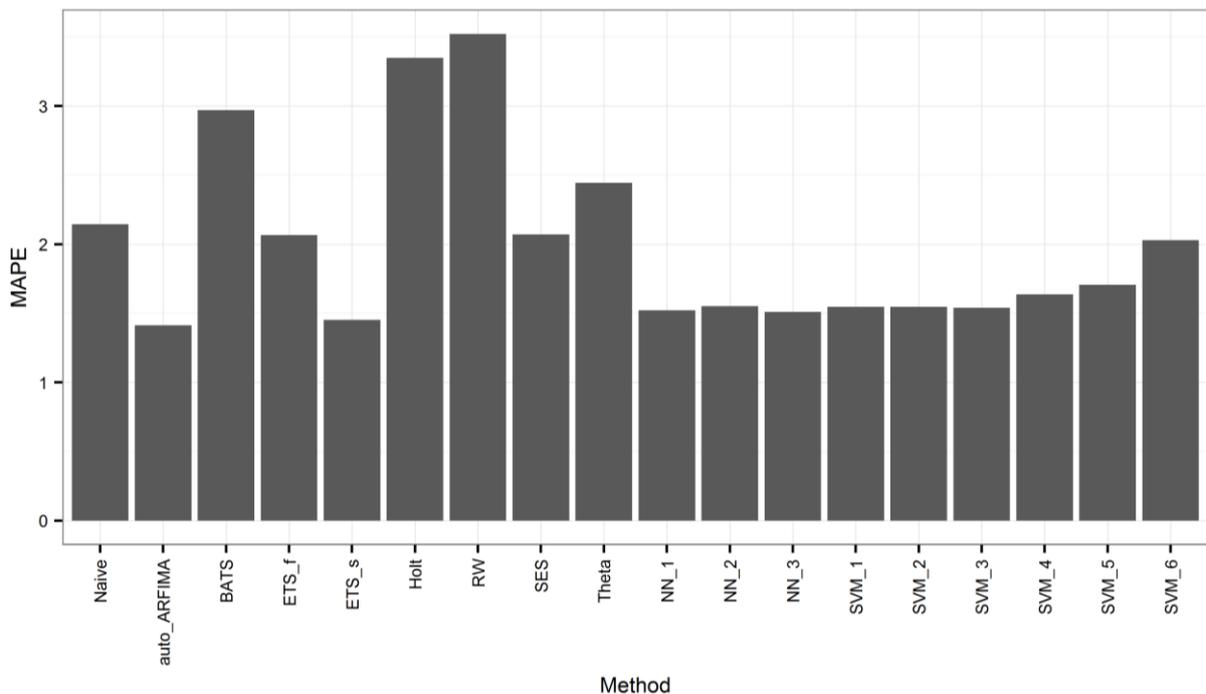
Σχήμα 4.61. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους. Το διάγραμμα αυτό φαίνεται στο Σχήμα 4.62 και διαφέρει σημαντικά από τα αντίστοιχα του Σχήμα 4.5, Σχήμα 4.17, Σχήμα 4.27, Σχήμα 4.38 και Σχήμα 4.50. Με βάση το συγκεκριμένο αναμένονται ορισμένες μέτριες τιμές για το μέτρο rSD και για την απόλυτη τιμή του μέτρου Pr . Οι αναμενόμενες τιμές για το μέτρα $R2$ και $bR2$ είναι γενικώς μικρές.

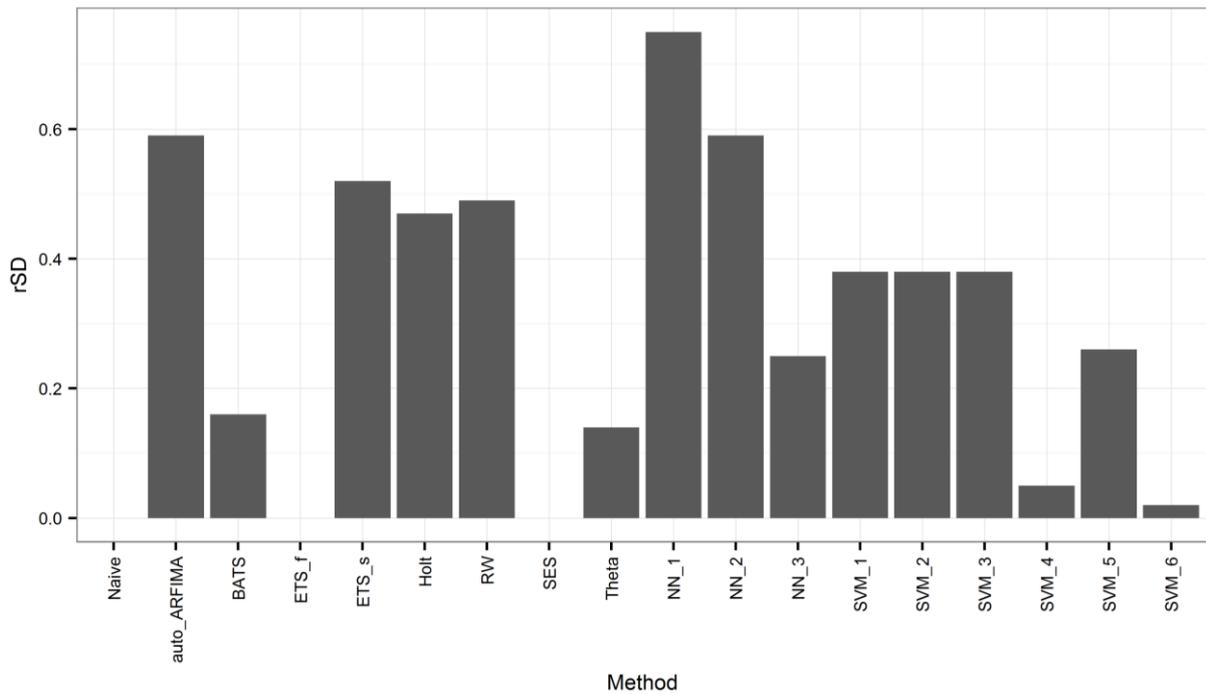


Σχήμα 4.62. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.

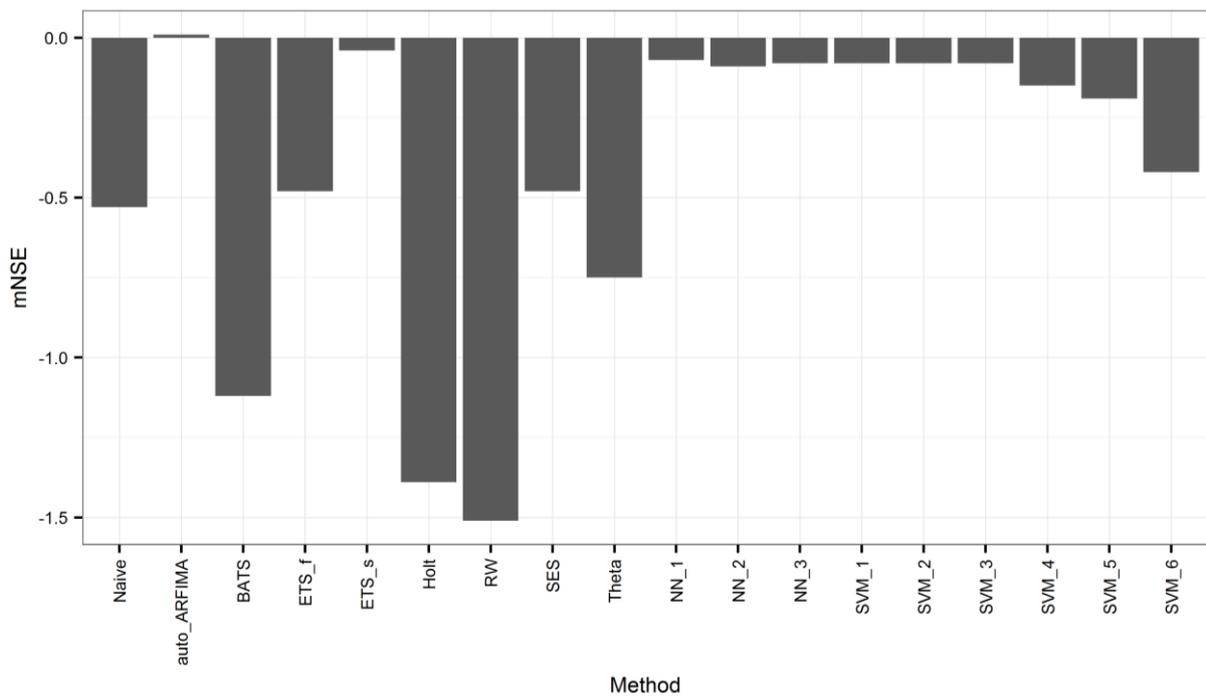
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.63 έως το Σχήμα 4.66.



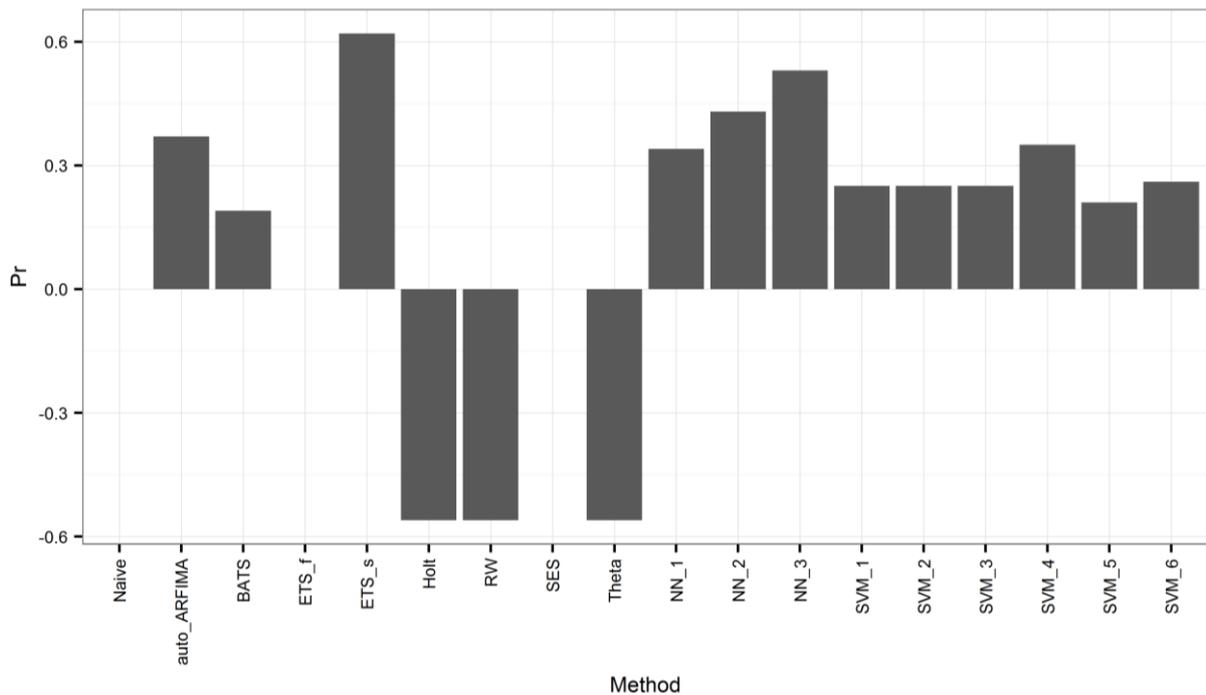
Σχήμα 4.63. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.



Σχήμα 4.64. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.



Σχήμα 4.65. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο mNSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58.

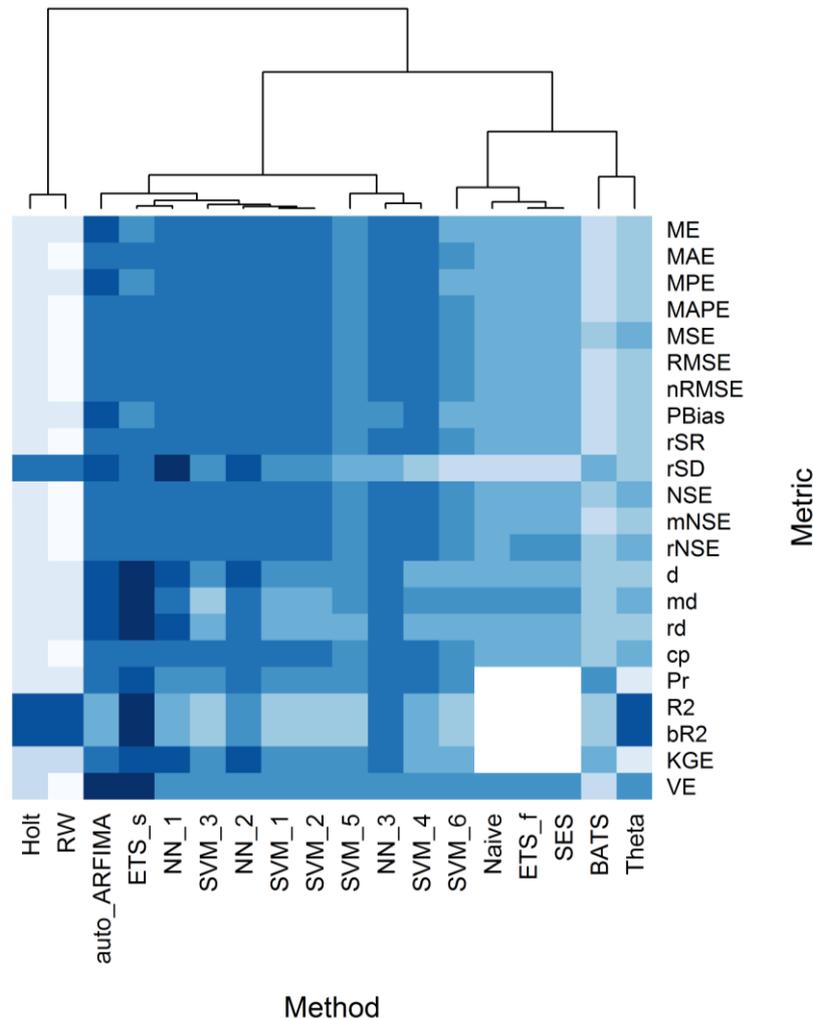


Σχήμα 4.66. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.

Όσον αφορά το μέτρο MAPE (βλ. Σχήμα 4.63) παρατηρείται ότι οι μέθοδοι Holt, RW, BATS, Theta, Naive, SES, ETS_f και SVM_6 υστερούν των υπολοίπων ως προς την ακρίβεια, γεγονός αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.58. Οι υπόλοιπες μέθοδοι εμφανίζουν εξίσου καλή επίδοση. Παράλληλα, ως προς το μέτρο rSD (βλ. Σχήμα 4.64) παρατηρείται καταρχάς ότι αρκετές είναι οι μέθοδοι με καλή ή μέτρια επίδοση, όπως ήταν αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.26 και το Σχήμα 4.27. Παρατηρείται επίσης ότι υπάρχει καλή διαβάθμιση. Καλύτερη προκύπτει η μέθοδος NN_1 και ακολουθούν οι auto_ARFIMA, NN_2, ETS_s, RW, Holt και οι SVM_1, SVM_2, SVM_3. Για τις τελευταίες μεθόδους λαμβάνεται ακριβώς η ίδια τιμή, διότι οι χρονοσειρές πρόβλεψης (σχεδόν) ταυτίζονται.

Στο Σχήμα 4.65 παρατηρείται η επίσης καλύτερη επίδοση ως προς το μέτρο mNSE των μεθόδων που είναι καλύτερες των υπολοίπων με βάση το μέτρο MAPE. Οι μέθοδοι αυτές δίνουν προβλέψεις περίπου ισοδύναμες με την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων στην προκειμένη περίπτωση. Επιπρόσθετα, σχετικά με το μέτρο Pr, στο Σχήμα 4.66 φαίνεται η μέτρια σε ισχύ θετική συσχέτιση των προβλέψεων που δίνουν οι μέθοδοι ETS_s, NN_3, NN_2, auto_ARFIMA, SVM_4 σε σχέση με τις αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές. Επίσης, φαίνεται η αρνητική συσχέτιση επίσης μέτριας ισχύος για τις μεθόδους Holt, RW και Theta σε όρους Pr.

Τέλος, στο Σχήμα 4.67 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 4.67. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι Holt και RW παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα, η οποία τις διαφοροποιεί σε τέτοιο βαθμό από τις υπόλοιπες μεθόδους, ώστε τελικά οι εν λόγω μέθοδοι να νοούνται ως μία ξεχωριστή ομάδα. Η συγκεκριμένη ομάδα εμφανίζει καλή επίδοση σε σχέση με την γενική εικόνα ως

προς τα μέτρα rSD, R2 και bR2, αλλά έχει την χειρότερη επίδοση σε όλα τα υπόλοιπα μέτρα.

Η ομάδα των υπολοίπων μεθόδων χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Η καλύτερη από αυτές περιλαμβάνει το σύνολο των μεθόδων μηχανικής μάθησης με εξαίρεση την μέθοδο SVM_6. Καλύτερη όλων είναι η ETS_s και ακολουθεί η auto_ARFIMA. Επόμενες σε επίδοση είναι οι NN_2, NN_1 και NN_3 με την σειρά που αναφέρονται. Χειρότερη αλλά ικανοποιητική σε σχέση με το σύνολο επίδοση εμφανίζει η μέθοδος SVM_4, η οποία είναι καλύτερη από τις ισοδύναμες ως προς όλα τα μέτρα SVM_1 και SVM_2. Οι τελευταίες υπερέχουν της SVM_3 σε μικρό βαθμό. Σχετικά με τη δεύτερη υποομάδα, αυτή έχει συνολικά την χειρότερη επίδοση ως προς το μέτρο rSD και ενδιάμεση επίδοση σύμφωνα με τα μέτρα που αξιολογούν την ακρίβεια της πρόβλεψης, τον βαθμό συμφωνίας της μέσης τιμής των προβλεπόμενων τιμών με την μέση τιμή της χρονοσειράς - στόχου και την συσχέτιση μεταξύ προβλέψεων και αντίστοιχων παρατηρήσεων. Καλύτερη εντός της συγκεκριμένης ομάδας είναι η μέθοδος SVM_6, ενώ ακολουθεί το ζεύγος ισοδύναμων μεθόδων ETS_f και SES, που υπερέχουν ελάχιστα της μεθόδου Naive. Χειρότερες συνολικά από την Naive είναι οι BATS και Theta, καθώς και οι Holt και RW.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε όλα τα μέτρα. Ωστόσο, υπάρχει μέθοδος που υπερτερεί σε επίδοση με βάση τα περισσότερα και παράλληλα ανταγωνίζεται τις καλύτερες στα υπόλοιπα. Η εν λόγω μέθοδος είναι η ETS_s.

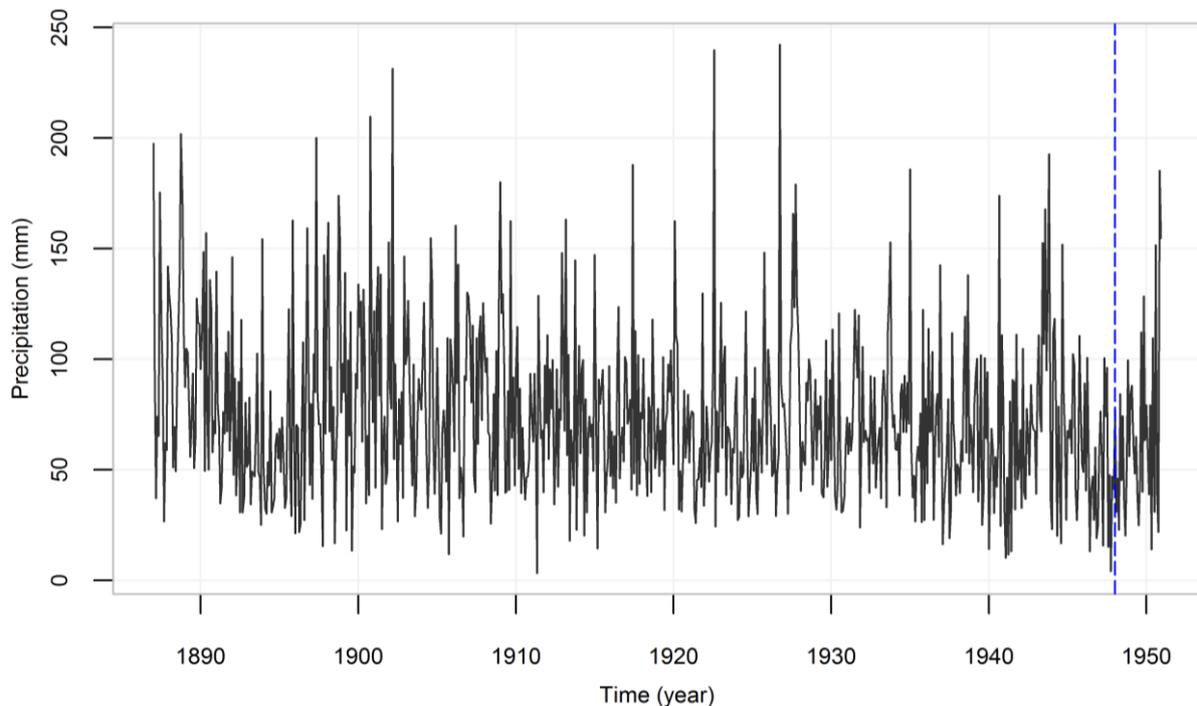
Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.58, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα ME και MPE, όπως επίσης και τα MAE, MAPE, RMSE, nRMSE, rSR και mNSE.

4.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρές με μηνιαίο χρονικό βήμα παρατήρησης

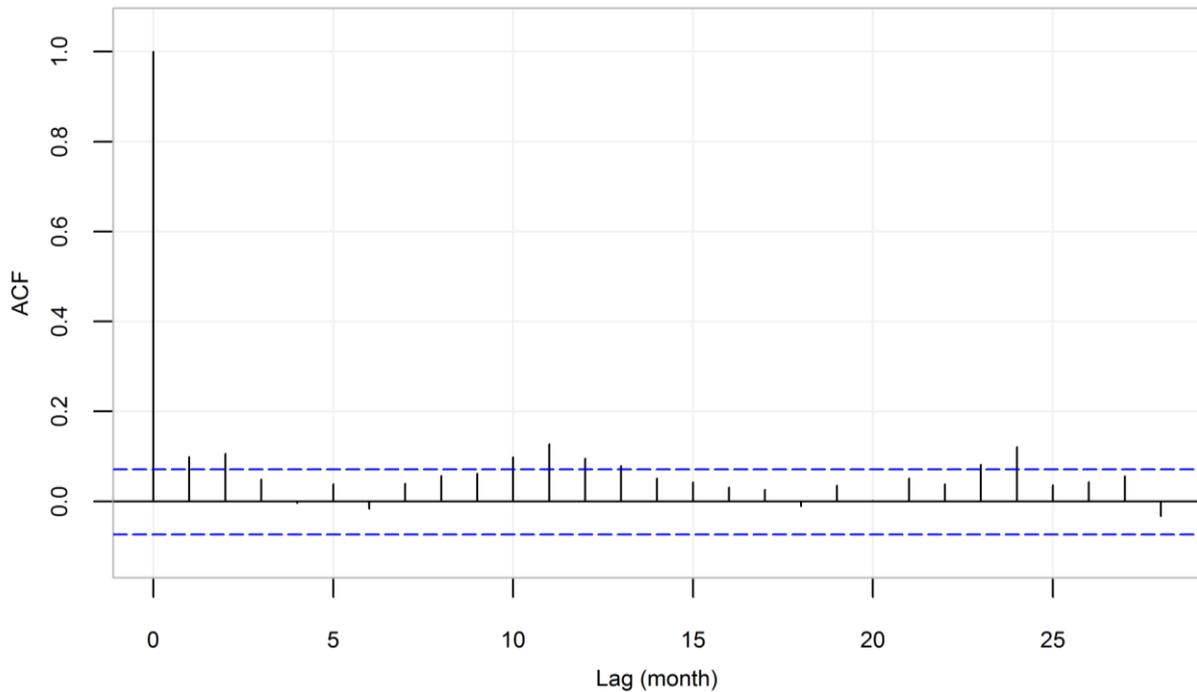
Στην Ενότητα 4.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε ιστορικές χρονοσειρές με μηνιαίο χρονικό βήμα παρατήρησης. Τα εν λόγω υπολογιστικά πειράματα πραγματοποιούνται με σκοπό την εμπειρική σύγκριση των μεθόδων.

4.2.1 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμισης (Περίπτωση 1)

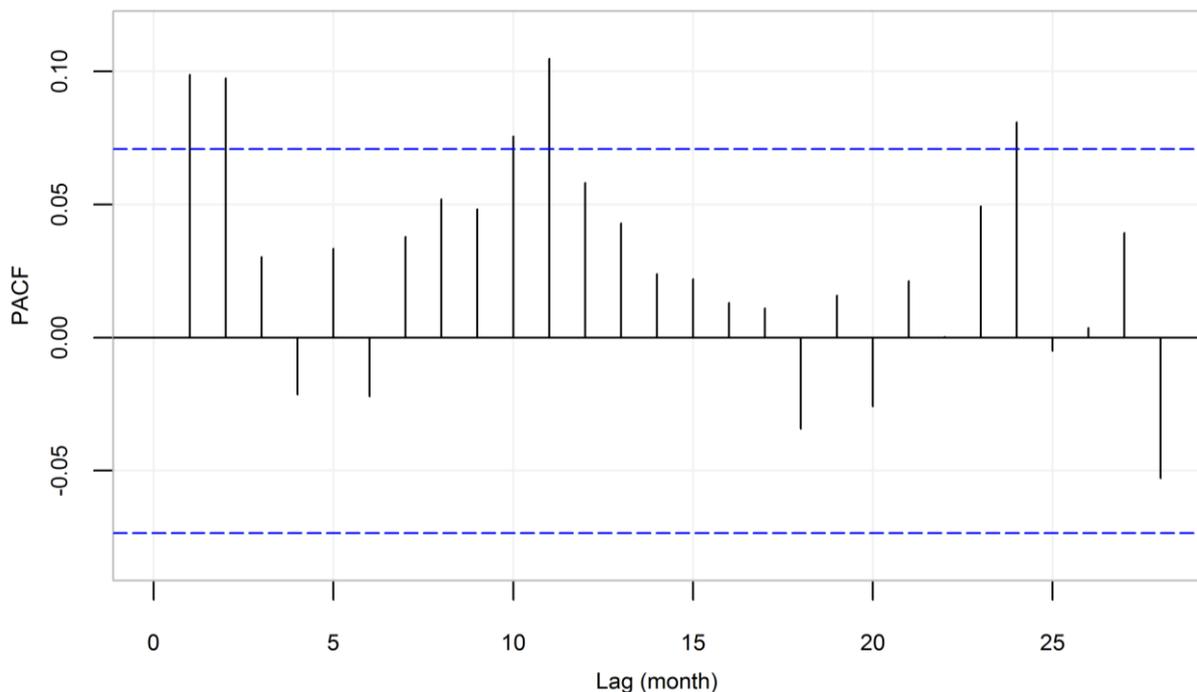
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Πρόκειται για χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμισης 768 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.69 και το Σχήμα 4.70 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.68. Ιστορική χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμισης 768 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.69. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

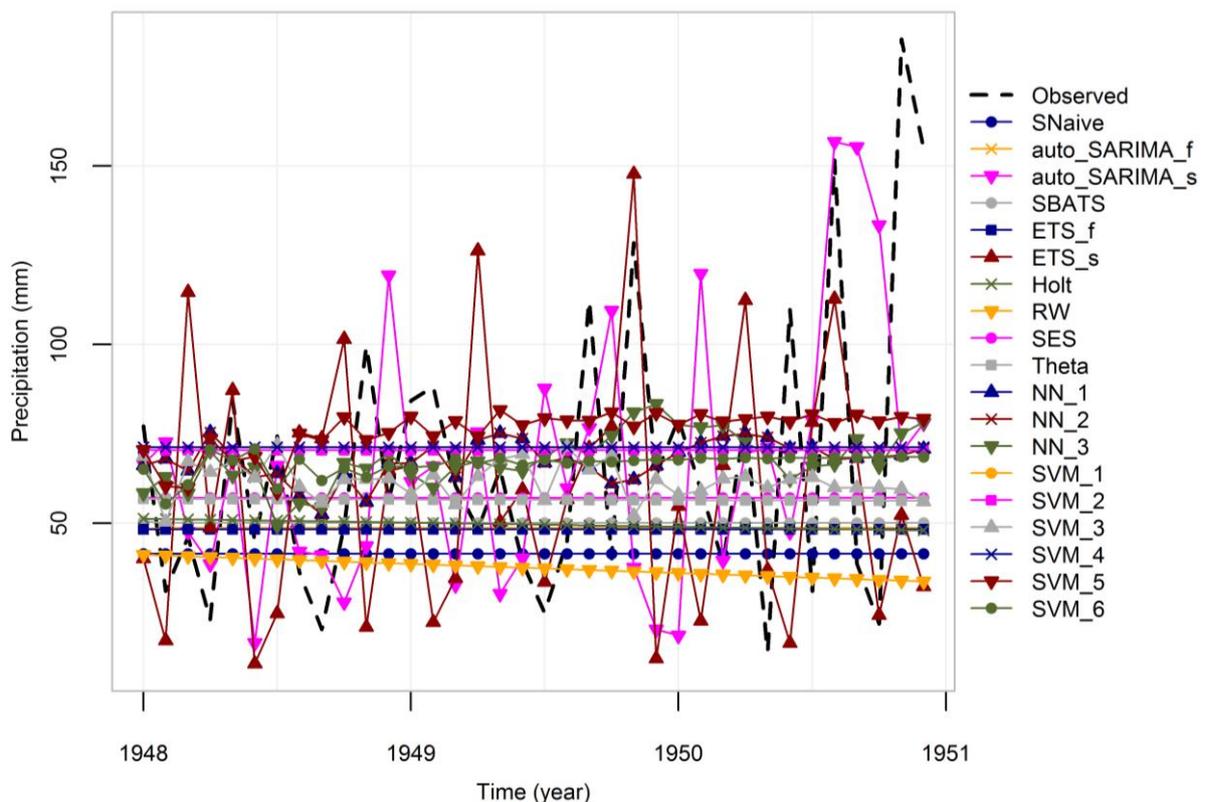


Σχήμα 4.70. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Παρατηρείται ότι η δειγματική ACF (βλ. Σχήμα 4.69) εμφανίζει οκτώ στατιστικά σημαντικές τιμές για χρονικές υστερήσεις ίσες με 1, 2, 10, 11, 12, 13, 23 και 24 μήνες, ενώ

η δειγματική PACF (βλ. Σχήμα 4.70) εμφανίζει πέντε στατιστικά σημαντικές τιμές για χρονικές υστερήσεις ίσες με 1, 2, 10, 11 και 24 μήνες.

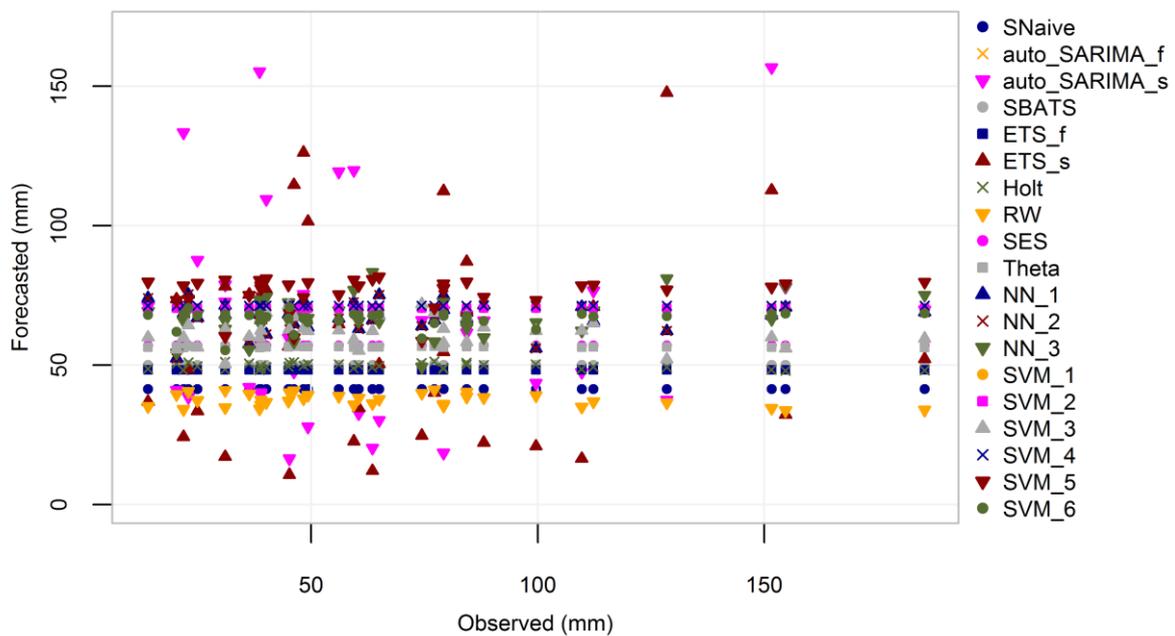
Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.71). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλεπόμενων τιμών και της τυπικής απόκλισης των αντίστοιχων παρατηρούμενων τιμών, καλύτερες προκύπτουν οι μέθοδοι *auto_SARIMA_s* και *ETS_s*, ενώ οι υπόλοιπες μέθοδοι υστερούν σημαντικά. Όσον αφορά την ακρίβεια, αναμένεται ότι οι μέθοδοι *auto_SARIMA_s* και *ETS_s*, καθώς και οι *Naive* και *RW* θα προκύψουν οι χειρότερες με βάση τα περισσότερα μέτρα που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση ως προς το εν λόγω κριτήριο. Επιπρόσθετα, η εικόνα ως προς την συσχέτιση είναι γενικώς κακή.



Σχήμα 4.71. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

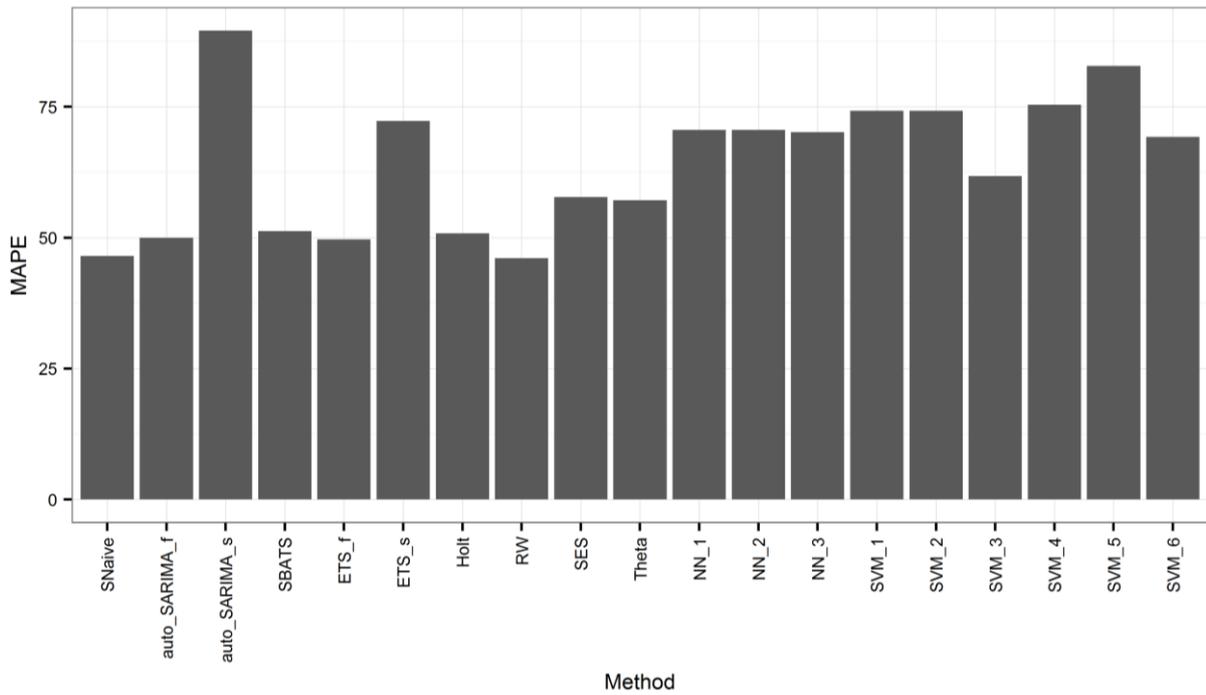
Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους (βλ. Σχήμα 4.72), το οποίο φανερώνει μάλλον μικρή

συσχέτιση των προβλέψεων και των τους αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων.

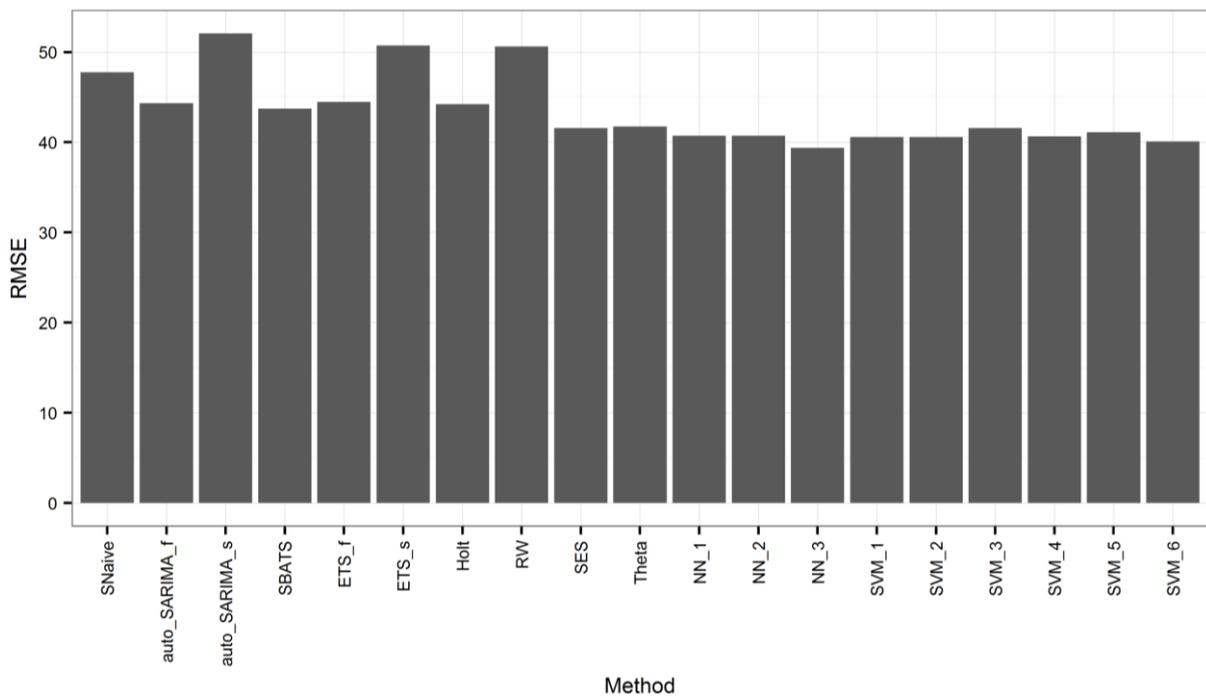


Σχήμα 4.72. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.

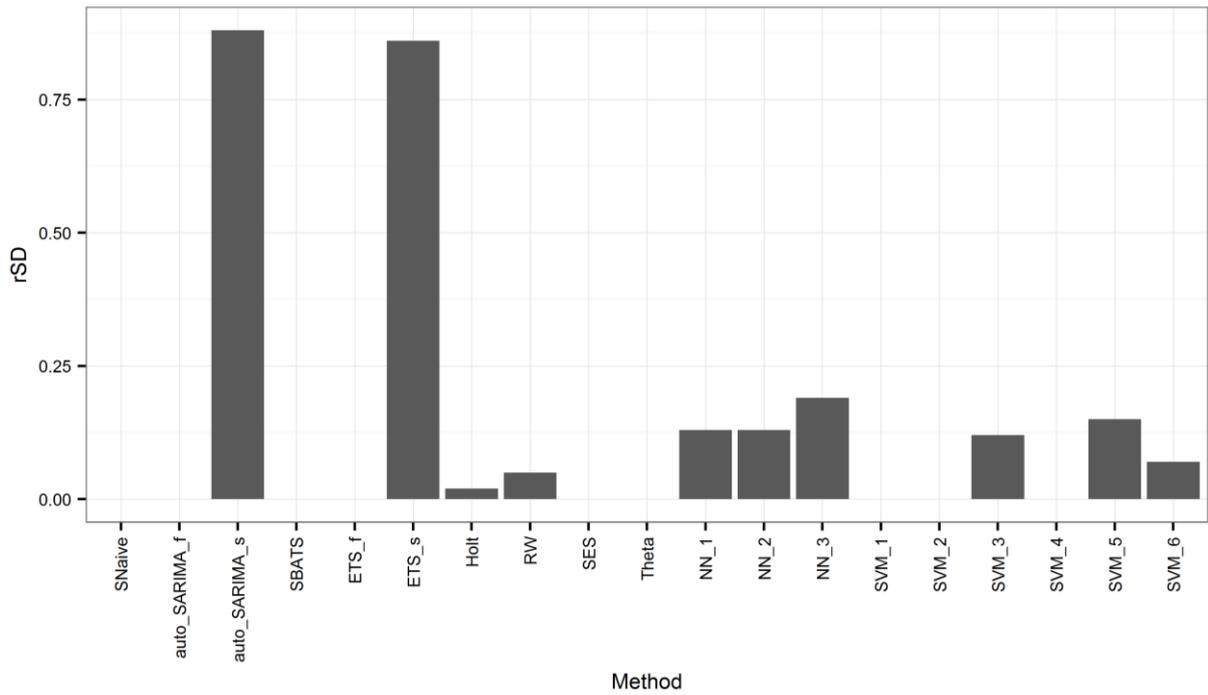
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.73 έως το Σχήμα 4.79.



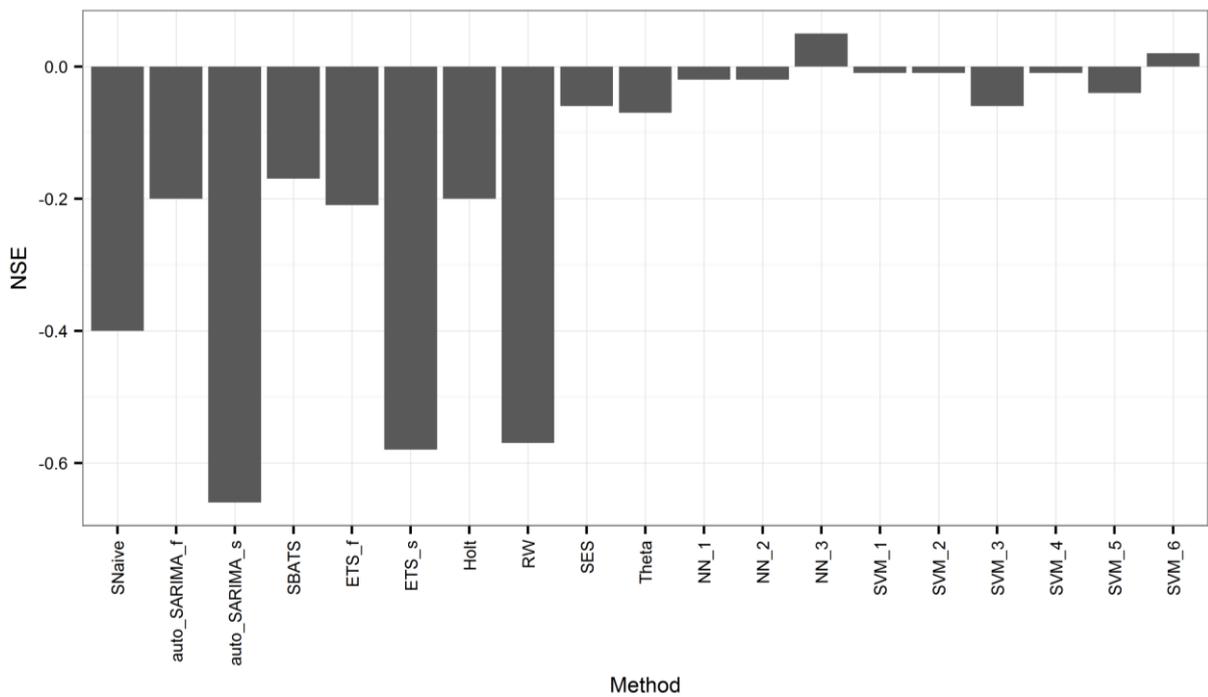
Σχήμα 4.73. Ραβδόγραμμα των τιμών (%) που λαμβάνει το μέτρο MAPE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.



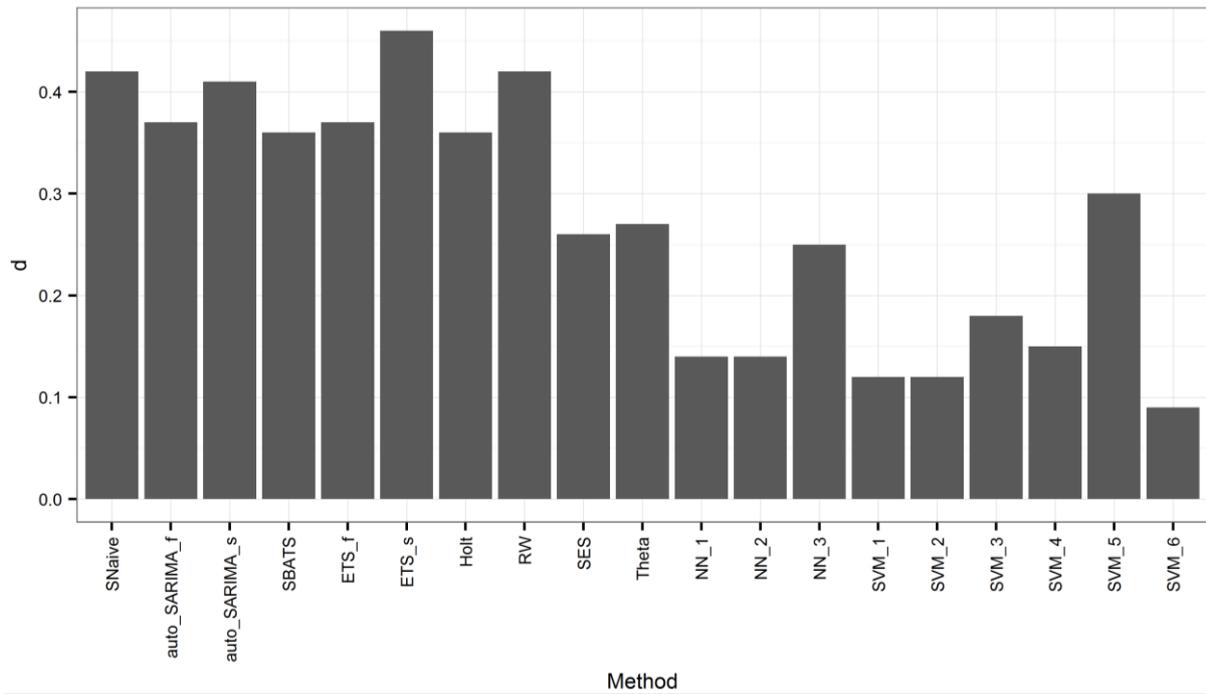
Σχήμα 4.74. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.



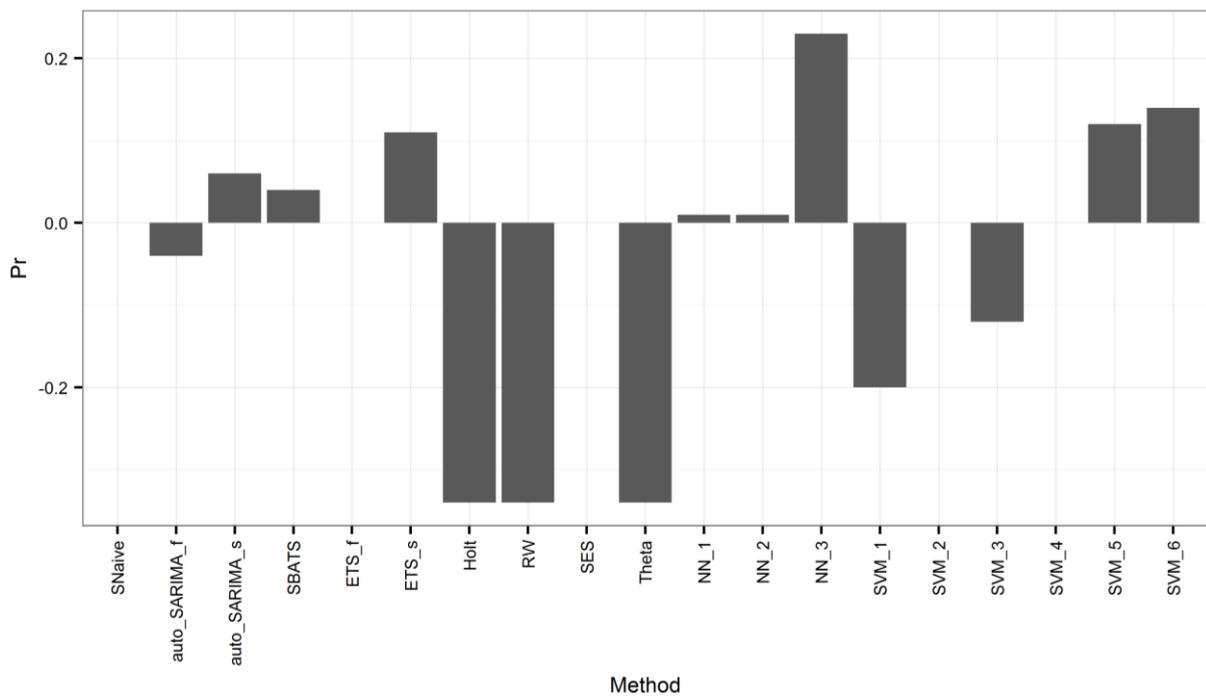
Σχήμα 4.75. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.



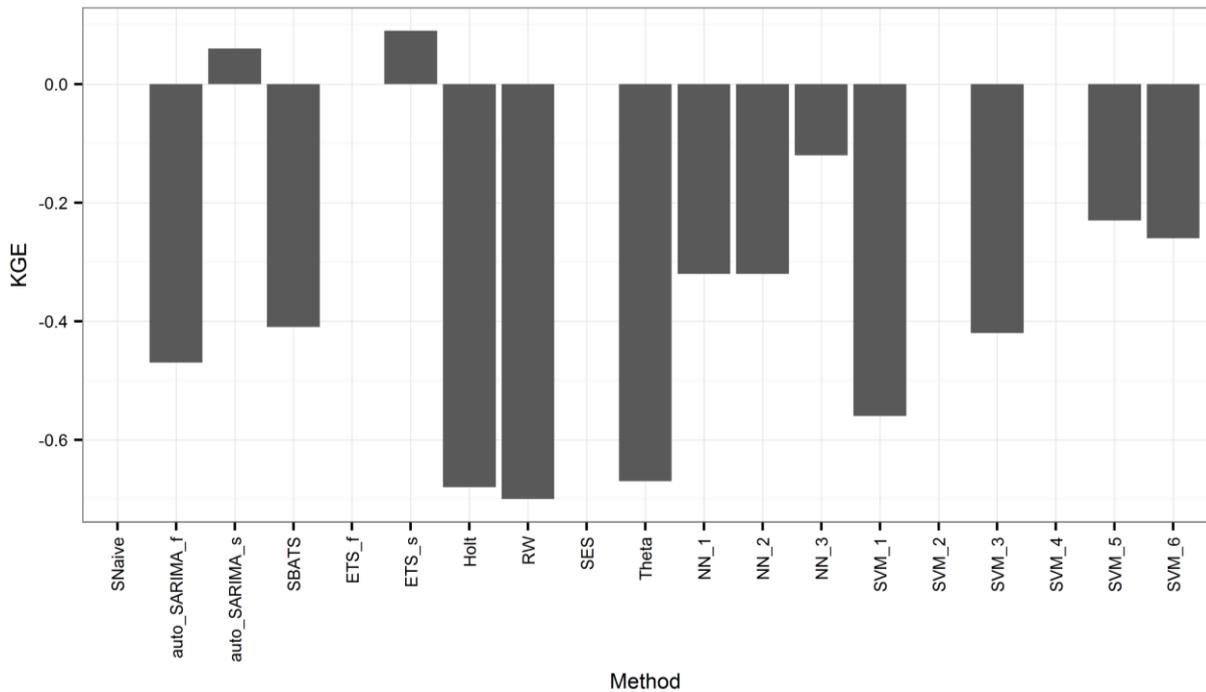
Σχήμα 4.76. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.



Σχήμα 4.77. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο d κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68.



Σχήμα 4.78. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4.



Σχήμα 4.79. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο KGE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4.

Στο Σχήμα 4.73 φαίνεται η αξιολόγηση των προβλέψεων με βάση το μέτρο MAPE. Χειρότερες ως προς το συγκεκριμένο μέτρο προκύπτουν οι προβλέψεις των μεθόδων auto_SARIMA_s και ETS_s, καθώς και εκείνες όλων των μεθόδων μηχανικής μάθησης, με εξαίρεση ίσως την SVM_3. Παρατηρείται ότι οι προβλέψεις των SNaive και Holt προκύπτουν καλές ως προς το συγκεκριμένο μέτρο, αν και συνολικά αναμένεται να υστερούν ως προς την ακρίβεια ήδη από το Σχήμα 4.71. Ως προς το μέτρο RMSE (βλ. Σχήμα 4.74) παρατηρείται μια αρκετά ομοιόμορφη εικόνα. Χειρότερες με μικρή διαφορά είναι οι μέθοδοι SNaive, auto_SARIMA_s, ETS_s και RW. Παρατηρείται επίσης στο Σχήμα 4.75 η υπεροχή των μεθόδων auto_ARIMA_s και ETS_s με βάση το μέτρο rSD, η οποία είναι αναμενόμενη ήδη από το Σχήμα 4.68.

Σύμφωνα με το μέτρο NSE (βλ. Σχήμα 4.76), οι μέθοδοι SES και Theta, καθώς και όλες οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης δίνουν σχεδόν ισοδύναμες προβλέψεις με την χρήση της μέσης τιμής των παρατηρήσεων για τον συγκεκριμένο σκοπό. Επίσης, παρατηρείται ότι κάποιες διαφορές που τονίζονται από το μέτρο NSE παρουσιάζονται αμβλυμμένες από το RMSE (βλ. Σχήμα 4.74). Επιπρόσθετα, παρατηρείται στο Σχήμα 4.77 η τελείως διαφορετική εικόνα σε σχέση με τις παραπάνω στην Ενότητα 4.2.1 (βλ. Σχήμα 4.74 και Σχήμα 4.76) για την επίδοση των μεθόδων, σύμφωνα με την οποία οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης με εξαίρεση τις NN_3 και SVM_5 φαίνεται να έχουν την χειρότερη επίδοση.

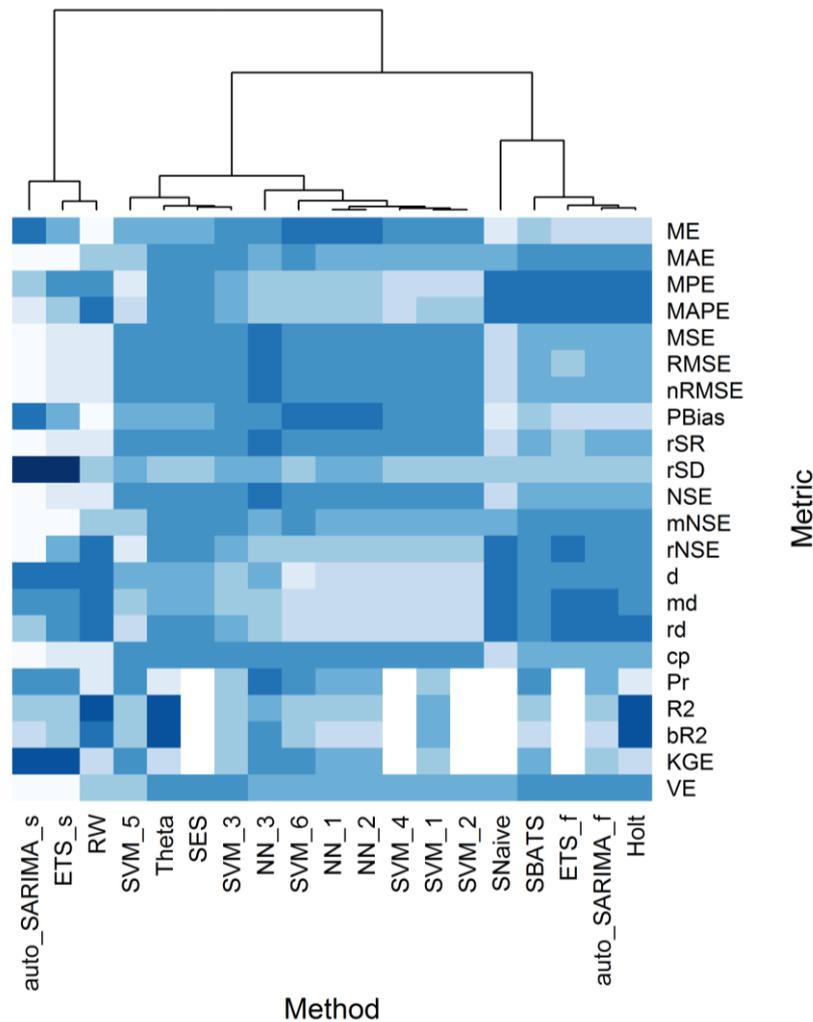
Παράλληλα, στο Σχήμα 4.78 επιβεβαιώνεται η εκτίμηση που γίνεται με βάση το Σχήμα 4.71 και το Σχήμα 4.72 για κακή επίδοση ως προς την συσχέτιση προβλεπόμενων τιμών και αντίστοιχων τιμών - στόχων. Όσον αφορά το μέτρο KGE, το οποίο παρέχει συναξιολόγηση ως προς την συσχέτιση και τον βαθμό συμφωνίας τόσο ανάμεσα στην μέση τιμή των προβλέψεων και την μέση τιμή των αντίστοιχων παρατηρήσεων όσο και ανάμεσα στις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις, στο Σχήμα 4.79 παρατηρείται η υπεροχή των μεθόδων `auto_SARIMA_s` και `ETS_s`.

Τέλος, στο Σχήμα 4.80 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς η θεώρηση των `auto_SARIMA_s`, `ETS_s` και `RW` ως μίας ανεξάρτητης ομάδας από τις υπόλοιπες μεθόδους, η οποία εμφανίζει την χειρότερη επίδοση με βάση όλα τα μέτρα που εξετάζουν την ακρίβεια, εκτός των `d`, `md` και `rd` στα οποία είναι η καλύτερη. Παράλληλα, οι `auto_SARIMA_s` και `ETS_s` υπερέχουν όλων των μεθόδων με βάση το μέτρο `rSD` (βλ. Σχήμα 4.75). Η ομάδα των υπολοίπων μεθόδων χωρίζεται σε δύο υποομάδες. Η καλύτερη σε επίδοση από αυτές περιλαμβάνει τις μεθόδους `SNaive`, `auto_SARIMA_f`, `SBATS`, `ETS_f` και `Holt`, που είναι καλές ως προς τα μέτρα `MAE`, `MPE`, `MAPE`, `mNSE`, `rNSE`, `d`, `md` και `rd`. Η τελευταία είναι ελάχιστα καλύτερη συνολικά της `auto_SARIMA_f`, `SBATS` και `ETS_f`, οι οποίες είναι ισοδύναμες και καλύτερες της `SNaive`.

Η δεύτερη σε επίδοση υποομάδα περιλαμβάνει όλες τις μεθόδους μηχανικής μάθησης, καθώς και τις μεθόδους `SES` και `Theta`. Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης υστερούν σημαντικά στα μέτρα `MPE`, `MAPE`, `d`, `md` και `rd`. Εξ αυτών η `NN_3` είναι η καλύτερη ως προς τα μέτρα που εξετάζουν την συσχέτιση, καθώς και ως προς τα `MSE`, `RMSE`, `nRMSE`, `rSR` και `NSE`.

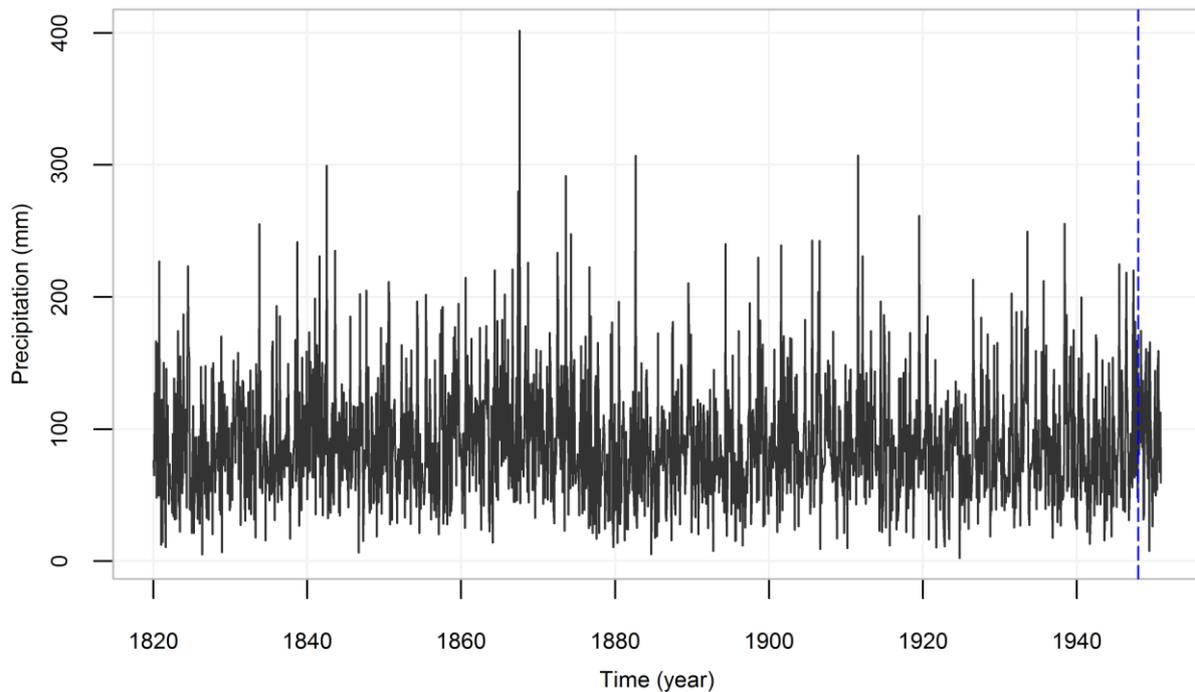
Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα `MSE`, `nRMSE` και `NSE`, όπως και τα `RMSE` και `rSR`.



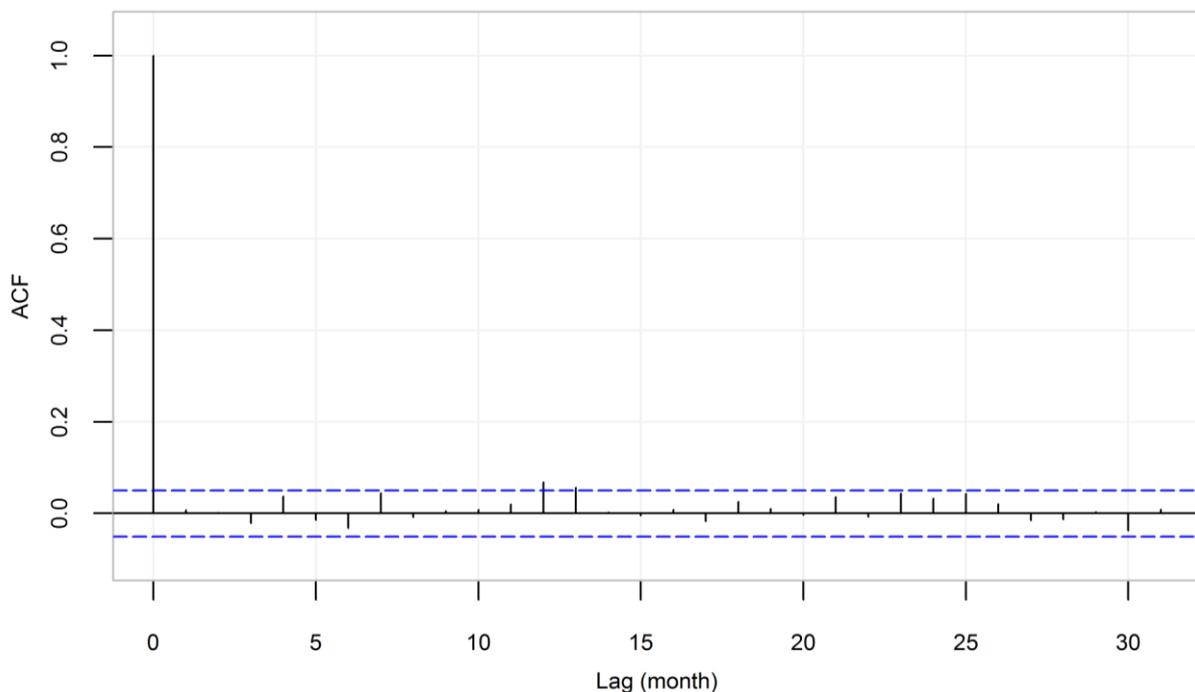
Σχήμα 4.80. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.68. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive, ETS_f, SES, SVM_2 και SVM_4 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

4.2.2 Εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης σε χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμισης (Περίπτωση 2)

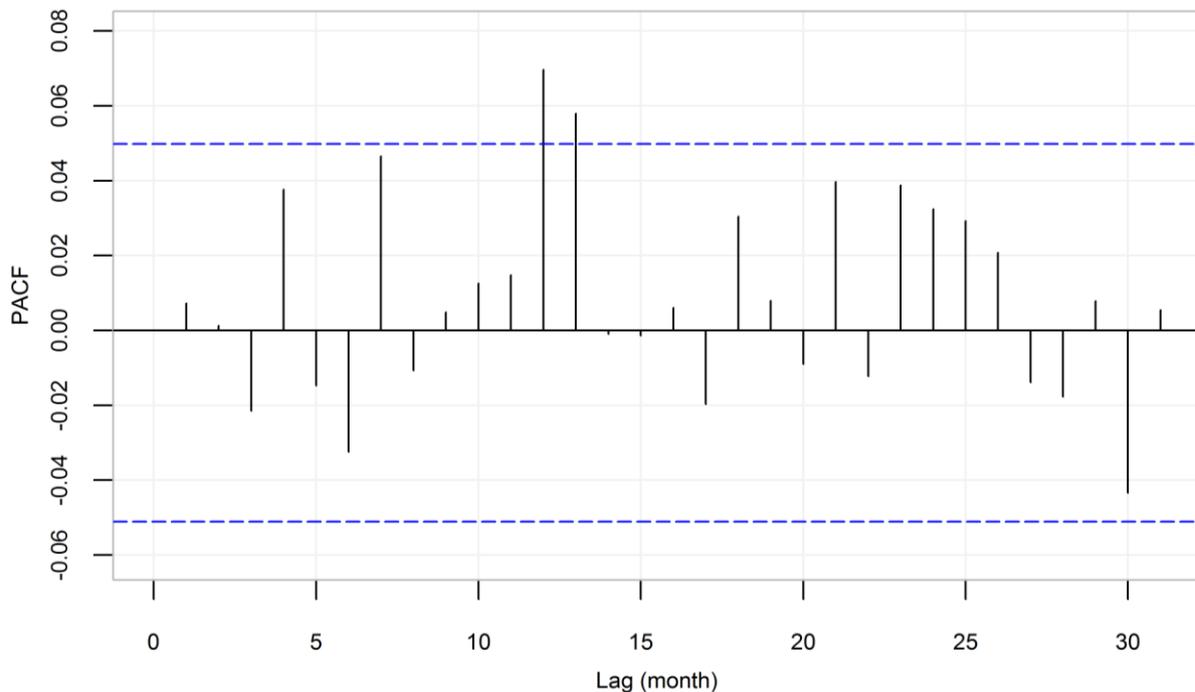
Οι μέθοδοι πρόβλεψης εφαρμόζονται στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Πρόκειται για χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμισης 1 572 παρατηρήσεων, για την οποία περισσότερα στοιχεία παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Παράλληλα, συντάσσονται το Σχήμα 4.82 και το Σχήμα 4.83 για την μελέτη της συμπεριφοράς της.



Σχήμα 4.81. Ιστορική χρονοσειρά μηνιαίας κατακρήμνισης 1572 παρατηρήσεων. Περισσότερα στοιχεία για την συγκεκριμένη παρουσιάζει ο Πίνακας 2.2. Η μπλε διακεκομμένη γραμμή χωρίζει την χρονοσειρά σε δύο τμήματα. Το πρώτο χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων και το δεύτερο ως χρονοσειρά - στόχος, δηλαδή ως αναφορά για την σύγκριση των προβλέψεων μεταξύ τους.



Σχήμα 4.82. Δειγματική ACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

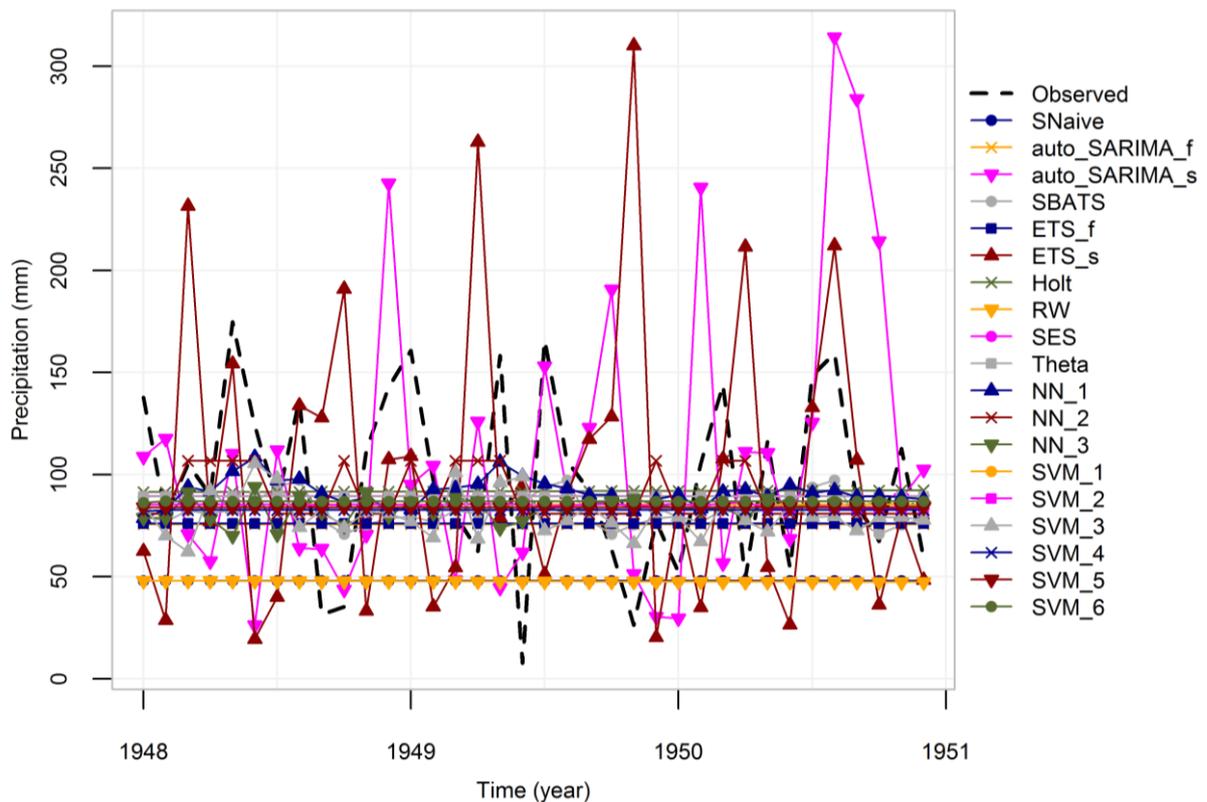


Σχήμα 4.83. Δειγματική PACF της συνθετικής χρονοσειράς που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Με μπλε διακεκομμένη γραμμή συμβολίζονται τα όρια για τη στατιστική σημαντικότητα 95%.

Παρατηρείται ότι η δειγματική ACF (βλ. Σχήμα 4.82) εμφανίζει μία στατιστικά σημαντική τιμή για χρονική υστέρηση ίση με 12 μήνες, ενώ η δειγματική PACF (βλ. Σχήμα 4.83) εμφανίζει δύο στατιστικά σημαντικές τιμές για χρονικές υστερήσεις ίσες με 12 και 13 μήνες. Και στις δύο περιπτώσεις οι εκτιμημένες τιμές είναι πολύ μικρές.

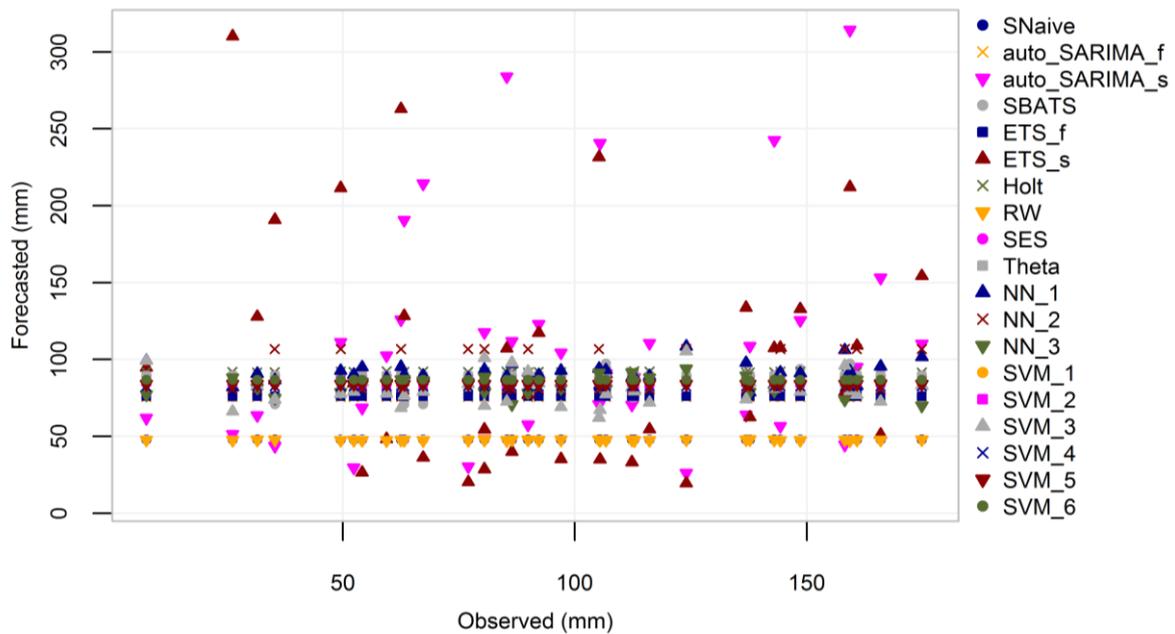
Από την εφαρμογή των μεθόδων πρόβλεψης στην εν λόγω χρονοσειρά προκύπτουν οι χρονοσειρές των προβλέψεων, οι οποίες καταρχάς οπτικοποιούνται σε σχέση με την παρατηρημένη (βλ. Σχήμα 4.84). Από την συγκεκριμένη οπτικοποίηση μπορεί κανείς να σχηματίσει μια ποιοτική εικόνα για την επίδοση των μεθόδων. Όσον αφορά τον βαθμό συμφωνίας της τυπικής απόκλισης των προβλέψεων με την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων παρατηρήσεων, παρατηρείται ότι η συνολική εικόνα είναι κακή. Συγκεκριμένα, οι προβλεπόμενες τιμές των μεθόδων `auto_SARIMA_s` και `ETS_s` φαίνεται πως έχουν μεγαλύτερη τυπική απόκλιση από την αντίστοιχη των πραγματοποιημένων τιμών, ενώ μικρότερες από την τελευταία αναμένεται πως είναι οι τυπικές αποκλίσεις για τις προβλέψεις που προκύπτουν από τις υπόλοιπες μεθόδους. Σχετικά με την μέση τιμή των παρατηρήσεων, μακρινότερες από αυτήν φαίνεται πως είναι οι μέσες τιμές των προβλεπόμενων τιμών που δίνουν οι μέθοδοι `SNaive`, `auto_SARIMA_s`, `ETS_s` και `RW`. Παράλληλα, οι ίδιες προβλέψεις αναμένεται να προκύψουν χειρότερες ως προς την ακρίβεια με βάση τα περισσότερα μέτρα που την χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση

ως προς το εν λόγω κριτήριο, ενώ όσον αφορά την συσχέτιση ανάμεσα σε προβλεπόμενες και αντίστοιχες παρατηρούμενες τιμές η γενική εικόνα είναι κακή.



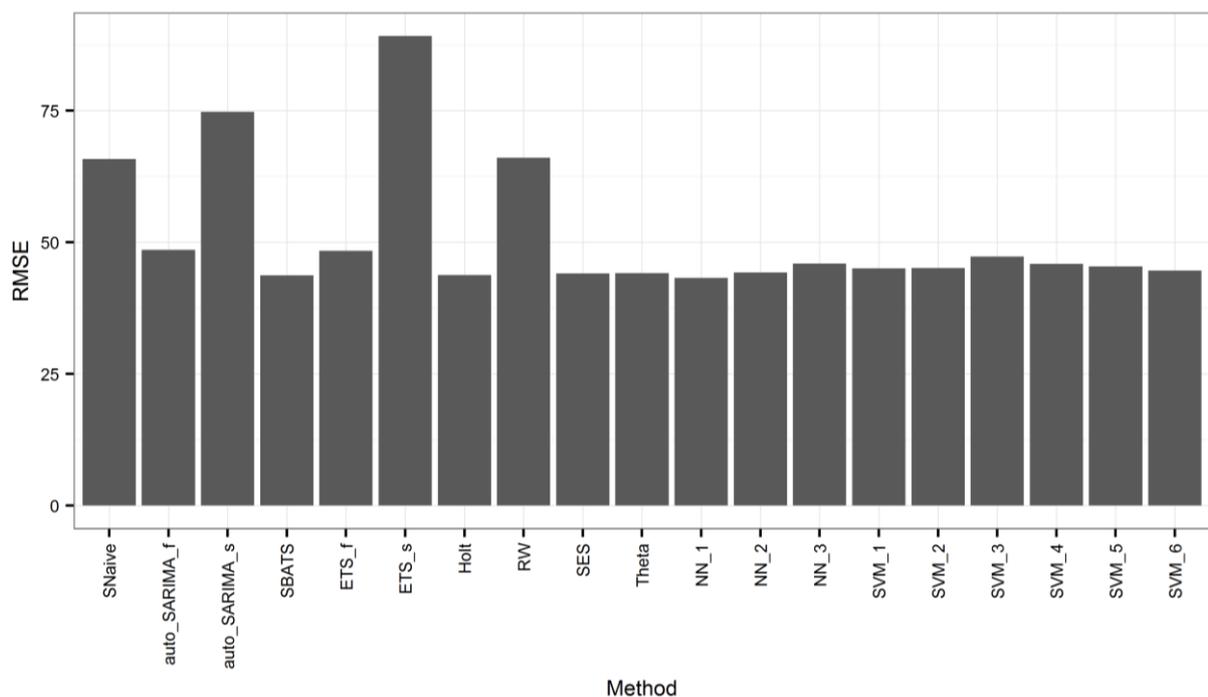
Σχήμα 4.84. Χρονοσειρές πρόβλεψης που προκύπτουν κατά την εφαρμογή των μεθόδων στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81 σε σχέση με την παρατηρούμενη χρονοσειρά.

Καταρτίζεται επίσης διάγραμμα συσχέτισης των προβλεπόμενων τιμών με τις αντίστοιχες τους τιμές - στόχους (βλ. Σχήμα 4.85), το οποίο φανερώνει μάλλον μικρή συσχέτιση των προβλέψεων και των τους αντίστοιχων παρατηρήσεων για το σύνολο των μεθόδων.

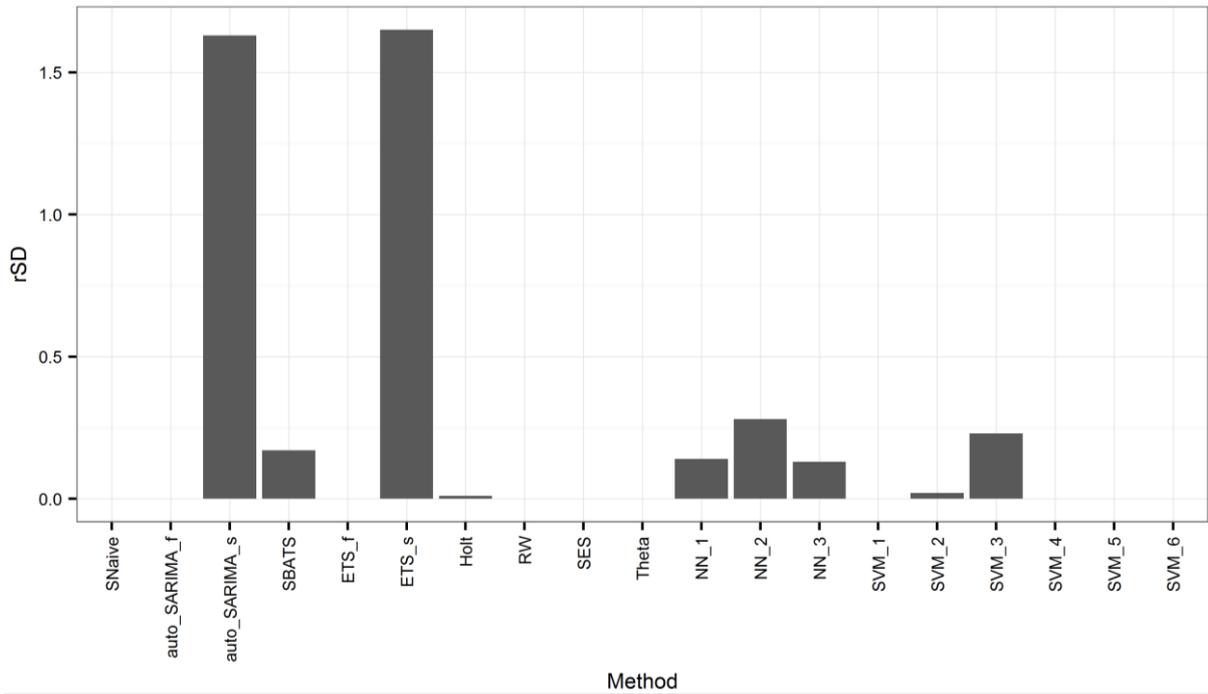


Σχήμα 4.85. Προβλεπόμενες τιμές σε σχέση με τις παρατηρούμενες κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.

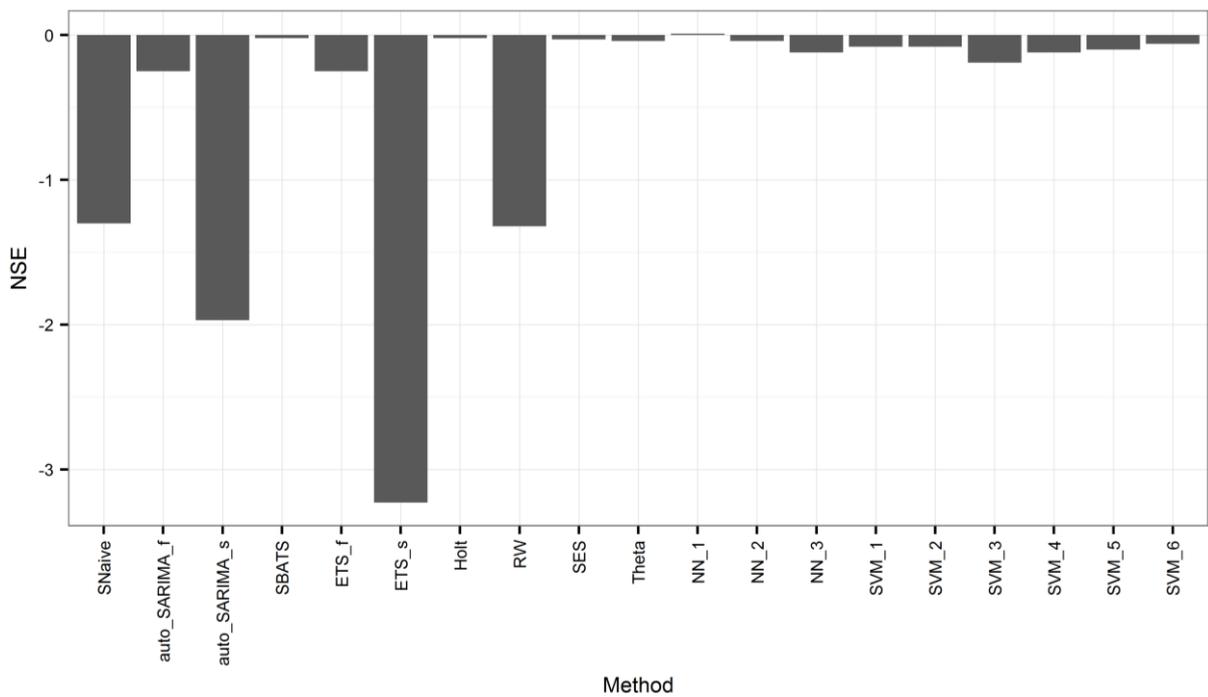
Ακολουθεί ο υπολογισμός των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα και η κατάρτιση ραβδογραμμάτων που διευκολύνουν την σύγκριση ανάμεσα στις μεθόδους, όπως αυτά που δείχνονται στο Σχήμα 4.86 έως το Σχήμα 4.89.



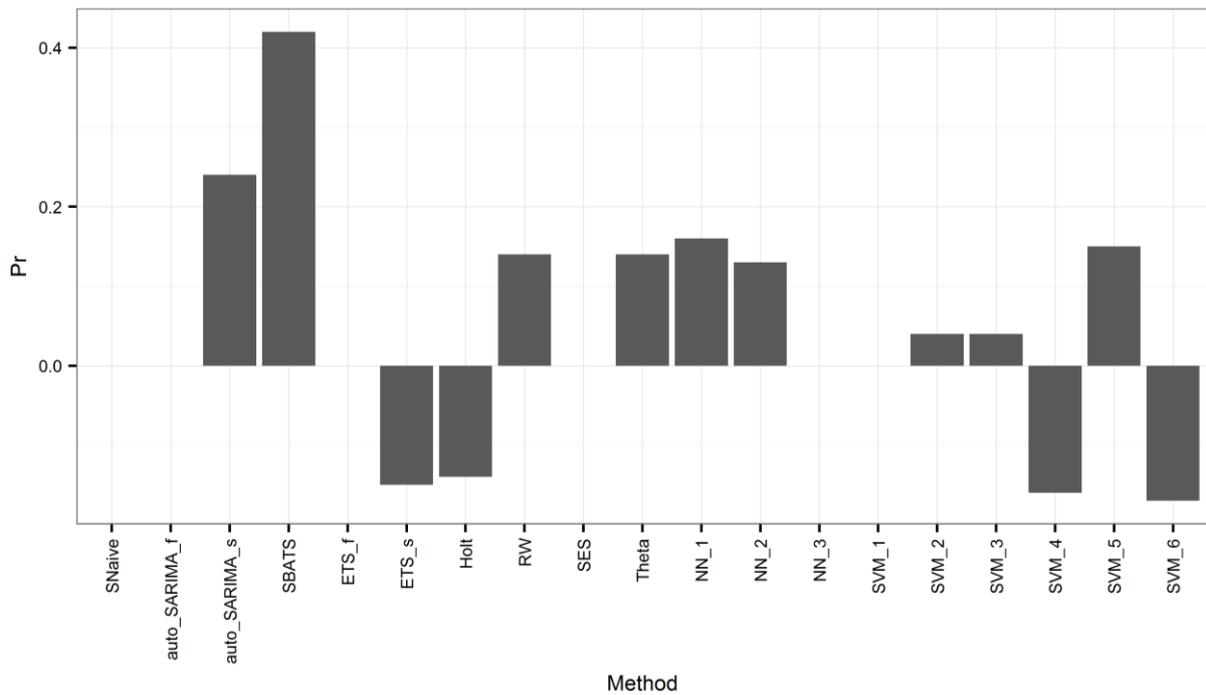
Σχήμα 4.86. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο RMSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.



Σχήμα 4.87. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.



Σχήμα 4.88. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81.

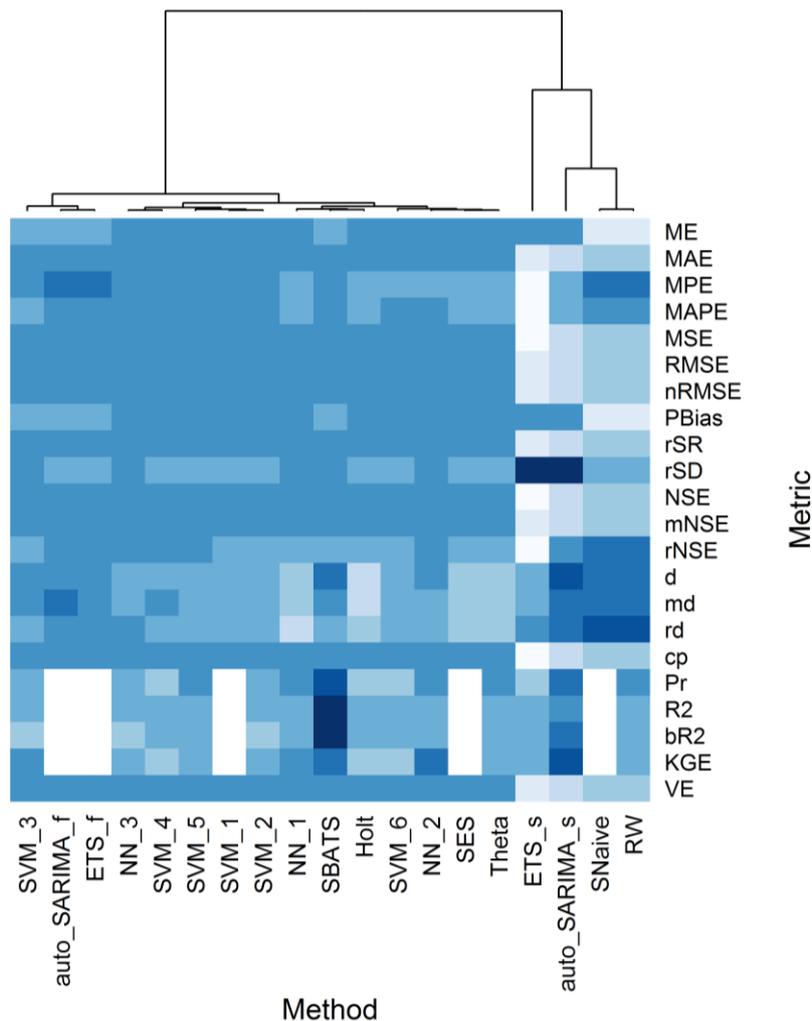


Σχήμα 4.89. Ραβδόγραμμα των τιμών που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων πάνω στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους SNaive, auto_SARIMA_f, ETS_f, SES, NN_3 και SVM_1.

Όσον αφορά το μέτρο RMSE, στο Σχήμα 4.86 παρατηρείται ότι οι μέθοδοι SNaive, auto_SARIMA_s, ETS_s και RW υστερούν σε σχέση με τις υπόλοιπες που είναι ισοδύναμες μεταξύ τους. Το συγκεκριμένο γεγονός είναι ήδη αναμενόμενο από το Σχήμα 4.84, καθώς και από το Σχήμα 4.85. Παράλληλα, στο Σχήμα 4.87 παρατηρείται η κακή επίδοση του συνόλου των μεθόδων ως προς το μέτρο rSD, γεγονός αναμενόμενο ήδη από το Σχήμα 4.84 και το Σχήμα 4.85.

Σχετικά με το μέτρο NSE, παρατηρώντας κάποιος το Σχήμα 4.87 οδηγείται στην ίδια κατάταξη των μεθόδων ως προς την ακρίβεια των προβλέψεων που δίνουν με αυτήν που θα έκανε με βάση το μέτρο RMSE. Επιπρόσθετα, προκύπτει ότι οι μέθοδοι SBATS, Holt, SES, Theta, NN_1, NN_2, NN_3, SVM_1, SVM_2, SVM_3, SVM_4, SVM_5 και SVM_6 δίνουν το ίδιο καλές προβλέψεις με την χρήση της μέσης τιμής των παρατηρήσεων για τον συγκεκριμένο σκοπό, ενώ οι auto_SARIMA_f και ETS_f ελαφρώς χειρότερες. Επίσης, στο Σχήμα 4.89 φαίνεται η επίδοση των μεθόδων ως προς το μέτρο Pr, με βάση το οποίο υπερέχει η μέθοδος SBATS.

Τέλος, στο Σχήμα 4.90 φαίνεται η συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοσή τους με βάση τις τιμές που λαμβάνουν τα διάφορα μέτρα κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Επίσης, φαίνεται η ομαδοποίηση που γίνεται.



Σχήμα 4.90. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με τις συνθήκες που αναγράφει ο Πίνακας 2.6. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο καλύτερες οι προβλέψεις. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive, auto_SARIMA_f, ETS_f, SES και SVM_1 δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος ομαδοποίησης των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.

Με βάση την εν λόγω συναξιολόγηση, παρατηρείται καταρχάς ότι οι μέθοδοι SNaive, auto_SARIMA_s, ETS_s και RW συναποτελούν μια ομάδα ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες μεθόδους. Η συγκεκριμένη ομάδα εμφανίζει περισσότερο ανομοιόμορφη εικόνα ως προς την επίδοση της στα διάφορα μέτρα. Η μέθοδος SNaive είναι ισοδύναμη της RW ως προς όλα τα μέτρα που υπολογίζονται για την πρώτη. Η auto_SARIMA_s είναι καλύτερη των μεθόδων αυτών και της ETS_s. Οι auto_SARIMA_s και ETS_s είναι ισοδύναμες μεταξύ τους και καλύτερες των υπολοίπων μεθόδων της ομάδας ως προς τα μέτρα ME και PBias, ενώ είναι καλύτερες του συνόλου των μεθόδων με βάση το μέτρο rSD. Σε όρους MPE, MAPE,

d, md και rd υστερούν σε σχέση με τις SNaive και RW. Στη δεύτερη ομάδα, που είναι η καλύτερη, παρουσιάζοντας μια αρκετά ομαλή εικόνα, ανήκουν όλες οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης. Καλύτερη μέθοδος συνολικά προκύπτει η SBATS, η οποία όμως παρουσιάζει λιγότερο καλή επίδοση από άλλες ως προς ορισμένα μέτρα.

Γενικώς, δεν υπάρχει μέθοδος που να είναι ομοιόμορφα καλύτερη ή χειρότερη από τις υπόλοιπες σε επίδοση. Όσον αφορά την χρήση των μέτρων για την συναξιολόγηση των μεθόδων πρόβλεψης κατά την εφαρμογή τους στην ιστορική χρονοσειρά που φαίνεται στο Σχήμα 4.81, μέτρα που δίνουν ακριβώς την ίδια πληροφορία είναι τα MAE, RMSE, nRMSE, rSR, mNSE και VE.

4.3 Σύνοψη αποτελεσμάτων εμπειρικής σύγκρισης

Στις Ενότητες 4.1 και 4.2 γίνεται σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης πάνω σε 8 ιστορικές χρονοσειρές, για τις οποίες ο Πίνακας 2.2 συγκεντρώνει περισσότερα στοιχεία. Στην Ενότητα 4.3 συνοψίζονται τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης σύγκρισης και δίνεται απάντηση στα σχετικά με αυτήν ερωτήματα της Ενότητας 1.3.3.

Παρατηρείται ότι τα βασικά συμπεράσματα από την θεωρητική σύγκριση των μεθόδων πρόβλεψης ενισχύονται από την εφαρμογή των μεθόδων στις διαφορετικές περιπτώσεις ιστορικών χρονοσειρών. Συγκεκριμένα, φαίνεται σε καθεμία από αυτές ότι γενικώς δεν υπάρχουν μέθοδοι το ίδιο καλές ή κακές σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς το σύνολο των μέτρων, ενώ επίσης φαίνεται ότι περισσότερο εξεζητημένες μέθοδοι δεν δίνουν κατ' ανάγκην καλύτερες προβλέψεις από απλούστερες μεθόδους. Επισημαίνεται ότι οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης δεν διαφέρουν από τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους στα όσα αναφέρονται.

Παρατηρείται, ειδικότερα, ότι στις πρώτες και στις τελευταίες θέσεις όσον αφορά την συνολική επίδοση μπορούν να βρεθούν τόσο κλασικές στοχαστικές μέθοδοι όσο και μέθοδοι μηχανικής μάθησης. Ακόμη, οι μέθοδοι Naive και SNaive εμφανίζουν συγκρίσιμη ή σε ορισμένες περιπτώσεις και καλύτερη επίδοση από κάποιες μεθόδους, οι οποίες μπορεί να ανήκουν και στην κατηγορία της μηχανικής μάθησης. Το συγκεκριμένο συμβαίνει για όλες τις μεθόδους μηχανικής μάθησης με εξαίρεση την NN_3 στην περίπτωση που εξετάζεται στην Ενότητα 4.1.5. Επιπρόσθετα, συμβαίνει στην σύγκριση της Ενότητας 4.1.4, όπου η επίδοση των μεθόδων μηχανικής μάθησης με εξαίρεση την NN_2 και την NN_3 είναι κακή και συγκρίσιμη με αυτήν της μεθόδου ETS_s. Η τελευταία εμφανίζει γενικά κακή επίδοση με εξαίρεση την σύγκριση που διεξάγεται στην Ενότητα

4.1.6, η οποία παρουσιάζει επίσης ενδιαφέρον, καθώς είναι μία λιγότερο πιθανή περίπτωση, σύμφωνα με τα όσα αναμένονται από την θεωρητική σύγκριση που διεξάγεται στο 3^ο Κεφάλαιο.

Μία γενική κατάταξη των μεθόδων δεν είναι εφικτή με βάση τα αποτελέσματα της εμπειρικής σύγκρισης που διεξάγεται, ούτε και κάποια ομαδοποίηση τους. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι τα αποτελέσματα των συγκρίσεων διαφέρουν πολύ από την μία εξεταζόμενη περίπτωση χρονοσειράς στην άλλη. Όσον αφορά το συμπέρασμα του 3^{ου} Κεφαλαίου για κακή συσχέτιση ανάμεσα στις προβλεπόμενες τιμές από τις διάφορες μεθόδους και στις αντίστοιχες τους παρατηρήσεις, αυτό επιβεβαιώνεται σε όλες τις μελέτες περίπτωσης που γίνονται στο 4^ο Κεφάλαιο. Επίσης, επιβεβαιώνεται το γεγονός ότι οι μέθοδοι πρόβλεψης αδυνατούν να προβλέψουν ακραίες παρατηρούμενες τιμές.

Τα όσα αναφέρονται παραπάνω αναδεικνύουν την σημασία της θεωρητικής σύγκρισης του 3^{ου} Κεφαλαίου για το γεγονός ότι αυτή μπορεί να οδηγήσει σε γενικά συμπεράσματα μέσω της ποσοτικοποίησης που παρέχει για την αναμενόμενη επίδοση των μεθόδων πρόβλεψης ως προς τα διάφορα μέτρα, ενώ επίσης φανερώνουν ότι η σύγκριση σε μικρό (μονοψήφιο) αριθμό περιπτώσεων δεν μπορεί να προσφέρει γενίκευση και απάντηση στα όσα ερωτήματα προϋποθέτουν την συγκεκριμένη. Ωστόσο, η μικρής κλίμακας εμπειρική σύγκριση που γίνεται στο 4^ο Κεφάλαιο τονίζει επιμέρους σημεία του θέματος, τα οποία έχει περισσότερο ενδιαφέρον όταν δείχνονται χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα, ενώ ενισχύει ακόμη τα συμπεράσματα της θεωρητικής σύγκρισης που προηγείται. Παράλληλα, μέσω τέτοιων μελετών περίπτωσης διευκολύνεται η κατανόηση των μεθόδων και των μέτρων που χρησιμοποιούνται στις συγκρίσεις. Κάποιος που χρησιμοποιεί συγχρόνως τα αποτελέσματα του 3^{ου} Κεφαλαίου και του 4^{ου} Κεφαλαίου έχει μια περισσότερο ολοκληρωμένη εικόνα από αυτόν που χρησιμοποιεί μόνο τα αποτελέσματα του 3^{ου} Κεφαλαίου, ενώ κάποιος που χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα των επιμέρους περιπτώσεων του 4^{ου} Κεφαλαίου σίγουρα θα πρέπει να το κάνει με επιφύλαξη.

Η χρήση αρκετών μεθόδων και μέτρων αποδεικνύεται καθοριστική και στις περιπτώσεις των μελετών περίπτωσης. Λιγότερες μέθοδοι και λιγότερα μέτρα, ιδίως στην περίπτωση που τα τελευταία θα αντιστοιχούσαν σε λιγότερα κριτήρια, θα οδηγούσαν σε πολύ διαφορετική συνολική εικόνα σε καθένα από τα υπολογιστικά πειράματα που γίνονται και στο 4^ο Κεφάλαιο.

5. Συνεισφορά της εργασίας

Στο πλαίσιο της εργασίας διενεργείται μία μεγάλης κλίμακας θεωρητική σύγκριση κλασικών στοχαστικών μεθόδων και μεθόδων μηχανικής μάθησης στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς υδρολογικών διεργασιών χρησιμοποιώντας συνθετικές χρονοσειρές, η οποία συνοδεύεται από εμπειρική σύγκριση μικρής κλίμακας. Η σύγκριση μεθόδων πρόβλεψης υδρολογικών διεργασιών γίνεται στην επιστημονική βιβλιογραφία μόνο σε μελέτες περίπτωσης. Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η διατύπωση γενικών συμπερασμάτων επί του θέματος, τα οποία αποτελούν την βασική επιστημονική συνεισφορά της.

Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται συνολικά 19 κλασικές στοχαστικές μέθοδοι και 9 μέθοδοι μηχανικής μάθησης. Οι έξι από τις τελευταίες κατασκευάζονται βάσει ενός αλγορίθμου Support Vector Machines (SVM) και οι υπόλοιπες τρεις βάσει ενός αλγορίθμου Νευρωνικών Δικτύων - Neural Networks (NN). Πραγματοποιούνται 20 πειράματα προσομοίωσης, καθένα από τα οποία χρησιμοποιεί ως δεδομένα για την εφαρμογή των μεθόδων 2 000 χρονοσειρές που παράγονται με βάση ένα, κάθε φορά διαφορετικό, μοντέλο στοχαστικής ανέλιξης από τις κύριες κατηγορίες Autoregressive Moving Average (ARMA), Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA) και Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA). Συμπληρωματικά πραγματοποιούνται 8 υπολογιστικά πειράματα, τα οποία χρησιμοποιούν από μία ιστορική χρονοσειρά. Οι εκάστοτε χρονοσειρές χωρίζονται σε δύο τμήματα. Το πρώτο τμήμα χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μοντέλων, τα οποία στην συνέχεια διενεργούν προβλέψεις που αντιστοιχούν στο δεύτερο τμήμα, ενώ το τελευταίο χρησιμοποιείται ως χρονοσειρά - στόχος για την αξιολόγηση της ποιότητας των παραγόμενων προβλέψεων. Η συναξιολόγηση των μεθόδων γίνεται με βάση 22 μέτρα που ποσοτικοποιούν την επίδοση των μεθόδων ως προς ορισμένα κριτήρια.

Η παρούσα εργασία εστιάζει στην πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών, ωστόσο η μεθοδολογία που ακολουθείται είναι γενικού επιστημονικού ενδιαφέροντος, όπως και τα συμπεράσματα που εξάγονται. Τα συγκεκριμένα πραγματεύεται η Ενότητα 5.1. Τονίζεται επίσης ότι τα αποτελέσματα δεν αφορούν μόνο ετήσιες και μηνιαίες κλίμακες παρατήρησης, αλλά όλες τις δυνατές χρονικές κλίμακες. Πέραν των συμπερασμάτων που συνεισφέρει η εργασία, διατυπώνονται οι περιορισμοί που συνοδεύουν την υλοποίηση

της στην Ενότητα 5.2, καθώς και ορισμένες προτάσεις για περαιτέρω διερεύνηση του θέματος. Οι τελευταίες αποτελούν το αντικείμενο της Ενότητας 5.3.

5.1 Συμπεράσματα

Προκύπτει ότι γενικώς δεν υπάρχουν μέθοδοι το ίδιο καλές ή κακές σε σχέση με τις υπόλοιπες ως προς το σύνολο των μέτρων, με αποτέλεσμα η συνολική εικόνα να είναι μάλλον ομοιόμορφη. Το συγκεκριμένο γεγονός είναι ιδιαίτερος σημαντικό, καθώς φανερώνει ότι η ποιότητα των σημειακών προβλέψεων υπόκειται σε ορισμένους περιορισμούς.

Παρά ταύτα, υπάρχουν μέθοδοι που είναι σταθερά καλύτερες ή χειρότερες από άλλες ως προς συγκεκριμένα μέτρα, χωρίς ωστόσο αυτό να ισχύει για όλες τις μεθόδους. Το εν λόγω γεγονός ίσως να οφείλεται σε κάποιες θεωρητικές ιδιότητες οι οποίες χαρακτηρίζουν τις διάφορες μεθόδους ήδη από την κατασκευή τους και τις κάνουν να παρουσιάζουν ορισμένες καλές ή κακές συμπεριφορές αναμενόμενα στις διάφορες στοχαστικές ανελίξεις.

Σημαντικό είναι και το εξαγόμενο ότι μέθοδοι περισσότερο εξεζητημένες δεν δίνουν κατ' ανάγκη καλύτερες προβλέψεις από απλούστερες μεθόδους. Ακόμη, προκύπτει ότι η εικόνα μπορεί να διαφέρει αρκετά από μέθοδο σε μέθοδο. Ωστόσο, υπάρχουν μέθοδοι με σταθερά παρόμοια ή διαφορετική επίδοση ως προς ορισμένα μέτρα. Έτσι, παρότι μία γενική κατάταξη των μεθόδων δεν είναι εφικτή, εφικτή είναι μια καταρχήν κατηγοριοποίηση τους με βάση την παρόμοια επίδοση στα διάφορα μέτρα. Η εν λόγω κατηγοριοποίηση μπορεί να εξαρτάται και από την στοχαστική ανέλιξη.

Οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης φαίνεται να μην διαφέρουν από τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους ως προς τα όσα διατυπώνονται παραπάνω. Φαίνεται, δηλαδή, πως οι δύο μεγάλες κατηγορίες μεθόδων υπόκεινται στους ίδιους περιορισμούς έχοντας μάλλον ίσες ευκαιρίες να είναι καλές ως προς συγκεκριμένα κριτήρια, ενώ η εν λόγω καλή επίδοση συνοδεύεται και στην περίπτωση τους από χειρότερη επίδοση σε σχέση με το σύνολο των μεθόδων ως προς άλλα μέτρα, τουλάχιστον ένα κάθε φορά. Επίσης, φαίνεται ότι μπορούν να συμμετέχουν στην ίδια κατηγοριοποίηση με τις κλασικές στοχαστικές μεθόδους. Επιπρόσθετα, δεν είναι κατ' ανάγκη καλύτερες από απλούστερες μεθόδους.

Προκύπτει ακόμη ότι οι διάφορες μέθοδοι SVM διαφέρουν μεταξύ τους λιγότερο από ό,τι κλασικές στοχαστικές μέθοδοι ή μέθοδοι NN που βασίζονται στον ίδιο αλγόριθμο. Παράλληλα, παρατηρείται ότι οι αλγόριθμοι μηχανικής μάθησης προσφέρουν εν δυνάμει

καλή επίδοση ως προς την ακρίβεια σε σχέση άλλες κατηγορίες μεθόδων. Πολλές είναι οι μέθοδοι SVM που συμπεριλαμβάνονται σε εκείνες με την καλύτερη επίδοση για καθένα από τα περισσότερα υπολογιστικά πειράματα που εκτελούνται, ενώ το ίδιο ισχύει και για την μία από τις τρεις μεθόδους NN. Το συγκεκριμένο γεγονός φανερώνει επίσης ότι ο χρησιμοποιούμενος στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας αλγόριθμος SVM επηρεάζει καθοριστικά την επίδοση των μεθόδων ως προς την ακρίβεια, σε αντίθεση με τον αντίστοιχο αλγόριθμο NN, ο οποίος φαίνεται ότι αναμενόμενα υποστηρίζει προβλέψεις είτε σε μεγάλο βαθμό ακριβείς είτε με τυπική απόκλιση σε μεγάλο βαθμό σύμφωνη με την τυπική απόκλιση των αντίστοιχων παρατηρήσεων. Η ποιότητα των προβλέψεων σύμφωνα με καθένα από τα εν λόγω κριτήρια φαίνεται να εξαρτάται περισσότερο από τον τρόπο επιλογής των χρονικών υστερήσεων βάσει των οποίων κατασκευάζεται ο πίνακας των διανυσμάτων που υποστηρίζουν την παλινδρόμηση.

Η επίδοση μιας μεθόδου πρόβλεψης ενδεχομένως να διαφέρει σε μεγάλο βαθμό κατά την εφαρμογή σε δύο διαφορετικές χρονοσειρές. Οι εν λόγω διαφορές εξαρτώνται τόσο από την μέθοδο όσο και από τα δεδομένα. Φαίνεται πως οι λιγότερο ακριβείς μέθοδοι εμφανίζουν παράλληλα και μικρότερη σταθερότητα ως προς την ποιότητα των προβλέψεων που παράγουν με βάση τα περισσότερα μέτρα, ενώ υπάρχουν μέθοδοι οι οποίες δίνουν σπάνιες αλλά εξαιρετικά άστοχες έκτροπες προβλέψεις με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα μία μέθοδο της κατηγορίας των NN.

Επίσης, φαίνεται πως οι λιγότερο ακριβείς μέθοδοι εμφανίζουν αναμενόμενα και μεγαλύτερα εύρη τιμών από τα αντίστοιχα πραγματικά. Αντίθετα, οι μέθοδοι που παράγουν ακριβέστερες προβλέψεις έχουν την τάση να δίνουν μικρότερα εύρη τιμών από τα πραγματικά, ενώ στις περιπτώσεις των στοχαστικών ανεξίτητων ARFIMA και ARIMA τα εύρη τιμών που δίνουν αναμενόμενα όλες οι μέθοδοι είναι περισσότερο κοντινά μεταξύ τους και με τα αντίστοιχα πραγματικά. Τέλος, όλες οι μέθοδοι πρόβλεψης αδυνατούν να προβλέψουν ακραίες παρατηρούμενες τιμές.

Τα ανωτέρω γενικά συμπεράσματα αναδεικνύουν την σημασία της θεωρητικής σύγκρισης που διενεργεί η παρούσα εργασία. Παράλληλα, η μικρής κλίμακας εμπειρική σύγκριση τονίζει επιμέρους σημεία του θέματος, τα οποία έχει περισσότερο ενδιαφέρον όταν δείχνονται χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα, ενώ ενισχύει ακόμη τα συμπεράσματα της θεωρητικής σύγκρισης που προηγείται. Κάποιος που χρησιμοποιεί συγχρόνως τα αποτελέσματα και των δύο περιπτώσεων σύγκρισης έχει μια περισσότερο ολοκληρωμένη εικόνα από αυτόν που χρησιμοποιεί μόνο τα αποτελέσματα της

θεωρητικής σύγκρισης, ενώ κάποιος που χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα των επιμέρους περιπτώσεων της εμπειρικής σύγκρισης σίγουρα θα πρέπει να το κάνει με επιφύλαξη.

Παράλληλα με την χρήση προσομοιούμενων στοχαστικών ανελίξεων, σημαντικό σημείο στην παρούσα εργασία αποδεικνύεται η χρήση αρκετών μεθόδων και μέτρων. Λιγότερες μέθοδοι και λιγότερα μέτρα θα οδηγούσαν σε πολύ διαφορετική συνολική εικόνα. Άλλωστε, η σύγκριση είναι αναμφισβήτητα ο αντικειμενικότερος τρόπος αξιολόγησης και όσο μεγαλύτερη είναι η κλίμακα στην οποία διενεργείται τόσο γενικότερα τα συμπεράσματα που προκύπτουν. Για τον λόγο αυτό η μεθοδολογία που ακολουθείται θεωρείται καταλληλότερη για αξιολόγηση οποιασδήποτε νέας μεθόδου σημειακής πρόβλεψης από την χρήση μίας ή λίγων μεθόδων αναφοράς και την χρήση ενός ή λίγων μέτρων όπως είθισται. Γεγονός ακόμη είναι πως η εν λόγω μεθοδολογία προσφέρει στον χρήστη των προβλέψεων σε μεγάλο βαθμό τη δυνατότητα να έρθει σε επαφή και να αξιολογήσει ο ίδιος τον κίνδυνο αποτυχίας, καθώς και τις ευκαιρίες που υπάρχουν για επιτυχία των προβλέψεων που υιοθετεί.

Όσον αφορά τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων, η συγκεκριμένη μεθοδολογία τα αναδεικνύει σε μεγαλύτερο βαθμό. Για παράδειγμα, όπως αναφέρεται παραπάνω, υπάρχουν μέθοδοι που υπερτερούν ή υστερούν σταθερά όσον αφορά ορισμένα κριτήρια, κυρίως την ακρίβεια ή την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Το συγκεκριμένο γεγονός είναι ιδιαίτερος σημαντικός, διότι αναλόγως με την χρήση μιας μεθόδου διαφέρουν και τα κριτήρια ποιότητας που ενδιαφέρουν περισσότερο, οπότε διαφέρουν και τα χρησιμοποιούμενα μέτρα. Άλλα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που φανερώνονται μπορεί να αφορούν την σταθερότητα που εμφανίζουν ή όχι ορισμένες μέθοδοι πρόβλεψης ως προς την ποιότητα των προβλέψεων που παράγουν, την υπεροχή τους ή μη σε σχέση με απλούστερες μεθόδους, κ.ά.

Σημειώνεται πως τα κριτήρια πέραν της ακρίβειας που τίθενται στην παρούσα εργασία είναι επίσης ιδιαίτερος σημαντικά. Παρότι η ακρίβεια είναι το μόνο χρησιμοποιούμενο κριτήριο σε πολλές σχετικές εργασίες, η αμεροληψία ως προς την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, όπως και η συσχέτιση είναι κριτήρια που θα πρέπει να συνεξετάζονται, καθώς σχετίζονται εξίσου ή και περισσότερο με την κατανόηση της συμπεριφοράς των διεργασιών ενδιαφέροντος. Άλλωστε, η ακριβέστερη δυνατή πρόβλεψη (μηδενικά σφάλματα) θα σήμαινε την τέλεια επίδοση και ως προς τα υπόλοιπα κριτήρια που θα μπορούσαν να τεθούν. Σημειώνεται πως στην περίπτωση που το

ενδιαφέρον επικεντρώνεται σε μοναδική μελλοντική χρονική στιγμή (βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη), τότε όλοι οι δυνατοί έλεγχοι συνοψίζονται στον έλεγχο της ακρίβειας.

Οι ευθύγραμμες ή σχεδόν ευθύγραμμες προβλέψεις στοχεύουν ουσιαστικά να βρουν τη διάμεση ευθεία των αντίστοιχων παρατηρήσεων, καθώς έτσι επιτυγχάνεται η μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια στην περίπτωση τους. Τελικά, προκύπτει ότι οι μέθοδοι αυτές διαφέρουν σε μικρό βαθμό μεταξύ τους ως προς το συγκεκριμένο κριτήριο, ενώ διαφέρουν πολύ σε σχέση με εκείνες που πετυχαίνουν καλύτερη επίδοση όσον αφορά την αμεροληψία ως προς την τυπική απόκλιση. Η μέθοδος Naive που είναι η απλούστερη μέθοδος που υιοθετήθηκε στην παρούσα εργασία αναμένεται να δίνει προβλέψεις που στον μέσο όρο τους θα πλησιάζουν τον μέσο όρο των χρονοσειρών λόγω εργοδικότητας.

Σχετικά με τα διάφορα μέτρα που χρησιμοποιούνται, αυτά δίνουν διαφορετική πληροφορία το καθένα όσον αφορά την τελική κατάταξη των μεθόδων με εξαίρεση συγκεκριμένα μέτρα που δίνουν συχνά ακριβώς την ίδια πληροφορία. Αυτά κυρίως είναι το ζεύγος $nRMSE$ και rSR . Το συγκεκριμένο συμπέρασμα είναι σημαντικό για την κατανόηση των ίδιων των μέτρων ως εργαλείου για την αξιολόγηση των διάφορων μεθόδων. Άλλο σημαντικό σχετικό συμπέρασμα που απορρέει από την παρούσα εργασία είναι ότι ορισμένα από τα μέτρα είναι περισσότερο δύσχρηστα από τα υπόλοιπα. Συγκεκριμένα, οι κατανομές των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα MPE , $MAPE$, $PBias$, NSE , $rNSE$, KGE , VE εμφανίζουν συχνά μακρινές έκτροπες τιμές που δεν σχετίζονται απαραίτητα με κάποια εντελώς άστοχη πρόβλεψη. Η εμφάνιση των εν λόγω τιμών θα πρέπει να αντιμετωπίζεται στο πλαίσιο μίας εξερευνητικής ανάλυσης δεδομένων.

Σε ό,τι αφορά τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην εργασία, παρατηρείται ότι ορισμένες μέθοδοι έχουν αναμενόμενα πολύ κοντινή επίδοση. Αυτές είναι οι SES και $Theta$, γεγονός που επιβεβαιώνει τα συμπεράσματα προηγούμενων ερευνών, αλλά και τα ζεύγη NN_1 και NN_2 , SVM_1 και SVM_2 , SVM_4 και SVM_5 . Οι μέθοδοι εκάστου από αυτά κατασκευάζονται με βάση τον ίδιο αλγόριθμο και χρησιμοποιούν τον ίδιο πίνακα διανυσμάτων στην είσοδο τους, ενώ διαφέρουν ως προς τις επαναλήψεις της υπολογιστικής διαδικασίας που εκτελείται για την επιλογή των υπερπαραμέτρων. Οι εν λόγω επαναλήψεις αυξάνουν τον υπολογιστικό φόρτο. Ο αριθμός των συγκεκριμένων φαίνεται πως δεν επηρεάζει την αναμενόμενη επίδοση για τις περιπτώσεις των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία.

5.2 Περιορισμοί

Στην παρούσα εργασία οι διεργασίες μοντελοποιούνται με βάση τα ευρέως χρησιμοποιούμενα μοντέλα στοχαστικών ανελίξεων των οικογενειών ARMA, ARIMA, ARFIMA και SARIMA, τα οποία δεν είναι πάντοτε χρήσιμα για να μοντελοποιούν περιπτώσεις που εμφανίζονται στην φύση, όπως για παράδειγμα μη κανονικές μεταβλητές. Στην περίπτωση αυτή μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατάλληλοι μετασχηματισμοί, όπως ο Box-Cox. Ωστόσο, οι μέθοδοι μηχανικής μάθησης είναι απαραμετρικές, οπότε τα αποτελέσματα αναμένεται να μην επηρεάζονται από την μη κανονικότητα.

Για τις μεθόδους μηχανικής μάθησης δεν γίνεται στην εργασία αυτή διερεύνηση ενός βέλτιστου τρόπου επιλογής των χρονικών υστερήσεων βάσει των οποίων προκύπτει ο εκάστοτε χρησιμοποιούμενος πίνακας των διανυσμάτων. Τέλος, δεν αναζητείται ένας βέλτιστος τρόπος επιλογής των υπερπαραμέτρων των μοντέλων.

5.3 Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Σε συνέχεια της παρούσας εργασίας που εστιάζει στην μακροπρόθεσμη πρόβλεψη υδρολογικών διεργασιών προτείνεται η διενέργεια προσομοιώσεων με σκοπό την σύγκριση κλασικών στοχαστικών μεθόδων και μεθόδων μηχανικής μάθησης για την περίπτωση της βραχυπρόθεσμης πρόβλεψης, η οποία είναι επίσης χρήσιμη. Η προτεινόμενη συναξιολόγηση των μεθόδων θα γίνει με βάση την επίδοση ως προς την ακρίβεια, καθώς αυτή είναι το μόνο κριτήριο που τίθεται στην περίπτωση αυτή. Η μεθοδολογία χρησιμοποίησης αρκετών μεθόδων προτείνεται να υιοθετηθεί και για τον συγκεκριμένο σκοπό.

Γενικότερα, η μεθοδολογία που ακολουθείται στην παρούσα εργασία αναδεικνύει βασικά πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην σύγκριση και για τον λόγο αυτόν προτείνεται να ακολουθείται για οποιαδήποτε μέθοδο υπάρχει θεωρητικό ή/και πρακτικό ενδιαφέρον.

Στην σύγκριση θα μπορούσε να ενσωματωθεί οποιαδήποτε μέθοδος και οποιοδήποτε μέτρο. Στην βιβλιογραφία προτείνονται συνεχώς νέες μέθοδοι, αμιγείς ή υβριδικές, οι οποίες κατασκευάζονται με σκοπό να ξεπεράσουν σε επίδοση υφιστάμενες μεθόδους. Παράλληλα, υπάρχουν διάφορα άλλα μέτρα που παρουσιάζουν ενδιαφέρον, ανάμεσα στα οποία και τα μέτρα που χρησιμοποιούνται σε διαγωνισμούς μεθόδων πρόβλεψης ή μέτρα που βασίζονται στην θεωρία πληροφορίας.

Η κατανόηση των διάφορων θεωρητικών ιδιοτήτων των χρησιμοποιούμενων στην παρούσα εργασία μεθόδων, όπως και οποιασδήποτε άλλης μεθόδου, απαιτεί συστηματική και εστιασμένη σε καθεμία από αυτές έρευνα, τόσο για επιστημονικούς όσο και πρακτικούς λόγους.

Τα μέτρα που χρησιμοποιούνται στην συναξιολόγηση θα πρέπει να γίνουν σε μεγαλύτερο βαθμό κατανοητά, γεγονός που σημαίνει ότι η έρευνα θα πρέπει να εστιάζει και σε αυτά. Είναι πολύ σημαντικά στην κατανόηση της συμπεριφοράς των μεθόδων ως προς τα διάφορα κριτήρια που τίθενται. Οι προσομοιώσεις παρέχουν τη δυνατότητα για διερεύνηση όσον αφορά τις διάφορες θεωρητικές ιδιότητες που φέρουν τα συγκεκριμένα, ιδίως όταν τα αποτελέσματα αξιοποιούνται στο πλαίσιο μιας πολυδιάστατης οπτικοποίησης. Η εν λόγω διερεύνηση προτείνεται επίσης για το μέλλον.

Σχετικά με τις μεθόδους μηχανικής μάθησης, τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που παρέχουν τόσο οι διάφοροι τρόποι επιλογής των χρονικών υστερήσεων για την κατασκευή του πίνακα των διανυσμάτων που χρησιμοποιούνται στην παλινδρόμηση όσο και οι διάφοροι τρόποι επιλογής των υπερπαραμέτρων, χρήζουν επίσης περαιτέρω έρευνας για καθέναν από τους υφιστάμενους αλγορίθμους. Οι προσομοιώσεις μπορούν να υποστηρίξουν με άρτιο τρόπο και τέτοιου είδους διερευνήσεις.

Ένα ακόμη ερώτημα που θα μπορούσε να τεθεί για μελλοντική εργασία επί του θέματος αφορά την εξέλιξη των σφαλμάτων σε χρονοσειρές πρόβλεψης από την πρώτη προβλεπόμενη τιμή έως την τελευταία και συγκεκριμένα το αν οι κοντινές μελλοντικές προβλέψεις είναι αναμενόμενα περισσότερο ακριβείς από τις χρονικά μακρινότερες για τις διάφορες μεθόδους σημειακής πρόβλεψης.

Στην παρούσα εργασία συμπληρωματικά με τη διενέργεια προσομοιώσεων χρησιμοποιούνται ιστορικές χρονοσειρές ετήσιας και μηνιαίας κλίμακας παρατήρησης. Προτείνεται η εφαρμογή της παρούσας μεθοδολογίας σε ιστορικά δεδομένα με διαφορετική χρονική κλίμακα παρατήρησης (π.χ. ωριαία, ημερήσια), δεδομένου του γεγονότος ότι τα συμπεράσματα που εξάγονται από την εργασία είναι ανεξάρτητα της συγκεκριμένης κλίμακας.

Τέλος, σε συνέχεια της διατύπωσης του συμπεράσματος ότι δεν υπάρχει μέθοδος σημειακής πρόβλεψης που να εμφανίζει καλή επίδοση ως προς το σύνολο των μέτρων που χρησιμοποιούνται, προτείνεται η διερεύνηση των δυνατοτήτων που προσφέρει η

χρήση πιθανοτικών μεθόδων μηχανικής μάθησης, όπως είναι η μέθοδος Relevance Vector Machines στην πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς υδρολογικών διεργασιών.

Αναφορές

- Adamowski J, Fung Chan H, Prasher SO, Ozga-Zielinski B, Sliusarieva A. (2012) Comparison of multiple linear and nonlinear regression, autoregressive integrated moving average, artificial neural network, and wavelet artificial neural network methods for urban water demand forecasting in Montreal, Canada. *Water Resources Research* 48: W01528. doi:10.1029/2010WR009945
- Ahmed NK, Atiya AF, GayarAn NE, El-Shishiny H (2010) An empirical comparison of machine learning models for time series forecasting. *Econometric Reviews* 29(5-6):594-621. doi:10.1080/07474938.2010.481556
- Anandhi A, Srinivas VV, Kumar DN, Nanjundiah RS (2009) Role of predictors in downscaling surface temperature to river basin in India for IPCC SRES scenarios using support vector machine. *International Journal of Climatology* 29(4): 583-603. doi:10.1002/joc.1719
- Anandhi A, Srinivas VV, Nanjundiah RS, Kumar DN (2008) Downscaling precipitation to river basin in India for IPCC SRES scenarios using support vector machine. *International Journal of Climatology* 28(3):401-420. doi:10.1002/joc.1529
- Armstrong JS (2001) Evaluating forecasting methods. In: Armstrong JS (eds) *Principles of forecasting: A handbook for researchers and practitioners*. Springer US, pp 443-472. doi:10.1007/978-0-306-47630-3_20
- Assimakopoulos V, Nikolopoulos K (2000) The theta model: a decomposition approach to forecasting. *International Journal of Forecasting* 16(4):521-530. doi:10.1016/S0169-2070(00)00066-2
- Attali D (2016) ggExtra: Add Marginal Histograms to 'ggplot2', and More 'ggplot2' Enhancements. R package version 0.5
- Atiya AF, El-Shoura SM, Shaheen SI, El-Sherif MS (1999) A comparison between neural-network forecasting techniques-case study: river flow forecasting. *IEEE Transactions on Neural Networks* 10(2):402-409. doi:10.1109/72.750569
- Behzad M, Asghari K, Eazi M, Palhang M (2009) Generalization performance of support vector machines and neural networks in runoff modeling. *Expert Systems with Applications* 36(4):7624-7629. doi:10.1016/j.eswa.2008.09.053
- Belayneh A, Adamowski J, Khalil B, Ozga-Zielinski B (2014) Long-term SPI drought forecasting in the Awash River Basin in Ethiopia using wavelet neural network and wavelet support vector regression models. *Journal of Hydrology* 508:418-429. doi:10.1016/j.jhydrol.2013.10.052
- Bontempi G, Taieb SB, Le Borgne YA (2013) Machine learning strategies for time series forecasting. In: Aaufaure MA, Zimányi E (eds) *Business Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, pp 62-77. doi:10.1007/978-3-642-36318-4_3
- Box GEP, Jenkins GM (1968) Some recent advances in forecasting and control. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)* 17(2):91-109. doi:10.2307/2985674
- Bray M, Han D (2004) Identification of support vector machines for runoff modelling. *Journal of Hydroinformatics* 6(4):265-280
- Cao SG, Liu YB, Wang YP (2008) A forecasting and forewarning model for methane hazard in working face of coal mine based on LS-SVM. *Journal of China University of Mining and Technology* 18(2):172-176. doi:10.1016/S1006-1266(08)60037-1
- Carbonneau R, Laframboise K, Vahidov R (2008) Application of machine learning techniques for supply chain demand forecasting. *European Journal of Operational Research* 184(3):1140-1154. doi:10.1016/j.ejor.2006.12.004

- Carlson RF, MacCormick AJA, Watts DG (1970) Application of linear random models to four annual streamflow series. *Water Resources Research* 6(4):1070-1078. doi:10.1029/WR006i004p01070
- Chen ST, Yu PS (2007) Pruning of support vector networks on flood forecasting. *Journal of Hydrology* 347(1-2): 67-78. doi:10.1016/j.jhydrol.2007.08.029
- Chen ST, Yu PS, Tang YH (2010) Statistical downscaling of daily precipitation using support vector machines and multivariate analysis. *Journal of Hydrology* 385(1-4):13-22. doi:10.1016/j.jhydrol.2010.01.021
- Chen X, Dong ZY, Meng K, Xu Y, Wong KP, Ngan HW (2012) Electricity price forecasting with extreme learning machine and bootstrapping. *IEEE Transactions on Power Systems* 27(4):2055-2062. doi:10.1109/TPWRS.2012.2190627
- Cortez P (2010) Data Mining with Neural Networks and Support Vector Machines Using the R/rminer Tool. In: Perner P (eds) *Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects*. Springer Berlin Heidelberg, pp 572-583. doi:10.1007/978-3-642-14400-4_44
- Cortez P (2015) rminer: Data Mining Classification and Regression Methods. R package version 1.4.1
- Cortes C, Vapnik V (1995) Support-vector networks. *Machine Learning* 20(3):273-297. doi:10.1007/BF00994018
- Coulibaly P, Anctil F, Bobee B (2001) Multivariate reservoir inflow forecasting using temporal neural networks. *Journal of Hydrologic Engineering* 6(5):367-376. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2001)6:5(367)
- Cruz JA, Wishart DS (2006) Applications of machine learning in cancer prediction and prognosis. *Cancer informatics* 2:59-78
- Deo MC, Naidu CS (1998) Real time wave forecasting using neural networks. *Ocean engineering* 26(3):191-203. doi:10.1016/S0029-8018(97)10025-7
- Dibike YB, Solomatine DP (2001) River Flow Forecasting Using Artificial Neural Networks. *Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere* 26(1):1-7. doi:10.1016/S1464-1909(01)85005-X
- Gao C, Bompard E, Napoli R, Cheng H (2007) Price forecast in the competitive electricity market by support vector machine. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 382(1):98-114. doi:10.1016/j.physa.2007.03.050
- Gavrishchaka VV, Ganguli SB (2001) Support vector machine as an efficient tool for high-dimensional data processing: Application to substorm forecasting. *Journal of Geophysical Research: Space Physics* 106(A12):29911-29914. doi:10.1029/2001JA900118
- Ghosh S, Mujumdar PP (2008) Statistical downscaling of GCM simulations to streamflow using relevance vector machine. *Advances in Water Resources* 31(1):132-146. doi:10.1016/j.advwatres.2007.07.005
- Goel A, Pal M (2009) Application of support vector machines in scour prediction on grade-control structures. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 22(2):216-223. doi:10.1016/j.engappai.2008.05.008
- Guo J, Zhou J, Qin H, Zou Q, Li Q (2011) Monthly streamflow forecasting based on improved support vector machine model. *Expert Systems with Applications* 38(10): 13073-13081. doi:10.1016/j.eswa.2011.04.114
- Han D, Chan L, Zhu N (2007) Flood forecasting using support vector machines. *Journal of Hydroinformatics* 9(4):267-276. doi:10.2166/hydro.2007.027

- Hansen JV, McDonald JB, Nelson RD (2006) Some evidence on forecasting time-series with Support Vector Machines. *Journal of the Operational Research Society* 57:1053-1063. doi:10.1057/palgrave.jors.2602073
- He Z, Wen X, Liu H, Du J (2014) A comparative study of artificial neural network, adaptive neuro fuzzy inference system and support vector machine for forecasting river flow in the semiarid mountain region *Journal of Hydrology* 509:379-386. doi:10.1016/j.jhydrol.2013.11.054
- Herrera M, Torgo L, Izquierdo J, Pérez-García R (2010) Predictive models for forecasting hourly urban water demand. *Journal of Hydrology* 387(1-2):141-150. doi:10.1016/j.jhydrol.2010.04.005
- Hipel KW, McLeod AI (1994) *Developments in water science: Time series modelling of water resources and environmental systems*. Elsevier Science BV
- Hipni A, El-shafie A, Najah A, Karim OA, Hussain A, Mukhlisin M (2013) Daily forecasting of dam water levels: comparing a support vector machine (SVM) model with adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS). *Water Resources Management* 27(10):3803-3823. doi:10.1007/s11269-013-0382-4
- Hippert HS, Pedreira CE, Souza RC (2001) Neural networks for short-term load forecasting: A review and evaluation. *IEEE Transactions on Power Systems* 16(1):44-55. doi:10.1109/59.910780
- Hong WC (2008) Rainfall forecasting by technological machine learning models. *Applied Mathematics and Computation* 200(1): 41-57. doi:10.1016/j.amc.2007.10.046
- Hong WC, Pai PF (2007) Potential assessment of the support vector regression technique in rainfall forecasting. *Water Resources Management* 21(2):495-513. doi:10.1007/s11269-006-9026-2
- Hou Z, Lian Z (2009) An application of support vector machines in cooling load prediction. *Intelligent Systems and Applications*:1-4. doi:10.1109/IWISA.2009.5072707
- Hyndman RJ (2016) *forecast: Forecasting functions for time series and linear models*. R package version 7.1
- Hyndman RJ, Athanasopoulos G (2013) *Forecasting: principles and practice*. OTexts: Melbourne, Australia. Available online at:<http://otexts.org/fpp/>
- Hyndman RJ, Billah B (2003) Unmasking the Theta method. *International Journal of Forecasting* 19(2):287-290. doi:10.1016/S0169-2070(01)00143-1
- Hyndman RJ, Khandakar Y (2008) Automatic time series forecasting: the forecast package for R. *Journal of Statistical Software* 27(3):1-22. doi:10.18637/jss.v027.i03
- Hyndman RJ, Koehler AB (2006) Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting* 22(4):679-688. doi:10.1016/j.ijforecast.2006.03.001
- Hyndman RJ, Koehler AB, Ord JK, Snyder RD (2008) *Forecasting with exponential smoothing: The state space approach*. Springer - Verlag Berlin Heidelberg, pp 3-7. doi:10.1007/978-3-540-71918-2
- Jain SK, Das A, Srivastava DK (1999) Application of ANN for reservoir inflow prediction and operation. *Journal of Water Resources* 125(5):263-271. doi:10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:5(263)
- Ji GR, Han P, Zhai YJ (2007) Wind speed forecasting based on support vector machine with forecasting error estimation. *Proceedings of the International Conference on Machine Learning and Cybernetics* 5:2735-2739. doi:10.1109/ICMLC.2007.4370612

- Kalra A, Ahmad S (2012) Estimating annual precipitation for the Colorado River Basin using oceanic-atmospheric oscillations. *Water Resources Research* 48:W06527. doi:10.1029/2011WR010667
- Kalteh AM (2013) Monthly river flow forecasting using artificial neural network and support vector regression models coupled with wavelet transform. *Computers & Geosciences* 54:1-8. doi:10.1016/j.cageo.2012.11.015
- Khalil AF, McKee M, Kemblowski M, Asefa T, Bastidas L (2006) Multiobjective analysis of chaotic dynamic systems with sparse learning machines. *Advances in Water Resources* 29(1):72-88. doi:10.1016/j.advwatres.2005.05.011
- Khan MS, Coulibaly P (2006) Application of support vector machine in lake water level prediction. *Journal of Hydrologic Engineering* 11(3):199-205. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:3(199)
- Kim K (2003) Financial time series forecasting using support vector machines. *Neurocomputing* 55(1-2):307-319. doi:10.1016/S0925-2312(03)00372-2
- Kisi O (2004) River flow modeling using artificial neural networks. *Journal of Hydrologic Engineering* 9(1):60-63. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:1(60)
- Kisi O (2007) Streamflow forecasting using different artificial neural network algorithms. *Journal of Hydrologic Engineering* 12(5):532-539. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:5(532)
- Kisi O, Cimen M (2011) A wavelet-support vector machine conjunction model for monthly streamflow forecasting. *Journal of Hydrology* 399(1-2):132-140. doi:10.1016/j.jhydrol.2010.12.041
- Kisi O, Cimen M (2012) Precipitation forecasting by using wavelet-support vector machine conjunction model. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 25(4): 783-792. doi:10.1016/j.engappai.2011.11.003
- Koutsoyiannis D (2013) Hydrology and change. *Hydrological Sciences Journal* 58(6):1177-1197. doi:10.1080/02626667.2013.804626
- Koutsoyiannis D (2016) Generic and parsimonious stochastic modelling for hydrology and beyond. *Hydrological Sciences Journal* 61(2):225-244. doi:10.1080/02626667.2015.1016950
- Koutsoyiannis D, Efstratiadis A, Georgakakos KP (2007) Uncertainty Assessment of Future Hydroclimatic Predictions: A Comparison of Probabilistic and Scenario-Based Approaches. *Journal of Hydrometeorology* 8(3):261-281. doi:10.1175/JHM576.1
- Koutsoyiannis D, Yao H, Georgakakos A (2008) Medium-range flow prediction for the Nile: a comparison of stochastic and deterministic methods. *Hydrological Sciences Journal* 53(1). doi:10.1623/hysj.53.1.142
- Krause P, Boyle DP, Båse F (2005) Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *Advances in Geosciences* 5:89-97
- Krzysztofowicz R (2001) The case for probabilistic forecasting in hydrology. *Journal of Hydrology* 249(1-4):2-9. doi:10.1016/S0022-1694(01)00420-6
- Lafdani EK, Nia AM, Ahmadi A (2013) Daily suspended sediment load prediction using artificial neural networks and support vector machines. *Journal of Hydrology* 478:50-62. doi:10.1016/j.jhydrol.2012.11.048
- Li PH, Kwon HH, Sun L, Lall U, Kao JJ (2010) A modified support vector machine based prediction model on streamflow at the Shihmen Reservoir, Taiwan. *International Journal of Climatology* 30:1256-1268. doi:10.1002/joc.1954

- Lin GF, Chen GR, Huang PY, Chou YC (2009a) Support vector machine-based models for hourly reservoir inflow forecasting during typhoon-warning periods. *Journal of Hydrology* 372(1-4):17-29. doi:10.1016/j.jhydrol.2009.03.032
- Lin GF, Chen GR, Wu MC, Chou YC (2009b) Effective forecasting of hourly typhoon rainfall using support vector machine. *Water Resources Research* 45(8):W08440. doi:10.1029/2009WR007911
- Lin JY, Cheng CT, Chau KW (2006) Using support vector machines for long-term discharge prediction. *Hydrological Sciences Journal* 51(4):599-612. doi:10.1623/hysj.51.4.599
- Lin GF, Chou YC, Wu MC (2013) Typhoon flood forecasting using integrated two-stage support vector machine approach. *Journal of Hydrology* 486:334-342. doi:10.1016/j.jhydrol.2013.02.012
- Liong SY, Lim WH, Paudyal GN (2000) River stage forecasting in Bangladesh: neural network approach. *Journal of Computing in Civil Engineering* 14(1):1-8. doi:10.1061/(ASCE)0887-3801(2000)14:1(1)
- Liong SY, Sivapragasam C (2002) Flood stage forecasting with support vector machines. *Journal of the American Water Resources Association* 38(1):173-186. doi:10.1111/j.1752-1688.2002.tb01544.x
- Lu K, Wang L (2011) A novel nonlinear combination model based on support vector machine for rainfall prediction. *Proceedings of the Fourth International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*:1343-1346. doi:10.1109/CSO.2011.50
- Maechler M (2012) fracdiff: Fractionally differenced ARIMA aka ARFIMA(p,d,q) models. R package version 1.4-2
- Mahjoob MJ, Abdollahzade M, Zarringhalam R (2008) GA based optimized LS-SVM forecasting of short term electricity price in competitive power markets. *Proceedings of the Third IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*:73-78. doi:10.1109/ICIEA.2008.4582483
- Mahjoobi J, Mosabbeh EA (2009) Prediction of significant wave height using regressive support vector machines. *Ocean Engineering* 36(5):339-347. doi:10.1016/j.oceaneng.2009.01.001
- Makridakis S, Hibon M (2000) The M3-Competition: results, conclusions and implications. *International Journal of Forecasting* 16(4):451-476. doi:10.1016/S0169-2070(00)00057-1
- Maier HR, Dandy GC (2000) Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modelling issues and applications. *Environmental modelling & software* 15(1):101-124. doi:10.1016/S1364-8152(99)00007-9
- Millard SP (2013) EnvStats: An R Package for Environmental Statistics. In: Høst G (eds) *Encyclopedia of Environmetrics*. doi:10.1002/9780470057339.vae043.pub2
- Mishra AK, Desai VR (2005) Drought forecasting using stochastic models. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 19(5):326-339. doi:10.1007/s00477-005-0238-4
- Murphy AM (1993) What is a good forecast? An essay on the nature of goodness in weather forecasting. *Weather and forecasting* 8:28-293. doi:10.1175/1520-0434(1993)008<0281:WIAGFA>2.0.CO;2
- Nakhaeizadeh G (1993) Learning prediction of time series. A theoretical and empirical comparison of CBR with some other approaches. In: Wess S, Althoff KD, Richter MM (eds) *Topics in Case-Based Reasoning*. Springer Berlin Heidelberg, pp 65-76. doi:10.1007/3-540-58330-0_77

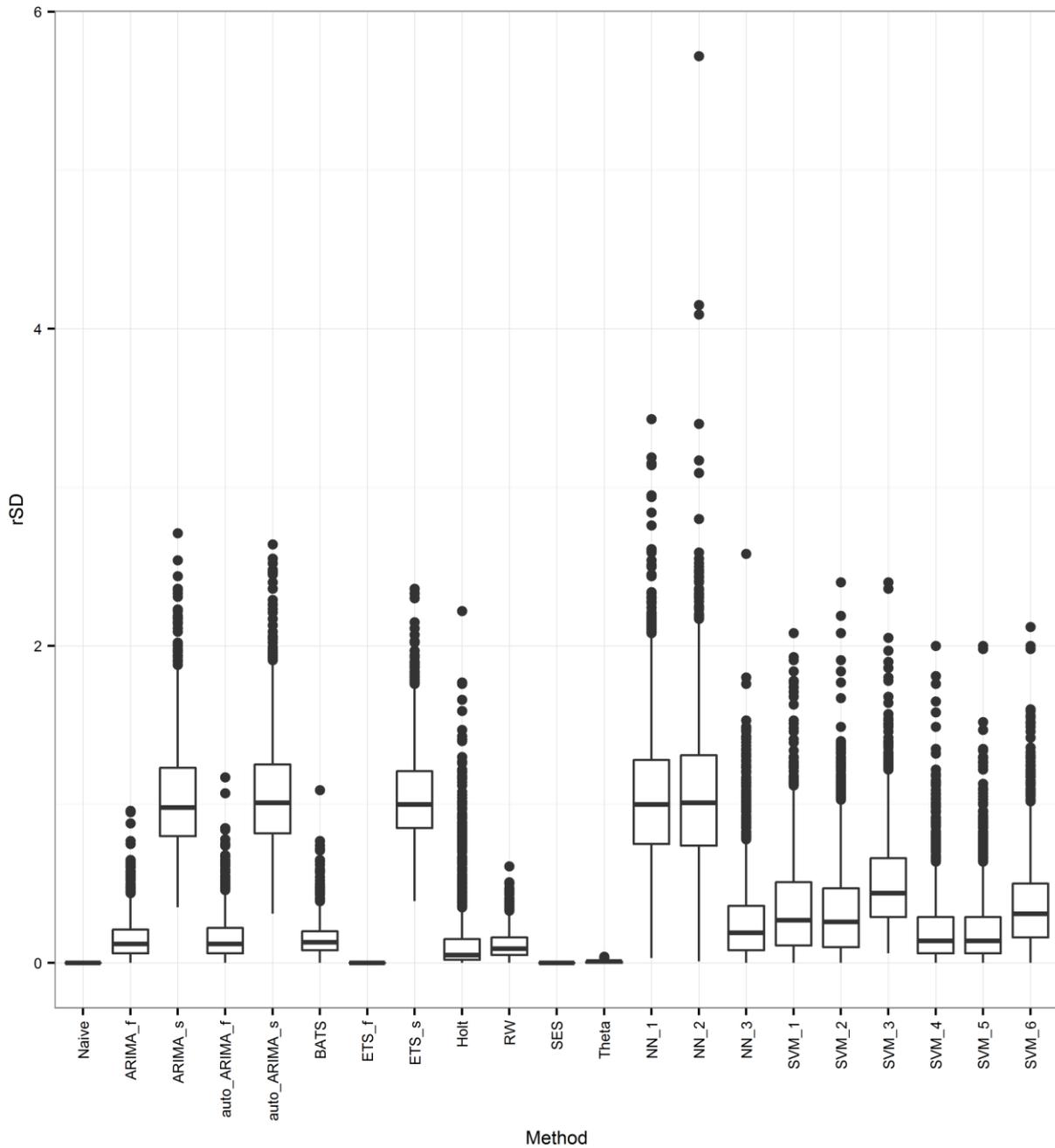
- Noori R, Abdoli MA, Ghasrodashti AA, Ghazizade MJ (2009) Prediction of municipal solid waste generation with combination of support vector machine and principal component analysis: a case study of Mashhad. *Environmental Progress and Sustainable Energy* 28(2):249-258. doi:10.1002/ep.10317
- Okkan U, Serbes ZA (2012) Rainfall–runoff modeling using least squares support vector machines. *Environmetrics* 23(6):549-564. doi:10.1002/env.2154
- Pai PF, Hong WC (2005) Support vector machines with simulated annealing algorithms in electricity load forecasting. *Energy Conversion and Management* 46(17):2669-2688. doi:10.1016/j.enconman.2005.02.004
- Pai PF, Hong WC (2007) A recurrent support vector regression model in rainfall forecasting. *Hydrological Processes* 21:819-827. doi:10.1002/hyp.6323
- Pai PF, Lin CS (2005) A hybrid ARIMA and support vector machines model in stock price forecasting. *Omega* 33(6):497-505. doi:10.1016/j.omega.2004.07.024
- Pai PF, Lin KP, Lin CS, Chang PT (2010) Time series forecasting by a seasonal support vector regression model. *Expert Systems with Applications* 37(6):4261-4265. doi:10.1016/j.eswa.2009.11.076
- Pappenberger F, Ramos MH, Clok e HL, Wetterhall F, Alfieri L, Bogner K, Mueller A, Salamon P (2015) How do I know if my forecasts are better? Using benchmarks in hydrological ensemble prediction. *Journal of Hydrology* 522:697-713. doi:10.1016/j.jhydrol.2015.01.024
- Prechelt L (1998) Early stopping-but when?. In: Orr GB, Müller KR (eds) *Neural Networks: Tricks of the trade*. Springer Berlin Heidelberg, pp 55-69. doi:10.1007/3-540-49430-8_3
- Plakandaras V, Gupta R, Gogas P, Papadimitriou T (2015a) Forecasting the US real house price index. *Economic Modelling* 45:259-267. doi:10.1016/j.econmod.2014.10.050
- Plakandaras V, Papadimitriou T, Gogas P (2015b) Forecasting Daily and Monthly Exchange Rates with Machine Learning Techniques. *Journal of Forecasting* 34(7):560-573 doi:10.1002/for.2354
- Quan T, Liu X, Liu Q (2010) Weighted least squares support vector machine local region method for nonlinear. *Applied Soft Computing* 10(2):562-566. doi:10.1016/j.asoc.2009.08.025
- R Core Team (2016). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Available online at:<https://www.R-project.org/>
- Radhika Y, Shashi M (2009) Atmospheric temperature prediction using support vector machines. *International Journal of Computer* 1(1):55-58. doi:10.7763/ijcte.2009.v1.9
- Raghavendra NS, Deka PC (2014) Support vector machine applications in the field of hydrology: a review. *Applied soft computing* 19:372-386. doi:10.1016/j.asoc.2014.02.002
- Rajasekaran S, Gayathri S, Lee TL (2008) Support vector regression methodology for storm surge predictions. *Ocean Engineering* 35(16):1578-1587. doi:10.1016/j.oceaneng.2008.08.004
- Ramos MH, Van Andel SJ, Pappenberger F (2013) Do probabilistic forecasts lead to better decisions?. *Hydrology and Earth System Sciences* 17:2219-2232. doi:10.5194/hess-17-2219-2013
- Ramos MH, Mathevet T, Thielen J, Pappenberger F (2010) Communicating uncertainty in hydro-meteorological forecasts: mission impossible?. *Meteorological applications* 17(2):223-235. doi:10.1002/met.202

- Roberts GE (1992) Linkages between performance appraisal system effectiveness and rater and ratee acceptance. *Review of Public Personnel Administration* 12(3):19-41. doi:10.1177/0734371X9201200303
- Salcedo-Sanz S, Ortiz-García EG, Pérez-Bellido AM, Portilla-Figueras A, Prieto L (2011) Short term wind speed prediction based on evolutionary support vector regression algorithms. *Expert Systems with Applications* 38(4):4052-4057. doi:10.1016/j.eswa.2010.09.067
- Samui P, Dixon B (2012) Application of support vector machine and relevance vector machine to determine evaporative losses in reservoirs. *Hydrological Processes* 26(9):1361-1369. doi:10.1002/hyp.8278
- Sapankevych NI, Sankar R (2009) Time series prediction using support vector machines: a survey. *IEEE Computational Intelligence Magazine* 4(2):24-38. doi:10.1109/MCI.2009.932254
- Sharma N, Sharma P, Irwin D, Shenoy P (2011) Predicting solar generation from weather forecasts using machine learning. *Proceedings of the IEEE International Conference on Smart Grid Communications (SmartGridComm)*:528-533. doi:10.1109/SmartGridComm.2011.6102379
- Shi Z, Han M (2007) Support vector echo-state machine for chaotic time-series prediction. *IEEE Transactions on Neural Networks* 18(2):359-372. doi:10.1109/TNN.2006.885113
- Shrestha DL, Kayastha N, Solomatine DP (2009) A novel approach to parameter uncertainty analysis of hydrological models using neural networks. *Hydrology and Earth System Sciences* 13(7):1235-1248. doi:10.5194/hess-13-1235-2009
- Shrestha DL, Kayastha N, Solomatine DP, Price R. (2014) Encapsulation of parametric uncertainty statistics by various predictive machine learning models: MLUE method. *Journal of Hydroinformatics* 16(1):95-113. doi:10.2166/hydro.2013.242
- Shrestha DL, Solomatine DP (2006) Machine learning approaches for estimation of prediction interval for the model output. *Neural Networks* 19(2):225-235. doi:10.1016/j.neunet.2006.01.012
- Sivapragasam C, Liong SY, Pasha MFK (2001) Rainfall and runoff forecasting with SSA-SVM approach. *Journal of Hydroinformatics* 3(3):141-152
- Smith AK (2012) CombMSC: Combined Model Selection Criteria. R package version 1.4.2
- Solomatine DP, Xue Y (2004) M5 model trees and neural networks: application to flood forecasting in the upper reach of the Huai River in China. *Journal of Hydrologic Engineering* 9(6):491-501. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2004)9:6(491)
- Suykens JAK, Vandewalle J (2000) Recurrent least squares support vector machines. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* 47(7):1109-1114. doi:10.1109/81.855471
- Szkuta BR, Sanabria LA, Dillon TS (1999) Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks. *IEEE Transactions on Power Systems* 14(3):851-857. doi:10.1109/59.780895
- Tang Z, de Almeida C, Fishwick PA (1991) Time series forecasting using neural networks vs. Box-Jenkins methodology. *Simulation* 57(5):303-310. doi:10.1177/003754979105700508
- Tay FEH, Cao LJ (2002) Modified support vector machines in financial time series forecasting. *Neurocomputing* 48(1-4):847-861. doi:10.1016/S0925-2312(01)00676-2

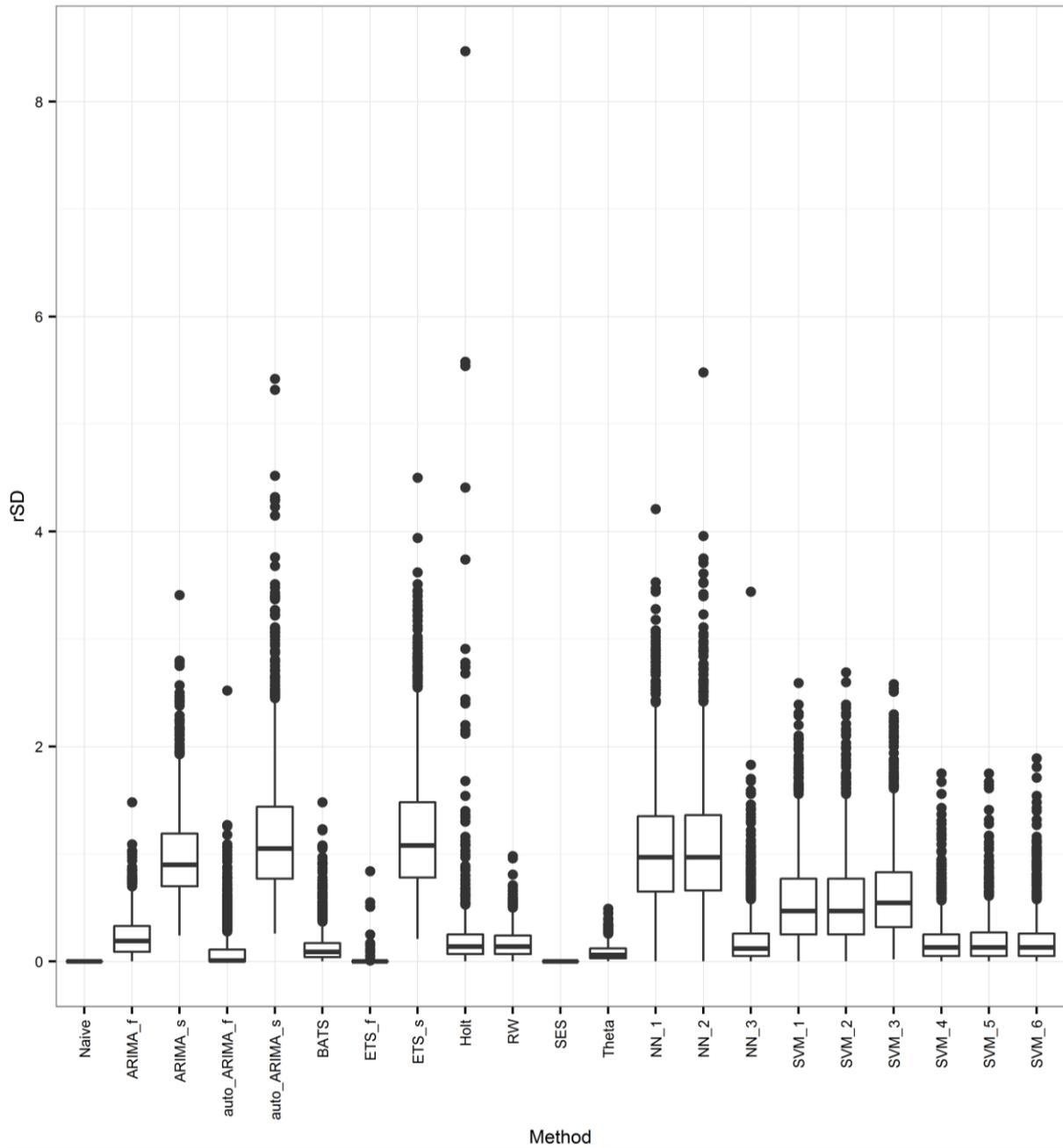
- Thirumalaiah K, Deo MC (1998) River stage forecasting using artificial neural networks. *Journal of Hydrologic Engineering* 3(1):26-32. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(1998)3:1(26)
- Thissen U, Van Brakel R, De Weijer AP, Melssena WJ, Buydens LMC (2003) Using support vector machines for time series prediction. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* 69(1-2):35-49. doi:10.1016/S0169-7439(03)00111-4
- Tokar AS, Johnson PA (1999) Rainfall-runoff modeling using artificial neural networks. *Journal of Hydrologic Engineering* 4(3):232-239. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(1999)4:3(232)
- Tripathi S, Srinivas VV, Nanjundiah RS (2006) Downscaling of precipitation for climate change scenarios: A support vector machine approach. *Journal of Hydrology* 330(3-4):621-640. doi:10.1016/j.jhydrol.2006.04.030
- Tsai CF, Wang SP (2009) Stock price forecasting by hybrid machine learning techniques. *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS)* 1
- Tyralis H (2016) HKprocess: Hurst-Kolmogorov Process. R package version 0.0-2
- Tyralis H, Koutsoyiannis D (2011) Simultaneous estimation of the parameters of the Hurst-Kolmogorov stochastic process. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 25(1):21-33. doi:10.1007/s00477-010-0408-x
- Tyralis H, Koutsoyiannis D (2014) A Bayesian statistical model for deriving the predictive distribution of hydroclimatic variables. *Climate dynamics* 42(11):2867-2883. doi:10.1007/s00382-013-1804-y
- Vapnik VN (1995) *The nature of statistical learning theory*, first edition. Springer Science+Business Media, LLC
- Vapnik VN (1999) An overview of statistical learning theory. *IEEE Transactions on Neural Networks* 10(5):988-999. doi:10.1109/72.788640
- Wan C, Xu Z, Pinson P, Dong ZY, Wong KP (2014) Probabilistic forecasting of wind power generation using extreme learning machine. *IEEE Transactions on Power Systems* 29(3):1033-1044. doi:10.1109/TPWRS.2013.2287871
- Wang WC, Chau KW, Cheng CT, Qiu L (2009) A comparison of performance of several artificial intelligence methods for forecasting monthly discharge time series. *Journal of Hydrology* 374(3-4):294-306. doi:10.1016/j.jhydrol.2009.06.019
- Wang WQ, Golnaraghi MF, Ismail F (2004) Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems. *Mechanical Systems and Signal Processing* 18(4):813-831. doi:10.1016/S0888-3270(03)00079-7
- Wei WWS (2006) *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods*, second edition. Pearson Addison Wesley
- Wei W, Watkins DW (2011) Data mining methods for hydroclimatic forecasting. *Advances in Water Resources* 34(11):1390-1400. doi:10.1016/j.advwatres.2011.08.001
- Weigend AS, Huberman BA, Rumelhart DE (1990) Predicting the future: A connectionist approach. *International Journal of Neural Systems* 1(3):193-209. doi:10.1142/S0129065790000102
- Weijs SV, Schoups G, Van de Giesen N (2010) Why hydrological predictions should be evaluated using information theory. *Hydrology and Earth System Sciences* 14:2545-2558. doi:10.5194/hess-14-2545-2010
- Wickham H (2009) *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York
- Wu CL, Chau KW, Li YS (2008) River stage prediction based on a distributed support vector regression. *Journal of Hydrology* 358(1-2):96-111. doi:10.1016/j.jhydrol.2008.05.028

- Wu CH, Tzeng GH, Goo YJ, Fang WC (2007) A real-valued genetic algorithm to optimize the parameters of support vector machine for predicting bankruptcy. *Expert Systems with Applications* 32(2):397-408. doi:10.1016/j.eswa.2005.12.008
- Xu X, Zhang H (2008) Forecasting demand of short life cycle products by SVM. *Proceedings of the 15th International Conference on Management Science and Engineering*:352-356. doi:10.1109/ICMSE.2008.4668939
- Yao BZ, Yang CY, Yao JB, Sun J (2010) Tunnel surrounding rock displacement prediction using support vector machine. *International Journal of Computational Intelligence Systems* 3(6):843-852. doi:10.1080/18756891.2010.9727746
- Yoon H, Jun SC, Hyun Y, Bae GO, Lee KK (2011) A comparative study of artificial neural networks and support vector machines for predicting groundwater levels in a coastal aquifer. *Journal of Hydrology* 396(1-2):128-138. doi:10.1016/j.jhydrol.2010.11.002
- Yu PS, Chen ST, Chang IF (2006) Support vector regression for real-time flood stage forecasting. *Journal of Hydrology* 328(3-4):704-716. doi:10.1016/j.jhydrol.2006.01.021
- Yu X, Liong SY (2007) Forecasting of hydrologic time series with ridge regression in feature space. *Journal of Hydrology* 332(3-4):290-302. doi:10.1016/j.jhydrol.2006.07.003
- Yu X, Liong SY, Babovic V (2004) EC-SVM approach for real-time hydrologic forecasting. *Journal of Hydroinformatics* 6(3):209-223
- Zamani A, Solomatine D, Azimian A, Heemink A (2008) Learning from data for wind-wave forecasting. *Ocean engineering* 35(10):953-962. doi:10.1016/j.oceaneng.2008.03.007
- Zambrano-Bigiarini M (2014) hydroGOF: Goodness-of-fit functions for comparison of simulated and observed hydrological time series. R package version 0.3-8
- Zhang G, Patuwo BE, Hu MY (1998) Forecasting with artificial neural networks:: The state of the art. *International Journal of Forecasting* 14(1):35-62. doi:10.1016/S0169-2070(97)00044-7

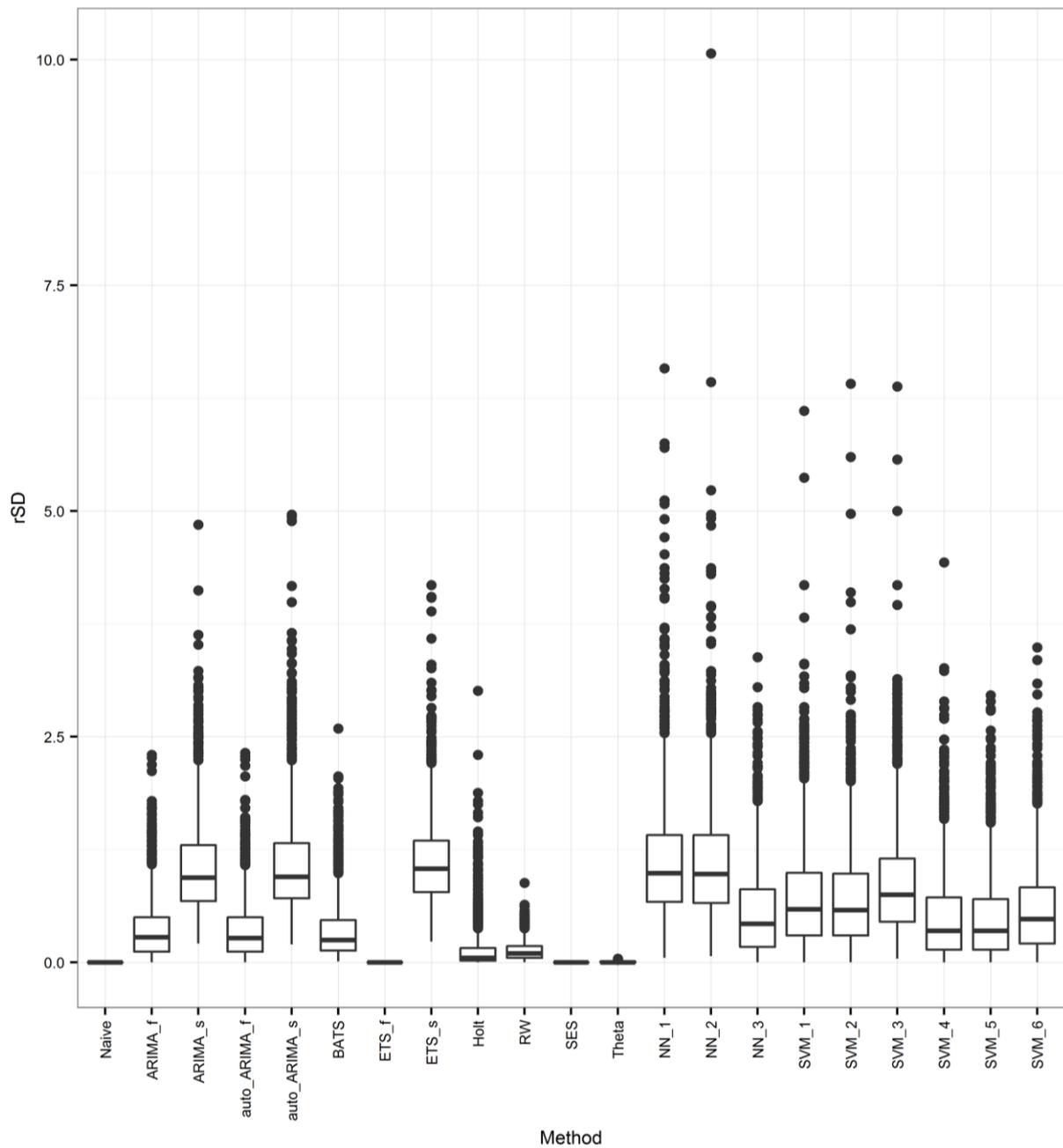
Παράρτημα Α Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης



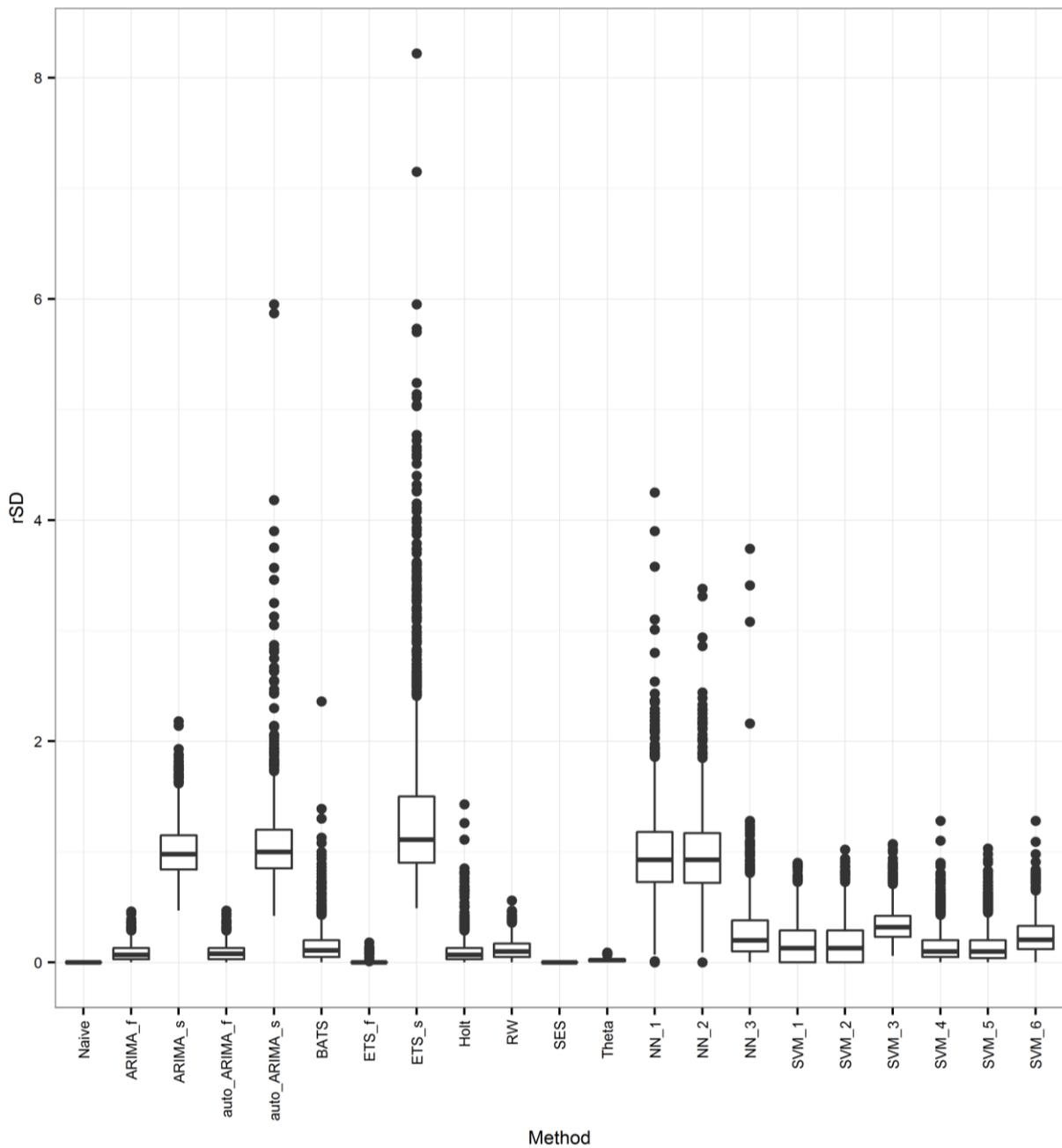
Σχήμα Α.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$.



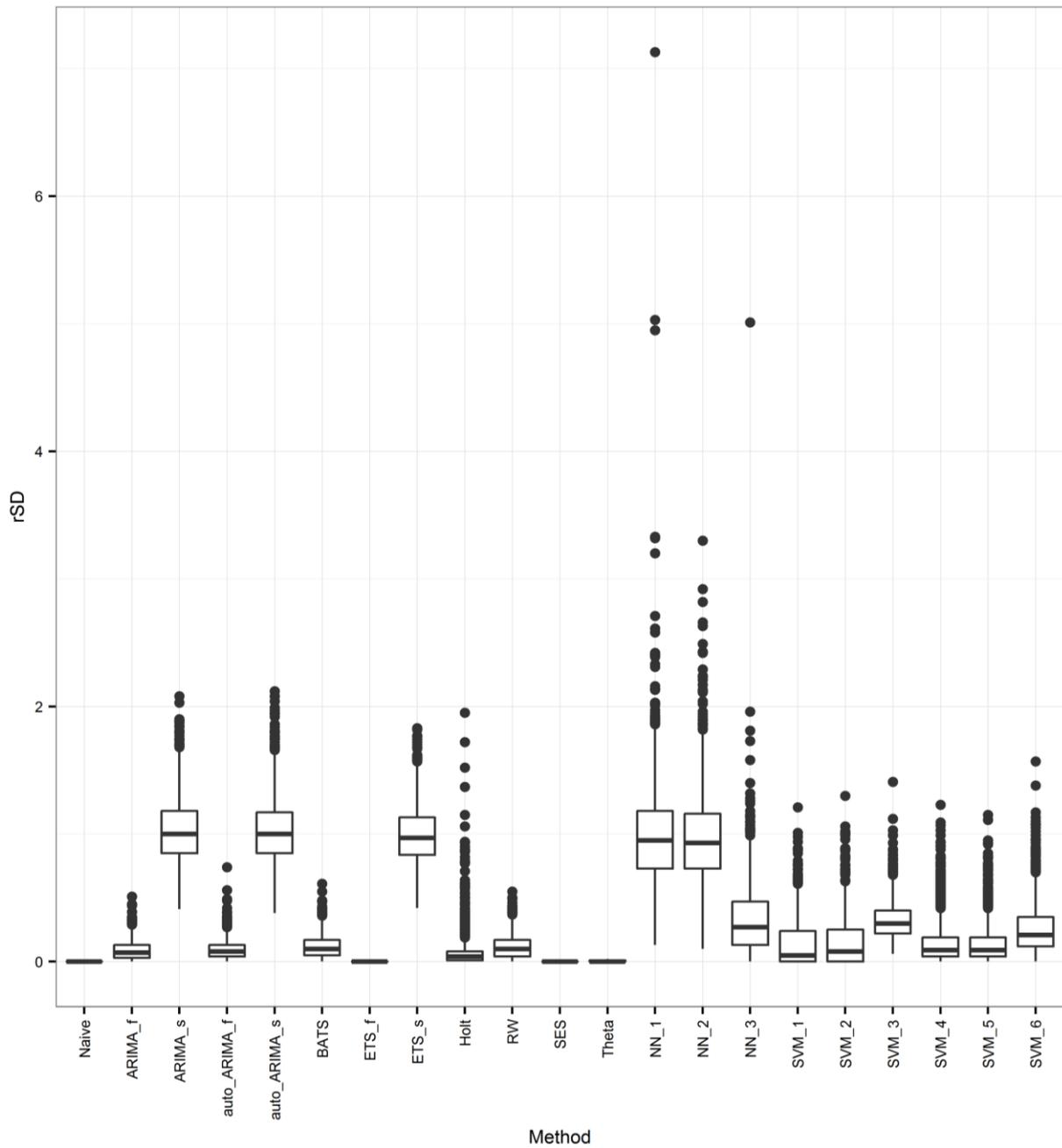
Σχήμα Α.2. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$.



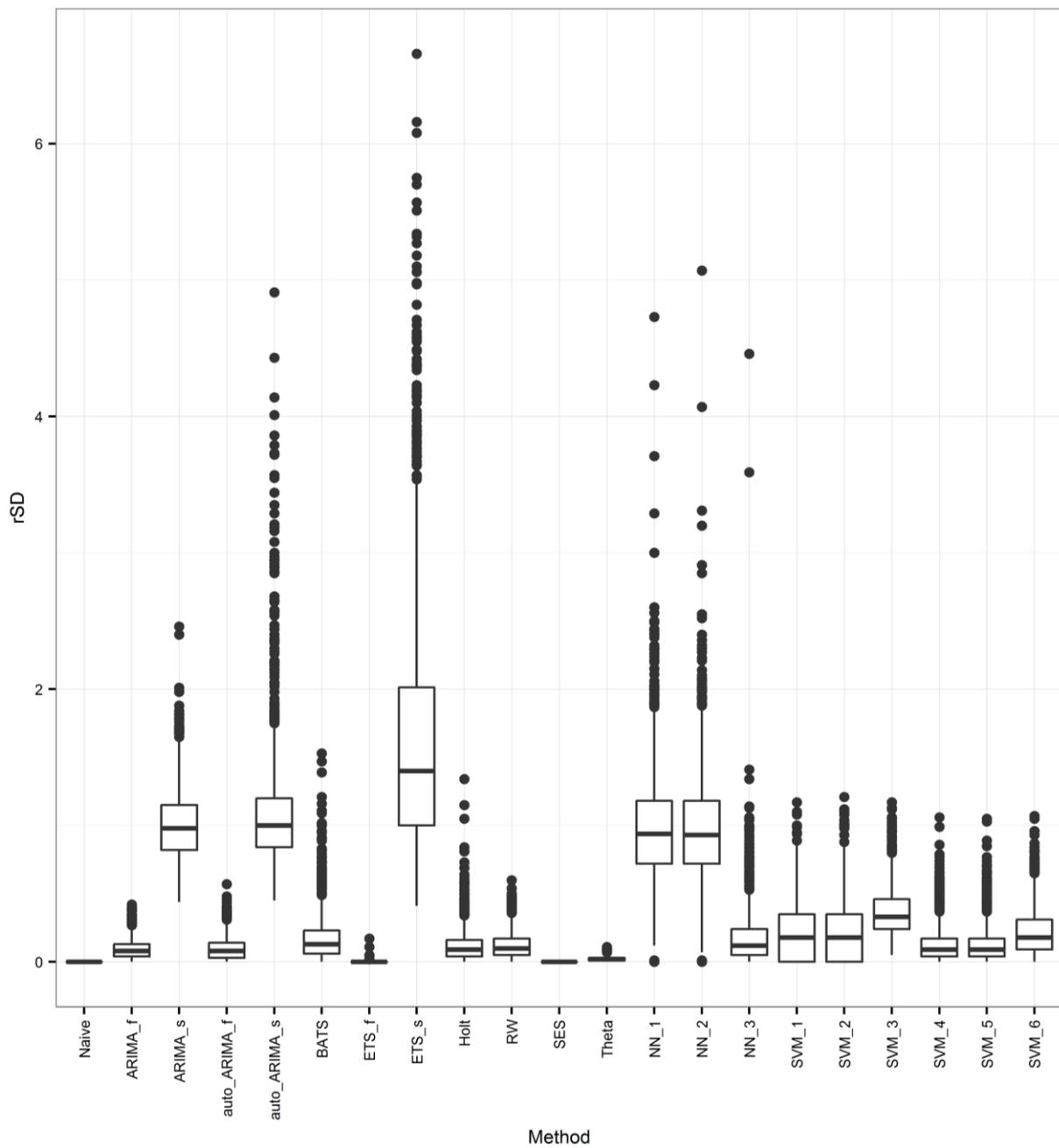
Σχήμα Α.3. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$.



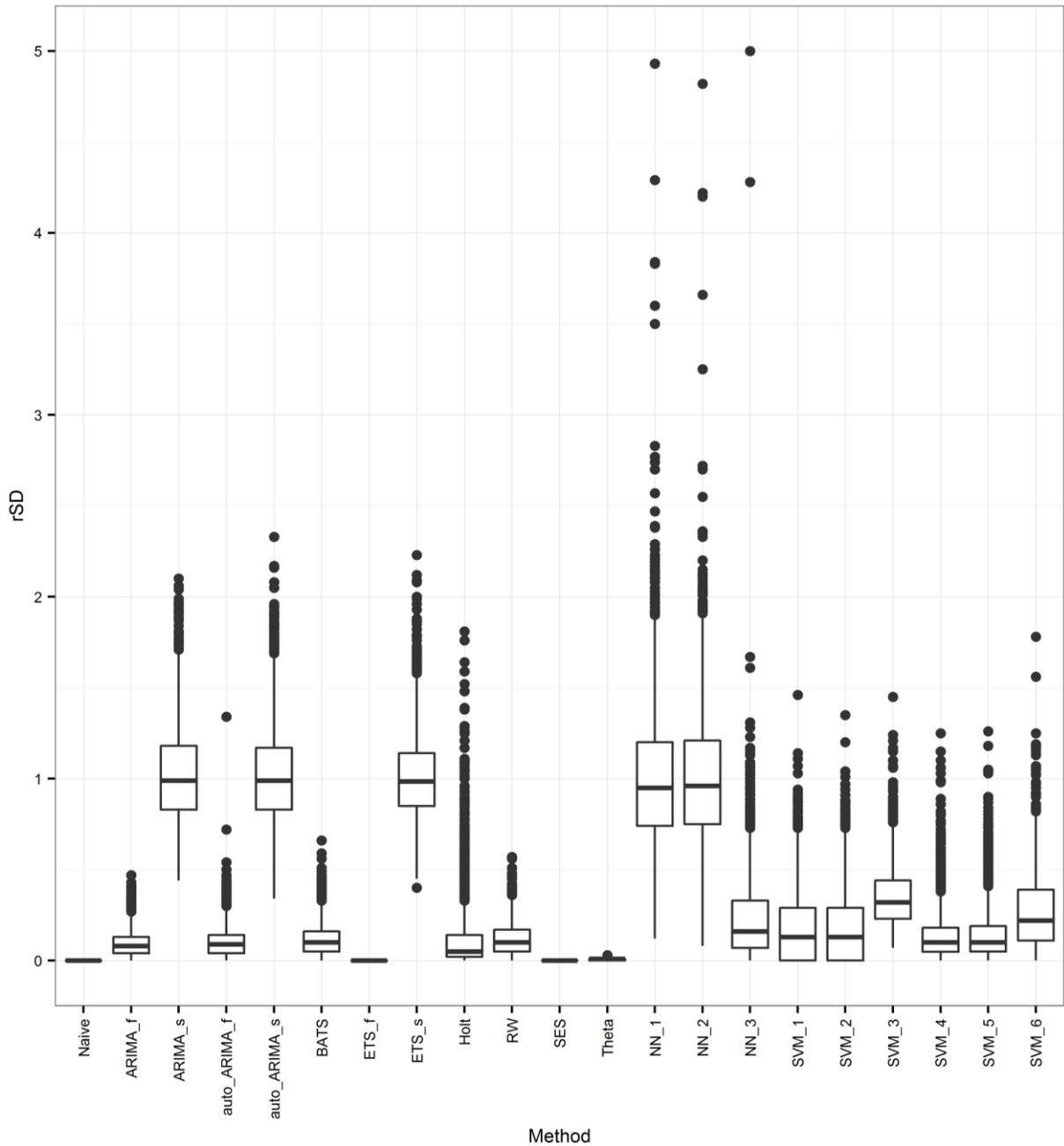
Σχήμα Α.4. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$.



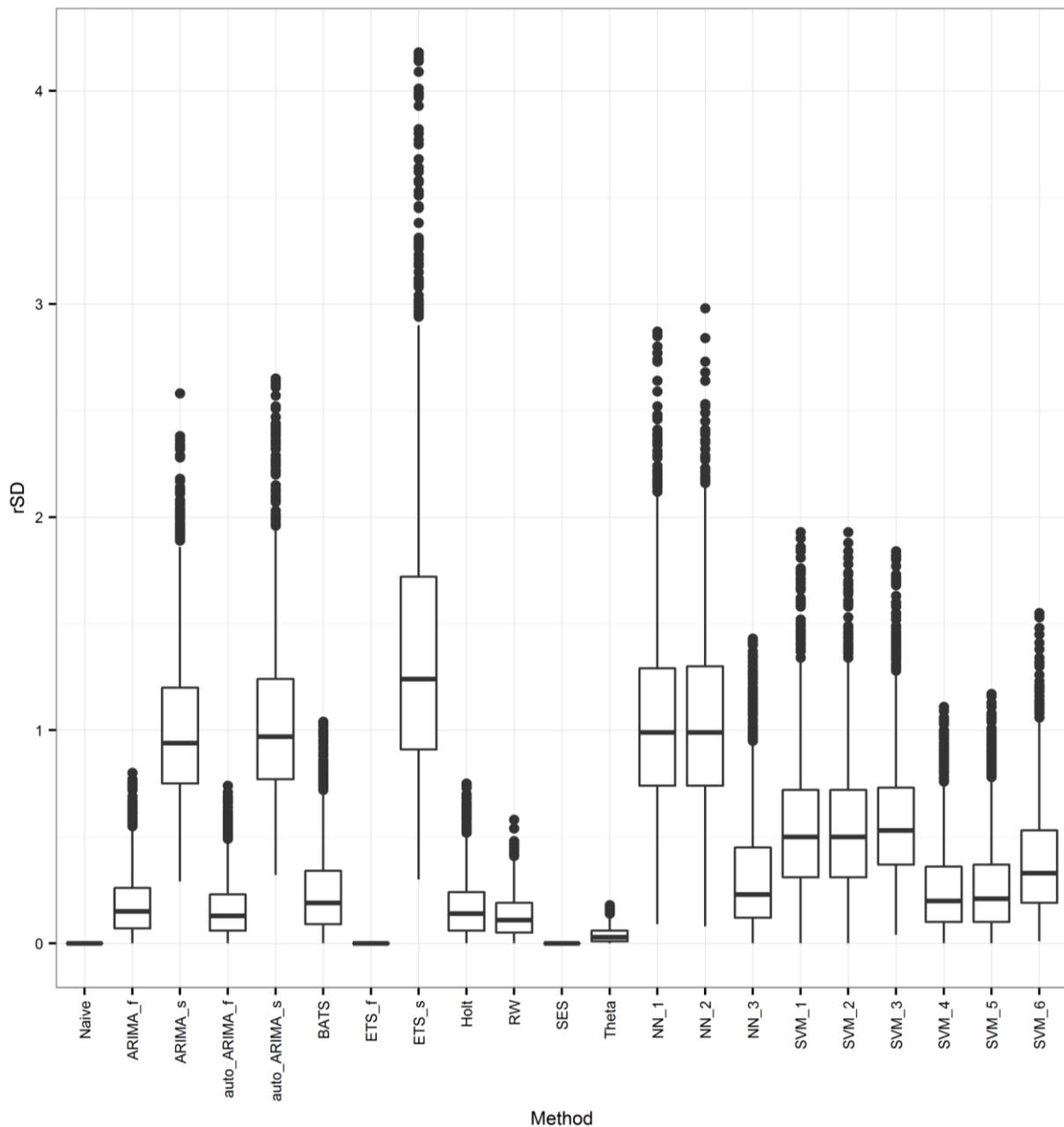
Σχήμα A.5. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$.



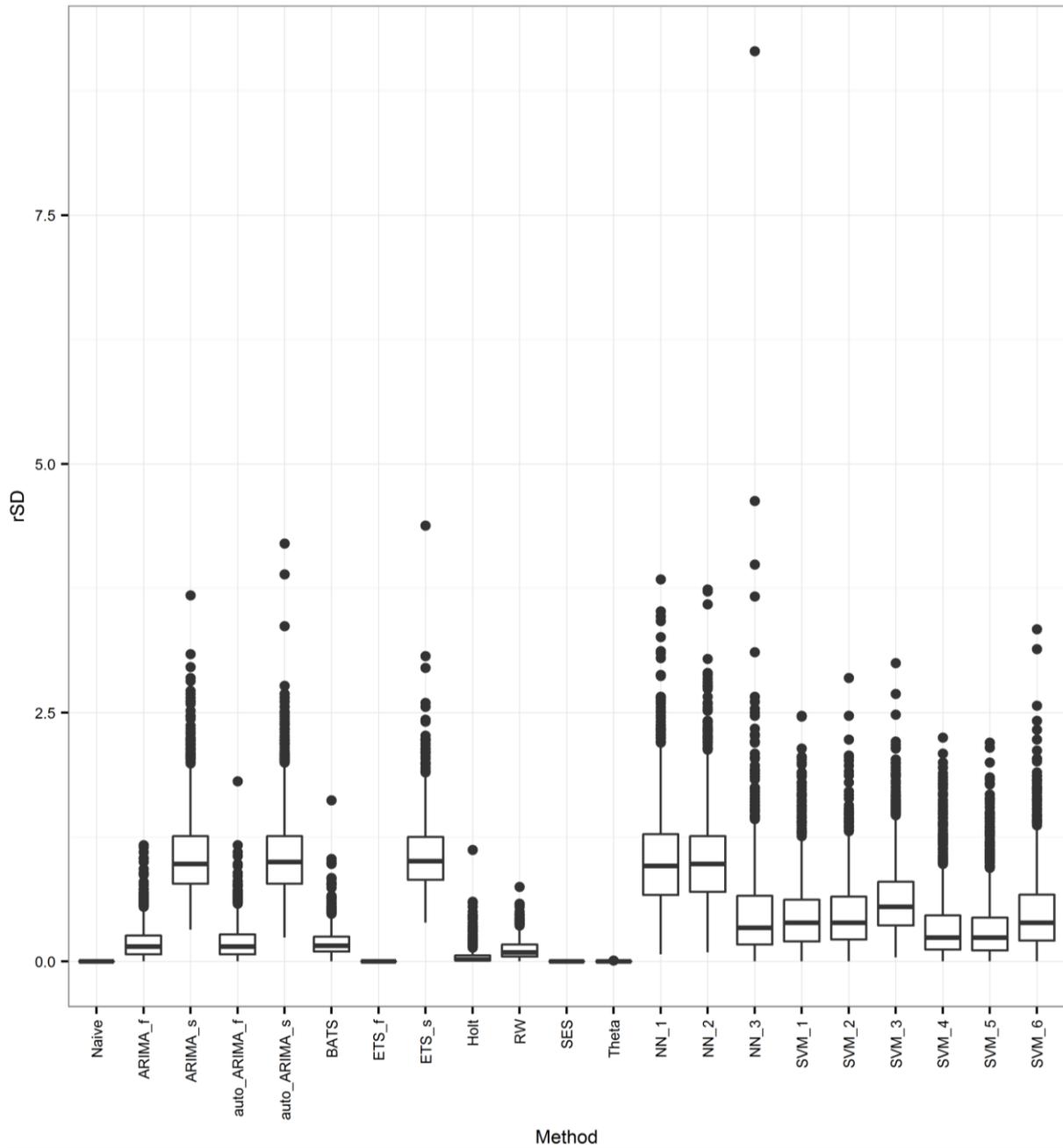
Σχήμα Α.6. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.



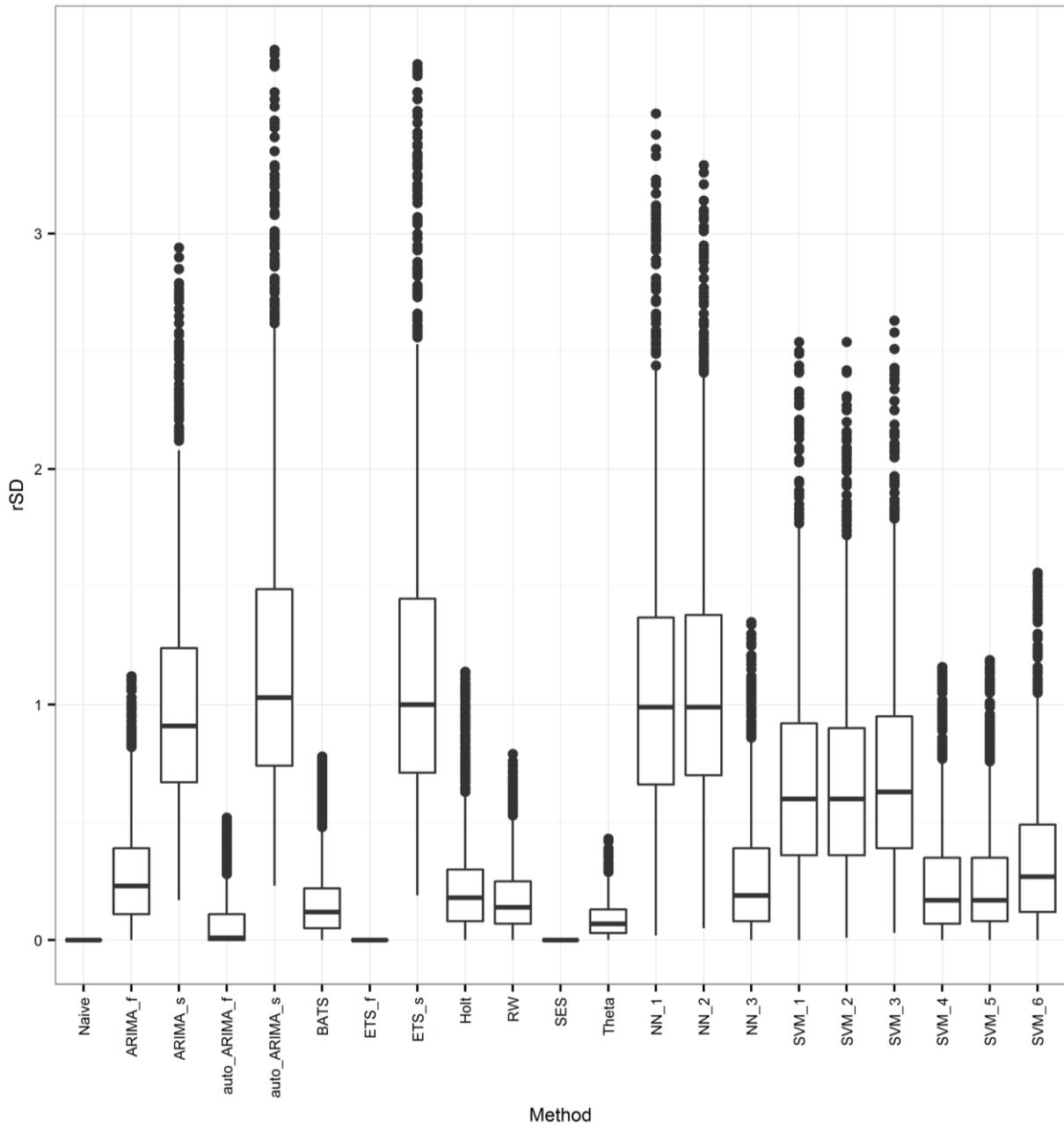
Σχήμα A.7. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.



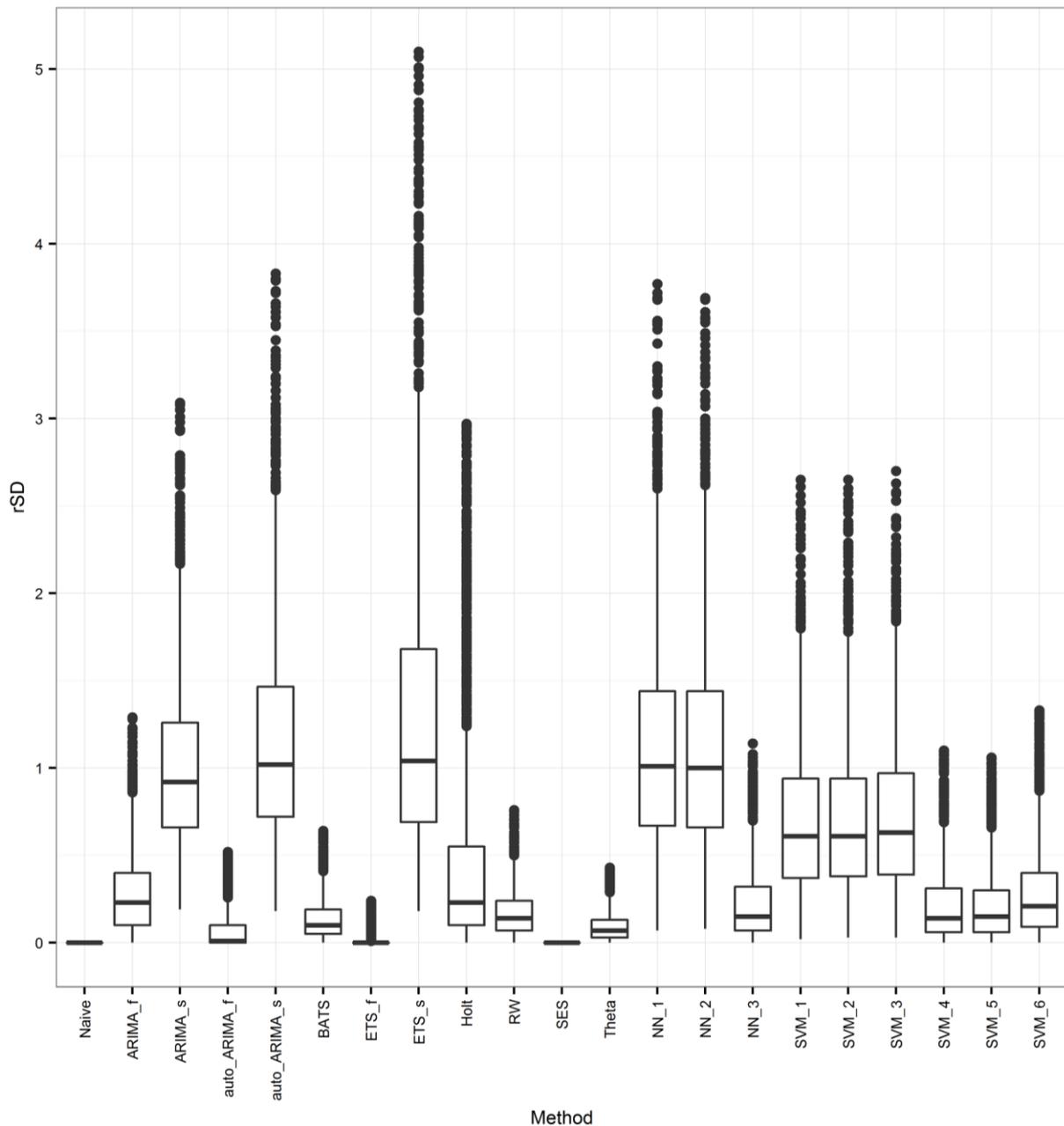
Σχήμα Α.8. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2.



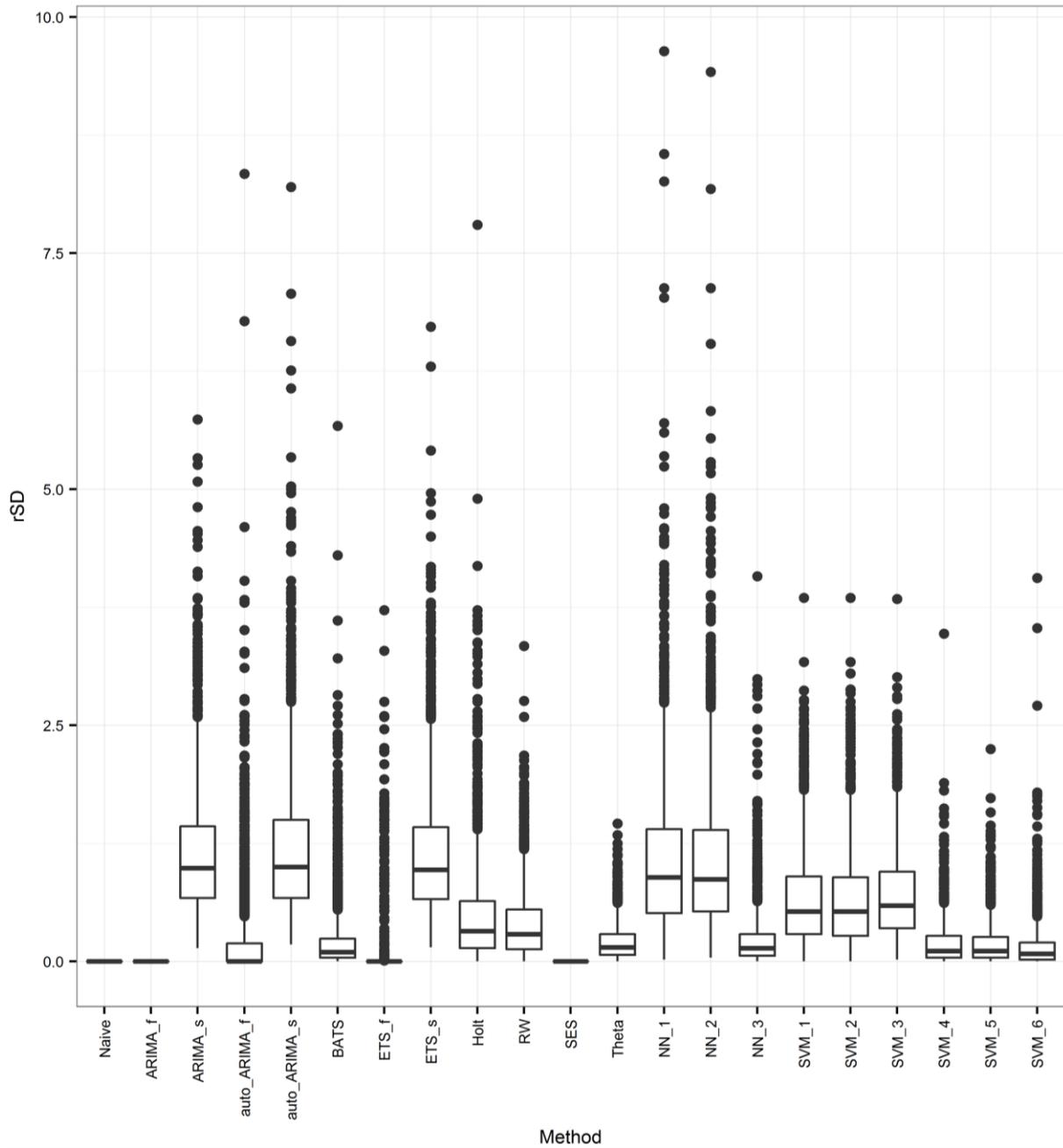
Σχήμα A.9. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$.



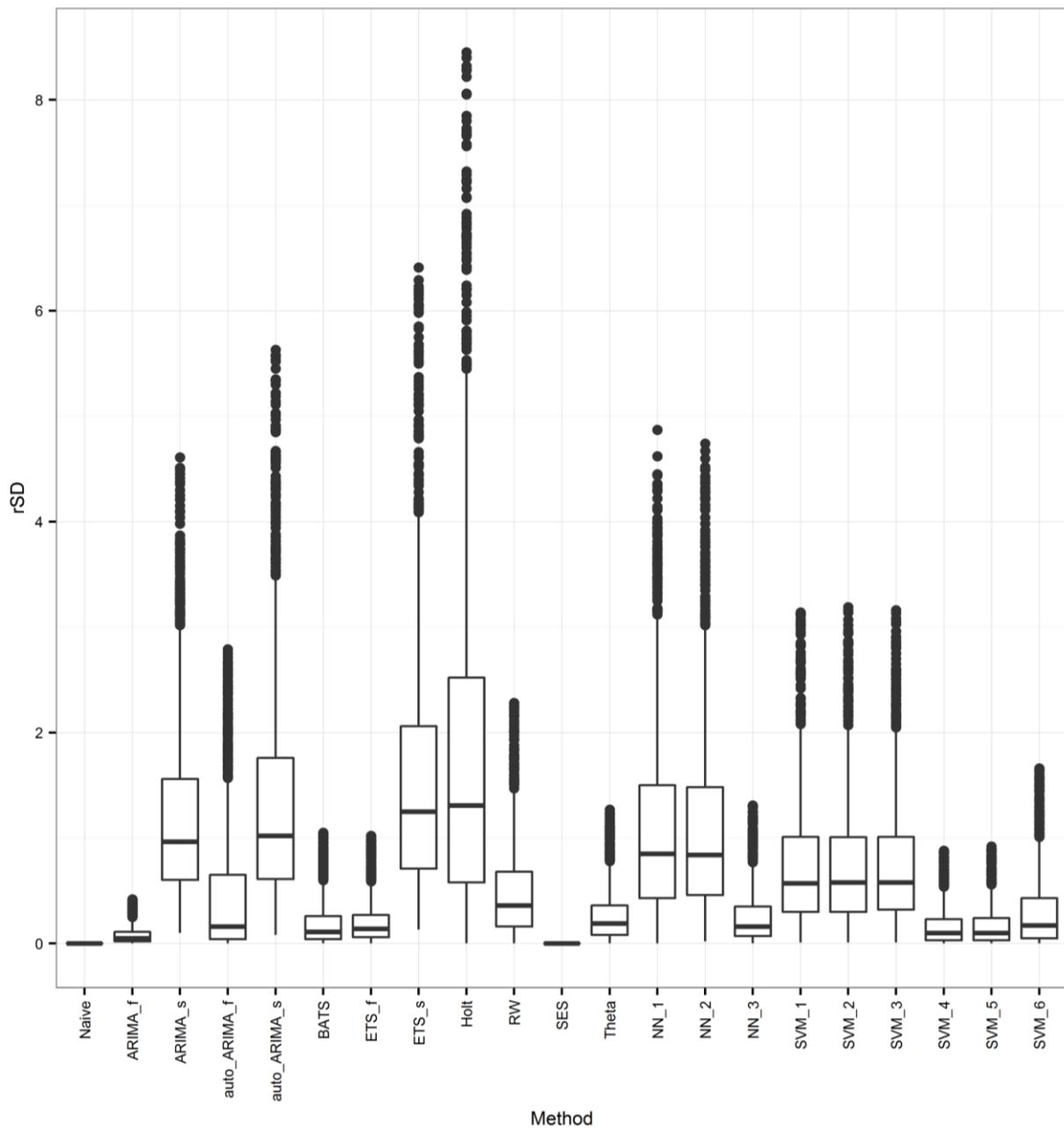
Σχήμα A.10. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.



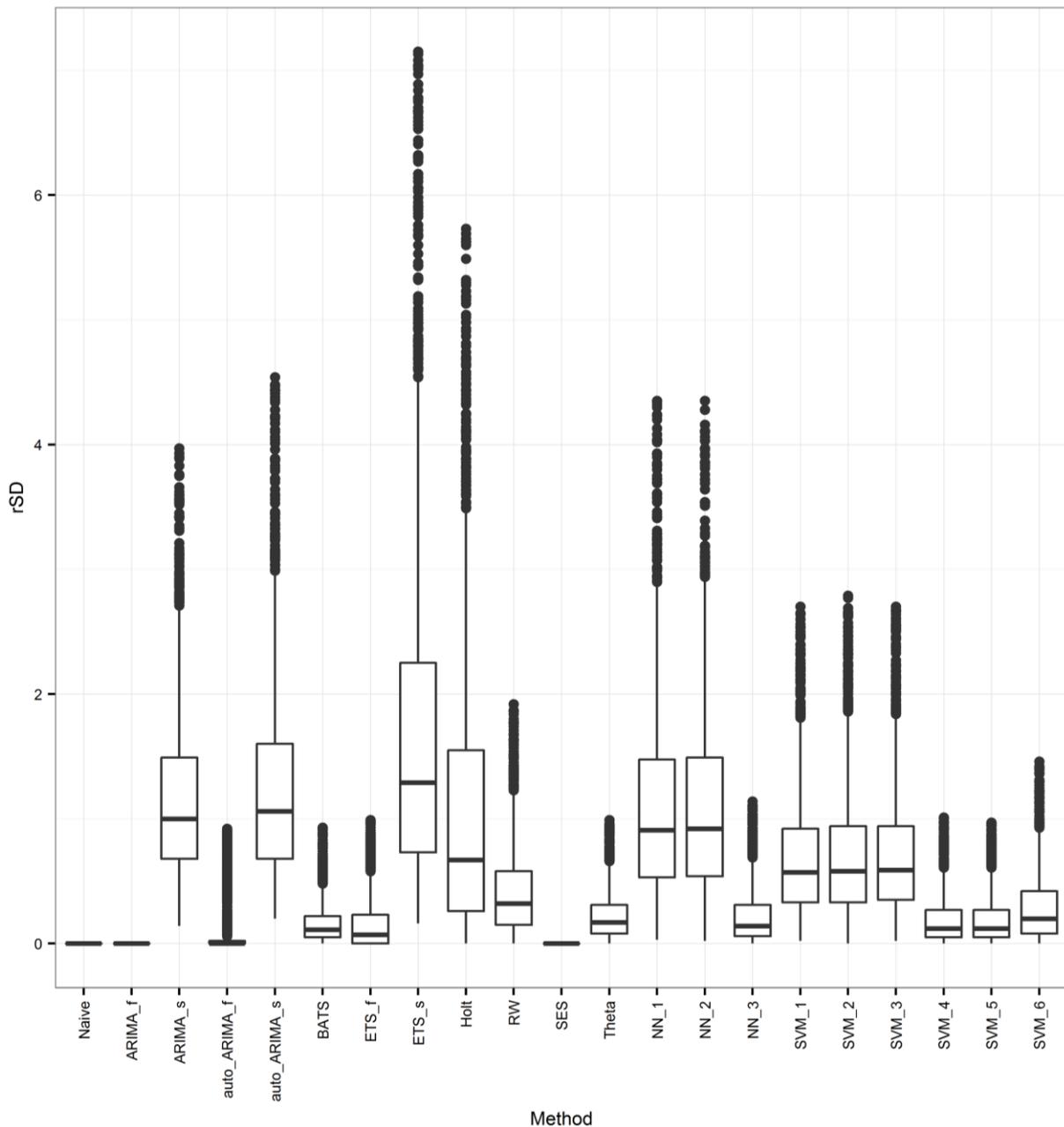
Σχήμα A.11. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και ARIMA_s εμποδίζουν την σύγκριση.



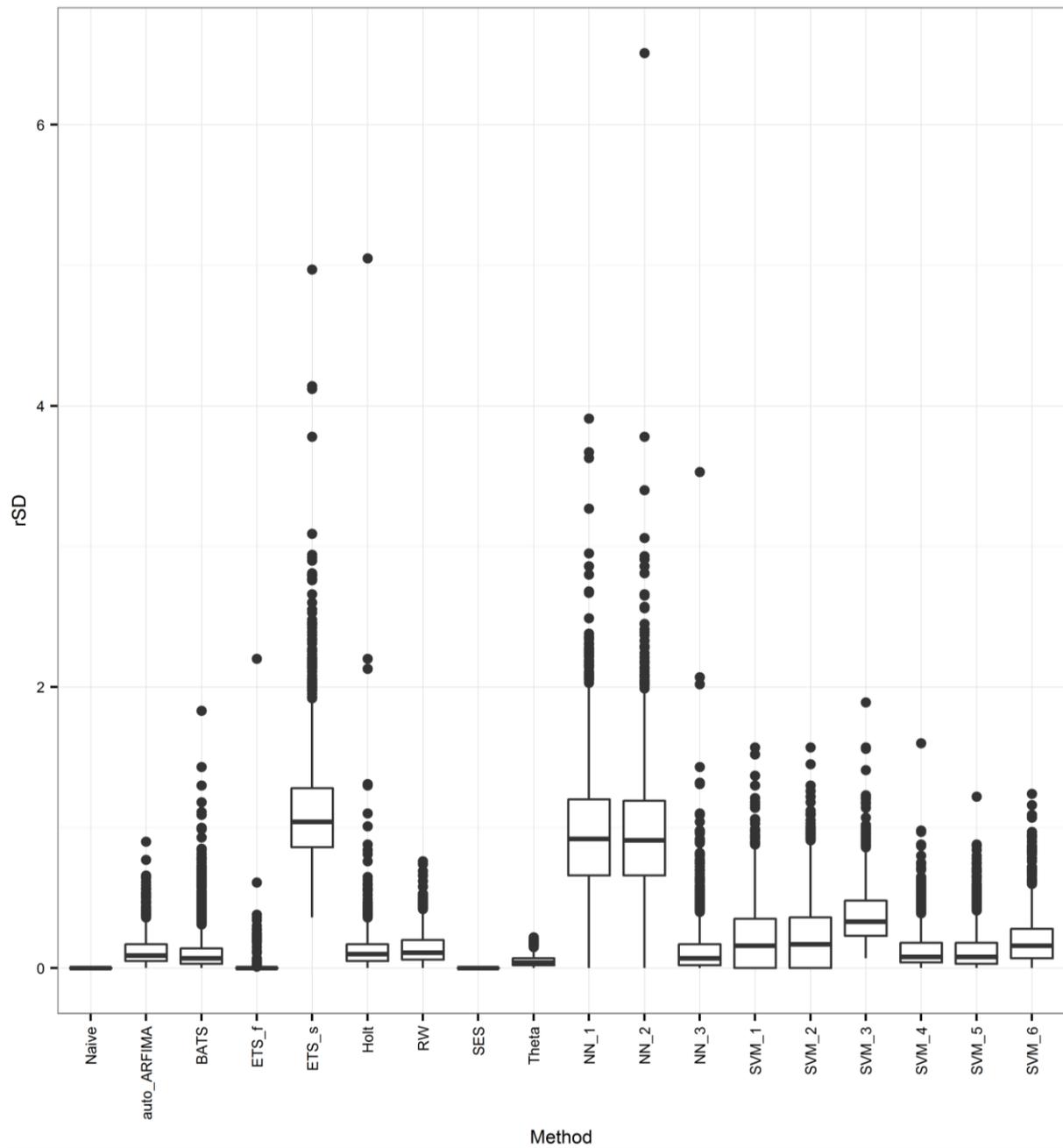
Σχήμα A.12. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0).



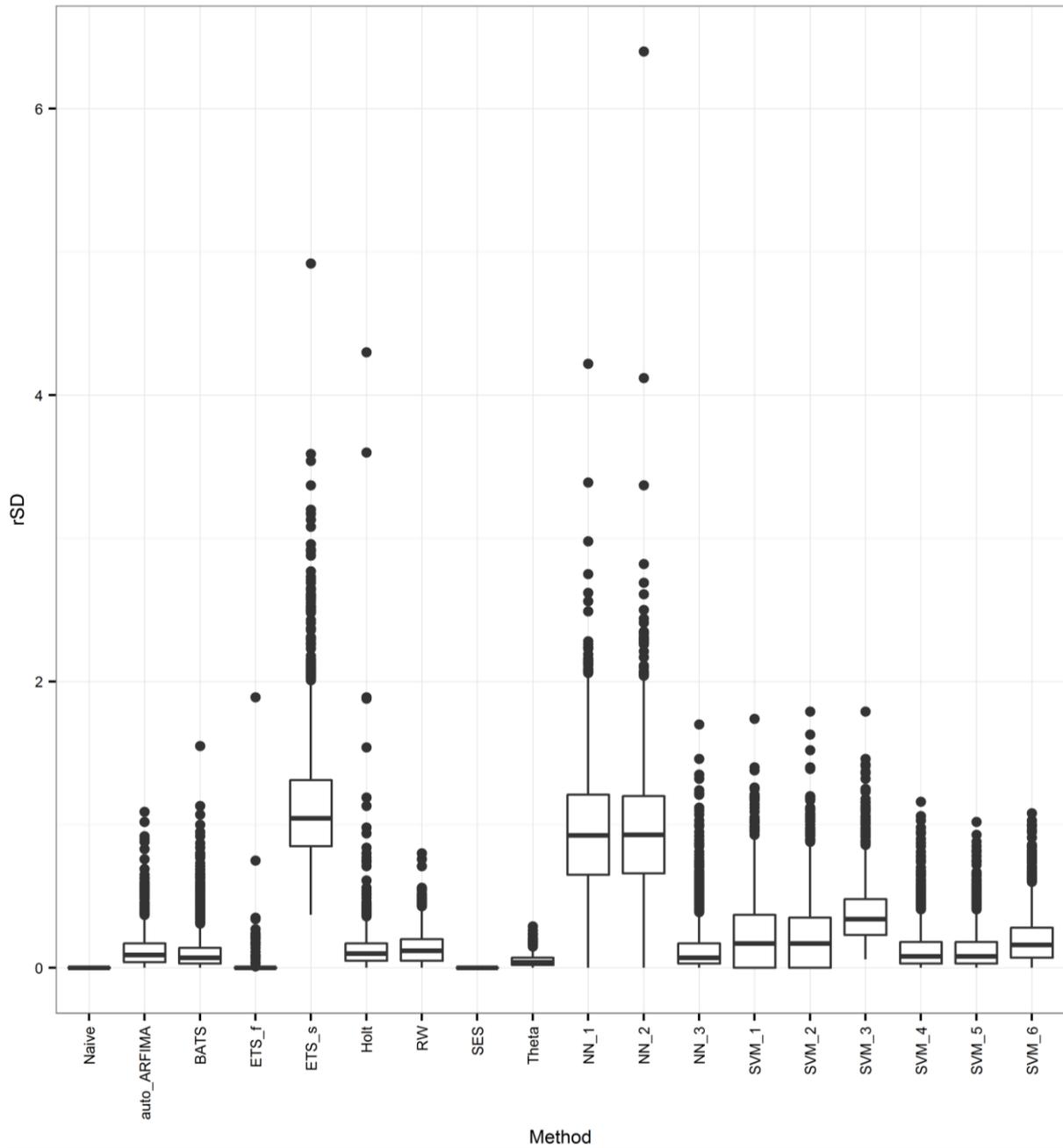
Σχήμα A.13. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για την μέθοδο auto_ARIMA_s είναι δυσανάλογα μεγάλες σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη.



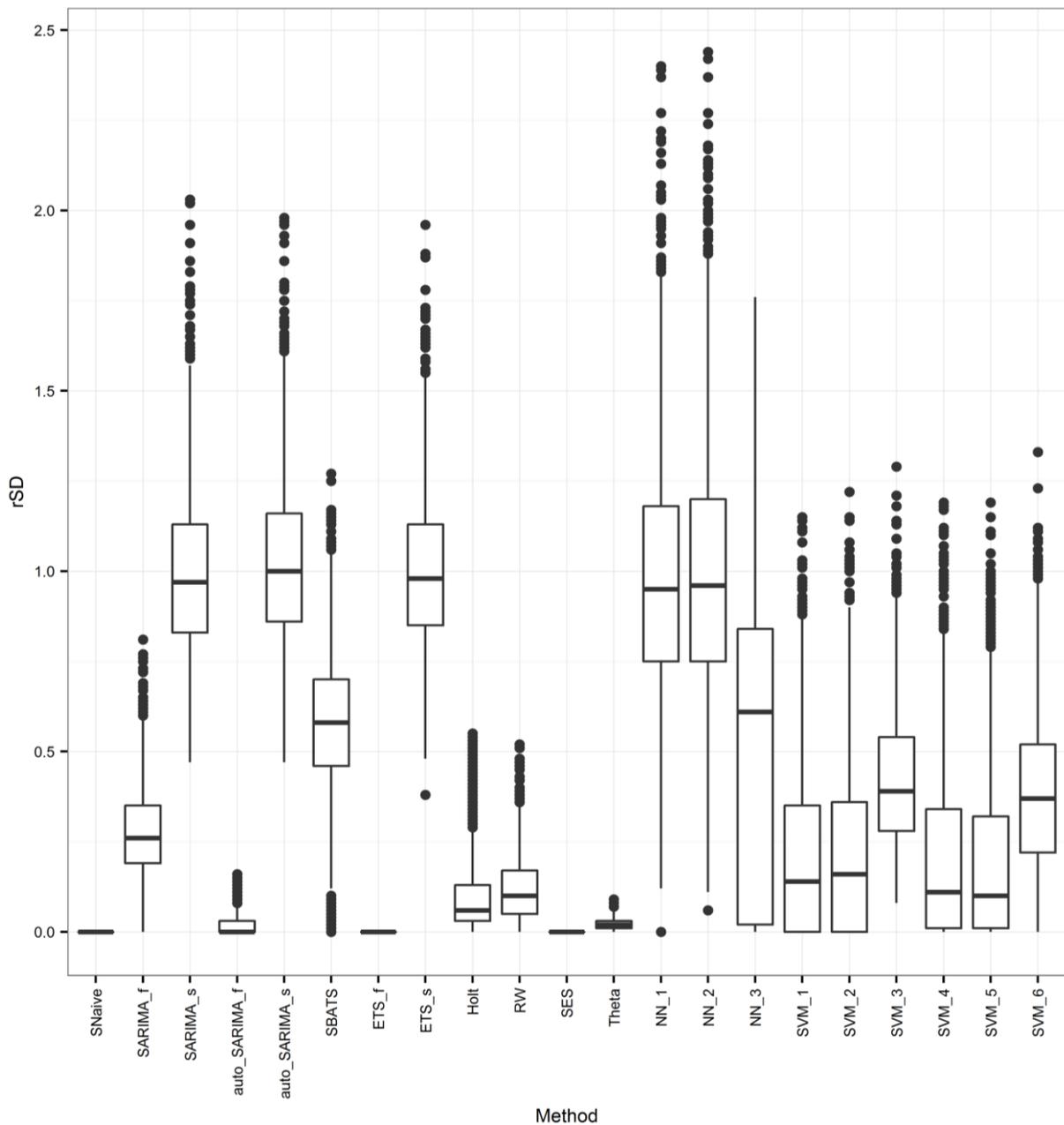
Σχήμα A.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους ETS_s, Holt και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.



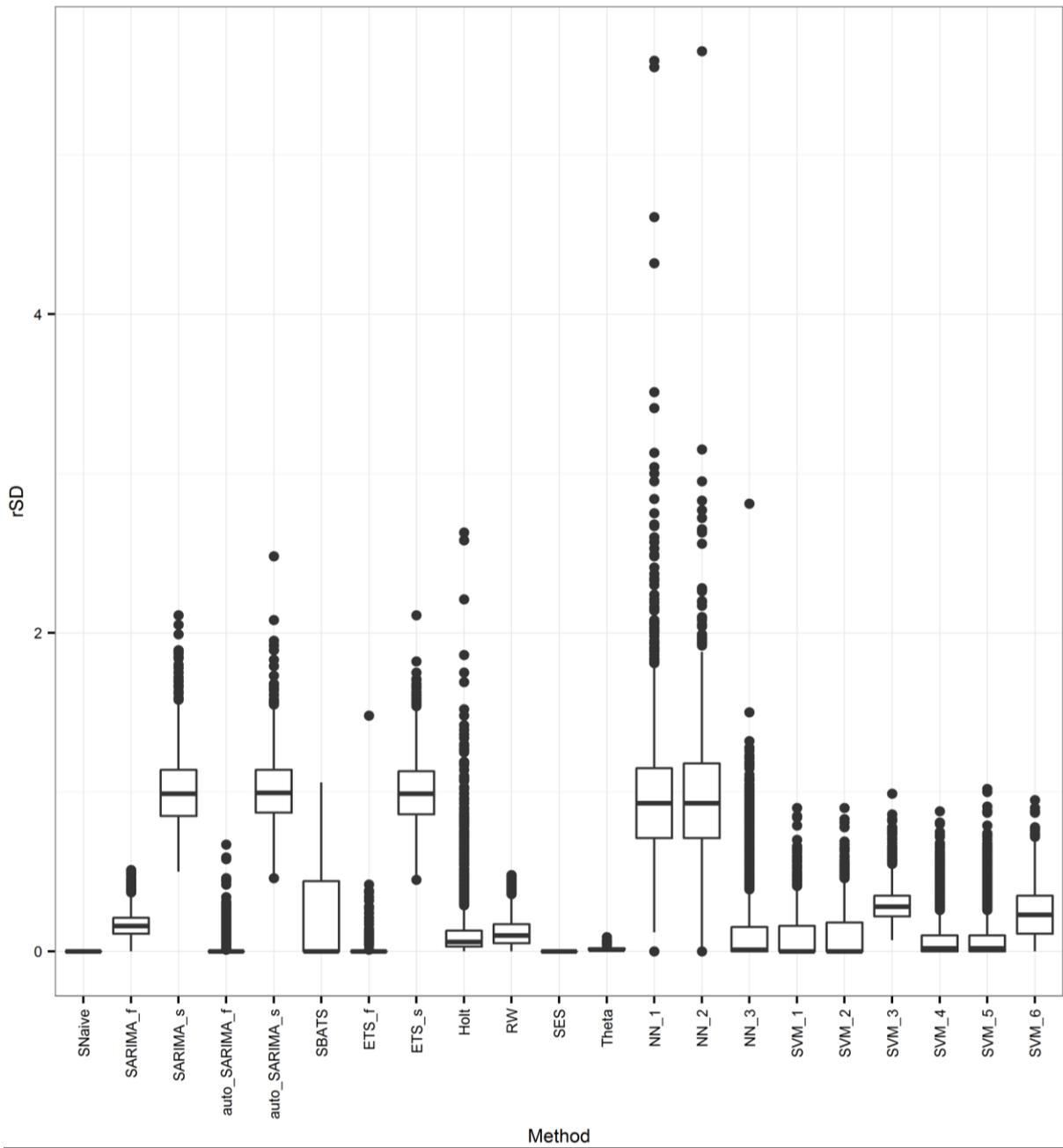
Σχήμα A.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0).



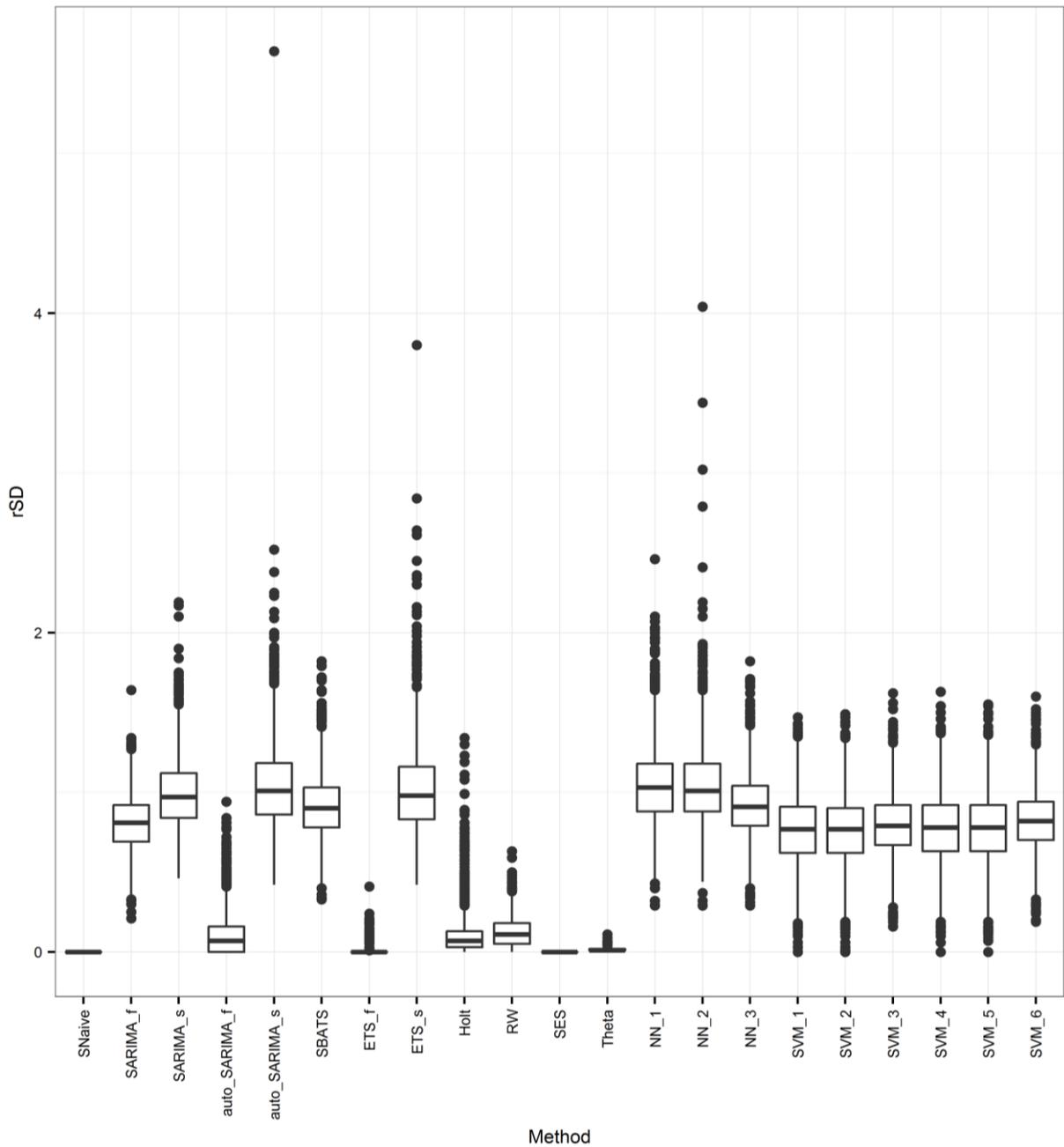
Σχήμα A.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.



Σχήμα A.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται για τις μεθόδους NN_1 και NN_2 εμποδίζουν την σύγκριση.

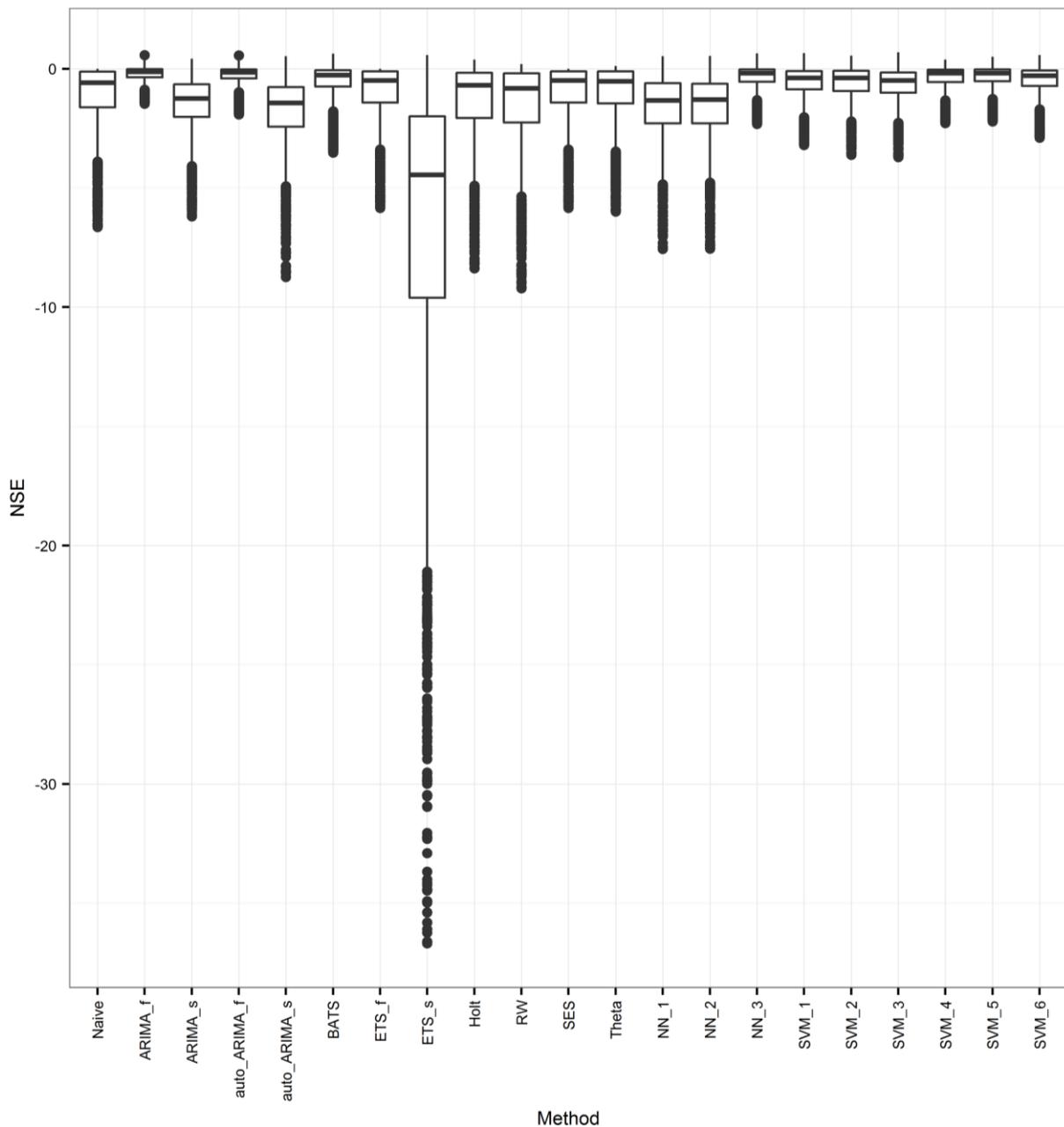


Σχήμα A.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$.

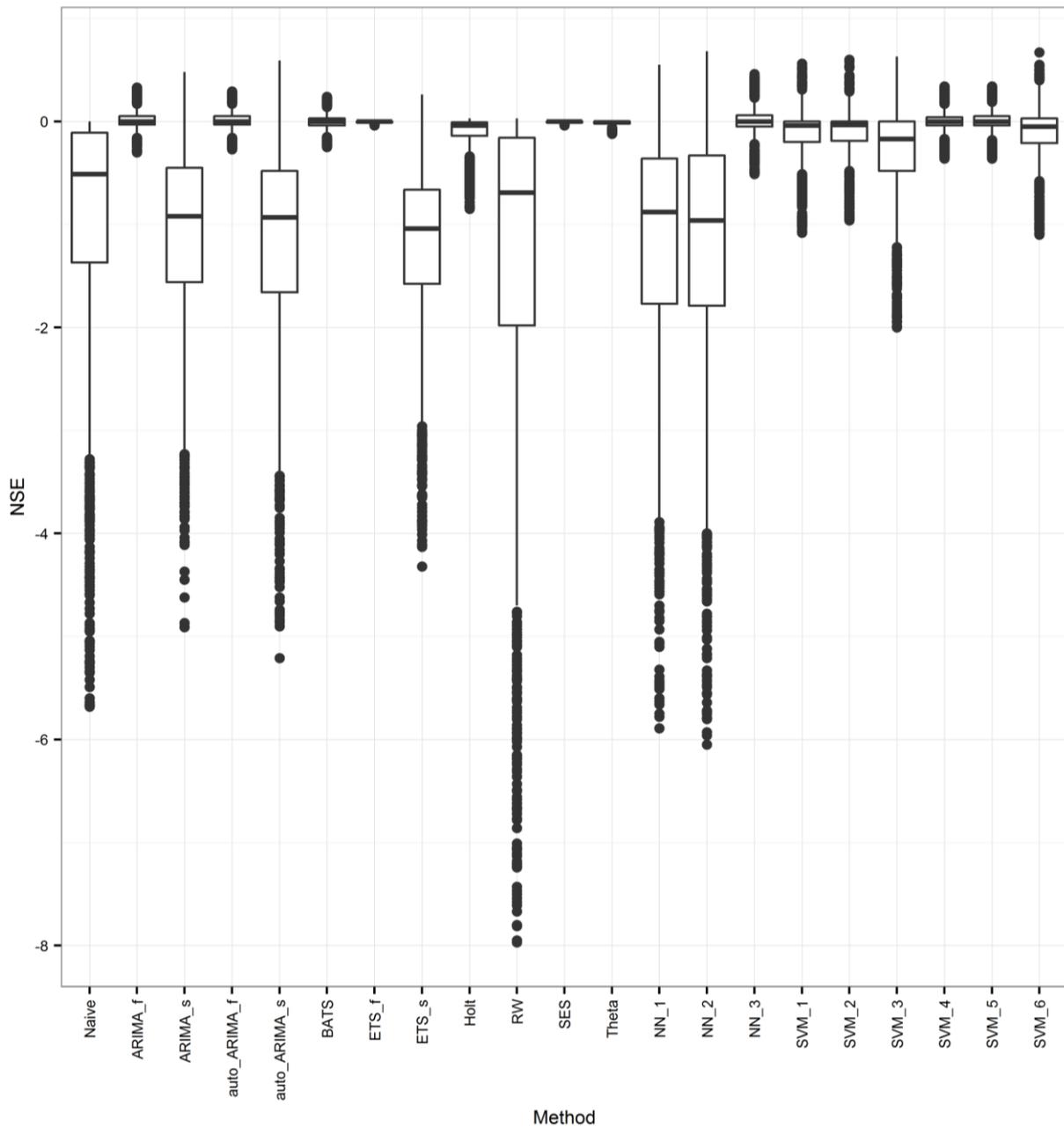


Σχήμα A.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο rSD κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$.

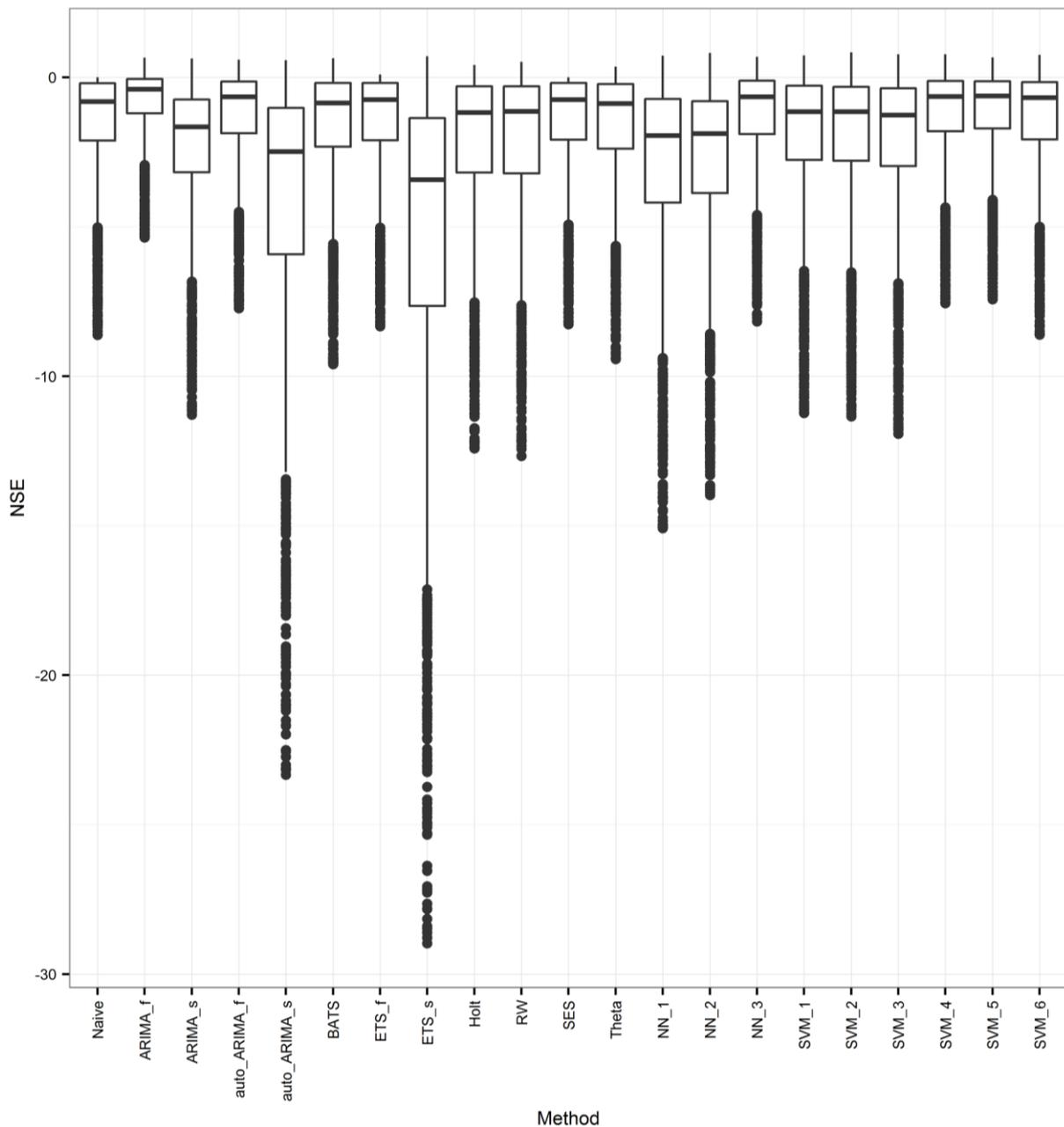
Παράρτημα Β Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης



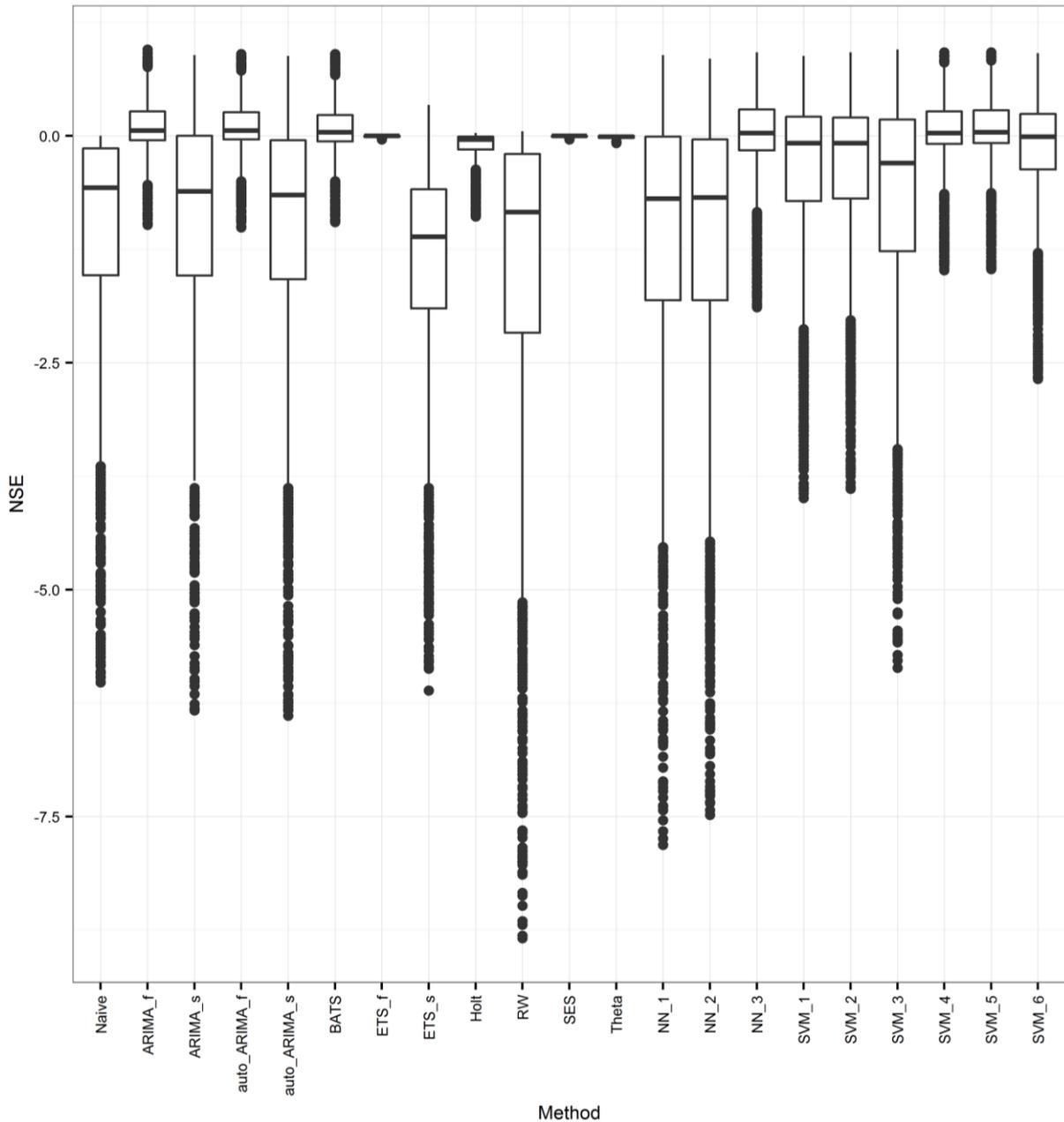
Σχήμα Β.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, ETS_s και auto_ARIMA_s.



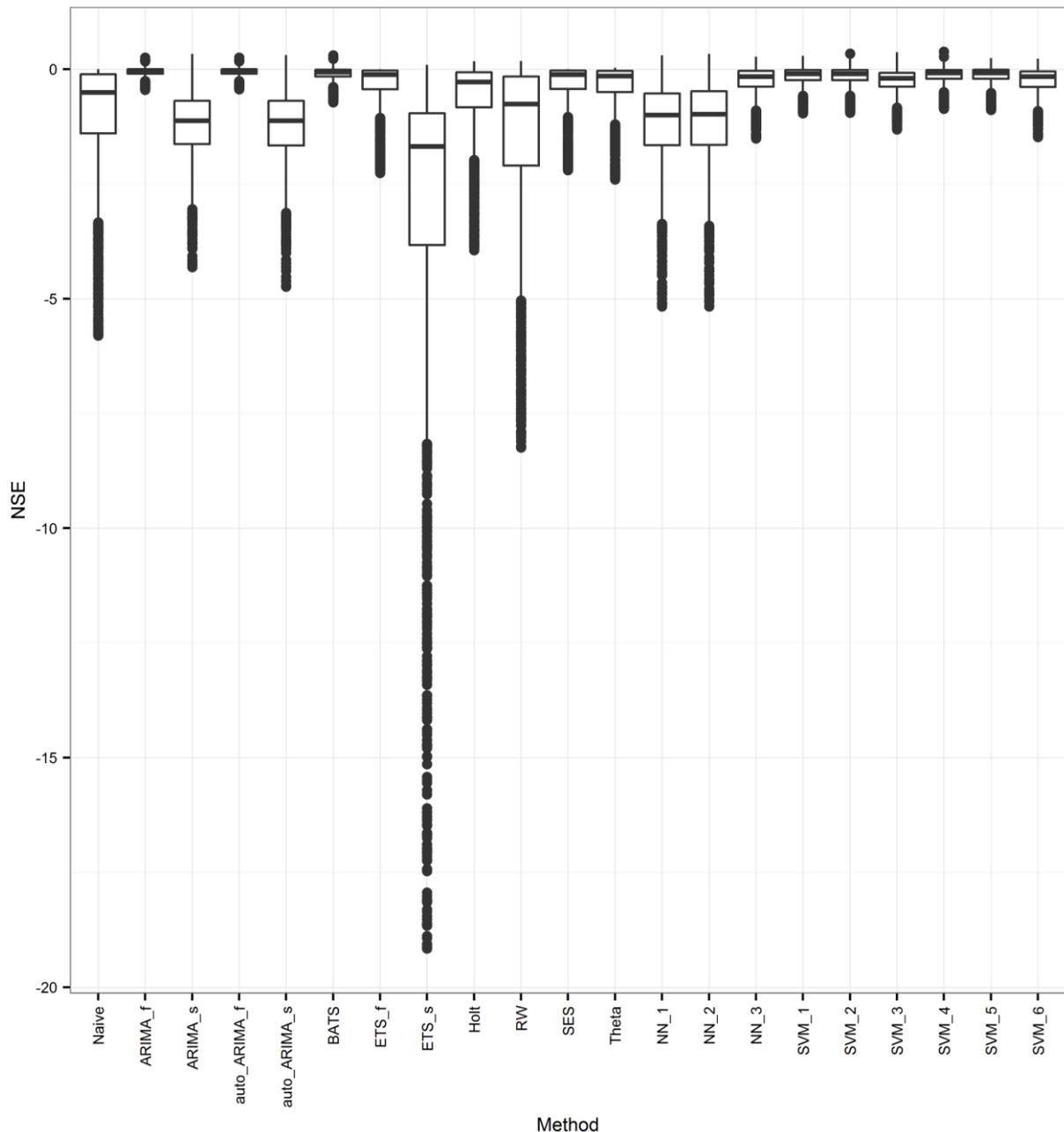
Σχήμα Β.2. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = -0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2, RW, Holt και Naive.



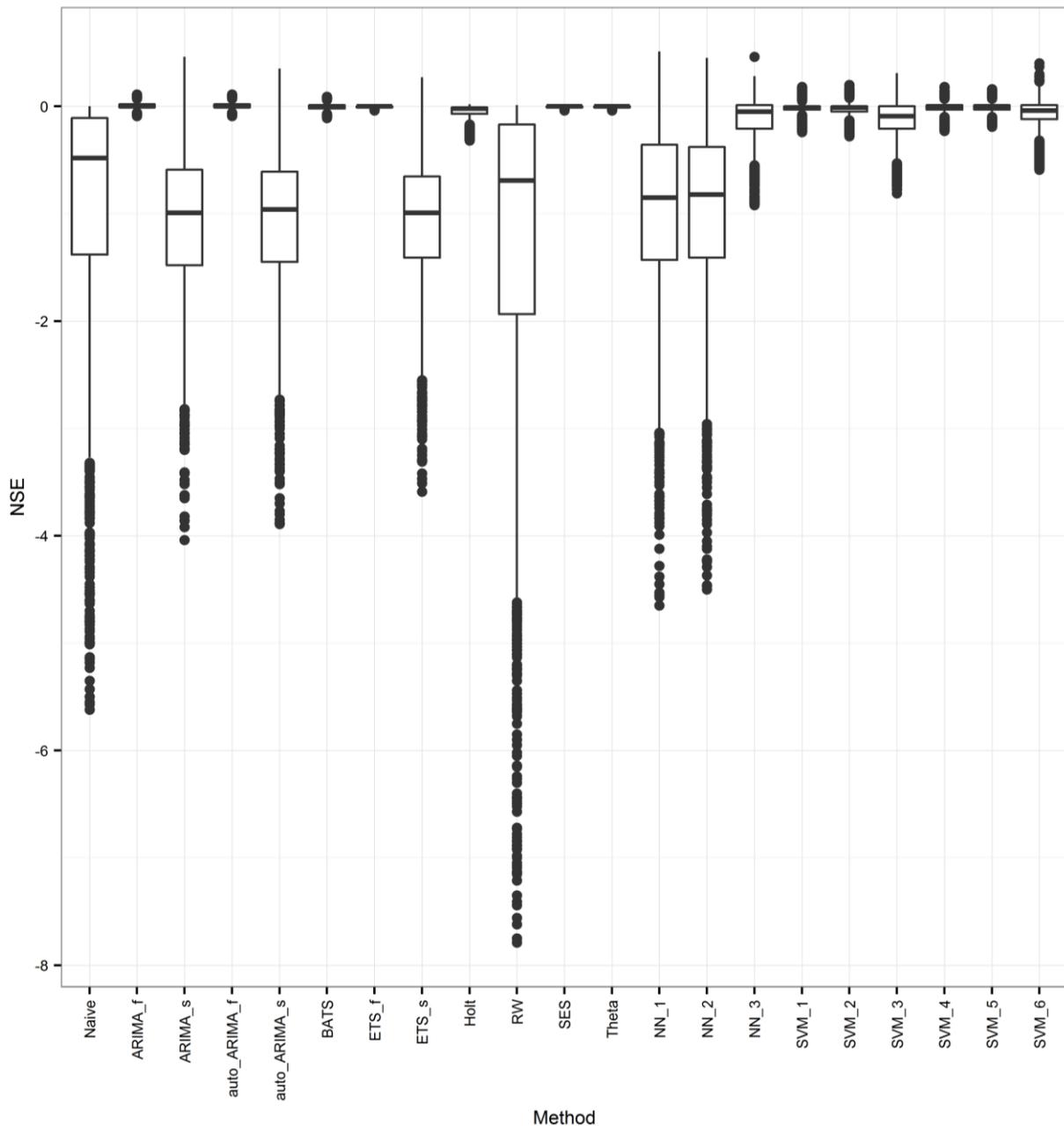
Σχήμα Β.3. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους Holt και auto_ARIMA_s.



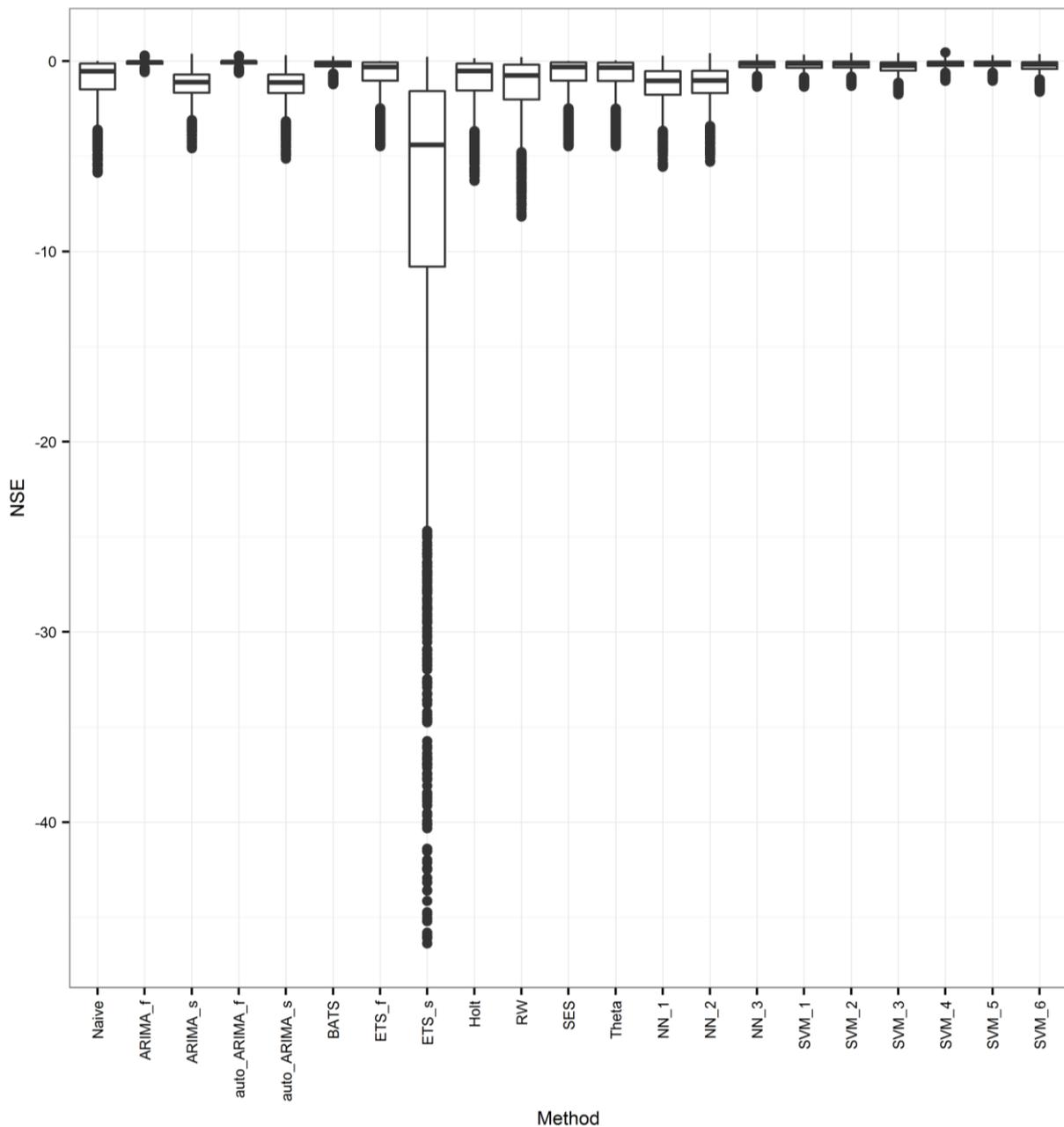
Σχήμα Β.4. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο NN_2.



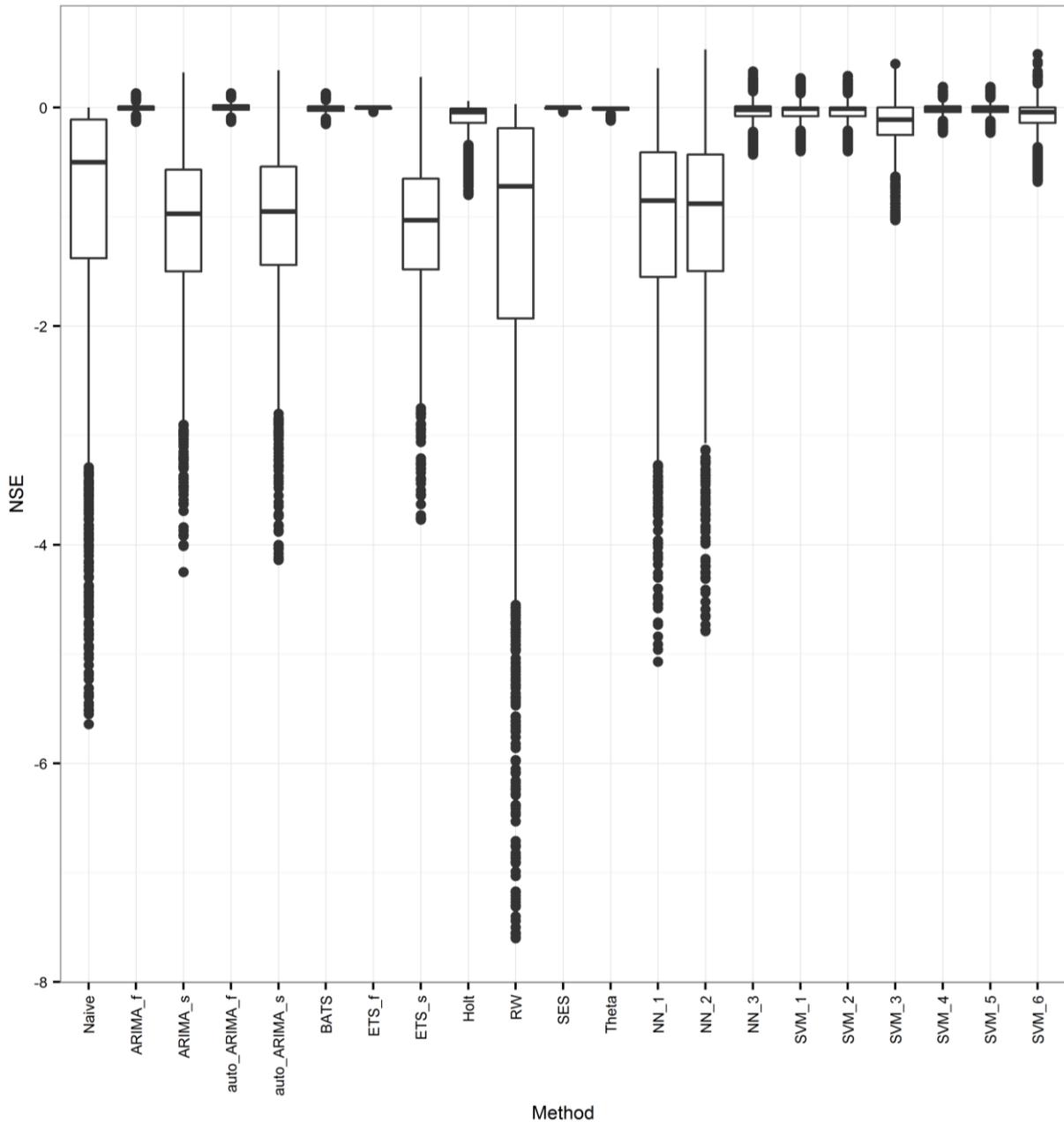
Σχήμα Β.5. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, NN_3 και auto_ARIMA_s.



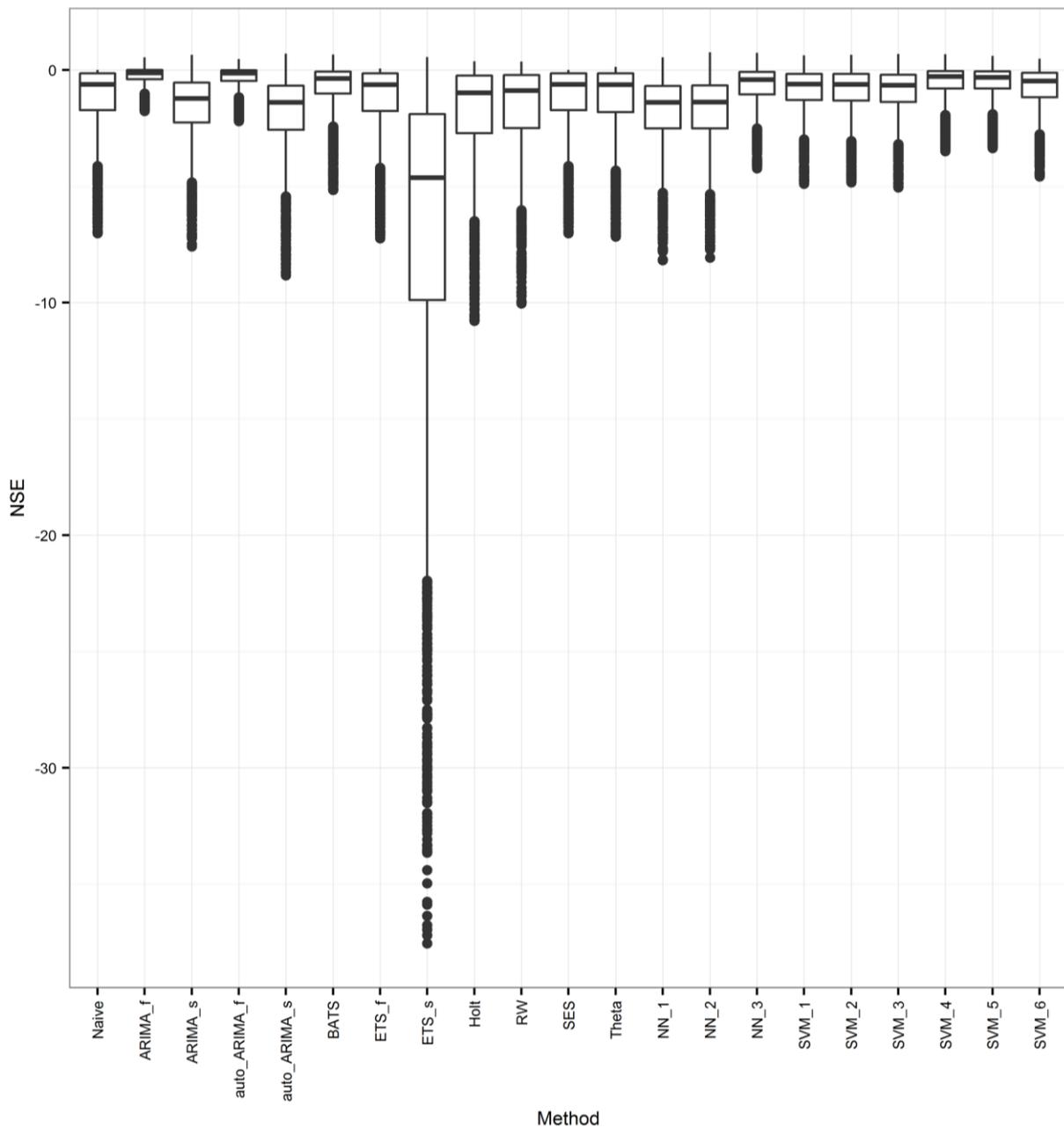
Σχήμα Β.6. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3 και NN_1.



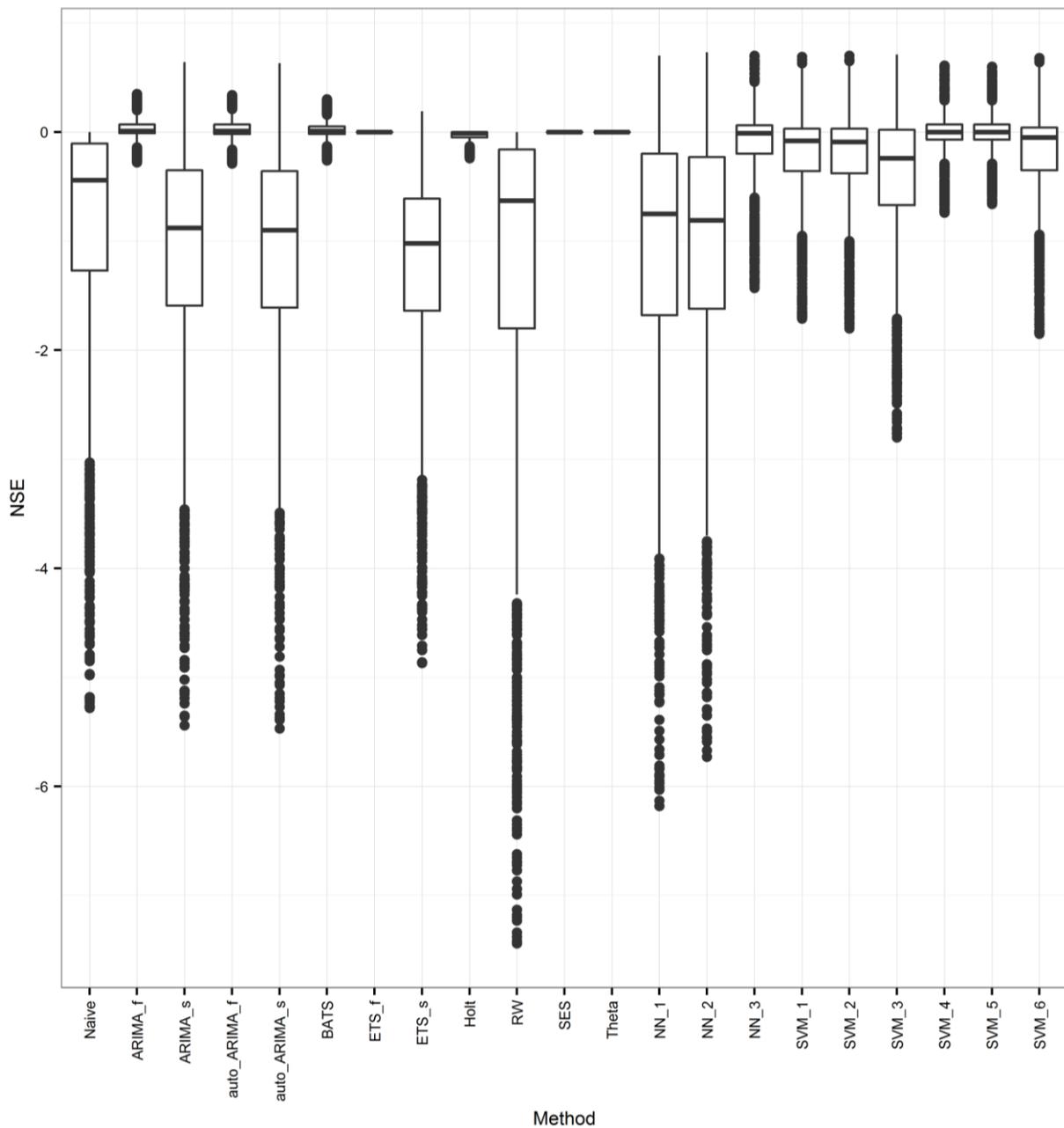
Σχήμα Β.7. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους ETS_s, NN_3 και auto_ARIMA_s.



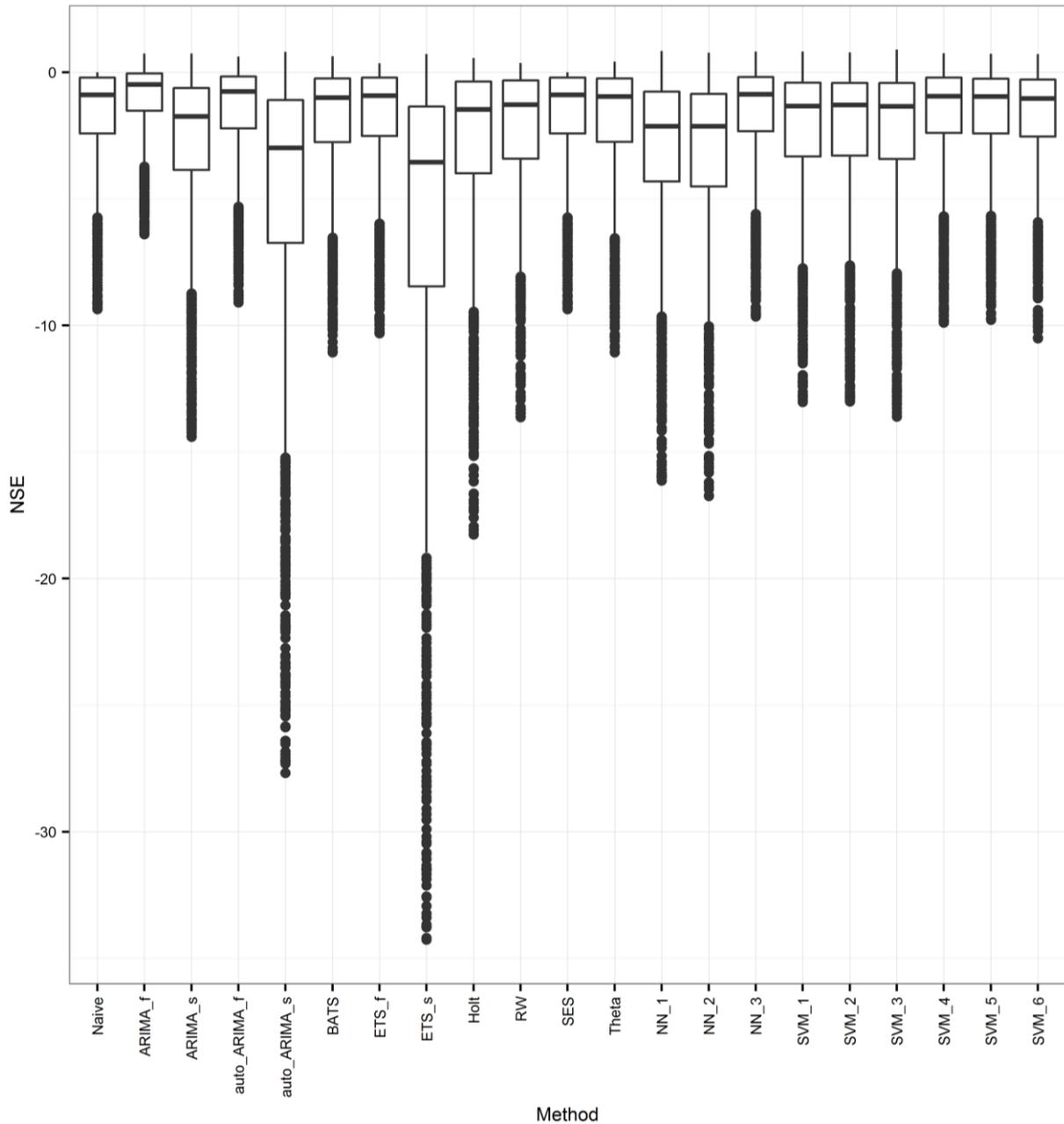
Σχήμα Β.8. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, NN_1, NN_2, Holt και RW.



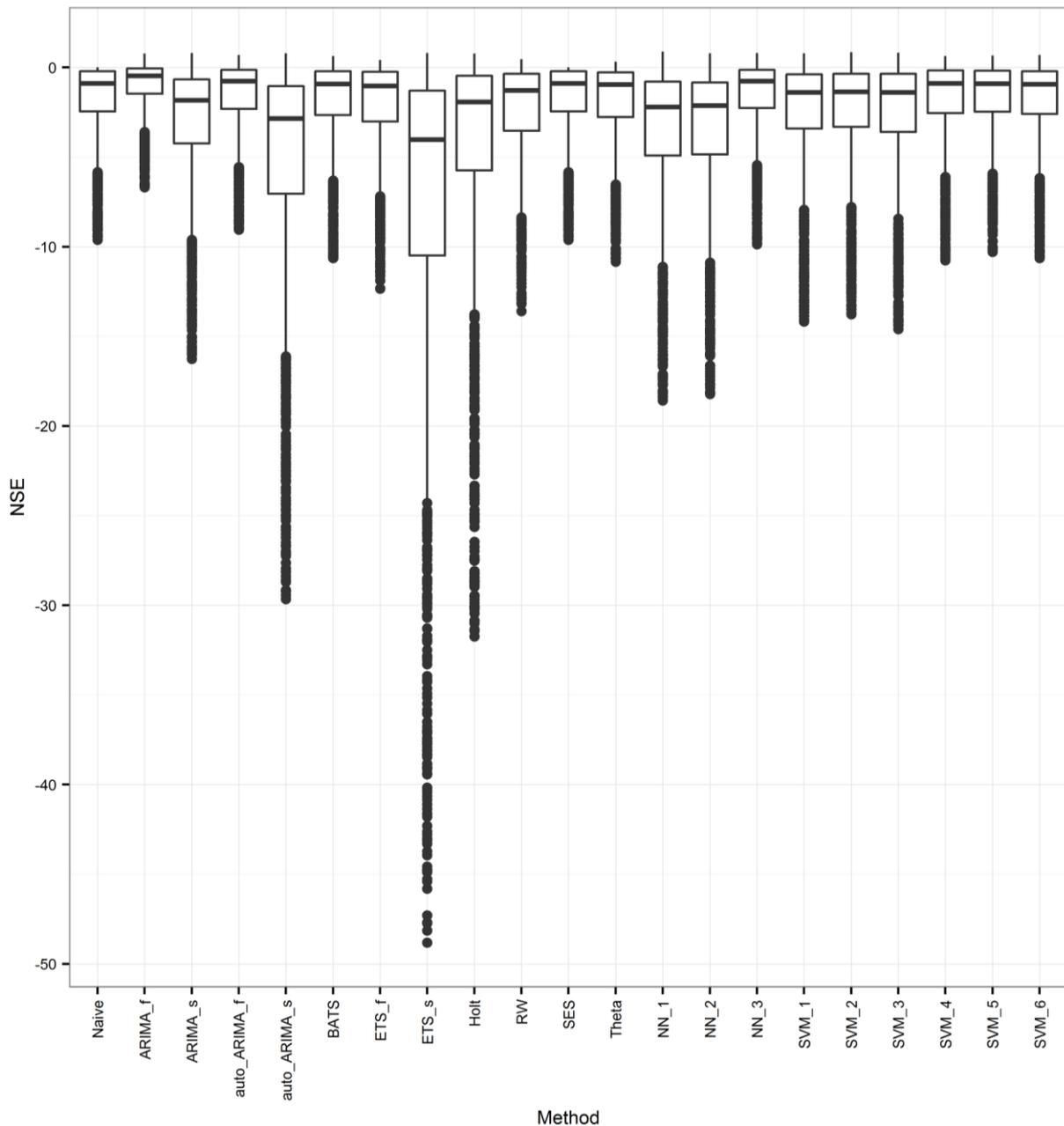
Σχήμα Β.9. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο ETS_s.



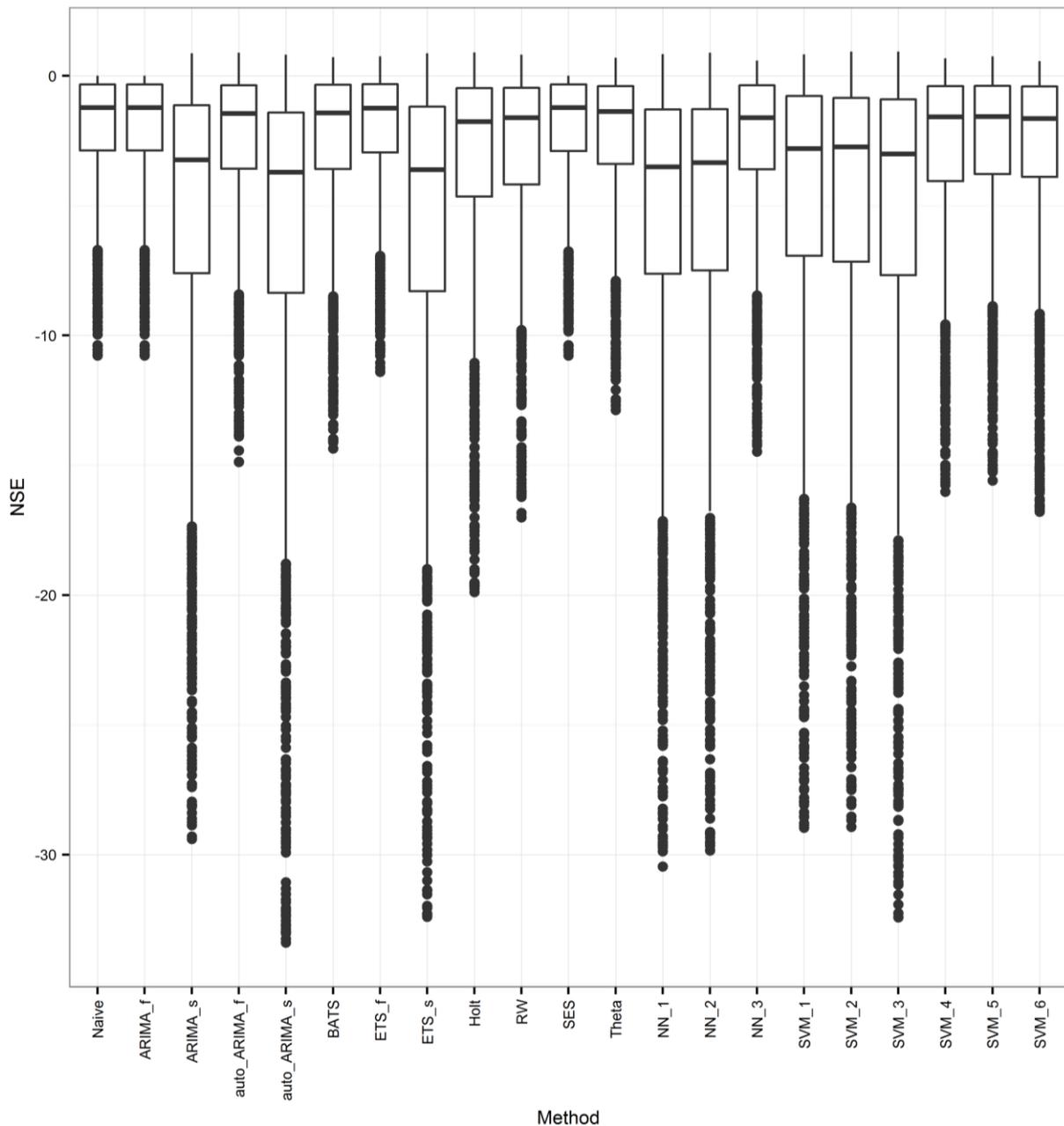
Σχήμα Β.10. Θηκόγραμμα με τα ποσοτήμια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για την μέθοδο NN_3.



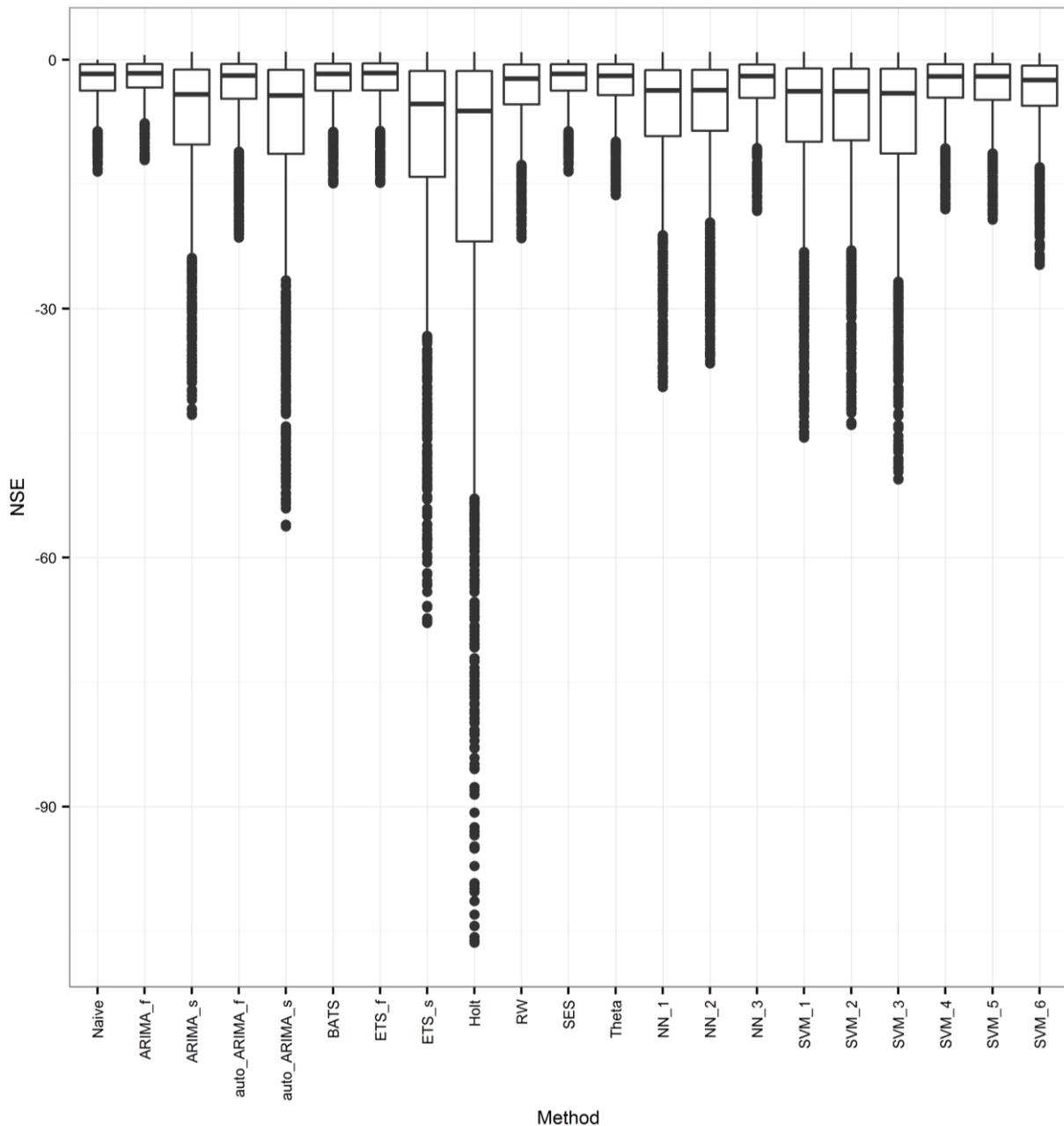
Σχήμα Β.11. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη ιδίως για τις μεθόδους Holt, ETS_s, NN_2, auto_ARIMA_s και NN_3.



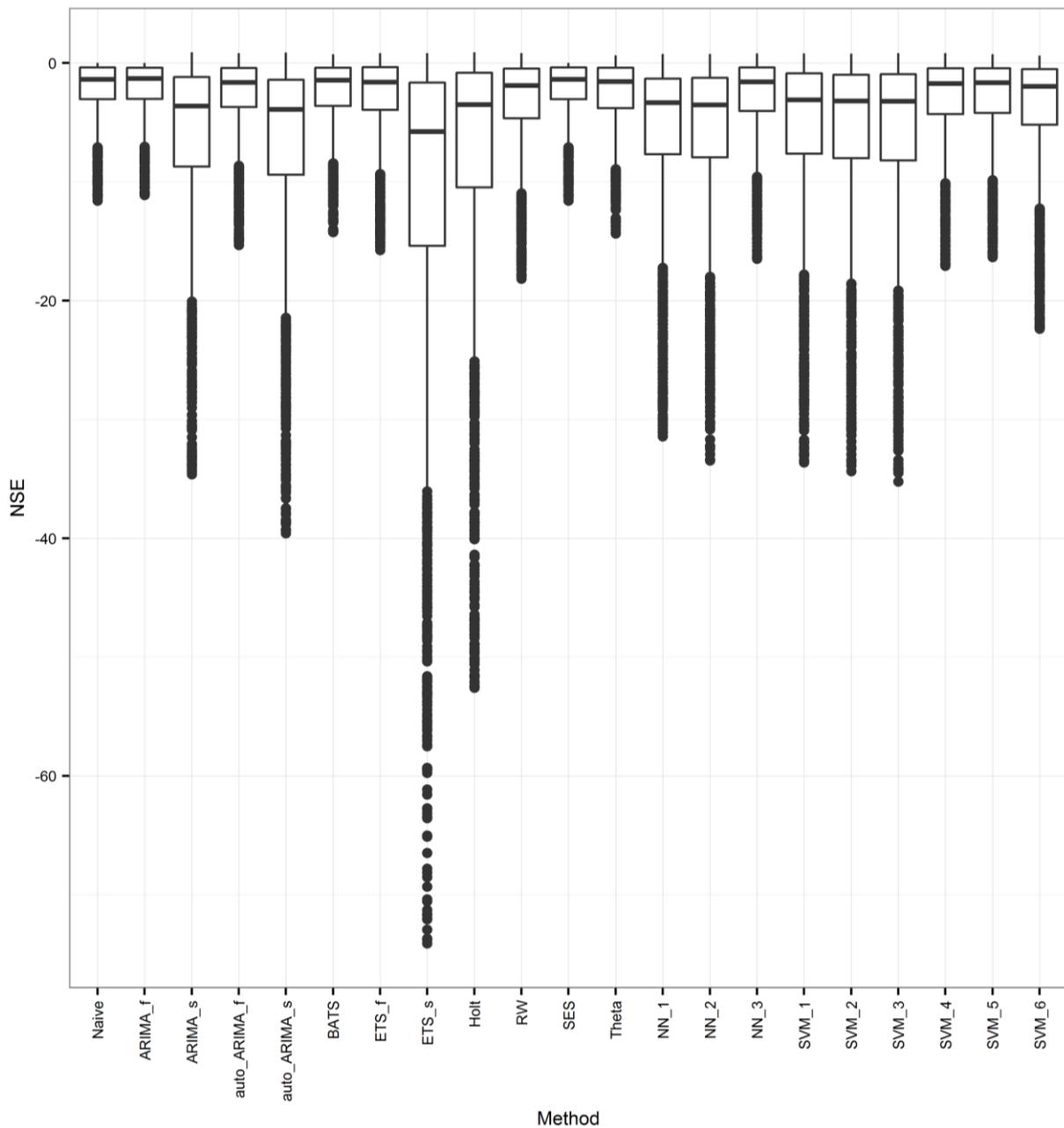
Σχήμα Β.12. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη ιδίως για τις μεθόδους ETS_s, Holt, ARIMA_s, auto_ARIMA_s και NN_3.



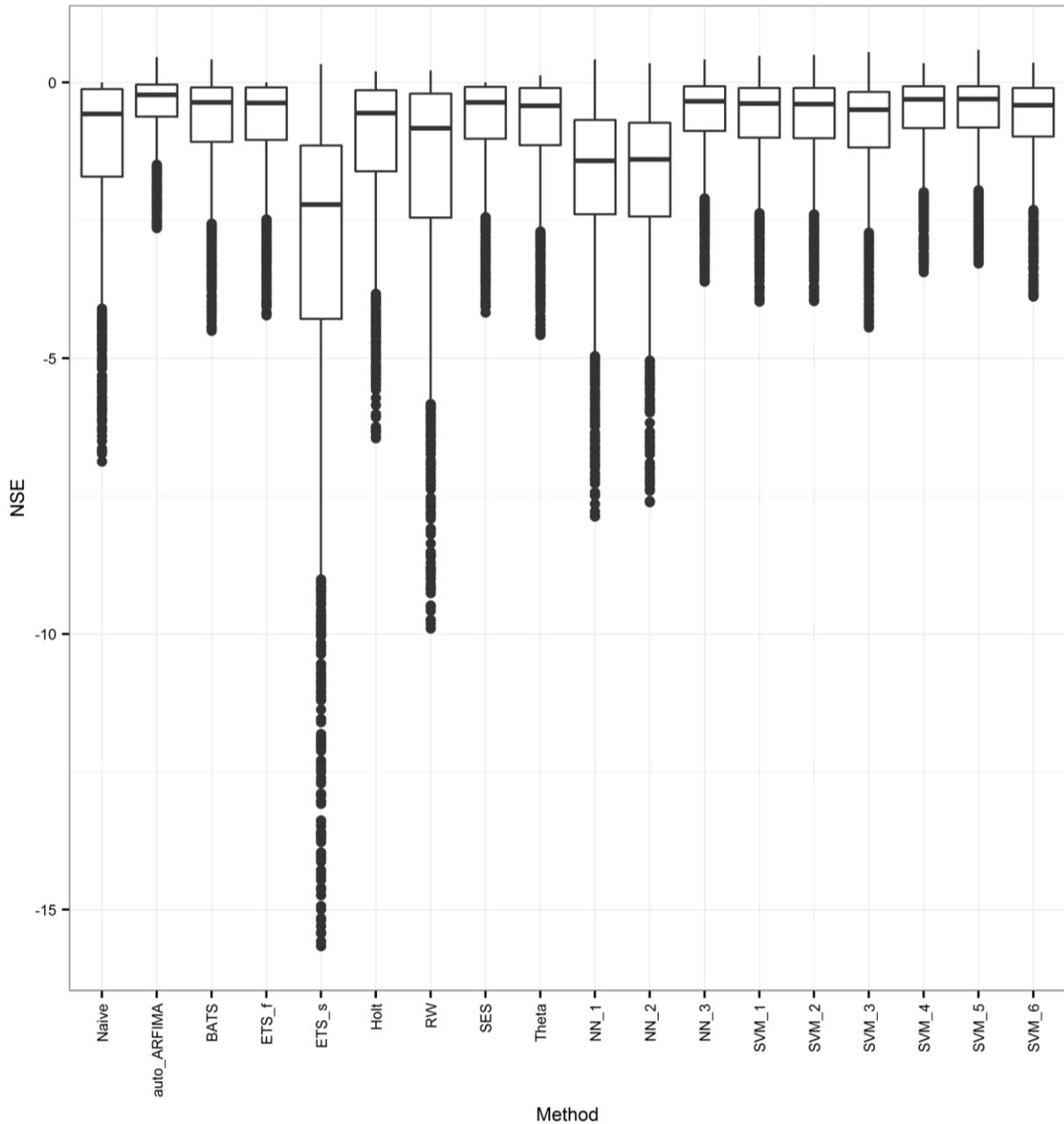
Σχήμα Β.13. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0). Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη σχεδόν για το σύνολο των μεθόδων.



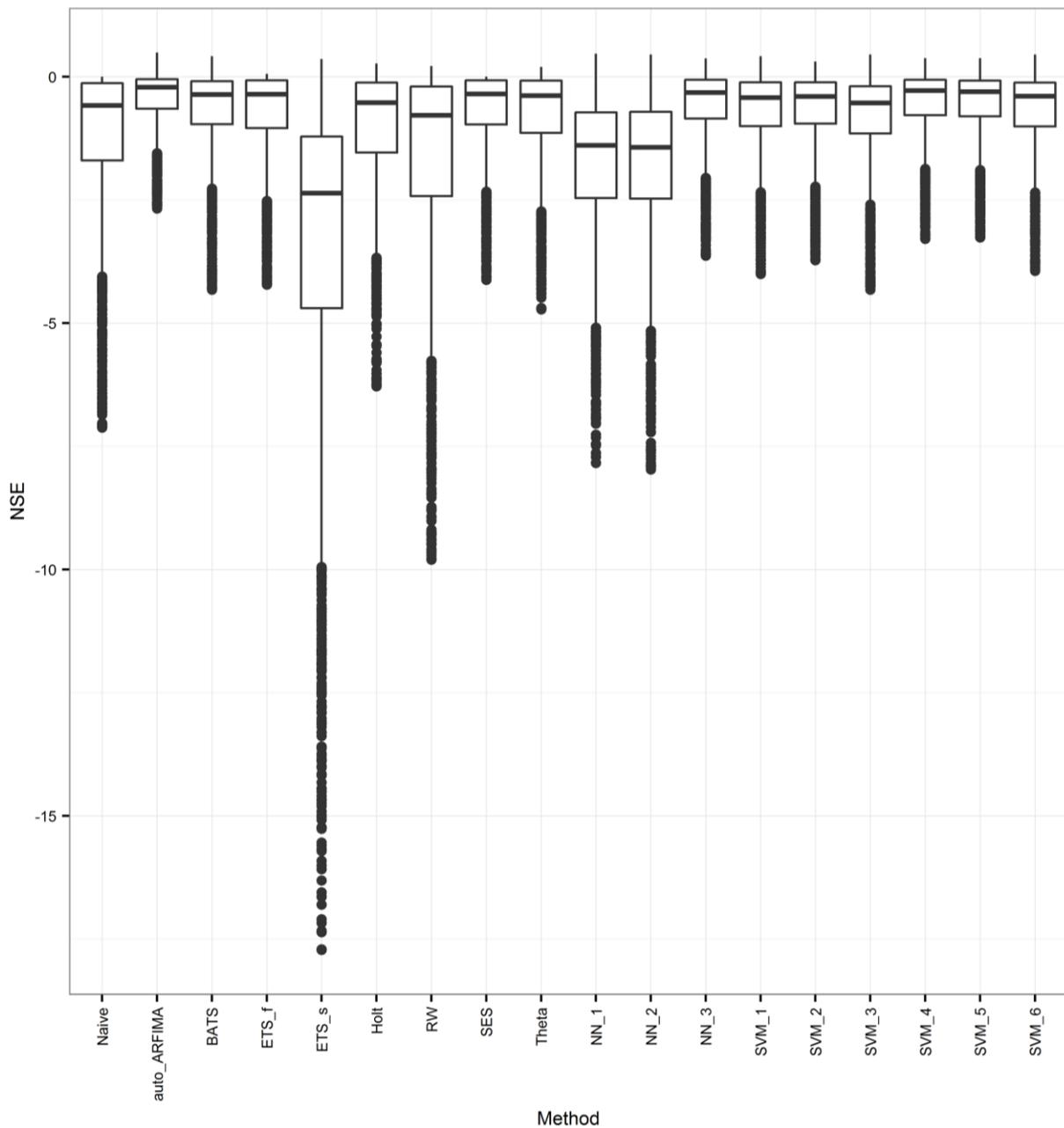
Σχήμα Β.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους auto_ARIMA_s, Holt, ETS_s, BATS, auto_ARIMA_f, SVM_6, SVM_3, NN_1, NN_2, και SVM_1.



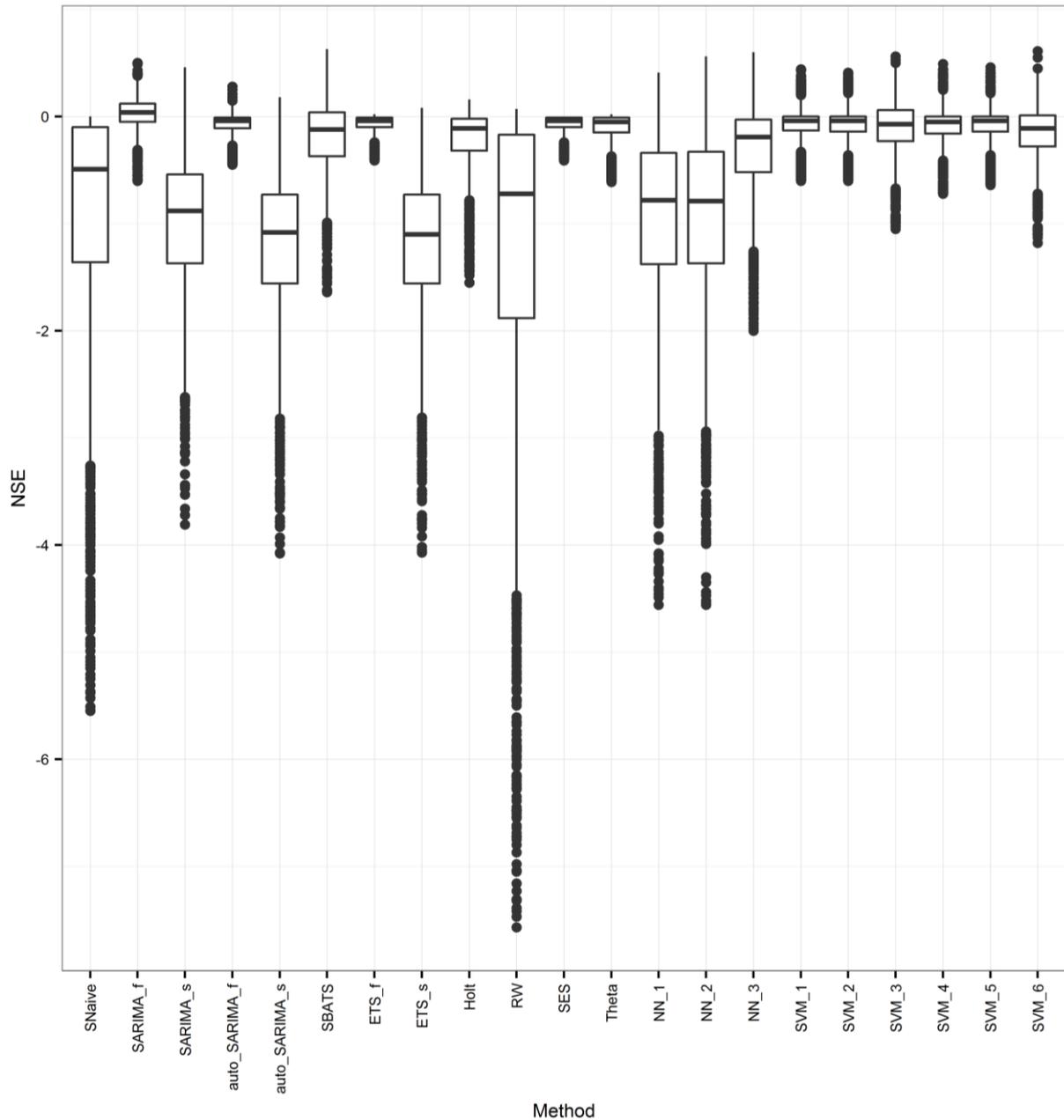
Σχήμα Β.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη κυρίως για τις μεθόδους Holt, ETS_s και NN_2.



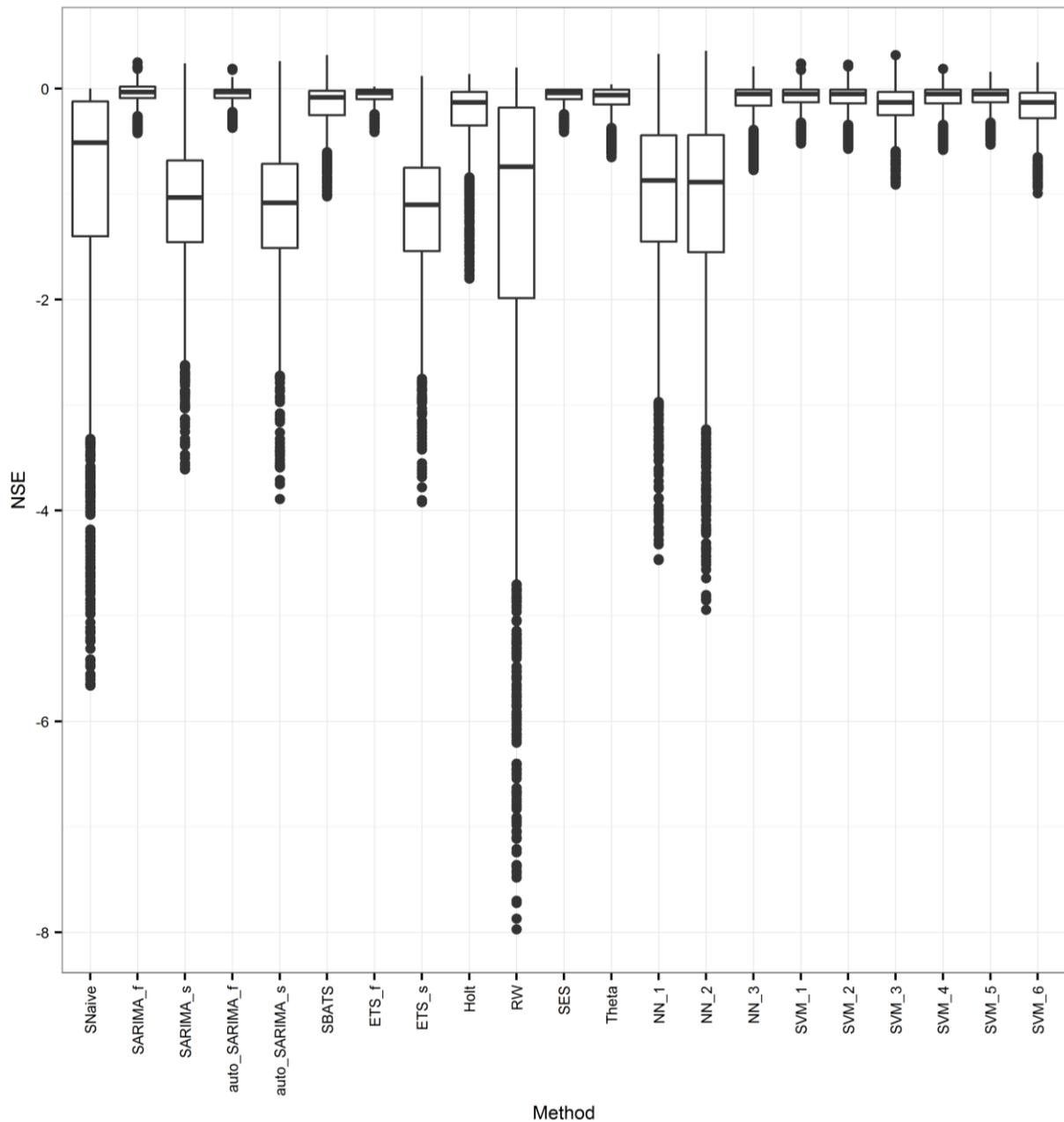
Σχήμα Β.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0). Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, Holt, NN_2 και ETS_s.



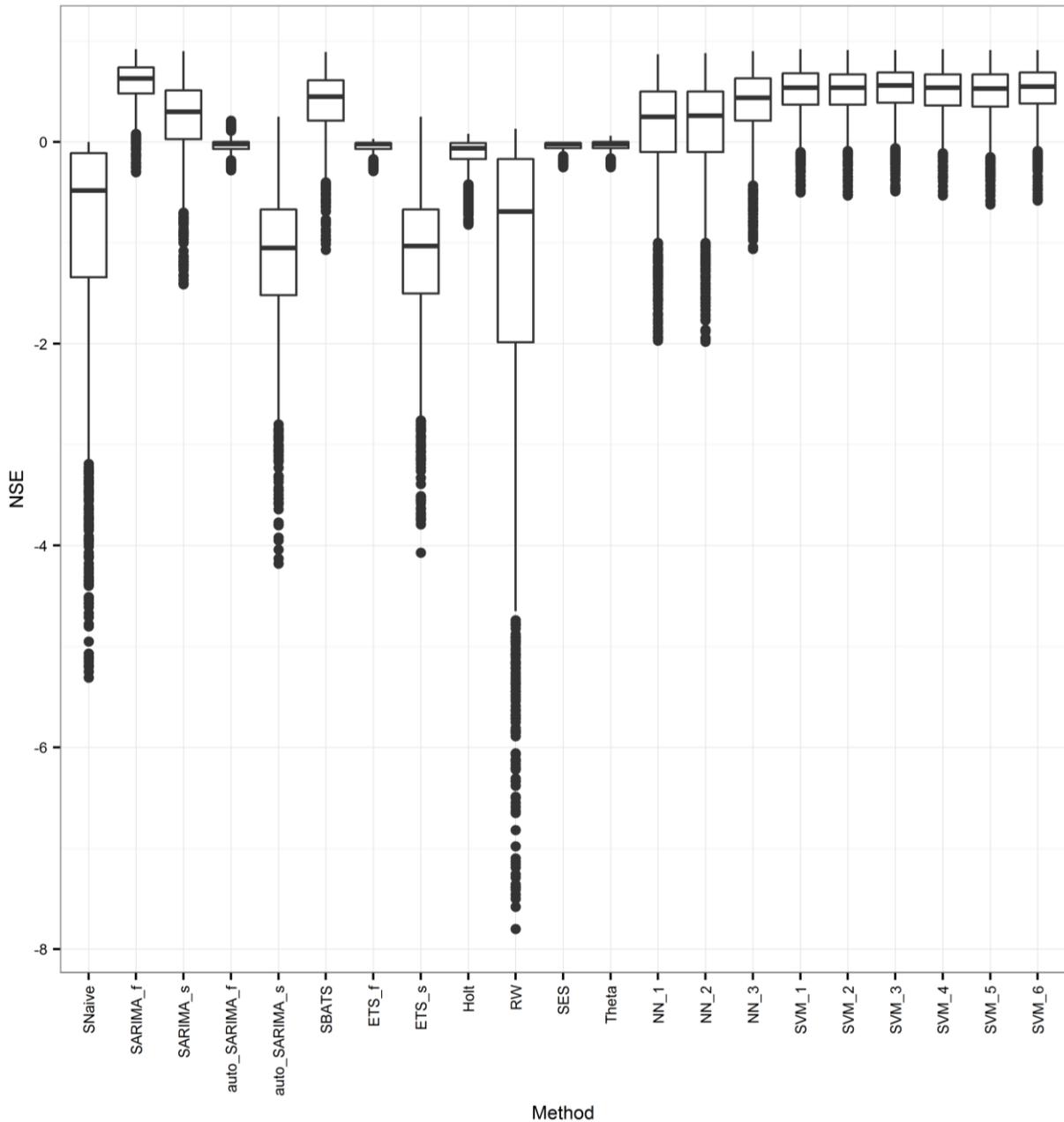
Σχήμα Β.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_3, Holt και ETS_s.



Σχήμα Β.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2, NN_1 και Holt.

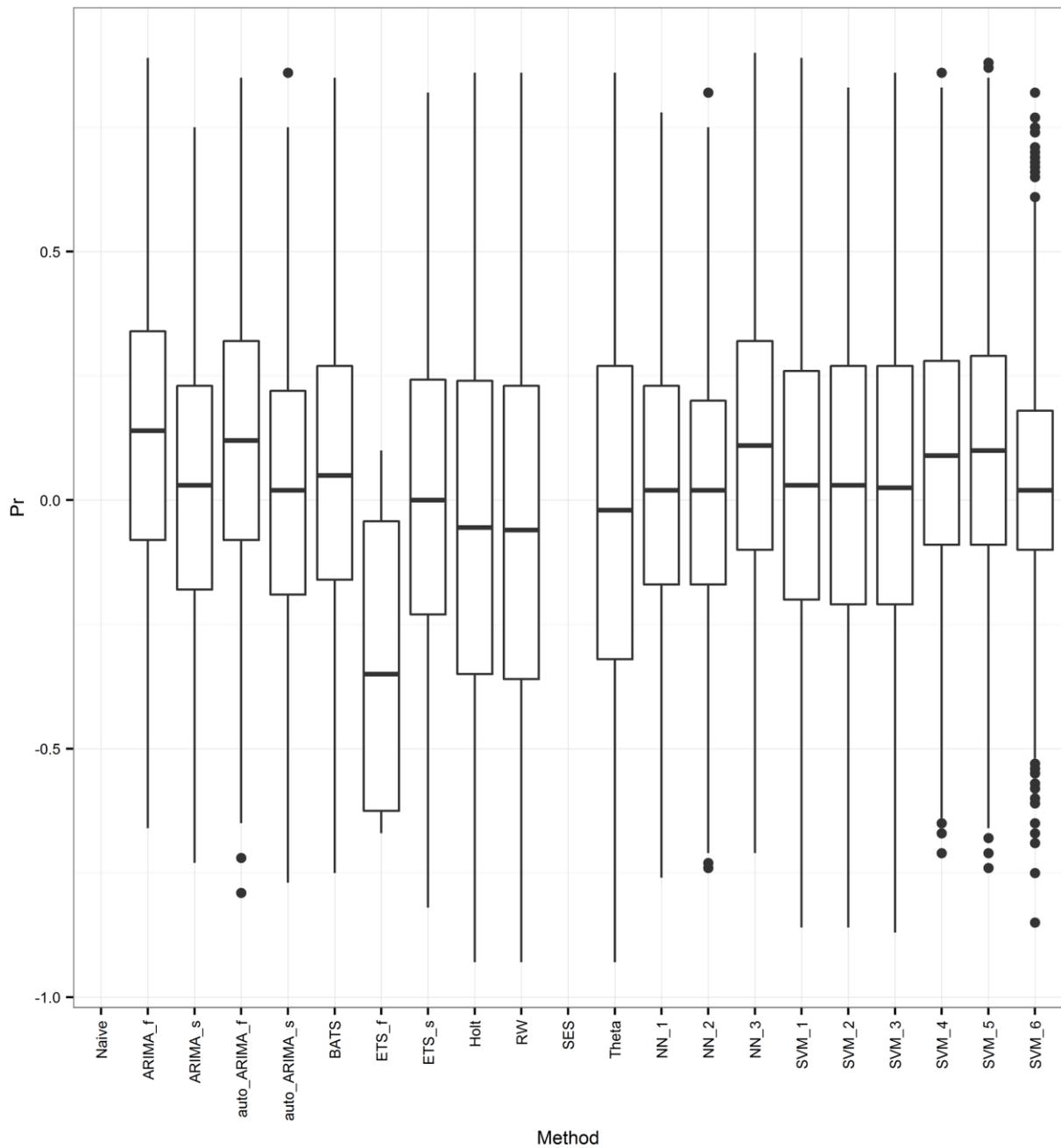


Σχήμα Β.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Οι περισσότερες έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους NN_2 και Holt.

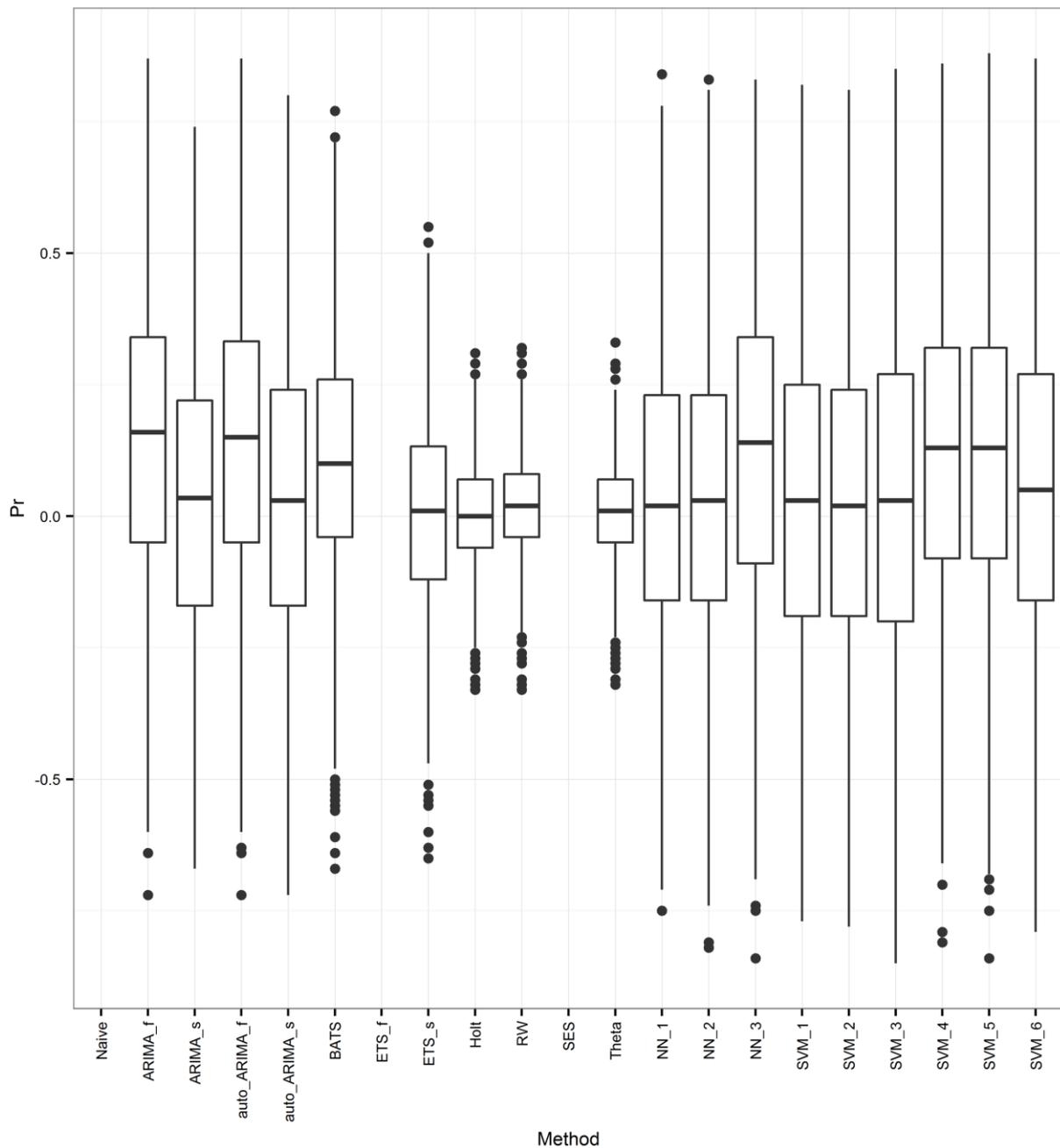


Σχήμα Β.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο NSE κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Οι περισσότερο έκτροπες τιμές (far outliers) έχουν αφαιρεθεί. Οι μεγαλύτερες από τις τιμές που λαμβάνονται είναι δυσανάλογα μεγάλες κατά απόλυτη τιμή σε σχέση με τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη για τις μεθόδους auto_ARIMA_s και ETS_s.

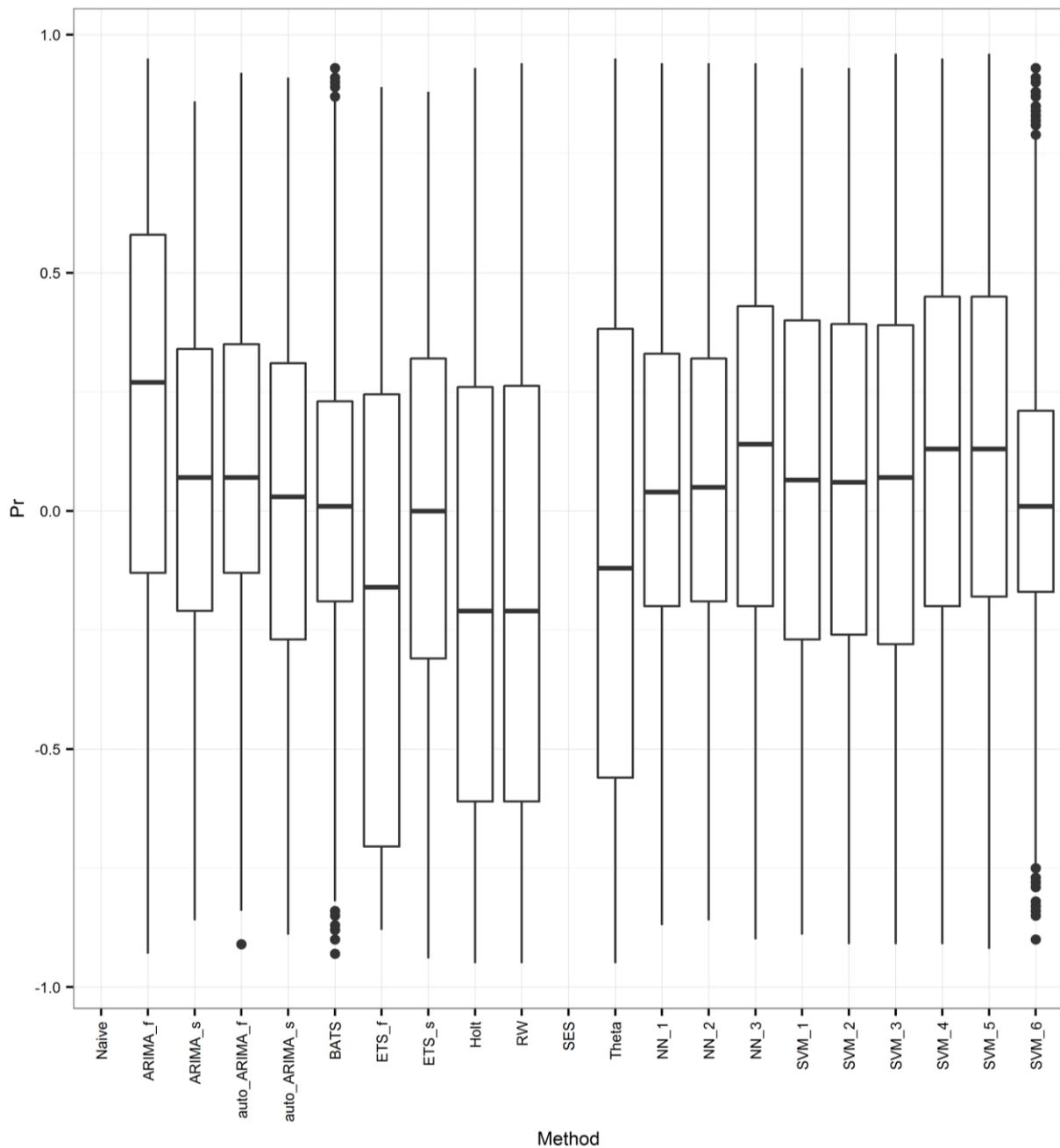
Παράρτημα Γ Θηκογράμματα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης



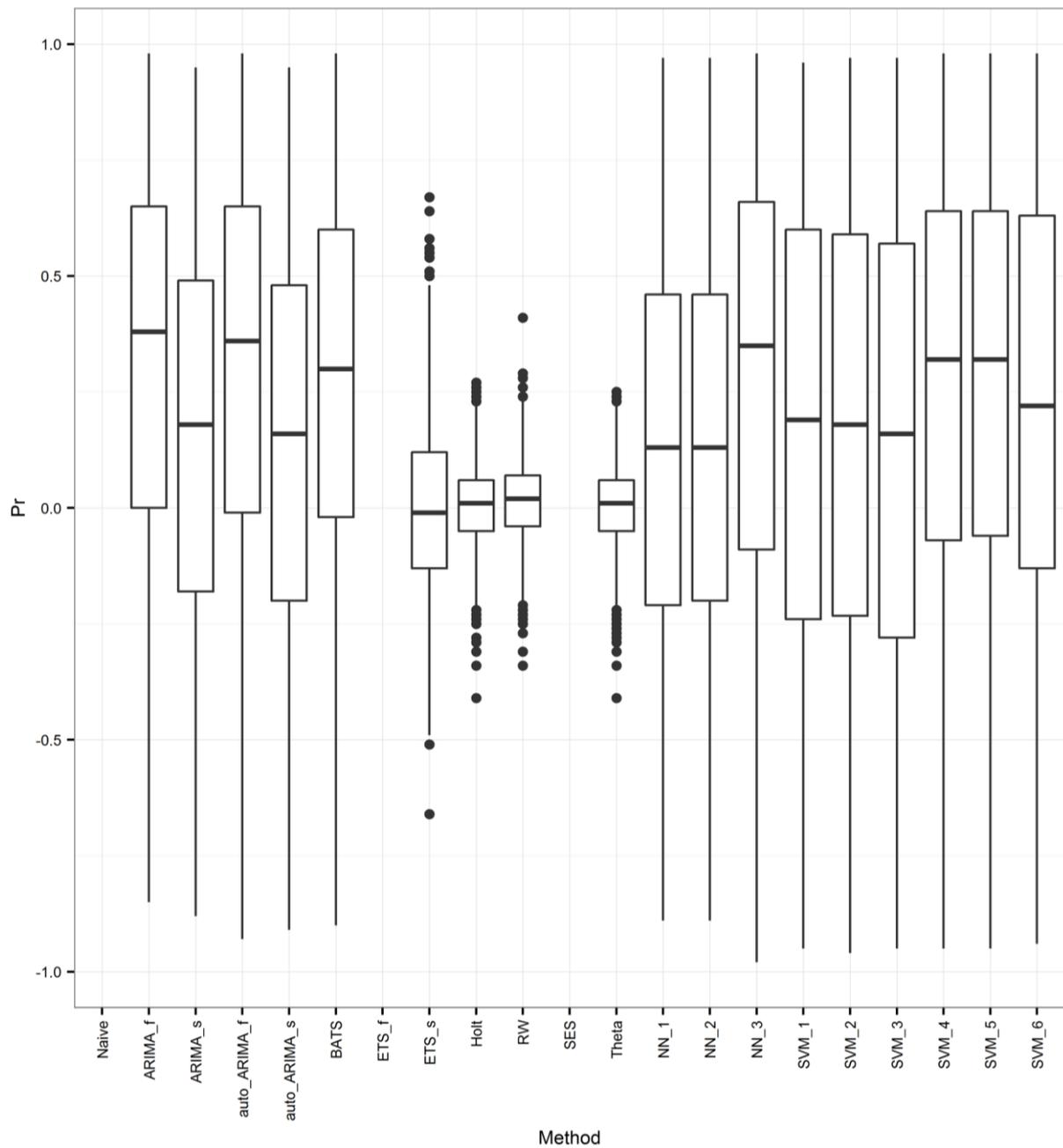
Σχήμα Γ.1. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίτητες AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



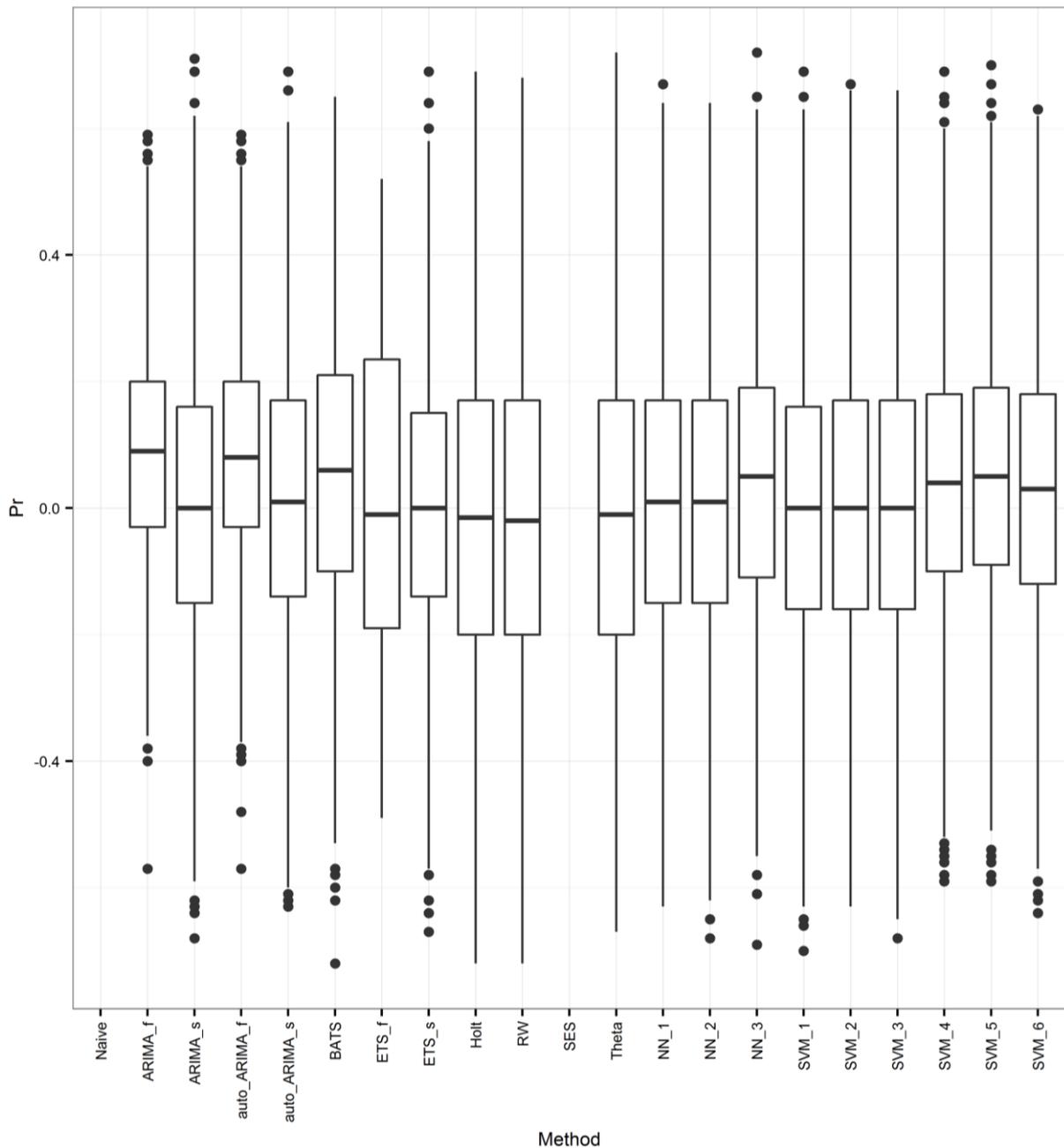
Σχήμα Γ.2. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



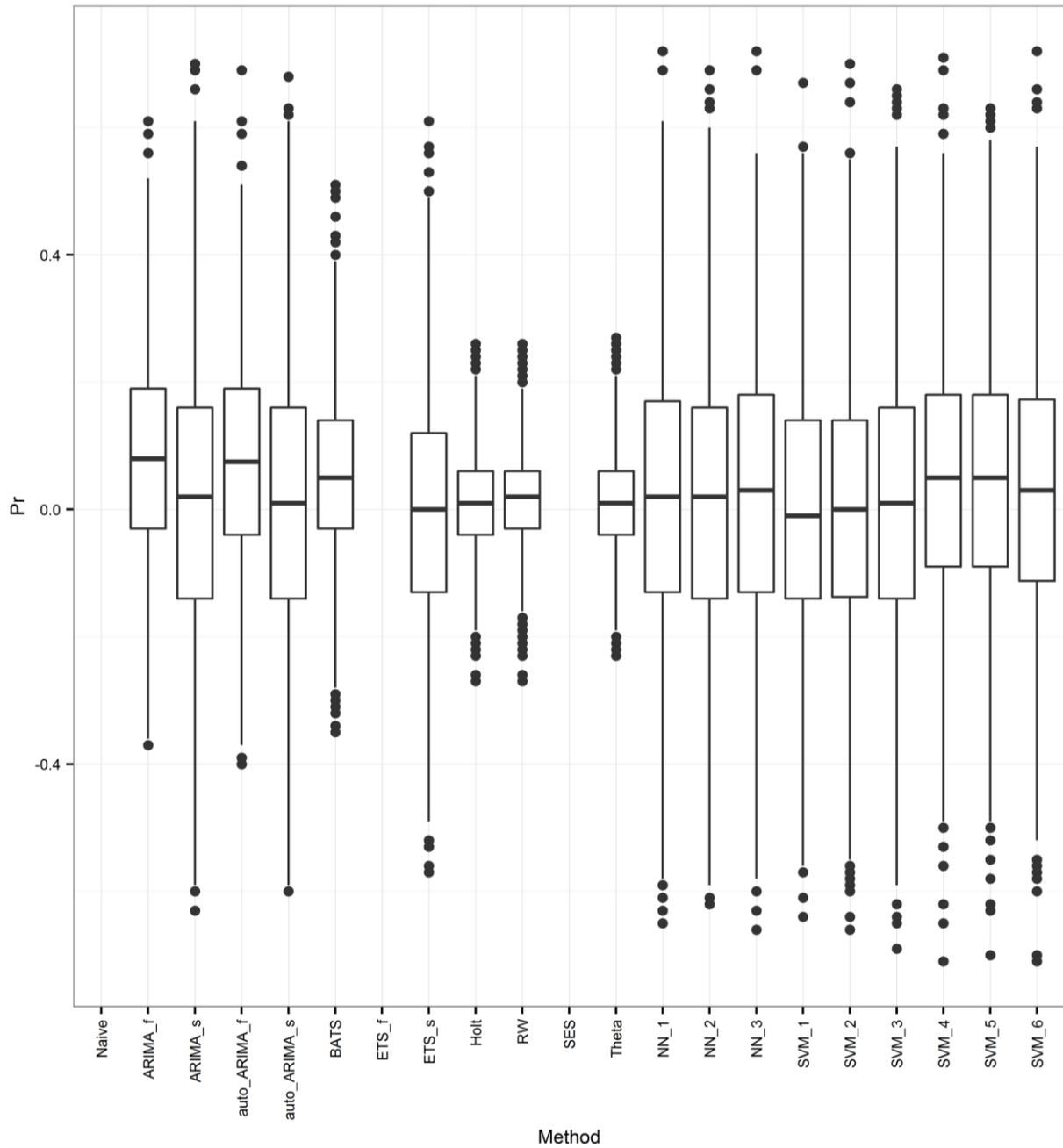
Σχήμα Γ.3. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



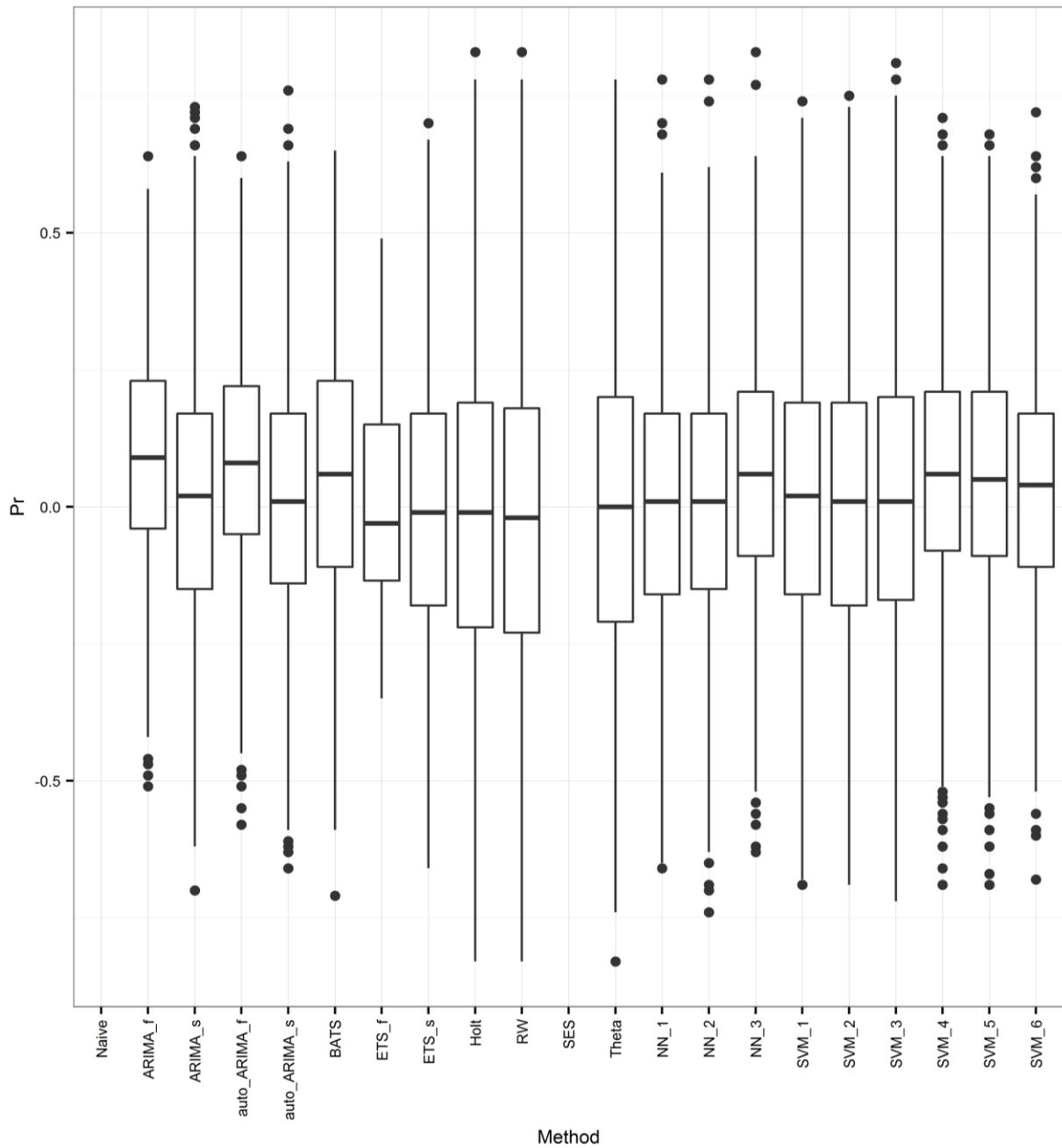
Σχήμα Γ.4. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



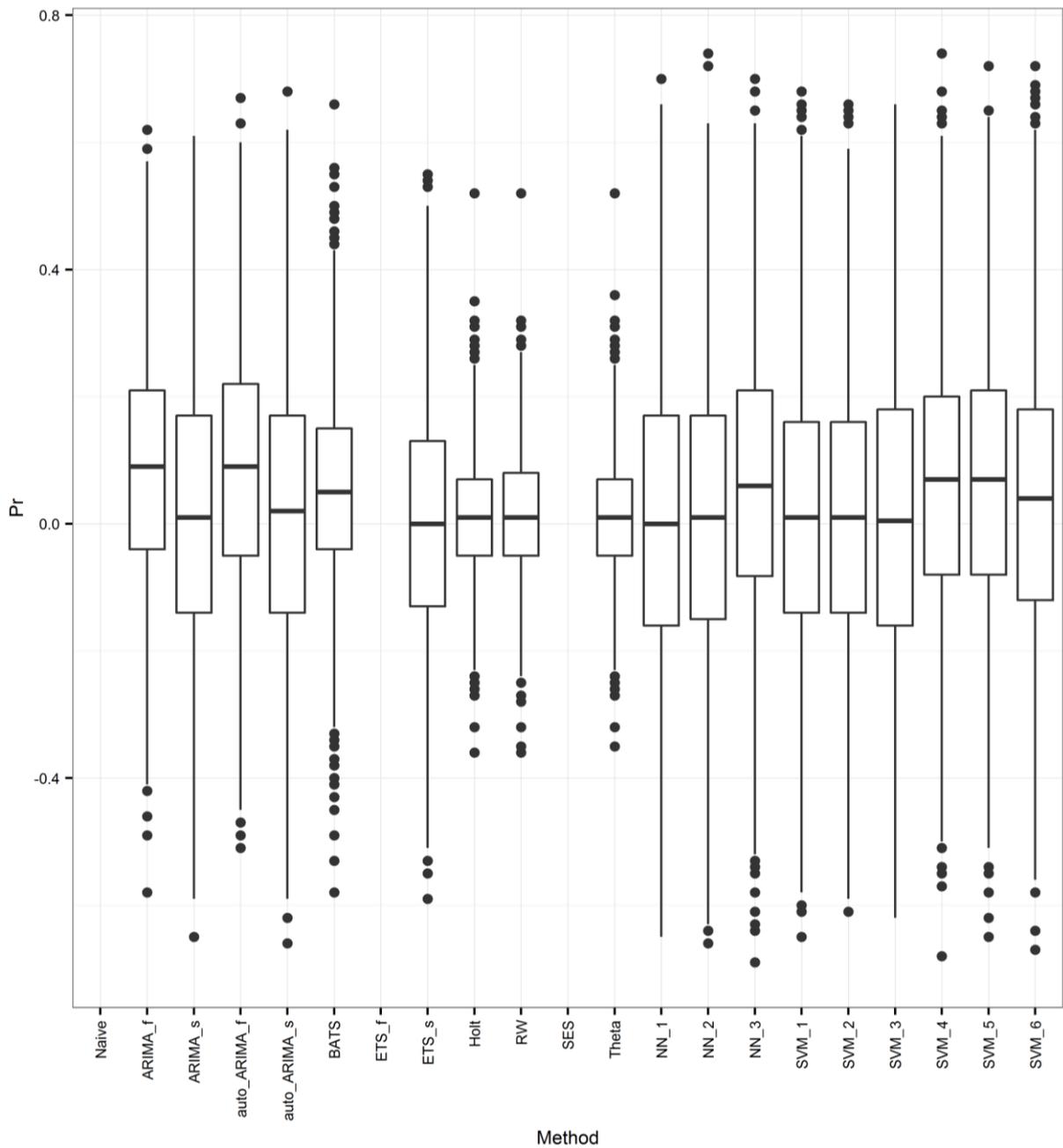
Σχήμα Γ.5. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεπίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



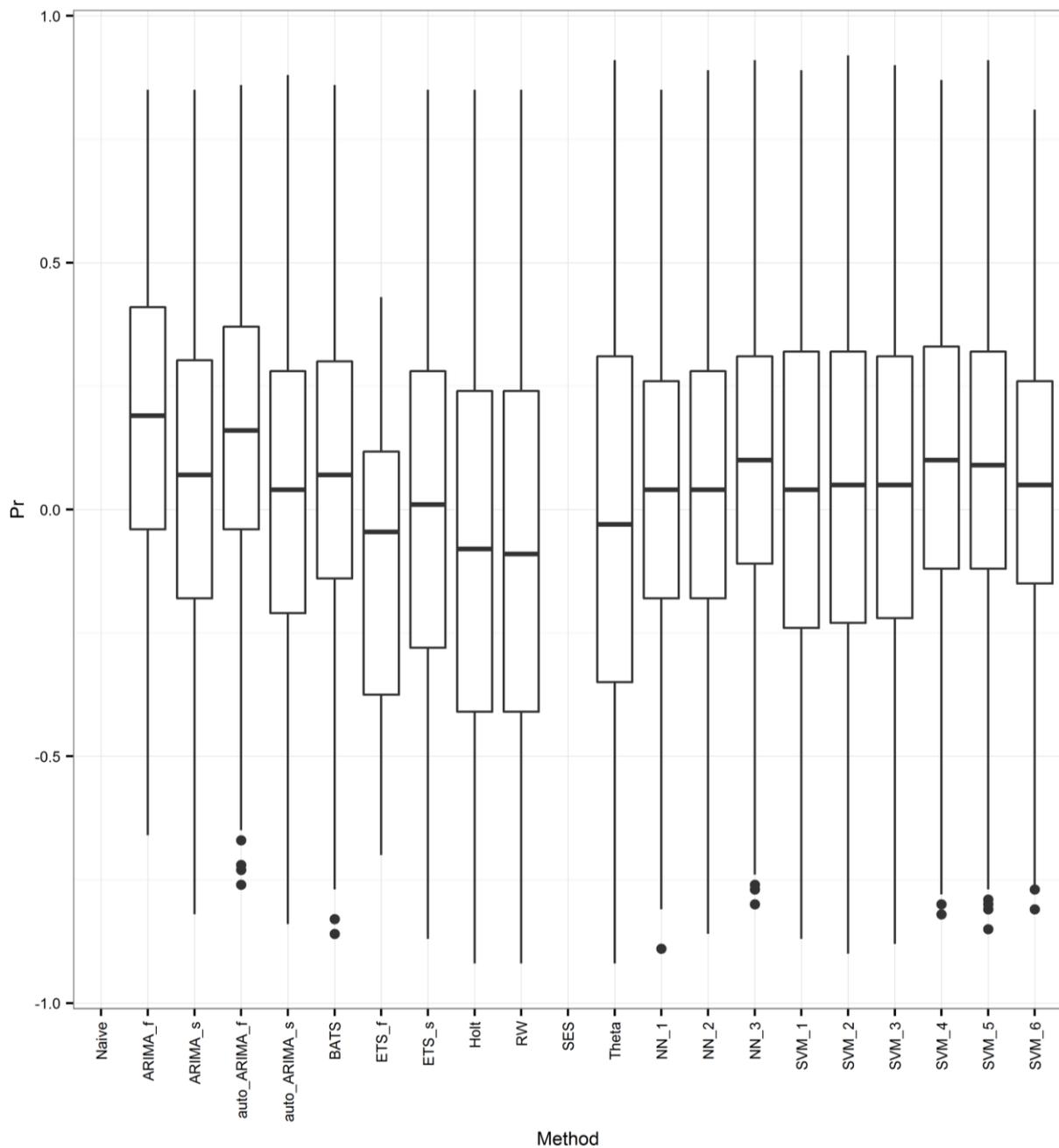
Σχήμα Γ.6. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



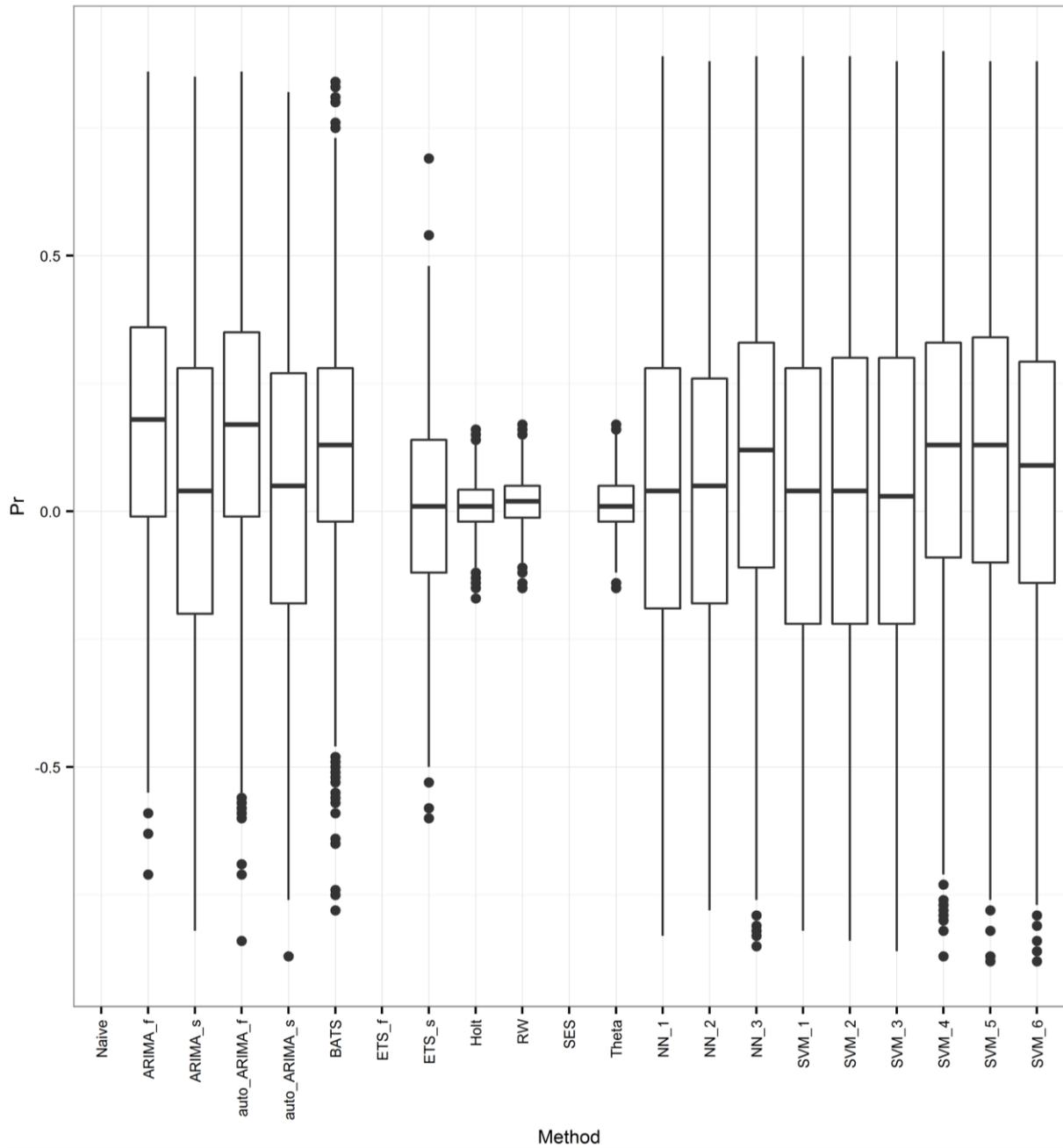
Σχήμα Γ.7. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



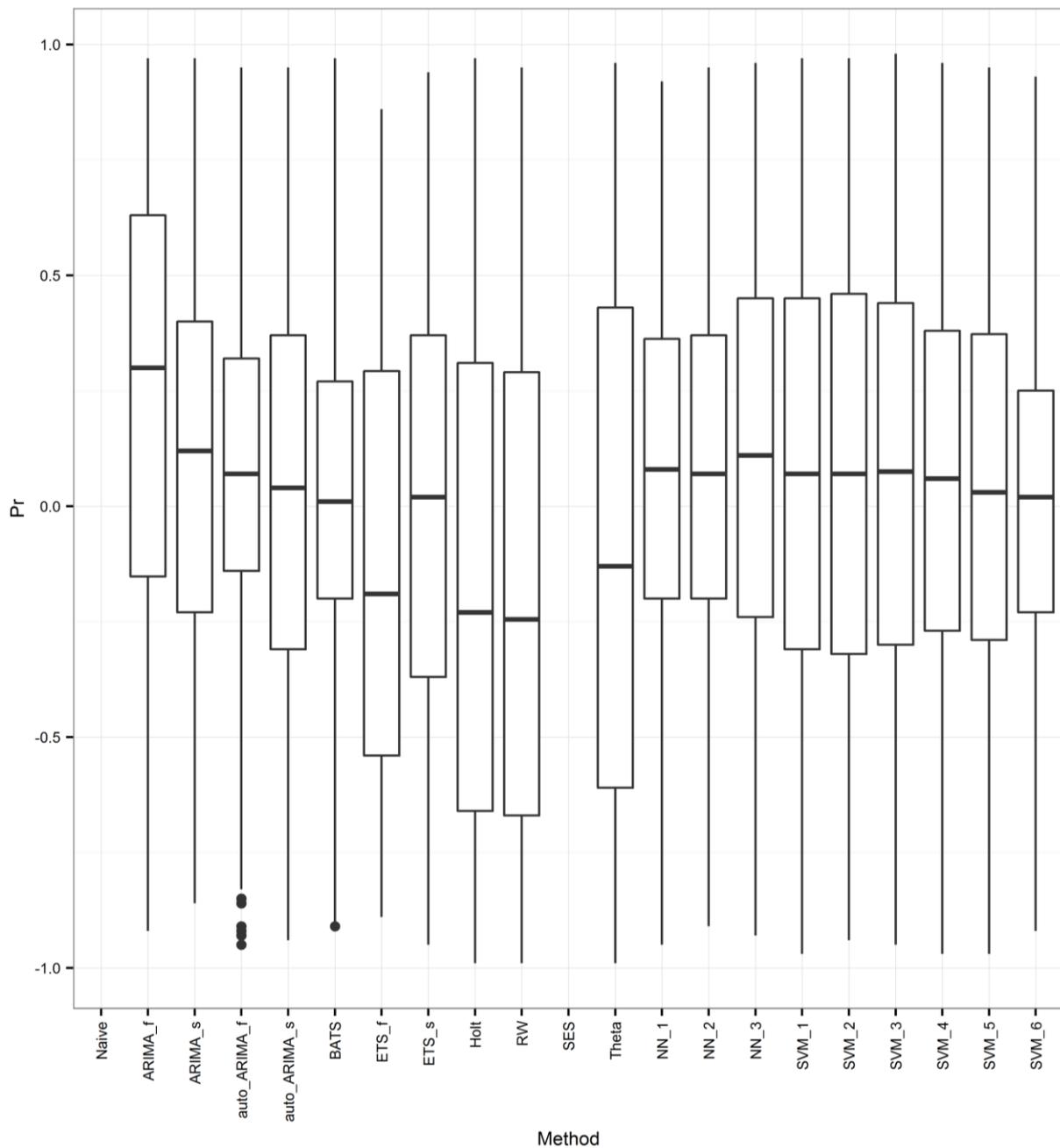
Σχήμα Γ.8. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



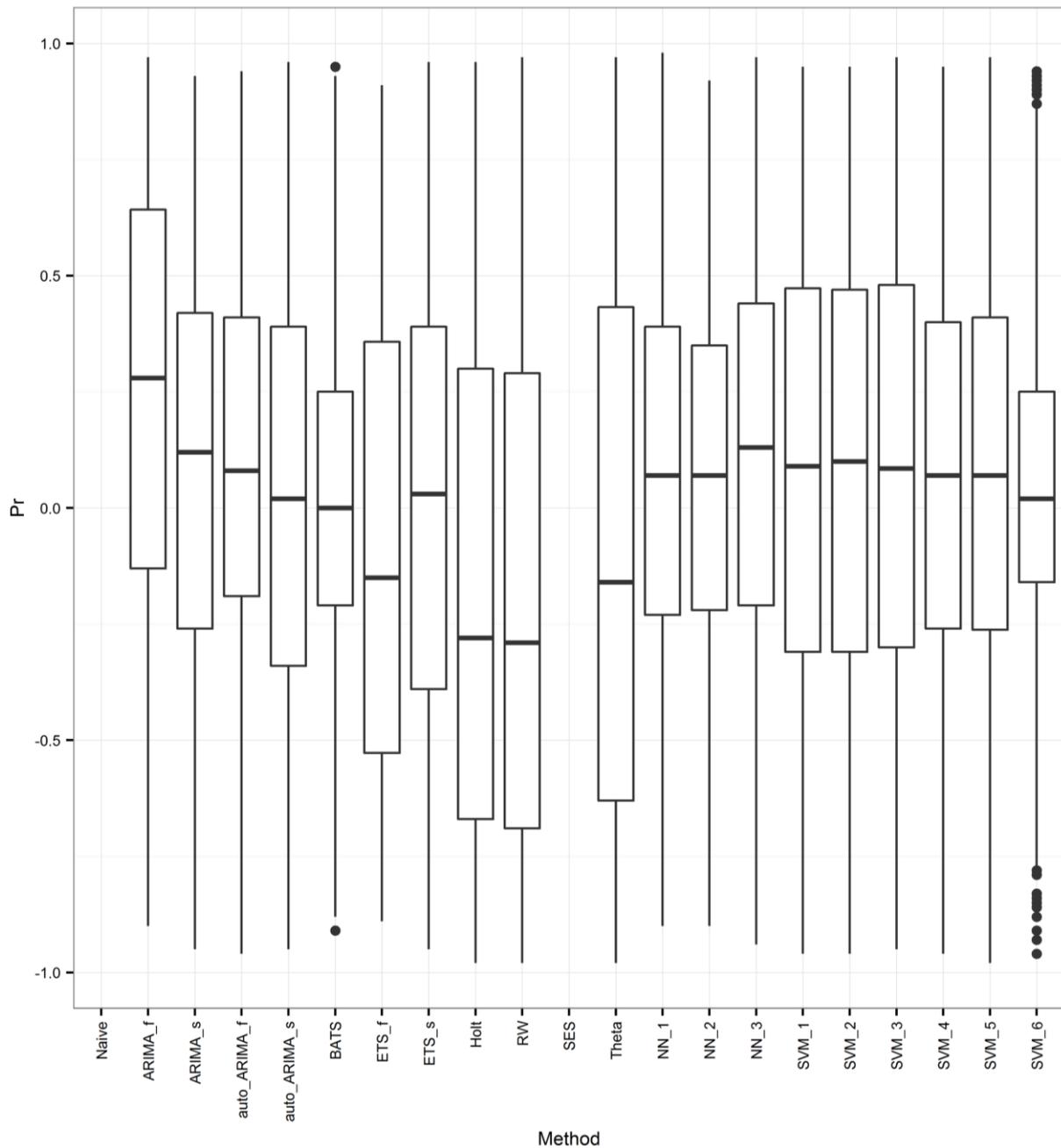
Σχήμα Γ.9. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



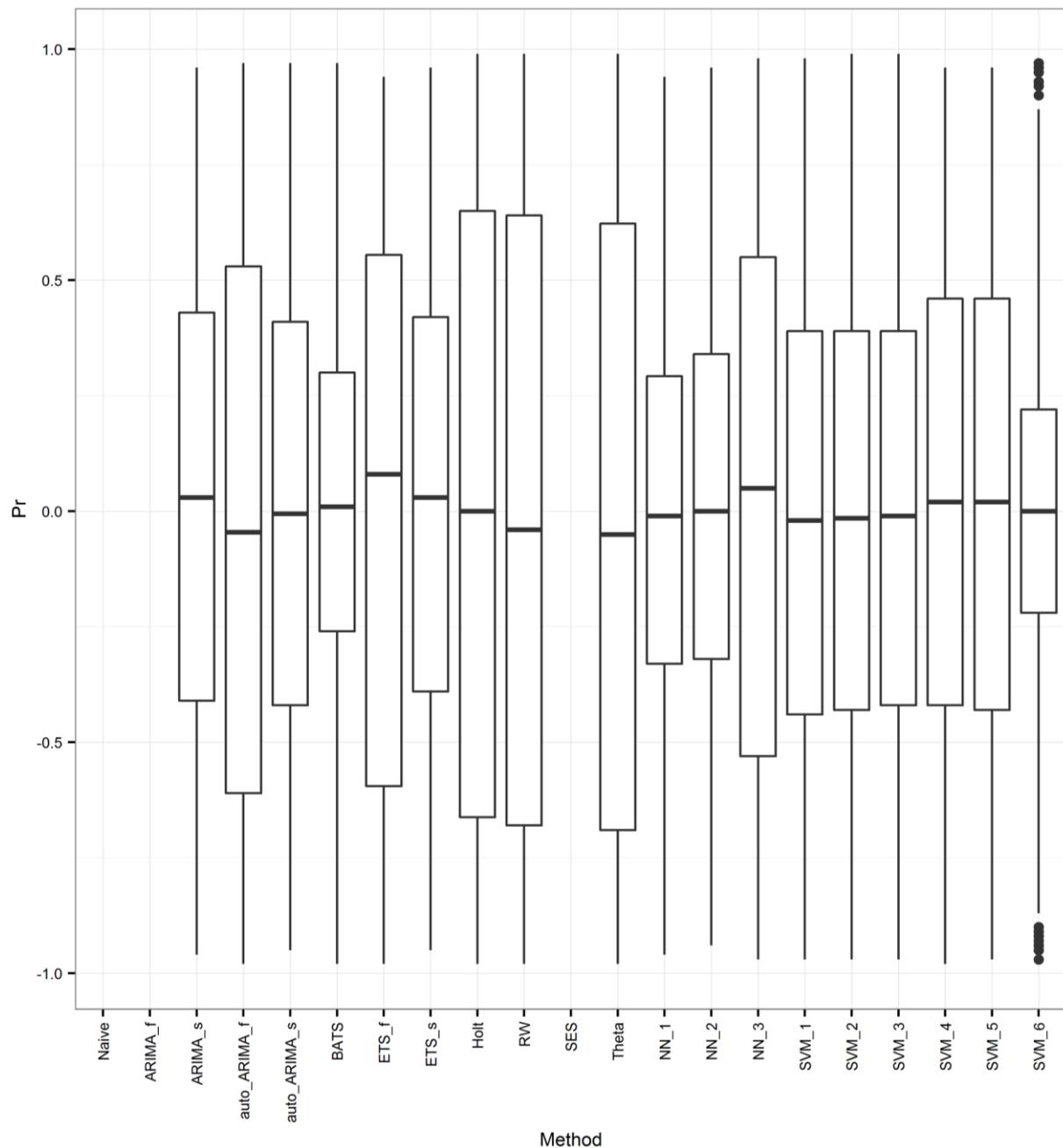
Σχήμα Γ.10. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES.



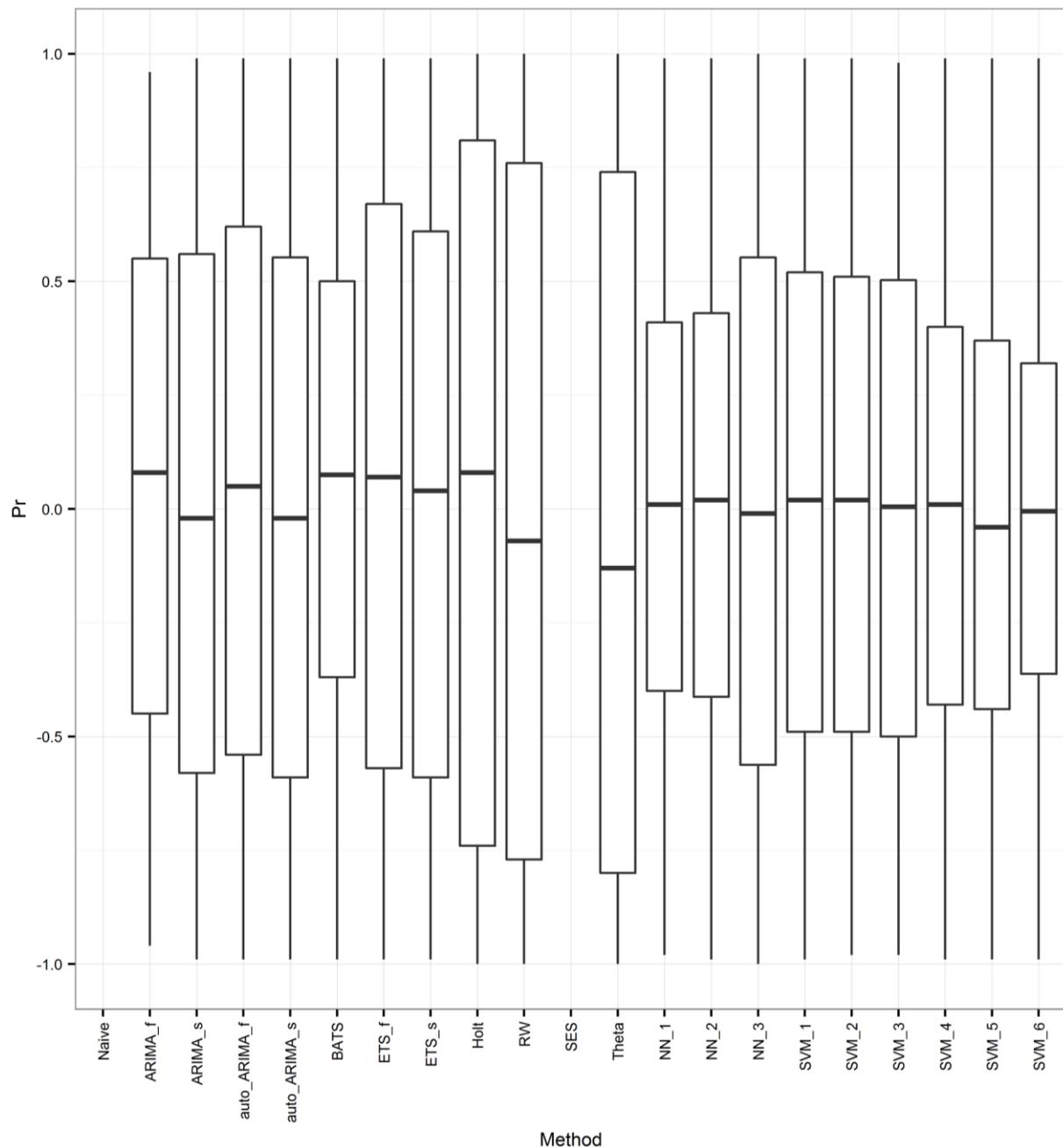
Σχήμα Γ.11. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



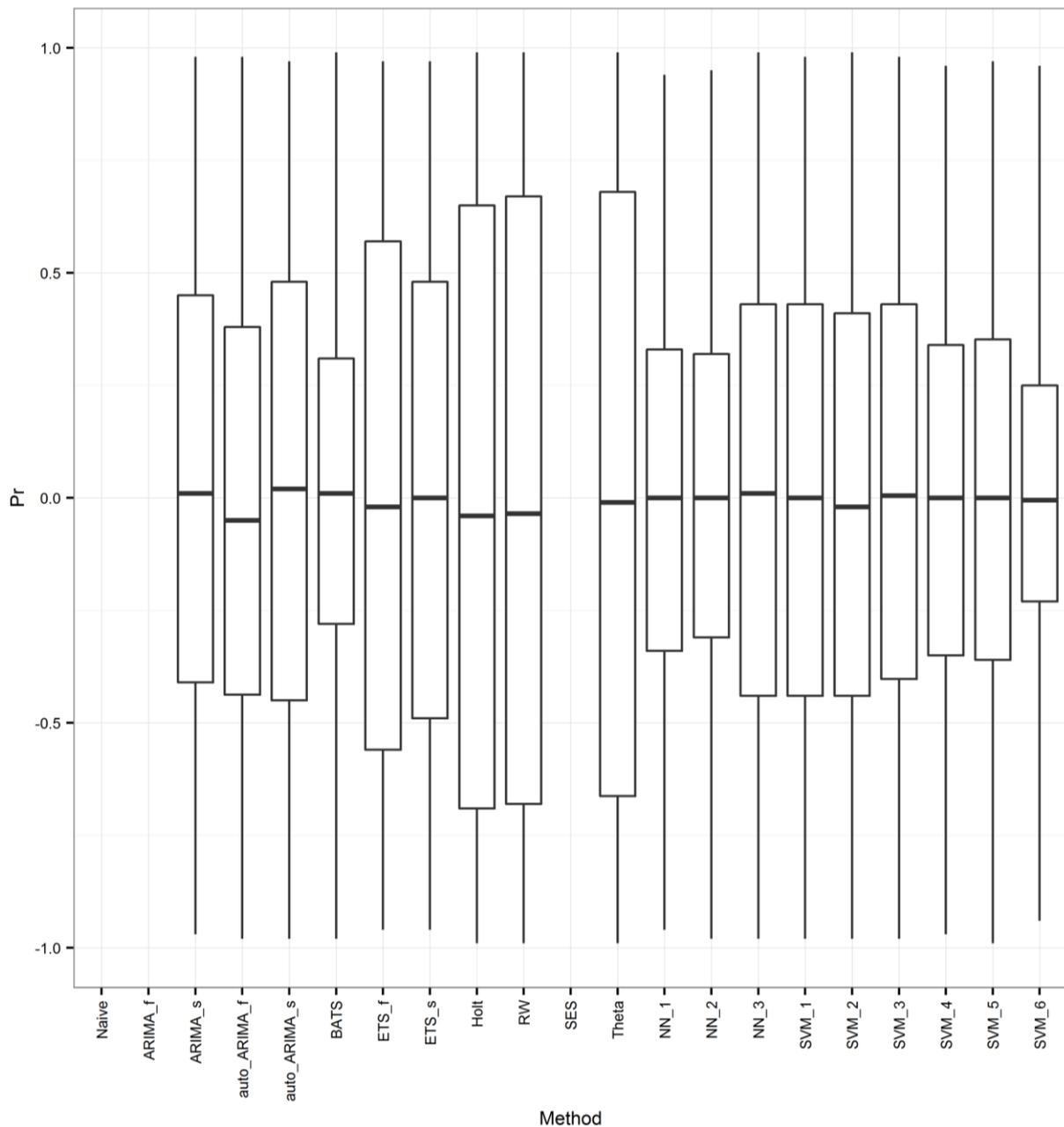
Σχήμα Γ.12. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



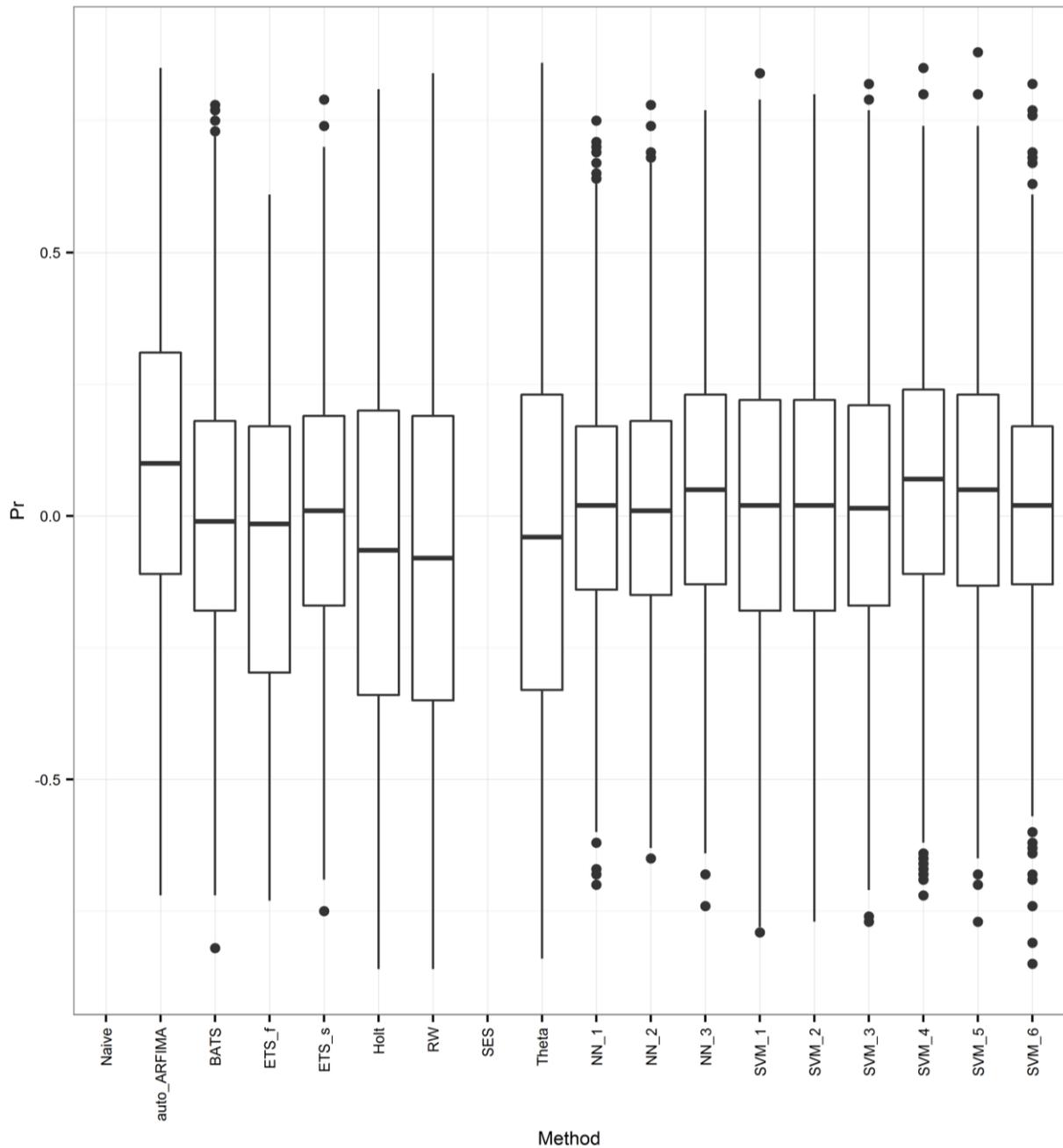
Σχήμα Γ.13. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0). Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES.



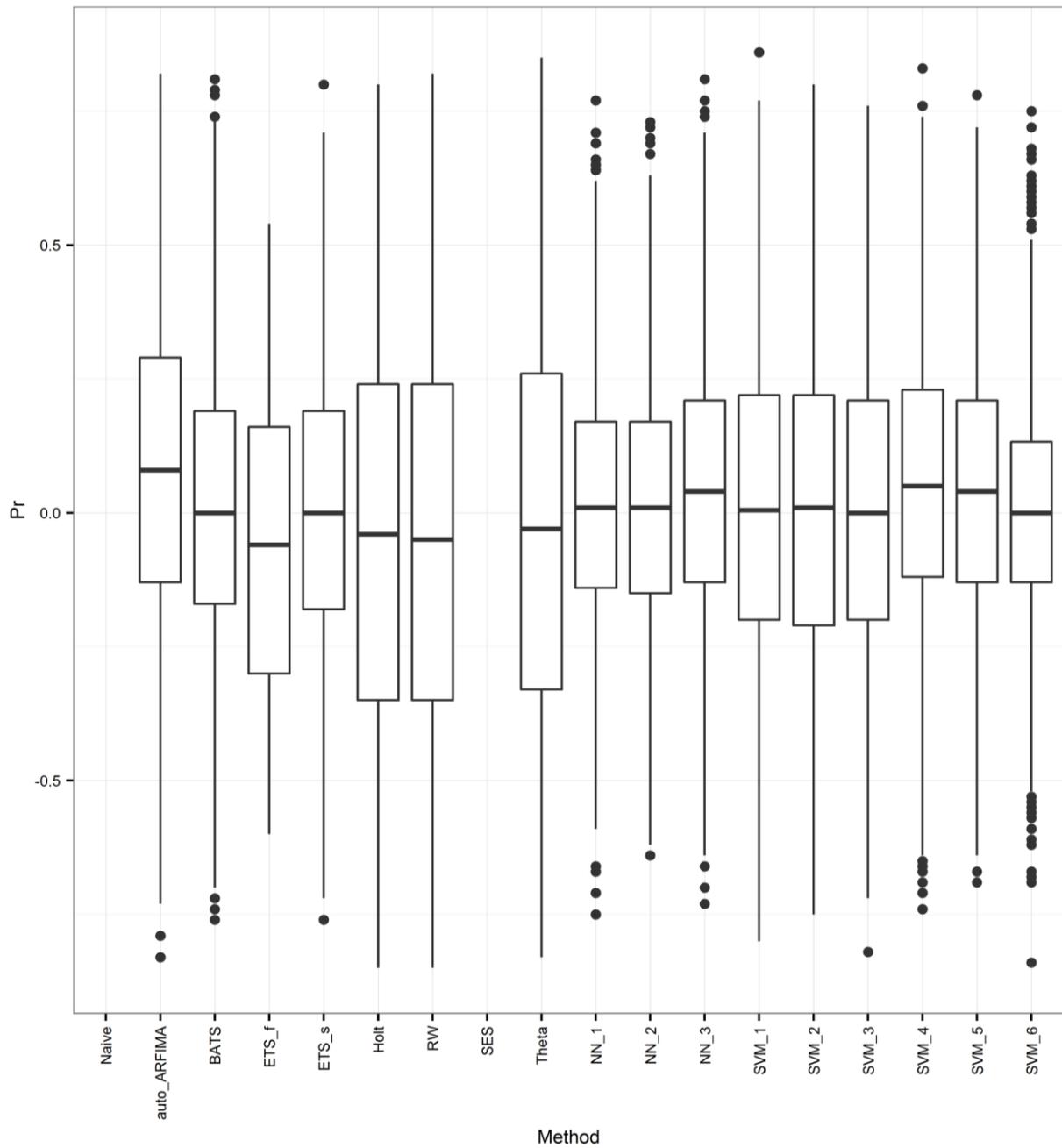
Σχήμα Γ.14. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\varphi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



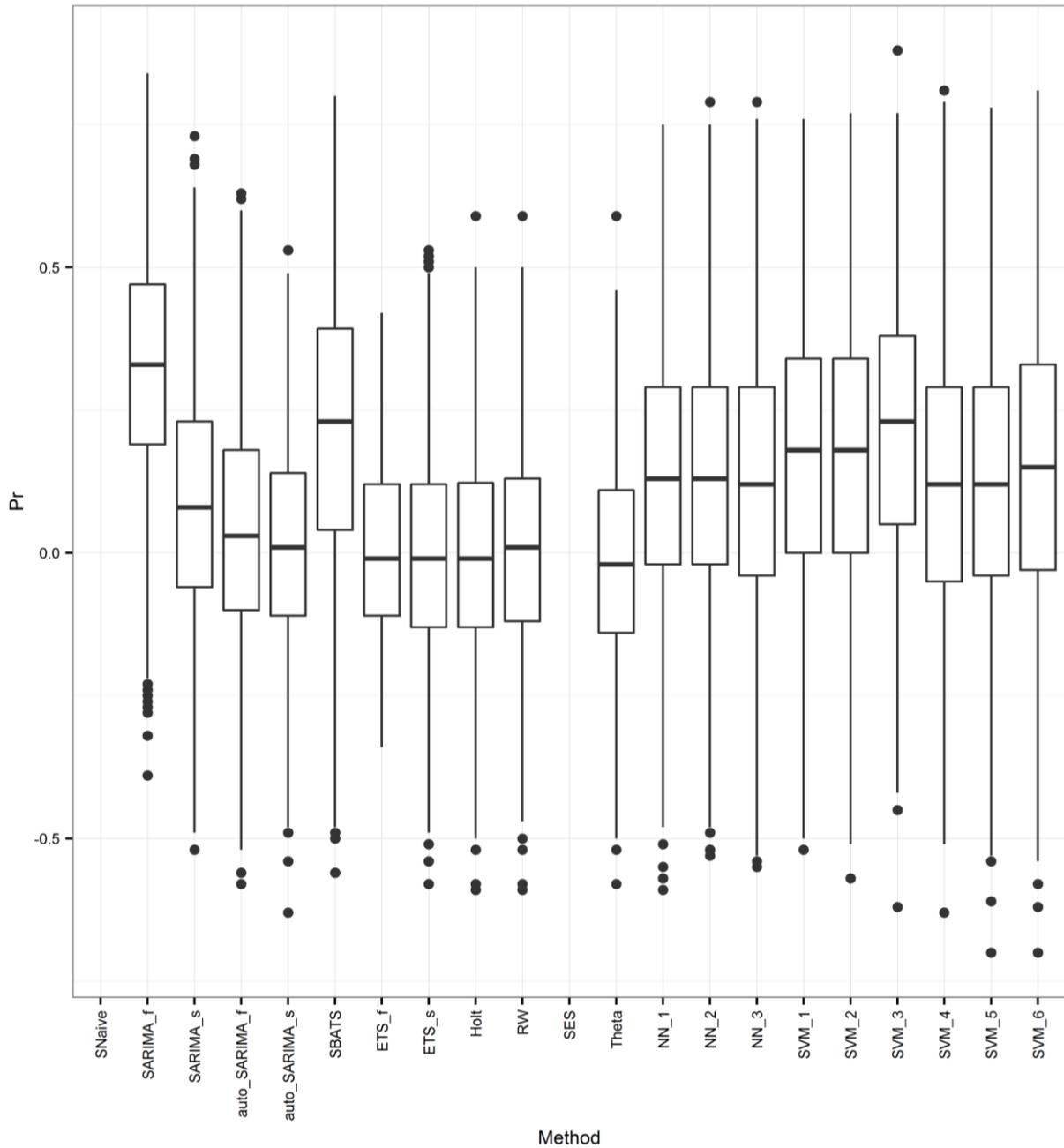
Σχήμα Γ.15. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES.



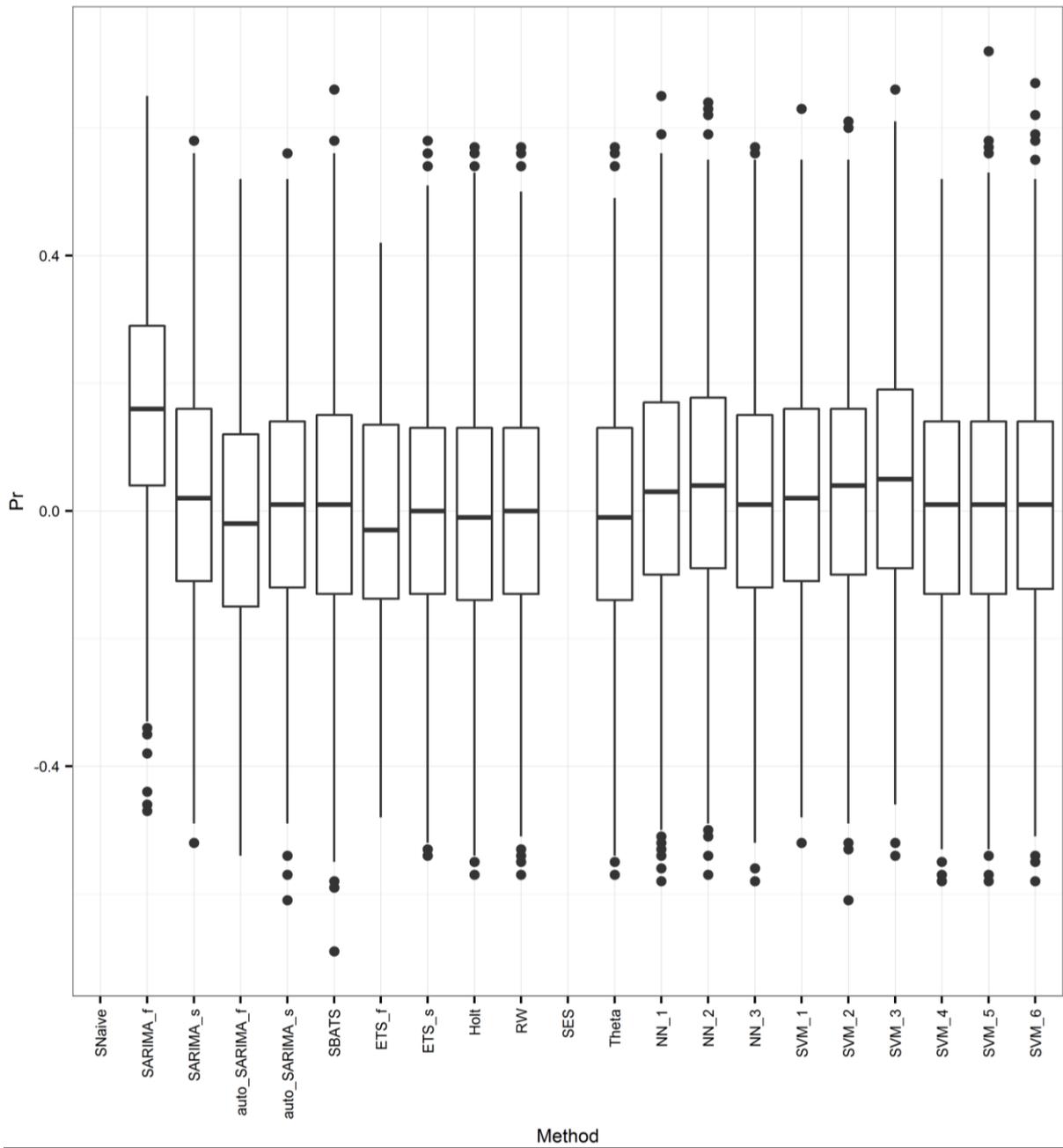
Σχήμα Γ.16. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0). Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



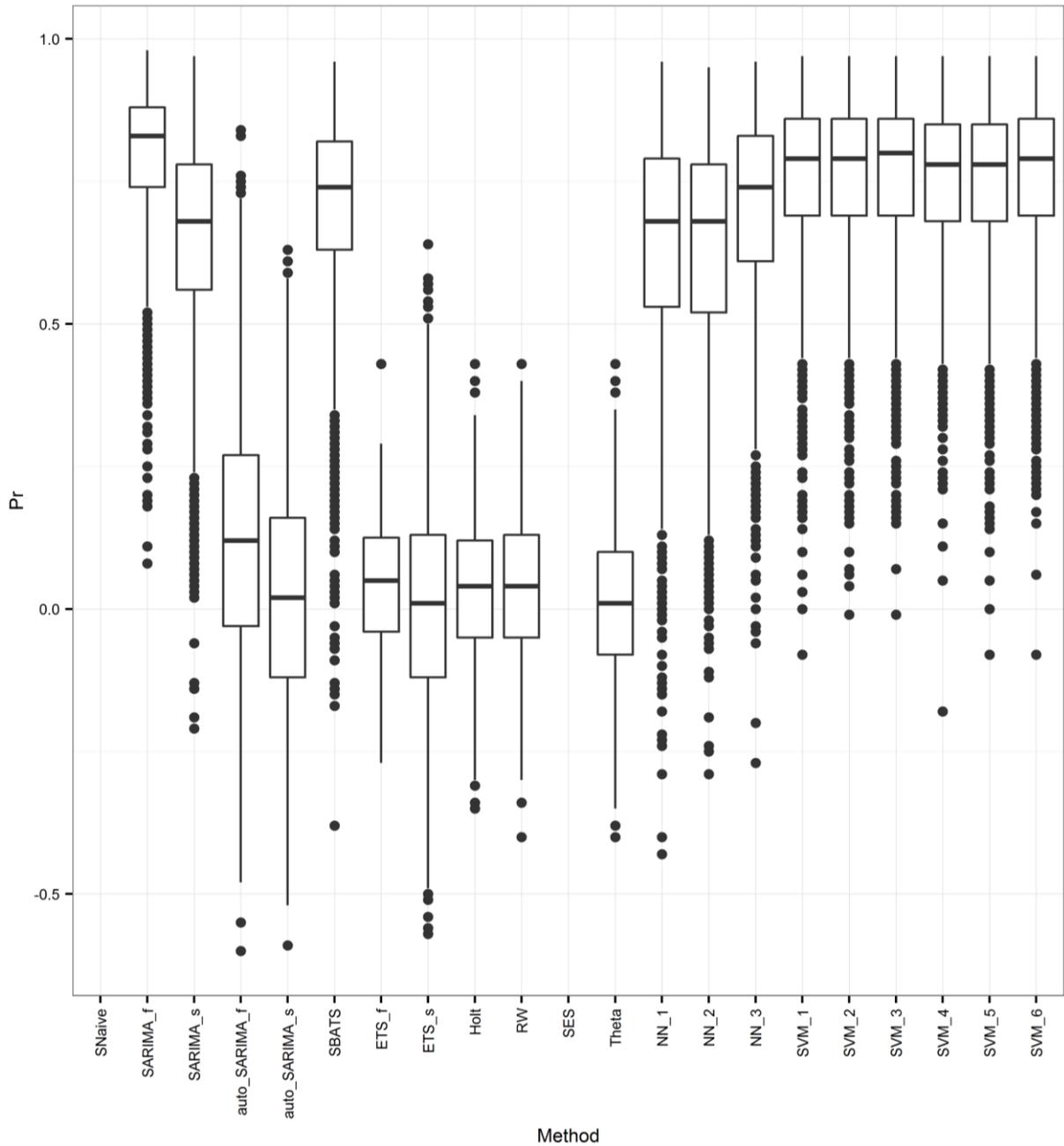
Σχήμα Γ.17. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.



Σχήμα Γ.18. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.

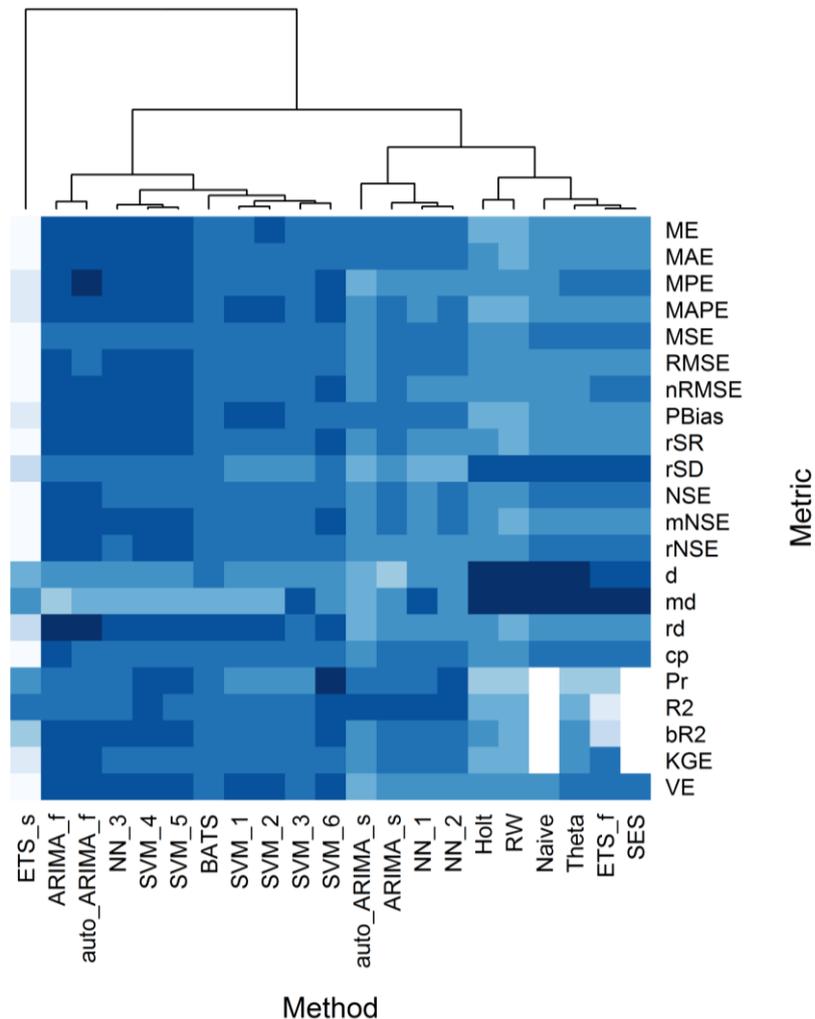


Σχήμα Γ.19. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.

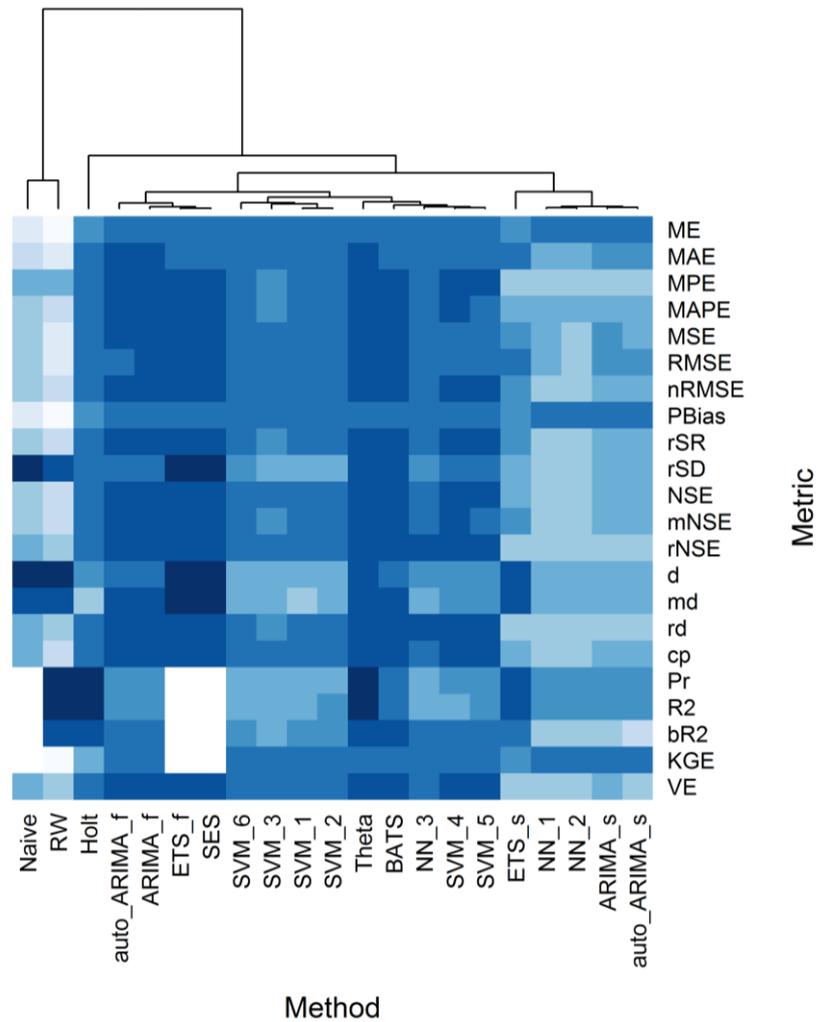


Σχήμα Γ.20. Θηκόγραμμα με τα ποσοστημόρια 0.25 και 0.75 για τις τιμές που λαμβάνει το μέτρο Pr κατά την εφαρμογή των μεθόδων στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις $SARIMA(0,0,0)(2,0,2)_{10}$ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$. Το μέτρο δεν υπολογίζεται για τις μεθόδους Naive και SES.

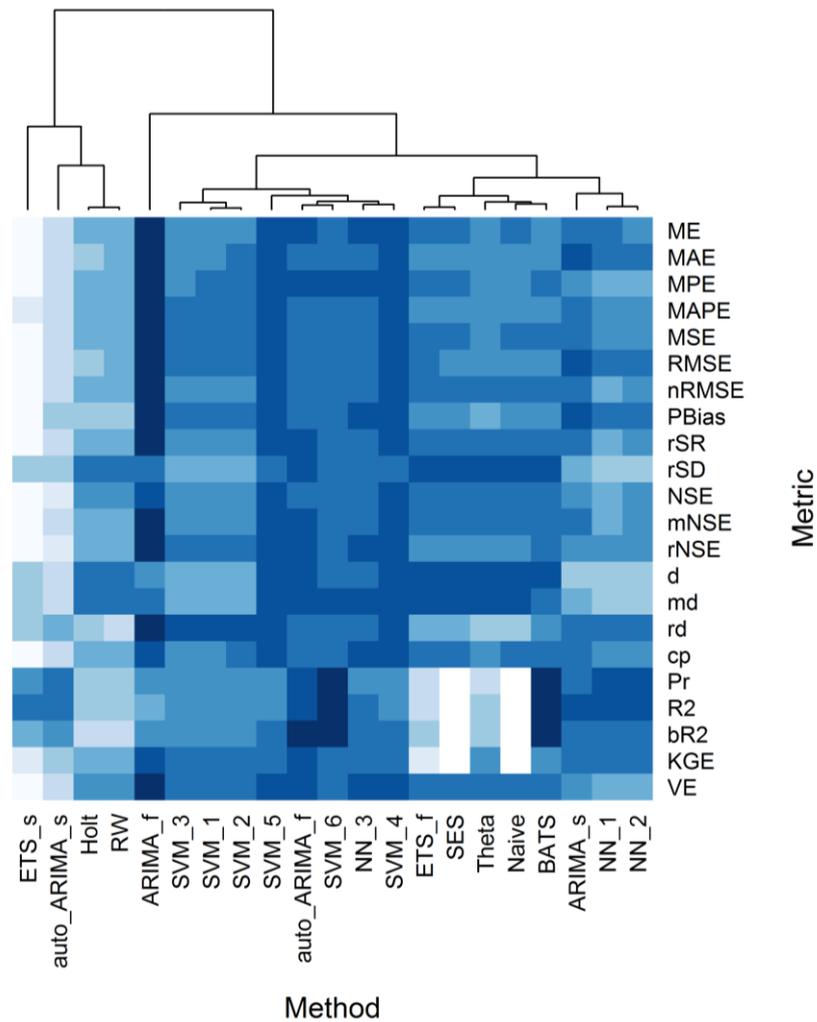
Παράρτημα Δ Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις για καθένα από τα πειράματα προσομοίωσης με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα



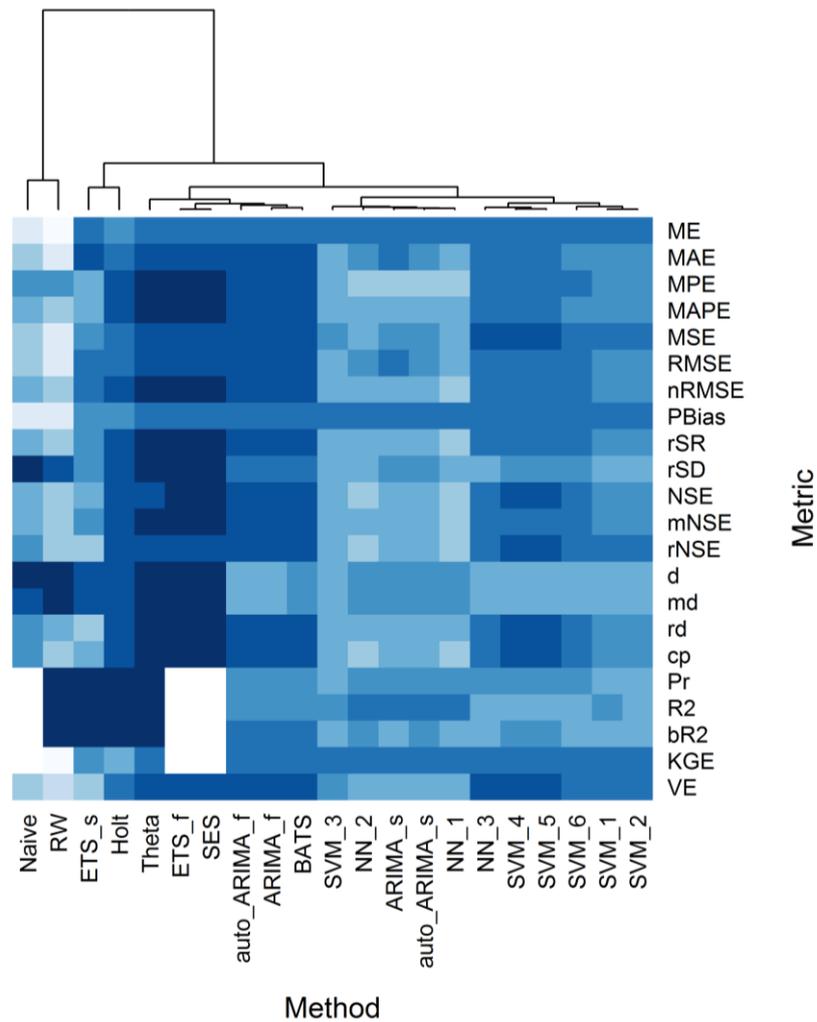
Σχήμα Δ.1. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



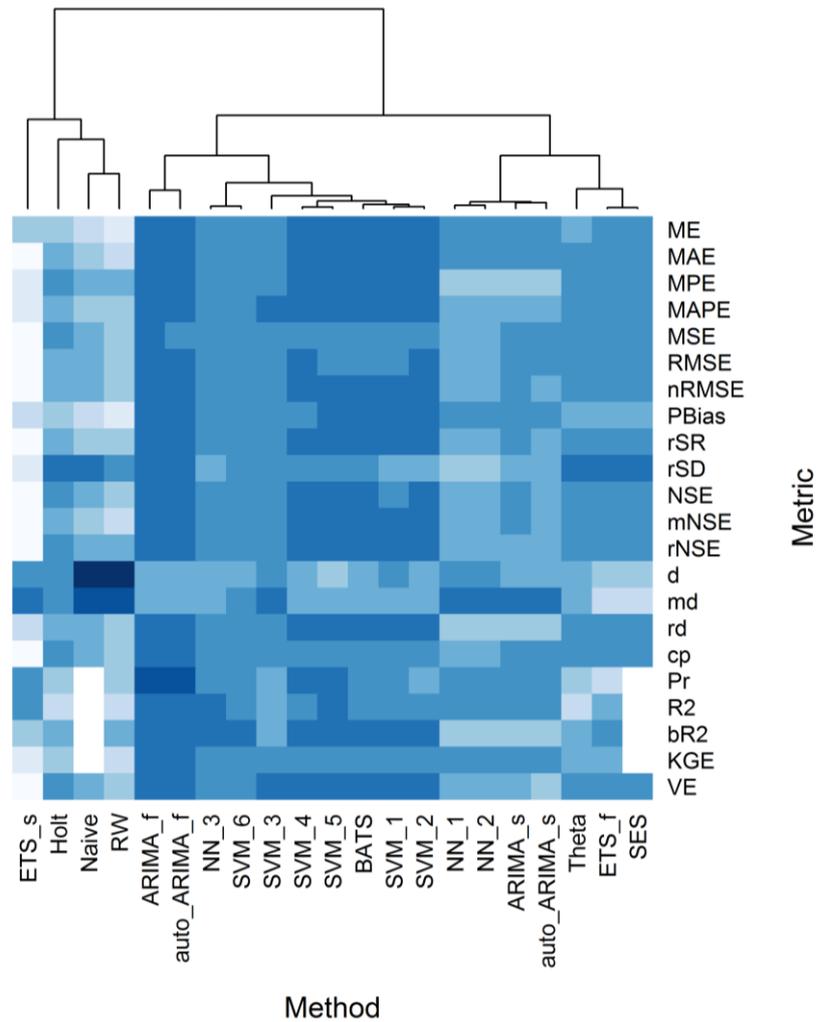
Σχήμα Δ.2. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(1) με παράμετρο $\varphi_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



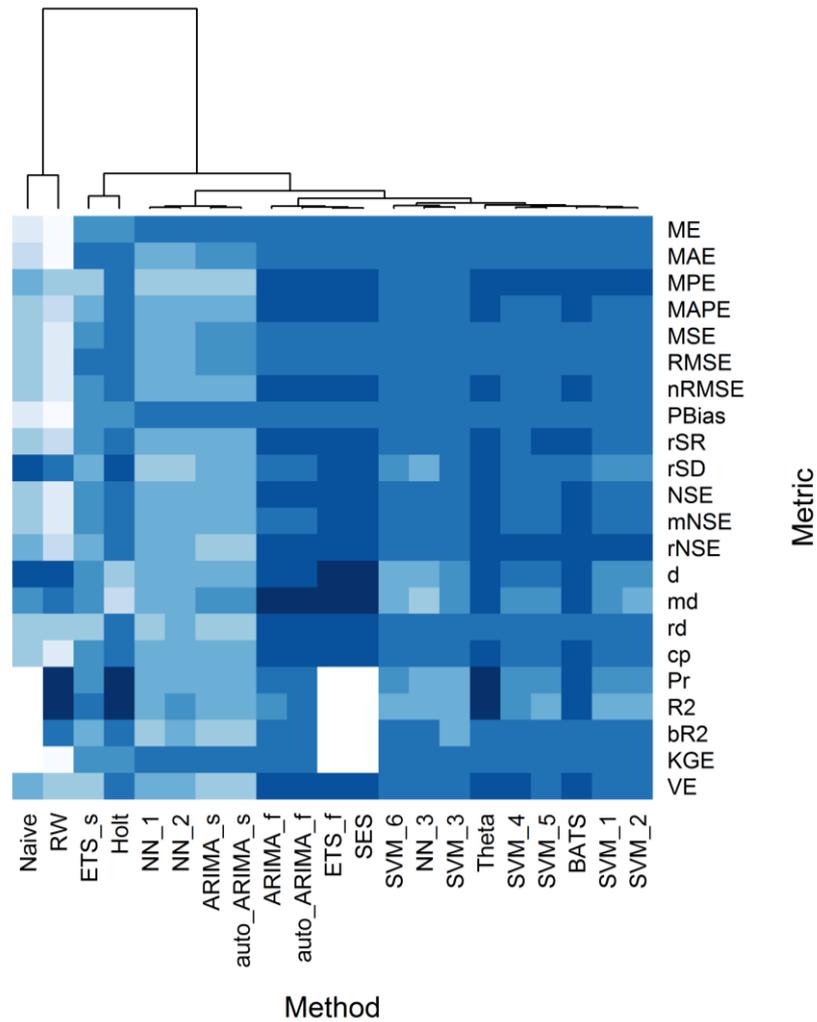
Σχήμα Δ.3. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



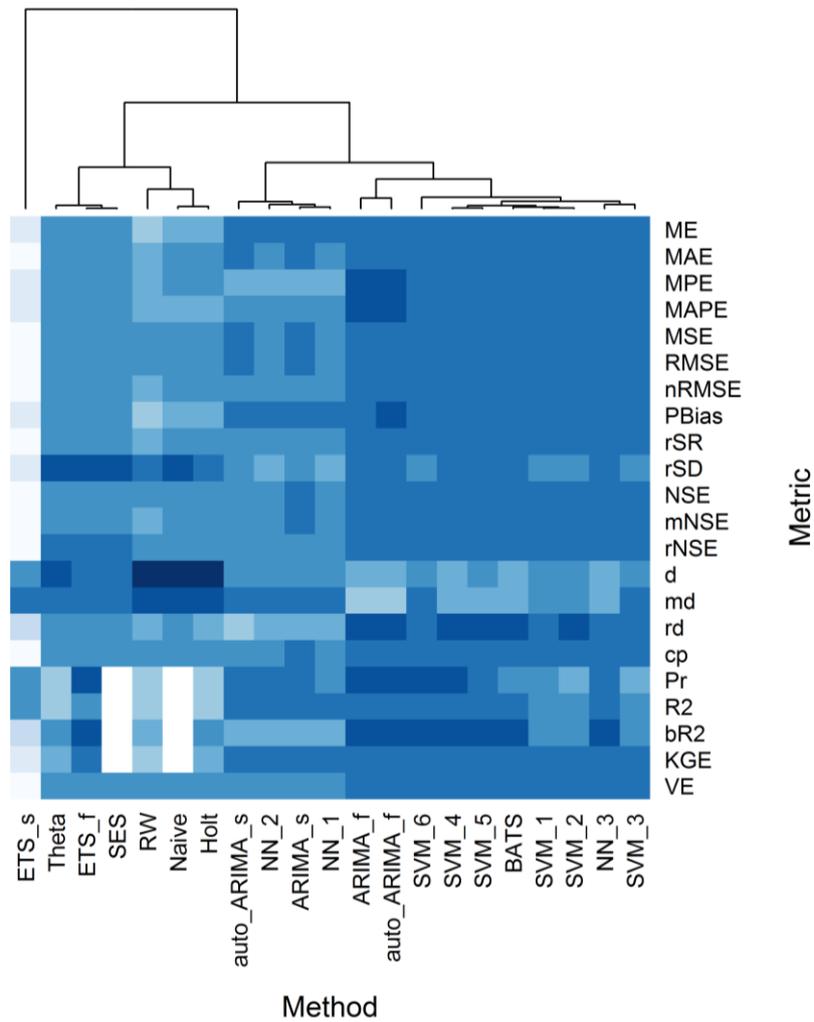
Σχήμα Δ.4. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις AR(2) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\varphi_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



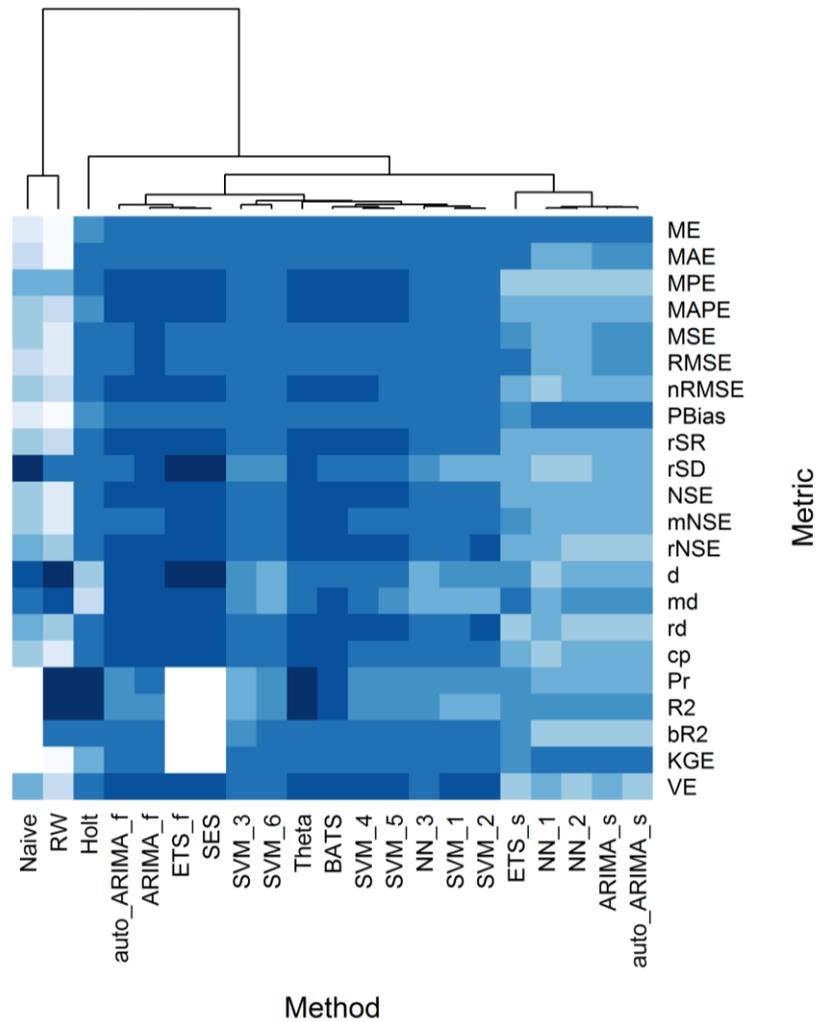
Σχήμα Δ.5. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



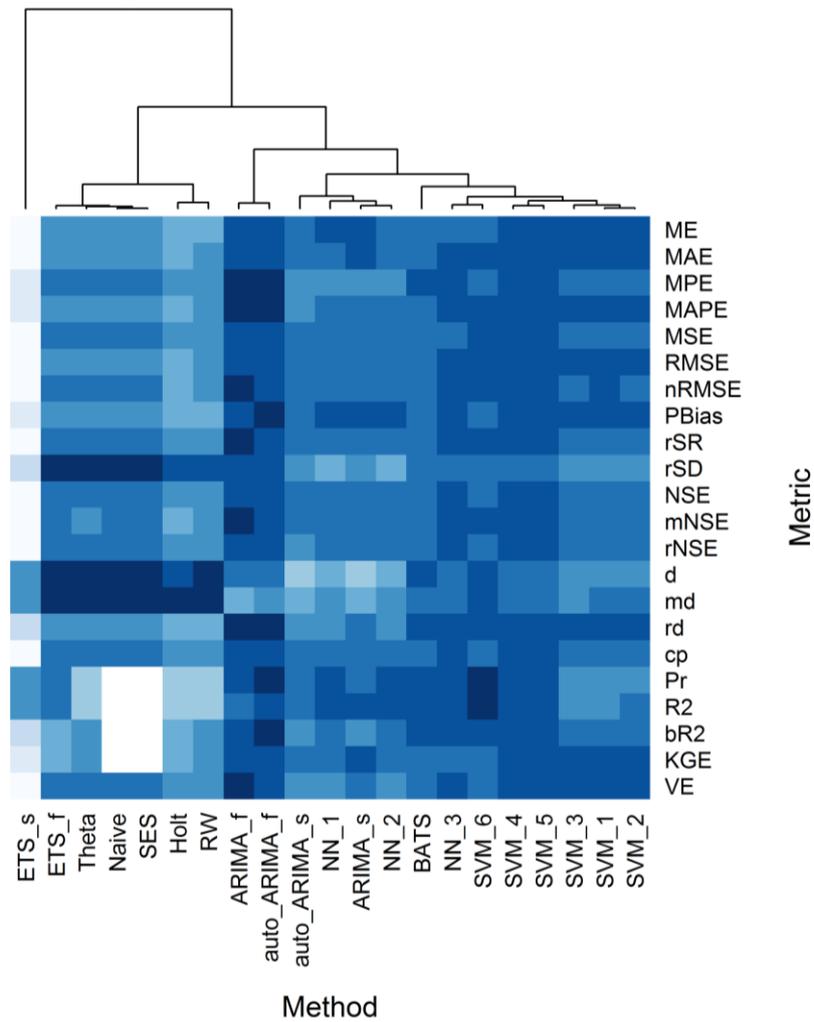
Σχήμα Δ.6. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(1) με παράμετρο $\theta_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



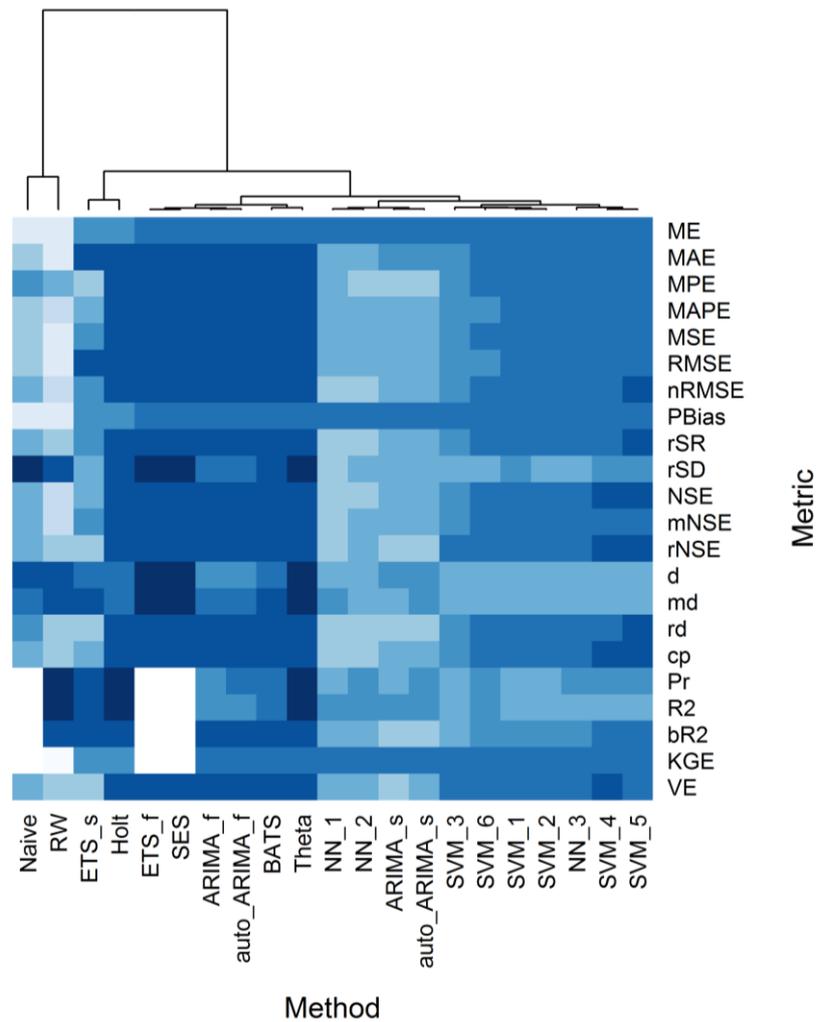
Σχήμα Δ.7. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



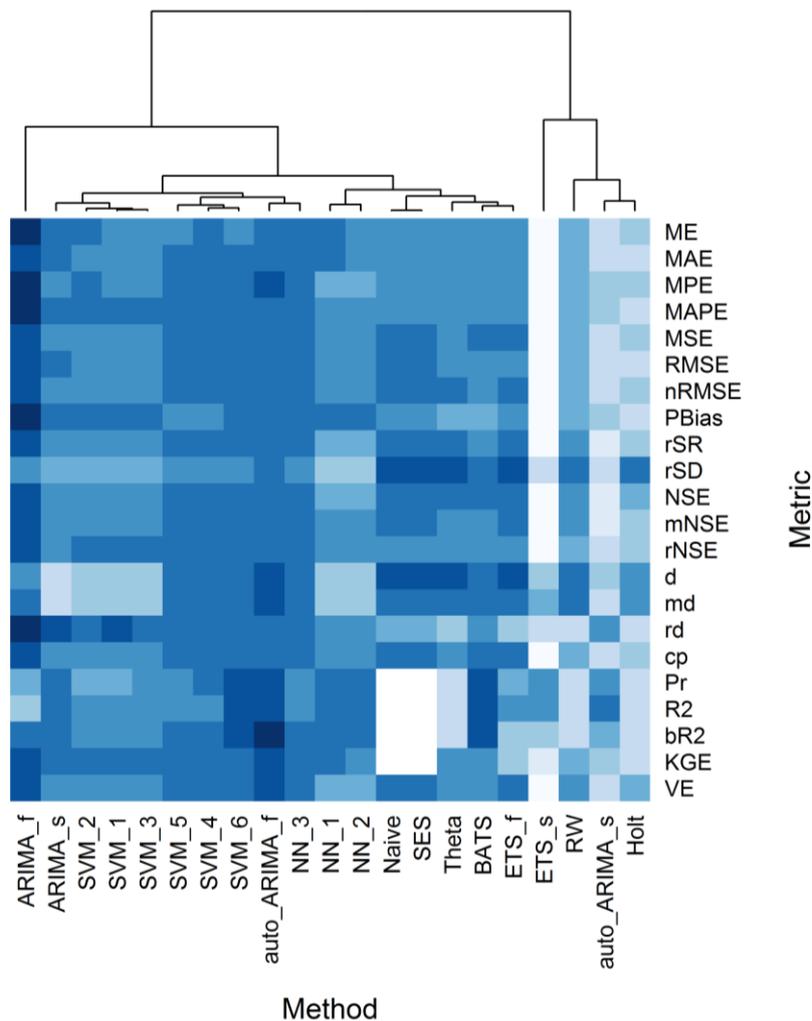
Σχήμα Δ.8. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις MA(2) με παραμέτρους $\theta_1 = -0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



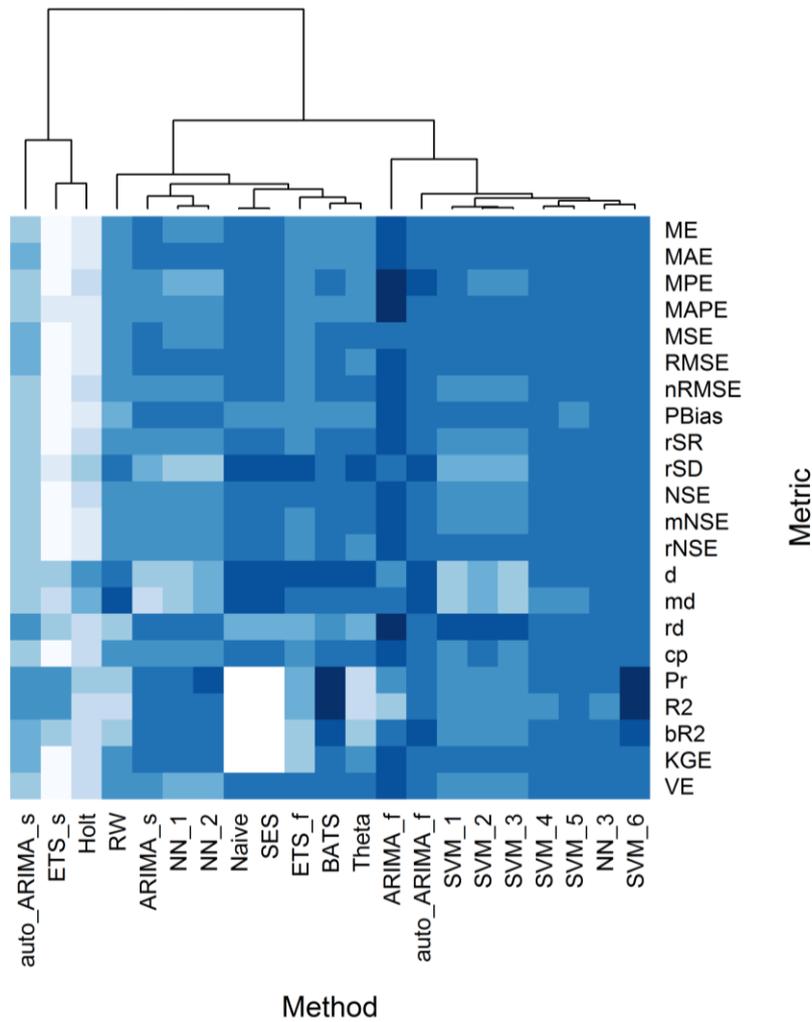
Σχήμα Δ.9. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



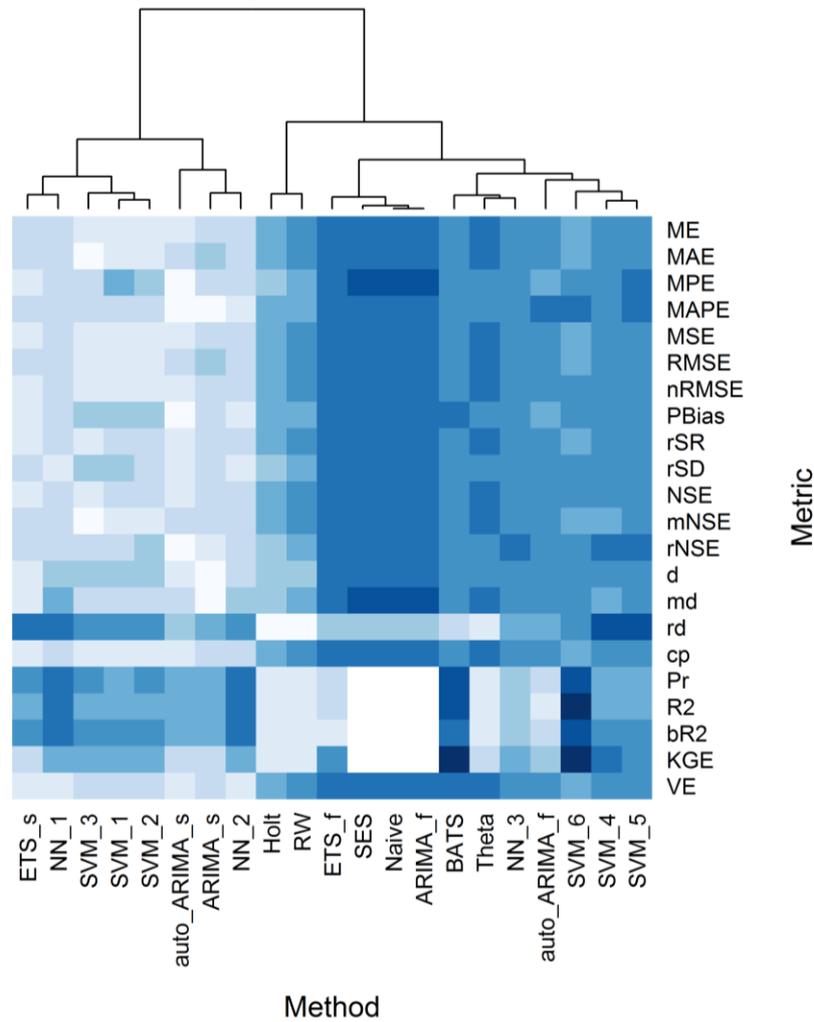
Σχήμα Δ.10. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(1,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = -0.7$ και $\theta_1 = -0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ETS_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



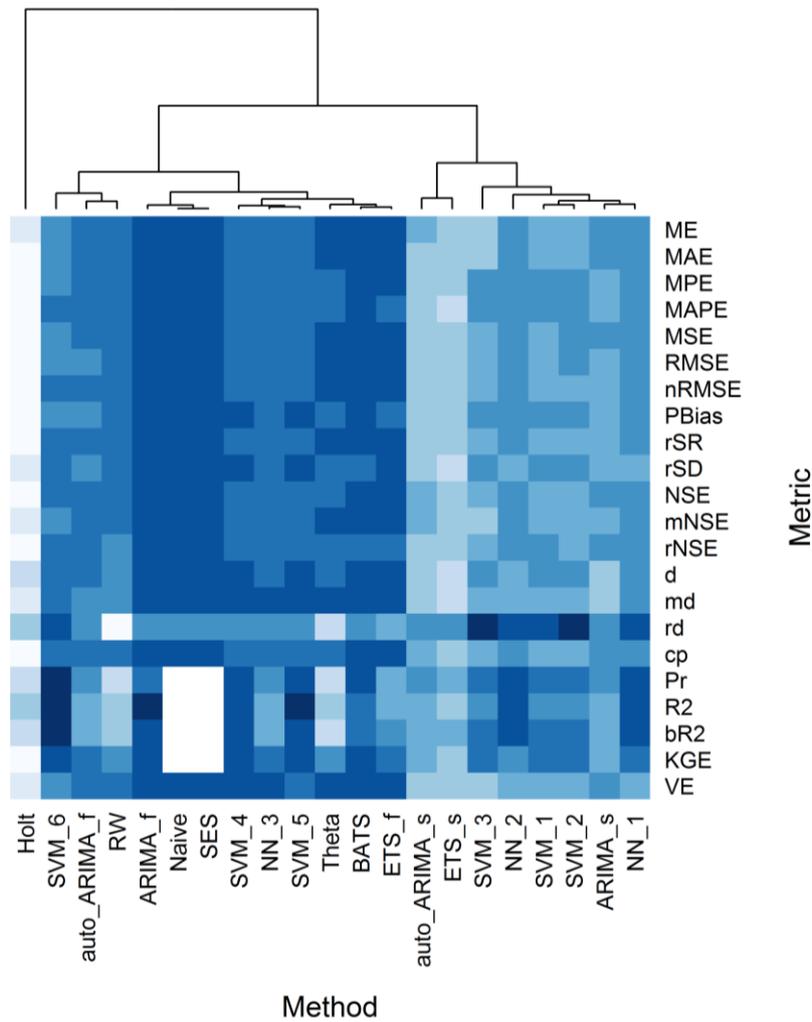
Σχήμα Δ.11. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,1) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$ και $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



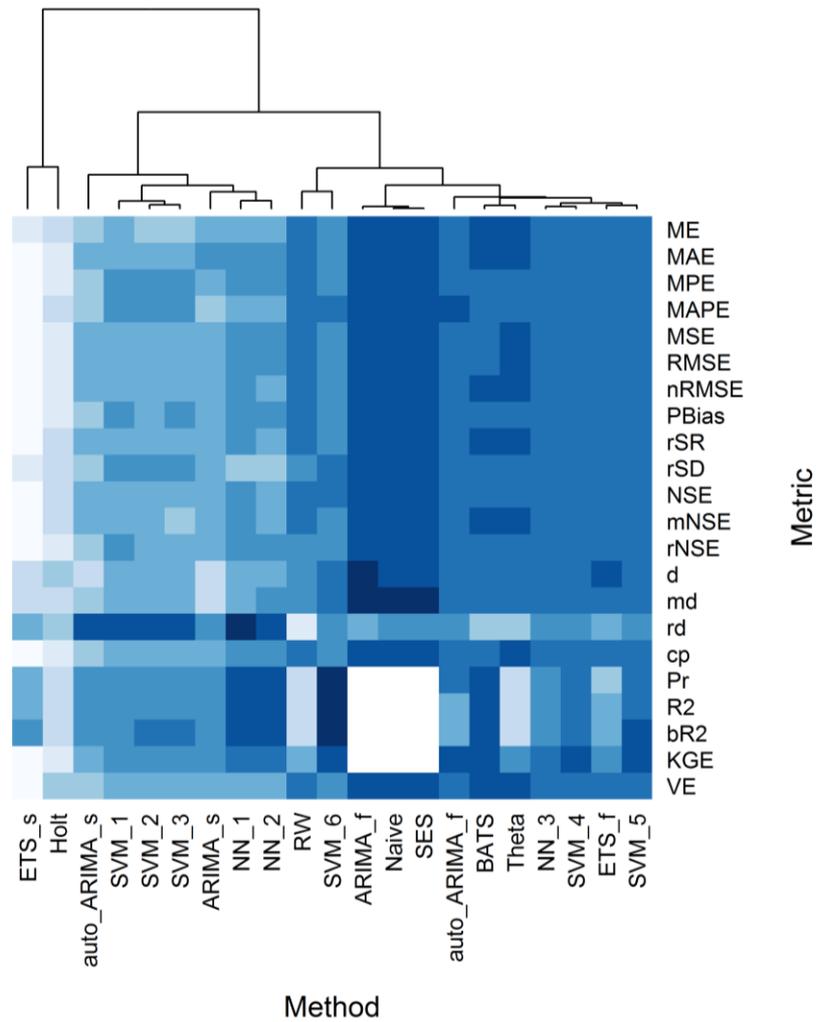
Σχήμα Δ.12. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARMA(2,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



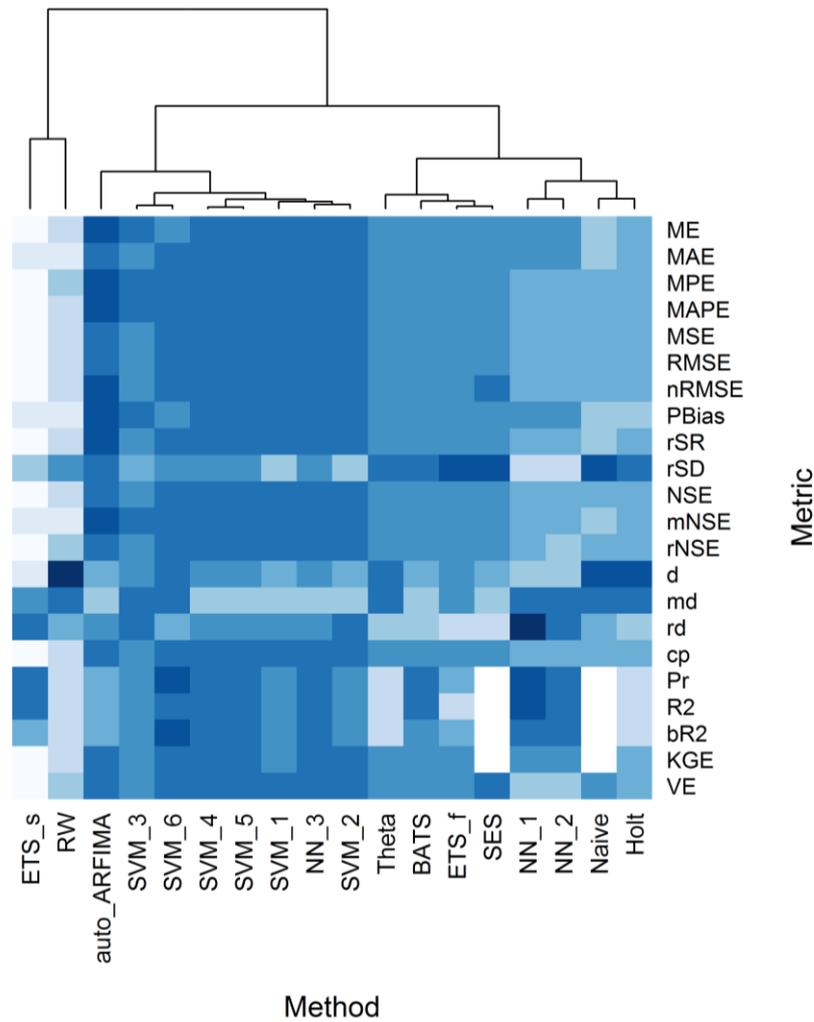
Σχήμα Δ.13. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,0) με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



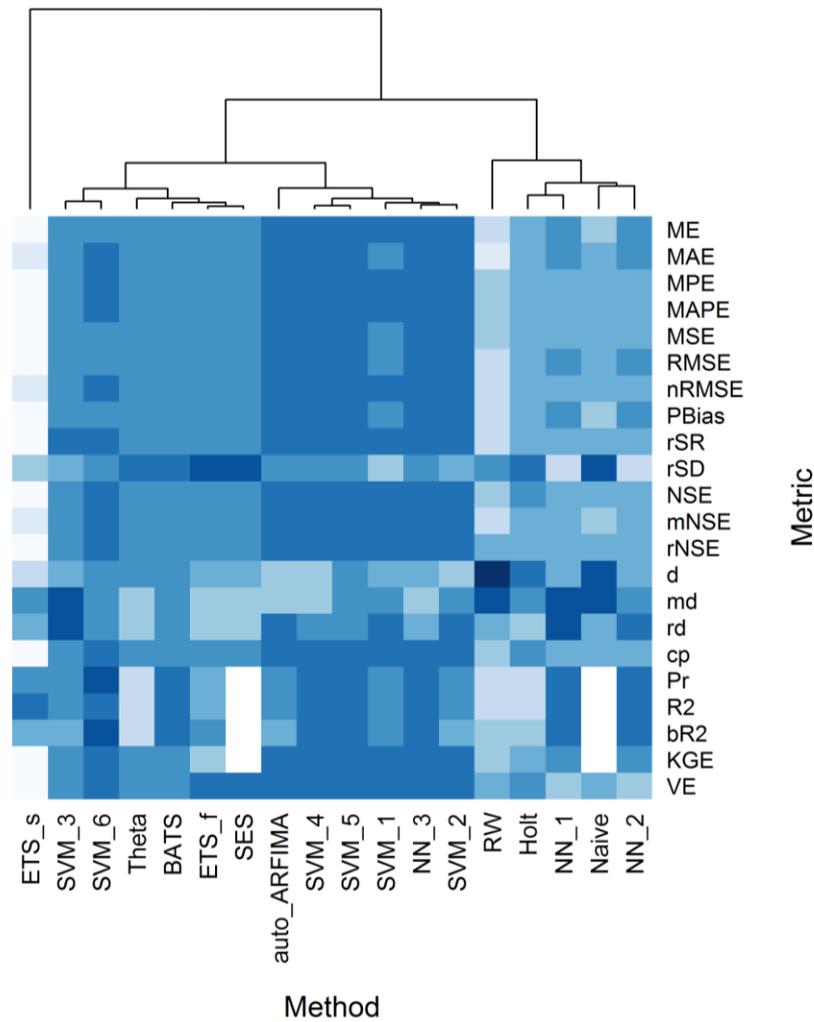
Σχήμα Δ.14. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(1,1,0) με παράμετρο $\phi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



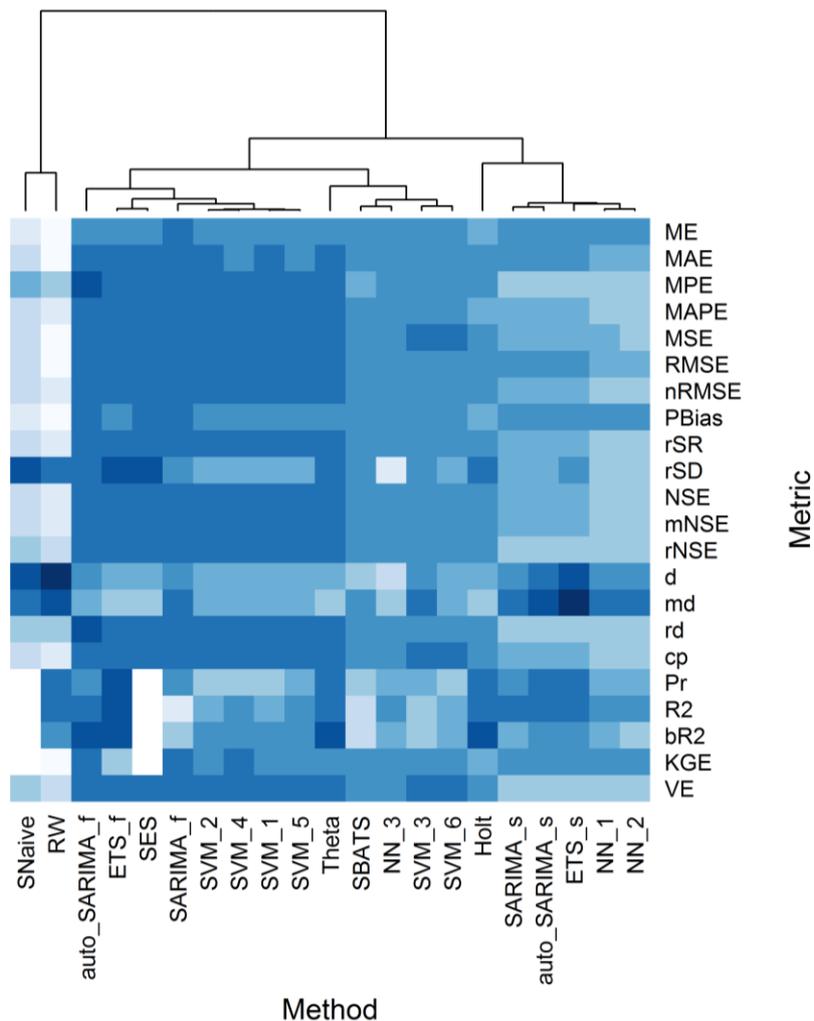
Σχήμα Δ.15. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARIMA(0,1,1) με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive, ARIMA_f και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



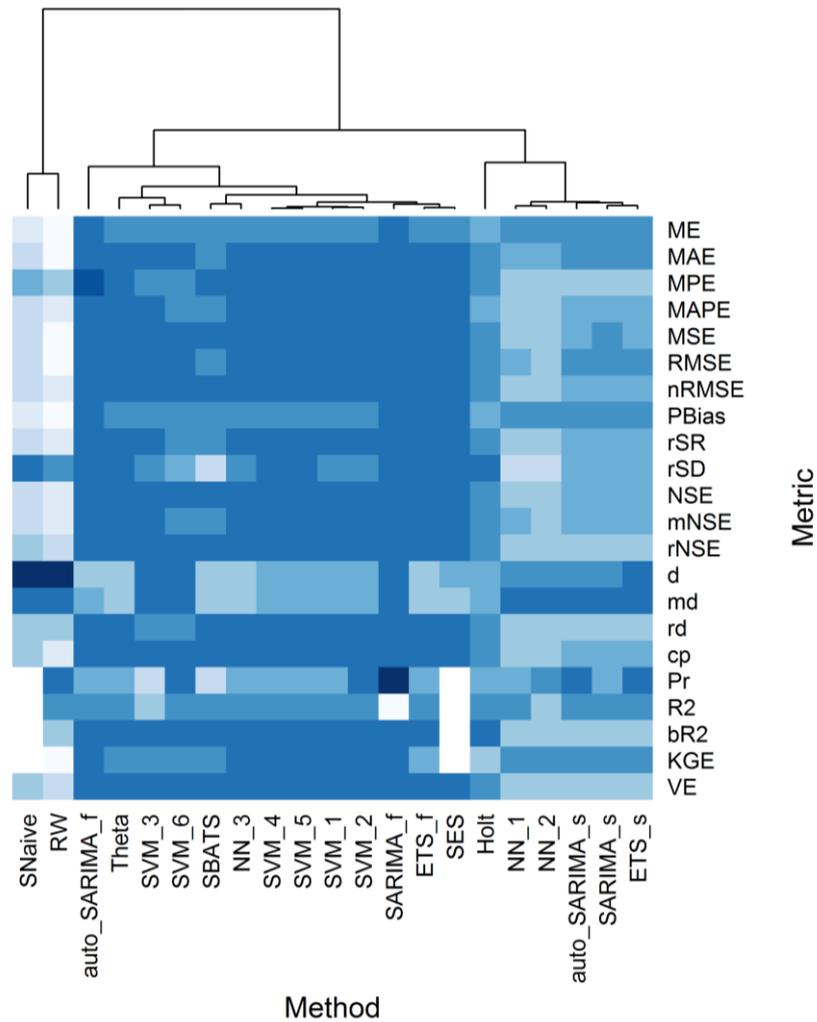
Σχήμα Δ.16. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις ARFIMA(0,0.45,0) με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



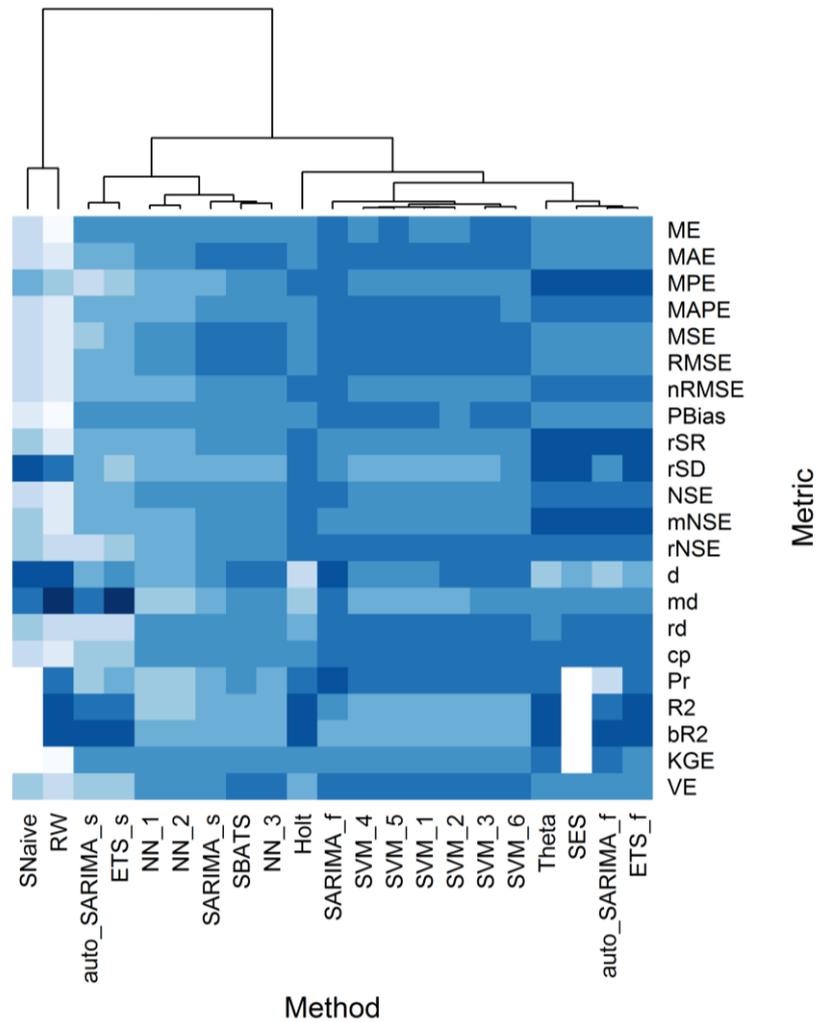
Σχήμα Δ.17. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανεξίτητες ARFIMA(2,0.45,2) με παραμέτρους $\varphi_1 = 0.7$, $\varphi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους Naive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



Σχήμα Δ.18. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(1,0,0)₁₀ με παράμετρο $\Phi_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



Σχήμα Δ.19. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(0,0,1)₁₀ με παράμετρο $\theta_1 = 0.7$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψη από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.



Σχήμα Δ.20. Heatmap συναξιολόγησης των μεθόδων πρόβλεψης ως προς την επίδοση τους κατά την εφαρμογή στις προσομοιούμενες στοχαστικές ανελίξεις SARIMA(0,0,0)(2,0,2)₁₀ με παραμέτρους $\Phi_1 = 0.7$, $\Phi_2 = 0.2$, $\theta_1 = 0.7$ και $\theta_2 = 0.2$ με βάση τα ενδοτεταρτημοριακά εύρη των κατανομών των τιμών που λαμβάνουν τα μέτρα. Η κατάταξη γίνεται κατά τον οριζόντιο άξονα. Όσο σκοτεινότερο είναι το χρώμα τόσο μικρότερο το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Οι ελλείπουσες τιμές που εμφανίζουν τα μέτρα Pr, R2, bR2 και KGE για τις μεθόδους SNaive και SES δεν λαμβάνονται υπόψιν από τον χρησιμοποιούμενο αλγόριθμο κατά την συναξιολόγηση των υπολοίπων μεθόδων και αποτυπώνονται με χρώμα λευκό. Εφαρμόζεται αλγόριθμος για την ομαδοποίηση των μεθόδων αναλόγως της επίδοσης τους στα διάφορα μέτρα.