ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ
ΚΑΙ
ΥΔΡΑΥΛΙΚΑ ΕΡΓΑ

Υδραυλική κλειστών αγωγών υπό πίεση

ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

1

Κύριες ιδιότητες των ρευστών

- *Πυκνότητα*, ρ (μονάδες SI kg/m^3)
- *Ειδικό βάρος*, $\gamma = g\rho$ (μονάδες SI dyn/cm^3, N/m^3)
- *(Δυναμική) συνεκτικότητα ή ιξώδες*, μ (μονάδες SI kg/m/s)
- *Κινηματική συνεκτικότητα ή κινηματικό ιξώδες*, $\nu = \mu/\rho$ (μονάδες SI m^2/s)

2

Χαρακτηριστικά μεγέθη ρευστών σε κίνηση (για ρευστό σωματίδιο)

1. ***Πίεση*** p σε ένα σημείο του ρευστού (βαθμωτό μέγεθος)
   - Μονάδες SI: Pa $=N/m^2 = kg\times(m/s^2)/m^2$

2. ***Ταχύτητα*** $\vec{V}(u, v, w)$ (διάνυσμα)
   - Μονάδες SI: m/s

3. ***Επιτάχυνση*** $\vec{\alpha} = d\vec{V}/dt$ (διάνυσμα)
   - Μονάδες SI: m/s^2

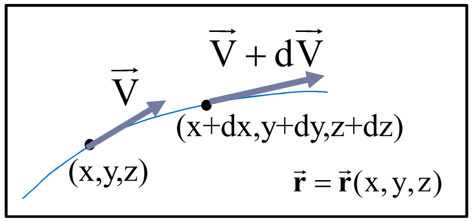
3

(Από Α. Στάμου) **ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3-1.** Μονάδες του SI

Μέγεθος	**Μονάδα του SI**
Μάζα	Kilogram (kg)
Μήκος	Meter (m)
Χρόνος	Second (s)
Θερμοκρασία	° Kelvin (°K)
Δύναμη	Newton (N)= kg m/s^2
Εμβαδό	m^2
Όγκος	m^3
Ταχύτητα	m/s
Επιτάχυνση	m/s^2
Πίεση ή τάση	Pascal (Pa=N/m^2= kg/ms^2)
Γωνιακή ταχύτητα	1/s
Ενέργεια, θερμότητα, έργο	Joule (J=N m)
Ισχύς	Watt (W=J/s)
Πυκνότητα	kg/m^3
Μοριακή συνεκτικότητα	kg/(m s)
Κινηματική συνεκτικότητα	m^2/s

4

Χαρακτηρισμός της ροής από κινηματική άποψη



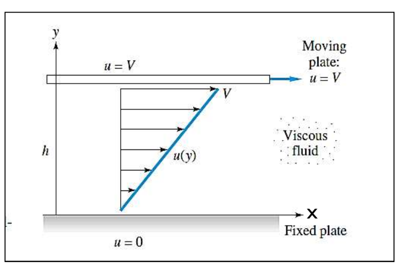
- <u>Μόνιμη – μη μόνιμη ροή</u>
  - Δεν παρατηρείται μεταβολή της ταχύτητας στο χρόνο.

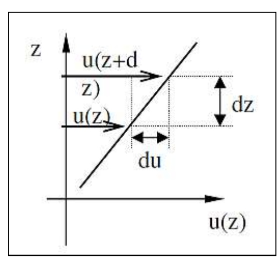
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0$$

- <u>Ομοιόμορφη – ανομοιόμορφη ροή</u>
  - Δεν παρατηρείται μεταβολή της ταχύτητας στο χώρο.

5

Διατμητική τάση τ





Φυσική εικόνα

$$\boxed{\tau=\mu\frac{du}{dy}}$$

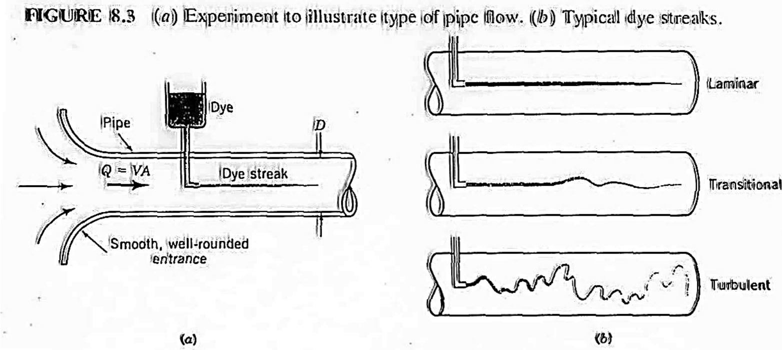
6

Εξισώσεις της ροής (πραγματικά ρευστά)

- Εξίσωση συνέχειας (από την αρχή διατήρησης μάζας)
- Εξισώσεις κίνησης από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα)
  - Εξισώσεις Navier-Stokes (πραγματικά ρευστά)
  - Εξισώσεις Reynolds (τυρβώδης ροή)

Πραγματικά ρευστά – Πείραμα Renolds

FIGURE 8.3 (a) Experiment to illustrate type of pipe flow. (b) Typical dye streaks.



Στρωτή και τυρβώδης ροή

- Χαρακτηρισμός της ροής από δυναμική άποψη.
- Κύρια διαφορά
  - <u>Στρωτή ροή</u>: κίνηση κατά λείες στρώσεις *<u>χωρίς μίξη</u>* μεταξύ τους, επικράτηση των δυνάμεων συνεκτικότητας.
  - <u>Τυρβώδης ροή</u>: κίνηση ακανόνιστη, *<u>μίξη</u>* *<u>έντονη</u>*, επικράτηση των δυνάμεων αδράνειας.

9

Στρωτή και τυρβώδης ροή

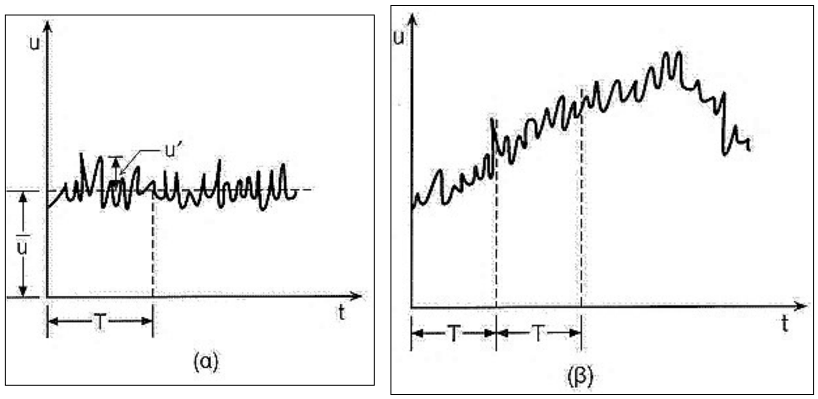
- Ουσιώδης παράμετρος: *<u>αριθμός Reynolds</u>*

$$\mathrm{Re} = \frac{VL}{\nu} = \frac{\delta.\alpha\delta\rho\acute{\alpha}\nu\epsilon\iota\alpha\varsigma}{\delta.\sigma\upsilon\nu\epsilon\kappa\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha\varsigma} = \frac{V^2/L}{\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{V}{L^2}\right)} = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

- Χαρακτηρισμός της ροής από *<u>δυναμική</u>* άποψη.
- Ο κρίσιμος αριθμός *<u>Reynolds</u>* έχει διαφορετική τιμή για κάθε πρόβλημα.
- Ειδικά για κυκλικούς αγωγούς (σωλήνες) ο αριθμός Reynolds ορίζεται Re=VD/ν και έχει κρίσιμη τιμή $Re_{\kappa\rho}$≈2000.

10

Ταχύτητα για μόνιμη και μη μόνιμη τυρβώδη ροή



11

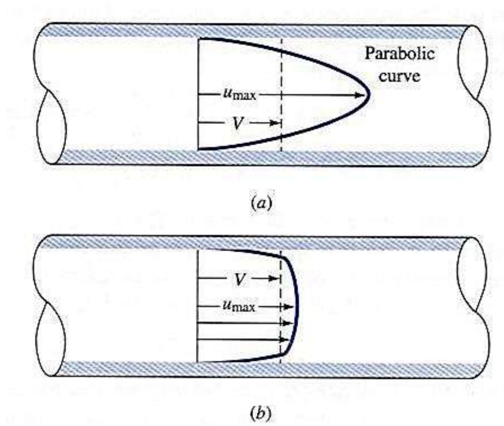
12

Χαρακτηριστικά της τυρβώδους ροής

- Ακανόνιστο, τυχαίο (στατιστικές μέθοδοι)
- Τάση διάχυσης, μίξη
- Μεγάλοι αριθμοί Reynolds
- Τρισδιάστατη στροβιλότητα
- Αύξηση των απωλειών ενέργειας
- Διακυμάνσεις των μεταβλητών της ροής (π.χ. ταχύτητα, συγκεντρώσεις)
- *Τύρβη = χαρακτηριστικό της ροής και όχι του ρευστού*

13

Κατανομές ταχυτήτων

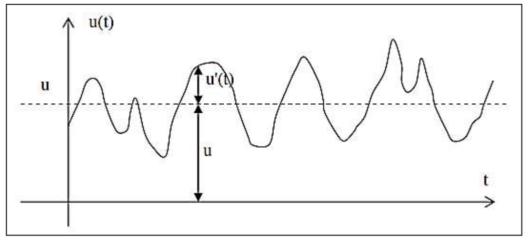


Στρωτή ροή

Τυρβώδης ροή

14

Περιγραφή τυρβώδους ροής



- Λόγω διακυμάνσεων: στατιστική περιγραφή
- Στατιστική ανάλυση του προβλήματος
- Στατιστική μονιμότητα της ροής: μονιμότητα ως προς τα μέσα μεγέθη και όχι τα στιγμιαία

$$\mathrm{V} = \overline{\mathrm{V}} + \mathrm{V}', \quad \overline{\mathrm{V}} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{V}dt = \text{μέση χρονική τιμή}$$

$$\mathrm{V}'\text{=διακύμανση της ταχύτητας, } \overline{\mathrm{V}'} = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \mathrm{V}'dt = 0$$

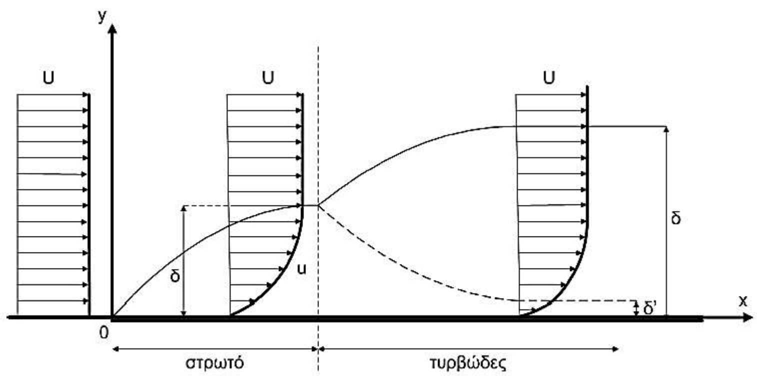
15

Εσωτερική – εξωτερική ροή

- Μια ροή χαρακτηρίζεται ως **εσωτερική** όταν περιορίζεται από στερεά όρια, π.χ. ροή Couette.
- Μια ροή χαρακτηρίζεται ως **εξωτερική**, όταν δεν περιορίζεται από στερεά όρια και μπορεί να επεκταθεί, π.χ. ροή αέρα γύρω από κατασκευές (κτίρια, γέφυρες, ανεμογεννήτριες), κίνηση πλοίων, κίνηση αυτοκινήτων αεροπλάνων κ.α.
- Η επίδραση της συνεκτικότητας είναι σημαντική:
  - Στις εσωτερικές ροές σε όλο το πεδίο ροής.
  - Στις εξωτερικές ροές στο οριακό στρώμα και στο πεδίο δινών.

16

Οριακό στρώμα



ΣΧΗΜΑ 1.4-5. Σκαρίφημα του οριακού στρώματος και προσεγγιστικές κατανομές των ταχυτήτων ροής

17

Οριακό στρώμα

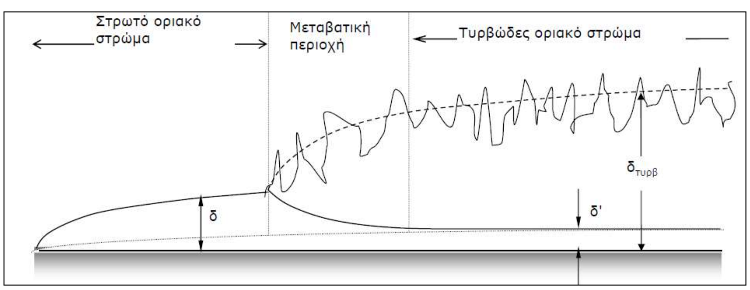
- Μηδενισμός εφαπτομενικών ταχυτήτων στα σταθερά στερεά όρια
- Αποτέλεσμα:
  - Μεγάλες κλίσεις ταχυτήτων κοντά στα όρια
  - Σημαντικές διατμητικές τάσεις κοντά στα όρια:
    - $u = u(y) \;\; \Rightarrow \;\; \tau = \mu(du/dy) \neq 0$
- Επομένως, κοντά στα όρια δεν μπορούν να αμεληθούν οι δυνάμεις συνεκτικότητας
- Οριακό στρώμα (Prandtl, αρχές 20^{ος} αιώνα)
- Θέματα αποκόλλησης της ροής

18

Βασικά χαρακτηριστικά Ο.Σ. (1)

- **Πάχος δ** = η κάθετη απόσταση από το στερεό όριο y μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα ροής είναι ίση με την εξωτερική ταχύτητα της ροής U (πρακτικά διαφέρει κατά 1%, δηλ. είναι u=0.99U).

Βασικά χαρακτηριστικά Ο.Σ. (2) Τυρβώδες Ο.Σ.



- **Στρωτό οριακό υπόστρωμα** = ζώνη πάχους δ' πολύ κοντά στο όριο, όπου επικρατούν οι δυνάμεις συνεκτικότητας και η ροή είναι στρωτή. Συνήθως, το δ' είναι της τάξης του 2% του δ.

Αριθμός Reynolds

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu}$$

- Λεία πλάκα:
  - Στρωτή ροή μέχρι μια απόσταση x για την οποία Re_x<500000.
  - Στη συνέχεια, ροή μεταβατική τυρβώδης και τελικά τυρβώδης.
- Η τυρβώδης ροή δημιουργεί μεγαλύτερη ανάμιξη με αποτέλεσμα
  - (α) το δ να είναι μεγαλύτερο και
  - (β) η κατανομή ταχυτήτων να είναι περισσότερο ομοιόμορφη

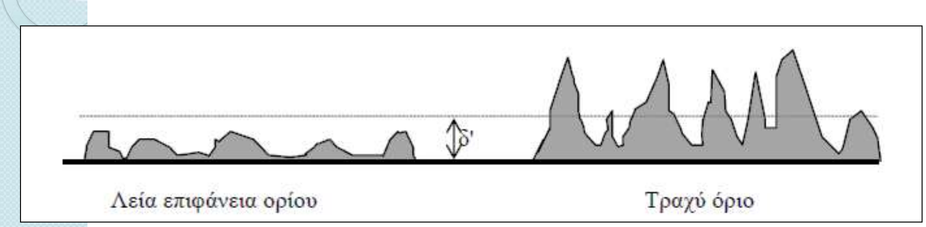
21

Στερεά όρια - Τραχύτητα

- Ένα στερεό όριο χαρακτηρίζεται από την **τραχύτητά** του k, η οποία πρακτικά είναι ίση με το μέσο μέγεθος των προεξοχών του.
- Στην ανάλυση της ροής κοντά σε στερεό όριο χρησιμοποιούμε την **ισοδύναμη τραχύτητα** k_s.
- Με τον όρο **ισοδύναμη τραχύτητα** k_s στερεού ορίου ονομάζουμε την τραχύτητα που προκαλείται από ομοιόμορφους κόκκους άμμου μεγέθους k_s που επικολλώνται στην επιφάνεια, αυτή δε έχει την ίδια υδροδυναμική συμπεριφορά με την επιφάνεια που έχει τραχύτητα k.

22

Σχηματική αναπαράσταση λείου και τραχέος ορίου

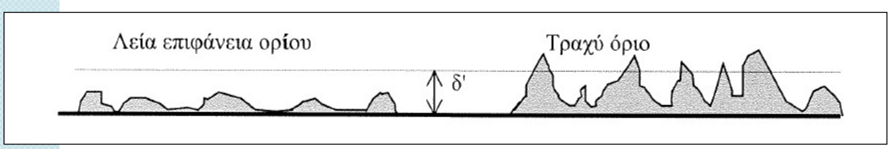


Τρόπος περιγραφής της τραχύτητας
Ισοδύναμη τραχύτητα =
(Διάμετρος κόκκων άμμου) = $\mathbf{k_s}$ **[L]**

23

Ορισμοί

1. **Λείο (ή υδραυλικά λείο) τοίχωμα** ορίζεται αυτό του οποίου οι προεξοχές (τραχύτητα) είναι μικρότερες σε μέγεθος από το πάχος του στρωτού οριακού υποστρώματος.
2. **Τραχύ τοίχωμα** ορίζεται αυτό του οποίου οι προεξοχές (τραχύτητα) είναι μεγαλύτερες σε μέγεθος από το πάχος του στρωτού οριακού υποστρώματος.

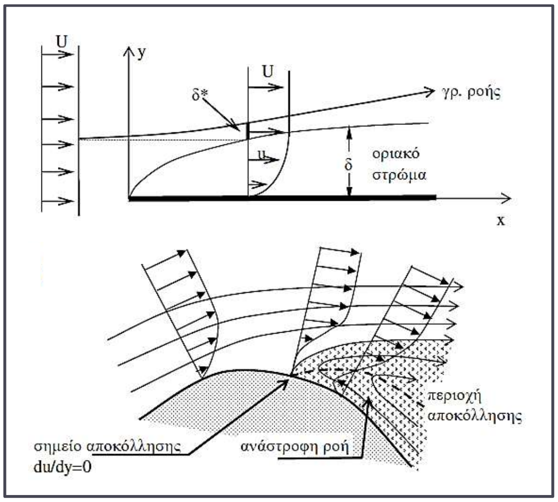


24

Οριακό στρώμα

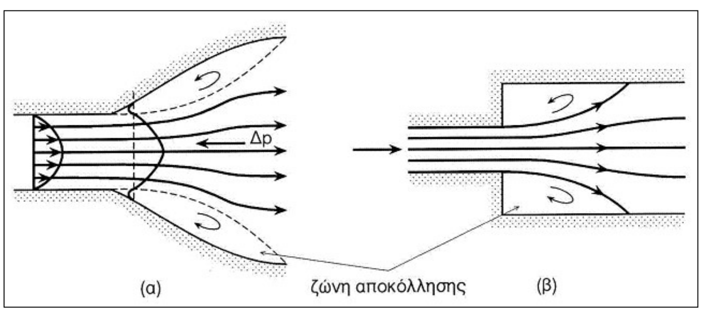
Ανάπτυξη στρωτού οριακού στρώματος πάνω από επίπεδη πλάκα

Αποκόλληση οριακού στρώματος σε καμπύλα τοιχώματα



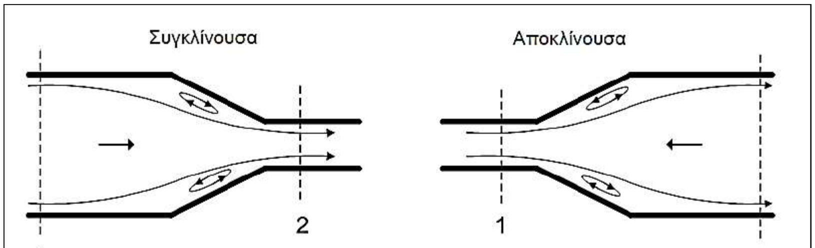
25

Αποκόλληση ή διαχωρισμός



26

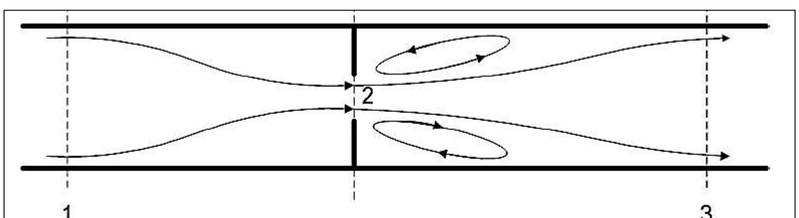
Παραδείγματα αποκλίνουσας και συγκλίνουσας ροής σε σωλήνα - Αποκόλληση Ο.Σ.



(α) Συστολή και διαστολή

27

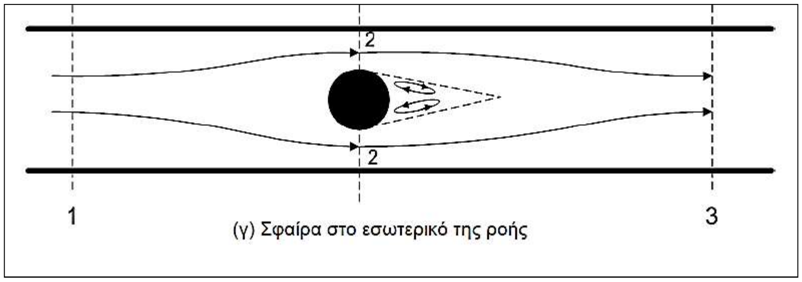
Παραδείγματα αποκλίνουσας και συγκλίνουσας ροής σε σωλήνα - Αποκόλληση Ο.Σ.



(β) Στένωση

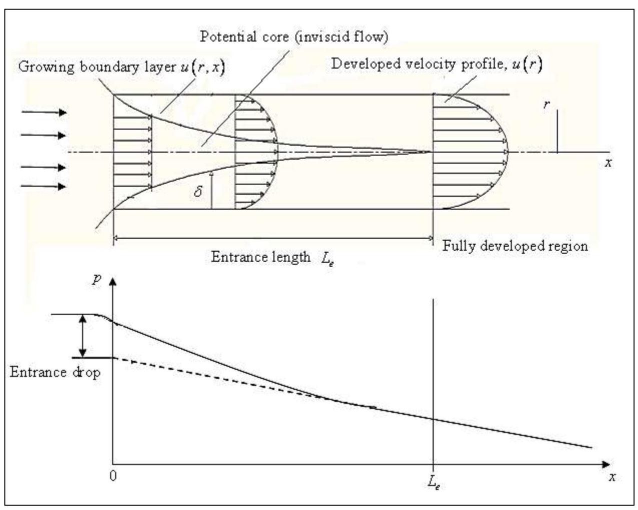
28

Παραδείγματα αποκλίνουσας και συγκλίνουσας ροής σε σωλήνα - Αποκόλληση Ο.Σ.



29

Μήκος ανάπτυξης της ροής



30

Βασικές μέθοδοι ανάλυσης ροής ρευστού

1. Μέθοδος της διαφορικής ανάλυσης (differential analysis).
2. Μέθοδος της μονοδιάστατης ανάλυσης (one dimensional analysis).
3. Μέθοδος της διαστατικής ανάλυσης (dimensional analysis).

Μέθοδος διαφορικής ανάλυσης

- Επιλύουμε τις βασικές διαφορικές εξισώσεις ροής.
  - Ολοκλήρωση για συγκεκριμένες οριακές συνθήκες
- *Σε απλά προβλήματα ροής*: Αναλυτική επίλυση.
- *Στα πραγματικά προβλήματα ροής*: Επίλυση με **αριθμητικές μεθόδους** (πεπερασμένες διαφορές, πεπερασμένοι όγκοι, πεπερασμένα στοιχεία, οριακά στοιχεία).
- **Υπολογιστική Ρευστοδυναμική** (Computational Fluid Dynamics ή CFD).
- Παραδείγματα αναλυτικών λύσεων: Ροές Couette, ροές Poiseuille

Μονοδιάστατη ανάλυση

- Είναι μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την ανάλυση προβλημάτων στα οποία υπάρχει μία σημαντική κατεύθυνση της ροής.
- *Κύριο χαρακτηριστικό*: Επιλογή όγκου αναφοράς ή όγκου ελέγχου.
  - Στερεά όρια
  - Διατομές εισροής και εκροής ρευστού κάθετα στη διεύθυνση της ροής
  - Εφ' όσον υπάρχει, ελεύθερη επιφάνεια

33

Μονοδιάστατη ανάλυση

- Στον όγκο ελέγχου εφαρμόζουμε ισοζύγια για τις 3 βασικές ποσότητες (μάζας, ποσότητας κίνησης και ενέργειας).
- Δεν χρησιμοποιούμε τις **τοπικές τιμές** των διαφόρων μεγεθών, αλλά τις **μέσες τιμές** αυτών.
- Καταλήγουμε στις μονοδιάστατες εξισώσεις συνέχειας, ποσότητας κίνησης και ενέργειας. Για το λόγο αυτό, η μέθοδος αυτή καλείται και **μέθοδος της μονοδιάστατης ανάλυσης**.

34

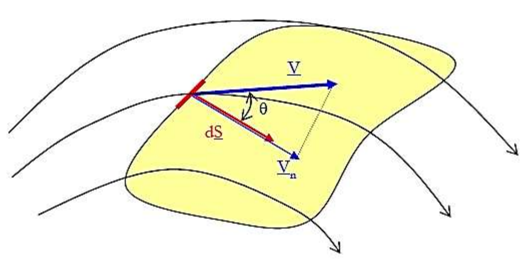
Μονοδιάστατη ανάλυση

- Θεωρούνται διατομές ομοιόμορφης ροής, κάθετες στην κύρια κατεύθυνση της ροής.
- Θεωρούνται ομοιόμορφα κατανεμημένες τιμές υψομέτρου h, πίεσης p και πυκνότητας ρ σε κάθε διατομή ομοιόμορφης ροής.
- Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται από την ολοκλήρωση της κατανομής των τοπικών ταχυτήτων.
- Συντελεστές συνόρθωσης α και β (λόγω των κατανομών V^2 και V^3)

35

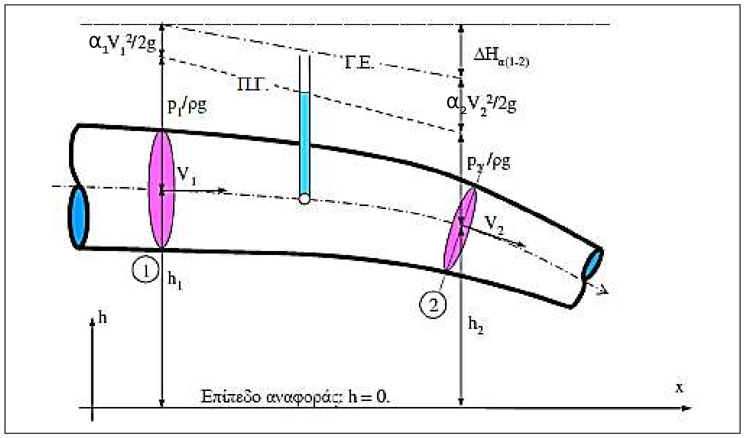
Βασική έννοια: Εισροή / Εκροή ιδιότητας α

$$\boxed{\alpha(\vec{V}\cdot\vec{ds}) = \alpha\left(V ds \cos\theta\right) = \alpha\left(V_n ds\right)}$$



36

Απώλειες ενέργειας ΔΗ κατά μήκος αγωγού (πραγματικά ρευστά)



37

Εξίσωση συνέχειας

$$\int_E \rho\left(\vec{V} d\vec{E}\right) = 0 \Rightarrow \int_E \left(\vec{V} d\vec{E}\right) = 0 \Rightarrow E_1 V_1 = E_2 V_2$$

- Q=E·V ⇒ Q = σταθερό κατά μήκος του αγωγού, εφόσον στον όγκο αναφοράς δεν υπάρχει εισροή ή εκροή.

ρ	η πυκνότητα του υγρού
E	το εμβαδόν της διατομής
V	η μέση ταχύτητα της ροής, θεωρούμενη κάθετη στην διατομή
Q	η παροχή της διατομής

38

Εξίσωση ενέργειας (για 2 διατομές)

$$H = h + \frac{p}{\gamma} + \alpha\frac{V^2}{2g} \Rightarrow H_1 = H_2 + \Delta H_\mu + \Delta H_{\alpha(1-2)}$$

$$\Delta H_\mu = 0 \Rightarrow H_1 = H_2 + \Delta H_{\alpha(1-2)}$$

$$\Delta H_{\alpha(1-2)} = h_f + h_\alpha$$

h_f = *γραμμικές απώλειες (λόγω τριβών)*

h_α = *τοπικές απώλειες*

Οκτώβριος 2019 Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ 39

39

Εξίσωση ποσότητας κίνησης για 2 διατομές και ροή υπό πίεση

$$\vec{\mathbf{F}}_{pE_1} + \vec{\mathbf{F}}_{pE_2} + \vec{\mathbf{N}} + \vec{\mathbf{F}}_g = (\beta\rho Q\vec{\mathbf{V}})_2 - (\beta\rho Q\vec{\mathbf{V}})_1$$

N = *δύναμη από τα τοιχώματα στο ρευστό*

$$(p_1 E_1)_x + (p_2 E_2)_x + N_x + F_{gx} = (\beta\rho QV_x)_2 - (\beta\rho QV_x)_1$$

$$(p_1 E_1)_y + (p_2 E_2)_y + N_y + F_{gy} = (\beta\rho QV_y)_2 - (\beta\rho QV_y)_1$$

$$(p_1 E_1)_z + (p_2 E_2)_z + N_z + F_{gz} = (\beta\rho QV_z)_2 - (\beta\rho QV_z)_1$$

Συντελεστής συνόρθωσης β:

$$\int_E \rho V(VdE) = \int_E \rho V^2 dE = \rho\beta QV \Rightarrow \beta = \frac{\int_E V^2 dE}{V^2 E} = \frac{\int_E V^2 dE}{QV}$$

Οκτώβριος 2019 Α. ΝΑΝΟΥ-ΓΙΑΝΝΑΡΟΥ 40

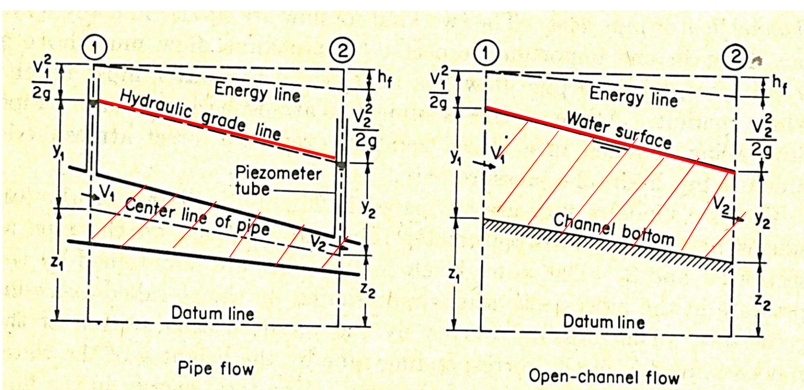
40

Επίλυση ροής προβλημάτων με ελεύθερη επιφάνεια (ΕΕ)

- Η ύπαρξη της ΕΕ εισάγει σημαντική δυσκολία στην επίλυση.
- Η πίεση στην ΕΕ ισούται με την ατμοσφαιρική.
- Βαρύτητα: Αυτή καθορίζει κατά κύριο λόγο την κίνηση του ρευστού.
- Η ΕΕ αποτελεί υδραυλικό μέγεθος άγνωστο, το οποίο πρέπει να προσδιοριστεί.
- Ροές με ΕΕ γίνονται σε κλειστές και σε ανοικτές διατομές.

41

Διαφορά κλειστών αγωγών υπό πίεση και αγωγών με ελεύθερη επιφάνεια



Από Ven Te Chow

42

Διαστατική ανάλυση – Εισαγωγή (1)

- Κάθε εξίσωση, που εκφράζει ένα φυσικό νόμο, είναι διαστατικά ομογενής - *Αρχή διαστατικής ομογένειας*.
- Αυτές οι διαστατικά ομογενείς εξισώσεις μπορούν να γραφούν σαν σχέσεις αδιάστατων όρων, που προκύπτουν από κατάλληλους μετασχηματισμούς των ποσοτήτων που υπεισέρχονται.

43

Διαστατική ανάλυση – Εισαγωγή (2)

Οφέλη για την πειραματική έρευνα:

- Δίνουμε γενικευμένη ισχύ στα συμπεράσματα, χρησιμοποιώντας σχετικά και όχι απόλυτα μεγέθη.
- Απλουστεύουμε την έρευνα φτιάχνοντας φυσικά ομοιώματα.
  - Πειραματική διερεύνηση υπό κλίμακα στο εργαστήριο
  - Στατιστική επεξεργασία μετρήσεων /αποτελεσμάτων

44

Εφαρμογή απλή

- Έστω ότι είναι γνωστό ότι η ισχύς στροβίλου P εξαρτάται από το ειδικό βάρος γ του υγρού, την παροχή Q και το ύψος πτώσης H.

$$\boxed{P = f(\gamma, Q, H)} \rightarrow P = k \cdot \gamma^a \cdot Q^b \cdot H^c \Rightarrow [P] = k \cdot [\gamma^a] \cdot [Q^b] \cdot [H^c]$$

$$\Rightarrow [ML^2T^{-3}] = k \cdot [ML^{-2}T^{-2}]^a \cdot [L^3T^{-1}]^b \cdot [L]^c$$

$$\left.\begin{array}{ll} L: & 2 = -2a + 3b + c \\ M: & 1 = a \\ T: & -3 = -2a - b \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{a = b = c = 1} \Rightarrow \boxed{P = \gamma Q H} \text{ (η γνωστή σχέση)}$$

Εφαρμογή πιο σύνθετη (από Α. Στάμου)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.5-3

Προσδιορίστε την εξίσωση που συνδέει τη διατμητική τάση ορίου τ_w με τα χαρακτηριστικά του ρευστού, της ροής και του σωλήνα για μόνιμη ροή σε τραχείς σωλήνες.

$f(\tau_w, \rho, \nu, V, D, k_s)=0$, 6 μεταβλητές

Χρησιμοποιώντας τη διαστατική ανάλυση, προκύπτει η ιδιαίτερα χρήσιμη σχέση υπολογισμού της διατμητικής τάσης ορίου τ_w για μόνιμη ροή σε τραχείς σωλήνες (η απόδειξη υπάρχει στο βιβλίο)

- $f(\tau_w, \rho, \nu, V, D, k_s)=0$, 6 μεταβλητές, 3 θεμελιώδεις ποσότητες
- Επαναλαμβανόμενες μεταβλητές: ρ, D, V
- Χρησιμοποιώντας διαστατική ανάλυση: 3 αδιάστατα μεγέθη
- Διαστάσεις: τ_w $[ML^{-1}T^{-2}]$, ρ $[ML^{-3}]$, ν $[L^2T^{-1}]$, D [L], V $[LT^{-1}]$, k_s [L]

$$F\left(\frac{\tau_w}{\rho V^2}, \frac{\nu}{VD}, \frac{k_s}{D}\right) = 0 \Rightarrow F\left(\frac{\tau_w}{\rho V^2}, Re, \frac{k_s}{D}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_w}{\rho V^2} = \phi\left(Re, \frac{k_s}{D}\right)$$