

Υδραυλική & Υδραυλικά Έργα
5^ο εξάμηνο Σχολής Πολιτικών Μηχανικών

Υδραυλική αγωγών με ελεύθερη επιφάνεια

Ανδρέας Ευστρατιάδης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Τομέας Υδατικών Πόρων & Περιβάλλοντος, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Ακαδημαϊκό έτος 2023-24

Ροή με ελεύθερη επιφάνεια (ή ροή σε ανοιχτούς αγωγούς)

- Βασικές αρχές ροής με ελεύθερη επιφάνεια:
 - η πίεση στην επιφάνεια είναι ίση με την ατμοσφαιρική (οριακή συνθήκη)
 - η ροή διέπεται από τη βαρύτητα
- Μορφές αγωγών με ελεύθερη επιφάνεια:
 - Ανοιχτοί στην ατμόσφαιρα
 - Φυσικοί (μισγάγγειες, υδατορεύματα, πλημμυρικά πεδία)
 - Τεχνητοί (κανάλια, αυλάκια, διώρυγες, υπερχειλιστές)
 - Κλειστοί, χωρίς πλήρη κάλυψη της διατομής με νερό (αγωγοί αποχέτευσης, οχετοί, σήραγγες)
- Αγωγοί σταθερής διατομής κατά μήκος → **πρισματικοί** (αφορά μόνο σε τεχνητούς αγωγούς)
- Συνήθεις διατομές τεχνητών αγωγών: ορθογωνικές, τραπεζοειδείς, τριγωνικές, κυκλικές, πεταλοειδείς
- Στη ροή με ελεύθερη επιφάνεια, το εμβαδόν της υγρής διατομής είναι συνάρτηση της γεωμετρίας της διατομής και της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας (αντίθετα, στη ροή υπό πίεση η διατομή είναι πλήρως καλυμμένη με νερό, οπότε το εμβαδόν της είναι συνάρτηση μόνο της γεωμετρίας).



Χαρακτηριστικά γεωμετρικά και υδραυλικά μεγέθη

□ Χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη αγωγού:

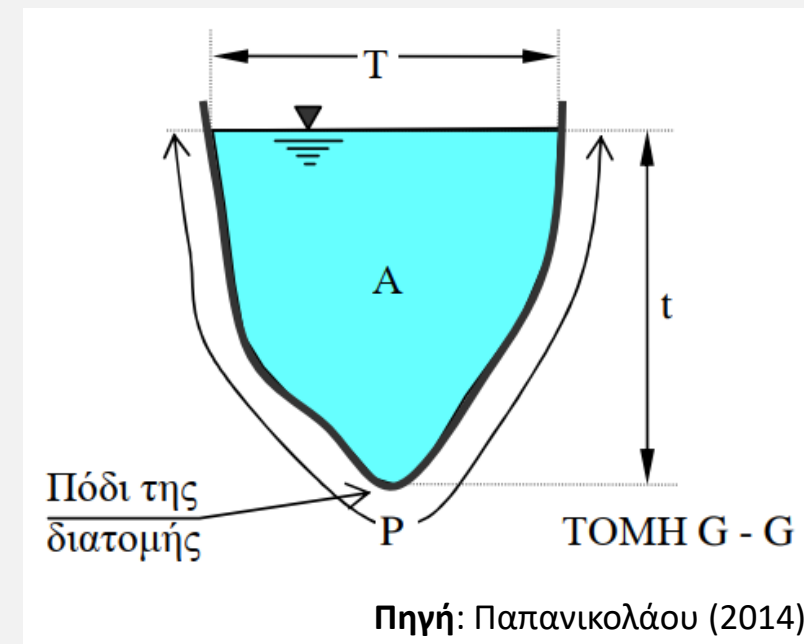
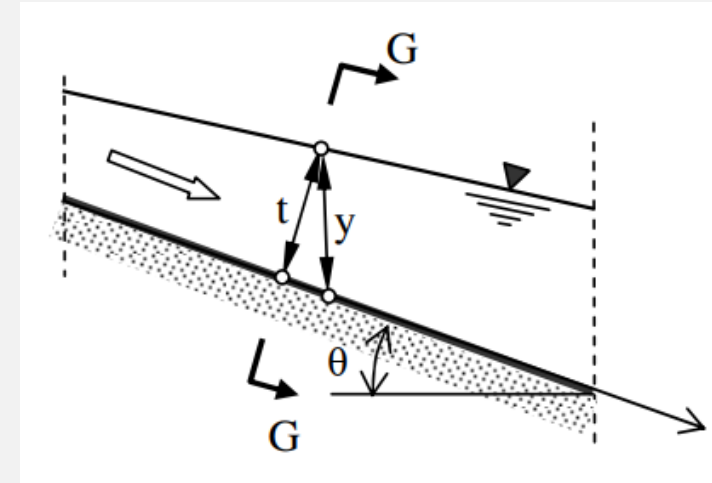
- Κατά μήκος κλίση πυθμένα, $J_0 = \tan\theta$

□ Χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη διατομής:

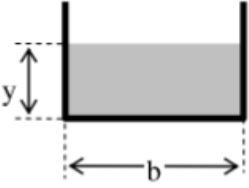
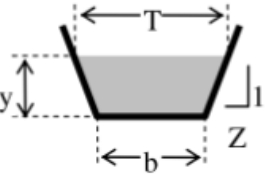
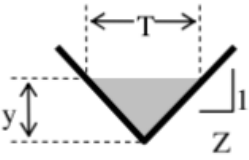
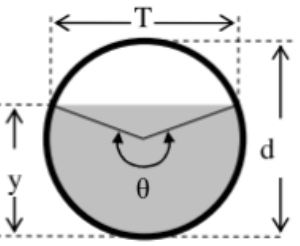
- Εμβαδόν υγρής διατομής, A
- Βρεχόμενη περίμετρος, P
- Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας, T
- Εγκάρσιο βάθος, t : απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια ως το χαμηλότερο σημείο (πόδι) της διατομής (κάθετο στον πυθμένα)
- Κατακόρυφο βάθος, y (για $\theta < 8^\circ$, ήτοι κλίση έως 15%, $y \approx t$)

□ Παράγωγα υδραυλικά μεγέθη:

- Υδραυλική ακτίνα: $R = A/P$
- Υδραυλικό βάθος: $D = A/T$ (ίσο με το βάθος μιας ισοδύναμης ορθογωνικής διατομής πλάτους T , συμβολίζεται και ως y_h)



Γεωμετρικά χαρακτηριστικά τυπικών διατομών

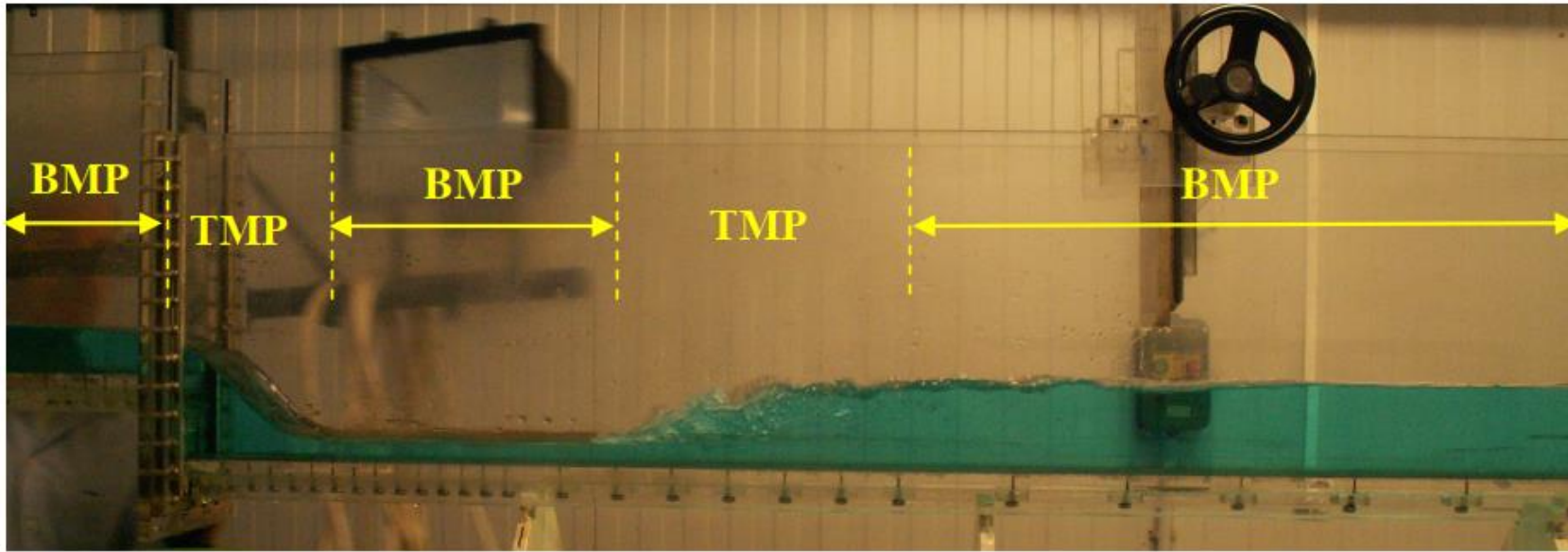
| Διατομή | A | P | T | R _h | Y _h | \bar{y} και y |
|--|--|------------------------|---|---|--|---|
|  | by | $b + 2y$ | b | $\frac{by}{b + 2y}$ | y | $\frac{y}{2}$ |
|  | $(b + Zy)y$ | $b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$ | $b + 2Zy$ | $\frac{(b + Zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}}$ | $\frac{(b + Zy)y}{b + 2Zy}$ | $\bar{y} = \frac{y}{3} \frac{3b + 2Zy}{2b + 2Zy} = \frac{y}{3} \frac{2b + T}{b + T}$ |
|  | Zy^2 | $2y\sqrt{1 + Z^2}$ | $2Zy$ | $\frac{Zy}{2\sqrt{1 + Z^2}}$ | $\frac{y}{2}$ | $\frac{y}{3}$ |
|  | $\frac{(\theta - \sin \theta)}{8} d^2$ | $\frac{\theta}{2} d$ | $d \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d - y)}$ | $\left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right) \frac{d}{4}$ | $\frac{(\theta - \sin \theta)}{8 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} d$ | $y = [1 - \cos(\theta/2)] \frac{d}{2}$ $\frac{2d(\sin(\theta/2))^3}{3(\theta - \sin \theta)} - \frac{d}{2} \cos(\theta/2)$ |

Κινηματική διάκριση ροής με ελεύθερη επιφάνεια

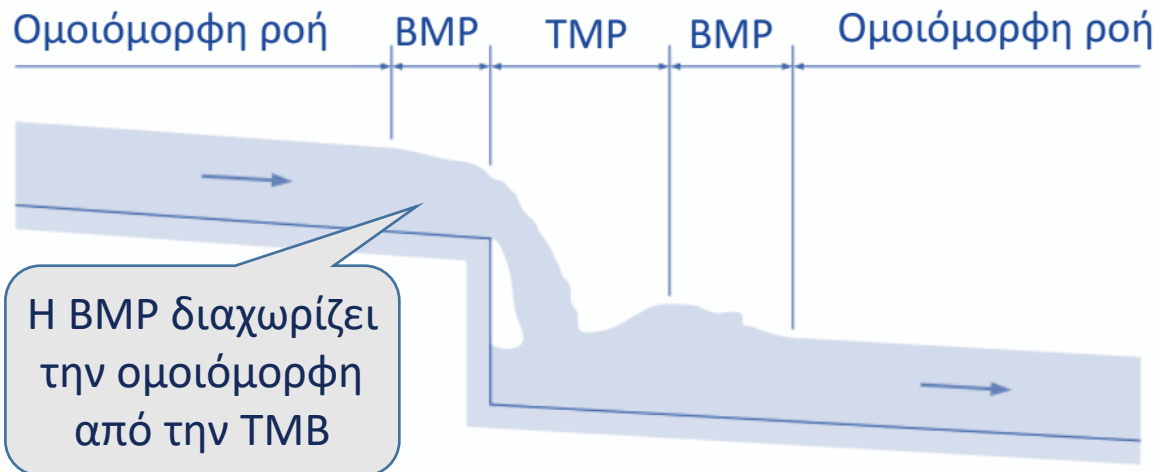
- **Μόνιμη ροή** (steady): το βάθος ροής παραμένει αμετάβλητο στο χρόνο, ήτοι $dy/dt = 0$ (αλλιώς η ροή ονομάζεται μη μόνιμη, unsteady, ή χρονικά μεταβαλλόμενη).
- **Ομοιόμορφη ροή** (uniform): το βάθος ροής (άρα και η ταχύτητα) παραμένει σταθερό σε όλο το μήκος του αγωγού, ήτοι $dy/dx = 0$ (αλλιώς η ροή ονομάζεται ανομοιόμορφη, non-uniform)
- Η **ανομοιόμορφη ροή** χωρίζεται σε δύο βασικές κατηγορίες:
 - **Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή** (gradually varied flow), στην οποία η ελεύθερη επιφάνεια παρουσιάζει μικρή καμπύλωση ($dy/dx \ll 1$) και οι γραμμές ροής είναι περίπου παράλληλες, οπότε η κατανομή των πιέσεων θεωρείται κατά προσέγγιση υδροστατική.
 - **Ταχέως μεταβαλλόμενη ροή** (rapidly varied flow), στην οποία το βάθος y μεταβάλλεται σημαντικά σε μικρό μήκος ($dy/dx \sim 1$) και οι γραμμές ροής παρουσιάζουν έντονη καμπύλωση, συνεπώς δεν είναι γνωστή η κατανομή των πιέσεων (π.χ. ροή πάνω από υπερχειλιστή ή κάτω από θυρόφραγμα)

Παρατηρήσεις: Στους φυσικούς αγωγούς η ροή είναι μη μόνιμη και ανομοιόμορφη, ενώ η έννοια της ομοιόμορφης ροής έχει νόημα μόνο σε ευθύγραμμα τμήματα πρισματικών αγωγών μεγάλου μήκους και σταθερής κλίσης. Στην πράξη, δεν είναι δυνατή η επίτευξη συνθηκών μη μόνιμης ομοιόμορφης ροής.

Ομοιόμορφη vs. ανομοιόμορφη ροή (BMP, TMP)



Πειραματική διάταξη: Ορθογωνική διώρυγα πλάτους 10 cm με βυθισμένο αναβαθμό ύψους 7.5 cm και υδραυλικό άλμα (Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Πολ. Μηχανικών, Εργαστήριο Υδρομηχανικής & Περιβαλλοντικής Τεχνικής, Πηγή: Παπανικολάου, 2014)



Παρατήρηση: Τα έργα με ελεύθερη επιφάνεια που πραγματεύεται στο μάθημα (αγωγοί ακαθάρτων και ομβρίων) σχεδιάζονται με την υπόθεση μόνιμης ομοιόμορφης ροής (για κάθε τμήμα αγωγού). Η ανομοιόμορφη ροή εξετάζεται αναλυτικά στο μάθημα *Υδραυλική Ανοιχτών Αγωγών & Ποταμών* (7^ο εξάμηνο).

Δυναμική διάκριση ροής – Αριθμός Froude

- Από δυναμική άποψη η ροή χωρίζεται σε κατηγορίες με βάση τη σχέση των δυνάμεων αδρανείας και βαρύτητας που την επηρεάζουν, και εκφράζονται μέσω των αριθμών Reynolds και Froude.
- Ο **αριθμός Reynolds** εκφράζει τον λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις συνεκτικότητας (δυνάμεις τριβής, λόγω μη μηδενικού ιξώδους):

$$Re = \frac{V(4R)}{\nu}$$

Προσοχή: υδραυλική ακτίνα, $R = D/4$

όπου V είναι η μέση ταχύτητα ροής στη διατομή και $\nu = \mu/\rho$ το κινηματικό ιξώδες.

- Στους ανοιχτούς αγωγούς η ροή είναι πρακτικά **τυρβώδης** ($Re > 4000$), με εξαίρεση ροές σε διατομές με πολύ μικρά βάθη, μεγάλα πλάτη και πολύ χαμηλή ταχύτητα (π.χ. φυλλώδης ροή σε πεζοδρόμια).
- Ο **αριθμός Froude** εκφράζει τον λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις βαρύτητας:

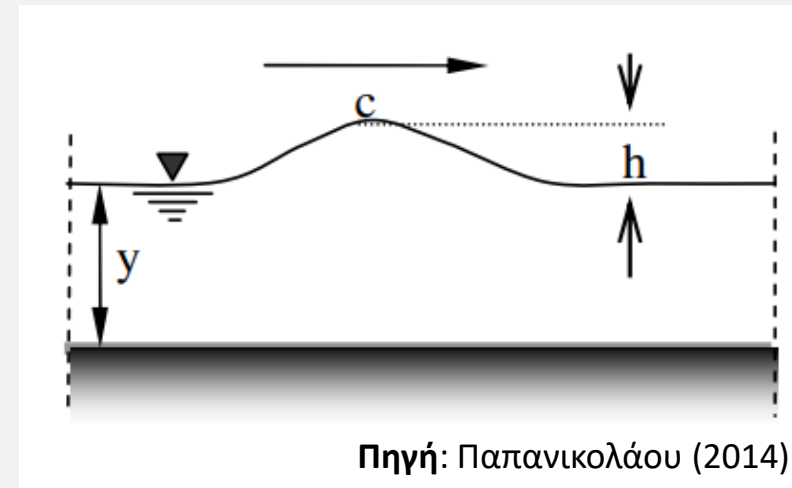
$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

Προσοχή: υδραυλικό βάθος, $D = A/T$, όχι κατακόρυφο, y

- Ο αριθμός Froude αποτελεί το πλέον χαρακτηριστικό μέγεθος της ροής με ελεύθερη επιφάνεια, και χρησιμοποιείται για τη διάκρισή της σε τρεις κατηγορίες (υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη).

Φυσική ερμηνεία αριθμού Froude – Διάκριση ροών

- Η ποσότητα $c = \sqrt{gD}$ είναι η ταχύτητα διάδοσης μιας μικρής διαταραχής (celerity), από τη δημιουργία ενός κυματισμού πολύ μικρού ύψους h σε μια ρηχή ελεύθερη επιφάνεια, βάθους y ($h \ll y$).
- Από τον ορισμό του αριθμού Froude προκύπτει ότι αν $Fr = 1$, τότε $V = c$. Συνεπώς, με βάση την τιμή του Froude, η ροή σε ένα αγωγό με ελεύθερη επιφάνεια, από δυναμική σκοπιά, χαρακτηρίζεται ως:



- **Υποκρίσιμη ($Fr < 1$):** Το κύμα κινείται ταχύτερα από τη μέση ροή ($V < c$), με αποτέλεσμα τυχόν μικροδιαταραχές στην ελεύθερη επιφάνεια μεταδίδονται και προς τα ανάντη. Οι δυνάμεις βαρύτητας (κύματα) υπερिशύουν των δυνάμεων αδράνειας (ταχύτητα ρευστού).
- **Υπερκρίσιμη ($Fr > 1$):** Το κύμα κινείται βραδύτερα από τη μέση ροή ($V > c$) με αποτέλεσμα τυχόν μικροδιαταραχές στην ελεύθερη επιφάνεια παρασύρονται προς τα κατάντη. Οι δυνάμεις αδράνειας (ταχύτητα ρευστού) υπερिशύουν των δυνάμεων βαρύτητας (κύματα).
- **Κρίσιμη ($Fr = 1$):** Η ροή είναι ασταθής, μεταπίπτοντας από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη και αντίστροφα. Οι δυνάμεις αδράνειας και δυνάμεις βαρύτητας είναι ισοδύναμες.

Μονοδιάστατη ανάλυση σε μόνιμη ροή (1)

- Αρχή διατήρησης μάζας (εξίσωση συνέχειας):

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

- Αρχή διατήρησης ορμής (εξίσωση ποσότητας κίνησης):

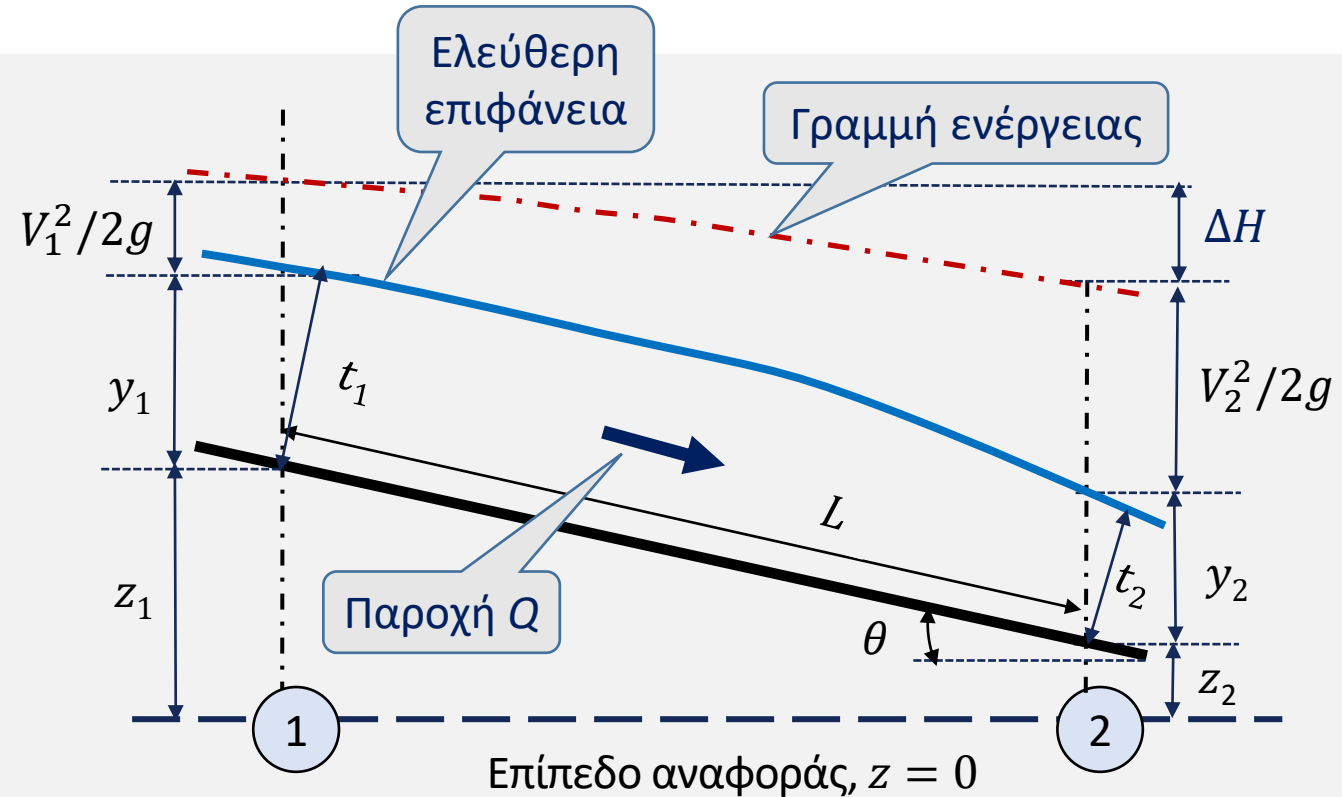
$$\Sigma F = F_g + F_\tau + F_p = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

όπου V η μέση ταχύτητα στη διατομή και β διορθωτικός συντελεστής (για ομοιόμορφη κατανομή ταχυτήτων, $\beta = 1$):

$$\beta = \frac{\int V^2 dA}{Q V}$$

- Αρχή διατήρησης ενέργειας:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + a_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + a_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$



- Ο διορθωτικός συντελεστής εκτιμάται ως (για ομοιόμορφη κατανομή ταχυτήτων, $\alpha = 1$):

$$\alpha = \frac{\int V^3 dA}{Q V^2}$$

Μονοδιάστατη ανάλυση σε μόνιμη ροή (2)

- Επειδή οι γραμμές ροής είναι παράλληλες, η κατανομή των πιέσεων είναι υδροστατική, οπότε:

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_b + \frac{p_b}{\rho g}$$

όπου z_b το υψόμετρο του πυθμένα και p_b η πίεση στον πυθμένα, ήτοι:

$$p_b = \rho g_t t = \rho (g \cos\theta) t = \rho (g \cos\theta) (y \cos\theta) = \rho g y \cos^2\theta$$

- Για μικρές γωνίες θ , το ύψος ενέργειας γράφεται:

$$H = z + y \cos^2\theta + a \frac{V^2}{2g} \approx z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική
ενέργεια

- Η τελική διατύπωση της **εξίσωσης διατήρησης ενέργειας** είναι:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \Rightarrow y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + (J_E - J_0)L$$

όπου $J_E = \Delta H/L$ η κλίση της γραμμής ενέργειας και $J_0 = \tan\theta \approx (z_1 - z_2)/L$ η κλίση του πυθμένα.

- Στην **ανομοιόμορφη ροή**, οι κλίσεις J_E , J_0 και J (κλίση ελεύθερης επιφάνειας) δεν ταυτίζονται.

Μόνιμη ομοιόμορφη ροή

- Ομοιόμορφη ροή → **πρισματικός αγωγός** (σταθερή κλίση πυθμένα, σταθερή γεωμετρία διατομών):

- Σταθερό βάθος ροής, ήτοι $dy/dx = 0$
- Σταθερή ταχύτητα, ήτοι $dV/dx = 0$

- Εξίσωση ενέργειας, όπου $y_1 = y_2$ και $V_1 = V_2$:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + (J_E - J_0)L \Rightarrow J_E = J_0$$

- Αρχή διατήρησης ορμής ($\beta = 1$):

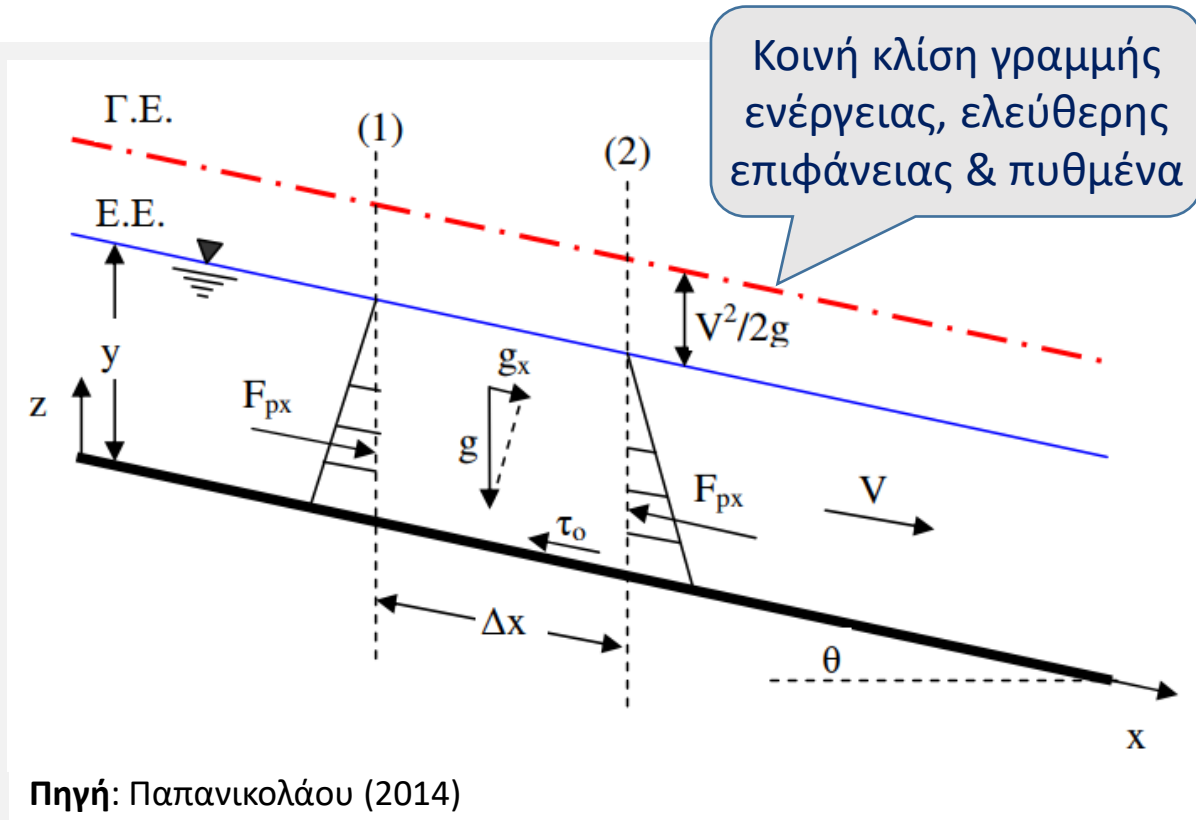
$$F_{\tau x} + F_{gx} + F_{px} = \rho Q(V_2 - V_1) = 0$$

- Ισχύει $F_{px} = 0$ (οι πιέσεις αλληλοαναιρούνται), $F_{\tau x} = -\tau_0 P \Delta x$ και $F_{gx} = \rho g_x A \Delta x = \rho g \sin\theta A \Delta x$

- Δεδομένου ότι $\gamma = \rho g$, $R = A/P$ και $J_0 = \sin\theta$ προκύπτει η **εξίσωση ομοιόμορφης ροής**:

$$\tau_0 = \gamma R J_0$$

Στη γενικευμένη σχέση εισάγεται η κλίση της ΓΕ, όχι του πυθμένα!



Μόνιμη ομοιόμορφη ροή – Σχέση Manning

- Κατ' αντιστοιχία με τους αγωγούς υπό πίεση, η μέση διατμητική τάση των τοιχωμάτων γράφεται:

$$\tau_0 = C_f \rho \frac{V^2}{2} = \frac{f}{4} \rho \frac{V^2}{2} \quad (f: \text{συντελεστής τριβών})$$

- Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις προκύπτει:

$$J_0 = \frac{f}{4R} \frac{V^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{8g/f} \sqrt{R J_0}$$

- Θέτοντας $C = \sqrt{8g/f}$ προκύπτει η εμπειρική εξίσωση Chézy (υπόθεση σταθερού C).
- Οι Manning (1885) και Strickler, δουλεύοντας ανεξάρτητα, κατέληξαν ότι ο συντελεστής C δεν είναι δυνατόν να είναι ανεξάρτητος του βάρους ροής, οπότε πρότειναν μια σχέση μεταβολής του ως συνάρτηση της υδραυλικής ακτίνας, ήτοι $C = R^{1/6}/n$, όπου n σταθερά που εκφράζει την **τραχύτητα** της διατομής. Αντικαθιστώντας προκύπτει η γνωστή ως **σχέση Manning**:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} J_0^{1/2} \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} J_0^{1/2}$$

- Θέτοντας την υδραυλική κλίση J_E , η σχέση του Manning γενικεύεται και για ανομοιόμορφη ροή.

| Wall Material | n |
|--------------------------------|-------|
| A. Artificially lined channels | |
| Glass | 0.010 |
| Brass | 0.011 |
| Steel, smooth | 0.012 |
| Steel, painted | 0.014 |
| Steel, riveted | 0.015 |
| Cast iron | 0.013 |
| Concrete, finished | 0.012 |
| Concrete, unfinished | 0.014 |
| Wood, planed | 0.012 |
| Wood, unplaned | 0.013 |
| Clay tile | 0.014 |
| Brickwork | 0.015 |
| Asphalt | 0.016 |
| Corrugated metal | 0.022 |
| Rubble masonry | 0.025 |
| B. Excavated earth channels | |
| Clean | 0.022 |
| Gravelly | 0.025 |
| Weedy | 0.030 |
| Stony, cobbles | 0.035 |
| C. Natural channels | |
| Clean and straight | 0.030 |
| Sluggish with deep pools | 0.040 |
| Major rivers | 0.035 |
| Mountain streams | 0.050 |
| D. Floodplains | |
| Pasture, farmland | 0.035 |
| Light brush | 0.050 |
| Heavy brush | 0.075 |
| Trees | 0.150 |

Συντελεστής Manning

- Στην πράξη εφαρμόζονται τυπικές τιμές του n , που έχουν εξαχθεί πειραματικά, και αναφέρονται σε ένα ευρύ φάσμα φυσικών και τεχνητών επιφανειών.
- Τυπικό εύρος τιμών (εύρος αβεβαιότητας $\pm 20\%$):
 - Ευθύγραμμοι τεχνητοί αγωγοί: $n = 0.010-0.025$ (σκυρόδεμα: $0.012-0.015$)
 - Χωμάτινα κανάλια - τάφροι: $n = 0.022-0.035$
 - Φυσικά υδατορεύματα: $n = 0.030-0.050$ (εξάρτηση και από φυτοκάλυψη, φερτά, γεωμετρικές αστάθειες, οριζοντιογραφικές μεταβολές, κτλ.)
 - Εδαφικές επιφάνειες και πλημμυροπεδιάδες: $n = 0.035-0.150$
- Στη βιβλιογραφία, ο όρος $1/n$ αναφέρεται ως συντελεστής Strickler.
- Σε **σύνθετες διατομές**, με διαφορετική τραχύτητα κατά τμήματα, εκτιμάται ένας ενιαίος συντελεστής μέσω ημιεμπειρικών σχέσεων, π.χ. μέθοδος Horton-Einstein:

$$n_e = \frac{\left(\sum P_i n_i^{3/2}\right)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

Υπολογισμός ομοιόμορφου βάθους

□ Το ομοιόμορφο βάθος (συμβολίζεται και ως y_0) υπολογίζεται από τη σχέση του Manning με δοκιμές, εφαρμόζοντας μια επαναληπτική διαδικασία ως προς το βάθος, με τυπική τιμή έναρξης $y^{[0]} = 1.0$ m.

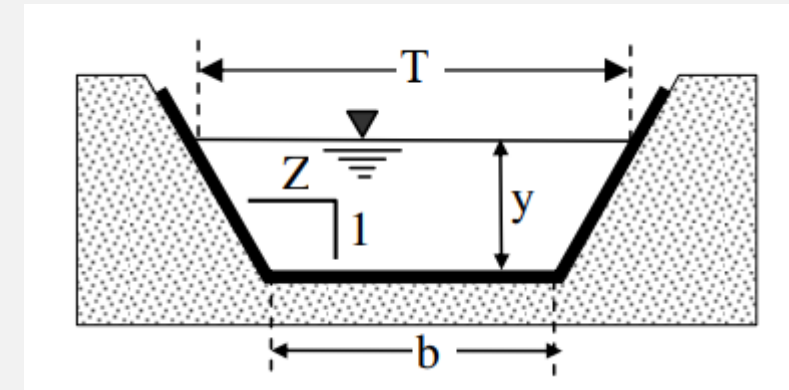
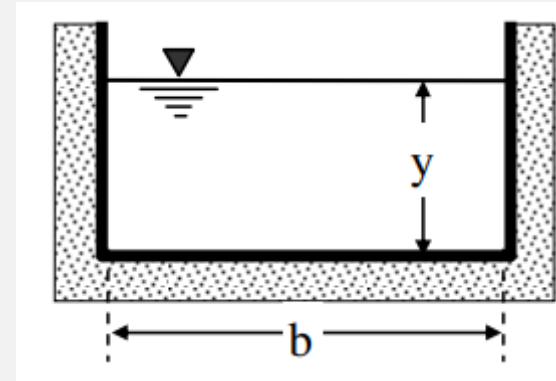
□ Ορθογωνική διατομή:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(b y)^{5/3}}{(b + 2y)^{2/3}} J_0^{1/2} \Rightarrow y^{[i+1]} = \frac{1}{b} \left[\frac{n Q}{J_0^{1/2}} (b + 2y^{[i]})^{2/3} \right]^{3/5}$$

□ Τραπεζοειδής διατομή:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{[(b + zy)y]^{5/3}}{(b + 2y\sqrt{1 + z^2})^{2/3}} J_0^{1/2} \Rightarrow$$

$$y^{[i+1]} = \frac{1}{b + zy^{[i]}} \left[\frac{n Q}{J_0^{1/2}} (b + 2y^{[i]}\sqrt{1 + z^2})^{2/3} \right]^{3/5}$$



Παρατήρηση: Η ορθογωνική και η ισοσκελής τριγωνική διατομή είναι υποπεριπτώσεις της τραπεζοειδούς, για $z = 0$ και $b = 0$, αντίστοιχα.

Κυκλικές διατομές

- Στους υπολογισμούς εισάγεται η **γωνία πλήρωσης** θ :

$$y = (D/2) [1 - \cos(\theta/2)]$$

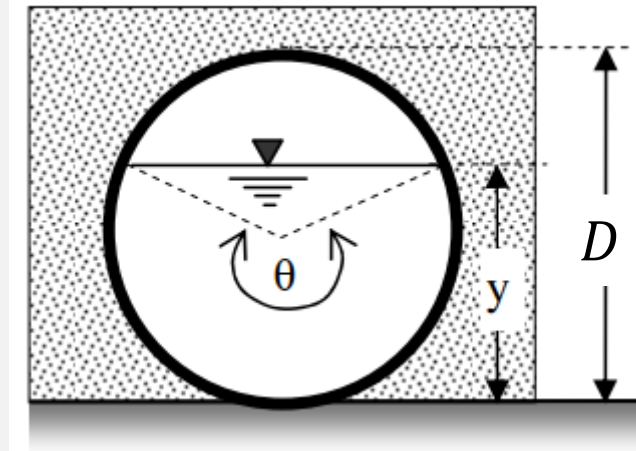
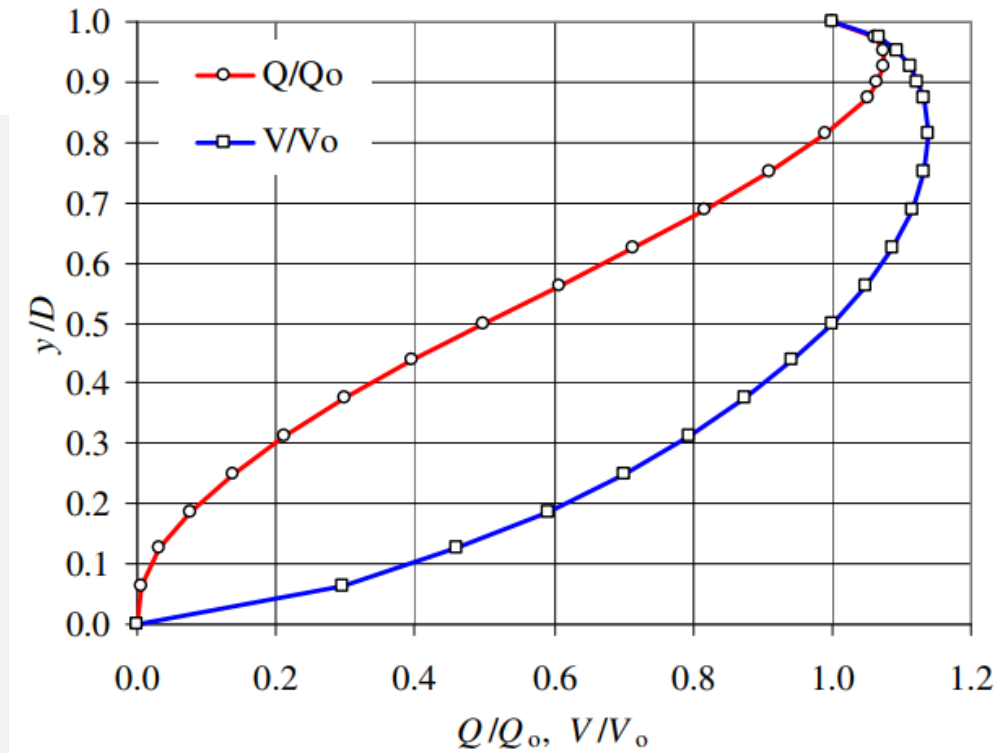
- Η σχέση του Manning γράφεται:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(\theta - \sin\theta)^{5/3} (D/2)^{8/3}}{2^{5/3}} J_0^{1/2} \Rightarrow \frac{Q}{Q_0} = \frac{(\theta - \sin\theta)^{5/3}}{2\pi \theta^{2/3}}$$

- Η επαναληπτική διαδικασία διατυπώνεται ως εξής:

$$\theta^{[i+1]} = \left[\frac{n Q}{J_0^{1/2} (D/2)^{8/3}} \theta^{[i]^{2/3}} \right]^{3/5} + \frac{\sin\theta^{[i]}}{2} + \frac{\theta^{[i]}}{2}$$

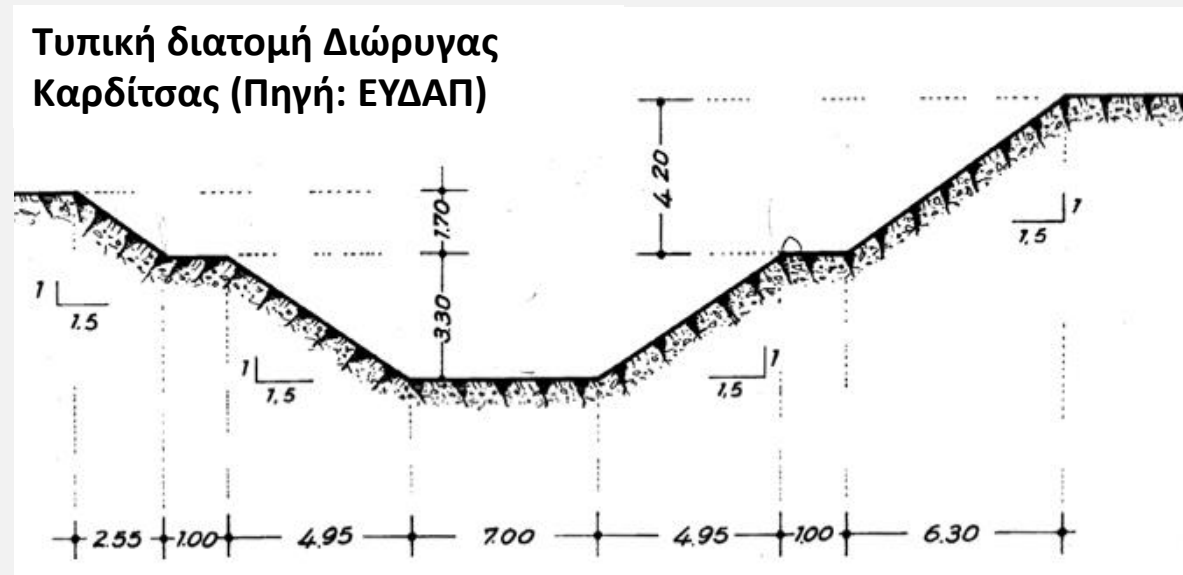
Παρατήρηση: Στην πράξη χρησιμοποιούνται διαγράμματα που εκφράζουν τους λόγους Q/Q_0 και V/V_0 (οι όροι Q_0 και V_0 αναφέρονται σε ολική πλήρωση) συναρτήσει του ποσοστού πλήρωσης, y/D . Όμως, στον κύκλο η σχέση του Manning δεν είναι ακριβής, διότι ο συντελεστής n μεταβάλλεται με το βάθος.



Σύνθετες διατομές

- Διατομές που περιλαμβάνουν μια **κύρια κοίτη** καθώς και μια ευρύτερη. Συνήθως αφορά σε φυσικά υδατορεύματα και τεχνητές τάφρους με αναχώματα εκατέρωθεν, όπου σε μεγάλες παροχές η κύρια διατομή υπερχειλίζει προς την ευρύτερη (αναφέρεται ως **πλημμυρική κοίτη**).
- Οι ταχύτητες ροής στα επιμέρους τμήματα είναι διαφορετικές, λόγω της διαφορετικής τραχύτητας και του διαφορετικού βάθους.
- **Μέθοδος ενιαίας διατομής:** Η διατομή αντιμετωπίζεται ως ενιαία, με υδραυλική ακτίνα $R = \sum A_i / \sum P_i$ και στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τύπος Manning. Αν η τραχύτητα είναι διαφορετική στα επιμέρους της τμήματα, πρέπει να εκτιμηθεί μια μέση τιμή της.
- **Μέθοδος χωριστών διατομών:** Η διατομή χωρίζεται σε ιδεατές διεπιφάνειες (συνήθως κατακόρυφες) και η παροχή εκτιμάται ως εξής (αγνοούνται οι απώλειες ενέργειας στις διεπιφάνειες του νερού):

$$Q = \sum \left(\frac{1}{n_i} A_i R_i^{2/3} J_0^{1/2} \right)$$



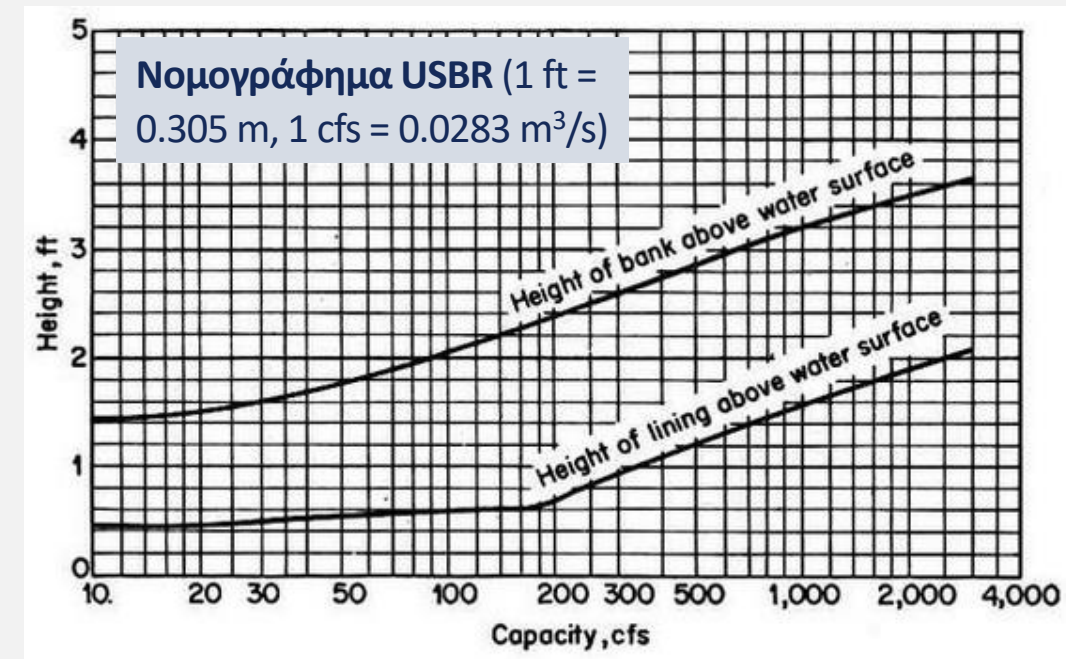
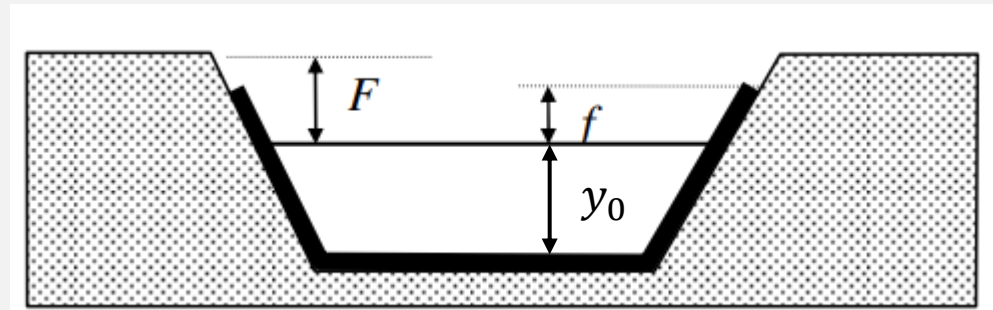
Σχεδιασμός ανοιχτών αγωγών: Γενικές αρχές

- Ανεπένδυτοι αγωγοί: αρδευτικές & αποστραγγιστικές **τάφροι**
- Εφαρμογή **επένδυσης** (διώρυγες, κανάλια):
 - Βελτίωση παροχетеυτικότητας (μείωση απωλειών ενέργειας, λόγω μειωμένης τραχύτητας)
 - Προστασία από διάβρωση → ευστάθεια διατομής
 - Περιορισμός διαρροών (τάφροι → υψηλή διαπερατότητα)
- Παράγοντες που λαμβάνονται υπόψη στον σχεδιασμό:
 - **Ελάχιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα**, προκειμένου να αποφεύγεται η επικάθιση φερτών στον αγωγό (εξαρτάται από την κοκκομετρία των φερτών υλικών, τυπική τιμή 0.60 m/s).
 - **Μέγιστη ταχύτητα**, για αποφυγή διάβρωσης (εξαρτάται από το υλικό, σύνηθες εύρος 3.0 ως 6.0 m/s)
 - **Κλίση πυθμένα**: Εξαρτάται από την τοπογραφία, το απαιτούμενο ύψος κινητικής ενέργειας κατά τη λειτουργία του έργου, και από κατασκευαστικούς παράγοντες (επιθυμητό όριο ≥ 1.0 m/km).
 - **Κλίση πρανών**: Εξαρτάται από την ποιότητα του εδάφους και τη μέθοδο κατασκευής.

| Εδαφικό υλικό | Κλίση Z |
|--|-------------|
| Βράχος | 1/5 ως 1/10 |
| Σκληρά αργιλικά εδάφη, επενδεδυμένα με σκυρόδεμα | 1/2 ως 1/1 |
| Σκληρά εδάφη | 1/4 |
| Γαιώδη εδάφη με επένδυση λίθων | 1/1 |
| Συνεκτική άργιλος | 3/2 |
| Χαλαρά αμμώδη εδάφη | 2/1 |
| Αμμώδη εδάφη σε πορώδη άργιλο | 3/1 |

Χαρακτηριστικά μεγέθη σχεδιασμού επενδεδυμένων διωρύγων

- **Υλικό επένδυσης** (καθορισμός συντελεστή τραχύτητας, n): σκυρόδεμα, σκυροκονιάματα, τσιμεντοκονίες, λιθοδομές, ξηρολιθοδομές, συρματοκιβώτια (σαραζανέτια)
- **Μέγιστο βάθος:** εκτιμάται ως το ομοιόμορφο βάθος y_0 που αντιστοιχεί στην παροχή σχεδιασμού του αγωγού
- **Ελεύθερο ύψος, F** (freeboard): απόσταση από την κορυφή της διώρυγας ως την ελεύθερη επιφάνεια («φρύδι»), ώστε να αποφεύγονται οι υπερχειλίσεις.
- **Ύψος επένδυσης, f** : απόσταση του ανώτερου σημείου της επένδυσης από την ελεύθερη επιφάνεια (εξαρτάται από το μέγεθος της διώρυγας και τις διακυμάνσεις της στάθμης λόγω κυματισμών, παρεμβολής ρυθμιστών ροής, κτλ.).
- Τα ύψη F και f εκτιμώνται μέσω **νομογραφημάτων** (π.χ., US Bureau of Reclamation) συναρτήσεως της παροχής.



Η έννοια της υδραυλικά βέλτιστης διατομής

- **Γενική αρχή:** ελαχιστοποίηση βρεχόμενης περιμέτρου για δεδομένο εμβαδό διατομής → μεγιστοποίηση παροχεταιυτικότητας (πρακτική εφαρμογή μόνο σε επενδεδυμένες πρισματικές διώρυγες)

- **Μαθηματική διατύπωση προβλήματος:**

$$\text{minimize } P(\mathbf{x}), \text{ s.t. } A(\mathbf{x}) = A_0$$

όπου $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ χαρακτηριστικές διαστάσεις της διατομής (μεταξύ άλλων, το ομοιόμορφο βάθος ροής) και A_0 το εμβαδό της υγρής διατομής (για δεδομένη παροχή και ταχύτητα).

- Η βρεχόμενη περίμετρος ελαχιστοποιείται όταν:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial P}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial P}{\partial x_n} dx_n = 0$$

- Ακόμη, επειδή $A = A_0$ ισχύει:

$$dA = \frac{\partial A}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial A}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial A}{\partial x_n} dx_n = 0$$

- Προκύπτει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών υπό έναν περιορισμό (πρόβλημα δεσμευμένων ακροτάτων).

Μαθηματική διατύπωση προβλήματος βελτιστοποίησης

- Διαμορφώνεται η βοηθητική συνάρτηση $\varphi = P - \lambda A$, τα ακρότατα της οποίας υπολογίζονται ως εξής:

$$\nabla P(\mathbf{x}) - \lambda \nabla A(\mathbf{x}) = 0 \implies \left(\frac{\partial P}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_1} \right) dx_1 + \left(\frac{\partial P}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_2} \right) dx_2 + \dots + \left(\frac{\partial P}{\partial x_n} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_n} \right) dx_n = 0$$

όπου λ πολλαπλασιαστής Lagrange.

- Δεδομένου ότι $dx_i \neq 0$, για κάθε όρο της εξίσωσης ισχύει:

$$\frac{\partial P}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial P}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_2} = 0, \dots, \frac{\partial P}{\partial x_n} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_n} = 0$$

- Από τις παραπάνω σχέσεις καθώς και από τη γνωστή διατομή, ήτοι:

$$A(x_1, x_2, \dots, x_n) = A_0$$

προκύπτει ένα σύστημα $n + 1$ εξισώσεων.

- Η μεταβλητή λ ορίζεται από μία από τις παραπάνω εξισώσεις, για την οποία $\partial A / \partial x_i \neq 0$.
- Τελικά, απαλείφοντας το λ , καταλήγουμε σε σχέσεις που συνδέουν τις ανεξάρτητες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n .

Παράδειγμα υπολογισμών για ορθογωνική & τραπεζοειδή διατομή

Ορθογωνική διατομή

- ❑ Μεταβλητές: βάθος y , πλάτος b
- ❑ Χαρακτηριστικές γεωμετρικές σχέσεις:

$$P = b + 2y \text{ και } A = by$$

- ❑ Σύστημα εξισώσεων:

$$\frac{\partial}{\partial b}(P - \lambda A) = 0 \Rightarrow 1 - \lambda y = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(P - \lambda A) = 0 \Rightarrow 2 - \lambda b = 0$$

- ❑ Επιλύοντας το σύστημα προκύπτει:

$$b = 2y$$

Τραπεζοειδής διατομή

- ❑ Μεταβλητές: βάθος y , πλάτος b , κλίση πρανών z
- ❑ Χαρακτηριστικές γεωμετρικές σχέσεις:

$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2} \text{ και } A = (b + zy)y$$

- ❑ Σύστημα εξισώσεων:

$$\frac{\partial}{\partial b}(P - \lambda A) = 0 \Rightarrow 1 - \lambda y = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(P - \lambda A) = 0 \Rightarrow 2\sqrt{1 + z^2} - \lambda(b + 2zy) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(P - \lambda A) = 0 \Rightarrow \frac{2zy}{\sqrt{1 + z^2}} - \lambda y^2 = 0$$

- ❑ Επιλύοντας το σύστημα προκύπτει:

$$z = \sqrt{3}/3 \text{ και } b = 2y/\sqrt{3}$$

Υδραυλικά βέλτιστη διατομή: Παρατηρήσεις

- Τα χαρακτηριστικά μεγέθη της βέλτιστης **ορθογωνικής διατομής** είναι:

$$b = 2y \rightarrow A = 2y^2, P = 4y, R = y/2, T = 2y$$

- Η βέλτιστη **ισοσκελής τραπεζοειδής διατομή** είναι **μισό εξάγωνο** ($\theta = 60^\circ$), με χαρακτηριστικά μεγέθη:

$$z = \sqrt{3}/3 \text{ και } b = 2y/\sqrt{3} \rightarrow A = \sqrt{3}y^2, P = 2\sqrt{3}y, R = y/2, T = 4y/\sqrt{3}$$

- Αν η **κλίση πρανών** είναι δεδομένη (καθώς εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του εδάφους), τότε το πρόβλημα εκτίμησης της βέλτιστης τραπεζοειδούς διατομής έχει δύο μεταβλητές (βάθος ροής, πλάτος πυθμένα), για τις οποίες ισχύει:

$$b = 2y \left(\sqrt{1 + z^2} - z \right)$$

- Η βέλτιστη **ισοσκελής τριγωνική διατομή** είναι αυτή για την οποία $z = 1$, άρα $b = 2y(\sqrt{2} - 1)$.
- Για **κυκλικούς αγωγούς**, η βέλτιστη διατομή είναι η ημικυκλική ($y = D/2$), η οποία είναι και η καθολικά βέλτιστη, καθώς έχει τη μικρότερη βρεχόμενη περίμετρο ($P = \pi y$) για δεδομένο εμβαδό A .
- Στον **σχεδιασμό επενδεδυμένων διωρύγων**, η βέλτιστη διατομή υιοθετείται ως αρχική-θεωρητική λύση, που συχνά απαιτεί προσαρμογή για κατασκευαστικούς και άλλους λόγους (π.χ., όρια ταχυτήτων).

Σχεδιασμός ανεπένδυτων αγωγών (τάφροι)

- Εφαρμόζεται τραπεζοειδής διατομή, η ευστάθεια της οποίας εξαρτάται από τις ιδιότητες του εδάφους, παρά από την υδραυλική του αγωγού.
- Τυπικές μέθοδοι σχεδιασμού:
 - **Μέθοδος επιτρεπόμενης ταχύτητας:** Εκτιμάται εμπειρικά μια μέγιστη ταχύτητα, V_{max} , που δεν προκαλεί διάβρωση στη διατομή.
 - **Μέθοδος συρτικής δύναμης:** Με βάση μια κρίσιμη τιμή της διατμητικής τάσης που προκαλεί διάβρωση και μεταφορά φερτών, ορίζεται μια μέγιστη τιμή της υδραυλικής ακτίνας, ήτοι:

$$\tau_c = \gamma R J_0 \Rightarrow R_{max} = \tau_c / (\gamma J_0)$$

- **Υπολογιστική διαδικασία:** Για δεδομένο υλικό εδάφους εκτιμώνται τα n , z και V_{max} , ενώ για δεδομένη παροχή σχεδιασμού Q και κλίση πυθμένα J_0 υπολογίζονται η υγρή

διατομή, $A = Q/V_{max}$, και η υδραυλική ακτίνα, $R = \left(\frac{n Q}{A \sqrt{J_0}} \right)^{3/2}$

| Εδαφικό υλικό | V_{max} (m/s) |
|-----------------------|-----------------|
| Λεπτόκοκκη άμμος | 0.6 |
| Χονδρόκοκκη άμμος | 1.2 |
| Λεπτό χαλίκι | 1.8 |
| Αμμώδης ιλύς | 0.6 |
| Ιλυώδης άργιλος | 1.0 |
| Άργιλος | 1.8 |
| Μαλακός σχιστόλιθος | 1.0 |
| Μαλακός ψαμμίτης | 2.4 |
| Ιζηματογενή πετρώματα | 3.0 |
| Σκληρός βράχος | 4.0 |
| Πυριγενή πετρώματα | 6.0 |

- **Τελική διαμόρφωση:** Με γνωστά τα R και A υπολογίζονται τα y και b , τα οποία τροποποιούνται κατάλληλα, με βάση κατασκευαστικούς και άλλους περιορισμούς.

Ειδική ενέργεια

- Ορισμός: Ύψος ενέργειας πάνω από τον πυθμένα:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

- Για $y \rightarrow 0$, τότε $A(y) \rightarrow 0$ και $E \rightarrow \infty$, ενώ για $y \rightarrow \infty$, τότε $E \rightarrow y$.

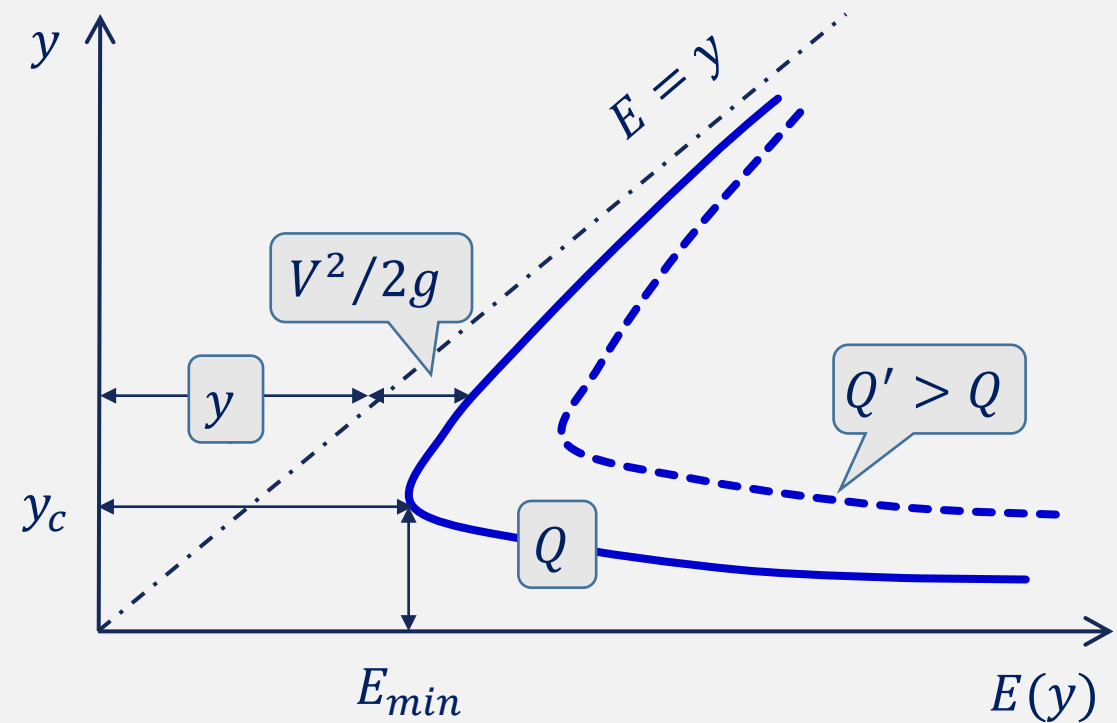
- Για ορθογωνική διατομή ($A = by$):

$$E = y + \frac{Q^2}{2gb^2y^2} = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

- Παραγωγίζοντας ως προς y προκύπτει ($dA/dy = T, D = A/T$):

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3} = 1 - \frac{V^2}{g(A/T)} = 1 - \frac{V^2}{gD} = 1 - Fr^2$$

- Η ειδική ενέργεια γίνεται **ελάχιστη** για $dE/dy = 0$, οπότε $Fr = 1$ (**κρίσιμη ροή**).



Υπολογισμός κρίσιμου βάθους

- Η ελάχιστη ειδική ενέργεια, E_{min} , αντιστοιχεί στο κρίσιμο βάθος, y_c και στην κρίσιμη ταχύτητα, V_c :

$$E_{min} = y_c + V_c^2 / 2g$$

- Για $Fr^2 = 1$ προκύπτει:

$$\frac{V_c^2}{gD_c} = 1 \Rightarrow V_c = \sqrt{gD_c}$$

- Αντικαθιστώντας:

$$E_{min} = y_c + \frac{gD_c}{2g} = y_c + \frac{D_c}{2}$$

Κρίσιμο
υδραυλικό
βάθος

Ορθογωνική διατομή

- Χαρακτηριστικά γεωμετρικά μεγέθη:

$$A = by, T = b, D = y$$

- Παραγωγίζοντας την ειδική ενέργεια:

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{Q^2 T}{gA^3} = 1 \Rightarrow \frac{Q^2 b}{gb^3 y_c^3} = 1$$

$$\Rightarrow y_c = \sqrt[3]{Q^2 / gb^2} = \sqrt[3]{q^2 / g}$$

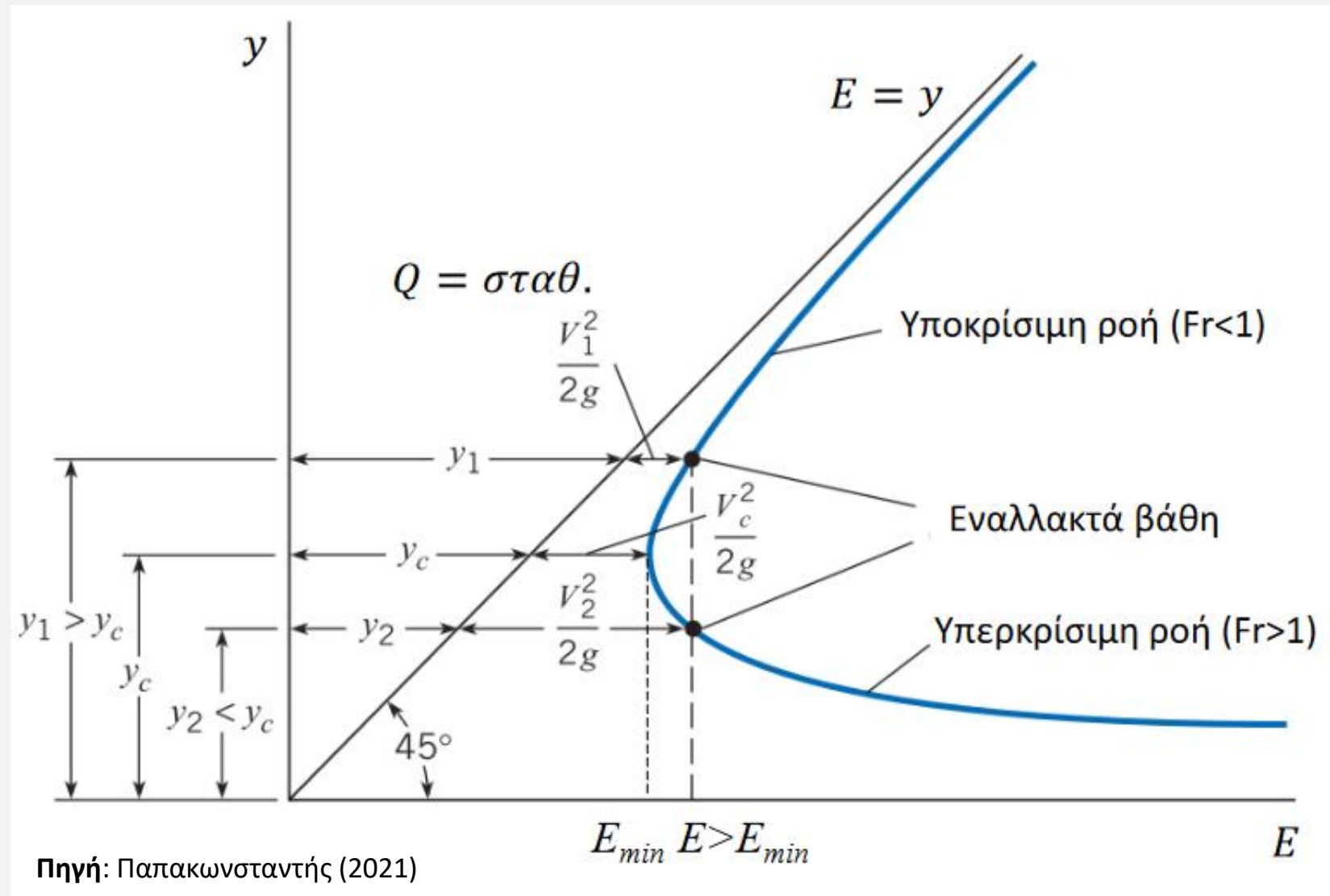
- Ελάχιστη ειδική ενέργεια: $E_{min} = (3/2)y_c$

Παρατηρήσεις:

- Το y_c εκτιμάται θέτοντας $dE/dy = 0$ και απαιτεί δοκιμές (εξαιρέση: ορθογωνική & τριγωνική διατομή).
- Για οποιοδήποτε σχήμα διατομής αγωγού, το κρίσιμο βάθος y_c εξαρτάται μόνο από την παροχή και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής, και όχι από την κλίση ή την τραχύτητα του αγωγού.

Εναλλακτά βάθη

- Για $E > E_{min}$ και δεδομένη παροχή Q η ροή μπορεί να υλοποιηθεί με δύο πιθανά βάθη, y_1 και y_2 , τα οποία καλούνται **εναλλακτά**.
- Για $y > y_c$ (βάθος y_2) η ροή είναι **υποκρίσιμη** και ισχύει $Fr < 1$, ενώ για $y < y_c$ (εναλλακτό βάθος y_1) η ροή είναι **υπερκρίσιμη** ($Fr > 1$).
- Για $E < E_{min}$, δεν είναι δυνατή η πραγματοποίηση ροής στον αγωγό με παροχή Q (η παροχή θα πρέπει να μειωθεί).



Κρίσιμη κλίση

- Αν η ροή είναι **κρίσιμη** και **ομοιόμορφη**, τότε η κλίση του πυθμένα, J_0 , είναι ίση με την **κρίσιμη κλίση**, J_c :
- Η κρίσιμη κλίση υπολογίζεται από τη σχέση του Manning:

$$Q = A_c V_c = \frac{1}{n} A_c R_c^{2/3} J_c^{1/2} \Rightarrow J_c = \frac{n^2 Q^2}{A_c^2 R_c^{4/3}} \Rightarrow J_c = \frac{n^2 V_c^2}{R_c^{4/3}}$$

- Επειδή για κρίσιμη ροή ισχύει $V_c = \sqrt{g D_c}$ και δεδομένου ότι $D_c = A_c / T_c$, η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$J_c = \frac{n^2 g A_c}{T_c R_c^{4/3}}$$

- Για ορθογωνική διατομή ($A_c = b y_c$, $D_c = y_c$), προκύπτει:

$$J_c = \frac{n^2 g y_c}{[b y_c / (b + 2 y_c)]^{4/3}}$$

- Αν $J_0 < J_c$ η ροή είναι **υποκρίσιμη**, ενώ αν $J_0 > J_c$ η ροή είναι **υπερκρίσιμη**. Στην υποκρίσιμη ροή, το ομοιόμορφο βάθος ροής είναι μεγαλύτερο από το κρίσιμο, ενώ στην υπερκρίσιμη ισχύει το αντίθετο.

Ειδική ενέργεια και παροχή

- Επιλύοντας την εξίσωση ειδικής ενέργειας ως προς την **παροχή**:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \Rightarrow Q = \sqrt{2gA^2(E - y)}$$

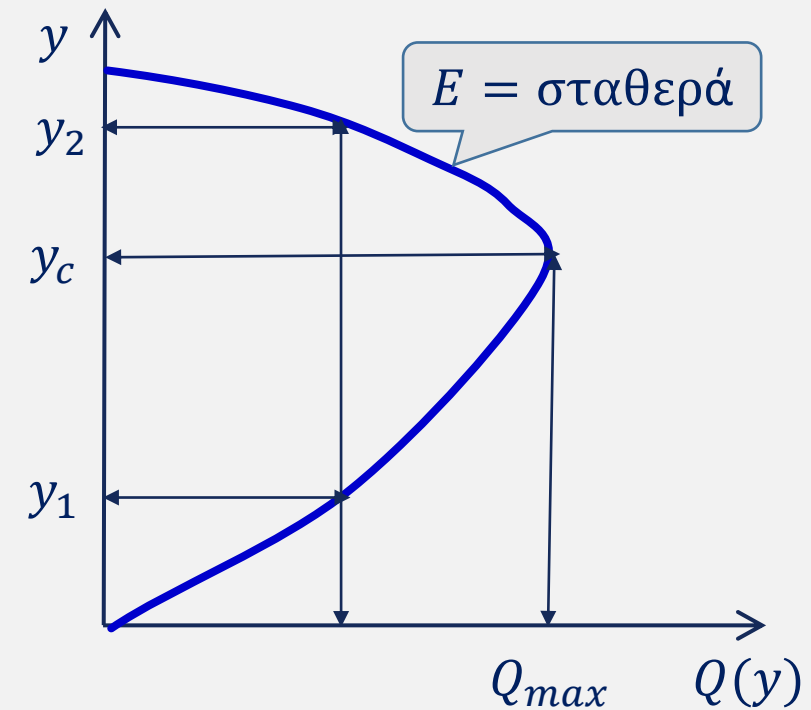
- Για $y \rightarrow 0$, τότε $A(y) \rightarrow 0$ και $Q \rightarrow 0$, ενώ για $y \rightarrow E$, τότε $Q \rightarrow 0$.
- Για δεδομένη ειδική ενέργεια E , υπάρχει ένα βάθος $0 < y < E$ για το οποίο η παροχή **μεγιστοποιείται**. Παραγωγίζοντας:

$$\frac{dQ}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \left[\sqrt{2gA^2(E - y)} \right]^{-\frac{1}{2}} \left[4gA \frac{dA}{dy} (E - y) - 2gA^2 \right] = 0$$

- Η παροχή γίνεται μέγιστη όταν η ροή είναι **κρίσιμη**:

$$2 \frac{dA}{dy} (E - y) - A = 0 \Rightarrow 2T(E - y) = A \Rightarrow E = y + \frac{D}{2} \Rightarrow Fr = 1$$

- Για κάθε παροχή $Q < Q_{max}$ υπάρχουν δύο **εναλλακτά βάθη** ροής y_1 και y_2 που αντιστοιχούν στην **υπερκρίσιμη** και **υποκρίσιμη** ροή, αντίστοιχα.



Ειδική δύναμη

- **Ορισμός:** Ορμή ανά μονάδα βάρους του ρευστού:

$$M = \bar{y}A + \frac{Q^2}{gA}$$

\bar{y} : Μέσο υδραυλικό βάθος (όρος πίεσης)

- **Εξίσωση ορμής** μεταξύ διατομών 1 και 2:

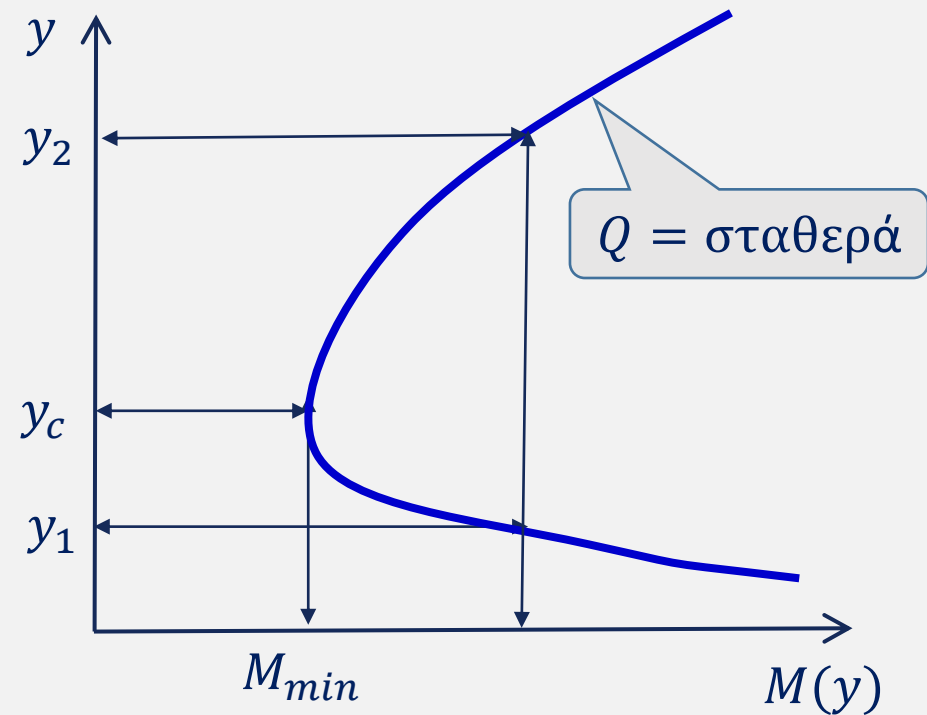
$$(F_{\tau x} + F_{gx})/\gamma = M_2 - M_1$$

- Για **οριζόντιο πυθμένα** ($F_{gx} = 0$) και **αμελώντας τις τριβές** ($F_{\tau x} = 0$), η εξίσωση ορμής γράφεται: $M_1 = M_2$.

- Για $y \rightarrow 0$, τότε $M \rightarrow 0$, ενώ για $y \rightarrow \infty$, τότε $M \rightarrow \bar{y}A$.

- Για δεδομένη παροχή Q , αποδεικνύεται ότι:

- υπάρχει μια ελάχιστη τιμή της ειδικής δύναμης, M_{min} , στην οποία η ροή γίνεται **κρίσιμη**.
- για $M > M_{min}$ υπάρχουν δύο βάθη ροής, y_1 και y_2 , για τα οποία $y_1 > y_2$, τα οποία ονομάζονται **συζυγή** (το βάθος y_1 αντιστοιχεί σε υπερκρίσιμη ροή, ενώ το y_2 σε υποκρίσιμη).
- για $M < M_{min}$ η ροή δεν είναι πραγματοποιήσιμη.



Εφαρμογές θεωρίας κρίσιμου βάθους: Ανύψωση πυθμένα

- Εξίσωση συνέχειας σε ορθογωνικό αγωγό:

$$V_1 y_1 = V_2 y_2$$

- Για ροή χωρίς τριβές μεταξύ των διατομών 1 και 2:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta z$$

- Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις προκύπτει:

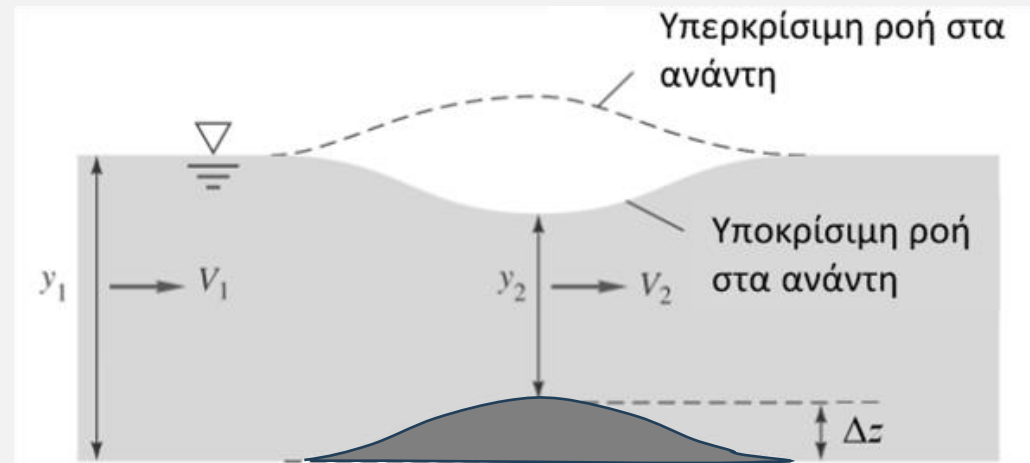
$$y_2^3 - E_2 y_2^2 + \frac{y_1^2 V_1^2}{2g} = 0$$

- Για σχετικά μικρό Δz , η εξίσωση έχει μία αρνητική λύση και δύο θετικές:

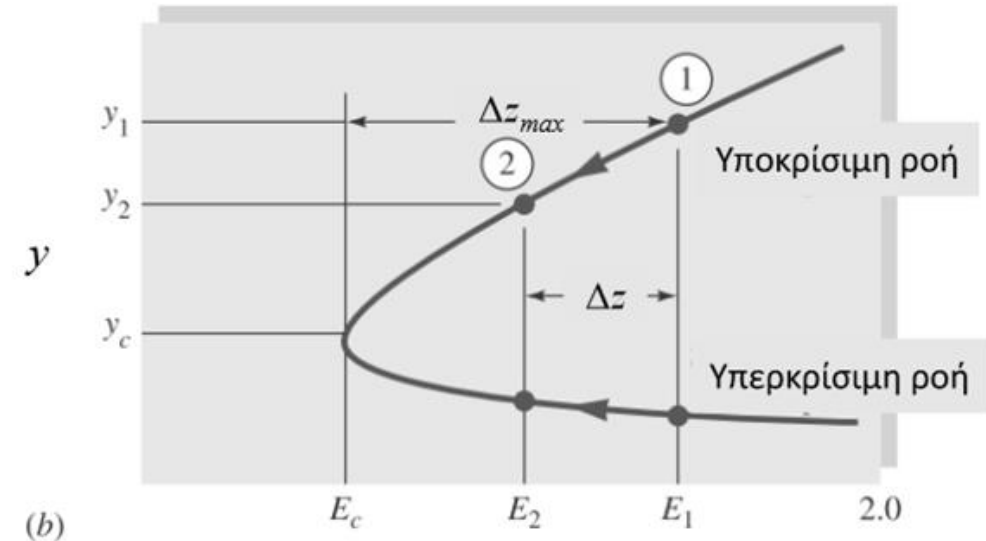
- Αν $Fr_1 < 1$ (υποκρίσιμη ροή) \rightarrow πτώση στάθμης

- Αν $Fr_1 > 1$ (υπερκρίσιμη ροή) \rightarrow άνοδος στάθμης

- Μέγιστη ανύψωση για υλοποίηση ροής: $\Delta z_{max} = E_1 - E_c$



(a)

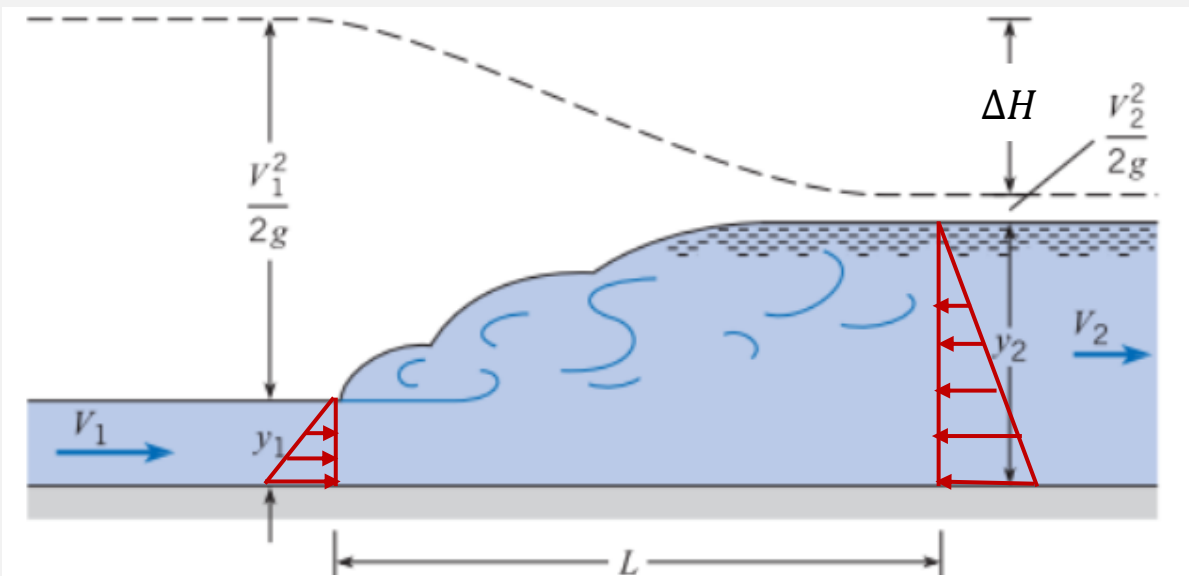


(b)

Πηγή: Παπακωνσταντής (2021), μετά από προσαρμογή

Εφαρμογές θεωρίας κρίσιμου βάθους: Υδραυλικό άλμα

- ❑ Μετάβαση από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη ροή → απότομη αύξηση βάθους ($y_1 > y_2$) και απώλειες ενέργειας λόγω ανάπτυξης τύρβης → y_1, y_2 : συζυγή βάθη
- ❑ Στο τμήμα μήκους L ο πυθμένα θεωρείται οριζόντιος, και γίνονται οι επιπλέον παραδοχές ότι:
 - η ροή ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος θεωρείται ομοιόμορφη
 - αμελούνται οι διατημητικές τάσεις των στερεών ορίων (οι απώλειες Δh οφείλονται στην τύρβη)
 - η κατανομή της πίεσης είναι υδροστατική



Πηγή: Παπακωνσταντής (2021), μετά από προσαρμογή



Πηγή: <https://www.lmnoeng.com/Channels/HydraulicJump.php>

Υπολογισμοί για ορθογωνικό αγωγό μικρής κλίσης (<2%)

- Εξίσωση ορμής μεταξύ των διατομών 1 και 2 (μικρή κλίση, αγνοείται ο όρος της βαρύτητας):

$$\Sigma F = F_{p1} - F_{p2} = \rho Q(V_2 - V_1) \Rightarrow \bar{p}_1 A_1 + \rho Q V_1 = \bar{p}_2 A_2 + \rho Q V_2 \Rightarrow M_1 = M_2$$

όπου \bar{p}_1, \bar{p}_2 οι πιέσεις στο κέντρο βάρους των επιφανειών A_1 και A_2 , αντίστοιχα.

- Στον ορθογωνικό αγωγό ισχύει: $\bar{p}_1 = \rho g y_1 / 2, \bar{p}_2 = \rho g y_2 / 2, A_1 = b y_1, A_2 = b y_2, q = Q / b$

- Εξίσωση συνέχειας: $q = Q / b = V_1 y_1 = V_2 y_2$

- Αντικαθιστώντας προκύπτει μια δευτεροβάθμια εξίσωση, της οποίας δεχόμαστε τη θετική λύση:

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{2V_1^2 y_1}{g y_2} (y_1 - y_2) \Rightarrow \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 + \frac{y_2}{y_1} - 2Fr_1^2 = 0 \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right)$$

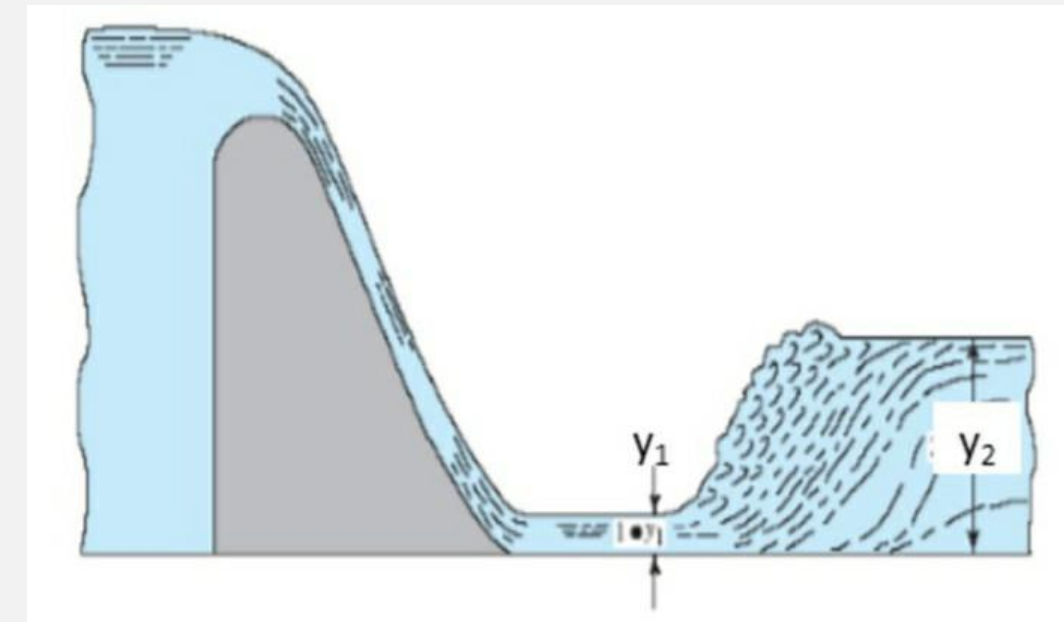
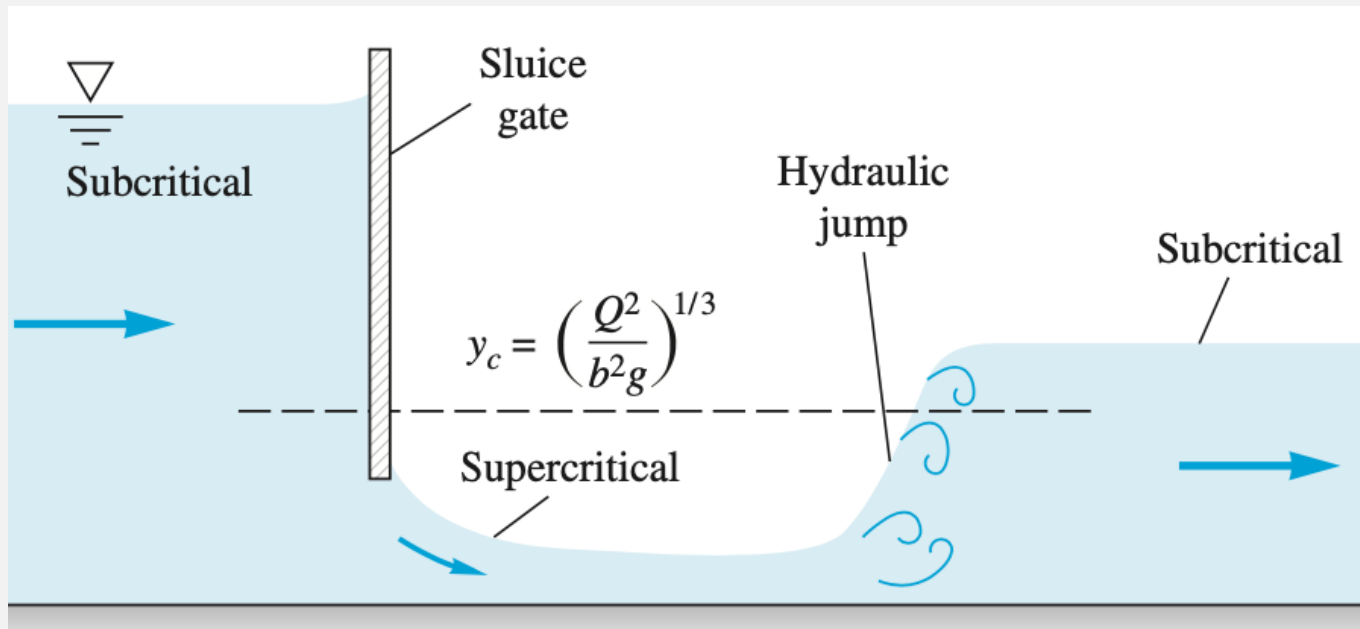
- Αν είναι γνωστό το y_1 , τότε υπολογίζεται το y_2 , και αντίστροφα, διατυπώνοντας την παραπάνω σχέση ως προς τον λόγο y_1 / y_2 και εισάγοντας την τιμή του Fr_2 .

- Μήκος υδραυλικού άλματος: $L \approx 6y_2$ ($4 < Fr_1 < 18$)

- Απώλειες ενέργειας: $\Delta h = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2}$

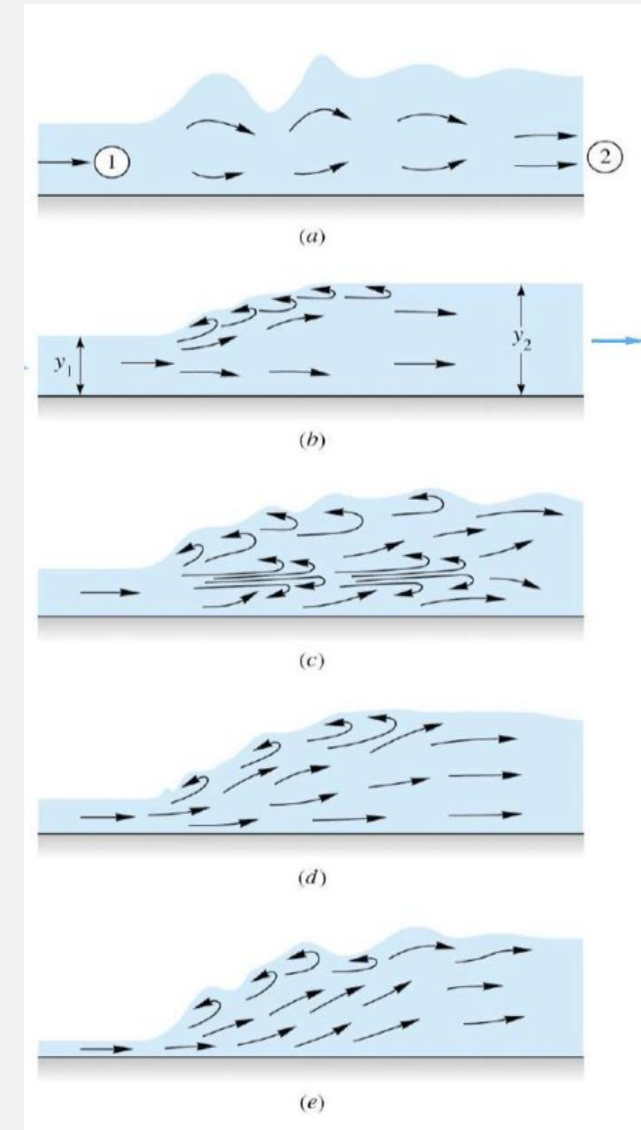
Τυπικές περιπτώσεις εμφάνισης υδραυλικού άλματος

- Απότομη μείωση της κλίσης του πυθμένα ενός αγωγού από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη.
- Τοποθέτηση **θυροφράγματος μικρού ανοίγματος** ($< y_c$) σε αγωγό με **υποκρίσιμη ροή** \rightarrow η ροή γίνεται υπερκρίσιμη αμέσως κατάντη του θυροφράγματος ($y_1 > y_c$) και στη συνέχεια υποκρίσιμη ($y_2 < y_c$).
- Παρεμβολή **υψηλού εμποδίου** ($> y_c$) σε αγωγό με υπερκρίσιμη ροή, που αναγκάζει τη ροή να ανέλθει σε σχετικά μεγάλο ύψος.
- Στο πέρας αγωγού, που ροή πρέπει να καταλήξει σε **μεγαλύτερο υψόμετρο**, π.χ. σε ταμιευτήρα.



Κατηγορίες υδραυλικού άλματος

- $Fr_1 = 1.0$: Η ροή είναι κρίσιμη και δεν εμφανίζεται άλμα ($y_1 = y_2$).
- $1.0 < Fr_1 < 1.7$: Το άλμα δεν είναι εμφανές, προκαλείται μόνο ένας κυματισμός.
- $1.7 < Fr_1 < 2.5$: Σχηματίζεται ένας μικρός στρόβιλος, κατάντη του οποίου η ροή συνεχίζει να είναι ομαλή και λεία (ασθενές άλμα).
- $2.5 < Fr_1 < 4.5$: Δημιουργείται εσωτερική αστάθεια και έντονη κυματική κατάσταση στην κατάντη ροή για αρκετά μεγάλο μήκος (δονούμενο ή ταλαντούμενο άλμα, μη επιθυμητό γιατί προκαλεί ισχυρή διάβρωση).
- $4.5 < Fr_1 < 9.0$: Το άλμα είναι ολοκληρωμένο και το πέρας του στροβίλου σηματοδοτεί το πέρας των υψηλών ταχυτήτων (μόνιμο άλμα). Το άλμα αυτό είναι ευσταθές και χρησιμοποιείται για **ελεγχόμενη καταστροφή ενέργειας** (π.χ. διαμόρφωση λεκάνης ηρεμίας κατάντη υπερχειλιστή).
- $Fr_1 > 9.0$: Το άλμα είναι ισχυρό, με έντονο κυματισμό στα κατάντη, και πολύ μεγάλο μήκος ανάπτυξης.



Βιβλιογραφία

- Νάνου-Γιάνναρου, Α., *Υδραυλική κλειστών αγωγών υπό πίεση*, Εκπαιδευτικές σημειώσεις ΕΜΠ, 2020.
- Παπακωνσταντής, Η., *Ροή σε αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια*, Εκπαιδευτικές σημειώσεις ΕΜΠ, 2021.
- Παπανικολάου, Π. Ν., *Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς υπό πίεση & αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια*, 271 σ., Τομέας Υδατικών Πόρων και Περιβάλλοντος – Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2014 (<https://www.itia.ntua.gr/2145/>).
- Στάμου, Α., *Εφαρμοσμένη Υδραυλική – Ροή υπό πίεση και με ελεύθερη επιφάνεια*, 2η Έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2012.

Χρησιμοποιήθηκε επίσης υλικό από προσωπικές σημειώσεις του συγγραφέα για το μάθημα «Ροή με Ελεύθερη Επιφάνεια», το οποίο είχε διδάξει ο Γεώργιος Νουτσόπουλος, κατά το ακαδημαϊκό έτος 1996-97