



Σχολή Πολιτικών Μηχανικών ΕΜΠ
Τομέας Υδατικών Πόρων & Περιβάλλοντος
9^ο Εξάμηνο: Ολοκληρωμένο Θέμα Υδραυλικού Σχεδιασμού

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ:

Μονοδιάστατα (1D) vs Διδιάστατα (2D) vs Συζευγμένα μοντέλα (coupled 1D-2D)

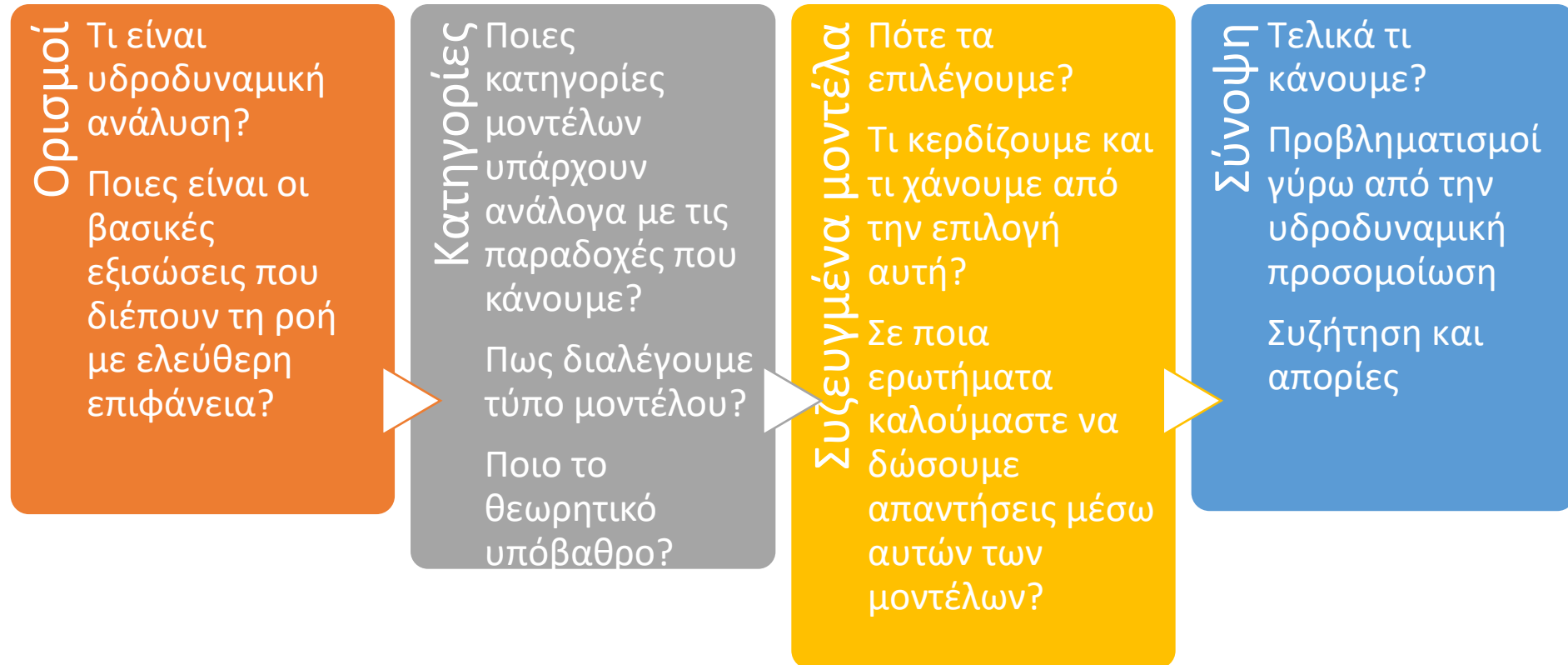
Παναγιώτης Δήμας

Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ, MAS in Sustainable Water Resources ETH Zürich, ΥΔ ΕΜΠ

Δευτέρα 11 Δεκεμβρίου 2023

Δομή παρουσίασης

Στόχος της παρουσίασης είναι να περιγραφεί σε γενικές γραμμές το **θεωρητικό υπόβαθρο των μοντέλων υδροδυναμικής ανάλυσης**. Περιγράφονται με αφαιρετικό τρόπο τα 1D, 2D και coupled 1D-2D μοντέλα, ενώ σε κάθε ενότητα δίνονται και σχετικά παραδείγματα.



Ορισμοί

Τι είναι Υδροδυναμική Ανάλυση?

- Είναι η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ροής του νερού με ελεύθερη επιφάνεια.
- Αφορά την εξέλιξη ενός πλημμυρικού φαινομένου στο χώρο και στο χρόνο.

Γιατί να χρησιμοποιήσω μοντέλα υδροδυναμικής ανάλυσης και όχι απλές εξισώσεις (όπως ο τύπος του Manning π.χ.)?

Εξισώσεις
ομοιόμορφης ροής
(εξίσωση Manning)

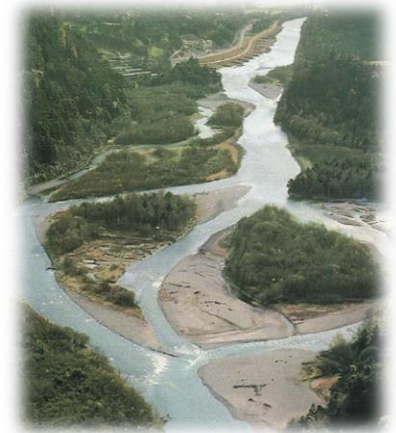
- Χρήσιμη για πρισματικά κανάλια με απλές διατομές
- Δεν εξαρτάται από το χρόνο (μόνιμες συνθήκες)
- Περιγράφει μία κατάσταση αντί μίας διεργασίας
- Αφορά απλούς στόχους σχεδιασμού έργων («Πόση να κάνω τη διατομή?»)

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$Q = (1/n) AR^{2/3} S_0^{1/2}$$

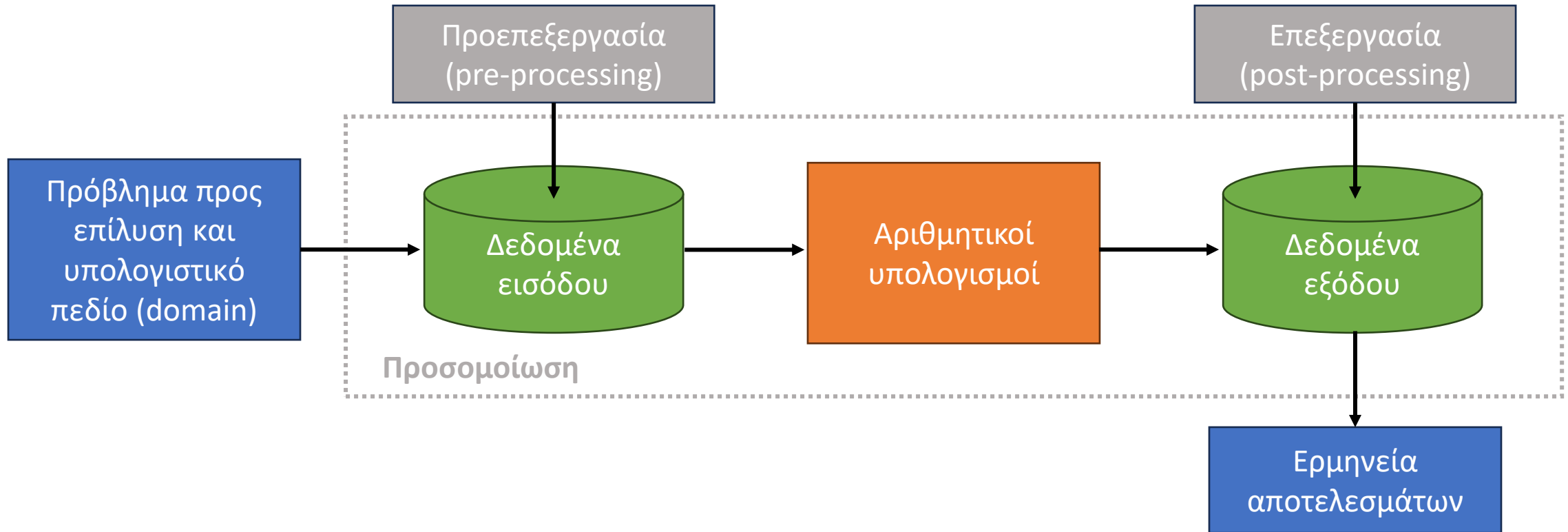
Αριθμητικά
μοντέλα
υδροδυναμικής
ανάλυσης

- Σε έναν πολύπλοκο πραγματικό κόσμο απαιτούνται περισσότερο «ενημερωμένες λύσεις»
- Τίθενται νέοι στόχοι στο σχεδιασμό των έργων (πλημμυρική θωράκιση, βέλτιστες οικονομοτεχνικές λύσεις, προβλήματα βελτιστοποίησης).
- Τα πλημμυρικά φαινόμενα στην πραγματικότητα είναι δυναμικά (μεταβάλλονται στο χώρο και στο χρόνο)



Ορισμοί (2)

Ποια είναι η γενική διαδικασία για την πλημμυρική προσομοίωση (υδροδυναμική ανάλυση)?



Ορισμοί (3)

Πρακτικές όψεις των αριθμητικών μοντέλων υδροδυναμικής ανάλυσης

Δυνατότητες
υδροδυναμικού
μοντέλου

⚙️ Ικανότητα προσομοίωσης
μεταβατικών διεργασιών
(δυναμικά φαινόμενα)

⚙️ Παραγωγή αποτελεσμάτων
που προσομοιάζουν στην
πραγματικότητα

⚙️ 📊 Ταχύτητα και ακρίβεια
στους υπολογισμούς

⚙️ Ευελιξία/Ικανότητα
γενίκευσης

Διεπαφή →
Ποιότητα
προσομοίωσης

⌘ Χρονική κλίμακα ανάλυσης

⌘ Χωρική κλίμακα ανάλυσης

⌘ 📊 Σκοπός της ανάλυσης

⌘ Επιλογή κατάλληλου
αριθμητικού σχήματος επίλυσης

📊 Διαθέσιμη υπολογιστική
ισχύς

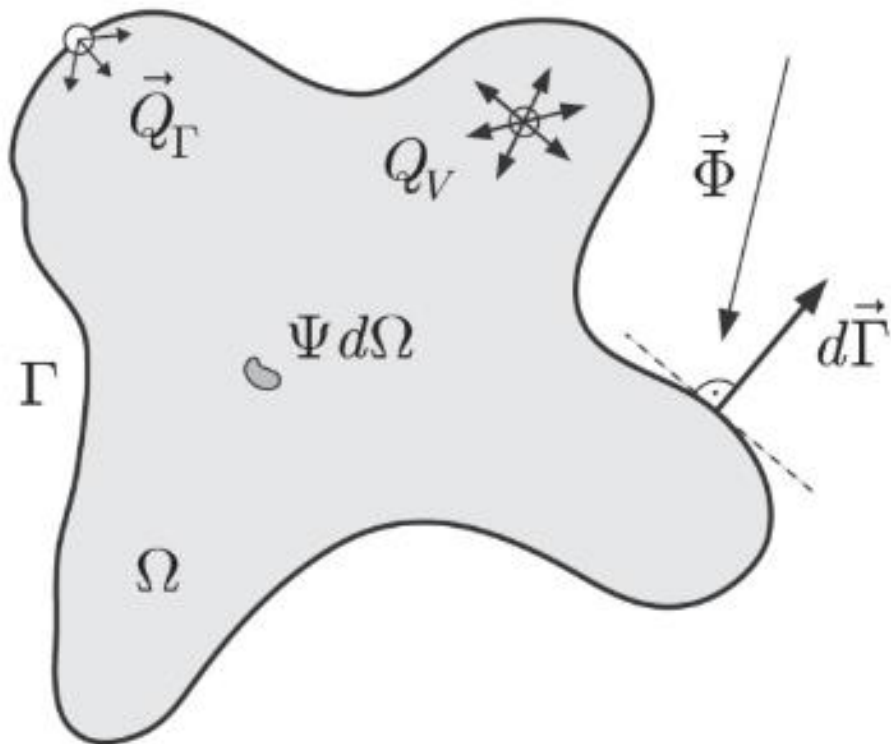
⌘ 📊 Ποιότητα των
δεδομένων εισόδου

Τεχνικοοικονομικές
πλευρές

Ορισμοί (4)

Βασική εξίσωση που διέπει τη ροή με ελεύθερη επιφάνεια → Αρχή διατήρησης μίας ποσότητας (βαθμωτό ή διανυσματικό μέγεθος) όπως η μάζα, η ορμή (ή ποσότητα κίνησης), η ενέργεια

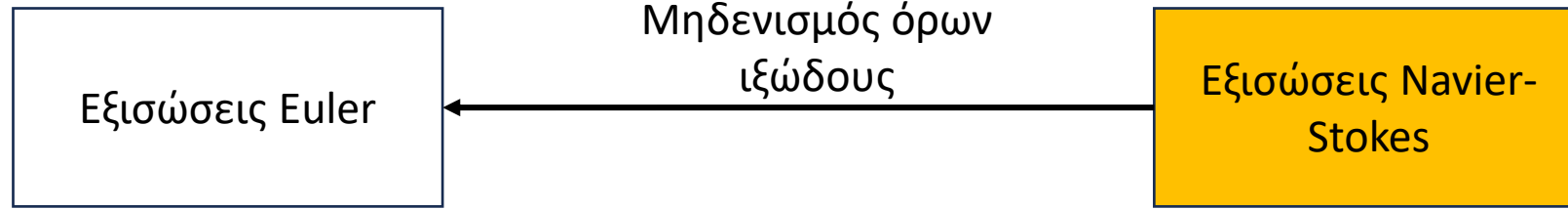
- Ω είναι το χωρίο αναφοράς του προβλήματος.
- Γ είναι το εξωτερικό όριο (σύνορο) του χωρίου.
- Ψ ένα βαθμωτό μέγεθος.
- Q_Γ είναι η «εισροή» στο σύστημα, ή η οριακή συνθήκη εισόδου (inflow boundary).
- Φ είναι η «εκροή» ή οριακή συνθήκη εξόδου (outflow boundary).



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \Psi \, d\Omega = - \oint_{\Gamma} \vec{\Phi} \cdot d\vec{\Gamma} + \oint_{\Gamma} \vec{Q}_\Gamma \cdot d\vec{\Gamma} + \int_{\Omega} Q_V \, d\Omega$$

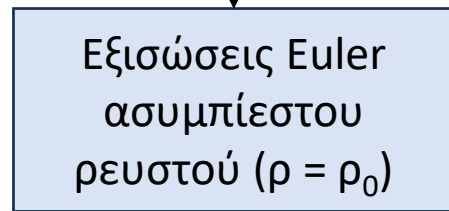
Θεώρημα Gauss \longrightarrow
$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\Phi} = Q_V + \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_\Gamma$$

Ορισμοί (5): Προέλευση των εξισώσεων ροής

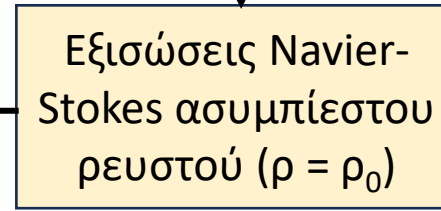


$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \cancel{\mu \nabla^2 \mathbf{u}} + \cancel{\frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u})} + \rho \mathbf{g}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \rho \mathbf{g}$$



Εξισώσεις Euler ασυμπίεστου ρευστού ($\rho = \rho_0$)

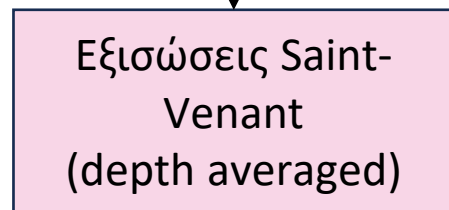


Εξισώσεις Navier-Stokes ασυμπίεστου ρευστού ($\rho = \rho_0$)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_0}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \cancel{\nu \nabla^2 \mathbf{u}} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho_0} \right) + \mathbf{g}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho_0} \right) + \mathbf{g}$$



Εξισώσεις Saint-Venant (depth averaged)

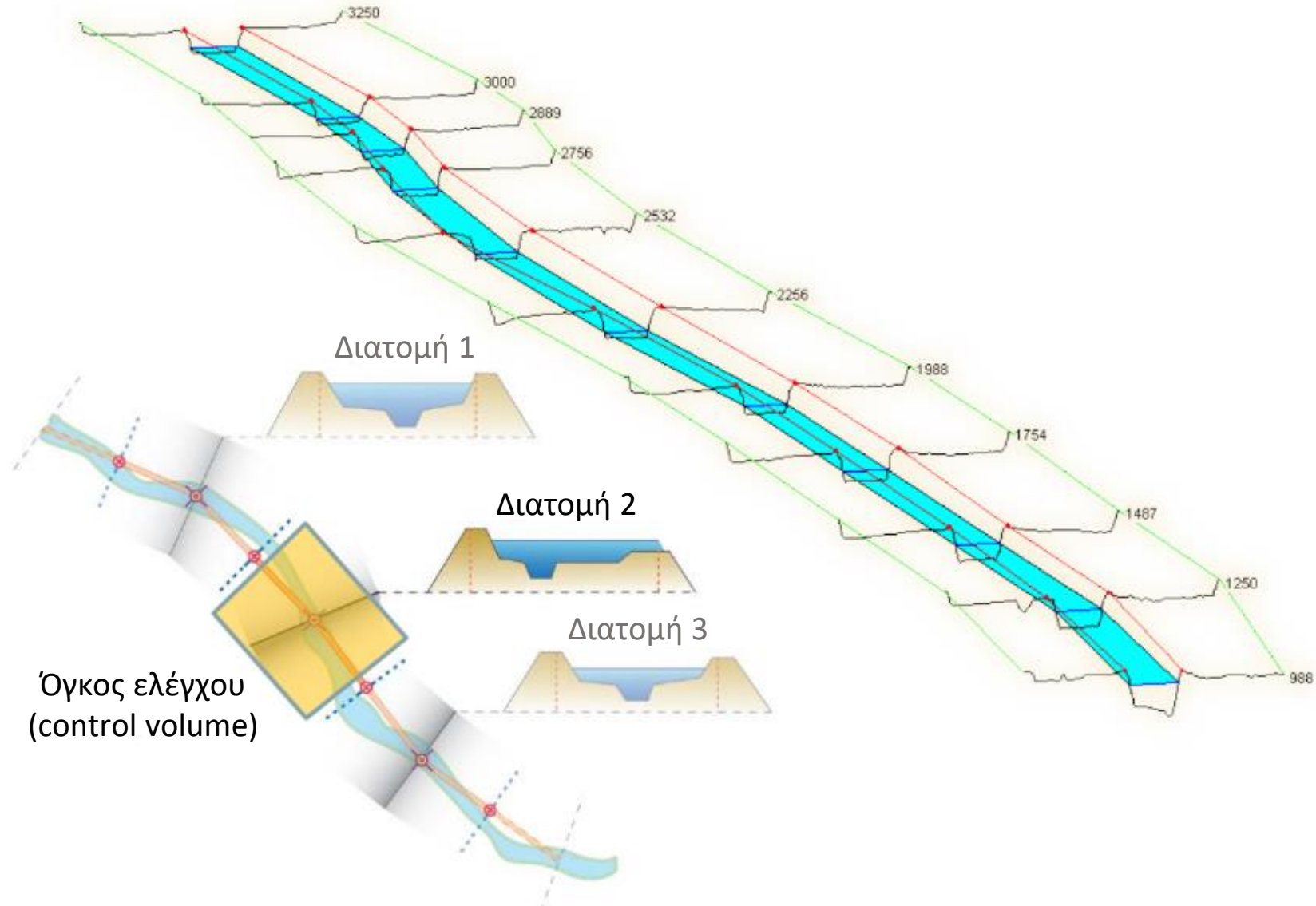
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left((H+h)u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((H+h)v \right) = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial h}{\partial x} - ku - \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial h}{\partial y} - kv - \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right),$$

Κατηγορίες μοντέλων

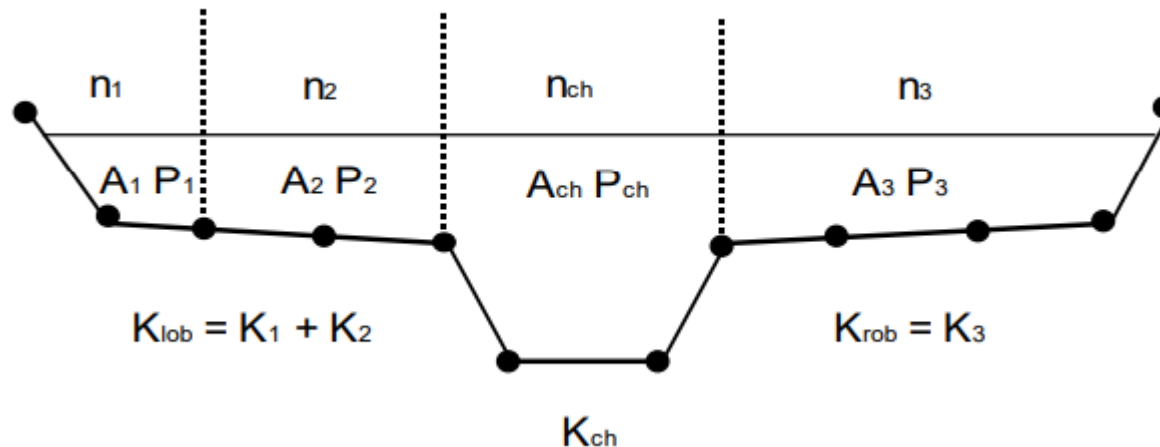
Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Χωρική διακριτοποίηση



Κατηγορίες μοντέλων (2)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Παραδοχές

- Η κατανομή των πιέσεων στις διατομές είναι υδροστατική.
- Τα ποτάμια δεν εμφανίζουν έντονους μαιανδρισμούς.
- Έχουμε μικρές κατά μήκος κλίσεις.
- Η ροή είναι ομοιόμορφη σε επίπεδο διατομής (δεν έχουμε δευτερεύουσες ροές).
- Οι διατομές είναι πρισματικού τύπου. Περισσότερο πολύπλοκες διατομές ορίζονται μέσω διαφορετικών κλάδων ποταμών.
- Οι απώλειες λόγω τριβής (επίδραση συρτικών τάσεων) μπορούν να προσεγγιστούν από τις σχέσεις της ομοιόμορφης ροής.



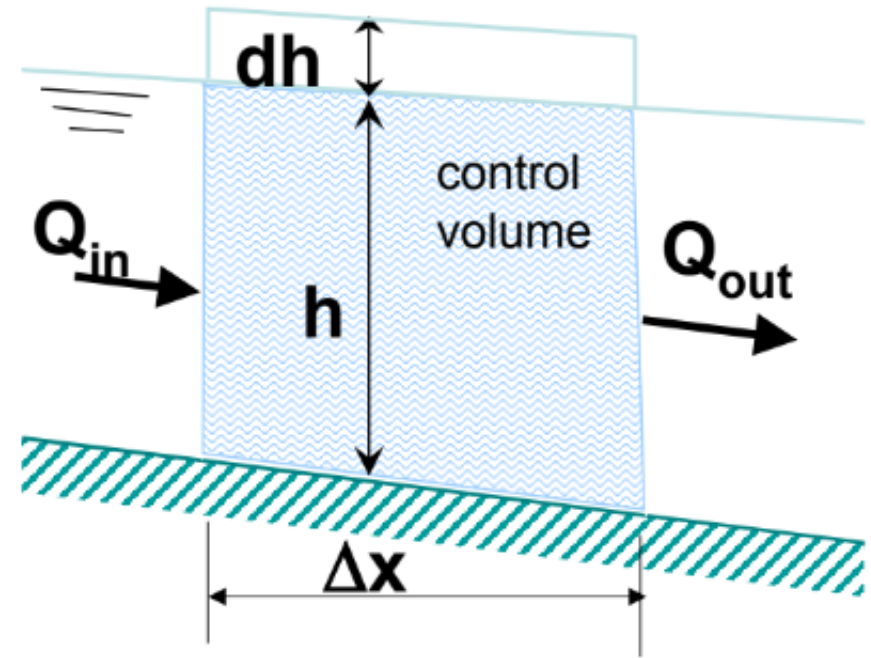
Κατηγορίες μοντέλων (3)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Διατήρηση μάζας

$$dh \cdot B \cdot \Delta x = (Q_{in} - Q_{out}) \cdot \Delta t$$

$$\partial(h \cdot B) \cdot \partial x = \partial Q \cdot \partial t$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{lat}$$



h: Βάθος [m]
Q: Παροχή [m³/s]
B: Πλάτος διατομής [m]
A: Εμβαδό [m²]
q_{lat}: Πλευρική εισροή [m³/s]

Κατηγορίες μοντέλων (4)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Διατήρηση ποσότητας κίνησης (ορμής)

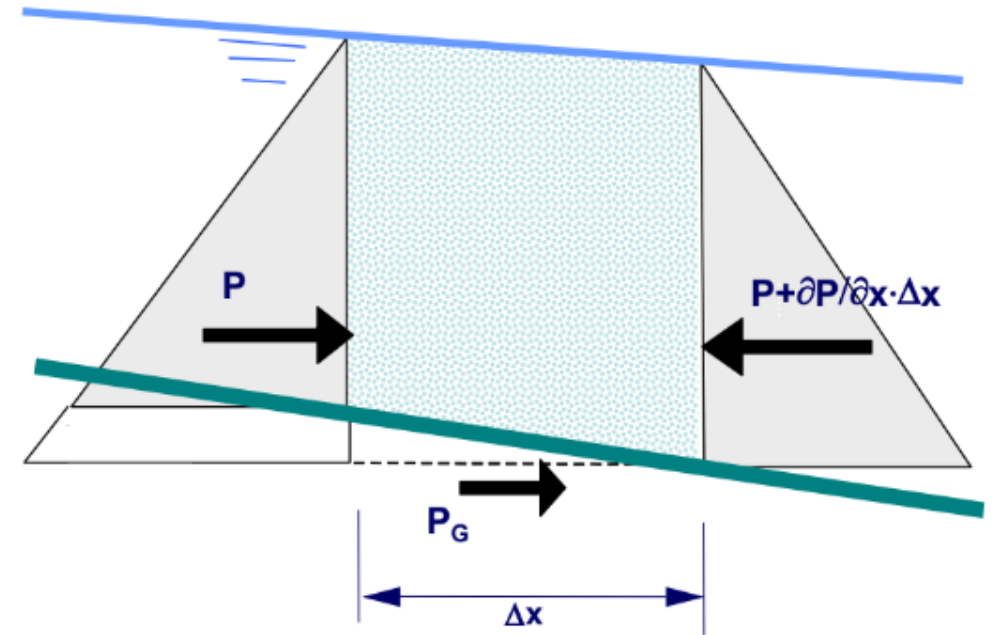
$$P_G = \rho g h B \Delta x S_0 = \rho g A \Delta x S_0$$

$$P = h B (0.5 \rho g h) = 0.5 \rho g B h^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} \Delta x &= -\rho g B h \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \\ &= -\rho g A \frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \end{aligned}$$

Βάρος

Πίεση



g: Επιτάχυνση της βαρύτητας

A: Εμβαδό

S₀: Κλίση $S_0 = \partial z_b / \partial x$

Κατηγορίες μοντέλων (5)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

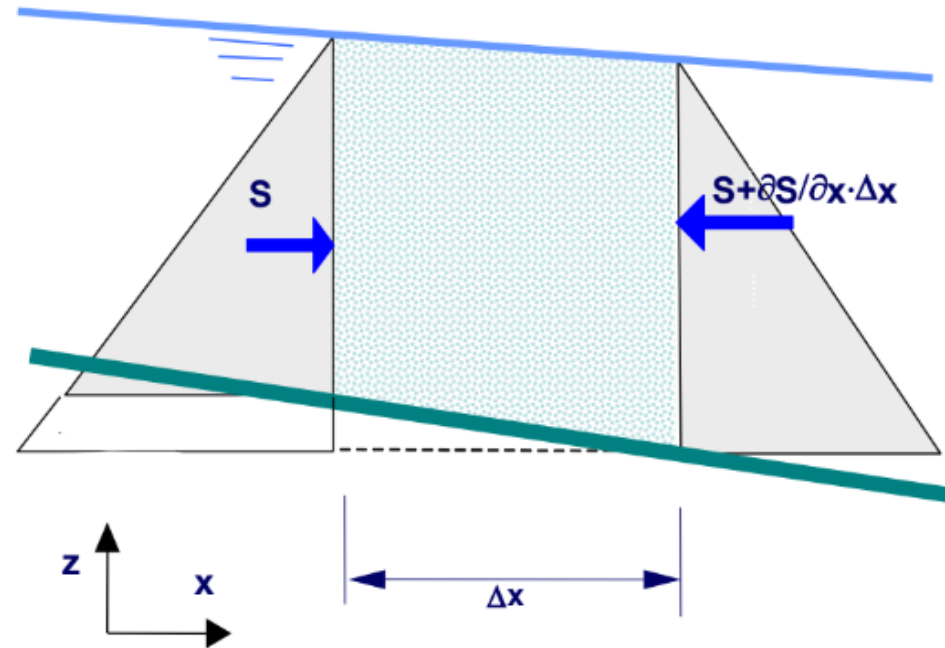
$$I = mu = \rho Vu$$

$$m\vec{a} = \frac{\partial I}{\partial t} = \frac{\partial \rho Au \Delta x}{\partial t}$$

$$m\vec{a} = \sum F$$

Ρυθμός μεταβολής της ορμής

$$m\vec{a} = \frac{\partial I}{\partial t} = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} \Delta x$$



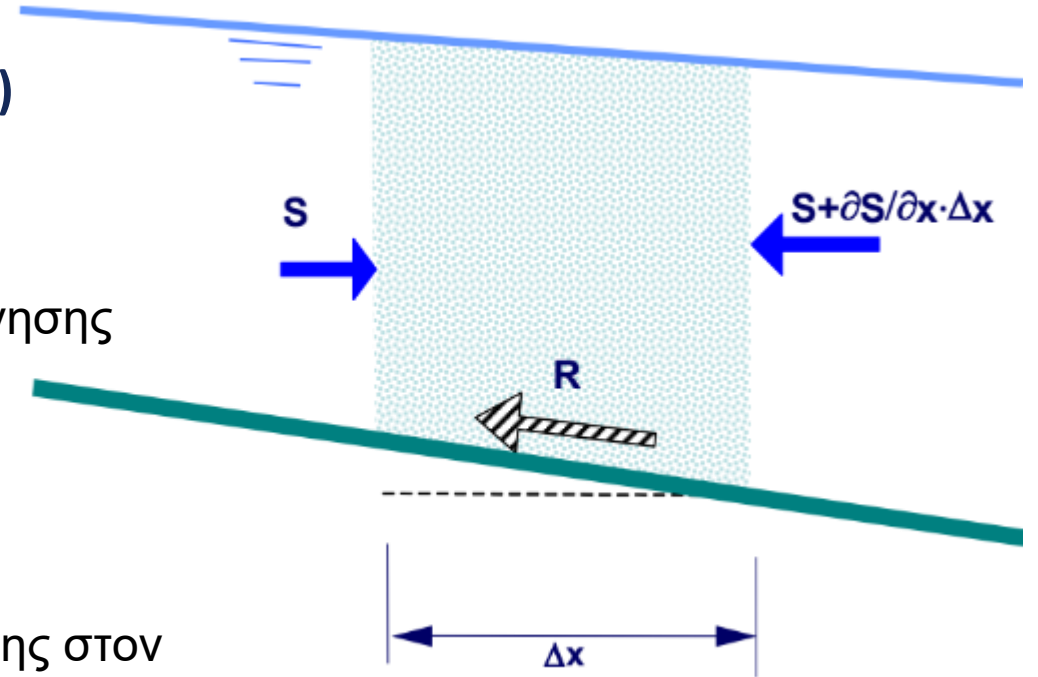
Κατηγορίες μοντέλων (6)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – «Ροή ορμής» (momentum flux)

water flux: $Q=Au$ Παροχή

momentum density: $\rho u = \rho Q/A$ Πυκνότητα ποσότητας κίνησης

momentum flux: $S = \rho Q/A \cdot Q$ «Ροή ορμής»



$$I = \frac{\partial S}{\partial x} \Delta x = - \frac{\partial (\rho Q^2 / A)}{\partial x} \Delta x$$

Μεταβολή ποσότητας κίνησης στον όγκο ελέγχου

$$R = -\tau_b B_s \Delta x = -S_f \rho g h B$$

Τριβή

$$\begin{aligned} \tau_b &= \rho c_f u |u| \\ &= \rho g h S_f \end{aligned}$$

Συρτική τάση πυθμένα

$$S_f = \frac{\tau_b}{\rho g h} = f(c_f)$$

Κλίση τριβής
(friction slope)

Κατηγορίες μοντέλων (7)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Εξισώσεις Saint Venant

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{lat}$$

Διατήρηση μάζας

$$m\vec{a} - I - P - P_G - R = 0$$

Διατήρηση ποσότητας κίνησης

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f \right) = 0$$

Τοπική
επιτάχυνση

Συναγωγική
(convective)
επιτάχυνση

Πίεση

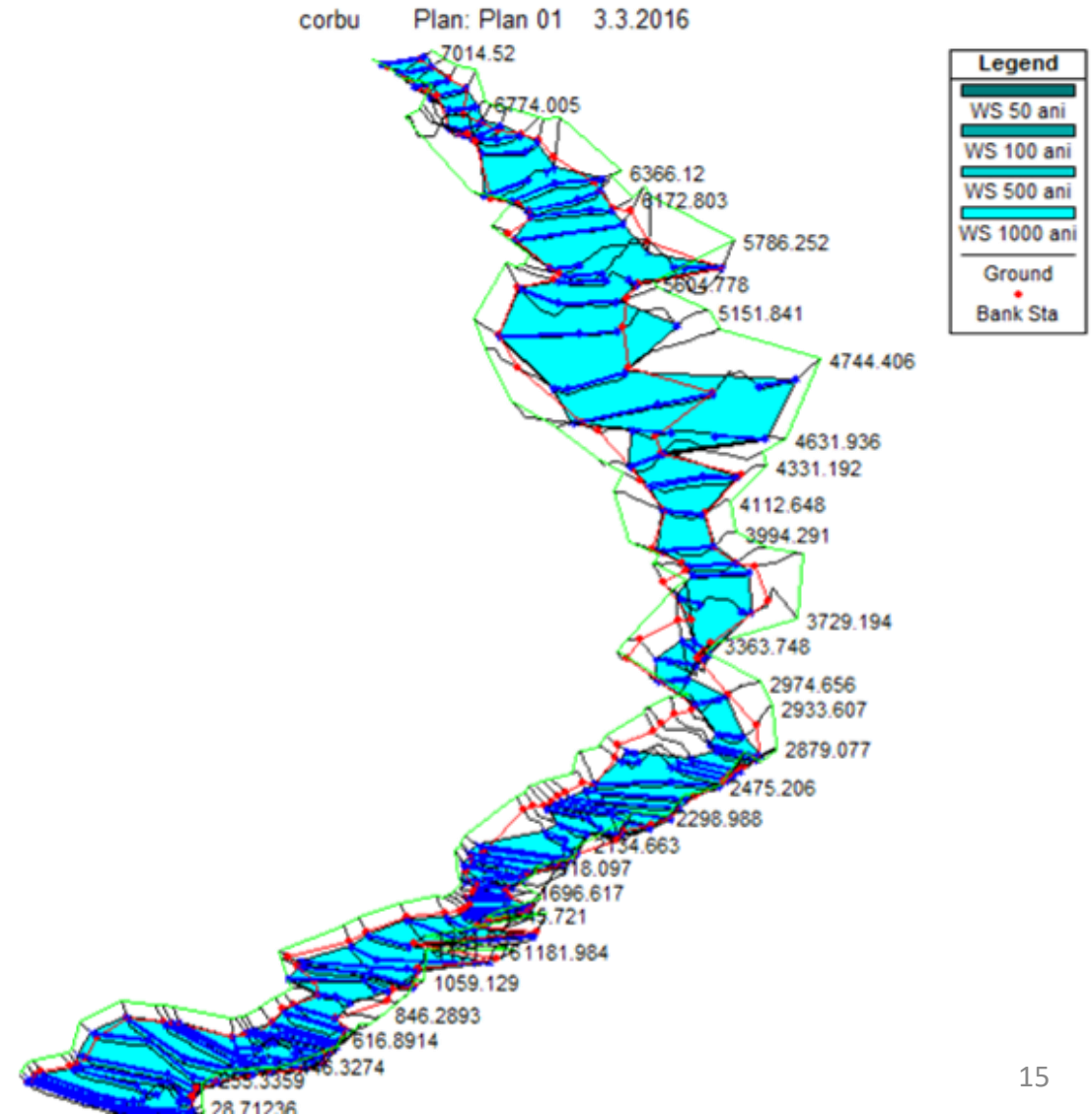
Βάρος

Τριβή

Κατηγορίες μοντέλων (8)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Περίληψη βασικών παραδοχών 1D μοντέλων

- Η μορφολογία του ποταμού προσεγγίζεται από διαδοχικές διατομές.
- Η ανάλυση είναι μονοδιάστατη ως προς τη ροή → Μία και μοναδική μέση ταχύτητα ανά διατομή.
- Εφαρμόζονται ημι-εμπειρικές σχέσεις για τον υπολογισμό της τραχύτητας.
- Εμφανίζεται μία ενιαία στάθμη σε κάθε διατομή. Δεν υπάρχει επίκλιση της ελεύθερης επιφάνειας σε μαιανδρισμούς του ποταμού.
- Οι βασικές μεταβλητές είναι η παροχή, το βάθος ροής και η επιφάνεια (εμβαδό) κάθε διατομής.
- Για να απομειωθεί ο υπολογιστικός φόρτος πολλά γεωμετρικά μεγέθη υπολογίζονται από προϋπολογισμένες σχέσεις (pre-processing).



Κατηγορίες μοντέλων (9)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Οπτικό παράδειγμα επιλογής 1D μοντέλου (1)



Bellinzona, Ελβετία



Εκβολή ποταμού Ticino στη Λίμνη Maggiore

Κατηγορίες μοντέλων (10)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Οπτικό παράδειγμα επιλογής 1D μοντέλου (2)



Σιδηροδρομική γέφυρα
πάνω από τον ποταμό
Ticino, Bellinzona,
Ελβετία

Κατηγορίες μοντέλων (11)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Εναλλακτική διατύπωση των εξισώσεων Saint Venant και απλοποιήσεις (1)

- Πρισματικό κανάλι ορθογωνικής διατομής:

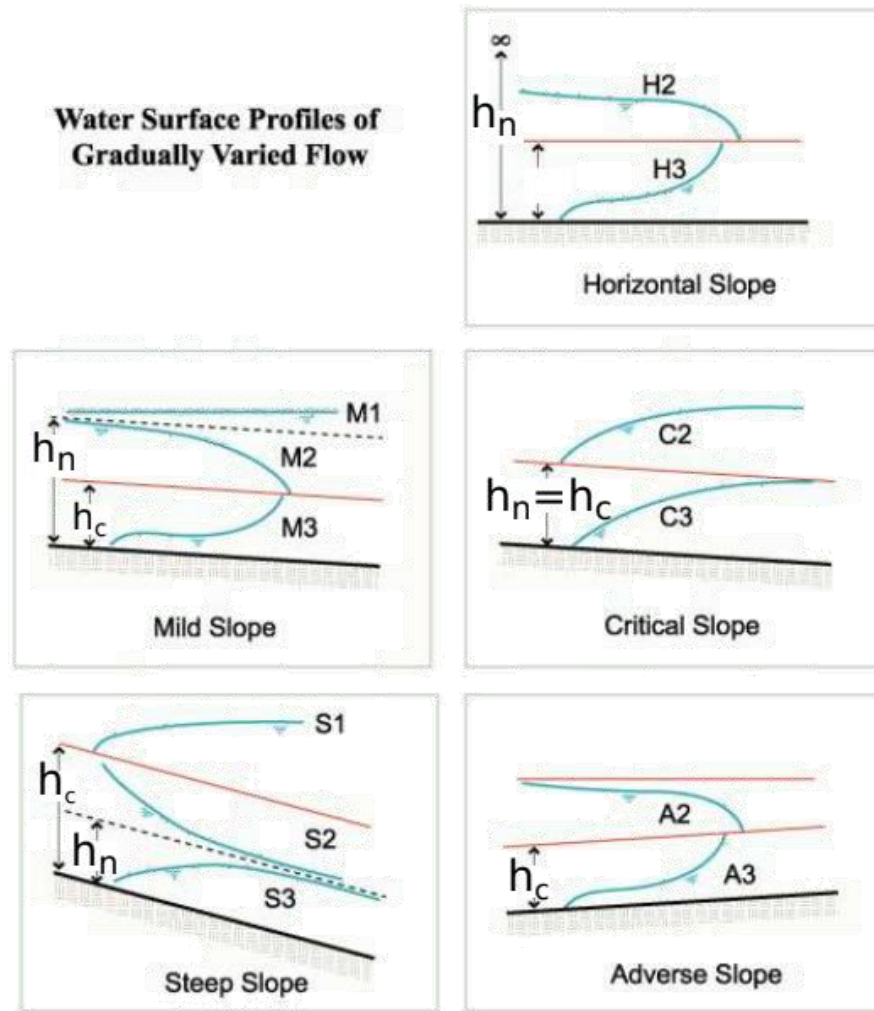
Εξίσωση διατήρησης μάζας:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_{lat}$$

Εξίσωση διατήρησης ποσότητας κίνησης (ορμής):

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f = 0$$

- Μοντέλο διάχυσης κύματος (diffusive wave model)
- Μοντέλο κινηματικού κύματος (kinematic wave model)
- Απλοποιημένη Τυπική Βήμα προς Βήμα Ολοκλήρωση (συνθήκες σταθερής ροής, standard step method)



Κατηγορίες μοντέλων (12)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Εναλλακτική διατύπωση των εξισώσεων Saint Venant και απλοποιήσεις (2)

- Μοντέλα shallow water:

Model Type	Terms Included				
	Local Acceleration	Convective Acceleration	Pressure Gradient	Bed Slope	Energy Slope
Kinematic wave model				×	×
Diffusion wave model			×	×	×
Gravity wave model	×	×	×		
Steady dynamic wave model		×	×	×	×
Dynamic wave model	×	×	×	×	×

V. P. Singh (1996) Kinematic wave modelling in water resources

Κατηγορίες μοντέλων (13)

Μονοδιάστατα μοντέλα (1D) – Εναλλακτική διατύπωση των εξισώσεων Saint Venant και απλοποιήσεις (3)

- Μοντέλο διάχυσης κύματος (diffusion wave):

$$\cancel{\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}} + \cancel{\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x}} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f = 0$$

Αγνοούμε τους όρους τοπικής και συναγωγικής επιτάχυνσης

$$\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f = 0$$

$$Q = k_{st} R^{2/3} A \sqrt{S_f} = K \sqrt{S_f}$$

K: Conveyance $S_f = \frac{Q^2}{K^2}$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Παραγωγίζω ως προς x

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{Q|Q|}{K^2} = 0$$

Παραγωγίζω ως προς t



$$\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial t} + \frac{2|Q|}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q|Q|}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = 0$$

Συντ. διάχυσης (diffusion coeff.)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{Q}{BK} \frac{\partial K}{\partial h} \right) \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{K^2}{2B|Q|} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0$$

Ταχύτητα κύματος (wave celerity)

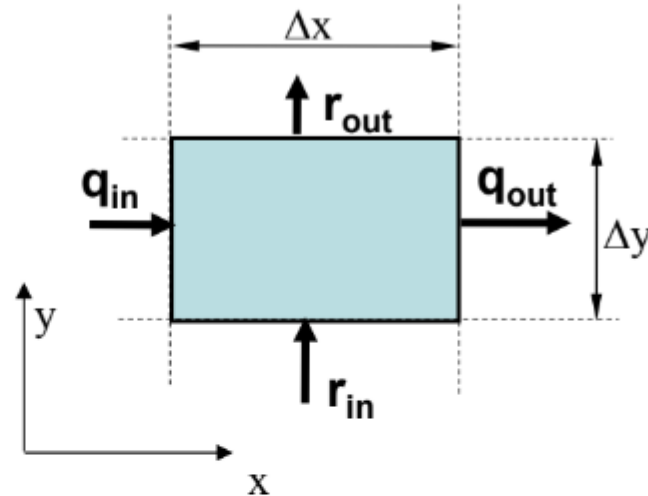
Κατηγορίες μοντέλων (14)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Εξισώσεις Saint Venant τύπου shallow water, αλλά σε δύο διευθύνσεις αυτή τη φορά (1)

Ειδική παροχή (flux):

$$q = uh$$

$$r = vh$$



Εξίσωση συνέχειας :

$$\Delta h \cdot \Delta x \cdot \Delta y = ((q_{out} - q_{in}) \cdot \Delta y + (r_{out} - r_{in}) \cdot \Delta x) \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = -\frac{\Delta q}{\Delta x} - \frac{\Delta r}{\Delta y}$$

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} = 0}$$

Κατηγορίες μοντέλων (15)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Εξισώσεις Saint Venant τύπου shallow water, αλλά σε δύο διευθύνσεις αυτή τη φορά (2)

Εξίσωση ποσότητας κίνησης :
στη x διεύθυνση

Αναλογία με πρισματικό : $\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f = 0$ $\times gh$
μονοδιάστατο κανάλι

$$\frac{\partial q}{\partial t} + q \frac{\partial u}{\partial x} + gh \frac{\partial h}{\partial x} - ghS_0 + ghS_f = 0 \quad S_f = \frac{\tau_b}{\rho gh}$$

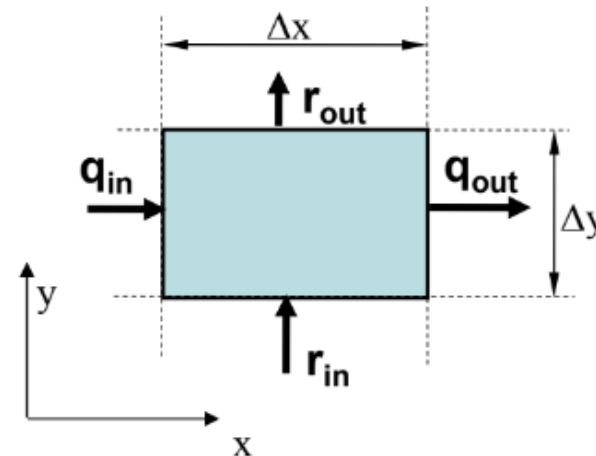
$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(qu + g \frac{h^2}{2} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0$$

Συμπεριλαμβάνοντας τη συναγωγική επιτάχυνση (convective acceleration) :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(qu + g \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (ru) + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0$$

Εξίσωση ποσότητας κίνησης :
στην y διεύθυνση

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (qv) + \frac{\partial}{\partial y} \left(rv + \frac{g}{2} h^2 \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} = 0$$



Κατηγορίες μοντέλων (16)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Τύρβη

- Διαφορετικές καταστάσεις της ροής:

Re = 140

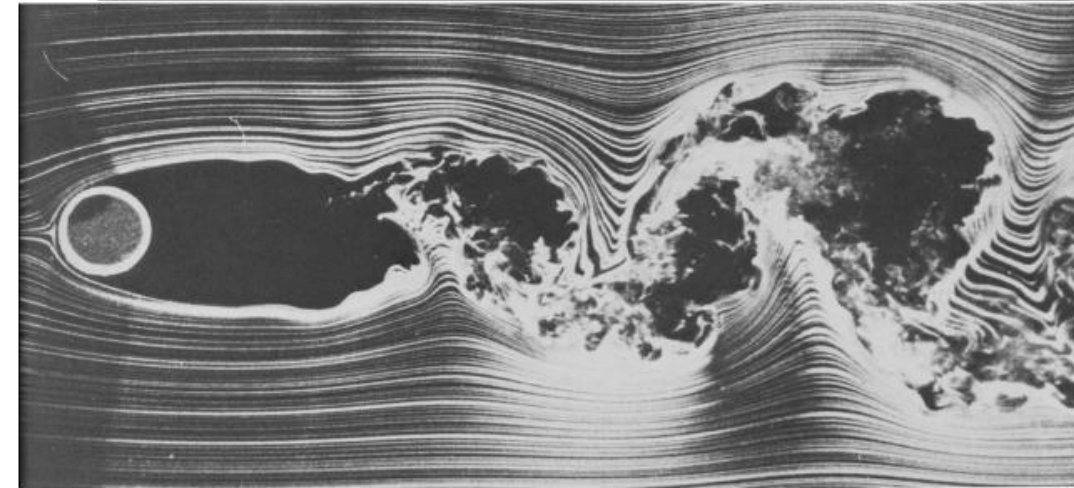
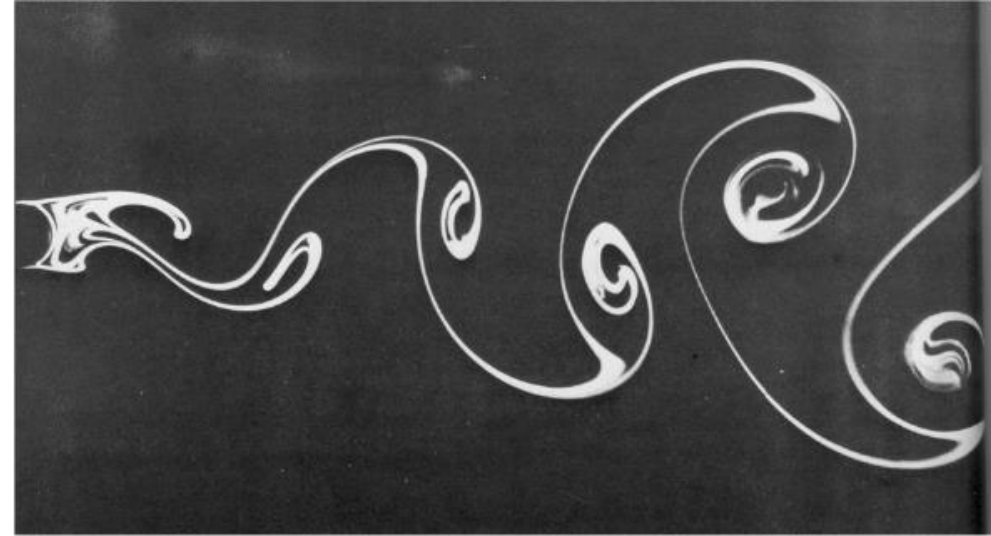
□ Στρωτή:

- Κανονικότητα στη μορφή της ροής
- Χαμηλοί αριθμοί Reynolds
- Σταθερή ή μεταβατική
- Φαινόμενα μεταφοράς λόγω μοριακής διάχυσης

□ Τυρβώδης:

- Χαοτική μορφή της ροής
- Υψηλοί αριθμοί Reynolds
- Μεταβατική ροής τρισδιάστατης μορφής
- Φαινόμενα μεταφοράς λόγω τυρβώδους διάχυσης
- Έντονη μετατροπή μηχανικής ενέργειας (τριβής) σε θερμική

Re = 10000



$$\frac{\tau_{xx}}{\rho} = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\tau_{yy}}{\rho} = 2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\tau_{xy}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Κατηγορίες μοντέλων (17)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Τελική διατύπωση εξισώσεων

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} + \mathbf{s} = 0$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} h \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} qu + \frac{g}{2} h^2 - \frac{h}{\rho} \tau_{xx} \\ qv - \frac{h}{\rho} \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} ru + \frac{h}{\rho} \tau_{xy} \\ rv + \frac{g}{2} h^2 - \frac{h}{\rho} \tau_{yy} \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \partial_x z_b + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \\ gh \partial_y z_b + \frac{\tau_{by}}{\rho} \end{bmatrix}$$

Τριβή πυθμένα (friction) : $\frac{\tau_{bx}}{\rho} = \frac{u|\vec{u}|}{c_f^2}$ und $\frac{\tau_{by}}{\rho} = \frac{v|\vec{u}|}{c_f^2}$

Μοντέλα τύρβης (turbulence) : $\frac{\tau_{xx}}{\rho} = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x}$ $\frac{\tau_{yy}}{\rho} = 2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y}$ $\frac{\tau_{xy}}{\rho} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$ $\bar{\nu}_t = \frac{\kappa}{6} u_* h$

Κατηγορίες μοντέλων (18)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Περίληψη παραδοχών 2D μοντέλων

- Η μορφολογία του ποταμού και των ευρύτερων πλημμυρικών πεδίων αναπαρίσταται πλήρως σε τρεις διαστάσεις.
- Η ανάλυση είναι διδιάστατη ως προς τη ροή → Διαφορετικές ταχύτητες ανά θέση και διεύθυνση.
- Εφαρμόζονται ημι-εμπειρικές σχέσεις για τον υπολογισμό της τραχύτητας.
- Εμφανίζεται διαφορετική στάθμη σε κάθε διατομή. Αναπαρίσταται η επίκλιση της ελεύθερης επιφάνειας σε μαιανδρισμούς του ποταμού.
- Οι βασικές μεταβλητές είναι η παροχή, το βάθος ροής και η ταχύτητα σε κάθε κελί του υπολογιστικού πλέγματος.

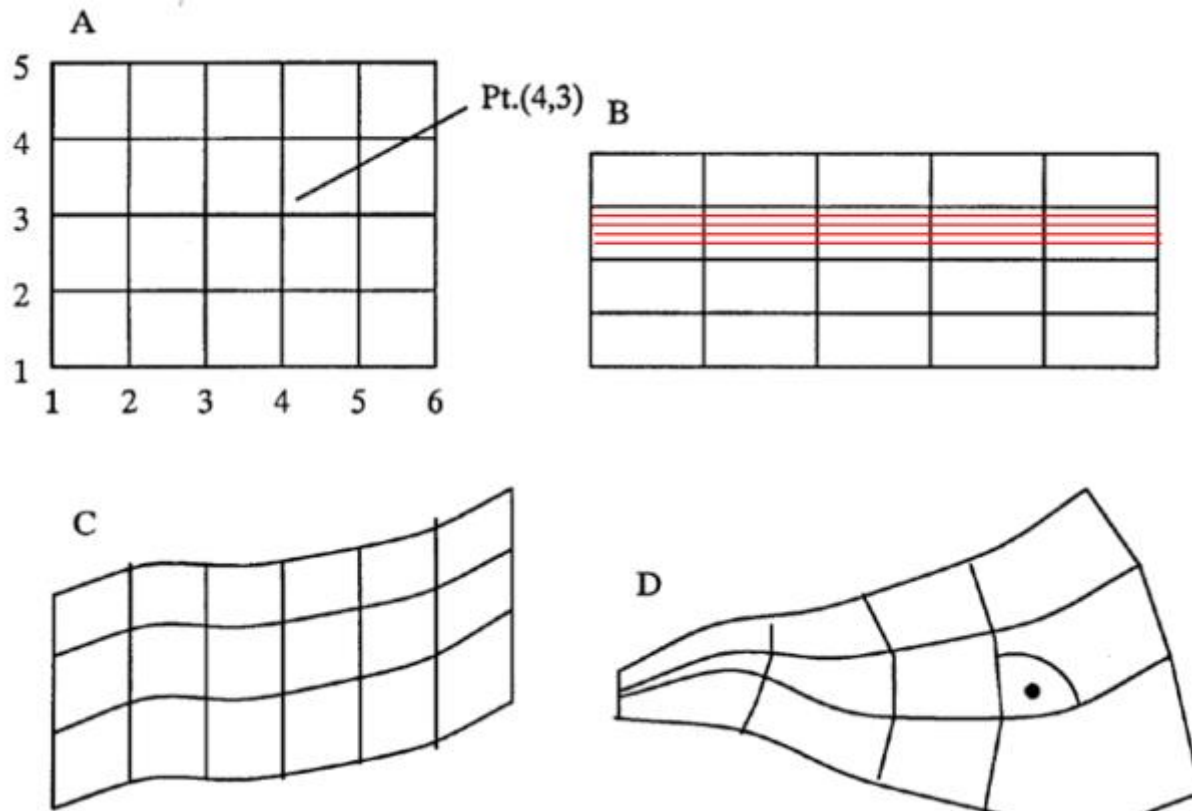


Κατηγορίες μοντέλων (19)

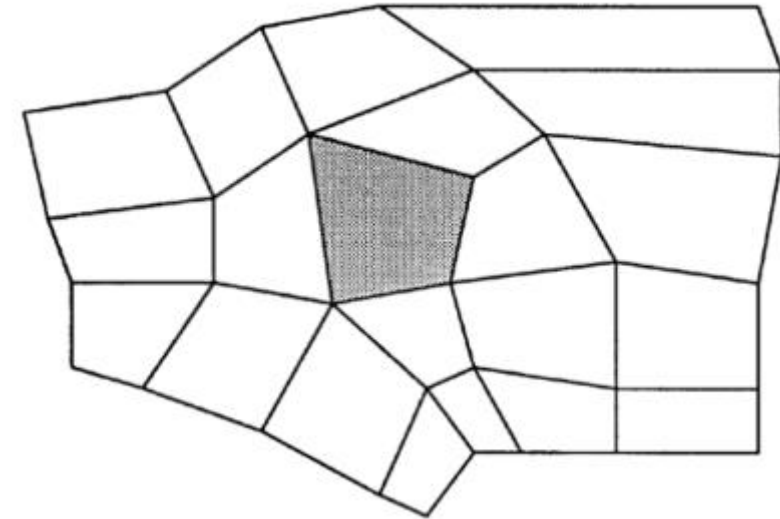
Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Υπολογιστικό πλέγμα (1)

Δομημένα πλέγματα (structured grids):

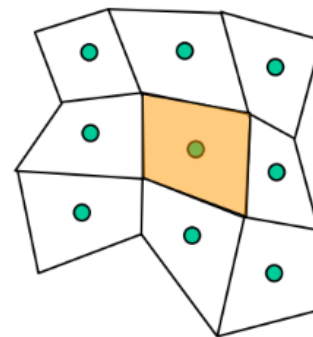
- A) uniform orthogonal
- B) non-uniform orthogonal (local refinements)
- C) curvilinear
- D) orthogonal curvilinear



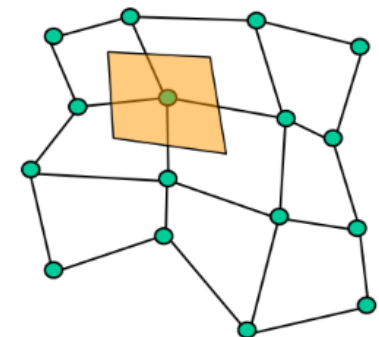
Μη-Δομημένα πλέγματα (unstructured grids):



cell-centred

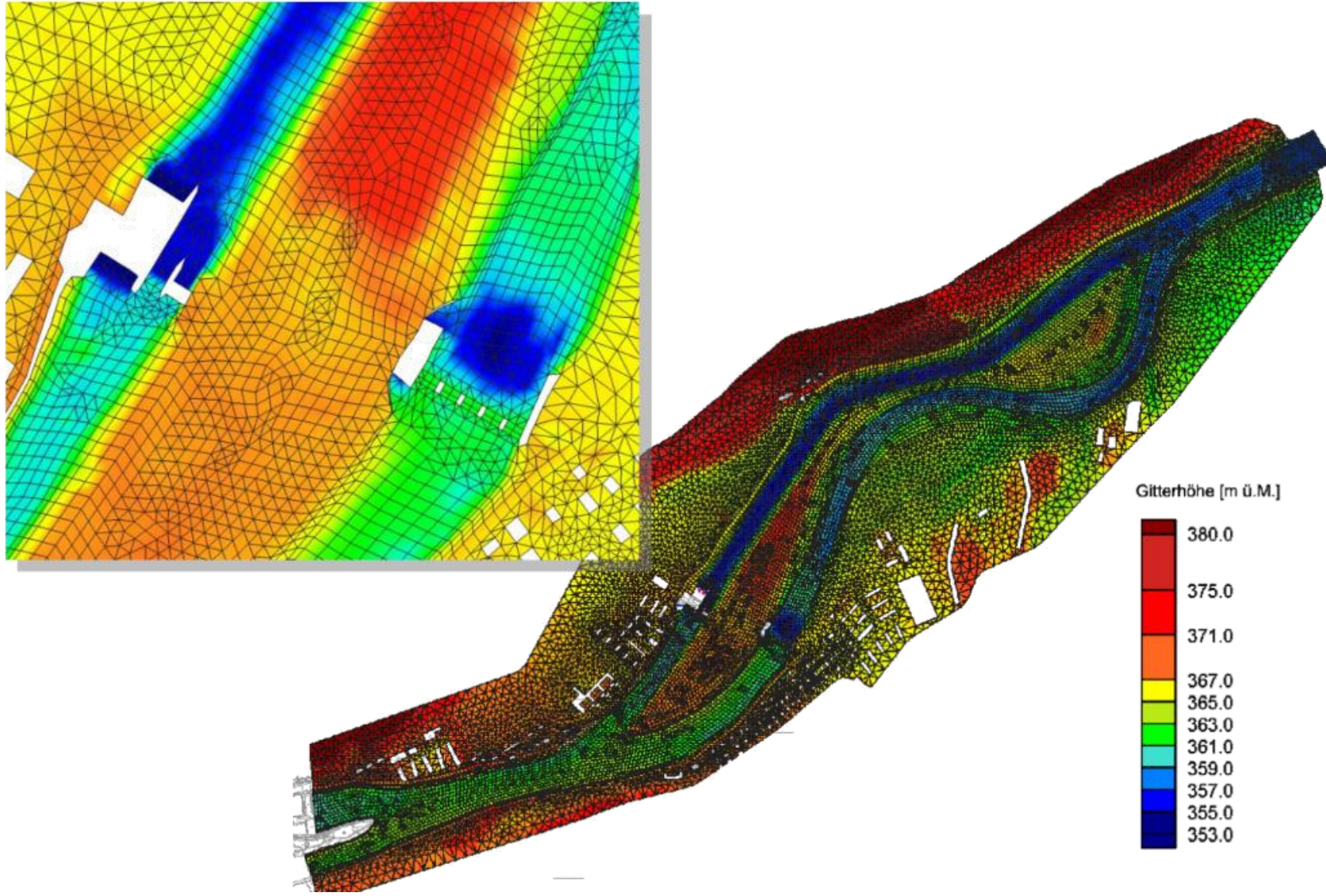


cell-vertex



Κατηγορίες μοντέλων (20)

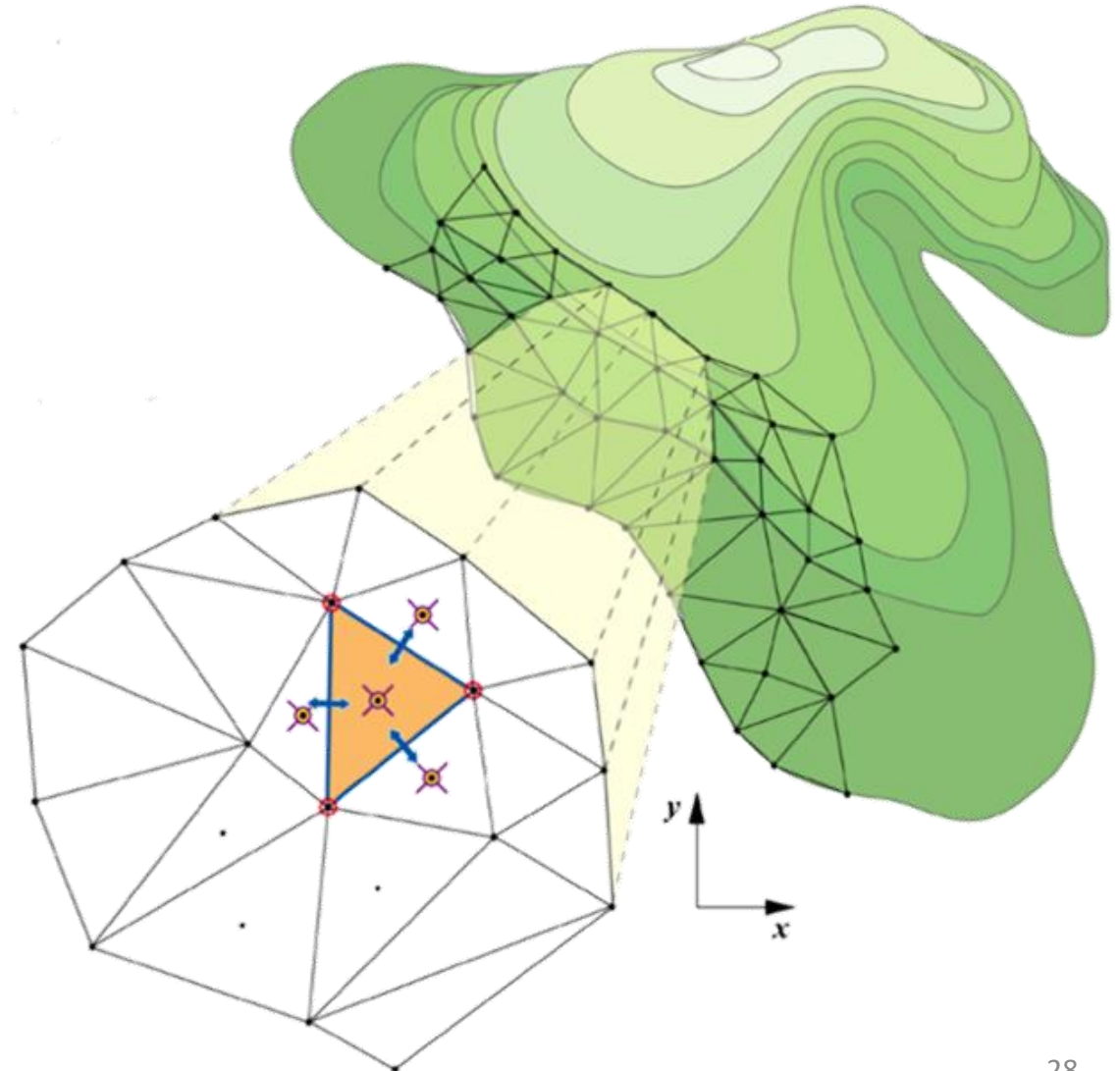
Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Υπολογιστικό πλέγμα (2)



Κατηγορίες μοντέλων (21)

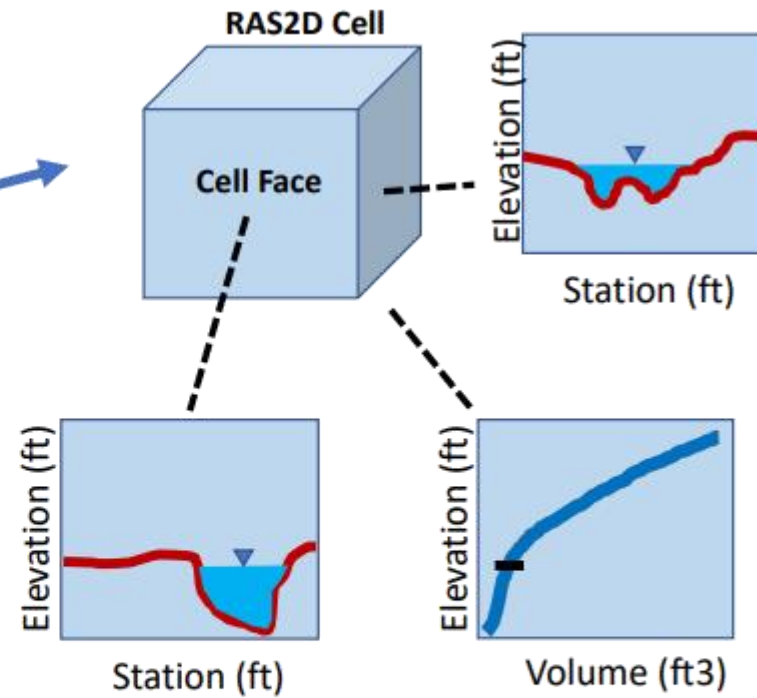
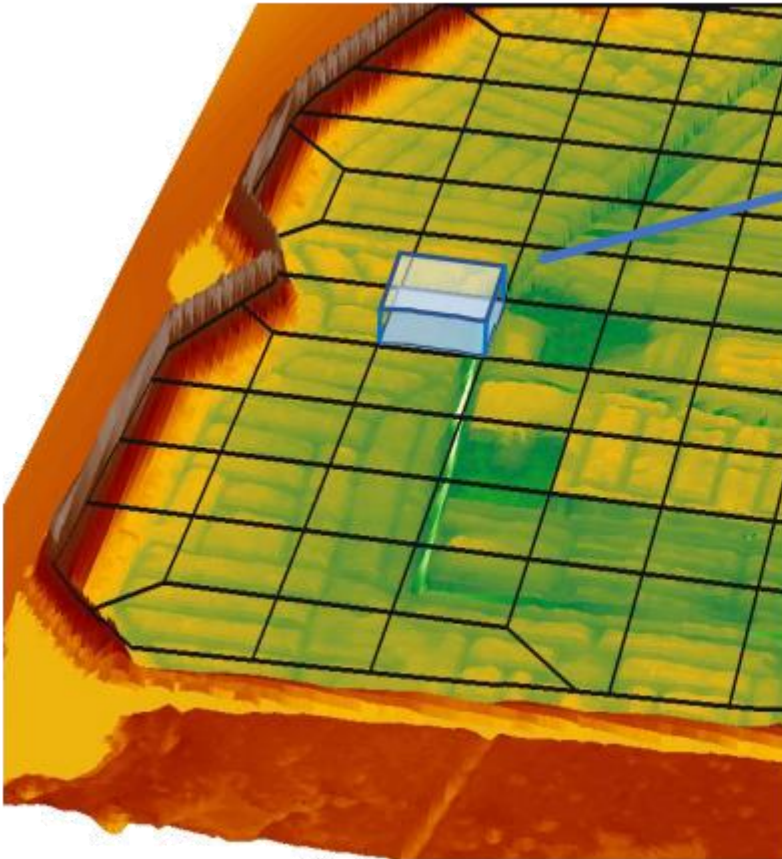
Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Τοπογραφικά προϊόντα για την παραγωγή Ψηφιακού Μοντέλου Εδάφους (DEM) και υπολογιστικό πλέγμα

- Παραγωγή μέσω κατάλληλης μεθόδου τοπογράφησης (επίγεια, εναέρια, δορυφορική, lidar).
- Υπάρχουν διαθέσιμα διαφορετικά προϊόντα DEM σε διαφορετικές αναλύσεις κελιών (π.χ. κτηματολόγιο 2x2, 5x5) και διαφορετικές υψομετρικές ακρίβειες.
- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** DEM υψηλότερης ανάλυσης δε σημαίνει πάντα καλύτερα αποτελέσματα υδροδυναμικής προσομοίωσης. Τα χαρακτηριστικά της τοπογραφίας «μεταφράζονται» σε χαρακτηριστικά του κελιού του υπολογιστικού πλέγματος.
- **Ανάλυση του DEM και Διάσταση του Υπολογιστικού Πλέγματος είναι δύο διαφορετικά πράγματα!**



Κατηγορίες μοντέλων (22)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – «Μετάφραση χαρακτηριστικών τοπογραφίας σε χαρακτηριστικά του υπολογιστικού πλέγματος»



Each cell face profile and stage-volume curve is based on **hundreds to thousands topo-bathymetric data-points**, depending of resolution of underlying terrain raster.

Cell approach very efficiently discretizes space including complex terrain & surface roughness.

Κατηγορίες μοντέλων (23)

Διδιάστατα μοντέλα (2D) – Οπτικό παράδειγμα επιλογής 2D μοντέλου



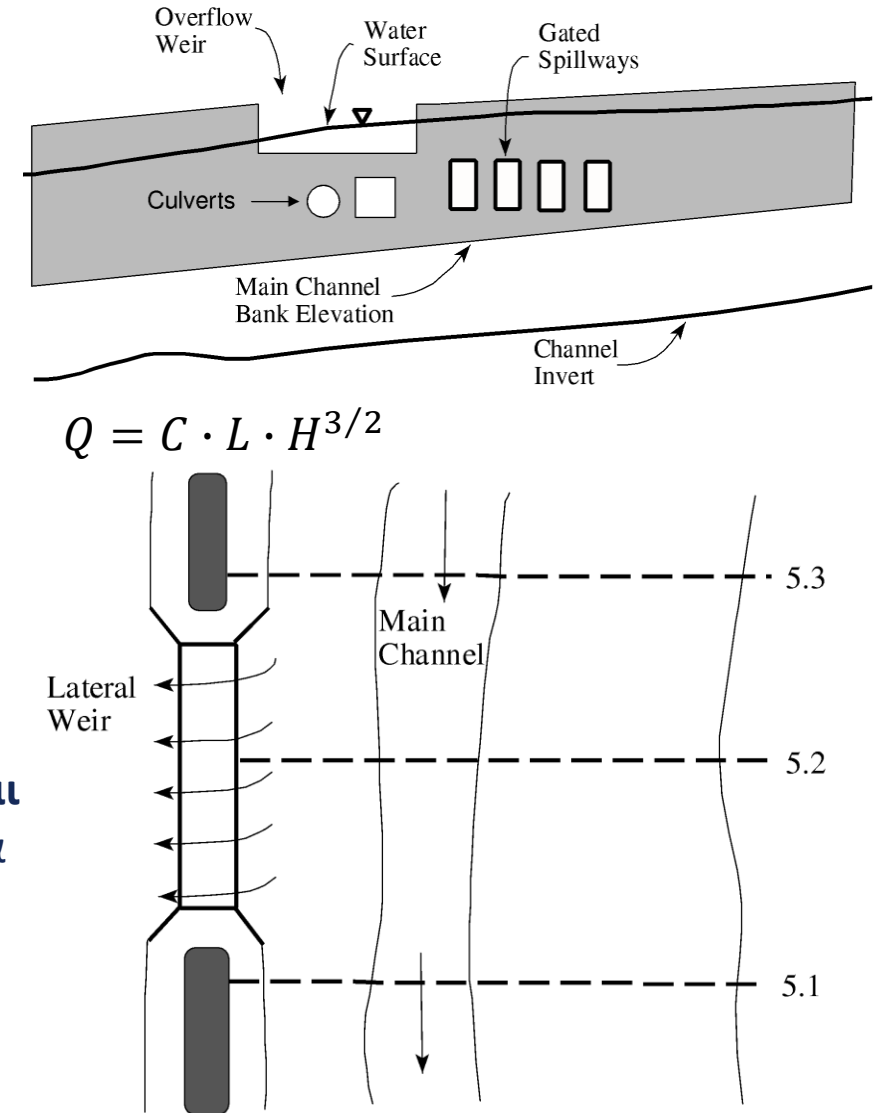
Πλημμυρικές
κατακλύσεις
φαινομένου Daniel,
Θεσσαλία, Ελλάδα

Κατηγορίες μοντέλων (24)

Συζευγμένα μοντέλα (coupled 1D-2D)

Συνδυασμός πλεονεκτημάτων των 1D και 2D μοντέλων

- **Γρήγορη υδροδυναμική αναπαράσταση** εκτεταμένων διασυνδεδεμένων ποτάμιων συστημάτων.
- **Επίλυση μέσω ενός συζευγμένου αλγόριθμου 1D-2D:** θεωρώντας ότι ένα ποτάμι/κανάλι έχει αναπαρασταθεί 1D με την περιοχή πίσω από ένα ανάχωμα να έχει αναπαρασταθεί σε 2D (συνδεδεμένα με ένα Lateral Structure). Επιτρέπει την αναγνώριση των μηχανισμών μεταφοράς νερού προς τις περιοχές κατάκλυσης (πολύ σημαντικό για αστικά περιβάλλοντα).
- **Σταδιακή ανάπτυξη/απομόνωση των επιμέρους μοντέλων.**
- **Εκτίμηση του πλημμυρικού όγκου που υπερχειλίζει από το κυρίως ποτάμι προς τις εκτάσεις εκτεταμένης κατάκλυσης:** Δυνατότητα στον μηχανικό να κάνει ένα ranking των σεναρίων και προκαταρκτικές αξιολογήσεις των επικίνδυνων περιοχών (που γειτνιάζουν με τα έντονα υπερχειλίζοντα αναχώματα/LS) πριν καν προχωρήσει στην αναλυτική 2D προσομοίωση.
- **Απομειώνει δραματικά τους χρόνους εκτέλεσης των υπολογισμών σε σχέση με ένα αμιγώς 2D μοντέλο.** Σημαντικό για πολλαπλά σενάρια!



Κατηγορίες μοντέλων (25)

Συζευγμένα μοντέλα (coupled 1D-2D) – Οπτικό παράδειγμα επιλογής



Εξέλιξη φαινομένου Daniel, Καρδίτσα, Θεσσαλία, Ελλάδα

Πηγή:

<https://www.kathimerini.gr/society/562607143>

[/i-anatomia-tis-katastrofis-to-fragma-poy-xilothike-kai-ta-anachomata-poy-espasan/](#)

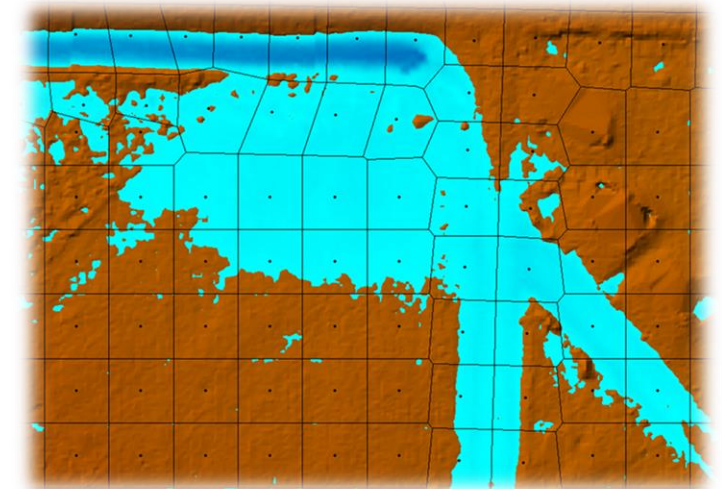
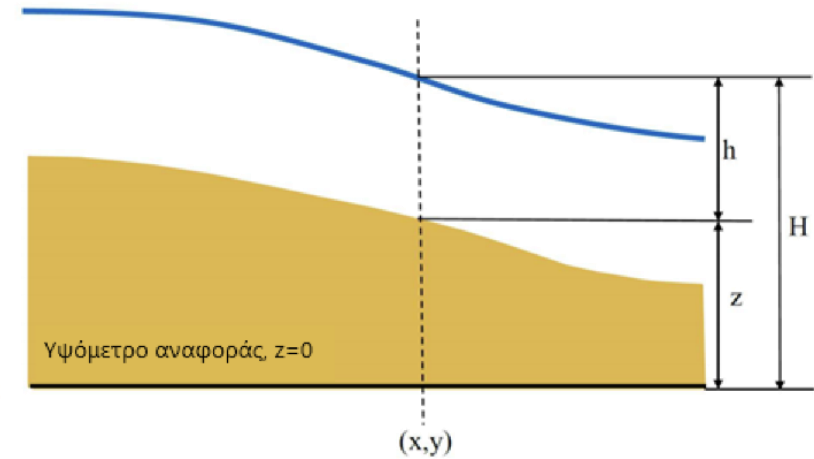
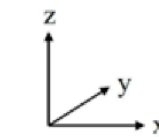
Κατηγορίες μοντέλων (26)

Σύνοψη εξισώσεων

Μονοδιάστατη ροή (1D)	Δισδιάστατη ροή (2D)
Εξίσωση συνέχειας:	Εξίσωση συνέχειας:
$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} - q = 0$	$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} - q = 0$
Εξίσωση ποσότητας κίνησης:	Εξίσωση ποσότητας κίνησης κατά τις διευθύνσεις x και y:
$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + S_f + S_h \right) = 0$	$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial x} + v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - c_f u + f v$ $\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial y} + v_t \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - c_f v - f u$
<p>όπου:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ u = ταχύτητα στη διεύθυνση x ▪ h = βάθος ροής ▪ g = επιτάχυνση της βαρύτητας ▪ t = χρόνος ▪ x = θέση κατά τη διεύθυνση x ▪ q = όρος πλευρικών εισροών ▪ S_0 = Κλίση πυθμένα ▪ S_f = Κλίση απώλειας ενέργειας (σχέση Manning) ▪ S_h = επιπλέον όρος ποσότητας κίνησης 	<p>όπου :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ v = ταχύτητα στη διεύθυνση y ▪ y = θέση κατά τη διεύθυνση y ▪ H = στάθμη ελεύθερης επιφάνειας ▪ v_t = όρος ιώδους eddy viscosity ▪ c_f = συντελεστής τριβής πυθμένα ▪ f = παράμετρος Coriolis

Επιφάνεια Νερού

Επιφάνεια εδάφους



Σύνοψη και συμπεράσματα

- Τελικά ποιο μοντέλο επιλέγουμε?
- **Δεν υπάρχει ένα μοντέλο που να είναι γενικά καταλληλότερο από ένα άλλο!**
- Σύμφωνα με τη συζήτηση που προηγήθηκε → Επιλέγουμε κάθε φορά το μοντέλο που είναι καταλληλότερο για το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε.
- Δεν αρκεί μόνο να είμαστε καλοί χρήστες ενός λογισμικού (π.χ. HEC-RAS, Infoworks ICM) αλλά να γνωρίζουμε σε βάθος ποιες παραδοχές και απλουστεύσεις επιλέγει κάθε αριθμητικό μοντέλο. **Πρέπει, δηλαδή, να προσπαθούμε να γίνουμε καλοί modelers!**
- Η δουλειά ενός μοντέλου όσο καλό και να είναι αυτό **δεν μπορεί να υποκαταστήσει την πραγματικότητα**. Προτού προσομοιώσουμε μία πλημμύρα μέσω υδροδυναμικής ανάλυσης οφείλουμε να κατανοήσουμε πως λειτουργεί ένα ποτάμιο σύστημα, μία κατασκευή, ένα τεχνικό έργο!

Extra notes (σημειώσεις για περαιτέρω συζήτηση)

- Τα αποτελέσματα των μοντέλων χρειάζονται επαλήθευση (validation) στη βάση πραγματικών γεγονότων ή -αν αυτά δεν είναι διαθέσιμα- με βάση την κρίση μας.
- Πολλές φορές τα αποτελέσματα των μοντέλων δείχνουν εντυπωσιακά (ειδικά όσο τα λογισμικά εξελίσσονται) αλλά δεν είναι σωστά!
- Ανάλυση ευαισθησίας (model sensitivity).
- Υπάρχει ένα τρίπτυχο για την προετοιμασία ενός καλού/ποιοτικού μοντέλου:
 - ❑ Διαστάσεις (και πύκνωση όπου χρειάζεται) του υπολογιστικού κανάβου.
 - ❑ Κατάλληλο υπολογιστικό βήμα.
 - ❑ Το μοντέλο πρέπει να είναι όσο περισσότερο απλό μπορεί να γίνει.
- Κριτήριο της αριθμητικής ευστάθειας ο αριθμός Courant (αλλά όχι μόνο αυτός):

$$C = \frac{u \Delta t}{\Delta x} \leq C_{\max}$$

$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ (ρητά -explicit- σχήματα επίλυσης)} \\ > 1 \text{ (άρρητα -implicit- σχήματα επίλυσης)} \end{array} \right.$

Βιβλιογραφία

- *HEC-RAS online documentation*: <https://www.hec.usace.army.mil/confluence/rasdocs>
- *Numerical Modelling in Hydraulics and River Engineering*, Lecture notes, DBAUG, ETH Zurich, 2014.
- *Numerical Hydraulics*, Lecture notes, DBAUG, ETH Zurich, 2014.
- *Numerische Modellierung im Wasserbau*, Lecture notes, A.Siviglia, ETH Zurich, 2014.
- Νουτσόπουλος, Γ., Χριστοδούλου, Γ., Τ. Παπαθανασσιάδης, Τ., *Υδραυλική Ανοικτών Αγωγών*, Εκδόσεις Φούντα.
- Παπανικολάου, Π., *Στοιχεία μόνιμης ροής σε αγωγούς με ελεύθερη επιφάνεια*, Διδακτικές σημειώσεις, Έκδοση 4, Οκτώβριος 2016.
- V.T. Chow, *Open-Channel Hydraulics*, McGraw Hill, 1959.
- H. Chanson, *The hydraulics of open channel flow*, Elsevier 2004.
- P. Dimas, G. Pouliasis, P. Dimitriadis, P. Papanicolaou, P. Lazaridou, and S. Michas, *Comparison of mudflow simulation models in an ephemeral mountainous stream in Western Greece using HEC-RAS and FLO-2D*, Euro-Mediterranean Journal for Environmental Integration, 2023.
- A. Efstratiadis, P. Dimas, G. Pouliasis, I. Tsoukalas, P. Kossieris, V. Bellos, G.-K. Sakki, C. Makropoulos, and S. Michas, *Revisiting flood hazard assessment practices under a hybrid stochastic simulation framework*, Water, 14 (3), 457, 2022.

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!