

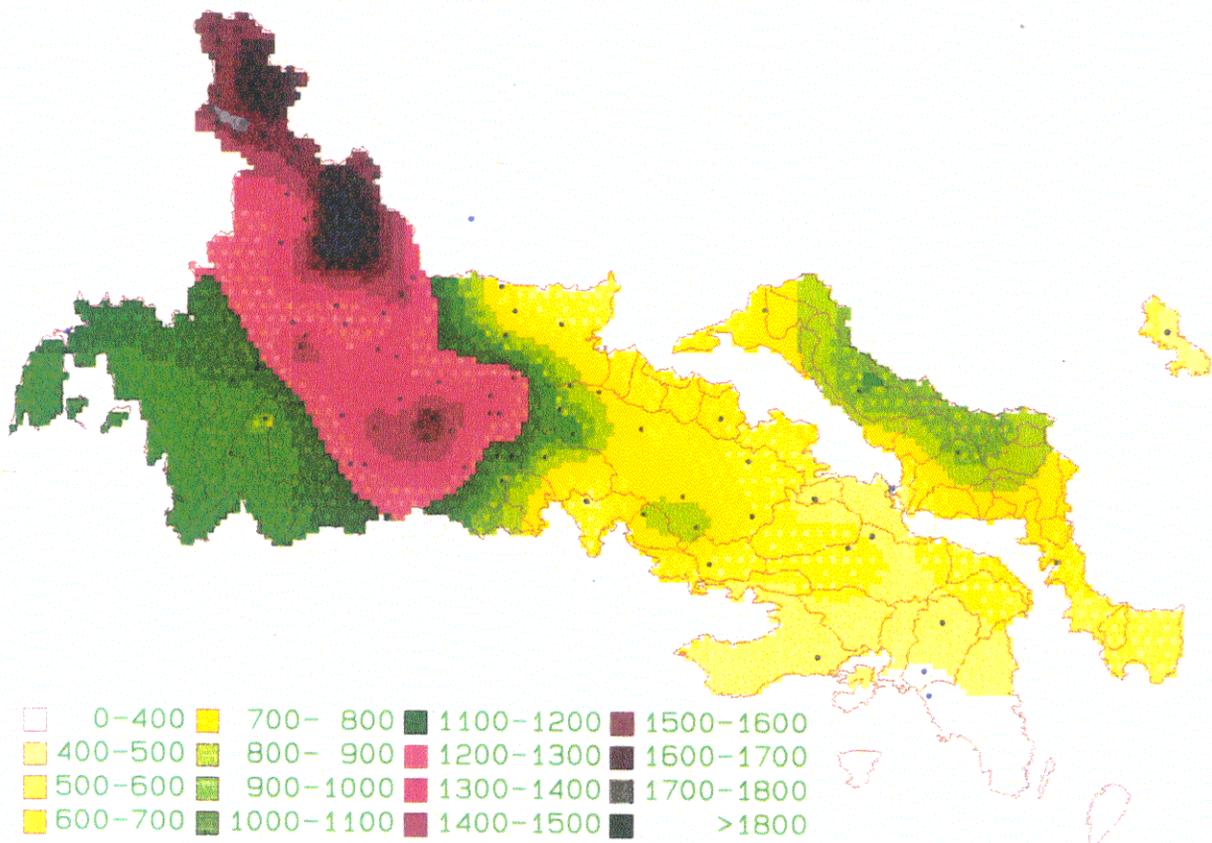


ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ,
ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ & ΘΑΛΑΣΣΙΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΧΩΡΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Διπλωματική εργασία : ΒΑΣΙΛΗ Ε. ΤΖΟΥΛΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ : Δ. ΚΟΥΤΣΟΓΙΑΝΝΗΣ, ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ



ΜΑΡΤΙΟΣ 1996

ΑΘΗΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

2.1 Κλασικές μέθοδοι παρεμβολής και επιφανειακής ολοκλήρωσης

2.1.1 Γενικά

2.1.2 Μέθοδος Thiessen

2.1.3 Μέθοδος ισοϋέτιων

2.2 Σύγχρονες μέθοδοι παρεμβολής

2.2.1 Εισαγωγή

2.2.2 Το πρόβλημα της εκτίμησης

2.2.3 Μέθοδος IDW (Inverse Distance Weighted Method)

2.2.4 Μέθοδος Kriging

2.2.5 Μέθοδος Co-Kriging

2.3 Ανάλυση ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram)

2.4 Μοντέλα ημιμεταβλητογραμμάτων (semivariograms)

2.5 Γενική περιγραφή της μεθόδου KRIGING

2.6 Εκτίμηση με τη μέθοδο KRIGING

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ (GIS)

3.1 Γενικά για τα Σ.Γ.Π.

3.2 Γενικά χαρακτηριστικά

3.3 Κατηγορίες Σ.Γ.Π.

3.3.1 Διανυσματικά Σ.Γ.Π. (Vector G.I.S.)

3.3.2 Συστήματα Raster

3.4 Το πρόγραμμα ARC-INFO και επιμέρους προγράμματα

3.4.1 Γενικά

3.4.2 Περιβάλλον ARC

3.4.3 Περιβάλλον ARCEDIT

3.4.4 Περιβάλλον ARCPLOT

3.4.5 Περιβάλλον GRID

- 3.4.6 Περιβάλλον ARCVIEW
- 3.5 Σύνταξη εντολών IDW και KRIGING
 - 3.5.1 Εντολή IDW
 - 3.5.2 Εντολή Kriging
 - A. Μέθοδος επιλογής σημείων (SAMPLE)
 - B. Μέθοδος επιλογής ακτίνας (RADIUS)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

- 4.1 Σταθμοί και δεδομένα (ετήσιες και μηνιαίες τιμές)
- 4.2 Κατασκευή υπερετήσιων επιφανειών με τη μέθοδο KRIGING
 - 4.2.1 Παρουσίαση δεδομένων επιφανειών
 - 4.2.2 Υπερετήσιες τιμές μεθόδου SAMPLE
 - 4.2.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μεθόδου SAMPLE
 - 4.2.4 Υπερετήσιες τιμές μεθόδου RADIUS
 - 4.2.5 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μεθόδου RADIUS
- 4.3 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο Thiessen
- 4.4 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο IDW
- 4.5 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο Co-Kriging
- 4.6 Συγκριτικοί πίνακες επιφανειών
 - 4.6.1 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδων SAMPLE και RADIUS
 - 4.6.2 Συγκριτικός πίνακας KRIGING - IDW
 - 4.6.3 Συγκριτικός πίνακας KRIGING - THIESSEN
 - 4.6.4 Συγκριτικός πίνακας IDW - THIESSEN
 - 4.6.5 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδου SAMPLE
 - 4.6.6 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδου RADIUS
- 4.7 Επίδραση της πυκνότητας του δικτύου μέτρησης
 - 4.7.1 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο IDW
 - 4.7.2 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο KRIGING
 - 4.7.3 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο Co-KRIGING
- 4.8 Μέσες μηνιαίες τιμές βροχοπτώσεων
- 4.9 Ανάλυση μηνιαίων βροχοπτώσεων
 - 4.9.1 Ταξινόμηση μηνιαίων βροχοπτώσεων σε κατηγορίες
 - 4.9.2 Μέσες μηνιαίες βροχοπτώσεις με τη μέθοδο IDW

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ
ΑΝΑΦΟΡΕΣ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τον Επίκουρο Καθηγητή του Ε.Μ.Π. κύριο **Δημήτρη Κουτσογιάννη** για την ανάθεση και επίβλεψη του θέματος. Ιδιαίτερη αναφορά θα ήθελα να κάνω στον κ. **Νίκο Μαμάση** για το ενδιαφέρον, τις πολύτιμες συμβουλές και υποδείξεις του, σε όλα τα στάδια της εργασίας μου. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Αντώνη Κουκουβίνο για την εισαγωγή στο Σ.Γ.Π. και τους Αναστάσιο Καζάκο, Δήμητρα Μπουλουγούρη και Φανή Κρεμιζή για την βοήθειά τους σε διάφορα θέματα. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη συμφοιτήτρια Μουζάκη Ειρήνη για τη συμπαράστασή της. Τέλος, ευχαριστώ τον Τομέα Υδατικών Πόρων και Θαλασσίων Έργων του Ε.Μ.Π. για τη διάθεση του απαραίτητου υλικοτεχνικού εξοπλισμού.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το πρόβλημα που αντιμετωπίστηκε στην παρούσα εργασία, είναι η επιφανειακή ολοκλήρωση σημειακών βροχοπτώσεων στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τόσο η μέθοδος Thiessen (κλασική μέθοδος), όσο και οι μέθοδοι IDW, Kriging και Co-Kriging (σύγχρονες μέθοδοι). Το κύριο βάρος δόθηκε στην εφαρμογή της μεθόδου Kriging, με διερεύνηση και ανάλυση όλων των παραμέτρων της.

Το βασικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των επιφανειών (grids) με τις διάφορες μεθόδους είναι το Σύστημα Γεωγραφικής Πληροφορίας (ARC-INFO), το οποίο λειτουργεί στο λειτουργικό σύστημα UNIX.

Η μέθοδος Kriging εφαρμόστηκε και με τις δυο μορφές που μπορεί να συνταχθεί (επιλογή σημείων ή επιλογή ακτίνας επιρροής) και χρησιμοποιήθηκαν όλα τα διαθέσιμα μαθηματικά μοντέλα για την εύρεση του ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram), το οποίο αποτελεί και την κύρια διαφορά για τον υπολογισμό των επιφανειών σε σχέση με τις άλλες μεθόδους. Ιδιαίτερη αναφορά γίνεται στη μέθοδο Co-Kriging, η οποία αξιοποιεί τη συσχέτιση βροχής και υψομέτρου.

Οι επιφάνειες που προέκυψαν με χρήση όλων των παραπάνω μεθόδων συγκρίθηκαν μεταξύ τους. Τα αποτελέσματα δείχνουν μεγάλη ταύτιση μεταξύ των επιφανειών, τόσο με εφαρμογή της ίδιας μεθόδου και παραλλαγής των παραμέτρων της, όσο και διαφορετικών μεθόδων. Τη μεγαλύτερη ταύτιση έχουν κυρίως οι επιφάνειες που προέκυψαν με εφαρμογή των μεθόδων IDW και Kriging.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παρούσα εργασία αντιμετωπίστηκε το πρόβλημα της επιφανειακής διανομής της βροχόπτωσης και της εκτίμησης επιφανειακής βροχόπτωσης από σημειακές μετρήσεις, με χρήση των πιο σύγχρονων υπολογιστικών μεθόδων, που παρέχονται από τα Συστήματα Γεωγραφικής Πληροφορίας. Το πρόβλημα αυτό απασχόλησε από παλιά τους ερευνητές, όχι μόνο σε ό,τι αφορά τη μέτρηση της βροχόπτωσης, αλλά και για πολλές από τις μετεωρολογικές μεταβλητές. Παλαιότερα, όταν η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών δεν ήταν ευρέως διαδεδομένη ή όταν η υπολογιστική τους ικανότητα ήταν περιορισμένη, η αντιμετώπιση του προβλήματος γινόταν με κλασικές μεθόδους (Thiessen, ισοϋέτιες), οι οποίες απαιτούν λίγους υπολογισμούς.

Με την ανάπτυξη όμως των ηλεκτρονικών υπολογιστών και τη συνεχή έρευνα και μελέτη αναπτύχθηκαν νέες μέθοδοι επιφανειακής ολοκλήρωσης που βασίστηκαν περισσότερο στην ισχυρή υπολογιστική ικανότητα και την εποπτική διαχείριση των δεδομένων από τα υπολογιστικά συστήματα, χωρίς τη χρήση των οποίων η επίλυση θα ήταν ίσως και αδύνατη. Στην ανάλυση χρησιμοποιήθηκε Σύστημα Γεωγραφικής Πληροφορίας (Σ.Γ.Π.) για την εφαρμογή ορισμένων μεθόδων επιφανειακής ολοκλήρωσης της βροχόπτωσης στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας. Οι μέθοδοι αυτές υπολογίζουν τη βροχόπτωση σε όλα τα σημεία ενός τετραγωνικού καννάβου (grid) με βάση τις δεδομένες (μετρημένες) σημειακές μετρήσεις. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν (Kriging, Inverse Distance Weighted (IDW), Co-Kriging) απαιτούν τη ρύθμιση ορισμένων παραμέτρων, όπως π.χ. τον αριθμό των σημειακών μετρήσεων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της βροχής σε ένα σημείο του καννάβου.

Δυο ήταν τα κύρια σημεία της εργασίας αυτής:

- Η σύγκριση των τελικά υπολογισμένων επιφανειών βροχής, με μια συγκεκριμένη μέθοδο, για διάφορες τιμές των παραμέτρων.
- Η σύγκριση των επιφανειών βροχής που υπολογίστηκαν με βάση τις διάφορες μεθόδους.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης είναι χρήσιμα και διαφωτιστικά σε ό,τι αφορά τη χρήση των διαφόρων μεθόδων. Για τη σύγκριση χρησιμοποιήθηκε και η κλασική μέθοδος Thiessen.

Η διάρθρωση της εργασίας έχει ως εξής:

Στο **κεφάλαιο 2** γίνεται η ανάπτυξη όλων των μεθόδων επιφανειακής ολοκλήρωσης καθώς και η θεωρητική ανάλυση της μεθόδου Kriging και της κατάρτισης του ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram). Στο **κεφάλαιο 3** παρουσιάζεται το Σύστημα Γεωγραφικής Πληροφορίας, οι κυριότερες εντολές που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς και η σύνταξη των συγκεκριμένων εντολών (IDW, Kriging) που εφαρμόστηκαν για την επιφανειακή ολοκλήρωση της βροχόπτωσης. Στο **κεφάλαιο 4** περιγράφεται η επεξεργασία των δεδομένων και η σύγκριση των υπολογισμένων επιφανειών (grids) μεταξύ όλων των μεθόδων που εφαρμόστηκαν (Kriging, Co-Kriging, Thiessen, IDW). Τέλος, στο **κεφάλαιο 5** παρουσιάζονται τα τελικά συμπεράσματα.

2. ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΑΡΕΜΒΟΛΗΣ

2.1 Κλασικές μέθοδοι παρεμβολής και επιφανειακής ολοκλήρωσης

2.1.1 Γενικά

Η υπολογιστική εκτίμηση της μέσης βροχόπτωσης στην επιφάνεια S μιας λεκάνης απορροής ακολουθεί τη γενική μεθοδολογία υπολογισμού των μέσων τιμών ενός πεδίου πάνω σε δεδομένη επιφάνεια με βάση ορισμένες σημειακές τιμές. Σε όλα τα ανάλογα προβλήματα, δυο είναι οι τυπικές υπολογιστικές διαδικασίες :

α. Υπολογίζεται ο αριθμητικός μέσος όρος των σημειακών τιμών, επιλέγεται όμως, όταν χρειάζεται, και μια σειρά συντελεστών βάρους για την καλύτερη αξιολόγηση των σημειακών δεδομένων.

β. Χαράζονται οι καμπύλες των ισοπληθών τιμών του υπόψη πεδίου και ολοκληρώνεται στη συνέχεια γραφικά η όλη περιοχή ανά ζώνες.

Η εφαρμογή της πρώτης διαδικασίας δίνει τη γνωστή “μέθοδο των πολυγώνων Thiessen”, ενώ η δεύτερη διαδικασία οδηγεί στη χάραξη των ισοϋέτιων καμπυλών. (Θ. Ξανθόπουλος, 1993)

2.1.2 Μέθοδος Thiessen

Η μέθοδος αυτή χωρίζει όλη την επιφάνεια που εξετάζουμε σε περιοχές επιρροής. Για κάθε επιφάνεια υπολογίζεται ένας συντελεστής βαρύτητας ανάλογος του εμβαδού της περιοχής επιρροής του σταθμού. Οι περιοχές επιρροής υπολογίζονται έτσι, ώστε κάθε σημείο τους να βρίσκεται οριζοντιογραφικά πλησιέστερα προς το σταθμό του, σε σύγκριση με οποιοδήποτε σταθμό άλλης ζώνης της περιοχής. Η τελική επιφάνεια που προκύπτει παίρνει σαν τιμή, την τιμή του σταθμού που βρίσκεται μέσα σε αυτήν. Η μέθοδος προτάθηκε από τον Thiessen.

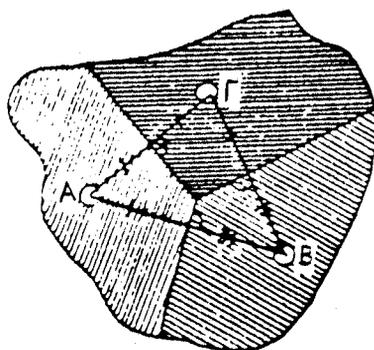
Παράδειγμα

Έστω ότι σε μια λεκάνη συνολικής έκτασης S έχουμε τρεις σταθμούς, όπου είναι γνωστό το ύψος βροχής. Το σταθμό A με ύψος βροχής P_A mm, το σταθμό B με ύψος βροχής P_B mm και το σταθμό Γ με ύψος βροχής P_Γ mm. Οι μεσοκάθετες των ευθειών

AB, ΒΓ, ΑΓ διαχωρίζουν τις τρεις περιοχές με εμβαδά επιρροής S_A , S_B και S_Γ (σε Km^2). Η ζητούμενη μέση βροχόπτωση είναι:

$$P_M = \frac{P_A S_A + P_B S_B + P_\Gamma S_\Gamma}{S} = \frac{\sum P_K S_K}{S} \quad (2.1)$$

Κάθε περιοχή περικλείει ένα σταθμό. Η μέθοδος ορίζει ότι η μέτρηση του σταθμού (σημειακή μέτρηση) αντιπροσωπεύει όλη την επιφάνεια που τον περικλείει (επιφανειακή μέτρηση). Όπως αντιλαμβανόμαστε, αυτό δεν είναι ακριβές. Όσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια που μελετάμε και όσο μικρότερος ο αριθμός των σημειακών μετρήσεων, τόσο το σφάλμα μεγαλώνει και το τελικό αποτέλεσμα δεν πλησιάζει την πραγματικότητα. Γενικά πάντως, είναι μια μέθοδος απλή, εύκολη, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για επίλυση ενός προβλήματος με το χέρι, χωρίς τη χρήση υπολογιστή.



ΣΧΗΜΑ 2.1 Παράδειγμα μεθόδου Thiessen

2.1.3 Μέθοδος ισοϋέτιων

Ως ισοϋέτια καμπύλη ορίζεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων, στα οποία το ύψος βροχής μιας ορισμένης διάρκειας είναι δεδομένο. Η χάραξη μιας ισοϋέτιας (π.χ. της $h=800$ mm, όπου h είναι το ετήσιο ύψος βροχής) είναι, γενικά, σημαντικά λιγότερο ακριβής από τη χάραξη μιας υψομετρικής καμπύλης, γιατί τα διαθέσιμα σημεία είναι

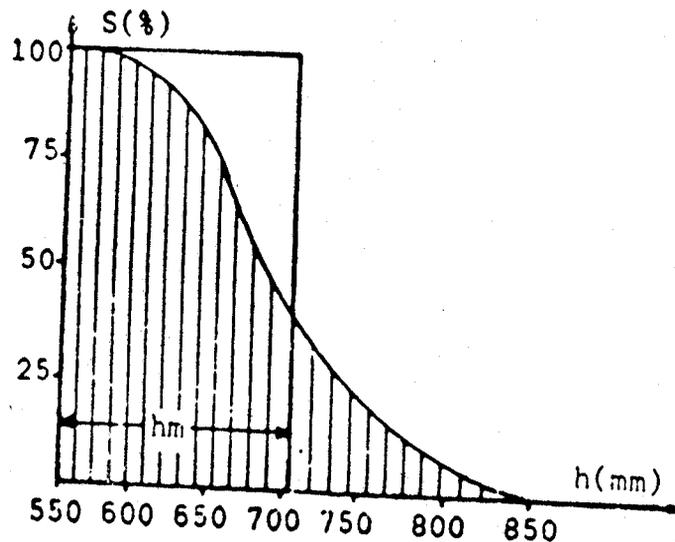
πολύ λιγότερα. Για τη βελτίωση της ακρίβειας πρέπει να λαμβάνονται υπόψη και τα βροχομετρικά δεδομένα σταθμών έξω από την περιοχή μελέτης.

Ανάλογα με τις ανάγκες της μελέτης (ημερήσιες, ετήσιες, υπερετήσιες) καθορίζεται και η χρονική διάρκεια των ισοϋέτιων καμπυλών, η οποία μπορεί να κυμανθεί από ύψη βροχών διάρκειας μερικών λεπτών μέχρι και τα μέσα υπερετήσια ύψη βροχής. Με βάση τη μέθοδο των ισοϋέτιων, η μέση βροχόπτωση υπολογίζεται ως εξής:

- Εμβαδομετρούνται διαδοχικά οι επιφάνειες, για τις οποίες τα ύψη βροχής είναι μεγαλύτερα της αντίστοιχης καμπύλης, και τα αποτελέσματα πινακοποιούνται όπως χαρακτηριστικά φαίνεται στο παράδειγμα του πίνακα 2.1.
- Με βάση τον πίνακα, χαράζουμε σε διάγραμμα την καμπύλη διανομής των υψών βροχής σε συνάρτηση με την επιφάνεια. Η εμβαδομέτρηση της διαγραμμισμένης περιοχής ορίζει αμέσως τη ζητούμενη τετμημένη h_m . (Μ. Μιμίκου, 1994)

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1 Παράδειγμα μεθόδου ισοϋέτιων

Ύψος βροχής σε mm	Επιφάνεια (στο χάρτη) σε cm ²	Επιφάνεια επί τοις % της όλης επιφάνειας
> 800	3	4
> 750	15	20
> 700	24	32
> 650	58	76
> 600	73	96
> 550	76	100



ΣΧΗΜΑ 2.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $h(s)$

2.2 Σύγχρονες μέθοδοι παρεμβολής

2.2.1 Εισαγωγή

Σε υδρολογικά προβλήματα, ενδιαφερόμαστε συνήθως για την τιμή της μεταβλητής σε ένα σημείο ή για τη μέση τιμή του πεδίου σε μια δεδομένη επιφάνεια. Το πεδίο που μελετάμε μπορεί να είναι βαθμωτό ή διανυσματικό και να επεκτείνεται σε μια ευθεία (μονοδιάστατο), ένα επίπεδο (δισδιάστατο) ή στο χώρο (τριδιάστατο). Οι μετρήσεις βροχοπτώσεων είναι τα πιο προφανή παραδείγματα σημειακών μετρήσεων στην υδρολογία. Ένα διανυσματικό δείγμα μπορεί να αποτελείται από ένα πλήθος n τέτοιων σημειακών μετρήσεων. Για παράδειγμα, οι τιμές της βροχόπτωσης κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας σε όλα τα βροχόμετρα της περιοχής μπορούν να θεωρηθούν σαν διανυσματικό δείγμα.

2.2.2 Το πρόβλημα της εκτίμησης

Θα ήταν πολύ χρήσιμο να εξετάσουμε ειδικά το πρόβλημα της εκτίμησης. Σε κάποια περιοχή χωρικών εκτιμήσεων έχουμε ένα σύνολο μετρήσεων μιας μεταβλητής και τις συντεταγμένες της μέτρησης, και θέλουμε να κάνουμε μια εκτίμηση της μεταβλητής σε κάποιο σημείο που δεν υπάρχει μέτρηση. Επιπρόσθετα, υποθέτουμε ότι η μεταβλητή είναι στατιστικά στάσιμη μέσα στην περιοχή που μας ενδιαφέρει.

Ο χώρος, μέσα στον οποίο εκτείνεται η επιρροή κάθε μέτρησης, μπορεί να χαρακτηριστεί σαν περιοχή επιρροής. Έτσι, η εκτιμημένη τιμή της μεταβλητής σε οποιοδήποτε σημείο μπορεί να επηρεαστεί μόνο από τα σημεία του δείγματος που ανήκουν μέσα στην περιοχή επιρροής.

Το πρόβλημα της εκτίμησης μπορεί να θεωρηθεί σαν μια διαδικασία δυο σταδίων. Πρώτα πρέπει να αναγνωριστεί η περιοχή επιρροής και έπειτα να καθοριστεί η μέθοδος εκτίμησης. Πριν αναλύσουμε το πρώτο βήμα, καλό θα ήταν να ρίξουμε μια ματιά στο πρόβλημα της εκτίμησης. Μια εναλλακτική λύση για το πρόβλημα της εκτίμησης, θα ήταν να βρούμε τον αριθμητικό μέσο όρο όλων των σημείων που βρίσκονται μέσα στην περιοχή επιρροής, σαν μια εκτίμηση για όποια σημεία απαιτείται. Αυτό προϋποθέτει ότι κάθε σημείο στην περιοχή επιρροής έχει μια ισοδύναμη επίδραση στο σημείο που θέλουμε να εκτιμήσουμε. Από διαίσθηση και μόνο, κάποιος θα μπορούσε να μαντέψει ότι το δείγμα των μετρήσεων δεν θα έπρεπε να δίνει το κάθε σημείο με το ίδιο βάρος. Η καλύτερη εκτίμηση θα ήταν εκείνη που θα προέκυπτε από τον καθορισμό του βάρους των σημείων στα οποία υπάρχουν μετρήσεις. Τα σημεία αυτά βρίσκονται μέσα στην περιοχή επιρροής και το βάρος καθενός θα μειώνεται με την απόσταση του σημείου που μας ενδιαφέρει, από τα σημεία όπου υπάρχουν μετρήσεις. Για κάθε συνδυασμό εκτίμησης μπορούμε να προσδιορίσουμε μια εκτιμημένη τιμή P , χρησιμοποιώντας το ακόλουθο μοντέλο :

$$P = \sum W_i P_i \quad (2.2)$$

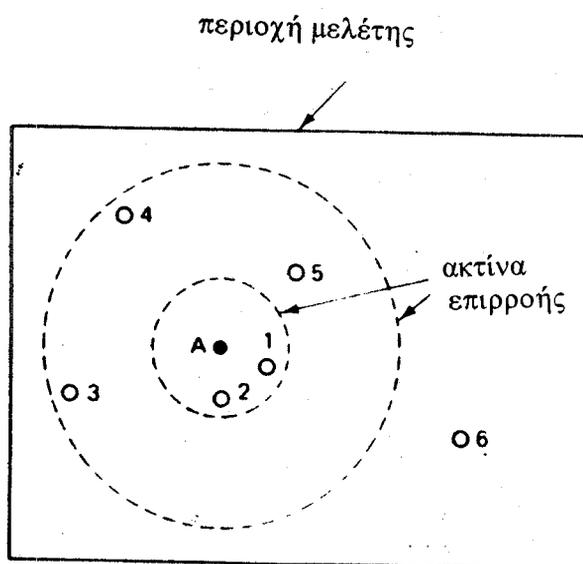
όπου W_i είναι ο συντελεστής βάρους που έχει κάθε σημείο P_i του δείγματος και m είναι το πλήθος των σημείων που έχουν μετρήσεις και βρίσκονται μέσα στην περιοχή επιρροής του σημείου, του οποίου ψάχνουμε την εκτίμηση της τιμής του. Για έναν αριθμητικό μέσο όρο, ο συντελεστής βάρους W_i είναι $1/m$.

Όμως η διαδικασία προσδιορισμού συντελεστών βάρους κάθε σημείου δεν εμφανίζει ορθολογισμό, τουλάχιστον εάν γίνει χρήση της πληροφορίας που περικλείει όλο το δείγμα. Αν το βάρος είναι αντιστρόφως ανάλογο της απόστασης ανάμεσα στη θέση του δείγματος των σημείων και του σημείου όπου ψάχνουμε την εκτίμησή του, τότε θα έπρεπε να επιλεγεί ένα κριτήριο το οποίο να καθορίζει με κάποιο συστηματικό τρόπο τους συντελεστές βάρους.

Θα μπορούσαμε να συνοψίσουμε το πρόβλημα της εκτίμησης χρησιμοποιώντας τα ακόλουθα ερωτήματα :

- Ποιό δείγμα μετρήσεων (k) από ένα δείγμα διάστασης (n) πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να γίνει η εκτίμηση της τιμής P σε κάθε σημείο;
- Ποιός συντελεστής βάρους (W_i) θα μας δώσει την πιο ακριβή και ορθή μέτρηση P ;
- Αν έχουμε απαντήσει στις δύο παραπάνω ερωτήσεις, πόσο αξιόπιστη είναι η τιμή P που εκτιμήσαμε;

Το πρώτο στάδιο είναι να απαντήσουμε στην ερώτηση ποιό είναι το πεδίο επιρροής. Το σχήμα (2.3) δείχνει την τοποθέτηση έξι (6) σημείων στα οποία έχουμε μετρήσεις και την τοποθεσία του σημείου A , όπου δεν έχουμε μέτρηση, αλλά ψάχνουμε την εκτίμηση της τιμής του.



ΣΧΗΜΑ 2.3 Ακτίνες επιρροής σημείων δείγματος

Στο σχήμα (2.3) φαίνονται δυο διαφορετικές περιοχές επιρροής. Αν ο εσωτερικός κύκλος αντιπροσωπεύει την πραγματική περιοχή επιρροής, το οποίο είναι άγνωστο για αυτό το σημείο, τότε μόνο οι μετρήσεις των πηγαδιών στα σημεία 1 και 2 θα χρησιμοποιηθούν για να εκτιμήσουμε την τιμή του σημείου A . Αν τώρα ο εξωτερικός κύκλος αντιπροσωπεύει το πραγματικό πεδίο επιρροής, θα

χρησιμοποιήσουμε τα σημεία 1 μέχρι 5. Πριν προχωρήσουμε στην εκτίμηση του διαφορετικού βάρους των σημείων για τη σχέση (2.2), είναι απαραίτητο να αναγνωρίσουμε την περιοχή επιρροής, έτσι ώστε το δείγμα των σημείων που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση να μπορεί να αναγνωρισθεί.

Όταν αναγνωρίσουμε το πεδίο επιρροής, η διαδικασία εκτίμησης μπορεί να ξεκινήσει. Αν η μέση τιμή χρησιμοποιείται για την εκτίμηση, η καλύτερη εκτίμηση για το P είναι :

$$P = 1/m \sum P_i \quad (2.3)$$

όπου m είναι m=2 ή m=5, το οποίο εξαρτάται από το πεδίο επιρροής του σχήματος (2.3).

Αλλά σύμφωνα με τα προηγούμενα, οι μετρήσεις των τιμών των σημείων 4 και 5 δεν μπορούν να έχουν το ίδιο βάρος με την τιμή της μέτρησης στο σημείο 1 ή 2, γιατί το σημείο 1 είναι πολύ πιο κοντά στο ζητούμενο σημείο A από ότι τα σημεία 4 και 5. Έτσι, η σχέση (2.2) θεωρείται σαν η καλύτερη για να βρούμε την εκτίμηση της τιμής στο σημείο A και η διαδικασία της εκτίμησης εμπλέκει την εύρεση του καλύτερου συνόλου τιμών βάρους (W_i) για τα σημεία του δείγματος. Μετά την εύρεση του βάρους κάθε σημείου, η ακρίβεια της εκτίμησης μπορεί εύκολα να βρέθει.

2.2.3 Μέθοδος IDW (Inverse Distance Weighted Method)

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, μπορούμε από τουλάχιστον δυο (2) σημειακές μετρήσεις να υπολογίσουμε σημειακά οποιαδήποτε τιμή μέσα στο χώρο που εξετάζουμε.

Η τιμή της βροχόπτωσης σε κάθε σημείο μιας επιφάνειας εκτιμάται από τις σημειακές μετρήσεις με τον ακόλουθο τρόπο:

$$P_j = \sum W_{jg} * P_g \quad (2.4)$$

όπου P_j είναι η τιμή που εκτιμούμε στο σημείο j, P_g η βροχόπτωση που μετρήθηκε στον σταθμό g και W_{jg} είναι ο συντελεστής βάρους του σταθμού g για το σημείο j.

Για τη μέθοδο IDW οι συντελεστές βάρους W_{jg} από τη σχέση (2.4) είναι συνάρτηση μόνο της απόστασης μεταξύ καθενός από τα σημεία J και καθενός από τους σταθμούς G. Έτσι, ο συντελεστής βάρους για τη μέτρηση P_g προκύπτει από τη σχέση που ακολουθεί:

$$W_{jg} = \frac{d(j,g)^{-b}}{\sum_g d(j,g)^{-b}} \quad (2.5)$$

όπου $d(j,g)$ είναι η απόσταση μεταξύ του σημείου και του σταθμού και ο εκθέτης b είναι μια αυθαίρετα επιλεγμένη παράμετρος, της οποίας η πιο συνήθης τιμή είναι $b=1$ (συντελεστής αντίστροφης απόστασης) ή $b=2$ (συντελεστής τετραγώνου αντίστροφης απόστασης). Αξίζει να σημειώσουμε ότι όταν ένα σημείο είναι ταυτόχρονα και σταθμός, δεν μπορεί να οριστεί η σχέση (2.5). Σε αυτήν την περίπτωση, το σημείο της επιφάνειας παίρνει την τιμή της μέτρησης στο σταθμό και όλοι οι υπόλοιποι συντελεστές βάρους είναι μηδενικοί.

Παρατηρούμε ότι η χρήση της μεθόδου IDW δίνει σαφή απάντηση τόσο στο πρώτο, όσο και στο δεύτερο βασικό ερώτημα, όχι όμως και στο τρίτο, στο οποίο δεν απαντά λόγω της μορφής της μεθόδου.

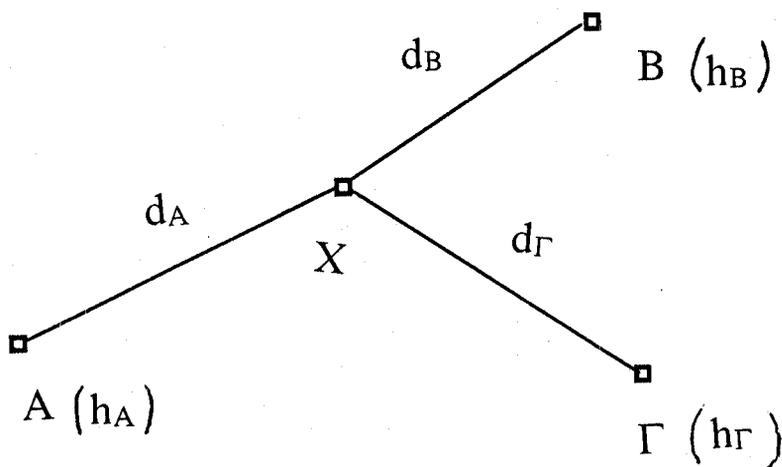
Παράδειγμα

Έστω ότι έχουμε τα σημεία A, B, Γ με τα αντίστοιχα ύψη βροχής P_A, P_B, P_Γ σε mm.

Ψάχνουμε να βρούμε την τιμή της βροχής σε ένα σημείο X, το οποίο απέχει από τα σημεία A, B, C αποστάσεις d_A, d_B, d_Γ αντίστοιχα.

Αν ο εκθετικός συντελεστής b έχει τιμή 2 ($b=2$), τότε ισχύει :

$$P_X = \frac{d_A^{-b} P_A + d_B^{-b} P_B + d_\Gamma^{-b} P_\Gamma}{d_A^{-b} + d_B^{-b} + d_\Gamma^{-b}} \quad (2.6)$$



ΣΧΗΜΑ 2.4 Παράδειγμα μεθόδου IDW

2.2.4 Μέθοδος KRIGING

Το KRIGING είναι μια μέθοδος εκτίμησης για τυχαία πεδία στο χώρο. Υποθέτει ότι το τυχαίο πεδίο έχει μια τοπική στατιστική δομή και ότι η γνώση της τοπικής δομής

μπορεί να βελτιώσει την ακρίβεια της τιμής που εκτιμάμε. Η μέθοδος εκτίμησης υποθέτει ότι η “καλύτερη” εκτίμηση είναι εκείνη που λαμβάνει υπόψη της το διαφορετικό βάρος που έχει το κάθε στοιχείο του δείγματος των σημείων. Το KRIGING είναι η μέθοδος της ανάλυσης, σύμφωνα με την οποία η αντικειμενική τιμή του βάρους κάθε σημείου έχει προκαθοριστεί.

Η μέθοδος αυτή υποθέτει ότι η χωρική μεταβολή της μεταβλητής, όπως προκύπτει από τις παρατηρήσεις στα σημεία μέτρησης, είναι στατιστικά ομογενοποιημένη σε ολόκληρη την επιφάνεια. Στην παρατηρημένη χωρική μεταβολή της μεταβλητής προσαρμόζεται μαθηματική σχέση που περιγράφει την εξέλιξη της μεταβολής σε συνάρτηση με την απόσταση. Πιο συγκεκριμένα, ορίζεται η $\gamma(h)$ ως συνάρτηση ημιδιασποράς (semi-variance) και εκφράζει τη χωρική διασπορά της μεταβλητής σε συνάρτηση με την απόσταση h . Οι εμπειρικές τιμές της $\gamma(h)$ υπολογίζονται με βάση τις σημειακά παρατηρημένες τιμές για κάθε απόσταση h από τη σχέση :

$$\gamma(h) = \frac{\sum (P(x_i) - P(x_i+h))^2}{2 * n} \quad (2.7)$$

όπου :

$P(x)$ είναι η παρατηρημένη τιμή της μεταβλητής x ,

n ο αριθμός των ζευγών των σημείων που απέχουν απόσταση h .

Ακόμη οι εμπειρικές τιμές της $\gamma(h)$ σχεδιάζονται σε συνάρτηση με την απόσταση h , στο ημιμεταβλητόγραμμα (semi-variogram).

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος Kriging απαντά και στα τρία βασικά ερωτήματα με αρκετή πληρότητα.

2.2.5 Μέθοδος Co-Kriging

Η μέθοδος αυτή είναι μια επέκταση της μεθόδου KRIGING, με τη διαφορά ότι λαμβάνει υπόψη τη σχέση βροχόπτωσης και υψομέτρου. Έτσι, η τελικά υπολογισμένη επιφάνεια βροχής εμπεριέχει και την παράμετρο του υψομέτρου.

Υπάρχουν διάφορα είδη Co-Kriging, τα οποία διαφέρουν στον τρόπο συσχέτισης των δυο παραμέτρων, της βροχής και του υψομέτρου. Έτσι, ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε τη μέθοδο Kriging σε συνδυασμό με γραμμική συσχέτιση και τη μέθοδο Kriging με ένα τυχαίο πεδίο αναφοράς.

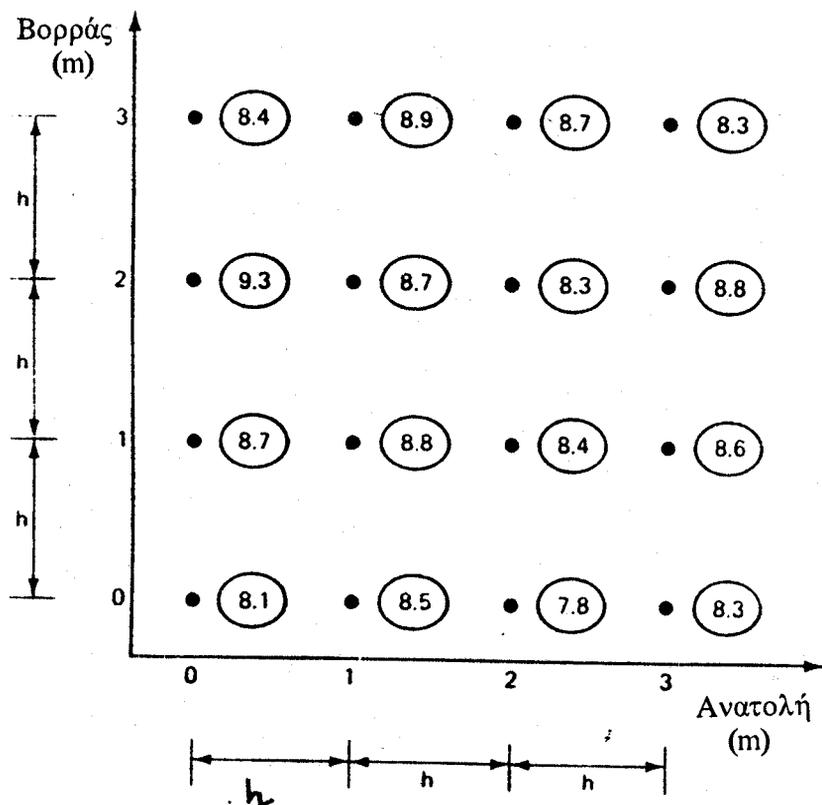
Η μέθοδος που εφαρμόστηκε ανήκει στην πρώτη κατηγορία (μέθοδος Kriging σε συνδυασμό με γραμμική συσχέτιση), δηλαδή λαμβάνει υπόψη τη σχέση βροχής και

υψομέτρου, με βάση τη γραμμική συσχέτιση της βροχής και του υψομέτρου της περιοχής μελέτης. Στην παράγραφο 4.5 παρουσιάζονται αναλυτικά, τόσο τα βήματα που ακολουθούμε για να εφαρμόσουμε τη μέθοδο, όσο και η επιφάνεια που προκύπτει.

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος Co-Kriging δεν απαντά σε κανένα από τα παραπάνω ερωτήματα και αυτό οφείλεται στον τρόπο κατασκευής της μεθόδου, ο οποίος συσχετίζει καταστάσεις που δεν μπορούν να συγκριθούν.

2.3 Ανάλυση ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram)

Πριν καθορίσουμε το μεταβλητόγραμμα (variogram), σκόπιμο θα ήταν να κάνουμε μερικές υποθέσεις. Υποθέτουμε ότι έχουμε μια περιοχή, όπου είναι γνωστές οι μετρήσεις σε έναν κάρναβο με αποστάσεις h μεταξύ των σημείων. Παρόλο που ένας κανονικός κάρναβος χρησιμοποιείται για αυτήν την περίπτωση (για ευκολία υπολογισμών), δεν είναι βασική απαίτηση της ανάλυσης ενός μεταβλητογράμματος (variogram) οι τιμές να μετρηθούν στις κορυφές ενός κάρναβου. Οι μετρήσεις μπορούν να γίνουν οπουδήποτε μέσα στο χώρο που εξετάζουμε. Τα σημεία του παραδείγματος φαίνονται στο σχήμα (2.5) που ακολουθεί.



ΣΧΗΜΑ 2.5 Δεδομένα για το υπολογιστικό παράδειγμα

Πρώτα από όλα, υποθέτουμε ότι το δείγμα των μετρήσεων αντιπροσωπεύει ένα στατιστικό πεδίο ομογενές και ισότροπο, το οποίο σημαίνει ότι η διαφορά στη μέτρηση των τιμών δυο οποιωνδήποτε σημείων του πεδίου εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ των δυο σημείων και πιθανά από τη σχετική διεύθυνση μέσα στο πεδίο, αλλά όχι από τη θέση τους μέσα σε αυτό.

Για παράδειγμα η διαφορά των τιμών Y για τα σημεία με συντεταγμένες $(1,1)$ και $(1,2)$ είναι από τον ίδιο στατιστικό πληθυσμό με τη διαφορά των τιμών Y για τα σημεία $(2,3)$ και $(3,3)$ ή για τα σημεία $(2,3)$ και $(2,2)$. Εξάλλου, πρέπει να σημειώσουμε ότι τα στατιστικά χαρακτηριστικά της διαφοράς των τιμών Y δεν εξαρτώνται από την τοποθεσία των σημείων μέσα στο χώρο του δείγματος. Είναι ακόμη σημαντικό να επισημάνουμε ότι σύμφωνα με τα παραπάνω δεν εννοούμε ότι η διαφορά ανάμεσα σε κάθε ζεύγος σημείων που έχουν απόσταση h μεταξύ τους είναι σταθερή, αλλά μόνο ότι ανήκουν στον ίδιο στατιστικό πληθυσμό. Ωστόσο, για μια διαφορετική απόσταση μεταξύ των σημείων, ας υποθέσουμε απόσταση $2h$, ο στατιστικός πληθυσμός μπορεί να είναι διαφορετικός. Φυσικά, για κάποιες περιπτώσεις, ο πληθυσμός μπορεί να παραμείνει ο ίδιος.

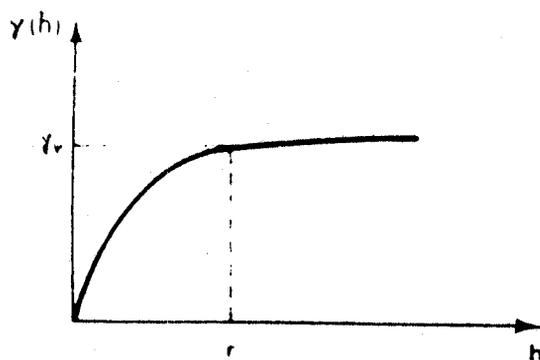
Έχοντας υπόψη μας όλα τα παραπάνω, ας υποθέσουμε ότι κάθε σημείο του πεδίου του σχήματος (2.5) έχει μια μέτρηση τιμής $P(X)$, όπου X υποδηλώνει τις συντεταγμένες ενός διανυσματικού χώρου. Αν θεωρήσουμε τις διαφορές των τιμών P ανάμεσα σε ζεύγη σημείων που απέχουν απόσταση h , τότε η διαφορά αυτή παριστάνεται σαν $[P_i(x) - P_i(x+h)]$. Από αυτό μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο μέσος όρος του αθροίσματος των τετραγώνων των διαφορών για το δείγμα είναι:

$$2 \gamma(h) = 1/n \sum [P_i(x) - P_i(x+h)]^2 \quad (2.8)$$

Η ποσότητα $2 \gamma(h)$ είναι η διασπορά των διαφορών του δείγματος. Το δεξιό μέλος της σχέσης (2.8) είναι δειγματικό για τιμή του πληθυσμού $2\gamma(h)$. Η ποσότητα $2\gamma(h)$ είναι η τιμή του μεταβλητογράμματος (variogram) για απόσταση h μεταξύ των σημείων και $\gamma(h)$ είναι η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram). Και τα δυο (variogram και semivariogram) είναι χαρακτηριστικά για την απόσταση h . Οι διαστάσεις των $2\gamma(h)$ και $\gamma(h)$ είναι ίδιες και ισοδύναμες με τις τιμές του τετραγώνου του Y . Αν Y είναι τιμές ύψους βροχής μετρημένες σε mm, τότε οι τιμές για το μεταβλητόγραμμα και το ημιμεταβλητόγραμμα μετριοούνται σε mm². Για το ορθογωνικό πεδίο του σχήματος (2.5) η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος για

απόσταση h θα υπολογιστεί με βάση 24 τιμές ($v=24$), όπου 12 από τις 24 διαφορές μετρήθηκαν στη διεύθυνση βορράς-νότος. Για μια απόσταση $2h$ μεταξύ των σημείων οι τιμές του μεταβλητογράμματος $2\gamma(2h)$ θα υπολογιστούν από 16 τιμές, από τις οποίες 8 μετρήθηκαν στη διεύθυνση βορράς-νότος.

Πριν αναφερθούμε σε ένα υπολογιστικό παράδειγμα, πρέπει να καθορίσουμε τα χαρακτηριστικά του ημιμεταβλητογράμματος. Το ημιμεταβλητόγραμμα συνήθως παριστάνεται γραφικά σε άξονες $\gamma(h)$ και h . Φυσικά για απόσταση μηδέν μεταξύ των σημείων ($h=0$), προκύπτει ότι $P(\chi) = P(\chi+h)$, οπότε $\gamma(h)=0$. Όσο η τιμή του h αυξάνει από το μηδέν, οι τιμές $P(\chi)$ και $P(\chi+h)$ αρχίζουν να διαφέρουν κατά μια μικρή ποσότητα, έτσι ώστε η μεταβλητή $\gamma(h)$ να είναι μη μηδενική. Επειδή σύμφωνα με τη σχέση (2.8) οι διαφορές $P(\chi)$ και $P(\chi+h)$ είναι υψωμένες στο τετράγωνο, κάθε όρος της σχέσης (2.8) και επομένως και το $\gamma(h)$ είναι θετικός αριθμός. Το αποτέλεσμα της σχέσης (2.8) τείνει να αυξηθεί, όσο αυξάνεται η απόσταση μεταξύ των σημείων. Αυτό όμως γίνεται μέχρι κάποιο σημείο, πέρα από το οποίο αύξηση της απόστασης h δε συνοδεύεται από αντίστοιχη αύξηση της τιμής της σχέσης (2.8). Έτσι το ημιμεταβλητόγραμμα έχει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα (2.5).



ΣΧΗΜΑ 2.6 Χαρακτηριστική μορφή ημιμεταβλητογράμματος

Το σχήμα (2.6) είναι ένα τυπικό ημιμεταβλητόγραμμα. Για ένα δείγμα μετρήσεων, το ημιμεταβλητόγραμμα αποτελείται από ένα πλήθος σημείων και σε ορισμένες περιπτώσεις η τιμή του μπορεί να παρουσιάζει μείωση, ενώ το h αυξάνεται.

Αυτό είναι το αποτέλεσμα της απόκλισης ενός δείγματος και συνήθως εμφανίζεται σε δείγματα με μικρό πληθυσμό, ειδικά για μεγάλες αποστάσεις μεταξύ των σημείων.

Για τη γενική μορφή του ημιμεταβλητογράμματος (σχήμα 2.6) υπάρχουν δυο χαρακτηριστικά, τα οποία έχουν ειδική σημασία. Για σχετικά μικρή απόσταση h η ημιδιασπορά (semi-variance) είναι μικρή, αλλά αυξάνει με την αύξηση της απόστασης h . Για μια χαρακτηριστική απόσταση h την οποία ονομάζουμε range, η ημιδιασπορά παρουσιάζει μια σχεδόν σταθερή τιμή, την οποία ονομάζουμε sill. Διαπιστώνουμε έτσι ότι πέρα από αυτήν την απόσταση (range) η μεταβολή των τιμών δεν είναι πλέον χωρικά μεταβαλλόμενη. Μέσα στην απόσταση αυτή η απόκλιση των τιμών είναι μικρότερη, όταν τα ζευγάρια των σημείων είναι κοντινά μεταξύ τους. Η μέγιστη τιμή που παρατηρείται στον άξονα των χ του ημιμεταβλητογράμματος καθορίζεται από την απόσταση ανάμεσα στο ζευγάρι των σημείων που απέχουν περισσότερο, από το δείγμα των τιμών.

Θα ήταν χρήσιμο να αναφερθούμε σε ένα απλό παράδειγμα, ώστε να δούμε πως αναπτύσσεται η υπολογιστική διαδικασία. Ένας κήνος διαστάσεων $3hm \times 3hm$ ($300m \times 300m$) φαίνεται στο σχήμα (2.5). Ας υποθέσουμε ότι οι αριθμοί που υπάρχουν μέσα στους κύκλους είναι οι τιμές του ύψους βροχής (σε mm) και βρίσκονται δίπλα στα σημεία όπου έχουν γίνει οι μετρήσεις. Μια και η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δυο σημείων είναι $1hm$, το πρώτο σημείο του δείγματος του ημιμεταβλητογράμματος θα είναι για απόσταση $1hm$. Η μέγιστη απόσταση μεταξύ δυο σημείων είναι $3hm$ και έτσι το δείγμα του ημιμεταβλητογράμματος θα αποτελείται από 3 μόνο σημεία, για τις αποστάσεις $1hm$, $2hm$ και $3hm$.

Για την απόσταση $1hm$ μεταξύ των σημείων έχουμε 24 ζεύγη τιμών και η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος είναι :

$$\begin{aligned}
 \gamma(1hm) = 1/2(24) \quad & \{ (8.1-8.5)^2 + (8.5-7.8)^2 + (7.8-8.3)^2 + (8.7-8.8)^2 \\
 & + (8.8-8.4)^2 + (8.4-8.6)^2 + (9.3-8.7)^2 + (8.7-8.3)^2 + (8.3-8.8)^2 \\
 & + (8.4-8.9)^2 + (8.9-8.7)^2 + (8.7-8.3)^2 + (8.1-8.7)^2 + (8.7-9.3)^2 \\
 & + (9.3-8.4)^2 + (8.5-8.8)^2 + (8.8-8.7)^2 + (8.7-8.9)^2 + (7.8-8.4)^2 \\
 & + (8.4-8.3)^2 + (8.3-8.7)^2 + (8.3-8.6)^2 + (8.6-8.8)^2 + (8.8-8.3)^2 \} \\
 & = 0.102 \text{ (mm}^2\text{)}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

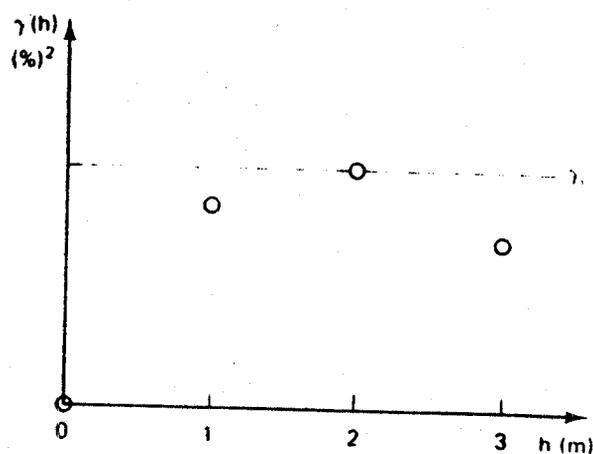
Για την απόσταση 2hm μεταξύ των σημείων έχουμε 16 ζεύγη τιμών και η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος είναι :

$$\begin{aligned} \gamma(2hm) &= 1/2(16) \{ (8.1-7.8)^2 + (8.5-8.3)^2 + (8.7-8.4)^2 + (8.8-8.6)^2 \\ &+ (9.3-8.3)^2 + (8.7-8.8)^2 + (8.4-8.7)^2 + (8.9-8.3)^2 + (8.1-9.3)^2 \\ &+ (8.7-8.4)^2 + (8.5-8.7)^2 + (8.8-8.9)^2 + (7.8-8.3)^2 + (8.4-8.7)^2 \\ &+ (8.3-8.8)^2 + (8.6-8.3)^2 \} \\ &= 0.124 \text{ (mm}^2\text{)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Για την απόσταση 3hm μεταξύ των σημείων έχουμε 8 ζεύγη τιμών και η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος είναι :

$$\begin{aligned} \gamma(3hm) &= 1/2(8) \{ (8.1-8.3)^2 + (8.7-8.6)^2 + (9.3-8.8)^2 + (8.4-8.3)^2 \\ &+ (8.1-8.4)^2 + (8.5-8.9)^2 + (7.8-8.7)^2 + (8.3-8.3)^2 \} \\ &= 0.086 \text{ (mm}^2\text{)} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Η τιμή 0,124(mm²) για τις 16 μετρήσεις μπορεί να είναι μια εκτίμηση του sill. Μια προσπάθεια για να βρούμε την ακτίνα επιρροής (radius of influence) για ένα τόσο μικρό δείγμα (μόνο 3 σημεία) δε θα μπορούσε να μας δώσει κάποιο αξιόπιστο συμπέρασμα. Το δείγμα του ημιμεταβλητογράμματος και το sill φαίνονται στο σχήμα (2.7).



ΣΧΗΜΑ 2.7 Δείγμα ημιμεταβλητογράμματος για απόσταση μεταξύ των σημείων 0h, 1h, 2h, και 3hm

2.4 Μοντέλα ημιμεταβλητογραμμάτων (semivariograms)

Είναι σημαντικό να έχουμε στο μυαλό μας τη διαφορά ανάμεσα στην εκτίμηση του δείγματος και στο μοντέλο πληθυσμού για το ημιμεταβλητόγραμμα. Σε πρόσφατες αναλύσεις έγιναν πιθανοτικές εκτιμήσεις, χρησιμοποιώντας σαν προϋπόθεση την πληθυσμιακή κατανομή. Στην ανάλυση του μεταβλητογράμματος χρησιμοποιούμε τα στοιχεία του δείγματος, για να βρούμε ένα μοντέλο που να αντιπροσωπεύει τον πληθυσμό. Το πληθυσμιακό μοντέλο χρησιμοποιείται στην εκτίμηση του Kriging. Για αυτόν ακριβώς το λόγο αξίζει τον κόπο να εξετάσουμε ορισμένους από τους πιο διαδεδομένους τύπους που χρησιμοποιούνται για να αντιπροσωπεύσουν τον πληθυσμό.

Το πιο απλό μοντέλο που χρησιμοποιείται είναι το γραμμικό. Ο τύπος του ημιμεταβλητογράμματος για το γραμμικό μοντέλο έχει τη μορφή :

$$\gamma(h) = b * h \quad (2.12)$$

όπου b είναι η κλίση της γραμμής και h είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων. Σε αυτό το μοντέλο, λόγω της μορφής του, τόσο το sill, όσο και η ακτίνα επιρροής (radius of influence) δεν έχουν νόημα, γιατί εφόσον δεν σταθεροποιείται η τιμή $\gamma(h)$, δεν ισχύει ότι για $h > \text{range}$ είναι $\gamma(h) = \text{sill}$.

Το μη γραμμικό ή το μοντέλο που υψώνεται σε δύναμη χρησιμοποιείται αρκετά συχνά σε υδρολογικές αναλύσεις και μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση ημιμεταβλητογράμματος με τη μορφή :

$$\gamma(h) = b * h^c \quad (2.13)$$

όπου c είναι η δύναμη που υψώνεται η απόσταση. Μόνο όταν το c είναι μικρότερο από το 1 ($c < 1$), μπορεί το μοντέλο υψωμένο σε δύναμη να έχει μια μορφή στην οποία το sill και η ακτίνα επιρροής να έχει νόημα. Φυσικά για $c=1$, το μοντέλο όπου υψώνουμε σε δύναμη γίνεται ίδιο με το γραμμικό μοντέλο.

Το μοντέλο του deWijsian έχει τη μορφή :

$$\gamma(h) = 3 * b * \ln h \quad (2.14)$$

Για την περίπτωση όπου η οριζόντια κλίμακα της απόστασης μεταξύ των σημείων είναι λογαριθμική, το μοντέλο ημιμεταβλητογράμματος του deWijsian στη γραφική παράσταση παρουσιάζεται σαν μια ευθεία γραμμή. Αλλά και αυτό το μοντέλο, όπως και το μοντέλο όπου υψώνουμε σε δύναμη, δεν έχει την έννοια του sill.

Παρόλο που το μοντέλο αυτό μπορεί να ταιριάζει σε μερικά σύνολα δεδομένων, η δομή του περιορίζει τη χρησιμότητά του και το χαρακτηρίζει σαν περιγραφικό μοντέλο.

Το εκθετικό μοντέλο ακολουθεί τη γενική μορφή του ημιμεταβλητογράμματος και ακόμη μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση του sill (γ_r) και της ακτίνας επιρροής (r). Η μορφή του μοντέλου είναι :

$$\gamma(h) = \gamma_r (1 - \exp(-h/r)) \quad (2.15)$$

Ο συντελεστής r ελέγχει το ρυθμό με τον οποίο το $\gamma(h)$ πλησιάζει το sill. Όμως δεν έχει έναν εύχρηστο τύπο.

Το ημιμεταβλητόγραμμα σε σχέση με πολλές φυσικές διαδικασίες μπορεί να παρασταθεί και με το ακόλουθο σφαιρικό μοντέλο :

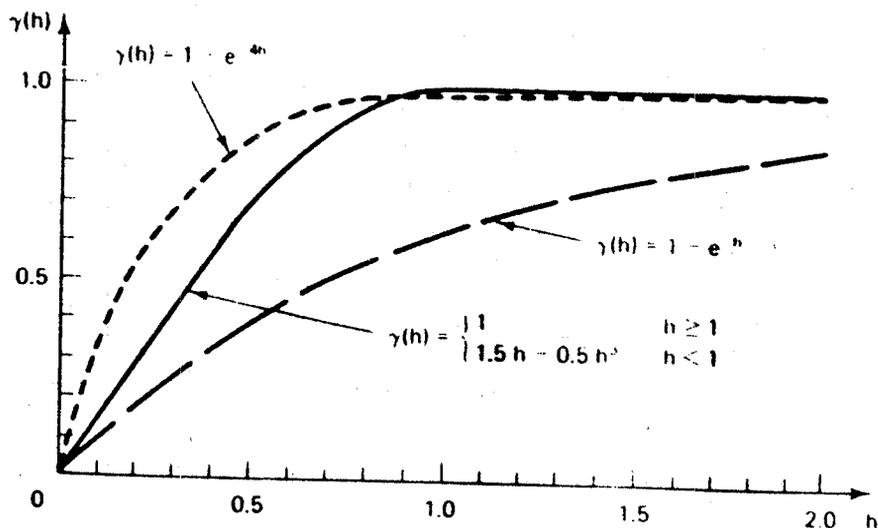
$$\gamma(h) = \gamma_r \quad \text{για } h > r \quad (2.16\alpha)$$

$$\gamma_r * (3 * h / 2 * r - h^{3/2} * r^3) \quad \text{για } h \leq r \quad (2.16\beta)$$

Γενικά, το σφαιρικό μοντέλο μπορεί να προσεγγίσει το sill για κάποια μικρότερη απόσταση (h) μεταξύ των σημείων, όταν συγκρίνεται με το εκθετικό μοντέλο για το ίδιο sill. Επομένως για κάποιες τιμές του r , ο παράγοντας $\gamma(h)$ μπορεί να έχει μια αξιοπρόσεκτη αλλαγή για $h=r$.

Στο σχήμα (2.8) που ακολουθεί παρατηρούμε ένα συγκριτικό γράφημα ανάμεσα στο εκθετικό ημιμεταβλητόγραμμα (διακεκομμένη γραμμή) και το σφαιρικό ημιμεταβλητόγραμμα (συνεχής γραμμή), για τιμή του sill ίση με 1 και για ακτίνα επιρροής ίση με 1. Είναι προφανές ότι το εκθετικό μοντέλο πλησιάζει το sill πολύ πιο αργά, με μια τιμή 0.632 για την ακτίνα επιρροής (η αντίστοιχη τιμή είναι 1).

Ένα εκθετικό ημιμεταβλητόγραμμα (λεπτή διακεκομμένη) με μια ακτίνα επιρροής 4 φαίνεται επίσης στο σχήμα (2.8). Ενώ το μοντέλο αυτό πλησιάζει το sill κοντά στην ακτίνα επιρροής, η καμπυλότητά του είναι πολύ πιο απότομη από την καμπυλότητα του σφαιρικού μοντέλου. Το σχήμα (2.8) επεξηγεί ότι κάθε μοντέλο έχει προκαθορισμένο σχήμα και η επιλογή του μοντέλου για την αντιπροσώπευση του πληθυσμού πρέπει να εξετάσει την ικανότητα του μοντέλου να προσεγγίσει κατά το δυνατό καλύτερα τις τιμές του δειγματικού ημιμεταβλητογράμματος.



ΣΧΗΜΑ 2.8 Σύγκριση σφαιρικού και εκθετικού ημιμεταβλητογράμματος για $\gamma_r=1.0$

Εκτός από τους παραπάνω τύπους μοντέλων υπάρχουν και άλλοι. Για κάποιες φυσικές διαδικασίες, οι τιμές των διαφορών των σημείων αυξάνουν ραγδαία για αποστάσεις κοντά στο μηδέν. Στην πραγματικότητα, για κάποια δεδομένα, η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος για τη μικρότερη δυνατή απόσταση μεταξύ των σημείων είναι σημαντικά διαφορετική από το μηδέν και μπορεί να είναι πλησιέστερη στο sill παρά στο μηδέν. Αν κάποιος τώρα προσπαθήσει να ταιριάξει κάποιον από τους παραπάνω τύπους ημιμεταβλητογραμμάτων στα νέα στοιχεία, η προσέγγιση των ημιμεταβλητογραμμάτων θα είναι αποτυχημένη.

Στην προσπάθεια να ταιριάξουμε το αρχικό ύψος των σημείων του δείγματος, ίσως καταλήξουμε σε μια εκτίμηση που δε θα αντιπροσωπεύει την ακτίνα επιρροής. Για να ξεπεράσουμε έτσι το πρόβλημα της καλύτερης δυνατής προσέγγισης, χρησιμοποιούμε πολλές φορές συνδυασμούς μοντέλων, όπου το συνδυασμένο μοντέλο αποτελείται από το άθροισμα ενός συντελεστή γ_n και ενός από τα γνωστά μοντέλα που χρησιμοποιήσαμε πιο πάνω. Έτσι, προκύπτουν τα παρακάτω συνδυασμένα μοντέλα:

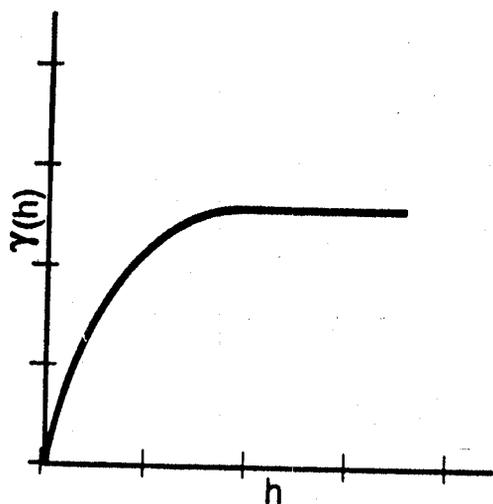
$$\gamma(h) = \gamma_n + b \cdot h \quad (2.17)$$

$$\gamma(h) = \gamma_n + b \cdot h^c \quad (2.18)$$

Είναι φανερό ότι η δομή των παραπάνω σχέσεων είναι πιο εύχρηστη και πιο εύκαμπτη από ότι οι προηγούμενες μορφές, γιατί υπάρχει μια ακόμη παράμετρος, η

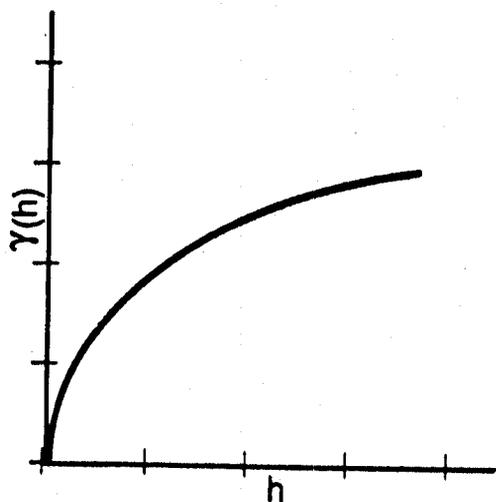
οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ταιριάξουμε τα δεδομένα. Για παράδειγμα, η σχέση $\gamma(h) = b \cdot h$ περιέχει μια προσεγγιστική παράμετρο (b) σε αντίθεση με τη σχέση $\gamma(h) = \gamma_n + b \cdot h$ η οποία περιέχει δυο προσεγγιστικές παραμέτρους (γ_n, b).

Πιο κάτω παραθέτουμε τις γενικές μορφές και τις εξισώσεις των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του ημιμεταβλητογράμματος. Το KRIGING (εντολή) εμφανίζει τις τιμές των υπολογισμένων εξισώσεων για το καθορισμένο Kriging (μέθοδος).



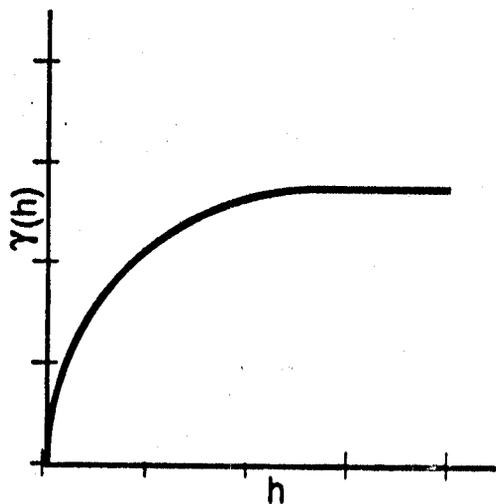
$$\gamma(h) = c_0 + c \left(\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right)$$

ΣΧΗΜΑ 2.9 Σφαιρικό ημιμεταβλητόγραμμα (semivariogram)



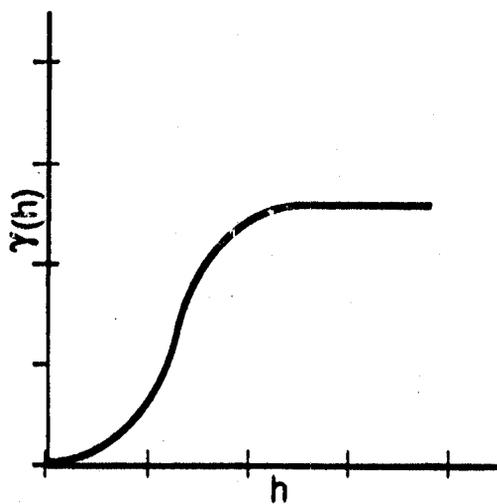
$$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - \exp\left(\frac{-h}{r}\right) \right)$$

ΣΧΗΜΑ 2.10 Εκθετικό ημιμεταβλητόγραμμα (semivariogram)



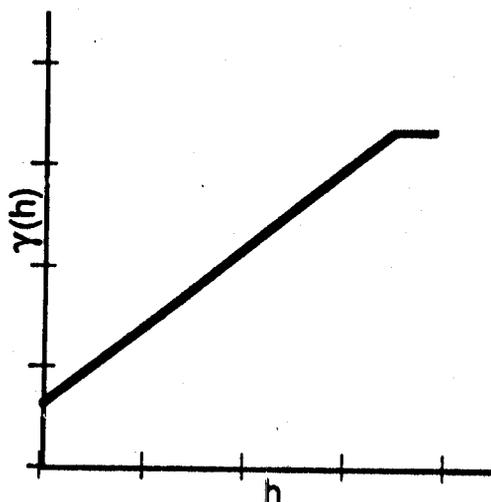
$$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{h}{a} \right) + \sqrt{1 - \frac{h^2}{a^2}} \right)$$

ΣΧΗΜΑ 2.11 Κυκλικό ημιμεταβλητόγραμμα (semivariogram)



$$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - \exp \left(-\frac{h^2}{r^2} \right) \right)$$

ΣΧΗΜΑ 2.12 Gauss ημιμεταβλητόγραμμα (semivariogram)



$$\gamma(h) = c_0 + c \left(\frac{h}{a} \right)$$

ΣΧΗΜΑ 2.13 Γραμμικό ημιμεταβλητόγραμμα (semivariogram)

2.5 Γενική περιγραφή της μεθόδου KRIGING

Η βέλτιστη παρεμβολή (KRIGING) είναι ένας γενικός όρος για ένα σύνολο στατιστικών μεθόδων, στις οποίες οι συντελεστές βάρους της σχέσης (2.2) είναι καθορισμένοι ώστε να ελαχιστοποιούν τη μεταβλητή του σφάλματος παρεμβολής $S^2(e_j)$, όπου :

$$S^2(e_j) = S^2 (P - P_j) \quad (2.19)$$

όπου το P δίνεται από τη σχέση (2.2) και P_j είναι οι τιμές του δείγματος.

Ωστόσο, η πρόσθεση του σταθερού όρου οδηγεί σε μαθηματική ασυνέπεια δεδομένου ότι, όπως είδαμε, θα πρέπει $\gamma(0)=0$. Για την άρση αυτής της ασυνέπειας μπορούμε να ξαναγράψουμε τη σχέση (2.17) ως:

$$\gamma(h) = \begin{cases} \gamma_n + b h & \text{για } h > 0 \\ 0 & \text{για } h = 0 \end{cases} \quad (2.17a)$$

Αντίστοιχα γράφεται και η σχέση (2.18).

Η ελαχιστοποίηση αυτής της εξίσωσης, κάτω από την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει χωρική τάση στο τυχαίο πεδίο που εξετάζεται και ότι το άθροισμα των συντελεστών βάρους είναι ίσο με τη μονάδα (σχέση (2.6)), οδηγεί σε ένα σύστημα από ταυτόχρονες εξισώσεις το οποίο μπορεί να λυθεί για τους συντελεστές βάρους και ένα άλλο σύνολο από εξισώσεις το οποίο εκφράζει το μέγεθος της παρεμβολής σε κάθε σημείο της επιφανείας (grid).

Οι διαφορές ανάμεσα στις τιμές της βροχόπτωσης, μετρημένης σε κοντινά σημεία, είναι συνήθως μικρότερες κατά μέσο όρο σε σχέση με εκείνες ανάμεσα σε σημεία που απέχουν μεγάλη απόσταση. Ένας τρόπος για να χαρακτηρίσουμε τη χωρική σχέση είναι ο τύπος της χωρικής συσχέτισης επίδρασης, $R_s(d)$, ανάμεσα σε τιμές βροχόπτωσης για διάφορες αποστάσεις d . Οι λύσεις στις ταυτόχρονες εξισώσεις που ελαχιστοποιούν το $S^2(e_j)$ στη σχέση (2.19), εξαρτώνται από τον ακριβή δρόμο, ο οποίος αυξάνει το $R_s(d)$ με την αύξηση του d .

2.6 Εκτίμηση με τη μέθοδο KRIGING

Η ανάλυση του ημιμεταβλητογράμματος δεν αποτελεί αυτοσκοπό. Υπάρχει πρόθεση να χρησιμοποιηθεί ως ένα μέρος της διαδικασίας εκτίμησης ή πρόβλεψης. Δυο ερωτήματα μπορούν να τεθούν πάνω στο πρόβλημα της εκτίμησης. Ειδικότερα, πρέπει να ξέρουμε ποιο δείγμα σημείων πρέπει να χρησιμοποιήσουμε, ώστε να εκτιμήσουμε την τιμή σε ένα σημείο όπου το πεδίο δεν έχει μετρηθεί και ποιος συντελεστής βάρους πρέπει να δοθεί σε κάθε σημείο του δείγματος. Η βασική ιδέα ακολουθεί με σεβασμό το ημιμεταβλητόγραμμα και μας δίνει ένα λογικό αποτέλεσμα. Με δεδομένο ότι γνωρίζουμε την ακτίνα επιρροής, φαίνεται λογικό ότι μόνο τα μεμονωμένα σημεία που βρίσκονται μέσα στα όρια της ακτίνας επιρροής του άγνωστου σημείου θα χρησιμοποιηθούν και ο συντελεστής βάρους που θα πάρει κάθε σημείο είναι αντιστρόφως ανάλογος της τεταγμένης του ημιμεταβλητογράμματος, η οποία αντιστοιχεί στην απόσταση μεταξύ του σημείου του δείγματος και του αγνώστου σημείου.

Για να διατυπώσουμε μια λύση στο πρόβλημα αυτό, είναι σημαντικό να δώσουμε τις τέσσερις συνιστώσες του στατιστικού μοντέλου: (1) το μοντέλο εκτίμησης, (2) μια αντικειμενική συνάρτηση που ορίζει την καλύτερη προσέγγιση, (3) τον περιορισμό του πεδίου της λύσης και (4) τη βάση δεδομένων. Από τη σχέση 2.6 γίνεται προφανές ότι το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί με ένα μοντέλο γραμμικής παρεμβολής, όπου οι συντελεστές βάρους W_i είναι άγνωστοι και τα P_i είναι οι μετρήσεις του δείγματος (βάση δεδομένων). Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα στα στατιστικά μοντέλα, το "καλύτερο" είναι συχνά εκείνο όπου το σφάλμα ή η εκτίμηση ελαχιστοποιείται. Έτσι, έχουμε σαν σκοπό μας να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα.

Αλλά για την επίλυση του Kriging, αν θέλουμε ένα αμερόληπτο μοντέλο, πρέπει το άθροισμα των συντελεστών βάρους να είναι ίσο με ένα, δηλαδή:

$$\sum_i W_i = 1 \quad (2.20)$$

όπου n είναι ο αριθμός των σημείων του δείγματος που χρησιμοποιήσαμε για την εκτίμηση.

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το σφάλμα της εκτίμησης της μεταβλητής, το οποίο μπορούμε να συμβολίσουμε ως σ_e^2 και S_e^2 για τον πληθυσμό και το δείγμα αντίστοιχα, εξαρτάται από τις τιμές των άγνωστων συντελεστών βάρους, τη δομή και το μέγεθος του ημιμεταβλητογράμματος, την κατανομή και το μέγεθος των σημείων του δείγματος και φυσικά τον τύπο της εκτίμησης που θα γίνει. Μπορούμε να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα, παραγωγίζοντας την αντικειμενική συνάρτηση και θέτοντας τις παραγώγους ίσες με το μηδέν. Έτσι, προκύπτει ένα σύστημα n εξισώσεων με n αγνώστους. Προφανώς, πρέπει να συμπεριλάβουμε και τη σχέση (2.20) στη διαδικασία επίλυσης. Έτσι η αντικειμενική μας συνάρτηση γίνεται:

$$S_e^2 - \lambda \{(\sum w_i) - 1\} \quad (2.21)$$

όπου το μέγεθος λ είναι άγνωστο. Είναι φανερό ότι η διαδικασία επίλυσης για το Kriging είναι ένα παράδειγμα της μεθόδου Lagrange, όπου λ είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange. Προκύπτουν έτσι $n+1$ άγνωστοι (οι n τιμές του w_i και το λ) με $n+1$ εξισώσεις (οι n εξισώσεις της σχέσης (2.21) για κάθε w_i και η σχέση (2.20)). Έτσι, το μόνο που απομένει είναι μια έκφραση για την εκτίμηση του σ_e^2 , ώστε να βρούμε την τελική λύση.

Αν ψάχνουμε μια λύση για να εκτιμήσουμε την τιμή σε ένα σημείο, ανεξάρτητα εάν το δείγμα των σημείων είναι διατεταγμένο σε γραμμή, στο επίπεδο ή στο χώρο, μια εκτίμηση του σφάλματος μπορεί να γίνει από τη σχέση (2.22) που ακολουθεί :

$$S_e^2 = 2 \sum w_i \gamma (S_i, P) - \sum_i \sum_j w_i w_j \gamma(S_i, S_j) - \gamma(P, P) \quad (2.22)$$

όπου S_i είναι το i στοιχείο του δείγματος, P είναι η εκτιμημένη τιμή και $\gamma(C_i, C_j)$ είναι η τιμή του ημιμεταβλητογράμματος μεταξύ οποιουδήποτε συνδυασμού C_i και C_j , όπου C_i και C_j είναι "συμβολικές" μεταβλητές και μπορεί να είναι τόσο S_i όσο και P . Η σχέση (2.22) δείχνει ότι η μεταβλητή λάθους αποτελείται από τρία μέρη. Το πρώτο μέρος αντιπροσωπεύει τη μεταβλητή που σχετίζεται με τη διαφορά ανάμεσα στο

δείγμα S_i και τη θέση P όπου χρειαζόμαστε την εκτίμηση. Το δεύτερο μέρος αντιπροσωπεύει τη μεταβλητότητα μέσα στο ίδιο το δείγμα. Αυτό σημαίνει ότι η μέση τιμή του ημιμεταβλητογράμματος για όλα τα στοιχεία του δείγματος ($\gamma(S_i, S_j)$), αντικατοπτρίζει τη διασπορά που δεν προέρχεται από σφάλμα και για αυτό πρέπει ο όρος αυτός να αφαιρεθεί από τη συνολική διασπορά ανάμεσα στο δείγμα και την άγνωστη τιμή του κριτηρίου. Το τρίτο μέρος είναι παρόμοιο με το δεύτερο στο γεγονός ότι αντιπροσωπεύει τη διασπορά που δεν προέρχεται από σφάλμα.

Έχοντας φέρει σε κάποια μορφή τις αντικειμενικές συναρτήσεις (σχέση (2.22)), η βέλτιστη τιμή των παραμέτρων w_i και λ μπορεί να παρασταθεί με τη βελτιστοποίηση Lagrange. Ειδικά, με παραγωγή της σχέσης (2.22) και θέτοντας το αποτέλεσμα ίσο με το μηδέν, προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις :

$$\lambda + \sum w_j \gamma (S_1, S_j) = \gamma (S_1, Y) \quad (2.23\alpha)$$

$$\lambda + \sum w_j \gamma (S_2, S_j) = \gamma (S_2, Y) \quad (2.23\beta)$$

$$\lambda + \sum w_j \gamma (S_n, S_j) = \gamma (S_n, Y) \quad (2.23\gamma)$$

$$\sum w_j = 1 \quad (2.23\delta)$$

Αν για παράδειγμα το δείγμα έχει 3 σημεία τότε οι εξισώσεις (2.23) παίρνουν τη μορφή :

$$\lambda + w_1 \gamma(S_1, S_1) + w_2 \gamma(S_1, S_2) + w_3 \gamma (S_1, S_3) = \gamma (S_1, Y) \quad (2.24\alpha)$$

$$\lambda + w_1 \gamma(S_2, S_1) + w_2 \gamma(S_2, S_2) + w_3 \gamma (S_2, S_3) = \gamma (S_2, Y) \quad (2.24\beta)$$

$$\lambda + w_1 \gamma(S_3, S_1) + w_2 \gamma(S_3, S_2) + w_3 \gamma (S_3, S_3) = \gamma (S_3, Y) \quad (2.24\gamma)$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad (2.24\delta)$$

Η σχέση (2.23) αντιπροσωπεύει ένα σύνολο από $(n+1)$ ταυτόχρονες εξισώσεις με $(n+1)$ αγνώστους, οι οποίες μπορούν να λυθούν αναλυτικά ή αριθμητικά. Η λύση του συστήματος δίνει σαν λύσεις εκείνους τους συντελεστές βάρους που δίνουν το μικρότερο σφάλμα εκτίμησης, όπως φάνηκε από τις εξισώσεις (2.22).

Παράδειγμα 2.1 : Εκτίμηση της ημερήσιας βροχόπτωσης για μια περιοχή

Υποθέτουμε ότι τα δεδομένα από προηγούμενες αναλύσεις μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι το ημιμεταβλητόγραμμα για τη βροχόπτωση έχει σταθερή τιμή (sill) 4

$(rpm)^2$ και ακτίνα επιρροής 2,5 Km και επίσης μπορεί να παρασταθεί με σφαιρικό μοντέλο. Το μοντέλο είναι :

$$\gamma(h) = 2,4h - 0,128h^3 \quad \text{για } h \leq r \quad (2.25\alpha)$$

$$4 \quad \text{για } h > r \quad (2.25\beta)$$

όπου h είναι η απόσταση σε Km.

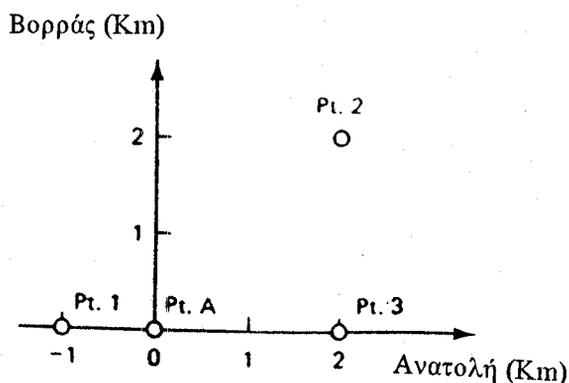
Για μια ορισμένη τοποθεσία, ένας μηχανικός ενδιαφέρεται για την τιμή βροχόπτωσης σε ένα συγκεκριμένο σημείο A. Δείγματα από τρία βροχόμετρα στην ευρύτερη περιοχή παρουσιάζονται στον πίνακα 2.2. Η τοποθεσία των βροχομέτρων και του άγνωστου σημείου A φαίνονται στο σχήμα (2.9). Ο πίνακας 2.2 παρουσιάζει τις αποστάσεις μεταξύ των σημείων και ο πίνακας 2.3 τις τιμές του ημιμεταβλητογράμματος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2 Συντεταγμένες των σημείων του παραδείγματος 2.1

ΣΗΜΕΙΟ	X	Y	P_i
A	0	0	-----
1	-1	0	16,3
2	2	2	13,7
3	2	0	12,4

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.3 Αποστάσεις των σημείων του παραδείγματος 2.1

ΣΗΜΕΙΟ	A	1	2	3
A	0	-----	-----	-----
1	1	0	-----	-----
2	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{13}$	0	-----
3	2	3	2	0



ΣΧΗΜΑ 2.14 Τοποθεσία των σημείων του παραδείγματος 2.1

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.4 Τιμές ημιμεταβλητογράμματος για το παράδειγμα 2.1

ΣΗΜΕΙΟ	A	1	2	3
A	0	-----	-----	-----
1	2,272	0	-----	-----
2	4,000	4	0	-----
3	3,776	4	3,776	0

Οι τιμές του πίνακα 2.3 μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις Σχέσεις (2.24) για την επίλυση του Kriging :

$$\begin{aligned} \lambda + 0 w_1 + 4 w_2 + 4 w_3 &= 2,272 \\ \lambda + 4 w_1 + 0 w_2 + 3,766 w_3 &= 4 \\ \lambda + 4 w_1 + 3,776 w_2 + 0 w_3 &= 3,776 \\ w_1 + w_2 + w_3 &= 1 \end{aligned}$$

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων έχει τέσσερις αγνώστους, τους w_1 , w_2 , w_3 και λ . Λύνοντας το παραπάνω σύστημα προκύπτει : $w_1=0,610$, $w_2=0,165$, $w_3=0,225$ και $\lambda=0,712$. Έτσι, η εκτίμηση της τιμής στο σημείο A είναι :

$$P_A = 0,61 (16,3) + 0,165 (13,7) + 0,225 (12,4) = 15,0 \text{ mm}$$

Η τυπική απόκλιση μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση (2.22) :

$$\begin{aligned} S_e^2 &= 2 \sum w_i \gamma (S_i, P) - \sum \sum w_i w_j \gamma (S_i, S_j) - \gamma (P, P) \\ &= 2 [0,61 (2,272) + 0,165 (4) + 0,225 (3,776)] \\ &\quad - [2 (0,61) (0,165) (4) + 2 (0,61) (0,225) (4) \\ &\quad + 2 (0,165) (0,225) (3,776)] - 0 \\ &= 5,791 - 2,184 - 0 = 3,607 \text{ (mm)}^2 \end{aligned}$$

Έτσι, η τυπική απόκλιση είναι 1,90 mm.

Θα ήταν ενδιαφέρον να βρούμε την ευαισθησία του αποτελέσματος σε συνάρτηση με την τοποθεσία του σημείου. Για παράδειγμα εάν το σημείο 1 είχε συντεταγμένες (0,1) αντί για (0,-1) που έχει, πώς θα άλλαζαν οι συντελεστές βάρους και η τυπική απόκλιση; Δεδομένου ότι το δοσμένο σημείο, το οποίο θα ονομάσουμε 1a, είναι πιο κοντά σε όλα τα υπόλοιπα σημεία του δείγματος, περιμένουμε την τυπική απόκλιση, με το σημείο 1a στο δείγμα (αντί του σημείου 1), να είναι μεγαλύτερη από

αυτή που υπολογίσαμε προηγουμένως, διότι η πύκνωση των σημείων μειώνει την ανεξαρτησία των πληροφοριών. Ακόμη περιμένουμε το συντελεστή βάρους του σημείου 3 να μειωθεί, γιατί η σπουδαιότητά του έχει καλυφθεί από την παρουσία του σημείου 1α μεταξύ αυτού και του άγνωστου σημείου Α. Η ανάλυση του συστήματος που έχει σαν δείγμα τα σημεία 1α, 2 και 3 μας δίνει σαν αποτέλεσμα τους συντελεστές βάρους $w_1=0,704$, $w_2=0,273$ και $w_3=0,023$. Παρόλα αυτά η τυπική απόκλιση μειώθηκε στο 1,830. Εξάλλου, όπως άλλωστε περιμέναμε, η τιμή του συντελεστή w_3 μειώθηκε, με ένα μεγάλο ποσοστό της αλλαγής βάρους να πηγαίνει στο w_2 αντί για το w_1 .

Ενδιαφέρον θα είχε να δούμε τι θα γινόταν στην περίπτωση που το άγνωστο σημείο Α ταυτιζόταν με ένα γνωστό σημείο, για παράδειγμα το σημείο 1. Όπως προκύπτει από την ανάλυση της διαδικασίας είναι : $w_1=1$, $w_2=0$, $w_3=0$ και $\lambda=0$, οπότε η τιμή του σημείου Α είναι $P_A= 16,3$. Έτσι, η μέθοδος Kriging διατηρεί τις τιμές στα σημεία όπου υπάρχουν μετρήσεις.

Επιστρέφοντας πίσω στον πίνακα 2.2, το ερώτημα που μας δημιουργείται είναι εάν η εκτίμηση με τη μέθοδο Kriging είναι καλύτερη από τη μέση τιμή του δείγματος, αν την τιμή αυτή έπαιρνε σαν τελική του τιμή το σημείο Α. Για ένα μέσο όρο που θα προέκυπτε χωρίς συντελεστές βάρους, κάθε σημείο θα συμμετείχε ισότιμα, δηλαδή με ποσοστό 0,333. Η τυπική απόκλιση θα ήταν :

$$S_e^2 = 2\{0,333 (2,272 + 4 + 3,776)\} - 2(0,333)^2 (4 + 4 + 3,776) \\ = 4,082 \text{ (mm)}^2$$

άρα η τυπική απόκλιση είναι 2,02 mm, η οποία είναι μεγαλύτερη από την απόκλιση του Kriging που είναι 1,90 mm.

Επίσης, ενδιαφέρον θα είχε να δούμε πως μεταβάλλονται οι τιμές των σημείων με γνωστή (μετρημένη) τιμή, αν τα θεωρούσαμε σαν άγνωστα.

Έτσι, αν θεωρήσουμε κάθε φορά άγνωστη την καταμετρημένη τιμή καθενός από τα άλλα σημεία του δείγματος, προκύπτουν οι παρακάτω 3 περιπτώσεις :

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

ΓΝΩΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ : Α,2,3 ΑΓΝΩΣΤΟ : 1

$\lambda=0,844$ $W_A=0,634$ $W_2=0,202$ $W_3=0,164$

$P_1 = 0,634 * 15 + 0,202 * 13,7 + 0,164 * 12,4 = 14,31 \text{ mm}$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2

ΓΝΩΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ : Α,1,3 ΑΓΝΩΣΤΟ : 2

$$\lambda=1,628 \quad W_A=0,253 \quad W_1=0,298 \quad W_3=0,449$$

$$P_2 = 0,253 * 15 + 0,298 * 16,3 + 0,449 * 12,4 = 14,22 \text{ mm}$$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3

ΓΝΩΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ : A,1,2 ΑΓΝΩΣΤΟ : 3

$$\lambda=1,510 \quad W_A=0,332 \quad W_1=0,234 \quad W_2=0,434$$

$$P_3 = 0,332 * 15 + 0,234 * 16,3 + 0,434 * 13,7 = 14,74 \text{ mm}$$

Όπως διαπιστώνουμε, οι τιμές που προκύπτουν για τα “άγνωστα” σημεία είναι διαφορετικές από τις πραγματικά μετρημένες τιμές. Αυτό οφείλεται στη γραμμική παρεμβολή και τον όρο σφάλματος που αυτή εισάγει. Έτσι, μέσω αυτού του αριθμητικού παραδείγματος γίνεται καλύτερα κατανοητός ο λόγος για τον οποίο στον υπολογισμό μιας επιφάνειας (grid) οι τελικές τιμές είναι διαφοροποιημένες σε σχέση με τις αρχικά καταχωρημένες τιμές.

Ένα ακόμη σημείο που θα είχε ενδιαφέρον, είναι να βρούμε την ευαισθησία της παρεμβαλλόμενης τιμής, σε συνάρτηση με τη μεταβολή των τιμών του δείγματος. Έτσι, για το παράδειγμα 2.1, μεταβάλλοντας τις τιμές των τριών γνωστών σημείων προκύπτουν τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.5 Ανάλυση ευαισθησίας παρεμβολής

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ	
Μεταβολή τιμής σημείου (%)	Μεταβολή παρεμβαλλόμενης τιμής (%)
Σημείο 1 (συντελεστής βάρους 0,610)	
10	7
30	20
50	33
Σημείο 2 (συντελεστής βάρους 0,165)	
10	1,5
30	4,5
50	7,5
Σημείο 3 (συντελεστής βάρους 0,225)	
10	2
30	5,5
50	9

Σημειώνεται ότι σε αυτή την περίπτωση δεν μεταβάλλονται οι συντελεστές βάρους, οι οποίοι εξαρτώνται μόνο από τις αποστάσεις και τη μορφή του ημιμεταβλητογράμματος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.7 Αποστάσεις των σημείων του παραδείγματος 2.2

ΣΗΜΕΙΟ	A	1	2	3
A	0	-----	-----	-----
1	1	0	-----	-----
2	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{13}$	0	-----
3	2	3	2	0

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.8 Τιμές ημιμεταβλητογράμματος για το παράδειγμα 2.2

ΣΗΜΕΙΟ	A	1	2	3
A	2	-----	-----	-----
1	5	2	-----	-----
2	9,5	9,5	2	-----
3	8	9,5	8	2

Οι τιμές του πίνακα 2.3 μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις Σχέσεις (2.24) για την επίλυση του Kriging :

$$\begin{aligned}
 \lambda + 2 w_1 + 9,5 w_2 + 9,5 w_3 &= 5 \\
 \lambda + 9,5 w_1 + 2 w_2 + 8 w_3 &= 9,5 \\
 \lambda + 9,5 w_1 + 8 w_2 + 2 w_3 &= 8 \\
 w_1 + w_2 + w_3 &= 1
 \end{aligned}$$

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων έχει τέσσερις αγνώστους, τους w_1 , w_2 , w_3 και λ . Λύνοντας το παραπάνω σύστημα προκύπτει : $w_1=0,656$, $w_2=0,031$, $w_3=0,281$ και $\lambda=0,656$. Έτσι, η εκτίμηση της τιμής στο σημείο A είναι :

$$P_A = 0,656 (16,3) + 0,031 (13,7) + 0,281 (12,4) = 15,1 \text{ mm}$$

Όπως και στο παράδειγμα 2.1 ενδιαφέρον θα είχε να δούμε τι θα γινόταν στην περίπτωση που το άγνωστο σημείο A ταυτιζόταν με ένα γνωστό σημείο, για παράδειγμα το σημείο 1. Όπως προκύπτει από την ανάλυση της διαδικασίας είναι : $w_1=1$, $w_2=0$, $w_3=0$ και $\lambda=0$, οπότε η τιμή του σημείου A είναι $P_A=16,3$. Έτσι, και με αλλαγή της μορφής του ημιμεταβλητογράμματος η μέθοδος Kriging διατηρεί τις τιμές στα σημεία όπου υπάρχουν μετρήσεις.

Συμπέρασμα

Παρατηρούμε ότι με τη χρήση του γραμμικού μοντέλου οι συντελεστές βάρους των σημείων 1 και 3 αυξάνουν (κατά ποσοστά 8% και 25% αντίστοιχα), ενώ ο συντελεστής του σημείου 2 μειώνεται (κατά ποσοστό 80%). Διαπιστώνουμε άρα, ότι με τη χρήση του γραμμικού μοντέλου υπερεκτιμούνται οι συντελεστές βάρους των πιο κοντινών σημείων, σε αντίθεση με το εκθετικό μοντέλο όπου συμμετέχουν κατά μεγαλύτερο ποσοστό και τα πιο μακρινά σημεία. Παρόλα αυτά όμως, η τελικά εκτιμημένη τιμή επηρεάστηκε μόνο κατά ποσοστό 1%.

3. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ (GIS)

3.1. Γενικά για τα Σ.Γ.Π.

Τα Συστήματα Γεωγραφικής Πληροφορίας (GIS) είναι ειδικά προγράμματα γεωγραφικού χαρακτήρα, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από πλήθος επιστημόνων διαφορετικών ειδικοτήτων. Σήμερα τα συστήματα αυτά βρίσκουν ευρεία εφαρμογή σε χωροταξικά θέματα, σε περιβαλλοντικές μελέτες, σε χωματουργικά έργα, σε διαχείριση και οργάνωση δικτύων κοινής ωφέλειας κ.α.

Η κυριότερη χρήση των Σ.Γ.Π. είναι η αποθήκευση πληροφοριών γεωγραφικού χαρακτήρα και η εύκολη πρόσβαση σε αυτές. Η πρωτογενής πληροφορία που αποθηκεύεται (και στη συνέχεια ταξινομείται) σε ένα Σ.Γ.Π. είναι συνήθως τοπογραφική. Βέβαια, η βάση δεδομένων που είναι ενσωματωμένη στα συστήματα αυτά, επιτρέπει την αποθήκευση και γεωγραφική παρουσίαση δεδομένων διαφόρων κατηγοριών (μετεωρολογικά, οικονομικά, χρήση γης κ.λ.π.). Τα σημεία μιας περιοχής, που το ανάφλυφο της είναι περασμένο σε Σ.Γ.Π., είναι δυνατό να συνδεθούν γεωγραφικά με πλήθος άλλων πληροφοριών.

Η εφαρμογή των Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφοριών στην Υδρολογία είναι πολύ διαδεδομένη, καθώς η χρήση τους υπερτερεί έντονα της χρήσης χάρτη, τόσο από πλευράς ακρίβειας, όσο και από πλευράς εύκολης και γρήγορης επεξεργασίας, παρά τις δυσχέρειες που παρουσιάζει ορισμένες φορές η εισαγωγή στοιχείων.

Ειδικότερα, τα συστήματα Σ.Γ.Π. μπορούν να αποδειχθούν ιδιαίτερα χρήσιμα στη μελέτη του υδρογραφικού δικτύου μιας περιοχής, καθώς είναι σε θέση να αυτοματοποιήσουν τη διαδικασία εύρεσης των λεκανών απορροής και των κλάδων των διαφόρων ποταμιών του δικτύου. Με δεδομένο το ψηφιακό μοντέλο εδάφους (ή απλώς τις ισοϋψείς καμπύλες ψηφιοποιημένες) ένα Σ.Γ.Π. μπορεί να χρησιμεύσει στη δημιουργία χαρτών με τις λεκάνες απορροής και τα υδατορεύματα οποιασδήποτε τάξης και μεγέθους και επιπλέον να παρέχει πολύτιμες πληροφορίες, σχετικά με την κλίση και τον

προσανατολισμό του εδάφους, τη ροή και συγκέντρωση του νερού, τη μορφή του υδρογραφικού δικτύου κ.α.

Ακόμη, μέσω της κανναβικής (raster ή grid) μορφής ένα Σ.Γ.Π. παρέχει τη δυνατότητα πραγματοποίησης υπολογισμών, που δεν είναι δυνατόν να γίνουν σε έναν απλό χάρτη υδρογραφικού δικτύου. Η ύπαρξη γλώσσας προγραμματισμού στο Σ.Γ.Π. (μακροεντολές) διευκολύνει τους υπολογισμούς αυτούς και οδηγεί στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων, σύμφωνα με τις συγκεκριμένες απαιτήσεις.

3.2 Γενικά χαρακτηριστικά

Τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των Σ.Γ.Π. είναι:

- Η παροχή πληροφοριών για τη σχετική και απόλυτη θέση, όπως και η ποσοτική αλλά και ποιοτική περιγραφή των γεωγραφικών χαρακτηριστικών.
- Η παροχή της δυνατότητας προσδιορισμού χωρικών συσχετισμών επάνω σε γεωμετρικά και περιγραφικά χαρακτηριστικά.

Θα έλεγε λοιπόν κανείς ότι ένα Σ.Γ.Π. επιτρέπει την υποβολή “ερωτήσεων” στον εξεταζόμενο χάρτη. Οι ερωτήσεις αυτές, στις οποίες ένα Σ.Γ.Π. μπορεί να απαντήσει κατά τη διάρκεια της χωρικής ανάλυσης, διακρίνονται σε πέντε χαρακτηριστικές κατηγορίες (Τζάνου, 1994):

- Τοπογραφία : “Τι είναι που ...”

Η απάντηση σε αυτή την ερώτηση αφορά το τι υπάρχει σε κάθε συγκεκριμένο τόπο του χώρου της μελέτης μας. Έτσι, η ταυτότητα π.χ. ενός τόπου, περιγράφεται με διάφορους τρόπους όπως με το όνομά του, με κάποιο γεωγραφικό κωδικό, ή με κάποιο γραφικό συμβολισμό, σε συνδυασμό πάντα με ένα Σύστημα Γεωγραφικών Συντεταγμένων, όπως το γεωγραφικό μήκος και πλάτος, συστήματα καρτεσιανών συντεταγμένων κ.λ.π.

- Προσδιορισμός τοποθεσίας : “Που βρίσκεται ...”

Η δεύτερη αυτή ερώτηση είναι τρόπον τινά η αντίστροφη της πρώτης και απαιτεί στοιχεία χωρικής ανάλυσης για να απαντηθεί. Έτσι, με δεδομένες κάποιες συνθήκες (π.χ. ζητούμενης περιοχής γνωστού κωδικού, έκτασης,

δεδομένης απόστασης από αστικό κέντρο κ.λ.π.) βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος μέσα στον οποίο πληρούνται αυτές οι συνθήκες.

- Τάσεις : “Ποιά η μεταβολή...”

Με δεδομένη την απάντηση των δύο προηγούμενων ερωτήσεων, μπορούν να διαπιστωθούν μεταβολές κατά την πάροδο του χρόνου.

- Πρότυπα : “Από ποιά χωρικά πρότυπα χαρακτηρίζεται ...”

Σε ένα συγκεκριμένο χώρο ζητούνται συσχετισμοί και νόμοι οι οποίοι διέπουν φαινόμενα που συμβαίνουν ταυτόχρονα στο χώρο αυτό.

- Μοντέλα : “Τι θα συνέβαινε αν ...” (“What if ...”)

Η απάντηση σε αυτή την ερώτηση προϋποθέτει συνολικότερη επιστημονική θεώρηση και δεν μπορεί να δοθεί με μοναδική γνώση αυτή της γεωγραφικής πληροφορίας. Για παράδειγμα το τι θα συνέβαινε στη μορφή του υδρογραφικού δικτύου μιας λεκάνης, αν άλλαζε το μέγεθος της στοιχειώδους επιφάνειας απορροής (κατώφλι ή threshold), απαιτεί την επανάληψη της εφαρμογής κάποιου μοντέλου, που έχει σαν παράμετρο το threshold. Οι απαντήσεις που λαμβάνει ο χρήστης σε τέτοιου είδους ερωτήσεις (σενάρια) λαμβάνουν υπόψη τους, με δεδομένο τρόπο, πλήθος γεωγραφικών πληροφοριών και είναι οι ίδιες πολυδιάστατες.

Συμπερασματικά μπορεί να διαπιστώσει κανείς ότι με την εκμετάλλευση αυτών των δυνατοτήτων των Σ.Γ.Π., αποκαθίσταται πλήρης επικοινωνία και συσχέτιση της συμβατικής γραφικής πληροφορίας του χάρτη με τη μη γραφική πινακοποιημένη περιγραφική πληροφορία των βάσεων δεδομένων.

Η οργάνωση της γεωγραφικής πληροφορίας στα Σ.Γ.Π. γίνεται σε επίπεδα. Κάθε επίπεδο περιέχει συγκεκριμένη κατηγορία δεδομένων ομοιογενούς υφής, στο οποίο εγκαθίστανται από το σύστημα χωρικές σχέσεις ανάμεσα στα χαρακτηριστικά που το απαρτίζουν. Τέτοια επίπεδα μπορεί για παράδειγμα να είναι :

- Χρήσεις Γης
- Λίμνες
- Ποτάμια
- Ισοϋψείς Εδάφους

- Οδικό Δίκτυο
- Κατοικίες
- Είδη Εδαφών

Έπειτα γίνεται συσχέτιση των επιπέδων αυτών με βάση έναν κοινό και μοναδικό κωδικό σύνδεσης των χαρακτηριστικών. Ο κωδικός αυτός αντιπροσωπεύει τη θέση του κάθε αντικειμένου στο γεωγραφικό χώρο και έτσι εξασφαλίζεται η σύμπτωση της τοπογραφίας από επίπεδο σε επίπεδο. Κατόπιν γίνεται μια σειρά συνδυασμών με βάση απλές λογικές μαθηματικές πράξεις ανάμεσα στα επίπεδα πληροφορίας, στην οποία βασίζεται όλο το οικοδόμημα της γεωγραφικής ανάλυσης μέσω Σ.Γ.Π. Οι συνδυασμοί των επιπέδων δίνουν κάποια ανεξάρτητα επίπεδα-συνισταμένες, στα οποία περιέχονται “φιλτραρισμένες” οι πληροφορίες των συνιστωσών επιπέδων βάση της λογικής της κάθε “ερώτησης”. Αντίστροφα, κάθε επίπεδο-συνισταμένη μπορεί να αναλυθεί σε τόσα επιμέρους συνιστώντα επίπεδα, όσα είναι τα χαρακτηριστικά που εμπεριέχονται σε αυτό (ARC/INFO Data Model Concepts & Key Terms, 1991).

3.3 Κατηγορίες Σ.Γ.Π.

Ανάλογα με τη μορφή της επεξεργασίας των γεωμετρικών στοιχείων του χάρτη, τα Σ.Γ.Π. διακρίνονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

- Τα διανυσματικά Σ.Γ.Π. ή Vector G.I.S.
- Τα Σ.Γ.Π. μωσαϊκού τύπου ή Raster (Grid) G.I.S.

Οι παραπάνω κατηγορίες εμφανίστηκαν ανεξάρτητες μεταξύ τους, αλλά τελευταία δημιουργείται τάση ενοποίησής τους, λόγω του γεγονότος ότι αλληλοσυμπληρώνονται και μάλιστα τα μειονεκτήματα της μιας αποτελούν πλεονεκτήματα της άλλης.

3.3.1 Διανυσματικά Σ.Γ.Π. (Vector G.I.S.)

Στην κατηγορία αυτή η επεξεργασία των στοιχείων γίνεται με τη λογική του διανύσματος. Είναι όμοια με τη λογική που ο άνθρωπος σχεδιάζει με το χέρι του

πάνω στο χαρτί: τέλειες γραμμές. Η γεωμετρία των διανυσματικών Σ.Γ.Π. αποτελείται από τα εξής δομικά στοιχεία:

- Σημεία (points)
- Γραμμές (lines)
- Πολύγωνα (polygons)

Με τους συνδυασμούς των παραπάνω δομικών στοιχείων αντιπροσωπεύονται όλα τα γεωμετρικά στοιχεία του χώρου :

- Θέσεις
- Γραμμικά στοιχεία
- Επιφάνειες

Από τον συνδυασμό των δομικών στοιχείων αυτών προκύπτουν τα γεωμετρικά στοιχεία του χώρου, καθένα από τα οποία συνδέεται με ένα σύνολο πληροφοριών, που περιγράφεται στη βάση δεδομένων με τη μορφή πινάκων.

Τα διανυσματικά συστήματα Σ.Γ.Π. χρησιμοποιούνται ευρύτατα για την αποθήκευση γραμμικών και επιφανειακών στοιχείων, καθώς οι απαιτήσεις τους σε μνήμη δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες, σε αντίθεση με τα μωσαϊκού τύπου συστήματα, που δεν απαιτείται αποθήκευση για οποιοδήποτε σημείο που δεν βρίσκεται επάνω σε γραμμή. Επιπλέον, η χρησιμοποίηση διανυσματικού συστήματος ενδείκνυται και στην περίπτωση της τύπωσης χαρτών, αφού καταλαμβάνουν μικρότερο χώρο στη μνήμη του σχεδιαστικού μηχανήματος, σε σχέση με τα raster συστήματα, κάνοντας γρηγορότερη την τύπωση χαρτών.

3.3.2. Συστήματα Raster

Ένα raster σύστημα (μωσαϊκού τύπου) είναι ουσιαστικά ένας κάνναβος, τοποθετημένος πάνω στην εικόνα, την οποία χωρίζει σε πολύ μικρές στοιχειώδεις τετραγωνικές επιφάνειες, που λέγονται rasters ή cells ή pixels. Το μήκος της πλευράς των τετραγωνικών αυτών επιφανειών ονομάζεται ανάλυση (resolution ή cellsize) και είναι επιλογή του χρήστη του raster συστήματος, ενώ σε καθεμιά από αυτές αντιστοιχεί ένας αριθμός. Είναι προφανές ότι όσο

μικρότερο είναι το μήκος της πλευράς και το εμβαδόν του pixel, τόσο μεγαλύτερη λεπτομέρεια μπορούμε να αποτυπώσουμε σε αυτό. Η αεροφωτογραφία είναι η κύρια πηγή πληροφορίας των raster συστημάτων και τα δεδομένα συνήθως εισάγονται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, μέσω ειδικών συσκευών σάρωσης (scanners).

Πρέπει να σημειωθεί ότι τα δεδομένα σε ένα raster σύστημα προσφέρονται για ανάλυση και λεπτομερειακή επεξεργασία, όχι όμως και για αποθήκευση, λόγω του μεγάλου χώρου που καταλαμβάνουν.

3.4 Το πρόγραμμα ARC-INFO και επιμέρους προγράμματα

3.4.1 Γενικά

Το ARC-INFO είναι ένα λογισμικό πρόγραμμα - μια σειρά προγραμμάτων - που έχει αναπτυχθεί για Σ.Γ.Π. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά του ARC-INFO είναι το γεγονός ότι διαθέτει πρότυπη βάση πληροφοριών, έχει τη δυνατότητα χαρτογραφικής επεξεργασίας και γεωγραφικής ανάλυσης σε κάθε επίπεδο του γεωγραφικού χώρου, προσαρμόζεται εύκολα σε κάθε είδος εφαρμογής και μπορεί να διαχειρίζεται διάφορους τύπους πληροφορίας.

Η γλώσσα μακροεντολών - προγραμματισμού - του ARC-INFO (AML) είναι εύχρηστη και η εκτέλεση της κάθε εντολής είναι σαν την εκτέλεση μιας υπορουτίνας.

Μέσα στο ARC-INFO υπάρχουν τα περιβάλλοντα εργασίας arc, arcedit, arcplot, grid και arcview.

3.4.2 Περιβάλλον ARC

Το ARC είναι το κεντρικό περιβάλλον του ARC-INFO και μέσα από αυτό γίνεται η πρόσβαση στα υπόλοιπα προγράμματα. Καλείται με την εντολή ARC και μόνο μέσα σε αυτό μπορούν να εκτελεστούν εντολές λειτουργικού συστήματος. Επίσης στο περιβάλλον ARC επιτυγχάνεται η γρήγορη δημιουργία και διαχείριση ψηφιακών χαρτογραφικών αρχείων και η αναγωγή σε περιβάλλοντα διόρθωσης και παρουσίασης των χαρτών, ενώ μπορεί να πραγματοποιηθεί η μετατροπή δεδομένων raster σε vector και αντίστροφα. Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι η απεικόνιση χαρτών στο ARC είναι ιδιαίτερα γρήγορη.

3.4.3 Περιβάλλον ARCEDIT

Στο περιβάλλον ARCEDIT δημιουργείται η ψηφιοποιημένη μορφή χαρτών, με την οποία εισάγονται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή και πραγματοποιούνται εργασίες όπως η διόρθωση λαθών, η συγχώνευση χαρτών και η απόδοση των χαρακτηριστικών (attributes) στα δεδομένα διανυσματικών χαρτών.

3.4.4 Περιβάλλον ARCPLOT

Είναι το κατεξοχήν σχεδιαστικό περιβάλλον του ARC-INFO, με δυνατότητα απεικόνισης στοιχείων ενός χάρτη σε δισδιάστατη ή τρισδιάστατη μορφή. Οι εμφανίσεις των χαρτών στην οθόνη σώζονται από το χρήστη, ώστε να είναι δυνατή η εκτύπωσή τους.

3.4.5 Περιβάλλον GRID

Το περιβάλλον GRID είναι ουσιαστικά ένα υποπρόγραμμα επεξεργασίας κανναβικών χαρτών με δυνατότητα μετατροπής τους σε άλλες μορφές. Στο περιβάλλον GRID ισχύουν και όλες οι σχεδιαστικές εντολές του ARCPLOT, ενώ διατίθεται και μεγάλος αριθμός συναρτήσεων βιβλιοθήκης για επεξεργασία των καννάβων και αλγεβρικές πράξεις μεταξύ των χαρτών.

3.4.6 Περιβάλλον ARCVIEW

Το περιβάλλον αυτό είναι ιδιαίτερα φιλικό στο χρήστη, με παράθυρα και έτοιμες επιλογές και χρησιμεύει για την εμφάνιση γεωγραφικών δεδομένων και την άντληση πληροφοριών από το σύστημα.

3.5 ΣΥΝΤΑΞΗ ΕΝΤΟΛΩΝ IDW, KRIGING

3.5.1 Εντολή IDW

Η εντολή IDW συντάσσεται με τους δυο παρακάτω τρόπους:

IDW

```
<point_cover/point_file>, {spot_item}, {barriers}, {power}, {  
SAMPLE, {num_points}, {max_radius}, {cellsize}, {Xmin,  
Ymin, Xmax, Ymax}}
```

IDW

```
<point_cover/point_file>, {spot_item}, {barriers}, {power}, {  
RADIUS, {radius}, {min_points}}, {cellsize}, {Xmin, Ymin,  
Xmax, Ymax})
```

Η μέθοδος παρουσιάζει μια παρεμβολή αντιστρόφου αποστάσεως για ένα άγνωστο σημείο, από ένα δείγμα γνωστών σημείων, όπου :

<point_cover/point_file> : Είναι το επίπεδο πληροφορίας των σταθμών μέτρησης, που περιέχει τιμές ετήσιας βροχόπτωσης. Με βάση τις τιμές αυτές θα καταρτιστούν οι επιφάνειες (grids) με βάση τις διάφορες μεθόδους.

{ barriers } : Είναι το επίπεδο πληροφορίας ή το αρχείο ASCII που οριοθετεί την περιοχή στην οποία θα κάνουμε την επεξεργασία.

{ power } : Είναι ο εκθέτης της απόστασης. Ελέγχει τη σπουδαιότητα που έχουν τα περιμετρικά από ένα άγνωστο σημεία, για την παρεμβολή της τιμής στο άγνωστο σημείο. Όσο μεγαλώνει ο εκθέτης, τόσο μικραίνει η επιρροή της απόστασης από το σημείο. Μπορεί να είναι οποιοσδήποτε πραγματικός αριθμός μεγαλύτερος από το μηδέν, αλλά συνήθως χρησιμοποιούνται εκθέτες μεταξύ του 0,5 και του 3.

SAMPLE : Η λέξη αυτή υποδηλώνει τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της τιμής των σημείων.

{ num_points } : Είναι ο ακέραιος αριθμός που υποδηλώνει το πλήθος των πλησιέστερων σημείων του δείγματος για την παρεμβολή της τιμής σε ένα άγνωστο σημείο.

{ max_radius } : Καθορίζει την απόσταση, στις μονάδες του χάρτη, ώστε να περιοριστεί η έρευνα των πλησιέστερων σημείων του καταχωρημένου δείγματος. Αν ο αριθμός των σημείων που έχουν δοθεί στην εντολή {num_points} δεν ικανοποιείται μέσα στα όρια της ακτίνας {max_radius},

τότε χρησιμοποιείται μικρότερος αριθμός σημείων και είναι ο αριθμός των σημείων που περικλείονται μέσα στην ακτίνα {max_radius}.

RADIUS : Η λέξη αυτή υποδηλώνει τη μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση της τιμής των σημείων.

{ radius } : Είναι η απόσταση, στις μονάδες του χάρτη, η οποία καθορίζει ότι όλα τα σημεία του δείγματος που περιέχονται μέσα στην ακτίνα αυτή θα χρησιμοποιηθούν για να βρεθεί η παρεμβολή στο άγνωστο σημείο.

{ min_points } : Είναι ο ακέραιος αριθμός που εκφράζει τον ελάχιστο αριθμό των σημείων του δείγματος που θα χρησιμοποιηθούν στην παρεμβολή. Αν ο απαραίτητος αριθμός σημείων δεν βρεθεί μέσα στην καθορισμένη ακτίνα, τότε η ακτίνα δράσεως θα διευρυνθεί, μέχρι να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός σημείων.

{ cellsize } : Το πλάτος ή ύψος του στοιχείου (κελιού) σε μονάδες του χάρτη. Το πλάτος είναι ίσο με το ύψος, σύμφωνα με τη μέθοδο. Για την περίπτωση που μελετάμε η διάσταση είναι 2 Km. Επομένως κάθε στοιχείο είναι τετράγωνο πλευράς 2 Km.

{ Xmin, Ymin, Xmax, Ymax } : Είναι οι διαστάσεις σε μονάδες του χάρτη της περιοχής στην οποία ψάχνουμε την παρεμβολή. Για τη δική μας περίπτωση (Στερεά Ελλάδα) οι τιμές είναι:

$$X_{min} = 190.492$$

$$X_{max} = 566.162$$

$$Y_{min} = 4.145.896$$

$$Y_{max} = 4.403.734$$

Παρατηρήσεις

- Η τελική τιμή για ένα στοιχείο, με εφαρμογή της μεθόδου IDW, περιορίζεται μέσα στα όρια του δείγματος των τιμών που χρησιμοποιούμε για να κάνουμε την παρεμβολή αυτή. Επειδή η μέθοδος IDW χρησιμοποιεί το σταθμισμένο μέσο όρο, η εκτίμηση δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από το υψηλότερο και μικρότερη από το χαμηλότερο καταχωρημένο στοιχείο του

δείγματος. Έτσι, δεν μπορεί η μέθοδος IDW να δημιουργήσει κορυφές και κοιλάτες, εάν αυτές οι εξάρσεις του αναγλύφου δεν έχουν ήδη καταχωρηθεί σαν μέρος του δείγματος.

- Τα καλύτερα αποτελέσματα με τη χρήση της μεθόδου IDW εξασφαλίζονται όταν το δείγμα των σημείων που διαθέτουμε είναι επαρκώς πυκνό με σεβασμό στην τοπική μεταβολή, την οποία προσπαθούμε να παραστήσουμε.
- Αν το δείγμα των σημείων που έχουμε στη διάθεσή μας είναι σποραδικό ή πολύ ανομοιογενές, το αποτέλεσμα μπορεί να μην αντιπροσωπεύει επαρκώς την επιθυμητή επιφάνεια.

Σχόλια

- Η μέθοδος της παρεμβολής του αντιστρόφου τετραγώνου (IDW), υπολογίζει την τιμή των στοιχείων, χρησιμοποιώντας ένα γραμμικό συνδυασμό των τιμών από ένα σύνολο σημείων του δείγματος, σταθμισμένων με τα αντίστοιχα βάρη. Ο συντελεστής βάρους είναι μια συνάρτηση της αντιστρόφου απόστασης.
- Η μέθοδος IDW αφήνει το περιθώριο στο χρήστη να καθορίσει τη σπουδαιότητα των γνωστών σημείων για τον καθορισμό της παρεμβαλλόμενης τιμής, βασισμένη στην απόσταση τους από το άγνωστο σημείο. Καθορίζοντας τον μεγαλύτερο εκθέτη (power) μπορούμε να δώσουμε ακόμη μεγαλύτερη έμφαση στα πιο κοντινά σημεία. Έτσι, τα πιο κοντινά σημεία έχουν τη μεγαλύτερη επιρροή και η επιφάνεια έχει περισσότερες λεπτομέρειες (παρουσιάζει μικρότερη ομαλότητα). Αντίθετα, καθορίζοντας τη μικρότερη τιμή σαν εκθέτη της απόστασης, εξασφαλίζουμε μεγαλύτερη επίδραση των πιο μακρινών από τα σημεία του δείγματος για την εύρεση της άγνωστης τιμής. Ο εκθέτης είναι ένας θετικός, πραγματικός αριθμός. Συνήθως χρησιμοποιείται η τιμή 2.
- Ένας ακόμη τρόπος για να ελέγχουμε τα χαρακτηριστικά της παρεμβαλλόμενης επιφάνειας, είναι ο περιορισμός των γνωστών σημείων για τον υπολογισμό κάθε παρεμβαλλόμενης τιμής. Οι γνωστές τιμές μπορούν να περιοριστούν, είτε χρησιμοποιώντας μικρότερο αριθμό σημείων από το δείγμα, είτε με τον καθορισμό μιας ακτίνας η οποία περικλείει όλα τα σημεία που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της παρεμβολής σε ένα σημείο.

3.5.2 Εντολή KRIGING

Η εντολή Kriging συντάσσεται με τους δυο παρακάτω τρόπους:

KRIGING

```
(<point_cover/point_file>, {spot_item}, {barrier_cover/  
barrier_file}, {BOTH/GRAPH/GRID}, {output_varian  
ce}, {method}, {SAMPLE, {num_points}, {max_radius}  
}, {cellsize}, {Xmin, Ymin, Xmax, Ymax})
```

KRIGING

```
(<point_cover/point_file>, {spot_item}, {barrier_cover/  
barrier_file}, {BOTH/GRAPH/GRID}, {output_varian  
ce}, {method}, {RADIUS, {radius}, {min_points}}, {cell  
size}, {Xmin, Ymin, Xmax, Ymax})
```

όπου :

<point_cover / point_file> : Είναι το επίπεδο πληροφορίας των σταθμών μέτρησης, που περιέχει τιμές ετήσιας βροχόπτωσης. Με βάση τις τιμές αυτές θα καταρτιστούν οι επιφάνειες (grids) με βάση τις διάφορες μεθόδους.

{ spot_item } : Είναι το όνομα ενός στοιχείου μέσα στο <in_cover>.PAT ή ένας σχετικός πίνακας που περιέχει τις τιμές των σημείων. Όταν δεν δοθεί όνομα αρχείου από το χρήστη, τότε το σύστημα τοποθετεί στη θέση αυτή το αρχείο SPOT για να μπορεί να λειτουργήσει. Λειτουργικά, χρησιμοποιούμε το σύμβολο # για να κρατήσουμε μια θέση κενή, όταν οι τιμές των σημείων βρίσκονται μέσα στο αρχείο <point_file>.

{ barrier_cover / barrier_file } : Είναι το επίπεδο πληροφορίας ή το αρχείο ASCII που οριοθετεί την περιοχή στην οποία θα κάνουμε την επεξεργασία.

{ BOTH / GRAPH / GRID } : Οι λέξεις αυτές καθορίζουν εάν μια επιφάνεια ή ένα αρχείο δεδομένων στο INFO περιέχει τιμές ημιδιασποράς (semi-variance)

ικανές μόνο για γραφικές απεικονίσεις ή δημιουργούνται τόσο η επιφάνεια όσο και η γραφική απεικόνιση.

BOTH : Δημιουργείται τόσο μια επιφάνεια (grid), όσο και το αντίστοιχό της μεταβλητόγραμμα (variance). Το αρχείο που δημιουργείται παίρνει το όνομα out_grid.SVG. Αν υπάρχει ήδη αρχείο με το ίδιο όνομα, τότε το καινούργιο αρχείο τοποθετείται στη θέση του παλιού.

GRAPH : Δημιουργείται μόνο ένα αρχείο για τη γραφική απεικόνιση του ημιμεταβλητογράμματος. Δεν δημιουργείται αρχείο που να περιέχει την επιφάνεια (grid).

GRID : Δημιουργείται μόνο ένα αρχείο (out_grid) το οποίο περιέχει την τελική επιφάνεια, χωρίς τη δημιουργία ημιμεταβλητογράμματος.

{ **output_variance** } : Είναι μια προαιρετική επιφάνεια, η οποία περιέχει τις προβλεπόμενες τιμές της ημιδιασποράς, για κάθε σημείο της επιφάνειας.

{ **method** } : Η παράμετρος αυτή καθορίζει τον τύπο (μοντέλο) της μαθηματικής συνάρτησης που προσαρμόζουμε στο παρατηρημένο ημιμεταβλητόγραμμα. Οι μέθοδοι που διατίθενται από το σύστημα είναι :

- α. **SPHERICAL** : χρησιμοποιούμε μοντέλο σφαιρικού semi-variogram.
- β. **CIRCULAR** : χρησιμοποιούμε μοντέλο κυκλικού semi-variogram.
- γ. **EXPONENTIAL** : χρησιμοποιούμε μοντέλο εκθετικού semi-variogram.
- δ. **GAUSSIAN** : χρησιμοποιούμε μοντέλο Gauss semi-variogram.
- ε. **LINEAR** : χρησιμοποιούμε μοντέλο γραμμικού semi-variogram.

{ **cellsize** } : Το πλάτος ή ύψος του στοιχείου (κελιού) σε μονάδες του χάρτη. Το πλάτος είναι ίσο με το ύψος σύμφωνα με τη μέθοδο. Για την περίπτωση που μελετάμε η διάσταση είναι 2 Km. Επομένως κάθε στοιχείο είναι τετράγωνο πλευράς 2 Km.

{ **Xmin, Ymin, Xmax, Ymax** } : Είναι οι διαστάσεις σε μονάδες του χάρτη της περιοχής στην οποία ψάχνουμε την παρεμβολή. Για τη δική μας περίπτωση (Στερεά Ελλάδα) οι τιμές είναι:

$$Xmin = 190.492$$

$$Xmax = 566.162$$

$$Ymin = 4.145.896$$

$$Ymax = 4.403.734$$

Για τον υπολογισμό κάποιας επιφάνειας (grid) με τη μέθοδο Kriging, μέσω του Σ.Γ.Π., μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αρχικά δυο μεθόδους παρεμβολής. Τη μέθοδο *SAMPLE* (επιλογή σημείων) και τη μέθοδο *RADIUS* (επιλογή ακτίνας).

A. Μέθοδος επιλογής σημείων (SAMPLE)

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή καθορίζουμε τον αριθμό των γειτονικών σημείων του δείγματος που θα χρησιμοποιήσουμε, έτσι ώστε να παρεμβάλλουμε την τιμή κάθε τετραγωνιδίου στον τελικά παραγόμενο κάνναβο .

{ num-points } : Είναι μια ακέραια τιμή, η οποία προσδιορίζει τον αριθμό των πλησιέστερων σημείων του δείγματος που θα χρησιμοποιήσουμε για να κάνουμε την παρεμβολή. Στην δική μας περίπτωση αυτός ο αριθμός δεν μπορεί να υπερβαίνει το 71, γιατί αυτός είναι ο αριθμός των μετρήσεων που έχει το δείγμα μας.

{ max-radius } : Καθορίζουμε την απόσταση στο χάρτη μέσα στην οποία θα περιορίσουμε την εύρεση των πλησιέστερων σημείων του δείγματος. Αν ο αριθμός των σημείων που έχουμε επιλέξει στο {num-radius} δεν ικανοποιείται μέσα από τον καθορισμό του {max-radius}, τότε χρησιμοποιείται μικρότερος αριθμός σημείων.

B. Μέθοδος επιλογής ακτίνας (RADIUS)

Η μέθοδος αναφέρεται στην εύρεση μιας ακτίνας που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να επιλέξουμε τα γειτονικά σημεία που ανήκουν στο δείγμα, έτσι ώστε να παρεμβάλλουμε την τιμή κάθε τετραγωνιδίου στον τελικά παραγόμενο κάνναβο.

{ radius } : Είναι η ακτίνα γύρω από το ζητούμενο σημείο, η οποία καθορίζει ότι όλα τα σημεία του δείγματος που βρίσκονται μέσα στην ακτίνα αυτή μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παρεμβαλλόμενη τιμή.

{ min-points } : Είναι μια ακέραια τιμή, η οποία καθορίζει τον ελάχιστο αριθμό σημείων που θα χρησιμοποιηθούν για την παρεμβολή. Αν ο απαιτούμενος

αριθμός σημείων δεν βρεθεί μέσα στην καθορισμένη ακτίνα {radius}, η ερευνούμενη ακτίνα θα αυξηθεί μέχρι να βρεθεί ο απαιτούμενος ελάχιστος αριθμός σημείων.

Παρατηρήσεις

- Το Kriging είναι ένα καθαρά υπολογιστικό πρόγραμμα. Χωρίς τη βοήθεια του υπολογιστή είναι αδύνατο να δώσει αποτελέσματα σε λίγο χρόνο, μια και ο αριθμός υπολογισμών είναι πολύ μεγάλος. Η ταχύτητα εκτέλεσης του ζητούμενου εξαρτάται από τον αριθμό των σημείων που θα χρησιμοποιηθούν για τους υπολογισμούς, καθώς και από το μέγεθος της περιοχής μελέτης.
- Η γραφική αποτύπωση του ζητούμενου (γραφική παρουσίαση ημιμεταβλητογράμματος) είναι σχετικά γρήγορη και θα έπρεπε να χρησιμοποιείται πριν δημιουργήσουμε την τελικά παραγόμενη επιφάνεια, έτσι ώστε μελετώντας τη μορφή αυτή να καθορίσουμε την πιο κατάλληλη μαθηματική προσέγγιση.

Βασικές διευκρινήσεις

Το Kriging είναι μια μέθοδος παρεμβολής, με πολλά πλεονεκτήματα και καταφέρνει να παράγει μια εκτιμημένη επιφάνεια από ένα πλήθος διασκορπισμένων σημείων με τιμές Z. Σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους παρεμβολής που υποστηρίζονται από το σύστημα ARC-INFO, το KRIGING εμπλέκει τη διερεύνηση της συμπεριφοράς στο χώρο του φαινομένου, το οποίο παρουσιάζεται με τις τιμές Z, πριν ακόμη ο χρήστης επιλέξει την καλύτερη μέθοδο παρεμβολής για να παράγει την τελική επιφάνεια.

Το Kriging είναι μια σύνθετη διαδικασία, η οποία απαιτεί μεγάλη τεχνογνωσία γύρω από τα στατιστικά δεδομένα στο χώρο. Έτσι, πριν χρησιμοποιήσουμε τις εντολές του Kriging, καλό θα ήταν να έχουμε μια σφαιρική γνώση των θεμελιωδών του Kriging και να προσδιορίσουμε τα απαραίτητα από τα δεδομένα μας για να μοντελοποιήσουμε με αυτή την τεχνική.

Το Kriging υποθέτει ότι η μεταβολή στο χώρο του φαινομένου που παρουσιάζεται με τις τιμές στα διάφορα σημεία, είναι στατιστικά ομογενοποιημένη σε όλη την επιφάνεια. Αυτό σημαίνει ότι το ίδιο δείγμα από

μεταβολές, μπορεί να παρατηρηθεί σε όλα τα σημεία της επιφάνειας. Αυτή η υπόθεση της χωρικής ομοιογένειας είναι θεμελιώδης.

Σύνολα σημείων τα οποία παρουσιάζουν ανωμαλίες ή απότομες αλλαγές, όπως αστάθειες και ασυνέχειες, δεν ενδείκνυνται να χρησιμοποιηθούν για την τεχνική του Kriging. Σε μερικές περιπτώσεις, τα δεδομένα μπορούν να χωριστούν εκ των προτέρων σε κλάσεις με ενιαία επιφανειακή συμπεριφορά και να αναλυθούν ξεχωριστά.

Έτσι και για τη Στερεά Ελλάδα, το Kriging ομογενοποιεί τις περιοχές και για να κάνει αυτή την εξομάλυνση δεν διατηρεί τις τιμές στα σημεία του δείγματος. Παρόλα αυτά όμως η μέση τιμή της επιφάνειας είναι ίδια τόσο με τη μέθοδο IDW όσο και με τη μέθοδο Thiessen.

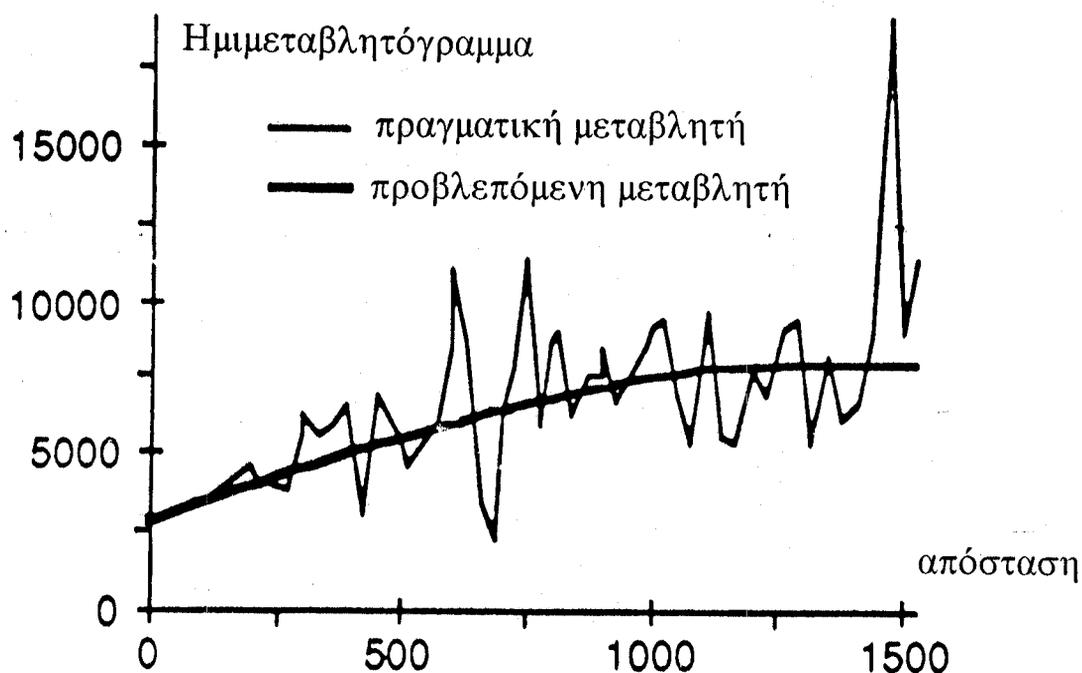
Η κάθε μέθοδος Kriging χρησιμοποιεί μια μαθηματική σχέση για να δημιουργήσει το μοντέλο της χωρικής μεταβολής με τις τιμές στα διάφορα σημεία.

Η απόκλιση μετριέται χρησιμοποιώντας την ημιδιασπορά (semi-variance), η οποία υπολογίζεται σαν το μισό του μέσου όρου των τετραγώνων των διαφορών των ζευγαριών των τιμών των δοσμένων σημείων. Η ημιδιασπορά (semi-variance) γ των τιμών ανάμεσα σε όλα τα ζευγάρια των σημείων $Z(x)$ και $Z(x+h)$, τα οποία χωρίζονται με την απόσταση h , μπορούν να υπολογιστούν από τον παρακάτω τύπο:

$$\gamma(h) = \frac{\sum (Z(X_i) - Z(X_i+h))^2}{2 * n} \quad (3.1)$$

όπου n είναι ο αριθμός των ζευγαριών των σημείων που χωρίζονται μεταξύ τους με απόσταση h .

Το κλειδί για την εύρεση της ημιδιασποράς (semi-variance) είναι η κατασκευή του ημιμεταβλητογράμματος. Το ημιμεταβλητόγραμμα είναι μια γραφική απεικόνιση της μεταβλητότητας στον άξονα των y , σε αντίθεση με την απόσταση h μεταξύ ζευγαριών απλών σημείων στον άξονα των x . Τα στοιχεία που χρησιμοποιήθηκαν για να κατασκευαστεί το μεταβλητόγραμμα (variogram) δημιουργήθηκαν από το Kriging με επιλογή του αρχείου GRAPH ή του αρχείου BOTH. Όταν δημιουργηθεί, το αποτέλεσμα μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα αρχείο AML, το οποίο ονομάζεται semivariogram. Το σχήμα (3.1) που ακολουθεί είναι ένα τυπικό παράδειγμα ημιμεταβλητογράμματος.



ΣΧΗΜΑ 3.1 Τυπικό παράδειγμα ημιμεταβλητογράμματος

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3, υπάρχουν πολλά σημαντικά χαρακτηριστικά που αξίζει να σημειωθούν στο δείγμα του ημιμεταβλητογράμματος. Αυτά είναι η χαρακτηριστική απόσταση range και η τιμή sill. Μέσα στην απόσταση (range) η απόκλιση των τιμών είναι μικρότερη όταν τα ζευγάρια των σημείων είναι κοντινά μεταξύ τους. Η μέγιστη τιμή που παρατηρείται στον άξονα των χ του ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram) καθορίζεται από την απόσταση ανάμεσα στο ζευγάρι των σημείων που απέχουν περισσότερο, από το δείγμα των τιμών. Η μέγιστη απόσταση που χωρίζει το ζευγάρι των σημείων και χρησιμοποιήθηκε για να ταιριάξει η μαθηματική συνάρτηση, είναι εκείνη που καθορίζεται από τον αριθμό των σημείων με τη μέθοδο SAMPLE ή με την καθορισμένη ακτίνα σύμφωνα με τη μέθοδο RADIUS.

4. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

4.1 Σταθμοί και δεδομένα (ετήσιες και μηνιαίες τιμές)

Οι μέθοδοι παραβολής που παρουσιάζονται εφαρμόστηκαν στην περιοχή της Στερεάς Ελλάδας. Για την ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν 71 βροχομετρικοί σταθμοί, οι οποίοι λειτουργούν σε ημερήσια βάση και μετρούν βροχόπτωση και χιόνι. Έτσι, συγκεντρώνοντας τις μετρήσεις αυτές μπορούμε να βρούμε μηνιαία και ετήσια ύψη βροχόπτωσης. Η χρονική περίοδος που επεξεργαστήκαμε είναι η περίοδος 1970-1990. Για κάθε σταθμό, και για την περίοδο αυτή, έχουμε καταχωρήσει σε έναν Πίνακα Γενικών Πληροφοριών του συστήματος τις μέσες μηνιαίες και την μέση ετήσια τιμή, καθώς και άλλες πληροφορίες, όπως το υψόμετρο, το γεωγραφικό μήκος και πλάτος, η υπηρεσία στην οποία ανήκει κ.α.

Στον πίνακα 4.1 που ακολουθεί φαίνονται το όνομα του κάθε σταθμού, το υψόμετρό του, η μέση τιμή βροχόπτωσης για την περίοδο 1970-1990 και το γεωγραφικό διαμέρισμα στο οποίο ανήκει.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1 Χαρακτηριστικά χρησιμοποιημένων βροχομετρικών σταθμών Στερεάς Ελλάδας.

ΟΝΟΜΑ ΣΤΑΘΜΟΥ	ΥΨΟΜΕΤΡΟ	ΜΕΣΟ ΥΠΕΡΕΤΗΣΙΟ ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ	ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ
ΑΣΤΕΡΟΣΚΟΠΙΟ	107	388.7	ΑΤΤΙΚΗ
ΑΓΡΙΝΙΟ	47	933.3	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΛΕΥΚΑΔΑ	2	1116.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΕΡΟΔΡ. ΤΑΤΟΙΟΥ	237	447.9	ΑΤΤΙΚΗ
ΑΕΡ. ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ	10	362.9	ΑΤΤΙΚΗ
ΜΕΓΑΡΑ	36	444.7	ΑΤΤΙΚΗ
ΥΠΑΤΗ	500	830.4	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΤΑΝΑΓΡΑ	139	453.6	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΣΚΥΡΟΣ	4	448.8	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΛΑΜΙΑ	144	583.0	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΧΑΛΚΙΔΑ	5	338.8	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΔΕΣΦΙΝΑ	590	365.5	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΛΙΑΡΤΟΣ	110	584.1	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΓΙΑ ΤΡΙΑΔΑ	400	994.4	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΔΑΥΛΕΙΑ	380	872.0	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ

ΟΝΟΜΑ ΣΤΑΘΜΟΥ	ΥΨΟΜΕΤΡΟ	ΜΕΣΟ ΥΠΕΡΕΤΗΣΙΟ ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ	ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ
ΘΙΣΒΗ	174	457.1	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΛΛΙΘΕΑ	333	650.1	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΑΥΛΟΣ	200	502.2	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΛΜΥΡΟΠΟΤΑΜΟΣ	140	678.1	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΙΣΤΙΑΙΑ	45	723.8	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΤΩ ΣΤΕΝΗ	290	1044.4	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΡΟΚΟΠΙΟΝ	70	1050.7	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΘ. ΔΙΑΚΟΣ	1050	1428.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΜΦΙΣΣΑ	180	795.2	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΓΡΑΒΙΑ	450	934.1	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΔΑΦΝΟΣ	1050	1357.0	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΕΠΤΑΛΟΦΟΣ	830	1180.3	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΡΟΥΤΕΣ	1040	1360.8	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΟΝΙΑΚΟΣ	850	1292.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΛΙΔΩΡΙΚΙ	537	963.4	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΜΑΛΑΝΔΡΙΝΟ	600	907.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΕΝΤΑΓΙΟΙ	950	1382.3	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΥΡΑ	1140	1390.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΝΑΒΡΑ	208	463.2	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΝΩ ΜΠΡΑΛΟΣ	600	860.5	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΤΑΛΑΝΤΗ	110	596.7	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΖΗΛΕΥΤΟ	120	532.5	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΤΡΙΛΟΦΟ	580	644.3	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΤΩ ΤΙΘΟΡΕΑ	170	676.0	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΡΠΕΝΗΣΙ	960	1189.4	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΓΙΟΣ ΒΛΑΣΙΟΣ	850	1700.7	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΝΑΛΗΨΗ	620	1208.7	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΓΡΑΜΜΕΝΗ ΘΕΥΑ	1160	1201.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΓΡΗΓΟΡΙΟ	1000	1762.5	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΛΕΠΕΝΟΥ	190	1137.6	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΛΑΤΑΝΟΣ	900	1546.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΣΤΑΜΝΑ	142	1023.0	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΟΡΟΣ ΡΗΓΑΝΙΟΥ	150	1294.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΣΥΚΕΑ	780	1357.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΜΟΥΡΙΚΙ	85	428.2	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΔΡΥΜΑΙΑ	580	747.9	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΛΕΙΒΑΔΙΑ	200	767.8	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΑΣΤΡΑΚΙ	145	1088.3	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΡΕΜΑΣΤΑ(ΥΗΣ)	390	1247.2	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΤΕΜΠΛΑ	306	1330.2	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΦΟΥΣΙΑΝΑ	950	1203.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΜΙΚΡΑ ΒΡΑΓΚΙΑΝΑ	580	1330.7	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΒΑΚΑΡΙΟ	1150	1684.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΓΕΦ. ΕΠΙΣΚΟΠΗΣ	277	1164.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΜΑΥΡΟΜΑΤΑ	900	1710.9	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΝΙΑΔΑ	1060	1378.2	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΚΡΙΚΕΛΛΟ	1120	1342.5	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ

ΟΝΟΜΑ ΣΤΑΘΜΟΥ	ΥΨΟΜΕΤΡΟ	ΜΕΣΟ ΥΠΕΡΕΤΗΣΙΟ ΥΨΟΣ ΒΡΟΧΗΣ	ΥΔΑΤΙΚΟ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ
ΕΠΙΝΙΑΝΑ	1050	1799.2	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΜΟΝΑΣΤΗΡΑΚΙ	660	1861.0	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΤΡΙΠΟΤΑΜΟΣ	650	1275.1	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΤΡΟΒΑΤΟ	1060	1838.4	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΑΡΑΧΩΒΑ	960	1232.8	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΔΡΥΜΩΝΑΣ	900	1296.3	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΝΕΟΧΩΡΙ(ΤΥΜΦΡ.)	800	1661.6	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΙΤΣΙΩΤΑ	800	1265.5	ΑΝΑΤ. ΣΤΕΡΕΑ
ΠΑΠΑΡΟΥΣΙ	660	1193.2	ΔΥΤ. ΣΤΕΡΕΑ

Οι 71 βροχομετρικοί σταθμοί ανήκουν σε τρία υδατικά διαμερίσματα. Η ΑΤΤΙΚΗ περιλαμβάνει 4 σταθμούς, η ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ 30 και τέλος η ΔΥΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ 37 σταθμούς. Στα τρία σύνολα ερευνήθηκε η σχέση βροχής-υψομέτρου και προσαρμόστηκε η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

α. ΑΤΤΙΚΗ

$$P = 0,228 X + 388,80$$

με συντελεστή συσχέτισης $R=0,742$

Τα τέσσερα σημεία πρακτικά δεν επιτρέπουν τη διεξαγωγή στατιστικού ελέγχου.

β. ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ

$$P = 0,784 X + 496,13$$

με συντελεστή συσχέτισης $R=0,809$

Όριο σημαντικότητας : 5% $R_c = 2/\sqrt{30} = 0,365$

Άρα το δείγμα δεν είναι στατιστικά σημαντικό.

γ. ΔΥΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ

$$P = 0,386 X + 1058,35$$

με συντελεστή συσχέτισης $R=0,743$

Όριο σημαντικότητας : 5% $R_c = 2/\sqrt{37} = 0,339$

Άρα το δείγμα είναι στατιστικά σημαντικό.

δ. ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ

$$P = 0,840 X + 601,05$$

με συντελεστή συσχέτισης $R=0,866$

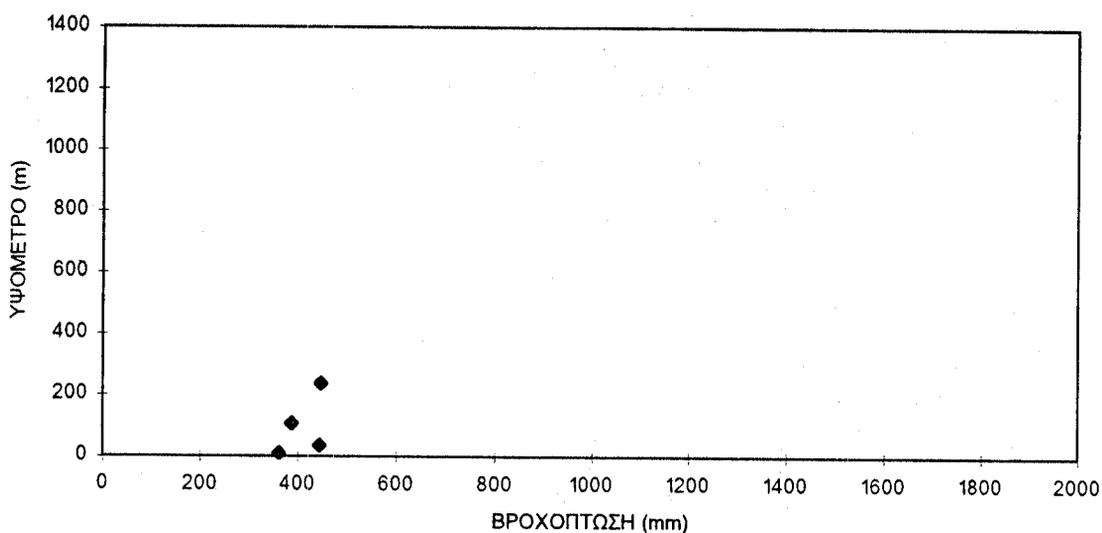
Όριο σημαντικότητας : 5% $R_c = 2/\sqrt{71} = 0,243$

Άρα το δείγμα είναι στατιστικά σημαντικό.

Στις παραπάνω σχέσεις η μεταβλητή P είναι η τιμή της βροχόπτωσης και η μεταβλητή X είναι η τιμή του υψομέτρου.

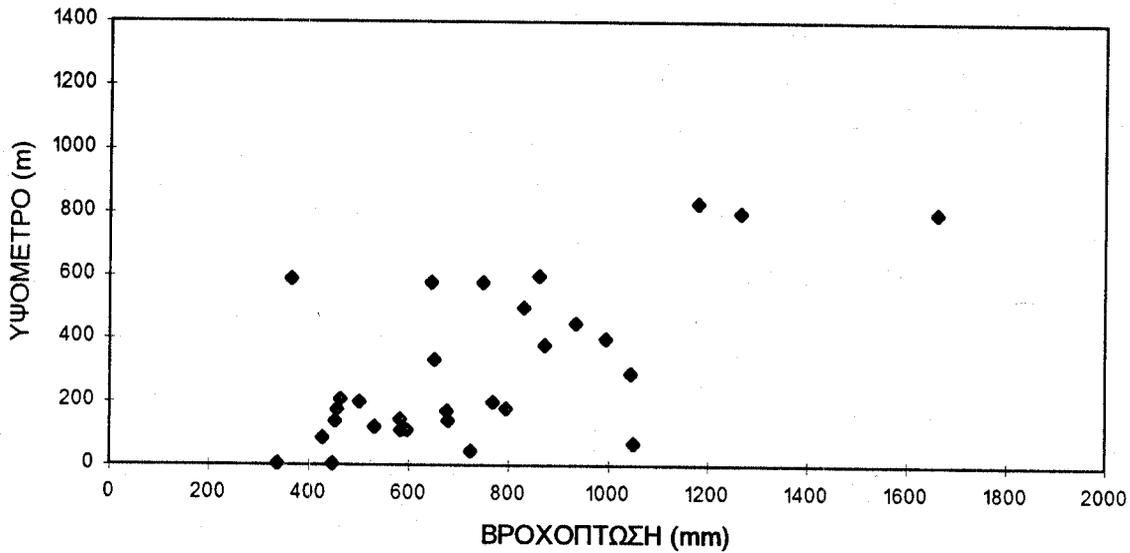
Η σχέση βροχής-υψομέτρου παρουσιάζεται στα ΣΧΗΜΑΤΑ 4.1, 4.2, 4.3, ενώ στο ΣΧΗΜΑ 4.4 φαίνεται η σχέση ανεξάρτητα από διαμέρισμα.

ΑΤΤΙΚΗ



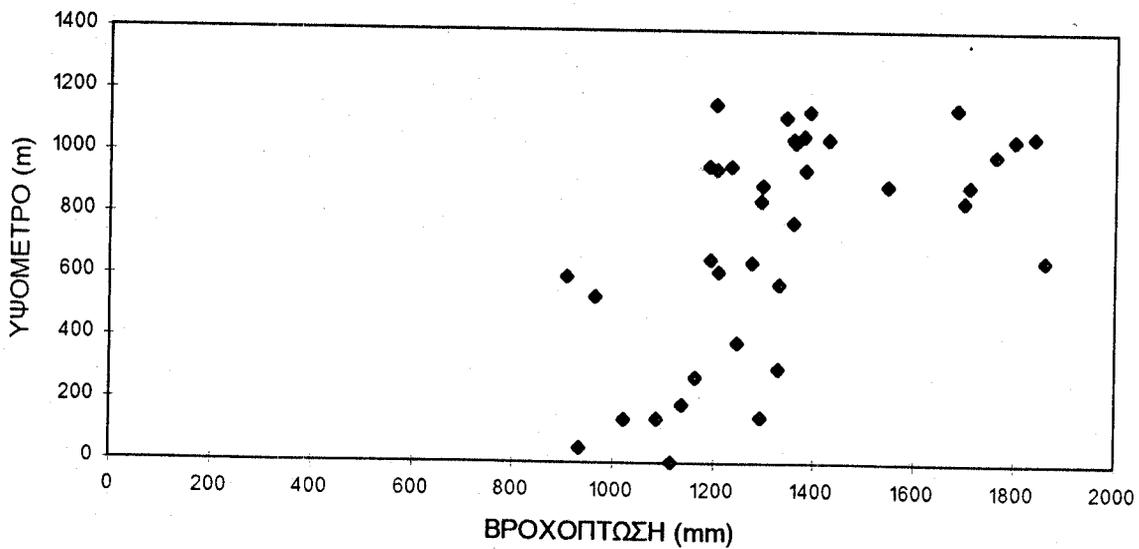
ΣΧΗΜΑ 4.1 Γραφική απεικόνιση υψομέτρων και μέσων υπερετήσιων υψών βροχής για τους 4 βροχομετρικούς σταθμούς της ΑΤΤΙΚΗΣ.

ΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ



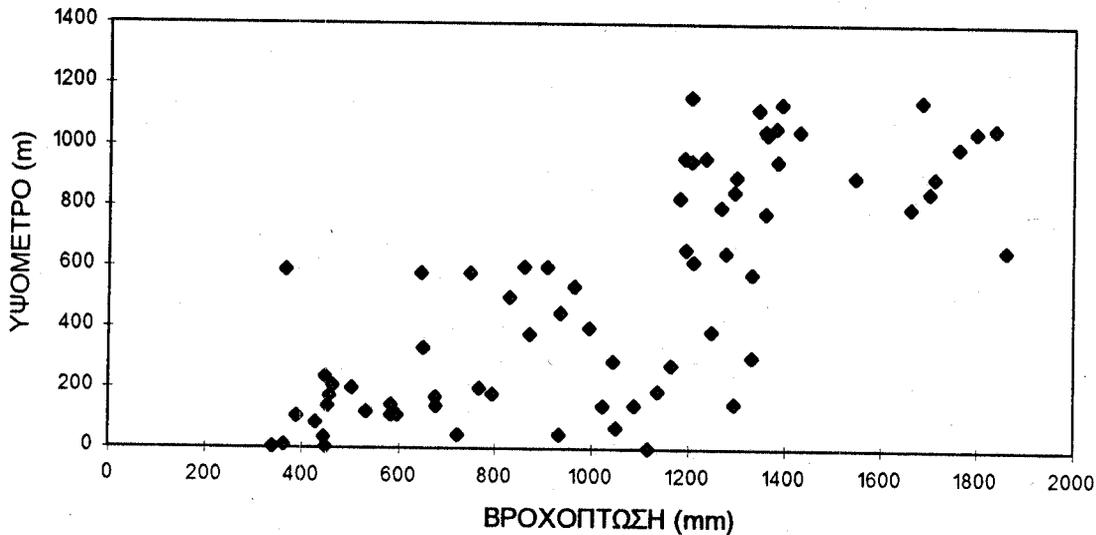
ΣΧΗΜΑ 4.2 Γραφική απεικόνιση υψομέτρων και μέσων υπερετήσιων υψών βροχής για τους 30 βροχομετρικούς σταθμούς της ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ.

ΔΥΤΙΚΗ ΣΤΕΡΕΑ



ΣΧΗΜΑ 4.3 Γραφική απεικόνιση υψομέτρων και μέσων υπερετήσιων υψών βροχής για τους 37 βροχομετρικούς σταθμούς της ΔΥΤΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ.

ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ



ΣΧΗΜΑ 4.4 Γραφική απεικόνιση υψομέτρων και μέσων υπερετήσιων υψών βροχής για τους 71 βροχομετρικούς σταθμούς ανεξάρτητα από υδατικό διαμέρισμα.

4.2 Κατασκευή υπερετήσιων επιφανειών με τη μέθοδο KRIGING

Παρακάτω παραθέτουμε αναλυτικά όλους τους πίνακες με τα δεδομένα και όλες τις επιφάνειες που προκύπτουν με εφαρμογή της μεθόδου Kriging, για διάφορες επιλογές σημείων (μέθοδος SAMPLE) ή ακτίνων (μέθοδος RADIUS). Για κάθε μια από τις περιπτώσεις αυτές εφαρμόζουμε όλα τα μαθηματικά μοντέλα που βρίσκονται στη διάθεσή μας (SPHERICAL, LINEAR, CIRCULAR, GAUSSIAN, EXPONENTIAL). Στις επόμενες παραγράφους για κάθε περίπτωση παρουσιάζονται οι παράμετροι του μαθηματικού μοντέλου και τα χαρακτηριστικά κάθε επιφάνειας βροχής. Ακόμη γίνεται γραφική απεικόνιση της επιφάνειας και σχεδιασμός του ημιμεταβλητογράμματος (semivariogram).

4.2.1 Παρουσίαση δεδομένων επιφανειών

Η παρουσίαση της επιφάνειας γίνεται με την αντιστοίχιση μιας κατάλληλης χρωματοκλίμακας, με τις κατηγορίες του πεδίου τιμών της μεταβλητής και την παραγωγή ενός χάρτη γεωγραφικής κατανομής της μεταβλητής, όπου το κάθε

τετραγωνίδιο έχει το χρώμα που αντιστοιχεί στην τιμή του. Οι επεξεργασίες στην επιφάνεια, όπως ο υπολογισμός της μέσης τιμής της μεταβλητής σε οποιαδήποτε περιοχή, γίνεται εύκολα, με βάση τις τιμές των τετραγωνιδίων που ανήκουν στην περιοχή που ενδιαφέρει.

Η επιλογή της χρωματοκλίμακας που αντιστοιχίζεται με τις κατηγορίες του πεδίου τιμών της μεταβλητής του καννάβου είναι σημαντική στην αντίληψη της κατανομής της κατανομής μίας υδρολογικής μεταβλητής. Η κάθε κατηγορία του πεδίου τιμών απεικονίζεται με διαφορετικό χρώμα, ενώ σε περιπτώσεις που θα χρειαζόταν μεγάλη ποικιλία χρωμάτων, η οποία θα έκανε συγκεχυμένη την εικόνα, απεικονίζονται συνεχόμενες κατηγορίες (2-6) με αποχρώσεις του ίδιου χρώματος.

Στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε για την παρουσίαση των βροχοπτώσεων μια κλίμακα που περιλαμβάνει εκτός του άσπρου και του μαύρου, τρία χρώματα (κίτρινο, πράσινο, κόκκινο) με τέσσερις αποχρώσεις από το κάθε ένα. Το κίτρινο συμβολίζει τις χαμηλές βροχοπτώσεις (συνδέεται με την ξηρασία), το πράσινο τις μέσες (συνδέεται με την ευφορία) και το κόκκινο τις υψηλές (συνδέεται με τον κίνδυνο). Ακόμη το άσπρο υποδηλώνει τη μηδενική βροχόπτωση, ενώ οι δυο αποχρώσεις του γκριζου τις ασυνήθιστα υψηλές βροχοπτώσεις. Η χρωματοκλίμακα αυτή είναι συμβατή με το συμβολισμό των ξηρών και κανονικών ετών στην έκδοση των κλιματικών χαρτών της Ευρώπης.

4.2.2 Υπερετήσιες τιμές μεθόδου SAMPLE

Παραθέτουμε τους πίνακες με τα αποτελέσματα που προέκυψαν με εφαρμογή της μεθόδου SAMPLE για διάφορες επιλογές σημείων (μέγιστος αριθμός επιλεγμένων σημείων 71).

Σημείωση : Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται ορισμένα από τα χαρακτηριστικά των επιφανειών. Έτσι, με τον όρο **GRID** δίνεται ο κωδικός της επιφάνειας που δημιουργήθηκε, και με τους όρους **POINTS** και **RADIUS** αναφερόμαστε στον αριθμό επιλογής σημείων και ακτίνας, αντίστοιχα, που χρησιμοποιήθηκε κατά την εφαρμογή της μεθόδου. Ακόμη, με τους όρους **MINIMUM**, **MAXIMUM**, **MEAN** και **St. D.** εννοούμε την ελάχιστη, τη μέγιστη, τη μέση τιμή της επιφάνειας που προκύπτει, καθώς και την τυπική της απόκλιση, αντίστοιχα.

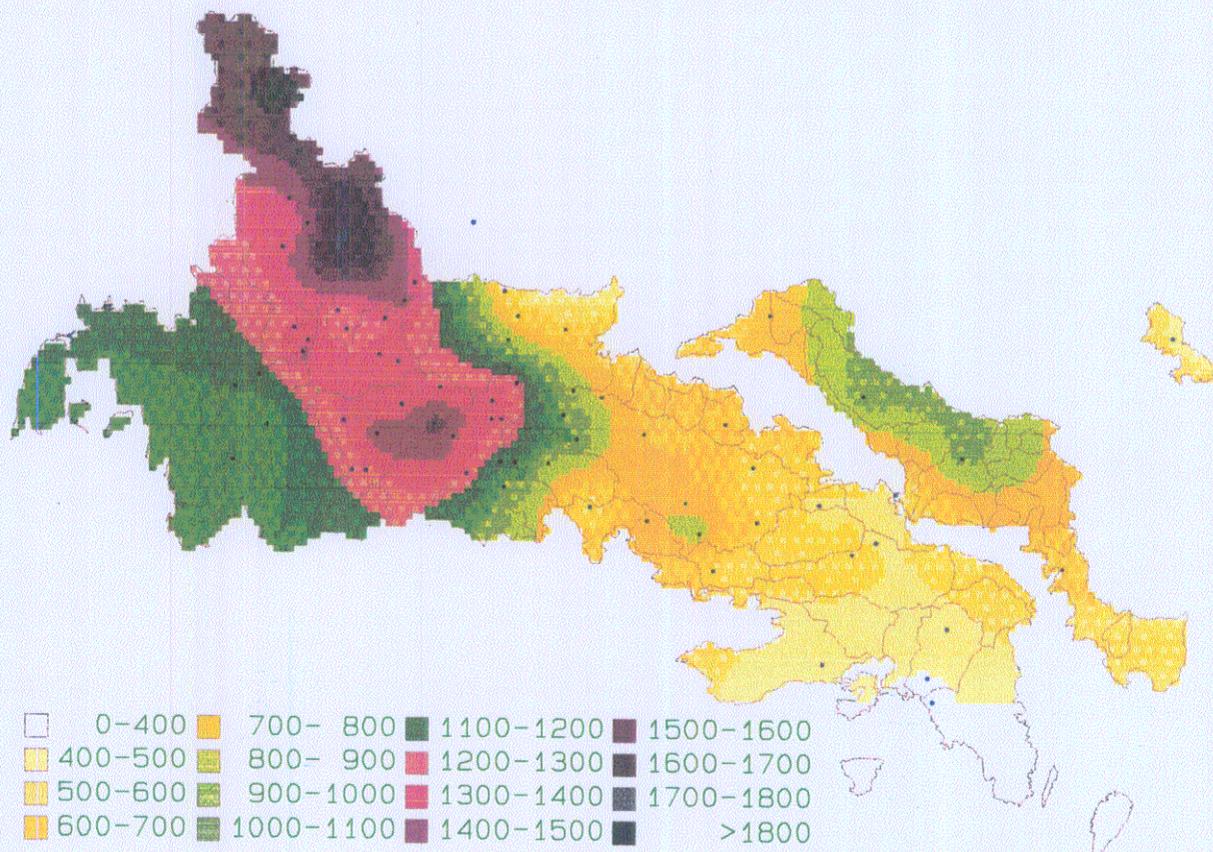
α. Μαθηματικό μοντέλο : SPHERICAL

Παράμετροι :

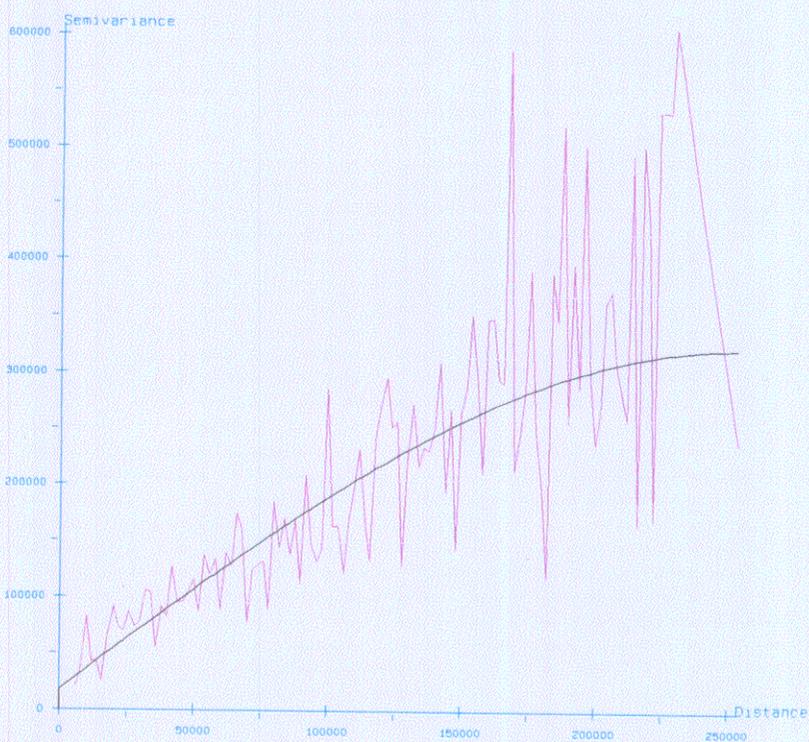
$C_0 = 18022,516$	$C = 303916,602$	$\alpha = 25000,0$	$sill = 321939,118$
-------------------	------------------	--------------------	---------------------

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	POINTS	St. D.
100	377	1766	954,31	5	362,4
101	382	1733	945,89	10	355,2
102	381	1729	941,19	15	353,6
103	380	1718	938,65	20	352,0
104	380	1719	938,62	25	351,7
105	381	1719	938,67	30	351,6
106	382	1719	939,23	40	351,9
107	382	1719	939,35	50	351,1



ΣΧΗΜΑ 4.5 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (*grid*) με τη μέθοδο επιλογής σημείων (*SAMPLE*) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *SPHERICAL* για υπερετήσιες τιμές.



ΣΧΗΜΑ 4.6 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *SPHERICAL*.

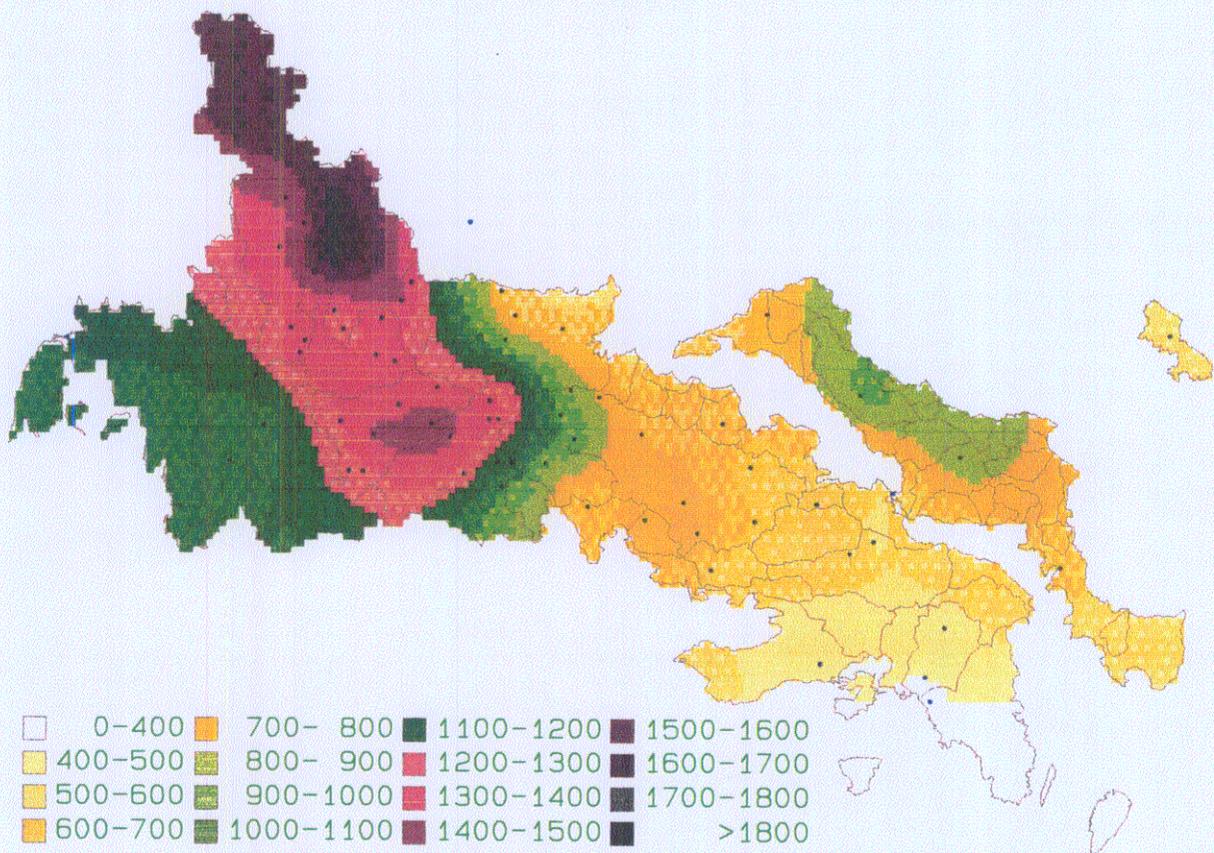
β. Μαθηματικό μοντέλο : LINEAR

Παράμετροι :

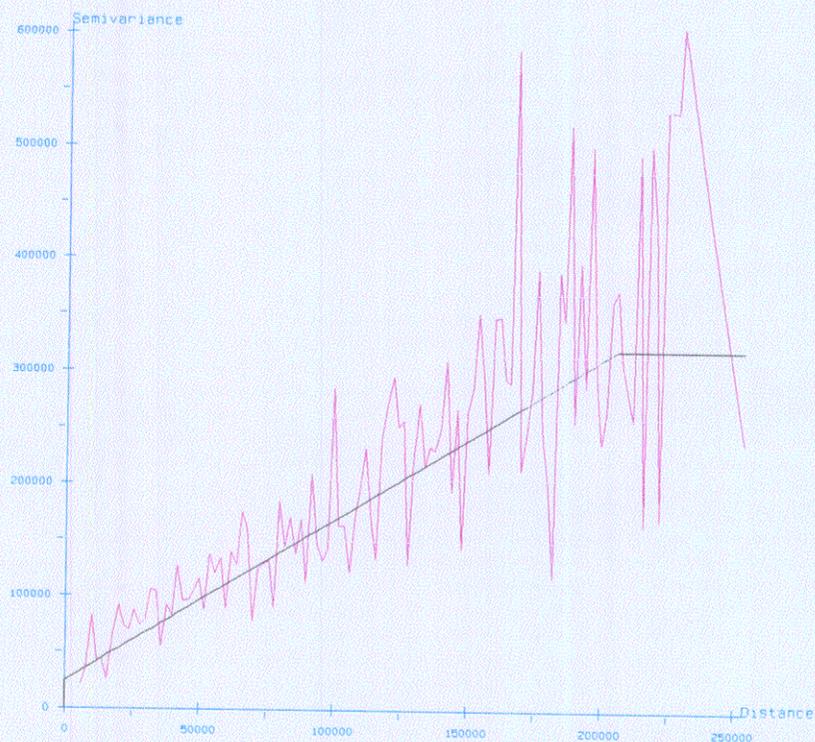
$C_0 = 24316,986$	$C = 295224,8$	$a = 206000,0$	$sill = 319541,8$
-------------------	----------------	----------------	-------------------

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	POINTS	St. D.
200	383	1749	955,14	5	360,1
201	389	1696	947,61	10	351,8
202	387	1690	942,35	15	350,0
203	386	1676	938,59	20	348,2
204	386	1677	938,02	25	347,9
205	387	1676	937,89	30	347,4
206	389	1676	938,29	40	347,7
207	387	1677	937,90	50	348,4



ΣΧΗΜΑ 4.7 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (*grid*) με τη μέθοδο επιλογής σημείων (*SAMPLE*) και την επιλογή μαθηματιού μοντέλου *LINEAR* για υπερετήσιες τιμές.



ΣΧΗΜΑ 4.8 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *LINEAR*.

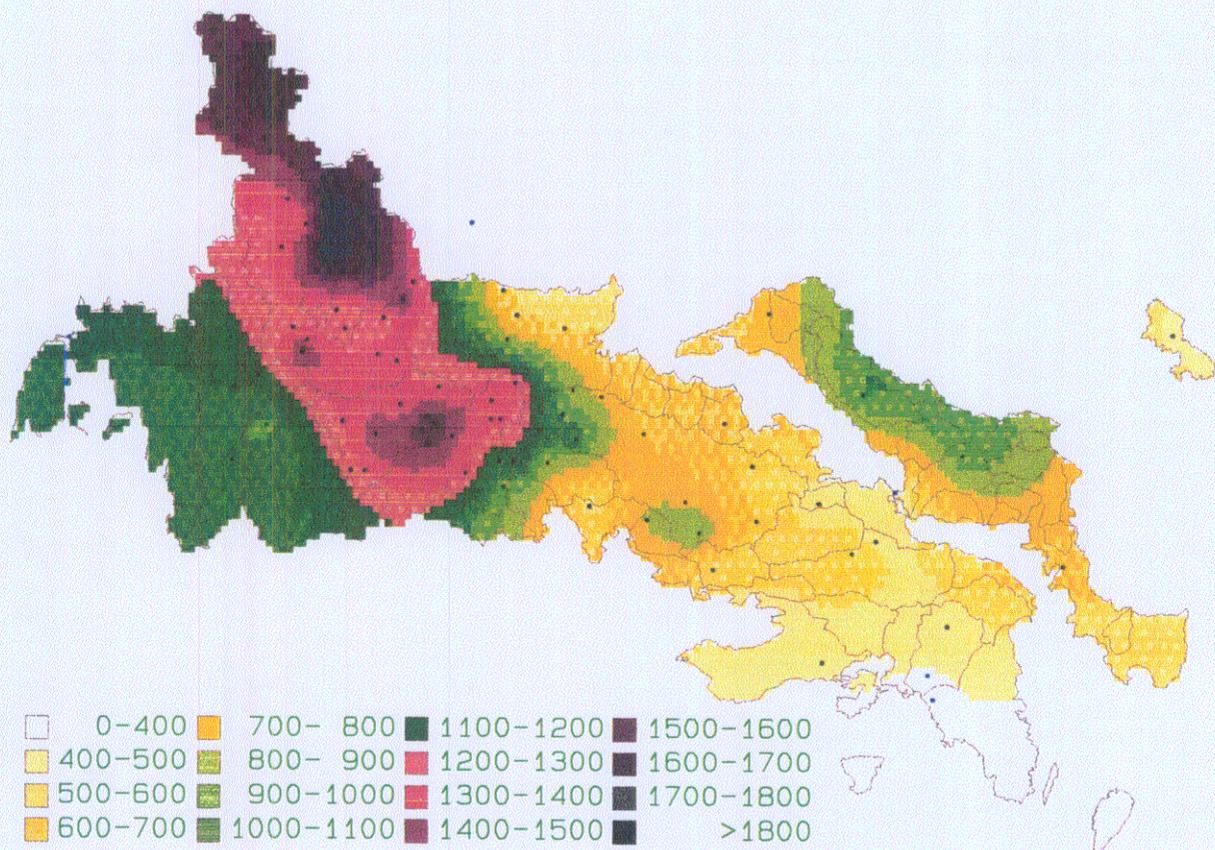
γ. Μαθηματικό μοντέλο : CIRCULAR

Παράμετροι :

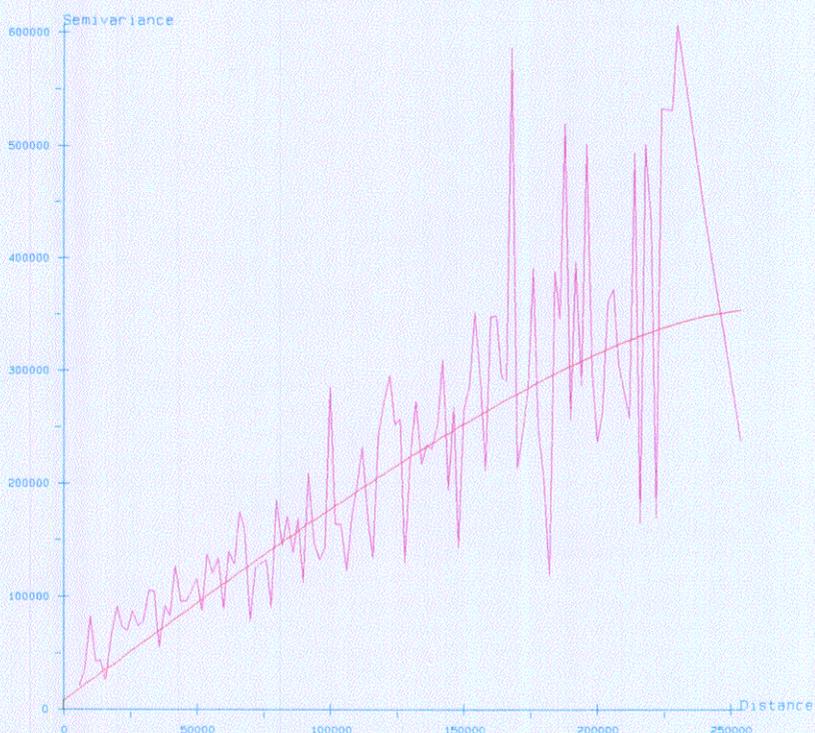
Co = 7674,895	C = 346422,647	a = 254000,0	sill = 354097,542
---------------	----------------	--------------	-------------------

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	POINTS	St. D.
300	371	1798	953,27	5	366,6
301	374	1777	944,81	10	360,8
302	373	1775	940,57	15	359,7
303	373	1765	938,04	20	358,6
304	372	1766	938,59	25	358,5
305	373	1766	938,64	30	358,2
306	374	1766	938,37	40	358,3
307	373	1766	939,50	50	357,8



ΣΧΗΜΑ 4.9 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *CIRCULAR* για υπερετήσιες τιμές.



ΣΧΗΜΑ 4.10 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *CIRCULAR*.

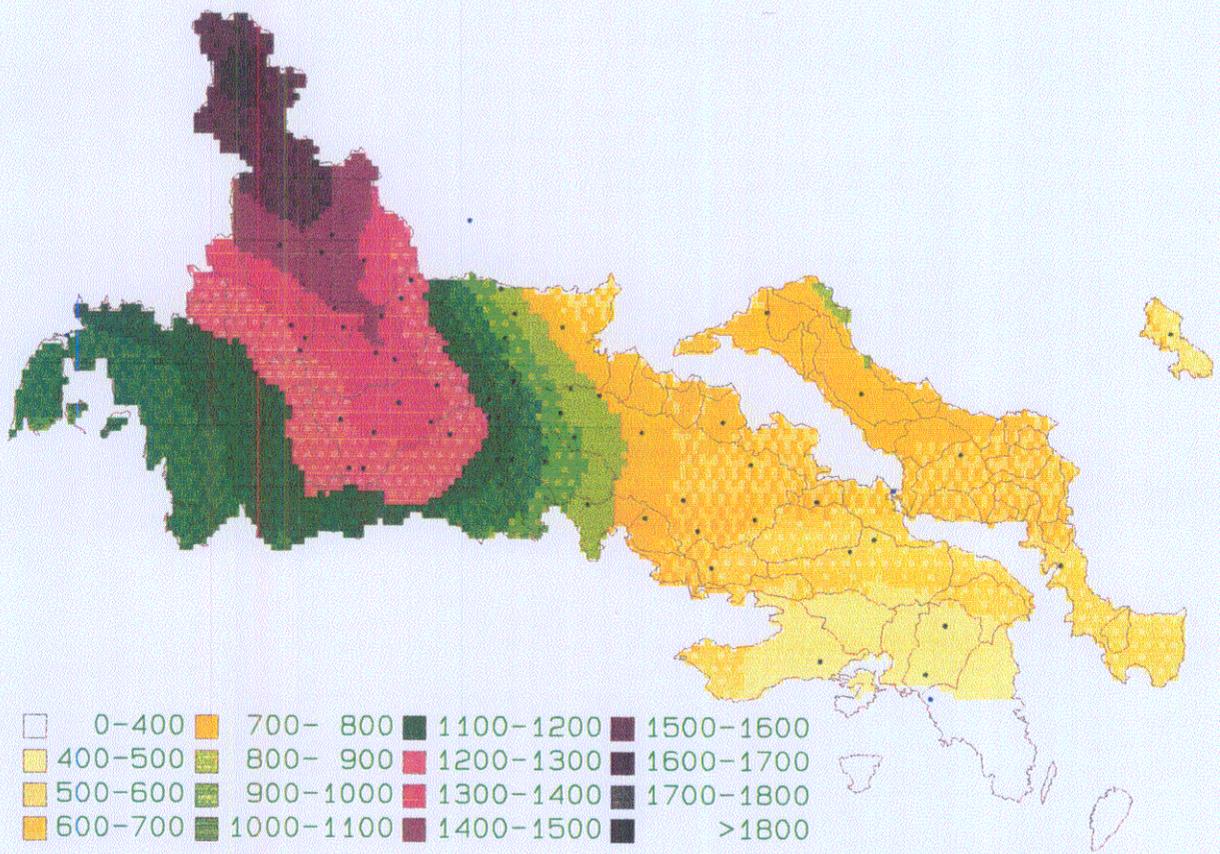
δ. Μαθηματικό μοντέλο : GAUSSIAN

Παράμετροι :

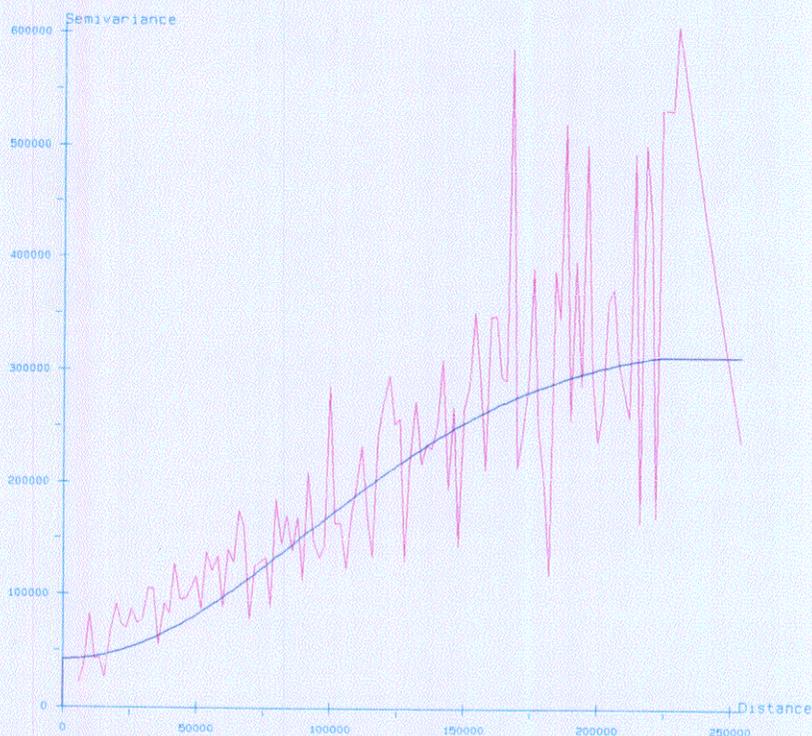
Co = 41875,944	C = 284476,916	a = 128889,507	sill = 312189,589
----------------	----------------	----------------	-------------------

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	POINTS	St. D.
400	399	1710	958,46	5	350,7
401	409	1653	952,53	10	352,5
402	394	1643	944,66	15	354,1
403	392	1605	936,45	20	353,6
404	390	1605	933,99	25	355,7
405	394	1608	933,54	30	354,1
406	378	1672	944,41	40	356,7
407	375	1614	943,48	50	355,7
408	367	1633	943,94	60	358,4
409	377	1606	944,79	70	357,6



ΣΧΗΜΑ 4.11 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου **GAUSSIAN** για υπερετήσιες τιμές.



ΣΧΗΜΑ 4.12 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο **GAUSSIAN**.

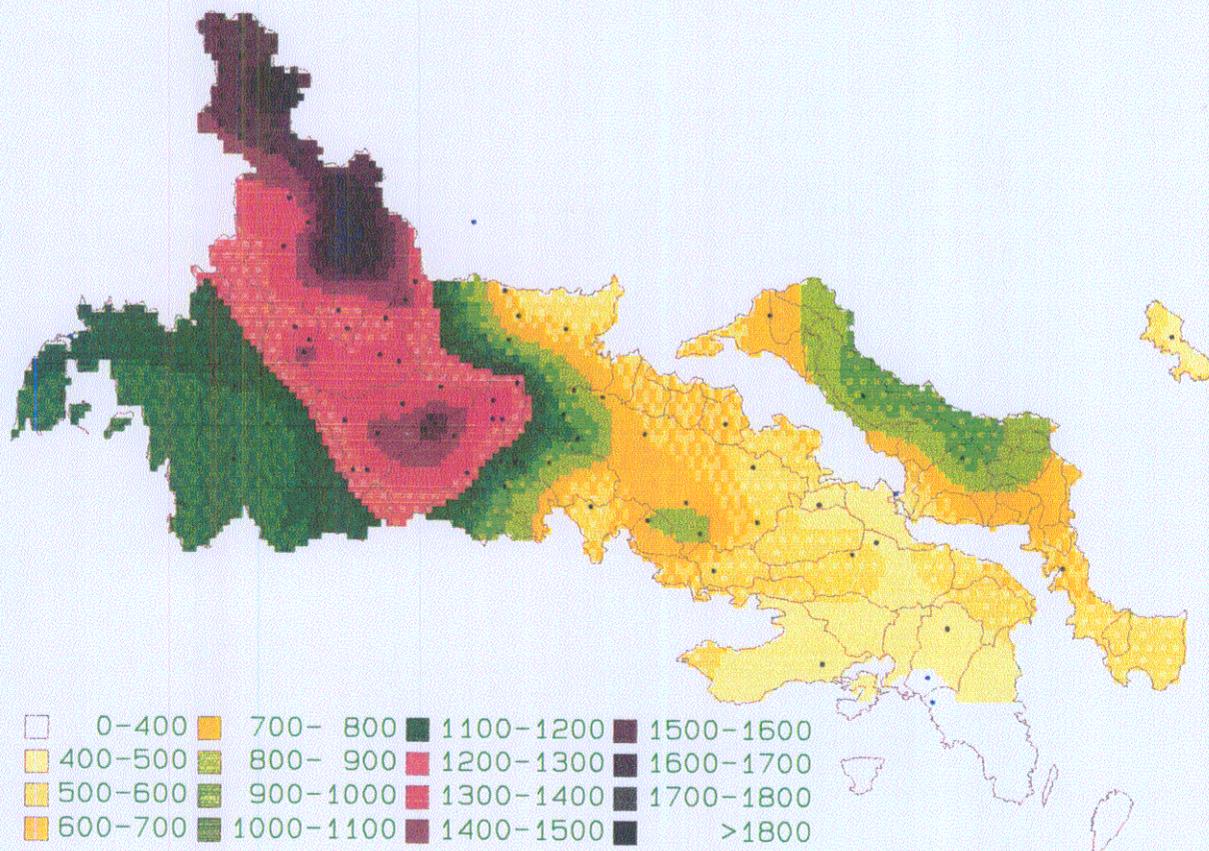
ε. Μαθηματικό μοντέλο : **EXPONENTIAL**

Παράμετροι :

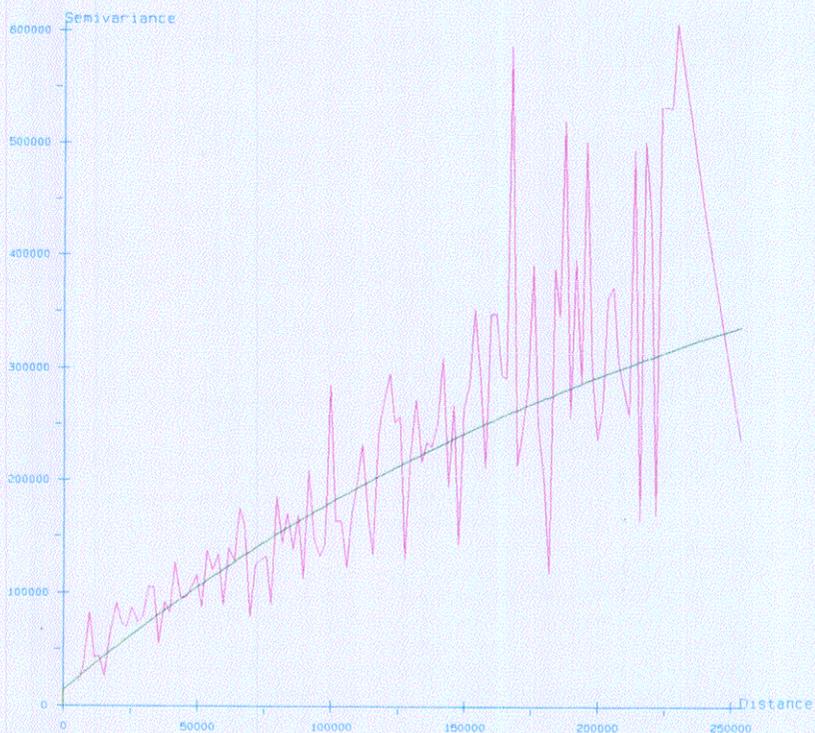
$C_0 = 13604,272$	$C = 511489,076$	$a = 254000,0$	$sill = 336927,033$
-------------------	------------------	----------------	---------------------

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	POINTS	St. D.
500	375	1777	953,92	5	357,4
501	378	1756	945,72	10	356,4
502	379	1753	941,37	15	358,2
503	377	1743	939,21	20	354,7
504	377	1744	939,06	25	357,2
505	378	1744	939,21	30	354,1
506	379	1744	939,12	40	356,3
507	378	1744	938,81	50	357,5



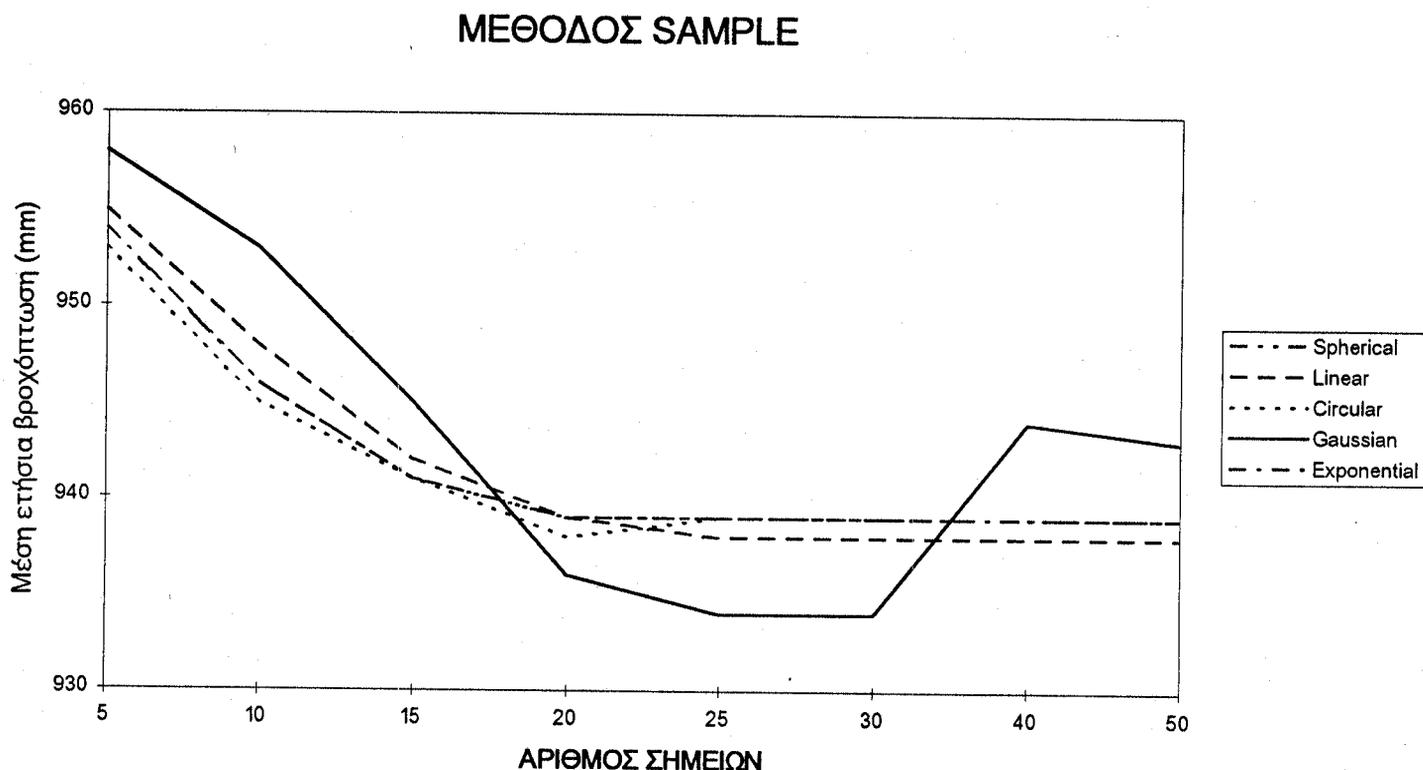
ΣΧΗΜΑ 4.13 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο επιλογής σημείων (*SAMPLE*) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *EXPONENTIAL* για υπερετήσιες τιμές.



ΣΧΗΜΑ 4.14 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *EXPONENTIAL*.

4.2.3 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μεθόδου SAMPLE

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα υπερετήσια αποτελέσματα της μεθόδου SAMPLE για διάφορες επιλογές σημείων.



ΣΧΗΜΑ 4.15 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα υπερετήσιων τιμών με τη μέθοδο **SAMPLE**.

Παρατηρώντας το σχήμα 4.15 συμπεραίνουμε ότι με την εφαρμογή της μεθόδου SAMPLE, τα αποτελέσματα που παίρνουμε για εφαρμογή όλων των μαθηματικών μοντέλων που έχουμε στη διάθεσή μας είναι ανάλογα. Η μέση τιμή ξεκινάει από τα 955 mm περίπου και σταθεροποιείται στην τιμή 938-940 mm για επιλογή περισσότερων από 20 σημείων. Συμπεραίνουμε έτσι ότι χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε μαθηματικό μοντέλο και με επιλογή 20 σημείων λαμβάνουμε αποτελέσματα σταθερά και αξιόπιστα.

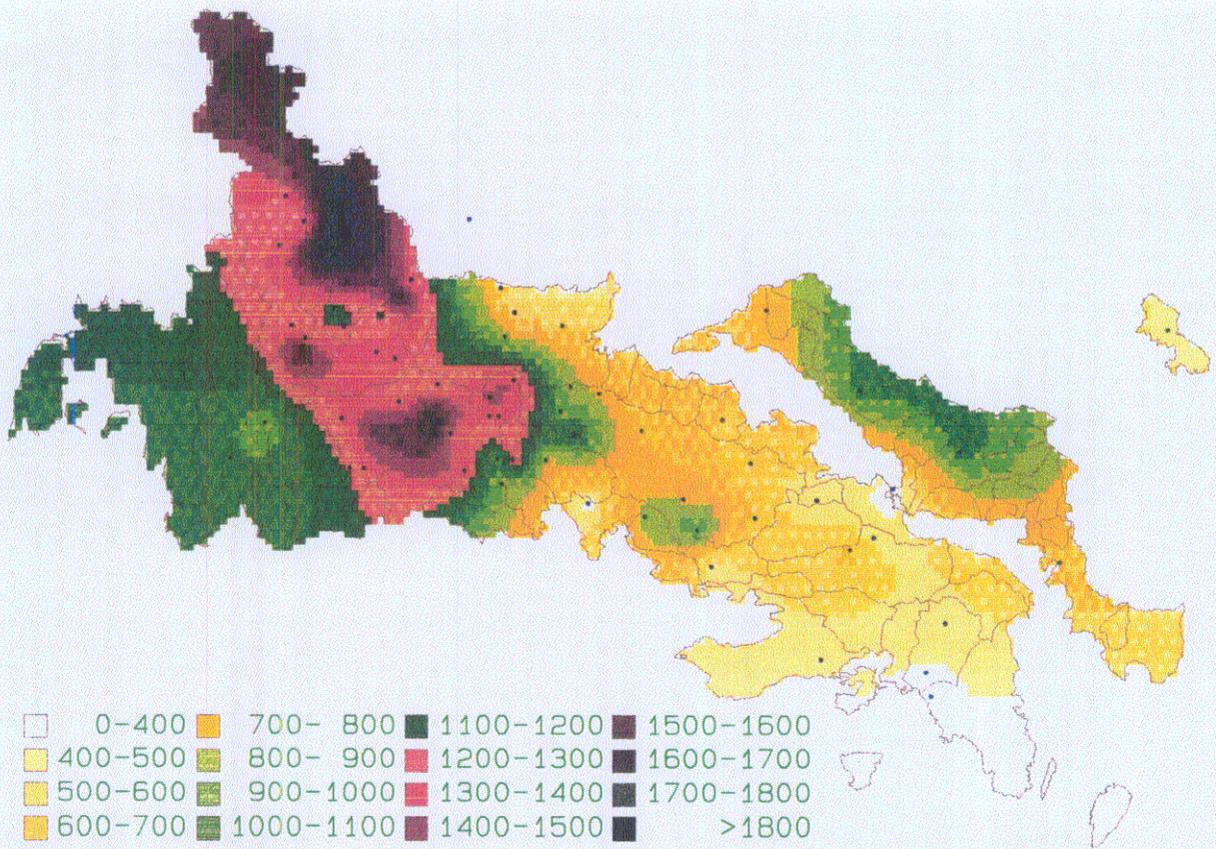
4.2.4 Υπερετήσιες τιμές μεθόδου RADIUS

Παραθέτουμε τους πίνακες με τα αποτελέσματα που προέκυψαν με εφαρμογή της μεθόδου RADIUS για διάφορες επιλογές ακτίνων (μέγιστη ακτίνα 200000m).

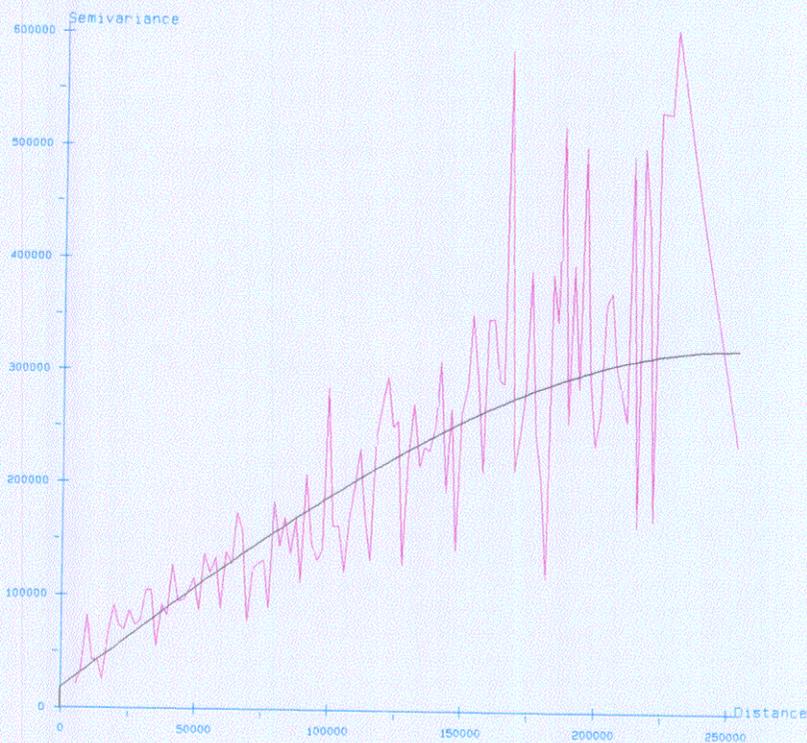
α. Μαθηματικό μοντέλο : SPHERICAL

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	RADIUS	MIN	MAX	MEAN
1000	20000	435	1626	953,82
1001	30000	360	1842	943,14
1002	40000	360	1847	943,45
1003	50000	360	1840	942,99
1004	60000	385	1704	942,98
1005	70000	372	1781	940,84
1006	80000	384	1705	941,03
1007	100000	381	1725	939,64
1008	130000	379	1726	938,94
1009	150000	381	1719	938,35
1010	200000	381	1719	937,96



ΣΧΗΜΑ 4.16 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (*grid*) με τη μέθοδο επιλογής ακτίνας (*RADIUS*) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *SPHERICAL* για υπερετήσιες τιμές.

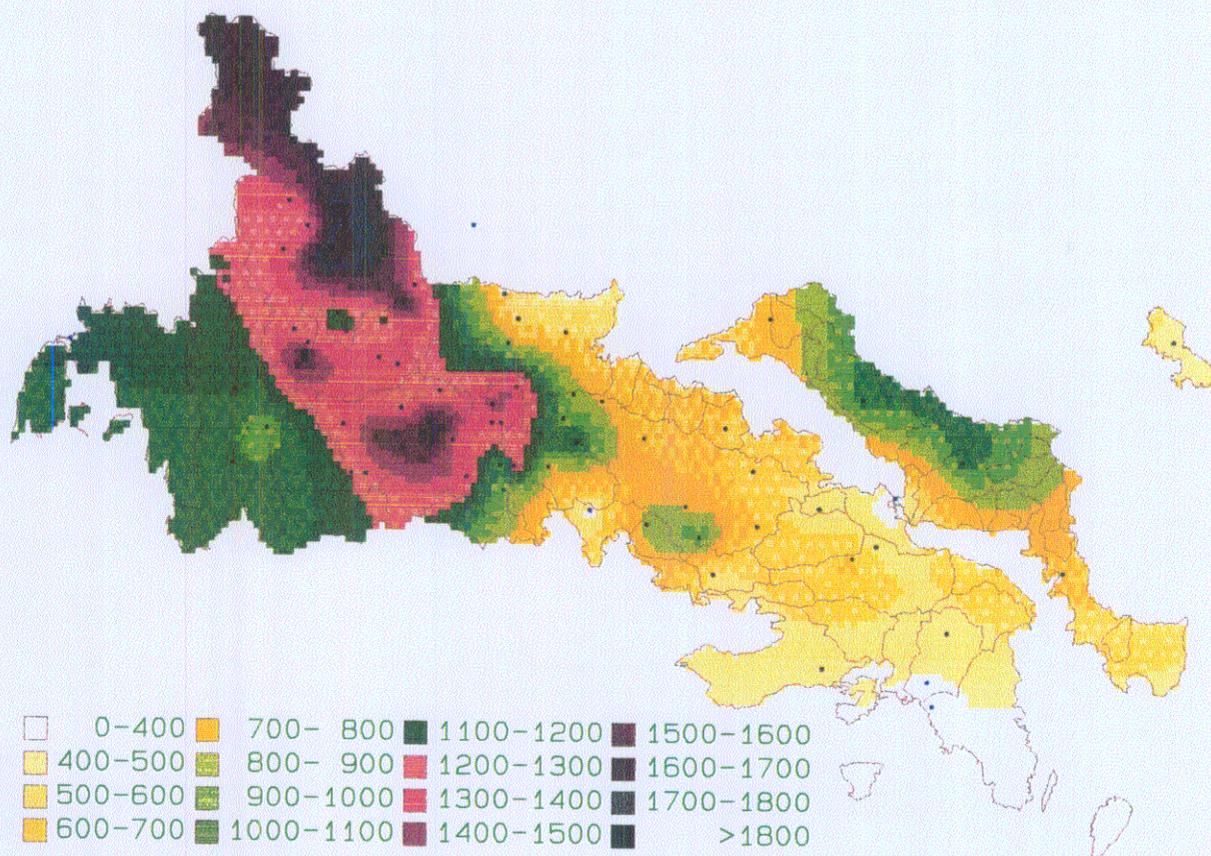


ΣΧΗΜΑ 4.17 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *SPHERICAL*.

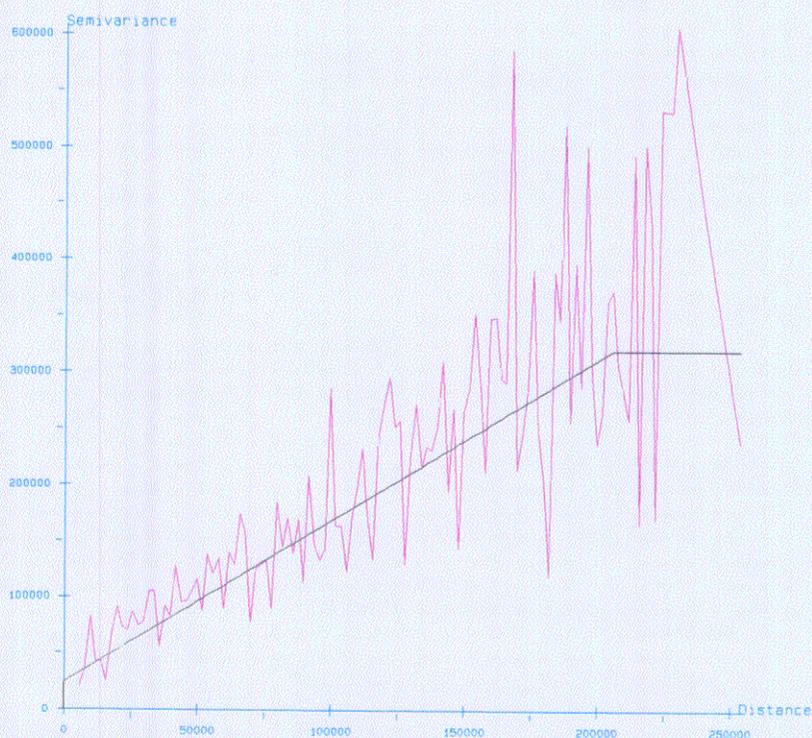
β. Μαθηματικό μοντέλο : LINEAR

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	RADIUS	MIN	MAX	MEAN
2000	20000	410	1662	947,07
2001	30000	256	1843	940,18
2002	40000	360	1846	942,41
2003	50000	360	1840	942,22
2004	60000	392	1661	943,84
2005	70000	379	1728	941,28
2006	80000	390	1670	941,38
2007	100000	385	1688	939,08
2008	130000	384	1688	937,95
2009	150000	384	1688	937,95
2010	200000	376	1678	933,23



ΣΧΗΜΑ 4.18 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (*grid*) με τη μέθοδο επιλογής ακτίνας (*RADIUS*) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *LINEAR* για υπερετήσιες τιμές.

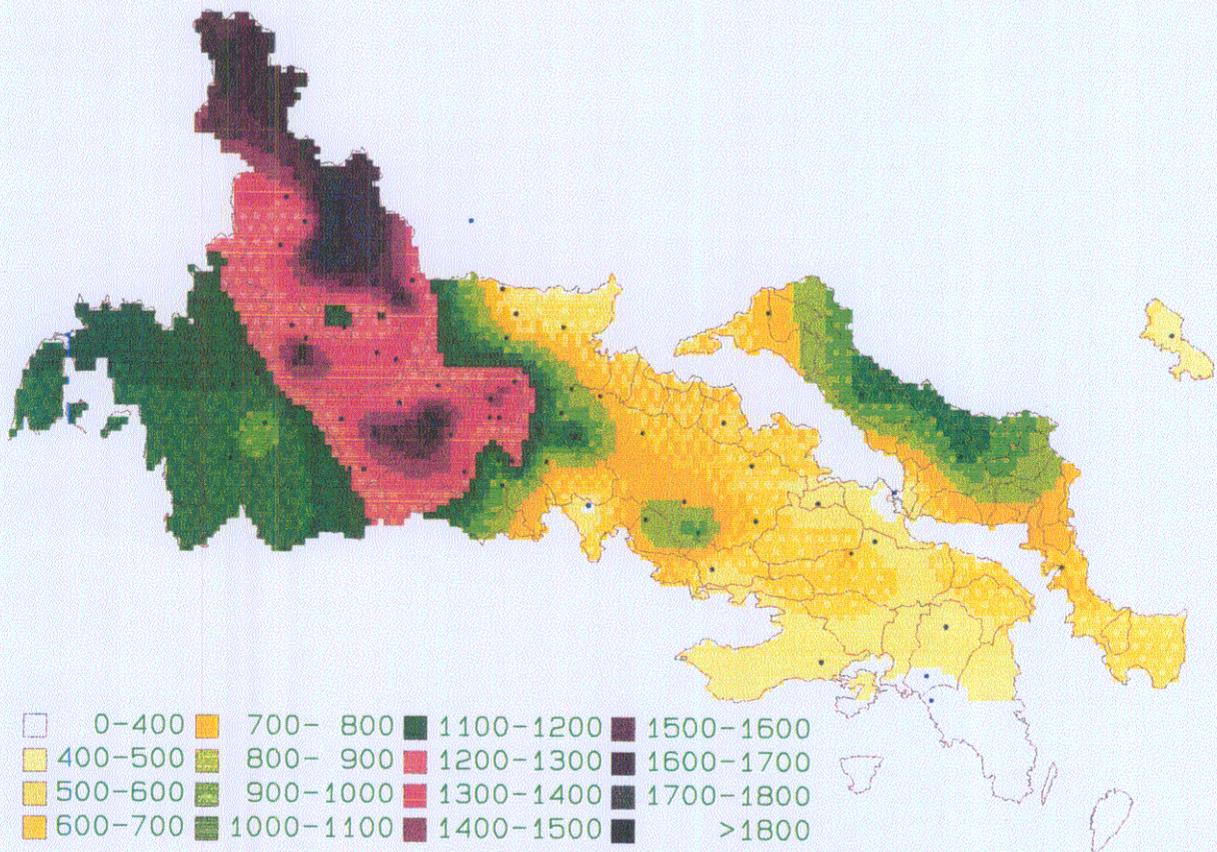


ΣΧΗΜΑ 4.19 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *LINEAR*.

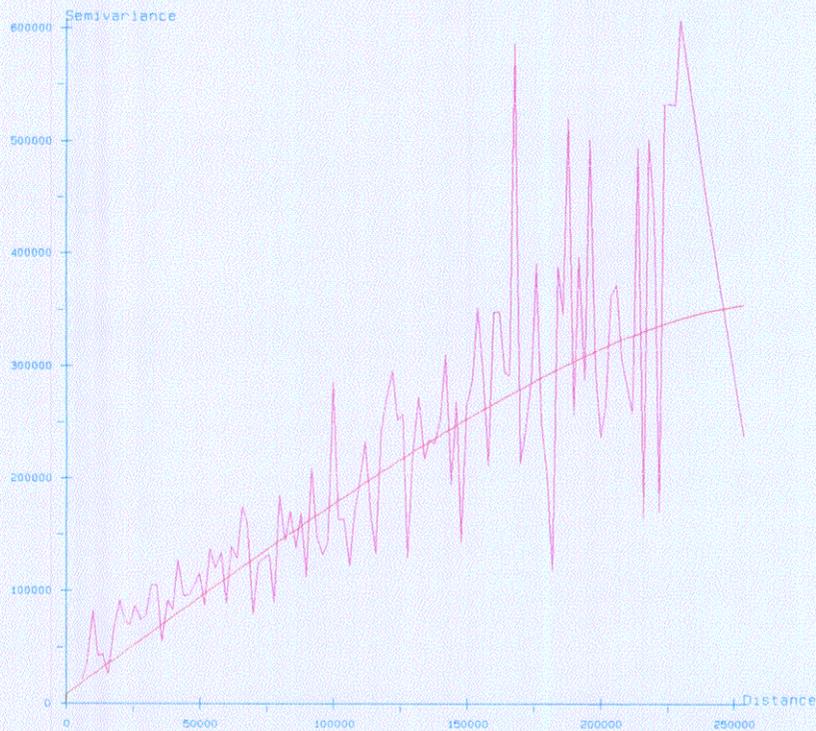
γ. Μαθηματικό μοντέλο : CIRCULAR

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	RADIUS	MIN	MAX	MEAN	St. D.
3000	20000	482	1626	974,08	346,29
3001	30000	361	1843	941,44	364,22
3002	40000	360	1846	943,16	366,89
3003	50000	360	1840	942,69	368,01
3004	60000	386	1695	943,10	349,53
3005	70000	373	1766	940,84	359,43
3006	80000	450	1708	981,34	306,73
3007	100000	377	1746	938,98	356,93
3008	130000	376	1746	938,43	356,57
3009	150000	373	1766	938,09	359,01
3010	200000	373	1766	938,09	359,01



ΣΧΗΜΑ 4.20 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο επιλογής ακτίνας (RADIUS) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου CIRCULAR για υπερετήσιες τιμές.

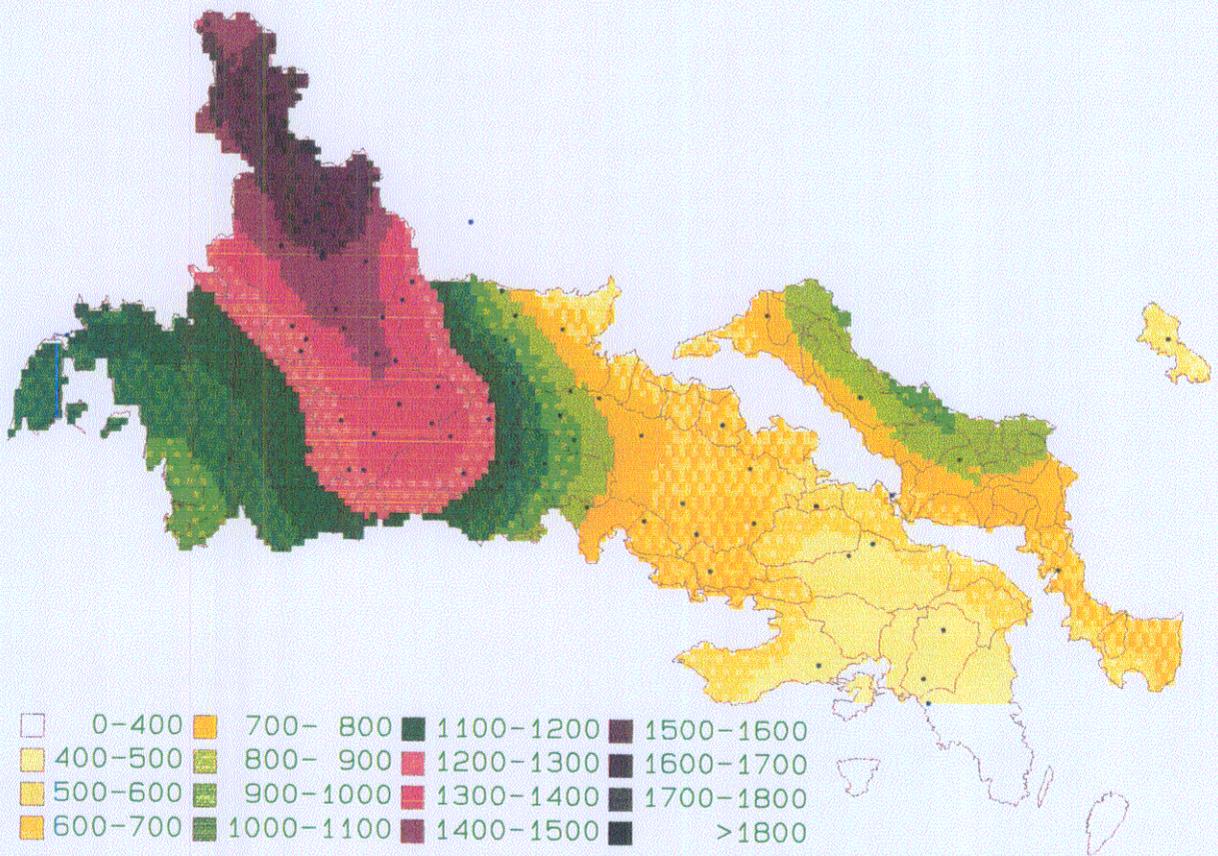


ΣΧΗΜΑ 4.21 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο CIRCULAR.

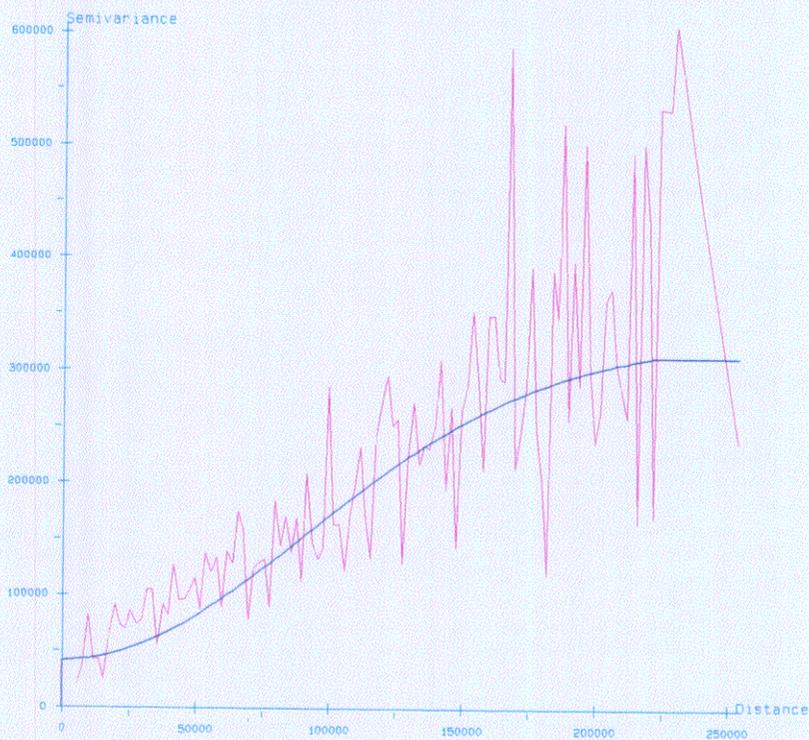
δ. Μαθηματικό μοντέλο : GAUSSIAN

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.10 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	RADIUS	MIN	MAX	MEAN
4000	20000	410	1682	946,13
4001	30000	404	1670	945,32
4002	40000	402	1657	945,10
4003	50000	401	1652	944,36
4004	60000	399	1636	943,40
4005	70000	390	1637	947,57
4006	80000	401	1632	950,22
4007	100000	393	1616	946,70



ΣΧΗΜΑ 4.22 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο επιλογής ακτίνας (RADIUS) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου **GAUSSIAN** για υπερετήσιες τιμές.

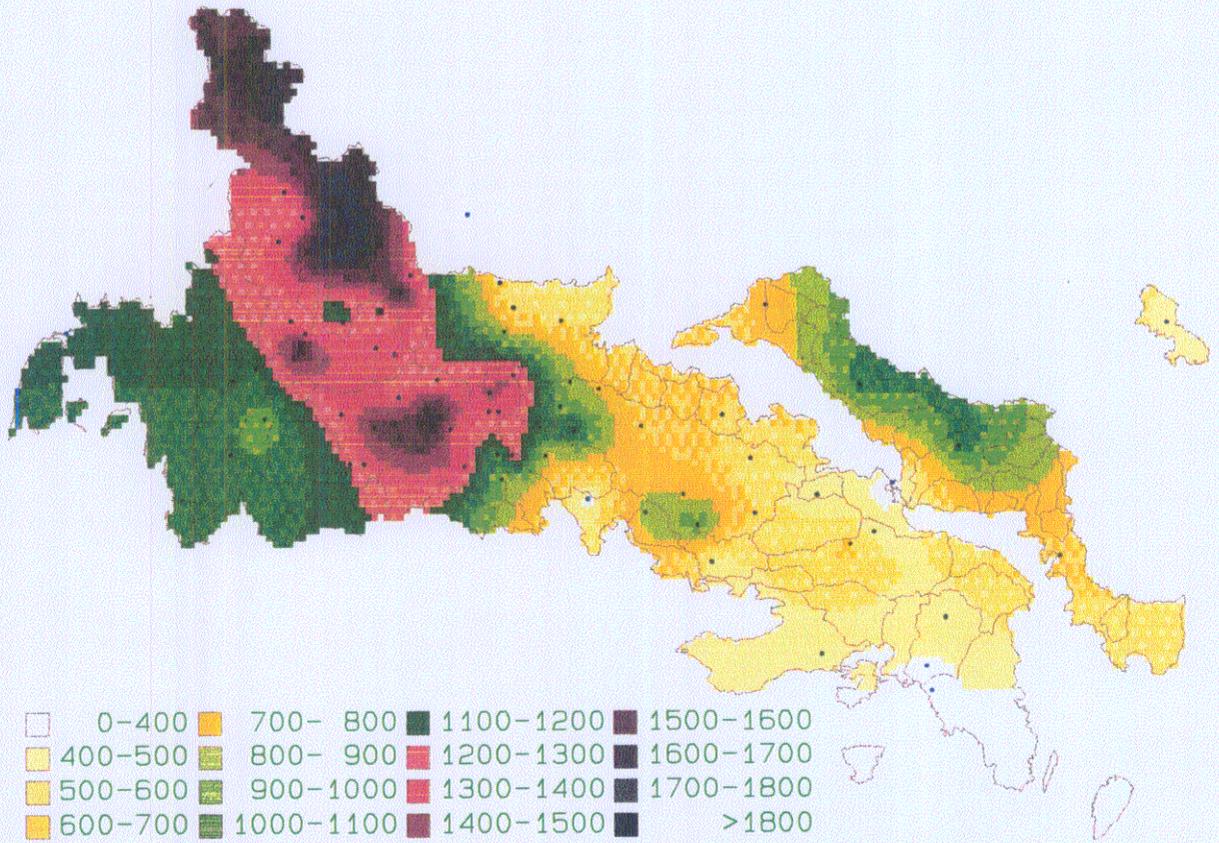


ΣΧΗΜΑ 4.23 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο **GAUSSIAN**.

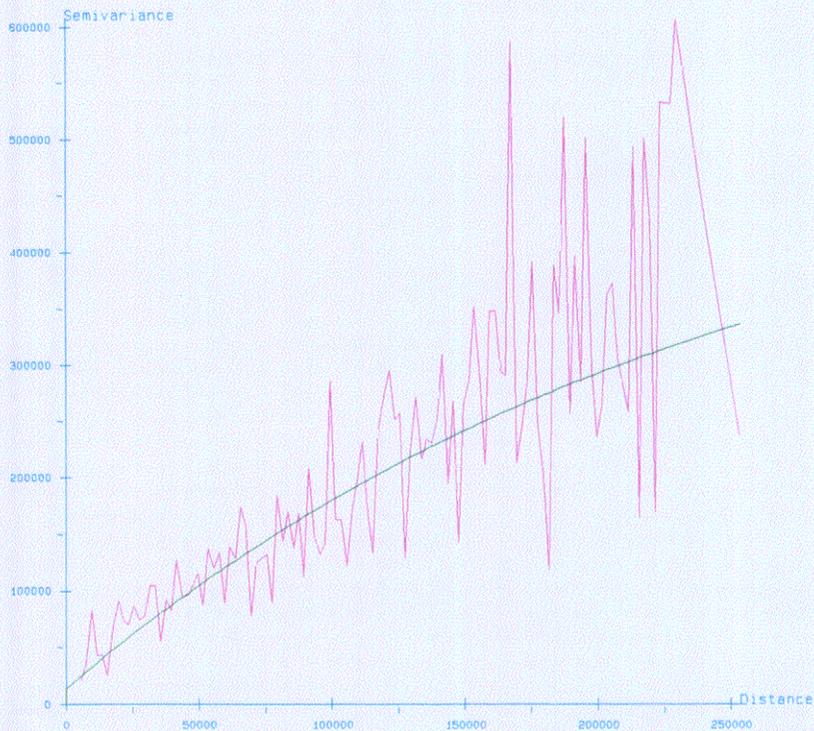
ε. Μαθηματικό μοντέλο : EXPONENTIAL

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.11 Χαρακτηριστικά μέσης ετήσιας βροχόπτωσης (mm)

GRID	RADIUS	MIN	MAX	MEAN	St. D.
5000	20000	420	1647	951,04	344,18
5001	30000	359	1839	944,19	363,18
5002	40000	361	1844	944,25	366,68
5003	50000	361	1840	943,48	367,39
5004	60000	372	1788	942,97	359,84
5005	70000	368	1814	941,48	365,00
5006	80000	382	1726	940,91	353,41
5007	100000	379	1745	939,55	354,90
5008	130000	378	1745	938,71	354,17
5009	150000	378	1744	938,51	354,30
5010	200000	378	1744	938,29	354,21



ΣΧΗΜΑ 4.24 Τελικά παραγόμενη επιφάνεια (*grid*) με τη μέθοδο επιλογής ακτίνας (*RADIUS*) και την επιλογή μαθηματικού μοντέλου *EXPONENTIAL* για υπερετήσιες τιμές.

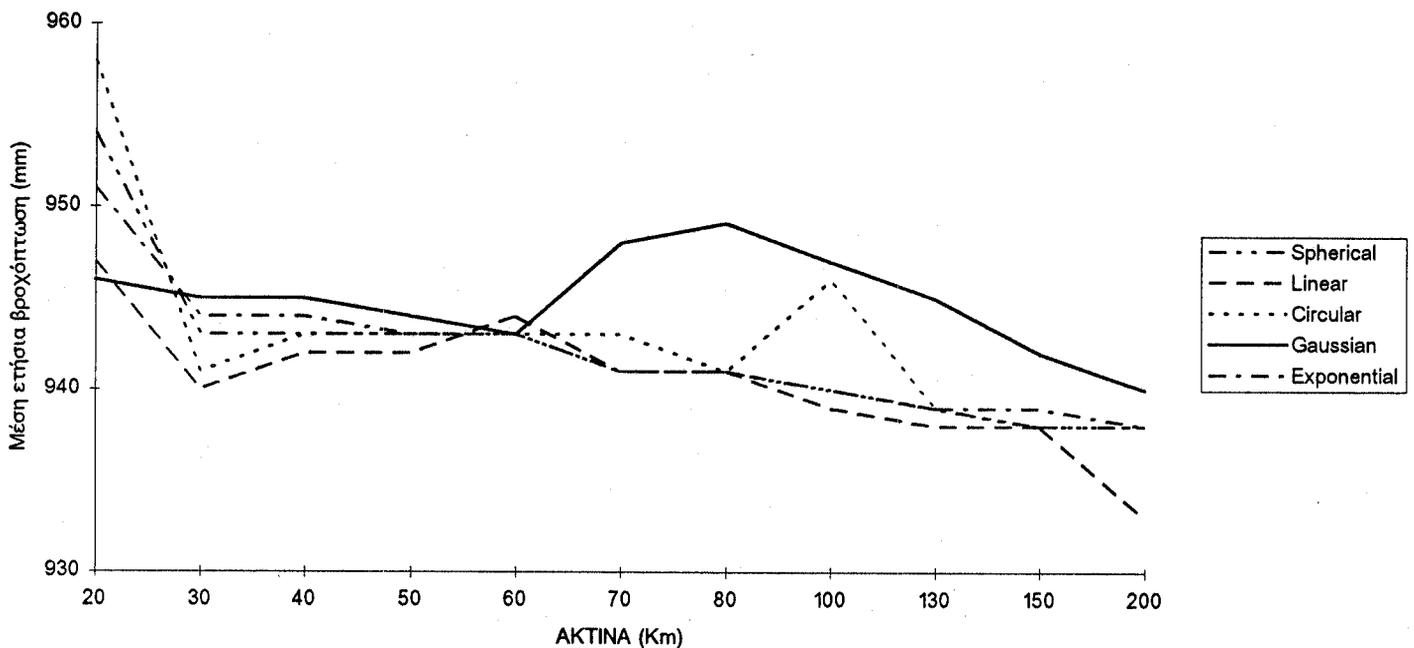


ΣΧΗΜΑ 4.25 Μορφή ημιμεταβλητογράμματος για τη μέθοδο *EXPONENTIAL*.

4.2.5 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα μεθόδου RADIUS

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα υπερετήσια αποτελέσματα της μεθόδου RADIUS για διάφορες επιλογές σημείων.

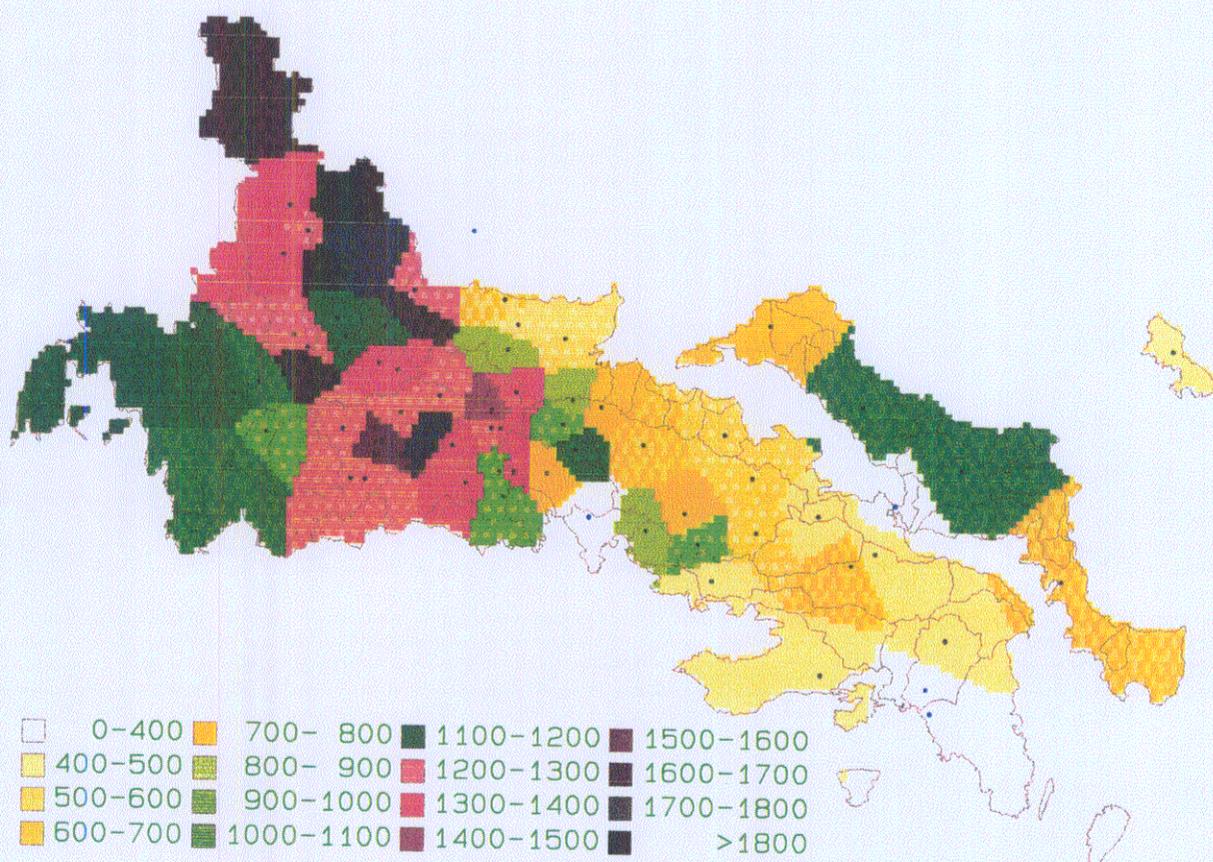
ΜΕΘΟΔΟΣ RADIUS



ΣΧΗΜΑ 4.26 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα υπερετήσιων τιμών με τη μέθοδο RADIUS.

Παρατηρώντας το σχήμα 4.26 συμπεραίνουμε ότι με την εφαρμογή της μεθόδου RADIUS, τα αποτελέσματα που παίρνουμε για εφαρμογή όλων των μαθηματικών μοντέλων που έχουμε στη διάθεσή μας είναι ανάλογα. Η μέση τιμή ξεκινάει από τα 950-960 mm και περίπου σταθεροποιείται στην τιμή 940-945 mm για επιλογή ακτίνας μεγαλύτερης από 30 Km. Συμπεραίνουμε έτσι ότι χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε μαθηματικό μοντέλο (με εξαίρεση ίσως του μοντέλου Gauss) και με επιλογή ακτίνας 30 Km λαμβάνουμε αποτελέσματα σταθερά και αξιόπιστα.

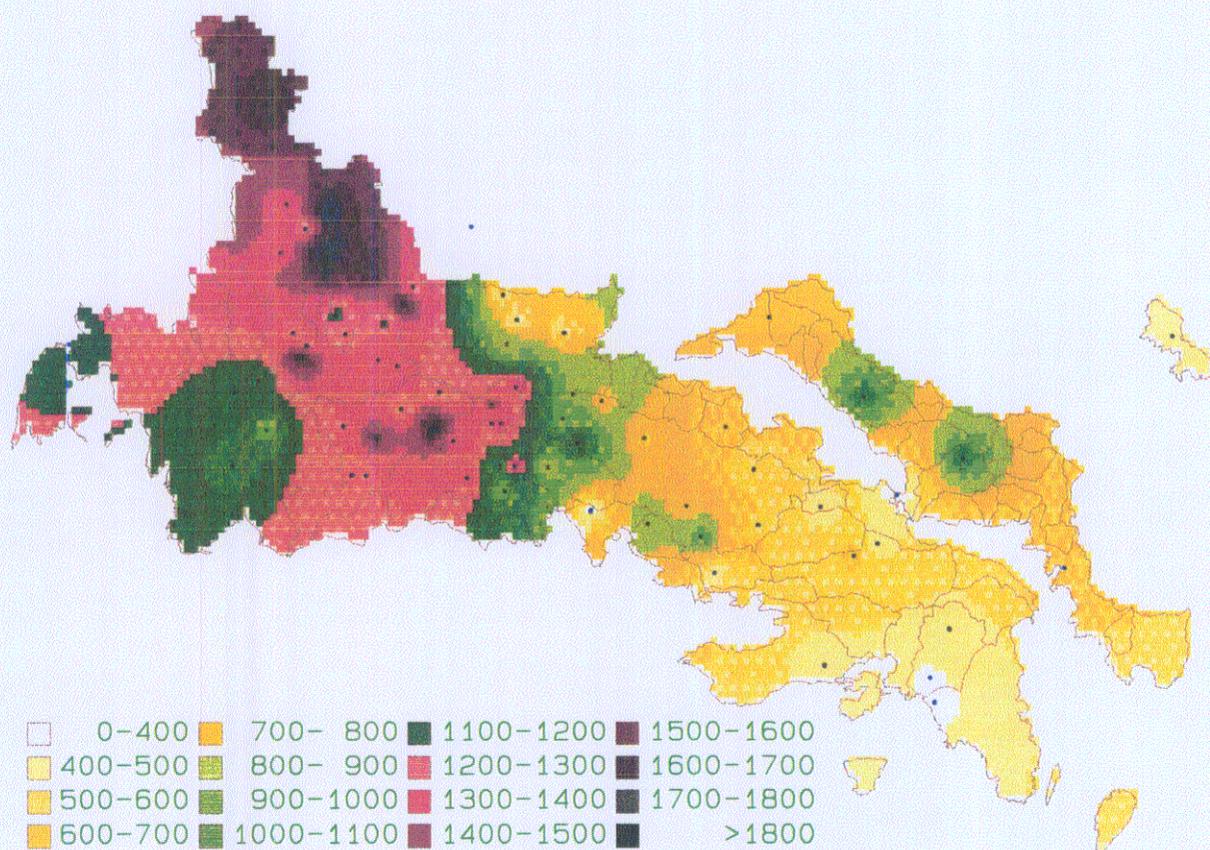
4.3 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο Thiessen



ΣΧΗΜΑ 4.27 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο Thiessen

4.4 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο IDW

Για τον υπολογισμό της επιφάνειας χρησιμοποιήσαμε σαν παραμέτρους την μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE), εκθέτη της απόστασης $b=2$ και επιλογή 20 σημειακών μετρήσεων.



ΣΧΗΜΑ 4.28 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο IDW

4.5 Κατασκευή υπερετήσιας επιφάνειας με τη μέθοδο Co-Kriging

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.2.3, η μέθοδος αυτή στηρίζεται στη συσχέτιση βροχής και υψόμετρου. Έτσι, η τελικά υπολογισμένη επιφάνεια βροχής εμπεριέχει και την παράμετρο του υψόμετρου. Στη συνέχεια αναφέρουμε λεπτομερώς όλα τα βήματα που ακολουθήσαμε για το συσχετισμό αυτό. Τα βήματα είναι :

1. Με βάση τα ύψη βροχής και τα υψόμετρα των 71 σταθμών, προσαρμόζεται μια γραμμική συσχέτιση της μορφής:

$$P = a * H + b$$

όπου P η βροχή και H το υψόμετρο.

Με βάση τις τιμές υψόμετρων και βροχής βρίσκουμε τα a και b της σχέσης :

$$a = 0,701 \quad \text{και} \quad b = 632,15 \text{ mm}$$

Προκύπτει : $P = 0.701 * H + 632.15$ με συντελεστή συσχέτισης $R=0,868$

2. Μετά τον υπολογισμό των παραμέτρων a και b από την παραπάνω σχέση προκύπτει μια ολοκληρωμένη επιφάνεια (επιφάνεια1), η οποία αποτελεί μετασχηματισμό του υψόμετρου.

Τοποθετώντας στην παραπάνω σχέση όπου H τα υψόμετρα των σταθμών, προκύπτει μια μετασχηματισμένη επιφάνεια1, όπου κάθε σημείο υπολογίζεται από τη σχέση $P = 0.701 * H + 632.15$.

3. Με αφαίρεση της πραγματικής βροχόπτωσης του σταθμού και της τιμής που υπολογίστηκε από τη σχέση $P=a * H + b$, προκύπτουν για κάθε σταθμό οι τιμές error.

Ισχύει ότι $\text{error} = \text{βροχή} - (a * H + b)$

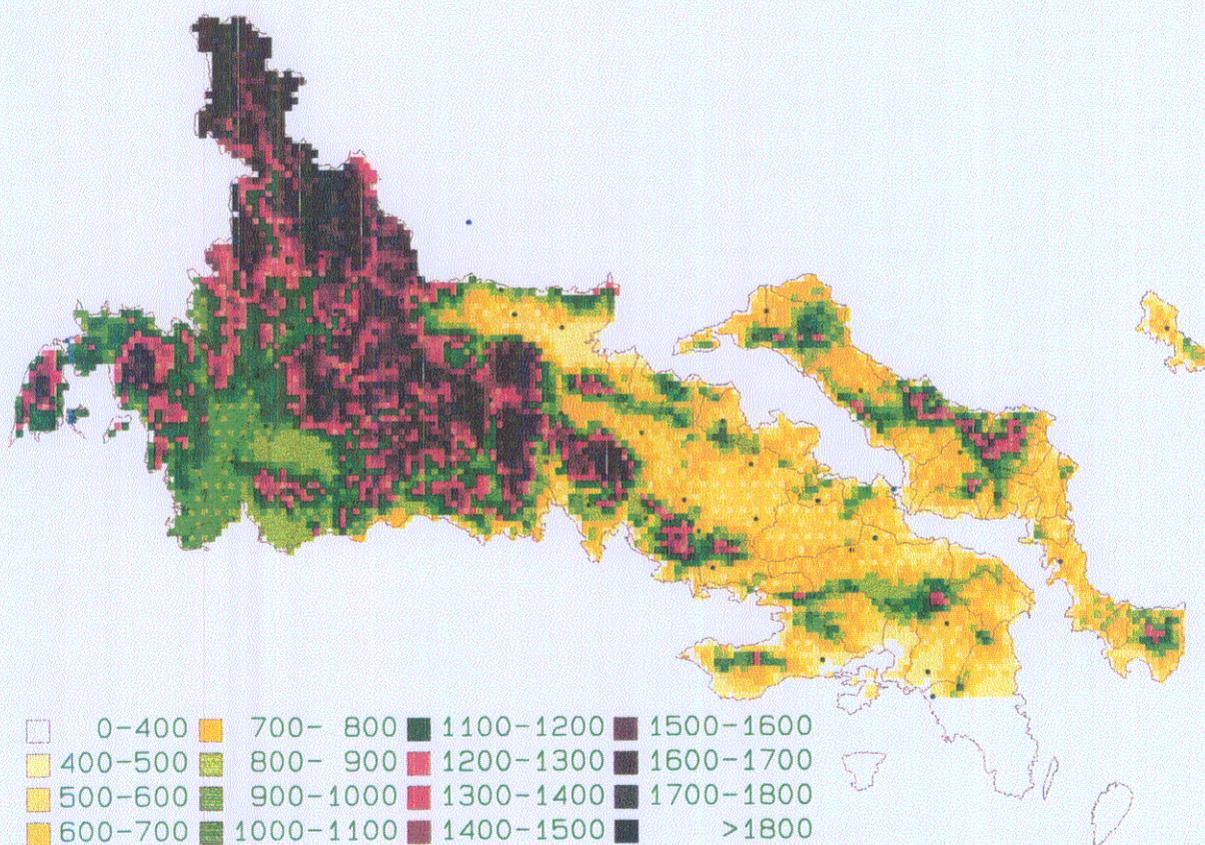
4. Από τις τιμές error φτιάχνουμε μια επιφάνεια (grid) την οποία ονομάζουμε επιφάνεια2.

Από τις τιμές error κατασκευάζουμε με τη μέθοδο Kriging την επιφάνεια2.

5. Προσθέτοντας τις επιφάνειες των βημάτων 2 και 4 προκύπτει η τελική επιφάνεια βροχόπτωσης.

Από το βήμα (2) και (4) με πρόσθεση προκύπτει η τελική επιφάνεια που ζητάμε : επιφάνεια1 + επιφάνεια2 = τελικό

Στο σχήμα 4.29 που ακολουθεί φαίνεται η τελικά παραγόμενη επιφάνεια με τη μέθοδο Co-Kriging.



ΣΧΗΜΑ 4.29 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο *Co-Kriging*

Από τη μελέτη που έγινε στη ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ για την περίοδο 1970-1990 και με αρχικά δεδομένα τις σημειακές τιμές βροχόπτωσης στους 71 βροχομετρικούς σταθμούς που είναι εγκατεστημένοι στη ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ, υπολογίστηκαν οι μέσες υπερετήσιες τιμές βροχόπτωσης. Για τον υπολογισμό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις διαφορετικές μεθόδους (Kriging, IDW,

Thiessen, Co-Kriging) των οποίων τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί :

ΜΕΘΟΔΟΣ	Μέση υπερετήσια τιμή (σε mm βροχής)
KRIGING	939
IDW	953
THIESSEN	939
CO-KRIGING	1040

Υποσημείωση : Η μέθοδος Kriging που αναφέρουμε στον πίνακα χρησιμοποιεί σαν παραμέτρους την επιλογή σημείων (SAMPLE), το μαθηματικό μοντέλο spherical και επιλογή 20 αγνώστων σημείων. Η μέθοδος IDW χρησιμοποιεί σαν εκθέτη $b=2$, επιλογή σημείων (SAMPLE) και επιλογή 20 αγνώστων σημείων.

Από τις παραπάνω μεθόδους, μόνο οι τρεις πρώτες (Kriging, IDW, Thiessen) είναι άμεσα συγκρίσιμες, γιατί οι υπολογισμοί έγιναν με βάση μόνο τη βροχόπτωση, ενώ στη μέθοδο Co-Kriging έχουμε λάβει υπόψη μας και την υψομετρική θέση του κάθε σημείου.

4.6 Συγκριτικοί πίνακες επιφανειών

Κατά τη μετατροπή σημειακών μετρήσεων σε επιφανειακές δεν μας απασχολεί μόνο ο μέσος όρος της παραγόμενης επιφάνειας, αλλά και η επιφανειακή κατανομή της βροχής και οι μεταβολές που παρουσιάζει αυτό από επιφάνεια σε επιφάνεια. Η σύγκριση γίνεται με τον υπολογισμό και την ανάλυση μίας επιφάνειας που προκύπτει ως διαφορά των δύο συγκρινόμενων επιφανειών. Έτσι, στους πίνακες που ακολουθούν παρατίθενται οι συγκρίσεις μεταξύ των επιφανειών για διάφορες μεθόδους.

4.6.1 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδων SAMPLE και RADIUS

Στην παράγραφο αυτή παραθέτουμε τη σύγκριση των τιμών μεταξύ της μεθόδου επιλογής σημείων (SAMPLE) και της μεθόδου επιλογής ακτίνας (RADIUS), αναφερόμενοι πάντα στο ίδιο μαθηματικό μοντέλο. Στη στήλη ADD1 είναι ο κωδικός της επιφάνειας της μεθόδου επιλογής ακτίνας και στη στήλη ADD2 είναι ο κωδικός της επιφάνειας της μεθόδου επιλογής σημείων.

Με αφαίρεση των επιφανειών **ADD1** και **ADD2** προκύπτει μια νέα επιφάνεια που χαρακτηρίζεται με το κωδικό όνομα **GRID**. Με τους όρους **MINIMUM**, **MAXIMUM**, **MEAN** και **St. D.** εννοούμε την ελάχιστη, τη μέγιστη, τη μέση τιμή της νέας αυτής επιφάνειας που προκύπτει, καθώς και την τυπική της απόκλιση, αντίστοιχα.

α. Μαθηματικό μοντέλο : **SPHERICAL**

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.12 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων **SAMPLE** και **RADIUS**

GRID	ADD1	ADD2	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	St. D.
600	1003	103	-182	219	4,33	47,69
601	1006	107	-78	87	1,68	15,02
602	1003	107	-183	212	3,63	50,94
603	10046	1046	-47	57	2,56	11,32

β. Μαθηματικό μοντέλο : **LINEAR**

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.13 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων **SAMPLE** και **RADIUS**

GRID	ADD1	ADD2	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	St. D.
605	2003	203	-215	258	3,63	62,47
606	2006	207	-245	163	3,48	36,36
607	2003	207	-262	251	4,33	79,28
608	20046	2046	-61	148	2,73	17,62

γ. Μαθηματικό μοντέλο : **CIRCULAR**

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.14 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων **SAMPLE** και **RADIUS**

GRID	ADD1	ADD2	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	St. D.
609	3003	303	-122	150	4,23	29,03
610	3005	307	-98	77	1,67	15,13
611	3003	307	-122	147	3,52	32,65
612	30037	3037	-151	182	4,42	37,99

δ. Μαθηματικό μοντέλο : EXPONENTIAL

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.15 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων SAMPLE και RADIUS

GRID	ADD1	ADD2	MINIMUM	MAXIMUM	MEAN	St. D.
619	5003	503	-153	185	4,27	36,63
620	5006	507	-49	88	2,10	12,49
621	5003	507	-153	181	4,67	38,87
622	50046	5046	-99	104	2,13	25,93

Όπως συμπεραίνουμε από τη μελέτη των παραπάνω πινάκων, παρόλο που η ελάχιστη και μέγιστη τιμή έχει σημαντικές διακυμάνσεις (της τάξεως του 20 %), η μέση τιμή των διαφορών των δυο επιφανειών πλησιάζει το μηδέν (με πολύ μικρή απόκλιση της τάξης του 0,5 %).

4.6.2 Συγκριτικός πίνακας KRIGING - IDW

Ακολουθεί ο πίνακας που παρουσιάζει τη σύγκριση των υπερετήσιων τιμών της επιφάνειας με τη μέθοδο IDW (στήλη ADD2) και μιας ενδεικτικής επιφάνειας με τη μέθοδο Kriging (στήλη ADD1).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.16 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων Kriging - IDW

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
800	105	yearidw	-262	200	-27,4	62,4

4.6.3 Συγκριτικός πίνακας KRIGING - THIESSEN

Ακολουθεί ο πίνακας που παρουσιάζει τη σύγκριση των υπερετήσιων τιμών της επιφάνειας με τη μέθοδο Thiessen (στήλη ADD2) και μιας ενδεικτικής επιφάνειας με τη μέθοδο Kriging (στήλη ADD1).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.17 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων Kriging - Thiessen

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
801	105	thiessenyear	-582	505	-1,06	129,7

4.6.4 Συγκριτικός πίνακας IDW - THIESSEN

Ακολουθεί ο πίνακας που παρουσιάζει τη σύγκριση των υπερετήσιων τιμών της επιφάνειας με τη μέθοδο IDW (στήλη ADD1) και μιας ενδεικτικής επιφάνειας με τη μέθοδο Thiessen (στήλη ADD2).

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.18 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μεθόδων IDW-Thiessen

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
802	yearidw	thiessenyear	-513	593	13,6	141,5

Παρατηρήσεις

Παρόλο που η μικρότερη μέση τιμή (σχεδόν μηδέν) προκύπτει από τη σύγκριση Kriging - Thiessen, από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι οι επιφάνειες Kriging και IDW έχουν μεγαλύτερη ταύτιση μεταξύ τους από ότι με την επιφάνεια Thiessen. Έτσι, η διαφορά μέγιστης και ελάχιστης τιμής είναι μικρότερη (άρα και η τυπική απόκλιση) αν και η μέση τιμή είναι σημαντικά μεγαλύτερη. Το γεγονός της καλύτερης ταύτισης των μεθόδων αυτών εξαρτάται αποκλειστικά από τον τρόπο παρεμβολής των σημείων, ο οποίος είναι πιο λεπτομερής στις σύγχρονες μεθόδους σε σχέση με τις κλασικές. Τέλος από τη σύγκριση IDW-Thiessen προκύπτει πολύ μεγάλη τυπική απόκλιση (μεγαλύτερη και από τη σύγκριση Kriging - Thiessen) και όχι ιδιαίτερα χαμηλή μέση τιμή.

Το αποτέλεσμα αυτό είναι λίγο-πολύ αναμενόμενο, δεδομένου του τρόπου λειτουργίας της μεθόδου Thiessen, η οποία ομογενοποιεί τις τιμές, δίνοντας σε μια αρκετά σημαντική περιοχή την ίδια τιμή (περιοχή επιρροής του σταθμού).

4.6.5 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδου SAMPLE

Οι πίνακες που ακολουθούν συγκρίνουν τις επιφάνειες που προκύπτουν με χρήση της μεθόδου επιλογής σημείων (SAMPLE) και αναφέρονται στο ίδιο μαθηματικό μοντέλο. Έτσι, συγκρίνουμε επιφάνειες που έχουν δημιουργηθεί για διαφορετικό αριθμό σημείων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.19 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου SPHERICAL

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
1016	101	106	-89	136	6,65	20,88
1025	102	105	-95	85	2,52	13,41
1037	103	107	-87	77	-0,70	15,92
1046	104	106	-42	56	-0,61	9,40

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.20 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου LINEAR

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
2016	201	206	-139	143	9,33	25,25
2025	202	205	-99	92	4,46	14,37
2037	203	207	-242	160	0,69	36,44
2046	204	206	-143	71	-0,27	14,97

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.21 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου CIRCULAR

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
3016	301	306	-113	150	5,51	20,48
3025	302	305	-105	84	1,78	13,04
3037	303	307	-106	78	-0,71	14,9
3046	304	306	-44	61	-0,12	8,77
3056	305	306	-30	47	-0,25	6,18

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.22 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου GAUSSIAN

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
4016	401	406	-199	217	8,12	65,27
4025	402	405	-234	168	11,12	41,09
4037	403	407	-175	326	-7,03	54,77
4046	404	406	-143	198	-10,42	39,72
4056	405	406	-132	196	-10,86	31,45

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.23 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθ. μοντέλου EXPONENTIAL

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
5016	501	506	-90	138	6,60	19,60
5025	502	505	-82	83	2,16	12,38
5037	503	507	-52	76	0,40	11,62
5046	504	506	-34	55	-0,07	8,02
5056	505	506	-23	41	0,08	5,70

Παρατηρήσεις

Από τη μελέτη των πινάκων 4.19 μέχρι και 4.23 παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν (σαν μέσες τιμές) είναι πολύ κοντά στο μηδέν, με μεγαλύτερη απόκλιση το 11 (το οποίο όμως αναγώμενο στο 940 που είναι η μέση τιμή των επιφανειών είναι λιγότερο από 1%). Η μόνη μέθοδος που παρουσιάζει συνεχώς μεγάλες αποκλίσεις είναι η μέθοδος Gauss, όπως και σε όλα σχεδόν τα παραδείγματα. Καταλήγουμε έτσι στο συμπέρασμα ότι οι επιφάνειες παρουσιάζουν μια μεγάλη ταύτιση μεταξύ τους.

4.6.6 Συγκριτικοί πίνακες μεθόδου RADIUS

Οι πίνακες που ακολουθούν συγκρίνουν τις επιφάνειες που προκύπτουν με χρήση της μεθόδου επιλογής ακτίνων (RADIUS) και αναφέρονται στο ίδιο μαθηματικό μοντέλο. Έτσι, συγκρίνουμε επιφάνειες που έχουν δημιουργηθεί για διαφορετικό αριθμό ακτίνας.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.24 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου SPHERICAL

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
10016	1001	1006	-194	234	2,11	56,60
10025	1002	1005	-96	118	2,61	25,57
10037	1003	1007	-176	206	3,34	46,09
10046	1004	1006	-34	46	1,95	8,93
10056	1005	1006	-120	112	-0,19	32,15

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.25 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου LINEAR

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
20016	2001	2006	-478	261	-1,20	77,71
20025	2002	2005	-172	202	1,12	44,03
20037	2003	2007	-209	242	3,15	59,26
20046	2004	2006	-47	58	2,46	10,60
20056	2005	2006	-82	103	-0,09	23,51

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.26 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου CIRCULAR

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
30016	3001	3006	-656	551	-39,90	216,58
30025	3002	3005	-121	146	2,32	30,72
30037	3003	3007	-151	179	3,71	37,84
30046	3004	3006	-581	405	-38,24	178,84
30056	3005	3006	-618	481	-40,50	199,41

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.27 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθημ. μοντέλου GAUSSIAN

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
40046	4004	4006	-204	196	-6,82	55,22
40056	4005	4006	-109	169	-2,65	32,65

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.28 Χαρακτηριστικά σύγκρισης μαθ. μοντέλου EXPONENTIAL

GRID	ADD1	ADD2	MIN	MAX	MEAN	St. D.
50016	5001	5006	-226	210	3,28	47,04
50025	5002	5005	-56	81	2,77	13,27
50037	5003	5007	-152	179	3,93	37,32
50046	5004	5006	-98	104	2,06	25,73
50056	5005	5006	-132	152	0,57	35,36

Παρατηρήσεις

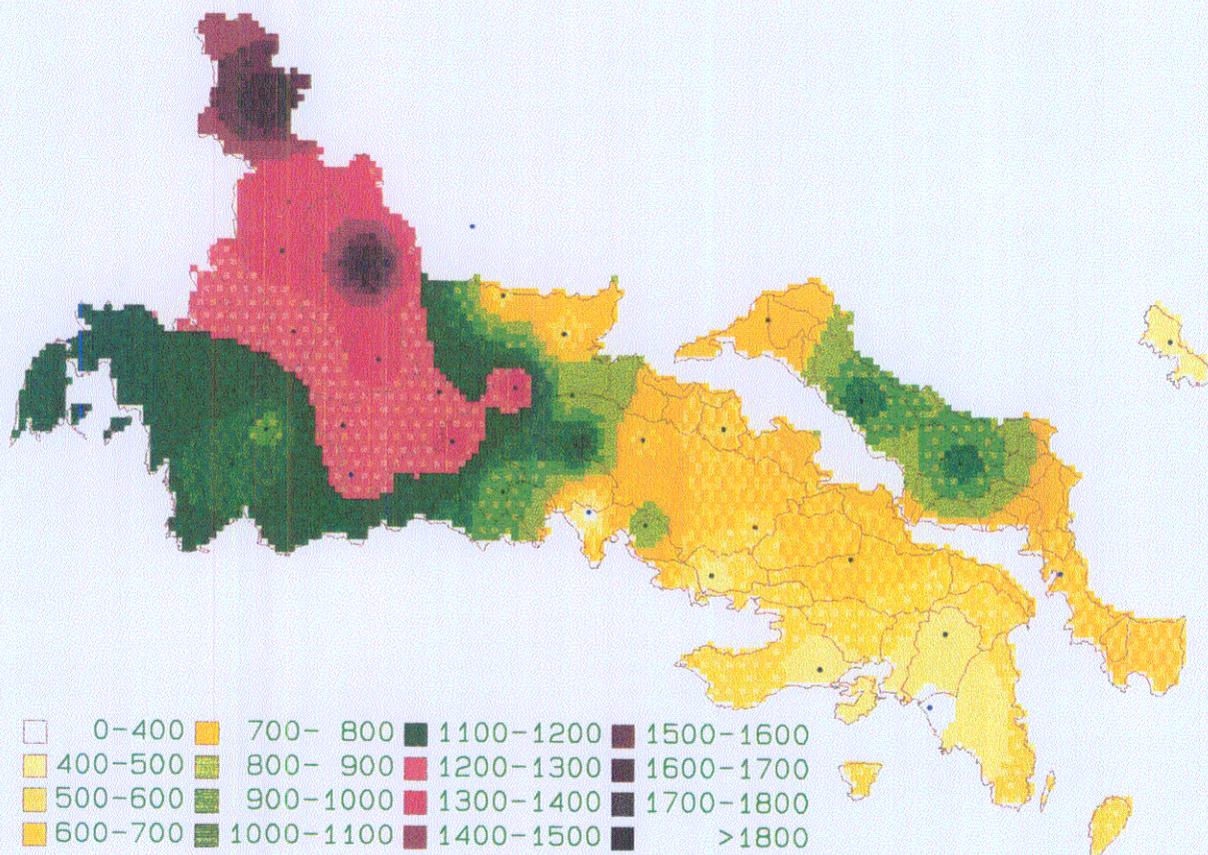
Από τη μελέτη των πινάκων 4.24 μέχρι και 4.28 παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν (σαν μέσες τιμές) είναι πολύ κοντά στο μηδέν, με μεγαλύτερη απόκλιση το 40 (το οποίο όμως αναγόμενο στο 940 που είναι η μέση τιμή των επιφανειών είναι λιγότερο από 4%). Με εξαίρεση τη χρήση κυκλικού μοντέλου (παρουσιάζει σταθερά τιμές κοντά στο 40) όλα τα υπόλοιπα μοντέλα δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα, πάντα ως προς τη μέση τιμή. Σε ότι αφορά τη διασπορά, οι τιμές παρουσιάζουν από μικρές έως και αρκετά μεγάλες αποκλίσεις. Γενικά παρατηρούμε μια ταύτιση των επιφανειών, όχι όμως στο βαθμό που αυτή εμφανίστηκε στη μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE).

4.7 Επίδραση της πυκνότητας του δίκτυο μέτρησης

Εκτός από τον υπολογισμό των επιφανειών με χρήση 71 σημειακών μετρήσεων, υπολογίστηκαν και οι μέσες ετήσιες επιφάνειες με χρήση 36 σημειακών μετρήσεων. Τα σημεία που χρησιμοποιήσαμε για την περίπτωση αυτή επιλέχθηκαν έτσι ώστε να καλύπτουν όλη την επιφάνεια μελέτης, αλλά προφανώς είναι σημαντικά αραιότερα από την προηγούμενη περίπτωση. Οι τελικές επιφάνειες που δημιουργήθηκαν με τις μεθόδους IDW, KRIGING και CO-KRIGING φαίνονται στις παραγράφους που ακολουθούν.

4.7.1 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο IDW

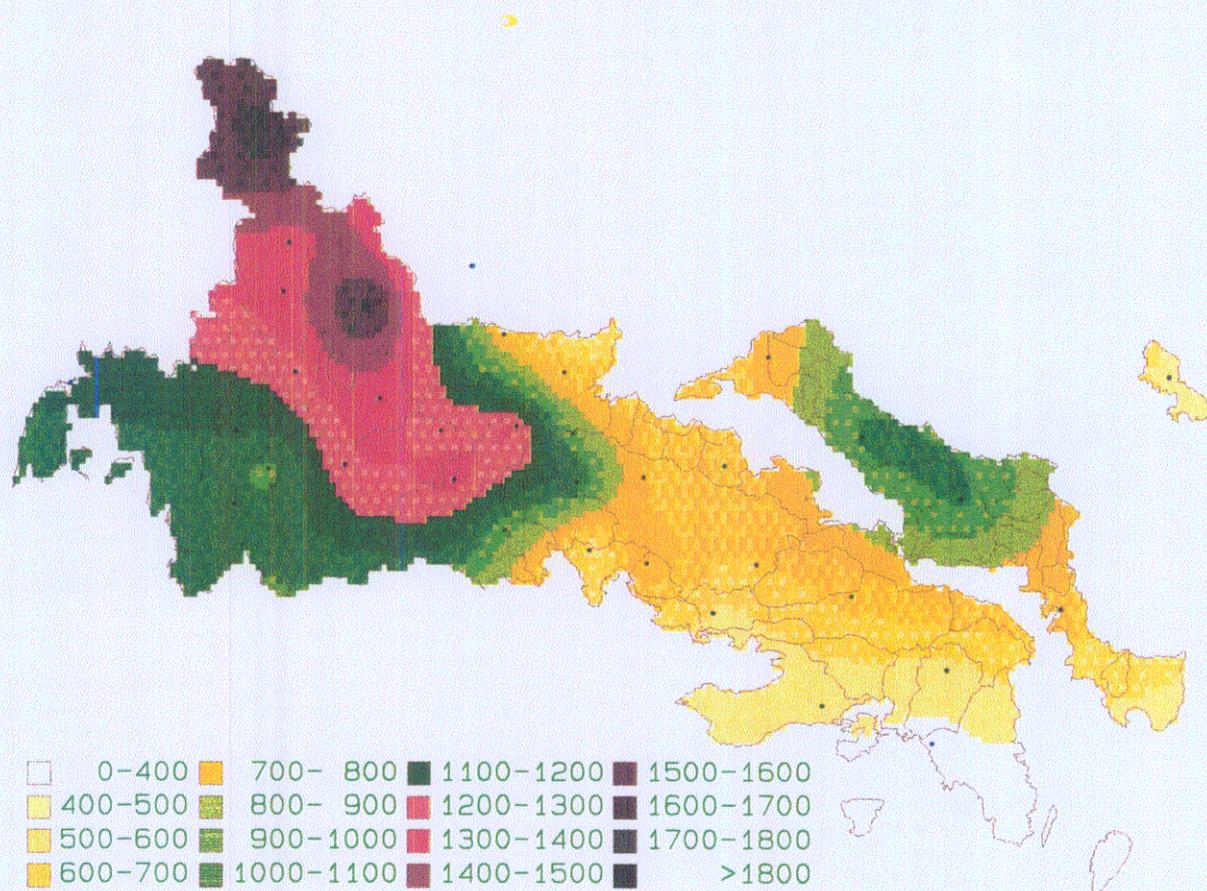
Για τον υπολογισμό της επιφάνειας χρησιμοποιήσαμε σαν παραμέτρους την μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE), εκθέτη της απόστασης $b=2$ και επιλογή 15 σημειακών μετρήσεων.



ΣΧΗΜΑ 4.30 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο IDW

4.7.2 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο KRIGING

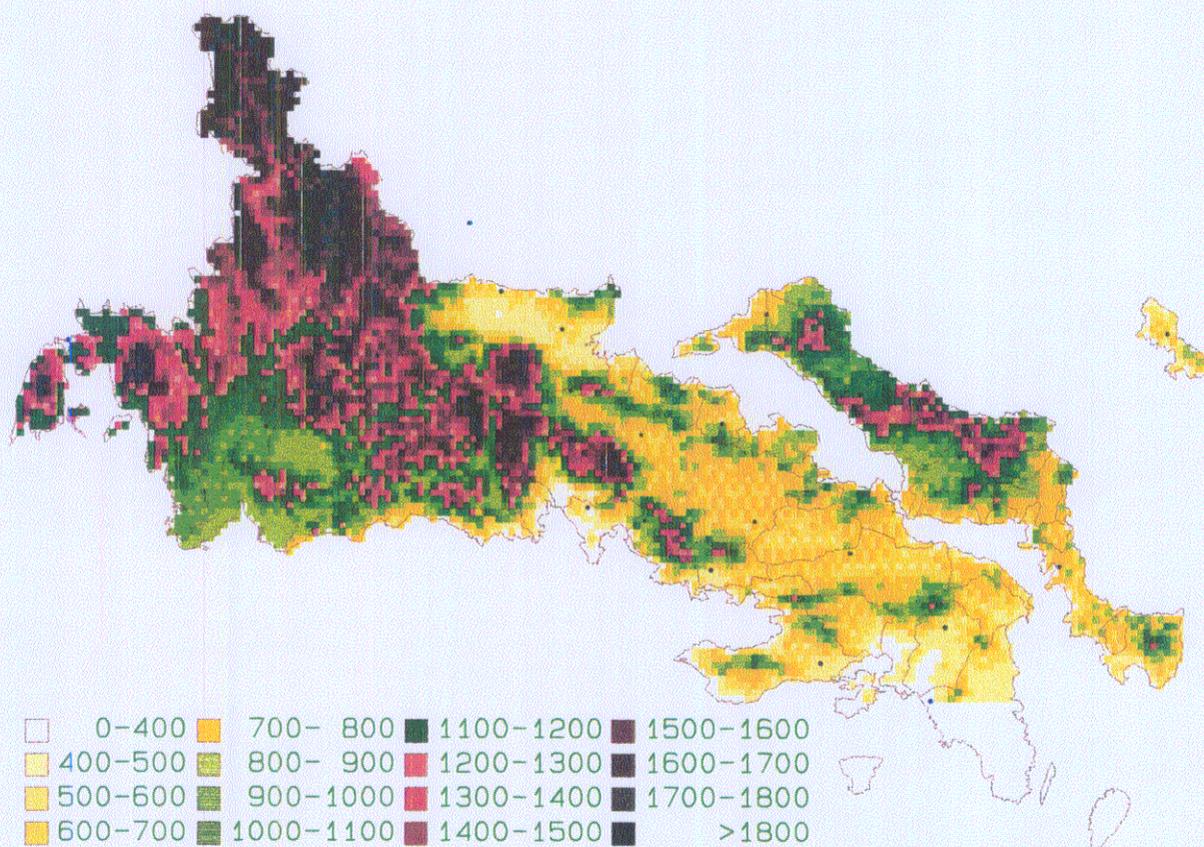
Για τον υπολογισμό της επιφάνειας χρησιμοποιήσαμε σαν παραμέτρους την μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE), μαθηματικό μοντέλο SPHERICAL και επιλογή 15 σημειακών μετρήσεων.



ΣΧΗΜΑ 4.31 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο KRIGING

4.7.3 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο Co-KRIGING

Για τον υπολογισμό της επιφάνειας χρησιμοποιήσαμε την υπολογισμένη επιφάνεια με τη μέθοδο Kriging και την επιφάνεια του υψομέτρου, με τον τρόπο που αναφέραμε στην παράγραφο 4.5.



ΣΧΗΜΑ 4.32 Τελική υπερετήσια επιφάνεια με τη μέθοδο *Co-KRIGING*

Για επαλήθευση των αποτελεσμάτων έγινε διερεύνηση της ευαισθησίας τους σε σχέση με το πλήθος των σταθμών μέτρησης. Συγκεκριμένα, από το πλήθος των 71 σημείων επιλέχθηκαν 36, με βάση τα οποία κατασκευάστηκαν νέες επιφάνειες. Οι επιφάνειες αυτές, για τις μεθόδους IDW, KRIGING και CO-KRIGING, παρουσιάζουν πολύ μικρές αποκλίσεις, τόσο στις μέσες τιμές τους (μεταβολή μικρότερη από 1,5%), όσο και στη γεωγραφική κατανομή.

4.8 Μέσες μηνιαίες τιμές βροχοπτώσεων

Ενδεικτικά αναφέρουμε ορισμένα παραδείγματα για μηνιαίες βροχοπτώσεις με επιλογή σημείων ή ακτίνας και για διάφορους μήνες.

α. Για το μήνα **ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟ** και για επιλογή 20 σημείων (μέθοδος SAMPLE) προκύπτουν με εφαρμογή διαφορετικού μαθηματικού μοντέλου τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.29 Χαρακτηριστικά μηνιαίων βροχοπτώσεων με επιλογή 20 σημείων.

GRID	METHOD	min	max	mean	St. D.
911	SPHERICAL	46	223	117,01	42,31
912	CIRCULAR	47	220	116,93	41,97
913	GAUSSIAN	47	195	116,32	40,50
914	LINEAR	47	218	116,83	41,83
915	EXPONENTIAL	44	233	117,35	43,28

β. Για το μήνα **ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟ** και για επιλογή ακτίνας 50000 m (μέθοδος RADIUS) προκύπτουν με εφαρμογή διαφορετικού μαθηματικού μοντέλου τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.30 Χαρακτηριστικά μηνιαίων βροχοπτώσεων με επιλογή ακτίνας 50000 m.

GRID	METHOD	min	max	mean	St. D.
916	SPHERICAL	42	241	117,96	44,84
917	CIRCULAR	42	241	117,89	44,87
918	GAUSSIAN	30	222	117,34	44,63
919	LINEAR	44	232	117,66	43,57
920	EXPONENTIAL	42	241	117,97	44,78

Παρατήρηση

Συγκρίνοντας τα στοιχεία από τους πίνακες 4.29 και 4.30 παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πρακτικά τα ίδια για όλα τα μαθηματικά μοντέλα και ανεξάρτητα από την επιλογή σημείων ή ακτίνας (πλήρης ταύτιση επιφανειών).

γ. Για το μήνα **ΙΟΥΝΙΟ** και για επιλογή 20 σημείων (μέθοδος SAMPLE) προκύπτουν με εφαρμογή διαφορετικού μαθηματικού μοντέλου τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.31 Χαρακτηριστικά μηνιαίων βροχοπτώσεων με επιλογή 20 σημείων.

GRID	METHOD	min	max	mean	St. D.
951	SPHERICAL	5	52	26,25	12,52
952	CIRCULAR	9	61	29,79	11,83
953	GAUSSIAN	5	47	26,82	12,12
954	LINEAR	5	50	26,36	12,36
955	EXPONENTIAL	5	55	26,23	12,69

δ. Για το μήνα **ΙΟΥΝΙΟ** και για επιλογή ακτίνας 50000m (μέθοδος RADIUS) προκύπτουν με εφαρμογή διαφορετικού μαθηματικού μοντέλου τα αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.32 Χαρακτηριστικά μηνιαίων βροχοπτώσεων με επιλογή ακτίνας 50000 m.

GRID	METHOD	min	max	mean	St. D.
956	SPHERICAL	4	63	26,17	13,13
957	CIRCULAR	4	68	26,16	13,31
958	GAUSSIAN	4	47	26,12	13,08
959	LINEAR	4	55	26,23	13,79
960	EXPONENTIAL	4	68	26,26	13,28

Παρατήρηση

Συγκρίνοντας τα στοιχεία από τους πίνακες 4.31 και 4.32 παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πρακτικά τα ίδια για όλα τα μαθηματικά μοντέλα και ανεξάρτητα από την επιλογή σημείων ή ακτίνας. Δηλαδή, παρατηρούμε ότι όσο μικρότερες είναι οι τιμές των επιφανειών, τόσο μεγαλύτερη είναι η ταύτιση που παρουσιάζουν.

4.9 Ανάλυση μηνιαίων βροχοπτώσεων

4.9.1 Ταξινόμηση μηνιαίων βροχοπτώσεων σε κατηγορίες.

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 4.2.1 για τις ετήσιες παρουσιάσεις επιφανειών, κάτι ανάλογο κάνουμε και για τις μηνιαίες βροχοπτώσεις. Έτσι, χωρίζουμε τις βροχοπτώσεις σε 4 κατηγορίες, ανάλογα με το ύψος βροχής και χρησιμοποιώντας τις ίδιες χρωματικές αποχρώσεις. Για κάθε μια από αυτές δημιουργούμε ένα αρχείο *.RMP το οποίο κατανέμει σε 16 ισόποσες κατηγορίες τα ύψη βροχής. Τα αρχεία αυτά είναι:

α. WINTER.RMP

Περιλαμβάνει τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Νοέμβριο και Δεκέβριο.
Έχει ελάχιστη τιμή 29,3 mm και μέγιστη τιμή 331,0 mm.

β. FTINOP.RMP

Περιλαμβάνει τους μήνες Μάρτιο, Απρίλιο και Οκτώβριο.
Έχει ελάχιστη τιμή 18,6 mm και μέγιστη τιμή 177,8 mm.

γ. MAIOS.RMP

Περιλαμβάνει το μήνα Μάιο.
Έχει ελάχιστη τιμή 11,6 mm και μέγιστη τιμή 114,8 mm.

δ. SUMMER.RMP

Περιλαμβάνει τους μήνες Ιούνιο, Ιούλιο, Αύγουστο και Σεπτέμβριο.
Έχει ελάχιστη τιμή 2,2 mm και μέγιστη τιμή 73,2 mm.

Για κάθε αρχείο *.RMP φτιάχνω και ένα αρχείο *.KEY με το ίδιο όνομα, το οποίο δείχνει τις αντιστοιχίες χρωμάτων-υψών βροχής σε γράφημα.

4.9.2 Μέσες μηνιαίες βροχοπτώσεις με τη μέθοδο IDW

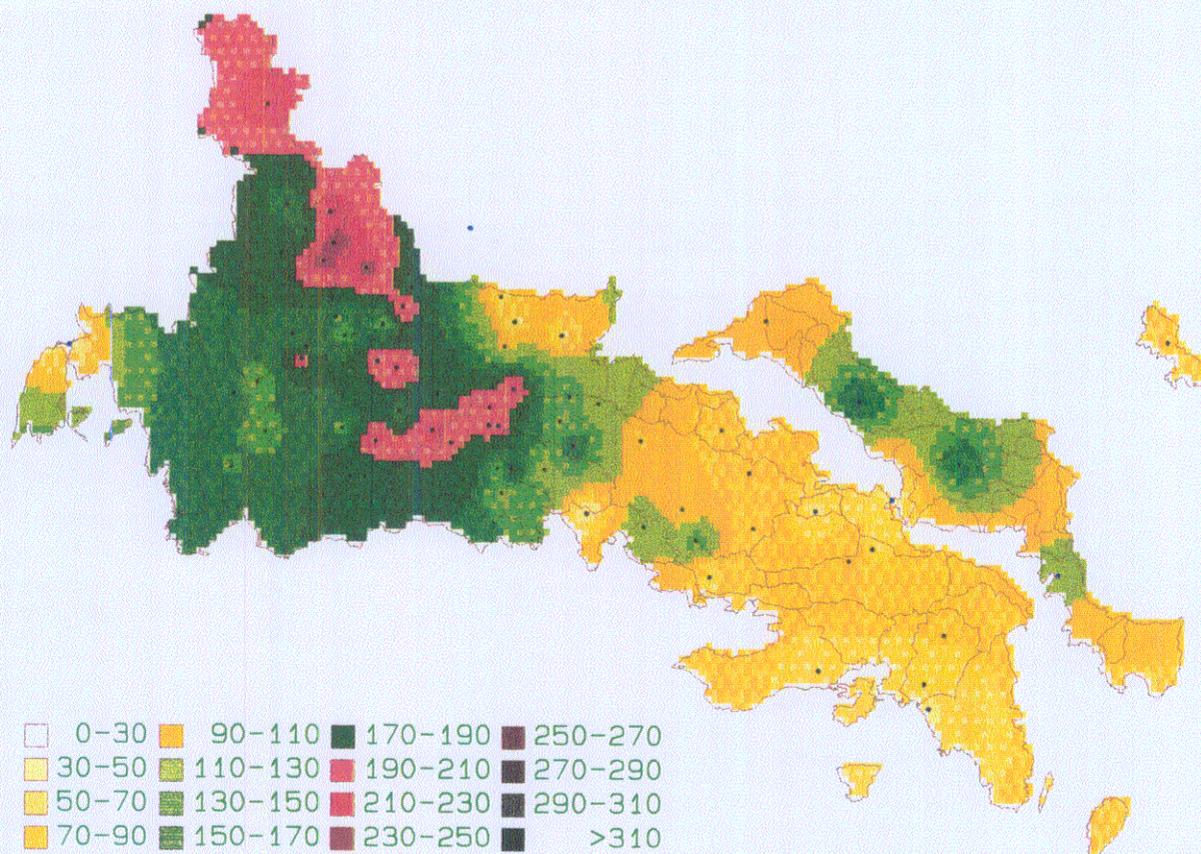
Για την χρονική περίοδο 1970-1990 προκύπτουν μέσες μηνιαίες τιμές για κάθε σταθμό. Χρησιμοποιώντας αυτές τις τιμές, προκύπτει για κάθε μήνα και μια επιφάνεια (grid) βροχής, με όνομα το αντίστοιχο όνομα του μήνα και ελάχιστες, μέσες και μέγιστες τιμές αυτές που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.33 Χαρακτηριστικά μηνιαίων επιφανειών βροχής.

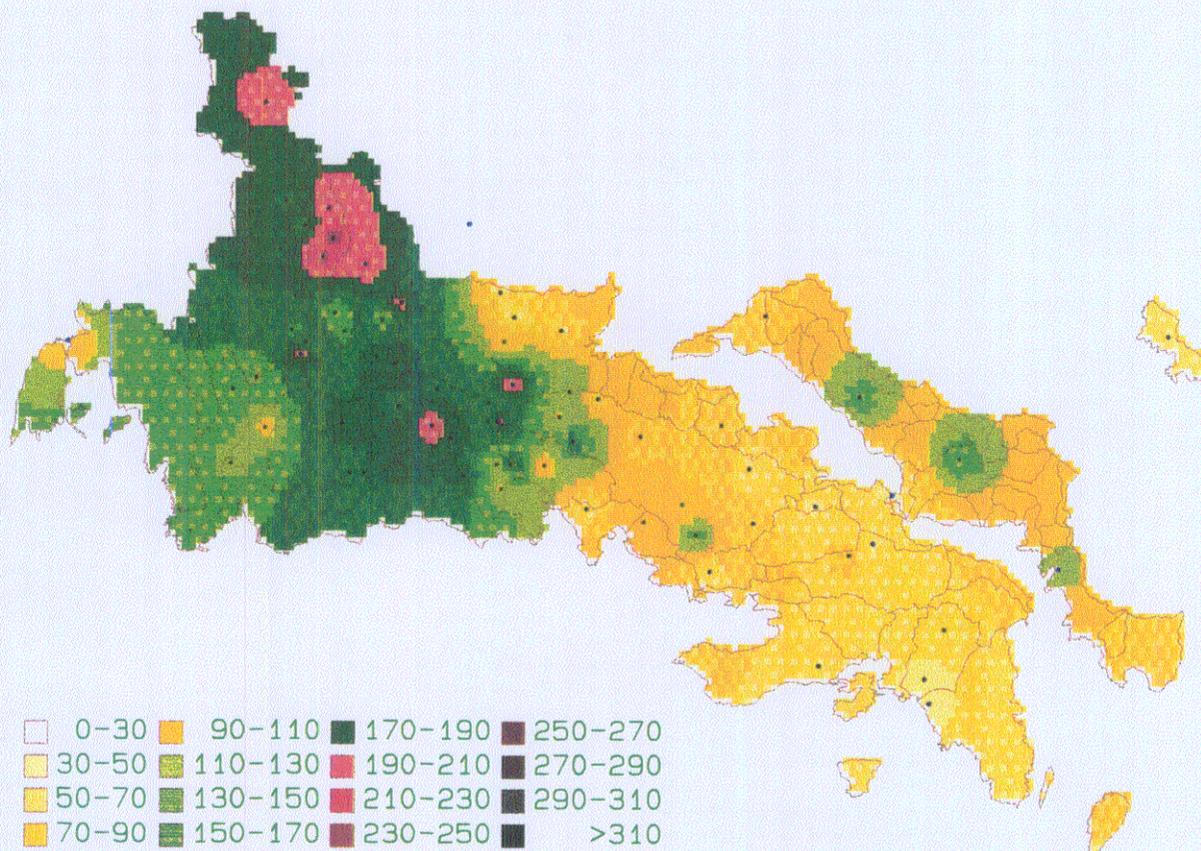
ΜΗΝΑΣ	ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ (MIN)	ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ (MAX)	ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ (MEAN)
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	29.3	250.7	129.4
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	41.8	241.9	119.6
ΜΑΡΤΙΟΣ	38.6	177.8	95.4
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	18.6	158.8	67.7
ΜΑΙΟΣ	11.6	114.8	46.3
ΙΟΥΝΙΟΣ	4.4	72.7	28.4
ΙΟΥΛΙΟΣ	2.2	51.3	18.8
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	5.2	49.8	19.3
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	3.7	73.2	32.1
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	29.0	170.0	96.0
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	46.0	279.8	135.4
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	47.0	331.0	158.5

Για τη δημιουργία των επιφανειών με τη μέθοδο IDW χρησιμοποιήσαμε εκθέτη $b=2$, μέθοδο επιλογής σημείων (SAMPLE) και χρήση 20 γνωστών μετρήσεων για την εύρεση της άγνωστης τιμής.

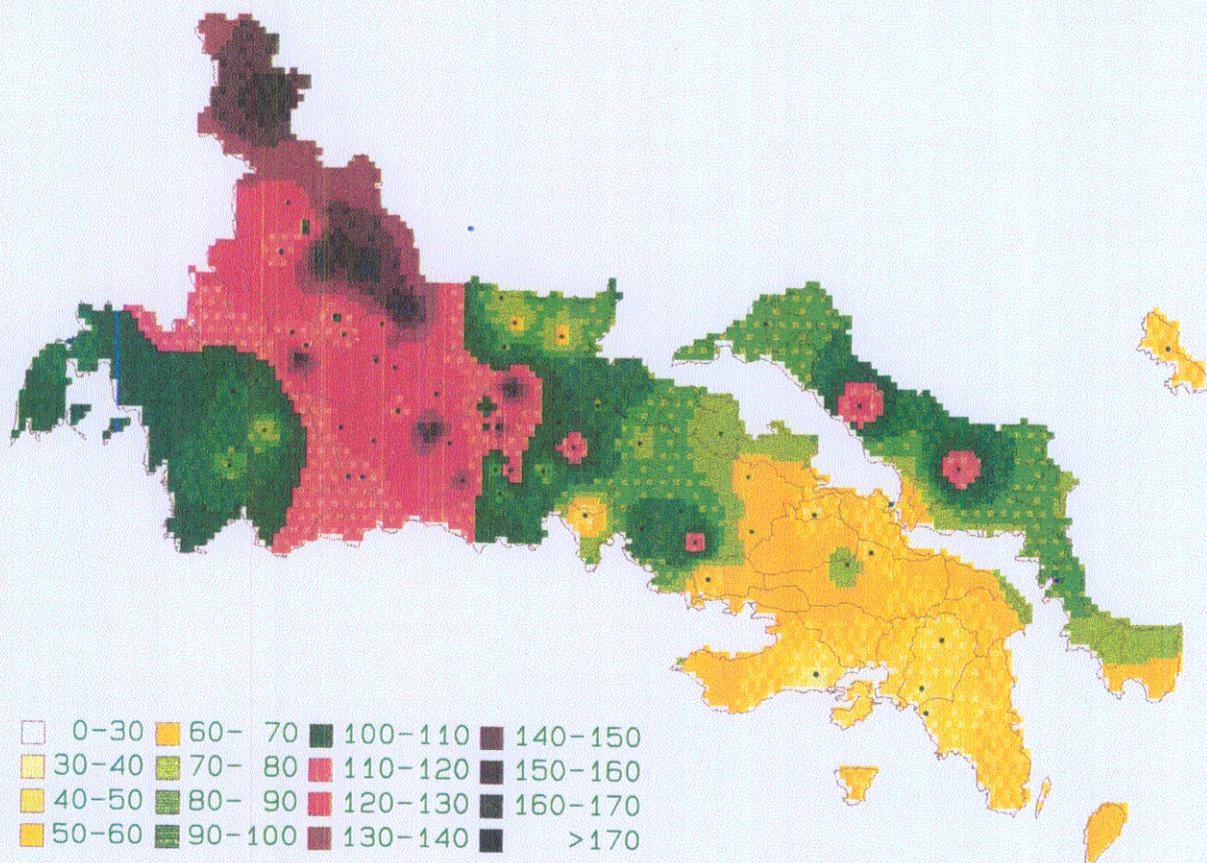
Τα σχήματα που ακολουθούν έχουν δημιουργηθεί με χρήση της μεθόδου IDW και παριστάνουν τις μέσες μηνιαίες τιμές για το διάστημα που εξετάζουμε.



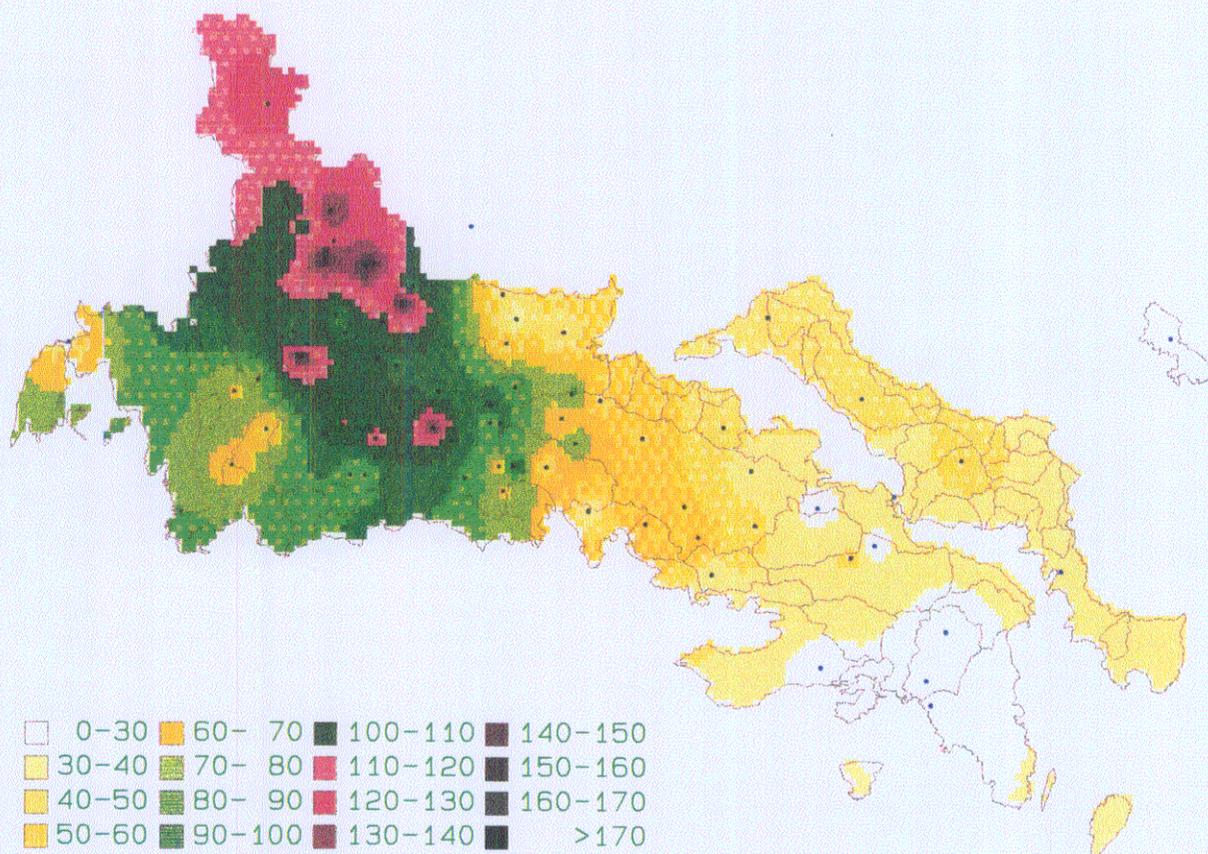
ΣΧΗΜΑ 4.33 Μέση τιμή μηνός ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ



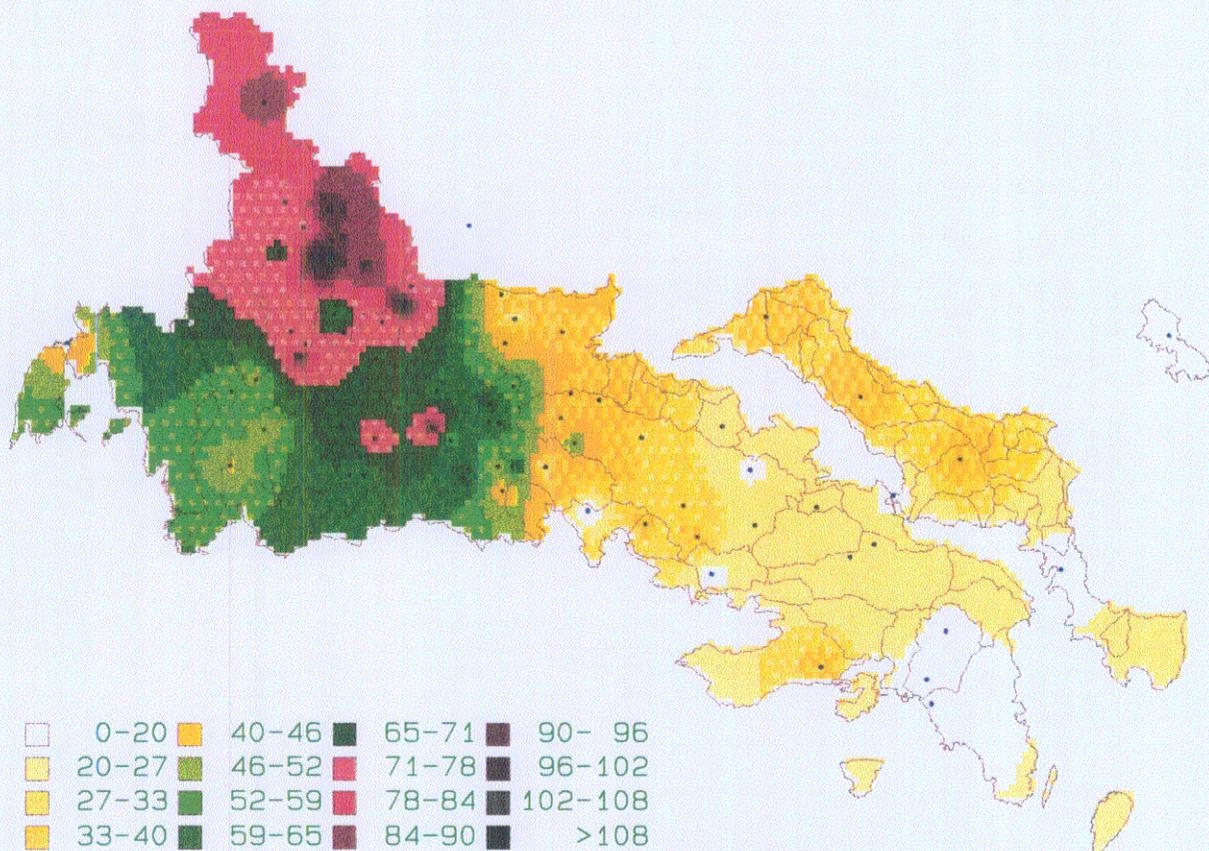
ΣΧΗΜΑ 4.34 Μέση τιμή μηνός ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ



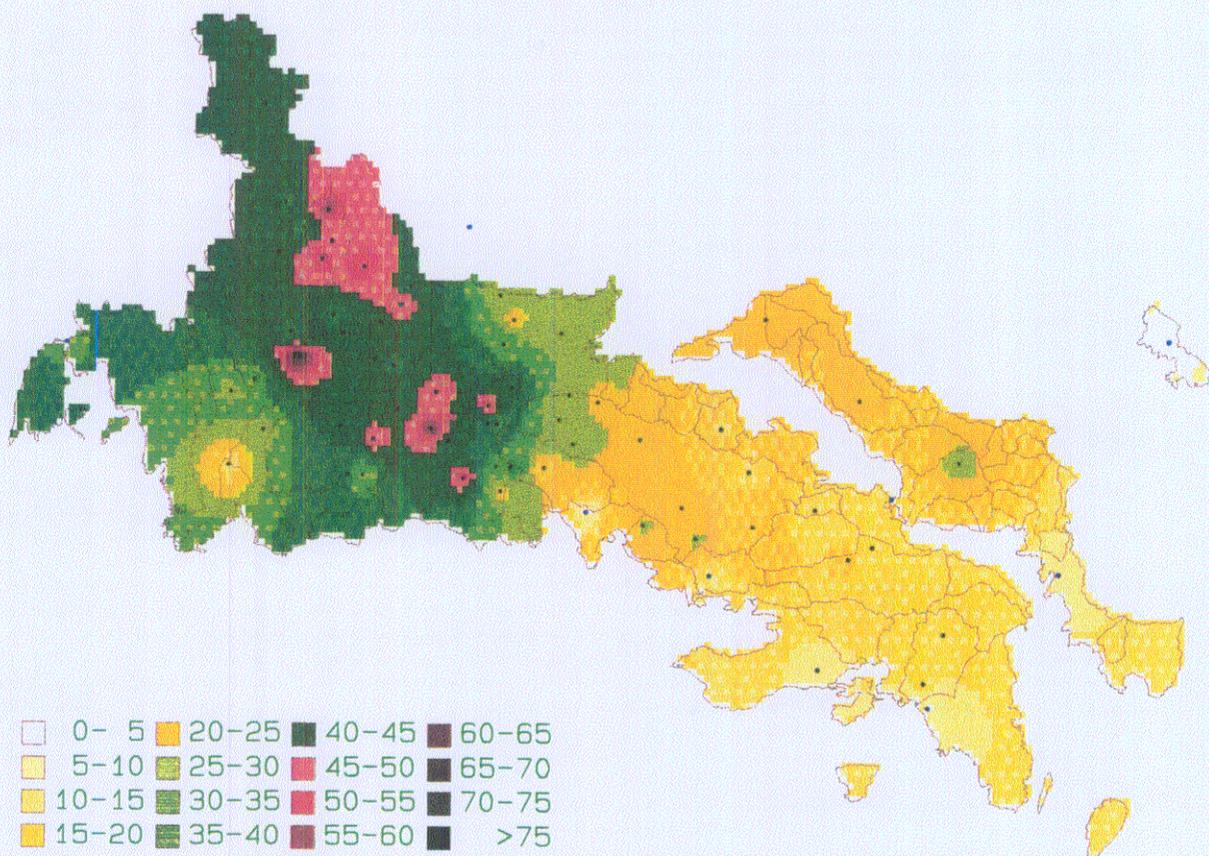
ΣΧΗΜΑ 4.35 Μέση τιμή μηνός ΜΑΡΤΙΟΥ



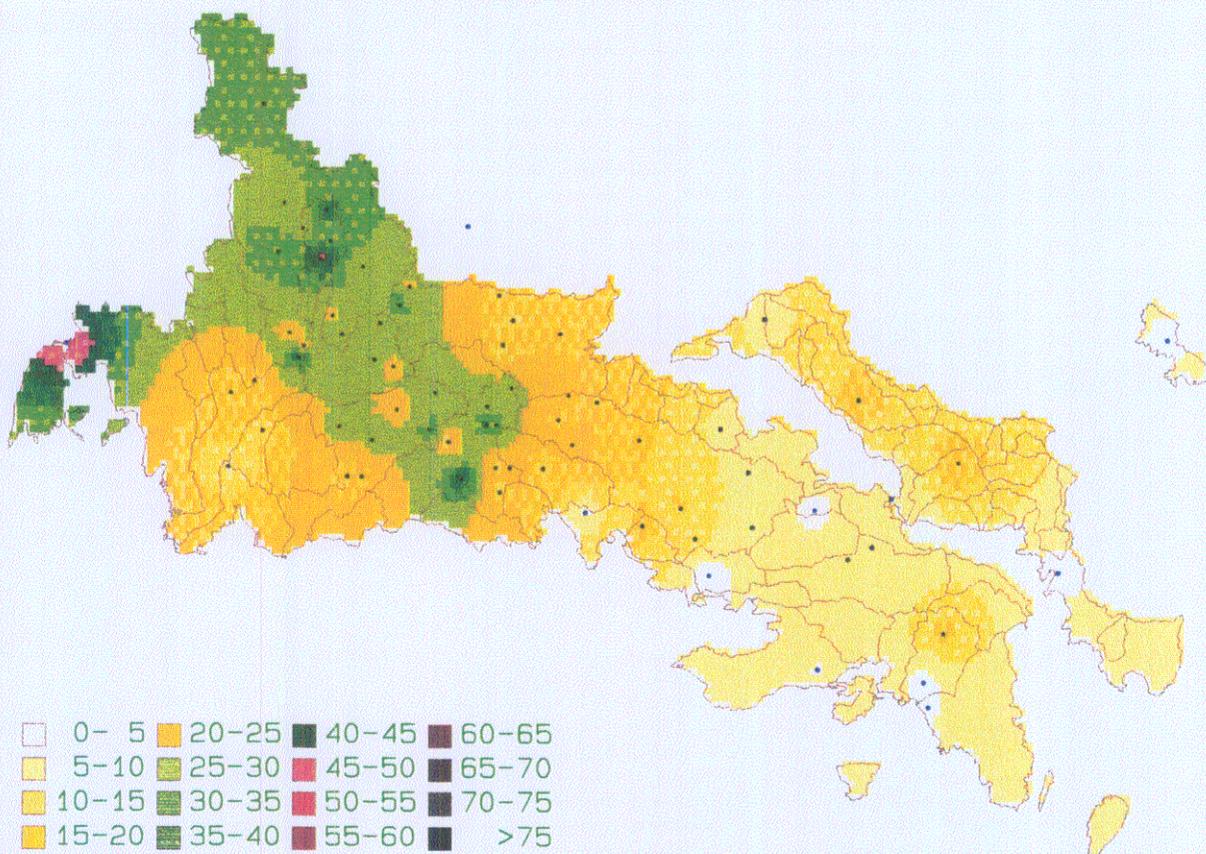
ΣΧΗΜΑ 4.36 Μέση τιμή μηνός ΑΠΡΙΛΙΟΥ



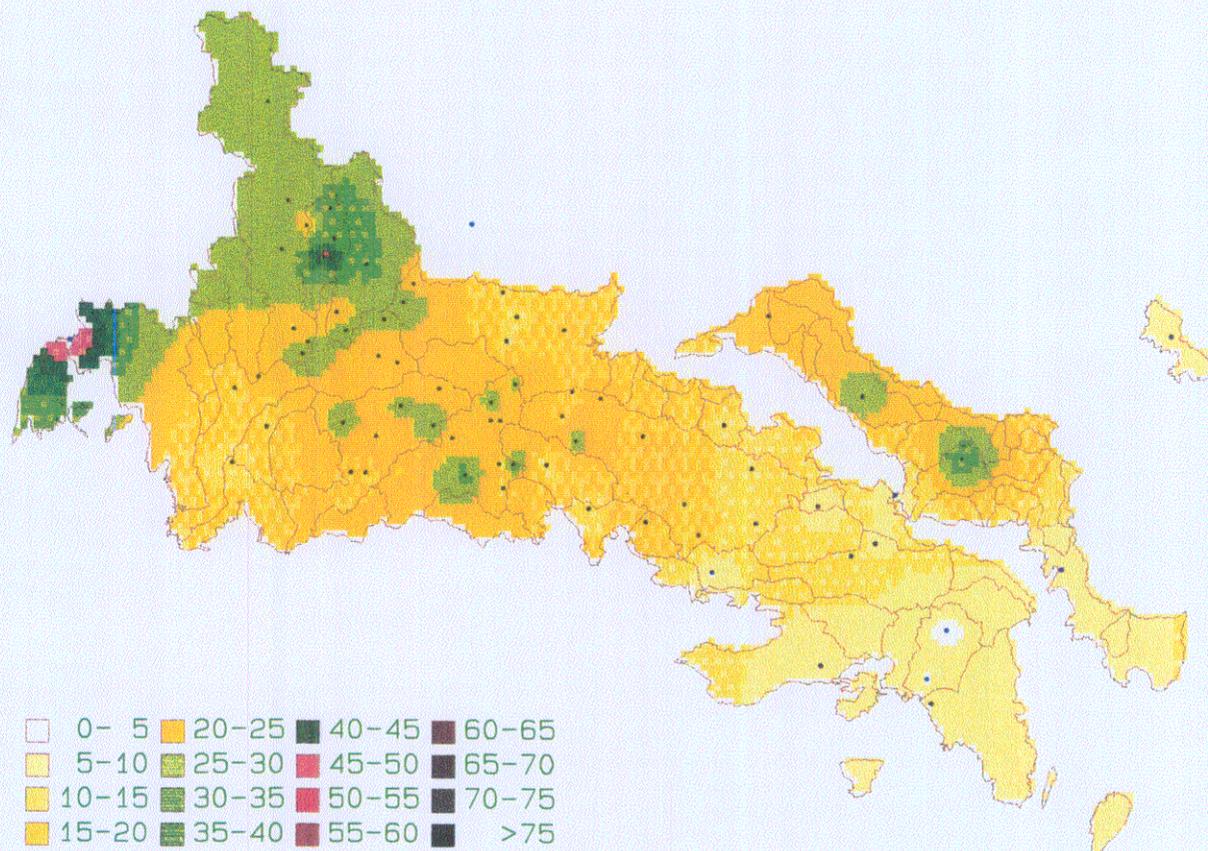
ΣΧΗΜΑ 4.37 Μέση τιμή μηνός ΜΑΙΟΥ



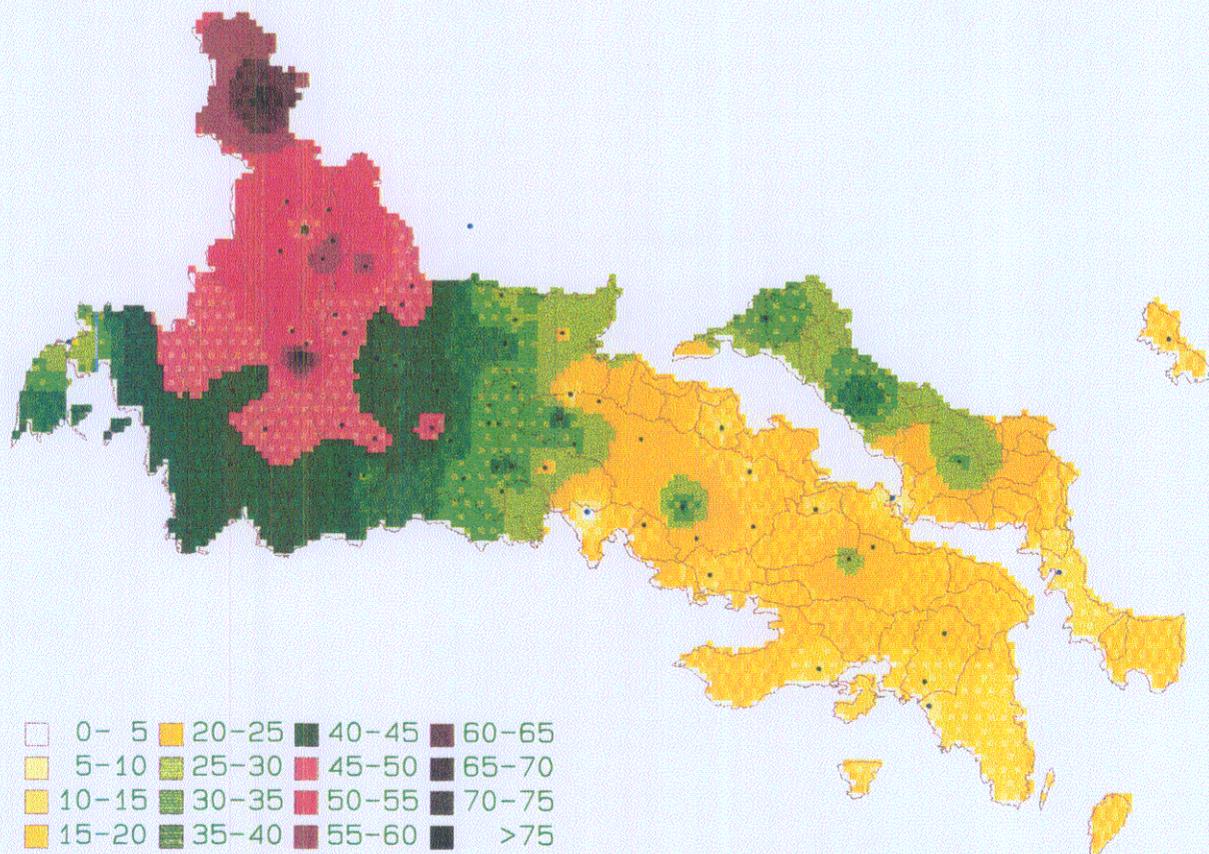
ΣΧΗΜΑ 4.38 Μέση τιμή μηνός ΙΟΥΝΙΟΥ



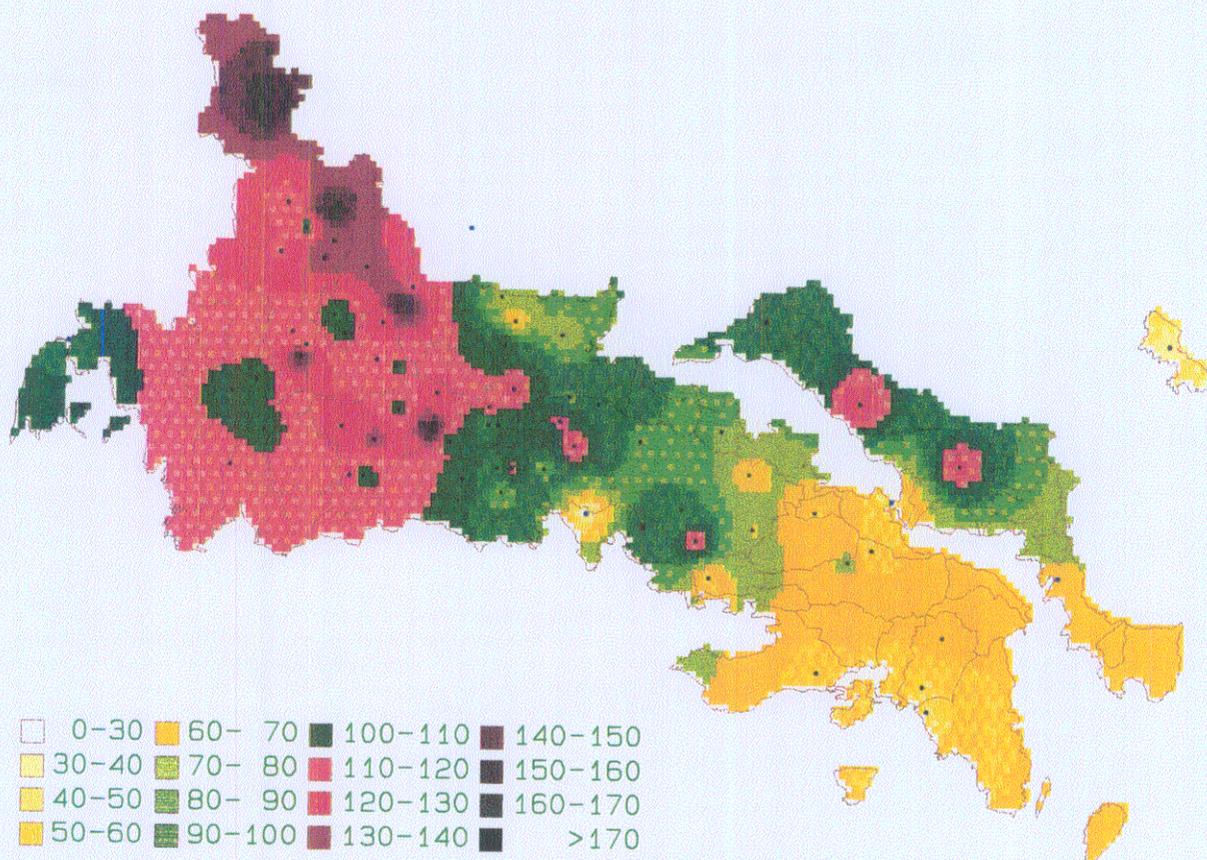
ΣΧΗΜΑ 4.39 Μέση τιμή μηνός ΙΟΥΛΙΟΥ



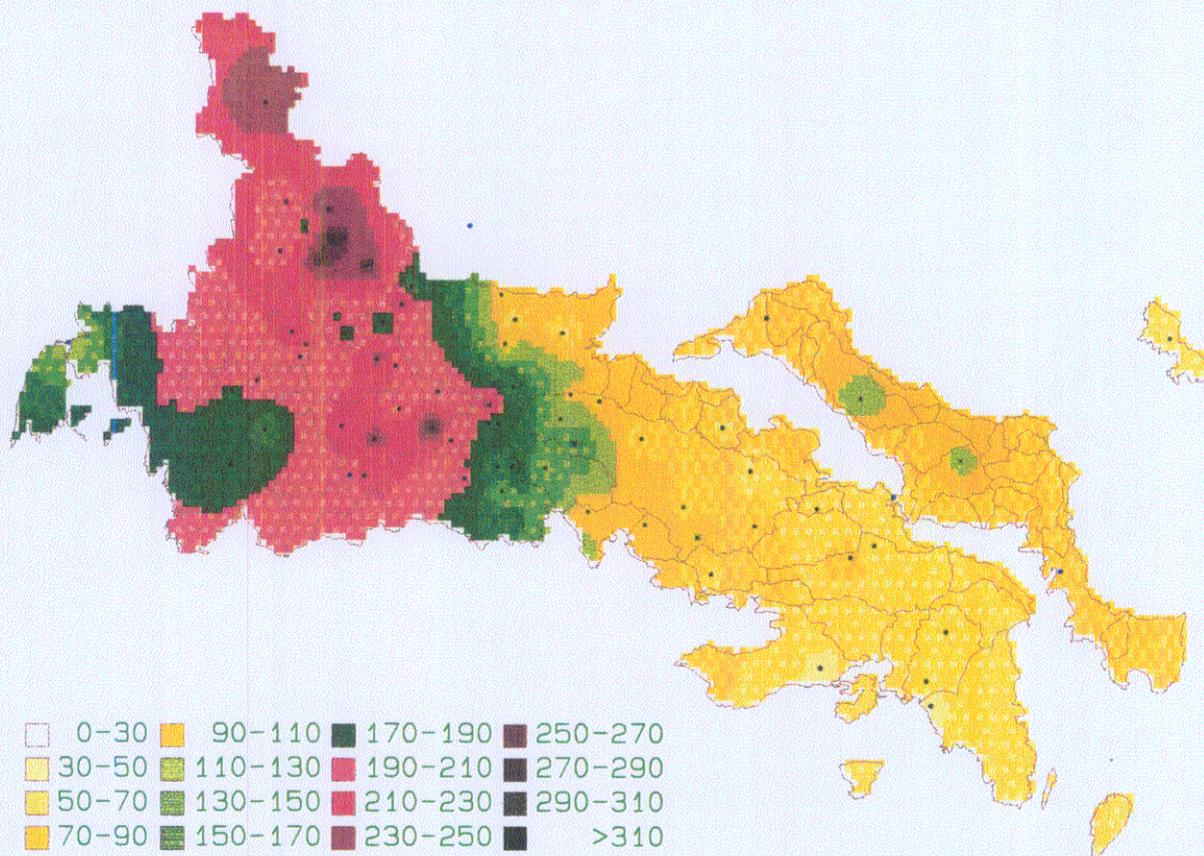
ΣΧΗΜΑ 4.40 Μέση τιμή μηνός ΑΥΓΟΥΣΤΟΥ



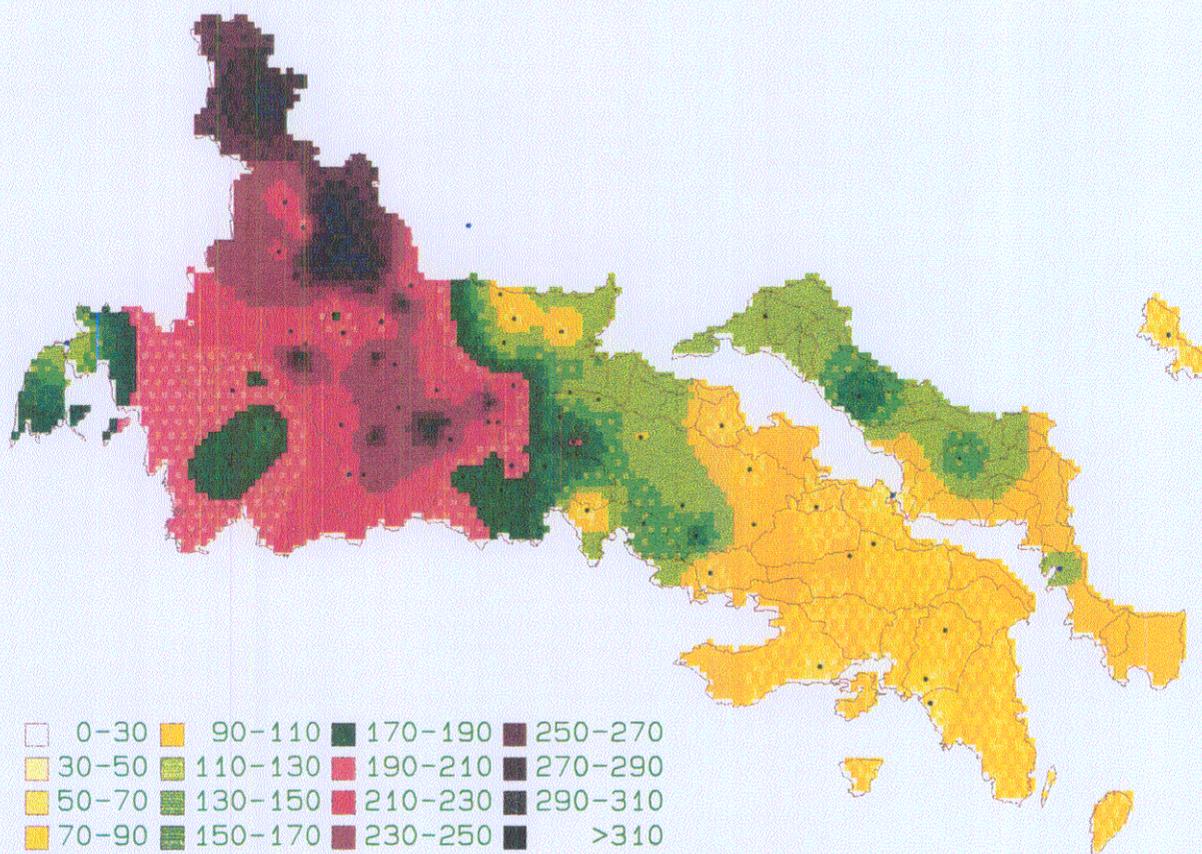
ΣΧΗΜΑ 4.41 Μέση τιμή μηνός ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ



ΣΧΗΜΑ 4.42 Μέση τιμή μηνός ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ



ΣΧΗΜΑ 4.43 Μέση τιμή μηνός *ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ*



ΣΧΗΜΑ 4.44 Μέση τιμή μηνός *ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ*

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την όλη εργασία, μπορούν να διακριθούν σε τρεις κατηγορίες, (α) γίνεται σύγκριση των διαφορετικών μεθόδων μεταξύ τους, (β) εξετάζεται η επίδραση των διαφορετικών επιλογών και παραμέτρων στα αποτελέσματα της μεθόδου Kriging και (γ) μελετάται η επίδραση που έχει η πυκνότητα του δικτύου μετρήσεων. Έτσι :

Σύγκριση διαφορετικών μεθόδων μεταξύ τους

- Από τη σύγκριση των επιφανειών Kriging, IDW και Thiessen, διαπιστώνουμε ότι οι δυο πρώτες επιφάνειες παρουσιάζουν μεγάλη ταύτιση (λόγω της μεθόδου κατασκευής τους). Αντίθετα, η μέθοδος Thiessen, λόγω του γεγονότος ότι ομογενοποιεί τις τιμές δίνοντας σε μια αρκετά σημαντική περιοχή την ίδια τιμή, παρουσιάζει κάπως μεγαλύτερες διαφορές από τις δυο άλλες μεθόδους. Άρα, η μέθοδος Thiessen δεν ανταποκρίνεται στην πραγματική επιφανειακή κατανομή.
- Σε ότι αφορά τις μέσες τιμές, οι μέθοδοι Kriging και Thiessen ταυτίζονται, ενώ η τιμή που βρήκαμε με τη μέθοδο IDW διαφέρει πολύ λίγο (περίπου 1,5%) σε σχέση με τις άλλες μεθόδους, γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι όποια μέθοδο και να εφαρμόσουμε θα μας οδηγήσει στο ίδιο αποτέλεσμα (τουλάχιστον σε ότι αφορά τη μέση τιμή).
- Η δημιουργία της επιφάνειας με τη μέθοδο Co-Kriging οδηγεί σε αξιόπιστα αποτελέσματα, τόσο για το πλήρες, όσο και για το αραιό δίκτυο, γεγονός το οποίο δείχνει να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.

Επίδραση των διαφορετικών επιλογών και παραμέτρων στα αποτελέσματα της μεθόδου Kriging.

- Σε ότι αφορά τη μέθοδο KRIGING, εξετάστηκαν οι επιφάνειες που προκύπτουν ως διαφορά των επιφανειών που κατασκευάστηκαν με τις μεθόδους SAMPLE και RADIUS, χρησιμοποιώντας το ίδιο μαθηματικό μοντέλο. Οι επιφάνειες διαφορών έχουν μέση τιμή σχεδόν μηδέν και μικρή τυπική απόκλιση, παρόλο που οι ελάχιστες και μέγιστες τιμές διαφέρουν

σημαντικά, κάτι που σημαίνει μη ταύτιση των αρχικών επιφανειών. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τις μέσες μηνιαίες τιμές με χρήση της μεθόδου Kriging παρουσιάζουν ανάλογα αποτελέσματα με τις μέσες υπερετήσιες επιφάνειες, τόσο για χρήση της μεθόδου SAMPLE, όσο και της μεθόδου RADIUS και για εφαρμογή οποιουδήποτε μαθηματικού μοντέλου.

- Με χρήση των μεθόδων SAMPLE και RADIUS και εφαρμόζοντας το ίδιο μαθηματικό μοντέλο, αλλά διαφορετικό αριθμό σημείων επιρροής και ακτίνας αντίστοιχα, η σύγκριση των επιφανειών που προκύπτουν παρουσιάζει μέσες τιμές πολύ κοντά στο μηδέν και αρκετά μικρή τυπική απόκλιση. Το γεγονός αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι επιφάνειες παρουσιάζουν μεγάλη ταύτιση ανεξάρτητα από την επιλογή αριθμού σημείων ή ακτίνας επιρροής.

Η μέση τιμή της βροχόπτωσης με εφαρμογή της μεθόδου SAMPLE δεν μεταβάλλεται πρακτικά για επιλογή μεγαλύτερη των 20 σημείων (σχήμα 4.15), ενώ με εφαρμογή της μεθόδου RADIUS δεν μεταβάλλεται πρακτικά για επιλογή ακτίνας μεγαλύτερης των 30 Km (σχήμα 4.26).

- Με τη χρήση των διαφόρων μαθηματικών μοντέλων (spherical, linear,...) παρατηρούμε τόσο για τη μέθοδο SAMPLE (πίνακες 4.15), όσο και για τη μέθοδο RADIUS (4.26), ότι οι επιφάνειες ταυτίζονται και οι μέσες ετήσιες τιμές πλησιάζουν μεταξύ τους.

Επίδραση της πυκνότητας του δικτύου μέτρησης

- Για επαλήθευση των αποτελεσμάτων έγινε διερεύνηση της ευαισθησίας τους σε σχέση με το πλήθος των σταθμών μέτρησης. Συγκεκριμένα, από το πλήθος των 71 σημείων επιλέχθηκαν 36, με βάση τα οποία υπολογίστηκαν νέες επιφάνειες. Οι επιφάνειες αυτές, για τις μεθόδους IDW, KRIGING και CO-KRIGING, παρουσιάζουν πολύ μικρές αποκλίσεις, τόσο στις μέσες τιμές τους (μεταβολή μικρότερη από 1,5%), όσο και στη γεωγραφική κατανομή.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Μαμάσης Ν. και Κουτσογιάννης Δ., *Γεωγραφική κατανομή υδρομετεωρολογικών μεταβλητών με τη χρήση Συστήματος Γεωγραφικής Πληροφορίας (Arc-Info), 5η συνάντηση Ελλήνων χρηστών ARC-INFO 2-4/ 12 /1995, Πολυτεχνειούπολη, Ζωγράφου*

Μιμίκου Μ., *Τεχνολογία Υδατικών Πόρων, Αθήνα 1994.*

Ξανθόπουλος Θ., *Εισαγωγή στην Τεχνική Υδρολογία, Ε.Μ.Π., Αθήνα 1993.*

Τζάνου Κ., *Δρομολόγηση στόλου οχημάτων με τη χρήση Συστημάτων Γεωγραφικής Πληροφορίας Αθήνα 1995, Ε.Μ.Π.*

Χατζηχρήστος Δ. *Διερεύνηση λειτουργίας δικτύων αποχέτευσης ομβρίων με Σύστημα Γεωγραφικής Πληροφορίας Αθήνα 1995, Ε.Μ.Π.*

ARC-INFO, Image Intergration, ESRI, New York, 1991.

ARC-INFO, Map Display & Query, ESRI, New York, 1991.

ARC-INFO, ARC Command References, ESRI, New York, 1991

ARC-INFO, GRID Command References, ESRI, New York, 1992

ARC-INFO, Managing Tabular Data, ESRI, New York, 1992.

ARC-INFO, Surface modelling with GRID, ESRI, New York, 1992.

ARC-INFO, Data Model Concepts & Key Terms, ESRI, New York, 1992.

Dingman, L., Physical Hydrology, Prentice-Hall, Inc., New Gersey, 1994.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΥΠΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΟΥ ΕΚΠΟΝΗΘΗΚΑΝ ΣΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΥΠΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΚΕΤΗΙΕ.AML : Το υποπρόγραμμα αυτό δημιουργεί με τη μέθοδο Thiessen μια επιφάνεια (grid) και την αποθηκεύει με ένα δοσμένο όνομα.

```
&if [exists tempgrid -directory] &then kill tempgrid  
&if [exists tempgrid.svg -info] &then &sv status = [delete tempgrid.svg -info]  
tempgrid = int(polygrid(sterthiessen,%.rainitem%,#,#,2000))
```

ΥΠΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΑΚΕ-KRI.AML : Το υποπρόγραμμα αυτό κάνει πράξη την εντολή Kriging σύμφωνα με τον ακόλουθο τρόπο:

```
&if [exists tempgrid -directory] &then kill tempgrid  
&if [exists tempgrid.svg -info] &then &sv status = [delete tempgrid.svg -info]  
tempgrid =  
kriging(raintemp1,value0,#,%.choice1%,#,%choice3%,sample,%.numbpoint%,  
%.maxrad%,%.cellsize%,%.xmin%,%.ymin%,%.xmax%,%.ymax%)
```

ΥΠΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑ MAKEIDW.AML : Το υποπρόγραμμα αυτό δημιουργεί μια επιφάνεια (grid) με τη μέθοδο IDW και την αποθηκεύει με ένα δοσμένο όνομα.

```
&if [exists tempgrid -directory] &then kill tempgrid
```

```
&if [exists tempgrid.svg -info] &then &sv status = [delete tempgrid.svg -info]
```

```
tempgrid =
```

```
idw(tempcover,%rainitem%,#2,sample,20,400000,2000,180000,4000000,560000  
,4500000)
```

Αρχείο YEAR.RMP : Αντιστοιχίζει τα ύψη βροχής με αριθμούς, οι οποίοι με τη σειρά τους αντιστοιχούν με χρώματα. Η αντιστοιχία αριθμών και χρωμάτων γίνεται με το αρχείο YEAR.SHD. Έτσι, κάθε στοιχείο του καννάβου συνδέεται με τα αντίστοιχα χρώματα.

0	400	: 1
400	500	: 6
500	600	: 7
600	700	: 8
700	800	: 9
800	900	: 2
900	1000	: 3
1000	1100	: 4
1100	1200	: 5
1200	1300	: 10
1300	1400	: 11
1400	1500	: 12
1500	1600	: 13
1600	1700	: 14
1700	1800	: 15
1800	5000	: 16

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ TEL.AML : Το πρόγραμμα εκτυπώνει τον χάρτη που περιέχει:

- α. Για μια συγκεκριμένη μέθοδο του Kriging τις διάφορες επιφάνειες (grids) με μεταβολή των παραμέτρων.
- β. Ενδεικτικές επιφάνειες (grids) βροχής για τον ίδιο αριθμό σημείων και με χρήση όλων των μεθόδων του Kriging.
- γ. Τα ημιμεταβλητογράμματα (semivariograms) για όλες τις μεθόδους του Kriging.
- δ. Ενδεικτικές επιφάνειες (grids) για όλες τις μεθόδους, συμβατικές και σύγχρονες.

```
map tempmap  
pageunits cm  
pagesize 90 100
```

```
box 0.5 0.5 89.5 89.5
```

```
plot spherical5.gra 2 61  
plot sp20.gra 32 61  
plot spherical50.gra 62 61  
plot spherical20.gra 3 42  
plot circular20.gra 20 42  
plot gaussian20.gra 37 42  
plot linear20.gra 54 42  
plot exponential20.gra 72 42  
plot kriging.gra 3 5  
plot idw.gra 25 5  
plot thiessen.gra 47 5  
plot broxh2.gra 59 5  
mselect 5  
mscale 0.6  
mmove 0 0 -2 1  
mselect 6
```

m-scale 0.6
m-move 0 0 -2 1
m-select 7
m-scale 0.6
m-move 0 0 -2 1
m-select 8
m-scale 0.6
m-move 0 0 -2 1
m-select 9
m-scale 0.6
m-move 0 0 -2 1

m-select 10
m-scale 0.75
m-move 0 0 -2 1
m-select 11
m-scale 0.75
m-move 0 0 -3 1
m-select 12
m-scale 0.75
m-move 0 0 -3 1
m-select 13
m-scale 0.75
m-move 0 0 9 1

plot semsph.gra 3 29
plot semcir.gra 20 29
plot semgau.gra 37 29
plot semlin.gra 54 29
plot semexp.gra 72 29
m-select 14
m-scale 0.6
m-move -2 0 -2 1

mselect 15
mscale 0.6
mmove -2 0 -2 1
mselect 16
mscale 0.6
mmove -2 0 -2 1
mselect 17
mscale 0.6
mmove -2 0 -2 1
mselect 18
mscale 0.6
mmove -2 0 -2 1

textset font.txt

textsymbol 1

textsize 1.9

textpen 0.1

move 8 87

text 'ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΕΩΝ ΣΕ
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ '

textsize 1.2

textpen 0.08

move 2 85

text ' Α) ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ K R I G I N G '

textsize 1.2

move 2 83.8

text ' α) Μέθοδος SPHERICAL (τύπος μαθηματικής συνάρτησης που
χρησιμοποιείται για την εύρεση του μοντέλου του semivariogram)'

textsize 1

move 2 82.6

text ' Αριθμός σημειακών μετρήσεων που χρησιμοποιήθηκαν για την
εύρεση της παρεμβολής σε κάθε σημείο '

```
textsize 1.2
textpen 0.08
move 2 59
text ' b) Σύγκριση διαφόρων μεθόδων K R I G I N G (με επιλογή 20 σημειακών
μετρήσεων) '
textsize 1
move 5 56
text ' SPHERICAL '
move 21 56
text ' CIRCULAR '
move 39 56
text ' GAUSSIAN '
move 55 56
text ' LINEAR '
move 73 56
text ' EXPONENTIAL '
```

```
textsize 1.2
textpen 0.08
move 2 41
text ' c) S E M I V A R I O G R A M S '
move 2 26
text ' B) ΣΥΓΚΡΙΣΗ K R I G I N G ΜΕ ΑΛΛΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ '
textsize 1
move 4.5 22
text ' Μέση τιμή 939 mm '
move 5.5 24
text ' K R I G I N G '
move 27 22
text ' Μέση τιμή 953 mm '
move 29 24
text ' I D W '
```

move 47.5 22
text 'Μέση τιμή 939 mm'
move 48 24
text 'T H I E S S E N '
move 72.5 22
text 'Μέση τιμή 1040 mm'
move 72 24
text 'C O - K R I G I N G '

textsize 1
move 3.5 55
text 'Μέση τιμή 939 mm'
move 21 55
text 'Μέση τιμή 939 mm'
move 37 55
text 'Μέση τιμή 938 mm'
move 54 55
text 'Μέση τιμή 936 mm'
move 72 55
text 'Μέση τιμή 939 mm'

textsize 1
move 12 81
text ' 5 Σ Η Μ Ε Ι Α '
move 12 80
text 'Μέση τιμή 954 mm'
move 40 81
text ' 20 Σ Η Μ Ε Ι Α '
move 40 80
text 'Μέση τιμή 938 mm'
move 69 81
text ' 50 Σ Η Μ Ε Ι Α '
move 69 80

text 'Μέση τιμή 939 mm'

shadeset nelly.shd

keyarea 10 0.2 90 4.8

keybox 1.5 1.5

textsize 1.2

textcolor green

keyshade year.key

line 0.5 5 89.5 5

line 0.5 28 89.5 28

linecolor black

linesize 0.5

map end

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ TEL1.AML : Το πρόγραμμα αυτό βοηθάει στη δημιουργία ενός χάρτη που περιλαμβάνει τις μέσες μηνιαίες τιμές βροχόπτωσης, για διάστημα 20 ετών, στη Στερεά Ελλάδα.

```
map tempmap1
```

```
pageunits cm
```

```
pagesize 90 85
```

```
plot janidw.gra 2 61
```

```
plot febidw.gra 32 61
```

```
plot maridw.gra 62 61
```

```
plot apridw.gra 2 41
```

```
plot maiidw.gra 32 41
```

```
plot junidw.gra 62 41
```

```
plot julidw.gra 2 21
```

```
plot augidw.gra 32 21
```

```
plot sepidw.gra 62 21
```

```
plot octidw.gra 2 1
```

```
plot novidw.gra 32 1
```

```
plot decidw.gra 62 1
```

```
mselect 1
```

```
mscale 0.85
```

```
mmove 0 0 -1 1
```

```
mselect 2
```

```
mscale 0.85
```

```
mmove 0 0 -1 1
```

```
mselect 3
```

```
mscale 0.85
```

```
mmove 0 0 -1 1
```

```
mselect 4
```

```
mscale 0.85
```

```
mmove 0 0 -1 1
```

```
mselect 5
```

```
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 6  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 7  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 8  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 9  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 10  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 11  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1  
mselect 12  
mSCALE 0.85  
mmove 0 0 -1 1
```

```
linecolor green  
linesize 0.5  
box 0.5 0.5 89.5 84.5
```

```
textset font.txt  
textsymbol 1  
textsize 0.7  
move 20 83.5  
text 'ΜΕΘΟΔΟΣ Ι D W ( Inverse Distance Weighted Method )'  
move 2 82.1  
text ' Pi : βροχόπτωση σταθμού i '
```

```
move 13 82.1
text 'Ri : απόσταση ζητούμενου σημείου από σταθμό i '
move 36 82.1
text ' ΜΕΣΕΣ ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΤΙΜΕΣ '
```

```
textsize 1
move 8 80
text ' ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ'
move 7 79
text 'Μέση τιμή 129 mm'
move 40 80
text ' ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ '
move 38 79
text 'Μέση τιμή 119 mm'
move 69 80
text ' ΜΑΡΤΙΟΣ '
move 67 79
text 'Μέση τιμή 95 mm'
```

```
move 8 61
text ' ΑΠΡΙΛΙΟΣ'
move 7 60
text 'Μέση τιμή 67 mm'
move 40 61
text ' ΜΑΙΟΣ '
move 38 60
text 'Μέση τιμή 46 mm'
move 69 61
text ' ΙΟΥΝΙΟΣ '
move 67 60
text 'Μέση τιμή 28 mm'
```

```
move 9 41
text ' ΙΟΥΛΙΟΣ '
move 7 40
```

```
text 'Μέση τιμή 18 mm'  
move 38.5 41  
text ' ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ'  
move 38 40  
text 'Μέση τιμή 19 mm'  
move 68 41  
text ' ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ '  
move 67 40  
text 'Μέση τιμή 32 mm'
```

```
move 9 21.5  
text ' ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ '  
move 7 20.5  
text 'Μέση τιμή 96 mm'  
move 39.5 21.5  
text ' ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ '  
move 38 20.5  
text 'Μέση τιμή 135 mm'  
move 68.5 21.5  
text ' ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ '  
move 67 20.5  
text 'Μέση τιμή 158 mm'
```

```
linecolor green  
linesize 0.2  
line 27 0.5 27 81.6  
line 58 0.5 58 81.6  
line 0.5 22.5 89.5 22.5  
line 0.5 42 89.5 42  
line 0.5 62 89.5 62  
line 0.5 81.5 89.5 81.5  
map end
```

Σύνταξη βασικού “menu” BASILKRIG.MENU : Χρησιμοποιείται για την εφαρμογή της μεθόδου Kriging και της μεθόδου IDW. Όλες οι επιφάνειες που προέκυψαν, δημιουργήθηκαν μέσω αυτού του “menu”. Έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί ετήσιες και μηνιαίες επιφάνειες, με χρήση όλων των διατιθέμενων μαθηματικών μοντέλων.

7 basilkrig.menu

```

                                KRIGING
                                %button1      %button1_1
                                ΜΕΘΟΔΟΙ KRIGING
                                %choice9
                                %choice7
                                %choice8
CELLSIZE %input1      SAMPLE
Xmin    %input2      NUMBER OF POINTS %input8
Ymin    %input5      MAX-RADIUS    %input9
Xmax    %input6      RADIUS
Ymax    %input7      RADIUS    %input10
                                MINPOINTS    %input11

                                ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΗΝΑ ^ΕΠΙΛΟΓΗ REMAP ^ΕΠΙΛΟΓΗ KEY
NAME OF GRID %input16      %input16_1 %input16_2 %input17
                                %button10
                                %button10_1      %button11_1
OUTPUT GRID      %button11_2
%datalist1_2      %button11_3
                                %button11      %b1 %button7
                                %button3 %button5
                                %button9 %input15

ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ GRIDS      ^ΕΙΚΟΝΕΣ
%input15_1 %input15_2      %datalist1_1 %button19
                                %button13 %button13_1
                                %button2_1

                                %button12
                                window %input12
                                %button4
                                ΟΝΟΜΑ ΑΡΧΕΙΟΥ ΕΙΚΟΝΑΣ
                                %input2_1
%button1 BUTTON KEEP 'MAKE KRIGING SAMPLE' &r make-kriging-s
%button1_1 BUTTON KEEP 'MAKE KRIGING radius' &r make-kriging-r
%choice9 CHOICE .CHOICE3 PAIRS ~
'SPHERICAL' 'SPHERICAL' 'CIRCULAR' 'CIRCULAR' 'GAUSSIAN'
'GAUSSIAN' 'LINEAR' ~

```

```

'LINEAR' 'EXPONENTIAL' 'EXPONENTIAL' 'UN1' 'UNIVERSAL1' 'UN2'
'UNIVERSAL2'
%choice7 CHOICE .CHOICE1 SINGLE ~
  'BOTH' 'GRAPH' 'GRID'
%choice8 CHOICE .CHOICE2 PAIRS ~
  'SAMPLE' 'sample' 'RADIUS' 'RADIUS'
%input1 INPUT .CELLSIZE 11 TYPEIN YES SCROLL NO INTEGER
%input2 INPUT .XMIN 11 TYPEIN YES SCROLL NO REAL
%input8 INPUT .NUMBPOINT 11 TYPEIN YES SCROLL NO INTEGER
%input5 INPUT .YMIN 11 TYPEIN YES SCROLL NO REAL
%input9 INPUT .MAXRAD 11 TYPEIN YES SCROLL NO INTEGER
%input6 INPUT .XMAX 11 TYPEIN YES SCROLL NO REAL
%input7 INPUT .YMAX 11 TYPEIN YES SCROLL NO REAL
%input10 INPUT .RADIUS 12 TYPEIN YES SCROLL NO ~
  ERROR '☐'
  INTEGER
%input11 INPUT .MINPOINTS 12 TYPEIN YES SCROLL NO INTEGER
%input16 INPUT .NAMEGRID 12 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%input16_1 INPUT .RAINITEM 12 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%input16_2 INPUT .REMAPFILE 12 TYPEIN YES SCROLL NO
CHARACTER
%input17 INPUT .KEYFILE 12 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%button10 BUTTON KEEP 'SAVE GRID' &r savegrid
%button10_1 BUTTON KEEP 'DESCRIBE' describe %.gridlist%
%button11_1 BUTTON KEEP 'MAKEIDW' &r makeidw.aml
%button11_2 BUTTON KEEP 'MAKETREND' &r maketrend.aml
%datalist1_2 INPUT .GRIDLIST 14 TYPEIN NO SCROLL YES ROWS 4
GRID ~
  * 'OUTPUT GRID' -SORT
%button11_3 BUTTON KEEP 'MAKETHIESSEN' &r makethiessen.aml
%button11 BUTTON KEEP 'ΣΒΗΞΕ GRID' kill %.gridlist%
%b1 BUTTON KEEP 'DISPLAY' ap disp 9999
%button7 BUTTON KEEP 'CLEAR' clear
%button3 BUTTON KEEP 'DRAW GRID' &r dr-kriging
%button5 BUTTON KEEP 'DRAW SEMI-VAR' &r dr-semivar
%button9 BUTTON KEEP 'INSERT TEXT' move *; text %.inputtext%
%input15 INPUT .INPUTTEXT 12 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%input15_1 INPUT .SHOWGRID1 14 TYPEIN YES SCROLL NO
CHARACTER
%input15_2 INPUT .SHOWGRID2 14 TYPEIN YES SCROLL NO
CHARACTER
%datalist1_1 INPUT .IMAGE 14 TYPEIN NO SCROLL YES ROWS 4 FILE ~
  *.img
%button19 BUTTON KEEP 'ΣΒΗΞΕ EIKONEΣ' KILL %.IMAGE%
%button13 BUTTON KEEP 'ADD1' &sv .showgrid1 = %.gridlist%
%button13_1 BUTTON KEEP 'ADD2' &sv .showgrid2 = %.gridlist%
%button2_1 BUTTON KEEP 'SAVE EIKONEΣ' ~
  ap mape sterbas; ap imageview create %.winname%; ap imageview
%.image% ## ~

```

```
%.winname%
%button12 BUTTON KEEP 'ΑΦΑΙΡΕΣΕ' &r savegid.aml
%input12 INPUT .WINNAME 12 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%button4 BUTTON KEEP 'ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ' screensave
%.FILEIMAGE%.img
%input2_1 INPUT .FILEIMAGE 11 TYPEIN YES SCROLL NO CHARACTER
%FORMOPT SETVARIABLES IMMEDIATE
%FORMINIT &r krigvar
```