

Ημερίδα: Αντιπλημμυρική προστασία της Αττικής
Τεχνικό Επιμελητήριο Ελλάδας
Αθήνα, 2 Νοεμβρίου 2004

Μεθοδολογική προσέγγιση για τις όμβριες καμπύλες της Αθήνας

Δημήτρης Κουτσογιάννης
Τομέας Υδατικών Πόρων, Σχολή Πολιτικών Μηχανικών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

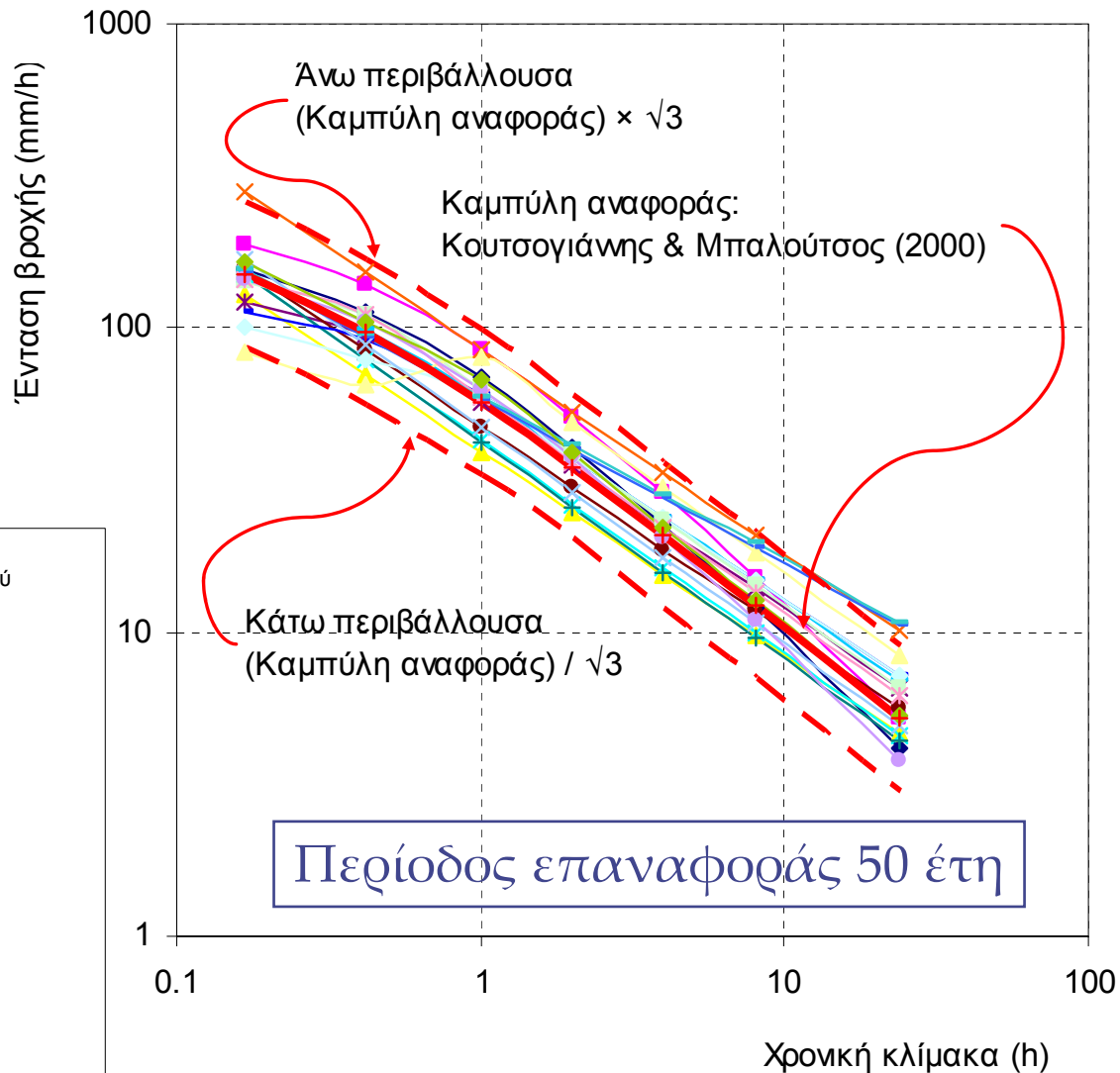
Εισαγωγή - Ιστορικό

- ◆ **1914 (Hazen):** Εμπειρική θεμελίωση των υδρολογικών καμπυλών συχνότητας ή «καμπυλών διάρκειας»
- ◆ **1922, 1923 (von Bortkiewicz, von Mises):** Θεωρητική θεμελίωση των πιθανοτικών κατανομών ακραίων τιμών
- ◆ **1958 (Gumbel):** Σύγκλιση εμπειρικών και θεωρητικών προσεγγίσεων
- ◆ **Σήμερα:** Η εκτίμηση των ακραίων γεγονότων στην υδρολογία συνεχίζει να παρουσιάζει σημαντικές αβεβαιότητες και μεθοδολογικές ασάφειες:

«... η αυξανόμενη μαθηματικοποίηση της ανάλυσης των υδρολογικών συχνοτήτων τα τελευταία 50 χρόνια δεν αύξησε την εγκυρότητα των εκτιμήσεων των συχνοτήτων για τα ακραία γεγονότα και ως εκ τούτου δεν βελτίωσε την ικανότητά μας να προσδιορίσουμε την ασφάλεια των έργων, ο σχεδιασμός των οποίων βασίζεται σε αυτές. Τα μοντέλα πιθανοτικών κατανομών που χρησιμοποιούνται τώρα, παρά την αυστηρή μαθηματική αμφίεσή τους, δεν είναι εγκυρότερα, αλλά πιθανόν είναι λιγότερο έγκυρα για την εκτίμηση πιθανοτήτων σπάνιων γεγονότων, απ' ό,τι ήταν οι επεκτάσεις των καμπυλών διάρκειας 'με το μάτι' που χρησιμοποιούνταν 50 χρόνια πριν.» (Klemeš, 2000)

Σύγκριση όμβριων καμπυλών της ευρύτερης περιοχής Αθήνας

- ◆— Υδρομηχανική (1965), Περιοχή Κηφισού
- Ευστρατιάδης & Μαχαίρας (1966), Περιοχή Κηφισού
- ×— Δάλλας (1968), Περιστερί
- ▲— Δάλλας (1968), Φαληρικός όρμος
- ×— Υδραυλική (1974), Λεκανοπέδιο
- *— Υδραυλική & Υδροτεχνική (1974), Περιοχή Κηφισού
- Watson (1979), Λεκανοπέδιο
- +— Υδρομηχανική (1974), Πάρνηθα
- Υδραυλική (1980), Κέντρο
- ΟΤΜΕ - ENM (1983), Πειραιάς
- ◆— Υδραυλική (1983), Αθήνα
- Υδραυλική (1983), Αχαρνές
- ▲— Υδραυλική (1983), Περιστερί-Δαφί
- ×— Δάλλας (1986), Περισσό
- *— Υδραυλική & Υδροτεχνική (1988), Νέα Φιλαδέλφεια
- ΕΛΕΣΣ (1990), Αττική Οδός
- Ερασίνος
- Γραφείο Μαχαίρα (1983), Ρέμα Ραφήνας
- ◆— Γραφείο Κωνσταντινίδη (1990), Μαραθώνας
- +— Καμπύλη αναφοράς: Κουτσογιάννης & Μπαλούτσος (2000)
- — — Ανω και κάτω περιβάλλουσα

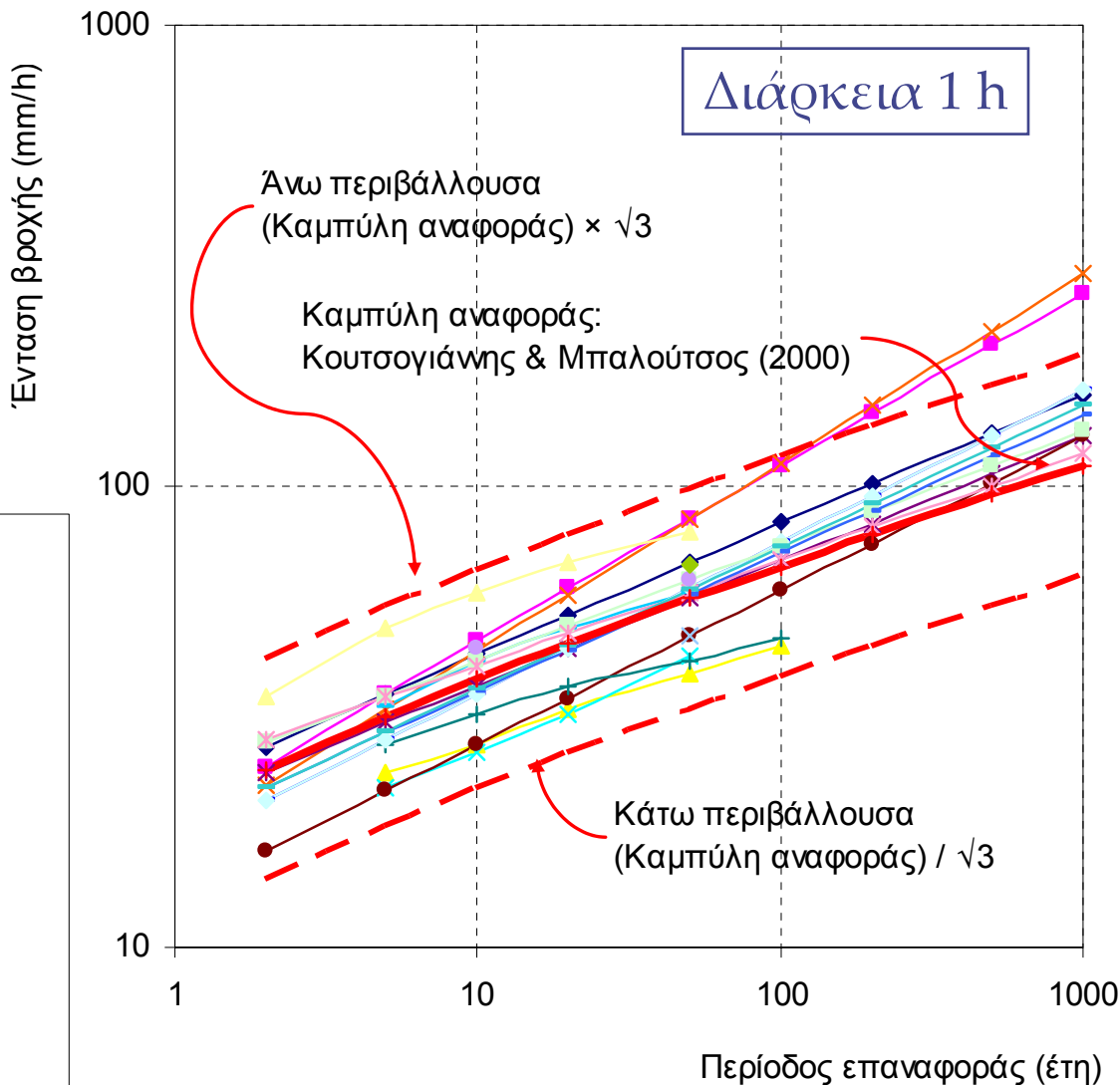


Πηγή: Εξάρχου-Νικολόπουλος-Μπενσασσών (2004)

Η καμπύλη αναφοράς περιγράφεται από την εξίσωση (Koutsoyiannis & Baloutsos, 2000)

$$i(d, T) = \frac{40.6 (T^{0.185} - 0.45)}{(d + 0.189)^{0.796}} \quad (d \text{ σε h, } T \text{ σε έτη, } i \text{ σε mm/h})$$

Σύγκριση όμβριων καμπυλών της ευρύτερης περιοχής Αθήνας (2)



- ◆ Υδρομηχανική (1965), Περιοχή Κηφισού
- Ευστρατιάδης & Μαχαίρας (1966), Περιοχή Κηφισού
- × Δάλλας (1968), Περιστέρι
- ▲ Δάλλας (1968), Φαληρικός όρμος
- × Υδραυλική (1974), Λεκανοπέδιο
- * Υδραυλική & Υδροτεχνική (1974), Περιοχή Κηφισού
- Watson (1979), Λεκανοπέδιο
- + Υδρομηχανική (1974), Πάρνηθα
- Υδραυλική (1980), Κέντρο
- ΟΤΜΕ - ENM (1983), Πειραιάς
- ◆ Υδραυλική (1983), Αθήνα
- Υδραυλική (1983), Αχαρνές
- ▲ Υδραυλική (1983), Περιστέρι-Δαφνί
- × Δάλλας (1986), Περισσός
- * Υδραυλική & Υδροτεχνική (1988), Νέα Φιλαδέλφεια
- ΕΛΕΣΣ (1990), Αττική Οδός
- Ερασίνο
- Γραφείο Μαχαίρα (1983), Ρέμα Ραφίνας
- ◆ Γραφείο Κωνσταντινίδη (1990), Μαραθώνας
- Καμπύλη αναφοράς: Κουτσογιάννης & Μπαλούτσος (2000)
- - - Άνω και κάτω περιβάλλουσα

Πηγή: Εξάρχου-Νικολόπουλος-Μπενσασσών (2004)

Η καμπύλη αναφοράς περιγράφεται από την εξίσωση (Koutsoyiannis & Baloutsos, 2000)

$$i(d, T) = \frac{40.6 (T^{0.185} - 0.45)}{(d + 0.189)^{0.796}} \quad (d \text{ σε h}, T \text{ σε έτη}, i \text{ σε mm/h})$$

Τι διαφοροποιεί τις όμβριες καμπύλες της Αθήνας;

1. Φυσική γεωγραφική διαφοροποίηση της διαίτας των ισχυρών βροχοπτώσεων που αντικατοπτρίζεται στα δείγματα παρατηρήσεων των διάφορων σταθμών
2. Διαφορετικά στατιστικά σφάλματα που προκύπτουν από τα διαφορετικά κάθε φορά διαθέσιμα μήκη των δειγμάτων βροχομετρικών παρατηρήσεων
3. Διαφορετικές μεθοδολογικές παραδοχές και τεχνικές που ακολουθούνται κατά περίπτωση

Τι ενοποιεί τις διάφορες όμβριες καμπύλες;

◆ Ενιαία (σχεδόν) μαθηματική έκφραση

$$i(d, T) = \frac{\lambda (T^\kappa - \psi)}{(d + \theta)^\eta}$$

όπου:

- $i(d, T)$ η μέγιστη (μέση) ένταση βροχής διάρκειας d για περίοδο επαναφοράς T
- $\kappa, \lambda, \psi, \theta$ και η παράμετροι

Πόσο εμπειρικές είναι οι μαθηματικές εκφράσεις των όμβριων καμπυλών;

- ◆ Γενικευμένη μαθηματική έκφραση

$$i(d, T) = \frac{a(T)}{b(d)}$$

- ◆ $b(d) = (d + \theta)^\eta$ [συνάρτηση διάρκειας, εμπειρική]
- ◆ $a(T) = ?$ [συνάρτηση περιόδου επαναφοράς, προκύπτει θεωρητικά]
- ◆ Αν η ετήσια μέγιστη βροχή ακολουθεί κατανομή ακραίων τιμών τύπου I (AT1 ή Gumbel)
 $\Rightarrow a(T) = \lambda \ln T + \psi$
- ◆ Αν η ετήσια μέγιστη βροχή ακολουθεί κατανομή ακραίων τιμών τύπου II (AT2)
 $\Rightarrow a(T) = \lambda (T^\kappa - \psi)$
όπου κ, λ, ψ : παράμετροι

Έχει σημασία ο τύπος της κατανομής ακραίων τιμών (AT1 ή AT2);

- ◆ Στις κατασκευές του μηχανικού, η κατανομή AT1 οδηγεί σε πολύ μεγαλύτερη διακινδύνευση (ρίσκο) σε σχέση με την κατανομή AT2
- ◆ Συγκεκριμένα, για μεγάλες περιόδους επαναφοράς (πρακτικώς για $T > 50$ χρόνια) η κατανομή AT1 δίνει τις μικρότερες δυνατές εκτιμήσεις των μεγεθών βροχόπτωσης και πλημμύρας, σε σύγκριση με αυτές της κατανομής AT2 για οποιαδήποτε τιμή του κ
- ◆ Για περιόδους επαναφοράς $T = 10^4$ - 10^6 (που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό μειζόνων υδραυλικών έργων) οι εκτιμήσεις της κατανομής AT1 είναι μισές από αυτές της κατανομής AT2 ή ακόμη μικρότερες

Ποια κατανομή έχει επικρατήσει στην τρέχουσα υδρολογική εκπαίδευση και πρακτική;

- ◆ Αναμφίβολα, η AT1 (Gumbel)
- ◆ Τα περισσότερα πανεπιστημιακά συγγράμματα δεν αναφέρουν καν την κατανομή AT2
- ◆ Στις υδρολογικές μελέτες, η χρήση της κατανομής AT1 είναι μάλλον «αυτόματη»
- ◆ Ωστόσο, πολλοί ερευνητές έχουν εκφράσει σκεπτικισμό για την καταλληλότητα της κατανομής AT1

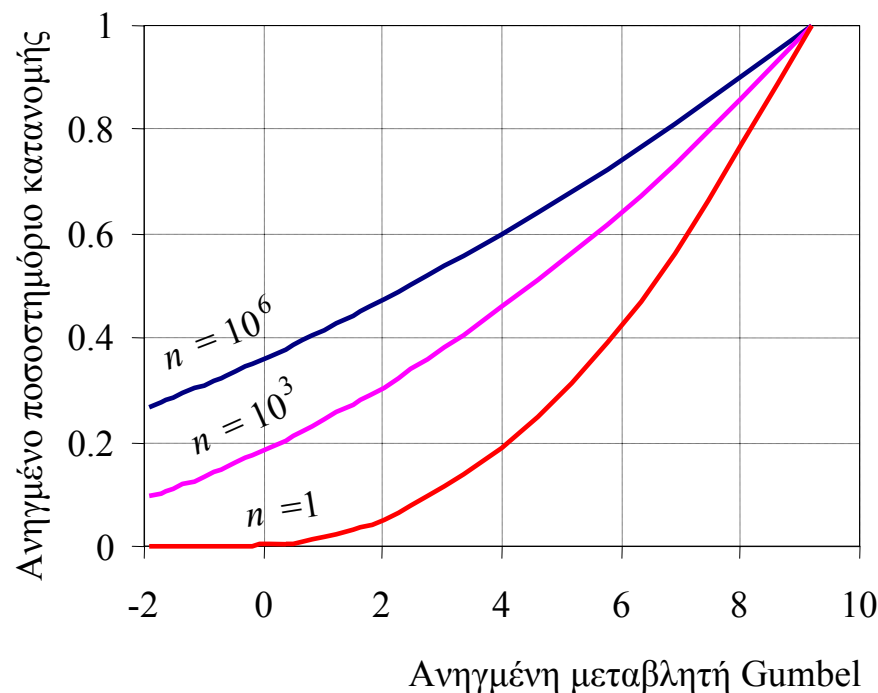
Γιατί η κατανομή AT1 έχει επικρατήσει στην υδρολογία;

- ◆ **Θεωρητικοί λόγοι.** Οι περισσότεροι τύποι μητρικών κατανομών που χρησιμοποιούνται στην υδρολογία, όπως είναι οι εκθετική, γάμα, Weibull, κανονική και λογαριθμοκανονική, ανήκουν στο «πεδίο έλξης» της κατανομής Gumbel, δηλαδή δίνουν ασυμπτωτική κατανομή μεγίστων AT1
- ◆ **Απλότητα.** Ο μαθηματικός χειρισμός της διπαραμετρικής κατανομής AT1 είναι ευκολότερος από αυτόν της τριπαραμετρικής AT2
- ◆ **Ακρίβεια εκτίμησης παραμέτρων.** Προφανώς, δύο παράμετροι μπορούν να εκτιμηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια σε σχέση με τις τρεις
- ◆ **Πρακτικοί λόγοι.** Η κατανομή AT1 προσφέρει τη δυνατότητα ενός γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος σε ένα υπόβαθρο γνωστό ως «χαρτί κατανομής Gumbel» (απεικόνιση του ποσοστημορίου της κατανομής του x_H για δεδομένη πιθανότητα μη υπέρβασης H , συναρτήσει του μεγέθους $z_H := -\ln(-\ln H)$). Σε αντίθεση, η κατασκευή ενός γενικού γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος για την κατανομή AT2 είναι αδύνατη (εκτός αν μια από τις παραμέτρους σταθεροποιηθεί)

Αν υποθεθεί ότι υπάρχουν θεωρητικοί λόγοι που οδηγούν στην κατανομή AT1, τότε ποια κατανομή πρέπει να χρησιμοποιηθεί στη μελέτη;

- ◆ Διαισθητική απάντηση: Η AT1
- ◆ Σωστή απάντηση: Όχι η ασυμπτωτική κατανομή (για αριθμό επεισοδίων n που τείνει στο άπειρο), αλλά η ακριβής συνάρτηση κατανομής $H_n(x)$
- ◆ Η διαφορά της $H_n(x)$ από την AT1 μπορεί να είναι μεγάλη
- ◆ Πρακτική απάντηση: Η AT2 [δίνει καλύτερη προσέγγιση της $H_n(x)$]

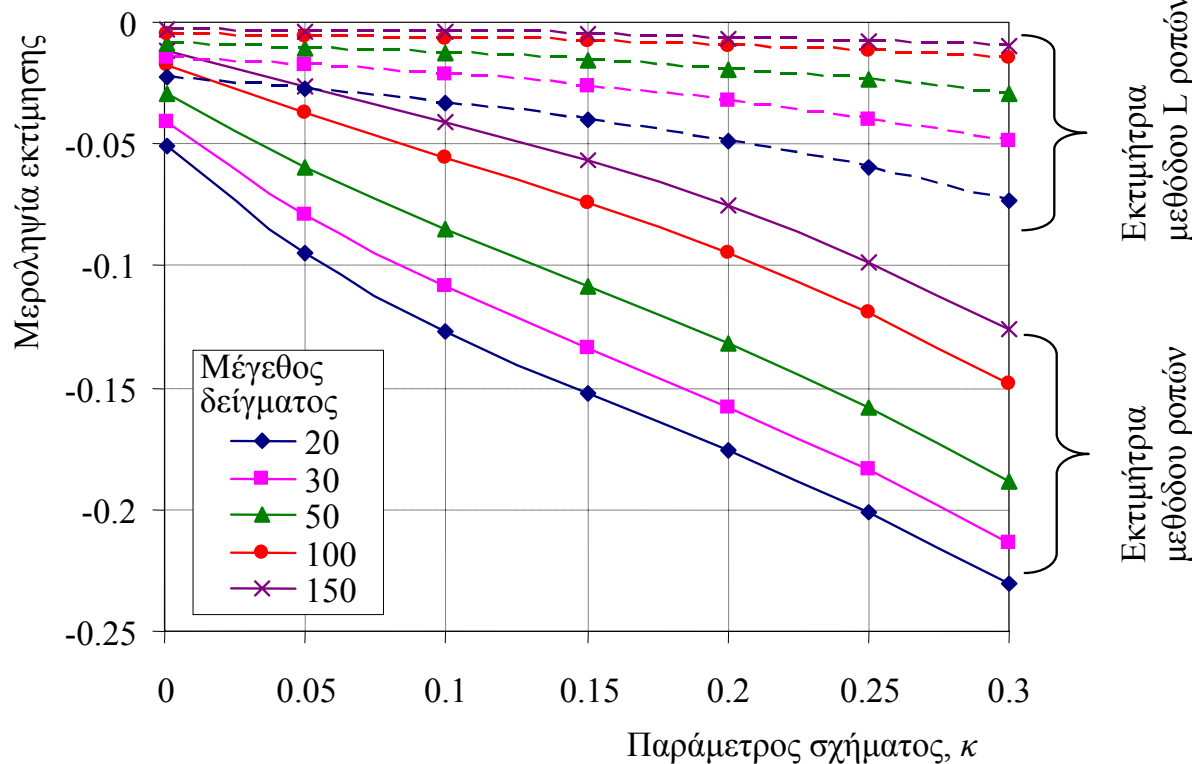
Πηγή: (Koutsoyiannis, 2004a)



Σύγκλιση της ακριβούς κατανομής, για μητρική κατανομή Weibull με παράμετρο σχήματος $k = 0.5$, στην κατανομή AT1

Γιατί η ακαταλληλότητα της κατανομής AT1 δεν έχει γίνει φανερή;

- ◆ Υπεύθυνη είναι η μεροληψία των στατιστικών εκτιμητριών του κ
- ◆ Για μικρά δείγματα (αλλά συνήθη στην υδρολογική πρακτική) η πιο διαδεδομένη μέθοδος των ροπών αποκρύπτει τελείως την κατανομή AT2 εμφανίζοντάς τη σαν να ήταν AT1

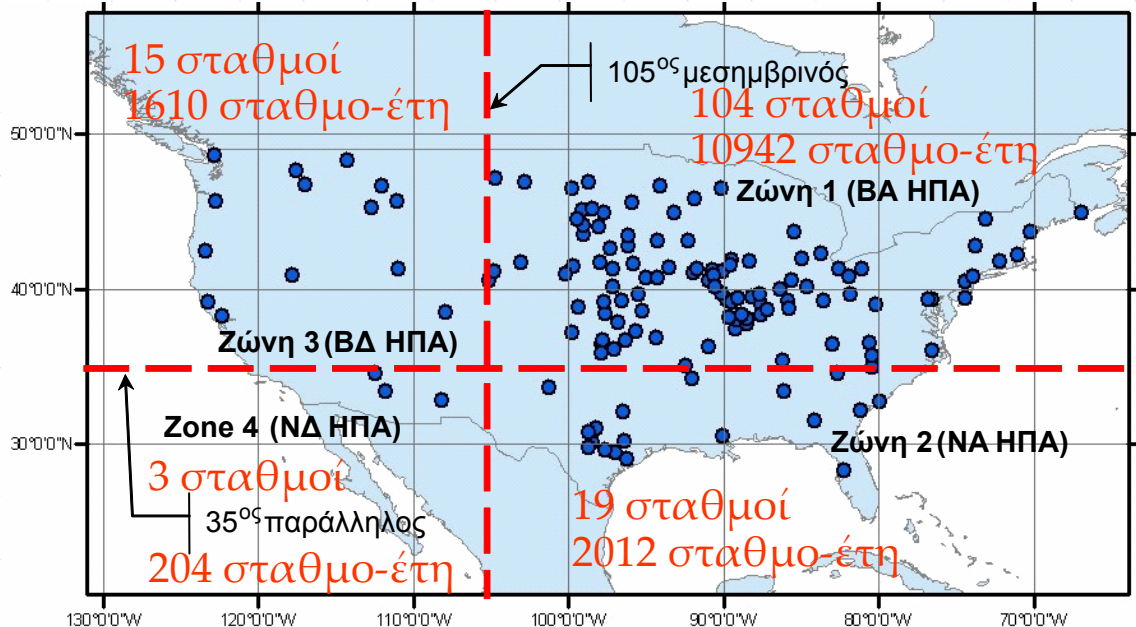
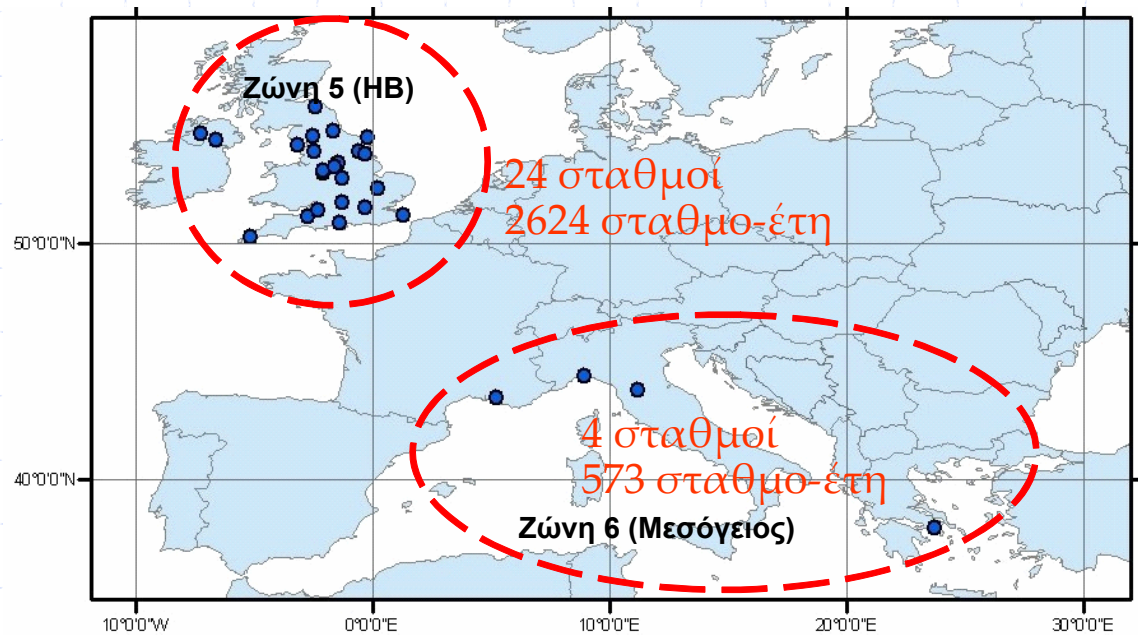


Μεροληψία στην εκτίμηση της παραμέτρου σχήματος κ της κατανομής AT2
(Εκτίμηση με προσομοίωση Monte Carlo)

Πηγή: (Koutsoyiannis, 2004a)

Τότε ποιά είναι η λύση;

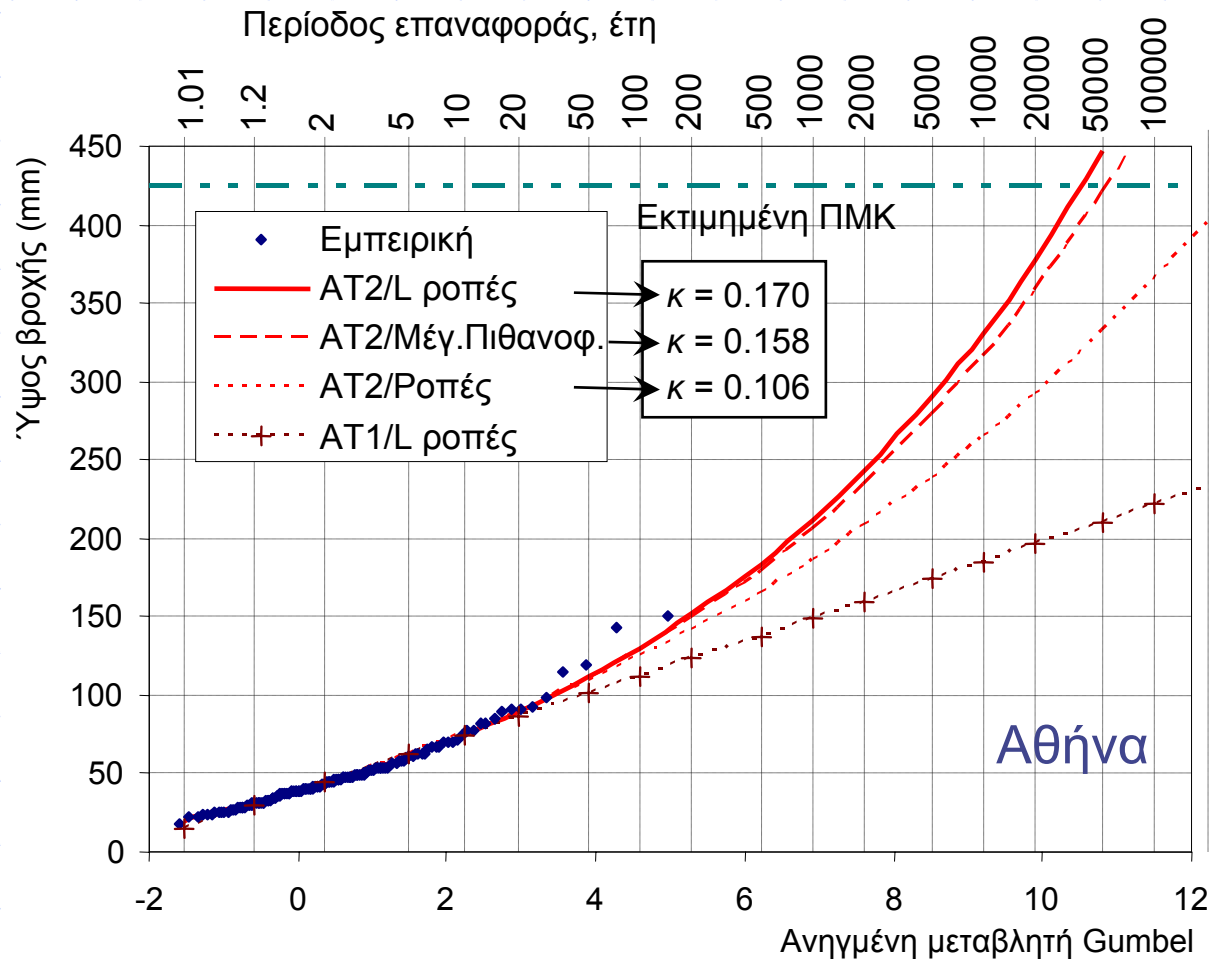
- ◆ Ο συστηματικός έλεγχος της συμπεριφοράς μεγάλων δειγμάτων σε όλο τον κόσμο
- ◆ Εφαρμογή (Koutsoyiannis, 2004b):
 - 169 σταθμοί από την Ευρώπη και τη Βόρεια Αμερική
 - Μήκη δειγμάτων 100-154 χρόνια
 - Συνολικά 18065 σταθμο-έτη
 - 6 κύριες κλιματικές ζώνες



Οι δέκα πρώτοι σε μέγεθος δείγματος σταθμοί

Θέση	Ζώνη /Χώρα	Γεωγραφικό πλάτος (°B)	Γεωγραφικό μήκος (°)	Υψόμετρο (m)	Μέγεθος δείγματος	Έτος έναρξης	Έτος λήξης	Αριθμός ετών με ελλείψεις
Φλωρεντία	6/Ιταλία	43.80	11.20	40	154	1822	1979	4
Γένοβα	6/Ιταλία	44.40	8.90	21	148	1833	1980	
Αθήνα	6/Ελλάδα	37.97	23.78	107	143	1860	2002	
Charleston City	2/ΗΠΑ	32.79	-79.94	3	131	1871	2001	
Οξφόρδη	5/ΗΒ	51.72	-1.29		130	1853	1993	11
Cheyenne	1/ΗΠΑ	41.16	104.82	1867	130	1871	2001	1
Μασσαλία	6/Γαλλία	43.45	5.20	6	128	1864	1991	
Armagh	5/ΗΒ	54.35	-6.65		128	1866	1993	
Savannah	2/ΗΠΑ	32.14	-81.20	14	128	1871	2001	3
Albany	1/ΗΠΑ	42.76	-73.80	84	128	1874	2001	

Τι δείχνουν τα δεδομένα της Αθήνας;



Τι δείχνουν τα δεδομένα των 169 σταθμών;

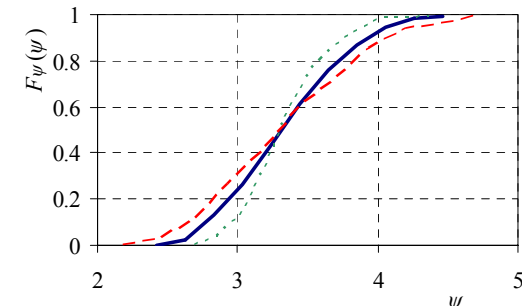
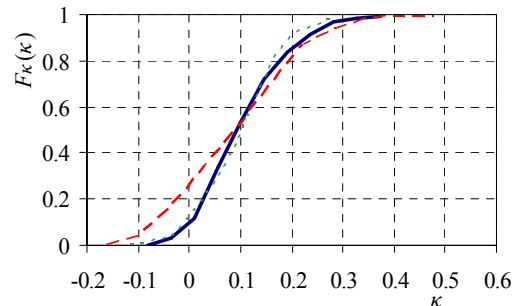
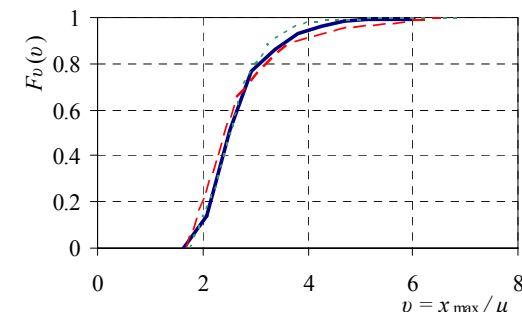
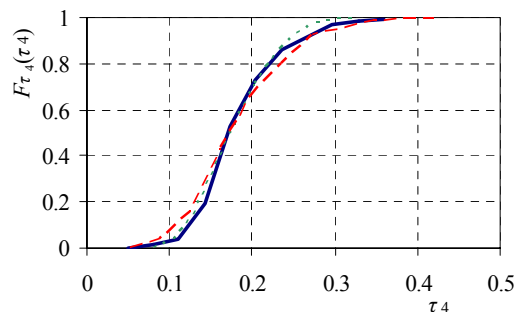
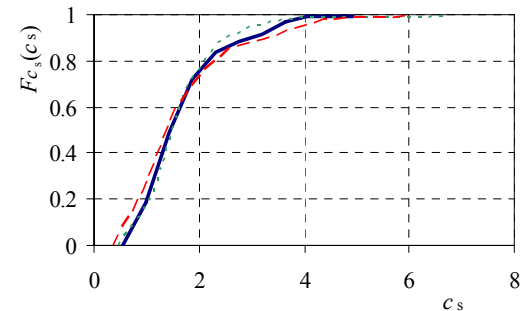
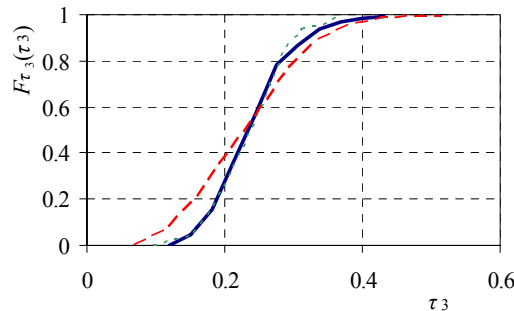
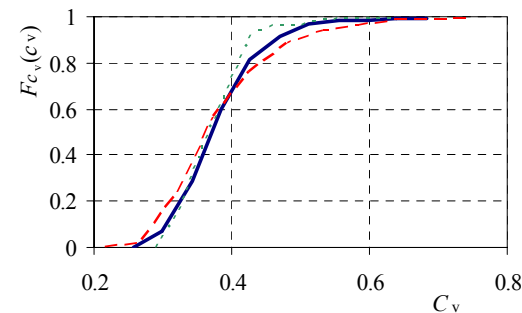
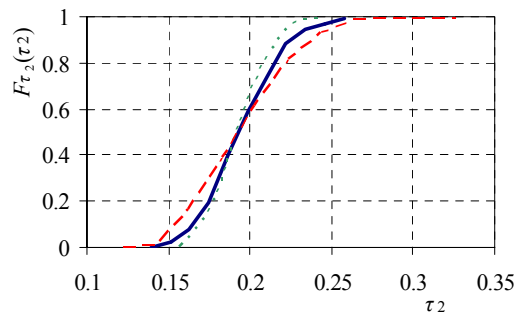
Παράμετρος σχήματος, κ	Μέση τιμή	0.103
	Τυπική απόκλιση	0.085
	Ελάχιστη τιμή	-0.080
	Μέγιστη τιμή	0.373
	Ποσοστό θετικών τιμών	92%
Παράμετρος κλίμακας, λ (mm)	Μέση τιμή	15.52
	Τυπική απόκλιση	5.81
	Ελάχιστη τιμή	4.86
	Μέγιστη τιμή	32.13
Παράμετρος θέσης, ψ	Μέση τιμή	3.34
	Τυπική απόκλιση	0.43
	Ελάχιστη τιμή	2.42
	Μέγιστη τιμή	4.47

Εκτίμηση με
τη μέθοδο
των L ροπών

Εμπειρικές κατανομές των αδιάστατων δειγματικών στατιστικών χαρακτηριστικών

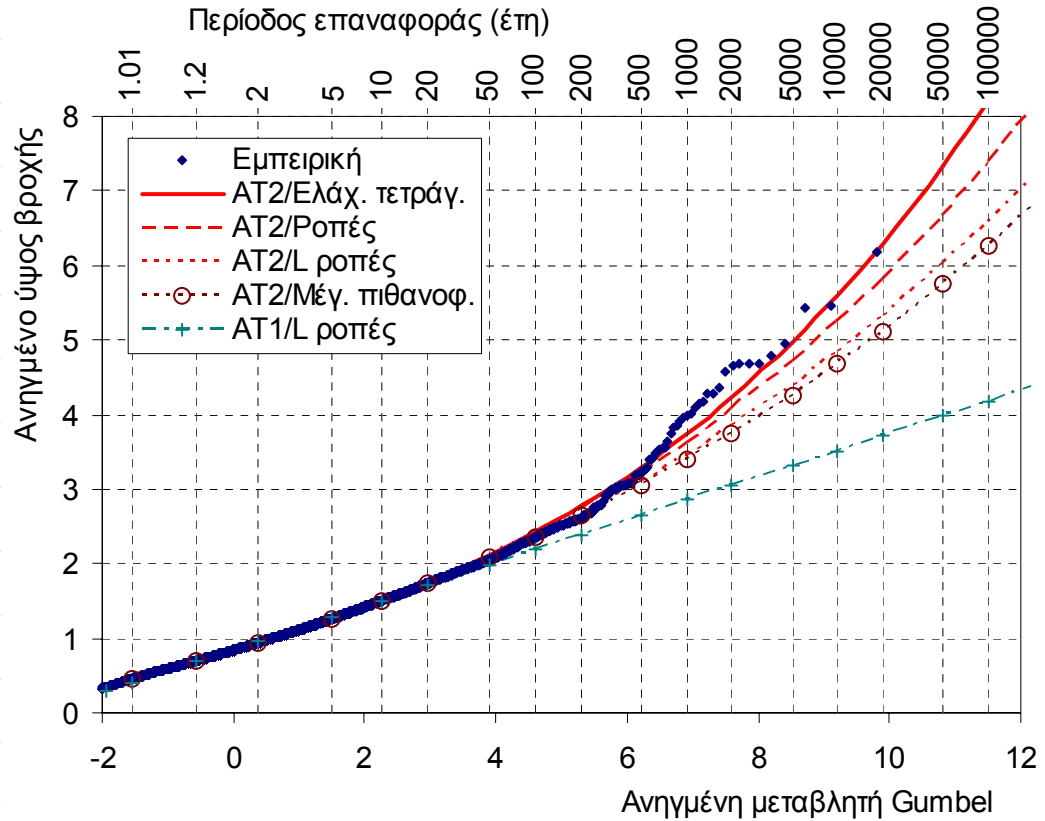
Εμπειρικές κατανομές υπολογισμένες από:

- τα 169 ιστορικά δείγματα ετήσιων μέγιστων ημερήσιων βροχοπτώσεων
- 169 συνθετικά δείγματα με μήκη και μέσες τιμές ίσα με αυτά των ιστορικών δειγμάτων, που έχουν παραχθεί από την κατανομή AT2 με σταθερά $\kappa = 0.103$ και $\psi = 3.34$
- - - 169 συνθετικά δείγματα με μήκη και μέσες τιμές ίσα με αυτά των ιστορικών δειγμάτων, που έχουν παραχθεί από την κατανομή AT2 με κ και ψ τυχαία μεταβαλλόμενα με ομοιόμορφες κατανομές



Η υπόθεση των σταθερών αδιάστατων παραμέτρων (σχήματος κ και θέσης ψ)

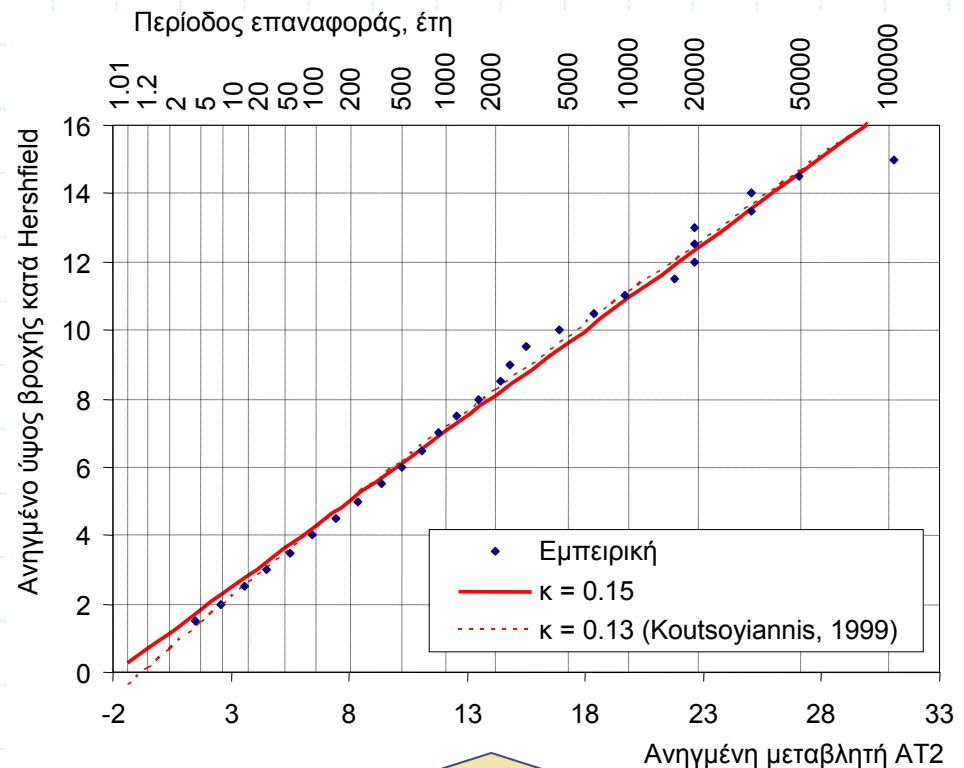
- ◆ Αναγωγή κάθε δείγματος με τη μέση τιμή του
- ◆ Ενοποίηση όλων των δειγμάτων (18065 δεδομένα)
- ◆ Ακριβέστερη εκτίμηση των κ και ψ



Παράμετρος	Μέθοδος εκτίμησης			
	Μέγ. Πιθανοφ.	Ροπών	L ροπών	Ελάχ. τετραγ.
κ	0.093	0.126	0.104	0.148
λ	0.258	0.248	0.255	0.236
ψ	3.24	3.36	3.28	3.54

Επαλήθευση αυτών των συμπερασμάτων

- ◆ Το σύνολο δεδομένων του Hershfield (1961) που περιλαμβάνει 95 000 σταθμο-έτη, έχει παρόμοια συμπεριφορά (Koutsoyiannis, 1999)
- ◆ Ο Chaouche (2001) εξερεύνησε μια βάση δεδομένων με 200 σειρές βροχής σε διάφορες χρονικές κλίμακες (από λεπτό μέχρι μήνα) από τις πέντε ηπείρους, καθεμιά από τις οποίες είχε 100 και πλέον χρόνια. Χρησιμοποιώντας πολυμορφοκλασματική (multifractal) ανάλυση έδειξε ότι
 - για μεγάλα ύψη βροχής, ο νόμος κατανομής είναι τύπου Pareto/AT2
 - ο εκθέτης αυτού του νόμου δεν εξαρτάται από τη χρονική κλίμακα (για κλίμακες > 1 h)
 - ο εκθέτης αυτός είναι σχεδόν αμετάβλητος γεωγραφικά

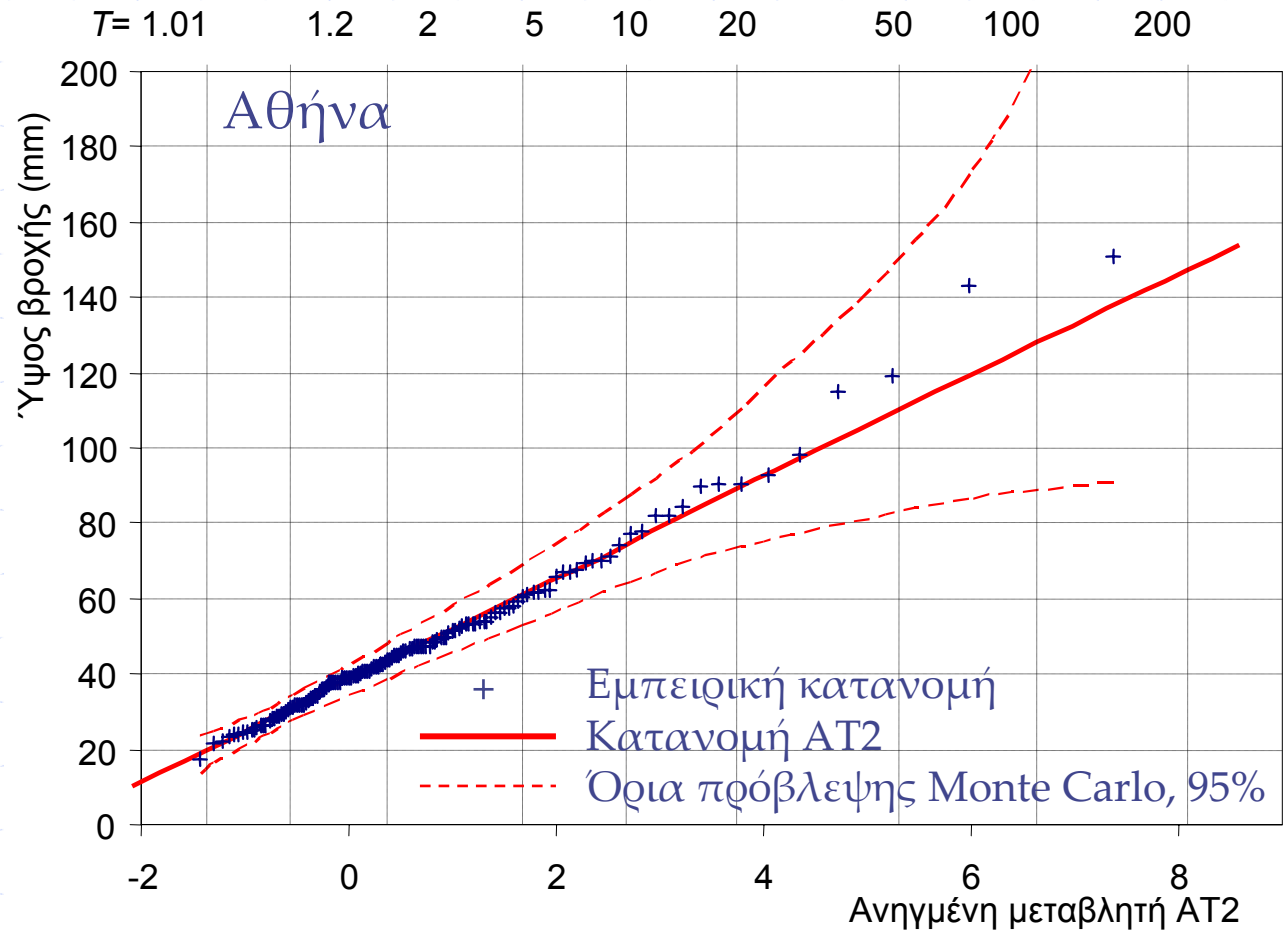


Εμπειρική κατανομή του τυποποιημένου κατά Hershfield ύψους βροχής k στο στατιστικό δείγμα του Hershfield (1961), όπως αυτό ανασχηματίστηκε στη μελέτη του Koutsoyiannis (1999), και προσαρμοσμένες κατανομές AT2 με $\kappa = 0.13$ (Koutsoyiannis, 1999) και $\kappa = 0.15$ (Koutsoyiannis, 2004b)

Πόσο δύσκολος είναι ο χειρισμός της κατανομής AT2;

	Γενικός τύπος	AT1 (Gumbel)	AT2, $\kappa = 0.15$	AT2, γενική περίπτωση
Υπολογισμός ποσοστημορίου	$x_H = \lambda (z_H + \psi)$	$z_H = -\ln(-\ln H)$	$z_H = \frac{[(-\ln H)^{-0.15} - 1]}{0.15}$	$z_H = \frac{[(-\ln H)^{-\kappa} - 1]}{\kappa}$
Κατασκευή γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος	Δυνατή (Διάγραμμα x_H συναρτήσει του z_H)			(Όχι δυνατή για τυχόν κ)
Εκτίμηση του λ , μέθοδος ροπών	$\lambda = c_1 \sigma$	$c_1 = 0.78$	$c_1 = 0.61$	$c_1 = \kappa [(\Gamma(1 - 2\kappa) - \Gamma^2(1 - \kappa))]^{-0.5}$
Εκτίμηση του λ , μέθοδος L ροπών	$\lambda = c_2 \lambda_2$	$c_2 = 1.443$	$c_2 = 1.23$	$c_2 = \kappa / [\Gamma(1 - \kappa) (2\kappa - 1)]$
Εκτίμηση του ψ	$\psi = \mu/\lambda - c_3$	$c_3 = 0.577$	$c_3 = 0.75$	$c_3 = [\Gamma(1 - \kappa) - 1]/\kappa$

Παράδειγμα γραμμικού πιθανοτικού διαγράμματος AT2



Είναι σκόπιμο και εφικτό να χρησιμοποιούμε τα ημερήσια ύψη βροχής των βροχομέτρων στην κατάρτιση των όμβριων καμπυλών;

- ◆ Είναι απολύτως σκόπιμο, γιατί τα δείγματα των βροχομέτρων, σε σχέση με αυτά των βροχογράφων:
 - είναι μακρότερα
 - είναι πιο αξιόπιστα (συχνά, κατά τη διάρκεια ισχυρών βροχοπτώσεων οι βροχογράφοι παρουσιάζουν προβλήματα λειτουργίας)
- ◆ Είναι απολύτως εφικτό, ιδιαίτερα στην κατασκευή της συνάρτησης $a(T)$
- ◆ Προϋπόθεση για αυτό είναι να εγκαταλειφθούν οι παλιότερες, εμπειρικές μέθοδοι κατάρτισης όμβριων καμπυλών και να χρησιμοποιηθούν νέες μέθοδοι, θεωρητικά συνεπείς (Κουτσογιάννης, 1997· Koutsoyiannis et al., 1998)

Συμπεράσματα

- ◆ Η ποικιλομορφία των όμβριων καμπυλών που κατά καιρούς έχουν καταρτιστεί για την ευρύτερη περιοχή της Αθήνας εκτιμάται ότι οφείλεται
 - πρωτίστως σε μεθοδολογικές διαφοροποιήσεις
 - δευτερευόντως σε στατιστικούς λόγους
 - πολύ λιγότερο σε γεωγραφικές διαφοροποιήσεις
- ◆ Το γεγονός αυτό καταδεικνύει τη μεγάλη σημασία που έχει ένα σύγχρονο, συνεπές και ενιαίο μεθοδολογικό πλαίσιο για την κατάρτιση όμβριων καμπυλών στην Αθήνα και στο σύνολο της χώρας
- ◆ Η κατάρτιση αυτού του μεθοδολογικού πλαισίου θα πρέπει απαραίτητα να βασιστεί σε συμπεράσματα πρόσφατων ερευνών στον παγκόσμιο χώρο

Συμπεράσματα (2)

- ◆ Σε συμφωνία με αυτά τα συμπεράσματα, θα πρέπει να εγκαταλειφθεί η χρήση της κατανομής Gumbel, και να αντικατασταθεί από την κατανομή ακραίων τιμών τύπου II
- ◆ Ακόμη, πρέπει να ληφθούν υπόψη οι σημαντικές ομοιότητες των στατιστικών κατανομών των ακραίων βροχοπτώσεων σε όλο τον κόσμο (π.χ. $\kappa = 0.15$)
- ◆ Τρέχουσες εμπειρικές πρακτικές στην κατάρτιση των όμβριων καμπυλών πρέπει να εγκαταλειφθούν και να αντικατασταθούν από σύγχρονες θεωρητικά συνεπείς τεχνικές
- ◆ Οι νέες τεχνικές δεν έχουν ιδιαίτερες δυσκολίες ως προς το χειρισμό τους στις εφαρμογές του μηχανικού
- ◆ Αμετάβλητη, σε σχέση με το παρελθόν, είναι η μεγάλη αξία της ποσότητας και ποιότητας των ιστορικών δεδομένων, από τα οποία δεν θα πρέπει να εξαιρούνται τα ημερήσια δεδομένα από βροχόμετρα

Περισσότερες πληροφορίες ...

◆ Η παρουσίαση αυτή είναι διαθέσιμη στο διαδίκτυο:
<http://www.itia.ntua.gr/g/docinfo/625/>

◆ Αναφορές

- Chaouche K., 2001, *Approche Multifractale de la Modelisation Stochastique en Hydrologie*, thèse, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Centre de Paris (<http://www.engref.fr/thesechaouche.htm>)
- Hershfield, D. M., 1961, Estimating the probable maximum precipitation, *Proc. ASCE, J. Hydraul. Div.*, 87(HY5), 99-106
- Klemeš, V., 2000, Tall tales about tails of hydrological distributions, *J. Hydrol. Engng* 5(3), 227-231 & 232-239
- Koutsoyiannis, D., 1999, A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation, *Water Resources Research*, 35(4), 1313-1322
- Koutsoyiannis, D., 2004a, Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 1, Theoretical investigation, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 575-590
- Koutsoyiannis, D., 2004b, Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 2, Empirical investigation of long rainfall records, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 591-610
- Koutsoyiannis, D., D. Kozonis, and A. Manetas, 1998, A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships, *Journal of Hydrology*, 206(1-2), 118-135
- Κουτσογιάννης, Δ. (1997) *Στατιστική Υδρολογία*, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα