



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΔΙΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ  
ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ»

**ΠΙΘΑΝΟΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ  
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΠΙΘΑΝΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ  
ΚΑΤΑΚΡΗΜΝΙΣΗΣ**

**Σίμων-Μιχαήλ Παπαλεξίου**

**«ΕΠΙΣΤΗΜΗ  
ΚΑΙ  
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ  
ΥΔΑΤΙΚΩΝ  
ΠΟΡΩΝ»**

**Αθήνα, Σεπτέμβριος 2005**

**Επιβλέπων: Δ. Κουτσογιάννης, Αν. Καθηγητής ΕΜΠ**

*«...Ας μας φυλάει ο θεός από το να  
βλέπουμε μ' ένα μάτι και από το να  
κοιμόμαστε τον ύπνο του Νεύτωνα!»*

*William Blake*

## Ευχαριστίες

---

Ομολογώ πως δεν έχω συνειδητοποιήσει πως ήρθε η στιγμή να γράψω τις τελευταίες «αράδες» αυτής της εργασίας. Μετά από επίπονη πραγματικά προσπάθεια οχτώ περίπου μηνών με αρκετές απογοητεύσεις και αγωνίες και παρά τα ατέλειωτα ξενύχτια, μπορώ να πω πως νιώθω χαρούμενος όχι μόνο γιατί κλείνει αυτό το κεφάλαιο και ανοίγει ένα νέο για μένα, αλλά κυρίως γιατί το ταξιδάκι αυτό το απόλαυσα και έτσι η κούραση που νιώθω έχει ουσία και αξία. Αρκετά όμως για μένα, γιατί τούτη η σελίδα δεν μου ανήκει και θέλοντας να αποφύγω το χειρότερο αμάρτημα που μπορεί να πέσει ένας άνθρωπος και δεν είναι άλλο από αυτό της αχαριστίας, με μεγάλη μου χαρά θέλω να ευχαριστήσω από καρδιάς τους ανθρώπους που βοήθησαν να φτάσει η στιγμή αυτή.

Για το «μαέστρο» αυτής της εργασίας, τον καθηγητή μου Δημήτρη Κουτσογιάννη, πολλά θα μπορούσα να πω και για πολλά να τον ευχαριστήσω. Θα αρκεστώ όμως σε τούτο μόνο γιατί τα λίγα είναι πολλές φορές περισσότερα από τα πολλά και θα πω, πως αποτελεί για μένα πρότυπο επιστήμονα, εκπαιδευτικού και πάνω από όλα ανθρώπου και νιώθω τυχερός που βρέθηκε στο δρόμο μου.

Τον πιστό φίλο Θάνο, σε μια εποχή που η φίλια επαναπροσδιορίζεται δυστυχώς ως αξία, οφείλω να τον ευχαριστήσω για την πολύτιμη φιλία του και να ομολογήσω πως με βοήθησε να «πάρω μπροστά» τις μέρες που η συγγραφή της βιβλιογραφικής επισκόπησης του θέματος έμοιαζε λαβύρινθος.

Τον πολύ καλό φίλο Δημήτρη, ανερχόμενο hacker τα «μαγικά κόλπα» του οποίου με γλίτωσαν από πολλά format και συνεπώς από σπατάλη χρόνου και περιττό εκνευρισμό πρέπει να τον ευχαριστήσω θερμά.

Ο εξάιρετος και αγαπητός φίλος Αλέξης Μπακόπουλος καθηγητής μαθηματικών, που έχει πάντα τη δυνατότητα να σε εκπλήσσει με τη βαθιά μαθηματική διαίσθησή του αλλά και τις γενικότερες φιλοσοφικές του τοποθετήσεις, υπήρξε πάντα πρόθυμος για συζητήσεις γύρω από μαθηματικά θέματα που με απασχολούσαν αλλά και όχι μόνο. Τον ευχαριστώ ειλικρινά.

Τι να πω για τη Νάντια. Ο από μηχανής αυτός θεός έβαλε το χεράκι του, για να είμαι ειλικρινής και τα δύο χέρια, στην αγγλική περίληψη τη στιγμή που πραγματικά

δεν είχα δυνάμεις να την τελειώσω μόνος. Δεν βρίσκω λόγια να την ευχαριστήσω ελπίζω όμως να βρω τρόπο να το κάνω.

Τη Δρ. Δήμητρα Φουντά του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών για την υποδειγματικά ευγενική και άψογη εξυπηρέτηση.

Το λέκτορα Νίκο Μαμάση, πάντα πρόθυμο να βοηθήσει, που αν και δε συνεργαστήκαμε άμεσα στην παρούσα εργασία πέραν κάποιων χρήσιμων πληροφοριών που μου έδωσε στα αρχικά στάδια αυτής της προσπάθειας, τον ευχαριστώ ειλικρινά για την γενικότερη βοήθειά του.

Θα ήταν αδύνατο να ξεχάσω την Ευτυχία μου, που στάθηκε δίπλα μου όλες τις δύσκολες στιγμές των τελευταίων μηνών, άντεξε την ιδιότροπη πολλές φορές συμπεριφορά μου και δεν έπαψε να με στηρίζει και να μου υπενθυμίζει πως όλα θα πάνε καλά. Μέσα σε όλα αυτά διάβασε την εργασία μου και διόρθωσε ομοιογώνυμους αρκετά ορθογραφικά λάθη και μπόλικους τόνους.

Τέλος, αναρωτιέμαι με τι λόγια θα μπορούσα να ευχαριστήσω τον πατέρα μου. Πιστεύω πως αυτές είναι από λίγες περιστάσεις που η γλώσσα, ακόμη και η ελληνική, φτάνει σε ένα τέλμα και πως οι λέξεις είναι πολύ «μικρές» για να εκφράσουν αυτά που νιώθω. Είναι ο άνθρωπος που στέκεται πάντα δίπλα μου και στηρίζει κάθε επιλογή μου χωρίς όρους και απαιτήσεις. Εύχομαι να είναι πάντα καλά και η πορεία μου να δικαιώσει τους κόπους και τις θυσίες του.

Σίμων-Μιχαήλ Παπαλεξίου  
Δευτέρα, 19 Σεπτεμβρίου 2005

# Περιεχόμενα

---

<b>Ευχαριστίες</b> .....	<b>i</b>
<b>Περιεχόμενα</b> .....	<b>iii</b>
<b>Περίληψη</b> .....	<b>vii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>viii</b>
<b>Extended abstract</b> .....	<b>ix</b>
Introduction.....	ix
Method overview .....	ix
Statistical analysis of temperatures.....	x
Statistical analysis of dew points .....	x
Application of PMP estimation method.....	xii
A probabilistic approach of the annually maximum rainfall .....	xiv
<b>1 Εισαγωγή</b> .....	<b>1</b>
1.1 Υπόθεση έρευνας.....	1
1.2 Δεδομένα.....	2
1.3 Διάρθρωση της εργασίας .....	2
<b>2 Βιβλιογραφική επισκόπηση</b> .....	<b>5</b>
2.1 Ορισμός της Πιθανής Μέγιστης Κατακρήμνισης (ΠΜΚ).....	5
2.2 Ακρίβεια των εκτιμήσεων της ΠΜΚ.....	6
2.3 Μέθοδοι εκτίμησης της ΠΜΚ .....	6
2.3.1 Μοντέλα καταιγίδας.....	7
2.3.2 Μεγιστοποίηση και μετατόπιση καταιγίδων.....	7
2.3.3 Χρήση δεδομένων ύψους κατακρημνισμάτων, διάρκειας και επιφάνειας ακραίων καταιγίδων .....	8

2.3.4	Γενικευμένες εκτιμήσεις ή περιοχική ανάλυση με τη χρήση ισοϋέτιων χαρτών.....	9
2.3.5	Χρήση εμπειρικών σχέσεων μεταξύ των μετεωρολογικών μεταβλητών σε συγκεκριμένες περιοχές.....	10
2.3.6	Στατιστική επεξεργασία ακραίων βροχοπτώσεων.....	10
2.4	Μεγιστοποίηση καταιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία .....	11
2.4.1	Το σημείο δρόσου ως δείκτης ατμοσφαιρικής υγρασίας.....	11
2.4.2	Η έννοια του κατακρημνίσμου νερού.....	12
2.4.3	Η εφαρμογή της μεθόδου.....	13
2.5	Η ΠΜΚ σε αντίθεση με την πιθανοτική θεώρηση .....	14
2.6	Κριτική στην έννοια της ΠΜΚ.....	16
<b>3</b>	<b>Μεθοδολογία στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων .....</b>	<b>18</b>
3.1	Αριθμητικά περιγραφικά μέτρα του δείγματος.....	18
3.1.1	Μέτρα κεντρικής τάσης .....	19
3.1.2	Μέτρα μεταβλητότητας.....	19
3.1.3	Μέτρα ασυμμετρίας .....	20
3.1.4	Μέτρα κύρτωσης.....	20
3.1.5	Περιγραφικά αριθμητικά μέτρα L-ροπών.....	21
3.2	Γραφική παρουσίαση των δεδομένων .....	22
3.2.1	Θηκογράμματα.....	22
3.2.2	Ιστογράμματα.....	23
3.2.3	Πιθανοτικά γραφήματα.....	24
3.2.4	Γραφήματα L-αναλογιών .....	26
3.3	Μέθοδοι προσαρμογής κατανομών .....	27
3.3.1	μέθοδος των ροπών .....	28
3.3.2	Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας.....	28
3.3.3	L-ροπές και πιθανοτικά σταθμισμένες ροπές .....	29
3.3.4	Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων .....	30
3.4	Κατανομές μέσω ημερήσιων τιμών θερμοκρασιών και σημείων δρόσου.....	31
3.4.1	Η κανονική κατανομή.....	31
3.4.2	Η τριπαραμετρική κατανομή Weibull.....	32
3.5	Γενικά για τις κατανομές μεγίστων .....	33
3.5.1	Η Γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (ΓΑΤ) .....	34
3.5.2	Η κατανομή Gumbel .....	35

3.5.3	Από τη θεωρία μεγίστων στην πράξη .....	36
3.6	Παράλληλη προσαρμογή κατανομής μεγίστων και μέσων σημείων δρόσου.....	37
<b>4</b>	<b>Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας .....</b>	<b>40</b>
4.1	Θερμοκρασίες από σταθμούς των Η.Π.Α.....	40
4.1.1	Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας.....	41
4.1.2	Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών .....	44
4.2	Θερμοκρασίες από σταθμούς της Ολλανδίας.....	45
4.2.1	Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας.....	45
4.2.2	Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών .....	47
4.3	Θερμοκρασίες από τον σταθμό του Ε.Α.Α.....	48
4.3.1	Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας.....	49
4.3.2	Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών .....	51
<b>5</b>	<b>Στατιστική ανάλυση των σημείων δρόσου .....</b>	<b>52</b>
5.1	Μέσα ημερήσια σημεία δρόσου .....	52
5.1.1	Στατιστικά μέτρα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου.....	52
5.1.2	Επιλογή θεωρητικής κατανομής .....	55
5.1.3	Προσαρμογή των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull .....	56
5.2	Μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου .....	57
5.2.1	Στατιστικά μέτρα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου .....	57
5.2.2	Η εφαρμογή της θεωρίας μεγίστων.....	58
<b>6</b>	<b>Εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ και ανάλυση των αποτελεσμάτων.....</b>	<b>62</b>
6.1	Η επίδραση της μεγιστοποίησης στις μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις.....	62
6.2	Η εκτίμηση της ΠΜΚ και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτει.....	69
6.3	Πιθανοτική αντιμετώπιση των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων.....	72
6.4	Η εκτίμηση της ΠΜΚ σε σχέση με το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου .....	74
<b>7</b>	<b>Πιθανοτική θεώρηση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων.....</b>	<b>79</b>
7.1	Στατιστική ανάλυση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων .....	79
7.2	Επιλογή και προσαρμογή κατανομής μεγίστων .....	81

7.3 Σύγκριση των εκτιμήσεων της ΠΜΚ με την πιθανοτική μέθοδο .....	83
<b>8 Συμπεράσματα.....</b>	<b>87</b>
8.1 Η διερεύνηση των θερμοκρασιών.....	87
8.2 Η διερεύνηση των σημείων δρόσου.....	87
8.3 Η ΠΜΚ και η πιθανοτική μέθοδος .....	88
<b>Αναφορές.....</b>	<b>90</b>
<b>Παράρτημα Α Χειρισμός κατανομών .....</b>	<b>94</b>
<b>Παράρτημα Β Προσομοίωση Monte Carlo .....</b>	<b>98</b>
<b>Παράρτημα C Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης των θερμοκρασιών .....</b>	<b>101</b>
<b>Παράρτημα D Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης των σημείων δρόσου .....</b>	<b>122</b>
<b>Παράρτημα Ε Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων.....</b>	<b>153</b>
<b>Παράρτημα F Αποτελέσματα της πιθανοτικής προσέγγισης των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων .....</b>	<b>171</b>



## Περίληψη

---

Η έννοια της Πιθανής Μέγιστης Κατακρήμνισης (ΠΜΚ) βασίζεται στις υποθέσεις (α) της ύπαρξης άνω φυσικού ορίου στο δυναμικό της κατακρήμνισης για δεδομένη διάρκεια, πάνω από μια περιοχή δεδομένης έκτασης, σε δεδομένη γεωγραφική θέση και εποχή του έτους, και (β) ότι το όριο αυτό μπορεί να εκτιμηθεί βάσει ντετερμινιστικών όρων. Η πιο διαδεδομένη και ευρέως χρησιμοποιούμενη μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ είναι αυτή της μεγιστοποίησης της καταγιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία. Η μέθοδος αυτή μεγιστοποιεί καταγεγραμμένες καταγιγίδες υποθέτοντας την ύπαρξη ενός άνω ορίου στην ατμοσφαιρική υγρασία το οποίο προκύπτει από τη μελέτη ιστορικών χρονοσειρών σημείων δρόσου. Στην παρούσα μεταπτυχιακή διατριβή υποστηρίζεται πως ουσιαστικές πλευρές της μεθόδου είναι αβάσιμες και αντιφατικές. Επιπλέον, αναλύονται ιστορικές χρονοσειρές θερμοκρασιών, σημείων δρόσου και μεγιστοποιημένες χρονοσειρές βροχοπτώσεων που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου. Από την ανάλυση δεν προκύπτουν ενδείξεις της ύπαρξης άνω ορίου τόσο στην ατμοσφαιρική υγρασία όσο και στο δυναμικό της κατακρήμνισης. Εν τέλει, υποστηρίζεται πως η πιθανοτική προσέγγιση του φαινομένου της κατακρήμνισης είναι πιο συνεπής και παρέχει ένα πιο επιστημονικό πλαίσιο για την εκτίμηση ακραίων γεγονότων για σκοπούς σχεδιασμού.

## Abstract

---

The concept of Probable Maximum Precipitation (PMP) is based on the assumptions that (a) there exists an upper physical limit of the precipitation depth over a given area at a particular geographical location at a certain time of year, and (b) that this limit can be estimated based on deterministic considerations. The most representative and widespread estimation method of PMP is the so called moisture maximization method. This method maximizes observed storms assuming that the atmospheric moisture would hypothetically rise up to a high value that is regarded as an upper limit and is estimated from historical records of dew points. In this master thesis, it is argued that fundamental aspects of the method may be flawed or illogical. Furthermore, historical time series of dew points and “constructed” time series of maximized precipitation depths (according to the moisture maximization method) are analyzed. The analyses do not provide any evidence of an upper bound either in atmospheric moisture or maximized precipitation depth. Therefore, it is argued that a probabilistic approach is more consistent to natural behaviour and provides better grounds for estimating extreme precipitation values for design purposes.

# Extended abstract

---

## Introduction

The study made in the framework of this master thesis concerns the concept of Probable Maximum Precipitation (PMP). The PMP is defined as theoretically the greatest depth of precipitation for a given duration that is physically possible over a given size storm area at a particular geographical location at a certain time of year and has been widely used for the design of major flood protection works. The PMP approach, practically assumes a physical upper bound of precipitation amount.

The main scope of the thesis was to apply the PMP estimation method and make a probabilistic analysis of its results. Furthermore, an additional objective was to find an appropriate probabilistic model capable of describing the empirical distribution of the monthly maximum daily dew points in order to be used in the application of the method. Last but not least, an exclusively probabilistic approach to annually maximum rainfall was realized.

## Method overview

Techniques used for estimating PMP have been listed by Wiesner (1970), as follows: (1) the storm model approach; (2) the maximisation and transposition of actual storms; (3) the use of generalised data or maximised depth, duration and area data from storms; these are derived from thunderstorms or general storms; (4) the use of empirical formulae determined from maximum depth duration and area data, or from theory; (5) the use of empirical relationships between the variables in particular valleys (only if detailed data are available); (6) statistical analyses of extreme rainfalls.

In this thesis the most representative and widespread estimation method of PMP, the so called moisture maximization method is applied and examined. The method is based on the following formula:

$$h_m = \frac{W_m}{W} h$$

where  $h_m$  stands for the maximized storm,  $W_m$  for the maximum precipitable water in the atmosphere during the month of the storm,  $W$  for the precipitable water the day of the storm and  $h$  for the recorded precipitation.

## **Statistical analysis of temperatures**

The statistical analysis of the average daily temperature and the fit of an appropriate theoretical distribution is not the main scope of the current essay. Given that the dew points are directly related to the temperatures and may behave in a similar way, the statistical analysis of the temperatures was considered useful for drawing some first conclusions about the dew points.

Shortly, daily average temperature time series, taken by station in various cities of the U.S.A, the Netherlands and Greece, were analyzed. The results of this analysis are presented in the annex C, while the general conclusions are summarized below.

The range of the temperatures during the summer months is much shorter during the winter months. Moreover, the values of skewness and kurtosis during the summer months were higher than those in winter months. Furthermore, by the frequency analysis of the samples, the three-parameter Weibull distribution was considered an appropriate theoretical model for the empirical distribution of the daily average temperature. However, because of the variations noticed between summer and winter months, the use of seasonal models may be more appropriate.

## **Statistical analysis of dew points**

As it has been already mentioned, a main scope of the thesis was to find an appropriate theoretical model capable of describing adequately the empirical distribution of the monthly maximum daily dew points.

The Gumbel distribution, which is the most common probabilistic model used in modelling hydrological extremes, proved inadequate for describing the empirical distribution of the monthly maximum daily dew point. In this way the probability theory was applied, and according to it, given a number  $n$  of independent identically distributed random variables, the largest of them (more precisely, the largest order statistic), i.e.:  $X = \max(Y_1, \dots, Y_n)$  has probability distribution function

$H_n(x) = [F(x)]^n$ , where  $F(x) = P(Y_i \leq y)$  is the common probability distribution function referred to as the parent distribution of each  $Y_i$ .

The frequency analysis of the average daily dew points demonstrated the three-parameter Weibull model as a sufficient probabilistic model for describing the empirical distribution of them. As a result it can be used as parent distribution so that the theoretical maximum distribution of the monthly maximum daily dew point can be described by the following formula  $H_n(x) = [F(x)]^n$ , where  $n$  stands for the days of each month. As the condition of independence of random variables is not valid, which has been proved by the high values of the correlation coefficient, the parameter  $n$  was expected and also proved lower than the theoretically expected value.

Given the uncertainty related to the parameter estimation of three parameter distributions, as the parent distribution is in this case, both  $F(x)$  and  $H_n(x)$  were fitted at the same time to the empirical distributions of average daily and monthly maximum daily dew points respectively, in order to achieve a better fit of  $H_n(x)$ .

The L-moment diagram (Figure 1) illustrates that the theoretical maximum distribution derived from the three-parameter Weibull distribution is more appropriate than the classic ones.

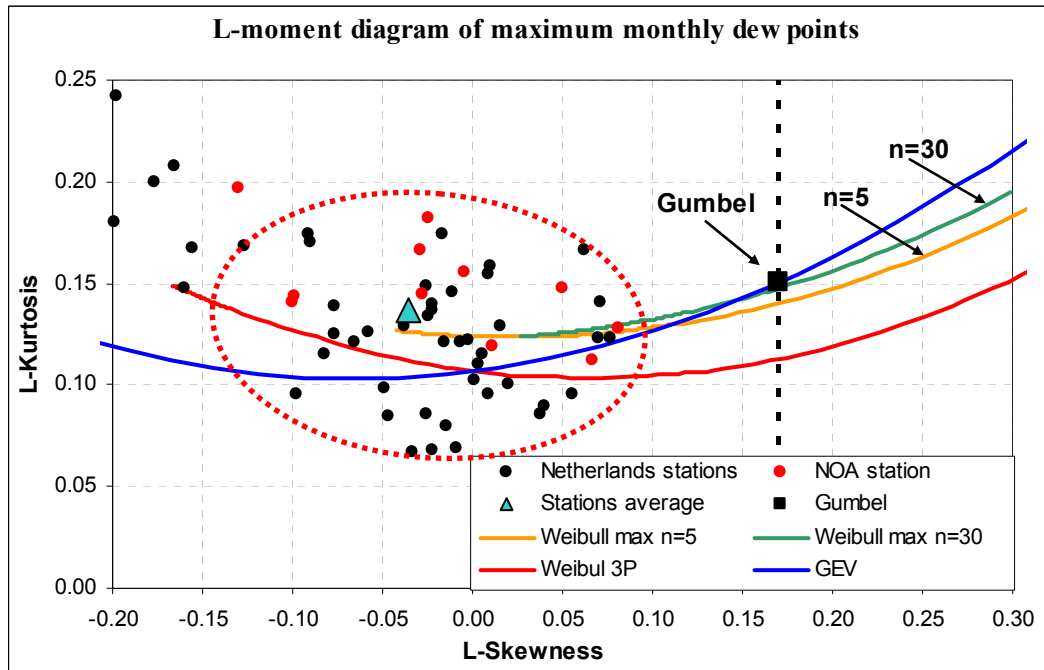


Figure 1: L-moment ratio diagram of maximum monthly dew points

## Application of PMP estimation method

The estimation method of PMP that was applied in four stations in the Netherlands and one in Greece was the moisture maximization method. The maximized precipitation time series were analysed in comparison with the recorded precipitations time series and the following conclusions were postulated: Firstly, the maximization process causes sometimes a disproportional increase to the range of the values of recorded rainfall. Secondly, the maximized samples present a higher skewness than the recorded ones, especially when the original sample values of skewness are low.

In addition, the maximized sample of rainfall depths was examined in respect of the factors that affect its values. The maximized rainfalls seem to be directly related to the recorded rainfalls, while there is some doubt about their correlation with the maximum precipitable water and no evidence of any correlation with the daily precipitable water.

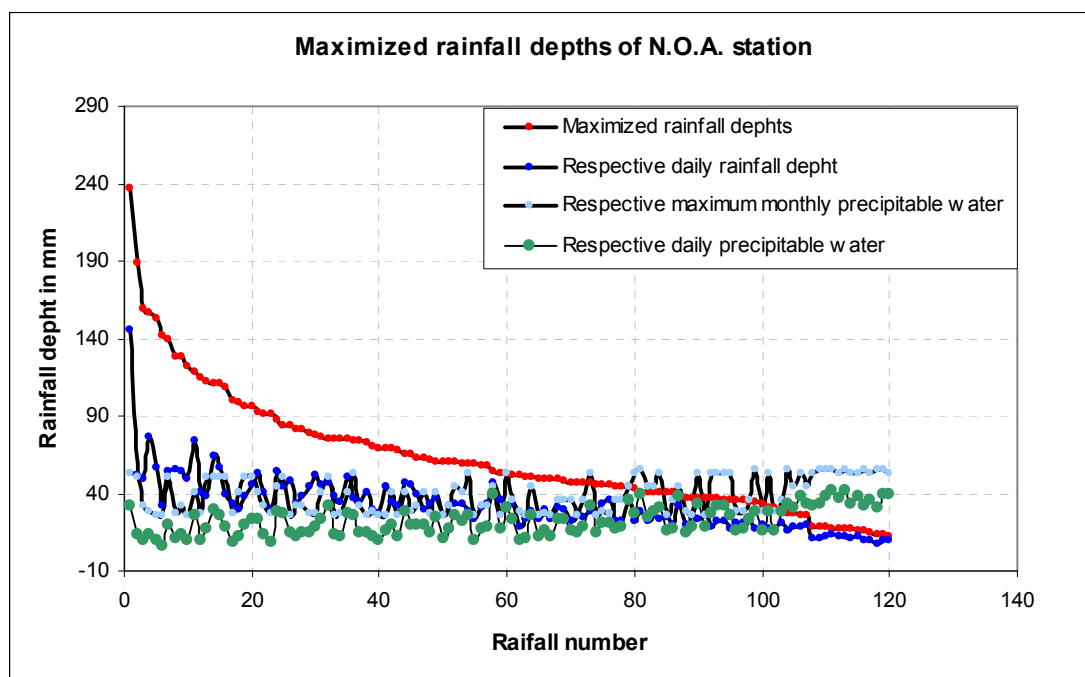


Figure 2: Maximized rainfall depths of N.O.A station and related factors

Figure 2, illustrates the values of maximized rainfall depths of the station of National Observatory of Athens in descending order, the respective daily recorded rainfall depths, the respective precipitable daily water and the maximum monthly precipitable water. The 120 maximized rainfall depths that are illustrated in Figure 2 are the overall of the 10 maximum rainfalls of each month. As it can be concluded,

the estimation of the PMP takes place in a very uncertain area of the curve where the slope is very high. Similar conclusions are drawn for the Netherlands' stations

Moreover, the sample of the 120 maximized rainfall depths was approached probabilistically and in comparison with the respective maximum monthly and annually rainfall depths. The above data regarding the National Observatory of Athens, are illustrated in Figure 3. It is also assumed that if there was a longer rainfall record available the estimation of the PMP would be higher. Furthermore, if the distribution of maximized rainfalls is the only element taken under consideration, then the estimation of PMP comes out as an uncertain estimation of the first order statistic.

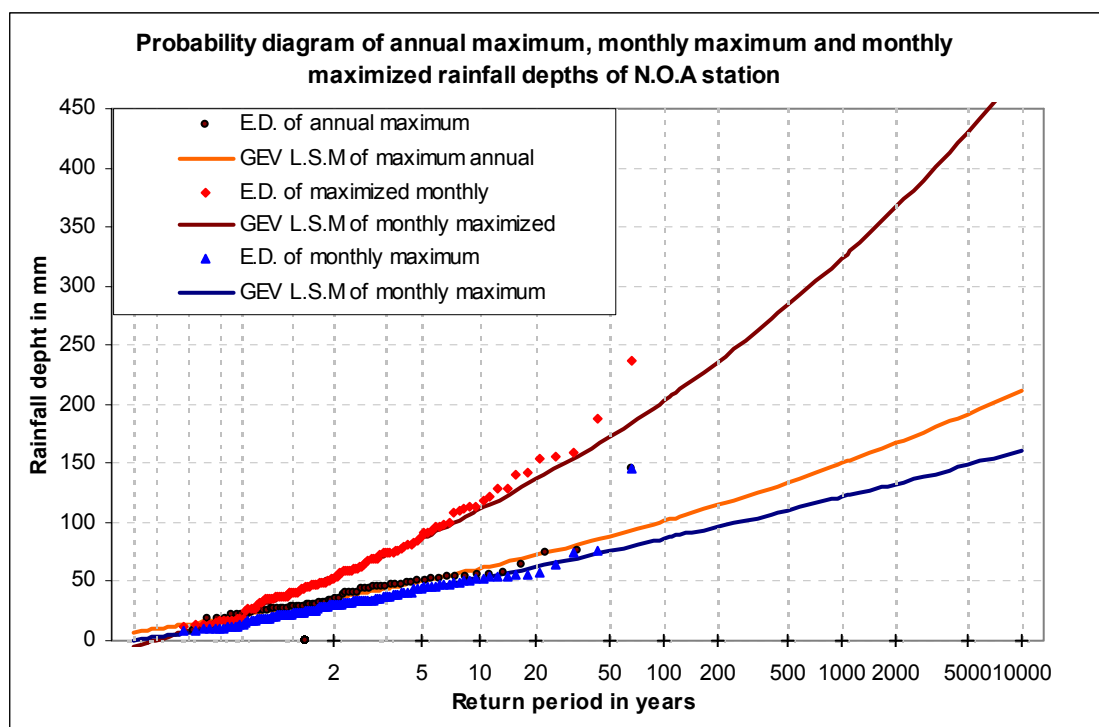


Figure 3: Probability diagram of annual maximum, monthly maximum and monthly maximized rainfall depths

In the end, the estimation method of the PMP was applied in regards to the monthly maximum daily dew point for a wide range of return periods. The assumed model of the monthly maximum daily dew point was the one derived by three-parameter Weibull. The estimation of the PMP as illustrated in Figure 4 is an ascent function of the monthly maximum daily dew point.

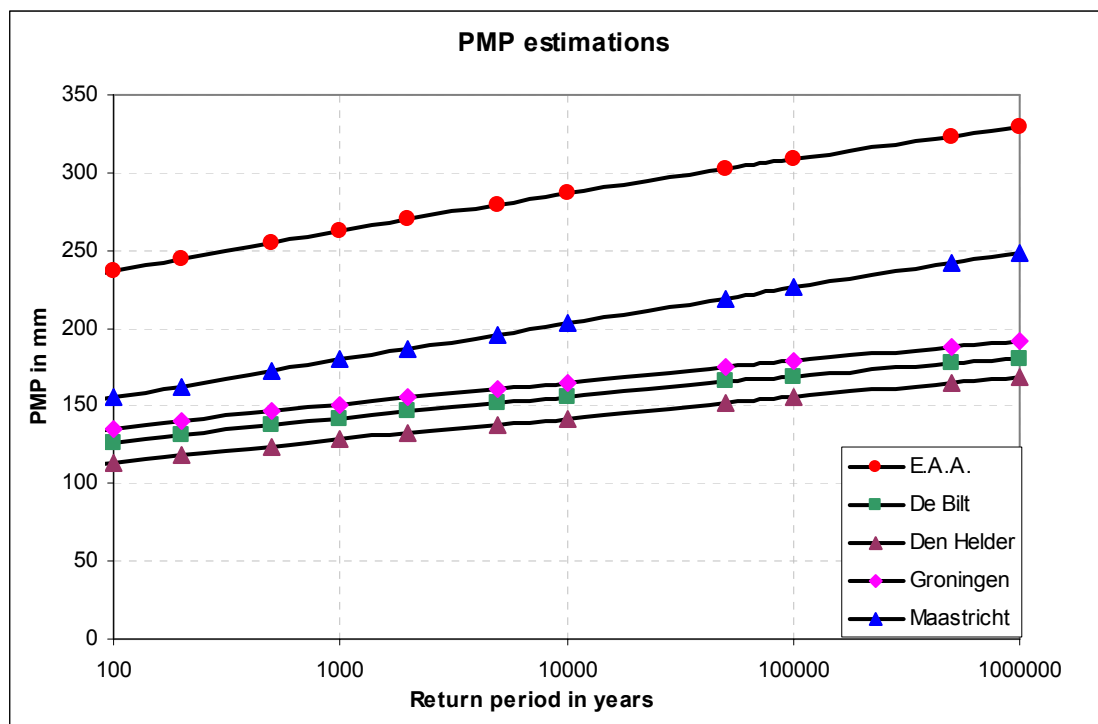


Figure 4: PMP estimations for various return periods of monthly maximum dew point

### A probabilistic approach of the annually maximum rainfall

The General Extreme Value distribution (GEV), as concluded by the frequency analysis of the annually maximum rainfall, describes appropriately the empirical distribution of the annual maximum values of rainfall. The GEV model was fitted in sample data with three different methods. The estimation of the PMP of each station, according to the fitted model, was associated to a return period or a probability of exceedance. Table 1 summarizes the above results which prove that the probability of exceedance of PMP is not negligible. The above analysis was conducted using the Gumbel model which obviously underestimates the exceedance probability of the PMP.

Table 1: Return periods associated with the PMP estimation of each station

Station	PMP in mm	L-moments method	Least square method	Maximum Likelihood method	Average
E.A.A.	236.37	22615	372	78339	33775
De Bilt	125.61	2968	5907	2965	3947
Den Helder	113.61	959	277	1003	746



Groningen	134.91	5498	1600	3106	3401
Maastricht	155.06	1461	402	1374	1079

---

# 1 Εισαγωγή

---

## 1.1 Υπόθεση έρευνας

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας σχετίζεται με την έννοια της πιθανής μέγιστης κατακρήμνισης (ΠΜΚ). Αν και η επιχειρησιακή εφαρμογή μεθόδων που βασίζονται στην έννοια της ΠΜΚ είναι ευρέως διαδεδομένη σε όλο τον κόσμο, η έννοια έχει τύχει κριτικής και αμφισβήτησης. Μπορεί να πει κανείς, πως οι όποιες ενστάσεις και αντιρρήσεις στην έννοια, υπάρχουν ευλογοφανώς και πηγάζουν όχι μόνο από την οριοθέτηση ενός άνω ορίου στο δυναμικό της κατακρήμνισης που προκύπτει από την ιδέα της ΠΜΚ, αλλά και από τη δυνατότητα καθορισμού του ορίου αυτού. Στα πλαίσια αυτής της κριτικής, και χωρίς προκαταλήψεις, εφαρμόστηκε η πιο διαδεδομένη και αποδεκτή μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ, αυτή της αναγωγής ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία και προσεγγίστηκαν τα αποτελέσματα μέσα από ένα ευρύτερο πιθανοτικό πρίσμα.

Εκτός του βασικού στόχου, που επικεντρώνεται στην βαθύτερη διερεύνηση του μηχανισμού της μεθόδου και στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της, υπήρχαν και δύο επιμέρους στόχοι. Ο πρώτος, έχει να κάνει με την επιλογή θεωρητικής κατανομής μεγίστων που να περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρική κατανομή των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου κάθε μήνα και η οποία χρησιμοποιείται στην εφαρμογή της μεθόδου. Η ατεκμηρίωτη υιοθέτηση της Gumbel ως κατανομής μεγίστων συνιστά μια εσφαλμένη στρατηγική, γιατί όπως αποδεικνύεται η κατανομή αυτή αδυνατεί πλήρως να εκφράσει τα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου. Το σημείο αυτό αποτελεί και μια πρωτοτυπία της εργασίας, διότι αντί της υιοθέτησης κάποια ασυμπτωτικής κατανομής μεγίστων, εφαρμόστηκε η θεωρία μεγίστων στην πράξη με ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ο δεύτερος στόχος σχετίζεται την εφαρμογή μιας καθαρά πιθανοτικής προσέγγισης των μεγίστων ετήσιων βροχοπτώσεων και της αντιστοίχισης της εκτίμησης της ΠΜΚ κάθε σταθμού που μελετήθηκε, σε περιόδους επαναφοράς βάσει της πιθανοτικής μεθόδου.

## 1.2 Δεδομένα

Τα πρωτογενή δεδομένα που απαιτούνται για την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία και συνεπώς ήταν απαραίτητα για την διεξαγωγή της έρευνας που περιγράφεται στην παρούσα εργασία, ήταν ημερήσιες τιμές της βροχόπτωσης, της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας και της σχετικής υγρασίας του αέρα.

Σχετικά με την ατμοσφαιρική θερμοκρασία υπήρξε διαθέσιμη μια τεράστια βάση δεδομένων από σταθμούς των Η.Π.Α., η οποία περιέχει δεδομένα από 1062 σταθμούς. Το μήκος των χρονοσειρών κυμαινόταν από 130 έως 60 περίπου χρόνια. Από τους 1062 αρχικούς σταθμούς, επιλέχθηκαν αρχικά αυτοί των οποίων το μήκος των χρονοσειρών ήταν άνω των 100 ετών. Τελικά, με δεδομένο ότι η ανάλυση της ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας δεν αποτελούσε άμεσο στόχο της παρούσας εργασίας, 10 από αυτούς επιλέχθηκαν και αναλύθηκαν με κριτήριο η χωρική τους κατανομή να καλύπτει την επιφάνεια των Η.Π.Α. με ομοιόμορφο τρόπο.

Διαθέσιμα δεδομένα σταθμών που να περιλαμβάνουν εκτός από χρονοσειρές θερμοκρασίας και χρονοσειρές βροχοπτώσεων και σχετικής υγρασίας ώστε να καταστεί εφικτή η εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ υπήρχαν για πέντε σταθμούς. Οι τέσσερις από αυτούς εντοπίζονται στις ολλανδικές πόλεις De Bilt, Den Helder, Groningen και Maastricht, ενώ ο πέμπτος σταθμός βρίσκεται στην Αθήνα στο Εθνικό Αστεροσκοπείο.

Αναλυτικά στοιχεία για τους σταθμούς των Η.Π.Α., της Ολλανδίας και της Ελλάδας δίνονται στο παράρτημα C, στον πίνακα C.1. Τα στοιχεία αυτά περιλαμβάνουν το γεωγραφικό μήκος και πλάτος κάθε σταθμού, το αντίστοιχο υψόμετρο και το μήκος των διαθέσιμων χρονοσειρών κάθε μεταβλητής.

## 1.3 Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα εργασία αποτελείται από οχτώ Κεφάλαια και έξι Παραρτήματα. Το παρόν εισαγωγικό κεφάλαιο (Κεφάλαιο 1), οριοθετεί το στόχο της εργασίας και περιγράφει τα δεδομένα που απαιτήθηκαν για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης έρευνας.

Στο Κεφάλαιο 2 ορίζεται και αναλύεται η έννοια της ΠΜΚ και πραγματοποιείται μια βιβλιογραφική επισκόπηση των διαφόρων μεθόδων εκτίμησης της. Επίσης, περιγράφεται αναλυτικά η εφαρμογή της υδρομετεωρολογικής μεθόδου

εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς της ατμοσφαιρική υγρασία και επιπλέον καταγράφεται η γενικότερη κριτική που έχει ασκηθεί στην έννοια της ΠΜΚ.

Στο Κεφάλαιο 3 πραγματοποιείται μια γενικότερη περιγραφή των στατιστικών εργαλείων και μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν κατά την ανάλυση των δεδομένων, καθώς επίσης περιγράφονται οι θεωρητικές κατανομές που χρησιμοποιήθηκαν και η μεθοδολογία από την οποία προέκυψαν οι εκτιμήσεις των παραμέτρων τους.

Στο Κεφάλαιο 4 αναλύονται τα αποτελέσματα από την στατιστική ανάλυση που έγινε σε χρονοσειρές μέσω ημερήσιων ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών σε σταθμούς των Η.Π.Α., της Ολλανδίας και της Ελλάδας.

Το Κεφάλαιο 5, ένα από τα βασικά κεφάλαια αυτής της εργασίας, αναλύει τα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης των μέσω ημερήσιων και των μέγιστων μηνιαίων χρονοσειρών σημείων δρόσου σε σταθμούς της Ολλανδίας και της Ελλάδας και καταλήγει στην αποδοχή θεωρητικής κατανομής μεγίστων που να περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρική κατανομή των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου κάθε μήνα.

Στο Κεφάλαιο 6 που αποτελεί το βασικό στόχο αυτής της έρευνας, εφαρμόζεται η μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς της ατμοσφαιρική υγρασία στα δεδομένα ολλανδικών σταθμών και ενός ελληνικού. Τα αποτελέσματα αναλύονται βάσει ποικίλων μεθοδολογιών και προκύπτουν συμπεράσματα που συνηγορούν στην ήδη εκφρασμένη σοβαρή αμφισβήτηση της αξίας της μεθόδου.

Στο Κεφάλαιο 7 πραγματοποιείται μια καθαρά πιθανοτική ανάλυση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων για κάθε σταθμό που μελετήθηκε και συγκρίνονται τα αποτελέσματα με αυτά των εκτιμήσεων της ΠΜΚ.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αυτής της εργασίας, το Κεφάλαιο 8, συνοψίζονται τα συμπεράσματα της όλης έρευνας.

Το Παράρτημα Α δίνονται οι απαραίτητες εξισώσεις για τον χειρισμό των κατανομών και για την κατασκευή γραφημάτων L-αναλογιών.

Το Παράρτημα Β παρουσιάζει τα αποτελέσματα μια προσομοίωσης Monte Carlo, σχετικά με την εκτίμηση των παραμέτρων της τριπαραμετρικής κατανομής Weibull.

Στο Παράρτημα C παρουσιάζονται αποτελέσματα και γραφήματα από την στατιστική ανάλυση των θερμοκρασιών.

Στο Παράρτημα D παρουσιάζονται αποτελέσματα και γραφήματα από την στατιστική ανάλυση των σημείων δρόσου.

Στο Παράρτημα Ε δίνονται τα αποτελέσματα από την στατιστική ανάλυση των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων και των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ.

Στο Παράρτημα F παρουσιάζονται αποτελέσματα και γραφήματα από την στατιστική και πιθανοτική ανάλυση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων.

## 2 Βιβλιογραφική επισκόπηση

---

Οι υδραυλικές κατασκευές που αφορούν τη συγκέντρωση και μεταφορά νερού, επιβάλλεται να σχεδιάζονται με πολύ αυστηρά κριτήρια ασφαλείας έτσι ώστε να μπορούν να αντέχουν ακραίες σε πλημμύρες χωρίς να καταστρέφονται. Από τις εργασίες των Gruner (1963) και Thomas (1979) προκύπτει, πως ποσοστό μεταξύ ενός τρίτου και ενός τετάρτου όλων των αποτυχιών φραγμάτων σε παγκόσμιο επίπεδο, οφείλονται στην υπερπήδηση αυτών.

Πρακτικά, καμία κατασκευή δεν μπορεί να είναι απόλυτα ασφαλής. Το γεγονός αυτό επιβάλλει την ποσοτικοποίηση και αντιστοίχιση μιας πιθανότητας αποτυχίας σε κάθε τεχνικό έργο. Παρόλα αυτά, οι υδραυλικές κατασκευές υλοποιούνται πολύ συχνά με σχεδιαστικά κριτήρια που βασίζονται στην έννοια της Πιθανής Μέγιστης Πλημμύρας (Collier και Hardaker, 1995), η οποία προκύπτει άμεσα από την έννοια της Πιθανής Μέγιστης Κατακρήμνισης, που είναι και αντικείμενο της παρούσης εργασίας.

### 2.1 Ορισμός της Πιθανής Μέγιστης Κατακρήμνισης (ΠΜΚ)

Ο εννοιολογικός ορισμός της ΠΜΚ, όπως σκιαγραφείται και από το ίδιο το όνομά της, είναι θεωρητικά το μέγιστο ύψος κατακρημνισμάτων για δεδομένη διάρκεια, το οποίο είναι φυσικώς δυνατό πάνω από μια περιοχή δεδομένης έκτασης, σε δεδομένη γεωγραφική θέση και εποχή του έτους.

Αξίζει να σημειωθεί πως ο παραπάνω ορισμός θέτει ένα άνω όριο στο δυναμικό της κατακρήμνισης που σχετίζεται με το επίκεντρο της καταιγίδας. Αυτό πρακτικά υποδεικνύει ότι οι τιμές της ΠΜΚ για το κέντρο της καταιγίδας, δεν μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα στο επίπεδο ολόκληρης της λεκάνης, αλλά πρέπει να τροποποιηθούν βάσει συγκεκριμένων κανόνων που θα αποδώσουν μια μέση τιμή της ΠΜΚ για ολόκληρη τη λεκάνη.

Επιπρόσθετα, από τον παραπάνω ορισμό, ο Παγκόσμιος Μετεωρολογικός Οργανισμός (World Meteorological Organization, 1986) αναφέρει και έναν λειτουργικό ορισμό της ΠΜΚ. Ο λειτουργικός ορισμός της ΠΜΚ μπορεί να θεωρηθεί ότι απαρτίζεται από τα βήματα που ακολουθούνται από τους υδρομετεωρολόγους,

προκειμένου να φτάσουν σε απαντήσεις που δίνονται σε μηχανικούς και υδρολόγους για σκοπούς υδρολογικού σχεδιασμού. Σύμφωνα με τον WMO (1986) και παρά τις όποιες φιλοσοφικές ενστάσεις στην ιδέα, ο ορισμός αυτός οδηγεί σε απαντήσεις που έχουν εξεταστεί διεξοδικά από μετεωρολόγους, μηχανικούς και υδρολόγους και κρίθηκε ότι ικανοποιούν τις απαιτήσεις ενός κριτηρίου σχεδιασμού που πρακτικώς δεν ενέχει κίνδυνο υπέρβασης.

## **2.2 Ακρίβεια των εκτιμήσεων της ΠΜΚ**

Οι παράγοντες που επηρεάζουν την ΠΜΚ εντοπίζονται στα παρακάτω: (1) στην ποσότητα του κατακρημνίσιμου νερού που υπάρχει πάνω από την περιοχή που μελετάται, (2) στο ρυθμό με τον οποίο ο άνεμος ανανεώνει την ποσότητα των υδρατμών στην περιοχή και (3) στο ποσοστό των υδρατμών που δύναται να μετατραπεί σε κατακρήμιση.

Στο εγχειρίδιο εκτίμησης της ΠΜΚ (World Meteorological Organization, 1986), αναφέρεται πως δεν υπάρχει σαφής τρόπος προσδιορισμού της ακρίβειας του μεγέθους κατακρήμισης που προκύπτει από τις μεθόδους ΠΜΚ. Αντιθέτως, είναι εξαιρετικά σημαντική η κρίση των μετεωρολόγων, που προέρχεται από τη γνώση μετεωρολογικών αρχών και την εμπειρία των καταιγίδων.

Συνεπώς, υπάρχει μια υποκειμενικότητα στην ακρίβεια των εκτιμήσεων, η οποία εξαρτάται από μια σειρά παραγόντων που επικεντρώνονται στα εξής: (1) στο πόσο συντηρητική είναι η εκτίμηση της ΠΜΚ σε σχέση με τις μέγιστες τιμές κατακρήμισης που έχουν καταγραφεί στη γύρω μετεωρολογικά ομογενή περιοχή, (2) στον αριθμό των καταγεγραμμένων ακραίων κατακρημνίσεων στη θεωρούμενη περιοχή, ο οποίος εξαρτάται προφανώς από το μέγεθος της διαθέσιμης χρονοσειράς, (3) στην αύξηση της αβεβαιότητας κατά την μετατόπιση της καταιγίδας σε άλλη περιοχή από αυτή για την οποία υπάρχουν δεδομένα, (4) στη φύση της εφαρμοζόμενης μεθόδου, (5) στο κατά πόσο αξιόπιστα είναι τα μοντέλα που συσχετίζουν τις μετεωρολογικές μεταβλητές με την κατακρήμιση και (6) στην ακρίβεια με την οποία μπορούν να προσδιοριστούν μεμονωμένα οι μεταβλητές αυτές.

## **2.3 Μέθοδοι εκτίμησης της ΠΜΚ**

Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι εκτίμησης της ΠΜΚ οι οποίες έχουν κατηγοριοποιηθεί από τον Wiesner (1970) ως εξής: (1) προσέγγιση μέσω μοντέλων καταιγίδας, (2)

μεγιστοποίηση και μετατόπιση πραγματικών καταιγίδων, (3) χρήση δεδομένων ύψους κατακρήμνισμάτων, διάρκειας και επιφάνειας ακραίων καταιγίδων, (4) γενικευμένες εκτιμήσεις ή αλλιώς, περιοχική ανάλυση με τη χρήση ισοϋέτιων χαρτών, (5) χρήση εμπειρικών σχέσεων μεταξύ των μετεωρολογικών μεταβλητών που επηρεάζουν την καταιγίδα σε συγκεκριμένες περιοχές και (6) στατιστική επεξεργασία ακραίων βροχοπτώσεων.

### 2.3.1 Μοντέλα καταιγίδας

Η εκτίμηση της ΠΜΚ βάσει μοντέλων καταιγίδας στηρίζεται στην μοντελοποίηση του φαινομένου της κατακρήμνισης με εξισώσεις ρευστομηχανικής και θερμοδυναμικής της ατμόσφαιρας. Συνεπώς τα μοντέλα αυτά εξαρτώνται από μια σειρά φυσικών παραμέτρων. Έτσι η εκτίμηση της ΠΜΚ προκύπτει με την εισαγωγή ακραίων τιμών στις παραπάνω παραμέτρους.

Ο Wiesner (1970), καθορίζει ένα σύνολο μοντέλων καταιγίδας με στόχο την εκτίμηση της κατακρήμνισης κάτω από διαφορετικές συνθήκες, στηριζόμενος σε προσεγγίσεις της δυναμικής των καταιγίδων και των επιπτώσεων της ορογραφίας, ενώ τονίζει τη σημασία της βαθμονόμησης των μοντέλων, βάσει καταγεγραμμένων καταιγίδων της περιοχής που μελετάται.

### 2.3.2 Μεγιστοποίηση και μετατόπιση καταιγίδων

Οι μέθοδοι μεγιστοποίησης, είναι οι ευρύτερα εφαρμοσμένες μέθοδοι εκτίμησης της ΠΜΚ. Βασίζονται σε πραγματικές καταγεγραμμένες καταιγίδες, το μέγεθος των οποίων μεγιστοποιούν, πολλαπλασιάζοντας το με ένα συντελεστή μεγιστοποίησης, ο οποίος προκύπτει από τη μεγιστοποίηση των παραμέτρων που θεωρητικά επηρεάζουν την καταιγίδα. Έτσι προκύπτει μια σειρά μεγιστοποιημένων καταιγίδων, η μέγιστη εκ των οποίων αποτελεί την εκτίμηση της ΠΜΚ.

Οι δύο βασικές κατηγορίες είναι, (1) η μεγιστοποίηση καταιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία και (2) η μεγιστοποίηση με αναγωγή ως προς την ταχύτητα του ανέμου, που αναλύονται εκτενώς στο εγχειρίδιο εκτίμησης της ΠΜΚ (World Meteorological Organization, 1986).

Η στατιστική μελέτη των εκτιμήσεων της πρώτης κατηγορίας αποτελεί το αντικείμενο της παρούσης εργασίας. Βασίζεται στην απλή σχέση

$$h_m = \frac{W_m}{W} h \quad (2.1)$$



όπου  $h_m$  το μεγιστοποιημένο ύψος της καταιγίδας,  $W_m$  το μεγιστοποιημένο ύψος κατακρημνίσιμου νερού στην ατμόσφαιρα,  $W$  το εκτιμώμενο κατακρημνίσιμο νερό τη μέρα της καταιγίδας και  $h$  το καταγεγραμμένο ύψος βροχής. Η εφαρμογή της μεθόδου καθώς και η επεξήγηση των παραμέτρων που υπεισέρχονται σε αυτήν, αναλύονται διεξοδικά στο εδάφιο 2.4.

Η δεύτερη μέθοδος, εφαρμόζεται συχνά σε ορογραφικές περιοχές, όταν το μέγεθος της καταιγίδας φαίνεται να εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου που μεταφέρει την υγρασία. Σε μη ορογραφικές περιοχές η μέθοδος χρησιμοποιείται σπάνια. Όπως και η μέθοδος μεγιστοποίησης με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία, έτσι και η αντίστοιχη με αναγωγή ως προς την ταχύτητα του ανέμου, βασίζεται στην ανάλογη απλή σχέση (2.2).

$$h_m = \frac{u_m}{u} h \quad (2.2)$$

Όπου  $u$  η ταχύτητα του ανέμου κατά τη διάρκεια της καταιγίδας σε δεδομένη διεύθυνση, ύψος και διάρκεια, ενώ  $u_m$  η μέγιστη ταχύτητα ανέμου στην ίδια διεύθυνση, ύψος και διάρκεια, για το μήνα που συνέβη η καταιγίδα.

Ο όρος μετατόπιση καταιγίδων αναφέρεται στη μεταφορά καταιγίδων από τις περιοχές που έχουν συμβεί, σε περιοχές που θα μπορούσαν να έχουν συμβεί. Η διαδικασία μετατόπισης περιλαμβάνει τη μετεωρολογική ανάλυση της καταιγίδας προς μετατόπιση, τον καθορισμό των ορίων μετατόπισης και την εφαρμογή κατάλληλων τροποποιήσεων στο μέγεθος της καταιγίδας. Τροποποιήσεις κατά τη μεταφορά καταιγίδας από μια περιοχή σε μια άλλη, γίνονται εξαιτίας διαφορών στην υγρασία, στο υψόμετρο και στην επίδραση παρεμβολής εμποδίων μεταξύ των δύο περιοχών.

### **2.3.3 Χρήση δεδομένων ύψους κατακρημνισμάτων, διάρκειας και επιφάνειας ακραίων καταιγίδων**

Από το αρχείο των μεγίστων βροχοπτώσεων από όλη τη γη και για διάρκειες από ένα λεπτό έως και δύο χρόνια, μπορεί να κατασκευαστεί ένα λογαριθμικό γράφημα, όπου τα δεδομένα αποτυπώνονται προσεγγιστικά πάνω σε μία ευθεία. Συνεπώς μπορεί να προσαρμοστεί σε αυτά μια θεωρητική σχέση δύναμης που περικλείει τα σημεία αυτά, συνδέοντας έτσι αναλυτικά τη μέγιστη βροχόπτωση με τη διάρκειά της (Shaw, 1996).

Περιβάλλουσες τέτοιες ευθείες μπορούν να κατασκευαστούν όχι μόνο σε παγκόσμιο επίπεδο, αλλά και για κάθε χώρα ξεχωριστά. Η παγκόσμια περιβάλλουσα και η περιβάλλουσα της Αγγλίας για παράδειγμα, δίνονται στις σχέσεις (2.3) και (2.4) αντίστοιχα (Shaw, 1996).

$$H_{\max} = 425D^{0.47} \quad (2.3)$$

$$H_{\max} = 96D^{0.43} \quad (2.4)$$

όπου  $H_{\max}$  η μέγιστη βροχόπτωση σε χιλιοστά (mm) για διάρκεια  $D$  ωρών.

Η εκτίμηση της ΠΜΚ μπορεί να προκύψει άμεσα από την περιβάλλουσα. Αναφέρεται όμως, ότι είναι κατά κανόνα πολύ συντηρητική, ιδίως αν υιοθετηθεί η παγκόσμια έκφρασή της η οποία έχει κατασκευαστεί κυρίως από μέγιστα τροπικών περιοχών, σε μεσαία γεωγραφικά πλάτη.

### **2.3.4 Γενικευμένες εκτιμήσεις ή περιοχική ανάλυση με τη χρήση ισοϋέτιων χαρτών**

Στις περιπτώσεις που οι μέθοδοι εκτίμησης της ΠΜΚ εφαρμόζονται σε ευρύτερες περιοχές, τότε αναφέρονται και ως γενικευμένες ή περιοχικές. Οι περιοχικές μελέτες παρουσιάζονται με δύο περίπου ίδιες τεχνικές που αναλύονται διεξοδικά στο εγχειρίδιο εκτίμησης της ΠΜΚ (World Meteorological Organization, 1986).

Η πρώτη από αυτές παρουσιάζει μια σειρά ισοϋετίων χαρτών, κάθε ένας από τους οποίους απεικονίζει τη γεωγραφική μεταβολή της ΠΜΚ πάνω από μια περιοχή για συγκεκριμένη διάρκεια και συγκεκριμένη έκταση καταιγίδας. Οι Schreiner και Reidel (1978) ανέπτυξαν περιοχικούς χάρτες για ένα μέρος των Η.Π.Α και επίσης έχουν προτείνει μεθόδους εκτίμησης ΠΜΚ για διάρκειες και εκτάσεις καταιγίδας πέραν των δημοσιευμένων χαρτών. Η δεύτερη τεχνική παρουσιάζει μια σειρά από σχέσεις, οι οποίες επιτρέπουν την ανάπτυξη εκτιμήσεων ΠΜΚ για κάθε επιθυμητή περιοχή.

Η πρώτη τεχνική χρησιμοποιείται συχνά σε μη ορογραφικές περιοχές, ενώ η δεύτερη, σε αυτές που η τοπογραφία κατέχει σημαντικό ρόλο στην κατακρήμνιση. Σε οποιαδήποτε περιοχή, οι μεταβολές στην τοπογραφία τείνουν να αυξηθούν με την αύξηση του μεγέθους της υδρολογικής λεκάνης, καθιστώντας έτσι την κατασκευή περιοχικών χαρτών δυσκολότερη, ειδικότερα σε ορογραφικές περιοχές. Έτσι έχει επικρατήσει, οι εκτιμήσεις της ΠΜΚ να γίνονται σε εκτάσεις μικρότερες

των 13000 km<sup>2</sup> στις ορογραφικές περιοχές και σε εκτάσεις μικρότερες των 52000 km<sup>2</sup> στις μη ορογραφικές.

### **2.3.5 Χρήση εμπειρικών σχέσεων μεταξύ των μετεωρολογικών μεταβλητών σε συγκεκριμένες περιοχές**

Η εκτίμηση της ΠΜΚ για συγκεκριμένη περιοχή σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, εκφράζεται μέσα από μαθηματικές σχέσεις που σχετίζουν την μέγιστη ένταση βροχής με το μέγιστο σημείο δρόσου, τη μέγιστη ταχύτητα του ανέμου και παραμέτρους που αφορούν το μηχανισμό της καταιγίδας. Ο Wiesner (1970) δίνει συγκεκριμένα παραδείγματα της μεθόδου.

Αξίζει να σημειωθεί, πως εγείρονται αμφιβολίες για την υπόσταση της μαθηματικής εξίσωσης, την έννοια και τον τρόπο προσδιορισμού του μέγιστου σημείου δρόσου και της μέγιστης ταχύτητας του ανέμου, καθώς και την ταυτόχρονη μεγιστοποίηση αυτών.

### **2.3.6 Στατιστική επεξεργασία ακραίων βροχοπτώσεων.**

Η στατιστική ανάλυση για την εκτίμηση της ΠΜΚ είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την εξαγωγή γρήγορων αποτελεσμάτων και μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν υπάρχει επάρκεια δεδομένων κατακρήμνισης ή όταν δεν υπάρχουν επαρκή μετεωρολογικά δεδομένα. όπως σημείων δρόσου και ταχύτητας ανέμου.

Υπάρχουν αρκετές στατιστικές μέθοδοι, εκείνη όμως που έχει επικρατήσει ευρέως είναι αυτή που αναπτύχθηκε από τον Hershfield (1961) και τροποποιήθηκε από τον ίδιο το (1965). Χρησιμοποιείται κυρίως για εκτιμήσεις σε λεκάνες όχι μεγαλύτερες των 1000 km<sup>2</sup>, έχει όμως εφαρμοστεί και σε μεγαλύτερες περιοχές. Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η εφαρμογή της απαιτεί μικρότερο χρόνο σε σχέση με τις υπόλοιπες που έχουν αναφερθεί. Σημαντικό μειονέκτημά της είναι ότι δίνει σημειακές εκτιμήσεις της ΠΜΚ και συνεπώς για την εφαρμογή της σε ευρύτερες περιοχές απαιτείται τροποποίηση της τιμής αυτής.

Η όλη διαδικασία βασίζεται στη γενική εξίσωση (2.5)

$$h_m = \bar{h}_n + k_m s_n \quad (2.5)$$

όπου  $h_m$  η σημειακή εκτίμηση της ΠΜΚ,  $\bar{h}_n$  και  $s_n$  η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της χρονοσειράς των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων στη θέση μελέτης

αντίστοιχα. Το  $k_m$  είναι αδιάστατος συντελεστής γνωστός ως συντελεστής συχρότητας, ο οποίος έχει εκτιμηθεί με βάση τη στατιστική ανάλυση πολλών δειγμάτων βροχής. Αναλυτική παρουσίαση της μεθόδου δίνεται στο σχετικό εγχειρίδιο του World Meteorological Organization (1986).

Τέλος, έχει αποδειχθεί (Koutsoyiannis, 1999), ότι η όλη μεθοδολογία του Hershfield για την στατιστική εκτίμηση της ΠΜΚ μπορεί να αναδιατυπωθεί με συνεπέστερο, καθαρά πιθανοτικό τρόπο, χωρίς να χρειάζεται η υιοθέτηση της έννοιας της ΠΜΚ ως ανώτατου φυσικού ορίου της κατακρήμνισης.

## **2.4 Μεγιστοποίηση καταιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία**

Η μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία, όπως έχει ήδη αναφερθεί, έχει τύχει ευρείας εφαρμογής. Τα πρωτογενή δεδομένα που απαιτούνται για την υλοποίησή της είναι δεδομένα θερμοκρασιών, σχετικής υγρασίας και βροχόπτωσης. Από τα παραπάνω, προκύπτουν αρχικά τιμές των σημείων δρόσου και άμεσα από αυτές, εκτιμήσεις του κατακρημνίσιμου νερού οι οποίες χρησιμοποιούνται για την παραγωγή των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων.

Η εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου, η οποία παράγει σημειακά μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις, στις θέσεις δηλαδή για τις οποίες υπάρχουν δεδομένα, είναι αντικείμενο της παρούσης εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, η εξαγωγή μεγιστοποιημένων σειρών βροχοπτώσεων βάσει της συγκεκριμένης μεθόδου και η στατιστική μελέτη αυτών, ικανοποιεί τον τελικό στόχο της εργασίας.

### **2.4.1 Το σημείο δρόσου ως δείκτης ατμοσφαιρικής υγρασίας**

Ως σημείο δρόσου ορίζεται η θερμοκρασία στην οποία μια μάζα μη κορεσμένου αέρα καθίσταται κορεσμένη, εφόσον ψυχθεί υπό σταθερή πίεση.

Η υγρασία στα κατώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας αποτελεί την σπουδαιότερη αιτία δημιουργίας κατακρήμνισης, τόσο γιατί το μεγαλύτερο ποσοστό της ατμοσφαιρικής υγρασίας βρίσκεται στα στρώματα αυτά, όσο και γιατί υπάρχει μια ανοδική κίνηση της υγρασίας στην αρχή του φαινομένου της κατακρήμνισης. Μια αρκετά ρεαλιστική υπόθεση, είναι αυτή της ξηρής αδιαβατικής ανύψωσης του αέρα μέχρι το επίπεδο κορεσμού και εν συνεχεία της υγρής αδιαβατικής. Για συγκεκριμένο επιφανειακό σημείο δρόσου, μια κατακόρυφη στήλη αέρα περιέχει

περισσότερη υγρασία, όσο μικρότερη είναι η διαφορά της θερμοκρασίας του αέρα από το σημείο αυτό συνεπώς, υπάρχει μεγαλύτερη ποσότητα κατακρημνίσμου νερού όσο υψηλότερο είναι το επιφανειακό σημείο δρόσου. Εξαιτίας των παραπάνω, οι υδρομετεωρολόγοι στις ακραίες βροχοπτώσεις, δέχονται κορεσμένη ψευδοαδιαβατική ατμόσφαιρα (World Meteorological Organization, 1986).

Η μεγιστοποίηση καταιγίδας με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία, προϋποθέτει τον καθορισμό δυο αδιαβατικών καμπυλών κορεσμού. Η πρώτη, σχετίζεται με την κατακόρυφη κατανομή της θερμοκρασίας στην υπό μεγιστοποίηση καταιγίδα, ενώ η δεύτερη, με τη θερμότερη κορεσμένη αδιαβατική μεταβολή που αναμένεται στην ίδια περιοχή και την ίδια χρονική περίοδο. Δείκτης των δύο αδιαβατικών αποτελεί το σημείο δρόσου. Δοκιμές έχουν δείξει ότι καταιγίδες και ακραίες βροχοπτώσεις προσεγγίζονται από εκτιμήσεις βασισμένες στα επιφανειακά σημεία δρόσου, με την παραδοχή της κορεσμένης ψευδοαδιαβατικής ατμόσφαιρας (World Meteorological Organization, 1986).

Μια εκτίμηση της θερμότερης κορεσμένης αδιαβατικής για συγκεκριμένη περιοχή και εποχή του έτους, προκύπτει από το σημείο δρόσου πενηνταετίας ή εκείνο που αντιστοιχεί σε περίοδο επαναφοράς εκατό ετών.

Από τα παραπάνω, γίνεται σαφής η σημασία του σημείου δρόσου ως δείκτη υγρασίας και ως μέτρο για τον υπολογισμό του κατακρημνίσμου νερού. Το σημείο δρόσου υπολογίζεται άμεσα από μετρήσεις της θερμοκρασίας του αέρα και της σχετικής υγρασίας που καταγράφονται στους μετεωρολογικούς σταθμούς. Η σχετική υγρασία, ορίζεται ως ο λόγος της πίεσης των υδρατμών προς την πίεση κορεσμού αυτών.

Το σημείο δρόσου σε °C δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$T_d = \frac{237.3t}{17.27 - t} \quad \text{όπου } t = \frac{17.27T}{T + 237.3} + \ln U \quad (2.6)$$

όπου  $T$  η θερμοκρασία του αέρα και  $U$  η σχετική υγρασία.

#### **2.4.2 Η έννοια του κατακρημνίσμου νερού**

Κατακρημνίσμο νερό ονομάζεται η συνολική μάζα των υδρατμών ή το ισοδύναμο ύψος νερού σε mm σε μια κατακόρυφη στήλη της ατμόσφαιρας. Ο γενικός τύπος του κατακρημνίσμου νερού  $W$  σε μια στήλη μεταξύ των υψομέτρων  $z_2$  και  $z_1$  δίνεται από τη σχέση (2.7) (Shaw, 1996).

$$W = \int_{z_1}^{z_2} \rho_v dz \quad (2.7)$$

όπου  $\rho_v$  η πυκνότητα των υδρατμών. Η σχέση δίνει το  $W$  σε μονάδες μάζας ανά επιφάνεια, ενώ η μετατροπή σε ύψος είναι άμεση.

Στην πράξη, μια άμεση εκτίμηση της ποσότητας του κατακρημνίσιμου νερού που απαιτείται για την εφαρμογή της μεθόδου από συγκεκριμένο υψόμετρο και μέχρι τα 300 hPa, που θεωρείται και το όριο της τροπόσφαιρας, δίνεται σε ειδικούς πίνακες (World Meteorological Organization, 1986).

Εναλλακτικά, για την αποφυγή χρήσης πινάκων έχει προταθεί η παρακάτω σχέση, η οποία είναι μια προσαρμογή στα αριθμητικά δεδομένα των συγκεκριμένων πινάκων και έχει χρησιμοποιηθεί και στην παρούσα εργασία (Κουτσογιάννης, 2000).

$$W = \exp(2.29 + 0.086T_d - 0.0005z_0 + 0.0000075T_d z_0) - 1.82 \quad (2.8)$$

όπου  $z_0$  το υψόμετρο του εδάφους σε m.

### 2.4.3 Η εφαρμογή της μεθόδου

Η εφαρμογή της μεθόδου, όπως προτείνεται στο εγχειρίδιο εκτίμησης ΠΜΚ, έχει περιγραφεί γενικά στο εδάφιο 2.3.2. Στη συνέχεια περιγράφεται η εφαρμογή της μεθόδου στην παρούσα εργασία, η οποία περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

- Από τις διαθέσιμες χρονοσειρές μέσης ημερήσιας σχετικής υγρασίας και μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας του αέρα, υπολογίστηκαν με εφαρμογή της σχέσης (2.6) οι χρονοσειρές των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου  $T_d$ .
- Στη συνέχεια, έγινε ομαδοποίηση των σημείων δρόσου ανα μήνα και υπολογίστηκαν τα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου κάθε έτους.
- Στις τιμές των μέγιστων σημείων δρόσου ανά μήνα, προσαρμόστηκε κατάλληλη θεωρητική κατανομή σε κάθε μήνα, βάσει της οποίας υπολογίστηκε το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου  $T_{d,m}$  για δεδομένες περιόδους επαναφοράς.
- Εκτιμήθηκε το κατακρημνίσιμο νερό  $W$  από τη σχέση (2.8) την ημέρα της καταγεγραμμένης βροχόπτωσης προς μεγιστοποίηση, βάσει του μέσου ημερήσιου σημείου δρόσου της ίδιας μέρας.
- Στη συνέχεια εκτιμήθηκε το μεγιστοποιημένο ύψος κατακρημνίσιμου νερού  $W_m$  στην ατμόσφαιρα, που προκύπτει από το μέγιστο σημείο δρόσου για δεδομένη περίοδο επαναφοράς, για το μήνα που συνέβη η καταιγίδα.

- Εν τέλει, για τη συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς, από το ύψος της μέγιστης μηνιαίας βροχοπτώσης προς μεγιστοποίηση  $h$  και με εφαρμογή της σχέσης (2.1) εξήχθη το μεγιστοποιημένο ύψος βροχής  $h_m$ .

Η διαδικασία της μεγιστοποίησης που περιγράφηκε παραπάνω, εφαρμόστηκε στις μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις κάθε έτους, οπότε και προέκυψαν μεγιστοποιημένες χρονοσειρές για κάθε μήνα, οι οποίες μελετήθηκαν στατιστικά. Επίσης κατασκευάστηκαν σειρές εκτίμησης της ΠΜΚ για διάφορες περιόδους επαναφοράς του σημείου δρόσου.

Πρέπει να αναφερθεί, πως στο εγχειρίδιο εκτίμησης της ΠΜΚ για τον υπολογισμό του μεγιστοποιημένου κατακρημνίσιμου νερού, προτείνεται για εκτίμηση του  $T_{d,m}$  η μέγιστη τιμή ιστορικού δείγματος 50 ετών ή η τιμή που αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς, συνήθως 100 ετών. Αν και οι χρονοσειρές που μελετήθηκαν ήταν διάρκειας άνω των 50 ετών, η εκτίμηση του  $T_{d,m}$  εξαγόταν από την στατιστική κατανομή που προσαρμόστηκε στο δείγμα μεγίστων, ώστε να γίνει μια σύγκριση των εκτιμήσεων ΠΜΚ καθώς η περίοδος επαναφοράς αυξάνεται.

## 2.5 Η ΠΜΚ σε αντίθεση με την πιθανοτική θεώρηση

Θα μπορούσε να πει κανείς, πως υπάρχουν δυο βασικές προσεγγίσεις των μελλοντικών γεγονότων, η ντετερμινιστική και η πιθανοτική. Η ντετερμινιστική θεώρηση των πραγμάτων διακηρύττει, πως η απόλυτη γνώση των παραμέτρων ενός φαινομένου και η απόλυτη ακρίβεια των τιμών τους σε δεδομένη στιγμή, επιτρέπουν την πλήρη πρόβλεψη του φαινομένου στο άμεσο αλλά και στο απώτερο μέλλον. Σε αντίθεση, η πιθανοτική θεώρηση δέχεται την εγγενή αδυναμία στην απολυτή γνώση των παραμέτρων των φυσικών φαινομένων και στον πλήρη καθορισμό των τιμών τους, υιοθετώντας έτσι την πιο «μετριοπαθή» στάση της αντιστοίχισης μιας «ποσότητας» αβεβαιότητας σε αυτά.

Η μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ, παρά το όνομά της, είναι μια καθαρά ντετερμινιστική μέθοδος και συνεπώς η εκτίμηση αυτή υποθετικά δεν εμπεριέχει κανένα ρίσκο. Θα ήταν σίγουρα εντυπωσιακό μια μέθοδος να μπορεί να καθορίζει ένα άνω όριο στο δυναμικό της κατακρήμισης για κάθε τόπο και εποχή του έτους, είναι όμως σχεδόν βέβαιο πως η πολυπλοκότητα του φαινομένου κάνει κάτι τέτοιο αδύνατο. Την ίδια στιγμή, η ίδια η μέθοδος παραδέχεται τις αδυναμίες της, αφού δέχεται την ανυπαρξία αντικειμενικού τρόπου εκτίμησης της ακρίβειας των

εκτιμήσεων της ΠΜΚ και τονίζει πως οι παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο της κατακρήμνισης είναι σχεδόν αδύνατο να καθοριστούν πλήρως. Επιπλέον, ο Yevjevich (1968) αναφέρει πως δεν υπάρχει καμία απόδειξη της ύπαρξης ακραίων ορίων στους μετεωρολογικούς παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο.

Η πιθανοτική αντιμετώπιση του φαινομένου αντίθετα, είναι μια στατιστική μέθοδος η εφαρμογή της οποίας, αποσκοπεί στον καθορισμό και την ποσοτικοποίηση του ρίσκου, που συνοδεύει κάθε υδραυλική κατασκευή που σχεδιάζεται βάσει κάποιας συγκεκριμένης βροχόπτωσης. Ο Kite (1988) αναφέρει πως και η πιθανοτική θεώρηση τυγχάνει κριτικής, αλλά το γεγονός πως αποτελεί μια από τις λίγες διαθέσιμες μεθόδους, την κάνει να είναι πολύ καλύτερη από οποιαδήποτε άλλη, μη πιθανοτική μέθοδο.

Η πιθανοτική μέθοδος, πέραν του ασφαλούς σχεδιασμού στοχεύει και στον αποδοτικό σχεδιασμό του έργου. Είναι γεγονός πως η αντοχή μιας κατασκευής στο χρόνο και η ασφάλεια είναι πρωταρχικής σημασίας, αυτό όμως δεν αποδεικνύει την καταλληλότητα των κριτηρίων. Έτσι οι πλημμύρες σχεδιασμού που προκύπτουν από εκτιμήσεις της ΠΜΚ μπορεί να είναι παράλογα υψηλές, αυξάνοντας αδικαιολόγητα το κόστος του έργου, κάλλιστα όμως μπορεί να είναι και αδικαιολόγητα χαμηλές μειώνοντας την ασφάλεια.

Η διαφορά των δύο μεθόδων, όπως τονίζεται από τον Kite (1988), είναι η εκτίμηση ενός γεγονότος με άγνωστη πιθανότητα υπέρβασης και η εκτίμηση μιας σειράς γεγονότων στα οποία αντιστοιχίζονται πιθανότητες υπέρβασης που εκτιμώνται βάσει λογικών υποθέσεων.

Τέλος, ο Κουτσογιάννης (1999) σχετικά με τα παραπάνω εξηγεί: «Η ιδέα της πιθανής μέγιστης κατακρήμνισης, της ύπαρξης δηλαδή ανώτατου ορίου στις φυσικές δυνατότητες κατακρήμνισης, είναι αντιφατική και αμφισβητήσιμη. Σε αντίθεση, η πιθανοτική προσέγγιση είναι συνεπής και πιο ειλικρινής. Δέχεται ότι σε κάθε τιμή της βροχής ή της πλημμύρας αντιστοιχεί μια περίοδος επαναφοράς, και επομένως μια διακινδύνευση, χωρίς να υπάρχει απόλυτη ασφάλεια. Έτσι, στην τιμή που προκύπτει από την ΠΜΚ η πιθανοτική μέθοδος αποδίδει μια περίοδο επαναφοράς, η οποία βέβαια είναι εξαιρετικά μεγάλη (π.χ. της τάξης των δεκάδων ή εκατοντάδων χιλιάδων ετών).».



## 2.6 Κριτική στην έννοια της ΠΜΚ

Η έννοια της ΠΜΚ έχει τύχει σοβαρής κριτικής και αμφισβήτησης από πλήθος επιστημόνων. Ακόμη και στο ίδιο το εγχειρίδιο εφαρμογής της μεθόδου, γίνεται αναφορά στην απουσία αντικειμενικού τρόπου εκτίμησης της ακρίβειά της (εδάφιο 2.2).

Ο Benson (1973), ασκώντας κριτική γράφει: «Η έννοια του “πιθανού μέγιστου” ξεκίνησε σαν “μέγιστο δυνατό”, επειδή θεωρήθηκε ότι υπάρχουν μέγιστα όρια στα στοιχεία που συνεργούν για να παραγάγουν βροχή και ότι τα όρια αυτά θα μπορούσαν να οριστούν με τη μελέτη των φυσικών διεργασιών. Αυτό όμως αποδείχθηκε αδύνατο βασικά, επειδή η φύση δεν περιορίζεται από όρια, αλλά και επειδή η γνώση μας για τα ισχυρά επεισόδια βασίζεται στην εμπειρία, και η καταγραμμένη μετεωρολογική εμπειρία είναι πολύ μικρή. Στο σημείο αυτό η έννοια θα έπρεπε να είχε εγκαταλειφθεί και να είχε ομολογηθεί ότι είναι αποτυχημένη. Αντίθετα, διασώθηκε με την επινόηση της μετονομασίας “πιθανό μέγιστο” αντί “μέγιστο δυνατό”. Αυτό όμως έγινε θυσιάζοντας κάθε νόημα ή λογική συνέπεια που μπορεί να υπήρχε αρχικά. Ο συνήθης ορισμός της πιθανής μέγιστης πλημμύρας είναι “η πιο σοβαρή πλημμύρα που θεωρείται εύλογα πιθανό να συμβεί”. Όμως ένας τέτοιος ορισμός είναι ουσιαστικά χωρίς νόημα: δεν είναι μια επιστημονική ή τεχνική φράση και με κανένα τρόπο δεν παρέχει κάποια εκτίμηση της επικινδυνότητας. Η μοναδική αξία της τιμής που υπολογίζεται βρίσκεται στο γεγονός ότι είναι μια μεγάλη τιμή. Ωστόσο, σε μερικές περιπτώσεις, η τιμή της πιθανής μέγιστης βροχόπτωσης ή πλημμύρας ξεπεράστηκε λίγο καιρό μετά ή πριν τη δημοσίευσή της, ενώ άλλες φορές, παρόμοιες τιμές έχουν θεωρηθεί από ειδικούς επιστήμονες ως παράλογα υψηλές. (...) Για τους λόγους αυτούς, η μέθοδος τίθεται σε σοβαρή κριτική, τόσο από τεχνική, όσο και από ηθική άποψη, τεχνική λόγω της υπεροχής των υποκειμενικών παραγόντων στη διαδικασία υπολογισμού, αλλά και εξαιτίας της έλλειψης συνεπούς νοήματος στο αποτέλεσμα· ηθική επειδή υπαινίσσεται ότι η τιμή σχεδιασμού είναι ουσιαστικά απαλλαγμένη από κίνδυνο.»

Ο Kite (1988), αναφερόμενος στην πιθανή μέγιστη πλημμύρα (ΠΜΠ) τονίζει, ότι η συγκεκριμένη μέθοδος, καθώς και άλλες παρόμοιες, έχουν ως βασικό μειονέκτημα την απόλυτη υποκειμενικότητα και την αδυναμία συσχέτισης των γεγονότων με συγκεκριμένη πιθανότητα υπέρβασης αυτών. Συνεχίζοντας, επισημαίνει πως ειδικά το τελευταίο, είναι σημαντικό για τους μη ειδικούς, αφού

αφήνει να εννοηθεί πως δεν εμπεριέχεται κανένα ρίσκο και πως η εκτίμηση της ΠΜΠ δεν πρόκειται να ξεπεραστεί. Τέλος αναφέρει, πως κάτι τέτοιο δεν είναι αληθές και ότι αυτό μερικές φορές μπορεί να έχει καταστροφικές συνέπειες.

Επίσης, ο Dingman (1994) για το ίδιο θέμα εξηγεί: «Οι έννοιες της ΠΜΚ και της ΠΜΠ είναι αμφισβητήσιμες. Μπορούμε πραγματικά να καθορίσουμε ένα ανώτατο όριο της βροχής που μπορεί να πέσει σε δεδομένο χρόνο; Θα πρέπει να αναγνωρίσουμε ότι οι τιμές που έχουν απεικονιστεί είναι μόνο εκείνες που έχουν παρατηρηθεί ιστορικά στο απειροελάχιστο κλάσμα της γήινης επιφάνειας που καλύπτεται από βροχόμετρα, ενώ μεγαλύτερες ποσότητες πρέπει να έχουν πέσει σε θέσεις χωρίς βροχόμετρα, σε διαφορετικούς χρόνους και τόπους. Και λογικά μπορούμε πάντα να φανταστούμε ότι μερικά παραπάνω μόρια νερού θα μπορούσαν να είχαν πέσει πάνω από οποιοδήποτε όριο.»

Τέλος, η Shaw (1996), στο ίδιο πνεύμα αναφέρει: «Καθώς καταγράφονται συνεχώς όλο και περισσότερες καταιγίδες σε όλο τον κόσμο, στους αυξανόμενους σε αριθμό μετρητικούς σταθμούς και επιμηκύνονται οι υπάρχουσες χρονοσειρές κατακρήμνισης, οι καταγεγραμμένες μέγιστες βροχοπτώσεις για διάφορες διάρκειες συνεχώς θα υπερβαίνονται», ενώ σε άλλο σημείο γράφει: «Η ιδέα της ΠΜΚ στην οποία καμία περίοδος επαναφοράς δεν μπορεί να αποδοθεί, είναι ελκυστική στον μηχανικό που είναι υπεύθυνος για το σχεδιασμό ενός φράγματος, το οποίο ποτέ δεν πρέπει να πέσει ή να υπερπηδηθεί από την πλημμυρική ροή.»

### **3 Μεθοδολογία στατιστικής ανάλυσης των δεδομένων**

---

Ο ουσιαστικός σκοπός της παρούσας εργασίας, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι μια γενικότερη στατιστική και πιθανοτική προσέγγιση στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ. Πριν από την επεξεργασία των τελικών αυτών δεδομένων θεωρήθηκε ουσιαστική η στατιστική μελέτη ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών για τους λόγους που αναλύονται στο Κεφάλαιο 4. Η στατιστική ανάλυση των σημείων δρόσου και η επιλογή κατάλληλης κατανομής που να περιγράφει ικανοποιητικά τα μέσα και μέγιστα σημεία δρόσου αποτελεί επίσης βασικό σκοπό της εργασίας.

Η μεθοδολογία που υιοθετήθηκε για την επεξεργασία των παραπάνω μεταβλητών, με σκοπό την αποδοχή κατάλληλης θεωρητικής κατανομής, και την εξαγωγή γενικότερων συμπερασμάτων, περιγράφεται στο παρόν κεφάλαιο. Συνοπτικά, τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα των δειγμάτων και η γραφική απεικόνιση αυτών, έδωσαν αρχικά μια θεωρητική βάση στην επιλογή κατάλληλης κατανομής για την περιγραφή των μεταβλητών. Στη συνέχεια μελετήθηκε η εγκυρότητα των κατανομών και έγινε παράλληλη επεξεργασία μέσων και μεγίστων σημείων δρόσου. Τελικά μετά την επιλογή κατανομής για τα σημεία δρόσου, παρήχθησαν οι μεγιστοποιημένες τιμές των βροχοπτώσεων και μελετήθηκαν στατιστικά.

#### **3.1 Αριθμητικά περιγραφικά μέτρα του δείγματος**

Τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα, είναι τιμές που υπολογίζονται από το δείγμα και βοηθούν στο να αποκτήσει κάποιος μια πρώτη εικόνα της κατανομής. Οι τέσσερις βασικές κατηγορίες στις οποίες χωρίζονται είναι: μέτρα κεντρικής τάσης, μέτρα μεταβλητότητας, μέτρα ασυμμετρίας και μέτρα κύρτωσης.

Στην παρούσα εργασία, τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα των δεδομένων που μελετώνται, παρουσιάζονται σε συνοπτικούς πίνακες.

### 3.1.1 Μέτρα κεντρικής τάσης

Τα βασικότερα μέτρα κεντρικής τάσης, είναι η δειγματική μέση τιμή, η διάμεσος και η επικρατούσα τιμή.

Η επικρατούσα τιμή είναι η τιμή με τη μεγαλύτερη συχνότητα στο δείγμα, ενώ η δειγματική μέση τιμή  $\bar{x}$  και η διάμεσος  $m$  ενός συνόλου μετρήσεων  $x_1, \dots, x_n$  δίνονται στις σχέσεις (3.1) και (3.2).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

$$m = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{για } n \text{ περιττό} \\ \frac{1}{2}(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}) & \text{για } n \text{ άρτιο} \end{cases} \quad (3.2)$$

Από τα τρία παραπάνω μέτρα κεντρικής τάσης, η επικρατούσα τιμή, εξαιτίας της φύσης των δεδομένων τα οποία δεν εμφανίζουν την ίδια τιμή σε βαθμό που να έχει νόημα η συχνότητά της, έχει αγνοηθεί.

### 3.1.2 Μέτρα μεταβλητότητας

Στα μέτρα μεταβλητότητας συγκαταλέγονται τα στατιστικά που αναφέρονται στο «άπλωμα» της κατανομής. Τα βασικότερα είναι η διασπορά, η τυπική απόκλιση, το εύρος και τα ποσοστιαία σημεία.

Η αμερόληπτη εκτίμηση της διασποράς δίνεται στη σχέση (3.3), ενώ η τυπική απόκλιση είναι απλά η τετραγωνική της ρίζα.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.3)$$

Το εύρος του δείγματος ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στη μεγαλύτερη και μικρότερη τιμή του.

Το ποσοστιαίο σημείο  $x_p$ , ορίζεται επί ενός συνόλου μετρήσεων ως η τιμή που χωρίζει το δείγμα έτσι ώστε το  $100p\%$  ποσοστό των μετρήσεων να είναι μικρότερο του  $x_p$  και  $(1-100p\%)$  μεγαλύτερό του. Τα κυριότερα ποσοστιαία σημεία είναι τα  $\hat{x}_{0.25}$ ,  $\hat{x}_{0.5}$  και  $\hat{x}_{0.75}$ . Τα  $\hat{x}_{0.25}$  και  $\hat{x}_{0.75}$  ονομάζονται κάτω και άνω τεταρτημόριο αντίστοιχα. Το  $\hat{x}_{0.5}$  συμπίπτει με τη δειγματική διάμεσο ενώ η διαφορά  $\hat{x}_{0.75} - \hat{x}_{0.25}$  ονομάζεται ενδοτεταρτημοριακό πλάτος.

### 3.1.3 Μέτρα ασυμμετρίας

Ίσως τα πιο σημαντικά αριθμητικά περιγραφικά μέτρα, σε ότι αφορά την επιλογή μιας θεωρητικής κατανομής που να περιγράφει το δείγμα, είναι τα μέτρα ασυμμετρίας. Τα μέτρα αυτά ελέγχουν κατά πόσο μια κατανομή είναι συμμετρική ή ασύμμετρη καθώς και αν η ασυμμετρία είναι δεξιά ή αριστερά.

Βασικό μέτρο ασυμμετρίας είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας, που ορίζεται από τη σχέση (3.4)

$$C_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (3.4)$$

όπου  $\mu_3$  η τρίτη κεντρική ροπή και  $\sigma$  η τυπική απόκλιση. Η κεντρική ροπή  $r$  τάξης δίνεται στη σχέση (3.5). Όπου  $\mu$  η μέση τιμή του πληθυσμού και  $f_X(x)$  η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής  $X$ .

$$\mu_r = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^r f_X(x) dx \quad (3.5)$$

Η αμερόληπτη εκτίμηση του συντελεστή ασυμμετρίας  $\hat{C}_s$  δίνεται στη σχέση (3.6) (Stedinger et al., 1993).

$$\hat{C}_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3 \quad (3.6)$$

Θετική τιμή του  $\hat{C}_s$  σημαίνει πως οι περισσότερες τιμές βρίσκονται δεξιά της επικρατούσας τιμής, ενώ αρνητική, κατά αναλογία, αριστερά.

### 3.1.4 Μέτρα κύρτωσης

Ο όρος κύρτωση αναφέρεται στην «κορυφή» της κατανομής και είναι ένα μέτρο του πόσο μυτερή ή πλατιά είναι. Ο συντελεστής κύρτωσης  $C_k$ , ορίζεται από τη σχέση (3.7). Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρεται και ως excess kurtosis γιατί αφαιρείται η τιμή τρία ώστε η τιμή του  $C_k$  για την κανονική κατανομή να είναι μηδενική (Stedinger et al., 1993).

$$C_k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (3.7)$$

Η αμερόληπτη εκτίμηση του  $C_k$  δίνεται στη σχέση (3.8) (Joanes και Gill, 1998)

$$\hat{C}_k = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (3.8)$$

Τιμή του  $C_k$  μεγαλύτερη του μηδενός υποδηλώνει λεπτόκυρτη κατανομή. Η λεπτόκυρτες κατανομές έχουν πιο μυτερή κορυφή και πιο «χοντρές» ουρές από την κανονική κατανομή. Αυτό πρακτικά σημαίνει πως οι τιμές γύρω από τη μέση τιμή έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης, από ότι σε μια κανονική κατανομή, ενώ το ίδιο συμβαίνει και με τις ακραίες τιμές.

Τιμή του  $C_k$  μικρότερη του μηδενός σημαίνει πλατύκυρτη κατανομή με αντίθετα προφανώς χαρακτηριστικά από αυτά τις λεπτόκυρτης.

### 3.1.5 Περιγραφικά αριθμητικά μέτρα L-ροπών

Εκτός από τα παραπάνω περιγραφικά αριθμητικά μέτρα, που βασίζονται στη μέθοδο των ροπών (εδάφιο 3.3.1), υπάρχουν και αντίστοιχα στατιστικά μέτρα που βασίζονται σε μια άλλη μέθοδο, τη μέθοδο των L-ροπών (εδάφιο 3.3.3).

Οι τέσσερις πρώτες L-ροπές  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  αποτελούν μέτρα θέσης, διασποράς, ασυμμετρίας και κύρτωσης αντίστοιχα. Από αυτές προκύπτουν οι αδιάστατοι L-συντελεστές διασποράς, ασυμμετρίας και κύρτωσης που ορίζονται από τις σχέσεις (3.9), (3.10) και (3.11) αντίστοιχα και συμβολίζονται με  $\tau_2, \tau_3, \tau_4$ .

$$\tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.9)$$

$$\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \quad (3.10)$$

$$\tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad (3.11)$$

Τιμή του  $\tau_3 < 0$  υποδηλώνει αρνητική ασυμμετρία ενώ όταν ο  $\tau_3 > 0$  η ασυμμετρία είναι θετική. Η τιμή του L-συντελεστή κύρτωσης για την κανονική κατανομή είναι 0.1226.

Οι L-συντελεστές, έχει αποδειχθεί πως έχουν καλύτερες στατιστικές ιδιότητες από τους αντίστοιχους αδιάστατους συντελεστές που προκύπτουν από τις κλασικές ροπές και συνεπώς η χρήση τους ως περιγραφικών μέτρων προτιμάται έναντι της χρήσης περιγραφικών μέτρων που βασίζονται στις κλασικές ροπές (Sankarasubramanian και Srinivasan 1999; Stedinger et al., 1993).

## 3.2 Γραφική παρουσίαση των δεδομένων

Υπάρχει μια τεράστια ποικιλία από γραφικές τεχνικές που μπορεί να χρησιμοποιήσει κανείς για να αποτυπώσει τις παρατηρήσεις του δείγματος. Τα γραφήματα προσφέρουν μια άμεση «αίσθηση» των δεδομένων ενώ είναι εξαιρετικά χρήσιμα στην εξαγωγή συμπερασμάτων.

Από την πληθώρα των γραφημάτων, στην παρούσα εργασία, έχουν επιλεγεί αυτά που συμβάλουν στην επιλογή θεωρητικής κατανομής για τις μεταβλητές που μελετώνται και παρουσιάζουν με σαφή τρόπο τα βασικά χαρακτηριστικά των δεδομένων και των αποτελεσμάτων.

### 3.2.1 Θηκογράμματα

Τα θηκογράμματα έχουν εισαχθεί από τον στατιστικολόγο Jonh Tuckey (1977) και αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο παρουσίασης δεδομένων. Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως box plot.

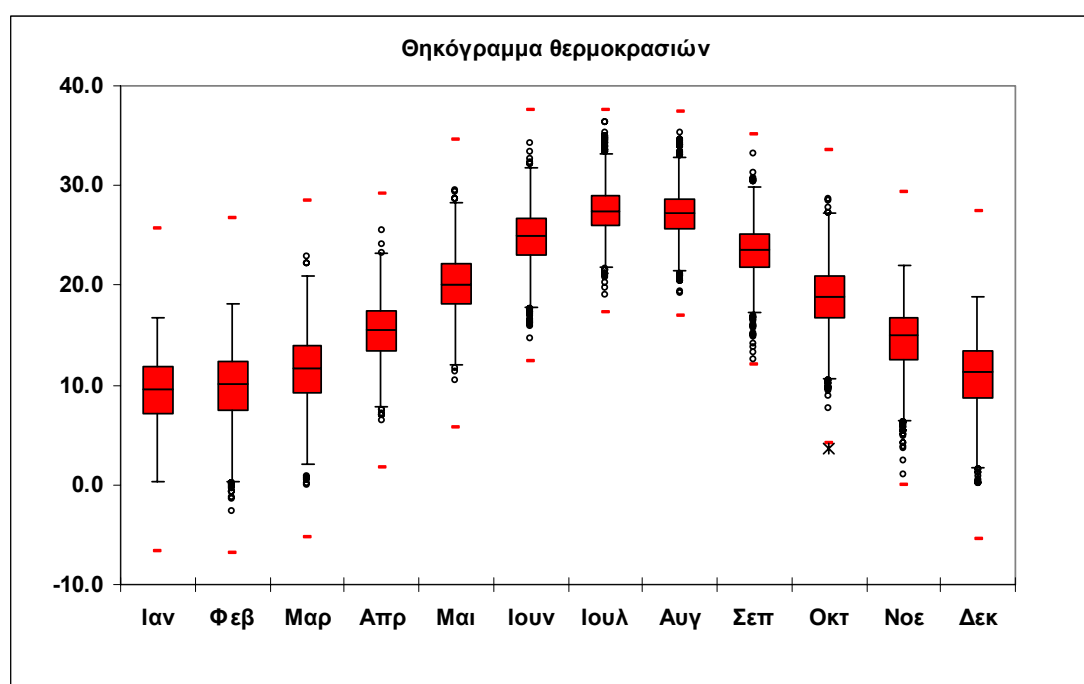
Αποδίδουν με εξαιρετικό τρόπο τα κυριότερα χαρακτηριστικά της κατανομής του δείγματος, ενώ αποτυπώνουν και καταδεικνύουν με σαφήνεια τις μεταβολές στα μέτρα θέσης και διασποράς μεταξύ διαφορετικών ομάδων δεδομένων, όπως μπορεί να είναι οι μηνιαίες ημερήσιες θερμοκρασίες. Επίσης στα θηκογράμματα αποτυπώνονται τυχόν παράτυπα σημεία του δείγματος που ορίζονται γενικά ως μετρήσεις πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές σε σχέση με το υπόλοιπο δείγμα.

Ένα τυπικό θηκόγραμμα αποτελείται από ένα κεντρικό ορθογώνιο «κουτί», το μήκος του οποίου είναι ίσο με το ενδοτεταρτημοριακό πλάτος του δείγματος. Συγκεκριμένα η κάτω βάση αντιστοιχεί στην τιμή του κάτω τεταρτημορίου του δείγματος ενώ η πάνω στο άνω. Παράλληλα προς τις βάσεις και μέσα στο «κουτί» μια γραμμή εκφράζει τη διάμεσο του δείγματος. Από το μέσο των βάσεων και κάθετα προς αυτές εκτείνονται δυο «κεραίες». Η άνω κεραία εκτείνεται μέχρι την αμέσως μικρότερη τιμή του δείγματος από την τιμή του άνω εσωτερικού φράχτη, η τιμή του οποίου προκύπτει με τη πρόσθεση του ενδοτεταρτημοριακού πλάτους κατά 1.5 φορές στην άνω βάση. Η κάτω κεραία εκτείνεται μέχρι την αμέσως μεγαλύτερη δειγματική τιμή του κάτω εσωτερικού φράχτη, που ορίζεται ως η τιμή που προκύπτει από την αφαίρεση 1.5 φορές του ενδοτεταρτημοριακού πλάτους από την τιμή της κάτω βάσης.

Σε αντιστοιχία με τους εσωτερικούς φράχτες ορίζονται και οι εξωτερικοί, με τη διαφορά πως η τιμή που προστίθεται ή αφαιρείται από την άνω ή κάτω βάση είναι 3 φορές το ενδοτεταρτημορικό πλάτος. Στα θηκογράμματα που κατασκευάστηκαν για την παρούσα εργασία οι εξωτερικοί φράχτες σημειώνονται με μια λεπτή κόκκινη γραμμή.

Οι παρατηρήσεις του δείγματος που βρίσκονται μεταξύ των εσωτερικών και εξωτερικών φρακτών ονομάζονται πιθανά παράτυπα σημεία και σημειώνονται με (°), ενώ παρατηρήσεις που βρίσκονται έξω από τους εξωτερικούς φράκτες είναι πάρα πολύ πιθανά παράτυπα σημεία και σημειώνονται με (×).

Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα θηκόγραμμα των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών του αστεροσκόπου Αθηνών για κάθε μήνα.



Σχήμα 3.1: Τυπικό θηκόγραμμα θερμοκρασιών

### 3.2.2 Ιστογράμματα

Ένας άλλος παραδοσιακός τρόπος παρουσίασης ποσοτικών δεδομένων είναι τα ιστογράμματα (Chambers et al., 1983). Υπάρχουν αρκετές παραλλαγές, όπως ιστογράμματα απόλυτων συχνοτήτων, σχετικών συχνοτήτων κ.α.

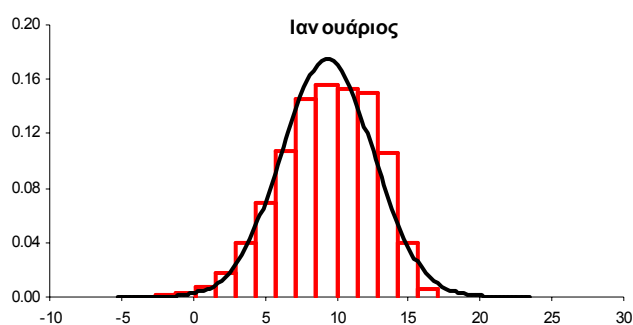
Στη συγκεκριμένη εργασία έχουν κατασκευαστεί ιστογράμματα σχετικών συχνοτήτων με σχεδίαση της θεωρητικής κανονικής κατανομής που προκύπτει από το αντίστοιχο δείγμα. Έτσι, μπορεί να συγκρίνει και να αποφανθεί κανείς κατά πόσο το



δείγμα προέρχεται από κανονική κατανομή. Η εμφάνιση ασυμμετρίας, θετικής ή αρνητικής, υποδηλώνει απόκλιση από την κανονική κατανομή.

Στον συγκεκριμένο τύπο ιστογράμματος, το εύρος του δείγματος χωρίζεται σε ένα συγκεκριμένο αριθμό τάξεων με ίσο πλάτος και στον κατακόρυφο άξονα αποτυπώνεται η σχετική συχνότητα της κάθε τάξης, που ορίζεται ως το πηλίκο του αριθμού των παρατηρήσεων που βρίσκεται μέσα στα όρια της τάξης προς τον συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων του δείγματος. Υπάρχουν αρκετοί κανόνες σχετικά με το πλήθος των τάξεων που χωρίζουν το εύρος του δείγματος, οι οποίοι βασίζονται στο πλήθος των παρατηρήσεων. Αρκετοί τέτοιοι θεωρητικοί κανόνες έχουν προταθεί από τον Scott (1992).

Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα τυπικό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων των ημερήσιων θερμοκρασιών του μήνα Ιανουαρίου από το σταθμό τού αστεροσκοπείου Αθηνών. Η μαύρη λεία γραμμή είναι το αντίστοιχο θεωρητικό ιστόγραμμα που προκύπτει από την κανονική κατανομή.



Σχήμα 3.2: Τυπικό ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων

### 3.2.3 Πιθανοτικά γραφήματα

Τα πιθανοτικά γραφήματα είναι μια βασική μέθοδος με την οποία μπορεί να αποφανθεί κανείς, κατά πόσο τα δεδομένα ενός δείγματος προέρχονται ή προσαρμόζονται σε μια θεωρητική κατανομή, βασιζόμενος σε οπτική εξέταση του δείγματος και της θεωρητικής προς προσαρμογή κατανομής (Stedinger et al., 1993).

Τα δεδομένα αποτυπώνονται με τέτοιο τρόπο σε σχέση με τη θεωρητική κατανομή που πρόκειται να προσαρμοστεί, ώστε να σχηματίζουν μια ευθεία γραμμή. Απόκλιση από την ευθεία είναι μια ένδειξη της ακαταλληλότητας της κατανομής.

Για την κατασκευή ενός πιθανοτικού γραφήματος τα δεδομένα  $X_{(i)}$  διατάσσονται σε αύξουσα σειρά. Η μικρότερη παρατήρηση δηλώνεται με  $X_{(1)}$  ενώ η μεγαλύτερη με

$X_{(n)}$  και στη συνέχεια για κάθε παρατήρηση υπολογίζεται η εκτίμηση της εμπειρικής πιθανότητας μη υπέρβασης  $p_i$ . Η  $p_i$  αναφέρεται και ως σχεδιαστική θέση. Η σχεδιαστική θέση δίνεται από την παρακάτω γενική σχέση:

$$p_i = \frac{i - \alpha}{n + 1 - 2\alpha} \quad (3.12)$$

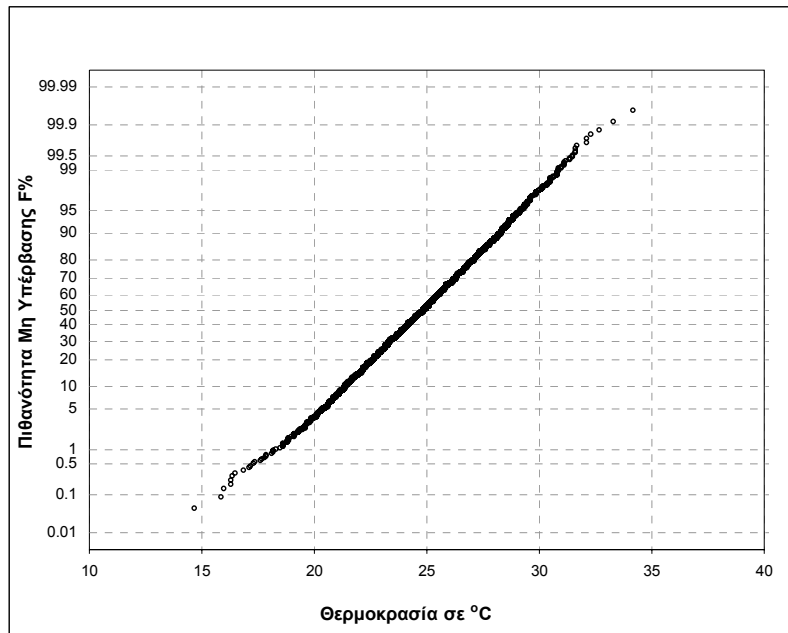
όπου  $p_i$  η πιθανότητα μιας τιμής να είναι μικρότερη από την  $i$ οστή μικρότερη παρατήρηση σε ένα δείγμα  $n$  παρατηρήσεων. Η παράμετρος  $\alpha$  είναι μια σταθερά που παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 0.5. Υπάρχουν πολλές εναλλακτικές σχεδιαστικές θέσεις (Stedinger et al., 1993), κάποιες από τις οποίες είναι βελτιστοποιημένες για συγκεκριμένες κατανομές. Στην παρούσα εργασία έχει χρησιμοποιηθεί η σχεδιαστική θέση κατά Weibull, η οποία δίνει αμερόληπτες εκτιμήσεις για όλες τις κατανομές και αποδίδεται από τη σχέση (3.13).

$$p_i = \frac{i}{n + 1} \quad (3.13)$$

Τελικά, τα διατεταγμένα δεδομένα αποτυπώνονται σε σχέση με τη σχεδιαστική τους θέση σε κατάλληλο πιθανοτικό χαρτί. Αν τα δεδομένα σχηματίζουν ευθεία γραμμή, μπορεί να ισχυριστεί κανείς πως προέρχονται από τη θεωρητική κατανομή στις οποίας το πιθανοτικό χαρτί έχουν σχεδιαστεί.

Για κατανομές που έχουν παράμετρο σχήματος (εκτός από παράμετρο θέσης και κλίμακας), τα πιθανοτικά χαρτιά κατασκευάζονται συνήθως για συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου σχήματος. Παρά τον παραπάνω γενικό κανόνα, εύκολα διαπιστώνεται πως υπάρχουν και κατανομές που ευθειοποιούνται για συγκεκριμένη τιμή κάποιας άλλης παραμέτρου. Για παράδειγμα η 3-παραμετρική Weibull ευθειοποιείται και για συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου θέσης.

Στην εικόνα παρουσιάζονται οι ημερήσιες θερμοκρασίες για τον μήνα Ιούνιο από το σταθμό του αστεροσκοπείου Αθηνών αποτυπωμένες σε χαρτί κανονικής κατανομής.



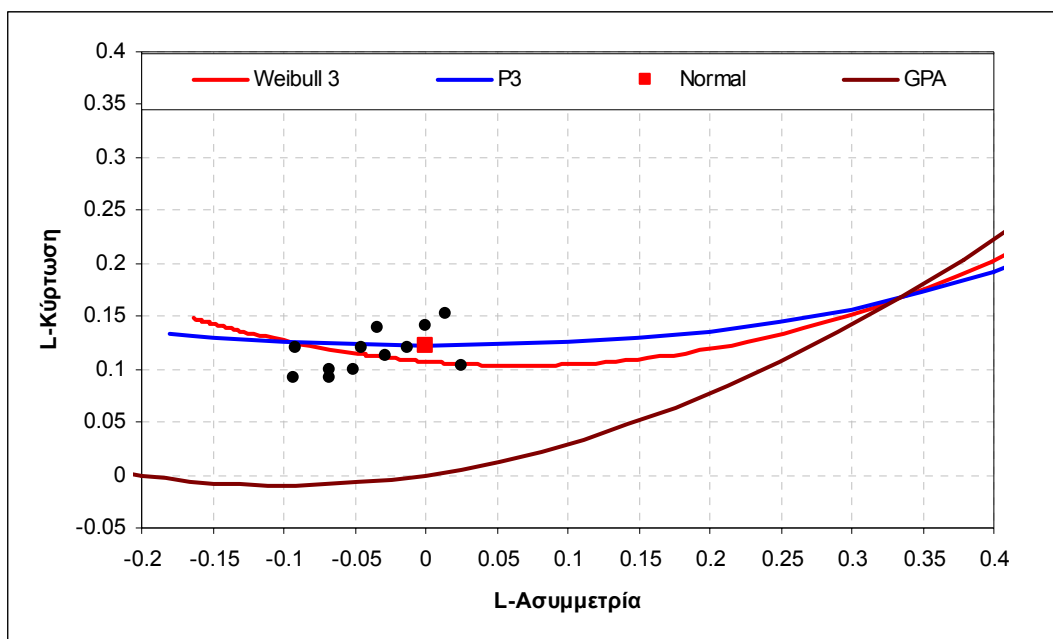
Σχήμα 3.3: Πιθανοτικό γράφημα κανονικής κατανομής

### 3.2.4 Γραφήματα L-αναλογιών

Τα γραφήματα L-αναλογιών (στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως L-moment ratio diagrams), αποτελούν ένα πιο σύγχρονο γραφικό τρόπο από τα γραφήματα αναλογιών των κλασικών ροπών, επιλογής κατάλληλης κατανομής που να περιγράφει το δείγμα (Vogel και Fennessey, 1993; Lee και Maeng, 2003).

Υπάρχουν δυο κατηγορίες τέτοιων γραφημάτων: η πρώτη είναι γραφήματα της L-ασυμμετρίας έναντι της L-διασποράς, από τα οποία μπορεί να επιλέξει κανείς κατάλληλη διπαραμετρική κατανομή για το δείγμα και η δεύτερη, γραφήματα της L-κύρτωσης έναντι της L-ασυμμετρίας, από τα οποία επιλέγει κανείς μεταξύ διαφόρων ομάδων τριπαραμετρικών κατανομών (Stedinger et al., 1993).

Στα γραφήματα αυτά η αδιάστατοι συντελεστές  $\tau_2, \tau_3, \tau_4$ , εκφράζονται συναρτήσει κάποιας παραμέτρου της κατανομής, οπότε και προκύπτει ένα σημείο για τις διπαραμετρικές και μια θεωρητική ευθεία για τις τριπαραμετρικές. Από την απόσταση του σημείου που προκύπτει στο γράφημα από τα στατιστικά του δείγματος, σε σχέση με το σημείο ή την ευθεία της θεωρητικής κατανομής, μπορεί να αποφανθεί κανείς για την θεωρητική κατανομή από την οποία αυτό προέρχεται.



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα L-Αναλογιών

Στην σχήμα 3.4 παρουσιάζεται ένα τυπικό διάγραμμα L-αναλογιών. Με μαύρες τελείες αποτυπώνονται τα σημεία που προκύπτουν από δείγμα ημερήσιων θερμοκρασιών ανα μήνα. Με συνεχείς γραμμές απεικονίζονται οι θεωρητικές τριπαραμετρικές κατανομές Weibull, Pearson και Pareto, ενώ με κόκκινο τετράγωνο η διπαραμετρική κανονική. Η υπεροχή των Weibull και Pearson έναντι των άλλων δύο γίνεται αμέσως αντιληπτή.

### 3.3 Μέθοδοι προσαρμογής κατανομών

Η προσαρμογή μιας θεωρητικής κατανομής είναι ένας συνεκτικός και συνεπής τρόπος παρουσίασης της κατανομής συχνοτήτων των δεδομένων. Με τον τρόπο αυτό είναι εφικτή η αντιστοίχιση πιθανοτήτων μη υπέρβασης σε τιμές της μεταβλητής που μελετάται, έξω από το εύρος του δείγματος.

Η εκτίμηση των παραμέτρων της κατανομής μπορεί να γίνει με μια από τις ποικίλες μεθόδους σημειακών εκτιμητριών. Στη συνθετική εργασία των Bera και Biliias (2002), παρουσιάζονται πολλές από τις παλαιότερες αλλά και πιο σύγχρονες προσεγγίσεις στο πρόβλημα της εκτίμησης των παραμέτρων.

### 3.3.1 μέθοδος των ροπών

Η βασική ιδέα της μεθόδου των ροπών είναι η εξίσωση των θεωρητικών ροπών της κατανομής, οι οποίες εξαρτώνται από τις άγνωστες παραμέτρους της, με τις δειγματικές ροπές που εξαρτώνται από το δείγμα.

Έτσι αν  $X_1, \dots, X_n$  είναι ένα τυχαίο δείγμα μιας κατανομής με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_X(x)$   $m$  αγνώστων παραμέτρων  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ , τότε οι εκτιμήσεις των παραμέτρων  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m$ , υπολογίζονται εξισώνοντας τις  $m$  πρώτες θεωρητικές ροπές με τις  $m$  πρώτες δειγματικές ροπές και επιλύοντας τις εξισώσεις που προκύπτουν ως προς τις άγνωστες παραμέτρους.

Οι θεωρητικές ροπές ως προς την αρχή δίνονται από τη σχέση (3.14) ενώ οι δειγματικές από τη σχέση (3.15)

$$m_r = E(X^r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^r f_X(x) dx \quad (3.14)$$

$$\hat{m}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (3.15)$$

### 3.3.2 Η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας

Μια από τις κορυφαίες μεθόδους σημειακών εκτιμητών παραμέτρων που προτάθηκε από τον Ronald A. Fisher (1922), είναι η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας. Όπως γίνεται αντιληπτό και από το όνομα της μεθόδου, οι τιμές των εκτιμητών είναι οι τιμές των παραμέτρων που μεγιστοποιούν την συνάρτηση πιθανοφάνειας.

Η συνάρτηση πιθανοφάνειας  $L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$  μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  με πυκνότητα πιθανότητας  $f_X(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$ , όπου  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$  οι παράμετροι της κατανομής, για συγκεκριμένο δείγμα  $x_1, \dots, x_n$ , δίνεται από τη σχέση (3.16)

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \quad (3.16)$$

Στην πράξη, η μεγιστοποίηση της (3.16) είναι δύσκολη, γι' αυτό και μεγιστοποιείται ο λογάριθμος της. Αυτό μπορεί να γίνει αναλυτικά μηδενίζοντας τις μερικές παραγώγους ως προς κάθε άγνωστη παράμετρο του λογαρίθμου της πιθανοφάνειας, οπότε και προκύπτει ένα σύστημα  $n$  εξισώσεων με  $n$  αγνώστους. Επίσης μπορεί να γίνει και αριθμητικά εφαρμόζοντας αλγορίθμους βελτιστοποίησης. Στην παρούσα

εργασία όπου υπολογίστηκαν εκτιμητές παραμέτρων με τη συγκεκριμένη μέθοδο, αυτό έγινε αριθμητικά.

Η συγκεκριμένη μέθοδος έχει πάρα πολύ καλές στατιστικές ιδιότητες οι οποίες συνοψίζονται στη συνέχεια (Montgomery και Runger, 2003). Κάτω από γενικές και μη περιοριστικές συνθήκες και όταν το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο, οι εκτιμητές της μέγιστης πιθανοφάνειας  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m$  των παραμέτρων  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$  της κατανομής έχουν τις εξής ιδιότητες:

- είναι αμερόληπτες εκτιμήσεις των παραμέτρων, δηλαδή  $E(\hat{\theta}_i) \approx \theta_i$
- η διασπορά του  $\hat{\theta}_i$  είναι μικρή
- η κατανομή του  $\hat{\theta}_i$  είναι ασυμπτωτικά κανονική.

### 3.3.3 L-ροπές και πιθανοτικά σταθμισμένες ροπές

Ο Hosking (1990) έχει ορίσει τις L-ροπές ως γραμμικό συνδυασμό αναμενόμενων τιμών των διατεταγμένων στατιστικών.

Οι L-ροπές χρησιμοποιούνται σήμερα ευρέως στην υδρολογία ως περιγραφικά στατιστικά αλλά και ως μέθοδος προσαρμογής κατανομών σε ποικίλα υδρολογικά δεδομένα. Πρόσφατα παραδείγματα αποτελούν οι εργασίες των Kjeldsen et al. (2002), Kroll και Vogel (2002), Lim και Lye (2003) και Zaidman et al. (2003).

Οι δειγματικές εκτιμήσεις των L-ροπών ως γραμμικών συνδυασμών διατεταγμένου δείγματος, δεν υψώνουν τις παρατηρήσεις του δείγματος σε τετραγωνικές ή κυβικές δυνάμεις, όπως συμβαίνει με την κλασική μέθοδο των ροπών. Ως αποτέλεσμα, οι εκτιμήσεις L-ροπών των αδιάστατων συντελεστών διασποράς, ασυμμετρίας και κύρτωσης είναι αμερόληπτες με κανονική σχεδόν κατανομή. (Stedinger et al., 1993).

Οι L-ροπές μπορούν να εκφραστούν ως συνάρτηση των πιθανοτικά σταθμισμένων ροπών. Οι Πιθανοτικά σταθμισμένες ροπές μιας τυχαίας μεταβλητής  $X$  με αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $F(X)$ , ορίζονται ως (Greenwood et al., 1979)

$$\beta_r = E \left\{ X \left[ F_X(x) \right]^r \right\} \quad (3.17)$$

όπου  $\beta_r$  η πιθανοτικά σταθμισμένη ροπή  $r$  τάξης.

Οι αμερόληπτες εκτιμήτριες των πιθανοτικά σταθμισμένων ροπών δίνονται από τη σχέση (Landwehr et al., 1979)

$$b_r = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n \binom{i-1}{r} x_{(i)}}{\binom{n-1}{r}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\dots(i-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{(i)} \quad (3.18)$$

Όπου  $n$  το πλήθος του δείγματος και  $x_i$  οι παρατηρήσεις διατεταγμένες έτσι ώστε  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n-1)} \leq x_{(n)}$ .

Οι πρώτες τέσσερις L-ροπές εκφρασμένες με όρους πιθανοτικά σταθμισμένων ροπών δίνονται από τις σχέσεις (3.19), ενώ οι εκτιμήσεις των  $\lambda_i$  προκύπτουν εύκολα από την αντικατάσταση των πιθανοτικά σταθμισμένων ροπών στις σχέσεις (3.19), από τις εκτιμήσεις τους που δίνονται από τη σχέση (3.18).

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \beta_0 \\ \lambda_2 &= 2\beta_1 - \beta_0 \\ \lambda_3 &= 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \\ \lambda_4 &= 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

### 3.3.4 Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων (Papoulis, 1990) είναι μια γενική μέθοδος προσαρμογής θεωρητικής συνάρτησης σε δεδομένα και συνεπώς μπορεί να εφαρμοστεί και στην προσαρμογή θεωρητικών κατανομών σε δείγμα.

Αν  $x_i$  είναι οι παρατηρήσεις και  $\hat{x}_i$  οι εκτιμήσεις που προκύπτουν από την θεωρητική κατανομή, τότε οι εκτιμητές των παράμετρων της κατανομής προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση της (3.20).

$$LSE = \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2 \quad (3.20)$$

Η ελαχιστοποίηση μπορεί να γίνει είτε αναλυτικά, με μερική διαφόριση της (3.20) ως προς κάθε παράμετρο, οπότε και προκύπτει ένα σύστημα  $n$  εξισώσεων με  $n$  αγνώστους, είτε αριθμητικά, με χρήση αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

### 3.4 Κατανομές μέσω ημερήσιων τιμών θερμοκρασιών και σημείων δρόσου

Ένας από τους πρωταρχικούς σκοπούς της παρούσης εργασίας, ήταν η εύρεση κατάλληλης κατανομής που να περιγράφει τις μέσες τιμές θερμοκρασιών και σημείων δρόσου. Από την τεράστια ποικιλία θεωρητικών κατανομών που χρησιμοποιούνται στην υδρολογία (Stedinger et al., 1993), επιλέχθηκαν για περαιτέρω διερεύνηση αυτές που ικανοποιούσαν συγκεκριμένα κριτήρια. Αναλυτικά, τα δείγματα παρουσίαζαν για τους περισσότερους μήνες αρνητική ασυμμετρία. Το γεγονός αυτό απέκλεισε αυτόματα την πλειονότητα των κατανομών, που παρουσιάζουν θετική ασυμμετρία.

Στη συνέχεια περιγράφονται η κανονική κατανομή ως ένα κλασικό υποψήφιο μοντέλο για πολλά φαινόμενα και η τριπαραμετρική Weibull, η οποία όπως αποδεικνύεται στα κεφάλαια 4 και 5 αποτελεί και το βασικό μοντέλο της παρούσης εργασίας.

#### 3.4.1 Η κανονική κατανομή

Η κανονική κατανομή είναι αδιαφιλονίκητα η πιο δημοφιλής και ευρέως εφαρμοσμένη κατανομή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός πως πολλά φαινόμενα ακολουθούν κανονική κατανομή, αλλά και στην ύπαρξη του κεντρικού οριακού θεωρήματος. Στην υδρολογία έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία στην περιγραφή μέσω τιμών μεταβλητών, όπως μέσες ετήσιες απορροές κ.α. (Stedinger et al., 1993).

Σε αυτό το πλαίσιο, αν και τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα παρουσίαζαν ασυμμετρία και κύρτωση διαφορετική από αυτή της κανονικής κατανομής, ελέγχθηκε ο βαθμός προσαρμογής της.

Η κανονική κατανομή έχει δυο παραμέτρους, τη μέση τιμή  $\mu$  και τη διασπορά  $\sigma^2$ , συνεπώς η προσαρμογή της γίνεται απλά με την αντικατάσταση των  $\mu$  και  $\sigma^2$  από τη δειγματική μέση τιμή και διασπορά αντίστοιχα. Στον πίνακα 3.1 παρουσιάζεται το τυπολόγιό της.

Πίνακας 1: Τυπολόγιο κανονικής κατανομής

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Περιορισμοί	$\sigma > 0, -\infty < x < \infty$	



$$\begin{array}{l} \text{Πυκνότητα} \\ \text{πιθανότητας} \end{array} \quad f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (3.21)$$

$$\begin{array}{l} \text{Αθροιστική} \\ \text{πιθανότητα} \\ \text{πιθανότητας} \end{array} \quad F(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] \quad (3.22)$$

$$\text{Ποσοστημόριο} \quad x_u = \mu + \sqrt{2}\sigma \operatorname{erf}^{-1}(2u-1) \quad (3.23)$$

Οπού  $\operatorname{erf}$  είναι η συνάρτηση σφάλματος η οποία ορίζεται ως  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$  και  $\operatorname{erf}^{-1}$  η αντίστροφη της.

### 3.4.2 Η τριπαραμετρική κατανομή Weibull

Η τριπαραμετρική κατανομή Weibull, όπως έχει ήδη αναφερθεί αποτέλεσε το βασικό μοντέλο της εργασίας. Οι λόγοι ήταν εμπειρικοί και προκύπτουν από τα αριθμητικά περιγραφικά μέτρα του δείγματος. Η επιβεβαίωση της καλής προσαρμογής της παρόλα αυτά, έγινε με τη χρήση γραφημάτων (L-αναλογιών και πιθανοτικών). Στον πίνακα 3.2 παρουσιάζονται οι βασικοί τύποι της κατανομής.

Πίνακας 2: Τυπολόγιο τριπαραμετρικής κατανομής Weibull

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Περιορισμοί	$c > 0, b > 0, a < x < \infty$	
Πυκνότητα πιθανότητας	$f(x; a, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right]$	(3.24)
Συνάρτηση κατανομής	$F(x; a, b, c) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right]$	(3.25)
Ποσοστημόριο	$x_u = a + b \left(-\ln(1-u)\right)^{\frac{1}{c}}$	(3.26)

Οι τρεις παράμετροι της κατανομής είναι η παράμετρος θέσης  $a$ , η παράμετρος κλίμακας  $b$ , και η παράμετρος σχήματος  $c$ . Όπως και στις υπόλοιπες τριπαραμετρικές κατανομές, σε σχέση με τις διπαραμετρικές, υπάρχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα στην εκτίμησή τους.

Στην παρούσα εργασία η προσαρμογή των παραμέτρων ειδικά στα σημεία δρόσου, έγινε αναλυτικά με τις μεθόδους των ροπών και L-ροπών και αριθμητικά με τις μεθόδους της μέγιστης πιθανοφάνειας και των ελαχίστων τετραγώνων. Η εφαρμογή και των τεσσάρων μεθόδων έγινε για να αποδειχθεί η διακύμανση των παραμέτρων και συνεπώς η αβεβαιότητα στην εκτίμησή τους.

Στους πίνακες του παραρτήματος Α, παρουσιάζονται οι εξισώσεις που απαιτούνται για τον καθορισμό των παραμέτρων αναλυτικά με τη μέθοδο των ροπών και L-ροπών. Επίσης δίνονται οι αδιάστατοι L-συντελεστές ασυμμετρίας και κύρτωσης, που απαιτούνται για την κατασκευή των L-γραφημάτων.

Πέραν των παραπάνω μεθόδων, οι οποίες εφαρμόστηκαν στην παρούσα εργασία, υπάρχει στη βιβλιογραφία μια σειρά διαφορετικών μεθόδων προσαρμογής (Karpenman, 1985; Cohen et al., 1984, 1985; Cohen και Whitten, 1986; Zanakis, 1979a,b; Zanakis και Mann, 1981).

### 3.5 Γενικά για τις κατανομές μεγίστων

Σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων, η μεγαλύτερη από  $n$  ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές, έστω

$$X = \max(Y_1, \dots, Y_n) \quad (3.27)$$

έχει συνάρτηση κατανομής που εκφράζεται από τη σχέση,

$$H_n(x) = [F(x)]^n \quad (3.28)$$

όπου  $F(x) = P(Y_i \leq x)$  είναι η κοινή συνάρτηση κατανομής για κάθε τυχαία μεταβλητή  $Y_i$ , που είναι γνωστή και ως μητρική κατανομή.

Όταν ο αριθμός  $n$  των ανεξάρτητων μεταβλητών τείνει στο άπειρο, προκύπτουν οι λεγόμενες ασυμπτωτικές κατανομές μεγίστων. Συμβολικά αποδίδονται από τη σχέση (3.29).

$$H(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n(x) \quad (3.29)$$

Ο Gumbel (1958) έχει αποδείξει ότι η ασυμπτωτική κατανομή δεν εξαρτάται από την μητρική κατανομή  $F(x)$ , αλλά υπάρχουν ομάδες κατανομών που συγκλίνουν στην ίδια μαθηματική έκφραση.

Ο Κουτσογιάννης (1997) αναφέρει πως σε πρακτικά προβλήματα, οι φυσικές υδρολογικές μεταβλητές δεν ικανοποιούν την υπόθεση της ισονομίας και της

ανεξαρτησίας. Συνεχίζει εξηγώντας πως μια συγκεκριμένη μέγιστη ή ελάχιστη υδρολογική μεταβλητή δεν ακολουθεί απαραίτητα την θεωρητικά προβλεπόμενη ασυμπτωτική κατανομή. Συνεπώς η υιοθέτηση συγκεκριμένης ασυμπτωτικής κατανομής πρέπει να γίνεται μετά από έλεγχο προσαρμογής στο πραγματικό δείγμα.

### 3.5.1 Η Γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (ΓΑΤ)

Η κατανομή μεγίστων  $H_n(x)$  για μεγάλο αριθμό  $n$  και για πλήθος μητρικών κατανομών  $F(x)$ , συγκλίνει σε μία από τις τρεις κατανομές ακραίων τιμών, που είναι γνωστές ως κατανομές ακραίων τιμών τύπου I, II και III (Leadbetter et al., 1983). Η γενική μαθηματική σχέση που ενσωματώνει και τους τρεις τύπους είναι γνωστή ως γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών (ΓΑΤ). Στον πίνακα 3.4 δίνεται το τυπολόγιό της.

Πίνακας 3: Τυπολόγιο κατανομής ΓΑΤ

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Περιορισμοί	$b > 0$ , αν $c < 0$ , $a + b/c < x < \infty$	
Πυκνότητα πιθανότητας	$F(x; a, b, c) = \frac{1}{b} \left[ 1 - \frac{c(x-a)}{b} \right]^{\frac{1}{c}-1} \exp \left\{ - \left[ 1 - \frac{c(x-a)}{b} \right]^{\frac{1}{c}} \right\}$	(3.30)
Συνάρτηση κατανομής	$F(x; a, b, c) = \exp \left\{ - \left[ 1 - \frac{c(x-a)}{b} \right]^{\frac{1}{c}} \right\}$	(3.31)
Ποσοστημόριο	$x_u = a + \frac{b}{c} \left[ 1 - (-\ln u)^c \right]$	(3.32)

Οι τρεις παράμετροι της κατανομής είναι η παράμετρος θέσης  $a$ , η παράμετρος κλίμακας  $b$ , και η σημαντική παράμετρος σχήματος  $c$ . Για  $c > 0$  η κατανομή ονομάζεται κατανομή ακραίων τιμών τύπου III (AT3) και είναι άνω φραγμένη στο  $a + b/c$ , γεγονός που την καθιστά ακατάλληλη για την περιγραφή υδρολογικών μεταβλητών που δεν φαίνεται να παρουσιάζουν ένα άνω όριο. Για  $c < 0$ , η κατανομή είναι κάτω φραγμένη στο  $a + b/c$  και είναι γνωστή ως κατανομή ακραίων τιμών τύπου II (AT2). Για  $c = 0$  προκύπτει η κατανομή ακραίων τιμών τύπου I (AT1), γνωστή και ως κατανομή Gumbel.

Το συγκεκριμένο μοντέλο (ΓΑΤ) θεωρείται το επικρατέστερο για την περιγραφή μεγίστων βροχοπτώσεων, ιδίως ετήσιων (Gellens, 2002; Ramesh και Davison, 2002; Coles et al., 2003; Koutsoyiannis, 2004a,b; De Michele και Salvadori, 2005). Η κατανομή ΓΑΤ έχει προσαρμοστεί στην παρούσα εργασία στο δείγμα μεγίστων μηνιαίων βροχοπτώσεων ώστε να γίνει σύγκριση με τις εκτιμήσεις της ΠΜΚ. Ο υπολογισμός των παραμέτρων έγινε με τη μέθοδο των L-ροπών σύμφωνα με τις σχέσεις που δίνονται στο παράρτημα Α.

Πρέπει να τονιστούν όμως τα παρακάτω: έχει αποδειχθεί (Koutsoyiannis, 2004a,b), πως η εκτίμηση της παραμέτρου  $c$ , ειδικά από μικρά δείγματα, έχει τόσο σημαντική μεροληψία που στην ουσία αποκρύπτει το γεγονός πως το δείγμα προέρχεται από την ΓΑΤ, ειδικά αν η προσαρμογή γίνεται με τη μέθοδο των ροπών. Παρόλα αυτά από τη μελέτη μακροχρόνιων βροχοπτώσεων από όλο τον κόσμο, προκύπτει μεγάλη ομοιότητα στην τιμή της παραμέτρου σχήματος  $c$ , όποτε και προτείνεται η υιοθέτηση μιας παγκόσμιας σταθεράς που ισούται με  $-0.15$ .

### 3.5.2 Η κατανομή Gumbel

Η κατανομή Gumbel έχει χρησιμοποιηθεί συχνά, ίσως συχνότερα από τη κατανομή ΓΑΤ ως μοντέλο για την περιγραφή μεγίστων. Πολλές φορές μάλιστα, η υιοθέτησή της ως κατανομή μεγίστων είναι δεδομένη. Οι λόγοι για τους οποίους συμβαίνει αυτό έχουν αναλυθεί εκτενώς από τον Koutsoyiannis (2004a,b) και έχουν τεθεί υπό αμφισβήτηση. Επίσης οι Coles et al. (2003) αναφέρουν πως η κατανομή Gumbel χρησιμοποιείται ίσως πιο συχνά από τη ΓΑΤ ως μοντέλο ετήσιων μεγίστων βροχοπτώσεων, γιατί υπάρχουν πολλές μητρικές κατανομές που ανήκουν στο «πεδίο έλξης» της Gumbel, όπως η κανονική, λογαριθμοκανονική και γάμα κατανομές. Παρόλα αυτά συνεχίζουν, η υιοθέτησή της Gumbel συνιστά μια επικίνδυνη στρατηγική, ακόμη και αν υπάρχουν λόγοι που στηρίζουν την επιλογή αυτή.

Στην παρούσα εργασία επιχειρήθηκε η προσαρμογή της κατανομής Gumbel στα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου για χρονοσειρές του ίδιου μήνα. Αυτό έγινε περισσότερο για συγκριτικούς λόγους με το μοντέλο που προτάθηκε τελικά. Η προσαρμογή της Gumbel, όπως αναμενόταν άλλωστε, αποδείχθηκε μη ικανοποιητική.

Στο πίνακα 3.4 παρουσιάζεται το τυπολόγιο της κατανομής (Gumbel μεγίστων), ενώ στο παράρτημα Α δίνονται οι σχέσεις που προκύπτουν από τη μέθοδο των L-ροπών, σύμφωνα με την οποία έγινε και η προσαρμογή των παραμέτρων της στο δείγμα.

Πίνακας 4: Τυπολόγιο κατανομής Gumbel

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Περιορισμοί	$b > 0, -\infty < x < \infty$	
Πυκνότητα πιθανότητας	$f(x; a, b) = b \exp[-b(x-a) - \exp(b(x-a))]$	(3.33)
Συνάρτηση κατανομής	$F(x; a, b) = \exp\{-\exp[-b(x-a)]\}$	(3.34)
Ποσοστημόριο	$x_u = a - \frac{1}{b} \ln(-\ln u)$	(3.35)

### 3.5.3 Από τη θεωρία μεγίστων στην πράξη

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ένας από τους στόχους της εργασίας ήταν η εύρεση κατάλληλης κατανομής που να περιγράφει τις χρονοσειρές μηνιαίων μεγίστων σημείων δρόσου κατηγοριοποιημένες ανά μήνα. Δεδομένης της μη ικανοποιητικής προσαρμογής της Gumbel, όπως αποδείχτηκε, και της μεγάλης πιθανότητας η ΓΑΤ να προκύψει άνω φραγμένη (εδάφιο 3.5.1), επιχειρήθηκε η εφαρμογή της θεωρητικής σχέσης  $H_n(x) = [F(x)]^n$  που έχει αναλυθεί στο εδάφιο 3.5.

Αναλυτικά, εφόσον η μητρική κατανομή των μέσων τιμών σημείων δρόσου  $F(x)$  έχει καθοριστεί από την στατιστική ανάλυση και συγκεκριμένα γίνεται δεκτή η υπόθεση της τριπαραμετρικής Weibull με παραμέτρους  $a, b, c$  που έχουν εκτιμηθεί για κάθε μήνα, τότε η κατανομή των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου, θα έπρεπε θεωρητικά να είναι η  $H_n(x)$  με  $n$  τον αριθμό των ημερών του συγκεκριμένου μήνα και τιμές παραμέτρων τις εκτιμήσεις των  $a, b, c$ . Οι βασικές σχέσεις της  $H_n(x)$  δίνονται στον πίνακα 3.5.

Πίνακας 5: Τυπολόγιο της κατανομής μεγίστων  $H_n(x)$  με μητρική κατανομή  $F(x)$  την τριπαραμετρική Weibull

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Συνάρτηση κατανομής	$H_n(x; a, b, c) = \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right] \right\}^n$	(3.36)

$$\text{Ποσοστημόριο } x_u = a + b \left[ -\ln \left( 1 - u^{\frac{1}{c}} \right) \right] \quad (3.37)$$


---

Υπενθυμίζεται, πως στην παραπάνω θεωρητική σχέση υπάρχει η υπόθεση της ισονομίας και ανεξαρτησίας των μεταβλητών. Προφανώς όμως, όπως πολύ εύκολα αποδεικνύεται από έλεγχο αυτοσυσχέτισης, οι μεταβλητές δεν είναι ανεξάρτητες ή απλά η τιμή του σημείου δρόσου μιας ημέρας επηρεάζει την τιμή της επόμενης. Θα περίμενε συνεπώς κανείς η τιμή του  $n$  να είναι μικρότερη αυτής των ημερών του μήνα. Η παραπάνω υπόθεση επαληθεύτηκε και πειραματικά, αφού η βέλτιστη προσαρμογή της κατανομής  $H_n(x)$  επιτυγχάνονταν για τιμές του  $n$  περίπου στο μισό της θεωρητικής τιμής, με σημαντική διασπορά πάντως από μήνα σε μήνα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά στο κεφάλαιο 5.

### 3.6 Παράλληλη προσαρμογή κατανομής μεγίστων και μέσων σημείων δρόσου

Όπως προαναφέρθηκε, η εκτίμηση των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull, αλλά και γενικά των τριπαραμετρικών κατανομών, είναι αρκετά αβέβαιη. Αυτό αποδεικνύεται και στην παρούσα εργασία από το γεγονός ότι η εκτίμηση των παραμέτρων στα πραγματικά δείγματα εξαρτάται άμεσα από την μέθοδο προσαρμογής. Επίσης, στο παράρτημα Β παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας προσομοίωσης Monte Carlo, όπου έχουν παραχθεί 100 τυχαία δείγματα 3000 τιμών το κάθε ένα, από τριπαραμετρική κατανομή Weibull για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων και έχουν εκτιμηθεί εκ των υστέρων οι τιμές των παράμετρων με τις τέσσερις μεθόδους. Η διασπορά των τιμών των παραμέτρων γύρω από τις πραγματικές τιμές τους γίνεται αμέσως φανερή.

Το γεγονός αυτό δικαιολογεί την επιπλέον βελτιστοποίηση των παραμέτρων της κατανομής μεγίστων  $H_n(x)$  ώστε να επιτευχθεί ακόμη καλύτερη προσαρμογή στα πραγματικά δείγματα μηνιαίων μεγίστων σημείων δρόσου. Η βελτιστοποίηση αυτή έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε να μην απομακρύνεται από τη βασική θεωρία μεγίστων.

Αναλυτικά, η κατανομή  $H_n(x)$  (πίνακας 3.5), θα μπορούσε να θεωρηθεί τετραπαραμετρική κατανομή, η άμεση προσαρμογή της οποίας στο δείγμα μεγίστων

θα ήταν πάρα πολύ ικανοποιητική, εφόσον έχει τέσσερις παραμέτρους και συνεπώς μεγαλύτερη ικανότητα προσαρμογής. Αυτό όμως θα ερχόταν σε αντίθεση με τη θεωρία μεγίστων που απαιτεί οι τιμές των παραμέτρων της να είναι ίσες με αυτές των παραμέτρων  $a, b, c$  της μητρικής κατανομής  $F(x)$ .

Δεδομένης όμως της αβεβαιότητας στην εκτίμηση των  $a, b, c$  στην μητρική κατανομή, μπορεί να δικαιολογηθεί μια παράλληλη προσαρμογή των  $F(x)$  και  $H_n(x)$  με βελτιστοποίηση των παραμέτρων  $a, b, c$ , έτσι ώστε η προσαρμογή της  $H_n(x)$  στο δείγμα μεγίστων που ενδιαφέρει περισσότερο την παρούσα εργασία να είναι καλύτερη, χωρίς όμως να χαλά η προσαρμογή της  $F(x)$  στο δείγμα μέσων τιμών.

Η παράλληλη προσαρμογή των  $F(x)$  και  $H_n(x)$  έγινε με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της σχέσης (3.38).

$$LSE_{Total} = LSE(F(x)) + [LSE(H_n(x))]^2 \quad (3.38)$$

Όπου  $LSE_{Total}$  το συνολικό τετραγωνικό σφάλμα, από την ελαχιστοποίηση του οποίου προέκυψαν οι εκτιμήσεις των κοινών παραμέτρων  $a, b, c$ , όπως και η τιμή της παραμέτρου  $n$ .  $LSE(F(x))$  είναι το τετραγωνικό σφάλμα προσαρμογής της μητρικής κατανομής  $F(x)$  και  $[LSE(H_n(x))]$  είναι το τετραγωνικό σφάλμα προσαρμογής της  $H_n(x)$  υψωμένο στο τετράγωνο. Ο λόγος που το  $LSE(H_n(x))$  είναι υψωμένο στο τετράγωνο είναι γιατί είναι κατά πολύ μικρότερο από το  $LSE(F(x))$  και η συμμετοχή του στο άθροισμα  $LSE_{Total}$  θα ήταν ασήμαντη.

Όπως διαπιστώθηκε από την εφαρμογή της παραπάνω μεθοδολογίας, αρκετές φορές η τιμή της παραμέτρου  $a$ , που αντιπροσωπεύει το κάτω φράγμα της κατανομής Weibull, έπαιρνε τιμές αρκετά μεγαλύτερες από την ελάχιστη τιμή του δείγματος των μέσων σημείων δρόσου. Έτσι, ως περιορισμός στην τιμή της παραμέτρου  $a$ , τέθηκε η μη υπέρβαση της μέγιστης τιμής που προκύπτει από την σύγκριση των εκτιμήσεων του  $a$  που έδωσαν οι τέσσερις μέθοδοι προσαρμογής της  $F(x)$ .

Συνοπτικά, η προσαρμογή της κατανομής μέσων τιμών σημείων δρόσου  $F(x)$  και της κατανομής μεγίστων σημείων δρόσου  $H_n(x)$ , με κοινές παραμέτρους  $a, b, c$ ,

έγινε συγχρόνως με βελτιστοποίηση των παραμέτρων  $a, b, c$  και  $n$ , με κριτήριο την ελαχιστοποίηση της (3.38). Περιορισμός τίθεται στην τιμή του  $a$ , η μη υπέρβαση της μεγίστης των αρχικών εκτιμήσεων της παραμέτρου.



## 4 Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας

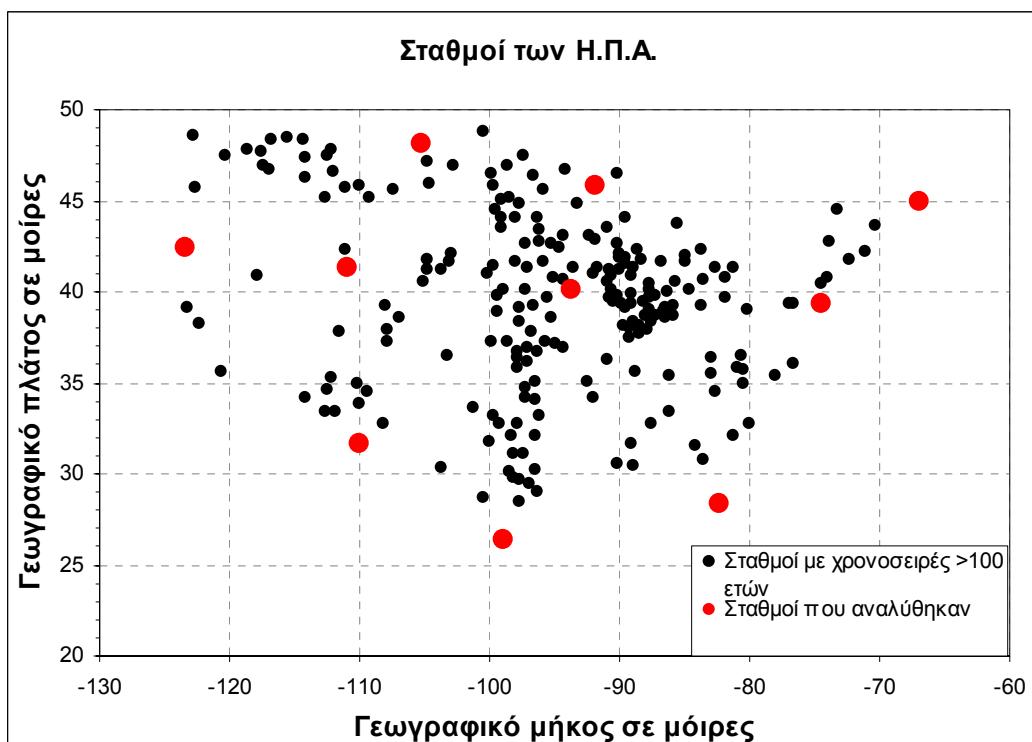
---

Η μελέτη των ατμοσφαιρικών θερμοκρασιών και η προσαρμογή κατάλληλης θεωρητικής κατανομής από την οποία να περιγράφονται, δεν αποτελούσε άμεσο στόχο της παρούσης εργασίας. Παρόλα αυτά, δεδομένης της μεγάλης συνάφειας που έχουν οι θερμοκρασίες με τα σημεία δρόσου, εφόσον οι τιμές των τελευταίων προκύπτουν άμεσα από τις τιμές των πρώτων, θεωρήθηκε πως η στατιστική μελέτη των θερμοκρασιών θα συντελούσε στην εξαγωγή κάποιων πρώτων συμπερασμάτων για τη συμπεριφορά των σημείων δρόσου. Ακόμη, συμφωνία των συμπερασμάτων από την ανάλυση των θερμοκρασιών με τα συμπεράσματα από την ανάλυση των σημείων δρόσου, θα ισχυροποιούσε και θα παρείχε πιο στέρεο θεωρητικό υπόβαθρο για την εγκυρότητα των τελευταίων. Επιπλέον πρέπει να αναφερθεί πως οι διαθέσιμες χρονοσειρές θερμοκρασιών ήταν πολύ περισσότερες και μεγαλύτερες από τις χρονοσειρές σημείων δρόσου, γεγονός που έκανε ελκυστική την ανάλυσή τους.

Συνοπτικά, μελετήθηκαν χρονοσειρές μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών από σταθμούς σε διάφορες πολιτείες των Η.Π.Α., την Ολλανδία και την Ελλάδα. Για τους ολλανδικούς σταθμούς και τον ελληνικό υπάρχουν διαθέσιμες χρονοσειρές σχετικής υγρασίας και βροχοπτώσεων, από τις οποίες θα προκύψουν οι βασικές χρονοσειρές που απασχολούν το θέμα της εργασίας.

### 4.1 Θερμοκρασίες από σταθμούς των Η.Π.Α.

Η βάση δεδομένων σταθμών των Η.Π.Α. όπως έχει αναφερθεί, περιλαμβάνει 1062 σταθμούς. Το μήκος των χρονοσειρών κυμαίνεται από 130 έως 60 έτη περίπου. Από τους 1062 αρχικούς σταθμούς, επιλέχθηκαν σε πρώτη φάση αυτοί με χρονοσειρές άνω των 100 ετών και τελικά 10 από αυτούς αναλύθηκαν. Η επιλογή των 10 σταθμών προς ανάλυση έγινε με κριτήριο την κατανομή τους στο χώρο. Στο σχήμα 4.1 παρουσιάζονται οι 230 σταθμοί με μήκος χρονοσειρών μεγαλύτερο των 100 ετών και οι 10 σταθμοί των οποίων οι χρονοσειρές αναλύθηκαν.



Σχήμα 4.1: Η χωρική κατανομή των σταθμών με χρονοσειρές δεδομένων μεγαλύτερες των 100 ετών και οι 10 σταθμοί που αναλύθηκαν

Στο παράρτημα C, παρουσιάζονται στον πίνακα C.1, αναλυτικά στοιχεία για κάθε σταθμό, ενώ η αναφορά στους σταθμούς θα γίνεται με την κωδική ονομασία που έχουν στη βάση δεδομένων.

Τα αρχικά δεδομένα για κάθε σταθμό, ήταν χρονοσειρές μεγίστων και ελαχίστων ημερησίων θερμοκρασιών. Από τις μέγιστες και ελάχιστες ημερήσιες θερμοκρασίες  $T_{\max}$  και  $T_{\min}$  υπολογίστηκαν οι μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες  $T_{av}$  με εφαρμογή της απλής σχέσης (4.1).

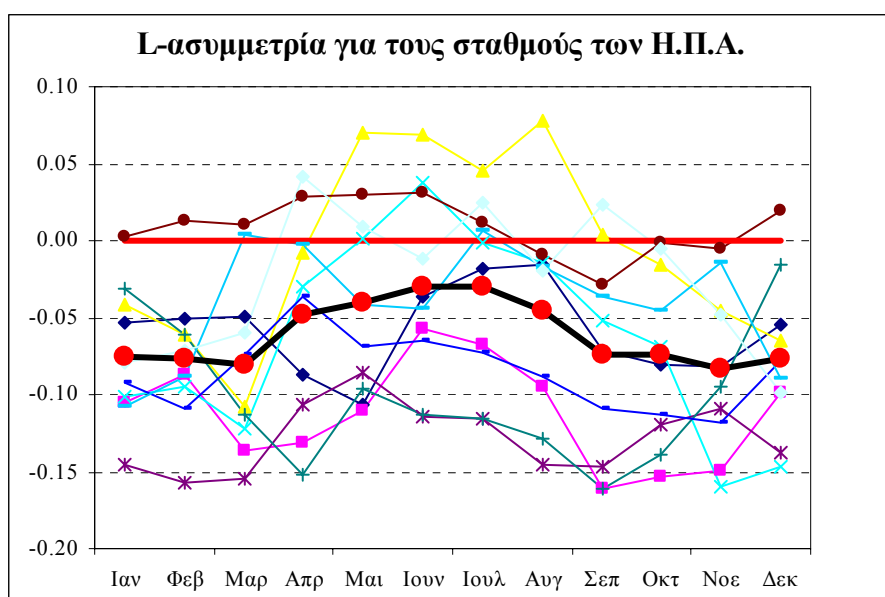
$$T_{av} = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \quad (4.1)$$

Οι μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες κατηγοριοποιήθηκαν ανά μήνα και αναλύθηκαν στατιστικά. Προέκυψαν για κάθε σταθμό δηλαδή 12 χρονοσειρές, μια για κάθε μήνα, με μέσες ημερήσιες θερμοκρασίες.

#### 4.1.1 Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας

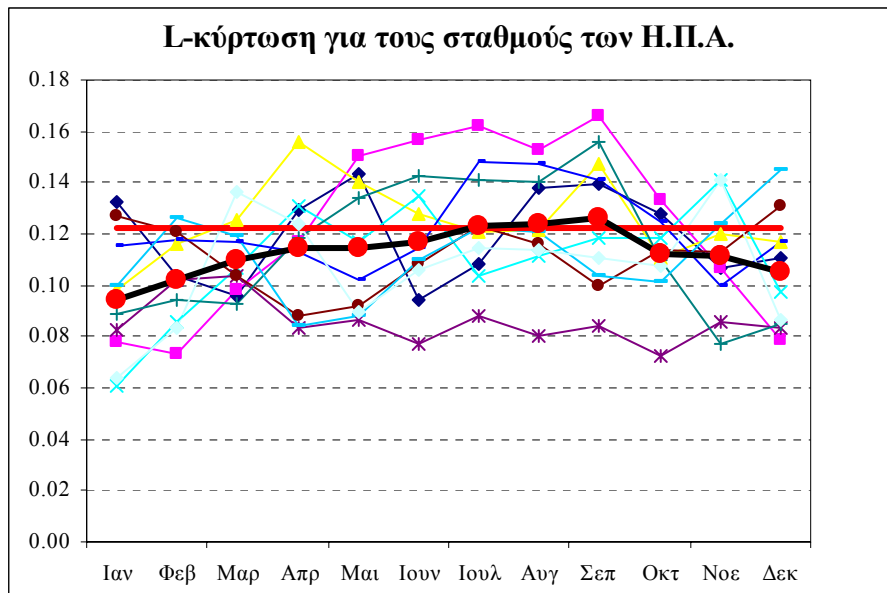
Για κάθε έναν από τους σταθμούς των Η.Π.Α. που μελετήθηκαν έχουν υπολογιστεί στατιστικά μέτρα, τα οποία παρουσιάζονται σε συγκεντρωτικούς πίνακες στο παράρτημα C. Από τα δεδομένα των πινάκων αυτό που αξίζει να σχολιαστεί, είναι οι τιμές της ασυμμετρίας και της κύρτωσης.

Στο σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η L-ασυμμετρία για κάθε μήνα και κάθε σταθμό, ενώ με συμπαγή κόκκινη γραμμή τονίζεται η L-ασυμμετρία της κανονικής κατανομής και με μαύρη έντονη γραμμή και κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίως όρος. Όπως γίνεται αμέσως φανερό, η L-ασυμμετρία στη συντριπτική πλειονότητα των μηνών που αναλύθηκαν είναι αρνητική, ενώ από το μέσο μηνιαίο όρο παρατηρείται μια μείωση της απόλυτης τιμής της L-ασυμμετρίας κατά τους θερινούς μήνες. Το γεγονός αυτό ίσως να αποτελεί μια ένδειξη της μη κανονικότητας των θερμοκρασιών, ενώ μπορεί να πει κανείς πως οι θερινοί μήνες είναι πιο κοντά στην κανονική κατανομή.



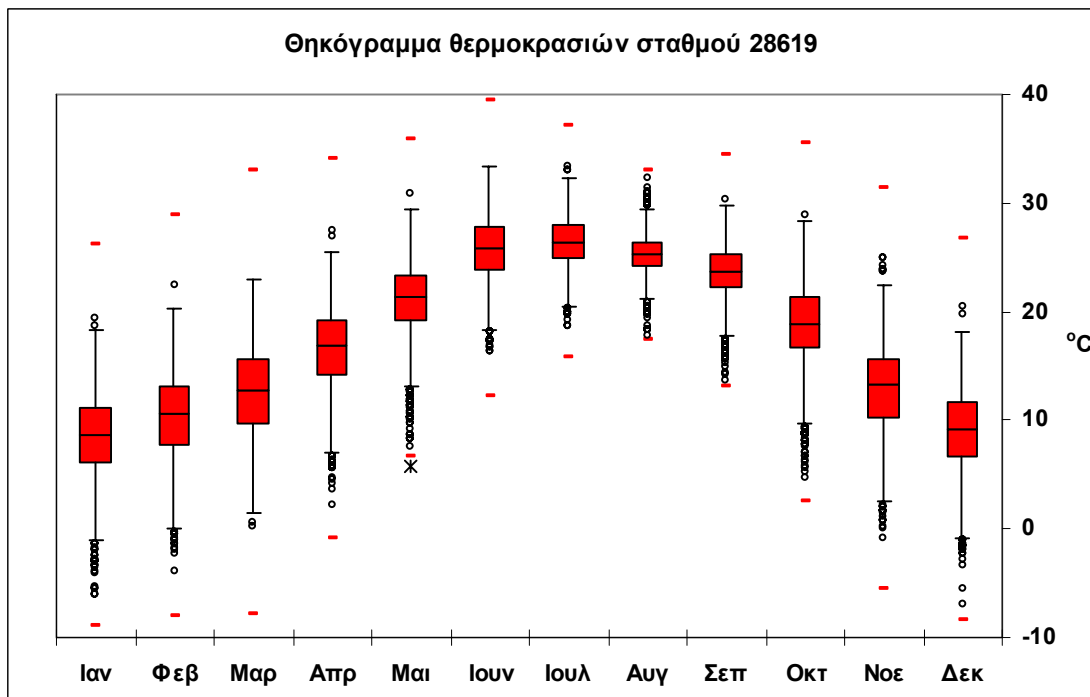
Σχήμα 4.2: Η μηνιαία L-ασυμμετρία για κάθε σταθμό που μελετήθηκε. Με κόκκινη γραμμή είναι η ασυμμετρία της κανονικής κατανομής και με μαύρη με κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίως όρος

Επιπλέον στο σχήμα 4.3, παρουσιάζεται η L-κύρτωση για κάθε μήνα και σταθμό. Με συμπαγή κόκκινη γραμμή και μαύρη έντονη γραμμή με κόκκινες τελείες τονίζονται και πάλι, η τιμή της κανονικής κατανομής που είναι 0.1226 και ο μέσος μηνιαίως όρος αντίστοιχα. Αν και η διασπορά γύρω από την τιμή της L-κύρτωσης της κανονικής κατανομής γίνεται αμέσως αντιληπτή, δεν διαφαίνεται αμέσως κάποια μεροληψία. Από τη γραμμή του μέσου μηνιαίου όρου όμως, μπορεί να υποθέσει κανείς μια τάση προς την τιμή της L-κύρτωσης της κανονικής κατανομής στους θερινούς και πάλι μήνες.



Σχήμα 4.3: Η μηνιαία για κάθε σταθμό που μελετήθηκε. Με κόκκινη γραμμή είναι η L-κύρτωση της κανονικής κατανομής και με μαύρη με κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίος όρος

Η γραφική παρουσίαση των δεδομένων έγινε με θηκογράμματα. Στο σχήμα 4.4



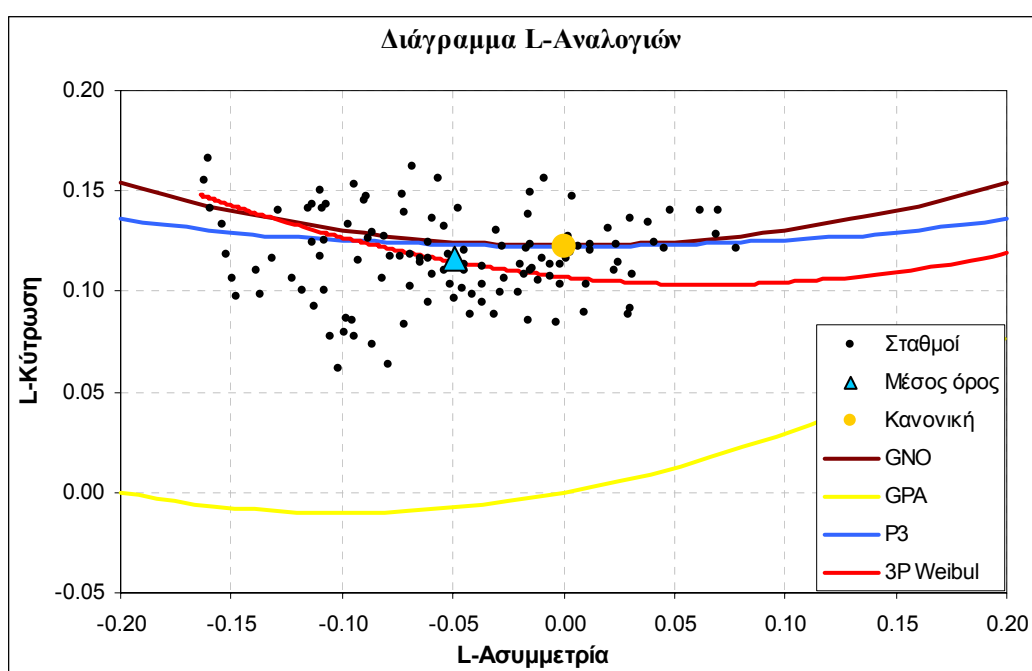
Σχήμα 4.4: Θηκόγραμμα θερμοκρασιών σταθμού των Η.Π.Α. Η συμπύκνωση του εύρους τιμών κατά τους θερινούς μήνες είναι χαρακτηριστική

παρουσιάζεται το θηκόγραμμα ημερήσιων θερμοκρασιών κάθε μήνα σε έναν από τους σταθμούς των Η.Π.Α. Τα θηκογράμματα των υπόλοιπων σταθμών δίνονται στο

παράρτημα C. Από την παρατήρηση των θηκογραμμάτων προκύπτει ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα που αξίζει να σχολιαστεί. Σε όλους τους σταθμούς, εκτός ίσως από έναν τον 353445, παρατηρείται μια συμπύκνωση του εύρους των θερμοκρασιών κατά τους θερινούς μήνες.

#### 4.1.2 Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών

Όπως έχει αναλυθεί στο εδάφιο 3.2.4, τα γραφήματα L-αναλογιών αποτελούν έναν γραφικό τρόπο για να επιλέξει κανείς μεταξύ διαφόρων θεωρητικών κατανομών που να περιγράφουν το δείγμα.



Σχήμα 4.5: Διάγραμμα L-αναλογιών των σταθμών των Η.Π.Α. από το οποίο προκύπτει ως πιθανό μοντέλο θεωρητικής κατανομής η τριπαραμετρική Weibull

Στο σχήμα 4.5 παρουσιάζεται ένα τέτοιο γράφημα. Με μαύρες τελείες αποτυπώνονται η δειγματική L-ασυμμετρία και L-κύρτωση κάθε μήνα κάθε σταθμού, προκύπτουν δηλαδή 120 σημεία, ενώ το μπλε τρίγωνο είναι ο μέσος όρος όλων των μηνών. Οι θεωρητικές τριπαραμετρικές κατανομές που σχεδιάστηκαν, είναι η γενικευμένη κανονική ή αλλιώς τριπαραμετρική λογαριθμοκανονική (GNO), η γενικευμένη Pareto (GPA), η Pearson (P3) και η Weibull, ενώ με σκούρη κίτρινη τελεία αποτυπώνεται η διπαραμετρική κανονική κατανομή. Οι εξισώσεις που απαιτούνται για το σχεδιασμό των θεωρητικών κατανομών δίνονται στο παράρτημα Α.

Από το γράφημα διαπιστώνεται αμέσως πως ο μέσος όρος του «νέφους» των σημείων ανήκει ακριβώς στην θεωρητική ευθεία της τριπαραμετρικής Weibull και απέχει αρκετά από το σημείο της κανονικής κατανομής. Τονίζεται όμως, πως οι θεωρητικές καμπύλες των τριπαραμετρικών κατανομών GNO και P3 είναι πολύ κοντά στην καμπύλη της Weibull και συνεπώς θα μπορούσαν να εκφράζουν εξίσου καλά το «νέφος» των σημείων. Παρόλα αυτά, οι κατανομές αυτές απορρίπτονται ως θεωρητικό μοντέλο γιατί όταν η L-ασυμμετρία τους είναι αρνητική, οι κατανομές είναι άνω φραγμένες, και όπως έχει αναφερθεί δεν υπάρχει καμία ένδειξη της ύπαρξης άνω φράγματος στις τιμές των θερμοκρασιών. Η GPA, αν και προφανώς δεν μπορεί να εκφράσει το «νέφος» των σημείων, σχεδιάστηκε παρόλα αυτά, γιατί σε αντίθεση με τις υπόλοιπες κατανομές που είναι εκθετικού τύπου, η GPA είναι κατανομή δύναμης.

Συνοπτικά, η κανονική κατανομή φαίνεται ότι μπορεί να εκφράσει ένα μέρος του «νέφους» των σημείων, ενώ σαν πιο γενικό μοντέλο μπορεί να υιοθετηθεί η τριπαραμετρική Weibull.

## **4.2 Θερμοκρασίες από σταθμούς της Ολλανδίας**

Ανάλυση θερμοκρασιών έγινε και σε τέσσερις σταθμούς της Ολλανδίας. Τα ονόματα των σταθμών, οι γεωγραφικές συντεταγμένες τους και το μήκος των χρονοσειρών τους παρουσιάζονται στον πίνακα C.1 του παραρτήματος C.

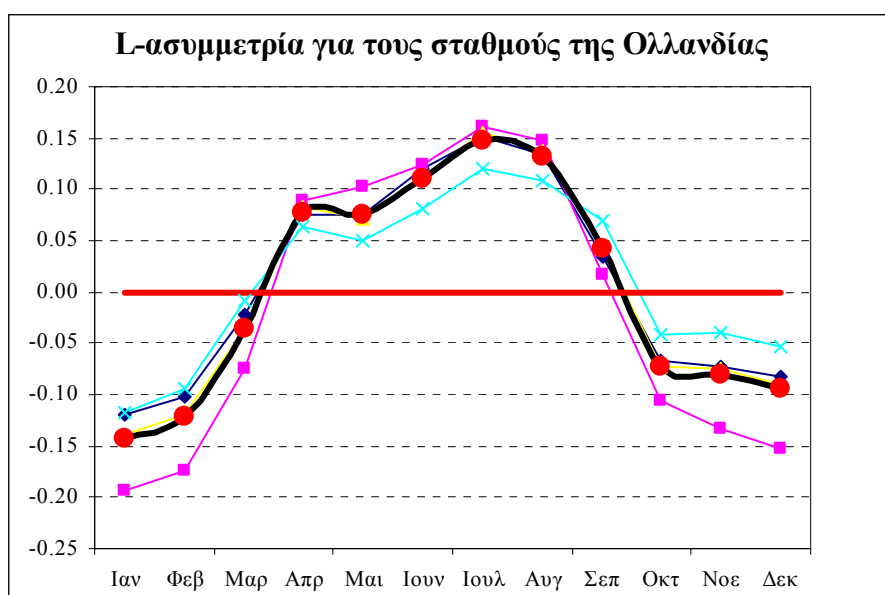
### **4.2.1 Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας**

Τα στατιστικά μέτρα που προέκυψαν για κάθε σταθμό παρουσιάζονται αναλυτικά, όπως και για τους σταθμούς των Η.Π.Α., σε συγκεντρωτικούς πίνακες στο παράρτημα C.

Το σχήμα 4.6 παρουσιάζει την L-ασυμμετρία των τεσσάρων σταθμών της Ολλανδίας. Με κόκκινη γραμμή είναι η ασυμμετρία της κανονικής κατανομής και με μαύρη με κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίος όρος. Σε αντίθεση με τους σταθμούς των Η.Π.Α., όπου υπήρχε μια σχετική ποικιλομορφία των τιμών της L-ασυμμετρίας από σταθμό σε σταθμό, οι σταθμοί της Ολλανδίας έχουν σχεδόν πανομοιότυπη συμπεριφορά.

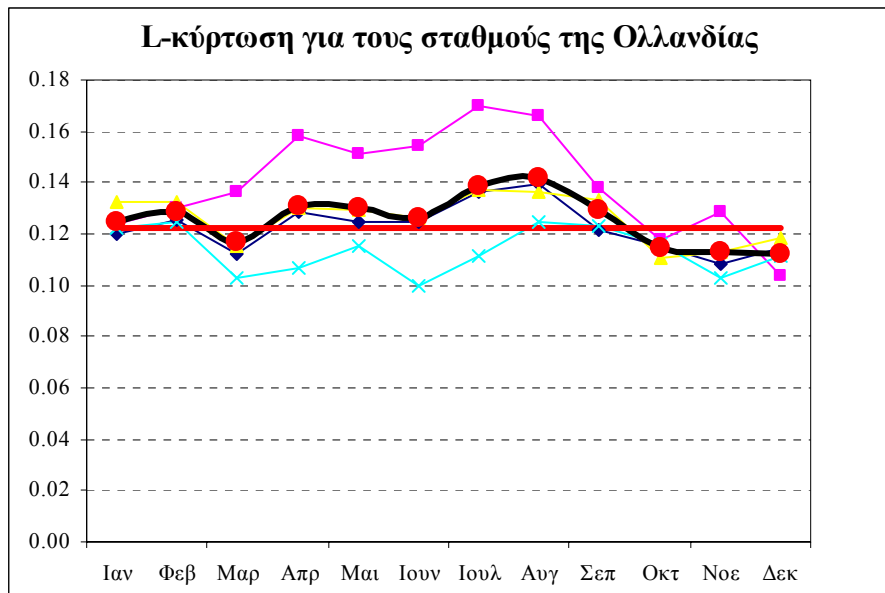
Παρόλα αυτά, η γενική συμπεριφορά που παρατηρήθηκε στους σταθμούς των Η.Π.Α., μεγαλύτερες τιμές της L-ασυμμετρίας δηλαδή κατά τους θερινούς μήνες σε σχέση με τους χειμερινούς, είναι και εδώ εμφανής και μάλιστα σε μεγαλύτερο βαθμό.

Παρατηρείται, όπως φαίνεται καθαρά στο γράφημα, θετική ασυμμετρία από Απρίλιο μέχρι Σεπτέμβριο με κορύφωση κατά τους καλοκαιρινούς μήνες και αρνητική στους υπόλοιπους μήνες, με χαμηλότερες τιμές κατά τους χειμερινούς. Τονίζεται επίσης πως σε αντίθεση με τους σταθμούς των Η.Π.Α., όπου οι θερινοί μήνες παρουσίαζαν μια τάση προς την τιμή της L-ασυμμετρίας της κανονικής κατανομής, οι θερινοί μήνες στις τοποθεσίες των σταθμών της Ολλανδίας είναι έντονα θετικά ασύμμετροι. Το γεγονός αυτό αποκλείει την κανονική κατανομή ως ένα πιθανό θεωρητικό μοντέλο.



Σχήμα 4.6: Η μηνιαία L-ασυμμετρία για κάθε σταθμό της Ολλανδίας που μελετήθηκε. Με κόκκινη γραμμή είναι η ασυμμετρία της κανονικής κατανομής και με μαύρη με κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίος όρος

Η L-κύρτωση (σχήμα 4.7) παρουσιάζεται ελαφρώς διαφοροποιημένη από σταθμό σε σταθμό, σε αντίθεση με την L-ασυμμετρία. Οι τρεις από τους τέσσερις σταθμούς, εμφανίζουν αύξηση της τιμής της L-κύρτωσης κατά τους θερινούς μήνες, κάτι που παρατηρήθηκε και για τους περισσότερους σταθμούς των Η.Π.Α. Μπορεί να πει κανείς πάντως, πως διασπορά των τιμών της L-κύρτωσης γύρω από την τιμή της L-κύρτωσης της κανονικής κατανομής είναι αρκετά μικρή.



Σχήμα 4.7: Η μηνιαία L-κύρτωση για κάθε σταθμό που μελετήθηκε. Με κόκκινη γραμμή είναι η L-κύρτωση της κανονικής κατανομής και με μαύρη με κόκκινες τελείες ο μέσος μηνιαίος όρος

Η γραφική παρουσίαση των δεδομένων έγινε με θηκογράμματα τα οποία παρουσιάζονται στο παράρτημα C. Από τα θηκογράμματα, παρατηρείται και πάλι όπως και στους σταθμούς των Η.Π.Α., μια συμπύκνωση του εύρους των θερμοκρασιών κατά τους θερινούς μήνες. Επίσης αξίζει να σημειωθεί το πλήθος των κάτω παράτυπων σημείων κατά τους χειμερινούς μήνες, δείγμα της αρνητικής ασυμμετρίας, και το πλήθος των άνω παράτυπων σημείων κατά τους θερινούς μήνες, δείγμα της θετικής ασυμμετρίας.

#### 4.2.2 Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών

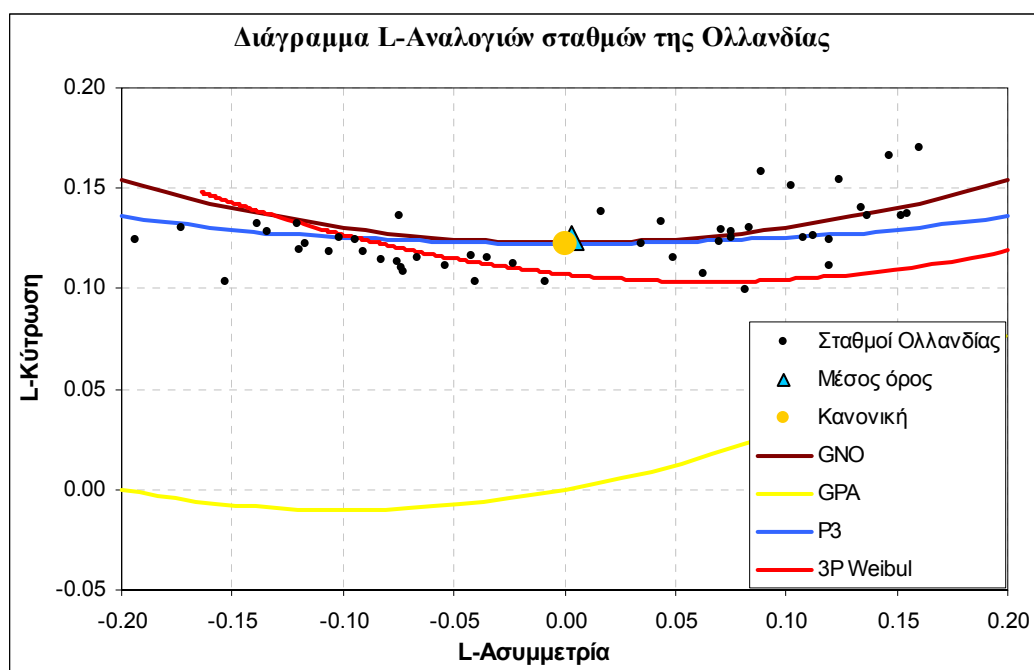
Στο σχήμα 4.8 παρουσιάζεται το διάγραμμα των L-αναλογιών για τους σταθμούς της Ολλανδίας. Όπως προέκυψε και από την ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου και αποτυπώνεται καθαρά και στο σχήμα 4.8, η απόκλιση από την κανονική κατανομή είναι μεγάλη. Το σημείο του μέσου όρου των σταθμών μπορεί να συμπίπτει με αυτό της κανονικής κατανομής, αλλά αυτό συμβαίνει απλά εξαιτίας της ομοιόμορφης διασποράς των σημείων των σταθμών δεξιά και αριστερά του.

Σε αντίθεση με τους σταθμούς των Η.Π.Α., όπου προτάθηκε ως γενικό μοντέλο η τριπαραμετρική Weibull, παρατηρεί κανείς πως, ενώ η συγκεκριμένη κατανομή μπορεί να εκφράσει πολύ καλά τους μήνες που εμφανίζουν αρνητική ασυμμετρία, για τους μήνες με θετική ασυμμετρία υπάρχουν καλύτερα μοντέλα. Συγκεκριμένα, τόσο



η γενικευμένη κανονική, όσο και η τριπαραμετρική Pearson, μπορούν να εκφράσουν τους θετικά ασύμμετρους μήνες πάρα πολύ ικανοποιητικά.

Έτσι λοιπόν, εξαιτίας της μεγάλης διαφοροποίησης των θερινών και χειμερινών μηνών και της πανομοιότυπης συμπεριφοράς των σταθμών, θα μπορούσε να προτείνει κανείς για τους σταθμούς της Ολλανδίας, εποχιακά μοντέλα. Συγκεκριμένα, η τριπαραμετρική Weibull θα μπορούσε να υιοθετηθεί ως θεωρητικό μοντέλο για την κατανομή των θερμοκρασιών κατά τους χειμερινούς και γύρω από αυτούς μήνες, ενώ η γενικευμένη κανονική, σύμφωνα με το σχήμα, αποτελεί ένα εξαιρετικό μοντέλο για την περιγραφή της κατανομής της θερμοκρασίας κατά τους θερινούς και γύρω από αυτούς μήνες.



Σχήμα 4.8: Διάγραμμα L-αναλογιών των σταθμών της Ολλανδίας από το οποίο προκύπτουν ως πιθανά μοντέλα, η τριπαραμετρική Weibull και η γενικευμένη κανονική

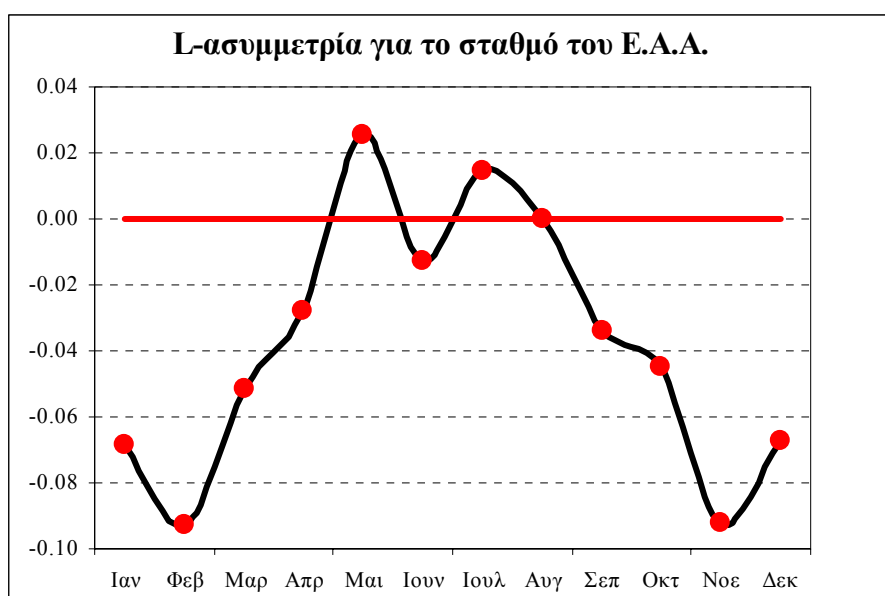
### 4.3 Θερμοκρασίες από τον σταθμό του Ε.Α.Α.

Για την Ελλάδα υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα από έναν μόνο σταθμό, του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών. Λεπτομερείς για τον σταθμό δίνονται στον πίνακα C.1 του παραρτήματος C.

### 4.3.1 Στατιστική ανάλυση της θερμοκρασίας

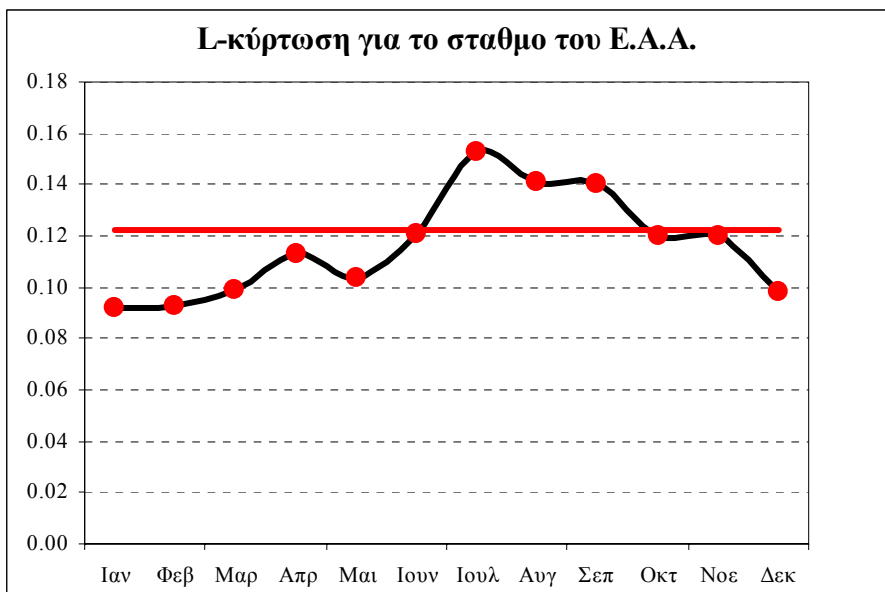
Ο πίνακας ο οποίος παρουσιάζει αναλυτικά τα στατιστικά μέτρα του σταθμού του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών δίνεται στο παράρτημα C. Όπως για τους σταθμούς των Η.Π.Α. και της Ολλανδίας, θα σχολιαστούν οι μηνιαίες τιμές της L-ασυμμετρίας και L-κύρτωσης.

Στο σχήμα 4.9 παρουσιάζεται η μηνιαία L-ασυμμετρία του σταθμού. Παρατηρεί κανείς μια παρόμοια συμπεριφορά με τους σταθμούς των άλλων χωρών που αναλύθηκαν. Αρνητική δηλαδή ασυμμετρία κατά τους χειμερινούς μήνες και θετική κατά τους θερινούς. Παρόλα αυτά, τονίζεται πως η διασπορά γύρω από την τιμή της L-ασυμμετρίας της κανονικής κατανομής είναι πολύ μικρότερη σε σχέση με τους σταθμούς των άλλων χωρών. Αν εξαιρέσει κανείς τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Νοέμβριο και Δεκέμβριο, οι υπόλοιποι βρίσκονται αρκετά κοντά στην κανονική κατανομή.



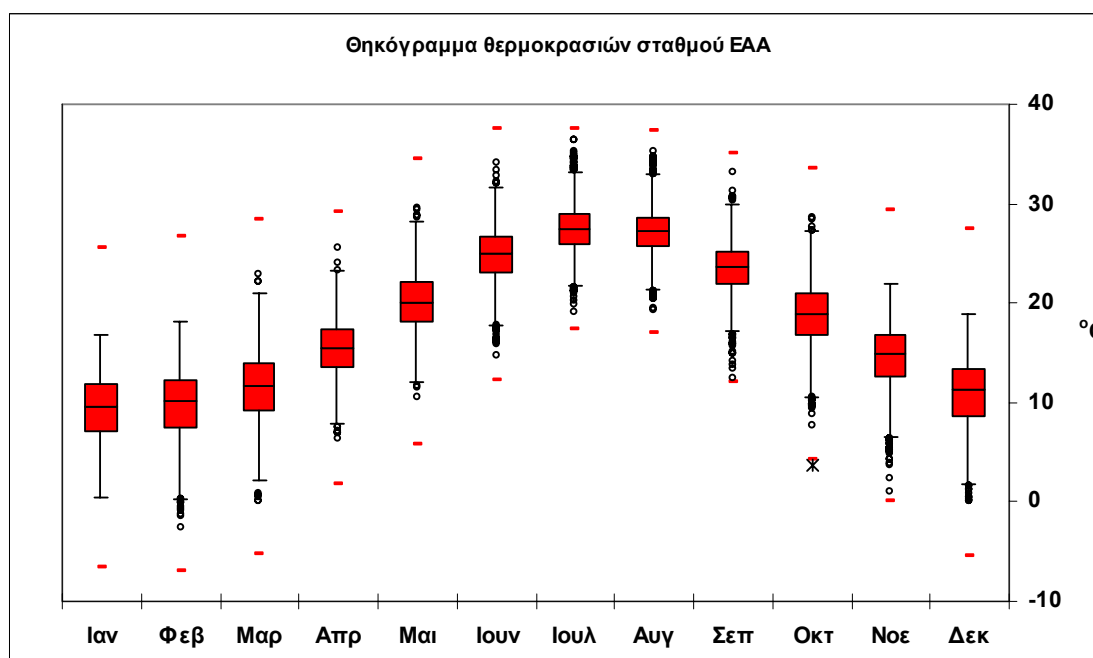
Σχήμα 4.9: Η μηνιαία L-ασυμμετρία για το σταθμό του Ε.Α.Α.

Παρόμοια είναι και η συμπεριφορά της κύρτωσης σε σχέση με τους άλλους σταθμούς, αυξημένες τιμές δηλαδή κατά τους θερινούς μήνες και μειωμένες κατά τους χειμερινούς (σχήμα 4.10).



Σχήμα 4.10: Η μηνιαία για L-κύρτωση για το σταθμό του Ε.Α.Α.

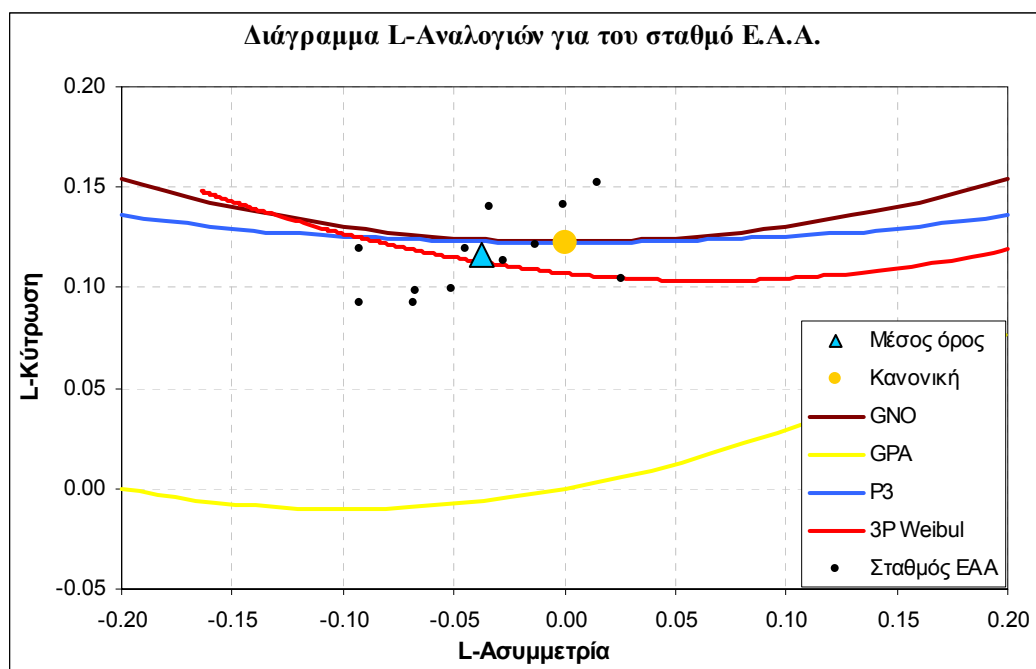
Από το θηκόγραμμα που έχει κατασκευαστεί για το συγκεκριμένο σταθμό και παρουσιάζεται στο σχήμα 4.11, προκύπτει και πάλι το ίδιο συμπέρασμα, μια μείωση του εύρους των θερμοκρασιών κατά τους θερινούς μήνες. Επίσης φαίνονται αρκετά κάτω παράτυπα σημεία στους χειμερινούς μήνες, ενώ μια πιο κανονική συμπεριφορά παρατηρείται κατά τους θερινούς.



Σχήμα 4.11: Θηκόγραμμα θερμοκρασιών σταθμού του Ε.Α.Α

### 4.3.2 Επιλογή κατανομής βάσει γραφήματος L-αναλογιών

Παρόμοια συμπεράσματα σε σχέση με τους σταθμούς των Η.Π.Α. εξάγονται από το γράφημα των L-αναλογιών του σταθμού Ε.Α.Α. Η ομοιόμορφη διασπορά των σημείων του σταθμού γύρω και κοντά στη θεωρητική καμπύλη της τριπαραμετρικής Weibull είναι εμφανής, ενώ το σημείο του μέσου όρου ανήκει στην συγκεκριμένη καμπύλη. Ένα μέρος του νέφους των σημείων θα μπορούσε να εκφραστεί ικανοποιητικά και από την κανονική κατανομή. Παρόλα αυτά όμως, σαν γενικότερο μοντέλο της κατανομής της θερμοκρασίας προτείνεται και πάλι η τριπαραμετρική Weibull.



Σχήμα 4.12: Διάγραμμα L-αναλογιών του σταθμού Ε.Α.Α. από το οποίο προκύπτει ως πιθανό μοντέλο κατανομής θερμοκρασιών η τριπαραμετρική Weibull

## 5 Στατιστική ανάλυση των σημείων δρόσου

---

Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αποτελέσματα από την ανάλυση των σημείων δρόσου, τόσο των μέσων ημερήσιων τιμών, όσο και των μέγιστων μηνιαίων. Τα αρχικά δεδομένα ήταν χρονοσειρές μέσης ημερήσιας θερμοκρασίας και μέσης ημερήσιας σχετικής υγρασίας, από τις οποίες με εφαρμογή της σχέσης (2.6) προέκυψε η χρονοσειρά των σημείων δρόσου. Δεδομένα για την παραπάνω ανάλυση υπήρχαν διαθέσιμα στους τέσσερις σταθμούς της Ολλανδίας και στο σταθμό του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών.

### 5.1 Μέσα ημερήσια σημεία δρόσου

Η στατιστική ανάλυση των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου, κατηγοριοποιημένων ανά μήνα, στόχευε στην εύρεση κατάλληλης θεωρητικής στατιστικής κατανομής, που να τα περιγράφει ικανοποιητικά και να χρησιμοποιηθεί ως βάση για την κατασκευή κατανομής των μεγίστων μηνιαίων τιμών. Η πορεία της ανάλυσης δεν απομακρύνεται από αυτή της θερμοκρασίας, έχουν κατασκευαστεί όμως επιπλέον και πιθανοτικά γραφήματα για την καλύτερη εποπτεία της προσαρμογής της κατανομής που επιλέχθηκε ως θεωρητικό μοντέλο.

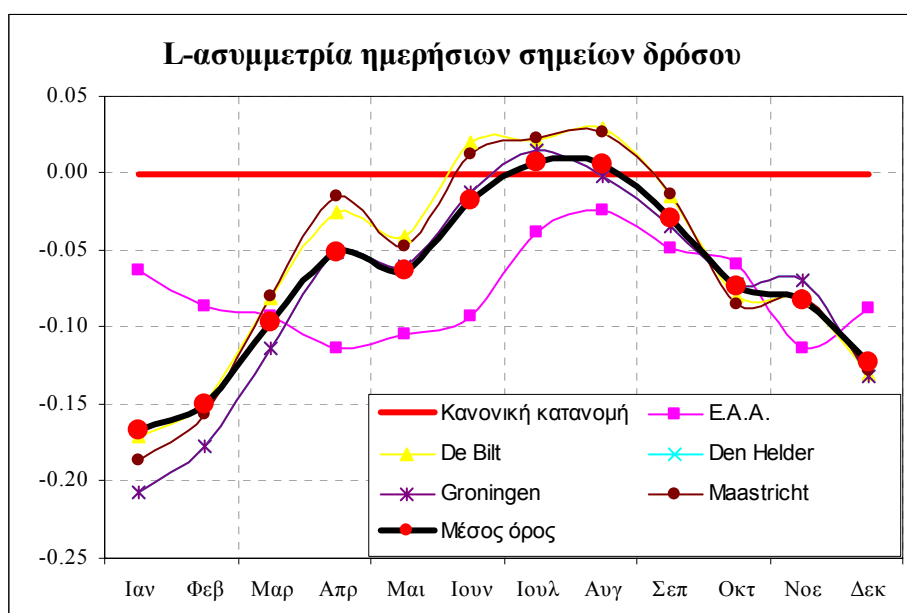
#### 5.1.1 Στατιστικά μέτρα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου

Οι πίνακες με τα στατιστικά μέτρα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου, για τους τέσσερις σταθμούς της Ολλανδίας και του Ε.Α.Α. παρουσιάζονται στο παράρτημα D (πίνακες D.1 – D.5).

Το σχήμα 5.1 συνοψίζει τις τιμές της L-ασυμμετρίας των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου για τους σταθμούς που αναλύθηκαν. Παρατηρεί κανείς, πως οι τέσσερις Ολλανδικοί σταθμοί έχουν πανομοιότυπη συμπεριφορά, ενώ από τη γενική εικόνα δεν ξεφεύγει ούτε ο Ελληνικός σταθμός, αν εξαιρέσει κανείς τους πρώτους τρεις μήνες.

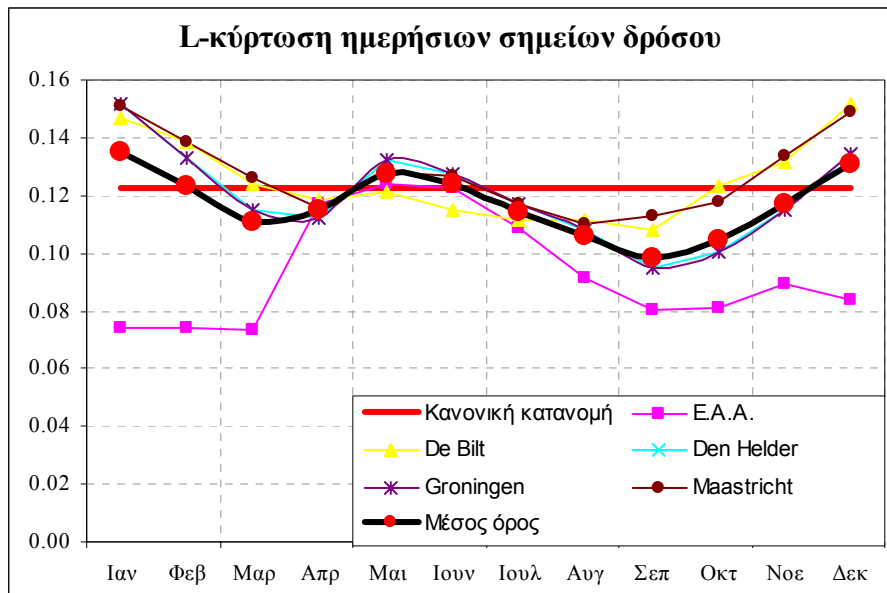
Συγκρίνοντας το σχήμα 5.1 με τα σχήματα 4.6 και 4.9 που παρουσιάζουν την L-ασυμμετρία των θερμοκρασιών των Ολλανδικών σταθμών και του σταθμού του Ε.Α.Α., παρατηρεί κανείς την ίδια γενική συμπεριφορά, σταδιακή αύξηση δηλαδή

των τιμών της ασυμμετρίας από αρνητικές τιμές τους χειμερινούς μήνες προς θετικές τους θερινούς, με εξαίρεση τους τρεις πρώτους μήνες για το σταθμό του E.A.A. Η πιο σημαντική παρατήρηση που πρέπει να τονιστεί, είναι ότι η θετική ασυμμετρία σχεδόν απουσιάζει ακόμη και κατά τους θερινούς μήνες. Υπενθυμίζεται πως οι θερμοκρασίες των θερινών και γύρω αυτών μηνών, ειδικά για τους σταθμούς της Ολλανδίας και σε μικρότερο βαθμό του E.A.A., ήταν θετικά ασύμμετρες με τιμές που αγγίζαν και το 0.15. Η επίδραση της σχετικής υγρασίας στην θερμοκρασία από ότι φαίνεται, εξάλειψε τη θετική ασυμμετρία που είχε παρατηρηθεί. Ειδικά για το σταθμό του E.A.A., εντοπίζεται μια μείωση της ασυμμετρίας κατά τους θερινούς μήνες και μια αύξηση κατά τους χειμερινούς, διαφαίνεται δηλαδή μια τάση εξομάλυνσης των διαφορών της ασυμμετρίας από μήνα σε μήνα.



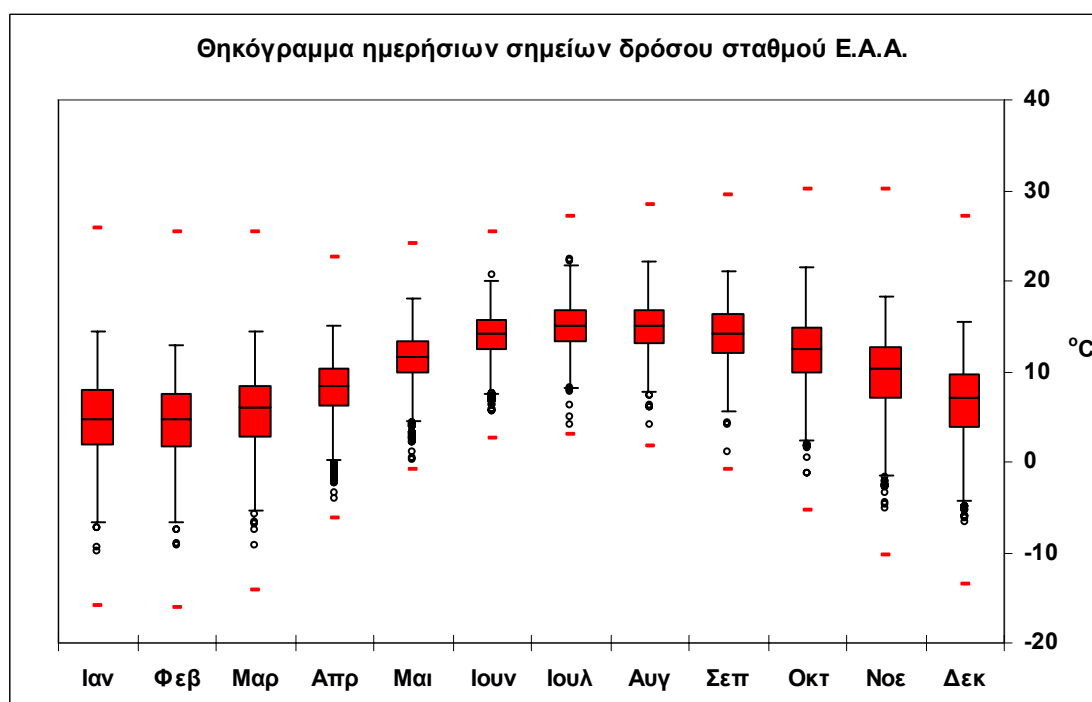
Σχήμα 5.1: Η μηνιαία L-ασυμμετρία για κάθε σταθμό που μελετήθηκε.

Η L-κύρτωση των μέσων μηνιαίων σημείων δρόσου που απεικονίζεται στο σχήμα 5.2 διαφοροποιείται από τη γενική συμπεριφορά της κύρτωσης των θερμοκρασιών που παρατηρήθηκε στους σταθμούς της Ολλανδίας (σχήμα 4.7), ενώ είναι σύμφωνη με αυτή του σταθμού E.A.A. (σχήμα 4.10). Δεν παρατηρείται δηλαδή η σταδιακή αύξηση της κύρτωσης από τους χειμερινούς προς τους θερινούς μήνες. Χαρακτηριστική είναι και πάλι η όμοια συμπεριφορά των σταθμών της Ολλανδίας.



Σχήμα 5.2: Η μηνιαία L-κύρτωση για κάθε σταθμό που μελετήθηκε.

Οι τιμές των σημείων δρόσου έχουν απεικονιστεί σε θηκογράμματα. Στο σχήμα 5.3 παρουσιάζεται το θηκόγραμμα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου για το σταθμό του E.A.A.



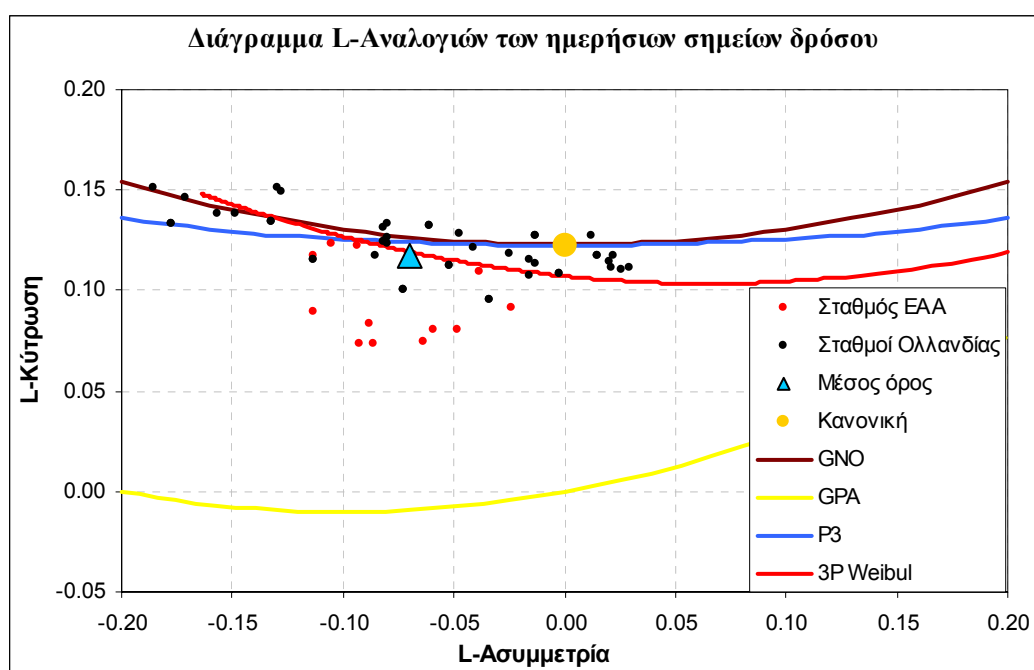
Σχήμα 5.3: Θηκόγραμμα ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού E.A.A.

Από την παρατήρηση του συγκεκριμένου σχήματος, αλλά και από την παρατήρηση των θηκογραμμάτων των σταθμών της Ολλανδίας που δίνεται στο παράρτημα D, τονίζεται η συμπίκνωση του εύρους των τιμών κατά τους θερινούς μήνες. Το ίδιο

φαινόμενο είχε παρατηρηθεί και για τις τιμές των θερμοκρασιών. Επίσης, η κυριαρχία των κάτω παράτυπων σημείων είναι φανερή, τόσο για το σταθμό του Ε.Α.Α. αλλά και πολύ περισσότερο για τους ολλανδικούς σταθμούς.

### 5.1.2 Επιλογή θεωρητικής κατανομής

Από την ανάλυση της L-ασυμμετρίας προέκυψε πως όλοι σχεδόν οι μήνες για κάθε σταθμό παρουσιάζαν αρνητικές τιμές ασυμμετρίας. Αυτό αποτελούσε μια πρώτη σοβαρή ένδειξη της καταλληλότητας της τριπαραμετρικής Weibull. Από το διάγραμμα των L-αναλογιών των ημερήσιων σημείων δρόσου (σχήμα 5.4), γίνεται αμέσως φανερή η καταλληλότητα της τριπαραμετρικής Weibull ως θεωρητικό μοντέλο της κατανομής των ημερήσιων σημείων δρόσου. Η διασπορά του «νέφους» των σημείων των σταθμών κατανέμεται ομοιόμορφα πάνω και κάτω από τη θεωρητική καμπύλη της Weibull και πολύ κοντά σε αυτή, ειδικά τα σημεία των σταθμών της Ολλανδίας.



Σχήμα 5.4: Διάγραμμα L-αναλογιών των ημερήσιων σημείων δρόσου. Η καταλληλότητα της τριπαραμετρικής Weibull είναι εμφανής.

Από το διάγραμμα επίσης, προκύπτει πως ένα μεγάλο ποσοστό του «νέφους» των σημείων περιγράφεται ικανοποιητικά και από την κανονική κατανομή. Στο παράρτημα D παρουσιάζονται τα δεδομένα των σταθμών σε πιθανοτικό γράφημα

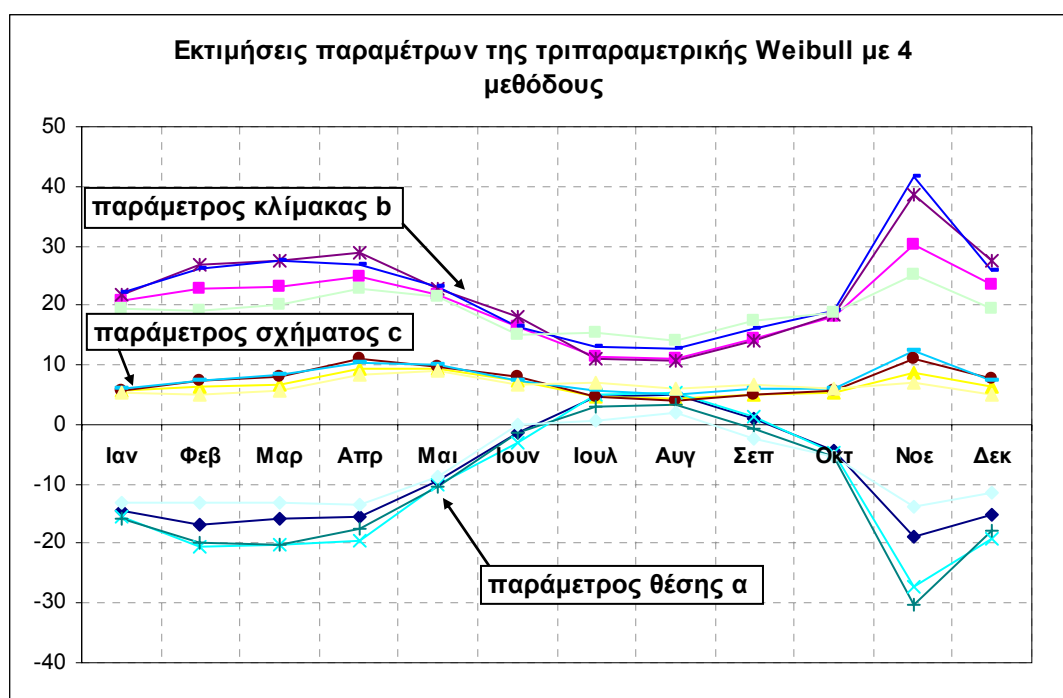


κανονικής κατανομής, από όπου διαπιστώνεται η καλή προσαρμογή της κανονικής κατανομής κατά του θερινούς κυρίως μήνες.

### 5.1.3 Προσαρμογή των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull

Η τριπαραμετρική Weibull ως θεωρητικό μοντέλο της κατανομής των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου αποτελεί, σύμφωνα με το γράφημα των L-αναλογιών μια εξαιρετική επιλογή.

Η εκτίμηση των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull, για τα μέσα ημερήσια σημεία δρόσου κάθε μήνα έγινε, όπως έχει αναφερθεί, με τέσσερις διαφορετικές μεθόδους, τη μέθοδο των ροπών, L-ροπών, της μέγιστης πιθανοφάνειας και των ελαχίστων τετραγώνων. Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις κάθε παραμέτρου για το σταθμό του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών και γίνεται αμέσως αντιληπτή η διακύμανση αυτών.



Σχήμα 5.5: Εκτιμήσεις των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull για το σταθμό του Ε.Α.Α. με τέσσερις μεθόδους

Όπως έχει αναλυθεί στο εδάφιο 3.6, οι τελικές τιμές των παραμέτρων προέκυψαν από παράλληλη επεξεργασία των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου και των μέγιστων μηνιαίων, με τον περιορισμό η τελική τιμή της παραμέτρου θέσης  $a$  να ανήκει στο εύρος που προκύπτει από την εφαρμογή των τεσσάρων μεθόδων. Τελικός στόχος

ήταν η καλή προσαρμογή, τόσο στα μέσα ημερήσια σημεία δρόσου, όσο και στα μέγιστα μηνιαία.

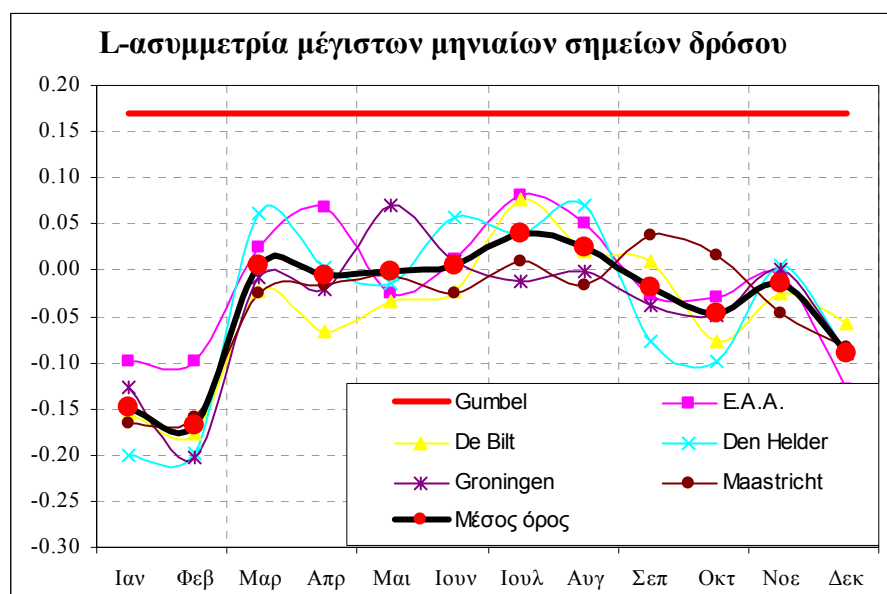
Στο παράρτημα D δίνονται οι πίνακες με τις εκτιμήσεις των τεσσάρων μεθόδων για κάθε μήνα και σταθμό, όπως και οι τελικές εκτιμήσεις αυτών, σύμφωνα με τη μέθοδο που έχει αναλυθεί στο εδάφιο 3.6. Ακόμη στο ίδιο παράρτημα παρουσιάζονται τα πιθανοτικά γραφήματα σε χαρτί κατανομής Weibull. Η θεωρητική ευθεία της κατανομής Weibull έχει προκύψει από τις τελικές εκτιμήσεις των παραμέτρων. Όπως διαπιστώνει κανείς, η προσαρμογή της κατανομής στην συντριπτική πλειονότητα των μηνών, είναι εξαιρετική.

## 5.2 Μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου

Όπως έχει προαναφερθεί, ένας βασικός στόχος της εργασίας ήταν η εύρεση κατάλληλης θεωρητικής κατανομής μεγίστων που να εκφράζει την κατανομή των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου, κατηγοριοποιημένων ανά μήνα, ώστε η κατανομή αυτή να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση τιμών σημείων δρόσου για διάφορες περιόδους επαναφοράς.

### 5.2.1 Στατιστικά μέτρα των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου

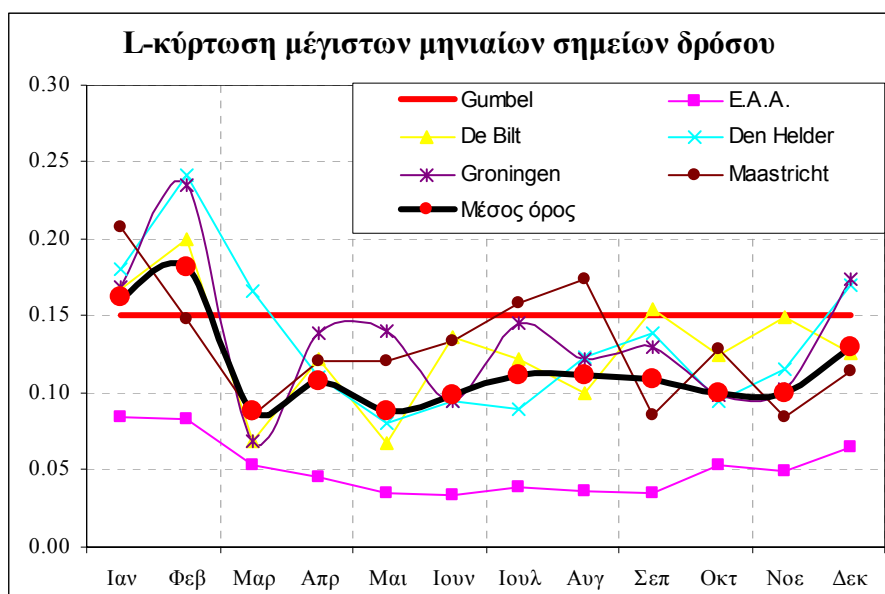
Αναλυτικά οι πίνακες με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου για κάθε σταθμό, δίνονται στο παράρτημα D.



Σχήμα 5.6: Η μηνιαία L-ασυμμετρία των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου

Στο σχήμα 5.6, της L-ασυμμετρίας των μηνιαίων μεγίστων σημείων δρόσου, παρατηρεί κανείς μια διασπορά των τιμών στο εύρος  $\pm 0.10$ , αν εξαιρεθούν οι δύο πρώτοι μήνες των σταθμών της Ολλανδίας. Θα μπορούσαν έτσι ενδεχομένως, τα μέγιστα σημεία δρόσου να περιγραφούν από την κανονική κατανομή, που όμως δεν αποτελεί κατανομή μεγίστων. Η κατανομή Gumbel, που είναι αντιθέτως μια κλασική κατανομή μεγίστων (εδάφιο 3.5.2), έχει τέτοια τιμή L-ασυμμετρίας, στο σχήμα αποτυπώνεται με την κόκκινη συμπαγή γραμμή, που την αποκλείει ως πιθανό μοντέλο.

Παρόμοια είναι και η συμπεριφορά της L-κύρτωσης της κατανομής Gumbel. Όπως διαπιστώνεται από το σχήμα 5.7, η τιμή της απέχει αρκετά από αυτή των σταθμών, τονίζεται παρόλα αυτά πως και να μην απείχε αρκετά, δεν θα είχε ιδιαίτερη σημασία, αφού η τιμή της ασυμμετρίας της είναι αποτρεπτική. Αξιοσημείωτη είναι η διασπορά της L-κύρτωσης, αν εξαιρεθεί ο σταθμός του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών, γύρω από την τιμή της L-κύρτωσης της κανονικής κατανομής η οποία υπενθυμίζεται ότι είναι 0.1226.



Σχήμα 5.7: Η μηνιαία L-κύρτωση των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου

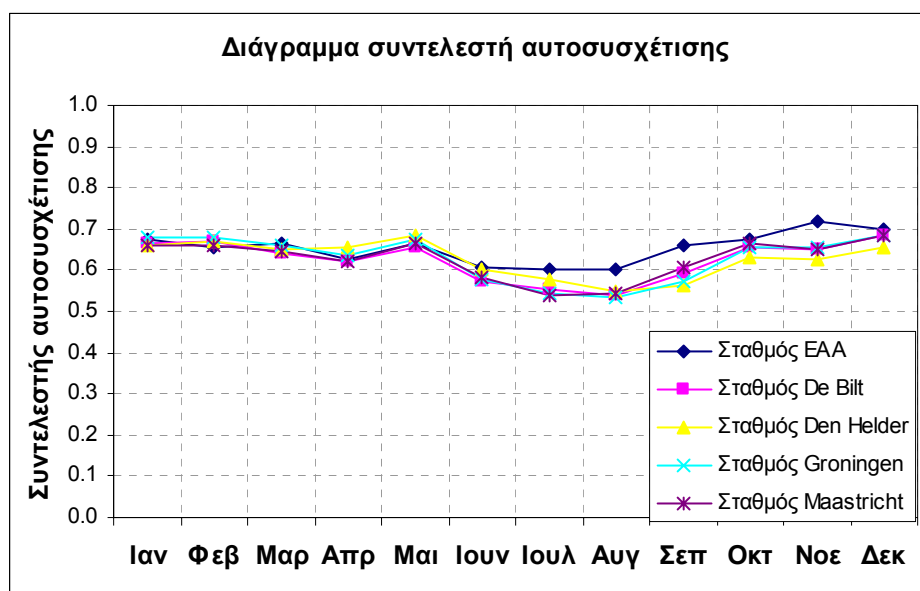
### 5.2.2 Η εφαρμογή της θεωρίας μεγίστων

Όπως έχει αναλυθεί εκτεταμένα στο εδάφιο 3.5.3, αν η θεωρητική κατανομή των μέσων τιμών ημερήσιων σημείων δρόσου  $F(x)$  για κάθε μήνα είναι γνωστή και

καθορισμένη, τότε η κατανομή των μέγιστων μηνιαίων τιμών σημείων δρόσου για κάθε μήνα, θα είναι η  $H_n(x) = [F(x)]^n$ , με  $n$  τον αριθμό των ημερών του μήνα.

Παρόλα αυτά, έχει αναφερθεί πως η παραπάνω σχέση ισχύει με την προϋπόθεση της ανεξαρτησίας και ισονομίας των μεταβλητών. Θα έπρεπε δηλαδή η μέση τιμή του μέσου ημερήσιου δρόσου μιας τυχαίας μέρας ενός μήνα να μην εξαρτάται από την τιμή του την προηγούμενη. Αν συμβαίνει αυτό, τότε ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης κυμαίνεται γύρω από το μηδέν.

Για κάθε μήνα, κάθε έτους και για κάθε σταθμό, έχει υπολογιστεί ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης και έχει εξαχθεί η μέση μηνιαία τιμή. Τα αποτελέσματα των μέσων τιμών παρουσιάζονται αναλυτικά σε πίνακα του παραρτήματος D, ενώ γραφικά αποτυπώνονται στο σχήμα 5.8.

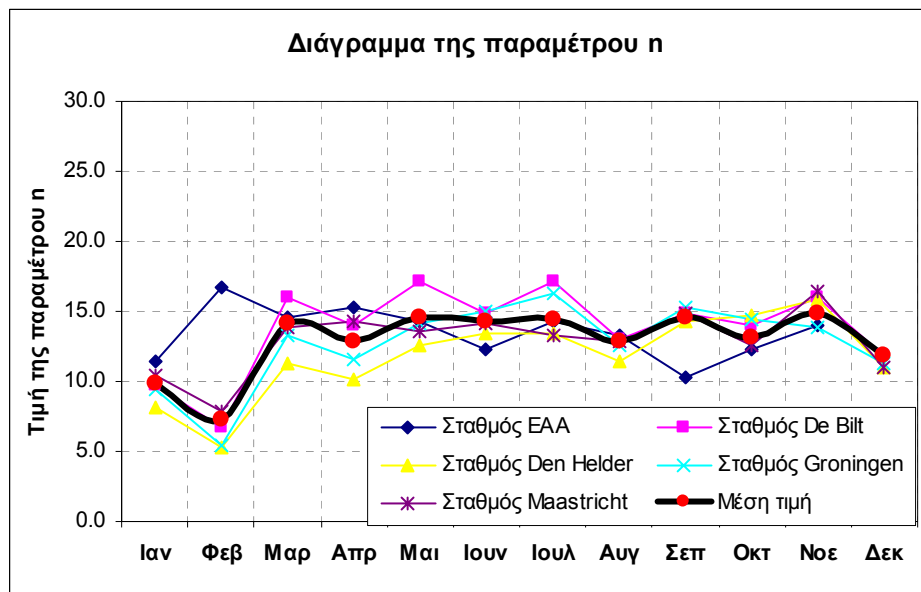


Σχήμα 5.8: Ο μέσος μηνιαίος συντελεστής αυτοσυσχέτισης κάθε σταθμού

Όπως παρατηρεί κανείς, οι τιμές του μέσου μηνιαίου συντελεστή αυτοσυσχέτισης είναι αρκετά υψηλές, ενώ αξίζει να τονιστεί η παρόμοια συμπεριφορά όλων των σταθμών.

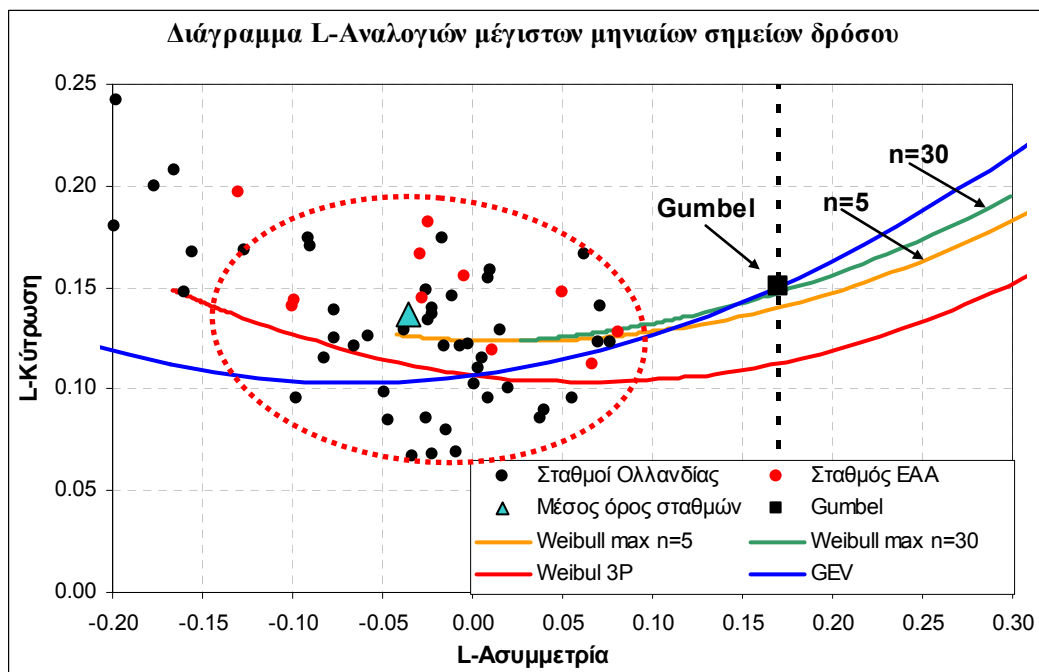
Έτσι λοιπόν, οι τιμές του συντελεστή  $n$ , όπως έχει αναφερθεί, αναμένονται μικρότερες από τις θεωρητικές. Στο παράρτημα D, στους πίνακες D.11 έως D.15, εκτός των αρχικών εκτιμήσεων των παραμέτρων της Weibull με τις τέσσερις μεθόδους, δίνονται και οι τελικές εκτιμήσεις αυτών, καθώς και οι τιμές της παραμέτρου  $n$ , όπως έχουν προκύψει από την εφαρμογή της μεθόδου που έχει

αναλυθεί στο εδάφιο 3.6. Στο σχήμα 5.9 παρουσιάζονται γραφικά οι τιμές της παραμέτρου  $n$ , οι οποίες όπως διαπιστώνεται κυμαίνονται από 5 έως 15 περίπου.



Σχήμα 5.9: Οι τιμές της παραμέτρου  $n$

Τελικά, αυτό που μένει να ελεγχθεί, είναι το πόσο καλά προσαρμόζεται η θεωρητική κατανομή μεγίστων, που προέκυψε από την μητρική Weibull, στα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου.



Σχήμα 5.10: Διάγραμμα L-αναλογιών των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου

Στο σχήμα 5.10 παρουσιάζεται το «νέφος» των σημείων που προκύπτει από τη δειγματική ανάλυση των τιμών των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου κατηγοριοποιημένων ανά μήνα. Ακόμη, έχουν σχεδιαστεί οι κατανομές μεγίστων ΓΑΤ, Gumbel και οι παράγωγες κατανομές μεγίστων, θεωρώντας μητρική κατανομή την τριπαραμετρική Weibull, για τιμές του συντελεστή  $n$  5 και 30. Επίσης, έχει αποτυπωθεί και η καμπύλη της μητρικής Weibull για συγκριτικούς λόγους. Αναφέρεται, πως για τις καμπύλες μεγίστων που προκύπτουν από τη Weibull δεν υπάρχουν αναλυτικές σχέσεις στη βιβλιογραφία και έχουν σχεδιαστεί από τον συγγραφέα με προσομοιώσεις Monte Carlo.

Το πρώτο που παρατηρεί κανείς, είναι η εμφανής ακαταλληλότητα της Gumbel να περιγράψει το «νέφος» των σημείων. Η κατανομή ΓΑΤ από την άλλη, φαίνεται πως θα μπορούσε να εκφράσει ικανοποιητικά ένα μεγάλο ποσοστό του «νέφους» των σημείων, παρόλα αυτά όμως, η συγκεκριμένη κατανομή για τιμές της L-ασυμμετρίας μικρότερες του  $2 \ln 3 / \ln 2 - 3 \approx 0.1699$ , της τιμής της L-ασυμμετρίας της Gumbel δηλαδή, είναι άνω φραγμένη, γεγονός που την αποκλείει ως θεωρητικό μοντέλο. Αντίθετα, οι κατανομές μεγίστων που προκύπτουν από τη μητρική Weibull, μπορεί να πει κανείς πως έχουν ένα ευρύ πεδίο όπου αναμένεται να προσαρμόζονται ικανοποιητικά χωρίς να είναι άνω φραγμένες. Από το γράφημα των L-αναλογιών υποθέτει κανείς, πως το ποσοστό του «νέφους» των σημείων που περικλείεται από την κόκκινη έλλειψη θα περιγράφεται ικανοποιητικά από τις τελευταίες. Ο ισχυρισμός αυτός επιβεβαιώνεται και από τα πιθανοτικά γραφήματα σε χαρτί των κατανομών αυτών για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων  $c$  και  $n$ , όπου τα δεδομένα θα πρέπει να σχηματίζουν ευθεία γραμμή. Στο παράρτημα D, στα σχήματα D.10-D.14, παρουσιάζονται τα παραπάνω γραφήματα για κάθε σταθμό και κάθε μήνα και διαπιστώνεται η πολύ καλή προσαρμογή των παράγωγων κατανομών μεγίστων.

## **6 Εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ και ανάλυση των αποτελεσμάτων**

---

Από τις ποικίλες διαφορετικές μεθόδους εκτίμησης της ΠΜΚ που έχουν αναλυθεί στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας αυτής, έχει ήδη αναφερθεί πως θα εφαρμοστεί και θα αναλυθεί η μέθοδος εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία, η οποία έχει τύχει ευρείας αποδοχής και εφαρμογής. Η εφαρμογή της μεθόδου περιγράφεται αναλυτικά στο εδάφιο 2.4.3.

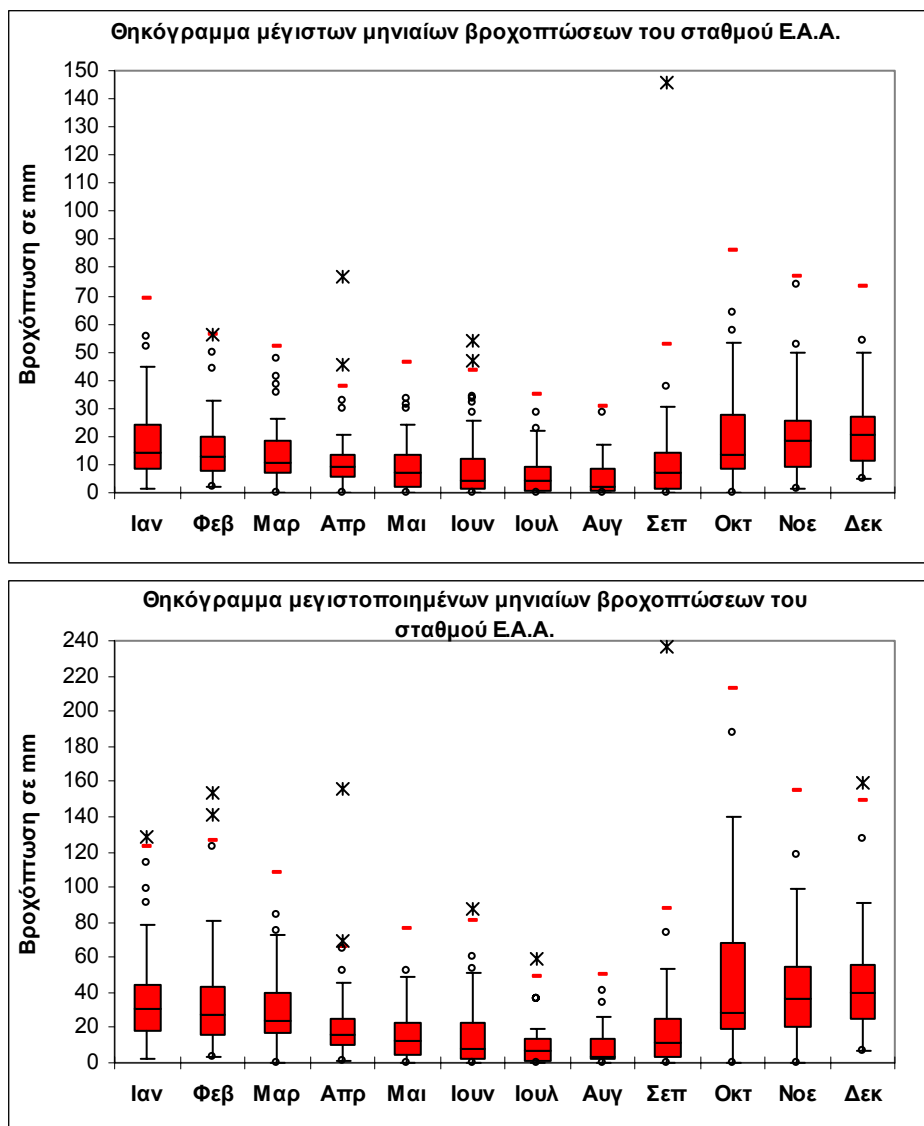
Το συγκεκριμένο κεφάλαιο, που αποτελεί και τον βασικό στόχο της εργασίας, ασχολείται με την ανάλυση των αποτελεσμάτων από την εφαρμογή της μεθόδου και επιχειρεί να εμβαθύνει στην επίδραση της μεθόδου στις πραγματικές βροχοπτώσεις, να διερευνήσει τη σχέση των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με τους παράγοντες από τους οποίους προκύπτουν αλλά και να εξάγει συμπεράσματα από μια γενικότερη πιθανοτική θεώρηση των μεγιστοποιημένων δειγμάτων σε σχέση με τα καταγεγραμμένα δείγματα.

### **6.1 Η επίδραση της μεγιστοποίησης στις μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις**

Έχει αναφερθεί πως η εκτίμηση της ΠΜΚ αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή μιας σειράς μεγιστοποιημένων τιμών βροχοπτώσεων που προκύπτουν από καταγεγραμμένες βροχοπτώσεις με τη διαδικασία που έχει περιγραφεί στο εδάφιο 2.4.3. Έχει λοιπόν εξαιρετική σημασία, να αναλυθεί το μεγιστοποιημένο δείγμα στο σύνολό του σε σχέση με το αντίστοιχο πραγματικό από το οποίο προέκυψε και να αποκαλυφθεί ίσως έτσι η δράση της μεθόδου επί του τελευταίου.

Αρχικά λοιπόν έγινε μια στατιστική ανάλυση των καταγεγραμμένων μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων κατηγοριοποιημένων ανά μήνα και των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων που προέκυψαν με εφαρμογή της μεθόδου. Στο παράρτημα Ε στους πίνακες Ε.1-Ε.5 δίνονται τα στατιστικά στοιχεία των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων, ενώ στους πίνακες Ε.6-Ε.10 παρουσιάζονται τα στατιστικά στοιχεία των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων.

Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται τα θηκογράμματα των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων και των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων για το σταθμό του Ε.Α.Α, ενώ τα αντίστοιχα θηκογράμματα των Ολλανδικών σταθμών δίνονται στα σχήματα Ε.1 και Ε.2 του παραρτήματος Ε.



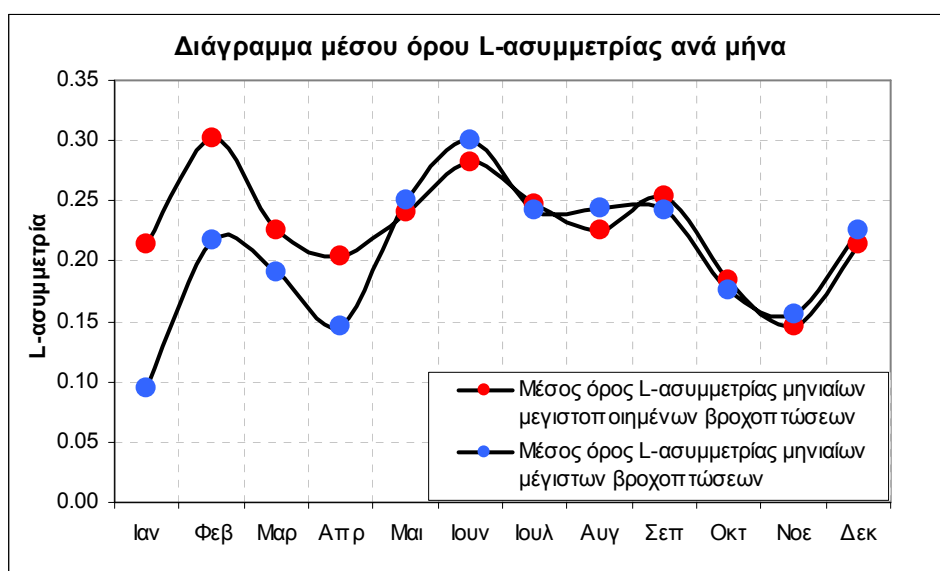
Σχήμα 6.1: Θηκογράμματα μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων για το σταθμό του Ε.Α.Α.

Αυτό που προκύπτει αμέσως από το σχήμα 6.1, είναι η αύξηση του εύρους των τιμών των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων σε σχέση με τις αντίστοιχες μέγιστες, κάτι που προφανώς ήταν αναμενόμενο. Παρόλα αυτά, μια προσεκτική παρατήρηση του σχήματος 6.1 αλλά και των αντίστοιχων θηκογραμμάτων των Ολλανδικών σταθμών στο παράρτημα Ε, αποκαλύπτει πέραν της διεύρυνσης των τιμών στο σύνολο των μηνών, δυσανάλογες διευρύνσεις του εύρους σε κάποιους μήνες, μεταβολή του



ποσοστού των παράτυπων σημείων και αλλαγές στην ασυμμετρία. Έτσι, αν και η γενική εικόνα των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων μπορεί να πει κανείς ότι παραμένει περίπου ίδια σε σχέση με την εικόνα των μέγιστων βροχοπτώσεων, η λεπτομερής παρατήρηση αποκαλύπτει μια όχι και τόσο «αθώα» παραμόρφωση της συμπεριφοράς του δείγματος. Αυτή ακριβώς την παραμόρφωση καλείται να εξακριβώσει η αναλυτική μελέτη της ασυμμετρίας και της κύρτωσης που ακολουθεί.

Στο σχήμα 6.2 παρουσιάζεται ο μέσος όρος της L-ασυμμετρίας των πέντε σταθμών ανά μήνα. Από την παρατήρηση του γραφήματος ίσως να μην προκύπτει ξεκάθαρα κάποιο συμπέρασμα, θα μπορούσε όμως να πει κανείς πως διαφαίνεται μια τάση σταθεροποίησης της ασυμμετρίας των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων σε υψηλότερα επίπεδα από αυτά των πραγματικών δειγμάτων.

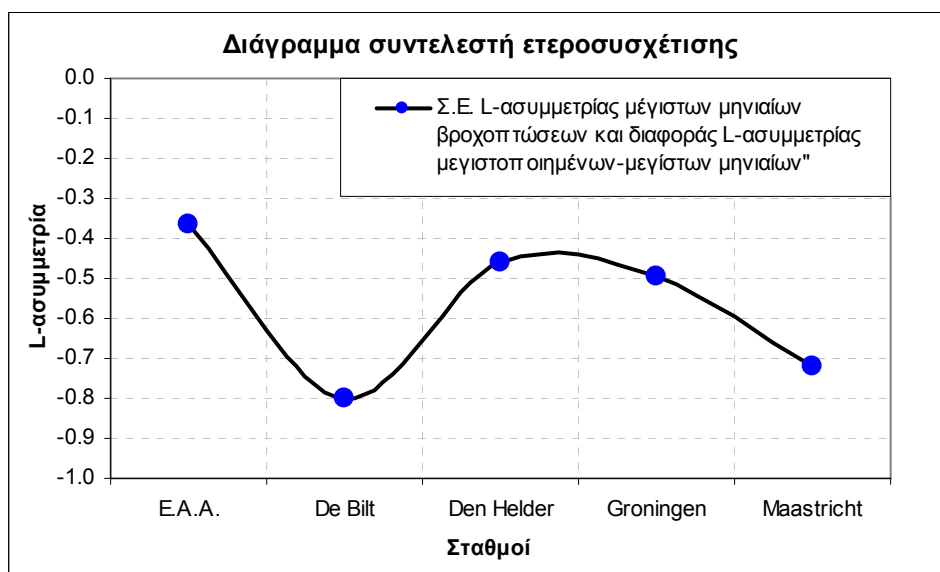


Σχήμα 6.2: Ο μέσος όρος της L-ασυμμετρίας ανά μήνα των μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων των πέντε σταθμών που αναλύθηκαν

Η διαδικασία της μεγιστοποίησης δηλαδή, ίσως να προκαλεί μια αύξηση της ασυμμετρίας των μηνών με χαμηλές τιμές της τελευταίας, ενώ διατηρεί ή και μειώνει την ασυμμετρία των μηνών με υψηλές τιμές. Κάτι τέτοιο βέβαια συνιστά μια επιλεκτική παραμόρφωση του αρχικού δείγματος και αλλοίωση συνεπώς των εσωτερικών συσχετισμών από μήνα σε μήνα, γεγονός που δεν μπορεί να συνάδει με τις προϋποθέσεις μια έγκυρης επιστημονικής μεθόδου με στέρεο θεωρητικό υπόβαθρο.

Την τελευταία υπόθεση, της επιλεκτικής δηλαδή αύξησης της L-ασυμμετρίας, έρχεται να επιβεβαιώσει το σχήμα 6.3. Στο σχήμα 6.3 παρουσιάζονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης της L-ασυμμετρίας των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων κάθε

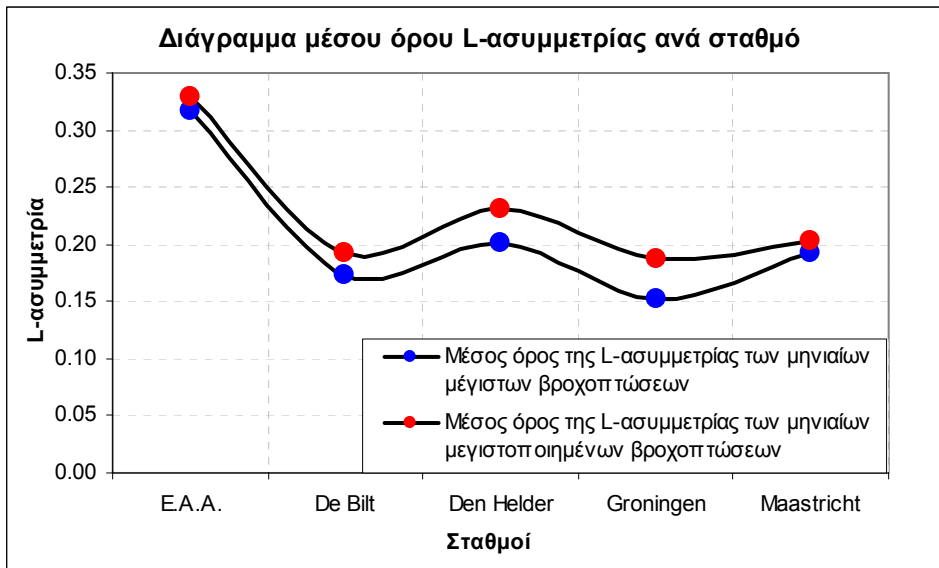
σταθμού και της διαφοράς της L-ασυμμετρίας των μηνιαίων μεγιστοποιημένων από την L-ασυμμετρία των αντίστοιχων μέγιστων μηνιαίων κάθε σταθμού.



Σχήμα 6.3: Συντελεστές ετεροσυσχέτισης κάθε σταθμού της L-ασυμμετρίας των πραγματικών μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων και της διαφοράς της L-ασυμμετρίας των μηνιαίων μεγιστοποιημένων από την L-ασυμμετρία των αντίστοιχων μέγιστων μηνιαίων

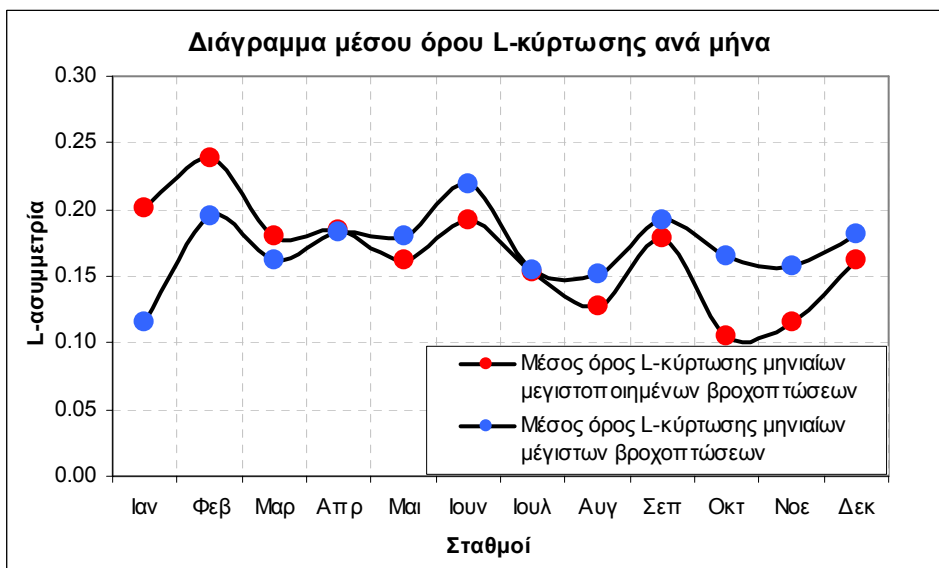
Όπως διαπιστώνεται, υπάρχει μια σημαντική αρνητική συσχέτιση σε όλους τους σταθμούς, ενώ σε δύο από αυτούς η αρνητική συσχέτιση είναι πολύ υψηλή. Το γεγονός αυτό δηλώνει ακριβώς πως η αύξηση της L-ασυμμετρίας που προκαλείται από τη διαδικασία της μεγιστοποίησης, είναι αντιστρόφως ανάλογη της L-ασυμμετρίας του πραγματικού δείγματος των μέγιστων μηνιαίων τιμών. Από υψηλές δηλαδή τιμές της L-ασυμμετρίας στο πραγματικό δείγμα, προκύπτουν μεγιστοποιημένα δείγματα με μικρή αύξηση της ασυμμετρίας ή και μείωση, ενώ στις περιπτώσεις που η ασυμμετρία είναι χαμηλή, η αύξηση είναι σημαντικά μεγαλύτερη.

Γενικά πάντως, ο παραπάνω μηχανισμός, όπως διαπιστώνεται και στο σχήμα 6.4, έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του μέσου όρου της ασυμμετρίας του μεγιστοποιημένου δείγματος σε σχέση με το δείγμα μεγίστων για κάθε σταθμό. Διευκρινίζεται πως ο μέσος όρος της ασυμμετρίας κάθε σταθμού είναι ο μέσος όρος των μηνιαίων τιμών της για το σταθμό αυτό.



Σχήμα 6.4: Μέσος όρος της L-ασυμμετρίας των μέγιστων και μεγιστοποιημένων μηνιαίων δειγμάτων για κάθε σταθμό

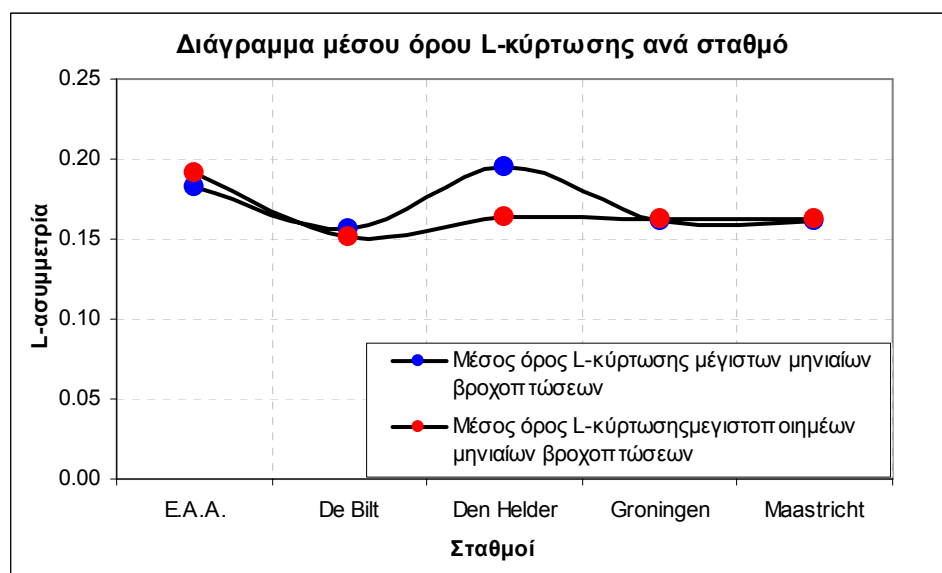
Από τα παραπάνω γίνεται φανερή η επίδραση της διαδικασίας της μεγιστοποίησης στην ασυμμετρία των πραγματικών μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων. Στο σχήμα 6.5 παρουσιάζεται ο μέσος όρος της L-κύρτωσης των πέντε σταθμών ανά μήνα, από όπου δεν διαφαίνεται κάποια τάση, οι μεταβολές μεταξύ των μηνών είναι μάλλον τυχαίες.



Σχήμα 6.5: Ο μέσος όρος της L-κύρτωσης ανά μήνα των μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων των πέντε σταθμών που αναλύθηκαν

Το παραπάνω συμπέρασμα υποστηρίζεται και από το σχήμα 6.6, όπου παρουσιάζεται ο μέσος όρος της κύρτωσης κάθε σταθμού. Όπως παρατηρείται, δεν υπάρχει κάποια ουσιαστική μεταβολή. Πρέπει όμως να τονιστεί πως η αβεβαιότητα στον υπολογισμό

της κύρτωσης είναι μεγαλύτερη και δεν είναι εύκολο να εξαχθούν βέβαια συμπεράσματα. Παρόλα αυτά, τονίζεται και πάλι η παραμορφωτική δράση της μεγιστοποίησης που επιβεβαιώνεται από τη σύγκριση της κύρτωσης του μεγιστοποιημένου και του καταγεγραμμένου δείγματος που μπορεί να γίνει από τους πίνακες των στατιστικών χαρακτηριστικών του παραρτήματος Ε.

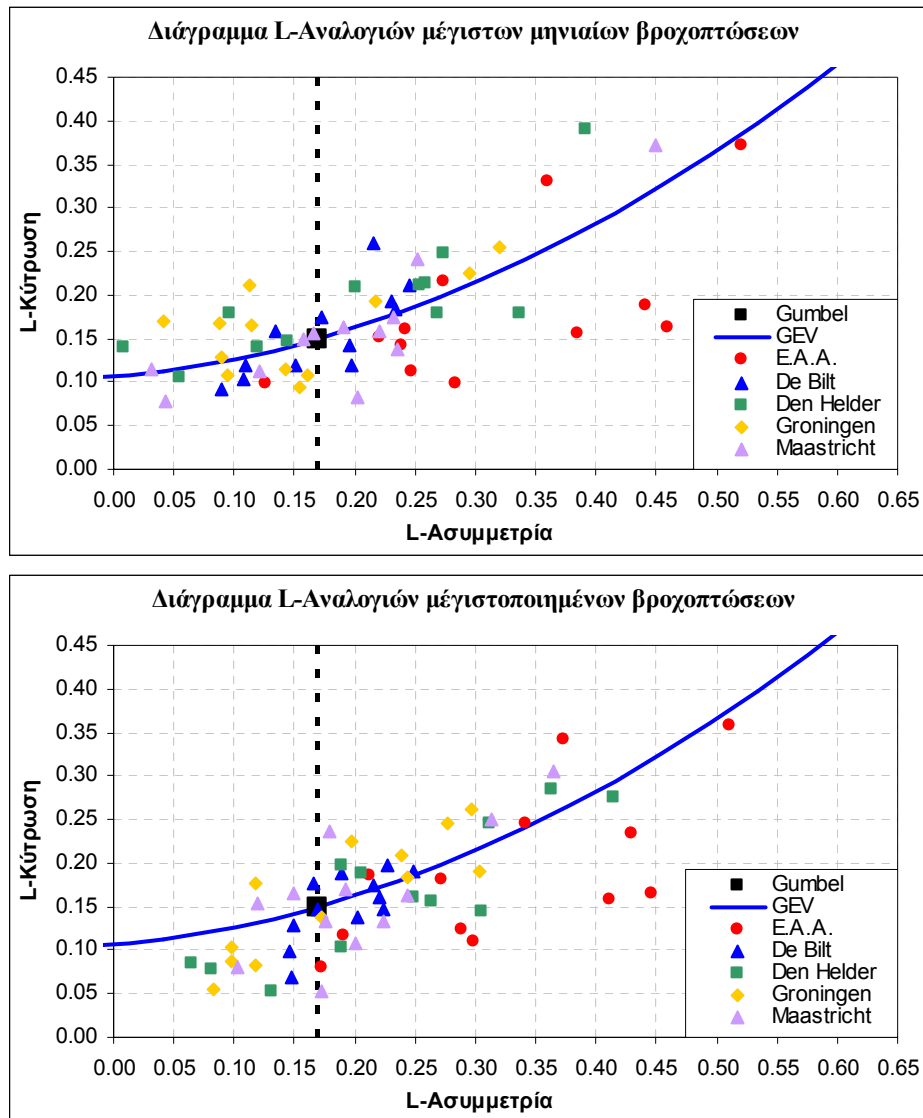


Σχήμα 6.6: Ο μέσος όρος της L-κύρτωσης ανά σταθμό

Μια πιο σαφή συνολική εικόνα των μεταβολών της ασυμμετρίας και της κύρτωσης που προκαλούνται από τη διαδικασία της μεγιστοποίησης προσφέρεται στο σχήμα 6.7, όπου παρουσιάζονται τα διαγράμματα L-αναλογιών των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων και των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων. Κάθε σημείο του διαγράμματος αντιπροσωπεύει την ασυμμετρία και την κύρτωση ενός μήνα και ενός εκ των πέντε σταθμών που μελετήθηκαν, συνεπώς προκύπτουν 120 σημεία. Η μετατόπιση του «νέφους» των σημείων των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων με χαμηλή ασυμμετρία προς μεγαλύτερες τιμές είναι αμέσως φανερή, ενώ οι τιμές με υψηλή ασυμμετρία παραμένουν στα ίδια επίπεδα. Έτσι, ο μέσος όρος της L-ασυμμετρίας όλων των σημείων των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων είναι 0.207 και αυξάνεται κατά 10.3% στην τιμή 0.228, ενώ ο μέσος όρος της L-κύρτωσης των μέγιστων μηνιαίων είναι 0.171 και μειώνεται κατά 2.8% στην τιμή 0.167.

Επιπρόσθετα, αξίζει να σχολιαστεί πως η κατανομή ΓΑΤ, όπως διαπιστώνεται από το σχήμα, αποτελεί στην πλειονότητα των περιπτώσεων ένα πολύ ικανοποιητικό θεωρητικό μοντέλο της κατανομής των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων κατηγοριοποιημένων ανά μήνα. Ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί παρόλα αυτά στο

γεγονός, πως για μήνες με ασυμμετρία μικρότερης της Gumbel, η παράμετρος σχήματος με τη μέθοδο των L-ροπών θα προκύψει θετική, με συνεπεία η κατανομή να είναι άνω φραγμένη. Αυτό όμως όπως έχει εξηγηθεί στο εδάφιο 3.5.1 οφείλεται κυρίως σε λόγους μεροληψίας της εκτίμησης. Στο παράρτημα Ε στον πίνακα Ε.11 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των παραμέτρων της κατανομής ΓΑΤ με τη μέθοδο των L-ροπών για κάθε μήνα και σταθμό.

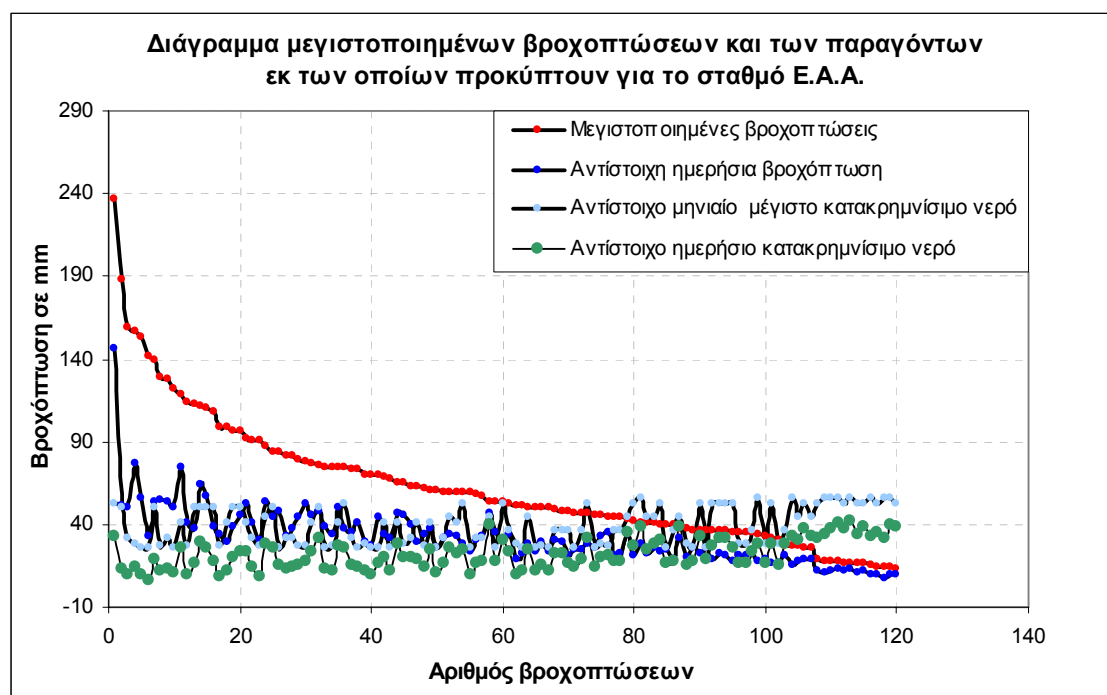


Σχήμα 6.7: Διαγράμματα L-αναλογιών των μέγιστων και μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων

## 6.2 Η εκτίμηση της ΠΜΚ και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτει

Η ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ, που χρησιμοποιείται συχνά ως μέγεθος σχεδιασμού, προκύπτει ως η μέγιστη τιμή μιας σειράς μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων. Συγκεκριμένα, οι δέκα συνήθως μεγαλύτερες βροχοπτώσεις κάθε μήνα, μεγιστοποιούνται με τη διαδικασία που έχει περιγραφεί στο εδάφιο 2.4.3 και η μέγιστη αυτών αποτελεί την ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ.

Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις, σύμφωνα με τη σχέση 1.1, από την οποία και παράγονται, εξαρτώνται άμεσα από το μέγεθος της βροχόπτωσης προς μεγιστοποίηση, το κατακρημνίσμο νερό την ημέρα της βροχόπτωσης και το μέγιστο κατακρημνίσμο νερό το μήνα της βροχόπτωσης. Έχει συνεπώς αξία τα παραπάνω μεγέθη σε διερευνηθούν σε αντιπαράθεση.



Σχήμα 6.8: Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν

Στο σχήμα 6.8 παρουσιάζονται οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις του σταθμού Ε.Α.Α. σε φθίνουσα σειρά, οι αντίστοιχες ημερήσιες βροχοπτώσεις, το αντίστοιχο κατακρημνίσμο νερό και το μέγιστο κατακρημνίσμο νερό του μήνα της βροχόπτωσης προς μεγιστοποίηση. Οι 120 μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις του σχήματος 6.8, προέκυψαν από τις 10 μεγαλύτερες καταγεγραμμένες βροχοπτώσεις

κάθε μήνα. Το αντίστοιχο κατακρημνίσμο νερό την ημέρα της βροχόπτωσης προκύπτει από το αντίστοιχο μέσο ημερήσιο σημείο δρόσου, ενώ το μέγιστο κατακρημνίσμο νερό του μήνα της βροχόπτωσης, είναι συνάρτηση του μέγιστου σημείου δρόσου του μήνα για συγκεκριμένη περίοδο επαναφοράς. Εδώ, η περίοδος επαναφοράς επιλέχθηκε ίση με 100 έτη, τιμή που προτείνεται από το εγχειρίδιο της μεθόδου, ενώ η κατανομή που χρησιμοποιήθηκε ήταν η παράγωγη κατανομή μεγίστων της τριπαραμετρικής Weibull.

Μια σημαντική διαπίστωση που προκύπτει άμεσα από το σχήμα 6.8, αλλά και από τα αντίστοιχα γραφήματα των άλλων σταθμών που δίνονται στο παράρτημα Ε στ σχήματα Ε.3-Ε6, είναι η εντονότατη κλίση της καμπύλης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων στην αρχή της, στα σημεία δηλαδή των 10 περίπου μεγαλύτερων τιμών από τα οποία και προκύπτει η ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ. Η έντονη όμως κλίση υποδηλώνει την μεγάλη αβεβαιότητα στην εκτίμηση της ΠΜΚ, αν δεν υπήρχε δηλαδή η βροχόπτωση από την οποία προέκυψε η ΠΜΚ, η αμέσως επόμενη εκτίμηση είναι μικρότερη περίπου κατά 50 mm ή 20%. Μπορεί να πει συνεπώς κανείς, πως ενώ το πλήθος των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων σε φθίνουσα κατάταξη, παρουσιάζει μια λογική συμπεριφορά, από την δέκατη περίπου μεγαλύτερη βροχόπτωση και προς τη μικρότερη τιμή, στην περιοχή των δέκα μεγαλύτερων τιμών επικρατεί μια έντονα διαφοροποιημένη και αβέβαιη κατάσταση η αβεβαιότητα της οποίας μεταφέρεται και στην εκτίμηση της ΠΜΚ.

Παρόλα αυτά αν θέλει κανείς να είναι «δίκαιος», πρέπει να τονίσει το γεγονός πως αν οι μέγιστες βροχοπτώσεις από τις οποίες προκύπτουν οι μεγιστοποιημένες στην παραπάνω ανάλυση, καταταγούν σε φθίνουσα σειρά, τότε οι 10 περίπου μεγαλύτερες τιμές παρουσιάζουν επίσης την ίδια διαφοροποίηση από το υπόλοιπο δείγμα. Αυτό όμως, το αντιμετωπίζει κανείς με μια καθαρά πιθανοτική θεώρηση και είναι εκ διαμέτρου αντίθετο από το να επιχειρείται ο καθορισμός ενός ντετερμινιστικού μεγέθους, όπως η ΠΜΚ σε μια τόσο αβέβαιη περιοχή.

Από το σχήμα 6.8 αλλά και το σχήματα Ε.3-Ε.6 του παραρτήματος Ε, αν εξαιρέσει κανείς τις πραγματικές βροχοπτώσεις, δεν είναι άμεσα εμφανής κάποια συσχέτιση των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με τα υπόλοιπα μεγέθη. Στον πίνακα 6.1 παρουσιάζονται οι συντελεστές ετεροσυσχέτισης διάφορων μεγεθών για κάθε σταθμό, ενώ τρεις από αυτούς απεικονίζονται γραφικά στο σχήμα 6.9.

Πίνακας 6: Συντελεστές ετεροσυσχέτισης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με άμεσους και έμμεσους παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν

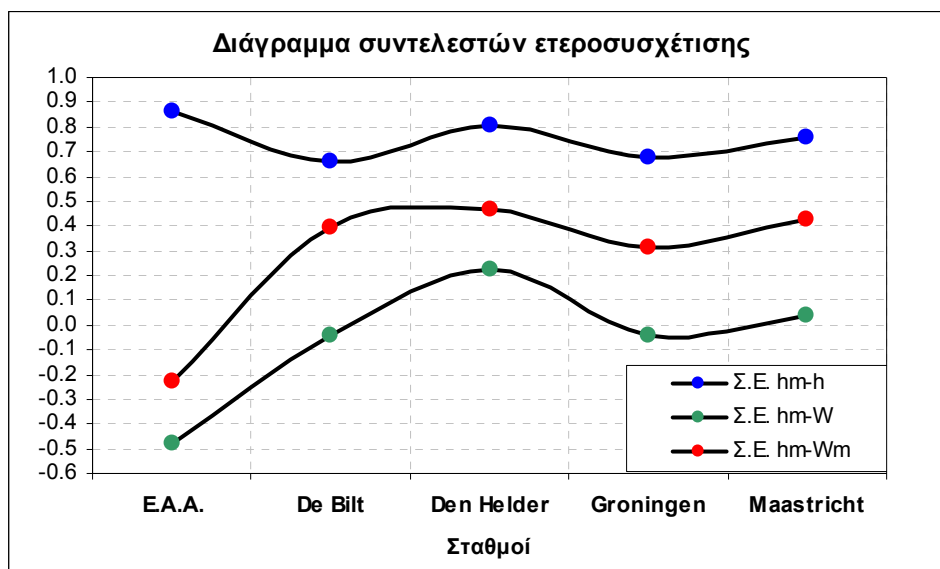
Συντελεστής ετεροσυσχέτισης μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με	E.A.A.	De Bilt	Den Helder	Groningen	Maastricht
Μέγιστες βροχοπτώσεις	0.86	0.66	0.80	0.68	0.76
Κατακρημνίσιμο νερό	-0.48	-0.05	0.22	-0.04	0.03
Μέγιστο κατακρημνίσιμο νερό	-0.23	0.39	0.47	0.31	0.43
Σημείο δρόσου	-0.49	-0.05	0.19	-0.10	-0.01
Μέγιστο σημείο δρόσου	-0.22	0.39	0.46	0.31	0.43

Στον πίνακα 6.1 παρατηρεί κανείς πως οι τιμές των συντελεστών ετεροσυσχέτισης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με το κατακρημνίσιμο νερό και το μέγιστο κατακρημνίσιμο νερό, είναι σχεδόν ταυτόσημες με της τιμές των συντελεστών ετεροσυσχέτισης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με το σημείο δρόσου και το μέγιστο σημείο δρόσου αντίστοιχα. Κάτι τέτοιο ήταν αναμενόμενο. αφού η σχέση σημείων δρόσου, ημερήσιων και μέγιστων μηνιαίων, με το κατακρημνίσιμο νερό, ημερήσιο και μέγιστο μηνιαίο, είναι αμφιμονοσήμαντη.

Όπως διαπιστώνεται εύκολα από το σχήμα 6.9, υπάρχει μια μεγάλη συσχέτιση σε όλους τους σταθμούς, των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με τις βροχοπτώσεις που μεγιστοποιούνται. Αυτό σημαίνει πως, το μέγεθος των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων και συνεπώς και η εκτίμηση της ΠΜΚ εξαρτάται άμεσα από το μέγεθος των παρατηρημένων βροχοπτώσεων. Η συσχέτιση από την άλλη μεριά των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με το μέγιστο κατακρημνίσιμο νερό, κυμαίνεται σε πολύ χαμηλότερα επίπεδα, ενώ η αρνητική συσχέτιση στον σταθμό E.A.A. αφήνει έντονα ερωτηματικά με το κατά πόσο πραγματικά συσχετίζονται τα δύο μεγέθη. Τέλος, η συσχέτιση των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με το κατακρημνίσιμο νερό, με εξαίρεση το σταθμό του E.A.A., είναι ανύπαρκτη, ενώ σύμφωνα με τη σχέση από την οποία προκύπτουν οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις, θα έπρεπε η συσχέτιση αυτή να είναι αρνητική.



Συμπερασματικά λοιπόν, φαίνεται από τα παραπάνω, πως οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις σχετίζονται αδιαφιλονίκητα με τις βροχοπτώσεις προς μεγιστοποίηση, είναι ασυσχέτιστες με το κατακρημνίσιμο νερό, ενώ αμφιβολίες υπάρχουν σχετικά με το κατά πόσο σχετίζονται με το μέγιστο κατακρημνίσιμο νερό. Όλη αυτή η ασυνέπεια όμως, στον υπολογισμό των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων, μεταφέρεται αυτόματα και στην εκτίμηση της ΠΜΚ, εγείροντας σοβαρά ερωτήματα για την εγκυρότητα της μεθόδου.



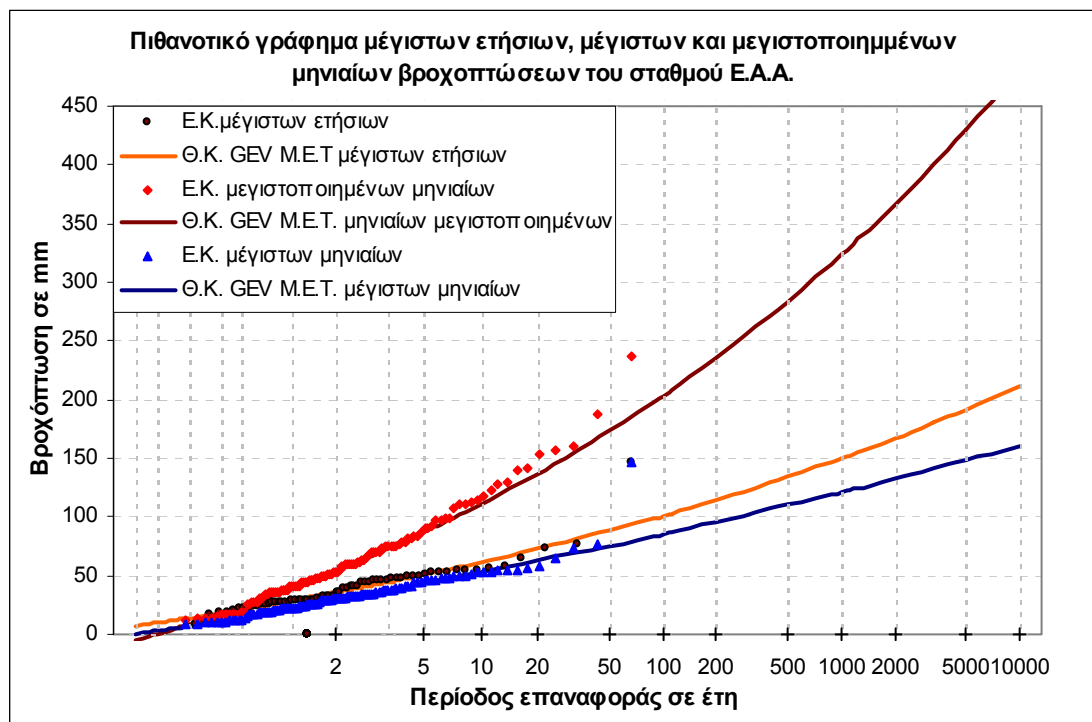
Σχήμα 6.9: Συντελεστές ετεροσυσχέτισης μεγιστοποιημένων (hm)-μέγιστων(h) βροχοπτώσεων, μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων-κατακρημνίσμου ημερήσιου νερού(W) και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων-μέγιστου κατακρημνίσμου νερού(Wm)

### 6.3 Πιθανοτική αντιμετώπιση των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων

Αν και η διαδικασία της μεγιστοποίησης των καταγεγραμμένων βροχοπτώσεων, έχει ως σκοπό την εκτίμηση της ΠΜΚ ως την μέγιστη τιμή του μεγιστοποιημένου δείγματος και συνεπώς στο αυστηρό πλαίσιο της μεθόδου δεν έχει νόημα η πιθανοτική θεώρηση του τελευταίου, στα πλαίσια αυτής της εργασίας που επιχειρεί μια βαθύτερη διερεύνηση της φύσης της μεθόδου, κάθε άλλο παρά περιττή μπορεί να είναι μια τέτοια προοπτική, ιδιαίτερα δε, όταν η πιθανοτική διερεύνηση γίνει σε αντιπαράθεση με τις καταγεγραμμένες βροχές.

Στο σχήμα 6.10, αποτυπώνονται οι εμπειρικές κατανομές (E.K.) για το σταθμό E.A.A., των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως ένωση

των 10 μέγιστων κάθε μήνα και το αντίστοιχο μεγιστοποιημένο δείγμα των τελευταίων. Επίσης στις εμπειρικές κατανομές έχει προσαρμοστεί η θεωρητική κατανομή (Θ.Κ.) ΓΑΤ με τη μέθοδο των L-ροπών, ενώ οι εκτιμήσεις των παραμέτρων δίνονται στον πίνακα E.12 του παραρτήματος E. Τα ανάλογα γραφήματα των ολλανδικών σταθμών παρουσιάζονται το παράρτημα E στα σχήματα E.7-E.10.



Σχήμα 6.10: Πιθανοτικό γράφημα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως σύνολο των 10 μέγιστων κάθε μήνα και οι αντίστοιχες μεγιστοποιημένες των τελευταίων

Το πρώτο που παρατηρεί κανείς τόσο από το σχήμα 6.10 όσο και από τα σχήματα E.7-E.10, είναι μια παρόμοια συμπεριφορά της κατανομής των 120 μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων από τις οποίες και προκύπτει η ΠΜΚ, με την κατανομή των μέγιστων ετήσιων. Οι 120 δηλαδή μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις, παρουσιάζουν μια αυξητική τάση σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς παρόμοια με αυτή των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων. Αφού λοιπόν οι 120 μέγιστες μηνιαίες βροχοπτώσεις από τις οποίες προκύπτει η εκτίμηση της ΠΜΚ δεν έχουν άνω όριο και δεδομένης της συσχέτισης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με τις μέγιστες, δεν στερείται βάσης να υποθέσει κανείς πως ένα πολύ μεγαλύτερο δείγμα, θα κατανέμονταν πάνω στη θεωρητική κατανομή με συνέπεια το αντίστοιχο μεγιστοποιημένο δείγμα να ακολουθεί την προσαρμοσμένη σε αυτό κατανομή που

φαίνεται στο σχήμα με δεδομένη μάλιστα την υψηλή συσχέτιση των 2 μεγεθών που συζητήθηκε προηγουμένως. Τότε λοιπόν για μια περίοδο επαναφοράς 5000 ετών, η εκτίμηση της ΠΜΚ για το σταθμό του Ε.Α.Α. θα αναμενόταν της τάξης των 400-450 mm. Το υποτιθέμενο δηλαδή ανυπέβλητο όριο της εκτίμησης της ΠΜΚ αναμένεται να διπλασιαζόταν σχεδόν αν υπήρχε διαθέσιμο δείγμα 5000 ετών.

Αν εξαιρέσει κανείς το σταθμό Den Helder, που η κατανομή του μεγιστοποιημένου δείγματος προκύπτει άνω φραγμένη, γεγονός που όπως έχει εξηγηθεί μπορεί να οφείλεται σε λόγους μεροληψίας των εκτιμητών, σε όλους τους άλλους σταθμούς δεν προκύπτει κάποιο άνω όριο της εκτίμησης της ΠΜΚ. Το τελευταίο βεβαία γεγονός είναι οξύμωρο, διότι υπονοεί πως το άνω όριο του δυναμικού της κατακρήμνισης που προκύπτει από την εκτίμηση της ΠΜΚ δεν έχει άνω όριο.

Επιπλέον αξίζει να τονιστεί πως αν λάβει κανείς υπόψιν μόνο την κατανομή του μεγιστοποιημένου δείγματος, τότε το μέγεθος της ΠΜΚ προκύπτει ως εκτίμηση του διατεταγμένου στατιστικού πρώτης τάξης (first order statistic). Η εκτίμηση όμως του συγκεκριμένου στατιστικού είναι εξαιρετικά αβέβαιη και επαγωγικά τότε το ίδιο και η εκτίμηση της ΠΜΚ.

## **6.4 Η εκτίμηση της ΠΜΚ σε σχέση με το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου**

Ένας από τους όρους στη σχέση 1.1, που παράγει τις μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις από της οποίες προκύπτει η εκτίμηση της ΠΜΚ, είναι το ημερήσιο μέγιστο κατακρημνίσσιμο νερό του μήνα της καταγεγραμμένης βροχόπτωσης προς μεγιστοποίηση. Το μέγιστο ημερήσιο κατακρημνίσσιμο νερό όμως για συγκεκριμένο μήνα, εξαρτάται από το μέγιστο ημερήσιο σημείο δρόσου του ίδιου μήνα, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί αύξουσα συνάρτηση της περιόδου επαναφοράς. Κατά σύμβαση, η μέθοδος δέχεται ως μέγιστο κατακρημνίσσιμο νερό ενός μήνα, αυτό που προκύπτει από το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου δείγματος άνω των 50 ετών ή αυτό που προκύπτει από κατανομή μεγίστων, Gumbel συνήθως, για περίοδο επαναφοράς 100 ετών. Η παράγραφος αυτή εξετάζει λοιπόν κατά πόσο αυτή η σύμβαση ευσταθεί τη στιγμή που η εκτίμηση της ΠΜΚ θεωρητικά είναι ανυπέβλητη.

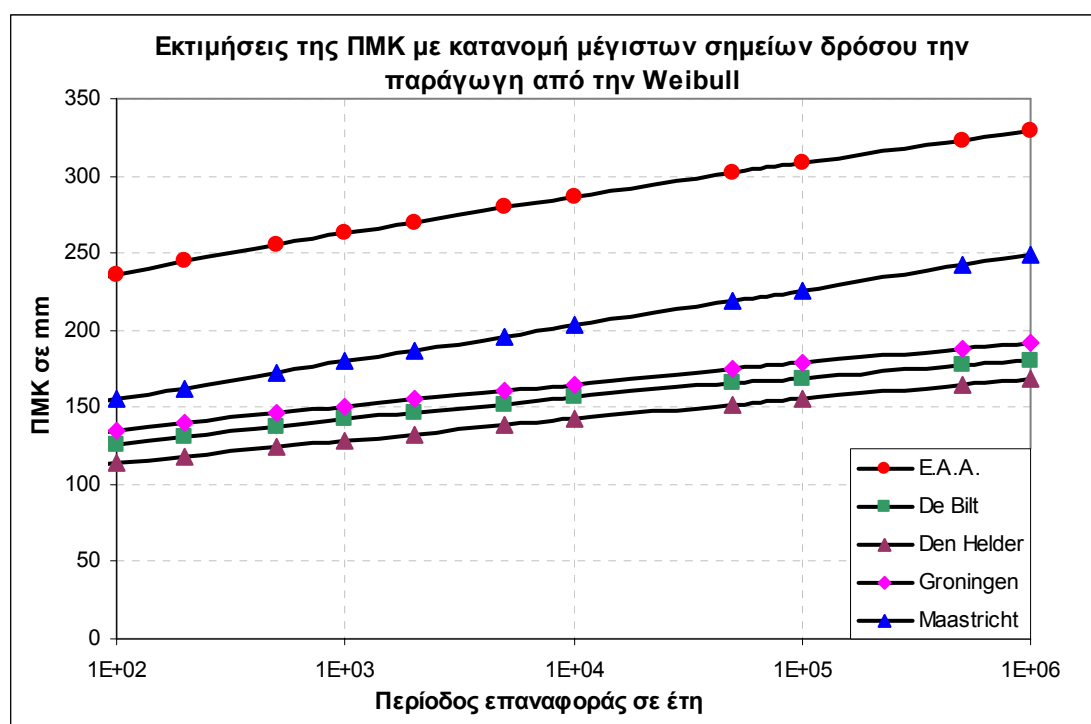
Στο κεφάλαιο 5 πού έγινε στατιστική ανάλυση των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου κατηγοριοποιημένων ανά μήνα, αποδείχτηκε πως η κατανομή Gumbel

αδυνατεί να περιγράψει την εμπειρική κατανομή των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου ανά μήνα και προσαρμόστηκε βάσει της θεωρίας μεγίστων η παράγωγη κατανομή μεγίστων από την τριπαραμετρική Weibull η οποία περιγράφει πολύ ικανοποιητικά τα μέσα ημερήσια σημεία δρόσου ανά μήνα. Βάσει αυτής της κατανομής υπολογίστηκε το μέγιστο μηνιαίο σημείο δρόσου κάθε μήνα για διάφορες περιόδους επαναφοράς και στη συνέχεια το μέγιστο ημερήσιο κατακρημνίσιο νερό κάθε μήνα για τις αντίστοιχες περιόδους επαναφοράς. Τελικά με εφαρμογή της σχέσης 1.1 παρήχθησαν οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις των 10 μεγαλύτερων καταγεγραμμένων μηνιαίων βροχοπτώσεων για κάθε περίοδο επαναφοράς. Η μέγιστη τιμή των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων ενός μήνα, αποτελεί την μηνιαία εκτίμηση της ΠΜΚ για το συγκεκριμένο μήνα, ενώ η μέγιστη τιμή όλων των μηνών ορίζει την ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ. Στον πίνακα 6.2 παρουσιάζονται οι ετήσιες εκτιμήσεις της ΠΜΚ για όλους τους σταθμούς και για διάφορες περιόδους επαναφοράς.

Πίνακας 7: Εκτιμήσεις της ετήσιας ΠΜΚ σε mm κάθε σταθμού και για ποικίλες περιόδους επαναφοράς του μέγιστου μηνιαίου σημείου δρόσου με κατανομή μεγίστων την παράγωγη από τη Weibull

Περίοδος επαναφοράς σε έτη	E.A.A.	De Bilt	Den Helder	Groningen	Maastricht
50	228	120	109	130	147
100	236	126	114	135	155
200	245	131	118	140	163
500	255	137	124	146	172
1000	263	142	128	151	180
2000	270	147	133	155	187
5000	280	152	138	161	196
$10^4$	287	156	142	165	203
$5 \cdot 10^4$	302	165	152	175	219
$10^5$	309	169	155	179	226
$5 \cdot 10^5$	323	177	165	188	242
$10^6$	329	181	168	192	249

Τα δεδομένα του πίνακα 6.2 αποτυπώνονται γραφικά στο σχήμα 6.11. Η ανοδική τάση των τιμών της ΠΜΚ για κάθε σταθμό γίνεται αμέσως αντιληπτή αναιρώντας έτσι την οριοθέτηση ενός άνω ανυπέρβλητου ορίου στην κατακρήμνιση. Παρατηρώντας κανείς το γράφημα, θα μπορούσε να ισχυριστεί βασιζόμενος στην παρατήρηση, ότι η αύξηση της ΠΜΚ από περίοδο επαναφοράς 100 ετών έως  $10^6$  έτη είναι αρκετά μικρή, της τάξης των 50 mm περίπου για κάθε σταθμό, πως η μέθοδος είναι αρκετά ακριβής. Κάτι τέτοιο όμως σε καμία περίπτωση δεν ευσταθεί, διότι οι βροχές που μεγιστοποιούνται προέρχονται από ένα δείγμα 100 ετών το πολύ και είναι ευνόητο πως αν υπήρχε ένα δείγμα  $10^6$  ετών οι βροχοπτώσεις προς μεγιστοποίηση θα ήταν εξαιρετικά μεγαλύτερες, έχοντας σαν άμεση συνέπεια πολύ μεγαλύτερες εκτιμήσεις της ΠΜΚ ειδικά τη στιγμή που όπως έχει αποδειχτεί το μέγεθος των εκτιμήσεων της ΠΜΚ σχετίζεται άμεσα με το μέγεθος των βροχοπτώσεων προς μεγιστοποίηση.



Σχήμα 6.11: Γράφημα των εκτιμήσεων της ΠΜΚ κάθε σταθμού σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς του μέγιστου μηνιαίου σημείου δρόσου με κατανομή μέγιστων την παράγωγη από τη Weibull

Στον πίνακα 6.3, παρουσιάζονται για κάθε σταθμό ο μήνας της μέγιστης καταγεγραμμένης βροχόπτωσης, ο μήνας για τον οποίο προκύπτει η ετήσια ΠΜΚ και η θέση της μέγιστης καταγεγραμμένης βροχόπτωσης του μήνα της ΠΜΚ σε φθίνουσα διάταξη των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων. Παρατηρώντας τα στοιχεία του

πίνακα 6.3 διαπιστώνεται το παράδοξο γεγονός για τον ολλανδικό σταθμό De Bilt, η ΠΜΚ να προκύπτει για το μήνα Ιανουάριο του οποίου η μέγιστη καταγεγραμμένη βροχόπτωση είναι μόλις στην ένατη θέση. Η ετήσια δηλαδή ΠΜΚ προτείνεται σε ένα μήνα ο οποίος έχει σχεδόν τις λιγότερο έντονες βροχοπτώσεις, κάτι τέτοιο όμως η κοινή λογική υποχρεούται να το απορρίψει ως παράλογο.

Πίνακας 8: Μήνες μέγιστων καταγεγραμμένων βροχοπτώσεων, μήνες της ετήσιας ΠΜΚ και η θέση της μέγιστης καταγεγραμμένης βροχόπτωσης του μήνα της ΠΜΚ σε φθίνουσα διάταξη των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων

Σταθμός	Μήνας μέγιστης βροχόπτωσης	Μήνας ετήσιας ΠΜΚ	Αριθμός κατάταξης της βροχόπτωσης του μήνα της ΠΜΚ σε φθίνουσα σειρά
E.A.A.	Σεπ.	Σεπ.	1
De Bilt	Αυγ.	Ιαν.	9
Den Helder	Δεκ.	Ιουλ.	3
Groningen	Σεπ.	Σεπ.	1
Maastricht	Ιουν.	Ιουν.	1

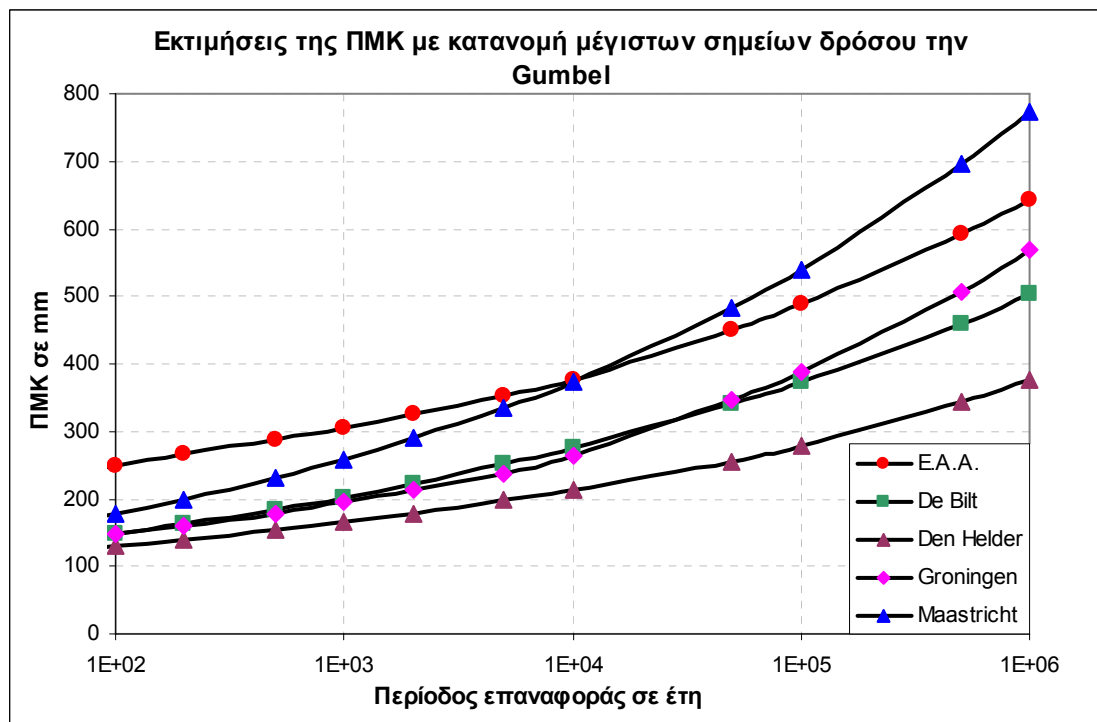
Έχει ήδη αναφερθεί πως η θεωρητική κατανομή μεγίστων που χρησιμοποιείται για την περιγραφή των μεγίστων σημείων δρόσου είναι συνήθως η Gumbel. Αν και έχει αποδειχτεί η ακαταλληλότητα της κατανομής στο κεφάλαιο 5 για τα μέγιστα σημεία δρόσου, η παραπάνω ανάλυση για λόγους σύγκρισης έγινε επιπλέον και με την κατανομή Gumbel. Στον πίνακα 6.4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα.

Πίνακας 9: Εκτιμήσεις της ΠΜΚ σε mm κάθε σταθμού για ποικίλες περιόδους επαναφοράς του μέγιστου μηνιαίου σημείου δρόσου με κατανομή μεγίστων τη Gumbel

Περίοδος επαναφοράς σε έτη	E.A.A.	De Bilt	Den Helder	Groningen	Maastricht
50	235	135	120	138	159
100	250	149	129	148	178
200	266	163	139	159	200
500	288	185	154	179	232
1000	306	203	166	195	259
2000	326	222	179	212	290

5000	353	251	197	238	335
$10^4$	375	275	213	264	375
$5 \cdot 10^4$	449	340	255	346	484
$10^5$	488	373	279	388	539
$5 \cdot 10^5$	592	460	345	506	695
$10^6$	643	503	378	568	775

Αυτό που αξίζει να σχολιαστεί, όπως διαπιστώνεται και από το γράφημα του σχήματος 6.12 που προκύπτει από τα στοιχεία του πίνακα 6.4, είναι η πολύ μεγαλύτερες εκτιμήσεις της ΠΜΚ, για μεγάλες περιόδους επαναφοράς κυρίως, σε σχέση με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις που προέκυψαν υιοθετώντας ως κατανομή μέγιστων σημείων δρόσου την παράγωγη κατανομή μέγιστων της Weibull. Το γεγονός αυτό όμως ήταν αναμενόμενο διότι η μη ικανοποιητική προσαρμογή της Gumbel, τείνει να υπερεκτιμά τις τιμές των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου ειδικά για μεγάλες περιόδους επαναφοράς.



Σχήμα 6.12: Γράφημα των εκτιμήσεων της ΠΜΚ κάθε σταθμού σε σχέση με την περίοδο επαναφοράς του μέγιστου μηνιαίου σημείου δρόσου με κατανομή μέγιστων την παράγωγη από τη Weibull

## 7 Πιθανοτική θεώρηση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων

---

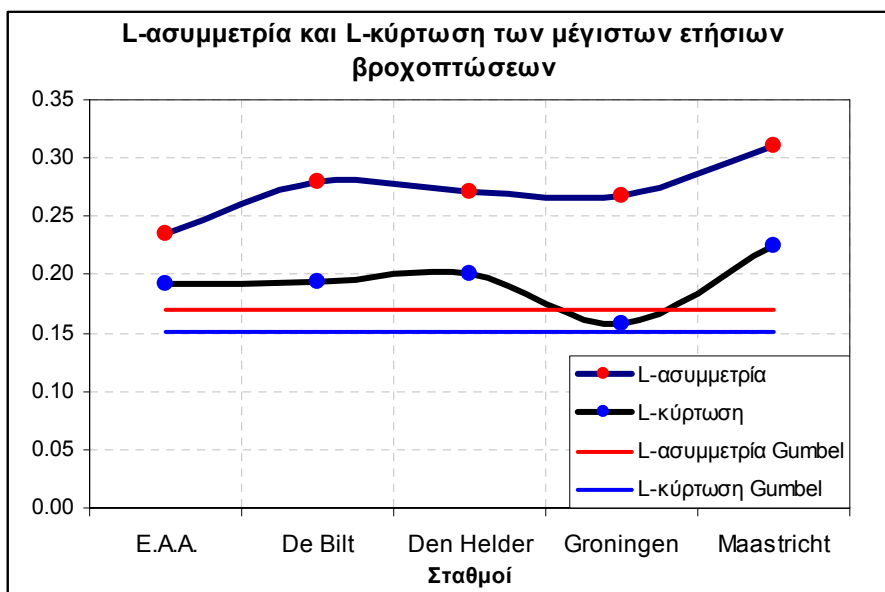
Στο προηγούμενο κεφάλαιο υπολογίστηκε η εικοσιτετράωρη ΠΜΚ για κάθε σταθμό και κάθε μήνα. Η μέγιστη μεταξύ των μηνιαίων εκτιμήσεων της ΠΜΚ αποτελεί την εικοσιτετράωρη ετήσια εκτίμηση της ΠΜΚ, μέγεθος το οποίο χρησιμοποιείται συχνά για σκοπούς σχεδιασμού. Όπως έχει τονιστεί και στο κεφάλαιο 2, η εκτίμηση αυτή υποθετικά δεν εμπεριέχει κανένα ρίσκο, το μέγεθος της βροχόπτωσης είναι τέτοιο που αποκλείεται να ξεπεραστεί και συνεπώς στο μέγεθος αυτό δεν αντιστοιχίζεται κάποια περίοδος επαναφοράς. Έχει έτσι λοιπόν, εξαιτίας του τελευταίου, εξαιρετικό ενδιαφέρον η καθαρά πιθανοτική αντιμετώπιση των μέγιστων βροχοπτώσεων, όπου σε κάθε μέγεθος βροχόπτωσης αντιστοιχίζεται μια περίοδος επαναφοράς. Μπορεί έτσι, κατ' αυτόν το τρόπο, να βρεθεί η περίοδος επαναφοράς που αντιστοιχεί στη θεωρητικά ανυπέρβλητη τιμή της ΠΜΚ και να σχολιαστεί το μέγεθός της. Τα παραπάνω σκιαγραφούν το σκοπό αυτού του κεφαλαίου.

### 7.1 Στατιστική ανάλυση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων

Αρχικά πραγματοποιήθηκε μια βασική στατιστική ανάλυση του δείγματος των μέγιστων εικοσιτετράωρων ετήσιων βροχοπτώσεων κάθε σταθμού. Στον πίνακα F.1 του παραρτήματος F, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης αυτής.

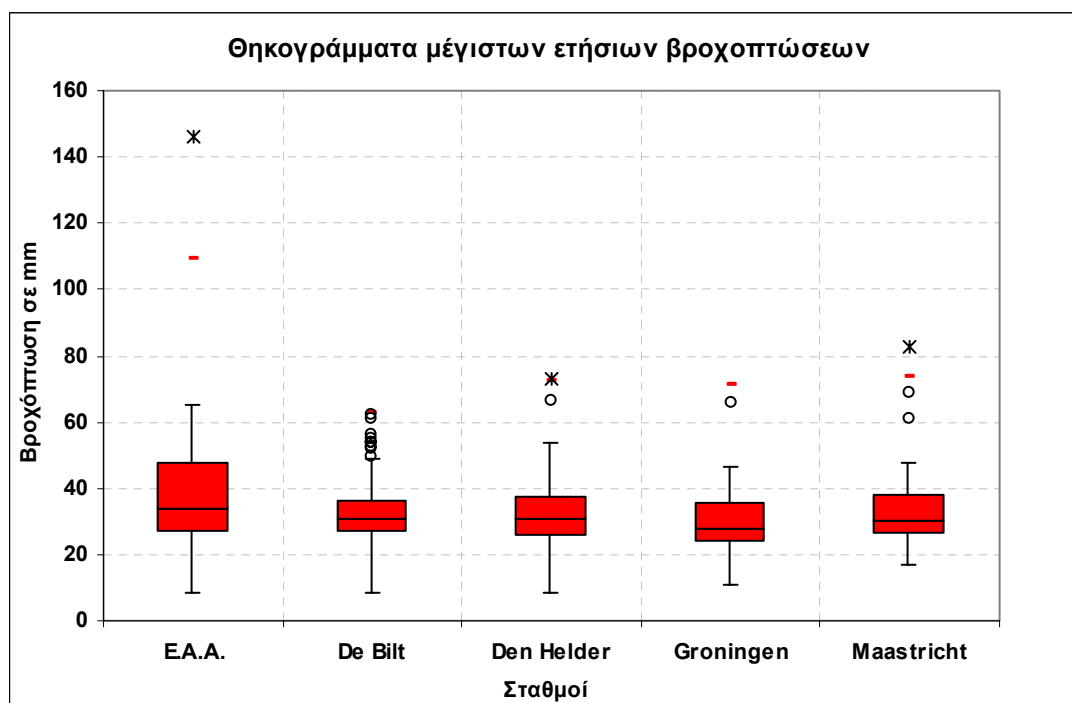
Στο σχήμα 7.1 παρουσιάζονται γραφικά οι τιμές της L-ασυμμετρίας και της L-κύρτωσης του δείγματος εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων του σταθμού του Εθνικού αστεροσκοπείου Αθηνών και των τεσσάρων Ολλανδικών σταθμών. Για συγκριτικούς λόγους αποτυπώνονται και η τιμές της L-ασυμμετρίας και της L-κύρτωσης της κατανομής μεγίστων Gumbel. Αυτό που αξίζει να σχολιαστεί, είναι οι αυξημένες τιμές της L-ασυμμετρίας κάθε σταθμού και η απόσταση από τη θεωρητική τιμή της Gumbel. Ήδη λοιπόν υπάρχει μια πρώτη ένδειξη της ακαταλληλότητας της Gumbel ως θεωρητικό μοντέλο μεγίστων.





Σχήμα 7.1: Η L- ασυμμετρία και η L-κύρτωση του δείγματος εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων κάθε σταθμού

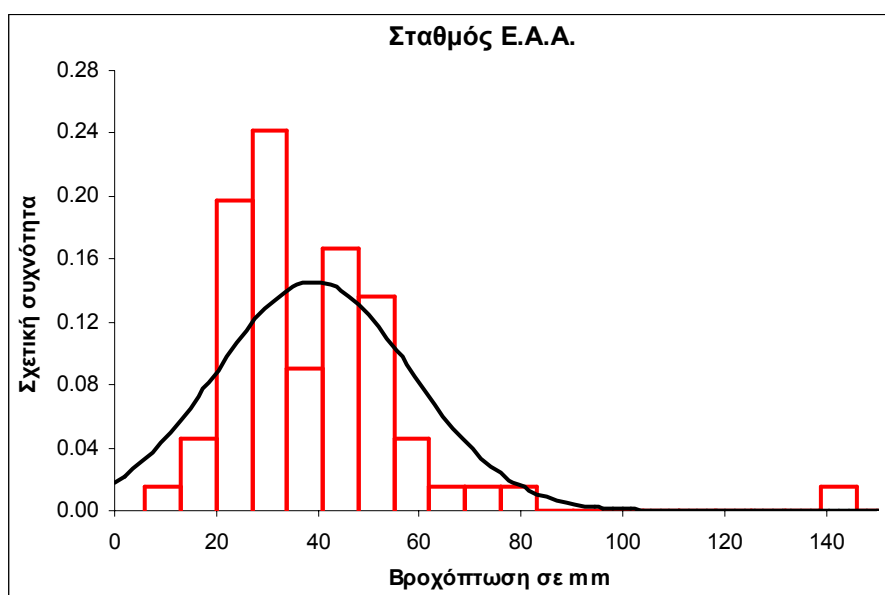
Τα δεδομένα του δείγματος κάθε σταθμού έχουν παρασταθεί γραφικά σε θηκογράμματα και ιστογράμματα. Το σχήμα 7.2 παρουσιάζει το θηκογράμματα κάθε σταθμού που μελετήθηκε.



Σχήμα 7.2: Θηκογράμματα των μέγιστων εικοσιτετράωρων ετήσιων βροχοπτώσεων κάθε σταθμού

Η θετική ασυμμετρία είναι φανερή, ενώ εντύπωση προκαλεί η πολύ ακραία βροχόπτωση που παρατηρήθηκε στο σταθμό Ε.Α.Α.

Επίσης, στο σχήμα 7.3, παρουσιάζεται το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων των εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων του σταθμού Ε.Α.Α. Η συμπαγής μαύρη γραμμή αποτυπώνει τη θεωρητική σχετική συχνότητα της κανονικής κατανομής. Το ακραίο γεγονός των 145 mm που παρατηρήθηκε στις 18/9/1949 είναι εντυπωσιακό. Τα αντίστοιχα ιστογράμματα των άλλων σταθμών δίνεται σχήμα F.1 του παραρτήματος F.



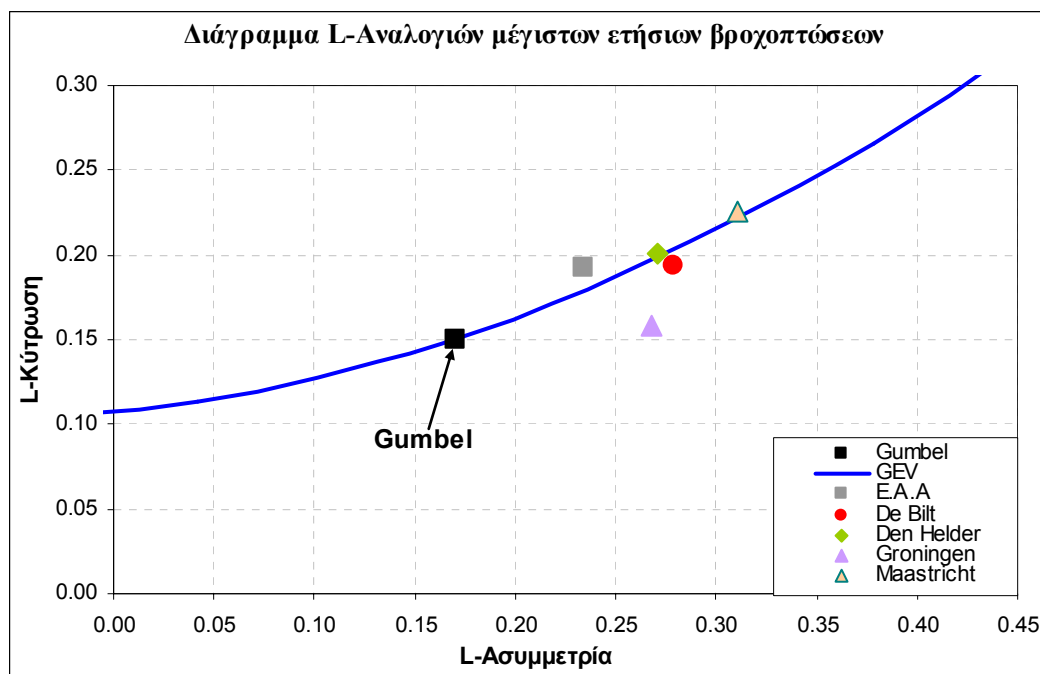
Σχήμα 7.3: Ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων των εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων και η θεωρητικά κανονική σχετική συχνότητα

## 7.2 Επιλογή και προσαρμογή κατανομής μεγίστων

Σε αντίθεση με τα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου, όπου οι κλασικές κατανομές μεγίστων ΓΑΤ και Gumbel αδυνατούσαν να περιγράψουν ικανοποιητικά την εμπειρική τους κατανομή, για τις μέγιστες ετήσιες βροχοπτώσεις εικοσιτετράωρης διάρκειας, έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως τόσο η Gumbel όσο και η ΓΑΤ. Τα τελευταία χρόνια όμως, όπως προκύπτει από πληθώρα εργασιών, μερικές εκ των οποίων αναφέρονται στην παράγραφο 3.5, η κατανομή ΓΑΤ τείνει να γίνει το επικρατέστερο μοντέλο περιγραφής της εμπειρικής κατανομής των μεγίστων ετήσιων βροχοπτώσεων.

Το σχήμα 7.4 έρχεται να επαληθεύσει το γεγονός αυτό, τόσο για το σταθμό του Ε.Α.Α., όσο και για τους Ολλανδικούς σταθμούς που μελετήθηκαν. Στο διάγραμμα

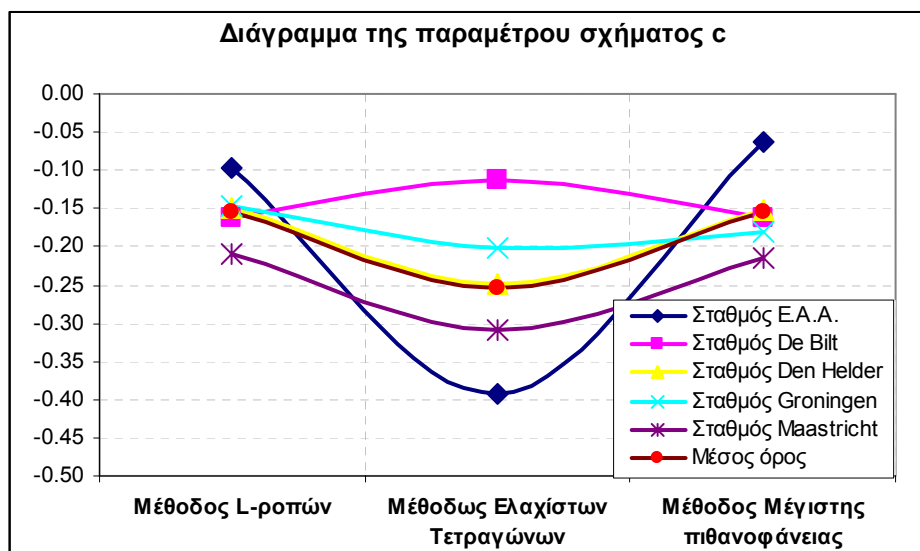
των L-αναλογιών παρατηρεί κανείς, πόσο εξαιρετικά η κατανομή ΓΑΤ (GEV) μπορεί να περιγράψει τα σημεία των σταθμών. Η αδυναμία της Gumbel είναι εμφανής και πάλι.



Σχήμα 7.4: Διάγραμμα L-αναλογιών των εικοσιτετραώρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων για κάθε σταθμό

Έτσι μεταξύ των δύο υποψηφίων κατανομών, η ΓΑΤ είναι αυτή που επιλέγεται ως θεωρητικό μοντέλο των μέγιστων βροχοπτώσεων. Παρόλα αυτά για συγκριτικούς λόγους, έχει προσαρμοστεί και η κατανομή Gumbel, η οποία, δυστυχώς ίσως, χρησιμοποιείται πολλές φορές ως δεδομένη κατανομή μεγίστων, υπερεκτιμώντας έτσι σε επικίνδυνο βαθμό την περίοδο επαναφοράς των ακραίων γεγονότων.

Η κατανομή ΓΑΤ έχει προσαρμοστεί στα δεδομένα κάθε σταθμού με τρεις διαφορετικές μεθόδους, τη μέθοδο των L-ροπών, των ελαχίστων τετραγώνων και της μέγιστης πιθανοφάνειας. Η κατανομή Gumbel έχει προσαρμοστεί επιπλέον και με την κλασική μέθοδο των ροπών. Στο παράρτημα F, στους πίνακες F.1 και F.2, παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των παραμέτρων των δύο κατανομών για κάθε σταθμό με κάθε μέθοδο.



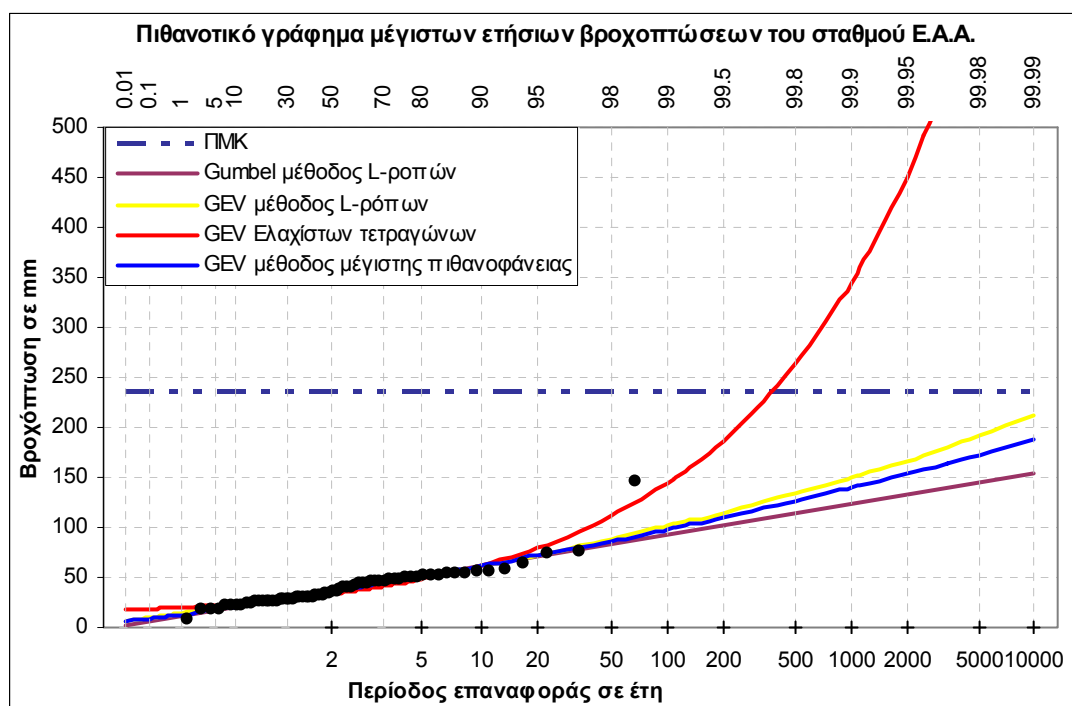
Σχήμα 7.5: Διάγραμμα εκτιμήσεων της παραμέτρου σχήματος  $c$  της κατανομής ΓΑΤ για κάθε σταθμό και μέθοδο προσαρμογής

Όπως έχει αναφερθεί και στο εδάφιο 3.5.1 η κατανομή ΓΑΤ, για θετική τιμή της παραμέτρου σχήματος  $c$ , είναι άνω φραγμένη. Όπως διαπιστώνεται από το σχήμα 7.5, οι εκτιμήσεις της παραμέτρου για όλους τους σταθμούς και με κάθε μέθοδο είναι αρνητικές, συνεπώς η κατανομή δεν έχει άνω όριο. Αξίζει να σημειωθεί πως οι εκτιμήσεις μεθόδων L-ροπών και μέγιστης πιθανοφάνειας είναι σχεδόν ταυτόσημες, ενώ οι εκτιμήσεις της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων είναι μικρότερες. Το γεγονός αυτό σημαίνει πως για δεδομένη βροχόπτωση η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων θα δίνει μικρότερη περίοδο επαναφοράς ή αλλιώς, σε δεδομένη περίοδο επαναφοράς θα αντιστοιχεί μεγαλύτερη τιμή βροχόπτωσης.

### 7.3 Σύγκριση των εκτιμήσεων της ΠΜΚ με την πιθανοτική μέθοδο

Στο γράφημα του σχήματος 7.6, αποτυπώνεται η εμπειρική κατανομή των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων του σταθμού E.A.A. σε χαρτί κατανομής Gumbel. Επίσης έχει σχεδιαστεί η θεωρητική κατανομή ΓΑΤ (GEV), η οποία έχει προσαρμοστεί με τρεις διαφορετικές μεθόδους, τη μέθοδο των L-ροπών, την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας, καθώς επίσης για συγκριτικούς λόγους και η κατανομή Gumbel, η οποία έχει προσαρμοστεί με τη μέθοδο των L-ροπών. Επίσης αποτυπώνεται και η εκτίμηση της ΠΜΚ που θεωρητικά

δεν αντιστοιχεί σε καμία περίοδο επαναφοράς. Τα αντίστοιχα γραφήματα των ολλανδικών σταθμών παρουσιάζονται στο παράρτημα F στα σχήματα F.2-F.5.



Σχήμα 7.6: Πιθανοτικό διάγραμμα της εμπειρικής κατανομής των εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων με προσαρμογή της κατανομής ΓΑΤ και Gumbel, σε χαρτί κατανομής Gumbel

Όπως διαπιστώνεται άμεσα από το σχήμα 7.6 αλλά και από τα σχήματα F.2-F.5 του παραρτήματος F, η εκτίμηση της ΠΜΚ κάθε σταθμού αντιστοιχεί βάσει της θεωρητικής κατανομής ΓΑΤ και για συγκεκριμένη μέθοδο προσαρμογής σε μια περίοδο επαναφοράς.

Στον πίνακα 7.1 παρουσιάζονται αναλυτικά για κάθε σταθμό, η εκτιμώμενη περίοδος επαναφοράς βάσει συγκεκριμένης μεθόδου προσαρμογής της θεωρητικής κατανομής ΓΑΤ, του μεγέθους βροχόπτωσης που ισούται με την εκτίμηση της ΠΜΚ. Όπως διαπιστώνεται το υποθετικά ανυπέρβλητο μέγεθος της ΠΜΚ αντιστοιχίζεται, ειδικά με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, σε σχετικά μικρές περιόδους επαναφοράς της τάξης μερικών εκατοντάδων ετών για τους πιο πολλούς σταθμούς. Έτσι για το σταθμό του Ε.Α.Α., η πιθανότητα να ξεπεραστεί το μέγεθος της ΠΜΚ κάθε έτος, σύμφωνα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, είναι  $1/372 \approx 0.27\%$ . Το μέγεθος δηλαδή της ΠΜΚ, με θεωρητικά μηδενική πιθανότητα υπέρβασης, στην δυσμενέστερη εκτίμηση παρουσιάζει ένα αρκετά σημαντικό ρίσκο να ξεπεραστεί, τέτοιο που το καθιστά ακατάλληλο για σκοπούς σχεδιασμού υδραυλικών έργων με

αποδεκτό ρίσκο της τάξης του 0.01% όπως απαιτείται συνήθως για μεγάλα φράγματα.

Μπορεί παρόλα αυτά κάποιος να ισχυριστεί παρατηρώντας την εξάρτηση της περιόδου επαναφοράς από την μέθοδο προσαρμογής της θεωρητικής κατανομής, πως η πιθανοτική μέθοδος δεν είναι ακριβής. Αυτό όμως το φαινομενικά μειονέκτημα της μεθόδου, μπορεί εύκολα να μετατραπεί σε πλεονέκτημα και να συνηγορήσει υπέρ της συνέπειάς της, δηλώνοντας έτσι πως κάθε απαίτηση ακριβούς εκτίμησης των εξαιρετικά ακραίων γεγονότων είναι υπερρεαλιστική, ενώ σε αντιπαράθεση, η μέθοδος της ΠΜΚ αρκείται στην φαντασίωση της ακριβούς οριοθέτησης ενός άνω ορίου στην κατακρήμνιση μέσα από «ύποπτες» και αμφισβητούμενες διαδικασίες.

Τελικά αυτό που προκύπτει από τα στοιχεία του πίνακα 7.1, αν εξαιρέσει κανείς το σταθμό του E.A.A., όπου υπάρχει ένα μεγάλο εύρος διακύμανσης της περιόδου επαναφοράς της ΠΜΚ, στους άλλους σταθμούς οι εκτιμήσεις βάσει των διαφορετικών μεθόδων προσαρμογής, είναι της ίδιας τάξης μεγέθους. Το γεγονός αυτό αποτελεί μια ένδειξη της εγκυρότητας και της «ειλικρίνειας» της μεθόδου και τονίζει επιπλέον την αξία της.

Πίνακας 10: Η εκτιμώμενη περίοδος επαναφοράς της ΠΜΚ κάθε σταθμού σε έτη βάσει της κατανομής ΓΑΤ

Σταθμός	ΠΜΚ σε mm	Μέθοδος L-ροπών	Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων	Μέθοδος Μέγιστης πιθανοφάνειας	Μέσος όρος
E.A.A.	236.37	22615	372	78339	33775
De Bilt	125.61	2968	5907	2965	3947
Den Helder	113.61	959	277	1003	746
Groningen	134.91	5498	1600	3106	3401
Maastricht	155.06	1461	402	1374	1079

Στον πίνακα 7.2, για συγκριτικούς και μόνο λόγους, παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις των περιόδων επαναφοράς που αντιστοιχούν στο μέγεθος της ΠΜΚ, βάσει της κατανομής Gumbel και για διάφορες μεθόδους προσαρμογής. Η ακαταλληλότητα της κατανομής έχει ήδη αποδειχθεί. Αυτό που διαπιστώνεται αμέσως η υπερεκτίμηση των περιόδων επαναφοράς. Ενώ δηλαδή η κατανομή ΓΑΤ προέβλεπε περιόδους επαναφοράς της τάξης των μερικών χιλιάδων ετών, η κατανομή Gumbel προτείνει περιόδους επαναφοράς της τάξης των μερικών εκατομμυρίων ετών.

Πίνακας 11: Η εκτιμώμενη περίοδος επαναφοράς της ΠΜΚ κάθε σταθμού σε έτη βάσει της κατανομής Gumbel

Σταθμός	ΠΜΚ σε mm	Μέθοδος ροπών	Μέθοδος L-ροπών	Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων	Μέθοδος Μέγιστης πιθανοφάνειας	Μέσος όρος
E.A.A.	236.37	931930	4820455	990802	8780006	3104686
De Bilt	125.61	644466	919602	388798	3957713	1182141
Den Helder	113.61	19014	26610	9849	80995	27316
Groningen	134.91	2085520	2660837	735414	14543889	4005159
Maastricht	155.06	344789	704841	159635	4802564	1202397

## 8 Συμπεράσματα

---

### 8.1 Η διερεύνηση των θερμοκρασιών

Από την ανάλυση των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών σε σταθμούς των Η.Π.Α., της Ολλανδίας και της Ελλάδας μπορούν να προκύψουν κάποια γενικά κοινά συμπεράσματα:

- Υπάρχει μια σταδιακή αύξηση της ασυμμετρίας από αρνητικές τιμές τους χειμερινούς μήνες προς θετικές τους θερινούς.
- Παρατηρείται ακόμη μια σταδιακή αύξηση των τιμών της κύρτωσης από τους χειμερινούς και πάλι μήνες, προς τους θερινούς.
- Παρατηρείται μια συμπύκνωση του εύρους των θερμοκρασιών στους θερινούς μήνες σε σχέση με τους χειμερινούς.
- Ως πιθανότερο γενικό θεωρητικό μοντέλο για την κατανομή της θερμοκρασίας προτείνεται η τριπαραμετρική Weibull. Παρόλα αυτά όμως, η διαφοροποίηση των θερινών από τους χειμερινούς μήνες, ίσως να επιβάλει τη χρήση διαφορετικών μοντέλων για τις δύο περιόδους.

### 8.2 Η διερεύνηση των σημείων δρόσου

Τα βασικά συμπεράσματα από τη στατιστική ανάλυση των μέσων ημερήσιων και των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου ανά μήνα μπορούν συνοψιστούν στα παρακάτω:

- Το εύρος των τιμών των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου παρατηρείται μειωμένο κατά τους θερινούς μήνες σε σχέση με τους χειμερινούς.
- Η ασυμμετρία των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου στο σύνολο των μηνών για όλους τους σταθμούς παρατηρείται αρνητική, ενώ υπάρχει μια σταδιακή αύξησή της από τους χειμερινούς προς τους θερινούς μήνες.
- Η τριπαραμετρική Weibull προτείνεται ως γενικό θεωρητικό μοντέλο για την εμπειρική κατανομή των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου, η προσαρμογή της οποίας είναι πολύ ικανοποιητική.
- Η ασυμμετρία των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου κάθε μήνα είναι αυξημένη σε σχέση με αντίστοιχη των μέσων ημερήσιων τιμών, ενώ αν εξαιρέσει κανείς



τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο και Δεκέμβριο η τιμή της στους υπόλοιπους κυμαίνεται γύρω από το μηδέν.

- Η κλασική ασυμπτωτική κατανομή μεγίστων Gumbel αδυνατεί να περιγράψει την εμπειρική κατανομή των μεγίστων μηνιαίων σημείων δρόσου ανά μήνα.
- Δεδομένης της πολύ καλής προσαρμογής της τριπαραμετρικής Weibull στις μέσες ημερήσιες τιμές των σημείων δρόσου, υιοθετήθηκε ως θεωρητική κατανομή μεγίστων για τα μέγιστα μηνιαία σημεία δρόσου ανά μήνα, η παράγωγη κατανομή μεγίστων που προκύπτει από τη Weibull με εφαρμογή της θεωρίας των μεγίστων. Η εκτίμηση των παραμέτρων έγινε με παράλληλη ελαχιστοποίηση τετραγωνικού σφάλματος προσαρμογής της κατανομής στο δείγμα μέσω ημερήσιων και μεγίστων μηνιαίων.

### 8.3 Η ΠΜΚ και η πιθανοτική μέθοδος

Από την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία, τη γενικότερη πιθανοτική προσέγγιση και ανάλυση των αποτελεσμάτων και εντέλει την αντιπαράθεση με την καθαρά πιθανοτική αντιμετώπιση των μεγίστων ετήσιων βροχοπτώσεων προκύπτουν τα εξής:

- Η διαδικασία της μεγιστοποίησης κατά την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ των καταγεγραμμένων μεγίστων μηνιαίων βροχοπτώσεων ανά μήνα, προκαλεί μια διεύρυνση του εύρους τιμών των πραγματικών βροχοπτώσεων, δυσανάλογη αρκετές φορές του αρχικού, ενώ τα μεγιστοποιημένα δείγματα εμφανίζουν μια εκλεκτική παραμόρφωση της ασυμμετρίας σε σχέση με τα αρχικά. Συγκεκριμένα φαίνεται πως η διαδικασία της μεγιστοποίησης αυξάνει την ασυμμετρία των μηνών με χαμηλή τιμή.
- Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις σχετίζονται άμεσα με τις καταγεγραμμένες, ενώ αμφιβολίες υπάρχουν για τη συσχέτιση τους με το μέγιστο μηνιαίο κατακρημνίσιο νερό, καθώς επίσης εμφανίζονται ασυσχέτιστες με το ημερήσιο κατακρημνίσιο νερό.
- Η εκτίμηση της ΠΜΚ γίνεται σε μια περιοχή της καμπύλης των μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων με πολύ έντονη κλίση και συνεπώς μεγάλη αβεβαιότητα.
- Από την πιθανοτική αντιμετώπιση των καταγεγραμμένων και μεγιστοποιημένων τιμών, προκύπτει πως για μεγαλύτερο καταγεγραμμένο δείγμα το μέγεθος της

εκτίμηση της ΠΜΚ θα ήταν μεγαλύτερο. Επίσης, αν λάβει κανείς υπόψιν μόνο την κατανομή του μεγιστοποιημένου δείγματος, τότε το μέγεθος της ΠΜΚ προκύπτει ως εκτίμηση του διατεταγμένου στατιστικού πρώτης τάξης (first order statistic), η εκτίμηση του οποίου είναι εξαιρετικά αβέβαιη.

- Η εκτίμηση της ΠΜΚ είναι αύξουσα συνάρτηση των παραδοχών που υιοθετούνται για τον προσδιορισμό ενός μέγιστου σημείου δρόσου. Επισημαίνεται πως δεν προκύπτει να υπάρχει ένα απόλυτο μέγιστο σημείο δρόσου παρά μόνο πιθανοτικά προσδιοριζόμενες τιμές.
- Η κατανομή ΓΑΤ αποτελεί πιο έγκυρο θεωρητικό μοντέλο σε σχέση με την Gumbel για την περιγραφή της εμπειρικής κατανομής των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων.
- Τέλος, η καθαρά πιθανοτική αντιμετώπιση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, βάσει της οποίας δεν προβλέπεται άνω όριο στο δυναμικό της κατακρήμνισης, σχετίζει τις εκτιμήσεις της ΠΜΚ κάθε σταθμού με μια σημαντική πιθανότητα υπέρβασης κάθε άλλο παρά αμελητέα.

## Αναφορές

---

- Κουτσογιάννης, Δ., 1997. Στατιστική Υδρολογία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Κουτσογιάννης, Δ., Σημειώσεις Υδρομετεωρολογίας - Μέρος Α, Έκδοση 2, 157 σελίδες, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2000.
- Κουτσογιάννης, Δ., Ξανθόπουλος, Θ., 1999. Τεχνική Υδρολογία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα.
- Benson, M.A., 1973. Thoughts on the design of design floods, in Floods and Droughts, Proc. 2nd Intern. Symp. in Hydrology, pp. 27-33, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado.
- Bera, A.K., Biliyas, Y., 2002. The MM, ME, ML, EL, EF and GMM approaches to estimation: a synthesis. *Journal of Econometrics* 107, 51-86
- Chambers, J., Cleveland, W., Kleiner, B., Tukey, P., 1983. *Graphical Methods for Data Analysis*, Wadsworth.
- Cohen, A.C., Whitten, B.J., 1986. Modified moment estimation for the three-parameter gamma distribution. *Journal of Quality Technology* 18 (1), 53–62.
- Cohen, A.C., Whitten, B.J., Ding, Y., 1984. Modified moment estimation for the three-parameter Weibull distribution. *Journal of Quality Technology* 16 (3), 159–167.
- Cohen, A.C., Whitten, B.J., Ding, Y., 1985. Modified moment estimation for the three-parameter lognormal distribution. *Journal of Quality Technology* 17 (2), 92–99.
- Coles, S., Pericchi, L.R., Sisson, S., 2003. A fully probabilistic approach to extreme rainfall modelling, *Journal of Hydrology*, 273(1-4), 35-50.
- Collier, C.G, Hardaker, P.J. 1996. Estimating probable maximum precipitation using a storm model approach. *Journal of Hydrology* 183, 277-306
- De Michele, C., Salvadori, G., 2004. Some hydrological applicationw of small sample estimators of Generalized Pareto and Exreme Value distributions, *Journal of Hydrology*, 301, 37-53

- Dingman, S.L., 1994. *Physical Hydrology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Fisher, R.A., 1922. On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A* 222, 309–368.
- Gellens, D., 2002. Combining regional approach and data extension procedure for assessing GEV distribution of extreme precipitation in Belgium, *Journal of Hydrology*, 268, 113-126
- Greenwood, J.A., Landwehr, J.M., Matalas, N.C., Wallis, J.R., 1979. Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resour. Res.* 15, 1049–1054.
- Gruner, E., 1963. Dam disasters. *Proc. Inst. Civil Eng.*, Paper 6648.
- Gumbel, E. J., 1958. *Statistics of Extremes*, Columbia University Press, New York.
- Hershfield, D.M., 1961. Estimating the probable maximum precipitation, *Proc. ASCE. J. Hydrant Div.*, 87(HY5), 99-106.
- Hershfield, D.M., 1965. Method for estimating probable maximum precipitation, *J. American Waterworks Association*, 57, 965-972.
- Hosking, J.R.M., 1990. L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *J. Roy. Statist. Soc. B* 52, 105–124.
- Joanes, D.N., Gill, C.A., 1998. Comparing measures of sample skewness and kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society (Series D): The Statistician* 47 (1), 183–189.
- Kappenman, R.F., 1985. Estimation for the three-parameter Weibull, lognormal and gamma distributions. *Computational Statistics and Data Analysis* 3, 11–23.
- Kjeldsen, T.R., Smithers, J.C., Schulze, R.E., 2002. Regional flood frequency analysis province, South Africa, using the index-flood method. *J. Hydrol.* 255, 194–211.
- Kite, G.W., 1988. *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Resources Publication, Littleton, Colorado.
- Koutsoyiannis, D., 1999. A probabilistic view of Hershfield's method for estimating probable maximum precipitation, *Water Resources Research* 35(4), 1313-1322.
- Koutsoyiannis, D., 2004a. Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 1, Theoretical investigation, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 575-590.

- Koutsoyiannis, D., 2004b. Statistics of extremes and estimation of extreme rainfall, 2, Empirical investigation of long rainfall records, *Hydrological Sciences Journal*, 49(4), 591-610.
- Kroll, C.N., Vogel, R.M., 2002. Probability distribution of low streamflow series in the United States. *J. Hydrol. Eng.* 7, 137–146.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., Wallis, J.R., 1979. Probability weighted moments with some traditional techniques in estimating Gumbel parameters and quantiles. *Water Resour. Res.* 15, 1055–1064.
- Lee, S.H., Maeng, S.J., 2003. Frequency analysis of extreme rainfall using L-moment. *Irrig. and Drain.* 52, 219-230
- Leadbetter G., Lindgren, G., Rootzen, H., 1983. *Extremes and related properties of random sequences and processes*, Springer, New York.
- Lim, Y.H., Lye, L.M., 2003. Regional flood estimation for ungauged basins in Sarawak, Malaysia. *Hydrol. Sci. J.* 48, 79–94.
- Montgomery, D.C., Runger G.C., 2003, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 3rd edition, John Wiley & Sons, New York.
- Ramesh, N.I., Davison, A.C., 2002. Local models for exploratory analysis of hydrological extremes. *Journal of Hydrology*, 256, 106-119
- Papoulis, A., 1990. *Probability and statistics*, Prentice-Hall.
- Sankarasubramanian, A., Srinivasan, K., Investigation and comparison of sampling properties of L-moments and conventional moments. *Journal of Hydrology*, 218, 13-34
- Schreiner, L.C, Reidel, J. T. 1978. Probable maximum precipitation estimates. United States east of 105th meridian, *Hvdro-meteorological Report 51*, U.S. National Weather Service, Washington, DC.
- Scott, D., 1992. *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization*, John Wiley & Sons.
- Shaw, E. M., 1994. *Hydrology in Practice*, 3rd edition, Chapman & Hall, London.
- Stedinger, J.R., Vogel, R.M, Foufoula-Georgiou, E., 1993. Frequency analysis of extreme events, Chapter 18 in *Handbook of Hydrology*, edited by Maidment, D.R, McGraw-Hill.
- Thomas, H.H., 1979. *The Engineering of Large Dams, Parts I and II*. Wiley, New York.
- Tukey, J.W., 1977. *Exploratory Data Analysis*, Addison-Wesley, Reading, Mass.

- Vogel, R.M., Fennessey, N.M, 1993. L-moment diagrams should replace product moment diagrams. *Water Resources Research* 29(6), 1745-1752.
- Wiesner C. J., 1970. *Hydrometeorology*, Chapman and Hall, London.
- World Meteorological Organization (WMO), 1986. *Manual for Estimation of Probable Maximum Precipitation*, Operational Hydrology Report 1, 2nd edition, Publication 332, World Meteorological Organization, Geneva.
- Yevjevich, V., 1968. Misconceptions in Hydrology and their Consequences, *Water Resources Research*, 4(2), 225-232
- Zaidman, M.D., Keller, V., Young, A.R., Cadman, D., 2003. Flow-duration-frequency behaviour of British rivers based on annual minima data. *J. Hydrol.* 277, 195–213.
- Zanakis, S.H., 1979a. Monte Carlo study of some simple estimators of the three-parameter Weibull distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation* 9, 101–116.
- Zanakis, S.H., 1979b. Extended pattern search with transformations for the three-parameter Weibull MLE problem. *Management Science* 25, 1149–1161.
- Zanakis, S.H., Mann, N.R., 1981. A good simple percentile estimator of the Weibull shape parameter for use when all three parameters are unknown, Unpublished manuscript.

## Παράρτημα Α Χειρισμός κατανομών

Στο παράρτημα Α παρουσιάζονται πίνακες με εξισώσεις ροπών και L-ροπών καθώς και οι αδιάστατοι L-συντελεστές που απαιτούνται για το σχεδιασμό των L-γραφημάτων. Οι εξισώσεις αυτές χρησιμοποιήθηκαν για την προσαρμογή των κατανομών και για την κατασκευή γραφημάτων L-αναλογιών. Αναφέρεται πως οι εξισώσεις έχουν εξαχθεί από τον συγγραφέα με εφαρμογή της θεωρίας των ροπών και L-ροπών, συνεπώς ενδέχεται στη βιβλιογραφία να είναι διαφοροποιημένες. Στον Πίνακα Α.1 παρουσιάζονται οι L-ροπές της κανονικής κατανομής.

Πίνακας Α.1: Οι L-ροπές της κανονικής κατανομής

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Πρώτη L-ροπή	$\lambda_1 = \mu$	(A.1)
Δεύτερη L-ροπή	$\lambda_2 = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}}$	(A.2)
L-CV	$\tau_2 = \frac{\sigma}{\mu\sqrt{\pi}}$	(A.3)
L-Ασυμμετρία	$\tau_3 = 0$	(A.4)
L-Κύρτωση	$\tau_4 = 0.1226$	(A.5)

Στον πίνακα Α.2 παρουσιάζονται οι ροπές ως προς την αρχή της τριπαραμετρικής Weibull. Από την (Α.10) υπολογίζεται αριθμητικά η τιμή της παραμέτρου  $c$ , ενώ με αλγεβρική επίλυση της (Α.7) και της (Α.6) υπολογίζονται άμεσα η τιμές των παραμέτρων  $b$  και  $a$  αντίστοιχα.

Πίνακας Α.2: Οι ροπές της τριπαραμετρικής Weibull

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Πρώτη ροπή	$m_1 = a + b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)$	(A.6)
Δεύτερη ροπή	$m_2 = b^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)^2 \right]$	(A.7)

$$\text{Τρίτη ροπή} \quad m_3 = b^3 \left[ 2\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^3 - 3\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) + \Gamma\left(1+\frac{3}{c}\right) \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Τέταρτη ροπή} \quad m_4 = b^4 \left[ -3\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^4 + 6\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^2 \Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - 4\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1+\frac{3}{c}\right) + \Gamma\left(1+\frac{4}{c}\right) \right] \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Καθορισμός του } c \quad \frac{m_2^{\frac{3}{2}}}{m_3} = \frac{\left[ \Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{2\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^3 - 3\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) + \Gamma\left(1+\frac{3}{c}\right)} \quad (\text{A.10})$$

Η εφαρμογή της μεθόδου των L-ροπών δίνει τις εξισώσεις του πίνακα A.3. Από την (A.16) υπολογίζεται αριθμητικά η τιμή της παραμέτρου  $c$ , ενώ από τις (A.12) και (A.11) με απλή αλγεβρική επίλυση υπολογίζονται οι τιμές των  $b$  και  $a$  αντίστοιχα.

Πίνακας A.3: Οι L-ροπές της τριπαραμετρικής Weibull

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Πρώτη L-ροπή	$\lambda_1 = a + b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)$	(A.11)
Δεύτερη L-ροπή	$\lambda_2 = \left(1 - 2^{-\frac{1}{c}}\right)b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)$	(A.12)
Τρίτη L-ροπή	$\lambda_3 = \left(1 - 3 \cdot 2^{-\frac{1}{c}} + 2 \cdot 3^{-\frac{1}{c}}\right)b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)$	(A.13)
Τέταρτη L-ροπή	$\lambda_4 = \left(1 - 3 \cdot 2^{1-\frac{1}{c}} + 10 \cdot 3^{-\frac{1}{c}} - 5 \cdot 4^{-\frac{1}{c}}\right)b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)$	(A.14)
L-CV	$\tau_2 = \frac{\left(1 - 2^{-\frac{1}{c}}\right)b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)}{a + b\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)}$	(A.15)
L-Ασυμμετρία	$\tau_3 = \frac{1 - 3 \cdot 2^{-\frac{1}{c}} + 2 \cdot 3^{-\frac{1}{c}}}{1 - 2^{-\frac{1}{c}}}$	(A.16)
L-Κύρτωση	$\tau_4 = \frac{1 - 3 \cdot 2^{1-\frac{1}{c}} + 10 \cdot 3^{-\frac{1}{c}} - 5 \cdot 4^{-\frac{1}{c}}}{1 - 2^{-\frac{1}{c}}}$	(A.17)



Οι L-ροπές της κατανομής ΓΑΤ δίνονται στον πίνακα A.4. Από την (A.23) υπολογίζεται αριθμητικά η τιμή της παραμέτρου  $c$ , ενώ από τις (A.19) και (A.18) με απλή αλγεβρική επίλυση υπολογίζονται οι τιμές των  $b$  και  $a$  αντίστοιχα.

Πίνακας A.4: Οι L-ροπές της κατανομής ΓΑΤ

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Πρώτη L-ροπή	$\lambda_1 = a + b \left( \frac{1}{c} - \Gamma(c) \right)$	(A.18)
Δεύτερη L-ροπή	$\lambda_2 = (1 - 2^{-c}) b \Gamma(c)$	(A.19)
Τρίτη L-ροπή	$\lambda_3 = (3 \cdot 2^{-c} - 2 \cdot 3^{-c} - 1) b \Gamma(c)$	(A.20)
Τέταρτη L-ροπή	$\lambda_4 = (1 - 6 \cdot 2^{-c} + 10 \cdot 3^{-c} - 5 \cdot 4^{-c}) b \Gamma(c)$	(A.21)
L-CV	$\tau_2 = \frac{(1 - 2^{-c}) b \Gamma(c)}{a + b \left( \frac{1}{c} - \Gamma(c) \right)}$	(A.22)
L-Ασυμμετρία	$\tau_3 = \frac{2(1 - 3^{-c})}{(1 - 2^{-c})} - 3$	(A.23)
L-Κύρτωση	$\tau_4 = \frac{1 - 6 \cdot 2^{-c} + 10 \cdot 3^{-c} - 5 \cdot 4^{-c}}{1 - 2^{-c}}$	(A.24)

Τέλος στον πίνακα A.5 παρουσιάζονται οι L-ροπές της κατανομής Gumbel. Από την (A.26) υπολογίζεται η τιμή της παραμέτρου  $b$  και από την (A.25) η τιμή της παραμέτρου  $a$ .

Πίνακας A.5: Οι L-ροπές της κατανομής Gumbel

Περιγραφή	Εξίσωση	Αναφορά
Πρώτη L-ροπή	$\lambda_1 = a + \frac{\gamma}{b}$	(A.25)
Δεύτερη L-ροπή	$\lambda_2 = \frac{\ln 2}{b}$	(A.26)
L-CV	$\tau_2 = \frac{\ln 2}{ab + \gamma}$	(A.27)
L-Ασυμμετρία	$\tau_3 = \frac{2 \ln 3}{\ln 2} - 3$	(A.28)

$$\text{L- Κύρτωση} \quad \tau_4 = 16 - 10 \frac{\ln 3}{\ln 2} \quad (\text{A.29})$$

Όπου  $\gamma$  η σταθερά του Euler που εμφανίζεται σε πολλά ολοκληρώματα και ασυμπτωτικές σχέσεις. Δίνεται από το όριο  $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right)$  και προσεγγιστικά είναι  $\gamma = 0.577216$ . Κάποιες φορές αναφέρεται και ως σταθερά Euler-Mascheroni και συμβολίζεται με  $C$ .

Στον πίνακα A.6 παρουσιάζονται οι σχέσεις που απαιτούνται για την σχεδίαση των θεωρητικών καμπυλών σε γραφήματα L-αναλογιών των κατανομών GPA, GNO και Pearson 3. Τα πολυώνυμα των σχέσεων (A.32) και (A.33) σχετίζουν το  $\tau_4$  με το  $\tau_3$ , με ακρίβεια μικρότερη του 0.0005 για  $|\tau_3| < 0.9$  (Stedinger et al., 1993).

Πίνακας A.6:

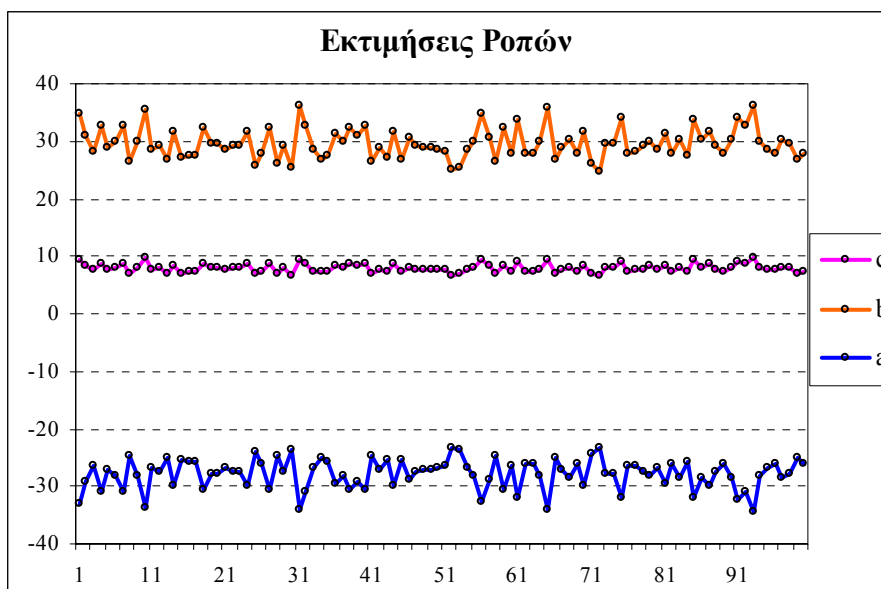
Κατανομή	Εξίσωση	
GPA	$\tau_3 = \frac{1-c}{3+c}$	(A.30)
	$\tau_4 = \frac{(1-c)(2-c)}{(3+c)(4+c)}$	(A.31)
GNO	$\tau_4 = 0.12282 + 0.77518\tau_3^2 + 0.12279\tau_3^4 - 0.13638\tau_3^6 + 0.11368\tau_3^8$	(A.32)
Pearson 3	$\tau_4 = 0.1224 + 0.30115\tau_3^2 + 0.95812\tau_3^4 - 0.57488\tau_3^6 + 0.19383\tau_3^8$	(A.33)

## Παράρτημα Β Προσομοίωση Monte Carlo

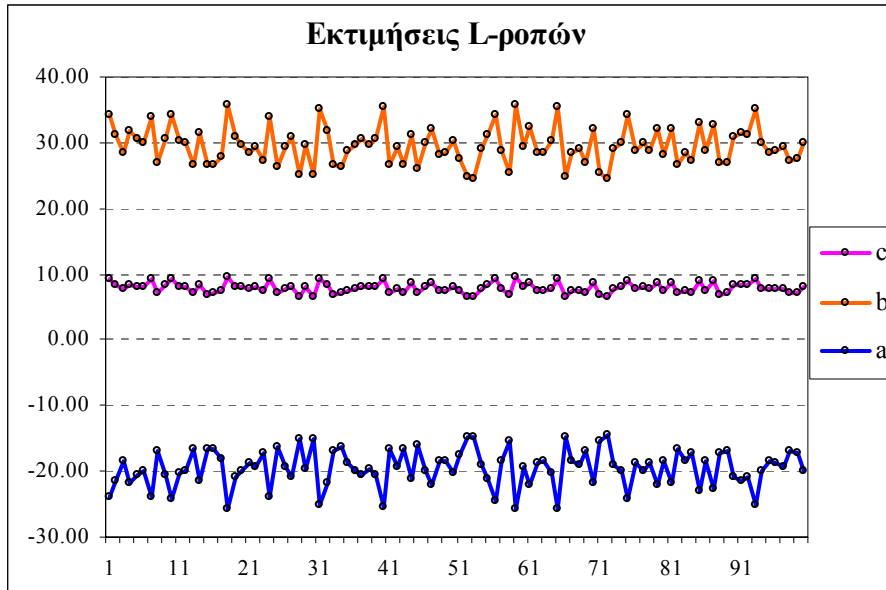
---

Στο παράρτημα Β, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας προσομοίωσης Monte Carlo (σχήματα Β.1, Β.2, Β.3, Β.4), όπου έχουν παραχθεί 100 τυχαία δείγματα 3000 τιμών το κάθε ένα από τριπαραμετρική κατανομή Weibull για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων και έχουν εκτιμηθεί εκ των υστέρων οι τιμές των παράμετρων με τις μεθόδους των ροπών, L-ροπών, μέγιστης πιθανοφάνειας και ελαχίστων τετραγώνων.

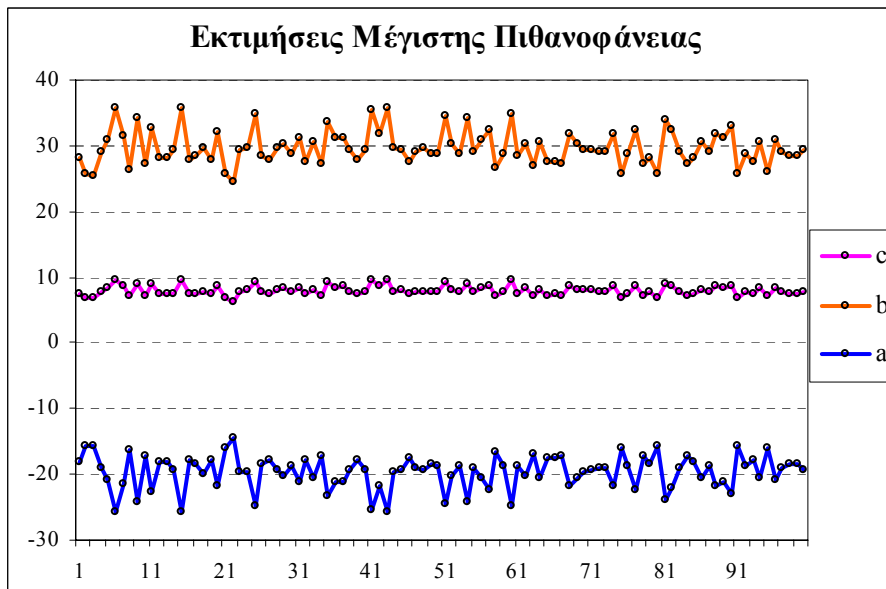
Το μέγεθος του δείγματος επιλέχθηκε ίσο με 3000 διότι αυτό ήταν και το μέγεθος των πραγματικών δειγμάτων, ενώ οι τιμές των παραμέτρων επιλέχθηκαν έτσι ώστε οι τιμές που παρήχθησαν να είναι της τάξης των πραγματικών τιμών σημείων δρόσου. Η αρχικές τιμές των παραμέτρων με τις οποίες παρήχθησαν τα δείγματα είναι:  $a = -30$ ,  $b = 30$  και  $c = 10$ . Η διασπορά γύρω από τις πραγματικές τιμές είναι φανερή στις εκτιμήσεις και των τεσσάρων μεθόδων.



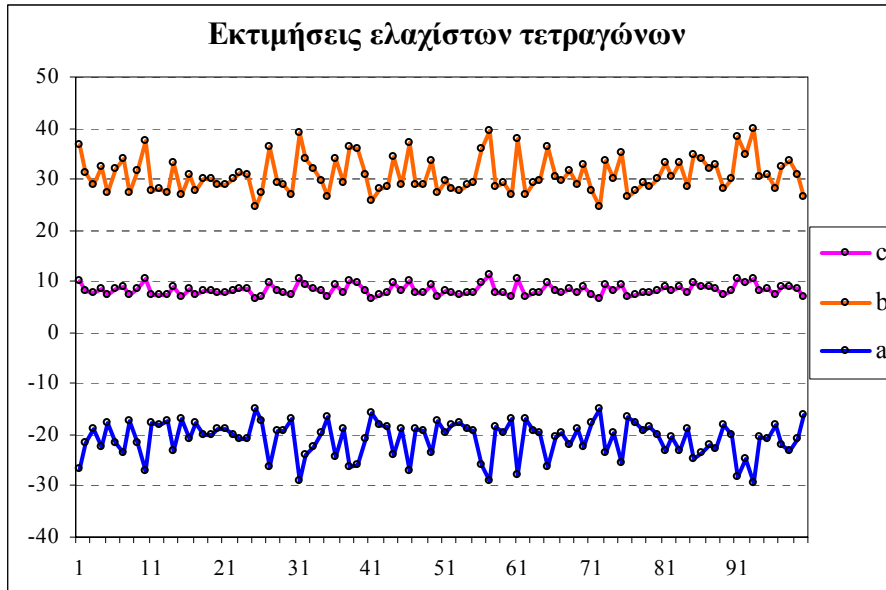
Σχήμα Β.1: Η εκτίμηση των παραμέτρων με τη μέθοδο των ροπών



Σχήμα Β.2: Η εκτίμηση των παραμέτρων με τη μέθοδο των L-ροπών



Σχήμα Β.3: Η εκτίμηση των παραμέτρων με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας



Σχήμα Β.4: Η εκτίμηση των παράμερων με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

## **Παράρτημα C Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης των θερμοκρασιών**

---

Στο παράρτημα C παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης των μέσων ημερήσιων θερμοκρασιών από σταθμούς των Η.Π.Α., της Ολλανδίας και της Ελλάδας.

Πίνακας C.1: Στοιχεία σταθμών που αναλύθηκαν

Χώρα	Σταθμός	Γεωγραφικό πλάτος σε μοίρες	Γεωγραφικό μήκος σε μοίρες	Υψόμετρο σε m	Χρονοσειρά Θερμοκρασίας	Χρονοσειρά σχετικής υγρασίας	Χρονοσειρά βροχόπτωσης
Η.Π.Α.	28619	31.7	-110.05	1405	1893-2001	-	-
	87851	28.34	-82.27	58	1895-2001	-	-
	172426	44.92	-67	26	1873-2001	-	-
	238444	40.08	-93.63	255	1895-2001	-	-
	246660	48.14	-105.16	610	1893-2001	-	-
	280325	39.39	-74.44	3	1874-2001	-	-
	353445	42.44	-123.35	282	1893-2001	-	-
	417622	26.39	-98.87	54	1897-2001	-	-
	478027	45.82	-91.89	335	1894-2001	-	-
	483100	41.27	-110.95	2080	1890-2001	-	-
Ολλανδία	De Bilt	52.06	5.11	2	1901-2004	1901-2004	1906-2004
	Den Helder	52.55	4.47	0.5	1906-2004	1906-2004	1957-2004
	Groningen	53.07	6.35	3.5	1907-2004	1907-2004	1957-2004
	Maastricht	50.54	5.46	114	1906-2004	1906-2004	1957-2004
Ελλάδα	Εθνικό αστεροσκοπείο Αθηνών	38.05	23.86	509	1930-2003	1930-2003	1930-2003

Πίνακας C.2: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 28619

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	2607	2330	2672	2594	2687	2631	2669	2561	2553	2659	2534	2612
Μέση τιμή $\mu$	8.50	10.12	12.57	16.52	20.85	25.70	26.28	25.11	23.42	18.58	12.79	8.77
Τυπική απόκλιση $s$	3.82	3.77	3.90	3.77	3.38	2.79	2.30	1.94	2.32	3.55	3.85	3.76
Διασπορά $s^2$	14.56	14.24	15.21	14.22	11.44	7.80	5.28	3.78	5.40	12.60	14.85	14.14
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.39	-0.30	-0.22	-0.46	-0.58	-0.30	-0.65	-0.10	-0.43	-0.54	-0.40	-0.32
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.30	-0.08	-0.40	0.06	0.54	0.09	6.18	0.18	0.52	0.44	0.01	-0.10
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.248	0.209	0.176	0.129	0.090	0.061	0.048	0.042	0.055	0.106	0.169	0.233
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.054	-0.051	-0.049	-0.086	-0.107	-0.037	-0.018	-0.015	-0.072	-0.081	-0.082	-0.054
L-κύρτωση $\tau_4$	0.132	0.103	0.096	0.130	0.144	0.094	0.108	0.138	0.139	0.128	0.107	0.111
Ελάχιστη τιμή $\min$	-6.11	-3.89	0.28	2.22	5.83	13.33	-1.39	17.78	13.61	4.72	-3.06	-6.94
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	6.11	7.64	9.72	14.17	18.89	23.89	24.72	23.89	21.94	16.39	10.28	6.39
Διάμεσος $m$	8.61	10.28	12.78	16.94	21.11	25.83	26.39	25.00	23.61	18.89	13.06	8.89
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	11.11	12.78	15.56	19.17	23.33	27.78	27.78	26.39	25.00	21.11	15.56	11.39
Μέγιστη τιμή $\max$	19.44	22.50	23.06	27.50	30.83	33.33	33.33	32.22	30.28	28.89	25.00	20.56



Πίνακας C.3: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 87851

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3221	2974	3298	3180	3316	3145	3282	3312	3150	3255	3210	3230
Μέση τιμή $\mu$	15.77	16.76	19.26	21.84	24.87	26.87	27.48	27.58	26.66	23.30	19.24	16.40
Τυπική απόκλιση $s$	4.77	4.57	4.04	2.95	2.07	1.53	1.31	1.22	1.51	2.91	3.94	4.64
Διασπορά $s^2$	22.75	20.86	16.32	8.71	4.30	2.35	1.71	1.50	2.29	8.49	15.52	21.54
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.52	-0.43	-0.68	-0.71	-0.77	-0.34	-0.48	-0.61	-1.09	-0.91	-0.73	-0.48
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.23	-0.34	0.12	0.39	1.52	0.85	0.98	0.92	2.36	1.13	0.20	-0.29
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.171	0.155	0.117	0.075	0.046	0.032	0.026	0.024	0.031	0.069	0.114	0.160
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.105	-0.087	-0.137	-0.131	-0.110	-0.056	-0.068	-0.095	-0.161	-0.154	-0.150	-0.099
L-κύρτωση $\tau_4$	0.078	0.073	0.098	0.117	0.150	0.157	0.162	0.153	0.166	0.133	0.107	0.079
Ελάχιστη τιμή $\min$	-1.67	0.00	3.33	10.00	12.78	19.17	22.22	21.94	16.39	8.89	4.17	-0.28
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	12.50	13.61	16.67	20.00	23.61	25.83	26.67	26.94	25.83	21.67	16.67	13.06
Διάμεσος $m$	16.11	17.22	19.72	22.22	25.00	26.94	27.50	27.78	26.94	23.61	20.00	16.94
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	19.72	20.56	22.50	24.17	26.39	27.78	28.33	28.33	27.78	25.56	22.22	20.00
Μέγιστη τιμή $\max$	25.56	26.11	27.78	28.61	30.83	33.33	32.22	31.11	30.56	29.44	26.94	26.11

Πίνακας C.4: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 172426

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3899	3561	3917	3837	3964	3835	3991	3994	3843	3917	3775	3834
Μέση τιμή $\mu$	-5.78	-5.35	-0.92	4.29	9.26	13.45	16.37	16.51	13.59	8.87	3.42	-2.99
Τυπική απόκλιση $s$	6.07	5.38	4.46	3.20	2.97	2.93	2.50	2.32	2.85	3.51	4.39	5.87
Διασπορά $s^2$	36.90	28.96	19.91	10.25	8.82	8.60	6.23	5.40	8.10	12.29	19.29	34.47
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.21	-0.35	-0.52	-0.05	0.46	0.43	0.31	0.45	0.07	-0.05	-0.30	-0.38
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.38	-0.01	0.20	0.74	0.64	0.33	0.19	0.19	0.37	-0.16	0.17	0.05
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-0.598	-0.567	-2.706	0.415	0.179	0.122	0.086	0.079	0.117	0.224	0.724	-1.106
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.041	-0.061	-0.108	-0.008	0.070	0.069	0.046	0.078	0.004	-0.015	-0.045	-0.065
L-κύρτωση $\tau_4$	0.098	0.116	0.125	0.156	0.141	0.128	0.121	0.121	0.148	0.110	0.120	0.117
Ελάχιστη τιμή $\min$	-25.56	-26.11	-19.72	-11.11	-0.28	5.56	9.44	9.72	4.17	-2.50	-21.11	-26.11
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-10.00	-8.89	-3.61	2.22	7.22	11.39	14.72	14.72	11.67	6.39	0.56	-6.67
Διάμεσος $m$	-5.56	-5.00	-0.28	4.44	9.17	13.33	16.39	16.39	13.61	8.89	3.61	-2.50
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	-1.39	-1.67	2.22	6.39	11.11	15.28	18.06	18.06	15.28	11.39	6.39	1.11
Μέγιστη τιμή $\max$	10.28	10.83	15.28	17.22	23.33	26.39	27.78	26.94	25.00	21.11	15.83	11.67

Πίνακας C.5: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 246660

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	2887	2666	2856	2824	2946	2765	2860	2832	2784	2887	2796	2891
Μέση τιμή $\mu$	-12.42	-9.88	-2.52	6.93	13.40	18.27	21.99	20.71	14.36	7.72	-1.68	-9.10
Τυπική απόκλιση $s$	8.73	8.76	7.70	5.72	5.06	4.30	3.65	3.88	5.00	5.27	6.98	8.11
Διασπορά $s^2$	76.26	76.77	59.33	32.68	25.56	18.45	13.30	15.03	25.04	27.74	48.76	65.72
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.42	-0.45	-0.56	-0.25	0.01	0.22	-0.01	-0.10	-0.27	-0.43	-0.85	-0.65
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.64	-0.25	-0.09	0.29	-0.12	0.17	-0.14	-0.18	-0.03	0.30	0.67	-0.13
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-0.400	-0.502	-1.716	0.463	0.213	0.132	0.094	0.106	0.196	0.383	-2.284	-0.499
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.101	-0.095	-0.122	-0.030	0.001	0.038	-0.001	-0.014	-0.052	-0.069	-0.159	-0.147
L-κύρτωση $\tau_4$	0.061	0.085	0.107	0.131	0.117	0.135	0.103	0.112	0.118	0.118	0.141	0.097
Ελάχιστη τιμή $\min$	-39.72	-41.11	-27.22	-16.67	-2.50	2.78	7.78	7.22	-3.06	-14.44	-28.33	-34.72
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-18.89	-15.83	-7.50	3.33	10.00	15.56	19.44	18.06	11.11	4.31	-5.56	-14.44
Διάμεσος $m$	-11.11	-8.89	-1.39	6.94	13.33	18.06	21.94	20.56	14.72	8.06	-0.56	-7.50
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	-5.56	-3.06	3.06	10.83	16.94	20.83	24.44	23.61	18.06	11.39	3.33	-3.06
Μέγιστη τιμή $\max$	7.50	12.78	16.94	22.78	28.89	32.50	36.39	32.78	30.56	23.61	14.44	9.72

Πίνακας C.6: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 280325

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3906	3559	3906	3780	3902	3780	3933	3937	3809	3905	3778	3874
Μέση τιμή $\mu$	1.20	1.47	4.87	9.63	14.98	20.02	23.07	22.87	19.88	14.22	8.44	3.26
Τυπική απόκλιση $s$	4.98	4.79	4.13	3.67	3.45	3.15	2.46	2.46	3.38	3.99	4.47	4.84
Διασπορά $s^2$	24.82	22.91	17.09	13.43	11.92	9.91	6.05	6.06	11.44	15.95	19.97	23.46
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.30	-0.36	-0.06	0.22	0.40	0.14	0.29	-0.10	-0.24	-0.10	-0.17	-0.25
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.19	0.26	0.37	0.34	0.34	-0.06	0.28	0.05	-0.13	-0.23	-0.20	0.01
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-10.738	18.033	0.496	0.184	0.103	0.070	0.044	0.049	0.081	0.141	0.287	1.163
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.145	-0.158	-0.154	-0.106	-0.086	-0.114	-0.116	-0.146	-0.147	-0.119	-0.109	-0.138
L-κύρτωση $\tau_4$	0.083	0.102	0.104	0.083	0.087	0.077	0.088	0.080	0.084	0.073	0.085	0.084
Ελάχιστη τιμή $\min$	-15.83	-18.89	-9.72	-4.17	4.72	9.44	15.00	14.72	8.33	1.94	-9.44	-17.50
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-2.22	-1.67	2.22	7.22	12.78	17.78	21.39	21.11	17.50	11.39	5.28	0.00
Διάμεσος $m$	1.67	1.94	5.00	9.44	14.72	20.00	23.06	23.06	20.00	14.44	8.61	3.61
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	4.72	4.72	7.50	11.94	17.15	21.94	24.44	24.44	22.22	16.94	11.67	6.67
Μέγιστη τιμή $\max$	15.28	15.83	19.72	23.89	28.33	31.67	32.50	33.33	29.17	28.06	21.67	18.33

Πίνακας C.7: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 353445

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3369	3073	3366	3263	3302	3196	3338	3335	3185	3306	3266	3341
Μέση τιμή $\mu$	4.24	6.54	8.78	11.39	14.69	17.99	21.43	21.00	17.61	12.53	7.26	4.37
Τυπική απόκλιση $s$	3.27	3.09	3.12	3.47	3.69	3.53	3.09	2.98	3.30	3.24	3.31	3.39
Διασπορά $s^2$	10.71	9.54	9.71	12.03	13.60	12.44	9.52	8.87	10.91	10.50	10.95	11.52
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.09	-0.04	0.05	0.15	0.15	0.14	0.03	-0.07	-0.12	0.00	-0.03	-0.06
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.27	0.28	-0.38	-0.45	-0.44	-0.24	-0.17	-0.19	-0.35	-0.21	-0.21	0.60
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.434	0.265	0.202	0.174	0.143	0.111	0.081	0.080	0.107	0.146	0.258	0.434
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.002	0.013	0.011	0.029	0.030	0.031	0.012	-0.009	-0.029	-0.001	-0.005	0.020
L-κύρτωση $\tau_4$	0.127	0.120	0.104	0.088	0.092	0.109	0.123	0.116	0.100	0.114	0.113	0.131
Ελάχιστη τιμή $\min$	-10.00	-6.11	-0.28	2.50	5.00	8.06	11.67	11.39	7.22	1.94	-2.78	-11.11
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	2.22	4.44	6.67	8.89	11.94	15.56	19.44	18.89	15.28	10.28	5.00	2.22
Διάμεσος $m$	4.17	6.39	8.89	11.11	14.44	17.78	21.39	21.11	17.78	12.50	7.22	4.17
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	6.39	8.61	10.83	13.89	17.22	20.56	23.61	23.06	20.00	14.72	9.44	6.67
Μέγιστη τιμή $\max$	15.56	16.11	18.33	22.78	26.94	28.89	30.28	30.28	27.50	23.06	17.50	15.00

Πίνακας C.8: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 417622

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	2394	2286	2466	2238	2370	2299	2351	2383	2262	2313	2253	2394
Μέση τιμή $\mu$	14.27	16.54	20.46	24.50	27.33	29.57	30.46	30.57	28.06	23.97	18.94	15.06
Τυπική απόκλιση $s$	5.69	5.48	5.11	4.01	2.92	2.15	1.70	1.81	2.84	3.97	5.22	5.21
Διασπορά $s^2$	32.40	29.99	26.06	16.08	8.51	4.61	2.90	3.27	8.04	15.75	27.23	27.19
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.19	-0.35	-0.53	-0.76	-0.66	-0.71	-0.77	-0.67	-1.04	-0.72	-0.42	-0.17
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.46	-0.25	-0.21	0.31	0.96	0.90	1.33	0.67	1.75	0.34	-0.45	-0.34
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.227	0.188	0.141	0.091	0.059	0.040	0.031	0.033	0.055	0.092	0.156	0.197
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.031	-0.061	-0.113	-0.152	-0.097	-0.113	-0.115	-0.128	-0.162	-0.138	-0.095	-0.016
L-κύρτωση $\tau_4$	0.089	0.094	0.092	0.118	0.134	0.143	0.141	0.140	0.156	0.110	0.077	0.085
Ελάχιστη τιμή $\min$	-5.56	-3.89	1.39	8.33	13.61	18.61	21.11	21.11	13.61	8.33	1.94	-5.56
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	10.28	12.78	17.22	22.22	25.56	28.33	29.44	29.44	26.67	21.67	15.28	11.39
Διάμεσος $m$	14.17	16.94	21.11	25.28	27.78	29.72	30.56	30.83	28.47	24.44	19.44	15.00
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	18.61	20.83	24.44	27.50	29.44	31.11	31.67	31.67	30.00	26.94	23.06	19.17
Μέγιστη τιμή $\max$	26.94	28.33	31.39	33.61	35.28	35.83	35.00	35.83	35.28	33.06	32.22	26.94

Πίνακας C.9: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού των Η.Π.Α. 483100

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3126	2846	3134	3000	3130	3077	3162	3133	3024	3090	3053	3154
Μέση τιμή $\mu$	-7.17	-5.64	-1.95	3.67	8.50	12.97	17.09	16.29	11.61	5.79	-1.20	-6.09
Τυπική απόκλιση $s$	5.46	5.27	4.91	4.48	3.89	3.60	2.42	2.47	3.70	4.21	5.19	5.35
Διασπορά $s^2$	29.78	27.75	24.09	20.05	15.12	12.97	5.87	6.12	13.71	17.69	26.91	28.64
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.52	-0.63	-0.43	-0.20	-0.33	-0.31	-0.53	-0.57	-0.63	-0.66	-0.59	-0.44
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.09	0.48	0.11	-0.05	-0.27	-0.14	1.07	0.71	0.62	0.52	-0.03	0.18
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-0.427	-0.521	-1.416	0.690	0.259	0.157	0.079	0.084	0.177	0.404	-2.427	-0.494
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.093	-0.110	-0.074	-0.037	-0.069	-0.065	-0.073	-0.089	-0.109	-0.113	-0.118	-0.078
L-κύρτωση $\tau_4$	0.115	0.118	0.117	0.113	0.102	0.114	0.148	0.147	0.141	0.125	0.100	0.117
Ελάχιστη τιμή $\min$	-27.78	-26.39	-23.06	-13.61	-6.11	1.11	3.61	5.00	-4.44	-12.78	-20.83	-30.28
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-10.56	-8.89	-5.00	0.56	5.83	10.56	15.83	15.00	9.44	3.33	-4.44	-9.44
Διάμεσος $m$	-6.67	-5.00	-1.67	3.89	8.89	13.33	17.22	16.39	11.94	6.39	-0.56	-5.56
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	-3.33	-1.94	1.67	6.67	11.39	15.56	18.61	18.06	14.17	8.89	2.78	-2.22
Μέγιστη τιμή $\max$	5.00	10.56	11.39	20.83	18.61	23.61	24.72	23.33	20.83	16.67	10.56	12.78

Πίνακας C.10: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού Η.Π.Α. 238444

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	2827	2599	2901	2826	2848	2826	2923	2899	2753	2908	2829	2857
Μέση τιμή $\mu$	-3.40	-0.99	4.95	11.91	17.66	22.61	25.32	24.17	19.71	13.57	5.72	-0.97
Τυπική απόκλιση $s$	6.86	6.60	6.26	5.30	4.40	3.69	3.21	3.37	4.71	5.17	5.81	6.33
Διασπορά $s^2$	47.01	43.60	39.17	28.04	19.32	13.62	10.31	11.33	22.21	26.71	33.77	40.10
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.47	-0.43	-0.05	-0.05	-0.21	-0.23	0.07	-0.04	-0.21	-0.25	-0.14	-0.47
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.26	0.10	-0.03	-0.50	-0.41	-0.21	-0.04	0.10	-0.30	-0.23	-0.02	0.29
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-1.137	-3.730	0.714	0.254	0.142	0.092	0.072	0.078	0.136	0.216	0.573	-3.633
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.108	-0.088	0.003	-0.003	-0.042	-0.044	0.007	-0.016	-0.037	-0.046	-0.015	-0.090
L-κύρτωση $\tau_4$	0.100	0.126	0.119	0.084	0.088	0.110	0.122	0.121	0.104	0.101	0.124	0.145
Ελάχιστη τιμή min	-26.67	-25.28	-17.50	-4.72	2.50	8.61	15.83	11.39	5.56	-8.61	-15.00	-25.83
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-7.78	-5.00	0.83	8.06	14.44	20.00	23.06	21.94	16.39	10.00	1.94	-4.72
Διάμεσος $m$	-2.22	-0.28	4.72	11.94	17.78	22.78	25.28	24.17	20.00	13.89	5.83	-0.28
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	1.67	3.61	9.17	15.83	21.11	25.28	27.50	26.39	23.06	17.22	9.44	3.33
Μέγιστη τιμή max	13.61	19.72	22.50	25.56	31.11	33.33	36.67	36.11	31.67	27.78	21.94	16.94



Πίνακας C.11: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού. 478027

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3246	2960	3260	3161	3278	3049	3154	3148	3050	3242	3090	3259
Μέση τιμή $\mu$	-11.89	-9.57	-2.57	6.23	13.08	18.05	20.77	19.38	14.55	8.31	-0.62	-8.53
Τυπική απόκλιση $s$	7.71	7.72	6.58	5.59	5.13	4.22	3.52	3.69	4.93	5.41	6.07	7.02
Διασπορά $s^2$	59.45	59.65	43.28	31.30	26.32	17.79	12.41	13.65	24.30	29.24	36.80	49.26
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.34	-0.33	-0.27	0.17	0.03	-0.06	0.16	-0.07	0.12	-0.04	-0.29	-0.41
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.62	-0.45	0.12	-0.10	-0.43	-0.27	-0.10	-0.20	-0.29	-0.28	0.25	-0.41
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	-0.370	-0.459	-1.437	0.507	0.224	0.133	0.096	0.108	0.192	0.369	-5.494	-0.466
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.079	-0.071	-0.059	0.041	0.009	-0.011	0.024	-0.019	0.023	-0.006	-0.048	-0.098
L-κύρτωση $\tau_4$	0.064	0.083	0.136	0.124	0.089	0.106	0.115	0.114	0.111	0.108	0.141	0.086
Ελάχιστη τιμή $\min$	-34.17	-33.89	-27.50	-10.56	-3.06	2.22	10.83	8.06	0.83	-8.06	-22.22	-32.50
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-17.50	-15.00	-6.67	2.22	9.44	15.00	18.33	16.94	11.11	4.44	-4.44	-13.33
Διάμεσος $m$	-11.11	-8.89	-1.94	5.83	13.06	18.06	20.56	19.44	14.44	8.33	-0.28	-7.50
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	-5.83	-3.54	1.94	10.00	16.94	21.11	23.06	21.94	17.78	12.22	3.54	-3.06
Μέγιστη τιμή $\max$	8.89	11.39	19.17	23.89	30.56	30.83	35.00	31.67	29.72	23.33	17.22	10.28

Πίνακας C.12: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού της Ολλανδίας De Bilt

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3255	2954	3224	3120	3224	3120	3224	3224	3120	3224	3120	3224
Μέση τιμή $\mu$	2.23	2.59	5.19	8.28	12.48	15.21	16.98	16.71	14.03	10.06	5.75	3.12
Τυπική απόκλιση $s$	4.38	4.22	3.32	3.22	3.52	3.13	2.84	2.60	2.60	3.20	3.57	4.19
Διασπορά $s^2$	19.23	17.84	10.99	10.36	12.39	9.82	8.09	6.75	6.79	10.24	12.74	17.56
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.63	-0.58	-0.14	0.40	0.38	0.62	0.76	0.74	0.22	-0.33	-0.35	-0.49
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.22	0.38	-0.06	0.12	-0.07	0.26	0.38	0.62	0.01	-0.11	-0.14	0.18
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	1.100	0.910	0.361	0.218	0.159	0.115	0.093	0.086	0.105	0.180	0.351	0.754
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.120	-0.101	-0.023	0.076	0.075	0.120	0.152	0.134	0.035	-0.067	-0.072	-0.082
L-κύρτωση $\tau_4$	0.120	0.126	0.112	0.129	0.125	0.124	0.136	0.140	0.122	0.115	0.108	0.114
Ελάχιστη τιμή $\min$	-14.40	-14.50	-7.20	-2.10	3.50	6.90	10.70	10.00	6.60	-0.80	-9.50	-13.30
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-0.40	0.00	2.90	6.00	10.00	12.90	14.90	14.90	12.20	8.00	3.40	0.40
Διάμεσος $m$	2.80	3.00	5.25	8.00	12.20	14.80	16.50	16.30	14.00	10.30	6.20	3.40
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	5.50	5.70	7.50	10.30	14.60	17.10	18.50	18.20	15.70	12.40	8.30	6.20
Μέγιστη τιμή $\max$	11.90	14.40	15.30	20.50	25.20	27.90	27.10	26.60	25.70	19.40	15.00	13.30

Πίνακας C.13: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού της Ολλανδίας Den Helder

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3069	2785	3038	2940	3038	2970	3069	3069	2940	3038	2940	3038
Μέση τιμή $\mu$	2.93	2.75	4.68	7.53	11.41	14.32	16.46	16.88	14.83	11.10	6.94	4.22
Τυπική απόκλιση $s$	3.79	3.61	2.73	2.45	2.75	2.45	2.24	2.03	2.06	2.70	3.12	3.58
Διασπορά $s^2$	14.38	13.05	7.43	5.98	7.57	6.00	5.01	4.10	4.26	7.27	9.76	12.82
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.96	-0.88	-0.40	0.51	0.60	0.70	0.93	0.91	0.15	-0.52	-0.68	-0.75
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.69	0.70	0.51	0.67	0.52	0.77	1.21	1.35	0.38	0.04	0.34	0.33
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.709	0.722	0.325	0.180	0.134	0.094	0.074	0.065	0.078	0.136	0.250	0.472
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.194	-0.173	-0.074	0.089	0.102	0.124	0.161	0.147	0.017	-0.106	-0.134	-0.153
L-κύρτωση $\tau_4$	0.124	0.131	0.136	0.158	0.151	0.154	0.170	0.166	0.138	0.118	0.129	0.104
Ελάχιστη τιμή $\min$	-12.10	-12.80	-7.60	-1.20	3.90	6.50	10.80	11.50	7.70	1.20	-6.60	-11.40
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	0.80	0.80	3.00	5.90	9.60	12.60	15.00	15.50	13.50	9.40	5.10	2.00
Διάμεσος $m$	3.80	3.40	4.90	7.30	11.10	14.00	16.10	16.60	14.80	11.40	7.50	4.90
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	5.70	5.40	6.50	8.90	12.90	15.60	17.60	17.90	16.20	13.10	9.10	6.90
Μέγιστη τιμή $\max$	11.20	12.30	14.30	18.90	21.70	24.60	26.50	25.50	25.30	18.00	14.80	12.10

Πίνακας C.14: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού της Ολλανδίας Groningen

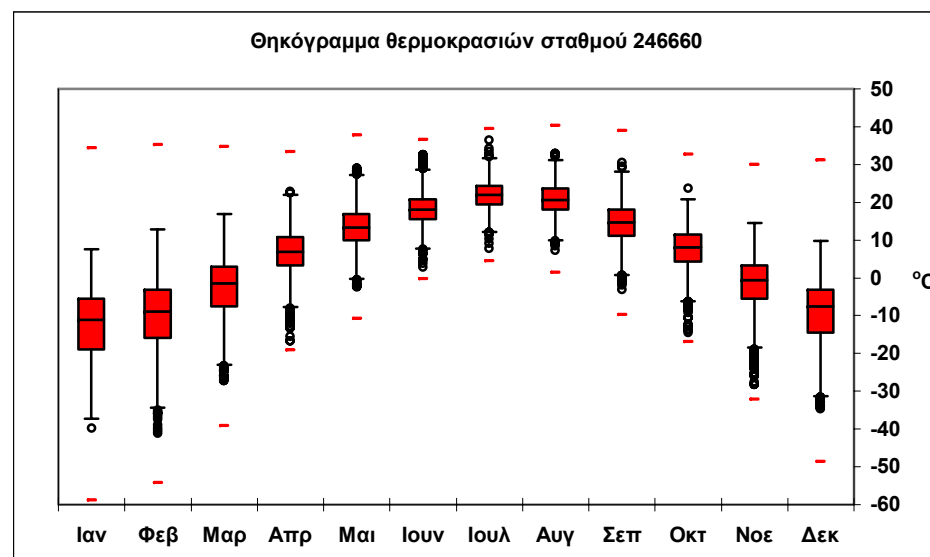
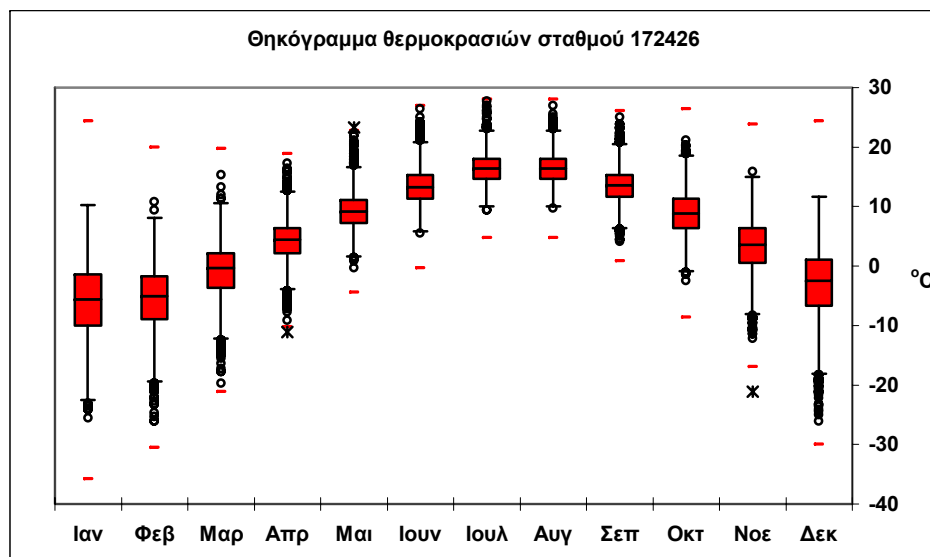
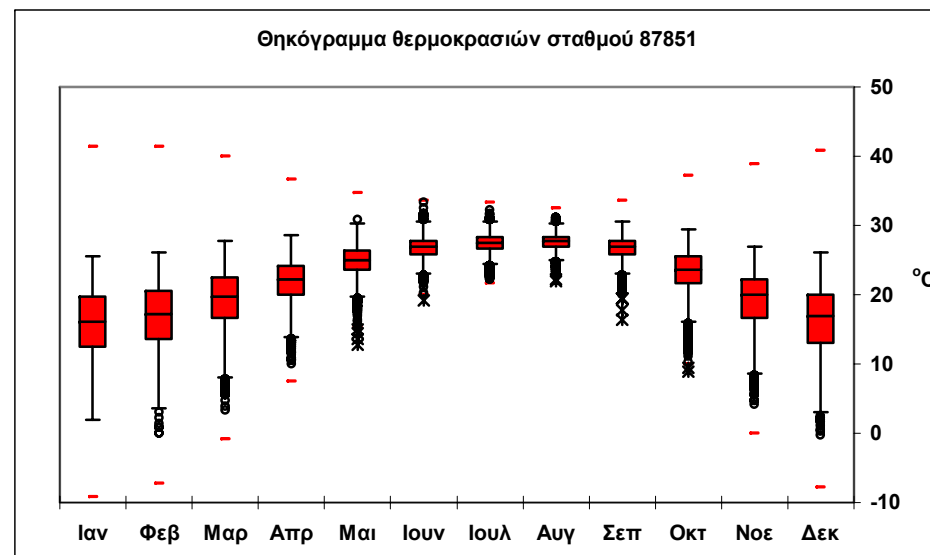
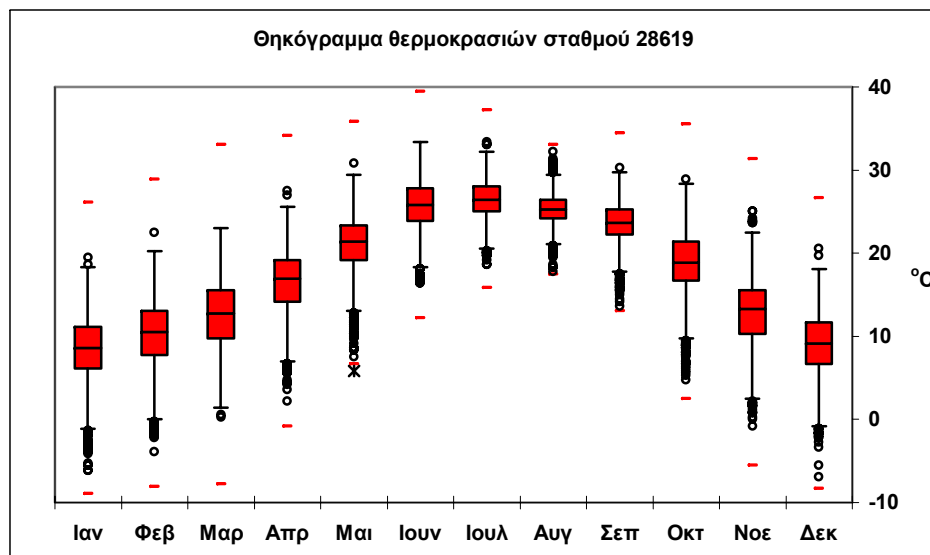
	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3069	2785	3038	2940	3038	2940	3038	3038	2940	3038	2940	3038
Μέση τιμή $\mu$	1.58	1.90	4.38	7.62	11.85	14.64	16.42	16.34	13.66	9.64	5.32	2.69
Τυπική απόκλιση $s$	4.44	4.30	3.34	3.16	3.43	3.07	2.82	2.61	2.52	3.15	3.45	4.07
Διασπορά $s^2$	19.73	18.50	11.18	9.99	11.77	9.42	7.93	6.83	6.33	9.94	11.93	16.54
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.74	-0.66	-0.23	0.45	0.40	0.60	0.81	0.76	0.26	-0.33	-0.38	-0.53
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.47	0.47	0.11	0.23	0.08	0.26	0.57	0.63	0.11	-0.17	-0.04	0.27
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	1.561	1.260	0.430	0.232	0.163	0.117	0.095	0.088	0.103	0.185	0.366	0.847
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.138	-0.120	-0.035	0.084	0.071	0.112	0.155	0.137	0.044	-0.073	-0.075	-0.091
L-κύρτωση $\tau_4$	0.132	0.133	0.115	0.130	0.130	0.126	0.137	0.137	0.133	0.110	0.113	0.119
Ελάχιστη τιμή $\min$	-17.00	-17.20	-8.50	-2.20	3.40	6.30	10.00	10.30	6.80	-0.90	-7.90	-14.00
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-0.90	-0.50	2.10	5.40	9.50	12.40	14.40	14.50	11.90	7.50	3.00	0.20
Διάμεσος $m$	2.20	2.40	4.50	7.30	11.60	14.30	15.90	15.90	13.60	10.00	5.70	3.00
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	4.80	5.00	6.80	9.60	14.00	16.40	17.98	17.80	15.20	11.90	7.80	5.70
Μέγιστη τιμή $\max$	11.20	13.40	15.20	19.50	25.70	27.00	27.70	27.00	23.90	19.00	14.30	12.70

Πίνακας C.15: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού της Ολλανδίας Maastricht

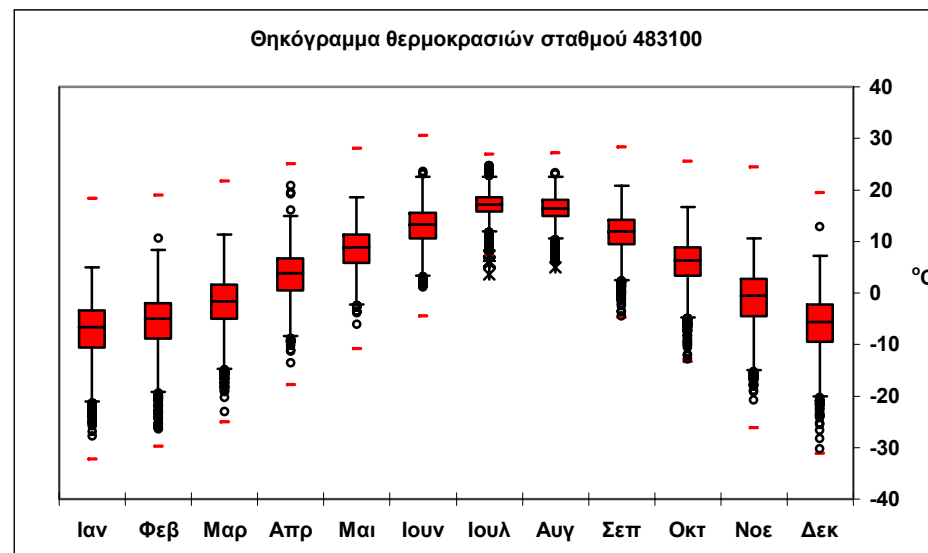
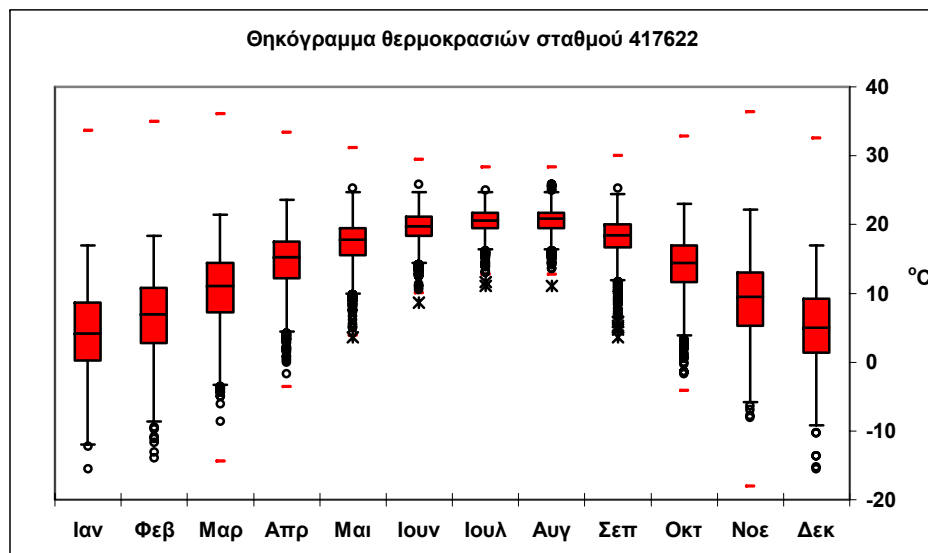
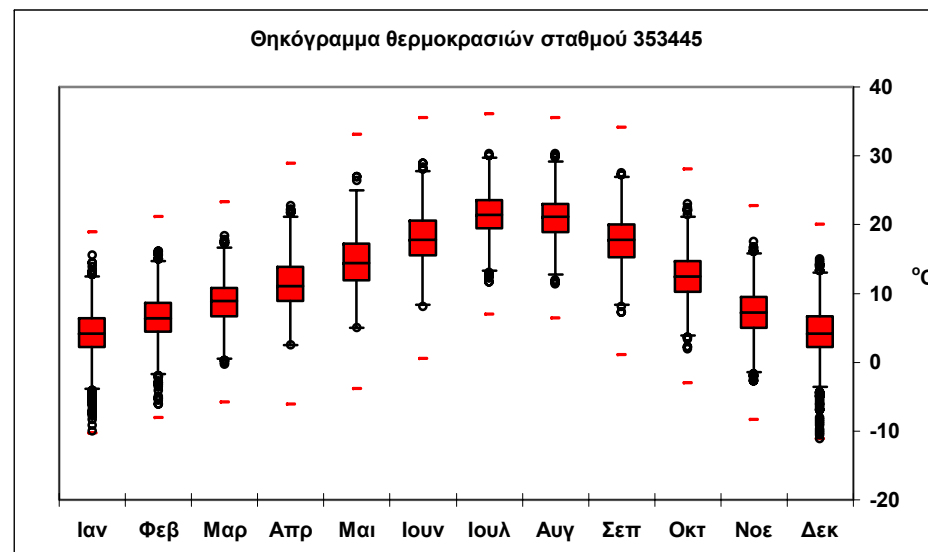
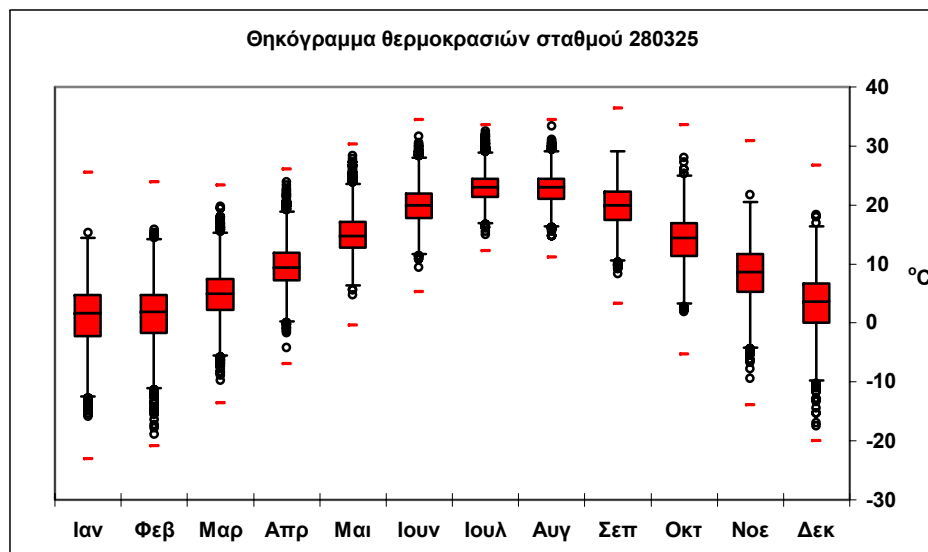
	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3100	2813	3069	2970	3069	2970	3069	3069	2970	3069	2970	3069
Μέση τιμή $\mu$	2.47	2.93	5.80	8.79	13.16	15.85	17.62	17.46	14.61	10.48	5.98	3.38
Τυπική απόκλιση $s$	4.59	4.55	3.73	3.65	3.83	3.42	3.26	3.01	3.10	3.49	3.73	4.31
Διασπορά $s^2$	21.07	20.69	13.93	13.31	14.68	11.71	10.65	9.06	9.63	12.18	13.88	18.54
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.63	-0.56	-0.07	0.33	0.26	0.39	0.57	0.59	0.39	-0.20	-0.19	-0.35
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.27	0.34	-0.19	-0.17	-0.15	-0.20	-0.05	0.24	0.05	-0.12	-0.33	0.04
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	1.039	0.869	0.365	0.235	0.165	0.122	0.104	0.096	0.119	0.188	0.354	0.719
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.117	-0.095	-0.009	0.063	0.049	0.082	0.119	0.108	0.070	-0.042	-0.040	-0.054
L-κύρτωση $\tau_4$	0.122	0.124	0.103	0.107	0.115	0.100	0.112	0.125	0.123	0.116	0.103	0.112
Ελάχιστη τιμή $\min$	-14.90	-15.40	-8.10	-1.80	2.50	6.80	10.40	10.20	6.40	-1.40	-5.90	-12.50
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-0.30	0.10	3.20	6.10	10.50	13.30	15.20	15.30	12.50	8.10	3.50	0.50
Διάμεσος $m$	3.00	3.40	5.80	8.50	12.90	15.50	17.10	17.10	14.40	10.70	6.20	3.60
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	5.80	6.10	8.50	11.20	15.70	18.10	19.70	19.30	16.58	12.90	8.70	6.50
Μέγιστη τιμή $\max$	13.00	14.30	17.00	21.40	27.20	28.70	28.30	28.80	26.10	20.90	16.60	13.70

Πίνακας C.16: Στατιστικά μέτρα των ημερήσιων μέσων θερμοκρασιών του σταθμού του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	2294	2089	2294	2220	2294	2220	2284	2294	2220	2294	2190	2286
Μέση τιμή $\mu$	9.35	9.81	11.54	15.41	20.21	24.85	27.49	27.23	23.51	18.81	14.59	10.99
Τυπική απόκλιση $s$	3.20	3.30	3.32	2.78	2.91	2.68	2.27	2.26	2.57	3.12	3.13	3.27
Διασπορά $s^2$	10.25	10.88	11.05	7.70	8.47	7.18	5.17	5.10	6.62	9.73	9.81	10.68
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.37	-0.46	-0.22	-0.13	0.12	-0.10	0.14	0.03	-0.23	-0.26	-0.50	-0.35
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.21	-0.13	-0.12	-0.12	-0.23	0.06	0.56	0.37	0.38	0.14	0.23	-0.24
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.194	0.190	0.163	0.102	0.082	0.061	0.046	0.046	0.061	0.093	0.120	0.169
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.068	-0.092	-0.051	-0.028	0.025	-0.013	0.015	0.000	-0.034	-0.045	-0.092	-0.068
L-κύρτωση $\tau_4$	0.092	0.093	0.099	0.113	0.104	0.121	0.153	0.141	0.140	0.120	0.120	0.098
Ελάχιστη τιμή $\min$	-2.30	-2.60	0.00	6.40	10.50	14.70	19.10	19.20	12.50	3.70	1.10	0.10
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	7.20	7.50	9.20	13.50	18.10	23.10	26.00	25.70	21.90	16.80	12.60	8.70
Διάμεσος $m$	9.60	10.10	11.70	15.50	20.10	24.90	27.50	27.30	23.60	18.90	15.00	11.30
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	11.80	12.30	14.00	17.40	22.20	26.70	28.90	28.60	25.20	21.00	16.80	13.40
Μέγιστη τιμή $\max$	16.80	18.10	22.90	25.50	29.50	34.20	36.40	35.30	33.10	28.60	22.00	18.90

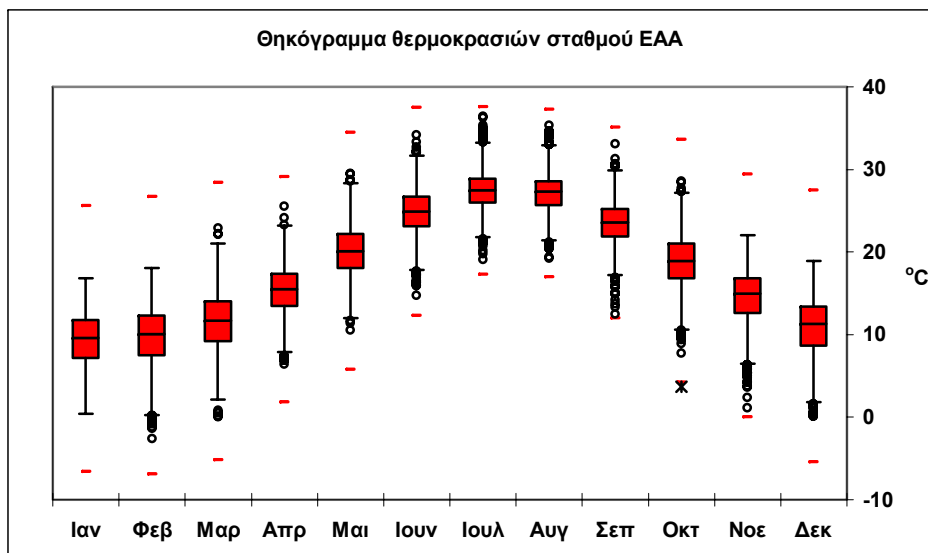
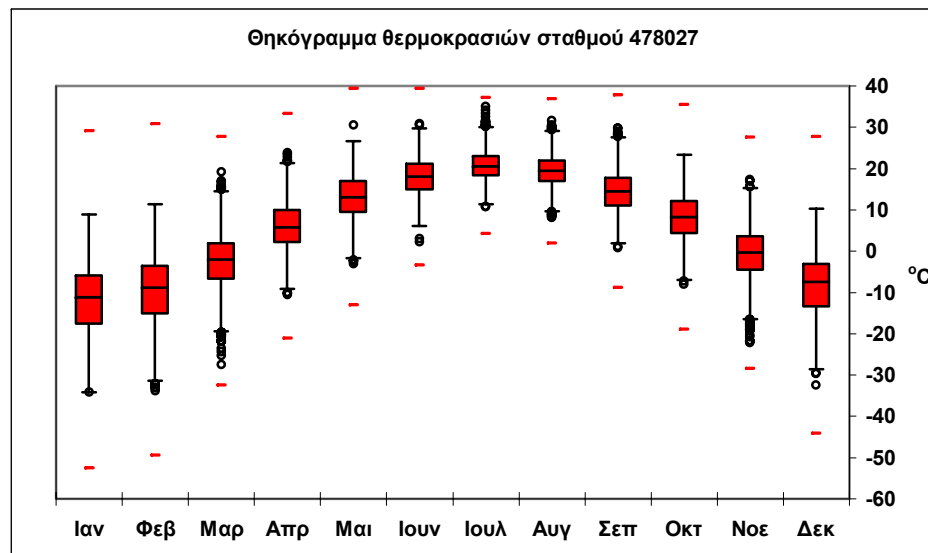
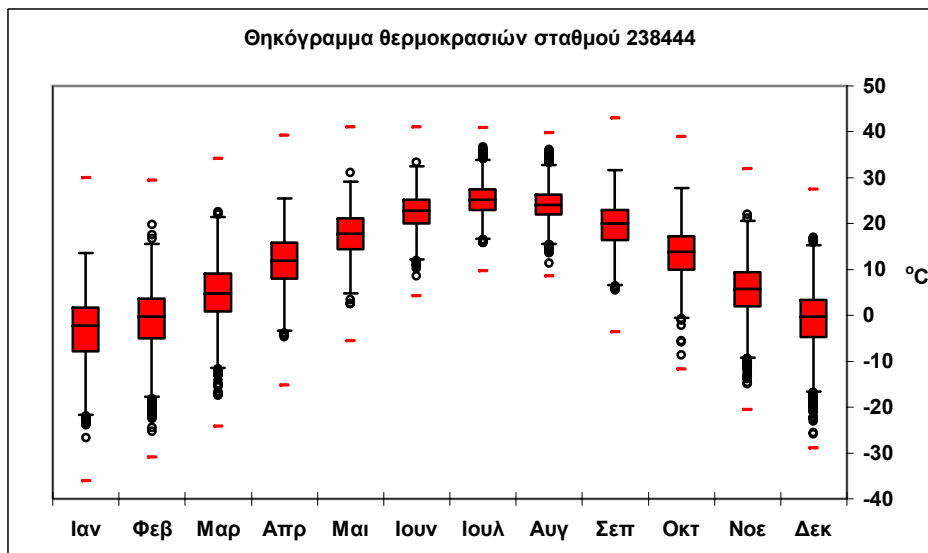


Σχήμα C.1: Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών σταθμών των Η.Π.Α.

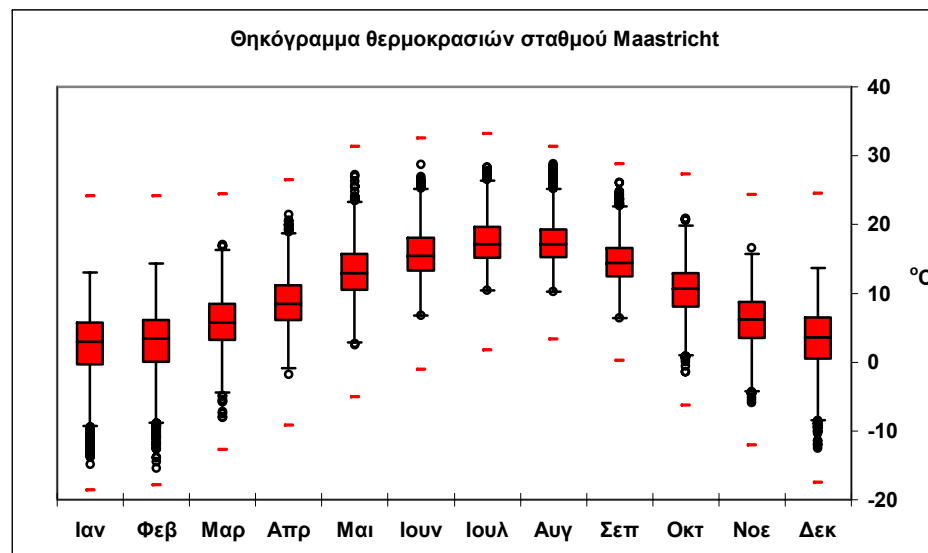
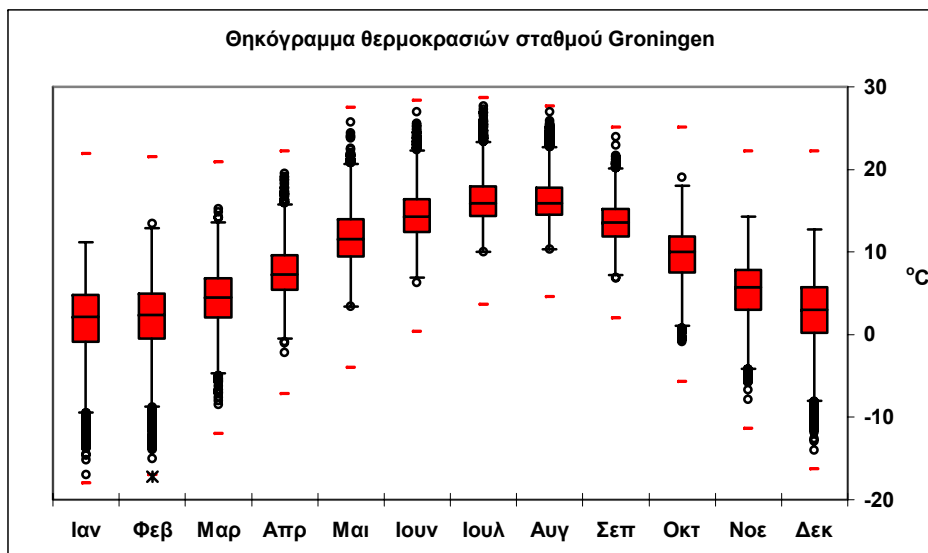
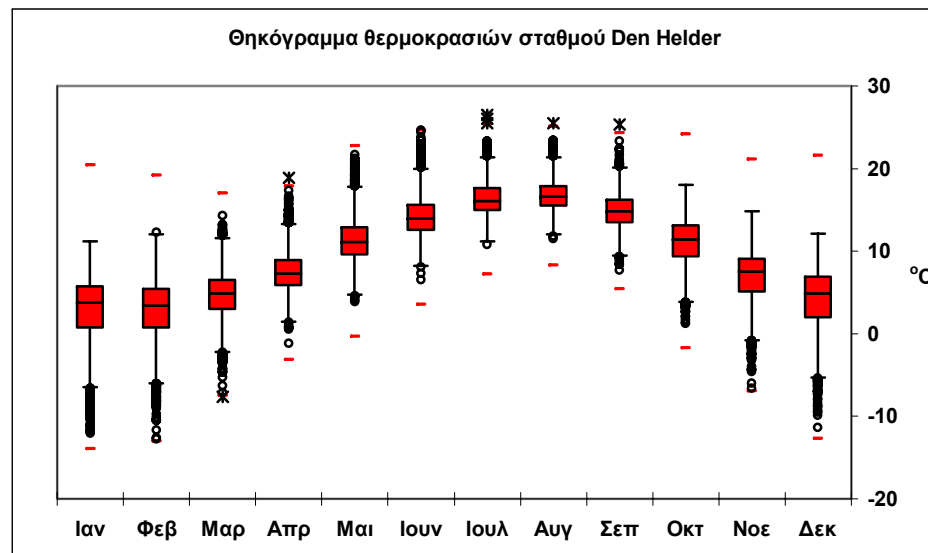
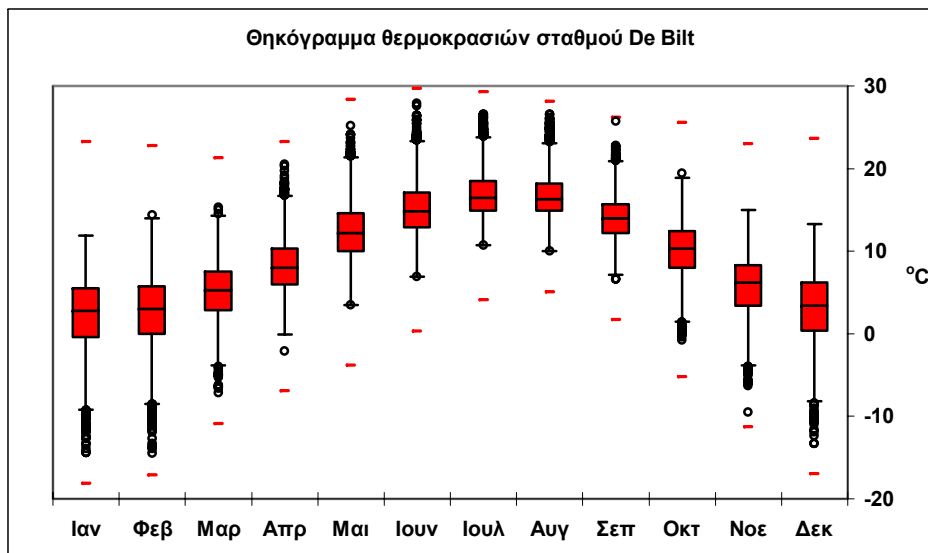


Σχήμα C.2: Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών σταθμών των Η.Π.Α.





Σχήμα C.3: Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών σταθμών των Η.Π.Α. και του σταθμού του Ε.Α.Α.



Σχήμα C.4: Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων θερμοκρασιών σταθμών της Ολλανδίας

## **Παράρτημα D Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης των σημείων δρόσου**

---

Το παράρτημα D περιλαμβάνει συνοπτικούς πίνακες με τα στατιστικά χαρακτηριστικά των μέσων ημερήσιων τιμών σημείων δρόσου και των μέγιστων μηνιαίων από τέσσερις σταθμούς της Ολλανδίας και έναν της Ελλάδας. Επίσης παρουσιάζονται πίνακες με εκτιμήσεις των παράμετρων της τριπαραμετρικής Weibull και των παραμέτρων της παράγωγης κατανομής μεγίστων που προκύπτει από τη Weibull. Ακόμη περιέχεται συνοπτικός πίνακας με τους μέσους συντελεστές αυτοσυσχέτισης των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου ανά μήνα. Τέλος παρουσιάζονται πιθανοτικά θηκογράμματα και πιθανοτικά γραφήματα.

Πίνακας D.1: Στατιστικά μέτρα μέσω των ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Ε.Α.Α.

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3255	2954	3224	3120	3224	3120	3224	3224	3120	3223	3120	3224
Μέση τιμή $\mu$	4.67	4.53	5.51	8.06	11.45	13.93	14.99	14.93	14.07	12.19	9.71	6.56
Τυπική απόκλιση $s$	3.98	3.93	3.76	3.01	2.68	2.47	2.47	2.62	2.91	3.50	3.97	3.96
Διασπορά $s^2$	15.81	15.47	14.12	9.05	7.19	6.10	6.08	6.88	8.49	12.28	15.79	15.68
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.33	-0.40	-0.44	-0.61	-0.61	-0.49	-0.22	-0.15	-0.28	-0.31	-0.57	-0.42
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.43	-0.44	-0.35	0.28	0.37	0.09	-0.07	-0.29	-0.33	-0.31	-0.04	-0.35
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.485	0.494	0.387	0.209	0.131	0.099	0.093	0.100	0.118	0.163	0.230	0.343
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.064	-0.086	-0.092	-0.113	-0.105	-0.093	-0.039	-0.024	-0.048	-0.059	-0.113	-0.088
L-κύρτωση $\tau_4$	0.074	0.074	0.073	0.117	0.124	0.122	0.109	0.091	0.081	0.081	0.090	0.083
Ελάχιστη τιμή $\min$	-9.86	-9.25	-9.15	-4.07	0.19	5.53	4.04	4.12	1.16	-1.31	-5.09	-6.70
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	1.91	1.67	2.82	6.17	9.85	12.39	13.34	13.06	12.06	9.79	6.99	3.85
Διάμεσος $m$	4.82	4.83	5.92	8.44	11.71	14.21	15.06	14.96	14.13	12.40	10.22	6.99
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	7.87	7.62	8.48	10.28	13.43	15.65	16.77	16.87	16.40	14.87	12.77	9.65
Μέγιστη τιμή $\max$	14.31	12.88	14.39	15.08	18.06	20.64	22.27	22.16	21.10	21.61	18.20	15.53

Πίνακας D.2: Στατιστικά μέτρα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού De Bilt

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3255	2954	3224	3120	3224	3120	3224	3224	3120	3223	3120	3224
Μέση τιμή $\mu$	0.37	0.20	1.96	4.06	7.80	10.59	12.84	12.98	11.09	7.82	3.94	1.51
Τυπική απόκλιση $s$	4.77	4.73	3.75	3.36	3.35	2.86	2.42	2.32	2.72	3.50	3.71	4.42
Διασπορά $s^2$	22.72	22.34	14.05	11.30	11.20	8.17	5.86	5.37	7.40	12.26	13.76	19.55
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.89	-0.83	-0.50	-0.22	-0.23	0.10	0.11	0.14	-0.12	-0.51	-0.49	-0.80
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.65	0.77	0.28	0.05	-0.03	-0.16	-0.26	-0.19	-0.18	0.43	0.35	0.94
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	7.012	12.997	1.070	0.467	0.242	0.153	0.107	0.101	0.139	0.251	0.527	1.611
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.171	-0.148	-0.082	-0.025	-0.041	0.020	0.021	0.030	-0.015	-0.080	-0.082	-0.130
L-κύρτωση $\tau_4$	0.147	0.139	0.124	0.118	0.121	0.115	0.111	0.111	0.108	0.123	0.131	0.151
Ελάχιστη τιμή $\min$	-18.36	-21.71	-13.80	-10.11	-5.65	2.07	5.78	5.69	0.89	-9.86	-11.54	-18.10
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-2.02	-2.41	-0.40	1.83	5.59	8.54	11.19	11.39	9.24	5.67	1.67	-0.89
Διάμεσος $m$	1.19	0.96	2.28	4.11	7.98	10.61	12.75	12.85	11.10	8.11	4.31	2.02
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	3.72	3.55	4.64	6.40	10.12	12.52	14.50	14.59	12.99	10.31	6.57	4.57
Μέγιστη τιμή $\max$	10.15	10.59	11.28	13.14	16.87	19.80	20.74	20.54	18.97	16.13	13.37	11.83

Πίνακας D.3: Στατιστικά μέτρα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Den Helder

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3069	2785	3038	2940	3038	2970	3069	3069	2940	3038	2940	3038
Μέση τιμή $\mu$	1.05	0.69	2.27	4.46	7.97	10.75	12.99	13.26	11.34	8.28	4.65	2.35
Τυπική απόκλιση $s$	4.28	4.14	3.24	2.89	2.99	2.70	2.38	2.42	2.72	3.30	3.34	3.88
Διασπορά $s^2$	18.35	17.14	10.47	8.36	8.94	7.32	5.68	5.85	7.42	10.89	11.15	15.07
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-1.10	-0.95	-0.61	-0.28	-0.31	-0.07	0.10	-0.02	-0.18	-0.41	-0.40	-0.84
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	1.22	0.90	0.27	-0.03	0.00	0.00	-0.11	-0.29	-0.40	-0.08	0.09	1.04
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	2.201	3.299	0.798	0.366	0.211	0.142	0.104	0.104	0.137	0.225	0.405	0.911
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.207	-0.178	-0.114	-0.052	-0.061	-0.013	0.015	-0.002	-0.034	-0.073	-0.069	-0.132
L-κύρτωση $\tau_4$	0.152	0.133	0.115	0.112	0.132	0.128	0.117	0.108	0.095	0.100	0.115	0.135
Ελάχιστη τιμή $\min$	-17.87	-20.16	-11.54	-7.95	-2.24	1.23	4.96	6.18	1.41	-5.00	-9.46	-15.76
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-0.94	-1.47	0.22	2.50	6.17	9.02	11.30	11.49	9.36	6.10	2.49	0.19
Διάμεσος $m$	1.87	1.38	2.67	4.61	8.19	10.80	12.94	13.28	11.46	8.51	4.87	2.82
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	4.19	3.70	4.59	6.49	10.03	12.58	14.56	14.98	13.32	10.70	7.09	5.25
Μέγιστη τιμή $\max$	8.68	9.14	10.69	14.20	16.65	19.65	21.13	20.24	18.26	15.49	13.39	11.20

Πίνακας D.4: Στατιστικά μέτρα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Groningen

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3069	2785	3038	2940	3038	2970	3069	3069	2940	3038	2940	3038
Μέση τιμή $\mu$	0.00	-0.09	1.68	3.86	7.48	10.45	12.72	12.86	10.83	7.54	3.74	1.31
Τυπική απόκλιση $s$	4.88	4.75	3.69	3.35	3.40	2.96	2.49	2.37	2.68	3.53	3.65	4.36
Διασπορά $s^2$	23.77	22.60	13.60	11.19	11.58	8.77	6.22	5.64	7.20	12.44	13.30	19.01
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.97	-0.83	-0.47	-0.15	-0.25	0.05	0.11	0.11	-0.11	-0.52	-0.51	-0.79
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.89	0.62	0.24	0.05	0.05	-0.04	-0.12	-0.25	-0.14	0.38	0.53	0.96
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	13444.598	-29.747	1.233	0.489	0.256	0.160	0.111	0.105	0.140	0.263	0.544	1.833
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.186	-0.157	-0.080	-0.016	-0.047	0.012	0.022	0.026	-0.013	-0.085	-0.080	-0.128
L-κύρτωση $\tau_4$	0.151	0.138	0.126	0.116	0.128	0.127	0.117	0.110	0.113	0.118	0.134	0.149
Ελάχιστη τιμή $\min$	-20.74	-20.44	-14.28	-13.06	-4.56	0.32	4.68	5.76	1.11	-11.87	-14.15	-18.60
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-2.40	-2.59	-0.53	1.67	5.30	8.40	10.99	11.19	9.05	5.25	1.44	-0.98
Διάμεσος $m$	0.90	0.59	2.01	3.89	7.69	10.42	12.65	12.79	10.86	7.81	4.07	1.80
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	3.38	3.32	4.31	6.17	9.79	12.39	14.36	14.47	12.71	10.09	6.31	4.36
Μέγιστη τιμή $\max$	9.99	10.57	11.26	13.55	17.42	19.34	20.64	20.09	18.61	16.42	13.15	11.60

Πίνακας D.5: Στατιστικά μέτρα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Maastricht

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	3069	2785	3038	2940	3038	2940	3038	3032	2935	3038	2940	3038
Μέση τιμή $\mu$	0.19	0.13	1.97	3.82	7.57	10.41	12.43	12.52	10.69	7.50	3.66	1.29
Τυπική απόκλιση $s$	4.80	4.70	3.70	3.41	3.55	3.08	2.64	2.57	2.90	3.54	3.62	4.39
Διασπορά $s^2$	23.04	22.10	13.67	11.61	12.61	9.50	6.99	6.61	8.40	12.53	13.11	19.26
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.90	-0.82	-0.32	-0.10	-0.27	0.02	0.12	0.04	-0.15	-0.44	-0.31	-0.70
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.86	0.88	0.01	-0.02	-0.04	-0.26	-0.28	-0.27	-0.26	0.19	0.03	0.88
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	13.795	19.938	1.057	0.504	0.265	0.168	0.121	0.117	0.154	0.265	0.557	1.878
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.166	-0.140	-0.053	-0.007	-0.047	0.008	0.030	0.014	-0.022	-0.075	-0.051	-0.108
L-κύρτωση $\tau_4$	0.158	0.143	0.126	0.110	0.117	0.107	0.105	0.107	0.101	0.116	0.123	0.154
Ελάχιστη τιμή $\min$	-20.26	-21.35	-10.89	-9.52	-6.38	-0.05	3.57	3.73	0.48	-9.30	-10.29	-18.94
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	-2.16	-2.43	-0.31	1.49	5.28	8.21	10.58	10.74	8.70	5.24	1.34	-1.04
Διάμεσος $m$	0.99	0.73	2.11	3.84	7.73	10.38	12.34	12.42	10.70	7.77	3.92	1.67
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	3.44	3.47	4.51	6.27	10.10	12.54	14.20	14.38	12.84	10.09	6.19	4.32
Μέγιστη τιμή $\max$	11.20	10.94	11.80	15.56	17.51	20.22	20.48	21.70	18.21	16.63	12.99	11.67



Πίνακας D.6: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Ε.Α.Α.

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	74	74	73	74	74	74	74	74	74	74	73	74
Μέση τιμή $\mu$	10.43	10.14	11.13	12.49	15.50	17.75	18.92	19.27	18.57	17.33	15.32	12.52
Τυπική απόκλιση $s$	1.56	1.52	1.13	1.01	1.00	1.06	1.30	1.26	1.17	1.65	1.35	1.51
Διασπορά $s^2$	2.44	2.31	1.28	1.01	0.99	1.12	1.68	1.59	1.36	2.71	1.82	2.28
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.48	-0.71	0.03	0.37	-0.21	0.09	0.41	0.08	-0.21	-0.32	-0.11	-1.03
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.33	0.93	2.04	-0.21	1.04	-0.18	-0.02	0.58	0.04	1.19	-0.18	2.66
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.084	0.083	0.054	0.046	0.036	0.034	0.039	0.037	0.036	0.053	0.050	0.065
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.100	-0.099	0.024	0.067	-0.025	0.011	0.081	0.050	-0.028	-0.029	-0.005	-0.130
L-κύρτωση $\tau_4$	0.141	0.143	0.256	0.112	0.182	0.119	0.128	0.148	0.144	0.167	0.156	0.196
Ελάχιστη τιμή $\min$	6.02	5.17	7.66	10.62	12.60	15.51	16.11	15.38	15.23	11.71	12.07	6.71
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	9.45	9.37	10.59	11.78	14.88	17.11	18.04	18.40	17.83	16.26	14.60	11.72
Διάμεσος $m$	10.54	10.22	11.19	12.44	15.52	17.62	18.84	19.26	18.57	17.49	15.26	12.73
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	11.45	11.28	11.61	13.19	16.04	18.54	19.67	20.04	19.25	18.17	16.06	13.45
Μέγιστη τιμή $\max$	14.31	12.88	14.39	15.08	18.06	20.64	22.27	22.16	21.10	21.61	18.20	15.53

Πίνακας D.7: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού De Bilt

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104	104
Μέση τιμή $\mu$	6.81	6.45	7.87	9.61	13.57	15.88	17.22	17.00	15.64	13.21	9.92	7.96
Τυπική απόκλιση $s$	1.90	2.32	1.50	1.63	1.58	1.75	1.20	1.38	1.30	1.45	1.57	1.85
Διασπορά $s^2$	3.62	5.38	2.24	2.64	2.49	3.08	1.45	1.90	1.70	2.11	2.48	3.41
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-1.09	-1.24	-0.06	-0.37	-0.15	-0.10	0.39	0.03	0.12	-0.44	-0.18	-0.43
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	2.02	2.67	-0.63	0.15	-0.66	-0.11	0.05	-0.24	0.12	0.15	0.09	0.26
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.151	0.191	0.109	0.096	0.067	0.063	0.039	0.046	0.047	0.062	0.089	0.131
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.155	-0.176	-0.022	-0.066	-0.034	-0.022	0.077	0.021	0.009	-0.077	-0.026	-0.058
L-κύρτωση $\tau_4$	0.168	0.199	0.068	0.121	0.067	0.136	0.123	0.100	0.154	0.125	0.149	0.126
Ελάχιστη τιμή $\min$	0.28	-2.82	4.66	4.61	9.48	11.30	14.51	13.47	12.56	8.92	5.64	2.36
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	5.86	5.38	6.72	8.61	12.30	14.86	16.37	16.05	14.80	12.27	8.92	6.84
Διάμεσος $m$	7.10	6.77	7.90	9.73	13.68	15.93	17.09	16.79	15.66	13.28	9.97	7.96
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	8.04	7.97	9.13	10.81	14.71	17.02	17.92	18.00	16.49	14.31	11.01	9.25
Μέγιστη τιμή $\max$	10.15	10.59	11.28	13.14	16.87	19.80	20.74	20.54	18.97	16.13	13.37	11.83

Πίνακας D.8: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Den Helder

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	99	99	98	98	98	99	99	99	98	98	98	98
Μέση τιμή $\mu$	6.26	5.51	6.90	8.94	12.87	15.44	17.22	17.13	15.70	13.35	9.98	7.69
Τυπική απόκλιση $s$	1.59	2.02	1.38	1.62	1.61	1.60	1.49	1.34	1.15	1.24	1.39	1.54
Διασπορά $s^2$	2.52	4.08	1.91	2.62	2.61	2.55	2.23	1.80	1.33	1.55	1.92	2.37
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-1.32	-1.71	0.26	0.12	-0.01	0.27	0.18	0.24	-0.58	-0.56	0.09	-0.47
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	2.69	5.49	0.48	0.31	-0.45	-0.41	-0.47	-0.33	0.68	0.19	-0.17	0.50
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.136	0.189	0.112	0.102	0.072	0.059	0.050	0.044	0.041	0.053	0.079	0.112
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.199	-0.197	0.062	0.004	-0.014	0.056	0.040	0.070	-0.077	-0.098	0.006	-0.089
L-κύρτωση $\tau_4$	0.180	0.242	0.166	0.110	0.080	0.095	0.089	0.123	0.139	0.095	0.116	0.170
Ελάχιστη τιμή $\min$	-0.28	-4.21	3.12	4.82	8.99	12.22	14.40	14.13	12.13	9.33	6.59	3.12
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	5.49	4.69	6.06	7.74	11.66	14.29	16.23	16.26	15.04	12.56	9.05	6.82
Διάμεσος $m$	6.54	5.71	6.78	8.86	13.04	15.35	17.03	17.01	15.72	13.42	10.12	7.90
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	7.36	6.63	7.67	9.98	14.01	16.43	18.29	17.80	16.52	14.27	10.89	8.59
Μέγιστη τιμή $\max$	8.68	9.14	10.69	14.20	16.65	19.65	21.13	20.24	18.26	15.49	13.39	11.20

Πίνακας D.9: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Groningen

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	99	99	98	98	98	98	98	98	98	98	98	98
Μέση τιμή $\mu$	6.42	5.92	7.39	9.36	13.37	15.89	17.23	16.92	15.42	12.98	9.55	7.59
Τυπική απόκλιση $s$	1.90	2.53	1.66	1.86	1.75	1.78	1.35	1.41	1.32	1.44	1.70	1.83
Διασπορά $s^2$	3.63	6.39	2.77	3.45	3.06	3.18	1.81	1.99	1.75	2.07	2.90	3.36
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.81	-1.53	-0.03	-0.13	0.15	-0.03	-0.05	0.02	-0.31	-0.24	0.01	-0.49
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.99	3.82	-0.59	-0.08	0.15	-0.46	-0.02	-0.24	0.36	-0.15	-0.47	0.28
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.163	0.221	0.129	0.112	0.073	0.064	0.044	0.047	0.048	0.063	0.102	0.134
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.127	-0.203	-0.009	-0.022	0.071	0.009	-0.011	-0.002	-0.038	-0.049	0.001	-0.091
L-κύρτωση $\tau_4$	0.169	0.235	0.069	0.139	0.140	0.095	0.146	0.122	0.129	0.099	0.103	0.175
Ελάχιστη τιμή $\min$	0.42	-4.86	3.38	4.29	8.57	11.10	13.94	13.59	11.13	8.82	5.86	2.78
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	5.45	5.13	6.23	8.38	12.28	14.62	16.17	15.98	14.53	12.06	8.36	6.81
Διάμεσος $m$	6.74	6.29	7.45	9.35	13.12	15.76	17.21	16.98	15.38	13.03	9.58	7.58
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	7.64	7.47	8.69	10.62	14.60	17.17	18.01	17.90	16.27	14.08	10.55	8.69
Μέγιστη τιμή $\max$	9.99	10.57	11.26	13.55	17.42	19.34	20.64	20.09	18.61	16.42	13.15	11.60

Πίνακας D.10: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Maastricht

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	100	100	99	99	99	99	99	99	99	99	99	99
Μέση τιμή $\mu$	7.00	6.58	7.97	9.68	13.45	15.75	16.97	16.94	15.43	12.88	9.75	7.92
Τυπική απόκλιση $s$	1.97	2.25	1.78	1.81	1.75	1.68	1.47	1.52	1.22	1.59	1.58	2.05
Διασπορά $s^2$	3.89	5.06	3.18	3.29	3.07	2.81	2.16	2.31	1.50	2.51	2.50	4.20
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	-0.92	-1.03	-0.10	0.08	-0.11	-0.19	0.11	0.12	0.09	-0.06	-0.25	-0.49
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	1.20	1.68	-0.53	0.21	0.13	0.26	-0.02	0.62	-0.32	0.19	-0.44	0.13
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.152	0.186	0.128	0.106	0.074	0.060	0.049	0.050	0.045	0.070	0.093	0.146
L-ασυμμετρία $\tau_3$	-0.166	-0.160	-0.026	-0.016	-0.006	-0.024	0.010	-0.017	0.037	0.016	-0.047	-0.083
L-κύρτωση $\tau_4$	0.208	0.148	0.085	0.121	0.121	0.134	0.159	0.174	0.086	0.129	0.084	0.115
Ελάχιστη τιμή $\min$	0.79	-1.75	3.73	5.37	7.95	10.80	13.57	13.33	12.09	7.81	5.59	1.48
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	6.36	5.19	6.66	8.48	12.10	14.76	16.00	15.99	14.51	11.94	8.79	6.64
Διάμεσος $m$	7.41	6.90	8.13	9.85	13.46	15.76	17.02	17.05	15.40	12.85	9.79	7.97
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	8.29	8.31	9.21	10.90	14.64	16.85	17.80	17.77	16.38	14.04	10.99	9.43
Μέγιστη τιμή $\max$	11.20	10.94	11.80	15.56	17.51	20.22	20.48	21.70	18.21	16.63	12.99	11.67

Πίνακας D.11: Τιμές των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull και οι τελικές βελτιστοποιημένες για το σταθμό Ε.Ε.Α.

Μέθοδος	Παράμετρος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Ροπών	<i>a</i>	-14.50	-16.74	-15.99	-15.44	-9.36	-1.49	4.72	4.85	0.97	-4.41	-18.96	-15.28
	<i>b</i>	20.75	22.87	23.03	24.77	21.94	16.44	11.22	11.07	14.24	17.99	30.34	23.45
	<i>c</i>	5.57	6.31	6.71	9.37	9.30	7.37	4.75	4.35	5.16	5.47	8.60	6.45
L-ροπών	<i>a</i>	-15.39	-20.61	-20.29	-19.57	-10.12	-3.03	4.93	5.27	1.18	-4.77	-27.09	-19.17
	<i>b</i>	21.67	26.80	27.39	28.93	22.71	17.99	11.00	10.65	14.03	18.36	38.52	27.40
	<i>c</i>	5.79	7.44	8.04	11.04	9.63	8.13	4.64	4.13	5.03	5.55	11.05	7.59
Μέγιστης πιθανοφάνειας	<i>a</i>	-15.75	-19.95	-20.30	-17.36	-10.60	-1.37	2.99	3.26	-0.77	-5.47	-30.15	-17.75
	<i>b</i>	22.03	26.12	27.39	26.70	23.18	16.32	12.98	12.71	16.01	19.08	41.59	25.95
	<i>c</i>	6.04	7.44	8.24	10.22	9.91	7.34	5.53	5.05	5.91	5.88	12.23	7.32
Ελαχίστων τετραγώνων	<i>a</i>	-13.27	-12.98	-13.20	-13.31	-8.90	-0.13	0.70	1.81	-2.22	-5.31	-13.96	-11.29
	<i>b</i>	19.49	19.05	20.21	22.64	21.48	15.07	15.27	14.14	17.45	18.88	25.31	19.41
	<i>c</i>	5.20	5.08	5.76	8.44	9.07	6.65	6.97	5.97	6.70	5.84	6.97	5.13
Τελικές τιμές	<i>a</i>	-15.75	-18.40	-19.94	-16.05	-9.31	-0.83	4.93	5.15	0.85	-4.41	-20.52	-17.01
	<i>b</i>	22.00	24.52	26.97	25.38	21.89	15.78	11.02	10.76	14.36	18.00	31.89	25.18
	<i>c</i>	6.02	6.90	8.20	9.60	9.23	6.98	4.58	4.19	5.23	5.42	9.13	7.03
	<i>n</i>	11.49	11.46	16.73	14.58	15.33	14.29	12.29	14.25	13.27	10.33	12.28	14.01

Πίνακας D.12: Τιμές των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull και οι τελικές βελτιστοποιημένες για το σταθμό De Bilt

Μέθοδος	Παράμετρος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Ροπών	<i>a</i>	-82.26	-65.12	-21.69	-9.97	-6.42	2.23	5.79	6.43	1.07	-14.96	-19.25	-55.38
	<i>b</i>	84.73	67.39	25.20	15.33	15.50	9.33	7.87	7.32	11.03	24.24	24.72	58.82
	<i>c</i>	21.53	17.04	7.45	4.76	4.85	3.21	3.19	3.09	4.15	7.70	7.38	15.82
L-ροπών	<i>a</i>	-2686.44	-112.39	-20.37	-8.35	-6.10	2.48	5.97	6.69	1.61	-12.66	-18.26	-55.17
	<i>b</i>	2688.99	114.70	23.87	13.66	15.18	9.07	7.68	7.05	10.47	21.92	23.72	58.60
	<i>c</i>	712.01	29.60	7.02	4.18	4.74	3.12	3.11	2.96	3.90	6.89	7.07	15.81
Μέγιστης πιθανοφάνειας	<i>a</i>	-137.10	-90.58	-21.56	-11.76	-7.32	1.45	5.47	5.45	-0.10	-15.93	-18.71	-50.79
	<i>b</i>	139.61	92.87	25.08	17.16	16.43	10.15	8.20	8.36	12.24	25.22	24.18	54.22
	<i>c</i>	36.71	23.95	7.41	5.34	5.14	3.51	3.34	3.56	4.63	8.01	7.18	14.52
Ελαχίστων τετραγώνων	<i>a</i>	-73.05	-59.58	-22.23	-14.34	-9.02	0.86	5.22	4.94	-1.38	-19.90	-20.79	-55.76
	<i>b</i>	75.50	61.84	25.75	19.75	18.14	10.75	8.45	8.87	13.52	29.20	26.27	59.20
	<i>c</i>	19.11	15.52	7.64	6.51	5.90	3.88	3.53	4.02	5.40	9.55	7.91	15.93
Τελικές τιμές	<i>a</i>	-73.05	-59.58	-20.89	-9.30	-6.10	2.48	5.76	6.58	1.15	-13.63	-18.26	-50.79
	<i>b</i>	75.66	62.22	24.41	14.67	15.21	9.11	7.90	7.17	10.95	22.92	23.77	54.37
	<i>c</i>	18.42	14.29	7.13	4.46	4.65	3.00	3.21	2.99	4.10	7.14	6.91	13.90
	<i>n</i>	9.78	6.67	15.93	14.05	17.12	14.89	17.12	13.03	14.86	13.99	16.01	11.92

Πίνακας D.13: Τιμές των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull και οι τελικές βελτιστοποιημένες για το σταθμό Den Helder

Μέθοδος	Παράμετρος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Ροπών	<i>a</i>	-168.34	-95.97	-22.97	-8.60	-6.02	1.29	5.97	5.25	0.48	-9.73	-13.30	-53.72
	<i>b</i>	171.30	98.49	26.60	14.20	15.17	10.45	7.83	8.87	11.90	19.35	19.29	57.76
	<i>c</i>	50.00	29.24	9.34	5.19	5.39	3.92	3.23	3.68	4.53	6.37	6.27	17.83
L-ροπών	<i>a</i>	-59.43	-275.27	-27.82	-8.57	-6.56	1.52	6.02	5.46	0.55	-9.75	-12.90	-50.85
	<i>b</i>	62.32	277.83	31.48	14.16	15.71	10.20	7.77	8.66	11.83	19.38	18.89	54.90
	<i>c</i>	17.77	84.01	11.18	5.18	5.64	3.84	3.22	3.58	4.47	6.35	6.12	16.89
Μέγιστης πιθανοφάνειας	<i>a</i>	-159.11	-139.88	-24.84	-9.50	-5.51	0.57	4.76	5.15	0.26	-10.90	-13.67	-61.26
	<i>b</i>	162.05	142.41	28.48	15.11	14.65	11.18	9.10	8.98	12.13	20.53	19.67	65.32
	<i>c</i>	50.08	43.88	10.13	5.54	5.18	4.19	3.79	3.73	4.65	6.85	6.40	20.31
Ελαχίστων τετραγώνων	<i>a</i>	-191.60	-87.23	-20.44	-11.27	-5.63	-0.35	4.20	4.96	0.01	-9.74	-14.71	-54.69
	<i>b</i>	194.57	89.74	24.06	16.89	14.78	12.12	9.65	9.18	12.37	19.35	20.72	58.74
	<i>c</i>	57.04	26.54	8.33	6.44	5.22	4.73	4.30	3.86	4.80	6.38	6.83	18.14
Τελικές τιμές	<i>a</i>	-191.60	-87.23	-21.23	-8.57	-5.51	1.52	6.02	5.46	0.06	-10.61	-13.02	-50.85
	<i>b</i>	194.63	90.02	24.88	14.23	14.72	10.24	7.79	8.66	12.32	20.23	19.02	54.96
	<i>c</i>	56.11	25.04	8.57	4.95	4.96	3.68	3.11	3.56	4.73	6.72	6.13	16.54
	<i>n</i>	8.17	5.35	11.34	10.08	12.51	13.47	13.41	11.38	14.28	14.76	15.91	10.98



Πίνακας D.14: Τιμές των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull και οι τελικές βελτιστοποιημένες για το σταθμό Groningen

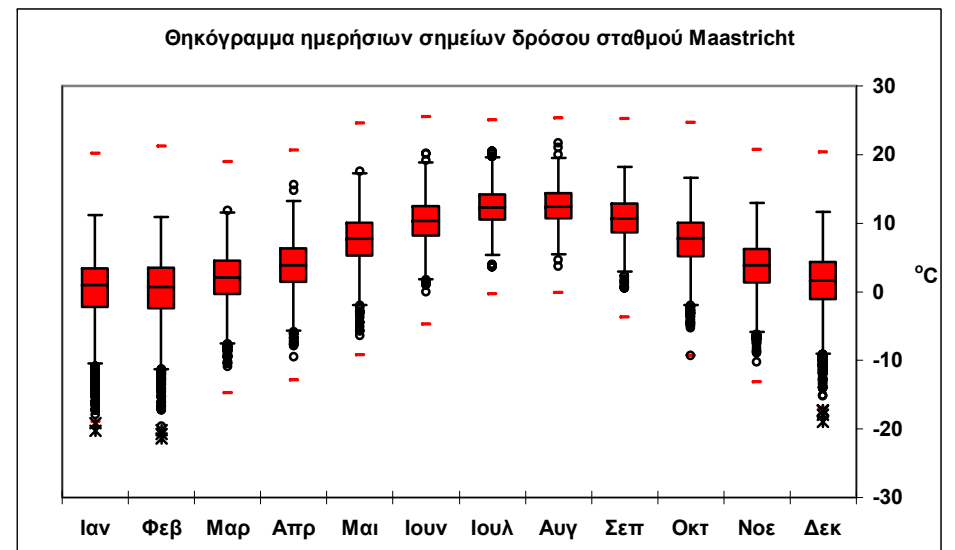
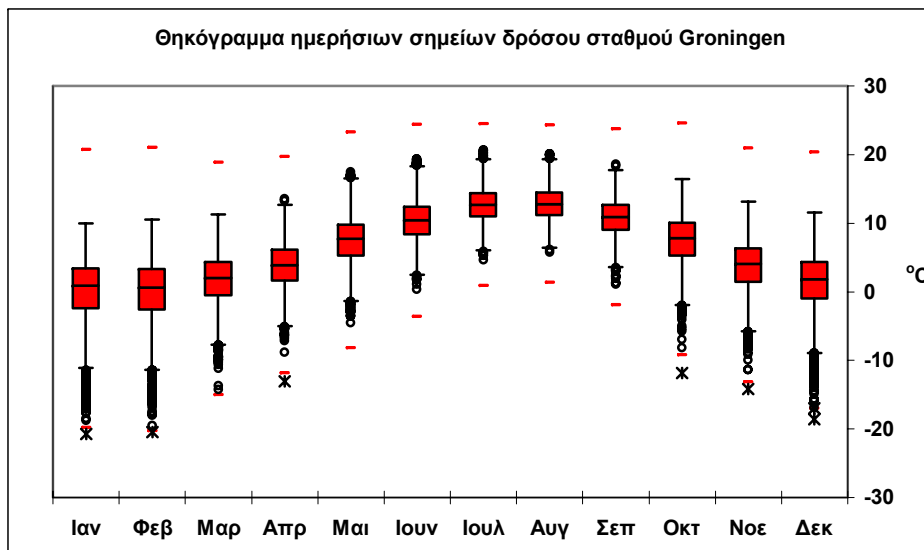
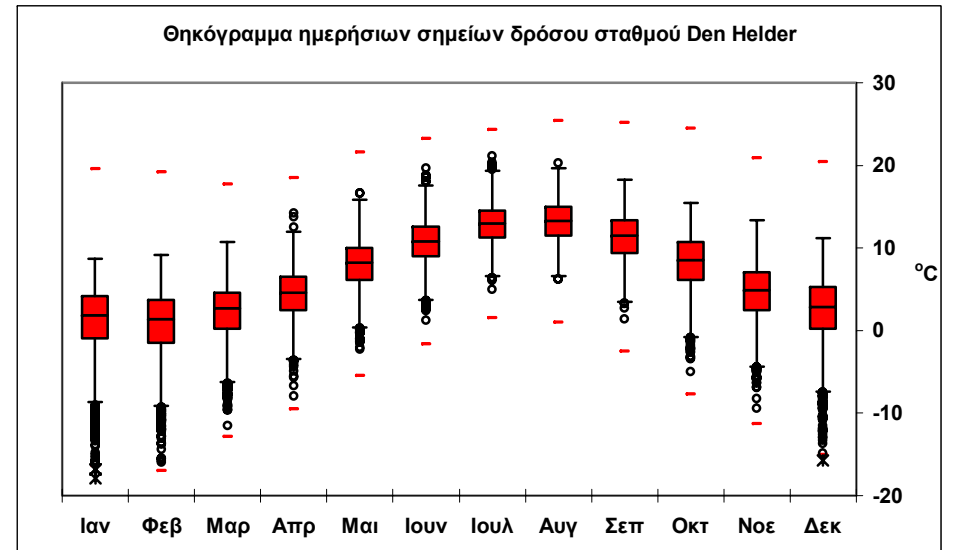
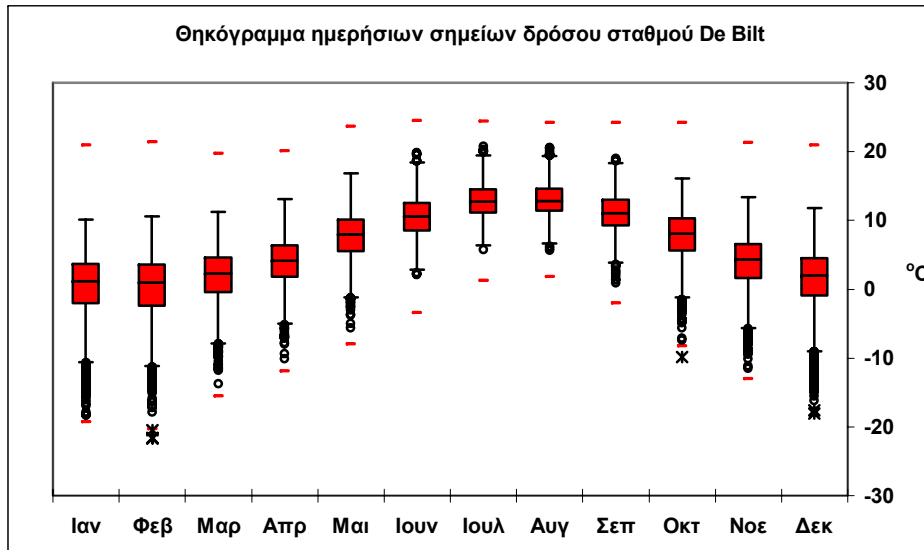
Μέθοδος	Παράμετρος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Ροπών	<i>a</i>	-131.14	-66.88	-20.48	-8.99	-7.28	1.36	5.46	5.98	1.02	-15.49	-19.76	-53.23
	<i>b</i>	133.31	68.87	23.68	14.12	16.09	10.12	8.11	7.69	10.81	24.50	25.02	56.44
	<i>c</i>	33.79	17.33	7.07	4.35	4.96	3.39	3.20	3.18	4.12	7.73	7.62	15.36
L-ροπών	<i>a</i>	-155.98	-184.72	-19.97	-7.76	-7.26	1.70	5.71	6.29	1.63	-14.41	-17.42	-52.19
	<i>b</i>	158.15	186.78	23.15	12.84	16.06	9.76	7.84	7.35	10.17	23.40	22.64	55.40
	<i>c</i>	40.35	48.49	6.91	3.91	4.98	3.27	3.09	3.02	3.84	7.34	6.86	15.10
Μέγιστης πιθανοφάνειας	<i>a</i>	-156.86	-115.46	-20.33	-13.92	-7.23	-0.07	4.38	5.41	-0.07	-17.53	-19.35	-50.51
	<i>b</i>	159.02	117.49	23.52	19.16	16.04	11.61	9.24	8.28	11.94	26.55	24.59	53.71
	<i>c</i>	41.65	30.46	7.01	5.96	4.92	3.91	3.67	3.44	4.57	8.41	7.42	14.58
Ελαχίστων τετραγώνων	<i>a</i>	-144.31	-56.06	-21.91	-17.82	-8.29	-1.01	3.74	5.02	-1.37	-22.92	-24.67	-53.81
	<i>b</i>	146.47	58.03	25.11	23.03	17.12	12.55	9.88	8.67	13.24	31.95	29.95	57.01
	<i>c</i>	37.33	14.41	7.58	7.94	5.35	4.50	4.16	3.75	5.34	10.50	9.37	15.51
Τελικές τιμές	<i>a</i>	-131.14	-56.06	-19.97	-13.92	-8.08	1.70	5.50	6.16	1.25	-14.41	-17.42	-50.51
	<i>b</i>	133.46	58.51	23.20	19.29	17.03	9.80	8.07	7.50	10.58	23.42	22.72	53.86
	<i>c</i>	32.67	13.15	6.76	5.70	4.97	3.14	3.16	3.06	3.98	7.28	6.61	13.95
	<i>n</i>	9.47	5.44	13.25	11.51	14.09	14.95	16.33	12.64	15.35	14.46	13.90	11.30

Πίνακας D.15: Τιμές των παραμέτρων της τριπαραμετρικής Weibull και οι τελικές βελτιστοποιημένες για το σταθμό Maastricht

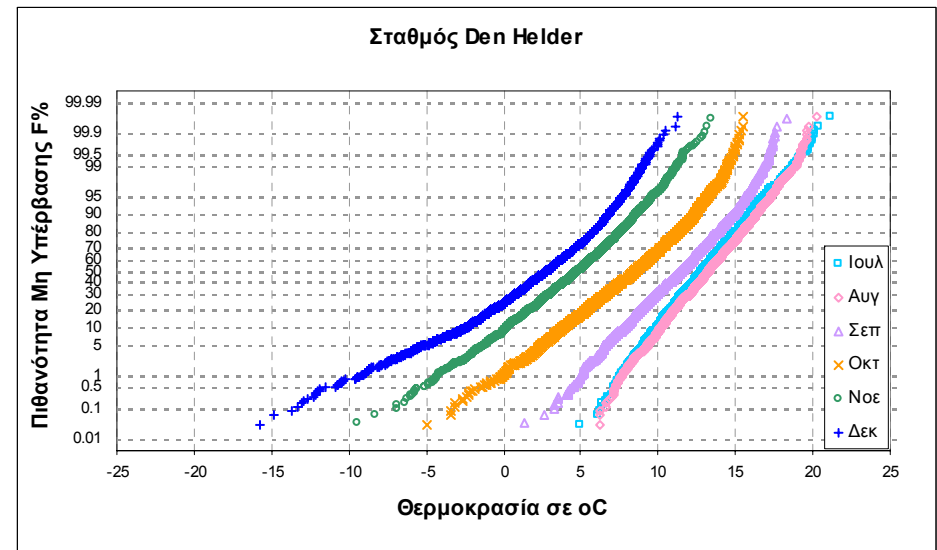
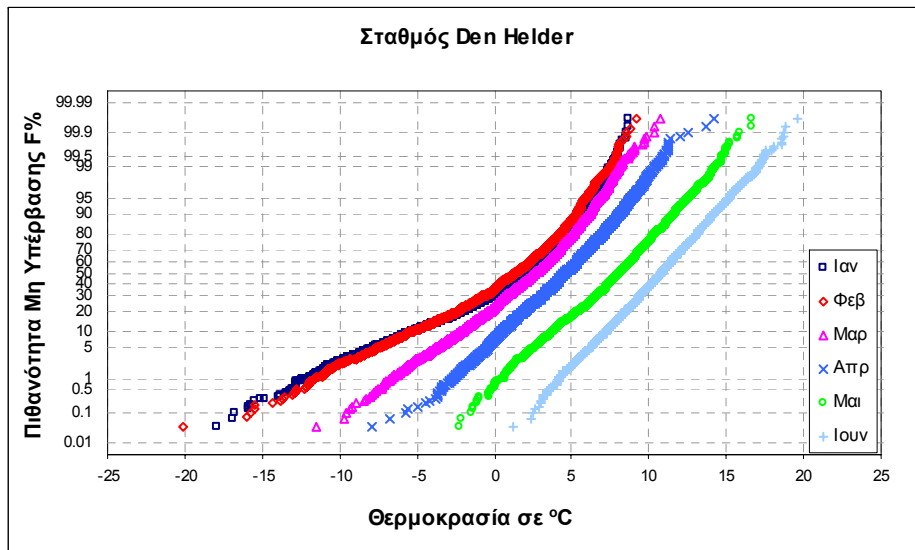
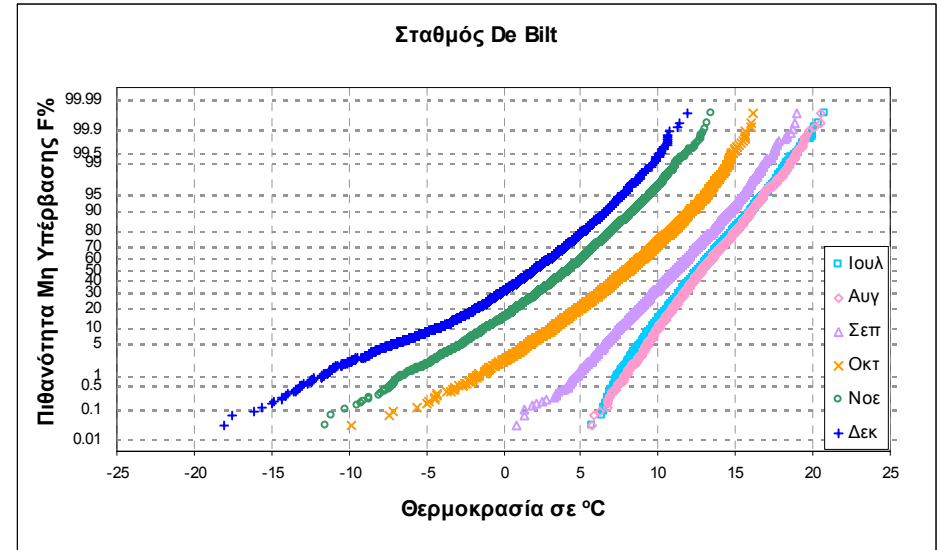
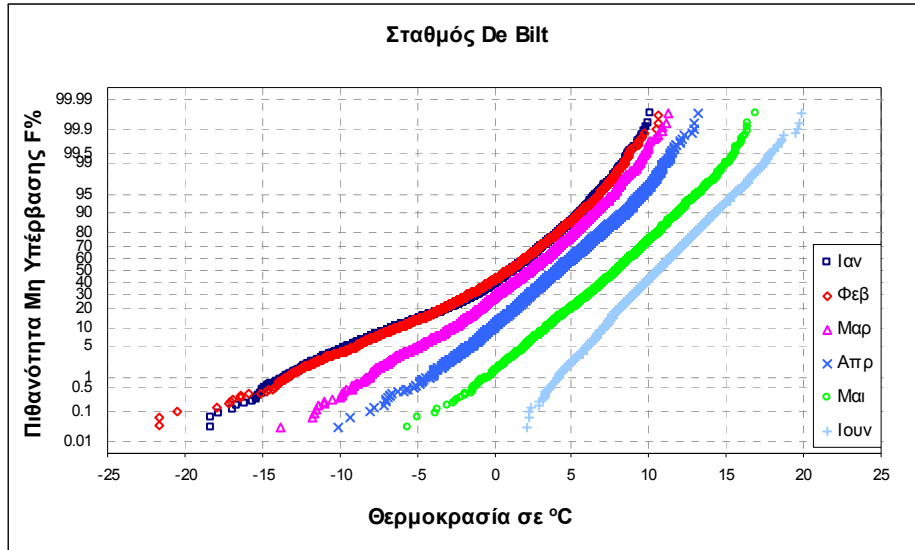
Μέθοδος	Παράμετρος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Ροπών	<i>a</i>	-90.21	-62.72	-15.64	-8.54	-8.29	0.64	4.85	4.49	-0.45	-12.90	-13.47	-40.62
	<i>b</i>	92.52	64.91	19.07	13.63	17.25	10.85	8.47	8.94	12.23	21.84	18.57	43.79
	<i>c</i>	23.46	16.46	5.50	4.08	5.13	3.51	3.14	3.46	4.35	6.76	5.46	11.58
L-ροπών	<i>a</i>	-379.55	-79.74	-14.82	-7.44	-7.86	1.05	5.24	4.94	0.12	-12.23	-12.54	-35.37
	<i>b</i>	381.91	81.95	18.23	12.48	16.81	10.43	8.05	8.46	11.65	21.17	17.62	38.52
	<i>c</i>	100.00	21.03	5.23	3.69	4.98	3.35	2.96	3.24	4.09	6.52	5.15	10.14
Μέγιστης πιθανοφάνειας	<i>a</i>	-123.06	-70.04	-15.40	-10.54	-9.07	-0.50	3.17	3.43	-1.30	-13.70	-13.72	-35.40
	<i>b</i>	125.38	72.23	18.83	15.68	18.05	12.04	10.23	10.04	13.11	22.66	18.82	38.55
	<i>c</i>	32.40	18.48	5.42	4.71	5.37	3.93	3.85	3.92	4.69	7.03	5.53	10.05
Ελαχίστων τετραγώνων	<i>a</i>	-85.64	-60.43	-15.78	-12.76	-10.76	-1.28	2.25	2.81	-2.35	-16.03	-14.82	-44.03
	<i>b</i>	87.94	62.61	19.22	17.91	19.75	12.82	11.13	10.64	14.16	25.00	19.93	47.21
	<i>c</i>	22.27	15.82	5.54	5.77	6.07	4.40	4.58	4.39	5.26	7.93	5.95	12.57
Τελικές τιμές	<i>a</i>	-85.64	-60.44	-14.82	-7.59	-7.86	0.96	4.94	4.94	-0.60	-12.23	-12.55	-35.37
	<i>b</i>	88.21	62.93	18.28	12.66	16.87	10.53	8.38	8.47	12.39	21.19	17.66	38.73
	<i>c</i>	20.93	14.56	5.12	3.68	4.83	3.35	3.09	3.18	4.42	6.44	5.08	9.46
	<i>n</i>	10.46	7.86	13.79	14.32	13.52	14.09	13.32	12.79	14.85	12.50	16.47	10.99

Πίνακας D.16: Τιμές του μέσου μηνιαίου συντελεστή αυτοσυσχέτισης για κάθε σταθμό

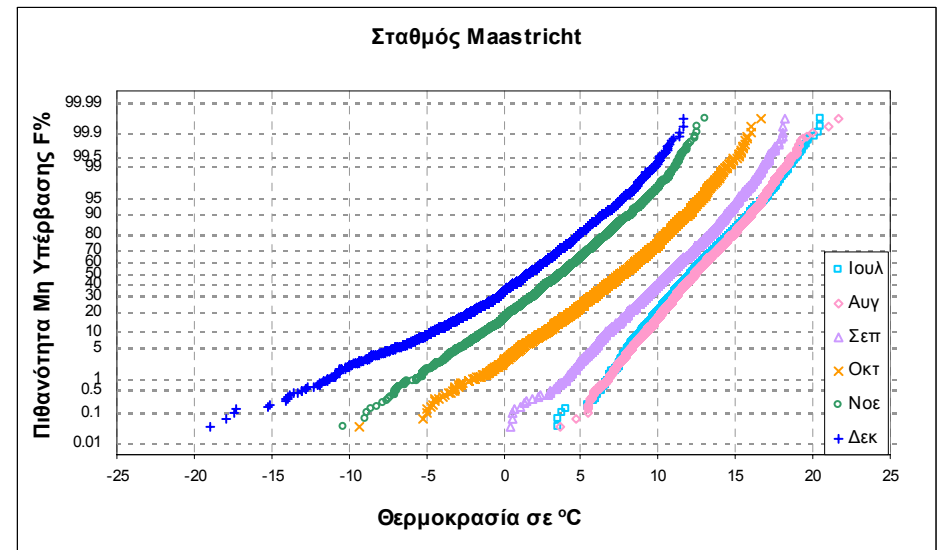
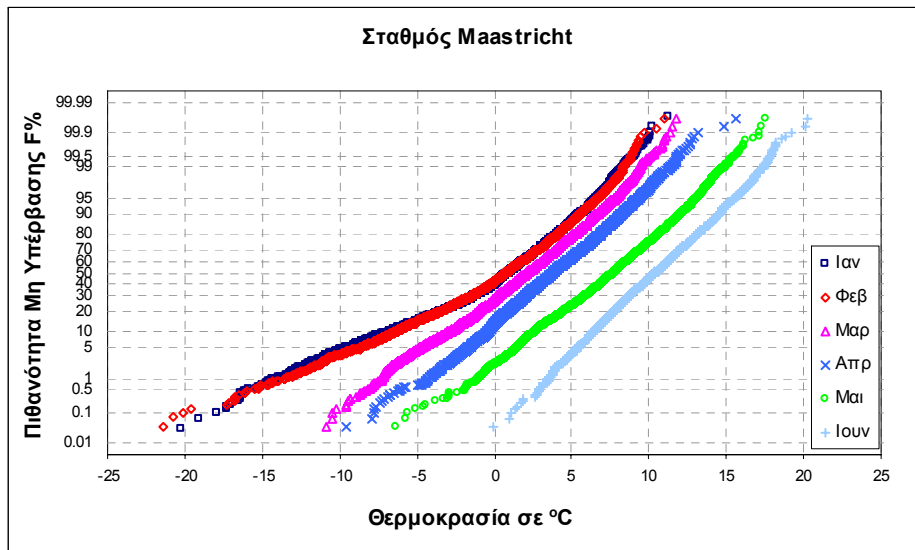
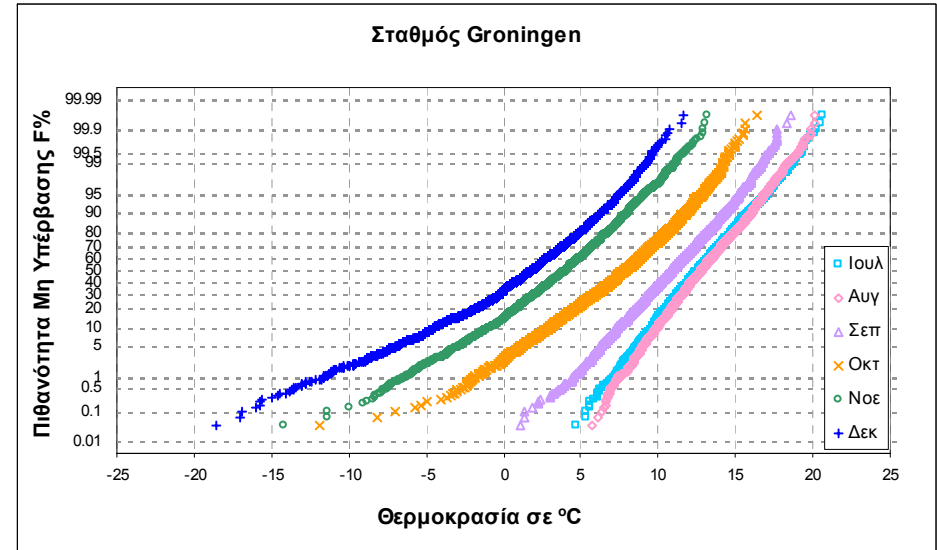
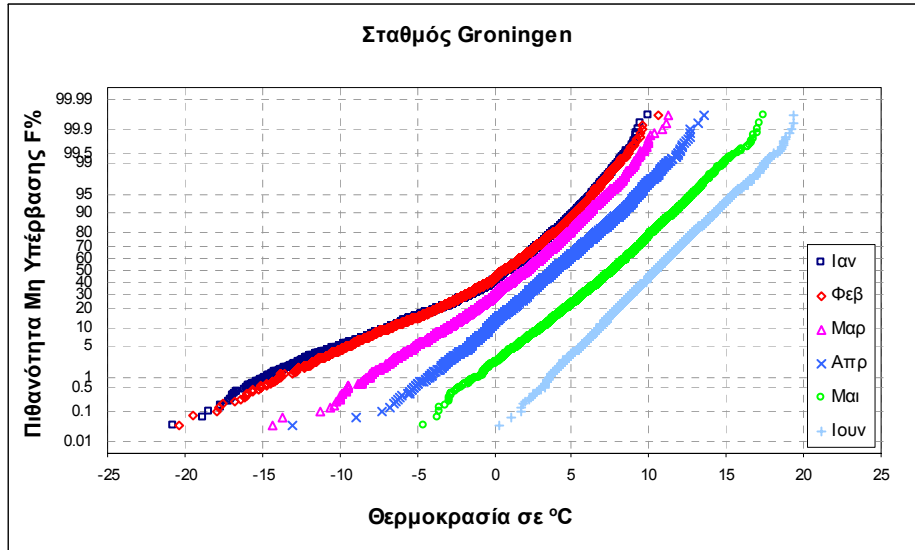
Σταθμός	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
De Bilt	0.667	0.671	0.641	0.623	0.657	0.574	0.556	0.541	0.594	0.657	0.651	0.685
Den Helder	0.658	0.672	0.649	0.655	0.682	0.600	0.577	0.547	0.561	0.632	0.625	0.657
Groningen	0.680	0.678	0.660	0.636	0.675	0.577	0.545	0.534	0.572	0.653	0.655	0.686
Maastricht	0.660	0.660	0.644	0.622	0.666	0.580	0.540	0.544	0.605	0.664	0.649	0.684
E.A.A	0.674	0.654	0.665	0.628	0.663	0.606	0.603	0.601	0.660	0.674	0.716	0.701



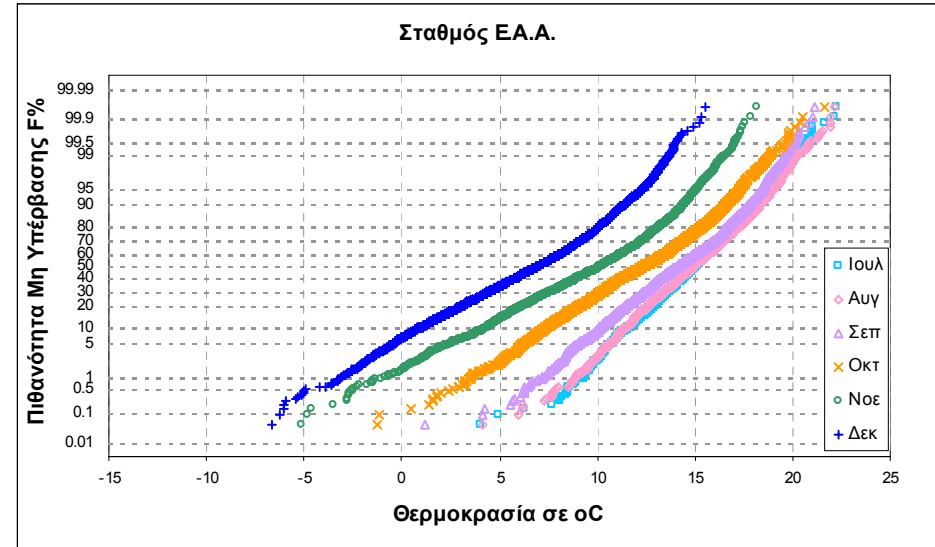
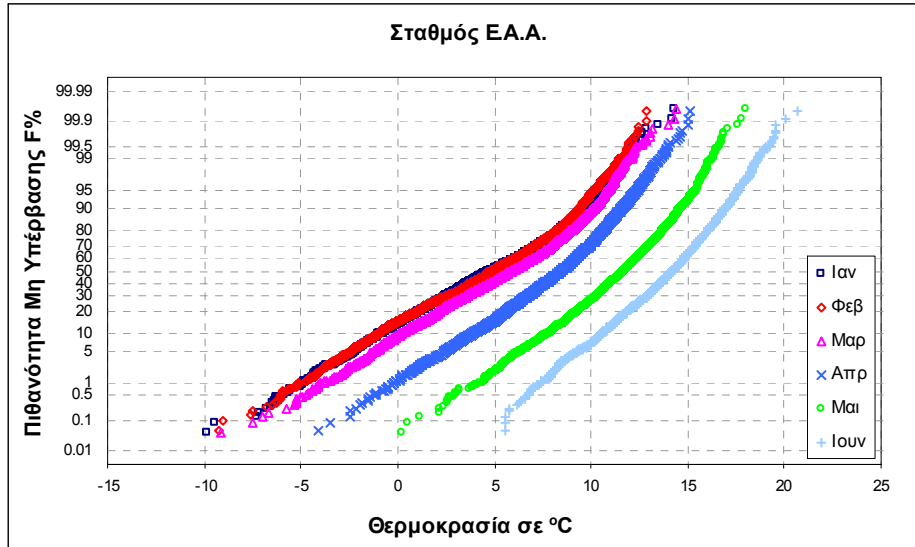
Σχήμα D.1: Θηκογράμματα μέσω ημερήσιων σημείων δρόσου σταθμών της Ολλανδίας



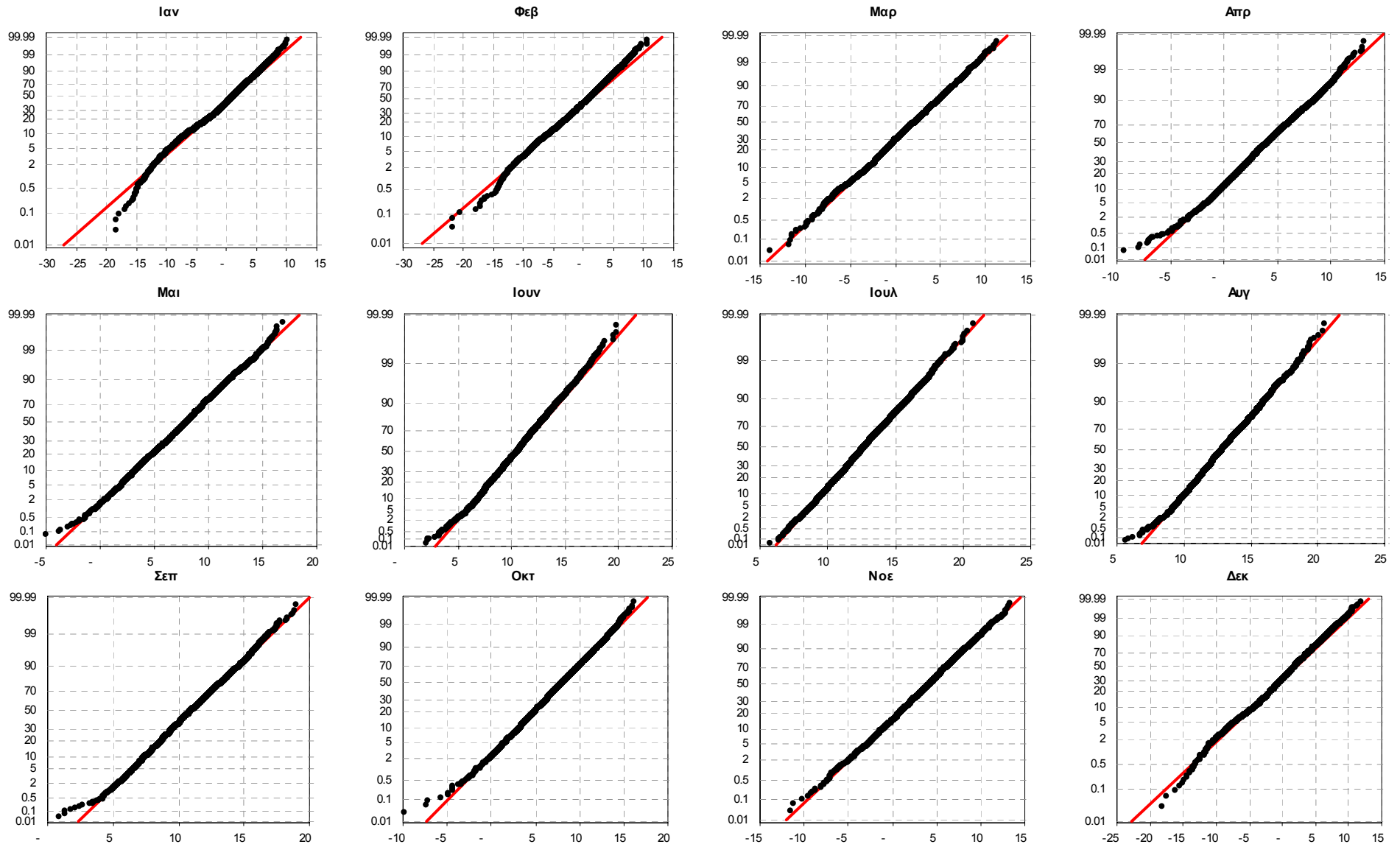
Σχήμα D.2: Πιθανοτικά γραφήματα σταθμών της Ολλανδίας σε χαρτί κανονικής κατανομής



Σχήμα D.3: Πιθανοτικά γραφήματα σταθμών της Ολλανδίας σε χαρτί κανονικής κατανομής

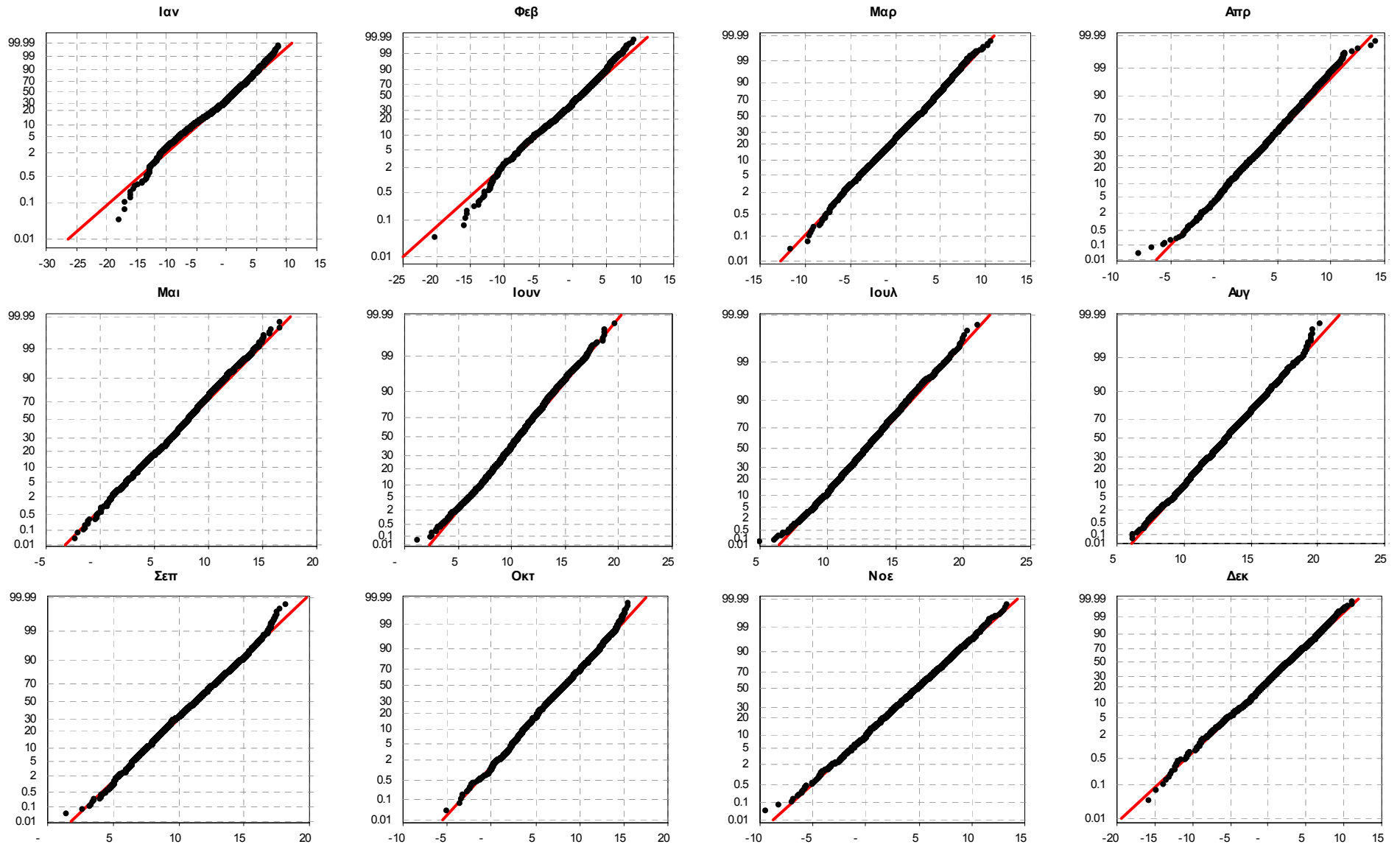


Σχήμα D.4: Πιθανοτικά γραφήματα του σταθμού Ε.Α.Α. σε χαρτί κανονικής κατανομής

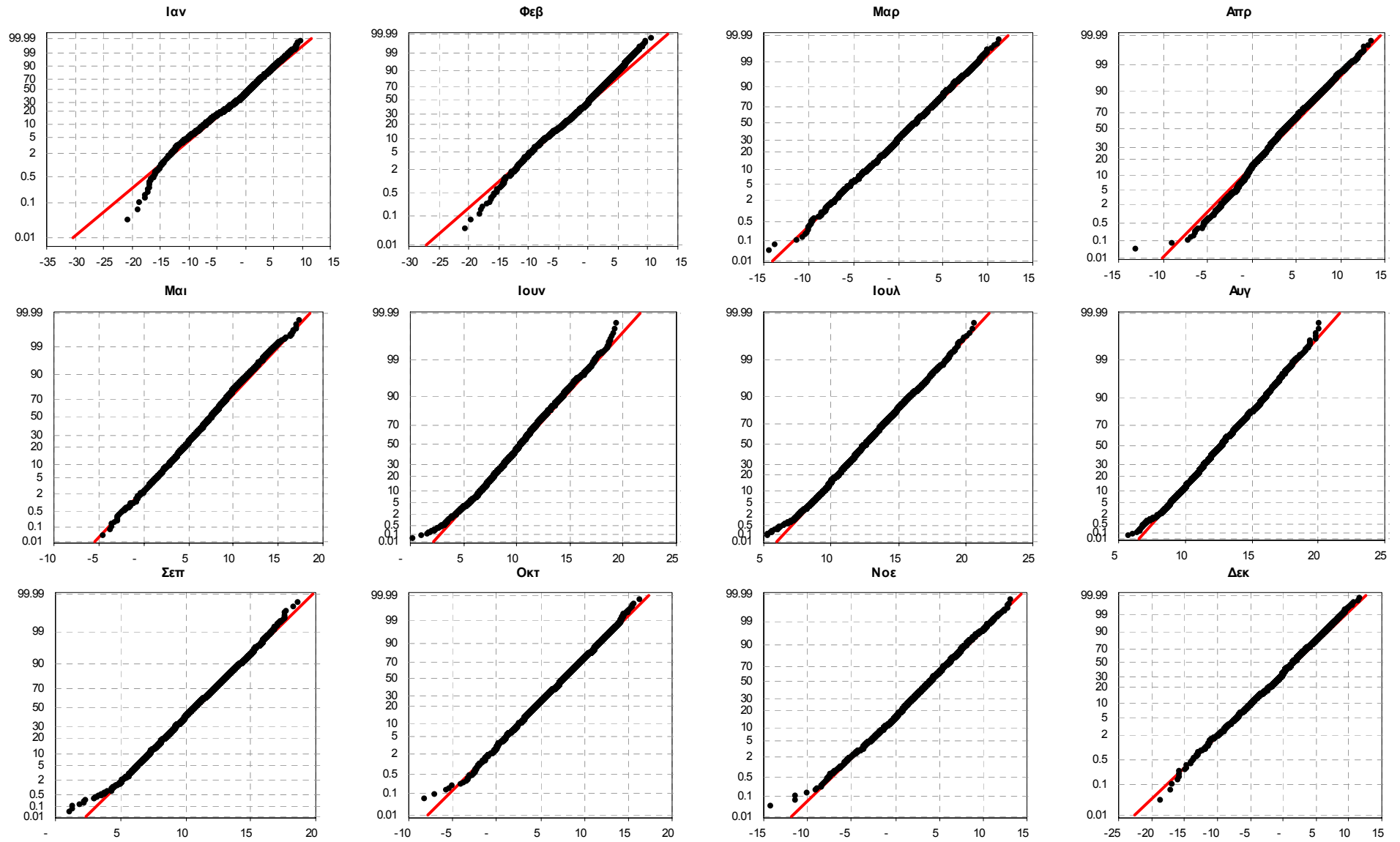


Σχήμα D.5: Πιθανοτικά γραφήματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού De Bilt σε χαρτί κατανομής Weibull

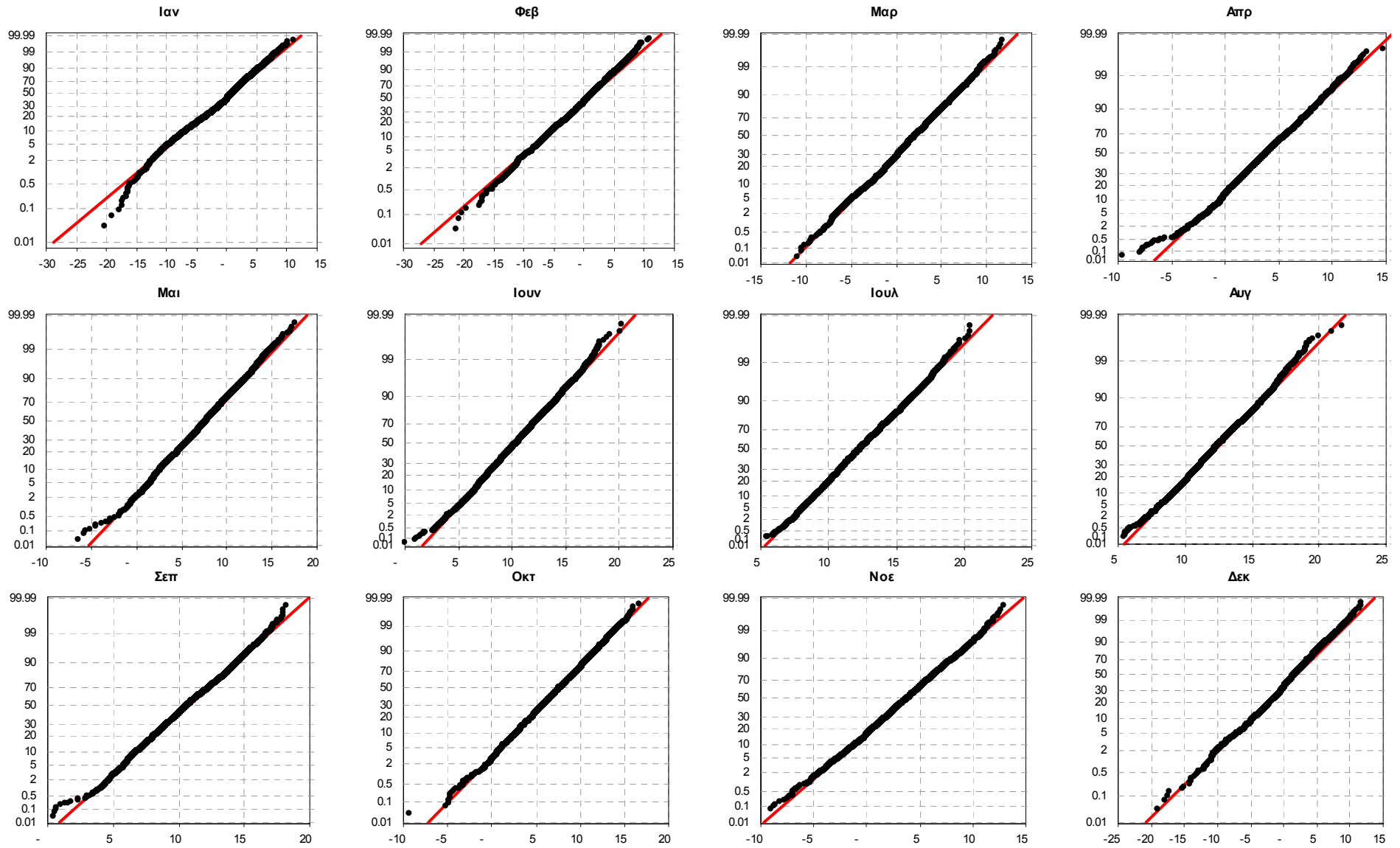




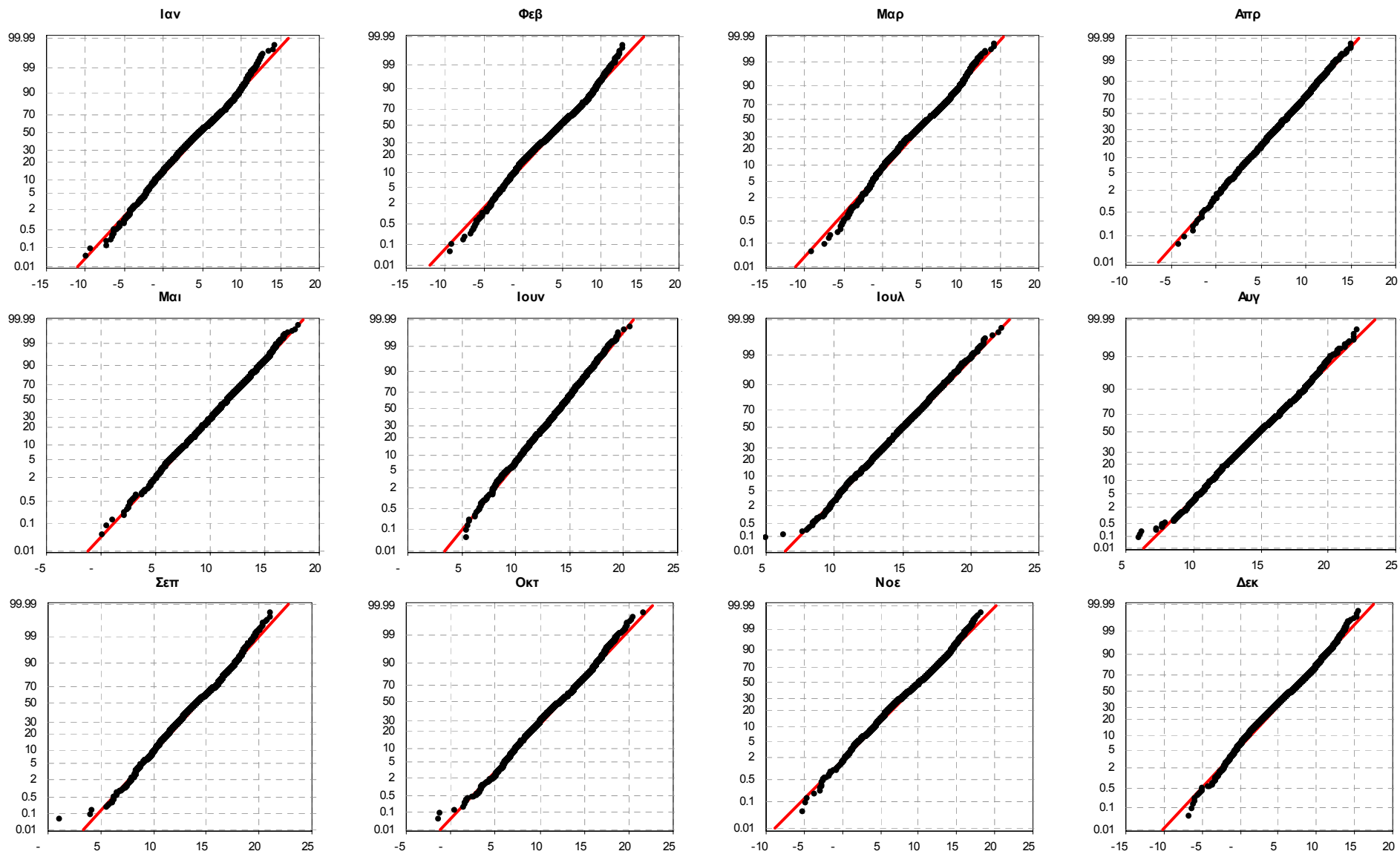
Σχήμα D.6: Πιθανοτικά γραφήματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Den Helder σε χαρτί κατανομής Weibull



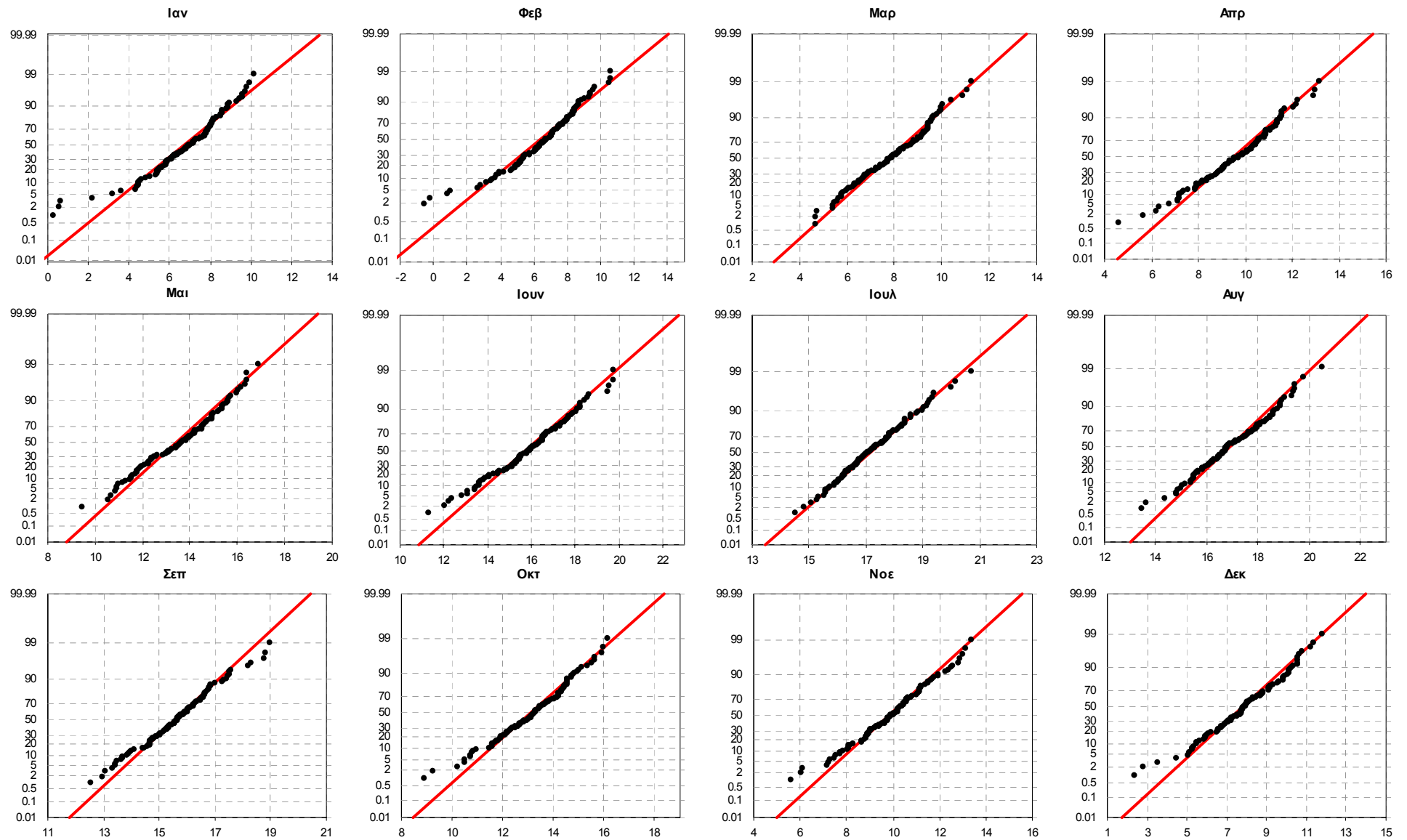
Σχήμα D.7: Πιθανοτικά γραφήματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Groningen σε χαρτί κατανομής Weibull



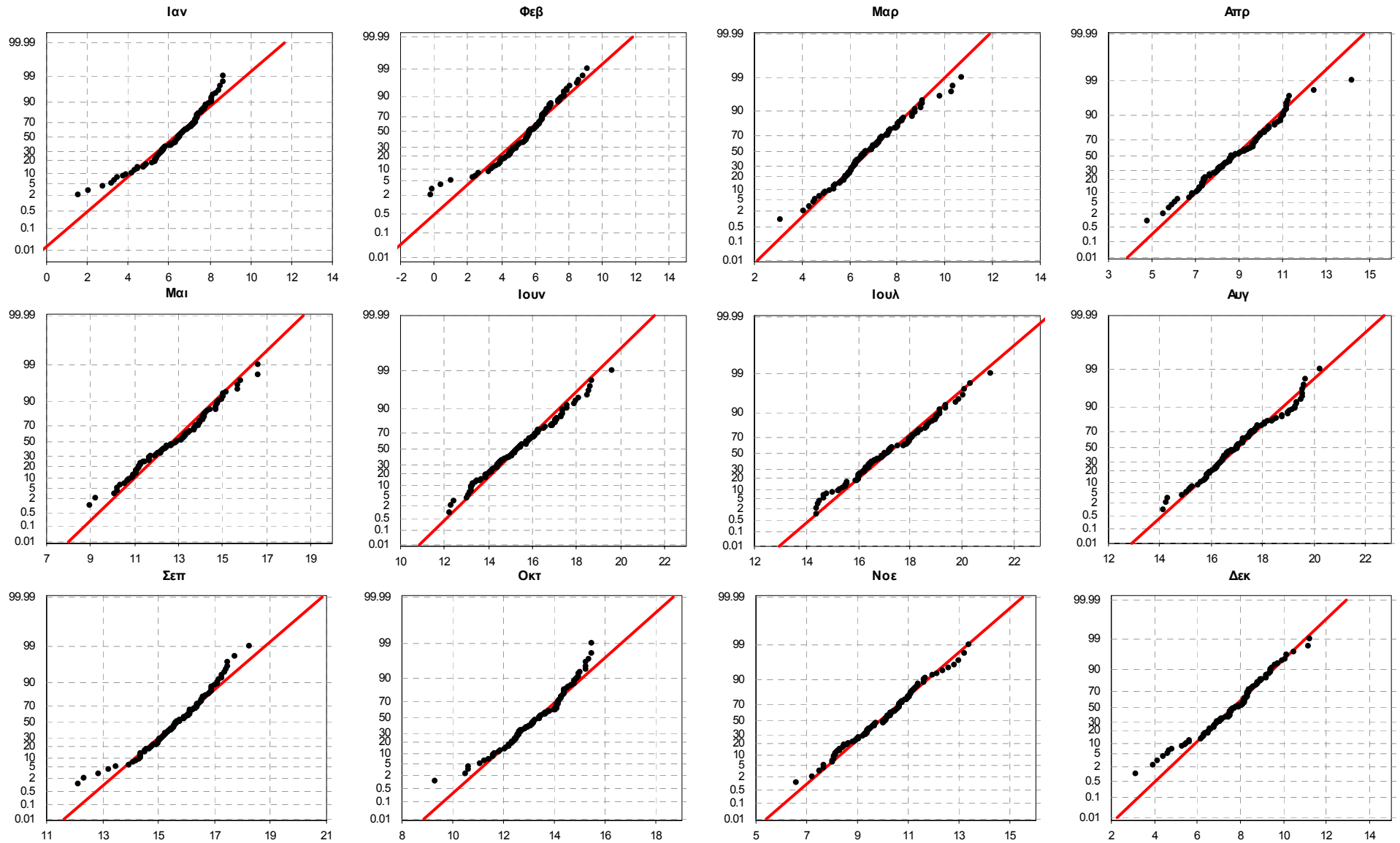
Σχήμα D.8: Πιθανοτικά γραφήματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Maastricht σε χαρτί κατανομής Weibull



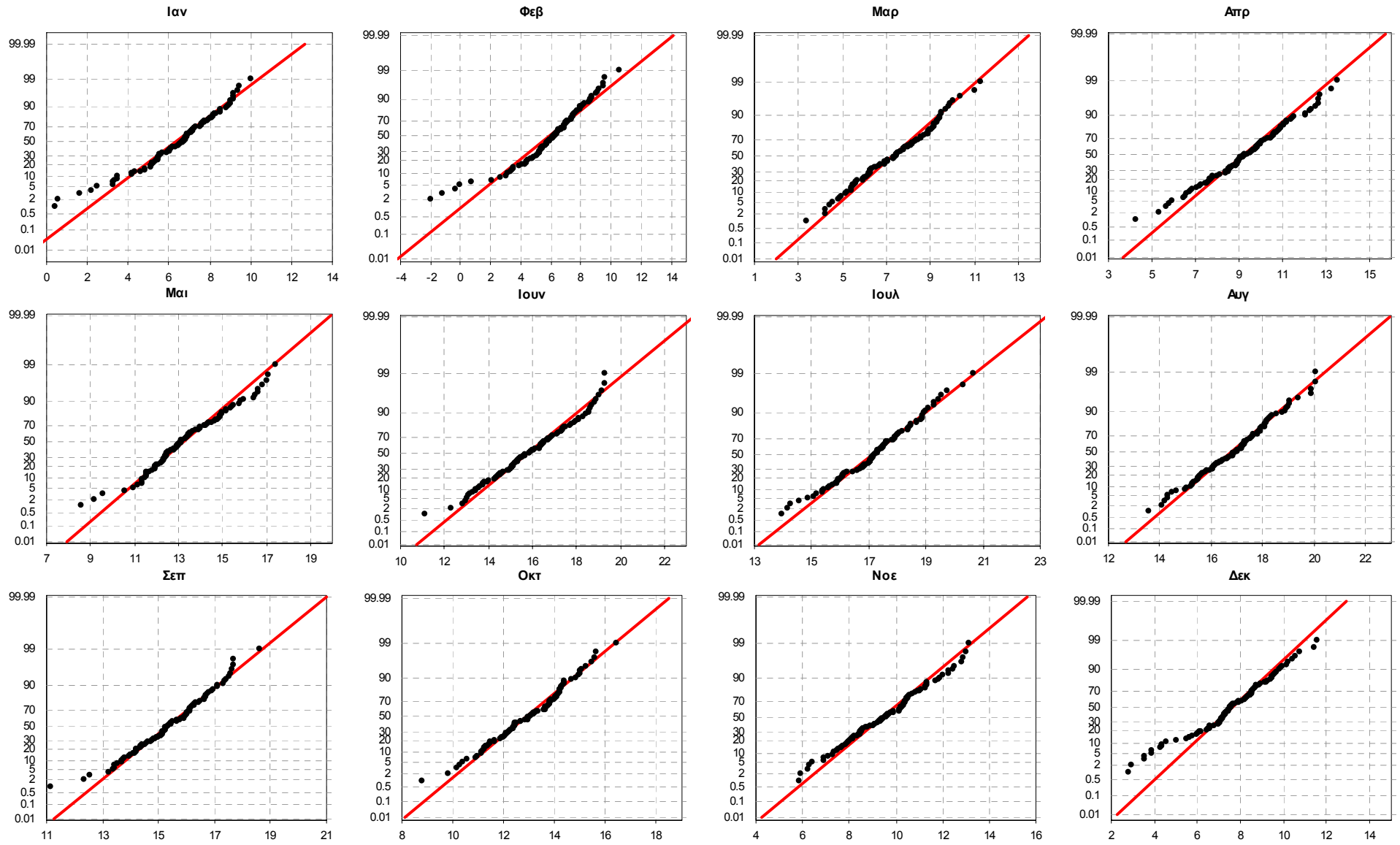
Σχήμα D.9: Πιθανοτικά γραφήματα των μέσων ημερήσιων σημείων δρόσου του σταθμού Ε.Α.Α. σε χαρτί κατανομής Weibull



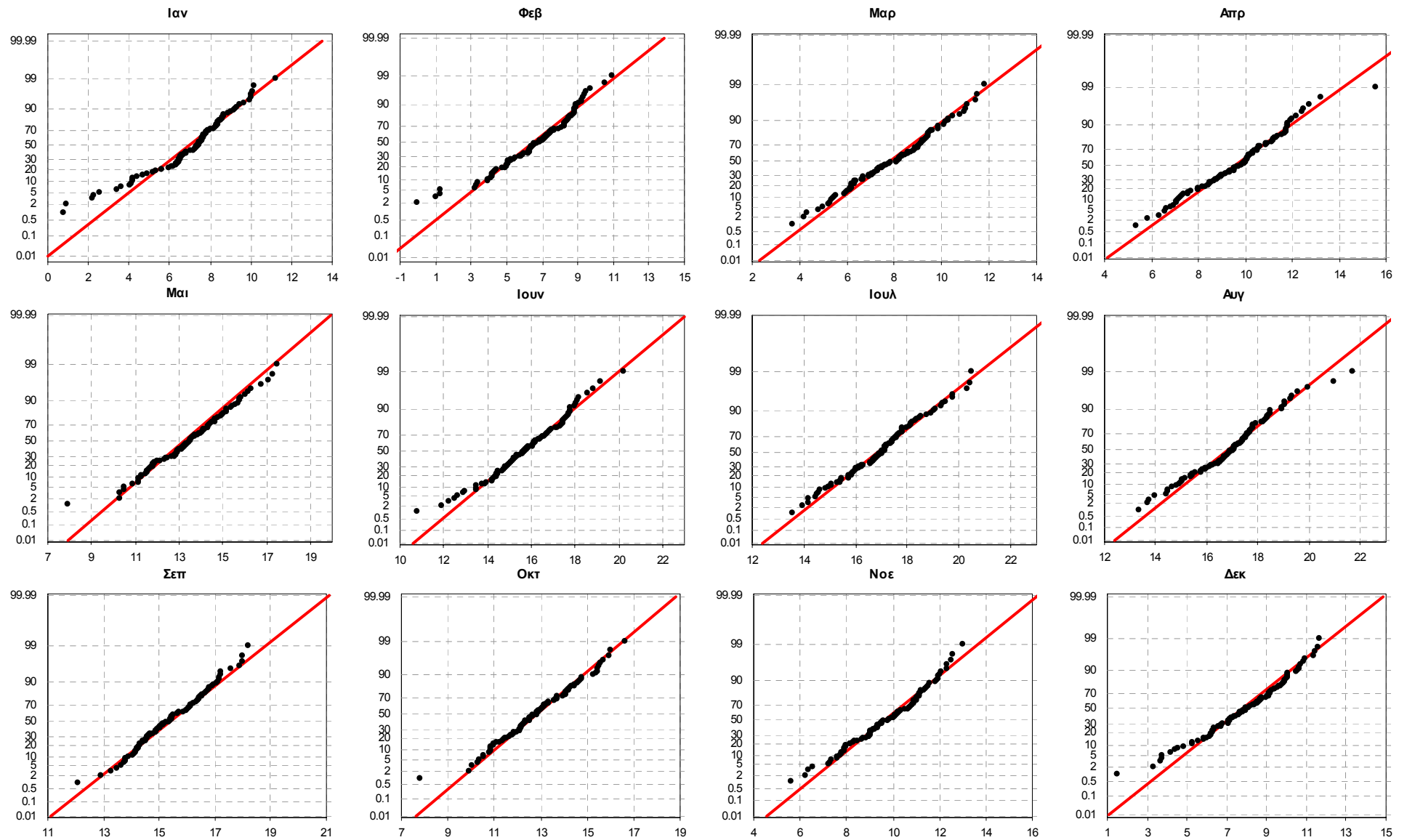
Σχήμα D.10: Πιθανοτικά γραφήματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού De Bilt σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μεγίστων



Σχήμα D.11: Πιθανοτικά γραφήματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Den Helder σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μέγιστων

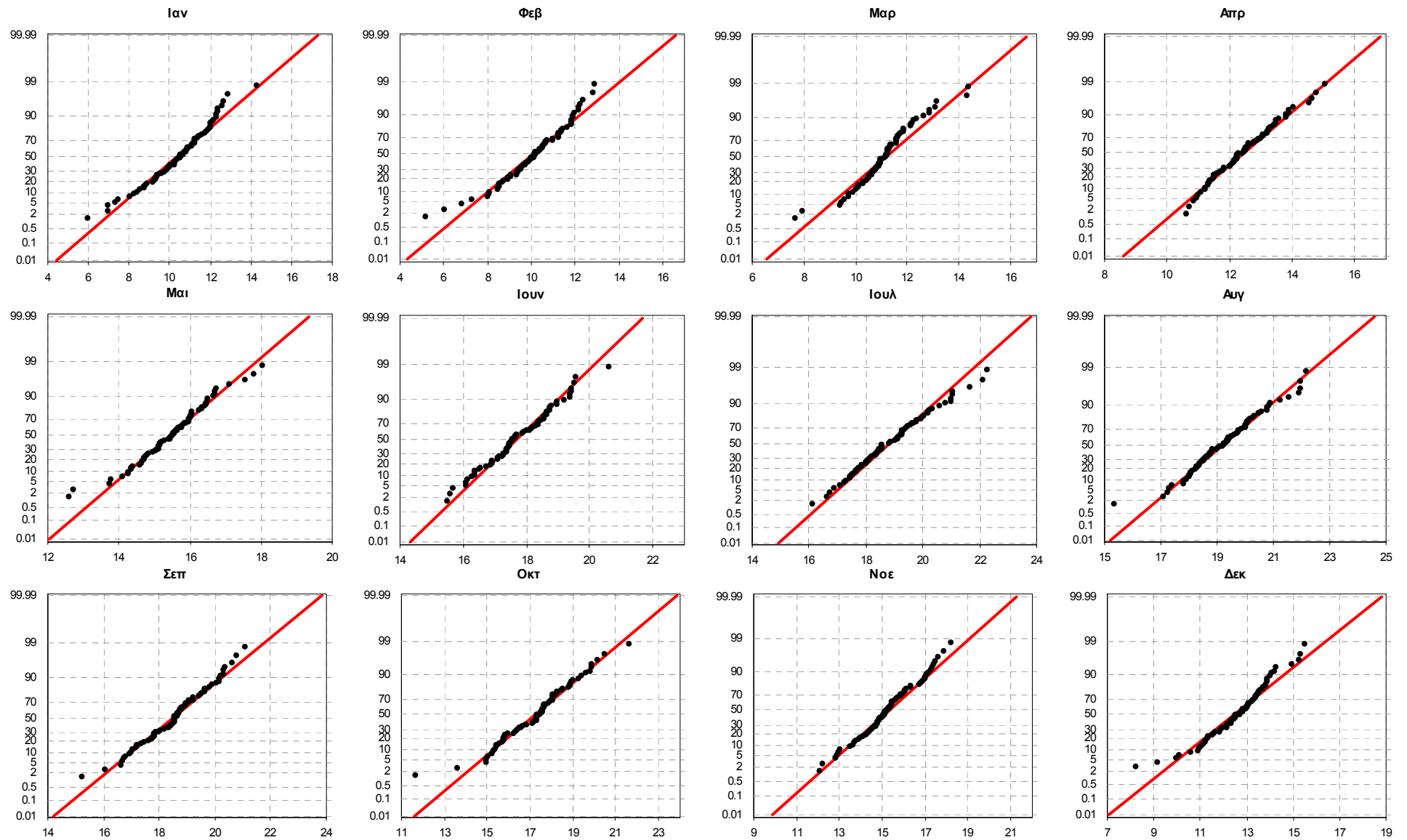


Σχήμα D.12: Πιθανοτικά γραφήματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Groningen σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μεγίστων



Σχήμα D.13: Πιθανοτικά γραφήματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού Maastricht σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μεγίστων





Σχήμα D.14: Πιθανοτικά γραφήματα των μέγιστων μηνιαίων σημείων δρόσου του σταθμού E.A.A. σε χαρτί της παράγωγης από τη Weibull κατανομής μεγίστων

## **Παράρτημα Ε Αποτελέσματα στατιστικής ανάλυσης μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων**

---

Στο Παράρτημα Ε δίνονται τα αποτελέσματα από την στατιστική ανάλυση των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων και των αντίστοιχων μεγιστοποιημένων που προέκυψαν από την εφαρμογή της μεθόδου εκτίμησης της ΠΜΚ με αναγωγή ως προς την ατμοσφαιρική υγρασία. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται σε μορφή συνοπτικών πινάκων και διαγραμμάτων.

Πίνακας Ε.1: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Ε.Α.Α.

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	63	64	63	64	63	55	37	36	49	63	64	64
Μέση τιμή $\mu$	17.12	15.00	13.70	11.08	9.17	9.76	6.25	5.10	11.76	19.60	19.59	20.33
Τυπική απόκλιση $s$	12.17	10.67	9.94	11.59	8.39	12.17	7.04	6.40	21.50	15.49	13.69	11.02
Διασπορά $s^2$	148.08	113.85	98.74	134.28	70.44	148.13	49.56	40.93	462.15	240.06	187.34	121.47
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	1.17	1.81	1.31	3.47	1.14	1.88	1.62	1.87	5.29	1.01	1.46	0.73
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	1.22	4.35	1.95	16.56	0.65	3.44	2.27	3.90	32.62	0.36	3.22	0.51
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.386	0.363	0.388	0.455	0.495	0.612	0.577	0.615	0.633	0.433	0.370	0.304
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.239	0.273	0.242	0.360	0.284	0.441	0.385	0.460	0.520	0.247	0.220	0.126
L-κύρτωση $\tau_4$	0.143	0.215	0.161	0.330	0.098	0.188	0.156	0.164	0.372	0.112	0.151	0.098
Ελάχιστη τιμή $\min$	1.22	0.69	0.10	0.30	0.12	0.21	0.03	0.22	0.03	0.04	0.08	1.84
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	8.74	7.84	6.94	5.26	2.39	1.48	0.96	0.85	1.58	8.59	8.53	11.67
Διάμεσος $m$	14.11	12.45	10.80	8.96	6.91	4.51	3.99	1.89	7.02	13.51	18.14	19.68
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	23.85	19.95	18.24	13.11	13.30	12.00	9.40	8.20	14.43	27.98	25.73	26.97
Μέγιστη τιμή $\max$	55.35	56.29	47.66	76.60	33.71	53.81	28.33	28.50	145.83	64.17	74.12	53.81

Πίνακας Ε.2: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού De Bilt

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	99	99	99	98	99	99	99	99	99	99	99	99
Μέση τιμή $\mu$	14.18	11.72	11.88	12.27	14.53	18.72	20.48	19.88	17.62	16.55	16.27	16.00
Τυπική απόκλιση $s$	6.19	7.04	6.51	5.58	8.17	9.72	10.21	10.58	8.28	8.67	7.43	7.87
Διασπορά $s^2$	38.34	49.54	42.41	31.08	66.73	94.39	104.31	111.96	68.54	75.11	55.13	61.91
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	0.83	2.48	1.65	0.87	1.83	1.46	1.32	0.83	0.66	1.18	0.94	0.97
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	2.03	12.31	3.93	0.17	5.83	2.71	3.01	1.51	0.50	3.08	1.70	0.59
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.241	0.294	0.284	0.252	0.290	0.272	0.266	0.296	0.263	0.285	0.251	0.270
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.090	0.216	0.246	0.197	0.233	0.231	0.173	0.108	0.110	0.152	0.134	0.196
L-κύρτωση $\tau_4$	0.091	0.260	0.212	0.120	0.185	0.194	0.175	0.102	0.119	0.118	0.159	0.142
Ελάχιστη τιμή $\min$	1.90	0.40	2.10	2.80	2.00	4.60	4.10	2.10	2.80	1.80	3.20	3.50
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	9.30	7.80	7.55	8.30	8.55	12.75	13.75	12.00	11.70	10.15	11.20	10.20
Διάμεσος $m$	13.30	10.70	10.50	11.00	13.30	16.40	18.80	19.40	17.20	15.40	15.50	14.60
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	18.55	13.45	14.40	14.83	17.80	22.35	25.05	27.35	22.05	21.45	20.00	19.30
Μέγιστη τιμή $\max$	40.30	53.90	39.10	27.10	55.20	52.50	61.20	62.30	43.90	55.90	45.50	38.70

Πίνακας Ε.3: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Den Helder

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	49	49	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	12.89	10.32	11.08	9.66	11.41	14.76	18.44	19.52	20.55	19.88	18.47	15.76
Τυπική απόκλιση $s$	4.87	6.81	5.78	4.24	5.51	8.77	12.25	10.89	10.84	7.78	6.89	10.73
Διασπορά $s^2$	23.70	46.40	33.44	17.95	30.34	76.94	150.04	118.53	117.56	60.56	47.45	115.20
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	0.00	1.62	2.07	0.63	1.63	1.95	1.51	1.97	0.28	0.76	0.63	3.80
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.07	3.22	7.92	0.86	3.77	6.16	1.86	6.28	-0.43	0.91	0.17	18.16
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.215	0.341	0.265	0.244	0.252	0.305	0.345	0.285	0.303	0.219	0.209	0.278
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.009	0.273	0.201	0.096	0.259	0.269	0.337	0.254	0.054	0.120	0.144	0.391
L-κύρτωση $\tau_4$	0.140	0.248	0.208	0.178	0.213	0.178	0.179	0.211	0.105	0.140	0.146	0.391
Ελάχιστη τιμή $\min$	1.80	1.30	2.40	1.60	4.20	4.30	3.40	4.60	1.40	7.10	4.80	4.80
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	9.90	6.30	7.23	6.60	7.68	9.13	9.70	12.38	12.33	14.20	14.58	10.90
Διάμεσος $m$	12.30	9.00	10.00	9.20	10.10	12.40	15.00	17.45	20.15	19.60	16.65	13.50
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	16.00	11.90	13.43	11.78	13.93	18.43	21.50	23.70	27.58	22.95	23.23	17.18
Μέγιστη τιμή $\max$	24.50	34.70	37.30	22.20	32.40	52.60	56.10	66.30	45.40	44.70	36.20	73.30

Πίνακας Ε.4: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Groningen

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	49	49	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	13.72	11.59	12.86	12.44	14.50	18.37	20.13	17.28	20.76	16.30	16.05	15.13
Τυπική απόκλιση $s$	6.62	6.19	5.95	5.54	8.01	7.43	8.63	8.98	12.91	7.01	6.42	6.75
Διασπορά $s^2$	43.81	38.29	35.45	30.66	64.21	55.23	74.46	80.69	166.55	49.20	41.25	45.54
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	0.57	0.61	0.60	0.25	2.30	0.84	0.66	0.71	1.52	0.98	0.53	1.12
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.61	-0.61	-0.25	0.15	7.76	0.86	0.77	0.14	2.53	2.10	0.55	1.16
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.271	0.301	0.262	0.251	0.271	0.222	0.241	0.291	0.323	0.233	0.224	0.241
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.090	0.154	0.143	0.042	0.320	0.114	0.095	0.161	0.294	0.113	0.088	0.217
L-κύρτωση $\tau_4$	0.129	0.093	0.114	0.171	0.255	0.165	0.107	0.107	0.224	0.210	0.169	0.193
Ελάχιστη τιμή $\min$	1.40	1.90	2.60	1.60	4.10	6.40	5.10	2.20	2.00	4.90	4.00	4.40
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	8.30	7.30	8.55	8.90	10.15	12.58	13.45	11.45	12.70	11.53	12.25	10.68
Διάμεσος $m$	13.80	10.40	11.80	12.25	12.15	18.80	20.05	14.80	17.45	16.60	15.65	13.60
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	17.10	15.00	16.03	15.70	17.63	21.80	24.80	24.28	23.75	19.15	19.93	17.68
Μέγιστη τιμή $\max$	34.00	23.90	27.80	26.30	50.30	37.30	47.60	43.30	65.80	40.50	34.20	32.60

Πίνακας Ε.5: Στατιστικά μέτρα μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Maastricht

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	49	49	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	12.30	13.05	12.47	11.69	16.61	19.88	19.83	19.66	17.69	17.79	16.19	15.89
Τυπική απόκλιση $s$	4.99	6.60	5.15	4.69	7.37	14.65	10.50	10.07	10.35	10.77	6.36	7.54
Διασπορά $s^2$	24.87	43.57	26.48	21.98	54.29	214.72	110.30	101.36	107.22	116.03	40.49	56.78
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	0.20	1.05	0.61	0.23	1.01	2.97	1.20	1.02	1.00	1.48	0.79	0.81
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	-0.57	1.66	0.08	-0.17	1.59	9.52	1.61	0.75	0.33	2.46	0.21	0.05
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.233	0.277	0.233	0.229	0.244	0.313	0.286	0.278	0.321	0.315	0.217	0.264
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.043	0.167	0.122	0.032	0.158	0.449	0.221	0.233	0.235	0.252	0.190	0.202
L-κύρτωση $\tau_4$	0.078	0.157	0.111	0.116	0.149	0.371	0.158	0.174	0.138	0.242	0.162	0.082
Ελάχιστη τιμή $\min$	2.80	2.60	2.80	2.40	6.50	5.10	4.40	3.00	3.00	2.60	4.00	3.60
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	8.90	8.40	8.58	8.03	10.93	11.88	11.63	13.28	9.90	11.18	12.08	10.48
Διάμεσος $m$	12.60	12.40	12.55	11.70	16.10	17.10	18.30	16.80	15.65	15.70	14.50	14.00
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	15.90	16.10	15.40	14.48	19.65	20.65	25.75	25.03	22.70	21.05	19.08	20.65
Μέγιστη τιμή $\max$	23.40	34.60	26.00	23.60	41.80	82.70	52.80	46.90	44.30	50.30	31.40	35.30

Πίνακας Ε.6: Στατιστικά μέτρα μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Ε.Α.Α.

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	63	64	63	64	63	55	37	36	49	63	63	64
Μέση τιμή $\mu$	36.94	34.95	28.88	20.35	15.57	15.44	10.51	8.28	20.47	45.26	39.79	44.57
Τυπική απόκλιση $s$	26.46	29.61	19.21	22.29	14.43	18.38	12.84	9.93	35.44	38.97	24.14	26.94
Διασπορά $s^2$	700.31	876.92	369.21	496.75	208.30	337.68	164.88	98.70	1255.87	1518.61	582.79	725.50
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	1.44	2.21	0.84	4.00	1.16	1.80	2.18	1.76	4.97	1.33	0.86	1.72
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	2.26	5.96	0.21	21.95	0.40	3.52	5.27	2.94	29.52	1.81	0.76	5.02
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.378	0.412	0.370	0.458	0.497	0.595	0.586	0.594	0.627	0.458	0.327	0.314
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.272	0.341	0.191	0.372	0.298	0.411	0.430	0.447	0.510	0.289	0.172	0.212
L-κύρτωση $\tau_4$	0.182	0.245	0.116	0.343	0.111	0.158	0.234	0.166	0.357	0.125	0.080	0.185
Ελάχιστη τιμή $\min$	2.33	2.90	0.36	0.71	0.19	0.32	0.06	0.37	0.06	0.11	0.16	6.30
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	18.41	16.23	16.50	11.02	4.13	2.43	1.67	1.76	3.55	19.01	20.50	24.86
Διάμεσος $m$	30.85	27.03	24.25	15.58	12.00	7.76	7.12	3.03	11.18	28.36	33.92	40.07
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	44.53	43.61	38.83	24.57	21.96	21.31	13.47	13.81	24.21	67.79	54.05	55.88
Μέγιστη τιμή $\max$	128.84	153.20	83.64	156.31	52.10	87.18	59.17	40.79	236.37	188.16	118.13	159.54



Πίνακας Ε.7: Στατιστικά μέτρα μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού De Bilt

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	97	97	99	98	99	99	99	99	99	99	99	99
Μέση τιμή $\mu$	28.52	25.81	23.79	24.86	28.74	37.99	38.80	35.88	33.40	34.92	34.02	31.40
Τυπική απόκλιση $s$	15.36	14.04	13.39	13.23	16.17	17.92	20.75	20.15	16.84	20.82	16.85	14.14
Διασπορά $s^2$	235.81	197.14	179.24	174.90	261.37	321.29	430.58	405.91	283.54	433.53	283.99	199.95
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	2.81	1.00	1.83	1.21	1.45	1.03	1.28	0.96	0.84	1.22	1.03	0.72
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	15.55	1.41	5.97	1.55	2.85	1.98	2.21	1.03	0.93	2.10	1.15	0.17
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.264	0.296	0.290	0.287	0.296	0.259	0.287	0.308	0.281	0.322	0.269	0.253
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.215	0.165	0.228	0.224	0.249	0.150	0.221	0.169	0.146	0.202	0.189	0.147
L-κύρτωση $\tau_4$	0.174	0.176	0.197	0.146	0.192	0.128	0.160	0.148	0.098	0.137	0.188	0.069
Ελάχιστη τιμή $\min$	4.00	1.47	4.85	6.15	5.85	10.36	6.90	3.34	5.20	2.60	4.26	8.87
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	18.19	16.25	15.29	15.14	18.61	23.92	24.22	22.08	20.32	19.90	23.38	20.59
Διάμεσος $m$	26.03	23.90	21.27	22.62	25.21	35.08	34.19	31.34	30.46	31.27	31.16	28.27
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	34.73	31.15	28.32	30.50	34.38	48.58	46.78	47.11	44.20	44.55	41.82	41.04
Μέγιστη τιμή $\max$	125.61	77.40	91.18	70.75	97.82	112.13	122.81	101.35	96.14	117.40	88.82	75.63

Πίνακας Ε.8: Στατιστικά μέτρα μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Den Helder

	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	49	49	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	23.99	22.04	20.46	19.55	22.36	30.45	34.16	35.04	39.24	40.02	36.92	27.80
Τυπική απόκλιση $s$	12.13	18.50	12.80	10.35	11.28	17.99	23.00	18.14	21.63	18.20	15.55	16.63
Διασπορά $s^2$	147.26	342.10	163.94	107.21	127.16	323.68	529.04	329.16	467.86	331.14	241.92	276.59
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	1.13	2.10	1.57	1.05	1.36	1.34	1.43	0.92	0.34	0.57	0.46	2.10
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	1.82	4.67	2.39	1.35	2.02	2.16	2.14	0.65	-0.45	-0.35	0.01	5.37
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.273	0.404	0.321	0.289	0.270	0.317	0.356	0.288	0.316	0.258	0.240	0.292
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.206	0.415	0.312	0.189	0.264	0.249	0.305	0.190	0.064	0.131	0.081	0.363
L-κύρτωση $\tau_4$	0.189	0.275	0.245	0.197	0.156	0.160	0.144	0.104	0.086	0.053	0.079	0.284
Ελάχιστη τιμή $\min$	3.92	3.11	4.33	3.37	7.76	8.18	4.39	11.11	2.89	11.77	7.41	6.25
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	16.51	10.52	12.87	13.39	14.54	17.73	18.39	21.06	21.79	24.72	24.56	18.25
Διάμεσος $m$	21.55	15.83	16.29	17.22	19.64	26.51	26.40	32.53	40.72	36.55	36.49	23.25
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	31.91	24.89	22.87	24.01	26.84	39.98	47.35	45.63	51.62	54.38	48.06	30.93
Μέγιστη τιμή $\max$	65.45	92.67	62.78	50.52	60.14	93.02	113.61	90.14	92.56	83.90	81.11	94.89

Πίνακας Ε.9: Στατιστικά μέτρα μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Groningen

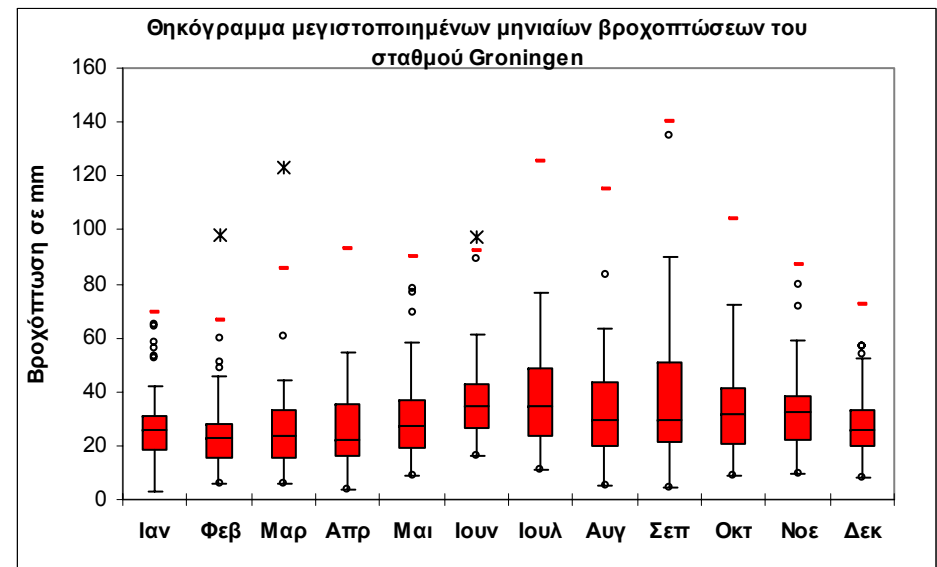
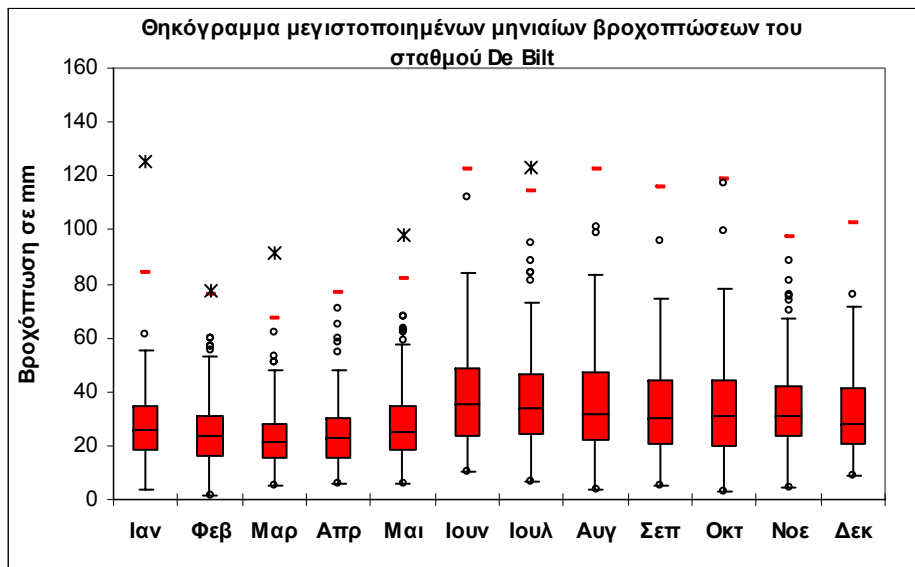
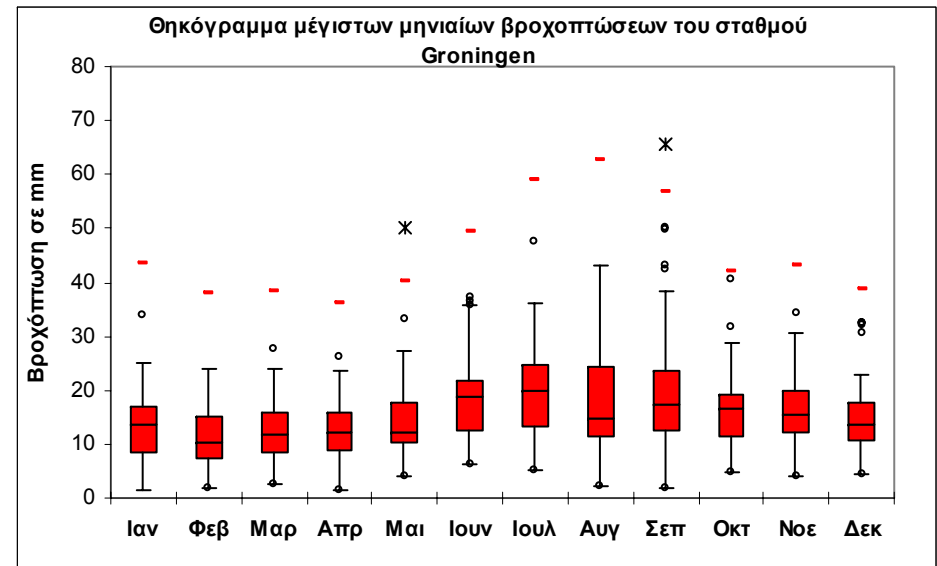
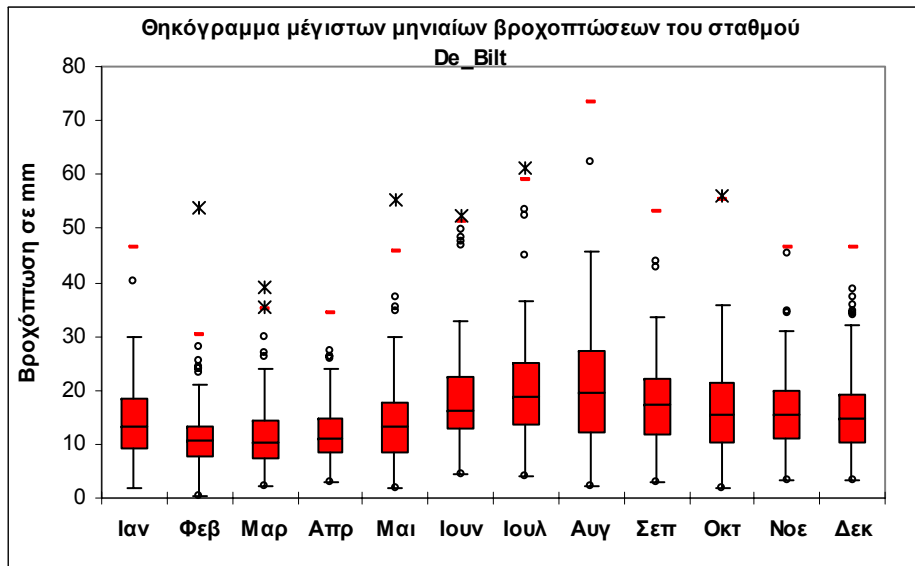
	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47
Μέση τιμή $\mu$	27.34	25.16	26.04	25.31	30.77	37.18	35.90	31.88	37.91	32.40	32.79	28.58
Τυπική απόκλιση $s$	14.52	16.26	18.54	12.68	15.64	16.39	15.30	16.40	25.65	14.83	14.38	12.97
Διασπορά $s^2$	210.93	264.35	343.89	160.81	244.59	268.59	234.09	268.86	658.03	219.93	206.70	168.27
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	1.02	2.26	3.30	0.47	1.44	1.75	0.41	0.64	1.61	0.62	1.01	0.76
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	0.91	7.95	15.93	-0.50	2.32	4.40	-0.41	0.64	3.32	0.30	1.96	-0.07
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.286	0.321	0.323	0.286	0.268	0.228	0.244	0.289	0.352	0.258	0.239	0.254
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.198	0.276	0.296	0.118	0.243	0.240	0.083	0.098	0.303	0.097	0.117	0.173
L-κύρτωση $\tau_4$	0.225	0.245	0.261	0.083	0.184	0.209	0.055	0.087	0.190	0.103	0.176	0.137
Ελάχιστη τιμή $\min$	3.22	5.61	5.72	3.51	9.11	16.57	10.75	5.12	4.78	8.63	9.74	7.79
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	18.50	15.67	15.69	16.44	19.04	26.30	23.37	19.75	21.23	20.67	22.33	20.26
Διάμεσος $m$	26.00	22.52	23.38	22.01	27.48	35.02	34.51	29.24	29.51	31.65	32.12	25.70
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	31.25	28.35	33.12	35.56	36.85	42.83	48.90	43.64	51.00	41.52	38.50	33.31
Μέγιστη τιμή $\max$	64.86	98.10	123.10	54.66	78.11	97.54	76.57	83.30	134.91	72.28	79.58	56.85

Πίνακας Ε.10: Στατιστικά μέτρα μεγιστοποιημένων μηνιαίων βροχοπτώσεων του σταθμού Maastricht

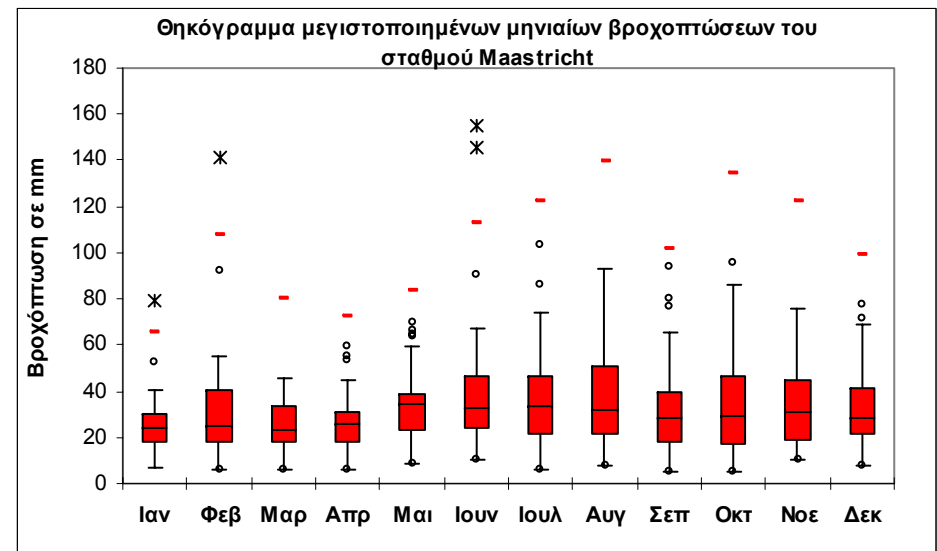
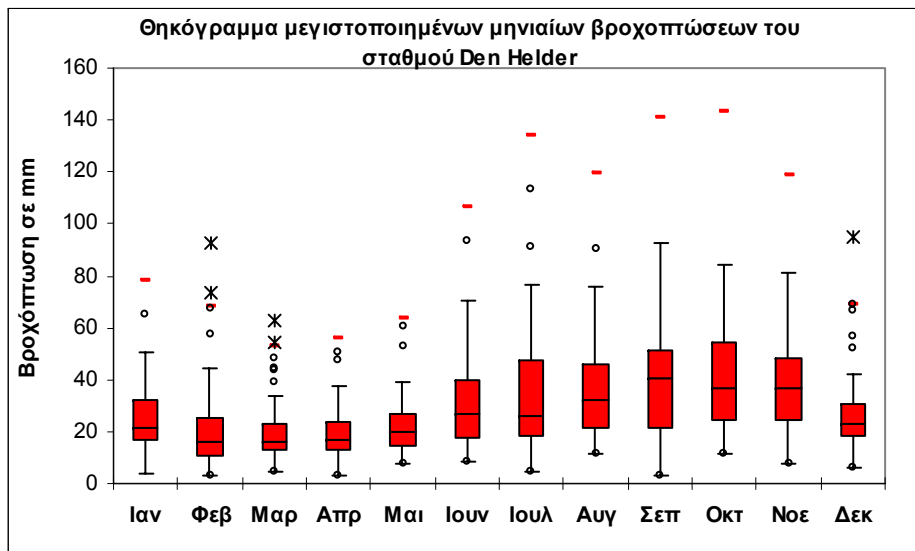
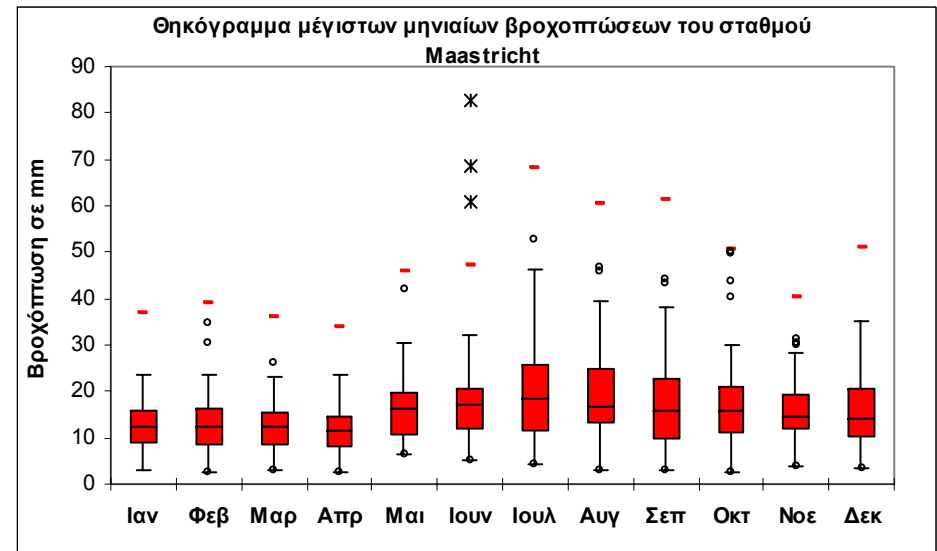
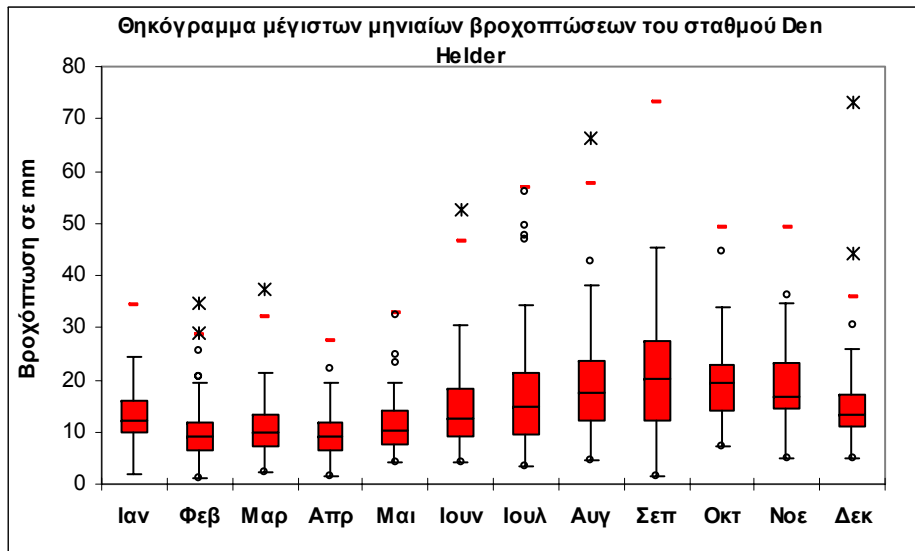
	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ.	Απρ.	Μαι.	Ιουν.	Ιουλ.	Αυγ.	Σεπ.	Οκτ.	Νοε.	Δεκ.
Πλήθος μετρήσεων $N$	49	49	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	25.14	31.66	25.56	26.37	34.04	40.51	35.81	36.89	32.88	34.50	33.42	32.52
Τυπική απόκλιση $s$	11.98	22.27	10.33	12.36	14.87	28.07	19.09	19.93	20.13	20.51	16.36	16.22
Διασπορά $s^2$	143.46	496.03	106.67	152.65	221.11	787.73	364.54	397.33	405.21	420.64	267.50	263.12
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	2.08	2.93	0.37	0.65	0.74	2.68	1.35	1.04	1.14	0.99	0.66	0.87
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	7.99	12.27	-0.67	0.33	0.15	8.63	2.85	0.81	1.00	0.84	-0.44	0.52
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.240	0.325	0.231	0.263	0.242	0.318	0.285	0.296	0.333	0.329	0.277	0.278
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.179	0.314	0.104	0.119	0.149	0.364	0.193	0.223	0.244	0.201	0.172	0.175
L-κύρτωση $\tau_4$	0.237	0.251	0.080	0.155	0.165	0.305	0.169	0.133	0.164	0.107	0.052	0.132
Ελάχιστη τιμή $\min$	6.74	6.26	5.60	6.05	8.33	10.15	5.62	8.18	5.18	5.32	10.21	7.33
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	18.25	18.16	17.77	17.70	23.57	24.43	21.42	21.67	18.44	17.07	19.10	21.72
Διάμεσος $m$	24.11	25.04	23.33	25.61	34.42	32.75	33.43	31.47	28.81	29.66	30.98	28.82
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	30.01	40.60	33.32	31.36	38.54	46.52	46.74	51.12	39.19	46.38	44.96	41.01
Μέγιστη τιμή $\max$	79.38	141.38	45.62	59.02	70.08	155.06	103.72	93.16	93.48	95.53	75.43	77.13

Πίνακας Ε.11: Εκτιμήσεις των παραμέτρων της τριπαραμετρικής ΓΑΤ των μέγιστων ετήσιων, των 120 μέγιστων μηνιαίων και των 120 μεγιστοποιημένων μηνιαίων με τη μέθοδο των L-ροπών

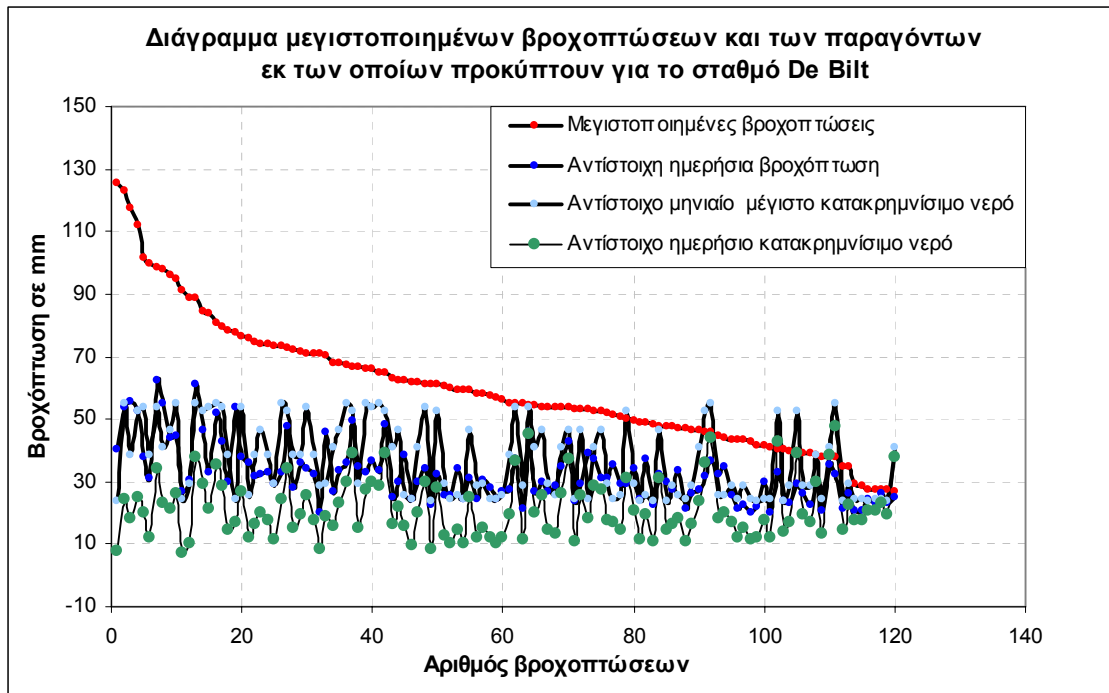
Σταθμός	Παράμετρος	Μέγιστες ετήσιες	120 μέγιστες μηνιαίες	120 μεγιστοποιημένες μηνιαίες
E.A.A.	<i>a</i>	30.99	24.70	44.32
	<i>b</i>	12.06	11.93	25.80
	<i>c</i>	-0.098	-0.044	-0.121
De Bilt	<i>a</i>	28.45	27.91	50.59
	<i>b</i>	5.91	6.62	16.19
	<i>c</i>	-0.163	-0.083	0.004
Den Helder	<i>a</i>	28.01	21.71	42.91
	<i>b</i>	7.12	7.68	17.63
	<i>c</i>	-0.150	-0.085	0.115
Groningen	<i>a</i>	26.10	22.94	41.01
	<i>b</i>	6.27	4.96	12.33
	<i>c</i>	-0.147	-0.171	-0.143
Maastricht	<i>a</i>	27.90	23.32	41.62
	<i>b</i>	7.43	6.57	15.92
	<i>c</i>	-0.208	-0.174	-0.108



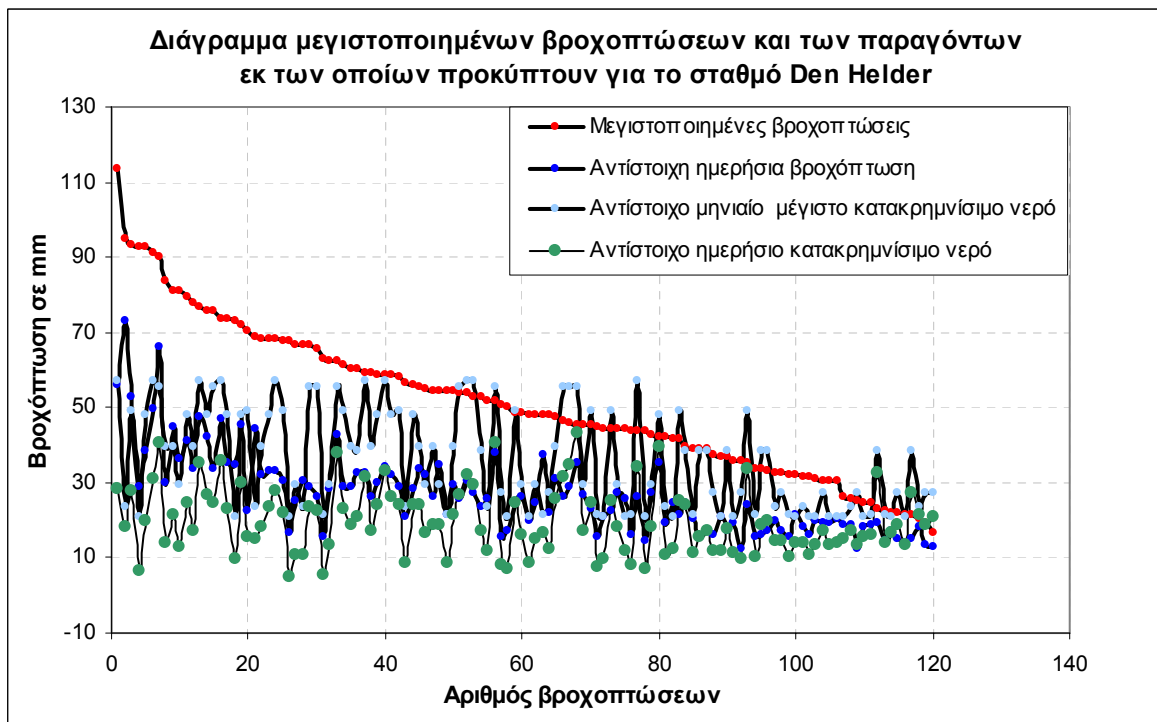
Σχήμα Ε.1: Θηκογράμματα μηνιαίων μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων για των σταθμών De Bilt και Groningen



Σχήμα Ε.2: Θηκογράμματα μηνιαίων μέγιστων και μεγιστοποιημένων βροχοπτώσεων για των σταθμών Den Helder και Maastricht

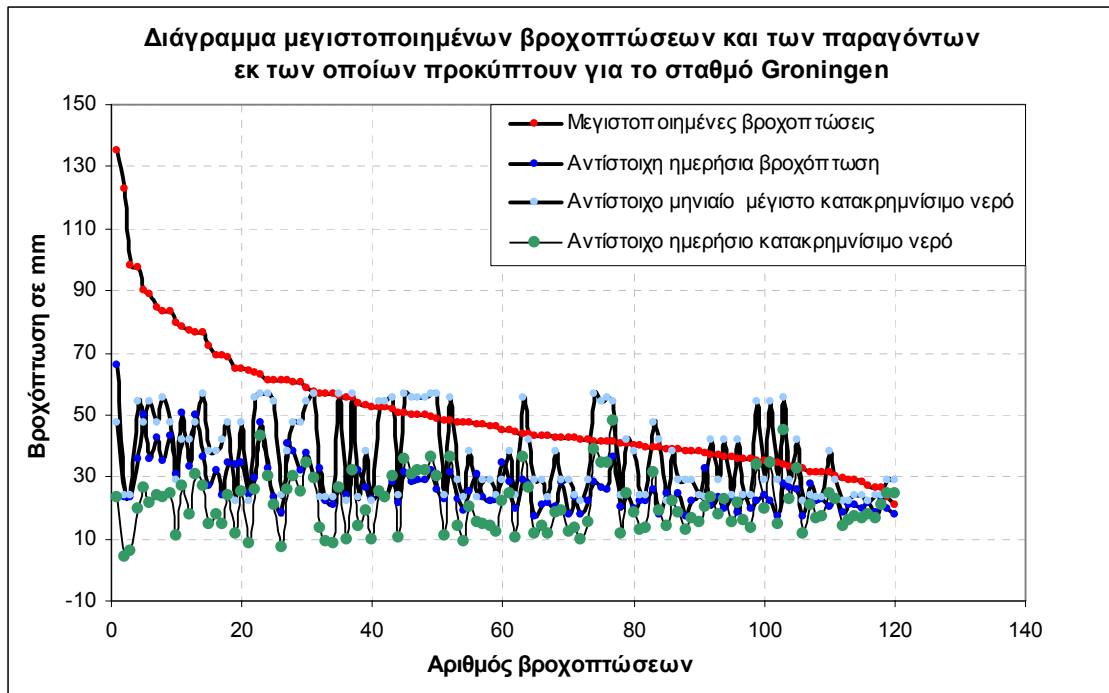


Σχήμα Ε.3: Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν για το σταθμό De Bilt

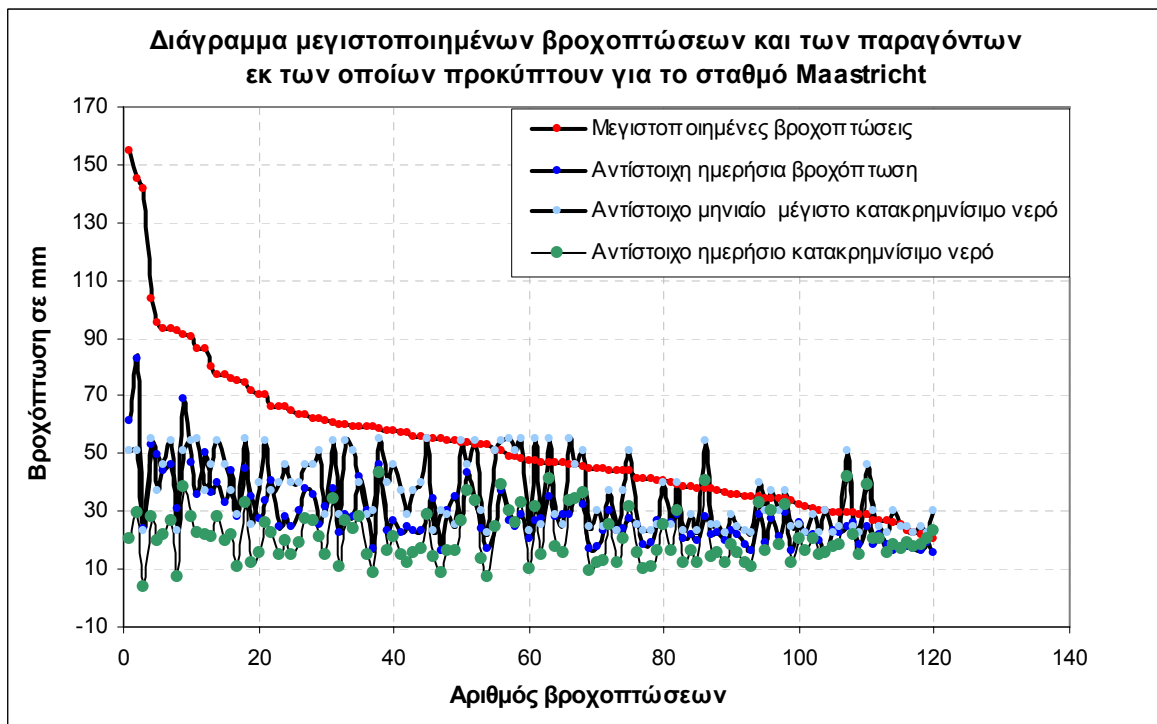


Σχήμα Ε.4: Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν για το σταθμό Den Helder

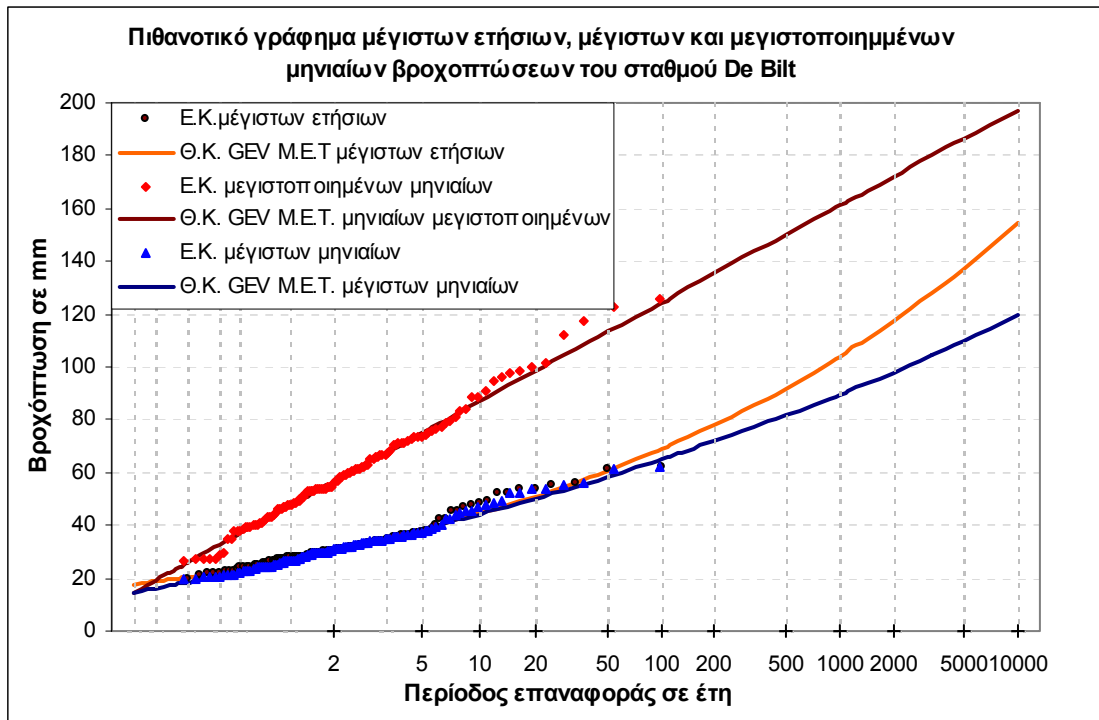




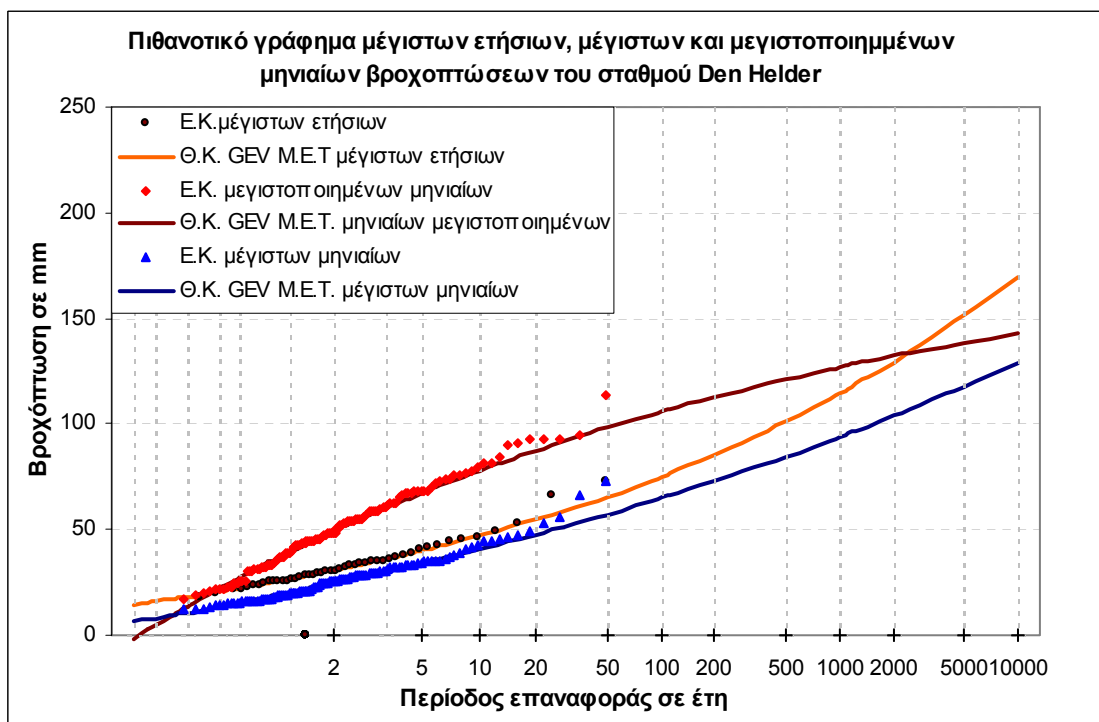
Σχήμα Ε.5: Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν για το σταθμό Groningen



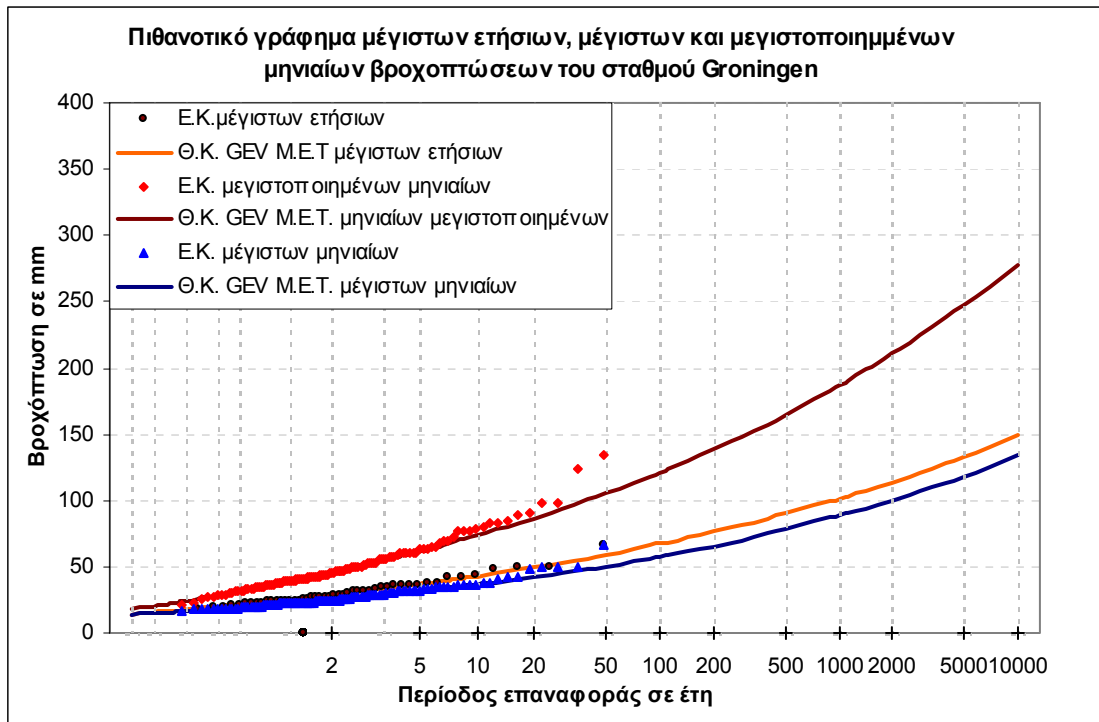
Σχήμα Ε.6: Οι μεγιστοποιημένες βροχοπτώσεις και οι παράγοντες εκ των οποίων προκύπτουν για το σταθμό Maastricht



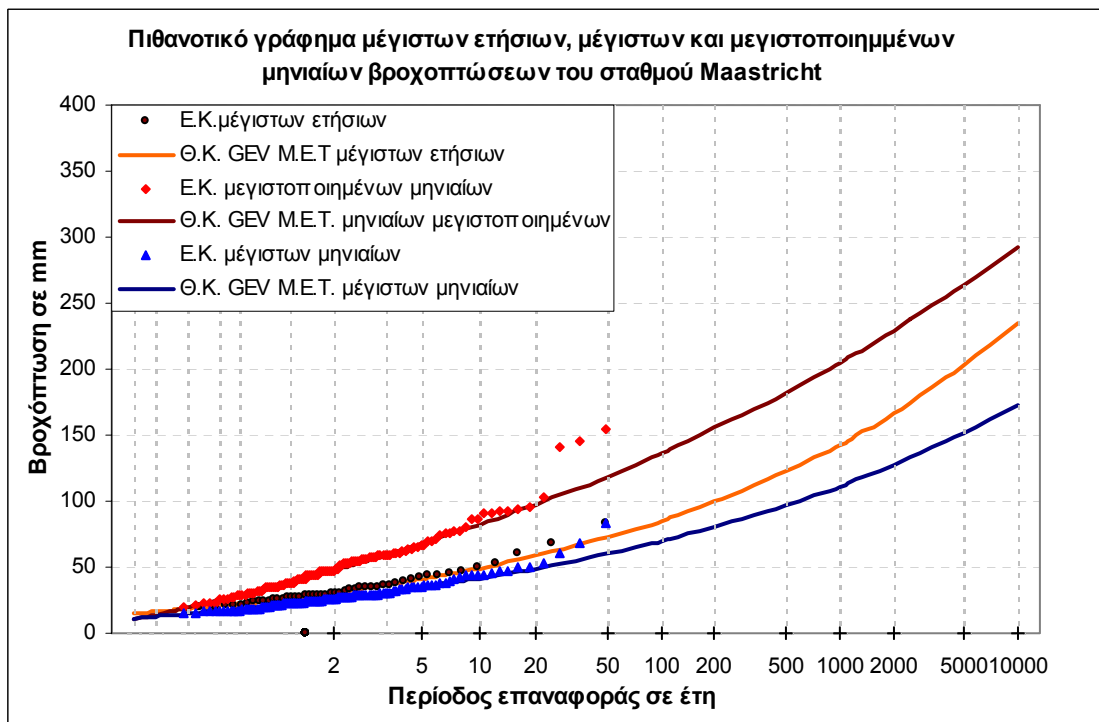
Σχήμα Ε.7: Πιθανοτικό γράφημα του σταθμού De Bilt των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως σύνολο των 10 μέγιστων κάθε μήνα και οι αντίστοιχες μεγιστοποιημένες των τελευταίων



Σχήμα Ε.8: Πιθανοτικό γράφημα του σταθμού Den Helder των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως σύνολο των 10 μέγιστων κάθε μήνα και οι αντίστοιχες μεγιστοποιημένες των τελευταίων



Σχήμα Ε.9: Πιθανοτικό γράφημα του σταθμού Groningen των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως σύνολο των 10 μέγιστων κάθε μήνα και οι αντίστοιχες μεγιστοποιημένες των τελευταίων



Σχήμα Ε.10: Πιθανοτικό γράφημα του σταθμού Maastricht των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων, των 120 μέγιστων μηνιαίων ως σύνολο των 10 μέγιστων κάθε μήνα και οι αντίστοιχες μεγιστοποιημένες των τελευταίων

## **Παράρτημα F Αποτελέσματα της πιθανοτικής προσέγγισης των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων**

---

Στο Παράρτημα F παρουσιάζονται αποτελέσματα και γραφήματα από την στατιστική και πιθανοτική ανάλυση των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων.

Πίνακας F.1: Στατιστικά μέτρα των εικοσιτετράωρων μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων για κάθε σταθμό

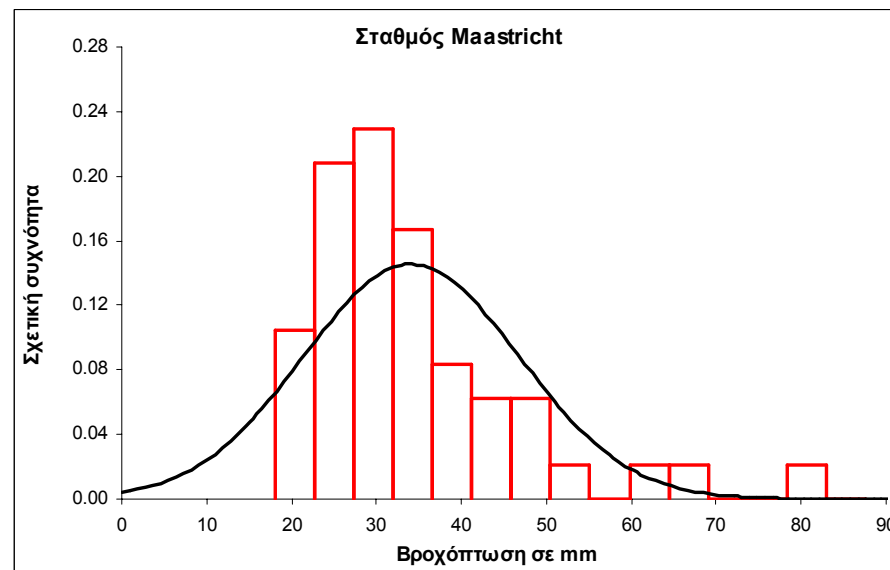
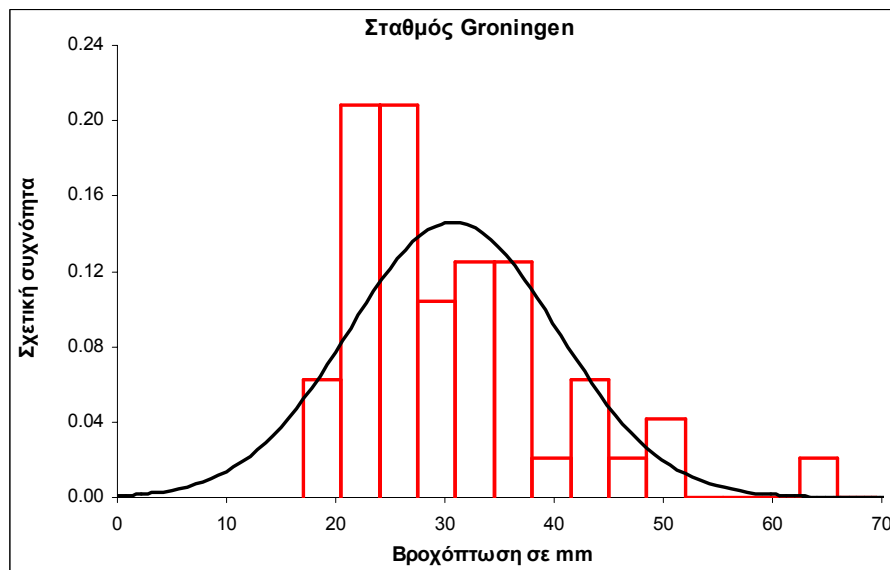
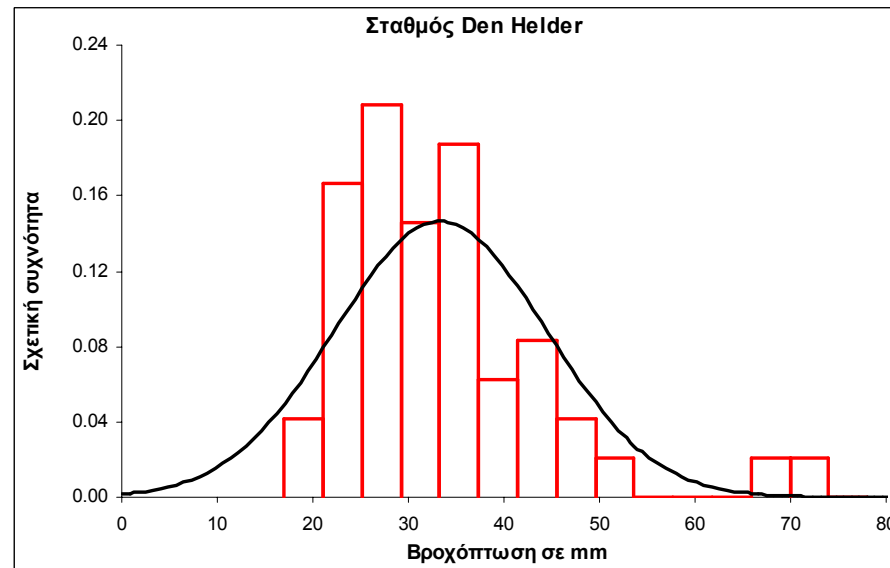
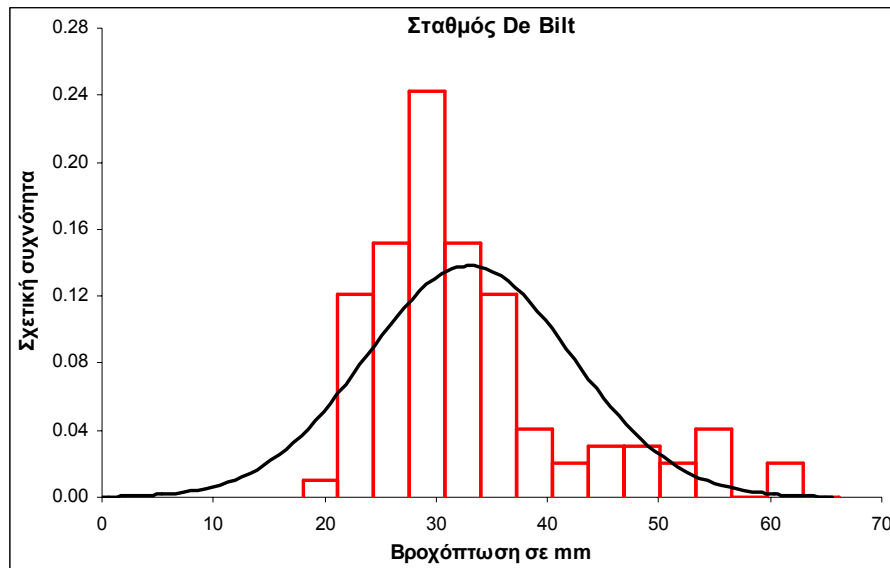
Σταθμός	E.A.A.	De Bilt	Den Helder	Groningen	Maastricht
Πλήθος μετρήσεων $N$	66	99	48	48	48
Μέση τιμή $\mu$	39.23	32.98	33.36	30.78	34.10
Τυπική απόκλιση $s$	19.20	9.28	11.10	9.56	12.74
Διασπορά $s^2$	368.71	86.15	123.15	91.35	162.39
Συντελεστής ασυμμετρίας $C_s$	2.78	1.33	1.64	1.45	1.82
Συντελεστής κύρτωσης $C_k$	13.72	1.35	3.51	2.72	4.18
L-μεταβλητότητα $\tau_2$	0.235	0.148	0.174	0.165	0.191
L-ασυμμετρία $\tau_3$	0.234	0.279	0.270	0.268	0.311
L-κύρτωση $\tau_4$	0.193	0.194	0.201	0.158	0.225
Ελάχιστη τιμή min	7.69	19.50	18.20	18.00	19.00
1 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_1$	27.00	27.00	25.73	23.90	26.43
Διάμεσος $m$	34.07	30.50	30.50	27.90	30.30
3 <sup>ο</sup> τεταρτημόριο $Q_3$	47.58	36.00	37.48	35.68	38.30
Μέγιστη τιμή max	145.83	62.30	73.30	65.80	82.70

Πίνακας F.2: Εκτιμήσεις των παραμέτρων της κατανομής ΓΑΤ στο δείγμα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων για κάθε σταθμό και μέθοδο προσαρμογής

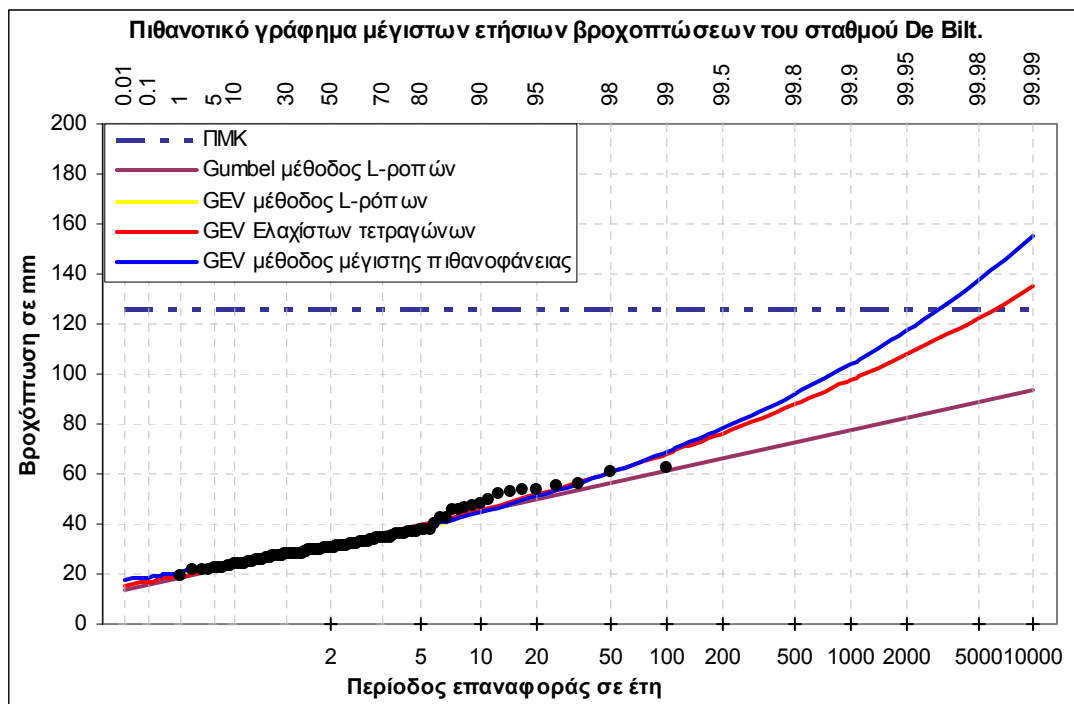
Σταθμός	Παράμετρος	L-ροπών	Ελαχίστων τετραγώνων	Μέγιστης πιθανοφάνειας
E.A.A.	<i>a</i>	30.986	30.227	31.199
	<i>b</i>	12.058	8.760	12.557
	<i>c</i>	-0.098	-0.393	-0.062
De Bilt	<i>a</i>	28.448	28.566	28.483
	<i>b</i>	5.913	6.613	5.911
	<i>c</i>	-0.163	-0.112	-0.163
Den Helder	<i>a</i>	28.014	27.795	28.115
	<i>b</i>	7.118	6.978	7.015
	<i>c</i>	-0.150	-0.250	-0.151
Gronigen	<i>a</i>	26.099	26.017	26.093
	<i>b</i>	6.267	6.431	6.018
	<i>c</i>	-0.147	-0.201	-0.180
Maastricht	<i>a</i>	27.904	27.691	27.997
	<i>b</i>	7.431	7.354	7.364
	<i>c</i>	-0.208	-0.308	-0.214

Πίνακας F.3: Εκτιμήσεις των παραμέτρων της κατανομής Gumbel στο δείγμα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων για κάθε σταθμό και μέθοδο προσαρμογής

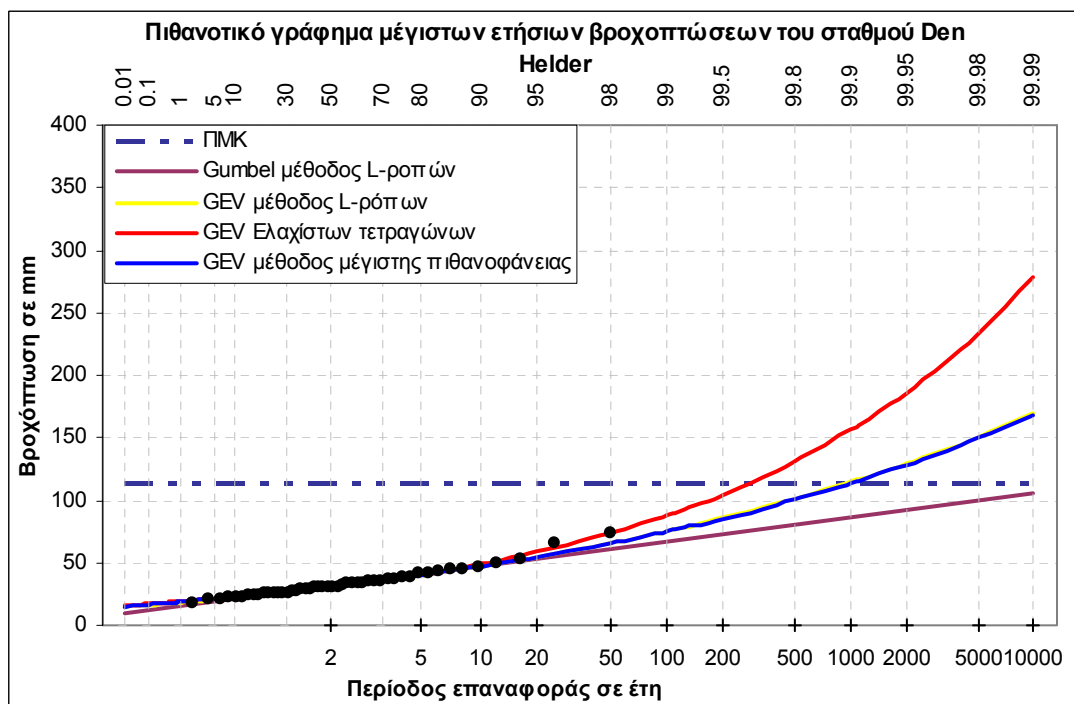
Σταθμός	Παράμετρος	Ροπών	L-ροπών	Ελαχίστων τετραγώνων	Μέγιστης πιθανοφάνειας
E.A.A.	<i>a</i>	30.588	31.547	30.992	31.644
	<i>b</i>	0.067	0.075	0.067	0.078
De Bilt	<i>a</i>	28.808	28.920	28.772	29.018
	<i>b</i>	0.138	0.142	0.133	0.157
Den Helder	<i>a</i>	28.362	28.537	28.273	28.714
	<i>b</i>	0.116	0.120	0.108	0.133
Gronigen	<i>a</i>	26.476	26.549	26.377	26.704
	<i>b</i>	0.134	0.137	0.124	0.152
Maastricht	<i>a</i>	28.367	28.685	28.308	28.904
	<i>b</i>	0.101	0.107	0.095	0.122



Σχήμα F.1: Ιστογράμματα σχετικών συχνοτήτων των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων διάρκειας 24 ωρών των σταθμών της Ολλανδίας και η θεωρητική σχετική συχνότητα της κανονικής κατανομής

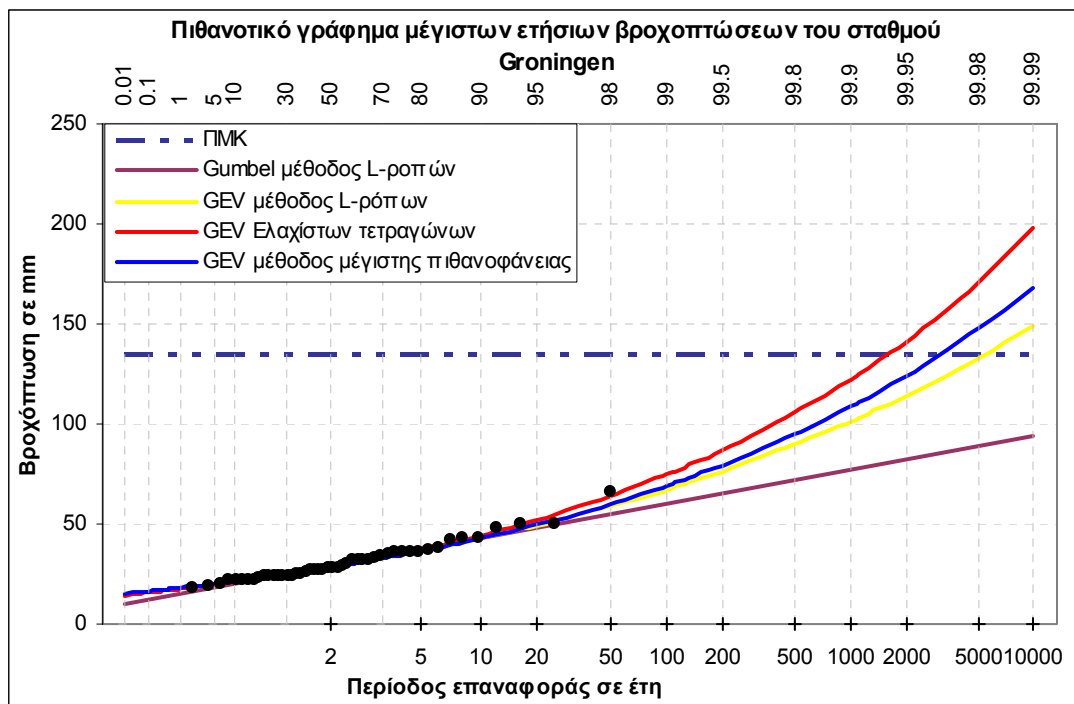


Σχήμα F.2: Πιθανοτικό γράφημα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων διάρκειας 24 ωρών του σταθμού De Bilt σε χαρτί κατανομής Gumbel

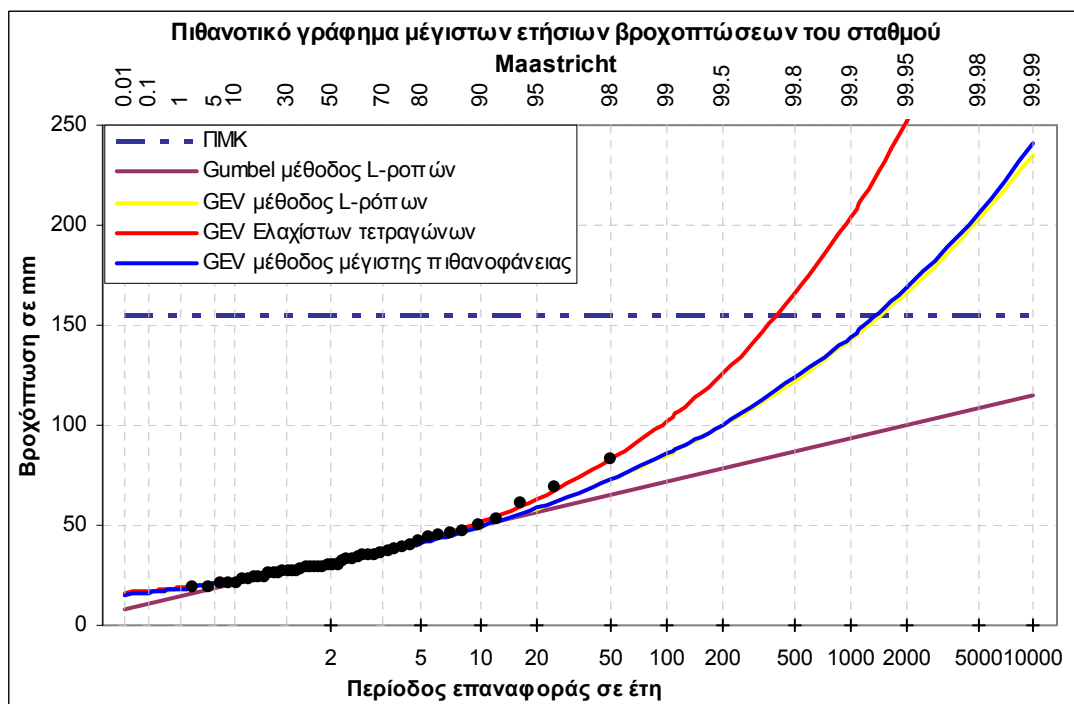


Σχήμα F.3: Πιθανοτικό γράφημα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων διάρκειας 24 ωρών του σταθμού Den Helder σε χαρτί κατανομής Gumbel





Σχήμα F.4: Πιθανοτικό γράφημα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων διάρκειας 24 ωρών του σταθμού Groningen σε χαρτί κατανομής Gumbel



Σχήμα F.5: Πιθανοτικό γράφημα των μέγιστων ετήσιων βροχοπτώσεων διάρκειας 24 ωρών του σταθμού Maastricht σε χαρτί κατανομής Gumbel